

Automatische Abstimmung der Sekundär- seite eines dreiphasigen Systems zur berüh- rungslosen induktiven Energieübertragung

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte
Dissertation

von

Rinaldo Arnold, M.Sc.

Tag der mündlichen Prüfung:

12.02.2015

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Peter Gratzfeld

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Meins

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als akademischer Mitarbeiter am Lehrstuhl für Bahnsystemtechnik des Karlsruher Instituts für Technologie.

Herrn Prof. Peter Gratzfeld, der mir als Leiter des Lehrstuhls für Bahnsystemtechnik die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte, möchte ich für seine engagierte Unterstützung und für die Übernahme des Hauptreferats herzlich danken.

Ich danke Herrn Prof. Jürgen Meins für die freundliche Übernahme des Korreferats und für sein Interesse an der Arbeit.

Meinen Kollegen am Lehrstuhl für Bahnsystemtechnik danke ich für die vielen interessanten Diskussionen und Anregungen, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Ein besonderer Dank gilt meiner Kollegin Katharina Knaisch und meinem Kollegen Markus Springmann für die gewissenhafte Durchsicht der Arbeit. Ferner gilt mein Dank den Studierenden, die im Rahmen einer Semester-oder Diplomarbeit einen wichtigen Beitrag zum Gelingen der Arbeit geleistet haben.

Nicht zuletzt danke ich der Firma Bombardier Transportation, die durch ihre finanzielle Unterstützung diese Arbeit ermöglicht hat.

Karlsruhe,
im Februar 2015

Rinaldo Arnold
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Kurzfassung

Systeme zur kontaktlosen induktiven Energieübertragung finden Einsatz in Anwendungsbereichen, die den elektrischen Kontakt zur Übertragung elektrischer Energie ausschließen. Im höheren Leistungsbereich sind dreiphasige Systeme in der Industrie vereinzelt bereits als vielversprechende Alternative zu den verbreiteten einphasigen Systemen erprobt worden. Bereits kleine Abweichungen vom Nennarbeitspunkt haben im Betrieb große Auswirkungen auf Effektivität und Effizienz - bei Anwendungen im Bereich elektrischer Fahrzeuge, wo die kontaktlose induktive Energieübertragung die Versorgung des Traktionsenergiespeichers mit Energie gänzlich ohne den Einsatz von Kabeln und Steckverbindungen ermöglichen soll, sind solche engen Toleranzen im Betrieb jedoch nur schwer einzuhalten: Die störenden Abweichungen treten bei diesem Anwendungszweig hauptsächlich in Form von Fehlansichtungen bei der Positionierung des Fahrzeugs als Träger des Energieaufnehmers bezüglich der ortsfest installierten Einkopplungseinrichtung und als Folge von Temperatureinflüssen auf. Die Störeinflüsse bewirken eine ungünstige Betriebspunktverschiebung des auf einen bestimmten Nennbetriebspunkt abgestimmten Systems.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt in der Untersuchung einer aktiven Sekundärseite, die es ermöglichen soll, den im Betrieb unvermeidbaren Störeinflüssen durch eine automatische Nachführung der Abstimmung entgegenzuwirken und damit das Problem der engen Toleranzgrenzen zu entschärfen. Die mit der Fehlansichtung einhergehende Fehl Abstimmung verursacht inakzeptable Blindleistungswerte, die die ganze Übertragungskette unter Verschlechterung der Effizienz unnötig belasten und den sicheren Betrieb der Anlage gefährden. Der Betriebspunkt wird dabei dem aktuell bestmöglichen nachgeführt, so dass trotz Störeinflüssen noch ein möglichst effektiver Betrieb gegeben ist. Als Grundlage für die Untersuchung dreiphasiger kontaktloser Energieübertragungssysteme schafft die Arbeit eine mathematische Basis. Darauf aufbauend wird ein Konzeptansatz zur automatischen Nachführung der Abstimmung untersucht.

Abstract

Contactless power supply of electric applications by means of inductive power transfer is usually done by making use of resonance effects arising from loosely magnetically coupled coils precisely tuned with compensation capacitors. Technical application of this principle requires almost entirely a strong application-specific system design. In the higher power range, three phase approaches are already industrially approved as an auspicious alternative to the well-investigated single-phase systems. To ensure an efficient and effective operation, drifting of system parameters caused among others by positional misalignment of the secondary side (pickup) relative to the stationary feeding primary side has to be avoided. The resulting restrictions in tolerance, especially for the positional alignment are usually hard to keep in applications for electric vehicles. Positional misalignments outside these restrictions often lead to unacceptable operational behavior.

This thesis discusses an approach which enables an automatic retuning of the highly resonant magnetic circuits during continuous operation. In a first part, a general mathematical description of a system with a three-phase primary side and a three-phase secondary side is developed. The mathematical model is then optimized for fast numerical computation the enable the further investigations. Based on the acquired mathematical model, an automatic tuning approach is presented and evaluated numerically to underline the concept and to validate the potential of the proposed automatic tuning structure.

Inhalt

1. Einleitung	1
2. Grundlagen und Stand der Technik	5
2.1 Historische Entwicklung	5
2.2 Stand der Forschung und Technik	6
2.2.1 Die induktive Energieübertragung im Anwendungsfeld der Elektromobilität	7
2.3 Grundlagen der induktiven Energieübertragung	12
2.3.1 Physikalische Grundlage gekoppelter Spulen	12
2.3.2 Mathematische Beschreibung der unbeschalteten Spulenanordnung	15
2.3.3 Homogenität des Feldmediums und Einfluss auf die Parameter der unbeschalteten Spulenanordnung	18
2.3.4 Kompensation der Spulenanordnung	20
2.3.5 Primärseitige Einprägung eines konstanten Stroms	25
2.3.6 Verallgemeinerung der Gleichungen	29
3. Motivation: Probleme toleranz- und schwankungsbehafteter Systeme	33
3.1 Einfluss- / Störgrößen in realen Systemen	33
3.2 Einfluss der Temperatur	36
3.3 Einfluss von Lagefehlern	37
4. Topologie des betrachteten Leistungskreises	43
4.1 Ein- und dreiphasige Anordnung	43
4.2 Grundlegende Feldbetrachtung – Vorteile höherphasiger Systeme	46
4.3 Mathematische Modellbildung	53

4.3.1	Einphasiges System.....	53
4.3.2	Dreiphasiges System	61
4.4	Mittelung der Modelle für die effiziente Simulation	75
4.4.1	Theorie dynamischer Zeiger	77
4.4.2	Dynamische Zeigerdarstellung des einphasigen Pickup- Systems	84
4.4.3	Dynamische Zeigerdarstellung der dreiphasigen Sekundärseite	92
5.	Automatische Abstimmung der Sekundärseite	101
5.1	Abgestimmter Betrieb der Sekundärseite	101
5.1.1	Einphasiges System.....	101
5.1.2	Dreiphasiges System	104
5.1.3	Probleme bei der Erfassung der induzierten Spannung... 110	
5.2	Konzeptansätze für die automatische Abstimmung.....	116
5.2.1	Betrachtung als Optimierungsproblem und Anforderungen an ein geeignetes Optimierungsverfahren	116
5.2.2	Hillclimbing an der einphasigen Sekundärseite.....	120
5.2.3	Hillclimbing an der dreiphasigen Sekundärseite	134
6.	Zusammenfassung und Ausblick	163
6.1	Zusammenfassung	163
6.2	Ausblick	164
A	Abstimmung der Sekundärseite	167
B	Schaltungsansatz für eine gesteuerte Kondensatoreinheit	173
C	Verwendete Parametersätze	189
D	Literatur	195

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

AGV	<u>A</u> utomatic <u>G</u> uided <u>V</u> ehicle
CET	<u>C</u> ontactless <u>E</u> nergy <u>T</u> ransfer
CPT	<u>C</u> ontactless <u>P</u> ower <u>T</u> ransfer
EMV	<u>E</u> lektromagnetische <u>V</u> erträglichkeit
ICNIRP	<u>I</u> nternational <u>C</u> ommission on <u>N</u> on- <u>I</u> onizing <u>R</u> adiation <u>P</u> rotection
ICPT	<u>I</u> nductively <u>C</u> oupled <u>P</u> ower <u>T</u> ransfer
IGBT	<u>I</u> nsulated <u>G</u> ate <u>B</u> ipolar <u>T</u> ransistor
IPS	<u>I</u> nductive <u>P</u> ower <u>S</u> upply
IPT	<u>I</u> nductive <u>P</u> ower <u>T</u> ransfer
MF	<u>M</u> ittelfrequenz
MOSFET	<u>M</u> etal <u>O</u> xide <u>S</u> emiconductor <u>F</u> ield <u>E</u> ffect <u>T</u> ransistor
MPP	<u>M</u> aximum <u>P</u> ower <u>P</u> oint
MPPT	<u>M</u> aximum <u>P</u> ower <u>P</u> oint <u>T</u> racking
OEM	<u>O</u> riginal <u>E</u> quipment <u>M</u> anufacturer
PWM	<u>P</u> ulsweitenmodulation
SAE	<u>S</u> ociety of <u>A</u> utomotive <u>E</u> ngineers
SIMO	<u>S</u> ingle <u>I</u> nput <u>M</u> ultiple <u>O</u> utput
SISO	<u>S</u> ingle <u>I</u> nput <u>S</u> ingle <u>O</u> utput
S&H	<u>S</u> ample and <u>H</u> old
VDE	<u>V</u> erband <u>d</u> er <u>E</u> lektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik
VSI	<u>V</u> oltage <u>S</u> ource <u>I</u> nverter

Bezeichnungsgrundsätze

Grundsätzlich gelten für die vorliegende Arbeit die folgenden Konventionen, die anhand der virtuellen Größe x erläutert werden:

x, X	Skalare Größe, bzw. Betrag komplexwertiger Größe
\vec{x}, \vec{X}	Vektor skalarer Größe
\hat{x}, \hat{X}	Spitzenwert, Amplitude skalarer Größe
$\underline{x}, \underline{X}$	Komplexwertige Größe
$\vec{\underline{x}}, \vec{\underline{X}}$	Vektor komplexwertiger Größen
$\underline{x}^*, \underline{X}^*$	Konjugiert komplexe Größe zu \underline{x} bzw. \underline{X} .
$\vec{\underline{x}}^*, \vec{\underline{X}}^*$	Vektor komplexwertiger Größen – konjugiert komplexe Elemente
$\text{Re} \{ \underline{x} \}, \text{Re} \{ \underline{X} \}$	Realteil von \underline{x} bzw. \underline{X}
$\text{Im} \{ \underline{x} \}, \text{Im} \{ \underline{X} \}$	Imaginärteil von \underline{x} bzw. \underline{X}

Allgemeine Größen

T	Periodendauer	s
t	Zeit	s
A	Fläche	m^2
x, y, z	Weg (1., 2. und 3. Komponente in kartesischen Koordinaten)	m
K	Anzahl Elemente	-

Elektrische Größen

u	Momentanwert Spannung	V
i	Momentanwert Strom	A
L_n	Selbstinduktivität Wicklung n	$V \cdot s \cdot A^{-1}$
$\frac{L_{mn}}{M_{mn}}$	Gegeninduktivität zwischen Wicklung/Spule m und n	$V \cdot s \cdot A^{-1}$
Z	Impedanz	Ω
Y	Admittanz	Ω^{-1}
C	Kapazität	$A \cdot s \cdot V^{-1}$

ω	Kreisfrequenz	$rad \cdot s^{-1}$
R	Widerstand	Ω
α	Steuerwinkel	$rad, ^\circ$
φ	Phasenwinkel	$rad, ^\circ$
f	Frequenz	s^{-1}
N	Windungszahl Spule/Wicklung	-

Elektromagnetische Feldgrößen (ortsbezogen / integral)

H	Magnetische Feldstärke	$A \cdot m^{-1}$
D	Dielektrische Flussdichte	$A \cdot s \cdot m^{-1}$
J	Stromdichte	$A \cdot m^{-2}$
E	Elektrische Feldstärke	$V \cdot m^{-1}$
B	Magnetische Flussdichte	$V \cdot s \cdot m^{-2}$
Θ	Durchflutung	A
Φ	Magnetischer Fluss	$V \cdot s$
G_m	Magnetischer Leitwert	$V \cdot s \cdot A^{-1}$
Ψ	Verketteter magnetischer Fluss	$V \cdot s$
k	Magnetischer Kopplungsfaktor	-

Wichtige Indizes

d	Gleichgröße
0	Stationärer Endwert
N	Bezugsgröße
p	Bezug zur <u>P</u> rimärseite
s	Bezug zur <u>S</u> ekundärseite
σ	Streuanteil
m, n	Laufindex
f	Komponente einer Filteranordnung

Das Symbolverzeichnis enthält nicht alle Symbole: Nur vereinzelt verwendete Symbole sind im Verzeichnis nicht aufgelistet und werden im jeweiligen Kontext eingeführt. Wichtige mathematische Ausdrücke sind grau hinterlegt.

1. Einleitung

Als Zubringer elektrischer Energie zur Versorgung von elektrischen Betriebsmitteln stellen Kabelverbindungen eine Schlüsselkomponente dar. Obwohl schon in den ersten Zügen einer industriellen Nutzung der Elektrizität erfolgreich der Versuch unternommen wurde, elektrische Energie ohne Leitungsbindung über den Luftweg zu übertragen, hat sich die elektrische Leitung zu diesem Zwecke bis heute in der Übertragungs- und Verteilketten etabliert. Insbesondere beim Verbraucher im letzten Abschnitt dieser Übertragungskette und speziell bei beweglichen Betriebsmitteln ist das Kabel als Zubringer von zentraler Bedeutung.

Die kontaktlose Energieübertragung kann die Kabelverbindung von der ortsfesten Installation zum beweglichen Teil des Betriebsmittels ersetzen und bringt je nach Anwendung eine Vielzahl von Vorteilen mit sich: Mit dem Vergießen spannungsführender Teile ist ein einfacher und wirksamer Eindringenschutz im Einflussbereich von Schmutz und Nässe gewährleistet. Das Vergießen erlaubt überdies einen effektiven Berührungsschutz in Anwendungen, bei denen die Berührungssicherheit sonst nur mit hohem Aufwand umgesetzt werden kann. Kontaktverschleiß und die damit verbundene Wartung fallen gänzlich weg. Bei Anwendungen, die eine Kabelverbindung vollends ausschließen, liegt die übliche Lösung darin, mobile Energiespeicher mitzuführen, die die kontinuierliche Energieübertragung auf eine punktuelle und temporäre reduzieren. Gerade in diesem Bereich bringt die kontaktlose Energieübertragung große Vorteile mit sich, indem sie nicht nur die Kabel- und Steckverbindung, sondern je nach Anwendung auch den Energiespeicher teilweise oder sogar vollständig ersetzen kann. Im Falle einer lediglich teilweisen Ersetzung des mobilen Energiespeichers wird die Energie entlang des ganzen Verfahrenswegs kontinuierlich zugeführt und stützt den Speicher, wodurch sich dieser im Vergleich zum Fall ohne zusätzliche kontinuierliche Energiezufuhr entsprechend kleiner auslegen lässt. Im Bereich fahrerloser Transportsysteme (AGV) sind unlängst industriell ausgereifte Lösungen erhältlich. Als Ersatz für Stromschienen zur Versorgung beweglicher Betriebsmittel mit linearem Verfahrensweg sind seit Jahren marktreife Anwendungen für Hallentransportanlagen verfügbar. Im Fall ohne kontinuierli-

che Zuführung entlang des Fahrwegs ersetzt die kontaktlose Energieübertragung die Kabel- und Steckverbindung – die Energie wird lediglich punktuell und temporär übertragen. Die elektrische Zahnbürste stellt ein klassisches Anwendungsbeispiel im Nass-/Feuchtbereich mit punktueller Energieübertragung zwecks Aufladung einer Batterie dar. In der biomedizinischen Technik ist die kontaktlose Energieübertragung zur transkutanen Versorgung von Implantaten ein ausgereifter Standard.

Unabhängig davon, ob die kontaktlose Energieübertragung entlang des gesamten Fahrwegs oder nur punktuell stattfindet, setzen sich Systeme zur induktiven Übertragung elektrischer Energie im Wesentlichen aus einem Primär- und einem Sekundärsystem zusammen. Im Zentrum steht ein Übertrager, welcher sich vom klassischen Transformator lediglich durch eine Luftstrecke zwischen Primär- und Sekundärwicklung im magnetischen Kreis unterscheidet. Der Luftspalt bringt eine lose Kopplung der beiden Spulen/Wicklungen mit sich. Die konstruktive Gestaltung des Übertragers erfolgt stark anwendungsspezifisch und weist in der breiten Palette unterschiedlicher Anwendungen eine ebenso große Spannweite auf. Primär- und Sekundärseite des Übertragers werden über Stromrichter an Quellen/Senken gekoppelt (nachfolgende Abb. 1.1).

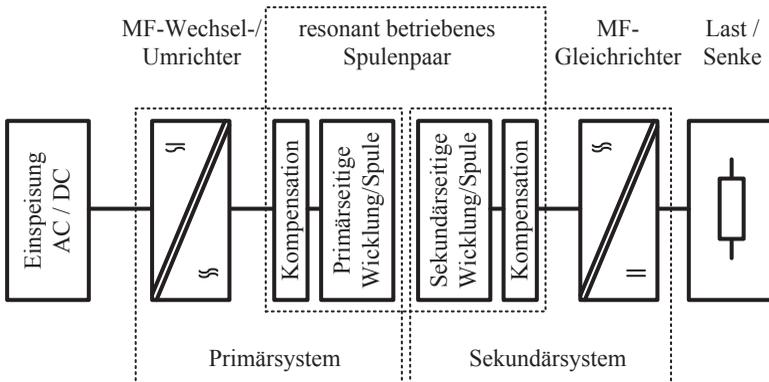


Abb. 1.1: Grundlegender Aufbau eines Systems zur kontaktlosen induktiven Versorgung eines Verbrauchers vom elektrischen Netz.

Typisch ist der Energietransfer vom elektrischen Netz als reine Quelle zu einem reinen Verbraucher. Die Netzseite stellt dabei elektrische Gleich- oder Wech-

selgrößen bereit, während die Verbraucherseite mit elektrischen Gleichgrößen versorgt wird. Die Selbstinduktivitätsanteile von Primär- und Sekundärseite des Transformators werden aufgrund typischerweise großer Luftspalte im magnetischen Kreis und den damit einhergehenden Eigenschaften statisch kompensiert. Im Vergleich zum klassischen Transformator mit geschlossenem Eisenkern werden die Systeme bei wesentlich höheren Frequenzen betrieben. Typisch sind Betriebsfrequenzen im MF-Bereich zwischen 20...500kHz.

Anwendungsbereich Elektromobilität

In der Elektromobilität genießt die kontaktlose induktive Energieübertragung aufgrund des derzeitigen Aufschwungs große Beachtung als wichtige Schlüsselkomponente zur Kopplung des Traktionsenergiespeichers mit dem elektrischen Energieversorgungsnetz [1]. Im Zentrum steht derzeit meist lediglich die Aufladung des Energiespeichers, obwohl die bidirektionale Kopplung rein- und hybridelektrischer Fahrzeuge (EV/PHEV) mit dem elektrischen Energienetz in der Forschung seit Jahren im Zusammenhang mit erneuerbaren Energiequellen als Ausgleichsspeicher diskutiert wird. Auf dem Markt sind derzeit aber noch kaum serienreife Anwendungen erhältlich.

Für Systeme höherer Leistung bringen mehrphasige Anordnungen Vorteile in Hinblick auf die Ausbildung des magnetischen Feldes im direkten Umfeld des Systems mit sich. Symmetrisch gespeiste mehrphasige Spulenanordnungen profitieren bei entsprechender Auslegung auch auf magnetischer Ebene von den Symmetrieeigenschaften eines Mehrphasensystems und erleichtern dadurch die Einhaltung der vorgeschriebenen Grenzwerte elektromagnetischer Feldgrößen. Speziell im Straßenfahrzeugbereich sind aufgrund der fehlenden Zwangsführung bei der Ausrichtung des fahrzeugseitigen Sekundärteils gegenüber dem wegseitigen Primärteil große Abweichungen von der Nominalausrichtung möglich. In diesem Zusammenhang wird immer wieder über die Notwendigkeit von Fahrerassistenzsystemen diskutiert, um die Anforderungen an die Genauigkeit der Ausrichtung gewährleisten zu können. Die Fehlausrichtung verursacht Schwankungen in den Parametern des Systems, die wiederum unerwünschte Abweichungen vom optimalen Betriebspunkt mit sich bringen. Zusammen mit dem großen Aufwand, herstellungsbedingte Toleranzen für Bauteile zum statischen Abgleich klein zu halten, findet sich an dieser Stelle die Motivation

der vorliegenden Arbeit. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Konzeption und Untersuchung einer Abgleicheinheit, die es ermöglichen soll, den Abgleich der Sekundärseite im laufenden Betrieb automatisch nachzuführen, damit diese stets im optimalen Arbeitspunkt betrieben werden kann.

Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt in drei Teile gegliedert: Nach einem Überblick über den Stand von Technik und Forschung werden im ersten Teil Grundlagen für die mathematische Modellbildung gekoppelter Spulen vorgestellt und die grundsätzlichen Vorteile mehrphasiger Anordnungen angesprochen. Eine vertiefte Betrachtung der Auswirkungen einer Fehlausrichtung zwischen Primär- und Sekundärseite schließen den ersten Teil ab.

Der zweite Teil beschäftigt sich mit der mathematischen Modellbildung des vorrangig betrachteten dreiphasigen Gesamtsystems. Die Betrachtung des einphasigen Systems wird als Ausgangslage und Referenz stets parallel zum dreiphasigen System geführt. Im ersten Schritt wird ein Satz beschreibender Differentialgleichungen abgeleitet, welcher als Grundlage für die computergestützte numerische Simulation dient. Insbesondere zeitlich langsame Vorgänge, wie sie beispielsweise von mechanischen Vorgängen her rühren, machen die numerische Simulation mit ihren hohen Zeitkonstanten über die geforderten langen Zeiträume äußerst ressourcenintensiv. Aus diesem Grund wird das erarbeitete mathematische Modell in einem zweiten Schritt in eine gemittelte Darstellung überführt, welche wesentliche Vorteile in Hinsicht auf den Rechenaufwand bei der numerischen Simulation mit sich bringt - die Simulation über größere Betrachtungszeiträume wird dadurch deutlich erleichtert, beziehungsweise überhaupt erst ermöglicht.

Im letzten Teil der Arbeit wird der optimale Betrieb des Sekundärsystems für den ein- und dreiphasigen Fall beschrieben und die dazu notwendigen Voraussetzungen erfasst. Anschließend werden die Probleme bei der Realisierung einer Nachführung des optimalen Betriebspunkts mit einer klassischen geschlossenen Regelkreisstruktur betrachtet und alternative Konzeptansätze zur dynamischen Abstimmung der Sekundärseite erarbeitet.

2. Grundlagen und Stand der Technik

2.1 Historische Entwicklung

Die Grundidee heutiger induktiver Energieübertragungssysteme wurde bereits vor der Wende ins zwanzigste Jahrhundert von Nikola Tesla verfolgt - zahlreiche Experimente mit dem Ziel der feldgebundenen Übertragung elektrischer Energie krönten seine Arbeiten. Die hohe Energiedichte des magnetischen Feldes bringt der induktiven Übertragung entscheidende Vorteile gegenüber der kapazitiven Übertragung [5].

Die ersten wissenschaftlich dokumentierten Versuche sind auf die 1960er Jahre datiert. Zu den ersten industriell gefertigten Serienanwendungen im größeren Maßstab zählt das bekannte Beispiel der elektrischen Zahnbürste um 1990. Heute existiert eine Vielzahl an Anwendungen und eine noch viel größere Anzahl von Veröffentlichungen zu diesem Thema. Bezüglich der Namensgebung haben sich zahlreiche, teils markenrechtlich geschützte Ausdrücke etabliert. Als Sammelbegriff häufig anzutreffen sowohl in der Praxis als auch in der wissenschaftlichen Literatur sind Begriffe wie „contactless energy transfer“ (CET), „inductive power supply“ (IPS), „inductive power transfer“ (IPT), „inductively coupled power transfer“ (ICPT), „contactless power transfer“ (CPT). Auffallend ist, dass Systeme zur kontaktlosen induktiven Energieübertragung meist unter hohem Aufwand für eine spezielle Zielanwendung ausgelegt werden – verallgemeinerte Entwurfsansätze sind in der Literatur kaum festgehalten [5].

2.2 Stand der Forschung und Technik

Im kleineren Leistungsbereich bis zu einigen zehn Watt ist die induktive Energieübertragung inzwischen bei vielen Anwendungen im Multimedia- und Heimbereich [6] sowie im Bereich der transkutanen Energieübertragung zur Versorgung von Implantaten [7] stark vertreten. Den höheren Leistungsbereich nehmen hauptsächlich industrielle Anwendungen in schmutzkritischen Bereichen, in Nass- und Feuchtbereichen und in Bereichen ein, in denen der mechanische Verschleiß aus ökonomischen Gründen und der mechanische Kontakt aus Sicherheitsgründen unerwünscht sind. Zahlreiche Anwendungsbeispiele finden sich im Bereich industrieller Transportsysteme mit typischerweise ausgeprägt langer Primärseite entlang eines zwangsgeführten linearen Fahrwegs als sogenannte „Monorail“-Systeme [8], [9], [10], [11]. Bei Anwendungen ohne Zwangsführung, wie beispielsweise fahrerlosen Flurförderzeugen [12] sind in der Regel Systeme zur aktiven Spurführung entlang des Fahrwegs erforderlich [13], [14]. Im Bereich industrieller Transportsysteme existiert ein großes Angebot industrietauglicher Lösungen namhafter Hersteller von denen Paul Vahle GmbH & Co. KG., SEW-EURODRIVE GmbH & Co. KG. und Conductix Wampfler GmbH lediglich als Beispiele aus dem deutschen Sprachraum genannt werden. Anwendungen mit rotierendem Übertrager werden beispielsweise in [15], [16] für die Versorgung einer Radarantenne und in [17] zur kontaktlosen Energieübertragung über die Drehachse eines Industrieroboters vorgestellt. Aus wissenschaftlicher Sicht interessant ist die Unterwasser-Anwendung [18] zur kontaktlosen Energieversorgung eines U-Boots im Hafen, wobei insbesondere die Untersuchung der durch elektrisch leitendes Meerwasser hervorgerufenen Verlusteffekte einen besonderen Stellenwert einnimmt.

2.2.1 Die induktive Energieübertragung im Anwendungsfeld der Elektromobilität

Die Elektromobilität hat in den vergangenen Jahren in Forschung und Entwicklung zunehmend an Interesse gewonnen - die kontaktlose Kopplung fahrzeugseitig mitgeführter elektrischer Energiespeicher mit dem Energienetz bzw. zur kontinuierlichen Übertragung von Traktionsenergie entlang des Fahrwegs wird als Schlüsseltechnologie gesehen. Als wesentliche Nachteile konduktiver Lösungen zur Versorgung des mitgeführten Energiespeichers werden die Anschaffungs- und Instandhaltungskosten der Kabelzuleitung gesehen - entscheidende Kostenträger sind Vandalismus, Diebstahl, Verschleiß und Verschmutzung [1]. Die Automobilindustrie verzeichnet in den vergangenen Jahren einige Neuzustiege was Investitionen in diese Technologie angeht:

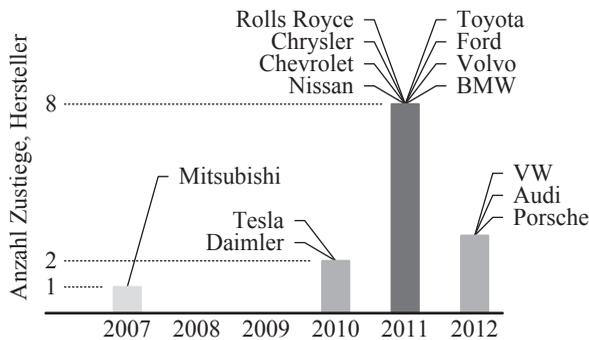


Abb. 2.1: Investitionen in induktives Laden für Elektrofahrzeuge, OEM-Zustiege nach [1].

In der Folge ist die Zahl der Publikationen aus diesem Bereich rasch angestiegen und es existiert derzeit eine Vielzahl von teilweise öffentlich geförderten Pilotprojekten – einige dokumentierte Beispiele:

Projekt	Kooperationspartner	Eckdaten
EMIL - Braunschweig fährt induktiv	<ul style="list-style-type: none"> - Braunschweig Verkehrs AG, - Bombardier Transportation, - BS-Energy, - TU Braunschweig. 	System BT Primove, Einsatz im Stadtbusverkehr, 200 kW max.
Laufendes Förderprojekt BMVBS, Abschluss 2013, www.bmvbs.de		
Leuchtturmprojekt „Primove Mannheim“	<ul style="list-style-type: none"> - Rhein-Neckar Verkehr GmbH, - Bombardier Transportation, - Stadt Mannheim, - KIT Karlsruhe. 	System BT Primove, Einsatz im Stadtbusverkehr, 200 kW max.
Laufendes Förderprojekt BMVBS, Abschluss 2015, www.bmvbs.de		
Kabelloses Laden von Elektrofahrzeugen (W-Charge)	<ul style="list-style-type: none"> - Volkswagen AG, - Audi Electronics Venture GmbH, - Fraunhofer IWES, - Paul Vahle GmbH. 	Schwerpunkt: Drahtloskommunikation zwischen der Fahrzeugseite und der Netzseite, Leistung: 3,6 kW
Förderprojekt BMU, Laufzeit 2010-2011, [2].		
Kontaktloses Laden von Elektrofahrzeugen (Conductix)	<ul style="list-style-type: none"> - Conductix-Wampfler GmbH, - Daimler AG. 	Schwerpunkte: Kabelloses Laden für ein Range-Extender-Fahrzeug, Systemintegration.
Förderprojekt BMU, 2010-2011, [3].		
Kontaktloses Laden von batterieelektrischen Fahrzeugen (IndiOn)	<ul style="list-style-type: none"> - BMW AG, - Siemens AG. 	Schwerpunkt: Erzielung eines möglichst hohen Wirkungsgrades bei der Energieübertragung durch die intelligente Steuerung der Ladeeinrichtung.
Förderprojekt BMU, 2010-2011, [4].		
Berührungsloses, induktives und positionstolerantes Laden (BipolPlus)	<ul style="list-style-type: none"> - Daimler AG, Böblingen, - EnBW AG, - IPT GmbH, - Porsche Engineering Group GmbH, - Robert Bosch GmbH, - DLR, Stuttgart, - KIT Karlsruhe - Universität Stuttgart. 	Schnellladesystem 22kW. Integration des Ladesystems ins Energieversorgungsnetz.
Laufendes Förderprojekt BMBF, 2013-2015, www.bmbf.de		

Die Einhaltung von Grenzwerten für charakteristische Größen des elektromagnetischen Feldes nimmt eine zentrale Rolle ein. Die von der *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection* (ICNIRP) ausgearbeiteten Richtlinien haben sich trotz ihres empfehlenden Charakters weitgehend zum Standard etabliert und sind beispielsweise in Europa mittlerweile zur Basis einiger EG-Richtlinien über den Einflussbereich elektromagnetischer Felder^{1,2} geworden [19]. Nebst diesen internationalen Richtlinien sind zahlreiche länderspezifische Regelwerke vorhanden. Beim VDE liegt ein Normentwurf für das kabellose Laden von Elektrofahrzeugen vor³. Die Endfassung ist derzeit auf 2014 datiert. Die SAE hat analog die Veröffentlichung der Norm J2954 für das Jahr 2015 angekündigt.

Um die Grenzwertvorgaben im Expositionsbereich von Personen überhaupt einhalten zu können, ist in aller Regel der Einsatz hochpermeabler Materialien zur besseren Führung des magnetischen Flusses unumgänglich. Hinzu kommt üblicherweise auch der Einsatz großflächig elektrisch leitfähiger Materialien zur Schirmung durch den Wirbelstromeffekt im direkten Umfeld der Spulensysteme. [20] und [21] liefern eine gute Übersicht zu dieser Thematik. [22] stellt einen 2.5kW-Laborprototypen des *Oak Ridge National Laboratory* (ORNL) mit großem Luftspalt (>300mm) - gänzlich ohne den Einsatz hochpermeabler Materialien vor. Abgesehen davon weist die große Vielfalt der im Rahmen wissenschaftlicher Veröffentlichungen vorgestellten Labormuster und industriellen Anwendungen sowohl Systeme mit solchen Maßnahmen auf Primär- und Sekundärseite als auch Systeme mit nur sekundärseitigen Maßnahmen auf. Bei Systemen mit räumlich ausgedehnt langer Primärseite (z.B. zur Übertragung der Energie entlang eines Fahrwegs) oder bei Anwendungen mit einer hohen Anzahl an (zur punktuellen Übertragung vorgesehenen) Primärsystemen wird der Einsatz hochpermeabler Materialien aus ökonomischen Gründen oft auf die Sekundärseite beschränkt.

1 Richtlinie 1999/519/EG zur Begrenzung der Exposition der Bevölkerung.

2 Richtlinie 2004/40/EG über Mindestvorschriften zum Schutz von Sicherheit und Gesundheit der Arbeitnehmer vor der Gefährdung durch elektromagnetische Felder.

3 DIN EN 61980-1 Kontaktlose Energieübertragungssysteme (WPT) für Elektrofahrzeuge

Bei der Gestaltung der Primärseite werden verschiedene Ansätze verfolgt - die Zuführung der Energie entlang des Fahrwegs analog zu den eingangs erwähnten industriellen Beispielen findet auch im Anwendungsfeld der Elektromobilität Interesse. Der Hauptvorteil einer kontinuierlichen Zuführung von Traktionsenergie während der Fahrt wird in der Einsparung an mitzuführender Energie im Traktionsenergiespeicher des Fahrzeugs und den daraus resultierenden Einsparungen punkto Gewicht und Bauraum gesehen [20], [23], [24], [25]. Die in aller Regel systembedingt fehlende Spurführung führt zu Effektivitätseinbußen aufgrund der suboptimalen Ausrichtung des Sekundärsystems gegenüber dem Primärsystem. Zur Verminderung der Empfindlichkeit gegenüber Lateralversatz zur optimalen Spur werden in [26], [27], [28], [29] Versuche an einem System mit zwei orthogonal ausgeprägten Pfaden für den magnetischen Fluss beschrieben. In [30] wird die positionstolerante Auslegung des magnetischen Kreises für ein System zur punktuellen Übertragung vorgestellt. Vom Prinzip her ebenfalls punktuell übertragend, von der zulässigen Positioniertoleranz her jedoch eher mit Systemen für die Versorgung entlang eines Pfads vergleichbar ist der vom Fraunhofer IISB vorgestellte Konzeptansatz [32]. Sowohl Primär- als auch Sekundärsystem enthalten mehrere versetzt angeordnete Spulen, zwischen denen gezielt umgeschaltet wird.

Gemessen an der Anzahl wissenschaftlicher Veröffentlichungen stellt die punktuelle Übertragung jedoch den weitaus größeren Teil dar.

Zum dynamischen Abgleich der schwankungsbehafteten primärseitigen Selbstinduktivität eines einphasigen Systems im Betrieb wird in [31] eine auf der Anpassung der Betriebsfrequenz basierende Methode nach dem Vorbild eines „Maximum Power Point Trackings“ (MPPT) vorgestellt. In [33] wird zum dynamischen Abgleich während des Betriebs eine Phasenregelung für den primärseitig speisenden Wechselrichter vorgestellt. In [34] wird der dynamische Abgleich der parallelkompensierten Sekundärseite während des Betriebs mithilfe einer geschalteten Induktivität an einem Labormuster präsentiert. Auf der Basis eines Korrelationsansatzes beinhaltet die Veröffentlichung nebst der schaltungstechnischen Realisierung des Stellglieds auch einen Vorschlag für die Stellglied-Ansteuerung. In [35], [36], [37] wird der dynamische Abgleich der Sekundärseite mithilfe eines Transduktors als Stellglied vorgestellt. Der Transduktor wirkt dabei als steuerbare Induktivität, wobei die Nachführung des optimalen Betriebspunktes mithilfe eines zeitdiskret arbeitenden Systems

erfolgt. Im Zentrum dieser Abgleichsteuerung steht wiederum ein Verfahren nach dem Vorbild eines MPP-Trackings [38], dessen Suchschrittweite mithilfe eines Fuzzy-Systems eingestellt wird. In [39] wird der erforderliche Stellbereich der Transduktor-Anordnung für ein Labormuster untersucht. In [40] wird ein Ansatz für die dynamische Abstimmung eines parallelkompensierten Sekundärsystems, basierend auf einer geschalteten Kondensatorbank, vorgestellt. Die einzelnen Kondensatoren können je nach Anforderungen einzeln zum Schwingkreis geschaltet werden.

Eine Forschergruppe der Auckland University macht seit etwa 2008 mit wissenschaftlichen Publikationen und Patenten im Bereich bidirektionale induktive Energieübertragung auf sich aufmerksam – die Anwendungen zielen überwiegend auf den Aspekt „*Vehicle to Grid*“ (V2G) ab, bei der die Kopplung elektrischer und hybridelektrischer Fahrzeuge mit dem elektrischen Netz eine bedeutende Rolle einnimmt [41], [42], [43], [44], [45], [46] [47]. Die vorgestellten Anwendungsbeispiele und Labormuster sind allesamt für die punktuelle Übertragung von Energie vorgesehen.

Die bisher vorgestellten Untersuchungen basieren allesamt auf einer einphasigen Struktur, bei der sowohl das Primär- als auch das Sekundärsystem einphasig ausgeführt sind. In [13], [48] und [49] wird ein System zur punktuellen Übertragung mit dreiphasiger Primärseite zur Aufladung der Traktionsbatterie eines Elektrofahrzeugs vorgestellt, während in [50] näher auf die magnetische Kopplung der drei Phasen des Primärsystems eingegangen wird.

Bei der mathematischen Modellierung berührungsloser induktiver Energieübertragungssysteme ist das Modell der gekoppelten Spulen die meistverbreitete Betrachtungsgrundlage. Zwecks weitergehender Analyse des gesamten induktiven Energieübertragungssystems wird in [51] ein einfaches Mittelungsverfahren vorgestellt, das die rechenzeitoptimierte numerische Simulation des Systems erleichtern soll.

2.3 Grundlagen der induktiven Energieübertragung

2.3.1 Physikalische Grundlage gekoppelter Spulen

Der vorliegende Abschnitt behandelt die mathematische Beschreibung gekoppelter Spulen, welche die Grundlage für alle weiteren Betrachtungen bildet. Die Zusammenhänge sind im Wesentlichen bereits aus der Theorie des elektrischen Transformators mit Eisenkern bekannt.

2.3.1.1. Lose gekoppelte Spulen im isotropen, magnetisch linear wirkenden Feldmedium

Im direkten Vergleich zum konventionellen Transformator werden bei Systemen zur induktiven kontaktlosen Energieübertragung keine oder nur abschnittsweise hochpermeable ferromagnetische Werkstoffe zur gezielten Führung des magnetischen Flusses eingesetzt.

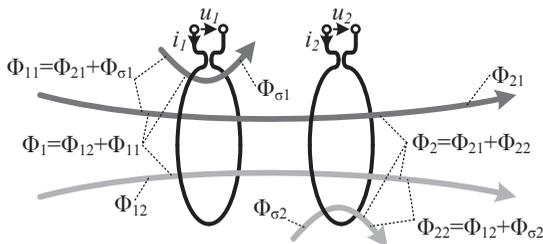


Abb. 2.2: Lose gekoppelte Spulen und magnetische Flüsse.

Beim konventionellen Transformator bringt der Eisenkern mit der guten Führung des magnetischen Flusses eine starke Kopplung der beteiligten Spulen/Wicklungen mit sich. Bei Systemen zur induktiven Energieübertragung kann aufgrund des teilweise oder gänzlich fehlenden hochpermeablen Kernmaterials lediglich von loser Kopplung gesprochen werden [52], [53] und [54].

Als Grundlage für die mathematische Beschreibung magnetisch gekoppelter Spulen sind aus den Maxwell'schen Feldgleichungen vor allem das Induktions- und das Durchflutungsgesetz von Interesse. In Darstellung mit ortsbezogenen

Feldgrößen hängen die Wirbel des Magnetfeldes \vec{H} wie folgt von der elektrischen Stromdichte \vec{J} und der elektrischen Flussdichte \vec{D} ab:

$$\operatorname{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2-1)$$

Die Integralform dieser Maxwell'schen Gleichung liefert die integrale Feldgröße Θ (Durchflutung) und stellt in dieser Form das **Durchflutungsgesetz** dar:

$$\Theta = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (2-2)$$

Jede zeitliche Änderung des Magnetfeldes führt zu einem elektrischen Gegenfeld (in ortsbezogenen Feldgrößen):

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2-3)$$

Die Integralform dieser Gleichung stellt das **Induktionsgesetz** dar und liefert die zeitliche Änderung der integralen Feldgröße Φ (magn. Fluss). Die elektrische Zirkulation über den geschlossenen Rand c einer Fläche A entspricht der negativen zeitlichen Änderung des die Fläche durchsetzenden magnetischen Flusses Φ :

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2-4)$$

Für den magnetischen Fluss gilt dabei:

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2-5)$$

Aus der Integralform der beiden Gesetze lässt sich am Flusspfad einer stromdurchflossenen Spule der magnetische Leitwert bilden [55]:

$$G_M = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}}{\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s}} \quad (2-6)$$

Der magnetische Leitwert ist durch den Quotienten des sich einstellenden magnetischen Flusses (Flächenintegral über die magnetische Flussdichte) und

der Durchflutung (magnetische Spannung, Ringintegral entlang der geschlossenen Linie S) gegeben:

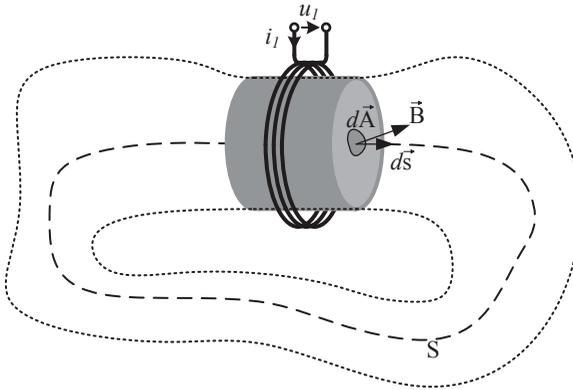


Abb. 2.3: Zur Verdeutlichung des Flusspfads symbolisch dargestelltes Magnetfeld an einer Spulenordnung.

Für die Modellierung zweier gekoppelter Spulen des aus Primär- und Sekundärspule bestehenden Systems wird eine Anordnung nach Abb. 2.2 herangezogen. Der elektrische Strom in der ersten Spule erzeugt einen magnetischen Fluss Φ_{11} . Dieser magnetische Fluss durchsetzt die zweite Spule teilweise und induziert in dieser nach dem Induktionsgesetz eine Spannung. Die räumliche Trennung der beiden Spulen, gepaart mit dem fehlenden geschlossenen Eisenkern haben zur Folge, dass nur ein verhältnismäßig geringer Anteil des von Spule 1 erzeugten Flusses Φ_{11} die Spule 2 mit Φ_{21} durchsetzt. Dasselbe Verhalten zeigt sich für den von Spule 2 erzeugten Fluss, welcher die Spule 1 nur teilweise durchsetzt. Die Kopplung der beiden Spulen wird mit den Kopplungsfaktoren k_{12} und k_{21} beschrieben:

$$k_{21} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}} \quad (2-7)$$

$$k_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}} \quad (2-8)$$

Die erste Indexziffer bezeichnet den Ort der Wirkung und die zweite Indexziffer den Ort der Ursache. Im Folgenden wird der Einfachheit halber ausschließlich vom Fall gleichsinniger Kopplung ausgegangen.

2.3.2 *Mathematische Beschreibung der unbeschalteten Spulenanordnung*

Spule 1	Spule 2
<u>Flüsse</u>	
$\Phi_{11} = G_{M1} \cdot \Theta_1 = G_{M1} \cdot N_1 \cdot i_1$ (2-9)	$\Phi_{22} = G_{M2} \cdot \Theta_2 = G_{M2} \cdot N_2 \cdot i_2$ (2-10)
$\Phi_{21} = k_{21} \cdot \Phi_{11} = k_{21} \cdot G_{M1} \cdot N_1 \cdot i_1$ (2-11)	$\Phi_{12} = k_{12} \cdot \Phi_{22} = k_{12} \cdot G_{M2} \cdot N_2 \cdot i_2$ (2-12)
$\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{\sigma 1}$ (2-13)	$\Phi_{22} = \Phi_{12} + \Phi_{\sigma 2}$ (2-14)

Im linear wirkenden Feldmedium (von der Flussdichte unabhängige konstante Permeabilität μ) ist die Superposition der Flussanteile in den Spulen zulässig [56]. Außerdem wird angenommen, dass alle N Windungen vom gleichen Fluss durchsetzt werden. Der „gesamte“ Fluss in den Spulen lässt sich dann wie folgt notieren:

$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$ (2-15)	$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$ (2-16)
---	---

Flussverkettungen

$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12}$ (2-17)	$\Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{21}$ (2-18)
$\Psi_{11} = N_1 \cdot \Phi_{11} = \underbrace{N_1^2 \cdot G_{M1}}_{L_{11}} \cdot i_1$ (2-19)	$\Psi_{22} = N_2 \cdot \Phi_{22} = \underbrace{N_2^2 \cdot G_{M2}}_{L_{22}} \cdot i_2$ (2-20)
$\Psi_{12} = N_1 \cdot \Phi_{12} = \underbrace{N_1 \cdot N_2 \cdot k_{12} \cdot G_{M2}}_{L_{12}} \cdot i_2$ (2-21)	$\Psi_{21} = N_2 \cdot \Phi_{21} = \underbrace{N_2 \cdot N_1 \cdot k_{21} \cdot G_{M1}}_{L_{21}} \cdot i_1$ (2-22)

Aus der Superposition aller Flüsse und aus den Flussverkettungen in den beiden Spulen lassen sich elektrische Ersatzgrößen aus den integralen Feldgrößen in Form folgender Selbst- und Gegeninduktivitäten notieren:

$$L_{11} = N_1^2 \cdot G_{M1} = L_1 \quad (2-23) \quad \left| \quad L_{22} = N_2^2 \cdot G_{M2} = L_2 \quad (2-24)$$

$$L_{12} = N_1 \cdot N_2 \cdot k_{12} \cdot G_{M2} \quad (2-25) \quad \left| \quad L_{21} = N_2 \cdot N_1 \cdot k_{21} \cdot G_{M1} \quad (2-26)$$

Im isotropen Feldmedium existiert eine gemeinsame Gegeninduktivität (Symmetrie der Gegeninduktivität aufgrund magnetischer Reziprozität [57]) und es gilt:

$$L_{12} = L_{21} = M \quad (2-27)$$

$$k = \sqrt{k_{12} \cdot k_{21}} \quad (2-28)$$

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (2-29)$$

Nach DIN 1304-1 wird für die Bezeichnung von Gegeninduktivitäten L_{12} und L_{21} vorgeschrieben. Diese Vorschrift hat sich in der Praxis jedoch nicht bewährt, weil die Selbstinduktivitäten nicht deutlich genug von den Gegeninduktivitäten unterschieden werden können [58]. Deshalb wird fortan auch im Rahmen dieser Arbeit die alte Bezeichnung beibehalten. Die beiden Selbstinduktivitäten L_{11} und L_{22} werden unter den Bezeichnungen L_1 und L_2 geführt.

Mithilfe der hergeleiteten Induktivitäten lässt sich nun eine Beschreibung der beiden lose gekoppelten Spulen mit rein elektrischen Größen wie folgt notieren:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(\Psi_1) \quad (2-30) \quad \left| \quad u_2 = R_2 i_2 + \frac{d}{dt}(\Psi_2) \quad (2-31)$$

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} \left(\underbrace{L_{11} i_1}_{\Psi_{11}} \right) + \frac{d}{dt} \left(\underbrace{L_{12} i_2}_{\Psi_{12}} \right) \quad (2-32) \quad \left| \quad u_2 = R_2 i_2 + \frac{d}{dt} \left(\underbrace{L_{22} i_2}_{\Psi_{22}} \right) + \frac{d}{dt} \left(\underbrace{L_{21} i_1}_{\Psi_{21}} \right) \quad (2-33)$$

Bei der Differentiation des Produktes aus Induktivität und Strom muss die Kettenregel berücksichtigt werden. Aufgrund der Verhältnisse lässt sich aber die zeitliche Änderung der Induktivitäten vernachlässigen – die Induktivitäten ändern sich sehr viel langsamer als die Ströme:

$$\frac{d}{dt}(L) \cdot i \ll \frac{d}{dt}(i) \cdot L \quad (2-34)$$

Aus (2-32) und (2-33) folgt:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{d}{dt}(i_1) + L_{12} \frac{d}{dt}(i_2) \quad (2-35) \quad \left| \quad u_2 = R_2 i_2 + L_{22} \frac{d}{dt}(i_2) + L_{21} \frac{d}{dt}(i_1) \quad (2-36)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich anschaulich eine von mehreren üblichen Varianten eines elektrischen Äquivalents zur Beschreibung zweier im isotropen Feldmedium gekoppelter Spulen mit konzentrierten Parametern aufstellen:

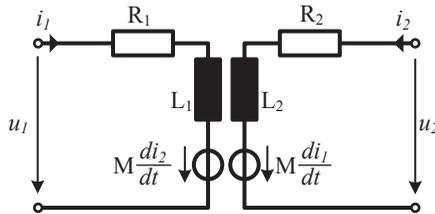


Abb. 2.4: Elektrisches Ersatzschaltbild zweier gekoppelter Spulen.

Die vom klassischen Transformator her bekannten T-Ersatzschaltbilder mit Streu- und Hauptinduktivitäten lassen sich aus dieser Darstellung heraus herleiten und stellen somit eine weitere Abstraktionsstufe dar. Diese zusätzliche Abstraktionsstufe wird im Bereich induktiver Energieübertragungssysteme in wissenschaftlichen Publikationen zwar vereinzelt wahrgenommen, ist aber mehrheitlich unüblich. Wie sich später zeigen wird, ist die aus der T-Ersatzschaltung als wesentliches Element hervorgehende Definition der Streuinduktivität im Gegensatz zum klassischen Transformator mit Eisenkern kaum von Bedeutung.

2.3.3 Homogenität des Feldmediums und Einfluss auf die Parameter der unbeschalteten Spulenordnung

Wenn das Spulensystem im isotropen und homogenen Feldmedium (magnetisch linear wirkend, unabhängig von der Feldstärke und der räumlichen Orientierung) betrieben wird, so sind die beiden Selbstinduktivitäten unabhängig von der Lage der beiden Spulen zueinander. Dies ist beispielsweise bei zwei Luftspulen der Fall. Die Selbstinduktivitäten bleiben unabhängig von der gegenseitigen Kopplung konstant, da die magnetischen Leitwerte G_{M1} und G_{M2} unabhängig von der Lage der beiden Spulen zueinander konstant bleiben.

Insbesondere bei Systemen für die Übertragung größerer Leistungen erfolgt meist zusätzlich der Einsatz von Materialien mit hoher Permeabilität in Bezug auf das ansonsten umgebende Feldmedium. Diese Maßnahme wird hauptsächlich zur gezielten Flussführung im Sinne der EMV und/oder zur Verbesserung der Kopplung im direkten Umfeld der lose gekoppelten Spulen ergriffen. Das die Spulen unmittelbar umgebende Feldmedium wird dadurch jedoch inhomogen und die magnetischen Leitwerte G_{M1} und/oder G_{M2} werden abhängig von der Lage der beiden Spulen zueinander. Bei Systemen mit zueinander variierender Spulenlage verändern sich mit der Lageänderung nebst der Gegeninduktivität auch die Selbstinduktivitäten.

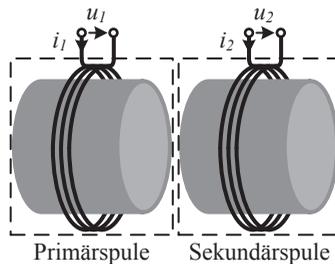


Abb. 2.5: Beispiel mit zusätzlich verbautem Eisen/Ferrit-Kern sowohl in der Primärspule als auch in der Sekundärspule (umgebendes Feldmedium ist Luft).

Wird die Flussführung mit dem Einsatz hochpermeabler Materialien in Bezug auf das ansonsten umgebende Feldmedium nur in der Sekundärspule gezielt beeinflusst, so zeigt der magnetische Leitwert G_{M1} der Primärspule eine Abhän-

gigkeit von der Lage der beiden Spulen zueinander, während der magnetische Leitwert G_{M2} konstant bleibt.

Somit zeigt neben der Gegeninduktivität auch die Selbstinduktivität der Primärspule eine Abhängigkeit von der Lage der beiden Spulen zueinander, während die Selbstinduktivität der Sekundärspule bei Veränderung der Lage beider Spulen zueinander konstant bleibt.

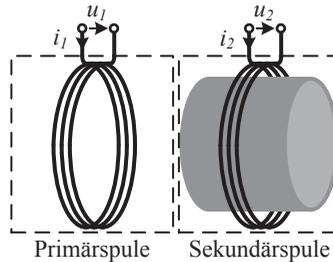


Abb. 2.6: Beispiel mit zusätzlich verbaute Eisen/Ferrit-Kern in der Sekundärspule (umgebendes Feldmedium ist Luft).

Gepaart mit den hochpermeablen Materialien zur gezielten Flussführung werden oft auch elektrisch leitfähige Materialien mit $\mu_r = 1$ eingesetzt (z.B. Alu- oder Kupfersheets). Diese Materialien nehmen lediglich aufgrund der Wirbelströme im Material und den damit verbundenen Magnetfeldern gezielten Einfluss auf die wirksamen Induktivitätswerte der Spulenordnung.

2.3.4 Kompensation der Spulenordnung

Spulenordnungen für die induktive Energieübertragung weisen, wie bereits erwähnt, in der Regel aufgrund der Kopplungsverhältnisse im Vergleich zu klassischen Transformatoren sehr hohe Streufeldanteile auf. Heutige Systeme erreichen in der Praxis mit maximalen Kopplungsfaktoren bis etwa 0.6 eine vergleichsweise niedrige Kopplung zwischen Primär- und Sekundärspule [59]. Die in den Spulen erzeugten Flüsse durchsetzen so nur mit einem relativ kleinen Anteil die jeweils gegenüberliegende Spule und führen somit zu vergleichsweise großen Verhältnissen von Selbst- zu Gegeninduktivität. Um die dadurch anfallende Blindleistung von der speisenden Seite am Eingang des Systems sowie von der Beschaltung am Ausgang des Systems wirksam fernzuhalten, wird in der Regel direkt vor/nach den Spulen statisch mit kapazitiven Elementen kompensiert. Schaltungstechnisch sind vier Grundstrukturen üblich [52], [53], [60], [61]. Dabei wird die statische Kompensationskapazität sowohl primär- als auch sekundärseitig entweder in Serie oder parallel zu den Klemmen der Spulen/Wicklungen geschaltet, woraus sich die vier aufgelisteten Kombinationen ergeben:

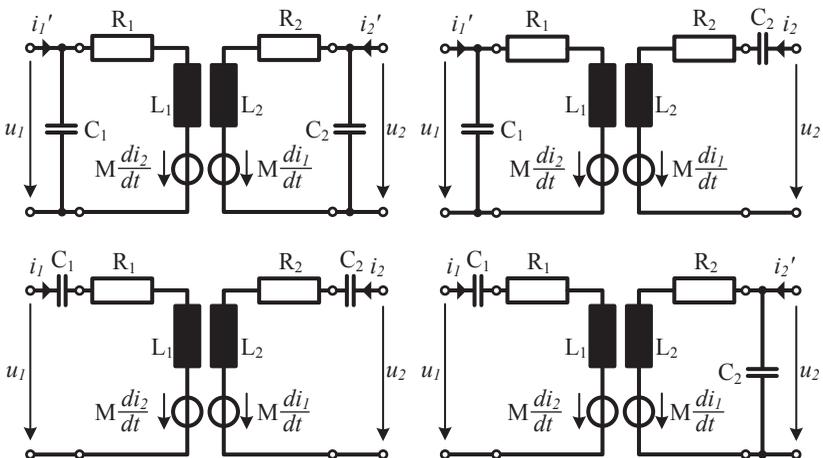


Abb. 2.7: Übliche Grundstrukturen bei der Kompensation des Systems: PPSP (oben links), PPSS (oben rechts), PSSS (unten links) und PSSP (unten rechts)

2.3.4.1. Kompensation der Sekundärseite

Ausgehend von einer sich bei Nennfrequenz reellwertig verhaltenden Last an den Klemmen der kompensierten Sekundärspule/Wicklung wird die Kompensationskapazität bei Serienkompensation auf die zugehörige Selbstinduktivität angesetzt:

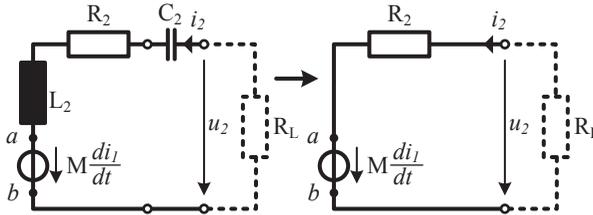


Abb. 2.8: Serienkompensierte Sekundärseite

Der als Spannungsquelle dargestellten induzierten Spannung steht bezüglich der Klemmen a-b folgende Impedanz gegenüber:

$$\underline{Z}_{ab} = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2 + R_L \quad (2-37)$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}_{ab}\} = \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{\omega^2 L_2} \quad (2-38)$$

Im Imaginärteil des Ausdrucks verschwindet die reellwertige Lastimpedanz R_L – die Auslegung der Kompensationskapazität erfolgt somit unabhängig von der Lastimpedanz R_L . Bei parallelkompensierter Sekundärseite sind die Verhältnisse etwas komplexer – erst wird das Ersatzschaltbild der Spule/Wicklung mithilfe des Mayer-Norton-Theorems an der Nennfrequenz für Grundschwingungsgrößen in ein Norton-Äquivalent umgeformt.

