

THOMAS REINKE

Tragverhalten von biegebeanspruchten  
Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten



Thomas Reinke

**Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten  
mit polygonalen Querschnitten**

BAND 2

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine  
Berichte zum Stahl- und Leichtbau



# Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten

von  
Thomas Reinke

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften, 2014  
Tag der mündlichen Prüfung: 28. November 2014  
Referent: Univ. Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer  
Korreferent: Professor J. Michael Rotter

#### Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe  
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed under the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License (CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

Print on Demand 2015

ISSN 2198-7912

ISBN 978-3-7315-0398-9

DOI: 10.5445/KSP/1000047608





Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten  
mit polygonalen Querschnitten

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften

des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Thomas Christian Reinke

aus Aachen

Tag der mündlichen

Prüfung: 28.11.2014

Referent: Univ. Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer

Korreferent: Professor J. Michael Rotter

Karlsruhe (2014)



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) entstanden.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer, der mir die Möglichkeit zur Mitarbeit an der Versuchsanstalt gegeben hat. Sein mir entgegengebrachtes Vertrauen und seine persönliche Unterstützung während dieser Zeit waren entscheidend für das Gelingen dieser Arbeit. Als Experte auf diesem Gebiet hat er mich an stählerne Schalentragwerke herangeführt, von ihm stammte schließlich auch die Idee zum Thema meiner Dissertation.

Prof. Dr. John Michael Rotter danke ich für die Unterstützung während der Anfertigung meiner Dissertation. Sein stetes Interesse an meiner Arbeit, seine außergewöhnliche Expertise und sein aufmunterndes Wesen haben mir sehr geholfen mich immer wieder neu zu motivieren. Über die Übernahme des Koreferats habe ich mich sehr gefreut.

Prof. Dr.-Ing. Peter Knödel danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit und die vielen Diskussionen, die für mich immer sehr hilfreich waren.

Zum Gelingen dieser Arbeit hat außerdem Dr. Adam Jan Sadowski beigetragen, dem ich für seine wertvollen Anregungen und seine kollegiale Unterstützung sehr dankbar bin.

Nicht zuletzt möchte ich mich auch bei allen Kollegen und Werkstattmitarbeitern der Versuchsanstalt bedanken. Ich habe das kollegiale Miteinander, die Möglichkeiten, die Vielfalt und die Freiheiten an dieser besonderen Einrichtung sehr genossen und werde sie immer in guter Erinnerung behalten.





# Kurzfassung

Die Abschätzung der Biegetragfähigkeit von Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten nach DIN EN 50341-1 basiert auf einer stark vereinfachten Darstellung des Tragverhaltens. Der Querschnitt wird dabei wie eine Aneinanderreihung von Plattenstreifen behandelt, deren Tragfähigkeit dementsprechend auch nach den Regelungen für das Plattenbeulen ermittelt wird. Da das Tragverhalten von Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten mit steigender Kantenanzahl jedoch zunehmend von der Schalentragwirkung und dem Einfluss von geometrischen Imperfektionen bestimmt wird, kann das Plattenstreifenmodell nicht auf Querschnitte mit beliebig hoher Kantenanzahl übertragen werden. Im Übergangsbereich von einem polygonalen Querschnitt mit hoher Kantenanzahl zu einem runden Querschnitt lassen sich die verfügbaren Bemessungsvorschriften für Stahlmaste mit polygonalen und runden Querschnitten daher auch nicht ineinander überführen.

Die vorliegende Arbeit behandelt die Biegetragfähigkeit von Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten mit beliebiger Kantenanzahl und runden Querschnitten daher losgelöst von einer Zuordnung zu einem bestimmten Stabilitätsfall. Auf der Grundlage von numerischen Berechnungen wird das Tragverhalten von Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten und runden Querschnitten unter Biegung dargestellt. Ausgehend von den Ergebnissen der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen an Mastbauteilen mit unterschiedlicher Kantenanzahl und runden Mastbauteilen wird ein numerisches Berechnungskonzept in Anlehnung an die Regelungen für den vollständig numerischen Bauteilnachweis (GMNIA) nach DIN EN 1993-1-6 entwickelt, das in der Lage ist, die Schalentragwirkung, die geometrische Qualität der Bauteile und das Plastizierungsvermögen des Materials zu erfassen. Damit gelingt die vergleichende Darstellung des Biegetragverhaltens von Masten mit polygonalen Querschnitten mit beliebiger Kantenanzahl und runden Querschnitten auf einheitlicher Berechnungsgrundlage.

Die vergleichenden Betrachtungen zeigen, dass die Biegetragfähigkeit von Masten mit polygonalen Querschnitten mit 12 und weniger Kanten immer unterhalb der Biegetragfähigkeit von Masten mit runden Querschnitten liegen. Im unteren Schlankheitsbereich ( $d/t < 150$ ) können aber auch Querschnitte mit 12 Kanten Biegetragfähigkeiten in der Größenordnung von runden Querschnitten erreichen. Bereits ab 16 Kanten erreichen polygonale Querschnitte im gesamten betrachteten

Schlankheitsbereich nahezu die Biegetragfähigkeit von runden Querschnitten (ca. +/- 5 %). Nennenswert höhere Biegetragfähigkeiten durch eine noch höhere Kantenanzahl ( $n = 24$ ) ergeben sich nur bei sehr schlanken, geometrisch imperfekten Querschnitten.

# Abstract

The assessment of the bending moment capacity of steel poles with polygonal sections according to DIN EN 50341-1 is based on substantial simplifications of the bearing behavior. Thereby the section is divided into several independent plate strips and its bearing capacity is determined according to the rules for plate buckling. Since the bearing behavior of steel poles with polygonal sections with an increasing number of corners is increasingly governed by its bearing behavior as a shell and geometric imperfections the plate strips model cannot be transferred to sections with an arbitrary number of corners. Therefore in the transition from a polygonal section with a high number of corners to a round section the existent design rules for steel poles with polygonal and round sections cannot be transferred into each other.

The present thesis deals with the determination of the bending moment capacity of steel poles with polygonal sections with arbitrary numbers of corners and round sections detached of an assignment of the sections to a certain type of stability failure. Based on numerical calculations the bearing behavior of steel poles with polygonal sections and round sections is presented. Starting from the results of experimental investigations of steel pole components with different numbers of edges and components with round sections a numerical calculation concept following the GMNIA design rules of DIN EN 1993-1-6 is developed which is able to include the bearing behavior as a shell, geometric imperfections and plasticity. With this concept the bending behavior of steel poles with polygonal sections with arbitrary numbers of corners and round sections can be compared on a uniform calculation basis.

Comparisons show that the bending moment capacity of steel poles with polygonal sections with 12 and less corners is always lower than the bending moment capacity of poles with round sections. However with a lower slenderness (approx.  $d/t < 150$ ) also sections with 12 corners can reach bending moment capacities comparable to those of round sections. Already with 16 corners polygonal sections reach bending moment capacities that are close to those of round sections throughout the whole considered range of slendernesses (approx.  $\pm 5\%$ ). Significant higher bending moment capacities due to even higher number of corners ( $n = 24$ ) occur at very slender, geometrically imperfect sections only.



# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Ausgangssituation und Problemstellung.....	1
1.2	Gliederung der Arbeit.....	6
2	Wissensstand .....	9
2.1	Stabilität dünnwandiger Flächentragwerke .....	9
2.1.1	Nichtlineare Grundgleichungen doppeltgekrümmter Flächentragwerke.....	11
2.1.2	Stabilitätsfall Plattenbeulen .....	13
2.1.2.1	Kritische Plattenbeulspannung $\sigma_{cr}$ .....	14
2.1.2.2	Überkritisches Tragverhalten .....	17
2.1.3	Stabilitätsfall Schalenbeulen der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale .....	19
2.1.3.1	Kritische Beulspannung $\sigma_{cr}$ der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale .....	22
2.1.3.2	Beultragfähigkeit der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale .....	26
2.1.3.3	Biegebeanspruchte Kreiszyinderschalen.....	29
2.1.4	Imperfektionen .....	31
2.1.4.1	Geometrische Imperfektionen .....	32
2.1.4.2	Strukturelle Imperfektionen .....	36
2.1.4.3	Imperfektionen der Lasteinleitung und Lagerung .....	37
2.2	Normen und Regelwerke .....	37
2.2.1	DIN EN 1993-1-5: Plattenförmige Bauteile.....	39
2.2.2	ASCE Standard 48-05: Design of steel transmission pole structures .....	41
2.2.3	DIN EN 1993-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen .....	44
2.3	Grundlagen der numerischen Berechnung .....	53
2.3.1	Grundlagen der Diskretisierung.....	53
2.3.2	Geometrische und materielle Nichtlinearitäten.....	56
2.3.3	Statische Berechnung von Stabilitätsproblemen mit der FEM....	60
2.4	Analytische, numerische und experimentelle Untersuchungen.....	65
2.4.1	Polygonale Querschnitte unter Axialdruckbeanspruchung.....	65
2.4.2	Polygonale Querschnitte unter Biegebeanspruchung .....	71
3	Experimentelle Untersuchungen.....	75
3.1	Versuchsprogramm und Probekörpergeometrien .....	75

---

3.2	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung .....	79
3.3	Werkstoffeigenschaften .....	81
3.4	Vermessung der Probekörper .....	82
3.4.1	Geometrie Probekörper N6 SW768 T3 V3 .....	83
3.4.2	Geometrie Probekörper N12 SW845 T3 V3 .....	90
3.4.3	Geometrie Probekörper RUND 850 T3 V3 .....	94
3.5	Dehnungsmessungen .....	98
3.5.1	Dehnungen Probekörper N6 SW768 T3 V3 .....	99
3.5.2	Dehnungen Probekörper RUND 850 T3 V3 .....	104
3.6	Traglastversuche .....	107
3.6.1	Absolute und bezogene Traglasten .....	107
3.6.2	Last-Verformungsverhalten .....	111
3.6.3	Beulformen .....	112
4	Numerische Untersuchungen .....	115
4.1	Verifikation der numerischen Berechnungen .....	115
4.1.1	Modellstudien .....	115
4.1.1.1	Untersuchungen zur Lastschrittweite .....	117
4.1.1.2	Konvergenzstudien zur Elementgröße .....	120
4.1.2	Nachrechnung von Bauteilversuchen .....	124
4.1.2.1	Berechnungsmodell .....	125
4.1.2.2	Darstellung der Berechnungsergebnisse .....	127
4.1.2.3	Traglastrelevante Einflüsse des Versuchsaufbaus .....	132
4.2	Einflüsse der Randbedingungen, der Querschnittsform und der Mastgeometrie auf das Tragverhalten .....	133
4.2.1	Konstruktive Randbedingungen der Mastkonstruktionen .....	133
4.2.2	Belastungsrichtung .....	138
4.2.3	Biegerollenradius der Kanten .....	143
4.2.4	Masthöhe .....	148
4.2.5	Konizität .....	158
4.3	Werkstoffeigenschaften kaltgeformter Bauteile aus Stahl .....	164
4.3.1	Bestimmung der Werkstoffeigenschaften aus Zugversuchen .....	165
4.3.2	Werkstoffverfestigung durch Kaltverformung .....	166
4.3.3	Untersuchungen zur Modellierung des Werkstoffverhaltens für numerische Berechnungen .....	172
4.3.4	Ansatz eines bilinearen Werkstoffgesetzes für numerische Berechnungen .....	178
4.4	Geometrische Imperfektionen .....	179

---

4.4.1	Traglastrelevante geometrische Imperfektionen der Probekörper .....	179
4.4.2	Entwicklung einer geometrischen Ersatzimperfektion .....	182
5	Traglastberechnung auf einheitlicher numerischer Grundlage .....	191
5.1	Parameterbereich .....	191
5.2	Wahl eines Berechnungsmodells.....	192
5.2.1	Beanspruchungsart und Randbedingungen .....	192
5.2.2	Belastungsrichtung.....	193
5.2.3	Modelllänge.....	193
5.2.4	Konizität .....	194
5.2.5	Biegerollenradius der Kanten .....	194
5.2.6	Geometrische Ersatzimperfektionen .....	195
5.2.7	Materialmodell.....	200
5.2.8	Numerisches Modell.....	201
5.3	Traglastberechnungen auf einheitlicher Bemessungsgrundlage .....	201
5.4	Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastberechnungen mit den Bauteilversuchen .....	207
5.5	Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastberechnungen mit Bauteilversuchen aus der wissenschaftlichen Literatur.....	212
5.6	Ergebnisse der Traglastberechnungen im Kontext aktueller Regelwerke .....	215
5.6.1	Stahlmaste mit polygonalem Querschnitt unter Biegung.....	215
5.6.2	Stahlmaste mit rundem Querschnitt unter Biegung .....	220
6	Zusammenfassung und Ausblick .....	223
6.1	Zusammenfassung .....	223
6.2	Ausblick .....	224
7	Schrifttum .....	227
8	Anhang .....	237

## Indizes

0	-	Ausgangszustand
bestfit	-	auf best-fit-Geometrie bezogener Wert
bilin	-	Verwendung einer bilinearen Spannungs-Dehnungs-Linie
Brazier	-	Wert nach Brazier
cr	-	kritischer Wert (Verzweigung)
el	-	elastischer Wert / Wert bei Fließbeginn
grenz	-	bei Erreichen der Traglast
k	-	charakteristischer Wert, realer Wert
Kante	-	Ortsangabe für Materialproben
ki, krit	-	kritischer Wert (Verzweigung)
längs	-	Richtungsangabe für Materialproben
N6, N18	-	Querschnitt mit 6 bzw. 18 Kanten
ov	-	globaler Wert
quer	-	Richtungsangabe für Materialproben
Rk	-	charakteristische Tragfähigkeit
techn	-	Verwendung einer technische Spannungs-Dehnungs-Linie
test	-	im Versuch bestimmter Wert / aus Versuchsergebnissen bestimmter Wert
y	-	Wert bei Fließbeginn (yield)
Zylinder	-	zylindrischer Querschnitt



## Bezeichnungen

$\alpha$	-	elastischer Imperfektionsfaktor
$\alpha_x$	-	elastischer Imperfektionsfaktor für Meridianbeulen
$\beta$	-	plastischer Bereichsfaktor
$\gamma$	-	Gleitung
$\gamma_M$	-	Teilsicherheitsbeiwert
$\Delta w$	-	Vorbeultiefe / Vorbeulamplitude
$\varepsilon$	-	Dehnung
$\eta$	-	Beulkurvenexponent
$\theta$	-	Winkel im Polarkoordinatensystem
$\theta_i$	-	Innenwinkel zwischen benachbarten Seitenflächen
$\kappa$	-	Abminderungsfaktor Schalenbeulen
$\kappa$	-	Krümmung
$\lambda, \bar{\lambda}$	-	Schlankheit, bezogene Schlankheit
$\lambda_0$	-	vollplastische Grenzschlankheit
$\lambda_p$	-	teilplastische Grenzschlankheit
$\mu$	-	Eigenwert
$\nu$	-	Querdehnzahl
$\rho$	-	Abminderungsfaktor Plattenbeulen
$\sigma$	-	Normalspannung, Biegespannung
$\sigma_{ki}, \sigma_{krit}, \sigma_{cr}$	-	ideale Beulspannung
$\sigma_{lim}$	-	Grenzbeulspannung (bei Erreichen der Traglast)
$\sigma_m$	-	gemittelte Spannung
$\varphi$	-	Winkel zwischen den Flächennormalen benachbarter Seitenflächen
$\Phi$	-	Eigenvektor
$\chi$	-	Abminderungsfaktor Schalenbeulen

---

$\chi_{ov}$	- globaler Abminderungsfaktor Schalenbeulen
A	- Querschnittsfläche
$A_g$	- Bruchdehnung (plastische Dehnung)
ASCE	- American Society of Civil Engineers
b	- Breite einer Seitenfläche / Plattenbreite
BC	- Randbedingung (boundary condition)
$b_{eff}$	- wirksame Breite
$C_x$	- Beiwert für $\sigma_{cr}$
d	- Durchmesser
d/t	- Schlankheit eines Querschnitts
D	- Plattenbiegesteifigkeit
DAST	- Deutscher Ausschuss für Stahlbau
E	- Elastizitätsmodul
ECCS	- European Convention for Constructional Steelwork
$E_{Hysterese}$	- Elastizitätsmodul aus der Steigung der Geraden durch die Hystereseschleife ermittelt
f	- Verformung aus der Tragwerksebene
$f_y, f_{yk}$	- Streckgrenze
F	- Kraft, Lastvektor
$F_{cr}$	- ideal elastischer Beulwiderstand
FE, FEM	- Finite Elemente, Finite-Elemente-Methode
$F_{Rpl}$	- plastischer Referenzwiderstand
GMNA	- geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung
GMNIA	- geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung mit Imperfektionen
GNA	- geometrisch nichtlineare Berechnung
HTQK	- Herstelltoleranz-Qualitätsklasse
I	- Flächenträgheitsmoment
JIS	- Japan Industrial Standard

---

k	-	Beulwert
$k_{GMNIA}$	-	Kalibrierungsfaktor
konsistent	-	hier: konsistenter Spannungszustand: Spannungszustand infolge einer Vorverformung, der gleichzeitig mit der zugehörigen geometrischen Vorverformung berücksichtigt wird
K	-	Plattenbiegesteifigkeit
K	-	Steifigkeitsmatrix
$K^T$	-	tangentiale Steifigkeitsmatrix
$l_g$	-	Messlänge für die Bestimmung von Vorbeultiefen
LBA	-	Linear elastische Verzweigungslastberechnung
MNA	-	materiell nichtlineare Berechnung
n	-	Anzahl Kanten
$n_i$	-	Multiplikator für Vorbeultiefe
N, M, Q	-	Schnittkräfte
Nachbeulform	-	Verformungszustand nach dem Beulversagen
p	-	Normalspannung
Q	-	Beiwert für die HTQK
r	-	Radius, Krümmungsradius
$r_R$	-	Lasterhöhungsfaktor
$R_{cr}$	-	ideal elastischer Beulwiderstand
$R_k$	-	Tragfähigkeit der realen Struktur
$R_m$	-	Zugfestigkeit
$R_{p0,2}$	-	0,2 % - Dehngrenze
$R_{pl}$	-	vollplastische Grenztragfähigkeit
SW	-	Schlüsselweite
t	-	Blechdicke
u	-	Verschiebungsvektor
U	-	Umfang
$U_n$	-	Imperfektionsamplitudenparameter

---

UP	-	Unterpulverschweißen
V	-	Versuch
Vorbeulform	-	Geometrie der Vorverformungen, hier auch: Verformungszustand (unter Last) vor dem Beulversagen
Vorbeultiefe / Vorbeulamplitude	-	Maß für die Abweichung der vorhandenen Geometrie von der perfekten Geometrie
Vorverformung / Vorbeulen	-	Abweichungen der vorhandenen Geometrie von der perfekten Geometrie (Ausgangszustand)
w	-	Verformung aus der Tragwerksebene
W	-	Widerstandsmoment
X, Y, Z	-	Oberflächenkräfte

# 1 Einleitung

## 1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

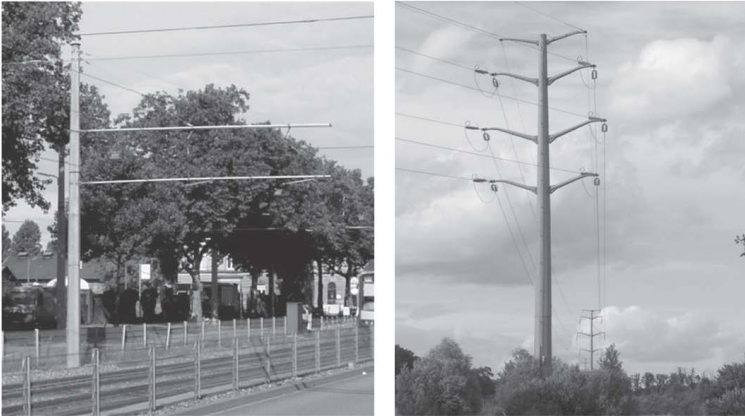
Die zutreffende Abschätzung des Tragverhaltens dünnwandiger, stabilitätsgefährdeter Stahlbauteile stellt für den planenden Ingenieur auch heute noch immer eine besondere Herausforderung dar. Seit der Entwicklung der Variationsrechnung im Jahr 1744 durch Leonhard Euler [36], der damit die Grundlagen für die mathematische Beschreibung des Knickens schlanker, elastischer Stäbe schuf, wurde und wird bis heute versucht, Ursachen und Zusammenhänge des Tragverhaltens von stabilitätsgefährdeten Stahlbauteilen zu ergründen und in Regelwerken zur Verfügung zu stellen. Umfangreiche Literatur und unzählige Veröffentlichungen zu diesem Themengebiet [66], [76] belegen die intensiven Forschungsbemühungen, die gerade heute durch den Einsatz leistungsstarker EDV ein immer besseres Verständnis des Stabilitätsverhaltens von schlanken oder dünnwandigen Stahlbauteilen ermöglichen.

Anlass, immer wieder neu über das Tragverhalten von dünnwandigen Stahlkonstruktionen nachzudenken, ist die Vielfalt der möglichen Bauarten und Beanspruchungen. Aufgrund der besonderen Komplexität der Parameter, die das Tragverhalten stabilitätsgefährdeter Konstruktionen beeinflussen können, wurden bisher vor allem die wesentlichen geometrischen Grundformen in ihrem Stabilitätsverhalten derart erschlossen, dass sie einer normativen Regelung zugänglich gemacht werden konnten.

Zu den geregelten Bauteilen zählen Stäbe (Knicken), Platten (Plattenbeulen) und einfache rotationsymmetrische Schalen (schalenartiges Stabilitätsversagen). Für diese Bauteile stehen für einige Querschnittsformen und für das Bauwesen übliche Beanspruchungen Bemessungsverfahren zur Verfügung, die eine sichere Abschätzung des Bauteilwiderstandes gegen Stabilitätsversagen mit vertretbarem Aufwand ermöglichen. Die Unterscheidung in die Stabilitätsfälle Stabknicken, Plattenbeulen und Schalenbeulen ist durch das unterschiedliche Tragverhalten begründet und hat zu einer normativen Aufteilung der Stabilitätsfälle geführt.

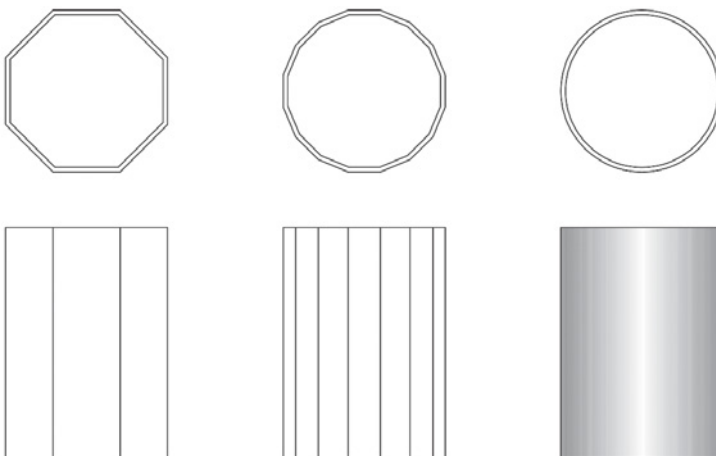
Die vorliegende Arbeit behandelt dünnwandige, polygonale Stahlquerschnitte, wie sie z.B. bei Stahlmasten für Fahr- und Freileitungen zum Einsatz kommen

(Abbildung 1.1). Diese Bauteile können aufgrund ihrer Querschnittsgeometrie, die durch den Wechsel von ebenen Seitenflächen und Kanten geprägt ist, nicht immer eindeutig einem der genannten Stabilitätsfälle zugeordnet werden.



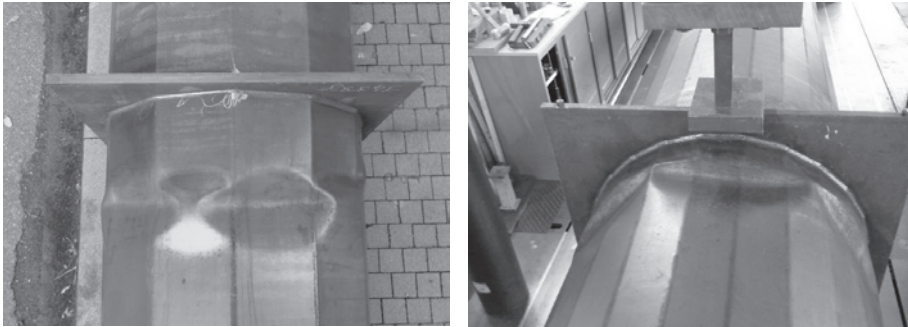
**Abbildung 1.1:** links: Fahrleitungsmast, rechts: Freileitungsmast

Abbildung 1.2 zeigt dünnwandige polygonale Stahlquerschnitte mit unterschiedlich vielen Kanten, sowie den Grenzfall der Kreiszyinderschale. Eine Druckbeanspruchung kann bei diesen Querschnitten aufgrund ihrer Dünnwandigkeit zum Stabilitätsversagen führen. Allgemein kann das auftretende Versagen als Beulversagen bezeichnet werden, da das Querschnittsversagen durch das Einfallen von Beulen gekennzeichnet ist.



**Abbildung 1.2:** dünnwandige Stahlquerschnitte mit unterschiedlicher Kantigkeit, links:  $n = 8$ , Mitte:  $n = 16$ , rechts:  $n = \infty$

Je nach Kantenanzahl unterscheiden sich die auftretenden Beulformen deutlich (Abbildung 1.3). Während die Querschnitte mit wenigen Kanten nach dem Überschreiten der Traglast lokal auf die Seitenflächen begrenzte Beulen aufweisen (Plattenbeulen), sind polygonale Querschnitte mit hoher Kantenanzahl durch Beulformen gekennzeichnet, die nicht mehr durch die Kanten begrenzt sind. Die Beulform von polygonalen Masten mit sehr hoher Kantenanzahl unterscheidet sich qualitativ nicht mehr von der des Kreiszylinders, sodass hier von schalenartigem Versagen ausgegangen werden kann.

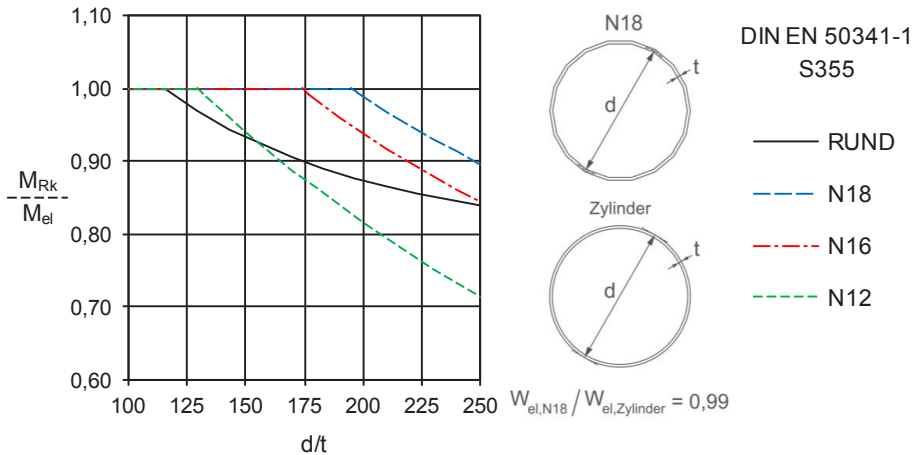


**Abbildung 1.3:** Probekörper nach Erreichen der Traglast, links: eine Beule je Seitenfläche, rechts: Beulen über mehrere Kanten hinweg

Dieser Wechsel im Tragverhalten, der Übergang von einem lokalen, plattenbeulartigen Versagen zu einem schalenbeulartigen Versagen, hängt direkt mit der Stützwirkung der Kanten zusammen. Solange die Kanten ausreichend biegesteif sind, können sie eine Stützung der Ränder der Seitenflächen gewährleisten, sodass das Versagen durch lokale Beulen gekennzeichnet ist. Mit zunehmender Kantenanzahl wird der Winkel zwischen den Seitenflächen größer, sodass die Stützwirkung abnimmt und ein Übergang zum schalenartigen Versagen auftritt.

Dieses Tragverhalten spiegelt sich auch in den Bemessungsvorschriften für polygonale Querschnitte wieder (vgl. 2.2). Beispielsweise basieren die europäischen Regelungen für polygonale Querschnitte [27] allein auf dem Nachweiskonzept für das Plattenbeulen und erfassen den Einfluss der Kantensteifigkeit nicht. Die Anwendung ist deshalb durch eine maximal zulässige Kantenanzahl begrenzt. D.h. oberhalb einer bestimmten Kantenanzahl stehen keine Bemessungsregeln für polygonale Querschnitte mehr zur Verfügung.

In diesem Fall verbleibt nur die näherungsweise Abschätzung der Tragfähigkeit über die Regelungen für kreisförmige Querschnitte. Da diese auf einem anderen Stabilitätsfall (Schalenbeulen) basieren, lassen sich die beiden Regelungen nicht ineinander überführen. Im Übergangsbereich von einem polygonalen Querschnitt mit einer hohen Kantenanzahl zu einem kreiszylindrischen Querschnitt kann dies zu einer sehr unterschiedlichen Einschätzung der Traglast führen (Abbildung 1.4).



**Abbildung 1.4:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{el}$  für polygonale und runde Querschnitte nach DIN EN 50341-1 [27]

Daher wird im Rahmen dieser Arbeit das Tragverhalten von polygonalen Stahlmasten losgelöst von einer Zuordnung zu einem bestimmten Stabilitätsfall untersucht. Als Haupteinwirkung wird entsprechend dem Anwendungsfall als Fahr- und Freileitungsmast eine Biegebeanspruchung vorausgesetzt. Es werden experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt, um Erkenntnisse über das Tragverhalten unter Biegung, insbesondere im Übergangsbereich von einem polygonalen Querschnitt mit hoher Kantenanzahl zu einem kreisrunden Querschnitt, zu gewinnen. Dabei werden die folgenden Fragestellungen verfolgt:

### **Einfluss der Kantenanzahl auf das Tragverhalten**

Die normativ unterschiedliche Behandlung führt im Übergangsbereich von biegebeanspruchten polygonalen Querschnitten mit einer hohen Kantenanzahl zu kreisrunden Querschnitten zu einer deutlich höheren Einschätzung der Biegetragfähigkeit der polygonalen Querschnitte. Es wird daher die Frage geklärt, ob polygonale



Querschnitte bei einer Betrachtung auf einheitlicher Bemessungsgrundlage tatsächlich Vorteile gegenüber kreisförmigen Querschnitten bezüglich der Biegetragfähigkeit haben können.

### **Einfluss der Herstellqualität auf die Tragfähigkeit**

Die Anzahl der Kanten und deren Beitrag zur Steigerung der Biegetragfähigkeit ist eng verknüpft mit der Herstellqualität. Mit zunehmender Kantenanzahl steigt die Empfindlichkeit der Strukturen gegenüber dem Einfluss von geometrischen Imperfektionen auf das Tragverhalten. Die Tragfähigkeit kann daher nicht losgelöst von der Herstellqualität beurteilt werden. Das bisherige Bemessungskonzept für polygonale Querschnitte berücksichtigt diesen Aspekt nur ungenügend durch eine Begrenzung des Anwendungsbereichs. Die rechnerischen Untersuchungen zum Tragverhalten umfassen daher den Einfluss von geometrischen Imperfektionen. Dazu wird ein geeigneter Ansatz für Ersatz-imperfektionen aus den Messdaten von Großbauteilen abgeleitet.

### **Anwendbarkeit der DIN EN 1993-1-6 für Traglastberechnungen auf einheitlicher (numerischer) Grundlage**

Die DIN EN 1993-1-6 stellt dem Anwender Regelungen für numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweise zur Verfügung. Diese Regelungen beziehen sich nicht explizit auf bestimmte Bauarten oder geometrische Formen sondern haben allgemein anwendbaren Charakter. In Anlehnung an diese Regelungen (GMNIA: geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung mit Imperfektionen) wird ein Berechnungskonzept entwickelt, mit dem Masten mit polygonalen Querschnitten mit unterschiedlicher Kantenanzahl und kreisrunden Querschnitten auf einheitlicher numerischer Grundlage berechnet werden können. In Detailuntersuchungen werden traglastrelevante Einflüsse aus der Modellbildung, dem Materialmodell und dem Imperfektionsansatz diskutiert. Die Eignung des Berechnungskonzeptes wird mit experimentell gewonnenen Traglasten verifiziert.

### **Berücksichtigung plastischer Tragreserven**

Die numerischen Traglastberechnungen sind nicht an querschnittsklassenabhängige Grenzzustände der Tragfähigkeit gebunden und ermöglichen dadurch auch die Berücksichtigung von plastischen Tragreserven der Querschnitte. Gegenüber den bestehenden Bemessungskonzepten kann damit die Entwicklung der Traglast unter Berücksichtigung von Plastizierungen insbesondere im Bereich geringer Querschnittsschlankheiten aufgezeigt werden.

## 1.2 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in die folgenden Kapitel:

### **Kapitel 2: Wissensstand**

Die relevanten Stabilitätsfälle Plattenbeulen und Schalenbeulen werden dargestellt. Der Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten stabilitätsgefährdeter Strukturen und deren Berücksichtigung bei der Traglastberechnung wird aufgezeigt. Die Normen und Regelwerke für Maste mit polygonalen und runden Querschnitten werden erläutert. Die Grundlagen der Diskretisierung und die numerische Lösung nichtlinearer Berechnungen werden dargestellt. Die Besonderheiten der numerischen Berechnung von Stabilitätsproblemen werden erläutert. Es erfolgt eine Zusammenstellung der wissenschaftlichen Literatur zu analytischen und experimentellen Untersuchungen an Strukturen mit polygonalen Querschnitten.

### **Kapitel 3: Experimentelle Untersuchungen**

Die Durchführung von Großbauteilversuchen an Mastabschnitten mit unterschiedlicher Kantigkeit und runden Mastabschnitten wird dokumentiert. Die geometrische Beschaffenheit der Probekörper wird anhand von Messdaten der Bauteiloberflächen dargestellt. Die Ergebnisse der Bauteilversuche werden erläutert und das Tragverhalten von Bauteilen mit verschiedenen Querschnittsformen wird dargestellt.

### **Kapitel 4: Numerische Untersuchungen**

Es werden zunächst numerische Untersuchungen zur Bestimmung der relevanten Berechnungsmodellparameter dokumentiert. Anschließend folgen Nachrechnungen der Bauteilversuche zur Verifikation des numerischen Berechnungsmodells. Mit diesem werden Detailuntersuchungen zu traglastrelevanten Einflussgrößen der Mastkonstruktion durchgeführt sowie Untersuchungen zum Einfluss der Werkstoffeigenschaften auf das Tragverhalten angestellt. Auf der Basis der Messdaten der Probekörper wird schließlich ein Ersatzimperfektionskonzept entwickelt.

### **Kapitel 5: Traglastberechnungen auf einheitlicher numerischer Grundlage**

Ausgehend von den in Kapitel 4 durchgeführten Untersuchungen wird ein Berechnungsmodell für Parameterstudien abgeleitet, das auf beliebige Querschnittsformen angewendet werden kann und somit eine einheitliche numerische Berechnungsgrundlage für Maste mit polygonalen und runden Querschnitten darstellt. Mit

diesem werden Traglastberechnungen von polygonalen Masten mit unterschiedlicher Kantenanzahl und von Masten mit runden Querschnitten unter Berücksichtigung des Einflusses von Imperfektionen und Plastizierungen durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse werden dargestellt und den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen gegenübergestellt. Es folgt eine Diskussion der Berechnungsergebnisse im Kontext aktueller Regelwerke.

### **Kapitel 6: Zusammenfassung und Ausblick**

Abschließend werden die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse zusammengefasst und Weiterentwicklungsmöglichkeiten aufgezeigt.

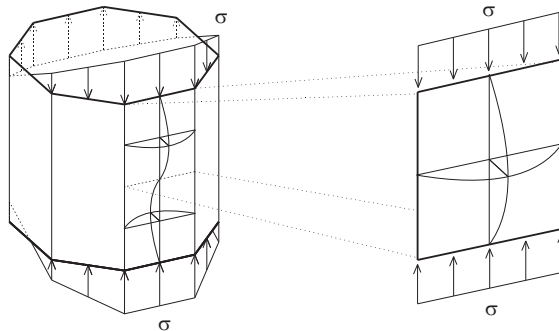


## 2 Wissensstand

Ausgehend von den Stabilitätsfällen Plattenbeulen und Schalenbeulen, die die Grundlagen der Bemessungskonzepte für Maste mit polygonalen und runden Querschnitten bilden, wird in diesem Kapitel das Problem des Einflusses von Imperfektionen auf das Tragverhalten schlanker Strukturen erläutert. Es folgt eine Darstellung der relevanten Normen und Regelwerke, insbesondere der DIN EN 1993-1-6 [25], die die Grundlage für die späteren Traglastberechnungen auf einheitlicher numerischer Bemessungsgrundlage bildet. Die Problematik der Berechnung von Stabilitätsproblemen mit der Methode der finiten Elemente (FEM) wird anschließend dargestellt. Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine Zusammenstellung von experimentellen und numerischen Untersuchungen an Strukturen mit polygonalen Querschnitten, die den Stand der Forschung dokumentieren.

### 2.1 Stabilität dünnwandiger Flächentragwerke

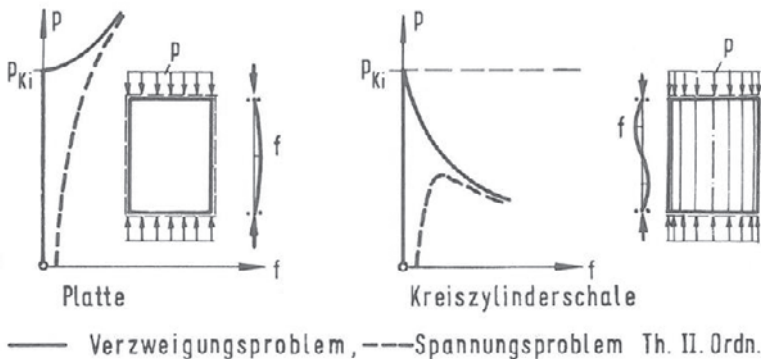
Druckbeanspruchte polygonale Querschnitte werden nach den derzeit geltenden Regelwerken [27] wie eine Aneinanderreihung von einzelnen, dünnwandigen Plattenstreifen behandelt (Abbildung 2.1). Daher wird der Bemessungsfall Plattenbeulen zu Grunde gelegt. Bis zu einer bestimmten Kantenanzahl erweist sich diese Tragwerksidealisierung zur Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit durchaus als geeignet. Darüber hinaus nähert sich das Tragverhalten eines polygonalen Querschnitts mit wachsender Kantenanzahl dem Tragverhalten eines Kreiszyylinderquerschnitts an.



**Abbildung 2.1:** Tragwerksidealisierung druckbeanspruchter polygonaler Querschnitte

Die Forschungsinteressen in Bezug auf polygonale Querschnitte waren deshalb häufig darauf ausgerichtet, die Grenze zwischen dem „plattenbeuartigen“ Stabilitätsversagen bei polygonalen Querschnitten mit geringer Kantenanzahl und dem „schalenbeuartigen“ Stabilitätsversagen bei polygonalen Querschnitten mit sehr hoher Kantenanzahl festzulegen, um damit die Zuordnung zu einem der beiden Stabilitätsfälle zu ermöglichen [12], [62].

Die beiden Stabilitätsfälle unterscheiden sich signifikant durch ihr unterschiedliches Tragverhalten. Während Platten über das Belastungsniveau der idealen, kritischen Beulspannung hinaus Kräfte aufnehmen können, liegt die reale Grenzspannung von zylindrischen Schalen immer unterhalb dieser Grenze (Abbildung 2.2). Dieses grundlegend verschiedene Nachbeulverhalten sowie die Tragwerksidealisierung des Polygons als eine Aneinanderreihung von Plattenstreifen führen dazu, dass sich die Stabilitätsfälle bei der Anwendung auf polygonale Querschnitte mit hoher Kantenanzahl nicht ohne weiteres ineinander überführen lassen.

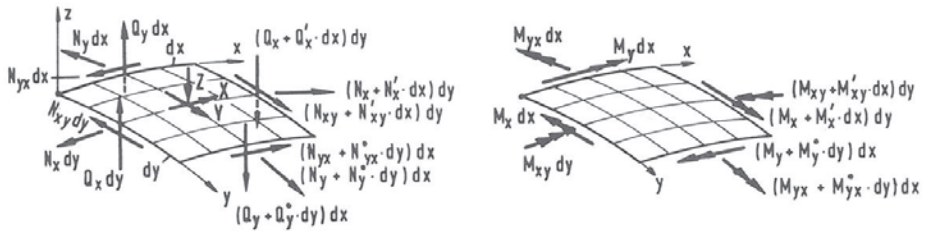


**Abbildung 2.2:** Stabilitätsfälle Platte und Kreiszyinderschale aus [66]

Die Stabilitätsfälle Plattenbeulen und das Beulen biegebeanspruchter Kreiszyinderschalen bilden damit die beiden Grenzfälle, die bei der Beurteilung des Tragverhaltens hinsichtlich der Stabilität relevant werden können. Es erfolgt daher eine Übersicht über die Grundlagen der klassischen Beultheorie ebener und gekrümmter Flächentragwerke, die die gemeinsame Grundlage dieser Stabilitätsfälle bildet. Ausgehend davon werden die Stabilitätsfälle Plattenbeulen und Schalenbeulen jeweils ausführlicher erläutert.

## 2.1.1 Nichtlineare Grundgleichungen doppeltgekrümmter Flächentragwerke

Die Mechanik gekrümmter Flächentragwerke kann allgemein über gekoppelte, nichtlineare Differentialgleichungen beschrieben werden. Die Sonderfälle Kreiszylinderschale und Platte sind darin enthalten. Die Herleitung der Differentialgleichungen kann nach der Gleichgewichtsmethode oder alternativ nach der Energiemethode erfolgen. Die Formulierung der Grundgleichungen ist in zahlreichen Werken ausführlich dokumentiert. Stellvertretend seien hier *Petersen* [66], *Timoshenko* [88] und *Flügge* [37] genannt. Es erfolgt daher an dieser Stelle nur eine kompakte Darstellung der wesentlichen Zusammenhänge, um die gemeinsame Basis der Stabilitätsfälle Schalenbeulen und Plattenbeulen zu verdeutlichen. Bei der Herleitung nach der Gleichgewichtsmethode werden die Gleichgewichtsbedingungen an einem infinitesimalen Flächenelement unter Berücksichtigung der Verformungen aufgestellt:



**Abbildung 2.3:** infinitesimales Mittelflächenelement mit Schnittgrößen und deren Zuwächsen aus [66]

Unter der Voraussetzung infinitesimaler Winkel und unter Vernachlässigung von kleinen Termen höherer Ordnung ergeben sich diese zu:

$$N'_x + N''_{yx} + X = 0 \quad (2.1)$$

$$N''_y + N'_{xy} + Y = 0 \quad (2.2)$$

$$N_x \left( \frac{1}{r_x} - w'' \right) + N_y \left( \frac{1}{r_y} - w'' \right) - 2N_{xy} w'' + Q'_x + Q''_y + Z = 0 \quad (2.3)$$

$$M'_x + M_{yx}^* - Q_x = 0 \quad (2.4)$$

$$M_y^* + M'_{xy} - Q_y = 0 \quad (2.5)$$

mit:

$r_x, r_y$ : Krümmungsradien in x- bzw. y-Richtung

$N, M, Q$ : Schnittkräfte in [N/m] bzw. [Nm/m]

$X, Y, Z$ : Oberflächenkräfte in [N/m<sup>2</sup>]

Die Gleichungen enthalten Terme mit Ableitungen höheren Grades, die die Krümmungsänderung d.h. die gegenseitige Winkeländerung der Schnittufer berücksichtigen und damit den Unterschied zur Theorie I. Ordnung ausdrücken.

Die Querkräfte in Glg. (2.3) werden durch die Ausdrücke für die Biegemomente Glg. (2.4) und (2.5) ersetzt, die wiederum durch die zugehörigen Elastizitätsgesetze (linearelastisch, Hooksches Gesetz) und Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen (Ebenbleiben der Querschnitte, Vernachlässigung von Schubverzerrungen) in Abhängigkeit von  $w$  beschrieben werden. Damit werden die Gleichungen (2.3) - (2.5) durch den folgenden Ausdruck beschrieben und erfüllt:

$$K\Delta\Delta w = -N_x \left( \frac{1}{r_x} - w'' \right) + 2N_{xy} w'^* - N_y \left( \frac{1}{r_y} - w'' \right) - Z \quad (2.6)$$

mit:

$$\Delta\Delta w = w'''' + 2w'''' + w''''$$

$$K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad , \text{ Biegesteifigkeit der Fläche}$$

Die Gleichungen (2.1) und (2.2) werden, unter der Voraussetzung, dass die tangentialen Oberflächenkräfte  $X$  und  $Y \equiv 0$  sind, gleichwertig durch die nichtlinearen Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen für die Mittelfläche ersetzt und zur sogenannten Verträglichkeitsgleichung zusammengefasst:

$$\varepsilon_x'' + \varepsilon_y'' - \gamma_{xy}' = \left( \frac{w}{r_x} \right)'' + \left( \frac{w}{r_y} \right)'' + w''^2 - w'' w'' \quad (2.7)$$



Die Gleichungen (2.6) und (2.7) bilden das nichtlineare, partielle Differentialgleichungssystem für doppeltgekrümmte Schalen nach Th. II. Ordnung. Sie erfüllen alle Gleichgewichtsbedingungen und verknüpfen die physikalischen und kinematischen Formänderungsaussagen mit den Längskräften  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  und der Durchbiegung  $w$ . Diese Vorgehensweise geht u.a. auf *Love*, v. *Kármán*, *Marguerre*, *Wlassov* und *Volmir* zurück [66].

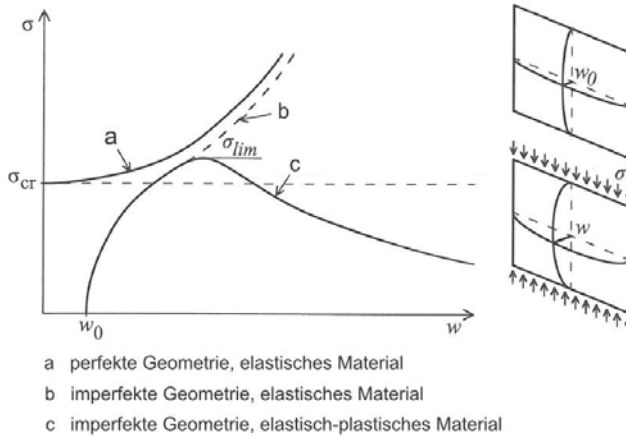
### 2.1.2 Stabilitätsfall Plattenbeulen

Beim Stabilitätsfall Plattenbeulen wird ein ebenes Flächentragwerk in seiner Scheibenebene belastet und weicht rechtwinklig dazu als Platte aus. Im Fall einer schlanken, geometrisch perfekten, idealelastischen und isotropen Platte bleibt die Fläche nach dieser Modellvorstellung bis zum Erreichen der kritischen Last eben (Verzweigungsproblem). Das Gleichgewicht ist in diesem Zustand stabil und es treten keine Formänderungen rechtwinklig zur Scheibenebene auf. Erst bei Überschreiten der kritischen Beulspannung  $\sigma_{cr}$  kommt es zum Ausbeulen der ebenen Fläche. Dieser Zustand ist im Fall der Platte bei entsprechender Lagerung der Ränder ebenfalls stabil, sodass eine weitere Steigerung der Last möglich ist. Die Tragreserven werden durch die Umlagerung der Spannungen zu den gelagerten, lastparallelen Rändern möglich. Die Spannungen in der Plattenmitte nehmen wegen der geringeren axialen Steifigkeit nach dem Ausbeulen der Fläche ab, während sich die Spannungen an den Plattenrändern vergrößern. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einem gutmütigen, überkritischen Tragverhalten.

Das Tragverhalten realer ebener Flächentragwerke ist im Gegensatz zu dieser Modellvorstellung insbesondere durch geometrische Anfangsvorverformungen und das nichtlineare Werkstoffverhalten geprägt. Diese Einflüsse werden durch das in Abbildung 2.4 aufgezeigte Last-Verformungsdiagramm einer schlanken, druckbeanspruchten Platte deutlich. Die Vorverformungen der Geometrie bewirken Abtriebskräfte, die von Belastungsbeginn an zu einer Vergrößerung der Verformungen aus der Plattenebene heraus führen (Spannungsproblem nach Th. II. O.).

Durch die kontinuierliche Lastumlagerung auf die gestützten Randbereiche der Platte ist in diesem Fall die Laststeigerung über die kritische Beulspannung hinaus möglich. Die maximale Tragfähigkeit der Platte ist erreicht, wenn die Tragfähigkeit der hochbeanspruchten Randbereiche erschöpft ist (z.B. Erreichen der Fließspan-

nung). Durch die Lastumlagerung ergibt sich eine ungleichmäßig verteilte Spannung über die Plattenbreite. Daher steht  $\sigma_{lim}$  in Abbildung 2.4 für eine über den Plattenquerschnitt gemittelte Druckspannung.



**Abbildung 2.4:** Überkritisches Tragverhalten schlanker, druckbeanspruchter Platten aus [7]

Die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$  bleibt trotz der eingeschränkten Gültigkeit als Grenzlast für den Sonderfall des Verzweigungsproblems der perfekten, idealelastischen Platte eine wichtige Bezugsgröße bei der Beurteilung der Tragfähigkeit druckbeanspruchter Platten. Maßgebende Einflussgrößen wie die Querschnittsgeometrie, die Art der Belastung sowie die Randbedingungen gehen über die kritische Beulspannung in die Bemessungskonzepte ein.

### 2.1.2.1 Kritische Plattenbeulspannung $\sigma_{cr}$

Die Grundgleichungen gekrümmter Flächentragwerke Glg. (2.6) und (2.7) gehen für  $r_x, r_y \rightarrow \infty$  auf den Sonderfall der ebenen Platte über. Bei Beulproblemen wird ein biegunsfreier Membranspannungszustand vorausgesetzt, die Lastkomponenten rechtwinklig zur Oberfläche sind daher  $Z = 0$ . Darüber hinaus werden alle Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen linearisiert (Vernachlässigung quadratischer Glieder). Die so entstehenden Gleichungen stellen die Grundgleichungen der linearen Beultheorie dar. Die Verschiebung  $w$  beschreibt in diesem Fall keine reale Verformung sondern eine Eigenform.

$$K\Delta\Delta w = N_x w'' + 2N_{xy} w'' + N_y w'' \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_x'' + \varepsilon_y'' - \gamma_{xy}'' = 0 \quad (2.9)$$

Die Gleichungen sind nicht mehr voneinander abhängig, sodass bei einer Ausbiegung  $w$  die Längskräfte keine Änderung erfahren. Für die einachsigt in x-Richtung beanspruchte allseitig navier-gelagerte Rechteckplatte ( $N_y = N_{xy} = 0$ ) wird Glg.(2.8) zu:

$$K\Delta\Delta w = N_x w'' = (\sigma_{cr} t) w'' \quad (2.10)$$

Glg. (2.10) kann nun mit einem Lösungsansatz für die Verschiebung  $w$  (Eigenform), der die spezifischen Lagerungs-Randbedingungen erfüllt, nach der kritischen Beulspannung  $\sigma_{cr}$  aufgelöst werden. Die Lösung ist unabhängig von der Größe der Amplitude. Die zu  $\sigma_{cr}$  gehörende Verschiebungsfigur wird als Beulform bezeichnet.

Als Lösungsfunktion wird eine doppelsinusförmige Beulform gewählt:

$$w(x, y) = A_{mn} \sin\left(m \frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(n \frac{\pi y}{b}\right) \quad (m = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.11)$$

mit:

$a, b$ : Beulfeldlänge, Beulfeldbreite

$m, n$ : Anzahl der Halbwellen in Längs- bzw. Querrichtung

Einsetzen von (2.11) in (2.10) liefert die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$  in Abhängigkeit der Anzahl der Halbwellen in Längs- und Querrichtung:

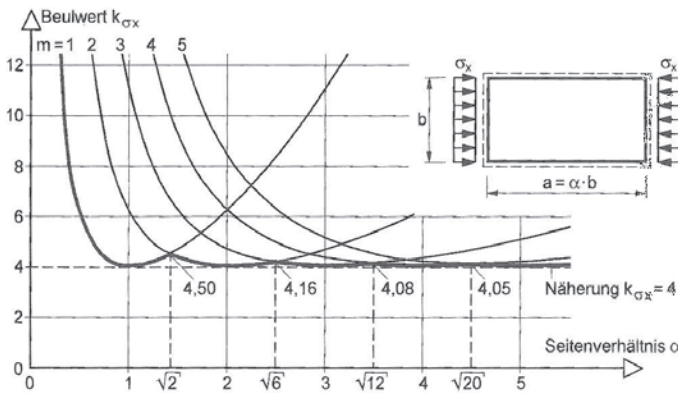
$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left(\frac{mb}{a} + n^2 \frac{a}{mb}\right)^2 \quad (2.12)$$

Die niedrigsten Beulspannungen ergeben sich demnach für  $n = 1$  zu:

$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2 = \sigma_e k \quad (2.13)$$

$\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$	Bezugsspannung	(2.14)
$\alpha = \frac{a}{b}$	Seitenverhältnis	
$k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2 = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right)^2$	Beulwert	

Dabei entspricht die Bezugsspannung bei Vernachlässigung der Quertragwirkung ( $\nu = 0$ ) der Eulerschen Knickspannung eines beidseitig gelenkig gelagerten Stabes mit der Breite und der Höhe  $b$ . Der Beulwert  $k$  ist für den dargestellten Fall nur noch vom Seitenverhältnis der Platte und von der Anzahl der Halbwellen in Längsrichtung abhängig. Aufgetragen über  $\alpha$  ergeben sich die bekannten Girlandenkurven (Abbildung 2.5). Die Lösung dieses Beulproblems geht auf *Bryan* [11] zurück.

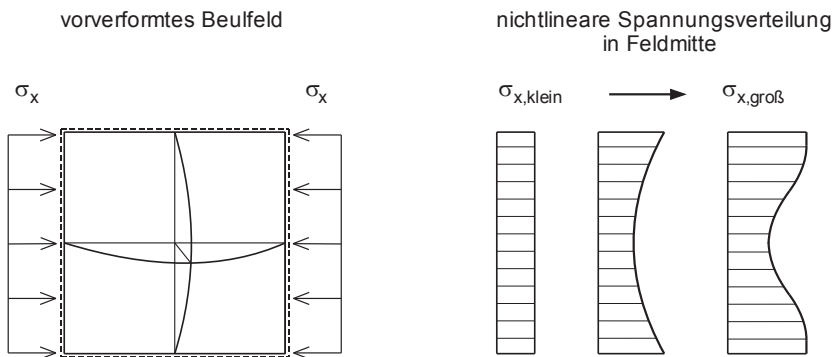


**Abbildung 2.5:** Beulwerte  $k_{\sigma_x}$  für rechteckige Platten mit konstanten Randspannungen aus [48]

Für andere Randbedingungen, Querschnittsgeometrien (z.B. ausgesteifte Bleche) und Belastungsverteilungen ergeben sich jeweils andere Beulwerte, wobei Gleichung (2.8) nur in wenigen Sonderfällen direkt gelöst werden kann. Vielmehr kommen Näherungsmethoden wie das Differenzenverfahren oder die Energiemethode zur Anwendung [50]. Die Anwendungsnormen (z.B. DIN EN 1993-1-5 [23]) stellen Beulwerte für unausgesteifte Einzelfelder unter verschiedenen Beanspruchungen zur Verfügung. Umfangreiche Beulwerttabellen, die darüber hinaus auch den Einfluss von aussteifenden Elementen berücksichtigen sind z.B. in *Klöppel/Scheer/Möller* [50], [49] zu finden.

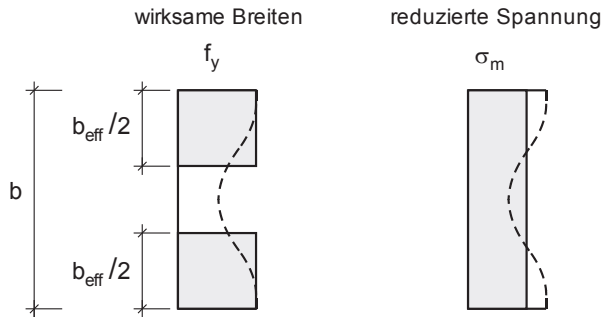
### 2.1.2.2 Überkritisches Tragverhalten

Mit Erreichen der kritischen Spannung  $\sigma_{cr}$  ist die Tragfähigkeit einer schlanken Platte nicht ausgeschöpft. Diese Größe stellt allein die Verzweigungslast des Sonderfalls der ideal elastischen, geometrisch perfekten Platte dar. Die Verzweigungslast beschreibt somit das Lastniveau, ab dem es unvermeidlich zum Ausbeulen der Platte und infolgedessen zu einem Umlagern der Spannungen auf die Randbereich der Platte kommt. Bei realen Plattentragwerken ist dieser Übergang von einer gleichförmig verteilten Spannung zu einer nichtlinearen Spannungsverteilung i.d.R. kein abrupter Vorgang, der erst bei Erreichen der kritischen Spannung beginnt, sondern bedingt durch unvermeidlich vorhandene Anfangsimperfektionen ein mit zunehmender Belastung einhergehender Übergang. Dies wird durch die Pfade b und c in Abbildung 2.4 deutlich. Die Veränderung der Spannungsverteilung mit zunehmender Belastung veranschaulicht Abbildung 2.6.



**Abbildung 2.6:** Entwicklung der Spannungsverteilung einer durchbeanspruchten, vorverformten Platte

Die überkritische Tragfähigkeit kann auf zwei verschiedene Weisen berücksichtigt werden, die sich anschaulich aus der nichtlinearen Spannungsverteilung ableiten lassen: Entweder durch eine Reduzierung der zulässigen mittleren Spannung oder durch den Ansatz wirksamer Flächenanteile, die bis zur Fließgrenze beansprucht werden können (Abbildung 2.7). Die sogenannte Methode der wirksamen Breiten gehen auf Arbeiten von *von Karman*, *Sechler* und *Donnel* zurück [47].



**Abbildung 2.7:** Methoden zur Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungsverteilung

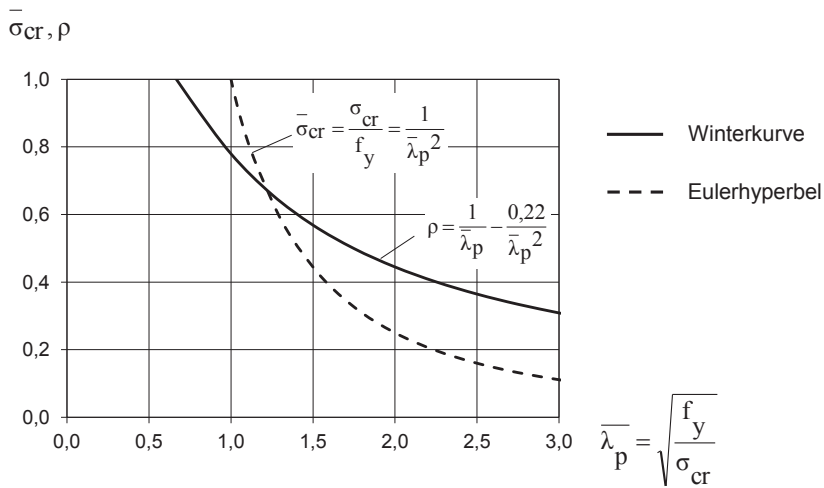
Die Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungsverteilung bei zunehmender Beanspruchung durch reduzierte Spannungen oder die Methode der wirksamen Breiten sind prinzipiell gleichwertig, die Zusammenhänge können wie folgt beschrieben werden:

$$\int_0^b \sigma(x) dx = b_{eff} \cdot f_y = b \cdot \sigma_m = \rho \cdot b \cdot f_y \quad (2.15)$$

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\sigma_m}{f_y}$$

Der Faktor  $\rho$  (Bezeichnung nach DIN EN 1993-1-5 [23], Bezeichnung nach DIN 18800-3 [19]:  $\kappa$ ) beschreibt dabei entweder das Verhältnis von einer mittleren Spannung  $\sigma_m$  zur Streckgrenze  $f_y$  oder das Verhältnis von mitwirkender Breite  $b_{eff}$  zur Gesamtbreite  $b$  des Beulfeldes. Er wird als Abminderungsfaktor bezeichnet und wurde aus Bauteilversuchen bestimmt. Neben der veränderlichen Spannungsverteilung wird durch den Abminderungsfaktor  $\rho$  daher auch der Einfluss geometrischer und struktureller Imperfektionen erfasst.

Wesentliche Beiträge zur Bestimmung der Abminderungsfaktoren für das Plattenbeulen stammen aus Untersuchungen von *Winter* [92]. Die Darstellung der Abminderungsfaktoren über die bezogene Schlankheit einer Platte wird daher auch als Winterkurve bezeichnet [64]. Abbildung 2.8 zeigt die Winterkurve in Zusammenhang mit der Eulerhyperbel für den Fall einer allseitig gelagerten, gleichförmig druckbeanspruchten Platte. Die Eulerhyperbel stellt die kritische Plattenbeulspannung  $\sigma_{cr}$  bezogen auf die Streckgrenze des Werkstoffs dar.



**Abbildung 2.8:** Winterkurve für eine allseitig gelagerte, gleichförmig druckbeanspruchte Platte und Eulerhyperbel

Aus dieser Darstellung wird deutlich, dass die Grenztragfähigkeit schlanker Platten weit über der kritischen Plattenbeulspannung  $\sigma_{cr}$  liegen kann. Die Winterkurve liegt meist deutlich über der Eulerhyperbel. Das Tragverhalten gedrungener Platten wird dagegen zunehmend durch die plastischen Werkstoffeigenschaften bestimmt. Infolgedessen wird in diesen Fällen die kritische Beulspannung für ideal-elastisches Beulen  $\sigma_{cr}$  nicht mehr erreicht.

Die Ausführungen zum überkritischen Tragverhalten von druckbeanspruchten Platten verdeutlichen, dass durch die Bestimmung der idealen Verzweigungslast allein keine zutreffende Einschätzung der Traglast gelingt. Erst durch die Berücksichtigung der nichtlinear verteilten Spannungen, dem elastisch-plastischen Materialverhalten und dem Einfluss von Vorverformungen wird dies möglich.

### 2.1.3 Stabilitätsfall Schalenbeulen der axialdruckbeanspruchten Kreiszylinderschale

Das Tragverhalten von Stahlmasten mit polygonalem Querschnitt nähert sich mit zunehmender Kantenanzahl dem Tragverhalten der Kreiszylinderschale an. Basis der Regelungen für den Stabilitätsnachweis von Kreiszylinderschalen unter Längsdruck- und auch Biegebeanspruchung sind analytische und experimentelle Unter-

suchungen an axialdruckbeanspruchten, überwiegend mittellangen Kreiszyinderschalen [33]. Die axialdruckbeanspruchte Kreiszyinderschale stellt somit den elementaren Bezugsbeulfall dar, der im Folgenden erläutert wird.

Das Tragverhalten stählerner Kreiszyinderschalen unter einer Druckbeanspruchung unterscheidet sich deutlich vom dem einer druckbeanspruchten Platte. Während sich das Versagen einer Platte durch das Ausbeulen der ebenen Fläche vor Erreichen der Traglast ankündigt und durch Spannungsumlagerungen geprägt ist, ist das Tragverhalten einer Kreiszyinderschale unter Druckbeanspruchung i.d.R. mit sehr geringen Verformungen im Vorbeulbereich und einem plötzlichen Versagen der Struktur bei Erreichen der Traglast verbunden.

Bei axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschalen bestehen keine signifikanten Lastumlagerungsmöglichkeiten. Im Idealfall der geometrisch perfekten, zwängungsfrei gelagerten und ideal elastischen Kreiszyinderschale steigen daher die Längsspannungen bis zum Erreichen der Traglast proportional zur Einwirkung an. Das Versagen tritt in diesem Fall bei Erreichen der kritischen Beulspannung  $\sigma_{cr}$  durch Verzweigen ein.

Bei realen Kreiszyinderschalen wird dieses theoretische Lastniveau nicht erreicht. Das Versagen tritt meist weit vor Erreichen der kritischen Beulspannung ein. Grund dafür sind vor allem unvermeidlich vorhandene Imperfektionen der Geometrie oder der Lagerung, Imperfektionen des Materials, das nichtlineare Werkstoffverhalten sowie Effekte nach Th. II. Ordnung. Durch die fehlende Lastumlagerungsmöglichkeit wirken sich Imperfektionen bei Kreiszyinderschalen ungleich stärker auf die Tragfähigkeit der Struktur aus, als dies beim Stabilitätsfall Plattenbeulen der Fall ist. Hinzu kommt die Vielzahl möglicher Beulformen, die bei dünnwandigen Schalenstrukturen auf nahezu gleichem Lastniveau möglich sind (Eigenwertcluster). Man spricht in diesem Zusammenhang daher auch von einer höheren Imperfektionsempfindlichkeit der Schalentragerwerke [79].

Die Einflüsse aus den Imperfektionen und dem Werkstoffverhalten auf die Tragfähigkeit einer Schalenstruktur werden analog zum Abminderungsfaktor  $\rho$  für das Plattenbeulen in den Regelwerken für das Schalenbeulen durch einen Beulabminderungsfaktor  $\chi$  berücksichtigt, der i.d.R. einen „lower bound fit“ an Versuchsergebnisse darstellt [70], [9]. Die Bestimmung des Beulwiderstandes kann spannungsbasiert durch die Anwendung des Beulabminderungsfaktor  $\chi$  auf die Streck-

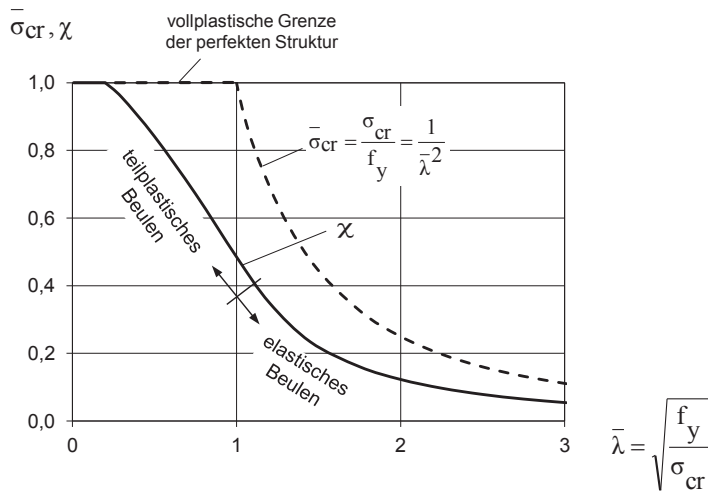


grenze des Werkstoffs erfolgen. Alternativ ist die Anwendung auf die vollplastische Grenztragfähigkeit der Struktur bei einer globalen Betrachtung möglich [25], [76].

$$\sigma_k = \chi \cdot f_y \quad \text{bzw.} \quad R_k = \chi_{ov} \cdot R_{pl} \quad (2.16)$$

Abbildung 2.9 zeigt eine allgemeine Darstellung des Verlaufs eines Beulabminderungsfaktors  $\chi$  in Abhängigkeit des Schlankheitsgrades  $\bar{\lambda}$  der Struktur.

Sehr schlanke Kreiszyinderschalen unter Längsdruckbeanspruchung versagen weit vor dem Erreichen der Streckgrenze. Die Tragfähigkeit wird in erster Linie durch Imperfektionen bestimmt (elastisches Beulen). Mit abnehmender Schlankheit beeinflussen zusätzlich zu den Imperfektionen die plastischen Werkstoffeigenschaften die Tragfähigkeit (teilplastisches Beulen). Bei sehr geringen Schlankheitsgraden haben Imperfektionen praktisch keinen Einfluss mehr, die Grenztragfähigkeit ist allein von der Streckgrenze des Werkstoffs abhängig ( $\chi = 1$ ).



**Abbildung 2.9:** Beulabminderungsfaktor  $\chi$  in Abhängigkeit der bezogenen Schlankheit  $\bar{\lambda}$

Aus der Darstellung des Beulabminderungsfaktors  $\chi$  zusammen mit der der Eulerhyperbel in Abbildung 2.9 wird deutlich, dass reale Schalenstrukturen die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$  i.d.R. nicht erreichen und diese somit einen theoretischen oberen Grenzwert für die Tragfähigkeit darstellt. Die kritische Beulspannung hat darüber hinaus praktische Bedeutung bei der Ermittlung des Schlankheitsgrades (vgl. 2.1.3.2).

Bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurden theoretische Lösungen für die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$  der elementaren Beulprobleme einfacher Schalenformen entwickelt. Diese nach der linearen Beultheorie bestimmten kritischen Beulspannungen stellen auch heute noch die „klassischen Lösungen“ dar. Die erste Lösung für die axialdruckbeanspruchte Kreiszyinderschale geht auf *Lorenz*, *Timoshenko* und *Southwell* zurück [76]. Die Weiterentwicklung der linearen Beultheorie für Kreiszyinderschalen ist eng mit den Namen *Flügge* und *Donnell* verbunden. Die linearen Beultheorien nach *Flügge* und *Donnell* unterscheiden sich von den klassischen Lösungen durch die Approximation der Gleichgewichtsbedingungen. Der Einfluss auf die Lösung der linearen Theorie ist jedoch gering [66].

Um die großen Diskrepanzen zwischen den tatsächlichen Traglasten und den theoretisch ermittelten kritischen Beulspannungen zu verringern entwickelten *Donnell*, *von Karman*, *Tsien*, *Wan* u.a. nichtlineare Beultheorien [31], die den Einfluss der Tragwerksverformungen und Imperfektionen genauer erfassen konnten.

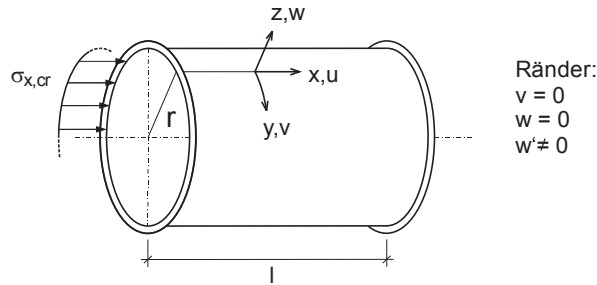
In diesem Zusammenhang sei auch *Yamaki* [95] erwähnt, der auf Basis einer nichtlinearen Beultheorie den Einfluss verschiedener Randbedingungen auf die kritische Beulspannung aufzeigen konnte. Diese mathematisch sehr anspruchsvollen und problemspezifischen analytischen Methoden wurden schließlich ab den 1970er Jahren zunehmend von numerischen Methoden abgelöst [76].

Wegen der Bedeutung der klassischen Lösung als elastische Stabilitätsgrenze der perfekten Struktur, die nach wie vor eine wichtige Bezugsgröße der spannungs-basierten Tragsicherheitsnachweise ist, wird diese, ausgehend von den in Abschnitt 2.1.1 zusammengestellten Grundgleichungen gekrümmter Flächentragwerke, hier für den Fall der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale dargestellt.

### **2.1.3.1 Kritische Beulspannung $\sigma_{cr}$ der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale**

Die folgenden Ausführungen stellen die wesentlichen Gleichungen und Randbedingungen der klassischen Lösung der linearen Beultheorie der axialdruckbeanspruchten Kreiszyinderschale nach *Lorenz*, *Timoshenko* und *Southwell* dar. Für eine ausführlichere Darstellung wird auf [66] verwiesen.

Ausgehend von den Grundgleichungen gekrümmter Flächentragwerke, Glg. (2.6) und (2.7), kann für  $r_x \rightarrow \infty$  und  $r_y = \text{konstant}$  analog zum Vorgehen nach Abschnitt 2.1.2.1 die lineare Beultheorie für den Fall der druckbeanspruchten Kreiszyinderschalen abgeleitet werden.



**Abbildung 2.10:** axialdruckbeanspruchte Kreiszyinderschale, Randbedingungen

Die Differentialgleichungen sind im Fall gekrümmter Flächen gekoppelt und können daher nicht mehr getrennt voneinander gelöst werden. Um die Anzahl der Unbekannten zu reduzieren werden die Spannungen bzw. Dehnungen in den Glg. (2.6) und (2.7) zunächst durch die Airyschen Spannungsfunktion  $\Phi(x,y)$  ersetzt.

Mit:

$$\sigma_x = \Phi'', \sigma_y = \Phi'', \tau_{xy} = -\Phi'' \quad \text{und} \quad N_x = t \cdot \Phi'', N_y = t \cdot \Phi'', N_{xy} = -t \cdot \Phi''$$

werden Glg. (2.6) und (2.7) zu:

$$K\Delta\Delta w = -\left(\frac{t}{r_x} \cdot \Phi'' + \frac{t}{r_y} \cdot \Phi''\right) + N_x \cdot w'' + N_y \cdot w'' + 2N_{xy}w'' \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{E}\Delta\Delta\Phi = \left(\frac{w}{r_x}\right)'' + \left(\frac{w}{r_y}\right)'' + w''^2 - w''w'' \quad (2.18)$$

Die Oberflächenlast  $Z$  entfällt unter der Annahme eines biegungsfreien Membranzustandes. Unter Vernachlässigung von nichtlinearen Termen und unter Berücksichtigung von  $r_x \rightarrow \infty$ ,  $r_y = r$  und  $N_y = N_{xy} = 0$  folgt aus den Glg. (2.17) und (2.18):

$$K\Delta\Delta w = -\frac{t}{r} \cdot \Phi'' + N_x \cdot w'' = -\frac{t}{r} \cdot \Phi'' - \sigma_{cr} \cdot t \cdot w'' \quad (2.19)$$

$$\frac{1}{E}\Delta\Delta\Phi = \left(\frac{w}{r}\right)'' = \frac{w''}{r} \quad \text{mit} \quad r = \text{konst.} \quad (2.20)$$

Die Gleichungen können nun mit geeigneten Ansätzen für die Beulverformungen  $w$  und die Spannungsfunktion  $\Phi$  nach  $\sigma_{cr}$  aufgelöst werden. Es werden folgende Ansätze gewählt, die die Randbedingungen für die Verschiebungen und Randkräfte erfüllen.

$$w = W_{mn} \sin\left(\frac{m\pi r}{l}\right) \left(\frac{x}{r}\right) \cos n\left(\frac{y}{r}\right) \quad (2.21)$$

$$\Phi = C \sin\left(\frac{m\pi r}{l}\right) \left(\frac{x}{r}\right) \cos n\left(\frac{y}{r}\right) \quad (2.22)$$

mit:

$m$ : Anzahl der Halbwellen in Längsrichtung

$n$ : Anzahl der Vollwellen über den Umfang

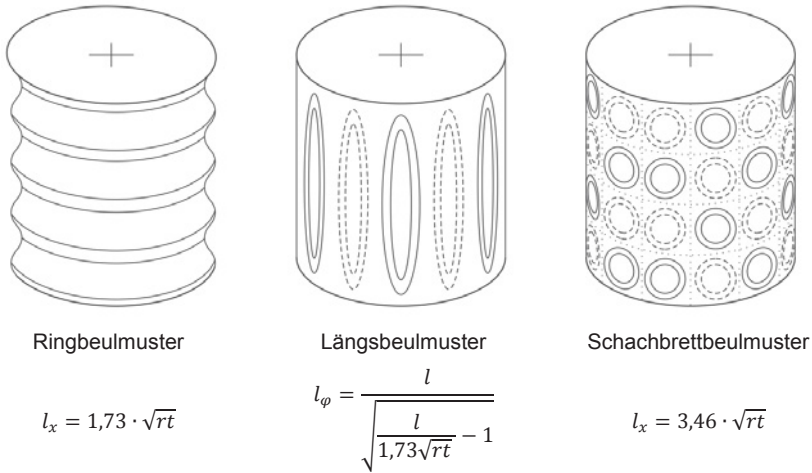
Einsetzen von Glg (2.21) und (2.22) in (2.20) und (2.19) und Auflösen nach  $\sigma_{cr}$  führt auf eine von  $m$  und  $n$  abhängige Lösung für die kritische Beulspannung.

$$\sigma_{cr} = \frac{K\pi^2}{tl^2} \left[ \frac{\left(m^2 + \left(\frac{nl}{\pi r}\right)^2\right)^2}{m^2} + \left(\frac{\left(m^2 + \left(\frac{nl}{\pi r}\right)^2\right)^2}{m^2}\right)^{-1} \cdot \frac{12}{\pi^4} \cdot \left(\sqrt{1-\nu^2} \cdot \frac{l^2}{rt}\right)^2 \right] \quad (2.23)$$

Jeder Kombination von  $m$  und  $n$  kann damit eine Beulspannung zugeordnet werden. Um die maßgebende Beulspannung zu finden, muss das Minimum für  $\sigma_{cr}$  durch Ableiten und zu Null setzen dieser Gleichung ermittelt werden.

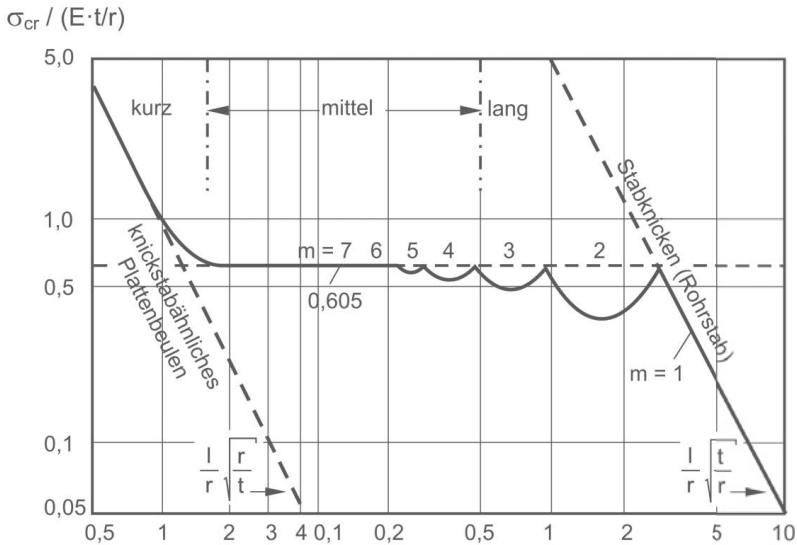
$$\sigma_{cr,min} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{t}{r} = 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad \text{mit } \nu = 0,3 \quad (2.24)$$

Dabei zeigt sich, dass das maßgebende Beulmuster für mittellange Kreiszyylinder unbestimmt ist. Das heißt, dass das Minimum unabhängig davon ist, ob die Ableitung für  $m$ ,  $n$  oder einen Ausdruck der  $m$  und  $n$  enthält gebildet wird. Es gibt daher mehrere Beulformen, die der gleichen kleinsten Spannung  $\sigma_{cr,min}$  zugeordnet werden können [57]. Die möglichen Beulformen und die zugehörigen Halbwellenlängen sind qualitativ in Abbildung 2.11 dargestellt.



**Abbildung 2.11:** Beulmuster eines mittellangen Kreiszyinders unter Axialdruck nach [57]

Für den Grenzfall sehr kurzer Kreiszyinder geht der Einfluss der Krümmung verloren. In diesem Fall wird die Knickspannung eines Plattenstreifens maßgebend (vgl. Glg. (2.14)). Bei sehr langen Bauteilen wird die Knickspannung des Stabes maßgebend. Abbildung 2.12 veranschaulicht dies durch die Darstellung der kritischen Beulspannung axialgedrückter Zylinder über einem längenabhängigen Parameter.



**Abbildung 2.12:** kritische Axialbeulspannung nach Flügge [57]

Die girlandenförmige Kurve stellt die kleinsten Beulspannungen der jeweils maßgebenden  $m, n$  – Kombination dar. Die Abbildung verdeutlicht den Längenbereich der mittellangen Zylinder, für den die kritische Beulspannung nahezu unabhängig von der Bauteillänge ist.

### 2.1.3.2 Beultragfähigkeit der axialdruckbeanspruchten Kreiszylinderschale

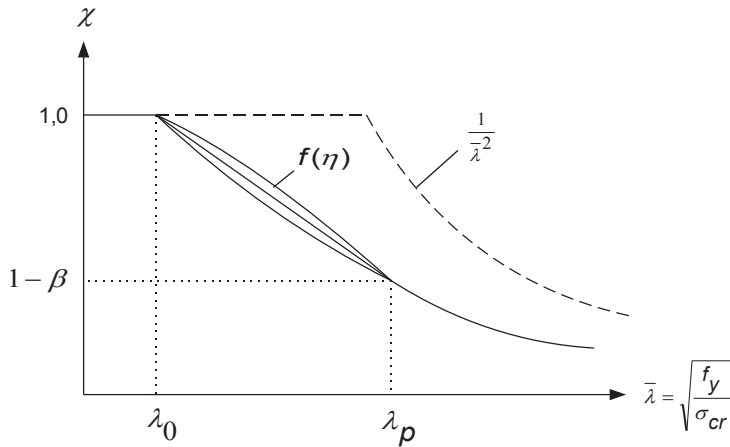
Die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$  und der damit beschriebene Grenzzustand des Verzweigens der perfekten, ideal elastischen Struktur stellt eine von zwei möglichen Grenzspannungen einer Struktur dar. Die zweite limitierende Spannung ist  $f_y$  bzw. das Plastizieren des Materials. Die Regelwerke verwenden daher in vielen Fällen den Parameter  $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ , der eine Beziehung zwischen diesen beiden Grenzzuständen herstellt und als Maß für die Schlankheit einer Struktur interpretiert wird [30]. Den Zusammenhang zwischen der Schlankheit  $\bar{\lambda}$  einer Struktur und der tatsächlichen Beultragfähigkeit stellt die Beulabminderungskurve (capacity curve) für den Abminderungsfaktor  $\chi$  dar (Glg. (2.16)). Beulabminderungskurven sind grundsätzlich problem- und belastungsspezifisch und wurden 1998 im Entwurf der DIN EN 1993-1-6 erstmals in einer allgemeinen Formulierung eingeführt [70]. Die allgemeine Form basiert auf einer Reihe von Parametern, welche die Form der Beulabminderungskurve bestimmen und problemspezifisch angepasst werden können. Es folgt daher eine Darstellung der allgemeinen Beulabminderungskurve und dieser Parameter. Anhand der Beulparameter können die Einflussgrößen, die sich auf die Beultragfähigkeit auswirken, sehr gut verdeutlicht werden.

Abbildung 2.13 zeigt die allgemeine Funktion für den Beulabminderungsfaktor  $\chi(\bar{\lambda})$ . Die Kurve ist in drei Bereiche unterteilt:

$$\chi = 1 \quad \text{für } \bar{\lambda} \leq \lambda_0 \quad (2.25)$$

$$\chi = 1 - \beta \left( \frac{\bar{\lambda} - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0} \right)^\eta \quad \text{für } \lambda_0 < \bar{\lambda} < \lambda_p \quad (2.26)$$

$$\chi = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}^2} \quad \text{für } \bar{\lambda} \geq \lambda_p \quad (2.27)$$



**Abbildung 2.13:** allgemeine Funktion für den Beulabminderungsfaktor  $\chi$  [69]

Der Wert  $\lambda_p$  wird als teilplastische Grenzschlankheit bezeichnet und beschreibt den Übergang von elastischem Beulen zum teilplastischen Beulen. D.h. für Bauteilschlankheiten  $\lambda \geq \lambda_p$  ist die Abminderung unabhängig von der Streckgrenze des Materials. Die Abminderung wird allein durch  $\alpha$ , den elastischen Imperfektionsfaktor, bestimmt (Glg.(2.27)). Spannungsbezogen lässt sich dies wie folgt darstellen [76]:

$$\sigma_{Rk} = \chi \cdot f_{yk} = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}^2} \cdot f_{yk} = \frac{\alpha \sigma_{cr}}{f_{yk}} \cdot f_{yk} = \alpha \cdot \sigma_{cr} \quad (2.28)$$

Der elastische Imperfektionsfaktor  $\alpha$  stellt eine Abminderung der kritischen Beulspannung dar und wird deshalb auch als „knock-down factor“ bezeichnet. Dieser Faktor berücksichtigt im Fall der Kreiszyinderschalen in erster Linie den traglastmindernden Einfluss geometrischer Imperfektionen. In anderen Strukturen oder unter anderen Beanspruchungen (Biegung) können ebenso geometrische Nichtlinearitäten in diesem Schlankheitsbereich eine Rolle spielen, die dann ebenfalls in  $\alpha$  enthalten sein können [30].

Der Faktor  $\alpha$  ist immer abhängig von den Annahmen für die vorhandenen Vorbeultiefen (Herstelltoleranz-Qualitätsklasse) und im Fall des axial gedrückten Kreiszyinders zusätzlich von der Geometrie ( $r$ ,  $t$ ) des Bauteils. Damit wird berücksichtigt, dass schlankere Zylinder i.d.R. größere bezogene Vorbeulamplituden ( $w/t$ ) aufweisen und empfindlicher auf Vorverformungen reagieren als gedrungene Bauteile [69].

Der Wert  $\lambda_0$  wird als vollplastische Grenzschlankheit bezeichnet und bestimmt die Länge des plastischen Plateaus. Für Strukturen mit einer Schlankheit  $\bar{\lambda} \leq \lambda_0$  kann die volle Streckgrenze angesetzt werden.

