

Untersuchung der Odometriequalität omnidirektionaler Förderfahrzeuge in einer Transportformation

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Tobias Baur

Tag der mündlichen Prüfung:

Hauptreferent:

Korreferent:

06. Februar 2015

Prof. Dr.-Ing Kai Furmans

Prof. Dr.-Ing Rainer Bruns



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung –
Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland Lizenz
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>

Vorwort

Diese Arbeit ist meinem Vater Albert Baur (†) gewidmet.

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Ich danke ganz besonders Herrn Dr. Frank Schönung, der mir immer für fachliche Diskussionen kompetent zur Verfügung stand und als Abteilungsleiter des Bereichs Fördertechnik immer für eine sehr gute Arbeitsatmosphäre gesorgt hat.

Ebenfalls für spannende fachliche Diskussionen und eine Einführung in LaTeX danke ich Herrn Dr. Thomas Stoll.

Meinen anderen Kollegen und allen, die mich während der Erstellung der Arbeit unterstützt haben, danke ich herzlich. Die motivierende Arbeitsatmosphäre und der sehr gute Zusammenhalt der Kollegen untereinander haben zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Mein persönlicher Dank gilt meiner Mutter Erika Baur, die mich während des Studiums und darüber hinaus immer unterstützt hat und - last but not least - danke ich meiner Lebensgefährtin Magdalena und meinen Kindern für Ihre Geduld und den Rückhalt den ich bekommen habe.

Karlsruhe, Mai 2015

Tobias Baur

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	1
Abstract	3
1. Einleitung	5
1.1. Problemstellung	5
1.2. Ziel der Arbeit	6
1.3. Aufbau der Arbeit	7
2. KARIS	9
2.1. Ursprung	9
2.2. Entwicklung	12
2.3. Umsetzung	14
3. Stand der Technik	19
3.1. Fahrerlose Transportsysteme	19
3.1.1. Fahrerlose Transportfahrzeuge	20
3.1.2. Navigation	21
3.1.3. Leitsteuerung	23
3.2. Antriebe und Lenksysteme	24
3.2.1. Achsschenkellenkung	24
3.2.2. Knicklenkung	28
3.2.3. Omniwheel	28
3.2.4. Drehschemellenkung/Lenkung BInE	30
3.2.5. Radseitenlenkung	39
3.2.6. Mecanumantrieb	43
3.3. Formationsfahrt	48
4. Fahrwerk	53
4.1. Parametrisierung der Bahnkurve nach der Bogenlänge	53
4.2. Mecanumfahrwerk	57
4.3. Drehschemellenkung	61
4.4. Radseitenlenkung	65

4.5. Auswahl	68
5. Untersuchung von Bahnen der Transportformation	71
5.1. Formation	71
5.2. Das Folgen einer Bahn	71
5.2.1. Ein Punkt folgt der Bahn, Fahrzeug im Punkt tangential	72
5.2.2. Zwei Punkte folgen der Bahn	78
5.3. Geschwindigkeitsverlauf	80
6. Simulation	89
6.1. Herleitung der Bahnen im Modell	89
6.1.1. Bahn Typ 1	90
6.1.2. Bahn Typ 2/3:	92
6.1.3. Bahn Typ 4	97
6.1.4. Abfahren der Bahn	98
6.2. Modellierung	100
6.2.1. Modellaufbau und Regelung	101
6.2.2. Modellierung in MATLAB [®] /Simulink	108
6.3. Versuche	111
7. Fahrversuche	117
7.1. Versuchsaufbau	117
7.2. Messverfahren	119
7.3. Versuche	127
7.3.1. A1 Standardkonfiguration 1	128
7.3.2. A2 Standardkonfiguration 2	129
7.3.3. A3 breitere Spur	129
7.3.4. A4 Last auf Vorderachse	129
7.3.5. A5 Falscher Programmparameter	130
7.3.6. A6 Radmaterial Gummi	131
7.3.7. A7 Radmaterial PU-SKS	131
7.3.8. A8 Radmaterial THKS	132
7.3.9. A9 abweichender Raddurchmesser	132
7.3.10. A10 Krafteinwirkung von außen	133
7.3.11. A11 Unrundheit eines Rades	133
7.3.12. A12 Unterschiedliche Reibung mit Boden	134
7.3.13. V1 Standardkonfiguration	134
7.3.14. V2 mit Lastschwerpunkt außermittig	134
7.3.15. V3 mit variierender Reibung	135
7.3.16. V4 mit abweichenden Raddurchmessern	136

7.3.17. V5 Ausfall eines Fahrzeugs	136
7.3.18. V6 Krafteinwirkung von außen	137
7.4. Fazit Fahrversuche	137
8. Zusammenfassung	139
Literatur	141
A. symbole	145
B. Messungen	147

Kurzfassung

Tobias Baur

Untersuchung der Odometriequalität omnidirektionaler Förderfahrzeuge in einer Transportformation

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Formationsfahrt mehrerer kleiner, autonomer fahrerloser Transportfahrzeuge zum Zwecke des Transports einer großen Last. Die Fahrzeuge sind fest miteinander verbunden aber separat gesteuert. Kleine Abweichungen eines Fahrzeugs von der vorher berechneten Sollbahn durch Schlupf oder Drift haben eine Auswirkung auf den gesamten Verbund und Abweichungen in Lage und Orientierung der ganzen Einheit sind die Folge. Ein zentraler Punkt der Betrachtungen ist die Genauigkeit der Odometrie, also der Ortsbestimmung aus Geschwindigkeit und Richtung. Auf die Abweichungen der Fahrzeuge gibt es verschiedene Einflüsse, die in dieser Arbeit beleuchtet werden.

Eine Gruppe von Einflüssen auf die Genauigkeit sind die Fahrzeuge selbst. Neben Parametern wie Fertigungstoleranzen, Abnutzungserscheinungen oder Reifenmaterial ist die Art des Fahrwerks und der Lenkung von zentraler Bedeutung. Die wichtigsten Fahrwerke werden vorgestellt und verglichen. Ein weiterer Faktor bezüglich der Genauigkeit sind Bahn und Geschwindigkeit der Transportfahrzeuge. So muss eine Bahn für die zu transportierende Last in Abhängigkeit der Umgebung gefunden werden, aus der sich schließlich die Trajektorien der Einzelfahrzeuge ergeben. Diese sollten stetig sein, damit die erforderlichen Bewegungen von den verwendeten Aktoren bewerkstelligt werden können. Lasten und äußere Kräfte haben ebenfalls Auswirkungen auf die Spurtreue zur Folge. Auch die Lage des Schwerpunkts oder die unterschiedliche Belastung von Fahrzeugen haben großen Einfluss auf die Abweichungen von der Sollbahn.

In dieser Arbeit werden einige theoretische Betrachtungen zur Wahl der

Fahrwerke und der Bahn beschrieben. Es wird beleuchtet, welche Fahrwerke prinzipiell für einen Einsatz im Verbund taugen und schließlich das geeignetste ausgewählt. Im Anschluss daran wird die Simulation eines Verbunds vorgestellt, die in MATLAB Simulink implementiert wurde. Mit diesem Tool kann der Einfluss verschiedener Parameter wie Radmaterial, Spurweite, Bahnform etc. auf die Formation überprüft werden. Darüber hinaus wurden Versuche durchgeführt, die das reale Verhalten von radseitengelenkten Fahrzeugen betreffen. Hierfür wurde das Messverfahren der Photogrammetrie verwendet, mit dem sich bei relativ geringem Aufwand Genauigkeiten im Bereich von $\pm 1\text{mm}$ erreichen lassen. Die Versuche wurden jeweils 30 Mal mit verschiedenen Einflüssen durchgeführt. Aus den Ergebnissen der einzelnen Bereiche wird abgeleitet, was bei der Konstruktion von kleinen fahrerlosen Transportfahrzeugen beachtet werden sollte, damit diese möglichst geringe Positionsabweichungen produzieren.

Abstract

Tobias Baur

Examination of the odometric quality of omnidirectional conveying vehicles in a transport formation

This PhD thesis deals with the formation of several small, autonomous automated guided vehicles for the purpose of the transport of a big load. The vehicles are permanently coupled together through the load but they are separately controlled. Small deviations of one vehicle from the calculated path due to slip or drift, have an effect on the whole composite. Deviation in position and orientation of the whole unit is the consequence. The case in point of the examination is the exactness of odometry, that is the localization which results from velocity and orientation. There are several influences on deviation of the vehicles that are considered in this dissertation.

One group of influences can be attributed to the vehicles themselves. Beside parameters like fabrication tolerances, wear and tear or tire material, the kind of chassis and steering mechanism are a central issue. The most important types of chassis are presented and compared. Another factor concerning the accurateness is the path and the velocity of the transport vehicles. As a function of the adjacent area a trajectory for the load that is to be transported has to be found. From this trajectory the paths of the individual vehicles can be derived. These should be continuous, so that the necessary motions can be managed by the actuators. Loads and external forces also have impact on the stability of direction. The location of the center of gravity or different loads on the vehicles have a strong impact on the divergence from the calculated path.

In this dissertation some theoretical considerations that are related to chassis and paths are presented. It is examined, which chassis are basically appropriate for use in a composite and finally the most appropriate is chosen.

After that a simulation of the formation, which is implemented in MATLAB Simulink, is presented. With this tool, the influence of different parameters like tire material, track gauge, form of the track, etc. can be checked. Moreover, experiments have been performed that are showing the real behavior of vehicles with skid steering mechanism. For this purpose the measurement method of photogrammetry is used. It achieves accurateness within the range of $\pm 1mm$. The experiments have been conducted thirty times in each case with different influences. From the results of the different perspectives on the matter which are described above is derived, what should be considered at the construction of small automated guided transport vehicles to produce as small position deviation as possible.

1. Einleitung

Im Rahmen eines Forschungsprojekts, das von der Arbeitsgemeinschaft Technik Intralogistik des Netzwerks Intralogistik Baden Württemberg unter der Federführung des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) bearbeitet wurde, entstand das System KARIS (Kleinskaliges, Autonomes, Redundantes IntralogistikSystem), das mehrere Vorteile von bestehenden Fördertechniksystemen vereint. Das System besteht aus mehreren baugleichen Fahrzeugen mit Länge und Breite von je 500mm. Diese Fahrzeuge sind mit einem omnidirektionalen Fahrantrieb und einem Förderer auf der Oberseite ausgestattet. Damit kann ein Fahrzeug selbstständig einen Kleinladungsträger (KLT) aufnehmen und an einem Zielpunkt wieder übergeben. Zwischen diesen Punkten navigiert das fahrerlose Transportfahrzeug (FTF) selbstständig mit Hilfe eines Laserscanners nach dem SLAM-Verfahren (simultaneous localization and mapping). Sollen viele KLT von einer Quelle zu einer Senke gebracht werden, soll das System zukünftig in der Lage sein aus vielen dezentral gesteuerten Geräten selbstständig den kürzesten Weg für einen Stetigförderer zu finden und diesen aus den Fahrzeugen mit deren integrierten Förderern aufzubauen. Es wird also ein Cluster gebildet, das eine zweite fördertechnische Aufgabe erledigt. Ein weiteres Funktionscluster, das sich in Zukunft ebenfalls aus den Einzel-elementen rekrutieren soll, ist ein Verbund von vier Fahrzeugen, der in einer Formation dezentral gesteuert den Transport eines Großladungsträgers übernehmen kann. Dies soll ohne mechanische Verbindung zwischen den einzelnen Fahrzeugen und ohne das Gebundensein an feste Wege funktionieren. Die vorliegende Arbeit soll hierzu einen Beitrag leisten.

1.1. Problemstellung

Der Einsatz eines Formationsclusters in einer industriellen Umgebung stellt hohe Anforderungen an dessen Positioniergenauigkeit, denn Hindernisse müssen sicher umfahren werden. Schlupf- oder Driftverhalten führen zu Positionsfehlern, sowie zu hohem Verschleiß an den Fahrzeugrädern. Um Lasten mit mehreren Fahrzeugen zu bewegen ist daher eine Formationsregelung notwen-

dig. Es sind heute bereits einige Fahrzeugformationen im Einsatz, wie z.B. Verbände mit elektronischen Deichseln, allerdings werden diese nach dem Leader-Follower-Prinzip betrieben: Ein Fahrzeug navigiert autonom von einem Start- zu einem Zielpunkt. Ein oder mehrere Fahrzeuge folgen dem Vorausfahrenden durch Beibehaltung von Abstand und Winkel oder über einen Abgleich von globalen Positionsdaten wie GPS. Die Führungsgröße ist also eine Koordinate. Die Schwierigkeit bei einer Transportformation liegt in der starren Verbindung der Fahrzeuge über das Transportgut und in der Notwendigkeit des synchronen Fahrens zur Beschleunigung der Last. Hier ist die Führungsgröße also eine vorher festzulegende Kraft zu einem bestimmten Zeitpunkt, damit alle Aktoren gleichzeitig wirken können.

Es sollen vier Fahrzeuge dezentral gesteuert werden und gleichzeitig so verfahren, dass eine Last mit möglichst geringen Abweichungen auf frei wählbaren Strecken von einer Quelle zu einer Senke befördert werden kann. Dies ist vorstellbar über eine Kraftregelung, die die Kräfte im Punkt der aufliegenden Last auf dem Fahrzeug mit Sollwerten abgleicht, die je nach Last und Fahrzustand berechnet werden. Da diese Regelung wegen verschiedener Faktoren wie verschiedenen Schwerpunktslagen oder trägen Stellgliedern nur eine begrenzte Regelgüte ermöglicht, wird die Reduzierung von Störeinflüssen angestrebt. Parameter der Fahrzeuge, der Strecke und der Last sollen nach Möglichkeit so gewählt werden, dass der Versatz zwischen dem errechneten Zielpunkt (Koppelort) und dem tatsächlich erreichten Ort (beobachteter Ort) möglichst klein bleibt. Um dies erreichen zu können, muss untersucht werden, wie groß der Einfluss einzelner Parameter auf die Odometriequalität von Einzelfahrzeugen und auf Formationen ist, damit für den realen Einsatz die richtigen Parameter gewählt werden können.

1.2. Ziel der Arbeit

Bis jetzt ist es mit am Markt erhältlichen, frei navigierenden FTF nicht möglich, einen Transportverbund aufzubauen und dezentral gesteuert (siehe Kap.3.3) zu betreiben. Um dies in Zukunft zu erreichen, werden Kenntnisse über das Fahrverhalten verschiedener flächenbeweglicher FTF, die Auswirkungen von Fahrzeugparametern und Streckengestaltung sowie den Einfluss der Last benötigt. Mit diesen Kenntnissen kann der Betrieb eines Verbunds mit einer kraftbasierten Regelung verbessert werden. Bisherige Untersuchungen zur Transportformation in der Robotik behandeln Leader-Follower-Systeme, bei denen die Folgefahrzeuge keinen Beitrag zur Beschleunigung leisten können, da sie nicht agieren sondern nur reagieren und mit deren passiver Teilnahme

Kurvenfahrten kaum realisierbar sind, oder die Fahrzeuge sind mit zusätzlichen Manipulatoren zur Bewegung der Last relativ zum Fahrzeug ausgestattet. Die beiden Ansätze sind für einen industriellen Einsatz wegen mangelnder Leistungsfähigkeit bzw. wegen des hohen zusätzlichen Aufwands nicht geeignet.

Ziel der Arbeit ist es daher, die Einflüsse verschiedener Parameter der Fahrzeuge (Fahrwerk, Reifenmaterial, etc.) und deren Betrieb (Schwerpunktslage, Bahnform, etc.) zu untersuchen, um damit die Odometriequalität durch konstruktive und gestalterische Maßnahmen bereits im Vorfeld optimieren zu können. Bisher gibt es kein Datenmaterial, das zeigt, welchen Einfluss verschiedene Gegebenheiten auf die Positionsabweichung von FTF haben und wie sich dies auf die Position in einer Formation auswirkt. In dieser Arbeit werden deshalb einige Parameter, die relevant erscheinen betrachtet. Die Untersuchungen umfassen Modelle für den Einfluss von Parametern, Simulationen mit einem MATLAB[®]-Modell sowie Fahrversuche zur Validierung der Modelle.

1.3. Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 der Arbeit wird das System KARIS vorgestellt, soweit dies für die Einordnung der Verbundfahrt und das Verständnis der nachfolgenden Kapitel erforderlich ist.

Kapitel 3 beschreibt den aktuellen Stand der Technik im Bereich der fahrerlosen Transportsysteme und stellt die gängigsten Antriebs- und Lenksysteme von Robotern vor. Weiterhin wird der Stand der Forschung auf dem Gebiet der Formationsfahrt aufgezeigt.

In Kapitel 4 werden drei der für die spätere industrielle Lösung in Frage kommenden Antriebs- bzw. Lenksysteme genauer betrachtet und verglichen. Als Ergebnis folgt die Auswahl eines Fahrwerks für die genauere Betrachtung im weiteren Verlauf der Arbeit.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Auswahl von geeigneten Bahnen für eine Formation und untersucht die Orientierung des Fahrzeugs auf der Bahn wie auch deren Form, um eine möglichst störunanfällige Fahrt zu erreichen.

In Kapitel 6 wird das dynamische Fahrverhalten der Fahrzeuge mit verschiedenen Parameter mit Hilfe eines Modells in MATLAB[®] simuliert. Dadurch ergeben sich qualitative Ergebnisse, die Hinweise für eine Gestaltung liefern und es lässt sich ableiten, welche Versuche mit realen Fahrzeugen von Interesse sind.

Kapitel 7 beschreibt den Aufbau der praktischen Versuche und die verwen-

1. Einleitung

dete Messmethode, die Photogrammetrie. Die Versuche werden ausgewertet und die Größe der verschiedenen Einflüsse sichtbar gemacht.

In Kapitel 8 werden die Resultate dieser Arbeit zusammengefaßt dargestellt und Vorschläge für die Umsetzung der Ergebnisse im industriellen Umfeld unterbreitet.

2. KARIS

2.1. Ursprung

„Die Fördertechnik umfasst nach VDI 2411 das Fortbewegen von Gütern in beliebiger Richtung über begrenzte Entfernungen durch technische Hilfsmittel [...].“ (Bullinger und Lung 1994) Für die vielfältigen Aufgaben in der Fördertechnik gibt es zahlreiche verschiedene Fördermittel. Hauptkriterium bei der Einordnung dieser Fördermittel ist die Einteilung in stetige und unstetige Fördermittel (Abb.2.1) Geht es beim Transport um Stückgut, arbeiten Stetigförderer mit einem diskreten, kontinuierlichen Fördergutstrom. Unstetigförderer zeichnen sich durch einen diskreten, diskontinuierlichen Fördergutstrom aus. „Nach VDI 2411 bezeichnet man Fördermittel als stetig, wenn Tragorgan, Fördergut oder beide sich auf festgelegtem Förderweg begrenzter Länge von Aufgabe- zu Abgabestelle stetig, evtl. mit wechselnder Geschwindigkeit oder im Takt, bewegen. Die Antriebe von stetigen Fördermitteln arbeiten vorwiegend im Dauerbetrieb; ihre Be- und Entladung erfolgt während des Betriebs. Bei den unstetigen Fördermitteln arbeitet der Antrieb im Aussetz- oder Kurzzeitbetrieb; das Be- und Entladen wird im Stillstand durchgeführt.“ (Bullinger und Lung 1994) Weitere Untergliederungen der Fördermittel beziehen sich auf die Förderebene, also ob das System flurbunden oder flurfrei arbeitet. Während Stetigförderer immer stationär betrieben werden, gibt es bei den Unstetigförderern noch eine Aufteilung in stationäre, zwangsgeführte, frei verfahrbare und zwangsgeführte und frei verfahrbare Systeme.

„Stetigförderer erzeugen einen kontinuierlichen oder diskret kontinuierlichen Fördergutstrom und arbeiten während eines längeren Zeitabschnitts, wobei ihre Antriebe, falls vorhanden, im stationären Dauerbetrieb laufen und ihre Tragorgane nicht einzeln angetrieben werden. Ihre Be- und Entladung erfolgt während des Betriebs, ihre Lastaufnahmemittel sind dabei stets (Rollenbahnen, Bandförderer etc.) oder nahezu stets (Kreisförderer, Schleppkreisförderer etc.) aufnahme- oder abgabebereit. Stetigförderer sind grundsätzlich mit ortsfesten Einrichtungen wie Schienen, Ständern o. ä. versehen, was ihre Flexibilität einschränkt und für andere Arbeitsmittel häufig ein Hindernis darstellt. Grundsätzlich kann jedoch ein größerer Volumendurchsatz

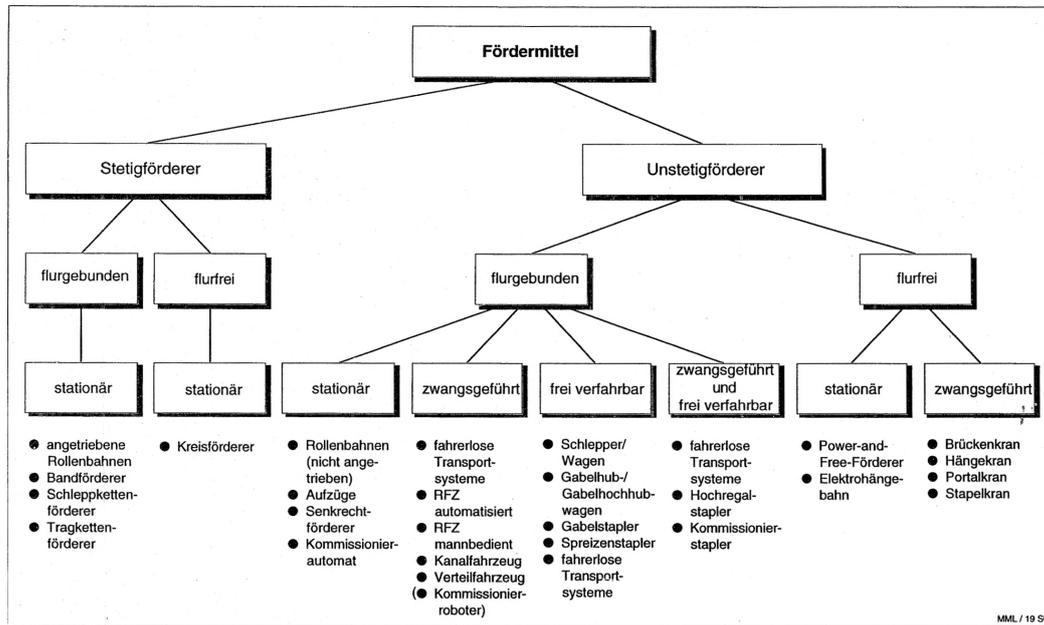


Abbildung 2.1.: Einteilung der Fördermittel (Bullinger und Lung 1994)

als bei Unstetigförderern erreicht werden.“ (Jünemann und Schmidt 2000) Stetigförderer zeichnen sich aus durch einen einfachen Aufbau, eine hohe Betriebssicherheit, einen geringen Bedienungsaufwand und die Fähigkeit große Mengen zu befördern. Sie haben einen relativ geringen Energiebedarf und niedrige Betriebskosten bei entsprechender Auslastung. „Ein wesentlicher Vorteil liegt letztlich in der systemimmanenten Pufferfähigkeit.“ (Jünemann und Schmidt 2000) Durch ihren stationären Aufbau sind sie sehr unflexibel wenn das Layout der Anlage geändert werden soll. Ausgelegt werden sie nach dem erforderlichen Durchsatz λ (mit v = Geschwindigkeit, s = Abstand der Fördereinheiten)

$$\lambda = \frac{v}{s} \tag{2.1}$$

(Arnold 2005)

„Unstetigförderer [...] erzeugen einen unterbrochenen Fördergutstrom und arbeiten in einzelnen Arbeitsspielen mit definierten Spielzeiten. Zeitanteile für Lastfahrten, Leerfahrten, Anschlußfahrten und Stillstandszeiten unterschiedlicher Länge wechseln einander ab. Ihre Antriebe laufen im Aussetz- oder Kurzzeitbetrieb. Ihre Be- und Entladung erfolgt im Stillstand. Entsprechend sind ihre Lastaufnahmemittel häufig nur an bestimmten Stellen lastaufnahme-

und –abgabebereit. Dafür sind sie in der Lage zumeist mehrere Quellen und Senken frei zu bedienen. Unstetigförderer können mit oder ohne ortsfeste Einrichtungen installiert sein und weisen dementsprechend Unterschiede in der Flexibilität und im Grad ihrer Hindernisbildung auf. Eine Annäherung an die Durchsatzleistung der Stetigförderer kann durch Veränderung der Anzahl einzelner Unstetigförderer in einem System und durch Bildung größerer Ladeeinheiten erreicht werden.“ (Jünemann und Schmidt 2000) Unsteigförderer sind sehr anpassungsfähig – es können unterschiedlichste Aufgaben bewerkstelligt werden. Das Verhältnis von Eigengewicht zu Nutzlast ist jedoch deutlich schlechter als bei Stetigförderern. Ihr Arbeitsraum ist größer und bei aktiven Lastaufnahmemitteln kann auf zusätzliche Einrichtungen für den Umschlag verzichtet werden, was die Bedienung von mehreren Quellen und Senken erlaubt. Zwar ist der Steuerungsaufwand relativ hoch, dafür sind hohe Systemverfügbarkeiten erreichbar, da in der Regel einzelne Fahrzeuge bei Ausfall, bzw. zur Wartung, ausgeschleust werden können.

„Für eine gegebene Fahrzeuganzahl z und den Erwartungswert der Spielzeit t_s eines Fahrzeugs ist [...] der gesamte Durchsatz λ des Systems in erster Näherung:

$$\lambda = z \frac{1}{E(t_s)} \quad (2.2)$$

Der Erwartungswert der Spielzeit eines Fahrzeugs wird aus folgenden Zeitannteilen berechnet:

$$E(t_s) = t_0 + E(t_B) + E(t_L) \quad (2.3)$$

Darin steht t_0 für die konstanten Zeitannteile.“ (Arnold 2005) $E(t_B)$ ist der Erwartungswert für die Fahrzeiten des beladenen und $E(t_L)$ der Erwartungswert für die Fahrzeiten des unbeladenen Fahrzeugs. Der Auslastungsgrad ρ , also der Quotient aus Grenzdurchsatz und betrieblichem Durchsatz steigt je mehr Fahrzeuge eingesetzt werden, allerdings nur begrenzt. Übersteigt der Auslastungsgrad bestimmte Werte, so sinkt der Grenzdurchsatz, weil sich im realen Betrieb ab einem Auslastungsgrad von über 0,5 Staus bilden. (Arnold 2005)

Neben den Investitions- und Betriebskosten als übergeordnete Entscheidungskriterien, die mit Hilfe detaillierter Transporthäufigkeitsmatrizen ermittelt werden können, werden in der Regel noch einige andere Gesichtspunkte zur Auswahl herangezogen:

- Flexibilität bei Layoutänderungen
- Flexibilität bei Änderung der Förderleistung
- Grad der Hindernisbildung
- umkehrbare Förderrichtung
- geringer Aufwand bei Verzweigungen/Zusammenführungen
- Stau- und Pufferfähigkeit
- Personalbedarf
- Steuerungsaufwand
- Erweiterungsfähigkeit
- Notbetrieb
- Wartungsaufwand

Im allgemeinen kann man davon ausgehen, dass Stetigfördersysteme einen höheren Durchsatz erreichen, dass diese Systeme aber starr sind, d.h. sie sind nicht flexibel hinsichtlich Layout- oder Durchsatzänderungen. Dem gegenüber stehen die Unstetigfördersysteme die um einiges flexibler sind, aber bei weitem nicht die Durchsätze der Stetigfördersysteme erreichen.

2.2. Entwicklung

Neben dem Wunsch ein System zu verwirklichen, das die Vorteile von Stetig- und Unstetigförderern verbindet, haben einige Überlegungen und Entwicklungen im Bereich der Fördertechnik zu neuen Ansätzen geführt. So entstand am Auto-ID Center des Massachusetts Institute of Technology (MIT) das Konzept des Internet der Dinge, das 1999 zum ersten Mal von Kevin Ashton beschrieben wurde. (Ashton 2009) Hinter dem Begriff „Internet der Dinge“ steht die Idee von verknüpften physischen Objekten, denen die Möglichkeit zur Interaktion gegeben wird. Von Bullinger und ten Hompel (2007) wurde das Konzept auf die Fördertechnik übertragen. Hier steht der Gedanke im Mittelpunkt auf RFID-Tags eines Ladungsträgers mehr Informationen zu speichern als für die Identifikation notwendig sind. Mit Informationen zum Ziel oder zur Priorisierung kann ein Ladungsträger selbstständig einen Weg durch intralogistische Netze finden.

Das Verbundforschungsprojekt MATVAR (Günthner 2000) - Materialflusssysteme für variable Fertigungssegmente im dynamischen Produktionsumfeld aus dem Programm Produktion 2000 hatte zum Ziel, kleine und mittlere Unternehmen mit der Implementierung von modularen und flexiblen Materialflusssystemen zu unterstützen. Dabei ist das Streckennetz einer Elektrohängebahn (EHB) zentral gespeichert, das System aber dezentral gesteuert. Im Produktionsumfeld ist für den Ladungsträger jeder Ort via EHB und mit Kranen erreichbar. „Das intelligente, bedarfsorientierte Zusammenspiel autonomer Einheiten ersetzt zentral gesteuerte und unflexible Prozesse. Eine verringerte Systemkomplexität sowie höhere Robustheit, Wandelbarkeit und Erweiterbarkeit sind die Folge. Der Beweis, dass sich Materialflusssysteme der Intralogistik nach Funktionen modularisieren und dezentral steuern lassen, wurde im Projekt ‘Internet der Dinge’ erbracht.“ (Günthner 2011) Overmeyer, Falkenberg, Heiserich und Jungk (2007) steuern neben dem Gedanken der dezentralen Steuerung in der Fördertechnik die Idee des modularen Systems aus mehreren gleichen oder ähnlichen Elementen bei: „Kleinskalige Komponenten erlauben es, eine fördertechnische Aufgabe durch Aggregation vieler gleichartiger Einzelmodule zu lösen, die ein hohes Ähnlichkeitsmaß besitzen. Diese Vorgehensweise sorgt zunächst für eine gewisse Redundanz. Die Inbetriebnahme solcher Anlagen lässt sich jedoch wesentlich schneller als bisher durchführen, da die einzelnen Module lediglich zusammengesteckt werden müssen. Diese Vorteile treten auch bei Umstrukturierungen und Wartungsarbeiten hervor.“

Neben diesen Entwicklungen in der Wissenschaft sind auch in der Industrie einige neue Produkte generiert worden - kleinskalige und teilweise dezentral arbeitende FTS, die für den Transport von Kleinladungsträgern (KLT) eingesetzt werden. So ist das System ADAM des Herstellers RMT Robotics zwar zentral gesteuert, allerdings in der Lage frei zu navigieren und sich einer sich ändernden Umgebung anzupassen. ADAM ist für Nutzlasten bis 150kg ausgelegt und erreicht Höchstgeschwindigkeiten bis $1,5 \frac{m}{s}$. Eine weitere technische Umsetzung eines flexiblen FTS ist das Mobile Fulfilment System von Kiva Systems, das in Distributionszentren eingesetzt wird. Die Flexibilität des Systems, das hauptsächlich zum Kommissionieren verwendet wird, ist deutlich größer als bei konventioneller Lager-, Förder- und Kommissioniertechnik. (Piazza 2010) Aus all diesen Entwicklungen folgt die Entwicklung des Systems KARIS am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

2.3. Umsetzung

Die erste technische Umsetzung am IFL war das Fahrzeug BInE (Basic Intralogistic Element). Die Grundidee war die Zusammenführung von Stetig- und Unstetigfördermerkmalen in einem Gerät. (Baur, Schönung, Stoll und Furmans 2008) Es handelt sich um ein Fahrzeug, das alleine einen KLT transportieren kann und von den Abmaßen so dimensioniert ist, dass es eine Europalette unterfahren kann. Durch integrierte Hubspindeln wird es in die Lage versetzt im Verbund mit drei anderen Elementen eine Europalette anzuheben und zu transportieren. Durch den besonderen Antrieb mit im Rad sitzenden und um 360° drehbaren Rädern (Baur 2008) ist das Fahrzeug zum einen omnidirektional verfahrbar, was zum Quertransport von Paletten unerlässlich ist, zum anderen werden die Antriebsräder bei komplett abgesenkter Hubeinrichtung vom Boden abgehoben und gleichzeitig mit dem Transportgut in Kontakt gebracht, damit das Fahrzeug als Teil eines Stetigförderers agieren kann. Dadurch ist es zum kontinuierlichen Betrieb mit hohen Durchsätzen geeignet. (Möbius 2009) Das System ist mit zwei 480W starken Motoren ausgestattet und in der Lage, in unterschiedlichen Situationen verschiedene Aufgaben zu erledigen, allerdings verfügt das System nicht über die notwendige Steuerung um diese Tätigkeiten selbstständig auszuführen.

Der Flexförderer ist ein weiteres am IFL entwickeltes System. Er ist ein Stetigfördersystem, das aus baugleichen, quadratischen Einzelementen besteht, die ihr Fördergut in alle vier Richtungen transportieren können. Ausgestattet mit optischen Sensoren, einem RFID-Lesegerät und einer Steuereinheit kann aus mehreren dieser Elemente ein dezentral gesteuertes Stetigfördersystem aufgebaut werden. (Stoll, Furmans, Schönung und Mayer 2008) Die Elemente können selbstständig Routingtabellen erzeugen, wodurch die Topologie komplett erfasst werden kann. Damit ist das System mit dezentraler Steuerung in der Lage, KLT von einer Quelle zu einer auf einem RFID-Tag hinterlegten Senke zu transportieren, Kollisionen und Deadlocks zu vermeiden sowie eigenständig die Frequenz von Einschleusungen dem maximal möglichen Durchsatz anzupassen. (Mayer 2009). Ein solches System kann beliebig auf-, um- und abgebaut sowie auch erweitert bzw. verkleinert werden. Damit sind kurze Implementierungszeiten, hohe Verfügbarkeiten durch Redundanz und jederzeit bedarfsgerechte Skalierung möglich.

Aus den beiden Systemen BInE und Flexförderer hat sich am IFL mit Unterstützung des Industriekonsortiums AGT Intralogistik BW das System KARIS (kleinskaliges autonomes redundantes IntralogistikSystem) entwickelt. Das System ist modular aufgebaut: Das Fahr- und Energiemodul (Abb.2.2(1)) ist mit Mecanum-Rädern ausgestattet, mit denen das Fahrzeug omnidirektio-



Abbildung 2.2.: Module des Systems KARIS

nal und holonom (vgl.3.2.3) verfahren kann. Außerdem ist in diesem Modul die Steuerung untergebracht, eine MOVI-PLC[®] der Firma SEW-EURODRIVE GmbH & Co KG sowie ein Rechner und eine inertial measurement unit (IMU). Ferner ist in diesem Modul die Energieversorgung der gesamten Einheit untergebracht. Diese besteht aus Akkumulatoren, einer Einheit für das Energiemanagement sowie einer Einheit für die berührungslose Energieübertragung. Mit letzterer ist es sowohl möglich von im Boden verlegten Leiterschleifen Energie zu beziehen, als auch von speziellen Ladematten, die an Stellen ausgelegt werden, an denen die Fahrzeuge verwendungsgemäß oft stehen, wie z.B. Übergabestellen. Der Übertragerkopf ist für Leistungen von max. 400W ausgelegt. Die NiMH-Akkus mit einer Kapazität von 12,6Ah können in zwei Stunden geladen werden, womit Fahrzeiten von 3-4 Stunden realisiert werden können. Das zweite Modul (Abb.2.2(2))ist das Sensor- und Hubmodul, das in der Mitte des Fahrzeugs untergebracht ist. An zwei gegenüberliegenden Ecken ist jeweils ein Laserscanner S300 der Firma SICK AG untergebracht. Mit diesen kann die Lokalisierung und die Kartierung nach dem SLAM-Verfahren (Simultaneous Localization And Mapping) durchgeführt werden. Das Fahrzeug kann sich so in einer Umgebung zurechtfinden, die sich bis zu einem gewissen Grad ändert. Die Scanner sind außerdem unerlässlich, weil mit diesen in

Kombination mit einer Sicherheitssteuerung auch die Personensicherheit in Bereichen mit Mitarbeitern erfüllt werden soll. „Die kurzen Zykluszeiten der Sicherheitssteuerung ermöglichen eine gezielte Überwachung sicherheitsrelevanter Parameter, wie Fahrgeschwindigkeit und Lenkwinkel. Bei Fehlern auf Seiten des Navigations-Rechners wird der sichere Stopp ausgelöst.“ (Trenkle 2013) Das mittlere Modul verfügt auch über Kommunikationsschnittstellen. Zum einen über WLAN IEEE 802.11g/54MBit/s, zum anderen über Kommunikationsschnittstellen zwischen Übergabestellen, bzw. zu anderen Elementen. Weitere Elemente dieses Segments sind zusätzliche Ladebuchsen, ein Notausschalter sowie eine Statusanzeige. Das dritte Modul (Abb.2.2(3)) ist das Fördermodul an der Oberseite des Elements. Es ist mit einem bidirektionalen Förderelement und einer RFID-Behälteridentifikation wie ein Flexförderer aufgebaut. Zusätzlich verfügt diese Ebene noch über eine Feinpositionier-einrichtung mit der im Nahbereich genau an Übergabe- oder Wartestellen angedockt werden kann.

Mit dem System KARIS können nun verschiedene Aufgaben bewältigt werden. Einzelne Fahrzeuge können Transportaufträge für Kleinladungsträger übernehmen. Diese übernehmen sie von Übergabestellen, die bei Bedarf nach einem Element rufen. Das nächste freie Element übernimmt den Auftrag und arbeitet ihn ab. Neben diesem Modus können Cluster gebildet werden in denen die Elemente gemeinsam eine Transportaufgabe übernehmen. So kann bei Bedarf selbstständig ein Stetigförderer nach dem Vorbild des Flexförderers aufgebaut werden. Dazu wurde von Stoll 2012 eine Dissertation vorgelegt, die zeigt, dass es möglich ist, hierfür „den Aufbau einer Förderstrecke durch KARIS Einzelemente vollständig dezentral gesteuert durchzuführen.“

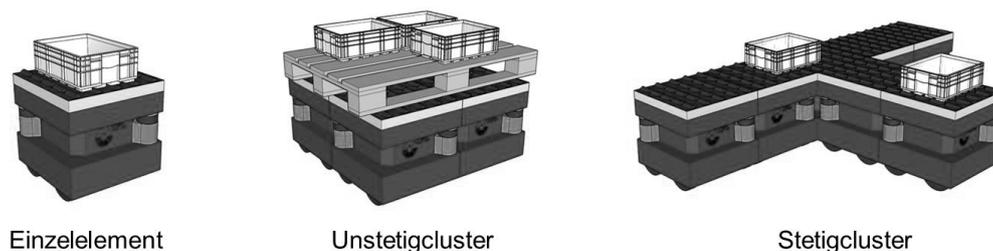


Abbildung 2.3.: Einsatzszenarien KARIS (Stoll 2012)

Ein anderes Cluster zur Erledigung einer Transportaufgabe ist das Unstetigcluster bei dem mehrere Fahrzeuge gemeinsam ein Transportgut befördern, das für ein Fahrzeug allein zu groß bzw. zu schwer ist. In einer für die Förder-technik typischen Anwendung - dem Transport eines Großladungsträgers, also

beispielsweise einer Europalette oder einer Gitterbox - kommen vier Fahrzeuge gemeinsam zum Einsatz. Hierfür ist noch eine geeignete Steuerung bzw. Regelung zu implementieren. In der vorliegenden Arbeit werden hierfür Grundlagen geschaffen, indem untersucht wird mit welchen konstruktiven und gestalterischen Maßnahmen die Qualität der Koppelnavigation verbessert werden kann.

3. Stand der Technik

Für die Aufgabe, die die Formation aus mehreren kleinskaligen, autonomen Transportfahrzeugen übernehmen soll, also den flexiblen Transport von Paletten, werden mangels Alternativen noch immer Stapler oder fahrerlose Transportsysteme (FTS) eingesetzt. Diese bestehenden fahrerlosen Transportfahrzeugen, sind im Grunde genommen nichts anderes als die Elemente, die in dieser Arbeit betrachtet werden, nur sind sie größer und unflexibler als das System KARIS, das in Kap.2 beschrieben wird.

Der zweite Teil des Kapitels behandelt neben den technischen Ausführungen zu FTS auch die verschiedenen Fahrwerks- bzw. Lenkungstypen, mit denen ein Transportfahrzeug ausgestattet werden kann und darüber hinaus auch die Betrachtung, welche Fahrmanöver mit diesen abgebildet werden können.

In Kapitel 3.3 werden aktuelle Transportformationen bzw. Modulzusammenschlüsse zum Bewegen großer Lasten vorgestellt.

3.1. Fahrerlose Transportsysteme

„Als nach dem Weltkrieg die Produktionen wieder anliefen und die Weltwirtschaft boomte, waren die fahrenden Automaten Teil des realisierten Menschheitstraums, die eigene Arbeit durch Automaten verrichten zu lassen.“ (Ullrich 2011) Fahrerlose Transportsysteme bestehen aus fahrerlosen Transportfahrzeugen und einem Leitsystem. Die Entwicklung der fahrerlosen Transportsysteme gliedert sich nach Ullrich (2011) in drei Epochen. In der ersten Epoche, die in den 50er Jahren des letzten Jahrhunderts beginnt, wurde ein Schleppzug automatisiert, der für wiederholte Routenzüge über große Distanzen eingesetzt wurde. Die Navigation dieser ersten Geräte erfolgte mittels induktiver Spurführung zu den einzelnen Zielstationen, die mit einfachen Permanentmagneten realisiert wurde. Diese Infrastruktur musste im Boden eingearbeitet werden. Die Steuerung der Systeme erfolgte Anfangs über Röhrenelektronik und entwickelte sich in den 60er Jahren weiter in Richtung einfacher Halbleitertechnik. Die Sicherheitssysteme dieser FTS-Generation waren sehr einfach gehalten. Für den Personenschutz wurden lediglich Bumper oder Sicherheitsbügel verwendet. In der zweiten Phase, die in den 70ern begann und

bis in die 90er Jahre hinein andauerte, wurde wesentlich komplexere Steuerungstechnik verbaut. Durch leistungsfähigere Elektronik, wie Mikrosensoren und auch erstmals speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS), wurden neue Einsatzszenarien möglich und bessere sowie günstigere Sensorik führte zu mehr Präzision bei Fahrt, Navigation und Lastübergabe. Es gab große Fortschritte bei der Batterie- sowie der Ladetechnik, die Beladung konnte automatisch erfolgen und auch die Kommunikationsmöglichkeiten wurden stark verbessert. Daraus ergab sich unter anderem auch die Nutzung der FTS als mobile Montageplattformen in der Automobilindustrie. Allerdings erwiesen sich diese Systeme letztlich doch als vergleichsweise teuer und vor allem als wenig flexibel, da Layoutänderungen nur mit großem Aufwand von Lieferanten vorgenommen werden konnten. Als ein Buch über Lean Production Anfang der Neunziger Jahre über japanische Arbeitsstrukturen mit einfachen Mitteln (Womack 1991) erschien, setzte ein großes FTS-Sterben (Ullrich 2011) ein.

Mit der dritten Epoche, die bis heute anhält, haben viele neue Technologien Einzug in die Welt der fahrerlosen Transportfahrzeuge gehalten. So erlauben neue und bessere Sensoren höhere Geschwindigkeiten und neue Energiekonzepte wie induktive Übertragung erlauben freiere Navigation, die zudem durch neue Ortungsverfahren wie Laserscanning, Indoor-GPS, Transponder, etc. befeuert wird. Die Entwicklung der PCs und der drahtlosen Kommunikation via WLAN ermöglicht technisch ausgereifte Fahrzeuge die durch die technologischen Standards aus dem Massenmarkt der Consumer-Elektronik trotzdem relativ kostengünstig aufgebaut sind. Die hiermit geschaffenen Low-Cost-Systeme erlauben den Einsatz von FTS in vielen unterschiedlichen Bereichen und für verschiedene Aufgaben. So gibt es FTS in der Produktion, in Distributionszentren sowie im Dienstleistungsbereich wie zum Beispiel auch in Krankenhäusern. FTS gibt es in verschiedenen Größen: von kleinen Fahrzeugen zum Transport von Kleinladungsträgern bzw. Produktgebinden über Paletten und Papierrollen bis hin zu großen Outdoor-FTS die Wechselbrücken oder ISO-Container umsetzen.

3.1.1. Fahrerlose Transportfahrzeuge

Fahrerlose Transportfahrzeuge (FTF) gibt es in verschiedenen Bauformen. So gibt es Gabelhub-FTF, die Paletten oder andere Großladungsträger vom Boden aufnehmen können. Sie werden meist für Lasten bis zu einer Tonne verwendet. Gabelhub-FTF gibt es sowohl als speziell konstruierte Geräte, als auch als Serien-Gabelhubwagen, die nachträglich automatisiert wurden. Huckepack-FTF sind Fahrzeuge, die im Gegensatz zu Gabelhub-FTF die vor-

gesehene Last seitlich aufnehmen und absetzen können, wodurch eine einfache Positionierung möglich wird. Allerdings ist die Übergabe in der Regel fix, d.h. es werden an jeder Destination Übergabestationen benötigt. Ein weiterer Vertreter der FTF ist der klassische Schlepper, der einen oder mehrere Anhänger zieht und sich für Aufgaben wie automatisierte Routenzüge eignet. Unterfahr-FTF stammen ursprünglich aus dem Bereich der Krankenhauslogistik und bewegen üblicherweise Rollcontainer mit einer Masse von maximal 500kg. Mittlerweile werden diese aber auch im industriellen Umfeld genutzt. Eine Ausnahme stellen die Montage-FTF dar, da der Montageprozess maßgebend ist für Geschwindigkeit, Größe, Kippsicherheit, Positioniergenauigkeit, etc. So stellt das Fahrzeug nicht nur ein Transportelement dar, sondern auch gleichzeitig eine Werkbank. Zwar sind einerseits die Anforderungen an die Steuerung meist niedriger als an Fahrzeuge im Taxibetrieb, da immer die gleiche Strecke bedient wird, andererseits sind die Anforderungen an die Sicherheitseinrichtungen zum Teil höher, weil oft Werker direkt an den Fahrzeugen arbeiten und der Montageprozess nicht ständig sicherheitsbedingt angehalten werden soll. Schwerlast-FTF werden in der Industrie zum Transport großer Massen eingesetzt. So werden z.B. Stahlcoils mit ihnen transportiert. Durch das besonders hohe Gewicht der Lasten werden sowohl konstruktiv als auch sicherheitstechnisch besondere Anforderungen gestellt. FTF zum Personentransport sind wegen ihrer Bestimmung zum Transport von Menschen nach VDI-Definition keine FTS. Für den Außeneinsatz werden FTF mit Dieselmotoren ausgestattet. Es gibt sie als Stapler, Containertransporter, Radlader u.ä. (vgl. Ullrich 2011) Als letzte Bauform seien die Mini-FTF angeführt, die industriell noch nicht oft im Einsatz sind. Sie sind klein und flexibel und zum Transport von Kleinladungsträgern (KLT) gedacht. Ein industrialisiertes Beispiel für Fahrzeuge dieser Art, wenn auch zum Transport leichter Regale, sind die Geräte der Firma KIVA Systems. Noch in der Erforschung sind Systeme wie das MultiSeiterentwicklung des bereits industrialisierten Multihuttles darstellt sowie das System KARIS des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) (siehe Kap.2). Diese Systeme sollen nicht nur einfache Taxiaufträge abarbeiten, sondern in Schwärmen Logistikaufgaben wahrnehmen, Strategien entwickeln und durch Kommunikation gemeinsam verschiedene Aufgaben erledigen.

3.1.2. Navigation

Ein wichtiger Aspekt der FTS ist die Navigation. „Unter Navigation werden Maßnahmen zur Fahrzeugführung verstanden - Beobachtungen, Messungen und Auswertungsmethoden -, mit deren Hilfe ermittelt wird,

3. *Stand der Technik*

- a) wo sich das Fahrzeug befindet,
- b) wohin das Fahrzeug gelangen würde, wenn keine seine Bewegung verändernden Maßnahmen ergriffen werden, und
- c) was zu tun ist, um ein gewünschtes Ziel sicher zu erreichen, gegebenenfalls auf einem vorgegebenen Weg.“ (vgl. DIN 13312)

Das zu navigierende Fahrzeug bewegt sich in einem ortsfesten Koordinatensystem, im Falle eines FTS beispielsweise in einem Distributionszentrum. Das Fahrzeug bewegt sich nur in der Ebene, d.h. die Position des Fahrzeugs im ortsfesten Koordinatensystem kann über die beiden translatorischen Koordinaten x und y sowie über die Verdrehung um z eindeutig beschrieben werden. Analog zu den Navigationsverfahren in der DIN 13312, die für die See- und Luftfahrt gilt, findet die Bestimmung der aktuellen Position über Kopplung und/oder Peilung statt. Bei der Kopplung, auch Odometrie oder dead reckoning genannt, wird die theoretische Position aus Werten wie Radumdrehung und Lenkwinkel errechnet. Dies ist prinzipbedingt fehlerbehaftet, da nicht alle Störungen erfasst und mit einbezogen werden können. So wird ein Radfahrzeug durch Schlupf, Drift oder äußere Einflüsse schon nach einer relativ kurzen Strecke deutlich von seiner errechneten Position abweichen. Trotz eigens hierfür eingesetzter zusätzlicher Wegaufnehmer addieren sich die Fehler nach einiger Zeit zu stark, um eine verlässliche Positionsbestimmung zu ermöglichen.

Die Positionsbestimmung über Peilung bedeutet eine Orientierung an der Umwelt. Dies kann über im Boden verlegte induktive Leitlinien geschehen. Diese Technik hat sich zwar bewährt, ist allerdings sehr unflexibel und wegen aufwendiger Installation im Boden auch recht teuer. Eine weitere Möglichkeit sind Referenzpunkte im Boden deren Abstand klein genug ist, damit zwischen den Punkten die Position durch Kopplung erfasst wird und an jeder Marke neu referenziert wird. Die Marken können entweder magnetisch sein oder, um absolute Positionssicherheit zu ermöglichen, mit RFID-Transpondern realisiert werden. Neben diesen Navigationsmöglichkeiten gibt es noch die Lasernavigation, bei der die Umgebung mit Laserscannern abgetastet wird. Dies ist ein sehr genaues Verfahren, allerdings muss dafür jedes Fahrzeug mindestens über einen Laserscanner verfügen, was ein System bei vielen Fahrzeugen teuer macht. Ein weiterer Vorteil, den der Einsatz von Laserscannern mit sich bringt, ist die Möglichkeit über den Scanner auch den Personenschutz des Fahrzeugs mit abzudecken. So besitzt z.B der Laserscanner S 300 der Firma Sick die notwendige, berufsgenossenschaftliche Zulassung zum Einsatz im FTF.

3.1.3. Leitsteuerung

Aktuelle anspruchsvolle fahrerlose Transportsysteme weisen Steuerungskomponenten auf zwei Ebenen auf. Zum einen die Fahrzeugsteuerung auf Fahrzeugebene, zum anderen die übergeordnete Leitsteuerung des Gesamtsystems. Aktuelle FTS sind hierarchisch aufgebaut, d.h. trotz einiger Aktionen, die das Fahrzeug alleine ausführt, werden alle maßgeblichen Entscheidungen zentral von der Leitsteuerung getroffen. Zwar gibt es erste Ansätze einer auf die Fahrzeuge verteilten Steuerung, dies wird jedoch bis heute kaum eingesetzt und ist zudem virtuell noch immer eine übergeordnete Instanz. Tatsächlich dezentrale Fördertechniksysteme wie der Flexförderer (Mayer 2009) oder KARIS (Furmans, Stoll, Schönung und Hippenmeyer 2009) befinden sich noch in der Entwicklungsphase. Die Leitsteuerung koordiniert das Zusammenspiel mehrerer FTS und integriert diese in betriebliche Abläufe. Neben einer Benutzerschnittstelle verfügt eine Leitsteuerung über eine interne Materialflusssteuerung, Transportauftragsabwicklung sowie einige Servicefunktionen. Die Funktionsgruppe Transportauftragsabwicklung erfüllt die Aufgaben der internen Materialflusssteuerung durch die Verwaltung von Transportaufträgen, die Disposition von benötigten Fahrzeugen und die Abwicklung der einzelnen Fahraufträge.

„Wenn kein übergeordnetes System zur Erzeugung eines Transportauftrages zum Einsatz kommt, wird die FTS-interne Materialflusssteuerung zum Generieren von Transportaufträgen genutzt.“ (VDI 4451) Die Transportaufträge werden aus internen Informationen über Transportbeziehungen und Materialtransporte, bzw. -standorte erstellt. Die Transportquellen und -senken werden durch übergeordnete Systeme, Betriebsdatenerfassung, Sensoren an den Übergabepunkten oder auch interne Platzverwaltungen ausgewählt. Sind die Transportaufträge generiert, werden sie der Transportauftragsverwaltung übergeben, wo sie bezüglich ihrer Priorität eingestuft und auf ihre Durchführbarkeit geprüft werden. Anschließend wird der Auftrag zur Fahrzeugdisposition weitergeleitet, wo er an das geeignetste Fahrzeug übergeben wird. Auswahlkriterien können - neben der Nähe zur Quelle - mögliche Verkehrshindernisse, Vorhersagen über Systemzustände in naher Zukunft oder auch die Zusammenlegung mehrerer Aufträge, sowie Batterieladezustände sein. Sobald das Fahrzeug für den Transport feststeht, wird der Fahrauftrag abgewickelt. Hierzu wird eine Verkehrsleitsteuerung benötigt, die Kreuzungen und Verzweigungen bzw. Zusammenführungen regelt sowie Zusammenstöße mit anderen FTF, Staplern oder Personen verhindert. Dies wird meist durch Einbahnstrassenregelungen und Blockstreckenreservierungen unterstützt. Die Servicefunktionen der Leitsteuerung bestehen im Wesentlichen aus Modellierung von

Fahrzeugen und Peripherie, der Simulation und der Diagnose. Erwähnenswert sind dabei Hüllkurvensimulationen die mit CAD-Layouts der Räume die Kollisionsfreiheit der gesamten Fahrstrecke überprüfen können sowie Materialflusssimulationen, mit denen langfristige Abschätzungen durchgeführt werden können.

3.2. Antriebe und Lenksysteme

Das Fahrwerk ist ein wichtiges Element eines Fahrerlosen Transportsystems. Die Arten von Antrieben in diesem Bereich wie auch bei anderen automatischen Fahrzeugen bzw. mobilen Robotern sind vielfältig. Im Folgenden sollen einige Fahrtriebe und Lenksysteme vorgestellt sowie deren Vor- und Nachteile beleuchtet werden. Neben der Funktionsweise werden auch kinematische Zusammenhänge vorgestellt, damit für den weiteren Verlauf ein Fahrwerkstyp ausgewählt werden kann.

3.2.1. Achsschenkelenkung

Die Achsschenkelenkung (Abb.3.1), auch Ackermann-Lenkung genannt, wird bei fast allen zweispurigen Straßenfahrzeugen verwendet. Sie wurde 1818 von Rudolf Ackermann zum Patent angemeldet (Dudzinski 2005). Die Achsschenkelenkung wird in gängigen Straßenfahrzeugen meist nur auf der Vorderachse verwendet. Die Achsschenkelenkung kann aber auch als Hinterrad-Lenkung oder Allradlenkung ausgeführt werden. Ein Spezialfall der Allradachsschenkelenkung ist der sogenannte Hundegang. Die für eine Kurvenfahrt notwendigen Lenkeinschläge werden über die Spurstange und über Spurhebel getätigt, die konstruktiv an den Radstand und die Spur des betreffenden Fahrzeugs angepasst sind.

Die Radeinschlagswinkel δ_i des kurveninneren Rads und $\delta_{A,a}$ des kurvenäußeren Rads zur Fahrzeugachse sind unterschiedlich groß, damit die Ackermann-Bedingung (Abb.3.2) erfüllt ist. Diese besagt, dass sich die Orthogonalen der Radebenen im Aufstandspunkt mit dem Momentanpol in der Verlängerung der Hinterachse treffen müssen, damit seitliches Gleiten vermieden wird. Wie in Abb.3.2 dargestellt, lassen sich nach Dudzinski (Dudzinski 2005) die Lenkwinkel folgendermaßen berechnen:

$$\cot \delta_{A,a} - \cot \delta_i = B_A/L$$

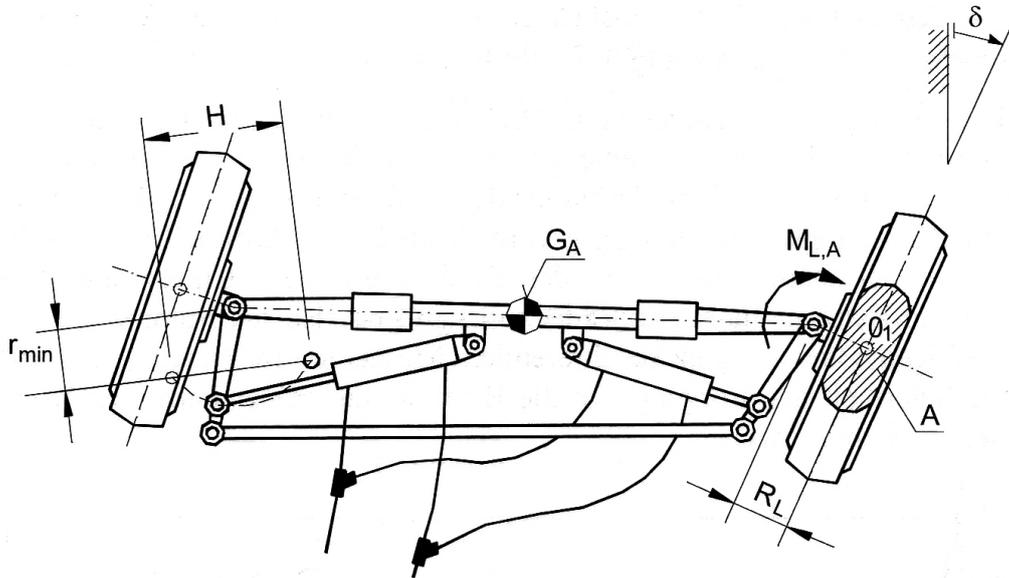


Abbildung 3.1.: Prinzipdarstellung Achsschenkellenkung (Dudzinski 2005)

Dabei sind B_A = Achsschenkelbolzenabstand und L = Radstand. Der Einschlagwinkel des kurvenäußeren Rades ist dabei stets kleiner als der des kurveninneren. Die Wendigkeit eines Fahrzeugs mit Achsschenkellenkung ist abhängig vom kleinsten erreichbaren Wendekreisdurchmesser ρ_A , der wie folgt berechnet wird:

$$\rho_A = L / \sin \delta_{A,a} + R_L$$

(Dudzinski 2005)

Hierbei stellt R_L den Lenkrollhalbmesser dar, der konstruktiv allerdings meist vernachlässigbar klein gehalten wird. Sollen kleine Wenderadien erreicht werden, so muss der realisierbare Lenkwinkel δ_i möglichst groß gestaltet werden, was meist bauraumbedingt begrenzt ist. Eine Betriebsart der Achsschenkellenkung ist der bereits erwähnte Hundegang einer Allradachsschenkellenkung. Hierbei werden die beiden Achsen nicht gegenläufig eingelenkt wie bei einer Kurvenfahrt, sondern in gleicher Richtung. Das Fahrzeug kann somit schräg zur Längsachse des Fahrzeugs verfahren ohne sich dabei um seine Hochachse zu drehen. Eine solche Fortbewegung ist besonders in engen Bereichen und für Positionierbewegungen hilfreich, allerdings müssen hierfür die Lenkwinkel δ_i und $\delta_{A,a}$ gleich groß sein. Konstruktionsbedingt widerspricht

anderen Seite um 90° . Somit ist eine Geradeausfahrt im Hundegang quer zur Fahrzeuglängsachse möglich. Doch auch hier müssen die beiden Lenkwinkel wieder gleich groß sein, was der Ackermannbedingung widerspricht.

