

# Aerodynamische Anregung resonanter Schaufelschwingungen in Radialturbinen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Martin Schwitzke  
aus Mühlacker

Tag der mündlichen Prüfung:

04. August 2015

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn



# Aerodynamische Anregung resonanter Schaufelschwingungen in Radialturbinen

von

Dipl.-Ing. Martin Schwitzke

Karlsruhe 2015



## Vorwort des Herausgebers

Der schnelle technische Fortschritt im Turbomaschinenbau, der durch extreme technische Forderungen und starken internationalen Wettbewerb geprägt ist, verlangt einen effizienten Austausch und die Diskussion von Fachwissen und Erfahrung zwischen Universitäten und industriellen Partnern. Mit der vorliegenden Reihe haben wir versucht, ein Forum zu schaffen, das neben unseren Publikationen in Fachzeitschriften die aktuellen Forschungsergebnisse des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) einem möglichst großen Kreis von Fachkollegen aus der Wissenschaft und vor allem auch der Praxis zugänglich macht und den Wissenstransfer intensiviert und beschleunigt.

Flugtriebwerke, stationäre Gasturbinen, Turbolader und Verdichter sind im Verbund mit den zugehörigen Anlagen faszinierende Anwendungsbereiche. Es ist nur natürlich, dass die methodischen Lösungsansätze, die neuen Messtechniken, die Laboranlagen auch zur Lösung von Problemstellungen in anderen Gebieten - hier denke ich an Otto- und Dieselmotoren, elektrische Antriebe und zahlreiche weitere Anwendungen - genutzt werden. Die effiziente, umweltfreundliche und zuverlässige Umsetzung von Energie führt zu Fragen der ein- und mehrphasigen Strömung, der Verbrennung und der Schadstoffbildung, des Wärmeübergangs sowie des Verhaltens metallischer und keramischer Materialien und Verbundwerkstoffe. Sie stehen im Mittelpunkt ausgedehnter theoretischer und experimenteller Arbeiten, die im Rahmen nationaler und internationaler Forschungsprogramme in Kooperation mit Partnern aus Industrie, Universitäten und anderen Forschungseinrichtungen durchgeführt werden.

Es sollte nicht unerwähnt bleiben, dass alle Arbeiten durch enge Kooperation innerhalb des Instituts geprägt sind. Nicht ohne Grund ist der Beitrag der Werkstätten, der Technik-, der Rechner- und Verwaltungsabteilungen besonders hervorzuheben. Diplomanden und Hilfsassistenten tragen mit ihren Ideen Wesentliches bei, und natürlich ist es der stets freundschaftlich fordernde wissenschaftliche Austausch zwischen den Forschergruppen des Instituts, der zur gleichbleibend hohen Qualität der Arbeiten entscheidend beiträgt. Dabei sind wir für die Unterstützung unserer Förderer außerordentlich dankbar.

In konsequenter Fortsetzung früherer Arbeiten am Institut für Thermische Strömungsmaschinen befasst sich Herr Schwitzke im vorliegenden Band der Schriftenreihe mit der Analyse der Anregungsmechanismen von Radialturbinen mit Leitgittern. Im Gegensatz zu den meisten Axialmaschinen sind die als Radialmaschinen ausgelegten Verdichter- und Turbinenräder von Turboladern integrale Bauteile. Aufgrund relativ geringer Eigendämpfung und einem im Turboladerbetrieb sehr breiten Anregungsspektrum sind diese Komponenten besonders anfällig für resonante Schwingungen. Mit Hilfe umfangreicher numerischer Studien gelingt es dem Autor, das Schwingungsverhalten verstimmter integraler Turbinenräder im Betrieb sehr genau zu analysieren und wesentliche neue Erkenntnisse zu gewinnen. Die Validierung der entwickelten Ansätze auf Basis gekoppelter fluid- und strukturmechanischer Berechnungen erfolgt mit Hilfe vorliegender experimenteller Daten, die in einer Vorgängerarbeit gewonnen wurden. Der Autor beschränkt sich jedoch nicht nur auf die Analyse sondern stellt diese stets in den Kontext der Auslegung und Fertigung der Komponenten und gibt gezielte Hinweise für die Instrumentierung von Turbinenrotoren im Rahmen einer Schwingungsprobung.

Karlsruhe, im August 2015

Hans-Jörg Bauer



## Vorwort des Autors

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl und Institut für Thermische Strömungsmaschinen (ITS) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT). Das ausgezeichnete wissenschaftliche Arbeitsumfeld und die hervorragende Ausstattung der renommierten Forschungseinrichtung bildeten die Grundlage für das Gelingen dieser Arbeit. Durch das Interesse der Industrie wurden die Forschungsarbeiten über die Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V. (FVV) gefördert. Diese Rahmenbedingungen brachten die äußerst spannende Forschungsaufgabe hervor.

Mein Dank gilt an erster Stelle dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer, der mich mit dieser Aufgabe betraute und es mir ermöglichte die Ergebnisse zu veröffentlichen und in internationalen Fachkreisen zu diskutieren. Für seine fortwährende Unterstützung und für die Übernahme des Hauptreferats bin ich ihm zu großem Dank verpflichtet. Für die Übernahme des Korreferats und für sein Interesse an meiner Forschungsarbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn, Leiter des Lehrstuhls für Strukturmechanik und Fahrzeugschwingungen an der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus. Sein und das an seinem Lehrstuhl aufgebaute Fachwissen im Bereich von Schaufelschwingungen war für die Arbeit von erheblichem Nutzen. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Achmed Schulz unter dessen direkter Leitung die vorliegende Arbeit entstand. Als Teil seiner Forschungsgruppe „Radialmaschinen und Turbolader“ konnte ich von seinem Rat und seinem steten Rückhalt profitieren. Für die wissenschaftliche Betreuung und auch für die hilfreichen Anmerkungen zur schriftlichen Ausarbeitung danke ich ihm sehr.

Des Weiteren möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Karl-Heinz Rohne von der ABB Turbo Systems AG bedanken, der als Obmann des FVV Arbeitskreises wichtige Impulse geliefert und sich sehr für die Förderung des Projekts eingesetzt hat. Bei meinem Vorgänger, Herr Dr.-Ing. Michael Klaus, bedanke ich mich für seine hilfreichen Anregungen besonders in der Startphase sowie für die Bereitstellung seiner Daten. Darüber hinaus möchte ich die äußerst angenehme und unkomplizierte Kooperation mit Herrn Peter Hönisch dankend erwähnen.

Bei allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen bedanke ich mich herzlich für das beeindruckende Arbeitsumfeld. Sowohl die durch Hilfsbereitschaft und Zuverlässigkeit geprägte Zusammenarbeit als auch der äußerst angenehme und freundschaftliche Umgang untereinander werden mich stets auf eine tolle Zeit am Institut zurückblicken lassen.

Nicht vergessen möchte ich an dieser Stelle alle studentischen Mitarbeiter, die mit ihren Studien- und Diplom- bzw. Bachelor- und Masterarbeiten Beachtliches geleistet und wichtige Beiträge zur vorliegenden Arbeit geliefert haben. Im Besonderen sind dies die Herren Sebastian Ehrhard, Martin Berger, Markus Stricker, Stefan May, Florian Kupper und Jan Wingers.





# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis .....	iii
<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Dauerfeste Auslegung von Radialturbinenrotoren .....	2
1.2 Vorgehen und Zielsetzung der Arbeit .....	4
<b>2 Grundlagen zu Schaufelschwingungen in Turbomaschinen .....</b>	<b>7</b>
2.1 Eigenschwingverhalten idealer Rotoren .....	8
2.1.1 Schaufel- und Scheibenschwingungsformen .....	9
2.1.2 Gekoppelte Schwingungsformen zyklisch-rotationssymmetrischer Strukturen .	11
2.2 Eigenschaften realer verstimmtter Rotoren .....	16
2.2.1 Ursachen der Verstimmung .....	16
2.2.2 Auswirkung der Verstimmung auf das dynamische Verhalten .....	18
2.3 Erzwungene Schwingungen und Resonanzzustände im Betrieb .....	22
2.3.1 Bedingungen für Resonanzzustände .....	23
2.3.2 Aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen .....	28
2.3.3 Dämpfung .....	33
2.4 Kenntnisstand zu Schaufelschwingungen in Radialturbinen .....	39
2.4.1 Dauerfeste Schaufelauslegung in Turboladern .....	41
2.4.2 Methoden zur Analyse von Schaufelschwingungen .....	44
2.4.3 Forschungsarbeiten zur numerischen Analyse der Schwingungsanregung .....	49
2.5 Wissenschaftliche Fragestellungen und Forschungsansatz .....	52
<b>3 Dynamische Eigenschaften der untersuchten Radialturbine .....</b>	<b>55</b>
3.1 MTU ZR140 Turbinenrotor .....	55
3.1.1 Beschreibung des Turbinenrotors .....	55
3.1.2 Ideales Strukturmodell des Turbinenrotors .....	57
3.2 Charakterisierung des Eigenschwingverhaltens .....	59
3.2.1 Numerische Modalanalyse des idealen Strukturmodells .....	59
3.2.2 Experimentelle Modalanalyse mit Hilfe der Laser-Doppler-Vibrometrie .....	61
3.2.3 Verstimmtte Strukturmodelle des realen Rotors .....	64
3.3 Resonante Schwingungen im Betrieb der Turbine mit Leitgittern .....	67
3.3.1 Versuchsturbine, Versuchsaufbau und Messtechnik .....	67
3.3.2 Ergebnisse der Schwingungsmessung .....	70
3.4 Schaufelbelastung in Resonanz unter Betriebsbedingungen .....	75
3.5 Auswahl der Resonanzstellen für numerische Untersuchungen .....	79

