

Optimale Steuerung regenerativer Energiesysteme in einer stochastischen Umwelt

Zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften

(Dr.-Ing.)

von der

Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Wi.-Ing. André Lust

Tag der mündlichen Prüfung: 01.07.2015

Referent: Prof. Dr. Karl-Heinz Waldmann

Korreferent: Prof. Dr. Wolf Fichtner

Karlsruhe 2015

Zusammenfassung

Das Ziel der Dissertation ist eine theoretische Analyse des operativen Betriebs regenerativer Energiesysteme in einer stochastischen Umwelt. Von besonderem Interesse sind hierbei Energiesysteme, die neben einer stochastischen Stromerzeugungscharakteristik, wie sie bspw. bei Wind- oder Photovoltaikanlagen üblich ist, auch einen Energiespeicher aufweisen. Hierzu werden drei Modelle unterschiedlicher Energiesystemkonfigurationen als Markovsche Entscheidungsprozesse formuliert und bezüglich der Struktur gewinnoptimaler Betriebsstrategien mit dem Ziel eines reduzierten Lösungsaufwands untersucht.

Im ersten Modell wird ein Energiesystem bestehend aus zwei Kraftwerken und einem Energiespeicher betrachtet. Die Stromerzeugung eines der beiden Kraftwerke wird als stochastisch angesehen, wobei sich das andere durch eine gute Regelbarkeit auszeichnen soll. Gesteuert wird das System dabei durch Ein- bzw. Ausspeicheraktionen von elektrischer Energie in bzw. aus dem Energiespeicher. Erweiternde Betrachtungen dieses Modells beinhalten darüber hinaus weitere stochastische Einflussgrößen, wie z.B. stochastische Energiepreise, stochastische Nachfrage, stochastische Stromerzeugung. Im zweiten Modell betrachten wir ebenfalls ein Energiesystem, welches aus zwei Kraftwerken sowie einem Energiespeicher besteht. Im Gegensatz zum ersten Modell weisen nun beide Kraftwerke einen stochastischen Stromoutput auf und sollen dabei vom Anlagenbetreiber simultan gesteuert werden. Bei der Untersuchung optimaler Betriebsstrategien verwenden wir das Konzept M^{\natural} -konkaver Funktionen, welches in dieser Form bisher noch nicht im Bereich der dynamischen Optimierung eingesetzt wurde. Im dritten Modell wird ein Energiesystem bestehend aus einem Kraftwerk mit stochastischer Stromerzeugungscharakteristik sowie einem Energiespeicher betrachtet, wobei zusätzlich die Effekte eines Day-ahead-Markts für elektrische Energie berücksichtigt werden. Dem Betreiber der Anlage bietet sich nun die Möglichkeit Energie entweder im Voraus am Day-ahead-Markt anzubieten oder aber den Intraday-Handel zur Vermarktung seiner Energie zu nutzen. Zur Untersuchung der Struktur optimaler Strategien in diesem Fall findet das im Bereich der dynamischen Optimierung neuartige Konzept L^{\natural} -konkaver Funktionen Anwendung.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
Abkürzungsverzeichnis	XI
1 Einleitung	1
1.1 Ziel dieser Arbeit	5
1.2 Aufbau der Arbeit	6
I Grundlagen und Literatur	9
2 Grundzüge der elektrischen Energieversorgung	11
2.1 Grundlagen der elektrischen Energieerzeugung	12
2.1.1 Thermische Kraftwerke	12
2.1.2 Photovoltaikanlagen	15
2.1.3 Windkraftanlagen	17
2.1.4 Wasserkraftanlagen	21
2.1.5 Kraftwerkseinsatz	24
2.2 Energiespeicher	28
2.2.1 Pumpspeicherkraftwerke	30
2.2.2 Druckluftspeicherkraftwerke	33
2.2.3 Batteriespeicher	36

2.2.4	Wasserstoffspeicher	38
2.3	Übertragung und Verteilung elektrischer Energie	39
3	Mathematische Grundlagen	45
3.1	Markovsche Entscheidungsprozesse	45
3.1.1	Markovsche Entscheidungsprozesse mit unendlichem Planungshorizont	46
3.1.2	Markovsche Entscheidungsprozesse mit endlichem Planungshorizont	53
3.1.3	Markovsche Entscheidungsprozesse in dynamischer Umwelt	54
3.2	Diskrete konvexe Funktionen	56
3.2.1	Univariate konvexe Funktionen	57
3.2.2	L -konvexe und L^h -konvexe Funktionen	59
3.2.3	M -konvexe und M^h -konvexe Funktionen	64
4	Literatur	69
4.1	Optimierung von Energiesystemen	69
4.1.1	Kraftwerkseinsatzplanung	70
4.1.2	Optimale Steuerung von Energiespeichern	74
4.2	Andere Anwendungsgebiete	76
II	Modelle zur optimalen Steuerung regenerativer Energiesysteme	79
5	Optimale Steuerung eines Energiesystems unter Berücksichtigung eines Kraftwerks mit stochastischem Stromoutput	81
5.1	Modellbeschreibung	82
5.2	Das endlichstufige Modell	88
5.2.1	Strukturaussagen	88
5.3	Unendlichstufiges Modell	107
5.3.1	Strukturaussagen	109
5.4	Erweiterung um weitere stochastische Einflüsse	111
5.4.1	Stochastische Einflüsse auf die Modellparameter	112
5.4.2	Modellbeschreibung	117
5.4.3	Strukturaussagen	119

6 Optimale Steuerung eines Energiesystems unter Berücksichtigung zweier Kraftwerke mit stochastischem Stromoutput	121
6.1 Modellbeschreibung	121
6.2 Strukturaussagen	130
7 Optimale Steuerung regenerativer Energiesysteme unter Berücksichtigung eines Day-ahead Markts	139
7.1 Modellbeschreibung	139
7.2 Strukturaussagen	144
8 Zusammenfassung und Ausblick	153
8.1 Zusammenfassung	153
8.2 Ausblick	155
Literaturverzeichnis	157

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematischer Aufbau eines Dampfkraftwerks.	13
2.2	Schematischer Aufbau eines GuD-Kraftwerks.	14
2.3	Schematischer Zusammenhang zwischen Windgeschwindigkeit und der vom Generator erzeugten elektrischen Energie.	19
2.4	Typische Lastkurven für einen Winter- und einen Sommertag.	27
2.5	Typische Aufteilung der Leistungsbereitstellung durch Grund-, Mittel- und Spitzenlastkraftwerke.	28
2.6	Schematischer Aufbau eines Druckluftspeicherkraftwerks.	36
2.7	Schematischer Aufbau von Strahlennetzen und von Ringleitungen.	41
2.8	Schematischer Aufbau von verzweigten Ringen und von Maschennetzen.	42

Tabellenverzeichnis

1.1	Entwicklung des weltweiten Primärenergiebedarfs nach Energieträgern basierend auf dem „New Policies“-Szenario.	2
1.2	Entwicklung der weltweit installierten Kraftwerksleistung nach Energieträgern basierend auf dem „New Policies“-Szenario.	3
2.1	IEC-Windklassen.	20
2.2	Eigenschaften ausgewählter Batteriespeicher.	37
2.3	Übliche Nennspannungen, die im Bereich der elektrischen Energieversorgung eingesetzt werden.	40
5.1	Mittlere monatliche Windgeschwindigkeiten auf dem Feldberg/Schwarzwald für die Jahre 2009 bis 2013	116

Abkürzungsverzeichnis

ADELE Adiabater Druckluftspeicher für die Elektrizitätsversorgung

BHKW Blockheizkraftwerk

EEG Erneuerbare-Energien-Gesetz

EEX European Energy Exchange

EPEX European Power Exchange

EU Europäische Union

GuD Gas-und-Dampf

HGÜ Hochspannungs-Gleichstromübertragung

IEA Internationale Energie-Agentur

IEC International Electrotechnical Commission

MEP Markovscher Entscheidungsprozess

MPP Maximum Power Point

OTC Over-The-Counter

USV Unterbrechungsfreie Stromversorgung

WSR Wirkleistungssekundenreserve

KAPITEL 1

Einleitung

Die weltweite Versorgung der Menschheit mit elektrischer Energie und anderen Formen der Nutzenergie wurde bislang überwiegend durch den Einsatz fossiler Energieträger gedeckt.¹ Durch das globale Bevölkerungswachstum und die zunehmende Technisierung in den vergangenen Jahrzehnten hat der weltweite Primärenergiebedarf und damit auch die mit klassischen Methoden der Energiewandlung in thermischen Kraftwerken einhergehenden Emissionen umweltschädigender Substanzen erheblich zugenommen. Die Internationale Energieagentur (IEA) geht darüber hinaus in ihrem jährlich erscheinenden Bericht („World Energy Outlook“) von einer weiteren Zunahme des Primärenergiebedarfs um ein Drittel bis zum Jahre 2035 aus.² So lag der weltweite Primärenergiebedarf im Jahr 2000 bei ca. 10.097 Mtoe (Megatonne Öleinheiten) und wuchs bis zum Jahr 2010 auf 12.730 Mtoe, wobei ein weiterer Anstieg bis zum Jahr 2035 auf 17.197 Mtoe gemäß des „New Policies“-Szenarios erwartet wird. Ebenso wird jedoch erwartet, dass der Anteil erneuerbarer Energieträger am weltweiten Primärenergiemix zunimmt und somit ein Rückgang des Anteils fossiler Energieträger auf ca. 75% die Folge ist (vgl. International Energy Agency (2012, S. 51)). In Tabelle 1.1 sind die zuvor genannten Daten sowie die erwartete Zusammensetzung des weltweiten Primärenergiemixes übersichtlich zusammengefasst.

Ein besonderer Nachfrageschub ging in den vergangenen Jahren vom asiatischen Raum aus, wobei insbesondere der stetig steigende Energiebedarf Chinas, Indiens sowie des

¹Beispielsweise betrug im Jahr 2010 der Anteil fossiler Energieträger am globalen Primärenergiemix 81% (vgl. International Energy Agency (2012, S. 51)).

²Die Grundlage für diese Prognose bildet das von der IEA als am wahrscheinlichsten angenommene „New Policies“-Szenario (vgl. International Energy Agency (2012, S. 50)).

Jahr		1990	2010	Prognose			2010-35*
				2020	2030	2035	
Kohle	in Mtoe	2.231	3.474	4.082	4.180	4.218	0,8%
Öl	in Mtoe	3.230	4.113	4.457	4.578	4.656	0,5%
Gas	in Mtoe	1.668	2.740	3.266	3.820	4.106	1,6%
Nuklear	in Mtoe	526	719	898	1.073	1.138	1,9%
Wasser	in Mtoe	184	295	388	458	488	2,0%
Biomasse	in Mtoe	903	1.277	1.532	1.755	1.881	1,6%
Andere erneuerbare Energieträger	in Mtoe	36	112	299	554	710	7,7%
Gesamt	in Mtoe	8.779	12.730	14.922	16.417	17.197	1,2%

*: durchschnittliche jährliche Wachstumsrate

Tabelle 1.1: Entwicklung des weltweiten Primärenergiebedarfs nach Energieträgern basierend auf dem „New Policies“-Szenario (nach International Energy Agency (2012, S. 51)).

mittleren Ostens ein wesentlicher Treiber für die Entwicklung der weltweiten Nachfrage nach Primärenergie darstellt und gemäß der Prognosen der IEA auch in Zukunft darstellen wird (vgl. International Energy Agency (2012, S. 23)). Im Gegensatz dazu bewegt sich der Primärenergiebedarf vieler Industrienationen wie Deutschland in den letzten Jahren eher auf konstantem Niveau bzw. entwickelt sich leicht rückläufig. Gründe hierfür liegen beispielsweise in den Bestrebungen der Regierungen Anreize für die Umsetzung von Energieeffizienzmaßnahmen, die darauf abzielen wirtschaftlicher mit den gegebenen Primärenergieträgern umzugehen, zu schaffen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 2)). Insgesamt prognostiziert die IEA mittelfristig auch global eine abnehmende Dynamik in der Entwicklung des Primärenergiebedarfs. Als Gründe sind hier ebenfalls Energieeffizienzmaßnahmen, aber auch die als steigend angenommenen Energiepreise, welche die Nachfrage nach Energie dämpfen, zu nennen. So geht nicht nur die IEA davon aus, dass ein Anstieg der Energiepreise in den nächsten Jahrzehnten sehr wahrscheinlich ist, sondern beispielsweise auch die EU in ihrem „Energiefahrplan 2050“. In diesem wird szenarioübergreifend ein Anstieg der Energiepreise bis zum Jahr 2030 prognostiziert, wobei ein weiterer Anstieg über dieses Jahr hinaus lediglich in einem der untersuchten Szenarien vorausgesagt wird (vgl. Europäische Kommission (2011)).

Im Vergleich zur weltweiten Primärenergiebedarf wird davon ausgegangen, dass die Nachfrage nach elektrischer Energie in den nächsten Jahren und Jahrzehnten erheblich

Jahr		1990	2010	Prognose	
				2020	2035
Fossile Energieträger*	in TWh	7.490	14.446	17.793	20.929
Nuklear	in TWh	2.013	2.756	3.443	4.366
Wasser	in TWh	2.144	3.431	4.513	5.677
Andere erneuerbare Energieträger	in TWh	173	775	2.486	5.665
Gesamt	in TWh	11.819	21.408	28.235	36.637

*: Enthält Kohle, Gas und Öl als Energieträger

Tabelle 1.2: Entwicklung der weltweit installierten Kraftwerksleistung nach Energieträgern basierend auf dem „New Policies“-Szenario (nach International Energy Agency (2012, S. 182)).

stärker wächst (vgl. International Energy Agency (2012, S. 180 ff.) oder auch Europäische Kommission (2011)). So steht im „New Policies“-Szenario der IEA ein Wachstum des Primärenergiebedarfs von ca. 30 % einem Wachstum der Stromnachfrage von 70% in den Jahren zwischen 2010 und 2035 gegenüber. Diese Entwicklung beschränkt sich dabei nicht nur auf Schwellen- und Entwicklungsländer, sondern ebenfalls auf die oftmals durch einen stagnierenden Primärenergiebedarf charakterisierten Industrienationen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 2); International Energy Agency (2012, S. 180 ff.); Europäische Kommission (2011)). Allerdings wird auch hier davon ausgegangen, dass Länder wie China oder Indien in besonderem Maße zur globalen Entwicklung des Bedarfs an elektrischer Energie beitragen werden. So hat China im Jahr 2011 die USA als das Land mit der größten Nachfrage nach elektrischer Energie abgelöst (vgl. Zhou u. Teng (2013, S. 394)). Gründe für den steigenden Strombedarf sind unter anderem die Elektrifizierung von Gebieten, die bisher keinen Zugang zu elektrischer Energie hatten, das Wachstum der Weltbevölkerung, aber auch Entwicklungen in der Informationstechnologie bzw. im Bereich der Elektromobilität (vgl. Pforte (2010, S. 13), oder auch International Energy Agency (2012, S. 181)). Parallel zum erläuterten Anstieg der Nachfrage nach elektrischer Energie wird ein erheblicher Ausbau der weltweit installierten Kraftwerksleistung prognostiziert, um die Stromnachfrage zu befriedigen. Die Erwartungen der IEA bezüglich der Entwicklung der installierten Kraftwerksleistung ist in Tabelle 1.2 zusammengefasst.

Aus Tabelle 1.2 wird ersichtlich, dass für die kommenden Jahre die Verwendung erneuerbarer Energiequellen zur Stromerzeugung erheblich zunehmen wird. Gründe hierfür sind unter anderem staatliche Programme, insbesondere in Industrienationen zur Förderung dieser Technologien, die im Vergleich zu Kraftwerkstechnologien, die auf fossilen

Energieträgern basieren, einige Vorteile aufweisen. So gelten die Energieträger, die von erneuerbaren Energiesystemen zur Erzeugung elektrischer Energie genutzt werden, als praktisch unerschöpflich (vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 2). Im Gegensatz dazu sind fossile Energieträger wie Öl, Gas oder Kohle derzeit zwar noch in ausreichendem Maße verfügbar, aber mittel- bis langfristig werden sich die verfügbaren Ressourcen erschöpfen. Des Weiteren gelten Systeme zur Erzeugung elektrischer Energie aus erneuerbaren Quellen als umweltschonender als konventionelle, auf fossilen Energieträgern basierende Kraftwerke. So weisen erneuerbare Energiesysteme je nach Technologie in der Regel nur geringe Emissionen von Treibhausgasen wie CO₂, und Schadstoffen auf.³

Allerdings ist eine Erhöhung des Anteils erneuerbarer Energiesysteme, wie sie in vielen Staaten durch Gesetzesinitiativen, wie z.B. dem Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) in Deutschland, vorangetrieben wird, nicht unproblematisch. So sind viele Technologien, die auf erneuerbaren Energiequellen basieren und der Stromerzeugung dienen, intermittierender Natur. Beispiele hierfür sind Windenergie- und Photovoltaikanlagen, bei denen die Stromerzeugung von der aktuellen Windgeschwindigkeit bzw. der aktuellen Sonneneinstrahlung abhängt. Dies ist kritisch für die Netzstabilität, da hier zu jedem Zeitpunkt das Stromangebot der Stromnachfrage entsprechen muss und somit vom Netzbetreiber zum einen die Stromerzeugung und zum anderen die Stromnachfrage für einen bestimmten Zeitraum im Voraus prognostiziert werden muss. Dies gestaltet sich mit konventionellen thermischen Kraftwerken relativ einfach, ist jedoch bei intermittierenden Stromerzeugungstechnologien eine Herausforderung. Eine Möglichkeit mit dieser Herausforderung umzugehen, liegt im verstärkten Einsatz gut regelbarer Spitzenlastkraftwerke, die als Reserve im Netz vorgehalten und im Falle einer geringeren Einspeisung elektrischer Energie zugeschaltet werden (vgl. die Ausführungen in Kapitel 2.1.5). Eine weitere Möglichkeit ist der Einsatz von Energiespeichern, die für einen Ausgleich zwischen Angebot und Nachfrage im Netz sorgen können. Problematisch beim großflächigen Einsatz von Energiespeichern sind die in der Regel sehr hohen Kosten bzw. das Fehlen geeigneter Standorte für die Speichersysteme. So ist in Deutschland beispielsweise aufgrund geographischer Gegebenheiten der Bau weiterer Pumpspeicherkraftwerke in Ermangelung geeigneter Standorte nur in sehr begrenztem Maße möglich (vgl. Kapitel

³Tatsächlich emittieren beispielsweise Wind- und Photovoltaikanlagen während des Betriebs keine Treibhausgase und auch keine Schadstoffe, allerdings gilt es zu beachten, dass bei der Fertigung/Entsorgung durchaus Treibhausgasemissionen bzw. auch andere schädliche Substanzen anfallen können.

2.2). Umso wichtiger ist es, bestehende Speichersysteme optimal unter Berücksichtigung der Effekte erneuerbarer Energiesysteme zu nutzen. Die vorliegende Arbeit leistet hierzu einen wichtigen Beitrag, indem Modelle für unterschiedliche Konfigurationen regenerativer Energiesysteme samt Speichereinrichtung entwickelt und optimale Betriebsstrategien für diese abgeleitet werden.

1.1 Ziel dieser Arbeit

In der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns mit der optimalen Steuerung regenerativer Energiesysteme mit intermittierender Stromerzeugungscharakteristik in Kombination mit Energiespeichern. Wir legen dabei unseren Fokus auf die Optimierung eines bestehenden Systems, d.h. sowohl das regenerative Energiesystem bestehend aus einem oder mehreren Generatoren, als auch der Energiespeicher sind gegeben und nicht Teil unserer Optimierungsbestrebungen. Weiter konzentrieren wir uns auf den kurzfristigen Betrieb der betrachteten Anlagen, d.h. unsere Analysen bewegen sich eher auf der operativen- als auf der strategischen Ebene.

Das Ziel dieser Arbeit ist es nun verschiedene Konfigurationen des Energiesystems zu modellieren und gewinnoptimale Strategien für den Betrieb des betrachteten Systems unter Berücksichtigung stochastischer Einflüsse abzuleiten. Des Weiteren sollen Strukturaussagen bezüglich der optimalen Strategien hergeleitet werden, die in der Praxis dazu genutzt werden können, den numerischen Aufwand für die Bestimmung optimaler Strategien erheblich zu reduzieren.

Im ersten Modell betrachten wir ein regeneratives Energiesystem bestehend aus zwei Kraftwerken zur Erzeugung elektrischer Energie sowie einem Energiespeicher. Die erzeugte elektrische Energie eines der Kraftwerke wird als zufällig angenommen, sodass die Modellierung insbesondere geeignet ist, um beispielsweise Wind- oder Photovoltaikanlagen abzubilden. Das zweite Kraftwerk soll gut regelbar sein, um auf die Leistungsschwankungen des ersten Kraftwerks reagieren zu können. Zusätzlich steht ein Energiespeicher zur Verfügung, der genutzt werden kann, um elektrische Energie zu speichern, wobei die Konversionsverluste des Speichers beachtet werden müssen. Der Betreiber der Anlage hat nun die Aufgabe eine gegebene Stromnachfrage unter Nutzung der beiden Kraftwerke sowie des Energiespeichers gewinnoptimal zu befriedigen.

Im zweiten Modell betrachten wir ebenfalls ein regeneratives Energiesystem, welches,

wie zuvor beim ersten Modell, aus zwei Kraftwerken und einem Energiespeicher besteht. Im Gegensatz zum ersten Modell wird angenommen, dass die von beiden Kraftwerken erzeugte elektrische Energie stochastischen Schwankungen unterworfen ist. Da sich der Standort der beiden Kraftwerke in unterschiedlicher Entfernung zum Energiespeicher befinden kann, ist es möglich, dass Leitungsverluste in unterschiedlicher Höhe für die Durchleitung elektrischer Energie bis zum Energiespeicher entstehen, was in der Modellierung entsprechend berücksichtigt wird. Der Betreiber der Anlage ist wiederum bestrebt seinen Gewinn durch optimale Nutzung der beiden Kraftwerke sowie des Energiespeichers zu maximieren.

Im dritten Modell betrachten wir ein Energiesystem bestehend aus einem Kraftwerk sowie einem Energiespeicher. Im Gegensatz zu den vorherigen beiden Modellen betrachten wir zusätzlich Effekte des Day-ahead-Markts für elektrische Energie. Das bedeutet, dass der Betreiber der Anlage im Voraus entscheiden muss, wie viel elektrische Energie er auf der nächsten Zeitstufe veräußern möchte, wobei auch hier der Energieoutput des Kraftwerks als stochastische Größe aufgefasst wird. Ebenso wie zuvor gilt es, die gewinnoptimalen Betriebsstrategien für die betrachtete Anlage zu ermitteln.

Alle soeben erläuterten Optimierungsprobleme sind als Markovsche Entscheidungsprozesse formuliert, wobei wir für jedes der erläuterten Modelle Strukturaussagen bezüglich der optimalen Strategien ermitteln. Für die Herleitung der Strukturaussagen verwenden wir in den beiden letzten Modellen die Konzepte der M^{\natural} - bzw. L^{\natural} -Konvexität, die in dieser Form bisher noch nicht in der dynamischen Optimierung eingesetzt wurden und es uns ermöglichen, effiziente Algorithmen zur Lösung der gegebenen Problemstellung zu entwickeln.

1.2 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 soll zunächst ein Überblick über die Grundzüge der elektrischen Energieversorgung gegeben werden, da dies notwendig für das Verständnis der Modelle, die in den weiteren Kapiteln vorgestellt werden, ist.

In Kapitel 3 sollen die für diese Arbeit relevanten mathematischen Grundlagen skizziert werden. Da alle drei Modelle als Markovsche Entscheidungsprozesse formuliert sind, führen wir diese in Kapitel 3 ein. Des Weiteren benötigen wir für unsere Strukturaussagen einige Konvexitätsbegriffe für Funktionen mit diskretem Definitionsbereich, weshalb

wir einige für uns relevante Konzepte wie L^1 - und M^1 -konvexe Funktionen einführen.

Anschließend soll in Kapitel 4 für die vorliegende Arbeit relevante Literatur vorgestellt werden. Dabei wird insbesondere auf Literatur zur Optimierung von Energiesystemen, aber auch auf Veröffentlichungen zu Problemstellungen aus anderen Gebieten, die jedoch von Bedeutung für die vorliegende Arbeit sind, eingegangen.

In Kapitel 5 soll das erste der in Abschnitt 1.1 kurz erläuterten Modelle vorgestellt werden. Dazu wird zunächst eine kurze Beschreibung der zugrundeliegenden Situation und anschließend eine mathematische Formulierung des Modells gegeben. Im Anschluss folgen Strukturaussagen bezüglich der optimalen Strategien, jeweils für Situationen mit endlichem und unendlichem Planungshorizont. Zum Abschluss dieses Kapitels erfolgt eine Erweiterung des Grundmodells um weitere stochastische Einflussgrößen und die Ableitung von Strukturaussagen für dieses erweiterte Modell.

In Kapitel 6 stellen wir das zweite der in Abschnitt 1.1 erläuterten Modelle vor. Der Aufbau dieses Kapitels ist dabei ähnlich wie in Kapitel 5, d.h. nach einer Beschreibung der Ausgangssituation formulieren wir das Problem als Markovschen Entscheidungsprozess und zeigen anschließend einige Strukturaussagen.

In Kapitel 7 soll das letzte der in Abschnitt 1.1 erwähnten Modelle vorgestellt werden, wobei wir ebenso wie in den beiden vorhergehenden Kapiteln zunächst die Situation beschreiben und im Anschluss eine mathematische Formulierung des Modells vornehmen. Abschließend werden analog wie in den beiden Kapiteln zuvor Strukturaussagen hergeleitet.

Wir beschließen die Arbeit mit Kapitel 8, indem wir unsere Ergebnisse zusammenfassen. Des Weiteren geben wir einen Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf im Zusammenhang mit unseren vorgestellten Modellen.

Teil I

Grundlagen und Literatur

KAPITEL 2

Grundzüge der elektrischen Energieversorgung

In diesem Kapitel werden grundlegende Prinzipien der elektrischen Energieversorgung mit Fokus auf regenerative Energiesysteme vorgestellt, da diese Grundlagen wichtig im Hinblick auf das Verständnis der in den weiteren Kapiteln vorgestellten Modelle sind.

Gemäß Busch (2006, S. 301) können die Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie als die drei Hauptkomponenten der elektrischen Energieversorgung identifiziert werden, wobei die Speicherung elektrischer Energie als eine weitere wichtige Komponente in den letzten Jahren erheblich an Bedeutung gewonnen hat.

Zu Beginn des Kapitels widmen wir uns daher zunächst der ersten Hauptaufgabe der elektrischen Energieversorgung, nämlich der Erzeugung elektrischer Energie. Wie bereits angedeutet, soll insbesondere ein Überblick über erneuerbare Energiesysteme gegeben werden, wobei wir uns hauptsächlich auf Technologien, welche sich durch eine intermittierende Stromerzeugungsscharakteristik auszeichnen, konzentrieren.

Da die Stromerzeugung vieler erneuerbarer Energiesysteme, wie z.B. von Windenergie- oder Photovoltaikanlagen, stochastischen Schwankungen unterworfen ist, werden Energiespeicher als eine Möglichkeit diskutiert, um einen sicheren Netzbetrieb zu ermöglichen. Aus diesem Grund geben wir im Anschluss einen Überblick über Speichertechnologien, die für den energietechnischen Einsatz im Netz geeignet erscheinen.

Die Übertragung und Verteilung elektrischer Energie als weitere Hauptaufgaben der elektrischen Energieversorgung werden im letzten Abschnitt dieses Kapitels thematisiert, indem der typische Aufbau von Stromnetzen dargestellt wird, wobei die Situation in

Deutschland als Grundlage der Erläuterungen gewählt wird.¹

2.1 Grundlagen der elektrischen Energieerzeugung

In diesem Abschnitt sollen verschiedene Technologien zur Erzeugung elektrischer Energie vorgestellt werden, wobei wir zunächst auf klassische Wärmekraftwerke eingehen. Diese basieren vorwiegend auf fossilen Energieträgern wie Öl, Kohle oder Gas, wobei jedoch vermehrt auch Biomasse oder Biogas in Kraftwerken mit ähnlicher Technologie verfeuert werden. Daneben können Geothermie- und einige Solarthermiekraftwerke im weiteren Sinne als thermische Kraftwerke angesehen werden, da die grundsätzliche Funktionsweise sehr ähnlich ist und lediglich die benötigte Prozesswärme nicht aus der Verfeuerung von Brennstoffen, sondern aus Nutzung von Erdwärme bzw. solarer Strahlung stammt.

Im Anschluss sollen insbesondere Wind-, Photovoltaik- und Wasserkraftanlagen, die der Erzeugung elektrischer Energie dienen, aufgrund ihrer Bedeutung für die vorliegende Arbeit in eigenen Abschnitten erläutert werden.

2.1.1 Thermische Kraftwerke

Die Stromerzeugung erfolgt in den meisten thermischen Kraftwerken nach ähnlichen Prinzipien, die im Folgenden kurz umrissen werden sollen. Für eine ausführliche Einführung in die Thematik sei auf die entsprechende Fachliteratur wie z.B. Heuck et al. (2010, S. 6 ff.) verwiesen.

In Kohlekraftwerken erfolgt die Stromerzeugung gemäß eines Dampfprozesses. Dabei wird die bei der Verfeuerung von Brennstoff freiwerdende thermische Energie dazu genutzt, um Wasser zu erhitzen und zu verdampfen. Dabei werden bei der Verdampfung des Arbeitsmediums ein möglichst hoher Druck und Temperatur angestrebt, da sich dies günstig auf den Wirkungsgrad auswirkt. Der heiße, unter hohem Druck stehende Wasserdampf wird anschließend durch eine oder mehrere Turbinen geleitet. Die mechanische Energie der Turbinenwelle wird in einem Generator in elektrische Energie umgewandelt (vgl. Abbildung 2.1). Prinzipiell erfolgt die Stromerzeugung in Kernkraftwerken nach ähnlichen Prinzipien. Allerdings erfolgt das Verdampfen des Wassers nicht durch klassisches Verfeuern des Brennstoffs, stattdessen wird durch Neutronenbeschuss der mit an-

¹Allerdings hat der grundsätzliche Aufbau mit geringen Abweichungen wie z.B. der Netzfrequenz auch für andere Industrienationen Gültigkeit.

gereichertem Uran befüllten Brennstäbe Wärme erzeugt, welche dann zur Verdampfung des Wassers eingesetzt werden kann. Dieses wird dann analog wie bei Kohlekraftwerken zur Erzeugung elektrischer Energie verwendet.

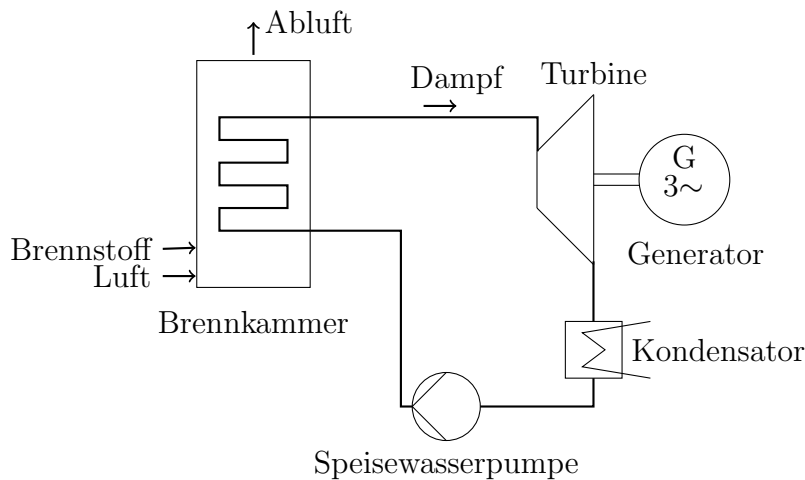


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau eines Dampfkraftwerks (nach Oeding u. Oswald (2011, S. 51)).

Bei erdgasbefeuerten Anlagen können im Wesentlichen zwei Typen von Kraftwerken unterschieden werden. Zum einen Gasturbinen-Kraftwerke und zum anderen Gas-und-Dampf-Kraftwerke (GuD-Kraftwerke). Prinzipiell können diese auch mit Erdölprodukten wie Heizöl bzw. neben Erdgas auch mit anderen brennbaren Gasen wie beispielsweise Wasserstoffgas betrieben werden. In Gasturbinen-Kraftwerken erfolgt die Erzeugung elektrischer Energie nicht über einen Dampfprozess. Stattdessen wird Frischluft in einem Verdichter komprimiert und anschließend in einer Brennkammer mit dem Brennstoff vermischt und verbrannt. Auch hier sind möglichst hohe Temperaturen und Drücke für einen hohen Wirkungsgrad entscheidend. Die Verbrennungsgase werden dann in eine Gasturbine geleitet, welche über eine Welle mit einem Generator verbunden ist. Dieser wandelt die mechanische Energie schließlich in elektrische, welche in das Netz eingespeist werden kann.

Bei GuD-Kraftwerken sind Gasturbinen- und Dampfkraftwerk zusammengeschaltet. Das bedeutet, dass die heißen Abgase nach Austritt aus der Gasturbine über einen Wärmetauscher Energie an Wasser, welches sich in einem zweiten Kreislauf befindet, abgeben, um dieses zu erhitzen und zu verdampfen. Grundsätzlich erfolgt die Erzeu-

gung elektrischer Energie nach den zuvor beschriebenen Prinzipien des Dampfprozesses (vgl. Abbildung 2.2). Der Vorteil von GuD-Kraftwerken gegenüber konventionellen Gasturbinen-Kraftwerken bzw. kohlebefeuerten Kraftwerken liegt im wesentlich höheren Wirkungsgrad, der teilweise bereits mehr als 60% beträgt (vgl. Heuck et al. (2010, S. 20)).

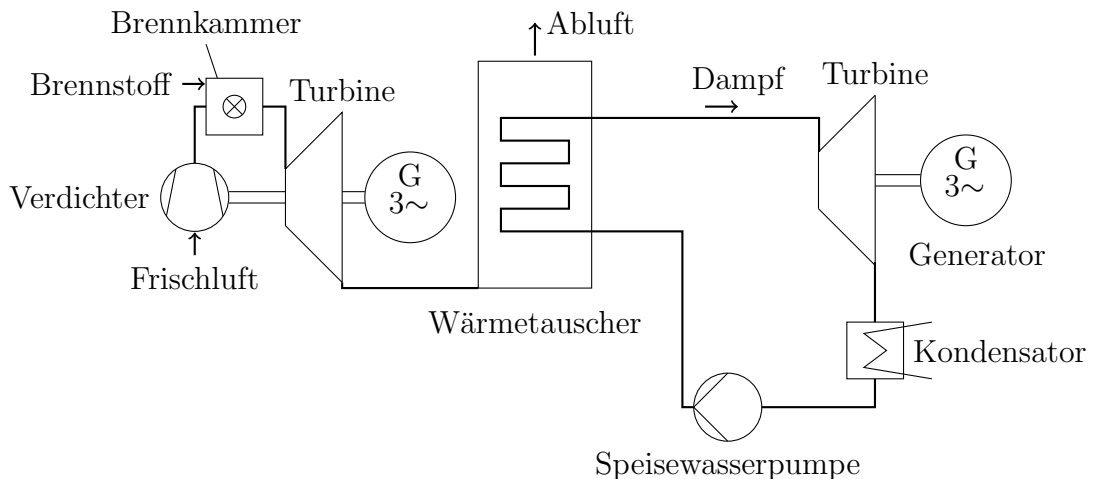


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau eines GuD-Kraftwerks (nach Heuck et al. (2010, S. 21)).

Des Weiteren gewinnen Blockheizkraftwerke (BHKWs) stetig an Bedeutung, da mit diesen eine dezentral ausgelegte Elektrizitäts- und Wärmeversorgung realisiert werden kann. Diese Kraftwerke nutzen zur Erzeugung elektrischer Energie häufig Verbrennungsmotoren, wie Diesel- oder Gasmotoren, die über eine Welle mit einem Generator verbunden sind. Es können aber auch Gasturbinen, Stirlingmotoren bzw. Dampfmaschinen verwendet werden. Die Abwärme des Verbrennungsprozesses wird über Wärmetauscher zum Heizen eingesetzt. Durch die zusätzliche Nutzung der Wärmeenergie und nicht nur der elektrischen Energie können hohe Wirkungsgrade erreicht werden. Blockheizkraftwerke können Leistungen von wenigen kW bis hin zu ca. 15 MW erreichen, wobei sich Anlagen im unteren kW Bereich insbesondere für die Versorgung von Ein- bis Zweifamilienhäusern eignen und ermöglichen, wie bereits zuvor erwähnt, eine dezentrale Elektrizitäts- und Wärmeversorgung (vgl. Heuck et al. (2010, S. 21)).

Solar- bzw. geothermische Kraftwerke lassen sich, wie bereits zu Beginn des Kapitels angedeutet, im weiteren Sinn als thermische Kraftwerke ansehen, so erfolgt die Erzeu-

gung elektrischer Energie bei diesen häufig ebenfalls durch Nutzung von Dampf- und Gasturbinen, wobei auf die anlagentechnischen Besonderheiten nicht eingegangen werden soll. Weiterführende Informationen finden sich beispielsweise in Stieglitz u. Heinzel (2012) und Huenges (2010).

Auf die Erzeugung elektrischer Energie mittels Brennstoffzellen soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden, da diese im Allgemeinen noch zu geringe Standzeiten für einen verbreiteten Einsatz in der Energietechnik aufweisen. Eine umfassende Einführung in die Funktionsweise von Brennstoffzellen findet sich in Kurzweil (2013).

2.1.2 Photovoltaikanlagen

In diesem Abschnitt soll auf grundlegende Eigenschaften sowie auf die Funktionsweise von Photovoltaikanlagen eingegangen werden. Da eine erschöpfende Darstellung der Thematik im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich ist, sei an dieser Stelle auf die entsprechende Fachliteratur wie z.B. Mertens (2013) oder Würfel (2009) verwiesen.

Grundsätzlich besteht jede Photovoltaikanlage aus einer Vielzahl einzelner Solarzellen, die geeignet miteinander verschaltet sind. Die Erzeugung elektrischen Stroms mittels Solarzellen basiert auf der Nutzung des inneren photoelektrischen Effekts, welcher eine Anhebung von Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband des jeweiligen Festkörpers bewirkt und bei Halbleitern zur Stromerzeugung genutzt werden kann. Um diesen Effekt zur Erzeugung elektrischer Energie zu verwenden, muss die aus Halbleitermaterial bestehende Solarzelle jedoch einige Bedingungen erfüllen. So muss die einfallende Strahlung von dem Festkörper absorbiert werden, wobei der Anteil der absorbierten Strahlung noch von festkörperphysikalischen Eigenschaften sowie von der Wellenlänge des für die Bestrahlung zur Verfügung stehenden Lichts abhängt (vgl. Würfel (2009, S. 43)). Des Weiteren müssen durch die Absorption freie Ladungsträger entstehen, die unter Einfluss eines inneren elektrischen Feldes im Halbleiter getrennt werden und durch eine elektrische Kontaktierung der Solarzelle an der Unter- und Oberseite zum Aufbau einer Spannung zwischen den Kontakten beitragen. Wird ein Verbraucher an die elektrischen Kontakte der Solarzelle angeschlossen, so kommt es zu einer Leistungsaufnahme aus dem nun geschlossenen Stromkreis.

Grundsätzlich hängt die von einer Solarzelle gelieferte Leistung von den Umweltbedingungen ab, denen sie ausgesetzt ist. Die wichtigsten Einflussfaktoren sind insbesondere die Einstrahlungsleistung und die Temperatur. So ist die Leistung der Solarzelle pro-

portional zur Einstrahlungsleistung, wobei der Leistungszuwachs in Abhängigkeit der Einstrahlungsleistung bei den meisten Solarzellen näherungsweise durch einen linearen Zusammenhang beschrieben werden kann.²

Des Weiteren liegt auch ein linearer Zusammenhang zwischen der Temperatur der Solarzellen und der Leistung vor, wobei mit steigender Temperatur die Leistung sinkt (vgl. Mertens (2013, S. 82 ff.)).

Typische Photovoltaikanlagen bzw. Solargeneratoren bestehen aus mehreren aus Solarzellen verschalteten Solarmodulen. Aus diesem Grund können durch den modularen Aufbau der Solargeneratoren beliebige Strom-Spannungs-Charakteristika bzw. Leistungsniveaus eingestellt werden. Insgesamt ähnelt das Betriebsverhalten einer Photovoltaikanlage jedoch dem Verhalten einer einzelnen Solarzelle.³ Es gibt jedoch einige technische Besonderheiten, wie z.B. die Abschattung einzelner Zellen, die bei der Verschaltung von Solarzellen zu Solargeneratoren zu berücksichtigen ist, um die Lebensdauer der Anlage zu maximieren (vgl. Mertens (2013, S. 148)). Im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch nicht weiter auf die verschiedenen technischen Realisierungsmöglichkeiten von Photovoltaikanlagen eingegangen werden. Für weiterführende Informationen sei auf die entsprechende Fachliteratur wie z.B. Mertens (2013) verwiesen.

Wie bereits zuvor erwähnt, haben sowohl die Temperatur als auch die Bestrahlungsstärke einen erheblichen Einfluss auf die Leistung einer Solarzelle bzw. einer Photovoltaikanlage. Beide Einflussgrößen weisen hierbei einen stochastischen Charakter auf. Zwar besteht bei der Beleuchtungsstärke ein deterministischer funktionaler Zusammenhang zwischen der Tages- und der Jahreszeit, welcher aber durch stochastische Einflüsse wie beispielsweise durch Bewölkung überlagert wird. Ebenso beeinflussen lokale Wetterphänomene den Temperaturverlauf, welcher somit auch als stochastische Größe aufgefasst werden kann (vgl. Kaltschmitt u. Streicher (2003, S. 60)). Dies erschwert eine Stromversorgung, die allein auf Photovoltaikanlagen basiert, wobei durch eine geeignete Konfiguration der betrachteten Anlage dieser Problematik begegnet werden kann. Man unterscheidet im Wesentlichen die folgenden vier Anlagenkonfigurationen im Hinblick auf Photovoltaiksysteme (vgl. Mertens (2013, S. 182 ff.)):

²Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Solarzelle stets im Punkt der maximalen Leistung MPP (Maximum Power Point) betrieben wird, was in der Praxis durch spezielle MPP-Regler erreicht wird.

³Grundsätzlich werden einzelne Solarzellen vor der Verschaltung im Solargenerator intensiv geprüft und charakterisiert, sodass die Betriebsparameter der gesamten Photovoltaikanlage direkt proportional zu den Betriebsparametern einer einzelnen Zelle sind.

1. Inselanlagen;
2. Inselanlagen mit Batteriespeicher;
3. Hybride Photovoltaikanlagen;
4. Photovoltaikanlagen mit Netzanschluss.

Reine Inselanlagen ohne Netzanschluss, ohne Batteriespeicher sowie ohne zusätzliches Sekundärkraftwerk können, wie bereits zuvor erwähnt, keine konstante Energieversorgung der angeschlossenen Verbraucher sichern. Durch Realisierung einer Netzanbindung mit Hilfe eines Wechselrichters, welcher zwischen Solargenerator und Netz geschaltet ist und den Gleichstrom der Solarzelle in Wechselstrom wandelt, kann eine permanente Energieversorgung erreicht werden, jedoch ist diese Lösung nur möglich, so lange genügend regelbare Kraftwerke in das Netz einspeisen bzw. wenn es zentrale Speichereinrichtungen mit ausreichend hoher Kapazität gibt. Wird die Inselanlage durch einen Batteriespeicher oder durch ein zusätzliches Sekundärkraftwerk wie z.B. einen Dieselgenerator, einen Gasmotor o.Ä. ergänzt, so kann bei korrekter Auslegung der Anlage auch eine zuverlässige Energieversorgung der angeschlossenen Verbraucher erreicht werden (vgl. Mertens (2013, S. 211 f.)). Insbesondere für Anlagen, die sowohl ein Sekundärkraftwerk als auch einen Energiespeicher besitzen, ist die Entwicklung optimaler Strategien für den Betrieb nötig, da nur auf diese Weise eine optimale Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Ressourcen möglich ist. Insbesondere der Speicher sollte so effizient wie möglich genutzt werden, da die Kosten z.B. für Batteriespeicher recht hoch sind und diese deshalb so klein wie möglich dimensioniert werden sollten. In Kapitel 5 der vorliegenden Arbeit werden optimale Strategien für den Betrieb einer solchen Anlage mit Hilfe von Markovschen Entscheidungsprozessen abgeleitet.

2.1.3 Windkraftanlagen

Windkraftanlagen entziehen über ihre Rotorblätter der bewegten Luft Strömungsenergie und wandeln diese in Rotationsenergie. Diese wird über den Antriebsstrang dem Läufer des Generators zugeführt, welcher die Rotationsenergie in elektrische Energie wandelt (vgl. Heier (2009)). Grundsätzlich gibt es zahlreiche unterschiedliche konstruktive Varianten von Windenergieanlagen, wobei die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale in der folgenden Auflistung zusammengefasst sind (vgl. Pforte (2010, S. 24)):

1. Achsausrichtung (horizontal oder vertikal);
2. Rotorblatt-Anzahl (Ein-, Zwei-, Drei-, oder Mehrblattrotoren);
3. Art der Leistungs- und Drehzahlregelung (Stall- oder Pitchregelung, aus dem Wind drehen);
4. Art der Drehzahlregelung des Rotors (variable oder konstante Drehzahl);
5. Art der Netzanbindung (direkt, mit Gleichstromzwischenkreis und Umrichter);
6. Ausführung des Antriebsstrangs (mit Getriebe oder ohne Getriebe);
7. Typ des verwendeten Generators (Synchron- oder Asynchronmaschine).

Der größte Teil der derzeit in Deutschland eingesetzten Windkraftanlagen weist eine horizontalachsige Achsausrichtung sowie einen dreiblättrigen Rotor auf. Gründe für den Einsatz dieser Bauform liegen in den höheren erzielbaren Wirkungsgraden bei horizontalachsigen Rotoren im Vergleich zu vertikalachsigen Windenergieanlagen. Dennoch weisen vertikalachsige Anlagen einige Vorteile auf, wie z.B. ein Entfall der Windrichtungsnachführung und die Möglichkeit das Maschinenhaus am Boden zu platzieren (vgl. Schaffarczyk (2014, S. 12)). Die Anzahl der Rotorblätter hat zum einen einen entscheidenden Einfluss auf den maximal erzielbaren Wirkungsgrad einer Windkraftanlage und zum anderen wirkt sich die Anzahl der Rotorblätter auch auf die Umfangsgeschwindigkeit der Blätter und somit auf das Ausmaß der entstehenden Strömungsgeräusche aus. So weist beispielsweise ein einblättriger Rotor eine wesentlich höhere Umfangsgeschwindigkeit als der üblicherweise verwendete dreiblättrige Rotor auf, der zusätzlich auch einen besseren Wirkungsgrad erzielt. Des Weiteren weisen die meisten Windenergieanlagen eine Leistungsregelung nach dem Pitch-Prinzip auf. Das bedeutet, dass sich durch mechanische Verstellung der Rotorblätter die Anströmverhältnisse ändern und somit Einfluss auf die Drehzahl und Leistung des Generators genommen werden kann. Bei einer Stallregelung sind die Rotorblätter nicht mechanisch verstellbar. Die Leistungsregelung bei diesen Anlagen erfolgt durch Strömungsabriss, was allerdings mit hohen mechanischen Belastungen für die Rotoren verbunden ist, weshalb diese Regelung insbesondere bei Anlagen mit hoher Leistung vermieden wird. Weiter ist es vorteilhaft Rotoren mit variabler Drehzahl zu verwenden, da für unterschiedliche Windgeschwindigkeiten verschiedene Rotordrehzahlen optimal sind (vgl. Kaltschmitt u. Wiese (2003, S. 284 ff.)).

Die Erzeugung von Elektrizität mit Windkraftanlagen ist nur in einem bestimmten Windgeschwindigkeitskorridor möglich, wobei die konkrete Auslegung der Anlage die minimale und maximale Windgeschwindigkeit für die Stromerzeugung festlegt. Liegt die Strömungsgeschwindigkeit der Luft unterhalb der minimalen Windgeschwindigkeit, so reicht die Strömungsenergie nicht aus, um den Rotor in Bewegung zu setzen. Bei vielen Anlagen liegt die minimale Windgeschwindigkeit bei etwa 3 m/s (vgl. Jarass et al. (2009, S. 35)). Steigt die Windgeschwindigkeit über dieses Minimum, steigt auch die Windleistung mit der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit bis die Nennleistung erreicht wird. Übersteigt die Windgeschwindigkeit die Nennleistung, werden bei pitchgeregelten Windenergieanlagen die Rotorblätter so verstellt, dass weiterhin die Nennleistung anliegt. Der Grund für diese Leistungsregelung liegt in den technischen Eigenschaften des Generators begründet, welcher für eine bestimmte Nennleistung ausgelegt ist, bei der ein maximaler Wirkungsgrad erreicht wird. Bei höheren Leistungen kann der Generator Schaden nehmen, weshalb eine Leistungsregelung dringend erforderlich ist. Bei sehr hohen Windgeschwindigkeiten ist eine Leistungsregelung allein durch verstellen der Rotorblätter nicht mehr möglich, weshalb der Rotor durch Feststellbremsen vollständig zum Stillstand gebracht werden kann, sollte es nötig sein, die Anlage vor Schäden zu schützen. Abbildung 2.1.3 fasst die beschriebenen vier Betriebsphasen von Windenergieanlagen zusammen.

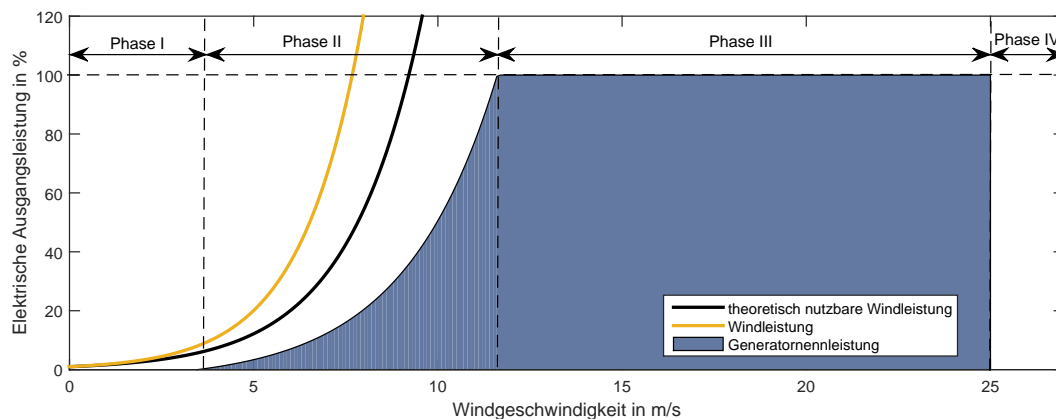


Abbildung 2.3: Schematischer Zusammenhang zwischen Windgeschwindigkeit und der vom Generator erzeugten elektrischen Energie (nach Kehl et al. (2003, S. 301)).