$\beta$  wird als plastischer Bereichsfaktor bezeichnet und definiert den Bereich der Beulabminderungskurve, in dem zusätzlich zum Einfluß der Imperfektionen (und geometrischen Nichtlinearitäten) auch der Einfluss des Werkstoffs berücksichtigt werden muss. Wie der Funktionsverlauf zwischen dem vollplastischen Bereich und dem Bereichs elastischen Beulens verläuft, kann weiterhin durch den Beulkurvenexponenten  $\eta$  gesteuert werden (Glg. (2.26)).

Durch  $\alpha, \beta, \eta$  und  $\lambda_0$  wird die Beulabminderungskurve vollständig beschrieben. Die Parameter können prinzipiell durch Berechnungen oder Bauteilversuche bestimmt werden. Für axialdruckbeanspruchte Zylinder werden diese Parameter in DIN EN 1993-1-6:2010 [25] Anhang D wie folgt festgelegt:

$$\alpha = f\left(Q, \frac{r}{t}\right) \quad \begin{array}{l} Q: \text{Beiwert für die Herstelltoleranz-Qualitätsklasse} \\ \text{(HTQK)} \end{array} \quad (2.29)$$

$$\beta = 0,6 \quad (2.30)$$

$$\eta = 1,0 \quad (2.31)$$

$$\lambda_0 = 0,2 \quad (2.32)$$

Die Regelungen für die Beulabminderungskurve, wie sie heute in der DIN EN 1993-1-6 [25] enthalten sind, stellen die Weiterentwicklung und Anpassungen bewährter Vorschriften für Beulsicherheitsnachweise aus den ECCS Recommendations 4 [32] dar, die wiederum auf empirisch ermittelten Grenzwerten aus Versuchsergebnissen beruhen [70]. Auch die Beulabminderungskurven der (bauaufsichtlich nicht mehr gültigen) deutschen Regelwerke für axialdruckbeanspruchte Kreiszylinderschalen, wie die DASt-Richtlinie 013 [17] und das Nachfolgedokument die DIN 18800 T4 [20], sind das Ergebnis der Auswertung von zahlreichen Laborversuchen zum Basisbeuflall konstanter Axialdruck [57], [9].

Im Zuge der Weiterentwicklungen der DIN EN 1993-1-6 [25] wurden insbesondere weitere Herstelltoleranz-Qualitätsklassen formuliert, die eine bessere Anpassung der Beulabminderungskurve an die Ausführungsqualität ermöglichen sollen (vgl. Abschnitt 2.2.3). Weitere wesentliche Vorteile dieser allgemeinen Formulierung



der Beulabminderungskurve sind insbesondere die Flexibilität in der Anpassung an verschiedenartige Beulprobleme sowie die Verdeutlichung der traglastrelevanten Einflüsse durch die beschriebenen Beulparameter.

Neben den hier beschriebenen Zusammenhängen, die die Vorgehensweise bei einem spannungsbasierten Nachweis (Handnachweisverfahren) darstellen, existieren in DIN EN 1993-1-6 [25] weitere numerisch basierte Nachweisverfahren zur Bestimmung der Beultragfähigkeit. Auf diese wird in Abschnitt 2.2.3 eingegangen.

### 2.1.3.3 Biegebeanspruchte Kreiszyinderschalen

Biegebeanspruchte Kreiszyinderschalen werden in den Regelwerken für Schalentragerwerke (z.B. [20], [33], [25]) nicht grundsätzlich gesondert behandelt. Vielmehr gelten für kurze und mittellange Kreiszyinder unter Biegebeanspruchung die gleichen Regelungen wie für axialgedrückte Kreiszyinderschalen. Grund dafür ist, dass Kreiszyinder unter Biegung in diesem Längenbereich kurzweilig beulen und daher angenommen wird, dass dieses Beulversagen durch die klassische Lösung für die kritische Beulspannung (Glg. (2.24)) zutreffend beschrieben wird [57].

Dementsprechend wird für biegebeanspruchte Kreiszyinderschalen (in allen Längenbereichen) auch die gleiche Beulabminderungskurve verwendet, wie für den Lastfall konstanter Axialdruck.

Für lange Kreiszyinderschalen ergeben sich dadurch in zweierlei Hinsicht Vereinfachungen: Zum Einen stellt sich unter einer Biegebeanspruchung eine Querschnittsablachung ein (Braziereffekt), die rechnerisch mit zunehmender Länge zu einer immer geringeren kritischen Beulspannung führt. Im Grenzfall der unendlichen langen Schale beträgt die kritische Beulspannung nach Brazier [10]:

$$\sigma_{cr,Brazier} = 0,544 \cdot 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad (2.33)$$

Zum Anderen wird angenommen, dass lange Kreiszyinder unter Biegung weniger empfindlich gegenüber Imperfektionen sind [57], [83], sodass die Anwendung der Beulabminderungskurve für das Axialbeulen eine konservative Abschätzung darstellt.

Die Abminderung der kritischen Beulspannung durch die Querschnittsablachung wird in den deutschen und europäischen Regelwerken nicht explizit berücksichtigt.

Vielmehr liegt den Regelungen die Annahme zu Grunde, dass die kritische Beulspannung im Übergang vom mittellangen Zylinder zum langen Zylinder für biegebeanspruchte, lange Kreiszyylinder genauso über einen Beiwert  $C_x$  angepasst werden kann, wie dies für den axialdruckbeanspruchten Kreiszyylinder vorgesehen ist. Die Abminderung ist zwar ähnlich, beide Fälle sind beulmechanisch jedoch verschieden. Im Fall der biegebeanspruchten Kreiszyinderschale beschreibt  $C_x$  den Übergang vom Schalenbeulen zum „Brazierbeulen“, bei der axialdruckbeanspruchten Schale ein Übergang vom Schalenbeulen zum Stabknicken [57].

$$\sigma_{cr} = C_x \cdot 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad (2.34)$$

Die längenabhängige Abminderung der kritischen Beulspannung durch den Beiwert  $C_x$  berücksichtigt auf diese Weise indirekt die Auswirkungen einer Querschnittsabflachung. Durch die infolge dieser Abminderung größere bezogene Schlankheit  $\lambda$  und die Verwendung der Beulabminderungskurve für die deutlich imperfektionsempfindlicheren axialdruckbeanspruchten Kreiszyylinder wirkt sich dieses Vorgehen auf die zulässige reale Beulspannung für lange, biegebeanspruchte Kreiszyylinder jedoch besonders ungünstig aus.

Erst in den aktuelleren deutschen und europäischen Regelwerken [20], [24] wurden die Regelungen für lange biegebeanspruchte Kreiszyinderschalen erweitert und damit die Möglichkeit geschaffen, die geringere Imperfektionsempfindlichkeit bei einer Biegebeanspruchung bei langen Kreiszyinderschalen „günstig“ zu berücksichtigen. Grundlage dafür waren Untersuchungen von *Saal* und *Speicher* an langen, biegebeanspruchten Stahlrohren (Kamine) [83]. Auf den Vorschlag der Autoren hin wurde dies jedoch nicht mit einer angepassten Beulabminderungskurve berücksichtigt, die den direkten Bezug zur geringeren Imperfektionsempfindlichkeit verdeutlicht hätte, sondern durch einen günstigeren Beiwert  $C_x$  für lange biegebeanspruchte Kreiszyylinder (Glg. (2.35)).

$$C_x = C_{x,N} \cdot \left( \frac{\sigma_{x,N}}{\sigma_x} \right) + \left( \frac{\sigma_{x,M}}{\sigma_x} \right) \quad (2.35)$$

$C_{x,N} \geq 1$     Beiwert für reine Normalkraftbeanspruchung

$\sigma_{x,N}$         Anteil von  $\sigma_x$ , der sich aus der Normalkraft ergibt

$\sigma_{x,M}$         Anteil von  $\sigma_x$ , der sich aus der Momentenbeanspruchung ergibt

Durch die Indizierung in Glg. (2.35) wird deutlich, dass  $C_x$  von den Normalkraft- und Biegeanteilen abhängig ist und im Fall einer reinen Momentenbeanspruchung der Beiwert  $C_x = 1$  angesetzt werden darf. Damit darf in diesem Fall mit einer deutlich höheren kritischen Beulspannung gerechnet werden, als die *Brazier*-Lösung (Glg. (2.33)) vorgibt. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass die Beulspannung nach *Brazier* das Ergebnis einer geometrisch nichtlinearen Berechnung (Berücksichtigung der Querschnittsverformung) ist, während der klassischen Lösung, wie oben gezeigt, eine lineare Beultheorie zu Grunde liegt. Bei  $\sigma_{cr}$  nach Glg. (2.34) mit  $C_x$  nach Glg. (2.35) handelt es sich daher im Fall der langen, biegebeanspruchten Kreiszyylinder um eine Rechengröße ohne direkten Bezug zur Beulspannung nach *Brazier*. Dieses Vorgehen wird im Kommentar zur DIN 18800 T4 [57] daher auch als „Sofortmaßnahme“ bezeichnet, wodurch deutlich wird, dass das beschriebene Vorgehen lediglich eine Anpassung ist, die es ermöglicht, den Nachweis biegebeanspruchter, langer Kreiszyinderschalen mit der Beulabminderungskurve für den Lastfall konstanter Axialdruck zu führen.

Durch dieses Vorgehen wird die reale Beulspannung langer, biegebeanspruchter Kreiszyylinder auf der sicheren Seite liegend abgeschätzt [57], möglicherweise in vielen Fällen aber auch sehr konservativ, wie durch die sehr unterschiedliche Einschätzung der Biegetragfähigkeit von Kreiszyindern durch die Vielzahl der weltweit verfügbaren Regelwerke belegt wird [42]. Das Tragverhalten unter Biegung ist daher nach wie vor Gegenstand aktueller Forschung [42], [15].

#### 2.1.4 Imperfektionen

Im Bereich der Strukturstabilität spielen Imperfektionen eine sehr große Rolle, da sie die wesentliche Ursache für die häufig großen Diskrepanzen zwischen den rechnerisch bestimmten Beullasten und den in Bauteilversuchen ermittelten Beullasten darstellen [33]. Es wird zwischen verschiedenen Arten von Imperfektionen unterschieden: geometrische Imperfektionen, strukturelle Imperfektionen und Imperfektionen aus dem Lasteintrag.

Unter dem Begriff geometrische Imperfektionen oder Vorverformungen werden Abweichungen einer vorhandenen Bauteilgeometrie von der geplanten Soll-Geometrie zusammengefasst. Als strukturelle Imperfektionen werden alle traglastrelevanten Einflüsse des Materials wie Eigenspannungen, Anisotropien und Inhomogenitäten bezeichnet. Darüber hinaus ist bekannt, dass auch Imperfektionen der

Lasteintragung, wie sie durch ungleich verteilte äußere Lasten oder Auflagerun-  
ebenheiten verursacht werden können, einen großen Einfluss auf die Traglast sta-  
bilitätsgefährdeter Bauteile haben können [89], [45].

Zusammenstellungen wissenschaftlicher Arbeiten zum Einfluss von Imperfektio-  
nen auf das Tragverhalten und deren Berücksichtigung durch verschiedene Er-  
satzimperfektionsansätze für kreiszylindrische Schalen sind in den Arbeiten von  
*Ummenhofer* [89], *Knödel/Ummenhofer* [52], *Timmel* [87] und *Wirth* [93] zu finden.  
Hier folgt eine kompakte Darstellung der verschiedenen Imperfektionsarten mit Be-  
zug zu polygonalen Maststrukturen.

#### **2.1.4.1 Geometrische Imperfektionen**

Jede Stahlstruktur weist unvermeidlich geometrische Imperfektionen auf. Die Vor-  
verformungen können im Herstellprozess oder während der Montage entstehen.  
Sie können aber auch nachträglich während der Lebensdauer zugefügt werden.  
Immer besteht das Problem, dass die vorhandene Geometrie einer Struktur nicht  
exakt der geplanten Geometrie entspricht und diese Abweichung Einfluss auf die  
Traglast bei stabilitätsgefährdeten Bauteilen haben kann.

Diese Möglichkeit wird, ohne dass der Anwender einer Bemessungsvorschrift dies  
explizit beachten muss, über die Anforderungen an die Ausführungs- und Herstell-  
qualität der Bauteile berücksichtigt (z.B. DIN EN 1090-2 [21]). Das bedeutet, dass  
die normativ geregelten Traglasten nur in Verbindung mit einer definierten geomet-  
rischen Mindestqualität gelten. Bei den verfügbaren spannungsbasierten Stabili-  
tätssnachweisen für Stäbe, Platten und Schalen wird der traglastrelevante Einfluss  
von geometrischen Imperfektionen (und auch anderen Imperfektionsarten) inner-  
halb der zulässigen geometrischen Grenzwerte über entsprechende Abminde-  
rungsfaktoren berücksichtigt.

Bei Schalentragsystemen kann eben diese Verbindung zwischen der Bauteilqualität  
und der Auswirkung von Imperfektionen auf das Tragverhalten wegen des Uni-  
katcharakters der Strukturen jedoch bis heute nicht zufriedenstellend hergestellt  
werden [78], [79]. Die zuvor erwähnten spannungsbasierten Nachweisverfahren  
für Schalentragsysteme sind daher meist auf Basisfälle beschränkt und können zu  
einer konservativen Einschätzung des Beulwiderstandes führen.

Neben den spannungsbasierten Handnachweisverfahren mit empirisch ermittelten Abminderungsfaktoren stehen weiterhin numerische Nachweiskonzepte zur Verfügung, die eine Berechnung der Bauteiltragfähigkeit mit direktem Ansatz von geometrischen Imperfektionen vorsehen (GMNIA, vgl. 2.2.3).

Damit besteht zwar grundsätzlich die Möglichkeit geometrische Imperfektionen zu modellieren und deren Auswirkung auf das Tragverhalten rechnerisch abzuschätzen, jedoch ist die ungünstigste geometrische Imperfektion i.d.R. unbekannt. Aussagekräftige numerische Berechnungen erfordern daher eine intensive Auseinandersetzung mit den Fragen nach der Form, der Lage und der Amplitude einer geeigneten Vorverformung.

Eine Vorverformung des numerischen Berechnungsmodells, die den Einfluss geometrischer Imperfektionen auf das Tragverhalten berücksichtigen soll, wird als Ersatzimperfektion bezeichnet, da sie nicht zwangsläufig das Ziel hat eine bestimmte reale Vorverformung nachzubilden. Vielmehr soll durch die Ersatzimperfektion eine Vorverformung in das Berechnungsmodell eingeführt werden, die den baupraktisch ungünstigsten Fall der möglichen Vorverformungen darstellt.

Die Notwendigkeit von Ersatzimperfektionen ergibt sich zum Einen daraus, dass die tatsächlich vorhandenen geometrischen Imperfektionen zum Zeitpunkt der Bemessung unbekannt sind, und zum Anderen dadurch, dass die Allgemeingültigkeit der Bemessung durch den Ansatz der ungünstigsten Vorverformung sichergestellt werden soll.

Wirth [93] unterscheidet fünf verschiedene Formkategorien für geometrische Ersatzimperfektionen, die eine Übersicht über verfügbare Ansätze und ihre Hintergründe geben. Die Zusammenstellung bezieht sich auf Ersatzimperfektionen für die numerische Berechnung axialdruckbeanspruchter Kreiszyylinder. Vergleichbare Ersatzimperfektionen für Strukturen mit polygonalem Querschnitt existieren nicht, da der numerische Nachweis für diese Strukturen die Ausnahme ist.

*Reguläre harmonische Muster (Schachbrettbeulmuster)* leiten sich wie *mehrwellige meridionale achsensymmetrische Muster (Ringbeulen)* aus verzweigungstheoretischen Berechnungen ab (vgl. Abschnitt 2.1.3.1 und Abbildung 2.11). Der Ansatz eigenformaffiner Vorverformungen stellt daher in vielen Fällen die ungünstigste Ersatzimperfektionsform dar. Da für die Berechnung von Eigenwerten

und Eigenformen jedoch linear elastisches Materialverhalten und geometrische Linearität vorausgesetzt wird, ist dies nicht allgemein gültig. Insbesondere dann nicht, wenn materielle Nichtlinearitäten das Tragverhalten maßgeblich bestimmen. Für Strukturen mit nahezu linearem Vorbeulverhalten haben sich eigenformaffine Vorverformungen als geeignet erwiesen [81].

„*Einwellige*“ *meridionale achsensymmetrische Muster* stellen für axial beanspruchte Zylinderschalen eine sehr ungünstige Vorverformung dar. *Rotter* und *Teng* [73] sowie *Berry et al.* [8] untersuchten in diesem Zusammenhang ringförmig umlaufende Schweißnahteinzüge (weld depression), die sich häufig aus dem Herstellprozess stählerner Zylinder ergeben. Sie leiteten aus dieser systematisch wiederkehrenden Imperfektion eine Vorverformung ab, die sich ebenfalls als sehr ungünstig erwies und zusätzlich den Herstellprozess mit dem Imperfektionsansatz verknüpfte.

Weiterhin werden in [93] *Lokale Einzelbeulen* und *Unregelmäßige Muster* als Formkategorie angeführt. Einzelne lokale Beulen haben den Vorteil, dass sie weit aus wahrscheinlicher und „weniger konstruiert“ sind als regelmäßige z.B. eigenformaffine Muster der ersten Kategorien. Sie lassen sich aber weder den Eigenformen noch Herstellprozessen zuordnen.

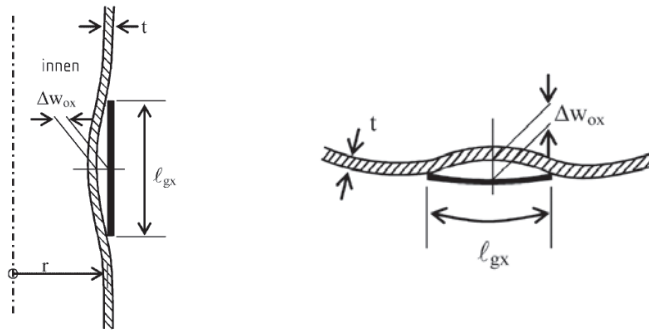
Mit *unregelmäßige Muster* werden Ersatzimperfektionen bezeichnet, die keiner Regel folgen wie z.B. Messdaten von realen Bauteiloberflächen. Solche Ersatzimperfektionsformen sind bauteilspezifisch und können daher nicht ohne weitere Aufbereitung übertragen werden.

Von *Schneider* [80] werden weiterhin *kollapsaffine Vorverformungen* vorgeschlagen. Bei diesem Konzept wird die anzusetzende Imperfektionsform für die Traglastberechnung aus dem Ergebnis einer vorab durchgeführten geometrisch und materiell nichtlinearen Berechnung (GMNA) abgeleitet. Die GMNA-Berechnung offenbart nicht nur die „Schwachstellen“ der Struktur sondern durch das Übertragen der Kollapsform werden an eben diesen Stellen Vorverformungen berücksichtigt [77].

Für alle Ersatzimperfektionen gilt gleichermaßen, dass der Bezug zur realen Struktur nicht schlüssig hergestellt werden kann. D.h. es ist nicht zuverlässig möglich, Vorab-Berechnungen mit einer Ersatzimperfektion durchzuführen und aus den Be-

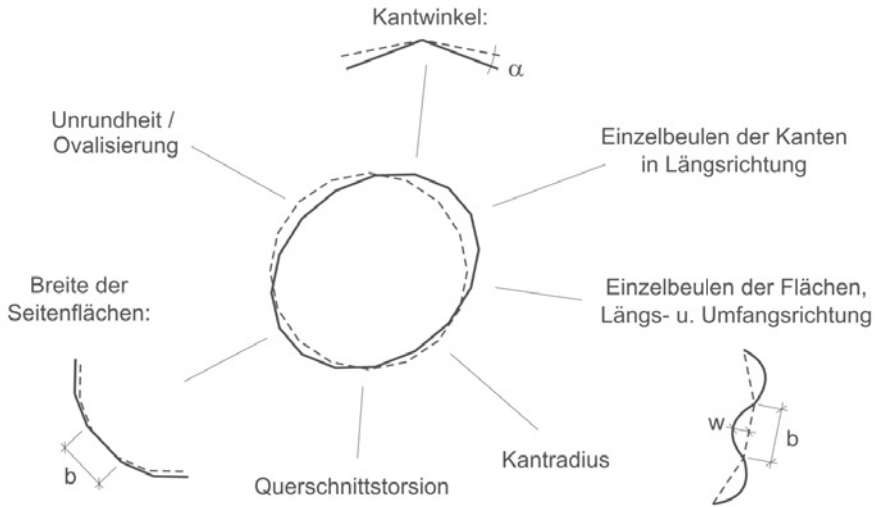
rechnungsannahmen Qualitätskriterien abzuleiten, die an der realen Struktur eingehalten werden müssen, damit diese Berechnung zutrifft. Trotzdem existieren in [25] Angaben zu Amplituden für ebensolche Berechnungen und weitere Vorgaben hinsichtlich der Herstellqualität (Abbildung 2.14). Die Amplitudenmaße sind nicht das Ergebnis systematischer Untersuchungen realer geometrischer Imperfektionen und deren Auswirkung auf die Beultragfähigkeit von Schalentragwerken sondern basieren vielmehr auf ingenieurmäßigen Überlegungen [81] oder auch auf Machbarkeitstudien in Werkstätten [76].

In [81] wird für den Fall der axialgedrückten Zylinderschale gezeigt, dass die Vorgaben für die Amplitudenmaße in [25] allein nicht für die Beschreibung von Ersatzimperfektionen ausreichen. Die Anwendung der Amplitudenmaße kann bei einer vollständig nichtlinearen numerischen Berechnung (GMNIA) zu Ergebnissen führen, die sich nicht mit den experimentell ermittelten Beulwiderständen des spannungsbasierten Handnachweisverfahrens decken.



**Abbildung 2.14:** Messung von Vorbeultiefen (Amplituden) aus [25]

Für Bauteile mit polygonalen Querschnitten existieren keine systematischen Untersuchungen zu geometrischen Imperfektionen, da diese Konstruktionen in der Literatur [12] und in den Regelwerken [27] wie eine Aneinanderreihung von einzelnen Plattenstreifen behandelt werden. Infolgedessen existieren auch keine spezifischen Anforderungen an die Herstellqualität. Zwar sind die Bemessungswerte der Plattentragfähigkeit mit den Anforderungen an die geometrische Qualität der Platten (Ebenheit) verknüpft, die Schalentragwirkung wird dadurch jedoch nicht berücksichtigt.



**Abbildung 2.15:** mögliche Vorverformungen polygonaler Querschnitte

Mögliche geometrische Imperfektionen polygonaler Querschnitte sind in Abbildung 2.15 schematisch dargestellt. Die Darstellung verdeutlicht die Vielzahl verschiedener Vorverformungen. Neben den „plattenspezifischen“ Einzelbeulen und der Unrundheit, die für zylindrische Querschnitte definiert ist, verdeutlicht die Grafik weitere Imperfektionen, die bei polygonalen Querschnitten auftreten können, wie z.B. Variationen der Kantradien, die Größe der Kantwinkel oder die Breite einer Seitenfläche. Immer treten bei realen Bauteilen Kombinationen der aufgezeigten Imperfektionen auf. So sind Abweichungen der Kantwinkel oder verschieden breite Seitenstreifen immer auch mit einer Ovalisierung des Querschnitts verknüpft.

Darüber hinaus können bei polygonalen Mastenstrukturen auch geometrische Imperfektionen in Längsrichtung vorkommen wie z.B. Einzelbeulen der Kanten oder eine Bauteilkrümmung.

#### 2.1.4.2 Strukturelle Imperfektionen

Strukturelle Imperfektionen umfassen neben Anisotropien und Inhomogenitäten des Materials Eigenspannungszustände, die sich aus dem Walzprozess, dem Schweißen oder der Fertigung ergeben können. Die Auswirkungen dieser Einflüsse auf den Beulwiderstand einer Schalenstruktur werden in [52] als vernachlässigbar für die Bemessung von Schalenstrukturen angesehen. Ein Grund dafür ist, dass der Einfluss der geometrischen Imperfektionen auf das Tragverhalten,



gerade bei dünnwandigen Bauteilen, dominiert. Dementsprechend existieren auch nur wenige Untersuchungen zu materiellen Imperfektionen.

Konsistente Eigenspannungszustände (die gleichzeitige Berücksichtigung einer geometrischen Imperfektionen zusammen mit den zugehörigen Eigenspannungen) werden in [33], [44] und [43] sogar als geringfügig günstig, d.h. traglast erhöhend, eingeschätzt. Die Einschätzung bezieht sich auf konsistente Eigenspannungszustände in axialdruckbeanspruchten Stahlzylindern.

### **2.1.4.3 Imperfektionen der Lasteinleitung und Lagerung**

Selbst bei höchsten Anforderungen an die Herstellqualität angrenzender Bauteile sind ungleichmäßig eingeleitete Lasten oder Unebenheiten der lastabtragenden Bauteile praktisch nahezu unvermeidbar. Wegen der hohen Längssteifigkeit von Schalentragerwerken können bereits geringste Unebenheiten eines gelagerten Schalenrandes lokal zu signifikanten Spannungsspitzen führen. Die damit verbundenen, teilweise deutlich geringeren Traglasten belegen z.B. Untersuchungen von *Ummenhofer* [89] und *Hübner et al.* [45] an axialdruckbeanspruchten Kreiszyindern.

Die für das Beulversagen maßgebenden Beanspruchungen der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Stahlmaste resultieren fast ausschließlich aus Biegemomenten. Bei einer Biegebeanspruchung konzentrieren sich die größten Druckbeanspruchungen nur auf einen Teil des Umfangs. Aufstandsunebenheiten spielen daher bei biegebeanspruchten Kreiszyindern im Vergleich zum Lastfall Axialdruck prinzipiell eine geringere Rolle, können jedoch auch nicht pauschal vernachlässigt werden (vgl. Abschnitt 4.1.2.3).

Bei Schalenstrukturen mit polygonalem Querschnitt kommt es durch die Steifigkeitsunterschiede zwischen den Kanten und den ebenen Seitenflächen in Bauteillängsrichtung unter Last zu planmäßigen Lastumlagerungen und Spannungskonzentrationen im Kantenbereich, sodass geringe Aufstandsunebenheiten im Fall der biegebeanspruchten polygonalen Querschnitte für die Bemessung nicht relevant sind.

## **2.2 Normen und Regelwerke**

Die Bemessung von einstieligen, dünnwandigen Stahlmasten wird in Europa in der DIN EN 50341-1: Freileitungen über AC 45 kV [27] geregelt. Nach dieser Vorschrift

kann ein spannungsbasierter Nachweis für Normalkraft und Biegung für Maste mit polygonalen und kreisförmigen Querschnitten für den Grenzzustand der Tragfähigkeit geführt werden.

Polygonale Querschnitte werden dabei wie eine Aneinanderreihung von einzelnen Plattenstreifen behandelt (Abbildung 2.1). Dem Nachweis liegen daher die Regelungen für das Plattenbeulen unversteifter Einzelblechfelder nach DIN EN 1993-1-5: Plattenförmige Bauteile [23] zu Grunde. Dieser Zusammenhang wird für den Anwender nicht mehr direkt deutlich, da in [27] vereinfachende Bemessungsdiagramme bereitgestellt werden.

Oberhalb einer Kantenanzahl von 18 Kanten stehen keine Bemessungsregeln für polygonale Querschnitte mehr zur Verfügung. Grund hierfür ist, dass die Winkel zwischen zwei benachbarten Seitenflächen so groß werden, dass ihre Stützwirkung verloren geht und damit die Aufteilung der Querschnitte in randgelagerte Plattenstreifen für die Bemessung nicht mehr zutreffend ist. In diesem Fall verbleibt nur der Übergang auf den Beulsicherheitsnachweis für kreiszylindrische Querschnitte. Der in DIN EN 50341-1 [27] enthaltene spannungsbasierte Beulsicherheitsnachweis für Maste mit runden Querschnitten unter Biegung wurde sehr wahrscheinlich aus dem amerikanischen ASCE Standard 48-05: Design of steel transmission pole structures [4] übernommen. Dieser Nachweis ist in [27] und [4] identisch enthalten.

Der ASCE Standard 48-05 [4] enthält darüber hinaus auch spannungsbasierte Regelungen für den Nachweis polygonaler Maste unter Biegung, die auf der Grundlage von Bauteilversuchen an Masten entwickelt wurden und sich deshalb von den Regelungen der DIN EN 50341-1 [27] teilweise deutlich unterscheiden.

Unabhängig von den Regelwerken, die sich speziell auf die Bemessung von Stahlmasten beziehen, sind Bauteilnachweise für dünnwandige rotationssymmetrische Schalenträgerwerke in DIN EN 1993-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen [25] geregelt. Es stehen sowohl spannungsbasierte als auch numerische Nachweisverfahren zur Verfügung, die auf Maststrukturen angewendet werden können.

Im Übergangsbereich von einem polygonalen Querschnitt mit einer hohen Kantenanzahl zu einem zylindrischen Querschnitt lassen sich die spannungsbasierten Bemessungsregeln für polygonale Querschnitte aus [27] und [4] und die spannungsbasierten Nachweise für kreiszylindrische Querschnitte aus [27], [4] und [25]

wegen der verschiedenen Grundlagen der Nachweiskonzepte nicht ineinander überführen.

Jedoch ermöglichen die numerischen Nachweiskonzepte aus [25] prinzipiell eine vergleichende Betrachtung von sowohl polygonalen als auch kreiszylindrischen Maststrukturen losgelöst von einer Zuordnung zu einem der spannungsbasierten Handnachweisverfahren. Die DIN EN 1993-1-6 [25] bildet daher die normative Grundlage für die späteren vergleichenden Traglastberechnungen von Masten mit polygonalen Querschnitten mit unterschiedlicher Kantenanzahl und kreisrunden Querschnitten auf einheitlicher numerischer Bemessungsgrundlage.

Die spannungsbasierten Nachweiskonzepte aus [27], [4] und [25] dienen jedoch weiterhin als Referenz für vergleichende Betrachtungen mit den im Rahmen dieser Arbeit erzielten Berechnungsergebnissen. Die relevanten Nachweiskonzepte der DIN EN 1993-1-5 [23], des ASCE Standard 48-05 [4] und der DIN EN 1993-1-6 [25] werden daher in den folgenden Abschnitten dargestellt.

### 2.2.1 DIN EN 1993-1-5: Plattenförmige Bauteile

Für die Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit werden polygonale Querschnitte wie eine Aneinanderreihung von Plattenstreifen behandelt, deren wirksamen Breiten in Abhängigkeit des nach der Balkentheorie berechneten Spannungszustandes ermittelt werden. Bei biegebeanspruchten Bauteilen ist für eine wirtschaftliche Bemessung dabei ein iteratives Vorgehen erforderlich, um die infolge der Ausfallflächen veränderliche Lage der Schwerachse zu berücksichtigen (Abbildung 2.16).

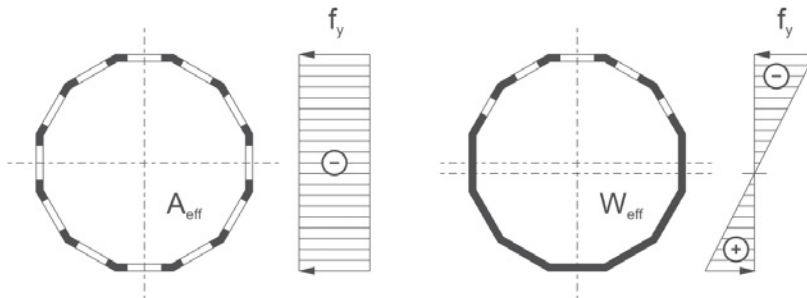


Abbildung 2.16: wirksame Querschnittsanteile (QK 4) [27]

Grundlage zur Bestimmung der mitwirkenden Breite der einzelnen Seitenflächen ist der Abminderungsbeiwert  $\rho$  für beidseitig gestützte, unversteifte Einzelblechfelder (vgl. 2.1.2.2 und Abbildung 2.8):

$$\rho = 1 \quad \text{für } \bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (2.36)$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{für } \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (2.37)$$

$$\text{mit:} \quad \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (2.38)$$

Die wirksamen Querschnittsanteile bilden den effektiven, am Lastabtrag beteiligten Querschnitt, während die Ausfallflächen sich durch (elastisches) Ausbeulen der Last entziehen. Die effektiven Querschnittswerte können für beliebige Spannungsverläufe aus N und M ermittelt werden. Nach [23] dürfen die Spannungen aus Normalkraft und Biegung getrennt betrachtet und der Nachweis für die Summe der einwirkenden Längsspannungen geführt werden.

$$\frac{N_{Sd}}{A_{eff}} + \frac{M_{Sd}}{W_{eff}} \leq \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (2.39)$$

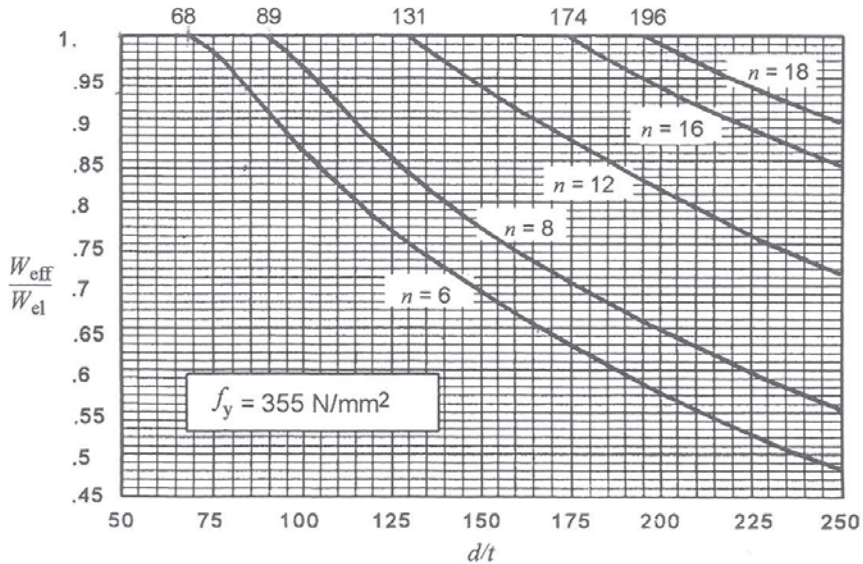
In Diagrammform dargestellt (Abbildung 2.17) wird deutlich, wie sich die Zunahme der Kantenanzahl und die Bauteilschlankheit, hier ausgedrückt durch das d/t-Verhältnis (vgl. Abbildung 1.4) auf die Biegetragfähigkeit nach diesem Bemessungskonzept auswirken.

Bei konstanter Kantenanzahl führt eine Zunahme der Bauteilschlankheit d/t zu einer geringeren Ausnutzbarkeit des Querschnitts. Das d/t-Verhältnis zusammen mit der Kantenanzahl kann alternativ auch in Form der Plattenschlankheit b/t ausgedrückt werden.

Eine Zunahme der Kantenanzahl bei konstanter Bauteilschlankheit führt zu einer deutlich höheren Ausnutzbarkeit des Querschnitts nach diesem Bemessungskonzept. Dies ist allein auf die geringere Plattenschlankheit b/t zurückzuführen, die sich durch die geringere Breite der Seitenflächen bei gleicher Blechdicke ergibt.

Aus diesen Betrachtungen wird deutlich, dass das Bemessungskonzept nur das Tragverhalten der einzelnen Seitenflächen erfasst. Die Schalentragwirkung eines

Bauteils bleibt dabei unberücksichtigt. Dadurch wird klar, dass das Bemessungskonzept nicht für beliebig hohe Kantenanzahlen gelten kann. Die derzeitigen Anwendungsgrenzen für die höchste zulässige Kantenanzahl und die Schlankheit werden aus dem Diagramm in Abbildung 2.17 deutlich.



**Abbildung 2.17:** wirksames Widerstandsmoment  $W_{\text{eff}}$  für polygonale Querschnitte nach [27]

Der Ursprung dieser Anwendungsgrenzen konnte nicht ermittelt werden. Möglicherweise geht die Begrenzung der maximalen Kantenanzahl auf 18 auf experimentelle Untersuchungen von *Bulson* [12] zurück (vgl. 2.4.1). Die Begrenzung der Schlankheit auf  $d/t \leq 250$  könnte aus dem baupraktischen Einsatzbereich für Freileitungsmaste resultieren.

Die Regelungen für die Bemessung von Stahlmasten mit runden Querschnitten sind identisch mit den im ASCE Standard 48-05 [4] enthaltenen. Sie werden im nächsten Abschnitt dargestellt.

## 2.2.2 ASCE Standard 48-05:

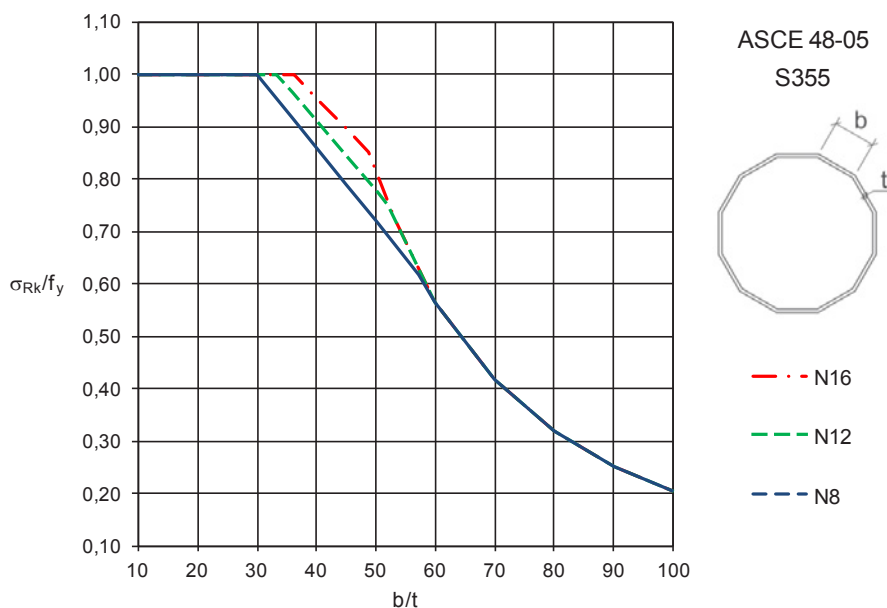
### Design of steel transmission pole structures

Der ASCE Standard 48-05 [4] gilt für die Bemessung von stählernen Freileitungsmasten mit polygonalen und runden Querschnitten. Die Nachweisformate sind

spannungsbasiert, d.h. es werden in Abhängigkeit der Bauteilschlankheit  $b/t$  bzw.  $d/t$  auf die Streckgrenze des Materials bezogene Spannungen angegeben, die zusammen mit den elastischen Querschnittswerten  $A_{el}$  und  $W_{el}$  des Bauteils die charakteristische Normalkraft bzw. Biegetragfähigkeit ergeben. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die Darstellung der für die Bestimmung der Biegetragfähigkeit relevanten Regelungen.

### Polygonale Querschnitte

Die Bemessungsgleichungen für Maste mit polygonalen Querschnitten nach [4] werden in Abbildung 2.18 graphisch dargestellt. Es existieren drei Bemessungsgleichungen, die für polygonale Querschnitte mit 8, 12 und 16 Kanten gelten. Die Bemessungsgleichungen für Querschnitte mit 8 Kanten können auch auf Querschnitte mit 4 und 6 Kanten angewendet werden.



**Abbildung 2.18:** zulässige bezogene Spannungen  $\sigma_{Rk}/f_y$  für biegebeanspruchte, polygonale Querschnitte mit 8, 12 und 16 Kanten nach [4]

Die Kurvendarstellung der Bemessungsgleichungen in Abbildung 2.18 können in drei Bereiche unterteilt werden: den Bereich der vollen elastischen Querschnittstragfähigkeit  $\sigma_{Rk}/f_y = 1$  bei geringen Querschnittsschlankheiten  $d/t$ , einen geradlinigen Kurvenabschnitt und einen stärker gekrümmten Verlauf im Bereich großer

Schlankheiten. Von diesen Kurven wurde jeweils nur der Verlauf des linearen Abschnitts auf der Grundlage von Bauteilversuchen an Masten bestimmt [13] (vgl. 2.4.2). Diese Bauteilversuche decken jedoch nicht den gesamten Schlankheitsbereich ab, daher wird die zulässige Spannung außerhalb der geraden Abschnitte durch die Annahme der idealen Plattenbeulspannung (Glg. (2.13)) begrenzt. Die Annahme der idealen Plattenbeulspannung stellt eine konservative Abschätzung der zulässigen Spannung dar, da überkritische Tragreserven vernachlässigt werden (vgl. 2.1.2.2). Glg. (2.44) entspricht Glg. (2.13) mit  $k = 4$ ,  $\nu = 0,3$  und  $E = 200000 \text{ N/mm}^2$ . Bezogene Spannungen oberhalb von  $\sigma_{Rk}/f_y$  werden nicht zugelassen.

Querschnitte mit 8 Kanten:

$$\frac{\sigma_{Rk}}{f_y} = 1,42 \cdot \left(1 - 0,000435 \cdot \sqrt{f_y \cdot \frac{b}{t}}\right) ; \left(\frac{b}{t}\right)_u = \frac{681}{\sqrt{f_y}} < \frac{b}{t} \leq \frac{920}{\sqrt{f_y}} = \left(\frac{b}{t}\right)_o \quad (2.40)$$

Querschnitte mit 12 Kanten:

$$\frac{\sigma_{Rk}}{f_y} = 1,45 \cdot \left(1 - 0,000492 \cdot \sqrt{f_y \cdot \frac{b}{t}}\right) ; \left(\frac{b}{t}\right)_u = \frac{629}{\sqrt{f_y}} < \frac{b}{t} \leq \frac{980}{\sqrt{f_y}} = \left(\frac{b}{t}\right)_o \quad (2.41)$$

Querschnitte mit 16 Kanten:

$$\frac{\sigma_{Rk}}{f_y} = 1,42 \cdot \left(1 - 0,000523 \cdot \sqrt{f_y \cdot \frac{b}{t}}\right) ; \left(\frac{b}{t}\right)_u = \frac{563}{\sqrt{f_y}} < \frac{b}{t} \leq \frac{1079}{\sqrt{f_y}} = \left(\frac{b}{t}\right)_o \quad (2.42)$$

alle Querschnitte:

$$\frac{\sigma_{Rk}}{f_y} = 1,0 \quad ; \quad \frac{b}{t} \leq \left(\frac{b}{t}\right)_u \quad (2.43)$$

$$\sigma_{Rk} = 724362 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad ; \quad \left(\frac{b}{t}\right)_o < \frac{b}{t} \quad (2.44)$$

### Runde Querschnitte

Die Bemessungsgleichung für runde Querschnitte (Glg. (2.46)) aus [4] wurde auf der Grundlage von Bauteilversuchen ermittelt [75]. Aufgrund der begrenzten Datenbasis ist die Bemessungsgleichung streng genommen nur bis  $d_o/t \approx 233$  gültig. In [27] wird sie dennoch bis  $d/t = 250$  angegeben.

$$\frac{\sigma_{Rk}}{f_y} = 0,70 + \frac{12420}{f_y} \cdot \left(\frac{d_o}{t}\right)^{-1} \quad ; \quad \left(\frac{d_o}{t}\right)_u = \frac{41400}{f_y} < \frac{b}{t} \leq \frac{82800}{f_y} = \left(\frac{d_o}{t}\right)_o \quad (2.45)$$

Die Gültigkeit dieser Bemessungsgleichung wird in [4] auf Bauteile beschränkt, deren Qualität einer „industriellen Herstellung“ entspricht im Gegensatz zu Bauteilen, die aus einzelnen Blechtafeln hergestellt werden [75]. Diese etwas vage Beschreibung ist der einzige auffindbare Hinweis auf das Imperfektionsniveau der untersuchten Bauteile. Die Bemessungsgleichung nach [4] ist allein von der Geometrie der Querschnitte und dem Material abhängig. Die Randbedingungen der Bauteile sowie deren Länge werden nicht explizit berücksichtigt.

### **2.2.3 DIN EN 1993-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen**

Die DIN EN 1993-1-6 [25] gilt für die Bemessung stählerner, rotationssymmetrischer Schalenträgerwerke. Es werden neben dem Stabilitätsversagen weitere Grenzzustände geregelt, sodass diese Vorschrift nicht nur das europäische Nachfolgedokument der DIN 18800-4 [20] in Bezug auf die Stabilitätsnachweise darstellt, sondern darüber hinaus die bisherige Regelungslücke für nicht-beulgefährdete, gekrümmte Flächenbauteile schließt (Plastische Grenztragfähigkeit, Ermüdung) [76]. Die folgenden Ausführungen beziehen sich jedoch nur auf die in [25] verfügbaren Beulsicherheitsnachweiskonzepte. Diese werden in ihren Grundlagen dargestellt. Für eine ausführliche Beschreibung der Beulsicherheitsnachweise für Schalenträgerwerke wird auf [76] verwiesen.

Der Beulsicherheitsnachweis für kreiszylindrische Schalen kann nach [25] alternativ als spannungsbasierter Nachweis oder als numerisch gestützter Nachweis geführt werden. Für den numerisch gestützten Nachweis stehen wiederum zwei verschiedene Nachweiskonzepte zur Verfügung: der numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweis mittels globaler MNA- und LBA-Berechnung sowie der numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweis mittels globaler GMNIA-Berechnung. Die numerischen Nachweisformate unterscheiden sich durch den Anteil der numerischen Berechnungen, die in die Ermittlung des Beulwiderstands eingehen. Es folgt eine Darstellung dieser drei Nachweiskonzepte.

#### **Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis**

Der spannungsbasierte Nachweis stellt den einwirkenden Spannungen aus einer linear elastischen Berechnung die aufnehmbare Spannung einer Struktur gegenüber. Dabei werden nur beulrelevante Membranspannungen berücksichtigt.



Der Bestimmung der aufnehmbaren Spannung liegt der Beulabminderungsfaktor  $\chi$  als Funktion des bezogenen Schlankheitsgrades  $\bar{\lambda}$  und der empirisch bestimmten, beulfallabhängigen Parameter  $\alpha, \beta, \eta$  und  $\lambda_0$  zu Grunde (Glg. (2.48)). Die Beulparameter beschreiben die Eigenschaften der Funktion  $f$  für die Beulabminderungsfaktoren (capacity curve). Sie wurden bereits in Abschnitt 2.1.3.2 dargestellt. Der Beulabminderungsfaktor  $\chi$  wird auf die Streckgrenze des Werkstoffs angewendet (Glg. (2.47)).

$$\sigma_{Ed} < \sigma_{Rd} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{Rk} = \chi f_{yk} \quad (2.47)$$

$$\chi = f(\bar{\lambda}, \alpha, \beta, \eta, \lambda_0) \quad (2.48)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{Rcr}}} \quad (2.49)$$

Hervorzuheben ist die Abhängigkeit des Nachweisformates von den Beulparametern, da diese nur für das Meridian-, Umfangs- und Schubbeulen für den Basisbeulfall der unversteiften Kreiszyinderschale mit konstanter Wanddicke verfügbar sind. Ein geeigneter Nachweis setzt voraus, dass der betrachtete Beulfall durch diese Parameter zutreffend beschrieben wird.

Besondere Bedeutung kommt beim spannungsbasierten Beulsicherheitsnachweis dem elastischen Imperfektionsfaktor  $\alpha$  zu, da über diesen Beulparameter die Herstellqualität einer Struktur berücksichtigt werden kann. Für den Fall des Meridianbeulens einer Kreiszyinderschale ist  $\alpha_x$ , neben der Herstellqualität, zusätzlich von der Querschnittsschlankheit ( $r/t$ ) abhängig (Glg. (2.50) u. (2.51)).

$$\alpha_x = \frac{0,62}{1 + 1,91 \left( \frac{\Delta w_k}{t} \right)^{1,44}} \quad (2.50)$$

$$\Delta w_k = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} t \quad , Q: \text{Beiwert für die Herstelltoleranz-Qualitätsklasse} \quad (2.51)$$

In [25] werden drei Herstelltoleranz-Qualitätsklassen unterschieden: A: exzellent, B: hoch und C: normal (Tabelle 2.1). Die Zuordnung einer Struktur zu einer Herstelltoleranz-Qualitätsklasse erfolgt über die Einhaltung vorgegebener geometrischer Herstelltoleranzen (vgl. 2.1.4.1 und Abbildung 2.14). Mit diesem Konzept

wird die Abhängigkeit der Tragfähigkeit stabilitätsgefährdeter Strukturen von der Herstellqualität berücksichtigt und die Möglichkeit gegeben, bei einer Struktur mit einer hohen geometrischen Qualität auch eine entsprechend höhere Tragfähigkeit zuzulassen.

**Tabelle 2.1:** Parameter Q in Abhängigkeit von der Herstellqualität [25]

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse	Beschreibung	Q
Klasse A	exzellent	40
Klasse B	hoch	25
Klasse C	normal	16

Der Nachweis der größten Membranspannung aus einer linear elastischen Berechnung auf der Einwirkungsseite gegen die  $\chi$ -fache Streckgrenze auf der Widerstandsseite bedeutet für einen biegebeanspruchten Kreiszyylinder eine Begrenzung des spannungsbasierten Nachweises auf die Grenztragfähigkeit entsprechend der Querschnittsklassen 3 oder 4. Lastumlagerungen und plastische Tragreserven, wie sie bei biegebeanspruchten Querschnitten mit geringen Schlankheiten möglich sind, können dadurch nicht erfasst werden.

### **Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis mittels globaler MNA- und LBA-Berechnung**

Dem spannungsbasierten Nachweis am ähnlichsten ist der numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweis mittels globaler MNA- und LBA-Berechnung. Die prinzipiellen Nachweisschritte sind gleich. Anders als beim spannungsbasierten Nachweis wird bei diesem Nachweisformat die Bauteilschlankheit  $\bar{\lambda}$  jedoch nicht auf der Basis von Spannungen (Werkstoffstreckgrenze und ideale Beulspannung, Glg. (2.49)) ermittelt, sondern auf der Grundlage numerischer Berechnungen (MNA, LBA).

Die MNA-Berechnung (materiell nichtlineare Berechnung) liefert dabei die plastische Grenztragfähigkeit der betrachteten Struktur und die LBA-Berechnung (lineare Verzweigungslastberechnung) den zur vorgegebenen Bemessungslast(-gruppe) gehörenden kleinsten Eigenwert. Die Lasterhöhungsfaktoren  $r_R$ , die sich jeweils aus den beiden Berechnungen bezogen auf die angesetzte Bemessungslast ergeben, werden zum globalen Schlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_{ov}$  zusammengefasst

(Glg. (2.52) - (2.54)). Die Lasterhöhungsfaktoren  $r_R$  werden in den folgenden Ausführungen auch ohne den Bezug zur Bemessungslastgruppe  $F_{Ed}$  verwendet und als Beulwiderstand der jeweiligen Berechnung bezeichnet.

$$F_{Rpl} = r_{Rpl} \cdot F_{Ed} \quad , \text{ plastischer Referenzwiderstand} \quad (2.52)$$

$$F_{cr} = r_{Rcr} \cdot F_{Ed} \quad , \text{ ideal elastischer Beulwiderstand} \quad (2.53)$$

$$\bar{\lambda}_{ov} = \sqrt{\frac{r_{Rpl}}{r_{Rcr}}} \quad , \text{ globaler bezogener Schlankheitsgrad} \quad (2.54)$$

Ausgehend vom numerisch bestimmten globalen Schlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_{ov}$  wird analog zum spannungsbasierten Nachweis ein Beulabminderungsfaktor  $\chi_{ov}$  ermittelt. Für die Bestimmung des Beulwiderstandes wird der Beulabminderungsfaktor  $\chi_{ov}$  jedoch nicht auf die Streckgrenze, sondern auf den plastischen Lasterhöhungsfaktor bzw. die vollplastische Grenztragfähigkeit der perfekten Struktur angewendet (Glg. (2.55) - (2.57)).

$$\chi_{ov} = f(\bar{\lambda}_{ov}, \alpha_{ov}, \beta_{ov}, \eta_{ov}, \lambda_{ov,0}) \quad (2.55)$$

$$r_{Rd} = \chi_{ov} \cdot \frac{r_{Rpl}}{\gamma_{M1}} \quad (2.56)$$

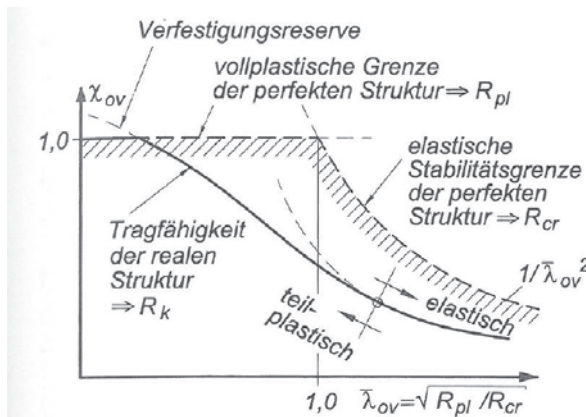
$$F_{Ed} \leq F_{Rd} = r_{Rd} \cdot F_{Ed} \quad \text{bzw.} \quad r_{Rd} \geq 1 \quad (2.57)$$

Durch die globale Betrachtung der Struktur unter einer bestimmten Einwirkungskombination können mit dieser Methode, im Gegensatz zum spannungsbasierten Nachweis, prinzipiell auch komplexere Geometrien und Lastkombinationen sowie ungleichmäßig verteilte Lasten berücksichtigt werden. Allerdings stehen für den MNA-LBA-Nachweis, ebenso wie für den spannungsbasierten Nachweis, nur die oben genannten Beulparameter des Basisbeulfalls der unversteiften Kreiszylinderschale zur Verfügung. Lässt sich ein Beulproblem nicht einem dieser Fälle zuordnen, dürfen immer auch die Beulparameter für das Meridianbeulen des Kreiszylinders verwendet werden. Dieser Beulfall wird wegen seiner großen Empfindlichkeit gegenüber Imperfektionen und seines kurzen plastischen Plateaus allgemein als konservative Annäherung angesehen [76].

Mit diesem Vorgehen ist die Anwendbarkeit des Nachweisverfahrens auch bei komplexeren Beulfällen gewährleistet, für viele Probleme gelingt dadurch aber auch nur eine sehr konservative Abschätzung des Beulwiderstands [76].

Die Chance des Nachweisverfahrens liegt zukünftig darin, dass weitere Beulparameter für verschiedene Beulprobleme entwickelt werden können. Mit dem LBA-MNA-Nachweis steht damit ein vereinfachtes numerisches Nachweiskonzept im Vergleich zum sehr aufwändigen vollständig numerischen Nachweis (GMNIA) zur Verfügung, das dennoch in der Lage sein kann, komplexe Beulprobleme zutreffend zu beschreiben [71].

Beim Nachweis einer biegebeanspruchten Kreiszyinderschale ist das MNA-LBA-Nachweisverfahren durch die Verwendung der  $\chi_{ov}$ -fachen vollplastischen Grenztragfähigkeit der perfekten Struktur als Beulwiderstand nicht auf den Grenzzustand der Querschnittsklasse 3 (Erreichen der Fließspannung in der äußersten Randfaser) begrenzt, sondern es kann auch ein teil- oder vollplastischer Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt werden. Abbildung 2.19 verdeutlicht dies durch die Kennzeichnung der vollplastischen Grenze  $R_{pl}$  (vgl. Abbildung 2.13 und Glg.(2.28)) für  $\chi_{ov} = 1$ . In dieser Abbildung wird  $R$  an Stelle von  $r$  für den Beulwiderstand verwendet.



**Abbildung 2.19:** Beulabminderungsfaktor des MNA / LBA-Beulsicherheitsnachweises aus [76]

### **Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis mittels globaler GMNIA-Berechnung**

Der numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweis mittels globaler GMNIA-Berechnung (geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung unter Berücksichtigung von Imperfektionen) stellt das anspruchsvollste und komplexeste Nachweisformat in [25] dar.

Kern des Nachweiskonzeptes ist die nichtlineare Hauptberechnung (GMNIA), die den Beulwiderstand einer Struktur liefert. Bei einer GMNIA-Berechnung werden alle drei nichtlinearen Einflüsse - große Verformungen, Plastizität und (geometrische) Imperfektionen –berücksichtigt. Dadurch kann das Tragverhalten einer Struktur realitätsnah erfasst werden.

Insbesondere die Abbildung der Einflüsse aus Imperfektionen auf das Tragverhalten ist jedoch mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden. Das Nachweiskonzept sieht vor, diese durch den Ansatz einer geometrischen Ersatzimperfektion zu berücksichtigen. Zentrale Aufgabe ist es daher, eine geeignete „ungünstigste“ Ersatzimperfektion in ihrer Form, Lage und Amplitude zu bestimmen.

Diese Aufgabe ist jedoch selten eindeutig lösbar und erfordert daher eine gewisse Erfahrung im Umgang mit Schalentragwerken. Während bei stab- und plattenartigen Bauteilen die Untersuchung der ersten Eigenformen als Ersatzimperfektion oftmals ausreichend ist, ist die Suche nach der ungünstigsten Ersatzimperfektion einer Schale ein hochgradig problemspezifisches Unterfangen und kann nicht verallgemeinert werden [78]. Die Vielzahl der Möglichkeiten belegt auch die Darstellung der Ersatzimperfektionsansätze in Abschnitt 2.1.4.1.

Daher sieht das Nachweiskonzept eine Reihe von Vorberechnungen vor, die der eigentlichen Hauptberechnung vorangestellt werden, um den Anwender dazu zu „zwingen“ sich mit dem Tragverhalten der zu bemessenden Struktur auseinanderzusetzen [76]. Die Vorberechnungen liefern Anhaltspunkte für traglastrelevante Einflussgrößen (Imperfektionssensitivität, Plastizierungsvermögen) und mögliche Ersatzimperfektionsformen.

Die DIN EN 1993-1-6 unterscheidet die in Tabelle 2.2 angegebenen Berechnungskonzepte, die entsprechend ihrer Art jeweils unterschiedliche Informationen über das Tragverhalten eines Schalentragwerks liefern.

Die geometrisch linearen Berechnungen LBA und MNA liefern zum Schlankheitsgrad  $\bar{\lambda}_{ov}$  zusammengefasst einen Anhaltspunkt, um welche Art von Beulproblem es sich handelt. Die Grenzwerte für elastisches bzw. plastisches Beulen werden in [76] mit  $\bar{\lambda}_{ov} > 1,2$  bzw.  $\bar{\lambda}_{ov} < 0,4$  angegeben. Die LBA-Berechnung liefert weiterhin Eigenformen, die für Ersatzimperfektionen herangezogen werden können.

Die geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung GMNA liefert eine Einschätzung der Traglast der geometrisch perfekten Struktur und damit eine Obergrenze für die maximal erreichbare Traglast der imperfekten Struktur. Die Kollapsverformung dieser Berechnung sollte ebenfalls als mögliche Ersatzimperfektionsform in Betracht gezogen werden [76], [77].

Aus dem Vergleich der Traglasten, die sich aus Berechnungen mit unterschiedlicher Randbedingungen ergeben wie z.B. GMNA und GNA, können qualitative Erkenntnisse darüber gewonnen werden, in welchem Umfang nichtlineare Effekte, in diesem Fall die Plastizität des Materials, das Tragverhalten beeinflussen.

**Tabelle 2.2:** Berechnungskonzepte nach DIN EN 1993-1-6

Berechnungskonzept	Schalentheorie	Werkstoffgesetz	Schalengeometrie
Membrantheorietische Berechnung	Membrangleichgewicht	entfällt	perfekt
Linear elastische Berechnung (LA)	lineare Biegung und Verzerrung	linear	perfekt
Linear elastische Verzweigungsberechnung (LBA)	lineare Biegung und Verzerrung	linear	perfekt
Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung (GNA)	nichtlinear	linear	perfekt
Materiell nichtlineare Berechnung (MNA)	linear	nichtlinear	perfekt
Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA)	nichtlinear	nichtlinear	perfekt
Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung mit Imperfektionen (GNIA)	nichtlinear	linear	imperfekt
Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung mit Imperfektionen (GMNIA)	nichtlinear	nichtlinear	imperfekt

Die größte Herausforderung des Nachweiskonzeptes ist die Bestimmung einer „ungünstigsten“ Ersatzimperfektionsform. Von der Vielzahl der Möglichkeiten sollten immer die ersten Eigenformen und die Kollapsformen der Vorberechnungen als mögliche Ersatzimperfektionen in Betracht gezogen werden. Darüber hinaus

sind konstruktionsspezifische, fertigungsbedingte Imperfektionen (z.B. Schweißnahteinzug) zu prüfen. Dieser Schritt ist deshalb so schwierig weil es „die“ ungünstigste Ersatzimperfektionsform nicht gibt, sondern wie bereits oben angedeutet, die für den betrachteten Beulfall ungünstigste gefunden werden muss.

Die Hauptberechnung (GMNIA) ist also mehrfach mit unterschiedlichen Ersatzimperfektionen durchzuführen, um die maßgebende Form aufzufinden. Dazu ist neben der Form der Ersatzimperfektion auch der Betrag der größten Abweichung der Ersatzimperfektionsform von der perfekten Geometrie  $\Delta w$  festzulegen. Diese wird in DIN 1993-1-6 formunabhängig geregelt. D.h. der Betrag von  $\Delta w$  wird losgelöst von einer bestimmten Imperfektionsform bestimmt. Die Größe von  $\Delta w$  wird auch hier, wie bei den zuvor beschriebenen Nachweiskonzepten, an die Herstellqualität gekoppelt. In Abhängigkeit der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse, die den Imperfektionsamplitudenparameter  $U_n$  bestimmt, wird der Betrag der größten Abweichung entweder aus der relevanten Messlänge  $l_g$  (Abbildung 2.14) oder der Blechdicke  $t$  abgeleitet (Glg. (2.58) u. (2.59)). Der Größere der beiden Werte ist in den Berechnungen anzusetzen.

$$\Delta w_{0,eq,1} = l_g \cdot U_{n1} \quad , l_g: \text{relevante Messlänge} \quad (2.58)$$

$$\Delta w_{0,eq,2} = n_i \cdot t \cdot U_{n2} \quad , t: \text{Blechdicke} \quad (2.59)$$

Die GMNIA-Berechnung liefert unter diesen Annahmen und unter Berücksichtigung der geometrischen und materiellen Nichtlinearitäten schließlich die Traglast der imperfekten Struktur. Diese Formulierung deutet bereits an, dass das Ergebnis der GMNIA-Berechnung in hohem Maße von den getroffenen Festlegungen der Ersatzimperfektionsform abhängt.

Da die Wahl der maßgebenden Ersatzimperfektionsform und das Verfahren der formunabhängigen Abweichung  $\Delta w$  wegen dem fehlenden schlüssigen Bezug zu der vorhandenen Qualität einer Schale mit Unsicherheiten behaftet ist, kann der berechnete Beulwiderstand  $r_{GMNIA}$  nicht ohne weitere Prüfung als charakteristische Traglast verwendet werden.

Die DIN 1993-1-6 [25] sieht daher verschiedene Zuverlässigkeitsprüfungen vor. In einem ersten Schritt muss überprüft werden, ob die „schädliche Wirkung“ der angesetzten Ersatzimperfektion den Einfluss der realen Imperfektionen zutreffend erfasst. Dazu wird der Quotient aus den Beulwiderständen der GMNIA- und GMNA-

Berechnungen gebildet ( $r_{GMNIA}/r_{GMNA}$ ) und mit dem elastischen Imperfektionsfaktor  $\alpha$  eines spannungsbasierten Nachweises verglichen (Glg. (2.50) für Meridianbeulen).

Der Quotient der numerischen Beulwiderstände sollte bei elastischen Beulproblemen in der gleichen Größenordnung liegen, wie  $\alpha$  beim spannungsbasierten Nachweis. Bei plastisch dominierten Beulproblemen ist die Vergleichbarkeit allerdings nur eingeschränkt möglich. Eine strengere Überprüfung stellt die zweite Zuverlässigkeitsprüfung, die Bewertung des berechneten Beulwiderstandes  $r_{GMNIA}$  mit einem Kalibrierungsfaktor  $k_{GMNIA}$  dar.

$$r_{Rk} = k_{GMNIA} \cdot r_{GMNIA} \quad (2.60)$$

Der Kalibrierungsfaktor  $k$  muss dabei mit Hilfe bekannter Schalenbeulfälle ermittelt werden. Grundlage dafür können entweder aus der wissenschaftlichen Literatur bekannte Beulwiderstände oder experimentell ermittelte Beulwiderstände eines Vergleichsbeufalls sein. Der Vergleichsbeufall muss „ähnliche beulbeherrschende Parameter“ aufweisen, bei der Verwendung von Versuchsergebnissen ist außerdem auf ein vergleichbares Imperfektionsniveau zu achten [25].

Der Kalibrierungsfaktor  $k_{GMNIA}$  wird aus der numerischen Berechnung des Beulwiderstandes des Vergleichsbeufalls gewonnen, auf den der bekannte Beulwiderstand des Vergleichsbeufalls bezogen wird (Glg. (2.61) u. (2.62)).

$$k_{GMNIA} = \frac{r_{Rk,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \quad \text{oder} \quad (2.61)$$

$$k_{GMNIA} = \frac{r_{R,test,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \quad (2.62)$$

Der Kalibrierungsfaktor darf bei der Verwendung von Glg. (2.61) nur innerhalb der Grenzen  $0,8 < k_{GMNIA} < 1,2$  liegen, ansonsten stellt die Norm die Verwendung des Beulsicherheitsnachweises mittels globaler GMNIA-Berechnung für den betrachteten Beufall insgesamt in Frage. Bei Verwendung von Glg. (2.62) können auch Werte größer als 1,0 auftreten, in diesem Fall ist  $k$  auf 1,0 zu begrenzen.



Der Bemessungswert des Beulwiderstandes  $r_{Rd}$  des numerisch gestützten Beulsicherheitsnachweis mittels globaler GMNIA-Berechnung wird schließlich unter Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes für den Beulwiderstand aus  $r_{Rk}$  ermittelt (Glg. (2.72) u. (2.64)).

$$r_{Rd} = \frac{r_{Rk}}{\gamma_{M1}} \quad (2.63)$$

$$F_{Ed} \leq F_{Rd} = r_{Rd} \cdot F_{Ed} \quad \text{bzw.} \quad r_{Rd} \geq 1 \quad (2.64)$$

## 2.3 Grundlagen der numerischen Berechnung

Das Tragverhalten von Stahlmasten mit runden und polygonalen Querschnitten wird in den folgenden Kapiteln dieser Arbeit numerisch mit der Methode der finiten Elemente (FEM) untersucht. Das dabei verwendete Programmsystem und die damit verbundenen Lösungsstrategien stellen das numerische Werkzeug dar, mit dessen Hilfe Erkenntnisse zum Tragverhalten gewonnen werden sollen. Es handelt sich hierbei allgemein um die statische Berechnung von Traglastproblemen. Die Berechnungen sollen neben dem Tragverhalten vor allem die Traglast der untersuchten Strukturen zutreffend abschätzen. Die Traglastberechnungen sind sowohl durch geometrische als auch materielle Nichtlinearitäten geprägt. Zusätzlich ist das zuverlässige Auffinden von Instabilitätspunkten bei der numerischen Berechnung von stabilitätsgefährdeten Strukturen von großer Bedeutung.

Der kritischen Auseinandersetzung mit der verwendeten Berechnungsmethode kommt daher eine wesentliche Bedeutung zu, um zutreffende und verlässliche Ergebnisse erzielen zu können. Daher werden in den folgenden Abschnitten zunächst die Grundlagen der Diskretisierung dargestellt. Die Möglichkeiten der numerischen Lösung nichtlinearer Berechnungen sowie die Besonderheiten der numerischen Berechnung von Stabilitätsproblemen werden anschließend erläutert.

### 2.3.1 Grundlagen der Diskretisierung

Bei der Anwendung der FEM erfolgt die Diskretisierung der zu berechnenden Struktur durch das Zerlegen in einzelne Finite Elemente. Der Anwender muss dabei zunächst grundlegende Entscheidungen treffen, in welcher Weise die Struktur abgebildet werden soll. Festlegungen, die getroffen werden müssen, sind z.B. die

Wahl eines geeigneten Elementtyps, die Elementgröße, die Anordnung und Aufteilung der Elemente (Vernetzung) sowie die Art und Beschaffenheit der Randbedingungen wie Festhaltungen und Lasten. Die Wahl dieser Eigenschaften des numerischen Modells kann den Lösungsverlauf und damit das Ergebnis wesentlich beeinflussen. Die folgenden Ausführungen sind grundsätzlich allgemein gültig, es werden jedoch bei Bedarf die spezifischen Bezeichnungen des verwendeten Programmsystems ANSYS [2] verwendet.

### **Wahl des Elementtyps**

Die Wahl des Elementtyps bestimmt die mechanischen Eigenschaften des einzelnen Finiten Elements und damit der Gesamtstruktur. Die Wahl richtet sich daher nach den wesentlichen, das Tragverhalten bestimmenden Eigenschaften. So dominieren bei den hier vorliegenden dünnwandigen Schalenstrukturen die Membranspannungen aus den einwirkenden Normalkräften und lokale Biegemomente. Das Tragverhalten wird durch die Dehn- und Biegesteifigkeit der Struktur bestimmt, sodass eine Diskretisierung mit Schalenelementen angemessen ist.

Im Programmsystem ANSYS stehen für die Berechnung dünnwandiger, räumlicher Strukturen zwei geeignete Schalenelemente zur Verfügung, SHELL181 und SHELL281, die sich durch die Höhe ihre Ansatzfunktion unterscheiden. Bei SHELL181 handelt es sich um ein zweidimensionales, isoparametrisches 4-Knoten Schalenelement mit linearer Ansatzfunktion, während das Schalenelement SHELL281 über insgesamt 8 Knoten und eine quadratische Ansatzfunktion verfügt. Durch die höhere Ansatzordnung können mit dem Schalenelement SHELL281 auch gekrümmte Elemente abgebildet werden. Um eine gekrümmte Fläche mit SHELL181-Elementen mit vergleichbarer Approximation der Geometrie abbilden zu können sind daher in der Regel mehr Elemente mit geringerer Größe erforderlich. Ein Vorteil bezüglich der Rechenzeit ergibt sich dadurch nicht zwangsläufig, da diese in erster Linie durch die Gesamtanzahl der Freiheitsgrade bestimmt wird.

### **Elementgröße und Vernetzung**

Die Elementgröße kann eine Berechnung wesentlich beeinflussen, insbesondere dann, wenn die Elemente zu groß gewählt werden. In diesem Fall besteht die Gefahr, dass Verformungen, die sich an einer realen Struktur einstellen würden, durch die gewählten Elemente nicht in ausreichendem Maße abgebildet werden können und das System zu steif wird. Bei den vorliegenden Strukturen bedeutet dies, dass

die Elementgröße so gewählt werden muss, dass insbesondere die Formen der Vorbeulzustände sowie die Beulform abgebildet werden können. Ist man an einer Berechnung darüber hinaus interessiert, muss sich die Elementgröße außerdem an der Nachbeulform orientieren. Eine Bestimmung der Elementgröße anhand von Verformungsfiguren stellt jedoch nur eine erste Orientierung dar und sollte zwingend durch aussagekräftige Konvergenzstudien bestimmt werden. Aussagekräftig bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Konvergenzstudien an einem System durchgeführt werden, das dem zu berechnenden System hinsichtlich des Tragverhaltens entspricht.

Die Anordnung und Aufteilung der Elemente kann ebenfalls einen großen Einfluss auf den Lösungsverlauf haben. Insbesondere dann, wenn die Elementgröße benachbarter Elemente stark voneinander abweicht. So können sich stark unterschiedlich große Elemente innerhalb einer Fläche als Stellen unterschiedlicher Steifigkeit auswirken, da eine grobe Elementierung weniger Freiheitsgrade bedingt und daher weniger Verformungsmöglichkeiten zulässt. Insbesondere bei der Berechnung von Stabilitätsproblemen können solche Steifigkeitsunterschiede den Verlauf einer Berechnung beeinflussen. Es empfiehlt sich daher, auf eine ausgewogene, gleichmäßige Vernetzung mit annähernd gleich großen Elementen zu achten.

### **Randbedingungen**

Die Wahl der Festhaltungen und der Lasteinleitung ist sorgfältig an die realen Randbedingungen anzupassen, da diese das Ergebnis einer Berechnung entscheidend beeinflussen können. Besonders bei stabilitätsgefährdeten Schalenstrukturen können selbst scheinbar weniger relevante Randbedingungen, wie z.B. das Zulassen bzw. Unterbinden von Differenzverschiebungen von benachbarten Elementknoten eines freien Randes in Meridianrichtung zu deutlich unterschiedlichen Ergebnissen führen. Der Grund hierfür liegt in diesen Fällen in den hohen Normalspannungen. Durch das Zulassen der Differenzverschiebungen können sich ungleichmäßige Spannungsverteilungen mit Spannungsspitzen einstellen, die den Berechnungsverlauf beeinflussen. Die Unterbindung dieser Verschiebungen führt zu einem gleichmäßigeren Spannungsverlauf.

Ein weiteres bekanntes Beispiel für den Einfluss von Randbedingungen auf das Berechnungsergebnis sind Randstörmomente, die durch die Behinderung der Querdehnung von gekrümmten Flächen unter Axialdruckbeanspruchung entste-

hen können. Diese Randstörmomente können bei der Berechnung von Standardfällen, wie z.B. der idealen Beulspannung eines druckbeanspruchten Kreiszylinders, den Unterschied zwischen der analytischen Lösung und der numerischen Berechnung ausmachen, da die Behinderung der Querdehnung bei realen Bauteilen in der Regel gegeben ist und entsprechend modelliert wird.

### 2.3.2 Geometrische und materielle Nichtlinearitäten

Nichtlineares Tragverhalten liegt vor, wenn die Steifigkeit einer Struktur von ihrem Verformungszustand abhängig ist, d.h. wenn in dem Gleichungssystem einer statischen Berechnung nach der FEM die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  von der Lösung  $\mathbf{u}$  abhängig ist:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.65)$$

Dies kann verschiedene Ursachen haben: Geometrische Nichtlinearität liegt vor, wenn große Verformungen den Berechnungsverlauf beeinflussen, sodass  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{F}$  am verformten System bestimmt werden müssen. Materielle Nichtlinearität bedeutet, dass es keinen linearen Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen eines Materials gibt. Das Material beginnt z.B. bei einem bestimmten Belastungsniveau zu fließen. Zur Lösung nichtlinearer Probleme ist ein iteratives Vorgehen erforderlich. Dazu stehen in den gängigen FE-Programmen i.d.R. zwei Lösungsverfahren zur Verfügung, die im Folgenden beschrieben werden.

#### Newton-Raphson-Verfahren

Das Newton-Raphson-Verfahren stellt ein Standardverfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme dar. Zur Lösung eines Lastschrittes wird ausgehend von einem bekannten Gleichgewichtszustand eine erste Lösung bestimmt. Aufgrund der Nichtlinearitäten stimmen bei dieser Lösung die inneren Kräfte (Elementkräfte) und die äußeren Kräfte nicht überein. Die Differenz der inneren und äußeren Kräfte wird in einem weiteren Berechnungsschritt erneut aufgebracht, bei dem die Steifigkeitsmatrix in Abhängigkeit der ersten Lösung neu aufgebaut wird. Diese Berechnungsschritte werden solange wiederholt bis die Differenz der inneren und äußeren Kräfte klein genug ist. Wann dieser Zustand erreicht ist, wird durch entsprechende Konvergenzkriterien festgelegt. Die folgenden Gleichungen nach *Bathe* [6] und Abbildung 2.20 verdeutlichen den iterativen Lösungsprozess des Verfahrens.

$$\mathbf{K}_i^T \cdot \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \quad (2.67)$$

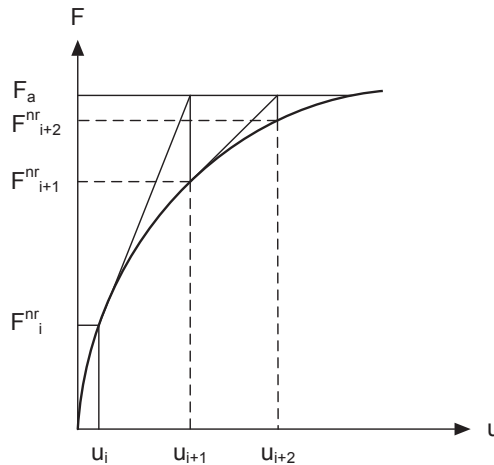
mit

$\mathbf{K}_i^T$  Tangentiale Steifigkeitsmatrix der i-ten Gleichgewichtsiteration

$\mathbf{u}_i$  Vektor der gesuchten Verschiebungen der i-ten Gleichgewichtsiteration

$\mathbf{F}^a$  Vektor der äusseren Kräfte eines Lastschritts

$\mathbf{F}_i^{nr}$  Vektor der inneren Kräfte



**Abbildung 2.20:** Gleichgewichtsiterationen des Newton-Raphson-Verfahrens [2]

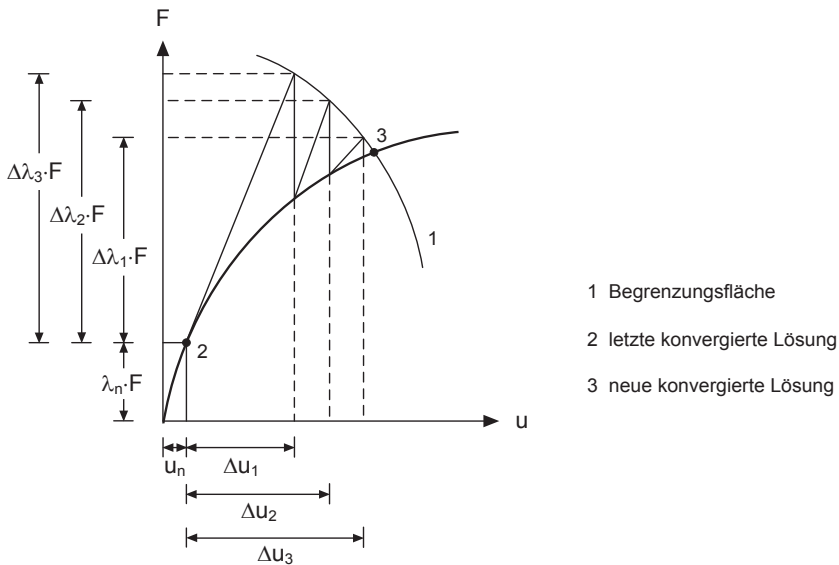
Die gesamte aufzubringende Last muss in mehrere Lastschritte unterteilt werden, um das nichtlineare Tragverhalten einer Struktur abbilden zu können. Die Größe der einzelnen Lastschritte muss dabei so gewählt werden, dass Konvergenz möglich ist. Bei diesem Verfahren wird vorausgesetzt, dass die Last immer monoton ansteigt. Es kann nur die Größe der Lastzuwächse gesteuert werden, nicht aber das Vorzeichen. Dadurch ist die Lastpfadverfolgung bei lastgesteuerten Berechnungen auf Bereiche mit positiv definiter tangentialer Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}^T$  beschränkt. Bei weggesteuerten Berechnungen mit dem Newton-Raphson-Verfahren ist auch das Überschreiten von Lastumkehrpunkten (Durchschlagpunkten) und der damit verbundenen negativ definiten Steifigkeitsmatrix möglich, jedoch nur solange auch die Verschiebungen monoton ansteigen [34].

### Bogenlängenverfahren

Anders als bei den zuvor beschriebenen last- oder weggesteuerten Berechnungen nach dem Newton-Raphson-Verfahren, bei denen die Steuergröße vorgegeben wird und während eines Lastschrittes konstant bleibt, verwendet das Bogenlängenverfahren zusätzlich einen Lastfaktor  $\lambda$ , mit dem die Größe des Lastinkrements bei jeder Iteration gesteuert werden kann [2], [60]. Das Gleichungssystem (2.66) wird dazu um  $\lambda$  als weitere Unbekannte erweitert. Der Lastfaktor kann sowohl positiv als auch negative Werte annehmen, sodass dadurch die Verfolgung von Lastpfaden mit nicht monotonem Verlauf möglich wird.

$$\mathbf{K}_i^T \cdot \Delta \mathbf{u}_i = \lambda \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} \quad (4.68)$$

Die zusätzliche Unbekannte  $\lambda$  erfordert zur Lösung des Gleichungssystems eine weitere Randbedingung. Dies erfolgt durch die Begrenzung der Schrittweite eines Iterationsschrittes. Beim lastgesteuerten Newton-Raphson-Verfahren geschieht dies durch die vorgegebene maximale Last je Lastschritt. Anschaulich ist dies der Schnittpunkt der Last-Verformungsgeraden eines Iterationsschrittes mit der begrenzenden Maximallast in Abbildung 2.20. Beim Bogenlängenverfahren ist diese Begrenzung wegen des variablen Lastfaktors nicht direkt gegeben und wird deshalb durch eine (kugelförmige) Begrenzungsfläche eingeführt, die als Bogenlänge bezeichnet wird. Der Anwender steuert beim Bogenlängenverfahren daher nicht die Größe einzelner Lastschritte, sondern die Größe eines Bogenradius, aus dem sich die Lastschrittgröße indirekt ergibt. Abbildung 2.21 veranschaulicht die Methode. Das Bogenlängenverfahren geht ursprünglich auf die Arbeiten von *Riks* [67], [68] und *Wempner* [91] zurück und wurde seitdem stetig weiterentwickelt [60]. In ANSYS steht das Verfahren in der von *Forde* und *Stiemer* [38] formulierten Form zur Verfügung.



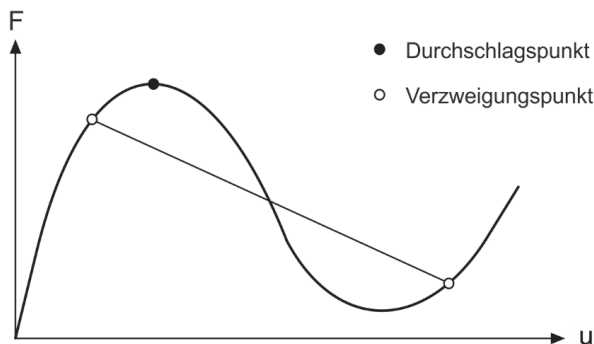
**Abbildung 2.21:** das Bogenlängenverfahren für einen Lastschritt [60]

Die Ergebnisse iterativer Lösungsverfahren können durch die Wahl der Lastschrittgröße beeinflusst werden. Dies spielt bei schwach ausgeprägten Nichtlinearitäten eine weniger große Rolle. Bei stark gekrümmten Last-Verformungspfaden können zu groß gewählte Schritte zum vorzeitigen Abbruch einer Berechnung oder zu Konvergenzproblemen und damit falschen Ergebnissen führen. Die Wahl der Lastschrittgrößen ist daher im Rahmen von Konvergenzstudien sorgfältig an die Problemstellung anzupassen.

Zur Bestimmung der Traglast von Strukturen, die durch einen stetig ansteigenden Last-Verformungspfad bis zum Versagen gekennzeichnet sind, sind die Verfahren im Ergebnis gleichwertig. Beide Lösungsverfahren führen bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen bei qualitativ gleichen Vorgaben zu Lastschrittweite und Konvergenzkriterien zu übereinstimmenden Traglasten. Das Bogenlängenverfahren ist prinzipiell in der Lage, den Lastpfad über den Versagenspunkt (Lastumkehrpunkt) hinaus zu verfolgen. Liegen jedoch mehrere Gleichgewichtslagen auf der Begrenzungsfläche, wie es bei stark gekrümmten Lastpfaden der Fall sein kann, z.B. bei einem abrupten Traglastabfall infolge Stabilitätsversagen, kann es zu Konvergenzproblemen, Lastpfadwechseln oder dem Umkehren der Berechnung kommen. In diesen Fällen steht als einzige Maßnahme die Verringerung der Schrittweite zur Verfügung.

### 2.3.3 Statische Berechnung von Stabilitätsproblemen mit der FEM

Im Gegensatz zur klassischen Beultheorie, bei der das Tragverhalten von regelmäßigen Flächentragwerken analytisch beschrieben wird und daraus verschiedene Stabilitätsfälle abgeleitet werden (vgl. Abschnitt 2.1), ist die Herangehensweise bei der Behandlung von stabilitätsgefährdeten Strukturen nach der FEM allgemeinerer Art. Unabhängig von der Zielsetzung der Berechnung erfolgt die Zerlegung der Struktur in finite Elemente und damit deren Beschreibung der mechanischen Eigenschaften. Stabile Gleichgewichtslagen und kritische Punkte eines Last-Verformungsverlaufes können damit gleichermaßen über Eigenschaften der Systemgleichungen und des Last-Verformungsverlaufes identifiziert werden. Kritische Punkte (Instabilitätspunkte) eines Last-Verformungspfades sind zu unterscheiden in Durchschlagspunkte und Verzweigungspunkte.