<b>4 Dämpfungseigenschaften der Radialturbine .....</b>	<b>83</b>
4.1 Dämpfungsbestimmung .....	83
4.2 Dämpfungswerte .....	85
4.2.1 Dämpfungswerte unter Betriebsbedingungen.....	85
4.2.2 Dämpfungswerte im Stillstand bei Umgebungsbedingungen.....	85
<b>5 Numerische Studie der aerodynamischen Anregung .....</b>	<b>89</b>
5.1 Strömungsmechanisches Modell der Turbine .....	89
5.1.1 Geometrie-, Gitter- und Strömungsmodelle .....	89
5.1.2 Randbedingungen .....	91
5.1.3 Validierung der Simulationsergebnisse .....	91
5.1.4 Anforderungen an das Berechnungsmodell .....	92
5.2 Anregungsmechanismen .....	95
5.2.1 Potentialtheoretischer Effekt und Nachlaufströmung .....	95
5.2.2 Saugseitiger instationärer Wirbel am Rotoreintritt .....	99
5.3 Anregungskräfte .....	100
5.4 Anregungsfunktionen .....	108
<b>6 Anregung von Schwingungsformen .....</b>	<b>113</b>
6.1 Anregbarkeit von Schaufelmoden .....	113
6.2 Anregungsordnung und Anregung von Rotorschwingungsformen .....	120
<b>7 Simulation resonanter Schaufelschwingungen im Betrieb .....</b>	<b>123</b>
7.1 Simulationsmethode zur Fluid-Struktur-Interaktion .....	123
7.2 Validierung der Simulationsmethode mit gemessenen Schwingungsamplituden ...	126
7.2.1 Schwingungsantworten des idealen Strukturmodells .....	126
7.2.2 Abbildung der Verstimmungseffekte in Strukturmodellen .....	130
<b>8 Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>139</b>
8.1 Zentrale Ergebnisse und Anwendung .....	139
8.2 Offene Fragestellungen und Forschungsansätze .....	142
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>145</b>
<b>Anhang .....</b>	<b>153</b>

# Symbolverzeichnis

Formelzeichen	Einheit	Physikalische Größe
<b>Lateinische Zeichen:</b>		
<i>A</i>	-	Amplitudenüberhöhung
<i>A</i>	$m^2$	Fläche
<i>A, f, g</i>	-	empirische Parameter für Stimulus
<i>A, B, F, G</i>	-	Linearfaktoren
<i>c</i>	$N \cdot m^{-1}$	Steifigkeit
<i>c</i>	$m \cdot s^{-1}$	Absolutgeschwindigkeit
<i>C</i>	-	Fourier-Koeffizient
<i>d</i>	$m \cdot s^{-1}$	Dämpfungskoeffizient
<i>E</i>	$N \cdot m^{-2}$	Elastizitätsmodul
<i>E</i>	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$	Energie
<i>EO</i>	-	Engine Order
<i>f</i>	Hz	Frequenz
<i>F</i>	N	Kraft
<i>i</i>	-	imaginäre Einheit
<i>i</i>	-	Index
<i>j</i>	-	Index
<i>J, n</i>	-	empirische Werkstoffkenngrößen
<i>k</i>	-	Index
<i>K</i>	-	Drehzahleinflussparameter auf Eigenfrequenz
<i>KD</i>	-	Anzahl der Knotendurchmesser
<i>m</i>	kg	Masse
<i>M</i>	$N \cdot m$	Moment
<i>n</i>	$min^{-1}$	Drehzahl
<i>N</i>	-	Anzahl der Freiheitsgrade
<i>N</i>	-	Laufschaufelanzahl
<i>p</i>	$N \cdot m^{-2}$	Druck
<i>q</i>	m	Auslenkung
<i>r</i>	m	Radius
<i>r</i>	-	Reaktionsgrad
<i>R</i>	-	Spannungsverhältnis
<i>S</i>	-	Anregungsordnung
<i>S</i>	-	Stimulus
<i>t</i>	s	Zeit
<i>T</i>	K	Temperatur
<i>u</i>	$m \cdot s^{-1}$	Umfangsgeschwindigkeit
<i>V</i>	-	Vergrößerungsfunktion
<i>w</i>	$m \cdot s^{-1}$	Relativgeschwindigkeit

$x$	m	Koordinate
$y$	m	Koordinate, axial
$z$	m	Koordinate
$Z$	-	Leitschaufelanzahl

**Griechische Zeichen:**

$\alpha$	°	absoluter Strömungswinkel
$\beta$	°	relativer Strömungswinkel
$\varepsilon$	-	Dehnung
$\zeta$	-	Lehrsches Dämpfungsmaß
$\eta$	-	normierte Frequenz
$\theta$	°	Winkel im ortsfesten Koordinatensystem
$\lambda$	s <sup>-1</sup>	Eigenwert
$\nu$	-	Querkontraktionszahl
$\pi$	-	Druckverhältnis
$\rho$	kg·m <sup>-3</sup>	Dichte
$\sigma$	N·m <sup>-2</sup>	Spannung
$\varphi$	°	Phasenwinkel
$\varphi$	°	Winkel im rotorfesten Koordinatensystem
$\omega$	s <sup>-1</sup>	Eigenkreisfrequenz

**Vektoren und Matrizen:**

<b><math>C</math></b>	Steifigkeitsmatrix
<b><math>D</math></b>	Dämpfungsmatrix
<b><math>E</math></b>	Dehnungsmatrix
<b><math>G</math></b>	Matrix für Kreiselkräfte
<b><math>M</math></b>	Massenmatrix
<b><math>n</math></b>	Normalvektor
<b><math>q</math></b>	Auslenkungsvektor

**Indizes:**

<i>anr</i>	Anregung
<i>Aus</i>	Austritt
<i>dyn</i>	dynamisch
<i>DMS</i>	Dehnungsmessstreifen
<i>e</i>	Eigen
<i>Ein</i>	Eintritt
<i>L</i>	Leitschaufel
<i>H</i>	Haupt
<i>m</i>	Zugfestigkeit
<i>M</i>	Moment
<i>max</i>	Maximum
<i>Mess</i>	Messung
<i>min</i>	Minimum
<i>Mittel</i>	Mittelwert

<i>Modell</i>	Modell
<i>nominal</i>	Nominalwert
<i>norm</i>	normiert
<i>r</i>	radial
<i>rel</i>	relativ
<i>s, stat</i>	statisch
<i>S</i>	Spiralgehäuse
<i>t</i>	total
<i>W</i>	Wechselfestigkeit
<i>1</i>	Leitschaufelaustritt
<i>1</i>	erster eines doppelten Eigenwertes
<i>2</i>	Laufschaufeleintritt
<i>2</i>	zweiter eines doppelten Eigenwertes

**Abkürzungen:**

ATL	Abgasturbolader
B	Betriebspunkt
CFD	Computational Fluid Dynamics
DMS	Dehnungsmessstreifen
DS	Druckseite
FEM	Finite-Elemente Methode
FS	Frequenzsplitting
FSI	Fluid-Struktur-Interaktion
HCF	High-Cycle Fatigue
HDT	Hochdruck-Hochtemperatur-Labor
KD	Knotendurchmesser
LCF	Low-Cycle Fatigue
M	Mode der Schaufel
MAC	Modal Assurance Criterion
MEC	Modal Excitability Criterion
SF	Skalierungsfaktor
SFQ	Summe der Fehlerquadrate
SS	Saugseite
VTG	Variable Turbinengeometrie

**Sonstiges:**

	Betrag einer Größe
^	Amplitude einer Größe
·	zeitliche Ableitung
-	Mittelwert
$\pi$	Kreiszahl
$\Delta$	Differenz
#	Nummer
Re	Realteil
Im	Imaginärteil



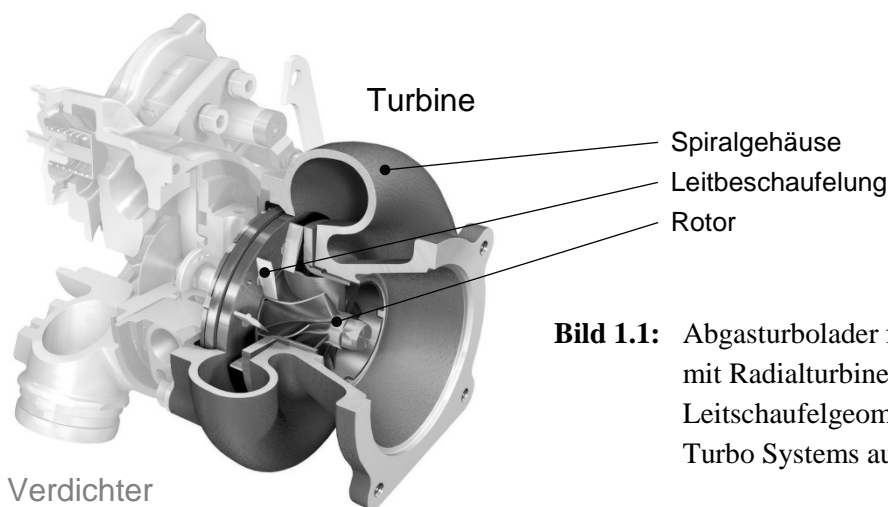
# 1 Einleitung

Turbinen in radialer Bauweise finden ihre häufigste Anwendung bei der Aufladung kleiner und mittelgroßer Verbrennungsmotoren. Die bewährte und ausgereifte Technik von Diesel- und Ottomotoren ist sowohl im Personen- als auch im Güterverkehr fest verankert. Somit nimmt der Kolbenmotor eine zentrale Rolle bei der Sicherstellung der Mobilität und damit der Lebensweise vergangener und der gegenwärtigen Generationen ein. Diese Mobilität muss trotz limitierter, fossiler Energieressourcen auch zukünftigen Generationen erhalten bleiben. Nach einem Bericht des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie (2006) über die „*Verfügbarkeit und Versorgung mit Energierohstoffen*“ wird bei statischer Betrachtung von einer Reichweite der Reserven von 63 Jahren ausgegangen. In einem Bericht in der Motorentechnischen Zeitschrift Ausgabe 04/2013 zur 8. MTZ-Fachtagung „*Der Antrieb von Morgen*“ (Backhaus, 2013) wird vor allem eine erhebliche Zunahme des Güterverkehrs bis 2030 prognostiziert. Unter Berücksichtigung des steigenden weltweiten Energiebedarfs kann somit von einer Ressourcenknappheit in nur wenigen Jahrzehnten ausgegangen werden.