Die Auslegung der Windenergieanlage erfolgt dabei auf Grundlage der zu erwartenden Windgeschwindigkeiten, wobei die Anlage für verschiedene Windklassen zugelassen

Klasse		I	II	III	IV
durchschnittliche Windgeschwindigkeit	m/s	10	8,5	7,5	6
Referenzwindgeschwindigkeit ⁴	m/s	50	42,5	37,5	30

Tabelle 2.1: Windklassen nach IEC 61400-1:2005.

werden kann. Gemäß der International Electrotechnical Commission (IEC) werden vier Klassen, die sich an unterschiedlichen zu erwartenden Windgeschwindigkeiten orientieren, unterschieden. Tabelle 2.1.3 fasst die Unterscheidungsmerkmale der verschiedenen IEC-Klassen zusammen.

In Regionen mit geringen Windgeschwindigkeiten, wie z.B. in vielen Binnenregionen, werden Windenergieanlagen so ausgelegt, dass sie ihre Nennleistung relativ früh erreichen. In Starkwindlagen werden die Anlagen hingegen so ausgelegt, dass die Nennleistung bei höheren Windgeschwindigkeiten liegt. Diese sogenannten Starkwindanlagen weisen im Vergleich zu den auf niedrigere Windgeschwindigkeiten ausgelegten Windenergieanlagen einen kleineren Rotordurchmesser auf (vgl. van Radecke (2012, S. 119 f.)). Um eine möglichst hohe Leistung zu erzielen, wird versucht die Nabenhöhe der Windenergieanlagen möglichst hoch zu wählen, da im bodennahen Bereich die Windgeschwindigkeiten durch Reibungseffekte niedrig sind. So steigt die Windgeschwindigkeit mit zunehmender Höhe näherungsweise gemäß eines logarithmischen Zusammenhangs (vgl. van Radecke (2012, S. 96)). Allerdings steigen mit zunehmender Nabenhöhe der Windenergieanlagen auch die Kosten für den Bau, da der Fertigungsaufwand und häufig auch der Materialbedarf für die Errichtung der Anlage größer wird. In der Praxis erreichen Windenergieanlagen derzeit Höhen von ca. 100 m bei Stahlrohtürmen und ca. 160 m bei Stahlgittertürmen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 33 f.)).

Ebenso wie bei Photovoltaikanlagen können die Windkraftanlagen entweder ein Inselnetz speisen oder aber netzgekoppelt ausgeführt sein. Im Falle eines Inselnetzes ist es für eine hohe Energieversorgungssicherheit notwendig, die Windenergieanlage mit anderen Technologien zur Erzeugung bzw. Speicherung elektrischer Energie zu kombinieren, da die Windgeschwindigkeiten stochastischen Schwankungen unterliegen. Sinnvoll wäre beispielsweise die Kombination mit einem Gasturbinenkraftwerk oder einem Dieselmotor.

⁴Die Referenzgeschwindigkeit ist die maximal zu erwartende Windgeschwindigkeit, welche in einem während der durchschnittlichen Lebensdauer von Windenergieanlagen auftritt. Üblicherweise wird eine durchschnittliche Lebensdauer von 20 Jahren angesetzt (vgl. Hau (2014, S. 198)).

rator, da diese kurzfristig hochgefahren und elektrische Leistung zur Verfügung stellen können. Häufig ist auch die Kombination von Windenergieanlagen und Photovoltaikanlagen vorteilhaft, da hohe Windgeschwindigkeiten und eine hohe Sonneneinstrahlung oft negativ korreliert sind. Dennoch ist auch in diesem Fall für eine hohe Versorgungssicherheit ein zusätzlicher Speicher, wie z.B. Batterien oder Pumpspeicherkraftwerke, aber auch ein zusätzliches regelbares Kraftwerk sinnvoll, um eventuelle Energieengpässe ausgleichen zu können (vgl. Kaldellis (2010, S. 3 ff.)). Für das optimale Zusammenwirken der jeweiligen Komponenten werden auch hier, wie bereits im Kapitel über Photovoltaikanlagen angedeutet, optimale Strategien für den Betrieb des Systems benötigt.

Netzgekoppelte Anlagen müssen an die technischen Rahmenbedingungen, wie z.B. die Netzfrequenz und die Spannungsebene auf der eingespeist werden soll, angepasst sein. Da die Frequenz des vom Generator erzeugten elektrischen Stroms jedoch von der Drehgeschwindigkeit des Generatorläufers und somit von der Windgeschwindigkeit abhängig ist, werden häufig Getriebe und Frequenzumrichter eingesetzt, die zwischen den Generator und das Netz geschaltet sind und eine Anpassung der Generatorfrequenz an die Netzfrequenz vornehmen (vgl. Fuchs (2012, S. 333 ff.)).

Neben den üblichen in diesem Abschnitt geschilderten Windenergieanlagen existieren noch einige Konzepte, die noch nicht in großem Umfang für die elektrische Energieversorgung eingesetzt werden. Ein Beispiel hierfür sind Aufwindkraftwerke, welche die natürliche Konvektion durch von der Sonne erhitzter Luft nutzt, um in einer Art Kamin Turbinen anzutreiben, die an Generatoren gekoppelt sind (vgl. Weinrebe u. Laing (2003, S. 619 f.)). Angemerkt sei an dieser Stelle, dass Aufwindkraftwerke häufig den solarthermischen Kraftwerken zugeordnet werden, da eine Erhitzung des Arbeitsmediums Luft durch solare Strahlung erfolgt. Allerdings weist diese Kraftwerksform einige Analogien zu Windenergieanlagen auf, da beispielsweise die Strömungsenergie der Luft zum Antrieb einer Windturbine genutzt wird, weshalb wir ähnlich wie Crastan (2012, S. 373) Aufwindkraftwerke zu den Windenergieanlagen zählen.

2.1.4 Wasserkraftanlagen

Die Nutzung von Wasser zur Erzeugung elektrischer Energie ist in zahlreichen verschiedenen Varianten, welche die jeweils vorliegenden regionalen Charakteristika und Anforderungen widerspiegeln, möglich. Eine mögliche Kategorisierung von Wasserkraftanlagen kann anhand der weiter unten erläuterten Fallhöhe erfolgen (vgl. Giesecke u. Mosonyi

(2009, S. 99))

- Niederdruckkraftwerke (Fallhöhe < 15 m);
- Mitteldruckkraftwerke (Fallhöhe 15 bis 50 m);
- Hochdruckkraftwerke (Fallhöhe > 50 m).

Bei allen oben genannten Kraftwerkstypen wird Wasser aus einem Oberbecken durch Turbinen, die mit Generatoren verbunden sind, in ein Unterbecken geleitet, wobei Strom durch Umwandlung mechanischer Rotationsenergie erzeugt wird. Wir bezeichnen die Höhendifferenz zwischen Ober- und Unterbecken als Fallhöhe. Je größer die Fallhöhe desto größer die nutzbare potenzielle Energie des Wassers. Zusätzlich zur potenziellen Energie kann jedoch auch die kinetische Energie eines Fließgewässers zur Erzeugung elektrischer Energie genutzt werden (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 27 ff.)).

Niederdruckkraftwerke nutzen zur Erzeugung elektrischen Stroms eine hohe Wasserdurchflussmenge bei nur sehr geringem Gefälle. Sie befinden sich häufig im Mittellauf von Flüssen und sind häufig als Flusskraftwerke, die sich unmittelbar im Flusslauf befinden oder als Ausleitungskraftwerke ausgeführt. Letztere sind dadurch charakterisiert, dass sie sich in einem künstlich angelegten Kanal außerhalb des natürlichen Flußbetts befinden und durch Ausleitung von Wasser aus diesem gespeist werden. Bei Niederdruckkraftwerken wird aufgrund der niedrigen Fallhöhe vorwiegend die kinetische Energie des Wassers genutzt.

Mitteldruckkraftwerke können wesentlich höhere Fallhöhen zwischen 15 m und 50 m aufweisen. Um die genannten Fallhöhen zu erreichen, werden häufig Flusskraftwerke in Kombination mit hohen Wehren sowie Speicherkraftwerke zusammen mit niedrigen Talsperren verwendet. Durch die größeren Fallhöhen stammt ein größerer Anteil der erzeugten Elektrizität aus der Umwandlung von potenzieller Energie in elektrische. Die Bedeutung der kinetischen Energie des Wassers nimmt daher bei diesen Anlagen mit zunehmender Fallhöhe ab, wobei häufig auch die Durchflussmengen dieses Kraftwerkstyps im Vergleich zu Niederdruckkraftwerken geringer ausfällt.

Der Übergang von Mitteldruck- zu Hochdruckanlagen ist fließend. So werden Wasserkraftwerke ab einer Fallhöhe von 50 m als Hochdruckkraftwerke bezeichnet. Aufgrund der sehr großen Fallhöhen von teilweise über 1.000 m werden diese Kraftwerke häufig im Hochgebirge angelegt, wobei für das Aufstauen von Wasser Staumauern, Talsperren

oder Staudämme verwendet werden. Das Wasser wird über Stollensysteme den Turbinen, die sich meist im Tal befinden, zugeführt und in das Unterwasser abgegeben. Bei diesem Kraftwerkstyp wird vorwiegend die potenzielle Energie des angestauten Wassers genutzt, wobei der Anteil der kinetischen Energie konstruktionsbedingt durch die nötigen Staubecken vernachlässigt werden kann. Im Vergleich zu Mittel- oder Niederdruckanlagen spielen Schwankungen des Wasserpegels im Bereich des Oberbeckens im Bezug auf bereitgestellte elektrische Leistung der Anlage nur eine untergeordnete Rolle, da die Fallhöhe des Wassers im Vergleich zur Stauhöhe sehr groß ist (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 99 ff.)).

Neben den erwähnten Klassen an Wasserkraftwerken existieren noch einige Sonderformen, die sich nicht eindeutig einer der genannten Klassen zuordnen lassen und von daher gesondert aufgeführt werden. So kommen zum Ausgleich von stochastischen Lastschwankungen (vgl. Abschnitt 2.1.5) schnell regelbare Pumpspeicherkraftwerke zum Einsatz, sofern die hierfür benötigten topographischen Anforderungen dies zulassen. Diese können in Zeiten eines Leistungsüberangebots z.B. bei Nacht Energie speichern, indem Wasser aus dem Unter- in das Oberbecken gepumpt und dort gespeichert wird. Falls nun kurzfristig Leistung nachgefragt wird, kann das gespeicherte Wasser Turbinen zugeführt werden, welche durch Antrieb eines Generators elektrische Energie erzeugen (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 675 ff.)). Weitergehende Ausführungen bezüglich der Funktion und Bedeutung von Pumpspeicherkraftwerken finden sich in Abschnitt 2.2.

Eine weitere Sonderform sind Gezeitenkraftwerke. Diese nutzen Flutwellen, die durch Einwirkung der Gravitation von Sonne und Mond sowie durch die Erdrotation entstehen. Diese Flutwellen äußern sich im Bereich der Küsten als Gezeiten, wobei der Höhenunterschied zwischen Flut und Ebbe als Tidenhub bezeichnet wird und an geeigneten Stellen zur Stromerzeugung genutzt werden kann. Im Gegensatz zu anderen Verfahren zur energetischen Nutzung von Wasserkraft, wie z.B. Laufwasserkraftwerken, wirken sich Umweltbedingungen wie beispielsweise längere Trockenphasen nicht negativ auf die Erzeugung elektrischer Energie aus, da der Tidenhub von diesen Faktoren unbeeinflusst ist. Allerdings ergeben sich aufgrund der zyklischen Natur der Tidenphasen, in denen kein Strom erzeugt werden kann. Folglich kann ein solches Kraftwerk allein keine stabile Energieversorgung garantieren, sondern muss im Verbund mit anderen Kraftwerken bzw. in Kombination mit leistungsfähigen Energiespeichern betrieben werden (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 123 ff.)).

Einige der Wasserkraftwerke werden durch einen natürlichen Zufluss mit Wasser versorgt. Dieser Zufluss ist in vielen Fällen stochastischen Einflüssen ausgesetzt. So ist beispielsweise keine Erzeugung elektrischer Energie möglich, falls bei Talsperren der Pegelstand aufgrund einer niederschlagsarmen Witterungsperiode zu niedrig ist. Allerdings können Pumpspeicherkraftwerke auch ohne natürlichen Zufluss konzipiert sein. In diesem Fall dienen diese Kraftwerke allein dem Ausgleich der zuvor bereits erwähnten Lastschwankungen (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 103 ff.)).⁵

Neben den in diesem Abschnitt dargestellten Kraftwerkstypen zur Nutzung von Wasserkraft gibt es noch eine Vielzahl anderer Konzepte, wie z.B. Wellenkraftwerke oder Gletscherkraftwerke, auf die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht eingegangen werden soll. Für eine umfassende Einführung in die technische Nutzung von Wasserkraft zur Erzeugung elektrischer Energie sei beispielsweise auf Giesecke u. Mosonyi (2009) verwiesen.

2.1.5 Kraftwerkseinsatz

Die wesentliche Aufgabe von Energieversorgungsunternehmen ist die bedarfsgerechte Bereitstellung elektrischer Energie. Das bedeutet, dass zu jedem Zeitpunkt der Leistungsbedarf der Verbraucher durch die Bereitstellung einer entsprechenden Leistung gedeckt wird. Des Weiteren sollte eine hohe Zuverlässigkeit, bei gleichzeitig möglichst geringen Kosten für die Erzeugung und Übertragung elektrischer Energie, erreicht werden (vgl. hierzu auch Kapitel 2.3).

Prinzipiell weisen die in den vorherigen Abschnitten erläuterten Kraftwerkstypen unterschiedliche Charakteristika bezüglich ihres Anfahrverhaltens bzw. ihrer Kostenstrukturen auf, weshalb sie für unterschiedliche Zwecke eingesetzt werden. Man unterscheidet im Wesentlichen drei verschiedene Kraftwerkskategorien (vgl. Heuck et al. (2010, S. 73)):

- Grundlastkraftwerke;
- Mittellastkraftwerke;
- Spitzenlastkraftwerke.

⁵In bestimmten Situationen beispielsweise in Regionen mit hoher Verdunstungsrate oder starken Niederschlägen kann es jedoch auch zu stochastischen Schwankungen des Pegels kommen.

Grundlastkraftwerke, wie z.B. Braunkohle- oder Kernkraftwerke, weisen hohe Fixkosten und niedrige variable Kosten auf. Diese Kraftwerke sollten aufgrund technischer Randbedingungen, wie z.B. einer relativ langen Anlaufzeit, aber auch aus Gründen der Kostenstruktur möglichst rund um die Uhr bei Vollast betrieben werden. Des Weiteren lassen sich Grundlastkraftwerke nur verhältnismäßig schlecht regeln. Insgesamt ergibt sich folglich eine lange jährliche Betriebszeit von bis zu 7.000 h/a z.B. bei Kernkraftwerken.

Zu den Mittellastkraftwerken zählen insbesondere Steinkohlekraftwerke, welche niedrigere Fixkosten und höhere variable Kosten als Grundlastkraftwerke aufweisen. Für diese Kraftwerke werden auf Grundlage von Lastprognosen Tagesfahrpläne erstellt, in welchen die Betriebszeiten der Kraftwerke festgelegt sind. Die jährliche Betriebszeit dieser Kraftwerke beträgt ca. 4.000 h/a.

Spitzenlastkraftwerke, zu denen typischerweise Gasturbinenkraftwerke, Pumpspeicherkraftwerke sowie Druckluftspeicherkraftwerke zählen, sind gekennzeichnet durch relativ niedrige Fixkosten bei gleichzeitig hohen variablen Kosten. Ein weiteres entscheidendes Merkmal dieser Kraftwerke ist die sehr kurze Zeit, die zum Anfahren benötigt wird sowie eine gute Regelbarkeit der Leistung. Spitzenlastkraftwerke ermöglichen folglich die flexible Reaktion auf kurzfristige Schwankungen des Leistungsbedarfs. So ist es insbesondere nicht wirtschaftlich, Mittellastkraftwerke für sehr kurze Lastspitzen anzufahren. Des Weiteren können Spitzenlastkraftwerke auch dann eingesetzt werden, wenn eine sehr große Leistungsnachfrage erwartet wird, die allein von Grund- und Mittellastkraftwerken nicht befriedigt werden kann. Aufgrund der genannten Eigenschaften werden Spitzenlastkraftwerke nur wenige Stunden am Tag eingesetzt, was zu geringen jährlichen Betriebszeiten von ca. 500 - 1.000 h/a führt (vgl. Heuck et al. (2010, S. 73)).

Aufgrund der sehr guten Regelbarkeit von Spitzenlastkraftwerken werden diese auch häufig eingesetzt, um Regelleistung bereitzustellen. Grundsätzlich existieren drei Arten von Regelleistung:

- Primärregelleistung;
- Sekundärregelleistung;
- Tertiärregelleistung.

Regelleistung wird genau dann im Netz benötigt, wenn das Angebot elektrischer Energie zu einem Zeitpunkt nicht der Nachfrage nach dieser entspricht. Abweichungen von die-

sem Gleichgewicht können Abweichungen der Netzfrequenz und der Netzspannung von ihren jeweiligen Sollwerten bedingen, was im Extremfall zu Netzausfällen führen kann. Aus diesem Grund werden die genannten Arten der Regelleistung eingesetzt, um diese Abweichungen auszuregeln. Regelleistung kann entweder positiv sein, wenn die Nachfrage das Angebot übersteigt, oder negativ, wenn das Angebot an elektrischer Energie die Nachfrage übersteigt. Je umfangreicher das Verbundnetz ausgestaltet ist, desto geringer ist der Bedarf an Regelleistung. Andererseits erhöht sich der Bedarf an Regelleistung, je mehr Kraftwerke mit stochastischem Stromoutput an das Netz angebunden sind (vgl. Kapitel 2.3). Grundsätzlich ist es die Aufgabe des Netzbetreibers für eine ausreichende Regelleistungsvorhaltung zu sorgen. Einen guten Überblick über die technische und organisatorische Ausgestaltung der Regelenergiemärkte bietet Panos (2013).

Regenerative Energiesysteme nehmen im Vergleich zu den erwähnten klassischen Kraftwerkstypen eine Sonderrolle ein, da das Leistungsangebot stochastischen Schwankungen unterworfen ist und somit schlecht planbar ist. In Deutschland wird den erneuerbaren Energiesystemen eine gesetzliche Vorrangstellung eingeräumt, was dazu führt, dass der gesamte erzeugte Strom in das Netz eingespeist wird, wobei der Netzbetreiber die Möglichkeit hat im Falle eines Angebotsüberschusses an elektrischer Energie Stromerzeuger, wie z.B. Photovoltaik- oder Windenergieanlagen, vom Netz zu trennen. Die erwähnte schlechte Planbarkeit kann bei steigendem Anteil regenerativer Energiesysteme an der Stromversorgung zu Problemen führen. Beispielsweise ist die Fahrplanerstellung bei Mittellastkraftwerken wesentlich komplexer, wenn der Einfluss fluktuierender Stromerzeuger berücksichtigt werden muss. Zusätzlich steigt der Bedarf an Spitzenlastkraftwerken bzw. an Energiespeichern zur Vorhaltung von Regelleistung, welche die schwankende Stromerzeugung stabilisieren können (vgl. Heuck et al. (2010, S. 60 f.)).

Im Wesentlichen ergeben sich die Einsatzmöglichkeiten der genannten Kraftwerkstypen aus der Analyse von Lastkurven und der daraus abgeleiteten Lastprognosen. Diese Lastprognosen stellen die Grundlage der Kraftwerkseinsatzplanung dar. Diese legt fest, zu welchem Zeitpunkt welches Kraftwerk welchen Lastanteil decken soll (vgl. die Ausführungen in Kapitel 4.1.1).

In Lastkurven ist der Leistungsbedarf über einen bestimmten Zeithorizont, welcher häufig 24 Stunden beträgt, grafisch dargestellt. Dabei ergeben sich charakteristische Lastprofile, welche das aggregierte Nutzungsverhalten der Verbraucher elektrischer Energie widerspiegeln. So liegt in Deutschland ein Minimum der nachgefragten Leistung zwischen 0 und 6 Uhr morgens, um dann zwischen 6 und 8 Uhr relativ stark anzusteigen, da

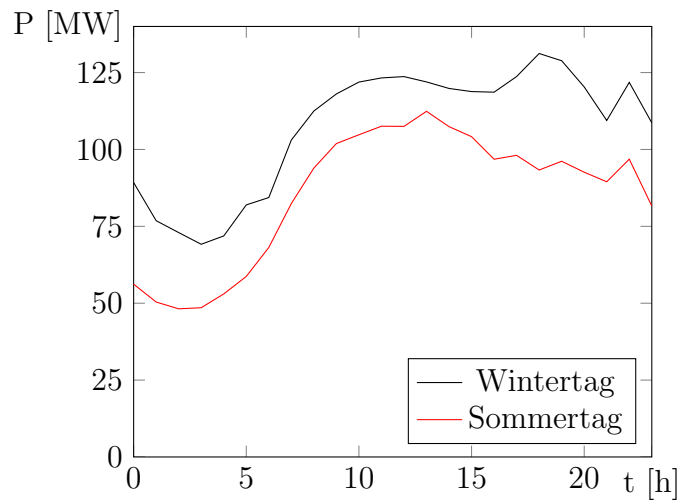


Abbildung 2.4: Typische Lastkurven für einen Winter- und einen Sommertag (nach Heuck et al. (2010, S. 72)).

mit diesem Zeitbereich der Arbeitsbeginn vieler Unternehmen zusammenfällt und somit die gesteigerte Nachfrage nach elektrischer Leistung erklärt werden kann. Anschließend verbleibt die nachgefragte Last auf recht konstantem Niveau, wobei gegen Mittag ein Maximum erreicht wird. Entsprechend der Beobachtungen am frühen Morgen spiegelt sich ebenfalls das Ende des Arbeitstages in den Lastkurven mit einem Abfall des Leistungsbedarfs nach 16 Uhr wider, wobei typischerweise in den Wintermonaten gegen 18 Uhr ein weiteres Maximum auftritt. Des Weiteren unterscheiden sich Lastkurven je nach Jahreszeit erheblich, d.h., dass sich beispielsweise eine charakteristische Lastkurve die den Wintermonaten zuzurechnen ist wesentlich von einer, die den Sommermonaten zuzurechnen ist, unterscheidet. So zeigen Lastkurven im Winter neben einem allgemein höheren Lastniveau auch eine unterschiedliche Verteilung der Maxima. Ebenfalls einsichtig ist die Tatsache, dass sich Lastkurven, die an Werktagen aufgezeichnet wurden, von Lastkurven unterscheiden, deren Aufzeichnung an Wochenenden oder Feiertagen erfolgte. Allerdings ähneln sich die Lastkurven von Tagen mit vergleichbaren Eigenschaften, wie z.B. zweier Montage im Sommer, erheblich. Bei Einbezug weiterer Einflußgrößen, wie Temperatur, Niederschlag etc., können relativ gute Lastprognosen zur Planung des Kraftwerkseinsatzes erstellt werden (vgl. Heuck et al. (2010, S. 72)).

Werden die zu Beginn des Abschnitts erwähnten Kraftwerkscharakteristiken in Betracht gezogen, ergeben sich beispielsweise die in Abbildung 2.5 angegebenen Bereiche

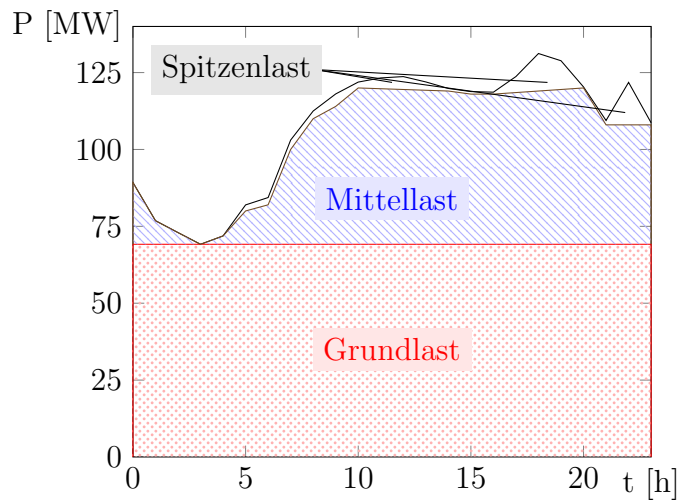


Abbildung 2.5: Typische Aufteilung der Leistungsbereitstellung durch Grund-, Mittel- und Spitzenlastkraftwerke (Eigene Darstellung in Anlehnung an Heuck et al. (2010, S. 72)).

für den Einsatz der unterschiedlichen Kraftwerkstypen.

2.2 Energiespeicher

Der Einsatz von Technologien zur Speicherung elektrischer Energie ermöglicht eine Entkopplung der Gewinnung von Primärenergie sowie der Energiewandlung durch den Energieversorger von der Nutzung durch den Endverbraucher, indem Energie für einen begrenzten Zeitraum gespeichert und bei Bedarf zur Verfügung gestellt werden kann. Damit trägt die Speicherung von Energie zu einer Angleichung von Angebot und Nachfrage nach Energie bei. Nachfrageseitig ergeben sich Fluktuationen aus dem Verhalten der Endverbraucher. Dies äußert sich beispielsweise im Verlauf der Lastkurven über unterschiedliche Zeithorizonte (vgl. Kapitel 2.1.5 Abbildungen 2.4 und 2.5). Zusätzlich können angebotsseitig Schwankungen in der Energiebereitstellung zum einen aus Störungen von Kraftwerken bzw. von Übertragungseinrichtungen und zum anderen aus einem verstärkten Einsatz schlecht regelbarer erneuerbarer Energiequellen, wie z.B. Wind- und Photovoltaikanlagen, resultieren. Zwar können diese Fluktuationen durch Einsatz der in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellten Kraftwerkstypen ausgeglichen werden, so kann beispielsweise bei einem unerwarteten Nachfragepeak zusätzliche Energie durch die Inbe-

triebnahme eines zusätzlichen Spitzenlastkraftwerks bereitgestellt werden und im Falle eines Angebotsüberschuss ist es z.B. möglich Mittellastkraftwerke herunterzuregeln, aber sowohl der Betrieb von Spitzenlastkraftwerken, als auch der Teillastbetrieb von Mittel- oder gar Grundlastkraftwerken sind kostenintensiv. Diese Problematik kann durch den Einsatz von Energiespeichern gemindert werden und ist insbesondere vor dem Hintergrund der stetig wachsenden Bedeutung erneuerbarer Energiequellen für die Energieversorgung von enormer Bedeutung. Die Nutzung von Energiespeichern bietet daher die folgenden Vorteile (vgl. Zahoransky (2013, S. 419)):

- bessere Nutzung schlecht regelbarer erneuerbarer Energiesysteme, indem Fluktuationen in der Energiebereitstellung ausgeglichen werden können;
- Steigerung der Versorgungssicherheit;
- Ermöglichung einer kosteneffizienten Dimensionierung von Anlagen zur Energieerzeugung sowie zum Energietransport.

Grundsätzlich gibt es zahlreiche verschiedene Einsatzmöglichkeiten von Energiespeichern, die sich in ihren Anforderungen an die Speichertechnologie teilweise erheblich unterscheiden. Beispielsweise ist für mobile Anwendungen eine hohe Energiedichte bei gleichzeitig geringem Gewicht von größerer Bedeutung als bei umfangreichen stationären Speicheranlagen, welche Energie für die Stabilisierung eines angeschlossenen Netzes bereithalten. Im Folgenden liegt der Fokus jedoch ausschließlich auf stationären Speichern für die Energieversorgung.

Die wesentlichen Anforderungen an diese Anlagen sind insbesondere geringe Kosten pro kWh, eine hohe Lebensdauer, eine große Anzahl von Lade- und Entladezyklen, ein hoher Gesamtwirkungsgrad, eine geringe Selbstentladung, ein geringer Wartungsaufwand sowie eine einfache Installation und ein einfacher Betrieb. Die Bedeutung dieser genannten Anforderungen an Energiespeicher richtet sich nach deren Einsatzbereich, wobei im Bereich der Energieversorgung im Wesentlichen die folgenden Anwendungszwecke identifiziert werden können (vgl. Zahoransky (2013, S. 420)):

- Tages-, Wochen- und Jahreslastausgleich;
- Bereitstellung von Wirkleistungssekundenreserve (WSR);
- Sicherstellung einer unterbrechungsfreien Stromversorgung (USV).

Für die in den weiteren Kapiteln vorgestellten Modelle sind insbesondere Anlagen für den Tages-, Wochen oder Jahreslastausgleich von Bedeutung, weshalb wir uns in den folgenden Abschnitten auf Speichertechnologien für eben diesen Anwendungszweck konzentrieren.

2.2.1 Pumpspeicherkraftwerke

Der grundlegende Einsatzzweck von Pumpspeicherkraftwerken wurde bereits in Kapitel 2.1.4 umrissen. Pumpspeicherkraftwerke werden bereits seit längerer Zeit erfolgreich für den Tageslastausgleich, bzw. für die Deckung von Lastspitzen im Energieversorgungsnetz eingesetzt und gelten als technisch ausgereift. Weltweit liegt die derzeit installierte Leistung von Pumpspeicherkraftwerken bei etwa 127 GW, wobei allein im Jahr 2014 zusätzliche 76 GW durch die Fertigstellung im Bau befindlicher Anlagen hinzukamen. Japan, USA und China sind mit 25,18 GW, 21,68 GW bzw. 15,64 GW, die Länder mit der größten installierten Pumpspeicherleistung (vgl. Norster et al. (2013, S. 16)). Zum Vergleich: In Deutschland liegt die Leistung aller Pumpspeicherkraftwerke bei ca. 7 GW, wobei das neuste Pumpspeicherkraftwerk Goldisthal eine Leistung von 1.060 MW bei einer Speicherkapazität von 8.480 MWh aufweist (vgl. Heuck et al. (2010, S. 56)).

Grundsätzlich bestehen Pumpspeicherkraftwerke aus zwei durch ein Rohrleitungssystem verbundenen Becken, die mit Wasser gefüllt werden können. Im Speicherbetrieb wird das im Unterbecken befindliche Wasser mittels elektrischer Pumpen in das Oberbecken befördert und dort gespeichert. Besteht Bedarf an elektrischer Energie wird Wasser aus dem Oberbecken über Turbinen in das Unterbecken abgelassen. Die zu speichernde elektrische Energie wird folglich zunächst in potenzielle Energie gewandelt und erst beim Ausspeichern durch an die Turbinen angeschlossene Generatoren wieder in elektrische Energie gewandelt. Die speicherbare Energie E hängt dabei im Wesentlichen von der Höhendifferenz zwischen Ober- und Unterbecken sowie vom Volumen des Oberbeckens gemäß der folgenden Gleichung ab:

$$E = V \cdot \rho \cdot g \cdot h \tag{2.1}$$

mit V : Volumen Oberbecken, ρ : Dichte des Wassers,

g : Erdbeschleunigung, h : Höhendifferenz.

Um die Baukosten gering zu halten, werden bei aktuellen Pumpspeicherkraftwer-

ken häufig Pumpturbinen verbaut. Diese Bauelemente können sowohl im Pumpbetrieb Wasser vom Unterbecken in das Oberbecken befördern, wobei elektrische Energie in potenzielle gewandelt wird, als auch im Turbinenbetrieb durch Ablassen von Wasser aus dem Oberbecken elektrische Energie durch Übertragung der Rotationsenergie an einen Generator erzeugen. Pumpturbinen erreichen derzeit Förderhöhen von bis zu 800 m pro Förderstufe. Der Gesamtwirkungsgrad von Pumpspeicherkraftwerken, d.h. das Verhältnis der einzuspeichernden Energie zur Energie, die nach dem Ausspeichern wiedergewonnen werden kann, ist im Wesentlichen von der baulichen Ausführung sowie von einem eventuell vorhandenen natürlichen Zufluss abhängig und erreicht bei modernen Anlagen Werte von bis zu 80% (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 691)).⁶

Pumpspeicherkraftwerke weisen geringe Anlaufzeiten vom Stillstand bis zur Vollast von wenigen Minuten auf. Ebenso rasch erfolgt der Wechsel zwischen den Betriebsarten, d.h. zwischen Pump-, Turbinen- und Phasenschieberbetrieb⁷, wobei sowohl die Anlaufzeiten als auch die Dauer für den Wechsel zwischen den verschiedenen Betriebsarten wesentlich von der gewählten Maschinenanordnung abhängen (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 688 f.)).

Grundsätzlich ist aufgrund der hohen Flexibilität ein vielfältiger Einsatz dieser Kraftwerke möglich. Wie eingangs des Kapitels erwähnt, werden Pumpspeicherkraftwerke häufig für den Tageslastausgleich oder mit wachsender Speichergröße auch für den Monats- oder Jahreslastausgleich verwendet. Das bedeutet, dass Energie in Zeiten eines Angebotsüberschusses an elektrischer Energie, beispielsweise nachts, wenn die Stromnachfrage gering ist oder während Starkwindphasen, wenn das Angebot an Windenergie sehr groß ist, eingespeichert und bei Nachfrageüberschuss abgegeben wird. Die sehr gute Regelbarkeit von Pumpspeicherkraftwerken ermöglicht darüber hinaus den Einsatz für die Leistungsfrequenzhaltung in größeren Verbundnetzen sowie die Bereitstellung von Blindleistung im Phasenschieberbetrieb (vgl. Oeding u. Oswald (2011, S. 95)).

Problematisch ist die geringe Energiedichte von Pumpspeicherkraftwerken, welche üblicherweise im Bereich von 1 kWh/m³ liegt (vgl. Neupert et al. (2009, S. 133)). Dies führt gemäß Gleichung (2.1) dazu, dass ein relativ großes Oberbecken für den wirtschaftlich sinnvollen Betrieb vonnöten ist. Grundsätzlich erzielen Anlagen, die ei-

⁶Ist der Wasserzufluss durch den natürlichen Zufluss sehr groß, so kann der Gesamtwirkungsgrad Werte größer als 100% erreichen.

⁷Im Phasenschieberbetrieb gibt die Anlage entweder Blindleistung ab oder nimmt diese auf (vgl. Oeding u. Oswald (2011, S. 139)).

ne größere Höhendifferenz zwischen Ober- und Unterbecken aufweisen aufgrund der aus Gleichung (2.1) ersichtlichen Proportionalität zwischen der speicherbaren Energie und der Höhendifferenz, bessere Werte in Bezug auf die Energiedichte als Kraftwerke mit geringeren Höhendifferenzen. Dies hat zur Folge, dass Pumpspeicherkraftwerke mit größeren Fallhöhen zur Speicherung der gleichen Menge an Energie ein geringeres Oberbeckenvolumen im Vergleich zu einem Kraftwerk mit einer geringeren Fallhöhe benötigen. Allerdings ist auch bei sehr großen Fallhöhen mit einem erheblichen Landschaftsverbrauch zu rechnen, was seitens der Bevölkerung bzw. aus Naturschutzgründen häufig zu einer geringen Akzeptanz bezüglich des Neubaus von Pumpspeicherkraftwerken führt. Dies schränkt die potenziellen Standorte, welche bereits durch die geographischen Anforderungen vorgegeben sind, weiter ein. Wird insbesondere die Situation in Deutschland betrachtet, ergibt sich ein sehr beschränktes Ausbaupotential, welches im Wesentlichen die Alpenregion bzw. bestimmte Mittelgebirgslagen umfasst (vgl. Buenger et al. (2008, S. 22)). Diese Gebiete befinden sich in relativ großer Entfernung zu den windreichen bzw. dicht besiedelten Ballungszentren, was zu nicht unerheblichen Übertragungsverlusten führt, wenn beispielsweise im Norden Deutschlands erzeugte elektrische Energie in einem Pumpspeicherkraftwerk in der Alpenregion zwischengespeichert werden soll.

Derzeit existieren bereits einige neuartige Pumpspeicherkonzepte, um die beschriebenen Herausforderungen adäquat einer Lösung zuführen zu können. Ein vielversprechender Ansatz sind Untertage-Pumpspeicherkraftwerke, die über ein unterirdisches Unterbecken verfügen. Dies ermöglicht die Errichtung von Pumpspeicheranlagen auch in Regionen, die aufgrund ihrer Topographie bisher hierfür nicht in Frage gekommen sind. Dennoch ist die Standortwahl für derartige Kraftwerke an bestimmte Voraussetzungen geknüpft. So muss ein geeignetes unterirdisches Kavernensystem vorhanden sein, um das Unterbecken anlegen zu können. Hierfür eignen sich beispielsweise ehemalige Stollen, die im Zuge des Untertagebaus entstanden sind. Wird die Situation in Deutschland betrachtet, so ergeben sich beispielsweise im Ruhrgebiet gute Bedingungen für die Errichtung von Untertage-Pumpspeicherkraftwerken, was vor dem Hintergrund der hohen Bevölkerungsdichte in dieser Region eine verbrauchsnahe Speicherung elektrischer Energie ermöglicht und somit die Übertragungsverluste gering gehalten werden können. Problematisch sind jedoch die höheren Kosten für den Bau sowie die spätere Wartung von Untertage-Pumpspeicherkraftwerken (vgl. Madlener u. Specht (2013, S. 22 f.)).

Ein weiteres Konzept, welches sich insbesondere für dicht besiedelte Küstenregionen

eignet, sind Meerwasser-Pumpspeicherkraftwerke. Diese Anlagen nutzen das Meer als Unterbecken woraus ähnlich wie bei Untertage-Pumpspeicherkraftwerken eine erhebliche Platzersparnis resultiert. Das Oberbecken befindet sich bei Meerwasser-Pumpspeicherkraftwerken in der Regel auf einer küstennahen Anhöhe, sodass eine gewisse Höhendifferenz zwischen Oberbecken und Meer erreicht wird. Besonderes Augenmerk muss bei Meerwasser-Pumpspeicherkraftwerken auf den Korrosionsschutz der verbauten Materialien gelegt werden, da als Arbeitsmedium salzhaltiges und damit korrosives Meerwasser verwendet wird. Die Verwendung von Meerwasser bedingt zusätzlich hohe Anforderungen an die Dichtigkeit der Anlage, da bei Leckagen eine Versalzung des Grundwassers droht (vgl. Giesecke u. Mosonyi (2009, S. 696 ff.)).

2.2.2 Druckluftspeicherkraftwerke

Die Funktionsweise von Druckluftspeicherkraftwerken weist einige Analogien im Vergleich zu Pumpspeicherkraftwerken auf. So wird elektrische Energie bei Druckluftspeicherkraftwerken ebenfalls in potenzielle Energie überführt.

Grundsätzlich wird zwischen diabaten und adiabaten Druckluftspeicherkraftwerken unterschieden. Der Speicherprozess ist bei beiden Varianten grundsätzlich vergleichbar. So wird einem Verdichter elektrische Energie zugeführt und durch das Komprimieren von Luft in potenzielle Energie gewandelt. Bei der diabaten Ausführung wird der durch den Kompressionsvorgang erhitzten Luft Wärme über einen Wärmetauscher entzogen und an die Umgebung abgegeben. Anschließend kann die nun erkaltete und unter hohem Druck von ca. 50 - 200 bar stehende Luft in einen unterirdischen Kavernenspeicher eingebracht werden (vgl. Sauer (2006, S. 17 f.)). Die Kühlung vor dem Speichern ist zwingend erforderlich um Beschädigungen am Kavernenspeicher zu vermeiden, da die Luft ohne Wärmeabfuhr Temperaturen von mehreren 100°C erreicht (vgl. Neupert et al. (2009, S. 125)). Bei Bedarf kann die in der Kaverne befindliche Luft in einen Brenner geleitet und unter Beifügung von Brennstoff in einer Gasturbine verbrannt werden. Das unter Druck stehende heiße Rauchgas kann durch eine Turbine, die mit einem Generator verbunden ist, geleitet und somit elektrische Energie zurückgewonnen werden (vgl. Abbildung 2.6). Der Gesamtwirkungsgrad von Druckluftspeicherkraftwerken kann Werte von bis zu 55% erreichen, wobei hierfür die heißen Abgase zur Vorwärmung der Verbrennungsluft verwendet werden müssen (vgl. Neupert et al. (2009, S. 126)).

Der erreichbare maximale Wirkungsgrad bei diabaten Druckluftspeicherkraftwerken

wird durch den Energiebedarf für die notwendige Kühlung sowie durch den Brennstoffbedarf erheblich gemindert. Mit der Entwicklung adiabater Anlagen wird versucht dieser Problematik zu begegnen. Im Gegensatz zu diabaten Kraftwerken wird die Wärme, welche durch den Kühlungsprozess im Anschluss an die Verdichtung der Luft entzogen wird, nicht ungenutzt an die Umgebung abgegeben, sondern in einen Wärmespeicher eingebracht. Die komprimierte Luft wird analog wie im diabaten Fall in einer Kaverne gespeichert. Bei Entnahme der Luft aus dem Speicher wird die Luft unter Ausnutzung der gespeicherten Wärme erhitzt, weshalb keine Zufuhr von Brennstoff wie bei diabaten Druckluftspeicheranlagen erforderlich ist (vgl. Neupert et al. (2009, S. 128 ff.)). Auf diese Weise können Wirkungsgrade von bis zu 70% erreicht werden (vgl. Transmission (2007, S. 6)). Ebenso werden zusätzliche CO₂-Emissionen durch die bei diabaten Anlagen nötige Verfeuerung von Brennstoff vermieden.

Die volumetrische Energiedichte liegt bei Druckluftspeicherkraftwerken je nach Druckniveau in der Kaverne im Bereich 1-2 kWh/m³ (vgl. Foote et al. (2005, S. 2)).

Für die Speicherung der verdichteten Luft werden in der Regel unterirdische Hohlräume, wie z.B. Salzkavernen, verwendet. Salzkavernen sind durch Aussolung mit Wasser künstlich hergestellte Hohlräume innerhalb von Salzformationen. Darüber hinaus kommen auch andere unterirdische Gesteinsformationen, wie Aquifer oder ehemalige Bergwerke in Frage, wobei insbesondere letztere ein aufwändiges Verfahren zur Sicherstellung der Dichtigkeit durchlaufen müssen, was ein deutlicher Nachteil im Vergleich zu den bereits erwähnten Salzkavernen darstellt. Im Allgemeinen sind die Leckageverluste bei Salzkavernen relativ niedrig, d.h. im Vergleich zu anderen Speichertechnologien, wie z.B. Batterien oder gar Schwungradspeichern, ist die Selbstentladungsrate sehr gering. Der wesentlich geringere Landschaftsverbrauch durch die unterirdischen Speicheranlagen insbesondere im Vergleich zu den im letzten Abschnitt erwähnten Pumpspeicherkraftwerken führt unter anderem zu einer erhöhten Akzeptanz seitens der Bevölkerung (vgl. Neupert et al. (2009, S. 125 ff.)).

Die Nutzung von Salzkavernen als Speicher für die komprimierte Luft erweist sich insbesondere in Deutschland als sehr vorteilhaft, da derartige Formationen zahlreich an der norddeutschen Küste vorhanden sind und somit eine räumliche Nähe zu Gebieten mit hohem Windertrag gegeben ist. Dadurch können aufgrund der geringen Distanz zwischen Erzeugungs- und Speicherort die Übertragungsverluste gering gehalten werden.

Des Weiteren kann die gespeicherte Energie relativ schnell abgerufen werden. So liegt die Zeitspanne, die für die Bereitstellung der Maximalleistung benötigt wird, im Bereich

von etwa zehn Minuten. Es ergibt sich in der Folge ein sehr ähnliches Einsatzspektrum wie bei den zuvor erläuterten Pumpspeicherkraftwerken. Wesentliche Voraussetzung für den großflächigen Einsatz von Druckluftspeicherkraftwerken ist jedoch eine weitere Verbesserung des Gesamtwirkungsgrades, welcher insbesondere im Vergleich mit Pumpspeicherkraftwerken noch zu gering ist (vgl. Neupert et al. (2009, S. 125 ff.)).

Bislang existieren weltweit lediglich zwei Druckluftspeicherkraftwerke. Das erste wurde im Jahr 1978 in Huntorf bei Bremen errichtet und dient der Speicherung von Netzstrom bei einem Angebotsüberschuss und dem Abfangen von hohen Nachfragespitzen nach elektrischer Energie in Spitzenlastzeiten. Zur Speicherung der Druckluft werden zwei Salzkavernen in einer Tiefe von 700 m und einem Volumen von 150.000 m³ verwendet. Das Kraftwerk kann eine Leistung von 290 MW über einen Zeitraum von zwei Stunden zur Verfügung zu stellen. Da der Speicherprozess diabatisch erfolgt, liegt der Wirkungsgrad dieser Anlage lediglich bei 42%. Das zweite Kraftwerk wurde im Jahr 1991 in McIntosh (USA) in Betrieb genommen. Durch Verwendung einer Luftvorwärmung kann der Brennstoffbedarf im Vergleich zu der Anlage in Huntorf erheblich reduziert werden, was sich positiv auf den Gesamtwirkungsgrad des Kraftwerks von 54% auswirkt (vgl. Diekmann u. Rosenthal (2014, S. 172)). Allgemein ist die Prozessführung jedoch erneut diabat, was den verhältnismäßig geringen Wirkungsgrad erklärt. Über einen Zeitraum von 26 Stunden kann eine Leistung von 110 MW abgegeben werden (vgl. Neupert et al. (2009, S. 127)).

Neben den beiden realisierten Druckluftspeicherkraftwerken sind zum gegenwärtigen Zeitpunkt weitere in Planung. Insbesondere adiabate Anlagen sind dabei aufgrund des höheren Wirkungsgrades von besonderem Interesse. Allerdings gilt zum derzeitigen Zeitpunkt der benötigte Wärmespeicher als technisch noch nicht ausgereift, weshalb derzeit lediglich ein Demonstrationskraftwerk (ADELE - Adiabater Druckluftspeicher für die Elektrizitätsversorgung) in Staßfurt in Planung ist. Das Kraftwerk soll eine elektrische Leistung von 90 MW bei einer Speicherkapazität von vier Stunden aufweisen, wobei für die Speicherung der Druckluft Salzkavernen verwendet werden sollen (vgl. Alotto et al. (2014, S. 326)).

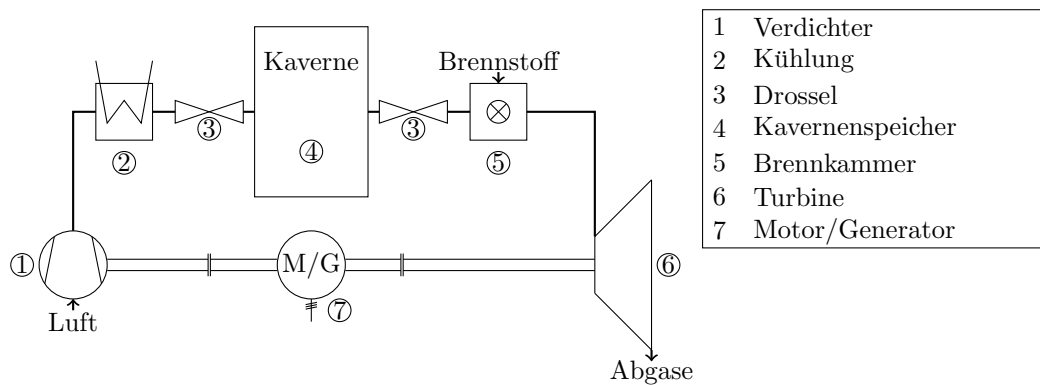


Abbildung 2.6: Schematischer Aufbau eines Druckluftspeicherkraftwerks (nach Zahoransky (2013, S. 426)).

2.2.3 Batteriespeicher

Zur Speicherung elektrischer Energie können Akkumulatoren oder Batteriesysteme verwendet werden.⁸ Die elektrische Energie wird dabei in chemischer Form im Akkumulator gespeichert. Grundsätzlich ist ein Akkumulator aus Zellen aufgebaut, die jeweils durch einen Elektrolyten getrennte positive und negative Elektroden enthalten (vgl. Zahoransky (2013, S. 429)).

Je nach Einsatzzweck und den damit verbundenen Anforderungen an den Akkumulator variieren die jeweils verwendeten Materialien für Elektroden bzw. Elektrolyten und deren Aufbau. So werden insbesondere kleinere Akkumulatorsysteme bereits seit einiger Zeit erfolgreich für die elektrische Energieversorgung von mobilen Geräten, wie z.B. Mobiltelefone oder Kraftfahrzeuge, verwendet. Für den Einsatz in Energieversorgungsnetzen sind allerdings größere Einheiten vonnöten, an die darüber hinaus andere Anforderungen zu stellen sind als an kleinere Batteriesysteme. So ist eine hohe Energiedichte zwar auch bei größeren Batteriesystemen wünschenswert, um den Platzbedarf möglichst gering zu halten, aber nicht prioritär. Wesentlich für Batterien, die zur Nutzung in Energieversorgungsnetzen vorgesehen sind, ist eine hohe Zyklenfestigkeit und somit eine hohe Lebensdauer sowie geringe Kosten pro kWh um auch große Energiemengen aufnehmen zu können (vgl. Chen et al. (2009, S. 296)). Einen Überblick über

⁸Grundsätzlich unterscheiden sich Batterien und Akkumulatoren dadurch, dass Batterien nicht wieder aufladbar sind. Da in der Praxis häufig keine Unterscheidung der beiden Begriffe vorgenommen wird, wollen wir beide Begriffe auch in der vorliegenden Arbeit synonym verwenden.