Das resultierende Netzwerk bildet einen realen (verlustbehafteten) Parallelschwingkreis, der von einer ideellen Stromquelle gespeist wird:

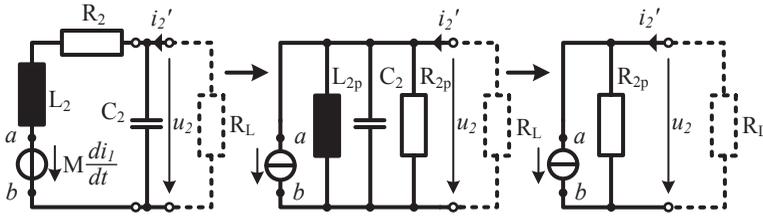


Abb. 2.9: Parallelkompensierte Sekundärseite.

L_2 und R_{2p} können wie folgt bestimmt werden:

$$\underline{Y}_{R2L2} = \underline{Y}_{R2pL2p}$$

$$\frac{1}{R_2 + j\omega L_2} = \frac{1}{R_{2p}} + \frac{1}{j\omega L_{2p}} \quad (2-39)$$

\Rightarrow

$$R_{2p} = \frac{R_2^2 + (\omega L_2)^2}{R_2} \quad (2-40)$$

$$L_{2p} = \frac{R_2^2 + (\omega L_2)^2}{\omega^2 L_2} \quad (2-41)$$

Die Kompensationskapazität C_2 wird nun so auf L_{2p} angesetzt, dass der entstandene Parallelschwingkreis auf die anregende Frequenz abgestimmt ist.

$$\underline{Y}_{ab} = j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_{2p}} + \frac{1}{R_{2p}} + \frac{1}{R_L} \quad (2-42)$$

$$\text{Im}\{\underline{Y}_{ab}\} = \left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L_{2p}} \right)' = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{\omega^2 L_{2p}} \quad (2-43)$$

Mit verschwindendem Imaginärteil der komplexen Admittanz \underline{Y}_{ab} verschwindet auch der Realteil der Impedanz \underline{Z}_{ab} . Üblicherweise wird die Kompensationskapazität unter Vernachlässigung von R_2 direkt auf die Selbstinduktivität L_2 angesetzt [61], [62]. Die beschaltete Spule verhält sich wie eine Stromquelle gegenüber der angeschlossenen reellwertigen Lastimpedanz R_L .

2.3.4.2. Kompensation der Primärseite

Als Verständnisgrundlage für die Primärkompensation wird üblicherweise die reflektierte Impedanz der Sekundärseite [63] herangezogen. Das Ziel bei der Kompensation der Sekundärseite liegt darin, deren induzierte Spannung einer reellwertigen Impedanz gegenüberzustellen. Unter diesen Voraussetzungen liefert die Primärseite keine pendelnden Leistungsanteile (Blindleistung) über den Luftspalt an die Sekundärseite und die auf die Primärseite reflektierte Impedanz der kompletten Sekundärseite ist rein reellwertig. Bei der Kompensation der Primärseite steht nun unter diesen Voraussetzungen dasselbe Ziel im Vordergrund: Bezüglich der Anschlussklemmen der kompensierten Primärspule/-Wicklung soll sich der ganze Aufbau der speisenden Quelle gegenüber reellwertig verhalten. Bei serienkompensierter Primärseite wird analog zur Kompensation der Sekundärseite vorgegangen:

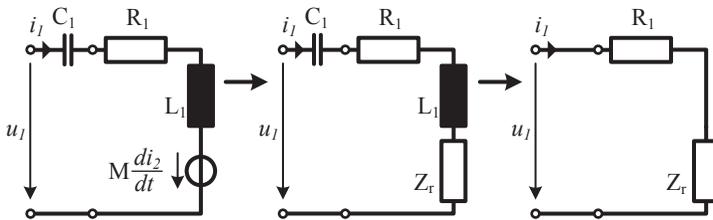


Abb. 2.10: Serienkompensierte Primärseite.

Die Kompensationskapazität wird direkt auf die Selbstinduktivität der Primärseite angesetzt:

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C_1} + R_1 + j\omega L_1 + Z_r \quad (2-44)$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}_1\} = \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)' = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{\omega^2 L_1} \quad (2-45)$$

Bei parallelkompensierter Primärseite wird unter der Voraussetzung einer reellwertig reflektierten Impedanz analog zur parallelkompensierten Sekundärseite vorgegangen:

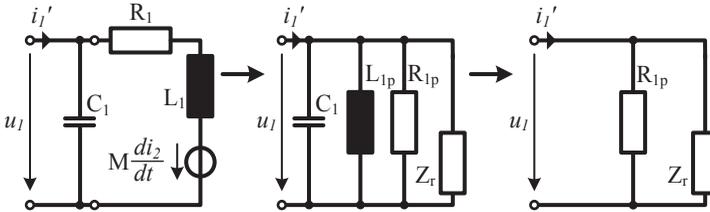


Abb. 2.11: Parallelkompensierte Primärseite.

Die Kompensationskapazität wird auf den Wert der Induktivität L_{1p} angesetzt:

$$\underline{Y}_{RL1} = \underline{Y}_{R1pL1p}$$

$$\frac{1}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{1}{R_{1p}} + \frac{1}{j\omega L_{1p}} \quad (2-46)$$

\Rightarrow

$$R_{1p} = \frac{R_1^2 + (\omega L_1)^2}{R_1} \quad (2-47)$$

$$L_{1p} = \frac{R_1^2 + (\omega L_1)^2}{\omega^2 L_1} \quad (2-48)$$

$$\underline{Y}_1 = j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_{1p}} + \frac{1}{R_{1p}} + \frac{1}{Z_r} \quad (2-49)$$

$$\text{Im}\{\underline{Y}_{ab}\} = \left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_{1p}} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{\omega^2 L_{1p}} \quad (2-50)$$

2.3.5 Primärseitige Einprägung eines konstanten Stroms

In Anbetracht der hohen erforderlichen Grundschiebungsfrequenzen kommen bei primärseitiger Speisung mit einem Spannungszwischenkreis-Pulswechselrichter klassische Unterschwingungs-Steuerverfahren mit hoher Schaltzahl kaum in Frage. Das einzig sinnvolle Steuerverfahren ist aufgrund der minimal möglichen Schaltzahl die Grundfrequenztaktung:

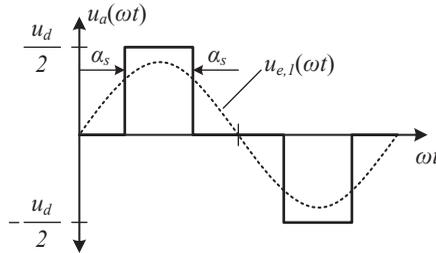


Abb. 2.12: Ausgangsspannung eines Dreipunkt-Pulswechselrichters mit Speisung ab Spannungszwischenkreis bei Grundfrequenztaktung.

Die Einprägung eines konstanten Stroms in der Primärseite wird üblicherweise mittels eines passiven Gyrator-Netzwerks bewerkstelligt, welches zwischen Pulswechselrichter und kompensierter Primärseite liegt. Das resonant betriebene Gyrator-Netzwerk hat die Aufgabe, eine konstante Wechselspannung in einen konstanten Wechselstrom umzusetzen. Durch sein schmalbandiges Verhalten bringt es zugleich den Vorteil mit sich, den Oberschwingungsgehalt der Wechselrichter-Ausgangsspannung effektiv von der bestromten Primärseite fernzuhalten. Das geforderte Verhalten kann in der einfachsten Variante mit drei diskreten Energiespeichern in vier verschiedenen Schaltungsvarianten erreicht werden (nachfolgende Abb. 2.13). Die Netzwerke stellen resonant betriebene passive Vierpole dar und weisen alle das geforderte Verhalten eines Spannungs-zu-Strom-Wandlers auf. Die Amplitude des Stroms am Vierpolausgang ist proportional zur Grundschiebungsamplitude der Wechselrichter-Ausgangsspannung. Die Spulen und Kondensatoren des resonant betriebenen, passiven Vierpols sind bei Betriebsfrequenz aufeinander abgestimmt:

$$\frac{1}{\omega_0 C_f} = \omega_0 L_f \quad (2-51)$$

Die vier möglichen Schaltungsvarianten sind wie folgt schematisch darstellbar:

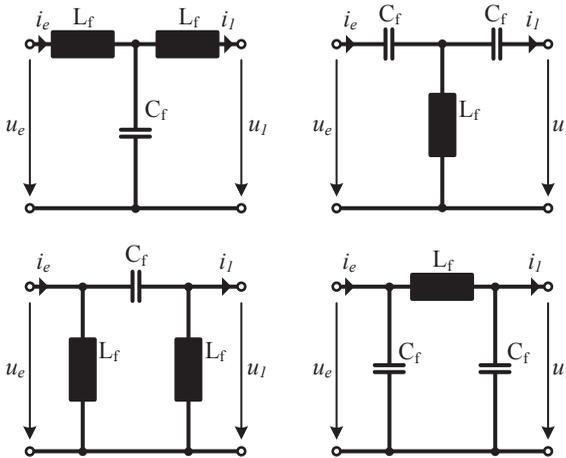


Abb. 2.13: LCL-Vierpole (links) und CLC-Vierpole (rechts) in T- (oben) und π -Anordnung (unten) der Elemente.

Das resonante Übertragungsverhalten für den LCL-Vierpol in T- und den CLC-Vierpol in π -Anordnung ist gegeben mit:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= -j\omega_0 C \cdot \underline{U}_e \\ \underline{I}_e &= j\omega_0 C \cdot \underline{U}_1 \end{aligned} \quad (2-52)$$

Bei den beiden anderen Schaltungsvarianten CLC-Vierpol in T- und LCL-Vierpol in π -Anordnung unterscheidet sich das Übertragungsverhalten lediglich im Vorzeichen der rechten Seite beider obiger Gleichungen. Bei der praktischen Realisierung ist die Schaltungsvariante T-LCL aufgrund der eingangsseitig in Serie liegenden Drossel am vielversprechendsten: Die Schaltung eignet sich so hervorragend für den Betrieb am Ausgang eines Pulswechselrichters mit Speisung aus einem infrastrukturseitigen Spannungszwischenkreis bzw. einer spannungseinprägenden Quelle. Im Falle einer serienkompensierten Primärseite kann die ausgangsseitige Induktivität je nach Auslegung als diskretes Bauelement gar vollständig eingespart werden, indem die Induktivität der Primärseite als Teil des Vierpols genutzt wird.

Die primärseitige Kompensationskapazität C_1 wird in diesem Fall bedarfsgemäß nur auf einen Teil der primärseitigen Selbstinduktivität L_1 angesetzt:

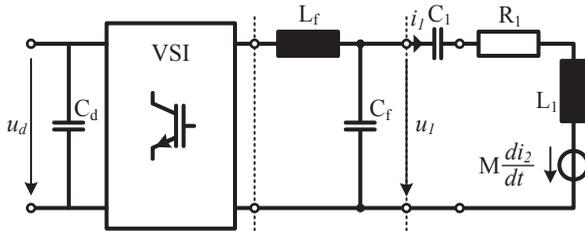


Abb. 2.14: Typische Einsatzkonfiguration – Serienkompensierte Primärseite an Pulswechselrichter mit eingprägter Eingangsspannung ($L_1 > L_f$).

Im Zusammenhang mit einer parallelkompensierten Primärseite und dem Betrieb an einem Pulswechselrichter mit Speisung aus einem infrastruktureitigen Spannungszwischenkreis bzw. einer spannungseinprägenden Quelle erscheint folgende Schaltung sinnvoll:

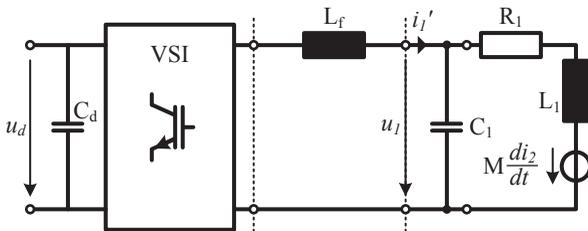


Abb. 2.15: Typische Einsatzkonfiguration – Parallelkompensierte Primärseite an Pulswechselrichter mit eingprägter Eingangsspannung ($L_1 = L_f$).

Anstelle eines Vierpols, bestehend aus drei diskreten Bauelementen ist lediglich eine Drossel von nöten, die zwischen Wechselrichterausgang und parallelkompensierte Primärseite geschaltet wird. Die Drossel als diskretes Bauteil bildet zusammen mit der Kompensationskapazität und der Selbstinduktivität der Primärseite einen LCL-Vierpol in T-Struktur.

Die Schaltungsvariante π -CLC wäre denkbar bei parallelkompensierter Primärseite aufgrund der Verschaltung der Kondensatoren für Pulswechselrichter mit

Speisung aus einem Gleichstromzwischenkreis bzw. einer stromeinprägenden Quelle. Die ausgangsseitig liegende Kapazität kann bei entsprechender Auslegung für die Kompensation der Sekundärseite mitverwendet werden. Die verbleibenden zwei Vierpol-Strukturen nach Abb. 2.13 eignen sich aufgrund der ungünstigen Verschaltung der Kondensatoren im Vierpol nur begrenzt für den Einsatz eines vom Gleichspannungs-Zwischenkreis bzw. von einer spannungseinprägenden Quelle gespeisten Pulswechselrichters. Sie werden hier nicht weiter betrachtet.

2.3.6 Verallgemeinerung der Gleichungen

Im Folgenden werden die im ersten Abschnitt vorgestellten Gleichungen für die Beschreibung zweier magnetisch miteinander gekoppelter Spulen auf den Fall K miteinander magnetisch gekoppelter Spulen verallgemeinert. Ausgangslage sind wiederum die integralen Feldgrößen. Zusätzlich werden an dieser Stelle die verallgemeinerten Spulenindizes m und n eingeführt:

Flüsse

In Spule n erzeugter magnetischer Fluss:

$$\Phi_{nn} = G_{Mn} \cdot N_n \cdot i_n \quad (2-53)$$

In Spule n erzeugter, die Spule m durchsetzender magnetischer Flussanteil:

$$\Phi_{mn} = k_{mn} \cdot \Phi_{nn} = k_{mn} \cdot G_{Mn} \cdot N_n \cdot i_n \quad (2-54)$$

mit:

$$k_{mn} = 1 \text{ für } m = n \quad (2-55)$$

Im linear wirkenden Feldmedium ist wiederum die Superposition der Flussanteile in den Spulen zulässig [56]. Somit lässt sich der resultierende Fluss in Spule m aus der Summe aller in Spule m wirkenden Flussanteile, hervorgerufen von der/den Spule(n) n wie folgt notieren:

$$\Phi_m = \sum_{n=1}^K \Phi_{mn} = \sum_{n=1}^K (k_{mn} \cdot \Phi_{nn}) = \sum_{n=1}^K (k_{mn} \cdot G_{Mn} \cdot N_n \cdot i_n) \quad (2-56)$$

Flussverkettungen

In Spule n erzeugte, in Spule m wirkende magnetische Flussverkettung:

$$\Psi_{mn} = N_m \cdot \Phi_{mn} = \underbrace{N_m \cdot k_{mn} \cdot G_{Mn}}_{L_{mn}} \cdot N_n \cdot i_n \quad (2-57)$$

Es lässt sich analog zum Fall mit nur zwei Spulen der Übergang von integralen Feldgrößen zu elektrischen Größen über die Definition der Induktivität realisieren:

$$L_{mn} = N_m \cdot k_{mn} \cdot G_{Mn} \cdot N_n \quad (2-58)$$

Aufsummierte magnetische Flussverkettung, wirkend in Spule m :

$$\Psi_m = \sum_{n=1}^K \Psi_{mn} = \sum_{n=1}^K (L_{mn} \cdot i_n) = \sum_{n=1}^K \left(\underbrace{N_m \cdot N_n \cdot k_{mn} \cdot G_{Mn}}_{L_{mn}} \cdot i_n \right) \quad (2-59)$$

Spannungen

Für die Spannungen an den Anschlussklemmen der Spulen gilt:

$$\begin{aligned} u_m &= R_m \cdot i_m + \frac{d}{dt} (\Psi_m) \\ &= R_m \cdot i_m + \frac{d}{dt} \left(\sum_{n=1}^K \Psi_{mn} \right) \\ &= R_m \cdot i_m + \sum_{n=1}^K \left(\frac{d}{dt} \Psi_{mn} \right) = R_m \cdot i_m + \sum_{n=1}^K \left(\frac{d}{dt} (L_{mn} \cdot i_n) \right) \end{aligned} \quad (2-60)$$

Im linear wirkenden Feldmedium existiert eine gemeinsame Gegeninduktivität, und es gilt aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Gegeninduktivität auch hier wieder [56], [58]:

$$L_{mn} = L_{nm} \quad (2-61)$$

Gegeninduktivitäten werden hier wiederum mit M bezeichnet und die Induktivitäten mit $m = n$ entsprechen den Selbstinduktivitäten:

$$L_{mn} = M_{mn} \quad \text{für } m \neq n \quad (2-62)$$

$$L_{mn} = L_m \quad \text{für } m = n \quad (2-63)$$

Von besonderem Interesse im Rahmen dieser Arbeit ist der Fall mit sechs durch ihre magnetischen Flüsse gekoppelten Spulen. Dieser Fall stellt die Grundlage eines Systems mit dreiphasiger Primär- und dreiphasiger Sekundärseite dar:

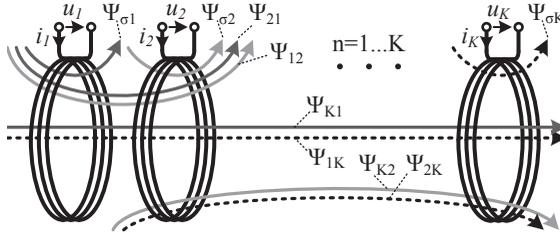


Abb. 2.16: Anordnung mit K lose gekoppelten Spulen als Grundlage eines Systems mit dreiphasiger Primär- und Sekundärseite.

In diesem System mit sechs magnetisch gekoppelten Spulen lassen sich die Spannungen an den Klemmen aller Spulen in Anlehnung an [64] wie folgt notieren:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 & M_{34} & M_{35} & M_{36} \\ M_{14} & M_{24} & M_{34} & L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{15} & M_{25} & M_{35} & M_{45} & L_5 & M_{56} \\ M_{16} & M_{26} & M_{36} & M_{46} & M_{56} & L_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (2-64)$$

$$\vec{u} = R \cdot \vec{i} + \frac{d}{dt} (L \cdot \vec{i})$$

Mit R als Diagonalmatrix der ohmschen Widerstandsanteile $R_1 \dots R_6$. Bei der Differentiation des Produktes aus Induktivität und Strom muss auch hier wieder die Kettenregel beachtet werden. Aufgrund der vergleichsweise langsamen Induktivitätsänderungen lässt sich die zeitliche Änderung der Induktivitäten jedoch auch hier wiederum vernachlässigen:

$$\frac{d}{dt} (L) \cdot \vec{i} \ll \frac{d}{dt} (\vec{i}) \cdot L \quad (2-65)$$

Somit folgt aus (2-64):

$$\vec{u} = R \cdot \vec{i} + L \cdot \frac{d}{dt} \vec{i} \quad (2-66)$$

3. Motivation: Probleme toleranz- und schwankungsbehafteter Systeme

Im vorliegenden Kapitel wird die Motivation dieser Arbeit anhand der Auswertung von Messungen am realen, schwankungsbehafteten System weiter veranschaulicht. Reale Systeme zur induktiven Energieübertragung sind einer Vielzahl von Störgrößen ausgesetzt, die das Betriebsverhalten und den Arbeitspunkt des Systems wesentlich beeinflussen können. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt, wie bereits einleitend angedeutet, auf der Nachführung des optimalen Betriebspunkts der Sekundärseite. Abweichungen der Lage vom Nominalpunkt (Lagefehler) sowie die Temperatur sind wichtige Einflussfaktoren, wie im Folgenden aufgezeigt wird.

3.1 Einfluss- / Störgrößen in realen Systemen

In aller Regel ist die Sekundärseite derjenige Teil des Systems, der ortsveränderlich in Bezug zur Primärseite angeordnet ist. Zu den wichtigsten Störgrößen an realen Systemen zählen Lagefehler bei der Ausrichtung des beweglichen Teils relativ zum ortsfesten Teil der Spulenanordnung. Die meist mit dem Ziel der magnetischen Flussführung oder einer Schirmwirkung verbauten weichmagnetischen, hochpermeablen Werkstoffe führen insbesondere bei Lagefehlern dazu, dass sich die Reluktanz der magnetischen Flusspfade aller beteiligten Spulen / Wicklungen verändert und so zu Abweichungen von Selbst und Kopplungsinduktivitäten führt. Die temperaturabhängigen Permeabilitätseigenschaften der hochpermeablen Werkstoffe haben ähnlichen Einfluss auf die Reluktanz der Flusspfade (siehe nachfolgende Abb. 3.1). Ebenfalls einer Temperaturabhängigkeit unterliegen die statischen Kompensationskapazitäten. In gleicher Weise wie die Induktivitätsänderungen wirkt diese Temperaturabhängigkeit auf die Abstimmung des Systems störend ein.

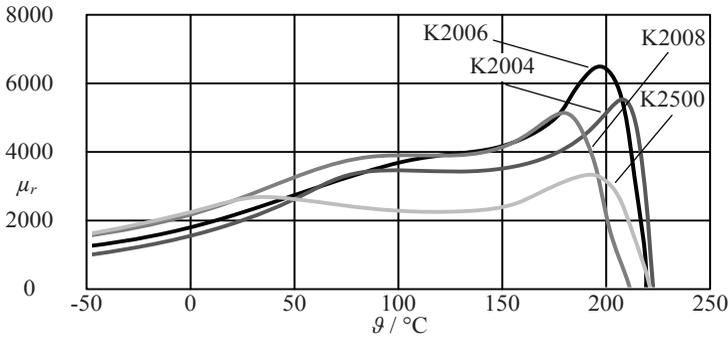


Abb. 3.1: Temperaturverhalten typischer Ferritwerkstoffe für die Anwendung in der Leistungselektronik. (Quelle: Kaschke Components GmbH)

Das mithilfe der statischen Kompensationskapazitäten auf den nominalen Betriebspunkt abgestimmte Sekundärsystem erfüllt die Blindleistungsvorgaben nicht mehr - die Primärseite muss pendelnde Leistungsanteile über den Luftspalt liefern. Bei gleichbleibender Wirkleistungsanforderung führt dies zu erhöhten Strömen und damit verbundenen erhöhten Verlusten. Die durch mittelwertfreie Leistungsanteile repräsentierte Blindleistung pendelt zwischen dem kompensierten Spulenaufbau und der primärseitig einspeisende Stromrichtereinheit. Neben den höheren Stromeffektivwerten kann sich dies, abhängig von der entstehenden Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung (bezüglich der Grundswingungsgrößen) auch in Form von ungünstigen Schaltbedingungen für die Halbleiter äussern.

Im Folgenden wird die Auswirkung von Lagefehlern und Temperaturschwankungen exemplarisch an einem vermessenen System verdeutlicht. Sowohl die Primär- als auch die Sekundärseite des betrachteten Systems ist dreiphasig ausgeführt, wobei die dreiphasige Primärseite als mäanderförmige Drehstromwicklung aufgebaut ist. Die Sekundärseite beinhaltet ein System aus mehreren räumlich versetzt angeordneten Einzelwicklungen für jeden Phasenstrang, womit der Einfluss von Lagefehlern bereits durch gezielte konstruktive Gestaltungsmaßnahmen weitgehend eingeschränkt wird. Die dargestellten Verläufe von Blind- und Wirkleistung sind allesamt abgeleitete Größen und beziehen sich auf den Eingang des Sekundärsystems, während den drei Phasen der Primärseite drei zueinander symmetrische Ströme eingepreßt werden. Die

dargestellten normierten Phasenstromverläufe beziehen sich auf die sekundärseitigen Phasenströme. Es sind jeweils die Verläufe mit einer festen statischen Kompensation im Nennbetriebspunkt den Verläufen mit nachgeführtem Betriebspunkt gegenübergestellt, um das Potential einer automatischen Nachführung aufzuzeigen. Die Verläufe mit nachgeführtem Betriebspunkt bilden die Verläufe unter optimalen Abgleichbedingungen ab, da die Nachführung den tatsächlichen stets im optimalen Betriebspunkt hält.

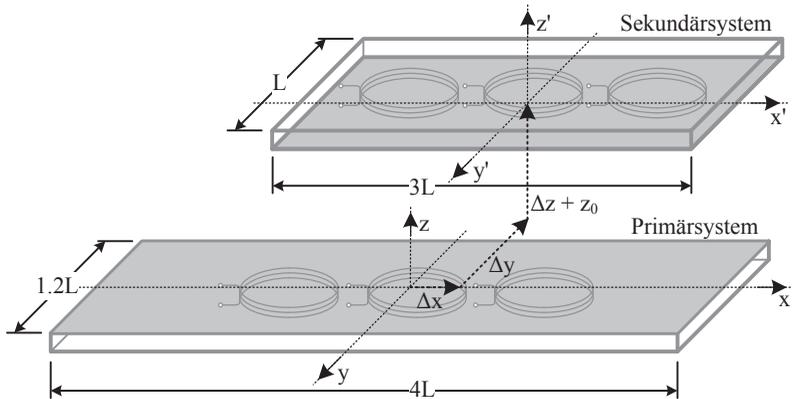


Abb. 3.2: Schematische Darstellung des vermessenen Systems mit Koordinatensystem [81].

Die messtechnisch ermittelten Verläufe aller Selbst- und Gegeninduktivitäten dienen als Basis für ein elektrisches Äquivalent des Gesamtaufbaus (Kapitel 4) aus dem wiederum die benötigten Blind- und Wirkleistungsverläufe berechnet werden. Die Lagefehler werden bezüglich der Nominallage nur entlang der Achsen des in Abb. 3.2 dargestellten Referenzkoordinatensystems betrachtet. Winkelfehler um diese drei Achsen herum sind in dieser Arbeit nicht betrachtet.

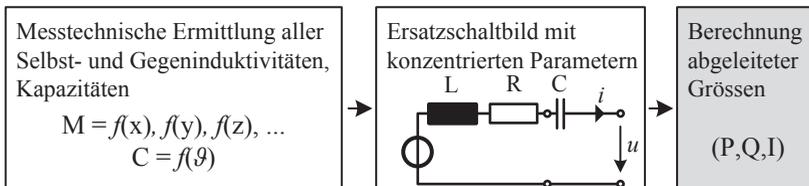


Abb. 3.3: Bestimmung abgeleiteter Referenzgrößen aus Messwerten.

3.2 Einfluss der Temperatur

Am vermessenen Versuchsaufbau beeinflussen Permeabilitätsschwankungen in eingesetzten hochpermeablen Werkstoff kaum die Selbst- und Koppelparmeter der beteiligten Spulen/Wicklungen - die eingesetzten Werkstoffe sind so verbaut, dass sie in erster Linie die Flussführung außerhalb des Spulensystems hinsichtlich Schirmung und lediglich in zweiter Linie die Kopplung der beteiligten Wicklungen verbessern. Wesentlich größeren Einfluss nehmen die temperaturbedingten Schwankungen der statischen Kompensationskondensatoren: Während die Wirkleistungsübertragung nur kaum beeinträchtigt wird, nehmen die mittelwertfreien Leistungsanteile ohne Nachführung im betrachteten Bereich Werte bis 20% der Scheinleistung im Nennpunkt an.

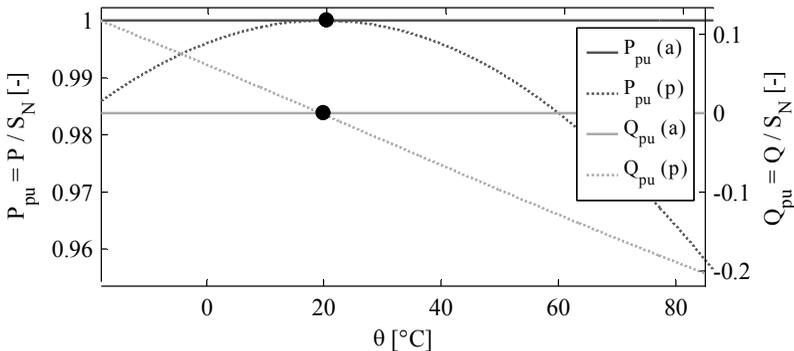


Abb. 3.4: Verlauf kompensierter Wirkleistung (P) und Blindleistung (Q) in Abhängigkeit der Temperatur. Normierte Darstellung in der Nennlage [81] im Fall ohne (p) und mit Nachführung (a).

Die Symmetrie der Phasenströme wird durch die Verstimmung wesentlich beeinflusst. Die drei Phasenströme driften im betrachteten Betriebstemperaturbereich bis zu knapp 5% von ihrem Wert im Nennpunkt ab.

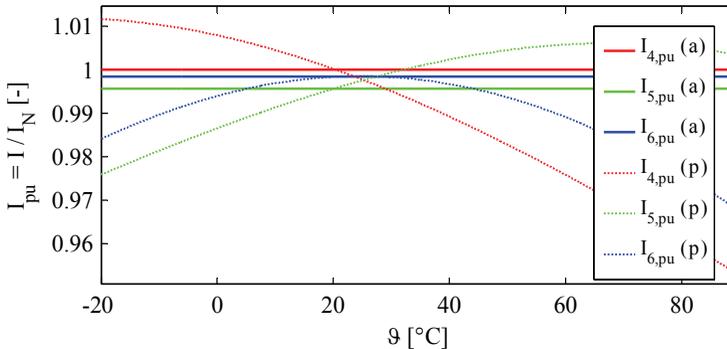


Abb. 3.5: Verlauf der sekundärseitigen Phasenströme in Abhängigkeit der Temperatur ohne Nachführung (p) und mit Nachführung (a) des Betriebspunktes. Normierte Darstellung in der Nennlage.

3.3 Einfluss von Lagefehlern

Ausgehend von der Nominallage ist der starke Einfluss von Lagefehlern entlang der Achsen der kartesischen Referenz nach Abb. 3.2 am Versuchsaufbau gut nachweisbar. Ohne die Nachführung bleibt das System auf die Nominallage abgestimmt und die statische Kompensation greift bei Lagefehlern nicht mehr vollständig. Es treten in allen Achsen pendelnde Leistungsanteile (Blindleistung) bis teilweise weit über 20% der Nennscheinleistung auf. Die auftretenden pendelnden Leistungsanteile müssen vom Primärsystem geführt werden und konfrontieren dort auch den speisenden Stromrichter.

Lageversatz entlang der X-Achse des Bezugssystems

Unabhängig vom Vorzeichen des Versatzes nimmt die Wirkleistung bei konstanter Lastimpedanz entlang der X-Achse näherungsweise proportional zum Lageversatz ab - im Fall ohne Nachführung deutlich stärker als im Fall mit Nachführung. Der Blindleistungshaushalt zeigt mit der Nachführung das erwünschte Verhalten: Keine pendelnden Leistungsanteile, auch bei Lageversatz. Ohne Nachführung steigen die pendelnden Leistungsanteile mit zunehmendem Versatz vorerst stark an, bis dann die Überdeckung der Primärseite deutlich abnimmt. Auf die Symmetrie des durch die drei Phasenströme gebilde-

ten Drehstromsystems hat der betrachtete Lageversatz verhältnismäßig großen Einfluss: Die Ströme weichen bis zu weit über 20%, bezogen auf ihre Werte in Nennlage ab.

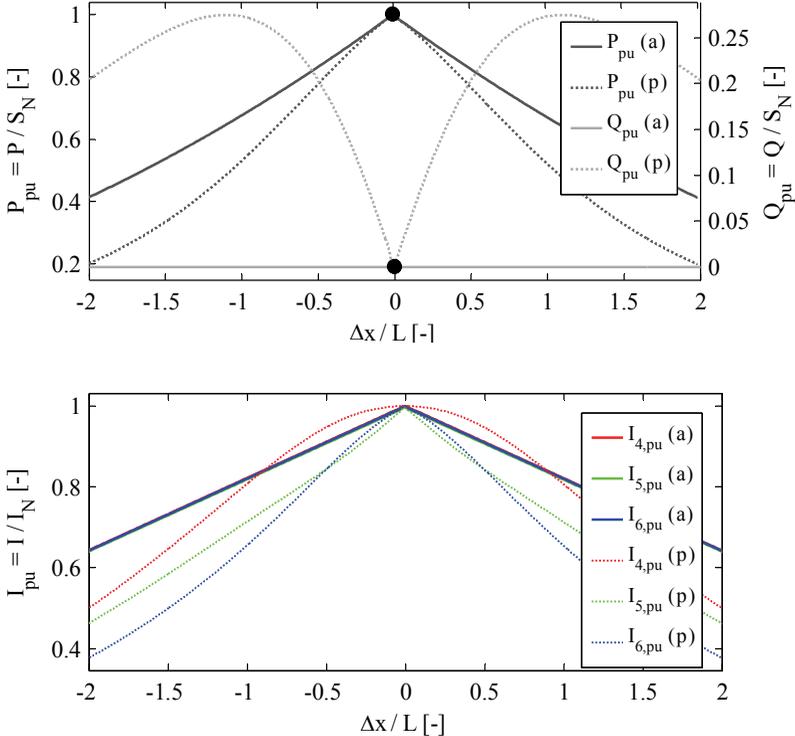


Abb. 3.6: Verlauf von Wirkleistung (P) und Blindleistung (Q), (oben) und Verlauf der Pickup-Phasenströme (unten) in Abhängigkeit des translatorischen Versatzes in normierter Darstellung. Ausgehend vom Nennpunkt entlang der X-Achse [81] im Fall mit Nachführung (a) und ohne Nachführung (p).

Lageversatz entlang der Y-Achse des Bezugssystems

Versatz entlang der Lateralachse (Y) wirkt sich stark auf die Wirkleistungsübertragung aus, die Nachführung der Kompensation bringt bei Lateralversatz jedoch nur begrenzten Mehrwert: Die zusätzlichen Wirkleistungseinbußen im Fall ohne Nachführung fallen vergleichsweise klein aus. Beim Blindleistungshaushalt zeigt sich im Fall mit Nachführung der Kompensation auch bei Late-

ralversatz das gewünschte Verhalten. Im Fall ohne Nachführung steigen die pendelnden Leistungsanteile mit zunehmendem Versatz ähnlich wie bei Versatz in X-Richtung vorerst rasch an, bevor sie zusammen mit abnehmender Überdeckung der Primärseite wieder abnehmen. Auf die Symmetrie der Ströme wirkt sich Lateralversatz deutlich schwächer aus als beispielsweise der Versatz entlang der X-Achse. Durch eine Nachführung kann jedoch insbesondere die Symmetrie der Phasenströme positiv beeinflusst werden.

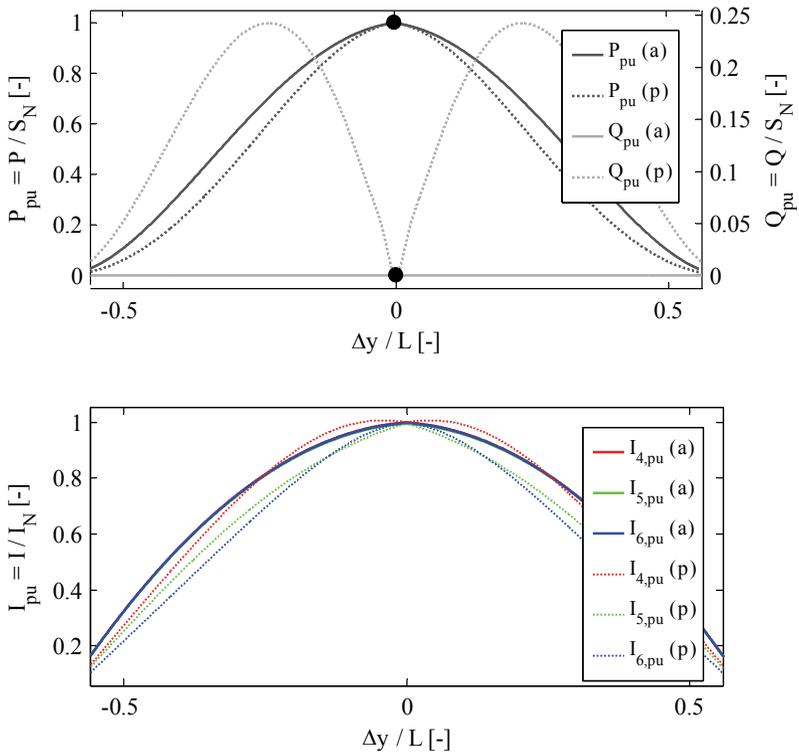


Abb. 3.7: Verlauf von Wirkleistung (P) und Blindleistung (Q), (oben) und Verlauf der Pickup-Phasenströme (unten) in Abhängigkeit des translatorischen Versatzes in normierter Darstellung. Ausgehend vom Nennpunkt entlang der Y-Achse [81] im Fall mit Nachführung (a) und ohne Nachführung (p).

Lageversatz entlang der Z-Achse des Bezugssystems

Mit zunehmendem Versatz entlang der Höhenachse des Bezugssystems nimmt die übertragene Wirkleistung ab. Zusammen mit der Kopplung des Primärsystems zum Sekundärsystem nimmt auch die induzierte Spannung in den Spulen/Wicklungen ab und vermindert die übertragene Wirkleistung bei gleichbleibender Lastimpedanz. Die zusätzliche Wirkleistungseinbuße bei fehlender Nachführung der Kompensation ist relativ klein, bewegt sich aber dennoch im Bereich bis zu einigen Prozent bezogen auf die Scheinleistung in abgestimmter Nennlage. Hinsichtlich des Blindleistungshaushalts bringt die Nachführung auch hier wieder den erhofften Mehrwert: Die pendelnden Leistungsanteile verschwinden mit der Nachführung. In Bezug auf das durch die drei Phasenströme gebildete Drehstromsystem wirkt sich die Nachführung der Kompensation positiv auf die Symmetrie aus.

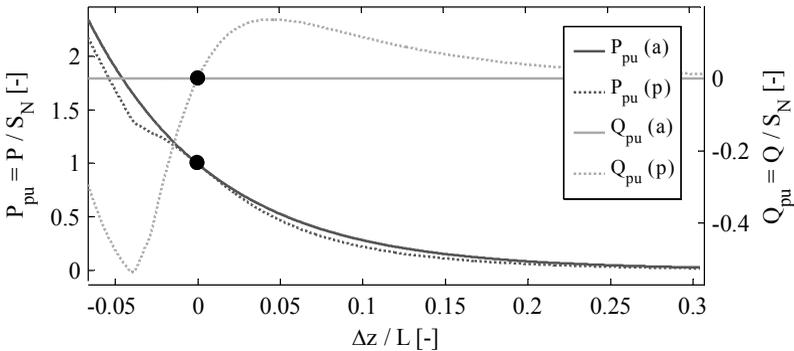


Abb. 3.8: Verlauf von Wirkleistung (P) und Blindleistung (Q) in Abhängigkeit des translatorischen Versatzes in normierter Darstellung. Ausgehend vom Nennpunkt entlang der Z-Achse [81] im Fall mit Nachführung (a) und ohne Nachführung (p).

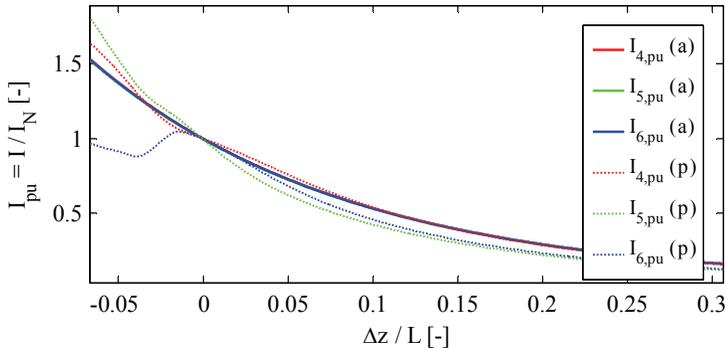


Abb. 3.9: Verlauf der Pickup-Phasenströme in Abhängigkeit des translatorischen Versatzes in normierter Darstellung. Ausgehend vom Nennpunkt entlang der Z-Achse im Fall mit Nachführung (a) und ohne Nachführung (p).

Notwendigkeit und Nutzen einer automatischen Nachführung der sekundärseitigen Kompensation lassen sich gut anhand der betrachteten Szenarien festlegen. Hinsichtlich des Blindleistungshaushalts können die unerwünschten pendelnden Leistungsanteile mit der Nachführung auch bei Lageversatz effektiv vom Primärsystem ferngehalten werden. Die Symmetrieeigenschaften des Drehstromsystems, das die drei Phasenströme bilden, können mit der Nachführung der Kompensation in allen betrachteten Szenarien positiv beeinflusst werden. Bei mehrphasigen Systemen nimmt die symmetrische Auslastung des Sekundärsystems eine zentrale Rolle ein, was in Kapitel 4 vertiefter aufgezeigt wird. Auf die Wirkleistungsübertragung wirkt sich die Nachführung insofern positiv aus, als dass die Leistungseinbußen aufgrund der Verstimmung des Systems kompensiert werden können. In den betrachteten Szenarien ist dies insbesondere bei Lageversatz entlang der X-Achse von Bedeutung. Die betrachteten Fälle haben lediglich grundlegenden Charakter. Im realen Fall ist Versatz in allen betrachteten translatorischen Freiheitsgraden und zusätzlich in rotatorischen Freiheitsgraden gleichzeitig möglich. Damit haben Lagefehler nochmal deutlich größeren Einfluss, was aber im Einzelfall für die jeweils auftretenden Abweichungen untersucht werden muss.

4. Topologie des betrachteten Leistungskreises

Im Fokus dieser Arbeit liegt in erster Linie ein System mit dreiphasiger Primärseite und dreiphasiger Sekundärseite. Bereits in den Grundlagen bei der Überführung des Spulenaufbaus in eine Ersatzdarstellung mit konzentrierten Parametern wurde jedoch zum besseren Verständnis der einphasige Fall stets vorangestellt. Insbesondere bei der Herleitung der mathematischen Modelle im vorliegenden Kapitel wird daher auch weiterhin der wesentlich einfacher darstellbare, einphasige Fall als Betrachtungsgrundlage angeführt.

4.1 Ein- und dreiphasige Anordnung

Die Betrachtungen am einphasigen System beschränken sich auf eine Serien-Serien kompensierte Einsatzkonfiguration mit primärseitiger Stromeinprägung nach Abb. 2.14. Der analoge Fall mit parallelkompensierter Primärseite nach Abb. 2.15 stellt bezüglich der mathematischen Modellbildung den einfacheren Fall dar und wird deshalb nicht weiter betrachtet.

Die Grundlage für ein System mit dreiphasiger Primär- und Sekundärseite wurde bereits in Abschnitt 2.3.6 gelegt: Die ersten drei Spulen nach Abb. 2.16 werden zum Primärspulensystem, platziert auf der ortsfesten Wegseite, und die verbleibenden drei Spulen zum Sekundärspulensystem (Pickup), platziert auf der ortsveränderlichen Fahrzeugseite, zusammengefasst. Eine vereinfachte Darstellung liefert die nachfolgende Abb. 4.1: Die Lage der drei Spulen mit den Indizes 1 bis 3 zueinander ist fest. Die drei Spulen bilden zusammen die dreiphasige Primärseite. Die drei Spulen mit den Indizes 4 bis 6 sind ebenfalls zueinander ortsfest und bilden analog zur Primärseite die dreiphasige Sekundärseite:

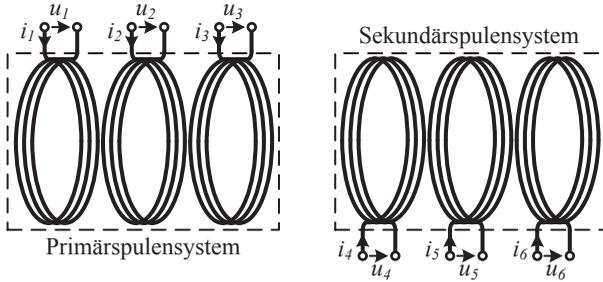


Abb. 4.1: Zusammenfassung der Spulen 1 bis 3 zum Primärspulensystem und Zusammenfassung der Spulen 4 bis 6 zum Sekundärspulensystem.

Analog zu den angeführten einphasigen Einsatzkonfigurationen sind für den dreiphasigen Fall nun zwei Varianten denkbar: Die erste Variante sieht für die dreiphasige Primärseite mit Stromeinprägung eine Serienkompensation vor. Die primärseitige Kopplung zum speisenden Pulswechselrichter mit eingepprägter Eingangsspannung erfolgt analog zum entsprechenden einphasigen Fall nach Abb. 2.14 über ein T-LCL Gyrator-Netzwerk. Die Ausgangsinduktivitäten des Gyrator-Netzwerks werden dabei durch einen Teil der Selbstinduktivitäten der Primärwicklung gebildet.

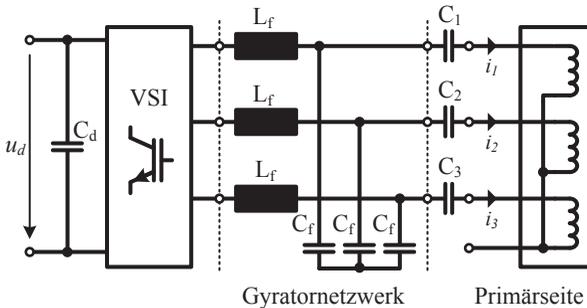


Abb. 4.2: Serienkompensierte dreiphasige Primärseite an Pulswechselrichter mit eingepprägter Eingangsspannung ($L_1 > L_f$).

Bei der zweiten Variante bildet die primärseitige Kompensationsstruktur ein Pendant zur Parallelkompensation im einphasigen Fall nach Abb. 2.15. Die Selbstinduktivitäten der primärseitigen Spulen/Wicklungen bilden hierbei

analog zum entsprechenden einphasigen Fall die Ausgangsinduktivitäten des Gyrator-Netzwerks.

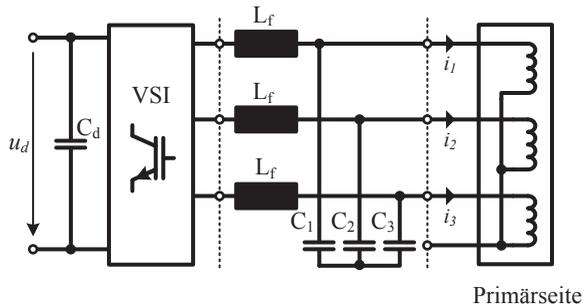


Abb. 4.3: Parallelkompensierte dreiphasige Primärseite an Pulswechselrichter mit eingprägter Eingangsspannung ($L_1 = L_f$).

Die Untersuchungen am dreiphasigen System beschränken sich auf die erste Variante mit serienkompensierter Primärseite nach Abb. 4.2: Die zweite Variante nach obiger Abbildung stellt bei der mathematischen Modellbildung den wesentlich einfacheren Fall dar und wird daher nicht separat betrachtet.

4.2 Grundlegende Feldbetrachtung – Vorteile höherphasiger Systeme

Symmetrisch betriebene Mehrphasensysteme bringen den Vorteil mit sich, dass die magnetische Flussdichte mit zunehmendem Abstand zur bestromten Spulenanordnung im Vergleich zu einphasigen Systemen deutlich schneller abnimmt, was im Folgenden grundsätzlich aufgezeigt werden soll. Am Beispiel eines symmetrisch betriebenen Dreiphasensystems mit sinusförmigen Stromverläufen wird einleitend erst der Fall betrachtet, bei dem sich alle drei Spulen den gleichen magnetischen Fluss teilen:

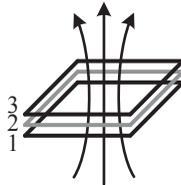


Abb. 4.4: Idealisierte 3-Spulen-Anordnung mit „ineinander“ liegenden Rechteckspulen.

Die drei Flüsse addieren sich zu null unter der Bedingung, dass sich die Zeitverläufe der drei Ströme zu jedem Zeitpunkt zu null addieren:

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \Psi_1(t) + \Psi_2(t) + \Psi_3(t) = L \cdot i_1(t) + L \cdot i_2(t) + L \cdot i_3(t) \\ &= \hat{i} \cdot L \cdot \left[\sin(\omega t) + \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4-1)$$

Im Bereich direkt über der Spulenanordnung wäre ein verschwindendes Magnetfeld aber keinesfalls dienlich, weshalb die drei Spulen räumlich versetzt angeordnet werden - im nachfolgenden Beispiel nebeneinander liegend.

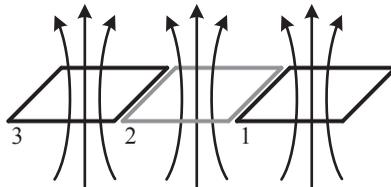


Abb. 4.5: Räumlich versetzte Anordnung der Spulen des Spulensystems.

Im Bereich direkt über den Spulen liegt bei gleicher Bestromung nun ein zeitlich nicht verschwindendes Magnetfeld vor, was für die Energieübertragung Grundvoraussetzung ist. Auch im direkten Umfeld der Spulen bildet sich ein Feldverlauf aus, welcher jedoch bei symmetrisch bestromten, mehrphasigen Systemen im Vergleich zu einphasigen Systemen mit zunehmendem Abstand zur Spulenanordnung stärker abnimmt.

Die Betrachtungen erfolgen im homogenen und isotropen Feldmedium und die Spulen sind als Rahmenspulen mit einer Kantenlänge von 0.4 m aufgefasst, wobei für die Berechnung der magnetischen Flussdichte das Gesetz von Biot-Savart herangezogen wird. Für einen endlich langen Linienleiter, durchflossen vom Strom I gilt im Punkt P auf der Ebene des Leiters für den Betrag der magnetischen Flussdichte [65]:

$$B_L(P, I) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_T} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \quad (4-2)$$

Mit komplexwertigem Strom lässt sich auch die magnetische Flussdichte als komplexwertige Größe auffassen:

$$\underline{B}_L(I) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_T} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \quad (4-3)$$

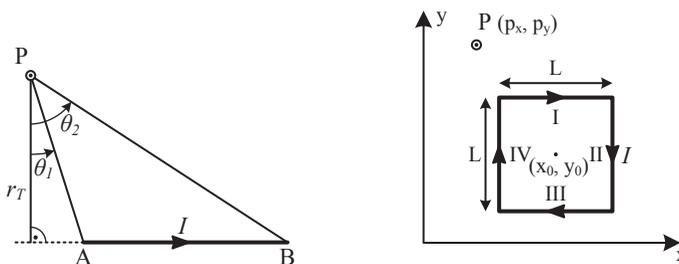


Abb. 4.6: Berechnung der magnetischen Flussdichte am endlich langen Linienleiter (a) und Anordnung vier solcher Leiterstücke zu einer Rahmenspule (b).

Die magnetische Fluss im Punkt $P(x,y)$ der Umgebung einer stromdurchflossenen quadratischen Rahmenspule kann in der Überlagerung der Anteile aller vier

Teil-Leiterstücke mit ihrer entsprechenden Ausrichtung gem. Abb. 4.6 gefunden werden zu:

Abs.	r_T	θ_1	θ_2
I	$y_p - y_0 - \frac{L}{2}$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(x_0 - x_p - \frac{L}{2}\right)\right)$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(x_0 - x_p + \frac{L}{2}\right)\right)$
II	$x_p - x_0 - \frac{L}{2}$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(y_0 - y_p + \frac{L}{2}\right)\right)$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(y_0 - y_p - \frac{L}{2}\right)\right)$
III	$y_0 - y_p - \frac{L}{2}$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(x_p - x_0 + \frac{L}{2}\right)\right)$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(x_p - x_0 - \frac{L}{2}\right)\right)$
IV	$x_0 - x_p - \frac{L}{2}$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(y_p - y_0 - \frac{L}{2}\right)\right)$	$\text{atan}\left(\frac{1}{r_T}\left(y_p - y_0 + \frac{L}{2}\right)\right)$

Tab. 4.1: Leiterabschnitte der Rahmenspule als Basis für Gleichung (4-3).

$$\underline{B}(P, L) = \underline{B}_I(P, L) + \underline{B}_{II}(P, L) + \underline{B}_{III}(P, L) + \underline{B}_{IV}(P, L) \quad (4-4)$$

Mit der Bedingung für symmetrische Bestromung des N-Spulensystems gilt für den Strom in der Phase n:

$$\underline{I}_{n,N} = \hat{I} \cdot e^{j \frac{(n-1)}{N}} \quad (4-5)$$

Und somit für die magnetische Flussdichte am Punkt P aus der Summe der Anteile aller beteiligten n Spulen des symmetrisch bestromten N-Spulensystems:

$$\underline{B}(P, \hat{I}) = \sum_{n=1}^N \underline{B}_n(P, \underline{I}_{n,N}) = \sum_{n=1}^N \underline{B}_n(P, \hat{I}) \cdot e^{j \frac{(n-1)}{N}} \quad (4-6)$$

Die Werte für die magnetische Flussdichte sind allesamt als Spannungspegel mit dem Referenzwert $1\mu\text{T}$ aufgetragen und beziehen sich auf eine Windung bei einem Strom von 1A. Im Folgenden werden der einphasige, der drei-, fünf- und siebenphasige Fall auf Spulenebene betrachtet ($N=\{1; 3; 5; 7\}$) und einander gegenübergestellt.

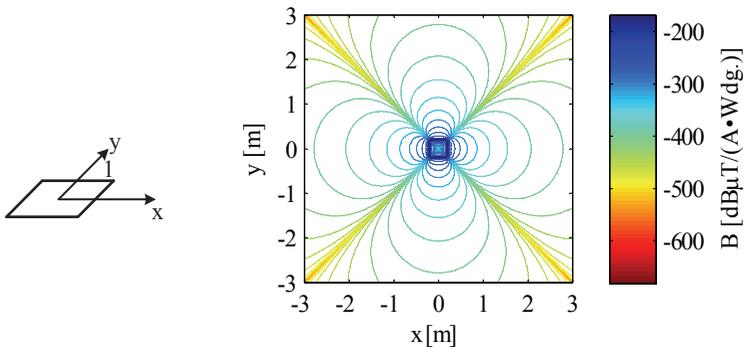


Abb. 4.7: Magnetische Flussdichteverteilung in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung im direkten Umfeld der Einzelspule auf der Spulenebene ($z=0$).

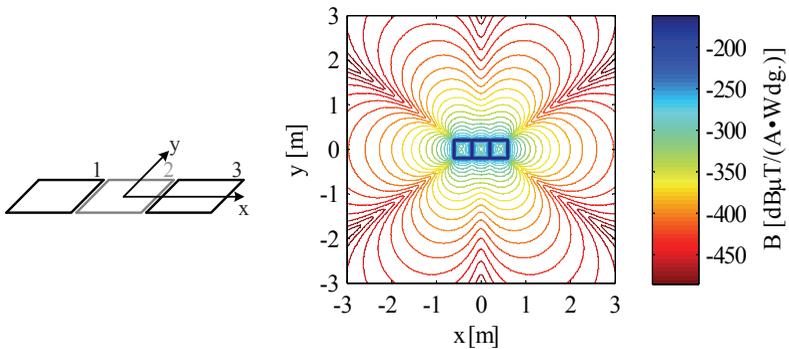


Abb. 4.8: Magnetische Flussdichteverteilung in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung im direkten Umfeld des drei-Spulen-Systems auf der Spulenebene ($z=0$).

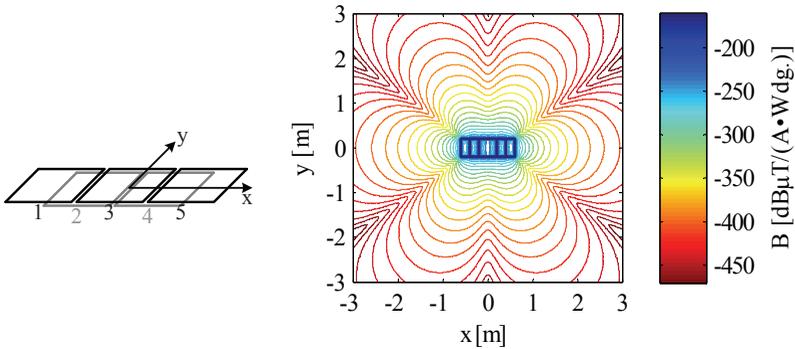


Abb. 4.9: Magnetische Flussdichteverteilung in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung im direkten Umfeld des fünf-Spulen-Systems auf Spulenebene ($z=0$).

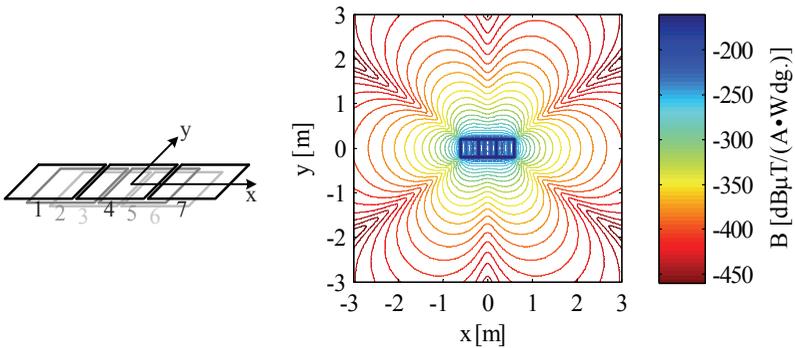


Abb. 4.10: Magnetische Flussdichteverteilung in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung im direkten Umfeld des sieben-Spulen-Systems auf Spulenebene ($z=0$).

Am Verlauf der magnetischen Flussdichte entlang der X- und Y-Achse außerhalb der Spulen ist die schnelle Abnahme der magnetischen Flussdichte mit dem Abstand zur Spulenanordnung bei den betrachteten höherphasigen Systemen rasch ersichtlich.