Deshalb steht die Reduktion des Kraftstoffverbrauchs neben der Verringerung von CO<sub>2</sub>-Emissionen bei den Entwicklungszielen an oberster Stelle. Die Abgasturboaufladung bietet dabei großes Potential bei der Verbesserung des Gesamtwirkungsgrades. Das primäre Ziel der Aufladung ist die Erhöhung der Leistungsdichte des Verbrennungsmotors. Mit der Steigerung der Dichte am Einlass steigt nach Pucher und Zinner (2012) die Motorleistung proportional an. Keine andere konstruktive Maßnahme ermöglicht einen vergleichbar hohen Leistungszuwachs. Als Folge kann ein aufgeladener Motor kompakter ausgeführt werden als ein Saugmotor derselben Leistung. Dieses als „Downsizing“ bekannte Prinzip bringt in der Folge auch Vorteile im Wirkungsgrad mit sich. Neben einer Anhebung des mechanischen Wirkungsgrades durch verminderte Reibungsverluste im kleineren Aggregat ist die an die Umgebung abgegebene und verlorene Wärmeleistung geringer. Das Fahrzeuggewicht sinkt durch den kleineren Motor selbst sowie durch die dem geringeren Bauraumbedarf angepassten Fahrzeugabmessungen. Besonders im Teillastbereich wird der aufgeladene Motor in effizienteren Bereichen des Kennfeldes betrieben, sodass sich im Pkw- und Nkw-Segment für typische Fahrzyklen eine weitere Anhebung des Gesamtwirkungsgrades realisieren lässt. Eine entscheidende Verbesserung ergibt sich vor allem bei der Abgasturboaufladung. Während bei mechanischen Ladern mit direkter Kopplung des Motors zum angetriebenen Kompressor ein Teil der Motorleistung verloren geht, wirkt sich die rein thermodynamische Kopplung beim Abgasturbolader positiv auf die Energiebilanz aus. Die Nutzung der Restenthalpie des heißen Abgases wird in einer Turbine für den Antrieb des Verdichters genutzt. Die Folge ist eine weitere Steigerung des inneren Wirkungsgrades des Gesamtsystems. Zu den genannten Aspekten ergeben sich gegenüber Saugmotoren weitere Vorzüge, die den gesteigerten apparativen Aufwand rechtfertigen. Dazu gehören ein günstigeres Betriebsverhalten bei geringer Dichte der Umgebungsluft oder die Verminderung von Ansaugeräuschen. Außerdem wirkt sich ein aufgeladener Motor im Pkw-Bereich durch einen günstigeren Drehmomentverlauf positiv auf das Betriebsverhalten aus.

Für Großdieselmotoren, beispielsweise bei maritimer Anwendung, ist und war der Einsatz der Abgasturboaufladung stets Teil der Motorenentwicklung. Im Sonderheft des Turbo

Magazins (2006) der ABB „100 Jahre Turbolader“ wird nicht nur auf die lange Historie der Branche sondern auch auf die Notwendigkeit fortschrittlicher Technologien in energiesparenden und emissionsarmen Schiffsmotoren verwiesen. Im Segment kleiner Diesel- und Ottomotoren im Pkw- und Nkw-Bereich hat sich die Aufladung lange Zeit nicht durchgesetzt. Grund war das verzögerte Ansprechverhalten der Turbinen im instationären Betrieb, was sich negativ auf das Beschleunigungsverhalten und den Fahrkomfort auswirkte. Das als „Turboloch“ bekannte Phänomen wurde jedoch durch geeignete Maßnahmen weitgehend beseitigt. Dieser Entwicklung ist es zu verdanken, dass seit über drei Jahrzehnten Dieselaggregate auch im Pkw aufgeladen sind. Hierdurch wurde der Dieselmotor gegenüber den nicht aufgeladenen leistungsstärkeren Ottomotoren konkurrenzfähig. Mit fortschreitender Entwicklung wird das Downsizing-Konzept aktuell auf Ottomotoren ausgeweitet. Der im Vergleich zum Dieselmotor bis zu 50 K höheren thermischen Belastung im Ottoprozess von maximal 1050 °C (Mayer, 2001) kann durch die Einführung moderner Werkstoffe für die ungekühlten Turbinenrotoren begegnet werden. In praktisch allen Neuentwicklungen wird deshalb konsequent der Einsatz von Abgasturboladern vorgesehen. Dieser rasant wachsende Markt führte dazu, dass sich in der vergangenen Dekade mehrere neue Unternehmen im Turboladergeschäft etablieren konnten. Der Zuwachs des Anteils aufgeladener Motoren sowie das generell steigende Verkehrsaufkommen im Personen- und vor allem im Güterverkehr führen zu einem steilen Anstieg der im Einsatz befindlichen Einheiten. Die Anzahl beziffert Mahle (2009) in einer Pressemitteilung auf über 500 Mio. bis zum Jahr 2018.



**Bild 1.1:** Abgasturbolader für einen Ottomotor mit Radialturbinenrotor mit verstellbarer Leitschaukelgeometrie von Borg Warner Turbo Systems aus Sterner et al. (2006)

## 1.1 Dauerfeste Auslegung von Radialturbinenrotoren

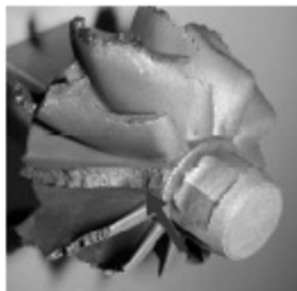
Entscheidende Faktoren für ein am Markt konkurrenzfähiges Produkt sind Zuverlässigkeit und geringe Lebenswegkosten. Die Forderung nach robusten und wartungsarmen Aggregaten schließt auch den Turbolader als Komponente ein. Somit muss bei der Festigkeitsauslegung sichergestellt werden, dass die Lebensdauer des Kolbenmotors erreicht wird.

An den Rotor der Radialturbinen eines Turboladers werden höchste strukturmechanische Anforderungen gestellt. Durch die hohe thermische Belastung der Turbine sind die



Festigkeitskennwerte der eingesetzten Hochtemperatur-Werkstoffe deutlich herabgesetzt. Dennoch muss das Material der Fliehkraftbelastung standhalten, die bei Umfangsgeschwindigkeiten von über 500 m/s am Radaußendurchmesser und Drehzahlen von bis zu  $300000 \text{ min}^{-1}$  in kleinen Ladern entstehen. Durch den Einsatz von Simulationsprogrammen auf Basis der Methode der Finiten Elemente können statische Belastungen durch die Rotation und durch aerodynamische Kräfte im Auslegungsprozess zuverlässig vorhergesagt werden.

Turbolader zeichnen sich jedoch durch eine extrem instationäre Betriebscharakteristik und damit ständige Wechselbelastungen aus. Dies kann zu Schäden durch Materialermüdung führen, deren Vermeidung eine dauerfeste Auslegung des Turbinenrotors notwendig machen. Materialermüdung durch Wechselbelastungen wird dabei in Low-Cycle Fatigue (LCF) und High-Cycle Fatigue (HCF) unterschieden. LCF beschreibt die Folgen niederfrequenter, meist thermischer Belastungen durch wechselnde Betriebszustände der Maschine. Der zeitliche Lastverlauf ist in typischen Betriebszyklen definiert. Somit sind die Randbedingungen bekannt und können bei der Anwendung von Simulationsmethoden bei der Auslegung einfließen. HCF bezeichnet Schäden, die durch hochfrequente, dynamische Belastungen in Folge von Schwingungen entstehen. Einem Versagen durch Rotorschwingungen wird durch Wuchten und ausreichende Dämpfung in den Gleitlagern vorgebeugt. Kritisch und unvorhersehbar sind Schäden, die durch Schaufelschwingungen entstehen. Ein typischer Ermüdungsbruch durch Schaufelschwingungen ist in **Bild 1.2** dargestellt.



**Bild 1.2:** HCF Schaden durch Schaufelschwingungen in einer Radialturbinen aus Heuer et al. (2008)

Die Schwingungen der Schaufeln werden in Radialturbinen durch die Strömung induziert. Durch die Interaktion der Rotorschaukeln mit Komponenten des Gehäuses oder des Leitapparates entstehen pulsierende aerodynamische Kräfte, die unterschiedlichste Biege- und Torsionsschwingungen der Schaufeln hervorrufen. Auch wenn die steife Struktur des Rotors bei der Betrachtung augenscheinlich zunächst nicht auf eine Anfälligkeit gegenüber Schaufelschwingungen hindeutet, ist dies eine der großen Herausforderungen bei der Auslegung von Radialturbinen.

Die zunehmende Relevanz dieser Problematik wird bei der Betrachtung aktueller Entwicklungstendenzen deutlich. Neben höheren Betriebstemperaturen beim wachsenden Einsatz in Ottomotoren sind es vor allem die Maßnahmen zur Optimierung des instationären Betriebsverhaltens, welche die Anregung von Schaufelschwingungen begünstigen. Um das Ansprechverhalten der Turbinen zu verbessern, ist die Rotorträgheit so weit wie möglich zu verringern. Dies wird am besten durch die Reduktion der Schaufelmassen erreicht. Die Folge sind immer schlankere, strömungsmechanisch günstigere Schaufelprofile. Diese sind

gleichwohl anfälliger für Schwingungen. Eine zweite und auch die entscheidende Ursache für die zunehmend aufkommende Schwingungsproblematik ist die Verwendung der bereits in **Bild 1.1** gezeigten Leitapparate. Durch die strömungsmechanische Interaktion der Leitschaufeln mit den Schaufeln des Rotors entstehen hohe Kraftamplituden, welche die Schwingungsanregung begünstigen. Darüber hinaus erweisen sich die hohen Anregungsfrequenzen als problematisch, welche sich aus der Leitschaufelanzahl als Vielfaches der Drehfrequenz ergeben. Diese fallen in den Bereich der hohen Eigenfrequenzen der steifen Rotorgeometrie mit den im Vergleich zu Axialrotoren verhältnismäßig kurzen Schaufeln. Im relevanten Frequenzbereich besitzt eine typische Rotorgeometrie eine Vielzahl von Eigenfrequenzen. Demgegenüber ergibt sich in Verbindung mit dem weiten Drehzahlbereich, in dem Turbolader betrieben werden, ein breites Anregungsspektrum. Die Folge ist eine Vielzahl an möglichen Resonanzzuständen im Betriebsbereich; Resonanzen sind deshalb unvermeidbar. Um eine dauerhafte Auslegung der Rotorstruktur zu gewährleisten, müssen kritische resonante Schwingungen erkannt und deren Amplituden vorhergesagt werden können.