	Blei	NiCd	NiMH	NiZn	ZnBr	Li	NaS	Zebra
volumetrische Energiedichte in kWh/m ³	100	150	200-250	120-150	100-120	200-300	180	110
volumetrische Leistungsdichte in kW/m ³	150-300	400-500	250-500	250-400	50-120	250-500	140	130
Speicherwirkungsgrad in %	85	70-75	60-80	70-75	75	n.V.	90	90
realisierte Zellkapa- zitäten in Ah	100	15	12	n.V.	n.V.	ca. 1	30	40

Tabelle 2.2: Eigenschaften ausgewählter Batteriespeicher (nach Zahoransky (2013, S. 428)).

einige wichtige Akkumulatorarten und deren wesentlichen Eigenschaften gibt Tabelle 2.2. Derzeit befinden sich bereits Batteriesysteme im Einsatz um Spitzenlasten abzudecken, bzw. um in entlegeneren Gebieten für eine hohe Versorgungsqualität durch Abfangen von Spannungseinbrüchen zu sorgen (vgl. Zahoransky (2013, S. 428), Diekmann u. Rosenthal (2014, S. 163 ff.)). Hierbei kommen vorwiegend Bleiakkumulatoren zum Einsatz. Gründe hierfür liegen insbesondere im hohen Reifegrad dieser Systeme und den damit verbundenen relativ geringen Kosten. Des Weiteren weisen Bleiakkumulatoren geringe Selbstentladungsraten von ca. 2-3 % pro Monat auf, wodurch eine Speicherung von Energie über längere Zeiträume, wie Wochen oder Monate, ermöglicht wird. Die maximale Zyklenzahl dieser Systeme liegt derzeit im Bereich von 1.200 - 1.800, bei einer Lebensdauer von 5 - 15 Jahren, wobei diese insbesondere von der Betriebstemperatur der Akkumulatoren abhängt (vgl. Hadjipaschalis et al. (2009, S. 1516)).

Problematisch ist bisher noch die Aufnahme sehr großer Energiemengen um beispielsweise mit Pumpspeicher- oder Druckluftspeicherkraftwerken konkurrieren zu können, da Batteriesysteme für diese Aufgabe auch im Hinblick auf die recht begrenzte Lebensdauer einen erheblichen Kostennachteil aufweisen. So wurde beispielsweise in einer KEMA-Studie in den Niederlanden der Einsatz von Batteriespeichern für den Energieausgleich eines 6.000 MW Windparks untersucht. Der Speicher sollte für eine Leistung von 2.500 MW ausgelegt werden, bei einem Energieinhalt von 62.004 MWh. Letztlich wurde das Projekt nicht realisiert, da die Wirtschaftlichkeit nur bei sehr hohen Spitzenlastpreisen gewährleistet ist (vgl. Enslin (2004, S. 5)).

2.2.4 Wasserstoffspeicher

Durch Anwendung eines Elektrolyseprozesses ist es möglich Wasser in die Bestandteile Wasserstoff und Sauerstoff zu spalten, wobei für die Durchführung der Elektrolyse elektrische Energie benötigt wird. Der Wasserstoff kann anschließend in geeignete Speicherelemente eingebracht werden (vgl. Heuck et al. (2010, S. 22 f.)). Üblich sind hier entweder Druckgastanks, wobei Drücke von bis zu 700 bar bei aktuellen Speichern erreicht werden können, oder die bereits zuvor im Abschnitt über Druckluftspeicher erwähnten Salzkavernen (vgl. Klell (2010, S. 14)). Letztere eignen sich vorwiegend falls eine zentrale Speicherung großer Mengen an Wasserstoff angestrebt wird, wohingegen sich Druckgastanks eher für eine dezentrale Speicherung eignen. Weitere Möglichkeiten zur Speicherung von Wasserstoff sind unter anderem die Verflüssigung durch starke Kühlung oder das Einbringen in Metalle, in denen der Wasserstoff beispielsweise in Form von Metallhydrid gespeichert wird.⁹ Der gespeicherte Wasserstoff lässt sich bei Bedarf durch Wärmekraftprozesse in einem Gasturbinenprozess oder aber durch den Einsatz von Brennstoffzellen rückverstromen. Ein wesentlicher Vorteil von Wasserstoffspeichern ist die sehr hohe Energiedichte, die bei komprimiertem gasförmigen Wasserstoff bis zu 767 kWh/m³ bei 700 bar betragen kann (vgl. Klell (2010, S. 13)). Noch höhere Energiedichten von bis zu 2300 kWh/m³ bei einem Druck von 2 bar können bei der Speicherung von flüssigem Wasserstoff erzielt werden. Allerdings sind hierfür sehr niedrige Temperaturen im Bereich von -253°C nötig, was neben einer aufwendigen Konstruktion der Drucktanks aufgrund der benötigten Wärmeisolation, einen zusätzlichen, erheblichen Energiebedarf für die Kühleinrichtungen erfordert (vgl. Klell (2010, S. 15 ff.)). Ein weiterer Vorteil ist die hohe Reaktionsgeschwindigkeit von Wasserstoffspeichersystemen, welche es ermöglicht im Minutenbereich zusätzliche Leistung zur Verfügung stellen, um beispielsweise Lastspitzen auszuregeln (vgl. Genoese (2013, S. 38)).

Ein entscheidender Nachteil von wasserstoffbasierten Speichersystemen sind die hohen Konversionsverluste, die bezogen auf den gesamten Prozess von der Elektrolyse bis zur Rückverstromung zu einem sehr niedrigen Gesamtwirkungsgrad, der im Bereich von 25% bis 30,5% liegt, führt (vgl. Zahoransky (2013, S. 431); Heuck et al. (2010, S. 59)).

Allgemein befinden sich die Komponenten von Wasserstoffspeichersystemen auf einem relativ hohen technischen Entwicklungsniveau. Langfristig sind daher lediglich moderate

⁹Einen Überblick über weitere Technologien zur Speicherung von Wasserstoff, welche sich allerdings häufig noch im experimentellen Entwicklungsstadium befinden, gibt Hirscher (2010).

Steigerungen des Gesamtwirkungsgrades bis etwa 40 % zu erwarten (vgl. Wietschel et al. (2010, S. 569)).

2.3 Übertragung und Verteilung elektrischer Energie

Die wesentliche Aufgabe von elektrischen Versorgungsnetzen ist der zuverlässige und verlustarme Stromtransport von den Kraftwerken zu den Verbrauchern. Die Netztopologie sowie die verbauten Komponenten und Betriebsmittel müssen dabei so beschaffen sein, dass auch Netzstörungen die Energieversorgung der Verbraucher möglichst nicht beeinflussen (vgl. Flosdorff u. Hilgarth (2005, S. 1)).

Im Wesentlichen kann zwischen drei Übertragungsarten für elektrische Energie unterschieden werden (vgl. Heuck et al. (2010, S. 77)):

- Einphasige Systeme;
- Dreiphasige Systeme;
- Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ).

Einphasige Systeme basieren auf einphasigem Wechselstrom und werden in Deutschland im Wesentlichen im Bereich von Bahnnetzen verwendet. Übliche Nennspannungen von Bahnnetzen sind 110 kV, 60 kV und 15 kV bei Netzfrequenzen von $16 \frac{2}{3}$ Hz bzw. 50 Hz.¹⁰

Dreiphasige Systeme werden in großem Umfang in der öffentlichen Stromversorgung in Deutschland eingesetzt. Im Gegensatz zu den einphasigen Systemen bestehen dreiphasige Systeme aus drei Wechselspannungen bzw. Wechselströmen, welche eine feste Phasenverschiebung zueinander sowie die gleiche Frequenz aufweisen, die in Deutschland 50 Hz beträgt. Dreiphasiger Wechselstrom wird auch als Drehstrom bezeichnet. Der steigende Energiebedarf sowie die immer größer werdenden Entfernungen, die mittels Stromleitungen überbrückt werden müssen, hat dazu geführt, dass im Laufe der Zeit immer höhere Übertragungsspannungen nötig geworden sind. So ist heute eine Einteilung der Nennspannungen in Nieder-, Mittel-, Hoch- und Höchstspannung üblich. Die in

¹⁰Auch heutzutage ist die vorwiegend eingesetzte Frequenz bei Bahnnetzen $16 \frac{2}{3}$ Hz. Dies ist historisch bedingt und der Beherrschung von Kommutierungsproblemen bei den damals eingesetzten Gleichstrommaschinen geschuldet (vgl. Heuck et al. (2010, S. 77)).

Nennspannung U_N in kV	0,23/0,40	3, 6, 10, 15, 20, 30	60, 110	220, 380, 500, 700
Spannungsbereich	Nieder- spannung	Mittelspannung	Hoch- spannung	Höchstspannung
Anwendung	Klein- verbraucher	Großabnehmer, Stadtversorgung	Stadt- und Überland- versorgung	Großraum- versorgung, Verbundwirtschaft

Tabelle 2.3: Übliche Nennspannungen, die im Bereich der elektrischen Energieversorgung eingesetzt werden (nach Flosdorff u. Hilgarth (2005, S. 2)).

Deutschland üblichen Nennspannungen und Anwendungszwecke finden sich in Tabelle 2.3.

Sollen sehr weite Strecken überbrückt werden, bietet sich die Übertragung elektrischer Energie mittels HGÜ an, da im Gegensatz zur Übertragung mittels Drehstrom der Spannungsabfall allein durch ohmsche Widerstände bestimmt wird, keine Blindleistung übertragen wird sowie keine Wirbelstromverluste auftreten. Bei diesem Verfahren werden in relativ kostenintensiven Stromrichterstationen, die im dreiphasigen Netz zur Verfügung stehende Spannung zunächst auf eine Spannung von etwa 1.000 kV transformiert und anschließend über Umrichter gleichgerichtet. Anschließend erfolgt die Gleichstromübertragung der Energie zur Gegenstation, wo der Gleichstrom mittels eines Wechselrichters in Wechselstrom gewandelt wird. Je nach Einsatzgebiet können zur Übertragung des Gleichstroms entweder Kabel, welche beispielsweise für die Anbindung von küstenfernen Offshore-Windparks genutzt werden können, oder Freileitungen eingesetzt werden. Dabei ist es bei Seekabeln bereits ab einer Strecke von ca. 40 km und bei Freileitungen ab einer Strecke von ca. 1.000 km technisch und wirtschaftlich sinnvoll, den Strom mittels HGÜ zu übertragen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 80 f.)). In Deutschland wird die verstärkte Investition in HGÜ-Anlagen als vielversprechende Maßnahme zur Verbindung windreicher Gebiete im Norden Deutschlands mit den windarmen Regionen im Süden angesehen. Ebenso bestünde dann die Möglichkeit, die zahlreichen Pumpspeicherkraftwerke in der Alpenregion zur Speicherung von Windenergie zu nutzen.

Aufgrund der technischen Anforderungen weisen das Nieder-, Mittel-, Hoch- und Höchstspannungsnetz unterschiedliche Netztopologien auf. Ein Großteil der elektrischen Verbraucher beziehen die benötigte Energie aus dem Niederspannungsnetz, welches durch Netzstationen mit einem Mittelspannungsnetz verbunden ist. Die Netztopologie von

Niederspannungsnetzen hängt im Wesentlichen von der Lastdichte ab. Die Lastdichte ist hierbei definiert als die Summe aller Lasten in einem bestimmten Gebiet bezogen auf dessen Fläche. Liegt in einem bestimmten Gebiet eine niedrige Lastdichte vor, so werden häufig Strahlennetze verwendet. Bei dieser Netztopologie gehen von einer Netzstation linienförmige, verzweigte Leitungen aus, mit denen die Verbraucher verbunden sind (vgl. Abbildung 2.7 (a)). Nachteile dieser Netzart sind insbesondere die geringe Ausfallsicherheit, welche, je nach Ort der Störung, zu weitläufigen Versorgungsausfällen führen kann. Des Weiteren kann es beim Zuschalten größerer Lasten zu einem Absinken der Netzspannung kommen, die in einigen Fällen dann nicht mehr ausreichend ist. Der Netzanschluss der einzelnen Verbraucher erfolgt beim Strahlennetz, je nach vorliegender örtlicher Gegebenheiten, entweder mit Kabeln oder Freileitungen. Liegt eine höhere Lastdichte vor oder soll eine höhere Versorgungssicherheit erreicht werden, kommen häufig Ringleitungen zum Einsatz. Diese sind mit Trennstellen versehen, sodass z.B. im Falle eines Kabelschadens der betroffene Abschnitt durch Öffnen dieser Trennstelle freigeschaltet werden kann. Aufgrund der Ringstruktur können im günstigsten Fall dennoch alle Verbraucher mit elektrischer Energie versorgt werden, da bei Heraustrennung des fehlerhaften Leitungsstücks die verbleibenden intakten Leitungsstücke einseitig gespeist werden können (vgl. Abbildung 2.7 (b)). Als Übertragungsmittel wird bei Ringleitungen häufig auf Kabel zurückgegriffen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 82 ff.)). Eine Steigerung des

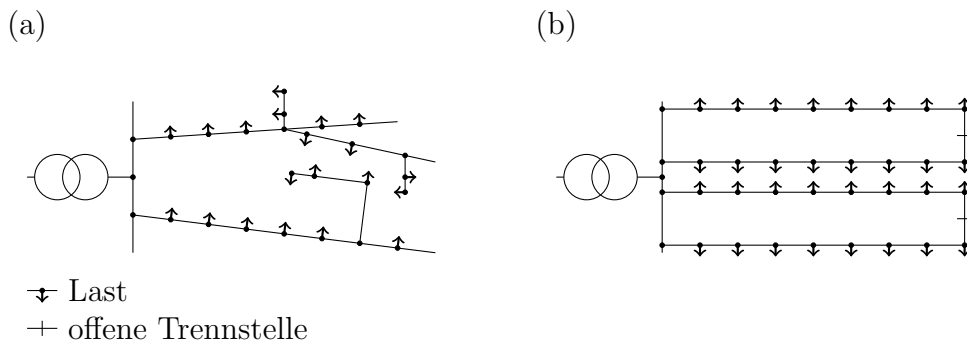


Abbildung 2.7: (a) Strahlennetz (b) Ringleitung mit offenen Trennstellen (nach Heuck et al. (2010, S. 83)).

Vermaschungsgrads durch hinzuschalten weiterer Verbraucher zu einer Ringleitung wird als verzweigter Ring bezeichnet (vgl. Abbildung 2.8 (a)). Diese Netzstruktur weist eine im Vergleich zu einem reinen Ringleiter eine erhöhte Eigensicherheit auf. Diese Struktur

wird vorwiegend in Gebieten mit hoher Lastdichte eingesetzt. Weisen Netze zahlreiche Maschen sowie mehrere Einspeisungen auf, so werden diese als Maschennetze bezeichnet (vgl. Abbildung 2.8 (b)). Diese Netze weisen eine hohe Spannungskonstanz sowie Eigensicherheit auf. Problematisch ist allerdings, dass im Falle eines Netzzusammenbruchs die erneute Inbetriebnahme recht schwierig ist. Die speisenden Netzstationen müssen in diesem Fall manuell zugeschaltet werden, wobei es zu einer Überlastung der zuerst eingeschalteten Netzstationen kommen kann. Bedingt durch die erschwerte Wiederinbetriebnahme spielt diese Netztopologie heutzutage bei Neuplanungen nur noch eine untergeordnete Rolle und wird möglichst vermieden (vgl. Heuck et al. (2010, S. 84)).

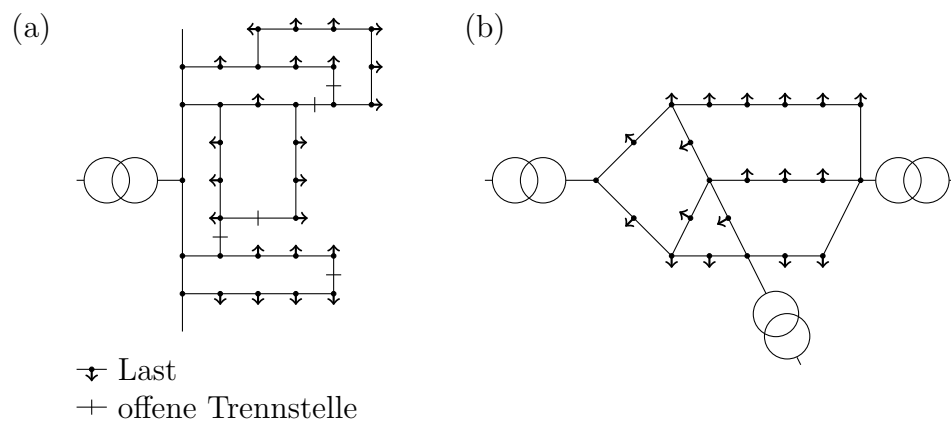


Abbildung 2.8: (a) Verzweigter Ring (b) Maschennetz (nach Heuck et al. (2010, S. 83)).

Mittelspannungsnetze werden über Umspannstationen aus einem Hochspannungsnetz mit Energie versorgt und leiten diese über die angeschlossenen Netzstationen an Niederspannungsnetze weiter. Diese sind ähnlich wie in Niederspannungsnetzen häufig in einer (verzweigten) Ringstruktur, welche mit Trennstellen versehen ist, angeordnet. Im Normalbetrieb wird das Ringnetz als Strahlennetz betrieben, was durch die Öffnung bestimmter Trennstellen erreicht werden kann. Sollte es zu Störungen kommen kann je nach Ort der Störung der betroffene Teil durch geeignete Konfiguration der Trennstellen herausgetrennt werden, wobei es nötig sein kann, einige der im Normalbetrieb offenen Trennstellen zu schließen, um die Energieversorgung möglichst vieler Verbraucher weiterhin zu gewährleisten. Beispielsweise können bei einem einfachen Kabelschaden in vielen Fällen weiterhin alle Netzstationen mit elektrischer Energie versorgt werden. Je nach Lastdichte erfolgt die Energieübertragung bei Spannungen von 20 kV (bei niedri-

ger Lastdichte, wie z.B. in ländlichen Gebieten) oder 10 kV (bei höheren Lastdichten, wie z.B. in Städten, wo die Strecken zwischen den verschiedenen Netzstationen in den wenigsten Fällen mehr als 500 m betragen und somit die höheren Übertragungsverluste durch eine niedrigere Spannungsebene toleriert werden können). Bei Mittelspannungsnetzen erfolgt die Übertragung der elektrischen Energie entweder mit Kabeln oder mit Freileitungen, wobei in Städten vorwiegend auf Kabel zurückgegriffen wird. Prinzipiell kommt als Topologie für Mittelspannungsnetze auch eine vermaschte Struktur in Frage, wobei der Vermaschungsgrad möglichst gering gehalten wird, um die mit dieser Netzstruktur verbundenen Probleme, wie z.B. hohe Kurzschlussströme, zu beherrschen (vgl. Heuck et al. (2010, S. 84 f.)).

Hochspannungsnetze werden bei einer Nennspannung von 110 kV betrieben. Gespeist werden Hochspannungsnetze vorwiegend aus dem 380 kV Höchstspannungsnetz durch Umspannwerke¹¹, wobei vereinzelt auch Einspeisungen aus Mittel- bzw. Spitzenlastkraftwerken erfolgen. Höchstspannungsnetze können ebenfalls Maschen enthalten und dienen ausschließlich als Transportnetze mit dem Ziel, die in Kraftwerken erzeugte elektrische Energie zu den Umspannwerken zu leiten. Verbraucher sind keine an das Höchstspannungsnetz angeschlossen, jedoch bestehen Verbindungen zwischen den verschiedenen Höchstspannungsnetzen der verschiedenen Energieversorgungsunternehmen. Die Struktur, die sich aus dem Zusammenschluss der verschiedenen Höchstspannungsnetze ergibt, wird als Verbundnetz bezeichnet. Die Bildung eines Verbundnetzes hat das Ziel, eine hohe Verfügbarkeit der Transportnetze zu gewährleisten, da durch den Zusammenschluss mehrerer Höchstspannungsnetze auch die Anzahl der Kraftwerke, welche an das Verbundnetz insgesamt angeschlossen sind, wesentlich größer ist als im Vergleich zu einem isolierten Höchstspannungsnetz. Dies führt dazu, dass im Fall einer Kraftwerksstörung eine größere Wahrscheinlichkeit besteht, dass diese Störung durch Zuschalten eines weiteren Kraftwerks kompensiert werden kann. Insgesamt kann aus diesem Grund auch die Reserveleistung, die vorgehalten werden muss, geringer sein. Des Weiteren ermöglicht das Verbundnetz den Transport großer Energiemengen innerhalb Deutschlands bzw. innerhalb Europas. Im Allgemeinen sind Höchstspannungsnetze bereits durch einen hohen Automatisierungsgrad im Bereich der Netzbetriebsführung sowie durch häufig parallel verschaltete Leitungen eigensicher ausgelegt, was zu einer sehr hohen Verfügbarkeit dieser Netze führt (vgl. Heuck et al. (2010, S. 86 ff.)).

¹¹In einigen Regionen existieren noch ältere Höchstspannungsnetze, die bei einer Nennspannung von 220 kV betrieben werden.

In diesem Kapitel haben wir uns mit den Grundzügen der elektrischen Energieversorgung beschäftigt, insofern diese für das Verständnis der folgenden Modelle relevant sind. Im nächsten Kapitel wollen wir uns nun mit den mathematischen Grundlagen auseinandersetzen, um die Grundbegriffe und Konzepte der Modellbildung einzuführen.

KAPITEL 3

Mathematische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen mathematische Konzepte, welche für die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle notwendig sind, eingeführt werden. Zunächst widmen wir uns der Theorie Markovscher Entscheidungsprozesse bevor wir Konvexitätsbegriffe für Funktionen mit diskretem Definitionsbereich einführen. In diesem Zusammenhang werden wir sowohl auf L - bzw. L^{\natural} -konvexe Funktionen als auch auf M - bzw. M^{\natural} -konvexe Funktionen eingehen.

3.1 Markovsche Entscheidungsprozesse

Markovsche Entscheidungsprozesse (MEP) können den stochastischen dynamischen Entscheidungsprozessen zugerechnet werden, wobei bei ersteren der weitere Prozessverlauf in der Zukunft ausschließlich vom aktuellen Zustand abhängt (Markov-Eigenschaft).

Für die vorliegende Arbeit sind insbesondere Markovsche Entscheidungsprozesse in diskreter Zeit von Bedeutung, weshalb sich die folgenden Abschnitte auf diese konzentrieren. Für eine umfassende Einführung in die Thematik sei auf die entsprechende Literatur wie z.B. Waldmann u. Stocker (2012), Puterman (2005), White (1993a) oder Bäuerle u. Rieder (2011) verwiesen. Einen sehr guten Überblick über mögliche Anwendungsgebiete Markovscher Entscheidungsprozesse bieten z.B. Feinberg u. Shwartz (2002), White (1993b) und White (1988).

Grundsätzlich wird bei Markovschen Entscheidungsprozessen ein Prozess über einen bestimmten Zeit- oder Planungshorizont, welcher je nach Modellierungszweck entweder endlich oder unendlich sein kann, durch einen Beobachter in seinem Verlauf durch

Treffen von Entscheidungen zu diskreten Zeitpunkten gesteuert. Der zeitliche Verlauf des Prozesses ist hierbei zusätzlich durch stochastische Einflüsse überlagert. Das Ziel des Beobachters ist es nun die Entscheidungen sequentiell so zu treffen, dass ein zuvor festgelegtes Zielkriterium bestmöglich erreicht wird.

Des Weiteren beeinflusst eine zu einem bestimmten Zeitpunkt getroffene Entscheidung alle zukünftigen Entscheidungen. Aufgrund der bereits eingangs des Abschnitts erwähnten Markov-Eigenschaft ist es möglich, Entscheidungsregeln anzugeben, welche lediglich vom aktuellen Zustand abhängen und damit unabhängig von der Vorgeschichte des Prozesses sind. Zentral für die Bestimmung einer optimalen Aktionsfolge ist hierbei die Bellmansche Optimalitätsgleichung, welche durch das Konzept der dynamischen Optimierung die Lösung derartiger Entscheidungsprobleme ermöglicht (vgl. Bellman (1957)). Eine allgemeine Einführung in die Theorie dynamischer Optimierung bietet z.B. Hinderer (1970).

Die mathematische Definition und Formulierung von Markovschen Entscheidungsprozessen wird in den nächsten Abschnitten vorgenommen, wobei Modelle mit endlichem und unendlichem Planungshorizont in eigenen Abschnitten vorgestellt werden. Abschließend soll auf Markovsche Entscheidungsprozesse mit dynamischer Umwelt eingegangen werden, welche eine Verallgemeinerung gewöhnlicher Markovscher Entscheidungsprozesse darstellen.

Wir bezeichnen mit \mathbb{R} die Menge aller reellen Zahlen. Weiter verwenden wir $\mathbb{Z} := \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$, $\mathbb{N} := \{1, 2, \dots\}$ sowie $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, \dots\}$.

3.1.1 Markovsche Entscheidungsprozesse mit unendlichem Planungshorizont

In diesem Abschnitt soll die grundlegende Notation, welche für die mathematische Beschreibung und Definition von Markovschen Entscheidungsprozessen vonnöten ist, eingeführt werden.

Der Prozess wird zu diskreten Zeitpunkten $0, 1, \dots$ beobachtet. Zu einem Zeitpunkt n befindet sich das System in einem Zustand s_n und es kann eine Aktion a_n aus der Menge der zulässigen Aktionen gewählt werden. In der vorliegenden Arbeit sind Zustands- und Aktionsräume stets als diskret angenommen, da dies für die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle ausreichend ist. Die gewählte Aktion a_n hängt vom aktuellen Zustand s_n sowie vom derzeitigen Zeitpunkt n der Entscheidung ab. Die Wahl der Aktion

a_n im Zustand s_n hat einen Gewinn in Höhe von $r(s_n, a_n)$ zur Folge. Der Prozess geht mit einer Wahrscheinlichkeit von $p(s_n, a_n, s_{n+1})$ in den Zustand s_{n+1} über.

Für den weiteren Verlauf dieser Arbeit nehmen wir an, dass der Anfangszustand in Periode 0 deterministisch ist, d.h. der Startzustand ist bekannt und nicht von stochastischen Einflüssen abhängig.

Wir geben nun eine formale Definition eines MEP mit unendlichem Planungshorizont.

Definition 3.1

Ein Markovscher Entscheidungsprozess mit unendlichem Planungshorizont wird durch ein Tupel (S, A, D, r, p, β) beschrieben mit:

1. S bezeichne den Zustandsraum, eine endliche oder abzählbar unendliche Menge;
2. A bezeichne den Aktionenraum, eine endliche oder abzählbar unendliche Menge;
3. $D(s) \subset A$ ist die Menge der in Zustand $s \in S$ zulässigen Aktionen, wobei $D := \{(s, a) | s \in S, a \in D(s)\}$;
4. $r : D \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion, wobei $r(s, a)$ den Gewinn bezeichne, wenn im Zustand s die Aktion a gewählt wird. Weiter sei r beschränkt (bezüglich der Supremum-Norm, d.h. $\|r\| := \sup_{(s,a) \in D} |r(s, a)| < \infty$);
5. $p : D \times S \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz. $p(s, a, s')$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei Wahl von Aktion $a \in D(s)$ in Zustand $s \in S$ der Folgezustand $s' \in S$ angenommen wird;
6. $\beta \in (0, 1)$ bezeichne den Diskontierungsfaktor.

Zur Steuerung des Prozesses werden Entscheidungsregeln benötigt, welche als Abbildungen der Form $f : S \rightarrow A$ definiert werden, die jedem Zustand $s \in S$ eine zulässige Aktion $f(s) \in D(s) \subset A$ zuweisen. Mit F sei die Menge aller Entscheidungsregeln bezeichnet.

Eine Folge von Entscheidungsregeln f_0, f_1, \dots wird als Politik oder Strategie $\delta = (f_0, f_1, \dots)$ bezeichnet. Grundsätzlich legt eine Strategie die in einem Zustand $s_n \in S$ zu einem Zeitpunkt n zu wählende Aktion $a_n = f_n(s_n)$ fest. Von besonderem Interesse sind stationäre Strategien $\delta = (f, f, \dots)$, welche zeitunabhängig sind. Es bezeichne F^∞ die Menge aller deterministischen markovschen Strategien. Es ist anzumerken, dass eine Beschränkung auf deterministische markovsche Strategien für die vorliegende Arbeit

ausreichend ist, da diese bei den in den folgenden Kapiteln vorgestellten Anwendungen stets zum Optimum führen.¹ Aus diesem Grund verwenden wir fortan die Begriffe „deterministische markovsche Strategie“ und „Strategie“ synonym und beschränken uns auf die kürzere Form.

Zu einer Strategie $\delta = (f_0, f_1, \dots)$ wird durch die Folge (P_{f_n}) der Übergangsmatrizen

$$P_{f_n} = (p(s, f_n(s), s'))$$

eindeutig gemäß des Satzes von Ionescu Tulcea ein Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbf{P}_δ auf der Menge der Prozessrealisationen S^∞ definiert (vgl. z.B. Klenke (2011), S. 292 ff.). Weiter sei X_n die Zufallsvariable, die den Zustand zum Zeitpunkt n beschreibt. \mathbf{P}_δ weist die folgende Eigenschaft auf:

$$\mathbf{P}_\delta(X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_n = s_n) = P(X_0 = s_0) \cdot \prod_{i=0}^{n-1} p(s_i, f_i(s_i), s_{i+1})$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $s_0, s_1, \dots, s_n \in S$. Der Erwartungswert bezüglich \mathbf{P}_δ sei mit \mathbf{E}_δ bezeichnet. Um verschiedene Strategien bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit miteinander vergleichen zu können und letztlich eine optimale Strategie bestimmen zu können, werden Optimalitätskriterien benötigt, welche im folgenden Abschnitt vorgestellt werden sollen.

3.1.1.1 Optimalitätskriterien

In der Literatur zu Markovschen Entscheidungsprozessen finden sich verschiedene Optimalitätskriterien. Im Folgenden soll nur das Gesamtgewinnkriterium vorgestellt werden. Für einen umfassenden Überblick über Optimalitätskriterien sei beispielsweise auf Puterman (2005) oder White (1993a) verwiesen.

Der diskontierte Gesamtgewinn ist für den Fall eines unendlichen Planungshorizonts wie folgt definiert:

Definition 3.2

Der diskontierte Gesamtgewinn bei Wahl einer Strategie $\delta = (f_0, f_1, \dots) \in F^\infty$ ist defi-

¹Für bestimmte Anwendungen führen deterministische markovsche Strategien nicht zum Optimum, weshalb beispielsweise randomisierte Strategien zur Anwendung kommen. Für einen Überblick, bei welchen Voraussetzungen dies der Fall ist, sei auf Puterman (2005, S. 134 ff.) verwiesen.

niert durch

$$R_\delta := \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n r(X_n, f_n(X_n)).$$

Der diskontierte Gesamtgewinn ist als Funktion der Zufallsvariablen X_0, X_1, \dots ebenfalls eine Zufallsvariable. Da der einstufige Gewinn r als beschränkt angenommen wurde, ist diese Zufallsvariable wohldefiniert.

Da wie bereits zuvor angedeutet der Anfangszustand in der Regel bekannt ist, können durch Auswertung des bedingten Erwartungswerts $\mathbf{E}_\delta(R_\delta | X_0 = s_0)$ unterschiedliche Strategien $\delta \in F^\infty$ bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit miteinander verglichen werden.² Vereinfachend kann der bedingte Erwartungswert bei Start in Zustand s und Anwendung der Strategie δ mit $V_\delta(s)$ bezeichnet werden, so dass

$$V_\delta(s) = \mathbf{E}_\delta \left[\sum_{n=0}^{\infty} \beta^n r(X_n, f_n(X_n)) | X_0 = s \right]$$

gilt. Der maximale diskontierte Gesamtgewinn bei Start in Zustand s sei:

$$V(s) := \sup_{\delta \in F^\infty} V_\delta(s).$$

Die Funktion V wird als Wertfunktion bezeichnet. Mit V ist es nun möglich, einen Optimalitätsbegriff für Strategien anzugeben, d.h. falls für eine Strategie δ^* $V_{\delta^*}(s) = V(s), \forall s \in S$ gilt, so wird sie als β -optimal bezeichnet. Eine Entscheidungsregel f^* wird als β -optimal bezeichnet, wenn die zugehörige stationäre Strategie β -optimal ist.

Da wir uns insbesondere für stationäre Strategien interessieren, können wir im Sinne einer übersichtlicheren Darstellung auf eine Unterscheidung zwischen einer stationären Strategie $\delta = (f, f, \dots)$ und der zugrundeliegenden Entscheidungsregel f verzichten. Daher definieren wir $V_f := V_\delta$.

Die Berechnung der Wertfunktion ergibt sich durch Lösung einer Funktionalgleichung, die wir im Folgenden als Optimalitätsgleichung bezeichnen wollen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichten wir jedoch auf eine formale Herleitung der Optimalitätsgleichung und verweisen auf die entsprechende Literatur (vgl. z.B. Waldmann u. Stocker, 2012, S. 151 ff. oder Puterman, 2005, S. 149 ff.). Es ergibt sich der folgende wichtige Satz:

²Ist der Anfangszustand zufällig, so dient der Erwartungswert $\mathbf{E}_\delta(R_\delta)$ dem Vergleich unterschiedlicher Strategien.

Satz 3.1 (i) V ist die einzige beschränkte Lösung der Optimalitätsgleichung

$$V(s) = \max_{a \in D(s)} \left\{ r(s, a) + \beta \sum_{s' \in S} p(s, a, s') V(s') \right\}, \quad s \in S. \quad (3.1)$$

(ii) Jede aus Aktionen $f^*(s)$, welche die rechte Seite von (3.1) maximieren, bestehende Entscheidungsregel $f^* \in F$ ist β -optimal.

Beweis

Siehe Satz 6.4 aus Waldmann u. Stocker (2012). □

Für die Ableitung von optimalen Strategien sowie für die Berechnung der Wertfunktion muss die in Satz 3.1 angegebene Optimalitätsgleichung gelöst werden. Hierfür sollen im nächsten Abschnitt Lösungsverfahren vorgestellt werden.

3.1.1.2 Lösungsverfahren

Im Folgenden sollen zwei Lösungsverfahren zu Berechnung der Wertfunktion eingeführt werden. Zum einen Wertiteration in Kombination mit Extrapolation und zum anderen Politikiteration. Auf Verfahren, die auf linearer Programmierung basieren, soll nicht näher eingegangen werden. Hierfür sei auf Waldmann u. Stocker (2012, S. 161 ff.) verwiesen.

Bevor wir uns jedoch den beiden Lösungsverfahren zuwenden, führen wir zunächst die Menge aller bezüglich der Supremum-Norm auf S beschränkten Funktionen $M := \{v : S \rightarrow \mathbb{R} \mid \|v(s)\| < \infty\}$ sowie in Definition 3.3 zwei nützliche Operatoren ein.

Definition 3.3

Es sei für alle $s \in S$ und $v \in M$

(i)

$$U_f v(s) := r(s, f(s)) + \beta \sum_{s' \in S} p(s, f(s), s') v(s');$$

(ii)

$$Uv(s) := \max_{a \in D(s)} \left\{ r(s, f(s)) + \beta \sum_{s' \in S} p(s, f(s), s') v(s') \right\}.$$

Wertiteration mit Extrapolation

Dem Verfahren der Wertiteration liegt der Banachsche Fixpunktsatz zu Grunde. Es erzeugt ausgehend von einem beliebigen $v_0 \in M$, eine gleichmäßig gegen V konvergente Folge (v_n) . In vielen Fällen ist die Konvergenzgeschwindigkeit jedoch relativ langsam, weshalb Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung nötig sind.

Erfolgt eine Kombination von Wertiteration mit einem Extrapolationsverfahren, so kann eine Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit erreicht werden. Dabei werden obere und untere Schranken w_n^+ bzw. w_n^- für V auf jeder Iterationsstufe n erzeugt. Diese Schranken konvergieren im Allgemeinen schneller als die ursprüngliche Folge (v_n) .

Ein häufig eingesetztes Verfahren ist die MacQueen Extrapolation, welches folgende Schritte erfordert (vgl. Waldmann u. Stocker (2012, S. 156)):

1. Wähle $v_0 \in M$ sowie eine Abbruchschranke $\epsilon > 0$ für den absoluten Fehler. Setze $n = 1$.

2. Berechne

$$v_n(s) = Uv_{n-1}(s), \quad s \in S.$$

3. Bestimme

$$w_n^+(s) = v_n(s) + \frac{\beta}{1-\beta} \sup_{s' \in S} \{v_n(s') - v_{n-1}(s')\}$$

$$w_n^-(s) = v_n(s) + \frac{\beta}{1-\beta} \inf_{s' \in S} \{v_n(s') - v_{n-1}(s')\}.$$

4. Wenn $w_n^+(s) - w_n^-(s) \leq 2\epsilon$ für alle $s \in S$, dann breche ab. Ansonsten führe erneut Schritt 2 mit $n = n + 1$ aus.

Die wesentlichen Eigenschaften der beschriebenen MacQueen Extrapolation sind in Satz 3.2 zusammengefasst.

Satz 3.2

Für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $s \in S$ gilt

(i) $w_n^-(s) \leq w_{n+1}^-(s) \leq V(s) \leq w_{n+1}^+(s) \leq w_n^+(s)$.

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n^-(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n^+(s) = V(s)$.

(iii) Sei $f_n \in F$ mit $v_n(s) = U_{f_n} v_{n-1}(s)$. Dann ist $V_{f_n}(s) \geq w_n^-(s)$.

Beweis

Siehe Satz 6.5 aus Waldmann u. Stocker (2012). □

Abschließend soll noch auf das Verfahren der Politikiteration eingegangen werden.

Politikiteration

Im Gegensatz zur Wertiteration, welche auf einer schrittweisen Approximation der Wertfunktion basiert, erfolgt die Lösung der Optimalitätsgleichung bei der Politikiteration durch Konstruktion einer Folge (f_n) von Entscheidungsregeln mit $V_{f_n}(s) \leq V_{f_{n+1}}(s)$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} V_{f_n}(s) = V(s)$ für alle $s \in S$. Der Ablauf des Verfahrens basiert auf den folgenden Schritten (vgl. Waldmann u. Stocker, 2012, S. 159):

1. Wähle $f_0 \in F$. Setze $n = 0$.
2. Bestimme $V_{f_n}(s), s \in S$ als eindeutige Lösung des linearen Gleichungssystems

$$V_{f_n}(s) = r(s, f_n(s)) + \beta \sum_{s' \in S} p(s, f_n(s), s') V_{f_n}(s'), \quad s \in S.$$

3. Berechne

$$UV_{f_n}(s) = \max_{a \in D(s)} \left\{ r(s, a) + \beta \sum_{s' \in S} p(s, a, s') V_{f_n}(s') \right\}, \quad s \in S$$

4. Ist $UV_{f_n} = UV_{f_n}$, dann breche ab. Gehe ansonsten zu Schritt 5.
5. Wähle $f_{n+1} \in F$ mit $UV_{f_{n+1}} = UV_{f_n}$, setze $n = n + 1$ und gehe zu Schritt 2.

Die wesentlichen Eigenschaften der Politikiteration werden in Satz 3.3 zusammengefasst.

Satz 3.3 (i) Sei $f \in F$ mit $U_f V_f(s) = UV_f(s)$ für alle $s \in S$. Dann ist

$$V_f(s) = V(s), \quad s \in S.$$

(ii) Seien $f, f' \in F$ mit $U_{f'} V_{f'}(s) = UV_f(s)$ für alle $s \in S$. Dann ist

$$V_{f'}(s) \geq V_f(s), \quad s \in S.$$

Beweis

Siehe Satz 6.7 aus Waldmann u. Stocker (2012). □

3.1.2 Markovsche Entscheidungsprozesse mit endlichem Planungshorizont

Ein Markovscher Entscheidungsprozess mit endlichem Planungshorizont ist ein Tupel $(N, S, A, D, p_n, r_n, V_N, \beta)$, wobei $N \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Stufen bezeichne, p_n sei das stufenabhängige Übergangsgesetz und r_n bezeichne die reellwertige stufenabhängige einstufige Gewinnfunktion, mit $n = 0, 1, \dots, N - 1$. Für den Diskontierungsfaktor β muss im Gegensatz zum unendlichstufigen Modell lediglich $\beta > 0$ gefordert werden. V_N ist die terminale Gewinnfunktion, wobei S, A, D wie im unendlichstufigen Modell definiert sind. Weiter sei F^N die Menge aller N -stufigen Strategien $\delta^{(N)} = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$. Hierbei ist anzumerken, dass auf der letzten Stufe, d.h. in Periode N keine Entscheidung mehr getroffen wird. Grundsätzlich weisen Markovsche Entscheidungsprozesse mit unendlichem Planungshorizont einige Vorteile gegenüber Modellen mit endlichem Planungshorizont auf. Beispielsweise ergeben sich bei unendlichstufigen Modellen zeitunabhängige, stationäre Strategien, wohingegen bei Modellen mit endlichem Planungshorizont die optimalen Strategien in Abhängigkeit der Zeit angegeben werden, allerdings ist es bei einigen Problemstellungen wenig sinnvoll, einen unendlichen Planungshorizont anzunehmen, da dies eine zu starke Abstraktion von der Realität darstellen würde.

Im Allgemeinen können unendlichstufige Modelle als Approximation für Markovsche Entscheidungsprozesse mit endlichem Planungshorizont dienen. So kann beispielsweise mithilfe von Turnpike-Theoremen gezeigt werden, dass für $N \rightarrow \infty$ die Häufungspunkte der optimalen Aktionen des endlichstufigen Modells mit den optimalen Aktionen des unendlichstufigen Modells übereinstimmen (vgl. z.B. Shapiro (1968); Hinderer u. Hübner (1977)).

Der maximale erwartete diskontierte N -stufige Gewinn ausgehend vom Startzustand $s \in S$ kann mit den obigen Bezeichnungen wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} V_0(s) &:= \sup_{\delta^{(N)} \in F^N} V_{0, \delta^{(N)}}(s) \\ &:= \sup_{\delta^{(N)} \in F^N} E_{\delta^{(N)}} \left[\sum_{n=0}^{N-1} \beta^n r_n(X_n, f_n(X_n)) + \beta^N V_N(X_N) \mid X_0 = s \right]. \end{aligned}$$

Ähnlich wie im unendlichstufigen Fall wird eine Strategie $\delta^{(N)}$ als N -optimal bezeichnet, wenn $V_{0, \delta^{(N)}}(s) = V_0(s)$ für alle $s \in S$ gilt. Die optimale Strategie $\delta^{(N)} = (f_0^*, f_1^*, \dots, f_{N-1}^*)$ sowie die Wertfunktionen V_{N-1}, \dots, V_0 können bei vorgegebener terminaler Gewinnfunk-

tion V_N mittels Rückwärtsrechnung entsprechend Satz 3.4 bestimmt werden.

Satz 3.4 (i) Für $n = 0, 1, \dots, N - 1$ und alle $s \in S$ gilt

$$V_n(s) = \max_{a \in D(s)} \left\{ r_n(s, a) + \sum_{s' \in S} p_n(s, a, s') V_{n+1}(s') \right\}. \quad (3.2)$$

(ii) Alle Strategien $\delta^{(N)} = (f_0^*, f_1^*, \dots, f_{N-1}^*)$, die aus den Maximumpunkten $f_n^*(s)$ von (3.2) gebildet werden, sind N -optimal.

Beweis

Siehe Satz 6.35 aus Waldmann u. Stocker (2012).

3.1.3 Markovsche Entscheidungsprozesse in dynamischer Umwelt

Um eine größere Variabilität in der Modellbildung zu ermöglichen, sollen in diesem Abschnitt Markovsche Entscheidungsprozesse in dynamischer Umwelt vorgestellt werden, welche eine Verallgemeinerung der gewöhnlichen Markovschen Entscheidungsprozesse darstellen.

Bei diesen Entscheidungsprozessen wird angenommen, dass ein zusätzlicher Umweltprozess parallel zu dem MEP, wie er zu Beginn des Kapitels definiert wurde, verläuft. Wir nehmen ferner an, dass dieser Umweltprozess durch eine homogene Markovkette beschreibbar ist. Die jeweiligen Zustände dieser Markovkette i_n auf Stufe n beeinflussen dabei die Übergangswahrscheinlichkeiten sowie die erzielbaren Gewinne des Markovscher Entscheidungsprozess (MEPs). Es soll weiterhin angenommen werden, dass die Zustände und die Übergangswahrscheinlichkeiten des Umweltprozesses für den Beobachter zu jedem Zeitpunkt beobachtbar bzw. bekannt sind. Der Beobachter hat allerdings keine Möglichkeit den Umweltprozess durch eigene Aktionen zu steuern. Eine ausführliche Darstellung von Entscheidungsprozessen in dynamischer Umwelt findet sich in Waldmann (1981). Anwendungen finden sich u.a. in Waldmann (1983), Waldmann (1984) und Hinderer u. Waldmann (2001).

Formal kann ein Markovscher Entscheidungsprozess in dynamischer Umwelt ähnlich beschrieben werden, wie die zu Beginn des Kapitels formulierten Modelle in endlicher und unendlicher Zeit. Aus Gründen der Übersichtlichkeit soll hier lediglich der MEP in dynamischer Umwelt in endlicher Zeit vorgestellt werden, wobei anzumerken ist, dass analog auch eine Formulierung für unendlichstufige Prozesse möglich ist. Der MEP in

dynamischer Umwelt wird zu verschiedenen diskreten Zeitpunkten $0, 1, \dots, N$ betrachtet. Zu einem Zeitpunkt n ist der Zustand s_n des MEP sowie der Zustand i_n des Umweltprozesses beobachtbar. In Abhängigkeit der Zustände s_n und i_n kann nun eine Aktion a_n gewählt werden. Es wird ein Gewinn in Höhe von $r(s_n, i_n, a_n)$ erzielt. Die Wahrscheinlichkeit, dass zum Zeitpunkt $n+1$ der Zustand s_{n+1} angenommen wird ist $p(s_n, i_n, a_n, s_{n+1})$. Des Weiteren erfolgt ein Übergang des Umweltprozesses von Zustand i_n auf i_{n+1} mit der Wahrscheinlichkeit $q_{i_n}(i_{n+1})$. Wie bereits angedeutet ist diese Wahrscheinlichkeit nicht durch den Entscheidungsträger beeinflussbar und letztlich auch unabhängig vom Zustand des MEP. In der letzten Periode N fällt ein terminaler Gewinn in Höhe von $V_N(s_N, i_N)$ an, wobei dieser nicht mehr nur allein vom Zustand s_N abhängt, sondern zusätzlich auch vom Zustand des Umweltprozesses i_N . Ferner starten sowohl der Umweltprozess als auch der MEP in jeweils festen Zuständen, wobei jedoch auch eine Randomisierung der Startzustände möglich ist. Der MEP in dynamischer Umwelt wird wie folgt definiert:

Definition 3.4

Ein endlichstufiger Markovscher Entscheidungsprozess in dynamischer Umwelt wird durch ein Tupel $(S, I, A, N, D, p, q, r, V_N, \beta)$ beschrieben.

1. S bezeichne den Zustandsraum, eine endliche oder abzählbar unendliche Menge;
2. I bezeichne den Zustandsraum des Umweltprozesses, eine endliche oder abzählbar unendliche Menge;
3. A bezeichne den Aktionenraum, eine endliche oder abzählbar unendliche Menge;
4. N bezeichne den Planungshorizont $N \in \mathbb{N}$;
5. $D(s, i) \subset A$ ist die endliche Menge der in Zustand $(s, i) \in S \times I$ zulässigen Aktionen. Weiter sei $D := \{(s, i, a) | (s, i) \in S \times I, a \in D(s, i)\}$;
6. $p : D \times S \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz des MEP. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei Wahl der Aktion $a \in D(s, i)$ im Zustand $(s, i) \in S \times I$, auf der folgenden Zeitstufe der Zustand $s' \in S$ erreicht wird beträgt $p(s, i, a, s')$;
7. $q : I \times I \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz des Umweltprozesses. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustandsübergang des Umweltprozesses von i auf i' vollzieht beträgt $q_i(i')$;

8. $r : D \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion. Bei Wahl einer Aktion $a \in D(s, i)$ in Zustand $s \in S$ und im Umweltzustand $i \in I$ ergibt sich ein Gewinn von $r(s, i, a)$. r sei beschränkt;
9. $V_N : S \times I \rightarrow \mathbb{R}$ ist die terminale Gewinnfunktion. Es ergibt sich in Zustand $s \in S$ und Umweltzustand $i \in I$ ein Gewinn von $V_N(s, i)$. V_N sei beschränkt;
10. $\beta > 0$ ist der Diskontierungsfaktor.

Die Definition eines unendlichstufigen Markovschen Entscheidungsprozesses in dynamischer Umwelt erfolgt analog zu Definition 3.4, wobei $N \rightarrow \infty$ gesetzt wird und die terminale Gewinnfunktion beim Übergang zum unendlichstufigen Modell entfällt. Des Weiteren muss der Diskontierungsfaktor β auf das Intervall $(0, 1)$ eingeschränkt werden.

3.2 Diskrete konvexe Funktionen

In diesem Abschnitt sollen Konvexitätsbegriffe für Funktionen mit diskretem Definitionsbereich vorgestellt werden, d.h. es werden Funktionen der Form $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ betrachtet, die wir im Folgenden als diskrete Funktionen bezeichnen wollen. Für diese existiert im Gegensatz zu Funktionen $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, die als konvex bezeichnet werden, falls

$$\lambda g(x) + (1 - \lambda)g(y) \geq g(\lambda x + (1 - \lambda)y) \quad (3.3)$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ und $0 \leq \lambda \leq 1$ erfüllt ist, kein einheitliches Konvexitätskriterium. Dabei weisen konvexe Funktionen, die auf \mathbb{R}^n definiert sind einige für die Optimierung entscheidende Eigenschaften auf, insbesondere impliziert lokale Optimalität auch die globale. Diese Eigenschaft zusammen mit der Gültigkeit bestimmter Trennungssätze für konvexe Funktionen und Mengen erlauben eine effiziente Optimierung derartiger Funktionen (vgl. z.B. Rockafellar (1997)).

Von einer diskreten konvexen Funktion h werden ähnliche Eigenschaften erwartet, wie sie für eine konvexe Funktion g gelten, da dies eine effiziente Optimierung ermöglichen würde.

Die im weiteren Verlauf dieses Kapitels vorgestellten Konzepte der L - bzw. L^{\natural} -Konvexität sowie der M - bzw. M^{\natural} -Konvexität erlauben es, wesentliche für die Optimierung vorteilhafte Eigenschaften konvexer Funktionen auf diskrete Funktionen zu übertragen.