Das Kräftegleichgewicht des zweiachsigen Fahrzeugs in Längsrichtung lautet (Dudzinski 2005):

$$mv^2/\rho \sin \beta - m\dot{v} \cos \beta + F_{xH} - F_{Lx} + F_{xV} \cos \delta_V - F_{yV} \sin \delta_V = 0$$

Das Kräftegleichgewicht senkrecht zur Längsrichtung (Dudzinski 2005):

$$mv^2/\rho \cos \beta + m\dot{v} \sin \beta - F_{yH} - F_{Ly} - F_{xV} \sin \delta_V - F_{yV} \cos \delta_V = 0$$

Das Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt SP (Dudzinski 2005):

$$J_z \ddot{\psi} - (F_{yV} \cos \delta_V + F_{xV} \sin \delta_V) l_L + F_{yH} l_H - F_{Ly} e_{SP} = 0$$

Die Achslasten für das ebene Modell lauten vorn $F_{zV} = Gl_H/l - F_{LzV}$ und hinten: $F_{zH} = Gl_V/l - F_{LzH}$ (vgl. Mitschke 1972)

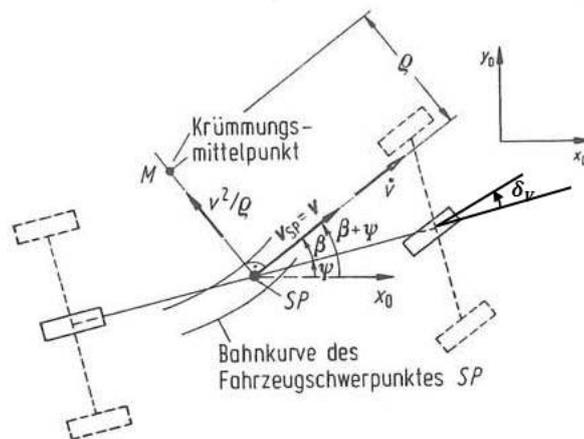


Abbildung 3.3.: Kinematik Achsschenkellenkung (Mitschke 1972)

In Abb.3.3 sind die Kräfte eingezeichnet. J_z bezeichnet das Massenträgheitsmoment der durch den Schwerpunkt SP gehende Hochachse und δ_V den Einschlagwinkel des Vorderrads. Das Fahrzeuggewicht ist mit $G = mg$ gegeben

und F_{LzV} sowie F_{LzH} bezeichnen die Längs- bzw. Querreaktionskräfte des Bodens auf das Rad an Vorder- bzw. Hinterachse.

In der Kurvenfahrt durchläuft das kurvenäußere Vorderrad bei langsamer Kurvenfahrt den größten Kreisbogen, nämlich den Spurbreitedurchmesser D_s und das kurveninnere Rad den deutlich kleineren Bogenabschnitt D_{Vi} . Die beiden hinteren Kurvendurchmesser sind noch kleiner. Daraus resultieren deutlich unterschiedliche Radumfangsgeschwindigkeiten, die ein Ausgleichsgetriebe nötig machen und bei starr gekoppelten Achsen zu Verspannungen im Antriebsstrang führen können. (Reimpell 1988) Außerdem ist der Einfluss der Beladung auf die Kreisfahrt durch die Änderung der Masse und die Verschiebung der Schwerpunktlage sowie durch die Seitenkraftbeiwerte erheblich. So wird aus einem im leeren Zustand untersteuernden Fahrzeug durch Beladung ein übersteuerndes (Mitschke 1972)!

3.2.2. Knicklenkung

Die Knicklenkung ist vor rund hundert Jahren zum ersten Mal in einem selbstfahrenden Fahrzeug, einem Traktor der Firma Pavesi-Tolotti & Co., verwendet worden, aber erst in den 60er Jahren des vergangenen Jahrhunderts - begünstigt durch die Entwicklung hydrostatischer Lenkanlagen - vermehrt im Erd- und Bergbau (Abb.3.4) zum Einsatz gekommen. (Dudzinski 2005) Im Gegensatz zur Achsschenkellenkung werden die Räder nicht durch Lenkeinschläge bewegt, sondern der vordere Teil des Fahrzeugs relativ zum hinteren Teil „geknickt“. Standardmäßig werden Knickwinkel bis $\pm 50^\circ$ erreicht. Fahrzeuge mit Knicklenkung sind sehr wendig und haben im unbefestigten Gelände den Vorteil, dass die Räder der Vorder- und der Hinterachse in der selben Spur laufen, was den Rollwiderstand der nachlaufenden Achse deutlich senkt. Sonderbauweisen mit zwei Gelenken werden kaum eingesetzt, auch wenn diese wie Allradachsschenkellenkungen im Hundegang eingesetzt werden können. Die Knicklenkung eignet sich nicht für den Einsatz als Element in einer Transportformation, da das Fahrzeug nicht omnidirektional verfahrbar ist, da eine Seitwärtsbewegung nicht über einen Knick erreichbar ist.

3.2.3. Omniwheel

Omniwheels (Abb.3.5), auch Allseitenrollen genannt, sind Rollen, die an ihrem Umfang über kleine längs zur Abrollrichtung des Rades gelagerte Rollen verfügen. Um beim Abrollen auf dem Boden ständig auf einer Rolle aufzustehen, werden diese meist zweireihig ausgeführt. Auf einer runden Plattform werden drei dieser Räder so angeordnet, dass die Verlängerung ihrer



Abbildung 3.4.: Radlader mit Knicklenkung Quelle: Zeppelin Baumaschinen GmbH

Achsen sich im Mittelpunkt schneidet und der Winkel zwischen den Achsen 120° beträgt. Einzeln angetrieben, können diese Räder ohne Lenkbewegung nur durch eine Variation des Drehzahlverhältnisses jedwede Bewegung der Plattform in der Ebene generieren. Siegart (2004) erklärt, dass das Konzept der Holonomie in der Robotercommunity oft verwendet wird, wenn es um die Trajektorien der Mobilroboter geht. Der Begriff der Holonomie findet in verschiedenen mathematischen Gebieten, einschließlich Differentialgleichungen, Funktionen und Randbedingungen Verwendung. Im Bereich der Mobilroboter bezieht sich der Begriff auf die kinematischen Zwangsbedingungen von Roboterfahrwerken. Ein holonomer Roboter ist ein Roboter, der keinen nichtholomen kinematischen Zwangsbedingungen unterliegt. Dem Gegenüber steht der nichtholome Roboter, dessen Fahrwerk eine oder mehrere nichtholome kinematische Zwangsbedingung aufweist. Eine Definition der nichtholomen Zwangsbedingungen lautet:

„Wenn in einem System S im Bezugssystem A die verallgemeinerten Geschwindigkeiten nicht unabhängig voneinander sind und die Zwangsbedingun-

3. Stand der Technik

gen nicht auf Koordinatenebene, d.h, in der Form von Gleichung

$$[f(x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n, t) = 0]$$

formuliert werden können, liegen nichtholonome Zwangsbedingungen vor.“
(Seemann 2006)

Das Fahrwerk mit Omniwheels ist also ein holonomes Fahrwerk. Es wird oft bei Roboterplattformen im Bereich der Forschung oder bei Wettbewerben wie dem RoboCup verwendet. Das Fahrwerk hat jedoch auch Nachteile, wegen der ein Einsatz in einer Transportplattform ungünstig erscheint.

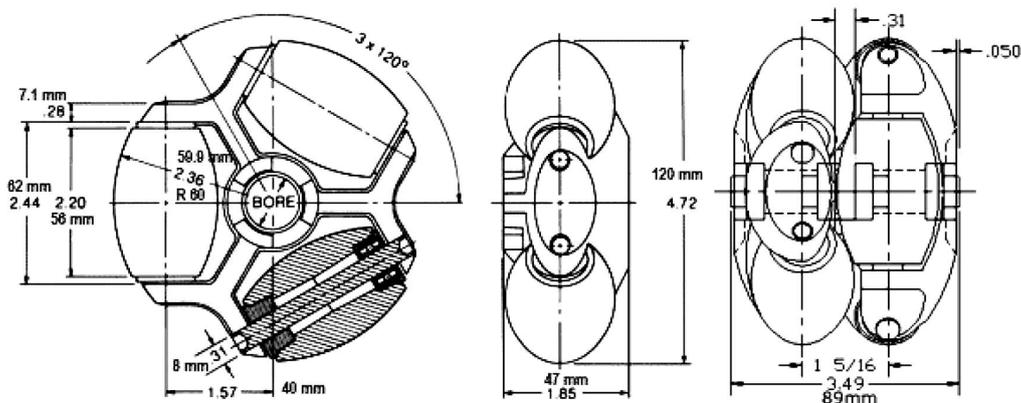


Abbildung 3.5.: Aufbau des Omniwheels Quelle: Kornylak Corporation

Der Aufstandspunkt bei einer Fahrbewegung wandert längs über eine Rolle und springt dann auf die nächste Rolle. Dadurch wird die Plattform zum Schwingen angeregt. Ein weiterer Nachteil ist die richtungsabhängige Leistung des Antriebs. Der Vortrieb setzt sich aus den Vektoren der drei um je 120° verdrehten Motoren zusammen. Bei 3 Motoren, die theoretisch jeweils eine Vortriebskraft F erzeugen, ergibt sich in Fahrtrichtung einer Achse die gesamt wirkende Kraft von $2F \sin \alpha$ und in der Richtung 60° zu einer Achse gedreht $2F \sin \alpha + F$. Das bedeutet, dass je nach Ausrichtung des Fahrzeugs die maximal verfügbare Antriebsleistung zwischen 57,7% und 66,7% der installierten Leistung beträgt.

3.2.4. Drehschemellenkung/Lenkung BlnE

Die Drehschemellenkung ist die älteste Fahrzeuglenkung. Die Vorderräder bleiben parallel zueinander, die gesamte Vorderachse wird um einen Drehpunkt gedreht und fluchtet in einem gemeinsamen Drehpunkt, dem Momen-

tanpol. Trotz optimaler Erfüllung kinematischer Forderungen wird diese Lenkart wegen der erhöhten Kippgefahr (Abb.3.6) bei der Kurvenfahrt durch eine verkleinerte Aufstandsfläche und dem großen Raumbedarf für den Lenkeinschlag im Fahrzeugbau oft für Anhänger verwendet.(Dudzinski 2005)

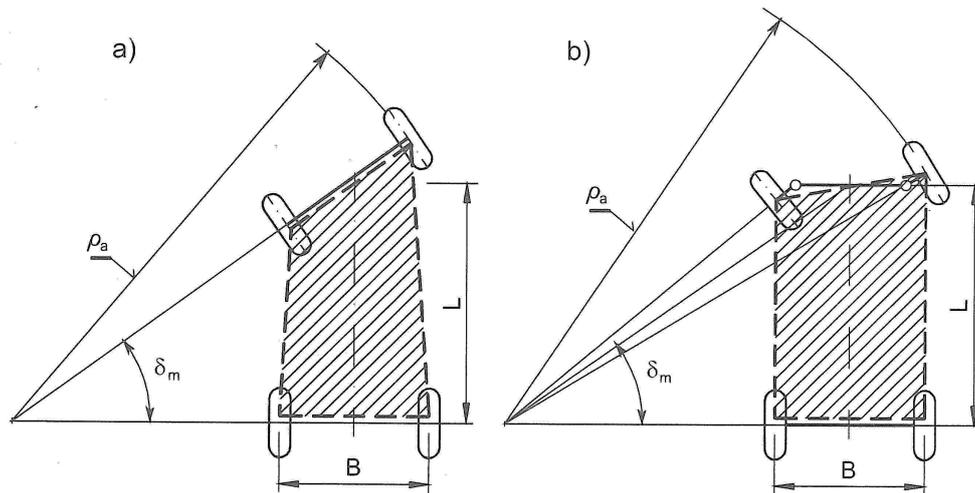


Abbildung 3.6.: Stützflächen Drehschemel- (a) und Achsschenkellenkung (b) (Dudzinski 2005)

Eine Abwandlung dieser Lenkart stellt das Lenk- und Antriebskonzept des Basic Intralogistic Element dar, das 2007 am Institut für Fördertechnik in Karlsruhe entwickelt wurde und über eine patentierte Vorrichtung mit Hub- und Fahrtrieb verfügt. Dieses erlaubt den Einsatz eines angetriebenen Rads sowohl als Fahrzeugrad als auch als Förderrolle ohne manuellen Eingriff. (Baur 2008) Die beiden Antriebsräder des Fahrzeugs sind um 360° drehbar, was ein omnidirektionales Verfahren möglich macht. Die Aufstandsfläche wird durch eine Lenkbewegung nicht verkleinert, da BInE über Tragrollen verfügt, die ein Kippen des Fahrzeugs verhindern. Das Fahrzeug wurde gebaut, um eine Transportformation zu ermöglichen. Das Element BInE (Abb.3.7) wurde auf der CeMAT 2008 als Studie vorgestellt. Ein kleines omnidirektionales Fahrzeug, das unter eine Europalette fahren kann und in der Lage ist, 250kg zu transportieren. Bei diesem Element können die angetriebenen Rollen durch den speziellen Aufbau und die Kombination mit einer spindelgetriebenen Hubeinrichtung ohne manuellen Eingriff sowohl als Antriebsräder als auch als Förderrollen dienen. Das Fahrzeug ist 450mm lang, 200mm breit und 95mm hoch. Dieses Element ist mechanisch in der Lage alleine einen Transportbehälter zu befördern, im Verbund von vier Fahrzeugen selbstständig eine

Palette aufzunehmen und zu transportieren und sich mit anderen Elementen zu einem Stetigförderer zusammenschließen. (Baur, Schönung, Stoll und Furmans 2008)



Abbildung 3.7.: Basic Intralogistic Element

Im folgenden sollen die geforderten Translations- und Rotationsgeschwindigkeiten des Basic Intralogistic Element in die dazu notwendigen Radumdrehungen bzw. Lenkgeschwindigkeiten umgerechnet werden. Die vier Parameter des Fahrzeugs (je zwei Raddrehzahlen und zwei Lenkwinkel) bedeuten bei drei Freiheitsgraden eine kinematische Überbestimmung, was bedeutet, dass nur drei Parameter vorgegeben werden können und sich der vierte dann hieraus ergibt. Für jedes Antriebsrad wird ein Koordinatensystem $\sum_{W1}, \sum_{W2} \in \mathbb{R}^2$ definiert.

Sie haben ihren Ursprung im Zentrum der Räder und sind fix zum Fahrzeug. Das Koordinatensystem dreht sich bei einer Drehung der Räder um ihre jeweiligen Winkel α oder β nicht mit. Die Abszissen sind kollinear zur X-Achse des fahrzeugfesten Koordinatensystems \sum_F . Der Abstand der Radmittelpunkte zur Fahrzeugmitte beträgt d .

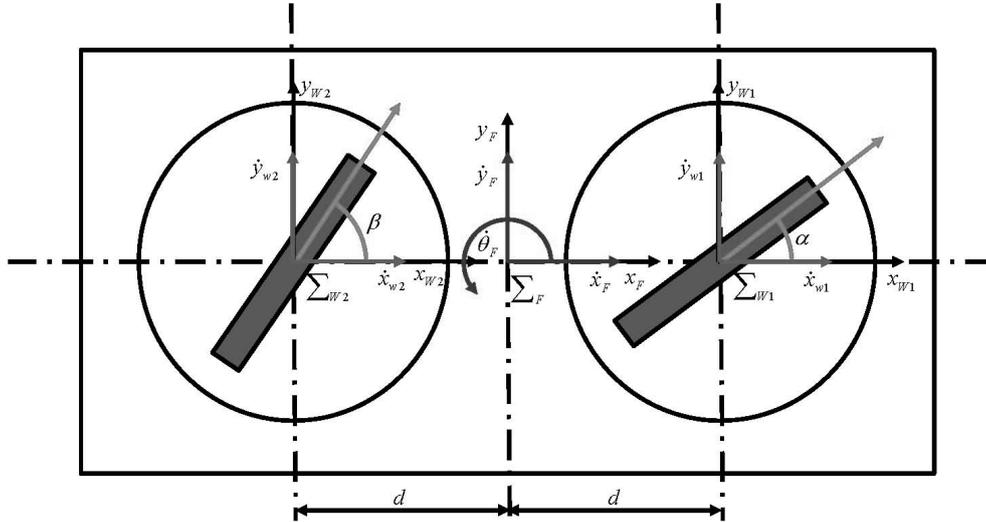


Abbildung 3.8.: Koordinatensysteme und Geschwindigkeiten BInE

Um die Position eines Fahrzeugs im Raum zu bestimmen, wird die Methode, die Siegart (2004) vorschlägt, angewendet. Bei dieser Methode wird davon ausgegangen, dass die Fahrzeuge starre Körper auf Rädern sind, und dass jeder Punkt auf dem Fahrzeug die gleiche Rotationsgeschwindigkeit hat. Die Position des Fahrzeugs im Raum wird durch drei Koordinaten beschrieben. Zwei für den Ort in der Ebene und eine für die rotatorische Ausrichtung des Fahrzeugs. Es wird ein globales, raumfestes Koordinatensystem $\sum_R \{x_R, y_R\} \in \mathbb{R}^2$ definiert. Um die Position des Fahrzeugs zu bestimmen, wird ein Punkt auf dem Fahrzeug als Referenzpunkt P festgelegt. P ist der Ursprung eines zweiten, lokalen Koordinatensystems $\sum_F \{x_F, y_F\} \in \mathbb{R}^2$ (Abb.3.8), das sich mit dem Fahrzeug mitbewegt. Die Lage von P wird im globalen Koordinatensystem durch die Koordinaten x und y angegeben. Den Winkel zwischen dem globalen und dem lokalen Koordinatensystem nennen wir Θ . Die Position des Fahrzeugs im globalen Koordinatensystem wird als Vektor mit diesen drei Elementen beschrieben.

$$P_R = (x \quad y \quad \Theta)^T \quad (3.1)$$

Wenn sich das Fahrzeug bewegt, ändern sich die Werte der drei Elemente, $x(t)$, $y(t)$ und $\Theta(t)$ sind also Funktionen der Zeit. Die Translation vom Fahr-

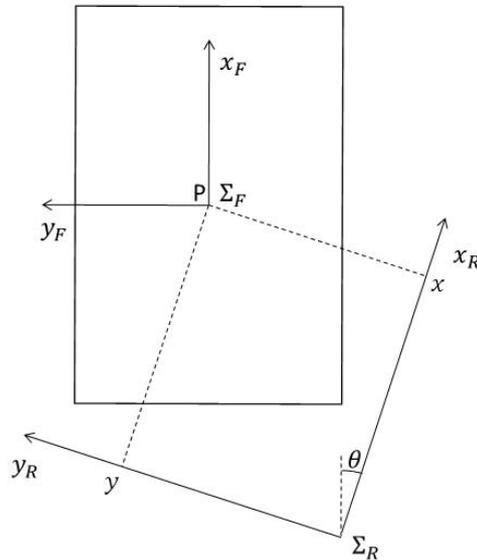


Abbildung 3.9.: Koordinatensysteme einer Drehschemellenkung

zeug in der Ebene kann mit Hilfe von $\dot{x}(t)$ und $\dot{y}(t)$, den Ableitungen nach der Zeit von den Koordinaten $x(t)$ und $y(t)$, beschrieben werden. Die Rotation ist $\dot{\Theta}(t)$, die Ableitung des Winkels $\Theta(t)$ nach der Zeit. Diese drei Elemente können wiederum in einem Vektor zusammengefasst werden.

$$V_R(t) = (\dot{x}(t) \ \dot{y}(t) \ \dot{\Theta}(t))^T = \dot{P}_R(t) \quad (3.2)$$

$V_R(t)$ ist dabei der Geschwindigkeitsvektor im globalen Koordinatensystem. Die Beschreibung der Bewegung der Fahrzeuge ist ein „bottom-up“-Prozess. Jedes einzelne Rad unterliegt mechanischen Einschränkungen, was seine Bewegung in der Ebene betrifft. Diese Einschränkungen übertragen sich auf die Bewegungen des gesamten Fahrzeugs. Wir erhalten also zuerst den Geschwindigkeitsvektor V_F im lokalen fahrzeugbezogenen Koordinatensystem. Um die Bewegung des Fahrzeugs im globalen Koordinatensystem zu beschreiben, bedarf es einer Koordinatentransformation. Diese Umwandlung erfolgt mit Hilfe einer orthogonalen Rotationsmatrix $R(\Theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

$$R(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Die Umwandlung hängt vom aktuellen Winkel zwischen dem lokalen und dem globalen Koordinatensystem ab. Wird die Rotationsmatrix $R(\Theta)$ mit dem Geschwindigkeitsvektor V_R multipliziert, ergibt sich daraus der Geschwindigkeitsvektor V_F im lokalen Koordinatensystem Σ_F .

$$V_F = R(\Theta)V_R \quad (3.4)$$

Die Rücktransformation erfolgt durch die Inverse $R(\Theta)^{-1} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$R(\Theta)^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$V_F = R(\Theta)^{-1}V_R \quad (3.6)$$

Ist also V_F bekannt, kann mit Hilfe der Rotationsmatrix ohne Probleme V_R berechnet werden. Durch Integration der einzelnen Elemente von V_R ergibt sich dann die Parameter-Kurve der abgefahrenen Bahn.

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t \dot{x}(t) dt \quad (3.7)$$

$$y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t \dot{y}(t) dt \quad (3.8)$$

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \int_{t_0}^t \dot{\Theta}(t) dt \quad (3.9)$$

$\dot{x}_{wi}(T), \dot{y}_{wi}(T)$ und $\dot{\Theta}_{wi}(T)$ werden nun in einem Vektor V_{wi} zusammengefasst. Außerdem werden zwei Transformationsmatrizen J_1 und $J_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ definiert.

$$J_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Dabei sind d und $-d$ die Abstände der Radmittelpunkte von der Fahrzeugmitte (Abb.3.8) Daraus ergeben sich die Geschwindigkeiten der Räder

$$V_{w1} = J_1 V_F \quad (3.12)$$

und

$$V_{w2} = J_2 V_F \quad (3.13)$$

Mit den Inversen von J_1 und $J_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$,

$$J_1^+ = J_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

und

$$J_2^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

lässt sich diese Transformation umkehren.

$$V_F = J_1^+ V_{w1} \quad (3.16)$$

$$V_F = J_2^+ V_{w2} \quad (3.17)$$

Für die Umrechnung aus dem globalen Koordinatensystem ergibt sich:

$$V_{w1} = J_1 R(\Theta) V_R \quad (3.18)$$

$$V_{w2} = J_2 R(\Theta) V_R \quad (3.19)$$

Je nachdem, ob V_{w1} oder V_{w2} bekannt ist, muss entweder die Gleichung

$$V_R = R(\Theta)^{-1} J_1^+ V_{w1} \quad (3.20)$$

oder

$$V_R = R(\Theta)^{-1} J_2^+ V_{w2} \quad (3.21)$$

verwendet werden.

Sei $V_{wi}(t) (i = 1, 2) \in \mathbb{R}$ die Geschwindigkeit der Räder, die zur Radumfangsgeschwindigkeit gehört: $V_{wi}(t) = R_w \omega_{wi}(t)$, mit R_w , dem Radius und $\omega_{wi}(t) (i = 1, 2) \in \mathbb{R}$, der Winkelgeschwindigkeit der einzelnen Räder. Mit $\omega_{wi}(t)$, $\alpha(t)$ und $\beta(t)$ lassen sich die Translationsgeschwindigkeiten der Radmittelpunkte angeben:

$$\dot{x}_{w1}(t) = R_w \omega_{w1}(t) \cos \alpha(t) \quad (3.22)$$

$$\dot{y}_{w1}(t) = R_w \omega_{w1}(t) \sin \alpha(t) \quad (3.23)$$

$$\dot{x}_{w2}(t) = R_w \omega_{w2}(t) \cos \beta(t) \quad (3.24)$$

$$\dot{y}_{w2}(t) = R_w \omega_{w2}(t) \sin \beta(t) \quad (3.25)$$

Umgekehrt erhält man aus den Translationsgeschwindigkeiten die Umdrehungsgeschwindigkeiten und die Lenkwinkel der Räder

$$\omega_{w1} = \frac{V_{w1}(t)}{R_w} = \frac{\sqrt{\dot{x}_{w1}(t)^2 + \dot{y}_{w1}(t)^2}}{R_w} \quad (3.26)$$

$$\alpha(t) = \tan^{-1} \frac{\dot{y}_{w1}(t)}{\dot{x}_{w1}(t)} \quad (3.27)$$

$$\omega_{w2} = \frac{V_{w2}(t)}{R_w} = \frac{\sqrt{\dot{x}_{w2}(t)^2 + \dot{y}_{w2}(t)^2}}{R_w} \quad (3.28)$$

$$\beta(t) = \tan^{-1} \frac{\dot{y}_{w2}(t)}{\dot{x}_{w2}(t)} \quad (3.29)$$

Die Lenkwinkel $\alpha(t)$ und $\beta(t)$ ergeben sich aus der Integration der Lenkgeschwindigkeiten $\dot{\alpha}(t)$ und $\dot{\beta}(t)$. Der Anfangszustand muss bekannt sein.

Damit sind die Beziehungen, die zwischen der Translations- und Rotationsgeschwindigkeit des Fahrzeugs im raumfesten Koordinatensystem und den Radumdrehungs- und Lenkgeschwindigkeiten der einzelnen Räder bestehen, bekannt.

Da das Fahrzeug drei Freiheitsgrade hat, muss zusätzlich zu einer Radgeschwindigkeit und der dazugehörigen Lenkgeschwindigkeit immer ein dritter Parameter bekannt sein. Es gibt mehrere Möglichkeiten zur Auswahl: Entweder muss eine gewünschte Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeugs um die eigene Z-Achse des globalen Koordinatensystems oder die Lenk- oder die Radumdrehungsgeschwindigkeit des zweiten Rades bekannt sein. Bei den beiden letzten Möglichkeiten müssen aber bestimmte Einschränkungen beachtet werden. Sind die Verläufe dreier Größen bekannt, so kann über V_F auf den Verlauf der noch fehlenden Größe geschlossen werden.

Es ist bekannt, dass

$$\dot{x}_{w1}(t) = \dot{x}_{w2}(t) = \dot{x}_F(t) \quad (3.30)$$

mit

$$\dot{x}_{w1}(t) = R_w \omega_{w1}(t) \cos \alpha(t) \quad (3.31)$$

und

$$\dot{x}_{w2}(t) = R_w \omega_{w2}(t) \cos \beta(t) \quad (3.32)$$

Wird $\beta(t)$ als dritter Parameter gewählt, so folgt:

$$\dot{x}_{w2}(t) = \dot{x}_{w1}(t) \frac{\cos \alpha(t)}{\cos \beta(t)} \quad (3.33)$$

Es ist ersichtlich, dass für $\beta(t) \in] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\forall t$ gelten muss, da ansonsten $\omega_{w2}(t) \rightarrow \pm\infty$. Werte für $\beta(t)$ außerhalb dieses Intervalls sind zwar mathematisch sinnvoll, jedoch für diese Betrachtung uninteressant. $\beta(t)$ hat einen stetigen Verlauf; soll $\beta(t)$ zu einem Zeitpunkt τ einen Wert außerhalb des Intervalls haben, muss er zu einem Zeitpunkt $t < \tau$ auch einen der beiden nicht erlaubten Werte annehmen. Beachtet man, dass sich das Rad sowohl vorwärts als auch rückwärts drehen kann, werden mit $\beta(t) \in] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ alle möglichen Stellungen erreicht. Die Stellung $\beta(t_0) \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$ mit $\omega_{w2}(t_0)$ entspricht der Stellung $\beta'(t_0) = \beta(t_0) - \pi$ mit $\omega_{w2}'(t_0) = -\omega_{w2}(t_0)$, wobei $\beta'(t) \in] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ die Bedingung für den Lenkwinkel erfüllt.

Wird als dritter Parameter $\omega_{w2}(t)$ gewählt, so folgt:

$$\beta(t) = \cos^{-1}(\cos \alpha(t) \frac{\omega_{w1}(t)}{\omega_{w2}(t)}) \quad (3.34)$$

Dann folgt als Bedingung:

$$|\omega_{w2}(t)| \geq |\omega_{w1}(t) \cos \alpha(t)| \quad (3.35)$$

3.2.5. Radseitenlenkung

Bei der Radseitenlenkung oder auch Differential- bzw. Skidlenkung (Abb.3.10) wird wie bei Fahrzeugen mit Omniwheels 3.2.3 oder Mecanumrädern 3.2.6 keine Lenkbewegung der Räder ausgeführt. Die Lenkbewegung des Fahrzeugs resultiert auch hier aus einer Differenz der Radgeschwindigkeiten, jedoch werden keine zusätzlichen Wälzkörper abgerollt.

Neben den beiden Antriebsrädern benötigt ein Fahrwerk mit Differentialantrieb noch ein Stützrad. Hierfür wird meist ein Nachlauftrad verwendet um Einflüsse des Stützrads auf das Lenkverhalten des Fahrzeugs möglichst

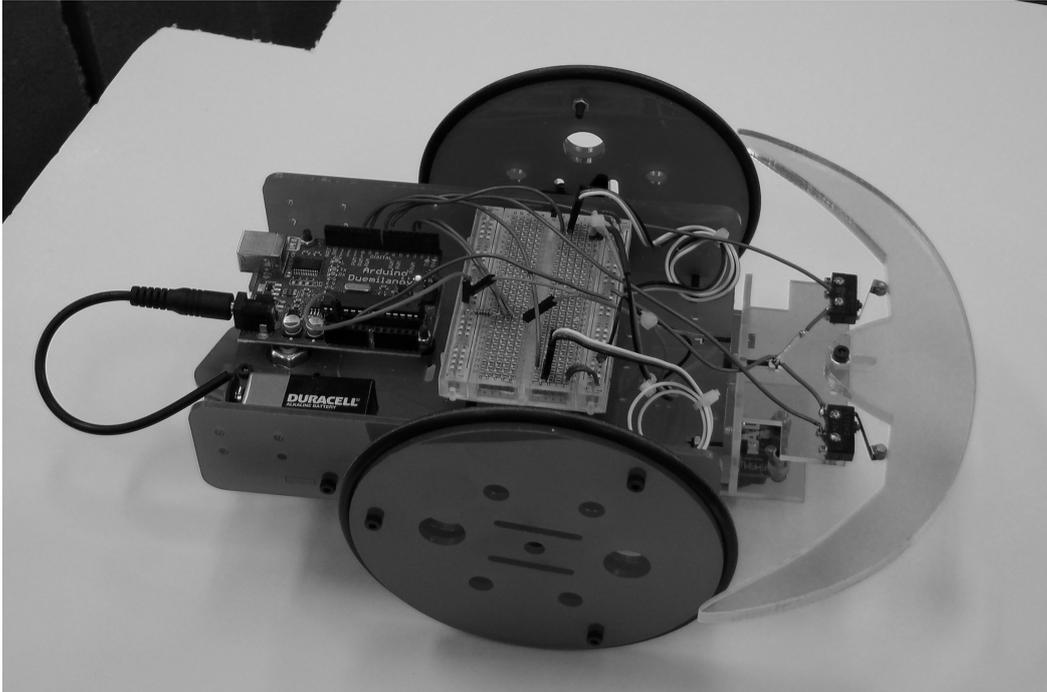


Abbildung 3.10.: Radseitenlenkung (Quelle: University of Illinois)

zu vermeiden. Zum Transport eines Transportguts durch mehrere Fahrzeuge, wie in dieser Arbeit vorgeschlagen, muss auf dem Fahrzeug eine technische Vorrichtung angebracht sein, die es erlaubt, das Fahrzeug in der Ebene relativ zur Last zu verdrehen, da ansonsten keine gemeinsame Lenkbewegung realisierbar ist. Dies veranschaulicht folgendes Beispiel: Wird eine Palette durch eine Rechtskurve bewegt, beteiligen sich alle Fahrzeuge an der Bewegung. Die vorderen beiden Fahrzeuge sind dann relativ zum Transportgut im Uhrzeigersinn weiter gedreht und die hinteren Fahrzeuge gegen den Uhrzeigersinn. Die Vorrichtung wird als drehbare Aufnahme in der Achsmitte auf der Oberseite des Fahrzeugs angenommen. Ein System, das bereits heute so aufgebaut ist, stellt das FTS von Kiva Systems dar (Abb.3.11). Hierbei handelt es sich um FTF, die spezielle Ladungsträger und Regale unterfahren und aufnehmen können, um diese dann von einer Quelle zu einer Senke zu bringen. Um ein Regal bei Bedarf auch gegen das Fahrzeug drehen zu können ist eine um die Hochachse drehbare Plattform vorhanden (siehe Abb. 3.11).

Da ein Fahrzeug mit Differentialantrieb nicht omnidirektional ist und daher nur in x_F -Richtung fahren kann, besteht folgende Beziehung zwischen $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$ und $\theta(t)$:



Abbildung 3.11.: Kiva (Quelle: www.bloomberg.com)

$$\tan(\Theta(t)) = \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} \quad (3.36)$$

Es sei der Schnittpunkt zwischen Längsachse und der Antriebsachse des Fahrzeugs der Referenzpunkt P . Die Spurbreite ist d . Es ist $V_{wi}(t) (i = 1, 2) \in \mathbb{R}$ die Geschwindigkeit, die der Radumdrehungsgeschwindigkeit entspricht: $V_{wi}(t) = \omega_{wi}(t) R_w$, dem Radius der Räder und $\omega_{wi}(t) (i = 1, 2) \in \mathbb{R}$, der Umdrehungsgeschwindigkeit des jeweiligen Rades. $V_{wi}(t)$ kann durch die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors V_F ausgedrückt werden:

$$V_{w1}(t) = \dot{x}_F(t) - \frac{d}{2} \dot{\Theta}_F(t) \quad (3.37)$$

$$V_{w2}(t) = \dot{x}_F(t) + \frac{d}{2} \dot{\Theta}_F(t) \quad (3.38)$$

Setzt man die einzelnen Radgeschwindigkeiten $V_{wi}(t)$ in einem Geschwindigkeitsvektor $V_w = (V_{w1}(t) \ V_{w2}(t))^T$ zusammen, so ist:

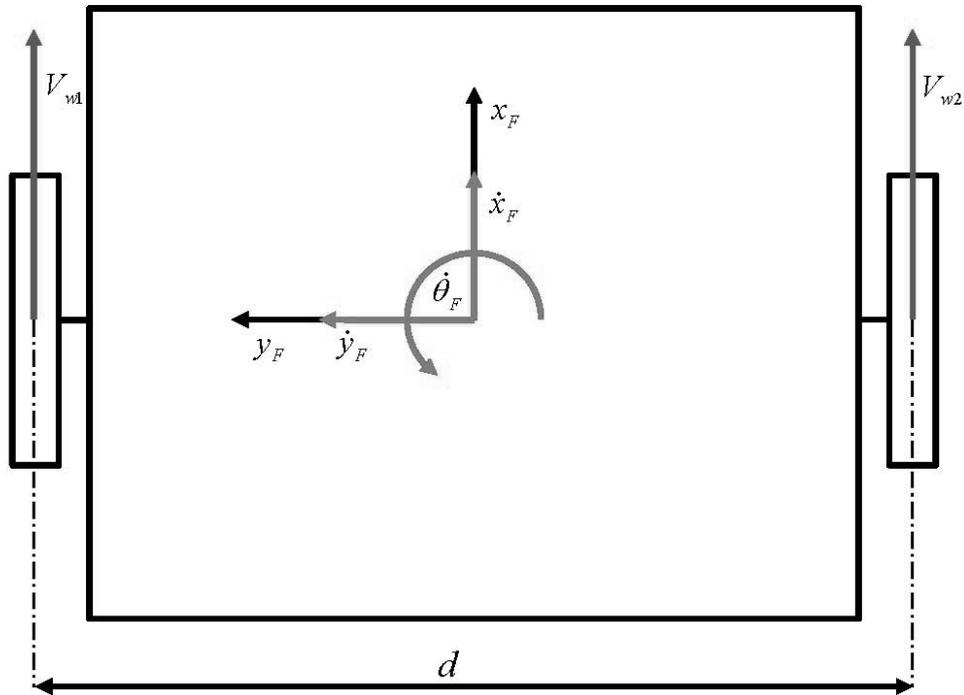


Abbildung 3.12.: Koordinatensysteme Differential

$$V_w = J V_F \quad (3.39)$$

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{d}{2} \\ 1 & 0 & \frac{d}{2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3} \quad (3.40)$$

Dies bedeutet, dass mit bekannter Translationsgeschwindigkeit des Referenzpunkts $(\dot{x}_F(t) \ \dot{y}_F(t))^T$ und der Winkelgeschwindigkeit um die z-Achse $\dot{\theta}_f(t)$ die einzelnen Radgeschwindigkeiten mit Hilfe von J berechnet werden können. Sind hingegen die Drehzahlen der Räder bekannt, so braucht man die Inverse von J um V_F zu berechnen.

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{d} & \frac{1}{d} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3} \quad (3.41)$$

$$V_F = J^+ V_w \quad (3.42)$$

Setzt man dieses Ergebnis in die bereits in 3.2.4 berechneten Parameterkurven der abgefahrenen Bahn ein, so kann von einer vorgegebenen, abzufahrenden Bahn auf die Drehzahl $\omega_w = (\omega_{w1}(t) \ \omega_{w2}(t))^T$ jedes Antriebsrads geschlossen werden.

$$\omega_w = \frac{1}{R_w} J R(\theta) V_R \quad (3.43)$$

Sind dagegen die Radumdrehungsgeschwindigkeiten vorgegeben, dann lässt sich der Geschwindigkeitsvektor V_R im raumfesten Koordinatensystem \sum_R folgendermaßen berechnen:

$$V_R = R_w R(\theta)^{-1} J + \omega_w \quad (3.44)$$

3.2.6. Mecanumantrieb

Ein Fahrzeug mit Mecanum-Antrieb (Abb.3.15) besitzt keine mechanische Lenkung, sondern ist mit vier Mecanum-Rädern ausgestattet. Die Mecanum-Räder wurden 1973 von dem schwedischen Ingenieur Bengt Ilon erfunden. (Ilon 1975) Sie bestehen aus mehreren tonnenförmigen Rollen, die auf einer Achse drehbar gelagert und in einem Winkel von $\pm 45^\circ$ zur Radachse über den gesamten Umfang des Rades verteilt, angebracht sind. Nur die Rollen haben Kontakt zum Boden. Die Räder sind in einem Rechteck am Fahrzeug angebracht. Zeigen die Achsen der geneigten Rollen in der Auflageebene alle zur Fahrzeugmitte oder genau entgegengesetzt, so ist das Fahrzeug omnidirektional.

Die Drehrichtung und die Drehzahl jedes Rades ist einzeln ansteuerbar. Dadurch entstehen für jedes Rad gegenüber der Fahrbahn zwei Kraftvektoren jeweils normal zu einer der beiden Orientierungen der Rollen (Tlale 2006) (Abb.3.13). Aus der Resultierenden der Kraftvektoren aller vier Räder ergibt sich die Bewegungsrichtung oder die Drehung um die eigene Achse des Fahrzeugs.

Für den Mecanum-Antrieb werden zusätzlich zu den beiden Koordinatensystemen \sum_R und \sum_F (Abb.3.14) die Koordinatensysteme $\sum_{w1}, \sum_{w2}, \sum_{w3}$ und $\sum_{w4} \in \mathbb{R}^2$ definiert. Diese haben ihren Ursprung im Zentrum der Räder und sind fix zum Fahrzeug, d.h. sie drehen sich nicht mit den Rädern mit.

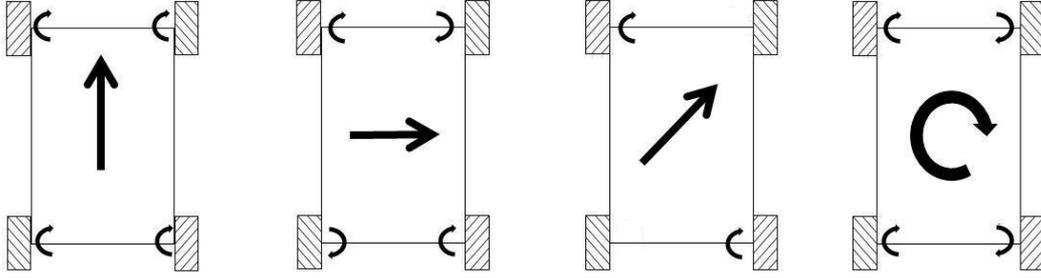


Abbildung 3.13.: Bewegungsrichtungen Mecanum

L ist der Abstand zwischen den Achsen und dem Mittelpunkt des Fahrzeugs und l die halbe Spurbreite. $V_{wi}(t) (i = 1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}$ ist die Geschwindigkeit, die zur Radumdrehungsgeschwindigkeit gehört: $V_{wi}(t) = R_w \omega_{wi}(t)$, wobei R_w dem Radius der Räder entspricht und $\omega_{wi}(t) (i = 1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}$ der Umdrehungsgeschwindigkeit der einzelnen Räder. Es sei $V_{ri}(t) (i = 1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}$ die tangentielle Geschwindigkeit der freien Rolle, im Berührungspunkt zum Boden.

Die Translationsgeschwindigkeiten der Radmittelpunkte lassen sich mit Hilfe von $V_{wi}(t)$ und $V_{ri}(t)$ angeben.

$$\dot{x}_{w1}(t) = V_{w1} = (t) + \frac{V_{r1}(t)}{\sqrt{2}}, \dot{y}_{w1}(t) = \frac{V_{r1}(t)}{\sqrt{2}} \quad (3.45)$$

$$\dot{x}_{w2}(t) = V_{w2} = (t) + \frac{V_{r2}(t)}{\sqrt{2}}, \dot{y}_{w2}(t) = -\frac{V_{r2}(t)}{\sqrt{2}} \quad (3.46)$$

$$\dot{x}_{w3}(t) = V_{w3} = (t) + \frac{V_{r3}(t)}{\sqrt{2}}, \dot{y}_{w3}(t) = -\frac{V_{r3}(t)}{\sqrt{2}} \quad (3.47)$$

$$\dot{x}_{w4}(t) = V_{w4} = (t) + \frac{V_{r4}(t)}{\sqrt{2}}, \dot{y}_{w4}(t) = \frac{V_{r4}(t)}{\sqrt{2}} \quad (3.48)$$

Weil das Fahrzeug ein starrer Körper ist, gilt ebenfalls:

$$\dot{x}_{w1}(t) = \dot{x}_F(t) - \dot{\Theta}_F(t)l, \dot{y}_{w1}(t) = \dot{y}_F(t) + L\dot{\Theta}_F(t) \quad (3.49)$$

$$\dot{x}_{w2}(t) = \dot{x}_F(t) + \dot{\Theta}_F(t)l, \dot{y}_{w2}(t) = \dot{y}_F(t) + L\dot{\Theta}_F(t) \quad (3.50)$$

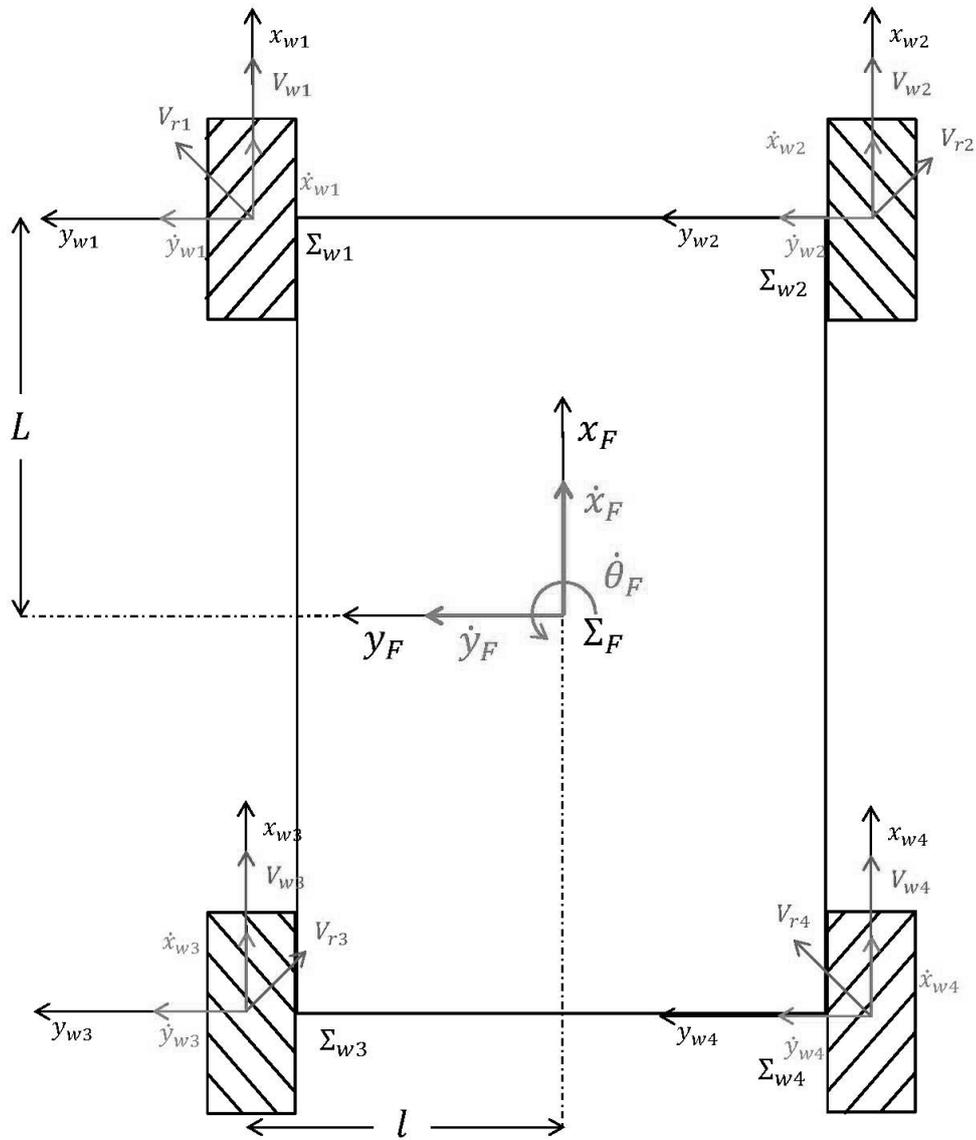


Abbildung 3.14.: Koordinatensystem Mecanum-Rad

$$\dot{x}_{w3}(t) = \dot{x}_F(t) - \dot{\theta}_F(t)l, \dot{y}_{w3}(t) = \dot{y}_F(t) - L\dot{\theta}_F(t) \quad (3.51)$$

$$\dot{x}_{w4}(t) = \dot{x}_F(t) + \dot{\theta}_F(t)l, \dot{y}_{w4}(t) = \dot{y}_F(t) - L\dot{\theta}_F(t) \quad (3.52)$$



Abbildung 3.15.: Stapler der Firma Airtrax (Quelle: forkliftaction.com)

Durch Umformen dieser acht Bedingungen erhält man die Umdrehungsgeschwindigkeiten jedes Rades in Abhängigkeit des lokalen Geschwindigkeitsvektors $V_F = (\dot{x}_F(t) \ \dot{y}_F(t) \ \dot{\theta}_F(t))^T$

Nachfolgend ist die Umformung am Beispiel von „Rad 1“ dargestellt:

$$V_{w1}(t) = \dot{x}_{w1}(t) - \frac{V_{r1}(t)}{\sqrt{2}} = \dot{x}_{w1}(t) - \dot{y}_{w1}(t) \quad (3.53)$$

$$V_{w1}(t) = \dot{x}_F(t) - l\dot{\theta}_F(t) - \dot{y}_F(t) - L\dot{\theta}_F(t) \quad (3.54)$$

$$V_{w1}(t) = \dot{x}_F(t) - \dot{y}_F(t) - (L + l)\dot{\theta}_F(t) \quad (3.55)$$

Analog erfolgt die Umrechnung für die anderen Räder:

$$V_{w2}(t) = \dot{x}_F(t) + l\dot{y}_F(t) + (L + l)\dot{\theta}_F(t) \quad (3.56)$$

$$V_{w3}(t) = \dot{x}_F(t) + l\dot{y}_F(t) - (L + l)\dot{\theta}_F(t) \quad (3.57)$$

$$V_{w4}(t) = \dot{x}_F(t) - l\dot{y}_F(t) + (L+l)\dot{\theta}_F(t) \quad (3.58)$$

Setzt man die einzelnen Radgeschwindigkeiten $V_{wi}(t)$ in einem Geschwindigkeitsvektor $V_w = (V_{w1} \ V_{w2} \ V_{w3} \ V_{w4})^T$ zusammen, können die Gleichungen in Matrixschreibweise dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} V_{w1}(t) \\ V_{w2}(t) \\ V_{w3}(t) \\ V_{w4}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -(L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \\ 1 & 1 & -(L+l) \\ 1 & -1 & (L+l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_F(t) \\ \dot{y}_F(t) \\ \dot{\theta}_F(t) \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Die Matrix, die mit V_F multipliziert wird, heißt:

$$J = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -(L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \\ 1 & 1 & -(L+l) \\ 1 & -1 & (L+l) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 3} \quad (3.60)$$

Mit Hilfe von J ist es nun möglich, ausgehend vom Geschwindigkeitsvektor V_F im lokalen Koordinatensystem, die einzelnen Radgeschwindigkeiten zu berechnen

$$V_w = J V_F \quad (3.61)$$

Wenn die Drehzahl der Räder bekannt ist, ist es notwendig die Pseudoinverse von J um V_F zu berechnen.

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J \in \mathbb{R}^{3 \times 4} \quad (3.62)$$

$$J^+ = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{-1}{(L+l)} & \frac{1}{(L+l)} & \frac{-1}{(L+l)} & \frac{1}{(L+l)} \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

$$J_F = J^+ V_w \quad (3.64)$$

Setzt man dieses Ergebnis wieder in die bereits in 3.2.4 berechneten Parameterkurven der abgefahrenen Bahn ein, kann man von einer vorgegebenen Bahn auf die benötigte Drehzahl aller Mecanum-Räder schließen.

$$\omega_w = \frac{1}{R_w} J R(\theta) V_R \quad (3.65)$$

mit $\omega_w = (\omega_{w1}(t))(\omega_{w2}(t))(\omega_{w3}(t))(\omega_{w4}(t))$

Sind hingegen die Radumdrehungsgeschwindigkeiten gegeben, lässt sich der Geschwindigkeitsvektor V_R im raumfesten Koordinatensystem \sum_R folgendermaßen berechnen:

$$V_R = R_w R(\theta)^{-1} J^+ \omega_w \quad (3.66)$$

3.3. Formationsfahrt

Formationen sind im allgemeinen aus der Natur oder aus dem militärischen Bereich bekannt. Der Formationsflug von Zugvögeln kann zu erheblicher Minderung des Luftwiderstands führen. „Indem sie eine V-Form aus 25 Mitgliedern bilden, kann jeder Vogel eine Reduktion von 65% des Luftwiderstands herbeiführen, was eine Reichweitenerhöhung von 70% zur Folge haben kann.“ (Thien H.P. 2007) Es gibt im technischen Bereich bereits Formationen, bei denen mehrere Fahrzeuge gemeinsam eine Last transportieren. So baut beispielsweise die Firma Scheuerle Fahrzeugfabrik GmbH Modulfahrzeuge, die zu beinahe beliebig langen Modulen zusammengesetzt werden können und die in Kooperation mit einem oder mehreren Clustern eine große Last transportieren (Abb.3.16). Mit dieser Methode ließ sich 2004 eine Öl- und Gasplattform mit einem Gesamtgewicht von 14.350t befördern. (Scheuerle)

Diese Formation wird von Arbeitern manuell gesteuert. Eine weitere technische Ausprägung von Formationen, bei denen auch ein Teilsystem autonom arbeitet, sind Nutzfahrzeugsysteme mit elektronischer Deichsel. So wurde am KIT eine elektronische Deichsel vorgestellt, die zwei handelsübliche Traktoren miteinander koppelt. Bei verbundener elektronischer Deichsel folgt das geführte Fahrzeug dem Führungsfahrzeug mit festgelegtem Versatz und Abstand bei gleicher Geschwindigkeit. (Geimer M. 2010) Bei dieser Leader-Follower-Variante wird das Führungsfahrzeug von einem Menschen gesteuert.

Für die Formationsfahrt mehrerer autonomer Fahrzeuge gibt es bisher keine industrialisierte Lösung oder solche, die kurz vor einer praktischen Anwendung stehen. Im Bereich der Robotik gibt es einige Forschungsarbeiten, die



Abbildung 3.16.: Modulfahrzeuge der Scheuerle Fahrzeugfabrik GmbH (Quelle: Scheuerle)

sich mit der Formationsfahrt von mehreren selbstständigen Robotern befassen. Manche Arbeiten setzen sich mit physisch unverbundenen Formationen nach dem Leader-Follower-Prinzip (Abb.3.17) auseinander, wie Maxim et al. (2008), die sich mit der Lokalisierung der Roboter in einer Formation durch Trilateration beschäftigen.

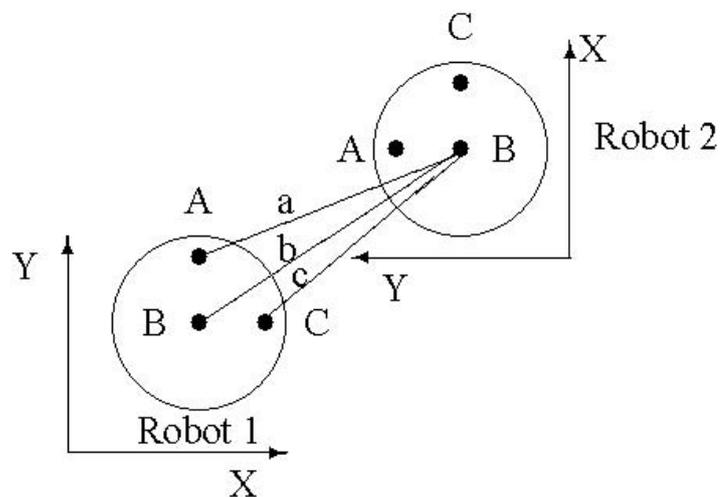


Abbildung 3.17.: Positionsbestimmung durch Trilateration (Quelle: Maxim Paul M. 2008)

Dazu messen die Fahrzeuge jeweils an drei Sensoren den Abstand zu Sensoren auf den anderen Fahrzeugen und bestimmen so ihre Lage zum Führungsfahrzeug. Bei einer Geschwindigkeit von etwa einem halben Meter in der Se-

kunde liegt der Positionsfehler bei ca. 11%.

Neben diesen Arbeiten gibt es auch einige Forschungsanstrengungen im Bereich der autonomen Transportformation. Eine interessante Arbeit auf diesem Gebiet ist die Entwicklung eines Roboters, der auf einem Ball balanciert (Abb.3.18). Der Roboter arbeitet wie ein Überkopfpfenkel und steht mit drei Omniwheels auf einem Ball auf. Dieser Roboter kann mit seinem holonomen Antrieb Last in alle Richtungen transportieren und soll in Zukunft als Tragehilfe eingesetzt werden. Für den industriellen Einsatz ist das Prinzip wegen der konstruktionsbedingten Instabilität und mangelnder Effizienz (siehe Kapitel 3.2.3) wenig interessant.

Einen anderen Ansatz verfolgen Hirata Yasuhisa und Kuniaki (2000), die holonome Fahrzeuge mit vier Omniwheels analog zu Castor- oder auch Nachlaufrollern einsetzen. Die Funktion eines solchen Systems wurde für einen Transport mit zwei Fahrzeugen experimentell nachgewiesen, allerdings ist für die verwendeten Regelalgorithmen eine sehr genaue Kenntnis der Position der Fahrzeuge notwendig. Daten aus einer Koppelnavigation sind hierfür nicht ausreichend. Für einen industriellen Einsatz zum Palettentransport in einem Distributionszentrum wäre ein präzises, nicht fahrzeuggebundenes Navigationssystem nötig, das in der Lage ist die Position auch unter einer Palette genau zu erfassen. Dies erscheint hinsichtlich der heute verfügbaren Systeme wenig wirtschaftlich.

Neben den Arbeiten, bei denen holonome Fahrwerke zum Einsatz kommen, gibt es auch solche, die sich mit Transportformationen von radseitengelenkten Fahrzeugen auseinandersetzen. Hashimoto et al. (1995) schlagen hierfür Fahrzeuge vor, die auf ihrer Oberseite über einen kartesischen Manipulator verfügen. Ebenfalls mit Manipulatoren arbeitet ein nichtholonomes System, das 2007 vorgestellt wurde. Es handelt sich dabei um Radseitenfahrzeuge, von denen eines als Leader agiert und ein zweites folgt (Abb.3.19). Die Last (eine Wanne) wird von beiden Fahrzeugen durch einen Haken gehalten, der an einem Manipulator mit sechs Freiheitsgraden hängt. (Fujii Masakazu und Kouji 2007). Diese Manipulatoren gleichen den Versatz zwischen den beiden Fahrzeugen aus. Das Führungsfahrzeug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von maximal $0,2 \frac{m}{s}$. Der Manipulator eines Fahrzeugs wiegt 250kg und die Abweichungen des Folgefahrzeugs fallen mit über 500mm sehr groß aus, zumal bei diesem System seitliche Abweichungen auftreten, die einen breiten Korridor für einen sicheren Transport erfordern.

Alle Arbeiten, die sich bisher mit autonomen Transportformationen befassen, stammen aus dem Bereich der Robotik und setzen auf spezielle Regelalgorithmen und/oder Manipulatoren. Keines der Systeme ist für einen industriellen Einsatz als fahrerloses Transportsystem in absehbarer Zeit nutzbar. In

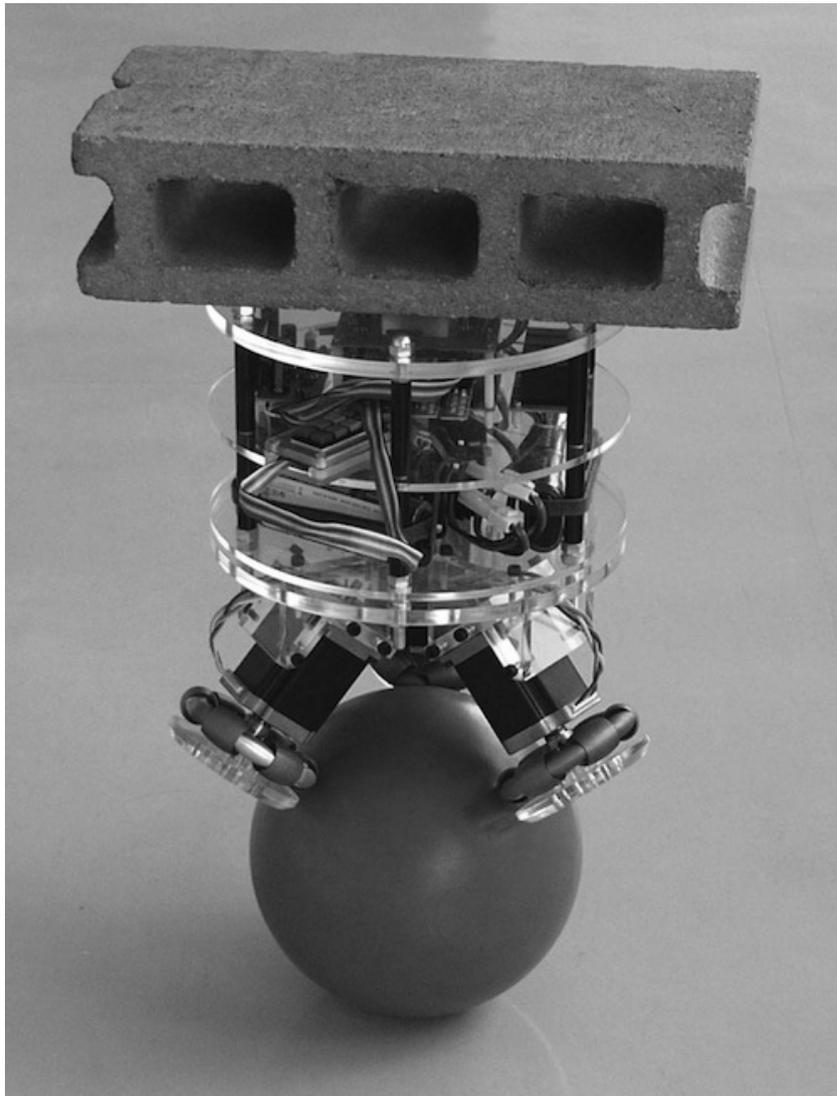


Abbildung 3.18.: Roboter balanciert auf einem Ball (Quelle: Kumagai Masaki 2008)

der vorliegenden Arbeit werden daher Parameter untersucht, die die Qualität der Koppelnavigation beeinflussen, damit die Positionsfehler möglichst klein gehalten werden können, was wiederum die Regelbarkeit solcher Systeme verbessert. Damit lässt sich die Genauigkeit von Transportformationen erhöhen, womit industriell nutzbare Systeme deutlich näher rücken.

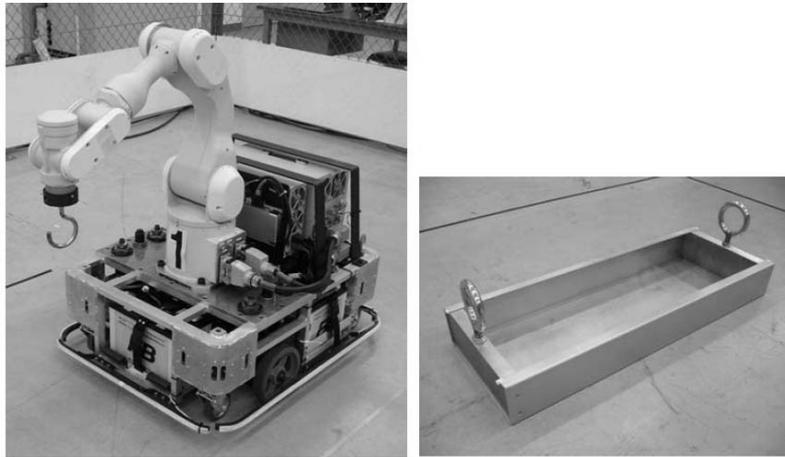


Abbildung 3.19.: Roboter mit Manipulator Quelle: (Fujii Masakazu und Kouji 2007)

4. Fahrwerk

Um die Fahrwerke hinsichtlich ihrer Eignung für die Formation vergleichen zu können werden zunächst in den einzelnen Abschnitten, ausgehend von einer bekannten Bahn, die Radgeschwindigkeiten für die jeweiligen Fahrwerke berechnet. Es folgen weitere Betrachtungen zu den einzelnen Fahrwerken und schließlich erfolgt eine Auswahl des Fahrwerks, das den nachfolgenden Kapiteln zugrunde liegt. Die Bahn, die betrachtet werden soll, ist eine Bahn wie sie auch in der Realität vorkommt und folgt zunächst der x-Achse. Dann, zum Zeitpunkt t_0 , wird ein Achtelkreis mit dem Radius 1 abgefahren und anschließend wird auf einer Geraden weitergefahren. Dabei soll sich das Fahrzeug beim Durchfahren des Kreissegments um 90° gegen den Uhrzeigersinn drehen, da dies für Positionierungsfahrten wünschenswert ist. Zu beachten gilt hier, dass die Drehung um die Hochachse in Abschnitt 4.4 nicht stattfindet, da das radseitengelenkte Fahrzeug zu solch einem Manöver nicht in der Lage ist. Die Verdrehung der Last relativ zur Formation erfolgt in diesem Fall durch eine um die Hochachse z drehbare Aufnahme. Die Auswahl des weiter betrachteten Fahrwerks hängt ab von seiner praktischen Eignung für die Formation.