**Abbildung 2.22:** Durchschlags- und Verzweigungspunkte eines Last-Verformungspfades

Durchschlagspunkte werden auch als Lastumkehrpunkte bezeichnet. Sie sind dadurch gekennzeichnet, dass die Tangente an die Last-Verformungskurve horizontal verläuft und keine weitere Laststeigerung über diesen Punkt hinaus möglich ist. Verzweigungspunkte sind Punkte auf dem Last-Verformungspfad (Primärpfad), bei denen ein Übergang auf einen weiteren Last-Verformungspfad (Sekundärpfad) erfolgt. Anschaulich bedeutet dies, dass ein Zuwachs an Verformung ohne weitere Lasteinwirkung möglich ist. Das nach der FEM formulierte linearisierte Gleichungssystem lässt sich für diesen Fall wie folgt schreiben [34], [94]:



$$\mathbf{K}^T(\lambda_{cr}) \cdot \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.69)$$

mit

$\lambda_{cr}$  Lastfaktor am Instabilitätspunkt

$\Delta \mathbf{u}$  Verformungszuwachs beim Lastpfadwechsel

Gleichung (2.69) ist nur dann nichttrivial erfüllt, wenn gilt

$$\det \mathbf{K}^T(\lambda_{cr}) = 0 \quad (2.70)$$

Diese Forderung lässt sich durch das Standardeigenwertproblem beschreiben:

$$[\mathbf{K}^T(\lambda_{cr}) - \mu \mathbf{1}] \Phi = \mathbf{0} \quad (2.71)$$

mit

$\mu$  Eigenwert

$\Phi$  Eigenvektor zu  $\mu$

Demnach ist die Suche nach Instabilitätspunkten mathematisch gesehen die Suche nach singulären Punkten der tangentialen Steifigkeitsmatrix. D.h. jeder Eigenwert

$\mu = 0$  repräsentiert einen möglichen Instabilitätspunkt und der zugehörige Eigenvektor die entsprechende Beulform. Zur genaueren Bestimmung eines Instabilitätspunktes kann folgende Bedingung verwendet werden:

$$\Phi \cdot \mathbf{F}^a \begin{cases} = 0 & \rightarrow \text{Verzweigungspunkt} \\ \neq 0 & \rightarrow \text{Durchschlagspunkt} \end{cases} \quad (2.72)$$

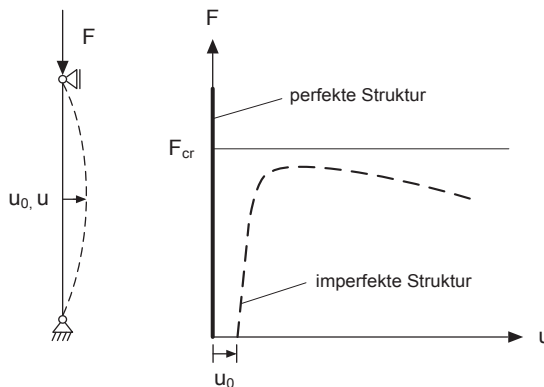
mit

$\mathbf{F}^a$  Vektor der äußeren Lasten

Bei kommerziellen FEM-Programmen erfolgt üblicherweise keine Berechnung von Eigenwerten während der einzelnen Lastschritte (begleitende Eigenwertanalyse). Die Berechnung ist bei größeren Systemen sehr rechenintensiv. Sie ist darüber

hinaus nicht zwingend aussagekräftig, da die Bestimmung der Verzweigungspunkte wegen des nichtlinearen Tragverhaltens in einer iterativen Berechnung ermittelt werden muss, die von der vorgegebenen Schrittweite abhängig ist [93]. Daher erfolgt meist nur die Beobachtung der Eigenschaften der Diagonalelemente der triangulisierten Steifigkeitsmatrix. ANSYS protokolliert dazu das Auftreten von sehr kleinen Diagonalelementen und von Diagonalelementen mit negativem Vorzeichen (pivot terms). Treten solche Diagonalelemente während der Berechnung unterhalb des maximal erreichten Lastniveaus auf, muss der Berechnungsverlauf genau geprüft werden.

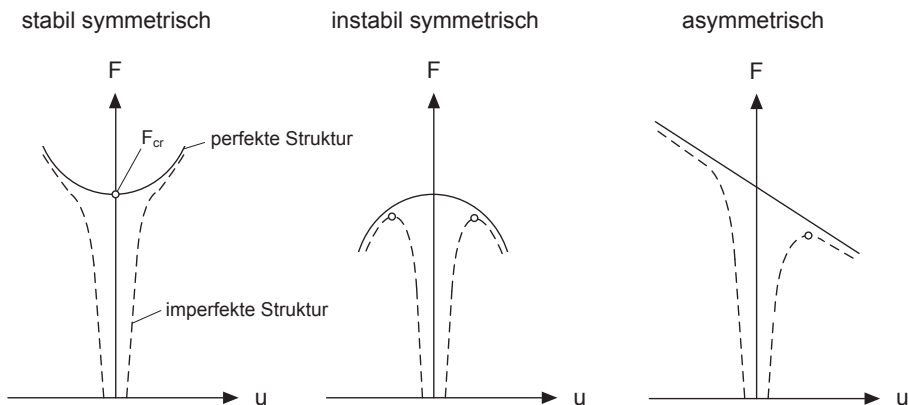
Die fehlende Möglichkeit, Verzweigungspunkte entlang eines Last-Verformungspfad zu zuverlässig auffinden zu können, stellt ein großes Problem der numerischen Berechnung von Stabilitätsproblemen dar. Es besteht die Gefahr, dass Verzweigungspunkte bei der Lastaufbringung unbemerkt überschritten werden. Auch eine besonders geringe Lastschrittweite schließt dies nicht aus. Ein anschauliches Beispiel dafür liefert die druckbeanspruchte Pendelstütze mit perfekter Geometrie (Abbildung 2.23). Die Stütze kann numerisch über die ideale Verzweigungslast  $F_{cr}$  hinaus beansprucht werden, ohne dass es zum Verzweigen kommt oder das Programm die Berechnung abbricht. Erst die Prüfung der Berechnungsprotokolle liefert Hinweise darauf, dass möglicherweise ein Verzweigungspunkt überschritten wurde.



**Abbildung 2.23:** Minimalbeispiel druckbeanspruchte Pendelstütze

Das Problem des Überschreitens eines Verzweigungspunktes lässt sich in diesem Fall auf die idealisierten Annahmen der Modellbildung zurückführen und hat keine praktische Bedeutung. Jede unvermeidlich vorhandene geometrische Imperfektion einer Stütze führt zu Lastausmittungen, die zusammen mit der einwirkenden Druckkraft zu einer sprunghaften Vergrößerung der Verformungen führen. Dadurch wachsen auch die äußeren Einwirkungen schneller als der innere Widerstand. Das System versagt streng genommen nicht infolge einer Gleichgewichtsverzweigung, dennoch spricht man von einem Stabilitätsversagen und einem Verzweigungspunkt [59]. Ein Verzweigungspunkt ist ein Indiz dafür, dass es bei realen Tragwerken spätestens bei diesem Lastniveau unvermeidlich zu einem Pfadwechsel kommt.

Ein Verzweigen muss jedoch nicht zwangsläufig zu einem Traglastabfall oder Systemversagen führen. Es existieren drei Arten von Verzweigungsproblemen, die auf eine Klassifizierung nach *Koiter* [53] zurückgehen (Abbildung 2.24).



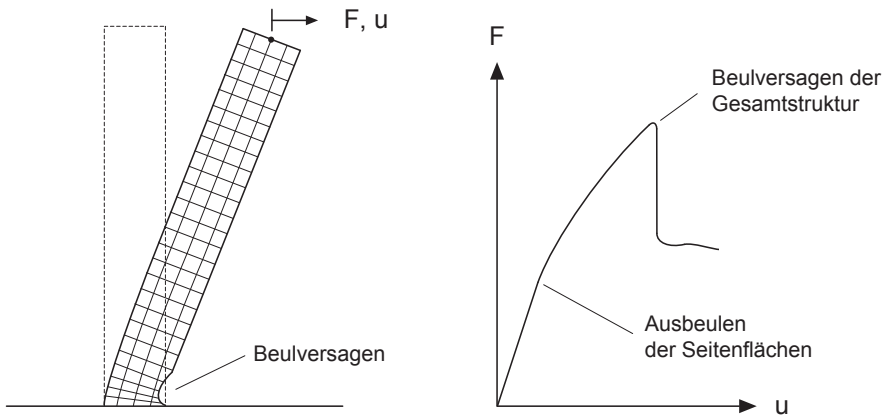
**Abbildung 2.24:** Klassifizierung der Verzweigungsarten nach Koiter

Demnach kann eine Struktur nach Überschreiten eines Verzweigungspunktes sowohl versagen als auch weitere Last aufnehmen. Ein Beispiel für eine instabile Verzweigung ist eine druckbeanspruchte Zylinderschale, da keine weitere Last über den Verzweigungspunkt hinaus aufgenommen werden kann. Ein Beispiel für eine stabile Verzweigung ist eine druckbeanspruchte Platte, die nach dem Überschreiten der theoretischen Verzweigungslast weitere Last aufnehmen kann (vgl.: überkritisches Tragverhalten Abschnitt 2.1.2.2). Das Nachbeulverhalten der elastischen Pendelstütze wird in [16] ebenfalls als stabil bezeichnet, obwohl keine weitere Laststeigerung möglich ist. Das Versagen schreitet jedoch auch nur dann fort,

wenn das erreichte Lastniveau beibehalten wird. Dieses Tragverhalten wird daher auch als indifferent bezeichnet [76].

In Abbildung 2.24 sind neben den theoretischen Verzweigungslastpfaden auch die Lastpfade imperfekter Strukturen dargestellt. Sie verdeutlichen den Unterschied zwischen der theoretischen Gleichgewichtsverzweigung eines perfekten Systems und dem Last-Verformungsverhalten realer imperfekter Strukturen.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Berechnungen handelt es sich formal um Traglastberechnungen, bei denen der Grenzzustand der Tragfähigkeit durch den Verlust der globalen Stabilität gekennzeichnet ist. Das Erreichen der Traglast wird in dem untersuchten Parameterbereich i.d.R. von großen Verformungen sowie dem Plastizieren des Materials begleitet. Ein im Rahmen dieser Arbeit vielfach verwendetes Berechnungsmodell ist in Abbildung 2.25 dargestellt.



**Abbildung 2.25:** Berechnungsmodell, typischer Last-Verformungsverlauf eines polygonalen Querschnitts mit 12 Kanten

Das Versagen ist durch das Einfallen von Beulen in dem am höchsten druckbeanspruchten Querschnittsbereich gekennzeichnet. Andere traglastrelevante Instabilitätspunkte, als derjenige bei Erreichen der maximalen Traglast, wurden bei den hier untersuchten Systemen bis zum Erreichen der Traglast nicht festgestellt. In Untersuchungen von *Speicher* [82] wurden bei der numerischen Berechnung von perfekten Kreiszyklindern unter Biegebeanspruchung mit Hilfe einer begleitenden

Eigenwertanalyse kurz vor Erreichen der Traglast weitere Instabilitätspunkte festgestellt. Dabei handelt es sich möglicherweise um stabile Verzweigungen, die den Übergang von einer Vorbeulform in eine andere kennzeichnen. Eine genaue Klassifizierung ist aus den zuvor genannten Gründen nur schwer möglich.

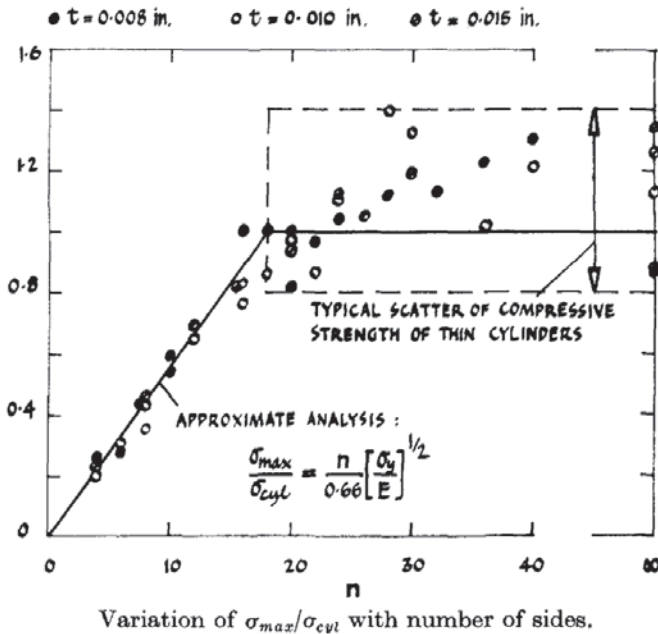
Durch die Gliederung der polygonalen Mastquerschnitte in ebene Seitenflächen und Kanten ergibt sich bei diesen Strukturen die Besonderheit, dass bis zum Erreichen der globalen Traglast planmäßig Instabilitätspunkte überschritten werden müssen. Nämlich immer dann, wenn die Seitenflächen (elastisch) beulen und dadurch die Umlagerung der Lasten auf die Kantenbereiche eingeleitet wird. Dies geschieht bei einem Lastniveau, das abhängig von der Kantenanzahl, mehr oder weniger deutlich unterhalb der Traglast liegt. Es handelt sich dabei daher um stabile Verzweigungen (Abbildung 2.25).

## 2.4 Analytische, numerische und experimentelle Untersuchungen

Die folgenden Abschnitte beschreiben analytische, numerische und experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten von dünnwandigen Stahlbauteilen mit polygonalem Querschnitt. Anhand von ausgewählten Quellen aus der wissenschaftlichen Literatur wird der Stand der Forschung dokumentiert.

### 2.4.1 Polygonale Querschnitte unter Axialdruckbeanspruchung

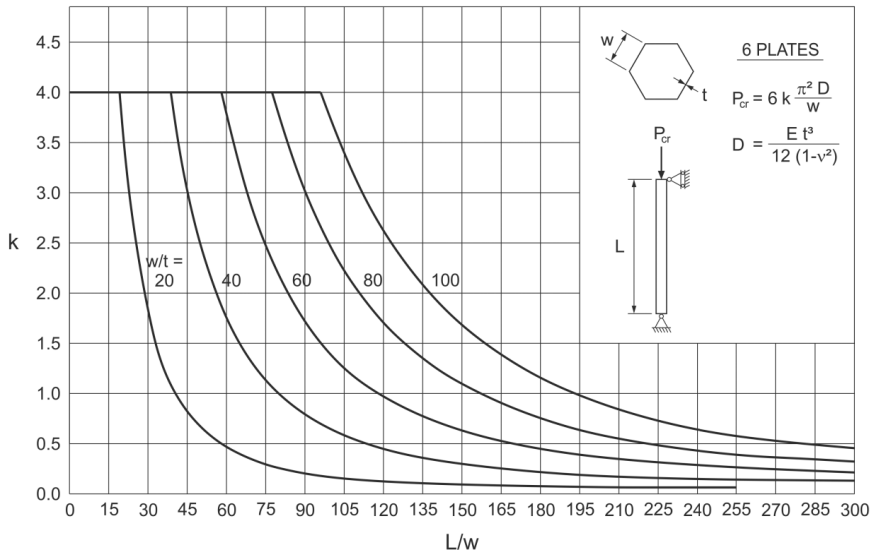
*Bulson* [12] veröffentlichte bereits 1969 Untersuchungen zur Tragfähigkeit axial beanspruchter, sehr dünnwandiger Rohre mit polygonalem Querschnitt. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden drei Versuchsreihen mit Probekörpern aus sehr dünnem Stahlblech (keine weiteren Angaben zum Material) mit immer gleichem Umfang ( $u = 638 \text{ mm}$ ) und gleicher Höhe ( $h = 406 \text{ mm}$ ) aber unterschiedlichen Blechdicken ( $t = 0,20 \text{ mm} / 0,25 \text{ mm} / 0,38 \text{ mm}$ ) durchgeführt. Die Länge der Probekörper wurde so kurz gewählt, dass Beulversagen maßgebend wurde. Die Anzahl der Kanten variierte dabei von 4 bis 40. Ebenso wurden kreisrunde Querschnitte geprüft. Insgesamt wertete *Bulson* die Tragfähigkeiten von 37 Probekörpern aus, deren  $d/t$ -Verhältnisse zwischen 533 und 1000 lagen.



**Abbildung 2.26:** bezogene Beulspannung polygonaler Querschnitte nach *Bulson* [12]

*Bulson* bezieht die erzielten Beulspannungen der Probekörper mit polygonalen Querschnitten auf die Bemessungsbeulspannung eines druckbeanspruchten Zylinders mit gleicher Querschnittsfläche, die er mit  $\sigma_{cyl} = 0,2 \cdot E \cdot (t/r)$  abschätzt. Er erhält damit eine lineare Beziehung für dieses Verhältnis bis zu einer Kantenanzahl von  $n < 18$ . Darüber hinaus nimmt die Streuung der erzielten Versuchsergebnisse deutlich zu (Abbildung 2.26). Er stellt außerdem bei Probekörpern mit Kantenanzahlen  $> 18$  einen Wechsel in der Beulform nach dem Versagen fest. Während Querschnitte mit weniger als 18 Kanten lokal begrenzte Beulen zwischen den Kanten ausbilden, erstrecken sie sich bei Probekörpern mit höherer Kantenanzahl über mehrere Kanten hinweg.

*Avent* und *Robinson* [5] veröffentlichen 1976 analytische Untersuchungen an dünnwandigen Stützen mit polygonalen Querschnitten. Sie formulieren die Systemgleichungen als Eigenwertproblem für axialdruckbeanspruchte Stützen mit beliebigen Kantenanzahlen auf Basis der Elastizitätstheorie. Sie erhalten damit die kritischen Beullasten für verschiedene Querschnittsformen, Plattenschlankheiten und Bauteillängen, die sie in Abhängigkeit eines Beulwertes  $k$  darstellen (Abbildung 2.27). Für kurze Stützen wird lokales Beulen bzw. Plattenbeulen maßgebend (Plateaubereich,  $k \approx \text{konstant}$ ), für längere Stützen Stabknicken.

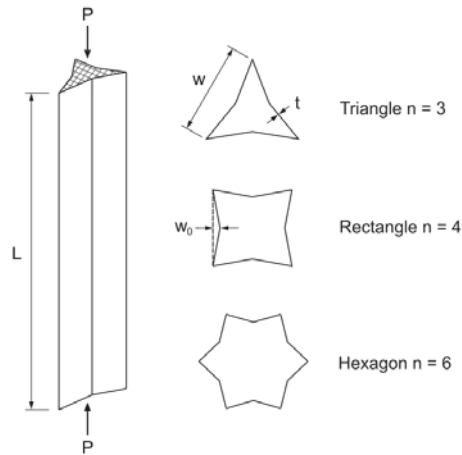


**Abbildung 2.27:** Beulwerte  $k$  für Pendelstützen mit hexagonalem Querschnitt aus [5]

Die erzielten Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung mit den klassischen Lösungen für das Plattenbeulen und das Stabknicken. Ausnahmen sind jedoch Querschnitte mit 3 und 5 Seiten, die wegen der ungeraden Seitenanzahl zu etwas höheren idealen Beullasten im Bereich des lokalen Beulens führen. Für Querschnitte mit mehr als 7 Seiten unterscheiden sich die berechneten Beulwerte nur noch geringfügig. Die Beulwerte für Querschnitte mit 7 und mehr Seiten werden daher zusammengefasst.

*Kurt* und *Johnson* [54] erweitern 1978 die Arbeiten von *Avent* und *Robinson* [5] um den Einfluss von Vorverformungen der Querschnitte. Sie berücksichtigen bei der Formulierung der Systemgleichungen die in Abbildung 2.28 dargestellten Vorverformungen der Seitenflächen mit dem Ziel den Einfluss von Imperfektionen der Geometrie auf die kritische Beullast zu erfassen.

Ihre Auswertungen zeigen, dass sich die angesetzten Vorverformungen sehr unterschiedlich auf die Beullast auswirken können. Wenn lokales Beulen maßgebend wird, wirken sich nach innen und außen gerichtete Vorverformungen immer positiv aus, ähnlich wie eine Erhöhung der Kantenanzahl der Querschnitte. Wenn Stabknicken maßgebend wird, bewirken die zusätzlichen nach innen gerichteten „Kantungen“ eine Verringerung der kritischen Beullast.



**Abbildung 2.28:** Vorverformungen der Seitenflächen [54]

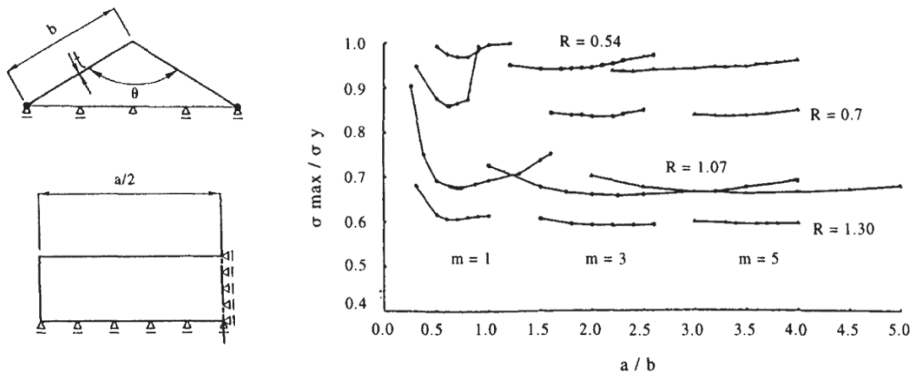
*Migita, Aoki* und *Fukumoto* berichten 1991 [3] und 1992 [61] über insgesamt 23 Bauteilversuche an kurzen und mittellangen Stützen mit polygonalen Querschnitten. Sie führen Druckversuche an Bauteilen aus Stahlblech (JIS SS41,  $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$ ) mit 4 bis 8 Kanten ( $h = 1500 - 5300 \text{ mm}$ ,  $u = 800 - 2400 \text{ mm}$ ,  $t = 4,5 \text{ mm}$ ) im Schlankheitsbereich  $60 < d/t < 175$  durch. Zur Bestimmung der geometrischen Beschaffenheit der Probekörper und der Seitenflächen (Ebenheit) wurden die Probekörper vor der Versuchsdurchführung rasterförmig vermessen. Sie bestimmten außerdem Eigenspannungsverteilungen der geschlossenen Querschnitte in Bauteillängsrichtung an weiteren Probestücken mit der Zerlegemethode. Sie zeigen anhand der Imperfektionsverteilungen (Geometrie und Eigenspannungen) Zusammenhänge zwischen der Lage der Schweißstellen und den auftretenden Imperfektionen auf.

Bei ihren Auswertungen beziehen die Autoren die erzielten Traglasten der Bauteilversuche der kurzen und auch der mittellangen Stützen auf die Plattenschlankheit  $\bar{\lambda}_p$ . Sie stellen dabei fest, dass die Traglast der Querschnitte steigt, wenn die Plattenschlankheit abnimmt. Es zeigt sich, dass der Zusammenhang zwischen der Plattenschlankheit und der Traglast linear ist, solange die Stützenschlankheit  $\bar{\lambda}_c$  den Wert 0,3 nicht überschreitet. Bei größeren Stützenschlankheiten beobachten sie geringere Traglasten bei Bauteilen mit gleicher Plattenschlankheit und vermuten eine Interaktion zwischen lokalem und globalem Beulversagen als Ursache.



Für die Berücksichtigung des Einfluss des lokalen Beulens auf die Traglast der mittellangen Stützen ( $1500 < l < 5300$  mm) geben die Autoren eine Näherungslösung in Form einer modifizierten Knickspannungslinie an.

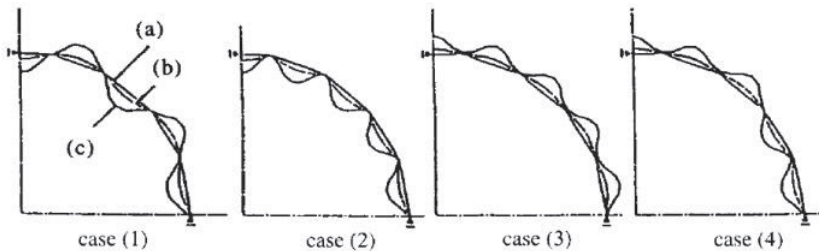
In einer späteren Veröffentlichung von *Migita* und *Fukumoto* [62] aus dem Jahr 1997 beschreiben die Autoren numerische Untersuchungen an vereinfachten Plattenmodellen (Abbildung 2.29 links) und an Modellen mit polygonalen Querschnitten, die sie auch im Zusammenhang mit den Ergebnissen der zuvor beschriebenen Bauteilversuche an kurzen Stützen darstellen. Sie untersuchen zunächst den Einfluss des Seitenverhältnisses eines Beulfeldes auf die mittlere aufnehmbare Beulspannung. Dazu verwenden sie ein einfaches numerisches Modell, das aus zwei Platten besteht, die in einem Winkel von  $135^\circ$  zueinander stehen und durch eine gemeinsame Kante miteinander verbunden sind (Abbildung 2.29). Sie führen geometrisch und materiell nichtlineare Traglastberechnungen unter Ansatz von Vorverformungen und Eigenspannungen durch. Die Berechnungen führen auf die in Abbildung 2.29 dargestellten Kurvenscharen für unterschiedliche Plattenschlankheiten (hier:  $R$ ). Sie zeigen, dass die kleinste Traglast nahezu unabhängig vom Seitenverhältnis  $a/b$  der Beulfelder ist und allein von der Plattenschlankheit und der angesetzten Vorverformung abhängt. Sie erhalten auf diese Weise die jeweils ungünstigsten sinusförmigen Vorverformungen ( $n = 1$ ,  $m = 1-5$ ) zu den verschiedenen Seitenverhältnissen.



**Abbildung 2.29:** Berechnungsmodell mit zwei Flächen; Gemittelte Beulspannung bei verschiedenen Seitenverhältnissen  $a/b$ , Plattenschlankheiten  $R$  und Halbwellen  $m$  in Längsrichtung [62]

Ausgehend von diesen Ergebnissen variieren sie den Winkel  $\theta$  zwischen den beiden Platten und zeigen, dass die Traglast für Winkel  $\theta$  zwischen  $60^\circ$  und  $160^\circ$  unter diesen Berechnungsannahmen für Platten gleicher Schlankheit konstant ist. Erst bei noch größeren Winkeln trifft dies nicht mehr zu.

*Migita* und *Fukumoto* übertragen das Berechnungskonzept auf polygonale Querschnitte mit 4 bis 24 Kanten und variieren dabei auch die Ausrichtung der Halbwellen der angesetzten Vorverformungen (Abbildung 2.30). Sie stellen fest, dass der Ansatz verschiedener Vorverformungstypen bei höheren Kantenanzahlen Einfluss auf die Traglast haben kann.



Buckling modes (polygonal sections). (a) perfect cross-section; (b) geometrical imperfection; (c) after buckling.

**Abbildung 2.30:** Vor- und Nachbeulformen eines Querschnitts mit 18 Kanten [62]

Auf Basis ihrer Untersuchungen schlussfolgern *Migita* und *Fukumoto*, dass die Seitenflächen polygonaler Querschnitte mit weniger als 22 Kanten wie allseitig gelagerte Platten bemessen werden können. Bei noch höheren Kantenanzahlen soll vom Tragverhalten eines zylindrischen Querschnitts ausgegangen werden.

*Teng*, *Smith* und *Ngok* berichten 1999 in [86] über analytische Untersuchungen an dünnwandigen, polygonalen Stützen. Der Fokus ihrer Untersuchungen liegt auf dem lokalen elastischen Beulen der Seitenflächen. Mit der Finite-Streifen-Methode berechnen sie Eigenwerte für Querschnitte mit 4 bis 8 Seiten unter Axialdruck und Biegung. Sie drücken die berechneten Eigenwerte der Querschnitte in Beulwerten  $k$  für die Seitenflächen nach Ggl. (2.13) aus. Sie erhalten für den Lastfall Axialdruck für Querschnitte mit einer geraden Anzahl Seitenflächen den Beulwert  $k = 4$ . Für eine ungerade Anzahl Seitenflächen liegt der Beulwert etwas höher und wird für den Querschnitt mit 5 Kanten maximal ( $k \approx 4,28$ ). Sie begründen die

höheren Beulwerte der Querschnitte mit ungerader Kantenanzahl mit der Notwendigkeit, dass zwei benachbarte Querschnittsseiten in die gleiche Richtung ausbeulen müssen, während bei geraden Kantenanzahlen sich wechselseitig nach innen und außen gerichtete Beulen einstellen können. Weitere Beulwerte geben sie für den Lastfall Biegung an (vgl. 2.4.2).

*Godat, Legeron und Bazonga* stellen 2011 und später in verschiedenen Veröffentlichungen [55], [40], [41] die Ergebnisse von Bauteilversuchen an kurzen Stützen mit polygonalen Querschnitten unter zentrischem Druck vor. Sie untersuchen insgesamt 6 Probekörper, jeweils zwei mit 8, 12 und 16 Kanten, aus Stahlblech (ASTM A36,  $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$ ) mit Materialstärken von 1,4 bis 1,9 mm. Die Schlüsselweiten variieren von  $sw = 247$  bis 317 mm, sodass sich daraus  $d/t$ -Verhältnisse der Probekörper von 140 bis 225 ergeben.

Die Geometrie der Probekörper wird vor der Versuchsdurchführung rasterförmig vermessen und damit eine Einordnung der Herstellqualität in Anlehnung an die Regelungen für zylindrische Schalen nach DIN EN 1993-1-6 [24] vorgenommen.

Sie beobachten bei den Probekörpern einen Wechsel der auftretenden Nachbeulformen mit zunehmender Kantenanzahl. Während sie bei den Probekörpern mit 8 Kanten immer abwechselnd nach innen und außen gerichtete Beulen identifizieren, beschreiben sie die bei den Probekörpern mit 16 Kanten auftretende Beulform als „diamond shape failure mode“, die der Nachbeulform zylindrischer Bauteile ähnlich ist. Bei den Probekörpern mit 12 Kanten treten beide Varianten auf.

Sie erweitern mit ihren Versuchen die verfügbare Datenbasis und stellen ihre Ergebnisse und die Versuche anderer Autoren im Zusammenhang mit amerikanischen und europäischen Regelwerken sowie Bemessungsvorschlägen aus der wissenschaftlichen Literatur dar. Auf dieser Grundlage schlagen sie eine an die Versuchsdaten angepasste Bemessungsgleichung für die zulässige Beulspannung vor, die neben der Streckgrenze allein von der Plattenschlankheit  $\bar{\lambda}_p$  (Abbildung 2.8) abhängig ist.

## 2.4.2 Polygonale Querschnitte unter Biegebeanspruchung

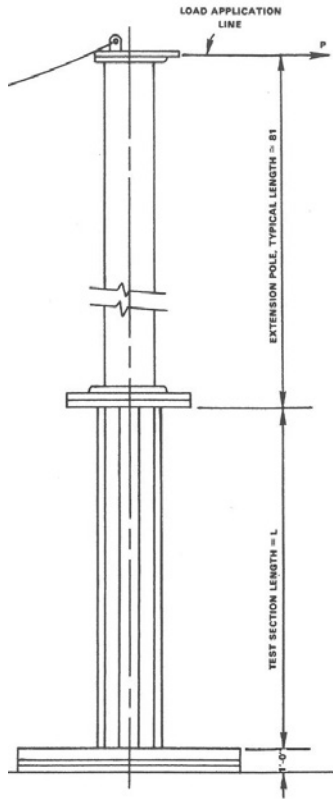
Die bereits im vorherigen Abschnitt erwähnten verzweigungstheoretischen Berechnungen von Beulwerten für polygonale Querschnitte mit unterschiedlicher Kantenanzahl von *Teng*, *Smith* und *Ngok* [86] wurden auf die gleiche Weise auch

für Querschnitte mit einer Biegemomentenbeanspruchung durchgeführt. Die Berechnungen zeigen, dass die Beulwerte  $k$  für biegebeanspruchte Querschnitte rund 25% über denen für Axialdruck liegen. Auch bei einer Biegemomentenbeanspruchung liegen die Beulwerte der Querschnitte mit ungerader Kantenanzahl immer über den Beulwerten der Querschnitte mit gerader Kantenanzahl.

Von *Cannon* und *LeMaster* stammt ein häufig zitierter Forschungsbericht aus dem Jahr 1987 [13] in dem die Autoren Biegeversuche an Mastbauteilen dokumentieren. Sie untersuchen insgesamt 12 verschiedene Mastabschnitte aus Stahlblech (ASTM A572 oder A588,  $f_y = 450 \text{ N/mm}^2$ ), die sich in drei Gruppen mit 8, 12 und 16 Kanten unterteilen. Die Mastabschnitte sind zwischen 3,17 m und 5,43 m lang. Die Schlüsselweiten variieren von 63,5 cm bis 109 cm, die Blechdicken betragen zwischen 0,5 mm und 0,8 mm. Daraus ergeben sich  $d/t$ -Verhältnisse von 102 bis 212. Die Mastabschnitte werden als unterstes Element eines stehenden Versuchsaufbaus eingesetzt (Abbildung 2.31).

Der Versuchsaufbau besteht aus dem Mastabschnitt, der geprüft wird und einer Verlängerung aus deutlich schwereren und steiferen Mastelementen, die am oberen Ende des Mastabschnitts angeschlossen werden, um einen größeren Hebel für die Prüflast zu erreichen. Der Mastabschnitt, der geprüft wird, wird an beiden Enden jeweils mit einer massiven Flanschplatte verschweißt. Die Prüflast wird am oberen Ende der Verlängerung horizontal über Zugglieder eingeleitet. Die Höhe des Versuchsaufbaus einschließlich des Verlängerungsstücks variiert zwischen 10,2 m beim ersten Versuch und 27,8 m – 30,2 m für alle weiteren Versuche.

Die Mastabschnitte sind so ausgerichtet, dass die Prüflast normal zu einer flachen Seite wirkt. Die Mastabschnitte werden auf Querkraftbiegung bis zum Versagen beansprucht. Neben der Prüflast werden an einigen Stellen auf der Druckseite versuchsbegleitend auch Dehnungen gemessen. Anhand der Dehnungsverläufe können die Autoren das Ausbeulen der Flächen am Mastfuß darstellen, das immer schon beginnt bevor das Versagen der Gesamtstruktur eintritt. Die Prüflasten aus den Versuchen werden nach der Balkentheorie in Grenzspannungen umgerechnet.



für 8 Kanten:

$$\sigma_{\text{grenz}} = 1,42 \cdot f_y \cdot (1,0 - 0,00044 \cdot \sqrt{f_y} \cdot \frac{b}{t})$$

für 12 Kanten:

$$\sigma_{\text{grenz}} = 1,45 \cdot f_y \cdot (1,0 - 0,00049 \cdot \sqrt{f_y} \cdot \frac{b}{t})$$

für 16 Kanten:

$$\sigma_{\text{grenz}} = 1,42 \cdot f_y \cdot (1,0 - 0,00052 \cdot \sqrt{f_y} \cdot \frac{b}{t})$$

**Abbildung 2.31:** links: Versuchsaufbau, rechts: Bemessungsgleichungen [13], [4]

Mit den Ergebnissen der eigenen Versuche und weiteren Prüflasten, die sie von verschiedenen Herstellern von Stahlmasten erhalten, entwickeln sie Bemessungsgleichungen für biegebeanspruchte polygonale Maste. Es entstehen drei Gleichungen für Maste mit 8, 12 und 16 Kanten, die in nur leicht veränderter Form auch im aktuellen amerikanischen ASCE Standard 48-05 für die Bemessung von Freileitungsmasten aus Stahl [4] enthalten sind. Diese Gleichungen für die zulässigen Grenzspannungen sind von der Breite der flachen Seite, der Blechdicke und der Streckgrenze des Werkstoffs abhängig (Abbildung 2.31). Für den E-Modul wird der Wert  $E = 200000 \text{ N/mm}^2$  angenommen.



## **3 Experimentelle Untersuchungen**

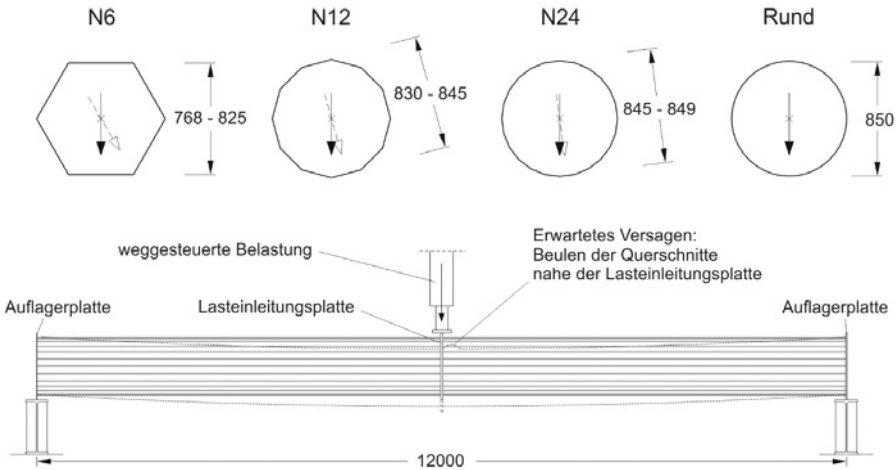
An der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine Karlsruhe wurden im Rahmen des Forschungsprojektes: „Entwicklung einer neuen Bauweise von Fahr- und Freileitungsmasten mit polygonalem Querschnitt“ Biegeversuche an dünnwandigen Mastbauteilen durchgeführt. Geprüft wurden Probekörper mit polygonalen Querschnitten mit verschiedenen Kantenanzahlen und Probekörper mit runden Querschnitten. Hauptziel der Untersuchungen war es, den Einfluss der Kanten auf die Biegetragfähigkeit zu untersuchen. Darüber hinaus wurden auch einzelne Mastbauteile mit polygonalen Querschnitten mit Türöffnungen untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich Mastquerschnitte ohne Öffnungen behandelt, weshalb im Folgenden nur dieser Teil der durchgeführten experimentellen Untersuchungen dokumentiert wird. Für die Darstellung aller durchgeführten Bauteilversuche wird auf [90] verwiesen.

Die durchgeführten experimentellen Untersuchungen umfassten neben den Biegeprüfungen versuchsbegleitende Dehnungsmessungen zur Erfassung des Tragverhaltens sowie die großflächige Vermessung der Ausgangsgeometrie einiger Probekörper um den Einfluss von Vorverformungen auf das Tragverhalten untersuchen zu können. Die hier dokumentierten Versuchsergebnisse stellen somit die Datenbasis für die Untersuchungen der nachfolgenden Kapitel dar: so werden die Last-Verformungskurven der Bauteilversuche sowie die Materialdaten für die Validierung der numerischen Berechnungsmodelle verwendet (vgl. 4.1.2). Auf der Grundlage der erfassten Messdaten der Bauteilgeometrien wird später eine auf verschiedene Querschnittsformen übertragbare Ersatzimperfectionsform für Parameterstudien entwickelt (vgl. 4.4.2). Die erzielten Traglasten der Bauteilversuche werden schließlich den Ergebnissen des final entwickelten numerischen Berechnungskonzepts gegenübergestellt (vgl. 5.4).

### **3.1 Versuchsprogramm und Probekörpergeometrien**

Der für die vorliegende Arbeit relevante Teil des Versuchsprogramms aus [90] umfasste insgesamt 20 Biegeversuche an Mastbauteilen mit verschiedenen Querschnittsformen. Es wurden Probekörper mit polygonalen Querschnitten mit drei verschiedenen Kantigkeiten: N6, N12 und N24 sowie Probekörper mit runden Querschnitten untersucht (Abbildung 3.1). Bei den Probekörpern mit polygonalen

Querschnitten gab es für jede Querschnittsform zwei Prüfreiheiten, die sich durch die Prüfrichtung unterschieden. Abhängig davon, um welche Bauteilachse das Biegemoment im Versuch wirkte, werden die Prüfrichtung mit „Moment über Eck“ (E) bzw. „Moment parallel“ bezeichnet (P) (vgl. Tabelle 3.2 und Abschnitt 4.2.2).



**Abbildung 3.1:** Probekörpergeometrie und Versuchsaufbau

Die Querschnittsabmessungen der Probekörper ergaben sich aus der Bedingung, dass alle Bauteile das gleiche elastische Widerstandsmoment in ihrer jeweiligen Prüfrichtung aufweisen sollten. Da die Nenndicke der Blechdicke  $T$  einheitlich 3 mm betrug, wurde dies über die Anpassung der jeweilige Schlüsselweite  $SW$  bzw. des Durchmesser  $D$  erreicht. Auf diese Weise sollten die Unterschiede im Tragverhalten unter Querkraftbiegung untersucht werden, die sich aus der Querschnittsform bzw. aus dem Einfluss der Kantigkeit ergeben. Die Bezeichnung der Probekörper setzt sich aus der Kantenzahl  $N$ , der Schlüsselweite  $SW$  in mm und dem Nennmaß der Blechdicke  $T$  in mm zusammen (z.B. N6 SW786 T3). Falls zwischen den Probekörpern einer Reihe unterschieden wird, wird zusätzlich die Kennzeichnung  $V$ , z.B. V1 für Versuch Nr. 1 verwendet.

Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2 zeigen eine Übersicht über die durchgeführten Bauteilversuche. Die Bezeichnung der Probekörper setzt sich aus der Kantenzahl  $N$ , der Schlüsselweite  $SW$  in mm und dem Nennmaß der Blechdicke  $T$  in mm zusammen (z.B. N6 SW786 T3). Falls zwischen den Probekörpern einer Reihe unterschieden wird, wird zusätzlich die Kennzeichnung  $V$ , z.B. V1 für Versuch Nr. 1 verwendet.

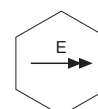


**Tabelle 3.1:** Übersicht Versuchsprogramm und Probekörperquerschnitte

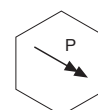
	Anzahl PK	Nennmaße			
		Kantenanzahl N	Schlüsselweite SW (Aussenmaß) [mm]	Blechdicke T [mm]	Umfang bez. auf Mittellinie [mm]
N6 SW768 T3	3	6	768	3	2650
N6 SW825 T3	2	6	825	3	2848
N12 SW830 T3	3	12	830	3	2659
N12 SW845 T3	3	12	845	3	2707
N24 SW845 T3	3	24	845	3	2660
N24 SW849 T3	3	24	849	3	2673
RUND D850 T3	3	rund	850	3	2661

**Tabelle 3.2:** Übersicht Prüfrichtung und Widerstandsmomente

	Prüfrichtung	Widerstandsmoment		$W_{\text{Prüfrichtung}} / W_{\text{rund}}$
		$W_{y,el,parallel}$ [mm <sup>3</sup> ]	$W_{y,el,Ecke}$ [mm <sup>3</sup> ]	
N6 SW768 T3	P	<b>1689407</b>	1463069	1,002
N6 SW825 T3	E	1950539	<b>1689217</b>	1,002
N12 SW830 T3	P	<b>1688803</b>	1631259	1,001
N12 SW845 T3	E	1750621	<b>1690970</b>	1,003
N24 SW845 T3	P	<b>1689777</b>	1675321	1,002
N24 SW849 T3	E	1705870	<b>1691276</b>	1,003
RUND D850 T3	-	<b>1686373</b>	<b>1686373</b>	1,000



„Ecke“



„parallel“

Alle Probekörper wurden im Biegeversuch bis zum Erreichen der Traglast geprüft. Darüber hinaus wurden an einem Teil der Probekörper weitere Untersuchungen durchgeführt: Drei der Probekörper wurden vor der Durchführung der Biegeversuche großflächig vermessen, sodass Messdaten der Ausgangsgeometrie zur Verfügung standen. Von diesen vermessenen Probekörpern wurden wiederum zwei mit zahlreichen Dehnmessstreifen (DMS) ausgestattet, die versuchsbegleitende Dehnungsmessungen ermöglichten (Tabelle 3.3).

**Tabelle 3.3:** Übersicht experimentelle Untersuchungen

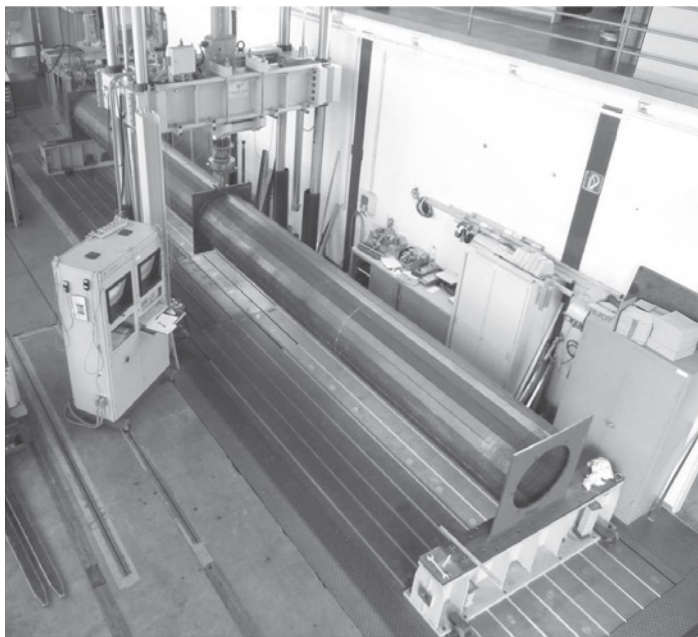
	Vermessung der Geometrie	versuchsbegleitende Dehnungsmessungen
N6 SW768 T3 V3	x	x
N12 SW845 T3 V3	x	-
RUND D850 T3 V3	x	x

Die Abmessungen der Probekörper wurden möglichst groß gewählt, um Maßstabeffekte zu vermeiden. Unter Berücksichtigung der vorhandenen räumlichen Kapazitäten der Prüfeinrichtung sowie den Belangen des Transports ergab sich die Probekörperlänge somit zu  $l = 12$  m. Der mittlere Durchmesser (Eckpunktabstände bzw. Durchmesser) der verschiedenen Querschnittsformen betrug ca.  $d = 870$  mm und lag damit in der Größenordnung realer Mastbauteile. Zusammen mit dem Nennmaß der Blechdicke  $t = 3$  mm ergab sich daraus ein  $d/t$ -Verhältnis von  $d/t = 290$ . Dieses Maß für die Querschnittsschlankheit der Probekörper wurde etwas oberhalb der Schlankheit gewählt, die üblicherweise bei Masten für Fahr- und Freileitungen ausgeführt wird, da bei schlanken Querschnitten der Einfluss von Imperfektionen der Geometrie auf das Tragverhalten besonders deutlich wird und dementsprechend besser untersucht werden konnte. Zeichnungen aller Probekörpergeometrien mit Nennmaßen sind in den Anhängen A1 bis A7 enthalten.

Die Herstellung der Probekörper erfolgte durch die Fa. Eurocoles GmbH & Co. KG Neumarkt. Die Herstellungsschritte der polygonalen Maste bestanden im Wesentlichen aus dem Zuschnitt des ebenen Ausgangsmaterials und dem Kanten des Zuschnitts zu zwei Halbschalen. Diese wurden anschließend über Längsschweißnähte miteinander verbunden (siehe auch Abschnitt 4.2.3 und Abbildung 4.18). Die runden Probekörper bestanden jeweils aus insgesamt acht gerundeten Blechtafeln (vier je Probekörperhälfte), die mit Längs- und Umfangsnähten miteinander verschweißt wurden (vgl. Abschnitt 3.4.3).

### 3.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Der Versuchsaufbau wurde als 3-Punkt-Biegeversuch konzipiert (Abbildung 3.1 und Abbildung 3.2). Die liegende Versuchsanordnung hatte gegenüber einer stehenden Versuchsanordnung deutliche Vorteile hinsichtlich der Lastein- und -ausleitung, da dadurch Anschlusskonstruktionen vermieden werden konnten. Das größte Biegemoment, das bei einem stehenden Versuchsaufbau am Mastfuß auftreten würde und in ein angeschlossenes Fundament übertragen werden müsste, trat bei dem liegenden Versuchsaufbau in der Probekörpermitte auf. Von der Beanspruchungssituation her stellte ein Probekörper somit zwei stehende Mastabschnitte dar, die durch eine gemeinsame Fußplatte, hier die vertikal angeordnete Lasteinleitungsplatte in der Probekörpermitte, miteinander verbunden waren. Die Kraglänge einer Probekörperhälfte betrug somit  $l/2 = 6 \text{ m}$ . An den Auflagern wurde jeweils eine weitere Platte angeschweißt, die ein Ovalisieren der Querschnitte unter Last verhinderte.

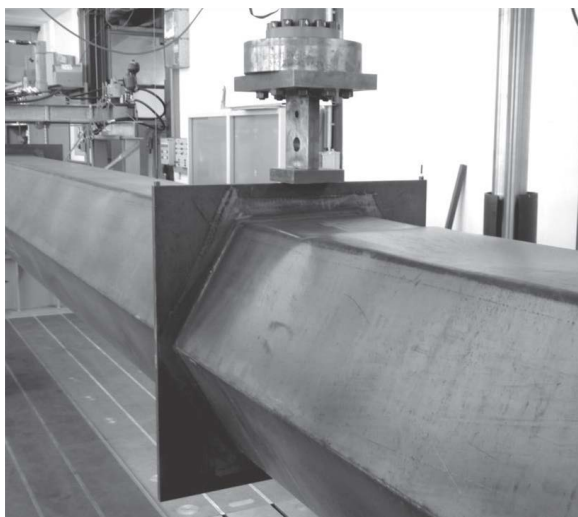


**Abbildung 3.2:** Versuchsaufbau, Probekörper N24 SW845 T3 V1

Die Probekörperhälften wurden mit der Lasteinleitungsplatte in der Mitte vollständig verschweisst. Dadurch ergab sich für die Probekörperhälften querschnittsbezogen betrachtet in diesem Bereich eine Volleinspannung, lokal bedeutete dies für

die Mastwänden eine Festhaltung der radialen und meridionalen Verschiebungen sowie der tangentialen Verdrehungen. Diese Randbedingungen entsprachen damit der Kategorie BC1r nach [25]. Für die Mastwandung im Bereich der Auflager war die meridionale Verschiebung theoretisch zwar möglich, wurde jedoch durch die Auflagerplatten behindert. Die Randbedingungen an dieser Stelle entsprachen damit strenggenommen weder BC1r noch BC2r, sondern lagen zwischen diesen Beiden. Dieses Detail war jedoch für die untersuchte Querkraftbiegung unbedeutend.

Die Prüflast wurde weggesteuert über einen hydraulischen Zylinder vertikal in der Mitte des oberen Randes der Lasteinleitungsplatte aufgebracht. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug 3 mm/min und kann damit als quasi-statisch angesehen werden. Während der Versuchsdurchführung wurden neben der Maschinenkraft und dem Maschinenweg auch die Bewegungen der Lasteinleitungsplatte dokumentiert. Dazu wurden an den oberen beiden Ecken der quadratischen Lasteinleitungsplatte vertikale Seilzuglängengeber angebracht, die neben der vertikalen Verschiebung der Lasteinleitungsplatte auch Rückschlüsse auf deren Verdrehung um die Probekörperlängsachse zuließen (Abbildung 3.3).



**Abbildung 3.3:** Detail Lasteinleitungsplatte, Probekörper N6 SW768 T3 V1

Die Probekörper versagten bei Erreichen der Traglast durch Beulen einer der druckbeanspruchten Oberseiten der Probekörperhälften links oder rechts der Lasteinleitungsplatte. Das aufnehmbare Biegemoment  $M_R$  der Querschnitte ergab

sich schließlich aus der maximal erreichten Auflagerkraft  $F_{\text{Auflager}}$  und der Kraglänge  $l/2 = 6 \text{ m}$ .

$$M_R = F_{\text{Auflager}} \cdot 6 \text{ m} \tag{3.1}$$

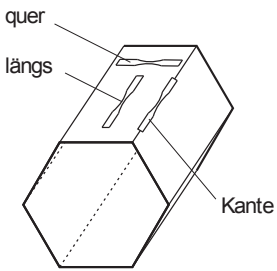
$$F_{\text{Auflager}} = \frac{F_{\text{Maschine}}}{2} = \text{zugeh. } V \tag{3.2}$$

### 3.3 Werkstoffeigenschaften

Alle Probekörper wurden aus Baustahl S355 J2 C+N gefertigt. Die Werkstoffeigenschaften wurden in eigenen Materialprüfungen bestimmt. Den Probekörpern wurden dazu nach der Biegeprüfung Materialproben aus gering beanspruchten Querschnittsbereichen entnommen und in Standardzugversuchen nach DIN EN ISO 6892-1 [29] geprüft. Die Materialproben wurden den Probekörpern jeweils in Bauteillängsrichtung, -querrichtung und im Bereich der Kanten entnommen. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den Anhängen A9 bis A15 dokumentiert.

**Tabelle 3.4:** Streckgrenzen des Probekörpermaterials in Abhängigkeit der Prüfrichtung

	$f_{y, \text{längs}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{y, \text{quer}} /$ $f_{y, \text{längs}}$ [%]	$f_{y, \text{Kante}} /$ $f_{y, \text{längs}}$ [%]
N6 SW768 T3	409	+ 2,6	+ 16,4
N12 SW830 T3 Tür *	390	+ 2,0	+ 8,0
N24 SW845 T3	408	+ 5,3	+ 3,0
RUND 850 T3	382	+ 1,7	-

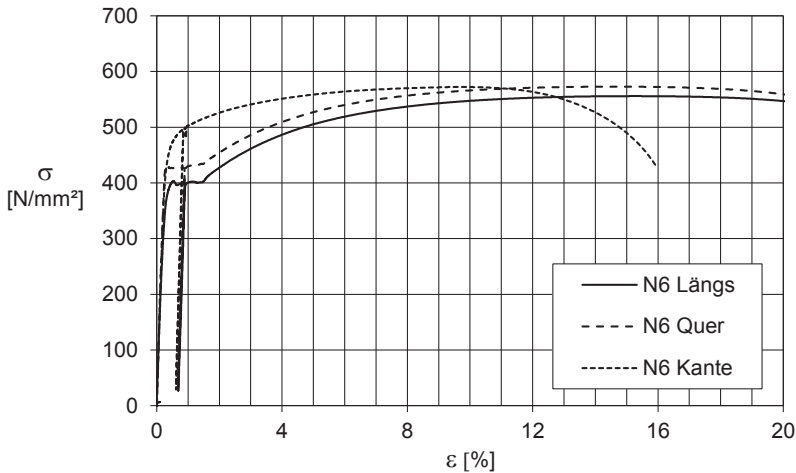


Das Diagramm zeigt einen rechteckigen Probekörper in einer perspektivischen Ansicht. Drei Richtungen sind mit Linien markiert: 'quer' zeigt auf die Querschnittsfläche, 'längs' zeigt auf die Längsachse und 'Kante' zeigt auf die Kantenregion des Körpers.

\* dieser Wert wurde aus Materialproben der Probekörper mit Türöffnungen ergänzt [90]

Die Materialprüfungen zeigten neben Anisotropien aus dem Walzen des Ausgangsmaterials auch den Einfluß des Kantens auf die Materialeigenschaften (Kaltverfestigung) auf. Die Umformung führte, abhängig vom Kantwinkel, im Kantenbereich zu einer teilweise deutlichen Erhöhung der Streckgrenze. Tabelle 3.4 verdeutlicht dies durch die Darstellung der Verhältniszerte der gemessenen Streckgrenzen der verschiedenen Prüfrichtungen für vier ausgewählte Probekörpergeometrien.

Abbildung 3.4 zeigt exemplarisch die Verläufe der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen einer Längs-, Quer- und Kantenprobe aus einem Probekörper mit 6 Kanten. Bei den Kurven der Längs- und Querprobe ist ein ausgeprägtes Fließplateau und eine deutliche Materialverfestigung bis zum Erreichen der Gleichmaßdehnung zu erkennen. Das Verhältnis der Zugfestigkeit zur Streckgrenze beträgt bei diesen Proben ca. 1,4. Die Gleichmaßdehnung liegt bei beiden Proben bei ca. 15%.



**Abbildung 3.4:** Zugproben in Längs- und Querrichtung sowie aus dem Kantenbereich des Materials des Probekörper N6 SW768 T3 V1

Die Kantenprobe zeigt einen für kaltverformte Bleche typischen Verlauf. Die Streckgrenze liegt bei dieser Probe im Vergleich zu den anderen beiden Proben deutlich höher. Die verbleibende Verfestigung oberhalb der Streckgrenze ist dementsprechend geringer ( $f_u/f_y \approx 1,2$ ). Gleichzeitig wird die geringere Gleichmaßdehnung deutlich, sie beträgt in diesem Beispiel nur noch ca. 10 %. Der Einfluss der Kaltumformung auf die Werkstoffeigenschaften wird in Abschnitt 4.3.2 ausführlicher behandelt.

### 3.4 Vermessung der Probekörper

Dem Einfluss geometrischer Imperfektionen auf das Tragverhalten kommt bei der Untersuchung von Stabilitätsproblemen besondere Bedeutung zu, da diese bei druckbeanspruchten Bauteilen das Bauteilverhalten unter Last maßgeblich beeinflussen können. Aus diesem Grund wurden drei Probekörper vor der Versuchsdurchführung vermessen, um die vorhandene Ausgangsgeometrie zu dokumen-

tieren. Von einem Probekörper mit 6 Kanten, einem Probekörper mit 12 Kanten und einem runden Probekörper wurden jeweils die Oberflächengeometrien im Bereich von mindestens 4 m vor und hinter der Lasteinleitungsplatte gemessen und ausgewertet.

Die Fa. ArtmanConsult Geomatik Karlsruhe wurde damit beauftragt, die Oberflächen dieser Probekörper mit einem Laserscannersystem dreidimensional zu erfassen und zu digitalisieren. Als Ergebnis der Oberflächenmessungen standen Messpunkte der Oberfläche in geringem Abstand (Punktabstand  $\ll 5$  mm) zur Verfügung. Aus diesen Messpunkten wurde zunächst eine Fläche generiert. Anschließend wurde diese Fläche in ein überwiegend gleichmäßiges, rechtwinkliges Raster unterteilt (Rasterabstand  $\leq 20 \times 20$  mm), welches dann auf die Mittelflächen der Bleche umgerechnet wurde (offset). Die Koordinaten der Rasterpunkte der Mittelflächen konnten somit direkt in die FE-Software importiert werden und als Knoten für eine Elementgenerierung verwendet werden, um auf diese Weise die vermessene Geometrie für weitere numerische Untersuchungen abzubilden.

Die Messgenauigkeit des Laserscanners [56] wird von der Fa. Artmann mit  $\pm 1$  mm angegeben, wobei diese Angabe einen Erfahrungswert darstellt, der auch für Messungen aus größerer Entfernung und strukturierte Oberflächen gilt. Die Messgenauigkeit der unter Laborbedingungen durchgeführten Messungen der Stahloberflächen wird höher eingeschätzt. Zusätzlich wurde das Messrauschen durch die Nachbearbeitung der Messdaten und die Generierung der Fläche gefiltert und vergleichmäßigt, wodurch sich die Genauigkeit weiter erhöht. Insgesamt wird daher davon ausgegangen, dass der Fehler in den Datenpunkten der resultierenden Mittelflächen kleiner als  $\pm 0,5$  mm bezogen auf die tatsächliche Flächen ist.

Die Messdaten der Mittelflächen bieten eine wertvolle Datenbasis für Untersuchungen zur Beschaffenheit der vorhandenen geometrischen Imperfektionen sowie zum Einfluss dieser auf das Tragverhalten. Es folgt daher eine ausführliche Dokumentation und Darstellung der Messdaten.

### **3.4.1 Geometrie Probekörper N6 SW768 T3 V3**

In diesem Abschnitt werden die geometrischen Eigenschaften des Probekörpers N6 SW768 T3 V3 auf der Grundlage der Messdaten dargestellt. Dazu müssen bei einer realen Struktur, die keine offensichtlichen Bezugspunkte, -achsen oder -flächen besitzt, zunächst ebendiese gewählt und bestimmt werden um Informationen

über die geometrische Beschaffenheit darstellen zu können. Das bedeutet, dass das hier untersuchte Bauteil mit polygonalem Querschnitt weder einer exakt geraden Achse folgt, noch klar definierte Eckpunkte aufweist (ausgerundete Ecken). Auch die Bestimmung von scheinbar einfachen Größen wie z.B. die Breite einer ebenen Seitenfläche ist durch die ausgerundeten Ecken nicht ohne weitere Aufbereitung der Messdaten möglich.

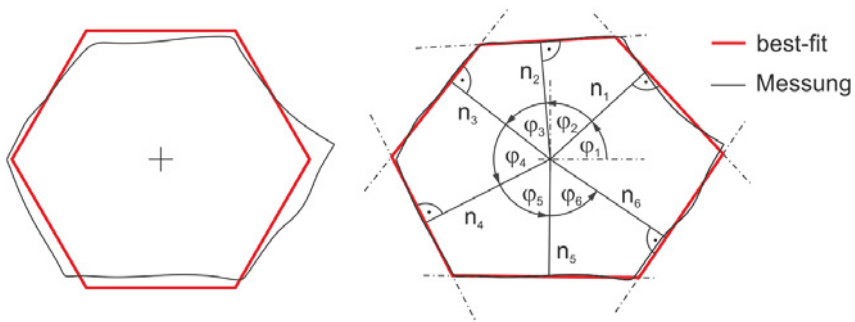
Um in solchen Fällen einen Abgleich der Ist-Geometrie mit der Soll-Geometrie durchführen zu können, können sogenannte best-fit Prozeduren verwendet werden, die auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate basieren, um eine Referenzfläche zu bestimmen, die die größte Übereinstimmung mit den Messdaten erzielt. Die Eigenschaften der Referenzfläche und die Abweichungen der Messdaten bezogen auf diese Fläche liefern die Informationen zur Beschaffenheit der Geometrie.

Eine best-fit Prozedur für die Aufbereitung der Messdaten eines zylindrischen Silos ist in [85] beschrieben. Dabei wird in die Datenpunkte aus der Vermessung des Silos ein geometrisch perfekter Zylinder eingepasst. Der perfekte Zylinder liefert die Referenzfläche für die Darstellung der Abweichungen der Ist-Geometrie von der Referenzgeometrie (net imperfections / Nettoimperfectionen), die durch die Lage und Ausrichtung der Zylinderachse (Schwereachse) und den Zylinderradius bestimmt ist. Die tatsächliche mittlere Größe der Struktur und lokale Imperfektionen der Silowand können so dargestellt werden.

Für die polygonalen Bauteile wird dieses Vorgehen aufgegriffen, es sind jedoch weitere Überlegungen notwendig. Ein einfacher best-fit durch ein regelmäßiges Polygon, wie er z.B. in [14] für einen ebenen Anwendungsfall vorgestellt wird, ist für polygonale Querschnitte mit variierenden Kantwinkeln und Seitenbreiten nicht geeignet, da die Referenzseitenflächen nur ungenügend an die jeweilige Lage und die Ausrichtung der Seitenflächen der Ist-Geometrie angepasst werden kann (Abbildung 3.5).

Vielmehr sind je Seitenfläche der Abstand zum Schwerpunkt ( $n_i$ ) und die Richtung der Flächennormalen ( $\varphi_i$ ) zu bestimmen. Mit Kenntnis der Seitenflächen kann auch die Lage und Richtung der Eckpunkte bestimmt werden. Erst mit diesem unregelmäßigen Referenzpolygon lassen sich Schlüsselweiten, Eckpunktabständen, Seitenbreiten und Kantwinkeln bestimmen. Weiterhin dienen die Flächen des Referenzpolygons zur Bestimmung der Imperfektionen der flachen Seiten.





**Abbildung 3.5:** links: best-fit mit regelmäßigem Polygon, rechts: best-fit mit unregelmäßigem Polygon

Die best-fit Prozedur für die Polygondaten besteht daher aus mehreren Schritten: In einem ersten Schritt wird ein Zylinder in die Messdaten des polygonalen Querschnitts nach [85] eingepasst. Ausgehend von der damit bestimmten Lage der Schwereachse werden Abstand und Ausrichtung der Ebenen bestimmt, die am besten in die Messpunkte der Seitenflächen passen. Für diese Schritte werden die Messpunkte seitenweise aufgeteilt und die Ebenen in diese Messpunkte eingepasst. Die Messpunkte im Eckbereich bleiben dabei unberücksichtigt, da sie nicht immer eindeutig einer Seitenfläche zugeordnet werden können. Das Ergebnis ist ein im Querschnitt unregelmäßiges räumliches Polygon, das aus ebenen Flächen besteht, die auch geneigt sein können (Abbildung 3.6 links).

Aus diesem unregelmäßigen best-fit Polygon lassen sich die in Abbildung 3.6 rechts dargestellten Größen ableiten: Schlüsselweite  $sw$  als kürzester Abstand zwischen zwei gegenüberliegenden Seitenmitten, Eckpunktabstände  $d_i$ , die Breite der einzelnen Seiten  $b_i$  und die Innenwinkel  $\theta_i$ . Diese Größen können mit den Nennwerten des Querschnitts verglichen werden, um eine Einschätzung der geometrischen Qualität zu treffen. Darüber hinaus können die Abstände der Messpunkte der Seitenflächen normal zu den Ebenen des best-fit Polygons ausgewertet werden, um ein Bild der Vorverformungen  $\Delta w$  der Seitenflächen zu erhalten (Nettoimperfektionen).

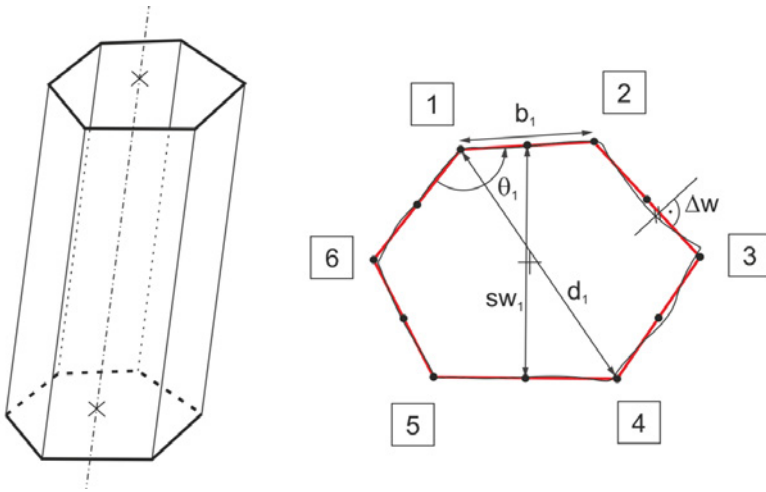


Abbildung 3.6: links: best-fit mit unregelmäßigem Polygon, rechts: abgeleitete Größen

Abbildung 3.7 zeigt den Probekörper N6 SW768 T3 V3 und die durch die Messung erfassten Oberflächen 1 und 2. Die Berechnung eines best-fit Polygons und die Auswertung von  $\Delta w$  erfolgt für jede der Probekörperhälften separat. Die aus dem best-fit ermittelten geometrischen Größen werden in Tabelle 3.5 und Tabelle 3.6 zusammengefasst. Diesen Größen werden außerdem die Nennwerte der Sollgeometrie des Probekörpers gegenübergestellt.

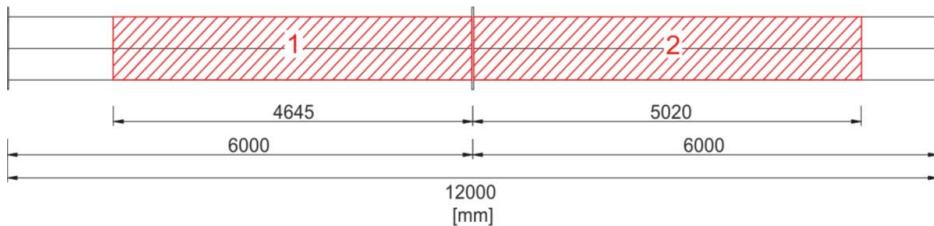


Abbildung 3.7: N6 SW768 T3 V3: Messbereiche

Die Tabellen verdeutlichen die Abweichungen der vorhandenen Geometrie von der Soll-Geometrie. Beide Probekörperhälften weisen qualitativ und von der Größenordnung her vergleichbare Abweichungen auf, die im Folgenden näher erläutert werden. Die Bezeichnungen der Ecken und der Ausrichtung beziehen sich auf die Darstellung der Prüflage in Abbildung 3.8.

**Tabelle 3.5:** N6 SW768 T3 V3 Probekörperperhälfte 1: Geometrie

	Soll	Ist		$\Delta$
Schlüsselweite [mm]:	$SW_{nom}$	$SW_{min}$	$SW_{max}$	$\Delta SW$
	765,0	760,7	774,2 (KR)	+1,2% / -0,6%
Eckpunktstand [mm]:	$d_{nom}$	$d_{min}$	$d_{max}$	$\Delta d$
	883,3	871,1	894,0	+1,2% / -1,4%
Kantwinkel innen [°]:	$\theta_{nom}$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$	$\Delta\theta$
	120,0	118,3	122,5	+2,1% / -1,4%
Seitenbreite [mm]:	$b_{nom}$	$b_{min}$	$b_{max}$	$\Delta b$
	441,7	440,4	444,8	+0,7% / -0,3%
	Soll	Ist	$\Delta$	
Umfang [mm]:	$U_{nom}$	$U_{vorh} = \Sigma b$	$\Delta U$	
	2650,0	2651,9	+0,1%	
Blechdicke [mm]:	$t_{nom}$	$t_{vorh}$	$\Delta t$	
	3,0	3,16	+5,3%	
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{nom}$	$U_{vorh} \times t_{vorh}$	$\Delta A$	
	7950,0	8380,0	+5,4%	

Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie; KR: Krafrichtung;  $t_{vorh}$  vgl. Anhang A10

**Tabelle 3.6:** N6 SW768 T3 V3 Probekörperperhälfte 2: Geometrie

	Soll	Ist		$\Delta$
Schlüsselweite [mm]:	$SW_{nom}$	$SW_{min}$	$SW_{max}$	$\Delta SW$
	765,0	761,3	779,0 (KR)	+1,8% / -0,5%
Eckpunktstand [mm]:	$d_{nom}$	$d_{min}$	$d_{max}$	$\Delta d$
	883,3	872,0	896,3	+1,5% / -1,3%
Kantwinkel innen [°]:	$\theta_{nom}$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$	$\Delta\theta$
	120,0	118,5	122,7	+2,3% / -1,3%
Seitenbreite [mm]:	$b_{nom}$	$b_{min}$	$b_{max}$	$\Delta b$
	441,7	442,2	445,8	+0,9% / -0,1%
	Soll	Ist	$\Delta$	
Umfang [mm]:	$U_{nom}$	$U_{vorh} = \Sigma b$	$\Delta U$	
	2650,0	2660,2	+0,4%	
Blechdicke [mm]:	$t_{nom}$	$t_{vorh}$	$\Delta t$	
	3,0	3,16	+5,3%	
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{nom}$	$U_{vorh} \times t_{vorh}$	$\Delta A$	
	7950,0	8406,2	+5,7%	

Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie; KR: Krafrichtung;  $t_{vorh}$  vgl. Anhang A10

Prozentual dargestellt fallen die geometrischen Abweichungen der Probekörperhälften gering aus. Absolut betragen die Abweichungen jedoch bei den Schlüsselweiten bis zu 14,0 mm und bei den Eckpunktabständen bis zu 24,3 mm. Wendet man die Eckpunktabstände auf das Unrundheitskriterium für zylindrische Querschnitte nach DIN EN 1993-1-6 [25] an, würden die Querschnitte demnach nicht einmal der niedrigsten Qualitätsklasse C genügen.

Für Querschnitte unter einer Biegebeanspruchung ist dieses Kriterium ohne die Kenntnis der Ausrichtung des ovalisierten Querschnittes jedoch nicht aussagekräftig. Bei beiden Probekörperhälften ist der Abstand  $s_w$  zwischen der Druck- und Zugseite deutlich größer als zwischen den anderen gegenüberliegenden Seiten. D.h. der ovalisierte Querschnitt hat einen größeren vertikalen Durchmesser bzw. eine vergrößerte statische Höhe gegenüber der Sollgeometrie.

Passend dazu sind auch die Kantwinkel der unten und oben liegenden Ecken in allen Fällen kleiner ( $\theta_1, \theta_2, \theta_4, \theta_5 = 118,7^\circ$  i.M.) als die Kantwinkel der geschweißten Ecken ( $\theta_3$  u.  $\theta_6 = 122,5^\circ$  i.M.). Eine vergleichbare Systematik ist für die Seitenbreiten nicht erkennbar. Die Unterschiede in den vorhandenen Seitenbreiten bezogen auf die Sollgeometrie betragen zwischen -1,3 mm und +4,1 mm. Insgesamt adieren sich die Seitenbreiten bei beiden Probekörperhälften jedoch auf einen Umfang, der die Sollgeometrie nur um 0,1 - 0,4 % übersteigt.

Die geometrischen Unterschiede zwischen den beiden Probekörperhälften sind sehr gering. Dennoch stellt sich die Frage, ob sich aus der Darstellung der Geometrie Anzeichen dafür ergeben, welche der beiden Probekörperhälften im Versuch zuerst versagt. Für eine Biegebeanspruchung am naheliegendsten ist ein Vergleich der Schlüsselweite in Krafrichtung (statische Höhe), da sich die Querschnittsflächen nur geringfügig unterscheiden. Mit 779,0 mm ist die relevante Schlüsselweite der zweiten Probekörperhälfte tatsächlich um 4,8 mm größer als die der Ersten. Im Versuch versagt jedoch die zweite Probekörperhälfte.

Offenbar sind weitere, lokale Einflüsse für eine Einschätzung des Einflusses der Geometrie auf die Biegetragfähigkeit zu berücksichtigen. Anhaltspunkte dafür finden sich in Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9, die die Nettoimperfectionen  $\Delta w$  der Seitenflächen der Probekörperhälften zeigen. Die Mantelfläche des Probekörpers wird als Abwicklung dargestellt.

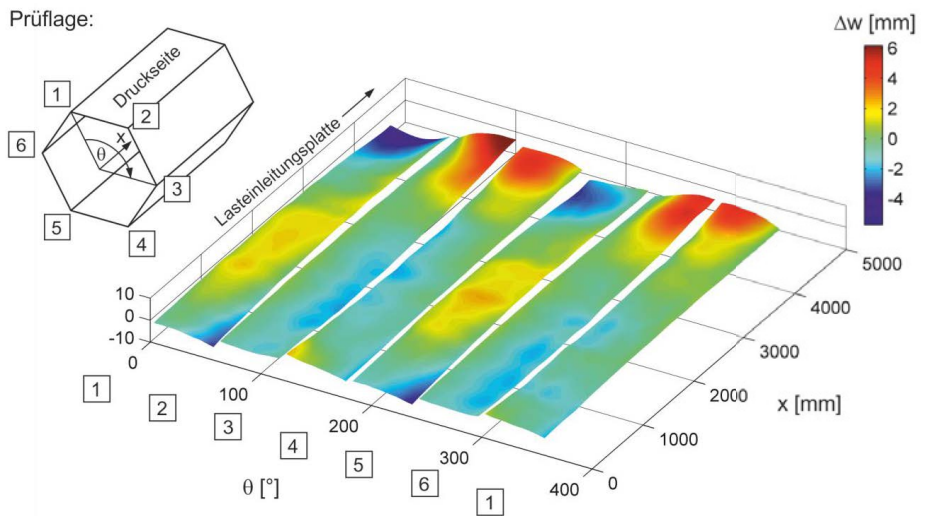


Abbildung 3.8: N6 SW768 T3 V3 Probekörperhälfte 1:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Polygon

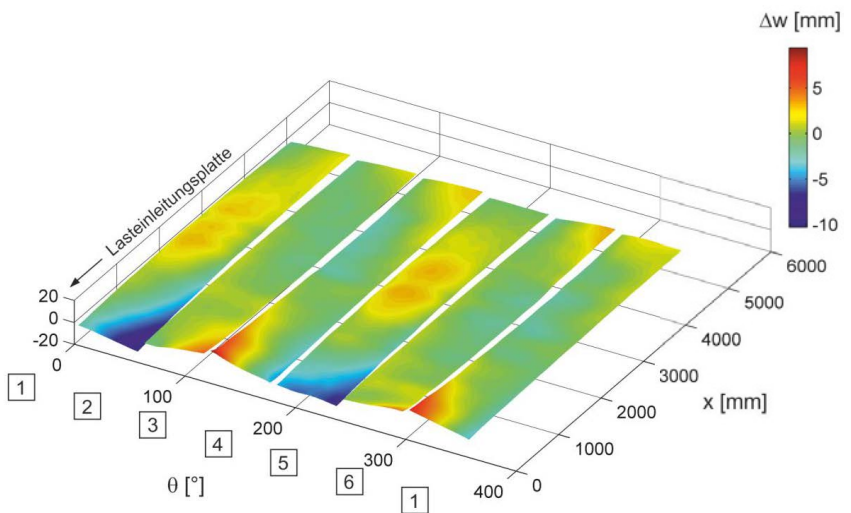


Abbildung 3.9: N6 SW768 T3 V3 Probekörperhälfte 2:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Polygon

Die Darstellung vermittelt einen qualitativen Eindruck von der Ebenheit der Seitenflächen. Die dargestellten Abstände  $\Delta w$  zum best-fit Polygon können als Vorbeuliefen interpretiert werden. Die Ränder der Seitenflächen sind aufgrund der gewählten Annäherung des realen Bauteils durch das best-fit Polygon nicht zwangsläufig unverformt (vgl. Abbildung 3.5).

Die Abbildungen verdeutlichen, dass die Endquerschnitte an der Lasteinleitungsplatte die größeren lokalen Vorverformungen aufweisen, während die innen liegenden Bereiche nur kleinere Unebenheiten zeigen. Ein Vorverformungsmuster, das Elemente von einer schachbrettartigen Vorverformung mit abwechselnd nach innen und außen gerichteten Einzelbeulen enthält, kann nicht festgestellt werden.

Ein Vergleich der beiden Abbildungen zeigt, dass die zweite Probekörperhälfte deutlich tiefere lokale Vorverformungen der Seitenflächen im Bereich der Lasteinleitungsplatte aufweist als die erste Probekörperhälfte. Der Farbverlauf der ersten Seitenfläche der zweiten Probekörperhälfte (Druckseite) zeigt an die Lasteinleitungsplatte angrenzend eine (nach innen gerichtete) Vorverformung der Fläche, die lokal zu einer reduzierten statischen Höhe führt.

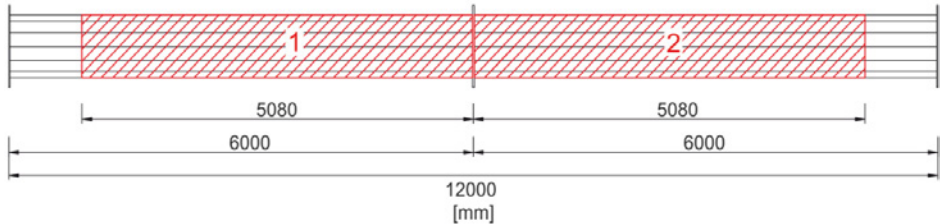
Die Größe der Biegerollenradien des Probekörpers N6 SW768 T3 V3 wurden aus den Messdaten der Oberfläche durch das Einpassen von Kreisen auf die Messdatenpunkte des Kantbereichs verschiedener Querschnitte ermittelt. Die Biegerollenradien der gekanteten Ecken bezogen auf die Profilmittellinie sind unterschiedlich groß und betragen ca.  $r = 21 - 32$  mm.

### 3.4.2 Geometrie Probekörper N12 SW845 T3 V3

Das zuvor beschriebene Vorgehen für das Einpassen eines unregelmäßigen Polygons in Messdaten wird in gleicher Form auch für die Messdaten des Probekörpers N12 SW845 T3 V3 durchgeführt. Das Ergebnis sind Referenzpolygone für jede Probekörperhälfte, die zur Beschreibung der geometrischen Beschaffenheit des Probekörpers verwendet werden. Die abgeleiteten geometrischen Größen der Probekörperhälften werden in Tabelle 3.7 und Tabelle 3.8 zusammengefasst. Abbildung 3.10 zeigt den Probekörper und die Größe der Messbereiche.

Die Probekörperhälften weisen bei den Schlüsselweiten, den Eckpunktabständen und den Kantwinkeln deutlich geringere prozentuale Abweichungen der vorhandenen Geometrie auf als der Probekörper N6 SW768 T3 V3. Entsprechend würde

auch das Unrundheitskriterium nach DIN EN 1993-1-6 [25] eine Einstufung in die höchste Qualitätsklasse A zulassen.



**Abbildung 3.10:** N12 SW845 T3 V3: Messbereiche

Die Kantwinkel variieren geringfügig um den Sollwert  $150^\circ$  ( $-0,5^\circ$  bis  $+0,6^\circ$ ). Es kann hier kein Zusammenhang zwischen der Größe der Kantwinkel und der Form der Ecken (gekantet oder geschweißt) hergestellt werden. Die Unterschiede in den Breiten der Seitenflächen betragen zwischen  $-4,3$  mm und  $+2,5$  mm bezogen auf das Sollmaß. Sie liegen damit vom Betrag her sogar geringfügig über den Abweichungen, die beim Probekörper N6 SW768 T3 V3 festgestellt wurden, obwohl das Nennmaß der Seitenbreite  $b_{\text{nom}}$  nur etwa halb so groß ist. Die jeweils resultierenden Umfänge als Summe der Seitenbreiten weichen trotzdem nur sehr geringfügig vom Nennmaß  $U_{\text{nom}}$  ab ( $-0,2\%$  bzw.  $+0,01\%$ ).

Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12 zeigen die Nettoimperfektionen  $\Delta w$  der Seitenflächen der Probekörperhälften. Die Abbildungen verdeutlichen, dass die Vorverformungen aus der Ebene bei diesem Probekörper insgesamt deutlich kleiner sind als beim zuvor dargestellten Probekörper mit 6 Kanten. Die größten Abweichungen aus den Seitenebenen betragen zwischen  $-3,3$  mm und  $+5,2$  mm und treten in den randnahen an die Lasteinleitungsplatte angrenzenden Bereichen auf. Im Bereich der innen liegenden Flächen sind die Ausmitten  $\Delta w$  kleiner als 2 mm.

Lokale Einzelbeulen, wie sie beim 6-Kant Probekörper an einzelnen Stellen vorkommen (Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9), sind in der Darstellung der Nettoimperfektionen  $\Delta w$  beim Probekörper N12 SW845 T3 V3 nicht zu erkennen (Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12). Die Plots vermitteln vielmehr den Eindruck von leicht gekrümmten Flächen ohne auffällige lokale Vorverformungen.

Die Biegerollenradien dieses Probekörpers sind insgesamt etwas größer als zuvor beim Probekörper mit 6 Kanten. Sie sind ebenfalls sehr uneinheitlich und betragen ca.  $r = 27 - 46$  mm.