Ob versagensrelevante dynamische Belastungen auftreten, ist von zahlreichen Faktoren abhängig. Die Eigenschaften und die Wirkung der aerodynamischen Anregung sind speziell in Radialturbinen nicht ausreichend geklärt. Abhängig vom Betriebszustand der Turbine treten unterschiedliche instationäre Strömungseffekte in den Vordergrund. Schaufelkraftamplituden und die Druckverteilungen auf den Schaufeln ändern sich abhängig vom Strömungsfeld. Entsprechend groß ist auch der Einfluss der Turbinengeometrie, wie beispielsweise Form, Lage und Anzahl der Leitschaufeln. Auf der strukturmechanischen Seite existieren ebenfalls zahlreiche nicht vollständig geklärte Fragestellungen. Hierzu gehören der Einfluss fertigungsbedingter Ungleichmäßigkeiten der Rotorgeometrie auf das dynamische Verhalten sowie die Dämpfungseigenschaften unter Betriebsbedingungen. Alle Einflüsse gilt es bei der Analyse der Schwingungsfestigkeit zu berücksichtigen.

Üblicherweise muss deshalb der Weg aufwändiger und teurer Experimente gegangen werden, um das Schwingungsverhalten einer Turbine im Betrieb zweifelsfrei zu charakterisieren. Nicht zuletzt aufgrund des hohen Berechnungsaufwandes bei der Simulation der instationären Turbinenströmung und der aufwändigen Realisierung der Fluid-Struktur-Interaktion zur Berechnung der Schwingungsantwort ist der Einsatz numerischer Methoden im Auslegungsprozess noch nicht Standard. Eine umfangreiche und zuverlässige Validierung von Berechnungsmethoden, die sich auf eine breite experimentelle Datenbasis stützt, liegt bislang nicht vor. Somit ist eine Reduktion oder gar der Verzicht auf Schwingungsmessungen derzeit nicht möglich.

## 1.2 Vorgehen und Zielsetzung der Arbeit

Den Schwerpunkt der Untersuchungen bildet deshalb die Studie der aerodynamischen Anregung von Schaufelschwingungen. Dies erfolgt durch Anwendung numerischer Analysemethoden. Im ersten Schritt wird mit Hilfe der numerischen Strömungsmechanik das Strömungsfeld einer Radialturbine berechnet. Dies erlaubt den notwendigen Einblick in die instationären Strömungsvorgänge, um die wesentlichen Ursachen strömungsinduzierter Schaufelschwingungen herauszuarbeiten. Durch eine geeignete Methode soll in einem zweiten Schritt die Fluid-Struktur-Kopplung simuliert werden, um die Amplituden der Schwingungen unter Betriebsbedingungen zu berechnen. Dies geschieht unter Verwendung

eines idealen und realer, verstimmter Finite-Elemente Modelle der Rotorstruktur. Durch den Abgleich mit Daten zahlreicher Resonanzstellen aus Schwingungsmessungen soll geprüft werden, ob numerische Verfahren in der Lage sind, Schwingungsamplituden und die dynamischen Eigenschaften einer realen, verstimmten Geometrie im Betrieb abzubilden.

Die Berechnungen erfolgen auf Basis experimenteller Daten aus Schwingungsmessungen im Betrieb von Klaus (2007), die am Institut für Thermische Strömungsmaschinen durchgeführt wurden. Durch eine weiterführende Auswertung der Messdaten und weitere Versuche im Stillstand sollen die Dämpfungseigenschaften an einem modifizierten Versuchsträger auf Basis der Radialturbine vom Typ MTU ZR140 näher untersucht werden.

Die angewandten Verfahren erlauben die detaillierte Betrachtung der wesentlichen Einflussparameter auf die Amplituden bei resonanten Schaufelschwingungen:

- **Anregungskraft:** Die Amplitude instationärer Schaufelkräfte soll aus den Strömungsberechnungen abgeleitet werden, um den Einfluss des Betriebszustandes und der Geometrie herauszuarbeiten.
- **Anregungsfunktion:** Die Anregungsfunktion beschreibt die lokale Verteilung der Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche. Damit es zu einer Schwingungsanregung kommen kann, muss diese mit der modalen Schaufelverformung korrelieren. Welcher Einfluss sich daraus auf Resonanzamplitude ergibt ist zu untersuchen.
- **Dämpfung:** In Resonanz sind Amplituden etwa umgekehrt proportional zur Dämpfung. Die Kenntnis der Dämpfung unter Betriebsbedingungen ist daher eine entscheidende Voraussetzung bei der Berechnung der Schwingungsantwort.
- **Verstimmung:** Diese fertigungsbedingte Abweichung einer realen Geometrie von der zyklischen Rotationssymmetrie hat Auswirkungen auf das Schwingungsverhalten. Einen nachteiligen Effekt beschreibt die Amplitudenüberhöhung, d.h. lokal höhere Schwingungsamplituden einzelner Schaufeln im Vergleich zur idealen Geometrie.

Es lassen sich zwei zentrale Ziele der Arbeit formulieren: Zum einen soll der Einfluss der aufgeführten Parameter untersucht und damit die Ursache für unterschiedlich hohe Amplituden bei der Schwingungsmessung identifiziert werden. Aus dem erweiterten Verständnis zur Anregung von Schwingungen sollen Hinweise für die dauerhafte Auslegung abgeleitet werden. Zum anderen soll unter Berücksichtigung aller genannten Effekte bei der numerischen Modellierung geprüft werden, ob resonante Schaufelschwingungen im Betrieb simuliert werden können. Abschließend soll eine auf breiter Basis validierte Methode zur Verfügung stehen.



## 2 Grundlagen zu Schaufelschwingungen in Turbomaschinen

Eine zentrale Herausforderung bei der Sicherstellung der strukturellen Festigkeit der Beschaukelung in Turbomaschinen ist die Vermeidung von Schäden durch Materialermüdung. Die Vermeidung von Resonanzzuständen im Betrieb und die Begrenzung auftretender Schwingungsamplituden sind die wesentlichen Ziele bei der dynamischen Auslegung. Die Forschung im Bereich der Schaufelschwingungen blickt auf eine entsprechend lange Geschichte zurück. In einem kurzen historischen Abriss in AGARD vol.1 „*Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines*“ von Platzer und Carta (1987) werden erste umfangreiche Untersuchungen im Bereich axialer Dampfturbinen auf den Beginn der 1920er Jahre datiert. Durch die Einführung von Turbokomponenten in Flugtriebwerken wurden die Forschungsaktivitäten zunehmend forciert. Der über die Jahrzehnte gewachsene Fundus an wissenschaftlichen Arbeiten zu verschiedenen Aspekten ist entsprechend umfangreich. Dennoch besteht weiterhin dringender Forschungsbedarf, wie von Srinivasan (1997) in einer Zusammenstellung von Ausfällen durch Schwingungsbrüche im Luftfahrtbereich in den vergangenen Jahrzehnten verdeutlicht wird.

Der hohe Forschungsaufwand entsteht nicht zuletzt durch die Vielschichtigkeit und Komplexität der Thematik. Die interdisziplinäre Problemstellung umfasst aerodynamische und strukturmechanische Aspekte und wird deshalb häufig unter dem Begriff „Aeroelastik“ zusammengefasst. Auf der Seite der Anregung von Schwingungen sind detaillierte Kenntnisse der dreidimensionalen instationären Strömungen durch die bewegten und unbewegten Schaufelgitter erforderlich. Bei selbsterregten Schwingungen ist die aerodynamische Anregung direkt an das dynamische Verhalten der Struktur gekoppelt. Das strukturdynamische Verhalten komplexer Schaufel- und Rotorgeometrien ist ein zweiter zentraler Gegenstand von Untersuchungen. Weitere Themen sind im Bereich der Werkstoffwissenschaft angesiedelt, um die Ermüdungsfestigkeit bei Wechselbelastungen zu analysieren. Ein übergreifender Parameter ist die Schwingungsdämpfung, welche grundsätzlich aerodynamische und strukturelle bzw. materielle Ursachen haben kann.

Grundsätzlich sind alle Aspekte von Schaufelschwingungen von der Schaufelgeometrie und der Rotorkonstruktion abhängig. Die Sicherstellung ausreichender Schwingungsdämpfung zeichnet sich bei der konstruktiven Ausgestaltung von Schaufelgittern ab. Durch die gezielte Dämpfung durch Reibung an Kontaktflächen kann Schwingungsenergie dissipiert werden. Die Reibfläche kann an zwei benachbarten Schaufeln im Bereich des Schaufelfußes, eines Deckbandes oder an Dämpfungselementen/Zwischenböden (engl. „snubber“) im Bereich von Schwingungsbäuchen bei meist etwa zwei Dritteln der Schaufelhöhe liegen. Durch den Kontakt von Rotorschaukeln mit einem Bindedraht oder an der Steckverbindung zur Scheibe kann weitere Reibungsdämpfung erzeugt werden. Die genannten konstruktiven Maßnahmen sind zum Teil nur umsetzbar, wenn Schaufeln und Scheibe nicht als integrales Bauteil ausgeführt sind. Des Weiteren bestimmt die Geometrie der Schaufelgitter den Charakter der aerodynamischen Anregung. Zahlreiche Geometrieparameter bestimmen das instationäre Strömungsverhalten, wie beispielsweise der Abstand der Schaufelgitter, die Schaufelanzahl, die Profilierung der Schaufeln oder die Schaufelwinkel. Die Schaufelgeometrie bestimmt