4.1. Parametrisierung der Bahnkurve nach der Bogenlänge

Jede Bewegung eines Punktes im Raum kann durch eine Trajektorie beschrieben werden. Jedem Zeitpunkt t eines Intervalls $I \in \mathbb{R}$ wird dabei die Lage $(x(t) \ y(t) \ z(t))^T$ des Punktes zum Zeitpunkt $t \in I$ zugeordnet. Da sich die Bahn auf fahrerlose Transportsysteme bezieht, kann man sich auf ebene Parameterkurven beschränken.

$$\begin{aligned} c : I &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\mapsto \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Das Fahrzeug soll die vorgegebene Bahn mit einer konstanten Geschwindigkeit k abfahren. Dann muss für die Norm von c gelten:

$$\|\dot{c}(t)\| = k \quad (4.1)$$

Ist $k = 1$, so nennt man die Kurve c „nach der Bogenlänge parametrisiert“. Für eine nach der Bogenlänge parametrisierte Kurve gilt insbesondere, dass die Länge des Bogens genau der Differenz der Parameterwerte entspricht.

$$L = \int_{t_0}^{t_1} \|\dot{c}(t)\| dt = t_1 - t_0 \quad (4.2)$$

Jede Kurve $c(t)$ kann durch eine Umparametrisierung nach der Bogenlänge parametrisiert werden. Für den neuen Parameter $s = s(t)$ muss gelten:

$$s(t) = \int_0^t \|\dot{c}(\tau)\| d\tau \quad (4.3)$$

Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden:

Die Kurve $c(t) = (r_0 \cos t \ r_0 \sin t)^T$, die den Kreis mit dem Radius r_0 und dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung darstellt, soll nach der Bogenlänge parametrisiert werden. Zunächst ist

$$\|\dot{c}(t)\| = \sqrt{(-r_0 \sin t)^2 + (r_0 \cos t)^2} = \sqrt{((\sin t)^2 + (\cos t)^2)r_0^2} = r_0 \quad (4.4)$$

und

$$s(t) = \int_0^t \|\dot{c}(\tau)\| d\tau = r_0 t \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow t = \frac{s}{r_0} \quad (4.6)$$

Wird nun $\frac{s}{r_0}$ für t eingesetzt, ist

$$c'(s) = \begin{pmatrix} r_0 \cos \frac{s}{r_0} \\ r_0 \sin \frac{s}{r_0} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

nach der Bogenlänge parametrisiert, denn es gilt:

$$\|\dot{c}'(s)\| = \sqrt{\left(-r_0\left(\sin\frac{s}{r_0}\right)\frac{1}{r_0}\right)^2 + \left(r_0\left(\cos\frac{s}{r_0}\right)\frac{1}{r_0}\right)^2} = 1 \quad (4.8)$$

Für die Betrachtung des Fahrwerks wird eine Referenzbahn herangezogen. Diese Bahn $c(t) = (x(t) \ y(t))^T$ besteht aus drei Einzelteilen. Zuerst erfolgt die Fahrt über die negative x-Achse $c_1(t)$. Ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ fährt das Fahrzeug über ein Kreissegment mit zusätzlicher Rotation, bis es im dritten Teil eine Gerade mit der Steigung 45° zurücklegt. Für $t < t_0$ ist

$$c_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

und $\theta(t) = 0$

Die Berechnung der Bahngeschwindigkeit

$$\|\dot{c}_1(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} = 1 \quad (4.10)$$

zeigt, dass dieser Teil der Bahn bereits nach der Bogenlänge parametrisiert ist.

Im zweiten Teil der Bahn wird das Kreissegment abgefahren. Es ist also:

$$c_2(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ -\cos(t) + 1 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Auch hier zeigt sich,

$$\|\dot{c}_2(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} = \sqrt{\cos(t)^2 + \sin(t)^2} = 1 \quad (4.12)$$

dass dieser Teil bereits nach der Bogenlänge parametrisiert ist.

Da die Länge einer abgefahrenen Bahn einer nach der Bogenlänge parametrisierten Kurve genau der Differenz der Parameterwerte entspricht, wurde bei einem Kreis mit einem Radius von 1 zum Zeitpunkt $t = \frac{\pi}{4}$ der Achtelkreis durchfahren.

Während der Fahrt über das Kreissegment soll sich das Fahrzeug jedoch nicht nur um 45° sondern um 90° drehen (Abb. 4.1). Daher muss für $t = [0, \frac{\pi}{4}]$ gelten:

$$\Theta(t) = 2t \quad (4.13)$$

Nach der Kreisbahn wird wieder eine Gerade abgefahren. Die Bedingungen dieser Gerade sind, dass sie sowohl durch den Endpunkt des Kreissegments verläuft, als auch eine Steigung von 45° aufweist.

Der Endpunkt des Kreissegments liegt bei $x(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ und $y(\frac{\pi}{4}) = -\cos(\frac{\pi}{4}) + 1 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. Folglich lautet eine Parametrisierung der Geraden:

$$c_2(t) = \begin{pmatrix} t + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ t - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Diese Parametrisierung ist nicht nach der Bogenlänge parametrisiert, da:

$$\|\dot{c}_3'(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad (4.15)$$

Wie in 4.1 beschrieben, muss eine Umparametrisierung erfolgen.

$$s(t) = \int_0^t \|\dot{c}_3'(\tau)\| d\tau = \sqrt{2}t \quad (4.16)$$

$$\Rightarrow \frac{s}{\sqrt{2}} = t \quad (4.17)$$

Wird nun t durch $\frac{t}{\sqrt{2}}$ in c_3' ersetzt, dann gilt:

$$c_3''(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$\|\dot{c}_3''(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1 \quad (4.19)$$

An dieser Stelle ist der Punkt $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ bereits bei $t = 0$ erreicht und nicht bei $t = \frac{\pi}{4}$. Dies kann durch eine Änderung an der Parametrisierung erreicht werden.

$$c_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \\ \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Im dritten Abschnitt der Bahn soll sich Θ nicht mehr ändern sondern konstant bei 90° bleiben:

$$\Theta(t) = \frac{\pi}{2} \quad (4.21)$$

Die Position des Fahrzeugs lässt sich demnach folgendermaßen beschreiben:

$$P(t) = \begin{pmatrix} c(t) \\ \Theta(t) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

mit:

$$c(t) = \begin{cases} c_1(t) & t < 0 \\ c_2(t) & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ c_3(t) & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.23)$$

und

$$\Theta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{2} & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.24)$$

4.2. Mecanumfahrwerk

Nun können die Bahnen der vier Räder in Abhängigkeit der Fahrzeugposition bestimmt werden:

$$x_1(t) = x(t) + L \cos(\theta(t)) - l \sin(\theta(t)) \quad (4.25)$$

$$x_1(t) = y(t) + L \sin(\theta(t)) + l \cos(\theta(t)) \quad (4.26)$$

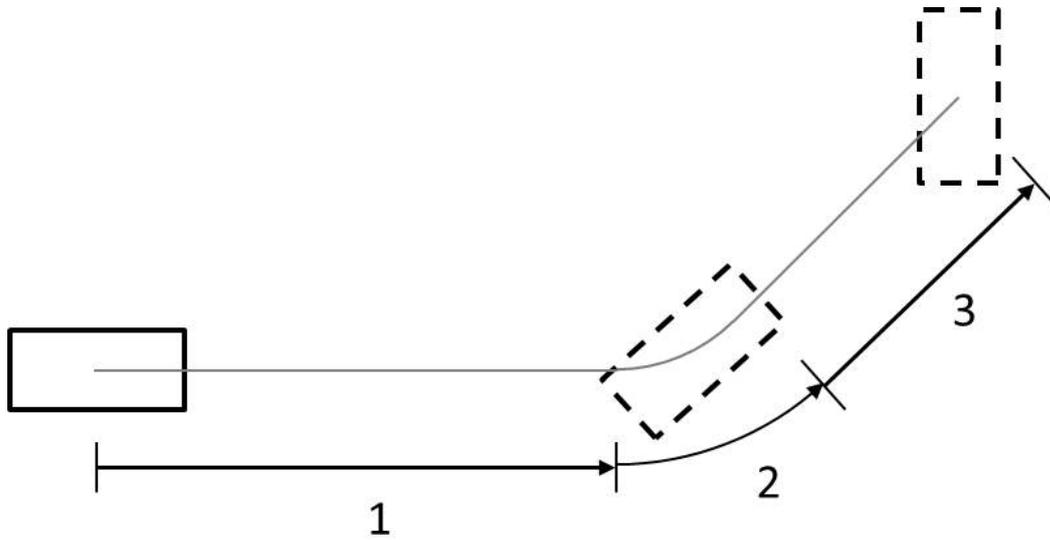


Abbildung 4.1.: Abschnitte der Referenzbahn

$$x_1(t) = x(t) + L \cos(\theta(t)) + l \sin(\theta(t)) \quad (4.27)$$

$$x_1(t) = y(t) + L \sin(\theta(t)) - l \cos(\theta(t)) \quad (4.28)$$

$$x_1(t) = x(t) - L \cos(\theta(t)) - l \sin(\theta(t)) \quad (4.29)$$

$$x_1(t) = y(t) - L \sin(\theta(t)) + l \cos(\theta(t)) \quad (4.30)$$

$$x_1(t) = x(t) - L \cos(\theta(t)) + l \sin(\theta(t)) \quad (4.31)$$

$$x_1(t) = y(t) - L \sin(\theta(t)) - l \cos(\theta(t)) \quad (4.32)$$

Setzt man für $L = 0,4$ und $l = 0,2$ ein, erhält man die in Abbildung 4.2 dargestellten Bahnen des Fahrzeugmittelpunkts und der Radmittelpunkte.

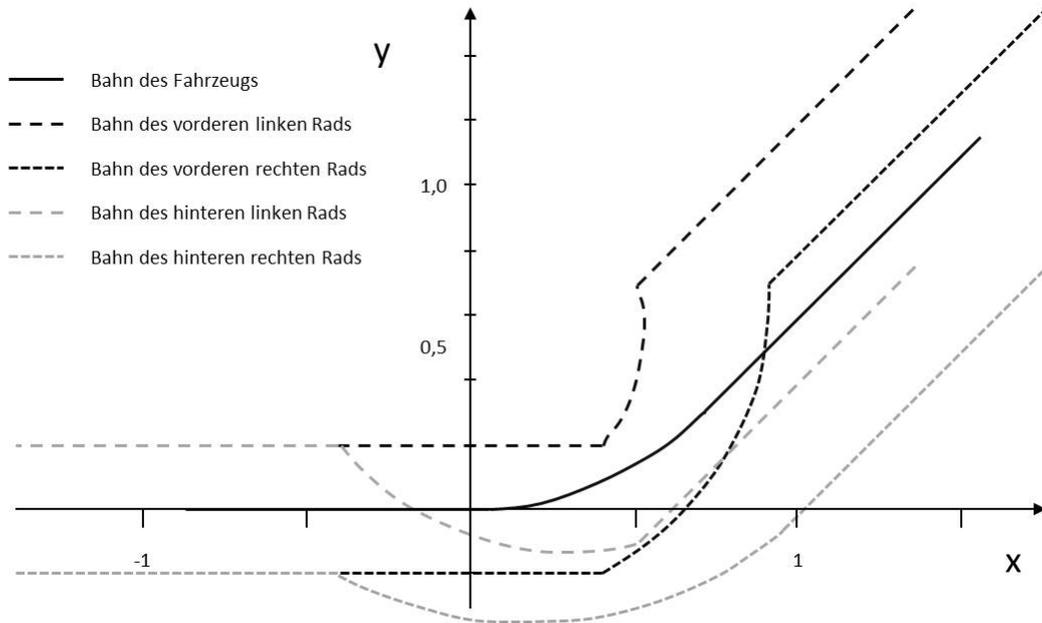


Abbildung 4.2.: Bahn des Mecanum-Fahrzeugs

Die rote Linie stellt die Bahn des Fahrzeugs dar, die anderen vier Kurven beschreiben die Bahnen der einzelnen Räder.

Am Verlauf des Winkels θ über die Zeit (Abbildung 4.3) kann man erkennen, dass das Fahrzeug eine Drehung um 90° vollzieht.

Nun, da der Positionsvektor $P(t)$ bekannt ist, kann der globale Geschwindigkeitsvektor $V_R(t)$ durch einfache Ableitung bestimmt werden.

$$V_R(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

Mit der Transformationsformel $\omega_w = \frac{1}{R_w} J R(\theta) V_R$ aus 3.2.6 erhält man für jede Radumdrehungsgeschwindigkeit eine von t abhängige Funktion.

$$\omega_{w1}(t) = \frac{1}{R_w} ((\cos\theta(t) + \sin\theta(t))\dot{x}(t) + (\sin\theta(t) - \cos\theta(t))\dot{y}(t) - (L+l)\dot{\theta}(t)) \quad (4.34)$$

$$\omega_{w2}(t) = \frac{1}{R_w} ((\cos\theta(t) - \sin\theta(t))\dot{x}(t) + (\sin\theta(t) + \cos\theta(t))\dot{y}(t) + (L+l)\dot{\theta}(t))$$

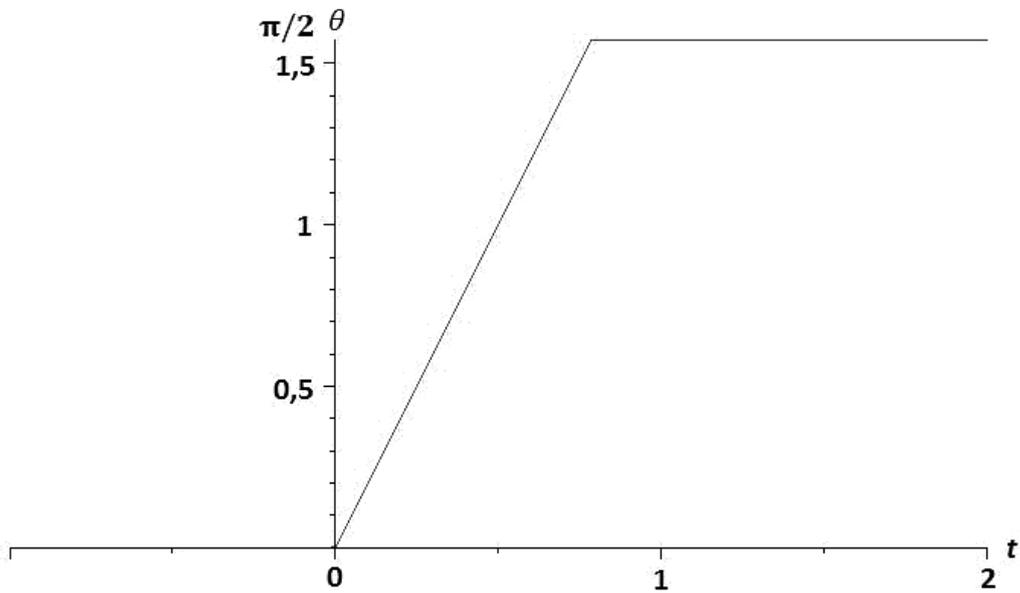


Abbildung 4.3.: Verlauf des Lagewinkels des Fahrzeugs mit Mecanum-Fahrwerk

(4.35)

$$\omega_{w3}(t) = \frac{1}{R_w} ((\cos\theta(t) - \sin\theta(t))\dot{x}(t) + (\sin\theta(t) + \cos\theta(t))\dot{y}(t) - (L+l)\dot{\theta}(t))$$

(4.36)

$$\omega_{w4}(t) = \frac{1}{R_w} ((\cos\theta(t) + \sin\theta(t))\dot{x}(t) + (\sin\theta(t) - \cos\theta(t))\dot{y}(t) + (L+l)\dot{\theta}(t))$$

(4.37)

Die Verläufe der Radumdrehungsgeschwindigkeiten mit $R_w = 0, 1$ erkennt man in Abbildung 4.4

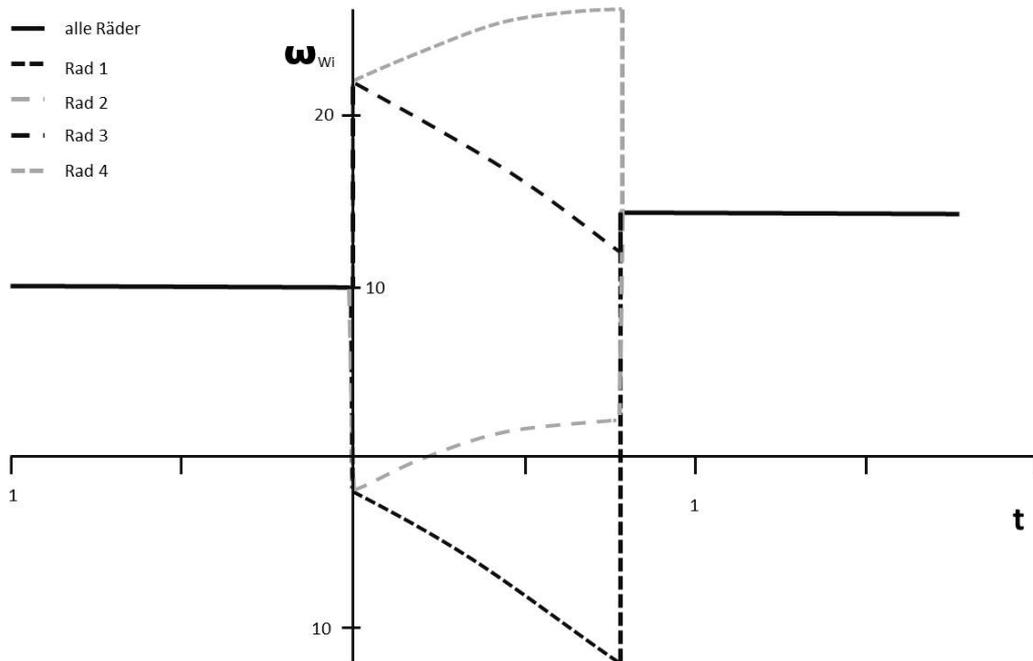


Abbildung 4.4.: Verläufe der Raddrehgeschwindigkeiten des Fahrzeugs mit Mecanum-Fahrwerk

Während der Fahrt über die X-Achse haben alle Räder die gleiche Drehzahl von 10 Umdrehungen pro Zeiteinheit. Bei $t = 0$ haben alle $\omega_{wi}(t)$ einen Sprung. Rad1 und Rad3, die beiden linken Räder, werden langsamer und drehen sogar rückwärts. Die beiden anderen Räder werden schneller. Während der Fahrt über das Kreissegment $0 \leq t < \frac{\pi}{4}$ steigen die Drehzahlen von Rad1 (vorn links) und Rad4 (hinten rechts) stetig, während die Drehzahlen der beiden anderen Räder stetig sinken. Bei $t = \frac{\pi}{4}$ gibt es wieder einen Sprung in den Drehzahlverläufen. Im letzten Bereich drehen sich nur noch Rad1 und Rad4 mit $10\sqrt{2}$ Umdrehungen pro Zeiteinheit, während Rad2 und Rad3 stillstehen.

4.3. Drehschemellenkung

Als omnidirektionales Fahrzeug mit Drehschemellenkung wird das Basic Intralogistic Element BInE betrachtet. Die Bahn, die der Betrachtung der Drehschemellenkung zugrunde liegt, ist dieselbe, die bereits in 4.2 herangezogen wurde. Dadurch können die Schritte Parametrisierung und Umparametrisierung nach der Bogenlänge entfallen. Die Parameterdarstellung der Bahn sieht dann wieder folgendermaßen aus:

$$P(t) = \begin{pmatrix} c(t) \\ \Theta(t) \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

mit:

$$c(t) = \begin{cases} c_1(t) & t < 0 \\ c_2(t) & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ c_3(t) & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.39)$$

und

$$\Theta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{2} & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.40)$$

wobei $c_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$, $c_2(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ -\cos(t) + 1 \end{pmatrix}$ und $c_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \\ \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

ist.

Daraus ergeben sich die Bahnen der beiden Räder:

$$x_1(t) = x(t) + d \cos(\theta(t)) \quad (4.41)$$

$$y_1(t) = y(t) + d \sin(\theta(t)) \quad (4.42)$$

$$x_2(t) = x(t) - d \cos(\theta(t)) \quad (4.43)$$

$$y_2(t) = y(t) - d \sin(\theta(t)) \quad (4.44)$$

Die Bahnkurve des Fahrzeugs und der einzelnen Räder sieht man in Abbildung 4.5 Die beiden Bahnen ober- und unterhalb der Fahrzeugbahn stellen den Verlauf der beiden Räder dar. Man erkennt, dass sich das Fahrzeug während der Fahrt über das Kreissegment um 90° dreht. Der Verlauf von $\theta(t)$ gleicht also dem aus Abbildung 4.3.

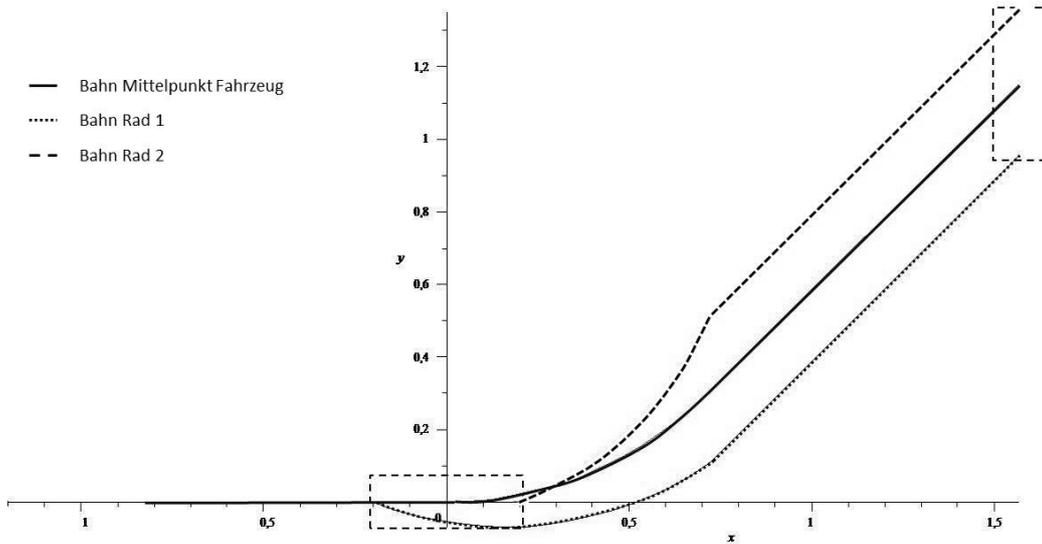


Abbildung 4.5.: Bahn des Basic Intralogistic Element BInE

Mit dem bekannten Positionsvektor $P(t)$ kann man durch Ableitung den Geschwindigkeitsvektor $V_R(t)$ bestimmen:

$$V_R(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Die Translationsgeschwindigkeit der Räder ergibt sich aus der Anwendung der Transformationsformeln

$$V_{w1} = J_1 R(\theta) V_R \quad (4.46)$$

$$V_{w2} = J_2 R(\theta) V_R \quad (4.47)$$

Hiermit lassen sich die Umdrehungsgeschwindigkeit und die Lenkwinkel bestimmen:

$$\omega_{w1}(t) = \sqrt{\dot{x}_{w1}(t)^2 + \dot{y}_{w1}(t)^2}, \alpha(t) = \tan^{-1} \frac{\dot{y}_{w1}(t)}{\dot{x}_{w1}(t)} \quad (4.48)$$

$$\omega_{w2}(t) = \sqrt{\dot{x}_{w2}(t)^2 + \dot{y}_{w2}(t)^2}, \beta(t) = \tan^{-1} \frac{\dot{y}_{w2}(t)}{\dot{x}_{w2}(t)} \quad (4.49)$$

Durch Ableitung nach der Zeit ergeben sich die Lenkgeschwindigkeiten:

$$\dot{\alpha}(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{y}_{w1}(t)}{\dot{x}_{w1}(t)}\right)^2} \frac{-\ddot{y}_{w1}(t)}{\ddot{x}_{w1}(t)^2} \quad (4.50)$$

$$\dot{\alpha}(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{y}_{w2}(t)}{\dot{x}_{w2}(t)}\right)^2} \frac{-\ddot{y}_{w2}(t)}{\ddot{x}_{w2}(t)^2} \quad (4.51)$$

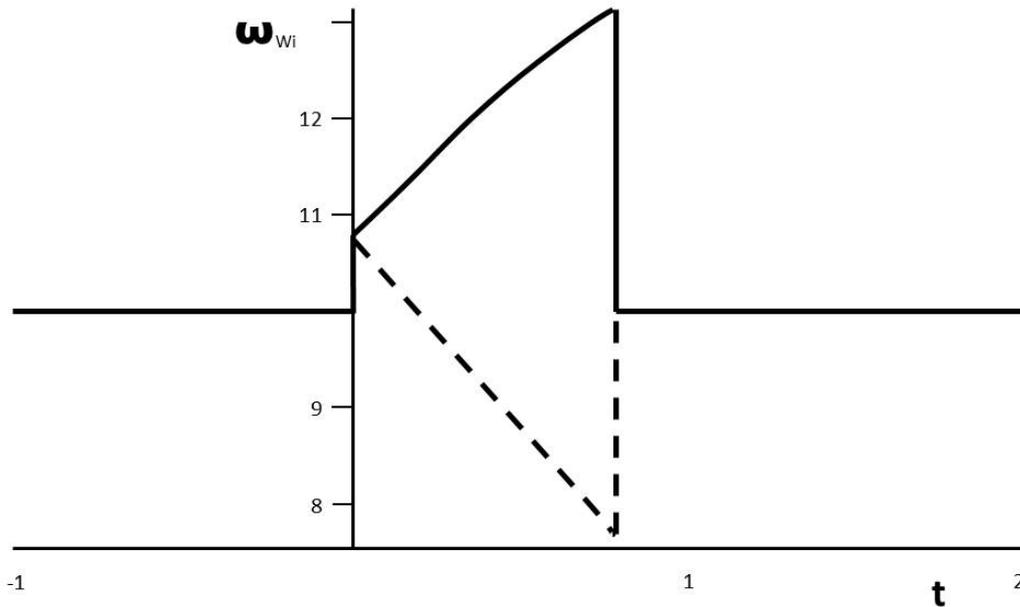


Abbildung 4.6.: Verlauf von $\omega_{wi}(t)$ des Basic Intralogistic Element BInE

Bis zum Zeitpunkt $t = 0$ drehen sich beide Räder mit 10 Umdrehungen pro Zeiteinheit (Abb.4.6). Dann gibt es einen Sprung und anschließend wird das vordere Rad verzögert, während das hintere Rad beschleunigt. Das liegt daran, dass das hintere Rad im selben Zeitintervall eine größere Wegstrecke zurücklegen muss. Zum Zeitpunkt $t = \frac{\pi}{4}$ folgt erneut ein Sprung. Die restliche Fahrt wird wieder mit konstant 10 Umdrehungen fortgesetzt.

Die Lenkwinkel der beiden Räder bleiben bis zum Zeitpunkt $t = 0$ konstant bei 0° . Dann springt $\alpha(t)$ auf einen positiven Wert, was bedeutet, dass das Vorderrad nach links auslenkt, während $\beta(t)$ auf einen negativen Wert springt, also nach rechts auslenkt. Beide Lenkgeschwindigkeiten sind während der Durchfahrt des Kreissegments negativ, d.h. beide Räder lenken von der aktuellen Position aus nach rechts. Ist der Achtelkreis durchfahren springen beide Lenkwinkel auf den Wert $-\frac{\pi}{4}$. Es sind also beide Räder um 45° nach rechts ausgelenkt.

4.4. Radseitenlenkung

Nun wird die Bahn für ein Fahrzeug mit Radseitenlenkung betrachtet. Es handelt sich um die selbe Bahn wie in 4.2 und 4.3 mit dem Unterschied, dass sich das Fahrzeug im zweiten Abschnitt nicht zusätzlich um seine Hochachse dreht. Im Einsatz in einer Transportformation erhielte ein solches Fahrzeug eine drehbare Achse, um sich gegen die Last drehen zu können. Die Parameterdarstellung ist erneut die gleiche:

$$P(t) = \begin{pmatrix} c(t) \\ \Theta(t) \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

mit:

$$c(t) = \begin{cases} c_1(t) & t < 0 \\ c_2(t) & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ c_3(t) & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.53)$$

und

$$\Theta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{2} & t > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4.54)$$

wobei $c_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$, $c_2(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ -\cos(t) + 1 \end{pmatrix}$ und $c_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \\ \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ist.

Die sich dadurch ergebenden Bahnen der beiden Räder werden beschrieben durch:

$$x_1(t) = x(t) - \frac{d}{2} \sin(\theta(t)) \quad (4.55)$$

$$y_1(t) = y(t) + \frac{d}{2} \sin(\theta(t)) \quad (4.56)$$

$$x_2(t) = x(t) + \frac{d}{2} \sin(\theta(t)) \quad (4.57)$$

$$y_2(t) = y(t) - \frac{d}{2} \sin(\theta(t)) \quad (4.58)$$

Wird $d = 0,4$ gewählt, ergibt sich Abbildung 4.7 mit der Bahn des Fahrzeugmittelpunkts und den Radmittelpunkten.

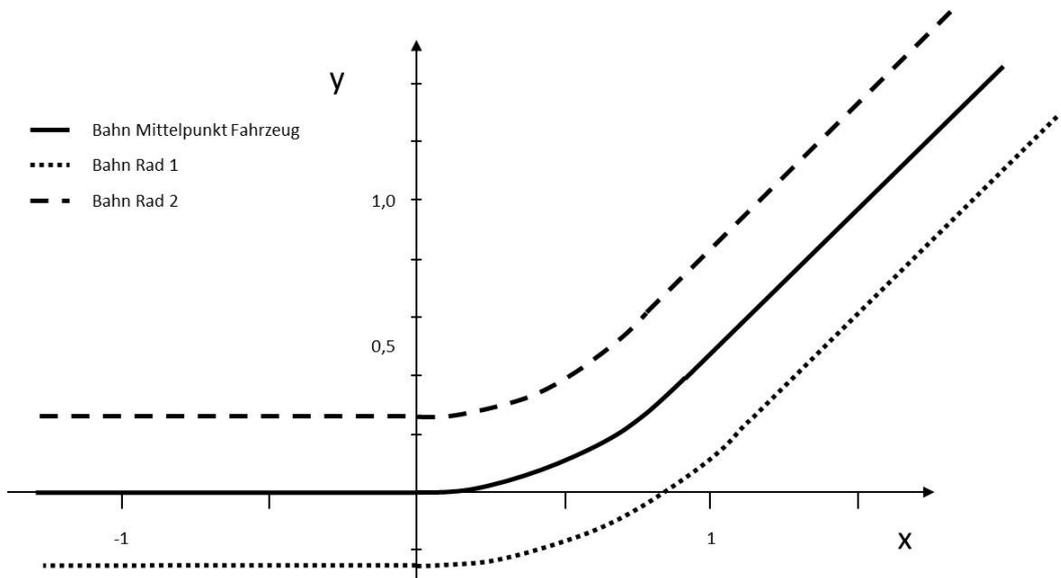


Abbildung 4.7.: Bahn eines Fahrzeugs mit Radseitenlenkung

Der Verlauf von $\theta(t)$ ist 0 bis zum Zeitpunkt $t = 0$. Ab da steigt er linear an, bis er zum Zeitpunkt $t = \frac{\pi}{4}$ den Wert $\frac{\pi}{4}$ annimmt. Nun ist der Positionsvektor $p(t)$ bekannt und durch die Ableitung nach der Zeit lässt sich der Geschwindigkeitsvektor $V_r(t)$ bestimmen. Mit der Transformationsformel

$$\omega_w = \frac{1}{R_w} JR(\theta)V_R \quad (4.59)$$

lassen sich die von t abhängigen Radumdrehungsgeschwindigkeiten ω_{wi} bestimmen:

$$\omega_{w1}(t) = \frac{1}{R_w}(\cos \theta(t)\dot{x}(t) + \sin \theta(t)\dot{y}(t) - \frac{d}{2}\dot{\theta}(t)) \quad (4.60)$$

$$\omega_{w2}(t) = \frac{1}{R_w}(\cos \theta(t)\dot{x}(t) + \sin \theta(t)\dot{y}(t) + \frac{d}{2}\dot{\theta}(t)) \quad (4.61)$$

In Abbildung 4.8 erkennt man die Radumdrehungsgeschwindigkeiten ω_{wi} über t für $R_w = 0,1$. Fährt das Fahrzeug geradeaus, haben beide Räder die gleichen Umdrehungsgeschwindigkeiten. Beim Wechsel auf eine Kreisbahn muss ein Rad sprunghaft beschleunigt werden, während das andere abrupt verzögert werden muss. Beim Übergang von der Kreisbahn zurück zu einer Gerade springen die Geschwindigkeiten wieder auf ihren Ausgangswert. In der Realität ist solch ein Verhalten natürlich nicht möglich.

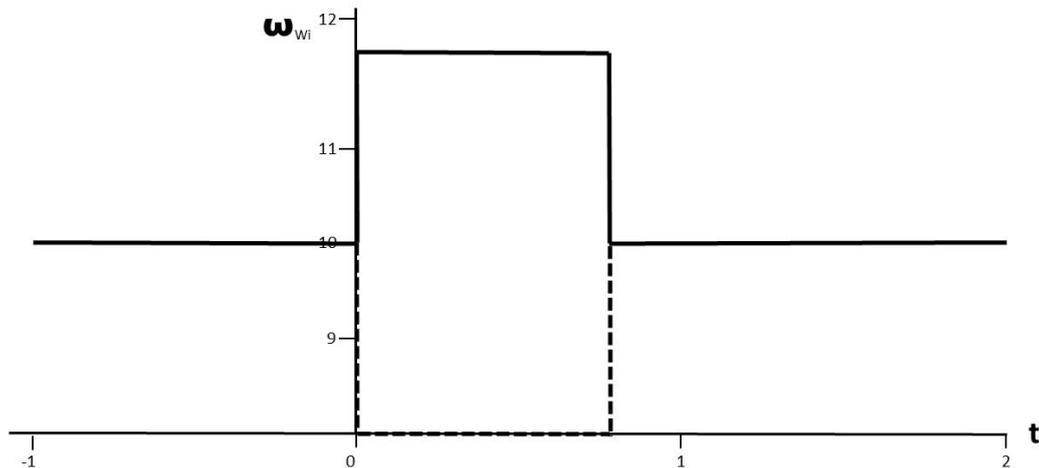


Abbildung 4.8.: Verlauf von $\omega_{wi}(t)$ eines Radseitenfahrzeugs

4.5. Auswahl

Die anderen, in 3.2 der Vollständigkeit halber vorgestellten Fahrwerke werden an dieser Stelle nicht weiter betrachtet, weil sie nicht omnidirektional verfahrbar oder schwer zu steuern sind. Von den drei Fahrwerken Mecanum, Drehschemel und Radseiten scheidet das Drehschemelfahrwerk aus, da hier zusätzlich mehrere Stützräder oder -rollen notwendig sind, die federnd aufgehängt werden müssen, wie dies auch beim zweirädrigen System BInE der Fall ist. Ein solcher mechanischer Aufwand ist nötig, wenn das Fahrzeug einen Palettenkanal mit einer Breite von 222,7 mm (DIN EN 13698) unterfahren und trotzdem omnidirektional verfahren können soll. Das Drehschemelfahrzeug braucht keine zusätzlichen Stützrollen, wenn drei Drehschemel ein Dreieck aufspannen, was jedoch bei einem rechteckigen Fahrzeug leicht zum Kippen führen kann. Nutzt man wiederum vier Drehschemel braucht es eine zusätzliche Federung. Der mechanische Aufwand ist dann mit je vier Fahr- und vier Lenkmotoren relativ hoch. Da jedoch in den folgenden Kapiteln das Unterfahren von Paletten nicht zwingend erforderlich ist und durch getrennte Fahr- und Lenkmotoren auch die Steuerung im Vergleich zu den beiden anderen Fahrwerken wesentlich schwieriger ist, scheint eine weitere Betrachtung wenig sinnvoll.

Beim Projekt KARIS hat sich das Mecanumfahrwerk als gutes Versuchsfahrwerk erwiesen, da die Steuerung relativ einfach möglich ist und durch seine Holonomität keine Beschränkungen in der Bahnwahl auftreten. Allerdings fällt im Betrieb der kleinskaligen Transportfahrzeuge auf, dass diese durch die über den Radumfang verteilten Rollen zu Schwingungen angeregt werden, obwohl für die Erprobungsfahrzeuge Rollen mit hoher geometrischer Qualität verwendet wurden.

Dies liegt daran, dass der Aufstandspunkt des Mecanum-Rades während der Umdrehung von einer Seite einer Rolle zur anderen wandert und anschließend auf die nächste Rolle überspringt (Abb.4.9). Diese Anregung ist prinzipbedingt und müsste an einer anderen Stelle durch Dämpfer vermindert werden. Ein weiteres Argument gegen den Einsatz eines Mecanum-Fahrwerks in einem Transportfahrzeug im Logistikbereich ist der ebenfalls prinzipbedingte geringe Wirkungsgrad. Nach Tlale und de Villiers (2008) kann der Wirkungsgrad e eines Mecanumrads folgendermaßen beschrieben werden:

$$e = \frac{\dot{\Theta}}{n\dot{\Theta}_m} = \sin \alpha \quad (4.62)$$

mit α =Winkel der Rollen zum Rad

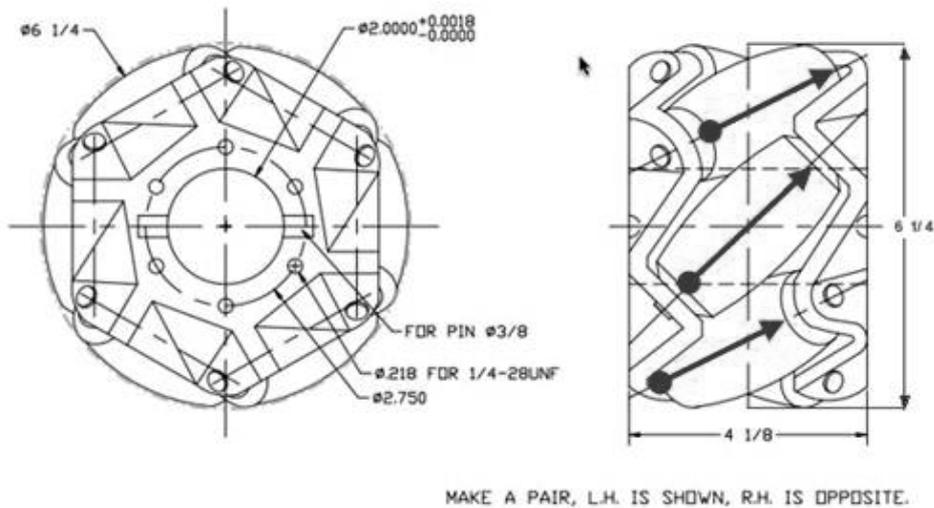


Abbildung 4.9.: Schwingungsanregung Mecanum-Rad Quelle: (Kornylak Corporation)

Das bedeutet einen Wirkungsgradverlust allein bei den Rädern von ca. 30%. Da dies nicht im Sinne einer späteren Verwendung als effizientes System ist und zudem angenommen werden kann, dass die fehlenden 30% zu einem gewissen Teil in Reibung fließen und somit zu erhöhtem Verschleiß der Rollen führen, fällt die Wahl für die weiteren Betrachtungen auf ein Radseitenfahrwerk. Dies ist mit seinen beiden Rädern oder Radgruppen einfach zu steuern. Da dieses Fahrwerk nicht omnidirektional verfahrbar ist, muss zwischen den Rädern ein Drehpunkt eingefügt werden, der eine Rotation der Last zum Fahrzeug erlaubt. Nun, da ein Fahrwerk ausgewählt wurde, muss im folgenden ermittelt werden, mit welchen Bahntrajektorien eine Transportformation betrieben werden sollte.

5. Untersuchung von Bahnen der Transportformation

5.1. Formation

Während einer Formationsfahrt wird eine Palette mit Hilfe von vier identischen Transportfahrzeugen (1, 2, 3, 4) so bewegt, dass die Palette einer vorgegebenen Bahn in der Ebene folgt. Dabei ist zu beachten, dass jedes Fahrzeug wiederum einer eigenen Bahn folgt. Sofern die Bahn der Palette eine beliebige Kurve und nicht der Spezialfall einer geraden Strecke ist, ist die Trajektorie für jedes Fahrzeug unterschiedlich und hat im Allgemeinen nicht die gleiche Form wie die Bahn der Palette. Zudem sind die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der einzelnen Fahrzeuge verschieden. Zu klären ist, welche Trajektorien in der Realität am besten umgesetzt werden können. Außerdem soll ein Weg gefunden werden, wie von einer vorgegebenen Bahn der Palette ausgehend die Bahnen der einzelnen Transportfahrzeuge bestimmt werden können. Zunächst wird ein globales, raumfestes Koordinatensystem $\sum_R(x_R \ y_R)$ mit dem Ursprung in $0(0 \ 0)$ definiert. Weiter werden zwei Punkte auf der zu transportierenden Palette (Abb.5.1) definiert: Jeweils der Schnittpunkt zwischen der Vorderkante und der Mittellinie der Palette $V(x_v \ y_v)$ und zwischen der Hinterkante und der Mittellinie $H(x_H \ y_H)$. Durch die Lage von V und H in der Ebene ist die exakte Position und Ausrichtung der Palette bekannt. Für jedes der vier Fahrzeuge werden die gleichen zwei Punkte V_i und H_i wie bei der Palette definiert. Für die Palette wird die Länge mit L definiert. Die einzelnen Fahrzeuge haben eine Länge von L_1 und ihre Mittellinien sollen im Abstand d_1 parallel zur Mittellinie der Palette liegen.

5.2. Das Folgen einer Bahn

Es stellt sich zunächst die Frage, wie die Palette der vorgegebenen Bahn folgen soll. Hierfür kommen zwei Möglichkeiten in Betracht. Für den Übergang zwischen zwei Teilabschnitten der Bahn muss gelten, dass er stetig ist. Um abrupte Richtungswechsel zu vermeiden, muss außerdem eine Bahn gewählt

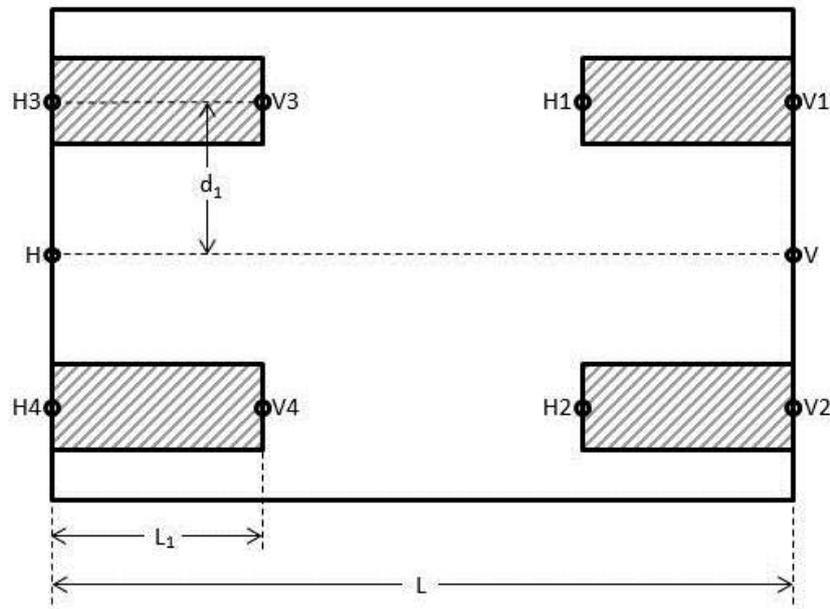


Abbildung 5.1.: Palette mit vier Transportfahrzeugen

werden, die im Übergang stetig differenzierbar ist, damit es keinen Sprung gibt, der mit einem realen Aktor nicht ausgeführt werden kann. Aus diesem Grund wird hier eine relativ einfache Bahn betrachtet, die sich aus zwei Segmenten zusammensetzt. Das erste Teilstück ist eine Gerade, die auf der negativen x-Achse des raumfesten Koordinatensystems liegt. Das zweite Teilstück ist der positive Teil eines Polynoms zweiten Grades:

$$y = f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ax^2 & x \geq 0 \end{cases}, a \in \mathbb{R} \quad (5.1)$$

Diese Bahn erfüllt sowohl die Forderung nach Stetigkeit als auch nach stetiger Differenzierbarkeit.

5.2.1. Ein Punkt folgt der Bahn, Fahrzeug im Punkt tangential

Bei der ersten zu betrachtenden Möglichkeit folgt nur ein Punkt der Palette der Bahn und die Mittellinie bleibt ständig parallel zur Tangente der Bahn in diesem Punkt. Diese Möglichkeit soll in drei Varianten betrachtet werden: Der

vorderste Punkt auf der Mittelachse, der hinterste Punkt und der Mittelpunkt selbst.

Wenn die Bahn durch die Funktion $f(x)$ beschrieben wird, gilt für die Tangente im Punkt x_0 :

$$g(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (5.2)$$

Wird ein Punkt (x_1, y_1) gesucht, der auf der Tangente liegt, muss er die Bedingung

$$y_1 = g(x_1) = f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0) \quad (5.3)$$

erfüllen. Soll er auch den Abstand q von x_0 haben, muss auch

$$q^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \quad (5.4)$$

gelten. Nun kann für x_1 berechnet werden:

$$q^2 = (x_1 - x_0)^2 + (f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0) - f(x_0))^2 \quad (5.5)$$

$$q^2 = (x_1 - x_0)^2 + (f'(x_0)(x_1 - x_0))^2 \quad (5.6)$$

$$q^2 = (x_1 - x_0)^2(1 + f'(x_0)^2) \quad (5.7)$$

$$x_1 = \pm \frac{q}{\sqrt{1 + f'(x_0)^2}} + x_0 \quad (5.8)$$

Es gilt dann für y_1 :

$$y_1 = f(x_0) \pm \frac{q f'(x_0)}{\sqrt{1 + f'(x_0)^2}} \quad (5.9)$$

Die drei zu untersuchenden Punkte liegen alle auf der Mittellinie der Palette, weswegen sich die Mittellinie immer mit der Tangente der Bahn deckt

5. Untersuchung von Bahnen der Transportformation

(Abb.5.2). Mit den beiden letzten Gleichungen lassen sich daher die Koordinaten der noch fehlenden Punkte V und/oder H berechnen.

Da die Gerade g tangential zur Bahn die Punkte V und H enthält, kann sie folgendermaßen dargestellt werden:

$$y = g(x) = \alpha x + \beta \quad (5.10)$$

mit:

$$\alpha = \frac{y_V - y_H}{x_V - x_H} \in \mathbb{R} \quad (5.11)$$

$$\beta = y_V - \frac{y_V - y_H}{x_V - x_H} x_V \in \mathbb{R} \quad (5.12)$$

Der Punkt V_1 liegt auf einer Geraden h , die orthogonal zur Geraden g ist.

$$y = h(x) = -\frac{1}{\alpha}x + \gamma \quad (5.13)$$

h liegt auf V , wenn

$$\gamma = y_V + \frac{1}{\alpha}x_V \in \mathbb{R} \quad (5.14)$$

ist. Der Abstand zwischen V und V_1 beträgt d_1 :

$$(x_{V_1} - x_V)^2 + (y_{V_1} - y_V)^2 = d_1^2 \quad (5.15)$$

Mit den beiden vorstehenden Formeln wird daraus

$$(x_{V_1} - x_V)^2 + \left(-\frac{1}{\alpha}x_{V_1} + \frac{1}{\alpha}x_V\right)^2 = d_1^2 \quad (5.16)$$

$$(x_{V_1} - x_V)^2 \left(\frac{1}{\alpha^2} + 1\right) = d_1^2 \quad (5.17)$$

$$x_{V_1} = -\frac{d_1}{1\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1}} + x_V \quad (5.18)$$

Für y_{V_1} ergibt sich:

$$y_{V_1} = -\frac{1}{\alpha}\left(-\frac{d_1}{\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1}} + x_V\right) + y_V + \frac{1}{\alpha}x_V \quad (5.19)$$

$$y_{V_1} = \frac{d_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_V \quad (5.20)$$

x_{V_2} und y_{V_2} lassen sich analog berechnen:

$$x_{V_2} = \frac{d_1}{\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1}} + x_V \quad (5.21)$$

$$x_{V_2} = -\frac{d_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_V \quad (5.22)$$

H_1 liegt auf einer Geraden, die parallel zu g verläuft und durch V_1 geht. Diese Gerade wird mit l bezeichnet.

$$y = l(x) = ax + \delta_l \quad (5.23)$$

mit:

$$\delta_l = y_{V_1} - ax_{V_1} \quad (5.24)$$

Auch durch V_2 läuft eine Gerade parallel zu g , die mit r bezeichnet wird:

$$y = r(x) = ax + \delta_r \quad (5.25)$$

mit:

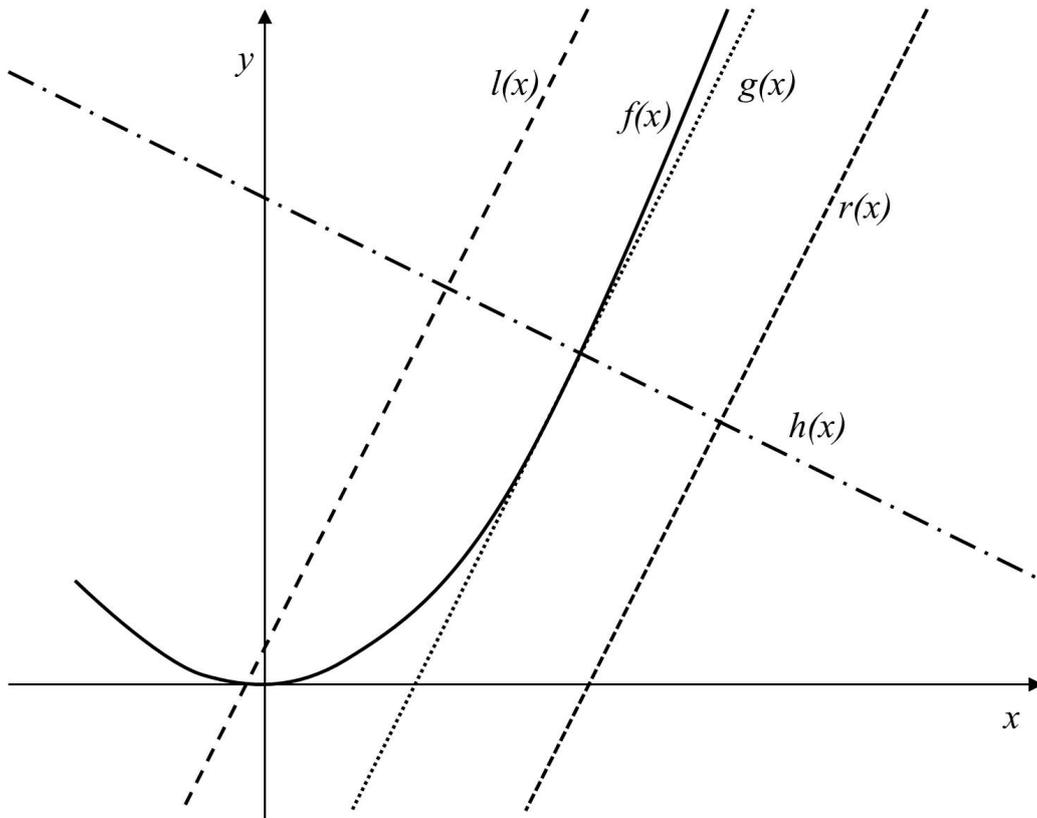


Abbildung 5.2.: Palettenbahn f und die Geraden g, h, l und r

$$\delta_r = y_{V_2} - ax_{V_2} \quad (5.26)$$

Der Abstand zwischen V_1 und H_1 beträgt L_1

$$(x_{H_1} - x_{V_1})^2 + (y_{H_1} - y_{V_1})^2 = L_1^2 \quad (5.27)$$

Mit den Gleichungen für y und δ_l bzw. δ_r wird daraus:

$$x_{H_1} = -\frac{L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_1} \quad (5.28)$$

und

$$y_{H_1} = \alpha\left(-\frac{L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_1}\right) + y_{V_1} - \alpha x_{V_1} \quad (5.29)$$

$$y_{H_1} = -\frac{\alpha L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_1} \quad (5.30)$$

Analog zu H_1 lassen sich alle anderen Punkte der Fahrzeuge bestimmen.

$$x_{H_2} = -\frac{L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_2}, y_{H_2} = -\frac{\alpha L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_2} \quad (5.31)$$

$$x_{V_3} = -\frac{L - L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_1}, y_{V_3} = -\frac{\alpha(L - L_1)}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_1} \quad (5.32)$$

$$x_{H_3} = -\frac{L}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_1}, y_{H_3} = -\frac{\alpha L}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_1} \quad (5.33)$$

$$x_{V_4} = -\frac{L - L_1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_2}, y_{V_4} = -\frac{\alpha(L - L_1)}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_2} \quad (5.34)$$

$$x_{H_4} = -\frac{L}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + x_{V_2}, y_{H_4} = -\frac{\alpha L}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} + y_{V_2} \quad (5.35)$$

Damit sind alle Zusammenhänge bekannt, um die Koordinaten der einzelnen vorderen bzw. hinteren Fahrzeugmittelpunkte zu berechnen. Jetzt können ihre Bahnen über die Zeit dargestellt werden. Die Abbildungen 5.3 bis 5.5 zeigen die Bahnen der definierten Punkte im Verlauf der Zeit. Die schwarzen Rechtecke verbinden die zehn Punkte ($V, H, V_1, H_1, V_2, H_2, V_3, H_3, V_4, H_4$) zu einem bestimmten Zeitpunkt τ und dienen nur dazu, sich den zeitlichen Verlauf besser vorstellen zu können. Man erkennt, dass beim Übergang von der Fahrt von Gerade zu Parabel nur der Verlauf der Punkte auf der Vorderkante stetig differenzierbar ist. Alle anderen Punkte auf den Fahrzeugen müssten aber einen abrupten Richtungswechsel vollziehen. Dies ist in der Praxis jedoch nicht zu realisieren, da die Räder nicht so schnell gelenkt werden können und daher ein großer Nachteil dieser Vorgehensweise.

Auch wenn H oder der Mittelpunkt der Palette der Bahn folgt, müssen verschiedene Punkte ihre Bewegungsrichtung schlagartig ändern. Um dieses Problem zu überwinden, wird die folgende Methode betrachtet.

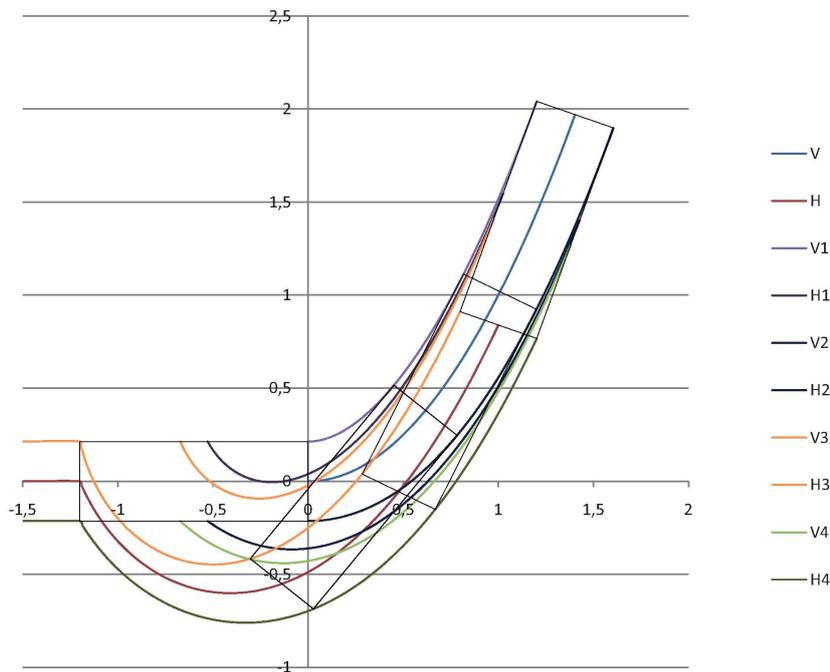


Abbildung 5.3.: Bahnen der vorderen und hinteren Mittelpunkte der Fahrzeuge, wenn V der vorgegebenen Bahn folgt

5.2.2. Zwei Punkte folgen der Bahn

Nun sollen sowohl V als auch H der vorgegebenen Bahn folgen. Bei $K = 0$ liegt der Punkt V genau auf dem Ursprung 0 des Koordinatensystems und läuft dann mit einer vorgegebenen Geschwindigkeit über die Bahn. Der Punkt H liegt zunächst auf der negativen X -Achse und bleibt auch auf dieser bis er den Ursprung des Koordinatensystems erreicht hat. Anschließend folgt er ebenfalls der Parabelbahn.

Es ist bekannt, dass L der Abstand zwischen V und H ist:

$$(x_H - x_V)^2 + (y_H - y_V)^2 = L^2 \quad (5.36)$$

Mit dieser Gleichung muss x_H in Abhängigkeit von x_V bestimmt werden. Für y_v gilt zu jedem Zeitpunkt $t \geq 0$:

$$y_V = f(x_V) = ax_V^2 \quad (5.37)$$

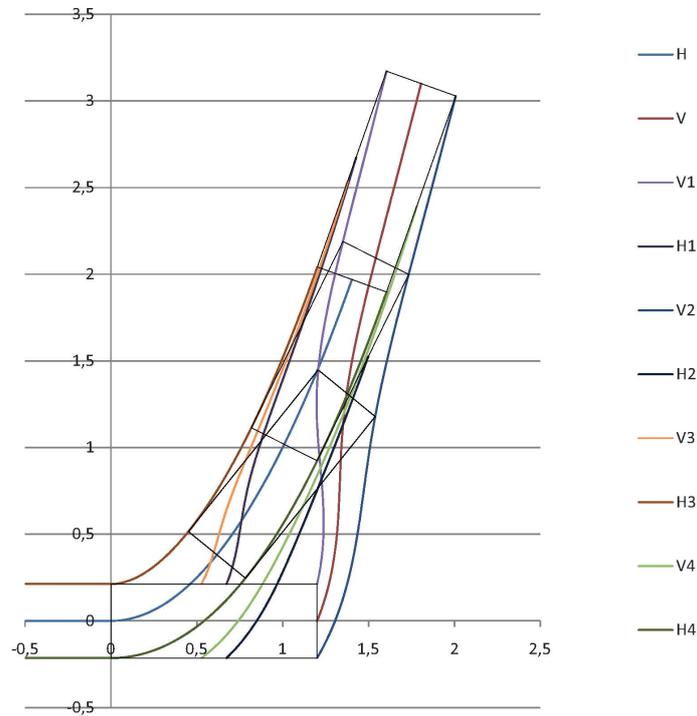


Abbildung 5.4.: Bahnen der vorderen und hinteren Mittelpunkte der Fahrzeuge, wenn H der vorgegebenen Bahn folgt

Für y_H gilt diese Gleichung nur für $x_H \geq 0$. Für $x_H < 0$ ist $y_H = 0$

$$y_H = f(x_H) = \begin{cases} 0 & x_H < 0 \\ ax_H^2 & x_H \geq 0 \end{cases} \quad (5.38)$$

Das bedeutet für L^2 :

$$(x_H - x_V)^2 + (f(x_H) - f(x_V))^2 = L^2 \quad (5.39)$$

Ist $f(x)$ ein Polynom 2. Grades, so ist diese Gleichung eine Gleichung 4. Grades und kann z.B. durch eine von Lodovico Ferrari vorgeschlagene Methode noch analytisch gelöst werden. Ist $f(x)$ höheren Grades, hat auch die letzte Gleichung einen höheren Grad als vier und kann im Allgemeinen nur noch numerisch gelöst werden. Ist x_H berechnet, kann auch y_H leicht berechnet werden. Von den nun bekannten Koordinaten von V und H ausgehend, kann man wie in 5.2.1 die Koordinaten aller anderen wichtigen Punkte auf

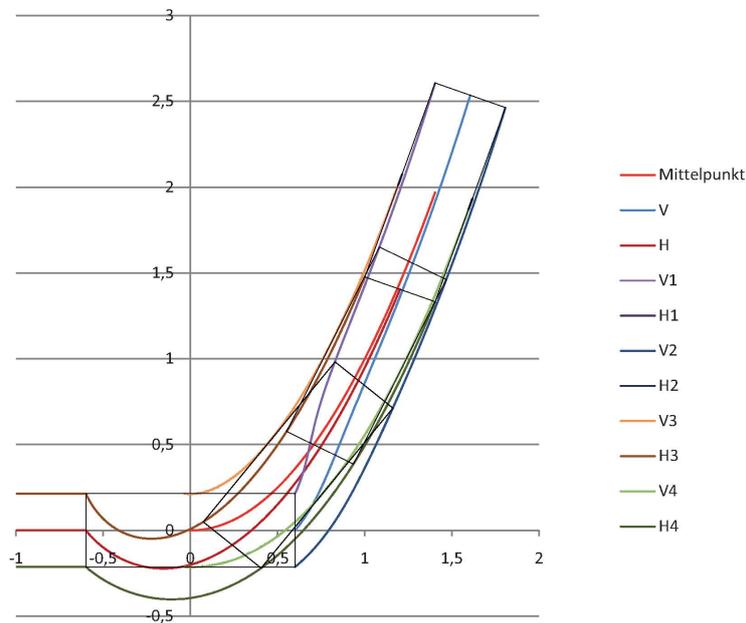


Abbildung 5.5.: Bahnen der vorderen und hinteren Mittelpunkte der Fahrzeuge, wenn der Mittelpunkt der vorgegebenen Bahn folgt

den Fahrzeugen bestimmen und der Weg, den sie zurücklegen, kann graphisch dargestellt werden.