**Tabelle 3.7:** N12 SW845 T3 V3 Probekörperhälfte 1: Geometrie

	Soll	Ist		$\Delta$
Schlüsselweite [mm]:	$SW_{nom}$	$SW_{min}$	$SW_{max}$	$\Delta SW$
	842,0	838,2	844,8	+0,3% / -0,5%
Eckpunktabstand [mm]:	$d_{nom}$	$d_{min}$	$d_{max}$	$\Delta d$
	871,7	868,1	874,4	+0,3% / -0,4%
Kantwinkel innen [°]:	$\theta_{nom}$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$	$\Delta \theta$
	150,0	149,5	150,6	+0,4% / -0,3%
Seitenbreite [mm]:	$b_{nom}$	$b_{min}$	$b_{max}$	$\Delta b$
	225,6	223,52	228,07	+1,1% / -0,9%
	Soll	Ist	$\Delta$	
Umfang [mm]:	$U_{nom}$	$U_{vorh} = \Sigma b$	$\Delta U$	
	2707,4	2706,0	+0,01%	
Blechdicke [mm]:	$t_{nom}$	$t_{vorh}$	$\Delta t$	
	3,0	3,05	+1,7%	
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{nom}$	$U_{vorh} \times t_{vorh}$	$\Delta A$	
	8122,1	8253,3	+1,6%	

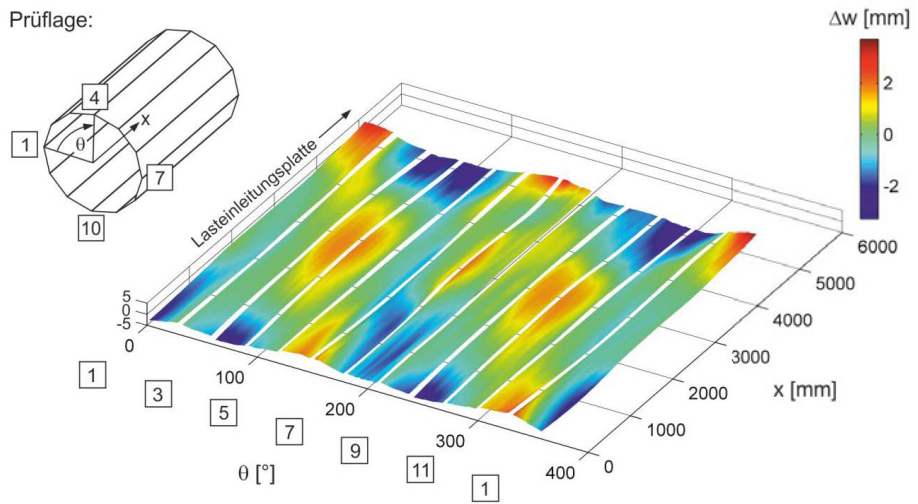
Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie;  $t_{vorh}$  vgl. Anhang A13

**Tabelle 3.8:** N12 SW845 T3 V3 Probekörperhälfte 2: Geometrie

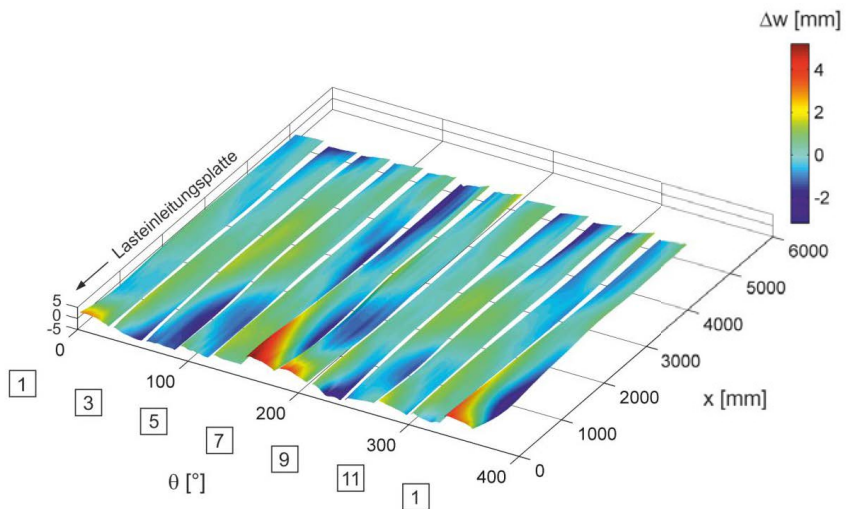
	Soll	Ist		$\Delta$
Schlüsselweite [mm]:	$SW_{nom}$	$SW_{min}$	$SW_{max}$	$\Delta SW$
	842,0	838,7	842,7	+0,1% / -0,4%
Eckpunktabstand [mm]:	$d_{nom}$	$d_{min}$	$d_{max}$	$\Delta d$
	871,7	867,8	872,2	+0,1% / -0,4%
Kantwinkel innen [°]:	$\theta_{nom}$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$	$\Delta \theta$
	150,0	149,5	150,6	+0,4% / -0,4%
Seitenbreite [mm]:	$b_{nom}$	$b_{min}$	$b_{max}$	$\Delta b$
	225,6	221,3	227,9	+1,0% / -1,9%
	Soll	Ist	$\Delta$	
Umfang [mm]:	$U_{nom}$	$U_{vorh} = \Sigma b$	$\Delta U$	
	2707,4	2702,5	-0,2%	
Blechdicke [mm]:	$t_{nom}$	$t_{vorh}$	$\Delta t$	
	3,0	3,05	+1,7%	
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{nom}$	$U_{vorh} \times t_{vorh}$	$\Delta A$	
	8122,1	8242,6	+1,5%	

Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie;  $t_{vorh}$  vgl. Anhang A13





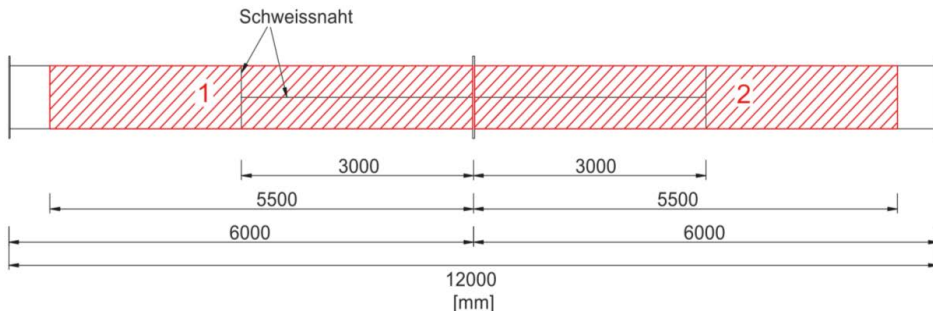
**Abbildung 3.11:** N12 SW845 T3 V3 Probekörperhälfte 1:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Polygon



**Abbildung 3.12:** N12 SW845 T3 V3 Probekörperhälfte 2:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Polygon

### 3.4.3 Geometrie Probekörper RUND 850 T3 V3

Für den Probekörper RUND 850 T3 V3 wird ein Zylinder-best-fit nach [85] für beide Probekörperhälften durchgeführt. Die Probekörperhälften besitzen die Besonderheit, dass sie aus jeweils vier rundgewalzten Blechtafeln hergestellt wurden, die mit einer Umfangsnaht in der Mitte und versetzt angeordneten Längsnahten verschweißt wurden. Die Lage der Schweißnähte ist in Abbildung 3.13 zu erkennen.



**Abbildung 3.13:** RUND 850 T3 V3: Messbereiche

Die Vorverformungen der Oberflächen, die sich als Folge des Verzugs aus dem Schweißprozess ergeben, werden vor allem in der Darstellung der Nettoimperfectionen  $\Delta w$  deutlich (Abbildung 3.14 u. Abbildung 3.15). Auf die Abmessungen des best-fit Zylinders haben sie keinen Einfluss. Tabelle 3.9 und Tabelle 3.10 zeigen die geometrischen Größen der best-fit Zylinder und die Gegenüberstellung mit den Nennwerten der Sollgeometrie. Der aus dem best-fit resultierende Radius beider Probekörperhälften weicht, ebenso wie der Umfang, nur unwesentlich von der Sollgeometrie ab ( $\Delta_{\max} = 0,05\%$ ).

Die Darstellungen der Nettoimperfectionen  $\Delta w$  (Abbildung 3.14 und Abbildung 3.15) ist durch die deutlich sichtbaren nach innen gerichteten Schweißnahteinzüge der Längsnahten gegliedert. Mit der Darstellung der Prüflage in Abbildung 3.14 wird deutlich, dass die Lage der Schweißnähte so gewählt wurde, dass während der Prüfung keine Längsnahten im Druckbereich rechts und links der Lasteinleitungsplatte befanden. Die Tiefe der Schweißnahteinzüge beträgt bei beiden Probekörperhälften maximal -8,3 mm. Die tiefste Stelle befindet sich an der Probekörperhälfte 2 bei  $x = 2120$  mm und  $\theta = 269^\circ$ . Die größte positive Abweichung beider Probekörperhälften beträgt +7,1 mm und befindet sich an der Probekörperhälfte 1

bei  $x = 2580 \text{ mm}$  und  $\theta = 352^\circ$ . Die Extremwerte befinden sich in beiden Fällen an einer Schweißnaht.

**Tabelle 3.9:** RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 1: Geometrie

	Soll	Ist	$\Delta$
Radius [mm]:	$r_{\text{nom}}$	$r_{\text{best-fit}}$	$\Delta U$
	423,5	423,6	+0,02%
Umfang [mm]:	$U_{\text{nom}}$	$U_{\text{best-fit}}$	$\Delta U$
	2660,9	2661,6	+0,03%
Blechdicke [mm]:	$t_{\text{nom}}$	$t_{\text{vorh}}$	$\Delta t$
	3,0	3,22	+7,3%
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{\text{nom}}$	$U_{\text{best-fit}} \times t_{\text{vorh}}$	$\Delta A$
	8122,1	8570,4	+5,5%

Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie;  $t_{\text{vorh}}$  vgl. Anhang A16

**Tabelle 3.10:** RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 2: Geometrie

	Soll	Ist	$\Delta$
Radius [mm]:	$r_{\text{nom}}$	$r_{\text{best-fit}}$	$\Delta U$
	423,5	423,3	-0,05%
Umfang [mm]:	$U_{\text{nom}}$	$U_{\text{best-fit}}$	$\Delta U$
	2660,9	2659,7	-0,05%
Blechdicke [mm]:	$t_{\text{nom}}$	$t_{\text{vorh}}$	$\Delta t$
	3,0	3,22	+7,3%
Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]:	$A_{\text{nom}}$	$U_{\text{best-fit}} \times t_{\text{vorh}}$	$\Delta A$
	8122,1	8564,2	+5,4%

Alle Angaben beziehen sich auf die Profilmittellinie;  $t_{\text{vorh}}$  vgl. Anhang A16

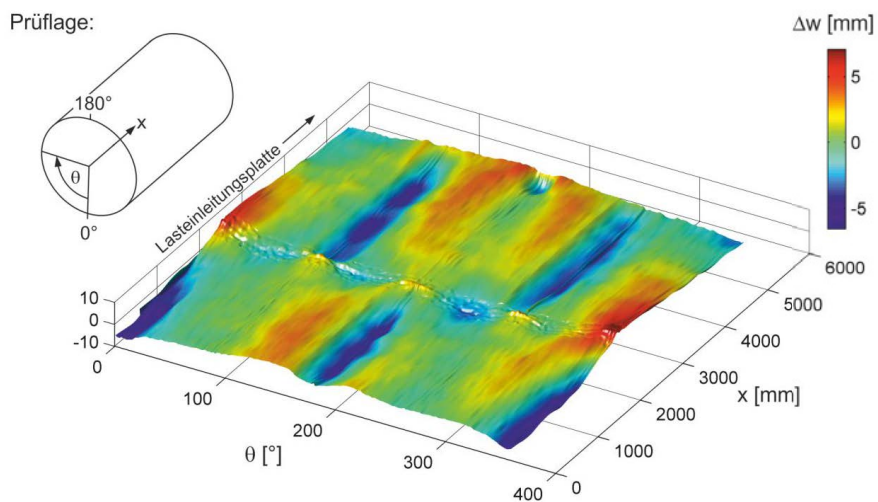


Abbildung 3.14: RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 1:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Zylinder

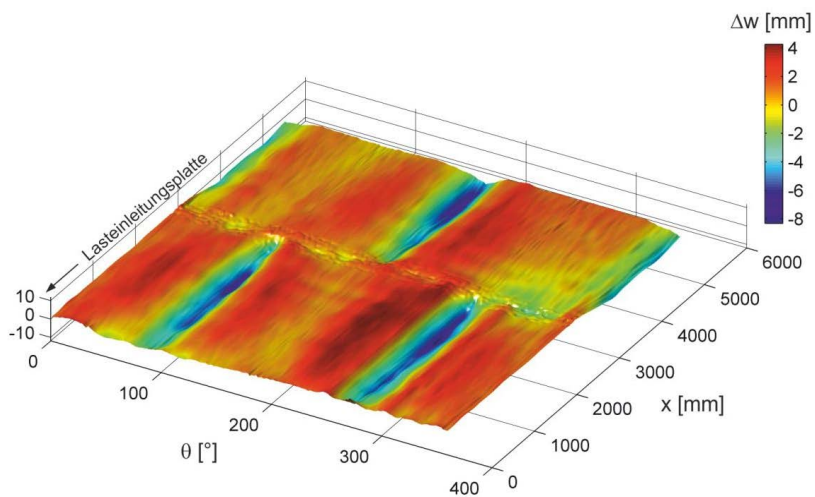
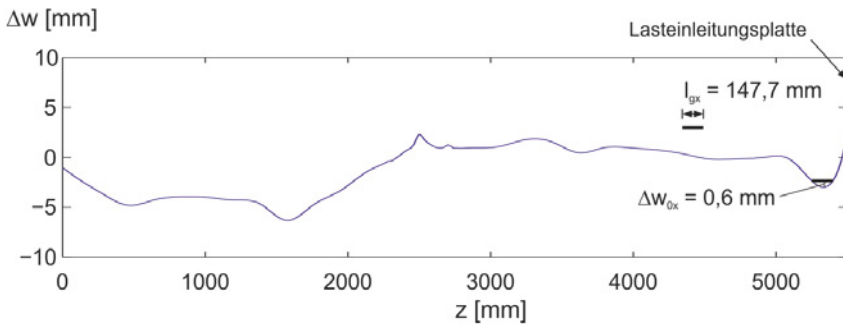


Abbildung 3.15: RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 2:  $\Delta w$  bez. auf best-fit Zylinder

Ohne Bezug zu den Abmessungen des Probekörpers sind die Extremwerte der Vorverformungen nur wenig aussagekräftig. Daher wird eine weitere Einordnung anhand der Toleranzgrenzen für Vorbeulen nach [25] vorgenommen.

Dazu werden zunächst die vorhandenen Vorbeulen in Meridianrichtung überprüft. Abbildung 3.16 zeigt einen Längsschnitt der Probekörperhälfte 1 durch die druckbeanspruchte Querschnittsseite bei  $180^\circ$ . Dies ist die Probekörperhälfte, bei der im Versuch Beulversagen aufgetreten ist. Die relevante Messlänge  $l_{gx}$  wird unter Ansatz von  $r_{best-fit}$  und  $t_{vorh}$  berechnet und beträgt 147,7 mm. Abbildung 3.16 veranschaulicht die Messlänge  $l_{gx}$  im Verhältnis zur Größe der vorhandenen Vorbeulen des Längsprofils. Es wird deutlich, dass die vorhandenen Halbwellenlängen meist um ein Vielfaches länger sind als die Messlänge  $l_{gx}$ . Für die Stelle mit der größten Krümmung nahe der Lasteinleitungsplatte wird der Stich  $\Delta w_{0x}$  ausgewertet: er beträgt 0,6 mm.

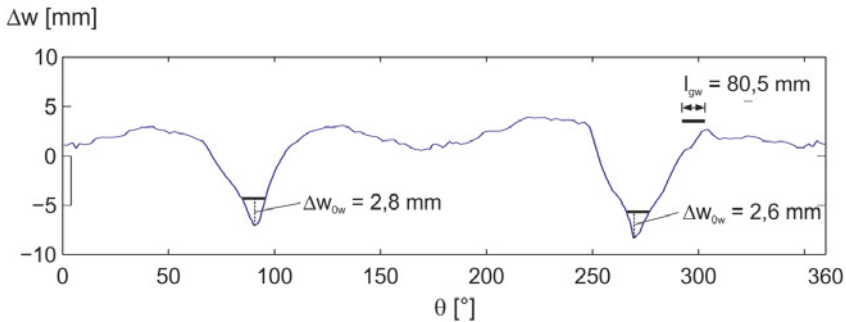
$$U_{0w,vorh} = \frac{\Delta w_{0x}}{l_{gx}} = 0,004 < U_{0,max,A} = 0,006 \quad (3.3)$$



**Abbildung 3.16:** RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 1: Längsschnitt  $\theta=180^\circ$

Aus Glg. (3.3) geht hervor, dass die Probekörperhälfte 1 in die höchste Herstelltoleranz-Qualitätsklasse A eingestuft werden kann. Durch die Darstellung in Abbildung 3.16 wird jedoch offensichtlich, dass die Messlänge  $l_{gx}$  zu kurz ist, um die Vorbeule vollständig zu erfassen. Als Vorgriff auf die weiteren Untersuchungen sei angemerkt, dass sich diese Einschätzung auch als nicht zutreffend erweist. Die lokale Vorverformung nahe der Lasteinleitungsplatte hat eine deutliche traglastreduzierende Wirkung (vgl. Abschnitt 4.4.1).

Weiterhin wird der Umfangsschnitt betrachtet, der zur tiefsten Vorverformung  $\Delta w$  im Bereich der Längsschweißnaht gehört (s.o.). Die tiefste Stelle liegt während der Biegeprüfung in der neutralen Zone des Querschnitts und hat demnach keinen Einfluss auf die Biegetragfähigkeit. Diese Stelle wird dennoch ausgewertet, um auch eine Einschätzung der vorhandenen geometrischen Qualität im Bereich der Schweißnähte treffen zu können. Abbildung 3.17 zeigt den Umfangsschnitt der Probekörperhälfte 2 bei  $z = 2120$  mm. Die zugehörige Messlänge  $l_{gw}$  für Messungen an Schweißnähten beträgt in diesem Fall  $25 \times t_{vorh} = 80,5$  mm. Mit dieser Länge erhält man an den Tiefpunkten der Abwicklung eine maximale Vorbeultiefe von 2,8 mm.



**Abbildung 3.17:** RUND 850 T3 V3 Probekörperhälfte 2: Querschnitt  $z=2120$  mm

Nach [25] ergibt sich der Vorbeulparameter zu  $U_{0w} = \Delta w_{0w}/l_{gw} = 0,032$ . Nach diesem Kriterium ist noch nicht einmal die Einstufung in die niedrigste Qualitätsklasse C möglich.

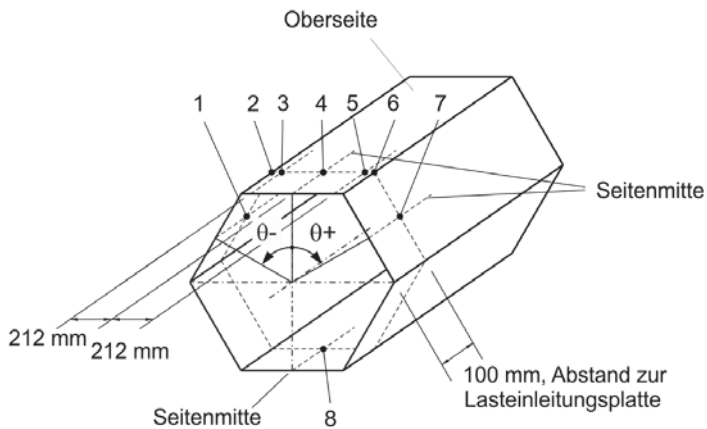
### 3.5 Dehnungsmessungen

Das Tragverhalten polygonaler Maste ist durch die Gliederung des Querschnitts in Kanten und ebene Seitenflächen geprägt. Durch die Kantungen entstehen Bereiche mit stark unterschiedlicher Dehn- und Biegesteifigkeit, die sich auf die Entwicklung der Dehnungen unter Last auswirken. Der Probekörper N6 SW768 T3 V3 wurde deshalb vor der Durchführung des Traglastversuchs mit Dehnmessstreifen (DMS) versehen, um den Verlauf der Dehnungen versuchsbegleitend zu dokumentieren. Ergänzend dazu wurden auch am runden Probekörper RUND 850 T3 V3 Dehnungsmessungen durchgeführt. Es folgt eine Darstellung dieser Beobachtungen.

### 3.5.1 Dehnungen Probekörper N6 SW768 T3 V3

Abbildung 3.18 zeigt die Positionen der DMS am Probekörper N6 SW768 T3 V3. Dargestellt ist nur eine Probekörperhälfte. Die Messstellen an der anderen Probekörperhälfte waren spiegelsymmetrisch zur Lasteinleitungsplatte angeordnet. Der Abstand der Messstellen zur Lasteinleitungsplatte betrug 100 mm. Die Messstellen Nr. 1-7 lagen in der oberen, druckbeanspruchten Querschnittshälfte des Probekörpers. Hier ergaben sich die größten Dehnungsunterschiede entlang des Umfangs durch das Ausbeulen der Seitenflächen unter Last. Messstelle Nr. 8 lag auf der Unterseite, im zugbeanspruchten Querschnittsbereich.

Die DMS wurden an allen Messstellen paarweise sowohl auf der Innenseite des Probekörpers als auch auf der Außenseite deckungsgleich angebracht. Die gegenüberliegende Anordnung der DMS wurde durch Kennzeichnungen am Material vor dem Zusammenbau ermöglicht. Auf diese Weise konnten zusammengehörige Dehnungen der Innen- und Außenseite an den Messstellen erfasst werden. Damit konnten Dehnungen in der Blechebene (Membrandehnungen) und aus lokaler Biegung resultierende Dehnungsanteile (Biegedehnung) unterschieden werden.



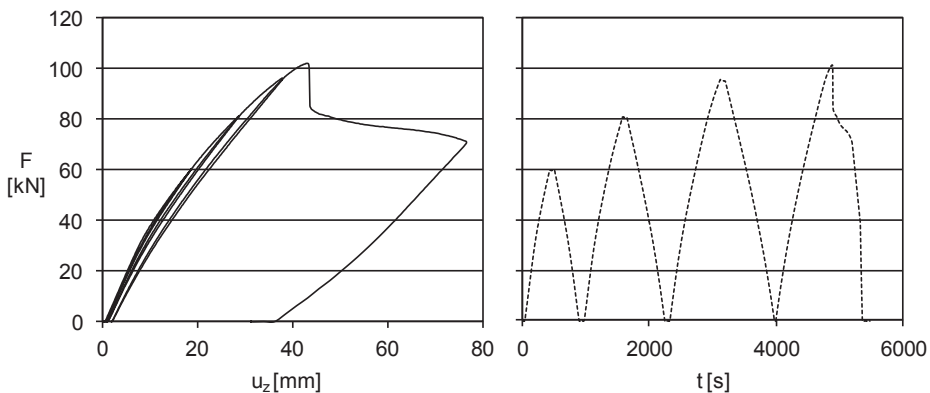
Messstelle Nr.:	1	2	3	4	5	6	7	8
Winkel $\theta$ [°]:	-60	-30	-29	0	29	30	60	180

Abbildung 3.18: N6 SW768 T3 V3: Messstellen

An allen Messstellen wurden Längsdehnungen gemessen. Zusätzlich wurden an allen Messstellen außer im unmittelbaren Kantenbereich (Nr. 2 und Nr. 6) auch die Dehnungen in Umfangsrichtung erfasst (Rosetten-DMS). Insgesamt entsprachen die angebrachten DMS an diesem Probekörper damit 56 Einzel-DMS.

Der Biegeversuch wurde mit mehreren weggesteuerten Be- und Entlastungsschritten durchgeführt. Abbildung 3.19 zeigt die zugehörige Last-Verformungskurve und den Kraft-Zeit-Verlauf.  $F$  ist dabei die vertikale Kraft, die auf die Lasteinleitungsplatte einwirkte. Die Verformungsgröße  $u_z$  bezeichnet die vertikale Verschiebung der Lasteinleitungsplatte.

Die Umkehrpunkte des Kraftverlaufs lagen bei den Laststufen 59,8 kN, 80,9 kN und 95,8 kN, die zu vorher gewählten Maschinenwegen gehörten. Das Versagen des Probekörpers trat bei 101,6 kN auf. Es handelt sich hierbei um Angaben der Maschinenkraft, die zusammen mit den Dehnungsmessungen aufgezeichnet wurden. Die Versagenslast, die in Anhang A9 angegeben wird, ist ca. 1% kleiner. Diese Kraft wurde mit einer zusätzlich installierten Messdose mit einer höheren Auflösung gemessen.



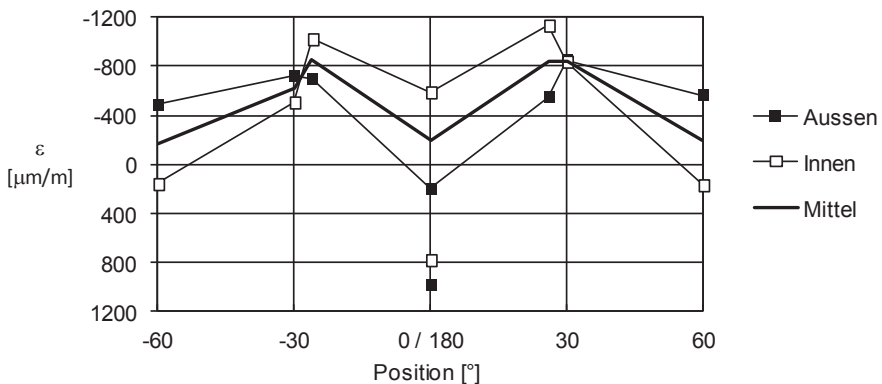
**Abbildung 3.19:** N6 SW768 T3 V3: links: Kraft-Verformungs-Diagramm, rechts: Last-Zeit-Verlauf

Die Dehnungsverläufe werden zunächst über den abgewickelten Querschnitt dargestellt. Die Dehnungen, die hier angegeben werden, sind die bei den Messungen aufgezeichneten Werte. Dehnungen, die aus dem Eigengewicht des Probekörpers resultierten, sind darin nicht enthalten. Diese Dehnungen betragen ca. bis zu  $\pm 33 \mu\text{m}/\text{m}$ . Es werden die Dehnungen der Messungen an der Probekörperhälfte 2 gezeigt, da dies die Seite war, bei der das Beulversagen eintrat.



Abbildung 3.20 zeigt die Dehnungen in Längsrichtung bei Erreichen der 3. Laststufe (95,8 kN) der Probekörperhälfte 2. Das Diagramm verdeutlicht die sehr unterschiedlich verteilten Dehnungen im Bereich der oben liegenden, druckbeanspruchten Querschnittsseite (Messstellen Nr. 2 – 6). Deutlich zu erkennen sind die hohen Dehnungen im Bereich der Kanten, während die Messstelle in der Mitte der Seitenfläche (Nr. 4) entsprechend geringere mittlere Längsdehnungen anzeigt. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Unterschiede zwischen den Messungen der Innen- und Außenseite im Bereich der Kanten im Vergleich zu den Messstellen der Seitenmitten (Nr. 1, 4 u. 7) geringer sind. Dies deutet darauf hin, dass im Kantenbereich nur geringe lokale Biegeanteile enthalten sind.

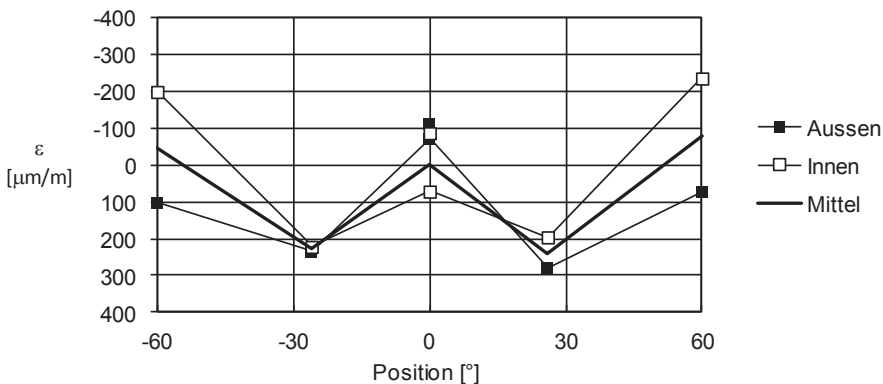
An der Messstelle Nr. 4 ( $\theta = 0^\circ$ ) liegen die Membrandehnungen (Mittelwert der Innen- und Außenseite) nicht nur weit unter den Membrandehnungen der Kanten ( $\theta = 30^\circ / -30^\circ$ ) sondern die Messwerte der Innen- und Aussenseite haben auch unterschiedliche Vorzeichen. Die Dehnungen verdeutlichen eine nach außen gerichtete Verformung der Seitenmitte. Passend dazu zeigen die Messstellen Nr. 1 ( $\theta = -60^\circ$ ) und Nr. 7 ( $\theta = 60^\circ$ ) ebenfalls Dehnungen an, die überwiegend aus Biegung resultieren. Diese Dehnungen haben entgegengesetzte Vorzeichen im Vergleich zur oben liegenden Seitenfläche. Bei diesen Messstellen treten nach innen gerichtete Verformungen auf.



**Abbildung 3.20:** N6 SW768 T3 V3: Dehnungen in Längsrichtung, Laststufe 3, Probekörperhälfte 2

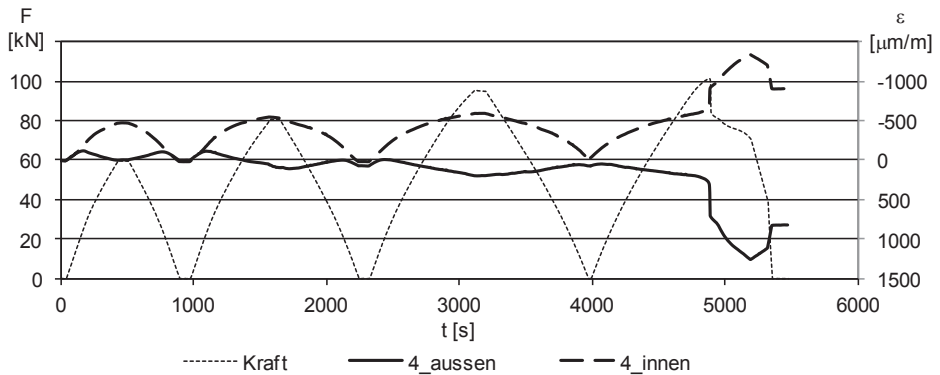
Aus dieser Verteilung und aus der Höhe der Dehnungen wird deutlich, dass sich Teile der Seitenflächen bereits vor dem Erreichen der Traglast und dem damit verbundenen Beulversagen des Querschnittes durch elastisches Ausweichen dem Lastabtrag entziehen.

Abbildung 3.21 zeigt ergänzend zu den Längsdehnungen den Verlauf der Dehnungen in Umfangsrichtung. An den Messstellen nahe der druckbeanspruchten Kanten (Nr. 3 u. 5) werden geringe positive Dehnungen gemessen, die zur Querdehnung infolge der Längsdehnungen der Kanten passen ( $\nu \approx 230/850 = 0,27$ ). Die Dehnungen in Umfangsrichtung bei  $-60^\circ$  und  $+60^\circ$  sind im Mittel sehr klein und haben innen und außen unterschiedliche Vorzeichen. Es handelt sich daher um Dehnungen, die überwiegend aus Biegung resultieren. Sie passen qualitativ zu den Längsdehnungen an diesen Messstellen.



**Abbildung 3.21:** N6 SW768 T3 V3: Dehnungen in Umfangsrichtung, Laststufe 3, Probekörperhälfte 2

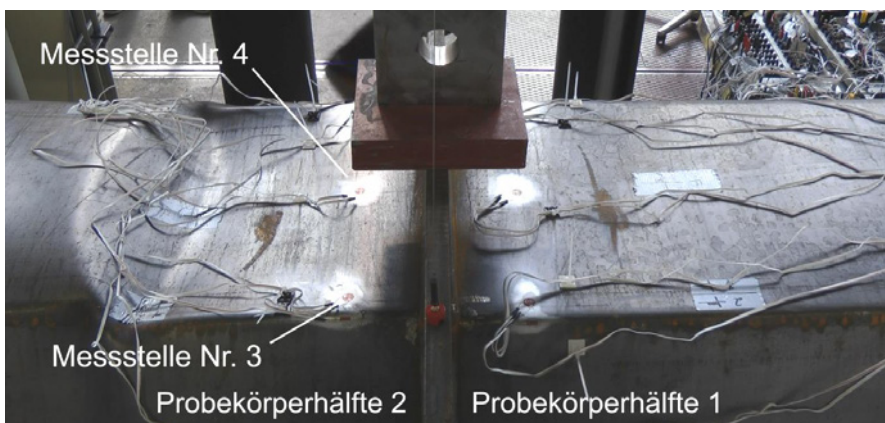
Abbildung 3.22 zeigt den Verlauf der Längsdehnungen der Messstelle Nr. 4 über die Zeit. Zusätzlich ist der Verlauf der Prüflast dargestellt, die den Zusammenhang zwischen der Beanspruchung und den Dehnungen herstellt. Das Diagramm zeigt die Entwicklung der Dehnungen der Innen- und Aussenseite der Messstelle in der Mitte der oberen Seitenfläche und veranschaulicht dadurch das elastische Ausweichen der druckbeanspruchten Seitenfläche unter Last. Es ist zu erkennen, dass das erste Ausweichen bereits auf einem niedrigen Lastniveau beginnt und sich die Beule nach jeder Entlastung zurückbildet.



**Abbildung 3.22:** N6 SW768 T3 V3: Dehnungen in Längsrichtung über die Zeit  $t$ , Messstelle Nr. 4, Probekörperhälfte 2

Das Lastniveau, bei dem die ersten elastischen Beulen auftraten, kann aus diesem Diagramm näherungsweise an dem Punkt bestimmt werden, an dem die Dehnungen der Innen- und Außenseite sich das erste Mal in verschiedene Richtungen entwickeln. Es liegt bei ca. 16 % der Versagenslast.

Abbildung 3.23 zeigt die Lage der DMS auf der Oberseite des Probekörpers und die plastische Beule, die sich nach dem Versagen eingestellt hat. Die Abbildung zeigt, dass die in diesem Abschnitt dargestellten Dehnungsverläufe einen Schnitt nahe der Lasteinleitungsplatte zeigen, der vom Zentrum der plastischen Beule ca. 24 cm entfernt ist.

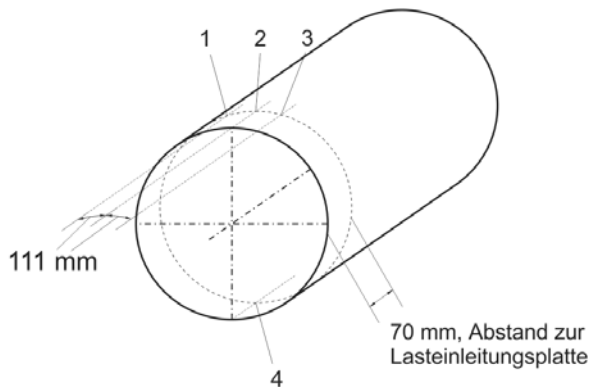


**Abbildung 3.23:** N6 SW768 T3 V3: Position der DMS auf der Oberseite, Lage der Beule nach dem Versagen

Die Größe der gemessenen Dehnungen vermittelt daher vor allem einen qualitativen Eindruck der Dehnungsverteilungen und des Tragverhaltens des Querschnittes unter Last. Die Extremwerte der lokalen Dehnungen treten im Bereich der einfallenden Beule, und damit in größerer Entfernung zur Lasteinleitungsplatte auf.

### 3.5.2 Dehnungen Probekörper RUND 850 T3 V3

Abbildung 3.24 zeigt die Anordnung der DMS auf dem Probekörper RUND 850 T3 V3. Bei diesem Probekörper wurden Messungen an vier Stellen je Probekörperhälfte versuchsbegleitend dokumentiert. Die Messstellen Nr. 1 - 3 lagen im Druckbereich und die Messstelle Nr. 4 auf der Zugseite des Querschnitts. Die Messstellen befanden sich auf einem Umfangsschnitt in einem Abstand von 70 mm zur Lasteinleitungsplatte. An allen Messstellen wurden Längs- und Querdehnungen gemessen.



**Abbildung 3.24:** RUND 850 T3 V3: Messstellen

Bei der Prüfung dieses Probekörpers wurde die Last ohne Entlastungsschritte bis zum Versagen gesteigert. Auf vier verschiedenen Laststufen wurde die Last gehalten, um synchrone Messungen der DMS durchführen zu können. Die Laststufen sind im Last-Zeit-Verlauf in Abbildung 3.25 und Abbildung 3.26 als kurze Plateaus zu erkennen.

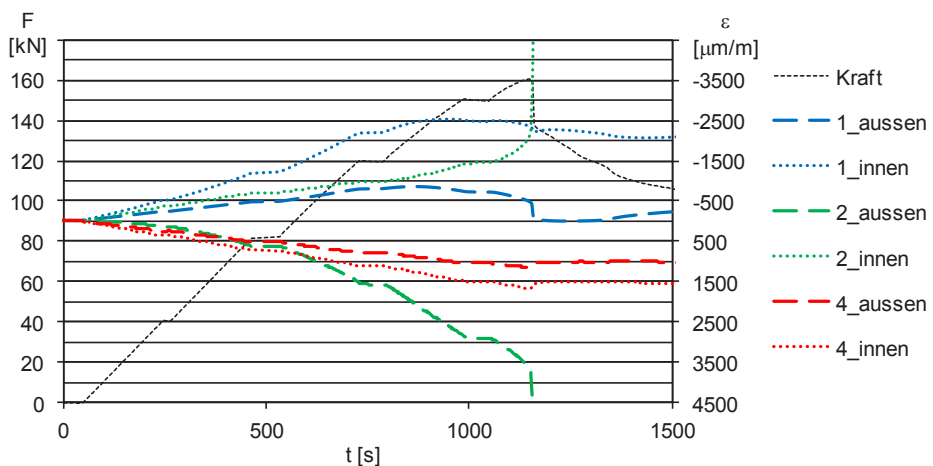
Abbildung 3.25 und Abbildung 3.26 stellen die Längsdehnungen der Probekörperhälften 1 und 2 dar, die über die Prüfzeit aufgetragen wurden. Die Abbildungen zeigen die Dehnungen auf der Zugseite (Nr. 4) und ausgewählte Dehnungen auf

der Druckseite (Nr. 1 u. 2). Es werden hier die Dehnungen beider Probekörperhälften dargestellt, da sie unterschiedliche Charakteristiken aufweisen. Bei beiden Abbildungen wurde die Skalierung der y-Achse für die Dehnungen gleich gewählt. Durch den gleichen Höhenmaßstab werden die Unterschiede in den Dehnungsverläufen direkt offensichtlich.

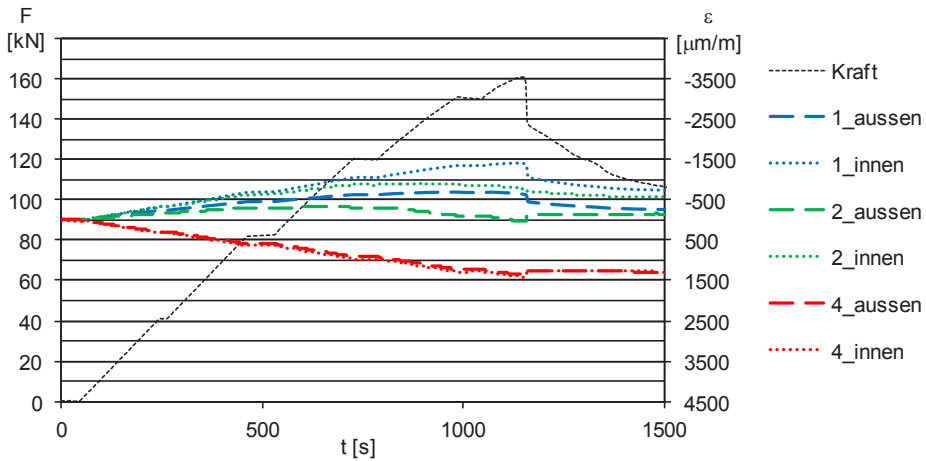
Probekörperhälfte 2 zeigt im Vergleich zur Probekörperhälfte 1 deutlich geringere Unterschiede zwischen den gemessenen Längsdehnungen der Innen- und Aussenseite der Messstellen im Druckbereich. Der Unterschied zwischen zusammengehörenden Dehnungen einer Messstelle  $\Delta\varepsilon_{\max}$  beträgt maximal ca. 800  $\mu\text{m}/\text{m}$ .

Anders dagegen bei der Probekörperhälfte 1: Hier liegen die zusammengehörigen Dehnungen der Messstellen auf der druckbeanspruchten Querschnittsseite (Nr. 1 – 3) weit auseinander und haben im Fall von der Messstelle Nr. 2 auch unterschiedliche Vorzeichen. Die gemessenen Dehnungen bei dieser Probekörperhälfte sind vom Betrag her um ein Vielfaches größer als bei der Probekörperhälfte 2. Im Fall der Messstelle Nr. 2 verlieren die DMS nach dem Querschnittsversagen aufgrund der hohen lokalen Dehnungen den Kontakt zum Blech.

Das Auseinanderdriften der Dehnungen an den Messstellen Nr. 1 – 3 sowie die betragsmäßig hohen Dehnungen verdeutlichen, dass es sich bei den an der Probekörperhälfte 1 gemessenen Werten um Dehnungen handelt, die überwiegend aus lokaler Biegung resultieren.

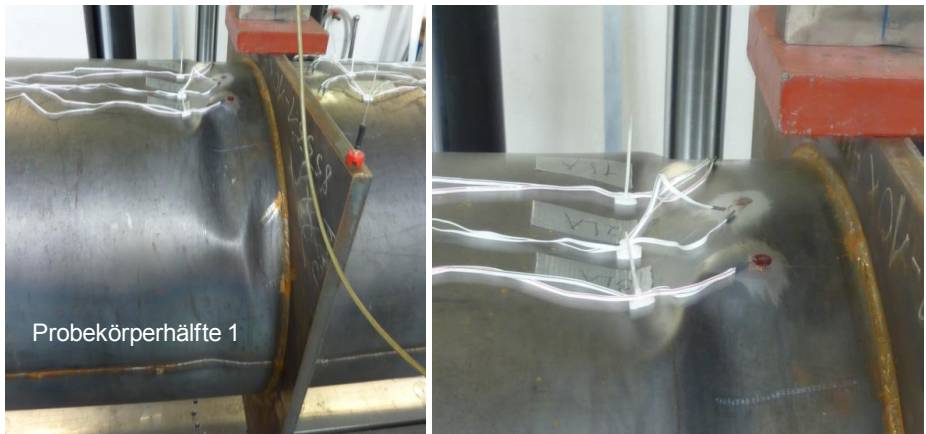


**Abbildung 3.25:** RUND 850 T3 V3: Dehnungen in Längsrichtung über die Zeit  $t$ , Probekörperhälfte 1



**Abbildung 3.26:** RUND 850 T3 V3: Dehnungen in Längsrichtung über die Zeit t, Probekörperhälfte 2

Die Verläufe der Dehnungen der druckbeanspruchten Seiten beider Probekörperhälften zeigen, dass sich die Dehnungen der Innen- und Aussenseiten von Belastungsbeginn an auseinander entwickeln. Bei der Probekörperhälfte 1 geschieht dies in sehr viel stärkerem Maße. Auf dieser Probekörperseite tritt schließlich auch das Versagen auf. Abbildung 3.27 zeigt Bilder der Beulen, die sich nach dem Versagen des Querschnittes eingestellt haben und auch die Lage der Messstellen.



**Abbildung 3.27:** RUND 850 T3 V3: Beulen nach dem Versagen, Positionen der DMS auf der Probekörperoberseite

Zusammen mit der Darstellung der Ausgangsgeometrie der Probekörperhälfte 1 in Abbildung 3.14, die bereits vor dem Belastungsbeginn im Druckbereich eine deutliche lokale Vorverformung zeigt, und diesen Versagensbildern kann der Verlauf der Längsdehnungen so interpretiert werden, dass sich die schon vorhandene Vorverformung im Druckbereich unter der Prüflast vergrößert hat, bis schließlich Querschnittsversagen aufgetreten ist.

Die Dehnungen in Umfangsrichtung der Probekörperhälfte 1 sind deutlich kleiner als in Längsrichtung, sie betragen nur ca. 30 – 50 % dieser Werte. Die Vorzeichen der Querdehnungen sind uneinheitlich. Hier überlagern sich vermutlich Membrandehnungen und lokale Biegedehnungen. Einflüsse aus einer Ovalisierung des Querschnitts können aufgrund der Nähe der Messstellen zur Lasteinleitungsplatte ausgeschlossen werden.

Die Dehnungen in Umfangsrichtung der Probekörperhälfte 2 sind wie die Längsrichtungen durch lokale Biegeverformungen gekennzeichnet, die zu sehr unterschiedlichen Dehnungen auf der Innen- und Aussenseite führen. Sie liegen auch in einer vergleichbaren Größenordnung wie die Längsdehnungen. Da die Messungen der Querdehnungen darüber hinaus keine relevanten Informationen enthalten, werden die Verläufe nicht dargestellt.

## **3.6 Traglastversuche**

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Bauteilversuche zusammengefasst. Es folgt eine Darstellung der in den Versuchen erzielten Traglasten, des Last-Verformungsverhaltens der Probekörper sowie der aufgetretenen Beulformen.

### **3.6.1 Absolute und bezogene Traglasten**

Um eine vergleichende Darstellung der erzielten Traglasten der Probekörper zu ermöglichen, werden die Ergebnisse sowohl in Form von absoluten Größen als auch in bezogener Form dargestellt. Die für die Berechnung von Bezugsgrößen erforderlichen Querschnittswerte werden mit den Nennabmessungen der Probekörper sowie den gemessenen Blechdicken der Probekörper ermittelt. Die in Abschnitt 3.4 dargestellten Messdaten der Geometrie zeigen, dass die vorhandenen geometrischen Größen der vermessenen Probekörper, mit Ausnahme der Blech-

dicken, nur geringfügig von den Nennwerten abweichen. Diese Abweichungen wirken sich, anders als die Blechdicke, auch nur geringfügig auf die Größe der Querschnittswerte aus. Tabelle 3.11 zeigt die für die Auswertungen verwendeten Querschnittswerte und Materialeigenschaften der Probekörper.

**Tabelle 3.11:** Rechenwerte der Probekörpergeometrien, der Querschnittswerte und der Streckgrenzen in Bauteillängsrichtung

	Prüfrichtung	$s_{w,nom}$ bzw. $r_{nom}$ [mm]	$t_{vorh}$ [mm]	$d_{nom} / t_{vorh}$ [-]	A [mm <sup>2</sup> ]	$W_{el,PR}$ [mm <sup>3</sup> ]	$f_{y,längs}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
N6 SW768 T3	P	768	3,16	279	8372,4	1778765	409
N6 SW825 T3	E	825	3,02	314	8599,2	1700396	393
N12 SW830 T3	P	830	2,99	286	7950,9	1683215	429
N12 SW845 T3	E	845	3,05	286	8257,0	1718949	422
N24 SW845 T3	P	845	3,05	278	8113,8	1717737	408
N24 SW849 T3	E	849	3,02	283	8072,5	1702471	406
RUND D850 T3	-	850	3,22	263	8566,0	1813381	382

Tabelle 3.12 fasst die in den Bauteilversuchen erreichten Prüflasten und die daraus berechneten Momentenbeanspruchungen der Probekörper zusammen. Es wird die Kraft  $F_{test}$  angegeben, die der Hälfte der maximal aufgetragenen Prüflast entspricht.  $F_{test}$  ist somit die Auflagerkraft im Versuch bzw. die zum Biegemoment  $M_{test}$  zugehörige Querkraft. Der Anteil der Auflagerkraft, der sich zusätzlich aus dem Eigengewicht des Probekörpers ergibt, wird mit  $\Delta F$  bezeichnet.  $M_{test}$  wird mit der Summe aus  $F_{test}$  und  $\Delta F$  und der halben Probekörperlänge als Hebel nach Glg. (3.1) berechnet.

Weiterhin sind in Tabelle 3.12 die mit  $W_{el}$  und  $f_{y,längs}$  aus Tabelle 3.11 berechnete Bezugsgröße  $M_{el}$  sowie das Verhältnis von  $M_{test}$  zu  $M_{el}$  angegeben. Diese Verhältniszahlen werden in Abbildung 3.28 über die Kantenanzahl aufgetragen. Jedes Kreuz steht für einen Versuch. Die beiden zusätzlich eingetragenen Linien verbinden die mindestens erzielten Biegetragfähigkeiten der jeweiligen Prüfrichtung. Die blaue Linie verbindet die kleinsten erzielten Traglasten der Prüfrichtung P (Moment parallel) und die schwarze Linie die mindestens erzielten Biegetragfähigkeiten der Prüfrichtung E (Moment über Eck).



**Tabelle 3.12:** Prüflasten und bezogene Biegemomente  $M_{\text{test}} / M_{\text{el}}$ 

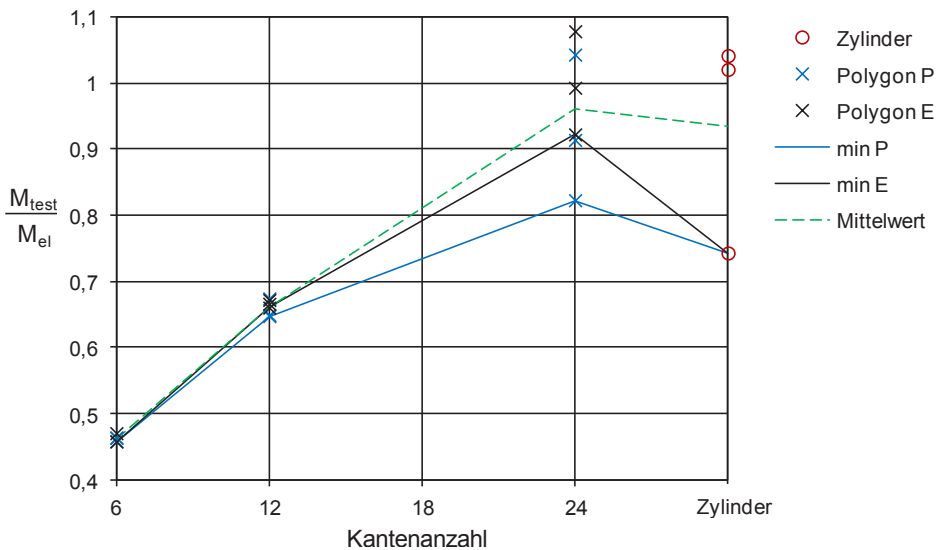
	Prüf- richtung	Bez.	$F_{\text{test}}$ [kN]	$\Delta F$ [kN]	$M_{\text{test}}$ [kNm]	$M_{\text{el}}$ [kNm]	$M_{\text{test}} /$ $M_{\text{el}}$
N6 SW768 T3	P	V1	49,7	5,6	331,8	727,5	0,456
		V2	50,4		336,0		0,462
		V3	50,3		335,4		0,461
N6 SW825 T3	E	V1	46,5	5,7	313,2	668,3	0,469
		V2	45,1		304,8		0,456
N12 SW830 T3	P	V1	72,2	5,4	465,6	722,1	0,645
		V2	75,4		484,8		0,671
		V3	72,4		466,8		0,646
N12 SW845 T3	E	V1	74,7	5,5	481,2	725,4	0,663
		V2	74,0		477,0		0,658
		V3	75,4		485,4		0,669
N24 SW845 T3	P	V1	115,8	5,5	727,8	700,8	1,038
		V2	90,2		574,2		0,819
		V3	100,8		637,8		0,910
N24 SW849 T3	E	V1	118,2	5,5	742,2	691,2	1,074
		V2	100,3		634,8		0,918
		V3	108,4		683,4		0,989
RUND D850 T3	-	V1	111,6	5,7	703,8	692,7	1,016
		V2	114,0		718,2		1,037
		V3	79,7		512,4		0,740

Aus dem Trend dieser Linien ist deutlich zu erkennen, dass die Biegetragfähigkeit von Querschnitten mit vergleichbaren elastischen Widerstandsmomenten  $W_{\text{el}}$  und vergleichbaren Querschnittsflächen  $A$  durch das Einführen weiterer Kanten deutlich gesteigert werden kann. In dieser Darstellung ist die kleinste Biegetragfähigkeit der Querschnitte mit 24 Kanten mindestens 70 % größer als die Biegetragfähigkeiten der Querschnitte mit 6 Kanten. Die höchste Biegetragfähigkeit bei diesen Prüfungen erreichte ein Querschnitt mit 24 Kanten (N24 SW849 T3 V1: 742,2 kNm).

Die vier maximal erreichten Biegetragfähigkeiten der durchgeführten Versuche liegen in Abbildung 3.28 über dem Wert 1,0. D.h. der mit  $f_y$  berechnete Fließbeginn in der äußersten Randfaser der Querschnitte ist nicht der Zustand, bei dem das Versagen eintritt. Werte oberhalb von  $M_{\text{el}}$  können bedeuten, dass der Querschnitt erst versagt, wenn eine ausreichend große Zone im Druckbereich plastiziert ist oder das Material dieser Probekörper direkt nach dem Fließbeginn weitere Last

aufnehmen kann. Letzteres wurde bei den vorliegenden Materialien nicht festgestellt. Die den Probekörpern entnommenen Materialproben der Seitenflächen in Längsrichtung zeigten im Zugversuch durchweg ein ausgeprägtes Fließplateau (vgl. 3.3).

Im Vergleich der gemittelten Werte der bezogenen Biegetragfähigkeiten der Querschnitte mit gleicher Kantenanzahl erreichen die Querschnitte mit 24 Kanten den höchsten Wert. Allerdings nur geringfügig oberhalb der mittleren Biegetragfähigkeiten der runden Probekörper.



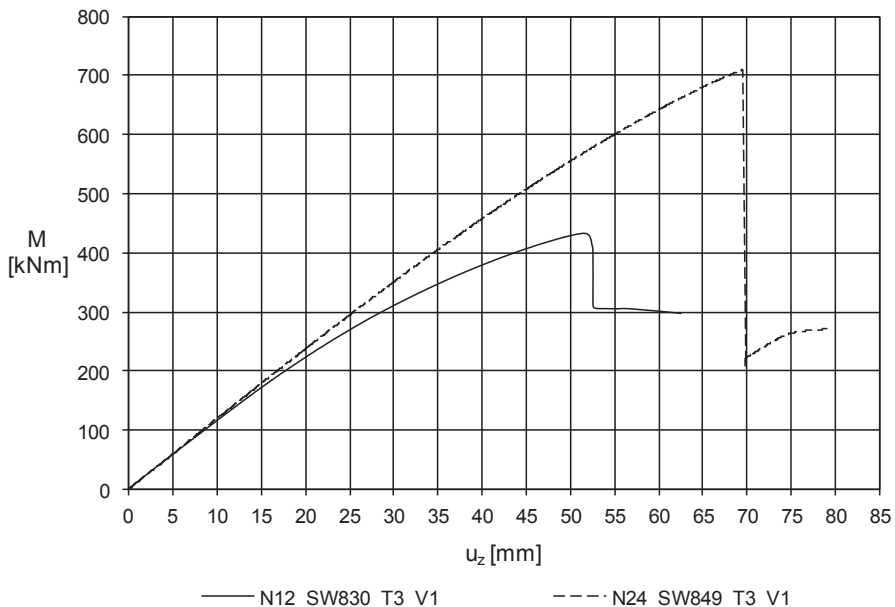
**Abbildung 3.28:** bezogene Biegetragfähigkeiten in Abhängigkeit der Kantenanzahl

Auffällig in Abbildung 3.28 ist die stark unterschiedliche Streuung der Ergebnisse. Die erzielten Biegetragfähigkeiten der Bauteilversuche an Probekörpern mit 6 und 12 Kanten weisen nur eine geringe Streuung auf. Der Unterschied zwischen der kleinsten und der größten Biegetragfähigkeit eines Probekörpertyps beträgt maximal 4,2 % (Probekörper N12 SW830 T3 Prüfrichtung P). Dagegen liegen die Ergebnisse der Bauteilversuche mit 24 Kanten und den runden Probekörpern deutlich weiter auseinander. Der größte Unterschied tritt bei den runden Probekörpern auf. Die maximal erzielte Biegetragfähigkeit ist um 40,1 % größer als die kleinste Biegetragfähigkeit dieser Versuchsreihe.

Die Zunahme der Streuung der Ergebnisse bei den Querschnitten mit hoher Kantenanzahl ist offenbar auf die höhere Empfindlichkeit dieser Querschnitte gegenüber Vorverformungen der Geometrie zurückzuführen. Im Fall des Probekörpers RUND D850 T3 V3 kann dieser Zusammenhang aufgezeigt werden. Die geometrische Imperfektion, die maßgeblich zu diesem deutlichen Verlust der Biegetragfähigkeit geführt hat, wird aus der Darstellung der Nettoimperfektionen des Probekörpers deutlich (vgl. Abschnitt 3.4.3, Abbildung 3.16 u. Abbildung 3.14). Es handelt sich dabei um eine lokale Vorverformung nahe der Lasteinleitungsplatte, die im Biegeversuch in der Druckzone lag.

### 3.6.2 Last-Verformungsverhalten

Abbildung 3.29 zeigt exemplarisch für die untersuchten Probekörper die Last-Verformungsverläufe der Probekörper N12 SW830 T3 V1 und N24 SW849 T3 V1. Sie stellen die Bandbreite der aufgetretenen Verläufe dar. Eine vollständige Zusammenstellung aller Last-Verformungskurven ist in den Anhängen A9 - A15 zu finden.



**Abbildung 3.29:** Last-Verformungsverläufe N12 SW830 T3 V1 u. N24 SW849 T3 V1

Das Diagramm zeigt die Belastung anhand des einwirkenden Biegemoments auf. Die Verformung  $u_z$  steht für die Vertikalverschiebung der Lasteinleitungsplatte. Die Last-Verformungskurve des Probekörpers N12 SW830 T3 V1 zeigt deutlich einen

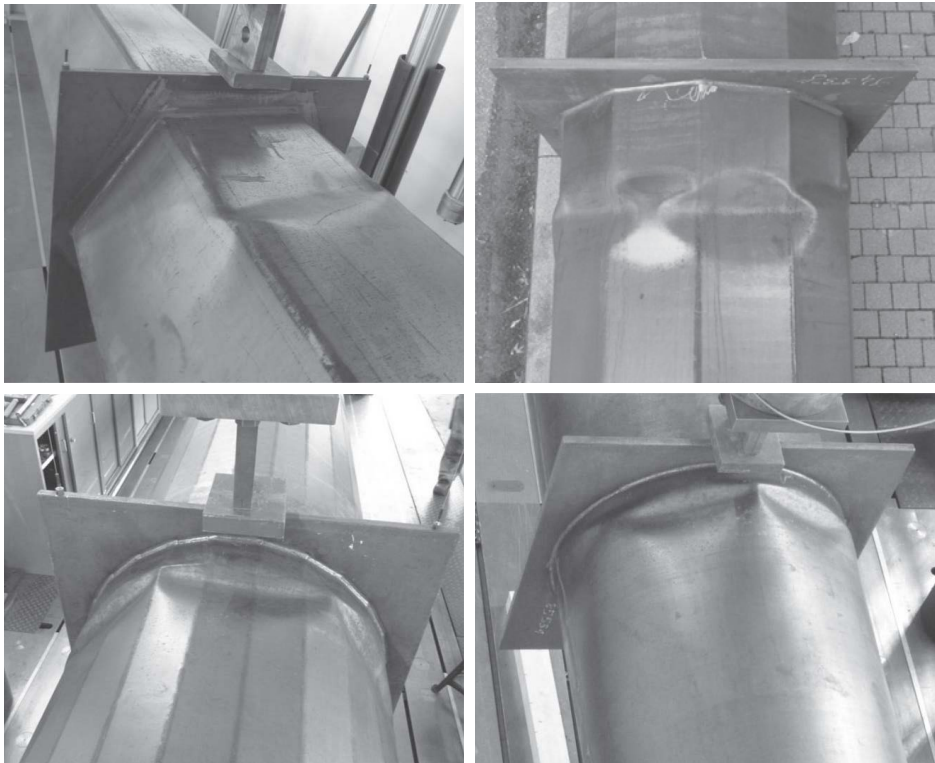
mit zunehmender Last flacher werdenden Verlauf. Das Abflachen der Kurve ist zu Beginn eine Folge des elastischen Ausweichens der Seitenflächen in den druckbeanspruchten Querschnittsteilen sowie im weiteren Verlauf kurz vor dem Eintreten des Beulversagens die Folge von lokalen Plastizierungen im Bereich der Kanten (vgl. Abschnitt 3.5). Die Kombination dieser beiden Effekte stellt sich im Last-Verformungsdiagramm wie eine Reduzierung der Biegesteifigkeit dar. Nach dem Erreichen der Traglast fällt das aufnehmbare Biegemoment auf ca. 70 % des Maximalwerts ab.

Im Unterschied dazu verläuft die Last-Verformungskurve des Probekörpers N24 SW 849 T3 V1 bis zur Hälfte der maximalen Traglast nahezu linear und fällt dann bis zum Erreichen der Traglast deutlich weniger stark ab. Bei diesem Probekörper bewirken die Kanten eine Reduzierung der Ausfallflächen. Entsprechend kündigt sich das Versagen auch nicht durch ein deutliches Abflachen der Kurve an. Nach dem Erreichen der Traglast fällt das aufnehmbare Biegemoment auf nur noch ca. 30 % der Traglast ab.

Die beiden Verläufe zeigen die wesentlichen Unterschiede im Tragverhalten zwischen Querschnitten mit wenigen Kanten und Querschnitten mit hoher Kantenzahl bzw. runden Querschnitten. Querschnitte mit wenigen Kanten sind durch das bereits auf niedrigem Lastniveau beginnende elastische Ausweichen der Seitenflächen gekennzeichnet (Plattenbeulen), während die Querschnitte mit hoher Kantenzahl das für den Stabilitätsfall Schalenbeulen typische plötzliche Versagen, nahezu ohne Vorankündigung, zeigen.

### 3.6.3 Beulformen

Abbildung 3.30 zeigt typische Beulformen der untersuchten Probekörper. Die Beulformen der Probekörper einer Querschnittsform unterscheiden sich untereinander qualitativ nicht. Während die Probekörper mit 6 und 12 Kanten immer eine Beule je Seitenfläche aufweisen, ist die Beulform der Querschnitte mit 24 Kanten nicht mehr durch die Kanten bestimmt. Die Beulen der Querschnitte mit 24 Kanten erstrecken sich über mehrere Seitenflächen und Kanten hinweg. Die Beulenform des Querschnitts mit 24 Kanten ist der Beulform des runden Querschnitts bereits sehr ähnlich. Die einzelnen Beulen entsprechen in Form und Größe nahezu den Beulen des runden Querschnitts.



**Abbildung 3.30:** Beulformen: N6 SW768 T3 V1, N12 SW845 T3 V3, N24 SW845 T3 V1, RUND D850 T3 V1

Die dargestellten Beulformen veranschaulichen, dass sich das Tragverhalten polygonaler Querschnitte mit hoher Kantenanzahl dem Tragverhalten von runden Querschnitten annähert. Auch die Entwicklung der Biegetragfähigkeiten der Bauteilversuche, die mit steigender Kantenanzahl zunehmende Streuung (Abbildung 3.28) sowie die Eigenschaften der dargestellten Last-Verformungskurven verdeutlichen dies.



## 4 Numerische Untersuchungen

Dieses Kapitel beschreibt numerische Untersuchungen an Stahlmasten mit polygonalen und runden Querschnitten. Ausgehend von Grundlagenstudien zur Verifikation der verwendeten numerischen Berechnungsmodelle werden Untersuchungen zu verschiedenen traglastrelevanten Einflüssen durchgeführt. Dabei erfolgt eine Unterteilung in Einflüsse, die sich aus der Mastgeometrie, den Randbedingungen und der Belastungssituation ergeben sowie in werkstoffabhängige Einflüsse. Die Messdaten der Probekörper werden schließlich dazu verwendet, um traglastrelevante geometrische Imperfektionen der Probekörper zu identifizieren. Auf dieser Grundlage wird eine für Parameterstudien geeignete geometrische Ersatzimperfektionsform entwickelt.

### 4.1 Verifikation der numerischen Berechnungen

#### 4.1.1 Modellstudien

Der folgende Abschnitt dokumentiert Untersuchungen zur Wahl der verwendeten Parameter des numerischen Berechnungsmodells. Die Untersuchungen verfolgen das Ziel, die Zuverlässigkeit der numerischen Berechnungen sicherzustellen, sofern diese von der Wahl der Parameter abhängt. Für die Qualität der numerischen Berechnung maßgebende Parameter, die hier untersucht werden, sind die Wahl des Elementtyps, die Netzfeinheit sowie die Vorgaben zur Lastschrittweite bei der Lastpfadverfolgung.

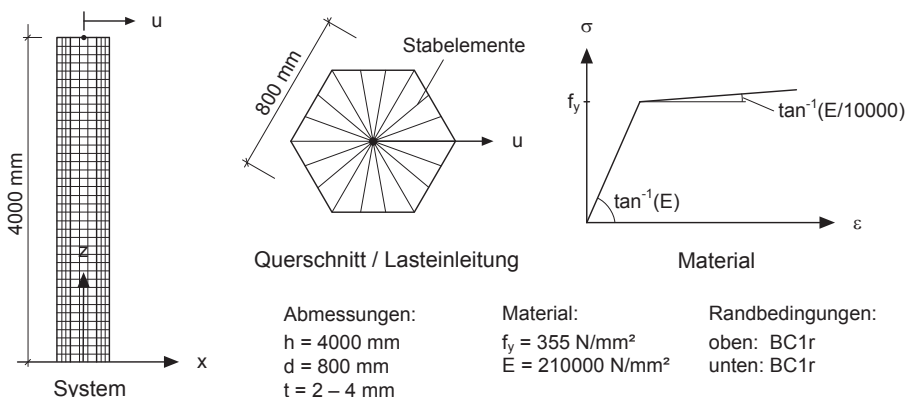
Es werden zwei Untersuchungen durchgeführt, um diese Parameter geeignet zu bestimmen. In einer ersten Untersuchung wird der Einfluss der maximal zulässigen Lastschrittweite betrachtet. Ausgehend davon erfolgen Parameterstudien (Konvergenzstudien) zur Wahl der geeigneten Elementgröße und des Elementtyps. Es werden nur Schalenelemente betrachtet. Die Verwendung von Volumenelementen hat in dem für die späteren Berechnungen angestrebten Schlankheitsbereich von ca.  $d/t = 50$  bis 350 keine Vorteile [74].

### Wahl eines numerischen Modells für Parameterstudien

Das numerische Modell muss in der Lage sein, alle traglastrelevanten Systemeigenschaften abzubilden. Daher werden die Parameterstudien an Mastmodellen durchgeführt, wie sie auch bei späteren Berechnungen verwendet werden.

Eine Besonderheit bei der numerischen Berechnung polygonaler Maste ergibt sich durch die Gliederung des Querschnitts in Kanten und ebene Flächen. Dadurch entstehen Bereiche mit stark unterschiedlicher Dehn- und Biegesteifigkeit. Diese Steifigkeitsunterschiede können bei zunehmender Beanspruchung zu Lastumlagerungen führen (elastisches Ausweichen der Seitenflächen, vgl. Abschnitt 2.1.2.2). Dadurch können, auch vor Erreichen der Grenztragfähigkeit, sehr kleine Diagonalelemente in der triangulierten Steifigkeitsmatrix auftreten, die zu numerischer Instabilität führen können. Es wird daher stellvertretend für andere Kantenanzahlen ein polygonaler Querschnitt mit 6 Kanten gewählt, da bei diesem die Steifigkeitsunterschiede zwischen den Kanten und den ebenen Flächen maximal werden.

Die gewählte Maststruktur wird am Kopf weggesteuert horizontal in Richtung einer Ecke beansprucht (Abbildung 4.1). Dies führt zu einer Querkraftbiegung um die starke Achse (Moment über Eck). Das Modell wird ohne Ansatz von Imperfektionen unter Verwendung eines ideal elastischen – ideal plastischen Materialgesetzes berechnet. Die Abmessungen orientieren sich hinsichtlich des Durchmessers mit 800 mm an den Probekörpergeometrien. Die Länge wird mit vier Meter so gewählt, dass eine überwiegende Biegebeanspruchung sichergestellt ist.



**Abbildung 4.1:** FE-Modell für Parameterstudien



Bei den folgenden Berechnungen werden geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt, ebenso der Materialeinfluss mit dem in Abbildung 4.1 dargestellten bilinearen Materialgesetz eines Baustahls S355. Imperfektionen der Geometrie oder des Materials werden zunächst nicht berücksichtigt. Es handelt sich daher um GMNA-Berechnungen nach der Klassifizierung der DIN EN 1993-1-6 [25].

#### 4.1.1.1 Untersuchungen zur Lastschrittweite

Die Bestimmung einer geeigneten Lastschrittweite ist für die Berechnung von Strukturen, deren Tragverhalten durch geometrische und materielle Nichtlinearitäten deutlich beeinflusst ist, von wesentlicher Bedeutung für die Zuverlässigkeit der numerischen Berechnung. Wird die Lastschrittweite nicht ausreichend begrenzt, sind grobe Fehleinschätzungen möglich. Der Einfluss dieses Parameters wird durch die folgenden Darstellungen der Ergebnisse systematischer Vergleichsrechnungen deutlich.

Alle Berechnungen werden mit der Vorgabe einer konstanten maximalen Lastschrittweite durchgeführt. Die Programmeinstellungen lassen weitere Lastschrittverkürzungen (Bisektionen) im Fall von unkonvergierten Lastschritten zu.

Die hier dokumentierten Vergleichsrechnungen wurden mit den folgenden Parametervarianten des Mastmodells durchgeführt:

Lastpfadverfolgungsalgorithmus:

Newton-Raphson-Verfahren, weggesteuert

Elementgröße:

Kantenlänge ca. 20 mm

Elementtypen:

Schalenelemente shell181 und shell281

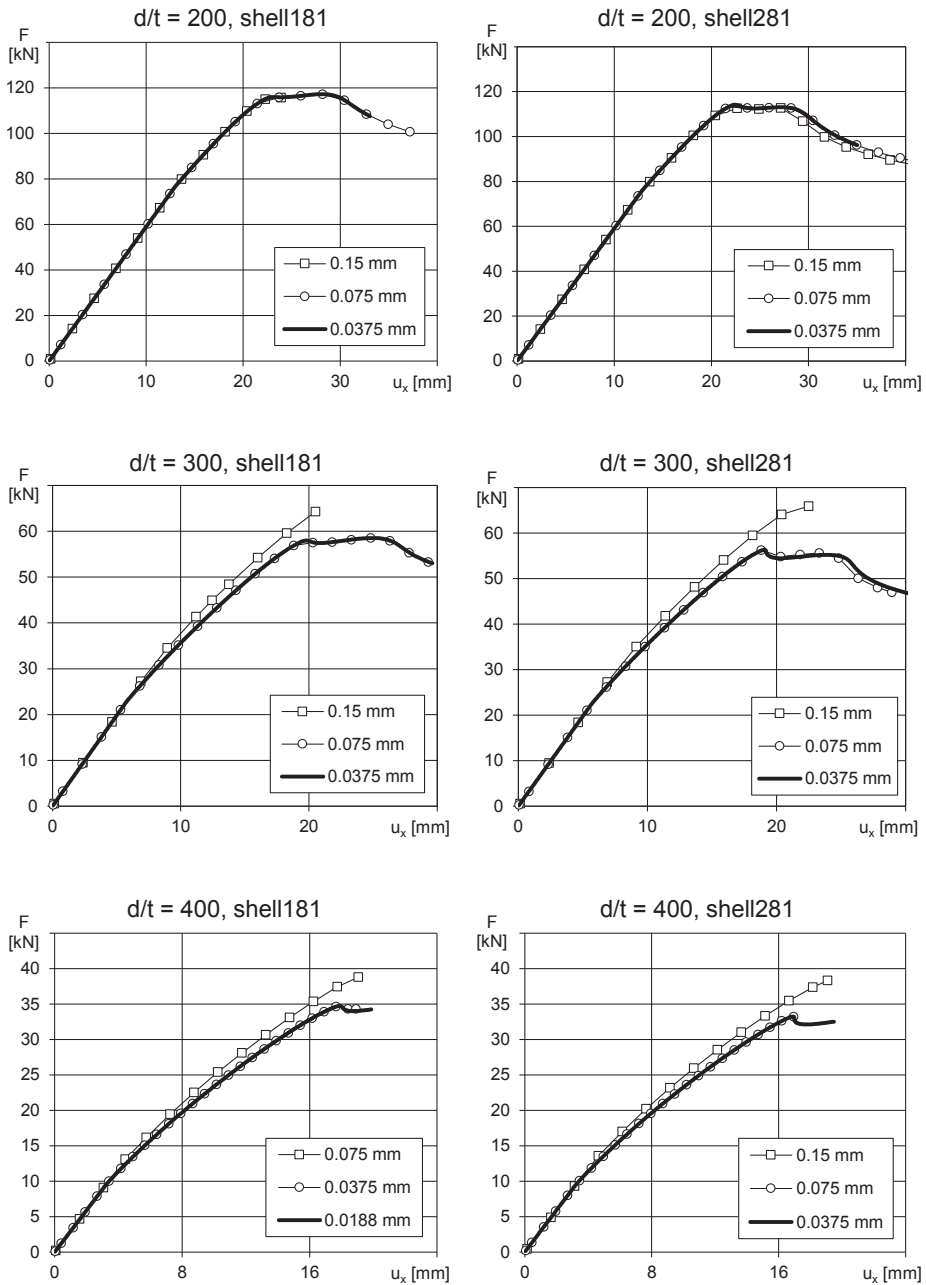
Schlankheiten:

$d/t = 200, 300$  und  $400$

Lastschrittgrößen / Verschiebungsinkremente:

$\Delta u_x = 0,15 - 0,0188$  mm

Die Diagramme in Abbildung 4.2 zeigen Last-Verformungskurven mit unterschiedlichen Lastschrittgrößen für Maste mit Schlankheitsgraden von  $d/t = 200 - 400$ .



**Abbildung 4.2:** Variation der maximalen Lastschrittweite bei verschiedenen Schlankheiten, Elementgröße ca. 20 mm

Dabei wird deutlich, dass es jeweils Obergrenzen für die Lastschrittgrößen gibt, bei denen die Berechnung die Grenztraglast stark überschätzt. Dargestellt sind jeweils drei ausgewählte Last-Verformungskurven: eine Kurve für die größte Lastschrittweite, die bei den schlanken Masten ( $dt = 300 - 400$ ) zu einer Fehleinschätzung der Traglast führt, die nächst kleinere, die die Traglast zutreffend wiedergibt sowie eine dritte Kurve, für die kleinste Lastschrittweite, die die Richtigkeit der Traglastberechnung mit der mittleren Schrittweite bestätigt.

Eine Begrenzung der maximalen Lastschrittweite allein ist jedoch noch nicht ausreichend. Auch ein zu klein gewählter Lastschritt kann zu einer fehlerhaften Berechnung führen. Die Berechnung bricht in diesem Fall vorzeitig ab und die Grenztraglast wird gar nicht erst erreicht. Diese Fälle sind daher weniger kritisch als die Überschätzung der Traglast und fallen bei einer Prüfung des Berechnungsverlaufs wegen der geringen Traglast eher auf. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind sie in den Diagrammen nicht enthalten.

Im Sinne einer zuverlässigen und effizienten Berechnung sollte die Lastschrittgröße so gewählt werden, dass die maximal mögliche Lastschrittweite verwendet wird, die außerdem zu einer zutreffenden Einschätzung der Traglast führt. Für einen Mast der Schlankheit  $d/t = 400$  ist dies in diesem Beispiel die Lastschrittweite  $\Delta u_x = 0,0375$  mm (Elementtyp shell181). Dies ist diejenige Kopfpunktverschiebung des vier Meter hohen Masts, die in einem Lastschritt maximal aufgebracht werden darf, damit die Berechnung ein plausibles Ergebnis liefert. Größere Lastschritte führen in diesem Fall zu einer deutlichen Überschätzung der Traglast. Bezogen auf die Kopfauslenkung des Mastes bis zum Versagen (ca. 18 mm) entspricht dies 480 Lastschritten. Die Diagramme zeigen, dass die maximal zulässige Schrittweite vor allem bei sehr schlanken Masten stark begrenzt werden muss. Dagegen sind dickwandigere Maste weniger empfindlich gegenüber der Wahl der Lastschrittweite. In diesen Fällen können größere Lastschritte zugelassen werden. Maste mit einer Schlankheit von  $d/t > 200$  zeigen sich als weitgehend unempfindlich gegenüber der Größe der Lastschritte, sie sind daher hier nicht dokumentiert. Für diese Maste können die Lastschrittweiten aus den Berechnungen der Maste mit einer Schlankheit von  $d/t = 200$  gleichermaßen verwendet werden.

Die maximal zulässige Schrittweite ist nicht allein von der Schlankheit der Strukturen abhängig, sondern offensichtlich auch vom verwendeten Elementtyp. Der Vergleich der linken Diagramme (shell181) in Abbildung 4.2 mit denen der rechten

Seite (shell281) zeigt einen deutlichen Unterschied bei den zulässigen Lastschrittweiten für die beiden verwendeten Schalenelemente. Das vierknotige Schalenelement (shell181) erfordert in den Schlankheitsbereichen  $d/t = 200$  und  $d/t = 400$ , verglichen mit dem achtknotigen Schalenelement (shell281), deutlich kleinere Lastschritte.

Weiterhin fällt auf, dass die Lastpfade der mit den shell181-Elementen berechneten Maste nach dem Erreichen des ersten Lastmaximums teilweise wiederanstiegen, während die Berechnungen mit den shell281-Elementen dies nicht zeigen. Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen in Kapitel 3 konnte ein solcher Wiederanstieg nicht festgestellt werden. Der Traglastabfall nach Erreichen des ersten Lastmaximums fiel bei den Bauteilversuchen immer deutlich stärker aus. Trotz der begrenzten Vergleichbarkeit der numerischen Lösung einer statischen Berechnung im Nachbeulbereich mit den Ergebnissen der Bauteilversuche (Vernachlässigung dynamischer Effekte) lässt sich feststellen, dass die vierknotigen Schalenelemente in diesen Fällen offenbar das Tragverhalten nicht richtig wiedergeben.

Der kleinste gemeinsame Nenner hinsichtlich der Lastschrittweite stellt für alle Berechnungen die Lastschrittweite  $\Delta u_x = 0,0375$  mm dar. Ausgehend von dieser Lastschrittweite werden im nächsten Untersuchungsschritt Konvergenzstudien zur Wahl einer geeigneten Elementgröße durchgeführt. Mögliche größere Lastschrittweiten werden dabei berücksichtigt.

#### 4.1.1.2 Konvergenzstudien zur Elementgröße

In diesem Untersuchungsschritt wird die Traglast des Mastmodells mit verschiedenen Elementgrößen erneut berechnet. Für die Lastschrittweite wird für alle Elementtypen und alle Schlankheiten zunächst  $\Delta u_x = 0,0375$  mm verwendet. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen Abbildung 4.3 dargestellt. Die Kurven zeigen das Konvergenzverhalten der Berechnungen bei zunehmender Netzfeinheit.

Im Vergleich der beiden Schalenelemente zeigt das achtknotige Schalenelement ein günstigeres Konvergenzverhalten. Wie im ersten Untersuchungsschritt gezeigt wurde, sind für diesen Elementtyp außerdem deutlich größere maximale Lastschritte als  $\Delta u_x = 0,0375$  mm möglich. Die Berechnungen mit verschiedenen Elementgrößen werden daher für diesen Elementtyp mit weiteren Lastschrittgrößen durchgeführt.

Die Konvergenzstudien wurden mit den folgenden Parametervarianten des Mastmodells durchgeführt:

Lastpfadverfolgungsalgorithmus:

Newton-Raphson-Verfahren, weggesteuert

Elementgröße:

Kantenlänge ca. 60, 40, 30, 20, 15, 10, 7,5 und 5 mm

Elementtypen:

Schalenelemente shell181 und shell281

Schlankheiten:

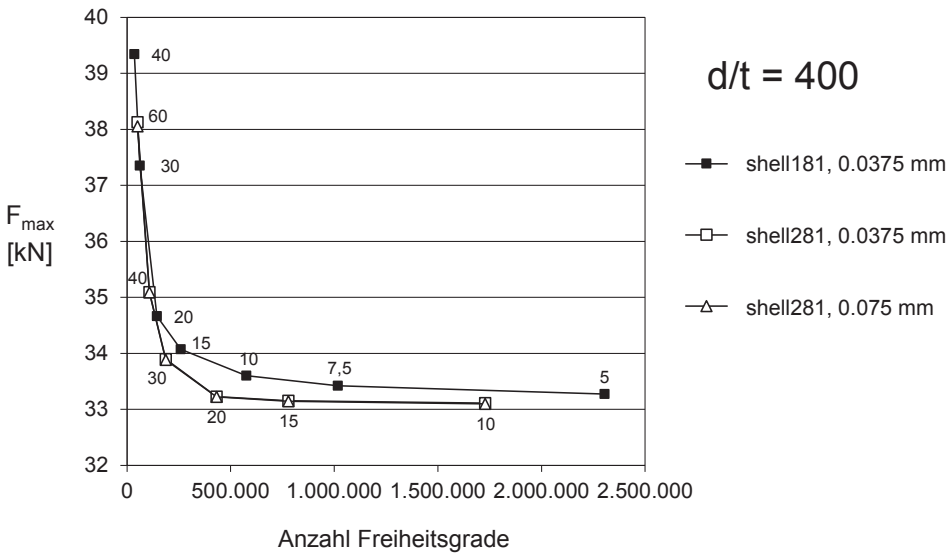
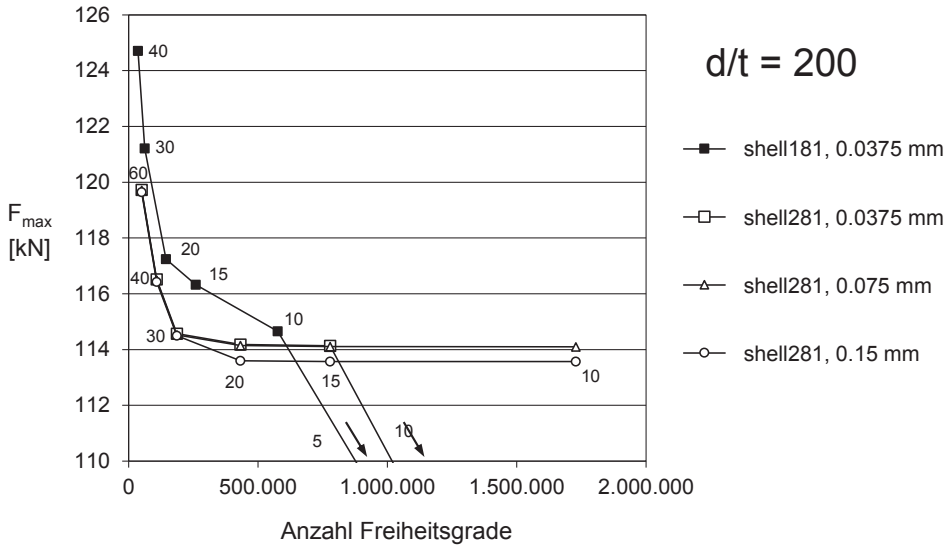
$d/t = 200$  und  $400$

Lastschrittgrößen / Verschiebungsinkremente:

$\Delta u_x = 0,0375 - 0,15$  mm

Die Diagramme in Abbildung 4.3 zeigen die Traglasten, die mit den unterschiedlichen Elementgrößen erreicht wurden. Die Traglasten sind über die Anzahl der Systemfreiheitsgrade aufgetragen, um eine Vergleichbarkeit des Diskretisierungsgrades zwischen dem Vierknotenelement und dem Achtknotenelement zu ermöglichen. Zur Verdeutlichung der tatsächlichen Elementgrößen sind diese zusätzlich entlang der Kurven angegeben.

Aus den Diagrammen wird das insgesamt bessere Konvergenzverhalten des achtknotigen Schalenelements deutlich. Zum einen konvergiert die Berechnung mit den Achtknotenelementen bei zunehmender Netzfeinheit deutlich schneller gegen einen Grenzwert und zum anderen sind die Veränderungen in den letzten Verfeinerungsschritten sehr gering. In Tabelle 4.1 werden die Ergebnisse bezogen auf den Grenzwert der Konvergenzberechnungen dargestellt. Sehr geringe Abweichungen werden in den letzten Verfeinerungsschritten vor allem mit dem achtknotigen Schalenelement erzielt. Ab einer Elementgröße von 20 mm und kleiner beträgt die prozentuale Abweichung zum Grenzwert der Konvergenzberechnungen für die untersuchten Schlankheiten maximal 0,5 %.



**Abbildung 4.3:** Konvergenzstudien: Variation der Elementtypen und Lastschrittweiten, oben: Schlankheit d/t 200, unten Schlankheit d/t = 400, Angaben im Diagramm: Elementgrößen in mm

**Tabelle 4.1:** berechnete Traglasten bei verschiedener Netzfeinheit bezogen auf den Grenzwert der Konvergenzberechnungen

		d/t = 200	shell281			d/t = 400	shell281		
		shell181	shell181	shell181	shell181	shell181	shell181	shell181	
		$\Delta u_x$ [mm]:	0,0375	0,075	0,15	$\Delta u_x$ [mm]:	0,0375	0,075	
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	
Elementgröße [mm]	60		4,9	4,9	4,9	60		15,2	15,0
	40	9,3	2,1	2,1	2,0	40	18,9	6,0	6,0
	30	6,2	0,4	0,4	0,4	30	12,9	2,4	2,4
	20	2,8	0,1	0,0	-0,4	20	4,7	0,4	0,4
	15	2,0	0,0	0,0	-0,5	15	2,9	0,2	0,1
	10	0,5	x	<b>0,0</b>	-0,5	10	1,5	0,0	<b>0,0</b>
	5	x				7,5	1,0		
						5	0,5		

**0,0:** Grenzwert der Konvergenzberechnungen ; **x** Programmabbruch vor Erreichen der Traglast

Bemerkenswert sind auch die „Ausreißer“ in den Konvergenzberechnungen für die Schlankheit  $d/t = 200$  (Abbildung 4.3 oben). Für die Lastschrittweite  $\Delta u_x = 0,0375$  mm brechen die Berechnungen ab einer Netzfeinheit von 5 bzw. 10 mm Elementkantenlänge vorzeitig ab. Die Berechnungen erreichen das Lastniveau der vorangegangenen Berechnungen mit größeren Elementen nicht. Offensichtlich kann auch die Kombination aus sehr kleinen Elementen und sehr kleinen Lastschritten zu numerischen Instabilitäten führen.

Aufgrund des besseren Konvergenzverhaltens und des plausibleren Nachbeulverhaltens werden die numerischen Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit i.d.R. mit dem achtknotigen Schalenelement shell 281 durchgeführt. Für diesen Elementtyp werden daher weitere Lastschrittweiten in den Konvergenzstudien berücksichtigt (Abbildung 4.3). Eine Verdoppelung der Lastschrittweite auf  $\Delta u_x = 0,075$  mm führt zu nahezu identischen Ergebnissen. Eine weitere Vergrößerung der Lastschrittweite auf  $\Delta u_x = 0,15$  mm, wie sie entsprechend den Ergebnissen aus dem ersten Untersuchungsschritt für Schlankheiten von  $d/t \geq 200$  möglich ist, führt zu einer geringfügig kleineren Grenzlast (-0,5 %).

## Übertragbarkeit der Ergebnisse aus den Untersuchungen auf andere Geometrien

Die Übertragbarkeit der Ergebnisse der Konvergenzstudien auf polygonale Querschnitte mit höherer Kantenanzahl und runde Querschnitte ist durch die Verwendung des ungünstigen Berechnungsmodells gegeben. Bei der Verwendung anderer Durchmesser muss jedoch beachtet werden, dass das Verhältnis von Elementgröße zu Durchmesser erhalten bleibt. Da dies wiederum einen veränderten Lastschritt erfordern kann, erfolgen die Berechnungen, wenn nicht anders angegeben mit einem Durchmesser von  $d = 800$  mm.