somit die instationären Strömungseffekte, die für die Schwingungsanregung ursächlich sind und damit die aerodynamischen Anregungs- sowie Dämpfungskräfte. Die Schaufelform variiert grundsätzlich stark zwischen Turbinen und Verdichtern, zwischen Niederdruckkomponenten mit langen, stark verwundenen Schaufeln und Hochdruckkomponenten mit kurzen, zweidimensionalen Schaufeln sowie zwischen Ausführungen mit und ohne Deckband. Das Ergebnis sind entsprechend große Unterschiede der Eigenfrequenzen und Eigenformen der Schaufeln. Der Charakter von Schaufelschwingungen wird zudem von der konstruktiven Gestaltung des Rotors bestimmt, der sich aus der Scheibe und den Schaufeln zusammensetzt. Schaufeln können einzeln über Steckverbindungen mit der Scheibe verbunden sein. Schaufeln werden teilweise auch gruppiert, sodass mehrere Schaufeln untereinander fest an Fuß und Spitze verbunden sind. Als Folge ergeben sich charakteristische Schwingungsmuster der Schaufelpakete, die sich von anderen Schaufel-Scheibe-Konstruktionen abgrenzen, vgl. Zanker (2014). Die Fertigung von Rotoren als integrales Bauteil mit festen Verbindungen zwischen Schaufeln und Scheiben stellt eine weitere Variante von Rotorkonstruktionen dar. Diese auch als BLISK (abgeleitet vom engl. Begriff „bladed disk“) bekannte Bauform zeichnet sich dadurch aus, dass Schwingungen der Schaufeln und der Scheibe stets gekoppelt auftreten. Somit ist bei allen Eigenschwingungsformen die gesamte Struktur des Rotors einschließlich Scheibe und Schaufeln beteiligt. Charakteristisch für Schwingungen beschauelter Scheiben ist zudem die grundsätzlich niedrige Dämpfung, da die zuvor beschriebenen Maßnahmen zur Erhöhung der Schwingdämpfung durch Reibkontakte zwischen Einzelbauteilen an integralen Rotoren nicht in Frage kommen.

Aus dem vorangegangenen Abschnitt wird deutlich, dass bei Schaufelschwingungen in Turbomaschinen eine sehr geometrieabhängige Problemstellung vorliegt. Entsprechend bilden Schaufelschwingungen in Radialmaschinen durch die starken Geometrieunterschiede zu axial durchströmten Maschinen einen eigenen Forschungszweig aus. Durch die grundsätzlich identische Problematik bilden sich zahlreiche Parallelen zu Schaufelschwingungen in Axialmaschinen. Deren Erforschung ist weiter vorangeschritten, die Ergebnisse aus Forschungsarbeiten an axialen Maschinen sind zum Teil auf Radialmaschinen übertragbar.

Für einen allgemeinen Überblick zu Schaufelschwingungen in Turbomaschinen soll auf AGARD vol.1 und vol.2 von Platzer und Carta (1987), Srinivasan (1997) und Kielb (1998) verwiesen werden. In Kapitel 2 werden die Grundlagen vermittelt, die für das Verständnis der Arbeit notwendig sind.

## 2.1 Eigenschwingverhalten idealer Rotoren

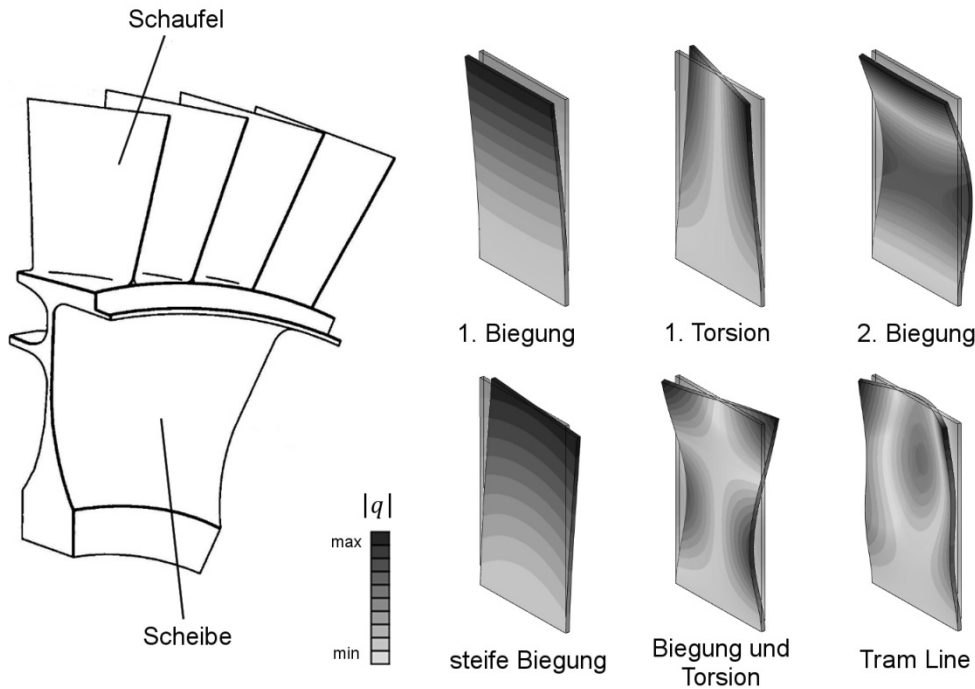
Am Beginn von Schwingungsuntersuchungen in Turbomaschinen steht eine Modalanalyse des Rotors. Der Begriff beschreibt die Bestimmung des Eigenschwingverhaltens. Dies beinhaltet die Eigenfrequenzen der Struktur und die zugehörigen Eigenformen, die auch als Moden bezeichnet werden. Die Anzahl der existierenden Moden richtet sich nach der Anzahl der Freiheitsgrade des schwingenden Systems; für ein Kontinuum ergeben sich entsprechend theoretisch unendlich viele Moden. Im relevanten Frequenzbereich, der sich aus dem Anregungsspektrum ergibt, besitzt ein Rotor üblicherweise eine endliche Anzahl von Moden. Die Kenntnis der Eigenfrequenzen und der dazugehörigen modalen Verformungen ist die Grundvoraussetzung für alle weiteren Untersuchungen.

Die Einteilung typischer Schwingungsformen von Radialrotoren richtet sich nach jener von beschauelten Scheiben. Ein Beispiel für derartige oft als BLISK bezeichnete Rotoren ist in **Bild 2.1** (links) dargestellt. Diese Konstruktionsform wird zunehmend im Bereich moderner axialer Verdichter eingesetzt und hat sich durch die aufwändige Fertigung (als integrales Frästeil oder durch Reibschweißverbindungen zwischen Scheibe und Schaufeln) erst in den vergangenen Jahrzehnten besonders in Flugtriebwerken etabliert (Bußmann und Bayer, 2009). Entsprechend existieren zahlreiche Forschungsaktivitäten und Veröffentlichungen zum Schwingungsverhalten von BLISKS in Flugtriebwerken. Da Radialrotoren eine vergleichbare Schwingungscharakteristik wie die als BLISK ausgeführten axialen Laufräder aufweisen, sind entsprechende Untersuchungen zum großen Teil auf radiale Rotoren übertragbar und bilden somit die Grundlage für weitere Untersuchungen. Von besonderem Interesse und Gegenstand zahlreicher Publikationen sind die Einflüsse der Verstimmung und der Dämpfung sowie Ansätze zur vereinfachten Modellierung. Auf diese Aspekte wird im Verlauf der Arbeit noch detailliert eingegangen. Für einen vertieften Einblick in aktuelle Arbeiten zu BLISK-Schwingungen sei z. B. auf Klauke (2007) verwiesen.

Die Einteilung von Schwingungsformen beschauelter Scheiben wird im Folgenden erläutert. Es wird grundsätzlich nach Schaufel- und Scheibenschwingungsformen unterschieden. Das Eigenschwingverhalten wird ausführlich in Ewins (1973) behandelt. Es wird zunächst für einen idealen, d.h. unverstimmten Rotor beschrieben. Dabei wird angenommen, dass die Geometrie und die Materialbeschaffenheit aller Schaufel-Scheibe-Sektoren identisch sind. Somit ergibt sich eine zyklisch-rotationssymmetrische Struktur, wie sie meist bei Berechnungen zugrunde gelegt wird.

### 2.1.1 Schaufel- und Scheibenschwingungsformen

Zunächst wird das Schwingungsverhalten einer einzelnen Schaufel betrachtet. Wie in **Bild 2.1** angedeutet, können Axialschaufeln näherungsweise als einseitig fest eingespannte Biegeplatten betrachtet werden. An der idealisierten Geometrie werden die Grundswingungsformen veranschaulicht. Die modale Verformung ist im Bild jeweils der unverformten Platte gegenübergestellt. Bereiche auf der Platte mit hoher Amplitude der Auslenkung sind schattiert, in hellen Zonen befinden sich Knotenlinien an denen die Schaufel während der Schwingung keine Verschiebung zum Ausgangszustand aufweist. Jede Eigenform hat eine zugehörige Eigenfrequenz, jene für die 1. Biegung nimmt den kleinsten Wert an. Typischerweise bilden die 1. Torsion und die 2. Biegung die nächst höheren Eigenfrequenzen. Bei zunehmender Frequenz tritt eine hier als steife Biegung bezeichnete Schwingung in der Richtung mit dem höheren Flächenträgheitsmoment auf, eine nicht dargestellte Längsstreckung der Schaufel spielt eine untergeordnete Rolle, da diese durch aerodynamische Anregungskräfte im Betrieb nicht angeregt wird. Der „tram-line-mode“ zeichnet sich durch zwei Knotenlinien längs der Schaufel aus, die sich durch eine Biegung um die Längsachse ergeben. Höhere Moden bilden sich durch die Überlagerung der erstgenannten Formen. Die Abfolge der Eigenfrequenzen ist dabei abhängig von den Abmessungen. Für die ebene Platte und auch für eine verwundene Platte können die Eigenfrequenzen und die modalen Formen aus einer analytischen Lösung der Schwingungsgleichung abgeleitet werden. Auf dieser Basis werden beispielsweise in Petricone und Sisto (1971) Parameterstudien durchgeführt, wodurch der Einfluss der Abmessungen auf Eigenfrequenzen und -formen verdeutlicht wird.