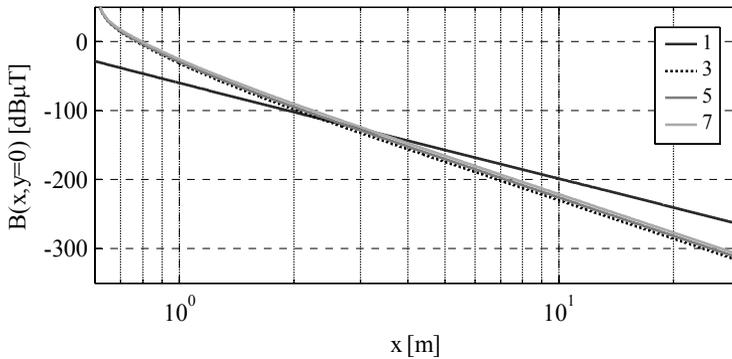


Abb. 4.11: Verlauf der magnetischen Flussdichte in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung entlang der X-Achse auf Spulenebene ($y=0, z=0$). Im Vergleich das ein-, drei-, fünf- und sieben-Spulen-System.

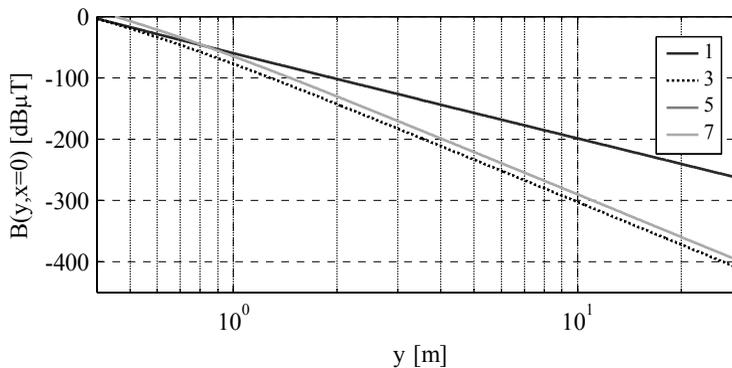


Abb. 4.12: Verlauf der magnetischen Flussdichte in $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung entlang der Y-Achse auf Spulenebene ($x=0, z=0$). Im Vergleich das ein-, drei-, fünf- und sieben-Spulen-System.

Bei den höherphasigen Systemen ist die Abnahme fast identisch. Die höhere Spulen-/Phasenzahl bringt gegenüber dem dreiphasigen Fall somit keinen wesentlichen Vorteil in dieser Hinsicht.

In der bisherigen Betrachtung des 3-Spulen-Systems liegen die drei Spulen Kante an Kante nebeneinander. Eine überlappende Anordnung nach Abb. 4.13 analog zum betrachteten fünf- und sieben-Spulen-System wirkt sich mit zunehm-

mender Überlappung konstant dämpfend auf den Verlauf entlang der X- und Y-Achse aus.

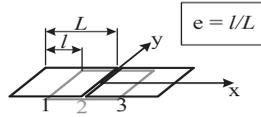


Abb. 4.13: Überlappend angeordnete Spulen.

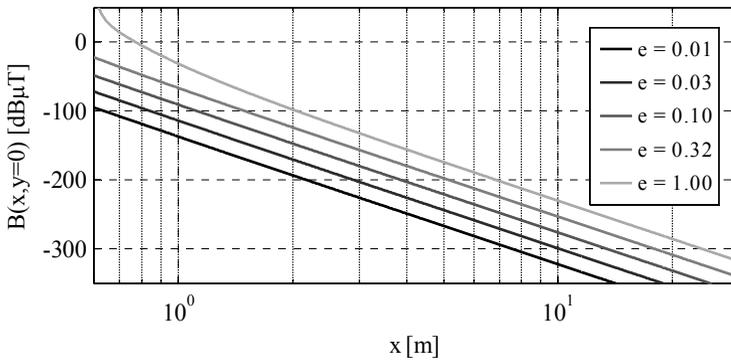


Abb. 4.14: Verlauf der magnetischen Flussdichte des drei-Spulen-Systems entlang der X-Achse und bei Überlappung der Spulen. Einheit: $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung auf Spulenebene ($y=0, z=0$).

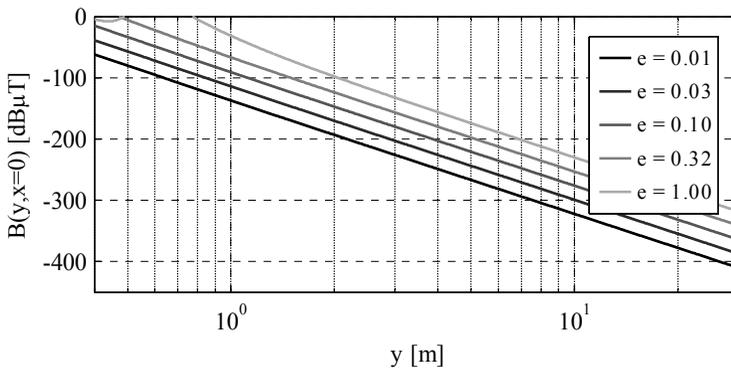


Abb. 4.15: Verlauf der magnetischen Flussdichte des drei-Spulen-Systems entlang der Y-Achse und bei Überlappung der Spulen. Einheit: $\text{dB}\mu\text{T}$ pro Ampere und pro Windung auf Spulenebene ($x=0, z=0$).

4.3 Mathematische Modellbildung

Die vollständige Abbildung des dynamischen Verhaltens bedarf mathematischer Modelle, die im folgenden Abschnitt erarbeitet werden. Die später behandelte Abstimmung der Systeme erfolgt mit Bezug auf Grundschiebungswerte. In den betrachteten ein- und dreiphasigen Aufbauten wird stets nur der Fall mit serienkompensierter Primärseite und serienkompensierter Sekundärseite betrachtet. Bei der mathematischen Modellierung der gekoppelten Spulensysteme gilt stets die Annahme, dass sich die Kopplungsverhältnisse der Spulen zeitlich viel langsamer ändern, als die in den Spulen fließenden Ströme.

4.3.1 Einphasiges System

Das betrachtete einphasige System entspricht dem beidseitig serienkompensierten Fall für den Betrieb am Pulswechselrichter mit einer Speisung ab Gleichspannungs-Zwischenkreis nach Abb. 2.14. Die primärseitige Anordnung führt bei konstant gehaltener Spannung am Wechselrichterausgang zu einem konstanten Strom in der Primärseite des Übertragungssystems. Am Ausgang des Systems liegt eine Vollbrücke zur Gleichrichtung der AC-Größen am kompensierten Pickup-Ausgang. Die Basis für die Modellbildung des Gesamtsystems lässt sich wie folgt in einem elektrischen Ersatzschaltbild darstellen:

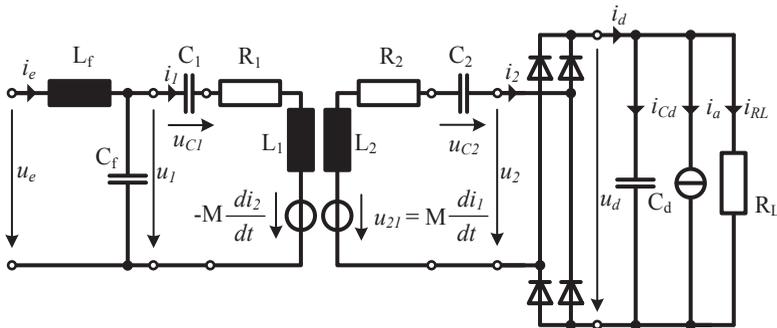


Abb. 4.16: Elektrisches Ersatzschaltbild des serien-serien-kompensierten Spulensystems mit Gleichrichter/Lastäquivalent am Ausgang und Gyrator-Schaltung am Eingang für die Speisung mit einem Pulswechselrichter ab Spannungszwischenkreis.

Die Induktivität L_f am Eingang des Systems bildet zusammen mit der primärseitigen Selbstinduktivität und der Kapazität C_f die resonante LCL-Anordnung für die Einprägung des Primärstroms (passiver Gyrator). Die Last am Gleichrichterausgang wird mit einem Lastäquivalent nachgebildet. Als Grundlage für die Modellbildung dienen die in Abschnitt 2.3.1 eingeführten mathematischen Modelle gekoppelter Spulen. Im einphasigen Fall resultiert die mit den statischen Kompensations-Kondensatoren beschaltete Spulenanordnung nach Abb. 4.17. Das System lässt sich durch den Satz gewöhnlicher Differentialgleichungen (4-7) beschreiben:

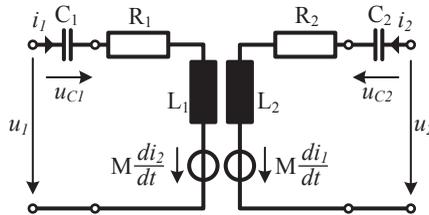


Abb. 4.17: Ersatzschaltbild des Serien-Serien-kompensierten Spulensystems.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & \\ & R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{C1} \\ u_{C2} \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

Der besseren Darstellung halber wird das Vorzeichen des Stroms i_2 invers definiert, so dass sich der Ausgang des Pickups im Verbraucherzählpeilsystem bei positiven Werten des Stroms wie eine Quelle verhält:

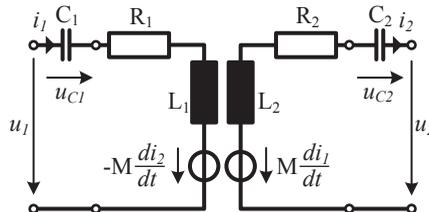


Abb. 4.18: Elektrisches Ersatzschaltbild des modifizierten Serien-Serien-kompensierten Spulensystems.

Gleichung (4-7) muss dementsprechend angepasst werden zu:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & -M \\ M & -L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & \\ & -R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{C1} \\ -u_{C2} \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

Das Verhalten des am Pickup-Ausgang verbauten Vollbrücken-Gleichrichters lässt sich mit der Annahme ideal arbeitender Dioden (kein Vorwärtsspannungsabfall im leitenden Zustand und ideales, verlustfreies Ein- und Ausschalten der Dioden) unter folgenden Voraussetzungen mit den folgenden Gleichungen mathematisch beschreiben:

$$u_2 = \operatorname{sgn}(i_2) \cdot u_d \quad (4-9)$$

$$i_d = |i_2| \quad (4-10)$$

Das Lastnetzwerk an den Ausgangsklemmen des statisch kompensierten Pickup wird verallgemeinert durch einen ungesteuerten Gleichrichtersatz mit nachgeschalteter Kapazität (Zwischenkreis), reeller Impedanz R_L sowie einer Konstantstromquelle i_a dargestellt. Sinnvoll sind später folgende Vorgaben für die Stromquelle:

Lastverhalten der Stromquelle	Vorgabe i_a
Last verhält sich wie ohmscher Verbraucher	$i_a = 0$
Konstanter Strom	$i_a = cst.$

Tab. 4.2: Lastverhalten: Vorgaben für die Modellierung des Lastverhaltens.

Der Fall mit rein ohmscher Last stellt einen allgemeinen Fall dar. Interessant in der Anwendung des Systems mit direkter Ankopplung an den Gleichspannungs-Zwischenkreis eines Fahrzeugs in der typischen Konfiguration ist der zweite Fall: Am Zwischenkreis liegen typischerweise mehrere Stromrichter (Antrieb(e), Energiespeicher, Hilfsbetriebe), die sich gegenüber dem Zwischenkreis allesamt wie gesteuerte Stromquellen verhalten.

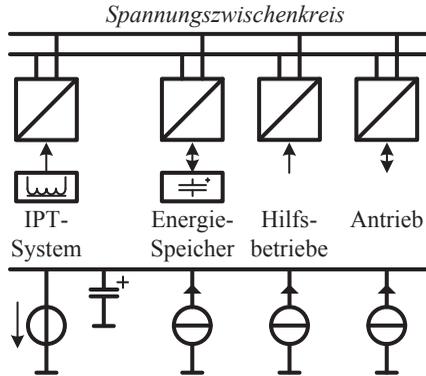


Abb. 4.19: Typische Konfiguration der elektrischen Leistungskomponenten am Fahrzeugzwischenkreis.

Eine Beschreibung des gesamten Systems im Zustandsraum kann durch Umstellen von (4-8) nach der zeitlichen Ableitung des Stroms und Ergänzen der Gleichungen zur Beschreibung der diskreten LC-Stufe am Eingang der kompensierten Primärseite und der Gleichungen des Lastäquivalents als Gleichungssystem wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_1 & -M \\ M & -L_2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 & \\ & -R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{C1} \\ -u_{C2} \end{bmatrix} \right) \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_{C1} \\ u_{C2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{1s} & 0 \\ 0 & C_{2s} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \\ \frac{d}{dt} (i_e) &= \frac{1}{L_f} (u_e - u_1) \\ \frac{d}{dt} (u_1) &= \frac{1}{C_f} (i_e - i_1) \\ \frac{d}{dt} (u_d) &= \frac{1}{C_d} \left(i_d - \frac{u_d}{R_L} - i_a \right) \end{aligned} \quad (4-11)$$

Der Gleichrichter stellt die beiden nichtlinearen algebraischen Nebenbedingungen:

$$u_2 = \operatorname{sgn}(i_2) \cdot u_d \quad (4-9)$$

$$i_d = |i_2| \quad (4-10)$$

4.3.1.1. Abstraktion der Sekundärseite

Für die folgenden Betrachtungen ist nur die Sekundärseite relevant – die Konstantstrom-Speisung des Primärkreises wird dazu als **rückwirkungsfrei ideal** vorausgesetzt. Die im Sekundärkreis induzierte Spannung u_{21} verliert ihre Abhängigkeit vom Strom i_2 und nimmt den Charakter einer ideellen Spannungsquelle an. Der relevante Teil der Schaltung resultiert in einem Ersatzschaltbild wie folgt:

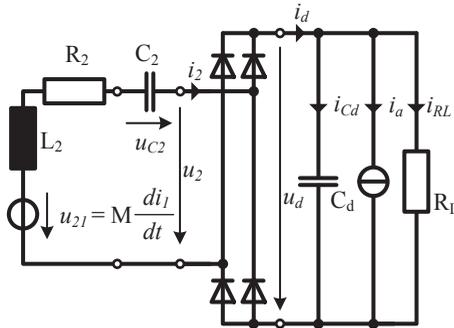


Abb. 4.20: Serienkompensierte Sekundärseite des betrachteten Systems mit Gleichrichter und Lastäquivalent.

Die Gleichung für die kompensierte Sekundärwicklung folgt direkt aus (4-8):

$$u_2 = [M \quad -L_2] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} - R_2 i_2 - u_{C2} \quad (4-12)$$

Umstellen der Gleichung nach der zeitlichen Ableitung des Stroms i_2 und Substitution des vom Strom i_1 abhängigen Terms mit der induzierten Spannung u_{21} liefert folgende Form:

$$\frac{d}{dt} i_2 = \frac{1}{L_2} (u_{21} - u_2 - R_2 i_2 - u_{C2}) \quad (4-13)$$

Mit der zusätzlichen Ausgangsbeschaltung des Pickup lässt sich die beschreibende Differentialgleichung (4-13) zu folgendem System gewöhnlicher nichtlinearer Differentialgleichungen erster Ordnung erweitern:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} u_{C2} &= \frac{1}{C_2} (i_2) \\
\frac{d}{dt} u_d &= \frac{1}{C_d} (i_{Cd}) = \frac{1}{C_d} (i_d - i_a - i_{RL}) = \frac{1}{C_d} \left(|i_2| - i_a - \frac{u_d}{R_L} \right) \\
\frac{d}{dt} i_2 &= \frac{1}{L_2} u_{L2} = \frac{1}{L_2} \left(u_{21} - \underbrace{u_d \cdot \text{sgn}(i_2)}_{u_2} - R_2 i_2 - u_{C2} \right)
\end{aligned} \tag{4-14}$$

Als Referenz für die Konstantstromquelle i_a wird bedarfsgemäß ein Ausdruck nach Tab. 4.2 in die Gleichung eingesetzt.

Für die automatische Abstimmung der Sekundärseite wird nach dem Vorbild eines im Anhang B diskutierten Schaltungsansatzes eine verstellbar wirkende Kapazität C_v der bereits vorhandenen statischen Kompensationskapazität C_{2s} in Reihe vorgeschaltet. Der angesprochene Schaltungsansatz wird an dieser Stelle lediglich in seinem Grundswingungsverhalten abgebildet. Für die gesamthaft wirkende Kapazität C_2 kann nach der Erweiterung folgendes notiert werden:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{2s}} + \frac{1}{C_v(\alpha)} = \frac{1}{C_{2s}} + \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{C_x \cdot \pi} \tag{4-15}$$

Die verstellbar wirkende Kapazität C_v wird über den Steuerwinkel α im Intervall $[0 \ 90^\circ]$ angesteuert, wobei C_x als reellwertige Konstante zu sehen ist.

4.3.1.2. Validierung des Modells für die Sekundärseite

Die Validierung des Modells erfolgt mithilfe der SIMULINK-Toolbox SimPowerSystems. Als Referenz für die Validierung wird eine Implementierung der Schaltung nach Abb. 4.20 in SimPowerSystems herangezogen. Die zugrunde liegenden Parameter liegen im Anhang C.1 bei. Der Steuerwinkel der verstellbaren Reaktanz stellt die Haupt-Eingangsgröße dar - im betrachteten Zeitintervall wurde für diesen ein Zeitverlauf wie folgt vorgegeben:

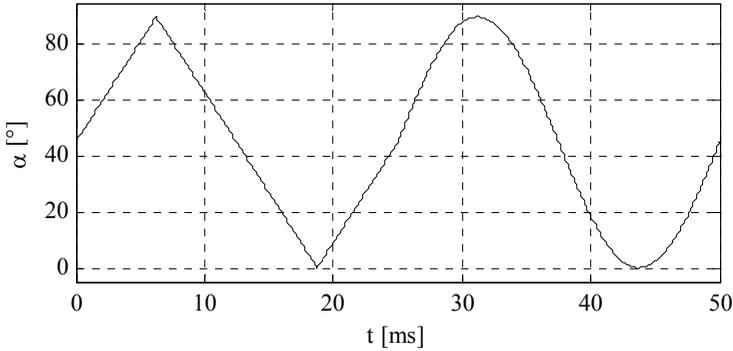


Abb. 4.21: Zeitverlauf des Steuerwinkels α als Haupteingangsgröße für die Validierung des mathematischen Modells.

Der Referenzwert i_a der Stromquelle ist für die Validierung gem. dem ersten Fall nach Tab. 4.2 vorgegeben (rein ohmsche Last). Als Maß der Übereinstimmung beider Zeitverläufe im betrachteten Intervall wird der Bravais-Pearson'sche Maßkorrelationskoeffizient r_{BP} herangezogen. Der Korrelationskoeffizient liegt definitionsgemäß im Intervall $[0 \ 1]$, wobei der Grad der Übereinstimmung mit zunehmendem Wert besser wird. Werte nahe Eins repräsentieren eine gute Übereinstimmung der verglichenen Signale.

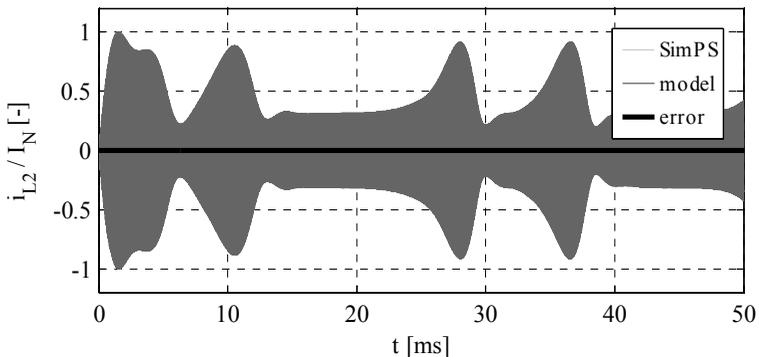


Abb. 4.22: Zeitverlauf des Phasenstroms i_{L2} , $r_{BP} = 99,98\%$.

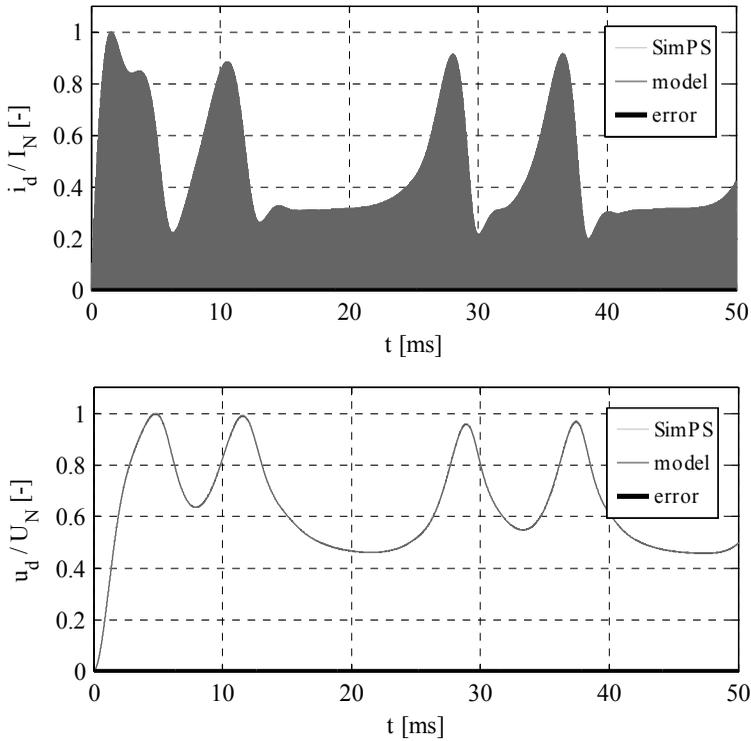


Abb. 4.23: Zeitverläufe des Gleichstroms i_d am Ausgang ($r_{BP} = 99,98\%$, oben) und der Gleichspannung u_d am Ausgang ($r_{BP} = 99,97\%$, unten).

Das mathematische Modell zeigt kaum Abweichungen von der Schaltungssimulation mit SimPowerSystems, was an den Werten der jeweils zugehörigen Korrelationskoeffizienten gut sichtbar wird.

4.3.2 Dreiphasiges System

Die in Abschnitt 4.1 beschriebene Einsatzkonfiguration der betrachteten dreiphasigen Primärseite wird mit einer dreiphasigen, serienkompensierten Sekundärseite zu einem Übertragungssystem vervollständigt. Die Ausgangsbeschaltung wird durch einen Gleichrichter und ein Lastäquivalent gebildet.

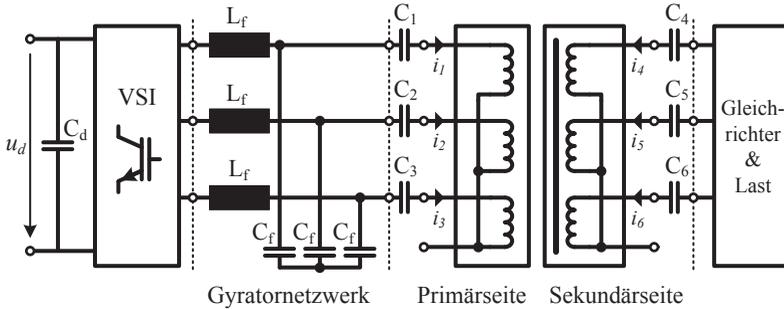


Abb. 4.24: Übersicht betrachtetes dreiphasiges System mit beidseitiger Serienkompensation.

Die Grundlage für die mathematische Beschreibung des magnetischen Kreises mit seinen sechs Spulen/Wicklungen liefert Gleichung (2-64). Die Induktivitätsmatrix L mit der Definition eines Primär- und Sekundärspulensystems nach Abb. 4.1 lässt sich nun etwas differenzierter betrachten und in mehrere Teilmatrizen aufspalten:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c} \underbrace{\begin{pmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 \end{pmatrix}}_{L_A} \\ \underbrace{\begin{pmatrix} M_{14} & M_{24} & M_{34} \\ M_{15} & M_{25} & M_{35} \\ M_{16} & M_{26} & M_{36} \end{pmatrix}}_{M^T} \end{array} \right] \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c} \underbrace{\begin{pmatrix} M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{34} & M_{35} & M_{36} \end{pmatrix}}_M \\ \underbrace{\begin{pmatrix} L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{45} & L_5 & M_{56} \\ M_{46} & M_{56} & L_6 \end{pmatrix}}_{L_B} \end{array} \right] \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

Aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Gegeninduktivität stellt die Kopplungsmatrix L eine Diagonalmatrix dar - einige Induktivitäten treten daher mehrmals auf. Es treten insgesamt lediglich 21 unterschiedliche Induktivitäten

auf. Die Teilmatrizen L_A , L_B beschreiben die Kopplungsverhältnisse der einzelnen Spulen auf der Primär- resp. Sekundärseite untereinander und die Teilmatrix M beschreibt die Kopplungsverhältnisse zwischen den Spulen der Primär- und Sekundärseite. Während die beiden Teilmatrizen L_A und L_B nebst den Selbstinduktivitäten auch Gegeninduktivitäten enthalten, enthält M nur Gegeninduktivitäten.

An dieser Stelle werden analog zum einphasigen Fall auch wieder die Vorzeichen der Ströme an den Sekundärwicklungen invers definiert, so dass sich diese bezüglich ihrer Anschlussklemmen im Verbraucherzählpeilsystem bei positiven Werten wie Quellen verhalten. Gleichung (4-16) wird entsprechend angepasst:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ -R_4 \\ -R_5 \\ -R_6 \end{bmatrix}^T \right) \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_A & -M \\ M^T & -L_B \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (4-17)$$

Der besseren Darstellbarkeit halber werden an dieser Stelle Subvektoren für die primär- und sekundärseitigen Ströme, sowie Submatrizen für die ohmschen Anteile der Wicklungen auf der Primär- und Sekundärseite wie folgt eingeführt:

$$R_p = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix}^T \right) \quad (4-18) \quad R_s = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{bmatrix}^T \right) \quad (4-19)$$

Bezeichnung und Indexierung der auf Primär- bzw. Sekundärseite bezogenen Spannungs- und Stromvektoren sind wie folgt aufgebaut:

$$\vec{x}_{np} = \begin{bmatrix} x_{n1} \\ x_{n2} \\ x_{n3} \end{bmatrix} \quad (4-20) \quad \vec{x}_{ns} = \begin{bmatrix} x_{n4} \\ x_{n5} \\ x_{n6} \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

Die Indizes „p“ und „s“ deuten den Bezug zur Primär- bzw. Sekundärseite und der Index „n“ den Bezug zum betrachteten Element an. Gleichung (4-17) lässt

sich mit der Ergänzung der Spannungen an den Elementen der Serienkompensation damit kompakter schreiben zu:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_p \\ \bar{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_A & -M \\ M^T & -L_B \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{Cp} \\ -\bar{u}_{Cs} \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

Nach dem Auftrennen der Kopplungsanteile zur Primärseite hin und den Kopplungsanteilen zu den benachbarten Phasen resultiert:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_p \\ \bar{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{ip} \\ \bar{u}_{is} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_A & 0 \\ 0 & -L_B \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{Cp} \\ -\bar{u}_{Cs} \end{bmatrix} \quad (4-23)$$

mit den induzierten Spannungen:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{ip} \\ \bar{u}_{is} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -M \\ M^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

Das Aufspalten von L_A und L_B in Selbst- und Gegeninduktivitätsanteile:

$$L_A = \begin{pmatrix} L_1 & & \\ & L_2 & \\ & & L_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & \end{pmatrix} \quad (4-25)$$

$$L_B = \begin{pmatrix} L_4 & & \\ & L_5 & \\ & & L_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & M_{45} & M_{46} \\ M_{45} & & M_{56} \\ M_{46} & M_{56} & \end{pmatrix} \quad (4-26)$$

ermöglicht folgende Darstellung:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_p \\ \bar{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{ip} \\ \bar{u}_{is} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{xp} \\ -\bar{u}_{xs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{Lp} \\ -\bar{u}_{Ls} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_{Cp} \\ -\bar{u}_{Cs} \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

mit:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{Lp} \\ \bar{u}_{Ls} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} L_1 & & \\ & L_2 & \\ & & L_3 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & -\begin{pmatrix} L_4 & \\ & L_5 \\ & & L_6 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{xp} \\ \bar{u}_{xs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & -\begin{pmatrix} & M_{45} & M_{46} \\ M_{45} & & M_{56} \\ M_{46} & M_{56} & \end{pmatrix} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_p \\ \bar{i}_s \end{bmatrix} \quad (4-29)$$

Mit der Darstellung nach (4-27) lässt sich ein geeignetes Ersatzschaltbild der gesamten Anordnung einschließlich des Netzwerks für die Stromeinprägung am Eingang der kompensierten Primärseite, des Gleichrichters und des Lastäquivalents am Ausgang der Sekundärseite gewinnen:

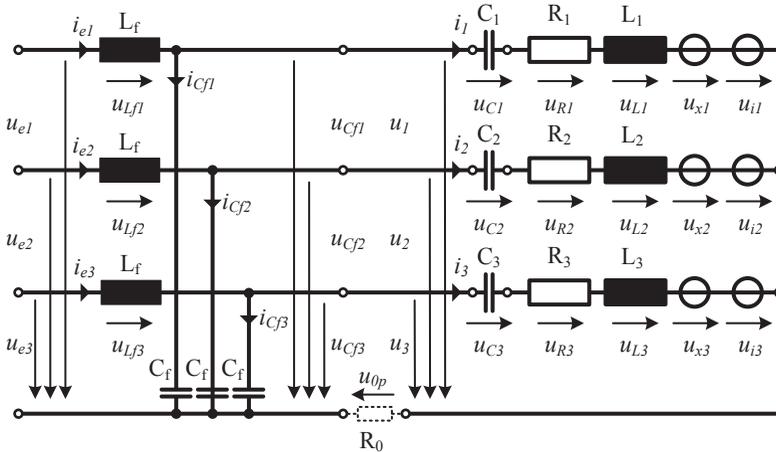


Abb. 4.25: Elektrisches Ersatzschaltbild der Primärseite

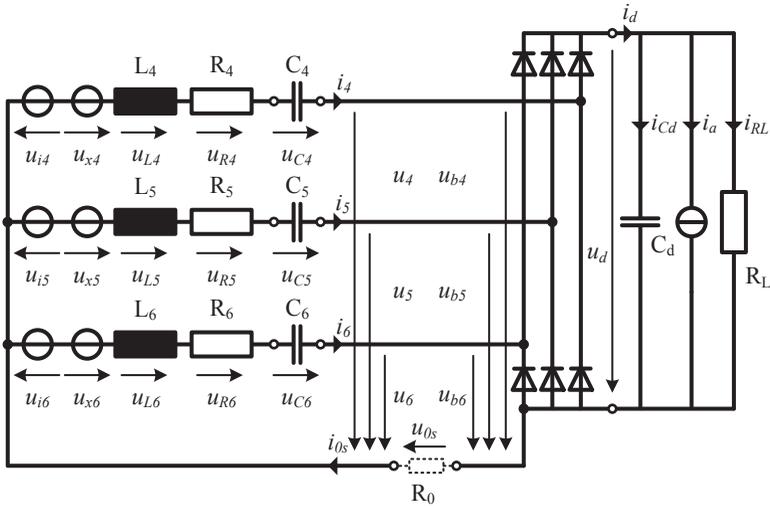


Abb. 4.26: Elektrisches Ersatzschaltbild der Sekundärseite (Pickup) [80].

Die Dioden-Vollbrücke zwischen dem Ausgang der kompensierten Sekundärseite und dem Fahrzeug-Spannungszwischenkreis lässt sich mit denselben Annahmen wie beim einphasigen Gleichrichter im vorangehenden Abschnitt modellieren. Der Schaltzustand der als ideal schaltend angenommenen Dioden wird mithilfe einer einfachen Schaltfunktion beschrieben [66]. Sie beschreibt den Schaltzustand in Abhängigkeit vom Vorzeichen des Arguments und entspricht bis auf die klassische Definition an der Stelle $x=0$ der Heaviside-Funktion:

$$g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (4-30)$$

Bei der Anwendung der Schaltfunktion auf Vektoren gelte:

$$g(\vec{x}) = g \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g(x_1) \\ g(x_2) \\ \vdots \\ g(x_n) \end{pmatrix} \quad (4-31)$$

Mithilfe der eingeführten Schaltfunktion lassen sich nun die Spannungen u_{b4} , u_{b5} und u_{b6} am Gleichrichtereingang in Abhängigkeit der drei Phasenströme und der Spannung u_d am Gleichrichter Ausgang formulieren:

$$\begin{bmatrix} u_{b4} \\ u_{b5} \\ u_{b6} \end{bmatrix} = g \begin{pmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{pmatrix} \cdot u_d \quad (4-32)$$

Der Strom i_d am Ausgang des Gleichrichters lässt sich wie folgt mithilfe der eingeführten Schaltfunktion in Abhängigkeit der drei Phasenströme angeben:

$$i_d = i_4 \cdot g(i_4) + i_5 \cdot g(i_5) + i_6 \cdot g(i_6) \quad (4-33)$$

$$i_d = \vec{i}_s^T \cdot g(\vec{i}_s)$$

Mithilfe dreier Maschen nach dem zweiten Kirchhoff'schen Gesetz lässt sich der Zusammenhang zwischen den Spannungen am Ausgang des kompensierten Sekundärsystems und dem Gleichrichter wie folgt formulieren:

$$\vec{u}_s = \begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{b4} \\ u_{b5} \\ u_{b6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{0s} \\ u_{0s} \\ u_{0s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{b4} \\ u_{b5} \\ u_{b6} \end{bmatrix} + u_{0s} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

Zusätzlich gilt am Sternpunkt des kompensierten Spulensystems (Sekundärseite) nach dem ersten Kirchhoff'schen Gesetz:

$$i_4 + i_5 + i_6 = i_{0s} \quad (4-35)$$

Bei offenem Sternpunkt gilt $i_{0s} = 0$. Für den Fall symmetrischer Speisung des Gleichrichters werden in [66] folgende Abhängigkeiten ohne Herleitung angegeben:

$$\vec{u}_s = \begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{r4} \\ u_{r5} \\ u_{r6} \end{bmatrix} + u_{0s} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot g \left(\begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \right) \cdot u_d \quad (4-36)$$

Die Ausdrücke lassen sich in wenigen Zwischenschritten an (4-34) nachvollziehen, indem die im symmetrischen Fall geltende Bedingung hinzugezogen wird:

$$u_4 + u_5 + u_6 = 0 \quad (4-37)$$

Im Rahmen dieser Arbeit ist jedoch der allgemeine Fall, welcher insbesondere auch stark unsymmetrische Bedingungen mit einschließt, von Interesse. Die obige Bedingung ist deshalb keinesfalls hinreichend für die Beschreibung.

Bei der Bestimmung der benötigten Abhängigkeit $\vec{u}_s = f(\vec{i}_s)$ für den allgemeinen Fall muss nebst den drei Maschen nach (4-34) wiederum auch die Knotengleichung am Sternpunkt des Spulensystems (4-35) berücksichtigt werden, damit nach den insgesamt vier Unbekannten (u_4, u_5, u_6 und u_{0s}) aufgelöst werden kann. Dazu müssen die drei Komponenten des Spannungsvektors am Gleichrichter Eingang (4-32) nach dem jeweils zugehörigen Strom umgestellt und in die Knotengleichung (4-35) eingesetzt werden. Doch bereits bei diesem ersten Schritt scheitert das Vorhaben: Die drei Spannungen u_{b4} , u_{b5} und u_{b6} nach (4-32) sind durch die in (4-30) definierte Schaltfunktion mit den zugehörigen Phasenströmen verknüpft. Zur Schaltfunktion (4-30) existiert aber keine Umkehrfunktion, da sie einen Sprung beim Nulldurchgang der abhängigen Variablen aufweist. Die gewählte Schaltfunktion modelliert das Schaltverhalten einer idealisierten Diode und wurde im Kontext der späteren Simulation des Gesamtsystems möglichst einfach gewählt. Ein erster Ansatz zur Lösung des Problems ist die Einführung einer Funktion, die das Schaltverhalten der Diode realitätsnäher abbildet und für die vor allem eine Umkehrfunktion definiert ist. Bei Untersuchungen des Kleinsignalverhaltens von Dioden ist die Exponentialfunktion gängig. Bei der späteren Ableitung von Modellen, welche das Verhalten der zeitlich gemittelten Schaltung beschreiben, wäre die Einführung von Exponentialfunktionen aber aufgrund der dadurch entstehenden zusätzlichen Komplexität der Modelle von großem Nachteil. Durch eine geringfügige Modifikation der Schaltung im Gesamtsystem nach Abb. 4.26 lässt sich das Problem elegant lösen, ohne die ursprünglich eingeführte Schaltfunktion verwerfen zu müssen: Zwischen dem Sternpunkt des kompensierten Spulensystems und dem negativen Ausgang des Gleichrichters wird ein im Verhältnis zu den in der Schaltung auftretenden Impedanzen sehr hochohmiger Widerstand R_0 eingebracht. Das Ziel liegt darin, die vierte Bedingung (4-35) möglichst gut anzunähern in dem ein im Verhältnis zu den Phasenströmen vernachlässigbar kleiner Strom durch R_0 fließt. Der zusätzliche Widerstand ermöglicht so die direkte Verknüpfung der Sternpunktspannung u_{0s} mit den drei Phasenströmen:

$$u_{0s} = R_0 \cdot i_{0s} = R_0 \cdot (i_4 + i_5 + i_6) \quad (4-38)$$

Bei der numerischen Lösung der Gleichungen ist zu erwarten, dass das Produkt des vergleichsweise groß gewählten Widerstandswerts R_0 mit der näherungsweise verschwindenden Summe der drei Ströme in einem endlich großen Wert für die Spannung u_{0s} nach obiger Gleichung endet. Hierbei ist essentiell, dass die Darstellung des Werts der sehr kleinen Stromsumme und dem sehr großen Wert des Widerstands auf dem Digitalrechner möglich ist. Dies um Rundungsfehler und deren möglichen negativen Auswirkungen auf die Konvergenz der eingesetzten Lösungsverfahren zu vermeiden. Die mit den drei Phasenströmen ausgedrückte Sternpunktspannung definiert nun zusammen mit den Spannungen u_{b4} , u_{b5} und u_{b6} am Gleichrichtereingang über (4-34) auch die gesuchten drei Klemmenspannungen u_4 , u_5 und u_6 :

$$\vec{u}_s = \begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{b4} \\ u_{b5} \\ u_{b6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{0s} \\ u_{0s} \\ u_{0s} \end{bmatrix} = u_d \cdot g(\vec{i}_s) + \underbrace{R_0 \cdot (i_4 + i_5 + i_6)}_{u_{0s}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

Mit diesen drei Gleichungen sind im Gesamtsystem die drei Klemmenspannungen u_4 , u_5 und u_6 am Ausgang des kompensierten Spulensystems auch für den unsymmetrischen Fall über die drei Phasenströme definiert. Für das Lastnetzwerk am Gleichrichterausgang lässt sich folgende Gleichung angeben:

$$\frac{d}{dt} u_d = \frac{1}{C_d} (i_{C_d}) = \frac{1}{C_d} \left(i_d - i_a - \frac{u_d}{R_L} \right) \quad (4-40)$$

Zusammen mit den Gleichungen der primär- und sekundärseitigen Kompensationskapazitäten und der diskreten Bauelemente des Gyrator-Netzwerks, sowie der Gleichung zur Beschreibung des Gleichstroms i_d aus den Phasenströmen des Spulensystems (4-33) lassen sich die relevanten Gleichungen zur Beschreibung des Gesamtsystems angeben. Das nichtlineare, differential-algebraische Problem lässt sich mit einem Satz Gleichungen, bestehend aus vier algebraischen Gleichungen (Gleichrichter) und insgesamt 16 Differentialgleichungen erster Ordnung mathematisch beschreiben. Die Nichtlinearität im System kommt über die algebraischen Nebenbedingungen im Schaltverhalten der Dioden mit der gewählten Schaltfunktion zustande.

Zustandsgleichungen Spulensystem:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{i}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A & -M \\ M^T & -L_B \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \vec{u}_p \\ \vec{u}_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{i}_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{u}_{Cp} \\ -\vec{u}_{Cs} \end{bmatrix} \right) \quad (4-41)$$

Zustandsgleichungen Serienkompensation:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{u}_{Cp} \\ \vec{u}_{Cs} \end{bmatrix} = \text{diag}[C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{i}_s \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

Zustandsgleichungen LC-Eingangsstufe:

$$\frac{d}{dt} \vec{i}_e = \frac{1}{L_f} (\vec{u}_e - \vec{u}_{Cf}) \quad (4-43)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{u}_{Cf} = \frac{1}{C_f} (\vec{i}_e - \vec{i}_p) \quad (4-44)$$

Zustandsgleichung Lastäquivalent:

$$\frac{d}{dt} u_d = \frac{1}{C_d} (\vec{i}_{Cd}) = \frac{1}{C_d} \left(i_d - i_a - \frac{u_d}{R_L} \right) \quad (4-40)$$

Algebraische Nebenbedingungen (Gleichrichter):

$$\begin{bmatrix} \vec{u}_p \\ \vec{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{u}_{Cf} - R_0 \cdot (i_1 + i_2 + i_3) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ u_d \cdot \vec{g}(\vec{i}_s) + R_0 \cdot (i_4 + i_5 + i_6) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

$$i_d = \vec{i}_s^T \cdot \vec{g}(\vec{i}_s) \quad (4-33)$$

4.3.2.1. Abstraktion der Sekundärseite

Für die folgenden Betrachtungen ist wiederum nur die Sekundärseite interessant – die Konstantstrom-Speisung des Primärkreises wird auch hier als rückwirkungsfrei ideal vorausgesetzt, d.h. komplexwertige Phase und Amplitude der drei sinusförmig eingprägten Ströme werden durch eine entsprechende Quelle primärseitig konstant gehalten ($I_1 = \text{cst.}$, $I_2 = \text{cst.}$, $I_3 = \text{cst.}$). Die im Sekundärkreis induzierten Spannungen verlieren dadurch ihre Abhängigkeit von den drei Primärströmen i_1 , i_2 und i_3 und nehmen den Charakter ideeller Spannungsquellen an. Aus Gleichung (4-22) lassen sich die relevanten Terme wie folgt isolieren:

$$\vec{u}_s = -R_s \cdot \vec{i}_s + \left[M^T \quad -L_B \right] \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{i}_s \end{bmatrix} - \vec{u}_{Cs} \quad (4-46)$$

Durch Substitution der von den Primärströmen i_1 , i_2 und i_3 abhängigen Terme mit den induzierten Spannungen u_{i4} , u_{i5} und u_{i6} folgt aus (4-27) der Ausdruck:

$$\vec{u}_s = \vec{u}_{is} - R_s \cdot \vec{i}_s - L_B \cdot \frac{d}{dt} \vec{i}_s - \vec{u}_{Cs} \quad (4-47)$$

Umstellen nach der zeitlichen Ableitung des Sekundärstromvektors ermöglicht eine Darstellung im Zustandsraum:

$$\frac{d}{dt} \vec{i}_s = L_B^{-1} \left(\vec{u}_{is} - R_s \cdot \vec{i}_s - \vec{u}_s - \vec{u}_{Cs} \right) \quad (4-48)$$

Zusammen mit den Zustandsgleichungen der Kompensationskapazitäten, der Gleichung für das Lastnetzwerk am Ausgang des Gleichrichters und der Gleichung zur Beschreibung des Gleichstroms i_d aus den Phasenströmen des Spulensystems (4-33) lassen sich die relevanten Gleichungen zur Beschreibung des Gesamtsystems angeben. Das nichtlineare, differential-algebraische Problem lässt sich mit einem Satz Gleichungen, bestehend aus vier algebraischen Gleichungen (Gleichrichter) und insgesamt zehn Differentialgleichungen erster Ordnung mathematisch beschreiben. Die Nichtlinearität im System kommt auch im dreiphasigen Fall aufgrund der algebraischen Nebenbedingungen im Schaltverhalten der Dioden mit der gewählten Schaltfunktion zustande.

Zustandsgleichungen Kompensiertes Sekundärspulensystem:

$$\frac{d}{dt} \vec{u}_{C_s} = \text{diag}[C_4 \quad C_5 \quad C_6]^{-1} \vec{i}_s \quad (4-49)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{i}_s = L_B^{-1} \left(\vec{u}_{is} - R_s \cdot \vec{i}_s - \vec{u}_s - \vec{u}_{C_s} \right) \quad (4-48)$$

Zustandsgleichung Lastäquivalent:

$$\frac{d}{dt} u_d = \frac{1}{C_d} (i_{C_d}) = \frac{1}{C_d} \left(i_d - i_a - \frac{u_d}{R_L} \right) \quad (4-40)$$

Algebraische Nebenbedingungen (Gleichrichter):

$$\vec{u}_s = u_d \cdot \mathbf{g}(\vec{i}_s) + \begin{bmatrix} u_{0s} \\ u_{0s} \\ u_{0s} \end{bmatrix} = u_d \cdot \mathbf{g}(\vec{i}_s) + R_0 \cdot (i_4 + i_5 + i_6) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

$$i_d = \vec{i}_s^T \cdot \mathbf{g}(\vec{i}_s) \quad (4-33)$$

4.3.2.2. Validierung des Modells für die Sekundärseite

Die Validierung des dreiphasigen Modells erfolgt analog zum einphasigen Fall mithilfe der SIMULINK-Toolbox SimPowerSystems, in welcher das Referenzmodell der Schaltung umgesetzt wird. Für die später diskutierte automatische Abstimmung werden ebenfalls analog zum einphasigen Fall (Abschnitt 4.3.1.1) die statischen Kompensationskapazitäten aller drei Phasen um jeweils eine verstellbare Kapazität in Reihe ergänzt. Für die drei wirkenden Kompensationskapazitäten C_4 , C_5 und C_6 kann in Anlehnung an Gleichung (4-15) folgendes notiert werden:

$$\frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_{ns}} + \frac{1}{C_{vn}(\alpha_n)} = \frac{1}{C_{ns}} + \frac{2\alpha_n - \sin(2\alpha_n)}{C_x \cdot \pi} \quad \left| \quad n=\{4;5;6\} \right. \quad (4-50)$$

Für die Validierung sind die Steuerwinkel der drei Stellglieder wie folgt vorgegeben:

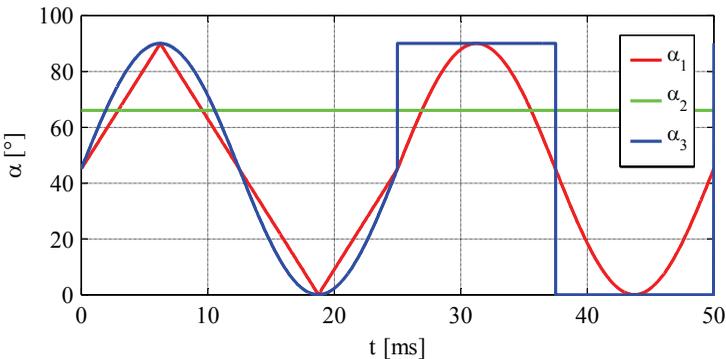


Abb. 4.27: Zeitverlauf des Steuerwinkels α als Haupteinganggröße für die Validierung des mathematischen Modells.

Der Referenzwert i_a für die gesteuerte Stromquelle ist für die Validierung wiederum gem. dem ersten Fall nach Tab. 4.2 vorgegeben (ohmsche Last). Der numerischen Simulation liegt der Parametersatz 1 (Anhang C.2) zugrunde. Als Maß der Übereinstimmung beider Zeitverläufe im betrachteten Intervall dient wiederum der Bravais-Pearson'sche Maßkorrelationskoeffizient.

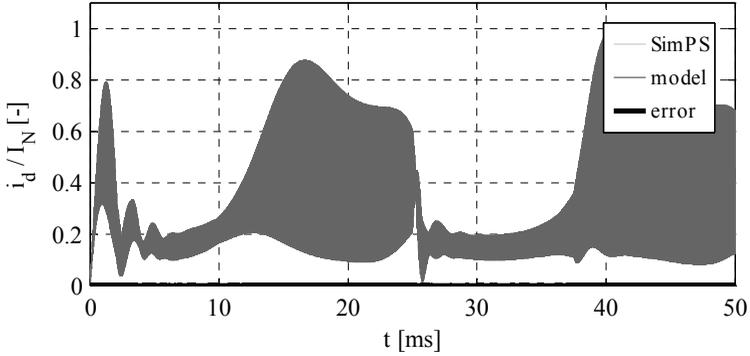


Abb. 4.28 Gleichstrom i_d / I_d und Abweichung beider Modelle ($r_{BP} = 99,97\%$).

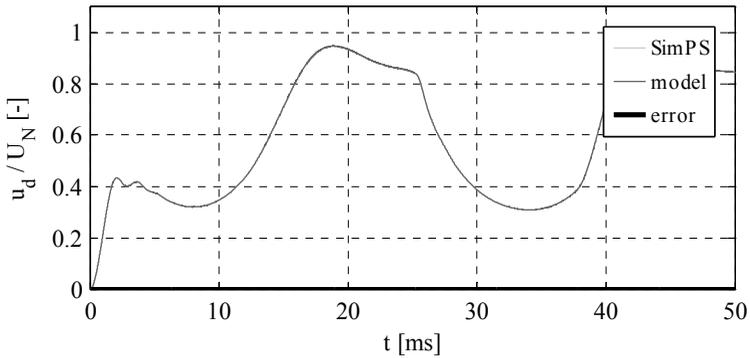


Abb. 4.29: Gleichspannung u_d / U_d und Abweichung beider Modelle ($r_{BP} = 99,99\%$).

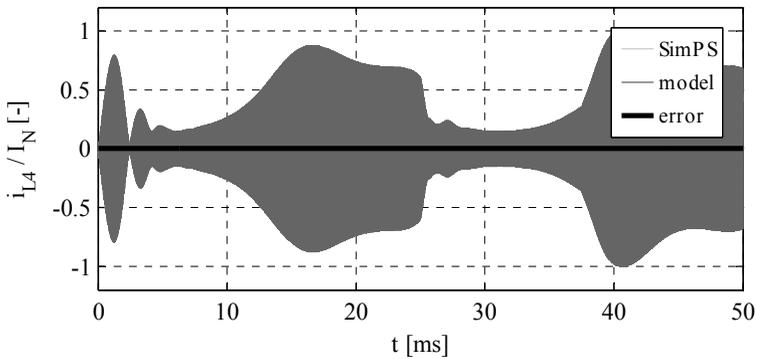


Abb. 4.30: Zeitverläufe Strom i_4 und Abweichung beider Modelle ($r_{BP} = 99,98\%$).

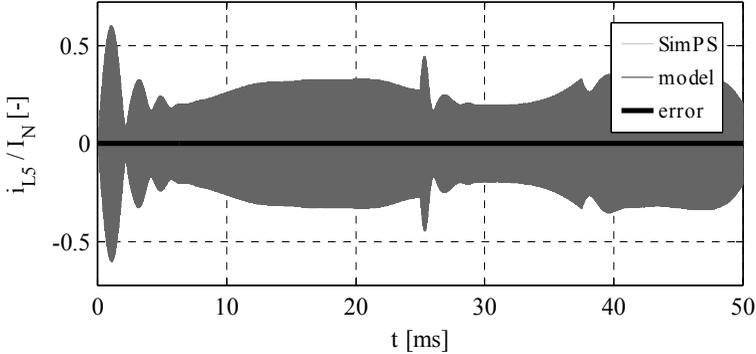


Abb. 4.31: Zeitverläufe Strom i_5 und Abweichung beider Modelle ($r_{BP} = 99,98\%$).

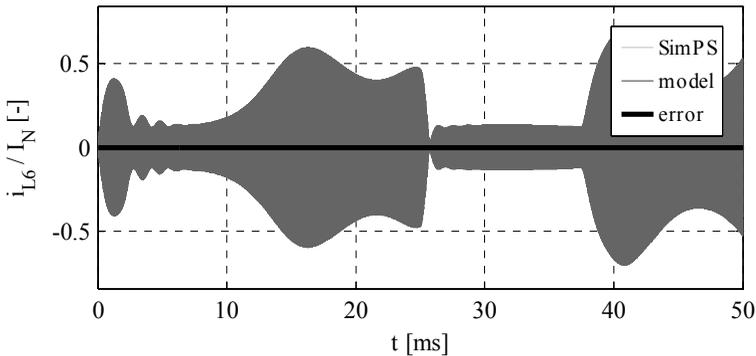


Abb. 4.32: Zeitverläufe Strom i_6 und Abweichung beider Modelle ($r_{BP} = 99,98\%$).

Das mathematische Modell des dreiphasigen Aufbaus zeigt anhand der Korrelationskoeffizienten kaum Abweichungen von der Schaltungssimulation mit SimPowerSystems und beschreibt die zugrundeliegende elektrische Schaltung somit hinreichend genau.

Das nachfolgende Kapitel widmet sich der effizienten Simulation der eingeführten Systeme aufbauend auf den gewonnenen mathematischen Beschreibungen. Die exakten Zeitverläufe aller interessierenden Zustandsgrößen und weiterer daraus ableitbarer Größen lassen sich mit der Lösung des nichtlinearen differential-algebraischen Problems gewinnen. Aufgrund des nichtlinearen Charakters ist eine analytische Lösung kaum denkbar – für die Lösung derartiger Probleme sind numerische Verfahren der übliche Weg [66], [67], [68].

4.4 Mittelung der Modelle für die effiziente Simulation

Bei Systemen zur induktiven Energieübertragung liegt oft der Fall vor, dass die elektrischen Zustandsgrößen den größten Teil der Zeit in einem quasistationären Zustand bei konstanter Amplitude und Frequenz verharren. Lediglich während transients Vorgänge weicht die Periodendauer elektrischer Zustandsgrößen leicht von der anregenden Frequenz ab [68], [69]. In den Spektren der betrachteten Zeitverläufe zeigt sich dies als Signal mit niedrigem Oberschwingungsgehalt in Form eines schmalen Bandes um die vergleichsweise hohe Betriebsfrequenz herum.

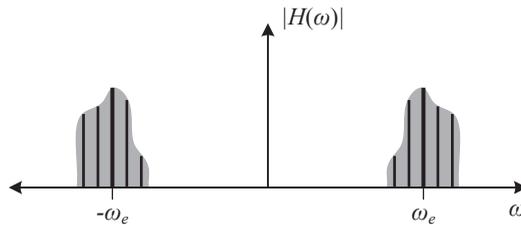


Abb. 4.33: Typisches Amplitudenspektrum elektrischer Zustandsgrößen. Durch transiente Vorgänge entstehen in den Spektren schmale Bänder um die vergleichsweise hohe Betriebsfrequenz herum.

Langsame Störeinflüsse mit typischerweise mechanischem oder thermischem Ursprung manifestieren sich in den Spektren der elektrischen Zustandsgrößen als entsprechend niederfrequente Anteile.

Bei der numerischen Simulation des Systems fordert das Nyquist-Theorem aufgrund der hohen elektrischen Betriebsfrequenzen hohe Abtastfrequenzen, damit die Zeitverläufe der elektrischen Zustandsgrößen korrekt abgebildet werden können. Gepaart mit den langsamen Störvorgängen, die entsprechend lange Simulationszeiträume für eine aussagekräftige Abbildung fordern, wird die Simulation zu einer Herausforderung.

Hinsichtlich einer späteren automatischen Abstimmung des Systems interessieren die exakten Zeitverläufe elektrischer Größen kaum – in erster Linie interessieren hier lediglich die zugehörigen Einhüllenden. Ein gängiger Weg, die geforderten hohen Abtastfrequenzen zu umgehen, liegt in der Mittelung der

Schaltung mithilfe des Konzepts dynamischer Zeiger [67]. Mit dem Konzept dynamischer Zeiger wird versucht, die sich zeitlich wesentlich langsamer ändernde Einhüllende $X(t)$ des hochfrequenten Signals zu gewinnen, ohne das eigentliche, höherfrequente Zeitsignal $x(t)$ zu berechnen.

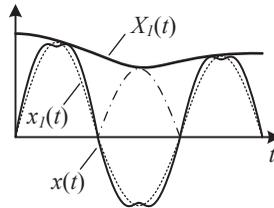


Abb. 4.34: Einhüllende der Grundschwingung eines Zeitsignals.

Mit ihren deutlich langsameren Änderungen weist die Einhüllende ein für die numerische Simulation deutlich günstigeres Amplitudenspektrum auf als das schnelle Zeitsignal selbst. Die Beschreibung der Einhüllenden erlaubt hinsichtlich des Nyquist-Theorems deutlich kleinere Abtastfrequenzen. In Verbindung mit der Darstellung als Bandpasssignal äußert sich dies in einer äquivalenten Tiefpassdarstellung des Signals [69], an der sich der große Vorteil einer Darstellung mit dynamischen Zeigern hinsichtlich Abtastfrequenz nochmals anschaulich zeigt:

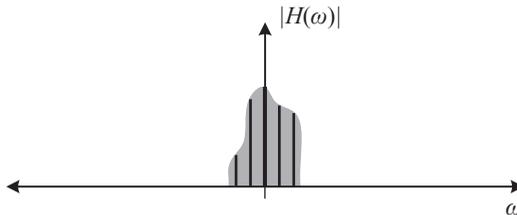


Abb. 4.35: Äquivalentes Tiefpasssignal.