### Wahl der Berechnungsparameter

Die Berechnungen werden, wenn nicht anders angegeben, mit den folgenden Parametern durchgeführt:

Elementtyp: achtknotiges Schalenelement shell281

Elementgröße: ca. 20 mm bei  $d = 800$  mm

Lastschrittweite: ca.  $\Delta u_x = 0,075$  mm bei  $h = 4000$  mm entspricht ca. 250 Lastschritten bis zum Erreichen der maximalen Traglast

### 4.1.2 Nachrechnung von Bauteilversuchen

In diesem Abschnitt werden die Nachrechnungen von drei Bauteilversuchen dokumentiert und bewertet. Dabei handelt es sich um die Bauteilversuche der drei Probekörper, deren Oberflächengeometrie vor der Versuchsdurchführung vermessen wurde: N6, N12 und RUND (vgl. Abschnitte 3.4.1 bis 3.4.3 und Tabelle 4.2). Die Nachrechnungen konnten daher mit Berechnungsmodellen durchgeführt werden, die auf der Basis der Messdaten erstellt wurden. Traglastrelevante Einflüsse aus einer approximierten Bauteilgeometrie konnten dadurch minimiert werden.

Bei den Nachrechnungen wurde in allen untersuchten Fällen eine gute Übereinstimmung mit den durchgeführten Bauteilversuchen hinsichtlich des Last-Verformungsverhaltens, der Höhe der berechneten Traglast und auch der Nachbeulformen erzielt. Die Eignung des verwendeten numerischen Werkzeugs für die durchgeführten Traglastberechnungen wird dadurch bestätigt. Die Nachrechnungen offenbaren darüber hinaus traglastrelevante Einflüsse, die sich aus dem gewählten Versuchsaufbau ergaben. Sie werden in Abschnitt 4.1.2.3 ausgeführt.



**Tabelle 4.2:** nachgerechnete Bauteilversuche

Bezeichnung:	Zeichnung mit Nennmaßen:	Dokumentation Versuch und Materialdaten:
N6_SW768_T3	Anhang A1	Anhang A9, Versuch 3
N12_SW845_T3	Anhang A4	Anhang A12, Versuch 3
RUND_850_T3	Anhang A7	Anhang A15, Versuch 3

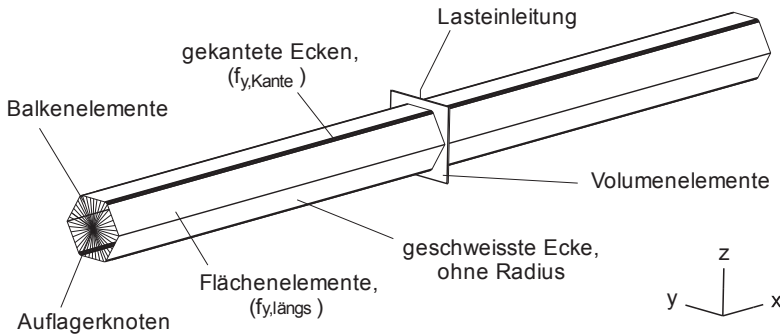
#### 4.1.2.1 Berechnungsmodell

Das Berechnungsmodell (Abbildung 4.4) sollte den Versuchsaufbau möglichst genau nachbilden. Daher wurde auf Vereinfachungen der Geometrie oder die Ausnutzung der Symmetrie insbesondere im Lasteinleitungsbereich verzichtet, da dies die Ergebnisse der Berechnung der imperfekten Strukturen beeinflussen kann. Den Ausgangspunkt bei der Modellerstellung bildeten die aus den Messdaten ermittelten Koordinaten der Elementmittelfläche, die in das FE-Programm importiert wurden. Der durch die Vermessung erfasste Bereich deckte nicht die gesamte Bauteiloberfläche ab, sodass die Randbereiche (ca.  $L = 1,5$  m) ergänzt werden mussten. Dazu wurde auf beiden Seiten die äußerste gemessene Umfangsgeometrie bis zu den Auflagern hin fortgeführt. Die Probekörpergeometrien wurden mit shell181-Elementen vernetzt. Auf Elemente mit höheren Ansatzfunktionen wurde in diesem Fall im Hinblick auf die Modellgröße und den Rechenaufwand verzichtet. Vergleichsrechnungen zeigten, dass sich die Ergebnisse bei diesen Rechenmodellen nur geringfügig ( $< 1\%$ ) voneinander unterscheiden.

In der Bauteilmitte wurde die Lasteinleitungsplatte mit kleinteiligen, tetraederförmigen solid187-Elementen abgebildet. Dies war rechenintensiv, ermöglichte jedoch dadurch die Modellierung des Anschluss der beiden Probekörperhälften an die Lasteinleitungsplatte. Der Anschluss der gegenüberliegenden Probekörperhälften an der Lasteinleitungsplatte war fertigungsbedingt nicht exakt deckungsgleich.

An den Enden des Bauteils wurden an Stelle der Auflagerplatten vereinfachend Balkenelemente angeordnet, um den Rechenaufwand zu reduzieren. Die Balkenelemente waren starr und bildeten dadurch eine Scheibe aus, in deren Mitte die Festhaltungen angeordnet waren. Das Modell wurde an beiden Enden vertikal und

horizontal in y-Richtung unverschieblich gelagert. Die Verdrehung um die Bauteillängsachse wurde an beiden Auflagern verhindert. Horizontale Längsverschiebungen waren nur am rechten Auflager möglich.



**Abbildung 4.4:** Übersicht Berechnungsmodell N6

Die Berechnung erfolgte bei allen Nachrechnungen in zwei Lastschritten. Im ersten Schritt wurde nur das Eigengewicht der Konstruktion berücksichtigt. Dieser Zustand entsprach dem Bauteil zu Beginn der Versuchsdurchführung. In einem zweiten Lastschritt wurde die eigentliche Prüflast aufgebracht. Die Lasteinleitung erfolgte, wie bei der Versuchsdurchführung, in der Mitte des oberen Randes der Lasteinleitungsplatte.

Für die Abbildung des Materialverhaltens wurde allen Elementen des Probekörpers ein multilineares, isotropes Materialmodell zugewiesen. Die guten Übereinstimmungen der Nachrechnungen mit den Bauteilversuchen rechtfertigen die vereinfachende Annahme eines isotropen Materials. Auch die Ergebnisse der Materialprüfungen (vgl. Anhang A9 – A15) weisen nur geringe Unterschiede der Materialeigenschaften in Längs- und Umfangsrichtung auf.

Den Elementen der Seitenflächen wurde diejenige Spannungs-Dehnungs-Beziehung zugeordnet, die aus den jeweiligen Zugversuchen der Materialproben in Bauteillängsrichtung ermittelt wurde ( $f_{y,längs}$ ). Der Einfluss der Materialverfestigung der gekanteten Querschnittsbereiche wurde durch ein weiteres Materialmodell aus den Zugversuchen der Materialproben der Kantenbereiche ( $f_{y,Kante}$ ) berücksichtigt.

Wie die Ausführungen in Abschnitt 4.3.2 zur Kaltverfestigung des Materials zeigen, ist der Einfluss der Verfestigung auf die Traglast abhängig vom Kantwinkel, dem

Biegerollenradius und der Bauteilschlankheit. Für den hier vorliegenden dünnwandigen Querschnitt mit 6 Kanten beträgt die Traglaststeigerung infolge der Kaltverfestigung der Kanten ca. 5%. Im Fall des Querschnitts mit 12 Kanten sind dies bereits weniger als 2 %. Trotzdem darf auch bei der Nachrechnung des Querschnitts mit 12 Kanten nicht auf den Ansatz der erhöhten Streckgrenze der gekanteten Bereiche verzichtet werden, da sich erst dadurch in der numerischen Berechnung die Nachbeulformen einstellen, wie sie sich auch im Bauteilversuch gezeigt haben.

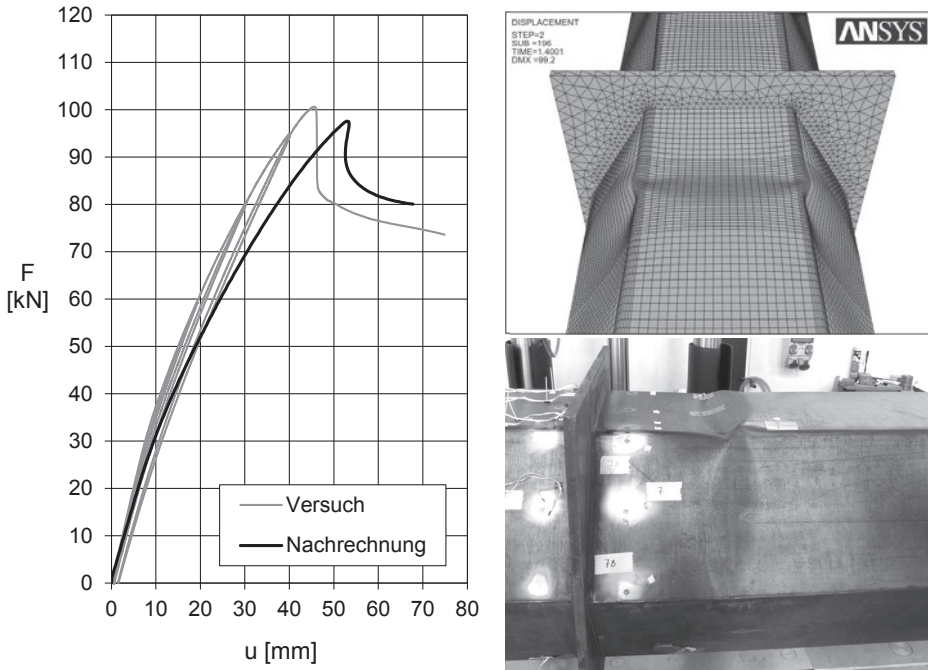
#### **4.1.2.2 Darstellung der Berechnungsergebnisse**

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Nachrechnungen im Zusammenhang mit den Daten aus den Bauteilversuchen dargestellt.

##### **N6 SW768 T3 Versuch 3**

Die Ergebnisse der Traglastberechnung und des Bauteilversuchs sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Das Diagramm zeigt die Last-Verformungskurven des Bauteilversuchs und der numerischen Berechnung. Die angegebene Kraft  $F$  ist die Maschinenkraft (das Eigengewicht der Prüfkörper ist nicht enthalten), der Weg  $u$  steht für die vertikale Abwärtsbewegung des Lasteinleitungspunktes in der Mitte des oberen Randes der Lasteinleitungsplatte.

Die Last-Verformungskurven von Versuch und Nachrechnung weisen qualitativ sehr ähnliche Verläufe auf, allerdings ist die Steigung der Kurve der numerischen Berechnung des Bauteilversuchs etwas flacher. Es ist zu erkennen, dass dieser Versuch mit mehreren Hystereseschleifen gefahren wurde, um Anhaltspunkte dafür zu bekommen, ab welchem Lastniveau Plastizierungen auftreten. Wie das Diagramm verdeutlicht, konnten auch nach einer Belastung in Höhe von ca. 93 % der Versagenslast keine nennenswerten bleibenden Verformungen festgestellt werden. Die Belastungszyklen hatten keinen relevanten Einfluss auf das Verformungsverhalten des Bauteils, da auch die anderen beiden Probekörper mit den gleichen Nennabmessungen, bei denen die Last ohne Umkehr bis zum Versagen gesteigert wurde, sehr ähnliche Last-Verformungskurven aufweisen (Versuch 1 und 2, Anhang A10). Die Ursache der Steifigkeitsunterschiede zwischen Bauteilversuch und Nachrechnung bleibt unklar.



**Abbildung 4.5:** Berechnungsergebnisse Nachrechnung N6\_SW768\_T3 Versuch 3, links: Last-Verformungskurven Versuch und Nachrechnung, rechts: Nachbeulformen Nachrechnung (ohne Überhöhung) und Versuch

In der Nachrechnung wurde eine Traglast erzielt, die nur geringfügig unter der Traglast des Bauteilversuchs lag (-3,0 %, Tabelle 4.3). Ebenso wird der Nachbeulbereich des Last-Verformungspfad mit dem deutlichen und plötzlichen Lastabfall nach Erreichen der Traglast von der numerischen Berechnung qualitativ gut nachgebildet.

**Tabelle 4.3:** Traglast Bauteilversuche u. Nachrechnung

Bezeichnung:	$F_{\text{Bauteilversuch}}$ [kN]	$F_{\text{Nachrechnung}}$ [kN]	$\frac{F_{\text{Nachrechnung}}}{F_{\text{Bauteilversuch}}}$ [%]
N6_SW768_T3	100,6	97,6	-3,0
N12_SW845_T3	150,8	153,5	+1,8
RUND_850_T3	159,4	167,0	+4,8

Die Nachbeulform der Nachrechnung (Abbildung 4.5 oben rechts) zeigt die wesentlichen Beulen, die sich auch bei dem Bauteilversuch eingestellt haben (Abbildung 4.5 oben rechts). Allerdings entspricht nur die Beule auf der Oberseite in Form und Lage dem Bauteilversuch, die Ausrichtung der seitlichen Beulen stimmt nicht mit dem Bauteilversuch überein. Auch durch die hier gezeigte lokale Netzverfeinerung im Bereich der Beulen konnte keine bessere Übereinstimmung erzielt werden. Durch die Netzverfeinerung bildet sich lediglich die Nachbeulform in der numerischen Berechnung deutlicher aus.

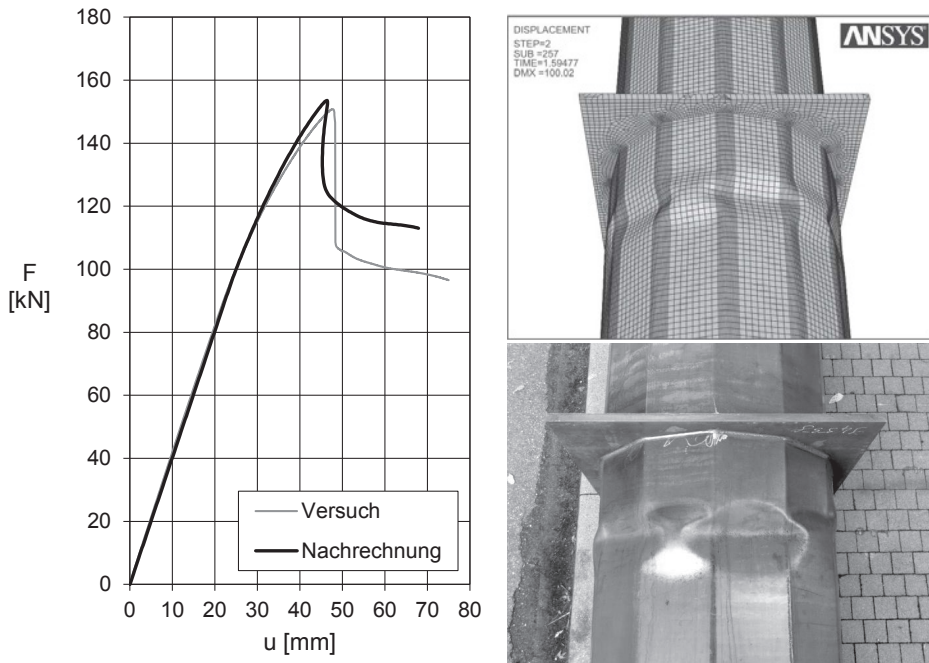
Im direkten Vergleich der Nachbeulformen ist zu erkennen, dass die Beulen des Bauteilversuchs ausgeprägter sind. Insbesondere im Bereich der Kanten ist die Verwindung des Kantenverlaufs bei der numerischen Berechnung weniger deutlich.

An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, dass hier die Ergebnisse einer statischen Berechnung mit dem Bauteilversuch verglichen werden. Mögliche dynamische Effekte, die beim Übergang in die Nachbeulform eine Rolle spielen können, werden dadurch nicht erfasst. Dies kann eine Erklärung für den weniger deutlichen Abfall der Last-Verformungskurve nach dem Erreichen der maximalen Traglast der numerischen Berechnung und ebenso für die weniger stark ausgeprägte Nachbeulform sein.

### **N12 SW845 T3 Versuch 3**

Die Ergebnisse des Bauteilversuchs und der zugehörigen Nachrechnung sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Nachrechnung des 12-kantigen Querschnitts zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem Bauteilversuch sowohl hinsichtlich des Last-Verformungsverhaltens, der Traglast als auch der Nachbeulform. Bei der Nachrechnung konnten alle wesentlichen traglastrelevanten Einflüsse erfasst werden.

Wie bei der vorherigen Betrachtung des Querschnittes mit 6 Kanten, fällt jedoch auch hier auf, dass der Abfall der Last im Nachbeulbereich nach Erreichen der Traglast bei der numerischen Berechnung weniger deutlich ist als im Bauteilversuch. Ebenso stimmt die Nachbeulform der Berechnung zwar in Lage und Form mit dem Versuch überein, die Verformungen sind jedoch insgesamt weniger stark ausgeprägt.

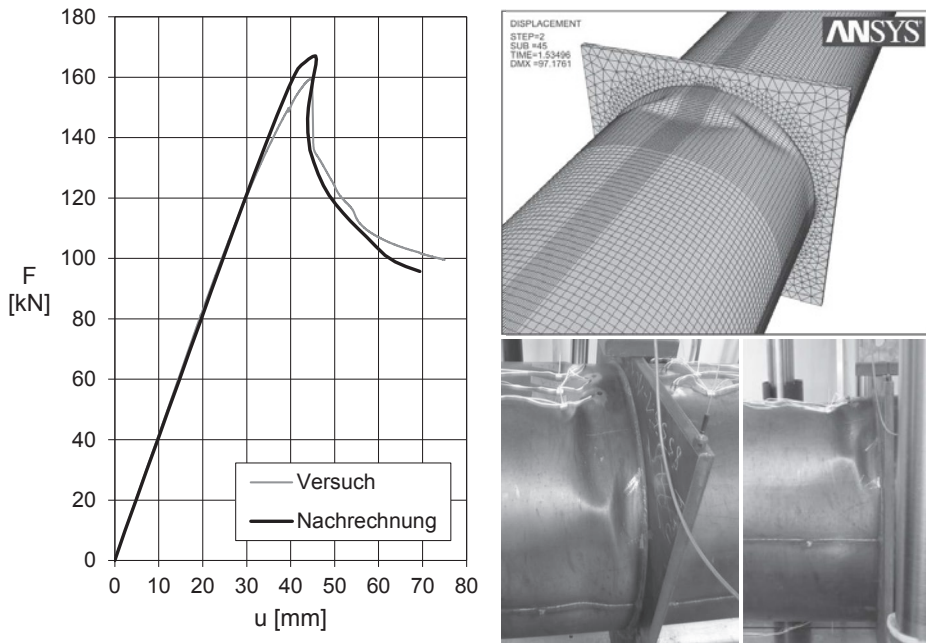


**Abbildung 4.6:** Berechnungsergebnisse Nachrechnung N12\_SW845\_T3 Versuch 3, links: Last-Verformungskurven Versuch und Nachrechnung, rechts: Nachbeulformen Nachrechnung (ohne Überhöhung) und Versuch

### RUND 850 T3 Versuch 3

Abbildung 4.7 zeigt die Ergebnisse des Bauteilversuchs und der Nachrechnung des runden Probekörpers. Betrachtet man die Last-Verformungskurven fällt die gute qualitative Übereinstimmung bis in den Nachbeulbereich auf. Der Verlauf der Last-Verformungskurve der Nachrechnung weist jedoch im letzten Abschnitt vor dem Erreichen der Traglast einen steileren Verlauf auf, der erst kurz vor dem Versagen abflacht. Die Nachrechnung überschätzt die Bauteiltragfähigkeit im Ergebnis um ca. 4,7%.

Die gute Übereinstimmung der Kurven im Nachbeulbereich ist vermutlich auf eine dominante Vorbeule zurückzuführen, die genau im Zentrum des Druckbereichs des Probekörpers lag (vgl. 3.4.3). Das Versagen war daher nicht durch ein abruptes Einfallen der Beulen gekennzeichnet, wie es bei den Probekörpern zuvor aufgetreten ist, sondern vielmehr durch ein mit zunehmender Last stetiges Anwachsen der bereits vorhandenen Vorbeule.



**Abbildung 4.7:** Berechnungsergebnisse Nachrechnung RUND\_850\_T3 Versuch 3, links: Last-Verformungskurven Versuch und Nachrechnung, rechts: Nachbeulformen Nachrechnung (ohne Überhöhung) und Versuch

Die Nachbeulform der Nachrechnung stimmt im Wesentlichen mit den Beulen des Versuchs überein. D.h. die größten Beulen auf der Oberseite und die seitlich angrenzenden Beulen sind deutlich zu erkennen. Die kleineren Beulen des Versuchs sind im numerischen Modell jedoch nur im Ansatz zu erkennen. Auch bei dieser Nachrechnung ist die Nachbeulform weniger deutlich ausgeprägt als die des Bauteilversuchs.

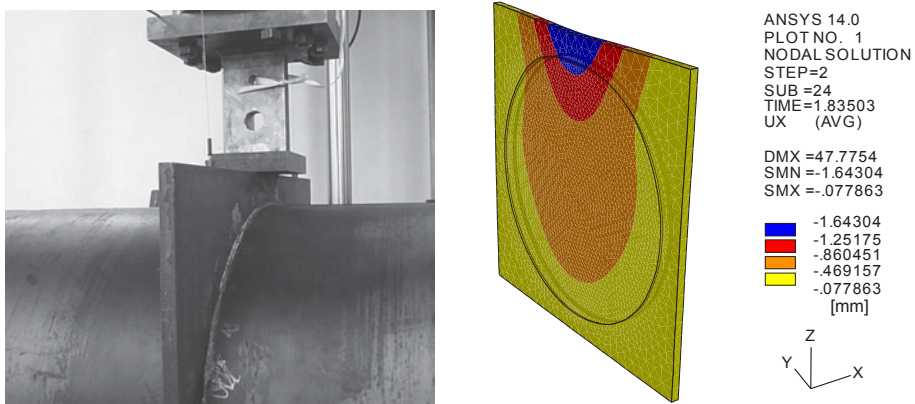
Für alle durchgeführten Nachrechnungen N6, N12 und RUND konnten gute Übereinstimmungen mit den Bauteilversuchen hinsichtlich der Traglast erzielt werden. Die Abweichungen sind in allen Fällen geringer als 5 %. Das deutet darauf hin, dass die wesentlichen traglastrelevanten Einflüsse erfasst wurden. Einflüsse wie Anisotropien des gewalzten Blechmaterials, Eigenspannungen oder Einflüsse aus den Längs- und Umfangsschweißungen wurden bei den Nachrechnungen nicht berücksichtigt und spielen daher bei den hier untersuchten Fällen offenbar keine oder nur eine sehr untergeordnete Rolle.

#### 4.1.2.3 Traglastrelevante Einflüsse des Versuchsaufbaus

Es wurde ein zur Lasteinleitungsplatte symmetrischer Versuchsaufbau gewählt. Die Bauteilversuche wurden als 3-Punkt-Biegeversuch durchgeführt. Geschraubte Anschlusskonstruktionen mit Ringflanschen konnten durch diesen Versuchsaufbau vermieden werden. Der einfache Versuchsaufbau ermöglicht eine gute Nachvollziehbarkeit der durchgeführten experimentellen Untersuchungen.

Dennoch ergeben sich auch diesem Versuchsaufbau geringe traglastrelevante Einflüsse. Aus Vergleichsrechnungen mit dem halben System, bei dem die Lasteinleitungsplatte ganzflächig in ihrer Ebene gehalten wurde, zeigt sich, dass die Verformung der Lasteinleitungsplatte einen Einfluss auf die Traglast haben kann.

Die Lasteinleitungsplatte wurde auf Grundlage einer Vorbemessung 25 mm dick gewählt. Verformungen der Platte infolge der Versuchslasten sind daher auf ein Minimum begrenzt. Dennoch zeigt sich, dass im Fall des runden Probekörpers bereits diese geringen Verformungen der Platte ( $< 2$  mm, Abbildung 4.8), die sich aus der konzentrierten Lasteinleitung ergeben, auf die Traglast auswirken. Gegenüber einer Vergleichsrechnung mit einer starren Lasteinleitungsplatte verringert sich die Traglast durch die Verformung der Lasteinleitungsplatte um ca. 5 %. Die Verformung stellt für den Probekörper eine Aufstandsunebenheit dar, die zu einer lokalen Lastkonzentration führt.



**Abbildung 4.8:** links: Detail Lasteinleitung, rechts: Lasteinleitungsplatte Nachrechnung RUND bei Erreichen der Traglast



Der traglastmindernde Einfluss der Verformung der Lasteinleitungsplatte hat sich in den Nachrechnungen nur bei dem runden Probekörper gezeigt. Die Traglast der Probekörper mit 6 und mit 12 Kanten war bei den durchgeführten Vergleichsrechnungen immer unempfindlich gegenüber Verformungen der Lasteinleitungsplatte. Diese Betrachtungen deuten darauf hin, dass polygonale Querschnitte weniger empfindlich gegenüber Aufstandsimperfectionen sind.

## **4.2 Einflüsse der Randbedingungen, der Querschnittsform und der Mastgeometrie auf das Tragverhalten**

Das Tragverhalten von Masten mit polygonalen Querschnitten unter Biegung wird neben der Querschnittsform auch durch die Mastgeometrie und die konstruktiven Randbedingungen beeinflusst. Diese Aspekte werden bei den normativen Regelungen für Maste mit polygonalen Querschnitten gar nicht [27] oder nur indirekt [4] erfasst. Zum Teil ergeben sich daraus auch die unterschiedlichen zulässigen Biegetragfähigkeiten für Maste mit runden und polygonalen Querschnitten (Abbildung 1.4).

Die Zielsetzung, eine einheitliche Berechnungsgrundlage für die Einschätzung der Biegetragfähigkeit von Masten mit polygonalen und runden Querschnitten zu schaffen, erfordert daher eine fundierte Auseinandersetzung mit diesen Einflüssen. In diesem Abschnitt werden daher Parameterstudien durchgeführt, mit denen die Einflüsse der Querschnittsform, der Randbedingungen und der Mastgeometrie auf das Tragverhalten dargestellt werden können.

### **4.2.1 Konstruktive Randbedingungen der Mastkonstruktionen**

Das Tragverhalten von Masten mit polygonalen und runden Querschnitten ist in besonderer Weise von den vorhandenen Randbedingungen für die Lastein- und Weiterleitung sowie von der Masthöhe abhängig. Bei diesen oftmals dünnwandigen Schalentragwerken ist das Ebenbleiben der Querschnitte im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht mehr gewährleistet, ebenso sind Querschnittsabflachungen (Ovalisierung) infolge einer Biegebeanspruchung möglich. Diese Effekte, die den Unterschied zur Stabtheorie ausmachen, können durch die Randbedingungen für die Lasteinleitung und die Fußpunktausbildung wesentlich beeinflusst werden.

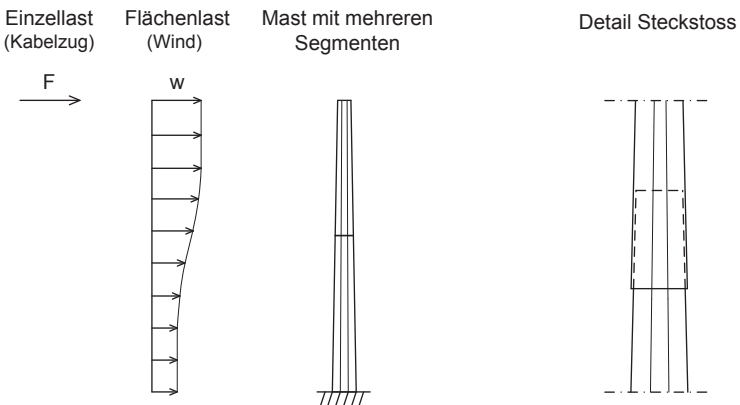
In diesem Abschnitt erfolgt daher zunächst eine Auseinandersetzung mit den möglichen Lastfällen und den konstruktiven Randbedingungen der Lasteinleitung und

der Fußpunktausbildung für den Anwendungsfall eines Stahlmastes. Auf dieser Grundlage werden dann die für die Bestimmung der Tragfähigkeit relevanten Randbedingungen abgeleitet. Der Einfluss dieser Randbedingungen auf das Tragverhalten wird in den weiteren Untersuchungen berücksichtigt.

### Mastaufbau und Stoßstellen

Abbildung 4.9 zeigt das Tragwerk eines Mastes und mögliche Beanspruchungen. Der Mast besteht aus mehreren konisch geformten Mastsegmenten, die i.d.R. durch einen Steckstoß miteinander verbunden werden. Die Ausführung eines Steckstoßes ist in DIN EN 50341-1 [27] durch Vorgaben für die Stoßlänge und eine Kraft, mit der die Segmente zusammengepresst werden, geregelt. Dadurch entsteht eine kraftschlüssige Verbindung der Segmente, bei der die Schalenschnittgrößen von einem Segment zum anderen über Kontakt und Reibung an den Kontaktflächen übertragen werden. Diese Art der Segmentverbindungen verhält sich daher hinsichtlich des Tragverhaltens unter Biegung näherungsweise wie ein einstielliger Mast mit einer abschnittsweise größeren Materialdicke. Der Einfluss auf das Tragverhalten ist daher von untergeordneter Bedeutung, insbesondere deshalb, weil die Stoßstelle i.d.R. außerhalb des Bereiches der größten Beanspruchung liegt. Im Rahmen der nachfolgenden Untersuchungen wird der Einfluss einer Stoßstelle auf das Tragverhalten daher vernachlässigt.

Tragwerk und mögliche Beanspruchungen



**Abbildung 4.9:** links: Tragwerk und Beanspruchungen, rechts: Detail Steckstoß

### Segmentbeanspruchung

Stahlmaste für Fahr- und Freileitungen sind für die Lastfälle Eigengewicht und Windeinwirkung zu bemessen. Die größte Einwirkung für die Maststruktur ergibt sich dabei aus Einzellasten, die über Kabelzug auf die Struktur einwirken. Das Biegemoment am Mastfuß, das aus diesen konzentriert eingeleiteten Kräfte resultiert, ist die Hauptbeanspruchung der Maststruktur und bemessungsmaßgebend.

Andere Einwirkungen wie z.B. Normalkräfte aus dem Eigengewicht der Konstruktion und der Kabel sowie der Anteil des Biegemoments, der durch die flächig einwirkenden Windlasten entsteht, sind dagegen gering. Vereinfachend können die Einwirkungen auf die Segmente daher wie in Abbildung 4.10 dargestellt angenommen werden. Die Segmente werden durch Querkraftbiegung mit veränderlichem Momentenverlauf beansprucht. Die Einwirkungen können daher für die Berechnung der Biegetragfähigkeit der Masten durch eine Einzellast am Mastkopf zusammengefasst werden.

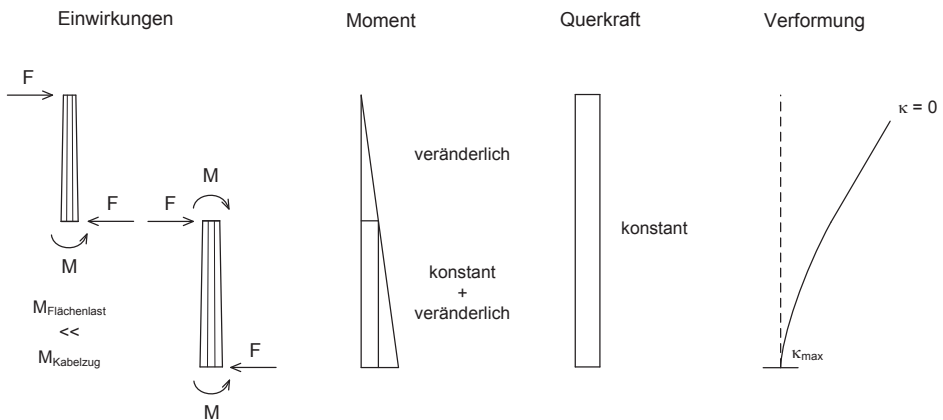
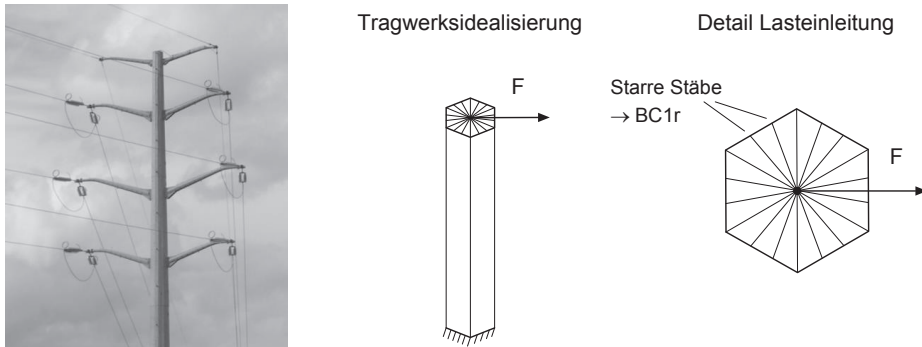


Abbildung 4.10: Segmentbeanspruchungen

### Lasteinleitung und Mastkopfausbildung

Die Zugkräfte aus anhängenden Freileitungskabeln werden i.d.R. über Querträger, die am Mast angeschlossen sind, auf die Maststruktur übertragen. Für die Struktur bedeutet dies, dass der Mastquerschnitt in den Lasteinleitungsbereichen ausreichend steif sein muss oder durch Lasteinleitungskonstruktionen gestützt werden muss, sodass lokales Beulen der Mastwand ausgeschlossen werden kann. Bei den verwendeten FE-Modellen wird dies durch starre Stabelemente am Mastkopf

idealisiert (vgl. Abbildung 4.1). Der Einfluss von Torsionsmomenten aus den Quertägern auf die Biegetragfähigkeit der Maststruktur ist wegen der hohen Torsionssteifigkeit geschlossener Querschnitte von untergeordneter Bedeutung. Torsionsmomente werden bei den weiteren Untersuchungen nicht betrachtet, sie sind bei einer Bemessung jedoch prinzipiell zu berücksichtigen.



**Abbildung 4.11:** links: Beispiel Lasteinleitung, Mitte und rechts: Tragwerksidealisierung und zugehöriges Lasteinleitungsdetail

### Fußpunktausbildung

Der Fußpunkt der Maststruktur stellt global betrachtet eine Einspannung dar. Lokal betrachtet bedeutet dies für das Schalentragwerk jedoch nicht das Selbe. Während die Anforderungen an die horizontale Unverschieblichkeit ( $v$ - und  $w$ -Richtung, (Abbildung 4.12)) sowie die Behinderung der Verdrehbarkeit um die  $u$ - und  $w$ -Achse in der Regel gering sind und diese konstruktiv vergleichsweise einfach zu erfüllen sind, stellen die Verschieblichkeit in Richtung der  $u$ -Achse sowie die tangentielle Einspannung der Mastwand (Rotation um die  $v$ -Achse) die wesentlichen traglastbestimmenden Einflüsse der Fußpunktstruktur dar.

Eine Fußplatte, die infolge abhebender Kräfte auf der zugbeanspruchten Querschnittsseite nachgibt und sich verformt ist eine Schwachstelle in der Konstruktion, die dazu führt, dass die volle Querschnittstragfähigkeit gar nicht erst erreicht werden kann. Dieser Fall ist daher im Sinne einer wirtschaftlichen Tragwerksplanung zu vermeiden. Die Ausbildung der Fußpunktstruktur ist immer so zu wählen, dass ein Abheben der Fußplatte auf der zugbeanspruchten Querschnittsseite in allen Grenzzuständen ausgeschlossen wird und die volle Querschnittstragfähigkeit genutzt werden kann. Davon wird bei den weiteren Ausführungen ausgegangen.



**Abbildung 4.12:** links: lokale Koordinaten, Mitte: ringförmige Fußplatte ohne Steifen, rechts: Fußpunktausbildung mit Steifblechen

Für die Einspannung der Mastwand dagegen gibt es zwei mögliche Grenzfälle: lokal gelenkig und lokal eingespannt. Abbildung 4.12 stellt zwei mögliche Ausführungen dar. Das mittlere Bild zeigt eine ringförmige Fußplatte auf die die Mastwand aufgeschweißt ist. Abhängig von der Biege- und Torsionssteifigkeit der ringförmigen Fußplatte, deren Anbindung an das Fundament und der Ausführung der Schweißverbindung kann von einer teilweisen oder einer vollständigen tangentialen Einspannung ausgegangen werden. Das rechte Bild zeigt eine Fußpunktkonstruktion, bei der die tangentiale Einspannwirkung durch die Anordnung von vertikalen Steifen und einer Ringsteife erhöht werden soll.

Die Möglichkeiten für die Fußpunktausbildung sind zahlreich und führen zu unterschiedlich hohen Einspanngraden. Um die Allgemeingültigkeit der Untersuchungen sicherzustellen werden bei den folgenden Untersuchungen die beiden Grenzfälle lokal gelenkig und lokal eingespannt berücksichtigt.

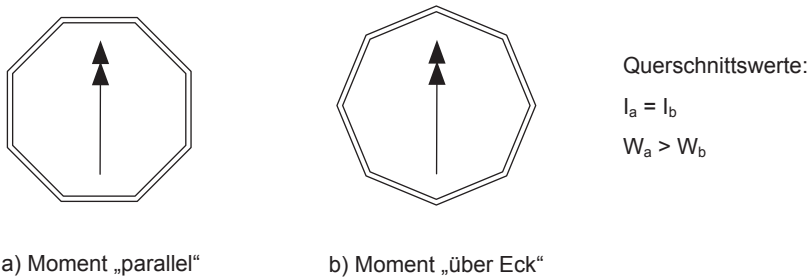
### **Masthöhe und Konizität**

Bei Querschnitten, die infolge ihrer Dünnwandigkeit unter einer Biegebeanspruchung nicht eben bleiben oder sogar vor Erreichen der Traglast lokal Ausbeulen, ist die Biegetragfähigkeit in besonderem Maße von der Masthöhe abhängig. Grund dafür ist die veränderliche Biegesteifigkeit, die sich aus lokalem Beulen oder auch Querschnittsabflachungen (Ovalisieren) ergeben. Sowohl die Form der Vorbeulverformungen als auch deren Lage sind u.a. von der Masthöhe abhängig. Der Einfluss der Masthöhe wird deshalb in Abschnitt 4.2.4 ausführlicher dargestellt.

Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit und wegen der Möglichkeit des Steckstoßes werden polygonale Maste i.d.R. konisch ausgeführt. Durch die konische Mastform und der damit verbundenen veränderlichen Biegesteifigkeit verlagern sich die Orte der größten Beanspruchungen im Vergleich zu Masten mit konstantem Querschnitt. Dies wird daher aufbauend auf den Untersuchungen zur Masthöhe an Masten mit konstantem Querschnitt in Abschnitt 4.2.5 dargestellt.

### 4.2.2 Belastungsrichtung

Durch die Gliederung des Querschnitts in Ecken und ebene Seitenflächen weisen polygonale Querschnitte unterschiedliche Biegetragfähigkeiten in Abhängigkeit von der Belastungsrichtung auf. Dabei werden zwei Belastungsrichtungen unterschieden: Moment „parallel“ und Moment „über Eck“ (Abbildung 4.13).



**Abbildung 4.13:** Belastungsrichtungen

Geht man zunächst von den Querschnittswerten der Bruttoflächen aus, so ergeben sich die unterschiedlichen Biegetragfähigkeiten allein aus den verschiedenen Hebelarmen der Belastungsrichtungen, da das Flächenträgheitsmoment um alle Achsen stets gleich groß ist. Das größere Widerstandsmoment  $W$  ist dabei immer das, welches zum Biegemoment „parallel“ gehört. Die Bezeichnung „Biegung um die starke Achse“ nach der Stabtheorie trifft aber in diesen Fällen nur dann zu, wenn Querschnitte der Klasse 3 oder höher vorliegen und als Grenzzustand das Erreichen der Fließspannung in der äußeren Randfaser vorausgesetzt wird ( $M_{el}$ ).

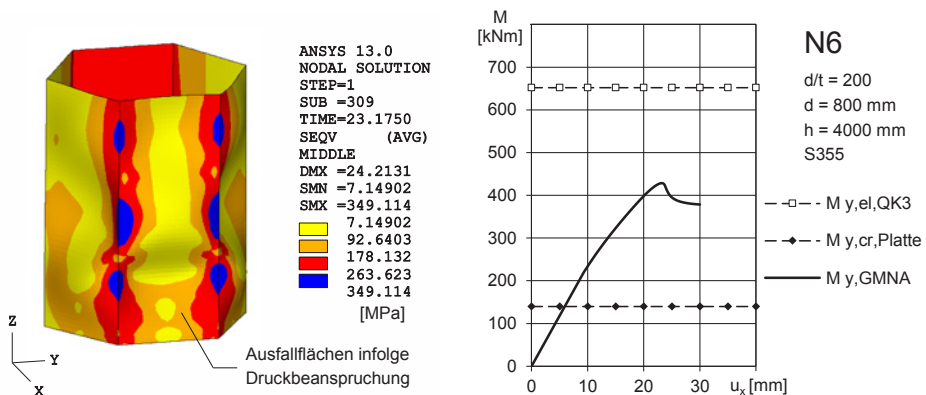
Bei Querschnitten der Klasse 4 wirken nicht alle druckbeanspruchten Querschnittsteile vollständig mit, sondern entziehen sich der Lastaufnahme durch Ausbeulen einzelner Flächen (Plattenbeulen). Der Ausfall einiger Querschnittsteile führt dazu, dass die Tragfähigkeit bei einer Biegung um die schwache Achse größer wird als um die starke Achse, da im letzteren Fall die Ausfallflächen größer sind. Dies lässt

sich anschaulich dadurch erklären, dass sich die höchsten auftretenden Spannungen bei der Biegung über Eck im Bereich einer Ecke konzentrieren und sich deren Stützwirkung positiv auf die Größe der Ausfallflächen auswirkt.

Dies macht sich auch bei Querschnitten mit geringerer Schlankheit bemerkbar, die vor Erreichen der Traglast teilweise plastizieren können. Eine erhöhte Stützwirkung durch eine Kante im druckbeanspruchten Bereich bedeutet in diesen Fällen größere Querschnittsflächenanteile, welche die Fließspannung im (teilplastischen) Grenzzustand erreichen.

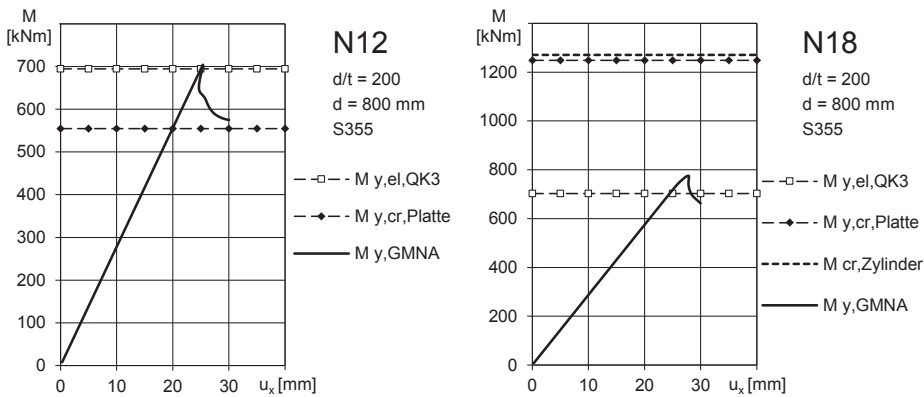
Die Bezeichnungen starke Achse und schwache Achse stimmen daher in diesen Fällen nicht mit der größeren bzw. der kleineren Biegetragfähigkeit überein und werden deshalb nicht verwendet.

Die erläuterten Zusammenhänge werden durch die folgende Grafik für die Belastungsrichtung Moment „parallel“ an einem 6-eckigen Querschnitt veranschaulicht (Abbildung 4.14, Details zum Berechnungsmodell vgl. Abschnitt 4.1.1). Die Grafik zeigt die Normalspannungsverteilung infolge des Biegemoments bei Erreichen der Traglast. In der vorderen, druckbeanspruchten Querschnittshälfte sind die hellen Bereiche mit sehr geringen Normalspannungen deutlich erkennbar. Dies sind die Flächen, die sich infolge der Druckbeanspruchung der Last entziehen. In dem dargestellten Zustand erfolgt der Lastabtrag auf der Druckseite fast nur noch über die kantennahen Bereiche.



**Abbildung 4.14:** links: Vergleichsspannungsverteilung in Elementmitte unter Biegebeanspruchung „Moment parallel“ bei Erreichen der Traglast (unterer Mastabschnitt), rechts: zugehöriges Last-Verformungsdiagramm

Mit zunehmender Kantenanzahl verringern sich auch die geometrischen Unterschiede zwischen den Belastungsrichtungen. Die Biegetragfähigkeiten der beiden Belastungsrichtungen nähern sich einander an. Die Tragfähigkeit wird zunehmend weniger vom Ausbeulen einzelner, druckbeanspruchter Seitenflächen beeinflusst. Die Diagramme in Abbildung 4.15 ergänzen das Diagramm aus Abbildung 4.14 und verdeutlichen den Einfluss höherer Kantenanzahlen. Die dargestellten Last-Verformungspfade der Querschnitte mit gleicher Schlankheit erreichen mit zunehmender Kantenanzahl die elastische Momententragfähigkeit eines Querschnitts der Klasse 3.



**Abbildung 4.15:** Last-Verformungsdiagramme N12 und N18 mit zugehörigen  $M_{el,QK3}$  und  $M_{cr}$

Zusätzlich ist das Biegemoment  $M_{y,cr,Platte}$ , das sich aus der idealen Plattenbeulspannung eines Plattenstreifens der Breite einer Seitenfläche und  $W_{y,el}$  ergibt, angegeben. Dieser Wert ist trotz der abweichenden Randbedingungen bei einem polygonalen Querschnitt ein guter Anhaltspunkt für das Belastungsniveau, bei dem von einem Ausbeulen druckbeanspruchter Flächen ausgegangen werden kann. Dadurch wird die abnehmende Tendenz zum Ausbeulen einzelner Flächen mit zunehmender Kantenanzahl sehr deutlich. Bei dem hier dargestellten Querschnitt mit 18 Kanten und einer Schlankheit von  $d/t = 200$  ist wegen des großen Abstandes des maximal aufnehmbaren Biegemomentes zu  $M_{y,cr,Platte}$  von einem Versagen ohne Vorankündigung durch Einzelbeulen auszugehen. Das zur idealen Beulspannung eines biegebeanspruchten, flächengleichen Zylinders gehörende Moment liegt in der gleichen Größenordnung wie  $M_{y,cr,Platte}$  und bestätigt diese Annahme ebenso wie der lineare Anstieg der Last-Verformungskurve bis kurz vor Erreichen der Traglast.



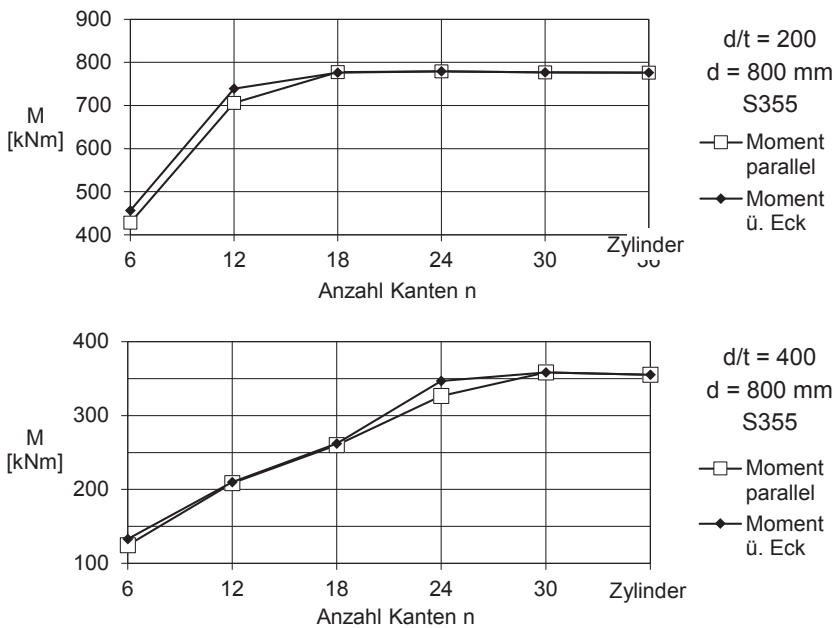
Für die beiden Belastungsrichtungen Moment „parallel“ und Moment „über Eck“ werden in Abbildung 4.16 die Biegetragfähigkeiten für zwei verschiedene Schlankheitsgrade,  $d/t = 200$  und  $d/t = 400$ , dargestellt. Die Diagramme stellen die Biegetragfähigkeiten in Abhängigkeit der Kantenanzahl dar. Die Kantenanzahl variiert von  $n = 6$  bis  $n = 30$ . Die obere Grenze bildet jeweils ein Zylinderquerschnitt mit gleicher Schlankheit. Das Berechnungsmodell, das diesen Berechnungen zu Grunde liegt, entspricht den Beschreibungen in Abschnitt 4.1. Die verwendeten Geometrien sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Die berechneten Traglasten sind daher Ergebnisse einer geometrisch und materiell nichtlinearen Berechnung ohne den Ansatz von Imperfektionen (GMNA). Die angegebenen Momententragfähigkeiten ergeben sich aus der Multiplikation der maximal aufnehmbaren Last am Mastkopf mit der Masthöhe ( $M = F \cdot h$ ,  $h = 4 \text{ m}$ ). Es handelt sich daher um aufnehmbare Momente unter Berücksichtigung der einwirkenden Querkraft (Querkraftbiegung).

**Tabelle 4.4:** Geometrie und Randbedingungen der verwendeten FE-Modelle

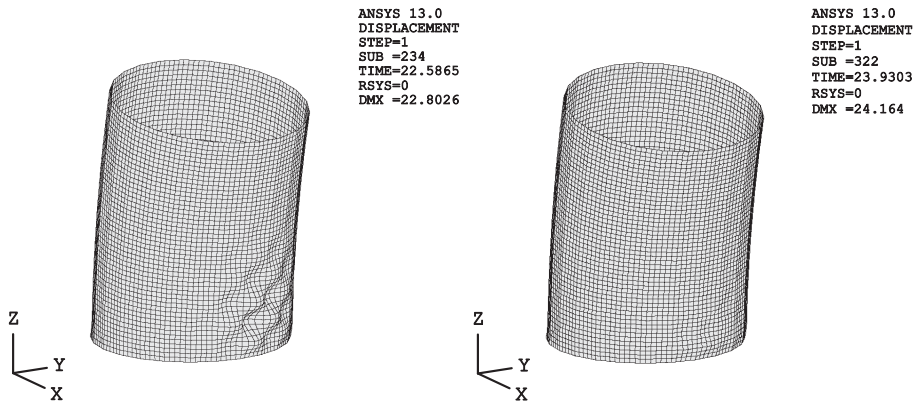
	d [mm]	Umfang [mm]	Masthöhe [mm]	Blechdicke $t_{d/t=200} / t_{d/t=400}$ [mm]	Rand oben / unten
N6	800	2400,0	4000	4,0 / 2,0	BC1r / BC1r
N12		2484,7			
N18		2500,5			
N24		2506,1			
N30		2508,7			
Zylinder (N125)		2513,0			

Die Diagramme in Abbildung 4.16 verdeutlichen, dass die Belastungsrichtung Moment „parallel“ bei den dargestellten Berechnungen immer die schwächere bzw. eine zur Biegung „über Eck“ gleichwertige Belastungsrichtung ist. Bei einer Schlankheit von  $d/t = 200$  sind die Unterschiede zwischen den Belastungsrichtungen ab einer Kantenanzahl von  $n = 18$  und höher sehr gering ( $< 0,2 \%$ ). Bei den sehr schlanken Querschnitten ( $d/t = 400$ ) liegen die Tragfähigkeiten zunächst nahe beieinander, es tritt jedoch bei einer Kantenanzahl von  $N = 24$  wieder ein größerer Unterschied zwischen den erreichten Traglasten für die beiden Belastungsrichtungen auf (ca.  $6 \%$ ).

Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Struktur bei der Belastungsrichtung Moment über Eck bei dieser Schlankheit eher in die Vorbeulform des Kreiszylinders wechselt als bei der Belastungsrichtung Moment parallel. Zur Veranschaulichung sind die Vorbeulformen für diese Fälle in Abbildung 4.17 dargestellt. Die Vorbeulform der Belastungsrichtung Moment parallel ist durch das Ausbeulen von Flächen zwischen den Kanten gekennzeichnet, während sich für die andere Belastungsrichtung keine Einzelbeulen sondern nur eine sehr leicht angedeutete ringförmige Halbwellen auf der Druckseite nahe des Fußpunktes einstellt. Bei dieser Belastungsrichtung werden demnach größere Querschnittsanteile im Druckbereich für den Lastabtrag aktiviert, wodurch sich die höhere Traglast erklärt. Erst ab einer Kantenanzahl von  $n = 30$  stellen sich bei diesem Schlankheitsgrad in beiden Belastungsrichtungen die Vorbeulform des Kreiszylinders ein. Unterhalb von  $n = 18$  Kanten sind alle Vorbeulformen unabhängig von der Belastungsrichtung durch Einzelbeulen zwischen den Kanten gekennzeichnet.



**Abbildung 4.16:** Traglast für verschiedene Kantenanzahlen in Abhängigkeit der Belastungsrichtung



**Abbildung 4.17:** Vorbeulformen N24  $d/t = 400$ , links: Moment parallel / Einzelbeulen zwischen den Kanten, rechts: Moment ü. Eck / Vorbeulform des biegebeanspruchten Kreiszyinders, (unterer Mastabschnitt, Verformungen 50-fach überhöht dargestellt)

Bei den Masten der Schlankheit  $d/t = 200$  wechselt die Vorbeulform ab  $n = 18$  Kanten für beide Belastungsrichtungen in die Vorbeulform des Kreiszyinders, wodurch sich die geringen Unterschiede in den Tragfähigkeiten erklären. Unterhalb von  $n = 18$  Kanten stellen sich auch hier in allen Fällen im Vorbeulbereich Einzelbeulen zwischen den Kanten ein.

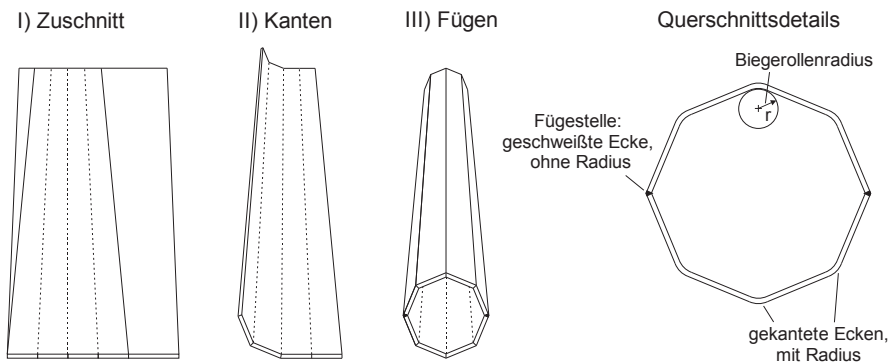
In beiden Schlankheitsbereichen nähern sich die Tragfähigkeiten der Belastungsrichtung Moment „über Eck“ bei zunehmender Kantenanzahl etwas eher dem maximal erreichbare Moment an, das durch die Biegetragfähigkeit des perfekten Zylinders begrenzt ist. Die Maste mit einer Schlankheit von  $d/t = 400$  erreichen diese Grenze für beide Belastungsrichtungen erst ab einer sehr hohen Kantenanzahl von  $n = 30$  Kanten. Im Fall der Maste mit der geringeren Schlankheit wird die Zylindertragfähigkeit bereits ab  $n = 18$  Kanten erreicht. Dieser Unterschied erklärt sich durch das in diesem Fall günstigere Verhältnis von Seitenbreite zu Blechdicke ( $b/t$ -Verhältnis), d.h. die Anteile der Bruttoquerschnittsfläche, die sich infolge der Druckbeanspruchung dem Lastabtrag entziehen, sind geringer.

### 4.2.3 Biegerollenradius der Kanten

Die polygonale Querschnittsform eines Stahlmasts wird maßgeblich durch den Herstellprozess beeinflusst. So ist die tatsächlich vorhandene Querschnittsform i.d.R. kein geometrisch perfektes Polygon mit einheitlicher Ausbildung der Ecken.

Vielmehr unterscheidet sich die Form der Ecken durch den Biegerollenradius und die Lage möglicher Fügestellen.

Dies wird durch die Erläuterung der erforderlichen Herstellschritte deutlich: Polygonale Stahlmaste werden aus ebenem Blech hergestellt, das zunächst entsprechend der konischen Mastform zugeschnitten wird. Nach dem Zuschneiden wird das Blech durch mehrfaches Kanten zu Halbschalen geformt. Die Halbschalen werden durch Längsschweißnähte miteinander verbunden und so zu einem Mast zusammengesetzt. Die erforderlichen Arbeitsschritte sind in Abbildung 4.18 dargestellt. Bei anderen Herstellverfahren wird die Mastwandung aus einem Stück hergestellt, sodass nur eine Längsschweißnaht erforderlich wird.



**Abbildung 4.18:** Herstellprozess eines polygonalen Masts, Querschnittsdetails

Ergebnis dieses Fertigungsprozesses sind spitze Ecken ohne Ausrundungsradius an den Fügestellen und gekantete Ecken mit einer Ausrundung, die von dem verwendeten Biegerollendurchmesser abhängig ist.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss des Biegerollenradius der Kanten auf die Momenten Tragfähigkeit untersucht. Die Größe des Biegerollenradius wird durch die DIN EN 50341-1 [27] nicht vorgegeben oder begrenzt. Ob oder inwieweit die Größe des Biegerollenradius bei den darin enthaltenen Bemessungshilfen berücksichtigt wird, lässt sich daher nicht nachvollziehen. Vergleichsrechnungen auf der Basis von Plattenstreifenmodellen deuten darauf hin, dass dieser Einfluss sehr wahrscheinlich vernachlässigt wird.

Da die Tragfähigkeit von polygonalen Querschnitten, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, jedoch von der Kantentragfähigkeit abhängt, kann die Kenntnis des

Einfluss der Eckform für die Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit von Bedeutung sein.

Es werden Parameterstudien zur Größe des Biegerollenradius durchgeführt. Die Berechnungen werden an einem Mastmodell mit den gleichen Eigenschaften durchgeführt, das auch den Berechnungen aus dem vorangegangenen Abschnitt zur Belastungsrichtung zu Grunde liegt (vgl. Abschnitt 4.2.2 und Abschnitt 4.1.1). Die folgenden Tabellen veranschaulichen die durchgeführten Parameterstudien zum Einfluss des Biegerollenradius auf die Querschnittstragfähigkeit.

**Tabelle 4.5:** Entwicklung der Tragfähigkeit in Abhängigkeit des Biegerollenradius und der Kantenanzahl

d/t = 400 d = 800 mm S355		N6		N12		N18		N24	
		M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]	M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]	M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]	M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]
Moment ü. Eck	$r_0$	132,9	-	209,8	-	262,0	-	346,7	-
	$r_{20}$	134,0	0,8	209,7	-0,1	262,9	0,3	347,1	0,1
	$r_{40}$	142,3	7,1	210,9	0,5	263,1	0,4	347,0	0,1
	$r_{60}$	150,1	13,0	212,8	1,4	264,8	1,1	348,0	0,4
Moment parallel	$r_0$	124,4	-	208,5	-	260,1	-	326,4	-
	$r_{20}$	122,0	-1,9	207,1	-0,7	260,6	0,2	327,4	0,3
	$r_{40}$	122,3	-1,7	205,5	-1,5	257,8	-0,9	328,1	0,5
	$r_{60}$	129,0	3,6	203,6	<b>-2,4</b>	256,0	-1,5	327,8	0,4

d/t = 200 d = 800 mm S355		N6		N12		N18	
		M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]	M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]	M [kNm]	$r_x / r_0$ [%]
Moment ü. Eck	$r_0$	456,6	-	738,8	-	776,2	-
	$r_{20}$	457,9	0,3	738,2	-0,1	775,4	-0,1
	$r_{40}$	466,4	2,2	738,2	-0,1	775,2	-0,1
	$r_{60}$	478,9	4,9	738,8	0,0	774,7	-0,2
Moment parallel	$r_0$	428,3	-	705,7	-	777,6	-
	$r_{20}$	424,1	-1,0	704,5	-0,2	776,8	-0,1
	$r_{40}$	419,2	<b>-2,1</b>	705,7	0,0	776,6	-0,1
	$r_{60}$	420,2	-1,9	709,4	0,5	776,2	-0,2

Die Tabellen zeigen die Biegetragfähigkeiten des Mastmodells, das im Kantenbereich um Biegerollenradien von  $r = 20$  mm bis  $r = 60$  mm ( $= 0,025 d - 0,075 d$ ) erweitert wurde. Die Angaben zum Biegerollenradius beziehen sich dabei immer

auf die Profilmittellinie. Die Ergebnisse sind in Abhängigkeit der Kantenanzahl für zwei verschiedene Schlankheitsgrade dargestellt. Neben den berechneten Tragfähigkeiten ist auch die prozentuale Veränderung der Tragfähigkeit bezogen auf einen Querschnitt mit spitzen Ecken ( $r = 0$ ) angegeben.

Die Ergebnisse der Parameterstudien zeigen einen uneinheitlichen Einfluss des Biegerollenradius auf die Tragfähigkeit. Die Tendenzen lassen sich am ehesten am Beispiel der Querschnitte mit 6 Kanten verdeutlichen: Für die Belastungsrichtungen Moment über Eck wirkt sich ein Biegerollenradius in dem hier untersuchten Parameterbereich immer traglaststeigernd aus. Für die Belastungsrichtung Moment parallel dagegen wirkt sich ein Biegerollenradius, bis auf eine Ausnahme bei den sehr schlanken Querschnitten (N6,  $d/t = 400$ ,  $r = 60$  mm), traglastmindernd aus. Diese Tendenz lässt sich auch für alle andere Kantenanzahlen erkennen, wobei der Einfluss des Biegerollenradius mit zunehmender Kantenanzahl deutlich abnimmt. Bei den Querschnitten mit einer Schlankheit von  $d/t = 200$  ist der Einfluss bereits ab einer Kantenanzahl von  $n = 12$  kleiner als 1 %.

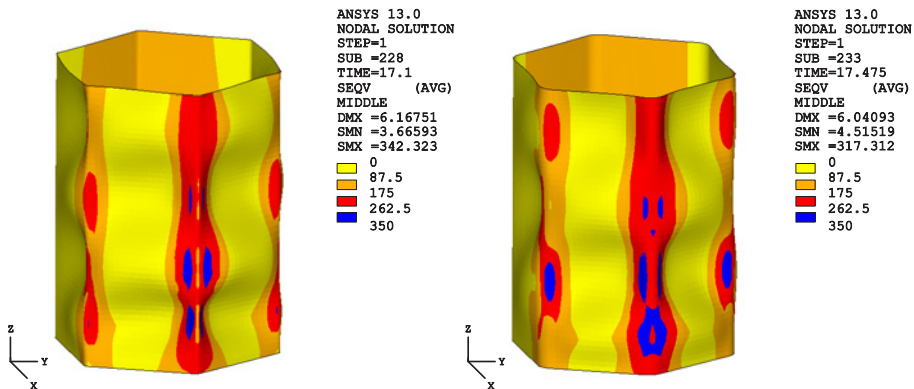
Der Einfluss der Biegerollenradius auf die Tragfähigkeit beruht auf zwei Effekten, die sich überlagern. Zum Einen verändert sich das Widerstandsmoment des Querschnitts durch die veränderte Anordnung der Eckfläche bezogen auf die neutrale Faser. Dieser Einfluss wird anhand von Querschnittswerten, die ohne Berücksichtigung der Ausfallflächen in den druckbeanspruchten Querschnittsteilen berechnet werden in Tabelle 4.6 an einem Beispiel (Polygon N6,  $d/t = 400$ ,  $d = 800$  mm) verdeutlicht.

**Tabelle 4.6:** Einfluss des Biegerollenradius auf die Widerstandsmomente und die Querschnittsfläche am Bsp. des Polygons N6,  $d/t = 400$ ,  $d = 800$  mm

N6 $d/t = 400$ $d = 800$	W Moment ü. Eck		W Moment parallel		A	
	[mm <sup>3</sup> ]	$r_x/r_0$ [%]	[mm <sup>3</sup> ]	$r_x/r_0$ [%]	[cm <sup>2</sup> ]	$r_x/r_0$ [%]
	$r_0$	797560	0,0	920280	0,0	47,96
$r_{20}$	798790	0,2	914870	-0,6	47,74	-0,5
$r_{40}$	799180	0,2	908200	-1,3	47,48	-1,0
$r_{60}$	799160	0,2	901070	-2,1	47,22	-1,5

Die Größe des Biegerollenradius hat nur für die Belastungsrichtung Moment parallel einen nennenswerten Einfluss auf die Größe des Widerstandsmoments. Das Widerstandsmoment wird mit zunehmendem Biegerollenradius kleiner und wirkt sich somit traglastvermindernd aus. Die Verringerung des Widerstandsmoments passt damit qualitativ zur Größe der Querschnittsfläche, die ebenfalls mit zunehmendem Biegerollenradius geringfügig abnimmt.

Zum Anderen verkleinert die veränderte Eckgeometrie den Anteil der Querschnittsflächen, die sich infolge der Druckbeanspruchung der Last durch Ausbeulen entzieht. Dadurch vergrößert sich die lastabtragende Eckfläche im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Dieser Effekt ist daher traglaststeigernd und wirkt sich auf beide Belastungsrichtungen aus. Er wird am Beispiel des Polygons  $N = 6$ ,  $d/t = 400$  für die Belastungsrichtung Moment über Eck besonders deutlich. In diesem Fall treten die größten Längsdruckspannungen an einer Ecke auf, deren lastabtragende Fläche sich infolge des Biegerollenradius vergrößert. Zusätzlich wird die Tragfähigkeit dieses sehr schlanken Querschnitts erheblich durch die Größe der Ausfallflächen bestimmt. Außerdem wirkt sich in diesem Fall der Biegerollenradius fast gar nicht auf das Widerstandsmoment für diese Belastungsrichtung aus. Die Darstellung der Spannungsverteilung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (Abbildung 4.19) veranschaulicht die Größe der mitwirkenden Flächen bzw. der Ausfallflächen infolge verschiedener Biegerollenradien für dieses Beispiel.



**Abbildung 4.19:** Vergleichspannungsverteilung in Elementmitte und Vorbeulformen bei verschiedenen Biegerollenradien, links:  $r = 20$  mm, rechts:  $r = 60$  mm (unterer Mastabschnitt, Polygon N6,  $d/t = 400$ , Moment ü. Eck)

In den Abbildungen ist außerdem ein Wechsel in der Vorbeulform zu erkennen, der ebenfalls eine Folge der verschiedenen Eckgeometrien ist. Der Übergang in eine andere Vorbeulform durch einen großen Biegerollenradius ist von der Querschnittsgeometrie, dem Biegerollenradius und dem Schlankheitsgrad abhängig. Der dargestellte Fall ist daher nicht allgemein gültig. Insgesamt kann die Tragfähigkeit durch die Summe dieser positiven Effekte bei diesem besonders schlanken Querschnitt um 13 % gesteigert werden.

Die Ausführungen zeigen, dass es sowohl einen traglaststeigernden als auch einen traglastvermindernden Einfluss des Biegerollenradius auf die Biegetragfähigkeit eines polygonalen Querschnittes gibt und dieser von der Belastungsrichtung abhängig ist. Da sich die Belastungsrichtung des Querschnitts an einem realen Bauwerk i.d.R. nicht sicherstellen lässt, ist für die Bemessung insbesondere die traglastvermindernde Wirkung der Belastungsrichtung Moment parallel von Bedeutung.

In diesem Abschnitt wurden ausschließlich die geometrisch bedingten Auswirkungen des Biegerollenradius auf die Tragfähigkeit betrachtet. Zusätzlich führt der Kantprozess, wie in Abschnitt 3.3 dargestellt wurde, zu teilweise höheren Materialfestigkeiten im gekanteten Bereich. Deren Auswirkung auf die Tragfähigkeit wird in Abschnitt 4.3.2 untersucht.

#### **4.2.4 Masthöhe**

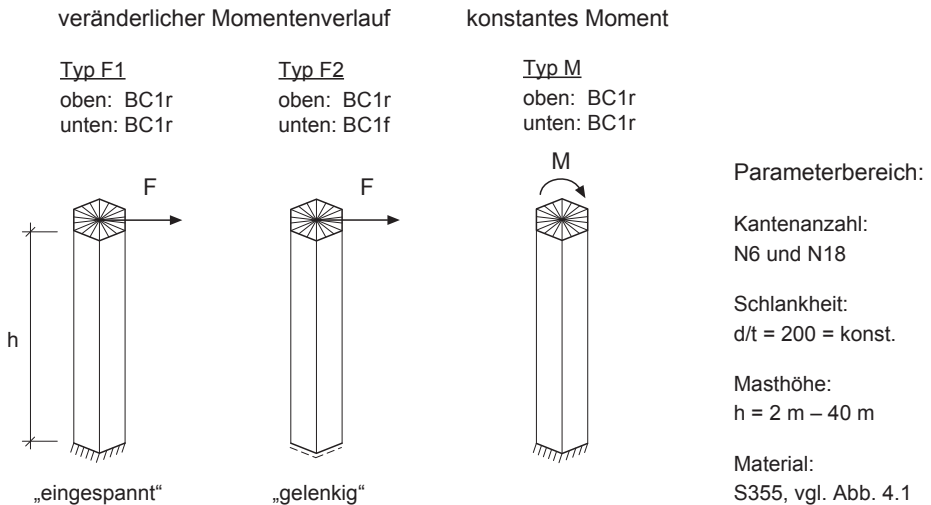
Ausgehend von den Ausführungen des Abschnittes 4.2.1 zu den konstruktiven Randbedingungen der Stahlmaste werden drei Berechnungsmodelle gewählt, an denen Untersuchungen zum Einfluss der Masthöhe auf das Tragverhalten durchgeführt werden. Für die Einwirkungen wird die ungünstigere der beiden Belastungsrichtungen „Moment parallel“ gewählt. Die Kantenform wird ideal eckig angenommen (Biegerollenradius  $r = 0$ ).

Entsprechend dem linear veränderlichen Momentenverlauf aus den äußeren Einwirkungen werden die in Abbildung 4.20 dargestellten Masttypen F1 und F2 untersucht. Die Einwirkungen werden dabei als Einzellast am Mastkopf angesetzt. Die beiden Masttypen unterscheiden sich durch die Randbedingungen am Mastfuß. Die Festhaltungen am Mastfuß des Typ F1 stellen global und lokal betrachtet eine Einspannung dar. Typ F2 dagegen verhindert alle Verschiebungen der Mastwand, lässt lokal jedoch alle Verdrehungen zu. Die beiden Typen werden daher mit Bezug



auf die lokalen Festhaltungen der Mastwand im Folgenden auch als „eingespannt“ und „gelenkig“ bezeichnet. Diese Randbedingungen repräsentieren damit die beiden möglichen Grenzfälle für die Mastwand, die sich aus der Fußpunktausbildung ergeben können.

Neben den Einflüssen der Randbedingungen spielen die Bauteilverformungen (Krümmung, Ovalisierung) eine weitere wichtige Rolle für das Tragverhalten unter Biegung. Mit dem Typ M wird deshalb zusätzlich der Lastfall einer reinen Momentenbeanspruchung untersucht, für den sich die maximalen Bauteilverformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergeben. Die Randbedingungen werden für diesen Fall am Mastkopf und -fuß als „eingespannt“ angenommen.



**Abbildung 4.20:** Berechnungsmodelle für die Untersuchungen zum Einfluss der Masthöhe

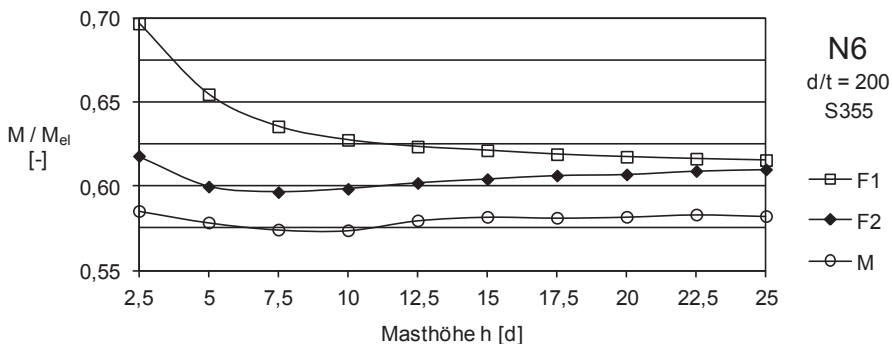
Der Einfluss der Masthöhe auf die Tragfähigkeit wird an Berechnungsmodellen mit zwei unterschiedlichen Kantenanzahlen untersucht: N6 und N18. Diese Kantenanzahlen repräsentieren für den gewählten Schlankheitsbereich von  $d/t = 200$  die beiden Grenzfälle des Masts hinsichtlich der Querschnittstragfähigkeit. D.h. der Grenzzustand der Tragfähigkeit des Querschnitts mit 6 Kanten ist eindeutig durch Ausfallflächen zwischen den Kanten bestimmt, während der Querschnitt mit 18 Kanten annähernd das Tragverhalten eines Kreiszyylinderquerschnitts aufweist (vgl. Abbildung 4.16).

Alle Untersuchungen in diesem Abschnitt werden an Masten mit konstantem Querschnitt durchgeführt. Der Einfluss einer konischen Mastform wird im nachfolgenden Abschnitt behandelt.

### Querschnitte mit geringer Kantenzahl: Querkraftbiegung (Typ F1 und F2)

Das Diagramm in Abbildung 4.21 stellt den Einfluss der Masthöhe auf die Biegetragfähigkeit am Beispiel eines Masts mit einem polygonalen Querschnitt mit 6 Kanten dar. Die drei Kurven stehen dabei für die Masttypen F1, F2 und M. Im Folgenden werden zunächst die beiden Fälle der Querkraftbiegung betrachtet.

Die Kurven für den Masttyp F1 („eingespannt“) und den Masttyp F2 („gelenkig“) verdeutlichen den Einfluss der Randbedingungen am Fußpunkt auf die Biegetragfähigkeit. In dieser Darstellung ergibt sich der größte Unterschied der Biegetragfähigkeiten zwischen diesen Masttypen bei einer Masthöhe von 2,5 d. Die hohen „Biegetragfähigkeiten“ der sehr kurzen Maste mit  $h = 2,5 d$  geben bei diesem Berechnungsmodell jedoch vielmehr die aufnehmbare Horizontallast wieder als die reine Biegetragfähigkeit, da ein großer Teil der Kraft nicht über Biegung sondern über Schub der ebenen Querschnittsflanken abgetragen wird. Bei einer Masthöhe von 5 d, bei der von einer überwiegenden Biegebeanspruchung ausgegangen werden kann, beträgt der Unterschied zwischen den beiden Masttypen jedoch immer noch ca. 9 %.



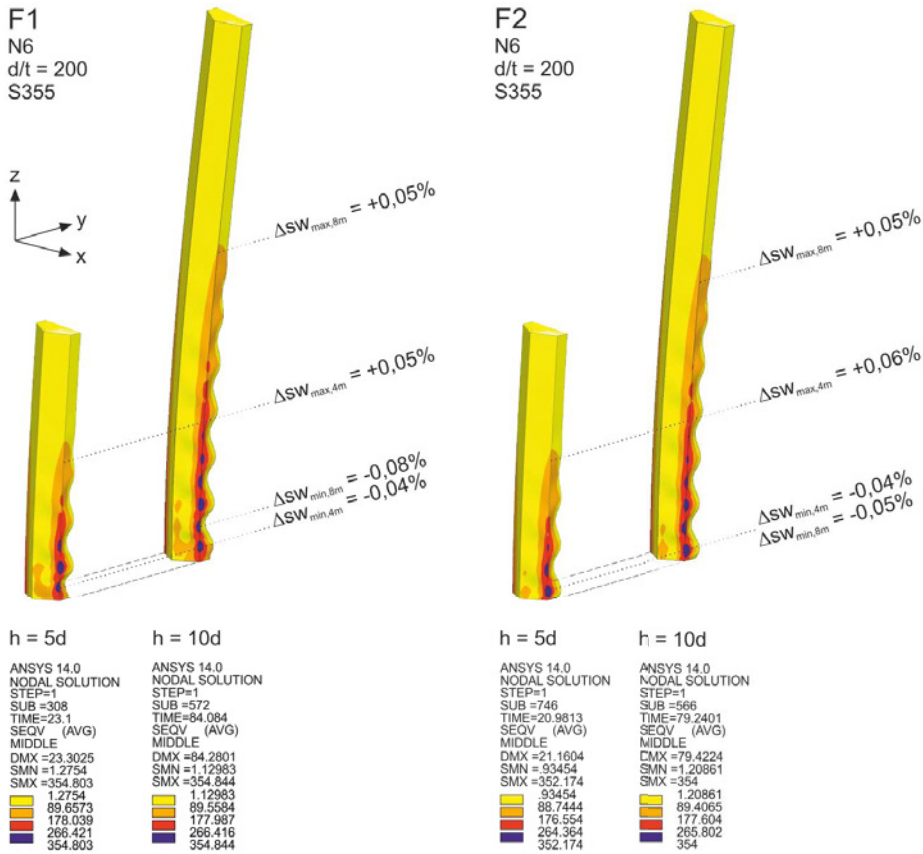
**Abbildung 4.21:** Biegetragfähigkeit  $M$  in Abhängigkeit der Masthöhe  $h$  (N6,  $d/t = 200$ ) für die Masttypen F1, F2 und M

Grundsätzlich liegt die Biegetragfähigkeit des Masttyps F1 („eingespannt“) in dieser Darstellung immer über der Biegetragfähigkeit der Masten des Typs F2 („gelenkig“). Bei der „eingespannten“ Fußpunktausbildung führt die Verhinderung der

tangentialen Verdrehung der Mastwand am Mastfuß dazu, dass sich die Mastwand im hochbeanspruchten Bereich nicht in gleichem Maße der Last entziehen kann, wie dies bei der „gelenkigen Fußpunktausbildung“ der Fall ist. Der Anteil der Ausfallflächen infolge der Druckbeanspruchungen ist entsprechend geringer. Es tragen somit größere Anteile der Mastwand zum Lastabtrag bei, wodurch sich die höhere Biegetragfähigkeit in diesem Fall erklärt. Dies wird auch durch die in Abbildung 4.22 dargestellten Vergleichsspannungsverteilungen (der Elementmittelfläche) im Grenzzustand der Tragfähigkeit deutlich. Im Fall des Masttyps F1 sind größere Anteile der Mastwand am Mastfuß am Lastabtrag beteiligt, während beim Masttyp F2 dieselben Bereiche annähernd spannungslos verbleiben.

Mit zunehmender Masthöhe wird der Unterschied der Biegetragfähigkeiten zwischen dem „eingespannten“ Mast und dem „gelenkigen“ Mast geringer. Dieser Effekt kann ebenfalls anhand der Abbildung 4.22 veranschaulicht werden. Die Verformungsfiguren verdeutlichen durch die gewählte Darstellung der halben Systeme die ausgebeulten Flächen auf der druckbeanspruchten Querschnittsseite. Mit zunehmender Masthöhe vergrößert sich auch dieser Bereich, da die Mastkrümmung zunimmt und damit auch die Stauchung auf der druckbeanspruchten Seite. Die Folge sind größere Flächenanteile, die sich der Last entziehen. Durch diese „Querschnittsschwächung“ oberhalb des Fußpunktes verschiebt sich der traglastbestimmende Querschnittsbereich zunehmend nach oben. Aus diesem Grund wird der Einfluss der Fußpunktausbildung auf die Biegetragfähigkeit mit zunehmender Masthöhe immer geringer. Bei den Masttypen F1 wirkt sich dies traglastmindernd aus, da der günstige Einfluss der Einspannung der Mastwand abnimmt. Bei den Masttypen F2 dagegen traglaststeigernd, da die „gelenkige“ Fußpunktausbildung nicht mehr traglastbestimmend ist. Bei sehr großen Masthöhen werden die Tragfähigkeiten daher schließlich etwa gleich groß.

Bei den hier untersuchten Querschnitten mit 6 Kanten treten keine nennenswerten Querschnittsabflachungen auf. Die Stauchungen auf der druckbeanspruchten Querschnittsseite werden durch die Beulenbildung abgebaut. Spannungen in Umfangsrichtung infolge Querdehnung treten daher praktisch nicht auf. Dennoch führen die infolge der Bauteilkrümmung auf der Druckseite nach innen gerichteten Kräfte zu (minimalen) Veränderungen der Schlüsselweite. Diese Veränderungen der Querschnittsform können anhand der Position der Knoten der vorderen und hinteren Kante (auf Krafrichtung bezogen: Druckseite: vorne, Zugseite: hinten) im GZT ausgewertet werden (Abbildung 4.22).



**Abbildung 4.22:** Vorbeulform der Masttypen F1 und F2 im GZT (halbes System, h = 5 d u. 10 d, 10-fach überhöht), Vergleichsspannungen in Elementmitte sowie Lage und Größe der min. und max. „Querschnittsovalisierung“

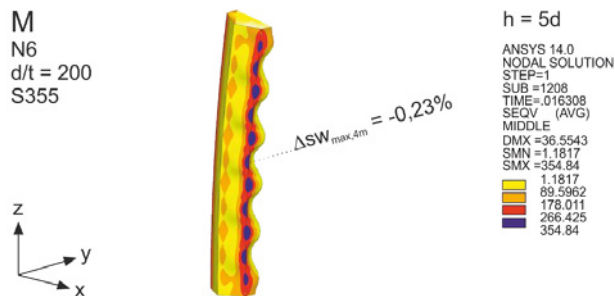
Dadurch zeigt sich, dass sich die Stellen der größten Querschnittsablachung mit zunehmender Masthöhe nach oben verschieben, was auch für eine Verschiebung des traglastbestimmenden Bereichs spricht. Die Verschiebung des Punktes der maximalen Querschnittsablachung ist abhängig von den Randbedingungen am Fußpunkt. Bei Masttyp F2 beginnt die Verschiebung des Punktes der maximalen Querschnittsablachung erst bei Masthöhen oberhalb von h = 10 d. Offensichtlich stellt bis zu dieser Masthöhe eine Stelle nahe der „gelenkigen“ Fußpunktausbildung die nachgiebigste Stelle des Systems dar, bei dem sich die größte Querschnittsablachung einstellt. Beim Masttyp F1 verschiebt sich die maximale Querschnittsablachung bereits beim Übergang von h = 5 d auf h = 10 d deutlich nach

oben. Ab  $h = 15 d$  liegt die Stelle der größten Querschnittsabflachung bei beiden Systemen in etwa auf der Höhe  $h/3$  oberhalb des Fußpunkts.

Neben den dargestellten Zusammenhängen wird das Tragverhalten auch durch die einwirkende Querkraft beeinflusst. Der Einfluss auf die Biegetragfähigkeit nimmt jedoch mit zunehmender Höhe ab, da das Verhältnis von einwirkender Querkraft zu einwirkendem Moment immer kleiner wird. Der Einfluss wird insgesamt als sehr gering eingeschätzt, da die Querkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit zum einen nur maximal 20 % der aufnehmbaren Querkraft beträgt (gilt für  $h = 2,5 d$ ) und zum anderen die Orte der maximalen Schubspannungen nicht mit den maximal druckbeanspruchten Querschnittsteilen zusammentreffen.

### Querschnitte mit geringer Kantenzahl: konstantes Biegemoment (Typ M)

Die konstante Momentenbeanspruchung führt im Vergleich zur Querkraftbiegung immer zu einer deutlich größeren Krümmung der Maste. Dementsprechend vergrößert sich auch der Anteil der Ausfallflächen der druckbeanspruchten Querschnittsbereiche über die Masthöhe. Zusätzlich nimmt die Querschnittsabflachung als weitere Folge der stärkeren Krümmung zu (ca. 0,1 - 0,8 %). Die Tragfähigkeit liegt bei diesem Masttyp daher immer mindestens 4 % unter der Tragfähigkeit der Maste die auf Querkraftbiegung beansprucht werden.



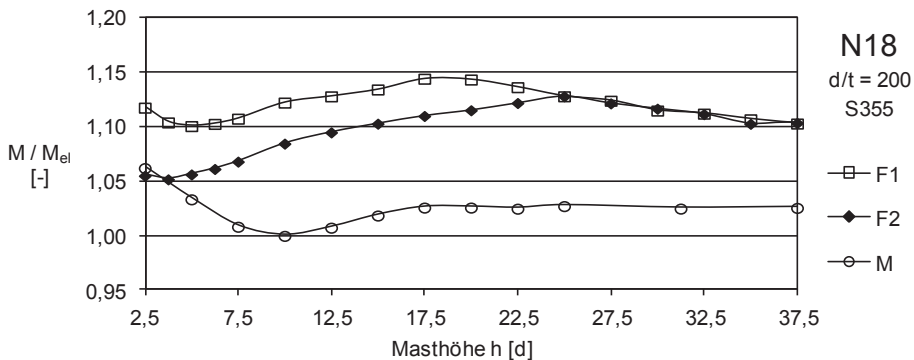
**Abbildung 4.23:** Vorbeulform des Masttyp M im GZT

Die Unterschiede in der Biegetragfähigkeit im Lastfall der konstanten Momentenbeanspruchung für die verschiedenen Masthöhen sind sehr gering. Sie betragen im untersuchten Bereich maximal 2 % und können damit als nahezu unabhängig von der Masthöhe angesehen werden. Dennoch lassen sich auch für diese geringen Unterschiede Ursachen bestimmen.