Die abrupten Richtungswechsel der Punkte werden mit dieser Methode vermieden (siehe Abb.5.6) und der Übergang von einem Segment auf das folgende ist für alle Punkte stetig und damit sehr glatt. Somit ist diese Methode für die Praxis besser geeignet. In dieser Grafik ist jedoch nicht erkennbar, wie sich die Geschwindigkeitsverläufe der einzelnen Punkte darstellen. Dies wird im nächsten Abschnitt beleuchtet.

5.3. Geschwindigkeitsverlauf

Für jeden Punkt der Fahrzeuge ist die zu folgende Bahn bekannt, wenn die Bahnen für V und H vorgegeben sind. Um allerdings die aktuelle Lage der Palette und der Fahrzeuge zu einem Zeitpunkt τ zu bestimmen, muss zunächst die Geschwindigkeit eines Punktes festgelegt werden. Dazu soll die Geschwindigkeit des Punktes V über das gesamte betrachtete Zeitintervall konstant an-

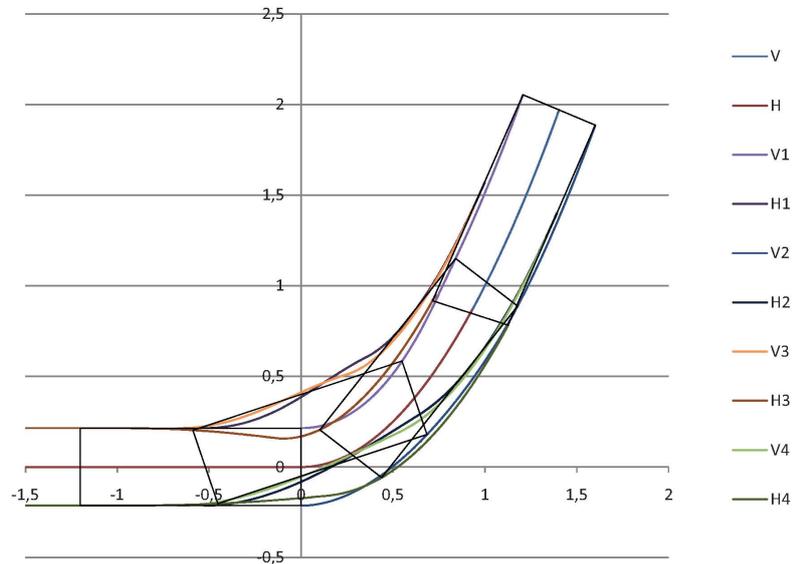


Abbildung 5.6.: Bahnen der vorderen und hinteren Mittelpunkte der Fahrzeuge, wenn der vordere und der hintere Mittelpunkt der vorgegebenen Bahn folgen

genommen werden.

$$v_V = k \tag{5.40}$$

Mit Hilfe der Funktion

$$s(x) = \int_{x_0}^{x_{end}} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \tag{5.41}$$

lässt sich so jeder Lage von V ein Wert t für die Zeit zuordnen:

$$t = \frac{s}{v_V} \tag{5.42}$$

Umgekehrt können natürlich auch zu jedem Zeitpunkt t die Koordinaten von V berechnet werden. Die Koordinaten aller Punkte hängen nur von den

5. Untersuchung von Bahnen der Transportformation

Koordinaten von V ab. Sie werden somit auch Funktionen der Zeit und es ergeben sich die Bahnen der Punkte als parametrisierte Kurven mit dem Parameter t . Für die Bogenlänge einer Kurve in Parameterdarstellung gilt:

$$s(t) = \int_{t_0}^{t_{end}} \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + \dot{y}(t)^2} dt \quad (5.43)$$

Dadurch können nun die Geschwindigkeitsverläufe der Punkte berechnet werden:

$$v_i(t) = \frac{ds_i(t)}{dt} \quad (5.44)$$

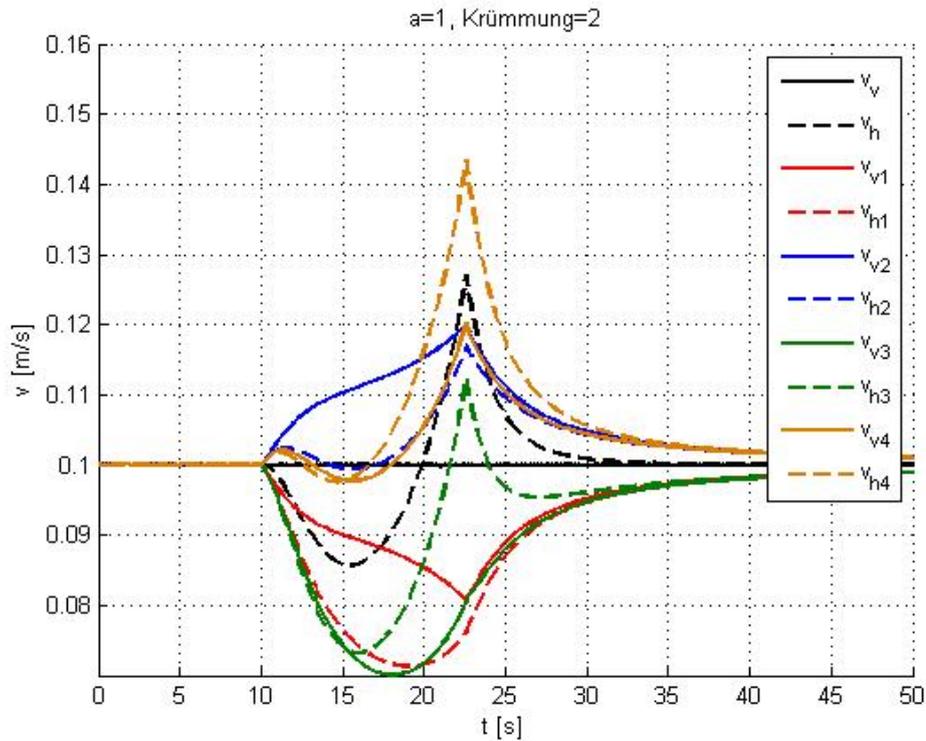


Abbildung 5.7.: Geschwindigkeitsverläufe bei Parabelfahrt

Die Geschwindigkeiten der Punkte haben einen sehr unregelmäßigen Verlauf und sind sehr großen Schwankungen in kurzer Zeit unterworfen, das heißt es treten sehr hohe Beschleunigungen auf. Vor allem beim Übergang von H

von der Geraden- auf die Parabelbahn zeigen alle Geschwindigkeitsverläufe einen spitzen Knick in ihrem Verlauf (Abb.5.7). Dies stellt in der Praxis ein Problem dar, wenn man eine Regelung für die Transportfahrzeuge entwickeln will, denn Stöße sind meist schwierig auszuregeln. Daher muss die Bahn, der die Palette folgen soll, geändert werden.

Die Parabel wäre in Hinblick auf die Bahnplanung günstig gewesen, da sie sich immer durch Start-, Zwischen- und Endpunkt legen lässt, was insbesondere für die Hindernisumfahrung von Vorteil ist. Eine sehr einfache andere Lösung ist, die Bahn aus Kreissegmenten und Geraden zusammenzustellen. Diese hat nebenbei den Vorteil, dass sich die Übergänge von einem Kreissegment auf eine Gerade sehr leicht durch die Tangente des Kreises berechnen lassen. Somit ist auch das Problem der Forderung nach Stetigkeit und stetiger Differenzierbarkeit im Übergang schon gelöst. Um einen Vergleich bezüglich der Geschwindigkeitsverläufe zwischen Parabelbahn und Kreisbahn ziehen zu können, wird der Radius so gewählt, dass bei gleichem Startpunkt auch der gleiche Endpunkt erreicht würde (Abb.5.8). Also entspricht für diese Aufgabe ein Kreisabschnitt mit $r = 1$ einem Parabelabschnitt x^2 , wenn man von $(0, 0)$ aus einer Fahrt über die negative X-Koordinatenachse nach $(1, 1)$ abbiegen will.

Die Geschwindigkeitsverläufe weisen nicht so steile Peaks auf wie beim Abfahren der Parabelbahn. Dies liegt daran, dass bei einer Parabel am Anfang für das gleiche Abbiegemanöver ein kleinerer Radius gefahren werden muss und sich dadurch ein steilerer Geschwindigkeitsverlauf ergibt. Die Krümmung der Funktion f bei x_0 ist die Krümmung der Funktion in $(x_0, f(x_0))$. Mit $x \rightarrow t$ und $f(x) \rightarrow f(t)$ ergibt sich in Parameterdarstellung:

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ f(t) \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

Mit den Ableitungen $\frac{d}{dt}t = 1$, $\frac{d^2}{dt^2}t = 0$, $\frac{d}{dt}f(t) = f'(t)$ und $\frac{d^2}{dt^2}f = f''(t)$ gilt für den Krümmungsradius einer Funktion an der Stelle x_0 :

$$r(x_0) = \left| \frac{(1 + f'(x_0)^2)^{\frac{3}{2}}}{f''} \right| \quad (5.46)$$

Für die Normalparabel $f(x) = x^2$ gilt dann:

$$r(x) = \left| \frac{(1 + 4 * x^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \right| \quad (5.47)$$

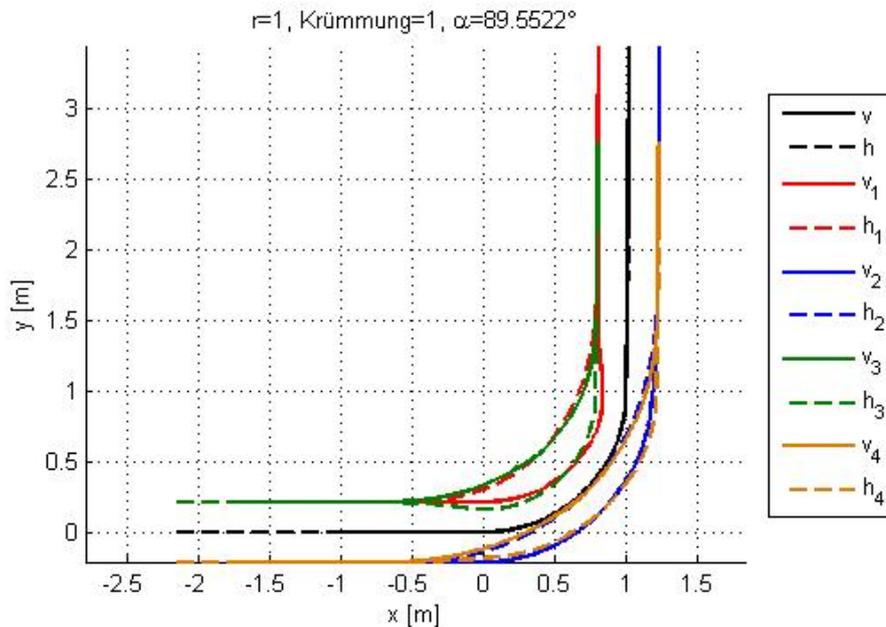


Abbildung 5.8.: Bahnen der betrachteten Punkte bei Kreisfahrt

Das heißt, an der Stelle $x = 0$ ist der Krümmungsradius $r = 0,5$.

Auch bei der Kreisbahn sieht man Knicke im Geschwindigkeitsverlauf im mittleren Bereich (Abb.5.9). Diese Stufen entsprechen der Konstanten Geschwindigkeit, wenn sich beide Folgepunkte auf dem Kreisabschnitt befinden. Diese Knicke kann man vermeiden, wenn man die Länge des abzufahrenden Bogenstücks auf die Palettenlänge L begrenzt, also z.B. den Radius entsprechend wählt: $r = \frac{L}{\frac{\pi}{2}}$ (Abb.5.10).

Eine Alternative den abzufahrenden Bogenabschnitt auf die Palettenlänge L zu begrenzen, ist die Herabsetzung des Kurvenwinkels auf die entsprechende Größe. Dies ist zwar nur möglich, wenn die Bahnplanung dies zulässt, flacht aber den Geschwindigkeitsverlauf noch etwas ab.

Kann man bei der Bahnplanung auch größere Radien zulassen, hat man zwar nach wie vor nicht stetig differenzierbare Geschwindigkeitsverläufe, jedoch lassen sich diese noch deutlich abflachen. Es zeigt sich, dass für eine Transportformation Trajektorien ausgewählt werden sollten, die aus geraden Abschnitten und Kreisbögen bestehen. Die Radien der Kreisbögen sollten in

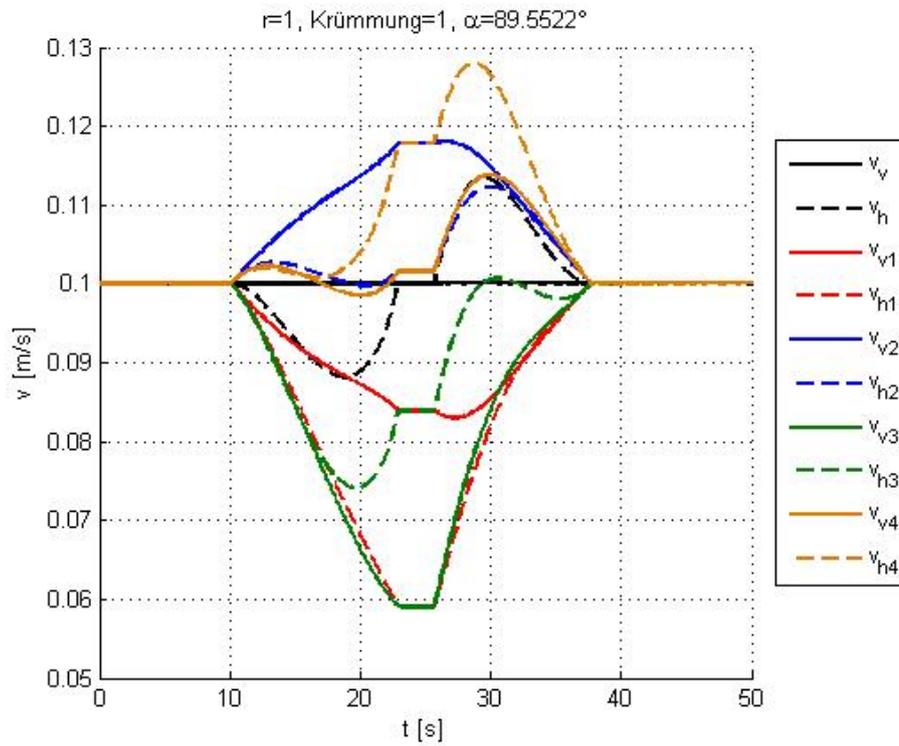


Abbildung 5.9.: Geschwindigkeitsverläufe bei Kreisfahrt

Abhängigkeit der Umgebung möglichst groß gewählt werden und der Bogenabschnitt sollte wenn möglich der Länge des Verbunds entsprechen. Auf jeden Fall sollte die Formation der gewählten Trajektorie mit dem vorderen und dem hinteren Mittelpunkt der Last folgen, um plötzliche Ausschwenkbewegungen und damit unstetige Verläufe zu vermeiden.

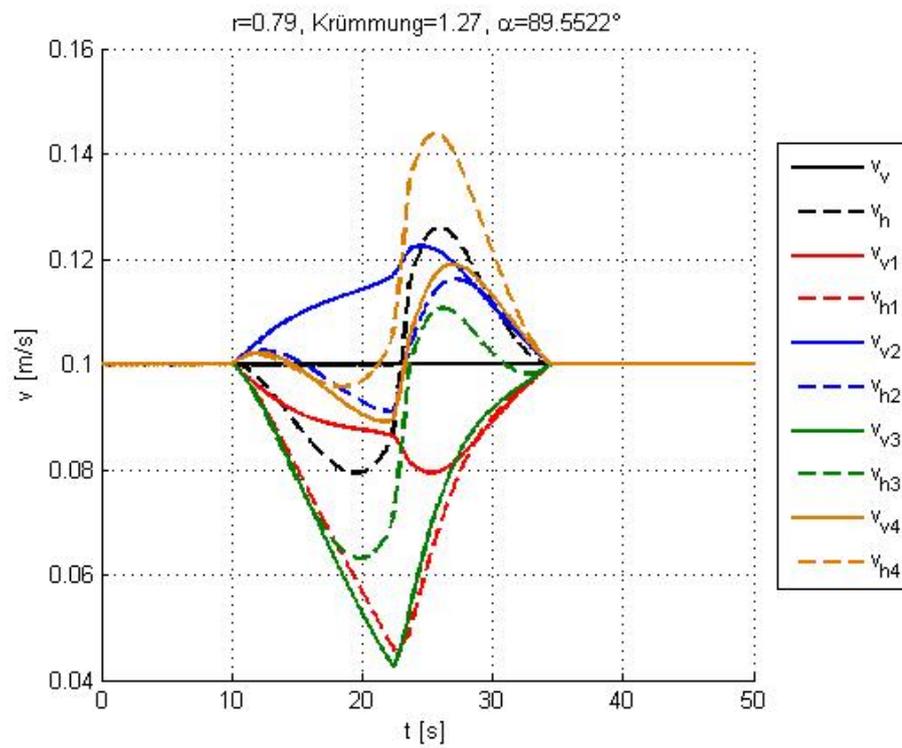


Abbildung 5.10.: Geschwindigkeitsverläufe bei Kreisfahrt mit angepasstem Radius

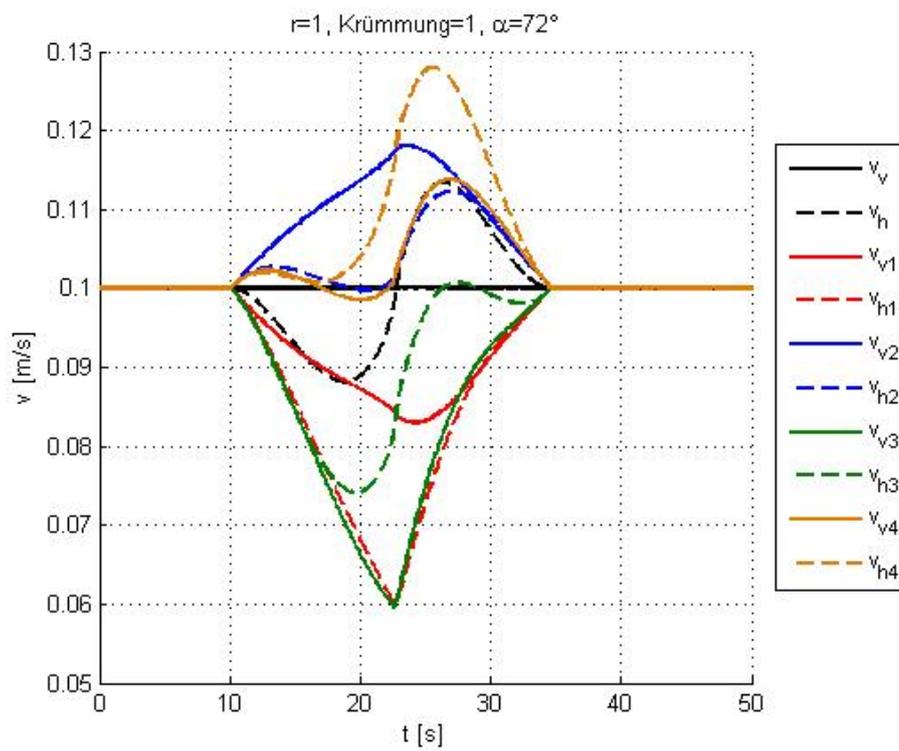


Abbildung 5.11.: Geschwindigkeitsverläufe bei Kreisfahrt mit angepasstem Kurvenwinkel

6. Simulation

Um eine qualitative Einschätzung des Verhaltens der Formation bei Abweichungen vom Idealzustand vornehmen zu können, wird in diesem Kapitel eine Formation innerhalb eines Matlab[®]- Simulink-Tools simuliert. Dies zeigt keine zufälligen Fehler, sondern nur die Auswirkung systematischer Fehler. In einem ersten Schritt werden die Bahnen hergeleitet auf denen sich der Verbund bewegt. Im Anschluss wird der Aufbau des Modells und eine Regelung beschrieben. Damit können dann einzelne Fahrten mit Abweichungen vom Idealzustand simuliert werden

6.1. Herleitung der Bahnen im Modell

Zu Beginn wird die Strecke bestimmt, auf der sich die Transportformation bewegen soll. Die Geschwindigkeit des geometrischen Schwerpunkts der Formation soll dabei über die gesamte Länge der Strecke konstant ($v = konst.$) bleiben.

Die Koordinaten des Schwerpunkts können wegen der konstanten Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v und der Richtung des Winkels ψ (Abb.6.1) des Fahrzeugs zum Weltkoordinatensystem angegeben werden, d.h. x_0 und y_0 sind Funktionale der Funktionen $v(t)$ und $\psi(t)$.

Also:

$$\frac{dx_0}{dt} = v \cos \psi \quad (6.1)$$

$$\frac{dy_0}{dt} = v \sin \psi \quad (6.2)$$

Ausschlaggebend für die Wahl der Bahn sind ψ bzw. $\dot{\psi}$. In den folgenden Unterkapiteln werden vier Formen von Bahnen betrachtet, woraus sich jeweils die Abfolge von $\dot{\psi}$ ergibt. Weil $\dot{\psi}$ teilweise unstetig ist, ist es sinnvoll die Bahn in Segmente zu zerteilen.

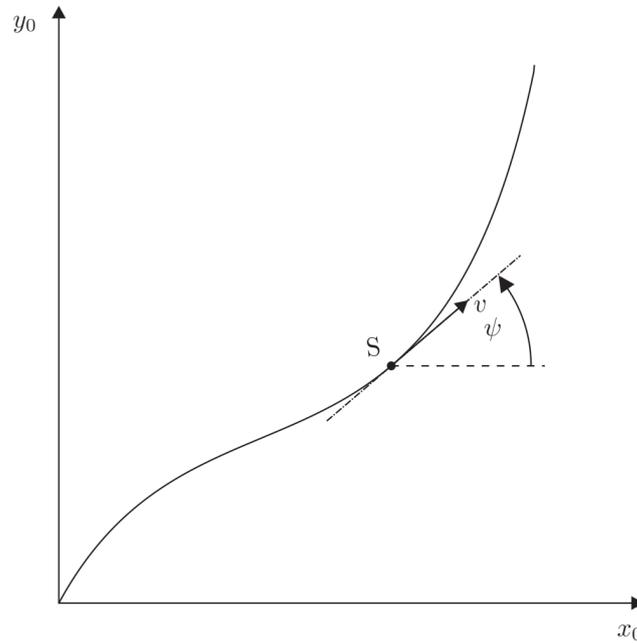


Abbildung 6.1.: Bahn mit konstanter Geschwindigkeit

6.1.1. Bahn Typ 1

Diese Bahn besteht aus drei Segmenten (Abb.6.2). Das erste Teilstück ist ein gerades Stück der x-Achse. Bei Punkt A geht die Strecke in den zweiten Abschnitt, einen Kreisbogenabschnitt von 90° mit konstantem Radius über, bevor die Strecke in B wieder in eine gerade Etappe parallel zur y-Achse übergeht.

Im ersten und dritten Sektor bleibt ψ gleich, d.h. $\dot{\psi} = 0$. Die kinematischen Grundbedingungen haben zur Folge, dass $\dot{\psi}$ für den mittleren Bereich konstant bleibt.

$$\underline{v}_B = \underline{v}_A + \dot{\varrho} \times \underline{L}_{AB} \quad (6.3)$$

$$\underline{v}_S = \underline{v}_M + \dot{\varrho} \times \underline{L}_{MS} \quad (6.4)$$

$$v \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \times R \begin{pmatrix} \sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{pmatrix} = R \dot{\psi} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

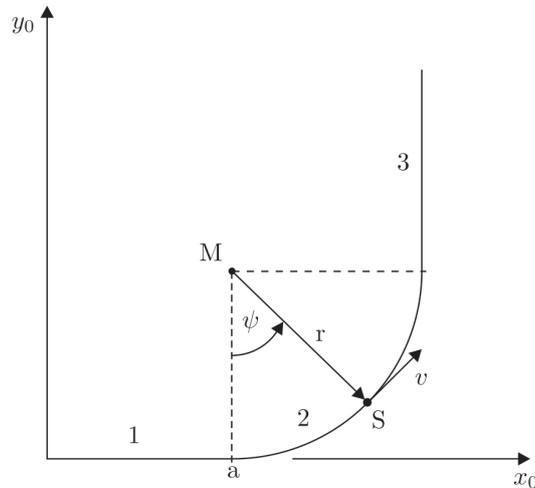


Abbildung 6.2.: Bahn Typ 1

$$\Rightarrow v = R\dot{\psi} \quad \Rightarrow \dot{\psi} = \frac{v}{R} = \text{konst.} \quad (6.6)$$

Der Verlauf von $\dot{\psi}$ über der Bahn ist unstetig. Zu den Zeitpunkten T_2 und T_3 wechselt der jeweilige Bereich. Die Zeitpunkte müssen aus den Übergangsbedingungen des Wegs hergeleitet werden.

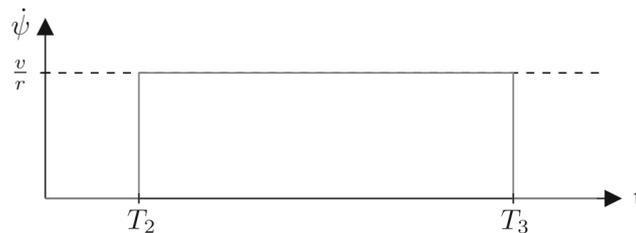


Abbildung 6.3.: Geschwindigkeitsverlauf Typ 1

Der Übergang von Bereich 1 zu Bereich 2 vollzieht sich in Punkt A, weshalb für T_2 gilt:

$$a = vT_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{a}{v} \quad (6.7)$$

falls die Bewegung zum Zeitpunkt $t = 0$ einsetzt. Der nächste Bereich beginnt nach dem Kurvenabschnitt, also bei $\psi 90^\circ$ bzw. $\frac{\pi}{2}$.

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} \quad \rightarrow \quad \int_{T_2}^{T_3} \dot{\psi} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\psi \quad (6.8)$$

$$\frac{v}{R} \int_{\frac{a}{v}}^{T_3} dt = \frac{v}{R} \left(T_3 - \frac{a}{v} \right) = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad T_3 = \frac{\pi R}{2v} + \frac{a}{v} \quad (6.9)$$

6.1.2. Bahn Typ 2/3:

Beide Bahnen setzen sich aus fünf Etappen zusammen und sind der Bahn Typ 1 ähnlich. Allerdings wird zwischen den geraden Stücken und dem gebogenen Segment der Übergang geglättet, was der Realität mehr entspricht, da auch die Lenkung eine gewisse Zeit braucht und die Last der Trägheit unterliegt

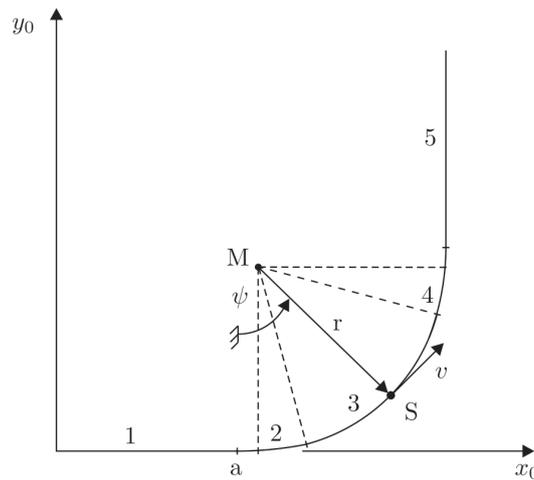


Abbildung 6.4.: Bahnverlauf Typ 2 und 3

Bei Bahn Typ 2 und Typ 3 (Abb.6.4) gehen dabei verschieden schnell von einem Lenkwinkel zum nächsten über:

$$(T_3 - T_2)_2 < (T_3 - T_2)_3 \quad \text{bzw.} \quad (6.10)$$

$$(T_5 - T_4)_1 < (T_5 - T_4)_3 \quad (6.11)$$



Abbildung 6.5.: Geschwindigkeitsverlauf Typ 2 und 3

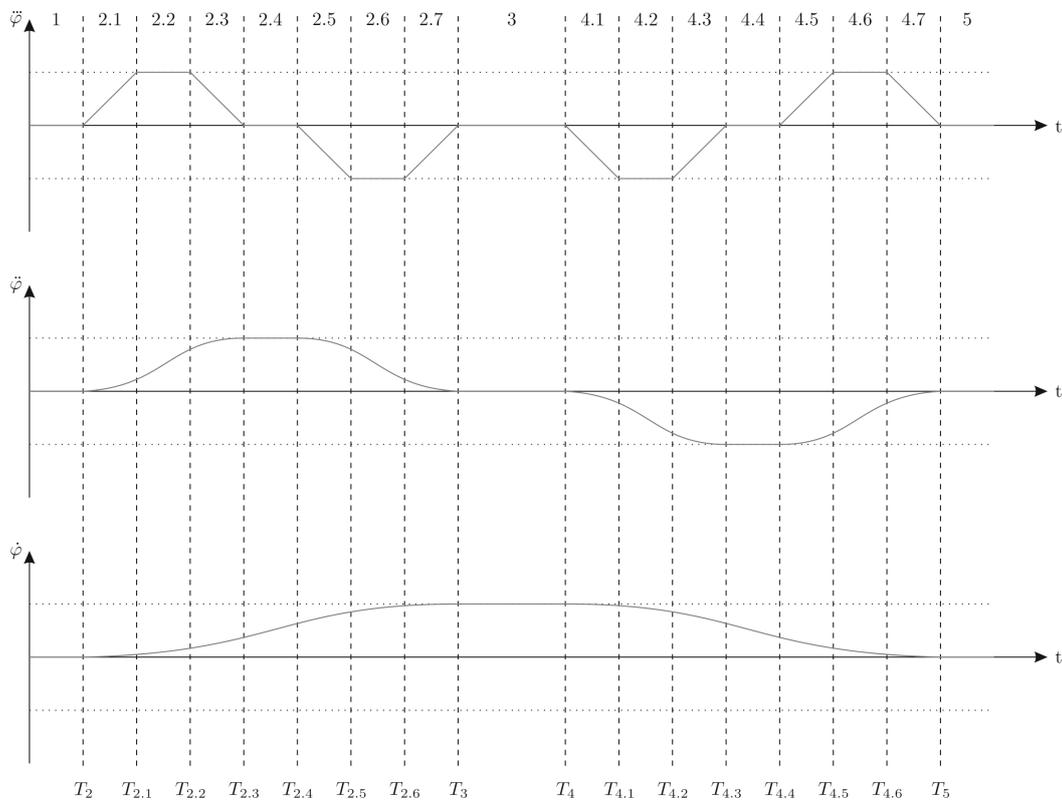


Abbildung 6.6.: Qualitativer Verlauf

Die Berechnung von ψ und $\dot{\psi}$ basiert auf $\ddot{\psi}$, weil auch in der Winkelbeschleunigung ($\ddot{\psi}$) keine Knicke auftreten sollen, wofür die Teilbereiche 2 und 4 weiter zerlegt werden müssen.

Damit ergeben sich für die jeweiligen Abschnitte die folgenden Beziehungen:

$$\ddot{\psi}_1 = 0 \quad (6.12)$$

$$\ddot{\psi}_{2.1} = st + c_1^* \quad (6.13)$$

$$\ddot{\psi}_{2.2} = k \quad (6.14)$$

$$\ddot{\psi}_{2.3} = -st + c_3^* \quad (6.15)$$

$$\ddot{\psi}_{2.4} = 0 \quad (6.16)$$

$$\ddot{\psi}_{2.5} = -st + c_5^* \quad (6.17)$$

$$\ddot{\psi}_{2.6} = -k \quad (6.18)$$

$$\ddot{\psi}_{2.7} = st + c_7^* \quad (6.19)$$

$$\ddot{\psi}_3 = 0 \quad (6.20)$$

$$\ddot{\psi}_{4.1} = -st + c_9^* \quad (6.21)$$

$$\ddot{\psi}_{4.2} = -k \quad (6.22)$$

$$\ddot{\psi}_{4.3} = st + c_{11}^* \quad (6.23)$$

$$\ddot{\psi}_{4.4} = 0 \quad (6.24)$$

$$\ddot{\psi}_{4.5} = st + c_{13}^* \quad (6.25)$$

$$\ddot{\psi}_{4.6} = k \quad (6.26)$$

$$\ddot{\psi}_{4.7} = -st + c_{15}^* \quad (6.27)$$

$$\ddot{\psi}_5 = 0 \quad (6.28)$$

Nach dreimaliger Integration ergibt sich für die Werte von ψ :

$$\psi_1 = \frac{c_0 t^2}{2} + c_{0,0} t + c_{0,0,0} \quad (6.29)$$

$$\psi_{2.1} = \frac{st^4}{24} + \frac{c_1^* t^3}{6} + \frac{c_1 t^2}{2} + c_{1,1} t + c_{1,1,1} \quad (6.30)$$

$$\psi_{2.2} = \frac{kt^3}{6} + \frac{c_2 t^2}{2} + c_{2,2} t + c_{2,2,2} \quad (6.31)$$

$$\psi_{2.3} = -\frac{st^4}{24} + \frac{c_3^* t^3}{6} + \frac{c_3 t^2}{2} + c_{3,3} t + c_{3,3,3} \quad (6.32)$$

$$\psi_{2.4} = \frac{c_4 t^2}{2} + c_{4,4} t + c_{4,4,4} \quad (6.33)$$

$$\psi_{2.5} = -\frac{st^4}{24} + \frac{c_5^* t^3}{6} + \frac{c_5 t^2}{2} + c_{5,5} t + c_{5,5,5} \quad (6.34)$$

$$\psi_{2.6} = -\frac{kt^3}{6} + \frac{c_6 t^2}{2} + c_{6,6} t + c_{6,6,6} \quad (6.35)$$

$$\psi_{2.7} = \frac{st^4}{24} + \frac{c_7^* t^3}{6} + \frac{c_7 t^2}{2} + c_{7,7} t + c_{7,7,7} \quad (6.36)$$

$$\psi_3 = \frac{c_8 t^2}{2} + c_{8,8} t + c_{8,8,8} \quad (6.37)$$

$$\psi_{4.1} = -\frac{st^4}{24} + \frac{c_9^* t^3}{6} + \frac{c_9 t^2}{2} + c_{9,9} t + c_{9,9,9} \quad (6.38)$$

$$\psi_{4.2} = -\frac{kt^3}{6} + \frac{c_{10} t^2}{2} + c_{10,10} t + c_{10,10,10} \quad (6.39)$$

$$\psi_{4.3} = \frac{st^4}{24} + \frac{c_{11}^* t^3}{6} + \frac{c_{11} t^2}{2} + c_{11,11} t + c_{11,11,11} \quad (6.40)$$

$$\psi_{4.4} = \frac{c_{12} t^2}{2} + c_{12,12} t + c_{12,12,12} \quad (6.41)$$

$$\psi_{4.5} = \frac{st^4}{24} + \frac{c_{13} t^3}{6} + \frac{c_{13} t^2}{2} + c_{13,13} t + c_{13,13,13} \quad (6.42)$$

$$\psi_{4.6} = \frac{kt^3}{6} + \frac{c_{14} t^2}{2} + c_{14,14} t + c_{14,14,14} \quad (6.43)$$

$$\psi_{4.7} = -\frac{st^4}{24} + \frac{c_{15}^* t^3}{6} + \frac{c_{15} t^2}{2} + c_{15,15} t + c_{15,15,15} \quad (6.44)$$

$$\psi_5 = \frac{c_{16} t^2}{2} + c_{16,16} t + c_{16,16,16} \quad (6.45)$$

Es muss die folgende Übergangsbedingung gelten, damit ψ stetig ist:

$$\psi_i(t_i) = \psi_{i+1}(t_i) \quad (6.46)$$

Damit ergeben sich die Ableitungen:

$$\dot{\psi}_i(t_i) = \dot{\psi}_{i+1}(t_i) \quad (6.47)$$

$$\ddot{\psi}_i(t_i) = \ddot{\psi}_{i+1}(t_i) \quad (6.48)$$

$$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\psi}_i(t_i) = \overset{\cdot\cdot\cdot}{\psi}_{i+1}(t_i) \quad (6.49)$$

$$(6.50)$$

Damit die Konstanten bestimmt werden können, muss die Dauer der Bereiche 2 und 4 berechnet werden:

$$T_3 - T_2 = T_5 - T_4 = \Delta T = 7t^* \quad \text{mit} \quad T_2 = \frac{a}{v} \quad (\text{Bahn Typ 1}) \quad (6.51)$$

Mit Hilfe des mathematischen Softwaretools Maple können nun die Konstanten c_i in Abhängigkeit von k , s , T_2 und T_4 berechnet werden. Da $\overset{\cdot\cdot\cdot}{\psi}$ aus Geraden aufgebaut ist und unter der Bedingung, dass $\dot{\psi}_3(t) = \frac{v}{R}$, können k und s mit Hilfe von Matlab[®] berechnet werden.

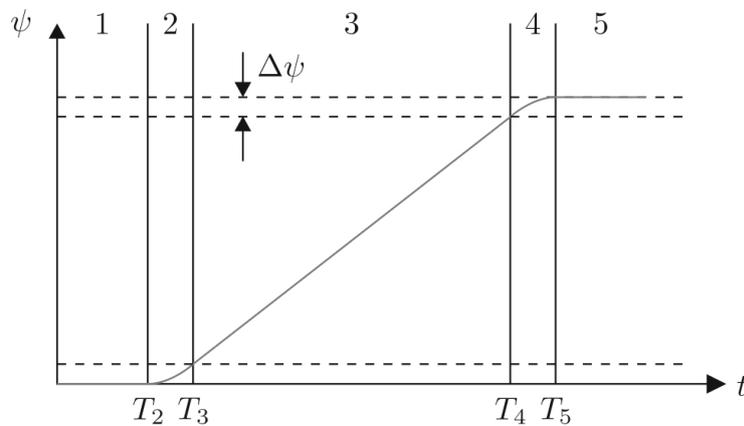


Abbildung 6.7.: Verlauf der Orientierung

Aus der Gesamtdrehung der Formation kann man nun T_4 bestimmen. Da die Bahn eine 90 Grad Kurve beschreibt gilt:

$$2 * \Delta\psi + \int_{T_2+\Delta T}^{T_4} \dot{\psi}_3(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad \text{mit} \quad \Delta\psi = \psi_{2.7}(T_3) \quad (6.52)$$

Es folgt für T_4 :

$$T_4 = \left(\frac{\pi}{2} - 2\Delta\psi \right) \frac{R}{v} + T_2 + \Delta\psi \quad (6.53)$$

Um zwei deutlich verschiedene Kurvenänderungen betrachten zu können wird bei Kurventyp 2 für $\Delta T_2 = 0,175s$ gesetzt und für Typ 3 $\Delta T_3 = 1.75s$. Dann folgt für

Typ 2:

$$\begin{aligned} s &= \frac{8000v}{R} \\ k &= \frac{2000v}{R} \\ T_4 &= \frac{\psi_{\text{Soll}}R}{v} + T_2 \end{aligned}$$

Typ 3:

$$\begin{aligned} s &= \frac{8v}{R} \\ k &= \frac{2v}{R} \\ T_4 &= \frac{\psi_{\text{Soll}}R}{v} + T_2 \end{aligned}$$

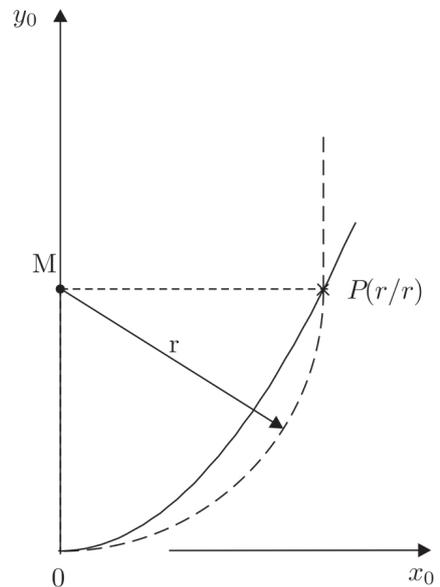
6.1.3. Bahn Typ 4

Diese Streckenform besteht aus nur zwei Etappen. Das erste Teilstück ist ein gerader Abschnitt der x-Achse bis zu Punkt A gefolgt von einer Parabel.

Um eine Vergleichbarkeit herzustellen, wird die Bahn so gewählt, dass ein gemeinsamer Schnittpunkt mit Typ 1 existiert. Die Parabel der Form $y = bx^2$ wird so gewählt, dass sie durch den Punkt P (r/r) läuft, in welchem bei Typ 1 die Kreisbahn wieder in eine Gerade übergeht. Es werden nur Parabel- und Kreisabschnitt miteinander verglichen, da bis zum Beginn der Kurve die Strecken gleich sind.

Für die Parabel folgt:

$$b = \frac{1}{R} \rightarrow y = \frac{x^2}{R}$$



Wie bereits bei den anderen Bahnformen muss ψ separat für jeden einzelnen Bereich bestimmt werden. Aus der Skizze folgt:

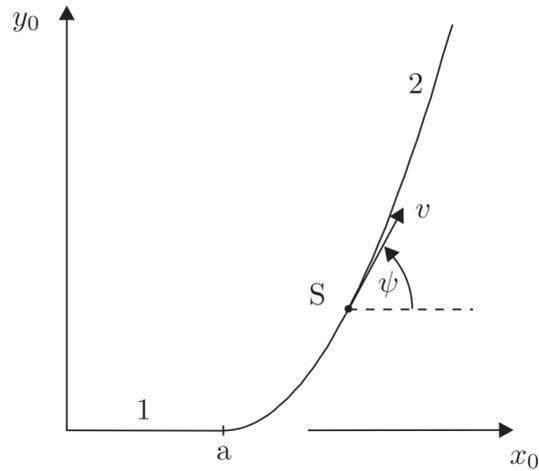


Abbildung 6.8.: Orientierung auf Bahn Typ 4

$$\psi = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right)$$

mit

$$y = \frac{x^2}{R} \quad \rightarrow \quad \dot{y} = \frac{2}{R}x\dot{x}$$

Damit ergibt sich für ψ bzw. $\dot{\psi}$ folgender Verlauf:

$$\psi = \arctan\left(\frac{2x}{R}\right)$$

$$\dot{\psi} = \frac{2}{R\left(1 + \frac{4x^2}{R^2}\right)}\dot{x}$$

6.1.4. Abfahren der Bahn

Es gibt mehrere Varianten wie die Strecke abgefahren werden kann. So kann der Schwerpunkt der Palette der Bahn folgen (Abb.6.10 a)) oder die Mittelpunkte der Vorder-, und Hinterkante folgen beide der Bahn (Abb.6.10 b)).

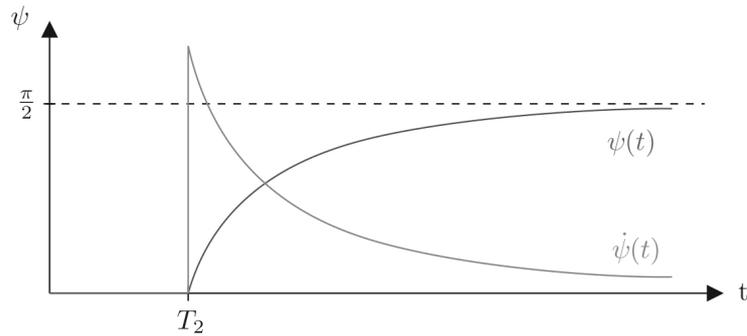


Abbildung 6.9.: Winkelverlauf Bahn Typ 4

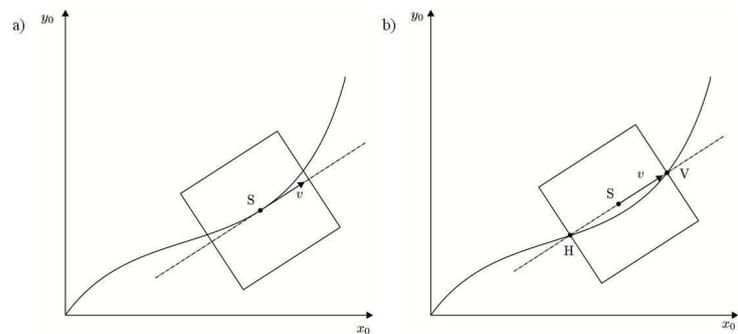


Abbildung 6.10.: a) Schwerpunkt folgt b) zwei Punkte folgen

Der Unterschied zwischen diesen beiden Varianten ist, dass bei a) der Schwerpunkt der Palette eine konstante Geschwindigkeit hat. Im Gegensatz dazu wird bei Variante b) davon ausgegangen, dass eine der Geschwindigkeiten der Punkte die der Bahn folgen konstant ist. Das würde dazu führen, dass die Geschwindigkeit des Schwerpunkts v nicht konstant sein kann. Im weiteren wird in diesem Kapitel nur die Variante 2 betrachtet, bei der 2 Punkte der Palette der Bahn folgen.

Die Geschwindigkeiten der beiden Punkte V und H sind abhängig von der Geschwindigkeit des Schwerpunkts und beim Durchfahren desselben Punkts zu verschiedenen Zeitpunkten gleich. Deshalb müssen auch φ_V bzw. φ_H gleich sein, jedoch zeitlich versetzt. Wegen der Startkoordinaten der Palette gilt für die zeitliche Versetzung von V bzw. H :

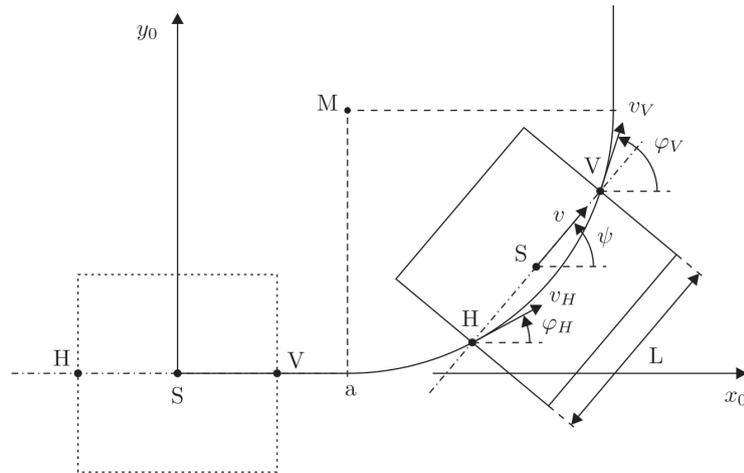


Abbildung 6.11.: Winkelverlauf Bahn Typ 4

$$T_2^V = T_2 - \frac{L}{2v_V}$$

$$T_2^H = T_2 + \frac{L}{2v_H}$$

Diese Versetzung wirkt sich auf die restlichen Zeiten T_i^V bzw. T_i^H aus. Außerdem muss sie bei allen Bahnen beachtet werden.

6.2. Modellierung

Die zu modellierende Formation besteht aus vier omnidirektional verfahrbaren, nicht holonomen Fahrzeugen mit Radseitenlenkung und einer Last, die von diesen Fahrzeugen getragen wird. Die Last liegt fest auf einer Aufnahme, die sich im Drehpunkt der Radseitenlenkung befindet und sich zum Fahrzeug um die Hochachse frei drehen kann. Um ein Modell zu erstellen, mit dem man die Auswirkungen von Parameteränderungen (wie z.B. Reibwerte, Durchmesser der Räder, Schwerpunktverschiebungen) untersuchen kann, müssen aus den Bahnen der Fahrzeuge die Winkelgeschwindigkeiten der Räder bestimmt werden. Um mit dem Modell auch ein geregeltes System darstellen zu können, sind zudem die Lagerkräfte der Last auf dem Fahrzeug zu bestimmen, da sie die zu regelnde Größe darstellen.

6.2.1. Modellaufbau und Regelung

Bei der Bestimmung der Bahnen wurde zum einen kein Schräglaufwinkel beachtet. Zum anderen muss berücksichtigt werden, dass die Geschwindigkeiten vorn und hinten variieren $v_V, v_H \neq \text{const.}$. Legt man ein Einspurmodell zugrunde, gilt für die Palettenbahn

$$v_{x_0} = v \cos(\beta + \psi) \quad v_{y_0} = v \sin(\beta + \psi) \quad (6.54)$$

Mit dem Einspurmodell und der Bahn der Formation können die Bahnen der einzelnen Fahrzeuge berechnet werden.

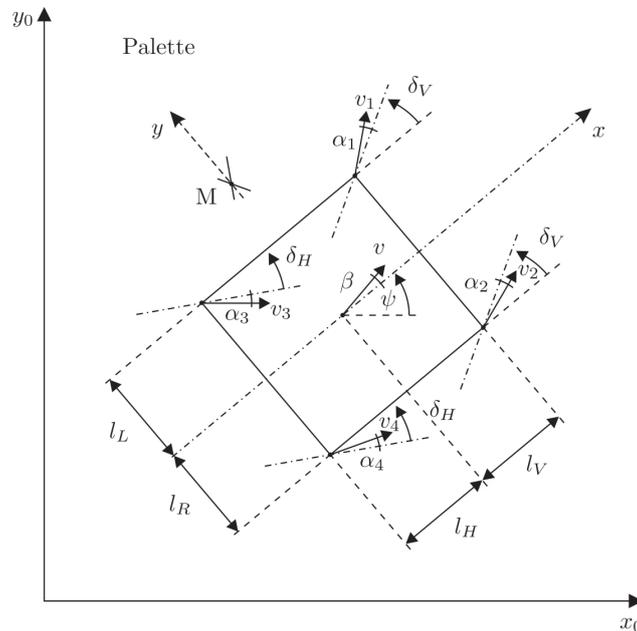


Abbildung 6.12.: Winkel der Fahrzeuge

Aus den kinematischen Grundgleichungen folgt:

$$\begin{aligned} v_1 \cos(\delta_V + \alpha_1) &= v \cos \beta - \dot{\psi} l_L & v_3 \cos(\delta_H + \alpha_3) &= v \cos \beta - \dot{\psi} l_L \\ v_1 \sin(\delta_V + \alpha_1) &= v \sin \beta + \dot{\psi} l_V & -v_3 \sin(\delta_H + \alpha_3) &= v \sin \beta - \dot{\psi} l_H \\ v_2 \cos(\delta_V - \alpha_2) &= v \cos \beta + \dot{\psi} l_R & v_4 \cos(\delta_H - \alpha_4) &= v \cos \beta + \dot{\psi} l_R \\ v_2 \sin(\delta_V - \alpha_2) &= v \sin \beta + \dot{\psi} l_V & -v_4 \sin(\delta_H - \alpha_4) &= v \sin \beta - \dot{\psi} l_H \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die Geschwindigkeiten der einzelnen Fahrzeuge, bezogen auf den Schwerpunkt

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \sqrt{(v \cos \beta - \dot{\psi} l_L)^2 + (v \sin \beta + \dot{\psi} l_V)^2} \\
 v_2 &= \sqrt{(v \cos \beta + \dot{\psi} l_R)^2 + (v \sin \beta + \dot{\psi} l_V)^2} \\
 v_3 &= \sqrt{(v \cos \beta - \dot{\psi} l_L)^2 + (v \sin \beta - \dot{\psi} l_H)^2} \\
 v_4 &= \sqrt{(v \cos \beta + \dot{\psi} l_R)^2 + (v \sin \beta - \dot{\psi} l_H)^2}
 \end{aligned}$$

sowie deren Schräglaufwinkel:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \arctan \left(\frac{v \sin \beta + \dot{\psi} l_V}{v \cos \beta - \dot{\psi} l_L} \right) - \delta_V \\
 \alpha_2 &= \delta_V - \arctan \left(\frac{v \sin \beta + \dot{\psi} l_V}{v \cos \beta + \dot{\psi} l_R} \right) \\
 \alpha_3 &= \arctan \left(\frac{v \sin \beta - \dot{\psi} l_H}{v \cos \beta - \dot{\psi} l_L} \right) - \delta_H \\
 \alpha_4 &= \delta_H - \arctan \left(\frac{v \sin \beta - \dot{\psi} l_H}{v \cos \beta + \dot{\psi} l_R} \right)
 \end{aligned}$$

Durch die Integration der Geschwindigkeitsanteile können dann die Fahrzeugbahnen bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
 v_{x1} &= v_1 \cos(\delta_V + \alpha_1 + \psi) \\
 v_{y1} &= v_1 \sin(\delta_V + \alpha_1 + \psi) \\
 v_{x2} &= v_2 \cos(\delta_V - \alpha_1 + \psi) \\
 v_{y2} &= v_2 \sin(\delta_V - \alpha_1 + \psi) \\
 v_{x3} &= v_3 \cos(\psi - \delta_V - \alpha_1) \\
 v_{y3} &= v_3 \sin(\psi - \delta_V - \alpha_1) \\
 v_{x4} &= v_4 \cos(\psi - \delta_V + \alpha_1) \\
 v_{y4} &= v_4 \sin(\psi - \delta_V + \alpha_1)
 \end{aligned}$$

Es gilt:

$$v = \dot{\omega} r \quad (6.55)$$

Für die Geschwindigkeiten der Räder ergibt sich:

$$\begin{aligned} v_{l_i} \cos \alpha_{l_i} &= v_i \cos \alpha_i - \dot{\varphi}_i l_{l_i} \\ -v_{l_i} \sin \alpha_{l_i} &= v_i \sin \alpha_i \\ v_{r_i} \cos \alpha_{r_i} &= v_i \cos \alpha_i + \dot{\varphi}_i l_{r_i} \\ -v_{r_i} \sin \alpha_{r_i} &= v_i \sin \alpha_i \end{aligned}$$

Und für die Winkelgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{l_i} &= \frac{v_i \cos \alpha_i - \dot{\varphi}_i l_{l_i}}{r_{l_i}} \\ \dot{\omega}_{r_i} &= \frac{v_i \cos \alpha_i + \dot{\varphi}_i l_{r_i}}{r_{r_i}} \end{aligned}$$

Für die Modellierung der Formation müssen Bewegungsgleichungen aufgestellt werden. Das System ist unterbestimmt, d.h. es gibt mehr Unbekannte als Gleichungen. Es können und müssen einige Annahmen getroffen werden um dennoch ein Modell aufbauen zu können.

Zuerst wird angenommen, dass sich die Fahrzeuge wie Räder eines Fahrzeugs verhalten und so die Lagerkräfte als Kontaktkräfte der Reifen gelten. Daraus folgt, dass die Drehungen der vorderen und die der hinteren Fahrzeuge jeweils gleich sind.

$$\varphi_V = \varphi_1 = \varphi_2 \quad \text{und} \quad \varphi_H = \varphi_3 = \varphi_4 \quad (6.56)$$

Zur weiteren Vereinfachung werden zudem die folgenden drei Annahmen getroffen:

- Der Schwerpunkt wird in Fahrbahnhöhe angenommen (keine Radlaständerung durch Fliehkräfte)
- Linearität des Systems, d.h. die Seitenkräfte werden proportional zum Schräglaufwinkel, also der Differenz zwischen Radeinschlag und tatsächlicher Bewegungsrichtung, angenommen.

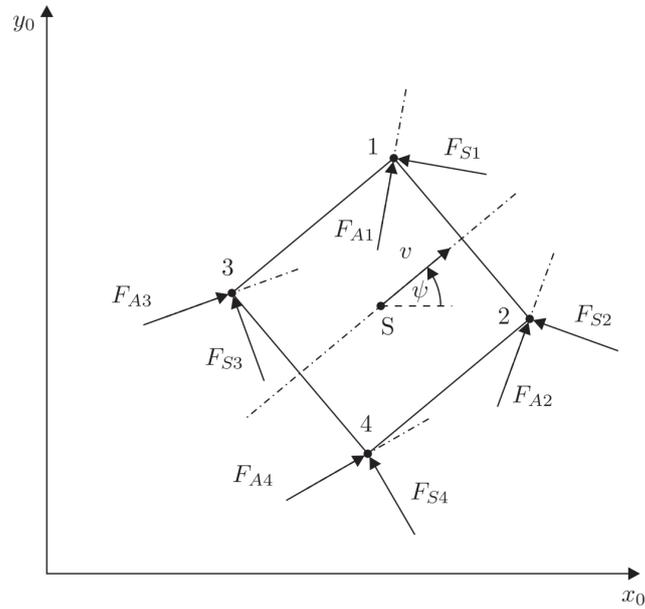


Abbildung 6.13.: Drehung der Fahrzeuge

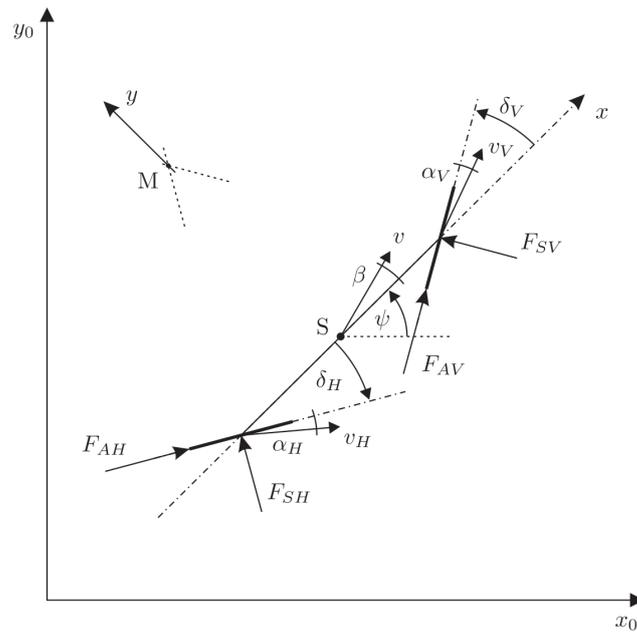


Abbildung 6.14.: Einspurmodell

- Konstante Geschwindigkeit der Palette im vorderen Mittelpunkt über die ganze Bahn

Mit einem linearen System ohne Radlaständerungen kann man von einem Einspurmodell ausgehen.

In der Realität fährt das Fahrzeug nicht in die Richtung der Räder. Es stellt sich ein Schräglaufwinkel α ein. Die Seitenkräfte sind proportional zu den Schräglaufwinkeln (für kleine α). Die Proportionalitätskonstante muss durch Messung bestimmt werden. Die Konstanten c_V und c_H sind die mit Maple bestimmten c_i .

$$F_{SV} = c_V \alpha_V \qquad F_{SH} = c_H \alpha_H \qquad (6.57)$$

Weil ein lineares Modell mit konstanter Geschwindigkeit vorliegt, gilt für die Antriebskräfte:

$$F_{AV} = F_{AH} = 0$$

Mit der kinematischen Grundgleichung $\underline{v}_B = \underline{v}_A + \dot{\underline{\omega}} \times \underline{r}_{AB}$ werden die Schräglaufwinkel bestimmt:

$$\begin{aligned} v_V \cos(\delta_V - \alpha_V) &= v \cos \beta \\ v_V \sin(\delta_V - \alpha_V) &= v \sin \beta + \dot{\psi} l_V \\ v_H \cos(\delta_H + \alpha_H) &= v \cos \beta \\ v_H \sin(\delta_H + \alpha_H) &= v \sin \beta - \dot{\psi} l_H \end{aligned}$$

mit $\delta_V = \varphi_V - \psi$ bzw. $\delta_H = \varphi_H - \psi$

Und für α_V und α_H ergibt sich:

$$\alpha_V = \delta_V - \arctan\left(\frac{v \sin \beta + \dot{\psi} l_V}{v \cos \beta}\right) \qquad (6.58)$$

$$\alpha_H = \arctan\left(-\frac{v \sin \beta - \dot{\psi} l_H}{v \cos \beta} - \delta_H\right) \qquad (6.59)$$

Damit ein Kräftegleichgewicht ausgewertet werden kann, muss die Beschleunigung im Schwerpunkt berechnet werden. Dies lässt sich durch die Ableitung der Geschwindigkeit bewerkstelligen.