4.4.1 Theorie dynamischer Zeiger

Bei der Darstellung periodischer nichtsinusförmiger Signale bietet sich die Entwicklung in einer Fourierreihe an. Die komplexwertigen Fourierkoeffizienten der Reihenentwicklung können dabei als komplexe Zeiger der zugehörigen Frequenzkomponenten gedeutet werden. Direkt nachvollziehbar wird dies bei der Notation der Fourierreihe in Amplituden-Phasen Form. Amplitude und Phase der Fourierkoeffizienten sind aufgrund der Periodizität der Signale Konstanten und somit zeitinvariant. Die Grundidee der dynamischen Zeigerdarstellung greift genau an dieser Stelle an: Bei näherungsweise periodischen Signalen, deren Amplitude sich jedoch von Periode zu Periode durchaus leicht ändert, wird nun versucht, in Anlehnung an die Fourierreihenentwicklung den zeitlichen Verlauf der komplexwertigen Fourierkoeffizienten zu beschreiben. Ausgehend von der Entwicklung eines periodischen Signals mit der Periodendauer T in einer Fourierreihe der Form:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega t} \quad \left| \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \right. \quad (4-51)$$

mit den komplexwertigen, zeitinvarianten Fourierkoeffizienten:

$$X_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} d\tau \quad (4-52)$$

Im instationären Bereich verhält sich das System wie bereits erwähnt, nach wie vor näherungsweise periodisch. Das Grundkonzept der dynamischen Zeigerdarstellung liegt nun in der Erweiterung der klassischen Fourierreihe für näherungsweise periodische Signale [70] indem $x(\tau)$ im Intervall:

$$\tau \in (t - T, t]$$

wie folgt dargestellt wird:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n(t) \cdot e^{jn\omega t} \quad \left| \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \right. \quad (4-53)$$

Wobei nun die komplexwertigen Fourierkoeffizienten X_n zeitabhängig sind aufgrund des mit der Zeit t mitlaufenden Integrationsintervalls:

$$X_n(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} d\tau \quad (4-54)$$

Für die Mittelungsoperation (4-54) wird nach [70] folgende Notation verwendet:

$$X_n(t) = \langle x \rangle_n(t) \quad (4-55)$$

Die zeitvarianten Fourierkoeffizienten repräsentieren zeitabhängige komplexe Zeiger, insbesondere aber deren Amplitude und approximieren somit den zeitlichen Verlauf der Einhüllenden des zum jeweiligen Fourierkoeffizienten gehörenden Spektralanteils im Zeitbereich. Je nach Verzerrungsanteil im betrachteten Signal reicht oftmals eine begrenzte Anzahl N zu berücksichtigender Fourierkoeffizienten aus, um das Signal hinreichend genau zu anzunähern. Aus (4-53) folgt dann:

$$x(\tau) \approx \sum_{n \in N} X_n(t) \cdot e^{jn\omega\tau} \quad \left| \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \right. \quad (4-56)$$

mit N als Indexmenge der zu berücksichtigenden Koeffizienten. Obwohl sich die Ordnung des Systems (bei der Mittelung mit $n > 0$) sogar erhöht, ermöglicht die dynamische Zeigerdarstellung eine deutlich effizientere Simulation des Systems - die Abtastzeiten bei der numerischen Lösung der Probleme können deutlich größer gewählt werden. Im Folgenden sind einige wichtige Rechenoperationen im Zusammenhang mit dynamischen Zeigern aufgeführt.

4.4.1.1. Differentiation der zeitvarianten Fourierkoeffizienten X_n

Aus der Differentiation von (4-54) nach der Zeit t resultiert eine erste Eigenschaft:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} X_n(t) &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} d\tau \right) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \frac{d}{d\tau} (x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau}) d\tau \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \left(\frac{d}{d\tau} x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} + x(\tau) \cdot \frac{d}{d\tau} (e^{-jn\omega\tau}) \right) d\tau \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \frac{d}{d\tau} x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} d\tau - jn\omega \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) \cdot e^{-jn\omega\tau} d\tau \\
 &\quad \underbrace{\left\langle \frac{dx(t)}{d\tau} \right\rangle_n(t)}_{\left\langle \frac{dx(t)}{d\tau} \right\rangle_n(t)} \quad \underbrace{- jn\omega \left\langle x(t) \right\rangle_n(t) = X_n(t)}_{\left\langle x(t) \right\rangle_n(t) = X_n(t)}
 \end{aligned} \tag{4-57}$$

$$\frac{d}{dt} X_n(t) = \left\langle \frac{d}{dt} x(t) \right\rangle_n(t) - jn\omega X_n(t) \tag{4-58}$$

Diese Regel ist von besonderer Bedeutung, vor allem bei der Überführung einer Zustandsraumdarstellung aus dem Zeitbereich in eine Zustandsraumdarstellung im Frequenzbereich.

4.4.1.2. Produkt zweier Signale im Zeitbereich

Das Produkt zweier Signale im Zeitbereich entspricht einer diskreten Faltung [70]:

$$\langle x \cdot y \rangle_n = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (X_{n-l} \cdot Y_l) \tag{4-59}$$

4.4.1.3. Korrespondenzen wichtiger Funktionen

Für die Transformation wichtiger nichtlinearer Funktionen werden nach [70] passende Beschreibungsfunktionen gemäß dem Verfahren der harmonischen Balance zur Untersuchung von Schwingungen in nichtlinearen Systemen herangezogen [71]. Grundschwingungsamplitude und -phase, beziehungsweise arithmetischer Mittelwert der entstehenden Signale können direkt mit (4-54) gefunden werden. Die im Rahmen der Untersuchungen benötigten Korrespon-

denzen werden direkt anhand eines periodischen Referenzsignals $x(t)$ mit der Phasenverschiebung φ hergeleitet:

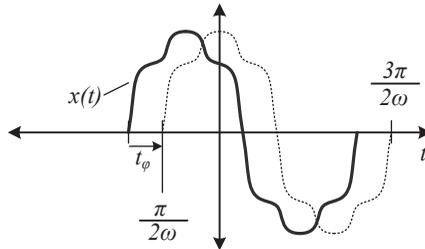


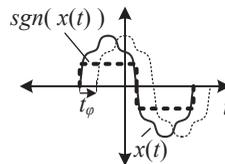
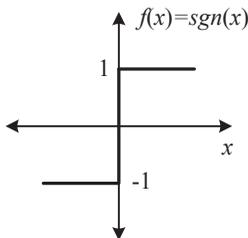
Abb. 4.36: Referenzsignal $x(t)$ mit der Phasenverschiebung φ .

Die gesuchten Korrespondenzen können gefunden werden durch die Anwendung von (4-54). Die Integration erfolgt über eine Periode im Intervall:

$$t = \left[-\frac{\frac{\pi}{2} - \varphi}{\omega} \quad \frac{\frac{3\pi}{2} - \varphi}{\omega} \right]$$

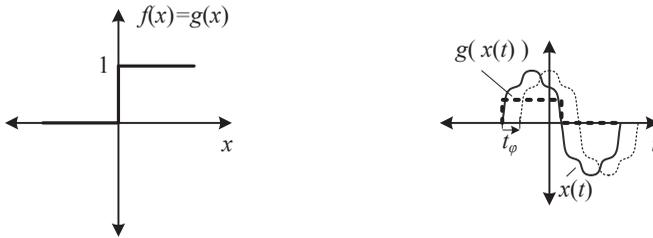
Für $n=1$ liefert das Integral komplexwertige Größen.

Vorzeichenfunktion $f(x)=\text{sgn}(x)$



$$\underline{c}_1 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\pi}{2\omega} - \frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{3\pi}{2\omega} - \frac{\varphi}{\omega}} \text{sgn}(x(\tau)) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\pi}{2\omega} - \frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{2\omega} - \frac{\varphi}{\omega}} e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{2}{\pi} e^{j\varphi} \left| \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \right. \quad (4-60)$$

Schaltfunktion $f(x)=g(x)$



$$c_1 = \frac{1}{T} \int_{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}}^{\frac{3\pi - \varphi}{2\omega}} g(x(\tau)) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{T} \int_{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}}^{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}} e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} e^{j\varphi} \left| g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \right. \quad (4-61)$$

Bei den folgenden Funktionen ist später lediglich der arithmetische Mittelwert ($n=0$) von Interesse. Dieser hängt jedoch vom Signalverlauf $x(t)$ ab. Wie bei der harmonischen Balance wird nur die Grundschwingung betrachtet [72]. Da auch in unserem Fall vernachlässigbar niedrigere Oberschwingungen erwartet werden, wird das Referenzsignal für die folgende Betrachtung durch seine Grundschwingung angenähert, damit geschlossene Ausdrücke gefunden werden können.

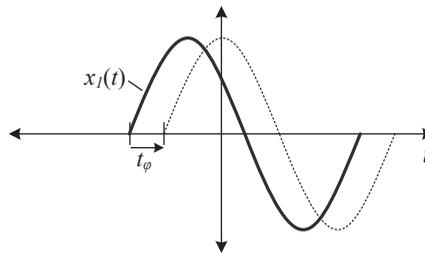
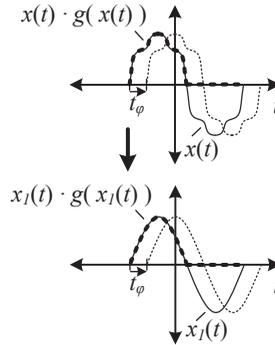
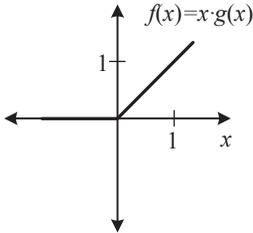


Abb. 4.37: Durch die Grundschwingung angenähertes Referenzsignal $x_1(t)$ mit der Phasenverschiebung φ .

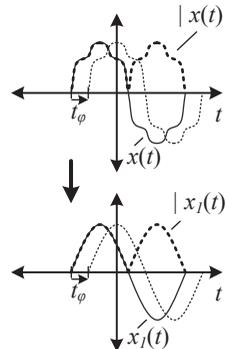
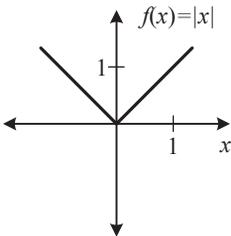
$$x(t) \approx x_1(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (4-62)$$

Gleichrichtung $f(x)=x \cdot g(x)$



$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}}^{\frac{3\pi - \varphi}{2\omega}} x_1(\tau) \cdot g(x_1(\tau)) d\tau = \frac{1}{\pi} \left| x \cdot g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases} \right. \quad (4-63)$$

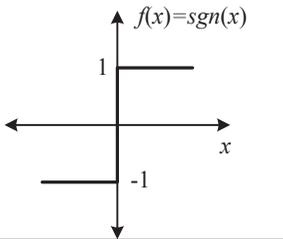
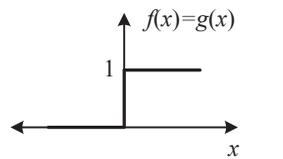
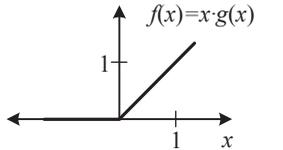
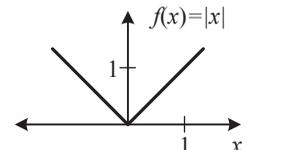
Betragsfunktion $f(x)=|x|$



$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}}^{\frac{3\pi - \varphi}{2\omega}} |x(\tau)| d\tau = \frac{2}{T} \int_{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}}^{\frac{\pi - \varphi}{2\omega}} |x(\tau)| d\tau = \frac{2}{\pi} \left| |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases} \right. \quad (4-64)$$

Bei den Korrespondenzen (4-60) und (4-61) ist eine Multiplikation mit dem Faktor zwei erforderlich, da die auf die Ausdrücke angewandte Operation

(4-54) die komplexen Fourier-Koeffizienten (zweiseitiges Linienspektrum) wiedergibt. Alternativ kann bei der Bestimmung der Amplitude auch der zugehörige negative Fourierkoeffizient mitberücksichtigt werden, was dasselbe Resultat liefert. Nachfolgende Tabelle stellt übersichtlich alle vier eingeführten Korrespondenzen dar:

Vorzeichenfunktion (signum)		
	$f(x) = \text{sgn}(x)$	$\underline{F}_1 = \langle f(x) \rangle_1 = \frac{2}{\pi} e^{j\varphi}$
Schaltfunktion (heaviside)		
	$f(x) = g(x)$	$\underline{F}_1 = \langle f(x) \rangle_1 = \frac{1}{\pi} e^{j\varphi}$
Gleichrichtungsfunktion		
	$f(x) = x \cdot g(x)$ mit $x(t)$ gem. (4-62)	$F_0 = \hat{x} \frac{1}{\pi}$
Betragsfunktion		
	$f(x) = x $ mit $x(t)$ gem. (4-62)	$F_0 = \hat{x} \frac{2}{\pi}$

Tab. 4.3: Übersicht der benötigten Korrespondenzen/Beschreibungsfunktionen.

4.4.2 Dynamische Zeigerdarstellung des einphasigen Pickup-Systems

Mithilfe der im vorangehenden Abschnitt eingeführten dynamischen Zeigerdarstellung lässt sich in wenigen Schritten die in Abschnitt 4.3.1 hergeleitete Darstellung (4-14) in eine Darstellung überführen, die den Verlauf der Einhüllenden näherungsweise beschreibt. Der Betrieb der Schaltung im oder nahe des Resonanzpunkts weist bei schwacher Dämpfung auf schmalbandiges Verhalten hin. Allfällige höhere Oberschwingungen sind dadurch effektiv unterdrückt. Deshalb, und um den späteren Rechenaufwand bei der rechnergestützten Simulation klein zu halten, wird bei der Fourier-Reihenentwicklung nur eine begrenzte Anzahl von Koeffizienten berücksichtigt: Für Wechselgrößen vor dem Gleichrichter wird lediglich das erste Glied ($n=1$, Grundschwingungsgrößen) und für Gleichgrößen am Gleichrichterausgang nur der arithmetische Mittelwert ($n=0$) herangezogen. Aus (4-14) folgt mit den eingeführten Rechenregeln und Korrespondenzen in Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}U_d &= \left\langle \frac{d}{dt}u_d \right\rangle_0 = \frac{1}{C_d} \left(\frac{2}{\pi} |I_2| - I_a - \frac{U_d}{R_L} \right) \\ \frac{d}{dt}U_{C2} &= \left\langle \frac{d}{dt}u_{C2} \right\rangle_1 = \frac{1}{C_2} (I_2) - j\omega U_{C2} \\ \frac{d}{dt}I_2 &= \left\langle \frac{d}{dt}i_2 \right\rangle_1 = \frac{1}{L_2} \left(U_{21} - U_d \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{r2}} - R_2 \cdot I_2 - U_{C2} \right) - j\omega I_2 \end{aligned} \quad (4-65)$$

Mit der induzierten Spannung (Systemeingang):

$$U_{21} = \langle u_{21}(t) \rangle_1 = \langle \hat{u}_{21}(t) \cdot \cos(\omega t) \rangle_1 \approx \hat{u}_{21} \quad (4-66)$$

Die obige Approximation ist nur gültig, falls die zeitliche Änderung der induzierten Spannung (Amplitude) als Eingangsgröße klein ist, da ansonsten die Produktregel (4-59) angewendet werden müsste. Die geforderte Bedingung ist aber erfüllt, wenn man die hohe anregende Frequenz den mechanischen Zeitkonstanten des Systems gegenüberstellt, welche hauptsächlich die Amplitude der induzierten Spannung beeinflusst.

Die beiden Terme in (4-14) lassen sich mithilfe der Korrespondenzen (4-60) und (4-64) in die dynamische Zeigerdarstellung überführen. Am Ausgang des

Systems wird die Gleichspannung U_d dabei aufgrund genügend groß dimensionierter Ausgangskapazität als nur sehr langsam zeitlich ändernd angenommen (relativ zu den zeitlichen Änderungen des Stroms I_2). Somit entfällt auch hier die Anwendung der Produktregel:

$$\langle u_2 \rangle_1 = \langle u_d \cdot \text{sgn}(i_2) \rangle_1 = U_d \cdot \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{I2}} \quad (4-67)$$

$$\langle |i_2| \rangle_0 = \frac{2}{\pi} \hat{i}_2 = \frac{2}{\pi} |I_2| = \frac{2}{\pi} I_2 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\text{Re}\{I_2\} + \text{Im}\{I_2\}} \quad (4-68)$$

Der Winkel φ_{I2} beschreibt die Phasenlage des Stroms - in diesem Fall relativ zur induzierten Spannung u_{21} , da diese mit verschwindendem Nullphasenwinkel vorgegeben ist. Der Winkel ist wie folgt definiert:

$$\varphi_{I2} = \arctan\left(\frac{\text{Im}\{I_2\}}{\text{Re}\{I_2\}}\right) \quad (4-69)$$

Die erste Zustandsvariable U_d ist reellwertig aufgrund $n=0$ bei der Überführung. Die verbleibenden zwei Zustandsvariablen \underline{U}_{C2} und \underline{L}_2 der gewonnenen dynamischen Zeigerdarstellung (4-65) sind komplexe Größen. Die Ordnung des Systems erhöht sich durch die komplexen Zustandsvariablen von drei auf insgesamt fünf. Das Zeitargument in (4-65) wurde bei allen Zustandsvariablen der Übersicht halber weggelassen.

Im Folgenden ist die numerische Lösung des Problems sowohl im Zeitbereich (4-14) als auch in der dynamischen Zeigerebene (4-65) graphisch dargestellt. Die Lösung der Gleichungen erfolgte mit dem in MATLAB integrierten Solver „ode23tb“. Die Parameter des Systems (Anhang C.1) sind so gewählt, dass der Resonanzpunkt mit dem Stellbereich der nach (4-15) verstellbar realisierten Kompensationskapazität C_2 erreicht werden kann. Die induzierte Spannung bleibt während der ganzen Zeitdauer konstant, während der Steuerwinkel des Stellglieds wie in Abb. 4.38 dargestellt, verändert wird. Nach der ersten Änderung des Steuerwinkels schwingt die Lösung in den abgeglichenen Betriebspunkt ein, was sich sowohl in der maximal werdenden Amplitude des Stroms, sowohl vor als auch nach dem Gleichrichter sowie in der Spannung am Gleichrichterausgang manifestiert.

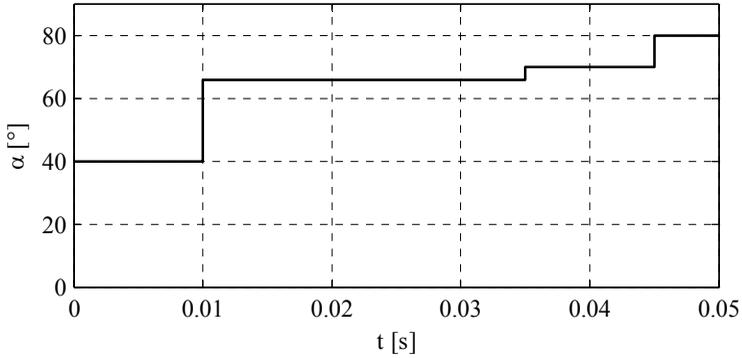


Abb. 4.38: Zeitverlauf Steuerwinkel am Stellglied.

Die Bedeutung der gewählten Fourierkoeffizienten bei der Mittelung wird in den Darstellungen gut ersichtlich: In der nachfolgenden Abb. 4.39 bildet die Lösung mit $n=1$ den Verlauf der Einhüllenden der Zeitbereichs-Lösung ab. In der nachfolgenden Abb. 4.40 bildet die Lösung mit $n=0$ den Verlauf des arithmetischen Mittelwerts der Zeitbereichs-Lösung ab.

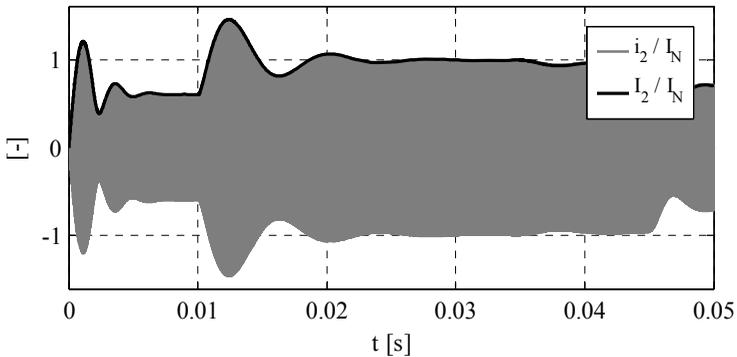


Abb. 4.39: Zeitverlauf des Stroms am Gleichrichtereingang.

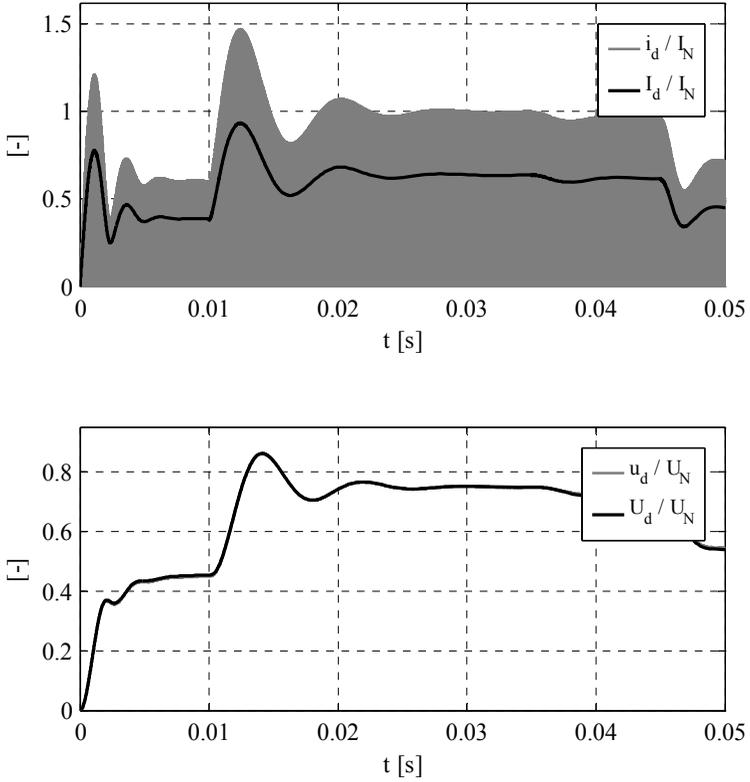


Abb. 4.40: Zeitverlauf des Stroms am Gleichrichterausgang (o) sowie der Spannung am Gleichrichterausgang (u).

4.4.2.1. Gleichungen für den stationären Zustand

Die Gleichungen für die Beschreibung des Systems in Beharrung (stationärer Zustand) lassen sich durch Nullsetzen der zeitlichen Ableitungen in (4-65) gewinnen:

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{C_d} \left(\frac{2}{\pi} |I_{2,0}| - I_a - \frac{U_{d,0}}{R_L} \right) \\
 0 &= \frac{1}{C_2} (I_{2,0}) - j\omega \underline{U}_{C2,0} \\
 0 &= \frac{1}{L_2} \left(\underline{U}_{21,0} - U_{d,0} \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{12}} - R_2 \cdot \underline{I}_{2,0} - \underline{U}_{C2,0} \right) - j\omega \underline{I}_{2,0}
 \end{aligned} \tag{4-70}$$

Für die Berechnung des stationären Schleifenstroms $I_{2,0}$ werden die erste und zweite Gleichung in die letzte Gleichung eingesetzt. Es resultiert folgender Ausdruck:

$$\frac{1}{L_2} \left(\underline{U}_{21,0} - U_{d,0} \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{12}} - \underbrace{R_2 I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} - \frac{1}{j\omega C_2} \underbrace{I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} \right) = j\omega \underbrace{I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} \tag{4-71}$$

Für den ersten Lastfall nach Tab. 4.2 (rein ohmsche Last) wird die erste Gleichung aus (4-70) in obige Gleichung eingesetzt, wobei der Konstantstrom-Lastanteil I_a zu null gesetzt wird:

$$\frac{1}{L_2} \left(\underline{U}_{21,0} - R_L \frac{8}{\pi^2} \underbrace{|I_{2,0}| e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} - \underbrace{R_2 I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} - \frac{1}{j\omega C_2} \underbrace{I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} \right) = j\omega \underbrace{I_{2,0} e^{j\varphi_{12}}}_{=I_{2,0}} \tag{4-72}$$

Umgestellt nach dem Schleifenstrom $I_{2,0}$:

$$I_{2,0} = \underline{U}_{21,0} \left(R_L \frac{8}{\pi^2} + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L_2 \right)^{-1} \tag{4-73}$$

Für die stationäre Gleichspannung $U_{d,0}$ resultiert aus (4-70):

$$U_{d,0} = R_L \frac{2}{\pi} |I_{2,0}| = R_L \frac{2}{\pi} I_{2,0} \tag{4-74}$$

Für den zweiten Fall nach Tab. 4.2 (Konstantstrom-Last) wird (4-71) nach der induzierten Spannung im stationären Fall $\underline{U}_{21,0}$ umgestellt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{21,0} &= U_{d,0} \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{12}} + R_2 \cdot I_{2,0} e^{j\varphi_{12}} + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) I_{2,0} e^{j\varphi_{12}} \\ \underline{U}_{21,0} &= \left(U_{d,0} \frac{4}{\pi} + R_2 \cdot I_{2,0} \right) e^{j\varphi_{12}} + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) I_{2,0} e^{j \left(\varphi_{12} + \frac{\pi}{2} \right)}\end{aligned}\quad (4-75)$$

Die Phasenwinkel der beiden in obiger Gleichung isolierten Terme sind um 90° gegeneinander verschoben. Es gilt daher:

$$U_{21,0}^2 = \left(U_{d,0} \frac{4}{\pi} + R_2 \cdot I_{2,0} \right)^2 + I_{2,0}^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2 \quad (4-76)$$

Nach dem Entfernen des Terms U_d/R_L aus der ersten Gleichung in (4-70) resultiert für $I_{2,0}$:

$$I_{2,0} = \frac{\pi}{2} I_a \quad (4-77)$$

Einsetzen in (4-76) und Umstellen nach $U_{d,0}$ liefert:

$$U_{d,0} = \frac{\pi}{4} \left(\sqrt{U_{21,0}^2 - \left(\frac{\pi}{2} I_a \right)^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2} - R_2 \frac{\pi}{2} I_a \right) \quad (4-78)$$

Dabei darf der Ausdruck unter der Wurzel nicht negativ werden, was im physikalischen Sinne einer Begrenzung des am Ausgang entnehmbaren Gleichstroms gleichkommt:

$$U_{21,0}^2 - \left(\frac{\pi}{2} I_a \right)^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2 > 0 \quad (4-79)$$

es resultiert:

$$I_a < \frac{2}{\pi} \frac{U_{21,0}}{\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)} \quad (4-80)$$

Die Phaseninformation des Stroms $I_{2,0}$ lässt sich durch Einsetzen des ermittelten Betrags $I_{2,0}$ und der Spannung $U_{d,0}$ in (4-71) gewinnen:

$$e^{j\varphi_{I_2}} = \frac{\underline{U}_{21,0}}{\left(U_{d,0} \frac{4}{\pi} + \left(R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right) I_{2,0} \right)} \quad (4-81)$$

Umformen der zweiten und dritten Gleichung aus (4-70) nach den jeweiligen Zustandsgrößen liefert die restlichen Abhängigkeiten für beide Fälle nach Tab. 4.2:

$$\underline{U}_{C2,0} = -\frac{1}{j\omega C_2} I_{2,0} \quad (4-82)$$

Nachfolgende Abbildungen zeigen die Resultate des vorangehend eingeführten numerischen Experiments zusammen mit der stationären Lösung - der Simulation liegt der im Anhang C.1 beiliegende Parametersatz zugrunde.

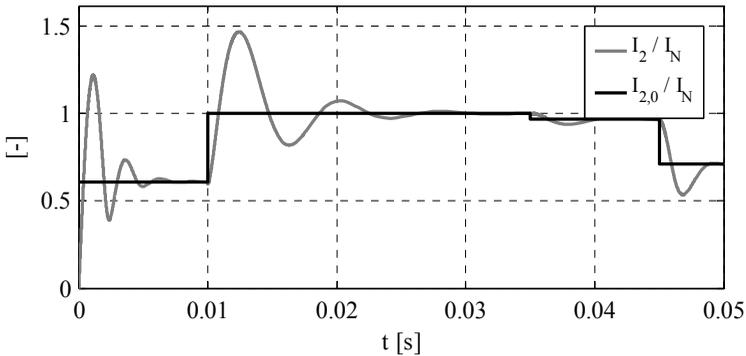


Abb. 4.41: Zeitverlauf und stationäre Lösung - Stromamplitude am Gleichrichter-eingang.

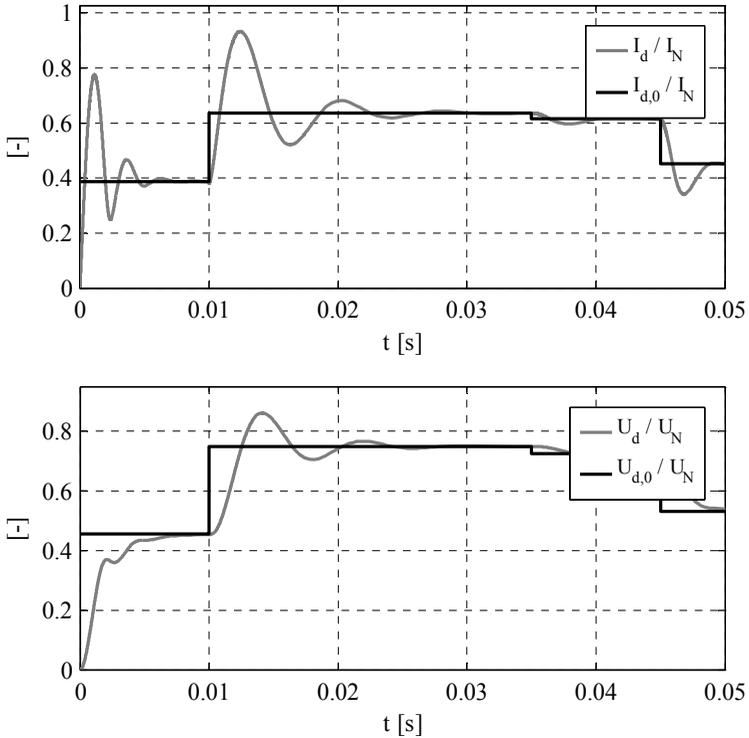


Abb. 4.42: Zeitverlauf und stationäre Lösung, Mittelwerte des Stroms (o) und der Spannung (u) am Gleichrichterausgang.

Dargestellt sind jeweils die gemittelten Verläufe (dynamische Zeigergrößen) und die zugehörige stationäre Lösung.

In den letzten drei Abbildungen wird die Bedeutung der stationären Lösung gut sichtbar. Die transienten Lösungen streben stets der im jeweiligen Arbeitspunkt vorliegenden stationären Lösung zu.

4.4.3 Dynamische Zeigerdarstellung der dreiphasigen Sekundärseite

Analog zur Herleitung der dynamischen Zeigerdarstellung beim einphasigen System im vorangehenden Abschnitt lässt sich auch für das dreiphasige System eine dynamische Zeigerdarstellung gewinnen, beschrieben mit den Gleichungen (4-33), (4-39), und (4-48) bis (4-49). Die Größen am Gleichrichtereingang werden bei der Überführung nach wie vor durch ihre Grundschwingung $n=1$ approximiert. Am Gleichrichterausgang interessiert nur der Verlauf arithmetischer Mittelwerte, weshalb die zugehörigen Größen mit $n=0$ in die dynamische Zeigerdarstellung überführt werden. Die in den algebraischen Nebenbedingungen (4-33) und (4-39) auftretenden speziellen Terme lassen sich mithilfe der Korrespondenzen (4-61) und (4-63) überführen in die dynamische Zeigerdarstellung:

$$\langle \vec{u}_s \rangle_1 = \left\langle u_d \cdot \vec{g}(\vec{i}_s) + R_0(i_4 + i_5 + i_6) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle_1 = \frac{U_d}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{14}} \\ e^{j\varphi_{15}} \\ e^{j\varphi_{16}} \end{bmatrix} + R_0(\underline{L}_4 + \underline{L}_5 + \underline{L}_6) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-83)$$

$$\langle i_d \rangle_0 = \langle \vec{i}_s^T \cdot \vec{g}(\vec{i}_s) \rangle_0 = \frac{1}{\pi} (\hat{i}_4 + \hat{i}_5 + \hat{i}_6) = \frac{1}{\pi} (|\underline{L}_4| + |\underline{L}_5| + |\underline{L}_6|) \quad (4-84)$$

Die Nullphasenwinkel in (4-83) sind analog zu (4-69) definiert. Mit der Wahl der Koeffizienten bei der Überführung resultieren in der dynamischen Zeigerdarstellung insgesamt sechs Differentialgleichungen mit komplexen Zustandsvariablen und eine gewöhnliche Differentialgleichung. Insgesamt resultiert ein System 13. Ordnung. Das Zeitargument ist bei allen Zustandsvariablen der Übersicht halber weggelassen - in Zustandsraumdarstellung mit den algebraischen Nebenbedingungen resultiert:

Zustandsgleichungen kompensiertes Spulensystem:

$$\frac{d}{dt} \underline{\vec{U}}_{Cs} = \left\langle \frac{d}{dt} \underline{\vec{u}}_{Cs} \right\rangle_1 = \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] \underline{\vec{I}}_s - j\omega \underline{\vec{U}}_{Cs} \quad (4-85)$$

$$\frac{d}{dt} \underline{\vec{I}}_s = \left\langle \frac{d}{dt} \underline{\vec{i}}_s \right\rangle_1 = L_B^{-1} \left(\underline{\vec{U}}_i - R_s \cdot \underline{\vec{I}}_s - \underline{\vec{U}}_s - \underline{\vec{U}}_{Cs} \right) - j\omega \underline{\vec{I}}_s \quad (4-86)$$

Zustandsgleichung Lastäquivalent:

$$\frac{d}{dt} U_d = \left\langle \frac{d}{dt} u_d \right\rangle_0 = \frac{1}{C_d} \left(I_d - I_a - \frac{U_d}{R_L} \right) \quad (4-87)$$

Algebraische Nebenbedingungen (Gleichrichter):

$$\underline{\vec{U}}_s = \langle \underline{\vec{u}}_s \rangle_1 = U_d \frac{1}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{14}} \\ e^{j\varphi_{15}} \\ e^{j\varphi_{16}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{0s} \\ \underline{U}_{0s} \\ \underline{U}_{0s} \end{bmatrix} = U_d \frac{1}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{14}} \\ e^{j\varphi_{15}} \\ e^{j\varphi_{16}} \end{bmatrix} + \underbrace{R_0 \cdot (I_4 + I_5 + I_6)}_{\underline{U}_{0s}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-88)$$

$$I_d = \langle i_d \rangle_0 = \frac{1}{\pi} \left(\hat{i}_4 + \hat{i}_5 + \hat{i}_6 \right) = \frac{1}{\pi} \left(|I_4| + |I_5| + |I_6| \right) \quad (4-89)$$

Mit den drei induzierten Spannungen:

$$\underline{\vec{U}}_{is} = \langle \underline{\vec{u}}_{is}(t) \rangle_1 = \left\langle \begin{bmatrix} \hat{u}_{i4}(t) \cdot \cos(\omega t) \\ \hat{u}_{i5}(t) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \hat{u}_{i6}(t) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \right\rangle_1 \approx \begin{bmatrix} \hat{u}_{i4}(t) \\ \hat{u}_{i5}(t) \cdot e^{j\frac{2}{3}\pi} \\ \hat{u}_{i6}(t) \cdot e^{j\frac{4}{3}\pi} \end{bmatrix} \quad (4-90)$$

Die Approximation ist wiederum nur gültig, wenn die zeitliche Änderung der Amplitude aller drei induzierten Spannungen klein ist, was aber aufgrund ähnlicher Verhältnisse wie beim einphasigen System auch hier gewährleistet ist.

Im Folgenden wird für den dreiphasigen Fall die numerische Lösung des Problems im Zeitbereich und in der dynamischen Zeigerebene wiederum mit dem in MATLAB integrierten Solver „ode23tb“ exemplarisch aufgezeigt. Die

Parameter des Systems entsprechen dem Parametersatz 1 (Anhang C.2). Die induzierten Spannungen bleiben auch bei diesem numerischen Experiment während der ganzen Zeitdauer konstant, haben aber unterschiedliche Werte, so dass eine unsymmetrische Speisung des Pickup resultiert. Variiert werden die Steuerwinkel der drei nach (4-50) verstellbar ausgeführten Kompensationskapazitäten C_4 , C_5 und C_6 .

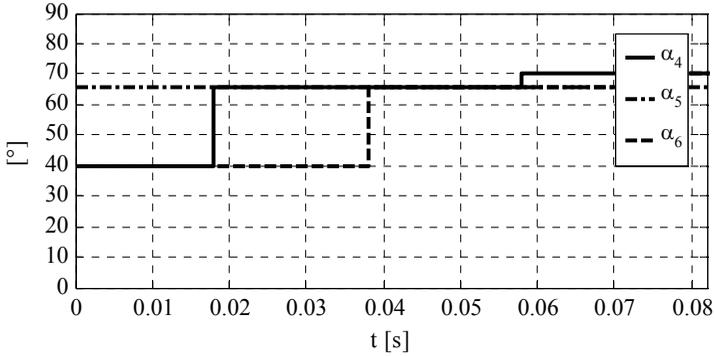


Abb. 4.43: Zeitverlauf der Steuerwinkel aller drei Stellglieder.

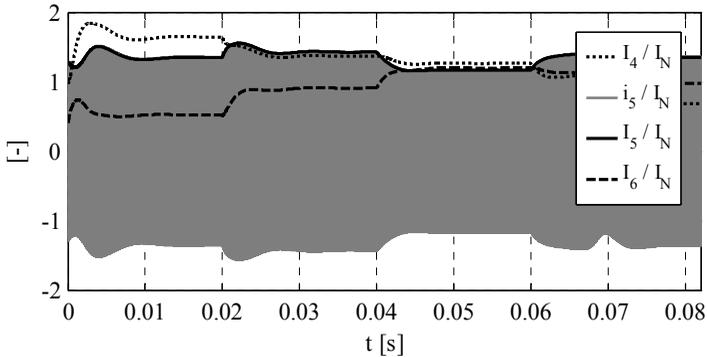


Abb. 4.44: Zeitverlauf der drei Phasenströme am Gleichrichtereingang (exakter Zeitverlauf nur für i_5 angedeutet).

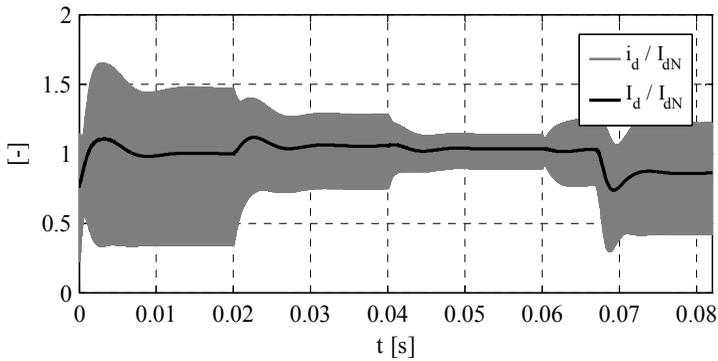


Abb. 4.45: Zeitverlauf des Stroms am Gleichrichter Ausgang.

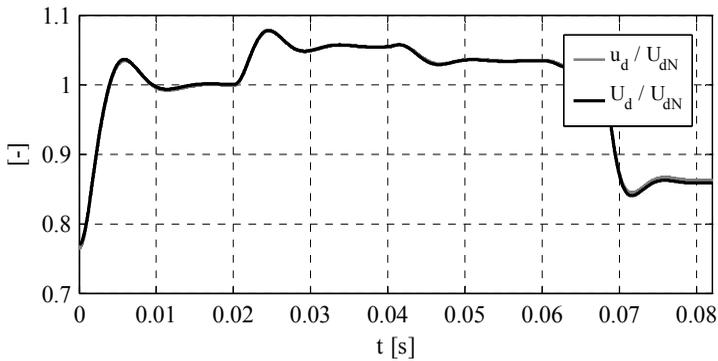


Abb. 4.46: Zeitverlauf der Spannung am Gleichrichter Ausgang.

In Abb. 4.45 wird auch hier die Wahl des Fourierkoeffizienten bei der Überführung der zugehörigen Größe mit $n=0$ in der arithmetischen Mittelung für den Strom i_d am Gleichrichter Ausgang gut ersichtlich.

4.4.3.1. Gleichungen für den stationären Zustand

Die mathematischen Gleichungen zur Beschreibung der stationären Lösung lassen sich von der Vorgehensweise her analog zum einphasigen Fall durch Nullsetzen der zeitlichen Ableitungen in den Gleichungen (4-87) bis (4-86) gewinnen. Die algebraischen Nebenbedingungen (4-88) und (4-89) enthalten keine zeitlichen Ableitungen und bleiben daher unverändert.

$$0 = \frac{1}{C_d} \left(I_d - I_a - \frac{U_d}{R_L} \right) \quad (4-91)$$

$$0 = \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] \cdot \vec{I}_s - j\omega \vec{U}_{C_s} \quad (4-92)$$

$$0 = L_B^{-1} \left(\vec{U}_{is} - R_s \cdot \vec{I}_s - \vec{U}_s - \vec{U}_{C_s} \right) - j\omega \vec{I}_s \quad (4-93)$$

Einsetzen der algebraischen Nebenbedingungen (4-88) und (4-89) in die obigen Gleichungen liefert eine Basis für die Berechnungen. Die Angabe eines geschlossenen Ausdrucks für den Stromvektor \vec{I}_s und somit auch für sämtliche weiteren Zustandsgrößen ist jedoch kaum möglich - nach dem Einsetzen der algebraischen Nebenbedingungen (4-88), (4-89), sowie der obigen Gleichungen (4-91) und (4-92) in (4-93) lässt sich das Problem in folgender Form darstellen:

$$\begin{aligned} \vec{U}_{is} &= \left(R_s + j\omega L_B + \frac{1}{j\omega} \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] \right) \cdot \vec{I}_s \\ &+ \underbrace{\left(\frac{1}{\pi} \left(|L_4| + |L_5| + |L_6| \right) - I_a \right) \frac{R_L}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{14}} \\ e^{j\varphi_{15}} \\ e^{j\varphi_{16}} \end{bmatrix} + R_0 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\vec{U}_s} \cdot \vec{I}_s \\ \vec{U}_{is} &= \underbrace{\left(R_s + j\omega L_B + \frac{1}{j\omega} \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] + R_0 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)}_A \cdot \vec{I}_s \\ &+ \underbrace{\left(\frac{1}{\pi} \left(|L_4| + |L_5| + |L_6| \right) - I_a \right) \frac{R_L}{\pi} \text{diag} \left[\frac{1}{|L_4|} \quad \frac{1}{|L_5|} \quad \frac{1}{|L_6|} \right]}_{B(\vec{I}_s)} \cdot \vec{I}_s \end{aligned} \quad (4-94)$$

In dieser Form können die vorhandenen Nichtlinearitäten gut sichtbar gemacht werden. Umformung nach dem gesuchten Stromvektor \vec{I}_s liefert letztendlich:

$$\vec{I}_s = A^{-1} \cdot [\vec{U}_{is} - B(\vec{I}_s) \cdot \vec{I}_s] = A^{-1} \cdot F(\vec{I}_s) \quad (4-95)$$

Die Matrix B ist von den Elementen des gesuchten Stromvektors \vec{I}_s abhängig - eine geschlossene Lösung des Systems ist so nicht ohne weiteres möglich. Selbst die Existenz numerischer Lösungen beispielsweise mit dem gängigen „Fixpunktsatz von Banach“ ist nicht ohne weiteres nachweisbar: Für die Beträge der drei Phasenströme in der Matrix B (4-94) müsste dazu eine Schätzung vorgenommen werden, was jedoch kaum sinnvoll möglich ist.

Zur Lösung lässt sich das mathematische Problem als komplexes Gleichungssystem mit vier Einzelgleichungen und vier Unbekannten \underline{I}_4 , \underline{I}_5 , \underline{I}_6 und \underline{U}_{0s} angeben – ausgehend von (4-94) folgt für die ersten drei Gleichungen:

$$0 = -\vec{U}_{is} + \left(R_s + j\omega L_B + \frac{1}{j\omega} \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] \right) \cdot \vec{I}_s + \left(\frac{1}{\pi} \left(|\underline{I}_4| + |\underline{I}_5| + |\underline{I}_6| \right) - I_a \right) \frac{R_L}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{r4}} \\ e^{j\varphi_{r5}} \\ e^{j\varphi_{r6}} \end{bmatrix} + \underline{U}_{0s} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-96)$$

Die vierte Gleichung resultiert aus der Substitution der Sternpunktspannung \underline{U}_{0s} :

$$0 = -\underline{U}_{0s} + R_0 [1 \quad 1 \quad 1] \cdot \vec{I}_s = -\underline{U}_{0s} + R_0 \cdot (\underline{I}_4 + \underline{I}_5 + \underline{I}_6) \quad (4-97)$$

Der für die numerische Integration der beschreibenden DGLn am Sternpunkt eingebrachte Widerstand R_0 ist zur Lösung dieses Problems nicht zwingend von Bedarf – die Gleichung reduziert sich auf eine einfache Kirchoff'sche Bilanz:

$$0 = [1 \quad 1 \quad 1] \cdot \vec{I}_s = \underline{I}_4 + \underline{I}_5 + \underline{I}_6 \quad (4-98)$$

Im Folgenden sind die Resultate aus dem vorangehend vorgestellten numerischen Experiment mit der zugehörigen stationären Lösung ergänzt. Die Lösung der Differentialgleichungen strebt den auf obiger Basis berechneten stationären Endwerten stets zu.

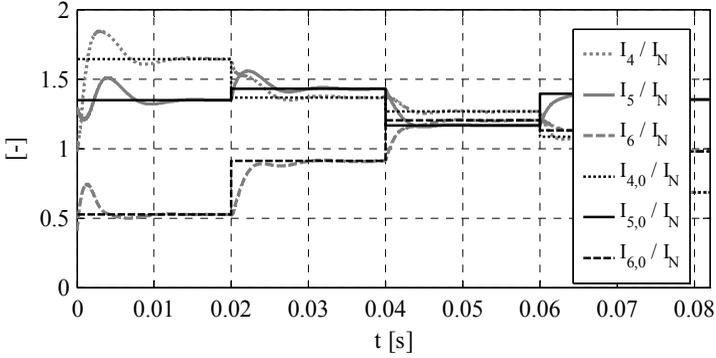


Abb. 4.47: Zeitverlauf der Amplitude ($n=1$) aller drei Phasenströme am Gleichrichterausgang und zugehörige stationäre Lösungen.

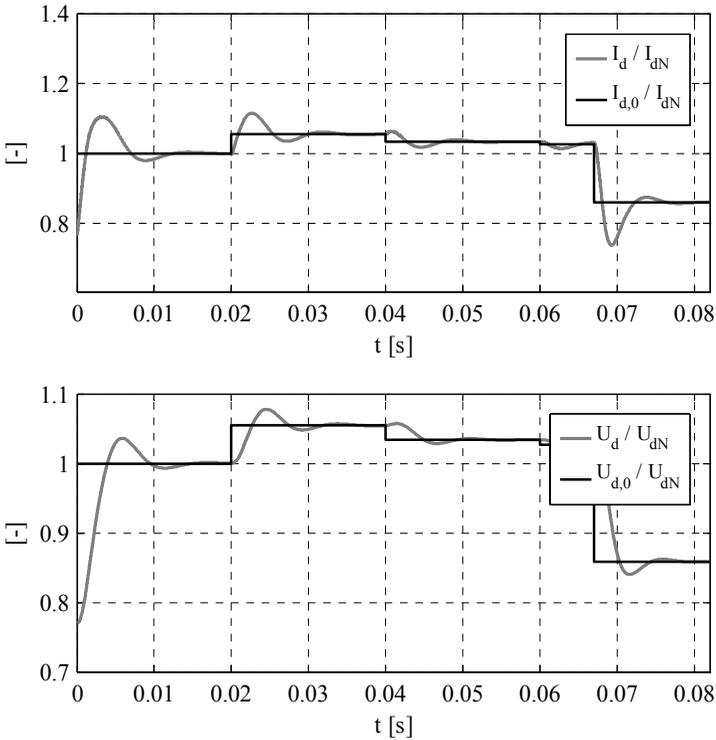


Abb. 4.48: Zeitverlauf des Spannungsmittelwerts ($n=0$, oben) und des Strommittelwerts ($n=0$, unten) am Gleichrichterausgang sowie zugehörige stationäre Lösung.

4.4.3.2. Ressourceneinsparungen bei der numerischen Integration der dynamischen Zeigerdarstellung

Anhand der Durchlaufzeit bei der numerischen Integration des im vorangehenden Abschnitt vorgestellten dynamischen Problems mit fünf unterschiedlichen Betriebsfrequenzen lässt sich das Einsparpotential gut aufzeigen. Nebst der bisher ausschließlich zugrunde gelegten Betriebsfrequenz von 20kHz sind zusätzlich in den Fachkreisen häufig diskutierte, höhere Werte bis 140kHz in die Versuchsreihe mit aufgenommen. Zusätzlich wurde das Gesamtsystem einschließlich der Primärseite in die Simulation miteinbezogen. Der zugrunde liegende Parametersatz liegt im Anhang bei (C.2, Parametersatz 2). In der nachfolgenden Tabelle ist die jeweils im Zeitbereich benötigte Durchlaufzeit t_{time_domain} im Verhältnis zur Durchlaufzeit bei der Berechnung der Einhüllenden t_{freq_domain} auf der Basis des dynamischen Zeigermodells festgehalten:

$$t_r = \frac{t_{freq_domain}}{t_{time_domain}}$$

Betriebsfrequenz f	20 kHz	60 kHz	90 kHz	115 kHz	140 kHz
Relative Durchlaufzeit t_r	1,15%	0,79%	0,62%	0,53%	0,48%

Tab. 4.4: Durchlaufzeit numerische Simulation - Zeitbereich vs. Frequenzbereich.

Der Zeitbedarf für die numerische Berechnung von Zeitverläufen Einhüllender ist in allen Fällen deutlich kleiner als für die Berechnung des exakten Zeitverlaufs - insbesondere bei höheren Betriebsfrequenzen liegen rasch drei Dekaden zwischen den beiden Modellbasen. Das Potential der dynamischen Zeigerdarstellung im Anwendungsbereich induktiver Energieübertragungssysteme ist am obigen Experiment gut nachweisbar. Die im folgenden Kapitel behandelte automatische Nachführung der Abstimmung wertet lediglich Scheitel- bzw. Effektivwerte der betrachteten AC-Größen aus. Ein großer Vorteil der eingeführten dynamischen Zeigerdarstellung liegt darin, dass die berechneten Lösungen bereits dem entsprechen, was gesucht ist und nicht zusätzlich aus der Zeitbereichslösung ermittelt werden müssen.

5. Automatische Abstimmung der Sekundärseite

Das vorliegende Kapitel beinhaltet die Nachführung der sekundärseitigen Kompensation. In einem ersten Schritt wird die Frage beantwortet, unter welchen Betriebsbedingungen die Sekundärseite überhaupt erst abgestimmt ist. In einem zweiten Schritt wird die technisch nicht ohne weiteres realisierbare Detektierung dieses Betriebspunkts und daran anknüpfend ein Konzeptansatz für die Nachführung des Systems auf diesem Punkt diskutiert. Abschließend werden die erarbeiteten Konzeptansätze mit der erarbeiteten Modellbasis in numerischen Simulationen untersucht.

5.1 Abgestimmter Betrieb der Sekundärseite

5.1.1 Einphasiges System

Am einphasigen Aufbau lässt sich die Aufgabe der Kompensation sehr einfach verdeutlichen: Sie liegt in der Abstimmung des Resonanzkreises, welcher durch den Induktivitätsanteil der Sekundärwicklung (L_2) und der darauf angesetzten Kompensationskapazität (C_2) gebildet wird (nachfolgende Abb. 5.1). Bezüglich der Grundschiwingung verhält sich der Gleichrichter mit dem eingesetzten Lastnetzwerk rein reellwertig, was an Gleichung (4-67) rasch ersichtlich wird – die Spannung u_2 weist zwangsläufig die gleiche Phasenlage auf wie der Strom i_2 . Ziel der Kompensation ist es nun, die störende Wirkung des Spannungsabfalls über dem Induktivitätsanteil der Wicklung (Selbstinduktivität) zu eliminieren, um damit verbundene mittelwertfreie Leistungsanteile mit Bezug zur Grundschiwingung wirksam von der Primärseite fernzuhalten. Es gilt daher:

Reelles Eingangsverhalten: Keine pendelnden Leistungsanteile am Eingang der Sekundärseite und somit keine sekundären Blindleistungsanteile auf der Primärseite.

Anschaulich gezeigt werden kann dies in der nachfolgenden Abb. 5.1 am eingerahmten Bereich: Im abgestimmten Fall verschwindet die in Summe an den reaktiven Elementen abfallende Spannung u_{st} .

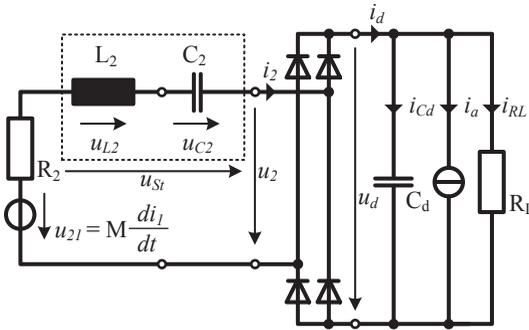


Abb. 5.1: Umstrukturiertes Ersatzschaltbild des einphasigen Pickup.

Bezogen auf die Grundschwingungsgrößen gilt es, die folgende Summe zu eliminieren (in komplexer Wechselstromrechnung):

$$\underline{U}_{st} = U_{st} \cdot e^{j\varphi_{Ust}} = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{C_2} = j\omega L_2 I_2 + \frac{1}{j\omega C_2} I_2 = jI_2 \underbrace{\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)}_{=0} \quad (5-1)$$

Dieser Fall liegt vor, wenn der Betrag der komplexen Spannung an der Kompensationskapazität der Spannung an der Selbstinduktivität betragsmäßig entspricht. Die wirkende Kompensationskapazität muss auf den vollen Wert der Selbstinduktivität L_2 angesetzt werden, damit (5-1) erfüllt wird. Der angestrebte Effekt der Kompensation kann durch Bildung einer Masche in der Schleife vor dem Gleichrichter (Abb. 5.1) nachgewiesen werden:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{21} - \underline{U}_{R_2} - \underline{U}_{L_2} - \underline{U}_{C_2} = U_d \frac{4}{\pi} e^{j\varphi_{12}} \quad (5-2)$$

Auflösen nach U_d , zusammenfassen und darstellen der Summe aller komplexwertigen Spannungen über den reaktiven Elementen liefert:

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{\pi}{4} (\underline{U}_{21} - \underline{U}_{R_2} - \underline{U}_{L_2} - \underline{U}_{C_2}) e^{-j\varphi_{12}} \\ &= \frac{\pi}{4} (\underline{U}_{21} - \underline{U}_{R_2} - U_{st} e^{j\varphi_{Ust}}) e^{-j\varphi_{12}} \end{aligned} \quad (5-3)$$

Im abgestimmten Fall bei verschwindender Spannung \underline{U}_{st} resultiert:

$$\begin{aligned}
 U_d &= \frac{\pi}{4} (\underline{U}_{21} - \underline{U}_{R2}) e^{-j\varphi_{I2}} = \frac{\pi}{4} (\underline{U}_{21} - R_2 I_2) e^{-j\varphi_{I2}} \\
 &= \frac{\pi}{4} (\underline{U}_{21} e^{-j\varphi_{I2}} - R_2 I_2) \\
 &= \frac{\pi}{4} \left(\left(U_{21} e^{j\varphi_{U21}} \right) e^{-j\varphi_{I2}} - R_2 I_2 \right)
 \end{aligned} \tag{5-4}$$

Die Gleichspannung U_d ist eine rein reellwertige Größe, weshalb für obigen Ausdruck gelten muss:

$$\varphi_{U21} = \varphi_{I2} \tag{5-5}$$

Die Phasenlage des Schleifenstroms entspricht damit der Phasenlage der induzierten Spannung, was dem geforderten reellwertigen Eingangsverhalten des Pickup gleichkommt. Des Weiteren wird die Spannung U_d in diesem Betriebspunkt maximal, was später weiter relevant sein wird - dieser Zusammenhang lässt sich leicht nachweisen, in dem die erste Ableitung von U_d nach dem Betrag U_{st} der komplexen Spannung \underline{U}_{st} in (5-3) zu null gesetzt wird:

$$\frac{d}{dU_{st}} (U_d) = -\frac{\pi}{4} e^{j(\varphi_{Ust} - \varphi_{I2})} \stackrel{!}{=} 0 \tag{5-6}$$

Es wird schnell ersichtlich, dass diese Bedingung unabhängig vom Exponenten nur bei verschwindendem Störanteil $\underline{U}_{st} = 0$ erfüllt werden kann.

5.1.2 Dreiphasiges System

Beim dreiphasigen Aufbau liegt das Hauptziel der Abstimmung darin, die Grundschwingungs-Blindleistung am Pickup-Eingang (Luftspalt) zu eliminieren, damit bezüglich der Grundschwingung keine mittelwertfreien Leistungsanteile über den Luftspalt pendeln. Zusätzlich dazu wird eine symmetrische Bestromung des Pickup angestrebt. Es werden somit folgende Ziele verfolgt:

Reelles Eingangsverhalten des Pickup: keine sekundären Blindleistungsanteile auf der Primärseite

Symmetrischer Betrieb: Die drei Phasenströme bilden ein symmetrisches Drehstromsystem

Um den dreiphasigen Aufbau hinsichtlich der Abstimmung besser verstehen zu können, wird das Ersatzschaltbild nach Abb. 4.26 auf die für die Betrachtung wesentlichen Elemente reduziert und geringfügig umstrukturiert. Im umstrukturierten Ersatzschaltbild sind die reaktiven Elemente (Selbstinduktivitäten und Kompensationskapazitäten) zusammen mit den von benachbarten Phasen her induzierten Spannungsanteilen zusammenhängend angeordnet und eingerahmt dargestellt:

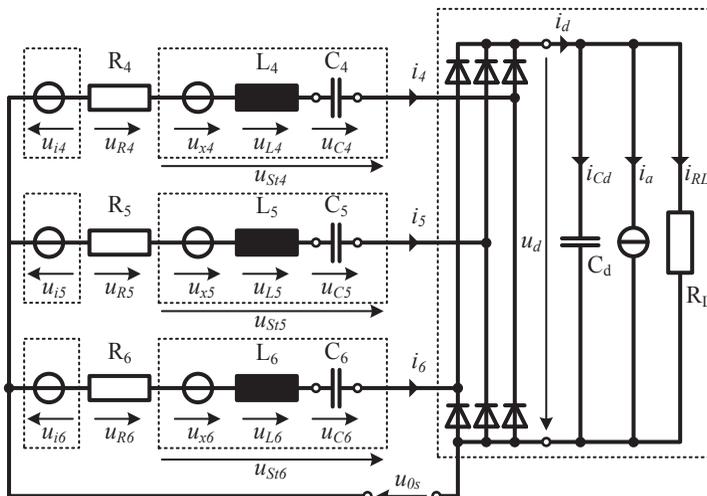


Abb. 5.2: Umstrukturiertes Ersatzschaltbild des dreiphasigen Pickup.