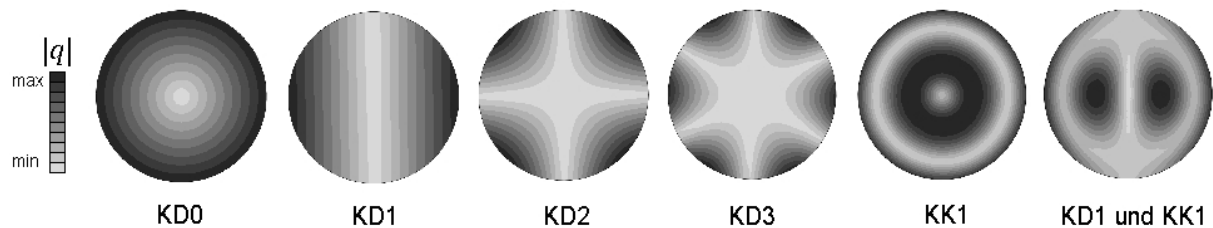
**Bild 2.1:** Vier Schaufel-Scheibe Sektoren einer BLISK (links) und Schaufel-schwingungsformen einer ebenen, einseitig eingespannten Platte (rechts)

Die Geometrie realer Schaufelprofile weicht deutlich von der ebenen Platte ab. Durch die dreidimensionale Profilierung, die Krümmung zur Strömungsumlenkung, der Verwindung, die Biegung bzw. Pfeilung (engl. „sweep“) oder durch Deckbänder und Dämpfungselemente können die Schwingungsformen realer Schaufeln deutliche Unterschiede zur gezeigten Biegeplatte aufweisen. Besonders im Falle der untersuchten Radialturbinenschaufeln lassen sich die komplexen Verformungen bei höheren Schwingungsmoden nicht mehr eindeutig als Überlagerung der Grundschwingungsformen identifizieren. Die Grundformen der 1. und 2. Biegung und der 1. Torsion treten jedoch auch bei den geometrisch von der Biegeplatte abweichenden Schaufeln in Radialmaschinen deutlich hervor.

Die Einteilung der Schwingungsformen beschauelter Scheiben berücksichtigt neben dem dynamischen Verhalten der einzelnen Schaufelblätter auch jenes der Scheibe (vgl. **Bild 2.1**, links). Die Scheibe dient dazu, Fliehkräfte aufzunehmen und das Drehmoment an die Welle weiterzuleiten. Die Scheibe soll im Folgenden ebenfalls idealisiert werden, um typische Scheibenschwingungsformen aufzuzeigen. Diese sind für eine in der Mitte fest eingespannte Scheibe mit konstanter Dicke in **Bild 2.2** dargestellt. Die Amplitude der lokalen Verformung ist für die ersten Eigenformen wieder durch eine schwarze Schattierung visualisiert. Die erste Form links beschreibt eine homogene, phasengleiche Auslenkung am gesamten Umfang und kann in axialer, radialer oder in Umfangsrichtung auftreten. Diese Eigenformen werden häufig als Schirmmode (engl. „umbrella mode“) bezeichnet. Die nächsten drei Moden zeigen die charakteristischen Knotendurchmesser (KD). Dies sind Knotenlinien durch den Mittelpunkt entlang derer die Scheibe nicht verformt ist. Mit steigender Eigenfrequenz erhöht sich die Anzahl der Knotendurchmesser, wobei die ersten drei Formen (KD1-KD3) exemplarisch dargestellt sind. Für ein Kontinuum existieren auch hier theoretisch unendlich



viele (KD-) Schwingungsformen. Der erstgenannte Schirmmode folgt der Nomenklatur und erhält die Bezeichnung KD0. Für die idealisierte Struktur ergeben sich weitere Formen mit kreisförmigen Knotenlinien, Knotenkreisen (KK), und deren Überlagerungen mit Knotendurchmessern wie rechts dargestellt. Schwingungsformen mit Knotenkreisen sind nur für Rotoren mit entsprechend schlanken Scheiben relevant. Für weitere Erläuterungen wird auf die experimentellen Analysen in MacBain et. al (1979) verwiesen.

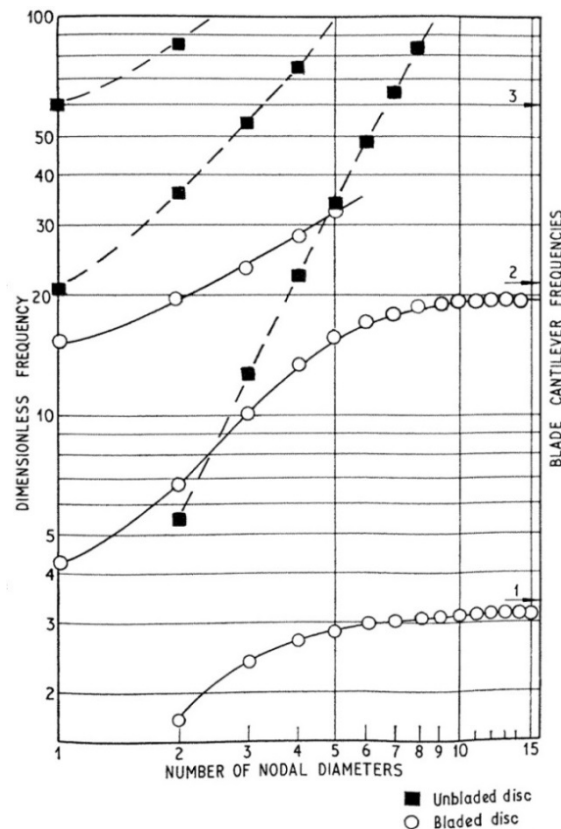


**Bild 2.2:** Schwingungsformen einer ebenen, im Mittelpunkt fest eingespannten Scheibe mit Knotendurchmessern (KD) und Knotenkreisen (KK)

### 2.1.2 Gekoppelte Schwingungsformen zyklisch-rotationssymmetrischer Strukturen

Bei beschauelten Scheiben lassen sich die Schwingungen der Schaufeln und der Scheiben nicht voneinander trennen. Durch deren starke Kopplung schwingt stets der gesamte Rotor. Für einen Schwingungsmodus der Schaufel existieren Scheibenschwingungsformen mit unterschiedlicher Anzahl an Knotendurchmessern. Diese zu einem Schaufelmode gehörenden Eigenformen werden als Schwingungsfamilie bezeichnet. Häufig wird das Koppeldiagramm verwendet, um die Einteilung der Eigenformen in Schwingungsfamilien zu veranschaulichen.

In einem Beispiel für ein Koppeldiagramm in **Bild 2.3** wird die dimensionslose Eigenfrequenz über die Anzahl der Knotendurchmesser (engl. „nodal diameters“) aufgetragen. Die mit einer Linie verbundenen, kreisförmigen Symbole stellen die Eigenformen einer Schwingungsfamilie dar. Die untere Kurve zeigt die Familie des 1. Biegemodes der wieder vereinfacht als Biegeplatte angenommenen Schaufeln. Die nächst höheren Kurven bilden die Schwingungsfamilien weiterer Schaufelmoden, wobei die Eigenformen des 2. Biegemodes vergleichbar sind mit dem reinen Scheibenmode mit einem Knotenkreis. Innerhalb einer Schwingungsfamilie steigt die Eigenfrequenz mit der Anzahl an Knotendurchmessern und läuft asymptotisch gegen den jeweils markierten Wert einer einzelnen, fest eingespannten Schaufel. Zum Vergleich sind die Eigenfrequenzen der unbeschauelten Scheibe mit quadratischen Symbolen dargestellt. Die untere, gestrichelte Linie fasst Schwingungsformen ohne Knotenkreis zusammen, die darüber liegenden Linien gehören zu Scheibenschwingungsformen mit einem und zwei Knotenkreisen. Die grundlegenden dynamischen Eigenschaften und der Einfluss unterschiedlicher Geometrieparameter der vereinfachten, idealen Strukturen werden in Ewins (1973) näher erläutert.



**Bild 2.3:** Koppeldiagramm mit Schwingungsfamilien einer Scheibe (■) und einer Scheibe mit 30 Schaufeln (○) aus Ewins (1973)

Im Vergleich zur idealisierten rotationssymmetrischen Scheibe liegt durch die Beschauflung eine zyklisch-rotationssymmetrische Struktur vor. Diese besteht aus  $N$  identischen Schaufel-Scheibe-Sektoren. Charakteristiken des Eigenschwingungsverhaltens sollen an einem Schwingungssystem mit endlich vielen Freiheitsgraden veranschaulicht werden. Das System soll ungedämpft sein und einer geschlossenen Schwingerkette mit starren, durch Federn gekoppelten Einzelmassen entsprechen. Ein derartiges Modell des Rotors ist in **Bild 2.4** links oben dargestellt. Für ein solches Schwingungssystem kann die allgemeine, homogene Bewegungsgleichung

$$M\ddot{q} + (D + G)\dot{q} + Cq = 0 \quad (2.1)$$

mit  $M$ ,  $D$  und  $C$  für die die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen, der Matrix  $G$  für die Kreiselkräfte und dem Auslenkungsvektor  $q$  mit beliebig vielen Freiheitsgraden auf das Differentialgleichungssystem

$$M\ddot{q} + Cq = 0 \quad (2.2)$$

reduziert werden.  $\mathbf{M}$  ist eine quadratische Diagonalmatrix mit  $N \times N$  Elementen mit identischen Massen  $m = m_j$ .  $\mathbf{C}$  ist die Steifigkeitsmatrix, deren  $j$ -te Zeile für das Element  $j$  der Schwingerkette mit

$$m\ddot{q}_j = -c(q_j - q_{j-1}) - c(q_j - q_{j+1}) \quad (2.3)$$

aufgestellt werden kann, wobei  $c = c_j$  die für alle Elemente identische Federkonstante beschreibt. Sowohl  $\mathbf{M}$  als auch  $\mathbf{C}$  bilden somit symmetrische Matrizen, der Vektor  $\mathbf{q}$  enthält noch  $N$  Freiheitsgrade. Mit dem allgemeinen Lösungsansatz für eine harmonische Schwingung

$$\mathbf{q}(t) = \hat{\mathbf{q}}e^{\lambda t} \quad (2.4)$$

ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung 2.2 das Eigenwertproblem

$$[\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{C}] \hat{\mathbf{q}}e^{\lambda t} = \mathbf{0}. \quad (2.5)$$