Aus $\underline{v} = v \cos \beta \underline{e}_x + v \sin \beta \underline{e}_y$ folgt:

$$\dot{\underline{v}} = \underline{a} = \dot{v} \cos \beta \underline{e}_x - v \sin \beta \dot{\beta} \underline{e}_x + v \cos \beta \dot{\underline{e}}_x + \dot{v} \sin \beta \underline{e}_y + v \cos \beta \dot{\underline{e}}_y + v \sin \beta \dot{\underline{e}}_y \quad (6.60)$$

Nun kann das Kräftegleichgewicht aufgestellt werden:

$$m(\dot{v} \sin \beta + v \cos \beta (\dot{\beta} + \dot{\psi})) = \cos \delta_V F_{SV} + \cos \delta_H F_{SH} \quad (6.61)$$

$$J\ddot{\psi} = (l_V \cos \delta_V F_{SV} - l_H \cos \delta_H F_{SH}) \quad (6.62)$$

Und damit können $\ddot{\psi}$ und $\dot{\beta}$ bestimmt werden.

$$\dot{\beta} = \frac{\cos \delta_V F_{SV} + \cos \delta_H F_{SH}}{mv \cos \beta} - \dot{\psi} \quad (6.63)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{l_V \cos \delta_V F_{SV} - l_H \cos \delta_H F_{SH}}{J} \quad (6.64)$$

Das Modell selbst wird so aufgebaut, dass Parameter geändert werden können. So werden die Räder elliptisch gestaltet, damit bei einer Angabe von sich unterscheidenden Halbachsen eine Unrundheit erzeugt werden kann. Außerdem sind die Spurbreite sowie der Abstand des Schwerpunkts der Last zu den Fahrzeugmittelpunkten hinterlegt. Ebenso ist der Reibwert des Reifenmaterials veränderbar. Auch wenn dieses Modell nicht für Fahrten an der Kraftschlussgrenze gedacht ist, wird der Fall des Gleitens betrachtet. Es sei allerdings angemerkt, dass lediglich Tendenzen aus den Ergebnissen ableitbar sind. Neben den beschriebenen Systemparametern können zudem äußere Kräfte in x- und y- Richtung aufgebracht werden, die an definierbaren Positionen am Fahrzeug angreifen. Wenn äußere Kräfte aufgebracht werden, müssen auch die Antriebskräfte berücksichtigt werden und das Modell dafür erweitert werden.

Um auch einen Vergleich der simulierten Odometriewerte eines unregelten Systems mit den simulierten Werten eines geregelten Systems zu ermöglichen, soll in das Modell auch ein Regler eingeführt werden. Den prinzipiellen Aufbau eines Regelkreises zeigt die untenstehende Abbildung. Mit:

- $w(t)$ Führungsgröße

- $u_r(t)$ Sollstellung
- $u(t)$ Stellgröße
- $e(t)$ Regelabweichung
- $y(t)$ Regelgröße

Im Falle einer Formation mit festen Abständen zwischen den Fahrzeugen und einer festen Verbindung zwischen den Fahrzeugen und der Last sind die Führungsgrößen Kräfte an den Verbindungen zwischen Last und Fahrzeug und die Stellgrößen sind Lenkwinkeländerungen und Beschleunigungen der Fahrzeuge.

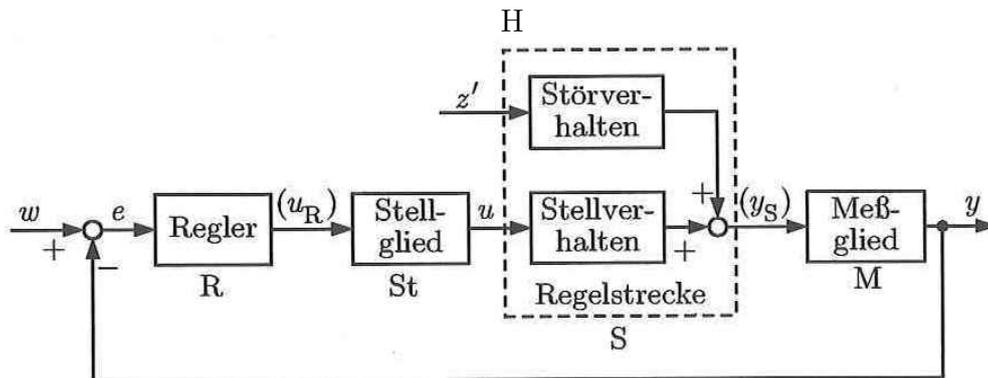
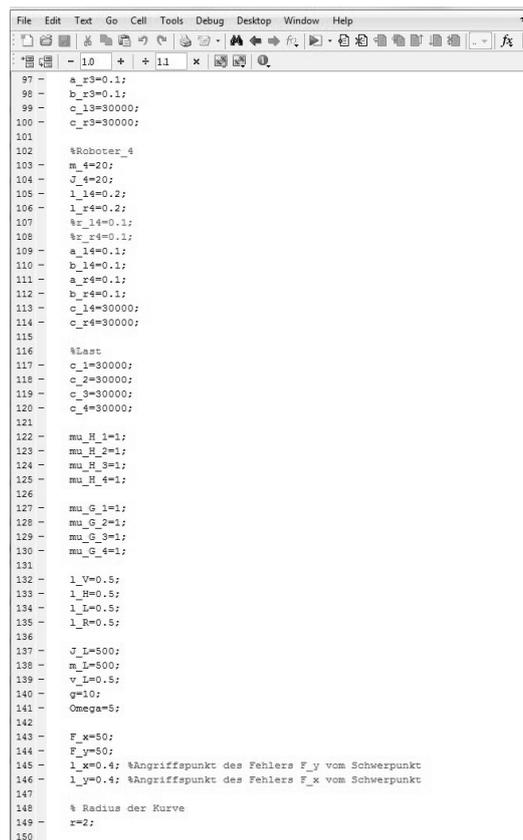


Abbildung 6.15.: Regelkreis (Quelle: Unbehauen (2005))

Da der im Modell verwendete Regler nur für den Vergleich von Parameterinflüssen eines geregelten sowie eines unregulierten Systems verwendet wird, werden im folgenden das Messglied sowie das Stellglied nicht weiter betrachtet. Für die Regelstrecke wird die Übertragungsfunktion bestimmt. Hierzu muss das System in ein lineares zeitinvariantes System (LTI) überführt werden. Anschließend wird mit Hilfe einer Zustands- und einer Ausgangsgleichung der Zustandsraum beschrieben. Der Verbund wird über die Kräfte in den Auflagerpunkten geregelt. Nachdem der Rang Steuerungsmatrix und der Beobachtungsmatrix jeweils der Zahl der Eingänge (12) entspricht und damit sowohl Steuerbarkeit als auch Beobachtbarkeit des Systems positiv geprüft wurden, kann der Regler so im Modell verwendet werden.

6.2.2. Modellierung in MATLAB®/Simulink

Das Modell ist in Simulink aufgebaut, einer Blockdiagrammumgebung die in der Mathematiksoftware MATLAB® integriert ist. Simulink umfasst einen Grafikeditor, benutzerdefinierte Blockbibliotheken und Solver für die Modellierung und Simulation von dynamischen Systemen.“ (Mathworks 2013) Die in Abschnitt 6.1 beschriebenen Bahnen können in Simulink entweder als lineare Funktion oder als Sprungfunktion modelliert werden, wofür bereits anpassbare Blöcke zur Verfügung stehen. Durch die Kombination der Blöcke mit den Werten für Zeiten und Konstanten lassen sich die benötigten Funktionen darstellen. Über eine Schleife werden aus den Startwerten die Geschwindigkeit und damit die Winkel beziehungsweise Winkelgeschwindigkeiten ermittelt. Die veränderlichen Zeiten und Konstanten für die einzelnen Blöcke werden über ein Skript zur Verfügung gestellt, das vor dem ersten Durchlauf gestartet werden muss.



```

97 - a_r3=0.1;
98 - b_r3=0.1;
99 - c_r3=30000;
100 - c_r3=30000;
101
102 %Roboter_4
103 - m_4=20;
104 - J_4=20;
105
106 - l_14=0.2;
107 - l_r4=0.2;
108 - %r_x4=0.1;
109 - a_14=0.1;
110 - b_14=0.1;
111 - a_r4=0.1;
112 - b_r4=0.1;
113 - c_14=30000;
114 - c_r4=30000;
115
116 %Last
117 - c_1=30000;
118 - c_2=30000;
119 - c_3=30000;
120 - c_4=30000;
121
122 - mu_H_1=1;
123 - mu_H_2=1;
124 - mu_H_3=1;
125 - mu_H_4=1;
126
127 - mu_G_1=1;
128 - mu_G_2=1;
129 - mu_G_3=1;
130 - mu_G_4=1;
131
132 - l_V=0.5;
133 - l_H=0.5;
134 - l_L=0.5;
135 - l_R=0.5;
136
137 - J_L=500;
138 - m_L=500;
139 - v_L=0.5;
140 - g=10;
141 - Omega=5;
142
143 - F_x=50;
144 - F_y=50;
145 - l_x=0.4; %Angriffspunkt des Fehlers F_y vom Schwerpunkt
146 - l_y=0.4; %Angriffspunkt des Fehlers F_x vom Schwerpunkt
147
148 % Radius der Kurve
149 - r=2;
150

```

Abbildung 6.16.: Skript für Simulinkmodell (Ausschnitt)

Mit den so gelieferten Eingangswerten zur Sollwertbestimmung werden in einem ersten Schritt die Winkel der Fahrzeuge zum Transportgut gerechnet womit anschließend die Seitenkräfte ermittelt werden. So kann das Kräftegleichgewicht bestimmt werden woraus sich die einzelnen Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten errechnen lassen.

Bei der Simulation des Modells mit Abweichungen vom Sollwert ist der Aufbau prinzipiell gleich wie bei der Sollwertbestimmung, allerdings mit anderen Eingängen, z.B. für Radgeometrie oder auch Last. Zudem wird eine Grenze der maximalen Haftreibung eingebaut. Ein weiterer Bestandteil ist die Simulation von äußeren Einflüssen in Form von Stößen, die durch Impulse modelliert sind und deren Stärke, Dauer und Startzeitpunkt sich in einem Block einstellen lassen. Der Regler in der Formation besteht aus mehreren Teilstrecken. Mit je 8 Ein- und Ausgängen ergeben sich 64 Teilstrecken. Die Zustandsraumdarstellung für ein Mehrgrößensystem sieht folgendermaßen aus (Unbehauen 2005):

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) \quad \underline{y}(t) = C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t) \quad (6.65)$$

Dabei ist $x(t)$ der Zustandsvektor und $u(t)$ sind die Eingänge. A ist die Systemmatrix, B die Steuerungsmatrix, C die Beobachtungsmatrix und D die Durchgangswertmatrix. Setzt man für das Modell folgende Werte ein,

$$\begin{aligned} m_R &= 20kg \\ J_R &= 20kgm^2 \\ l &= 0.2m \\ r &= 0.1m \\ c &= 10000N/rad \\ l_{V_{Id}} &= 0.5m \\ l_{H_{Id}} &= 0.5m \\ l_{L_{Id}} &= 0.5m \\ l_{R_{Id}} &= 0.5m \\ J_{Id} &= 500kgm^2 \\ m_{Id} &= 500kg \\ v_{Id} &= 0.5m/s \end{aligned}$$

Mit den Eingängen

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} \ddot{w}_{r1} \\ \ddot{w}_{l1} \\ \ddot{w}_{r2} \\ \ddot{w}_{l2} \\ \ddot{w}_{r3} \\ \ddot{w}_{l3} \\ \ddot{w}_{r4} \\ \ddot{w}_{l4} \end{pmatrix} \quad (6.66)$$

und den Ausgängen

$$\underline{\sim} = \begin{pmatrix} v_1 \\ F_{S1} \\ v_2 \\ F_{S2} \\ v_3 \\ F_{S3} \\ v_4 \\ F_{S4} \end{pmatrix} \quad (6.67)$$

ergeben sich für die 8x8 Übertragungsfunktionsmatrix G_{ij} die einzelnen Übertragungsfunktionen:

$$\begin{aligned} G_{1,1} = G_{1,2} = G_{3,3} = G_{3,4} = G_{5,5} = G_{5,6} = G_{7,7} = G_{7,8} &= \frac{0.05}{s} \\ G_{2,1} = G_{4,3} = G_{6,5} = G_{8,7} &= \frac{2500(s^2 + 150s + 3200)}{s^4 + 200s^3 + 6400s^2} \\ G_{2,2} = G_{4,4} = G_{6,6} = G_{8,8} &= -\frac{2500(s^2 + 150s + 3200)}{s^4 + 200s^3 + 6400s^2} \\ G_{2,3} = G_{4,1} = G_{6,7} = G_{8,5} &= -\frac{1.25 \cdot 10^5(s + 64)}{s^4 + 200s^3 + 6400s^2} \\ G_{2,4} = G_{4,2} = G_{6,8} = G_{8,6} &= \frac{1.25 \cdot 10^5(s + 64)}{s^4 + 200s^3 + 6400s^2} \\ G_{2,5} = G_{2,7} = G_{4,5} = G_{4,7} = G_{6,1} = G_{6,3} = G_{8,1} = G_{8,3} &= -\frac{75000}{s^3 + 200s^2 + 6400s} \\ G_{2,6} = G_{2,8} = G_{4,6} = G_{4,8} = G_{6,2} = G_{6,4} = G_{8,2} = G_{8,4} &= \frac{75000}{s^3 + 200s^2 + 6400s} \\ \text{und für die restlichen } G_{ij} &= 0 \end{aligned}$$

6.3. Versuche

Die durchgeführten Simulationen dienen zur Abschätzung des Einflusses von Störungen auf die Odometrie Genauigkeit eines Transportverbunds. Da in der Realität viele Faktoren Einfluss auf die Positionsfehler haben, und diese sich zudem auch gegenseitig überlagern, dient dies der Vorbetrachtung zur Versuchsplanung mit realen Fahrzeugen. Da außerdem einige Fahrzeugparameter in der Simulation auf Schätzwerten beruhen, wie z.B. die Reibkoeffizienten, sind die Ergebnisse qualitativer Natur und haben keine quantitative Aussagekraft. Die Referenzstrecke, die simuliert wird, besteht aus einem geraden Stück von 3m, einem Kurvenabschnitt von 90° bei einem Radius von 2m und einem weiteren geraden Abschnitt von 1,5m. Dies sind Werte wie sie beim Transport einer Europalette durch vier Förderfahrzeuge auftreten könnten.

Zuerst wird ein unregelmäßiger Verbund simuliert (Abb.6.17), bei dem ein Rad eines Fahrzeugs einen geringeren Durchmesser aufweist als die übrigen Räder. Standardmässig liegt der Durchmesser bei 100mm. Der Radius des linken Rads von Fahrzeug 1 wird auf 95mm verringert.

Der Verbund bricht nach links aus. Die Abweichung von der Sollbahn ist bei Fahrzeug 2 (vorn rechts) mit 79cm am größten (Abbildung 6.17). Sind hingegen beide Räder eines Fahrzeugs kleiner als die Räder der anderen Fahrzeuge ergibt sich eine nur geringe Abweichung von der Sollbahn.

Eine Reihe von Simulationen befasst sich mit der Veränderung der Reibung zwischen Rad und Fahrbahn. Eine kleine Veränderung des Gleitreibungswerts hat keinen Einfluss auf die Bahn des Fahrzeugs. Wird die Reibung bei einem Fahrzeug stark verringert, so ist die sich ergebende Abweichung abhängig von der Position des Fahrzeugs in der Formation. Wird die Reibung bei einem der beiden hinteren Fahrzeuge verringert, so hat dies keinen messbaren Einfluss auf die Formation (Abb.6.18). Wird hingegen der Reibungswert eines vorderen Fahrzeugs verringert, so bricht der Verbund aus. Bei einer Verringerung von 0,9 (Gummi auf Asphalt) auf 0,2 (Pfütze, Öl, etc.) führt dies zu einer Abweichung von etwa einem halben Meter bezogen auf die Referenzstrecke (Abb.6.19).

Ein weiteres Szenario das betrachtet werden soll, ist die Verschiebung des Schwerpunkts im Verbund. Die Last von 500kg wird zuerst längs verschoben. Der Schwerpunkt liegt auf der Mittelachse 200mm hinter der Vorder- und 800mm vor der Hinterachse. Dadurch tritt während der Fahrt eine Abweichung während des Kurvenabschnitts um etwa 25cm zur kurvenäußeren Seite hin auf, was auf der Referenzstrecke zu einer seitlichen Abweichung führt. Wird die Last seitlich verschoben, mit Abstand a zur linken und b zur rechten Spur, so tritt eine ähnlich große Abweichung längs zur Fahrtrichtung

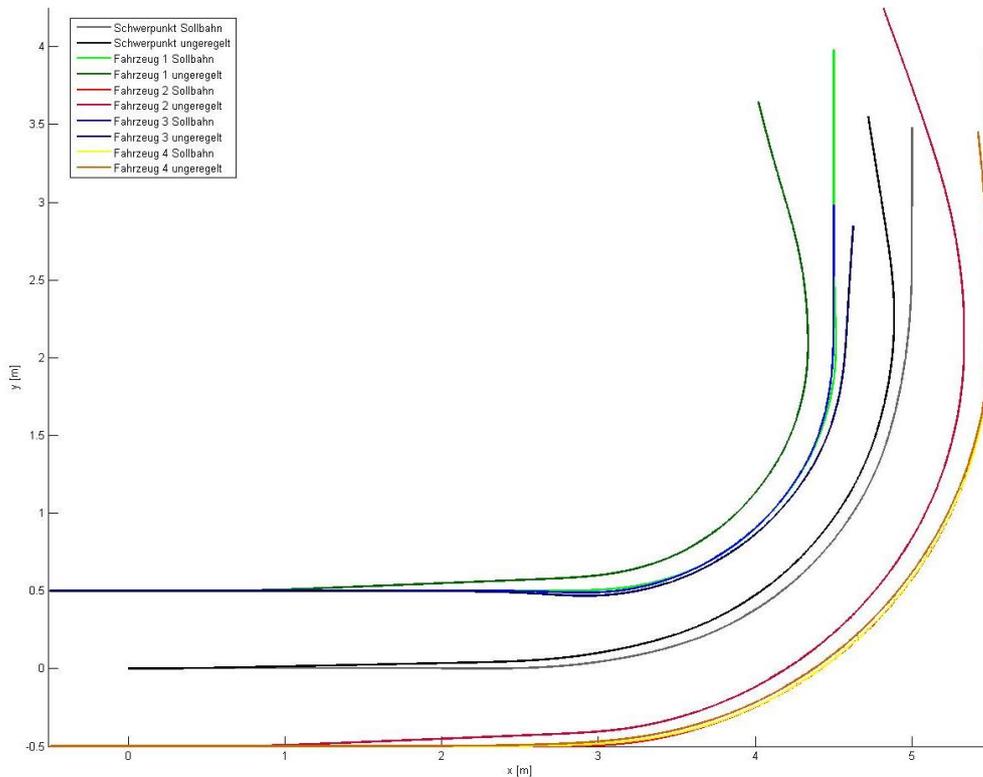


Abbildung 6.17.: Bahn bei Verringerung eines Raddurchmessers

auf, allerdings überlagert von einer seitlichen Abweichung in Richtung der Lastverschiebung.

Weitere Parameter, die in der Simulation verwendet wurden, waren Kräfte, die von außen auf den Verbund einwirken. In der Simulation werden Kräfte von außen aufgeprägt sowohl in Quer- als auch in Längsrichtung. Die Kraft ist gleichbleibend bei 500N. Diese Kräfte rufen in der Simulation keine nennenswerten Abweichungen hervor.

In der Simulation ist es unerheblich, welche der Bahnformen aus Abschnitt 6.1 befahren wurde, da die Dynamik der Motoren nicht im Simulationstool berücksichtigt ist und die Fahrzeuge somit beliebig schnell beschleunigen können.

Schließlich wird noch ein geregeltes System (siehe Abschnitt 6.2.1) betrachtet. Besonders auffällig ist hier, dass sich Lasterhöhungen, bzw. Schwer-

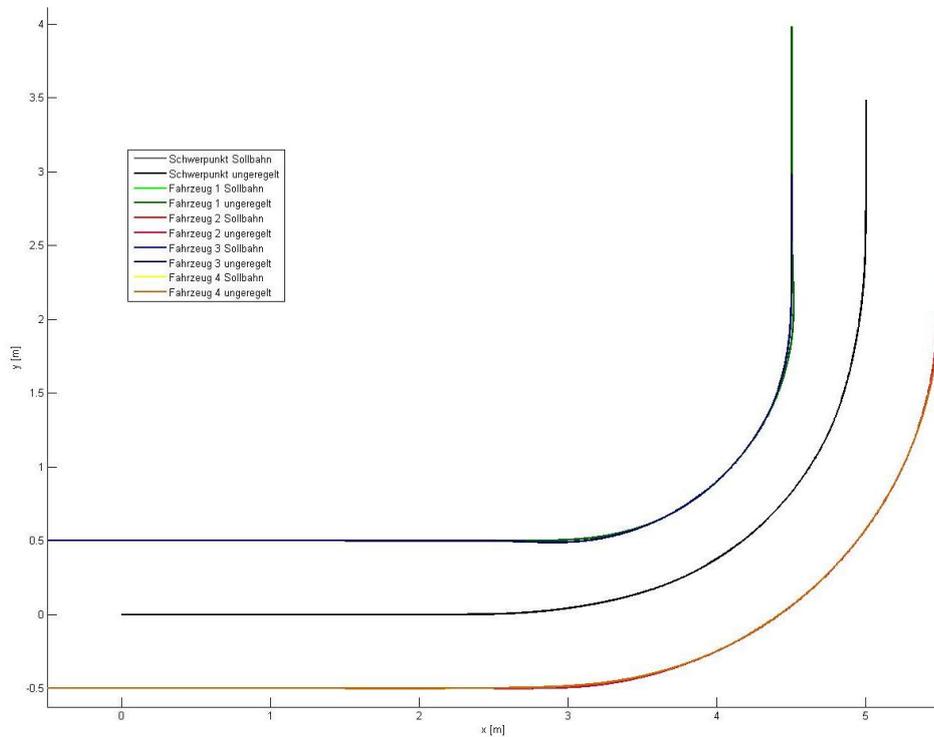


Abbildung 6.18.: Bahn bei Verringerung der Gleitreibung - hinteres Fahrzeug

punktverschiebungen (Abb.6.20 und 6.21) beim geregelten System wesentlich stärker auswirken als beim unregulierten System, was daran liegt, dass das System dezentral gesteuert ist und so ein Fahrzeug keine Informationen über die Zustände der anderen Fahrzeuge hat.

Die Simulation zeigt, dass Änderungen an den Fahrzeugen (Raddurchmesser, Reibwerte;...) und Verschiebungen des Lastschwerpunkts einen großen Einfluss auf die Formation haben können, aber auszuregulieren sind. Kräfte die von außen auf den Verbund einwirken, haben allerdings beim geregelten System einen größeren Fehler zur Folge als beim unregulierten, da die Regelung auf einwirkende Kräfte reagiert, die für eine Abweichung beim unregulierten System noch nicht ausreichend sind.

6. Simulation

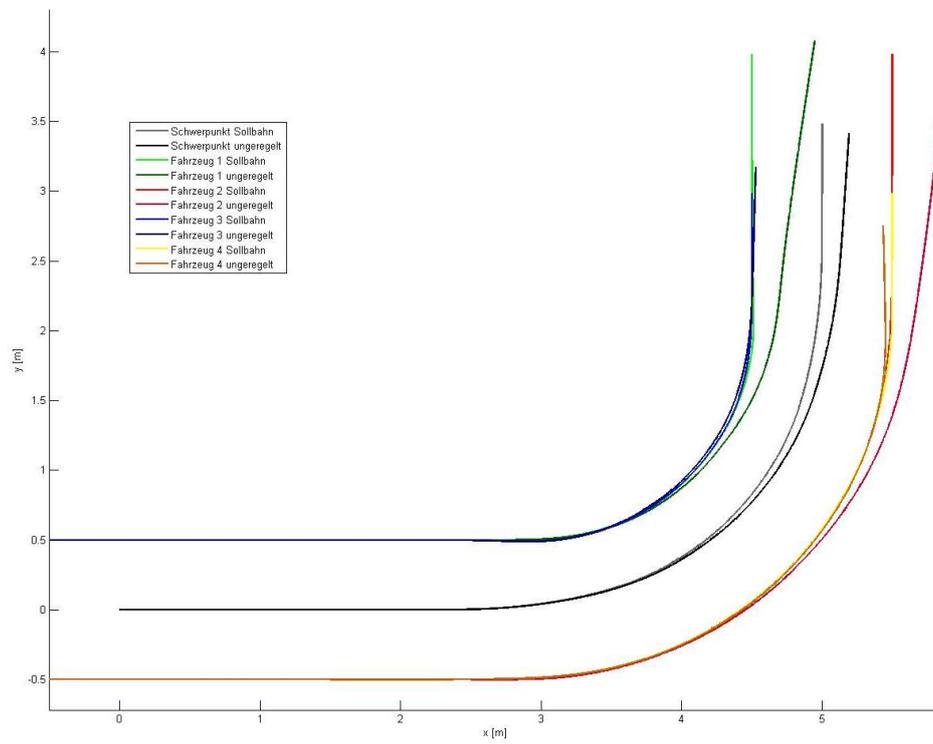


Abbildung 6.19.: Bahn bei Verringerung der Gleitreibung - vorderes Fahrzeug

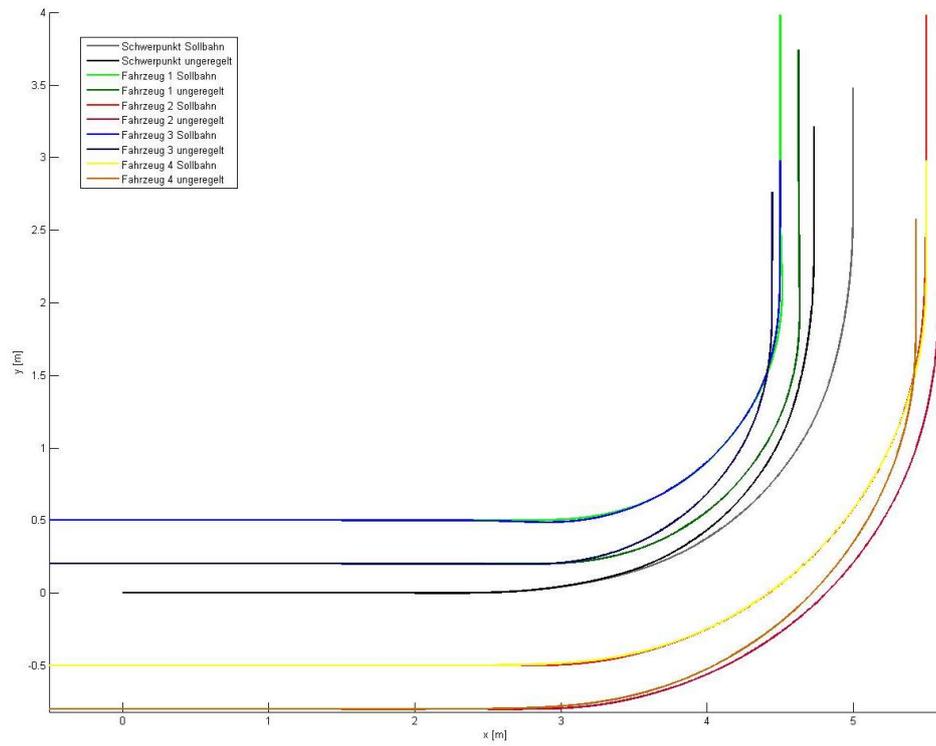


Abbildung 6.20.: Bahn bei seitlicher Verschiebung der Last

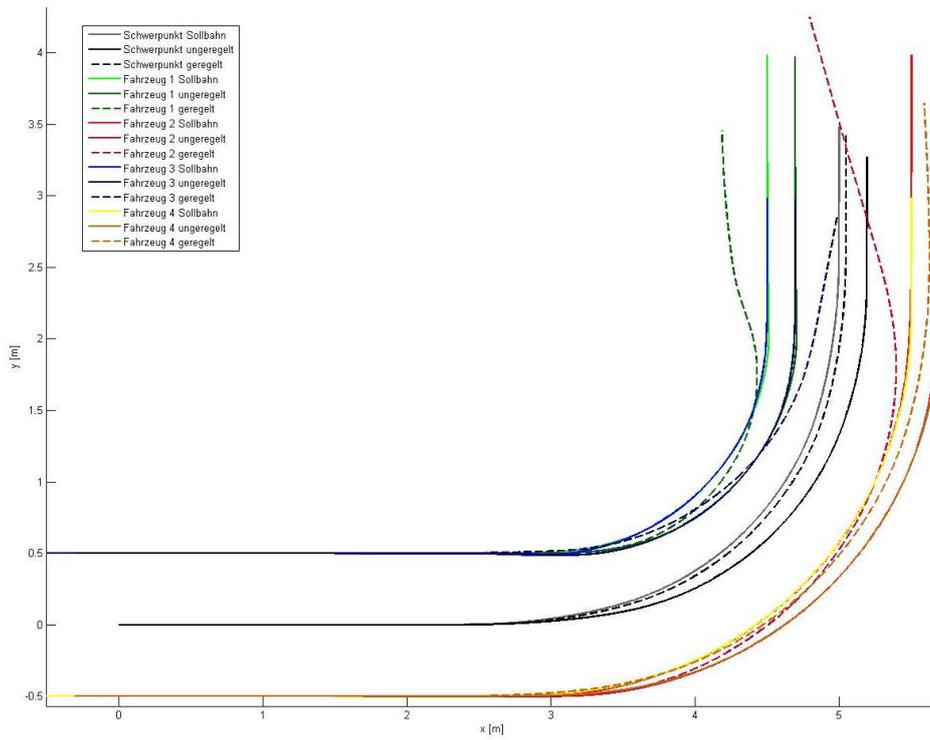


Abbildung 6.21.: Bahn bei Längsverschiebung der Last (geregelt und ungeregelt)

7. Fahrversuche

Um herauszufinden, wie sich radseitengelenkte Fahrzeuge unter realen Bedingungen in verschiedenen Betriebszuständen verhalten und wie groß die zufälligen Fehler im realen Betrieb sind, wurden Fahrversuche unternommen, die in diesem Kapitel beschrieben werden. Damit ergibt sich neben der Möglichkeit die Streuung der Odometriedaten zu erfassen auch die Gelegenheit, zu überprüfen, wie gut sich die Simulationsergebnisse mit dem realen Betrieb decken.

7.1. Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der tatsächlichen Odometriefehler von Radseitenfahrzeugen und daraus aufgebauter Transportformationen unter verschiedenen Einflüssen wurden hierfür am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme Fahrzeuge entwickelt und aufgebaut. Die Fahrzeuge setzen sich aus zwei Segmenten zusammen, die sich über ein Gelenk ähnlich wie bei einer Knicklenkung relativ zueinander bewegen lassen. Jedes dieser zwei Segmente weist zwei auf einer Achse liegenden Räder auf. Jedes der vier Räder lässt sich mit einem Motor antreiben. Für die in diesem Kapitel beschriebenen Fahrversuche wurden nur die beiden Vorderräder angetrieben. Auf diese Weise verhält sich der Vordere Teil des Fahrzeugs wie ein radseitengelenktes Fahrzeug, der hintere Teil dient als Nachlauftrad. Damit eine Formationsfahrt überhaupt möglich ist, müssen sich diese Fahrzeuge relativ zur Last drehen können. Aus diesem Grund muss die Last über der Mitte der Vorderachse (also dem Drehpunkt des angetriebenen Segments) drehbar gelagert werden.

Die Fahrzeuge werden angetrieben mit 2 Motoren des Typs ECI 63.40 Compact PL52LN des Herstellers ebmpabst. Gesteuert werden die Fahrzeuge über eine Steuerung des Typs MOVI-PLC DHE41B von SEW Eurodrive, die ihre Steuerbefehle für die gewünschte Bahn von einem Rechner bezieht. Die Stromversorgung wurde extern über ein 24V-Netzgerät bereitgestellt.

Die zu verändernden Parameter sind die Spurweite, die standardmäßig bei 360 mm liegt und in einem Versuch auf 428mm erweitert wird, der Raddurchmesser, zusätzliche Lasten auf den Fahrzeugen sowie verschiedene Radmate-

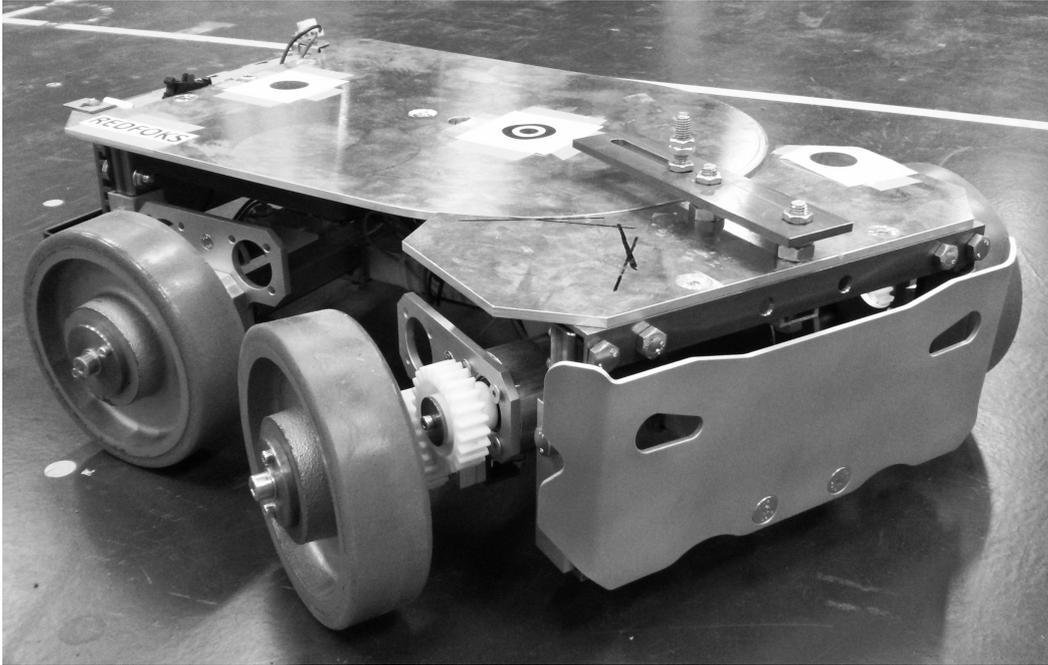


Abbildung 7.1.: Versuchsfahrzeug

rialien: Elastik-Vollgummi mit Härte 65° Shore A, thermoplastischen Gummi mit Härte 85° Shore A, Polyurethan mit Härte 95° Shore A sowie Vulkollan mit Härte 92° Shore A. Die Härtegrade von PU stehen in direktem Zusammenhang mit dem Reibwert (Mehlan 2002). So kann überprüft werden, wie sich unterschiedliche Reibwerte auf die Genauigkeit auswirken.

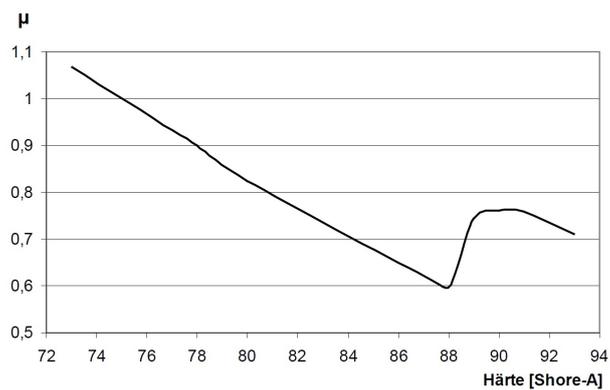


Abbildung 7.2.: Reibwerte in Abhängigkeit der Materialhärte (Quelle:Mehlan 2002)

Im Verbund sind die Fahrzeuge über einen Rahmen aus Aluminium-Profilen verbunden, der mit Last beaufschlagt werden kann. Der Bodenbelag des Untergrunds auf dem die Versuchsfahrten stattfinden, besteht aus Polyurethan „Schukol PU 1440“ der Firma HerweteC und liegt in der Rutschklasse 11 nach DIN 51097 .

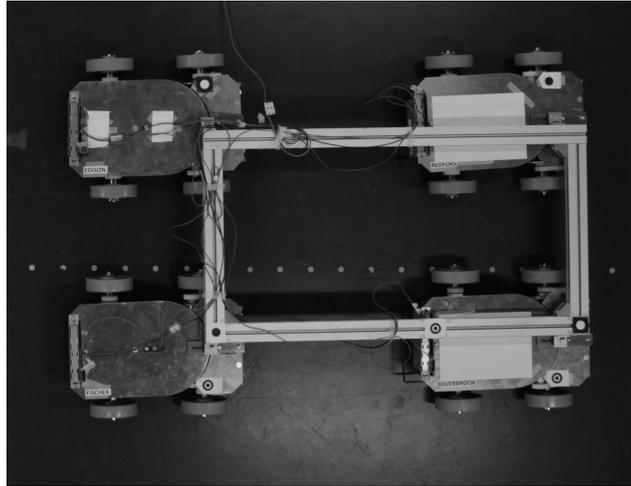


Abbildung 7.3.: starrer Fahrzeugverbund

7.2. Messverfahren

Für die Messung der Positionen einer mobilen Einheit - wie sie in dieser Anwendung benötigt wird - existiert eine ganze Reihe unterschiedlichster Methoden. Im Bereich der industriellen Messtechnik sowie in der Geodäsie unter kontrollierten Umgebungsbedingungen (z.B. nicht in natürlicher Umgebung sondern im Innenbereich, definierte und konstante Beleuchtungsverhältnisse etc.) werden insbesondere zwei Hauptgruppen an Erfassungs- und Auswertesystemen eingesetzt. Die erste Gruppe bestimmt mit Hilfe geeigneter Sensoren über hochgenaue Winkel- und Streckenmessungen dreidimensionale Koordinaten im Weltkoordinatensystem. Ein Verfahren auf dieser Basis stellt die Industrietachymetrie dar. Dabei verfolgt ein motorisierter Tachymeter – nach Horizontierung und Orientierung im übergeordneten Koordinatensystem – automatisch ein Reflektor-Prisma, das auf der mobilen Einheit angebracht wird und misst in vorgegebenen Zeitintervallen die Horizontal- und Vertikalwinkel sowie die Schrägdistanz (mittels Laser-Entfernungsmessung) zum Reflektorprisma. Daraus lassen sich über trigonometrische Beziehungen sehr einfach

3D-Raum-Koordinaten bestimmen. Auf dem gleichen Grundprinzip basiert Lasertracker-Verfahren, jedoch in einer deutlich höheren Genauigkeitsstufe. Während das Tachymeter-Verfahren mobil einsetzbar und damit sehr flexibel ist, ist der Lasertracker i.d.R. einem Meßstand zugeordnet (stationär), liefert dafür eine extrem hohe Meßgenauigkeit im Submillimeter-Bereich gegenüber der Tachymetrie mit ca. ± 3 mm bis ± 10 mm. Beide besitzen einen großen Meßbereich von ca. < 50 m. Der Nachteil dieser Verfahren besteht in den hohen Anschaffungskosten, der notwendigen Fachkenntnisse zur ordnungsgemäßen Bedienung und in der Einschränkung, jeweils nur ein Prisma verfolgen und messen zu können, d.h. es lassen sich mit einem Prisma nur die Positionsänderungen, nicht jedoch die Rotationslagen der mobilen Einheit ermitteln (für ein weiteres Prisma wäre dann auch ein weiterer Tachymeter bzw. Lasertracker erforderlich, was i.d.R. nur bei sehr speziellen Dauermessaufgaben in der industriellen Serienproduktion gerechtfertigt sein dürfte).

Ein völlig anderes Meßprinzip liegt der zweiten Gruppe an Erfassungssystemen zugrunde, der Photogrammetrie. Hier werden Bildpositionen markanter Punkte – im industriellen Umfeld zumeist kontrastreiche Zielmarken – gemessen, die nach Bestimmung der Kameraorientierung(en) im Raum in 2D- oder 3D-Koordinaten transformiert werden können, je nachdem ob ein Ein-Kamera- (2D) oder ein Stereo-Kamerasystem (3D) eingesetzt wird. Der große Vorteil dieser Methodik ist die relativ einfache Handhabung, wozu – im Gegensatz zu den Tachymeter- oder Lasertracker-Verfahren – kein Fachpersonal erforderlich ist, während die komplexeren Auswertalgorithmen automatisch im zugrunde liegenden Softwaresystem ablaufen.

Das Meßprinzip der Photogrammetrie basiert auf der mathematischen Zentralprojektion, die durch eine Kamera - näherungsweise - realisiert wird. Diese streng mathematische Beziehung zwischen einem 3D-Punkt im Raum und seinem Abbild auf der Bildebene der Kamera wird durch die sog. Kollinearitätsgleichungen beschrieben (Albertz und Wiggenhagen 2009):

$$x' = -c \frac{a_{11}(X_i - X_0) + a_{21}(Y_i - Y_0) + a_{31}(Z_i - Z_0)}{a_{13}(X_i - X_0) + a_{23}(Y_i - Y_0) + a_{33}(Z_i - Z_0)} \quad (7.1)$$

$$y' = -c \frac{a_{12}(X_i - X_0) + a_{22}(Y_i - Y_0) + a_{32}(Z_i - Z_0)}{a_{13}(X_i - X_0) + a_{23}(Y_i - Y_0) + a_{33}(Z_i - Z_0)} \quad (7.2)$$

mit x', y' , den Bildkoordinaten bezogen auf Bildhauptpunkt x'_H, y'_H
 c , der Kamerakonstante (orthogonaler Abstand des Projektionszentrums O' von der Bildebene)

$a_{11} \dots a_{33}$, Elementen der Drehmatrix A
 X_i, Y_i, Z_i , den Weltkoordinaten eines 3D-Punktes P_i und
 X_0, Y_0, Z_0 , den Weltkoordinaten des bildseitigen Projektionszentrums O'

Im industriellen Umfeld tritt häufig der Sonderfall auf, dass die zu messenden Punkte in einer Ebene liegen, z.B. in der Bodenebene, oder – wie in dieser Anwendung – in einer dazu parallelen Ebene (aufgrund der konstanten Höhe der mobilen Einheit). Legt man das Weltkoordinatensystem nun mit der X- und Y- Achse in diese Ebene, so besitzen alle zu messenden Punkte denselben konstanten Z-Koordinatenwert $Z_i = Z_{konst.}$. Dividiert man nun die Kollinearitätsgleichungen durch den konstanten Anteil bei $Z_{konst.}$ und fasst alle konstanten Werte (z.B. X_0, Y_0 etc.) zusammen, so vereinfachen sich die Beziehungen und es kann auch die Umkehrabbildung mit den neuen Koeffizienten B_{ij} gebildet werden:

$$X_i = \frac{b_{11}x' + b_{12}y' + b_{13}}{b_{31}x' + b_{32}y' + 1} \quad (7.3)$$

$$Y_i = \frac{b_{21}x' + b_{22}y' + b_{23}}{b_{31}x' + b_{32}y' + 1} \quad (7.4)$$

Zur Bestimmung dieser Gleichungen für eine konkrete Kameraposition und -drehlage wird i.A. die Paßpunktmethod verwendet, d.h. in der Ebene der zu messenden Punkte werden mehrere kontrastreiche, gut zu messende Marken fest angebracht und deren Weltkoordinaten geodätisch bestimmt (z.B. mittels eines Streckennetzes, eines Tachymeters oder einem anderen Meßverfahren). Misst man nun deren zugehörige Bildkoordinaten (x', y') , so ergibt sich aus der vorangehenden Gleichung ein Gleichungssystem, zu dem jeder Punkt zwei Gleichungen generiert. Unbekannt sind dann nur noch die 8 Koeffizienten b_{11} bis b_{32} , so dass insgesamt vier im Bild als auch im Weltkoordinatensystem gemessenen Punkte notwendig sind, um 8 Gleichungen für die 8 Unbekannten zu erhalten (eindeutige Lösung ohne Überbestimmung). Die gesuchten Koeffizienten lassen sich dann durch die allgemeine Lösung eines linearen Gleichungssystems bestimmen. Werden mehr als vier Punkte verwendet, führt dies zu einem Ausgleichungsfall, d.h. es werden (gemäß der Statistik-Theorie) die wahrscheinlichsten Werte für die Koeffizienten in einem Ausgleichungsprozess geschätzt (vereinfacht gesagt: die „gemittelten“ Werte). Vorteil dieser Strategie ist es, grobe Ausreißer zu detektieren und eine Angabe über die erzielte Genauigkeit machen zu können. Bei dieser Anwendung ist davon abgesehen

worden, da die Messungen der Paßpunktmarken manuell vorgenommen und separat überprüft wurden, so dass grobe Fehler ausgeschlossen werden konnten. Ist die Beziehung zwischen Bild- und Arbeitsebene (Weltsystem) mittels der vorangehenden Gleichung hergestellt, kann jede Bildposition (x', y') in die entsprechende Position auf der Arbeitsebene umgerechnet werden.

Intensive Untersuchungen mit handelsüblichen Kameras haben gezeigt, dass die verwendeten Objektive keine perfekte Zentralprojektion realisieren, wie sie den o.g. Gleichungen zugrunde liegt. Daher wird der innere Abbildungsvorgang in einer realen Kamera durch die sog. innere Orientierung beschrieben, d.h. durch den Bildhauptpunkt (x'_H, y'_H) , die Kamerakonstante c sowie die Verzeichnungskorrekturen $(\Delta x', \Delta y')$. Während der Bildhauptpunkt und die Kamerakonstante die streng mathematische Zentralprojektion darstellen (vgl. Kollinearitätsgleichungen), modelliert die Verzeichnung die physikalischen Abweichungen gegenüber der streng mathematisch definierten Zentralprojektion. Deren Hauptanteil ist radialsymmetrisch, der deutlich kleinere Anteil wirkt tangential-asymmetrisch. Zu deren Berücksichtigung wurde schon in den 1960/70er-Jahren eine ganze Reihe von unterschiedlichen Modellen (Korrekturpolynome) entwickelt. Einer der gebräuchlichsten Ansätze stammt von Brown (1971), der inzwischen in den meisten Auswertesystemen integriert ist:

$$\Delta x' = x'(K_1 r'^2 + K_2 r'^4 + K_3 r'^6) + P_1(r'^2 + 2x'^2) + 2P_2 x' y' \quad (7.5)$$

$$\Delta y' = y'(K_1 r'^2 + K_2 r'^4 + K_3 r'^6) + P_2(r'^2 + 2y'^2) + 2P_1 x' y' \quad (7.6)$$

Hierbei sind K_i die unbekanntenen Koeffizienten des radialsymmetrischen, die P_i die des tangential-asymmetrischen Anteils, die gemeinsam in einer Kamera-Kalibrierung bestimmt werden müssen.

Diese Verzeichnungskorrektur sowie der Bezug zum Bildhauptpunkt muss nun an jeder Bildkoordinatenmessung (x', y') angebracht werden, bevor man mit diesen korrigierten Werten in die Kollinearitätsgleichungen eingehen kann. Zur Bestimmung der Werte der inneren Orientierung wird ein Kalibrierungsverfahren angewandt. Für den Einsatz handelsüblicher Kameras, die keine stabilen, langfristig wirksamen Kalibrierungswerte aufweisen, wird heute üblicherweise die sog. Bündelblockausgleichung mit Bestimmung der inneren Orientierung eingesetzt (Selbstkalibrierung), ein Regressionsverfahren, das mittels stochastischem Modell die wahrscheinlichsten ausgeglichenen Werte der

inneren Orientierung liefert. Der große Vorteil dieser Methode ist die hohe Genauigkeit und ihre einfache Durchführbarkeit (s.u.).

Schließlich stellt sich noch die Frage, wie die Bildkoordinaten gemessen werden können. Auch hierzu stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. Ein sehr einfaches und schnelles Verfahren ist die manuelle Messung der Markenzentren. Die Nachteile dieser Methode sind jedoch, dass zum einen das Zentrum einer großen, kreisförmigen Marke (z.B. 50 x 50 Pixel) nicht leicht zu treffen ist und zum anderen die Messung nur auf volle Pixelwerte möglich ist. Verfeinerte Verfahren, die auf Methoden der automatischen digitalen Bildverarbeitung zurückgehen, sind insbesondere das Schwerpunktverfahren (Bestimmung des Schwerpunktes, z.B. der hellen Pixel einer weißen Kreismarke) und die Matching-Ansätze. In dieser Anwendung, bei der dieselben Marken in zwei Bildern gefunden und gemessen werden sollen, sind die Matching-Verfahren zu favorisieren. Das Prinzip, das diesen Verfahren zugrunde liegt, ist der Vergleich eines Musters in Form einer kleinen Bildmatrix (in diesem Fall eine kleine Grauwert-Matrix, die die Marke inkl. eines kleinen Randbereiches enthält; Abb.7.4) mit einem gleichgroßen Ausschnitt aus dem Suchbild. Da die Lage der Marke im Suchbild zumeist nicht oder nur näherungsweise bekannt ist, wird die Mustermatrix pixelweise über einen gewissen (Such-)Bereich verschoben, wobei zu jeder Pixelposition des Musters ein Ähnlichkeitsmaß zu dem darunterliegenden Ausschnitt des Suchbildes berechnet wird. Die Position der gesuchten Marke wird dort angenommen, wo das größte Ähnlichkeitsmaß (d.h. die beste Übereinstimmung) gefunden wurde.

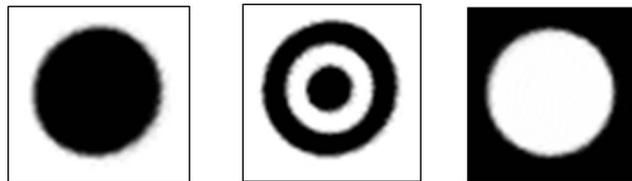


Abbildung 7.4.: Mustermatrizen der drei auf dem Fahrzeug verwendeten Marken (50x50 Pixel)

In der Praxis kommen hierzu insbesondere zwei Ansätze häufig zum Einsatz: das Kreuzkorrelationsverfahren und die Kleinste-Quadrate-Korrelation (Luhmann 2010). Letzteres wird immer dann eingesetzt, wenn die abgebildeten Marken gegenüber dem Muster signifikante Größenunterschiede (Maßstabsunterschiede) aufweisen oder perspektivisch verzerrt sind (z.B. wenn die Markenfläche einen Winkel gegenüber der Bildebene aufweist und die Marke zu einer Ellipse verzerrt wird). In diesen Fällen wird eine interne geometrische

Umbildung notwendig, um das Muster optimal mit der abgebildeten (verzerrten) Marke vergleichen zu können.

Dies ist in dieser Anwendung nicht der Fall, da die Markenflächen immer parallel zur Bildebene der Kamera ausgerichtet sind, und somit Kreismarken auch stets kreisförmig (und nicht als Ellipsen) abgebildet werden. Daher konnte das etwas einfachere Kreuzkorrelationsverfahren eingesetzt werden. Als Ähnlichkeitsmaß dient dabei der sog. Kreuzkorrelationskoeffizient r (Jähne 2012), der mit

$$r = \frac{KOV_{m,s}}{\sqrt{VAR_m VAR_s}} = \frac{\sum(g_m g_s) - \frac{1}{n} \sum g_m \sum g_s}{\sqrt{[\sum g_m^2 - \frac{1}{n} (\sum g_m)^2][\sum g_s^2 - \frac{1}{n} (\sum g_s)^2]}} \quad (7.7)$$

aus den Grauwerten g_m des Musters und denen des Suchbildausschnittes (g_s) berechnet werden kann. Dabei sind $KOV_{m,s}$ die Kovarianz der beiden Stichproben (Grauwertmatritzen), VAR_m und VAR_s die Varianz der Mustermatrix und der Matrix aus dem Suchbereich. g_m ist der Grauwert der Mustermatrix und g_s der Grauwert der Matrix im Suchbereich.

Prinzipiell würde mit diesem Ansatz die gesuchte Position der Marke auch nur auf volle Pixelwerte bestimmt werden können, da die Mustermatrix auch nur um volle Pixel verschoben werden kann. Betrachtet man diese Werte des Kreuzkorrelationskoeffizienten jedoch lediglich als Stützstellen einer eigentlich kontinuierlichen Kreuzkorrelationsfunktion (aufgrund einer (gedachten) kontinuierlichen Verschiebung), dann kann diese Funktion z.B. durch ein Polynom höherer Ordnung approximiert werden. Da jedoch nur die Position des Maximums gesucht wird, beschränkt man sich in der Praxis auf den unmittelbaren Bereich um dieses Maximum (z.B. die Position des Maximalwertes r_{max} sowie die zwei Nachbarwerte links und rechts davon) und legt durch diese Punkte eine ausgleichende Parabel (z.B. mittels eines Best-Fit-Algorithmus). Aus dem Scheitelpunkt dieser Parabel lässt sich dann die Position des Maximums der Korrelationsfunktion auf Subpixel-Genauigkeit bestimmen (Abb.7.5).

In der praktischen Realisierung wurde mit der Kalibrierung der verwendeten Kamera begonnen. Die Entfernungseinstellung wurde an der verwendeten Kamera – wie bei den anschließenden Versuchen – auf Unendlich fokussiert, um dieselben geometrischen Verhältnisse herzustellen (Einstellungen, die von Unendlich abweichen, wären prinzipiell auch möglich, jedoch sind diese Zwischenstellungen der Fokussierung nur recht ungenau reproduzierbar, da normalerweise keine Anschläge und keine Rasterstellungen bei den handelsüblichen Objektiven vorhanden sind. Die Kalibrierung der inneren Orientierung der Kamera wurde mit dem kommerziellen Softwaresystem

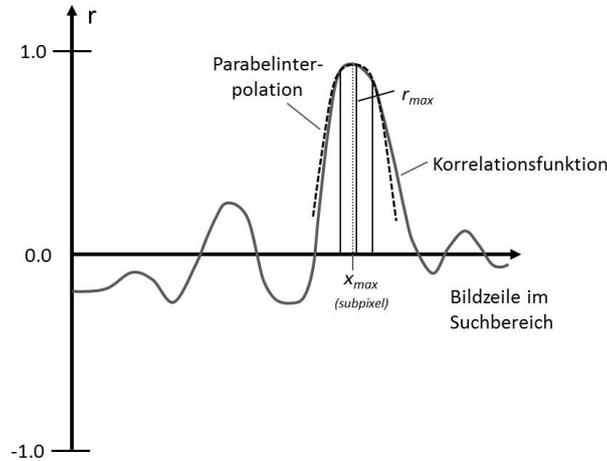


Abbildung 7.5.: Korrelationsfunktion, Stützstellen um r_{max} , Parabelinterpolation

PhotoModeler (Fa. EOS Systems Inc.) durchgeführt. Hierzu wird eine Testtafel, die einige Hundert Zielmarken mit bekannter gegenseitiger Lage enthält, von 8 verschiedenen Richtungen divergent unter verschiedenen Winkeln und in unterschiedlichen Drehlagen (Kantungen) aufgenommen. Nachdem diese Kalibrierungsbilder in das System kopiert wurden, berechnet PhotoModeler vollautomatisch die innere Orientierung. Diese Werte wurden für die verwendete Kamera des Typs Canon EOS 600D gewonnen.

Das ortsfeste Weltkoordinatensystem (genauer: Hallenkoordinatensystem) wurde durch vier fest montierte Zielmarken definiert. Eine Marke wurde dabei als Koordinatenursprung definiert, eine zweite zur Richtungsfestlegung der Rechtwert-Achse (X-Richtung). Zur Bestimmung der Koordinatenwerte wurde ein vollständiges Streckennetz (alle Verbindungen dieser vier Paßpunkte untereinander) mit einem geodätischen Maßband gemessen (Abb.7.6). Aufgrund der einen überbestimmten Strecke konnte die Genauigkeit der Koordinatenwerte mit ± 0.4 mm abgeschätzt werden, d.h. etwas mehr als Faktor 2 besser als die angestrebte Gesamtmessgenauigkeit.

Die Kamera wurde in einer Höhe von ca. 5 m über dem Boden an der Hallendecke fest an einem Querträger montiert, um Veränderungen der Kameraausrichtung während der Versuchsreihen zu minimieren. Zur Realisierung möglichst günstiger Abbildungsverhältnisse wurde die Kamera senkrecht nach unten orientiert, so dass die Bildebene möglichst parallel zur Bodenebene ausgerichtet ist. Dazu wurde mit Hilfe eines Lotes der Lotfußpunkt am Hallenboden mit einer Marke gekennzeichnet und diese durch drehen der Kamera

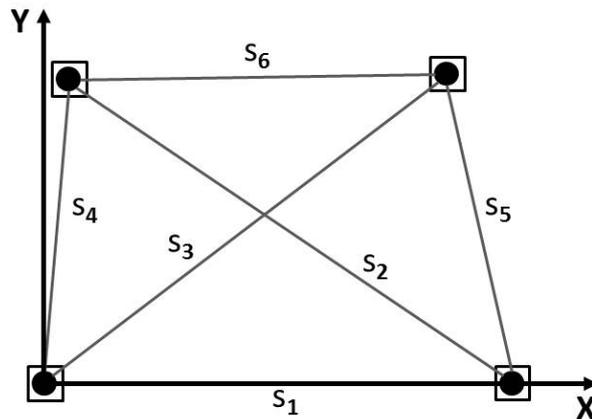


Abbildung 7.6.: Vollständiges Streckennetz zum Aufbau des Weltkoordinatensystems mittels vier Paßmarken

möglichst gut in die Bildmitte gebracht. Da hierdurch keine strenge Nadiraufnahme (Aufnahme mit genau lotrechter Aufnahmerichtung) hergestellt werden kann, werden die Paßpunktmarken in den Ecken des Bearbeitungsgebietes benötigt, um eine exakte Umrechnung der Bild- in die Weltkoordinaten vornehmen zu können (s.o.).

Während der Versuchsreihen sollten auch verschiedene Bereifungen und Radtypen untersucht werden. Daher wurden von der Werkstatt des IFL spezielle Paßpunktmarken angefertigt, die in der Höhe mit Hilfe eines Gewindes sehr fein verstellbar sind. Somit konnten die vier Paßpunkte für jeden Versuch auf die oberste Ebene der mobilen Einheit, in der sich auch die Marken zur Ermittlung der Position befinden, eingestellt werden. Somit wurde stets die den angegebenen Formeln zugrundeliegende Abbildung einer Ebene auf eine Ebene eingehalten. Jedoch ergibt sich durch eine Höhenänderung auch jeweils eine neue Transformation, die auf Basis der neuen Bildkoordinaten der Paßmarken berechnet werden musste. Kontrollmessungen der Strecken dieser Paßmarken im Weltkoordinatensystem haben ergeben, dass die Differenzen zu den ursprünglichen Weltkoordinaten weit unter der Messgenauigkeit lagen, so dass keine neue Messung des vollständigen Streckennetzes notwendig wurde.

Bei der Bildauswertung wurde folgendermaßen vorgegangen: zunächst wurden Positionen der vier Paßpunktmarken im Bild mittels Schwerpunktmethod (s.o.) überprüft. Wurden keine signifikanten Änderungen festgestellt, konnte mit der Messung der Marken auf der mobilen Einheit fortgesetzt werden.

Da die Ausgangsposition bei Wiederholungsversuchen nur durch ein mechanisches Schienensystem realisiert wurde, und damit nicht exakt vom selben Ausgangspunkt der neuen Fahrt ausgegangen werden kann, werden die drei Marken im Ausgangsbild eines jeden Versuches neu als Muster definiert, wozu der Operateur näherungsweise die Mitte der Marke durch Cursor-Click misst und speichert. Im Zielbild, das die Endposition und Drehlage der mobilen Einheit enthält, wird ebenfalls die Mitte der drei Marken näherungsweise in der gleichen Vorgehensweise bestimmt. Der Algorithmus verschiebt nun automatisch jeweils das Muster aus dem Ausgangsbild um einen gewissen, vordefinierten Suchbereich um die Näherungsposition im Zielbild und bestimmt mittels der oben beschriebenen Korrelationsmethode die Position auf Subpixelgenauigkeit. Selbst wenn der Operateur im Ausgangsbild bei der Definition des Musters nicht exakt die Mitte der Marke trifft, so fällt diese Exzentrizität aufgrund der speziellen Eigenschaften der Korrelationsmethode bei der Differenzbildung zwischen Ausgangs- und Endposition wieder heraus, so dass eine fehlerfreie Bestimmung der relativen Bewegung gewährleistet ist.