Damit sind in den drei Phasensträngen alle sich nicht zwangsläufig reellwertig verhaltenden Elemente zusammengefasst. Die an diesen Elementen in Summe abfallenden Spannungen werden phasenweise als störende innere Spannungsabfälle aufgefasst. Die drei störenden Spannungsabfälle können für nahezu beliebige Stromvektoren \vec{I}_s durch geeignete Wahl der wirkenden Kompensationskapazitäten in den drei Phasensträngen als gleichphasige Komponente aus den Phasensträngen in den Sternpunkt des Spulensystems verlagert werden, was im nachfolgenden Abschnitt behandelt wird. Der Gleichrichter verhält sich bezüglich seines Nullpunkts rein reellwertig, da die drei Nullpunktspannungen \underline{U}_{b4} , \underline{U}_{b5} und \underline{U}_{b6} stets in Phase mit den korrespondierenden Phasenströmen \underline{I}_4 , \underline{I}_5 und \underline{I}_6 liegen, was rasch am ersten Term in Gleichung (4-88) ersichtlich wird. Kann nun der Einfluss der drei Störspannungen in den Phasensträngen eliminiert werden, so ergibt sich aus der Leistungsbilanz rein reellwertiges Verhalten bezüglich der induzierten Spannungen und das Hauptziel ist erreicht. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang über mehrere Schritte leicht nachweisen - die zugehörige Beweisführung liegt der Übersicht halber im Anhang A.1 bei.

Zusammengefasst: Bilden die störenden inneren Spannungsabfälle eine gleichphasige Komponente, so liegt der erwünschte Betrieb mit verschwindender Grundschwingungsblindleistung bezüglich des Luftspalts vor.

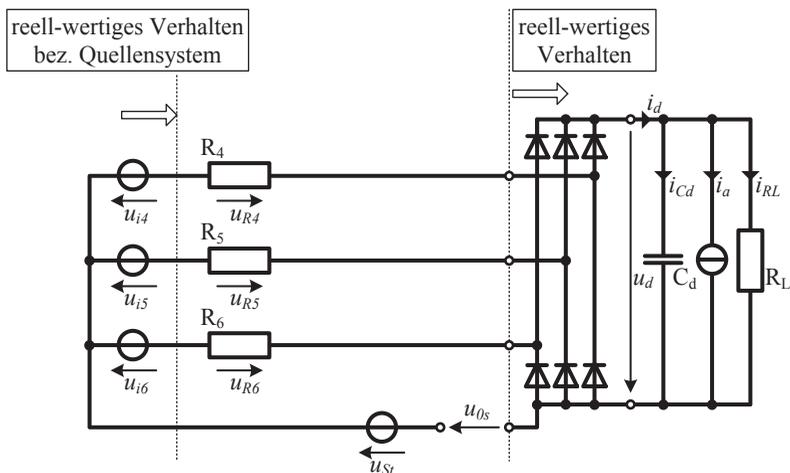


Abb. 5.3: Leistungsbilanz an der vereinfachten Ersatzschaltung des abgestimmten Systems.

5.1.2.1. Störende innere Spannungsabfälle am Pickup

Wie im vorangehenden Abschnitt bereits einleitend erläutert, soll der Einfluss der störenden inneren Spannungsabfälle beseitigt werden, indem man sie durch geeignete Wahl der Kompensationskapazitäten auf einen gemeinsamen Wert bringt (gleiche Phasenlage und gleiche Amplitude): Die störenden Anteile fallen als gleichphasige Komponente in Bezug auf den Sternpunkt des Spulensystems ab und treten in den verketteten Spannungen am Ausgang nicht mehr auf:

$$\begin{aligned} \vec{U}_{st} &= \begin{bmatrix} \underline{U}_{st4} \\ \underline{U}_{st5} \\ \underline{U}_{st6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{x4} \\ \underline{U}_{x5} \\ \underline{U}_{x6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{L4} \\ \underline{U}_{L5} \\ \underline{U}_{L6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{C4} \\ \underline{U}_{C5} \\ \underline{U}_{C6} \end{bmatrix} \\ &= \left(j\omega L_B + \frac{1}{j\omega} \text{diag} \left[\frac{1}{C_4} \quad \frac{1}{C_5} \quad \frac{1}{C_6} \right] \right) \vec{I}_s = \begin{bmatrix} \underline{U}_{st} \\ \underline{U}_{st} \\ \underline{U}_{st} \end{bmatrix} = \underline{U}_{st} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-7)$$

Eine geeignete Wahl der Kompensationskapazitäten ermöglicht die Einhaltung obiger Gleichung für nahezu beliebige Stromvektoren \vec{I}_s (also nicht nur für den symmetrisch bestromten Fall). Der Nachweis und die Herleitung entsprechender Ausdrücke zur Bestimmung der Kapazitätswerte bedürfen einiger Zwischenschritte und liegen daher im Anhang A.2 in ausführlicher Form bei.

Für die Auslegung der Kapazitäten wird in einem ersten Schritt der Stromvektor \vec{I}_s auf Basis des erarbeiteten Modells für den stationären Betriebszustand numerisch bestimmt. Dies geschieht unter der Annahme, dass (5-7) bereits gilt - aus den Gleichungen (4-96) und (4-97) folgt unter Einbezug von (5-7):

$$0 = -\vec{U}_{is} + R_s \vec{I}_s + \left(\frac{1}{\pi} \left(|L_4| + |L_5| + |L_6| \right) - I_a \right) \frac{R_L}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{L4}} \\ e^{j\varphi_{L5}} \\ e^{j\varphi_{L6}} \end{bmatrix} + \underbrace{\left(\underline{U}_{0s} + \underline{U}_{st} \right)}_{\underline{U}_0} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

$$0 = [1 \quad 1 \quad 1] \cdot \vec{I}_s = \underline{I}_4 + \underline{I}_5 + \underline{I}_6 \quad (5-9)$$

Im Anschluss kann mit dem gefundenen Stromvektor \vec{I}_s , geltend für den abgestimmten Zustand, die Kondensatorkonfiguration mit den im Anhang A.2 hergeleiteten Ausdrücken (A-16), (A-20) und (A-22) berechnet werden.

5.1.2.2. Angestrebter Betriebsfall

Mit der zweiten eingangs geforderten Bedingung schließt der angestrebte Betriebsfall nebst dem Hauptziel verschwindender Blindleistung (in Summe) bezüglich der induzierten Spannungen \underline{U}_{i4} , \underline{U}_{i5} und \underline{U}_{i6} auch die Symmetrie der drei Phasenströme mit ein. Erfüllen die Phasenströme bezüglich ihrer Phasenlagen die Symmetriebedingung, so bilden die Nullpunktspannungen \underline{U}_{b4} , \underline{U}_{b5} und \underline{U}_{b6} am Gleichrichtereingang ein System symmetrischer Spannungen, was sich an Gleichung (4-88) rasch nachvollziehen lässt. In diesem Fall erzwingen diese Spannungen zusammen mit der Sternpunktspannung \underline{U}_{0s} unter der Annahme gleich großer ohmscher Anteile in allen drei Phasensträngen die Symmetrie der induzierten Spannungen \underline{U}_{i4} , \underline{U}_{i5} und \underline{U}_{i6} , was sich graphisch etwas anschaulicher in einem Zeigerdiagramm formal darstellen lässt:

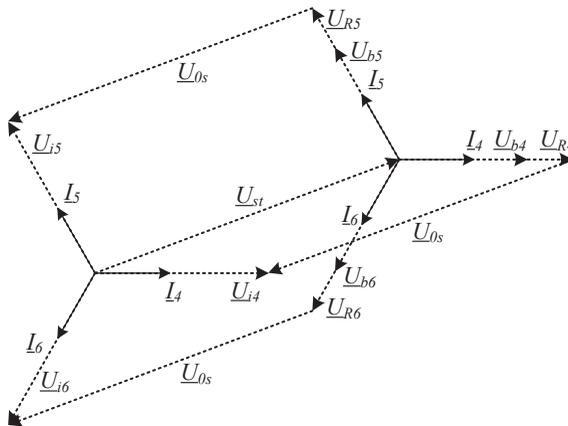


Abb. 5.4: Zeigerdiagramm des idealen stationären Betriebsfalls – symmetrische Bestromung des Pickup und rein reellwertiges Eingangsverhalten (formal).

Die Grundvoraussetzung für eine symmetrische Bestromung des Pickup liegt somit darin, dass die drei induzierten Spannungen \underline{U}_{i4} , \underline{U}_{i5} und \underline{U}_{i6} ein symmetrisches Quellsystem bilden. Ist dies nicht der Fall, so können nicht beide eingangs geforderten Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden.

Das Augenmerk liegt in diesem Fall auf der ersten Bedingung, da diese an das Hauptziel der Kompensation (verschwindende Blindleistung am Eingang der

Sekundärseite) geknüpft ist. Im allgemeinen Fall mit asymmetrischer Speisung und fehlerhafter bzw. ohne Abstimmung stellen sich exemplarisch Verhältnisse grundsätzlich wie folgt ein:

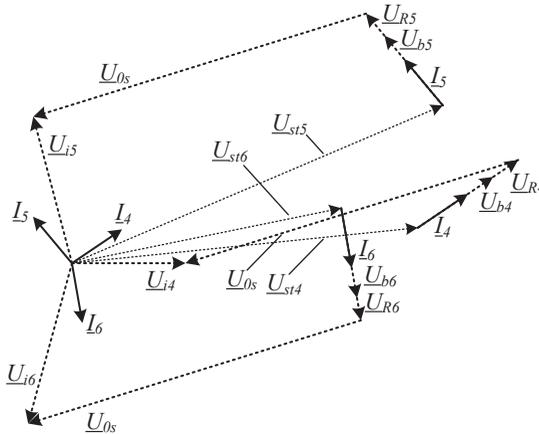


Abb. 5.5: Zeigerdiagramm des stationären Betriebsfalls bei asymmetrischer Speisung und fehlender bzw. fehlerhafter Abstimmung des Systems (formal).

Die störenden inneren Spannungsabfälle stellen sich den Verhältnissen entsprechend ein und fallen für diesen nicht abgestimmten Fall nicht als gleichphasige Komponente zusammen. Nach der Bestimmung einer entsprechenden Kondensatorkonfiguration ist für den dargestellten asymmetrisch gespeisten Fall ein Betrieb mit aus den Phasensträngen eliminierten inneren Spannungsabfällen analog zum vorangehend betrachteten Fall möglich. Die drei störenden Spannungsabfälle können im Ersatzschaltbild als gleichphasige Komponente in den Sternpunkt des Spulensystems ausgelagert werden und es stellen sich Verhältnisse wie folgt ein (formal):

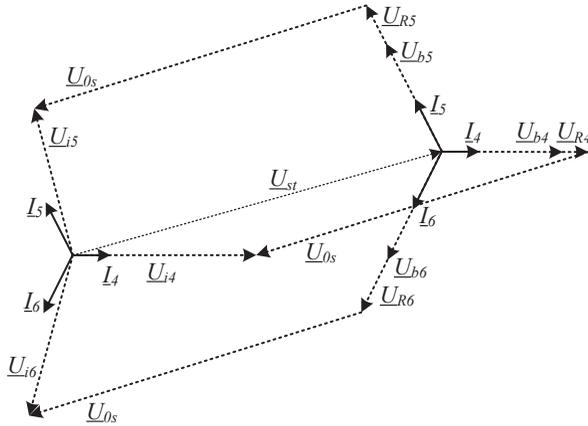


Abb. 5.6: Zeigerdiagramm des stationären Betriebsfalls bei asymmetrischer Speisung des Systems im abgestimmten Zustand (formal).

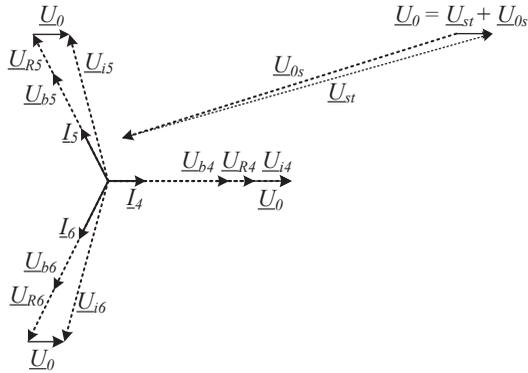


Abb. 5.7: Zeigerdiagramm wie in obiger Abb. 5.6. Die Sternpunktspannung \underline{U}_{0s} und der gleichphasige, störende Anteil \underline{U}_{st} sind zu einer resultierenden gleichphasigen Komponente \underline{U}_0 zusammengefasst.

5.1.3 Probleme bei der Erfassung der induzierten Spannung

Das abgestimmte einphasige Sekundärssystem setzt bei reellwertiger Last in den Grundswingungsgrößen einen verschwindenden Nullphasenwinkel zwischen Schleifenstrom und induzierter Spannung voraus, was mit verschwindender Grundswingungsblindleistung einhergeht. Für die Realisierung einer automatischen Abstimmung mit einer geschlossenen Regelkreisstruktur müsste demnach dieser Nullphasenwinkel als Regelgröße angesetzt werden. Während die Erfassung des Schleifenstroms bzw. der Schleifenströme (im mehrphasigen Fall) ohne weiteres möglich ist, stellt die Erfassung der induzierten Spannungen jedoch ein großes Problem dar, welches in den folgenden Abschnitten genauer erläutert wird.

5.1.3.1. Induzierte Spannung am einphasigen Sekundärsystem

Die Schwierigkeit bei der Erfassung der induzierten Spannung in der Spule des Sekundärsystems liegt darin, dass diese nicht direkt gemessen werden kann: An den Anschlussklemmen der Spule/Wicklung wird im belasteten Fall der störende Spannungsabfall über den ohmschen Anteilen und der Selbstinduktivität nach Abb. 5.1 mit erfasst. Um die beiden störenden Anteile von der Messung an den Anschlussklemmen der Spule/Wicklung zu isolieren, bietet sich der Einbau einer zusätzlichen unbelasteten Mess-Spule/Wicklung im Sekundärsystem an.

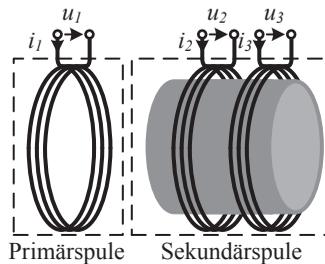


Abb. 5.8: Schematische Darstellung des Systems mit zusätzlicher unbelasteter Messwicklung im Sekundärsystem.

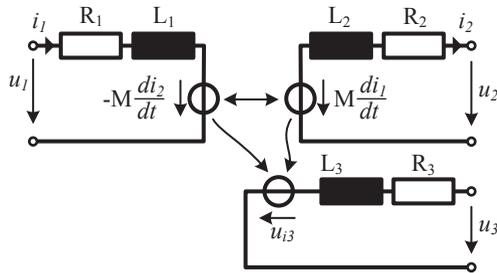


Abb. 5.9: Ersatzschaltbild der Anordnung mit konzentrierten Parametern. Die zusätzliche Messspule bleibt unbelastet.

Über die konzentrierten Parameter der resultierenden Anordnung lassen sich die beschreibenden Gleichungen für die elektrischen Größen an den Klemmen wie folgt notieren:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & & \\ & R_2 & \\ & & R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M & M_{13} \\ M & L_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

Der relevante Ausdruck für die Spannung an den Anschlussklemmen der unbelasteten Messspule lässt sich leicht aus der obigen Gleichung isolieren, wobei die für die unbelastete Messspule gültige Bedingung

$$i_3 = 0 \quad (5-11)$$

bereits berücksichtigt ist.

$$u_3 = \underbrace{M_{13} \cdot \frac{d}{dt} i_1}_{u_{i1}} + \underbrace{M_{23} \frac{d}{dt} i_2}_{u_{i2}} \quad (5-12)$$

Der erste Term beschreibt die vom Primärstrom i_1 induzierte Spannung (u_{i1}) und der zweite Term die vom Sekundärstrom i_2 in die Messspule induzierte Spannung (u_{i2}). Umstellen der Gleichung nach der induzierten Spannung u_{i1} liefert:

$$u_{i1} = u_3 - \underbrace{M_{23} \frac{d}{dt} i_2}_{u_{i2}} \quad (5-13)$$

Ist die Gegeninduktivität M_{23} bekannt, so kann die vom Primärstrom in die Messspule induzierte Spannung u_{i1} aus der gemessenen Spannung an den Anschlussklemmen der Messspule (u_3) und aus dem Strom in der Sekundärwicklung (i_2) berechnet werden. Die Phasenlage der so gewonnenen Spannung (u_{i3}) entspricht der Phasenlage der gesuchten induzierten Spannung u_{21} in der Sekundärwicklung, was auch für die eigentliche Regelung ausreicht. Ein ähnlicher Ansatz wird in [47] vorgestellt und in einem Patent aus dem Jahr 2011 von den selben Autoren unter der Veröffentlichungsnummer *US20110254379A1* erwähnt - das Hauptproblem bei diesem Ansatz ist jedoch ausgerechnet die Voraussetzung, dass M_{23} bekannt sein muss. Diese Gegeninduktivität kann zwar bestimmt werden, ist aber im späteren Betrieb keinesfalls konstant. Der Wert ist ebenso abhängig von u.a. Temperatur und Positionsfehler wie die restlichen Induktivitäten im System auch. Sofern der Aufbau des Systems dies erlaubt, ist die externe Anbringung der Messspule eine mögliche Alternative: Die Messspule muss so über der Primärwicklung platziert werden, dass der Flussanteil, verursacht durch den Strom in der Sekundärwicklung, die Messspule nicht mehr, bzw. nicht mehr nennenswert durchdringt.

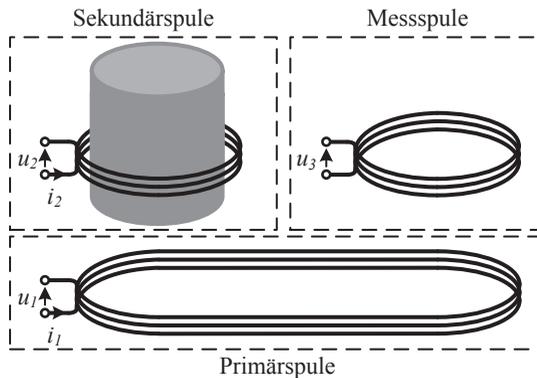


Abb. 5.10: Schematische Darstellung des Systems mit zusätzlicher unbelasteter Messwicklung außerhalb des Sekundärsystems.

Dadurch entfällt die magnetische Kopplung zwischen Sekundärwicklung und Messspule und die Gleichung (5-13) vereinfacht sich zu:

$$u_{i1} = u_3 \quad (5-14)$$

Die Spannung an den Klemmen der unbelasteten Messspule entspricht der in der Messspule aufgrund des Primärstroms induzierten Spannung, deren Phasenlage ja letztendlich erfasst werden soll. Die Gegeninduktivität M_{23} entfällt gänzlich aufgrund der fehlenden, bzw. vernachlässigbar kleinen Kopplung zwischen Sekundärwicklung und Messspule. Zusammengefasst:

Bei Systemen mit gegenüber der Sekundärwicklung räumlich deutlich ausgehnter Primärwicklung lässt sich die Phasenlage der in der Sekundärwicklung induzierten Spannung mit einer entsprechend platzierten, externen Hilfsspule erfassen.

5.1.3.2. Induzierte Spannung am dreiphasigen Sekundärsystem

Zur Aufstellung der Leistungsbilanz bezüglich der induzierten Spannungen am dreiphasigen System gilt es, die induzierten Spannungen messtechnisch zu erfassen - bei einem Aufbau mit unbelasteten Messspulen, die im Flusspfad der jeweiligen Sekundärsystem-Wicklung angeordnet sind, sind die Verhältnisse im Vergleich zum einphasigen Aufbau jedoch bereits deutlich komplexer.

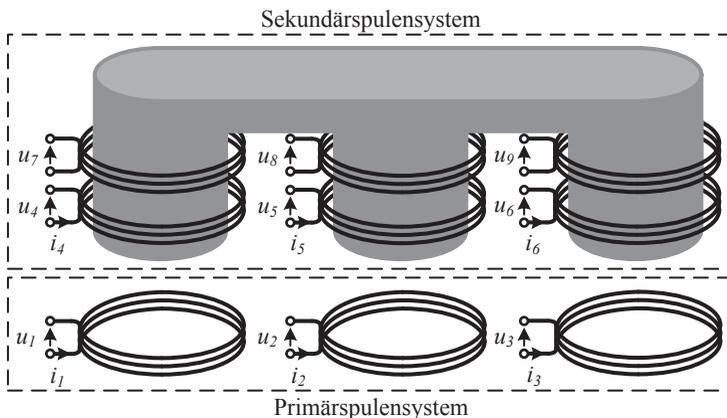


Abb. 5.11: Schematische Darstellung des dreiphasigen Systems mit Messspulen.

Die Gleichungen für die Beschreibung der Spannungen an den Klemmen der unbelasteten Messspulen lassen sich mithilfe der bereits bei der Modellierung der Kopplung in Kapitel 4 verwendeten Grundlage wie folgt notieren:

$$\begin{bmatrix} u_7 \\ u_8 \\ u_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{17} & M_{27} & M_{37} & M_{47} & M_{57} & M_{67} \\ M_{18} & M_{28} & M_{38} & M_{48} & M_{58} & M_{68} \\ M_{19} & M_{29} & M_{39} & M_{49} & M_{59} & M_{69} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

Die Problematik lässt sich bereits an der Betrachtung lediglich einer der drei Messspulen gut verdeutlichen - für die erste Messspule lässt sich aus obigen Gleichungen folgender Ausdruck isolieren:

$$u_7 = \underbrace{M_{17} \cdot \frac{d}{dt} i_1 + M_{27} \cdot \frac{d}{dt} i_2 + M_{37} \cdot \frac{d}{dt} i_3}_{u_{i7a}} + \underbrace{M_{47} \cdot \frac{d}{dt} i_4 + M_{57} \cdot \frac{d}{dt} i_5 + M_{67} \cdot \frac{d}{dt} i_6}_{u_{i7b}} \quad (5-16)$$

Der erste Term (u_{i7a}) stellt die in der Messspule vom Primärfeld her (Überlagerung der Flüsse von den drei Wicklungen der Primärseite) induzierte Spannung dar. Dieser Term entspricht dem Gesuchten. Der zweite Term (u_{i7b}) stellt die in der Messspule vom Sekundärfeld (Überlagerung der Flüsse aller drei Wicklungen der Sekundärseite) her induzierte Spannung dar und wirkt analog zum einphasigen Fall störend.

$$u_7 = u_{i1} + \underbrace{M_{47} \cdot \frac{d}{dt} i_4 + M_{57} \cdot \frac{d}{dt} i_5 + M_{67} \cdot \frac{d}{dt} i_6}_{u_{i7b}} \quad (5-17)$$

Auch hier gelten wiederum dieselben Bedingungen wie beim einphasigen Fall: Die Phasenlage der induzierten Spannung in der Wicklung des Sekundärsystems ist identisch mit der Phasenlage der induzierten Spannung in der zugehörigen Messspule. Somit ist das Ziel wiederum, den vom Primärfeld her rührenden Anteil der induzierten Spannung in der Messspule zu gewinnen. Dies ist wiederum nur dann möglich, wenn die Gegeninduktivitäten zwischen den Wicklungen des Sekundärsystems sowie die drei Ströme im Sekundärsystem bekannt sind und somit der Term (u_{i7b}) berechnet werden kann. Wieder stellt sich jedoch

das Problem, dass die beteiligten Gegeninduktivitäten abhängig sind von diversen Störeinflüssen.

Im Gegensatz zum einphasigen Fall ist ein Spulensystem, das außerhalb des Feldes der Wicklungen im Sekundärsystem platziert ist, keine Alternative: Im dreiphasigen Fall setzt sich die induzierte Spannung in den Wicklungen des Sekundärsystems nicht nur aus der Wirkung des Primärfeldes zusammen. Die drei Wicklungen des Sekundärsystems sind magnetisch miteinander gekoppelt, weshalb hier die induzierte Spannung einen zusätzlichen Anteil aus den jeweils benachbarten zwei Wicklungen enthält. Dies kann leicht aufgezeigt werden, indem die Spannung an den Klemmen beispielsweise der ersten Wicklung des Sekundärsystems betrachtet wird:

$$u_4 = \underbrace{M_{14} \cdot \frac{d}{dt} i_1 + M_{24} \cdot \frac{d}{dt} i_2 + M_{34} \cdot \frac{d}{dt} i_3 + L_4 \cdot \frac{d}{dt} i_4}_{u_{i4a}} + \underbrace{M_{54} \cdot \frac{d}{dt} i_5 + M_{64} \cdot \frac{d}{dt} i_6}_{u_{i4b}} \quad (5-18)$$

Der linke Term (u_{i4a}) beschreibt den Anteil der induzierten Spannung aufgrund der in den Wicklungen der Primärseite fließenden Ströme. Der markierte Term rechts (u_{i4b}) beschreibt den Anteil der induzierten Spannung aufgrund der in den beiden benachbarten Wicklungen des Sekundärsystems fließenden Ströme. Beide Anteile bilden zusammen die in der betrachteten Wicklung induzierte Spannung. Wird nun eine Messspulenordnung analog zum einphasigen Fall fern vom Feld des Sekundärsystems verbaut, so verschwindet der rechte Term (u_{i4b}) vollständig und fehlt somit – aus diesem Grunde kommt eine externe Messspulenordnung im dreiphasigen Fall nicht in Frage. Zusammengefasst:

Im dreiphasigen Fall bei Systemen mit gegenüber der Sekundärwicklung räumlich deutlich ausgedehnter Primärwicklung (z.B. lange dreiphasig aufgebaute rautenförmige Wicklung) stellt auch die externe Messspulenordnung keine Alternative zur Erfassung der gesuchten Phasenlage dar. Aufgrund der im Betrieb von diversen Störgrößen abhängigen Parameter (beteiligte Gegeninduktivitäten) ist eine Schätzung der gesuchten Größe mit einem Beobachtersystem wie im einphasigen Fall kaum umsetzbar.

5.2 Konzeptansätze für die automatische Abstimmung

Die Realisierung einer automatischen Nachführung mit einer geschlossenen Regelkreisstruktur, die im einphasigen Fall beispielsweise direkt den Phasenfehler zwischen Strom und induzierter Spannung zu null regelt, ist problematisch: Als grundlegende Voraussetzung für eine solche Regelung wurde im vorangehenden Abschnitt die kaum sinnvoll realisierbare Erfassung der induzierten Spannung angesprochen. Im dreiphasigen Fall ist die Erfassung der Phasenlagen aller drei induzierten Spannungen gar kaum realisierbar, was die automatische Abstimmung mit einer geschlossenen Regelkreisstruktur weitgehend unmöglich macht.

5.2.1 *Betrachtung als Optimierungsproblem und Anforderungen an ein geeignetes Optimierungsverfahren*

Als Alternative werden in den folgenden Abschnitten Konzepte erarbeitet, die die Einhaltung von Kriterien für die Erfüllung des abgestimmten Zustands mit einem zu maximierenden Gütemaß derart verknüpfen, dass die automatische Nachführung als einfaches, skalares Optimierungsproblem behandelt werden kann. Das Gütemaß (Zielfunktion) wird aus einer oder mehreren messtechnisch einfach erfassbaren Zustandsgrößen des Systems gebildet und als Kriterium für den optimalen Betriebszustand nach Abschnitt 5.1.2 laufend nachgeführt. Über zusätzliche Aktoren übt die Nachführung gezielten Einfluss auf das System aus. Damit die innere Dynamik des Systems nicht in den Prozess mit einbezogen werden muss, erfolgt die Auswertung der Messgrößen zu diskreten Zeitpunkten, an denen das System in einem quasistationären Zustand verweilt. Zu berücksichtigende, transiente Anteile aus der Anregung des Systems in den gemessenen Größen entfallen somit weitgehend. Allerdings muss die Beaufschlagung des Systems mit externen Störgrößen als weitere Anregung des dynamischen Systems mit in die Betrachtungen einbezogen werden.

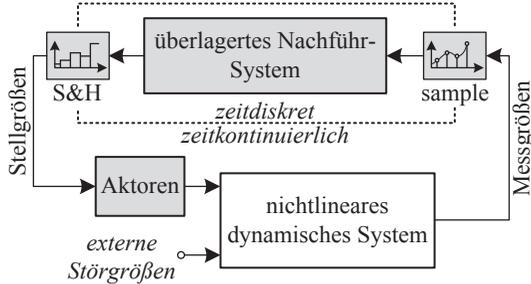


Abb. 5.12: Überlagerung eines Systems zur Nachführung des optimalen Betriebspunkts.

Die Abtastzeit für die überlagerte, zeitdiskret arbeitende Nachführung wird größer als die größte Zeitkonstante des Systems gewählt, damit das System nach einer Stellgrößenänderung und vor der nächsten Abtastung Zeit hat, in einen quasistationären Zustand überzugehen. Um den stabilen Betrieb der Nachführung zu gewährleisten, muss für die Zeitkonstanten der externen Störgrößen dieselbe Bedingung erfüllt sein. Der zulässigen Bandbreite externer Störgrößen sind dadurch enge Grenzen gesetzt. In der Annahme, dass die Zeitkonstanten der inneren Dynamik des Systems (überwiegend elektrischen Ursprungs) um Größenordnungen kleiner sind, als die Zeitkonstanten externer Störgrößen (überwiegend thermischen und mechanischen Ursprungs), bleibt für die Realisierung einer Nachführung reichlich Spielraum. Wie sich später allgemeingültig zeigen lässt, weist die Zielfunktion innerhalb des betrachteten Gebiets im einphasigen Fall nur ein lokales Maximum auf, das das globale Maximum darstellt. Die Suche nach einem geeigneten Optimierungsverfahren im Kern der überlagerten Nachführung wird dadurch wesentlich vereinfacht. Im dreiphasigen Fall wird dies als Bedingung vorausgesetzt und für den später betrachteten Beispielfall nachgewiesen. Aufgrund diverser externer Störgrößen die auf das System wirken, soll die Bestimmung von Gradienten der Zielfunktion nicht zu viel Zeit in Anspruch nehmen - wenn eine solche Bestimmung aussagekräftig sein soll, darf sich die Zielfunktion während der Dauer der Bestimmung nur wenig oder kaum verändern. Gradienten der Zielfunktion sollen daher über möglichst wenige Suchschritte bestimmt werden.

Aus den Suchstrategien mit möglichst einfacher Struktur für Probleme mit generischem Charakter bieten sich metaheuristische Verfahren an [73]. Allen

gemeinsam ist, dass sie sich an natürlichen Prozessen orientieren. Prominente Vertreter sind „great deluge algorithm“ (Sintflut-Algorithmus), „particle swarm optimization“ (Partikelschwärme), „simulated annealing“ (Simulierte Abkühlung), „metropolis-hastings“ (Monte-Carlo-Methode), „threshold accepting“ (Schwellenakzeptanz), „ant colony optimization“ (Ameisenkolonie), „stochastic tunneling“ und „hillclimbing optimization“ (Bergsteigeralgorithmus) [73], [74]. Bis auf die letztgenannte Methode weisen alle einen evolutionären Charakter auf, damit gefundene lokale Optima zugunsten globaler Optima bei der Suche wieder verlassen werden können. Dieser evolutionäre Charakter der meisten oben genannten Methoden ist jedoch aufgrund der Struktur der gegebenen Zielfunktion nicht vonnöten - die Zielfunktion weist lediglich ein globales Optimum auf. Hillclimbing ist ein sehr einfaches Verfahren, welches bei technischen Systemen mit nichtlinearem Gütemaß als Verfahren zur lokalen Optimierung oft als Mittel erster Wahl zum Einsatz kommt – ein bekannter Anwendungsfall ist das „Maximum Power Point Tracking“ (MPPT) bei Solaranlagen [75], [76], [77]. Der vom Photovoltaik-Panel geführte Strom wird dabei ausgehend von einem Startwert schrittweise so lange erhöht bzw. erniedrigt, bis die abgegebene Leistung maximal wird. Die Zielfunktion ändert ihren Charakter hauptsächlich mit variierender Sonneneinstrahlung und Modultemperatur. Durch die Nachführung ist immer der Betrieb im jeweils effektivsten Arbeitspunkt gewährleistet. Analog dazu wird MPPT in Windkraftanlagen bei der Festlegung der optimalen Turbinendrehzahl eingesetzt [78]. Bei der Festlegung eines geeigneten Optimierungsverfahrens muss aufgrund der inneren Dynamik auch darauf geachtet werden, dass die Schritte im Suchraum nicht unnötig groß angesetzt werden. Durch die innere Dynamik antwortet das System auf große Suchschritte am Eingang mit entsprechend hohen Überschwingern in vielen seiner Zustandsgrößen. Solche Überschwinger strapazieren vor allem die verbauten Halbleiterelemente im System rasch über ihre Belastungsgrenzen hinaus und sind daher absolut unzulässig. Zusammengefasst:

Die Suchschrittweite muss begrenzt sein: Große Schritte am Eingang führen zu evtl. unerwünscht hohen transienten Überschwingern am Ausgang.
Der Aufwand für eine Gradientenbestimmung ist hoch: Sie darf nicht zu viele Suchschritte in Anspruch nehmen - der Wert der Zielfunktion kann sich zeitlich schnell ändern aufgrund der Anregung mit externen Störgrößen.

5.2.1.1. Hillclimbing-Verfahren

Hillclimbing gehört zu den einfachsten Optimierungsverfahren, sowohl was die Implementierung des Verfahrens als Algorithmus auf dem Rechner, als auch die Anwendbarkeit anbelangt [74]. Der Name rührt von der ursprünglichen Verwendung als Methode zum Maximieren einer Zielfunktion f_z . Der Algorithmus sieht für diesen Fall wie folgt aus (nach [73]):

1. Wahl eines Startpunkts p_0
2. Zufällige Wahl eines neuen Punkts p_1 in der Nähe von p_0
3. Falls $f_z(p_1) \geq f_z(p_0)$, dann setze $p_0 = p_1$ und fahre fort mit Schritt 2

Aufgrund der simplen Struktur ist der Algorithmus in der Anwendung aber mit einer Reihe von Problemen konfrontiert [73]:

- Lokale Optima können nach dem Erreichen nicht mehr verlassen werden.
- Aufgrund der Suche in der direkten Umgebung eines Startpunkts und der sofortigen Akzeptierung jeder Verbesserung läuft die Suche mit hoher Wahrscheinlichkeit ins nächstgelegene Optimum.
- Langsames Fortschreiten, da nicht systematisch nach Verbesserungen gesucht wird.
- Die Festlegung der optimalen Schrittweite ist insbesondere im stetigen Fall schwierig.

Die ersten beiden Nachteile sind aufgrund der Natur der hier betrachteten Zielfunktion unerheblich – das einzige lokale Maximum entspricht hier dem globalen Maximum. Der dritte Nachteil kann für die betrachtete Anwendung insofern als Vorteil gesehen werden, als dass große Suchschritte ohnehin unzulässig sind. Der vierte Nachteil stellt eine zentrale Fragestellung dar, wie sich im Folgenden noch zeigen wird.

5.2.2 Hillclimbing an der einphasigen Sekundärseite

Für die Anwendung des Hillclimbing-Verfahrens am einphasigen System stellt sich an erster Stelle die Frage nach einem geeigneten Gütemaß. Die Spannung U_d am Ausgang des Gleichrichters ist eine potentielle Größe hierfür: Im abgeglichenen Zustand verschwindet die Summe der Spannungen über den reaktiven Elementen (5-1) und die Spannung U_d am Gleichrichterausgang wird maximal (Gleichungen (5-3) und (5-6)), was bereits im Abschnitt 5.1.1 vorausgehend aufgezeigt wurde. Um mithilfe einer überlagerten Nachführung gem. Abb. 5.12 Einfluss auf das abzustimmende System nehmen zu können, bedarf es eines Aktorelements, welches Eingriff auf die Abstimmung nimmt. Für den Einsatz als Aktor sind grundsätzlich viele in der wissenschaftlichen Literatur bereits untersuchte Konzeptansätze denkbar (s.a. Abschnitt 2.2, Stand der Forschung und Technik). Die Hauptanforderung an ein mögliches Stellglied liegt lediglich darin, mit Bezug auf Grundswingungsgrößen wie eine verstellbare Reaktanz zu wirken, unabhängig davon, ob der Aktor einen rein induktiv, rein kapazitiv oder gar wahlweise induktiv/kapazitiv wirkenden Stellbereich aufweist. Im Folgenden wird das Stellglied stets als kontinuierlich verstellbare Kapazität (wie in Abschnitt 4.3.1.1 bereits formal eingeführt) mit dem Steuerwinkel $\alpha = [0 \ 90^\circ]$ als Steuereingang angenommen.

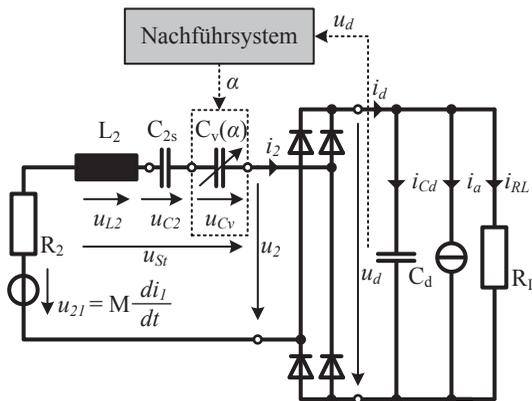


Abb. 5.13: Einphasiges Sekundärsystem mit überlagelter Nachführung und zusätzlichem Stellglied in Form einer verstellbar wirkenden Kapazität.

Das Gütemaß U_d kann somit in Funktion der gezielt beeinflussten Variable α und der Hauptstörgrößen U_{21} , L_2 und I_2 aufgefasst werden. Die Größen C_{2s} und R_2 werden als konstant betrachtet, obwohl im realen Betrieb, abhängig von der Wahl der Komponenten auch C_{2s} eine durchaus relevante Temperaturabhängigkeit aufweisen kann. Die Aufgabe der Nachführung liegt im laufenden Betrieb darin, die verstellbare Kapazität über deren Steuerwinkel α so nachzuführen, dass das Gütemaß (Zielfunktion) maximiert wird. Bei konstant bleibender induzierter Spannung im Pickup resultieren Verhältnisse wie im Folgenden exemplarisch aufgezeigt – die zugrunde liegenden Parameter entsprechen dem im Anhang beigelegten Parametersatz (Anhang C.1):

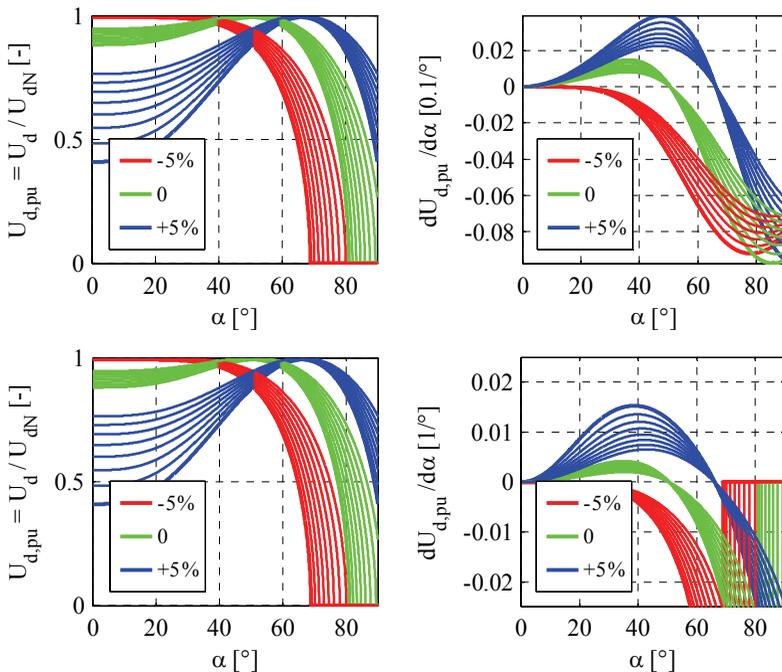


Abb. 5.14: Ausgangsspannung U_d (links) und deren Ableitung nach dem Steuerwinkel α (rechts), jeweils in Abhängigkeit vom Steuerwinkel. Oben für den rein ohmschen Fall ($R_L/R_{LN} = [1, 1,375]$) und unten für den Fall mit reiner Gleichstromlast ($I_d/I_{dN} = [0,7, 1]$) nach Tab. 4.2. Aufgetragen für den Nominalfall und für $\pm 5\%$ vom Nominalwert abweichende Induktivität L_2 .

Die überlagerte Nachführung liest die Spannung u_d als Referenz zur Bildung des Gütemaßes ein und berechnet laufend den Mittelwert U_d der eingelesenen Spannung. Dieser Wert wird periodisch abgetastet und dem Algorithmus zugeführt. Das Hillclimbing-Verfahren verändert den Steuerwinkel α in jedem Schritt um einen festen Betrag $\Delta\alpha$ in Richtung steigender Zielfunktionswerte.

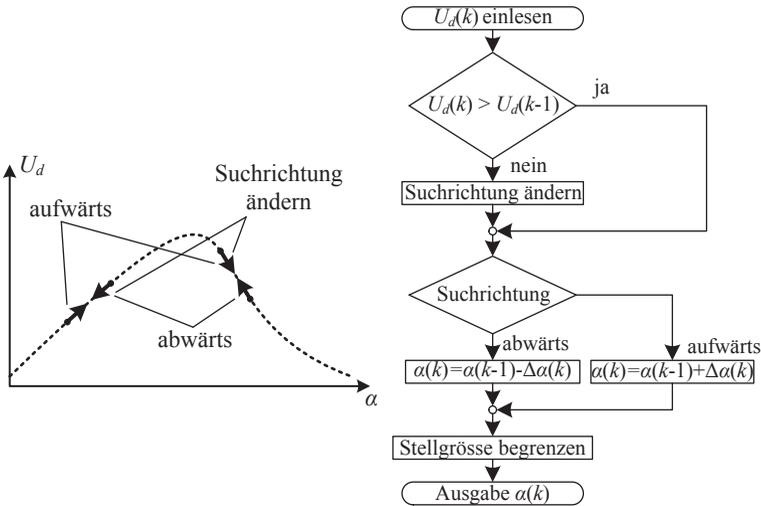


Abb. 5.15: Suchlogik Hillclimbing-Algorithmus (l) und Darstellung im Flussdiagramm (r).

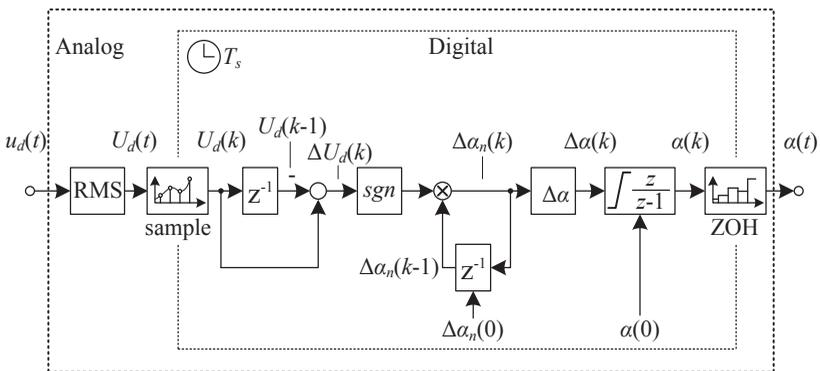


Abb. 5.16: Implementation des Algorithmus als Kern des kompletten Nachführungssystems im Signalflussplan.

5.2.2.1. *Störverhalten des Systems und Überlegungen zum Abtastintervall der überlagerten Nachführung*

Das dynamische Verhalten des Systems muss bei der Wahl der Abtastzeitpunkte für die überlagerte Nachführung mitberücksichtigt werden: Wichtig ist vor allem, dass das elektrische System nach einer Steuerwinkeländerung am Ausgang der überlagerten Nachführung in den stationären Zustand übergehen kann, bevor die nächste Abtastung der relevanten Zustandsgrößen für die Bestimmung des Gütemaßes vorgenommen wird. Zusammengefasst gilt daher:

Damit transiente Anteile der inneren Dynamik im Gütemaß möglichst stark unterdrückt sind, sollte das Abtastintervall für die Nachführung deutlich größer als die größte Zeitkonstante des Systems gewählt werden.

Die bisherigen Betrachtungen unterliegen dem Betrieb des Systems ohne Beaufschlagung mit externen Störgrößen. Nebst reaktiven Anteilen der Pickup-Innenimpedanz fließen auch die induzierte Spannung in der Wicklung und die Lastimpedanz, bzw. der Laststrom am Ausgang direkt mit ins Gütemaß U_d ein und wirken somit störend auf den Abstimmprozess. Die induzierte Spannung u_{2l} kann dem Abstimmprozess nicht aufgeschaltet werden, da sie kaum direkt erfassbar ist (Abschnitt 5.1.3.1). Die Lastimpedanz ist ebenfalls nur schwierig direkt zu erfassen. Von Bedeutung ist vor allem die Dynamik dieser Störgrößen. Die kleinsten auftretenden Zeitkonstanten müssen deutlich größer sein als die Abtastzeit der Nachführung, damit die Nachführung zu den Abtastzeitpunkten möglichst nur quasistationäre Anteile erfasst. Unproblematisch sind daher insbesondere Störanteile mit langsamen Anstiegszeiten, die von Abtastzeitpunkt zu Abtastzeitpunkt nur vergleichsweise geringfügige Änderungen im Gütemaß bewirken. Anteile dieser Art beeinträchtigen die Nachführung kaum, wie im Folgenden exemplarisch aufgezeigt wird. Das Simulationsmodell bildet das in Abb. 5.13 dargestellte System ab, wobei die elektrische Schaltung direkt in der dynamischen Zeigerdarstellung gem. Abschnitt 4.4.2 vorliegt. Die Simulation deckt beide Anwendungsfälle nach Tab. 4.2 (rein ohmsche Last, bzw. reine Konstantstrom-Last) ab. Als Störgröße wird im ersten Versuch der Lastimpedanz und im zweiten Fall dem am Ausgang bezogenen Gleichstrom nach Tab. 4.2 eine mittelwertfreie Komponente überlagert. Wahlweise in Kombination dazu wird der Induktivität L_2 ebenfalls eine mittelwertfreie Komponente überla-

gert. Die Periodendauer der überlagerten Signale (Lastimpedanz/Gleichstrom bez. Induktivität) ist leicht unterschiedlich gewählt, damit die Reaktion der Nachführung auf die Störeinflüsse nachvollziehbar bleibt. Die Anfangsbedingungen des Nachführalgorithmus sind bei allen Versuchen mit Absicht ungünstig gewählt, so dass eine sichtbare Einschwingphase stattfindet. Die Störgrößen werden bei allen Versuchen zum Zeitpunkt $t = 7\text{s}$ aufgeschaltet. $T_s = 35\text{ms}$.

Rein ohmsche Lastimpedanz: variierte Induktivität / variierte Lastimpedanz

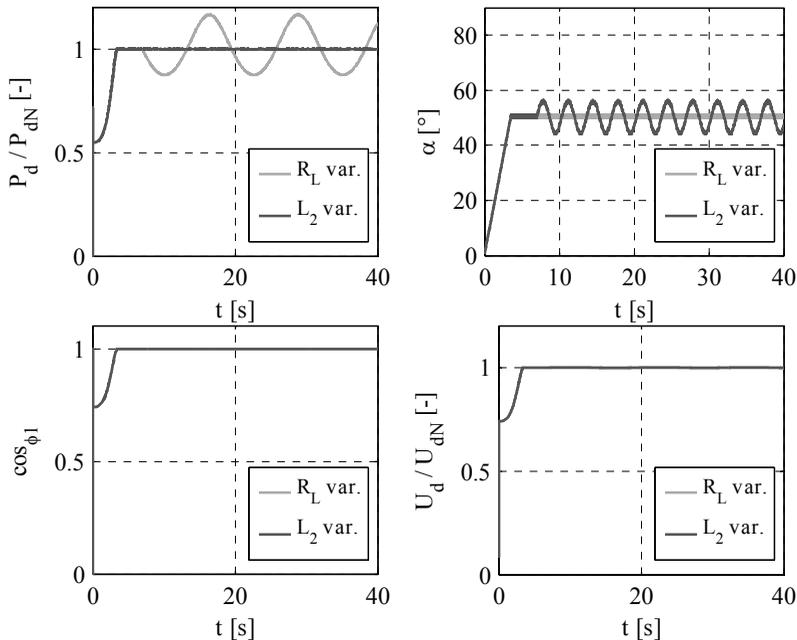


Abb. 5.17: Rein ohmsche Last (Fall 1, Tab. 4.2) – Leistung P_d (o.l.), $\cos\phi_1$ bezüglich \underline{U}_{21} (u.l.), Spannung U_d (u.r.) und Verlauf des Steuerwinkels (o.r.) bei variiertem Lastwiderstand R_L (Fall a, $L_2=\text{cst.}$) bzw. variiertes Induktivität L_2 (Fall b, $R_L=\text{cst.}$).

Die Lastimpedanz wird mit einer harmonischen Schwingung moduliert (0.1Hz, Amplitude 15% vom Nennwert R_L). Bei konstant bleibender Induktivität reagiert die Nachführung auf die sich einstellende Leistungsvariation folgerichtig ungestört ohne Nachführung der Kapazität, im Stellsignal sind keine Komponenten der Lastimpedanz-Variation sichtbar.

Im zweiten Fall wird der Induktivität eine harmonischen Schwingung überlagert (0,3Hz, Amplitude 2% vom Nennwert L_2), während die Lastimpedanz zeitlich konstant bleibt - die Induktivitätsvariation wird robust nachgeführt: Die Störkomponente verursacht eine zeitabhängige Verschiebung des optimalen Betriebspunkts, welcher über die variable Kapazität stabil nachgeführt wird, was im Stellsignal der Nachführung (Steuerwinkel) deutlich ersichtlich ist. Die Leistung am Ausgang des Systems bleibt jedoch zeitlich konstant. Am Zeitverlauf des Grundschwingungs-Leistungsfaktors bezüglich der im Pickup induzierten Spannung ist der erzielte Effekt (keine Blindleistung im Luftspalt) ebenfalls gut nachweisbar. Die Amplitude der induzierten Spannung bleibt in beiden Fällen zeitlich konstant.

Rein ohmsche Lastimpedanz: variierte Induktivität und variierte Lastimpedanz

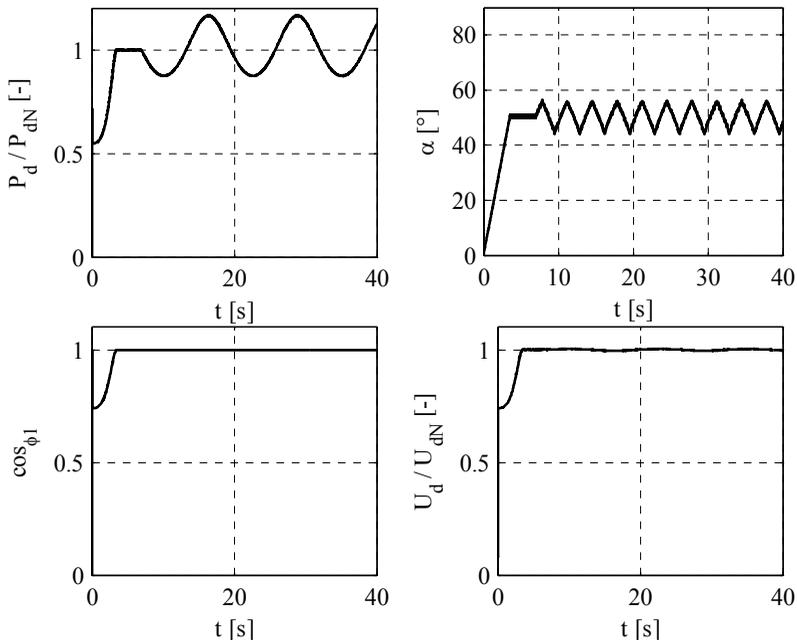


Abb. 5.18: Leistung P_d (o.l.), $\cos\phi_1$ bezüglich \underline{U}_2 (u.l.), Gleichspannung U_d (u.r.) und Steuerwinkel (o.r.) bei variiertem Lastwiderstand R_L und gleichzeitig variiertem Induktivität L_2 .

Im dritten Fall werden die Induktivität und die Lastimpedanz gleichzeitig mit den zugehörigen Signalen moduliert, wobei die Lastimpedanz mit einer Dreieckschwingung statt einer harmonischen Schwingung beaufschlagt wird. Der Versuch zeigt anschaulich das Verhalten der Nachführung bei zeitlich variierender Lastimpedanz und gleichzeitig zeitlich variierender Pickup-Induktivität. Die in der Lastimpedanz enthaltene 0,1Hz-Komponente ist nur in der Leistung am Ausgang des Systems wieder zu finden, während im Stellsignal der überlagerten Nachführung nur die in der variierenden Induktivität enthaltene 0,3Hz-Komponente zu erkennen ist.

Im zweiten Versuch wird eine Konstantstrom-Last (Fall 2 in Tab. 4.2) zugrunde gelegt, während der ohmsche Anteil der Lastimpedanz gänzlich wegfällt. Der Konstantstromanteil beträgt 30% des Nenngleichstroms, womit das System bei diesem zweiten Versuch im Teillastbereich betrieben wird. Moduliert mit einer harmonischen Schwingung wird wahlweise analog zum vorangehenden Versuch erst die Konstantstrom-Last (0,1Hz, Amplitude 5.5% des Nenngleichstroms) bzw. die Induktivität L_2 (0,3Hz, Amplitude 2% vom Nennwert L_2).

Reine Konstantstrom-Last: variierte Induktivität / variierte Lastimpedanz

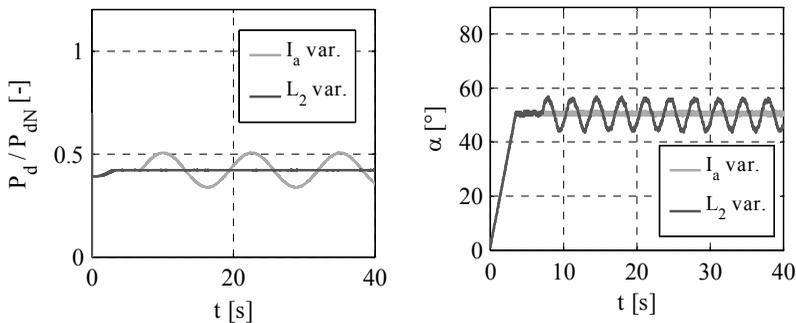


Abb. 5.19: Reine Konstantstrom-Last (Fall 2, Tab. 4.2) – Leistung P_d (l) und Verlauf des Steuerwinkels (α) bei variiertem Laststrom I_a (Fall a, L_2 =cst.) bzw. variiertem Induktivität L_2 (Fall b, I_a =cst.).

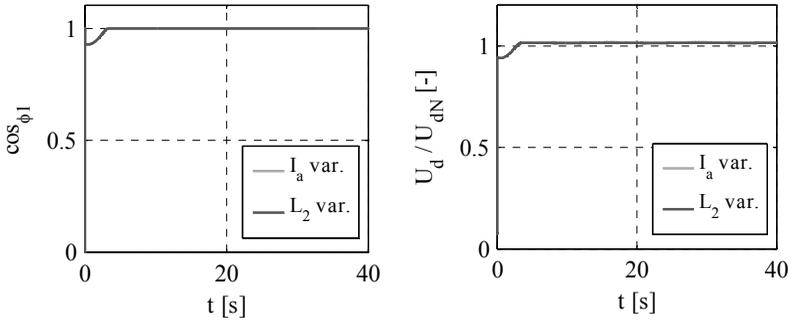


Abb. 5.20: Reine Konstantstrom-Last (Fall 2, Tab. 4.2) – $\cos \phi_1$ bezüglich \underline{U}_2 (l) und Spannung U_d (r) bei variiertem Laststrom I_a (Fall a, $L_2 = \text{cst.}$) bzw. variiertem Induktivität L_2 (Fall b, $I_a = \text{cst.}$).

In Anlehnung an den ersten Versuch reagiert die Nachführung bei einer reinen Beaufschlagung des Konstantstrom-Lastanteils folgerichtig ohne Stellgrößenänderung. Ebenso folgerichtig reagiert das System bei einer reinen Beaufschlagung der Induktivität mit der Nachführung der verstellbaren Kapazität, gut nachweisbar im Leistungsfaktor und der konstant bleibenden Ausgangsleistung.

Reine Konstantstrom-Last: variierte Induktivität und gleichzeitig variierte Lastimpedanz

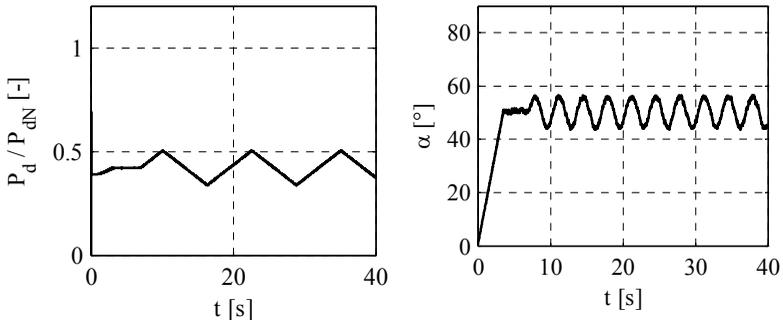


Abb. 5.21: Reine Konstantstrom-Last (Fall 2, Tab. 4.2) – Leistung P_d (l) und Verlauf des Steuerwinkels (α) bei variiertem Laststrom I_a und gleichzeitig variiertem Induktivität L_2 .