Die Stelle der größten Querschnittsabflachung liegt für alle Masthöhen in der Mitte des Masts. Diese Stelle ist wegen des größten Abstandes zu den gehaltenen Rändern die „nachgiebigste“ Querschnittsstelle bezüglich der nach innen gerichteten Kräfte auf der druckbeanspruchten Seite, die sich aus der Bauteilkrümmung ergeben. Wegen der konstanten Momentenbeanspruchung ist dies gleichzeitig auch die Stelle des traglastbestimmenden Querschnittsbereichs. Die Abnahme der Biegetragfähigkeit im Bereich der kurzen Maste von  $h = 2,5 d$  bis ca.  $h = 7,5 d$  lässt sich daher durch den Abstand des traglastbestimmenden Querschnittsbereichs von den Rändern erklären. Diese verlieren mit zunehmendem Abstand ihre stützende Wirkung. Dies zeigt sich auch durch die zunehmende Querschnittsabflachung bei größeren Masthöhen. Oberhalb von  $h = 10 d$  verbleibt die Querschnittsabflachung jedoch nahezu konstant. Der Wiederanstieg der Tragfähigkeit lässt sich daher auf das flacher werdende „Gefälle“ zwischen den Einspannstellen und der Bauteilmitte zurückführen.

#### Querschnitte mit hoher Kantenanzahl: Querkraftbiegung (Typ F1 und F2)

Der Einfluss der Masthöhe auf die Biegetragfähigkeit eines polygonalen Masts mit 18 Kanten veranschaulicht das Diagramm in Abbildung 4.24.

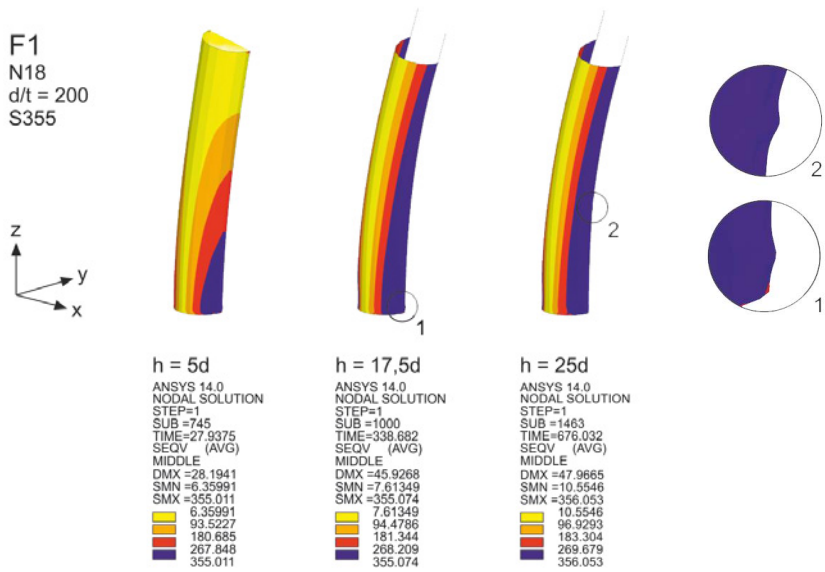


**Abbildung 4.24:** Biegetragfähigkeit  $M$  in Abhängigkeit der Masthöhe  $h$  (N18,  $d/t = 200$ ) für die Masttypen F1, F2 und M

Die drei Kurven stehen dabei wie zuvor für die Masttypen F1, F2 und M. Betrachtet man auch hier zunächst die Kurven F1 und F2 der Querkraftbiegung, so lassen sich diese grob in drei Bereiche unterteilen. Einen ersten Bereich bis ca.  $h = 3,75 - 5 d$ , der den Übergang von einer überwiegenden Schubbeanspruchung zur Biegebeanspruchung durch die abnehmende Biegetragfähigkeit kennzeichnet. Einen

zweiten Bereich mit zunehmender Biegetragfähigkeit, der sich vom Tiefpunkt bei 3,75 – 5 d zum Hochpunkt bei 17,5 – 25 d erstreckt. Und einen dritten Bereich, der wieder durch eine abnehmende Biegetragfähigkeit gekennzeichnet ist.

Die Entwicklung der Biegetragfähigkeit der letzten beiden Bereiche soll anhand der Darstellung der Vorbeulformen und des Spannungszustandes im GZT in Abbildung 4.25 verdeutlicht werden. Für die Darstellung wurden Mastse des Typ F1 mit den Masthöhen  $h = 5$  , 17,5 und 25 d gewählt. Es sind jeweils die ersten 4 m der Mastse oberhalb der Einspannstelle abgebildet.

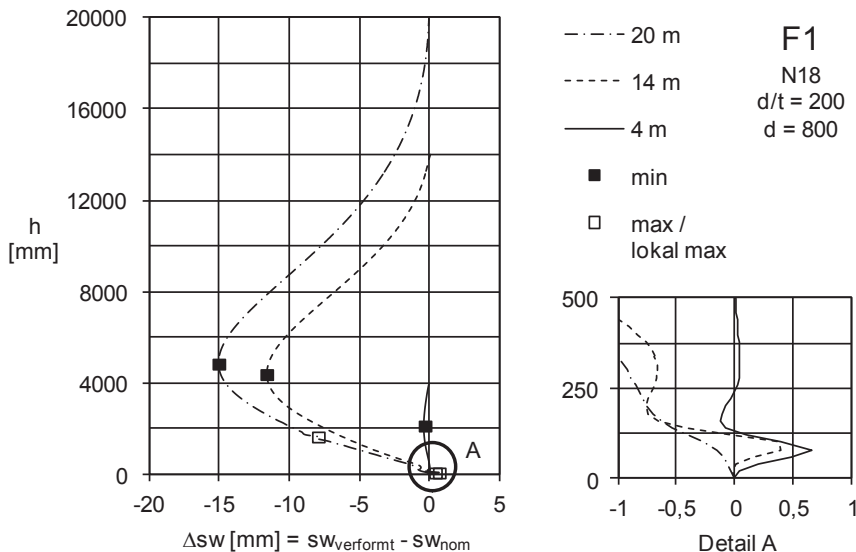


**Abbildung 4.25:** Vorbeulformen des Masttyps F1 im GZT:  $h = 4$  m, 14 m und 20 m (Darstellung der ersten 4 m oberhalb des Mastfußes, halbes System, Verformungen 20-fach überhöht) und Vergleichsspannungen in Elementmitte

Die Vergleichsspannungsplots zeigen bei der direkten Gegenüberstellung der Mastse die Vergrößerung der hochbeanspruchten Querschnittsbereiche auf der druckbeanspruchten Seite mit zunehmender Masthöhe. Bei dem kurzen Mast verhindert die Lasteinleitung am oberen Rand ein Ovalisieren des Querschnittes und damit die Lastumlagerung auf weniger hoch beanspruchte Bereiche. Im Gegensatz dazu wird bei der (überhöhten) Darstellung die Querschnittsabflachung der höheren Mastse deutlich ( $\Delta sw_{h=5d} = -0,04\%$  bei  $h = 2,7 d$ ,  $\Delta sw_{h=17,5d} = -1,5\%$  bei  $h = 5,5 d$  und  $\Delta sw_{h=25d} = -1,9\%$  bei  $h = 6,1 d$ ). Durch die Lastumlagerungen können

größere Querschnittsanteile höher ausgenutzt werden. Der Grad der Teilplastizierung nimmt zu, wodurch sich die zunehmende Biegetragfähigkeit in diesem Bereich erklärt.

Fallen die Bereiche größerer Querschnittsovalisierungen jedoch mit den hochbeanspruchten Querschnittsbereichen zusammen, kann dies zu einer Abnahme der Biegetragfähigkeit führen, so wie dies bei den Masttypen F1 oberhalb einer Masthöhe von  $h = 17,5 d$  der Fall ist. Dies wird durch die Detaildarstellungen in Abbildung 4.25 verdeutlicht. Ähnlich wie zuvor bei den Masten mit polygonalen Querschnitten mit 6 Kanten vergrößert sich mit zunehmender Masthöhe der traglastbestimmende Querschnittsbereich von der Einspannstelle aus nach oben. Er fällt damit zunehmend auch mit dem Bereich größerer Querschnittsovalisierungen zusammen. Dadurch kommt es zu einer Verlagerung der Querschnittsstelle, von der das Querschnittsversagen ausgeht. Bei den kurzen und mittellangen Masten ist dies eine Stelle in der Nähe des Mastfußes, bei längeren Masten eine Stelle deutlich oberhalb des Mastfußes. Die Verlagerung verdeutlicht die Verkürzung des Hebels der einwirkenden Kraft zum traglastbestimmenden Querschnittsbereich und die damit abnehmende Biegetragfähigkeit.



**Abbildung 4.26:** Entwicklung der Schlüsselweite (Ovalisierung) in Krafrichtung im GZT:  
 $h = 4 \text{ m} / 5 d$ ,  $14 \text{ m} / 17,5 d$  und  $20 \text{ m} / 25 d$  (N18, F1,  $d/t = 200$ )



Abbildung 4.26 zeigt ergänzend zu Abbildung 4.25 die Entwicklung der Ovalisierung bei zunehmender Masthöhe anhand der Schlüsselweite am Beispiel eines Masts mit einem Durchmesser von  $d = 800$  mm auf. Die angegebenen Masthöhen entsprechen denen der vorherigen Betrachtungen:  $4 \text{ m} = 5 d$ ,  $14 \text{ m} = 17,5 d$ ,  $20 \text{ m} = 25 d$ . Aus dem regelmäßig vernetzten FE-Modell wurden die Knotenabstände von zwei in Krafrichtung gegenüberliegenden Kanten ausgewertet. Der Abstand der Knoten des verformten FE-Netzes im GZT ergibt die Schlüsselweite  $s_{W\text{verformt}}$  von der die Ausgangsschlüsselweite  $s_{W\text{nom}}$  abgezogen wird. Die Differenz  $\Delta s_w$  gibt somit die Querschnittsabflachung bzw. die lokale Vergrößerung der Schlüsselweite im Bereich der Vorbeulen an und kann daher als Maß für die Ovalisierung herangezogen werden. Die Querschnittsabflachung geht mit einer Vergrößerung des Krümmungsradius der Mastwand in Umfangsrichtung einher, sodass die Darstellung der Schlüsselweite  $\Delta s_w$  qualitativ auch die Entwicklung des Krümmungsradius auf der druckbeanspruchten Seite darstellt. Die Darstellung verdeutlicht die bei großen Masthöhen eintretende Verschiebung der Stelle von der das Querschnittsversagen ausgeht in den Bereich größerer Querschnittsovalisierungen. Weiterhin wird deutlich, dass sich die Stelle der größten Querschnittsabflachung im Fall der Querkraftbiegung bei zunehmender Masthöhe nicht in gleichem Maße nach oben verschiebt.

### **Querschnitte mit hoher Kantenanzahl: konstante Momentenbeanspruchung (Typ M)**

Obwohl sich die Vorbeulformen der Querschnitte mit wenigen Kanten (N6) von denen mit einer hohen Kantenanzahl (N18) deutlich unterscheiden, verhalten sich beide Querschnittsformen im Fall der reinen Momentenbeanspruchung bezüglich des Längeneinflusses sehr ähnlich. Das Diagramm in Abbildung 4.24 zeigt für den Querschnitt mit hoher Kantenanzahl einen qualitativ gleichen Verlauf, wie zuvor Abbildung 4.21 für einen Querschnitt mit 6 Kanten.

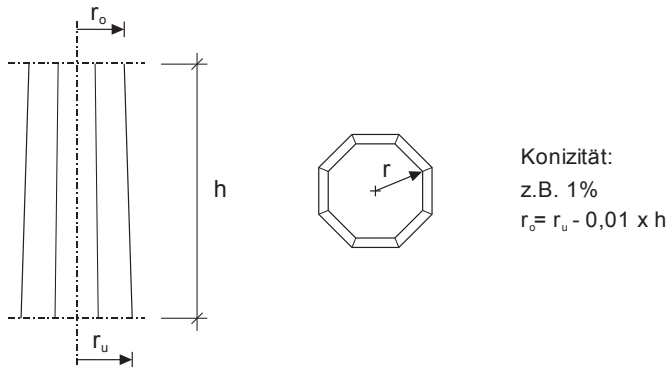
Nach einer anfangs erhöhten Biegetragfähigkeit der sehr kurzen Maste, die auf die stützende Wirkung der Auflager zurückzuführen ist, folgt auch hier eine Abnahme der Biegetragfähigkeit mit zunehmender Masthöhe. Oberhalb von  $h = 10 d$  steigt die Biegetragfähigkeit wieder leicht an und stabilisiert sich. Der Grund für den Wiederanstieg ist auch hier die stagnierende Querschnittsabflachung in Bauteilmitte und das dadurch mit zunehmender Länge abnehmende „Gefälle“ zwischen den Einspannstellen und der Bauteilmitte.

Die Unterschiede in den Tragfähigkeiten, die sich aus der Masthöhe ergeben, sind bei diesem Querschnitt mit hoher Kantenanzahl deutlich größer als bei dem Querschnitt mit 6 Kanten. Sie betragen im untersuchten Schlankheitsbereich bis zu 6,8 %.

#### 4.2.5 Konizität

Aus Gründen der Materialeffizienz und zur Herstellung von Steckstößen werden Stahlvollwandmaste in der Regel konisch ausgeführt. In diesem Abschnitt wird daher der Einfluss der Konizität auf die Biegetragfähigkeit von Stahlvollwandmasten untersucht.

Die DIN EN 50341-3-4 [28] fordert für den Fall, dass Steckstöße ausgeführt werden sollen, eine Mindestkonizität von 10 mm je Meter Masthöhe. Unklar verbleibt bei dieser Formulierung, ob die Reduzierung des Querschnitts auf den Radius, den größten Durchmesser oder die Schlüsselweite anzuwenden ist. Bei den hier dargestellten Untersuchungen wird die Konizität als Prozentsatz der Masthöhe angegeben, um diese Länge wird der Radius reduziert (Abbildung 4.27).



**Abbildung 4.27:** Konizität

Die konische Mastform bedingt eine veränderliche Verteilung der Biegetragfähigkeit über die Masthöhe sowie eine deutlich größere Bauteilkrümmung im Vergleich zu Masten mit konstantem Querschnitt. Bei Bauteilen, deren Tragfähigkeit nach der Stabtheorie abgeschätzt werden kann, verbleibt der für den Bauteilnachweis maßgebende Schnitt auch bei konischen Masten am Mastfuß. Wie die folgenden Ausführungen jedoch zeigen, kann die konische Mastform bei dünnwandigen Bauteilen, deren Querschnitte infolge einer Biegebeanspruchung i.d.R. weder eben

bleiben noch in ihrer Querschnittsform erhalten bleiben, insbesondere bei sehr langen Masten zu einem deutlich veränderten Tragverhalten gegenüber Masten mit konstantem Querschnitt führen.

Der Einfluß der Konizität auf die Biegetragfähigkeit ist längen- bzw. krümmungsabhängig und kann daher nicht an einem einzelnen Beispiel ausreichend dargestellt werden. Es erfolgt daher die numerische Berechnung der Biegetragfähigkeiten in Abhängigkeit der Masthöhe für verschieden große Konizitäten. Der Einfluß der Konizität auf die Biegetragfähigkeit wird im direkten Vergleich mit der Biegetragfähigkeit der Maste mit konstantem Querschnitt besonders deutlich. Daher wird die Entwicklung der Biegetragfähigkeit konisch geformter Masten am Beispiel der Querschnittsformen N6 und N18 aus den vorherigen Abschnitten aufgezeigt. Die Randbedingungen und Belastung entsprechen dabei dem Masttyp F2. Dieser stellt den ungünstigeren Fall der auf Querkraftbiegung beanspruchten Masttypen dar. Als Schlankheitsgrad wird, wie zuvor,  $d/t = 200$  gewählt. Für die Konizität werden in Anlehnung an den nach DIN EN 50341-3-4 geforderten Mindestwert insgesamt drei verschiedene Fälle untersucht: 0,5, 1,0 und 1,5 % (Tabelle 4.7). Das numerische Berechnungsmodell entspricht, bis auf die konische Mastform, dem bisher verwendeten (vgl. Abschnitt 4.2.4 und Abbildung 4.1).

**Tabelle 4.7:** Untersuchte Konizitäten für N6 und N18

Konizität [%]	d/t [-]	Reduzierung des Radius je Meter Höhe [mm/m]
0,5	200	5
1,0	200	10
1,5	200	15

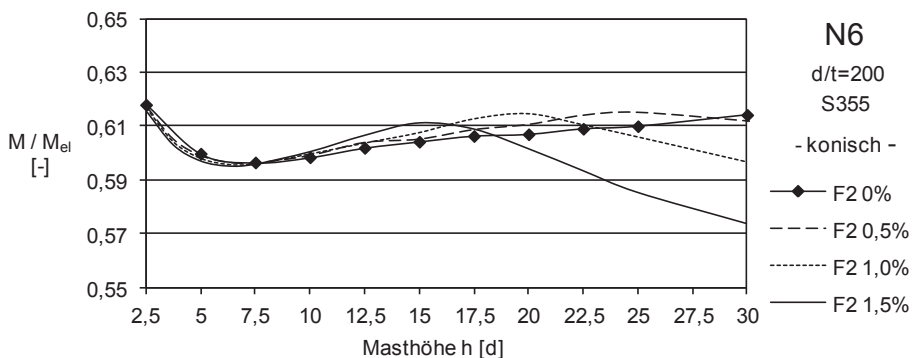
Abbildung 4.28 und Abbildung 4.29 verdeutlichen den Einfluß einer konischen Mastform auf die Entwicklung der Biegetragfähigkeit in Abhängigkeit der Masthöhe.

Die konische Mastform hat auf die Biegetragfähigkeit kurzer Masten bis ca.  $h = 6,25 d$  in dem hier betrachteten Parameterbereich keinen nennenswerten Einfluß. Die untersuchten Masten erreichen die gleichen Biegetragfähigkeiten wie die Masten mit konstantem Querschnitt.

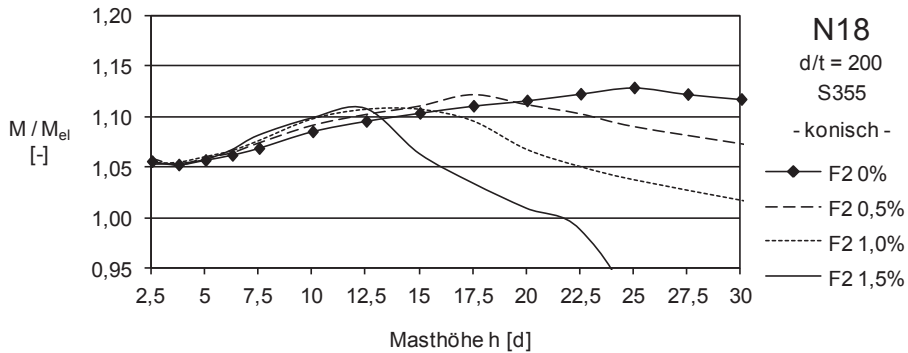
Im Bereich mittellanger Masten,  $h = 6,25 - 12,5 d$ , wirkt sich die Konizität geringfügig traglaststeigernd aus. Die erzielten Biegetragfähigkeiten der konischen Masten liegen in diesen Bereichen oberhalb der Biegetragfähigkeit der Masten mit konstantem Querschnitt. Die höhere Biegetragfähigkeit kann auch hier, wie zuvor bei den Masten mit konstantem Querschnitt durch die zunehmende Lastumlagerung auf weniger hoch beanspruchte Querschnittsbereiche erklärt werden (vgl. Abbildung 4.25). Im Fall der konischen Maste wird die Umlagerung durch die im Mittel etwas geringere Schlankheit der Querschnitte begünstigt.

Nähern sich der traglastbestimmende Bereich und der Bereich der größten Querschnittsovalisierung mit zunehmender Masthöhe einander an, kommt es, wie zuvor bei den Masten mit konstantem Querschnitt (Abbildung 4.25) zu einer Verschiebung der Stelle, von der das Bauteilversagen ausgeht, vom Fußpunkt aus nach oben. Im Fall der konischen Maste bedeutet dies eine Verschiebung in einen Mastbereich mit geringerer Querschnittstragfähigkeit wodurch der deutliche und mit zunehmender Konizität steiler werdende Abfall der Biegetragfähigkeit der langen Maste erklärt werden kann. Die Biegetragfähigkeit fällt in dem hier betrachteten Längenbereich auf Werte ab, die teilweise deutlich unterhalb der Biegetragfähigkeit der kurzen Maste liegen und auch unterhalb der Biegetragfähigkeit der Maste mit konstanter Momentenbeanspruchung liegen können (vgl. Abbildung 4.24).

Der direkte Vergleich der beiden Querschnittsformen N6 und N18 (Abbildung 4.28 und Abbildung 4.29) zeigt, dass sich eine konische Mastform bei den Masten mit hoher Kantenanzahl etwas eher, d.h. bereits bei geringeren Masthöhen traglastvermindernd auswirkt.



**Abbildung 4.28:** N6: Biegetragfähigkeit (Masttyp F2) in Abhängigkeit der Masthöhe für verschiedene Konizitäten



**Abbildung 4.29:** N18: Biegetragfähigkeit (Masttyp F2) in Abhängigkeit der Masthöhe für verschiedene Konizitäten

Auf Basis der vorhandenen Daten können jedoch keine allgemeingültigen Zusammenhänge abgeleitet werden, die eine Bestimmung einer „kritischen Höhe“, ab der mit einer verminderten Biegetragfähigkeit gerechnet werden muss, ermöglichen. Dazu sind weitere Parameterstudien erforderlich, die neben der Konizität, der Kantenanzahl und der Länge auch den Einfluss der Bauteilschlankheit ( $d/t$ -Verhältnis) berücksichtigen müssen. Für die untersuchten Mastgeometrien kann jedoch für die gewählte Schlankheit von  $d/t = 200$  ein einfacher Grenzwert für das Verhältnis der Masthöhe  $h$  zum größten Bauteildurchmesser  $d$  angegeben werden, ab dem die Konizität zu einer Reduzierung der Biegetragfähigkeit gegenüber der Biegetragfähigkeit des Mastquerschnittes am Mastfuß führen kann.

In Abhängigkeit der Konizität  $r$  [-] ergibt sich  $h_{krit}$  für  $d/t = 200$  unter der Annahme einer näherungsweise linearen Beziehung zwischen  $h_{krit}$  und der Konizität  $r$  zu:

$$h_{krit,N6,d/t=200} = 30 \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{0,03}\right)\right) [d] \quad (4.1)$$

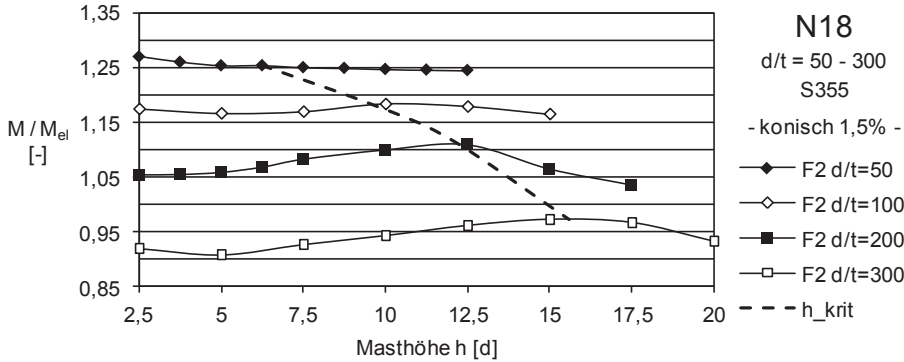
$$h_{krit,N18,d/t=200} = 25 \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{0,03}\right)\right) [d] \quad (4.2)$$

mit:

$$0,005 \leq r \leq 0,015$$

Die Grenzwerte für die kritische Höhe werden im Folgenden für weitere Schlankheitsgrade am Beispiel der Konizität  $r = 1,5\%$  ermittelt. Die Berechnungen werden für den Querschnitt mit 18 Kanten durchgeführt, da dieser Fall im Vergleich zum

Querschnitt N6 die größere Abhängigkeit der Biegetragfähigkeit von der Konizität aufweist. Abbildung 4.30 zeigt die Entwicklung der Biegetragfähigkeit in Abhängigkeit der Masthöhe für die Schlankheitsgrade  $d/t = 50, 100, 200$  und  $300$ .



**Abbildung 4.30:** N18: Biegetragfähigkeit (Masttyp F2) in Abhängigkeit der Masthöhe für verschiedene Bauteilschlankheiten  $d/t$ , Konizität  $r = 1,5\%$

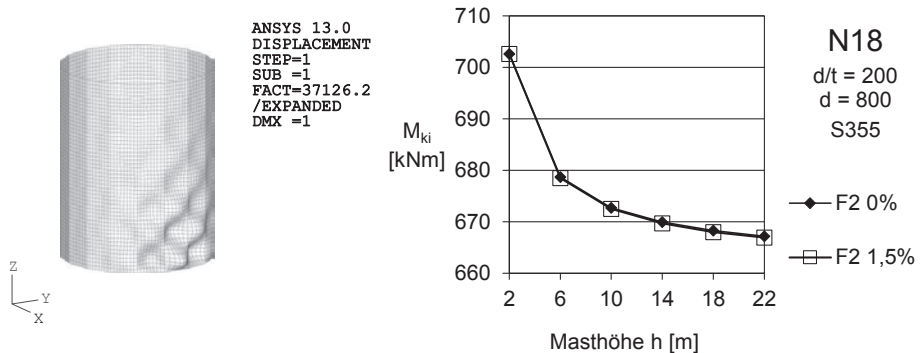
Die Verläufe der Biegetragfähigkeiten zeigen, dass es für jede Schlankheit eine andere kritische Höhe gibt, ab der die Biegetragfähigkeit infolge der Verlagerung des traglastbestimmenden Querschnittsbereichs abnimmt. Die kritischen Höhen der verschiedenen Schlankheitsgrade sind in Abbildung 4.30 durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet.

Der Einfluss der Konizität auf die Entwicklung der Biegetragfähigkeit ist bei den schlanken Querschnitten ( $d/t = 300$ ) am größten und sinkt mit abnehmender Schlankheit. Für den untersuchten Schlankheitsbereich stellt sich der Zusammenhang zwischen der Bauteilschlankheit und der kritischen Höhe stark nichtlinear dar und kann näherungsweise durch folgende Beziehung abgeschätzt werden.

$$h_{krit,N18,1.5\%} = 1,39 \cdot 10^{-6} \left(\frac{d}{t}\right)^2 - 7,81 \cdot 10^{-4} \left(\frac{d}{t}\right) + 0,16 \text{ [d]} \quad (4.3)$$

Die bisherigen Ausführungen in diesem und dem vorherigen Abschnitt verdeutlichen, dass die Biegetragfähigkeit dünnwandiger Maste von der geometrischen Entwicklung der Bauteilgeometrie, insbesondere von der Krümmung und Ovalisierung, bei zunehmender Beanspruchung abhängig ist. Das Tragverhalten kann daher nur in geometrisch nichtlinearen Berechnungen richtig erfasst werden. Eine lineare Verzweigungslastberechnung liefert demnach keinen Anhaltspunkt für eine

verminderte Biegetragfähigkeit bei langen konischen Masten. Die Darstellung des zur ersten Eigenform gehörenden kritischen Biegemoments  $M_{ki}$  als Ergebnis einer LBA-Berechnung für einen Mast mit konstantem und konischem Querschnitt verdeutlicht dies (Abbildung 4.31). Das kritische Biegemoment ist erwartungsgemäß unabhängig von der konischen Form, da die ersten Eigenformen in allen Fällen zu einem lokalen Stabilitätsversagen nahe des Fußpunktes gehören.



**Abbildung 4.31:** links: 1. Eigenform  $h = 18$  m, rechts:  $M_{ki}$  in Abhängigkeit der Masthöhe für verschiedene Konizitäten

Die Biegetragfähigkeit wird demnach von der Verteilung der Längs- und Umfangsteifigkeiten der Maststrukturen bestimmt. Da die Maste fertigungsbedingt i.d.R. aus mehreren kurzen Segmenten bestehen und z.B. durch Steckstöße zusammengefügt sein können, stellt sich die Frage, ob die an langen, einteiligen Masten aufgezeigte Entwicklung der Biegetragfähigkeit auch auf zusammengesetzte, mehrteilige Maste übertragbar ist. Steckstöße oder auch die Anschlüsse von Querverstärkungen stellen Steifigkeitssprünge dar, die ähnlich wie Ringsteifen oder Schottbleche einer Krümmung bzw. Ovalisierung entgegenwirken können. In diesem Zusammenhang muss auch die Frage gestellt werden, welchen Einfluss unterschiedliche Wanddicken der Segmente auf die aufgezeigte Entwicklung der Biegetragfähigkeit haben können.

Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Steckstoßanordnungen sowie verschiedenen Ringsteifenanordnungen haben gezeigt, dass die so zugefügten Steifigkeitssprünge lediglich zu einer Verlagerung des Ortes führen, von dem das Bauteilversagen ausgeht. Es konnte dadurch weder eine signifikante Erhöhung der

Biegetragfähigkeit noch eine Verringerung festgestellt werden. Wegen der untergeordneten Bedeutung für den hier behandelten Kontext werden diese Rechnungen hier nicht dokumentiert.

Aus den dargestellten Untersuchungen in diesem Abschnitt wird deutlich, dass die Konizität bei bestimmten Bauteilgeometrien zu einer deutlichen Reduzierung der Biegetragfähigkeit dünnwandiger Maste führen kann. Die angegebenen geometrischen Grenzen (Glg. (4.1), (4.2) u. (4.3)) bieten eine erste konservative Orientierung, in welchen Fällen der Einfluss der Konizität auf die Biegetragfähigkeit berücksichtigt werden muss. Um spezifischere Grenzwerte zu formulieren sind jedoch weitere Untersuchungen erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit sollen dazu jedoch keine weiteren Beiträge geleistet werden.

### **4.3 Werkstoffeigenschaften kaltgeformter Bauteile aus Stahl**

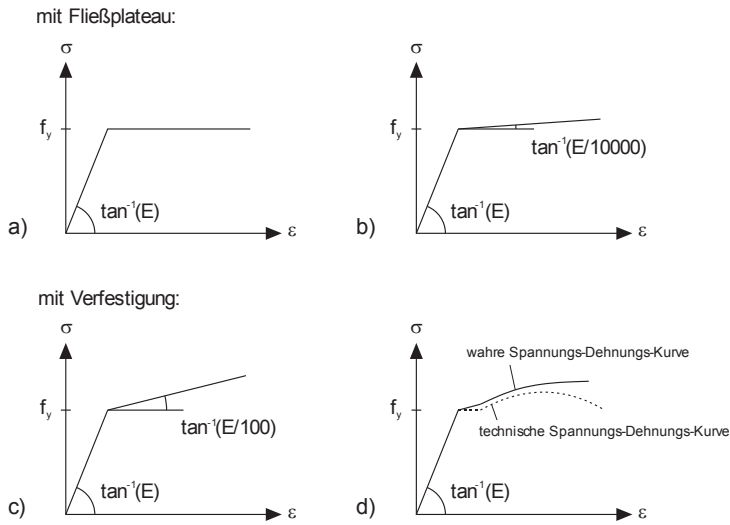
Jeder numerischen Bauteilberechnung liegen Modelle für das Werkstoffverhalten unter Zug- und Druckbeanspruchung zu Grunde, die das reale Werkstoffverhalten näherungsweise beschreiben. Durch die Modelle wird das Material als Kontinuum mit (bereichsweise) einheitlichen Eigenschaften abgebildet. Die tatsächlich vorhandene Werkstoffstruktur wird dadurch idealisiert dargestellt. Diese i.d.R. ausreichend genaue Beschreibung ist Basis der normativ geregelten numerischen Bauteilnachweise. Das Werkstoffverhalten kann z.B. nach [23] für unlegierte Stähle, wie in Abbildung 4.32 dargestellt, angenommen werden. Im Wesentlichen unterscheiden sich die dargestellten Modelle durch den Ansatz der Verfestigung des Werkstoffs im plastischen Bereich. Aus der Darstellung wird die Bandbreite der Möglichkeiten deutlich, die jeweils auch zu unterschiedlichen Beanspruchbarkeiten führen können.

In diesem Abschnitt werden Untersuchungen zu den Werkstoffeigenschaften kaltgeformter Bauteile aus Stahl dargestellt. Ziel ist die Bestimmung eines geeigneten Werkstoffmodells für die späteren Traglastberechnungen auf einheitlicher numerischer Berechnungsgrundlage.

Dazu wird zunächst auf die Problematik der Bestimmung der Werkstoffkennwerte aus Zugversuchen und deren Übertragbarkeit auf druckbeanspruchte Bauteile eingegangen.



Weiterhin werden Werkstoffverfestigungen, die sich aus Walz- und Umformprozessen ergeben können, betrachtet. Dabei spielen insbesondere solche Verfestigungen eine Rolle, die durch den Kantprozess der Ecken polygonaler Maststrukturen entstehen können.



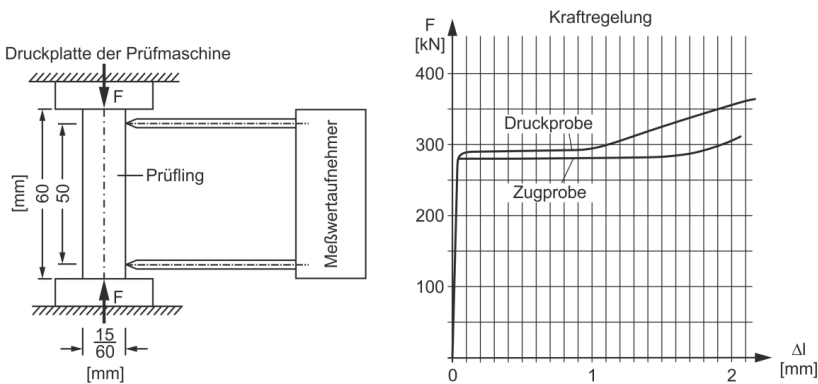
**Abbildung 4.32:** Modellierung des Werkstoffverhaltens aus [23]

### 4.3.1 Bestimmung der Werkstoffeigenschaften aus Zugversuchen

Die zur Modellierung des Werkstoffverhaltens erforderlichen Kennwerte des vorhandenen Materials wie Streckgrenze, E-Modul, Zugfestigkeit und Bruchdehnung werden i.d.R. aus Standard-Zugversuchen [29] bestimmt.

Die Bestimmung der Werkstoffeigenschaften aus Druckversuchen ist dagegen ungleich schwieriger, da die Druckversuche an sehr gedungenen Materialproben durchgeführt werden müssen, um ein Ausknicken der Proben wirksam zu vermeiden. Anders als beim Zugversuch werden Vorkrümmungen der Probenstücke nicht „herausgezogen“, sondern vergrößern sich bei zunehmender Belastung. Die zuverlässige Bestimmung der Bauteilstauchung ist aus diesem Grund messtechnisch schwieriger [35].

Bei numerischen Berechnungen werden daher üblicherweise die Werkstoffkennwerte aus Zugversuchen gleichermaßen für Zug- und Druckbeanspruchungen angesetzt. In der Literatur dokumentierte Untersuchungen belegen, dass durch dieses Vorgehen das Stauchverhalten des Materials nur in geringem Maße vereinfacht wird. Eine Gegenüberstellung der Werkstoffeigenschaften die aus einem Druck- und einem Zugversuch an identischen Materialproben ermittelt wurden ist z.B. in [65] zu finden. Die ermittelten Spannungs-Dehnungslinien aus beiden Versuchen zeigen einen qualitativ gleichen Verlauf. Die Stauchgrenze liegt i. M. 3 % über der Streckgrenze bei einem etwas kürzeren Stauchbereich bis zur Verfestigung im Vergleich zur Länge des Fließbereichs.



**Abbildung 4.33:** links: Druckversuch Aufbau und Abmessungen Materialprobe, rechts: Gegenüberstellung der Ergebnisse aus Zug- und Druckversuch aus [65]

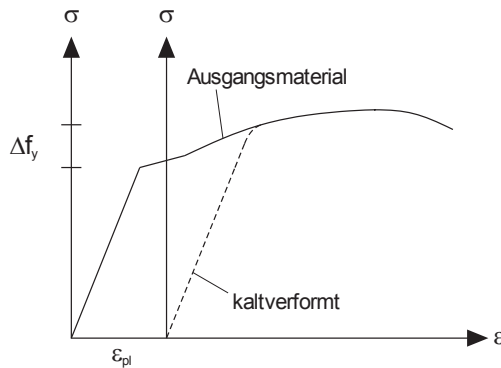
Für die weiteren numerischen Berechnungen wird das Stoffgesetz daher in guter Näherung mit den aus Zugversuchen bestimmten mechanischen Eigenschaften ermittelt und punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung angesetzt.

### 4.3.2 Werkstoffverfestigung durch Kaltverformung

Werkstoffkennwerte aus Zugproben stellen immer nur die Eigenschaften des Werkstoffs am Ort der Probe dar und erlauben i.d.R. keine Rückschlüsse auf andere Bauteilbereiche oder andere Belastungsrichtungen. Insbesondere bei Bauteilen aus dünnem, gewalztem Blech können die Werkstoffeigenschaften auch in Abhängigkeit der Walzrichtung variieren. Durch den Walzprozess entstehen Verfestigungen der äußeren Blechschichten, die im Zugversuch zu höheren (mittleren)

Streckgrenzen führen können. Dieser Effekt kann insbesondere bei hoch legierten Stählen besonders ausgeprägt sein [46]. Bei unlegierten Stählen sind die Unterschiede in den Werkstoffeigenschaften, die sich aus der Walzrichtung ergeben, tendenziell geringer. Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Materialproben ergibt sich i.M. in Querrichtung eine 3 % höhere Streckgrenze als in Längsrichtung. Die Bezeichnungen längs und quer beziehen sich dabei auf die Probekörperlängsachse.

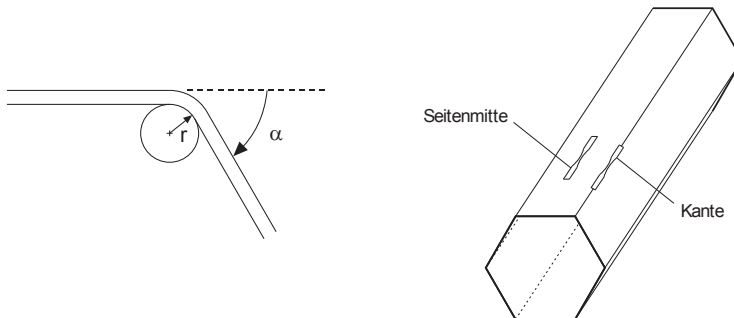
Von größerer Bedeutung für die hier behandelten kaltgefertigten polygonalen Maste sind jedoch die Verfestigungseffekte, die sich in den Eckbereichen der Querschnitte aus dem Kantprozess ergeben. Beim Kanten der Bleche entstehen in den Randfasern lokal sehr hohe plastische Dehnungen, die zu einer Werkstoffverfestigung führen. Die Kaltverfestigung des Materials infolge von Umformprozessen wird in [65] als eine plastische Deformation der Kristallite und ihrer Gleitebenen beschrieben, die mit Versetzungsblockierungen und Grobkornbildung einhergehen. Die Kaltverformung führt zu einer Erhöhung der Versetzungsdichte (Anzahl der Versetzungen bez. auf eine Fläche), die in einer erhöhten Streckgrenze sowie einer geringeren Zähigkeit gegenüber dem Ausgangsmaterial resultiert. Abbildung 4.34 veranschaulicht die Auswirkungen der Kaltverformung auf die Materialeigenschaften anhand eines Spannungs-Dehnungs-Diagramms.



**Abbildung 4.34:** Spannungs-Dehnungslinie des Ausgangsmaterial bzw. nach Kaltverformung

Eine Vorbelastung des Materials über die Streckgrenze hinaus führt zu bleibenden plastischen Dehnungen. Bei einer erneuten Belastung beginnt das Material entsprechend später zu Fließen. Die Vorbelastung kann auch als eine Verschiebung des Ursprungs des Koordinatensystems des Spannungs-Dehnungs-Diagramms veranschaulicht werden. Bei dieser Darstellung wird auch der verkürzte Dehnungsbereich bis zum Bruch deutlich, der als geringere Zähigkeit interpretiert wird.

Dieser Effekt wird z.B. bei der Herstellung von Betonstählen planmäßig ausgenutzt, um die Zugfestigkeit des Materials zu erhöhen (Kaltrecken). Eine Erhöhung der Streckgrenze wird aber nicht allein durch Kaltverformungen verursacht, die in Richtung der späteren Wiederbelastung aufgebracht werden. Auch eine Kaltverformung, wie hier in Form einer Biegung des Materials quer zur späteren Beanspruchungsrichtung (Abbildung 4.35), führt zu den zuvor beschriebenen Versetzungsblockierungen und Verfestigungseffekten. Zur Überprüfung der Verfestigung in den gekanteten Bereichen wurde allen polygonalen Probekörpern Materialproben aus diesem Bereich entnommen und im Zugversuch untersucht. Die Streckgrenzen dieser Proben liegen bei Querschnitten mit großen Kantwinkeln deutlich über den Streckgrenzen der Längszugproben aus den nicht gekanteten Querschnittsbereichen.



**Abbildung 4.35:** links: Schwenkbiegen, Kantwinkel  $\alpha$ , rechts: Lage der Materialproben

Tabelle 4.8 zeigt die Streckgrenzen des Materials der Kante im Zusammenhang mit den Streckgrenzen der Zugproben aus den nicht gekanteten Querschnittsbereichen. Die Erhöhung der Streckgrenze im Bereich der Kanten beträgt für die po-

lygonalen Querschnitte mit 6 Kanten i.M. 16,4 % und für Querschnitte mit 12 Kanten i.M. 8,0 %. Für kleine Kantwinkel ( $\alpha \leq 15^\circ$ ) ist der Einfluss der Kaltverformung auf die Werkstoffeigenschaften bereits sehr gering ( $\leq 3\%$ ).

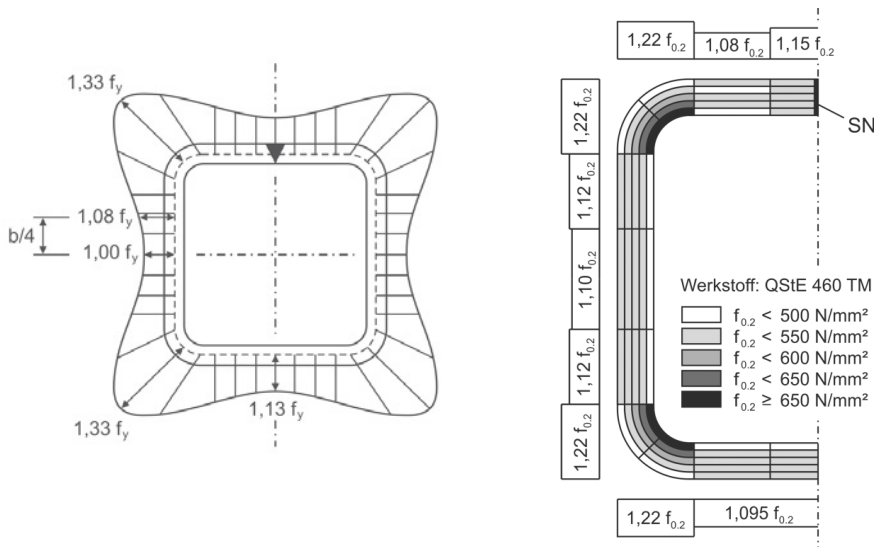
**Tabelle 4.8:** Streckgrenzen  $f_y$  der ebenen Seitenflächen und Streckgrenzen  $f_{y,Kante}$  der Kanten für verschiedene Kantwinkel

	Kantwinkel $\alpha$ [ $^\circ$ ]	$f_{y,l\ddot{a}ngs}$ [N/mm $^2$ ]	$f_{y,Kante} /$ $f_{y,l\ddot{a}ngs}$ [%]
N6 SW768 T3	60	409	+ 16,4
N12 SW830 T3 Tür *	30	390	+ 8,0
N24 SW845 T3	15	408	+ 3,0

\* der Wert wurde aus Materialproben der Probekörper mit Türöffnungen ergänzt [90]

Der Grad der Verfestigung und damit die Höhe der Streckgrenze nach dem Umformen ist direkt vom Umfang der plastischen Dehnungen abhängig, die während des Umformprozesses entstehen. Beim Kanten des Blechs spielen daher geometrische Randbedingungen wie der Kantwinkel, die Blechdicke und der Biegerollradius eine Rolle. Maßgebend für die verbleibenden Dehnungen sind darüber hinaus aber vor allem die Werkstoffeigenschaften des Ausgangsmaterials, insbesondere dessen Verfestigungseigenschaften. Eine aussagekräftige numerische Berechnung des Dehnungszustandes infolge einer Kaltverformung erfordert daher eine sorgfältige Kalibrierung der verwendeten Stoffgesetze hinsichtlich des Verfestigungsverhaltens (isotrope u./o. kinematische Verfestigung) [39]. Die Bestimmung der Streckgrenzenerhöhung erfolgt daher zumeist experimentell (z.B. [35], [84] u. [58]).

Abbildung 4.36 zeigt eine Streckgrenzenverteilung für kaltgefertigte Quadrathohlprofile nach [84], die aus über den Umfang verteilten Zugproben bestimmt wurde. In [35] wird diese Verteilung durch Messungen, die zusätzlich die veränderliche Streckgrenze über die Materialdicke berücksichtigen, qualitativ bestätigt.



**Abbildung 4.36:** gemessene Streckgrenzenverteilung an einem kaltgefertigten Quadrat-hohlprofil links aus [84], rechts aus [35]

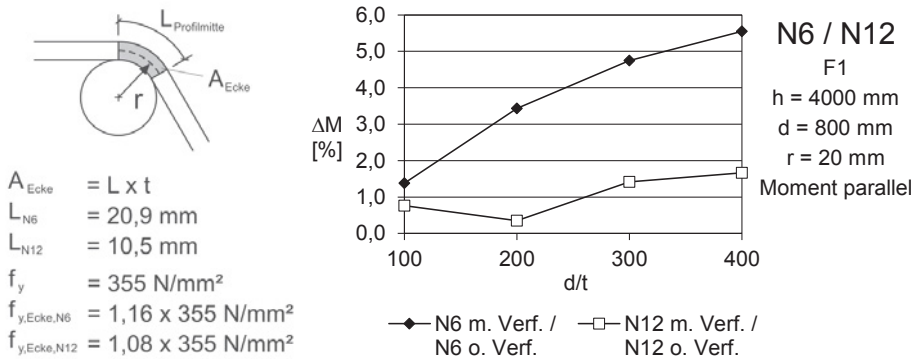
In [58] werden Versuche zur Bestimmung der Streckgrenzenerhöhung infolge von Kaltverformungen an dünnwandigen Stahlprofilen beschrieben. Es werden querschnittsbezogene (mittlere) Streckgrenzen aus stub column tests bestimmt, die zwischen 6 und 41 % über den Streckgrenzen des Ausgangsmaterials liegen. Mit diesen Ergebnissen werden Regelungen aus [1], [18] und [22] überprüft, die die Abschätzung einer erhöhten, mittleren Streckgrenze zu Bemessungszwecken ermöglichen. Die verfügbaren Regelungen erweisen sich als grundsätzlich geeignet für die untersuchten Profile mit  $90^\circ$ -Winkeln, unterschätzen die im Versuch erzielten Streckgrenzenerhöhungen jedoch teilweise deutlich. Für die Abschätzung der Streckgrenzenerhöhung infolge des Kantens der Ecken der hier behandelten polygonalen Querschnitte eignen sich die Regelungen jedoch nicht, da deren Anwendungsbereich hinsichtlich des Kantwinkels stark begrenzt ist bzw. die Streckgrenzenerhöhung nur querschnittsbezogen und nicht lokal für die gekanteten Bereiche ermittelt werden kann.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersuchten, biegebeanspruchten polygonalen Querschnitte ist der Einfluss der lokal erhöhten Streckgrenze auf die Biegetragfähigkeit deutlich geringer als bei den zuvor beschriebenen stub column tests oder auch den quadratischen Hohlprofilen. Zum Einen sind die Kantwinkel bei polygonalen Querschnitten mit 6 oder mehr Ecken sehr viel kleiner und zum

Anderen ist der Anteil der gekanteten Querschnittsbereiche im Verhältnis zur Bruttoquerschnittsfläche gering.

Zur Abschätzung des Einflusses der erhöhten Streckgrenze auf die Biegetragfähigkeit der untersuchten Probekörpergeometrien werden numerische Vergleichsrechnungen durchgeführt. Dazu werden die in Abschnitt 4.2.3 verwendeten FE-Modelle zur Abschätzung des Einflusses des Biegerollenradius verwendet, da bei diesen Modellen die Ausrundung der gekantete Ecken modelliert ist und mit einer erhöhten Streckgrenze berechnet werden kann.

Die erhöhte Streckgrenze im Bereich der Kanten wird näherungsweise mit den in Tabelle 4.8 angegebenen Werten aus der Auswertung der Materialproben berücksichtigt: +16 % für N6 und +8 % für N12. Abbildung 4.37 zeigt die Randbedingungen der Berechnungen sowie die Ergebnisse der Vergleichsrechnungen der Querschnitte mit und ohne Ansatz einer erhöhten Streckgrenze im Bereich der Ecken.



**Abbildung 4.37:** Einfluss der Kaltverfestigung infolge des Kantens auf die Biegetragfähigkeit polygonaler Querschnitte am Beispiel N6 und N12 (Biegung parallel)

Das Diagramm verdeutlicht den Einfluss der Kaltverfestigung der Kantenbereiche auf die Biegetragfähigkeit. Bei einem polygonalen Querschnitt mit 6 Kanten ist dieser wegen der höheren Streckgrenze in den Eckbereichen und der größeren Flächen der Eckbereiche erwartungsgemäß höher als bei einem polygonalen Querschnitt mit 12 Kanten.

Die Biegetragfähigkeit kann unter Berücksichtigung der erhöhten Streckgrenze in den Eckbereichen bei einem schlanken Querschnitt mit 6 Kanten ( $d/t = 400$ ) um

mehr als 5 % gesteigert werden. Dies ist insofern bemerkenswert, da der Flächenanteil der Eckbereiche am Gesamtquerschnitt bei einem polygonalen Querschnitt mit 6 Kanten nur ca. 5 % beträgt. Diese Betrachtung verdeutlicht den großen Beitrag der Kanten zur Tragfähigkeit des gesamten Querschnitts, da sich im Grenz-zustand der Tragfähigkeit die Seitenflächen der Last entziehen und nicht mehr zum vertikalen Lastabtrag beitragen (vgl. 4.2.2).

Aus den Vergleichsrechnungen wird weiterhin deutlich, dass die betrachteten Werkstoffverfestigung der Eckbereiche bei Querschnitten mit 12 und mehr Kanten, unabhängig von der Querschnittsschlankheit, nur einen geringfügig traglaststeigernden Einfluss auf die Biegetragfähigkeit der Querschnitte haben (< 2%).

Zur objektiven Bewertung der Ergebnisse muss angemerkt werden, dass sich die erhöhte Streckgrenze im Bereich der Kanten nur durch den Ansatz der bilinearen Werkstoffgesetze ohne Verfestigungsbereich traglast erhöhend auswirkt. Würde man die Berechnungen mit wahren Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Seiten und die Ecken durchführen, d.h. einschließlich der Werkstoffverfestigung oberhalb der jeweiligen Streckgrenze, würde sich die Kaltverfestigung nur geringfügig auf das Verformungsverhalten auswirken, nicht aber auf die plastische Grenztragfähigkeit. Wie Abbildung 4.34 verdeutlicht, gehören zum Fließbeginn des Ausgangswerkstoffes und des kaltverformten Werkstoffes zwar unterschiedliche Dehnungen, darüber hinaus, im Bereich großer plastischer Dehnungen ( $\epsilon_{pl}$ , Abbildung 4.34) spielt dieser Unterschied für die Höhe der erreichbaren Traglast jedoch keine Rolle mehr. Durch den Ansatz der bilinearen Werkstoffgesetze mit unterschiedlich hohen Streckgrenzen wird auf diesem Wege ein Teil des Verfestigungsvermögens des Werkstoffes ausgenutzt, auch wenn in den Werkstoffmodellen selbst keine Verfestigung oberhalb der Streckgrenze angesetzt wird.

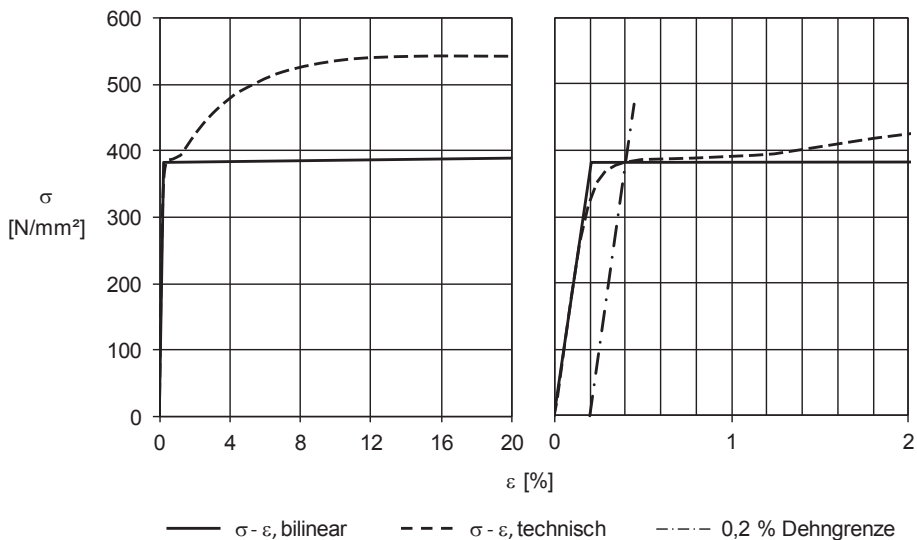
### **4.3.3 Untersuchungen zur Modellierung des Werkstoffverhaltens für numerische Berechnungen**

Wie zu Beginn des Abschnittes 4.3 dargestellt, kann das Werkstoffverhalten durch verschiedene Werkstoffmodelle abgebildet werden (Abbildung 4.32). Dazu müssen die mechanischen Eigenschaften des verwendeten Werkstoffes auf ein Materialmodell übertragen werden. Grundlage dafür können Nennwerte der Materialeigenschaften oder auch aus Zugversuchen bestimmte Materialkennwerte sein.



Im einfachsten Fall kann das nichtlineare Materialverhalten von Baustahl für numerische Traglastberechnungen durch ein bilineares Materialgesetz ohne eine wirksame Verfestigung oberhalb der Streckgrenze (strain hardening) abgebildet werden (Abbildung 4.32 b). Dieses Werkstoffmodell liegt auch den bisher dokumentierten Berechnungen zu Grunde (vgl. Abbildung 4.1). Bei diesem Modell muss das Elastizitätsmodul und eine Streckgrenze festgelegt werden. Erfährt der Werkstoff Dehnungen, die über  $\varepsilon = f_y / E$  hinausgehen, tritt Fließen ein. Das Material kann darüber hinaus keine weiteren Beanspruchungen aufnehmen. Wird das Materialverhalten durch wahre Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschrieben, können auch nach Fließbeginn zusätzliche Beanspruchungen aufgenommen werden (Abbildung 4.32 d). Bei diesem Werkstoffmodell wird die Verfestigung oberhalb der Fließgrenze ausgenutzt.

Dieser Unterschied wird durch die Annäherung der wahren Spannungs-Dehnungs-Beziehung durch ein bilineares Werkstoffgesetz deutlich. Abbildung 4.38 zeigt eine technische Spannungs-Dehnungslinie aus einem Zugversuch im Zusammenhang mit einem bilinearen Werkstoffgesetz, das mit den aus diesem Zugversuch bestimmten Werkstoffkennwerten gebildet wurde. Auf eine Umrechnung der technischen Spannungs-Dehnungs-Linie in eine wahre Spannungs-Dehnungs-Linie wurde verzichtet, da der Unterschied im relevanten Dehnungsbereich gering ist.



**Abbildung 4.38:** bilineares Werkstoffmodell und technische Spannungs-Dehnung-Linie

Abbildung 4.38 rechts stellt den Bereich der Dehnungen bis 2 % dar und verdeutlicht die Vereinfachungen im Spannungs-Dehnungs-Verlauf durch den bilinearen Ansatz im Bereich sehr kleiner Dehnungen (0,18 – 0,38 %) im Übergang zum Fließplateau. Die Annäherung durch die bilineare  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung überschätzt die vom Material aufnehmbaren Spannungen in diesem Bereich. Die weitaus größere Abweichung zwischen den dargestellten Werkstoffmodellen ergibt sich jedoch aus der Vernachlässigung der Verfestigung durch das bilineare Werkstoffmodell (Abbildung 4.38 links).

Der Elastizitätsmodul für das bilineare Materialgesetz wurde aus dem Zugversuch durch lineare Regression der Hystereseurve zu 187900 N/mm<sup>2</sup> ermittelt. Dieser Wert liegt unter dem Wert von 210000 N/mm<sup>2</sup>, der in der Literatur auch als Werkstoffkonstante des Baustahls angesehen wird [65]. Untersuchungen in [63] zeigen jedoch, dass auch der E-Modul, fertigungsbedingt in engen Grenzen schwanken kann. Zudem wird dabei auf die technischen Schwierigkeiten bei der Bestimmung des E-Moduls aus einem Zugversuch hingewiesen und durch stark schwankende Ergebnisse aus Ringversuchen belegt. Die Höhe des E-Moduls wird daher wie ausgewertet angesetzt.

Die Streckgrenze wird bei der bilinearen Beziehung in der Höhe der Spannung angesetzt, die zur plastischen 0,2 %-Dehnung gehört. Dadurch wird die mittlere Fließspannung des Fließplateaus der technischen Spannungs-Dehnungs-Linie i.M. um etwa 3 % unterschätzt.

Das beschriebene Vorgehen erläutert die Übertragung der Werkstoffkennwerte, die aus einem Zugversuch bestimmt wurden, auf ein vereinfachtes bilineares Werkstoffmodell. Die zu Grunde liegende technische Spannungs-Dehnungslinie stammt aus einer Längszugprobe der zylindrischen Probekörper. Sie weist die für einen Baustahl S355J2 nach DIN 10025-2 [26] erforderlichen mechanischen Eigenschaften auf und wird daher als repräsentativ angenommen. Für die Wahl eines geeigneten Werkstoffgesetzes für weitere Berechnungen ist es nun von Interesse, in welchem Umfang sich die vereinfachte Beschreibung des Werkstoffverhaltens durch ein bilineares Materialgesetz auf das Tragverhalten auswirkt.

Im Folgenden werden dazu Vergleichsrechnungen mit diesen beiden Werkstoffmodellen durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen in erster Linie die Unterschiede, die

sich für den gewählten Werkstoff ergeben auf, es lassen sich jedoch allgemeingültige Tendenzen ableiten.

### **Vergleichsrechnungen mit imperfekten Strukturen**

Die Vergleichsrechnungen werden mit imperfekten Geometrien durchgeführt, um den Einfluss der Materialmodelle auf die Traglast realer Geometrien, einschließlich der vorhandenen geometrischen Imperfektionen, darstellen zu können. Für das Rechenmodell wird die Probekörperhälfte 1 der vermessenen Geometrie des zylindrischen Probekörpers verwendet (vgl. Abschnitt 3.4.3 und Abbildung 3.14). Es werden Traglasten unter Querkraftbiegung (BC1r o. und u.) berechnet und gegenübergestellt.

In allen durchgeführten Rechnungen wird die gemessene Geometrie verwendet (Mittellinienmodell). Es werden lediglich die Materialdicken variiert ( $t = 4,25 - 17$  mm), um verschiedene Schlankheitsgrade ( $d/t$ -Verhältnisse) abbilden zu können. Es werden Bauteilschlankheiten von  $d/t = 50$  bis  $d/t = 200$  untersucht.

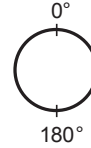
Zusätzlich werden zwei Belastungsrichtungen unterschieden: 0 Grad und 180 Grad. Die Bezeichnungen beziehen sich auf die Lage der jeweils druckbeanspruchten Seite des zylindrischen Probekörpers. Wie in Abschnitt 3.4.3 ausführlicher dargestellt wird, handelt es sich bei  $0^\circ$  um eine Druckzone mit besonders großen geometrischen Imperfektionen (Einzelbeule). Die Druckzone der zu  $180^\circ$  gehörenden Belastungsrichtung weist keine ungewöhnlichen geometrischen Imperfektionen auf. Damit stellen die Belastungsrichtungen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  die Grenzfälle großer Einfluss geometrischer Imperfektionen auf die Traglast und geringer Einfluss geometrischer Imperfektionen auf die Traglast dar.

Tabelle 4.9 fasst die Ergebnisse der Traglastberechnungen zusammen. Die dargestellten Werte geben die prozentualen Unterschiede zwischen den erreichten Traglasten an, die sich für die beiden verwendeten Materialmodellen ergeben. Erwartungsgemäß liegt die Traglast der Berechnungen, die die Materialverfestigung oberhalb der Streckgrenze berücksichtigt (technische Spannungs-Dehnungslinie) immer über den Traglasten der Berechnungen mit einem bilinearen Materialgesetz ohne Verfestigung.

**Tabelle 4.9:**  $\Delta M_{\text{technisch / bilinear}}$  in [%] für zwei versch. Beanspruchungsrichtungen

	d/t		
	50	100	200
0°	+9,3	+3,0	+0,8
180°	+9,2	+4,3	+3,6

Lage der druckbeanspruchten Querschnittsseite:

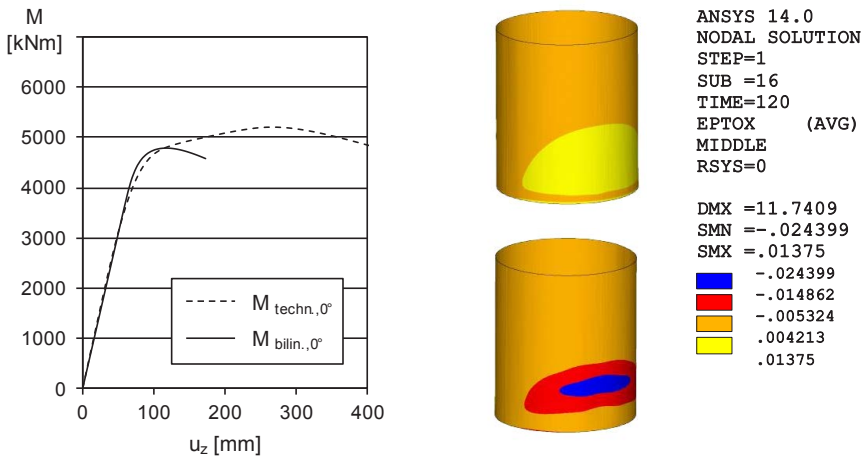


Die Unterschiede werden für kleine d/t-Verhältnisse am größten und betragen im untersuchten Bereich maximal +9,3 %. Bei einem Schlankheitsverhältnis von  $d/t = 100$  fällt dieser Wert jedoch bereits auf bis zu 3,0 % ab. Dieser Wert entspricht dem zuvor beschriebenen Unterschied in der Höhe der Streckgrenze des bilinearen Materialgesetzes und der Streckgrenze des Fließplateaus der technischen Spannungs-Dehnungs-Linie (vgl. Abbildung 4.38). Der Anteil der Verfestigung bei diesem Schlankheitsverhältnis ist demnach bereits sehr gering. Der Unterschied ergibt sich daher in erster Linie aus den verschiedenen Streckgrenzen der Materialmodelle.

Bei den Bauteilen mit der größten Schlankheit ( $d/t = 200$ ) wird der Einfluss geometrischer Imperfektionen deutlich. Für die Belastungsrichtung  $0^\circ$  wirken sich die unterschiedlichen Materialmodelle praktisch nicht mehr aus:  $\Delta M_{\text{techn./bilin.}} = +0,8\%$ . Die geometrischen Imperfektionen werden für diese Belastungsrichtung traglastbestimmend, die Bauteil deformierungen in Profilmittre erreichen den Verfestigungsbe reich dadurch erst gar nicht.

Der Anteil der Materialverfestigung an den Traglastunterschieden wird auch aus der Darstellung der Längsdehnungen im GZT deutlich. Abbildung 4.39 rechts zeigt qualitativ die Verteilung der Längsdehnungen (der Elementmittren) im GZT, die Größe der zugehörigen Dehnungen sind in Tabelle 4.10 zusammengefasst.

Abbildung 4.39 rechts verdeutlicht, dass zu den betragsmäßig größten Dehnungen vor allem lokal begrenzte Dehnungen auf der druckbeanspruchten Querschnittsseite gehören, während die Zugzone insgesamt gleichmäßigere und betragsmäßig deutlich geringere Dehnungen aufweist, die den mittleren Dehnungszustand des Bauteils besser abbilden.



**Abbildung 4.39:** links: Last-Verformungskurven für  $d/t = 50$  , Druckbeanspruchung bei  $0^\circ$ , rechts: Dehnungen  $\epsilon_{x,min/max}$  in Elementmitte im GZT für  $M_{bilin,0^\circ}$

Betrachtet man nun die Dehnungen des Zugbereichs bei Verwendung der technischen Spannungs-Dehnungs-Linie für  $d/t = 50$ , so liegen diese mit 2,4 % bzw. 2,6 % klar im Verfestigungsbereich des Materials (vgl. Abbildung 4.38). Dies macht sich bei den zuvor festgestellten höheren Traglasten gegenüber den Berechnungen ohne Verfestigung auch deutlich bemerkbar. Die entsprechenden Dehnungen für  $d/t = 100$  liegen dagegen mit 0,6 % und 0,8 % noch innerhalb des Fließplateaus. Ein wesentlicher Beitrag der Verfestigung zu den Traglastunterschieden kann in diesem Schlankheitsbereich daher ausgeschlossen werden.

**Tabelle 4.10:** Dehnungen  $\epsilon_{x,min}$  bzw.  $\epsilon_{x,max}$  in Elementmitte im GZT [%]

		d/t = 50		d/t = 100	
		Druck	Zug	Druck	Zug
$0^\circ$	techn.	-5,5	+2,6	-1,1	+0,6
	bilin.	-2,4	+1,4	-1,4	+0,6
$180^\circ$	techn.	-5,0	+2,4	-1,9	+0,8
	bilin.	-2,4	+1,2	-1,2	+0,6

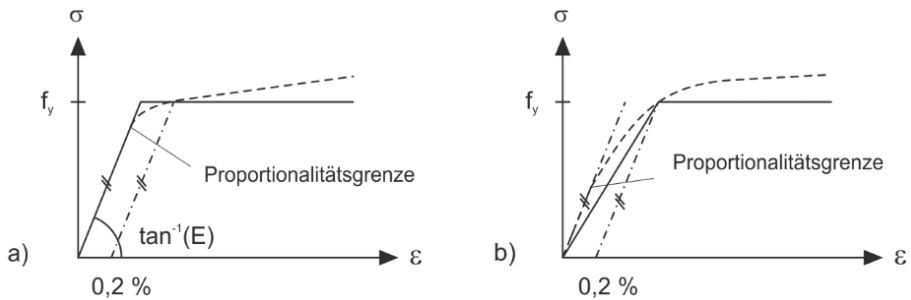
Wie zuvor angedeutet, zeigen die Darstellungen in erster Linie die Unterschiede zwischen den beiden gewählten Materialmodellen. Die Traglastberechnungen mit dem bilinearen Materialmodell veranschaulichen jedoch auch die Größenordnung

der Dehnungen, die im GZT ohne Ansatz einer Verfestigung erreicht werden. Betrachtet man wiederum die Dehnungen im Zugbereich als Maßstab für die mittlere Bauteildehnungen, so betragen diese im Schlankheitsbereich  $d/t = 50$  maximal 1,4 %. Für den Ansatz einer Verfestigung in einer Traglastberechnung bedeutet dies, dass der Verfestigungsbereich des Materials vor Erreichen dieser Dehnung beginnen muss, damit sie sich auf die Traglast auswirken kann. Bei einem Material mit einem deutlich ausgeprägteren Fließplateau, bei dem der Verfestigungsbereich später beginnt, würde sich die Materialverfestigung nicht mehr auf die Traglast auswirken. Da die technischen Lieferbedingungen für Baustahlerzeugnisse (z.B. [26]) diesbezüglich keine Anforderungen stellen, kann in keinem Fall ohne eine Prüfung des Materials davon ausgegangen werden, dass ein Werkstoff eine wirksame Verfestigung aufweist, die für Traglastberechnungen angesetzt werden kann. Die unter Ansatz der Verfestigung berechneten Traglaststeigerungen sind daher nicht allgemein gültig, sondern zeigen nur Tendenzen auf. Das zu Grunde liegende Material weist durch den frühen Verfestigungsbeginn gute Voraussetzungen für eine Traglaststeigerung infolge der Verfestigung auf. Bei anderen Materialien kann dieser Effekt deutlich geringer ausfallen.

#### **4.3.4 Ansatz eines bilinearen Werkstoffgesetzes für numerische Berechnungen**

Für die weiteren numerischen Berechnungen wird auf den Ansatz von Materialverfestigungen verzichtet. Es wird ausschließlich ein bilineares Materialmodell ohne den Ansatz einer wirksamen Verfestigung verwendet. Der E-Modul beträgt einheitlich  $210000 \text{ N/mm}^2$ , als Fließspannung wird die zur 0,2 %-Dehnung zugehörige Spannung angesetzt (Abbildung 4.40 a).

Nach *Rotter* und *Gresnigt* [72] liegt dieses Werkstoffmodell immer dann auf der sicheren Seite, solange das Versagen durch Plastizieren gekennzeichnet ist und die Spannung am Ende des linear-elastischen Bereichs (Proportionalitätsgrenze) und die Fließgrenze nicht zu weit auseinanderliegen. Falls der Unterschied zwischen der Proportionalitätsgrenze und der zur 0,2 %-Dehnung zugehörigen Spannung größer als ca. 20 % ist, soll das Materialmodell entsprechend Abbildung 4.40 b durch den Ansatz eines reduzierten E-Moduls modifiziert werden. Dieses Materialverhalten trifft jedoch eher auf austenitische Stähle zu, die hier nicht betrachtet werden sollen.



**Abbildung 4.40:** elastisch-ideal plastische Materialgesetze: links: konventioneller Ansatz, rechts: alternativer Ansatz für Werkstoffe mit niedriger Proportionalitätsgrenze

Auch die in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 beschriebenen Untersuchungen zeigen, dass die unter Ansatz des bilinearen Materialmodells ohne Verfestigung berechneten Traglasten zu konservativen Ergebnissen führen. Die Berechnungen zeigen jedoch auch, dass durch diese Vorgehensweise in Grenzfällen, z.B. bei sehr schlanken Querschnitten mit wenigen Kanten und bei gedungenen Bauteilen, größere Tragfähigkeitsreserven ungenutzt bleiben, wenn das Material günstige Verfestigungseigenschaften aufweist.

## 4.4 Geometrische Imperfektionen

In diesem Abschnitt werden Untersuchungen zu vorhandenen geometrischen Imperfektionen der Probekörpergeometrien dargestellt. Auf der Grundlage von Vergleichsrechnungen mit imperfekten Geometrien werden traglastrelevante Vorverformungen identifiziert. Diese Ergebnisse werden für die Entwicklung einer geometrischen Ersatzimperfektion genutzt.

### 4.4.1 Traglastrelevante geometrische Imperfektionen der Probekörper

Die Traglastversuche an Probekörpern mit unterschiedlicher Kantenanzahl haben gezeigt, dass die verschiedenen Querschnittsformen sehr unterschiedlich empfindlich gegenüber geometrischen Imperfektionen sind. Während die Querschnitte mit wenigen Kanten (N6 u. N12) eine sehr geringe Streuung der erreichten Traglasten aufweisen, nimmt die Streuung der Ergebnisse bei den Probekörpern mit 24 Kanten und den runden Probekörpern deutlich zu (Abschnitt 3.6.1).

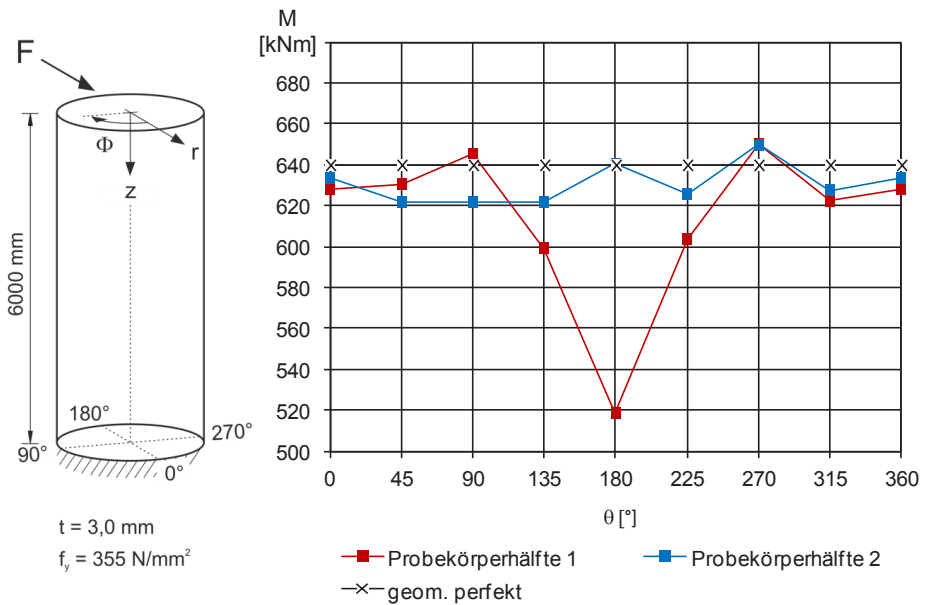
Die größte Differenz zwischen der kleinsten und größten Traglast weisen die runden Probekörper auf. Besonders auffällig ist der Probekörper RUND 850 T3 V3, der bereits bei einer ungewöhnlich niedrigen Last versagte.

Als Ursache für dieses frühe Versagen werden Imperfektionen der Geometrie vermutet. Um einen Zusammenhang zwischen der vorhandenen Geometrie und deren Einfluss auf die Tragfähigkeit herstellen zu können, werden Vergleichsrechnungen mit der imperfekten Geometrie durchgeführt. Dazu wird ein FE-Modell einer Probekörperhälfte auf Basis der vermessenen Oberfläche des Probekörpers RUND 850 T3 V3 erstellt (Abschnitt 3.4.3). Es werden sowohl Berechnungen mit der gemessenen Geometrie der Probekörperhälfte 1 als auch der Probekörperhälfte 2 durchgeführt.

Abbildung 4.41 zeigt eine Darstellung des verwendeten Berechnungsmodells. Das Modell stellt eine Probekörperhälfte als Kragarm dar. Der Fußpunkt entspricht der Stelle der Lasteinleitungsplatte im Bauteilversuch. Als Belastung wird eine Einzelast am oberen Ende des Modells aufgebracht. Es werden mehrere Berechnungen durchgeführt. Die Last wird bei jeder Rechnung in eine andere Richtung wirkend angesetzt. Durch die veränderte Beanspruchungsrichtung wird bei jeder Berechnung ein anderer Meridian auf Druck beansprucht. Da die Berechnungen mit den gemessenen, geometrisch imperfekten Geometrien der Probekörperhälften durchgeführt werden, kann ein Zusammenhang zwischen der vorhandenen Geometrie im Druckbereich und deren Einfluss auf die berechnete Traglast hergestellt werden. Das Material wird bei diesen Berechnungen als linear elastisch-ideal plastisch angenommen. Das Diagramm in Abbildung 4.41 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen in Abhängigkeit der Belastungsrichtung. Als Bezugsgröße für die berechneten Traglasten wird zusätzlich die Traglast der Berechnung eines geometrisch perfekten Zylinders dargestellt. Der Radius der perfekten Geometrie entspricht dem mittleren Radius der Messdaten  $r_{\text{best-fit}}$  der Probekörperhälfte 1 (vgl. 3.4.3).

Es wird deutlich, dass die meisten Belastungsrichtungen der Probekörperhälfte 1 und auch der Probekörperhälfte 2 keine traglastrelevanten Vorverformungen aufweisen. Die berechneten Traglasten liegen in der Höhe der Traglast der perfekten Geometrie, in manchen Richtungen sogar etwas darüber. Offenbar können sich geometrische Imperfektionen auch geringfügig positiv auf die Traglast auswirken.





**Abbildung 4.41:** Berechnungsmodell, Traglast  $M$  in Abhängigkeit der Belastungsrichtung  $\theta$

Dagegen weist die Probekörperhälfte 1, in der Belastungsrichtung, bei der das Zentrum der Druckzone auf dem  $180^\circ$ -Meridian liegt, gegenüber allen anderen Belastungsrichtungen eine wesentlich niedrigere Traglast auf. Der Unterschied der Traglast dieser Belastungsrichtung zur Traglast des perfekten Zylinders beträgt ca. 19 %.

Passend dazu befindet sich auf dem  $180^\circ$ -Meridian eine sehr deutliche lokale Vorverformung nahe des Fußpunktes (Abbildung 3.14), die damit diesem Traglastverlust zugeordnet werden kann. Diese wurde bereits in Abschnitt 3.4.3 dargestellt, da sich der  $180^\circ$ -Meridian auch während des Bauteilversuchs im Druckbereich befand und sich auch dort gezeigt hat, dass die Traglast dieses Probekörpers weit unter den Traglasten der anderen runden Probekörper lag. Abbildung 3.16 zeigt einen Längsschnitt durch diese Vorverformung.

Betrachtet man die abgewinkelte Geometrie der Probekörperhälfte in Abbildung 3.14 wird deutlich, dass es noch einen weiteren Meridian gibt, der ebenfalls nahe des Fußpunktes ähnlich tiefe Vorverformungen aufweist ( $\theta = 0^\circ / 360^\circ$ ) wie die lokale Vorverformung auf dem  $180^\circ$ -Meridian. Außerdem zeigt Abbildung 3.14,

dass es im Bereich der Längsschweißnähte ( $\theta = 90^\circ$  u.  $270^\circ$ ) größere Bereiche der Oberfläche gibt, die noch deutlich tiefere Nettoimperfectionen besitzen als die lokale Vorverformung.

Die Vergleichsrechnungen belegen jedoch, dass keine der anderen Richtungen Imperfectionen aufweist, die sich ungünstiger auf die Traglast auswirken als die lokale Vorbeule des  $180^\circ$ -Meridian.

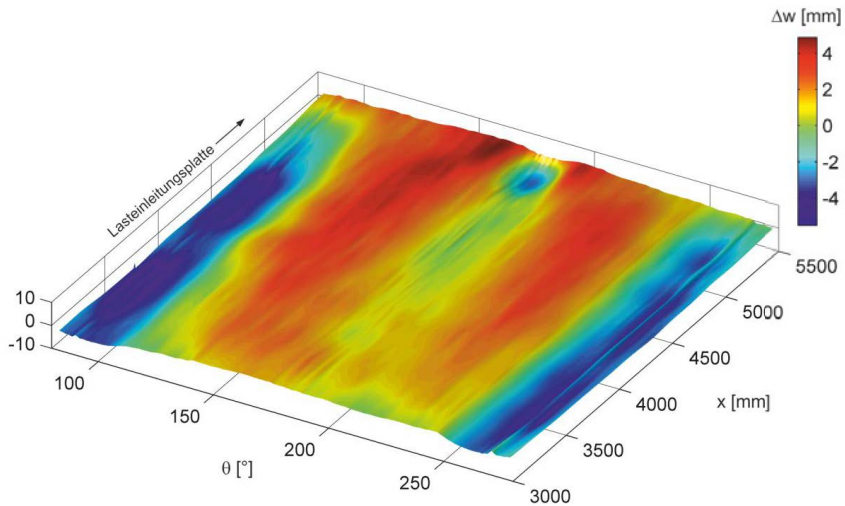
Dies zeigt, dass nur die Kontrolle der Größe der Abweichungen einer Geometrie von der Sollgeometrie allein keine zuverlässige Einschätzung der Auswirkung der Imperfectionen auf die Traglast zulässt. Vielmehr muss die imperfekte Oberfläche im Bereich des druckbeanspruchten Meridians bestimmte geometrische Eigenschaften aufweisen, damit sich eine Vorverformung stark traglastvermindernd auswirkt. Da die lokale Vorbeule des  $180^\circ$ -Meridian offensichtlich diese Eigenschaften aufweist, wird diese im nächsten Abschnitt weiter untersucht.

Die dargestellten Vergleichsrechnungen mit der imperfekten Geometrie des runden Probekörpers RUND 850 T3 V3 wurden auf die gleiche Weise mit der imperfekten Geometrie des Probekörpers mit 12 Kanten N12 SW845 T3 V3 durchgeführt (3.4.2). Der Unterschied zwischen der größten und kleinsten Traglast aus diesen Berechnungen ist deutlich geringer als beim runden Probekörper und beträgt nur ca. 1,5 %. Keine der untersuchten Probekörperhälften weist offenbar deutlich traglastvermindernde Vorverformungen auf. Da sich mit diesen geringen Unterschieden kein zuverlässiger Bezug zwischen den Traglasten und der vorhandenen Geometrie herstellen lässt, werden diese Berechnungen hier nicht dargestellt.

#### **4.4.2 Entwicklung einer geometrischen Ersatzimperfection**

Die Berechnungen des vorherigen Abschnittes haben gezeigt, dass die geometrische Imperfection in Form einer lokalen Vorbeule den größten traglastvermindernden Einfluss bei den untersuchten Geometrien hat. Ausgehend davon wird in diesem Abschnitt beschrieben, wie aus dieser Vorverformung eine Ersatzimperfection entwickelt wird.

Die Ersatzimperfection muss die relevanten geometrischen Eigenschaften der lokalen Vorverformung beinhalten, die zur Reduktion der Traglast der Maste unter Biegung führen. Abbildung 4.42 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt aus Abbildung 3.14 mit der lokalen Vorverformung nahe der Lasteinleitungsplatte auf dem  $180^\circ$ -Meridian.

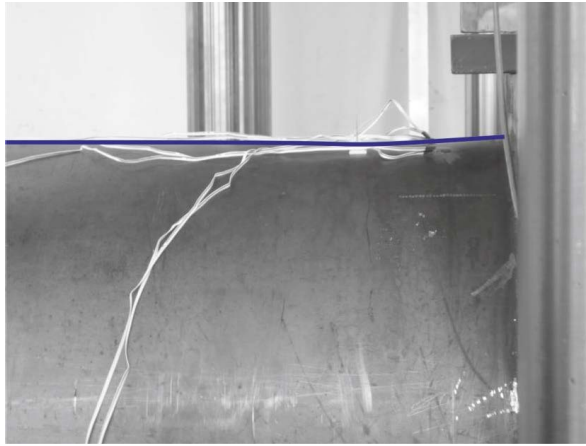


**Abbildung 4.42:** RUND 850 T3 V3: lokale Vorverformung (Ausschnitt aus Abbildung 3.14)

Die Vorverformung stellt sich wie eine lokale Vertiefung dar, die seitlich durch nach aussen gerichtete Mastwandanteile begrenzt wird. In Richtung der Mitte der Probekörperhälfte verläuft der Längsschnitt durch den Tiefpunkt der Vorverformung in etwa auf der Höhe des mittleren Radius  $r_{\text{best-fit}}$  mit leicht ansteigender Tendenz (vgl. Abschnitt 3.4.3 und Abbildung 3.16).

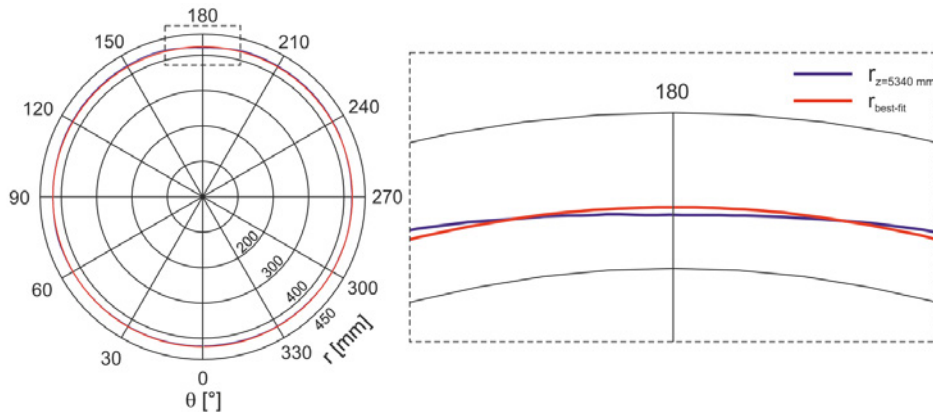
In der abgewickelten Darstellung der Vorverformung in Abbildung 4.42 ist die Krümmung der Mastwand nicht enthalten. Zusätzlich ist die Darstellung überhöht, um einen Eindruck der Oberflächenbeschaffenheit zu vermitteln. Dadurch wirkt die Vorverformung wie eine punktuelle Vertiefung.