Für Funktionen der Form $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, die wir als univariate diskrete Funktionen bezeichnen, können sowohl die L^{\natural} - als auch die M^{\natural} -Konvexität auf eine einfache Monotonie-eigenschaft der betrachteten Funktion zurückgeführt werden. Wir führen aus didaktischen Gründen zunächst diesen Spezialfall ein, bevor wir im Anschluss eine allgemeine Einführung in die Konzepte der L - bzw. L^{\natural} -Konvexität sowie der M - bzw. M^{\natural} -Konvexität geben.

Für die folgenden Ausführungen werden sich die nachstehenden Definitionen als nützlich erweisen.

Definition 3.5

Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Dann definieren wir die Menge der Minimalpunkte $\operatorname{argmin}_{\mathbb{Z}} h$ der Funktion h durch

$$\operatorname{argmin}_{\mathbb{Z}} h := \{x \in \mathbb{Z}^n \mid h(x) \leq h(y) (\forall y \in \mathbb{Z}^n)\}.$$

Definition 3.6

Sei $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Dann definieren wir $\Delta h(x)$ und $\Delta^2 h(x)$ für alle $x \in \mathbb{Z}$ durch

$$\Delta h(x) := h(x + 1) - h(x) \text{ und } \Delta^2 h(x) := \Delta h(x + 1) - \Delta h(x),$$

wobei wir bei Bedarf die entsprechende Variable mit einem Subskript kennzeichnen.

Definition 3.7

Sei $h : A \rightarrow B$ eine beliebige Funktion und $\tilde{A} \subset A$, dann definieren wir die Einschränkung $f|_{\tilde{A}}$ von f auf \tilde{A} als die Funktion, $\tilde{h} : \tilde{A} \rightarrow B$, die auf \tilde{A} mit f übereinstimmt.

Die Ausführungen der folgenden Abschnitte orientieren sich dabei im Wesentlichen an Murota (2004) und Murota (2010).

3.2.1 Univariate konvexe Funktionen

Wir führen in der folgenden Definition den im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendeten Konvexitäts- und Monotoniebegriff für univariate diskrete Funktionen ein.

Definition 3.8

Eine diskrete Funktion $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt

- (i) monoton wachsend (monoton fallend), wenn $\Delta h(x) \geq 0$ ($\Delta h(x) \leq 0$) für alle $x \in \mathbb{Z}$;

(ii) konvex (konkav), wenn $\Delta^2 h(x) \geq 0$ ($\Delta^2 h(x) \leq 0$).

Das folgende Lemma wird sich im weiteren Verlauf der Arbeit als nützlich erweisen.

Lemma 3.1

Sei $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ eine konvexe und monoton wachsende Funktion, dann ist auch die Funktion $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$h(x) := \max\{0, g(x)\}$$

konvex für alle $x \in \mathbb{Z}$.

Beweis

Sei $x \in \mathbb{Z}$ beliebig. Der Beweis erfolgt durch Unterscheidung von vier Fällen:

(i) $g(x) \geq 0$

$$\Delta^2 h(x) = \Delta^2 g(x) \geq 0.$$

(ii) $g(x+1) \geq 0 > g(x)$

$$\Delta^2 h(x) = g(x+2) - 2g(x+1) > \Delta^2 g(x) \geq 0.$$

(iii) $g(x+2) \geq 0 > g(x+1)$

$$\Delta^2 h(x) = g(x+2) \geq 0.$$

(iv) $g(x+2) < 0$

$$\Delta^2 h(x) = 0.$$

□

Wie bereits zuvor erwähnt, ist der in Definition 3.8 eingeführte Konvexitätsbegriff für univariate diskrete Funktionen ein Spezialfall der allgemeineren Konzepte der L^{\natural} - und M^{\natural} -Konvexität, weshalb die wesentlichen Eigenschaften L^{\natural} - bzw. M^{\natural} -konvexer Funktionen ebenfalls für die Funktionen, die im Sinne von Definition 3.8 (ii) konvex sind, gelten. Wir verweisen aus diesem Grund für eine eingehendere Untersuchung der Eigenschaften univariater konvexer Funktionen auf die nächsten beiden Abschnitte.

3.2.2 L -konvexe und L^{\natural} -konvexe Funktionen

Wir befassen uns in diesem Abschnitt mit der L - und der L^{\natural} -Konvexität von Funktionen. Im Folgenden nimmt ein Element $x \in \mathbb{Z}^n$ stets die Form $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ an. Wir schreiben $x \geq y$ für je zwei Elemente $x, y \in \mathbb{Z}^n$, falls $x_i \geq y_i$ für alle $i = 1, \dots, n$ und $x > y$, falls $x_i \geq y_i$ für alle $i = 1, \dots, n$ und $x_i > y_i$ für mindestens ein $i = 1, \dots, n$. Für die Definition L -konvexer Funktionen benötigen wir submodulare Funktionen, die wie folgt definiert sind:

Definition 3.9

Eine Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird als submodular bezeichnet, falls

$$h(x) + h(y) \geq h(x \vee y) + h(x \wedge y), \quad x, y \in \mathbb{Z}^n,$$

wobei $x \vee y$, $(x \wedge y)$ das komponentenweise Maximum (Minimum) der Vektoren x und y bezeichne.

Bevor L -konvexe Funktionen definiert werden, soll auf L^{\natural} -konvexe Funktionen eingegangen werden. Da für L^{\natural} -konvexe Funktionen unterschiedliche äquivalente Definitionsmöglichkeiten existieren, beschränken wir uns im Folgenden auf die für die weiteren Kapitel relevanten Varianten:

Definition 3.10

Eine Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird als L^{\natural} -konvex bezeichnet, wenn sie eine der folgenden äquivalenten Bedingungen erfüllt (vgl. Satz 7.7 in Murota (2004)):

1. Translationssubmodularität:

$$h(x) + h(y) \geq h((x - \alpha \mathbf{1}) \vee y) + h(x \wedge (y + \alpha \mathbf{1})), \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}^n, \alpha \in \mathbb{N}_0, \quad (3.4)$$

2. Diskrete Mittelpunktconvexität:

$$h(x) + h(y) \geq h\left(\left\lceil \frac{x+y}{2} \right\rceil\right) + h\left(\left\lfloor \frac{x+y}{2} \right\rfloor\right), \quad x, y \in \mathbb{Z}^n. \quad (3.5)$$

wobei $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$ den n -dimensionalen Einsvektor und $\lceil x \rceil$ die kleinste ganze Zahl größer oder gleich x und $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x , für $x \in \mathbb{R}$ bezeichnet, wobei bei vektorwertigem x das Auf- bzw. Abrunden komponentenweise erfolgt.

Bemerkung 3.1

Im Fall einer univariaten diskreten Funktion impliziert L^{\natural} -Konvexität die in Definition 3.8 (ii) gegebene Ungleichung. Um das einzusehen, sei eine L^{\natural} -konvexe Funktion $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben. Wir wählen $x, y \in \mathbb{Z}$ derart, dass $x = y + 2$ erfüllt ist. Mit der angenommenen L^{\natural} -Konvexität der Funktion h folgt

$$h(y + 2) + h(y) \geq h\left(\left\lceil \frac{y + 2 + y}{2} \right\rceil\right) + h\left(\left\lfloor \frac{y + 2 + y}{2} \right\rfloor\right) = 2h(y + 1).$$

Durch Subtraktion von $2h(y + 1)$ auf beiden Seiten der Ungleichung erhalten wir den in Definition 3.8 (ii) gegebenen Konvexitätsbegriff. ■

Definition 3.11

Eine Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird als L -konvex bezeichnet, falls sie submodular ist und die folgende Gleichung erfüllt:

$$\exists r \in \mathbb{R}, \text{ sodass } h(x + \mathbf{1}) = h(x) + r, \forall x \in \mathbb{Z}^n.$$

Eine Funktion h wird als L^{\natural} -konkav (L -konkav) bezeichnet, wenn $-h$ eine L^{\natural} -konvexe (L -konvexe) Funktion ist.

Werden die gegebenen Definitionen für L - bzw. L^{\natural} -konvexe Funktionen betrachtet, so kann in Analogie zu Murota (2004) Satz 7.2 gezeigt werden, dass die Menge der L -konvexen Funktionen eine Teilmenge der L^{\natural} -konvexen Funktionen ist. Folglich ist jede L -konvexe- auch eine L^{\natural} -konvexe Funktion. Des Weiteren ist eine L^{\natural} -konvexe Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ bis auf den unbekanntenen Parameter r äquivalent zu einer L -konvexen Funktion $g : \mathbb{Z}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ (vgl. Murota, 2004, S.179). Es ergibt sich der folgende wichtige Satz.

Satz 3.5

Eine L -konvexe Funktion ist L^{\natural} -konvex. Umgekehrt ist eine L^{\natural} -konvexe Funktion jedoch nur dann L -konvex, wenn sie die in Definition 3.10 angegebenen Bedingungen erfüllt.

Beweis

Siehe Satz 7.3 aus Murota (2004). □

Sowohl das Konzept der L -Konvexität als auch das Konzept der L^{\natural} -Konvexität lässt sich auf diskrete Mengen übertragen. Ebenso wie bei der Definition L -konvexer bzw. L^{\natural} -konvexer Funktionen existieren bei der Definition L -konvexer bzw. L^{\natural} -konvexer Mengen unterschiedliche äquivalente Definitionsmöglichkeiten. Wir beschränken uns auf die für unsere Zwecke geeigneten Varianten.

Definition 3.12

Eine Menge $P \subseteq \mathbb{Z}^n$ wird als L^{\natural} -konvex bezeichnet, falls sie eine der beiden (nach Anmerkung 5.12 in Murota (2004)) äquivalenten Bedingungen erfüllt:

1.

$$x, y \in P \Rightarrow (x - \alpha \mathbf{1}) \vee y, x \wedge (y + \alpha \mathbf{1}) \in P, \quad (\forall \alpha \in \mathbb{N}_0); \quad (3.6)$$

2.

$$x, y \in P \Rightarrow \left\lceil \frac{x+y}{2} \right\rceil, \left\lfloor \frac{x+y}{2} \right\rceil \in P. \quad (3.7)$$

Die Definition einer L -konvexen Menge ist im Folgenden gegeben:

Definition 3.13

Eine nichtleere Menge $D \subseteq \mathbb{Z}^n$ wird als L -konvex bezeichnet, falls

$$x, y \in D \Rightarrow x \vee y, x \wedge y \in D,$$

und

$$x \in D \Rightarrow x \pm \mathbf{1} \in D.$$

Ebenso wie bei der Betrachtung L -konvexer- bzw. L^{\natural} -konvexer Funktionen ist jede L -konvexe Menge auch eine L^{\natural} -konvexe Menge, wobei der umgekehrte Fall in der Regel nicht zutreffend ist.

Satz 3.6

Aus der L -Konvexität einer Menge folgt ihre L^{\natural} -Konvexität.

Beweis

Sei $P \subseteq \mathbb{Z}^n$ eine L -konvexe Menge und $x, y \in P$. Wir zeigen zunächst, dass auch $x \pm \alpha \mathbf{1}, y \pm \alpha \mathbf{1} \in P$. Aufgrund der angenommenen L -Konvexität der Menge P ist auch $x - \mathbf{1} \in P$. Damit ist aber auch $(x - \mathbf{1}) - \mathbf{1} = x - 2\mathbf{1} \in P$. Mittels vollständiger Induktion und

aufgrund von Symmetrie ergibt sich nun $x \pm \alpha \mathbf{1} \in P$ und $y \pm \alpha \mathbf{1} \in P$ für $\alpha \in \mathbb{N}_0$. Aus der L -Konvexität der Menge P folgt mit $x - \alpha \mathbf{1}, y \in P \Rightarrow (x - \alpha \mathbf{1}) \vee y, (x - \alpha \mathbf{1}) \wedge y \in P$. Analog ergibt sich mit der L -Konvexität von P : $x, y + \alpha \mathbf{1} \in P \Rightarrow x \vee (y + \alpha \mathbf{1}), x \wedge (y + \alpha \mathbf{1}) \in P$. Insgesamt folgt aus $x, y \in P$, dass $(x - \alpha \mathbf{1}) \vee y, x \wedge (y + \alpha \mathbf{1}) \in P$. \square

Umgekehrt gilt die in Satz 3.6 gezeigte Implikation nicht, d.h. aus der L^\natural -Konvexität einer Menge kann nicht ihre L -Konvexität gefolgert werden. Ein Beispiel für eine Menge die L^\natural -konvex aber nicht L -konvex ist, ist eine Menge der Form $[a, b]_{\mathbb{Z}^n} := \{x \in \mathbb{Z}^n \mid a \leq x \leq b\}$, $a, b \in \mathbb{Z}^n$ (vgl. Murota (2004, S. 128)).

Für die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle ist es insbesondere von Bedeutung unter Anwendung welcher Operationen bestimmte Konvexitätseigenschaften erhalten bleiben. Der folgende Satz listet für uns relevante Operationen auf, welche die L - bzw. die L^\natural -Konvexität erhalten. In Murota (2004, S. 183 ff.) finden sich weitere Operationen.

Satz 3.7

Seien $h, h_1, h_2 : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ L -konvexe Funktionen, dann sind auch die folgenden Funktionen L -konvex:

- (i) Für ein positives Skalar λ ist λh L -konvex;
- (ii) für $a \in \mathbb{Z}^n$ und $\beta \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, ist $h(a + \beta p)$ L -konvex in p ;
- (iii) die Summe $h_1 + h_2$ ist L -konvex;
- (iv) die L^\natural -Konvexität einer Funktion bleibt erhalten, wenn ihr Definitionsbereich auf eine L -konvexe Menge eingeschränkt wird.

Beweis

Siehe Satz 7.10 aus Murota (2004) und Murota (2008, S. 232). \square

Die in Satz 3.7 aufgeführten Eigenschaften lassen sich unter Beachtung von Satz 3.5 auch auf L^\natural -konvexe Funktionen übertragen.

Satz 3.8

Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine L^\natural -konvexe Funktion. Die L^\natural -Konvexität bleibt bei den in Satz 3.7 angegebenen Operationen erhalten.

Beweis

Siehe Satz 7.11 aus Murota (2004). \square

Eine wichtige Eigenschaft konvexer Funktionen mit einem reellwertigen Definitionsbereich ist, dass lokale Optimalität globale Optimalität impliziert. Ein ähnliches Resultat gilt für L^{\natural} -konvexe Funktionen und damit auch für L -konvexe Funktionen:

Satz 3.9 (i) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine L -konvexe Funktion und $x \in \mathbb{Z}^n$. Dann gilt

$$h(x) \leq h(y) \quad \forall y \in \mathbb{Z}^n \iff \begin{cases} h(x) \leq h(x+q) \quad \forall q \in \{0,1\}^n \\ h(x) = h(x+\mathbf{1}). \end{cases} \quad (3.8)$$

(ii) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine L^{\natural} -konvexe Funktion und $x \in \mathbb{Z}^n$. Dann gilt

$$h(x) \leq h(y) \quad \forall y \in \mathbb{Z}^n \iff h(x) \leq h(x \pm q) \quad \forall q \in \{0,1\}^n. \quad (3.9)$$

Beweis

Siehe Satz 7.14 aus Murota (2004). □

Abschließend sollen einige Beispiele für L - bzw. L^{\natural} -konvexe Funktionen gegeben werden, welche für die folgenden Kapitel von Bedeutung sind. Weitere Beispiele finden sich in Murota (2004, S. 182 ff.).

Beispiel 3.1 (i) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine affine Funktion, definiert durch

$$h(x) = \alpha + \sum_{i=1}^n q_i x_i, \quad x \in \mathbb{Z}^n \quad (3.10)$$

für $q \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha \in \mathbb{R}$. Dann ist h L -konvex.

(ii) Die Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h(x) = \max\{x_1, \dots, x_n\}, \quad x \in \mathbb{Z}^n \quad (3.11)$$

die das Maximum der Komponenten eines Vektors x liefert, ist L -konvex.

(iii) Eine separable Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch

$$h(x) = \sum_{i=1}^n h_i(x_i), \quad x \in \mathbb{Z}^n. \quad (3.12)$$

ist für univariate konvexe Funktionen h_i , $i = (1, \dots, n)$ (vgl. Abschnitt 3.2.1) L^{\natural} -

konvex.

Bemerkung 3.2

Gemäß Satz 3.5 sind die in Beispiel 3.1 genannten L -konvexen Funktionen auch L^{\natural} -konvex. Des Weiteren gilt für affine Funktionen, dass die in Definition 3.10 bzw. 3.11 angegebenen Ungleichungen mit Gleichheit erfüllt sind und sie somit auch L - bzw. L^{\natural} -konkav sind. ■

3.2.3 M -konvexe und M^{\natural} -konvexe Funktionen

Um M - bzw. M^{\natural} -konvexe Funktionen definieren zu können, benötigen wir zunächst die folgende Definition der Trägermenge der positiven bzw. negativen Elemente eines Vektors.

Definition 3.14

Die Trägermenge der positiven Elemente (negativen Elemente) eines Vektors $x \in \mathbb{Z}^n$ definieren wir wie folgt:

$$\text{supp}^+(x) := \{i \in \{1, \dots, n\} | x_i > 0\} \quad (\text{supp}^-(x) := \{i \in \{1, \dots, n\} | x_i < 0\}),$$

für $x \in \mathbb{Z}^n$.

Mit Definition 3.14 ist es nun möglich M -konvexe Funktionen zu definieren, wobei $e_i \in \mathbb{R}^n$ den i -ten kanonischen Einheitsvektor des \mathbb{R}^n , $i = 1, \dots, n$ und $e_0 \in \mathbb{R}^n$ den Nullvektor bezeichnet (mit $e_1 = 1$ und $e_0 = 0$ im Fall $n = 1$).

Definition 3.15

Eine Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird als M -konvex bezeichnet, falls für $x, y \in \mathbb{Z}^n$ und $u \in \text{supp}^+(x - y)$ ein $v \in \text{supp}^-(x - y)$ existiert, sodass die folgende Ungleichung erfüllt ist

$$h(x) + h(y) \geq h(x - e_u + e_v) + h(y + e_u - e_v).$$

Ein ähnliches Konzept stellen M^{\natural} -konvexe Funktionen dar, wobei ebenso wie bei L - und L^{\natural} -konvexen Funktionen mehrere äquivalente Bedingungen für die M^{\natural} -Konvexität

einer Funktion existieren. Wir beschränken uns in der folgenden Definition jedoch auf die für die weiteren Kapitel relevanteste Formulierung der M^\natural -Konvexität.

Definition 3.16

Eine Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird als M^\natural -konvex bezeichnet, falls für $x, y \in \mathbb{Z}^n$ und $u \in \text{supp}^+(x - y)$ ein $v \in \text{supp}^-(x - y) \cup \{0\}$ existiert, sodass die folgende Ungleichung erfüllt ist

$$h(x) + h(y) \geq h(x - e_u + e_v) + h(y + e_u - e_v).$$

Bemerkung 3.3

Im Fall einer univariaten diskreten Funktion impliziert M^\natural -Konvexität die in Definition 3.8 (ii) gegebene Ungleichung. Um das einzusehen, sei eine M^\natural -konvexe Funktion $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben. Wir wählen $x, y \in \mathbb{Z}$ derart, dass $x = y + 2$ erfüllt ist. Mit der angenommenen M^\natural -Konvexität der Funktion h folgt

$$h(y + 2) + h(y) \geq 2h(y + 1).$$

Durch Subtraktion von $2h(y + 1)$ auf beiden Seiten der Ungleichung erhalten wir den in Definition 3.8 (ii) gegebenen Konvexitätsbegriff. ■

Eine Funktion h wird als M^\natural -konkav (M -konkav) bezeichnet, wenn $-h$ eine M^\natural -konvexe (M -konvexe) Funktion ist.

Werden die Definitionen 3.15 und 3.16 verglichen, so fällt eine sehr starke Ähnlichkeit zwischen den beiden Konvexitätsbegriffen auf. Tatsächlich impliziert die M -Konvexität einer Funktion ebenfalls ihre M^\natural -Konvexität. Die Umkehrung gilt jedoch nur in Spezialfällen, wie der folgende Satz zeigt.

Satz 3.10

Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine M -konvexe Funktion. Dann folgt aus ihrer M -Konvexität auch die M^\natural -Konvexität. Die Umkehrung gilt im Allgemeinen nicht.

Beweis

Siehe Satz 6.3 aus Murota (2004). □

In Analogie zu L - und L^\natural -konvexen Mengen können wir ebenfalls M - bzw. M^\natural -konvexe Mengen definieren.

Definition 3.17

Eine Menge $B \subseteq \mathbb{Z}^n$ wird als M -konvex bezeichnet, wenn für $x, y \in B$ und $u \in \text{supp}^+(x - y)$ ein $v \in \text{supp}^-(x - y)$ existiert, sodass $x - e_u + e_v \in B$ und $x + e_u - e_v \in B$.

Definition 3.18

Eine Menge $B \subseteq \mathbb{Z}^n$ wird als M^\natural -konvex bezeichnet, wenn für $x, y \in B$ und $u \in \text{supp}^+(x - y)$ eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist

- (i) $x - e_u \in B$ und $y + e_u \in B$;
- (ii) es existiert ein $v \in \text{supp}^-(x - y)$ mit $x - e_u + e_v \in B$ und $y + e_u - e_v \in B$.

Ein Vergleich der Definitionen 3.17 und 3.18 zeigt, dass jede M -konvexe Menge auch eine M^\natural -konvexe Menge ist, da eine M -konvexe Menge stets die Bedingung (ii) in Definition 3.18 erfüllt.

Umgekehrt folgt aus der M^\natural -Konvexität einer Menge nicht zwangsläufig ihre M -Konvexität. Ein Beispiel für eine Menge, die zwar M^\natural -konvex aber nicht M -konvex ist, ist eine Menge der Form $[a, b]_{\mathbb{Z}^n}$.

Ebenso wie bei L - bzw. L^\natural -konvexen Funktionen sind Operationen von besonderer Bedeutung, welche die M - bzw. die M^\natural -Konvexität einer Funktion erhalten. Wir beschränken uns, wie bereits in Abschnitt 3.2.2, auf diejenigen Operationen, welche in den folgenden Kapiteln von Bedeutung sind. Weitere finden sich in Murota (2004, S. 142 ff.).

Satz 3.11

Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine M -konvexe Funktion. Dann sind auch die folgenden Funktionen M -konvex:

- (i) Für ein positives Skalar λ ist λh M -konvex;
- (ii) für $a \in \mathbb{Z}^n$ sind $h(a - x)$ und $h(a + x)$ M -konvex in x ;
- (iii) seien $g_i : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$ univariate konvexe Funktion. Dann ist

$$\tilde{h}(x) = h(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x_i), \quad x \in \mathbb{Z}^n$$

eine M -konvexe Funktion;

- (iv) die Funktion $f|_{[a,b]_{\mathbb{Z}^n}}$ ist M -konvex.

Beweis

Siehe Satz 6.13 aus Murota (2004). □

Da jede M -konvexe Funktion gemäß Satz 3.10 ebenfalls M^{\natural} -konvex ist, erhalten alle in Satz 3.11 angegebenen Operationen auch die M^{\natural} -Konvexität bei Anwendung auf eine M^{\natural} -konvexe Funktion. Analog zu dem in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Konzept der L - bzw. L^{\natural} -Konvexität impliziert ein lokales Optimum bei M - bzw. M^{\natural} -konvexen Funktionen ebenfalls ein globales Optimum.

Satz 3.12 (i) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine M -konvexe Funktion und $x \in \mathbb{Z}^n$. Dann gilt

$$h(x) \leq h(y) \quad \forall y \in \mathbb{Z}^n \iff h(x) \leq h(x - e_u + e_v) \quad \forall u, v \in \{1, \dots, n\}. \quad (3.13)$$

(ii) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine M^{\natural} -konvexe Funktion und $x \in \mathbb{Z}^n$. Dann gilt

$$h(x) \leq h(y) \quad \forall y \in \mathbb{Z}^n \iff \begin{cases} h(x) \leq h(x - e_u + e_v) \quad \forall u, v \in \{1, \dots, n\} \\ h(x) \leq h(x \pm e_v) \quad \forall v \in \{1, \dots, n\}. \end{cases} \quad (3.14)$$

Beweis

Siehe Satz 6.26 aus Murota (2004). □

Abschließend sollen einige Beispiele für M - bzw. M^{\natural} -konvexe Funktionen gegeben werden, welche für die folgenden Kapitel von Bedeutung sind. Weitere finden sich in Murota (2004, S. 138 ff.).

Beispiel 3.2 (i) Sei $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine affine Funktion definiert durch

$$h(x) = \alpha + \sum_{i=1}^n q_i x_i, \quad x \in \mathbb{Z}^n \quad (3.15)$$

für $q \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha \in \mathbb{R}$. Dann ist h M -konvex.

(ii) Eine separable konvexe Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch

$$h(x) = \sum_{i=1}^n h_i(x_i), \quad x \in \mathbb{Z}^n \quad (3.16)$$

ist für univariate konvexe Funktionen h_i $i = (1, \dots, n)$ (vgl. Abschnitt 3.2.1) M -konvex.

(iii) Eine quasi separable konvexe Funktion $h : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch

$$h(x) = \sum_{i=1}^n h_i(x_i) + h_0\left(\sum_{i=1}^n x_i\right), \quad x \in \mathbb{Z}^n \quad (3.17)$$

ist für univariate konvexe Funktionen h_i $i = (0, \dots, n)$ (vgl. Abschnitt 3.2.1) M^{\natural} -konvex.

Bemerkung 3.4

Gemäß Lemma 3.2 ist eine affine Funktion M - bzw. M^{\natural} -konvex. Da sie die in den Definitionen 3.15 und 3.16 gegebenen Bedingungen jedoch mit Gleichheit erfüllt, ist sie zusätzlich auch M - bzw. M^{\natural} -konkav. ■

Die Betrachtung der Grundlagen soll im Folgenden mit einem Literaturüberblick abgeschlossen werden.

KAPITEL 4

Literatur

In diesem Kapitel geben wir einen Überblick über die für unsere in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle relevante Literatur. Im Kern befassen sich dabei die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Modelle mit der Entwicklung optimaler Betriebsstrategien für Energiesysteme im Kontext stochastisch schwankender Einflussgrößen. Im Folgenden gehen wir daher zunächst auf relevante Arbeiten aus dem Bereich der Energiewirtschaft bzw. der Energietechnik ein. Neben einem allgemeinen Überblick über Optimierungsmodelle in diesem Bereich soll insbesondere auf Arbeiten eingegangen werden, die sich mit der optimalen Steuerung von Energiespeichern befassen, da dies ein wesentlicher Teil unserer im weiteren Verlauf dieser Arbeit vorgestellten Modelle ist. Des Weiteren sollen relevante Arbeiten aus anderen Anwendungsbereichen vorgestellt werden.

4.1 Optimierung von Energiesystemen

Aufgrund des durch eine hohe Dynamik gekennzeichneten Wachstums der Weltwirtschaft in den vergangenen Jahrzehnten und des damit einhergehenden hohen Energiebedarfs ist eine wirtschaftliche Nutzung der vorhandenen fossilen Energieträger sowie eine stärkere Einbindung erneuerbarer Energieträger zur Deckung des Energiebedarfs von großer Bedeutung (vgl. Baños et al. (2011) und die Ausführungen in Kapitel 1). Von besonderem Belang ist in diesem Zusammenhang der Einsatz von Optimierungsmethoden, was sich auch in der Fülle an verfügbaren Veröffentlichungen in diesem Bereich zeigt.

Umfangreiche Literaturübersichten zur Modellierung und Optimierung von Energiesystemen finden sich unter anderem in Bazmi u. Zahedi (2011), Jebaraj u. Iniyar (2006),

Bansal (2005), Ventosa et al. (2005) und Baños et al. (2011). In Bansal (2005), Bazmi u. Zahedi (2011) und Jebaraj u. Iniyani (2006) wird unter anderem ein allgemeiner Überblick über Modelle zur Optimierung von Energiesystemen gegeben. Darüber hinaus geben Bazmi u. Zahedi (2011) einen Überblick über den derzeitigen Entwicklungsstand im Bereich der Erzeugung elektrischer Energie. In Jebaraj u. Iniyani (2006) liegt der Fokus zusätzlich auf den verschiedenen in der Literatur verwendeten Prognoseverfahren. Baños et al. (2011) konzentrieren sich in ihrer Arbeit vorwiegend auf regenerative Energiequellen und den Einsatz von Optimierungsverfahren in diesem Zusammenhang.

Als wesentliche Problemstellungen, die in der verfügbaren Literatur untersucht werden und die für die vorliegende Arbeit relevant sind, können unter anderem die Kraftwerkseinsatzplanung sowie die optimale Steuerung von Energiesystemen identifiziert werden, wobei letztere insbesondere im Zusammenhang mit in begrenztem Umfang regelbarer regenerativer Energiesysteme von Bedeutung ist. In den folgenden beiden Abschnitten soll Literatur zu den beiden genannten Themenkomplexen vorgestellt werden.

4.1.1 Kraftwerkseinsatzplanung

Zum Bereich der Kraftwerkseinsatzplanung zählt zum einen die Optimierung der Blockauswahl bei Kraftwerken (Unit-Commitment) und zum anderen die Optimierung des Lastflusses (Economic Dispatch). Die zentrale Aufgabe im Bereich der optimalen Blockauswahl ist die Entwicklung eines kostenminimalen Fahrplans für den Betrieb eines gegebenen Kraftwerksparks. Dieser Plan umfasst einen definierten Planungshorizont und legt fest, zu welchem Zeitpunkt welches Kraftwerk in Betrieb ist, um die Nachfrage nach elektrischer Energie zu jedem dieser Zeitpunkte zu erfüllen. In die Zielfunktion gehen üblicherweise Kosten für das An- bzw. das Abfahren sowie Brennstoff- und sonstige Betriebskosten ein. Diese sind in der Regel kraftwerksspezifisch, so ergeben sich beispielsweise bei Grundlastkraftwerken im Vergleich zu Mittel- oder Spitzenlastkraftwerken relativ niedrige Kosten für den laufenden Betrieb, dafür liegen allerdings die Kosten für das An- und Abfahren in der Regel über denen von Mittel- und Spitzenlastkraftwerken (vgl. Kapitel 2.1.5). Des Weiteren müssen technische Restriktionen, wie z.B. Mindestbetriebs- und Stillstandszeiten von Kraftwerken beachtet werden. In der Literatur finden sich unterschiedliche Modellierungs- und Optimierungsansätze zur Lösung des Blockauswahl-Problems.

Carpentier et al. (1996) betrachten das Problem der optimalen Blockauswahl über einen Zeithorizont von einem Tag, wobei die Minimierung der durchschnittlichen Erzeugungskosten elektrischer Energie angestrebt wird. Die Nachfrage nach elektrischer Energie wird als stochastisch angenommen und durch einen Szenariobaum modelliert. Die Lösung erfolgt durch Anwendung eines Dekompositionsverfahrens basierend auf einer Klasse der Lagrange-Relaxation. Zusammenfassend ergeben sich gemäß Carpentier et al. (1996) Vorteile gegenüber den üblicherweise eingesetzten deterministischen Modellen. Ein vergleichbares Modell mit ähnlichen Resultaten findet sich in Takriti et al. (1996).

Eine ähnliche Vorgehensweise wählen Wu et al. (2007), wobei zusätzlich zufällige Störungen von Kraftwerken und Übertragungsleitungen durch Monte Carlo Simulation berücksichtigt werden.

In Wong u. Fuller (2007) wird ebenfalls ein Modell für die optimale Blockauswahl mit Fokus auf dem Vergleich verschiedener Preisstrategien für elektrische Energie entwickelt. Die Modellierung erfolgt als zweistufiges stochastisches lineares Programm unter Berücksichtigung von Szenarien, welchen Eintrittswahrscheinlichkeiten zugeordnet werden können. Als numerisches Beispiel dient hierbei unter anderem ein Kraftwerkspark samt zugehörigem Netz in Ontario.

Neben den stochastischen Modellen zur optimalen Blockauswahl finden sich in der Literatur auch zahlreiche Veröffentlichungen, in denen ein deterministischer Ansatz gewählt wurde, wie z.B. Muckstadt u. Koenig (1977), Bertsekas et al. (1983) oder Merlin u. Sandrin (1983).

Die Optimierung des Lastflusses ist thematisch eng mit dem zuvor betrachteten Blockauswahl-Problem verwoben. So ist das wesentliche Ziel bei der Optimierung des Lastflusses die kostenminimale Deckung eines zu verschiedenen Zeitpunkten gegebenen Leistungsbedarfs durch Aufteilung der benötigten Leistung auf die zur Verfügung stehenden Kraftwerke unter Berücksichtigung technischer Restriktionen (vgl. Swarup u. Yamashiro (2002)).

Erste Veröffentlichungen, welche die optimale Aufteilung der nachgefragten Leistung auf einen verfügbaren Kraftwerkspark thematisieren, finden sich bereits zu Beginn des letzten Jahrhunderts. Umfangreiche Überblicke zu den frühen Entwicklungen im Bereich der Optimierung des Lastflusses finden sich z.B. in Happ (1977) und Chowdhury u. Rahman (1990). Einen aktuellen Überblick liefern Xia u. Elaiw (2010).

In der Literatur wird ein breites Spektrum an Optimierungsverfahren zur Lösung des geschilderten Problems eingesetzt. So wählen Bechert u. Kwatny (1972) eine Formulierung als optimales Steuerungsproblem, wobei eine Minimierung der anfallenden Kosten angestrebt wird. Berücksichtigt werden hierbei neben den leistungsabhängigen Brennstoffkosten ebenfalls Kosten für die Änderung der Leistung der einzelnen Kraftwerke sowie Strafkosten für Abweichungen der Frequenz im Stromnetz von der Ziel-Frequenz. Unter zusätzlicher Beachtung der maximalen Leistungsänderungsgeschwindigkeiten der jeweiligen Kraftwerke werden notwendige Bedingungen einer optimalen Steuerung eben dieser Leistung unter Verwendung des Pontrjaginschen Maximumsprinzip abgeleitet. Im Spezialfall, dass lediglich zwei Kraftwerke betrachtet werden, kann hingegen die optimale Steuerung ermittelt werden.

Bechert u. Chen (1977) betrachten ein vergleichbares System, allerdings kann durch Verwendung von dynamischer Optimierung die optimale Steuerung für ein System bestehend aus fünf Kraftwerken ermittelt werden.

Diese Limitierung auf relativ kleine Kraftwerksparks versuchen Ross u. Kim (1980) durch Verwendung einer auf dynamischer Optimierung basierenden Approximationsmethode zu umgehen. Als numerisches Beispiel für die Leistungsfähigkeit des gewählten Ansatzes dient ein Kraftwerkspark bestehend aus 15 Generatoren, der kostenminimal über einen Planungshorizont, welcher 16 Zeitschritte umfasst, gesteuert werden soll.

Hindi u. Ghani (1991) formulieren das Lastflussproblem als mehrperiodiges lineares Optimierungsproblem. Neben den für die vorliegende Problemklasse üblichen technischen Restriktionen wird zusätzlich die in jeder Periode vorzuhaltende Mindestreserveleistung berücksichtigt. Zur Lösung des Problems wird ein Algorithmus basierend auf der Lagrange-Relaxation sowie der Dantzig-Wolfe Dekomposition entwickelt, wobei zunächst eine Lösung durch Optimierung der dualen Lagrange-Funktion durch Anwendung eines Subgradientenverfahrens bestimmt wird. Erfüllt diese Lösung sämtliche Nebenbedingungen, bricht der Algorithmus ab und die optimale Lösung ist gefunden. Andernfalls wird die Dantzig-Wolfe Dekomposition unter Ausnutzung der im Subgradientenverfahren gewonnenen Informationen angewendet, um eine Lösung des Optimierungsproblems herbeizuführen.

Wang u. Shahidehpour (1994) modellieren das Lastflussproblem ebenfalls als lineares Optimierungsproblem, wobei zusätzlich Verschleißkosten, die durch Überschreiten der zulässigen Leistungsänderungsgeschwindigkeit der Turbinen entstehen, berücksichtigt werden.

Irisarri et al. (1998) modellieren das Lastflussproblem als nichtlineares Optimierungsproblem. Die Minimierung der quadratischen Zielfunktion erfolgt durch Verwendung eines Innere-Punkte Verfahrens.

Han u. Gooi (2007) betrachten eine ähnliche Situation, wobei ebenfalls ein Innere-Punkte Verfahren zur Lösung des Problems angewendet wird. Im Unterschied zu Irisarri et al. (1998) verwenden Han u. Gooi (2007) einen Look-ahead Ansatz, um das mehrperiodige Problem zeitlich zu entkoppeln, was zu geringeren Laufzeiten bei der Lösung umfangreicher Probleminstanzen führt.

Da das Lastflussproblem in der Regel mehrperiodig ist und einige der üblichen Modellierungsparameter, wie z.B. die Nachfrage nach elektrischer Energie, nicht mit Sicherheit prognostiziert werden können, finden sich in der Literatur auch zahlreiche Veröffentlichungen, in denen stochastische Einflüsse berücksichtigt werden. Insbesondere durch die zunehmende Verbreitung von im begrenztem Umfang regelbaren Anlagen zur Erzeugung elektrischer Energie aus erneuerbaren Quellen nimmt die Bedeutung stochastischer Modelle zu, da nicht mehr nur die Nachfrage nach elektrischer Energie sondern auch deren Erzeugung in erheblichem Maße Schwankungen unterworfen ist.

Hetzer et al. (2008) beziehen in ihre Formulierung des Lastflussproblems Windenergieanlagen mit ein. Die Windgeschwindigkeiten werden durch eine Weibull-verteilte Zufallsvariable beschrieben, wobei die von den Windenergieanlagen bereitgestellte Leistung somit als Funktion der Windgeschwindigkeit ebenfalls stochastisch ist. Als numerisches Beispiel dient ein Kraftwerkspark bestehend aus zwei konventionellen thermischen Kraftwerken und zwei Windenergieanlagen.

Piperagkas et al. (2011) betrachten ebenfalls einen Kraftwerkspark bestehend aus thermischen Kraftwerken und Windenergieanlagen. Zusätzlich zu dem in Hetzer et al. (2008) vorgestellten Modell werden jedoch Emissionsrestriktionen berücksichtigt, wobei eine Formulierung als multikriterielles Optimierungsproblem gewählt wird, welches mittels Partikelschwarm-Optimierung gelöst wird.

Die Problemstellungen, die dem ersten bzw. dem zweiten in dieser Arbeit vorgestellten Modell zugrunde liegen, weisen Ähnlichkeiten mit den klassischen Problemen des Economic Dispatch bzw. des Unit-Commitment auf. So wird im ersten Modell eine Situation betrachtet, in der eine gegebene Nachfrage nach elektrischer Energie durch den Einsatz zweier Kraftwerke sowie eines Energiespeichers gewinnoptimal über einen definierten Zeithorizont befriedigt werden soll. Das zweite Modell geht zwar von einer unbeschränkten Nachfrage aus, jedoch soll auch hier ein Kraftwerkspark gewinnoptimal

über einen definierten Zeithorizont gesteuert werden. Im Gegensatz zur klassischen Literatur in diesem Bereich maximieren wir jedoch Gewinne und verwenden Markovsche Entscheidungsprozesse zur Modellierung. Ebenso zeigen wir Strukturen um effiziente Algorithmen zur Lösung der Problemstellungen zu entwickeln.

4.1.2 Optimale Steuerung von Energiespeichern

Zum Themenkomplex der Kraftwerkseinsatzplanung (vgl. Abschnitt 4.1.1) werden in einigen Veröffentlichungen ebenfalls Energiespeicher als Teil eines Kraftwerksparks berücksichtigt (vgl. u.a. Happ (1977)). Allerdings ergeben sich durch eine zunehmende Liberalisierung der Energiemärkte sowie durch eine immer stärkere Verbreitung von in geringem Umfang regelbarer regenerativer Energiesysteme neue Anwendungsgebiete für Energiespeicher. Insbesondere deren gewinnoptimale Steuerung wird in der Literatur vermehrt thematisiert.

So wird in Korpaas et al. (2003) ein Modell für den gewinnoptimalen Betrieb von Windenergieanlagen in Kombination mit Energiespeichern mittels dynamischer Optimierung entwickelt. Die durch die Windenergieanlagen erzeugte elektrische Energie wird am Spot-Markt, der durch fluktuierende Preise gekennzeichnet ist, veräußert. Es zeigt sich, dass der Anlagenbetreiber durch Einsatz eines Energiespeichers in der Lage ist Preisschwankungen am Spot-Markt gewinnbringend zu nutzen.

Ein vergleichbares Resultat liefern Castronuovo u. Lopes (2004), wobei als Energiespeicher explizit ein Pumpspeicherkraftwerk modelliert wird.

In Zhou et al. (2013) wird ein System bestehend aus einem Windpark, einem Speicher sowie den zugehörigen Übertragungsleitungen betrachtet. Im Gegensatz zum klassischen Lastflussproblem wird jedoch die Nachfrage nach elektrischer Energie nicht explizit modelliert, d.h. es wird angenommen, dass der Betreiber des Windparks eine beliebige Energiemenge zu einem stochastisch im Zeitverlauf schwankenden Preis absetzen kann, wobei vorausgesetzt wird, dass die Aktionen des Windparkbetreibers keinen Einfluss auf die Preisentwicklung haben. Ebenso wird die Windgeschwindigkeit und somit auch die zur Verfügung stehende Leistung als stochastisch angesehen. Das Modell ist als Markovscher Entscheidungsprozess formuliert, wobei der Windparkbetreiber bestrebt ist seinen Gewinn durch die optimale Bewirtschaftung des Speichers durch Verkauf von elektrischer Energie zu maximieren.

Ein ähnliches Modell formulieren Kim u. Powell (2011). Es wird ebenfalls ein System

bestehend aus einem Windpark und einem Energiespeicher betrachtet. Im Gegensatz zu Zhou et al. (2013) agiert der Windparkbetreiber auf einem Day-ahead-Markt, d.h. er legt zu einem bestimmten Zeitpunkt die Menge an elektrischer Energie fest, die er zu einem zukünftigen Zeitpunkt veräußern möchte, wobei die Maximierung des Gewinns durch Ableitung optimaler Speicherstrategien mit Hilfe eines Markovschen Entscheidungsprozesses erfolgt.

Bathurst u. Strbac (2003), Costa et al. (2008), Garcia-Gonzalez et al. (2008) und Löhndorf u. Minner (2010) befassen sich ebenfalls mit der Fragestellung, wie ein Windparkbetreiber gewinnoptimal auf dem Day-ahead-Markt unter zusätzlicher Nutzung eines Energiespeichers agieren kann. Das dritte in dieser Arbeit vorgestellte Modell untersucht ebenso die Effekte des Day-ahead-Marktes, wobei wir ebenso wie Kim u. Powell (2011) Markovsche Entscheidungsprozesse verwenden. Im Gegensatz zur vorgestellten Literatur verwenden wir jedoch einen diskreten Zustands- und Aktionsraum und leiten Strukturaussagen mit Hilfe des Konzepts L^1 -konvexer Funktionen her.

Neben den zuletzt genannten Veröffentlichungen, die ihren Fokus im Speziellen auf die optimale Nutzung eines Systems bestehend aus einem Energiespeicher und einem durch ein fluktuierendes Leistungsangebot charakterisiertes Kraftwerk legen, ist insbesondere Literatur zum Themengebiet der Steuerung von Wasserkraftanlagen für die vorliegende Arbeit von Bedeutung.

Im Bereich der optimalen Steuerung von Wasserkraftanlagen sind insbesondere die Arbeiten von Nandalal u. Bogardi (2007) und Grävenstein (2008) zu nennen. Nandalal u. Bogardi (2007) geben einen umfassenden Überblick über Einsatzmöglichkeiten dynamischer Optimierung im Zusammenhang mit der optimalen Steuerung von Speicherkraftwerken.

Grävenstein (2008) betrachtet ein System bestehend aus einem Speicherkraftwerk, welches durch einen natürlichen Zufluss mit Wasser gespeist wird. Dieser Zufluss wird als stochastisch angenommen und dient dazu eine im Zeitverlauf als konstant angenommene Nachfrage zu befriedigen. Der Betreiber der Anlage hat die Möglichkeit durch Zukauf von Wasser eventuelle Fehlmengen auszugleichen, wobei der Zukauf nur bis zu einer definierten Höchstgrenze erfolgen kann. Fehlmengen, die nicht durch das Zukaufkontingent abgedeckt werden, können werden mit Strafkosten geahndet. Das Modell ist als Markovscher Entscheidungsprozess formuliert und der Betreiber hat das Ziel durch optimale Ausspeicherentscheidungen seine Kosten zu minimieren. Um den numerischen

Aufwand bei der Berechnung der optimalen Strategien zu verringern, wurden effiziente Algorithmen, welche die spezielle Struktur des Problems ausnutzen, abgeleitet.

Die ersten beiden in dieser Arbeit vorgestellten Modelle weisen einige Analogien mit der Arbeit von Grävenstein (2008) auf. Es gibt methodische Parallelen, so nutzen wir in unserer Arbeit ebenfalls Markovsche Entscheidungsprozesse. Ebenso entwickeln wir optimale Betriebsstrategien für ein Energiesystem mit Energiespeicher. Im Gegensatz zu Grävenstein (2008) betrachten wir jedoch zusätzlich den Gesamtwirkungsgrad unserer Energiespeicher und betrachten nicht nur Ausspeicher- sondern auch Einspeicherentscheidungen.

4.2 Andere Anwendungsgebiete

Die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle befassen sich im Kern stets mit dem optimalen Betrieb eines Speichersystems unter Berücksichtigung stochastischer Einflüsse im Kontext der Energieversorgung. Diese Fragestellung ist jedoch nicht nur in der Energiewirtschaft von Bedeutung, sondern findet sich auch in zahlreichen anderen Anwendungsgebieten. Zu erwähnen sind hier insbesondere die Bereiche des Health-Care- und Revenue Managements sowie der Lagerhaltung bzw. Produktionsplanung. Veröffentlichungen, die dem letztgenannten Themengebiet zuzuordnen sind, befassen sich vorrangig mit der optimalen Bewirtschaftung eines Lagers, d.h. der Betreiber des Lagers ist bestrebt, je nach konkreter Fragestellung, seinen Gewinn zu maximieren bzw. seine Kosten zu minimieren, wobei häufig die Bestellmenge bzw. der Bestellzeitpunkt der zu lagernden Produkte festzulegen sind. Üblicherweise wird davon ausgegangen, dass für das Lagern sowie für das Bestellen von Produkten Kosten entstehen und die zukünftige Nachfrage unbekannt ist. Häufig werden zusätzlich auch Produktionsplanungsaspekte berücksichtigt, d.h. die zu lagernden Produkte werden nicht extern bestellt, sondern in einer Produktionseinrichtung erstellt und dann zum Auffüllen des Lagerbestands verwendet. Einen guten Überblick über gängige Fragestellungen im Bereich der Lagerhaltung geben Zipkin (2000), Porteus (2002), Axsäter (2006) und Muckstadt u. Sapra (2010).

Frühe Veröffentlichungen von Scarf (1959), Veinott (1966) und Schäl (1976) formulieren mehrperiodige dynamische Lagerhaltungsmodelle, bei denen die Nachfrage nach einem homogenen Produkt als Zufallsvariable modelliert ist. Der Fokus dieser Arbeiten liegt auf der Untersuchung der Struktur optimaler Entscheidungsregeln für die Festle-

gung von Bestellmengen. In diesem Kontext werden hinreichende Bedingungen für die Optimalität einer (s, S) -Bestellpolitik angegeben.

Waldmann (1984) formuliert ein Lagerhaltungsmodell, bei welchem die Verteilung der Nachfrage nach einem homogenen Produkt in jeder Periode zusätzlich von einem stochastischen Prozess, der als Umweltprozess bezeichnet wird, abhängt. Es zeigt sich, dass die Modelle von Scarf (1959) und Veinott (1966) als Spezialfälle des in Waldmann (1984) formulierten Modells anzusehen sind, wobei Waldmann (1984) die methodischen Vorarbeiten von Schäl (1976) nutzt. Ebenso werden in Waldmann (1984) hinreichende Bedingungen für die Optimalität einer (z, Z) -Bestellpolitik hergeleitet, die von der jeweiligen Realisation des Umweltprozesses abhängig ist.

Neuere Veröffentlichungen betrachten unter anderem die simultane Festlegung des Produktpreises und der Bestell- bzw. Produktionsmenge, wobei unter bestimmten Voraussetzungen die Optimalität von (s, S, p) -Politiken gezeigt werden kann (vgl. u.a. Chen u. Simchi-Levi (2004a), Chen u. Simchi-Levi (2004b) und Yin u. Rajaram (2007)).

Weitere aktuelle Veröffentlichungen befassen sich mit der optimalen Steuerung mehrdimensionaler Lagersysteme (vgl. u.a. Zhao et al. (2008), Zhou et al. (2011) und Benjaafar et al. (2011)).

Hervorzuheben ist Zhao et al. (2008), die zwei Lager bzw. Produktionsanlagen an unterschiedlichen Standorten betrachten, wobei ein Austausch von Lagermengen zwischen diesen Standorten zugelassen, aber mit zusätzlich anfallenden Transportkosten verbunden ist. Der Betreiber des Lagersystems hat die Möglichkeit zu entscheiden, an welchem Standort Güter produziert werden sollen und von welchem der beiden Standorte eine entstehende Nachfrage befriedigt werden soll. Es gelingt Zhao et al. (2008) verschiedene Strukturen der optimalen Entscheidungsregel herzuleiten, was eine effiziente numerische Berechnung der optimalen Strategien ermöglicht.

Weitere Anwendungen finden sich, wie bereits eingangs angedeutet, im Bereich des Revenue Managements. Die Methoden des Revenue Managements werden bislang überwiegend in der Luftfahrtbranche angewendet, allerdings zeigt sich auch ein großes Potential im Hotel- und Gaststättengewerbe. Einen guten Überblick über die Entwicklung und klassische Problemstellungen des Revenue Managements geben Talluri u. Ryzin (2005).

Im Bereich der Luftfahrt ist insbesondere die Frage, wie viele Sitzplätze einer Passagiermaschine im Buchungsprozess für eine bestimmte Kundenklasse zu reservieren ist, von Bedeutung. Die zukünftige Nachfrage der verschiedenen Kundenklassen, die sich im Wesentlichen durch ihre Kaufkraft unterscheiden, wird als stochastisch angesehen.