Die Determinante des Klammerausdrucks führt auf das charakteristische Polynom aus dem nach Meyberg und Vachenauer (2001)  $N$  Lösungen für  $\lambda^2$  und somit  $2 \cdot N$  Eigenwerte  $\lambda_{k-} = -i\omega_k$  und  $\lambda_{k+} = +i\omega_k$  resultieren. Auf Grund der symmetrischen Matrizen, die sich im idealen Modell ergeben, treten die meisten Eigenwertpaare doppelt auf. Die zugehörigen Eigenvektoren  $\hat{\mathbf{q}}_k$  ergeben sich durch Einsetzen der Eigenwerte in Gleichung 2.5. Die Lösung ergibt sich als Überlagerung der Teillösungen

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{k=1}^N \hat{\mathbf{q}}_k (F_k e^{-i\omega_k t} + G_k e^{+i\omega_k t}) \quad (2.6)$$

mit konstanten, komplex konjugierten Linearfaktoren  $F_k = 1/2 (A_k - iB_k)$  und  $G_k = 1/2 (A_k + iB_k)$ . Durch Anwendung der Eulerformel  $e^{\pm i\omega_k t} = \cos(\omega_k t) \pm i \sin(\omega_k t)$  ergibt sich eine reelle Lösung für jedes Eigenwertpaar (vgl. Magnus und Popp, 2005)

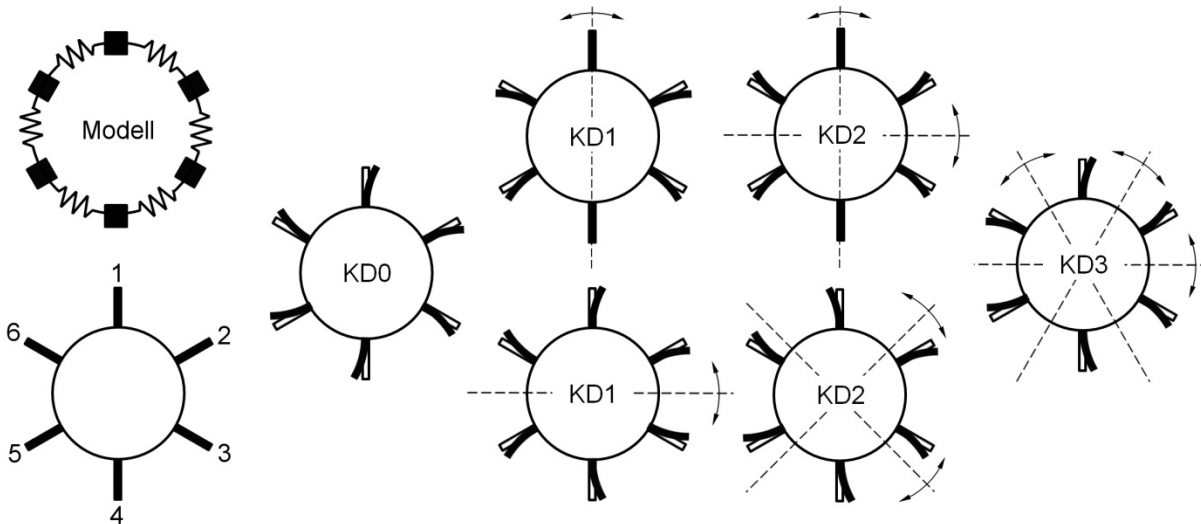
$$\mathbf{q}(t) = \sum_{k=1}^N \hat{\mathbf{q}}_k (A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)). \quad (2.7)$$

Die Eigenwerte  $\lambda_k$  ergeben sich aus den Eigenkreisfrequenzen  $\omega_k$ , die Eigenvektoren  $\hat{\mathbf{q}}_k$  geben die Eigenformen der Struktur wieder. Die Herleitung in Strehlau (2011) zeigt, dass die Eigenvektoren der doppelt auftretenden Eigenwertpaare  $k$  und  $N-k$  zueinander orthogonale Eigenvektoren der Form

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \begin{bmatrix} \cos\left(1 \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \\ \dots \\ \cos\left(j \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \\ \dots \\ \cos\left(N \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{q}}_{N-k} = \begin{bmatrix} \sin\left(1 \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \\ \dots \\ \sin\left(j \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \\ \dots \\ \sin\left(N \cdot 2\pi \frac{k}{N}\right) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

bilden, wobei in den Zeilen die Auslenkung des  $j$ -ten Elementes der Schwingerkette steht.

Aus der mathematischen Betrachtung des Problems lassen sich mehrere wesentliche Eigenschaften des Eigenschwingverhaltens einer beschauften Scheibe ableiten. Sie sollen in den nachfolgenden Bildern an einer zyklisch-rotationssymmetrischen Struktur mit sechs Schaufeln veranschaulicht werden. Es ergeben sich bei der Lösung der Bewegungsgleichung  $N = 6$  Eigenwertpaare und damit sechs Eigenfrequenzen bzw. Eigenformen, die in **Bild 2.4** dargestellt sind.



**Bild 2.4:** Modell einer idealen, beschauften Scheibe und Schwingungsformen KD0 bis KD3 mit rotierenden Knotendurchmessern

Für die doppelt auftretenden Eigenwertpaare ergeben sich die Schwingungsformen nach Gleichung 2.8. Für den Eigenwert  $k$  bzw.  $N - k$  ergibt sich eine kosinus- bzw. sinusförmige Verformung entlang des Umfangs (vgl. **Bild 2.5**), die Schwingungsformen mit  $k = KD$  Knotendurchmessern entspricht. Für den Eigenwert  $k = 0$  ergibt sich aus dem Eigenvektor, dass alle Schaufeln gleichzeitig maximal ausgelenkt sind. Dies entspricht der dargestellten KD0 Schwingungsform, für welche ein einzelner Eigenwert auftritt. Im Falle einer geraden Anzahl  $N$  der Schaufel-Scheibe-Sektoren existiert auch für den  $N$ -ten Eigenwert eine einzelne Lösung, im betrachteten Fall ist dieser der Schwingungsform KD3 zuzuordnen. Ist  $N$  ungerade, tritt der Eigenwert doppelt auf. Dies trifft auch auf alle verbleibenden Schwingungsformen zu. Die beiden Eigenvektoren sind zueinander orthogonal. Dies äußert sich wie in **Bild 2.4** dargestellt in einer verdrehten Lage der Knotendurchmesser-Linien um den Winkel  $\pi/(2 \cdot KD)$ . Nach der Formel

$$KD_{max} = \begin{cases} N/2 & \text{für gerade } N \\ (N-1)/2 & \text{für ungerade } N \end{cases} \quad (2.9)$$

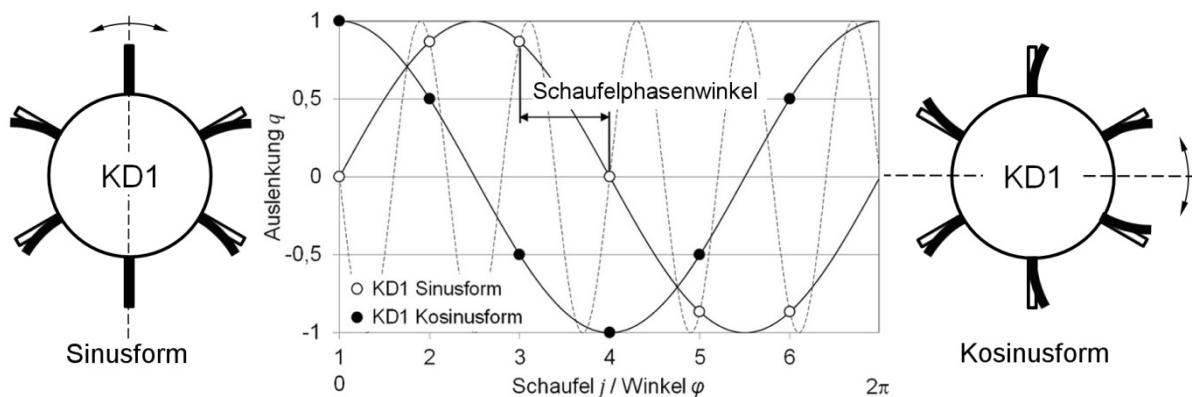
ergibt sich die maximale Anzahl an Knotendurchmessern zu  $KD_{max} = 3$  für den untersuchten Fall, bzw. zu  $KD_{max} = 15$  für die von Ewins in **Bild 2.3** untersuchte Struktur. Bei maximaler Anzahl an Knotendurchmessern schwingen alle benachbarten Schaufeln gegenphasig. Für ungerade Schaufelanzahlen ist bei  $KD_{max}$  eine Schaufel nicht an der Schwingung beteiligt, wenn durch diese die Knotendurchmesser-Linie verläuft. Die Anzahl an Freiheitsgraden geht für das Kontinuum einer realen Struktur gegen unendlich. Somit ergeben sich entsprechend viele Eigenwerte und -formen. Schwingungsformen mit  $KD > KD_{max}$  beschränken sich dann jedoch auf die Scheibe, da durch die beschränkte Anzahl an Schaufel-Scheibe-Sektoren solche Schwingungen von der zyklisch-rotationssymmetrischen Struktur nicht dargestellt werden können. Beispielsweise würde wie in **Bild 2.5** gezeigt die gestrichelte  $KD5$  Schwingungsform dieselben Auslenkungen der Schaufeln aufweisen, wie jene mit einem Knotendurchmesser.