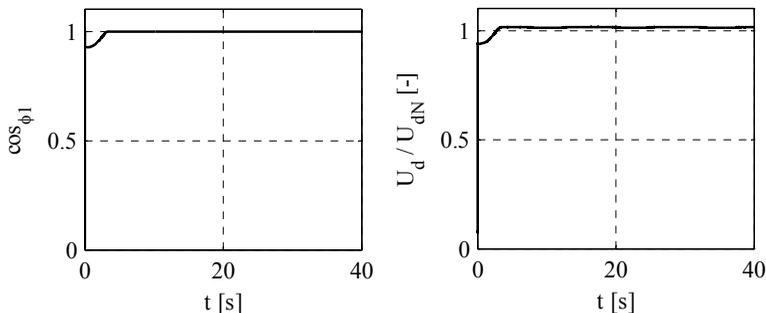


Abb. 5.22: Reine Konstantstrom-Last (Fall 2, Tab. 4.2) – $\cos\phi_1$ bezüglich \underline{U}_{2l} (I) und Spannung $U_d(t)$ bei variiertem Laststrom I_a und gleichzeitig variiert Induktivität L_2 .

Im dritten Fall ist das System wiederum mit den beiden bis anhin separat betrachteten Störgrößen gleichzeitig beaufschlagt. Dem Konstantstrom-Anteil wird eine Dreieckschwingung und der Induktivität eine harmonische Schwingung überlagert. Die Störgrößenanteile sind analog zum vorangehenden Versuch wiederum gut in der Ausgangsleistung bzw. im Stellsignal separat auffindbar.

Überlegungen zur Abschätzung der Abtastzeit T_s

Wie eingangs bereits angedeutet, ist die Wahl der Abtastzeit T_s für den überlagerten Nachführprozess ein Kompromiss: Zum einen soll sie möglichst klein gehalten werden, damit grundsätzlich auch schnelle Störgrößenänderungen robust austariert werden können. Andererseits geben die dominanten Zeitkonstanten des Systems selbst klare Untergrenzen vor.

Der nichtlineare Charakter der beschreibenden Differentialgleichungen macht die formale Bestimmung dieser Zeitkonstanten des Systems mit den für lineare und zeitinvariante Systeme gültigen mathematischen Werkzeugen schwierig. Die Nichtlinearität kommt in den beschreibenden Gleichungen in Form von nichtlinearen, algebraischen Nebenbedingung zustande und ist auf den Gleichrichter zurückzuführen. Die beiden wesentlichen dynamischen Elemente werden durch gewöhnliche lineare Differentialgleichungen beschrieben und können am Ersatzschaltbild (Abb. 5.13) rasch identifiziert werden: Die ohmschen Anteile bilden zusammen mit der wirkenden Kompensationskapazität und der Induktivi-

tät einen RLC-Reihenschwingkreis. Das zweite lineare, zeitinvariante Glied bilden als Teile des Lastäquivalents die Ausgangskapazität und der Lastwiderstand. Letzteres bildet ein proportionales Übertragungsglied mit Verzögerung erster Ordnung (PT₁). Zur Abschätzung der im Gesamtsystem auftretenden Zeitkonstanten ist die Kenntnis der Zeitkonstanten der enthaltenen linearen, zeitinvarianten Glieder hilfreich.

Der RLC-Reihenschwingkreis ist im realen Aufbau aufgrund der niedrigen ohmschen Anteile lediglich schwach gedämpft und entspricht in der Sprungantwort daher mit Sicherheit einem stabilen Schwingfall mit einer verhältnismäßig kleinen Dämpfungskonstanten $0 < D < 1$. Die Amplitude der in der Sprungantwort auftretenden Schwingung hat den Charakter einer Exponentialfunktion mit der Abklingzeitkonstante [72]:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_2 \cdot C_2}} \quad (5-19)$$

$$D = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \quad (5-20)$$

$$T_A = \frac{1}{\omega_0 \cdot D} = 2 \cdot \frac{L_2}{R} \quad (5-21)$$

Das zweite, durch die Ausgangskapazität C_d und den Lastwiderstand R_L gebildete PT₁-Glied weist die Zeitkonstante T_1 auf:

$$T_1 = R_L \cdot C_d \quad (5-22)$$

Die Abtastzeit T_s sollte daher mindestens mit einem Vielfachen (2...10) der dominierenden Zeitkonstante gewählt werden.

Bei dem im vorliegenden Abschnitt untersuchten Parameterbeispiel liegt die Abklingzeitkonstante des RLC-Schwingkreises bei $T_A \approx 0.5\text{ms}$ und die Zeitkonstante des Lastäquivalents bei $T_1 \approx 5\text{ms}$. Die gewählte Abtastzeit entspricht daher mit $T_s = 35\text{ms}$ der Anforderung.

5.2.2.2. Überlegungen zur Schrittweite der überlagerten Nachführung

Die Nachführung wurde bisher nur mit fester Schrittweite $\Delta\alpha$ betrachtet. Große Schrittweiten erlauben ein schnelles Nachführen, während kleine Schrittweiten eine feine Abstimmung im Bereich des Resonanzpunktes ermöglichen - das ideale Suchverfahren vereint natürlich beide Eigenschaften. Im Photovoltaikbereich wurden für die klassische MTTP-Anwendung zahlreiche Konzeptansätze mit einer integrierten Schrittweitensteuerung untersucht [75]. Für den vorliegenden Fall grundsätzlich denkbar wären Ansätze mit einer vom Gradienten abhängigen Umschaltung zwischen zwei oder gar mehreren unterschiedlichen Schrittweiten nach dem Vorbild von [76]. Auch denkbar wäre ein Ansatz mit gradientenabhängiger, variabler Schrittweite nach dem Vorbild von [77], was hier jedoch nicht weiterverfolgt wird.

Durch Differentiation der Gleichung (4-74) lässt sich ein Ausdruck für die Berechnung der Steigung im stationären Verlauf von $U_{d,0}$ für den Fall 1 nach Tab. 4.2 (rein ohmsche Last) in Abhängigkeit vom Steuerwinkel als Abschätzungshilfe für die zu erwartende Höhe der Sprünge im ganzen Stellbereich gewinnen:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\alpha}(U_{d,0}) &= \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{2R_L}{\pi} \cdot |I_{2,0}| \right) \\
 &= \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{2R_L}{\pi} \cdot \left| U_{21} \left(R_L \frac{8}{\pi^2} + R_2 + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_v(\alpha)} \right) + j\omega L_2 \right)^{-1} \right| \right) \\
 &= \frac{2U_{21}R_L}{\pi} \left[\left(R_L \frac{8}{\pi^2} + R_2 \right)^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_v(\alpha)} \right) \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \\
 &\quad \cdot \left(L_2 - \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_v(\alpha)} \right) \right) \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{1}{C_v(\alpha)} \right]
 \end{aligned} \tag{5-23}$$

Im zweiten Fall nach Tab. 4.2 lässt sich durch Differentiation von (4-78) analog zum ersten Fall ein analytischer Ausdruck für die Abschätzung der Sprunghöhe über den ganzen Stellbereich finden:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{d\alpha}(U_{d,0})= \\
 & \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{\pi}{4} \left(\sqrt{U_{21}^2 - \left(\frac{\pi}{2} I_a\right)^2} \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} - \frac{1}{\omega C_v(\alpha)} \right)^2 - R_2 \frac{\pi}{2} I_a \right) \right) \\
 & = -\frac{\pi}{4} \left(U_{21}^2 - \left(\frac{\pi}{2} I_a\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} - \frac{1}{\omega C_v(\alpha)} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2} I_a \right)^2 \\
 & \quad \cdot \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} - \frac{1}{\omega C_v(\alpha)} \right) \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{1}{C_v(\alpha)} \right]
 \end{aligned} \tag{5-24}$$

Die Betrachtung schließt nur die ungestörten stationären Endwerte nach einer sprunghaften Änderung des Steuerwinkels $\Delta\alpha$ ein. Aufgrund der inneren Dynamik kommen jedoch weitere wichtige Aspekte hinzu: Mit zunehmender Schrittweite steigt die Überschwingweite der durch die Nachführung periodisch angeregten transienten Anteile im Schleifenstrom I_2 . Bei kontinuierlichem Betrieb der Nachführung resultiert somit ein höherer Rippelanteil im Ausgangsstrom. Die analytische Darstellung der Überschwingweite gestaltet sich etwas schwieriger als bei den stationären Endwerten: Für die Berechnung der Überschwingweite ist die Lösung des beschreibenden nichtlinearen komplexen Differentialgleichungssystems nach (4-65) vonnöten. Eine analytische Lösung dieses Systems ist nicht ohne weiteres möglich, was die numerische Betrachtung mit den Parametern des jeweiligen Zielsystems unumgänglich macht.

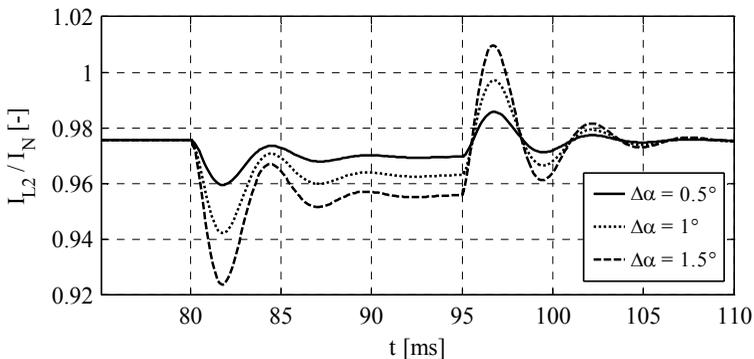


Abb. 5.23: Verlauf I_2 über zwei Suchschritte bei unterschiedlichen Schrittweiten.

Das Maximum im Verlauf des Gütemaßes im stationären ungestörten Fall kann aufgrund der hohen Sprünge nur begrenzt fein angefahren werden. Um dieses Maximum herum bildet sich ein Grenzyklus über drei Stützpunkte. Auch die Höhe der auftretenden Sprünge innerhalb dieses Grenzyklus wird von der Schrittweite beeinflusst.

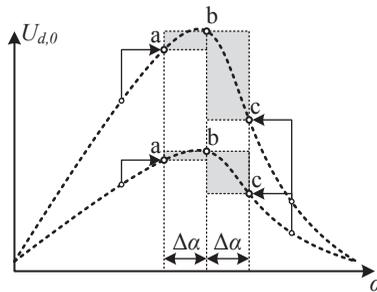


Abb. 5.24: Grenzyklen in den stationären Betriebspunkten um die Resonanz (ungestörter Fall).

Insbesondere bei schmalbandigem Verhalten des Leistungskreises sind die Sprünge im eingeschwungenen Strom groß. Nachfolgende Abbildung zeigt den Einzugsbereich, in dem ein gesetzter Schritt den Grenzyklus einleitet.

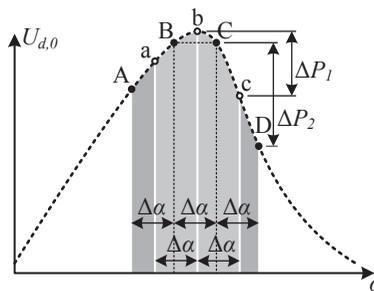


Abb. 5.25: Einzugsbereich, in dem die Grenzyklen starten.

In der obigen Abb. 5.25 sind mehrere Grenzfälle dargestellt. Beim ersten Fall kommt der mittlere Stützpunkt (b), um den sich der Grenzyklus entwickelt, genau auf dem Maximum der Kurve zu liegen (Grenzyklus a-b-c). In einem Grenzyklus endet der Suchvorgang aber nicht nur für den Fall, dass ein Schritt

im Bereich zwischen den Punkten a und c zu liegen kommt - der Grenzyklus wird bereits dann eingeleitet, wenn ein Schritt im Bereich zwischen A und D zu liegen kommt. Die beiden Punkte A und D sind, wie in obiger Grafik gut ersichtlich, über die Lage der Punkte B und C definiert. Sprünge im Umfeld der beiden Punkte enden in den Grenzyklen ABC oder BCD.

Die Höhe der auftretenden Sprünge ist bei gegebener Sprungweite vom Verlauf des Gütemaßes abhängig. Am realen technischen System ist dieses im Maximum stetig und wird von beiden Seiten her im direkten Umfeld des Maximums zunehmend flacher. Die höchsten Sprünge treten aber tendenziell eher bei Grenzyklen auf, die in der Nähe der Punkte A und D starten, da die Steigungen dort wesentlich höher sind.

Die Schrittweite $\Delta\alpha$ bildet zusammen mit der Abtastzeit T_s die zeitliche Änderung der Stellgröße am Ausgang der überlagerten Nachführung und nimmt so nebst dem Einfluss auf die Überschwingweite des Stroms und der auftretenden Sprunghöhe im Grenzyklus auch Einfluss auf die maximal nachführbare zeitliche Änderung der Induktivität:

$$\frac{d}{dt}\alpha \approx \frac{\Delta\alpha}{T_s} \quad (5-25)$$

Mit abnehmender Sprunghöhe sinkt die maximal nachführbare zeitliche Änderung der Induktivität - schnellen, bzw. höherfrequenten Störungen kann nicht mehr entgegengewirkt werden, da die Nachführung die erforderliche Stellgrößenänderung am Ausgang nicht liefern kann.

Die Wahl der Schrittweite ist somit ein Kompromiss zwischen möglicher Bandbreite der Abstimmung, Restwelligkeit im stationären Ausgangsstrom und Feinheit der Abstimmung. Für die Wahl der Schrittweite $\Delta\alpha$ lassen sich kaum Empfehlungen in Form mathematischer Ausdrücke angeben, da das Verhalten des Gesamtsystems von Fall zu Fall stark variieren kann. Im Allgemeinen macht es aber Sinn, erst die Abtastzeit, abhängig von der im ganzen Betriebsbereich erwarteten, größten Zeitkonstanten des Systems festzulegen. Erst im Anschluss wird die Schrittweite $\Delta\alpha$ als Kompromiss der oben erwähnten Kriterien festgelegt. Ein Verfahren mit variabler Schrittweite empfiehlt sich dann, wenn für die drei Zielkriterien bei fester Schrittweite kein vernünftiger Kompromiss gefunden werden kann.

5.2.3 Hillclimbing an der dreiphasigen Sekundärseite

Die Adaption des Hillclimbing-Verfahrens auf den dreiphasigen Fall bedarf im Vergleich zum einphasigen Fall einiger zusätzlicher Überlegungen: Am dreiphasigen Sekundärsystem sind drei Kompensationskapazitäten vorhanden, von denen sinnvollerweise alle durch jeweils ein Stellglied mit verstellbar wirkender Reaktanz ergänzt werden. Im Unterschied zur automatisch nachgeführten einphasigen Sekundärseite bedient die überlagerte Nachführung drei Stellglieder mit dem Ziel wiederum ein Gütemaß zu maximieren. Der Kern der überlagerten Nachführung stellt mit dem Gütemaß als einzigem Eingang und den drei Stellsignalen als Ausgänge somit ein System mit einem Eingang und mehreren Ausgängen (SIMO) dar. Das klassische Hillclimbing-Verfahren ist jedoch nur als Algorithmus mit einem Eingang und einem Ausgang formuliert und muss auf geeignete Weise auf das vorliegende Problem adaptiert werden. An erster Stelle steht die Formulierung eines Gütemaßes aus messtechnisch erfassten Betriebsgrößen zur Diskussion.

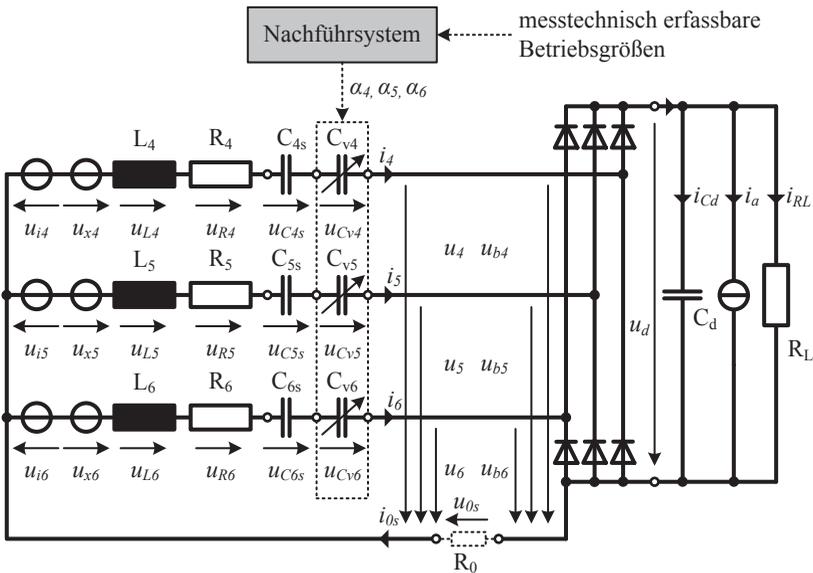


Abb. 5.26: Dreiphasiges Sekundärsystem mit überlagerter Nachführung und zusätzlichem Stellglied in Form einer verstellbar wirkenden Kapazität [81].

5.2.3.1. Formulierung eines geeigneten Gütemaßes

Im Abschnitt 5.1 wurde allgemeingültig nachgewiesen, dass das Ziel der Abstimmung (verschwindende Grundschwingungsblindleistung) einhergeht mit demjenigen Betriebsfall, bei dem die störenden Spannungsabfälle u_{st4} , u_{st5} und u_{st6} eine gleichphasige Komponente bilden. Für die Umsetzung einer überlagerten Nachführung ist nun ein geeignetes Gütemaß (Zielfunktion) gesucht, welches sein einziges Maximum in genau diesem einen Betriebspunkt erreicht. Die Bildung der Zielfunktion sollte aus messtechnisch leicht oder im Zuge der Prozessüberwachung (z.B. Schutzfunktionen) ohnehin bereits erfassten elektrischen Größen möglich sein. Messtechnisch ohne weiteres erfassbar sind Strom und Spannung am Gleichrichterausgang sowie die Amplituden bzw. Effektivwerte der Phasenströme am Gleichrichtereingang.

Anhand von Beobachtungen an der vermessenen Laboranlage tritt der abgestimmte Betriebszustand (keine Grundschwingungsblindleistung) in nur einem Betriebspunkt auf und zwar genau dann, wenn die Amplituden aller drei Phasenströme in Summe maximal werden.

Die Allgemeingültigkeit dieser Beobachtung kann jedoch aufgrund der schwierigen analytischen Lösbarkeit der erarbeiteten mathematischen Basis nicht ohne weiteres nachgewiesen werden. Ein möglicher Erklärungsansatz bringt das Ersatzschaltbild der Sekundärseite: Als Grundlage dienen dabei drei Kirchhoff'sche Maschen in den Schleifen zwischen den induzierten Spannungen und dem Gleichrichtereingang. Sind die störenden Spannungen aller drei Phasenstränge als Gleichtaktkomponente in den Sternpunkt verlagert, so entfallen sie in den verketteten Spannungen des kompensierten Spulensystems, welche vom Gleichrichter abgegriffen werden (Abb. 5.27). Erwartet wird nun, dass die konstant bleibenden induzierten Spannungen in Summe über alle drei Phasen die höchstmöglichen Ströme treiben. Die Zielfunktion kann folglich formuliert werden zu:

$$f_z = |I_4| + |I_5| + |I_6| = I_4 + I_5 + I_6 \quad (5-26)$$

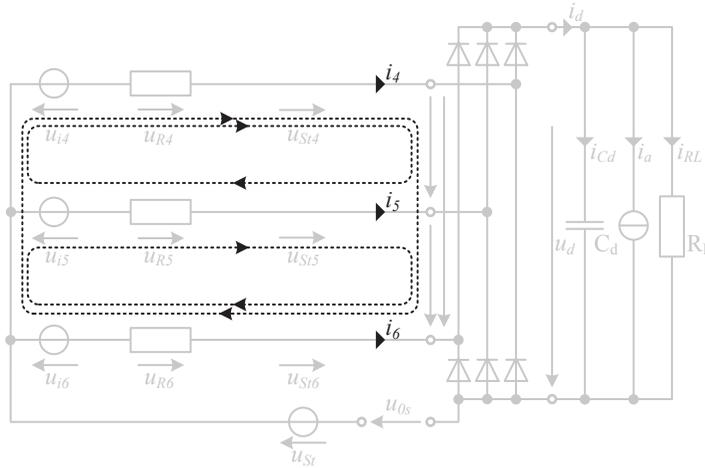


Abb. 5.27: Betrachtete Kirchhoff'sche Maschen am Ersatzschaltbild [81].

Die Summe der Amplituden aller drei Phasenströme tritt in dieser Form auch in der Gleichung für den Strom am Gleichrichterausgang (4-89) auf. Messtechnisch ist das arithmetische Mittel der Gleichgröße i_d aufgrund der zu erwartenden Kurvenformen wesentlich einfacher erfassbar als die Spitzenwerte bzw. die Effektivwerte der drei Wechselgrößen i_4 , i_5 und i_6 , weshalb sich der Gleichstrom am Ausgang des Systems als Gütemaß wesentlich besser eignet.

Obwohl für ein von der betrachteten Laboranlage abweichendes System davon ausgegangen werden kann, dass sich das beobachtete Verhalten nicht grundlegend von dieser unterscheidet, bleibt die Allgemeingültigkeit der beschriebenen Beobachtung kaum nachweisbar. Werden die Abweichungen von der Nominallage bzw. der Nominaltemperatur in einem Fehlervektor $\Delta\vec{F} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \vartheta]$ und der zugehörige Satz konzentrierter Ersatzparameter in einem Parametervektor $\vec{P} = [L_1, M_{12}, \dots]$ zusammengefasst, so lässt sich über die Zusammenhänge im elektromagnetischen Feld jedem Fehlervektor $\Delta\vec{F}$ ein Parametervektor \vec{P} zuweisen. Die Menge aller möglichen Fehlervektoren $\Delta\vec{F}$ spannt auf der Betrachtungsebene der konzentrierten Parameter somit eine Menge an zugehörigen Parametervektoren (Vektorraum) auf. Auf der im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen mathematischen Basis bleibt als Nachweis für einen bekannten Parameterraum lediglich der numerische Nachweis anhand ausgewählter Fehler- bzw. Parametervektoren im Parameterraum – gekoppelt an die Annah-

me, dass sich das System im restlichen Parameterraum nicht grundsätzlich anders verhält.

Zusammen mit den drei (verstellbaren) Kompensationskapazitäten spannt jeder Parametervektor einen Suchraum in den Steuerwinkeln α_4 , α_5 und α_6 auf - beim numerischen Nachweis mit den ausgewählten Fehler-/Parametervektoren gilt es die Einhaltung zweier Forderungen zu überprüfen, damit das im Folgenden untersuchte Nachführungssystem eingesetzt werden kann:

- Das Gütemaß (Gleichstrom I_d) weist innerhalb des gesamten Suchraums für den betrachteten Parameter- bzw. Fehlervektor nur eine Maximalstelle auf - es treten keine lokalen Optimallösungen auf.
- Der abgestimmte Betriebszustand (keine Grundschwingungsblindleistung) tritt an diesem Betriebspunkt ein.

Für den Parameterraum des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Systems wurde beispielhaft anhand ausgewählter Fehlervektoren im gegebenen Bereich eine Auswertung vorgenommen. Zu diesem Zwecke wird mit den ausgewählten Fehler-/Parametervektoren jeweils der gesamte entstehende Suchraum in Abhängigkeit der drei Stellgliedeingangsgrößen α_4 , α_5 und α_6 mit einer ausreichend klein gehaltenen Schrittweite des Stellwinkels berechnet.

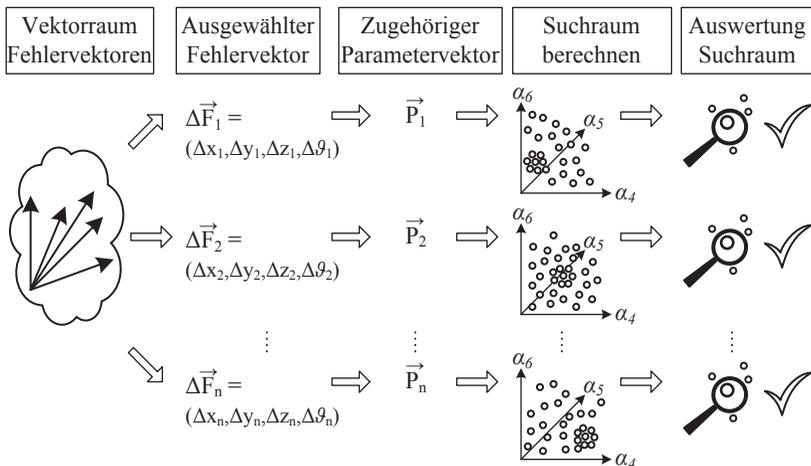


Abb. 5.28: Numerische Bestimmung der Suchräume für ausgewählte Fehlervektoren aus dem klar abgegrenzten Fehlervektorraum.

Die Einhaltung der geforderten zwei Bedingungen im jeweiligen Suchraum lässt sich auf einfache Weise überprüfen:

In der Menge aller berechneten Punkte im betrachteten Suchraum müssen mit Ausnahme genau eines einzelnen Punktes sämtliche weiteren Punkte mindestens einen Nachbarpunkt höheren Gütemaßes aufweisen.

Es darf somit nur genau einen Punkt im Suchraum geben, der keine Nachbarpunkte mit höherem Gütemaß aufweist. Im Suchraum mit mehreren lokalen Maxima würde dieser Fall entsprechend mehrfach eintreten. Ist ein solcher einzelner Punkt gefunden und verschwindet die Grundschwingungs-Blindleistung in Bezug auf den Eingang der Sekundärseite in diesem Punkt, so ist der Nachweis erbracht.

Für das im Rahmen dieser Arbeit betrachtete System (Anhang C.2 / P3) lässt sich der Verlauf des Gütemaßes auf drei durch den optimalen Betriebspunkt laufenden Schnittebenen graphisch etwas verdeutlichen – dargestellt in Nennlage und für zwei Fälle mit Lagefehlern entlang der Z-Achse (nach Abb. 3.2):

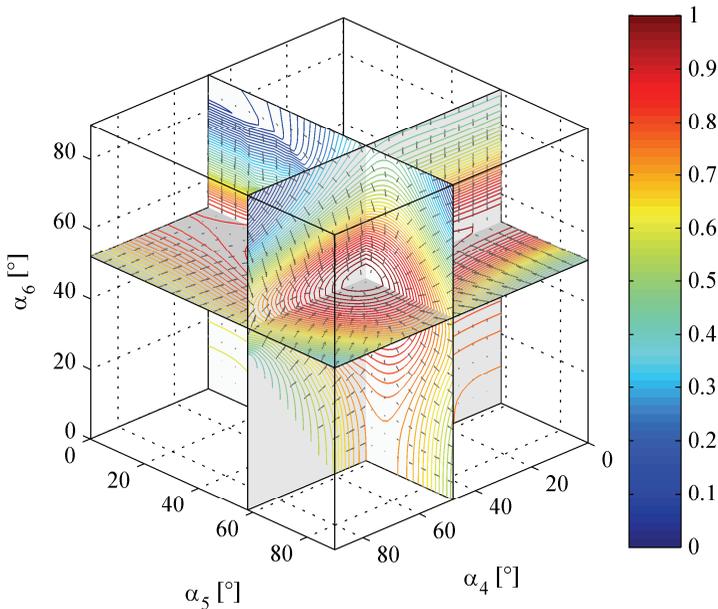


Abb. 5.29: Verlauf des Gütemaßes ($I_d / I_{d,max}$) auf den Schnittebenen am optimalen Betriebspunkt für die Nennlage ($\Delta\gamma=0$, $\Delta\gamma=0$, $\Delta z=0$, $\Delta\theta=0$).

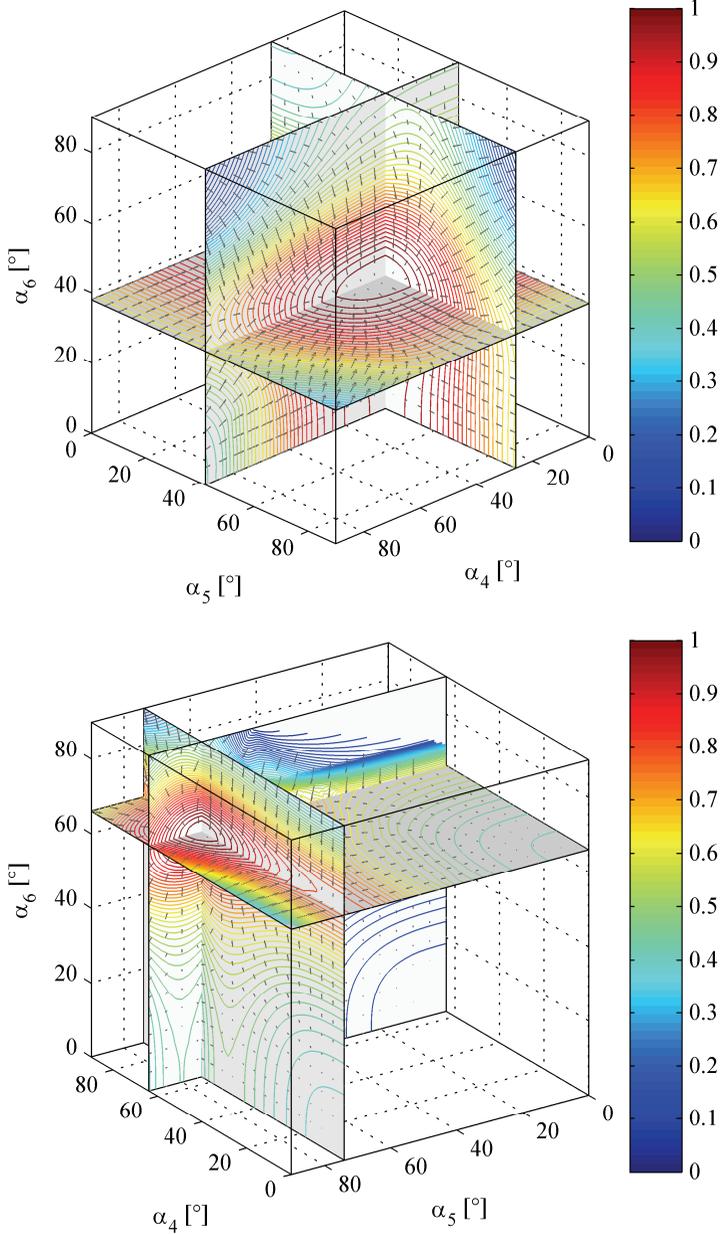


Abb. 5.30: Wie Abb. 5.29, jedoch mit Lagefehler ($\Delta z/L = -2,7\%$ (o) / $+6,7\%$ (u)).

5.2.3.2. Systemstruktur der untersuchten dreiphasigen Nachführung

Wie bereits eingangs angedeutet, liegt die Herausforderung bei der Adaption auf den dreiphasigen Fall nach Abb. 5.26 darin, das klassische Hillclimbing-Verfahren mit seiner SISO-Struktur als SIMO-System zu implementieren. Mit den zwei zusätzlichen Systemausgängen stellt sich die Frage, nach welchem Regelwerk die drei Stellgrößen in Abhängigkeit des Gütemaßes vorgegeben werden sollen. Der klassische Anwendungsfall stellt ein eindimensionales Problem dar, bei dem mit einem einzelnen Sprung in eine der beiden möglichen Richtungen bereits der lokale Gradient, bzw. dessen Vorzeichen als Kriterium für die Suchrichtung bestimmt werden kann. Sollen nun aufgrund der Veränderung des Gütemaßes in einem Optimierungsschritt zwei oder gar alle drei Stellausgänge gleichzeitig in einem Schritt verändert werden, so stellt sich das Problem, dass der Gradient im zwei- bzw. dreidimensionalen Suchraum nicht mehr in nur diesem einen Schritt bestimmt werden kann. Eine Bestimmung des Gradienten über mehrere Suchschritte hinweg bringt jedoch Schwierigkeiten mit sich: Einerseits geht dies zu Lasten der Suchgeschwindigkeit und andererseits birgt dies im hier untersuchten Anwendungsbeispiel die Gefahr von Fehlinterpretationen, da sich der Suchraum aufgrund einer etwaig vorhandenen Störgrößendynamik noch während der anhaltenden Gradientenbestimmung relevant verändern kann.

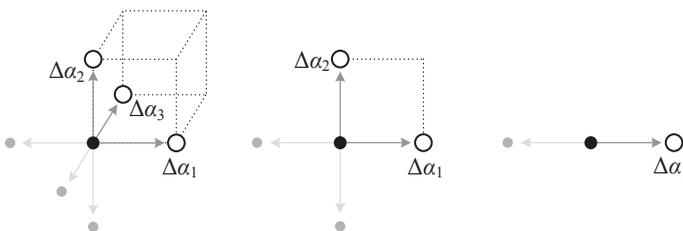


Abb. 5.31: Problematik Gradientenbestimmung: Bei 2-D und 3-D Suchproblem sind mehrere Suchschritte zur Bestimmung notwendig.

Der gewählte Ansatz liegt deshalb darin, den Stellgliedvektor $\vec{\alpha} = [\alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6]^T$ je Suchschritt in nur einem der drei Stellwinkel zu verändern. Die jeweils verbleibenden beiden Stellwinkel bleiben unverändert. Damit ist das Suchproblem lokal auf eine Dimension reduziert. Durch zyklisches Weiterschalten des

jeweils beeinflussten Stellwinkels nach einer festgelegten Anzahl Suchschritte ist die gleichmäßige Bedienung aller drei Stellwinkel gewährleistet.

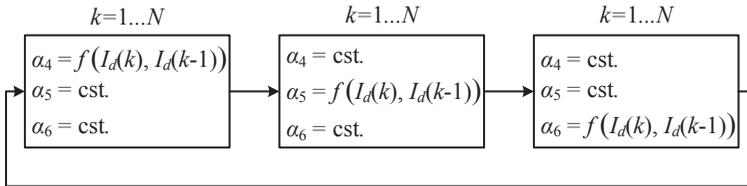


Abb. 5.32: Zur Suchlogik des adaptierten HC-Verfahrens.

Auf dem eingebetteten Digitalrechner lässt sich diese Suchlogik mit einfachen Grundfunktionalitäten aufbauen: Der Momentanwert des messtechnisch erfassten Stroms i_d am Gleichrichterausgang wird im ersten Schritt gemittelt, um dem pulsierenden Anteil zu begegnen. Anschließend folgt die Gewinnung einer zeitdiskreten Impulsfolge mit einer im Vergleich zur Betriebsfrequenz sehr niedrigen Abtastfrequenz. Im Zeitschritt k wird nun aus dem aktuellen und dem letzten Abtastwert der Impulsfolge der Stellgrößensprung nach dem Hillclimbing-Verfahren ermittelt und dem jeweils aktiven Summierblock zugeführt, während die beiden verbleibenden inaktiven Kanäle ihren letzten Wert am Ausgang halten. Die Ausgabe der zeitdiskret vorliegenden Stellgrößen erfolgt über ein einfaches Halteglied.

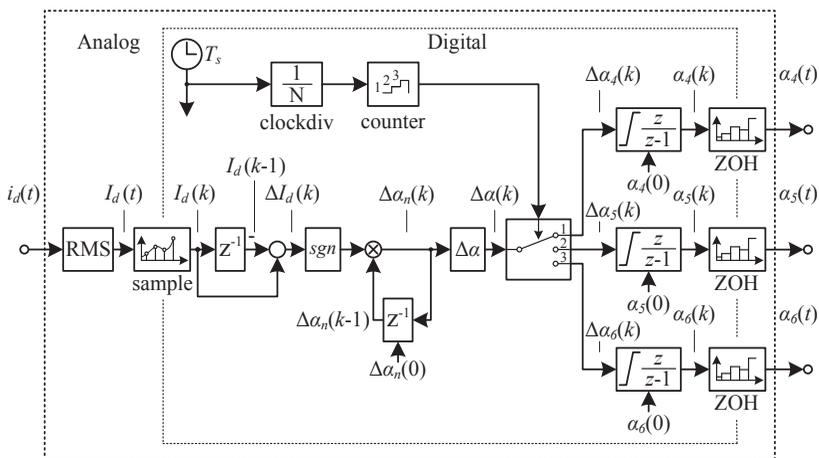


Abb. 5.33: Signalflussplan der gesamten Abstimmereinheit [81].

5.2.3.3. *Überlegungen zu Abtastintervall und Schrittweite der überlagerten Nachführung*

Bei der Wahl des Abtastintervalls für das Nachführsystem gilt Analoges zum einphasigen Fall – so klein wie möglich, damit die zulässige Störgrößenbandbreite möglichst hoch gehalten werden kann und dennoch groß genug, um transiente Anteile der Systemantwort auf den vorangehenden Stellgrößensprung zum Zeitpunkt der Auswertung im Gütemaß stark genug unterdrücken zu können. Die transienten Anteile der Systemantwort im Gütemaß können aufgrund der schwierigen analytischen Lösbarkeit der beschreibenden mathematischen Zusammenhänge nicht in allgemeingültiger Form beschrieben werden. Die Zeitkonstanten dieser transienten Anteile sollten daher durch numerische Versuche in möglichst allen relevanten Betriebsregionen sorgfältig abgeschätzt werden, um einen vernünftigen Wert der minimalen Abtastzeit T_s ermitteln zu können.

Die Festlegung der vorerst konstant vorgegebenen Schrittweite $\Delta\alpha$ ist ebenfalls ein Kompromiss analog zum einphasigen Fall: Große Schritte erlauben ein rasches Verfahren im gegebenen Suchraum – insbesondere großen zeitlichen Änderungen im Gütemaß als Folge entsprechend hoher zeitlicher Störgrößenänderungen kann mit großen Schrittweiten wirksam begegnet werden, während kleine Schrittweiten im Bereich der Optimallösung eine feine Abstimmung ermöglichen.

Neben der Schrittweite $\Delta\alpha$ und der Abtastzeit T_s gilt es die Anzahl Suchschritte N festzulegen, mit der der jeweils aktive Kanal vor dem Wechsel zum Nächsten beaufschlagt wird. Auch bei diesem dritten Parameter muss ein Kompromiss gefunden werden: Eine sehr kleine Anzahl Schritte N sollte nicht gewählt werden, da ansonsten kaum Fortschritt in die lokal richtige Richtung gemacht werden kann, während eine hohe Anzahl Suchschritte den ganzen Suchprozess unnötig verlangsamt. Abhängig vom Verlauf des Suchraums und von der aktuellen Suchposition im Suchraum kann eine hohe Anzahl Suchschritte genauso von Vorteil sein wie eine möglichst kleine. Für die numerischen Versuche im Rahmen dieser Arbeit wurde eine feste Schrittweite $N = 10$ gewählt. Unmittelbar nach einem Kanalwechsel ist die lokale Suchrichtung nach dem ersten Schritt bekannt, die restlichen Schritte werden dann in ein Fortschreiten in lokaler Anstiegsrichtung der entsprechenden Komponente des

Gradienten investiert. Damit liegt der Aufwand für die anfängliche Richtungsbestimmung nach einem Kanalwechsel bei einem Zehntel der für den Kanal pro Durchlauf insgesamt investierten Zeit.

5.2.3.4. Abschätzung der zulässigen Dynamik externer Störgrößen

Die Zeitkonstante der Temperatur als eine der betrachteten Störgrößen wird im Vergleich zu den elektrischen Zeitkonstanten als viel größer angenommen. Bei der Abschätzung der zulässigen Störgrößenbandbreite wird die Temperatur als Störgröße daher unkritisch eingestuft.

Systembedingt anders wird die Situation bei den mechanischen Zeitkonstanten angenommen: Die damit in Verbindung stehenden Positionsfehler Δx , Δy und Δz als externe Störgrößen unterliegen daher typischerweise deutlich kleineren Zeitkonstanten. Im Vergleich mit den elektrischen Zeitkonstanten werden hier aber wiederum Abstände von mehreren Dekaden erwartet. Das Nachführsystem mit seiner begrenzten Abtastzeit setzt hier jedoch klare Grenzen. Die Steuerwinkel der drei Stellglieder können vom Nachführsystem nicht schnell nachgeführt werden. Wie im vorangehenden Abschnitt bereits angedeutet, begrenzt die Abtastzeit T_s der überlagerten Nachführung zusammen mit der Schrittweite $\Delta\alpha$ die maximale zeitliche Stellwinkeländerung. Hinzu kommt, dass von den drei Kanälen des Nachführsystems stets lediglich einer aktiv ist. Im Mittel kann daher die maximal nachführbare zeitliche Änderung wie folgt angenähert werden:

$$\left| \frac{d\alpha_4}{dt} \right| = \left| \frac{d\alpha_5}{dt} \right| = \left| \frac{d\alpha_6}{dt} \right| \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{|\Delta\alpha|}{T_s} \quad (5-27)$$

Ändern sich die einzustellenden Steuerwinkel aufgrund zu hoher zeitlicher Störgrößenänderungen zu schnell, so kann das überlagerte Nachführsystem die Störung nicht mehr austarieren. Höherfrequente Schwankungsanteile in den Störgrößen gefährden die Stabilität der Nachführung nachhaltig, da die oben beschriebene Übertretung periodisch erfolgt. Im Gütemaß führen die schnellen Schwankungen an den Abtastzeitpunkten zu Fehlinterpretationen. Um nun die maximal zulässige zeitliche Änderung der Positionsfehler abschätzen zu können, werden die vom Nachführsystem vorzugebenen optimalen Steuerwinkel

stützpunktweise mit kleiner Schrittweite entlang der Achsen des Referenzkoordinatensystems nach Abb. 3.2 auf die Positionsfehler abgebildet. Da sich die Betrachtung auf die Achsen des Referenzkoordinatensystems beschränkt, werden die Abhängigkeiten als Funktionen jeweils nur einer Variablen dargestellt. Es lassen sich nun Gradienten entlang der Achsen im relevanten Bereich der Positionsfehler bestimmen. Am Beispiel des Positionsfehlers Δx :

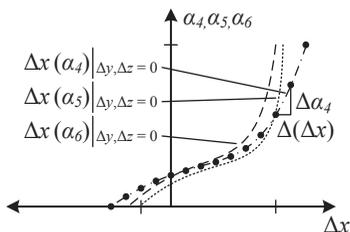


Abb. 5.34: Zur Bestimmung der Gradienten entlang der X-Achse des Referenzkoordinatensystems.

Die in obiger Grafik dargestellten Abhängigkeiten sind mit der numerischen Lösung der zugrunde liegenden Gleichungen nur stützpunktweise abgebildet. Bei der Berechnung der im abgestimmten Zustand einzustellenden Steuerwinkel wird je Stützpunkt wie in Abschnitt 5.1.2 für die Bestimmung der Kompensationskapazitäten vorgegangen. Sind die erforderlichen Gesamtkompensationskapazitäten bestimmt, so wird mithilfe von Gleichung (4-15) für jeden der drei Phasenzweige der entsprechende Steuerwinkel ermittelt. Die gesuchten Gradienten können bei ausreichend klein gewähltem Abstand zwischen den Stützpunkten im Definitionsbereich wie nachfolgend in (5-28) dargestellt, angenähert werden. Das Vorzeichen der gesuchten Gradienten ist für die Betrachtungen irrelevant, die Ausdrücke werden daher in die Betragsfunktion eingesetzt – wiederum am Beispiel des Positionsfehlers Δx :

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_4))}{\Delta\alpha_4} \\ \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_5))}{\Delta\alpha_5} \\ \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_6))}{\Delta\alpha_6} \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{c} \lim_{\Delta\alpha_4 \rightarrow 0} \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_4))}{\Delta\alpha_4} \\ \lim_{\Delta\alpha_5 \rightarrow 0} \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_5))}{\Delta\alpha_5} \\ \lim_{\Delta\alpha_6 \rightarrow 0} \frac{\Delta(\Delta x(\alpha_6))}{\Delta\alpha_6} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{d(\Delta x(\alpha_4))}{d\alpha_4} \\ \frac{d(\Delta x(\alpha_5))}{d\alpha_5} \\ \frac{d(\Delta x(\alpha_6))}{d\alpha_6} \end{array} \right) \quad \Delta y, \Delta z = 0 \quad (5-28)$$

Zusammen mit der maximal vom System nachführbaren zeitlichen Änderung des geforderten Steuerwinkels (5-27) lässt sich nun einfach ein Ausdruck zur Abschätzung der maximal zulässigen zeitlichen Änderung von Δx finden:

$$\left(\begin{array}{c} \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_4))}{d\alpha_4} \cdot \frac{d\alpha_4}{dt} \right) \\ \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_5))}{d\alpha_5} \cdot \frac{d\alpha_5}{dt} \right) \\ \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_6))}{d\alpha_6} \cdot \frac{d\alpha_6}{dt} \right) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_4))}{d\alpha_4} \cdot \frac{d\alpha_4}{dt} \right) \\ \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_5))}{d\alpha_5} \cdot \frac{d\alpha_5}{dt} \right) \\ \left(\frac{d(\Delta x(\alpha_6))}{d\alpha_6} \cdot \frac{d\alpha_6}{dt} \right) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right)_{\alpha=\alpha_4} \\ \left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right)_{\alpha=\alpha_5} \\ \left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right)_{\alpha=\alpha_6} \end{array} \right) \quad \Delta y, \Delta z = 0 \quad (5-29)$$

Die drei Gradienten des obigen Vektors sind Funktionen der drei Steuerwinkel in ihrem jeweiligen Definitionsbereich. Entscheidend ist das Minimum des Wertebereichs über alle drei Funktionen hin gesehen. Dieser Wert tritt für den entsprechenden Steuerwinkel je nach Charakter der Funktionen unter Umständen lediglich an einem einzelnen Wert für den Positionsfehler Δx auf, sollte aber dennoch generell als sicherer Grenzwert für den ganzen Betriebsbereich angesehen werden, da der Positionsfehler Δx dem Nachführsystem nicht bekannt ist.

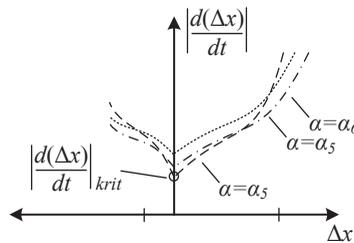


Abb. 5.35: Zur Bestimmung der höchstzulässigen zeitlichen Änderung des Positionsfehlers.

$$\left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right)_{krit} = \min \left(\begin{array}{c} \min \left(\left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right) \right)_{\alpha=\alpha_4} \\ \min \left(\left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right) \right)_{\alpha=\alpha_5} \\ \min \left(\left(\frac{d(\Delta x)}{dt} \right) \right)_{\alpha=\alpha_6} \end{array} \right) \quad \Delta y, \Delta z = 0 \quad (5-30)$$

Die Abschätzung der maximal zulässigen zeitlichen Änderung der verbleibenden Positionsfehler Δy und Δz wird analog zum Positionsfehler Δx vorgenommen. Formal resultiert:

$$\left| \frac{d(\Delta y)}{dt} \right|_{krit} = \min \left(\begin{array}{c} \min \left(\left| \frac{d(\Delta y)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_4} \\ \min \left(\left| \frac{d(\Delta y)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_5} \\ \min \left(\left| \frac{d(\Delta y)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_6} \end{array} \right) \quad \Delta x, \Delta z = 0 \quad (5-31)$$

$$\left| \frac{d(\Delta z)}{dt} \right|_{krit} = \min \left(\begin{array}{c} \min \left(\left| \frac{d(\Delta z)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_4} \\ \min \left(\left| \frac{d(\Delta z)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_5} \\ \min \left(\left| \frac{d(\Delta z)}{dt} \right| \right)_{\alpha=\alpha_6} \end{array} \right) \quad \Delta x, \Delta y = 0 \quad (5-32)$$

Mit der maximal zulässigen zeitlichen Änderung lassen sich die Grenzen der nachführbaren Dynamik betrachteter externer Störgrößen abschätzen. In den folgenden Abschnitten wird das Verhalten des Gesamtsystems mit einem definierten Parametersatz anhand verschiedener Testfälle aufgezeigt. Der vorgestellte Ansatz zur Abschätzung der zulässigen dynamischen Eigenschaften wird abschließend im Abschnitt 5.2.3.7 am untersuchten Parametersatz beispielhaft untermauert.

5.2.3.5. Ungestörtes Anfangswertproblem

Das Konvergenzverhalten des Systems mit überlagelter Nachführung wird in einem ersten numerischen Versuch für den ungestörten Fall in Nennlage $\{\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \vartheta\} = 0$ untersucht. Die Steuerwinkel der drei Stellglieder werden in zwölf unterschiedlichen Kombinationen aus den Festwerten $\alpha_n = \{0; 45^\circ; 90^\circ\}$ als Anfangswerte vorgegeben. Der Simulation liegt der Parametersatz 3 (Anhang C.2) zugrunde. Mit der gewählten Anzahl $N=10$ Iterationen pro Zyklus und Kanal sowie einer Abtastzeit $T_s = 10\text{ms}$ resultieren folgende Verhältnisse:

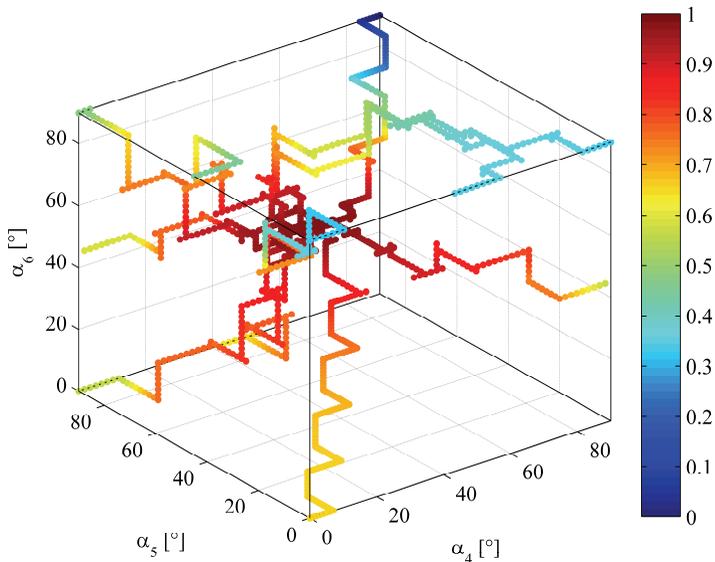


Abb. 5.36: Bifurkationsdarstellung des ungestörten Anfangswertproblems: Das Gütemaß ist farblich dargestellt und normiert auf den Maximalwert (Nennlage).

Aus der Darstellung als Bewegungsabschnitte in Richtung der Achsen des Koordinatensystems gut ersichtlich sind die N aktiven Iterationen innerhalb eines Teilzyklus, in welchem die überlagerte Nachführung jeweils lediglich einen einzelnen von den insgesamt drei Kanälen bedient. Dies ist auch im nachfolgenden Zeitverlauf der drei Steuerwinkel ersichtlich - die Lösung konvergiert für jede Anfangswert-Kombination in unter 2,2 Sekunden:

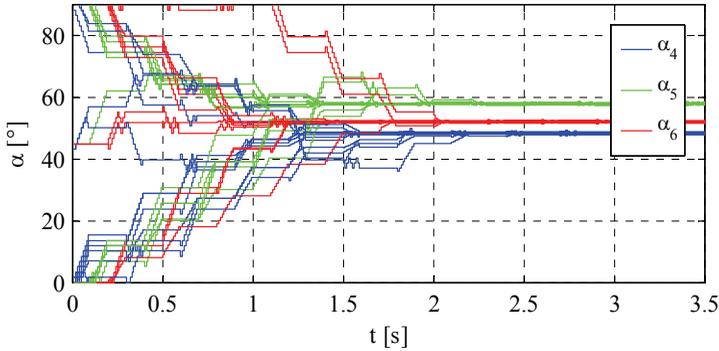


Abb. 5.37: Zeitverlauf der Steuerwinkel α_4 , α_5 und α_6 . Dargestellt sind alle Anfangswert-Kombinationen, [81].

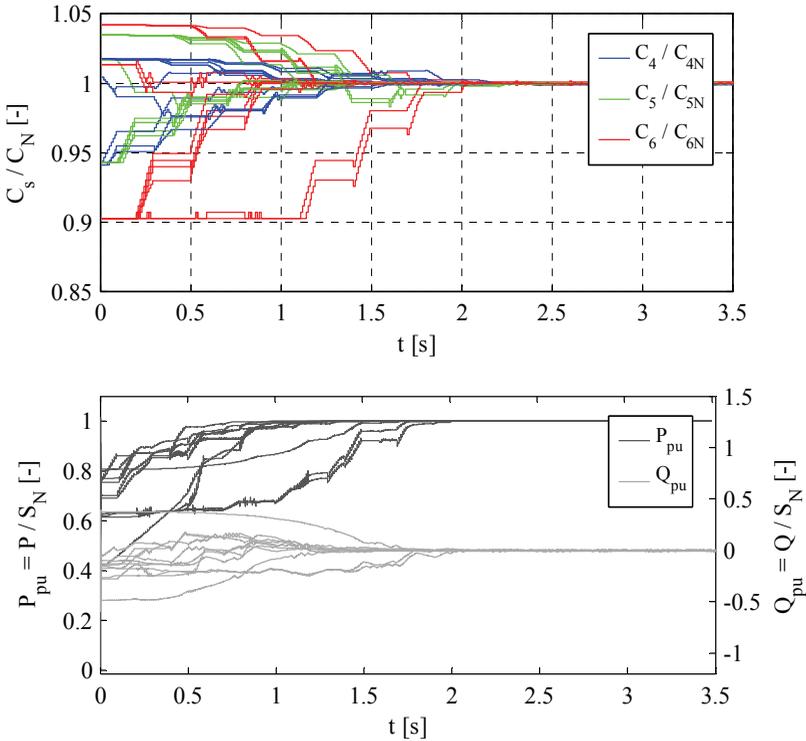


Abb. 5.38: Zeitverlauf der insgesamt wirkenden Kompensationskapazitäten C_4 / C_N , C_5 / C_N und C_6 / C_N (o) und Zeitverlauf von normierter Blindleistung am Eingang der Sekundärseite und Wirkleistung am Ausgang des Gleichrichters (u), [81].

Der eigentliche Funktionsnachweis für den betrachteten Testfall ist am Zeitverlauf der Blindleistung in obiger Abb. 5.38(u) möglich: Die Blindleistung am Eingang der Sekundärseite verschwindet für alle zwölf unterschiedlich gewählten Anfangswertkombinationen. Die Verläufe der Wirkleistung am Ausgang des Gleichrichters streben alle dem Nennwert zu, der zugleich dem Maximalwert entspricht. Die drei Phasenströme \underline{I}_4 , \underline{I}_5 und \underline{I}_6 sowie die drei störenden inneren Spannungsabfälle \underline{U}_{x4} , \underline{U}_{x5} und \underline{U}_{x6} interessieren als komplexe Größen mit Amplituden und Phaseninformation und sind daher in der komplexen Zahlenebene abgebildet. Dargestellt als komplexe Zeigergrößen durchlaufen die drei Zeigerspitzen ausgehend von ihren Anfangswerten in allen zwölf Kombinationen verschiedene Pfade, die alle in einem Punkt pro Zeiger enden. Aufgrund des nahezu symmetrischen Aufbaus der betrachteten Anordnung bilden die drei komplexen Zeiger ein nahezu symmetrisches Drehstromsystem (Abb. 5.39, links). Die drei störenden inneren Spannungsabfälle streben einem gemeinsamen Wert zu, was sie als gleichphasige Komponente in den offenen Sternpunkt des Spulensystems verlagern lässt. Beide Abbildungen verdeutlichen auch anschaulich den verhältnismäßig großen Raum, der von den Zeigern mit dem Verlauf der unterschiedlichen Lösungen aufgespannt wird.

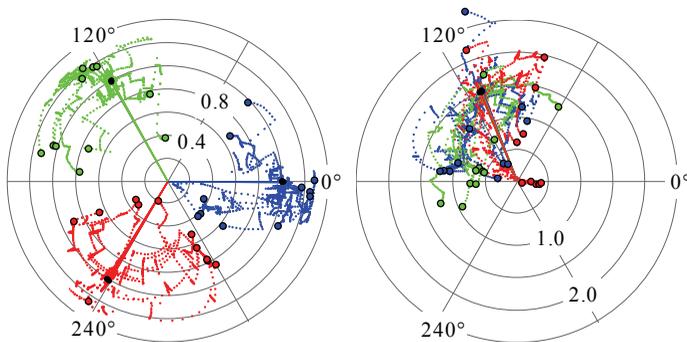


Abb. 5.39: Phasenströme \underline{I}_4 / I_N (R), \underline{I}_5 / I_N (B) und \underline{I}_6 / I_N (G) - (links) und störende innere Spannungsabfälle $\underline{U}_{x4} / U_{isN}$ (R), $\underline{U}_{x5} / U_{isN}$ (G) und $\underline{U}_{x6} / U_{isN}$ (B) - (rechts) als komplexe Zeiger. Dargestellt als Spuren sind die Verläufe der Zeigerspitzen mit ihren zugehörigen Startwerten (schwarz eingekreist) und den Endwerten (schwarz ausgefüllte Kreise).

5.2.3.6. Störverhalten

In einem zweiten numerischen Versuch wird das Verhalten des Systems bei der Beaufschlagung mit externen Störgrößen betrachtet. Im ersten Teilversuch wird der Positionsfehler Δz entlang der Z-Achse in zwölf unterschiedlichen Fällen vorgegeben, während für die restlichen Störanteile gilt: $\{\Delta x, \Delta y, \Delta \vartheta\} = 0$. Die Festwerte für den Positionsfehler Δz sind in den zwölf unterschiedlichen Fällen wie folgt vorgegeben:

$$\Delta z / L = \{-5,5\%; -4\%; -3\%; -1,5\%; +1,5\%; +3\%; +4\%; +5,5\%; +6,5\%; +8\%; +9,5\%; +10,5\%\}$$

In allen zwölf Fällen sind die Steuerwinkel zum Zeitpunkt $t_0 = 0^+$ so vorgegeben, dass die Sekundärseite mit dem jeweiligen Positionsfehler $\Delta z_0 = \Delta z$ im abgestimmten Zustand betrieben wird. Zum Zeitpunkt $t_1 = 0,5s$ wird der Positionsfehler mit $\Delta z_1 = 0$ vorgegeben. Das überlagerte Nachführsystem führt den optimalen Arbeitspunkt nach. Zum Zeitpunkt $t_2 = 3s$ wird der Positionsfehler wieder mit dem anfänglichen Wert $\Delta z_2 = \Delta z$ vorgegeben, worauf das Nachführsystem ein zweites Mal den optimalen Arbeitspunkt sucht, der dem anfänglich vorgegebenen entspricht.