Grundsätzlich ergibt sich also das Problem eingehende Buchungsanfragen entweder abzulehnen, wenn es zu erwarten ist, dass in einer der Folgeperioden noch Kunden mit einer höheren Zahlungsbereitschaft einen Sitzplatz nachfragen, oder anzunehmen, was mit einer Verringerung der verfügbaren Kapazität einhergeht.

Eine der ersten Veröffentlichungen, welche diese Problemstellung für den Fall zweier Kundenklassen thematisiert, ist Littlewood (1972). Erweiterungen auf mehrere Kundenklassen finden sich in Belobaba (1989) und Brumelle u. McGill (1993). Von besonderer Bedeutung sind jedoch Lee u. Hersh (1993), Lautenbacher u. Stidham (1999) sowie Subramanian et al. (1999), die das Problem als Markovschen Entscheidungsprozess formulieren.

Damit beschließen wir die Betrachtung der Grundlagen und befassen uns in den nächsten Kapiteln mit der Vorstellung der entwickelten Modelle.

Teil II

Modelle zur optimalen Steuerung regenerativer Energiesysteme

Optimale Steuerung eines Energiesystems unter Berücksichtigung eines Kraftwerks mit stochastischem Stromoutput

In diesem Abschnitt wird ein Modell zur optimalen Steuerung eines stochastischen Energiesystems vorgestellt. Das betrachtete System besteht dabei aus einem durch eine stochastische Stromerzeugung charakterisierten Primärkraftwerk sowie einem Sekundärkraftwerk und einem Energiespeicher.

Wir beginnen zunächst mit einer Beschreibung des Modells, wobei wir insbesondere auf die grundlegenden Modellzusammenhänge sowie Annahmen eingehen werden. Es folgt eine mathematische Formulierung als Markovscher Entscheidungsprozess.

In den Abschnitten 5.2 und 5.3 sollen Strukturaussagen für die Modellausprägungen mit endlichem sowie unendlichem Planungshorizont hergeleitet werden, die eine effiziente numerische Berechnung optimaler Strategien sowie des damit assoziierten diskontierten Gesamtgewinns ermöglichen.

Abschließend wird das in Abschnitt 5.1 eingeführte Grundmodell um weitere stochastische Einflussgrößen erweitert, um eine realitätsnahe Anwendung zu ermöglichen. Für dieses erweiterte Modell werden im Anschluss ebenfalls Strukturaussagen hergeleitet.

5.1 Modellbeschreibung

Das in den folgenden Abschnitten vorgestellte Modell dient der Entwicklung gewinnoptimaler Betriebsstrategien für ein stochastisches Energiesystem bestehend aus zwei Kraftwerken sowie einem Energiespeicher. Das betrachtete Energiesystem kann je nach Anwendungssituation als netzgebunden oder als Inselsystem angesehen werden. Der Betreiber dieser Anlage kann Gewinne durch den Verkauf zuvor erzeugter elektrischer Energie realisieren. Wir wollen für den weiteren Verlauf des Kapitels annehmen, dass der Energiespeicher eine beschränkte Speicherkapazität von k Energieeinheiten aufweist, wobei wir explizit darauf hinweisen, dass alle in diesem Kapitel hergeleiteten Strukturaussagen ebenso für den Fall eines unkapazitierten Energiespeichers gelten.

Eines der beiden Kraftwerke soll als Primärkraftwerk bezeichnet werden, wobei dieses eine intermittierende Stromerzeugungscharakteristik aufweisen soll. Das bedeutet, dass die innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls erzeugte Energie als Zufallsvariable aufzufassen ist. Diese stochastische Erzeugungsstruktur weisen insbesondere Kraftwerke auf, die auf erneuerbaren Energiequellen, wie z.B. Windenergieanlagen, Photovoltaikanlagen oder bestimmte Klassen von Wasserkraftwerken, basieren (vgl. Kapitel 2). Allerdings können auch gewöhnliche thermische Kraftwerke als Primärkraftwerk gewählt werden. In diesem Fall können stochastische Fluktuationen in der Erzeugung elektrischer Energie als Defekte oder gar Totalausfälle interpretiert werden.

Das verbleibende Kraftwerk soll als Sekundärkraftwerk bezeichnet werden. Grundsätzlich soll dieses Kraftwerk gut regelbar sein, um kurzfristig entstehenden Bedarf an elektrischer Energie schnell befriedigen zu können, d.h. es soll die Charakteristiken eines Spitzenlastkraftwerks aufweisen. Entsprechend der Ausführungen in Kapitel 2 kommen folglich insbesondere Gasturbinen, Gasmotoren, o. Ä. als Technologie für das Sekundärkraftwerk in Frage. Es soll weiterhin angenommen werden, dass das Sekundärkraftwerk eine maximale Kapazität bezüglich der Erzeugung elektrischer Energie von c Energieeinheiten pro Zeitstufe aufweist.

Das System, bestehend aus Primär- und Sekundärkraftwerk sowie dem Energiespeicher, soll zunächst über einen endlichen Planungshorizont N betrachtet werden, der sich aus N disjunkten Zeitintervallen gleicher Länge zusammensetzt, wobei das n -te Intervall die Form $[n, n + 1)$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$ annimmt.

Da die Stromerzeugung durch das Primärkraftwerk stochastischen Einflüssen unterliegt, wird angenommen, dass sich die auf Zeitstufe n erzeugte elektrische Energie w_n

durch eine diskrete Zufallsvariable W_n ($n = 0, 1, \dots, N - 1$) mit bekannter Zähldichte q beschreiben lässt. Weiter wird angenommen, dass die Zufallsvariablen W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind.

Zum Zeitpunkt n beobachtet der Kraftwerksbetreiber die für dieses Zeitintervall durch das Primärkraftwerk zur Verfügung stehende Energiemenge w_n sowie die derzeit im Energiespeicher gespeicherte Energiemenge s_n . Er hat nun eine Entscheidung darüber zu treffen, ob ein Teil der Energiemenge w_n gespeichert werden soll oder, ob Energie dem Speicher entnommen werden soll. Formal bedeutet dies, dass eine Aktion a festgelegt wird, wobei ein positives (negatives) a bedeutet, dass dem Speicher die Energiemenge a zugeführt (entnommen) wird.

Damit ergibt sich der Speicherinhalt auf Zeitstufe $n + 1$, wenn in Periode n die Menge s_n im Speicher sowie die Aktion a gewählt wurde, wie folgt:¹

$$s_{n+1} = \min \{s_n + a, k\}. \quad (5.1)$$

Da wir annehmen, dass die maximale Kapazität des Speichers k Energieeinheiten beträgt, muss durch Bildung des Minimums in Gleichung (5.1) gesichert werden, dass diese Kapazitätsgrenze nicht überschritten wird. Es ist zu beachten, dass Effekte wie Selbstentladung nicht explizit modelliert, aber relativ einfach durch Anpassung der Übergangswahrscheinlichkeiten bzw. durch Anpassung der Konversionsverluste einbezogen werden können.

Die Energienachfrage d pro Periode wird als konstant über den gesamten Planungshorizont angenommen.² Situationen, in denen diese Annahme sinnvoll erscheint, ergeben sich beispielsweise, wenn der Kraftwerksbetreiber langfristige Energielieferverträge eingetht, die eine konstante Energielieferung vorsehen. Des Weiteren wäre auch denkbar, dass in einem Inselnetz das betrachtete System für die Versorgung einer bestimmten Maschine verwendet wird, die einen konstanten Energiebedarf aufweist. Da die Annahme einer im Zeitverlauf konstanten Energienachfrage in einigen Fällen jedoch als zu restriktiv erscheint, lassen wir diese Annahme im Verlauf des Kapitels fallen und führen

¹Um einen positiven Speicherinhalt zu gewährleisten, sind nur Aktionen $a \geq -s_n$ zulässig. Dies wird im weiteren Verlauf des Abschnitts durch entsprechende Wahl der Menge zulässiger Aktionen sichergestellt.

²Grundsätzlich wäre es auch möglich, eine unbeschränkte Nachfrage anzunehmen. Diese Situation ist insbesondere dann plausibel, wenn das betrachtete Energiesystem eine geringe Leistung im Vergleich zu den übrigen am Netz angeschlossenen Kraftwerken aufweist.

eine stochastische Energienachfrage ein (vgl. Abschnitt 5.4). Alternativ kann d als die für das Energiesystem zur Verfügung stehende Übertragungskapazität des Netzes interpretiert werden, wobei sich diese aus den verwendeten energietechnischen Bauelementen ergibt. Beispielsweise ist die übertragbare Energiemenge während einer Zeitperiode unter anderem durch den verbauten Transformator nach oben beschränkt. Da ein Ausbau der Übertragungskapazität in der Regel sehr zeitaufwändig und kostenintensiv ist, kann in diesem Fall d in guter Näherung als konstant angesehen werden.

Aufgrund der physikalischen Eigenschaften der gängigen Energiespeicher müssen Konversionsverluste betrachtet werden, die anfallen, wenn dem Speicher Energie zugeführt oder entnommen wird (vgl. die Ausführungen in Kapitel 2.2). Im Folgenden werden die Verluste durch Einspeichern und Ausspeichern in einer Variablen zusammengefasst. Dies erscheint sinnvoll, da jede Energieeinheit, die zu einem bestimmten Zeitpunkt gespeichert wird, zu einem späteren Zeitpunkt dem Speicher wieder entnommen wird. Die Konversionsverluste werden darüber hinaus vereinfachend als unabhängig vom Speicherinhalt und anderen Umwelteinflüssen angenommen. Aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung sind der Speicherinhalt s , die gewählte Aktion a sowie die durch das Primärkraftwerk erzeugte Energie w bereits um die Konversionsverluste bereinigt. Das bedeutet, dass im Falle einer direkten Veräußerung der vom Primärkraftwerk erzeugten Energie, ohne den Umweg einer Zwischenspeicherung, die verkaufte Energiemenge durch einen Faktor α , $\alpha \geq 1$, korrigiert werden muss, da bei einem Direktverkauf keine Konversionsverluste anfallen. Dabei berechnet sich α als Kehrwert der auftretenden Konversionsverluste. Entschließt sich der Kraftwerksbetreiber beispielsweise dazu, die gesamte in einer Periode n zur Verfügung stehende Energiemenge w_n , die durch das Primärkraftwerk erzeugt wird, direkt zu veräußern, so kann er die Menge αw_n verkaufen.

Zusätzlich zur elektrischen Energie, welche durch das Primärkraftwerk zur Verfügung gestellt wird, hat der Kraftwerksbetreiber die Möglichkeit auf ein Sekundärkraftwerk zurückzugreifen, um zusätzlich Energie bereitzustellen. Reicht z.B. die vom Primärkraftwerk erzeugte elektrische Energie zusammen mit der im Energiespeicher befindlichen Energie nicht aus, um die Nachfrage zu befriedigen, so hat der Betreiber des Energiesystems die Möglichkeit die Differenz zwischen Angebot und Nachfrage durch den Einsatz des Sekundärkraftwerks zu decken. Allerdings ist die maximal vom Sekundärkraftwerk in einer Zeiteinheit erzeugbare Strommenge c zu beachten, da diese nicht überschritten werden darf.

Der Preis \tilde{p} , zu dem die Energie verkauft wird, hängt nicht von der jeweiligen Tech-

nologie ab, sondern ist extern vorgegeben und wird zunächst als im Zeitverlauf konstant angenommen. Beispielsweise könnte dieser in einem langfristigen Liefervertrag ausgehandelt worden sein. Diese in bestimmten Situationen zu restriktive Annahme wird im weiteren Verlauf des Kapitels fallen gelassen und das Modell um stochastisch schwankende Preise erweitert (vgl. Abschnitt 5.4).

Je nachdem welche Technologien beim Primär- und Sekundärkraftwerk vorliegen, fallen Betriebs- und eventuell Brennstoffkosten an, die den erzielten Verkaufserlös mindern. Für das Primärkraftwerk fallen pro erzeugter Energieeinheit Kosten in Höhe von κ_{prim} und für das Sekundärkraftwerk Kosten in Höhe von κ_{sek} an. Diese nehmen wir zunächst als konstant an, weshalb wir vereinfachend für den Erlös für eine verkaufte Energieeinheit des Primärkraftwerks $p_1 := \tilde{p} - \kappa_{prim}$ und für den Erlös einer verkauften Energieeinheit des Sekundärkraftwerks $p_2 := \tilde{p} - \kappa_{sek}$ schreiben. Weiter nehmen wir an, dass der erzielbare Erlös durch den Verkauf einer Energieeinheit des Primärkraftwerks stets größer ist als der Erlös, der sich bei Verkauf einer Energieeinheit durch das Sekundärkraftwerk ergibt, d.h. es gilt stets $p_1 \geq p_2$.

Entscheidet sich der Kraftwerksbetreiber dazu, den Bedarf nicht vollständig zu befriedigen, so entstehen Strafkosten κ , die proportional zur Fehlmenge sind. Bezüglich der Höhe der Strafkosten wird angenommen, dass $\kappa \geq p_1$ und damit auch $\kappa \geq p_2$ gilt. Wird z.B. eine Situation betrachtet, in der wiederum ein langfristiger Energieliefervertrag zwischen dem Kraftwerksbetreiber und einem Energieabnehmer geschlossen wurde, können die anfallenden Strafkosten als der Preis interpretiert werden, der für den Kraftwerksbetreiber für die Beschaffung von Regelenergie anfällt, um die vertraglich festgelegte Energiemenge liefern zu können. Alternativ könnten die Strafkosten auch als eine Art Konventionalstrafe für die Nichterfüllung der vertraglichen Pflichten aufgefasst werden.

Im Folgenden sollen die getroffenen Annahmen noch einmal übersichtlich zusammengefasst werden.

Annahmen:

(A1) $c, k \in \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$, wobei grundsätzlich auch unbegrenzte Kapazitäten zulässig sind;

(A2) $\alpha \in [1, \infty)$;

(A3) $\kappa \geq p_1 \geq p_2 \geq 0$, d.h. die Strafkosten werden als höher angesehen als der Gewinn, der pro verkaufter Energieeinheit beim Primär- und Sekundärkraftwerk anfällt, wobei der erzielbare Gewinn pro verkaufter Energieeinheit beim Primärkraftwerk

wiederum höher ist als beim Sekundärkraftwerk;

- (A4) $d \in \mathbb{N}_0$, die Nachfrage nach elektrischer Energie ist konstant im Zeitverlauf;
- (A5) die Energie $w_n \in \mathbb{N}_0$, welche das Primärkraftwerk auf Zeitstufe n erzeugt, ist die Realisation einer Zufallsvariablen W_n mit der Verteilung $q(\cdot)$, $w_n \in \mathbb{N}_0$, wobei W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind;
- (A6) die Nachfrage nach Energie d ist größer als die Kapazität des Sekundärkraftwerks c , d.h. es soll $d \geq c$ gelten.

Nachdem wir die grundlegenden Modellzusammenhänge verbal beschrieben sowie die dem Modell zugrunde liegenden Annahmen formuliert haben, soll in Definition 5.1 eine mathematische Formulierung der gegebenen Problemstellung als Markovscher Entscheidungsprozess mit endlichem Planungshorizont in einer dynamischen Umwelt $(N, S, A, I, D, T, Q, r, V_N, \beta)$ erfolgen.

- Definition 5.1**
1. $N \in \mathbb{N}$ bezeichne den Planungshorizont;
 2. $S \times I = \{0, 1, \dots, k\} \times \mathbb{N}_0$ bezeichne den Zustandsraum. Die Elemente von $S \times I$ werden mit (s, w) bezeichnet;
 3. $A := \mathbb{Z}$ ist der Aktionsraum. Die Elemente von A werden mit a bezeichnet;
 4. $D(s, w) := \{-s, -s + 1, \dots, w\}$ ist die Menge aller zulässigen Aktionen im Zustand (s, w) und $D := \{(s, w, a) \in S \times I \times A \mid a \in D(s, w)\}$;
 5. $(s, a) \rightarrow T(s, a) := \min\{s + a, k\}$ ist die Übergangsfunktion, wobei $s \in S, w \in I, a \in D(s, w)$;
 6. $Q : D \times S \times I \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz, definiert durch $Q(s', w' \mid s, w, a) := q(w')$, für $s' = T(s, a)$ und 0 sonst;
 7. $r : D \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion, definiert durch

$$r(s, w, a) := r_1(w, a) + r_2(w, a) - r_3(w, a),$$

wobei deren Bestandteile wie folgt definiert sind:

$$r_1(w, a) := p_1 \min\{d, \alpha \min\{w - a, w\} + \max\{-a, 0\}\};$$

$$r_2(w, a) := p_2 \max\{0, \min\{c, d - \alpha \min\{w - a, w\} - \max\{-a, 0\}\}\};$$

$$r_3(w, a) := \kappa \max\{0, d - \alpha \min\{w - a, w\} - \max\{-a, 0\} - c\}.$$

Dabei beschreibt r_1 (r_2) den Gewinn durch den Verkauf der erzeugten elektrischen Energie durch das Primärkraftwerk (Sekundärkraftwerk) und r_3 die entstehenden Strafkosten für Nichterfüllung der Energienachfrage;

8. $V_N : S \times I \rightarrow \mathbb{R}$ ist die terminale Gewinnfunktion, definiert durch $V_N(s, w) := 0$;

9. $\beta \in (0, 1)$ ist der Diskontierungsfaktor.

Entsprechend der in Definition 5.1 angegebenen Parametrisierung und im Falle eines endlichen Planungshorizonts ergibt sich für $0 \leq n < N$ die Optimalitätsgleichung (vgl. Kapitel 3).

$$V_n(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \right\}, (s, w) \in S \times I. \quad (5.2)$$

In vielen Fällen ist die Modellierung als MEP mit endlichem Planungshorizont als realistisch anzusehen, z.B. wenn als Primärkraftwerk eine Photovoltaikanlage zum Einsatz kommt. In diesem Fall wird der Planungshorizont sinnigerweise so festgelegt, dass dieser die Zeit von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang umfasst. Ein weiteres Beispiel wäre die Festlegung des Planungshorizonts entsprechend eines Wartungsintervalls. Das bedeutet konkret, dass der Beginn des Planungshorizonts auf den Zeitpunkt unmittelbar nach Durchführung einer Wartungsmaßnahme gelegt wird und das Ende des Planungshorizonts auf den Zeitpunkt der nächsten Wartungsmaßnahme.

Allerdings weisen MEP mit unendlichem Planungshorizont einige Vorteile, wie z.B. zeitunabhängige optimale Strategien auf, was in der Praxis zu einer einfacheren Anwendbarkeit dieser Strategien führt (vgl. die Ausführungen in Abschnitt 5.3). Aus diesem Grund modellieren wir nun das oben erläuterte Energiesystem als MEP mit unendlichem Planungshorizont. Hierfür muss die Definition 5.1 geringfügig abgewandelt werden. So muss der Planungshorizont formal auf $N = \infty$ gesetzt werden und die terminale Gewinnfunktion V_N entfällt. Es ergibt sich dann die folgende Optimalitätsgleichung.

$$V(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V(T(s, a), w') \right\}, (s, w) \in S \times I. \quad (5.3)$$

Im weiteren Verlauf des Kapitels sollen für das zu Beginn vorgestellte Modell Strukturen bezüglich der Wertfunktion und der optimalen Politiken gezeigt werden. Durch Ausnutzung dieser Strukturen ist es möglich, den benötigten Rechenaufwand für die Lösung des Problems erheblich zu reduzieren. Des Weiteren haben einfach strukturierte Entscheidungsregeln in der Praxis den Vorteil, dass ihnen eine wesentlich größere Akzeptanz entgegengebracht wird und diese in vielen Fällen auch relativ einfach umgesetzt werden können.

Wir beginnen zunächst mit dem endlichstufigen Fall und übertragen anschließend die gewonnenen Erkenntnisse auf das unendlichstufige Modell.

5.2 Das endlichstufige Modell

5.2.1 Strukturaussagen

Bevor wir dazu übergehen die Struktur des gegebenen Problems zu untersuchen, definieren wir zunächst einen für die folgenden Beweise nützlichen Operator.

Definition 5.2

Für $v \in M$, $(s, w, a) \in D$ sei

$$Lv(s, w, a) := r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w')v(T(s, a), w')$$

definiert.

Um die nachfolgenden Beweise übersichtlicher zu gestalten, sollen zunächst zwei Funktionen γ und h_γ eingeführt werden, welche dazu verwendet werden, eine Vereinfachung der einstufigen Gewinnfunktion herbeizuführen und eine alternative Darstellung dieser zu ermöglichen.

Definition 5.3

Die Funktion $\gamma : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\alpha \geq 1$ ist definiert durch

$$\gamma(a) := \begin{cases} \alpha, & \text{für } a > 0 \\ 1, & \text{für } a \leq 0. \end{cases}$$

Für die Definition der Funktion h_γ wird die Funktion γ verwendet.

Definition 5.4

Die Funktion $h_\gamma : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\alpha \geq 1$ ist definiert durch

$$h_\gamma(a) := \alpha w - \gamma(a)a.$$

Die Funktion h_γ hat einige nützliche Eigenschaften; insbesondere ist sie monoton fallend und konkav, wie im folgenden Lemma gezeigt wird.

Lemma 5.1

Für alle $a \in A$ gelten die folgenden Ungleichungen

$$(i) \quad \Delta h_\gamma(a) = -\gamma(a+1) < 0;$$

$$(ii) \quad \Delta^2 h_\gamma(a) = -\Delta \gamma(a+1) \leq 0.$$

Beweis

(i) folgt unter Berücksichtigung von $a(\gamma(a) - \gamma(a+1)) = 0 \quad \forall a \in \mathbb{Z}$, unmittelbar aus der folgenden Ungleichung

$$\Delta h_\gamma(a) = -\gamma(a+1)(a+1) + \gamma(a)a = -\gamma(a+1) < 0.$$

(ii) folgt aus (i) und

$$\Delta^2 h_\gamma(a) = -\gamma(a+2) + \gamma(a+1) \leq 0.$$

Es ergibt sich die Behauptung. □

Das folgende Lemma gibt auf Grundlage der Definitionen 5.3 und 5.4 eine alternative Darstellung der einstufigen Gewinnfunktion an. Zusätzlich wird die Monotonie der Übergangsfunktion $T(\cdot, a)$ gezeigt.

Lemma 5.2

Für alle $(s, w) \in S \times I$ und alle $a \in D(s, w)$ gilt

$$(i) \quad r(s, w, a) = p_1 \min\{d, h_\gamma(a)\} + p_2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\};$$

(ii) $T(s, a)$ ist monoton in a .

Beweis (i) Unter Verwendung von Definition 5.4 ergibt sich unmittelbar

$$\begin{aligned} r(s, w, a) &= p_1 \min\{d, \alpha w - \gamma(a)a\} + p_2 \max\{0, \min\{c, d - \alpha w + \gamma(a)a\}\} \\ &\quad + \kappa \min\{0, c - d + \alpha w - \gamma(a)a\} \\ &= p_1 \min\{d, h_\gamma(a)\} + p_2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\}. \end{aligned}$$

(ii) Sei $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ eine Funktion definiert durch $g(s, a) = s + a$. Offensichtlich ist $\Delta_a g(s, a) \geq 0$. Da das Minimum gebildet aus einer Konstanten $k \in \mathbb{N}_0$ und der Funktion g ebenfalls monoton wachsend ist, folgt die Behauptung. \square

Die einstufige Gewinnfunktion weist einige wichtige Eigenschaften auf. Insbesondere ist sie monoton fallend und konkav in a . Dieses Verhalten kann auch in ökonomischer Hinsicht interpretiert werden. Demzufolge sinkt der erzielbare einstufige Gewinn, wenn mehr Energie gespeichert als direkt verkauft, d.h. ein größeres a gewählt wird. In diesem Fall würde sich der Kraftwerksbetreiber dazu entscheiden auf die Realisierung eines Gewinns durch den Verkauf einer bestimmten Energiemenge zu verzichten, um diese zu einem späteren Zeitpunkt zu verkaufen.

Des Weiteren sinkt der einstufige Gewinn umso stärker je mehr Energie gespeichert wird. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Wahl von $a < 0$ zusätzlich zu der Energie, die vom Primärkraftwerk zur Verfügung gestellt wird, dem Speicher Energie entnommen wird, d.h. es wird bei wachsendem a zunächst nur weniger Energie dem Speicher entnommen. Dadurch sinkt die angebotene Energiemenge um einen geringeren Betrag als bei positivem a , da gespeicherte Energie bereits um Konversionsverluste bereinigt ist. Liegt hingegen ein positives a vor, so wird für jede zusätzliche Energieeinheit, die dem Speicher zugeführt werden soll, eine Energieeinheit weniger direkt verkauft, d.h. beim Speicherprozess fallen Konversionsverluste an, welche nicht aufgetreten wären, wenn diese Energieeinheit direkt verkauft worden wäre.

Für eine mathematische Herleitung dieser verbal begründeten Eigenschaften der einstufigen Gewinnfunktion benötigen wir zunächst noch das folgende Lemma.

Lemma 5.3

Für alle $a \in D(s, w)$ gilt

$$(i) \quad \Delta_a \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} \leq \Delta_a \max\{0, d - h_\gamma(a)\};$$

$$(ii) \quad \Delta_a^2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} \leq \Delta_a^2 \max\{0, d - h_\gamma(a)\}.$$

Beweis

(i) folgt durch Unterscheidung von drei Fällen unter Ausnutzung der Monotonie von h_γ :

$$(a) \quad d - h_\gamma(a) \geq c$$

$$\Delta_a \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} = 0 \leq \Delta_a \max\{0, d - h_\gamma(a)\}.$$

$$(b) \quad d - h_\gamma(a) < c \leq d - h_\gamma(a + 1)$$

$$\begin{aligned} \Delta_a \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} &= \max\{0, c\} - \max\{0, d - h_\gamma(a)\} \\ &\leq \Delta_a \max\{0, d - h_\gamma(a)\}. \end{aligned}$$

$$(c) \quad d - h_\gamma(a + 1) < c$$

$$\Delta_a \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} = \Delta_a \max\{0, d - h_\gamma(a)\}.$$

Der Beweis von (ii) erfolgt durch Unterscheidung von vier Fällen unter Ausnutzung der Monotonie und Konkavität von h_γ :

$$(a) \quad d - h_\gamma(a) \geq c$$

$$\Delta_a^2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} = 0 \leq \Delta_a^2 \max\{0, d - h_\gamma(a)\}.$$

$$(b) \quad d - h_\gamma(a) < c \leq d - h_\gamma(a + 1)$$

$$\begin{aligned} \Delta_a^2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} &= -\max\{0, c\} + \max\{0, d - h_\gamma(a)\} \\ &\leq 0 \\ &\leq \Delta_a^2 \max\{0, d - h_\gamma(a)\}. \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung folgt aus Lemma 3.1.

$$(c) \quad d - h_\gamma(a + 1) < c \leq d - h_\gamma(a + 2)$$

$$\begin{aligned} \Delta_a^2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} &= \max\{0, c\} - 2 \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} \\ &\quad + \max\{0, d - h_\gamma(a)\} \\ &\leq \Delta_a^2 \max\{0, d - h_\gamma(a)\}. \end{aligned}$$

$$(d) \quad d - h_\gamma(a + 2) < c$$

$$\Delta_a^2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\} = \Delta_a^2 \max\{0, d - h_\gamma(a)\}.$$

Insgesamt folgt (ii). □

Unter Verwendung von Lemma 5.3 können wir zeigen, dass die einstufige Gewinnfunktion monoton fallend und konkav in a ist, wobei wir zusätzlich eine obere Grenze für den Anstieg der einstufigen Gewinnfunktion bei Verringerung der Aktion a um eine Einheit angeben, da diese Eigenschaft im weiteren Verlauf des Kapitels von Nutzen sein wird.

Lemma 5.4

Sei $(s, w) \in S \times I$. Dann gilt für alle $a \in D(s, w)$

$$(i) \quad \Delta_a r(s, w, a) \leq 0;$$

$$(ii) \quad \Delta_a^2 r(s, w, a) \leq 0;$$

$$(iii) \quad -\Delta_a r(s, w, a - 1) \leq \gamma(a)p_1 + \gamma(a)\kappa.$$

Beweis

Zunächst soll (i) gezeigt werden:

$$\begin{aligned} \Delta_a r(s, w, a) &\leq p_1 [\min\{d, h_\gamma(a + 1)\} - \min\{d, h_\gamma(a)\}] + p_2 [\max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a + 1)\}\} \\ &\quad - \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\}] \\ &\leq p_1 [\min\{0, h_\gamma(a + 1) - d\} - \min\{0, h_\gamma(a) - d\}] + p_2 [\max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} \\ &\quad - \max\{0, d - h_\gamma(a)\}] \\ &= p_1 [\min\{0, h_\gamma(a + 1) - d\} - \min\{0, h_\gamma(a) - d\}] - p_2 [\min\{0, h_\gamma(a + 1) - d\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \min\{0, h_\gamma(a) - d\}] \\
 & = (p_1 - p_2)(\min\{0, h_\gamma(a + 1) - d\} - \min\{0, h_\gamma(a) - d\}) \\
 & \leq 0,
 \end{aligned}$$

wobei die erste Ungleichung aus Lemma 5.1 (i) und $\Delta_a \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \leq 0$ folgt. Die zweite Ungleichung folgt aus Lemma 5.3 (i). Da h_γ monoton fallend ist und angenommen wird, dass $p_1 \geq p_2$ gelte, folgt (i).

Um (ii) zu zeigen, formulieren wir r als Summe der Funktionen $(w, a) \rightarrow r'(w, a)$ und $(w, a) \rightarrow r''(w, a)$, $w \in I, s \in S, a \in D(s, w)$ definiert durch

$$r'(w, a) := p_1 \min\{d, h_\gamma(a)\} + p_2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(a)\}\}$$

und

$$r''(w, a) := \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\}.$$

Da die Summe zweier konkaver Funktionen wiederum konkav ist, ist es ausreichend die Konkavität von r' und r'' separat zu zeigen, da in diesem Fall auch $r = r' + r''$ konkav ist. Zunächst folgt die Konkavität von r'' aus $\kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} = -\kappa \max\{0, -c + d - h_\gamma(a)\}$ und Lemma 3.1. Es bleibt also noch die Konkavität von r' zu zeigen. Unter Verwendung von Lemma 5.3 (ii) ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \Delta_a^2 r'(w, a) & \leq p_1 [\min\{d, h_\gamma(a + 2)\} - \min\{d, h_\gamma(a + 1)\}] + p_2 [\max\{0, d - h_\gamma(a + 2)\} \\
 & \quad - \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\}] - p_1 [\min\{d, h_\gamma(a + 1)\} - \min\{d, h_\gamma(a)\}] \\
 & \quad - p_2 [\max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} - \max\{0, d - h_\gamma(a)\}] \\
 & = p_1 [-\max\{0, d - h_\gamma(a + 2)\} + \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\}] \\
 & \quad + p_2 [\max\{0, d - h_\gamma(a + 2)\} - \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\}] \\
 & \quad - p_1 [-\max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} + \max\{0, d - h_\gamma(a)\}] \\
 & \quad - p_2 [\max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} - \max\{0, d - h_\gamma(a)\}] \\
 & = (p_2 - p_1) [\max\{0, d - h_\gamma(a + 2)\} - \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\}] \\
 & \quad - \max\{0, d - h_\gamma(a + 1)\} + \max\{0, d - h_\gamma(a)\}] \\
 & \leq 0.
 \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung folgt aus der Konvexität von $\max\{0, d - h_\gamma(a)\}$, welche sich aus Lemma 3.1 und der Annahme $p_2 \leq p_1$ ergibt. Es ergibt sich die Konkavität von r' . Insgesamt folgt die Konkavität von $r = r' + r''$.

(iii) ergibt sich durch Unterscheidung von drei Fällen:

(a) $h_\gamma(a) \geq d$

$$-\Delta_a r(s, w, a - 1) = p_1 d - p_1 d = 0 \leq \gamma(a)p_1 + \gamma(a)\kappa.$$

(b) $h_\gamma(a) < d \leq h_\gamma(a - 1)$

$$\begin{aligned} -\Delta_a r(s, w, a - 1) &= p_1 d - p_1 h_\gamma(a) - p_2 \min\{c, d - h_\gamma(a)\} \\ &\quad - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \\ &\leq p_1 d - p_1 h_\gamma(a) - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \\ &\leq p_1 h_\gamma(a - 1) + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a - 1)\} - p_1 h_\gamma(a) \\ &\quad - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \\ &\leq p_1 (h_\gamma(a - 1) - h_\gamma(a)) + \kappa (c - d + h_\gamma(a - 1)) - \kappa (c - d + h_\gamma(a)) \\ &= p_1 (h_\gamma(a - 1) - h_\gamma(a)) + \kappa (h_\gamma(a - 1) - h_\gamma(a)) \\ &\leq \gamma(a)p_1 + \gamma(a)\kappa. \end{aligned}$$

(c) $h_\gamma(a - 1) \leq d$

$$\begin{aligned} -\Delta_a r(s, w, a - 1) &= p_1 h_\gamma(a - 1) + p_2 \min\{c, d - h_\gamma(a - 1)\} \\ &\quad + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a - 1)\} - p_1 h_\gamma(a) \\ &\quad - p_2 \min\{c, d - h_\gamma(a)\} - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \\ &\leq p_1 h_\gamma(a - 1) - p_1 h_\gamma(a) + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a - 1)\} \\ &\quad - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\} \\ &= p_1 (h_\gamma(a - 1) - h_\gamma(a)) \\ &\quad + \kappa \underbrace{(\min\{0, c - d + h_\gamma(a - 1)\} - \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\})}_{\leq \gamma(a)\kappa} \\ &\leq \gamma(a)p_1 + \gamma(a)\kappa, \end{aligned}$$

wobei die letzte Ungleichung aus der Monotonie von h_γ folgt.

Es folgt die Behauptung. □

Die zu Beginn des Abschnitts hergeleiteten Lemmata können nun verwendet werden, um Strukturaussagen bezüglich der Wertfunktion V_n zu zeigen. Das folgende Lemma zeigt, dass die Wertfunktion monoton mit wachsendem Speicherinhalt wächst.

Lemma 5.5

Für $0 \leq n \leq N$ und $w \in I$ ist $V_n(s, w)$ monoton wachsend in $s \in S$.

Beweis

Der Beweis erfolgt durch vollständige Induktion unter Ausnutzung der Monotonie von T . V_N ist eine konstante Funktion für alle $(s, w) \in S \times I$ und damit insbesondere monoton wachsend in s . Unter der Annahme, dass $V_{n+1}(T(s, a), w)$ monoton wachsend in s ist, ergibt sich unter Beachtung von $f_n^*(s, w) \in D(s + 1, w)$, wobei $f_n^*(s, w)$ die optimale Aktion im Zustand $(s, w) \in S \times I$ bezeichne

$$\begin{aligned} V_n(s + 1, w) &= r(s + 1, w, f_n^*(s + 1, w)) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s + 1, f_n^*(s + 1)), w') \\ &\geq r(s + 1, w, f_n^*(s, w)) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s + 1, f_n^*(s, w)), w') \\ &\geq r(s, w, f_n^*(s, w)) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w') \\ &= V_n(s, w). \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung ergibt sich aus der Induktionsannahme und $r(s + 1, w, f_n^*(s, w)) = r(s, w, f_n^*(s, w))$. □

Das Ergebnis von Lemma 5.5 ist auch intuitiv nachvollziehbar. Ist im betrachteten Speicher mehr Energie vorhanden, so kann diese zusätzliche Energie zu einem späteren Zeitpunkt unter Realisation eines Ertrags ausgespeichert und veräußert werden.

Die Übergangsfunktion T ist, wie bereits zu Beginn des Kapitels erläutert, nötig, um die Kapazitätsbeschränkung des Energiespeichers zu modellieren. Das folgende Lemma zeigt, dass wenn $V_n(s, w)$ konkav in s ist, die Konkavität auch bei $V_n(T(s, a), w)$ in s gegeben ist.

Lemma 5.6

Sei $V_n(s, w)$ konkav in $s \in S$, so ist auch $V_n(T(s, a), w) = V_n(\min\{s + a, k\}, w)$, $a \in D(s, w)$ konkav in $s \in S$ für $0 \leq n < N$ und $w \in I$.

Beweis

Der Beweis erfolgt durch Unterscheidung von drei Fällen:

(a) $s + a \geq k$

$$\Delta_s^2 V_n(\min\{s + a, k\}, w) = V_n(k, w) - 2V_n(k, w) + V_n(k, w) = 0.$$

(b) $s + a + 1 = k$

$$\begin{aligned} \Delta_s^2 V_n(\min\{s + a, k\}, w) &= V_n(k, w) - 2V_n(k, w) + V_n(k - 1, w) \\ &= V_n(k - 1, w) - V_n(k, w) \\ &\leq 0. \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung ergibt sich aus Lemma 5.5.

(c) $s + a + 2 \leq k$

$$\Delta_s^2 V_n(\min\{s + a, k\}, w) = V_n(s + a + 2, w) - 2V_n(s + a + 1, w) + V_n(s + a, w) \leq 0.$$

Die letzte Ungleichung folgt aus der Annahme, dass $V_n(s, a)$ konkav in s ist. Insgesamt ergibt sich die Behauptung. \square

Wir sind nun in der Lage den zentralen Satz dieses Kapitels zu formulieren. So wird in diesem die Konkavität der Wertfunktion gezeigt, welche es uns ermöglichen wird, den Suchraum für potenziell optimale Aktionen bei Variation des Speicherinhalts erheblich einzuschränken.

Satz 5.1

Für $0 \leq n < N$ und $w \in I$ gilt

- (i) $V_{n+1}(\cdot, w)$ ist konkav;
- (ii) $LV_n(s, w, \cdot)$ ist konkav;
- (iii) $f_n^*(s, w) - 1 \leq f_n^*(s + 1, w) \leq f_n^*(s, w)$ für $(s, w) \in S \times I$;
- (iv) $V_n(\cdot, w)$ ist konkav.

Beweis

Den Beweis führen wir mit vollständiger Induktion nach $n = N - 1, N - 2, \dots, 0$. Sei daher $n = N - 1$.

Dann gilt:

- (i) Nach Voraussetzung ist $V_N \equiv 0$ und damit konkav.
- (ii) Sei $s \in S$, $w \in I$ und $a, a + 1, a + 2 \in D(s, w)$. Dann gilt

$$\begin{aligned}
 \Delta_a^2 LV_n(s, w, a) &= r(s, w, a + 2) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a + 2), w') \\
 &\quad - 2r(s, w, a + 1) - 2\beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a + 1), w') \\
 &\quad + r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\
 &= r(s, w, a + 2) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s + 2, a), w') \\
 &\quad - 2r(s, w, a + 1) - 2\beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s + 1, a), w') \\
 &\quad + r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\
 &= r(s, w, a + 2) - 2r(s, w, a + 1) + r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s + 2, a), w') \\
 &\quad - 2V_{n+1}(T(s + 1, a), w') + V_{n+1}(T(s, a), w')) \\
 &\leq 0.
 \end{aligned}$$

Die Ungleichung folgt aus Lemma 5.4 (ii), Lemma 5.6 und (i).

(iii) Sei $(s, w, a) \in D$ und sei $a^* := f_n^*(s, w)$ die Maximalstelle von $LV_n(s, w, a)$, d.h. $LV_n(s, w, a^*) = \max_{a \in D(s, w)} \{LV_n(s, w, a)\}$. Nach Definition der Menge $D(s, w)$ ist dann auch $a, a^* \in D(s+1, w)$. Der Beweis erfolgt durch Unterscheidung von zwei Fällen:

(a) $a \geq a^*$

$$\begin{aligned}
 & LV_n(s+1, w, a) - LV_n(s+1, w, a^*) \\
 &= r(s+1, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a^*) - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^*), w') \\
 &= r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\
 &\quad + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a), w') \\
 &\quad - (r(s, w, a^*) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^*), w')) \\
 &\quad - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^*), w') + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^*), w') \\
 &= r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\
 &\quad - r(s, w, a^*) - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^*), w') \\
 &\quad + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s+1, a), w') - V_{n+1}(T(s, a), w')) \\
 &\quad - V_{n+1}(T(s+1, a^*), w') + V_{n+1}(T(s, a^*), w') \\
 &\leq 0.
 \end{aligned}$$

Die Ungleichung folgt aus der Konkavität von $V_{n+1}(s, w)$ in s (vgl. (i)), aus Lemma 5.6 und $r(s+1, w, a) = r(s, w, a)$ für $s \in S, w \in I, a \in D(s+1, w) \cap D(s, w)$. Es ergibt sich für die optimale Aktion in Zustand $(s+1, w)$ die folgende Ungleichung: $f_n^*(s+1, w) \leq f_n^*(s, w)$.

(b) $a \leq a^* - 2$

$$\begin{aligned}
 LV_n(s+1, w, a) &= r(s+1, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a), w') \\
 &= r(s+1, w, a+1) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a+1) + r(s+1, w, a) \\
 &= r(s+1, w, a+1) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a+1), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a+1) + r(s+1, w, a) \\
 &\leq r(s, w, a+2) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a+2), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a+1) + r(s+1, w, a) \\
 &= r(s+1, w, a+1) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a+1), w') \\
 &\quad + r(s+1, w, a+2) - 2r(s+1, w, a+1) + r(s+1, w, a) \\
 &\leq r(s+1, w, a+1) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a+1), w') \\
 &= LV_n(s+1, w, a+1)
 \end{aligned}$$

die erste Ungleichung folgt unmittelbar aus (ii) und $a \leq a^* - 2$. Die letzte Ungleichung ergibt sich aus Lemma 5.4 (ii). Unter Beachtung von $r(s+1, w, a+2) = r(s, w, a+2)$ folgt die Gültigkeit von $f_n^*(s+1, w) \geq f_n^*(s, w) - 1$.

Insgesamt ergibt sich die folgende Ungleichung: $f_n^*(s, w) - 1 \leq f_n^*(s+1, w) \leq f_n^*(s, w)$.

(iv) Nach (i) ist $V_{n+1}(\cdot, w)$ konkav und damit mit Lemma 5.6 auch $V_{n+1}(T(\cdot, a), w)$, was mit (iii) zur Unterscheidung von drei Fällen führt:

(a) $a^{**} = a^*$

$$\begin{aligned}
 \Delta_s^2 V_n(s, w) &= r(s+2, w, a^{**}) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 &\quad - 2r(s+1, w, a^{**}) - 2\beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w') \\
 &\quad + r(s, w, a^{**}) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^{**}), w') \\
 &= \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') ((V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 &\quad - 2V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w') + V_{n+1}(T(s, a^{**}), w')) \\
 &\leq 0,
 \end{aligned}$$

wobei das letzte Gleichheitszeichen aus $r(s+2, w, a) = r(s+1, w, a) = r(s, w, a)$ für $s \in S, w \in I, a \in D(s+2, w) \cap D(s+1, w) \cap D(s, w)$ sowie die Ungleichung aus (i) und Lemma 5.6 folgt.

(b) $a^{**} + 1 = a^*$

$$\begin{aligned}
 \Delta_s^2 V_n(s, w) &= r(s+2, w, a^{**}) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 &\quad - 2r(s+1, w, f_n^*(s+1, w)) - 2\beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, f_n^*(s+1, w)), w') \\
 &\quad + r(s, w, a^*) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^*), w') \\
 &\leq r(s+2, w, a^{**}) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a^*) - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^*), w') \\
 &\quad - r(s+1, w, a^{**}) - \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w')
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + r(s, w, a^*) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1} q(w') V_{n+1}(T(s, a^*), w') \\
 = & \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') - V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w') \\
 & - V_{n+1}(T(s+1, a^*), w') + V_{n+1}(T(s, a^*), w')) \\
 = & \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') - V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 & - V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w') + V_{n+1}(T(s+1, a^{**}), w')) \\
 = & 0,
 \end{aligned}$$

wobei das zweite Gleichheitszeichen aus $a^{**} \in D(s+1, w)$ und $r(s+2, w, a^{**}) = r(s+1, w, a^{**})$ für $s \in S, w \in I$ sowie $a^* \in D(s+1, w)$ und $r(s+1, w, a^{**}) = r(s, w, a^{**})$ für $s \in S, w \in I$ folgt.

(c) $a^{**} + 2 = a^*$

$$\begin{aligned}
 \Delta_s^2 V_n(s+1, w) & = r(s+2, w, a^{**}) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+2, a^{**}), w') \\
 & \quad - 2r(s+1, w, a^{**}+1) - 2\beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s+1, a^{**}+1), w') \\
 & \quad + r(s, w, a^{**}+2) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a^{**}+2), w') \\
 & = r(s+2, w, a^{**}+2) - 2r(s+2, w, a^{**}+1) + r(s+2, w, a^{**}) \\
 & \leq 0,
 \end{aligned}$$

wobei sich das letzte Gleichheitszeichen aus $a^{**}+2, a^{**}+1 \in D(s+2, w)$ und $r(s, w, a^{**}+2) = r(s+2, w, a^{**}+2)$ sowie $r(s+2, w, a^{**}+1) = r(s+1, w, a^{**}+1)$ für $s \in S, w \in I$ ergibt und die Ungleichung aus Lemma 5.4 (ii) folgt.

Insgesamt folgt die Konkavität von $V_n(\cdot, w)$.

Ausgehend von der Konkavität von V_{N-1} (nach (iv)) ergeben sich für $n = N - 2$ nun dieselben Beweisschritte wie für $n = N - 1$. Entsprechend für $n < N - 2$. \square

Satz 5.1 ist, wie bereits angedeutet, von besonderer Bedeutung für die effiziente numerische Bestimmung einer optimalen Politik und des zugehörigen maximalen diskontier-

ten Gesamtgewinns. Insbesondere wird durch das hergeleitete Resultat $f_n^*(s, w) - 1 \leq f_n^*(s + 1, w) \leq f_n^*(s, w)$ der Suchraum nach einer optimalen Aktion bei Erhöhung des Speicherinhalts um eine Einheit bezogen auf eine Zeitstufe n erheblich reduziert. So müssen alle Aktionen $a > f_n^*(s, w)$ im Zustand $(s + 1, w)$ nicht mehr für die Bestimmung der optimalen Aktion in Betracht gezogen werden. Ebenso können wir eine untere Schranke für die Suche nach einer optimalen Aktion angeben, da mit der Zunahme des Speicherinhalts um eine Energieeinheit die optimale Aktion maximal um eine Energieeinheit sinken kann. Das bedeutet, dass alle Aktionen $a < f_n^*(s, w) - 1$ nicht für die Bestimmung der optimalen Aktion berücksichtigt werden müssen. Insgesamt kommen folglich lediglich zwei Aktionen bei Erhöhung des Speicherinhalts um eine Energieeinheit als optimal in Frage, was insbesondere bei sehr großen Aktionsräumen zu erheblichen Rechenzeiteinsparungen führt.

Da eine weitere Reduktion des Suchraums für die Bestimmung optimaler Aktionen in einem Zustand (s, w) im Hinblick auf eine effiziente numerische Bestimmung optimaler Strategien wünschenswert ist, werden wir im weiteren Verlauf dieses Abschnitts Ober- und Untergrenzen für die Bestimmung optimaler Aktionen angeben.

Um dieses Ziel zu erreichen, benötigen wir zunächst das folgende Lemma.

Lemma 5.7

$\Delta_s V_n(s, w) \leq \alpha p_1 + \alpha \kappa$ für alle $(s, w) \in S \times I$ und $0 \leq n < N$.

Beweis

Der Beweis erfolgt mit vollständiger Induktion. Da V_N eine konstante Funktion ist, gilt offensichtlich $\Delta_s V_N(s, w) = 0$. Angenommen es gelte $\Delta_s V_{n+1}(s, w) \leq \alpha p_1 + \alpha \kappa$ für $s < k$, $w, w' \in I$ und $0 \leq n < N$. Wir unterscheiden die folgenden Fälle:

(a) $s + f_n^*(s, w) \geq k$

$$\begin{aligned} \Delta_s V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w') &= V_{n+1}(k, w') - V_{n+1}(k, w') \\ &= 0 \\ &\leq \alpha p_1 + \alpha \kappa. \end{aligned}$$

(b) $s + f_n^*(s, w) < k$ und $f_n^*(s + 1, w) = f_n^*(s, w) - 1$

$$\begin{aligned} \Delta_s V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w') &= V_{n+1}(s + 1 + f_n^*(s + 1, w), w') - V_{n+1}(s + f_n^*(s, w), w') \\ &= V_{n+1}(s + f_n^*(s, w), w') - V_{n+1}(s + f_n^*(s, w), w') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0 \\
 &\leq \alpha p_1 + \alpha \kappa.
 \end{aligned}$$

(c) $s + f_n^*(s, w) < k$ und $f_n^*(s + 1, w) = f_n^*(s, w)$

$$\begin{aligned}
 \Delta_s V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w') &= V_{n+1}(s + 1 + f_n^*(s, w), w') - V_{n+1}(s + f_n^*(s, w), w') \\
 &\leq \alpha p_1 + \alpha \kappa,
 \end{aligned}$$

wobei die letzte Ungleichung aus der Induktionsannahme folgt.

Es folgt zunächst $\Delta_s V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w') \leq \alpha p_1 + \alpha \kappa$. Für beliebige $s < k$ und $w \in I$ ergibt sich unter Beachtung von Satz 5.1 und durch Unterscheidung von zwei Fällen:

(a) Für $f_n^*(s + 1, w) = f_n^*(s, w)$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \Delta_s V_n(s, w) &= \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s + 1, f_n^*(s + 1, w)), w') - V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, w)), w')) \\
 &\leq \alpha p_1 + \alpha \kappa.
 \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung folgt aus der Induktionsannahme.

(b) Für $f_n^*(s + 1, w) = f_n^*(s, w) - 1$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \Delta_s V_n(s, w) &= p_1 \min\{d, h_\gamma(f_n^*(s, w) - 1)\} + p_2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(f_n^*(s, w) - 1)\}\} \\
 &\quad + \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(f_n^*(s, w) - 1)\} - p_1 \min\{d, h_\gamma(f_n^*(s, w))\} \\
 &\quad - p_2 \max\{0, \min\{c, d - h_\gamma(f_n^*(s, w))\}\} - \kappa \min\{0, c - d + h_\gamma(f_n^*(s, w))\} \\
 &\leq \gamma(f_n^*(s, w)) p_1 + \gamma(f_n^*(s, w)) \kappa \\
 &\leq \alpha p_1 + \alpha \kappa,
 \end{aligned}$$

wobei die vorletzte Ungleichung aus Lemma 5.4 (iii) folgt. \square

Anschaulich besagt die Aussage von Lemma 5.7, dass der Wert einer zusätzlich gespeicherten Energieeinheit durch $\alpha p_1 + \alpha \kappa$ nach oben beschränkt ist.