Dagegen zeigt Abbildung 4.43 ein Bild des Probekörpers vor dem Versuch, das die tatsächlichen Verhältnisse veranschaulichen soll. In Abbildung 4.43 stellt sich die lokale Vorverformung in Längsrichtung eher wie eine Abflachung der gekrümmten Mastwand dar, die sich, wie auch im Längsschnitt in Abbildung 3.16 zu erkennen ist, über eine Länge von ca. 400 mm erstreckt.



**Abbildung 4.43:** RUND 850 T3 V3: lokale Vorverformung nahe der Lasteinleitungsplatte

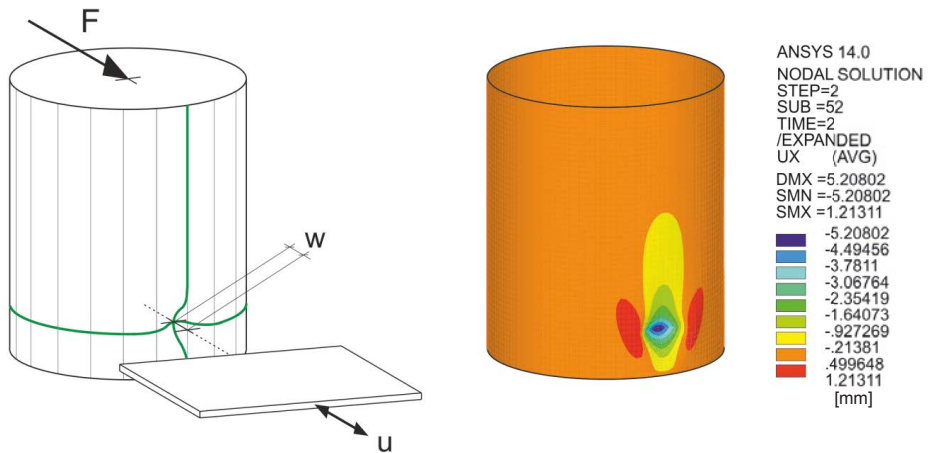
In Umfangsrichtung wird dieser Eindruck durch die Detaildarstellung der Vorverformung in Abbildung 4.44 bestätigt. Der vergrößerte, ohne Überhöhung dargestellte Ausschnitt des Umfangsschnittes in der Höhe des Tiefpunktes ( $z = 5340$  mm) der Vorverformung zeigt eine deutliche Reduzierung der Krümmung im Bereich des  $180^\circ$ -Meridians. Seitlich der Abflachung sind die über  $r_{\text{best-fit}}$  hinausgehenden nach außen gerichteten Anteile der Mastwand zu erkennen.



**Abbildung 4.44:** RUND 850 T3 V3: Umfangsschnitt durch die lokale Vorverformung nahe der Lasteinleitungsplatte ( $z = 5340$  mm)

Diese Beobachtungen deuten darauf hin, dass die Vorverformung eine Eindrückung darstellt, die möglicherweise durch einen Anprall entstanden ist. Die rechnerische Überprüfung zeigt, dass mit der Simulation der Entstehung einer Vorbeule

durch eine statische Simulation eines Anpralls tatsächlich eine Vorverformung erzeugt werden kann, die die wesentlichen geometrischen Merkmale der gemessenen Vorbeule enthält. Auch die Auswirkung dieser rechnerisch erzeugten Vorbeulgeometrie auf die Traglast ist vergleichbar mit den Auswirkungen der gemessenen Vorbeule. Dieses Konzept der Simulation der Entstehung einer Vorverformung durch einen Anprall wird im Folgenden dargestellt. Abbildung 4.45 zeigt das Berechnungsmodell, das der Simulation zu Grunde liegt.



**Abbildung 4.45:** Simulation der Entstehung einer Vorverformung: Anprall

Bei diesem Modell eines runden Mastabschnitts mit zunächst perfekter Geometrie wird mit einem starren Körper mit der Form einer rechteckigen Scheibe ein Eindruck erzeugt.

Die Scheibe wurde gewählt, da dieser Körper bei einem Anprall durch seine geringe Dicke in Meridianrichtung nur lokal begrenzte Vorverformungen verursacht. Dadurch wird der Krümmungsverlauf des verformten Meridians steiler als bei einer gleich tiefen Eindrückung mit einem starren Körper mit größerer Dicke und wirkt sich damit ungünstiger auf die Traglast aus. Zusätzlich verformt ein Körper mit einer breiten auftreffenden Kante die Druckzone ungünstiger als beispielsweise ein punktförmiger Anprallkörper, da größere Anteile der Druckzone verformt werden und dadurch die Möglichkeiten zur Lastumlagerung verringert werden.

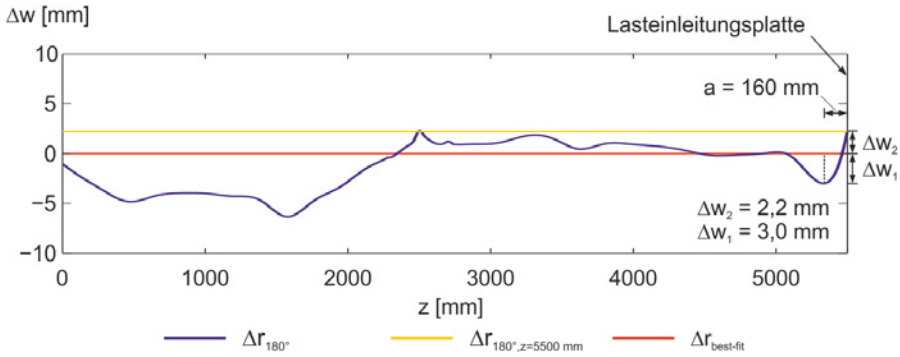
Der Kontakt zwischen der Mastwand und der Scheibe wird über Kontaktelementpaare gesteuert. Die Berechnung der Verformungen infolge des Auftreffens der

Scheibe auf die Mastwand erfolgt weggesteuert durch die Vorgabe der Verschiebung des starren Körpers. In einem ersten Berechnungsschritt wird die Mastwandverformung infolge des Eindrucks bis zum Erreichen einer Zieltiefe berechnet. Anschließend wird in einem zweiten Berechnungsschritt die Scheibe wieder in die Ausgangsposition zurückbewegt. Das Ergebnis dieser Berechnungsschritte ist die verbleibende plastische Verformung der Mastwand infolge des Eindrucks. Die Größe des verbleibenden Eindrucks kann durch die Variation der Zieltiefe des ersten Berechnungsschrittes gesteuert werden.

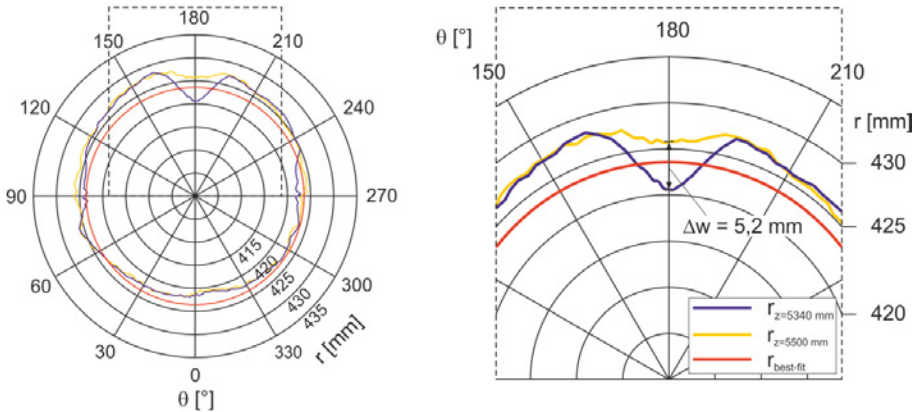
Dieses Konzept wird auf ein geometrisch perfektes Berechnungsmodell mit den Abmessungen der Probekörperhälfte 1 ( $r = r_{\text{best-fit, Probekörperhälfte 1}}$ ,  $t = 3,0 \text{ mm}$ ,  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ ) aus Abschnitt 4.4.1 angewendet, um eine direkte Vergleichbarkeit zwischen der Traglastberechnung mit gemessener imperfekter Geometrie der Belastungsrichtung  $\theta = 180^\circ$  aus Abschnitt 4.4.1 und dieser rechnerisch erzeugten Vorverformung herstellen zu können.

Der Eindruck wird so platziert, dass die tiefste Stelle der rechnerisch erzeugten Vorverformung an der tiefsten Stelle der gemessenen Vorbeule liegt ( $z = 5340 \text{ mm}$ ). Die Dicke der eindrückenden Scheibe wird mit  $t_s = 25 \text{ mm}$  gewählt.

Die Tiefe des Eindrucks wird an die gemessene lokale Vorbeule angepasst. Abbildung 4.46 zeigt dazu den Längsschnitt durch den  $180^\circ$ -Meridian. Im Bereich der Vorbeule ist die Größe der Vertiefung bezogen auf den Radius des best-fit-Zylinders dieser Probekörperhälfte und bezogen auf den Radius des Umfangsschnittes an der Lasteinleitungsplatte bei  $5500 \text{ mm}$  angegeben. Dieselben Bezugsschnitte sind in Abbildung 4.47 als Umfangsschnitte dargestellt. Die Schnitte verdeutlichen, dass das Ende des Probekörpers nahe der Lasteinleitungsplatte nicht zentral im best-fit-Zylinder liegt sondern etwas ausmittig. Der Probekörper ist in der Längsrichtung zum Auflager hin gekrümmt. Der Radius des best-fit-Zylinders ist daher keine geeignete Bezugsgröße für die Bestimmung der vorhandenen Eindringtiefe, weil dadurch nicht das ganze Ausmaß der Vertiefung erfasst wird. Deshalb wird die Eindringtiefe auf den Radius des Fußpunktes auf dem  $180^\circ$ -Meridian ( $z = 5500 \text{ mm}$ ) bezogen:  $\Delta w = \Delta w_1 + \Delta w_2 = 5,2 \text{ mm}$ . Durch diesen Bezug wird die tatsächliche Größe der Vertiefung im Verhältnis zur umliegende Mastwand erfasst.

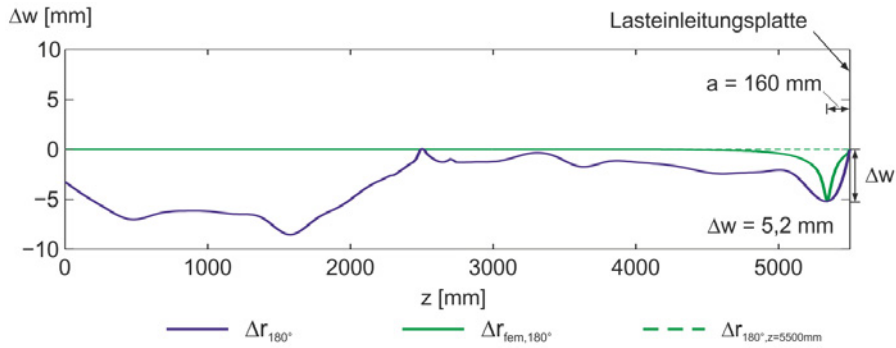


**Abbildung 4.46:** Bezugsradien zur Bestimmung der Eindringtiefe

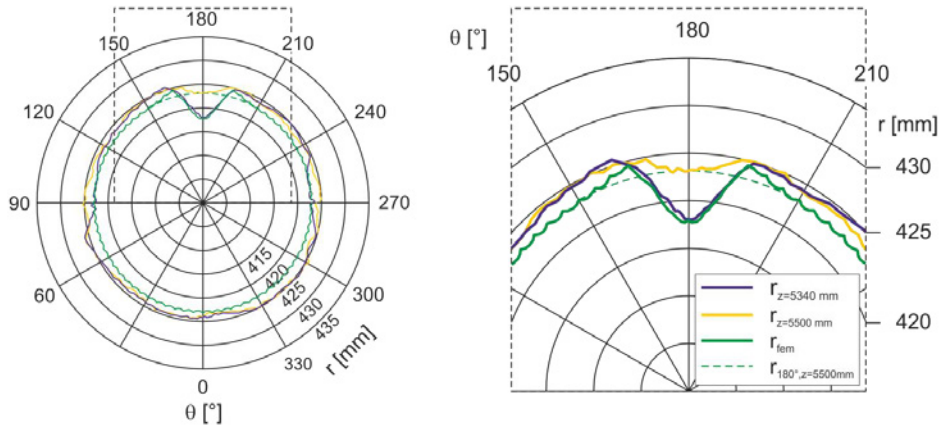


**Abbildung 4.47:** Querschnitt durch die Vorbeule ( $z = 5340 \text{ mm}$ ) und Querschnitt am Mastfuß ( $z = 5500 \text{ mm}$ ),  $r_{\text{best-fit}}$ , Probekörperhälfte 1

Abbildung 4.45 rechts zeigt die mit dem beschriebenen Konzept rechnerisch erzeugte Vorverformung. Die Darstellung des FE-Modells ist gekürzt. Sie zeigt aus Gründen der Übersichtlichkeit nur den untersten Abschnitt des Berechnungsmodells. Bereits aus diesem Verformungsplot wird deutlich, dass die rechnerisch erzeugte Vorverformung die wesentlichen Merkmale der gemessenen Vorverformung enthält. So sind die seitlich an die Vertiefung angrenzenden nach außen gerichteten Anteile des Verformungsbildes ebenso erkennbar wie der lang auslaufende, eingedrückte Bereich oberhalb der tiefsten Stelle.



**Abbildung 4.48:** Längsschnitt durch den 180°-Meridian: Messdaten und berechnete Vorverformung



**Abbildung 4.49:** Querschnitt durch die gemessene Vorbeule und die berechnete Vorbeule ( $z = 5340$  mm), Querschnitt am Mastfuß ( $z = 5500$  mm)

Abbildung 4.48 zeigt den Längsschnitt der Messdaten durch den 180°-Meridian zusammen mit dem Längsschnitt durch die Vorbeule des Berechnungsmodell aus Abbildung 4.45. Den zugehörigen Plot der Querschnitte an der tiefsten Stelle der Vorverformung ( $z = 5340$  mm) sowie den Bezugsquerschnitt am Mastfuß zeigt Abbildung 4.49.

Auch diese Darstellungen verdeutlichen, dass die rechnerisch erzeugte Vorverformung die wesentlichen Merkmale der gemessenen Vorverformung reproduziert. Bemerkenswert ist die gute Übereinstimmung zwischen den Messdaten und der rechnerisch ermittelten Vorverformung in der Darstellung der Querschnitte. Die be-



rechnete Vorverformung bildet den zentralen Bereich der Vorverformung sehr genau nach. Auch die nach außen gerichteten Mastwandanteile sind in Abbildung 4.49 gut erkennbar.

Der Längsschnitt in Abbildung 4.48 zeigt zunächst eine weniger deutliche Übereinstimmung. Die rechnerisch ermittelte Vorverformung erscheint durch die gewählte überhöhte Darstellung sehr lokal begrenzt. Tatsächlich erstreckt sich die Vorverformung jedoch auf eine Länge von ca. 650 mm. Der Längsschnitt der berechneten Vorverformung verläuft nahe des Tiefpunkts steiler und mit einer anderen Krümmung als die gemessene Vorverformung. Dennoch erfasst die rechnerisch ermittelte Verformung die Umlenkung der Kräfte in Längsrichtung durch den Versatz zwischen dem Radius am Mastfuß ( $z = 5500$  mm) und dem Radius am Tiefpunkt der Vorverformung ( $z = 5340$  mm). Der steilere Verlauf ist nicht nur das Ergebnis der gewählten Höhe der eindrückenden Scheibe ( $t = 25$  mm). Auch bei größeren Höhen stellt sich qualitativ der gleiche Verlauf ein.

Traglastberechnungen mit der beschriebenen rechnerisch ermittelten Vorverformung mit einer Vorbeultiefe  $\Delta w = 5,2$  mm zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der Traglast aus der Berechnung mit der gemessenen Geometrie der Probekörperhälfte 1 aus Abschnitt 4.4.1. Tabelle 4.11 zeigt eine Gegenüberstellung der berechneten Traglasten.  $M_{\text{gemessen},180^\circ}$  ist das Biegemoment aus der Berechnung mit der gemessenen imperfekten Geometrie bei der der  $180^\circ$ -Meridian in der Druckzone lag. Die beiden anderen Biegemomente wurden mit der beschriebenen Vorverformung  $\Delta w = 5,2$  mm berechnet.

**Tabelle 4.11:** Vergleich der Traglasten: Berechnung mit gemessener Geometrie und rechnerisch bestimmter Vorverformung

	M [kNm]	$\Delta M$ [%]	$M / M_{\text{el},r=424,3 \text{ mm}}$ [-]
$M_{\text{gemessen},180^\circ}$	518,8	-	0,864
$M_{z=5500\text{mm},180^\circ}$	497,8	-4,0	0,829
$M_{z=5500\text{mm},\text{mittel}}$	499,8	-3,7	0,832

Die Modelle, die diesen Berechnungen zu Grunde lagen unterscheiden sich geringfügig durch den Radius.  $M_{z=5500\text{mm},180^\circ}$  wurde mit dem Radius des Schnittes am Mastfuß ( $z = 5500 \text{ mm}$ ) in Richtung des  $180^\circ$ -Meridian berechnet ( $r_{z=5500\text{mm},180^\circ} = 423,1 \text{ mm}$ ). Aus dieser Berechnung stammen der Längs- und Querschnitt des Berechnungsmodells in Abbildung 4.48 und Abbildung 4.49.  $M_{z=5500\text{mm},\text{mittel}}$  wurde mit dem mittleren Radius des Querschnittes am Mastfuß berechnet ( $r_{z=5500\text{mm},\text{mittel}} = 424,3 \text{ mm}$ ).

Die Traglasten der Berechnungen mit der rechnerisch ermittelten Vorverformung liegen nur ca. 4% unter der Traglast der Berechnung mit der gemessenen Geometrie. Auch das Tragverhalten der Berechnungsmodelle, das durch ein stetiges Anwachsen der vorhandenen Vorverformung unter Last gekennzeichnet ist, stimmt bei den Berechnungen überein. Die rechnerisch ermittelte Vorverformung wirkt sich noch etwas ungünstiger auf die Traglast aus, als die tatsächlich vorhandenen Imperfektionen. Als Grund für diese Abweichung wird vermutet, dass die rechnerisch ermittelten Vorverformungen wirksamer sind, da sie nicht wie die Vorverformung der gemessenen Geometrie durch weitere vorhandene geometrische Imperfektionen beeinflusst werden. Zusätzlich ist der Krümmungsverlauf der rechnerisch ermittelten Vorverformung in Meridianrichtung steiler als bei der gemessenen Geometrie.

Die dargestellten Ausführungen zeigen, dass das beschriebene Anprallmodell mit der rechnerischen Ermittlung einer Vorverformung geeignet ist, die maßgebende geometrische Imperfektion der Probekörper abzubilden. Die weiteren Ausführungen in Abschnitt 5.2.6 zeigen darüber hinaus, dass das Modell in vielen Fällen auch ungünstiger ist, als herkömmliche Ansätze wie z.B. Eigenformen. Wegen der Anwendbarkeit dieses Modells auf runde und auch beliebige polygonale Querschnitte wird das Anprallmodell daher als geometrische Ersatzimperfektion bei den Traglastberechnungen auf einheitlicher numerischer Grundlage in Abschnitt 5.3 verwendet.

## 5 Traglastberechnung auf einheitlicher numerischer Grundlage

Ausgehend von den Ergebnissen der experimentellen und numerischen Untersuchungen der Kapitel 3 und 4 wird in diesem Kapitel ein numerisches Berechnungsmodell für die Ermittlung der Biegetragfähigkeit von Masten mit polygonalen Querschnitten mit beliebiger Kantenanzahl und runden Querschnitten abgeleitet. Dieses wird für Parameterstudien verwendet, in denen der Einfluss der Kantenanzahl und der Herstellqualität auf die Biegetragfähigkeit untersucht wird. Die numerisch berechneten Traglasten werden den Ergebnissen der Bauteilversuche gegenübergestellt. Abschließend erfolgt die Darstellung der erzielten Ergebnisse im Kontext mit den derzeit geltenden normativen Regelungen für die Bestimmung der Biegetragfähigkeit polygonaler und zylindrischer Querschnitte.

### 5.1 Parameterbereich

Der untersuchte Parameterbereich wird dem Anwendungsfall Stahlmaste für Fahr- und Freileitungen angepasst. Die Regelungen der DIN EN 50341-1 zur Bemessung polygonaler und runder Stahlmaste [27] umfassen den Schlankheitsbereich von  $d/t = 50$  bis  $d/t = 250$ . Deutlich schlankere Querschnitte sind wegen der geringen Ausnutzbarkeit des Materials i.d.R. unwirtschaftlich. Daher wird der Schlankheitsbereich auch nur bis auf  $d/t = 350$  erweitert. Die untere Grenze des untersuchten Schlankheitsbereichs wird mit  $d/t = 50$  beibehalten. Durch die numerischen Traglastberechnungen können in diesem Schlankheitsbereich auch die plastischen Tragreserven der gedrunenen Querschnitte dargestellt werden, die in den bestehenden Regelungen bisher nicht enthalten sind.

Hinsichtlich der Herstellqualität werden die Regelungen der DIN EN 1993-1-6 [25] für den numerisch gestützten Beulsicherheitsnachweis verwendet und sowohl auf die runden als auch auf die polygonalen Querschnitte übertragen (vgl. Abschnitt 5.2.6). D.h. die Größe der Imperfektionsamplituden  $\Delta w$  orientieren sich an den Vorgaben des Eurocodes für verschiedene Herstellqualitätsklassen.

## 5.2 Wahl eines Berechnungsmodells

Abbildung 5.1 zeigt das numerische Berechnungsmodell, welches auf der Grundlage der Ergebnisse der Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel gewählt wurde. Das Modell besteht aus einem Mastabschnitt mit Biegemomenten an den Enden. Der Querschnitt wird demnach über die gesamte Länge durch ein konstantes Biegemoment beansprucht. Das Versagen im GZT geht bei diesem Berechnungsmodell infolge der Bauteil- und Querschnittsverformungen unter Last immer von der Modellmitte aus. Dadurch ist der Ort für den Ansatz einer geometrischen Ersatzimperfection  $\Delta w$  eindeutig bestimmt. Die Eigenschaften dieses Berechnungsmodells werden in den folgenden Abschnitten ausführlich erläutert.

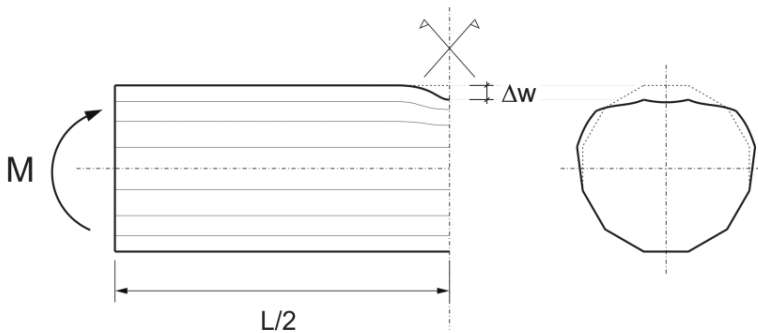


Abbildung 5.1: numerisches Berechnungsmodell

### 5.2.1 Beanspruchungsart und Randbedingungen

Die Beanspruchung des Mastmodells wird als konstante Momentenbeanspruchung aufgebracht. Die Parameterstudien zum Einfluss der Bauteillänge und der Randbedingungen in Abschnitt 4.2.4 zeigen, dass eine konstante Momentenbeanspruchung im Vergleich zum Lastfall Querkraftbiegung immer die ungünstigere Beanspruchung darstellt. Damit stellt dieses Modell auch eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung für querkraftbiegebeanspruchte Querschnitte dar. Zusätzlich sind die Berechnungsergebnisse des Modells mit dieser Beanspruchungsart unabhängig von der Art der Randbedingungen der Schale, da der versagensursächliche Ort ausreichend weit von den Rändern entfernt ist. Durch den Ansatz einer konstanten Momentenbeanspruchung wird somit die größtmögliche Allgemeingültigkeit und Übertragbarkeit der Berechnungsergebnisse erreicht.

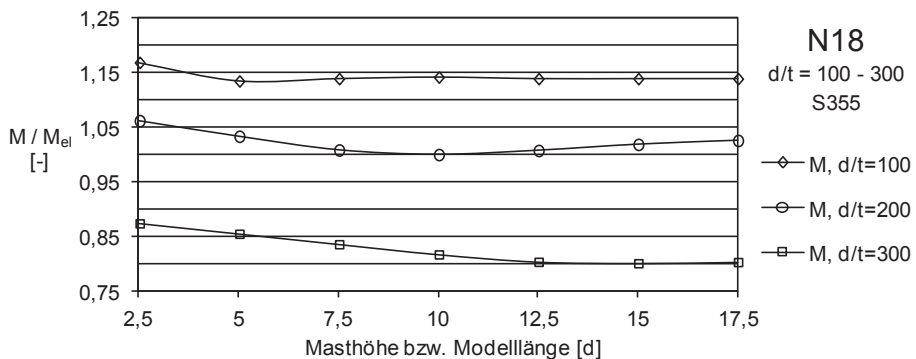
## 5.2.2 Belastungsrichtung

Als Belastungsrichtung wird auf der Grundlage der Untersuchungen in Abschnitt 4.2.2 das Moment „parallel“ gewählt d.h. es liegt immer eine Seitenfläche im am höchsten druckbeanspruchten Querschnittsteil. Diese Beanspruchungsrichtung ist für alle Kantenanzahlen geringfügig ungünstiger als die Beanspruchungsrichtung Moment „über Eck“.

## 5.2.3 Modelllänge

Für die Bestimmung der Bauteillänge des numerischen Berechnungsmodells werden ergänzend zu den Untersuchungen in Abschnitt 4.2.4 weitere Vergleichsrechnungen durchgeführt.

In den numerischen Untersuchungen in Abschnitt 4.2.4 wurde am Beispiel von Masten mit polygonalen Querschnitten mit 6 und 18 Kanten gezeigt, dass es einen Längeneinfluss bei der Traglastberechnung von Masten mit konstanter Momentenbeanspruchung gibt. Die Verläufe der Biegemomente in Abhängigkeit der Bauteillänge in Abbildung 4.21 und Abbildung 4.24 verdeutlichen, dass dieser Effekt bei Querschnitten mit einer hohen Kantenanzahl stärker ausgeprägt ist als bei Querschnitten mit geringer Kantenanzahl. Daher werden für das Beispiel N18 weitere Schlankheiten untersucht.



**Abbildung 5.2:** Biegetragfähigkeit  $M$  in Abhängigkeit der Masthöhe  $h$  (N18,  $d/t = 100$ ,  $200$  u.  $300$ ) bei konstanter Momentenbeanspruchung

In Abbildung 5.2 sind die Verläufe der Biegetragfähigkeit  $M$  in Abhängigkeit der Bauteillänge für die Schlankheiten  $d/t = 100, 200$  und  $300$  dargestellt. Die Werte sind auf die elastische Momententragfähigkeit  $M_{el}$  bezogen. Die Modelllänge ist als Vielfaches des Durchmessers ausgewiesen. Alle drei Kurven zeigen qualitativ den gleichen Verlauf, d.h. es gibt für jede Kurve eine Bauteillänge, bei der die Biegetragfähigkeit minimal wird. Diese ungünstigste Länge ist für jede Schlankheit unterschiedlich.

Im Hinblick auf eine Vereinfachung des Berechnungsmodells wird auf dieser Grundlage eine einheitliche Länge von  $10d$  für das numerische Berechnungsmodell für alle Schlankheiten  $d/t$  gewählt. Diese Länge stellt für Querschnitte mit einer Schlankheit von  $d/t = 200$  den ungünstigsten Fall dar. Für alle anderen Schlankheiten wird die geringste mögliche Biegetragfähigkeit durch diese Festlegung um nicht mehr als ca. 2,0 % überschätzt.

#### 5.2.4 Konizität

Für das Berechnungsmodell wird immer eine konstante Querschnittsgröße über die gesamte Modelllänge vorausgesetzt. Die Konizität bleibt unberücksichtigt. Für konische Bauteile mit konstanter Biegemomentenbeanspruchung stellt das Berechnungsmodell damit eine konservative Abschätzung dar, solange die kleinste Querschnittsgröße für die Berechnung zu Grunde gelegt wird.

Für querkräftbiegebeanspruchte Mastbauteile führt das Berechnungsmodell mit konstanter Momentenbeanspruchung zu einer konservativen Abschätzung der Biegetragfähigkeit solange die kritische Masthöhe  $h_{krit}$ , bei der es zu einer Verlagerung des traglastbestimmenden Querschnittsbereichs verbunden mit einer Verminderung der Biegetragfähigkeit kommen kann, nicht überschritten wird. Durch die Einhaltung der in Abschnitt 4.2.5 angegebenen Grenzwerte für  $h_{krit}$  kann der traglastvermindernde Einfluss der Konizität ausgeschlossen werden.

#### 5.2.5 Biegerollenradius der Kanten

Um eine größtmögliche Übertragbarkeit der Ergebnisse des Berechnungsmodells zu gewährleisten sollen die Ergebnisse nicht von der Vorgabe eines bestimmten Biegerollenradius abhängig sein. Der Biegerollenradius wird in der Modellbildung daher mit einem sehr kleinen Wert von  $r = 0,025 d$  berücksichtigt. Dadurch soll der zu günstige und unrealistische Einfluss mehrerer perfekt spitzer Ecken vermieden

werden. Die Abweichung der Berechnungsergebnisse, die sich aus diesem Vorgehen gegenüber den Querschnitten mit Biegeradien von  $r = 0$  (spitze Ecke) bis  $r = 0,075 d$  ergeben, können daher positiv als auch negativ sein, betragen jedoch in allen Fällen weniger als 2,4 % (vgl. Abschnitt 4.2.3).

## 5.2.6 Geometrische Ersatzimperfektionen

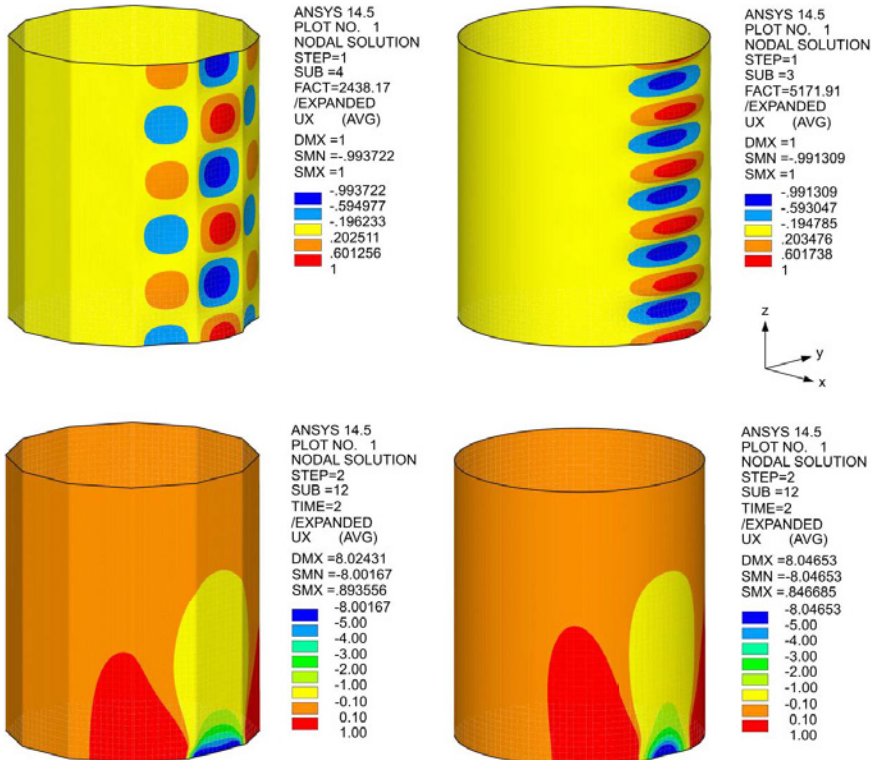
Bei den numerischen Berechnungen mit dem Mastmodell (Abbildung 5.1) soll der Einfluss von geometrischen und strukturellen Imperfektionen durch den Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen berücksichtigt werden.

Dazu ist eine Imperfektionsform festzulegen, die zum einen realistisch ist und zum anderen die Ungünstigste für die vorliegende Berechnungsaufgabe darstellt. Auf der Grundlage der Untersuchungen zu den vorhandenen geometrischen Imperfektionen an den Probekörpern in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 wurde der Imperfektionsansatz „Anprall“ entwickelt, der sich aus der ungünstigsten vorhandenen Vorverformung der untersuchten Probekörper ableitet.

Bei diesem Imperfektionsansatz wird dem numerischen Modell in einem ersten Berechnungsschritt, der der eigentlichen Traglastberechnung vorausgeht, eine Eindrückung zugefügt. Ein wesentlicher Vorteil dieses Ansatzes ist die Möglichkeit der Übertragbarkeit auf beliebige Querschnittsformen und eine Vorverformung die sich in Abhängigkeit der vorhandenen Struktursteifigkeiten ausbildet. Da auf Grundlage der Untersuchungen in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 jedoch nicht bestimmt werden kann, ob dies tatsächlich in allen Fällen die ungünstigste Vorverformung ist, wird im Folgenden die Eignung dieses Imperfektionsansatzes überprüft.

Anhand von Vergleichsrechnungen mit dem Imperfektionsansatz „Anprall“ und dem in vielen Fällen sehr ungünstigen Vorverformungsansatz der 1. Eigenform infolge einer Biegemomentenbeanspruchung, als Ergebnis einer linear elastischen Verzweigungslastberechnung, wird überprüft, ob sich der Imperfektionsansatz „Anprall“ auch im Vergleich mit dem Imperfektionsansatz Eigenform als der Maßgebende erweist. Abbildung 5.3 zeigt diese beiden Imperfektionsansätze am Beispiel eines polygonalen Querschnitts mit 12 Kanten und einem zylindrischen Querschnitt mit einer Schlankheit von  $d/t = 100$ . Der größte Durchmesser der Querschnitte beträgt jeweils  $d = 800$  mm. Die Darstellungen zeigen den Mastabschnitt, der unmittelbar an die Symmetrieachse des Berechnungsmodells

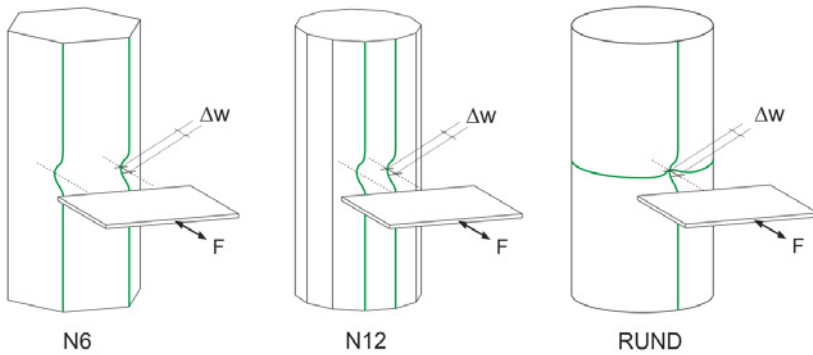
(Abbildung 5.1) angrenzt. Die dargestellte Länge beträgt 1 m. Der Fußpunkt der dargestellten Mastabschnitte liegt in der Symmetrieebene des Berechnungsmodells. Die Biegung erfolgt um die dargestellte y-Achse.



**Abbildung 5.3:** Imperfektionsansatz Eigenform (oben) und Imperfektionsansatz Anprall (unten) am Beispiel N12 und RUND ( $d/t = 100$ ,  $d = 800$ )

Für beide Ansätze wird jeweils die gleiche Vorbeultiefe  $\Delta w$  angesetzt. Im Fall des Imperfektionsansatzes „Anprall“ ist dies die Tiefe der Eindrückung des äußersten Meridians im Druckbereich (Zylinder) oder die Tiefe der Eindrückung der äußersten Kanten (Polygon). Die Übertragung des Imperfektionsansatzes „Anprall“ auf polygonale Querschnittsformen und die maßgebenden Stellen für die Bestimmung der Eindrücktiefe sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Im Fall des Imperfektionsansatzes 1. Eigenform werden die Knotenverschiebungen der Eigenform so skaliert, dass die größte Amplitude der Vorbeulen gerade  $\Delta w$  beträgt, da die Eigenform sowohl nach innen als auch nach außen gerichtete Knotenverschiebungen aufweist.





**Abbildung 5.4:** Übertrag des Imperfektionsansatzes „Anprall“ auf polygonale Querschnitte

Die Größe der anzusetzenden Vorbeultiefen  $\Delta w$  werden nach DIN EN 1993-1-6 Abschnitt 8.7.2 [25] bestimmt. Dieser Abschnitt regelt die Vorbeultiefe  $\Delta w_{0,eq}$  einer Ersatzimperfection für den numerisch gestützten Beulsicherheitsnachweis mittels globaler GMNIA-Berechnung. Nach [25] ist die größere der beiden Imperfectionsamplituden  $\Delta w_{0,eq}$  zu berücksichtigen. Diese werden im Folgenden auf die Dicke  $t$  der Mastwand bezogen:

$$\Delta w_{0,eq,1} = l_{gx} \cdot U_{n1} \text{ [mm]} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta w_{0,eq,1}}{t} = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot U_{n1} \cdot \sqrt{\frac{d}{t}} \text{ [-]} \quad (5.1)$$

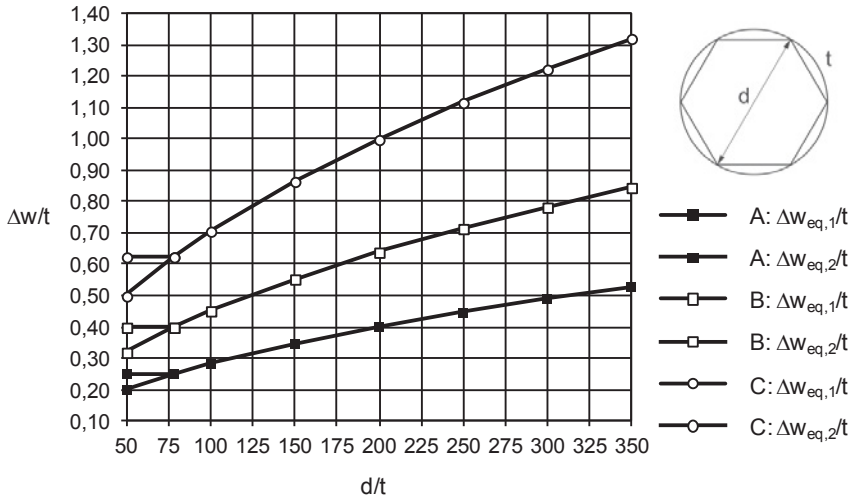
$$\Delta w_{0,eq,2} = 25 \cdot t \cdot U_{n2} \text{ [mm]} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta w_{0,eq,2}}{t} = 25 \cdot U_{n2} \text{ [-]} \quad (5.2)$$

mit:

$$U_{n1,A} = U_{n2,A} = 0,010 ; U_{n1,B} = U_{n2,B} = 0,016 ; U_{n1,C} = U_{n2,C} = 0,025$$

Die Gleichung (5.1) verdeutlicht, dass die bezogene Amplitude der Ersatzimperfection  $\Delta w_{0,eq,1}/t$  eine Funktion der Schlankheit  $d/t$  ist. Dies trägt der Erfahrung Rechnung, dass bei schlankeren Bauteilen größere Vorverformungen zu erwarten sind als bei gedrungeneren Bauteilen [69]. Gleichung (5.2) stellt sicher, dass eine Mindestgröße für die Amplitude der Ersatzimperfection angesetzt wird und berücksichtigt, dass die Amplituden der Vorverformungen dickwandiger Schalenkonstruktionen erfahrungsgemäß nur noch von der Wanddicke  $t$  abhängig sind [76].

Abbildung 5.5 verdeutlicht grafisch den Zusammenhang zwischen der Bauteilslankheit  $d/t$  und der bezogenen Ersatzimperfectionsamplitude  $\Delta w/t$  für die Herstelltoleranz-Qualitätsklassen (HTQK) A: exzellent, B: hoch und C: normal.



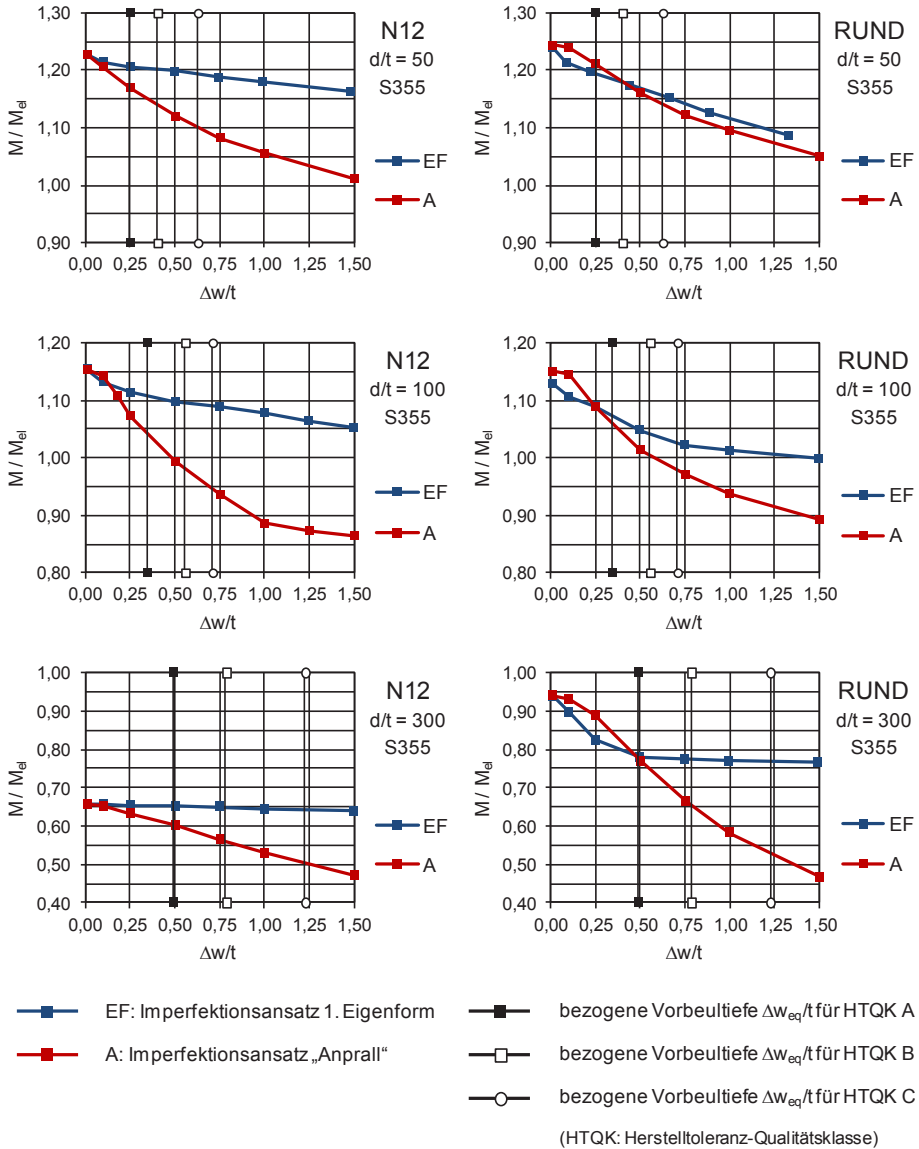
**Abbildung 5.5:** Amplituden der Ersatzimperfection  $\Delta w_{0,eq}$  für die Herstelltoleranz-Qualitätsklassen C: normal, B: hoch und A: exzellent

Abbildung 5.6 zeigt die Ergebnisse der Vergleichsrechnungen mit den Imperfektionsansätzen Eigenform und Anprall am Beispiel von runden Querschnitten und polygonalen Querschnitte mit 12 Kanten. Für die vergleichenden Betrachtungen wurden die Schlankheitsgrade  $d/t = 50, 100$  und  $300$  gewählt. Diese decken den relevanten Schlankheitsbereich ab. Die Vorbeultiefen variieren von  $\Delta w/t = 0,01$  bis  $1,5$ .

Die Ergebnisse der Traglastberechnungen mit den verschiedenen Imperfektionsansätzen in Abbildung 5.6 verdeutlichen, dass der Imperfektionsansatz „Anprall“ ab einer bestimmten Vorbeultiefe  $\Delta w/t$  immer den ungünstigeren Vorverformungsansatz darstellt. Sowohl bei den polygonalen Querschnitten als auch bei den runden Querschnitten führt die aufgebrachte Eindrückung zu deutlich niedrigeren Traglasten als die Vorverformungen der Eigenform.

Auffällig ist, dass die Vorverformungen der Eigenform bei den polygonalen Querschnitten einen deutlich geringeren Einfluss auf die Traglast haben als bei den runden Querschnitten. Auch mit zunehmender Vorbeultiefe  $\Delta w$  wirkt sich die ska-

lierte Eigenform bei den polygonalen Querschnitten nicht in gleichem Maße auf die Entwicklung der Biegetragfähigkeit aus.



**Abbildung 5.6:** Vergleich der Imperfektionsansätze Eigenform und Anprall: bezogene Biegetragfähigkeiten in Abhängigkeit von  $\Delta w/t$

Der Grund dafür ist, dass die Vorverformungen der Eigenform, insbesondere bei schlanken Querschnitten, fast ausschließlich aus Vorverformungen der Seitenflächen bestehen, die Kanten jedoch unverformt verbleiben (Abbildung 5.3). Da diese im GZT die Tragfähigkeit der polygonalen Querschnitte bestimmen, wirken sich die Vorverformungen der Flächen auch bei zunehmenden Vorbeultiefen  $\Delta w$  kaum auf die Tragfähigkeit aus.

In Abbildung 5.6 sind zusätzlich die anzusetzenden bezogenen Imperfektionsamplituden  $\Delta w_{eq}/t$  für die verschiedenen Herstelltoleranz-Qualitätsklassen eingezeichnet. Die Linien verdeutlichen, dass in allen untersuchten Schlankheitsbereichen unter Berücksichtigung der bemessungsrelevanten Vorbeulamplituden  $\Delta w/t$  die Vorverformungen der Anprallberechnung maßgebend werden. Einzige Ausnahme sind die gedrungenen runden Querschnitte ( $d/t = 50$ ), hier wirkt sich die Vorverformung der Eigenform für die Vorbeulamplitude der HTQK A geringfügig ungünstiger aus. Der Unterschied zwischen den Traglasten der Berechnungen mit verschiedenen Imperfektionsansätzen beträgt im Bereich der relevanten Vorbeultiefen jedoch lediglich maximal 1,4 %. Außerdem kann hier die Frage gestellt werden, inwieweit Vorverformungen einer elastischen Verzweigungslastberechnung überhaupt relevant sind für sehr gedrungene Querschnitte, deren GZT durch das Plastizieren großer Querschnittsteile gekennzeichnet ist [51].

In den Traglastberechnungen auf einheitlicher numerischer Grundlage werden daher für alle Querschnittsformen und Schlankheitsbereiche die Vorverformungen einer Anprallberechnung als Ersatzimperfektion angesetzt. Für die Vorverformung der traglastrelevanten Kanten bzw. des äußersten Meridians werden die bezogenen Amplituden  $\Delta w/t$  der Herstelltoleranz-Qualitätsklassen A und B nach Abbildung 5.5 berücksichtigt.

### 5.2.7 Materialmodell

Auf der Grundlage der Untersuchungen in den Abschnitten 4.3.3 und 4.3.4 wird für die numerischen Berechnungen ein bilineares Werkstoffgesetz gewählt. Mögliche Werkstoffverfestigungen bleiben damit unberücksichtigt. Diese Vorgehensweise stellt die größtmögliche Übertragbarkeit der Ergebnisse sicher, da keine Anforderungen an die Materialeigenschaften hinsichtlich der Verfestigungseigenschaften gestellt werden. Zur Verbesserung der Stabilität der numerischen Berechnung wird ein minimaler Verfestigungsmodul von  $E_n = E/10000$  angesetzt, der die Höhe der

Traglast nicht beeinflusst. Alle Berechnungen werden für einen Stahl mit einer Streckgrenze von  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  durchgeführt.

**Tabelle 5.1:** Rechenwerte der Materialeigenschaften

E-Modul:	$E = 210000 \text{ N/mm}^2$
Streckgrenze:	$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$
Dehnung bei Fließbeginn:	$\varepsilon_y = 355 / 210000 = 0,00169$
Verfestigungsmodul:	$E_n = E/10000 = 210 \text{ N/mm}^2$

### 5.2.8 Numerisches Modell

Ausgehend von den Untersuchungen in den Abschnitten 4.1.1 und 4.1.2 werden die Modelleigenschaften wie folgt gewählt:

**Tabelle 5.2:** Eigenschaften des numerischen Berechnungsmodells

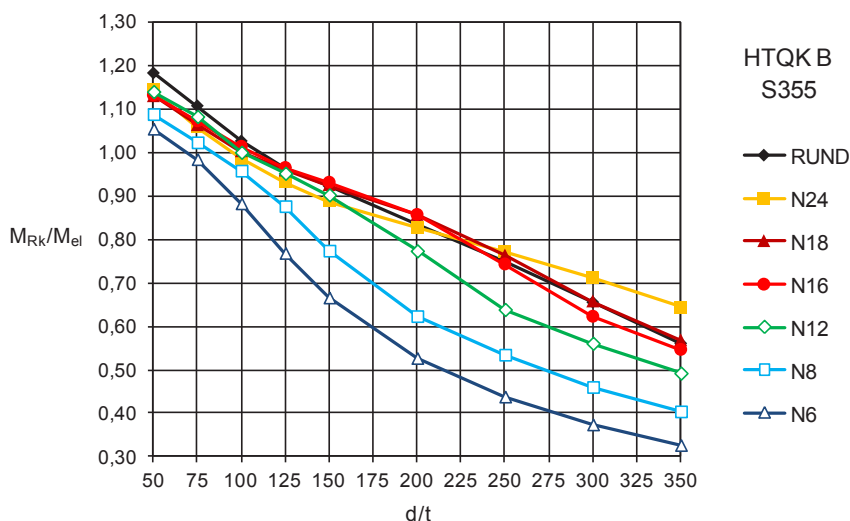
Elementtyp:	8-knotiges Schalenelement SHELL281
Elementgröße:	ca. 20 mm bei $d = 800$
Lastschrittweite:	ca. $M_{\max} / 250$

## 5.3 Traglastberechnungen auf einheitlicher Bemessungsgrundlage

Ziel der Traglastberechnungen auf einheitlicher Bemessungsgrundlage ist es, sowohl Maste mit polygonalen Querschnitten mit beliebiger Kantenanzahl als auch zylindrische Maste unter den gleichen Randbedingungen zu untersuchen. Dies soll dadurch gewährleistet werden, dass die Traglasten numerisch, d.h. losgelöst von beschränkenden Bemessungskonzepten berechnet werden. Der zweite wesentliche Aspekt dieser Berechnungen ist der Ansatz einer geometrischen Ersatzimperfektion, die sowohl die polygonalen Querschnitte als auch zylindrische Querschnitte auf vergleichbare Art und Weise „vorschädigt“. Dadurch soll der Einfluss geometrischer und struktureller Imperfektionen auf die Biegetragfähigkeit berück-

sichtigen werden. Die Ersatzimperfektionsform „Anprall“ soll dies durch die Vorverformung der jeweils maximal druckbeanspruchten Kanten bzw. des am höchsten druckbeanspruchten Meridians sicherstellen.

Abbildung 5.7 zeigt die Ergebnisse der Traglastberechnungen auf Grundlage des in den vorausgegangenen Kapiteln und Abschnitten entwickelten einheitlichen Bemessungskonzepts für die HTQK B. Das Diagramm zeigt die bezogenen Biegetragfähigkeiten der Maste mit Kantenanzahlen von 6, 12, 18, 24 und runden Querschnitten im Schlankheitsbereich  $d/t = 50 - 350$ . Die Werte der Biegetragfähigkeit sind auf das elastische Grenzmoment nach der Balkentheorie  $M_{el}$  bezogen.



**Abbildung 5.7:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{el}$ : N6 – RUND, HTQK B,  $d/t = 50 - 350$

Die wichtigste Erkenntnis aus diesem Diagramm ist, dass Querschnitte mit einer hohen Kantenanzahl, hier 18 und 24 Kanten, über nahezu den gesamten betrachteten Schlankheitsbereich eine sehr ähnliche Biegetragfähigkeit aufweisen wie runde Querschnitte. Diese Erkenntnis bestätigt die Erwartung, dass geometrisch sehr ähnliche Querschnitte bei Anwendung einer einheitlichen und vergleichbaren Bemessungsgrundlage auch zu ähnlichen Biegetragfähigkeiten führen. Das numerische Modell ist demnach in der Lage den Übergang im Tragverhalten von einem polygonalen Querschnitt mit beliebiger Kantenanzahl zu einem runden Querschnitt darzustellen.

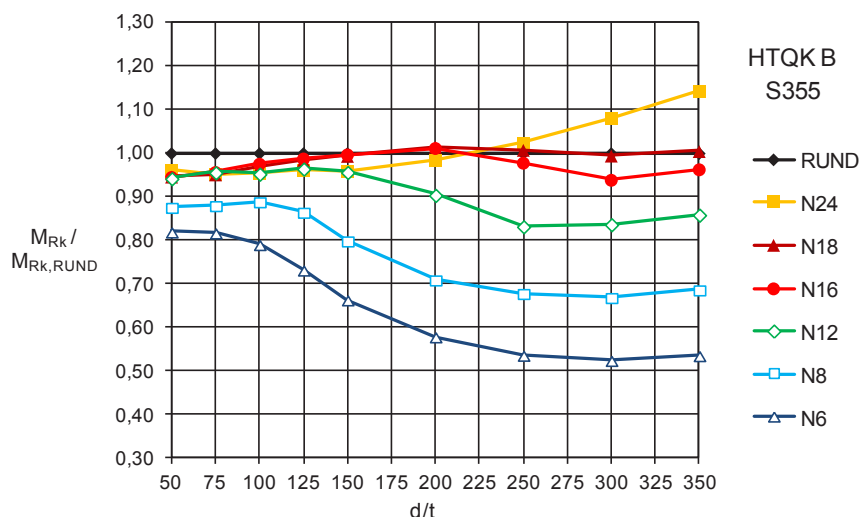
Ebenfalls der Erwartung folgend ist zu erkennen, dass Querschnitte mit geringerer Kantenanzahl, hier 6 Kanten, auch zu geringeren bezogenen Biegetragfähigkeiten führen. Überraschend ist die Erkenntnis, dass Querschnitte mit 12 Kanten ab einem Schlankheitsgrad von 150 und niedriger bereits einen vergleichbaren maximalen Ausnutzungsgrad erreichen können wie die Querschnitte mit höherer Kantenanzahl.

In der dargestellten Kurvenschar können zwei Kurventypen identifiziert werden, die die Grenzfälle plattenartiges Tragverhalten und schalenartiges Tragverhalten repräsentieren. Dies lässt sich am Beispiel der Kurven für N6 und N18 verdeutlichen: die Krümmung der Kurve N6 nimmt im Schlankheitsbereich von 350 bis ca. 100 stetig zu, während die Krümmung der Kurve N18 in etwa im gleichen Bereich mit abnehmender Schlankheit geringer wird. Die Krümmung der Kurven oberhalb von  $d/t = 100$  weisen einen anderen Trend auf, u.a. weil die Entwicklung der angesetzten Vorbeultiefe  $\Delta w$  in diesem Bereich nicht mehr stetig verläuft (vgl. Abbildung 5.5). Die Verläufe der Kurven der bezogenen Biegetragfähigkeit für N6 und N18 in Abbildung 5.7 können bildhaft als s-förmig mit entgegengesetztem Krümmungsverlauf beschrieben werden.

Der Verlauf der Kurve N6 folgt im Schlankheitsbereich  $d/t = 350 - 100$  qualitativ der Entwicklung des elastischen Widerstandsmoments  $W_{el}$  und damit auch der Bezugsgröße  $M_{el}$ . Die Längsspannungsverteilung auf der druckbeanspruchten Seite ist im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei dieser Querschnittsform stark durch die über den Umfang veränderliche Längssteifigkeit als Folge der Gliederung in Kanten und Seitenflächen geprägt (vgl. Abbildung 4.14). Dementsprechend ist die Ausnutzbarkeit des Querschnitts sehr gering. Die abnehmende Querschnittsschlankheit führt zu einer Reduzierung der Größe der Ausfallflächen und damit zu der deutlich ansteigenden Ausnutzbarkeit.

Im Gegensatz dazu ist der Spannungsverlauf der Querschnitte mit 18 Kanten gleichmäßiger über den Umfang verteilt. D.h. ein deutlich größerer Teil des Querschnitts wirkt mit und es gibt geringe Spannungsspitzen im Bereich der Kanten auf der druckbeanspruchten Querschnittsseite. Dadurch sind bereits im Bereich großer Schlankheiten hohe Ausnutzbarkeiten möglich, die mit abnehmender Schlankheit nicht in gleichem Maße zunehmen. In der Kurve für  $M/M_{el}$  in Abbildung 5.7 wird dies durch den mit abnehmender Schlankheit abflachenden Verlauf deutlich.

In Abbildung 5.7 wird in erster Linie die Ausnutzbarkeit der Querschnitte verdeutlicht. Aussagen über die tatsächliche Biegetragfähigkeit der Querschnitte sind hier nicht direkt möglich. Ergänzend dazu zeigt das Diagramm in Abbildung 5.8 daher die rechnerisch bestimmten Biegetragfähigkeiten  $M_{Rk}$  der verschiedenen gekanteten Querschnitte bezogen auf  $M_{Rk,RUND}$ .



**Abbildung 5.8:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{Rk,RUND}$ : N6 – RUND, HTQK B,  $d/t = 50 - 350$

Das Diagramm verdeutlicht, dass Querschnitte mit 6 Kanten auch bei geringsten Schlankheiten nur maximal 82% der Biegetragfähigkeit eines runden Querschnitts mit gleichem  $d/t$ -Verhältnis erreichen können.

Bei höheren Kantenanzahlen zeigt sich, dass polygonale Querschnitte bereits mit 12 Kanten im Bereich geringer Querschnittsschlankheiten ( $d/t \leq 150$ ) Biegetragfähigkeiten erreichen, die auch durch zusätzliche Kanten nur noch um einzelne Prozent gesteigert werden können. Die Biegetragfähigkeiten der polygonalen Querschnitte mit 12 und mehr Kanten betragen in diesem Schlankheitsbereich zwischen 94 % und 99 % der Biegetragfähigkeit der runden Querschnitte. Die runden Querschnitte stellen bei diesen geringen Querschnittsschlankheiten das Optimum hinsichtlich der maximal möglichen Biegetragfähigkeit dar.

Im Bereich schlanker Querschnitte ( $d/t \geq 150$ ) sind mit polygonalen Querschnitten mit Kantenanzahlen von 18 und größer auch Traglasten möglich, die oberhalb der

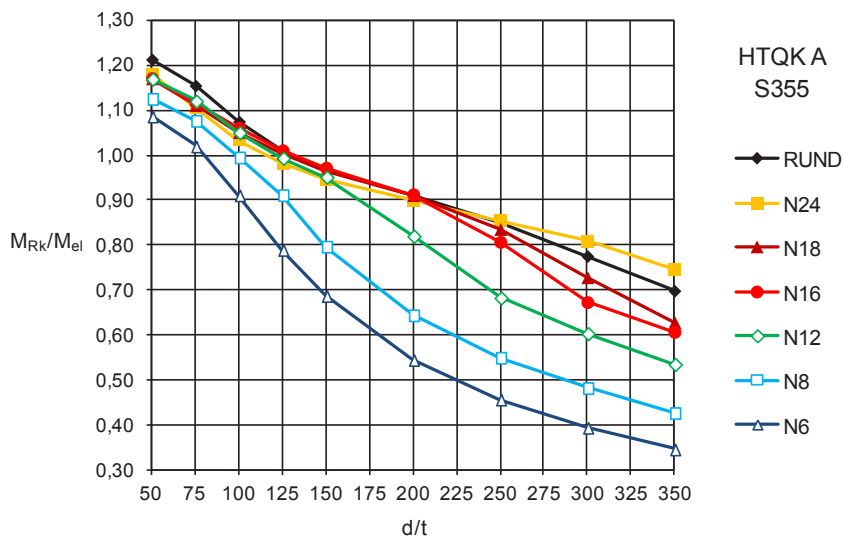


Biegetragfähigkeit runder Querschnitte liegen. Der Einfluss der Kanten ist jedoch uneinheitlich, d.h. eine Erhöhung der Kantenanzahl führt nicht zwangsläufig immer auch zu höheren Biegetragfähigkeiten. Signifikante Unterschiede ergeben sich vor allem im Schlankheitsbereich  $d/t = 350$  zwischen einem polygonalen Querschnitt mit 24 Kanten und dem entsprechenden runden Querschnitt. Der Grund für die höhere Biegetragfähigkeit des Querschnitts mit 24 Kanten sind die Kanten im Druckbereich, die die Entwicklung der lokalen Querschnittsverformungen unter Last (Vorbeulverformungen) beeinflussen. Sie wirken stützend, sodass der Querschnitt erst bei einem höheren Lastniveau versagt.

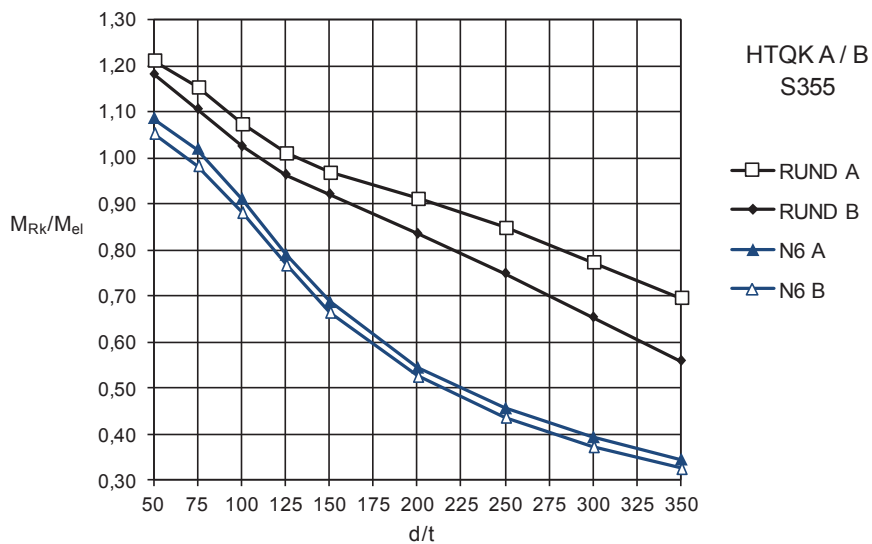
Bei einem Querschnitt mit 18 Kanten wirken sich die Kanten nicht in gleichem Maße aus, da auch die Abstände der Kanten darüber entscheiden, in welchem Umfang sich die aufgebrachte Vorverformung im GZT auswirken. Bei einem Querschnitt mit 24 Kanten werden ebenso wie bei einem Querschnitt mit 18 Kanten die zwei äußersten Kanten durch Eindrücken vorverformt (vgl. Abbildung 5.4). Bei einem Querschnitt mit 24 Kanten stehen im Druckbereich jedoch in geringem Abstand benachbarte Kanten zur Verfügung die die Vorverformung der äußersten Kanten teilweise kompensieren können. Bei einem Querschnitt mit 18 Kanten sind die benachbarten Kanten zu den vorverformten Kanten weiter entfernt, und damit nicht in gleichem Maße wirksam.

Dies ist auch eine Erklärung für die etwas unterschiedlichen Verläufe der Entwicklung der bezogenen Biegetragfähigkeiten zwischen dem polygonalen Querschnitt mit 16 und 18 Kanten und dem Querschnitt mit 24 Kanten im gesamten untersuchten Schlankheitsbereich in Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8.

Ergänzend zu den bisherigen Betrachtungen wird in Abbildung 5.9 die bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk} / M_{el}$  für alle Querschnittsformen N6 bis RUND für eine höhere Herstellqualität dargestellt. Der Berechnung der Biegetragfähigkeiten  $M_{Rk}$  liegen die Annahmen für die Vorbeulamplitude  $\Delta w$  der HTQK A zu Grunde (vgl. Abbildung 5.5). Die Diagramme der Abbildung 5.7 und Abbildung 5.9 zeigen qualitativ einen sehr ähnlichen Verlauf. Durch den Ansatz der kleineren Vorbeulamplituden wird teilweise eine deutlich höhere Biegetragfähigkeit erzielt. Den direkten Vergleich zwischen den HTQK A und B zeigt Abbildung 5.10 am Beispiel der polygonalen Querschnitte mit 6 Kanten und runden Querschnitten.



**Abbildung 5.9:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{el}$ : N6 – RUND, HTQK A,  $d/t = 50 - 350$



**Abbildung 5.10:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{el}$ : N6 u. RUND, HTQK A u. B,  $d/t = 50 - 350$

Deutlich erkennbar ist die unterschiedliche Empfindlichkeit dieser Querschnittsformen gegenüber den angesetzten Ersatzimperfektionen. Während der Unterschied

zwischen den Biegetragfähigkeiten der HTQK A und B bei den 6-kantigen Querschnitten über den gesamten Schlankheitsbereich nahezu konstant ist und im Mittel 3,7 % beträgt, wirken sich die verschiedenen Vorbeutiefen bei den runden Querschnitten deutlicher auf die Biegetragfähigkeit aus. Die Biegetragfähigkeiten der HTQK A liegen zwischen 2,6 % und 18,4 % über denen der HTQK B.

## 5.4 Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastberechnungen mit den Bauteilversuchen

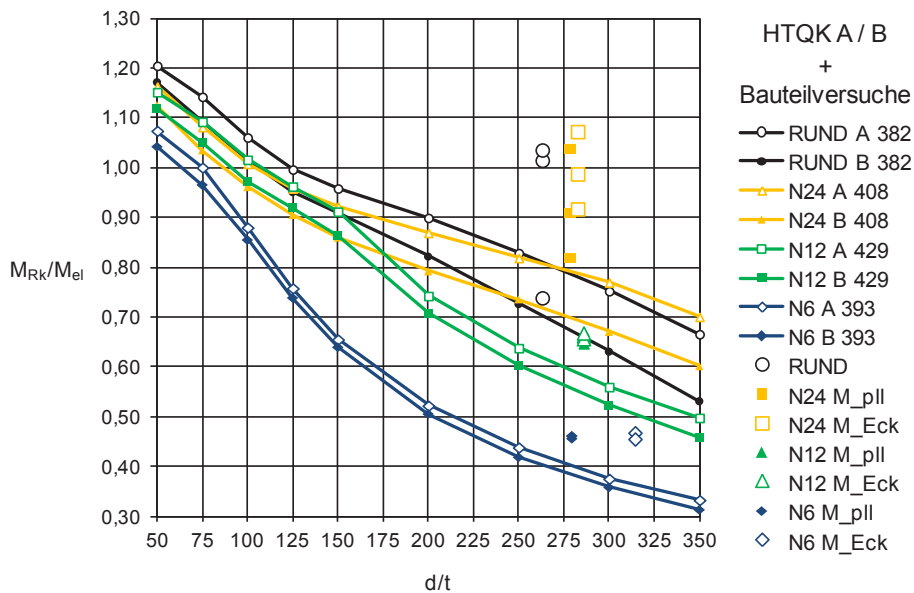
In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Traglastberechnungen den Ergebnissen der Bauteilversuche gegenübergestellt. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse soll wie bei den vorherigen Darstellungen der Ergebnisse der Traglastberechnungen ebenfalls in Form von bezogenen Biegetragfähigkeiten  $M/M_{el}$  erfolgen, die über der Bauteilschlankheit  $d/t$  aufgetragen werden.

Die bezogenen Biegetragfähigkeiten der Bauteilversuche der Probekörper mit 6, 12 und 24 Kanten sowie die bezogenen Biegetragfähigkeiten der runden Probekörper sind in Tabelle 3.12 angegeben. Diese Ergebnisse sind von den tatsächlich vorhandenen, gemessenen Streckgrenzen der Materialien der Probekörper abhängig, die teilweise deutlich höher sind als die Streckgrenze  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ , die den bisherigen Traglastberechnungen zu Grunde liegt (vgl. Tabelle 3.11). Um einen aussagekräftigen Vergleich zwischen den in den Bauteilversuchen erzielten Tragfähigkeiten und den numerisch berechneten Traglasten zu ermöglichen, können die Versuchsergebnisse daher nicht einfach den Traglastberechnungen aus dem vorherigen Abschnitt gegenübergestellt werden ohne die höheren Streckgrenzen zu berücksichtigen.

Die bezogenen Biegetragfähigkeiten werden daher für jede untersuchte Querschnittsform neu berechnet. Für die Traglastberechnungen einer Querschnittsform wird jeweils die Streckgrenze des Probekörpers verwendet, der die geringste bezogene Biegetragfähigkeit der Bauteilversuche dieser Gruppe aufweist (vgl. Tabelle 3.11 und Tabelle 3.12). Die verwendeten, experimentell bestimmten Streckgrenzen für die Traglastberechnungen sind  $f_y = 393 \text{ N/mm}^2$  für N6,  $f_y = 429 \text{ N/mm}^2$  für N12,  $f_y = 408 \text{ N/mm}^2$  für N24 und  $f_y = 382 \text{ N/mm}^2$  für die runden Probekörper.

Abbildung 5.11 zeigt die so ermittelten bezogenen Biegetragfähigkeiten der Traglastberechnungen für HTQK A und B zusammen mit den Ergebnissen der Bauteilversuche. Die Ergebnisse der Bauteilversuche an polygonalen Mastabschnitten

werden mit eckigen Symbolen dargestellt. Die ausgefüllten Symbole stellen die Ergebnisse der Prüfrichtung „Moment parallel“ dar, die leeren Symbole die Ergebnisse der Prüfrichtung „Moment ü. Eck“. Die Ergebnisse der Bauteilversuche an den runden Mastabschnitten werden mit Kreisen dargestellt.



**Abbildung 5.11:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{ei}$ : N6, N12, N24 u. RUND, HTQK A u. B zusammen mit den Ergebnissen der eigenen Bauteilversuche

Abbildung 5.11 zeigt, dass die berechneten Traglastkurven der HTQK B in allen Fällen eine sichere Abschätzung der Biegetragfähigkeit der im Bauteilversuch geprüften polygonalen und runden Probekörper ermöglichen. Bei den Probekörpern mit polygonalen Querschnitten wäre auch die Verwendung der Traglastkurve für HTQK A zutreffend. Die Ergebnisse der Bauteilversuche der schwächeren Prüfrichtung (Moment parallel) liegen auch in diesen Fällen immer über den bezogenen Biegetragfähigkeiten der Kurve für HTQK A.

Für die Schlankheiten  $d/t \approx 290$  der vermessenen Probekörper N6 SW768 T3 V3 und N12 SW845 T3 V3 (vgl. Abschnitte 3.4.1 und 3.4.2) betragen die bei der numerischen Berechnung angesetzten Vorbeulamplituden  $\Delta w$  der Ersatzimperfektion „Anprall“  $\Delta w = 1,5 \text{ mm}$  für die HTQK A und  $\Delta w = 2,4 \text{ mm}$  für HTQK B. Nach DIN

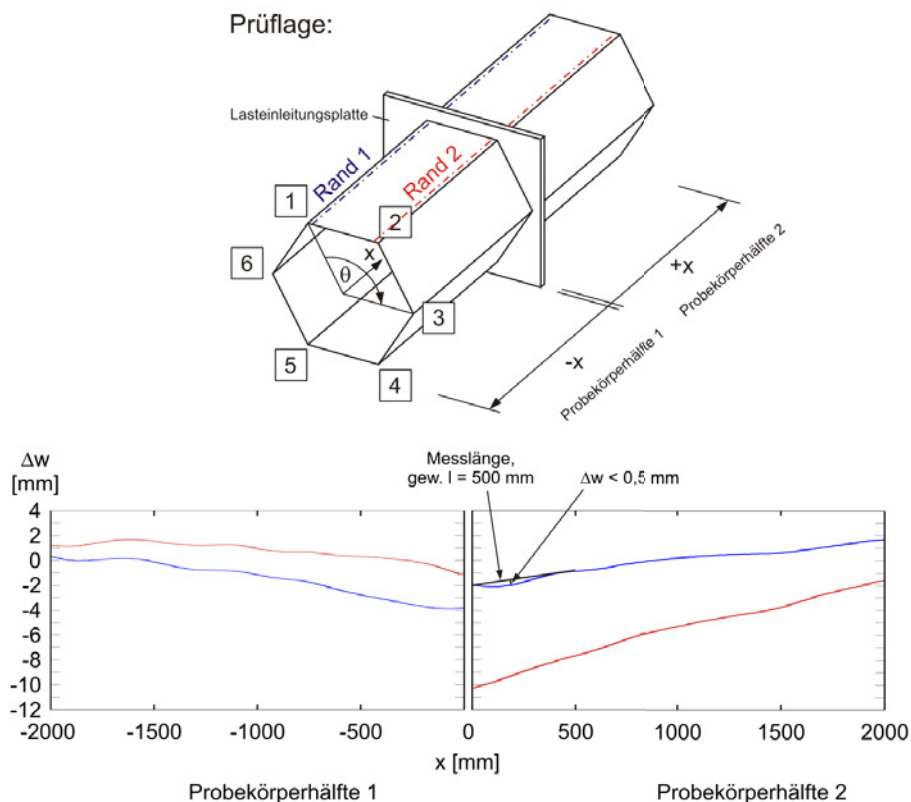
EN 1993-1-6 [25] bedeutet dies eine entsprechend geringere zulässige vorhandene geometrische Vorbeultiefe von  $\Delta w = 0,9$  mm für die HTQK A und  $\Delta w = 1,5$  mm für die HTQK B.

Vergleicht man diese Werte mit den vorhandenen Vorverformungen  $\Delta w$  der Seitenflächen der Probekörperflächen im Druckbereich (vgl. Abbildung 3.8, Abbildung 3.9, Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12) stellt man fest, dass die tatsächlich vorhandenen Vorverformungen deutlich tiefer sind. Im Fall des Probekörpers N6 SW768 T3 V3 sind die auf das best-fit Polygon bezogenen vorhandenen Vorverformungen  $\Delta w$  der am höchsten druckbeanspruchten Seitenfläche um bis zu zwölf mal größer als der Grenzwert für die HTQK A. Beim Probekörper N12 beträgt die vorhandene Vorbeultiefe  $\Delta w$  maximal das 2,5-fache der zulässigen Vorbeultiefe der HTQK A.

Die größten Vorbeultiefen treten jedoch nahe der Lasteinleitungsplatte auf und wirken sich auch nicht, wie die geringe Streuung der Versuchsergebnisse belegt, signifikant auf die Traglast aus. Die vorhandenen Vorverformungen sind nicht lokal konzentriert sondern vielmehr das Ergebnis einer stetig verlaufenden Vorverformung des Querschnitts.

Abbildung 5.12 veranschaulicht dies am Beispiel des Verlaufs der Ränder der am höchsten druckbeanspruchten Querschnittsseite des Probekörpers N6 SW768 T3 V3. Die Abbildung zeigt den Verlauf von  $\Delta w$  der Ränder der Seitenfläche zwischen den Kanten 1 und 2 aus Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9. Die Ränder verlaufen am Übergang zur gerundeten Kante. Daher stellt dieser Verlauf in guter Näherung auch die Geradheit der Kanten 1 und 2 bezogen auf die am höchsten druckbeanspruchte Seitenfläche dar.

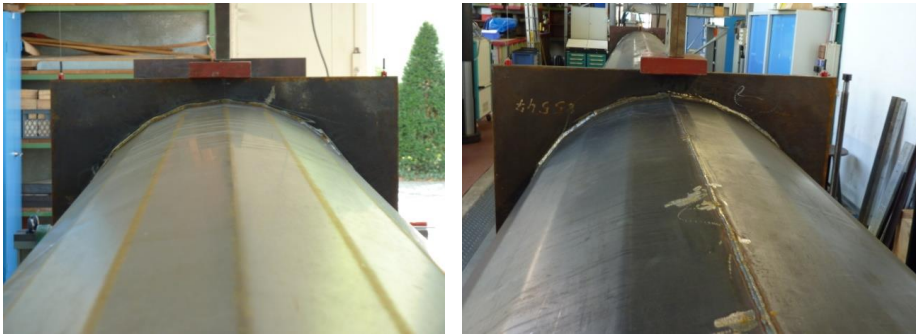
Das Diagramm verdeutlicht, dass die Kanten insgesamt betrachtet zwar die erwähnten großen Verformungen aufweisen, jedoch nur kleinste lokale Vorverformungen. Bezogen auf eine gewählte Messlänge von 500 mm beträgt die maximale Vorbeultiefe  $\Delta w$  der Kanten weniger als 0,5 mm. Die geometrische Qualität der Kanten, die im GZT für die Tragfähigkeit des Querschnitts maßgebend ist, erweist sich bei dieser Betrachtung als sehr hoch. Demnach ist eine Einstufung der Probekörper N6 SW768 T3 V3 und N12 SW845 T3 V3 in die HTQK A gerechtfertigt.



**Abbildung 5.12:** N6 SW768 T3 V3: Vorverformungen  $\Delta w$  der Ränder der am höchsten druckbeanspruchte Seitenfläche

Für die polygonalen Querschnitte mit 24 Kanten stehen keine Messdaten aus einer vollständigen Vermessung der Oberfläche zur Verfügung. Daher kann der Zusammenhang zwischen der Streuung der im Versuch erreichten Traglasten und der geometrischen Qualität der Bauteile nicht mit Messdaten belegt werden. Dennoch hat sich in den Versuchen gezeigt, dass bei beiden Prüfrichtungen diejenigen Probekörper die höheren Traglasten erreichten, die keine Schweißnähte im Druckbereich aufwiesen. Verglichen mit einer gekanteten Ecke ist es leicht darstellbar, dass die geschweißten Kanten die geringere geometrische Qualität aufweisen, d.h. dass infolge Schweißverzug traglastrelevante Vorverformungen der Kanten bei diesen Querschnitten möglich sind. Abbildung 5.13 veranschaulicht dies mit Bildern der am höchsten druckbeanspruchten Kanten des Probekörpers mit der höchsten Tragfähigkeit (links) und des Probekörpers mit der geringsten Tragfähigkeit (rechts) innerhalb der Gruppe der Probekörper mit 24 Kanten. Zu erkennen ist,

dass die Kanten ohne Schweißnaht augenscheinlich von hoher geometrischer Qualität sind, während bei der geschweißten Kante ungleichmäßige Nahtüberhöhungen sowie Ansatzstellen der Schweißung erkennbar sind.



**Abbildung 5.13:** links: N24 SW849 T3 V1, ohne Schweißnaht im Druckbereich;  
rechts: N24 SW849 T3 V2: Schweißnaht an der am höchsten  
druckbeanspruchten Kante

Da geschweißte Kanten bei allen Probekörpern dieser Bauart vorkommen und die Belastung im Allgemeinen nicht richtungsgebunden ist, wäre auf Grundlage der richtungsabhängigen Versuchsergebnisse die Abschätzung der Biegetragfähigkeit der Querschnitte mit 24 Kanten auf der Grundlage der Traglastkurve für HTQK A zu günstig, wenn man zusätzlich berücksichtigt, dass schon wegen der Wahl des verallgemeinerten Berechnungsmodells (Typ F1 / Typ M, vgl. Abschnitt 4.2.4) die Ergebnisse aller Bauteilversuche immer etwas oberhalb der Berechnungsergebnisse liegen müssten.

Bei den runden Querschnitten wurden Probekörper mit sehr unterschiedlichen geometrischen Qualitäten geprüft. Zwei der drei Probekörper erreichten im Versuch sehr hohe Biegetragfähigkeiten, während der dritte Probekörper gegenüber diesen stark abfiel. Anhand der Messdaten der Oberfläche des Probekörpers RUND 850 T3 V3 konnte die für die geringe Biegetragfähigkeit maßgebende Vorverformung identifiziert werden (vgl. Abschnitt 4.4.1 und Abbildung 4.48). Diese Vorverformung liegt nicht direkt an der Lasteinleitungsplatte und ist daher traglastrelevant. Sie ist deutlich tiefer als dies nach HTQK A oder B zulässig wäre ( $\Delta w_{\text{vorh}} = 5,2 \text{ mm} \gg \Delta w_{\text{B}} = 1,5 \text{ mm}$ ). Die Ausführungen in Abschnitt 4.4.1 zeigen den Zusammenhang zwischen dieser Vorverformung und der daraus resultierenden geringen Biegetragfähigkeit auf.

Bei den anderen beiden runden Probekörpern wurden keine entsprechenden Vorverformungen festgestellt. Auch konnte bei diesen Probekörpern keine traglastrelevanten Einflüsse aus der Schweißnaht festgestellt werden. Es gab jedoch auch nur einen Probekörper, der mit einer Längsschweißnaht in der Druckzone geprüft wurde (RUND 850 T3 V2). Möglicherweise wirkt sich der Schweißverzug infolge einer Längsnaht bei runden Querschnitten auch nicht in gleichem Maße traglastmindernd aus wie bei gekanteten Querschnitten mit hoher Kantenanzahl, da der runde Querschnitt im Gegensatz zum polygonalen Querschnitt nicht von der Tragfähigkeit einzelner Kanten abhängig ist.

Nur auf Grundlage der Ergebnisse dieser Bauteilversuche könnten die Versuche RUND 850 T3 V1 und V2 der HTQK A zugeordnet werden und RUND 850 T3 V3 wäre gerade noch ausreichend durch die Traglastkurve der HTQK B beschrieben. Die Biegetragfähigkeit dieses Probekörpers passt aber nur deshalb mit der Berechnung der HTQK B zusammen, weil das Berechnungsmodell etwas ungünstigere Randbedingungen aufweist als der Versuch und dementsprechend eine etwas geringe Traglast berechnet wird als mit den Randbedingungen des Versuchs zu erwarten wäre (s.o). Der Grund für die sehr niedrige Traglast dieses Versuchs ist die Tiefe der vorhandenen Vorverformung, die ca. das 3,5-fache der nach HTQK B zulässigen Vorbeulamplitude  $\Delta_{wB}$  beträgt. Aufgrund dieser Vorbeultiefe dürfte der Probekörper daher nicht mehr in HTQK B eingestuft werden, da ein Bauteil mit dieser Vorbeultiefe bei einer konstanter Momentenbeanspruchung und ohne stützende Bauteile, wie die Lasteinleitungsplatte des Versuchsaufbaus, nur eine Biegetragfähigkeit unterhalb der Kurve für HTQK B erreichen würde.

## **5.5 Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastberechnungen mit Bauteilversuchen aus der wissenschaftlichen Literatur**

Die nachfolgend dargestellten Versuchsergebnisse stammen aus einem Forschungsbericht von *Cannon* und *LeMaster* [13]. Die Randbedingungen dieser Bauteilversuche wurden bereits in Abschnitt 2.4.2 dargestellt. Insgesamt werden die Ergebnisse von 12 Bauteilversuchen den numerisch berechneten Traglasten gegenübergestellt.

Die 12 Bauteilversuche unterteilen sich in drei Gruppen von Probekörpern mit 8, 12 und 16 Kanten. Die Eigenschaften der Probekörper und die Ergebnisse der



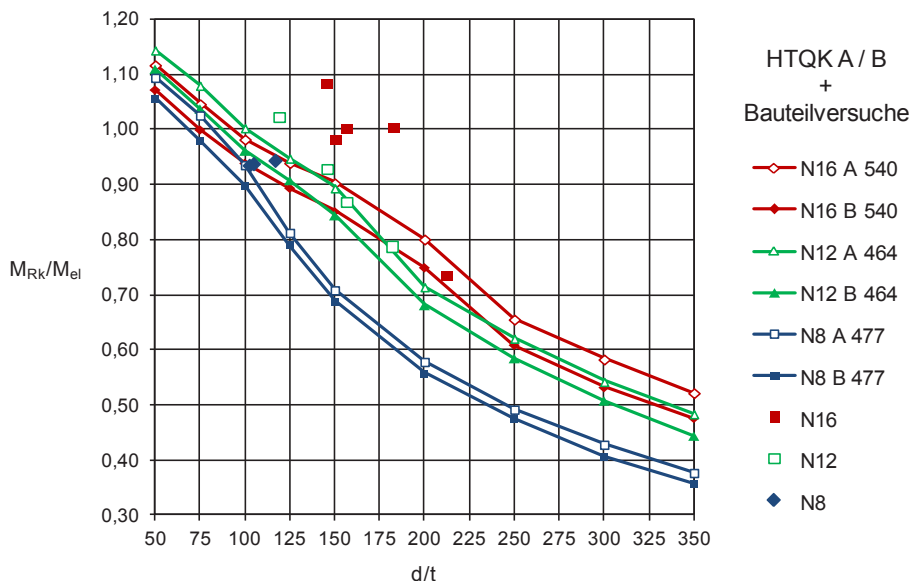
Bauteilversuche wurden in Tabelle 5.3 zusammengefasst. Die Ergebnisse der Bauteilversuche sind in [13] als Verhältniswerte von  $\sigma_{RK}/f_y$  angegeben, wobei  $\sigma_{RK}$  auch die Normalspannungen aus dem Eigengewicht der Maste enthält. Da dieser Anteil der Spannungen im Gegensatz zu den Spannungen infolge Biegung sehr gering ist und zudem nicht ausreichend dokumentiert ist, wird das Verhältnis  $\sigma_{RK}/f_y$  aus Gründen der Vergleichbarkeit hier als bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{RK}/M_{el}$  interpretiert.