Die sprunghafte Änderung des Positionsfehlers zu den Zeitpunkten $t_1 = 0,5s$ und $t_2 = 3s$ ist kritisch, da dieser eine sprunghafte Änderung der Induktivitäten des Systems verursacht, was wiederum die bei der Modellierung des Spulensystems gestellte Bedingung (2-65) verletzen würde. Daher sind die beiden Störgrößen-sprünge derart mit einer endlich steilen Rampenfunktion angenähert, dass die geforderte Bedingung erfüllt wird. Am Zeitverlauf der drei Steuerwinkel lässt sich deutlich erkennen, dass die zum Zeitpunkt $t_1 = 0,5s$ eingebrachte Störung in allen zwölf Fällen in unter 1,5 Sekunden vom überlagerten Nachführsystem austariert wird. Zum Zeitpunkt $t_1 = 2s$ ist der neue, optimale Betriebspunkt in allen Fällen gefunden. Die zweite eingebrachte Störung zum Zeitpunkt $t_2 = 3s$ wird in allen zwölf Fällen vor Erreichen des Endzeitpunktes in unter 2 Sekunden nachgeführt. Der Simulation liegt der Parametersatz 3 (Anhang C.2) zugrunde.

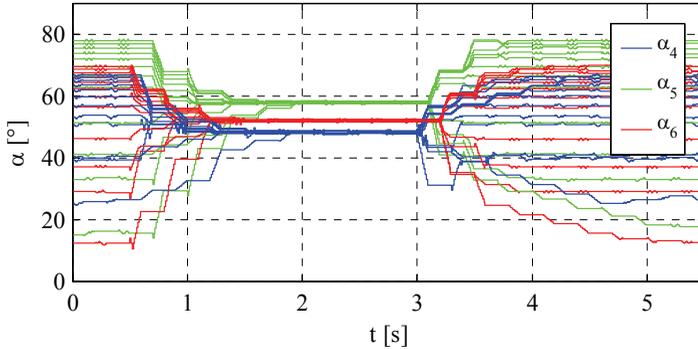


Abb. 5.40: Zeitverlauf der Steuerwinkel α_4 , α_5 und α_6 . Dargestellt sind alle zwölf untersuchten Fälle, [81].

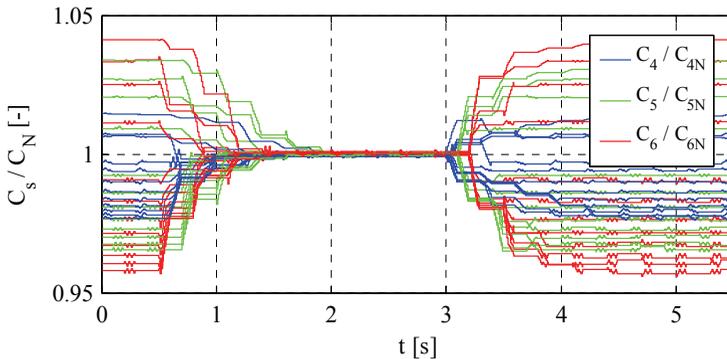


Abb. 5.41: Zeitverlauf der insgesamt wirkenden, normierten Kompensationskapazitäten C_4 / C_N , C_5 / C_N und C_6 / C_N .

Der eigentliche Funktionsnachweis im Rahmen dieses Teilversuchs kann wiederum anhand des Zeitverlaufs der Blindleistung in nachfolgender Abb. 5.42 erbracht werden: Die Grundschwingungsblindleistung am Eingang der Sekundärseite verschwindet im anfänglich abgestimmten Zustand. Nachdem die überlagerte Nachführung die beiden Störgrößensprünge austariert hat, verschwindet die Blindleistung ebenfalls in allen zwölf betrachteten Fällen.

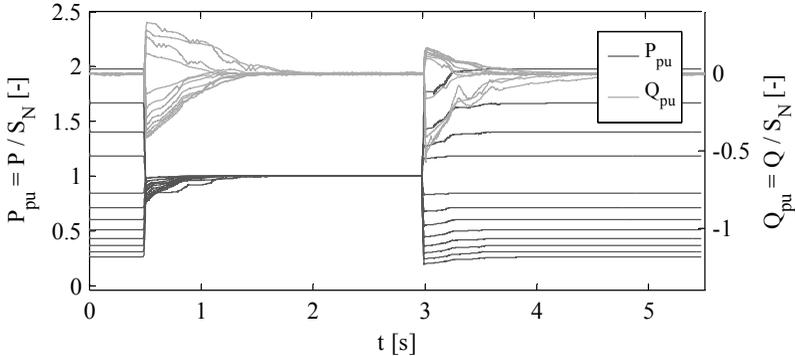


Abb. 5.42: Zeitverlauf der normierten Blindleistung am Eingang der Sekundärseite und der normierten Wirkleistung am Ausgang des Gleichrichters (u), [81].

Für die Ströme resultiert Analoges zum vorangehenden Versuch und bei den störenden inneren Spannungsabfällen im abgestimmten Zustand ist wiederum die erwartete gleichphasige Komponente im abgestimmten Zustand ersichtlich.

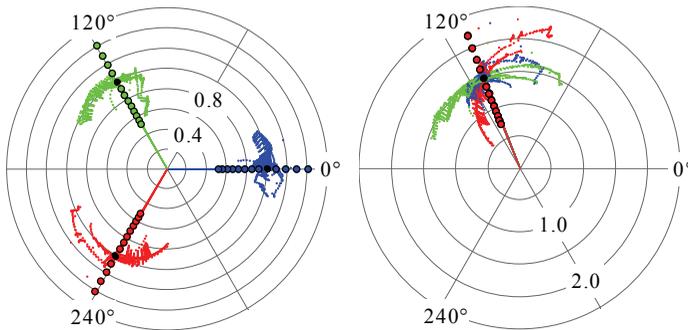


Abb. 5.43: Phasenströme I_4 / I_N (R), I_5 / I_N (B) und I_6 / I_N (G) - (links) und störende innere Spannungsabfälle U_{x4} / U_{isN} (R), U_{x5} / U_{isN} (G) und U_{x6} / U_{isN} (B) - (rechts) als komplexe Zeiger. Startwerte (schwarz eingekreist) und Endwerte (schwarz ausgefüllte Kreise).

Positionsfehler entlang der Y-Achse

Im zweiten Teilversuch wird der Positionsfehler Δy entlang der Y-Achse in unterschiedlichen Fällen vorgegeben, während für die restlichen Störanteile gilt: $\{\Delta x, \Delta z, \Delta \vartheta\} = 0$. Die Festwerte für den Positionsfehler Δy sind in sechs unterschiedlichen Fällen wie folgt vorgegeben:

$$\Delta y / L = \{+4\%; +8\%; +12\%; +16\%; +20\%; +24\%\}$$

Die Vorgabe der drei Steuerwinkel zum Zeitpunkt $t_0 = 0^+$ und die Vorgabe des Positionsfehlers Δy zu den Zeitpunkten $t_0 = 0^+$, $t_1 = 0,5s$ und $t_2 = 3s$ erfolgt nach demselben Schema wie im vorangehenden Versuch.

Die sprunghafte Änderung des Positionsfehlers zu den Zeitpunkten $t_1 = 0,5s$ und $t_2 = 3s$ ist wiederum mit einer endlich steilen Rampenfunktion angenähert. Die zum Zeitpunkt $t_1 = 0,5s$ eingebrachte Störung wird von der überlagerten Nachführung in allen sechs Fällen wiederum in unter 1,5 Sekunden austariert. Die zum Zeitpunkt $t_2 = 3s$ eingebrachte Störung wird in allen sechs Fällen vor Erreichen des Endzeitpunktes in unter 2 Sekunden nachgeführt. Für den Funktionsnachweis anhand des Zeitverlaufs der Grundschwingungsblindleistung (nachfolgende Abb. 5.45) resultiert Analoges zum vorangehenden Fall. Ebenso für die Ströme für die störenden inneren Spannungsabfälle im abgestimmten Zustand - es ist wiederum die erwartete gleichphasige Komponente im abgestimmten Zustand ersichtlich (nachfolgende Abb. 5.46).

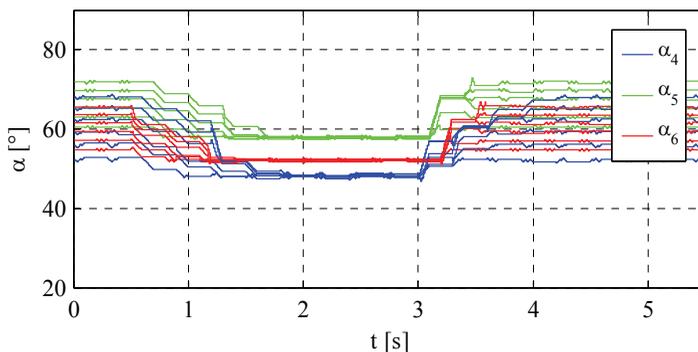


Abb. 5.44: Zeitverlauf der Steuerwinkel α_4 , α_5 und α_6 . Dargestellt sind alle sechs untersuchten Fälle.

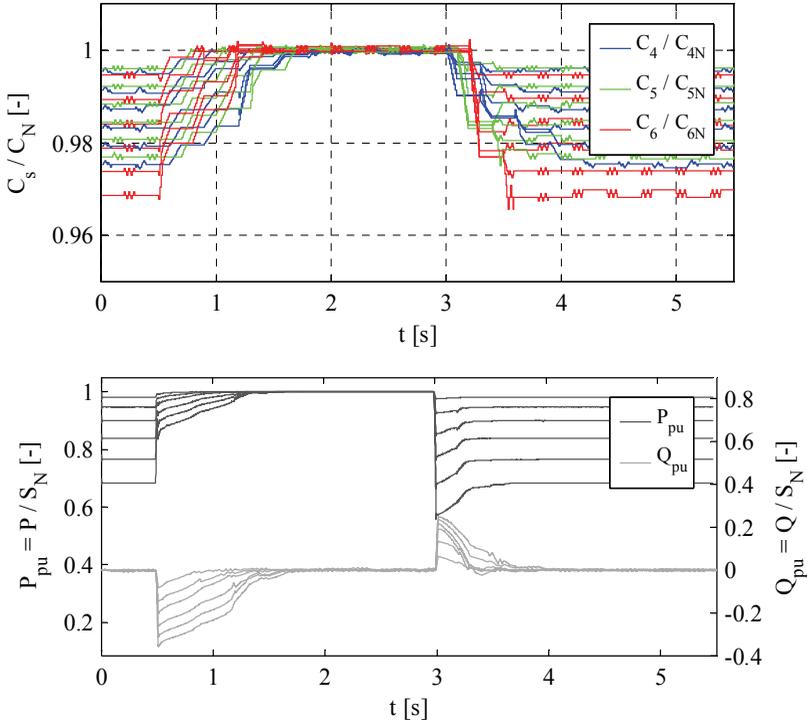


Abb. 5.45: Zeitverlauf der wirkenden, Kompensationskapazitäten C_4 / C_N , C_5 / C_N und C_6 / C_N (o) und der normierten Blindleistung am Eingang der Sekundärseite sowie der normierten Wirkleistung am Ausgang des Gleichrichters (u), [81].

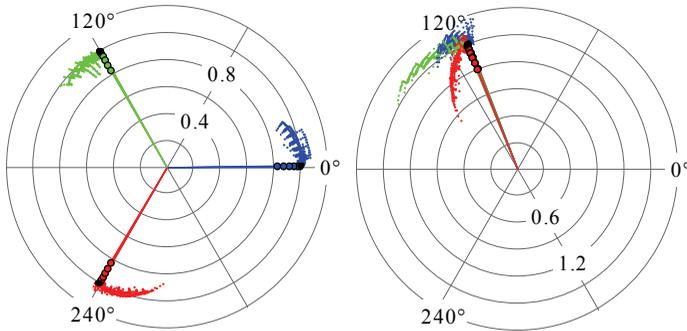


Abb. 5.46: Phasenströme I_4 / I_N (R), I_5 / I_N (B) und I_6 / I_N (G) - (links) und störende innere Spannungsabfälle $\underline{U}_{x4} / U_{isN}$ (R), $\underline{U}_{x5} / U_{isN}$ (G) und $\underline{U}_{x6} / U_{isN}$ (B) - (rechts) als komplexe Zeiger. Startwerte (schwarz eingekreist) und Endwerte (schwarz ausgef.).

Positionsfehler entlang der X-Achse

Im dritten Teilversuch wird der Positionsfehler Δx entlang der X-Achse in elf unterschiedlichen Fällen vorgegeben, während für die restlichen Störanteile gilt: $\{\Delta y, \Delta z, \Delta \vartheta\} = 0$. Die Festwerte für den Positionsfehler Δx sind in sechs unterschiedlichen Fällen wie folgt vorgegeben:

$$\Delta x / L = \{13\%; 26\%; 40\%; 53\%; 66\%; 80\%; 93\%; 106\%; 120\%; 133\%; 146\%\}$$

Die Vorgabe der drei Steuerwinkel zum Zeitpunkt $t_0 = 0^+$ und die Vorgabe des Positionsfehlers Δx zu den Zeitpunkten $t_0 = 0^+$, $t_1 = 0,5s$ und $t_2 = 3s$ erfolgt nach demselben Schema wie in den beiden vorangehenden Versuchen.

Die sprunghafte Änderung des Positionsfehlers zu den Zeitpunkten $t_1 = 0,5s$ und $t_2 = 3s$ ist auch bei diesem Teilversuch wiederum mit einer endlich steilen Rampenfunktion angenähert. Die zum Zeitpunkt $t_1 = 0,5s$ eingebrachte Störung wird von der überlagerten Nachführung in allen elf Fällen wiederum in unter 2,0 Sekunden austariert. Die zum Zeitpunkt $t_2 = 3s$ eingebrachte Störung wird in allen elf Fällen vor Erreichen des Endzeitpunktes in unter 2 Sekunden nachgeführt. Für den Funktionsnachweis anhand des Zeitverlaufs der Grundscheinungsblindleistung (nachfolgende Abb. 5.48) und für die Ströme resultiert das gleiche Verhalten wie im vorangehenden Fall. Die störenden inneren Spannungsabfälle bilden im abgestimmten Zustand wieder die erwartete gleichphasige Komponente (nachfolgende Abb. 5.49):

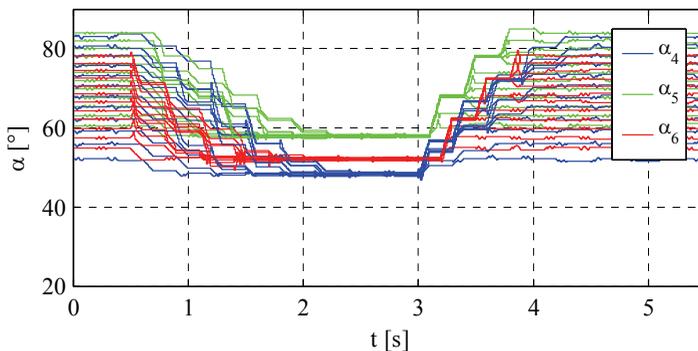


Abb. 5.47: Zeitverlauf der Steuerwinkel α_4 , α_5 und α_6 . Dargestellt sind alle elf untersuchten Fälle.

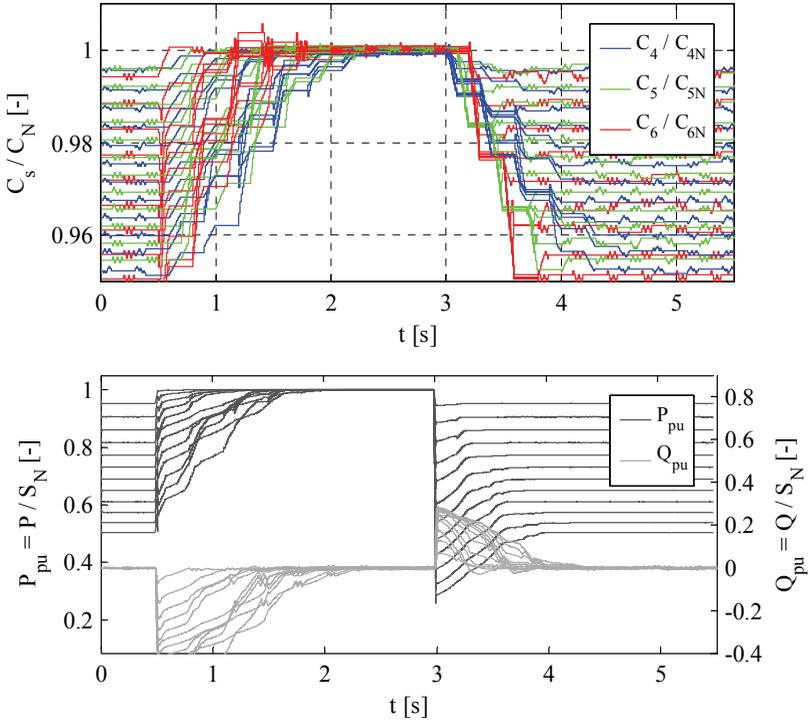


Abb. 5.48: Zeitverlauf der wirkenden, Kompensationskapazitäten C_4 / C_N , C_5 / C_N und C_6 / C_N (o) und der normierten Blindleistung am Eingang der Sekundärseite sowie der normierten Wirkleistung am Ausgang des Gleichrichters (u), [81].

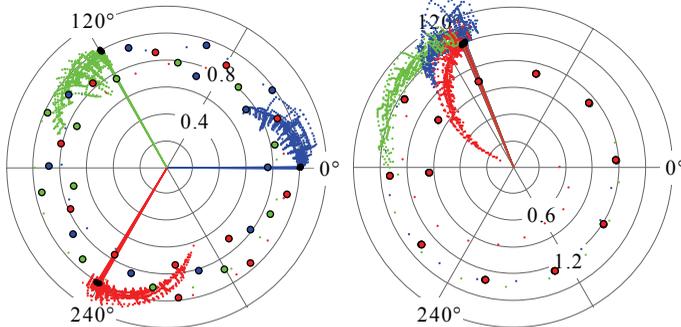


Abb. 5.49: Phasenströme L_4 / I_N (R), L_5 / I_N (B) und L_6 / I_N (G) - (links) und störende innere Spannungsabfälle $\underline{U}_{x4} / U_{isN}$ (R), $\underline{U}_{x5} / U_{isN}$ (G) und $\underline{U}_{x6} / U_{isN}$ (B) - (rechts) als komplexe Zeiger. Startwerte (schwarz eingekreist) und Endwerte (schwarz ausgef.)

Die in der numerischen Simulation untersuchten Betriebsszenarien zeigen das Potential des vorgestellten Verfahrens zur automatischen Abstimmung der Sekundärseite deutlich auf: Durch Positionsfehler entlang der Achsen des Referenzkoordinatensystems verursachte FehlAbstimmungen des Systems werden von der überlagerten Nachführung in allen betrachteten Fällen robust nachgeführt. Dennoch sind mit der Betrachtung von Positionsfehlern entlang der Achsen des Referenzkoordinatensystems bei Weitem nicht sämtliche relevanten Betriebsszenarien abgebildet – im realen Fall haben Fehlausrichtungen des Systems mit Sicherheit nicht nur Positionsfehler entlang lediglich einer der drei Koordinatenachsen zur Folge. Man denke dabei z.B. an ein kontaktlos geladenes Elektrofahrzeug, dessen Ladeinfrastruktur am Fahrzeugboden angebracht ist: Beim Platzieren des Fahrzeugs über der der ortsfesten Primärseite ist damit zu rechnen, dass der gegebene Toleranzbereich in X- und Y-Richtung vollständig ausgenutzt wird. Die vorangehenden Betrachtungen stellen hierfür höchstens einen Spezialfall dar. Die Adaption der erarbeiteten Konzepte auf einen realen Funktionsprototyp bedarf daher sicherlich weiterer Betrachtungen. In dieser Hinsicht soll die vorliegende Arbeit lediglich die Grundlage schaffen.

Ein weiterer Aspekt, der im Rahmen dieser Arbeit jedoch beleuchtet wird, sind dynamische Vorgänge. Insbesondere Bei Anwendungen mit ausgedehnt langer Primärseite zwecks Übertragung der Energie entlang eines Fahrwegs darf von den stationären Bedingungen wie sie bei punktueller und stationärer Übertragung gelten, nicht mehr ausgegangen werden. Wiederum am Beispiel eines Fahrzeugs bringt beispielsweise die Fahrdynamik eine starke Zeitabhängigkeit der Störgrößen mit sich. Das Nachführsystem wird dadurch mit einem dynamischen Problem konfrontiert, bei dem das zu optimierende Gütemaß zeitlichen Änderungen unterliegt. Da das Nachführsystem zeitliche Änderungen im Gütemaß jedoch nur innerhalb gegebener Grenzen austarieren kann, sind an die zeitabhängigen Störgrößen klare Grenzen gesetzt.

Abschließend werden daher im folgenden Abschnitt die Grenzen des Nachführsystems und die seitens der Störgrößen einzuhaltenden dynamischen Eigenschaften beleuchtet.

5.2.3.7. Abschätzung der zulässigen Störgrößendynamik

Die vorangehend vorgestellten Versuche bilden alle das Störverhalten nach einem Sprung ab. Die jeweilige Störgröße wird zweimalig mit einem angenäherten Sprung beaufschlagt und verharrt danach auf einem Festwert, für den die überlagerte Nachführung eine optimale Lösung finden muss. Mit der Sprungfunktion als Testfunktion liegt ein Problem mit dem Charakter ähnlich dem ungestörten Anfangswertproblem aus Abschnitt 5.2.3.5 vor.

Probleme dieser Art sind bei Anwendungen für die stationäre Energieübertragung denkbar. Beispiele hierfür sind Elektrofahrzeuge, die im Stillstand auf einem Parkplatz oder auf einer Haltestelle (Elektrobus im öffentlichen Verkehr) elektrische Energie zwecks Auf- oder Nachladung des Traktionsenergiespeichers aufnehmen. Bei Anwendungen, bei denen ein dynamischer Störgrößenverlauf denkbar ist, interessieren die zulässigen Grenzen, die für zeitliche Änderungen der Störgrößen einzuhalten sind, damit die überlagerte Nachführung den optimalen Betriebspunkt kontinuierlich nachführen kann. Während die Grundlage für eine solche Abschätzung formal in Abschnitt 5.2.3.4 erarbeitet wurde, findet sich an dieser Stelle ein Fallbeispiel für den betrachteten Parametersatz 3 (Anhang C.2). An erster Stelle werden gem. Abschnitt 5.2.3.4 die Gradienten $d(\Delta x)/d\alpha_4$, $d(\Delta y)/d\alpha_5$ und $d(\Delta z)/d\alpha_6$ in jeweils allen drei Steuerwinkeln α_4 , α_5 und α_6 numerisch bestimmt.

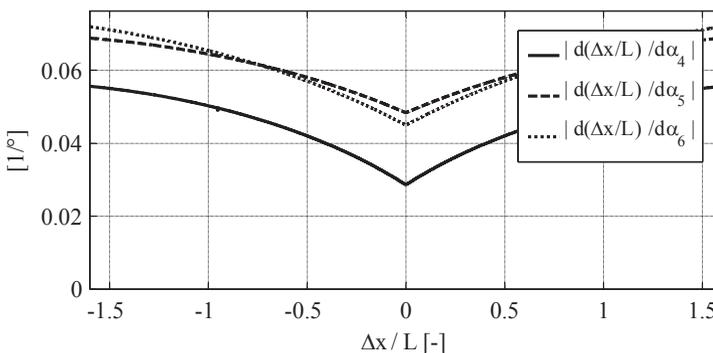


Abb. 5.50: Verlauf (Betrag) der Gradienten $d(\Delta x)/d\alpha_4$, $d(\Delta x)/d\alpha_5$ und $d(\Delta x)/d\alpha_6$ im interessierenden Bereich für den Positionsfehler Δx entlang der X-Achse.

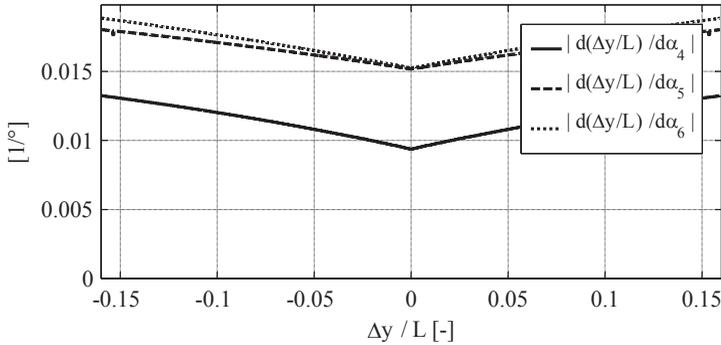


Abb. 5.51: Verlauf (Betrag) der Gradienten $d(\Delta y)/d\alpha_4$, $d(\Delta y)/d\alpha_5$ und $d(\Delta y)/d\alpha_6$ im interessierenden Bereich für den Positionsfehler Δy entlang der Y-Achse.

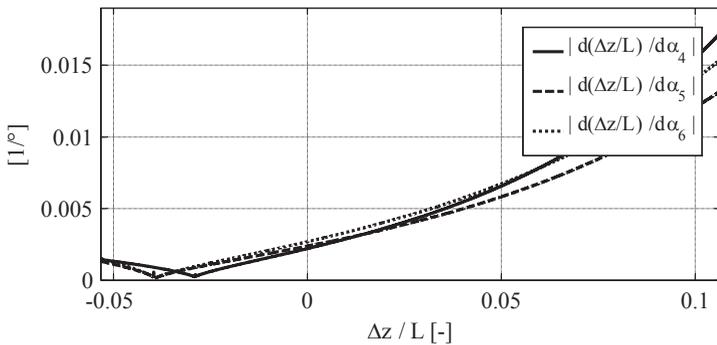


Abb. 5.52: Verlauf (Betrag) der Gradienten $d(\Delta z)/d\alpha_4$, $d(\Delta z)/d\alpha_5$ und $d(\Delta z)/d\alpha_6$ im interessierenden Bereich für den Positionsfehler Δz entlang der Z-Achse.

Durch die Gewichtung der ermittelten Gradienten mit der vom überlagerten Nachführsystem am Ausgang maximal möglichen zeitlichen Winkeländerung da/dt gem. (5-29) kann die für jede Störgröße im jeweiligen Definitionsbereich maximal zulässige zeitliche Änderung gewonnen werden. In der nachfolgenden Abb. 5.53 sind die über den jeweiligen Definitionsbereich maximal zulässigen Änderungen aller drei betrachteten Positionsfehler aufgetragen. Die Verläufe legen die Schrittweiten $\Delta\alpha = \{0,5^\circ; 1^\circ\}$ zugrunde. Für die Positionsfehler Δx und Δy werden die kleinsten Werte im Nennpunkt bei $\Delta x = 0$ bzw. $\Delta y = 0$ erreicht. Sinnvollerweise werden diese Werte als einzuhaltende Grenzen im jeweils

ganzen Definitionsbereich gesehen, da die Positionsfehler nicht erfasst und somit der überlagerten Nachführung nicht bekannt sind.

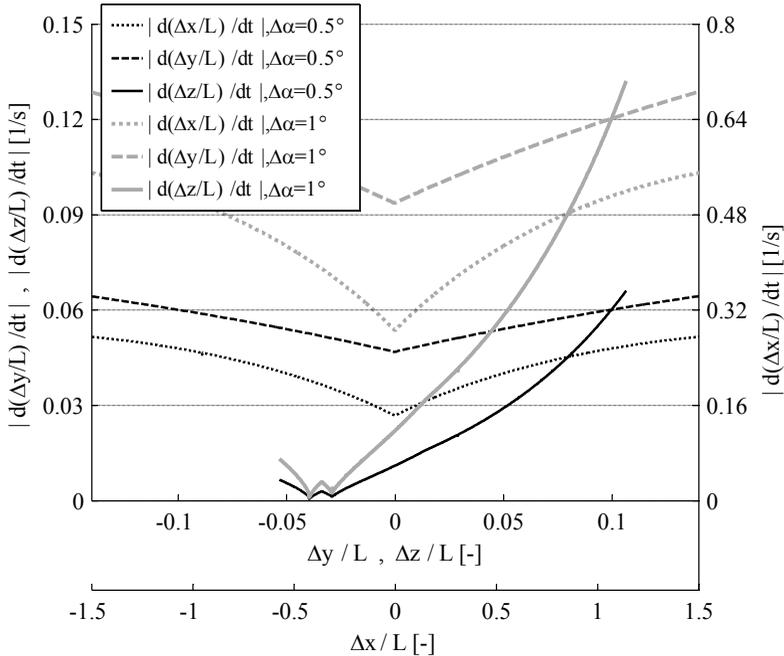


Abb. 5.53: Einzuhaltende Grenzen für die maximale zeitliche Änderung aller drei Positionsfehler.

Die maximal zulässige zeitliche Änderung des Positionsfehlers Δz entlang der Z-Achse des Referenzkoordinatensystems weist bei $\Delta z/L \approx -0,04$ eine Nullstelle auf. Diese Nullstelle ist auf die Nullstellen in den Gradienten $d(\Delta z)/d\alpha_4$, $d(\Delta z)/d\alpha_5$ und $d(\Delta z)/d\alpha_6$ zurückzuführen, welche ihren Ursprung wiederum im Verlauf der optimalen Stellwinkel über den betrachteten Definitionsbereich des Positionsfehlers entlang der Z-Achse hat. Alle drei Stellwinkel weisen dort eine Unstetigkeit auf, die aus der an dieser Stelle nicht weiter offengelegten Struktur des magnetischen Kreises resultiert (nachfolgende Abb. 5.54). Die Unstetigkeit entspringt einer Vereinfachung beim Aufbau der mathematischen Basis aus Messdaten.

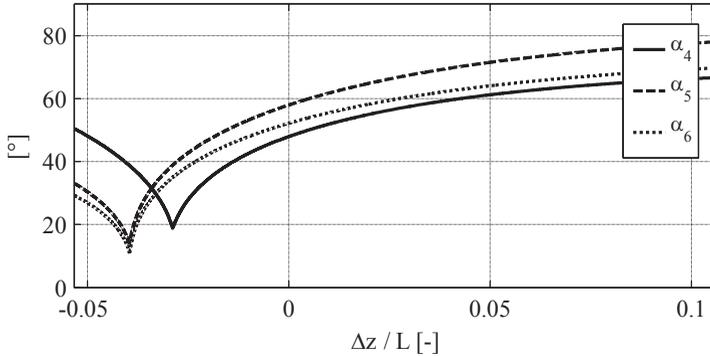


Abb. 5.54: Verlauf der optimalen Steuerwinkel im betrachteten Bereich des Positionsfehlers entlang der Z-Achse.

In der Realität sind die in Abb. 5.54 dargestellten scharfkantigen Änderungen zwar durchaus groß, aber endlichen Wertes. Die Resultate in obiger Abb. 5.53 sind im unmittelbaren Bereich des beschriebenen kritischen Punktes also durchaus mit Vorsicht zu interpretieren. Trotzdem nimmt die maximal zulässige zeitliche Änderung des Positionsfehlers in diesem Bereich verschwindend kleine Werte an, was die zulässige Dynamik dort stark einschränkt. In der Praxis sollte der Betrieb mit Luftspalthöhen unter dem Nennwert, die zu Positionsfehlern im kritischen Bereich führen, mit Sorgfalt in Erwägung gezogen werden.

6. Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Konzept für die automatische Abstimmung eines Systems zur kontaktlosen Energieübertragung entwickelt und untersucht. Im Vordergrund steht dabei ein System mit dreiphasig ausgeführter Primärseite und dreiphasig ausgeführter Sekundärseite, wobei der einphasige Fall als Grundlage bei allen Betrachtungen mit angeführt ist.

Nach einer grundlegenden Recherche zum Stand der Forschung und Technik im Umfeld der kontaktlosen Energieübertragung auf Basis magnetisch gekoppelter Spulen werden in einem ersten Schritt die Auswirkungen von Störeinflüssen aus Messungen an einer Laboranlage als Motivation für die Arbeit aufgezeigt. Als Basis für die automatische Nachführung der Abstimmung wird im Anschluss daran ein grundlegendes mathematisches Modell für die Beschreibung des Systemverhaltens vorgestellt. Die mathematische Basis wird mit dem Konzept dynamischer Zeiger dahingehend optimiert, dass die numerische Simulation des Systems über längere Betrachtungszeiträume rechenzeiteffizient erfolgt. Für die darauf aufbauend untersuchte automatische Nachführung der sekundärseitigen Abstimmung sind die längeren Betrachtungszeiträume aufgrund der großen Zeitkonstanten eine wichtige Voraussetzung.

Als Voraussetzung für die automatische Nachführung der sekundärseitigen Abstimmung wird nun zunächst erst der Begriff „Abstimmung“ und die Betriebsbedingungen formuliert, welche für den abgestimmten Betrieb voraussetzend sind. Aufbauend darauf wird das Konzept der statischen Kompensation mit Festwertkapazitäten formal um einen frei verstellbaren Kompensationsanteil erweitert, was die Voraussetzung für den Eingriff in die Abstimmung während des Betriebs darstellt. Anhand der Definition für den abgestimmten Betrieb wird die zu lösende Aufgabe als Optimierungsproblem betrachtet und auf der Basis eines geeigneten metaheuristischen Suchverfahrens in einer dem System überlagerten Einheit implementiert. Abschließend wird die Funktion des überlagerten Nachführsystems mithilfe der vorgängig erarbeiteten mathematischen Basis anhand mehrerer Testfälle in einem numerischen Beispiel nachgewiesen.

6.2 Ausblick

Zusammen mit dem untersuchten Beispielfall ist in der vorliegenden Arbeit mit den Grundlagen zur automatischen Abstimmung der Sekundärseite eines Systems mit dreiphasiger Primär- und dreiphasiger Sekundärseite aus wissenschaftlicher Perspektive lediglich ein Grundstein für die weitere Bearbeitung dieses Themenfeldes gelegt worden. Anknüpfungspunkte gibt es im engeren Kontext der Arbeit in erster Linie bei der Realisierung der Stellglieder für die automatische Nachführung. Das vorgestellte Beispiel einer verstellbar wirkenden Kapazität in Form eines gesteuerten Kondensators ist nur als ein mögliches Beispiel zu erwähnen. Abhängig vom Leistungsbereich ist die Umsetzung der Stellglieder auch denkbar mit bereits erprobten Konzepten wie beispielsweise dem Transduktor, mit dem sich eine verstellbare Induktivität realisieren lässt. Durch den Einsatz bereits am einphasigen Fall untersuchter, fest zu- und abschaltbarer diskreter Kapazitäten wäre eine in Stufen wirkende Erweiterung des Stellbereichs des kontinuierlich verstellbaren Glieds denkbar.

Mit der technischen Umsetzung eines solchen Stellglieds erschließt sich eine Möglichkeit, das gesamte Nachführsystem von der computergestützten Untersuchung in einer Simulationsumgebung in den realen Anwendungsfall zu bringen. Mit dieser Voraussetzung kann der labortechnische Nachweis der mittels Simulation untersuchten automatischen Nachführung in Angriff genommen werden, um das Einsatzpotential unter realen Bedingungen weiter abzuschätzen. Die Integration in ein Fahrzeugsystem mit weiteren Stromrichtern zur Versorgung von Antriebs- und Hilfseinheiten am gemeinsamen Hochvoltsystem stellt einen weiteren Anknüpfungspunkt dar, der sowohl auf theoretischer Ebene als auch im Laborversuch weiter untersucht werden könnte.

Im weiter gefassten Kontext dieser Arbeit ist ein Konzeptansatz erwähnenswert, dessen Ziel ebenfalls in der automatischen Abstimmung der Sekundärseite liegt. Der Ansatz unterscheidet sich vom Wirkprinzip her grundlegend darin, dass die Abstimmung der Sekundärseite durch eine Anpassung der Betriebsfrequenz des primärseitig speisenden Stromrichters bewerkstelligt wird. Interessant ist der Ansatz für denjenigen Anwendungsfall, bei dem die primärseitigen Induktivitäten wesentlich kleiner sind als die sekundärseitigen Induktivitäten. Die Anpassung der Betriebsfrequenz wird damit zum akzeptablen Kompromiss, bei dem eine durch den Eingriff entstehende leichte Fehlabbstimmung der Primärseite

gegenüber der möglicherweise stark verbesserten Abstimmung der Sekundärseite hingenommen wird. Für den primärseitig speisenden Stromrichter kann diesbezüglich in der Minimierung der zu liefernden Blindleistungsanteile ein Mehrwert geschaffen werden. Der Grundstein für ein solches Prinzip wurde für den einphasigen Fall bereits in [31] gelegt. Der größte Vorteil ist die einfache Realisierbarkeit ohne den Einsatz zusätzlicher Komponenten auf der Sekundärseite, während ein wesentlicher Nachteil in der Tatsache liegt, dass neben der in Kauf genommenen leichten Fehl Abstimmung der Primärseite auch die vollständige Abstimmung der Sekundärseite nicht in allen Fällen möglich ist. Dies aufgrund der Tatsache, dass sich mit der Frequenzanpassung alleine sekundärseitig keine phasenindividuelle Abstimmung umsetzen lässt. In Fällen, die eine solche trotzdem erfordern, kann auch für die Sekundärseite höchstens eine Verbesserung der Verhältnisse, nicht aber eine vollständige Abstimmung erzielt werden. Insbesondere aufgrund der hardwareseitig deutlich niedrigeren Komplexität und der einfachen Anwendbarkeit an einem bereits bestehenden System wäre ein direkter Vergleich mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Konzept lohnenswert.

A Abstimmung der Sekundärseite

A.1 Leistungsbilanz im abgestimmten Zustand

Für den Fall dass die störenden Spannungsanteile in den Phasensträngen der dreiphasigen Sekundärseite als gleichphasige Komponente in den Sternpunkt verlagert sind, verschwindet die Grundschiwungsblindleistung bezüglich der induzierten Spannungen und die Sekundärseite ist per Definition abgestimmt (Abschnitt 5.1.2). Im Folgenden wird dies mathematisch nachgewiesen.

Als Grundlage dient das Ersatzschaltbild der abgestimmten Sekundärseite nach Abb. 5.3. Für den Beweis wird in komplexer Wechselstromrechnung bezogen auf die Grundschiwungsgrößen erst die gesamte Scheinleistung \underline{S} bezüglich der drei induzierten Spannungen \underline{U}_{i4} , \underline{U}_{i5} und \underline{U}_{i6} notiert:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{\vec{U}}_{is,eff} \cdot \left[\underline{\vec{I}}_{s,eff}^* \right]^T = \frac{1}{2} \cdot \underline{\vec{U}}_{is} \cdot \left[\underline{\vec{I}}_s^* \right]^T \\ \underline{S} &= \frac{1}{2} \cdot \left[\underline{U}_{i4} \cdot I_4 e^{-j\varphi_{i4}} + \underline{U}_{i5} \cdot I_5 e^{-j\varphi_{i5}} + \underline{U}_{i6} \cdot I_6 e^{-j\varphi_{i6}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

Mithilfe der Gleichung für die Spannungen am Gleichrichtereingang (4-88) und durch Miteinbezug der ohmschen Anteile in den drei Phasensträngen lässt sich für die induzierten Spannungen in Anlehnung an das 2. Kirchhoff'sche Gesetz schreiben:

$$\underline{\vec{U}}_{is} = R_s \cdot \underline{\vec{I}}_s + \underline{\vec{U}}_s + \underline{\vec{U}}_{st} = R_s \cdot \underline{\vec{I}}_s + \frac{U_d}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{i4}} \\ e^{j\varphi_{i5}} \\ e^{j\varphi_{i6}} \end{bmatrix} + \underbrace{\underline{U}_{0s} + \underline{U}_{st}}_{\underline{U}_0} \quad (\text{A-2})$$

Die Nullpunktspannung \underline{U}_{0s} am Gleichrichtereingang wird mit dem in den Sternpunkt verlagerten, störenden Spannungsabfall \underline{U}_{st} zu einer gemeinsamen Gleichtaktkomponente \underline{U}_0 zusammengefasst:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_{0s} + \underline{U}_{st} = U_0 \cdot e^{j\varphi_0} \quad (\text{A-3})$$

Einsetzen der beiden vorangehenden Ausdrücke (A-2) und (A-3) in die Gleichung für die Scheinleistung (A-1) liefert:

$$\begin{aligned}
 \underline{S} &= \frac{1}{2} \cdot \left[R_s \cdot \underline{\vec{I}}_s + \frac{U_d}{\pi} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_{14}} \\ e^{j\varphi_{15}} \\ e^{j\varphi_{16}} \end{bmatrix} + U_0 \cdot e^{j\varphi_0} \right] \cdot \left[\underline{\vec{I}}_s \right]^* \\
 \underline{S} &= \frac{1}{2} \cdot \left(R_4 I_4 e^{j\varphi_{14}} + \frac{U_d}{\pi} e^{j\varphi_{14}} + U_0 \cdot e^{j\varphi_0} \right) \cdot I_4 e^{-j\varphi_{14}} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left(R_5 I_5 e^{j\varphi_{15}} + \frac{U_d}{\pi} e^{j\varphi_{15}} + U_0 \cdot e^{j\varphi_0} \right) \cdot I_5 e^{-j\varphi_{15}} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left(R_6 I_6 e^{j\varphi_{16}} + \frac{U_d}{\pi} e^{j\varphi_{16}} + U_0 \cdot e^{j\varphi_0} \right) \cdot I_6 e^{-j\varphi_{16}} \tag{A-4} \\
 \underline{S} &= \frac{1}{2} \cdot \left(R_4 I_4 + \frac{U_d}{\pi} \right) I_4 + U_0 e^{j\varphi_0} I_4 e^{-j\varphi_{14}} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left(R_5 I_5 + \frac{U_d}{\pi} \right) I_5 + U_0 e^{j\varphi_0} I_5 e^{-j\varphi_{15}} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left(R_6 I_6 + \frac{U_d}{\pi} \right) I_6 + U_0 e^{j\varphi_0} I_6 e^{-j\varphi_{16}}
 \end{aligned}$$

Nach einem letzten Umformungsschritt resultiert folgende Form:

$$\begin{aligned}
 \underline{S} &= \frac{1}{2} \cdot \left[R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 + \frac{U_d}{\pi} (I_4 + I_5 + I_6) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot U_0 e^{j\varphi_0} \cdot \underbrace{\left(I_4 e^{-j\varphi_{14}} + I_5 e^{-j\varphi_{15}} + I_6 e^{-j\varphi_{16}} \right)}_{I_4^* + I_5^* + I_6^*} \tag{A-5}
 \end{aligned}$$

Nach dem ersten Kirchhoff'schen Gesetz muss die Summe der drei komplexen Phasenströme bei offenem Sternpunkt verschwinden, für die Summe der konjugiert komplexen Phasenströme gilt dies natürlich analog:

$$\underline{I}_4^* + \underline{I}_5^* + \underline{I}_6^* = \left(\underbrace{\underline{I}_4 + \underline{I}_5 + \underline{I}_6}_{=0} \right)^* \tag{A-6}$$

Unabhängig von der Phasenlage der komplexen Gleichtaktspannung \underline{U}_0 verschwindet der Imaginärteil der Gleichung für die Scheinleistung (A-5) was dem angestrebten Fall entspricht.

A.2 Bestimmung der Kompensationskapazitäten

Der am Ausgang des Pickup liegende Gleichrichter greift die verketteten Spannungen ab. Das Ziel liegt nun darin, die Kondensatoren so zu wählen, dass alle drei störenden Spannungen zusammenfallen, als gleichphasige Komponente am Sternpunkt des Pickup abfallen und so in den verketteten Spannungen nicht mehr auftreten:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{st4} \\ \underline{U}_{st5} \\ \underline{U}_{st6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{x4} \\ \underline{U}_{x5} \\ \underline{U}_{x6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{L4} \\ \underline{U}_{L5} \\ \underline{U}_{L6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{C4} \\ \underline{U}_{C5} \\ \underline{U}_{C6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \underline{U}_{st} \quad (\text{A-7})$$

Mit dem Stromvektor:

$$\underline{\vec{I}}_s = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \\ \underline{I}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \cdot e^{j\varphi_{I4}} \\ \underline{I}_5 \cdot e^{j\varphi_{I5}} \\ \underline{I}_6 \cdot e^{j\varphi_{I6}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \cdot e^{j\varphi_{I4}} \\ \underline{I}_5 \cdot e^{j\varphi_{I5}} \\ \underline{I}_6 \cdot e^{j\varphi_{I6}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \cdot e^{j\varphi_{I4}} \\ \underline{I}_5 \cdot e^{j(\varphi_{I4} + \varphi_{I5r})} \\ \underline{I}_6 \cdot e^{j(\varphi_{I4} + \varphi_{I6r})} \end{bmatrix} = e^{j\varphi_{I4}} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \cdot e^{j\varphi_{I5r}} \\ \underline{I}_6 \cdot e^{j\varphi_{I6r}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-8})$$

Ausformulieren von (A-7) liefert:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{st4} \\ \underline{U}_{st5} \\ \underline{U}_{st6} \end{bmatrix} = \left(j\omega \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} L_4 & L_{45} & L_{46} \\ L_{45} & L_5 & L_{56} \\ L_{46} & L_{56} & L_6 \end{pmatrix}}_{L_B} - j \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4} & & \\ & \frac{1}{C_5} & \\ & & \frac{1}{C_6} \end{bmatrix} \right) \underline{\vec{I}}_s \quad (\text{A-9})$$

...notiert in den zugehörigen komplexen Impedanzen...

$$\underline{X}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \cdot X_C \quad | \quad \underline{X}_L = j\omega L = j \cdot X_L \quad (\text{A-10})$$

...und bereits etwas zusammengefasst:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{st4} \\ \underline{U}_{st5} \\ \underline{U}_{st6} \end{bmatrix} = \left(j \begin{pmatrix} X_{L4} & X_{L45} & X_{L46} \\ X_{L45} & X_{L5} & X_{L56} \\ X_{L46} & X_{L56} & X_{L6} \end{pmatrix} - j \begin{pmatrix} X_{C4} & & \\ & X_{C5} & \\ & & X_{C6} \end{pmatrix} \right) \underline{\vec{I}}_s \quad (\text{A-11})$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{U}_{st4} \\ \underline{U}_{st5} \\ \underline{U}_{st6} \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} X_{L4} - X_{C4} & X_{L45} & X_{L46} \\ X_{L45} & X_{L5} - X_{C5} & X_{L56} \\ X_{L46} & X_{L56} & X_{L6} - X_{C6} \end{pmatrix} j \vec{\underline{I}}_s \\ &= \begin{pmatrix} (X_{L4} - X_{C4}) \cdot \hat{i}_4 + X_{L45} \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + X_{L46} \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ X_{L45} \cdot \hat{i}_4 + (X_{L5} - X_{C5}) \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + X_{L56} \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ X_{L46} \cdot \hat{i}_4 + X_{L56} \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + (X_{L6} - X_{C6}) \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \end{pmatrix} j \cdot e^{j\varphi_{14}} \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

Es gilt:

$$\underline{U}_{st} = \underline{U}_{st4} = \underline{U}_{st5} = \underline{U}_{st6} \quad (\text{A-12})$$

Gleichsetzen der ersten beiden Terme und Umstellen nach X_{C4} liefert:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{st4} &= \underline{U}_{st5} \\ (X_{L4} - X_{C4}) \cdot \hat{i}_4 + X_{L45} \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + X_{L46} \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} & \\ = & \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

$$\begin{aligned} & X_{L45} \cdot \hat{i}_4 + (X_{L5} - X_{C5}) \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + X_{L56} \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ & \Rightarrow \\ & X_{C4} = \\ & \underbrace{(X_{L4} - X_{L45}) + (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} + (X_{C5} - X_{L5} + X_{L45}) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}}}_{B1} \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

X_{C4} ist eine reellwertige Größe, was zusätzlich folgende Bedingung stellt:

$$\begin{aligned} \text{Im}\{B1\} & \stackrel{!}{=} 0 \\ \text{Im} \left\{ (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} + (X_{C5} - X_{L5} + X_{L45}) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}} \right\} & \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

$$(X_{L46} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot \sin(\varphi_{16r}) + (X_{C5} - X_{L5} + X_{L45}) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot \sin(\varphi_{15r}) \stackrel{!}{=} 0$$

\Rightarrow

$$X_{C5} = (X_{L56} - X_{L46}) \frac{\hat{i}_6 \cdot \sin(\varphi_{16r})}{\hat{i}_5 \cdot \sin(\varphi_{15r})} + (X_{L5} - X_{L45}) \quad (\text{A-16})$$

Gleichsetzen der äußeren beiden Terme von (A-12) und Umstellen nach X_{C4} liefert:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{st4} &= \underline{U}_{st6} \\ (X_{L4} - X_{C4}) \cdot \hat{i}_4 + X_{L45} \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + X_{L46} \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ &= \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

$$\begin{aligned} &X_{L46} \cdot \hat{i}_4 + X_{L56} \cdot \hat{i}_5 \cdot e^{j\varphi_{15r}} + (X_{L6} - X_{C6}) \cdot \hat{i}_6 \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ &\Rightarrow \\ &X_{C4} = \\ &\underbrace{(X_{L4} - X_{L46}) + (X_{L45} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}} + (X_{C6} - X_{L6} + X_{L46}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}}}_{B2} \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

Der Imaginärteil obigen Ausdrucks muss wiederum verschwinden:

$$\begin{aligned} \text{Im}\{B2\} &\stackrel{!}{=} 0 \\ \text{Im}\left\{ (X_{L45} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}} + (X_{C6} - X_{L6} + X_{L46}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} \right\} &\stackrel{!}{=} 0 \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

$$\Rightarrow X_{C6} = (X_{L56} - X_{L45}) \frac{\hat{i}_5 \sin(\varphi_{15r})}{\hat{i}_6 \sin(\varphi_{16r})} + (X_{L6} - X_{L46}) \quad (\text{A-20})$$

Die letzte Unbekannte X_{C4} folgt durch Einsetzen von (A-16) in (A-14):

$$\begin{aligned} X_{C4} &= (X_{L4} - X_{L45}) + (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ &+ \left((X_{L56} - X_{L46}) \frac{\hat{i}_6 \cdot \sin(\varphi_{16r})}{\hat{i}_5 \cdot \sin(\varphi_{15r})} + (X_{L5} - X_{L45}) - X_{L5} + X_{L45} \right) \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}} \\ &= (X_{L4} - X_{L45}) + (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} \\ &- (X_{L46} - X_{L56}) \frac{\hat{i}_6 \cdot \sin(\varphi_{16r})}{\hat{i}_5 \cdot \sin(\varphi_{15r})} \cdot \frac{\hat{i}_5}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{15r}} \\ &= (X_{L4} - X_{L45}) + (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \left(\frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot e^{j\varphi_{16r}} - \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot \frac{\sin(\varphi_{16r})}{\sin(\varphi_{15r})} \cdot e^{j\varphi_{15r}} \right) \\ &= (X_{L4} - X_{L45}) + \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot (X_{L46} - X_{L56}) \\ &\cdot \left(\cos(\varphi_{16r}) + j \sin(\varphi_{16r}) - \frac{\sin(\varphi_{16r})}{\sin(\varphi_{15r})} \cdot [\cos(\varphi_{15r}) + j \sin(\varphi_{15r})] \right) \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

$$\begin{aligned}
X_{C4} &= (X_{L4} - X_{L45}) + \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot (X_{L46} - X_{L56}) \\
&\cdot \left(\cos(\varphi_{I6r}) + j \sin(\varphi_{I6r}) - \frac{\sin(\varphi_{I6r})}{\sin(\varphi_{I5r})} \cos(\varphi_{I5r}) - j \sin(\varphi_{I6r}) \right) \\
&= (X_{L4} - X_{L45}) \\
&+ \frac{\hat{i}_6}{\hat{i}_4} \cdot (X_{L46} - X_{L56}) \cdot \left(\frac{\cos(\varphi_{I6r}) \sin(\varphi_{I5r}) - \sin(\varphi_{I6r}) \cos(\varphi_{I5r})}{\sin(\varphi_{I5r})} \right)
\end{aligned} \tag{A-21}$$

$$\Rightarrow X_{C4} = (X_{L46} - X_{L56}) \frac{\hat{i}_6 \cdot \sin(\varphi_{I5r} - \varphi_{I6r})}{\hat{i}_4 \cdot \sin(\varphi_{I5r})} + (X_{L4} - X_{L45}) \tag{A-22}$$

Die Herleitung zeigt, dass Gleichung (A-7) für beliebige Stromvektoren nach (A-8) lösbar ist, solange die folgenden Bedingungen erfüllt werden:

$$\{\varphi_{I5r}, \varphi_{I6r}\} \neq 0 \tag{A-23}$$

$$\{X_{C4}, X_{C5}, X_{C6}\} > 0 \tag{A-24}$$

Diese Bedingungen gehen unmittelbar aus der Betrachtung der hergeleiteten Ausdrücke für die Berechnung der drei kapazitiven Reaktanzen hervor. Die symmetrisch bestromte Sekundärseite stellt einen interessanten Spezialfall dar:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \\ \underline{I}_6 \end{bmatrix} = \hat{I} \cdot e^{j\varphi_{I4}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\varphi_{I5r}} \\ e^{j\varphi_{I6r}} \end{bmatrix} = \hat{I} \cdot e^{j\varphi_{I4}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \tag{A-25}$$

Einsetzen der Winkelwerte für φ_{I5r} und φ_{I6r} in die hergeleiteten Beziehungen für die Berechnung der kapazitiven Reaktanzen liefert:

$$\begin{bmatrix} X_{C4} \\ X_{C5} \\ X_{C6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{L4} \\ X_{L5} \\ X_{L6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{L45} \\ X_{L46} \\ X_{L56} \end{bmatrix} \tag{A-26}$$

B Schaltungsansatz für eine gesteuerte Kondensatoreinheit

Im vorliegenden Abschnitt wird ein Konzeptansatz für eine mögliche Umsetzung der in dieser Arbeit mehrfach bez. der Grundschwingungsgrößen vereinfacht angenommenen verstellbaren Kapazität vorgestellt. Der Ansatz basiert auf einer Festwertkapazität C_x und einem parallel dazu liegenden Schalter S:

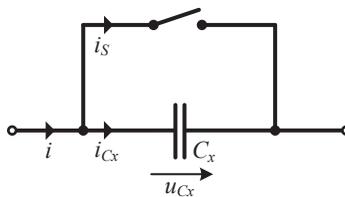


Abb. B.1: Geschaltete Kapazität

Der Schalter über der Kapazität C_x wird um die Nulldurchgänge des sekundärseitig fließenden Stroms i herum geöffnet, was in diesem Zeitfenster ein Kommutieren des Stroms vom Schalter S auf die Kapazität C_x bewirkt. Am Ende des Zeitfensters kommutiert der Strom zurück auf den Schalter S. Mit der Breite dieses Zeitfensters um die Stromnulldurchgänge herum wird die Dauer bestimmt, mit welcher die Kapazität C_x jeweils wirkt.

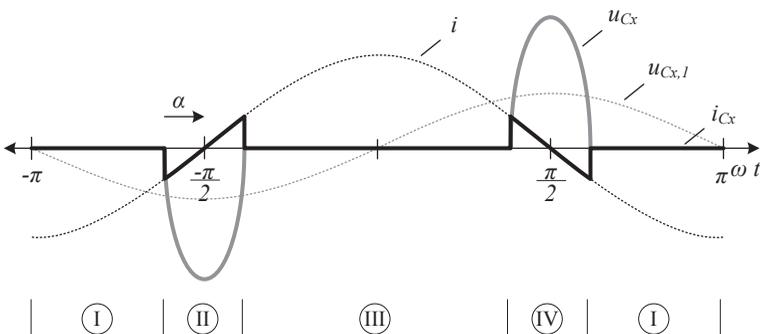


Abb. B.2: Zeitverläufe der Ströme und Spannungen am Aufbau.

Die Anordnung injiziert so eine Spannung, deren Grundschiwingung dem Strom i um 90° nacheilt, wodurch sich die Schaltungsanordnung bezüglich ihrer Grundschiwingung kapazitiv verhält. Durch die Breite des Zeitfensters mit offenem Schalter S kann die Amplitude der Grundschiwingung und somit die wirkende Kapazität beeinflusst werden.

B.1 Realisierung des Schaltelements und auftretende Kurvenverläufe

Das Schaltelement S in Abb. B.1: Geschaltete Kapazität Abb. B.1 muss Strom in beiden Richtungen führen und Spannungen in beiden Richtungen sperren können (4-Quadranten-Betrieb). Als Leistungshalbleiter für den Aufbau des Schaltelements kommen je nach Anforderung bezüglich maximalem Durchlassstrom und maximaler Sperrspannung vor allem IGBT bzw. MOS-Feldeffekttransistoren in Frage. Von den gängigen Schaltungsstrukturen für bipolare leistungselektronische Schalter [79] kommen in der Anwendung mit der schaltbaren Kapazität folgende zwei in Frage:

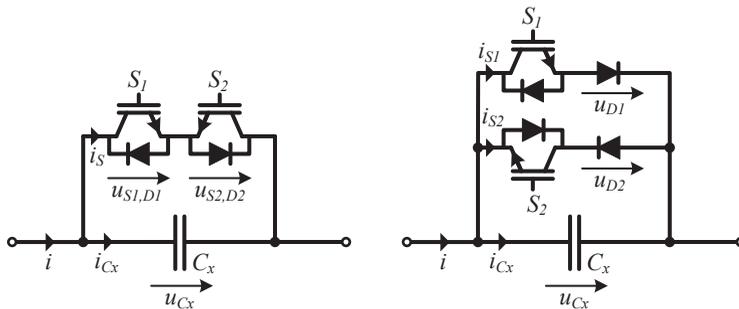


Abb. B.3: Mögliche Realisierungsvarianten für das bidirektionale Schaltelement.