Definition 5.5

Wir definieren die Funktion $a' : I \rightarrow \mathbb{N}_0$ durch

$$a'(w) := \arg \min_{a \in \mathbb{N}_0} \{d - c - \alpha w + \alpha a \geq 0\}.$$

Das folgende Lemma zeigt, dass für $w \in I$ stets $a'(w) \in D(s, w)$ gilt

Lemma 5.8

Für alle $(s, w) \in S \times I$ gilt stets $a'(w) \in D(s, w)$.

Beweis

Gemäß Definition von $a'(w)$ ist $a'(w) \geq 0 \geq -s$. Weiterhin ist für die Wahl von $a = w \in D(s, w)$

$$d - c - \alpha w + \alpha w = d - c \geq 0.$$

Daraus folgt $a'(w) \leq w$. Insgesamt ist also $a'(w) \in D(s, w)$ für alle $w \in I$. \square

Für ein gegebenes $w \in I$ ist der Funktionswert $a'(w)$ eine Grenze für die Optimalität der zulässigen Aktionen, d.h. alle Aktionen a für die $a \geq a'(w)$ gilt, sind nicht optimal und müssen daher nicht berücksichtigt werden. Dies ist gerade der Inhalt des folgenden Lemmas.

Lemma 5.9

$LV_n(s, w, a)$ ist monoton fallend in a für $a \in \{a'(w), \dots, w\}$, $(s, w) \in S \times I$ und $0 \leq n < N$.

Beweis

Sei $(s, w) \in S \times I$ und $a \in \{a'(w), \dots, w\}$. Dann gilt

$$\begin{aligned} \Delta_a LV_n(s, w, a) &= \Delta_a r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') (V_{n+1}(T(s, a+1), w') - V_{n+1}(T(s, a), w')) \\ &\leq \Delta_a r(s, w, a) + \alpha p_1 + \alpha \kappa \\ &= -p_1 \alpha + \underbrace{p_2 (\min\{d - h_\gamma(a+1), c\} - \min\{d - h_\gamma(a), c\})}_{=0, \text{ da } a \geq a'} \\ &\quad + \kappa (\min\{0, c - d + h_\gamma(a+1)\} - \min\{0, c - d + h_\gamma(a)\}) \\ &\quad + \alpha p_1 + \alpha \kappa \\ &= -p_1 \alpha + \kappa (h_\gamma(a+1) - h_\gamma(a)) + \alpha p_1 + \alpha \kappa \\ &= -p_1 \alpha - \kappa \alpha + \alpha p_1 + \alpha \kappa \end{aligned}$$

= 0.

Die Ungleichung ergibt sich aus Lemma 5.7. Insgesamt ergibt sich die Behauptung. \square

Insgesamt lässt sich aus Lemma 5.9 eine Obergrenze für die Wahl einer optimalen Aktion a^* ableiten, d.h. es gilt stets $a^* \leq a'(w)$.

Andererseits können je nach aktuellem Speicherinhalt sowie der vom Primärkraftwerk zur Verfügung gestellten Energie Aktionen $a \in D(s, w)$ existieren, die vorsehen, dass mehr Energie ausgespeichert wird als Bedarf vorhanden ist. In diesem Fall wird ein Ausspeicherprozess betrachtet, weshalb $a < 0$ gelten muss. Zur Identifikation dieser Aktionen benötigen wir die folgende Definition.

Definition 5.6

Die Funktion $a'' : I \rightarrow \mathbb{Z}$ ist definiert durch

$$a''(w) := \arg \max_{-a \in \mathbb{N}_0} \{\alpha w - a \geq d\}. \quad (5.4)$$

Es sei angemerkt, dass $a''(w)$ für ein gegebenes $w \in I$ kein Element der Menge zulässiger Aktionen sein muss. Beispielsweise ist bei vollständig entleertem Speicher kein weiteres Ausspeichern mehr möglich. Ist nun $a''(w) \in D(s, w)$, so würde in diesem Fall für alle Energieeinheiten, die über den Bedarf hinaus bereitgestellt werden, kein zusätzlicher Gewinn resultieren und alle Aktionen $a \in D(s, w)$ mit $a \leq a''(w)$ wären nicht optimal. Dies ist gerade der Inhalt des folgenden Lemmas.

Lemma 5.10

$LV_n(s, w, a)$, $(s, w) \in S \times I$ ist für alle $a < a''(w)$ und $a, a''(w) \in D(s, w)$ monoton wachsend in a für $0 \leq n < N$.

Beweis

Sei $a + 1 \leq a''(w)$. Dann ist

$$\begin{aligned} \Delta_a LV_n(s, w, a) &= \Delta_a r(w, a) + \Delta_a \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\ &= \Delta_a \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \\ &\geq 0, \end{aligned}$$

wobei sich die letzte Ungleichung aus Lemma 5.5 ergibt. Es folgt die Behauptung. \square

Insgesamt kann mit Lemma 5.10 eine Untergrenze für die optimale Aktion a^* hergeleitet werden. So gilt stets $a^* \geq \max\{-s, a''\}$.

Die hergeleiteten Unter- bzw. Obergrenzen ermöglichen uns die Neuformulierung der Menge zulässiger Aktionen. Diese Menge D' ist eine Teilmenge der ursprünglichen Menge zulässiger Aktionen und durch $D'(s, w) := \{\max\{-s, a''(w)\}, \dots, a'(w)\}$, $(s, w) \in S \times I$ definiert. Ersetzen wir in der zu Beginn des Kapitels formulierten Optimalitätsgleichung die Menge D durch D' erhalten wir die folgende Optimalitätsgleichung für $(s, w) \in S \times I$, $0 \leq n < N$

$$V'_n(s, w) := \max_{a \in D'(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{\infty} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \right\}. \quad (5.5)$$

Damit sind wir nun in der Lage den folgenden wichtigen Satz zu formulieren.

Satz 5.2

Für alle $(s, w) \in S \times I$ und $0 \leq n < N$ gilt

$$V'_n(s, w) = V_n(s, w).$$

Beweis

Der Beweis ergibt sich unmittelbar aus den Lemmata 5.9 und 5.10. \square

Als wesentliche Konsequenz aus Satz 5.2 ist es möglich, sich bei der Bestimmung der optimalen Strategien auf die Wertfunktion V'_n zu konzentrieren. Dies führt aufgrund $D'(s, w) \subseteq D(s, w)$ zu geringeren Laufzeiten bei der Bestimmung des diskontierten Gesamtgewinns und den damit assoziierten optimalen Strategien, wobei beim Übergang von (s, w) auf $(s + 1, w)$ eine zusätzliche Reduzierung der Laufzeit durch Ausnutzung von Satz 5.1 erreicht werden kann.

Dies ermöglicht es uns die bei der Lösung endlichstufiger MEP angewendete Rückwärtsrechnung zu modifizieren (vgl. Algorithmus 1).

Algorithmus 1

Schritt 1 (Initialisierung)

Setze $n = N$ und $V_N(s, w) = 0$ für alle $(s, w) \in S \times \{0, \dots, w_{max}\}$, wobei $w_{max} \in \mathbb{N}_0$ die maximal erzeugbare elektrische Energie des Primärkraftwerks pro Zeitstufe bezeichnet. Berechne $a'(w)$ und $a''(w)$ für alle $w \in \{0, \dots, w_{max}\}$.

Schritt 2 (Iteration)

Setze $n = n - 1$, $w = 0$.

(a) Setze $s = 0$.

(1) Setze $D(s, w) = \{0, \dots, \min\{a'(w), k\}\}$. Berechne

$$V_n(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \right\}. \quad (5.6)$$

Wähle $f_n^*(s, w)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (5.6) und gehe zu (4).

(2) Ist $s > 0$ und $a''(w) = f_n^*(s - 1, w)$, dann setze $f_n^*(s, w) = f_n^*(s - 1, w) = a''(w)$ und berechne

$$V_n(s', w) = r(s', w, a''(w)) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}(T(s, a''(w)), w') \quad (5.7)$$

für alle $s \leq s' \leq k$ und gehe zu (b). Gehe ansonsten zu (3).

(3) Ist $s > 0$ und $a''(w) < f_n^*(s - 1, w)$, dann bestimme

$$V_n(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}(T(s, a), w') \right\} \quad (5.8)$$

und wähle $f_n^*(s, w)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (5.8) und gehe zu (4).

(4) Ist $s + 1 \leq k$, dann setze $D(s + 1, w) = \{f_n^*(s, w) - 1, f_n^*(s, w)\}$ und erhöhe auf $s = s + 1$. Gehe zu (2). Ansonsten falls $s = k$, gehe zu (b).

(b) Ist $w = w_{max}$, dann gehe zu Schritt 3. Ansonsten setze $w = w + 1$ und gehe zu (a).

Schritt 3 (Abbruch)

Falls $n = 0$, breche ab. Andernfalls fahre mit Schritt 2 fort.

5.3 Unendlichstufiges Modell

In zahlreichen Situationen erscheint die Modellierung eines realen Sachverhalts mit einem unendlichen Planungshorizont als sinnvoll, da sich einige Vorteile hierdurch ergeben.

Insbesondere führt die Lösung des unendlichstufigen Modells zu stationären optimalen Strategien, die im Gegensatz zu den sich aus dem endlichstufigen Modell ergebenden Politiken unabhängig von der Zeit sind. Des Weiteren ist es häufig einfacher das unendlichstufige Problem beispielsweise durch Anwendung von Wertiteration oder Politikiteration zu lösen.

Zwar ist in der Realität bei vielen Problemstellungen nicht von einem unendlichen Planungshorizont auszugehen, allerdings gibt es Situationen, in denen unendlichstufige Markovsche Entscheidungsprozesse als sinnvolle Approximation endlicher Modelle dienen können. Betrachten wir das zu Beginn des Kapitels vorgestellte System bestehend aus Primär- und Sekundärkraftwerk sowie einem Energiespeicher, so ist bei entsprechender Wahl der Technologie für das Primärkraftwerk die Verwendung eines unendlichen Planungshorizonts vorteilhaft. Vergleichen wir z.B. die Konfiguration Windpark als Primärkraftwerk mit der Konfiguration Photovoltaikanlage als Primärkraftwerk, ergeben sich für erstere Konfiguration wesentlich längere Zeitabschnitte, in denen dem betrachteten System Stationarität unterstellt werden kann, da die Erzeugung elektrischer Energie z.B. auch nachts möglich ist.³ Dies führt je nach gewählter Diskretisierung des Planungshorizonts zu einer großen Anzahl von Entscheidungen, die im Zeitverlauf getroffen werden müssen. So ist es durchaus möglich, dass bei Verwendung von Wertiteration diese bereits vor dem Erreichen der letzten Zeitstufe konvergiert.

Eine weitere Möglichkeit für die Verwendung eines MEP mit unendlichem Planungshorizont ergibt sich bei einigen Problemstellungen mit zufälligem Planungshorizont. So ist es bei Vorliegen einer geometrischen Verteilung des zufälligen Planungshorizonts möglich, den MEP mit zufälligem Planungshorizont auf einen MEP mit unendlichem Planungshorizont zurückzuführen. Für eine weitergehende Einführung in Markovsche Entscheidungsprozesse mit zufälligem Planungshorizont sei auf Waldmann u. Stocker (2012) verwiesen. Bei vielen technischen Anlagen liegt ein zufälliger Planungshorizont vor, da die Nutzungsdauer von vielfältigen, zufälligen Einflüssen beeinflusst wird und damit selbst stochastischen Charakter hat. Ein wesentlicher Faktor, der Einfluss auf die Nutzungsdauer hat, ist die Abnutzung, die auf chemische oder physikalische Vorgänge zurückzuführen ist. Durch den Prozess der Abnutzung nimmt die Zuverlässigkeit der An-

³Würde ein System mit Photovoltaikanlagen als Primärkraftwerk über einen Planungshorizont, der mehr als nur einige wenige Stunden umfasst, betrachtet, so könnte beispielsweise durch Aufnahme der Zeitstufe in die Menge der Zustände stationäres Verhalten erzeugt werden, was aber zu einem erhöhten numerischen Aufwand bei der Lösung des Problems führt.

lage während ihrer Nutzungsdauer ab, wobei eine höhere Betriebsdauer diesen Prozess in der Regel zwar beschleunigt, aber auch im Stillstand kann es zu Schädigungen beispielsweise durch Korrosion kommen (vgl. DIN-31051 (2012)). Durch entsprechende Instandhaltungsmaßnahmen können diese Abnutzungseffekte zwar in gewissem Maße verringert bzw. zu einem bestimmten Maß auch umgekehrt werden, wobei ab einem gewissen Zeitpunkt die Außerbetriebnahme der betrachteten Anlage notwendig wird. Für eine Außerbetriebnahme einer Anlage kommen sowohl technische als auch wirtschaftliche Gründe in Frage. Entsprechend wird zwischen technischer und wirtschaftlicher Nutzungsdauer technischer Anlagen unterschieden. Insbesondere die wirtschaftliche Nutzungsdauer ist von besonderer Bedeutung, da diese bei den in dieser Arbeit betrachteten Anlagen zur Erzeugung elektrischer Energie in der Regel kleiner als die technische Nutzungsdauer ist. Bei älteren Kraftwerken ist beispielsweise ein geringer Wirkungsgrad und die damit verbundenen höheren Brennstoffkosten ein Grund für die Außerbetriebnahme. In wenigen Fällen erfolgt die Stilllegung eines Kraftwerkes aus technischen Gründen, d.h. wenn das Kraftwerk so stark geschädigt ist, dass eine Instandsetzung nicht mehr möglich ist.

5.3.1 Strukturaussagen

In Abschnitt 5.2 konnten wir für das endlichstufige Modell den Rechenaufwand für die Lösungsverfahren als Folgerung der Sätze 5.1 und 5.2 deutlich reduzieren. Im Hinblick auf das unendlichstufige Modell wäre es vorteilhaft, wenn die erhaltenen Ergebnisse übertragbar wären, sodass auch hier eine Reduzierung des Rechenaufwandes erzielt werden könnte. Grundsätzlich kann das vorgestellte endlichstufige Modell durch ein entsprechendes unendlichstufiges approximiert werden, wobei die Struktur der Entscheidungsregeln erhalten bleibt (vgl. Puterman (2005, S. 218 ff.)).

Hierfür muss jedoch die Zählweise der Stufen im Vergleich zu den Ausführungen in Kapitel 5.1 dahingehend geändert werden, dass fortan V_0 den terminalen Gewinn und V_N den maximalen diskontierten Gesamtgewinn bezeichnet. Durch Anwendung von Wertiteration bis zur Stufe N erhalten wir den diskontierten Gesamtgewinn des endlichen Problems. Für $N \rightarrow \infty$ erhalten wir unter Verwendung von Wert- oder Politikiteration den maximalen diskontierten Gesamtgewinn des unendlichstufigen Problems und eine optimale stationäre Strategie.

Es ist zu beachten, dass als Voraussetzung für die Anwendung von Wert- bzw. Politikiteration für die Anfangsnäherung $v_0 \in M$ gelten muss. Dies ist bei unserem Modell

mit dem terminalen Gewinn von $V_0 = 0$ gewährleistet.

Insgesamt ergeben sich die folgenden beiden Sätze.

Satz 5.3

Die Wertfunktion $V(s, w)$ ist konkav in s und die optimale Entscheidungsfunktion weist die folgende Struktur auf

$$f^*(s, w) - 1 \leq f^*(s + 1, w) \leq f^*(s, w), \quad (s, w) \in S \times I.$$

Beweis

Der Beweis folgt aus den Sätzen 3.1, 5.1 sowie aus $v_0 \in M$. □

Satz 5.4

Für alle $(s, w) \in S \times I$ gilt

$$V'(s, w) = V(s, w).$$

Beweis

Der Beweis folgt aus den Sätzen 3.1, 5.2 sowie aus $v_0 \in M$. □

Wir können nun ebenso wie zuvor beim endlichstufigen Modell eine modifizierte Version der Wertiteration angeben, die durch Ausnutzung der Strukturen erheblich effizienter arbeitet als die gewöhnliche Wertiteration.

Algorithmus 2

Schritt 1 (Initialisierung)

Wähle eine Abbruchschranke $\epsilon > 0$ sowie die pro Zeitstufe maximal erzeugbare elektrische Energie des Primärkraftwerks $w_{max} \in \mathbb{N}_0$ und setze $n = 0$ und $v_n = 0$. Berechne $a'(w)$ und $a''(w)$ für alle $w \in \{0, \dots, w_{max}\}$.

Schritt 2 (Iteration)

Setze $w = 0$.

(a) Setze $s = 0$.

(1) Setze $D(s, w) = \{0, \dots, \min\{a'(w), k\}\}$. Berechne

$$v_{n+1}(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(s, w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') v_n(T(s, a), w') \right\}. \quad (5.9)$$

Wähle $f^*(s, w)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (5.9) und gehe zu (4).

- (2) Ist $s > 0$ und $a''(w) = f^*(s-1, w)$ dann setze $f^*(s, w) = f^*(s-1, w) = a''(w)$ und berechne:

$$v_{n+1}(s', w) = r(s, w, a''(w)) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') v_n(T(s, a''(w)), w') \quad (5.10)$$

für alle $s \leq s' \leq k$ und gehe zu (b). Gehe ansonsten zu (3).

- (3) Ist $s > 0$ und $a''(w) < f^*(s-1, w)$, dann bestimme

$$v_{n+1}(s, w) = \max_{a \in D(s, w)} \left\{ r(w, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') v_n(T(s, a), w') \right\} \quad (5.11)$$

und wähle $f^*(s, w)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (5.11) und gehe zu (4).

- (4) Ist $s+1 \leq k$ dann setze $D(s+1, w) = \{f^*(s, w) - 1, f^*(s, w)\}$ und erhöhe auf $s = s+1$, gehe zu (2). Ansonsten falls $s = k$, gehe zu (b).

(b) Ist $w = w_{max}$, dann gehe zu Schritt 3, ansonsten setze $w = w+1$ und gehe zu (a).

Schritt 3 (Abbruch)

Falls $\|v_{n+1} - v_n\| \leq \epsilon$, breche ab. Andernfalls erhöhe auf $n = n+1$ und fahre mit Schritt 2 fort.

5.4 Erweiterung um weitere stochastische Einflüsse

In diesem Abschnitt soll eine Erweiterung des Grundmodells um weitere stochastische Einflüsse erfolgen. So sollen bisher als konstant angenommene Modellparameter wie z.B. die Energienachfrage oder der Verkaufspreis von Energie als Zufallsvariablen aufgefasst werden. Des Weiteren soll die bisher im Zeitverlauf als konstant angenommene Verteilung der erzeugten Energiemenge des Primärkraftwerks von einem stochastischen Umweltprozess abhängen, sodass hier beispielsweise Saisonalitäten berücksichtigt werden können. Insgesamt ergibt sich dadurch eine realitätsnähere Modellierung, die jedoch im Vergleich zum Grundmodell mit einem höheren numerischen Lösungsaufwand erkauft wird.

Bevor wir eine formale Definition des erweiterten Modells geben, soll zunächst erläutert werden, welche Modellgrößen nun stochastischen Einflüssen unterliegen und weshalb eine derartige Anpassung sinnvoll ist.

5.4.1 Stochastische Einflüsse auf die Modellparameter

5.4.1.1 Energiepreise

Der zu Beginn des Kapitels angenommene konstante Preis für den Absatz einer Energieeinheit ist in der Realität häufig nicht zu beobachten. Insbesondere durch die Liberalisierungsbestrebungen im Bereich der Strommärkte⁴ zu Beginn der 90er Jahre des vorigen Jahrhunderts in Europa, die sich in Deutschland durch das Inkrafttreten des Gesetzes zur Neuregelung des Energiewirtschaftsrechts am 29. April 1998 sowie dessen Novellen in den Jahren 2005 bzw. 2009 manifestierten, wurde die Grundlage für intensiven Wettbewerb zwischen den Marktteilnehmern gelegt (vgl. Heuck et al. (2010, S. 492)). Wesentlich hierfür ist die im Gesetz vorgeschriebene Entflechtung des Geschäftsbetriebs von vertikal integrierten Energieversorgungsunternehmen, die sowohl in den Wettbewerbsbereichen Erzeugung und Vertrieb als auch im Monopolbereich Netzbetrieb der Wertschöpfungskette aktiv sind. Durch die Entflechtung wurde das natürliche Monopol des Netzbereichs von der ursprünglichen Wertschöpfungskette abgetrennt und durch entsprechende Regulierung neutralisiert.⁵ Auf diese Art und Weise ist Wettbewerb auf den verbleibenden Stufen der Wertschöpfungskette, d.h. in der Erzeugung sowie im Vertrieb, möglich. Hinzu kommt der Großhandel als weitere, neue Stufe in der Wertschöpfungskette, der als Bindeglied zwischen Erzeugung und Vertrieb fungiert. In der Praxis sind die Netzbetreiber dazu verpflichtet, dritten Stromanbietern den Zugang zu ihren Netzen gegen ein entsprechendes Entgelt zur Durchleitung elektrischer Energie zu ermöglichen.

Des Weiteren wurde es den Stromkunden ermöglicht, ihren Stromversorger frei zu wählen, was für Wettbewerb im Bereich der Endkundenversorgung mit elektrischer Energie (Einzelhandel) und somit für eine höhere Preisdynamik gesorgt hat (vgl. Spicker (2010, S. 39 ff.)).

Durch die Entflechtung von Erzeugung bzw. Vertrieb und Netz hat sich, wie bereits zuvor angedeutet, ein Großhandelsmarkt für Strom entwickelt, auf dem Elektrizität in verschiedenen Produktvarianten von den Marktteilnehmern ge- und verkauft wird. Grundsätzlich kann dieser Handel bilateral (OTC), börslich oder außerbörslich erfolgen. Für den börslichen Handel dienen Energiebörsen, wie beispielsweise die European

⁴Neben den Strommärkten fand auch im Bereich der Gasmärkte ein Liberalisierungsprozess statt, auf den jedoch nicht weiter eingegangen werden soll. Für weitergehende Informationen hierzu sei daher auf Schwintowski (2010) verwiesen.

⁵In Deutschland erfolgt diese Regulierung durch die Bundesnetzagentur.

Energy Exchange (EEX) in Leipzig, wobei die hier erzielten Börsenpreise aufgrund der hohen Transparenz Referenzcharakter auch für außerbörsliche Geschäfte aufweisen (vgl. Pilgram (2010, S. 342 ff.)).

Des Weiteren existieren Regelenenergiemärkte, auf denen Regelleistung gehandelt wird. Diese wird von den Netzbetreibern genau dann benötigt, wenn es zu Abweichungen der prognostizierten Nachfrage bzw. dem prognostizierten Angebot an elektrischer Energie kommt. Damit wird gewährleistet, dass zu jedem Zeitpunkt die Stromnachfrage dem Stromangebot entspricht, was für eine hohe Netzstabilität obligatorisch ist.⁶

Die an den Börsen bzw. in bilateralen Geschäften gehandelten Produkte weisen unter anderem unterschiedliche Fristigkeiten auf. So wird zwischen day-ahead, intraday und langfristigen Produkten unterschieden. Der Handel mit längerfristigen Produkten (Energiefieferungen über Zeiträume von Wochen, Monaten oder Jahren) erfolgt häufig bilateral. Am Day-ahead-Markt werden Produkte gehandelt, deren physische Erfüllung am Folgetag erfolgt, wobei die übliche Handelseinheit eine Einzelstunde ist. Des Weiteren werden durch Zusammenfassung von Einzelstundenkontrakten sogenannte Blockkontrakte gehandelt. Neben Block- und Einzelstundenkontrakten werden im Intraday-Handel auch Stromlieferungen über einen Zeitraum von 15 Minuten gehandelt, wobei ein Handel dieser Produkte derzeit bis 45 Minuten vor dem Lieferbeginn erfolgen kann (vgl. EPEX (2014)). Handelsplatz für die kurzfristigen Day-ahead- oder Intraday-Produkte sind üblicherweise Energiebörsen, wie z.B. die European Power Exchange (EPEX). Neben den angesprochenen unterschiedlichen Fristigkeiten der Produkte werden diese mit Ausnahme der Einzelstunden zusätzlich noch nach dem Lasttyp unterschieden (vgl. Pilgram (2010, S. 358 f.)).

Neben den bereits erläuterten Produktvarianten existieren noch klassische Vollversorgungsverträge, die auch heute noch bei Haushalten weit verbreitet sind und welche die Lieferung von Strom zu festgelegten Preisen ohne die Erstellung einer Lastprognose ermöglichen. Daneben existieren als weitere Produktvarianten Energiederivate, wie z.B. Optionen und Futures (vgl. Pilgram (2010, S. 359)).

Grundsätzlich weisen Strommärkte erhebliche Preisvolatilitäten auf, die wesentlich

⁶Liegt ein Ungleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage vor, so käme es im Falle eines Überangebots an elektrischer Energie zu einem Anwachsen der Netzfrequenz, was nur innerhalb enger Grenzen zulässig ist, um Schädigungen an der Netzinfrastruktur bzw. den angeschlossenen Verbrauchern und Generatoren zu vermeiden. Analog führt ein Nachfrageüberschuss zu einem Absinken der Netzfrequenz, was ebenso unerwünscht ist. Weitere Informationen zur Netzbetriebsführung finden sich in Heuck et al. (2010).

ausgeprägter sind als beispielsweise auf Aktienmärkten. Dies ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass für Strom bisher nur sehr begrenzte Speicherkapazitäten vorhanden sind, weshalb sich Änderungen in der Erzeugung und Abnahme elektrischer Energie unmittelbar in den Preisen widerspiegeln. Ein verstärkender Faktor ist der stetig steigende Anteil in begrenztem Umfang regelbarer erneuerbarer Energiesysteme, die zusätzliche Unsicherheit im Bereich der Erzeugung elektrischer Energie hervorrufen. Allgemein lässt sich beobachten, dass die Großhandelspreise kurzfristiger Produkte eine höhere Volatilität aufweisen als längerfristige Produkte, wobei erhebliche saisonale Schwankungen zu beobachten sind (vgl. Heuraux (2004, S. 127)).

Vor dem Hintergrund der zunehmenden Bedeutung des Stromhandels aufgrund der beschriebenen Liberalisierungsbestrebungen und der in den letzten Jahren erheblich zugenommenen Preisdynamik auf den Handelsmärkten für elektrische Energie erscheint es insgesamt als vorteilhaft, stochastische Preisschwankungen in die Modellbildung einzubeziehen.

5.4.1.2 Nachfrage

Betrachten wir die in der ursprünglichen Modellierung ebenfalls als konstant angenommene Nachfrage nach elektrischer Energie. Diese ist in der Praxis in aller Regel keine konstante Größe, sondern kann im Zeitverlauf Schwankungen aufweisen. Diese Schwankungen können sowohl bei Inselsystemen, als auch bei netzgebundenen Systemen auftreten.

Liegt ein netzgebundenes System vor, ergeben sich Abhängigkeiten der Nachfrage beispielsweise von der Tageszeit, dem Wochentag, der Jahreszeit oder dem Wetter und spiegeln sich in Lastprofilen, welche das aggregierte Nutzerverhalten der Stromkunden darstellen, wider (vgl. Heuck et al. (2010, S. 72) und die Ausführungen in Kapitel 2.1.5). Die Netzbetreiber verfügen in der Regel über eine gute Kenntnis des Verhaltens der Stromkunden, die ihrem Netzbereich zugeordnet sind, was zu relativ guten Prognosen des Nachfrageverhaltens führt. So existieren in Deutschland insbesondere für Kleinverbraucher⁷, die an das Niederspannungsnetz angeschlossen sind nach Nutzergruppen

⁷In der Regel werden Nutzer, deren Jahreselektrizitätsverbrauch geringer als 100.000 *kWh* ist zur Gruppe der Kleinverbraucher gezählt. Großverbraucher mit einem jährlichen Elektrizitätsverbrauch von mehr als 100.000 *kWh* haben die Pflicht zur registrierenden Leistungsmessung, wobei die erfassten Daten an den Netzbetreiber weitergeleitet und von diesem individuelle Lastprofile erstellt werden (vgl. Schulz (2007, S. 27 ff.) und §12 der Verordnung über den Zugang zu Elektrizitätsversorgungsnetzen).

differenzierte Standardlastprofile, die das Nutzerverhalten der Stromkunden unter verschiedenen Umweltbedingungen, wie z.B. Wochentag, Jahreszeit, etc., abbilden und die von den Netzbetreibern für ihre Lastprognosen verwendet werden. Allerdings führt die zunehmende dezentrale Einspeisung elektrischer Energie auf Niederspannungsebene beispielsweise durch Photovoltaikanlagen oder BHKWs zu erheblichen Abweichungen der mittels der Standardlastprofile prognostizierten Stromnachfrage. Folglich ist es sinnvoll, stochastische Einflüsse in der Prognose des Nachfrageverhaltens bei netzgebundenen Systemen zu berücksichtigen (vgl. McQueen et al. (2004, S. 1685)).

Liegt ein Inselsystem vor, so ist ebenso wie bei netzgebundenen Systemen von Abhängigkeiten der Stromnachfrage im Zeitverlauf auszugehen. Die Charakteristik des Lastverlaufs ist dabei stark von den an das Inselsystem angeschlossenen Verbrauchern abhängig. Da bei einem Inselsystem deutlich weniger Verbraucher als bei Verbundnetzen zu erwarten sind, kann der Lastgang erheblich stärkere stochastische Schwankungen aufweisen, da das individuelle Verhalten der einzelnen Verbraucher ein höheres Gewicht bekommt.⁸ Folglich ist es ebenso wie bei netzgebundenen Systemen sinnvoll, stochastische Einflüsse in der Modellierung der Stromnachfrage zu berücksichtigen.

5.4.1.3 Stromerzeugung

Betrachten wir die Stromerzeugung des Primärkraftwerks in unserem Grundmodell, so sind wir bislang davon ausgegangen, dass diese durch eine bekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben werden kann, wobei die Verteilung unabhängig von eventuellen Umwelteinflüssen ist. Dies stellt in der Praxis in vielen Fällen eine zu restriktive Annahme dar. Gehen wir beispielsweise davon aus, dass unser Primärkraftwerk ein Windpark ist, so besteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Windgeschwindigkeit und der vom Windenergiesystem erzeugten elektrischen Energie. Da in vielen Regionen starke saisonale Schwankungen der Windgeschwindigkeiten aufgrund klimatischer Einflüsse zu beobachten sind, ist davon auszugehen, dass zu unterschiedlichen Jahreszeiten die Zufälligkeit der Windgeschwindigkeiten durch andere Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben werden können (vgl. Kaltschmitt u. Wiese (2003, S. 75 ff.)). Beispielhaft

⁸Es sind jedoch auch Situationen denkbar, in denen die Stromnachfrage in einem Inselnetz nahezu deterministischen Charakter hat, wobei auch hier die Annahme einer konstanten Nachfrage im Zeitverlauf häufig nicht realistisch ist. Eine im Zeitverlauf schwankende und gleichzeitig deterministische Nachfrage kann beispielsweise durch eine Markov-Kette mit deterministischen Zustandsübergängen im Modell abgebildet werden.

Jahr	Mittlere monatliche Windgeschwindigkeit in <i>bft</i>				
	2013	2012	2011	2010	2009
Januar	4,60	5,30	5,10	4,20	4,80
Februar	4,60	4,90	4,00	5,30	4,20
März	4,20	4,00	4,80	5,20	5,00
April	4,10	4,80	3,60	4,00	3,90
Mai	4,20	4,20	3,30	4,40	4,30
Juni	4,00	4,10	3,90	3,80	4,20
Juli	3,80	4,20	3,50	3,40	4,30
August	3,50	3,60	4,00	4,50	3,70
September	4,10	4,10	4,20	3,50	3,80
Oktober	4,70	4,70	4,20	4,50	4,30
November	5,60	4,70	3,90	5,20	5,70
Dezember	5,20	4,70	6,30	4,80	5,40

Tabelle 5.1: Mittlere monatliche Windgeschwindigkeiten auf dem Feldberg/Schwarzwald für die Jahre 2009 bis 2013 (Daten nach Deutscher Wetterdienst (2014)).

wird dieser Sachverhalt anhand der in Tabelle 5.1 gegebenen Daten deutlich. So weist die mittlere monatliche Windgeschwindigkeit am Feldberg/Schwarzwald deutliche saisonale Schwankungen auf, weshalb im Hinblick auf eine adäquate modellmäßige Beschreibung der Windgeschwindigkeiten eine entsprechende saisonale Anpassung der Wahrscheinlichkeitsverteilung sinnvoll erscheint.

Allerdings ist anzumerken, dass nicht pauschal von saisonalen Schwankungen von Windgeschwindigkeiten ausgegangen werden kann, da durchaus auch Standorte existieren, die sich durch sehr geringe Änderungen der Windverhältnisse im Jahresverlauf auszeichnen (vgl. Kaltschmitt u. Wiese (2003, S. 76)).

Weiter sind nicht nur für Windenergieanlagen saisonale Schwankungen des Energieangebots zu erwarten, sondern auch bei Wahl anderer Technologien für das Primärkraftwerk. So ist z.B. auch bei Photovoltaikanlagen von einem saisonalen Verhalten der Sonneneinstrahlung im Jahresverlauf auszugehen (vgl. Kaltschmitt u. Wiese (2003, S. 47 ff.)).

Folglich ist es je nach Standort und Wahl der Technologie des Primärkraftwerks durchaus sinnvoll Umwelteinflüsse auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche die verfügbare elektrische Energie beschreibt, in der Modellierung zu berücksichtigen.

5.4.1.4 Sonstige Einflussgrößen

In unserer bisherigen Modellierung wurde der Diskontierungsfaktor β als konstant angesehen. Dies mag bei der Betrachtung eines kurzen Zeithorizonts zulässig sein, kann aber für längere Zeitperioden, wie sie für den Betrieb energietechnischer Anlagen durchaus üblich sind, problematisch sein. Nehmen wir beispielsweise an, dass sich der Betreiber des Kraftwerksparks bei der Festlegung des Diskontierungsfaktors am Zinsniveau der Kapitalmärkte orientiert, so ist bei Betrachtung längerer Planungshorizonte von einigen Jahren die Modellierung eines stochastischen Zinssatzes im Hinblick einer möglichst realitätsnahen Modellbildung sinnvoll.

Neben dem Diskontierungsfaktor ist es ebenfalls denkbar, dass die Kapazität k des Energiespeichers und die Kapazität c des Sekundärkraftwerks zufälligen Schwankungen unterworfen sind. In der Regel ist es zwar sinnvoll von einer konstanten Speicherkapazität auszugehen, allerdings ermöglicht die Interpretation dieser Kapazität als Zufallsvariable beispielsweise die Abbildung von Ausfällen des Energiespeichers in der Modellierung. Ebenso kann eine stochastische Kapazität des Sekundärkraftwerks dazu verwendet werden, um dessen Verfügbarkeit im Zeitverlauf zu modellieren. So können beispielsweise Situationen abgebildet werden, in denen das Sekundärkraftwerk aus mehreren Energieerzeugungseinheiten besteht, wobei Wartungsarbeiten und Defekte die verfügbare erzeugte elektrische Energie des Kraftwerks mindern.

5.4.2 Modellbeschreibung

Nachdem wir in den vorhergehenden Abschnitten darauf eingegangen sind weshalb es sinnvoll ist, bestimmte Modellparameter als Zufallsvariablen bzw. als von einer stochastischen Umwelt abhängig zu betrachten, wollen wir nun das Grundmodell entsprechend anpassen. Die grundsätzlichen Modellzusammenhänge, die in Kapitel 5.1 beschrieben wurden, bleiben weitestgehend durch den Einbezug weiterer stochastischer Einflussgrößen erhalten, weshalb ebenfalls die zu Beginn des Kapitels eingeführten Bezeichner für die auftretenden Variablen und Parameter weiterhin gültig sind. Wir beschränken uns im Folgenden auf eine Erweiterung des endlichstufigen Modells, da eine Erweiterung des unendlichstufigen Grundmodells in analoger Weise erfolgen kann und somit keine weiteren Erkenntnisse birgt.

Um die gewünschten zusätzlichen stochastischen Einflüsse zu berücksichtigen, müssen wir jedoch den Zustandsraum in geeigneter Art und Weise anpassen. Folglich können

wir auf der Zeitstufe n den Zustand $(s_n, (w_n, \tilde{p}_n, d_n, k_n, c_n, y_n))$ beobachten. Der Zustandsraum umfasst nun neben dem aktuellen Speicherinhalt des Energiespeichers s_n und der auf der aktuellen Zeitstufe verfügbaren Energiemenge des Primärkraftwerks w_n zusätzlich den derzeitigen Verkaufspreis pro Einheit elektrischer Energie \tilde{p}_n , die aktuelle Stromnachfrage d_n , die aktuelle Kapazitätsgrenze des Energiespeichers k_n und des Sekundärkraftwerks c_n sowie einen allgemeinen Umweltzustand y_n , der benötigt wird, um stochastische Schwankungen des Diskontierungsfaktors zu erlauben. Um eine übersichtlichere Darstellung zu ermöglichen, führen wir den erweiterten Umweltzustand $i_n = (w_n, \tilde{p}_n, d_n, k_n, c_n, y_n)$ ein. Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang vom Zustand i_n zum Zeitpunkt n in den Zustand i_{n+1} erfolgt mit der Wahrscheinlichkeit $q_{i_n}(i_{n+1})$.

Die meisten in Kapitel 5.1 eingeführten Annahmen sind weiterhin gültig, weshalb wir im Folgenden nur Annahmen aufführen, die sich gegenüber dem Grundmodell geändert haben bzw. neu hinzugekommen sind

Annahmen:

- (A7) $\tilde{p} \in R$ mit einer endlichen Menge R ;
- (A8) $y \in Y$ mit einer endlichen Menge Y ;
- (A9) Der erweiterte Umweltzustand wird durch eine mehrdimensionale Zufallsvariable E_n mit der Verteilung $q_{i_n}(\cdot)$, $i_n \in \mathbb{N}_0 \times R \times \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \times Y$ beschrieben, wobei E_0, \dots, E_{N-1} unabhängig sind.

In der folgenden Definition geben wir nun eine Formulierung der beschriebenen Modellzusammenhänge als Markovschen Entscheidungsprozess mit endlichem Planungshorizont in einer dynamischen Umwelt $(N, S, A, I, D, T, q, r, V_N, \beta)$.

Definition 5.7 1. $N \in \mathbb{N}$ bezeichne den Planungshorizont;

- 2. $S \times I = \{0, 1, \dots, k\} \times I$ bezeichne den Zustandsraum mit $I := \mathbb{N}_0 \times R \times \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \times Y$. Die Elemente von $S \times I$ werden mit $(s, i) = (s, (w, \tilde{p}, d, k, c, y))$ bezeichnet;
- 3. $A := \mathbb{Z}$ ist der Aktionsraum. Die Elemente von A werden mit a bezeichnet;
- 4. $D(s, i) := \{-s, -s + 1, \dots, w\}$ ist die Menge aller zulässigen Aktionen im Zustand (s, i) und $D := \{(s, i, a) \in S \times I \times A \mid a \in D(s, i)\}$;
- 5. $(s, a) \rightarrow T(s, a) := \min\{s + a, k\}$ ist die Übergangsfunktion, wobei $s \in S, w \in I, a \in D(s, w)$;

6. $Q : D \times S \times I \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz, definiert durch

$$Q(s', i' | s, i, a) := q_i(i') \text{ für } s' = T(s, a) \text{ und } 0 \text{ sonst;}$$

7. $r : D \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion, definiert durch

$$\begin{aligned} r(s, i, a) := & p_1 \min\{d, \alpha \min\{w - a, w\} + \max\{-a, 0\}\} \\ & + p_2 \max\{0, \min\{d - \alpha \min\{w - a, w\} - \max\{-a, 0\}, c\}\} \\ & - \kappa \max\{0, d - \alpha \min\{w - a, w\} - \max\{-a, 0\} - c\}; \end{aligned}$$

8. $V_N : S \times I \rightarrow \mathbb{R}$ ist die terminale Gewinnfunktion, definiert durch $V_N(s, i) := 0$;

9. $\beta_y \in (0, 1)$ für alle $y \in Y$ ist der vom Umweltzustand y abhängige Diskontierungsfaktor.

Der maximale diskontierte Gesamtgewinn bei Vorliegen des Zustands (s, i) kann durch Auswertung der Wertfunktion

$$V_n(s, i) = \max_{a \in D(s, i)} \left\{ r(s, i, a) + \beta_y \sum_{i' \in I} q_i(i') V_{n+1}(T(s, a), i') \right\}, (s, i) \in S \times I, 0 \leq n < N \quad (5.12)$$

errechnet werden.

5.4.3 Strukturaussagen

In Kapitel 5.2 konnten wir einige Aussagen treffen, die eine erheblich vereinfachte numerische Berechnung des maximalen diskontierten Gesamtgewinns sowie einer zugehörigen optimalen Strategie ermöglichten. Diese Strukturen bleiben bei der Erweiterung des Zustandsraums um weitere Umweltzustände erhalten, sodass alle in Kapitel 5.2 geführten Beweise in analoger Art und Weise für das in Definition 5.7 gegebene Modell Gültigkeit haben. Dies ist sofort einsichtig, wenn in den in Kapitel 5.2 geführten Beweisen w konsequent durch den erweiterten Umweltzustand i ersetzt wird und das Übergangsgesetz gemäß Definition 5.7 angepasst wird. Folglich können wir die zentralen Aussagen aus Kapitel 5.2 auch für das erweiterte Modell angeben.

Satz 5.5

Die Wertfunktion $V_n(s, i)$ ist konkav in s und die optimale Entscheidungsfunktion weist die folgende Struktur auf:

$$f_n^*(s, i) - 1 \leq f_n^*(s + 1, i) \leq f_n^*(s, i), \quad (s, i) \in S \times I, 0 \leq n < N.$$

Beweis

Der Beweis kann analog zum Beweis von Satz 5.1 erfolgen. □

Ebenso gilt der folgende Satz.

Satz 5.6

Für alle $(s, i) \in S \times I$ und $0 \leq n < N$ gilt

$$V_n'(s, i) = V_n(s, i).$$

Beweis

Der Beweis kann analog zum Beweis von Satz 5.2 erfolgen. □

Trotz der mit den Sätzen 5.5 und 5.6 ermöglichten Reduzierung des Rechenaufwandes für die Bestimmung optimaler Strategien muss die zusätzliche Realitätsnähe, die durch die Einführung weiterer stochastischer Einflussgrößen ermöglicht wird, durch einen insgesamt erheblich höheren numerischen Aufwand erkauft werden. Der Grund hierfür liegt in dem im Vergleich zum Grundmodell erheblich umfangreicheren Zustandsraum. Im Einzelfall gilt es daher abzuwägen, ob der Aufwand, der durch die Berücksichtigung zusätzlicher Umweltzustände entsteht, durch die erhöhte Realitätsnähe zumindest kompensiert wird.

Zur effizienten numerischen Lösung des in diesem Abschnitt angegebenen Problems kann Algorithmus 1 unter entsprechender Berücksichtigung der erweiterten Umwelt verwendet werden.

Optimale Steuerung eines Energiesystems unter Berücksichtigung zweier Kraftwerke mit stochastischem Stromoutput

In diesem Kapitel soll ebenfalls ein Modell zur optimalen Steuerung eines stochastischen Energiesystems vorgestellt werden. Im Gegensatz zu den Ausführungen in Kapitel 5 besteht das betrachtete System aus zwei Kraftwerken, die eine stochastische Stromerzeugungscharakteristik aufweisen sowie einem Energiespeicher.

In Abschnitt 6.1 beginnen wir mit einer Beschreibung der Modellzusammenhänge und geben im Anschluss eine mathematische Formulierung des Modells als MEP.

Im Anschluss leiten wir Strukturaussagen bezüglich des formulierten Modells her, die eine effiziente numerische Berechnung des maximalen diskontierten Gesamtgewinns sowie den dazugehörigen optimalen Strategien ermöglichen.

6.1 Modellbeschreibung

Ebenso wie im vorigen Kapitel soll im weiteren Verlauf dieses Kapitels ein Modell zur Entwicklung gewinnoptimaler Betriebsstrategien für ein stochastisches Energiesystem vorgestellt werden. Dieses System besteht analog zu den Ausführungen in Kapitel 5 ebenfalls aus zwei Kraftwerken sowie einem Energiespeicher. Allerdings sollen bei dem

in diesem Abschnitt vorgestellten Modell beide Kraftwerke intermittierende Stromerzeugungscharakteristiken aufweisen und beide vom Anlagenbetreiber simultan gesteuert werden. Um eine übersichtliche Darstellung zu ermöglichen, bezeichnen wir das erste Kraftwerk mit G_1 und das zweite Kraftwerk mit G_2 . Ebenso wie im vorigen Kapitel ist der Betreiber bestrebt, seinen Gewinn durch den Verkauf von Energie zu maximieren. Dazu hat er ebenfalls die Möglichkeit einen Energiespeicher mit einer maximalen Speicherkapazität von k Energieeinheiten zu verwenden.

Das System bestehend aus den beiden Kraftwerken sowie dem Energiespeicher soll über einen endlichen Planungshorizont betrachtet werden. Dieser setze sich aus N disjunkten Zeitintervallen, welche jeweils die gleiche Länge aufweisen, zusammen. Das n -te Intervall nimmt dabei die Form $[n, n + 1)$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$ an. In diesem Kapitel verzichten wir darüber hinaus auf die Formulierung des entsprechenden unendlichstufigen Problems, da dies analog wie in Kapitel 5 erfolgen kann.

Die Erzeugung der elektrischen Energie der beiden Kraftwerke soll stochastischen Schwankungen unterliegen. So wird die auf Zeitstufe n von den Kraftwerken erzeugte elektrische Energie $w_n = (w_{1,n}, w_{2,n})$ durch eine diskrete zweidimensionale Zufallsvariable $W_n = (W_{1,n}, W_{2,n})$ ($n = 0, 1, \dots, N - 1$) mit bekannter Zähldichte q beschrieben. Weiter wird angenommen, dass die Zufallsvariablen W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind.

Analog zu den Ausführungen in Kapitel 5 hat der Kraftwerksbetreiber zu Beginn einer Zeitstufe n die Möglichkeit die elektrische Energie $w_{j,n}$ ($j = 1, 2$), welche durch Kraftwerk G_j erzeugt wird, entweder direkt, d.h. ohne anfallende Verluste zu verkaufen, oder einen Teil der elektrischen Energie einzuspeichern. Dabei bezeichne a_j ($j = 1, 2$) die Energiemenge, die in Kraftwerk G_j erzeugt wurde und welche dem Energiespeicher zugeführt bzw. entnommen werden soll, wobei die Interpretation des Vorzeichens von a_j analog wie in Kapitel 5 erfolgen kann. Wir gehen allerdings im Gegensatz zum vorherigen Kapitel davon aus, dass die elektrische Leistung des betrachteten Energiesystems klein ist im Vergleich zu der gesamten im Netz verfügbaren Leistung. Das bedeutet, dass der Kraftwerksbetreiber zu jedem Zeitpunkt die von ihm gewünschte Strommenge verkaufen kann.

Ebenfalls in Analogie zu den Ausführungen in Kapitel 5 werden die Verluste für das Ein- und Ausspeichern von Energie in einer Variablen zusammengefasst. Da wir in diesem Kapitel jedoch zwei Kraftwerke, die jeweils mit dem Energiespeicher verbunden sind, betrachten, geben wir die entstehenden Verluste kraftwerksspezifisch an. Zwar sind die Konversionsverluste für das Ein- und Ausspeichern von Energie für beide

Kraftwerke identisch, da diese lediglich von der verwendeten Technologie des Energiespeichers abhängen, allerdings müssen wir die potenziell unterschiedliche Entfernung der beiden Kraftwerke vom Energiespeicher berücksichtigen, da die Leitungsverluste mit zusätzlicher Entfernung zunehmen. Der Kehrwert der anfallenden Verluste für das Durchleiten der in Kraftwerk G_j ($j = 1, 2$) erzeugten elektrischen Energie bis zum Energiespeicher sowie dessen Konversionsverluste werden mit α_j ($j = 1, 2$) bezeichnet.

Es sollen auch hier aus Gründen der Übersichtlichkeit die durch das Kraftwerk G_j ($j = 1, 2$) erzeugte elektrische Energie $w_{j,n}$ ($j = 1, 2$) sowie die ein- bzw. auszuspeichernde Energiemenge a_j bereits um Konversions- und Leitungsverluste bereinigt sein.

Entsprechend der getroffenen Annahmen ergibt sich der Speicherinhalt auf Zeitstufe $n + 1$, wenn zum Ende des n -ten Zeitintervalls die Gesamtmenge s_n im Speicher enthalten ist und die Aktionen a_1 und a_2 gewählt werden, wie folgt:

$$s_{n+1} = \min\{s_n + a_1 + a_2, k\}.$$

Selbstentladungseffekte werden dabei ebenso wie in Kapitel 5 nicht berücksichtigt.

Der Verkaufspreis für Strom wird mit \tilde{p}_n bezeichnet. Wir gehen für beide Kraftwerke vereinfachend von identischen Betriebs- bzw. Brennstoffkosten in Höhe von κ_b aus, wobei diese Annahme insbesondere eine übersichtliche Darstellung ermöglicht und keine Bedeutung im Hinblick auf die in den folgenden Abschnitten getroffenen Strukturaussagen hat. Damit kann der Kraftwerksbetreiber einen Ertrag von $p_n := \tilde{p}_n - \kappa_b$ durch den Verkauf einer Energieeinheit erwirtschaften. Darüber hinaus wollen wir in diesem Kapitel stochastisch schwankende Energiepreise annehmen, d.h. der im Zeitintervall n erzielbare Ertrag durch den Verkauf einer Energieeinheit $p_n \in \mathcal{P}$, mit $\mathcal{P} := \{p^{min}, \dots, p^{max}\}$ und $p^{min} > 0$ soll durch eine Markovkette beschrieben werden. Des Weiteren erfolgt ein Übergang vom Zustand p_n zum Zeitpunkt n in den Zustand p_{n+1} zum Zeitpunkt $n + 1$ mit Wahrscheinlichkeit $g_{p_n}(p_{n+1})$. Dabei gehen wir davon aus, dass die getroffenen Verkaufsentscheidungen keinen Einfluss auf die Energiepreise haben. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn wir einen im Vergleich zur gesamten installierten Leistung kleinen Kraftwerkspark betrachten.