7.3. Versuche

In diesem Abschnitt werden die einzelnen Versuche beschrieben. Es gab sowohl Versuche mit Einzelfahrzeugen, als auch im Verbund. Es wird angenommen, dass die Messwerte einer Student-Verteilung unterliegen, was sich auch gut mit den Messwerten der Referenzfahrt in A1 (Kap.7.3.1) deckt. Laut DIN 1319 „Grundlagen der Messtechnik“ DIN 1319 sollte ein Vertrauensniveau von 95% verwendet werden. Wählt man dann ein Quantil t der Verteilung ebenfalls nach DIN 1319 $t = t_{\infty} = 2$, so sind 30 Messwerte ausreichend. Die Zahl der Messwerte je Versuchsreihe gering zu halten war notwendig, da insgesamt 12 Messreihen zu Einzelfahrten und sechs Messreihen zu Verbundfahrten unternommen wurden. Diese Zahl von Messwerten führt schon zu über 500 Bewegungen samt manueller Rückholung und über 1000 Fotos die mangels zugeschnittener Software teils manuell bearbeitet werden mussten. Bei jeder Fahrt wurde ein Foto vom Fahrzeug bzw. dem Verbund in der Ausgangsposition erstellt sowie eines in der Endposition. Bei jedem Fahrzeug wurden drei und bei jedem Verbund zwei Messpunkte erfasst. Ausgegeben wurden jeweils die x - und y -Werte, woraus sich dann die relative Position und die Ausrichtung bezüglich der Ausgangslage bestimmen ließen. Von Interesse sind die Standardabweichungen der Position sowie des Winkels, denn „die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung der einzelnen Messwerte um den Erwartungswert[...]“ DIN 1319

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (v_j - \bar{v})^2} \quad (7.8)$$

mit n =Versuchsanzahl, v_j =Messwert und dem Mittelwert $\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_j$

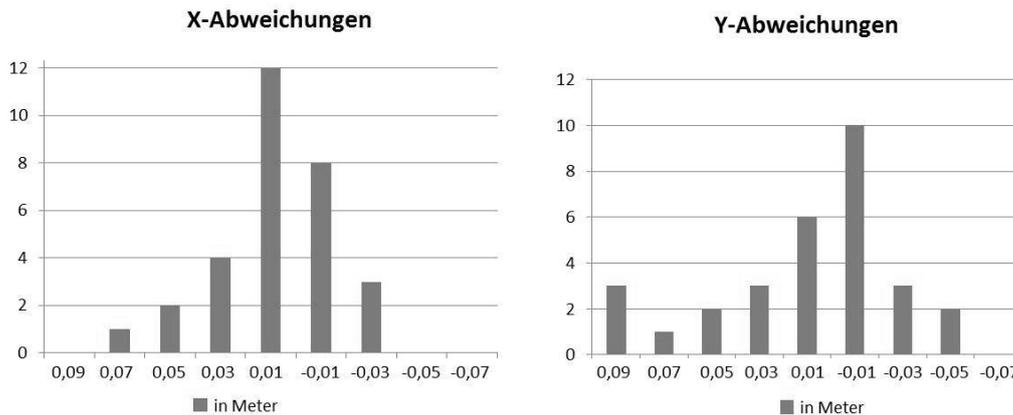


Abbildung 7.7.: Verteilung der Abweichungen in x- und y-Richtung in Metern aus Versuch A1

Die vorgegebene Strecke entspricht bei den Einzelfahrten einem geraden Abschnitt von 1,5m und daran anschließend einem Kreisbogenabschnitt der Länge 2,5m bei einem Radius von 2m. Rechnerisch müsste sich der Messpunkt zwischen der Vorderachse 3,39m in x und 1,336m in y bewegen. Der Verbund fährt auf einem geraden Abschnitt der Länge 2,5m. Die Geschwindigkeit liegt jeweils bei 0,2m/s. Die Einzelfahrten werden im folgenden mit A... bezeichnet, die Verbundfahrten mit V...

7.3.1. A1 Standardkonfiguration 1

Zuerst wird Fahrzeug 1 ohne Abänderungen als Referenzfahrzeug auf den Weg geschickt. Der Raddurchmesser liegt bei 150mm, die Spurbreite bei 360mm und der Achsabstand bei 306mm. Die Reifen bestehen aus Vulkollan und sind 40mm breit. Der beobachtete Ort weicht mit im Mittel 3,40m in x nur um 10mm ab. In y-Richtung jedoch liegt die Abweichung im Mittel schon bei 96mm. Die Standardabweichung liegt in x-Richtung bei 21mm und in y bei 37mm sowie beim Winkel bei $0,64^\circ$.

7.3.2. A2 Standardkonfiguration 2

Die Standardkonfiguration wird mit Fahrzeug 2 wiederholt, um festzustellen, wie sich Fertigungstoleranzen auswirken. Hier sind die Standardabweichungen mit 8mm in x- und 7mm in y-Richtung sowie $0,32^\circ$ bezüglich Richtung zwar deutlich kleiner, jedoch liegt der beobachtete Ort im Mittel 40mm in x und 112mm in y-Richtung vom Koppelort.

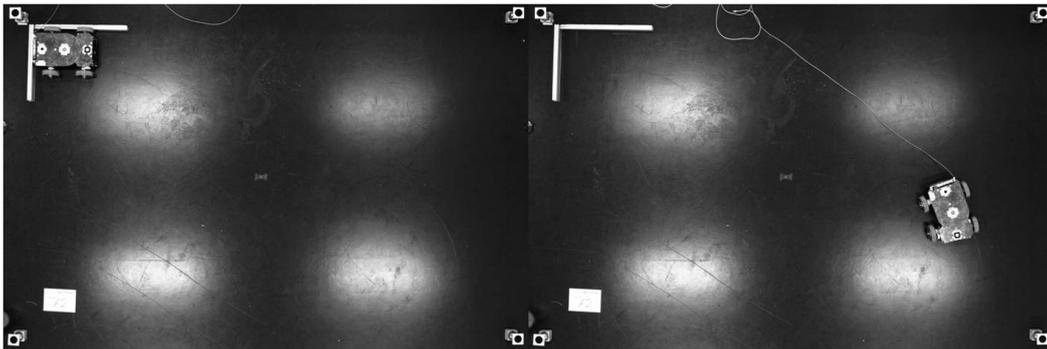


Abbildung 7.8.: Versuch A1: Startposition (links) und Endposition (rechts)

7.3.3. A3 breitere Spur

Für diese Messreihe wurde die Spur des Fahrzeugs 2 auf 428mm verbreitert, alle übrigen Parameter wurden beibehalten. Der Mittelpunkt der Vorderachse liegt im Mittel 64mm in x und 152mm in y-Richtung vom Koppelort entfernt. Die Standardabweichung ist 11mm in x und 17mm in y sowie $0,43^\circ$ in Bezug zur Richtung.

7.3.4. A4 Last auf Vorderachse

Jetzt steht auf Fahrzeug 1 rechts über der Vorderachse ein Gewicht mit einer Masse von 9,8kg. Alle übrigen Parameter entsprechen der Standardkonfiguration. Die Standardabweichungen von 19mm und 41mm in x und y liegen in der Nähe der Standardabweichungen von Versuch A1, allerdings liegt der beobachtete Ort vom Koppelort mit 60mm in x und 165mm in y deutlich weiter entfernt. Da das rechte Rad durch die Last weniger Schlupf aufweist ist die Traktion auf der rechten Seite höher, was den Versatz nach links erklärt.

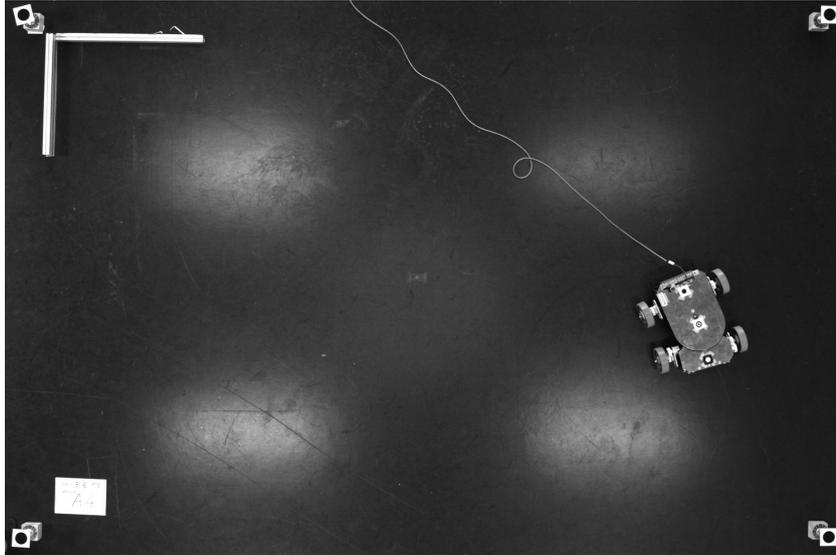


Abbildung 7.9.: Versuch A3: Breitere Spur Endposition

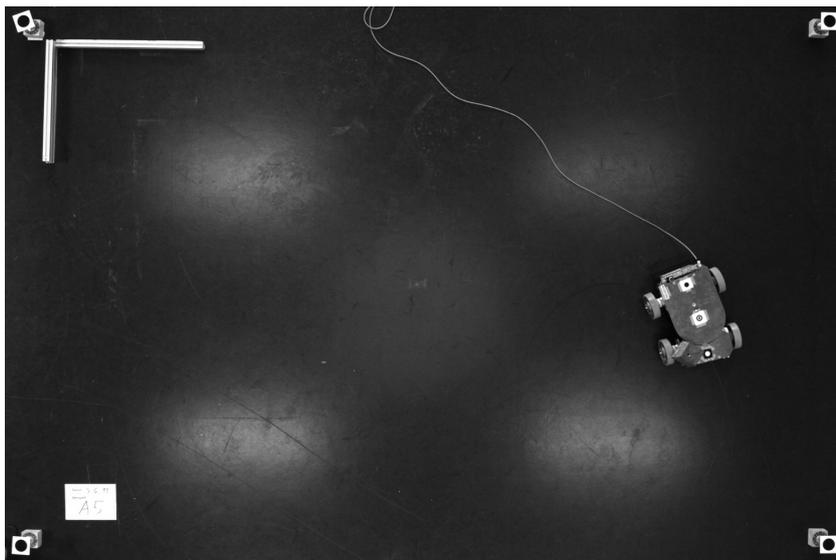


Abbildung 7.10.: Versuch A4: Last vorn rechts

7.3.5. A5 Falscher Programmparameter

In dieser Reihe wurde das Fahrzeug 3 in der Standardkonfiguration bewegt. Im Programm, das die Steuerung mit der Bahn versorgt, ist jedoch ein falscher Programmparameter für den Achsabstand von 428mm hinterlegt. Wie zu er-

warten liegt der beobachtete Ort weiter von Koppelort: 230mm in x und 203mm in y. Die Standardabweichung ist jedoch annähernd gleich wie bei Versuch A1.

7.3.6. A6 Radmaterial Gummi

Jetzt wird das Fahrzeug mit Gummirädern betrieben. Diese haben einen Durchmesser von 160mm, was im Programm hinterlegt wird. Die Reifenbreite ist ebenfalls 40mm. Das Material weist eine Härte von 65 Shore A auf, was einen vergleichsweise hohen Reibwert zur Folge hat. Vom Koppelort weicht das Fahrzeug 80mm in x und 184mm in y ab. Die Standardabweichungen von 121mm in x und 186mm in y sind so groß wie bei keinem anderen Versuch. Die Standardabweichung des Winkels ist zumindest bei den Einzelfahrten mit über 2° am größten.

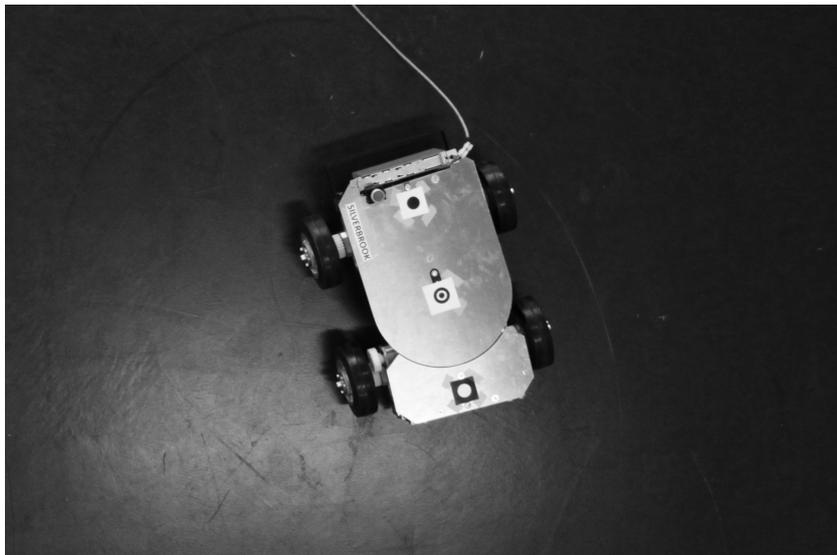


Abbildung 7.11.: Versuch A6: Radmaterial Gummi 65 Shore A

7.3.7. A7 Radmaterial PU-SKS

Ein weiteres in der Fördertechnik gebräuchliches Radmaterial ist Polyurethan mit einer Härte von 95 Shore A. Die Räder mit Durchmesser 150mm und einer Breite von 40mm führen zu einer Abweichung vom Koppelort von 48mm in x- und 136mm in y-Richtung. Die Standardabweichung liegt mit 40mm und

74mm in x und y vergleichsweise hoch. Auch die winkelmäßige Standardabweichung liegt fast doppelt so hoch wie bei Vulkollanrädern.

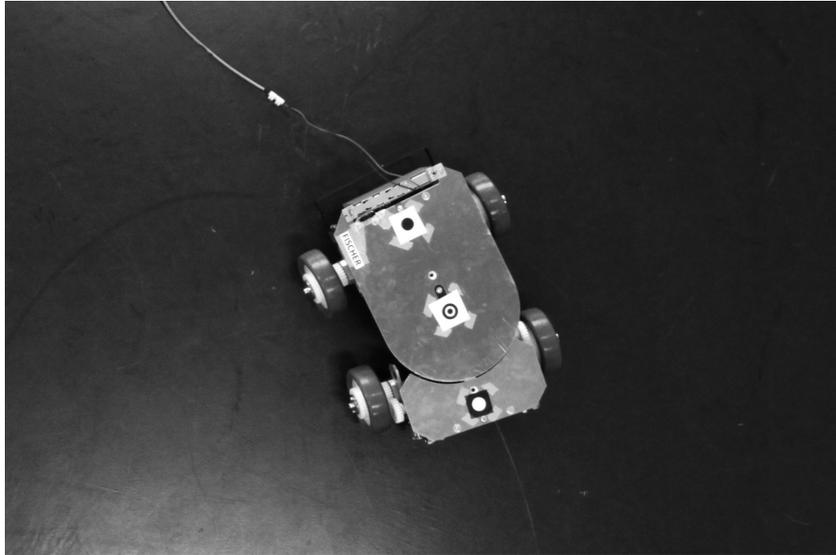


Abbildung 7.12.: Versuch A6: Radmaterial Polyurethan 95 Shore A

7.3.8. A8 Radmaterial THKS

Als letzte Materialvariation wird der Thermoplast THKS mit 85 Shore A untersucht. Während die Standardabweichungen nahezu identisch mit denen aus Versuch A7 sind, liegt die Abweichung vom Koppelort bei 145mm in x und 92mm in y.

7.3.9. A9 abweichender Raddurchmesser

Bei dieser Versuchsreihe sollte untersucht werden wie sich ein stärker abgefahrenes Rad auf einer Seite auf die Positionsgenauigkeit des Fahrzeugs auswirkt. Das vordere rechte Rad weist einen Durchmesser von 148mm auf, also zwei Millimeter weniger als das linke. Am Zielpunkt weicht das Fahrzeug 90mm in x und 23mm in y ab. Die Standardabweichungen liegen knapp über der des Versuchs A1.



Abbildung 7.13.: Versuch A6: Radmaterial Thermoplast THKS Shore 85 A

7.3.10. A10 Krafteinwirkung von außen

Im Versuch A 10 wird ein Fahrzeug mit Standardkonfiguration bewegt. An einer Halterung wird ein Gewicht befestigt, das über den Boden hinterhergeschleift wird. Der Kraftangriffspunkt befindet sich auf Höhe der Vorderachse in einem Abstand von 340mm zu Mittelachse. Das Gewicht beträgt 3,2kg, woraus eine Kraft von 10N resultiert. Die Abweichung in x vom Koppelort ist mit 27mm recht niedrig, allerdings weicht das Fahrzeug in y mit 195mm recht stark ab. Die Standardabweichungen sind etwa zweimal so groß wie bei Versuch A1.

7.3.11. A11 Unrundheit eines Rades

Bei dieser Reihe sollte untersucht werden, welchen Einfluss ein unförmiges Rad auf die Fahrt des Fahrzeugs hat. Das Fahrzeug ist mit Polyurethanrädern ausgestattet, von denen das vordere rechte Rad um 2mm abgeflacht wurde. Die Standardabweichungen liegen ähnlich hoch wie bei Versuch A7, allerdings ist die Abweichung wie zu erwarten mit 138mm in x und 112mm in y deutlich höher.

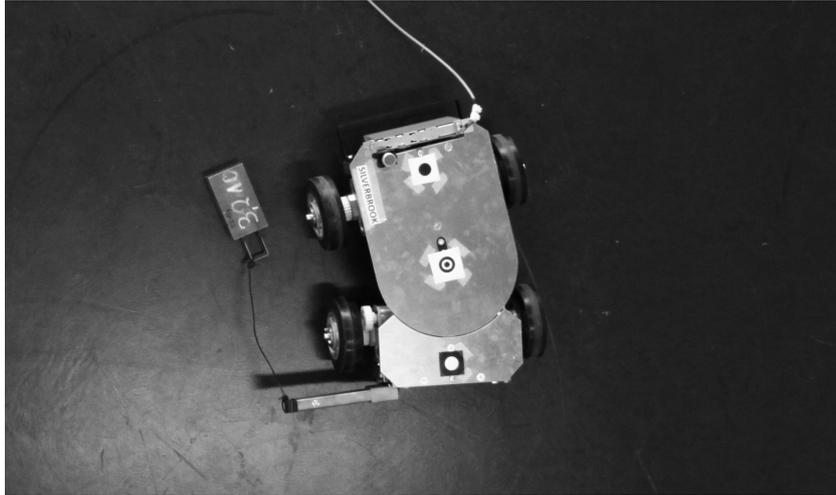


Abbildung 7.14.: Versuch A10: äußere Krafteinwirkung

7.3.12. A12 Unterschiedliche Reibung mit Boden

Um zu untersuchen, welchen Einfluss Verunreinigungen und damit verschiedene Reibkoeffizienten bei den beiden Rädern in Kontakt mit der Fahrbahn haben, wurden auf der Bahn des rechten Rades vier Bögen Schleifpapier aufgeklebt. Auf diese Weise wurde die Reibung einseitig deutlich vergrößert. Dies führt zu Abweichungen von 31mm in x und 120mm in y. Die Standardabweichungen liegen etwa bei denen des Versuchs A1.

7.3.13. V1 Standardkonfiguration

In der Standardkonfiguration sind alle vier Fahrzeuge im Zustand von Versuch A1 und über einen Rahmen aus Aluprofilen verbunden, der jeweils über der Mitte der Vorderachse drehbar gelagert ist. Auf der Strecke von 2,5m kommt es zu einer Abweichung von 103mm in x und 43mm in y. Die Standardabweichung liegt bei 18mm in x und bei 60mm in y. Die Standardabweichung der Orientierung des Rahmens beträgt $2,7^\circ$.

7.3.14. V2 mit Lastschwerpunkt außermittig

Bei diesem Versuch wurde auf dem Rahmen eine Halterung mit einem Stuhl angebracht, auf der eine Versuchsperson transportiert wurde. Der Schwerpunkt lag dabei über der Längsachse der beiden linken Fahrzeuge im Vorderen Viertel des Rahmens. Das Gewicht der Halterung, des Stuhls und der

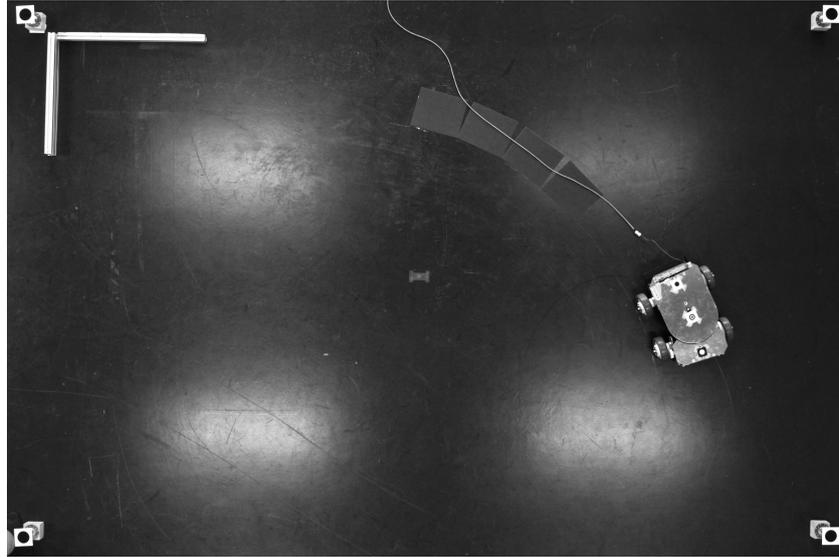


Abbildung 7.15.: Versuch A11: verschiedene Reibkoeffizienten

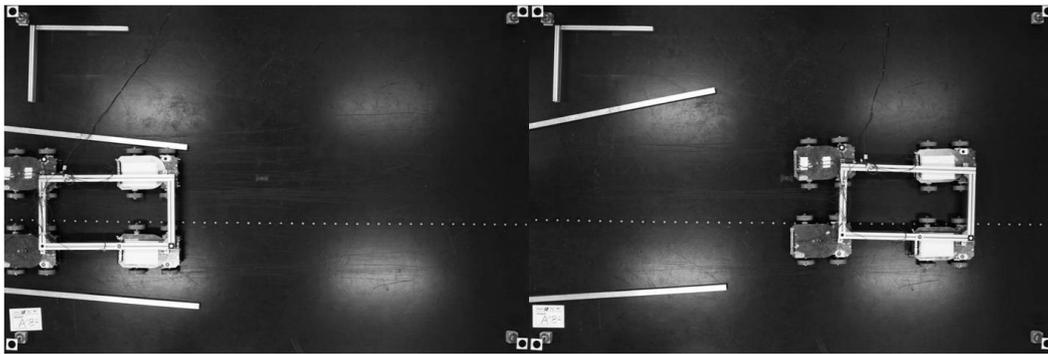


Abbildung 7.16.: Versuch V1: Verbund in Standardkonfiguration

Versuchsperson lag bei 107,7kg. Der Verbund war gegenüber seiner Sollposition im Durchschnitt um 207mm in x-Richtung versetzt, sowie um 75mm in y-Richtung. Die Standardabweichung betrug 80mm bzw. 117mm in x bzw. y sowie $8,3^\circ$ bezüglich der Orientierung.

7.3.15. V3 mit variierender Reibung

Analog zu A12 wurde auf einem Teilstück Schleifpapier am Boden angebracht um sichtbar zu machen, welchen Einfluss verschiedene Reibparameter haben. Das Schleifpapier war auf der Seite der beiden linken Fahrzeuge auf einer Strecke von 23cm angebracht. Die Abweichung von der Sollposition ist bei

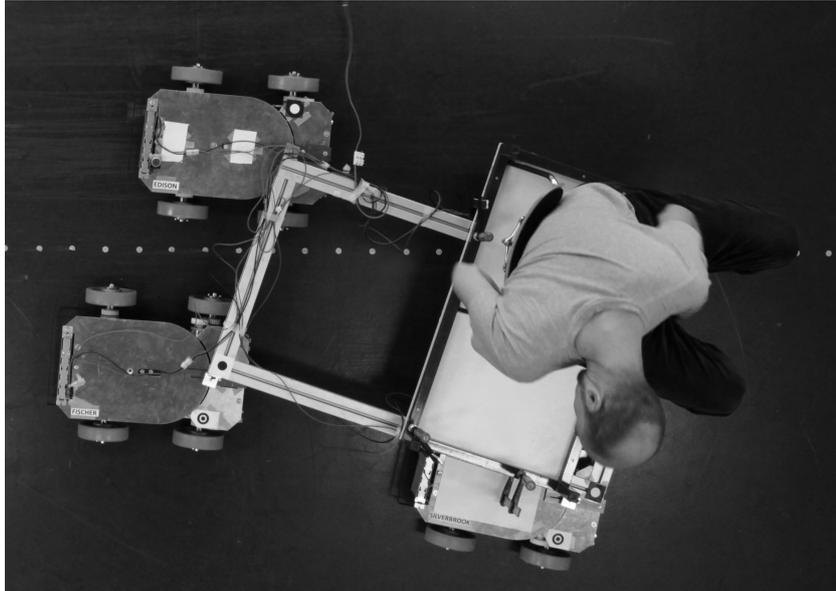


Abbildung 7.17.: Versuch V2: Verbund mit Last

dieser Variante im Durchschnitt gering, allerdings ist die Standardabweichung in x höher als bei V1.

7.3.16. V4 mit abweichenden Raddurchmessern

Analog zu A9 wurden hinten rechts die Durchmesser der Räder auf 148mm verringert. In der Realität ist dies ein wahrscheinliches Szenario, da sich Fahrzeuge zu einem Verbund zusammenschließen, die unterschiedliche Laufleistungen hinter sich gebracht haben und damit auch verschieden großen Verschleiß aufweisen. Die durchschnittlichen Abweichungen vom Zielort sowie die Standardabweichungen in x und y sind ähnlich zu den Werten aus V1, allerdings ist die Standardabweichung des Winkels mit $3,9^\circ$ um ein Drittel größer.

7.3.17. V5 Ausfall eines Fahrzeugs

In diesem Szenario fällt ein Fahrzeug aus. Das vordere linke Fahrzeug rollt ungebremst mit. Die Abweichung vom Koppelort ist in diesem Fall etwa doppelt so groß wie bei der Standardkonfiguration. Während die Standardabweichungen in x und y kaum größer werden, fällt die Abweichung in der Richtung mit $4,7^\circ$ beinahe doppelt so groß aus.

7.3.18. V6 Krafteinwirkung von außen

Für dieses Szenario wurde dem Verbund eine Last angehängt. am hinteren rechten Fahrzeug an der Aufnahme des Rahmens wurde über eine Schnur eine Kiste mit 17kg Gewichten angehängt, was einer Kraft in Zugrichtung von 55N entspricht. Diese vergleichsweise geringe Kraft hat massive Auswirkungen auf die Position. Zum Koppelort fehlen in x-Richtung durchschnittlich 314mm und in y-Richtung 186mm. Die Standardabweichung in x und y war mit 40 und 92mm etwa so groß wie bei V2. Auch die Standardabweichung bezüglich der Orientierung war mit 6° vergleichsweise groß.

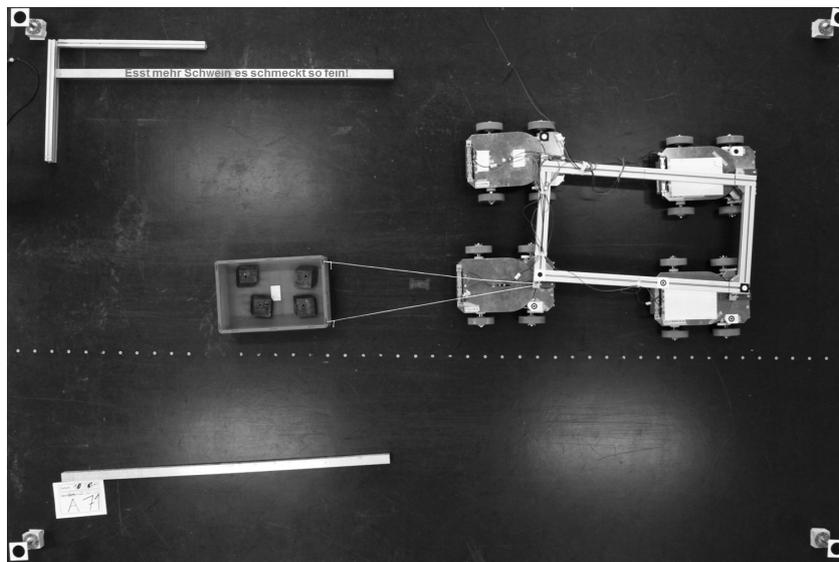


Abbildung 7.18.: Versuch V6: Krafteinwirkung von außen

7.4. Fazit Fahrversuche

Nach den Fahrversuchen mit den Einzelfahrzeugen lässt sich festhalten, dass die Bereifung mit Vulkollan im Vergleich zu PU-SKS, THKS und Gummi die geringsten Abweichungen mit sich bringt. Die Verbreiterung der Spur hat sich eher negativ auf die Genauigkeit ausgewirkt. Eine außermittige Last hat zwar eine größere Abweichung vom Zielpunkt zur Folge bringt aber wie falsche Parameter kaum eine Veränderung bei den Standardabweichungen mit sich. Das bedeutet, dass sich solche Parameter durch eine Kalibrierung vermeiden lassen. Schäden am Rad, die zu Unrundheit führen sowie äußere Krafteinflüsse sollten nach Möglichkeit vermieden werden, da die Streuung relativ groß ist.

Verschmutzungen am Boden bzw. damit einhergehende Unterschiede in der Reibung über kurze Distanzen bringen nur relativ kleine Abweichungen hervor. Im Verbund wirkt sich ein außermittiger Schwerpunkt stark aus, dies kann aber unter Umständen mit einem Faktor ausgeglichen werden, wenn über Kommunikation allen Fahrzeugen die Schwerpunktslage bekannt ist. Ebenso verhält es sich mit einem Ausfall eines Fahrzeugs. Auf jeden Fall zu vermeiden sind äußere Kräfteinflüsse, da diese eine große Abweichung sowie eine ungewollte Verdrehung der Last mit sich bringen.

8. Zusammenfassung

Am Beginn dieser Arbeit stand der Wunsch nach einem Transportcluster zur Förderung einer schweren Last durch mehrere kleine Transportfahrzeuge. Um einen solchen Verbund realisieren zu können, wurden in dieser Arbeit technische Kenngrößen und Umsetzungen näher beleuchtet um Richtlinien zur Gestaltung von Transportformationen und den dafür notwendigen Grundelementen zur Verfügung zu stellen. Dazu wurden in einem ersten Schritt gängige Fahrwerkstypen auf ihre Eignung für die Transportformation untersucht. Am besten eignen sich von den betrachteten Fahrwerken die Radseitenlenkung, wobei in diesem Fall die Last in der Mitte der Achse drehbar gelagert werden muss. Nach Auswahl des Fahrwerks wurde die abzufahrende Bahn des Transportverbunds genauer in Augenschein genommen. Hier hat sich gezeigt, dass die Last mit dem vorderen und dem hinteren Mittelpunkt einer vorgegebenen Bahn wie ein Schienenfahrzeug folgen sollte um Unstetigkeiten und damit in der Realität unmögliche Lenkbewegungen zu vermeiden. Ferner wurde gezeigt, dass sich geplante Routen möglichst aus geraden Abschnitten und Kreissegmenten zusammensetzen sollten, da sich bei Kreissegmenten im Gegensatz zu parabelförmigen Bahnen gleichmäßigere Geschwindigkeitsverläufe einstellen, was realen Stellgliedern entgegenkommt. Nach Möglichkeit sollten die Kreissegmente eine Bogenlänge entsprechend der Länge der Last aufweisen um den bestmöglichen Geschwindigkeitsverlauf zu erhalten.

Im Anschluss wurde eine Transportformation mit verschiedenen Parametern simuliert um herauszufinden, wie sie sich auf den Verbund auswirken. Basierend auf den gewonnenen Erkenntnissen wurden schließlich Fahrversuche unternommen, die zeigen welchen Einfluss das Radmaterial, Lasten und äußere Kräfte, sowie Fehler wie abweichende Raddurchmesser, veränderlicher Untergrund oder auch ein ausgefallenes Fahrzeug haben. Es zeigte sich, dass sich Vulkollan sehr gut für den Einsatz in Formationen eignet und, dass Kräfte von außen zu relativ starken Abweichungen führen und deshalb nach Möglichkeit zu vermeiden sind. Fertigungstoleranzen und geometrischen Änderungen wie Spurbreite oder veränderliche Raddurchmesser haben zwar einen negativen Einfluss auf die Odometriege nauigkeit, aber die Streuung dieser Werte ist relativ gering. Deshalb empfiehlt es sich vor dem Einsatz in einer Formation für die jeweiligen Fahrzeuge Referenzfahrten zu unternehmen und damit

einen Faktor zu gewinnen, der auf die abzufahrende Bahn angerechnet werden kann. Mit diesen Ergebnissen lässt sich in Zukunft die Genauigkeit einer gesteuerten Transportformation erhöhen. Dies ist auch hilfreich für eine kraftgeregelte Formation, da sich die Störungen so deutlich verringern lassen und so die notwendigen Regeleingriffe in das System kleiner werden.

Soll eine Transportformation aufgebaut werden, muss zuerst ein Fahrwerk ausgewählt werden. Hierfür bietet sich ein Radseitenfahrwerk an, da dieses sowohl sehr einfach zu steuern ist, als auch effizient und unanfällig gegen Schwingungen ist. Als Reifenmaterial bietet sich Vulkollan an, da damit die geringsten Abweichungen produziert werden. Die Umgebung sollte sauber sein, damit an allen angetriebenen Rädern möglichst gleiche Reibverhältnisse herrschen. Die Bahn sollte aus geraden Abschnitten und Kreisbogenabschnitten zusammengesetzt werden. Diese Bögen sollten mit möglichst großem Radius und einer der Formationslänge entsprechenden Bogenlänge gewählt werden. Die Fahrzeuge sollten vor der Formationsfahrt eine Referenzfahrt unternehmen. Deren Ergebnisse und die Lage des Schwerpunkts der Last muss auf die Bahn der Einzelfahrzeuge angerechnet werden. Wird eine kraftbasierte Regelung verwendet, sollte mit einer gewissen Toleranz vermieden werden, dass Fehlereinflüsse von außen eine Bahnabweichung verursachen, die ohne Regelung nicht aufgetreten wäre.

Literatur

- DIN 1319 Grundlagen der Meßtechnik.
- DIN 51097 Prüfung von Bodenbelägen.
- DIN EN 13698 Produktspezifikation für Paletten.
- VDI4451 Kompatibilität von Fahrerlosen Transportsystemen (FTS) - Leitsteuerung für FTS.
- Albertz, J. und M. Wiggenhagen (2009). *Taschenbuch zur Photogrammetrie und Fernerkundung = Guide for photogrammetry and remote sensing*. Wichmann.
- Arnold, Dieter; Furmans, K. (2005). *Materialfluss in Logistiksystemen*. Springer.
- Ashton, K. (2009). That 'Internet of Things' Thing. *RFID Journal*.
- Baur, T. (2008). Vorrichtung mit Hub- und Fahrtrieb. Patent: DE 10 2008 024 607 A1.
- Baur, T., F. Schönung, T. Stoll und K. Furmans (2008). Formationsfahrt von mobilen, autonomen und kooperierenden Materialflusselementen zum Transport eines Ladungsträgers. *Wissenschaftlichen Gesellschaft für Technische Logistik e. V. 4. Fachkolloquium*, S. 9.
- Brown, D. C. (1971). Close-range camera calibration. *PHOTOGRAMMETRIC ENGINEERING Vol. 37, No. 8.*, S. 855–866.
- Bullinger, H.-J. und M. M. Lung (1994). *Planung der Materialbereitstellung in der Montage*. Stuttgart: Teubner.
- Bullinger, H.-J. und M. ten Hompel (Hrsg.) (2007). *Internet der Dinge: Selbststeuernde Objekte und selbstorganisierende Systeme*. Berlin: Springer.
- Dudzinski, P. (2005). *Lenksysteme für Nutzfahrzeuge*. Springer.
- Fujii Masakazu, Kosuge Kazuhiro, I. W. M. H. und T. Kouji (2007). Cooperative Control of Multiple Mobile Robots Transporting a Single Object with Loose Handling. In: *Proceedings of the 2007 IEEE International*

- Conference on Robotics and Biomimetics December 15 -18, 2007, Sanya, China.*
- Furmans, K., T. Stoll, F. Schönung und H. Hippenmeyer (2009). KARIS - dezentral gesteuert. *Hebezeuge und Fördermittel* 49, S. 304–306.
- Geimer M., Xi Z., N. P. O. G. L. (2010). Development of an intelligent master-slave system between agricultural vehicles. In: *Proceedings of the 2010 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, University of California, San Diego, CA, USA, June 21-24, 2010.*
- Günthner, W.; Tenerowicz, P. (2011). Modularisierung und Dezentralisierung in der Intralogistik - Auf dem Weg zur zellularen Fördertechnik. *Industrie Management* 1, S. 25–29.
- Günthner, W. (2000). Verbundforschungsprojekt MATVAR - Wege zum wandelbaren Materialflussnetz. *Hebezeuge und Fördermittel, Berlin* 40, S. 267f.
- Hashimoto Masafumi, O. F. und Z. Satoru (1995). Object-Transportation Control by Multiple Wheeled Vehicle- Planar Cartesian Manipulator Systems. In: *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation.*
- Hirata Yasuhisa, Kosuge Kazuhiro, A. H. K. H. und K. Kuniaki (2000). Coordinated Transportation of a Single Object by Multiple Mobile Robots without Position Information of Each Robot. In: *Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ international Conference on Intelligent Robots and Systems.*
- Ilon, B. E. (1975). WHEELS FOR A COURSE STABLE SELFPROPELLING VEHICLE MOVABLE IN ANY DESIRED DIRECTION ON THE GROUND OR SOME OTHER BASE.
- Jähne, B. (2012). *Digitale Bildverarbeitung : und Bildgewinnung.* Springer.
- Jünemann, R. und T. Schmidt (2000). *Materialfluss und Logistik.* Springer.
- Kumagai Masaaki, O. T. (2008). Development of a Robot Balancing on a Ball. In: *International Conference on Control, Automation and Systems.*
- Luhmann (2010). *Nahbereichsphotogrammetrie : Grundlagen, Methoden und Anwendungen.* Wichmann.
- Mathworks (2013, 05). Produktbeschreibung Simulink auf MathWorks-Homepage.

- Maxim Paul M., Hettiarachchi Suranga, S. W. M. S. F. H. J. K. T. S. C. (2008). Trilateration Localization for Multi-Robot Teams. In: *Proceedings of the Sixth International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Special Session on MultiAgent Robotic Systems (ICINCO'08)*.
- Mayer, S. H. (2009). *Development of a completely decentralized control system for modular continuous conveyors*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH).
- Möbius, Sven; Schmitz, A. (2009). Eine „BInE“ die fährt, fördert, hebt und dreht. *Research to Business 1*, S. 8.
- Mehlan (2002). *Experimentelle Verschleißuntersuchungen von angetriebenen Polyurethanrädern unter Einwirkung von Zwischenstoffen*. Dissertation, Universität Dortmund.
- Mitschke, M. (1972). *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer.
- Overmeyer, Falkenberg, Heiserich und Jungk (2007). Innovative Gestaltung von Intralogistik durch Kopplung kleinskaliger Systeme. In: *Tagungsband 16. Deutscher Materialflusskongress*, S. 265–276.
- Piazza, H.-M. (2010, June). 50 Prozent mehr Leistung. *FM das Logistik-Magazin 6*(6), S. 23.
- Reimpell, J. (1988). *Fahrwerktechnik: Grundlagen : Fahrwerk und Gesamtfahrzeug, Antriebsarten und Radaufhängungen, Achskinematik und Elastokinematik, Lenkanlage, Federung, Reifen, Konstruktions- und Kostenhinweise*. Vogel.
- Scheuerle. Produktbeschreibung SPMT. <http://www.scheuerle.de/produkte/neufahrzeuge/modulfahrzeuge-spmt.html> vom 19.12.2012.
- Seemann, W. (2006). *Mehrkörperdynamik*. Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH).
- Siegwart, Roland ; Nourbakhsh, I. R. (2004). *Introduction to autonomous mobile robots*. MIT Press.
- Stoll, T. (2012). *Dezentral gesteuerter Aufbau von Stetigförderern mittels autonomer Materialflusselemente*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie.
- Stoll, T., K. Furmans, F. Schönung und S. Mayer (2008). Dezentral gesteuerte Materialförderung. Patent: DE 10 2008 059 529 A1.
- Thien H.P., Moelyadi M.A., M. H. (2007). Effects of Leader's Position and Shape on Aerodynamic Performances of V Flight Formation. In:

- Proceedings of the International Conference on Intelligent Unmanned System (ICIUS 2007), Bali, Indonesia.*
- Tlale, N. und M. de Villiers (2008). Kinematics and Dynamics Modelling of a Mecanum Wheeled Mobile Platform. In: *Mechatronics and Machine Vision in Practice, 2008. M2VIP 2008. 15th International Conference on.*
- Tlale, N. S. (2006). On distributed mechatronics controller for omnidirectional autonomous guided vehicles. *Industrial Robot: An International Journal* 33/4, S. 278–284.
- Trenkle, Andreas; Epp, M. S. D. (2013). Starr und sicher oder autonom. *Hebezeuge Fördermittel 1-2*, S. 38–40.
- Ullrich, G. (2011). *Fahrerlose Transportsysteme : Eine Fibel – mit Praxisanwendungen – zur Technik – für die Planung.* Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Wiesbaden.
- Unbehauen, H. (2005). *Regelungstechnik. 1. Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme.* Regelungstechnik. Vieweg.
- Womack, James P. ; Jones, D. T. . R. D. (1991). *The machine that changed the world : how Japans secret weapon in the global auto wars will revolutionize Western industry.* Harper Perennial.

A. symbole

Symbol	Erklärung	eingeführt auf Seite
δ_i	Radeinschlagswinkel kurveninneres Rad	22
$\delta_{A,a}$	Radeinschlagswinkel kurvenäußeres Rad	22
ρ	Abstand zum Krümmungsmittelpunkt	25
$F_{x,y}$	Kräfte in x-, y-Richtung	27
ψ	Winkel Fahrzeug zu festem Koordinatensystem	27
J_2	Massenträgheitsmoment durch Schwerpunkt SP	27
P	Referenzpunkt Fahrzeug	31
θ	Winkel zwischen lokalem und globalem Koordinatensystem	33
$R(\theta)$	orthogonale Rotationsmatrix	34
V_R	Geschwindigkeitsvektor in globalen Koordinaten	34
V_F	Geschwindigkeitsvektor in lokalen Koordinaten	35
$J_{1/2}$	Transformationsmatrix	35
V_{w_1,w_2}	Geschwindigkeiten Räder	36
R_w	Radius des Rads	37
ω_w	Winkelgeschwindigkeit des Rads	37
$\alpha(t)$	Lenkwinkel	37
$\beta(t)$	Lenkwinkel	37
d	Spurbreite Radseitenfahrzeug	41
J^+	Inverse der Transformationsmatrix	42
L	Abstand der Achsen zum Mittelpunkt des Mecanumfahrzeugs	44
l	halbe Spurbreite Mecanumfahrzeug	44
k	konstante Geschwindigkeit	53
$c(t)$	Bahnkurve	54
L	Bogenlänge	54
θ	Winkel Fahrzeug zum Raum	55
e	Wirkungsgrad Mecanumrad	69
V	Mitte der Vorderkante der Palette	71
V_i	Mitte der Vorderkante des Fahrzeugs i	71

A. *symbole*

H	Mitte der Hinterkante der Palette	71
H_i	Mitte der Hinterkante des Fahrzeugs i	71
L	Länge der Palette	71
L_i	Länge des Fahrzeugs i	71
d_i	Abstand der Mittellinie der Palette zur Mittellinie des Fahrzeugs	71
τ	Zeitpunkt	77
v_V	Geschwindigkeit Punkt V	77
ψ	Winkel Fahrzeug zum Weltkoordinatensystem	90
R, r	Radius Kurve	91
T_i	Zeitpunkt	91
a	Beschleunigung	91
v	Geschwindigkeit	91
c_i	Konstante	94
φ	Winkel Bahntangente zu Fahrzeug	

B. Messungen

B. Messungen

A1 Standardkonfiguration

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25544	2,6095	3,64594	1,34578	4119,663	1864,963	0,995
2	1	0,25361	2,6095	3,64302	1,32617	4116,386	1886,663	0,993
3	1	0,25453	2,6095	3,69529	1,38633	4173,285	1820,228	0,994
4	1	0,25453	2,6095	3,66055	1,35566	4135,539	1854,058	0,993
5	1	0,25454	2,6086	3,62572	1,28346	4097,396	1933,912	0,993
6	1	0,25454	2,6086	3,61813	1,29006	4089,21	1926,593	0,994
7	1	0,25454	2,6086	3,66123	1,37282	4136,361	1835,068	0,995
8	1	0,25454	2,6086	3,624	1,29654	4095,608	1919,424	0,991
9	1	0,25454	2,6086	3,65505	1,3899	4129,771	1816,138	0,996
10	1	0,25453	2,6095	3,65664	1,36902	4131,371	1839,261	0,992
11	1	0,25453	2,6095	3,65151	1,36751	4125,819	1840,918	0,996
12	1	0,25454	2,6086	3,67206	1,39958	4148,226	1805,48	0,991
13	1	0,25453	2,6095	3,68672	1,41978	4164,183	1783,177	0,996
14	1	0,25454	2,6086	3,70843	1,40608	4187,585	1798,418	0,991
15	1	0,25453	2,6095	3,66221	1,38428	4137,49	1822,385	0,989
16	1	0,25544	2,6095	3,66562	1,3795	4141,151	1827,689	0,994
17	1	0,25453	2,6095	3,67271	1,39104	4148,886	1814,934	0,997
18	1	0,25453	2,6095	3,664	1,38962	4139,452	1816,482	0,99
19	1	0,25454	2,6086	3,63285	1,32511	4105,375	1887,812	0,994
20	1	0,25453	2,6095	3,66054	1,3791	4135,649	1828,108	0,995
21	1	0,25453	2,6095	3,67677	1,40215	4153,338	1802,653	0,993
22	1	0,25544	2,6095	3,6573	1,39652	4132,234	1808,818	0,995
23	1	0,25453	2,6095	3,65698	1,39822	4131,902	1806,932	0,997
24	1	0,25453	2,6095	3,62728	1,31624	4099,282	1897,616	0,992
25	1	0,25453	2,6095	3,64246	1,38379	4116,102	1822,858	0,996
26	1	0,25454	2,6086	3,64515	1,37704	4118,979	1830,344	0,994
27	1	0,25453	2,6095	3,65621	1,39369	4131,044	1811,943	0,997
28	1	0,25363	2,6086	3,6774	1,42521	4154,132	1777,125	0,996
29	1	0,25454	2,6086	3,64423	1,37607	4117,981	1831,418	0,994
30	1	0,25544	2,6095	3,63229	1,34427	4104,869	1866,592	0,994
1	2	0,45571	2,60356	3,7127	1,15638	4190,625	2074,59	0,97
2	2	0,45478	2,60447	3,70861	1,13587	4186,05	2097,251	0,986
3	2	0,45572	2,60265	3,76448	1,19697	4246,822	2029,747	0,983
4	2	0,45479	2,60356	3,72709	1,16537	4206,232	2064,652	0,987
5	2	0,45477	2,60537	3,68672	1,09287	4162,054	2144,79	0,979
6	2	0,45571	2,60356	3,68251	1,10035	4157,562	2136,52	0,964
7	2	0,45479	2,60356	3,73007	1,1849	4209,594	2043,066	0,98
8	2	0,45568	2,60537	3,68706	1,1061	4162,528	2130,161	0,974
9	2	0,45479	2,60356	3,7237	1,20241	4202,846	2023,707	0,983
10	2	0,45479	2,60356	3,72371	1,17928	4202,689	2049,274	0,978
11	2	0,45571	2,60356	3,72006	1,17857	4198,744	2050,064	0,986
12	2	0,45481	2,60266	3,74293	1,21249	4223,672	2012,585	0,971
13	2	0,45573	2,60175	3,7605	1,23233	4242,769	1990,669	0,979
14	2	0,45481	2,60266	3,77994	1,2194	4263,644	2004,981	0,982
15	2	0,45481	2,60266	3,73093	1,19548	4210,599	2031,378	0,971
16	2	0,45572	2,60265	3,74044	1,19066	4213,92	2036,705	0,983
17	2	0,45572	2,60265	3,74291	1,20277	4223,585	2023,329	0,972
18	2	0,45572	2,60265	3,73452	1,2009	4214,517	2025,384	0,967
19	2	0,45479	2,60356	3,69823	1,1356	4174,83	2097,557	0,977
20	2	0,45571	2,60356	3,73037	1,19067	4209,957	2036,693	0,984
21	2	0,45481	2,60266	3,74711	1,21395	4228,203	2010,975	0,988
22	2	0,45572	2,60265	3,72762	1,20788	4207,118	2017,667	0,981
23	2	0,45479	2,60356	3,72736	1,21001	4206,849	2015,312	0,983
24	2	0,45569	2,60446	3,69293	1,12632	4169,032	2107,816	0,987
25	2	0,45481	2,60266	3,71264	1,19517	4190,846	2031,708	0,982
26	2	0,45479	2,60356	3,71467	1,18963	4192,995	2037,835	0,987
27	2	0,45572	2,60265	3,72762	1,2052	4207,093	2020,629	0,981
28	2	0,45479	2,60356	3,75094	1,239	4232,502	1983,288	0,969
29	2	0,45481	2,60266	3,71373	1,18795	4191,969	2039,685	0,983
30	2	0,45479	2,60356	3,69841	1,15509	4175,177	2076,014	0,988
1	3	0,6626	2,60223	3,75431	0,95432	4233,815	2297,624	0,994
2	3	0,6617	2,60133	3,74831	0,93339	4227,141	2320,716	0,995
3	3	0,66168	2,60313	3,80686	0,99624	4290,83	2251,259	0,995
4	3	0,66169	2,60223	3,76875	0,96433	4249,475	2286,546	0,989
5	3	0,66171	2,60042	3,72222	0,88941	4198,562	2369,297	0,991
6	3	0,66169	2,60223	3,71986	0,89774	4196,1	2360,118	0,997
7	3	0,66169	2,60223	3,77421	0,98328	4255,543	2265,635	0,99
8	3	0,66262	2,60042	3,72396	0,90296	4200,568	2354,355	0,991
9	3	0,66168	2,60313	3,7672	1,00091	4248,152	2246,204	0,996
10	3	0,66169	2,60223	3,76508	0,97736	4245,644	2272,178	0,993
11	3	0,66169	2,60223	3,762	0,97673	4242,318	2272,881	0,995
12	3	0,66259	2,60313	3,79094	1,01188	4273,835	2234,05	0,996
13	3	0,6626	2,60223	3,80967	1,03142	4294,181	2212,464	0,992
14	3	0,66169	2,60223	3,82795	1,01775	4313,734	2227,498	0,991
15	3	0,66169	2,60223	3,77479	0,99347	4256,256	2254,387	0,992
16	3	0,66169	2,60223	3,77762	0,98882	4259,267	2259,51	0,99
17	3	0,6626	2,60223	3,78833	1,001	4270,926	2246,06	0,997
18	3	0,6626	2,60223	3,77877	0,99934	4260,606	2247,909	0,994
19	3	0,66261	2,60132	3,7404	0,93324	4218,608	2320,912	0,994
20	3	0,6626	2,60223	3,77497	0,98824	4256,412	2260,156	0,993
21	3	0,66259	2,60313	3,79471	1,01309	4277,904	2232,708	0,995
22	3	0,66259	2,60313	3,77361	1,00723	4255,117	2239,212	0,995
23	3	0,66168	2,60313	3,77279	1,00883	4254,249	2237,448	0,992
24	3	0,66169	2,60223	3,73176	0,92444	4209,202	2330,637	0,993
25	3	0,66168	2,60313	3,758	0,99471	4238,168	2253,067	0,996
26	3	0,66169	2,60223	3,75851	0,98735	4238,653	2261,177	0,994
27	3	0,66169	2,60223	3,77204	1,00378	4253,388	2243,025	0,994
28	3	0,6626	2,60223	3,79985	1,0378	4283,657	2205,447	0,991
29	3	0,66168	2,60313	3,75861	0,98708	4238,763	2261,479	0,992
30	3	0,66168	2,60313	3,74085	0,95384	4219,288	2298,19	0,995

A2 Standardkonfiguration

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfang y-Wert	Ende x-Wert	Ende y-Wert	Pixel in x	Pixel in y	Korellationsfaktor
1	1	0,2546	2,60407	3,67932	1,3718	4155,935	1836,251	0,995
2	1	0,25276	2,60498	3,67756	1,37218	4154,035	1835,824	0,996
3	1	0,25369	2,60407	3,68424	1,36978	4161,242	1838,503	0,991
4	1	0,25277	2,60407	3,67444	1,36879	4150,637	1839,566	0,99
5	1	0,25186	2,60408	3,6794	1,38819	4156,109	1818,11	0,996
6	1	0,25369	2,60407	3,6844	1,36824	4161,41	1840,207	0,992
7	1	0,2537	2,60317	3,67246	1,38294	4148,572	1823,899	0,994
8	1	0,25277	2,60407	3,6684	1,3588	4144,043	1850,612	0,994
9	1	0,25185	2,60498	3,67752	1,37235	4153,993	1835,64	0,994
10	1	0,25276	2,60498	3,68455	1,36982	4161,582	1838,459	0,99
11	1	0,25276	2,60498	3,67251	1,36905	4148,55	1839,271	0,992
12	1	0,25277	2,60407	3,67344	1,36828	4149,551	1840,128	0,993
13	1	0,25368	2,60498	3,67603	1,3689	4152,354	1839,454	0,99
14	1	0,25276	2,60498	3,67018	1,36513	4146,011	1843,608	0,993
15	1	0,25277	2,60407	3,69147	1,36712	4169,046	1841,468	0,992
16	1	0,25277	2,60407	3,67869	1,36979	4155,239	1838,479	0,991
17	1	0,25276	2,60498	3,67865	1,36635	4155,179	1842,278	0,994
18	1	0,25277	2,60407	3,68612	1,36455	4163,245	1844,295	0,993
19	1	0,25276	2,60498	3,68674	1,36532	4163,923	1843,447	0,993
20	1	0,25277	2,60407	3,68213	1,36332	4158,921	1845,643	0,994
21	1	0,25369	2,60407	3,70027	1,38414	4178,656	1822,658	0,992
22	1	0,25277	2,60407	3,68577	1,36758	4162,883	1840,945	0,996
23	1	0,25277	2,60407	3,67936	1,36115	4155,918	1848,038	0,996
24	1	0,25368	2,60498	3,69954	1,37535	4177,814	1832,39	0,993
25	1	0,25185	2,60498	3,69933	1,38185	4171,787	1825,178	0,995
26	1	0,25276	2,60498	3,69576	1,3792	4173,753	1828,111	0,995
27	1	0,25368	2,60498	3,68377	1,36934	4160,73	1838,986	0,995
28	1	0,25369	2,60407	3,67974	1,36675	4156,364	1841,84	0,993
29	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
30	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
1	2	0,45656	2,60808	3,75879	1,18411	4240,581	2043,951	0,978
2	2	0,45566	2,60718	3,75805	1,18495	4239,79	2043,027	0,987
3	2	0,45566	2,60718	3,76385	1,18271	4246,036	2045,497	0,973
4	2	0,45567	2,60627	3,75471	1,18146	4236,164	2046,876	0,986
5	2	0,45477	2,60537	3,76118	1,20198	4243,293	2024,214	0,98
6	2	0,45567	2,60627	3,7641	1,18051	4246,282	2047,935	0,983
7	2	0,45657	2,60717	3,75454	1,19598	4236,089	2030,835	0,985
8	2	0,45384	2,60628	3,74714	1,17241	4227,925	2056,872	0,987
9	2	0,45387	2,60447	3,7587	1,185	4240,494	2042,974	0,974
10	2	0,45567	2,60627	3,76624	1,18212	4248,611	2046,153	0,978
11	2	0,45477	2,60537	3,75338	1,18196	4234,731	2046,331	0,978
12	2	0,45477	2,60537	3,7534	1,18098	4234,75	2047,407	0,974
13	2	0,45476	2,60627	3,75549	1,18105	4237,005	2047,328	0,981
14	2	0,45476	2,60627	3,75063	1,17818	4231,739	2050,5	0,968
15	2	0,45477	2,60537	3,77109	1,17981	4253,815	2048,703	0,98
16	2	0,45477	2,60537	3,75907	1,183	4240,877	2045,184	0,985
17	2	0,45477	2,60537	3,75894	1,17819	4240,704	2050,491	0,968
18	2	0,45568	2,60537	3,76683	1,17743	4249,212	2051,338	0,978
19	2	0,45477	2,60537	3,76675	1,17746	4249,121	2051,304	0,981
20	2	0,45477	2,60537	3,76232	1,17534	4244,33	2053,645	0,973
21	2	0,45478	2,60447	3,78065	1,19645	4264,248	2030,332	0,976
22	2	0,45477	2,60537	3,76553	1,18037	4247,832	2048,092	0,986
23	2	0,45477	2,60537	3,75955	1,17394	4241,327	2055,192	0,979
24	2	0,45568	2,60537	3,7806	1,18789	4264,137	2039,787	0,984
25	2	0,45478	2,60447	3,77621	1,1945	4259,451	2032,48	0,96
26	2	0,45566	2,60718	3,77774	1,19252	4261,085	2034,672	0,98
27	2	0,45567	2,60627	3,76389	1,18143	4246,072	2046,921	0,988
28	2	0,45567	2,60627	3,75922	1,17924	4241,01	2049,335	0,982
29	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
30	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
1	3	0,66354	2,59951	3,79687	0,98085	4279,932	2268,249	0,995
2	3	0,66262	2,60042	3,7969	0,98205	4279,979	2266,931	0,996
3	3	0,66262	2,60042	3,80423	0,98012	4287,854	2269,04	0,995
4	3	0,66262	2,60042	3,79517	0,9792	4278,084	2270,073	0,996
5	3	0,66171	2,60042	3,80273	1,00002	4286,42	2247,104	0,992
6	3	0,66262	2,60042	3,80338	0,97804	4286,92	2271,335	0,994
7	3	0,66262	2,60042	3,79402	0,99431	4276,993	2253,423	0,992
8	3	0,6608	2,60042	3,7881	0,96935	4270,381	2280,955	0,993
9	3	0,6608	2,60042	3,80158	0,98356	4285,026	2265,25	0,995
10	3	0,66262	2,60042	3,80849	0,98022	4292,438	2268,915	0,992
11	3	0,66171	2,60042	3,79628	0,97982	4279,288	2269,395	0,991
12	3	0,6617	2,60133	3,79665	0,97992	4279,69	2269,275	0,992
13	3	0,66171	2,60042	3,79753	0,9791	4280,628	2270,179	0,992
14	3	0,66171	2,60042	3,7932	0,97563	4275,929	2274,021	0,995
15	3	0,66171	2,60042	3,81245	0,97747	4296,68	2271,936	0,994
16	3	0,66171	2,60042	3,80084	0,98032	4284,206	2268,827	0,994
17	3	0,6608	2,60042	3,80023	0,97623	4283,507	2273,336	0,989
18	3	0,66171	2,60042	3,80756	0,97535	4291,396	2274,285	0,99
19	3	0,66081	2,59952	3,80752	0,97452	4291,346	2275,205	0,992
20	3	0,66171	2,60042	3,80543	0,97418	4289,093	2275,588	0,992
21	3	0,66172	2,59952	3,82498	0,9947	4310,328	2252,913	0,993
22	3	0,66079	2,60133	3,80737	0,97906	4291,223	2270,198	0,994
23	3	0,66171	2,60042	3,80269	0,97207	4286,123	2277,912	0,996
24	3	0,66171	2,60042	3,82238	0,98588	4307,443	2262,641	0,989
25	3	0,66079	2,60133	3,81863	0,99334	4303,476	2254,434	0,987
26	3	0,6617	2,60133	3,8182	0,99032	4302,989	2257,756	0,995
27	3	0,66261	2,60132	3,80512	0,98007	4288,806	2269,091	0,995
28	3	0,66262	2,60042	3,79946	0,97682	4282,684	2272,688	0,992
29	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
30	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler

B. Messungen

A3 breitere Spur

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfang y-Wert	Ende x-Wert	Ende y-Wert	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25241	2,56427	3,69663	1,35662	4174,563	1853,103	0,993
2	1	0,25148	2,56518	3,71103	1,40025	4190,362	1804,873	0,993
3	1	0,25148	2,56518	3,70793	1,40296	4187,024	1801,861	0,995
4	1	0,25148	2,56518	3,71823	1,38952	4198,088	1816,771	0,994
5	1	0,25148	2,56518	3,71753	1,41064	4197,438	1793,406	0,989
6	1	0,25147	2,56608	3,72292	1,40697	4203,246	1797,476	0,991
7	1	0,25148	2,56518	3,70591	1,39849	4184,826	1806,798	0,995
8	1	0,2524	2,56517	3,70403	1,4009	4182,799	1804,131	0,994
9	1	0,25148	2,56518	3,72617	1,39666	4206,702	1808,898	0,994
10	1	0,2579	2,56425	3,73541	1,38701	4216,636	1819,607	0,991
11	1	0,25148	2,56518	3,71174	1,37149	4190,982	1836,691	0,994
12	1	0,25331	2,56517	3,70625	1,38488	4185,124	1821,862	0,995
13	1	0,25241	2,56427	3,71203	1,38413	4191,362	1822,711	0,992
14	1	0,25331	2,56517	3,7085	1,40652	4187,666	1797,928	0,994
15	1	0,25241	2,56427	3,70633	1,39309	4185,25	1812,782	0,994
16	1	0,25332	2,56427	3,70553	1,36122	4184,216	1848,039	0,994
17	1	0,2524	2,56517	3,69888	1,3666	4177,058	1842,062	0,995
18	1	0,25148	2,56518	3,7078	1,37644	4186,746	1831,21	0,994
19	1	0,25149	2,56427	3,7004	1,3719	4178,726	1836,211	0,993
20	1	0,25334	2,56336	3,69303	1,36401	4170,712	1844,912	0,994
21	1	0,2524	2,56517	3,69539	1,37221	4173,314	1835,85	0,993
22	1	0,25332	2,56427	3,68938	1,37286	4166,817	1835,114	0,995
23	1	0,2524	2,56517	3,71793	1,3771	4197,694	1830,514	0,989
24	1	0,25974	2,56335	3,71554	1,34509	4194,94	1865,913	0,996
25	1	0,25332	2,56427	3,70938	1,36243	4188,277	1846,709	0,993
26	1	0,25242	2,56336	3,70281	1,37068	4181,33	1837,563	0,99
27	1	0,25334	2,56336	3,69778	1,37999	4175,935	1827,245	0,994
28	1	0,25332	2,56427	3,70054	1,37177	4178,882	1836,35	0,993
29	1	0,25424	2,56426	3,68908	1,36633	4166,461	1842,333	0,991
30	1	0,25332	2,56427	3,70477	1,35616	4183,363	1853,639	0,992
1	2	0,45442	2,56378	3,77763	1,16922	4260,795	2060,404	0,978
2	2	0,45351	2,56378	3,7951	1,21488	4279,949	2009,984	0,989
3	2	0,45351	2,56378	3,79369	1,21748	4278,454	2007,109	0,977
4	2	0,45348	2,56559	3,80302	1,20451	4288,416	2021,442	0,968
5	2	0,4535	2,56469	3,80347	1,22571	4289,051	1998,025	0,991
6	2	0,4535	2,56469	3,80793	1,22102	4293,823	2003,216	0,986
7	2	0,45441	2,56469	3,79192	1,21281	4276,512	2012,264	0,973
8	2	0,4544	2,56559	3,78875	1,21525	4273,119	2009,571	0,978
9	2	0,45441	2,56469	3,81225	1,21111	4298,399	2014,162	0,979
10	2	0,4608	2,56467	3,82042	1,20168	4307,13	2024,577	0,98
11	2	0,4544	2,56559	3,79492	1,18469	4279,545	2043,323	0,972
12	2	0,4553	2,56649	3,78993	1,19824	4274,265	2028,356	0,978
13	2	0,4544	2,56559	3,79568	1,19901	4280,468	2027,506	0,965
14	2	0,4553	2,56649	3,79361	1,22065	4278,384	2003,605	0,974
15	2	0,45441	2,56469	3,79049	1,20768	4274,935	2017,93	0,99
16	2	0,4553	2,56649	3,78847	1,17474	4272,521	2054,306	0,973
17	2	0,45438	2,56649	3,7813	1,17981	4264,831	2048,714	0,985
18	2	0,4544	2,56559	3,79194	1,19058	4276,379	2036,819	0,981
19	2	0,4535	2,56469	3,78302	1,1856	4266,722	2042,314	0,981
20	2	0,45531	2,56559	3,77571	1,17795	4258,786	2050,765	0,984
21	2	0,45531	2,56559	3,77934	1,18558	4262,756	2042,336	0,981
22	2	0,45441	2,56469	3,77226	1,18647	4255,125	2041,354	0,982
23	2	0,45441	2,56469	3,80201	1,19066	4287,227	2036,733	0,983
24	2	0,4626	2,56648	3,79806	1,15861	4282,731	2072,12	0,986
25	2	0,45531	2,56559	3,79182	1,17557	4276,131	2053,39	0,979
26	2	0,45531	2,56559	3,78705	1,18515	4271,062	2042,817	0,989
27	2	0,4553	2,56649	3,78175	1,19414	4265,413	2032,877	0,98
28	2	0,45621	2,56649	3,78598	1,18575	4269,912	2042,154	0,988
29	2	0,4553	2,56649	3,77118	1,1805	4253,92	2047,948	0,99
30	2	0,4553	2,56649	3,78809	1,16976	4272,07	2059,806	0,988
1	3	0,66127	2,56428	3,82952	0,96989	4314,977	2280,252	0,995
2	3	0,65944	2,56519	3,84877	1,01585	4336,114	2229,551	0,993
3	3	0,66035	2,56519	3,84794	1,01915	4335,247	2225,915	0,996
4	3	0,66035	2,56519	3,85678	1,0052	4344,626	2241,272	0,993
5	3	0,66035	2,56519	3,85846	1,02676	4346,626	2217,5	0,988
6	3	0,66035	2,56519	3,862	1,02146	4350,381	2223,334	0,991
7	3	0,66126	2,56519	3,84604	1,01402	4333,16	2231,577	0,993
8	3	0,66126	2,56519	3,84145	1,01593	4328,238	2229,475	0,991
9	3	0,66126	2,56519	3,85957	1,01216	4354,569	2233,579	0,99
10	3	0,66672	2,56518	3,87184	1,00246	4360,789	2244,256	0,994
11	3	0,66037	2,56338	3,84535	0,98448	4332,139	2264,127	0,996
12	3	0,66217	2,56518	3,84154	0,99938	4328,183	2247,715	0,994
13	3	0,66036	2,56428	3,84579	0,99817	4332,743	2249,038	0,995
14	3	0,66217	2,56518	3,84611	1,02152	4333,307	2223,31	0,992
15	3	0,66127	2,56428	3,84219	1,00796	4328,958	2238,255	0,994
16	3	0,66218	2,56428	3,83808	0,97434	4324,221	2275,323	0,993
17	3	0,66126	2,56519	3,83012	0,9795	4315,71	2269,66	0,992
18	3	0,66036	2,56428	3,84096	0,98924	4327,469	2258,889	0,992
19	3	0,66037	2,56338	3,8319	0,9849	4317,679	2263,703	0,992
20	3	0,66218	2,56428	3,82434	0,97774	4309,482	2271,607	0,989
21	3	0,66127	2,56428	3,82846	0,98499	4313,979	2263,604	0,992
22	3	0,66126	2,56519	3,82294	0,98798	4308,067	2260,328	0,993
23	3	0,66127	2,56428	3,85273	0,99058	4340,13	2257,391	0,992
24	3	0,66947	2,56337	3,84592	0,95827	4332,503	2293,005	0,991
25	3	0,66218	2,56428	3,84049	0,97562	4326,827	2273,903	0,995
26	3	0,66126	2,56519	3,83661	0,98597	4322,755	2262,504	0,99
27	3	0,66217	2,56518	3,8334	0,99558	4319,394	2251,92	0,993
28	3	0,66217	2,56518	3,83576	0,98681	4321,854	2261,58	0,992
29	3	0,66217	2,56518	3,82046	0,98059	4305,329	2268,484	0,99
30	3	0,66218	2,56428	3,83728	0,96965	4323,325	2280,49	0,989

A4 Last auf Vorderachse

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25641	2,60588	3,72117	1,47331	4201,667	1724,077	0,995
2	1	0,25641	2,60588	3,70833	1,46117	4187,738	1737,458	0,993
3	1	0,25549	2,60588	3,70331	1,45351	4182,283	1745,906	0,996
4	1	0,25551	2,60497	3,67329	1,37251	4149,41	1835,452	0,991
5	1	0,25459	2,60498	3,67088	1,33409	4146,595	1877,971	0,995
6	1	0,25551	2,60497	3,67969	1,40305	4156,498	1801,662	0,992
7	1	0,25549	2,60588	3,69451	1,42663	4172,637	1775,625	0,993
8	1	0,25641	2,60588	3,70869	1,42786	4187,976	1774,32	0,996
9	1	0,25548	2,60678	3,70476	1,44305	4183,797	1757,491	0,992
10	1	0,25548	2,60678	3,71963	1,45699	4199,935	1742,122	0,997
11	1	0,25733	2,60587	3,67454	1,35199	4150,65	1858,165	0,995
12	1	0,2564	2,60678	3,69256	1,41971	4170,5	1783,271	0,992
13	1	0,25549	2,60588	3,70844	1,43742	4187,755	1763,733	0,995
14	1	0,25548	2,60678	3,70567	1,44739	4184,807	1752,695	0,995
15	1	0,25548	2,60678	3,7073	1,4463	4186,56	1753,902	0,994
16	1	0,2564	2,60678	3,72158	1,48587	4202,164	1710,179	0,996
17	1	0,25548	2,60678	3,70605	1,44882	4185,226	1751,112	0,996
18	1	0,2564	2,60678	3,67603	1,35986	4152,313	1849,461	0,992
19	1	0,25548	2,60678	3,70616	1,44711	4185,329	1753,003	0,995
20	1	0,25547	2,60769	3,71833	1,45554	4198,522	1743,73	0,993
21	1	0,25548	2,60678	3,74955	1,51899	4232,504	1673,687	0,991
22	1	0,25457	2,60679	3,72611	1,45921	4206,942	1739,698	0,996
23	1	0,25548	2,60678	3,71398	1,43923	4193,74	1761,755	0,995
24	1	0,2564	2,60678	3,69559	1,39042	4173,622	1815,695	0,994
25	1	0,25549	2,60588	3,74238	1,46524	4224,544	1733,103	0,994
26	1	0,25547	2,60769	3,70552	1,44805	4184,647	1751,862	0,995
27	1	0,25549	2,60588	3,71857	1,45991	4198,803	1738,892	0,996
28	1	0,25548	2,60678	3,70727	1,44884	4186,541	1750,987	0,994
29	1	0,25548	2,60678	3,72439	1,45756	4205,08	1741,522	0,994
30	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
1	2	0,45668	2,59904	3,79419	1,28573	4279,453	1931,721	0,975
2	2	0,45668	2,59904	3,78272	1,27424	4267,008	1944,395	0,983
3	2	0,45668	2,59904	3,77848	1,26668	4262,396	1952,737	0,979
4	2	0,45666	2,60084	3,74351	1,1845	4224,099	2043,514	0,978
5	2	0,45666	2,60084	3,74036	1,14558	4220,408	2086,52	0,97
6	2	0,45666	2,60084	3,74889	1,21552	4230,128	2009,235	0,988
7	2	0,45667	2,59994	3,76889	1,23962	4251,87	1982,622	0,982
8	2	0,45757	2,60084	3,7788	1,23986	4262,56	1982,379	0,973
9	2	0,45576	2,59994	3,77799	1,25554	4261,79	1965,051	0,989
10	2	0,45667	2,59994	3,79359	1,26965	4278,695	1949,482	0,973
11	2	0,45756	2,60175	3,74194	1,16334	4222,245	2066,901	0,987
12	2	0,45757	2,60084	3,76568	1,23196	4248,357	1991,093	0,984
13	2	0,45574	2,60085	3,77724	1,24958	4260,943	1971,634	0,983
14	2	0,45667	2,59994	3,78179	1,26099	4265,926	1959,026	0,991
15	2	0,45574	2,60085	3,78071	1,25947	4264,752	1960,713	0,983
16	2	0,45576	2,59994	3,79836	1,30139	4284,043	1914,416	0,981
17	2	0,45666	2,60084	3,78038	1,26219	4264,408	1957,699	0,977
18	2	0,45664	2,60175	3,74337	1,17035	4223,841	2059,154	0,988
19	2	0,45666	2,60084	3,7775	1,25952	4261,292	1960,651	0,979
20	2	0,45666	2,60084	3,79093	1,26785	4275,818	1951,464	0,977
21	2	0,45573	2,60175	3,83138	1,33651	4319,81	1875,697	0,983
22	2	0,45573	2,60175	3,8025	1,27424	4288,327	1944,429	0,974
23	2	0,45664	2,60175	3,78916	1,2532	4273,816	1967,646	0,982
24	2	0,45663	2,60265	3,76569	1,20257	4248,165	2023,566	0,979
25	2	0,45666	2,60084	3,82058	1,28083	4307,846	1937,177	0,988
26	2	0,45664	2,60175	3,7814	1,2615	4265,506	1958,471	0,965
27	2	0,45664	2,60175	3,79484	1,27551	4280,087	1943,006	0,991
28	2	0,45664	2,60175	3,77979	1,26189	4263,779	1958,03	0,989
29	2	0,45574	2,60085	3,79744	1,27079	4282,85	1948,232	0,987
30	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
1	3	0,66267	2,59681	3,84201	1,08517	4329,452	2153,138	0,993
2	3	0,66357	2,59771	3,83282	1,07438	4319,472	2165,047	0,993
3	3	0,66356	2,59861	3,82825	1,06703	4314,497	2173,163	0,992
4	3	0,66267	2,59681	3,78627	0,98332	4268,539	2265,552	0,99
5	3	0,66268	2,5959	3,78262	0,94365	4264,23	2309,3	0,995
6	3	0,66357	2,59771	3,79273	1,01356	4275,777	2232,198	0,996
7	3	0,66356	2,59861	3,81829	1,03994	4303,531	2203,052	0,993
8	3	0,66445	2,59951	3,82425	1,03943	4309,947	2203,603	0,994
9	3	0,66356	2,59861	3,82843	1,05537	4314,583	2186,022	0,994
10	3	0,66263	2,59952	3,8415	1,06982	4328,777	2170,068	0,996
11	3	0,66448	2,59771	3,78512	0,96172	4267,09	2289,381	0,995
12	3	0,66354	2,59951	3,81344	1,03246	4298,245	2211,309	0,994
13	3	0,66263	2,59952	3,82296	1,04882	4308,64	2193,251	0,994
14	3	0,66353	2,60042	3,83385	1,06287	4320,48	2177,742	0,992
15	3	0,66263	2,59952	3,83075	1,0598	4317,114	2181,132	0,997
16	3	0,66263	2,59952	3,85337	1,10185	4341,805	2134,732	0,995
17	3	0,66263	2,59952	3,8296	1,06239	4315,903	2178,269	0,996
18	3	0,66357	2,59771	3,78727	0,96927	4269,48	2281,045	0,994
19	3	0,66354	2,59951	3,82516	1,05887	4311,099	2182,163	0,997
20	3	0,66354	2,59951	3,83997	1,06723	4327,104	2172,918	0,997
21	3	0,66263	2,59952	3,8891	1,13794	4380,507	2094,908	0,992
22	3	0,66263	2,59952	3,85435	1,07392	4342,628	2165,527	0,99
23	3	0,66263	2,59952	3,83842	1,05295	4325,314	2188,666	0,993
24	3	0,66265	2,59861	3,81085	1,00131	4295,179	2245,662	0,995
25	3	0,66262	2,60042	3,87339	1,08217	4363,159	2156,406	0,994
26	3	0,66263	2,59952	3,83174	1,06119	4318,203	2178,81	0,995
27	3	0,66354	2,59951	3,84648	1,07477	4334,169	2164,595	0,994
28	3	0,66263	2,59952	3,82772	1,06093	4313,873	2179,885	0,997
29	3	0,66263	2,59952	3,84787	1,07094	4335,633	2168,823	0,994
30	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler

B. Messungen

A5 falscher Programmparameter

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korellationsfaktor
1	1	0,25281	2,60136	3,40674	1,0262	3857,585	2218,833	0,989		
2	1	0,2537	2,60317	3,44614	1,05501	3900,736	2186,871	0,991		
3	1	0,25463	2,60226	3,40433	1,08082	3855,377	2158,3	0,987		
4	1	0,25463	2,60226	3,39143	1,05853	3841,14	2183,009	0,997		
5	1	0,2537	2,60317	3,364	1,00344	3810,794	2244,105	0,992		
6	1	0,25277	2,60407	3,44201	1,09681	3896,559	2140,563	0,989		
7	1	0,25555	2,60226	3,40916	1,05362	3860,436	2188,441	0,989		
8	1	0,25555	2,60226	3,41359	1,02752	3865,062	2217,368	0,995		
9	1	0,25279	2,60317	3,43199	1,08021	3885,519	2158,962	0,993		
10	1	0,25555	2,60226	3,4102	1,05135	3861,555	2190,957	0,994		
11	1	0,25186	2,60408	3,43327	1,09645	3887,037	2140,956	0,995		
12	1	0,25371	2,60226	3,38915	1,04879	3838,582	2193,814	0,994		
13	1	0,2537	2,60317	3,43456	1,07354	3888,266	2166,349	0,992		
14	1	0,25371	2,60226	3,38443	1,05336	3833,469	2188,755	0,988		
15	1	0,2537	2,60317	3,37681	1,0358	3825,026	2208,222	0,99		
16	1	0,2537	2,60317	3,41187	1,05192	3863,376	2190,326	0,99		
17	1	0,25462	2,60317	3,37776	1,06215	3826,259	2179,013	0,991		
18	1	0,25279	2,60317	3,40841	1,05311	3859,61	2189,011	0,989		
19	1	0,25555	2,60226	3,41141	1,03841	3862,767	2205,302	0,989		
20	1	0,25556	2,60135	3,42865	1,10042	3882,029	2136,555	0,989		
21	1	0,25555	2,60226	3,42293	1,07665	3875,616	2162,909	0,989		
22	1	0,25556	2,60135	3,40863	1,0706	3859,988	2169,623	0,993		
23	1	0,25463	2,60226	3,46077	1,11991	3917,148	2114,948	0,991		
24	1	0,2537	2,60317	3,39861	1,04719	3848,882	2195,583	0,988		
25	1	0,25277	2,60407	3,44418	1,09384	3898,892	2143,852	0,993		
26	1	0,25463	2,60226	3,45181	1,09532	3907,22	2142,209	0,989		
27	1	0,25555	2,60226	3,41858	1,05417	3870,71	2187,826	0,99		
28	1	0,25463	2,60226	3,43795	1,08801	3892,07	2150,315	0,989		
29	1	0,25556	2,60135	3,42317	1,06787	3875,808	2172,641	0,994		
30	1	0,25647	2,60135	3,39639	1,01915	3846,247	2226,662	0,989		
1	2	0,45664	2,60175	3,43379	0,82343	3885,266	2443,188	0,98		
2	2	0,45662	2,60356	3,4757	0,85146	3931,13	2412,062	0,985		
3	2	0,45661	2,60446	3,43509	0,87841	3887,197	2382,398	0,973		
4	2	0,45661	2,60446	3,41413	0,85556	3864,164	2407,737	0,983		
5	2	0,45663	2,60265	3,38713	0,7994	3834,217	2469,924	0,983		
6	2	0,45482	2,60175	3,47195	0,89305	3927,44	2366,098	0,976		
7	2	0,45751	2,60536	3,4376	0,85094	3889,674	2412,761	0,979		
8	2	0,45842	2,60536	3,44084	0,82449	3892,951	2441,994	0,99		
9	2	0,45573	2,60175	3,46397	0,87798	3918,622	2382,78	0,978		
10	2	0,45842	2,60536	3,43902	0,84855	3891,194	2415,402	0,976		
11	2	0,45483	2,60085	3,46618	0,89394	3921,17	2365,128	0,984		
12	2	0,45662	2,60356	3,41685	0,84608	3867,042	2418,211	0,987		
13	2	0,45662	2,60356	3,46528	0,87139	3919,988	2390,067	0,988		
14	2	0,45663	2,60265	3,41227	0,85063	3862,092	2413,192	0,981		
15	2	0,45662	2,60356	3,40293	0,83241	3851,75	2433,372	0,97		
16	2	0,45481	2,60266	3,43977	0,84985	3892,021	2413,964	0,988		
17	2	0,45752	2,60446	3,40569	0,85964	3855,004	2403,25	0,979		
18	2	0,45662	2,60356	3,43699	0,85046	3889,004	2413,293	0,977		
19	2	0,45842	2,60536	3,43967	0,83516	3891,772	2430,202	0,978		
20	2	0,45843	2,60446	3,46258	0,89944	3917,304	2359,062	0,979		
21	2	0,45842	2,60536	3,45399	0,87435	3907,734	2386,825	0,977		
22	2	0,45842	2,60536	3,43994	0,86904	3892,387	2392,741	0,976		
23	2	0,45753	2,60355	3,49548	0,91837	3953,252	2338,035	0,98		
24	2	0,45662	2,60356	3,4267	0,84412	3877,741	2420,342	0,973		
25	2	0,45481	2,60266	3,47585	0,89094	3931,656	2368,42	0,968		
26	2	0,45752	2,60446	3,4838	0,89303	3940,324	2366,086	0,976		
27	2	0,45933	2,60536	3,44841	0,85122	3901,437	2412,421	0,961		
28	2	0,45752	2,60446	3,4695	0,88544	3924,708	2374,521	0,964		
29	2	0,45751	2,60536	3,4527	0,86653	3906,257	2395,475	0,971		
30	2	0,45842	2,60536	3,42036	0,81663	3870,581	2450,755	0,97		
1	3	0,66265	2,59861	3,42145	0,61894	3869,719	2668,947	0,992		
2	3	0,66265	2,59861	3,46509	0,6467	3917,484	2638,097	0,99		
3	3	0,66263	2,59952	3,42787	0,67414	3877,313	2608,049	0,991		
4	3	0,66263	2,59952	3,40373	0,65101	3850,79	2633,693	0,993		
5	3	0,66262	2,60042	3,3713	0,59632	3814,883	2694,179	0,993		
6	3	0,66171	2,60042	3,46584	0,68917	3918,757	2591,275	0,994		
7	3	0,66445	2,59951	3,43098	0,6458	3880,382	2639,282	0,991		
8	3	0,66444	2,60042	3,43217	0,62009	3881,396	2667,613	0,99		
9	3	0,66171	2,60042	3,45841	0,67334	3910,513	2608,771	0,99		
10	3	0,66445	2,59951	3,43228	0,64337	3881,777	2641,957	0,994		
11	3	0,6608	2,60042	3,46301	0,68942	3915,685	2591,012	0,995		
12	3	0,66263	2,59952	3,40622	0,6414	3853,402	2644,278	0,991		
13	3	0,66171	2,60042	3,45874	0,66653	3910,792	2616,278	0,993		
14	3	0,66263	2,59952	3,40115	0,64593	3847,922	2639,312	0,992		
15	3	0,66262	2,60042	3,39116	0,62824	3836,857	2658,87	0,993		
16	3	0,66172	2,59952	3,4317	0,64425	3881,147	2640,99	0,995		
17	3	0,66353	2,60042	3,39496	0,655	3841,285	2629,343	0,99		
18	3	0,66262	2,60042	3,42726	0,64601	3876,346	2639,077	0,99		
19	3	0,66445	2,59951	3,42987	0,6305	3879,007	2656,154	0,992		
20	3	0,66444	2,60042	3,45907	0,69525	3911,467	2584,602	0,986		
21	3	0,66445	2,59951	3,44703	0,66884	3898,091	2613,794	0,992		
22	3	0,66445	2,59951	3,43346	0,66404	3883,285	2619,164	0,994		
23	3	0,66354	2,59951	3,49289	0,71318	3948,409	2564,654	0,988		
24	3	0,66262	2,60042	3,41632	0,63998	3864,375	2645,783	0,99		
25	3	0,66171	2,60042	3,47211	0,68636	3925,54	2594,337	0,989		
26	3	0,66353	2,60042	3,47941	0,68882	3933,498	2591,588	0,985		
27	3	0,66445	2,59951	3,43948	0,64635	3889,637	2638,634	0,987		
28	3	0,66353	2,60042	3,46425	0,68153	3916,944	2599,704	0,991		
29	3	0,66535	2,60042	3,44931	0,66233	3900,502	2620,964	0,991		
30	3	0,66535	2,60042	3,41019	0,61282	3857,404	2675,755	0,989		

A6 Radmaterial Gummi

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfang y-Wert	Ende x-Wert	Ende y-Wert	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25262	2,60854	3,53837	1,09681	4003,99	2144,321	0,995
2	1	0,25262	2,60854	3,15757	0,63129	3583,907	2660,809	0,993
3	1	0,2526	2,61035	3,6398	1,28093	4115,428	1940,383	0,99
4	1	0,25261	2,60945	3,70799	1,39117	4189,931	1818,458	0,991
5	1	0,25261	2,60945	3,70679	1,42379	4188,807	1782,323	0,992
6	1	0,25262	2,60854	3,68474	1,37743	4164,695	1833,591	0,991
7	1	0,25354	2,60854	3,72557	1,4908	4209,45	1708,19	0,991
8	1	0,25262	2,60854	3,75953	1,54683	4246,382	1646,348	0,99
9	1	0,25262	2,60854	3,67	1,34982	4148,574	1864,131	0,992
10	1	0,25262	2,60854	3,75912	1,5318	4245,88	1662,984	0,994
11	1	0,25354	2,60854	3,75563	1,5202	4242,064	1675,802	0,994
12	1	0,25264	2,60764	3,72247	1,46459	4205,972	1737,208	0,994
13	1	0,25354	2,60854	3,75559	1,50329	4241,942	1694,526	0,992
14	1	0,25444	2,60944	3,79908	1,57297	4289,169	1617,659	0,993
15	1	0,25171	2,60854	3,75545	1,54699	4241,976	1646,144	0,994
16	1	0,25264	2,60764	3,75199	1,53943	4238,212	1654,492	0,99
17	1	0,25262	2,60854	3,82443	1,59167	4316,576	1597,132	0,991
18	1	0,25264	2,60764	3,74669	1,49241	4232,28	1706,514	0,99
19	1	0,25445	2,60854	3,77115	1,51991	4258,815	1676,204	0,995
20	1	0,25355	2,60763	3,74371	1,48193	4229,015	1718,102	0,995
21	1	0,25264	2,60764	3,7704	1,51717	4257,994	1679,235	0,993
22	1	0,25264	2,60764	3,77037	1,54549	4258,082	1647,886	0,995
23	1	0,25262	2,60854	3,7589	1,49704	4245,485	1701,459	0,988
24	1	0,25264	2,60764	3,7706	1,5181	4258,215	1678,209	0,993
25	1	0,25355	2,60763	3,77994	1,51503	4268,289	1681,659	0,992
26	1	0,25264	2,60764	3,80326	1,56938	4293,668	1621,657	0,991
27	1	0,25355	2,60763	3,77335	1,51211	4261,156	1684,852	0,994
28	1	0,25264	2,60764	3,78374	1,51991	4272,405	1676,274	0,991
29	1	0,25353	2,60944	3,81493	1,60716	4306,381	1579,943	0,992
30	1	0,25171	2,60854	3,76715	1,52577	4254,52	1669,697	0,99
1	2	0,45628	2,60627	3,60032	0,90163	4069,512	2360,229	0,973
2	2	0,45627	2,60718	3,18862	0,43046	3615,828	2882,32	0,979
3	2	0,4563	2,60447	3,7226	1,09312	4203,644	2148,33	0,975
4	2	0,45537	2,60628	3,79794	1,20733	4285,894	2022,086	0,987
5	2	0,45628	2,60627	3,79845	1,2409	4286,682	1984,98	0,982
6	2	0,45627	2,60718	3,77459	1,19406	4260,607	2036,733	0,974
7	2	0,45627	2,60718	3,81962	1,30978	4309,978	1908,86	0,986
8	2	0,45627	2,60718	3,86076	1,37015	4354,658	1842,241	0,977
9	2	0,45627	2,60718	3,75768	1,16514	4242,133	2068,702	0,982
10	2	0,45625	2,60808	3,85853	1,35381	4352,164	1860,292	0,979
11	2	0,45625	2,60808	3,85425	1,34212	4347,482	1873,201	0,971
12	2	0,45627	2,60718	3,81912	1,28436	4309,274	1936,963	0,983
13	2	0,45624	2,60898	3,85209	1,32377	4345,049	1893,48	0,974
14	2	0,45628	2,60627	3,90292	1,39675	4400,17	1813	0,986
15	2	0,45627	2,60718	3,85835	1,36979	4352,062	1842,629	0,978
16	2	0,45717	2,60808	3,8548	1,36308	4348,204	1850,041	0,985
17	2	0,45628	2,60627	3,9318	1,41784	4431,314	1789,815	0,979
18	2	0,45624	2,60898	3,8452	1,3146	4337,569	1903,591	0,965
19	2	0,45717	2,60808	3,87029	1,34111	4364,747	1874,367	0,978
20	2	0,45624	2,60898	3,84244	1,30421	4334,527	1915,072	0,977
21	2	0,45717	2,60808	3,87362	1,34032	4368,327	1875,252	0,977
22	2	0,45625	2,60808	3,87624	1,37075	4371,329	1841,632	0,973
23	2	0,45715	2,60898	3,8639	1,32069	4357,741	1896,909	0,983
24	2	0,45625	2,60808	3,87318	1,34154	4367,856	1873,895	0,985
25	2	0,45717	2,60808	3,88274	1,33822	4378,115	1877,588	0,977
26	2	0,45627	2,60718	3,91268	1,39744	4410,657	1812,27	0,977
27	2	0,45717	2,60808	3,87578	1,33463	4370,615	1881,536	0,965
28	2	0,45623	2,60989	3,88916	1,3463	4385,076	1868,685	0,981
29	2	0,45719	2,60627	3,92456	1,43369	4423,624	1772,283	0,973
30	2	0,45625	2,60808	3,871	1,34936	4365,554	1865,245	0,972
1	3	0,66208	2,60139	3,65061	0,70146	4121,817	2580,885	0,993
2	3	0,66116	2,6023	3,18921	0,22424	3614,09	3108,975	0,992
3	3	0,66206	2,6032	3,77834	0,89493	4261,949	2367,063	0,994
4	3	0,66207	2,6023	3,86338	1,01152	4354,708	2238,26	0,991
5	3	0,66207	2,6023	3,86326	1,04468	4354,889	2201,688	0,993
6	3	0,66118	2,6014	3,83699	0,99692	4326,167	2254,415	0,99
7	3	0,66207	2,6023	3,88728	1,11485	4381,352	2124,237	0,99
8	3	0,66208	2,60139	3,93603	1,17654	4434,235	2056,18	0,992
9	3	0,66207	2,6023	3,81844	0,96835	4305,917	2285,974	0,994
10	3	0,66208	2,60139	3,93203	1,15928	4429,797	2075,209	0,992
11	3	0,66298	2,6023	3,92836	1,14875	4425,778	2086,827	0,992
12	3	0,66118	2,6014	3,88946	1,0907	4383,481	2150,881	0,989
13	3	0,66299	2,60139	3,92439	1,12865	4421,342	2109,003	0,992
14	3	0,66298	2,6023	3,98488	1,20745	4486,874	2022,111	0,994
15	3	0,66116	2,6023	3,93339	1,17781	4431,411	2054,768	0,99
16	3	0,66298	2,6023	3,93095	1,17102	4428,737	2062,26	0,992
17	3	0,66206	2,6032	4,01409	1,22951	4518,346	1997,815	0,991
18	3	0,66208	2,60139	3,91778	1,12017	4414,176	2118,358	0,991
19	3	0,66298	2,6023	3,94411	1,14863	4442,685	2086,96	0,993
20	3	0,66208	2,60139	3,91649	1,11082	4412,706	2128,668	0,992
21	3	0,66208	2,60139	3,94656	1,14749	4445,302	2088,222	0,991
22	3	0,66116	2,6023	3,95389	1,18034	4453,437	2051,985	0,99
23	3	0,66208	2,60139	3,94054	1,12881	4438,685	2108,814	0,992
24	3	0,66207	2,6023	3,94786	1,14984	4446,712	2085,63	0,989
25	3	0,66299	2,60139	3,95724	1,14536	4456,745	2090,567	0,989
26	3	0,66301	2,60049	3,99602	1,20682	4498,807	2022,817	0,992
27	3	0,66207	2,6023	3,94885	1,14303	4447,717	2093,138	0,992
28	3	0,66116	2,6023	3,96601	1,15425	4466,218	2080,764	0,991
29	3	0,66298	2,6023	4,00842	1,24506	4512,388	1980,67	0,989
30	3	0,66207	2,6023	3,94703	1,15753	4445,889	2077,149	0,993

B. Messungen

A7 Radmaterial PU-SKS

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25409	2,6057	3,69238	1,41735	4172,361	1786,16			0,994
2	1	0,25499	2,60661	3,66805	1,42777	4146,067	1774,538			0,991
3	1	0,25498	2,60751	3,71797	1,4388	4200,152	1762,524			0,991
4	1	0,25774	2,60569	3,58988	1,21423	4060,069	2010,753			0,994
5	1	0,25592	2,6057	3,68747	1,38867	4166,897	1817,884			0,995
6	1	0,255	2,6057	3,64923	1,37968	4125,426	1827,704			0,991
7	1	0,25683	2,6057	3,614	1,22421	4086,313	1999,729			0,992
8	1	0,25684	2,60479	3,63712	1,27112	4111,685	1947,845			0,993
9	1	0,25592	2,6057	3,64276	1,29771	4117,961	1918,43			0,992
10	1	0,255	2,6057	3,69965	1,41117	4180,199	1793,02			0,994
11	1	0,25407	2,60661	3,7252	1,47167	4208,114	1726,192			0,994
12	1	0,25407	2,60661	3,67597	1,4522	4154,752	1747,526			0,991
13	1	0,25313	2,60842	3,72146	1,4954	4204,172	1699,929			0,995
14	1	0,25407	2,60661	3,70662	1,44865	4187,919	1751,584			0,992
15	1	0,25407	2,60661	3,69768	1,41034	4178,062	1793,933			0,995
16	1	0,25406	2,60752	3,72122	1,43554	4203,646	1766,151			0,992
17	1	0,25315	2,60752	3,73395	1,44443	4217,457	1756,368			0,99
18	1	0,25315	2,60752	3,7434	1,43814	4227,638	1763,362			0,991
19	1	0,25684	2,60479	3,67014	1,32927	4147,813	1883,56			0,991
20	1	0,2559	2,6066	3,6763	1,34627	4154,576	1864,763			0,991
21	1	0,25316	2,60661	3,7122	1,45529	4193,981	1744,264			0,994
22	1	0,25957	2,60569	3,7359	1,45618	4219,614	1743,379			0,991
23	1	0,25499	2,60661	3,68729	1,38967	4166,708	1816,768			0,993
24	1	0,25499	2,60661	3,70905	1,43436	4190,482	1767,404			0,989
25	1	0,255	2,6057	3,71773	1,40846	4199,745	1796,084			0,993
26	1	0,25315	2,60752	3,73781	1,46781	4221,727	1730,523			0,992
27	1	0,255	2,6057	3,75238	1,48084	4237,422	1716,171			0,992
28	1	0,25315	2,60752	3,72409	1,50906	4207,067	1684,826			0,994
29	1	0,25316	2,60661	3,71262	1,4495	4194,41	1750,672			0,992
30	1	0,25592	2,6057	3,65349	1,36939	4129,994	1839,116			0,995
1	2	0,45779	2,60696	3,78515	1,23407	4271,542	1989,009			0,978
2	2	0,45777	2,60877	3,75989	1,24442	4244,348	1977,551			0,971
3	2	0,45777	2,60877	3,81089	1,25565	4299,448	1965,21			0,976
4	2	0,46048	2,61057	3,66505	1,02245	4140,103	2222,8			0,986
5	2	0,45867	2,60967	3,77488	1,20413	4260,257	2022,068			0,984
6	2	0,45867	2,60967	3,73678	1,19427	4219,035	2032,948			0,989
7	2	0,45866	2,61058	3,68994	1,03345	4167,125	2210,605			0,98
8	2	0,45957	2,61058	3,71529	1,08149	4194,942	2157,525			0,976
9	2	0,45958	2,60967	3,72576	1,10919	4206,49	2126,932			0,976
10	2	0,45868	2,60877	3,78995	1,22636	4276,667	1997,528			0,97
11	2	0,45688	2,60696	3,81924	1,28993	4308,676	1927,368			0,975
12	2	0,45778	2,60787	3,76974	1,26986	4255,145	1949,45			0,976
13	2	0,45598	2,60606	3,81669	1,31247	4306,062	1902,475			0,977
14	2	0,45686	2,60877	3,80031	1,26683	4288,11	1952,846			0,987
15	2	0,45774	2,61058	3,79022	1,228	4276,968	1995,72			0,986
16	2	0,45687	2,60787	3,81417	1,25192	4302,965	1969,335			0,982
17	2	0,45687	2,60787	3,82808	1,26168	4318,023	1958,572			0,978
18	2	0,45596	2,60787	3,83602	1,25565	4326,538	1965,242			0,974
19	2	0,45867	2,60967	3,7545	1,14283	4237,8	2089,765			0,983
20	2	0,45774	2,61058	3,75909	1,15955	4242,878	2071,299			0,983
21	2	0,45598	2,60606	3,80427	1,27162	4292,418	1947,57			0,969
22	2	0,46236	2,60605	3,82714	1,27311	4317,084	1945,958			0,99
23	2	0,45686	2,60877	3,77479	1,20513	4260,163	2020,973			0,988
24	2	0,45687	2,60787	3,79824	1,24984	4285,767	1971,612			0,977
25	2	0,45777	2,60877	3,80841	1,22494	4296,573	1999,123			0,978
26	2	0,45597	2,60697	3,82726	1,28277	4317,273	1935,294			0,98
27	2	0,45778	2,60787	3,84826	1,3004	4340,01	1915,862			0,99
28	2	0,45689	2,60606	3,82146	1,3263	4311,288	1887,21			0,982
29	2	0,45597	2,60697	3,8032	1,26639	4291,23	1953,344			0,98
30	2	0,45867	2,60967	3,73928	1,18326	4221,657	2045,113			0,982
1	3	0,66367	2,60379	3,84746	1,03819	4337,163	2205,114			0,997
2	3	0,66366	2,60469	3,8213	1,04889	4309,083	2193,36			0,994
3	3	0,66365	2,6056	3,87349	1,06025	4365,366	2180,755			0,993
4	3	0,66549	2,60379	3,70784	0,82347	4184,477	2442,136			0,992
5	3	0,66457	2,60469	3,83077	1,00612	4318,895	2240,488			0,992
6	3	0,66275	2,60469	3,79028	0,99697	4275,182	2250,658			0,994
7	3	0,66548	2,60469	3,73582	0,83498	4214,825	2429,332			0,994
8	3	0,66457	2,60469	3,76059	0,88199	4242,042	2377,463			0,993
9	3	0,66546	2,60559	3,77652	0,91218	4259,536	2344,145			0,993
10	3	0,66457	2,60469	3,84703	1,0305	4336,629	2213,583			0,991
11	3	0,66183	2,6056	3,88113	1,09508	4373,88	2142,362			0,993
12	3	0,66366	2,60469	3,83204	1,07531	4320,878	2164,21			0,996
13	3	0,66092	2,6056	3,88074	1,11831	4373,654	2116,759			0,994
14	3	0,66275	2,60469	3,86232	1,07094	4352,438	2168,992			0,994
15	3	0,66365	2,6056	3,851	1,03237	4340,922	2211,52			0,993
16	3	0,66275	2,60469	3,87623	1,05734	4368,281	2183,958			0,995
17	3	0,66275	2,60469	3,89022	1,06655	4383,405	2173,784			0,993
18	3	0,66182	2,6065	3,89664	1,05977	4390,247	2181,243			0,993
19	3	0,66458	2,60379	3,80843	0,94576	4294,261	2307,049			0,993
20	3	0,66367	2,60379	3,8115	0,96048	4297,709	2290,825			0,992
21	3	0,66184	2,6047	3,86604	1,07699	4357,499	2162,323			0,988
22	3	0,6682	2,60468	3,88808	1,07787	4381,207	2161,317			0,992
23	3	0,66276	2,60379	3,83341	1,00787	4321,758	2238,546			0,99
24	3	0,66275	2,60469	3,85852	1,05455	4349,204	2187,061			0,993
25	3	0,66367	2,60379	3,86956	1,02877	4360,852	2215,448			0,99
26	3	0,66184	2,6047	3,8866	1,08627	4379,684	2152,067			0,993
27	3	0,66457	2,60469	3,91656	1,10642	4412,059	2129,828			0,995
28	3	0,66184	2,6047	3,88824	1,13355	4381,837	2099,953			0,994
29	3	0,66185	2,60379	3,86204	1,06886	4353,124	2171,29			0,994
30	3	0,66366	2,60469	3,79141	0,98527	4276,295	2263,56			0,99

A8 Radmaterial THKS

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfang	y-Wert	Anfang	x-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25196	2,61078	3,80146	1,25886	4289,304	1962,178	0,994				
2	1	0,2547	2,61077	3,76215	1,14584	4246,047	2087,138	0,996				
3	1	0,25379	2,61078	3,78115	1,2086	4267,04	2017,743	0,995				
4	1	0,25379	2,61078	3,80914	1,23062	4297,4	1993,409	0,991				
5	1	0,25287	2,61078	3,82667	1,24174	4316,375	1981,132	0,994				
6	1	0,25378	2,61168	3,81016	1,23705	4298,539	1986,306	0,992				
7	1	0,25562	2,61077	3,77248	1,16374	4257,343	2067,342	0,992				
8	1	0,25379	2,61078	3,80836	1,21794	4296,464	2007,429	0,99				
9	1	0,26295	2,60984	3,77764	1,17914	4263,026	2050,319	0,995				
10	1	0,25286	2,61168	3,81394	1,28046	4302,916	1938,31	0,994				
11	1	0,25469	2,61168	3,79483	1,1592	4281,429	2072,359	0,991				
12	1	0,25378	2,61168	3,83068	1,21984	4320,542	2005,349	0,991				
13	1	0,2547	2,61077	3,76796	1,13871	4252,266	2095,012	0,995				
14	1	0,25376	2,61259	3,80513	1,22846	4293,06	1995,798	0,996				
15	1	0,25562	2,61077	3,7256	1,08843	4206,09	2150,637	0,994				
16	1	0,25562	2,61077	3,76322	1,14717	4247,212	2085,668	0,994				
17	1	0,25379	2,61078	3,80986	1,23656	4298,213	1986,844	0,995				
18	1	0,2547	2,61077	3,80679	1,20373	4294,672	2023,137	0,995				
19	1	0,2547	2,61077	3,80081	1,1866	4288,09	2042,072	0,996				
20	1	0,25469	2,61168	3,75992	1,14949	4243,669	2083,101	0,995				
21	1	0,25379	2,61078	3,77573	1,19051	4261,053	2037,739	0,995				
22	1	0,2547	2,61077	3,63157	0,99512	4103,475	2253,98	0,992				
23	1	0,25378	2,61168	3,82531	1,20935	4314,674	2016,936	0,994				
24	1	0,25196	2,61078	3,80363	1,11454	4290,566	2121,703	0,992				
25	1	0,25104	2,61078	3,81156	1,17696	4299,612	2052,73	0,993				
26	1	0,25195	2,61169	3,74041	1,07909	4222,014	2160,948	0,996				
27	1	0,25103	2,61169	3,81851	1,19538	4307,241	2032,367	0,993				
28	1	0,25104	2,61078	3,79566	1,18733	4282,542	2041,263	0,992				
29	1	0,25104	2,61078	3,82274	1,22737	4312,038	1997,011	0,996				
30	1	0,25106	2,60988	3,80393	1,19469	4291,515	2033,132	0,992				
1	2	0,45477	2,61291	3,8737	1,0673	4365,659	2173,784	0,979				
2	2	0,45654	2,61652	3,82466	0,95266	4311,782	2300,381	0,978				
3	2	0,45564	2,61562	3,84859	1,01719	4338,176	2229,125	0,985				
4	2	0,45656	2,61562	3,87955	1,03934	4371,697	2204,624	0,975				
5	2	0,45564	2,61562	3,89706	1,05115	4390,64	2191,561	0,969				
6	2	0,45656	2,61562	3,88014	1,04516	4372,392	2198,2	0,978				
7	2	0,45744	2,61742	3,8362	0,97056	4324,381	2280,605	0,973				
8	2	0,45566	2,61472	3,87592	1,02533	4367,668	2220,082	0,983				
9	2	0,46475	2,6165	3,84305	0,98645	4331,921	2263,048	0,988				
10	2	0,45478	2,61201	3,88621	1,08876	4379,302	2150,09	0,981				
11	2	0,45746	2,61652	3,86056	0,96579	4350,564	2285,794	0,976				
12	2	0,45564	2,61562	3,89863	1,02745	4392,114	2217,701	0,983				
13	2	0,45744	2,61742	3,83066	0,9456	4318,167	2308,143	0,986				
14	2	0,45566	2,61472	3,87338	1,03487	4365,022	2209,571	0,978				
15	2	0,45834	2,61833	3,78575	0,89336	4269,228	2365,92	0,987				
16	2	0,45744	2,61742	3,82523	0,95331	4312,398	2299,658	0,973				
17	2	0,45657	2,61471	3,8798	1,04482	4372,021	2198,578	0,979				
18	2	0,45747	2,61562	3,87409	1,01028	4365,559	2236,693	0,971				
19	2	0,45653	2,61743	3,86608	0,99514	4356,789	2253,405	0,978				
20	2	0,45654	2,61652	3,82362	0,95553	4310,69	2297,222	0,981				
21	2	0,45654	2,61652	3,844	0,99921	4333,06	2248,975	0,988				
22	2	0,45746	2,61652	3,68534	0,79801	4159,748	2471,525	0,971				
23	2	0,45654	2,61652	3,89147	1,01618	4384,304	2230,137	0,982				
24	2	0,45477	2,61291	3,86363	0,91993	4353,418	2336,331	0,97				
25	2	0,45387	2,61201	3,87583	0,98379	4367,172	2265,896	0,987				
26	2	0,4539	2,6102	3,79724	0,88185	4281,503	2378,566	0,963				
27	2	0,4539	2,6102	3,88333	1,00065	4375,402	2247,285	0,974				
28	2	0,45388	2,61111	3,85967	0,99388	4349,886	2254,816	0,986				
29	2	0,4539	2,6102	3,88953	1,03449	4382,389	2209,958	0,979				
30	2	0,4539	2,6102	3,86963	1,002	4360,682	2245,83	0,981				
1	3	0,66257	2,60428	3,89885	0,86239	4390,686	2399,573	0,989				
2	3	0,66256	2,60518	3,84534	0,7473	4331,824	2526,523	0,989				
3	3	0,66255	2,60609	3,86738	0,81257	4356,291	2454,575	0,989				
4	3	0,66256	2,60518	3,89835	0,8342	4389,836	2430,605	0,991				
5	3	0,66165	2,60519	3,91685	0,8457	4409,843	2417,863	0,993				
6	3	0,66255	2,60609	3,89979	0,84121	4391,46	2422,89	0,991				
7	3	0,66439	2,60428	3,8522	0,76423	4339,407	2507,85	0,992				
8	3	0,66256	2,60518	3,89452	0,82046	4385,57	2445,745	0,99				
9	3	0,67258	2,60426	3,86222	0,78094	4350,38	2489,414	0,988				
10	3	0,66164	2,60609	3,91154	0,88575	4404,572	2373,802	0,991				
11	3	0,66346	2,60609	3,87709	0,76117	4365,139	2511,07	0,994				
12	3	0,66256	2,60518	3,91841	0,8223	4411,253	2443,604	0,99				
13	3	0,66438	2,60518	3,84434	0,73944	4330,654	2535,176	0,991				
14	3	0,66347	2,60518	3,89421	0,83014	4385,339	2435,098	0,992				
15	3	0,66438	2,60518	3,79555	0,68772	4277,482	2592,369	0,987				
16	3	0,66529	2,60518	3,84006	0,74751	4326,146	2526,315	0,992				
17	3	0,66256	2,60518	3,89943	0,84026	4391,062	2423,935	0,995				
18	3	0,66347	2,60518	3,89087	0,80563	4381,478	2462,083	0,99				
19	3	0,66346	2,60609	3,88362	0,7894	4373,488	2479,989	0,99				
20	3	0,66255	2,60609	3,83854	0,75095	4324,542	2522,541	0,985				
21	3	0,66256	2,60518	3,86235	0,79332	4350,665	2475,781	0,991				
22	3	0,66347	2,60518	3,6883	0,59248	4160,541	2697,863	0,988				
23	3	0,66255	2,60609	3,92017	0,81248	4413,028	2454,392	0,991				
24	3	0,66166	2,60428	3,88822	0,71461	4377,546	2562,202	0,989				
25	3	0,65983	2,60519	3,90041	0,77888	4391,416	2491,466	0,985				
26	3	0,66074	2,60519	3,81863	0,67771	4302,229	2603,226	0,991				
27	3	0,66074	2,60519	3,91308	0,79726	4405,247	2471,179	0,991				
28	3	0,66073	2,60609	3,8879	0,79033	4378,102	2478,932	0,993				
29	3	0,65983	2,60519	3,92025	0,83053	4413,327	2434,537	0,988				
30	3	0,66074	2,60519	3,90056	0,79786	4391,794	2470,587	0,99				

B. Messungen

A9 abweichende Raddurchmesser

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25453	2,6095	3,53359	1,22615	3997,083	1997,255	0,996
2	1	0,25453	2,6095	3,57793	1,27242	4045,514	1946,052	0,993
3	1	0,25546	2,60859	3,51289	1,18102	3974,277	2047,244	0,994
4	1	0,25453	2,6095	3,55617	1,24415	4021,721	1977,337	0,994
5	1	0,25546	2,60859	3,51651	1,18634	3978,251	2041,35	0,994
6	1	0,25453	2,6095	3,57454	1,23899	4041,623	1983,084	0,995
7	1	0,25453	2,6095	3,57454	1,23899	4041,623	1983,084	0,995
8	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler
9	1	0,25546	2,60859	3,54335	1,22793	4007,689	1995,294	0,994
10	1	0,25453	2,6095	3,53223	1,27915	3995,942	1938,504	0,993
11	1	0,25454	2,6086	3,54992	1,23704	4014,886	1985,21	0,996
12	1	0,25544	2,6095	3,55746	1,22481	4022,988	1998,767	0,996
13	1	0,26095	2,60858	3,5844	1,29764	4052,687	1918,125	0,995
14	1	0,25453	2,6095	3,57932	1,2935	4047,149	1922,699	0,995
15	1	0,25637	2,60859	3,57877	1,28199	4046,489	1935,455	0,99
16	1	0,25453	2,6095	3,56283	1,27649	4029,156	1941,519	0,993
17	1	0,25546	2,60859	3,52021	1,19735	3982,346	2029,153	0,995
18	1	0,25544	2,6095	3,55692	1,26406	4022,657	1955,281	0,994
19	1	0,25453	2,6095	3,56805	1,2663	4034,759	1952,812	0,995
20	1	0,25453	2,6095	3,5779	1,29493	4045,622	1921,115	0,994
21	1	0,25546	2,60859	3,56001	1,26579	4026,021	1953,369	0,994
22	1	0,25453	2,6095	3,57685	1,30488	4044,539	1910,086	0,993
23	1	0,25453	2,6095	3,57295	1,27873	4040,148	1939,053	0,997
24	1	0,2536	2,61041	3,56911	1,29133	4036,058	1925,086	0,997
25	1	0,25546	2,60859	3,54042	1,21212	4004,403	2012,802	0,994
26	1	0,25454	2,6086	3,58301	1,29879	4051,183	1916,851	0,996
27	1	0,25454	2,6086	3,57323	1,28021	4040,461	1937,413	0,99
28	1	0,25453	2,6095	3,56728	1,26882	4033,936	1950,02	0,997
29	1	0,25544	2,6095	3,48511	1,12332	3943,66	2111,177	0,994
30	1	0,25544	2,6095	3,51489	1,18485	3976,476	2043,001	0,993
1	2	0,45568	2,60537	3,58156	1,03077	4047,69	2213,555	0,972
2	2	0,45569	2,60446	3,62982	1,07824	4100,37	2161,008	0,982
3	2	0,45659	2,60537	3,55822	0,98502	4021,975	2264,188	0,989
4	2	0,45568	2,60537	3,60517	1,04919	4073,434	2193,161	0,977
5	2	0,45659	2,60537	3,56139	0,99051	4025,468	2258,116	0,976
6	2	0,45477	2,60537	3,62643	1,04536	4096,434	2197,364	0,97
7	2	0,45477	2,60537	3,62643	1,04536	4096,434	2197,364	0,97
8	2	0,45569	2,60446	3,6309	1,09764	4101,702	2139,553	0,972
9	2	0,45567	2,60627	3,58967	1,03417	4056,51	2209,79	0,974
10	2	0,45568	2,60537	3,58338	1,08571	4050,104	2152,778	0,987
11	2	0,45569	2,60446	3,59799	1,04193	4065,595	2201,19	0,978
12	2	0,45568	2,60537	3,60358	1,02905	4071,538	2215,429	0,966
13	2	0,4621	2,60354	3,63684	1,10409	4108,182	2132,419	0,977
14	2	0,45569	2,60446	3,63258	1,10045	4103,542	2136,448	0,965
15	2	0,45752	2,60446	3,63134	1,08897	4102,102	2149,145	0,988
16	2	0,45569	2,60446	3,61467	1,08222	4083,993	2156,616	0,982
17	2	0,45751	2,60536	3,56688	1,00197	4031,523	2245,432	0,966
18	2	0,45568	2,60537	3,60669	1,06969	4075,244	2170,478	0,973
19	2	0,45568	2,60537	3,62002	1,07248	4089,713	2167,389	0,976
20	2	0,45571	2,60356	3,6315	1,10089	4102,376	2135,963	0,981
21	2	0,45568	2,60537	3,60902	1,07242	4077,794	2167,465	0,975
22	2	0,45569	2,60446	3,63093	1,11221	4101,848	2123,435	0,977
23	2	0,45568	2,60537	3,62482	1,08534	4095,011	2153,161	0,988
24	2	0,45661	2,60446	3,62392	1,09694	4094,133	2140,326	0,982
25	2	0,45567	2,60627	3,58652	1,01828	4052,954	2227,364	0,981
26	2	0,45571	2,60356	3,63695	1,10602	4108,317	2130,283	0,979
27	2	0,45569	2,60446	3,62715	1,08765	4097,555	2150,601	0,967
28	2	0,45477	2,60537	3,61851	1,07529	4088,102	2164,277	0,985
29	2	0,45657	2,60717	3,52624	0,92689	3986,75	2328,533	0,973
30	2	0,45658	2,60627	3,56158	0,98977	4025,658	2258,931	0,982
1	3	0,66261	2,60132	3,59839	0,82548	4064,015	2440,293	0,995
2	3	0,66259	2,60313	3,64735	0,87373	4117,503	2386,867	0,992
3	3	0,66352	2,60132	3,57231	0,78014	4035,29	2490,415	0,992
4	3	0,66168	2,60313	3,62249	0,84448	4090,302	2419,234	0,994
5	3	0,66351	2,60223	3,57482	0,7862	4038,066	2483,723	0,995
6	3	0,6626	2,60223	3,65064	0,84025	4120,723	2423,783	0,994
7	3	0,6626	2,60223	3,65064	0,84025	4120,723	2423,783	0,994
8	3	0,66259	2,60313	3,65071	0,89201	4121,32	2366,684	0,993
9	3	0,66351	2,60223	3,60774	0,82844	4074,177	2436,983	0,996
10	3	0,66257	2,60404	3,60446	0,88087	4071,142	2379,139	0,996
11	3	0,6617	2,60133	3,61553	0,83705	4082,691	2427,457	0,991
12	3	0,66352	2,60132	3,62169	0,82385	4089,224	2441,988	0,996
13	3	0,66989	2,60131	3,66005	0,89789	4131,476	2360,165	0,992
14	3	0,6626	2,60223	3,65621	0,89461	4127,289	2363,79	0,995
15	3	0,66442	2,60222	3,65418	0,88376	4124,989	2375,774	0,996
16	3	0,6626	2,60223	3,63648	0,87741	4105,776	2382,844	0,996
17	3	0,66444	2,60042	3,58194	0,796	4045,892	2472,881	0,997
18	3	0,6626	2,60223	3,62714	0,8639	4095,529	2397,789	0,992
19	3	0,66259	2,60313	3,64203	0,8677	4111,69	2393,541	0,991
20	3	0,66257	2,60404	3,65583	0,89781	4126,908	2360,263	0,995
21	3	0,66259	2,60313	3,62934	0,86719	4097,951	2394,148	0,997
22	3	0,66168	2,60313	3,65447	0,90687	4125,524	2350,268	0,991
23	3	0,6626	2,60223	3,64705	0,87934	4117,23	2380,681	0,994
24	3	0,66259	2,60313	3,6466	0,892	4116,874	2366,709	0,995
25	3	0,66261	2,60132	3,60377	0,81266	4069,716	2454,403	0,992
26	3	0,6626	2,60223	3,66167	0,90089	4133,257	2356,844	0,995
27	3	0,66168	2,60313	3,64912	0,88287	4119,51	2376,775	0,991
28	3	0,66259	2,60313	3,64029	0,87035	4109,828	2390,621	0,994
29	3	0,66444	2,60042	3,53511	0,71965	3994,301	2557,298	0,993
30	3	0,66351	2,60223	3,57666	0,78413	4040,041	2485,991	0,997

A10 Kräfteinwirkung von außen

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25091	2,6068	3,68913	1,15042	4165,115	2081,177	0,996
2	1	0,25182	2,60679	3,64653	1,05057	4118,233	2191,581	0,993
3	1	0,2518	2,6086	3,66773	1,11308	4141,68	2122,462	0,992
4	1	0,25457	2,60679	3,59896	0,95842	4065,912	2293,505	0,992
5	1	0,25181	2,6077	3,6533	1,0543	4125,598	2187,446	0,991
6	1	0,25181	2,6077	3,60765	1,00735	4075,768	2239,408	0,993
7	1	0,25365	2,60679	3,63742	1,02266	4108,143	2222,437	0,993
8	1	0,25272	2,6077	3,65307	1,05957	4125,385	2181,626	0,992
9	1	0,25181	2,6077	3,65869	1,09061	4131,726	2147,301	0,994
10	1	0,25181	2,6077	3,67284	1,08306	4146,969	2155,638	0,995
11	1	0,2518	2,6086	3,72667	1,14244	4205,603	2089,994	0,994
12	1	0,25181	2,6077	3,72836	1,16633	4207,611	2063,586	0,991
13	1	0,25088	2,60861	3,70557	1,1209	4182,65	2113,8	0,994
14	1	0,25182	2,60679	3,71306	1,10985	4190,658	2126,003	0,995
15	1	0,25274	2,60679	3,6369	1,03034	4107,641	2213,952	0,994
16	1	0,25274	2,60679	3,61414	0,99161	4082,661	2256,792	0,994
17	1	0,2518	2,6086	3,70106	1,12306	4177,797	2111,414	0,993
18	1	0,25181	2,6077	3,58276	0,98739	4048,616	2261,516	0,99
19	1	0,25181	2,6077	3,65508	1,06865	4127,642	2171,587	0,991
20	1	0,25364	2,60769	3,71761	1,08548	4195,372	2152,921	0,995
21	1	0,2518	2,6086	3,71252	1,13587	4190,277	2097,252	0,995
22	1	0,25275	2,60589	3,57702	0,93901	4041,957	2315,01	0,996
23	1	0,2518	2,6086	3,73614	1,20506	4216,29	2020,788	0,995
24	1	0,25364	2,60769	3,68676	1,08451	4162,026	2154,022	0,997
25	1	0,25913	2,60768	3,68935	1,08626	4164,846	2152,084	0,996
26	1	0,25365	2,60679	3,66054	1,05659	4133,45	2184,908	0,994
27	1	0,25181	2,6077	3,71812	1,13389	4196,312	2099,441	0,991
28	1	0,25272	2,6077	3,71432	1,10486	4191,98	2131,513	0,991
29	1	0,25271	2,6086	3,75015	1,16818	4231,151	2061,552	0,993
30	1	0,25274	2,60679	3,60485	0,97487	4072,448	2275,316	0,992
1	2	0,45567	2,60627	3,73813	0,95234	4216,342	2299,855	0,982
2	2	0,45564	2,60808	3,68599	0,85074	4159,045	2412,069	0,989
3	2	0,45569	2,60446	3,7109	0,91397	4186,583	2342,258	0,976
4	2	0,45835	2,61079	3,63355	0,75588	4101,341	2516,859	0,983
5	2	0,45654	2,60898	3,6949	0,85399	4168,701	2408,451	0,973
6	2	0,45562	2,60989	3,64394	0,80696	4113,126	2460,511	0,976
7	2	0,45745	2,60989	3,67645	0,82161	4148,433	2444,221	0,976
8	2	0,45653	2,60989	3,69531	0,85959	4169,2	2402,281	0,982
9	2	0,45563	2,60899	3,70364	0,8915	4178,514	2367,064	0,976
10	2	0,45562	2,60989	3,71653	0,88316	4192,353	2376,215	0,98
11	2	0,45563	2,60899	3,77585	0,94428	4256,938	2308,624	0,982
12	2	0,45564	2,60808	3,78128	0,96915	4263,031	2281,197	0,988
13	2	0,45564	2,60808	3,75474	0,92223	4233,968	2333	0,99
14	2	0,45562	2,60989	3,76129	0,9127	4240,932	2343,486	0,977
15	2	0,45653	2,60989	3,67905	0,83084	4151,342	2434,037	0,982
16	2	0,45745	2,60989	3,65051	0,79034	4120,057	2478,803	0,987
17	2	0,45564	2,60808	3,74769	0,92378	4226,381	2331,315	0,975
18	2	0,45562	2,60989	3,61706	0,78599	4083,817	2483,755	0,985
19	2	0,45653	2,60989	3,69985	0,86868	4174,2	2392,238	0,984
20	2	0,45743	2,61079	3,76136	0,8866	4240,746	2372,256	0,983
21	2	0,45472	2,60899	3,7606	0,93677	4240,431	2316,958	0,98
22	2	0,45741	2,6126	3,61184	0,73852	4077,661	2536,098	0,983
23	2	0,45568	2,60537	3,79037	1,00789	4273,182	2238,451	0,977
24	2	0,45745	2,60989	3,73106	0,88467	4208,052	2374,487	0,977
25	2	0,46383	2,60987	3,73486	0,88651	4212,168	2372,452	0,976
26	2	0,45743	2,61079	3,70308	0,85771	4177,571	2404,32	0,973
27	2	0,45563	2,60899	3,76704	0,93521	4247,357	2318,656	0,972
28	2	0,45653	2,60989	3,76133	0,90602	4240,909	2350,846	0,984
29	2	0,45657	2,60717	3,80213	0,96994	4285,492	2280,271	0,97
30	2	0,45651	2,6117	3,64007	0,77379	4108,595	2497,092	0,979
1	3	0,66171	2,60042	3,75014	0,74604	4227,131	2527,065	0,994
2	3	0,6617	2,60133	3,69002	0,64436	4161,084	2639,262	0,992
3	3	0,66169	2,60223	3,71847	0,70725	4192,533	2569,92	0,99
4	3	0,66443	2,60132	3,6317	0,55059	4096,929	2742,719	0,992
5	3	0,66261	2,60132	3,69898	0,64737	4170,792	2635,889	0,993
6	3	0,6617	2,60133	3,64353	0,59992	4110,333	2688,428	0,988
7	3	0,66352	2,60132	3,67926	0,6161	4149,134	2670,396	0,99
8	3	0,66261	2,60132	3,70164	0,65281	4173,729	2629,892	0,992
9	3	0,6617	2,60133	3,71264	0,68495	4185,99	2594,482	0,991
10	3	0,66261	2,60132	3,72464	0,67722	4198,841	2502,91	0,993
11	3	0,66262	2,60042	3,79079	0,73649	4270,818	2537,339	0,991
12	3	0,6617	2,60133	3,79912	0,7632	4280,088	2507,924	0,994
13	3	0,6617	2,60133	3,76806	0,71559	4246,092	2560,458	0,99
14	3	0,6617	2,60133	3,77407	0,70614	4252,453	2570,807	0,991
15	3	0,66261	2,60132	3,6865	0,6247	4157,053	2660,894	0,993
16	3	0,66262	2,60042	3,64866	0,58312	4115,674	2706,853	0,991
17	3	0,6617	2,60133	3,75827	0,71708	4235,563	2558,875	0,99
18	3	0,6617	2,60133	3,61431	0,57956	4078,485	2711,022	0,989
19	3	0,6617	2,60133	3,70664	0,66287	4179,251	2618,802	0,992
20	3	0,66352	2,60132	3,7697	0,67939	4247,43	2600,231	0,989
21	3	0,6617	2,60133	3,7747	0,73064	4253,421	2543,865	0,991
22	3	0,66262	2,60042	3,60894	0,53111	4072,08	2764,295	0,991
23	3	0,66078	2,60223	3,80809	0,80251	4290,188	2464,635	0,991
24	3	0,66352	2,60132	3,73945	0,67856	4214,824	2601,343	0,991
25	3	0,6699	2,60041	3,74452	0,67944	4220,304	2600,339	0,989
26	3	0,66351	2,60223	3,71084	0,6518	4183,648	2630,941	0,993
27	3	0,66169	2,60223	3,78184	0,73026	4261,109	2544,24	0,99
28	3	0,66261	2,60132	3,77339	0,69968	4251,646	2577,909	0,989
29	3	0,66261	2,60132	3,81944	0,76402	4301,96	2506,911	0,993
30	3	0,66261	2,60132	3,63945	0,56715	4105,516	2724,467	0,986