Für die mathematische Modellbildung wird der Einfachheit halber ein rein sinusförmiger Strom i angenommen. Nachfolgende Abb. B.4 zeigt die Zeitverläufe von Strom und Spannung am geschalteten Kondensator und den treibenden Strom i im quasistationären Zustand sowie die auftretenden Ströme in den Leistungshalbleitern S_1 , S_2 und deren antiparallelen Dioden D_1 , D_2 für den Fall 1 nach obiger Abb. B.3 bzw. den beiden seriell angeordneten Dioden D_1 , D_2 für den Fall 2. Mit dem Steuerwinkel α wird die Dauer festgelegt, während der

die geschaltete Kapazität den Strom i führt und damit zusammenhängend die maximal auftretende Spannung über dem Kondensator und deren Grundschwingung.

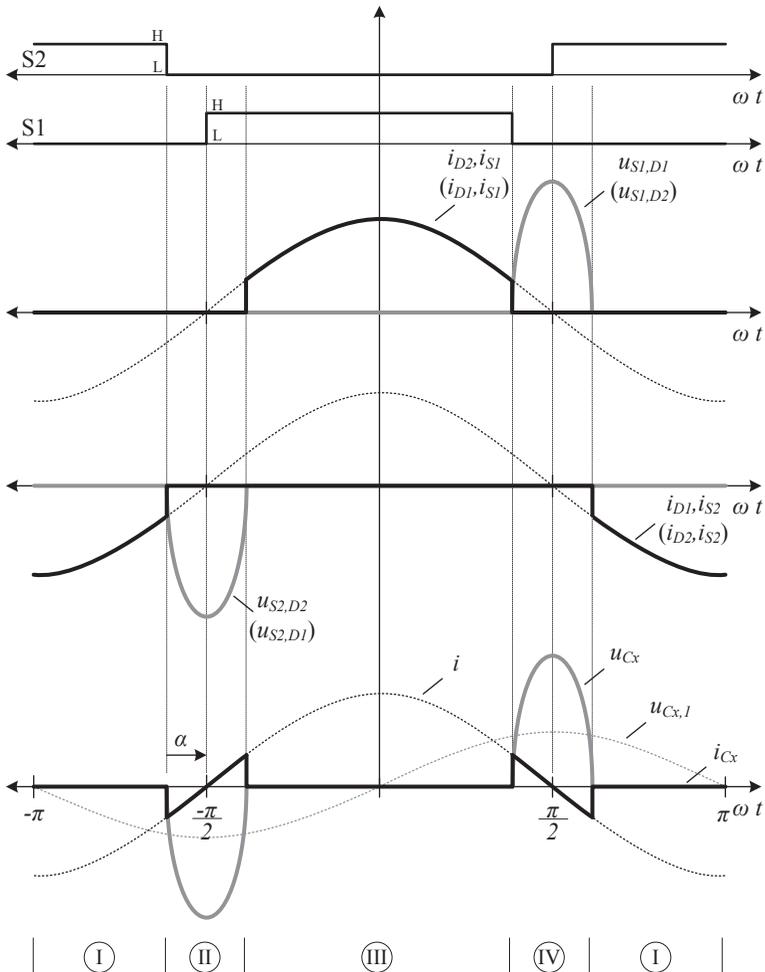


Abb. B.4: Kurvenverläufe in der geschalteten Kapazität und in den Leistungshalbleitern. In Klammern die entsprechenden Größen für den zweiten Fall nach Abb. B.3.

Die für die Modellierung getroffene, vereinfachende Annahme sinusförmigen Stroms bewirkt Folgendes: Die Spannungsabschnitte über dem Kondensator in den Zeitabschnitten (II) und (IV) weisen jeweils eine gerade Symmetrie zur Mitte der beiden Zeitabschnitte bei $\omega t = \{-\pi/2, +\pi/2\}$ auf. Durch die getroffene Vereinfachung sind die Zeitpunkte, an welchen die Spannung am Kondensator wieder zu null wird, bereits bestimmt. Die erwähnte Symmetrieeigenschaft lässt sich leicht an der Spannung über dem Kondensator in der rechten Hälfte von obiger Abb. B.4 nachvollziehen: Das mit dem Kehrwert von C_x gewichtete Integral des Stroms i_{C_x} über die Zeit (Spannung am Kondensator) liefert ab $\omega t = \pi/2 - \alpha$ von Null verschiedene Werte und verschwindet erst ab $\omega t \geq \pi/2 + \alpha$ wieder, da die Funktion, über welche ab $\omega t = \pi/2 - \alpha$ integriert wird, eine ungerade Symmetrie zu $\omega t = \pi/2$ aufweist. Der Steuerwinkel muss, wie an obiger Abb. B.4 schnell ersichtlich wird, im Intervall $[0 \pi/2]$ liegen.

$$\alpha = \left[0 \quad \frac{\pi}{2} \right] \quad (\text{B-1})$$

$$i(t) = \hat{i} \cos(\omega t) \quad (\text{B-2})$$

In den Zeitintervallen mit geöffnetem Schalter lässt sich der Zeitverlauf der Spannung u_{C_x} über dem Kondensator wie folgt angeben:

im Zeitintervall (II) für
$$\omega t = \left[-\frac{\pi}{2} - \alpha \quad -\frac{\pi}{2} + \alpha \right]$$

$$u_{C_x}(t) = \frac{1}{C_x} \int_{t = \frac{-\pi - \alpha}{\omega}}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C_x} \int_{t = \frac{-\pi - \alpha}{\omega}}^t \{\hat{i} \cos(\omega \tau)\} d\tau = \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{\sin(\omega t) + \cos(\alpha)\} \quad (\text{B-3})$$

und im Zeitintervall (IV) für
$$\omega t = \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \quad \frac{\pi}{2} + \alpha \right]$$

$$u_{C_x}(t) = \frac{1}{C_x} \int_{t = \frac{\pi - \alpha}{\omega}}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C_x} \int_{t = \frac{\pi - \alpha}{\omega}}^t \{\hat{i} \cos(\omega \tau)\} d\tau = \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{\sin(\omega t) - \cos(\alpha)\} \quad (\text{B-4})$$

In den beiden verbleibenden Zeitabschnitten (I) und (III) verschwindet die Spannung über dem Kondensator C_x , da der Strom i in diesen Abschnitten von den Leistungshalbleitern getragen und so am Kondensator vorbeigeführt wird. Die Spannung über dem Kondensator lässt sich somit zusammenfassend wie

folgt in Abhängigkeit von Stromamplitude, Kreisfrequenz und Steuerwinkel α über eine ganze Periodendauer angeben:

$$u_{C_x}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } \omega t = \left[-\pi \quad -\frac{\pi}{2} - \alpha \right] \\ \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{\sin(\omega t) + \cos(\alpha)\} & \text{für } \omega t = \left[-\frac{\pi}{2} - \alpha \quad -\frac{\pi}{2} + \alpha \right] \\ 0 & \text{für } \omega t = \left[-\frac{\pi}{2} + \alpha \quad \frac{\pi}{2} - \alpha \right] \\ \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{\sin(\omega t) - \cos(\alpha)\} & \text{für } \omega t = \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \quad \frac{\pi}{2} + \alpha \right] \\ 0 & \text{für } \omega t = \left[\frac{\pi}{2} + \alpha \quad \pi \right] \end{cases} \quad (\text{B-5})$$

Der Betrag der maximal auftretenden Spannung ist eine zentrale Kenngröße für die Auslegung der zu schaltenden Kapazität sowie zur Auswahl der Leistungshalbleiter. Aufgrund der bereits vorangehend erwähnten Symmetrieeigenschaften treten die Extrema der Spannung über dem geschalteten Kondensator im vereinfachten Modellansatz bei $\omega t = \pm\pi/2$ auf. Dies lässt sich beispielsweise für den Zeitabschnitt (IV), bei dem die Spannung ihren positiven Maximalwert erreicht, mathematisch leicht nachweisen:

$$\begin{aligned} \text{Im Zeitintervall (IV), für} \quad \omega t &= \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \quad \frac{\pi}{2} + \alpha \right] \\ \frac{d}{dt}(u_{C_x}(t)) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{\sin(\omega t) - \cos(\alpha)\} \right) \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{\hat{i}}{C_x} \{\cos(\omega t)\} &= 0 \\ \cos(\omega t) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B-6})$$

Innerhalb des vorgegebenen Intervalls wird diese Gleichung nur erfüllt bei:

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \quad (\text{B-7})$$

Das gesuchte Spannungsmaximum kann durch Einsetzen in Gleichung (B-4) gefunden werden zu:

$$\hat{u}_{C_x} = u_{C_x} \left(\omega t = \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) - \cos(\alpha) \right\} = \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{ 1 - \cos(\alpha) \} \quad (\text{B-8})$$

Von zentraler Bedeutung ist auch die mit der Kreisfrequenz des eingepprägten Stroms i korrespondierende Grundschiebungsamplitude der Spannung über der geschalteten Kapazität. Diese kann über eine Entwicklung der Spannung über dem Kondensator (Gleichung (B-5)) in einer Fourierreihe gefunden werden. Da der Zeitverlauf dieser Spannung ungerade Symmetrieeigenschaften bezüglich des Ursprungs gem. Abb. B.4 aufweist und mittelwertfrei ist, genügt eine Betrachtung der Sinus-Anteile der Fourierreihe für die Bestimmung der Amplituden:

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{t = -\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} \{ u_{C_x}(\tau) \sin(n\omega\tau) \} d\tau \quad (\text{B-9})$$

Die Zeitabschnitte (I) und (III) liefern keinen Beitrag zum obigen Integral. Die Integration kann somit auf die beiden Zeitabschnitte (II) und (IV) eingeschränkt werden. Aufgrund der Symmetrieeigenschaften des Signals liefern die beiden verbleibenden Zeitabschnitte denselben Anteil nach der Integration, so dass die Betrachtung nur auf Zeitabschnitt (IV) weiter eingeschränkt werden kann:

$$b_n = \hat{u}_{C_x, n} = \frac{2\omega}{\pi} \int_{t = \frac{2}{\omega} - \alpha}^{\frac{\pi}{\omega} + \alpha} \left\{ \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \{ \sin(\omega\tau) - \cos(\alpha) \} \right\} \sin(n\omega\tau) d\tau \quad (\text{B-10})$$

Die aus den Produkten der zeitabhängigen Sinusterme unter dem Integral entstehenden partiellen Integrationen liefern für $n \neq 1$ Sinusterme mit Summen und Differenzen von ωt und $n\omega t$ im Argument, welche kaum noch übersichtlich darstellbar sind. Da hier nur die Grundschiebung von Interesse ist, wird Gleichung (B-10) nur für $n=1$ weiter ausgewertet. Für die Untersuchung von Harmonischen empfiehlt sich an dieser Stelle der Einsatz von CAS.

$$b_1 = \hat{u}_{C_{x,1}} = \frac{\hat{i}}{\pi\omega C_x} \{2\alpha - \sin(2\alpha)\} \quad (\text{B-11})$$

Mit der berechneten Grundswingungsamplitude der Spannung über dem Kondensator lässt sich nun der Zeitverlauf dieser Grundswingung wie folgt angeben:

$$u_{C_{x,1}}(t) = \hat{u}_{C_{x,1}} \sin(\omega t) = \frac{\hat{i}}{\pi\omega C_x} \{2\alpha - \sin(2\alpha)\} \sin(\omega t) \quad (\text{B-12})$$

Wie bereits graphisch aus Abb. B.4 ersichtlich, ist die Grundswingung der Spannung über dem geschalteten Kondensator um $-\pi/2$ zum Strom i phasenverschoben. Bezogen auf die Grundswingung verhält sich der geschaltete Kondensator wie eine verstellbare Kapazität. Die Abhängigkeit dieser für die Grundswingung wirkenden Kapazität C_v lässt sich über eine Impedanzbetrachtung wie folgt finden:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{C_v} &= \frac{1}{j\omega C_v(\alpha)} = \frac{\underline{U}_{C_{x,1}}}{\underline{I}} = \frac{-j \cdot \hat{u}_{C_{x,1}}}{\hat{i}} \\ &\Rightarrow \\ \frac{1}{\omega C_v(\alpha)} &= \frac{\hat{u}_{C_{x,1}}}{\hat{i}} \end{aligned} \quad (\text{B-13})$$

Einsetzen von (B-11) und Auflösen nach C_v liefert den gesuchten Ausdruck:

$$C_v(\alpha) = C_x \frac{\pi}{2\alpha - \sin(2\alpha)} \quad (\text{B-14})$$

Die auf die Grundswingungsgrößen wirkende verstellbare Kapazität ist nebst der über dem geschalteten Kondensator auftretenden Spannungsamplitude die zweite wichtige Kenngröße für die Auslegung der Schaltung. Ein Einsetzen der Grenzen des Intervalls, in dem der Steuerwinkel gewählt werden darf, zeigt den Bereich, in welchem sich die Kapazität C_v bewegt:

$$C_{v,\max} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \{C_v(\alpha)\} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left\{ C_x \frac{\pi}{2\alpha - \sin(2\alpha)} \right\} = \infty \quad (\text{B-15})$$

$$C_{v,\min} = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \{C_v(\alpha)\} = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left\{ C_x \frac{\pi}{2\alpha - \sin(2\alpha)} \right\} = C_x \quad (\text{B-16})$$

Wird der Steuerwinkel mit dem Wert null vorgegeben, so strebt die Kapazität C_v gegen unendlich und die Impedanz X_{Cv} gegen 0. Wird der Steuerwinkel ausgehend von Null erhöht, so nimmt die Kapazität ab und strebt dem Wert C_x entgegen.

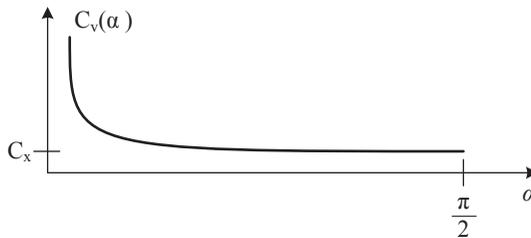


Abb. B.5: Abhängigkeit $C_v(\alpha)$

B.2 Oberschwingungen der injizierten Spannung

Für die Betrachtung der Harmonischen der von der Anordnung in den Aufbau injizierten Spannung wird als Basis der Ausdruck (B-10) herangezogen. Wird der Vorfaktor im Ausdruck unter dem Integral herausgelöst, so nimmt die Gleichung folgende Gestalt an:

$$b_n = \hat{u}_{C_x,n} = K \cdot \frac{2\omega}{\pi} \int_{t=\frac{\pi-\alpha}{\omega}}^{\frac{\pi+\alpha}{\omega}} \{\sin(\omega\tau) - \cos(\alpha)\} \sin(n\omega\tau) d\tau \quad (\text{B-17})$$

$$K = \frac{\hat{i}}{\omega C_x} \quad (\text{B-18})$$

Mit dieser Darstellung lassen sich auf K normierte Amplituden der Grundschwingung und aller Oberschwingungen angeben. Die Frequenz als Systemparameter fällt nach dem Lösen des Integrals weg.

$$\hat{u}_{C_x, n, norm} = \frac{2\omega}{\pi} \int_{t=\frac{\pi-\alpha}{\omega}}^{\frac{\pi+\alpha}{\omega}} \{\sin(\omega\tau) - \cos(\alpha)\} \sin(n\omega\tau) d\tau \quad (\text{B-19})$$

Nachfolgende Abbildung veranschaulicht die mithilfe eines CAS bestimmte Abhängigkeit der Amplitude und der THD vom Steuerwinkel α für die Grundschwingung und die ersten vier ungeradzahigen Oberschwingungen der injizierten Spannung:

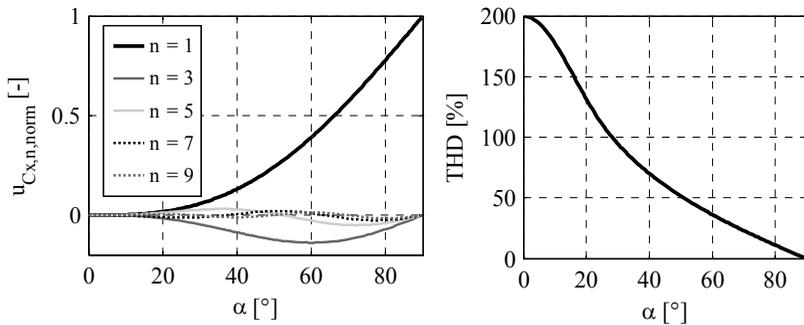


Abb. B.6: Abhängigkeit der Amplitude (l) und der THD (r) vom Steuerwinkel α für die Grund- und die ersten vier ungeradzahigen Oberschwingungen in u_{C_x} .

Bei kleinem Steuerwinkel ist die injizierte Spannung stark verzerrt, was aber aufgrund der insgesamt kleinen Amplituden etwas relativiert werden kann. Ab einem Steuerwinkel von etwa 30° sinkt die THD unter 100%. Bei Vollaussteuerung ist der Schalter über der Kapazität dauerhaft offen und die injizierte Spannung wird rein sinusförmig.

B.3 Überlegungen zur Auslegung der Komponenten

Mit der verstellbaren Kapazität lässt sich ein in Reihe dazu liegender, rein induktiver Anteil ΔL mit Werten im Intervall $[0 \Delta L_{max}]$ bezüglich der Grundschwingung kompensieren. Bei der Auslegung der Komponenten wird nun sinnvollerweise der schwankungsbehaftete Teil ΔL mit der verstellbaren Kapa-

zität kompensiert, während konstant bleibende Anteile mit Festwertkapazitäten statisch kompensiert werden.

Der kleinstmögliche Wert der wirkenden Kapazität C_v , welcher bei $\alpha = \pi/2$ auftritt (Gleichung (B-16)), wird auf den größtmöglichen Wert von ΔL angesetzt. Daraus lässt sich über eine Betrachtung der Reaktanzen die Kapazität C_x bestimmen:

$$\begin{aligned} \left| \underline{X}_{\Delta L, \max} \right| &= \left| \underline{X}_{C_v, \min} \right| \\ \left| j\omega\Delta L_{\max} \right| &= \left| (j\omega C_{v, \min})^{-1} \right| = \left| (j\omega C_x)^{-1} \right| \end{aligned} \quad (\text{B-20})$$

⇒

$$C_x = (\omega^2 \Delta L_{\max})^{-1} \quad (\text{B-21})$$

Die maximal auftretende Spannung, die die Leistungshalbleiter im ausgeschalteten Zustand sperren müssen, ist gem. Gleichung (B-8) abhängig von der Kapazität und von der Amplitude des Schleifenstroms i - sie tritt beim maximal erlaubten Wert für den Steuerwinkel α auf. Der von den Leistungshalbleitern zu tragende Spitzenstrom ist festgelegt durch den Scheitelwert des Stroms i .

Somit sind der Schaltung nebst den Amplituden von Strom und Spannung in der geschalteten Kapazität in erster Linie durch folgende zwei Faktoren klare Grenzen gesetzt:

- Scheitelwert des Stroms in den Leistungshalbleitern, Scheitelwert des Schleifenstroms i .
- Scheitelwert der zu sperrenden Spannung in den Leistungshalbleitern. ($= \hat{u}_{C_x}$)

Das erste Kriterium lässt sich nur durch die Auswahl entsprechender Leistungshalbleiter einhalten. Das zweite Kriterium kann nur eingehalten werden, wenn (voller Stellbereich im Intervall für den Steuerwinkel α angenommen) der Vorfaktor der Gleichung (B-8) nicht größer wird als die im Betrieb maximal zulässige Sperrspannung der Leistungshalbleiter:

$$\hat{u}_{C_x} = \frac{\hat{i}_2}{\omega C_x} \leq u_{CE, \max} \quad (\text{B-22})$$

Diese Spannung lässt sich anstelle der Kapazität C_x durch Einsetzen von (B-21) in (B-22) auch in Abhängigkeit des maximal kompensierbaren Anteils ΔL_{\max} angeben:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{C_x} &= \hat{i} \omega \Delta L_{\max} \leq u_{CE, \max} \\ \Rightarrow \\ \Delta L_{\max} &\leq \frac{u_{CE, \max}}{\omega \hat{i}} \end{aligned} \quad (\text{B-23})$$

Eine Vergleichsgröße zur Beurteilung der Schaltung ist das Verhältnis von Grundswingungsamplitude und Spitzenwert der injizierten Spannung. Die Amplitude der Grundswingung ist relevant für die aufgebrauchte Grundswingungsblindleistung und der Spitzenwert ist relevant für die Halbleiterauslegung, da er von den Leistungshalbleitern in der Sperrphase sicher gehalten werden muss. Je grösser dieses Verhältnis, desto mehr Blindleistung kann mit einem bestimmten Halbleitertypen (bei gleichbleibendem Strom) aufgebracht werden. Der Ausdruck kann aus dem Quotienten der Gleichungen (B-8) und (B-11) gewonnen werden:

$$\kappa = \frac{\hat{u}_{C_x, 1}}{\hat{u}_{C_x}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin(2\alpha) - 2\alpha}{\cos(\alpha) - 1} \quad (\text{B-24})$$

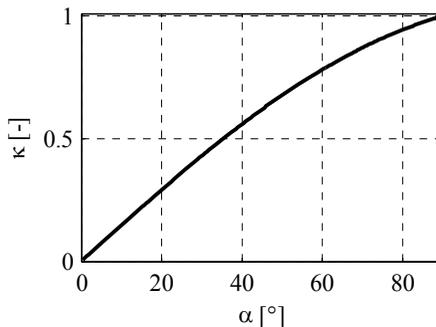


Abb. B.7: Abhängigkeit $\kappa = f(\alpha)$.

Die Ausnutzung des Halbleiters nimmt mit zunehmendem Steuerwinkel zu und erreicht ihren Maximalwert bei Vollaussteuerung der Schaltung.

B.4 Anwendungspotential und Grenzen

Der Abschätzung des Anwendungspotentials der Schaltung liegt folgende Auswahl kommerziell erhältlicher IGBT-Leistungshalbleiter:

Nr.	IGBT-Modul (als Referenz)	$u_{CE,max}$	$i_{C,max}$
1	Infineon FZ800R12KE3	1200 V	800 A
2	Infineon FZ800R16KF4	1700 V	800 A
3	Infineon FZ800R33KL2C	3300 V	800 A
4	Mitsubishi CM900HB-90H	4500 V	900 A
5	Infineon FZ750R65KE3	6500 V	750 A

Tab. B.1: Betrachtete kommerziell erhältliche IGBT-Module.

Der maximal kompensierbare Anteil ΔL_{max} ist gem. Gleichung (B-23) abhängig von der Amplitude des Stroms i . Die eingesetzten Halbleiter müssen in Bezug auf ihren Durchlassstrom entsprechend ausgewählt werden. Bei den nachfolgenden Betrachtungen wurden für die maximal auftretende Sperrspannung und den maximal auftretenden Durchlassstrom jeweils 50% Reserve einberechnet. Exemplarisch ergeben sich für die Konfiguration mit dem 3300V IGBT von Infineon bei einer Stromamplitude von 350A und einer Betriebsfrequenz von 20kHz folgende Zeitverläufe für Ströme und Spannungen über dem geschalteten Kondensator und den Elementen der Leistungshalbleiter, aufgetragen über 5 verschiedene Werte von α .

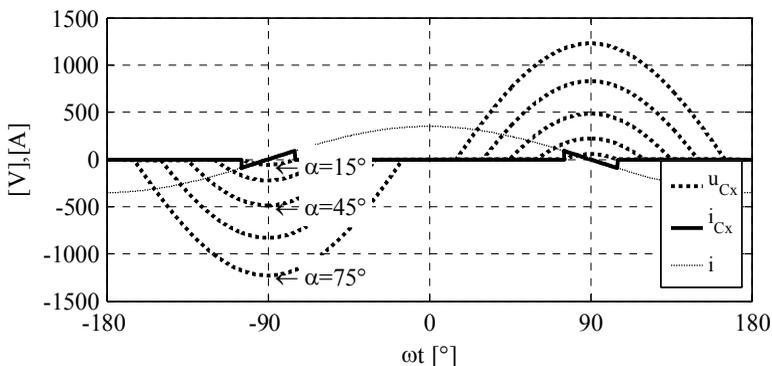


Abb. B.8: Spannungen / Ströme am geschalteten Kondensator C_x .

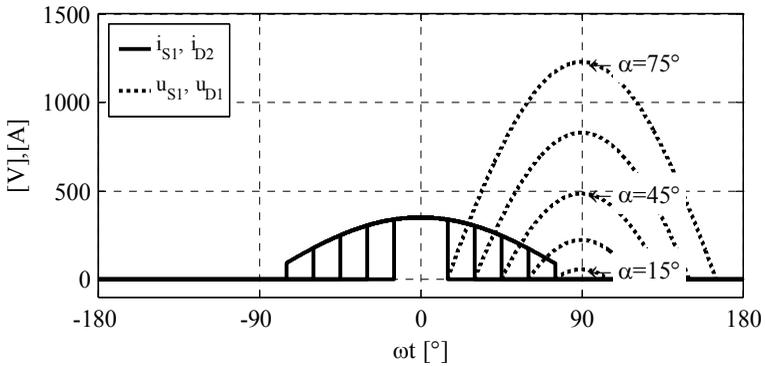


Abb. B.9: Spannungen / Ströme an S1, D1, D2. Schaltung 1 nach Abb. B.3.

In allgemeiner Form lässt sich der maximal kompensierbare Anteil ΔL_{\max} wie folgt für die Anwendung aller fünf betrachteten Leistungshalbleiter in Abhängigkeit vom Strom aufzeigen:

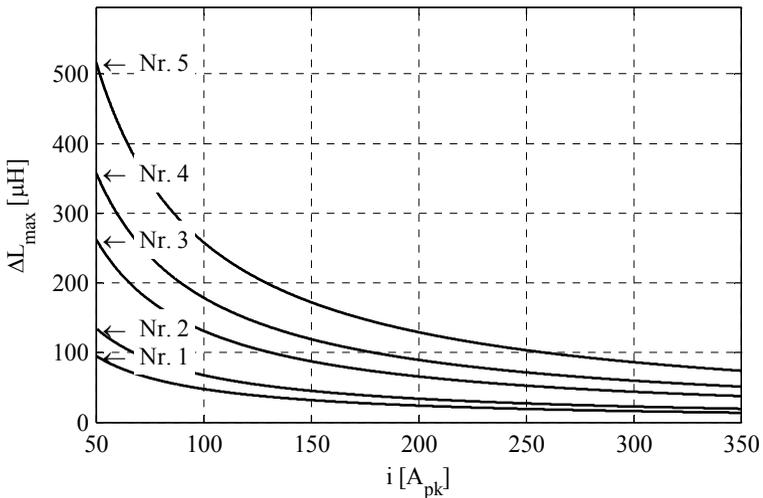


Abb. B.10: Maximal kompensierbarer Anteil ΔL_{\max} in Abhängigkeit der Amplitude des Stroms i .

B.5 Anwendungsbeispiel in numerischer Simulation

Zwecks Funktionsnachweis des in den vorangehenden Abschnitten eingeführten Schaltungsansatzes wurde dieser als Stellglied gem. Abschnitt 4.3.1.2 in die einphasige Sekundärseite integriert und unter Zuhilfenahme der Toolbox „SimPowerSystems“ in MATLAB/Simulink am numerischen Experiment beispielhaft erprobt. Die Ansteuerung der beiden leistungselektronischen Elemente des bidirektionalen Schalters erfolgt über eine Trigger-Einheit, welche die Nulldurchgänge des Stroms i_2 als Referenz erfasst. Ausgehend davon wird für jede Halbschwingung des Stroms i_2 über eine vom Steuerwinkel α abhängige Zeitverzögerung der Beginn des Zeitfensters mit offenem Schalter (Intervalle II und IV nach Abb. B.4) eingeleitet.

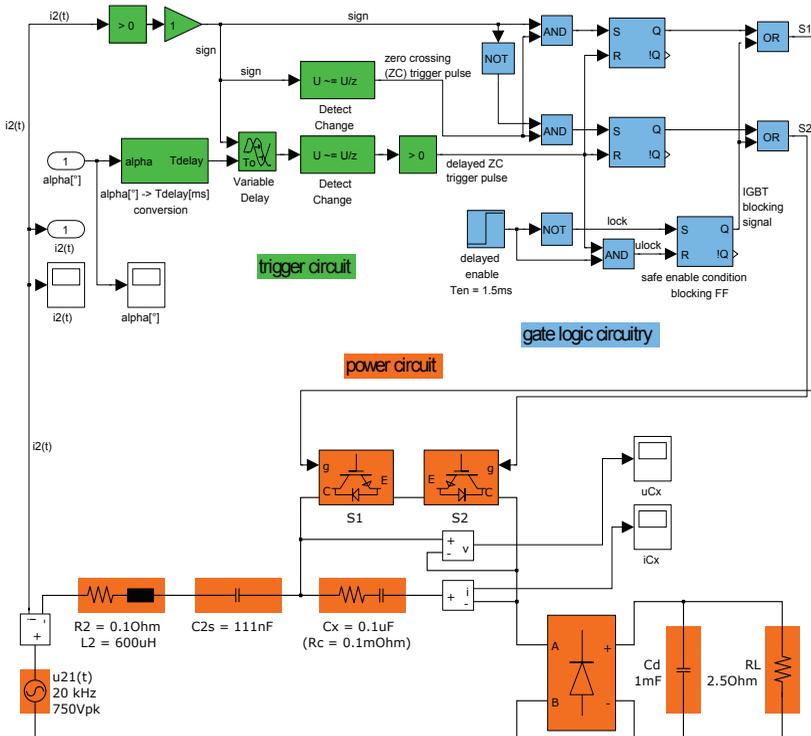


Abb. B.11: Signalflussplan / Implementation der Schaltungsanordnung mit geschalteter Kapazität und Ansteuerung in MATLAB/Simulink, SimPowerSystems.

Mithilfe einer Gate-Logikeinheit werden davon die Schaltzustände der beiden Leistungshalbleiter des bidirektionalen Schalters abgeleitet. Der Eingang für den Steuerwinkel α ist mit einem vordefinierten Zeitverlauf als Testgröße belegt. Im Folgenden sind der Zeitverlauf des Stroms i_2 als Lösung des vollständigen Systems nach obiger Abb. B.11, sowie als Lösung des Zeitbereichsmodells nach Abschnitt 4.3.1.1 im Vergleich dargestellt. Die Korrelation der beiden Lösungen nach dem Ansatz von Bravais-Pearson liefert eine hohe Übereinstimmung der beiden Kurvenverläufe. Die in nachfolgender Abb. B.12 erkennbaren Abweichungen im transienten Bereich sind auf die Realisierung der Schalteransteuerung nach obiger Abb. B.11 zurückzuführen.

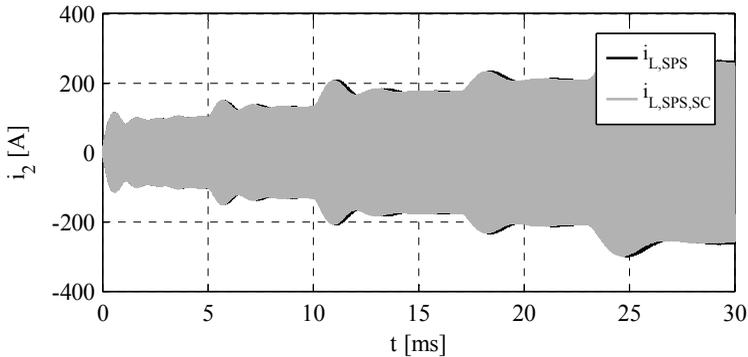


Abb. B.12: Zeitverlauf des Stroms i_2 für das vollständige System nach obiger Abb. B.11 (Lösung $i_{L,SPS,SC}$) und für das Zeitbereichsmodell nach Abschnitt 4.3.1.1 (Lösung $i_{L,SPS}$). $r_{BP} = 98.2\%$.

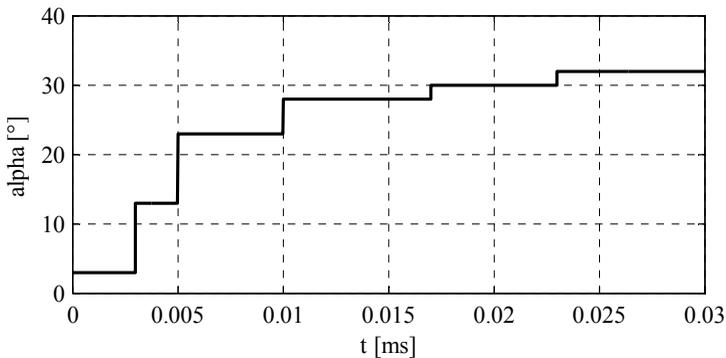


Abb. B.13: Vorgegebener Zeitverlauf des Steuerwinkels α .

C Verwendete Parametersätze

C.1 Einphasige Sekundärseite

Den numerischen Experimenten am einphasigen System aus den Kapiteln 4 und 5 liegt folgender Parametersatz zugrunde:

\hat{u}_{21}	=	785 V	Induzierte Spannung
L_2	=	300 μH	Selbstinduktivität
C_{2s}	=	211 nF	Statische Kompensationskapazität
C_x	=	1,055 μF	Konstante der verstellbaren Kap. $C_v(\alpha)$
R_2	=	100 m Ω	Ohmscher Anteil Sekundärspule/-Wicklung
C_d	=	1 mF	Kapazität Lastäquivalent
R_L	=	2,5 Ω	Ohmscher Anteil Lastäquivalent
I_a	=	100 A	Konstantstrom-Anteil Lastäquivalent
I_N	=	370 A	Bezugsgröße für die Normierung
U_N	=	785 V	Bezugsgröße für die Normierung
U_{dN}	=	605 V	Bezugsgröße für die Normierung

C.2 Dreiphasiges System

Parametersatz 1

$\hat{u}_{i4}, \hat{u}_{i5}, \hat{u}_{i6}$	=	$\{700; 750; 500\} V$	Induzierte Spannungen
L_4, L_5, L_6	=	$600 \mu H$	Selbstinduktivitäten Sekundärseite
M_{45}, M_{46}, M_{56}	=	$20 \mu H$	Gegeninduktivitäten Sekundärseite
C_{4s}, C_{5s}, C_{6s}	=	$105 nF$	Statische Kompensationskapazitäten
R_4, R_5, R_6	=	$100 m\Omega$	Ohmsche Anteile Sekundärseite
C_{x4}, C_{x5}, C_{x6}	=	$1,055 \mu F$	Konstante der verstellbaren Kap. $C_v(\alpha)$
C_d	=	$1 mF$	Kapazität Lastäquivalent
R_L	=	$2,5 \Omega$	Ohmscher Anteil Lastäquivalent
I_N	=	$645 A$	Bezugsgröße für die Normierung
U_N	=	$872 V$	Bezugsgröße für die Normierung

Parametersatz 2

\hat{u}_1	=	$[150 + 50 \cdot g(t - 3ms)] V$	Eingangsspannung Primär Ph. 1
\hat{u}_2	=	$200 V$	Eingangsspannung Phase Ph. 2
\hat{u}_3	=	$[50 + 150 \cdot g(t - 5ms)] V$	Eingangsspannung Phase Ph. 3
L_1, L_2, L_3	=	$11,5 \mu H$	Selbstinduktivitäten Primärseite
M_{12}, M_{13}, M_{23}	=	$1,5 \mu H$	Gegeninduktivitäten Primärseite
L_4, L_5, L_6	=	$165 \mu H$	Selbstinduktivitäten Sekundärseite
M_{45}, M_{46}, M_{56}	=	$50 \mu H$	Gegeninduktivitäten Sekundärseite
L_{14}, L_{15}, L_{16}	=	$\{3; 12; 15\} \mu H$	Kopplung Primär-Sekundärsystem
L_{24}, L_{25}, L_{26}	=	$\{12; 15; 3\} \mu H$	Kopplung Primär-Sekundärsystem
L_{34}, L_{35}, L_{36}	=	$\{15; 3; 12\} \mu H$	Kopplung Primär-Sekundärsystem
L_f	=	$15 \mu H$	Filterinduktivität
C_f	=	$4,2 \mu F$	Filterkapazitäten
C_1, C_2, C_3	=	$6,3 \mu F$	Kompensationskapazitäten Prim.

C_4, C_5, C_6	$= 551 \text{ nF}$	Kompensationskapazitäten Sek.
R_1, R_2, R_3	$= 100 \text{ m}\Omega$	Ohmsche Anteile Primärseite
R_4, R_5, R_6	$= 100 \text{ m}\Omega$	Ohmsche Anteile Sekundärseite
C_d	$= 1 \text{ mF}$	Kapazität Lastäquivalent
R_L	$= [5 - 2,5 \cdot g(t - 7 \text{ ms})] \Omega$	Ohmscher Anteil Lastäquivalent
I_a	$= 0 \text{ A}$	Konstantstrom-Anteil Lastäquivalent

Parametersatz 3

Parametersatz 3 entspricht dem von der Laboranlage abgeleiteten Parametersatz in skaliertem Form.

$$L_{B,N} = \begin{bmatrix} 140 & 24 & 38 \\ 24 & 137 & 39 \\ 38 & 39 & 182 \end{bmatrix} \mu H \quad M_N = \begin{bmatrix} -4,8 & -6,3 & 5,4 \\ 5,4 & -4,8 & -6,3 \\ -6,3 & 5,4 & -4,8 \end{bmatrix} \mu H$$

$C_{4sN}, C_{5sN}, C_{6sN}$	$= \{548; 565; 494\} \text{ nF}$	Kompensation
C_{x4}, C_{x5}, C_{x6}	$= \{6,3; 5,7; 3,3\} \mu F$	Konstante der verstellbaren Kap.
R_4, R_5, R_6	$= 100 \text{ m}\Omega$	Ohmsche Anteile Sekundärseite
C_d	$= 1 \text{ mF}$	Kapazität Lastäquivalent
R_L	$= 2,5 \Omega$	Ohmscher Anteil Lastäquivalent
\vec{I}_p	$= 400 \text{ A} \angle \begin{matrix} -90^\circ \\ 30^\circ \\ 150^\circ \end{matrix}$	Eingepprägter Primärstrom
I_N	$= 382 \text{ A}$	Bezugsgröße für die Normierung
U_{isN}	$= 445 \text{ V}$	Bezugsgröße für die Normierung
S_N	$= 254 \text{ kW}$	Bezugsgröße für die Normierung

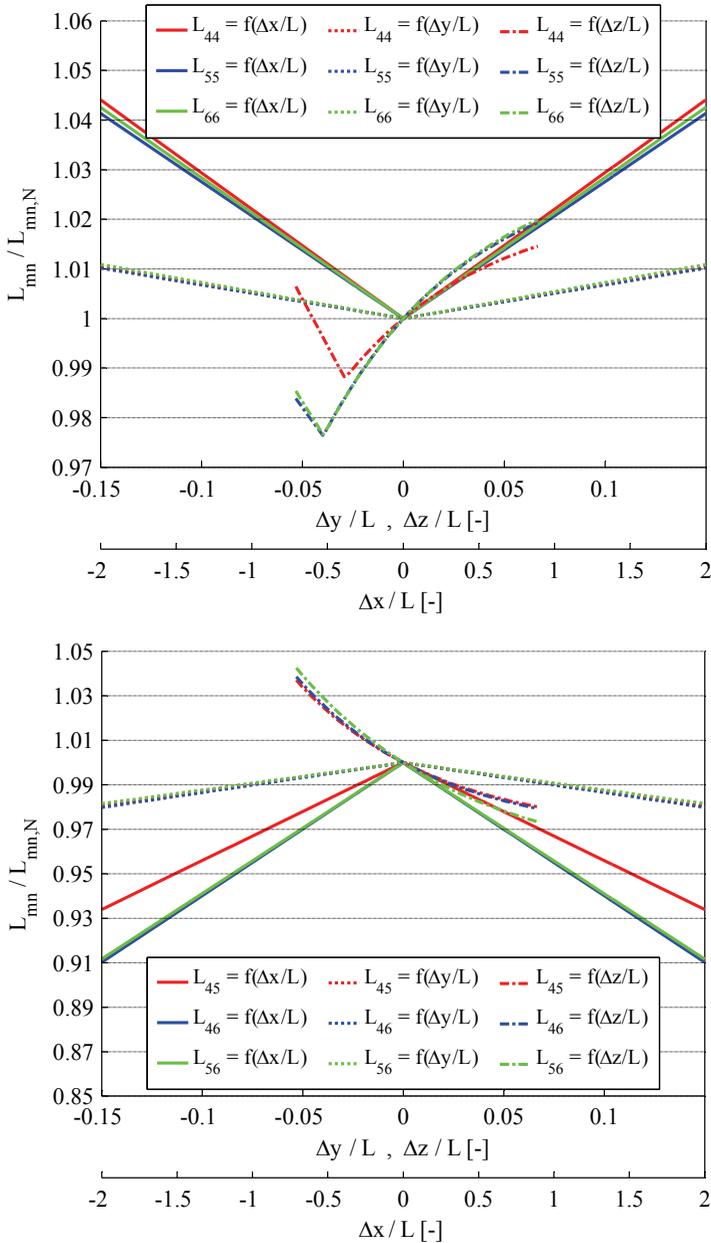


Abb. C.1: Abhängigkeiten der sekundärseitigen Selbst- (o) und Gegeninduktivitäten (u) von den Positionsfehlern gemäß Referenzkoordinatensystem (Abb. 3.2).

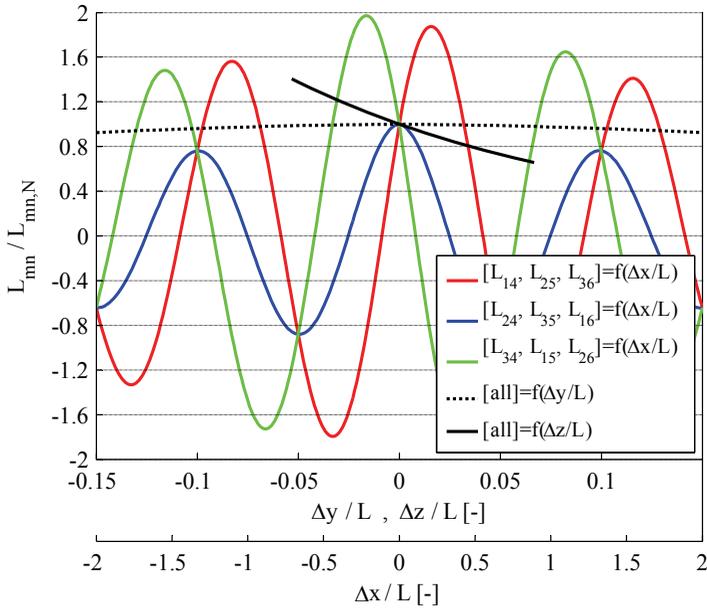


Abb. C.2: Gegeninduktivitäten zwischen dem Primär- und Sekundärspulensystem -
Abhängigkeiten von den Positionsfehlern gemäß Referenzkoordinatensystem (Abb.
3.2).

D Literatur

- [1] Chancen und Risiken beim kabellosen Laden von Elektrofahrzeugen, Technologiefolgenabschätzung für eine Schlüsseltechnologie in der Durchbruchphase der Elektromobilität - JustPark. *Abschlussbericht BMU, Förderkennzeichen 16EM0089/90, 2011.*
- [2] Kontaktloses Laden von Elektrofahrzeugen – W-Charge. *Abschlussbericht BMU, Förderkennzeichen 16EM0041...44, 2011.*
- [3] Kabelloses Laden von Elektrofahrzeugen - Conductix. *Abschlussbericht BMU, Förderkennzeichen 16EM0045/46, 2011.*
- [4] Kontaktloses Laden von batterieelektrischen Fahrzeugen - IndiOn. *Abschlussbericht BMU, Förderkennzeichen 16EM0065, 2011.*
- [5] **D. Kürschner:** Methodischer Entwurf toleranzbehafteter induktiver Energieübertragungssysteme. *Dissertation Universität Magdeburg, 2010.*
- [6] **P. Meyer:** Modeling of Inductive Contactless Energy Transfer Systems. *PhD dissertation, EPFL Lausanne, 2012.*
- [7] **R. Puers:** Inductive Powering. *Springer Verlag, Leuven, 2009, ISBN 9-789-0481-2411-4*
- [8] **J. Meins, G. Bühler:** Contactless inductive power supply. *19th international conference on magnetically levitated systems and linear drives, 2006.*
- [9] **D. Kacprzak, G. Covic, J. Boys:** An Improved Magnetic Design for Inductively Coupled Power Transfer System Pickups. *IEEE 7th International Power Engineering Conference, 2005.*
- [10] **G. Bühler:** Systemverluste bei der berührungslosen induktiven Energieübertragung. *Dissertation TU Braunschweig, 2009.*
- [11] **K. W. Klontz, D. M. Divan, D. W. Novotny, R. D. Lorenz:** Contactless Power Delivery System for Mining Applications. *IEEE Conference Record of the Industry Applications Society Annual Meeting, 1991.*

-
- [12] **M. Kissin, H. Hao:** A Practical Multiphase IPT System for AGV and Roadway Applications. *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2010.*
- [13] **J. T. Boys, M. L. G. Kissin, H. G. Lu, G. A. Covic:** A Three-Phase Inductive Power Transfer System for Roadway-Powered Vehicles. *IEEE transactions on industrial electronics, vol. 54, no. 6, 2007.*
- [14] **T. Hata, T. Ohmae:** Position detection method using induced voltage for battery charge on autonomous electric power supply system for vehicles. *IEEE workshop on advanced motion control, 2004.*
- [15] **K. Papastergiou, D. Macpherson:** An Airborne Radar Power Supply With Contactless Transfer of Energy - Part I: Rotating Transformer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 5, 2007.*
- [16] **K. Papastergiou, D. Macpherson:** An Airborne Radar Power Supply With Contactless Transfer of Energy - Part II: Converter Design. *IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 5, 2007.*
- [17] **A. Esser, H.-C. Skudelny:** A New Approach to Power Supplies for Robots. *IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 27, no. 5, 1991.*
- [18] **D. Novotny, B. Heeres, D. Divan, R. Larenz:** Contactless Underwater Power Delivery. *IEEE 25th Annual Power Electronics Specialists Conference, 1994.*
- [19] **A. Ahlbom, U. Bergqvist, J. H. Bernhardt:** Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic, and electromagnetic fields (up to 300 GHz). *Health Phys., vol. 74, no. 4: p. 494–522, 1998.*
- [20] **H. H. Wu, A. Gilchrist, K. Sealy, P. Israelsen, J. Muhs:** A Review on Inductive Charging for Electric Vehicles. *IEEE International Conference on electric drives and machines, 2011.*
- [21] **L. X., S. Hui:** An Analysis of a Double-layer Electromagnetic Shield for a Universal Contactless Battery Charging Platform. *IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference, 2005.*

- [22] **M. Scudiere, J. McKeever**: Wireless Power Transfer for Electric Vehicles. 11AE-0191, *SAE 2011 World Congress & Exhibition, 2011*.
- [23] **S. M. Lukic, M. Saunders, Z. Pantic, S. Hung**: Use of Inductive Power Transfer for Electric Vehicles. *IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2010*.
- [24] **Z. Pantic, B. Sanzhong, S. Lukic**: Inductively coupled power transfer for continuously powered electric vehicles. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009*.
- [25] **J. Shin, S. Boyune, L. Seokhwan, S. Seungyong, K. Yangsu, G. J., J. Seongjeub**: Contactless power transfer systems for On-Line Electric Vehicle (OLEV). *IEEE International Electric Vehicle Conference, 2012*.
- [26] **S. Raabe, J. T. Boys, G. A. Covic, G. A. Elliot**: A Quadrature Pickup for Inductive Power Transfer Systems. *IEEE 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2007*.
- [27] **S. Raabe, P. C., P. Shekar**: Practical considerations in the design of multi-phase pick-ups for contactless power transfer systems. *IEEE 35th Annual Conference of Industrial Electronics, 2009*.
- [28] **S. Raabe, G. Elliott, G. Covic, J. T. Boys**: Multiphase Pickups for Large Lateral Tolerance Contactless Power-Transfer Systems. *IEEE transactions on industrial electronics vol. 57, no. 5, 2010*.
- [29] **S. Raabe, G. Covic**: Practical Design Considerations for Contactless Power Transfer Quadrature Pickups. *IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 60, no. 1, 2013*.
- [30] **Y. Matsuo, M. Kitaoka, H. Sakamoto**: Ferrite core couplers for inductive chargers. *IEEE Proceedings of the Power Conversion Conference, 2002*.
- [31] **N. Macabrey**: Alimentation et guidance linéaires sans contact. *thèse de doctorat, EPFL Lausanne, 1998*.

-
- [32] **C. Joffe, S. Ditze, A. Robkopf:** A Novel Positioning Tolerant Inductive Power Transfer System. *IEEE 2nd International Energy Transfer for Electric Vehicles Conference (ETEV), Nuremberg, 29.-30. October 2013.*
- [33] **J. Meins, F. Turki, R. Czainski:** Phase control of resonant power supply inverters. *IEEE 11th European Conference on Power Electronics and Applications, 2005.*
- [34] **J. T. Boys, G. Govic:** A variable inductor based tuning method for ICPT pickups. *IEEE 7th International Power Engineering Conference, 2005.*
- [35] **J.-U. W. Hsu, A. P. Hu, A. Swain, D. Xin:** A new contactless power pickup with continuous variable inductor control using magnetic amplifier. *IEEE International Conference on Power System Technology, 2006.*
- [36] **J.-U. W. Hsu, A. Hu, A. Swain:** A Wireless Power Pickup Based on Directional Tuning Control of Magnetic Amplifier. *IEEE transactions on industrial electronics, vol. 56, no. 7, 2009.*
- [37] **J.-U. W. Hsu, A. Patrick Hu, A. Swain:** Directional Tuning Control of Wireless/Contactless Power Pickup for Inductive Power Transfer (IPT) System. *Advances in Solid State Circuits Technologies, 2010, ISBN 978-953-307-086-5*
- [38] **J.-U. W. Hsu, A. P. Hu, A. Swain:** Fuzzy based directional tuning controller for a wireless power pickup. *IEEE Region 10 Conference, 2008.*
- [39] **J.-U. W. Hsu, A. P. Hu:** Determining the variable inductance range for an LCL wireless power pickup. *IEEE Conference on Electronic Devices and Solid-State Circuits, 2007.*
- [40] **J. T. Boys, G. A. Covic, A. Tam, J.-H. Peng:** Self Tuning Pick-ups for Inductive Power Transfer. *IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2008.*

- [41] **U. K. Madawala, D. J. Thrimawithana, R. Arnold:** A Plug-In Hybrid “Blue-Angel III” for Vehicle to Grid System with a Wireless Grid Interface. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010.*
- [42] **U. K. Madawala, D. J. Thrimawithana:** A Ring Inductive Power Transfer System. *IEEE International Conference on Industrial Technology, 2010.*
- [43] **U. K. Madawala, D. J. Thrimawithana:** A Two-way Inductive Power Interface for Single Loads. *IEEE International Conference on Industrial Technology, 2010.*
- [44] **D. J. Thrimawithana, U. K. Madawala:** A Contactless Bi-directional Power Interface for Plug-in Hybrid Vehicles. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009.*
- [45] **D. J. Thrimawithana, U. K. Madawala, Y. Shi:** Design of a bi-directional inverter for a wireless V2G system. *IEEE International Conference on Sustainable Energy Technologies, 2010.*
- [46] **D. J. Thrimawithana, U. K. Madawala:** A novel matrix converter based bi-directional IPT power interface for V2G applications. *IEEE International Energy Conference and Exhibition, 2010.*
- [47] **D. J. Thrimawithana, U. K. Madawala, M. Neath, T. Geyer:** A Sense Winding Based Synchronization Technique for Bi-Directional IPT Pickup's. *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2011.*
- [48] **J. T. Boys, M. L. G. Kissin, H. G. Lu:** A Three-Phase Inductively Coupled Power Transfer System. *IEEE 1st IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2006.*
- [49] **J. T. Boys, G. A. Covic, M. Budhia:** Magnetic design of a three-phase Inductive Power Transfer system for roadway powered Electric Vehicles. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2010.*
- [50] **M. Kissin, J. T. A. Boys:** Interphase Mutual Inductance in Poly-phase Inductive Power Transfer Systems. *IEEE transactions on Industrial electronics vol. 56, no. 7, 2009.*

- [51] **J. T. Boys, G. A. Covic, Y. X. Xu:** DC Analysis Technique for Inductive Power Transfer Pick-Ups. *IEEE power electronic letters*, vol. 1, no. 2, 2003.
- [52] **C.-S. Wang, O. H. Stielau, G. A. Covic:** Load models and their application in the design of loosely coupled inductive power transfer systems. *IEEE International Conference on Power System Technology*, 2000.
- [53] **O. H. Stielau, G. Covic:** Design of loosely coupled inductive power transfer systems. *IEEE International Conference on Power System Technology*, 2000.
- [54] **C.-S. Wang, O. H. Stielau, G. A. Covic:** Design Considerations for a Contactless Electric Vehicle Battery Charger. *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 52, no. 5, 2005.
- [55] **G. Lehner:** Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure, Physiker. *Springer Verlag*, 4. Auflage, 2004 ISBN 978-3-5400-0998-6
- [56] **R. Ose:** Elektrotechnik für Ingenieure, Bd. 1: Grundlagen. *Hanser Fachbuchverlag*, 3. Auflage 2005, ISBN 978-3-4464-3244-4
- [57] **P. Leuchtman:** Einführung in die elektromagnetische Feldtheorie. *Pearson Verlag*, 1. Auflage 2007, ISBN 978-3-8273-7144-7
- [58] **W. Weissgerber:** Elektrotechnik für Ingenieure - Bd 1. *Vieweg Verlag, Wiesbaden*, 7. Auflage 2007, ISBN 978-3-8348-0058-9
- [59] **D. Hudwig, P. Wambganss:** Modulares Plattformkonzept für die kontaktlose Übertragung von Energie und Daten. *RRC power solutions GmbH*, 2006.
- [60] **C.-S. Wang, O. H. Stielau, G. A. Covic:** Power Transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems. *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 51, no. 1, 2004.
- [61] **A. Hussnain, J. A. Talha, K. Shoab A.:** Mathematical Modeling of an Inductive Link for Optimizing Efficiency. *IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications*, 2009.

- [62] **N. Keeling, J. Boys, G. Covic:** Unity Power Factor Inductive Power Transfer Pickup for High Power Applications. *IEEE transactions on Industrial Electronics* vol. 57, no. 2, 2008.
- [63] **J. T. Boys, G. A. Covic, A. Green:** Stability and control of inductively coupled power transfer systems. *IEEE Proceedings - Electric Power Applications* vol. 147. no.1, 2000.
- [64] **G. Paap:** The general equations of 3-phase transformers with a symmetrical and linear magnetic circuit for use in network calculations. *Springer Verlag, Archiv für Elektrotechnik, 1987.*
- [65] **P. A. Tipler, G. Mosca:** Physics for Scientists and Engineers. *Wiley, 5th edition 2003, ISBN 9-780-7167-8339-8*
- [66] **A. Di Gerlando, G. Foglia, R. Perini, M. Iachetti:** Analytical Model and Implementation by Equations of Three-Phase Diode Bridge Rectifiers Operation. *IEEE International Conference on Electrical Machines, 2010.*
- [67] **D. Maksimovic, A. M. Stankovic, J. V. Thottuvelil, G. C. Verghese:** Modeling and Simulation of Power Electronic Converters. *Proceedings of the IEEE, 2001.*
- [68] **D. Turhan Hilmi:** Simulation of Power System Dynamics using Dynamic Phasor Models. *Dissertation ETH Zürich, 2008.*
- [69] **S. Henschel:** Analysis of Electromagnetic and Electromechanical Power System Transients with Dynamic Phasors. *PhD Dissertation, University of British Columbia, 1999.*
- [70] **S. R. Sanders, M. J. Noworolski, L. Z. Xiaojui, G. C. Verghese:** Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits. *IEEE 21st annual Power Electronics Specialists Conference, 1990.*
- [71] **O. Föllinger:** Nichtlineare Regelungen II. *Oldenburg Verlag, 5. Auflage 1993, ISBN 9-783-4862-1462-8*
- [72] **H. Lutz, W. Wendt:** Taschenbuch der Regelungstechnik. *Verlag Harry Deutsch, 7. erg. Auflage 2007, ISBN 9-783-8171-1807-6*
- [73] **I. Gerdes, F. Klawonn, R. Kruse:** Evolutionäre Algorithmen. *Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2004, ISBN 9-783-5280-5570-7*

-
- [74] **K. Weicker**: Evolutionäre Algorithmen. *Teubner Verlag, Stuttgart, 2002, ISBN 978-3519003625*
- [75] **T. Esram, P. L. Chapman**: Comparison of Photovoltaic Array Maximum Power Point Tracking Techniques. *IEEE Transactions on Energy Conversion, 2007.*
- [76] **V. Agarwal, S. Jain**: A New Algorithm for Rapid Tracking of Approximate Maximum Power Point in Photovoltaic Systems. *IEEE Power electronics letters vol. 2, no. 1, 2004.*
- [77] **X. Weidong, W. Dunford**: A Modified Adaptive Hill Climbing MPPT Method for Photovoltaic Power Systems. *IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference, 2004.*
- [78] **Q. Zeng, L. Chang, R. Shao**: Fuzzy-logic-based maximum power point tracking strategy for Pmsg variable-speed wind turbine generation systems. *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2008.*
- [79] **A. Lindemann, M. Baumann, J. Kolar**: Comparison of Different Bidirectional Bipolar Switches for Use in Sparse Matrix Converters. *IEEE Proceedings of the 10th International Power Electronics and Motion Control Conference, 2002.*
- [80] **R. Arnold, P. Gratzfeld**: Modeling of a three-phase inductive power transfer system in phasor domain for fast simulation. *IEEE 2nd International Energy Transfer for Electric Vehicles Conference (ETEV), Nuremberg, 29.-30. October 2013.*
- [81] **R. Arnold, P. Gratzfeld**: Automatic tuning concept for a three-phase inductive power transfer system. *IEEE 3rd International Energy Transfer for Electric Vehicles Conference (ETEV), Nuremberg, 30. September - 1. October 2014.*