Des Weiteren werden negative Speicherinhalte anders als in Kapitel 5 nicht explizit durch eine geeignete Definition des Aktionsraums vermieden, sondern durch Einführen von Strafkosten in Höhe von κ pro Energieeinheit die anfallen, wenn der Speicherinhalt negative Werte annimmt, bestraft. Damit Aktionen, die einen negativen Speicherinhalt

zur Folge haben, vermieden werden können, muss κ ausreichend groß gewählt werden.

Die dem Modell zugrunde liegenden Annahmen sollen in der folgenden Aufzählung übersichtlich zusammengefasst werden:

Annahmen:

(A1) $k \in \mathbb{N}_0$

(A2) $\alpha_j \in [1, \infty)$ ($j = 1, 2$);

(A3) $\kappa \geq \max\{\alpha_1, \alpha_2\}p$ für alle $p \in \mathcal{P}$;

(A4) Die auf Zeitstufe n von den Kraftwerken erzeugte elektrische Energie $w_{j,n} \in \{0, \dots, w_j^{max}\}$, $w_j^{max} \in \mathbb{N}$ ($j = 1, 2$), wobei w_j^{max} die maximal pro Zeitstufe erzeugbare elektrische Energie der Kraftwerke bezeichne, ist die Realisation einer zweidimensionalen Zufallsvariable $W_n = (W_{1,n}, W_{2,n})$ mit der Verteilung $q(\cdot)$, wobei W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind;

(A5) Der auf Zeitstufe n für den Verkauf einer Einheit Energie erzielbare Erlös $p_n \in \mathcal{P}$ wird durch eine (homogene) Markovkette beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang von Zustand p_n in den Zustand p_{n+1} beträgt $g_{p_n}(p_{n+1})$.

Wir werden nun das zu Beginn des Kapitels verbal beschriebene Modell als Markovschen Entscheidungsprozess mit endlichem Planungshorizont in einer dynamischen Umwelt, welches sich als Tupel $(N, S, I, A, D, T, Q, r, V_N, \beta)$ mit den in Definition 6.1 gegebenen Komponenten formulieren lässt, angeben.

Definition 6.1 1. $N \in \mathbb{N}$ bezeichne den Planungshorizont;

2. $S \times I = \{\dots, k-1, k\} \times \{0, \dots, w_1^{max}\} \times \{0, \dots, w_2^{max}\} \times \mathcal{P}$ bezeichne den Zustandsraum. Die Elemente von $S \times I$ werden mit $(s, i) = (s, (w_1, w_2, p))$ bezeichnet;

3. $A := \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ist der Aktionsraum. Die Elemente von A werden mit $a = (a_1, a_2)$ bezeichnet;

4. $D(i) := \{(a_1, a_2) \in A | a_1 \leq w_1, a_2 \leq w_2\}$ ist die Menge der zulässigen Aktionen im Zustand (s, i) . Weiter sei $D := \{(s, i, a) \in S \times I \times A | a \in D(i)\}$;

5. $(s, a) \rightarrow T(s, a) := \min\{s + a_1 + a_2, k\}$ ist die Übergangsfunktion;

6. $Q : D \times S \times I \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz, definiert durch

$$Q(s', i' | s, i, a) := g_p(p')q(w') \text{ für } s' = T(s, a) \text{ und } 0 \text{ sonst;}$$

7. $r : D \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion, definiert durch

$$r(s, i, a) = r_1(i, a) + r_2(s, i, a),$$

wobei

$$r_1(i, a) := \sum_{j=1}^2 p(\alpha_j \min\{w_j - a_j, w_j\} + \max\{-a_j, 0\}),$$

$$r_2(s, i, a) := \kappa \min\{s + a_1 + a_2, 0\}.$$

Dabei beschreibt r_1 den Gewinn durch den Verkauf der erzeugten elektrischen Energie durch die beiden Kraftwerke und r_2 die entstehenden Strafkosten für negative Speicherinhalte;

8. $V_N : S \times I \rightarrow \mathbb{R}$ ist die terminale Gewinnfunktion, definiert durch $V_N(s, i) := 0$;

9. $\beta > 0$ ist der Diskontierungsfaktor.

Bemerkung 6.1

Ebenso wie in Kapitel 5 wäre eine Erweiterung um weitere stochastische Einflussgrößen problemlos in Analogie zum Vorgehen in Abschnitt 5.4 möglich, wobei die im weiteren Verlauf dieses Kapitels hergeleiteten Strukturaussagen erhalten bleiben. Da dies jedoch keine neuen Erkenntnisse birgt, wollen wir auf eine explizite Angabe des um zusätzliche stochastische Einflussgrößen erweiterten Modells verzichten.

■

Die Optimalitätsgleichung nimmt damit für $(s, i) = (s, (w, p))$, $(s, i') = (s, (w', p')) \in S \times I$ die folgende Form an:

$$V_n(s, i) = \max_{a \in D(i)} \{r(s, i, a) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p')q(w')V_{n+1}(T(s, a), i')\}, \quad 0 \leq n < N. \quad (6.1)$$

Da wir für obiges Modell einen abzählbaren Zustandsraum sowie eine abzählbare Menge zulässiger Aktionen vorliegen haben, benötigen wir die folgenden Resultate, um zum

einen die Endlichkeit von $V_n(s, i)$ zu garantieren und zum anderen um die Optimierung auf endliche Mengen zulässiger Aktionen reduzieren zu können.

Lemma 6.1

Die einstufige Gewinnfunktion ist nach oben beschränkt, d.h. es gilt

$$r(s, i, a) \leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k),$$

für $(s, i) \in S \times I$ und $a \in D(i)$.

Beweis

Zunächst formulieren wir die einstufige Gewinnfunktion wie folgt um:

$$r(s, i, a) = \sum_{j=1}^2 (p\alpha_j w_j + p\alpha_j \min\{-a_j, 0\} + p \max\{-a_j, 0\}) + \kappa \min\{s + a_1 + a_2, 0\} \quad .$$

Der Beweis erfolgt damit durch Fallunterscheidung:

(i) $a_1 < 0, a_2 < 0,$

(a) $s + a_1 + a_2 < 0$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - pa_1 - pa_2 + \kappa(s + a_1 + a_2) &= \\ \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + \underbrace{(\kappa - p)a_1}_{\leq 0} + \underbrace{(\kappa - p)a_2}_{\leq 0} + \underbrace{\kappa s}_{\leq \kappa k} & \\ \leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k). & \end{aligned}$$

(b) $s + a_1 + a_2 \geq 0$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - pa_1 - pa_2 &= \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - p(a_1 + a_2) \\ &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \kappa(a_1 + a_2) \\ &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + \kappa s \end{aligned}$$

$$\leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k).$$

(ii) $a_1 \geq 0, a_2 < 0$

(a) $s + a_1 + a_2 < 0$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 - p a_2 + \kappa(s + a_1 + a_2) &= \\ \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + \underbrace{(\kappa - \alpha_1 p)a_1}_{\leq (\kappa - \alpha_1 p)w_1} + \underbrace{(\kappa - p)a_2}_{\leq 0} + \underbrace{\kappa s}_{\leq \kappa k} & \\ \leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k). & \end{aligned}$$

(b) $s + a_1 + a_2 \geq 0$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 - p a_2 &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 + p(s + a_1) \\ &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 + p(s + a_1) \\ &= \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - p a_1 + \kappa(s + a_1) \\ &\leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k). \end{aligned}$$

(iii) $a_1 < 0, a_2 \geq 0$

analog zu (ii).

(iv) $a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$

(a) $s + a_1 + a_2 < 0$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 - \alpha_2 p a_2 + \kappa(s + a_1 + a_2) &= \\ \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + (\kappa - \alpha_1 p)a_1 + (\kappa - \alpha_2 p)a_2 + \kappa s & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + (\kappa - \alpha_1 p)w_1 + (\kappa - \alpha_2 p)w_2 + \kappa k \\
 &\leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k).
 \end{aligned}$$

(b) $s + a_1 + a_2 \geq 0$

$$\sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j - \alpha_1 p a_1 - \alpha_2 p a_2 \leq \sum_{j=1}^2 p^{max} \alpha_j w_j \leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k).$$

□

Für die beiden nachfolgenden Sätze wird sich die folgende Definition als nützlich erweisen.

Definition 6.2 (i) Die Funktionen $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2 : S \rightarrow \mathbb{R}$ sind definiert durch:

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_1(s) &:= \frac{(\beta + \dots + \beta^{N-1})(\min\{s, 0\} - \varrho) - (\kappa - p^{min})w_2^{max} - \kappa k - \sum_{j=1}^2 p^{max} \alpha_j w_j^{max}}{\kappa - p^{min}}, \\
 \tilde{a}_2(s) &:= \frac{(\beta + \dots + \beta^{N-1})(\min\{s, 0\} - \varrho) - (\kappa - p^{min})w_1^{max} - \kappa k - \sum_{j=1}^2 p^{max} \alpha_j w_j^{max}}{\kappa - p^{min}}.
 \end{aligned}$$

(ii) Weiter definieren wir $\varrho := \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k)$.

Im nachstehenden Satz wird sowohl eine Ober- als auch eine Untergrenze für V_n angegeben, woraus insbesondere die Wohldefiniertheit der Wertfunktion folgt.

Satz 6.1

Für $0 \leq n < N$ und $(s, i) \in S \times I$ gilt

$$\kappa \min\{s, 0\}(1 + \beta + \dots + \beta^{N-n-1}) \leq V_n(s, i) \leq \varrho(1 + \beta + \dots + \beta^{N-n-1}).$$

Beweis

Sei $f = (f_0, \dots, f_{N-1})$ mit $f_n(s, i) = (0, 0)$ für $0 \leq n < N$ und $(s, i) \in S \times I$. Dann ist

$$r(s, i, f_n(s, i)) = \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + \kappa\{s, 0\} \geq \kappa\{s, 0\}$$

und damit $V_n(s, i) \geq V_{n,f}(s, i) \geq \kappa \min\{s, 0\}(1 + \beta + \dots + \beta^{N-n-1})$.

Andererseits ist

$$r(s, i, a) \leq \kappa(w_1^{max} + w_2^{max} + k)$$

und damit $V_n(s, i) \leq \varrho(1 + \beta + \dots + \beta^{N-n-1})$. Es folgt die Behauptung. \square

Zusammen mit Satz 6.1 sind wir nun in der Lage suboptimale Aktionen zu identifizieren, die im Lösungsprozess nicht berücksichtigt werden müssen.

Satz 6.2

Für $(s, i) \in S \times I$ sind alle Aktionen $(a_1, a_2) \in D(i)$ mit $a_1 < \tilde{a}_1(s)$ oder $a_2 < \tilde{a}_2(s)$ suboptimal und müssen bei der Optimierung nicht berücksichtigt werden.

Beweis

Seien $(s, i) \in S \times I$ und $(a_1, a_2) \in D(i)$ mit $a_1 < \tilde{a}_1(s)$. Dann ist $a_1 < -k - w_2^{max} < 0$ und damit $s + a_1 + a_2 < s - k - w_2^{max} + a_2 < 0$. Hieraus folgt zunächst

$$\kappa \min\{s + a_1 + a_2, 0\} = \kappa(s + a_1 + a_2)$$

und schließlich unter Berücksichtigung von

$$\kappa s - \kappa k \leq \kappa \min\{s, 0\}$$

die Abschätzung

$$\begin{aligned} & r(s, i, a) + (\beta + \dots + \beta^{N-n-1})\varrho \\ &= \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + (\kappa - p)a_1 + p\alpha_2 \min\{-a_2, 0\} + p \max\{-a_2, 0\} + \kappa(s + a_2) \\ & \quad + (\beta + \dots + \beta^{N-n-1})\varrho \\ &\leq \sum_{j=1}^2 p\alpha_j w_j + (\kappa - p)a_1 + (\kappa - p)w_2^{max} + \kappa s + (\beta + \dots + \beta^{N-n-1})\varrho \\ &< (\beta + \dots + \beta^{N-n-1}) \min\{s, 0\} + \kappa \min\{s, 0\} \\ &< V_n(s, i). \end{aligned}$$

Somit ist $(a_1, a_2) \in D(i)$ mit $a_1 \leq \tilde{a}_1(s)$ suboptimal. Analog für $(a_1, a_2) \in D(i)$ mit

$a_2 < \tilde{a}_2(s)$. □

Wir wollen uns nun im weiteren Verlauf dieses Kapitels der eingehenden Untersuchung unseres Modells widmen, wobei sich der folgende Operator als nützlich erweisen wird.

Definition 6.3

Für $v \in M$, $(s, i, a) \in D$ sei

$$Lv(s, i, a) = r(s, i, a) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') v(T(s, a), i')$$

definiert.

6.2 Strukturaussagen

In diesem Abschnitt soll das zuvor in diesem Kapitel vorgestellte Modell näher untersucht werden. Insbesondere interessieren hierbei, wie bereits in Kapitel 5, Strukturen, welche genutzt werden können, um eine einfachere numerische Berechnung zu ermöglichen. Da das im vorhergehenden Abschnitt entwickelte Modell sowohl einen mehrdimensionalen Zustands- als auch Aktionsraum aufweist, ist es umso bedeutender Strukturen für die effiziente Berechnung des Optimums abzuleiten, da bei realen Problemen andernfalls ein erheblicher Rechenaufwand die Folge ist.

Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts wird gezeigt, dass die in Gleichung (6.1) angegebene Wertfunktion eine M^{\natural} -konkave Funktion ist (vgl. Kapitel 3.2.3). Diese Eigenschaft wird ausgenutzt, um den Suchraum für potenziell optimale Aktionen stark einzuschränken.

Wir beginnen zunächst mit der Untersuchung der Eigenschaften der einstufigen Gewinnfunktion, da diese im weiteren Verlauf dieses Abschnitts benötigt werden. Dazu benötigen wir die folgende Definition.

Definition 6.4

Es seien $\gamma_j : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\alpha_j \geq 1$ und $h_{\gamma,j} : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ ($j = 1, 2$), definiert durch

$$\gamma_j(a) := \begin{cases} \alpha_j, & \text{if } a > 0 \\ 1, & \text{if } a \leq 0 \end{cases}$$

und

$$h_{\gamma,j}(a) := \alpha_j w_j - \gamma_j(a)a.$$

Bemerkung 6.2

Die Funktionen γ_j und $h_{\gamma,j}$ sind grundsätzlich analog zu den in Definition 5.3 bzw. 5.4 eingeführten Funktionen γ sowie h . Folglich weisen diese auch analoge Eigenschaften auf, d.h. sie sind insbesondere konkav und monoton fallend. ■

Die Definition 6.4 ermöglicht eine einfachere Darstellung der einstufigen Gewinnfunktion sowie eine übersichtlichere Beweisführung im folgenden Lemma 6.2.

Lemma 6.2 (i) Die Funktion $r_1(i, \cdot)$ ist eine separable konkave Funktion für alle $i \in I$.

(ii) Die einstufige Gewinnfunktion $r(s, i, a)$ ist monoton wachsend in $s \in S$ für alle $i \in I, a \in D(i)$.

Beweis

Der Beweis von (i) folgt unmittelbar aus der Konkavität von $h_{\gamma,j}$ ($j = 1, 2$).

(ii) ergibt sich wie folgt:

$$\Delta_s r(s, i, a) = \kappa \min\{s + a_1 + a_2 + 1, 0\} - \kappa \min\{s + a_1 + a_2, 0\} \geq 0.$$

Da das Minimum gebildet aus einer konstanten sowie einer monoton wachsenden Funktion ebenfalls monoton wachsend ist, ergibt sich die Ungleichung und somit die Behauptung. □

Das folgende Lemma zeigt, dass die Wertfunktion monoton wachsend in s ist. Dies bedeutet, analog wie in Kapitel 5, dass je mehr Energie eingespeichert ist, desto höher der zu erwartende diskontierte Gesamtgewinn. Dies ist auch intuitiv einsichtig, da die Energie zu einem späteren Zeitpunkt dem Speicher entnommen und unter Realisierung eines Gewinns veräußert werden kann.

Lemma 6.3

Für alle $(s, i) \in S \times I$ und $0 \leq n \leq N$ ist $V_n(s, i)$ monoton wachsend in $s \in S$.

Beweis

Der Beweis erfolgt durch vollständige Induktion unter Verwendung der Monotonie von T ,

wobei $f_n^*(s, i)$ eine optimale Aktion im Zustand $(s, i) \in S \times I$ bezeichne. Offensichtlich ist $V_N \equiv 0$ monoton wachsend in s . Unter der Annahme, dass $V_{n+1}(s, i)$ monoton wachsend in s ist, ergibt sich

$$\begin{aligned}
 V_n(s+1, i) &= r(s+1, i, f_n^*(s+1, i)) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') V_{n+1}(T(s+1, f_n^*(s+1, i)), i') \\
 &\geq r(s+1, i, f_n^*(s, i)) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') V_{n+1}(T(s+1, f_n^*(s, i)), i') \\
 &\geq r(s, i, f_n^*(s, i)) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') V_{n+1}(T(s, f_n^*(s, i)), i') \\
 &= V_n(s, i).
 \end{aligned}$$

Die letzte Ungleichung ergibt sich aus der Induktionsannahme sowie aus Lemma 6.2 (ii). \square

Das folgende Lemma ist nötig, um die M^\natural -Konkavität der Wertfunktion zu zeigen.

Lemma 6.4

Für $0 \leq n < N$ und $i \in I$ sei $V_{n+1}(s, i)$ M^\natural -konkav in $s \in S$, dann ist auch $V_{n+1}(T(s, a), i)$ konkav in $s \in S$ für $a \in D(i)$.

Beweis

Da $V_{n+1}(\cdot, i)$ für ein festes $i \in I$ eine univariate Funktion ist, folgt aus ihrer angenommenen M^\natural -Konkavität zunächst ihre Konkavität. Damit kann der Beweis der Konkavität von $V_{n+1}(T(\cdot, a), i)$ analog wie in Lemma 5.6 erfolgen. \square

Das folgende Lemma zeigt, dass das Maximum M^\natural -konkaver Funktionen auch M^\natural -konkav ist, was für die weiteren Strukturaussagen in diesem Kapitel von entscheidender Bedeutung ist.

Lemma 6.5

Sei $z : D \rightarrow \mathbb{R}$ M^\natural -konkav in (s, a) , d.h. $z(\cdot, i, \cdot)$ ist M^\natural -konkav. Weiter existiere die Funktion $z^* : S \times I \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$z^*(s, i) := \max\{z(s, i, a) \mid a \in D(i)\},$$

dann ist $z^*(\cdot, i)$ M^\natural -konkav.

Beweis

Sei $(s, i, a), (s', i, a') \in D$. Da z^* nach Voraussetzung existiert, gibt es $a, a' \in D(i)$,

sodass $z(s, i, a) = z^*(s, i)$ und $z(s', i, a') = z^*(s', i)$. Mit der M^{\natural} -Konkavität von z folgt für jeweils alle $\{j_1\} \in \text{supp}^+(s - s')$ und $\{j_2\} \in \text{supp}^+(a - a')$, dass ein $\{l_1\} \in \text{supp}^-(s - s') \cup \{0\}$ oder ein $\{l_2\} \in \text{supp}^-(a - a') \cup \{0\}$ existiert, sodass die folgenden Ungleichungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} z^*(s, i) + z^*(s', i) &= z(s, i, a) + z(s', i, a') \\ &\leq z(s - e_{j_1} + e_{l_1}, i, a - e_{j_2} + e_{l_2}) + z(s' + e_{j_1} - e_{l_1}, i, a' + e_{j_2} - e_{l_2}) \\ &\leq z^*(s - e_{j_1} + e_{l_1}, i) + z^*(s' + e_{j_1} - e_{l_1}, i). \end{aligned}$$

Es folgt die Behauptung. \square

Unter Ausnutzung von Lemma 6.5 ist es nun möglich die, M^{\natural} -Konkavität der Wertfunktion zu zeigen sowie die Berechnung der optimalen Aktion bei Variation des Speicherinhalts um eine Einheit erheblich effizienter zu gestalten. Das bedeutet, dass ähnlich wie im vorhergehenden Kapitel Ober- und Untergrenzen für die Bestimmung der optimalen Aktion bei Erhöhung des Speicherinhalts um eine Energieeinheit angegeben werden können. Als Folge müssen lediglich vier Aktionen auf Optimalität untersucht werden.

Satz 6.3

Für $0 \leq n < N$ und $i \in I$ gilt

- (i) $V_{n+1}(\cdot, i)$ ist M^{\natural} -konkav;
- (ii) $LV_n(\cdot, i, \cdot)$ ist M^{\natural} -konkav;
- (iii) $f_n^*(s, i) - e_1 - e_2 \leq f_n^*(s + 1, i) \leq f_n^*(s, i)$ für $(s, i) \in S \times I$;
- (iv) $V_n(\cdot, i)$ ist M^{\natural} -konkav.

Beweis

Den Beweis führen wir mittels vollständiger Induktion nach $n = N - 1, N - 2, \dots, 0$. Sei daher $n = N - 1$.

Dann gilt:

- (i) Nach Voraussetzung ist $V_N \equiv 0$ und damit M^{\natural} -konkav.
- (ii) Die M^{\natural} -Konkavität von $V_N(\cdot, i)$ nach (i) impliziert zusammen mit Lemma 6.4 die Konkavität von $V_N(T(s, a), i)$ in s und damit auch von $\beta \sum_{i' \in I} g_p(p')q(w')V_N(T(s, a), i)$.

Da $s \rightarrow h(s) := \kappa \min\{s, 0\}$ ebenfalls konkav in s ist, ergibt sich zunächst die Konkavität von $h(s) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') V_N(T(s, a), i)$ in s . Da $r_1(i, \cdot)$ nach Lemma 6.2 (i) eine separable konkave Funktion ist und $LV_n(s, i, a) = r_1(i, a) + h(s + a_1 + a_2) + \beta \sum_{i' \in I} g_p(p') q(w') V_N(T(s, a), i)$ gilt, ist $LV_n(\cdot, i, \cdot)$ eine quasi separable konkave Funktion und damit insbesondere M^\sharp -konkav (vgl. Beispiel 3.2 (iii) und Murota (2004, S. 334)).

- (iii) Sei $s \in S$ mit $s < k$, $i \in I$ und sei $a^* := f_n^*(s, i)$ eine Maximalstelle von $LV_n(s, i, a)$, d.h. $LV_n(s, i, a^*) = \max_{a \in D(i)} \{LV_n(s, i, a)\}$.

Für die nachfolgenden Beweise wählen wir ein festes $i \in I$, d.h. wir betrachten die Einschränkung $LV_n|_{S \times D(i)} =: \tilde{L}V_n$. Um das gewünschte Resultat zu zeigen, müssen vier Fälle betrachtet werden, wobei die letzten beiden analog zu den vorherigen hergeleitet werden können und somit zusammengefasst werden.

- a) Wähle $(s, a^*), (s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3 \in S \times D(i)$ für $k_1, k_2 \in \mathbb{N}_0$. Dann ergeben sich zunächst die folgenden Mengen S_+ und S_-

$$\begin{aligned} S_+ &:= \text{supp}^+(((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3) - (s, a^*)) \\ S_- &:= \text{supp}^-(((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3) - (s, a^*)) \cup \{0\}. \end{aligned}$$

Da $LV_n(\cdot, i, \cdot) = \tilde{L}V_n(\cdot, \cdot)$ nach (ii) M^\sharp -konkav ist, existiert für alle $\{j\} \in S_+$ ein $\{l\} \in S_-$, sodass die folgende Ungleichung erfüllt ist

$$\begin{aligned} \tilde{L}V_n(s, a^*) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3) &\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_j - e_l) \\ &+ \tilde{L}V_n(((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3) - e_j + e_l). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Insbesondere muss aufgrund der M^\sharp -Konkavität von $\tilde{L}V_n(\cdot, \cdot)$ für die Wahl von $j = \{1\} \in S_+$ und $l = \{0\} \in S_-$ gelten

$$\begin{aligned} \tilde{L}V_n(s, a^*) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 + k_2 e_3) \\ \leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1 e_2 + k_2 e_3). \end{aligned}$$

Aufgrund der Optimalität von a^* in Zustand (s, i) gilt

$$0 \leq \tilde{L}V_n(s, a^*) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1 e_2 + k_2 e_3)$$

$$\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 + k_2e_3).$$

Es ergibt sich folgende Ungleichung

$$\tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) \geq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 + k_2e_3), \quad k_1, k_2 \in \mathbb{N}_0. \quad (6.3)$$

Aus Ungleichung (6.3) folgt $f_n^*(s+1, i) \leq f_n^*(s, i)$.

- b) Sei nun wiederum $(s, a^*), (s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3 \in S \times D(i)$, $k_1 \in \mathbb{N}_0, k_2 \in \mathbb{N}$.
Es ergeben sich die Mengen S_+ und S_- wie folgt

$$\begin{aligned} S_+ &:= \text{supp}^+(((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3) - (s, a^*)) = \{1, 2\} \\ S_- &:= \text{supp}^-(((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3) - (s, a^*)) \cup \{0\} = \{3\} \cup \{0\}. \end{aligned}$$

Insbesondere müssen aufgrund der M^\natural -Konkavität von $\tilde{L}V_n(\cdot, \cdot)$ für die Wahl von $j = \{1\} \in S_+$ zwei Fälle unterschieden werden.

- (a) $l = \{0\} \in S_-$

$$\begin{aligned} &\tilde{L}V_n(s, a^*) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3) \\ &\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1e_2 - k_2e_3) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) \end{aligned}$$

und somit wegen der Optimalität von a^* in Zustand (s, i)

$$\begin{aligned} 0 &\leq \tilde{L}V_n(s, a^*) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1e_2 - k_2e_3) \\ &\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3). \end{aligned}$$

Es ergibt sich folgende Ungleichung

$$\tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1) \geq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3), \quad k_1 \in \mathbb{N}_0, k_2 \in \mathbb{N}. \quad (6.4)$$

- (b) $l = \{3\} \in S_-$

$$\begin{aligned} &\tilde{L}V_n(s, a^*) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1e_2 - k_2e_3) \\ &\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1e_2 - (k_2 - 1)e_3) + \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - e_3) \end{aligned}$$

und somit wegen der Optimalität von a^* in Zustand (s, i)

$$\begin{aligned} 0 &\leq \tilde{L}V_n(s, a^*) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + k_1 e_2 - (k_2 - 1)e_3) \\ &\leq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - e_3) - \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 - k_2 e_3). \end{aligned}$$

Es ergibt sich für $k_1 \in \mathbb{N}_0, k_2 \in \mathbb{N}$ folgende Ungleichung

$$\tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - e_3) \geq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 + k_1 e_2 - k_2 e_3). \quad (6.5)$$

Aus den Ungleichungen (6.4) und (6.5) folgt $f_n^*(s, i) - e_2 \leq f_n^*(s + 1, i)$.

- c) Ähnlich kann bei der Herleitung der folgenden Ungleichungen vorgegangen werden:

$$\tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - e_2) \geq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - k_1 e_2 + k_2 e_3), \quad k_1 \in \mathbb{N}, k_2 \in \mathbb{N}_0 \quad (6.6)$$

$$\tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - e_2 + e_3) \geq \tilde{L}V_n((s, a^*) + e_1 - k_1 e_2 - k_2 e_3), \quad k_1, k_2 \in \mathbb{N} \quad (6.7)$$

Insgesamt folgt nun (iii).

- (iv) Unter Beachtung von Satz 6.2 gilt zunächst $V_n(s, i) = \max_{a \in D(i)} \{LV_n(s, i, a)\}$. Weiter folgt mit (ii) und Lemma 6.5 die Behauptung.

Ausgehend von der M^\sharp -Konkavität von V_{N-1} (nach (iv)) ergeben sich für $n = N - 2$ nun dieselben Beweisschritte wie für $n = N - 1$. Entsprechend für $n < N - 2$. \square

Damit können wir wie im vorherigen Kapitel einen effizienten Algorithmus angeben, der die gefundenen Strukturen ausnutzt und zusätzlich die in Satz 6.2 gezeigten Suboptimalitätseigenschaften berücksichtigt. Wir gehen ebenfalls davon aus, dass dem Kraftwerksbetreiber sowohl der Speicherinhalt als auch die maximal durch beide Kraftwerke zur Verfügung gestellte Energiemenge und der aktuelle Energiepreis bekannt sind. Das bedeutet für die Optimierung, dass wir zu Beginn des Planungshorizonts auf Zeitstufe 0 die Optimierung mit einem festen Anfangszustand beginnen können.

Algorithmus 3

Schritt 1 (Initialisierung)

Wähle den Anfangsfüllstand des Speichers $s_0 \in S$ sowie den Anfangszustand der Umwelt

$(w_{1,0}, w_{2,0}, p_0) \in I$, setze $n = N$, $V_N \equiv 0$ und berechne $s_n^{min} = s_0 + \sum_{j=1}^n \sum_{l=0}^{n-1} [\tilde{a}_j(s_l)]$ für $n = 1, \dots, N$.

Schritt 2 (Iteration)

Setze $n = n - 1$, $i = (w_1, w_2, p) = (w_{1,0}, w_{2,0}, p_0)$, $C := I$.

(a) Setze $s_n = s_n^{min}$, $\tilde{D}(s_n, i) := \{(a_1, a_2) \in A \mid [\tilde{a}_1(s_n)] \leq a_1 \leq w_1, [\tilde{a}_2(s_n)] \leq a_2 \leq w_2\}$.

(1) Berechne

$$V_n(s_n, i) = \max_{a \in D'(s_n, i)} \{r(s_n, i, a) + \beta \sum_{i'=(w'_1, w'_2, p') \in I} g_p(p') q((w'_1, w'_2)) V_{n+1}(T(s_n, a), i')\} \quad (6.8)$$

und wähle $f_n^*(s_n, i)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (6.8). Ist $n = 0$, dann gehe zu Schritt 3. Ist $s_n = k$, dann gehe zu (b). Andernfalls setze $D'(s_n + 1, i) = \{f_n^*(s_n, i) - e_1 - e_2, f_n^*(s_n, i) - e_1, f_n^*(s_n, i) - e_2, f_n^*(s_n, i)\}$ und $s_n = s_n + 1$ und gehe zu (1).

(b) Setze $C = C \setminus \{i\}$. Ist $C = \emptyset$, gehe zu Schritt 3. Wähle ansonsten ein $i' \in C$, setze $i = i'$ und gehe zu (a).

Schritt 3 (Abbruch)

Falls $n = 0$, breche ab. Andernfalls fahre mit Schritt 2 fort.

Optimale Steuerung regenerativer Energiesysteme unter Berücksichtigung eines Day-ahead Markts

In diesem Kapitel soll ein Modell zur optimalen Steuerung eines Energiesystems unter Berücksichtigung der Effekte eines Day-ahead Markts für elektrische Energie entwickelt werden. Das Energiesystem besteht dabei aus einem Kraftwerk, dessen Stromerzeugung durch stochastische Einflüsse gekennzeichnet ist und einem Energiespeicher. Dem Betreiber des Systems bietet sich nun die Möglichkeit Energie entweder im Voraus am Day-ahead-Markt anzubieten oder aber den Intraday-Handel zur Vermarktung seiner Energie zu nutzen.

Eine ausführliche Beschreibung der Modellzusammenhänge sowie die mathematische Formulierung des Modells als MEP erfolgt in Abschnitt 7.1.

Im Anschluss sollen Strukturaussagen für das entwickelte Modell hergeleitet werden, die ebenso wie in den vorherigen Kapiteln eine erhebliche Reduktion des Aufwands zur Berechnung des diskontierten Gesamtgewinns und der damit assoziierten Strategien ermöglicht.

7.1 Modellbeschreibung

In diesem Kapitel soll ein Energiesystem bestehend aus einem Kraftwerk zur Erzeugung elektrischer Energie sowie einem Energiespeicher betrachtet werden. Im Gegensatz

zu den vorherigen Kapiteln besteht das System lediglich aus einem Kraftwerk, wobei zusätzliche Effekte eines Day-ahead Markts berücksichtigt werden. Vor diesem Hintergrund ist es nun das Ziel des Kraftwerksbetreibers, gewinnoptimale Strategien für den Betrieb des gegebenen Energiesystems zu ermitteln.

Das betrachtete Kraftwerk soll analog wie in den vorherigen Kapiteln eine stochastische Stromerzeugungscharakteristik aufweisen, was insbesondere bei regenerativen Energiesystemen wie beispielsweise Windkraft- oder Photovoltaikanlagen aber auch bei bestimmten Wasserkraftwerken der Fall ist (vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 2). Im Gegensatz zu den Modellen, welche in den Kapiteln 5 und 6 betrachtet wurden, soll davon ausgegangen werden, dass die erzeugte elektrische Energie bevor sie veräußert werden kann zunächst gespeichert werden muss, wobei je nach betrachteter Speichertechnologie eine Wandlung der Energie in eine andere Energieform erforderlich sein kann. Beispielsweise muss bei Betrachtung eines Windparks in Kombination mit einem Pumpspeicherkraftwerk die elektrische Energie, welche durch die Windenergieanlagen erzeugt wurde im Zuge des Speicherprozesses in potenzielle Energie gewandelt werden (vgl. Kapitel 2). Im Hinblick auf Windparks bzw. Photovoltaikanlagen stellt die Annahme, dass Energie zunächst zwischengespeichert werden muss bei bestimmten Systemkonfigurationen eine vereinfachende Annahme dar, da der Betreiber nicht wie in den Kapiteln 5 und 6 die Möglichkeit hat, die erzeugte elektrische Energie direkt zu vermarkten und auf diese Weise Konversionsverluste zu vermeiden. Werden jedoch z.B. Speicher- oder Laufwasserkraftwerke betrachtet, stellt die Annahme, dass die Energie zunächst im Energiespeicher zwischengespeichert werden muss, keine Vereinfachung dar, da das Wasser prinzipbedingt zunächst dem Speicherbecken zufließt, bevor es zur Erzeugung elektrischer Energie verwendet werden kann.

In Analogie zu den Ausführungen in Kapitel 6 gehen wir in diesem Kapitel ebenfalls davon aus, dass das betrachtete Energiesystem eine kleine Leistung im Vergleich mit der gesamten im Netz verfügbaren Leistung aufweist. Folglich nehmen wir an, dass das Netz zu jedem Zeitpunkt die von unserem Energiesystem erzeugte Leistung aufnehmen kann, was grundsätzlich einer unbeschränkten Nachfrage entspricht.

Ebenso wie in Kapitel 5 soll das System über einen endlichen Planungshorizont N betrachtet werden, wobei sich dieser aus disjunkten Zeitintervallen der Form $[n, n+1)$ mit $0 \leq n \leq N-1$ zusammensetzt. Wir verzichten wie in Kapitel 6 auf die Formulierung des unendlichstufigen Problems, da die grundsätzliche Vorgehensweise analog wie in Kapitel 5 erfolgen kann und keine weiteren Erkenntnisse birgt.

Da die Stromerzeugung durch das Kraftwerk stochastischen Schwankungen unterworfen ist und davon ausgegangen wird, dass zunächst eine Zwischenspeicherung erfolgt, ist der Zufluss zum Energiespeicher ebenfalls stochastischen Schwankungen unterworfen. Folglich kann der Zufluss w als Realisation einer diskreten Zufallsvariable W_n ($n = 0, 1, \dots, N - 1$) mit bekannter Zähldichte q angesehen werden. Weiter wird angenommen, dass die Zufallsvariablen W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind.

Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels angedeutet, besteht das Ziel des betrachteten Modells ebenfalls in der gewinnoptimalen Steuerung des Energiesystems. Im Gegensatz zu den in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Modellen soll der Anlagenbetreiber zu Beginn des n -ten Zeitintervalls jedoch die Möglichkeit haben, im Voraus für die nächste Zeitstufe eine gewisse Menge $a_{1,n}$ an Energie zu einem Preis p_1 an einer Art Day-ahead Markt anzubieten. Gleichzeitig muss er das Energieniveau $a_{2,n}$ des Speichers, welches zum Ende der Zeitstufe, jedoch noch vor dem als zufällig angesehenen Energiezufluss w_n , vorliegen soll, vorgeben. Hierfür kann Energie zu einem Preis von p_2 pro Energieeinheit zugekauft werden, wobei eventuell auftretende Fehlmengen bzw. Überschüsse geeignet zu berücksichtigen sind, was im weiteren Verlauf des Abschnitts noch erläutert wird.

Beim Übergang von Zeitpunkt n zu Zeitpunkt $n + 1$ muss im Hinblick auf das Speicherniveau noch der zufällige Zufluss betrachtet werden, was zu folgendem Speicherinhalt in Periode $n + 1$ führt

$$s_{2,n+1} = a_{2,n} + w_n. \quad (7.1)$$

Entscheidet sich der Anlagenbetreiber beispielsweise für $a_{2,n} = 0$, so ergibt sich der Speicherinhalt zum Zeitpunkt $n + 1$ allein aus dem als zufällig angenommenen Zufluss zum Energiespeicher. Des Weiteren gehen wir davon aus, dass der Speicher eine beschränkte Kapazität von k Energieeinheiten aufweist. Die Kapazitätsbeschränkung wird dabei, im Gegensatz zu den vorherigen Kapiteln, nicht durch Wahl einer entsprechenden Übergangsfunktion sichergestellt, sondern, ähnlich wie der in Kapitel 6 verwendete Modellierungsansatz zur Vermeidung negativer Speicherzustände, durch Berücksichtigung in der einstufigen Gewinnfunktion. So wird der Term $-\zeta \max\{s_{2,n} - k, 0\}$ mit $\zeta \geq 0$ Teil der einstufigen Gewinnfunktion und nimmt genau dann einen negativen Wert an, wenn die gespeicherte Energiemenge $s_{2,n}$ die Kapazität k übersteigt und sonst den Wert 0. Der gewählte Modellierungsansatz hat beweistechnische Gründe und ist notwendig für

die im folgenden Abschnitt hergeleiteten Strukturaussagen. Grundsätzlich ist wie in den vorherigen Kapiteln auch die Annahme eines unkapazitierten Energiespeichers zulässig.

Analog zu den beiden zuvor vorgestellten Modellen werden Selbstentladungseffekte nicht modelliert, können aber leicht über eine Korrektur des Zuflusses berücksichtigt werden.

Die in der vorangegangenen Zeitstufe zum Verkauf zugesicherte Energiemenge wird mit $s_{1,n}$ bezeichnet, wobei sich hier für den Übergang von Zeitstufe n auf Zeitstufe $n + 1$ folgender Zusammenhang ergibt:

$$s_{1,n+1} = a_{1,n}. \quad (7.2)$$

Es wird angenommen, dass bei Lieferung einer geringeren Energiemenge als zugesichert, Strafkosten in Höhe von $\kappa \max\{s_{1,n} - s_{2,n}, 0\}$ Geldeinheiten entstehen. Diese können beispielsweise als eine Art Vertragsstrafe interpretiert werden, die vorab zwischen dem Energielieferanten und einem Abnehmer vereinbart worden ist. Weiter soll davon ausgegangen werden, dass die Fehlmenge zu einem Preis von p_2 während der aktuellen Zeitstufe nachgekauft und dem Kunden geliefert werden kann. Beispielsweise könnte p_2 den Preis für den Kauf von Regelenergie über den Regelenergiemarkt widerspiegeln.

Ist die gespeicherte Energiemenge größer als die vereinbarte Liefermenge, d.h. gilt $s_{1,n} \leq s_{2,n}$, so fallen keine Strafkosten an und die gesamte Energienachfrage kann befriedigt werden. Die überschüssige Energiemenge, welche nicht für die Deckung der vereinbarten Liefermenge verwendet wurde, kann entweder je nach gewähltem Speicherniveau $a_{2,n}$ vollständig oder teilweise in die nächste Periode übernommen werden, wobei hierfür keine Kosten anfallen, oder aber zu einem Preis von p_2 pro Energieeinheit auf einem Intraday-Markt verkauft werden. In diesem Zusammenhang ist anzumerken, dass nicht die gesamte Energiemenge verkauft werden muss sondern auch ein beliebiger Anteil der zur Verfügung stehenden Energie.

Im Folgenden sollen die bisher getroffenen Annahmen ergänzt und übersichtlich zusammengestellt werden.

Annahmen:

- (A1) $\kappa \geq p_1 \geq p_2$, die Strafkosten, die bei Nichterfüllung der zuvor zugesicherten Liefermenge entstehen, werden als höher als der erzielbare Ertrag durch Erfüllung des Liefervertrages angenommen. Des Weiteren soll der Preis pro Energieeinheit für

den Verkauf der zugesicherten Liefermenge höher sein, als der zunächst als konstant angenommene Zukaufpreis für eine Einheit Energie. Diese Annahme dient einer anschaulicheren Darstellung des im weiteren Verlauf des Abschnitts vorgestellten Modells und ist nicht zwingend erforderlich. Beispielsweise können analog wie in Kapitel 5 auch stochastische Preise angenommen werden;

- (A2) $k \in \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$;
- (A3) $a_1 \leq b_1$. Der Anlagenbetreiber kann für die nächste Zeitstufe maximal bis zu einer oberen Schranke b_1 Energie anbieten und zum Preis p_1 veräußern;
- (A4) $a_2 \leq b_2$. Der Anlagenbetreiber kann lediglich bis zur Obergrenze b_2 Energie für die nächste Zeitstufe zukaufen;
- (A5) Der Zufluss zum Energiespeicher $w_n \in \{0, \dots, w_{max}\}$ beim Übergang zwischen zwei Zeitstufen, wobei $w_{max} \in \mathbb{N}_0$ den maximalen Zufluss pro Zeitstufe bezeichnet, ist die Realisation einer Zufallsvariablen W_n mit der Verteilung $q(\cdot)$. Weiter wird angenommen, dass W_0, \dots, W_{N-1} unabhängig sind.

Nach der grundlegenden Modellbeschreibung und einer Erläuterung sowie Zusammenstellung der getroffenen Annahmen soll nun die mathematische Formulierung des Modells als Markovscher Entscheidungsprozess mit endlichem Planungshorizont, beschrieben durch das Tupel $(N, S, A, T, Q, r, V_N, \beta)$, erfolgen:

- Definition 7.1**
1. $N \in \mathbb{N}$ bezeichne den Planungshorizont;
 2. $S := \{0, \dots, b_1\} \times \{0, \dots, b_2 + w_{max}\}$ mit $b_1, b_2 \in \mathbb{N}_0$ bezeichne den Zustandsraum. Die Elemente von S werden mit $s = (s_1, s_2)$ bezeichnet;
 3. $A := \{(a_1, a_2) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid a_1 \leq b_1, a_2 \leq b_2\}$ bezeichne den Aktionsraum. Die Elemente von A werden mit $a = (a_1, a_2)$ bezeichnet;
 4. $(s, w, a) \rightarrow T(s, w, a) := (a_1, a_2 + w)$ ist die Übergangsfunktion, wobei $s \in S, w \in \{0, \dots, w_{max}\}, a \in A$;
 5. $Q : S \times A \times S \rightarrow [0, 1]$ ist das Übergangsgesetz, definiert durch $Q(s'|s, a) := q(w)$ für $s' = T(s, w, a)$ und 0 sonst;

6. $r : S \times A \rightarrow \mathbb{R}$ ist die einstufige Gewinnfunktion, definiert durch

$$r(s, a) = p_1 s_1 - \kappa \max\{s_1 - s_2, 0\} - \zeta \max\{s_2 - k, 0\} - p_2(a_2 - (s_2 - s_1));$$

7. $V_N : S \rightarrow \mathbb{R}$ ist die terminale Gewinnfunktion, definiert durch $V_N(s) = 0$;

8. $\beta > 0$ ist der Diskontierungsfaktor.

Bemerkung 7.1

Es sei auch hier darauf hingewiesen, dass die Berücksichtigung weiterer stochastischer Einflussgrößen problemlos möglich ist. Wir möchten jedoch mit der gleichen Begründung wie in Kapitel 6 auf eine explizite Reformulierung des in diesem Kapitel gegebenen Modells verzichten.

Gemäß der in Definition 7.1 gegebenen Parameter können wir die Optimalitätsgleichung wie folgt formulieren

$$V_n(s) = \max_{a \in A} \left\{ r(s, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}(a_1, a_2 + w') \right\}, \quad s \in S, 0 \leq n < N. \quad (7.3)$$

Um eine übersichtliche Darstellung der im nächsten Abschnitt entwickelten Strukturaussagen zu ermöglichen, definieren wir die folgenden Operatoren.

Definition 7.2

Für $v \in M$, $(s, a) \in S \times A$ seien

$$Jv(a) := \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') v(a_1, a_2 + w')$$

und

$$Lv(s, a) := r(s, a) + Jv(a)$$

definiert.

7.2 Strukturaussagen

In diesem Abschnitt wollen wir das im letzten Abschnitt vorgestellte Modell eingehend untersuchen und einige Strukturaussagen formulieren. Das Ziel ist es, ebenso wie in den

beiden vorherigen Kapiteln, den numerischen Aufwand für die Lösung des gegebenen Optimierungsproblems zu reduzieren. Hierfür ist es zunächst erforderlich die L^{\natural} -Konkavität der Wertfunktion zu zeigen, um dann unter Ausnutzung dieser Eigenschaft die Anzahl der als optimal in Frage kommenden Aktionen bei Variation des Speicherinhalts zu verringern. Insbesondere bei dem hier vorgestellten Modell ist diese Eigenschaft von großem Nutzen, da der zweidimensionale Aktionsraum je nach Wahl der Parameter b_1 und b_2 eine sehr große Anzahl an Elementen enthalten kann.

Zunächst ist zu zeigen, dass die Menge der zulässigen Aktionen sowie der effektive Definitionsbereich der Wertfunktion L^{\natural} -konvexe Mengen sind.

Lemma 7.1 (i) *Der Aktionsraum A ist eine L^{\natural} -konvexe Menge;*

(ii) *der Zustandsraum S ist eine L^{\natural} -konvexe Menge;*

(iii) *die Menge $S \times A$ ist L^{\natural} -konvex.*

Beweis

Wir zeigen zunächst (i). Sei $s \in S$ und $a = (a_1, a_2), a' = (a'_1, a'_2) \in A$, dann gilt

$$\begin{aligned} (0, 0) \leq (a_1, a_2) + (a'_1, a'_2) &\leq 2\left(\left\lceil \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rceil\right) \\ &\leq 2\left(\left\lceil \frac{b_1 + b_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{b_2 + b_2}{2} \right\rceil\right) \\ &= 2(b_1, b_2). \end{aligned}$$

Es folgt zunächst

$$(0, 0) \leq \left(\left\lceil \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rceil\right) \leq (b_1, b_2).$$

Da $(0, 0), (b_1, b_2) \in A$, folgt $\left(\left\lceil \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rceil\right) \in A$.

Weiter gilt

$$(0, 0) \leq 2\left(\left\lceil \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rceil\right) \leq (a_1, a_2) + (a'_1, a'_2) \leq 2(b_1, b_2)$$

und damit:

$$(0, 0) \leq \left(\left\lceil \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rceil\right) \leq (b_1, b_2).$$

Da $(0, 0), (b_1, b_2) \in A$, folgt $(\lfloor \frac{a_1+a'_1}{2} \rfloor, \lfloor \frac{a_2+a'_2}{2} \rfloor) \in A$. Insgesamt impliziert $a, a' \in A$, dass auch $\lceil \frac{a+a'}{2} \rceil, \lfloor \frac{a+a'}{2} \rfloor \in A$, was gerade die Definition einer L^{\natural} -konvexen Menge ist.

Der Beweis von (ii) erfolgt analog. (iii) ergibt sich unmittelbar aus (i) und (ii). \square

Bevor wir die L^{\natural} -Konkavität der Wertfunktion zeigen, benötigen wir die L^{\natural} -Konkavität der einstufigen Gewinnfunktion.

Lemma 7.2 (i) Die Funktion $h_1 : S \times A \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h_1(s, a) := p_1 s_1 - p_2(a_2 - (s_2 - s_1))$$

ist L^{\natural} -konkav;

(ii) die Funktion $h_2 : S \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h_2(s) := -\kappa \max\{s_1 - s_2, 0\}$$

ist L^{\natural} -konkav;

(iii) die Funktion $h_3 : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h_3(s_2) := -\zeta \max\{s_2 - k, 0\}$$

ist L^{\natural} -konkav;

(iv) r ist L^{\natural} -konkav.

Beweis (i) h_1 ist als affine Funktion L^{\natural} -konkav (vgl. Beispiel 3.1 und Bemerkung 3.2).

(ii) Sei $s = (s_1, s_2), s' = (s'_1, s'_2) \in S$, dann folgt zunächst aus der L^{\natural} -Konvexität der Menge S , dass $\lfloor \frac{s_i+s'_i}{2} \rfloor, \lceil \frac{s_i+s'_i}{2} \rceil \in S, i = 1, 2$. Weiter folgt durch Unterscheidung von drei Fällen:

(a) $\frac{s_1+s'_1}{2} \in \mathbb{N}_0$

$$\begin{aligned} h_2(s) + h_2(s') &= -\kappa \max\{s_1 - s_2, 0\} - \kappa \max\{s'_1 - s'_2, 0\} \\ &\leq -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} \\ &= -\kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1}{2} + \left\lfloor \frac{-s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1}{2} + \left\lfloor \frac{-s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1}{2} - \left\lfloor \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1}{2} - \left\lceil \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rceil, 0\right\} \\
&= -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rceil - \left\lceil \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rceil, 0\right\} \\
&= h_2\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor\right) + h_2\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil\right),
\end{aligned}$$

wobei die Ungleichung aus der L^\sharp -Konvexität der Maximum-Funktion (vgl. Beispiel 3.1 (ii)) und der Annahme $\kappa \geq 0$ folgt.

(b) $\frac{s_2 + s'_2}{2} \in \mathbb{N}_0$

$$\begin{aligned}
h_2(s) + h_2(s') &= -\kappa \max\{s_1 - s_2, 0\} - \kappa \max\{s'_1 - s'_2, 0\} \\
&\leq -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rceil, 0\right\} \\
&= -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rfloor - \frac{s_2 + s'_2}{2}, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rceil - \frac{s_2 + s'_2}{2}, 0\right\} \\
&= -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rceil - \left\lceil \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rceil, 0\right\} \\
&= h_2\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor\right) + h_2\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil\right),
\end{aligned}$$

wobei die Ungleichung aus der L^\sharp -Konvexität der Maximum-Funktion (vgl. Beispiel 3.1 (ii)) und der Annahme $\kappa \geq 0$ folgt.