B. Messungen

A11 Unrundheit eines Rades

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25218	2,61114	3,79386	1,2071	4280,756	2018,809			0,993
2	1	0,25311	2,61023	3,75701	1,13586	4240,459	2097,458			0,989
3	1	0,25311	2,61114	3,75512	1,12259	4238,312	2112,114			0,994
4	1	0,25311	2,61023	3,72967	1,09303	4210,578	2144,771			0,992
5	1	0,25309	2,61204	3,79408	1,16672	4280,695	2063,382			0,993
6	1	0,25218	2,61114	3,82687	1,23214	4316,513	1991,185			0,992
7	1	0,25309	2,61204	3,79834	1,17149	4285,326	2058,119			0,994
8	1	0,25311	2,61114	3,76844	1,11644	4252,64	2118,903			0,994
9	1	0,25218	2,61114	3,79886	1,21807	4286,223	2006,693			0,994
10	1	0,25217	2,61205	3,79549	1,16249	4282,183	2068,054			0,996
11	1	0,25309	2,61204	3,73914	1,10051	4220,88	2136,502			0,992
12	1	0,25311	2,61114	3,75206	1,10454	4234,86	2132,048			0,996
13	1	0,25218	2,61114	3,75242	1,11181	4235,314	2124,024			0,994
14	1	0,25311	2,61114	3,71822	1,05173	4197,865	2190,389			0,993
15	1	0,25218	2,61114	3,79422	1,21283	4281,181	2012,473			0,992
16	1	0,25311	2,61114	3,7439	1,10435	4226,052	2132,262			0,994
17	1	0,25217	2,61205	3,80194	1,20677	4289,464	2019,173			0,992
18	1	0,25218	2,61114	3,76305	1,1693	4247,232	2060,537			0,992
19	1	0,25218	2,61114	3,81029	1,21145	4298,498	2014,012			0,992
20	1	0,25311	2,61114	3,76984	1,13623	4254,305	2097,053			0,994
21	1	0,25309	2,61204	3,7678	1,15337	4252,234	2078,127			0,995
22	1	0,25127	2,61114	3,8047	1,21418	4292,489	2010,993			0,992
23	1	0,25218	2,61114	3,8059	1,22502	4293,859	1999,031			0,996
24	1	0,25218	2,61114	3,82044	1,23657	4309,62	1986,285			0,993
25	1	0,25217	2,61205	3,79656	1,17046	4283,394	2059,26			0,992
26	1	0,254	2,61204	3,73514	1,06533	4216,262	2175,347			0,993
27	1	0,25311	2,61114	3,82498	1,25626	4314,646	1964,556			0,991
28	1	0,25309	2,61204	3,78884	1,15989	4274,996	2070,926			0,996
29	1	0,25127	2,61114	3,84242	1,2457	4333,359	1976,234			0,993
30	1	0,25217	2,61205	3,76951	1,1325	4253,921	2101,163			0,995
1	2	0,4541	2,61059	3,85738	1,0134	4347,613	2232,404			0,973
2	2	0,45591	2,61149	3,81702	0,94119	4303,476	2312,061			0,977
3	2	0,45498	2,6124	3,81311	0,92724	4299,126	2327,436			0,978
4	2	0,4559	2,61239	3,78662	0,89789	4270,281	2359,85			0,985
5	2	0,455	2,61149	3,85591	0,97174	4345,645	2278,29			0,979
6	2	0,4541	2,61059	3,89255	1,03862	4385,667	2204,552			0,972
7	2	0,455	2,61149	3,8621	0,97692	4352,353	2272,574			0,973
8	2	0,4559	2,61239	3,82799	0,92154	4315,098	2333,664			0,984
9	2	0,45408	2,61149	3,86413	1,02523	4354,984	2219,355			0,983
10	2	0,455	2,61149	3,86048	0,96788	4350,518	2282,536			0,964
11	2	0,45591	2,61149	3,79854	0,9044	4283,199	2352,635			0,981
12	2	0,4559	2,61239	3,81122	0,90874	4296,901	2347,81			0,988
13	2	0,455	2,61149	3,80959	0,91588	4295,221	2339,957			0,987
14	2	0,45498	2,6124	3,77246	0,85524	4254,575	2406,867			0,98
15	2	0,4541	2,61059	3,85928	1,01952	4349,708	2225,663			0,978
16	2	0,45591	2,61149	3,80259	0,9079	4287,6	2348,77			0,978
17	2	0,4541	2,61059	3,86602	1,01246	4356,904	2233,426			0,979
18	2	0,455	2,61149	3,82688	0,97552	4314,426	2274,213			0,977
19	2	0,45501	2,61059	3,87845	1,01842	4370,32	2226,824			0,983
20	2	0,4541	2,61059	3,83022	0,94113	4317,696	2312,078			0,985
21	2	0,455	2,61149	3,82954	0,95876	4317,127	2292,662			0,983
22	2	0,4541	2,61059	3,8706	1,02094	4361,9	2224,067			0,99
23	2	0,4541	2,61059	3,87231	1,03212	4363,841	2211,75			0,986
24	2	0,45501	2,61059	3,88844	1,04417	4381,294	2198,449			0,974
25	2	0,455	2,61149	3,86037	0,97559	4350,479	2274,04			0,977
26	2	0,4559	2,61239	3,7889	0,86783	4272,427	2392,938			0,981
27	2	0,45591	2,61149	3,89193	1,06378	4385,218	2176,836			0,986
28	2	0,4559	2,61239	3,85141	0,96547	4340,734	2285,216			0,984
29	2	0,4541	2,61059	3,91144	1,05405	4406,099	2187,523			0,978
30	2	0,455	2,61149	3,83101	0,93725	4318,5	2316,355			0,969
1	3	0,66091	2,60651	3,88774	0,80972	4378,18	2456,398			0,99
2	3	0,66184	2,6047	3,83957	0,73639	4325,553	2537,235			0,989
3	3	0,66183	2,6056	3,83539	0,72248	4320,889	2552,53			0,989
4	3	0,66275	2,60469	3,80739	0,6925	4290,394	2585,634			0,989
5	3	0,66092	2,6056	3,88174	0,76648	4371,239	2503,935			0,993
6	3	0,66182	2,6065	3,92389	0,83553	4417,29	2427,86			0,992
7	3	0,66092	2,6056	3,89041	0,77218	4380,623	2497,626			0,989
8	3	0,66182	2,6065	3,85065	0,71687	4337,238	2558,594			0,99
9	3	0,66091	2,60651	3,89462	0,8209	4385,704	2444,078			0,993
10	3	0,6618	2,60741	3,88979	0,76544	4379,879	2505,031			0,993
11	3	0,66182	2,6065	3,82235	0,70006	4306,587	2577,236			0,99
12	3	0,66185	2,60379	3,83348	0,70335	4318,608	2573,551			0,987
13	3	0,66183	2,6056	3,82961	0,71038	4314,521	2565,855			0,99
14	3	0,66182	2,6065	3,79132	0,64996	4272,561	2632,448			0,987
15	3	0,66091	2,60651	3,88963	0,81553	4380,274	2450,008			0,993
16	3	0,66182	2,6065	3,82453	0,70439	4308,989	2572,464			0,99
17	3	0,66091	2,60651	3,89548	0,80817	4386,484	2458,061			0,991
18	3	0,66183	2,6056	3,85507	0,77058	4342,614	2499,58			0,988
19	3	0,66091	2,60651	3,9106	0,81515	4402,796	2450,319			0,992
20	3	0,66182	2,6065	3,85754	0,73753	4344,891	2535,867			0,994
21	3	0,66182	2,6065	3,8568	0,75431	4344,287	2517,45			0,99
22	3	0,66092	2,6056	3,9011	0,81618	4392,608	2449,236			0,991
23	3	0,66182	2,6065	3,90547	0,8285	4397,438	2435,681			0,99
24	3	0,66091	2,60651	3,92021	0,84028	4413,394	2422,663			0,99
25	3	0,6618	2,60741	3,88802	0,77201	4378,059	2497,83			0,994
26	3	0,66274	2,6056	3,80675	0,66266	4289,335	2618,404			0,988
27	3	0,66272	2,6065	3,9224	0,85909	4415,951	2401,988			0,995
28	3	0,66272	2,6065	3,87864	0,76081	4367,849	2510,182			0,993
29	3	0,66091	2,60651	3,94582	0,84991	4440,981	2411,962			0,994
30	3	0,66182	2,6065	3,85733	0,73272	4344,613	2541,15			0,991

A12 Unterschiedliche Reibung mit Boden

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende y-Wert	Ende x-Wert	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,25136	2,61108	3,65461	1,43735	4129,374	1762,913	0,994	
2	1	0,2523	2,60926	3,62207	1,37463	4093,823	1832,193	0,995	
3	1	0,25137	2,61017	3,65078	1,38382	4124,982	1822,114	0,996	
4	1	0,25043	2,61198	3,68772	1,42312	4165,146	1778,769	0,995	
5	1	0,25321	2,60926	3,66809	1,34915	4143,546	1860,502	0,989	
6	1	0,25045	2,61017	3,67973	1,41701	4156,473	1785,502	0,989	
7	1	0,25871	2,60924	3,63772	1,29589	4110,377	1919,337	0,992	
8	1	0,25137	2,61017	3,66375	1,40238	4139,113	1801,623	0,993	
9	1	0,25228	2,61017	3,68423	1,45221	4161,492	1746,596	0,99	
10	1	0,25231	2,60835	3,68598	1,44317	4163,348	1756,594	0,992	
11	1	0,2523	2,60926	3,65724	1,38354	4131,977	1822,444	0,993	
12	1	0,25324	2,60745	3,61168	1,34091	4082,4	1869,477	0,989	
13	1	0,25322	2,60835	3,66808	1,38636	4143,724	1819,357	0,993	
14	1	0,25231	2,60835	3,65609	1,28475	4130,207	1931,691	0,994	
15	1	0,25231	2,60835	3,65692	1,3421	4131,419	1868,275	0,992	
16	1	0,25231	2,60835	3,67696	1,40771	4153,434	1795,776	0,993	
17	1	0,25324	2,60745	3,71589	1,45512	4195,742	1743,503	0,991	
18	1	0,25231	2,60835	3,7012	1,45879	4179,876	1739,39	0,993	
19	1	0,2523	2,60926	3,67685	1,38312	4153,203	1822,963	0,995	
20	1	0,25139	2,60836	3,68692	1,38072	4164,078	1825,651	0,994	
21	1	0,25228	2,61017	3,67713	1,3507	4153,342	1858,816	0,993	
22	1	0,25231	2,60835	3,6234	1,33218	4095,053	1879,165	0,996	
23	1	0,25137	2,61017	3,70557	1,41072	4184,393	1792,545	0,991	
24	1	0,25138	2,60926	3,68254	1,39456	4159,408	1810,33	0,991	
25	1	0,25228	2,61017	3,70881	1,38617	4187,78	1819,697	0,994	
26	1	0,25136	2,61108	3,68925	1,41757	4166,781	1784,921	0,995	
27	1	0,25227	2,61107	3,67816	1,45006	4154,916	1748,95	0,996	
28	1	0,25137	2,61017	3,69663	1,44479	4174,884	1754,845	0,995	
29	1	0,25044	2,61108	3,7034	1,43092	4182,144	1770,21	0,995	
30	1	0,25136	2,61108	3,69526	1,39994	4173,201	1804,431	0,992	
1	2	0,45441	2,61048	3,74179	1,25136	4222,665	1968,709	0,977	
2	2	0,45531	2,61138	3,70438	1,18716	4181,833	2039,578	0,977	
3	2	0,45441	2,61048	3,73155	1,1951	4211,243	2030,826	0,985	
4	2	0,45352	2,60867	3,77101	1,23443	4254,1	1987,435	0,977	
5	2	0,45622	2,61138	3,74598	1,1589	4226,573	2070,789	0,977	
6	2	0,45353	2,60777	3,76247	1,22867	4244,844	1993,784	0,986	
7	2	0,46169	2,61227	3,71377	1,10516	4191,393	2130,106	0,981	
8	2	0,45442	2,60958	3,74627	1,21429	4227,263	2009,643	0,978	
9	2	0,45441	2,61048	3,76917	1,26615	4252,308	1952,416	0,974	
10	2	0,45622	2,61138	3,77168	1,257	4254,965	1962,52	0,977	
11	2	0,45532	2,61048	3,73892	1,1952	4219,207	2030,716	0,984	
12	2	0,45624	2,60957	3,69123	1,1514	4167,37	2079,07	0,982	
13	2	0,45534	2,60867	3,74768	1,19691	4228,675	2028,829	0,981	
14	2	0,45532	2,61048	3,73311	1,09476	4212,205	2141,566	0,977	
15	2	0,45532	2,61048	3,73395	1,15209	4213,537	2078,307	0,972	
16	2	0,45532	2,61048	3,76019	1,22128	4242,341	2001,939	0,984	
17	2	0,45534	2,60867	3,80074	1,26854	4286,368	1949,817	0,98	
18	2	0,45443	2,60867	3,78803	1,27324	4272,697	1944,619	0,976	
19	2	0,45533	2,60957	3,7594	1,19495	4241,31	2030,998	0,985	
20	2	0,45444	2,60776	3,76748	1,19203	4250,011	2034,224	0,987	
21	2	0,45443	2,60867	3,75475	1,15948	4236,044	2070,145	0,988	
22	2	0,45533	2,60957	3,70004	1,14193	4176,827	2089,531	0,975	
23	2	0,45353	2,60777	3,78751	1,22314	4271,816	1999,904	0,987	
24	2	0,45442	2,60958	3,76332	1,20602	4245,615	2018,785	0,978	
25	2	0,45441	2,61048	3,78962	1,19827	4273,922	2027,353	0,982	
26	2	0,4535	2,60958	3,77078	1,2291	4253,814	1993,315	0,981	
27	2	0,45441	2,61048	3,75977	1,26121	4242,137	1957,861	0,987	
28	2	0,45442	2,60958	3,78272	1,25833	4266,879	1961,069	0,988	
29	2	0,45352	2,60867	3,78717	1,24324	4271,585	1977,727	0,975	
30	2	0,45441	2,61048	3,77703	1,21202	4260,439	2012,168	0,976	
1	3	0,66049	2,60907	3,79984	1,05481	4283,858	2185,531	0,992	
2	3	0,66141	2,60816	3,75651	0,98826	4236,578	2258,958	0,993	
3	3	0,66141	2,60816	3,78238	0,99541	4264,531	2251,018	0,992	
4	3	0,65959	2,60817	3,82323	1,03529	4308,88	2206,997	0,996	
5	3	0,66233	2,60816	3,79194	0,95875	4274,509	2291,364	0,989	
6	3	0,6605	2,60816	3,81497	1,02976	4299,94	2213,107	0,996	
7	3	0,66778	2,60905	3,75959	0,90537	4239,13	2350,241	0,995	
8	3	0,66049	2,60907	3,79842	1,01603	4281,999	2228,267	0,995	
9	3	0,66141	2,60816	3,82536	1,06801	4311,448	2170,955	0,993	
10	3	0,66324	2,60816	3,82633	1,05952	4312,429	2180,296	0,991	
11	3	0,66234	2,60726	3,79084	0,99602	4273,654	2250,329	0,992	
12	3	0,66234	2,60726	3,74017	0,95261	4218,624	2298,281	0,992	
13	3	0,66235	2,60635	3,79828	0,99767	4281,684	2248,486	0,99	
14	3	0,66234	2,60726	3,78068	0,89472	4261,771	2361,895	0,995	
15	3	0,66235	2,60635	3,78077	0,95144	4262,405	2299,448	0,989	
16	3	0,66143	2,60726	3,81248	1,02227	4297,199	2221,361	0,993	
17	3	0,66234	2,60726	3,85672	1,07142	4345,222	2167,147	0,995	
18	3	0,66143	2,60726	3,84658	1,07636	4334,353	2161,716	0,992	
19	3	0,66141	2,60816	3,81185	0,99735	4296,305	2248,813	0,994	
20	3	0,66143	2,60726	3,82037	0,99297	4305,441	2253,607	0,99	
21	3	0,6605	2,60816	3,80465	0,96127	4288,217	2288,558	0,992	
22	3	0,66143	2,60726	3,74775	0,94241	4226,708	2309,497	0,99	
23	3	0,66052	2,60726	3,84288	1,02458	4329,942	2218,75	0,994	
24	3	0,66144	2,60635	3,81668	1,00607	4301,582	2239,195	0,992	
25	3	0,6614	2,60907	3,84487	1,0005	4331,866	2245,259	0,994	
26	3	0,66049	2,60907	3,82628	1,03142	4312,137	2211,25	0,994	
27	3	0,6614	2,60907	3,81402	1,06352	4299,199	2175,91	0,995	
28	3	0,6614	2,60907	3,84181	1,06164	4329,099	2177,944	0,996	
29	3	0,65958	2,60907	3,84297	1,04527	4330,218	2195,969	0,995	
30	3	0,6614	2,60907	3,83133	1,01356	4317,418	2230,909	0,993	

B. Messungen

V1 Standardkonfiguration

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfang-y-Wert	Anfang-x-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,15338	0,76666	2,56035	0,88027	2924,767	2380,195			0,993
2	1	0,1132	0,80697	2,52634	0,86627	2886,971	2395,753			0,994
3	1	0,45404	0,82054	2,86507	0,87379	3262,019	2387,337			0,996
4	1	0,28678	0,68652	2,69475	0,74586	3072,996	2529,527			0,993
5	1	0,26523	0,75768	2,66466	0,76594	3039,804	2507,26			0,996
6	1	0,45063	0,87366	2,88022	0,84655	3278,568	2417,557			0,991
7	1	0,31972	0,84111	2,70193	0,86424	3081,611	2398,034			0,995
8	1	0,22641	0,87014	2,62038	0,87715	2991,334	2383,679			0,993
9	1	0,13208	0,90909	2,52502	0,89043	2885,609	2368,863			0,993
10	1	0,20808	0,8727	2,58723	0,99337	2955,115	2254,271			0,995
11	1	0,32293	0,94926	2,70103	0,86072	3080,595	2401,953			0,995
12	1	0,3202	0,95284	2,70913	0,97268	3090,149	2277,418			0,994
13	1	0,38982	0,98034	2,7904	1,09611	3180,733	2140,037			0,997
14	1	0,56807	1,08937	2,96091	1,07934	3368,977	2158,859			0,998
15	1	0,43288	1,01572	2,82447	0,92977	3217,512	2325,159			0,994
16	1	0,3521	0,92065	2,70832	0,94506	3089,106	2308,155			0,997
17	1	0,24285	0,85854	2,63033	0,91102	3002,533	2346,004			0,994
18	1	0,25941	0,87129	2,70251	0,83151	3082,068	2434,412			0,994
19	1	0,31043	0,81489	2,69263	0,84369	3071,2	2420,881			0,997
20	1	0,32942	0,77175	2,72814	0,79736	3110,237	2472,332			0,994
21	1	0,29956	0,83915	2,67164	0,92008	3048,352	2335,935			0,995
22	1	0,25661	0,86135	2,66907	0,95092	3045,667	2301,61			0,993
23	1	0,45431	0,87999	2,84942	0,99286	3245,444	2255,006			0,994
24	1	0,38301	0,87585	2,76776	0,93366	3154,832	2320,847			0,997
25	1	0,34829	0,88369	2,75074	0,96553	3136,18	2285,385			0,995
26	1	0,34931	0,90892	2,76186	1,00432	3148,682	2242,224			0,995
27	1	0,32603	0,82313	2,70604	0,9938	3086,83	2253,901			0,996
28	1	0,28507	0,8733	2,70085	0,94687	3080,846	2306,132			0,997
29	1	0,57558	0,86559	2,9913	0,92066	3401,501	2335,172			0,994
30	1	0,34636	0,86205	2,74235	0,91152	3126,598	2345,462			0,991
1	2	1,30645	0,76531	3,72071	0,84514	4196,6	2416,702			0,991
2	2	1,26962	0,82528	3,68923	0,90879	4163,204	2346,73			0,994
3	2	1,61077	0,81265	4,02841	0,89337	4527,684	2362,371			0,987
4	2	1,44239	0,71034	3,85723	0,77895	4342,948	2488,79			0,993
5	2	1,42173	0,7381	3,82795	0,7453	4311,096	2525,905			0,995
6	2	1,60809	0,84583	4,03146	1,02061	4532,188	2222,682			0,99
7	2	1,47682	0,85778	3,86579	0,85301	4352,943	2407,404			0,991
8	2	1,38231	0,85282	3,78309	0,88732	4264,295	2370,02			0,992
9	2	1,28776	0,88371	3,68742	0,91906	4161,346	2335,409			0,989
10	2	1,36345	0,8895	3,74945	1,00003	4229,064	2246,006			0,995
11	2	1,47684	0,87482	3,86184	0,79175	4348,042	2474,713			0,992
12	2	1,47597	0,91158	3,87172	0,94256	4360,208	2308,932			0,992
13	2	1,54612	1,02028	3,95375	1,11286	4449,757	2121,408			0,989
14	2	1,72568	1,07382	4,12371	1,03595	4630,833	2205,619			0,988
15	2	1,58835	0,94883	3,98771	0,89262	4484,129	2363,363			0,99
16	2	1,50832	0,87946	3,86859	0,85959	4356,019	2400,161			0,994
17	2	1,3994	0,84214	3,79141	0,83867	4272,772	2423,502			0,988
18	2	1,41471	0,84491	3,86314	0,89423	4350,511	2362,107			0,989
19	2	1,46687	0,81736	3,85072	0,73802	4335,496	2533,753			0,988
20	2	1,4857	0,76897	3,89086	0,78485	4379,142	2482,133			0,993
21	2	1,45611	0,84243	3,83413	0,88068	4319,181	2377,13			0,993
22	2	1,41294	0,87092	3,83201	0,96264	4317,694	2286,971			0,993
23	2	1,6108	0,87992	4,01168	1,02541	4511,068	2217,458			0,988
24	2	1,54069	0,87423	3,9311	0,89643	4423,508	2359,422			0,985
25	2	1,50472	0,87675	3,91336	0,94256	4404,924	2308,79			0,993
26	2	1,50565	0,92606	3,92433	1,03371	4417,542	2208,534			0,985
27	2	1,48133	0,87215	3,86826	1,02764	4357,257	2215,325			0,99
28	2	1,44175	0,87555	3,86291	0,89544	4350,273	2360,786			0,991
29	2	1,73207	0,88042	4,15377	0,9389	4661,935	2311,935			0,99
30	2	1,50382	0,87495	3,90572	0,94741	4396,773	2303,487			0,988
1	3	1,30645	0,76531	3,72071	0,84514	4196,6	2416,702			0,991
2	3	1,26962	0,82528	3,68923	0,90879	4163,204	2346,73			0,994
3	3	1,61077	0,81265	4,02841	0,89337	4527,684	2362,371			0,987
4	3	1,44239	0,71034	3,85723	0,77895	4342,948	2488,79			0,993
5	3	1,42173	0,7381	3,82795	0,7453	4311,096	2525,905			0,995
6	3	1,60719	0,84583	4,03053	1,02061	4531,186	2222,683			0,99
7	3	1,47682	0,85778	3,86579	0,85301	4352,943	2407,404			0,991
8	3	1,38231	0,85282	3,78309	0,88732	4264,295	2370,02			0,992
9	3	1,28776	0,88371	3,68742	0,91906	4161,346	2335,409			0,989
10	3	1,36345	0,8895	3,74945	1,00003	4229,064	2246,006			0,995
11	3	1,47684	0,87482	3,86184	0,79175	4348,042	2474,713			0,992
12	3	1,47597	0,91158	3,87172	0,94256	4360,208	2308,932			0,992
13	3	1,54523	1,02028	3,95282	1,11286	4448,756	2121,408			0,989
14	3	1,72568	1,07382	4,12371	1,03595	4630,833	2205,619			0,988
15	3	1,58835	0,94883	3,98771	0,89262	4484,129	2363,363			0,99
16	3	1,50832	0,87946	3,86859	0,85959	4356,019	2400,161			0,994
17	3	1,3994	0,84214	3,79141	0,83867	4272,772	2423,502			0,988
18	3	1,41471	0,84491	3,86314	0,89423	4350,511	2362,107			0,989
19	3	1,46687	0,81736	3,85072	0,73802	4335,496	2533,753			0,988
20	3	1,4857	0,76897	3,89086	0,78485	4379,142	2482,133			0,993
21	3	1,45611	0,84153	3,83414	0,87976	4319,182	2378,131			0,993
22	3	1,41294	0,87092	3,83201	0,96264	4317,694	2286,971			0,993
23	3	1,6117	0,87993	4,01262	1,02541	4512,07	2217,458			0,988
24	3	1,54069	0,87423	3,9311	0,89643	4423,508	2359,422			0,985
25	3	1,50472	0,87675	3,91336	0,94256	4404,924	2308,79			0,993
26	3	1,50565	0,92606	3,92433	1,03371	4417,542	2208,534			0,985
27	3	1,48133	0,87126	3,86826	1,02674	4357,257	2216,326			0,99
28	3	1,44175	0,87555	3,86291	0,89544	4350,273	2360,786			0,991
29	3	1,73207	0,88042	4,15377	0,9389	4661,935	2311,935			0,99
30	3	1,50292	0,87495	3,90479	0,94741	4395,772	2303,488			0,988

V2 Lastschwerpunkt außermittig

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende y-Wert	Ende x-Wert	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,21694	0,81143	2,43496	0,73893	2784,98	2537,319	0,993	
2	1	0,1197	0,81966	2,42673	1,04644	2777,041	2194,849	0,992	
3	1	0,10766	0,8006	2,35469	1,04715	2696,899	2193,895	0,994	
4	1	0,13904	0,82975	2,39751	0,96537	2744,241	2285,215	0,993	
5	1	0,1852	0,71725	2,35034	0,68195	2690,779	2600,579	0,992	
6	1	0,19208	0,64772	2,68357	0,64559	3060,053	2640,716	0,992	
7	1	0,18877	0,70192	2,46991	0,72121	2823,698	2557,014	0,994	
8	1	0,25392	0,70701	2,66235	0,76159	3037,232	2512,098	0,993	
9	1	0,19711	0,71465	2,38751	0,86051	2732,734	2402,035	0,993	
10	1	0,51051	0,79395	2,91026	0,77751	3311,241	2494,098	0,996	
11	1	0,30322	0,83738	2,54232	0,9934	2905,261	2254,187	0,994	
12	1	0,41735	0,79321	2,68283	0,90533	3060,679	2352,35	0,993	
13	1	0,42439	0,74277	2,70098	1,00228	3081,276	2244,455	0,992	
14	1	0,18403	0,83191	2,5561	0,96957	2920,464	2280,754	0,99	
15	1	0,19598	0,83742	2,48025	0,93633	2836,089	2317,7	0,993	
16	1	0,31753	0,77436	2,60447	0,75431	2973,081	2520,22	0,996	
17	1	0,42273	0,77342	2,66495	0,77944	3040,201	2492,279	0,995	
18	1	0,17569	0,8165	2,40524	0,69153	2751,788	2589,964	0,993	
19	1	0,17997	0,76237	2,52465	0,73101	2884,471	2546,121	0,99	
20	1	0,19992	0,72371	2,54949	0,54993	2911,113	2746,861	0,996	
21	1	0,3657	0,7143	2,74954	0,78386	3133,831	2487,291	0,995	
22	1	0,18684	0,84367	2,44788	1,01439	2800,435	2230,637	0,99	
23	1	0,26131	0,88663	2,56527	0,96626	2930,619	2284,45	0,99	
24	1	0,21045	0,79874	2,53942	1,02576	2902,189	2218,111	0,992	
25	1	0,29866	0,84275	2,45792	0,84523	2810,908	2419,12	0,994	
26	1	0,34416	0,78811	2,73609	1,04518	3120,375	2196,713	0,992	
27	1	0,48498	0,80006	2,72316	0,88515	3105,219	2374,784	0,996	
28	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
29	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
30	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
1	2	1,37319	0,78814	3,53253	0,36029	3987,453	2950,28	0,986	
2	2	1,27598	0,84596	3,58668	0,97146	4052,749	2277,894	0,993	
3	2	1,26248	0,86204	3,49234	0,81206	3948,907	2454,101	0,995	
4	2	1,29396	0,82272	3,52694	0,69899	3985,355	2578,534	0,985	
5	2	1,34231	0,68461	3,39335	0,17132	3834,031	3158,166	0,992	
6	2	1,34755	0,62255	3,83427	0,80784	4318,573	2457,183	0,99	
7	2	1,3451	0,7188	3,62255	0,57358	4087,538	2715,773	0,988	
8	2	1,40991	0,68769	3,82449	0,76024	4307,541	2509,523	0,984	
9	2	1,35323	0,72244	3,47552	0,45577	3926,813	2846,176	0,992	
10	2	1,66738	0,79853	4,06935	0,86477	4571,126	2393,546	0,988	
11	2	1,46063	0,86578	3,66868	0,70456	4138,915	2571,597	0,99	
12	2	1,57389	0,79453	3,80933	0,62159	4289,604	2661,732	0,989	
13	2	1,58106	0,76404	3,85501	0,863	4341,454	2396,476	0,986	
14	2	1,3408	0,81221	3,71894	0,94994	4195,687	2301,287	0,991	
15	2	1,35168	0,84907	3,62837	0,76014	4095,922	2510,69	0,991	
16	2	1,47486	0,73927	3,74333	0,5178	4217,244	2775,974	0,992	
17	2	1,57923	0,74427	3,78072	0,45551	4256,684	2843,798	0,991	
18	2	1,33177	0,80228	3,52798	0,3953	3982,973	2911,999	0,991	
19	2	1,33526	0,74931	3,68487	0,68322	4156,173	2594,957	0,992	
20	2	1,35492	0,68109	3,70542	0,43633	4175,309	2865,477	0,986	
21	2	1,52252	0,71524	3,90926	0,7022	4397,937	2572,671	0,991	
22	2	1,34447	0,84813	3,56988	0,70917	4032,036	2567,101	0,993	
23	2	1,41836	0,88529	3,69996	0,7155	4172,827	2559,387	0,991	
24	2	1,36606	0,8312	3,69721	0,92788	4172,01	2325,663	0,99	
25	2	1,45609	0,83076	3,5308	0,39964	3986,077	2907,225	0,99	
26	2	1,50015	0,80585	3,87893	0,83684	4366,888	2425,111	0,993	
27	2	1,64222	0,80112	3,84433	0,57976	4326,71	2707,293	0,989	
28	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
29	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
30	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
1	3	1,37319	0,78814	3,53253	0,36029	3987,453	2950,28	0,986	
2	3	1,27507	0,84595	3,58575	0,97146	4051,748	2277,893	0,993	
3	3	1,26248	0,86204	3,49234	0,81206	3948,907	2454,101	0,995	
4	3	1,29396	0,82182	3,52695	0,69808	3985,355	2579,537	0,986	
5	3	1,34231	0,68461	3,39335	0,17132	3834,031	3158,166	0,992	
6	3	1,34755	0,62255	3,83427	0,80784	4318,573	2457,183	0,99	
7	3	1,3451	0,7179	3,62256	0,57267	4087,538	2716,774	0,988	
8	3	1,40991	0,68769	3,82449	0,76024	4307,541	2509,523	0,984	
9	3	1,35323	0,72244	3,47552	0,45577	3926,813	2846,176	0,992	
10	3	1,66738	0,79763	4,06936	0,86386	4571,126	2394,546	0,988	
11	3	1,45973	0,86577	3,66775	0,70457	4137,915	2571,597	0,99	
12	3	1,57389	0,79453	3,80933	0,62159	4289,604	2661,732	0,989	
13	3	1,58106	0,76494	3,855	0,86391	4341,454	2395,473	0,986	
14	3	1,3408	0,81221	3,71894	0,94994	4195,687	2301,287	0,991	
15	3	1,35168	0,84907	3,62837	0,76014	4095,922	2510,69	0,991	
16	3	1,47486	0,73927	3,74333	0,5178	4217,244	2775,974	0,992	
17	3	1,57923	0,74427	3,78072	0,45551	4256,684	2843,798	0,991	
18	3	1,33177	0,80228	3,52798	0,3953	3982,973	2911,999	0,991	
19	3	1,33526	0,74931	3,68487	0,68322	4156,173	2594,957	0,992	
20	3	1,35492	0,68109	3,70542	0,43633	4175,309	2865,477	0,986	
21	3	1,52252	0,71524	3,90926	0,7022	4397,937	2572,671	0,991	
22	3	1,34447	0,84813	3,56988	0,70917	4032,036	2567,101	0,993	
23	3	1,41836	0,88529	3,69996	0,7155	4172,827	2559,387	0,991	
24	3	1,36606	0,8312	3,69721	0,92788	4172,01	2325,663	0,99	
25	3	1,45609	0,83076	3,5308	0,39964	3986,077	2907,225	0,99	
26	3	1,50015	0,80585	3,87893	0,83684	4366,888	2425,111	0,993	
27	3	1,64222	0,80022	3,84434	0,57884	4326,709	2708,294	0,989	
28	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
29	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
30	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	

B. Messungen

V3 mit variierender Reibung

Nr.	Marker	x-Wert Anfan	y-Wert Anfan	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,657	1,67338	3,03195	1,65597	3476,488	1522,702	0,988
2	1	0,67574	1,66991	3,05849	1,65677	3506,125	1521,962	0,994
3	1	0,68387	1,64094	3,04724	1,63218	3493,421	1549,742	0,991
4	1	0,71579	1,68758	3,09758	1,688	3549,912	1486,86	0,995
5	1	0,68182	1,71122	3,10402	1,73545	3557,367	1433,187	0,537
6	1	0,68103	1,68574	3,07198	1,66518	3521,227	1512,527	0,676
7	1	0,72919	1,68059	3,04363	1,77397	3490,194	1389,113	0,994
8	1	0,70946	1,7104	3,08821	1,71923	3539,645	1451,434	0,99
9	1	0,68529	1,73407	3,09253	1,72418	3544,486	1445,861	0,993
10	1	0,70388	1,76222	3,11948	1,74007	3574,618	1428,078	0,995
11	1	0,66306	1,71908	3,07923	1,70928	3529,576	1462,629	0,989
12	1	0,72459	1,71483	3,1272	1,76209	3583,339	1403,213	0,994
13	1	0,71831	1,72448	3,11743	1,73971	3572,333	1428,467	0,992
14	1	0,72281	1,71395	3,14536	1,7385	3603,439	1430,041	0,993
15	1	0,73166	1,7289	3,15959	1,84623	3619,827	1308,293	0,996
16	1	0,68444	1,7244	3,10348	1,70882	3556,613	1463,326	0,993
17	1	0,7139	1,71305	3,29433	1,72515	3768,908	1446,263	0,995
18	1	0,69617	1,69017	3,1502	1,66448	3608,406	1513,836	0,993
19	1	0,69431	1,70861	3,09382	1,67627	3545,655	1500,105	0,995
20	1	0,69517	1,71652	3,1291	1,66481	3584,914	1513,321	0,995
21	1	0,72292	1,68848	3,15237	1,71281	3611,104	1459,162	0,996
22	1	0,69596	1,73936	3,26424	1,78824	3735,858	1374,753	0,996
23	1	0,68967	1,75165	3,11254	1,79655	3567,176	1364,097	0,996
24	1	0,71649	1,73238	3,15235	1,6215	3610,545	1562,47	0,99
25	1	0,69624	1,6726	3,12478	1,70693	3580,34	1465,618	0,992
26	1	0,73077	1,72802	3,25224	1,77707	3722,486	1387,275	0,991
27	1	0,71823	1,74205	3,15698	1,81083	3616,756	1348,209	0,994
28	1	0,65576	1,75509	3,13093	1,65393	3586,886	1525,645	0,995
29	1	0,71835	1,71482	3,16	1,70778	3619,567	1464,903	0,994
30	1 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
31	2	1,79228	1,64365	4,17814	1,63681	4734,299	1551,994	0,983
32	2	1,81062	1,67965	4,20115	1,73526	4759,733	1442,335	0,981
33	2	1,8187	1,64726	4,19107	1,68745	4748,574	1495,596	0,976
34	2	1,85118	1,67631	4,24349	1,67135	4804,813	1513,947	0,982
35	2	1,81753	1,71123	4,24479	1,71996	4806,548	1459,776	0,202
36	2	1,81597	1,66741	4,22455	1,76767	4785,093	1406,408	0,256
37	2	1,86423	1,71317	4,18408	1,88142	4742,161	1279,134	0,983
38	2	1,84567	1,72449	4,23413	1,76047	4795,344	1414,518	0,979
39	2	1,82093	1,73578	4,23705	1,78534	4798,63	1386,819	0,98
40	2	1,83855	1,73761	4,26497	1,73061	4828,286	1448,069	0,981
41	2	1,79818	1,70239	4,22214	1,79055	4782,637	1380,871	0,98
42	2	1,86049	1,75698	4,27357	1,80505	4837,955	1365,201	0,981
43	2	1,85351	1,7438	4,26114	1,80693	4824,62	1362,985	0,98
44	2	1,85789	1,74908	4,28561	1,85215	4851,124	1312,859	0,982
45	2	1,8665	1,78944	4,29978	1,96789	4866,822	1184,14	0,981
46	2	1,82014	1,7165	4,24963	1,68839	4811,533	1495,005	0,979
47	2	1,84908	1,74729	4,43721	1,82019	5013,169	1349,983	0,979
48	2	1,83175	1,68587	4,29067	1,77706	4856,142	1396,551	0,978
49	2	1,82996	1,692	4,24019	1,6711	4801,275	1514,204	0,983
50	2	1,83072	1,71654	4,2686	1,7859	4832,513	1386,49	0,976
51	2	1,85809	1,70789	4,29836	1,7068	4863,945	1474,875	0,984
52	2	1,83153	1,73232	4,40533	1,67257	4978,171	1513,813	0,983
53	2	1,82528	1,74807	4,25862	1,77652	4821,751	1396,854	0,983
54	2	1,85179	1,73328	4,29332	1,72578	4858,664	1453,697	0,982
55	2	1,83182	1,6701	4,26999	1,75329	4833,816	1422,848	0,982
56	2	1,86665	1,75964	4,39537	1,87272	4968,757	1291,15	0,98
57	2	1,85421	1,77887	4,29787	1,93023	4864,63	1226,041	0,983
58	2	1,79102	1,72339	4,27376	1,74326	4837,789	1434,05	0,984
59	2	1,85361	1,72277	4,30082	1,81231	4867,229	1357,391	0,98
60	2 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	
61	3	1,79228	1,64365	4,17814	1,63681	4734,299	1551,994	0,983
62	3	1,81062	1,67965	4,20115	1,73526	4759,733	1442,335	0,981
63	3	1,8187	1,64726	4,19107	1,68745	4748,574	1495,596	0,976
64	3	1,85118	1,67631	4,24349	1,67135	4804,813	1513,947	0,982
65	3	1,81664	1,7121	4,24395	1,71978	4805,646	1459,962	0,227
66	3	1,81597	1,66741	4,22452	1,76797	4785,065	1406,069	0,231
67	3	1,86511	1,71405	4,18501	1,88232	4743,163	1278,133	0,983
68	3	1,84479	1,72449	4,2332	1,76046	4794,343	1414,517	0,979
69	3	1,82093	1,73578	4,23705	1,78534	4798,63	1386,819	0,98
70	3	1,83943	1,73761	4,26591	1,73062	4828,286	1448,069	0,981
71	3	1,79818	1,70239	4,22214	1,79055	4782,637	1380,871	0,98
72	3	1,86049	1,75698	4,27357	1,80505	4837,955	1365,201	0,981
73	3	1,85351	1,74293	4,26114	1,80603	4824,62	1363,986	0,98
74	3	1,85789	1,74908	4,28561	1,85215	4851,124	1312,859	0,982
75	3	1,86562	1,78943	4,29884	1,96788	4865,82	1184,139	0,981
76	3	1,82014	1,7165	4,24963	1,68839	4811,533	1495,005	0,979
77	3	1,84908	1,74729	4,43721	1,82019	5013,169	1349,983	0,979
78	3	1,83175	1,68587	4,29067	1,77706	4856,142	1396,551	0,978
79	3	1,82907	1,692	4,23926	1,67109	4800,274	1514,204	0,983
80	3	1,83072	1,71654	4,2686	1,7859	4832,513	1386,49	0,976
81	3	1,85897	1,70789	4,2993	1,70681	4864,947	1474,875	0,984
82	3	1,83153	1,73232	4,40533	1,67257	4978,171	1513,813	0,983
83	3	1,82528	1,74807	4,25862	1,77652	4821,751	1396,854	0,983
84	3	1,85179	1,73328	4,29332	1,72578	4858,664	1453,697	0,982
85	3	1,83182	1,6701	4,26999	1,75329	4833,816	1422,848	0,982
86	3	1,86665	1,75964	4,39537	1,87272	4968,757	1291,15	0,98
87	3	1,85333	1,77886	4,29694	1,93022	4863,629	1226,041	0,983
88	3	1,79102	1,72339	4,27376	1,74326	4837,789	1434,05	0,984
89	3	1,85361	1,72277	4,30082	1,81231	4867,229	1357,391	0,98
90	3 Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	Fehler	

V4 mit abweichenden Raddurchmessern

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,72475	1,67618	3,2037	1,63634	3667,758	1546,012	0,996
2	1	0,69524	1,69895	3,07812	1,76741	3528,649	1396,807	0,994
3	1	0,76299	1,69297	3,18007	1,74623	3642,111	1421,56	0,994
4	1	0,77715	1,71232	3,20459	1,79364	3669,627	1368,154	0,995
5	1	0,77028	1,6482	3,20719	1,73348	3672,21	1436,191	0,996
6	1	0,7336	1,69026	3,15866	1,73386	3618,219	1435,396	0,995
7	1	0,73809	1,68061	3,14999	1,72874	3608,54	1441,125	0,994
8	1	0,76807	1,75182	3,18172	1,7955	3644,212	1365,862	0,996
9	1	0,73059	1,76667	3,21183	1,89014	3678,135	1259,139	0,997
10	1	0,69279	1,64009	3,11648	1,64412	3570,727	1536,65	0,995
11	1	0,7434	1,69116	3,15114	1,61188	3609,131	1573,352	0,995
12	1	0,80775	1,62636	3,18231	1,6383	3643,985	1543,653	0,995
13	1	0,78044	1,52792	3,20743	1,56702	3671,456	1624,408	0,992
14	1	0,72699	1,52862	3,19043	1,57421	3652,611	1616,188	0,995
15	1	0,75439	1,60776	3,18124	1,63245	3642,761	1550,265	0,995
16	1	0,7227	1,73942	3,14881	1,70656	3607,103	1466,207	0,997
17	1	0,81792	1,75193	3,35255	1,66067	3833,03	1519,496	0,993
18	1	0,81792	1,75193	3,35255	1,66067	3833,03	1519,496	0,993
19	1	0,64449	1,67686	3,02875	1,68934	3473,107	1484,872	0,997
20	1	0,72917	1,68498	3,12159	1,62826	3576,323	1554,634	0,993
21	1	0,67736	1,71033	3,00695	1,73296	3448,996	1435,29	0,996
22	1	0,69602	1,72618	3,07173	1,78545	3521,612	1376,331	0,993
23	1	0,6985	1,76924	3,10904	1,76399	3563,113	1400,924	0,997
24	1	0,59763	1,78134	2,9935	1,77142	3434,159	1391,617	0,995
25	1	0,6013	1,76113	2,94165	1,74153	3375,995	1425,115	0,997
26	1	0,66467	1,75774	3,01984	1,84341	3463,961	1310,266	0,996
27	1	0,67699	1,79292	3,01322	1,81391	3456,418	1343,633	0,992
28	1	0,68494	1,80699	3,0814	1,78334	3532,394	1378,799	0,994
29	1	0,68499	1,79645	3,04891	1,77688	3495,094	1385,854	0,997
30	1	0,67847	1,85091	3,0587	1,88226	3507,534	1266,63	0,991
1	2	1,85934	1,62814	4,34153	1,49319	4908,458	1712,956	0,98
2	2	1,83003	1,67623	4,22222	1,71106	4782,239	1469,503	0,977
3	2	1,89869	1,69491	4,32409	1,81263	4892,167	1357,258	0,981
4	2	1,91167	1,74668	4,34555	1,89332	4915,558	1267,678	0,979
5	2	1,90598	1,64323	4,35289	1,7703	4922,757	1404,651	0,978
6	2	1,8696	1,69654	4,30538	1,73588	4871,655	1442,552	0,979
7	2	1,87402	1,69393	4,29655	1,73474	4862,186	1443,743	0,982
8	2	1,90387	1,71772	4,32725	1,84331	4895,717	1323,134	0,984
9	2	1,86555	1,80258	4,35254	1,99947	4923,468	1149,676	0,979
10	2	1,82763	1,62276	4,26181	1,66244	4824,421	1524,016	0,983
11	2	1,87781	1,63698	4,29105	1,48761	4854,344	1718,95	0,985
12	2	1,94405	1,60832	4,32764	1,57834	4894,35	1618,119	0,982
13	2	1,91623	1,51881	4,3523	1,62035	4921,081	1571,527	0,98
14	2	1,86328	1,53263	4,33743	1,55307	4904,611	1646,304	0,98
15	2	1,89033	1,59672	4,32734	1,59272	4894,146	1602,116	0,984
16	2	1,85804	1,71665	4,29288	1,77383	4858,487	1400,166	0,982
17	2	1,95403	1,73546	4,48721	1,82662	5066,527	1343,346	0,979
18	2	1,95403	1,73546	4,48721	1,82662	5066,527	1343,346	0,979
19	2	1,77979	1,67515	4,17428	1,66	4730,312	1526,094	0,987
20	2	1,86433	1,69302	4,26695	1,65112	4829,858	1536,671	0,986
21	2	1,8123	1,69806	4,13876	1,55722	4691,269	1640,589	0,984
22	2	1,83155	1,72794	4,21532	1,713	4774,836	1467,288	0,986
23	2	1,83408	1,75074	4,25489	1,73082	4817,457	1447,754	0,982
24	2	1,73183	1,7512	4,13778	1,72117	4691,408	1457,528	0,982
25	2	1,73633	1,73282	4,08707	1,71298	4636,643	1466,261	0,986
26	2	1,79875	1,76549	4,16385	1,8101	4720,02	1358,49	0,984
27	2	1,8119	1,78044	4,15492	1,72135	4709,881	1457,472	0,985
28	2	1,81976	1,7945	4,2252	1,72141	4785,509	1457,992	0,984
29	2	1,82071	1,78136	4,19442	1,73265	4752,479	1445,198	0,984
30	2	1,8132	1,86987	4,2031	1,92462	4762,808	1231,176	0,987
1	3	1,85934	1,62814	4,34153	1,49319	4908,458	1712,956	0,98
2	3	1,83091	1,67623	4,22315	1,71107	4783,24	1469,503	0,977
3	3	1,89869	1,69491	4,32409	1,81263	4892,167	1357,258	0,981
4	3	1,91167	1,74668	4,34555	1,89332	4915,558	1267,678	0,979
5	3	1,90599	1,64235	4,35289	1,7694	4922,757	1405,653	0,978
6	3	1,8696	1,69654	4,30538	1,73588	4871,655	1442,552	0,979
7	3	1,87402	1,69393	4,29655	1,73474	4862,186	1443,743	0,982
8	3	1,90387	1,71772	4,32725	1,84331	4895,717	1323,134	0,984
9	3	1,86555	1,80258	4,35254	1,99947	4923,468	1149,676	0,979
10	3	1,82763	1,62276	4,26181	1,66244	4824,421	1524,016	0,983
11	3	1,87869	1,63698	4,29199	1,48761	4855,345	1718,95	0,985
12	3	1,94405	1,60832	4,32764	1,57834	4894,35	1618,119	0,982
13	3	1,91623	1,51881	4,3523	1,62035	4921,081	1571,527	0,98
14	3	1,8624	1,53175	4,3365	1,55217	4903,61	1647,304	0,98
15	3	1,89033	1,59672	4,32734	1,59272	4894,146	1602,116	0,984
16	3	1,85804	1,71665	4,29288	1,77383	4858,487	1400,166	0,982
17	3	1,95403	1,73546	4,48721	1,82662	5066,527	1343,346	0,979
18	3	1,95403	1,73546	4,48721	1,82662	5066,527	1343,346	0,979
19	3	1,77979	1,67515	4,17428	1,66	4730,312	1526,094	0,987
20	3	1,86433	1,69302	4,26695	1,65112	4829,858	1536,671	0,986
21	3	1,8123	1,69806	4,13876	1,55722	4691,269	1640,589	0,984
22	3	1,83155	1,72706	4,21533	1,7121	4774,837	1468,289	0,986
23	3	1,83408	1,75074	4,25489	1,73082	4817,457	1447,754	0,982
24	3	1,73183	1,7512	4,13778	1,72117	4691,408	1457,528	0,982
25	3	1,73632	1,73369	4,08707	1,71387	4636,643	1465,26	0,986
26	3	1,79963	1,76549	4,16478	1,81011	4721,021	1358,49	0,984
27	3	1,8119	1,78044	4,15492	1,72135	4709,881	1457,472	0,985
28	3	1,81976	1,7945	4,2252	1,72141	4785,509	1457,992	0,984
29	3	1,81983	1,78135	4,19349	1,73264	4751,479	1445,197	0,984
30	3	1,8132	1,86987	4,2031	1,92462	4762,808	1231,176	0,987

B. Messungen

V5 Ausfall eines Fahrzeugs

Messung Nr.	Marker	x-Wert	Anfangy-Wert	Anfangx-Wert	Ende	y-Wert	Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korrelationsfaktor
1	1	0,85907	1,33936	3,19649	1,25935	3656,891	1972,066			0,998
2	1	0,7085	1,37565	3,01776	1,10003	3456,424	2151,86			0,994
3	1	0,65051	1,26808	2,94635	1,25948	3378,028	1971,494			0,994
4	1	0,68621	1,25769	3,02377	1,19536	3463,991	2044,147			0,998
5	1	0,79677	1,25381	3,14317	1,11789	3596,3	2131,687			0,995
6	1	0,63521	1,15883	2,99064	1,17472	3426,824	2067,455			0,994
7	1	0,50997	1,14317	2,83666	1,00535	3253,107	2258,883			0,998
8	1	0,52672	1,04712	2,85202	0,99902	3270,256	2266,025			0,996
9	1	0,75098	1,02198	3,11005	1,00407	3558,321	2260,053			0,997
10	1	0,64202	1,01516	2,96081	0,96984	3391,629	2298,856			0,995
11	1	0,54715	0,99781	2,87873	0,90535	3299,29	2371,717			0,994
12	1	0,64359	0,95339	2,98951	0,85014	3422,453	2433,682			0,993
13	1	0,70457	1,02436	3,02135	0,85496	3457,994	2428,167			0,998
1	2	1,99639	1,32351	4,32173	1,47835	4887,125	1729,392			0,983
2	2	1,84284	1,34405	4,1418	1,31439	4692,192	1911,552			0,985
3	2	1,78576	1,26839	4,09172	1,27631	4637,777	1953,974			0,99
4	2	1,82116	1,2334	4,16933	1,17517	4720,161	2066,685			0,988
5	2	1,93152	1,20829	4,28636	1,19369	4846,053	2045,985			0,988
6	2	1,77011	1,18757	4,08523	1,50727	4633,104	1696,092			0,991
7	2	1,64408	1,09662	3,97916	1,08893	4513,803	2163,12			0,99
8	2	1,66186	1,02456	3,99252	1,1079	4528,514	2141,926			0,989
9	2	1,88711	1,00679	4,25191	1,10332	4807,91	2146,488			0,984
10	2	1,77669	1,02143	4,07523	1,22741	4619,408	2008,517			0,985
11	2	1,68226	0,97093	4,01388	1,05998	4550,987	2195,313			0,991
12	2	1,7795	0,93778	4,11054	1,08439	4655,661	2167,868			0,989
13	2	1,8403	1,00666	4,16452	0,94021	4711,675	2328,021			0,989
1	3	1,99727	1,32351	4,32267	1,47835	4888,126	1729,393			0,983
2	3	1,84284	1,34405	4,1418	1,31439	4692,192	1911,552			0,985
3	3	1,78576	1,26927	4,09171	1,2772	4637,777	1952,973			0,99
4	3	1,82116	1,2334	4,16933	1,17517	4720,161	2066,685			0,988
5	3	1,93152	1,20829	4,28636	1,19369	4846,053	2045,985			0,988
6	3	1,771	1,18669	4,08617	1,50638	4634,104	1697,093			0,991
7	3	1,64408	1,09662	3,97916	1,08893	4513,803	2163,12			0,99
8	3	1,66186	1,02368	3,99253	1,107	4528,514	2142,926			0,989
9	3	1,88711	1,00767	4,2519	1,10422	4807,91	2145,488			0,984
10	3	1,77669	1,02143	4,07523	1,22741	4619,408	2008,517			0,985
11	3	1,68226	0,97093	4,01388	1,05998	4550,987	2195,313			0,991
12	3	1,77861	0,93866	4,1096	1,08529	4654,661	2166,867			0,989
13	3	1,8403	1,00666	4,16452	0,94021	4711,675	2328,021			0,989

V6 Kräfteinwirkung von außen

Messung Nr.	Marker	x-Wert Anfang	y-Wert Anfang	x-Wert Ende	y-Wert Ende	Pixel in x	Pixel in y	Korellationsfaktor
1	1	0,65669	1,43962	2,86131	1,53658	3284,775	1657,11	0,997
2	1	0,6861	1,46346	2,91015	1,50813	3339,331	1689,614	0,993
3	1	0,67907	1,37113	2,81585	1,60308	3234,182	1581,394	0,994
4	1	0,65051	1,25928	2,90671	1,40103	3334,742	1811,04	0,997
5	1	0,50835	1,24627	2,72289	1,42832	3128,637	1779,408	0,992
6	1	0,5602	1,20689	2,77381	1,34449	3185,293	1874,732	0,995
7	1	0,48491	1,15097	2,65954	1,45453	3057,524	1749,378	0,99
8	1	0,8038	1,12889	2,97568	1,37667	3411,734	1838,872	0,997
9	1	0,66543	1,08321	2,87365	1,20105	3296,189	2037,535	0,993
10	1	0,73743	0,96721	2,94532	1,10446	3375,569	2146,852	0,995
11	1	0,73017	0,93274	2,85235	1,24504	3272,674	1987,672	0,994
12	1	0,57888	0,87874	2,75609	1,04927	3163,149	2209,229	0,995
13	1	0,59041	0,85672	2,7512	0,95705	3156,902	2313,501	0,993
14	1	0,62959	0,81895	2,76537	1,13277	3174,232	2114,72	0,994
15	1	0,63082	0,8897	2,82222	1,13415	3238,019	2113,208	0,996
1	2	1,79124	1,47013	4,00429	1,4667	4545,233	1741,085	0,992
2	2	1,82214	1,45972	4,04576	1,35161	4588,971	1869,846	0,99
3	2	1,81455	1,36412	3,90848	1,25991	4439,256	1972,158	0,99
4	2	1,78581	1,25172	4,04599	1,27783	4588,409	1952,232	0,987
5	2	1,64289	1,24331	3,8541	1,2506	4380,055	1982,543	0,99
6	2	1,69506	1,20399	3,9089	1,19177	4438,928	2048,357	0,991
7	2	1,62014	1,15014	3,76654	1,15994	4283,625	2084,058	0,991
8	2	1,93966	1,14945	4,09316	1,12432	4637,461	2123,434	0,983
9	2	1,80044	1,0611	3,99533	0,96712	4529,615	2298,857	0,989
10	2	1,87307	0,97153	4,08227	0,96116	4623,42	2305,116	0,987
11	2	1,86528	0,90012	3,92094	0,83353	4447,046	2447,98	0,992
12	2	1,71335	0,84057	3,86405	0,75804	4384,129	2532,353	0,988
13	2	1,72574	0,82913	3,86172	0,67408	4380,214	2625,717	0,989
14	2	1,76556	0,801	3,83148	0,71292	4348,021	2582,78	0,991
15	2	1,76637	0,86014	3,91835	0,79918	4443,695	2486,213	0,989
1	3	1,79124	1,47013	4,00429	1,4667	4545,233	1741,085	0,992
2	3	1,82213	1,4606	4,04576	1,3525	4588,971	1868,845	0,99
3	3	1,81455	1,36412	3,90848	1,25991	4439,256	1972,158	0,99
4	3	1,78581	1,25172	4,04599	1,27783	4588,409	1952,232	0,987
5	3	1,64289	1,24331	3,8541	1,2506	4380,055	1982,543	0,99
6	3	1,69506	1,20399	3,9089	1,19177	4438,928	2048,357	0,991
7	3	1,62014	1,15014	3,76654	1,15994	4283,625	2084,058	0,991
8	3	1,93966	1,14945	4,09316	1,12432	4637,461	2123,434	0,983
9	3	1,80044	1,0611	3,99533	0,96712	4529,615	2298,857	0,989
10	3	1,87307	0,97065	4,08228	0,96026	4623,42	2306,119	0,987
11	3	1,86528	0,90012	3,92094	0,83353	4447,046	2447,98	0,992
12	3	1,71335	0,84057	3,86405	0,75804	4384,129	2532,353	0,988
13	3	1,72574	0,82913	3,86172	0,67408	4380,214	2625,717	0,989
14	3	1,76556	0,801	3,83148	0,71292	4348,021	2582,78	0,991
15	3	1,76548	0,86014	3,91743	0,79919	4442,695	2486,213	0,989