**Tabelle 5.3:** Eigenschaften der Probekörper und Ergebnisse der Bauteilversuche aus [13]

Bez. PK	n	d [mm]	t [mm]	d/t [-]	h [m]	$f_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$M_{RK}/M_{el}$ [-]
1	12	821,1	6,9	119,0	3,99	460	1,024
2	12	983,1	5,4	182,1	4,79	464	0,786
3	12	845,4	5,4	156,6	4,08	504	0,870
4	12	976,6	6,7	145,8	4,72	481	0,930
5	8	680,3	6,5	104,7	3,17	455	0,939
6A	8	781,8	6,7	116,7	3,66	455	0,945
7A	8	849,4	8,3	102,3	3,96	477	0,936
8	16	799,3	5,1	156,7	3,96	489	1,001
9	16	953,1	5,2	183,3	4,69	500	1,004
10A	16	934,8	6,2	150,8	4,6	553	0,983
11	16	946,7	6,5	145,6	4,66	547	1,083
12	16	1106,1	5,2	212,7	5,43	540	0,736

Aus der Zusammenstellung wird deutlich, dass die Probekörper aus Blechen hergestellt wurden, deren Streckgrenzen sehr viel höher als  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  liegen. Für die Gegenüberstellung der Ergebnisse der Bauteilversuche mit den berechneten Traglasten können daher nicht die Ergebnisse der Traglastberechnungen aus Abschnitt 5.3 verwendet werden. Stattdessen werden, wie im vorherigen Abschnitt, erneute Traglastberechnungen für jede der Probekörpergruppen mit erhöhter Streckgrenze durchgeführt. Dafür wird jeweils die Streckgrenze des Probekörpers einer Gruppe verwendet, der den ungünstigsten Verhältniswert von  $M_{RK}/M_{el}$  aufweist. Die verwendeten Streckgrenzen für die Traglastberechnungen sind  $f_y = 477 \text{ N/mm}^2$  für N8,  $f_y = 464 \text{ N/mm}^2$  für N12 und  $f_y = 540 \text{ N/mm}^2$  für N16.

In Abbildung 5.14 werden die Ergebnisse dieser Traglastberechnungen für zwei verschiedene Imperfektionsniveaus (HTQK A und B) den Ergebnissen der Bauteilversuche aus [13] gegenübergestellt.



**Abbildung 5.14:** bezogene Biegetragfähigkeit  $M_{Rk}/M_{El}$ : N8, N12 u. N16, HTQK A u. B zusammen mit den Ergebnissen der Bauteilversuche aus [13]

Die Darstellung zeigt, dass in allen Fällen mit den Traglastberechnungen der HTQK B eine sichere Einschätzung der in den Bauteilversuchen nachgewiesenen Biegetragfähigkeiten möglich ist. Alle in den Bauteilversuchen erzielten Biegetragfähigkeiten liegen oberhalb der Traglastkurven der HTQK B. Die Ergebnisse der Probekörper mit 8 Kanten liegen außerdem alle oberhalb der Kurve der HTQK A. In der Gruppe der Mastbauteile mit 12 Kanten und 16 Kanten gibt es jeweils einen einzigen Probekörper der die numerisch berechnete Traglast der HTQK A nicht erreicht. Die Dokumentation dieser Versuche enthält jedoch keine Hinweise auf mögliche Ursachen für die geringere Biegetragfähigkeit dieser Versuche.

Ein Zusammenhang zwischen der vorhandenen geometrischen Qualität und den Ergebnissen kann nicht hergestellt werden, da diese nicht Gegenstand der Untersuchungen in [13] war und daher nicht dokumentiert ist.

## 5.6 Ergebnisse der Traglastberechnungen im Kontext aktueller Regelwerke

Die mit dem numerischen Berechnungsmodell ermittelten Biegetragfähigkeiten werden in diesem Abschnitt dem derzeit geltenden europäischen und amerikanischen Regelwerk für die Bemessung von Stahlmasten gegenübergestellt.

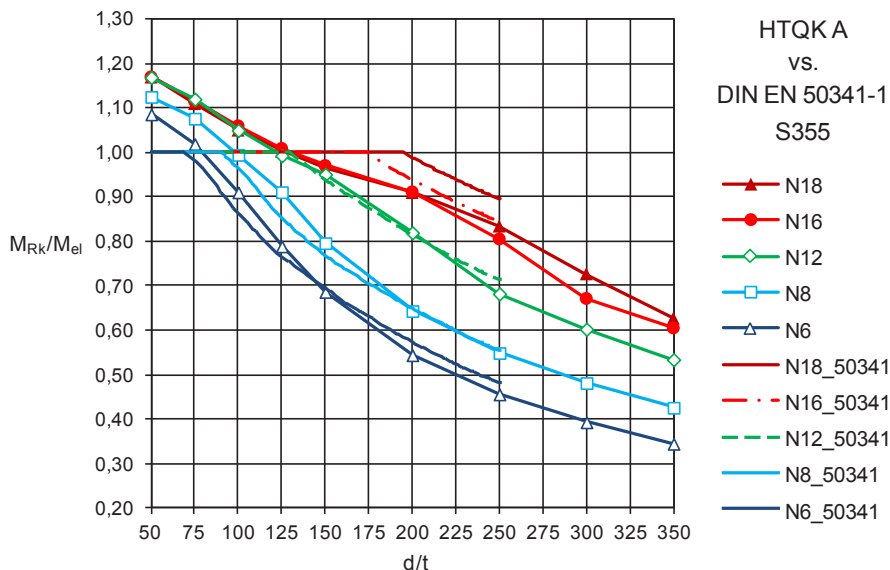
Für die Bemessung polygonaler Stahlmaste sind dies die DIN EN 50341-1 [27], deren Bemessungsregeln auf dem Konzept der wirksamen Querschnittsflächen nach DIN EN 1993-1-5 [23] basieren (vgl. Abschnitt 2.2.1) sowie der ASCE Standard 48-05 [4]. Für Stahlmaste mit runden Querschnitten wird neben den zuvor genannten der spannungsbasierte Nachweis der DIN EN 1993-1-6: Schalenträgerwerke [25] gegenübergestellt (vgl. Abschnitt 2.2.3).

### 5.6.1 Stahlmaste mit polygonalem Querschnitt unter Biegung

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die numerisch ermittelten Biegetragfähigkeiten zunächst nur den Bemessungsregeln aus DIN EN 50341-1 [27] gegenübergestellt. Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 zeigen die bezogenen Biegetragfähigkeiten der eigenen Traglastberechnungen für HTQK A und B zusammen mit denen aus DIN EN 50341-1 [27].

Die Darstellungen zeigen, dass die eigenen Traglastberechnungen und die Regelungen der DIN EN 50341-1 [27] für polygonale Querschnitte bis zu einer Kantenanzahl von ca. 12 zu vergleichbaren Ergebnissen führen, solange eine sehr hohe geometrische Qualität (HTQK A) vorausgesetzt wird (Abbildung 5.15). Sowohl die Größenordnung der bezogenen Biegetragfähigkeiten als auch der Verlauf der Kurven für N6, N8 und N12 liegen im gesamten Schlankheitsbereich nahe beieinander. In diesen Fällen dominiert der Einfluss der Ausfallflächen das Tragverhalten der Querschnitte. Dieser kann offenbar mit dem Konzept der effektiven Querschnitte (vgl. 2.2.1) zutreffend erfasst werden. Abbildung 5.15 zeigt aber auch, dass das Bemessungskonzept nach DIN EN 50341-1 [27] oberhalb von 12 Kanten die Biegetragfähigkeit der polygonalen Querschnitte überschätzt. Dies trifft insbesondere auf Querschnitte mit 18 Kanten zu. Selbst unter der Annahme der höchsten HTQK A sind die Biegetragfähigkeiten polygonaler Querschnitte mit 18 Kanten mit dem eigenen Bemessungskonzept nicht nachvollziehbar. Dies bestätigt, wie bereits in Abschnitt 2.2.1 angedeutet wurde, dass das Bemessungskonzept nach

[27] nicht für beliebig hohe Kantenanzahlen gilt und dass bei hohen Kantenanzahlen über die Ausfallflächen der Seitenflächen hinaus vor allem auch die Schalentragswirkung der Maststrukturen berücksichtigt werden muss.



**Abbildung 5.15:** polygonale Querschnitte: HTQK A vs. DIN EN 50341-1 [27]

Dieser Eindruck verstärkt sich noch durch die Gegenüberstellung der bezogenen Biegetragfähigkeiten nach [27] mit den eigenen Berechnungen der HTQK B in Abbildung 5.16. Die Unterschiede zwischen den beiden Bemessungskonzepten werden nochmals deutlicher. Dies gilt insbesondere für die imperfektionsempfindlicheren Querschnitte mit Kantenanzahlen größer  $n = 8$ . Bei der Annahme größerer Vorbeulamplituden (HTQK B) verdeutlicht Abbildung 5.16, dass die Schalentragswirkung durchaus auch bei Querschnitten mit 12 Kanten bemessungsrelevant werden kann.

Anders als die Regelungen nach DIN EN 50341-1 zeigen die eigenen Berechnungen, dass bei Querschnitten mit mehr als 16 Kanten nur noch im Bereich hoher Schlankheiten eine nennenswerte Steigerung der bezogenen Biegetragfähigkeit möglich ist. Die Biegetragfähigkeit der Querschnitte mit 16 und mehr Kanten wird nach DIN EN 50341-1 [27] durch die Vernachlässigung der Schalentragswirkung und wirksamer Vorverformungen im Vergleich mit den Traglasten der HTQK B deutlich überschätzt ( $\max \Delta M_{Rk,N18}/M_{EI,N18}$  ca. 18 %).

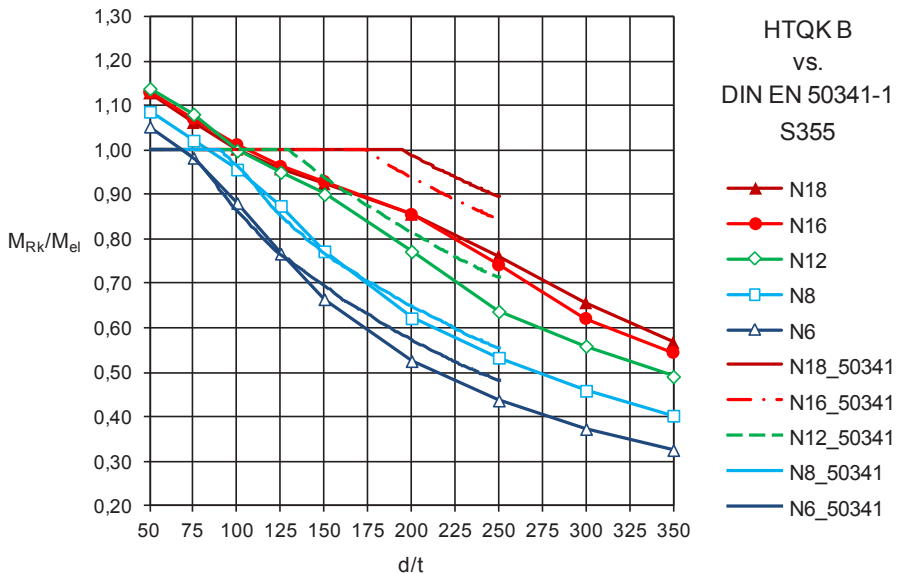


Abbildung 5.16: polygonale Querschnitte: HTQK B vs. DIN EN 50341-1 [27]

Ergänzend zur Gegenüberstellung der eigenen Berechnungen mit den Regelungen aus DIN EN 50341-1 [27] werden die bezogenen Biegetragfähigkeiten der HTQK A und B im Folgenden mit den zulässigen Biegetragfähigkeiten für Maste mit polygonalen Querschnitten aus ASCE 48-05 [4] verglichen.

Abbildung 5.17 und Abbildung 5.18 verdeutlichen die sehr unterschiedlichen Verläufe der bezogenen Biegetragfähigkeiten der eigenen Berechnungen und der Bemessungsregeln aus [4]. Die Unterschiede sind vor allem darauf zurückzuführen, dass nur ein sehr kleiner Abschnitt der Kurven aus ASCE 48-05 [4] auf der Grundlage von experimentellen Untersuchungen abgeleitet wurde [13]. Für die Kurvenabschnitte oberhalb der Schlankheit  $d/t$  der Bauteilversuche wird die auf die Streckgrenze  $f_y$  bezogene kritische Plattenbeulspannung  $\sigma_{cr}$  angenommen (vgl. Abbildung 2.8). Dies stellt eine sehr konservative Abschätzung dar, da überkritische Tragreserven ungenutzt bleiben (vgl. 2.1.2). Die Berechnung der kritischen Plattenbeulspannung  $\sigma_{cr}$  entspricht Glg. (2.13) mit dem Beulwert  $k = 4$  und einem E-Modul von  $E = 200000 \text{ N/mm}^2$ .

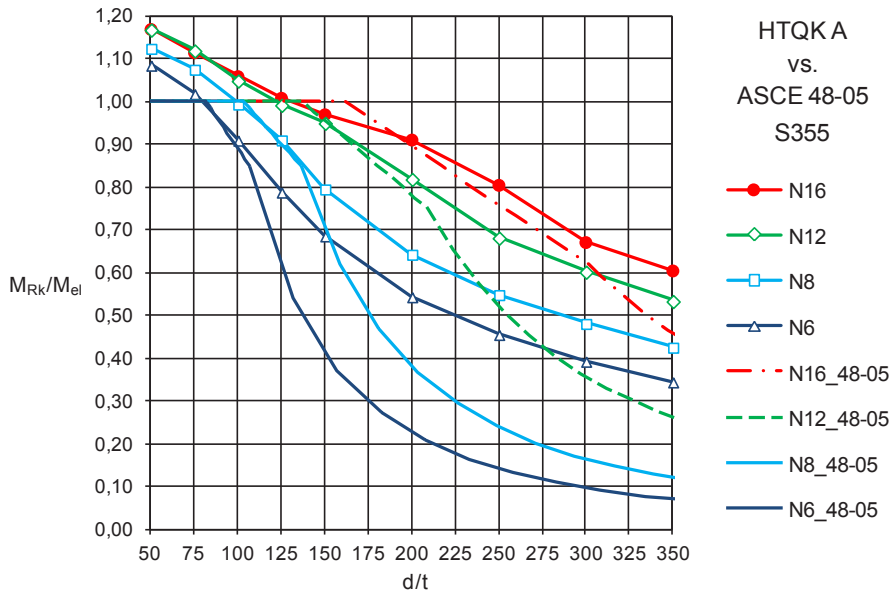


Abbildung 5.17: polygonale Querschnitte: HTQK A vs. ASCE 48-05 [4]

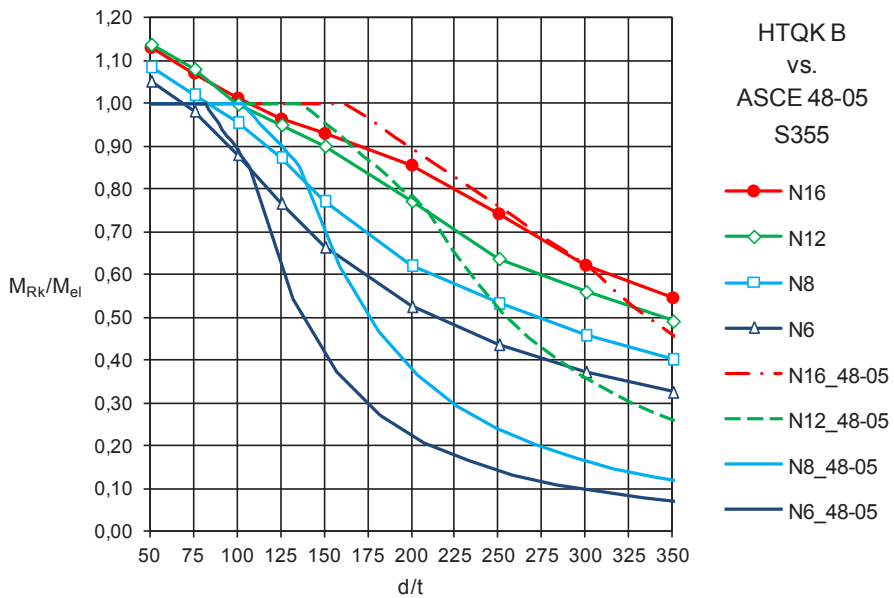


Abbildung 5.18: polygonale Querschnitte: HTQK B vs. ASCE 48-05 [4]

Bei den Kurven N8\_48-05 und N12\_48-05 ist der Übergang von den aus Versuchen abgeleiteten Bemessungswerten der Biegetragfähigkeit (gerader Kurvenabschnitt) zum Kurvenabschnitt der bezogenen kritischen Plattenbeulspannung durch die abknickenden Verläufe bei  $d/t \approx 136$  und  $209$  deutlich zu erkennen. Für N16\_48-05 liegt der Übergang bei ca.  $d/t = 302$ . Für N6 gelten nach [4] die gleichen Bemessungsregeln wie für 8-eckige Maste. Im Rahmen der erwähnten experimentellen Untersuchungen [13] wurden keine entsprechenden Maste untersucht.

Die geraden Kurvenabschnitte für die bezogenen Biegetragfähigkeiten nach ASCE 48-05 [4], die aus Bauteilversuchen abgeleitet wurden, stimmen sowohl in ihrem Verlauf als auch in ihrer Lage gut mit den berechneten Biegetragfähigkeiten überein. Die Kurvenabschnitte der bezogenen kritischen Plattenbeulspannung dagegen unterschätzen die Biegetragfähigkeit der Querschnitt sehr deutlich.

Die Berechnungen der HTQK A für N6 und N8 sind fast deckungsgleich mit dem geraden Kurvenabschnitt des ASCE Standard. Für Querschnitte mit höheren Kantenanzahlen ist die Annahme der geringen Vorbeulamplituden dagegen abschnittsweise etwas zu günstig. Die Traglastberechnungen mit größeren Vorbeulamplituden der HTQK B liegt im Bereich der relevanten geraden Kurvenabschnitte immer unterhalb der bezogenen Biegetragfähigkeit des ASCE Standard.

Die Unterschiede zwischen dem ASCE Standard und den Berechnungen sind im Bereich außerhalb der Geraden teilweise sehr groß. Die berechneten bezogenen Biegetragfähigkeiten sind auch bei Annahme größerer Vorbeulamplituden (HTQK B) um bis zu viermal größer als die Biegetragfähigkeiten nach ASCE 48-05 [4].

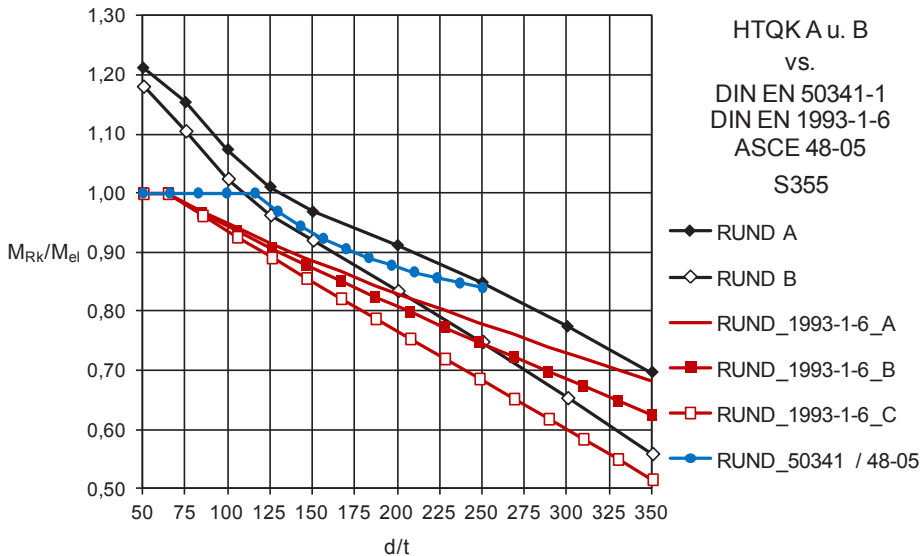
Die eigenen Traglastberechnungen stellen hinsichtlich der Erfassung des Tragverhaltens der Maststrukturen eine Verbesserung der bestehenden Regelungen dar, da sie auf Vereinfachungen des Bemessungskonzepts weitestgehend verzichten. Dadurch werden neben den Ausfallflächen auch die Schalentragwirkung sowie der Einfluss von geometrischen Imperfektionen auf das Tragverhalten erfasst. Im Vergleich der eigenen Traglastberechnungen mit den Regelungen der DIN EN 50341-1 [27] und dem ASCE Standard 48-05 [4] ergibt sich dadurch ein vollständigeres Bild der Biegetragfähigkeit der Maste mit polygonalen Querschnitten bis in den Bereich geringer Schlankheiten, in denen auch plastische Tragreserven aufgezeigt werden können.

Die bestehenden Bemessungsregeln lassen nur eine Ausnutzung der Querschnitte bis zur elastischen Momententragfähigkeit  $M_{el}$  zu. Plastizierungen von Querschnittsteilen werden dadurch jedoch nicht vollständig ausgeschlossen, da bei polygonalen Querschnitten auch bei einer Ausnutzung von  $M_{Rk}/M_{el} < 1$  im Bereich der Kanten lokale Plastizierungen auftreten können.

## 5.6.2 Stahlmaste mit rundem Querschnitt unter Biegung

Auf der Grundlage der durchgeführten Traglastberechnungen von runden und polygonalen Stahlmasten unter Biegung (Abschnitt 5.3) können runde Querschnitte als Grenzfall eines polygonalen Querschnitts mit sehr hoher Kantenanzahl angesehen werden. Die Bemessungsregeln für Maste mit runden Querschnitten stellen somit eine weitere Vergleichsmöglichkeit für die Traglasten der eigenen Berechnungen dar.

Abbildung 5.19 veranschaulicht die bezogenen Biegetragfähigkeiten der eigenen Berechnungen für die HTQK A und B im Zusammenhang mit den Regelungen für biegebeanspruchte Stahlmaste nach DIN EN 50341-1 [27] und ASCE 48-05 [4] sowie dem spannungsbasierten Schalenbeulnachweis für Kreiszyylinder unter reiner Biegung nach DIN EN 1993-1-6 [25].



**Abbildung 5.19:** runde Querschnitte: HTQK A u. B vs. DIN EN 1993-1-6 [25], DIN EN 50341-1 [27] u. ASCE 48-05 [4]



Die zulässigen Biegetragfähigkeiten nach DIN EN 50341-1 [27] und ASCE 48-05 [4] sind identisch und wurden deshalb zu einer Kurve zusammengefasst. Die Kurve aus [4] basiert auf experimentellen Untersuchungen an Rohren unter Biegung [75].

Dem spannungsbasierten Nachweis für kreiszylindrische Querschnitte unter Biegung nach [25] liegen bis auf eine geringfügige Anhebung des vollplastischen Grenzschlankheitsgrads  $\lambda_0$  die gleichen Beulparameter zu Grunde wie dem Nachweis axialdruckbeanspruchter Kreiszyylinder. Die Beulabminderungsfaktoren  $\chi$  sind daher nicht problemspezifisch für biegebeanspruchte Bauteile, gelten aber als konservativ unter der Annahme, dass kein Beulfall imperfektionsempfindlicher ist als eine axialdruckbeanspruchte Kreiszyinderschale (vgl. Abschnitt 2.1.3.3). Auch die Annahmen für die Vorbeulamplituden  $\Delta w$ , die den Berechnungen des spannungsbasierten Nachweises und des numerischen Bemessungskonzepts zu Grunde liegen, sind unterschiedlichen Ursprungs (vgl. Glg. (2.51), (2.58) u. (2.59)). Die Vergleichbarkeit zwischen den bezogenen Biegetragfähigkeiten des spannungsbasierten Nachweises nach [25] mit den eigenen Berechnungen ist nur daher nur qualitativ möglich.

Auffällig ist, dass die Bemessungskurve aus DIN EN 50341-1 [27] und ASCE 48-05 [4] anders als der spannungsbasierte Nachweis nach [25] oder die eigenen Berechnungen nicht direkt von Annahmen zur Herstellqualität abhängig sind. D.h. eine Berücksichtigung verschiedener Herstellqualitäten ist nicht vorgesehen. Im Kommentar ASCE 48-05 [4] und in [75] wird lediglich eingeschränkt, dass diese Bemessungskurve nur für Rohre gilt, die in industriellen Prozessen hergestellt wurden (z.B. durch Lochen, Umformen oder Schweißen) und nicht für solche Rohre, die aus einzelnen Blechtafeln hergestellt werden. Es wird damit unterstellt, dass industriell hergestellte Rohre eine höhere geometrische Qualität aufweisen, genauer beschrieben werden die damit berücksichtigten Imperfektionen jedoch nicht.

Die bezogenen Biegetragfähigkeiten der eigenen Berechnungen der HTQK A liegen im Schlankheitsbereich von  $d/t = 50$  bis 250 oberhalb der Werte aus [27] und [4]. Offenbar sind die Annahmen für  $\Delta w$  der HTQK A in diesem Schlankheitsbereich so günstig, dass sie nicht das zulässige Lastniveau widergeben, das bei der Bewertung der Bauteilversuche in [4] ermittelt wurde.

Oberhalb von  $d/t = 250$  zeigen die eigenen Berechnungen jedoch, dass die bezogene Biegetragfähigkeit der Querschnitte trotz der Annahme einer hohen geometrischen Qualität auch weiter abfallen kann. Der Verlauf der Bemessungskurve aus

[27] und [4] deutet dagegen an, dass die bezogene Biegetragfähigkeit mit zunehmender Schlankheit gegen einen Grenzwert strebt. Da der Bestimmung dieser Bemessungskurve keine Bauteilversuche in diesem Schlankheitsbereich zu Grunde lagen, ist sie oberhalb von  $d/t \approx 250$  nicht mehr gültig.

Im Schlankheitsbereich von  $d/t \approx 110$  bis 250 liegen die Ergebnisse der Traglastberechnungen der HTQK B zwischen den bezogenen Biegetragfähigkeiten der Bemessungskurve aus [27] und [4] als obere Begrenzung und den bezogenen Biegetragfähigkeiten des spannungsbasierten Nachweises, ebenfalls unter Annahme der mittleren Qualitätsklasse B, als untere Begrenzung. Oberhalb einer Schlankheit von  $d/t \approx 250$  zeigt sich, dass die mit zunehmender Schlankheit weiter abnehmende bezogene Biegetragfähigkeit der eigenen Berechnungen auch durch den spannungsbasierten Nachweis nach [25] nicht wiedergegeben wird.

Im Bereich geringer Schlankheiten ( $d/t < 130$ ) zeigen die Berechnungen, dass auch unter der Berücksichtigung von geometrischen Imperfektionen bezogene Querschnittstragfähigkeiten größer als 1,0 möglich sind. Die Bemessungskurve aus [27] und [4] zeigt diesen Trend bis zu einer Ausnutzung  $M_{Rk}/M_{el} = 1,0$  ebenfalls auf, lässt darüber hinaus die Ausnutzung plastischer Tragreserven jedoch nicht zu.

Beim spannungsbasierten Nachweis nach [25] wird die volle elastische Biegetragfähigkeit unabhängig von der geometrischen Qualität der Bauteile erst bei ca.  $d/t = 64$  erreicht. Dies spiegelt nicht das tatsächliche Tragverhalten von Querschnitten mit unterschiedlicher geometrischer Qualität wieder, sondern ist allein das Ergebnis eines einheitlichen vollplastischen Grenzschlankheitsgrads  $\lambda_0$  für alle HTQK. Dementsprechend können auch die Steigungen der Kurven des spannungsbasierten Nachweises nicht in allen Fällen zutreffend sein (vgl. Glg. (2.26)).

Weiterhin zeigen die Kurven des spannungsbasierten Nachweises für biegebeanspruchte Kreiszyylinder, dass der Einfluss geometrischer Imperfektionen mit zunehmender Schlankheit immer geringer wird, bis er schließlich bei  $d/t = 64$  nicht mehr vorhanden ist. Die eigenen Traglastberechnungen verdeutlichen jedoch, dass die Biegetragfähigkeit von kreiszylindrischen Bauteilen bis in den Bereich sehr geringer Schlankheiten ( $d/t = 50$ ) von der Größe der Vorbeulamplitude  $\Delta w$  einer geometrischen Imperfektion abhängig sein kann.

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

## 6.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Entwicklung eines numerischen Berechnungskonzepts, mit dem die Biegetragfähigkeit polygonaler Stahlmaste mit beliebiger Kantenanzahl bis in den Übergangsbereich zum biegebeanspruchten Zylinder dargestellt werden kann.

Bei diesem Berechnungskonzept wird die Biegetragfähigkeit anders als bei den bisher verfügbaren Bemessungskonzepten losgelöst von einer Zuordnung zu einem Stabilitätsfall oder Vereinfachungen, die sich aus der Modellbildung oder der Annahme eines bestimmten Grenzzustandes ergeben können, ermittelt.

Durch die Entwicklung einer realitätsnahen, geometrischen Ersatzimperfection, die auf beliebige Querschnittsformen anwendbar ist und ein vergleichbares Imperfectionsniveau herstellen kann, besteht darüber hinaus die Möglichkeit, den Einfluss der geometrischen Qualität der Querschnitte auf die Biegetragfähigkeit in die Berechnung einzubeziehen.

Das numerische Berechnungskonzept ermöglicht durch die Berücksichtigung der Schalentragwirkung, der Herstellqualität und dem Plastizierungsvermögen des Materials gegenüber den bestehenden Bemessungskonzepten eine deutlich vollständigere Darstellung des Tragverhaltens von Stahlmasten unter Biegung sowie die vergleichende Gegenüberstellung von Stahlmasten mit beliebigen polygonalen und runden Querschnitten.

Die Entwicklung des numerischen Berechnungskonzepts in Anlehnung an die Regelungen der DIN EN 1993-1-6 [25] für den vollständig numerischen Nachweis von stabilitätsgefährdeten Stahlschalenstrukturen (GMNIA) basiert auf den Ergebnissen von durchgeführten großmaßstäblichen Bauteilversuchen, die die experimentelle Datenbasis für die Kalibrierung und Erprobung der numerischen Berechnungsmodelle darstellt. Mit Hilfe hochauflösender Vermessungen der Oberfläche einiger Probekörper konnten traglastrelevante Vorverformungen der Probekörpergeometrien identifiziert werden, die schließlich die Grundlage für die abgeleitete Ersatzimperfection bildeten.

In umfangreichen numerischen Parameterstudien wurden traglastrelevante Einflussgrößen untersucht und bewertet, die sich aus der Querschnittsform, der Mastgeometrie, den konstruktiven Randbedingungen und dem Herstellprozess ergeben können.

Die Eignung des entwickelten numerischen Berechnungskonzepts für die Bestimmung der Biegetragfähigkeit von Masten mit polygonalen und runden Querschnitten wird schließlich durch die Gegenüberstellung der numerisch berechneten Traglasten mit den Ergebnissen der eigenen Bauteilversuche und den Ergebnissen von fremden Bauteilversuchen sowie mit den derzeit geltenden europäischen und amerikanischen Bemessungsvorschriften belegt.

## 6.2 Ausblick

Das in dieser Arbeit vorgestellte Berechnungskonzept ist zunächst auf die den Tragwerksentwurf bestimmende Haupteinwirkung Biegung beschränkt. Sollen in Zukunft weitere Einwirkungen berücksichtigt werden, kann das Berechnungskonzept aufbauend auf dieser Grundlage auf beliebige Schnittgrößenkombinationen (z.B. Normalkraft und Torsion) erweitert werden. Dazu sind weitere Bauteilversuche und numerische Untersuchungen erforderlich.

Die Erweiterung auf andere Einwirkungen kann vor allem dann von Interesse sein, wenn zusätzliche Schwächungen des Querschnittes durch Mantelöffnungen, wie z.B. bei torsionsbeanspruchten Querschnitten mit großen Öffnungen oder Anbauten berücksichtigt werden müssen. Die vorgestellten Traglastberechnungen können als Referenzen für den ungeschwächten Querschnitt dienen, mit der die Eignung von Verstärkungsstrukturen von Mantelöffnungen oder die Ausbildung von Fußpunktstrukturen aber auch die Ausführung von Stoßvarianten zwischen Mastschüssen beurteilt werden können.

Problemspezifische Untersuchungen zum Tragverhalten von Masten aus mehreren Schüssen mit sehr verschiedenen Wanddicken oder auch die Berücksichtigung starker Konizitäten sowie Untersuchungen zur optimalen Ausführung von Bauteilstößen zwischen Mastschüssen stellen weitere mögliche Fortsetzungen der bisher durchgeführten Untersuchungen dar.

Die vorgestellten Traglastberechnungen stellen darüber hinaus eine umfangreiche Datenbasis für die Entwicklung von Bemessungsvorschlägen zur Verbesserung

---

der bestehenden Regelwerke hinsichtlich der zutreffenden Einschätzung der Biegebeanspruchbarkeit von Stahlbauteilen mit polygonalen und runden Querschnitten dar. Die Ergebnisse der Traglastberechnungen (Kapazitätskurven) könnten in dieser oder ähnlicher Form die bestehenden normativen Regelungen für biegebeanspruchte Stahlmaste ablösen. Zusätzlich ist die Erweiterung der Bemessungsvorschriften auf hoch- und höchstfeste Stähle mit dem vorgestellten Berechnungskonzept möglich.



## 7 Schrifttum

- [1] *American Iron and Steel Institute (AISI)*, Cold-formed steel Design Manual, Washington 1983.
- [2] ANSYS, Theory reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications Release 13.0, 2010, ANSYS Inc.
- [3] *Aoki, T., Migita, Y., Fukumoto, Y.*, Local buckling strength of closed polygon folded section columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 1991, 20: S. 259-270.
- [4] *ASCE 48-05*, Design of steel transmission pole structures, 2006, American Society of Civil Engineers.
- [5] *Avent, R., Robinson, J.*, Elastic stability of polygon folded plate columns. *Journal of the structural division, ASCE*, 1976, 102: S. 1015-1029.
- [6] *Bathe, K.-J.*, Finite-Elemente-Methoden Matrizen und lineare Algebra, die Methode der finiten Elemente, Lösung von Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen, Berichtigter Nachdr. ed1990, Berlin u.a.: Springer. XVI, 820 S.
- [7] *Beg, D., Kuhlmann, U., Davaine, L., Braun, B.*, Design of plated structures, 2010: ECCS - European Convention of Constructional Steelwork.
- [8] *Berry, P.A., Rotter J.M., Bridge R.Q.*, Compression tests on cylinders with circumferential weld depressions. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(4): S. 405-413.
- [9] *Bornscheuer, F.W.*, Schalenbeulen: von der DASt-Richtlinie 013 zur DIN 18800 Teil 4. *Bautechnik*, 1988, 65(10): S. 325-331.
- [10] *Brazier, L.G.*, On the flexure of thin cylindrical shells and other "thin" sections. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1927, 116(773): S. 104-114.

- 
- [11] *Bryan, C.H.*, On the stability of a plane plate under thrusts in its own plane, with application in the buckling of the sides of a ship. London Math. Society Proceedings, 1890, 22: S. 54-67.
- [12] *Bulson, P.S.*, The strength of thin-walled tubes formed from flat elements. International Journal of Mechanical Science, 1969, 11: S. 613 - 620.
- [13] *Cannon, D.D., LeMaster, R.A.*, Local buckling strength of polygonal tubular poles. Research Report, Transmission Line Mechanical Research Center, Electric Power Reserach Institute, Haslet Texas, 1987.
- [14] *Chen, J., Ventura, J.A., Melloy, B.J.*, An optimization algorithm for shape analysis of regular polygons. Machine Vision and Applications, 1994, 7: S. 82-92.
- [15] *Chen, L., Doerich, C., Rotter, J.M.*, A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range. Steel Construction, 2008, 1: S. 59-65.
- [16] *Chryssanthopoulos, M., Rotter, J.M.*, Shell buckling behaviour and design concepts. in Buckling of Steel Shells - European Design Recommendations, Eds.: J.M. Rotter and H. Schmidt, 2008: S. 21-31.
- [17] *DAST-Richtlinie 013*, Beulsicherheitsnachweise für Schalen, Deutscher Ausschuß für Stahlbau, Köln 1980.
- [18] *DAST-Richtlinie 016*, Bemessung und konstruktive Gestaltung von Tragwerken aus dünnwandigen kaltgeformten Bauteilen Deutscher Ausschuß für Stahlbau, Köln 1998.
- [19] *DIN 18800-3: 2008*, Stahlbauten - Teil 3: Stabilitätsfälle - Plattenbeulen.
- [20] *DIN 18800-4: 2008*, Stahlbauten - Teil 4: Stabilitätsfälle - Schalenbeulen.
- [21] *DIN EN 1090-2: 2011*, Ausführung von Stahltragwerken und Aluminiumtragwerken – Teil 2: Technische Regeln für die Ausführung von Stahltragwerken; Deutsche Fassung EN 1090-2:2008+A1:2011.
- [22] *DIN EN 1993-1-3: 2006*, Eurocode 3 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-3: Allgemeine Regeln - Ergänzende Regeln für kaltgeformte dünnwandige Bauteile und Bleche.



- [23] *DIN EN 1993-1-5: 2010*, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile; Deutsche Fassung EN 1993-1-5:2006 + AC:2009.
- [24] *DIN EN 1993-1-6: 2007*, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007.
- [25] *DIN EN 1993-1-6: 2010*, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007 + AC:2009.
- [26] *DIN EN 10025-2: 2005*, Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen - Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle; Deutsche Fassung EN 10025:2004.
- [27] *DIN EN 50341-1: 2010*, Freileitungen über AC 45 kV - Teil 1: Allgemeine Anforderungen - Gemeinsame Festlegungen; Deutsche Fassung EN 50341-1:2001 + A1:2009.
- [28] *DIN EN 50341-3-4: 2001*, Freileitungen über AC 45 kV - Teil 3: Nationale Normative Festlegungen (NNA); Deutsche Fassung EN 50341-3-4:2001.
- [29] *DIN EN ISO 6892-1*, Metallische Werkstoffe – Zugversuch – Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur (ISO 6892-1:2009); Deutsche Fassung EN ISO 6892-1:2009.
- [30] *Doerich, C., Rotter, J.M.*, Generalised capacity curves for stability and plasticity: Application and limitations. *Thin-Walled Structures*, 2011(49): S. 1132-1140.
- [31] *Düsing, H.*, Stabilität längsversteifter stählerner Kreiszyinderschalen unter zentrischem Axialdruck - Theoretische Grundlagen und baupraktischer Beulsicherheitsnachweis. Dissertation 1994: Universität GH Essen.
- [32] *ECCS 1988*, Buckling of steel shells: European Recommendations 4th ed1988: ECCS Brussels.
- [33] *ECCS 2008*, Buckling of steel shells: European Design Recommendations 5th ed2008: ECCS Brussels.

- 
- [34] *Ewert, E.*, Stabilitäts- und Sensitivitätsuntersuchungen dünnwandiger Kreiszyylinder unter axialem und radialem Druck mit der Methode der Finiten Elemente. Dissertation 2008: Institut für Mechanik, Universität Karlsruhe.
- [35] *Faber, T.*, Tragverhalten von Stäben mit Hohlprofilquerschnitt aus Feinkornbaustahl mit Berücksichtigung von über die Wanddicke variierenden Streckgrenzen und Eigenspannungen. Dissertation 1999: Technische Universität Hamburg Harburg.
- [36] *Fellmann, E.A.*, Leonhard Euler, 2007, Basel: Birkhäuser Verlag.
- [37] *Flügge, W.*, Statik und Dynamik der Schalen, 1981, Berlin: Springer Verlag.
- [38] *Forde, B.W.R., Stierner, S.F.*, Improved arc-length orthogonality methods for nonlinear finite element analysis. *Computer & Structures*, 1987, 27(5): S. 625-630.
- [39] *Gehring, A.*, Beurteilung der Eignung von metallischem Band und Blech zum Walzprofilieren. Dissertation 2008: Versuchsanstalt f. Stahl, Holz und Steine, Universität Karlsruhe.
- [40] *Godat, A., Legeron, F., Bazonga, D.*, Local buckling behavior of thin-walled tubular polygon columns under axial compression. *Proceedings of the 6th international conference on thin-walled structures*, Timisoara, Romania, 2011: S. 181-188.
- [41] *Godat, A., Legeron, F., Bazonga, D.*, Stability investigation of local buckling behavior of tubular polygon columns under concentric compression. *Thin-Walled Structures*, 2012, 53: S. 131-140.
- [42] *Gresnigt, N., et. al.*, Bending resistance of steel tubes in CombiWalls. RFCS TGS8 funded research project, mid-term report, 2013.
- [43] *Holst, J.M.F.G., Rotter, J.M.*, Buckling strength of cylinders with a consistent residual stress state. *Advances in Steel Structures*, 2002, II: S. 729-736.
- [44] *Holst, J.M.F.G., Rotter, J.M., Calladine, C.R.*, Imperfections and buckling in cylindrical shells with consistent residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, 2000(54): S. 265-282.

- 
- [45] *Hübner, A., Albiez, M., Saal, H.*, Buckling design for axially loaded cylindrical shells with large radius over thickness ratios. Proceedings of the third international conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 10 - 12 september 2007, Cape Town, South Africa. , ed. A. Zingoni 2007, Rotterdam: Millpress. 299-300.
- [46] *Johnson, A.L., Winter, G.*, Behavior of stainless steel columns and beams. Journal of the structural division, Proceedings of the ASCE, 1966: S. 97-117.
- [47] *Kármán v., T., Sechler, E., Donnell, L.H.*, The strength of thin plates in compression. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Vol. 54, 1932. 53-57.
- [48] *Kindmann, R.*, Stabilität und Theorie II. Ordnung, 2008, Berlin: Ernst & Sohn.
- [49] *Klöppel, K.*, Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten. Vol. II, 1968, Berlin: Ernst & Sohn.
- [50] *Klöppel, K.*, Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten. Vol. I, 1960, Berlin: Ernst & Sohn.
- [51] *Knödel, P.*, Stabilitätsuntersuchungen an kreiszylindrischen stählernen Siloschüssen. Dissertation 1995: Universität Karlsruhe.
- [52] *Knödel, P., Ummenhofer, T.*, Substitute imperfections for the prediction of buckling loads in shell design. Proc. Int. Workshop Imperf. in Metal Silos, INSA, Lyon 1996. 87-101.
- [53] *Koiter, W.T.*, Over de Stabiteit van het elastisch evenwicht. Dissertation 1945: Politechnic Institute Delft.
- [54] *Kurt, C., Johnson, R.*, Cross-sectional imperfections and column stability. Journal of the structural division ASCE, 1978, 104: S. 1869-1883.
- [55] *Legeron, F., Godat, A.*, A new design equation for the local buckling capacity of thin-walled tubular polygon columns. Proceedings Eurosteel 2011, Budapest, Hungary, 2011: S. 1755-1760.

- [56] *Leica*, Datasheet Leica ScanStation C10. [http://www.leica-geosystems.de/de/Leica-ScanStation-C10\\_79411.htm](http://www.leica-geosystems.de/de/Leica-ScanStation-C10_79411.htm), Abruf vom 17.09.2012.
- [57] *Lindner, J.*, Stahlbauten: Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4, 1993, Berlin: Beuth.
- [58] *Lindner, J., Aschinger, R.*, Zur Streckgrenzenerhöhung infolge Kaltverformung bei dünnwandigen Profilen. Stahlbau, 1993, 62(6): S. 170-178.
- [59] *Lindner, J., Heyde, S.*, Schlanke Stabtragwerke. Stahlbau-Kalender 2009, Hrsg.: U. Kuhlmann, 2009: S. 273-379.
- [60] *Memon, B.A.*, Arc-length technique for nonlinear finite element analysis. Journal of Zhejiang University, 2004(5): S. 618-629.
- [61] *Migita, Y., Aoki, T., Fukumoto, Y.*, Local and interaction buckling of polygonal section steel columns. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1992, 118(10): S. 2659-2676.
- [62] *Migita, Y., Fukumoto, Y.*, Local buckling behaviour of polygonal sections. Journal of Constructional Steel Research, 1997, 41(2): S. 221-233.
- [63] *Münstermann, S.*, Einflußgrößen auf den Elastizitätsmodul von Stählen für den Fahrzeugbau, FAT Schriftenreihe Nr. 182, 2004: Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V.
- [64] *Niederegger, P.*, Tragverhalten von drei- und vierseitig gelagerten Querschnittselementen aus Metallen mit nichtlinearer Spannungs-Dehnungsbeziehung. Dissertation 2009: Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich.
- [65] *Petersen, C.*, Stahlbau : Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten, 1993, Braunschweig: Vieweg.
- [66] *Petersen, C.*, Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, 1992, Braunschweig: Vieweg.
- [67] *Riks, E.*, The application of Newton's method to the problem of elastic stability. Journal of Applied Mechanics, 1972, 39: S. 1060-1065.

- [68] *Riks, E.*, An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 1979, 15: S. 529-551.
- [69] *Rotter, J.M.*, Cylindrical shells under axial compression, in *Buckling of thin metal shells*, 2004, Eds.: J.G. Teng and J.M. Rotter, Spoon press: London. S. 42-87.
- [70] *Rotter, J.M.*, Development of proposed European design rules for buckling of axially compressed cylinders. *Advances in Structural Engineering*, 1998, 1(4): S. 273-386.
- [71] *Rotter, J.M.*, Shell buckling design and assessment and the LBA-MNA methodology. *Stahlbau*, 2011, 80(11): S. 791-803.
- [72] *Rotter, J.M., Gresnigt, A.M.*, Material assumptions, in *Buckling of Steel Shells European Design Recommendations 2008*, Eds.: J.M. Rotter and H. Schmidt. S. 57-67.
- [73] *Rotter, J.M., Teng, J.G.*, Elastic stability of cylindrical shells with weld depressions. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 1989, 115(5): S. 1244-1263.
- [74] *Sadowski, A.J., Rotter, J. M.*, Solid or shell finite elements to model thick cylindrical tube and shells under global bending. *International Journal of Mechanical Science*, 2013, 74: S. 143-153.
- [75] *Schilling, C.G.*, Buckling strength of circular tubes. *Journal of the structural division, Proceedings of the ASCE*, 1965, 91: S. 325-348.
- [76] *Schmidt, H.*, Stabilität stählerner Schalentragerwerke. *Stahlbau-Kalender 2009*, Hrsg.: U. Kuhlmann, 2009: S. 529-612.
- [77] *Schneider, W.*, The conception of quasi-collapse-affine imperfections: A new approach to unfavourable imperfections of thin-walled shell structures. *Thin-Walled Structures*, 2005, 43: S. 1202-1224.
- [78] *Schneider, W.*, Die "ungünstigste" Imperfektionsform bei stählernen Schalentragerwerken - eine Fiktion?, *Bauingenieur*, 2004, 79(10): S. 436-442.

- [79] *Schneider, W.*, Ersatzimperfectionen für den numerischen Beulsicherheitsnachweis stählerner Schalentragerwerke - State of the Art. Stahlbau, 2006, 75(9): S. 754-760.
- [80] *Schneider, W.*, Kollapsanalyse quasistatisch belasteter stählerner Schalentragerwerke. Habilitation, Berichte aus dem Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen. Vol. 5, 2002: Universität Leipzig.
- [81] *Schneider, W.*, Konsistente geometrische Ersatzimperfectionen für den numerisch gestützten Beulsicherheitsnachweis axial gedrückter Schalen. Stahlbau, 2004, 73(4): S. 262-269.
- [82] *Speicher, G.*, Beulstabilität langer stählerner Kreiszyinderschalen unter Biegebeanspruchung. Dissertation 1998: Versuchsanstalt für Stahl Holz und Steine Karlsruhe.
- [83] *Speicher, G., Saal, H.*, Beulen biegebeanspruchter, langer Kreiszyinderschalen aus Stahl - Versuch, Theorie und Bemessung. Stahlbau, 1998, 67(6): S. 443-451.
- [84] *Stranghöner, N.*, Untersuchungen zum Rotationsverhalten von Trägern aus Hohlprofilen. Dissertation 1995: RWTH Aachen.
- [85] *Teng, J.G., Lin, X., Rotter, J.M., Ding, X.L.*, Analysis of geometric imperfections in full-scale welded steel silos. Engineering Structures, 2005, 27: S. 938-950.
- [86] *Teng, J.G., Smith S.T., Ngok L.Y.*, Local buckling of thin-walled tubular polygon columns subjected to axial compression or bending, in Proceedings of advances in steel structures 1999, Elsevier Steel Structures Division: Hong Kong. S. 109-115.
- [87] *Timmel, I.*, Imperfektionssensitivität schlanker stählerner Kreiszyinderschalen unter statischer Windbelastung. Dissertation 2004: Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig.
- [88] *Timoshenko, S.P.*, Theory of elastic stability, 1961, New York: McGraw-Hill.
- [89] *Ummenhofer, T.*, Stabilitätsverhalten imperfekter zylindrischer Stahlsiloschalen, Experimentelle und numerische Untersuchungen. Dissertation 1996: Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine Karlsruhe.

- 
- [90] *Ummenhofer, T., Reinke T.*, Biegeversuche an dünnwandigen Stahlmasten mit runden und polygonalen Querschnitten, 2012: Bericht Nr. 101513 der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine Karlsruhe, unveröffentlicht.
- [91] *Wempner, G.A.*, Discrete approximation related to nonlinear theories of solids. *International Journal of Solids and Structures*, 1971, 7: S. 1581-1599.
- [92] *Winter, G.*, Strength of thin steel compression flanges. *Transactions ASCE*, 1947, 112: S. 527-554.
- [93] *Wirth, S.*, Beulsicherheitsnachweise für schalenförmige Bauteile nach EN 1993-1-6. Dissertation 2008: Institut für Metall- und Leichtbau, Universität Duisburg Essen.
- [94] *Wriggers, P.*, Nichtlineare Finite-Element-Methoden, 2001, Berlin: Springer.
- [95] *Yamaki, N.*, Elastic stability of circular cylindrical shells, 1984, Amsterdam: North Holland





## **8 Anhang**

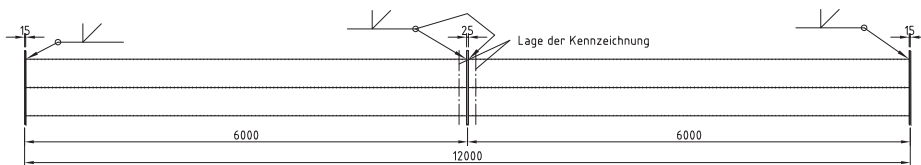
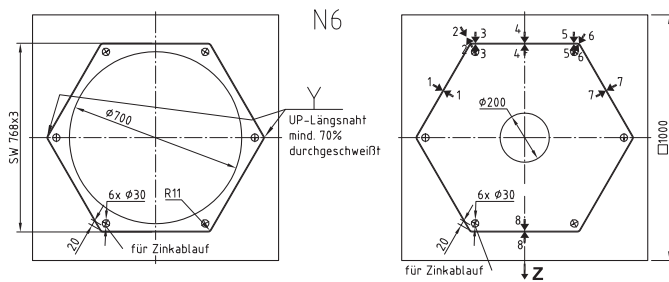
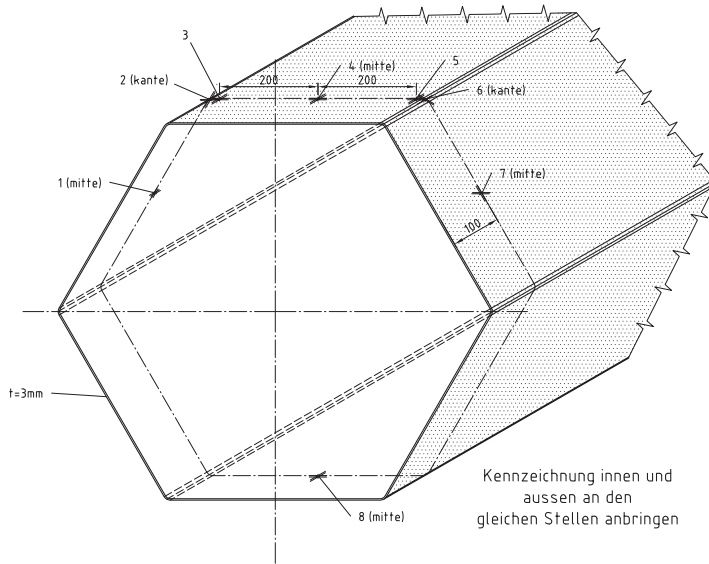


Abbildung A1: Abmessungen N6\_SW768\_T3

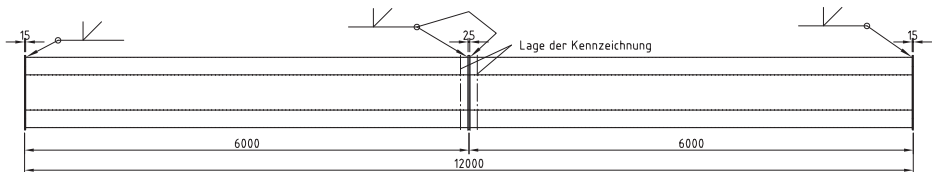
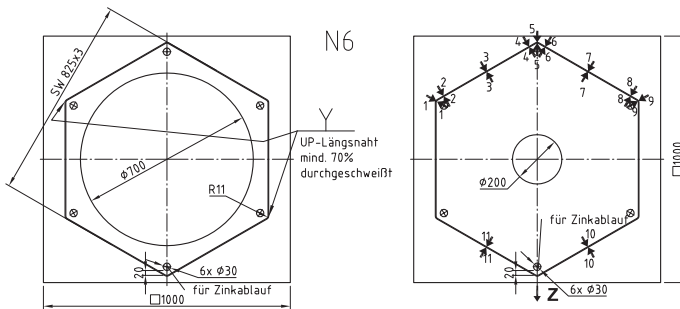
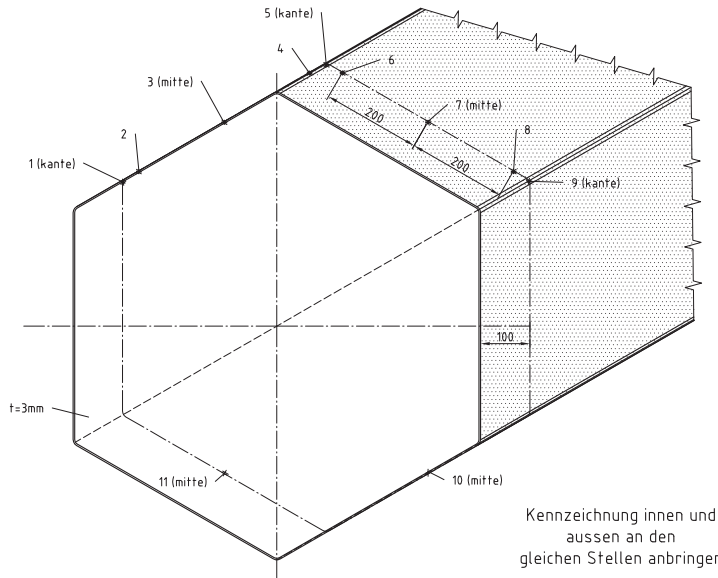


Abbildung A2: Abmessungen N6\_SW825\_T3

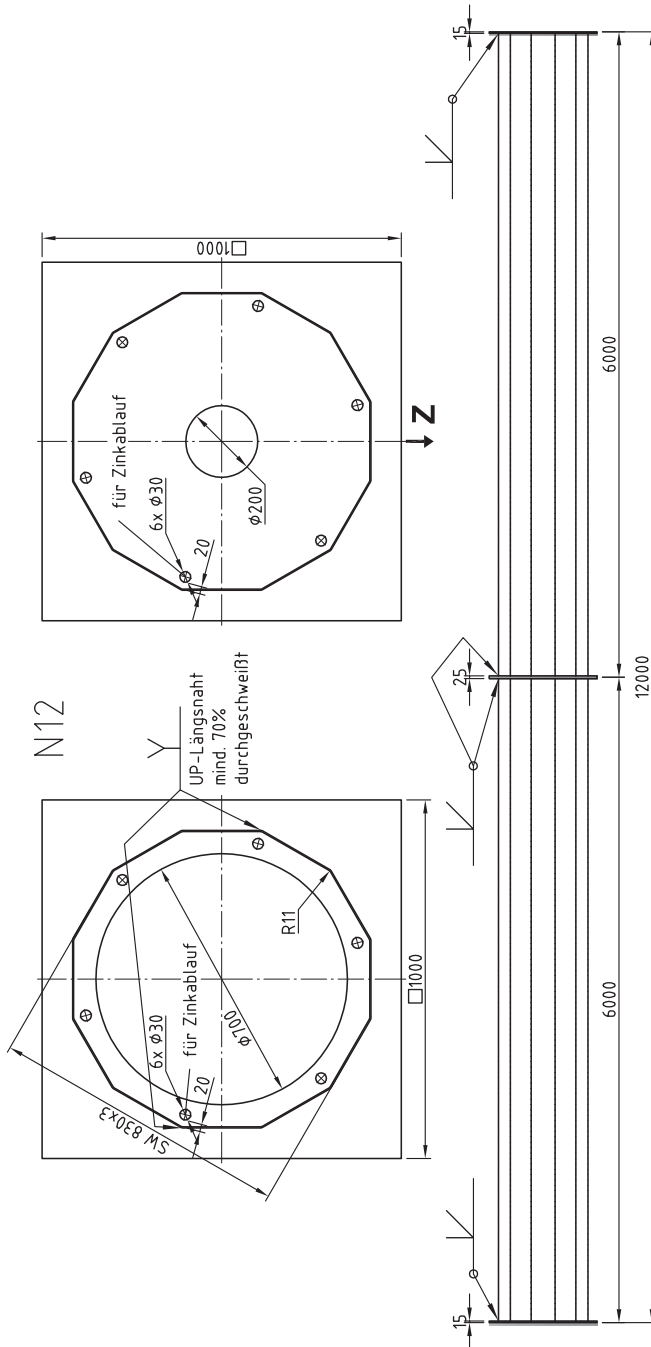


Abbildung A3: Abmessungen N12\_SW830\_T3

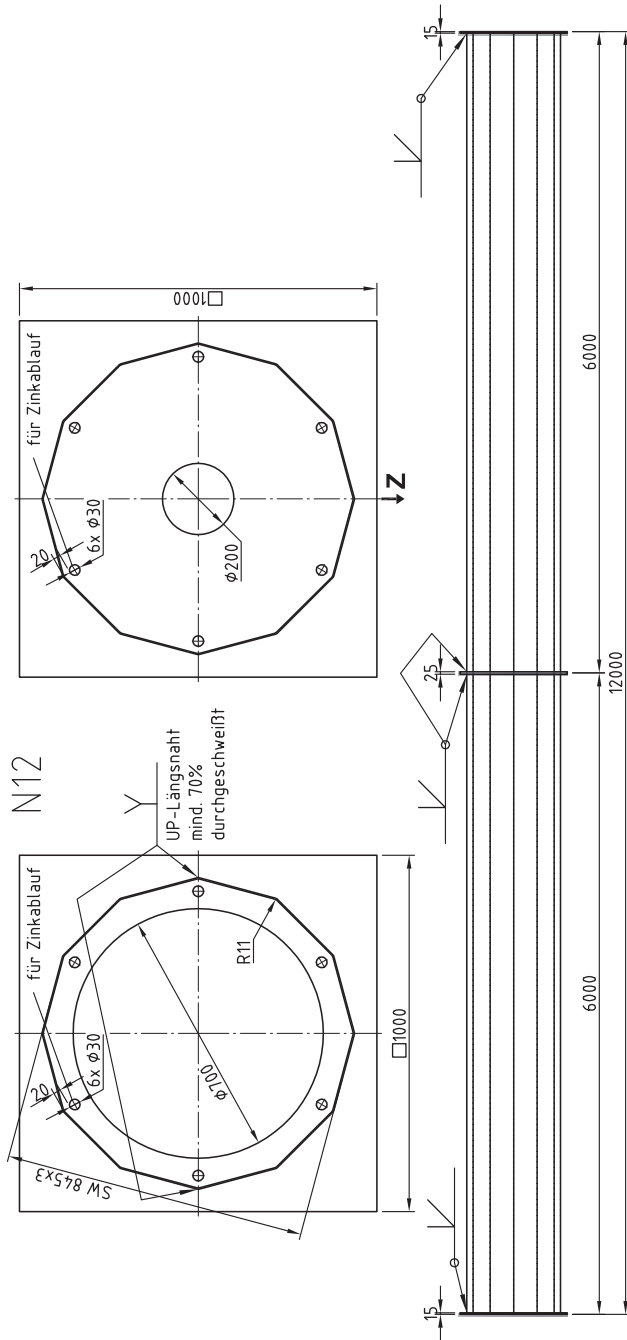


Abbildung A4: Abmessungen N12\_SW845\_T3

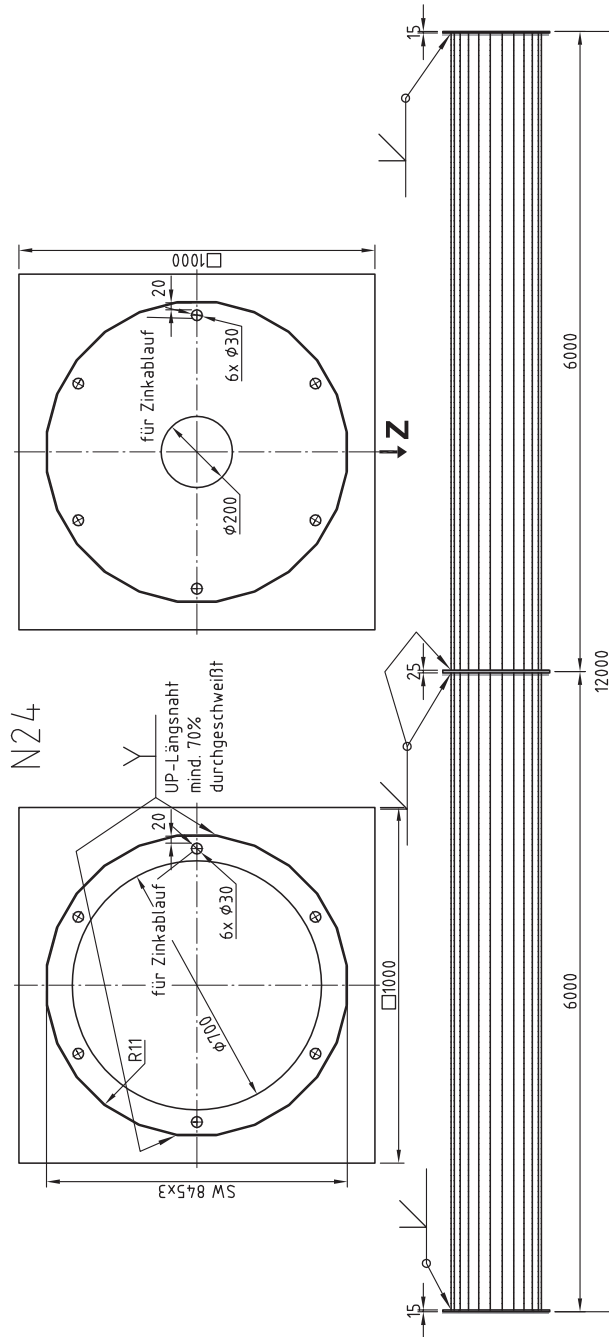


Abbildung A5: Abmessungen N24\_SW845\_T3

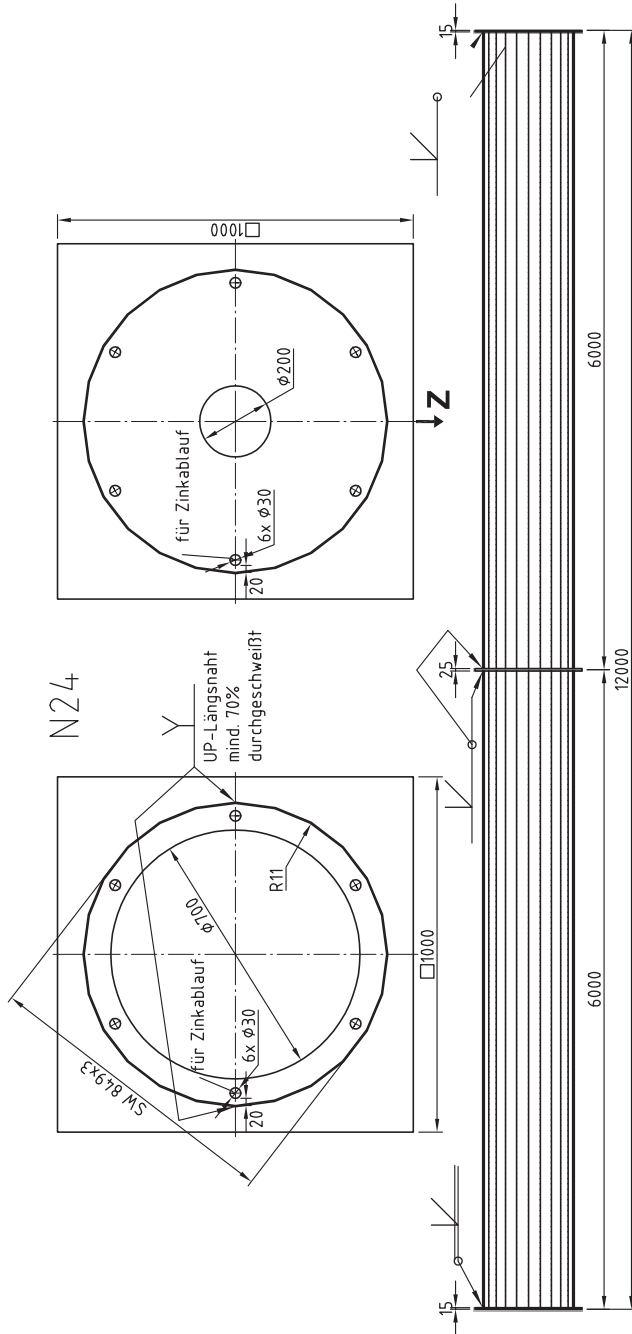


Abbildung A6: Abmessungen N24\_SW849\_T3

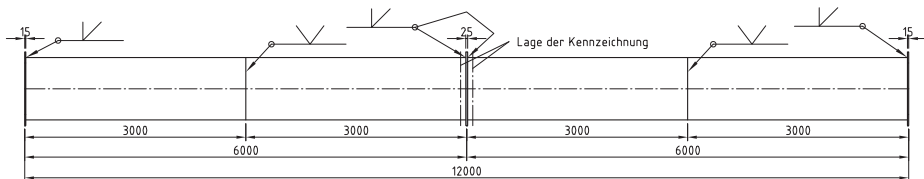
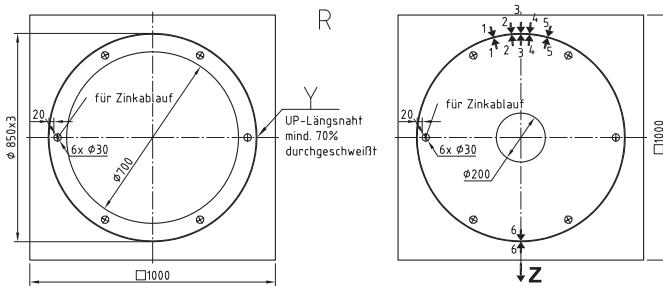
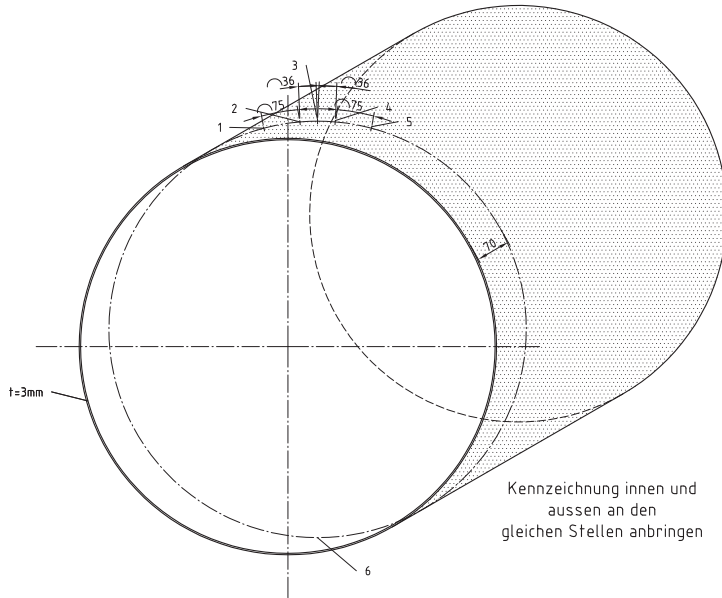


Abbildung A7: Abmessungen RUND\_D850\_T3



Erläuterungen zu den folgenden Datenblättern:Last-Verformungsdiagramme:

Die Diagramme stellen die einwirkende Maschinenkraft dar. Das Eigengewicht der Probekörper ist darin nicht enthalten.

Probekörperbezeichnung:

z.B.: N6\_SW825\_T3\_V1 oder RUND\_D850\_T3\_V1

N6 / RUND: Anzahl der Ecken/Seitenflächen: 6 bzw. runde Probekörper

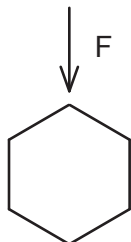
SW825 / D850: Sollmaß der Schlüsselweite: 825 mm, Außenmaß bzw. Durchmesser

T3: Sollmaß der Blechdicke: 3 mm

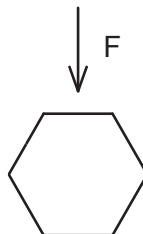
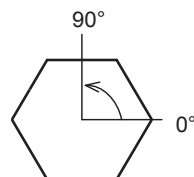
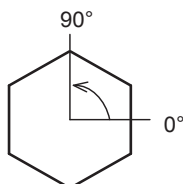
V1: Versuchsnummer

Lage des Probekörpers:

Ecke oben:



Seite oben:

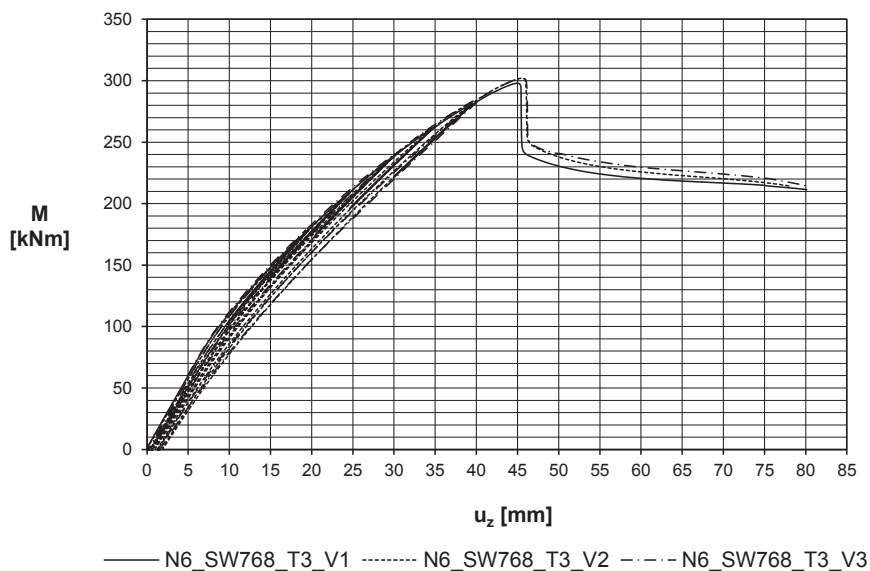
Lage der Schweißnaht:Zugproben:

Die angegebenen Werte sind gemittelte Werte der entnommenen Proben.

## Datenblatt: N6\_SW768\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N6_SW768_T3_V1	Seite oben	0° / 180°	297,9	49,7
N6_SW768_T3_V2	Seite oben	0° / 180°	302,2	50,4
N6_SW768_T3_V3	Seite oben	0° / 180°	301,8	50,3



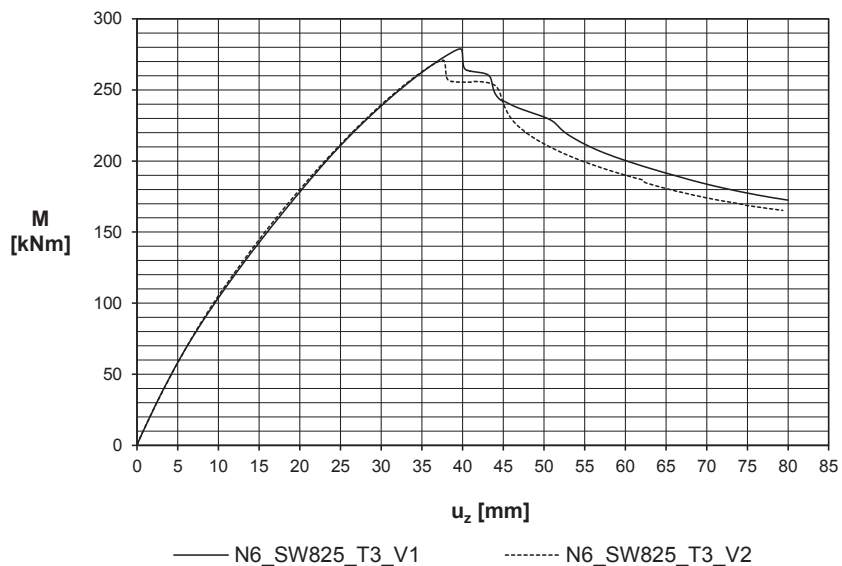
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechedicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{\text{Hysterese}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,16	409	563	14,5	175600
quer	3,16	420	563	13,9	177400
längs auf der Kante	3,21	476	583	10,1	183900

## Datenblatt: N6\_SW825\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N6_SW825_T3_V1	Ecke oben	30° / 210°	278,9	46,5
N6_SW825_T3_V2	Ecke oben	30° / 210°	270,9	45,1



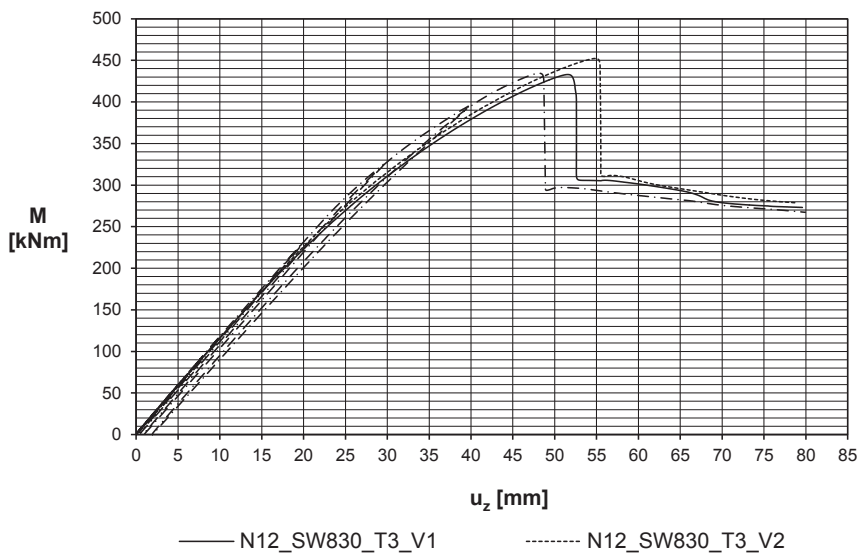
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechedicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$A_g$ [%]	$E_{Hysterese}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,02	393	526	14,0	180300
quer	3,02	402	527	14,1	197900

## Datenblatt: N12\_SW830\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N12_SW830_T3_V1	Seite oben	75° / 255°	433,0	72,2
N12_SW830_T3_V2	Seite oben	75° / 255°	452,4	75,4
N12_SW830_T3_V3	Seite oben	15° / 195°	434,5	72,4



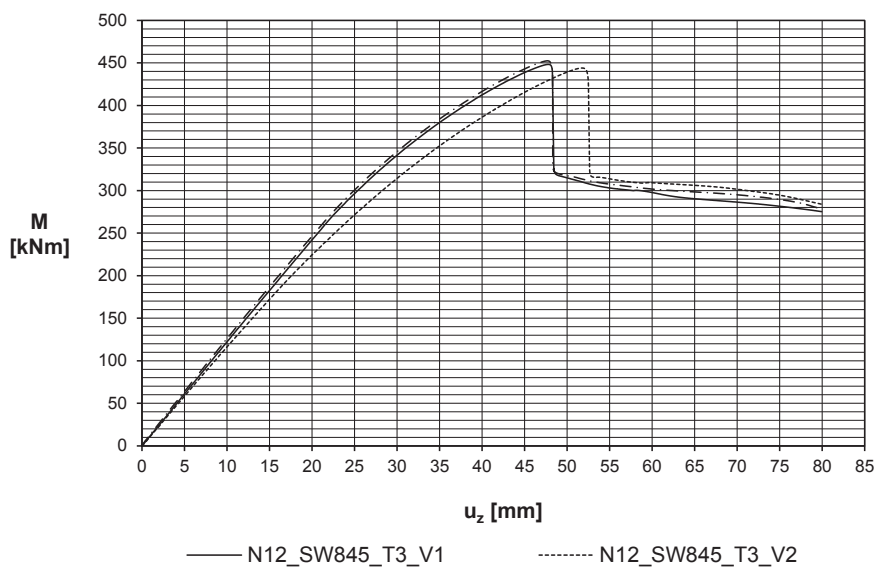
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechdicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{\text{Hysteresese}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	2,99	429	596	13,6	187100

## Datenblatt: N12\_SW845\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N12_SW845_T3_V1	Ecke oben	90° / 270°	448,2	74,7
N12_SW845_T3_V2	Ecke oben	0° / 180°	443,9	74,0
N12_SW845_T3_V3	Ecke oben	0° / 180°	452,5	75,4



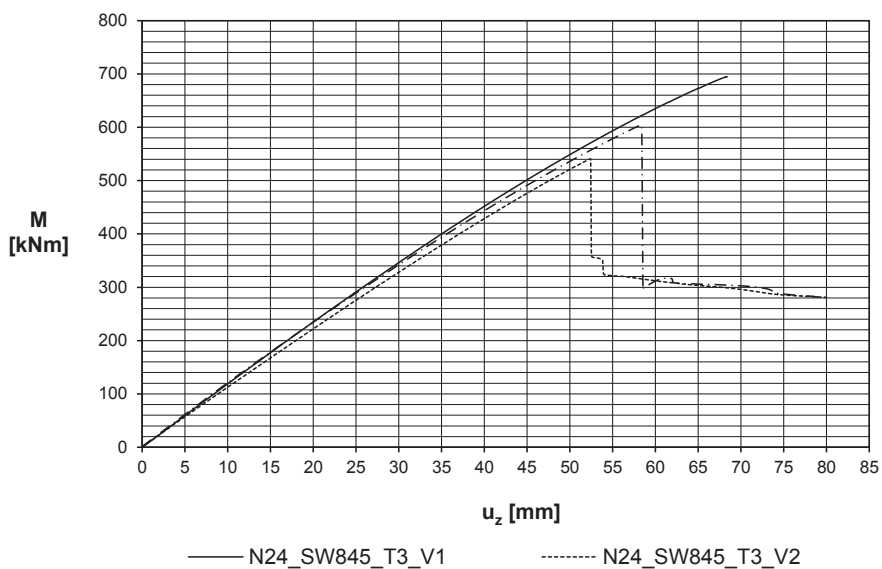
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechkdicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{Hysterese}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,05	422	585	13,4	190000
quer	3,06	438	580	13,0	183300

## Datenblatt: N24\_SW845\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N24_SW845_T3_V1	Seite oben	7,5° / 187,5°	694,7	115,8
N24_SW845_T3_V2	Seite oben	82,5° / 262,5°	540,9	90,2
N24_SW845_T3_V3	Seite oben	82,5° / 262,5°	604,5	100,8



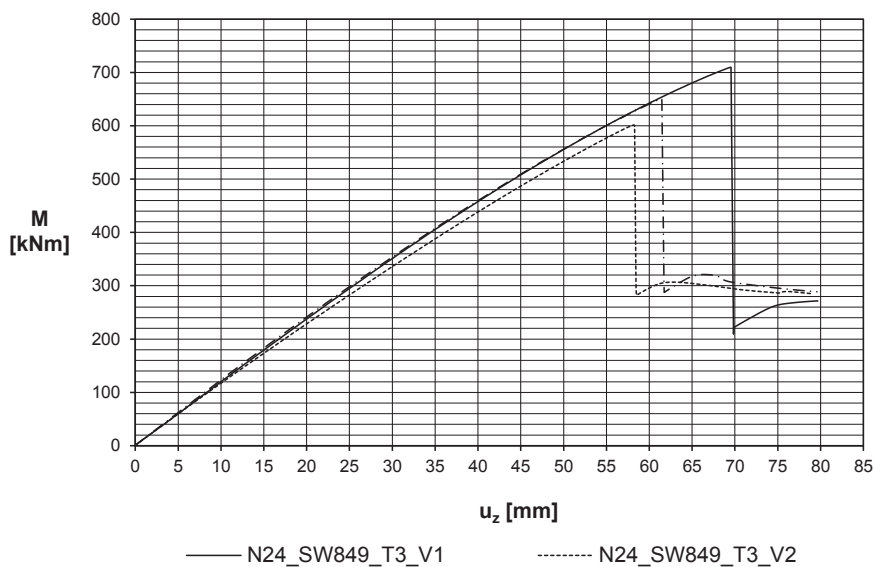
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechedicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{Hysteresese}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,05	408	572	13,7	171500
quer	3,06	430	574	12,9	208300
längs auf der Kante	3,06	421	570	13,0	186200

## Datenblatt: N24\_SW849\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
N24_SW849_T3_V1	Ecke oben	0° / 180°	709,5	118,2
N24_SW849_T3_V2	Ecke oben	90° / 270°	601,6	100,3
N24_SW849_T3_V3	Ecke oben	90° / 270°	650,7	108,4



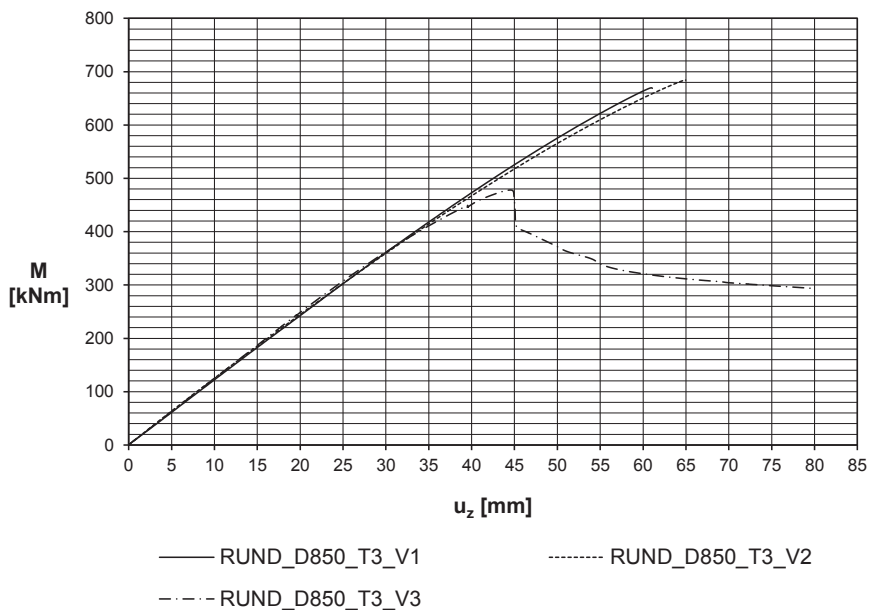
## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechedicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{Hysterese}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,02	406	572	14,1	179600
längs auf der Kante	3,03	425	576	12,8	177500

## Datenblatt: RUND\_D850\_T3

## I) Biegeversuche

Bezeichnung	Lage des Probekörpers	Lage der Schweißnaht	max M [kNm]	zug. V [kN]
RUND_D850_T3_V1	-	0° / 180°	669,5	111,6
RUND_D850_T3_V2	-	90° / 270°	684,1	114,0
RUND_D850_T3_V3	-	0° / 180°	478,1	79,7



## II) Zugproben

Lage der Probe	Blechdicke t [mm]	$R_{p0,2}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Ag [%]	$E_{\text{Hysteresese}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
längs	3,22	382	544	14,4	187900
quer	3,22	388	547	14,5	171900





Stahlmasten mit polygonalen Querschnitte werden i.d.R. wie eine Aneinanderreihung von einzelnen Plattenstreifen betrachtet. Die Biegetragfähigkeit wird dabei auf der Grundlage von Plattenbeulnachweisen ermittelt. Mit steigender Kantenanzahl wird das Tragverhalten jedoch zunehmend von der Schalentragwirkung und dem Einfluss von geometrischen Imperfektionen bestimmt (Schalenbeulen). Die vorliegende Arbeit behandelt die Biegetragfähigkeit von Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten daher losgelöst von einer Zuordnung zu einem bestimmten Stabilitätsfall. Auf der Grundlage von experimentellen und numerischen Untersuchungen wird das Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten mit beliebiger Kantenanzahl bis in den Übergangsbereich zum zylindrischen Querschnitt dargestellt.