(c) $\frac{s_1 + s'_1}{2} \notin \mathbb{N}_0, \frac{s_2 + s'_2}{2} \notin \mathbb{N}_0$

$$\begin{aligned}
h_2(s) + h_2(s') &= -\kappa \max\{s_1 - s_2, 0\} - \kappa \max\{s'_1 - s'_2, 0\} \\
&\leq -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rfloor, 0\right\} - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2} \right\rceil, 0\right\} \\
&= -\kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2}, 0\right\} - \kappa \max\left\{\frac{s_1 + s'_1 - s_2 - s'_2}{2}, 0\right\} \\
&= -\kappa \max\left\{\left\lfloor \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rfloor - 0.5 - \left\lfloor \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rfloor + 0.5, 0\right\} \\
&\quad - \kappa \max\left\{\left\lceil \frac{s_1 + s'_1}{2} \right\rceil + 0.5 - \left\lceil \frac{s_2 + s'_2}{2} \right\rceil - 0.5, 0\right\} \\
&= h_2\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor\right) + h_2\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil\right),
\end{aligned}$$

wobei die Ungleichung aus der L^{\natural} -Konvexität der Maximum-Funktion (vgl. Beispiel 3.1 (ii)) und der Annahme $\kappa \geq 0$ folgt.

Insgesamt folgt die L^{\natural} -Konkavität von h_2 .

(iii) Der Beweis erfolgt analog zu (ii).

(iv) Der Beweis folgt unmittelbar aus (i), (ii), (iii) und Satz 3.7 (iii). \square

Es wird sich im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit als nützlich erweisen, dass das Maximum von L^{\natural} -konkaven Funktionen wiederum L^{\natural} -konkav ist.

Lemma 7.3

Sei $z : S \times A \rightarrow \mathbb{R}$ eine L^{\natural} -konkave Funktion und es existiere eine Funktion $z^* : S \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$z^*(s) := \max\{z(s, a) \mid a \in A\}.$$

Dann ist z^* L^{\natural} -konkav.

Beweis

Sei $s, s' \in S$. Da z^* nach Voraussetzung existiert, gibt es $a, a' \in A$, sodass $z(s, a) = z^*(s)$ und $z(s', a') = z^*(s')$. Mit der L^{\natural} -Konkavität von z folgt

$$\begin{aligned} z^*(s) + z^*(s') &= z(s, a) + z(s', a') \\ &\leq z\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor, \left\lceil \frac{a + a'}{2} \right\rceil\right) + z\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil, \left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right) \\ &\leq z^*\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor\right) + z^*\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil\right). \end{aligned}$$

Es folgt die Behauptung. \square

Damit sind wir nun in der Lage die L^{\natural} -Konkavität der Wertfunktion zu zeigen, welche es uns ermöglicht, den Suchraum für die Bestimmung der optimalen Aktion bei Variation von s_1 bzw. s_2 um eine Einheit erheblich einzuschränken. Konkret bedeutet dies, dass bei vorliegender optimaler Aktion für den Zustand $s = (s_1, s_2)$ in Zeitstufe n lediglich vier Aktionen in Zustand $(s_1, s_2) + e_j$ ($j = 1, 2$) auf der gleichen Zeitstufe auf Optimalität untersucht werden müssen. Dies bedeutet insbesondere bei einem Aktionsraum mit sehr vielen Elementen einen erheblich verringerten Aufwand für die Bestimmung optimaler Strategien.

Satz 7.1

Für $0 \leq n < N$ gilt

- (i) V_{n+1} ist L^{\natural} -konkav;
- (ii) JV_n ist L^{\natural} -konkav;
- (iii) LV_n ist L^{\natural} -konkav;
- (iv) $f_n^*(s) \leq f_n^*(s + e_j) \leq f_n^*(s) + e_1 + e_2$ für $s \in S$, $j \in \{1, 2\}$;
- (v) V_n ist L^{\natural} -konkav.

Beweis

Den Beweis führen wir mit vollständiger Induktion nach $n = N - 1, N - 2, \dots, 0$. Sei daher $n = N - 1$.

Dann gilt:

- (i) Nach Voraussetzung ist $V_N \equiv 0$ und damit L^{\natural} -konkav.
- (ii) Seien $s \in S$, $a = (a_1, a_2)$, $a' = (a'_1, a'_2) \in A$. Dann gilt

$$\begin{aligned}
 JV_n(a) + JV_n(a') &= \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w')(V_{n+1}(a_1, a_2 + w') + V_{n+1}(a'_1, a'_2 + w')) \\
 &\leq \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') \left[V_{n+1}\left(\left\lfloor \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rfloor + w'\right) \right. \\
 &\quad \left. + V_{n+1}\left(\left\lfloor \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rfloor + w'\right) \right] \\
 &= \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}\left(\left\lfloor \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rfloor + w'\right) \\
 &\quad + \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}\left(\left\lfloor \frac{a_1 + a'_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a_2 + a'_2}{2} \right\rfloor + w'\right) \\
 &= JV_n\left(\left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right) + JV_n\left(\left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right),
 \end{aligned}$$

wobei die Ungleichung aus (i) und den Sätzen 3.7 (i) sowie 3.8 folgt. Es ergibt sich die L^{\natural} -Konkavität von JV_n .

- (iii) Seien $s = (s_1, s_2), s' = (s'_1, s'_2) \in S, a = (a_1, a_2), a' = (a'_1, a'_2) \in A$. Dann folgt zusammen mit (ii) und Lemma 7.2 (iv)

$$\begin{aligned} LV_n(s, a) + LV_n(s', a') &= r(s, a) + JV_n(a) + r(s', a') + JV_n(a') \\ &\leq r\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a + a'}{2} \right\rceil\right) + JV_n\left(\left\lceil \frac{a + a'}{2} \right\rceil\right) \\ &\quad + r\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right) + JV_n\left(\left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right) \\ &= LV_n\left(\left\lceil \frac{s + s'}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a + a'}{2} \right\rceil\right) + LV_n\left(\left\lfloor \frac{s + s'}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a + a'}{2} \right\rfloor\right). \end{aligned}$$

Es ergibt sich die L^{\natural} -Konkavität von LV_n .

- (iv) Sei $s = (s_1, s_2) \in S$ und sei $a^* := f_n^*(s)$ eine Maximalstelle von $LV_n(s, a)$, d.h. $LV_n(s, a^*) = \max_{a \in A} \{LV_n(s, a)\}$. Für den Fall, dass $(s + e_i, a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2) \in S \times A$ für $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$, ergibt sich aufgrund der L^{\natural} -Konvexität der Menge $S \times A$, dass

$$\left(\left\lceil \frac{s + s + e_i}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{a^* + a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2}{2} \right\rceil\right) = (s + e_i, a^* + \left\lceil \frac{k_1}{2} \right\rceil e_1 + \left\lceil \frac{k_2}{2} \right\rceil e_2)$$

und

$$\left(\left\lfloor \frac{s + s + e_i}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{a^* + a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2}{2} \right\rfloor\right) = (s, a^* + \left\lfloor \frac{k_1}{2} \right\rfloor e_1 + \left\lfloor \frac{k_2}{2} \right\rfloor e_2)$$

ebenfalls Elemente der Menge $S \times A$ sind. Da LV_n nach (iii) L^{\natural} -konkav ist, ergibt sich weiter

$$\begin{aligned} LV_n(s, a^*) + LV_n(s + e_i, a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2) \\ \leq LV_n(s + e_i, a^* + \left\lceil \frac{k_1}{2} \right\rceil e_1 + \left\lceil \frac{k_2}{2} \right\rceil e_2) + LV_n(s, a^* + \left\lfloor \frac{k_1}{2} \right\rfloor e_1 + \left\lfloor \frac{k_2}{2} \right\rfloor e_2). \end{aligned}$$

Aufgrund der Optimalität von a^* in s folgt

$$0 \leq LV_n(s, a^*) - LV_n(s, a^* + \left\lfloor \frac{k_1}{2} \right\rfloor e_1 + \left\lfloor \frac{k_2}{2} \right\rfloor e_2)$$

$$\leq LV_n(s + e_i, a^* + \left\lfloor \frac{k_1}{2} \right\rfloor e_1 + \left\lfloor \frac{k_2}{2} \right\rfloor e_2) - LV_n(s + e_i, a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2).$$

Es ergibt sich folgende Ungleichung:

$$LV_n(s + e_i, a^* + e_1 + e_2) \geq LV_n(s + e_i, a^* + k_1 e_1 + k_2 e_2), \quad k_1, k_2 \in \mathbb{N}. \quad (7.4)$$

Analog ergeben sich die folgenden Ungleichungen

$$LV_n(s + e_i, a^* + e_1) \geq LV_n(s + e_i, a^* + k_1 e_1 - k_2 e_2), \quad k_1 \in \mathbb{N}, k_2 \in \mathbb{N}_0; \quad (7.5)$$

$$LV_n(s + e_i, a^*) \geq LV_n(s + e_i, a^* - k_1 e_1 - k_2 e_2), \quad k_1, k_2 \in \mathbb{N}_0; \quad (7.6)$$

$$LV_n(s + e_i, a^* + e_2) \geq LV_n(s + e_i, a^* - k_1 e_1 + k_2 e_2), \quad k_1 \in \mathbb{N}_0, k_2 \in \mathbb{N}. \quad (7.7)$$

Insgesamt folgt aus (7.4) - (7.7) das gewünschte Resultat $f_n^*(s) \leq f_n^*(s + e_i) \leq f_n^*(s) + e_1 + e_2$.

(v) Da $V_n(s) = \max_{a \in A} \{LV_n(s, a)\}$ gilt, folgt die Behauptung aus (iii) und Lemma 7.3.

Ausgehend von der L^{\natural} -Konkavität von V_{N-1} (nach (v)) ergeben sich für $n = N - 2$ dieselben Beweisschritte wie für $n = N - 1$. Entsprechend für $n < N - 2$. \square

Wir geben nun einen Algorithmus an, der die gezeigten Strukturen effizient ausnutzt und im Vergleich zur klassischen Rückwärtsrechnung eine erheblich geringere Laufzeit erzielt:

Algorithmus 4

Schritt 1 (Initialisierung)

Setze $n = N$ und $V_N(s) = 0$ für alle $s \in S$.

Schritt 2 (Iteration)

Setze $n = n - 1$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0$, $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid a_1 \leq b_1, a_2 \leq b_2\}$.

(a) Berechne

$$V_n(s) = \max_{a \in A} \left\{ r(s, a) + \beta \sum_{w'=0}^{w_{max}} q(w') V_{n+1}(a_1, a_2 + w') \right\} \quad (7.8)$$

und wähle $f_n^*(s)$ als kleinste Maximalstelle der rechten Seite von (7.8). Ist $s_2 =$

$b_2 + w_{max}$, dann gehe zu (b). Andernfalls setze $A = \{f_n^*(s) + e_1 + e_2, f_n^*(s) + e_1, f_n^*(s) + e_2, f_n^*(s)\}$, $s_2 = s_2 + 1$ und gehe zu (a).

(b) Ist $s_1 < b_1$, dann setze $s_2 = 0$, $A = \{f_n^*(s) + e_1 + e_2, f_n^*(s) + e_1, f_n^*(s) + e_2, f_n^*(s)\}$, $s_1 = s_1 + 1$ und gehe zu (a). Ansonsten gehe zu Schritt 3.

Schritt 3 (Abbruch)

Falls $n = 0$, breche ab. Andernfalls fahre mit Schritt 2 fort.

Nach der Betrachtung dreier Modelle zur optimalen Steuerung regenerativer Energiesysteme schließt sich im nächsten Kapitel eine Zusammenfassung der Erkenntnisse dieser Arbeit sowie ein Ausblick auf zukünftige Forschungsvorhaben an.

Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Aufgrund des in Deutschland aber auch weltweit stetig steigenden Bedarfs an elektrischer Energie, der immer knapper werdenden fossilen Energieträger sowie der mit der Verfeuerung dieser Energieträger verbundenen Emissionen von Treibhausgasen und Schadstoffen, werden von vielen Regierungen Stromerzeugungstechnologien basierend auf erneuerbaren Energiequellen gefördert. Dadurch wird mittel- bis langfristig der Anteil erneuerbarer Energiequellen gegenüber den übrigen fossilen Energieträgern an der Stromerzeugung erheblich zunehmen. Allerdings birgt diese Entwicklung im Hinblick auf eine sichere Stromversorgung auch einige Herausforderungen. So zeichnen sich viele erneuerbare Energiesysteme durch eine intermittierende Stromerzeugungscharakteristik aus. Beispielsweise liefert eine Windenergieanlage je nach vorliegender Windgeschwindigkeit eine unterschiedliche Leistung. Im Hinblick auf die Netzstabilität ist dies problematisch, da sich zu jedem Zeitpunkt Angebot und Nachfrage nach elektrischer Energie entsprechen müssen, was durch einen hohen Anteil in begrenztem Umfang regelbarer erneuerbarer Energiesysteme im Netz erheblich erschwert wird. Mögliche Lösungsansätze liegen in der Erhöhung der Anzahl von Spitzenlastkraftwerken, die schnell ihre Leistung abrufen und somit Leistungseinbrüche erneuerbarer Energiesysteme abfangen können. Ein Problem stellen in diesem Fall neben den in der Regel hohen Betriebskosten, beispielsweise von Gaskraftwerken, die hohen Investitionskosten dar. Diese Kosten folgen daraus, dass für einen sicheren Netzbetrieb ein relativ großer Anteil der Leistung, die durch intermittierende Energiesysteme erbracht wird, durch entsprechende Spitzenlast-

kraftwerke abgesichert werden muss.

Eine weitere Maßnahme, die ergriffen werden kann, um für einen höheren Anteil erneuerbarer Energiesysteme im Netz zu sorgen, ist der vermehrte Einsatz von Energiespeichern, die eine Ausgleichsfunktion zwischen Angebot und Nachfrage nach elektrischer Energie einnehmen. Aufgrund der hohen Kosten von Energiespeichern bzw. in Ermangelung geeigneter Standorte für diese ist die Entwicklung optimaler Betriebsstrategien im Zusammenspiel mit intermittierenden Energiesystemen von großer Bedeutung.

In der vorliegenden Arbeit haben wir drei Modelle entwickelt, die sich dem gemeinsamen Betrieb intermittierender erneuerbarer Energiesysteme und Energiespeichern in unterschiedlichen Situationen widmen. Die sich dabei ergebenden Optimierungsprobleme haben wir als Markovsche Entscheidungsprozesse formuliert.

Im ersten der vorgestellten Modelle haben wir ein Energiesystem bestehend aus zwei Kraftwerken zur Stromerzeugung sowie einem Energiespeicher betrachtet. Der Energieoutput eines der Kraftwerke wird als stochastisch angenommen, sodass die gewählte Modellierung sich gut dazu eignet, intermittierende Stromerzeuger, wie z.B. Wind- oder Photovoltaikanlagen, zu beschreiben. Das zweite Kraftwerk weist die Charakteristik eines Spitzenlastkraftwerks auf, d.h. eventuelle Leistungseinbrüche des ersten Kraftwerks können schnell ausgeregelt werden. Der Betreiber der Anlage ist nun bestrebt eine gegebene Nachfrage nach elektrischer Energie durch den Einsatz der beiden Kraftwerke sowie dem Energiespeicher gewinnoptimal zu befriedigen. Dabei werden zusätzlich Konversionsverluste für das Ein- bzw. Ausspeichern von Energie in den Energiespeicher berücksichtigt. Nach einer Situationsbeschreibung und Formulierung des Problems als Markovscher Entscheidungsprozess haben wir Strukturaussagen bezüglich der optimalen Strategie gezeigt, die verwendet werden können, um in der Praxis den Optimierungsaufwand erheblich zu reduzieren.

Im zweiten Modell haben wir ein ähnliches Energiesystem wie schon zuvor in unserem ersten Modell betrachtet. Hier besteht das System wiederum aus zwei Kraftwerken sowie einem Energiespeicher. Im Gegensatz zum ersten Modell ist nun der Energieoutput beider Kraftwerke als stochastische Größe anzusehen. Daneben wird auch ein unterschiedlicher Standort beider Kraftwerke vom Energiespeicher zugelassen. Da unterschiedliche Entfernungen sich in den Leitungsverlusten bei der Durchleitung elektrischer Energie vom Erzeugungsort in den Kraftwerken bis zum Energiespeicher niederschlägt, werden diese zusätzlich zu den Konversionsverlusten für das Ein- bzw. Ausspeichern in der Modellierung berücksichtigt. Ebenso wie im ersten Modell ist der Anlagenbetrei-

ber an gewinnoptimalen Betriebsstrategien interessiert. Wir haben das Modell ebenfalls als Markovschen Entscheidungsprozess formuliert und im Anschluss Strukturaussagen bezüglich der optimalen Strategie hergeleitet. Dazu haben wir verwendet, dass die Wertfunktion des Markovschen Entscheidungsprozesses M^{\natural} -konkav ist, wobei dieser Ansatz bisher noch nicht in der uns bekannten einschlägigen Literatur verwendet wurde.

Im dritten der vorgestellten Modelle haben wir uns mit einem System bestehend aus einem Kraftwerk sowie einem Energiespeicher beschäftigt. Ebenso wie in den vorherigen Modellen weist das Kraftwerk eine intermittierende Stromerzeugungscharakteristik auf, wobei wir jedoch zusätzlich Effekte eines Day-ahead Markts mit in die Modellierung einbeziehen. Es sind folglich im Voraus Entscheidungen darüber zu treffen, welche Menge an elektrischer Energie für den Verkauf am Day-ahead Markt angeboten werden soll. Das Ziel war es wiederum gewinnoptimale Betriebsstrategien für das betrachtete System herzuleiten. Dazu wurde wie in den beiden anderen Modellen das zugrundeliegende Optimierungsproblem als Markovscher Entscheidungsprozess formuliert. Bei den anschließend getroffenen Strukturaussagen wurde ausgenutzt, dass die Wertfunktion des Markovschen Entscheidungsprozesses eine L^{\natural} -konkave Funktion ist. Ebenso wie im Kapitel zuvor wurde der gewählte Ansatz in dieser Form noch nicht in der dynamischen Optimierung verwendet.

8.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle können als Grundlage für vielfältige weitere Forschungsvorhaben dienen.

Dabei können insbesondere zwei mögliche Richtungen für künftige Forschungstätigkeiten identifiziert werden. So ist zum einen eine Modifizierung bzw. Erweiterung der vorgestellten Modelle denkbar, sodass weitere Anwendungsgebiete erschlossen bzw. ein unmittelbarer Einsatz in der Praxis ermöglicht wird. Zum anderen ergibt sich weiteres Forschungspotenzial im Bereich der in dieser Arbeit verwendeten Konzepte L^{\natural} - bzw. M^{\natural} -konkaver Funktionen.

Wir wollen uns zunächst auf die erste genannte Richtung konzentrieren.

Eine mögliche Modifikation der in dieser Arbeit vorgestellten Modelle wäre die Erweiterung der betrachteten Energiesysteme um weitere Kraftwerke und die Berücksichtigung deren Spezifika. Damit wäre es möglich, auch größere Kraftwerksparks zu modellieren

und somit eine größere Anwenderzielgruppe anzusprechen. Ein wesentliches Problem, welches sich hier abzeichnet, ist die hohe Dimensionalität des Zustands- und Aktionsraums, was in der Praxis zu erheblichen Laufzeitproblemen bei der Lösung führt. Um dies zu vermeiden, müssten entsprechende Strukturen, wie sie in dieser Arbeit hergeleitet wurden, ausgenutzt werden. Hierfür könnten sich die Konzepte L^h - und M^h -konkaver Funktionen eignen.

Neben einer Erhöhung der Anzahl betrachteter Kraftwerke ist auch eine Erhöhung des technischen Detaillierungsgrades der in dieser Arbeit entwickelten Modelle erstrebenswert. In diesem Zusammenhang könnten etwa Kraftwerkskennlinien, wie z.B. Leistungskurven von Kraftwerken oder die elektrotechnische Verhaltensweise des Energiespeichers, berücksichtigt werden. Als problematisch könnten sich neben dem hohen numerischen Aufwand zur Lösung derart komplexer Systeme auch Nichtlinearitäten im Verhalten der betrachteten Bauelemente erweisen.

Ein weiterer Anknüpfungspunkt für zukünftige Forschungsvorhaben liegt in einer detaillierteren Modellierung der Energiemärkte, auf denen die Kraftwerksbetreiber agieren. Zwar wurden stochastische Preise in der vorliegenden Arbeit zugelassen, aber es wurde beispielsweise auf eine explizite Modellierung von Energieauktionen verzichtet. Aus diesem Grund erscheint es lohnenswert, die gegebenen Modelle in dieser Hinsicht anzupassen. Allerdings ist zu vermuten, dass auch hier eine hohe Dimensionalität des Aktions- und Zustandsraums zu erwarten ist.

Neben einer Anpassung und Erweiterung der in dieser Arbeit vorgestellten Modelle birgt eine weitere Analyse L^h - und M^h -konkaver Funktionen vielversprechende Forschungsansätze.

In diesem Zusammenhang wären insbesondere Operatoren von Interesse, welche die Eigenschaften der L^h - oder M^h -Konkavität erhalten, sodass ein breiteres Anwendungsgebiet für diese Funktionen erschlossen werden kann.

Daneben wäre es von Interesse, welche weiteren Strukturaussagen neben den in dieser Arbeit hergeleiteten durch die L^h - oder M^h -Konkavität impliziert werden. Dies könnte zu einer weiteren Verringerung des Optimierungsaufwands führen.

Literaturverzeichnis

- [Alotto et al. 2014] ALOTTO, P. ; GUARNIERI, M. ; MORO, F.: Redox flow batteries for the storage of renewable energy: A review. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 29 (2014), S. 325 – 335
- [Axsäter 2006] AXSÄTER, S.: *Inventory Control*. 2. Aufl. Springer, 2006
- [Bansal 2005] BANSAL, R. C.: Optimization Methods for Electric Power Systems: An Overview. In: *International Journal of Emerging Electrical Power Systems* 2 (2005), S. 1 – 23
- [Baños et al. 2011] BAÑOS, R. ; MANZANO-AGUGLIARO, F. ; MONTOYA, F.G. ; GIL, C. ; ALCAYDE, A. ; GOMEZ, J.: Optimization methods applied to renewable and sustainable energy: A review. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15 (2011), S. 1753 – 1766
- [Bathurst u. Strbac 2003] BATHURST, G. N. ; STRBAC, G.: Value of combining energy storage and wind in short-term energy and balancing markets. In: *Electric Power Systems Research* 67 (2003), S. 1 – 8
- [Bazmi u. Zahedi 2011] BAZMI, Aqeel A. ; ZAHEDI, Gholamreza: Sustainable energy systems: Role of optimization modeling techniques in power generation and supply - A review. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15 (2011), S. 3480 – 3500
- [Bechert u. Chen 1977] BECHERT, Thomas E. ; CHEN, Nanming: Area automatic generation control by multi-pass dynamic programming. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 96 (1977), S. 1461 – 1469

- [Bechert u. Kwatny 1972] BECHERT, Thomas E. ; KWATNY, Harry G.: On the optimal dynamic dispatch of real power. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 91 (1972), S. 889 – 898
- [Bellman 1957] BELLMAN, R. E.: *Dynamic Programming*. Princeton University Press, 1957
- [Belobaba 1989] BELOBABA, P. P.: Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control. In: *Operations Research* 37 (1989), Nr. 2, S. 183 – 197
- [Benjaafar et al. 2011] BENJAAFAR, S. ; ELHAFSI, M. ; LEE, C.-Y. ; ZHOU, W.: Optimal Control of an Assembly System with Multiple Stages and Multiple Demand Classes. In: *Operations Research* 59 (2011), Nr. 2, S. 522–529
- [Bertsekas et al. 1983] BERTSEKAS, Dimitri P. ; LAUER, Gregory S. ; JR., Nils R. S. ; POSBERGH, Thomas A.: Optimal Short-Term Scheduling of Large-Scale Power Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 28 (1983), S. 1 – 11
- [Brumelle u. McGill 1993] BRUMELLE, S. L. ; MCGILL, J. I.: Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes. In: *Operations Research* 41 (1993), Nr. 1, S. 127 – 137
- [Buenger et al. 2008] BUENGER, U. ; CROTOGINO, F. ; GATZEN, C. ; GLAUNSINGER, W. ; HUEBNER, S. ; KLEIMEIER, M. ; KOENEMUND, M. ; LANDINGER, H. ; LEBIODA, T. ; LEONHARDT, W. ; SAUER, D. ; WEBER, H. ; WENZEL, A. ; WOLF, E. ; WOYKE, W. ; ZUNFT, S.: *Energiespeicher in Stromversorgungssystemen mit hohem Anteil erneuerbarer Energieträger*. Forschungsbericht, 2008
- [Bäuerle u. Rieder 2011] BÄUERLE, N. ; RIEDER, U.: *Markov decision processes with applications to finance*. Springer, 2011
- [Busch 2006] BUSCH, R.: *Elektrotechnik und Elektronik*. 4. Aufl. Teubner, 2006
- [Carpentier et al. 1996] CARPENTIER, P. ; COHEN, G. ; CULIOLI, J.-C.: Stochastic Optimization of Unit Commitment: a new Decomposition Framework. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 11 (1996), S. 1067 – 1073

- [Castronuovo u. Lopes 2004] CASTRONUOVO, E. D. ; LOPES, J. A. P.: On the Optimization of the Daily Operation of a Wind-Hydro Power Plant. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 19 (2004), S. 1599 – 1606
- [Chen et al. 2009] CHEN, Haisheng ; CONG, Thang N. ; YANG, Wei ; TAN, Chunqing ; LI, Yongliang ; DING, Yulong: Progress in electrical energy storage system: A critical review. In: *Progress in Natural Science* 19 (2009), S. 291 – 312
- [Chen u. Simchi-Levi 2004a] CHEN, X. ; SIMCHI-LEVI, D.: Coordinating Inventory Control and Pricing Strategies with Random Demand and Fixed Ordering Cost: The Finite Horizon Case. In: *Operations Research* 52 (2004), Nr. 6, S. 887 – 896
- [Chen u. Simchi-Levi 2004b] CHEN, X. ; SIMCHI-LEVI, D.: Coordinating Inventory Control and Pricing Strategies with Random Demand and Fixed Ordering Cost: The Infinite Horizon Case. In: *Mathematics of Operations Research* 29 (2004), Nr. 3, S. 698 – 723
- [Chowdhury u. Rahman 1990] CHOWDHURY, B. H. ; RAHMAN, S.: A review of recent advances in economic dispatch. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 5 (1990), S. 1248 – 1259
- [Costa et al. 2008] COSTA, L.M. ; BOURRY, F. ; JUBAN, J. ; KARINIOTAKIS, G.: Management of Energy Storage Coordinated with Wind Power under Electricity Market Conditions. In: *Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2008. PMAPS '08. Proceedings of the 10th International Conference on, 2008*, S. 1–8
- [Crastan 2012] CRASTAN, V.: *Elektrische Energieversorgung 2 : Energiewirtschaft und Klimaschutz Elektrizitätswirtschaft, Liberalisierung Kraftwerktechnik und alternative Stromversorgung, chemische Energiespeicherung*. 3. Aufl. Springer, 2012
- [Deutscher Wetterdienst 2014] DEUTSCHER WETTERDIENST: *Klimadaten Deutschland*. http://www.dwd.de/bvbw/appmanager/bvbw/dwdwwwDesktop?_nfpb=true&_pageLabel=_dwdwww_klima_umwelt_klimadaten_deutschland&T82002gsbDocumentPath=Navigation%2FOeffentlichkeit%2FKlima__Umwelt%2FKlimadaten%2FKlDaten__kostenfrei%2Fausgabe__monatswerte__node.html%3F__nnn%3Dtrue, 2014. – Datum des letzten Aufrufs: 16.09.2014

- [Diekmann u. Rosenthal 2014] DIEKMANN, B. ; ROSENTHAL, E.: *Energie*. Springer Spektrum, 2014
- [DIN-31051 2012] DIN-31051: *Grundlagen der Instandhaltung*. 2012-09. Berlin : Beuth, 2012
- [Enslin 2004] ENSLIN, J. H. R.: Interconnection of distributed power to the distribution network. In: *Power Systems Conference and Exposition, 2004. IEEE PES* Bd. 2, 2004, S. 726–731
- [EPEX 2014] EPEX: *Produkte Intraday-Handel*. <http://www.epexspot.com/de/produkte/intraday-handel/deutschland>, 2014. – Datum des letzten Aufrufs: 08.08.2014
- [Europäische Kommission 2011] EUROPÄISCHE KOMMISSION: *Energiefahrplan 2050*. <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN-DE/TXT/?uri=CELEX:52011DC0885&fromTab=ALL&from=DE>, 2011. – Datum des letzten Aufrufs: 06.10.2014
- [Feinberg u. Shwartz 2002] FEINBERG, E. A. (Hrsg.) ; SHWARTZ, A. (Hrsg.): *Handbook of Markov decision processes*. Kluwer Academic, 2002
- [Flosdorff u. Hilgarth 2005] FLOSDORFF, R. ; HILGARTH, G.: *Elektrische Energieverteilung*. 9. Aufl. Teubner, 2005
- [Foote et al. 2005] FOOTE, C. E. ; ROSCOE, A. J. ; CURRIE, R. A. ; AULT, G. W. ; McDONALD, J. R.: Ubiquitous Energy Storage, International Conference on Future Power Systems, Glasgow, 2005
- [Fuchs 2012] FUCHS, F.: Leistungselektronik-Generatorsysteme für Windenergieanlagen. In: SCHAFFARCZYK, A. (Hrsg.) ; CEWIND EG (Hrsg.): *Einführung in die Windenergie-technik*. Hanser, 2012
- [Garcia-Gonzalez et al. 2008] GARCIA-GONZALEZ, J. ; DE LA MUELA, R.M.R. ; SANTOS, L.M. ; GONZALEZ, A.M.: Stochastic Joint Optimization of Wind Generation and Pumped-Storage Units in an Electricity Market. In: *Power Systems, IEEE Transactions on* 23 (2008), Nr. 2, S. 460–468

- [Genoese 2013] GENOESE, F.: *Modellgestützte Bedarfs- und Wirtschaftlichkeitsanalyse von Energiespeichern zur Integration erneuerbarer Energien in Deutschland*, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Diss., 2013
- [Giesecke u. Mosonyi 2009] GIESECKE, J. ; MOSONYI, E.: *Wasserkraftanlagen : Planung, Bau und Betrieb*. 5. Aufl. Springer, 2009
- [Grävenstein 2008] GRÄVENSTEIN, J. H.: *Die Optimalität strukturierter Entscheidungsfunktionen bei der Steuerung eines Reservoirs*. Sierke, 2008
- [Hadjipaschalis et al. 2009] HADJIPASCHALIS, I. ; POULLIKKAS, A. ; EFTHIMIOU, V.: Overview of current and future energy storage technologies for electric power applications. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 13 (2009), S. 1513 – 1522
- [Han u. Gooi 2007] HAN, X. S. ; GOOI, H. B.: Effective economic dispatch model and algorithm. In: *Electrical Power and Energy Systems* 29 (2007), S. 113 – 120
- [Happ 1977] HAPP, H. H.: Optimal Power Dispatch - A Comprehensive Survey. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 3 (1977), S. 841 – 854
- [Hau 2014] HAU, E.: *Windkraftanlagen*. 5. Aufl. Springer Vieweg, 2014
- [Heier 2009] HEIER, S.: *Windkraftanlagen : Systemauslegung, Netzintegration und Regelung*. 5. Aufl. Vieweg + Teubner, 2009
- [Hetzler et al. 2008] HETZER, J. ; YU, D. ; BHATTARAI, Kalu: An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 23 (2008), S. 603 – 611
- [Heuck et al. 2010] HEUCK, K. ; DETTMANN, K. D. ; SCHULZ, D.: *Elektrische Energieversorgung : Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis*. 8. Aufl. Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2010
- [Heuraux 2004] HEURAUX, C.: *Die deutsche Energiewirtschaft*. Energiewirtschaft und Technik Verlagsgesellschaft mbH, 2004
- [Hinderer 1970] HINDERER, K. ; BECKMANN, M. (Hrsg.) ; KÜNZI, H. P. (Hrsg.): *Foundations of Non-stationary Dynamic Programming with Discrete Time Parameter*. Springer, 1970

- [Hinderer u. Hübner 1977] HINDERER, K. ; HÜBNER, G.: An Improvement of J. F. Shapiro's Turnpike Theorem for the Horizon of Finite Stage Discrete Dynamic Programs. In: KOZESNIK, J. (Hrsg.): *Transactions of the Seventh Prague Conference on Information Theory, Statistical Decision Functions, Random Processes and of the 1974 European Meeting of Statisticians* Bd. 7A. Springer, 1977. – ISBN 978-94-010-9912-7, S. 245–255
- [Hinderer u. Waldmann 2001] HINDERER, K. ; WALDMANN, K.-H.: Cash management in a randomly varying environment. In: *European Journal of Operational Research* 130 (2001), Nr. 3, S. 468 – 485
- [Hindi u. Ghani 1991] HINDI, K. S. ; GHANI, M. R. A.: Dynamic economic dispatch for large scale power systems: a Lagrangian relaxation approach. In: *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 13 (1991), S. 2 – 64
- [Hirscher 2010] HIRSCHER, M. (Hrsg.): *Handbook of Hydrogen Storage*. Wiley-VCH, 2010
- [Huenges 2010] HUENGES, E. (Hrsg.): *Geothermal energy systems : exploration, development, and utilization*. Wiley-VCH, 2010
- [IEC 61400-1:2005] IEC 61400-1:2005: *Windenergieanlagen - Teil 1: Auslegungsforderungen*
- [International Energy Agency 2012] INTERNATIONAL ENERGY AGENCY: *World Energy Outlook 2012*. 2012
- [Irisarri et al. 1998] IRISARRI, G. ; KIMBALL, L. M. ; CLEMENTS, K. A. ; BAGCHI, A. ; DAVIS, P. W.: Economic Dispatch with Network and Ramping Constraints via Interior Point Methods. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 13 (1998), S. 236 – 242
- [Jarass et al. 2009] JARASS, L. ; OBERMAIR, G. M. ; VOIGT, W.: *Windenergie: Zuverlässige Integration in die Energieversorgung*. 2. Aufl. Springer, 2009
- [Jebaraj u. Iniyar 2006] JEBARAJ, S. ; INIYAN, S.: A review of energy models. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 10 (2006), S. 281 – 311

- [Kaldellis 2010] KALDELLIS, J. K.: Overview of stand-alone and hybrid wind energy systems. In: KALDELLIS, J. K. (Hrsg.): *Stand-alone and hybrid wind energy systems*. Woodhead Publishing, 2010
- [Kaltschmitt u. Streicher 2003] KALTSCHMITT, M. ; STREICHER, W.: Solare Strahlung. In: KALTSCHMITT, M. (Hrsg.) ; WIESE, A. (Hrsg.) ; STREICHER, W. (Hrsg.): *Erneuerbare Energien*. 3. Springer, 2003
- [Kaltschmitt u. Wiese 2003] KALTSCHMITT, M. ; WIESE, A.: Windenergie. In: KALTSCHMITT, M. (Hrsg.) ; WIESE, A. (Hrsg.) ; STREICHER, W. (Hrsg.): *Erneuerbare Energien*. 3. Springer, 2003
- [Kehl et al. 2003] KEHL, K. ; KALTSCHMITT, M. ; STREICHER, W.: Stromerzeugung aus Windenergie. In: KALTSCHMITT, M. (Hrsg.) ; WIESE, A. (Hrsg.) ; STREICHER, W. (Hrsg.): *Erneuerbare Energien*. 3. Springer, 2003
- [Kim u. Powell 2011] KIM, J. H. ; POWELL, W. B.: Optimal Energy Commitments with Storage and Intermittent Supply. In: *Operations Research* 59 (2011), S. 1347 – 1360
- [Klell 2010] KLELL, M.: Storage of Hydrogen in the Pure Form. In: HIRSCHER, M. (Hrsg.): *Handbook of Hydrogen Storage*. Wiley-VCH, 2010
- [Klenke 2011] KLENKE, A.: *Wahrscheinlichkeitstheorie*. 2. Aufl. Springer Spektrum, 2011
- [Korpaas et al. 2003] KORPAAS, M. ; HOLEN, A. T. ; HILDRUM, R.: Operation and sizing of energy storage for wind power plants in a market system. In: *Electrical Power and Energy Systems* 25 (2003), S. 599 – 606
- [Kurzweil 2013] KURZWEIL, P.: *Brennstoffzellentechnik*. 2. Aufl. Springer Vieweg, 2013
- [Lautenbacher u. Stidham 1999] LAUTENBACHER, C. J. ; STIDHAM, S.: The Underlying Markov Decision Process in the Single-Leg Airline Yield-Management Problem. In: *Transportation Science* 33 (1999), Nr. 2, S. 136 – 146
- [Lee u. Hersh 1993] LEE, T. C. ; HERSH, M.: A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings. In: *Transportation Science* 27 (1993), S. 252 – 265

- [Löhndorf u. Minner 2010] LÖHNDORF, N. ; MINNER, S.: Optimal day-ahead trading and storage of renewable energies - an approximate dynamic programming approach. In: *Energy Systems* 1 (2010), Nr. 1, S. 61–77
- [Littlewood 1972] LITTLEWOOD, K.: Forecasting and Control of Passenger Bookings. In: *AGIFORS Proceedings* Bd. 12, 1972, S. 95 – 117
- [Madlener u. Specht 2013] MADLENER, R. ; SPECHT, J. M.: An Exploratory Economic Analysis of Underground Pumped-Storage Hydro Power Plants in Abandoned Coal Mines / Institute for Future Energy Consumer Needs and Behavior (FCN). 2013. – Forschungsbericht
- [McQueen et al. 2004] MCQUEEN, D. H. O. ; HYLAND, P. R. ; WATSON, S. J.: Monte Carlo Simulation of Residential Electricity Demand for Forecasting Maximum Demand on Distribution Networks. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 19 (2004), Nr. 3, S. 1685 – 1689
- [Merlin u. Sandrin 1983] MERLIN, A. ; SANDRIN, P.: A new method for unit commitment at Electricité de France. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 5 (1983), S. 1218 – 1225
- [Mertens 2013] MERTENS, K.: *Photovoltaik : Lehrbuch zu Grundlagen, Technologie und Praxis*. 2. Aufl. Hanser Verlag, 2013
- [Muckstadt u. Koenig 1977] MUCKSTADT, J. A. ; KOENIG, S. A.: An Application of Lagrangian Relaxation to Scheduling in Power-Generation Systems. In: *Operations Research* 25 (1977), S. 387 – 403
- [Muckstadt u. Sapro 2010] MUCKSTADT, J. A. ; SAPRA, A.: *Principles of Inventory Management: When You are Down to Four, Order More*. Springer, 2010
- [Murota 2004] MUROTA, K.: *Discrete Convex Analysis*. SIAM Philadelphia, 2004
- [Murota 2008] MUROTA, K.: Recent Developments in Discrete Convex Analysis. In: COOK, W. J. (Hrsg.) ; LOVÁSZ, L. (Hrsg.) ; VYGEN, J. (Hrsg.): *Research Trends in Combinatorial Optimization*. Springer, 2008
- [Murota 2010] MUROTA, K.: Submodular Function Minimization and Maximization in Discrete Convex Analysis. In: *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* B23 (2010), S. 193–211

- [Nandalal u. Bogardi 2007] NANDALAL, K. D. W. ; BOGARDI, J. J.: *Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs: Applicability and Limits*. Cambridge University Press, 2007
- [Neupert et al. 2009] NEUPERT, U. ; EUTING, T. ; KRETSCHMER, T. ; NOTTHOFF, C. ; RUHLIG, K. ; WEIMERT, B.: *Energiespeicher*. Fraunhofer IRB Verlag, 2009
- [Norster et al. 2013] NORSTER, A. ; RICHMOND, G. ; ARAUJO, M.: A Survey of Energy Sources and Storage Devices / Department of Electrical Engineering, University of Southern Maine. 2013. – Forschungsbericht
- [Oeding u. Oswald 2011] OEDING, D. ; OSWALD, B. R.: *Elektrische Kraftwerke und Netze*. 7. Aufl. Springer, 2011
- [Panos 2013] PANOS, K.: *Praxisbuch Energiewirtschaft : Energieumwandlung, -transport und -beschaffung im liberalisierten Markt*. 3. Aufl. Springer Vieweg, 2013
- [Pforte 2010] PFORTE, R.: *Untersuchungen zur Integration der fluktuierenden Windenergie in das System der Elektroenergieversorgung*, Diss., 2010. – Karlsruhe, KIT, Diss., 2010
- [Pilgram 2010] PILGRAM, T.: Formen des Handels an der EEX. In: SCHWINTOWSKI, H.-P. (Hrsg.): *Handbuch Energiehandel*. 2. Aufl. Erich Schmidt Verlag, 2010
- [Piperagkas et al. 2011] PIPERAGKAS, G.S. ; ANASTASIADIS, A.G. ; HATZIARGYRIOU, N.D.: Stochastic PSO-based heat and power dispatch under environmental constraints incorporating CHP and wind power units. In: *Electric Power Systems Research* 81 (2011), S. 209 – 218
- [Porteus 2002] PORTEUS, E. L.: *Foundations of Stochastic Inventory Theory*. Stanford University Press, 2002
- [Puterman 2005] PUTERMAN, M. L.: *Markov decision processes : discrete stochastic dynamic programming*. 2. Aufl. Wiley-Interscience, 2005
- [van Radecke 2012] RADECKE, H. van: Windressourcen, Standortbewertung, Ökologie. In: SCHAFFARCZYK, A. (Hrsg.) ; CEWIND EG (Hrsg.): *Einführung in die Windenergietechnik*. Hanser, 2012

- [Rockafellar 1997] ROCKAFELLAR, R. T.: *Convex analysis*. 10. Aufl. Princeton Univ. Press, 1997
- [Ross u. Kim 1980] ROSS, D. W. ; KIM, S.: Dynamic economic dispatch of generation. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 99 (1980), S. 2060 – 2068
- [Sauer 2006] SAUER, D. U.: Optionen zur Speicherung elektrischer Energie in Energieversorgungssystemen mit regenerativer Stromerzeugung. In: *Solarzeitalter* 4 (2006), S. 12 – 34
- [Scarf 1959] SCARF, H.: The optimality of (s,S) policies in the dynamic inventory problem. In: ARROW, K. J. (Hrsg.) ; KARLIN, S. (Hrsg.) ; SUPPES, P. (Hrsg.): *Mathematical Methods in the Social Sciences*. Stanford : Stanford University Press, 1959
- [Schaffarczyk 2014] SCHAFFARCZYK, A. P.: *Introduction to Wind Turbine Aerodynamics*. Springer, 2014
- [Schäl 1976] SCHÄL, M.: On the optimality of (s, S)-policies in dynamic inventory. In: *SIAM Journal on Applied Mathematics* 30 (1976), S. 528 – 537
- [Schulz 2007] SCHULZ, C.: *Systembetrachtung zur Integration von Mini-Blockheizkraftwerken in das elektrische Versorgungsnetz*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 2007
- [Schwintowski 2010] SCHWINTOWSKI, H.-P. (Hrsg.): Erich Schmidt Verlag, 2010
- [Shapiro 1968] SHAPIRO, J. F.: Turnpike planning horizons for a markovian decision model. In: *Management Science* 14 (1968), S. 292 – 300
- [Spicker 2010] SPICKER, J.: Formen des OTC Handels. In: SCHWINTOWSKI, H.-P. (Hrsg.): *Handbuch Energiehandel*. Erich Schmidt Verlag, 2010
- [Stieglitz u. Heinzel 2012] STIEGLITZ, R. ; HEINZEL, V.: *Thermische Solarenergie : Grundlagen, Technologie, Anwendungen*. Springer, 2012
- [Subramanian et al. 1999] SUBRAMANIAN, J. ; STIDHAM, S. ; LAUTENBACHER, C. J.: Airline Yield Management with Overbooking, Cancellations, and No-Shows. In: *Transportation Science* 33 (1999), S. 147 – 167

- [Swarup u. Yamashiro 2002] SWARUP, K. S. ; YAMASHIRO, S.: Unit Commitment Solution Methodology Using Genetic Algorithm. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 17 (2002), S. 87 – 91
- [Takriti et al. 1996] TAKRITI, Samer ; BIRGE, John R. ; LONG, Erik: A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 11 (1996), S. 1497 – 1508
- [Talluri u. Ryzin 2005] TALLURI, K. T. ; RYZIN, G. J. V.: *The theory and practice of revenue management*. Springer, 2005
- [Transmission 2007] TRANSMISSION, Konsortium Alstom Power/Ecofys/E.ON Energie/KBB/IAEW/REpower/Vattenfall E.: *Verbesserte Integration großer Windstrommengen durch Zwischenspeicherung mittels CAES*. http://www.bine.info/fileadmin/content/Publikationen/Projekt-Infos/Zusatzinfos/2007-05_Abschlussbericht.pdf, 05 2007. – Datum des letzten Aufrufs: 15.10.2014
- [Veinott 1966] VEINOTT, A. F.: On the optimality of (s, S) inventory policies: new conditions and a new proof. In: *SIAM Journal on Applied Mathematics* 14 (1966), Nr. 5, S. 1067 – 1083
- [Ventosa et al. 2005] VENTOSA, M. ; BAÍLLO, Á. ; RAMOS, A. ; RIVIER, M.: Electricity market modeling trends. In: *Energy Policy* 33 (2005), S. 897 – 913
- [Waldmann 1981] WALDMANN, K.-H.: *Über dynamische Optimierungsprobleme bei stochastisch variierenden Umwelteinflüssen*. Habilitationsschrift: Technische Hochschule Darmstadt, 1981
- [Waldmann 1983] WALDMANN, K.-H.: Optimal replacement under additive damage in randomly varying environments. In: *Naval Research Logistics Quarterly* 30 (1983), Nr. 3, S. 377–386
- [Waldmann 1984] WALDMANN, K.-H.: Inventory Control in Randomly Varying Environments. In: *SIAM Journal on Applied Mathematics* 44 (1984), Nr. 3, S. 657 –666
- [Waldmann u. Stocker 2012] WALDMANN, K.-H. ; STOCKER, U.: *Stochastische Modelle*. 2. Aufl. Springer, 2012

- [Wang u. Shahidehpour 1994] WANG, C. ; SHAHIDEHPOUR, S. M.: Ramp-rate limits in unit commitment and economic dispatch incorporating rotor fatigue effect. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 9 (1994), S. 1539 – 1545
- [Weinrebe u. Laing 2003] WEINREBE, G. ; LAING, D.: Solarthermische Stromerzeugung. In: KALTSCHMITT, M. (Hrsg.) ; WIESE, A. (Hrsg.) ; STREICHER, W. (Hrsg.): *Erneuerbare Energien*. 3. Aufl. Springer, 2003
- [White 1988] WHITE, D. J.: Further Real Applications of Markov Decision Processes. In: *Interfaces* 18 (1988), Nr. 5, S. 55 – 61
- [White 1993a] WHITE, D. J.: *Markov decision processes*. Wiley, 1993
- [White 1993b] WHITE, D. J.: A Survey of Applications of Markov Decision Processes. In: *The Journal of the Operational Research Society* 44 (1993), Nr. 11, S. 1073 – 1096
- [Wietschel et al. 2010] WIETSCHEL, M. ; ARENS, M. ; DÖTSCH, C. ; HERKEL, S. ; KREWITT, W. ; MARKEWITZ, P. ; MÖST, D. ; SCHEUFEN, M. ; ISI, Fraunhofer (Hrsg.): *Energiotechnologien 2050 - Schwerpunkte für Forschung und Entwicklung*. Fraunhofer Verlag, 2010
- [Wong u. Fuller 2007] WONG, S. ; FULLER, J. D.: Pricing Energy and Reserves Using Stochastic Optimization in an Alternative Electricity Market. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 22 (2007), S. 631 – 638
- [Würfel 2009] WÜRFEL, P.: *Physics of solar cells : from basic principles to advanced concepts*. 2. Aufl. Wiley-VCH, 2009
- [Wu et al. 2007] WU, L. ; SHAHIDEHPOUR, M. ; LI, T.: Stochastic Security-Constrained Unit Commitment. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 22 (2007), S. 800 – 811
- [Xia u. Elaiw 2010] XIA, X. ; ELAIW, A. M.: Optimal dynamic economic dispatch of generation: A review. In: *Electric Power Systems Research* 80 (2010), S. 975 – 986
- [Yin u. Rajaram 2007] YIN, R. ; RAJARAM, K.: Joint pricing and inventory control with a Markovian demand model. In: *European Journal of Operational Research* 182 (2007), S. 113 – 126

- [Zahoransky 2013] ZAHORANSKY, Richard ; ALLELEIN, H.-J. (Hrsg.) ; BOLLIN, E. (Hrsg.) ; OEHLER, H. (Hrsg.) ; SCHELLING, U. (Hrsg.) ; SCHWARZ, H. (Hrsg.) ; ZAHORANSKY, R. (Hrsg.): *Energietechnik : Systeme zur Energieumwandlung. Kompaktwissen für Studium und Beruf*. 6. Aufl. Springer Vieweg, 2013
- [Zhao et al. 2008] ZHAO, H. ; RYAN, J. K. ; DESHPANDE, V.: Optimal Dynamic Production and Inventory Transshipment Policies for a Two-Location Make-to-Stock System. In: *Operations Research* 56 (2008), Nr. 2, S. 400 – 410
- [Zhou u. Teng 2013] ZHOU, S. ; TENG, F.: Estimation of urban residential electricity demand in China using household survey data. In: *Energy Policy* 61 (2013), S. 394 – 402
- [Zhou et al. 2011] ZHOU, S. X. ; TAO, Z. ; CHAO, X.: Optimal Control of Inventory Systems with Multiple Types of Remanufacturable Products. In: *Manufacturing & Service Operations Management* 13 (2011), Nr. 1, S. 20 – 34
- [Zhou et al. 2013] ZHOU, Y. ; SCHELLER-WOLF, A. ; SECOMANDI, N. ; SMITH, S.: Managing Wind-based Electricity Generation in the Presence of Storage and Transmission Capacity / Carnegie Mellon University. 2013. – Forschungsbericht
- [Zipkin 2000] ZIPKIN, P. H.: *Foundations of inventory management*. McGraw-Hill, 2000