Weiter soll die Phasenlage der Schaufeln betrachtet werden. Die  $j$ -te Schaufel bzw. das  $j$ -te Element der Schwingerkette führt nach Gleichung 2.6 oder 2.7 eine harmonische Schwingung aus, die entweder in komplexer Exponentialform oder in Form trigonometrischer Funktionen dargestellt werden kann. Daraus ergibt sich zunächst eine phasengleiche Schwingung aller Schaufeln, die sich in festen Knotendurchmesser-Linien relativ zur Struktur äußert. Da sich für die doppelten Eigenwertpaare dieselben Eigenfrequenzen bilden, treten bei der Anregung beide Eigenformen überlagert auf. Die Konsequenz aus der Überlagerung der beiden Eigenvektoren ist eine drehende Eigenform. Da die Knotendurchmesser-Linien im idealen System keine Vorzugsrichtung besitzen, drehen sich diese wie in **Bild 2.4** angedeutet gegen oder im Uhrzeigersinn. Die Schaufeln führen eine Wellenbewegung aus und schwingen folglich nicht in Phase. Der Phasendifferenzwinkel zwischen zwei benachbarten Schaufeln ergibt sich abhängig von der Anzahl der Knotendurchmesser zu

$$\varphi_{KD} = 2\pi \frac{KD}{N} \quad (2.10)$$

und ist in **Bild 2.5** für  $KD1$  eingezeichnet. Jede Schaufel erfährt also zeitversetzt die maximale Auslenkung und eilt der benachbarten Schaufel um den im englischsprachigen Raum als „inter blade phase angle“ bekannten Schaufelphasenwinkel voraus bzw. hinterher.

Das Verhalten konnte von Kellerer und Stetter (1992) auf theoretischem Wege und experimentell an einem gering verstimmt System gezeigt werden. Bei einer umlaufenden Erregung der Schaufeln, stellt sich in einem abgestimmten System eine Rotorschwingungsform ein, die mit der Erregung rotiert. Für die ideale Struktur stellt sich ein konstanter Phasenwinkel zwischen den Schaufeln ein.



**Bild 2.5:** Abwicklung der Sinus- und Kosinusform für die KD1-Schwingung und eine KD5-Schwingung sowie Schaufelphasenwinkel für KD1

## 2.2 Eigenschaften realer verstimmtter Rotoren

Eine ideale, abgestimmte beschaufelte Scheibe existiert in der Realität nicht. Jede reale Struktur weicht fertigungsbedingt durch Unterschiede zwischen den Scheibe-Schaufel-Sektoren von der zyklischen Rotationssymmetrie ab. Diese als Verstimmung (engl. „mistuning“) bezeichnete Eigenschaft beeinflusst das dynamische Verhalten. Somit ist das im vorangegangenen Kapitel beschriebene Eigenschwingverhalten genau genommen nur für theoretische Untersuchungen und ideale Rechenmodelle gültig. Abhängig vom Grad der Verstimmung treten Effekte auf, die sowohl das Eigenschwingverhalten als auch die Schwingungsantwort bei Anregung beeinflussen.

Die Verstimmung ist daher ein wesentlicher Gegenstand zahlreicher Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Schaufelschwingungen in Turbomaschinen. Schwerpunkte sind dabei zum einen die Abbildung der Verstimmungseigenschaften in vereinfachten Modellen, meist auf Basis der Methode der Finiten Elemente (z. B. Moyroud, Fransson und Jaquet-Richardet, 2000). Das Ziel ist die Beseitigung der beschriebenen Diskrepanz zwischen den idealen Modellen und realen Strukturen. Durch vereinfachte Modelle kann der Rechenaufwand gering gehalten werden. Dies ermöglicht die statistische Betrachtung der Streuung der Fertigungsungenauigkeiten auf Basis einer hohen Anzahl an unterschiedlich und verschieden stark verstimmtten Rotormodellen. Ein zweiter zentraler Aspekt bei der Verstimmungsforschung ist die mit der Lokalisierung einhergehende maximal mögliche Amplitudenüberhöhung (Whitehead, 1966). Sie beschreibt das Auftreten höherer Amplituden im Vergleich zum abgestimmten System bei erzwungenen Schwingungen. Dieser Aspekt ist die Motivation für den hohen Forschungsaufwand in diesem Bereich, da sich hierdurch die dynamischen Belastungen erhöhen und die Gefahr von Schwingungsbrüchen steigt.

### 2.2.1 Ursachen der Verstimmung

Unterschiede zwischen den Schaufel-Scheibe-Sektoren lassen sich grundsätzlich auf zwei Ursachen zurückführen: Materialinhomogenitäten und geometrische Abweichungen. Abhängig vom Fertigungsverfahren können sich beispielsweise die lokale Zusammensetzung des Werkstoffs oder anisotropes Werkstoffverhalten auf die Werkstoffeigenschaften wie

Elastizitätsmodul, Dichte und Dämpfung auswirken. Dadurch können sich die Eigenfrequenzen der Schaufel-Scheibe-Sektoren voneinander unterscheiden, wobei sich die beiden erst genannten Parameter nach der Beziehung

$$f_e \sim \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.11)$$

auf die Eigenfrequenzen  $f_e$  auswirken. Außerdem verringert sich die Eigenfrequenz mit zunehmender Dämpfung. Diese Eigenschaften werden häufig genutzt, um Rechenmodelle gezielt zu verstimmen, indem die Werkstoffeigenschaften einzelner Schaufel-Scheibe-Sektoren verändert werden. Welchen Einfluss Materialinhomogenitäten auf die Verstimmung haben, hängt neben dem Fertigungsverfahren auch von der Geometrie ab, da sich eine kleinere Geometrie grundsätzlich sensitiver verhält.

Die zweite Ursache sind geometrische Unterschiede der Schaufel-Scheibe-Sektoren untereinander bzw. Abweichungen von der Sollgeometrie. Neben Verschleißerscheinungen, wie Erosion oder Beschädigungen einzelner Schaufeln, ist vor allem die endliche Fertigungsgenauigkeit zu nennen. In Klauke (2007) wird die Änderung von Eigenfrequenzen um 1-2 Hz (0,03 %) durch die bloße Politur einer der Schaufel-Scheibe-Verbindungen als eindrucksvolles Beispiel für die Sensitivität gegenüber geometrischer Verstimmung aufgeführt. In der Arbeit wird außerdem ein umfassender Überblick über fertigungsbedingte Ursachen bei der BLISK-Produktion gegeben. Hierbei wird auf Reibschweißverfahren, elektrochemische Verfahren und spanende Fertigungsverfahren eingegangen, wobei das zuletzt genannte häufig bei integralen Titan-Verdichterrädern verwendet wird.

Radialturbinenrotoren, wie sie in Turboladern Verwendung finden, werden aufgrund der schlechten Zerspanbarkeit der verwendeten Nickel-Basis-Werkstoffe im Präzisionsgussverfahren hergestellt. Dadurch ergeben sich andere Ursachen für die Verstimmung. Die grundsätzlich im Vergleich zum Fräsen höheren Fertigungstoleranzen beim Guss bergen das Potential für ein hohes Verstimnungsmaß, aber auch für hohe Streuung bei den Verstimnungsverteilungen. Zudem sind Materialinhomogenitäten durch Lufteinschlüsse (Lunker) möglich. Als weitere Ursache für Verstimnungen ist die Zentrierung der Rotorwelle zu nennen. Die Stahlwelle wird üblicherweise durch ein Reibschweißverfahren mit dem aus den Superlegierungen Inconel 713 LC oder Mar-M-247 bestehenden Turbinenrotor verbunden. Entsteht ein Versatz zwischen den Mittelachsen der Welle und des Rotors, wird die zyklische Rotationssymmetrie deutlich gestört. Die genannten Eigenschaften machen eine Nachbearbeitung erforderlich. Ein Rundschleifen verändert dabei die Geometrie der Schaufeln an der Spitze. Des Weiteren muss jeder Rotor vor der Montage gewuchtet werden, um Rotorschwingungen zu vermeiden. Dies erfolgt in der Regel durch das Abtragen von Material im Bereich der Radrückwand, der Nabe oder an einzelnen Schaufeln. Besonders durch die Veränderung der Schaufelprofile ergeben sich Eingriffe in das Schwingungsverhalten des Rotors. In Studien von Hönisch (2011) wird an einem Radialrotor gezeigt, dass bereits geringe Änderungen der Schaufeldicke oder Länge einen signifikanten Einfluss auf die Eigenfrequenzen haben.

Eine zusätzliche Verstimmung kann in Experimenten durch die Applikation von Messtechnik

erfolgen. Das Standardverfahren zur Messung von Schwingungsamplituden ist die Messung von Oberflächendehnungen mit Dehnungsmessstreifen (DMS). Diese werden in Turbinen häufig in Verbindung mit keramischen Schutzbeschichtungen an einzelne oder mehrere Schaufeln angebracht. Durch die zusätzlich aufgebraachte Masse und die Versteifung der Schaufeln wird das System weiter verstimmt. Die eingebrachten Störungen erschweren generell die messtechnische Erfassung der Verstimmung realer Strukturen. Beirow (2009) beschäftigt sich eingehend mit der Problematik. In experimentellen Analysen wird gezeigt, dass die Applikation von in Keramik-Zement-Schichten eingebetteten, hochtemperaturfesten DMS zu erhöhten Eigenfrequenzen der instrumentierten Schaufeln führt. Weiter zeigt sich der Einfluss auch im Hinblick auf das gesamte Verstimmungsmuster, und damit auch auf nicht instrumentierte Schaufeln des Rotors.

### 2.2.2 Auswirkung der Verstimmung auf das dynamische Verhalten

Im Folgenden werden die relevanten Effekte der Verstimmung auf das Eigenschwingverhalten und auf erzwungene Schwingungen beschrieben. Dadurch werden die erforderlichen Grundlagen bereitgestellt, die zum Verständnis der in Kapitel 3 vorgestellten Ergebnisse aus Schwingungsmessungen im Betrieb notwendig sind. Für detailliertere Informationen wird an den entsprechenden Stellen auf Literatur zur Verstimmungsforschung verwiesen.

#### Schaufeleinzelfrequenzen und Verstimmungsverteilung

Durch Geometrie- und Materialunterschiede ergeben sich voneinander abweichende Eigenfrequenzen der Einzelschaufeln, d.h. für aus dem Verband losgelöste, isoliert schwingende Schaufeln. Da durch die starke Kopplung mit der Scheibe und benachbarten Schaufeln stets der gesamte Rotor in der beschriebenen Weise schwingt, kann die Frequenz messtechnisch nicht direkt bestimmt werden. Ein gängiges Verfahren zur Messung der Frequenzen der Einzelschaufeln nennt Ewins (1976). Er beschreibt die Verwendung von Plastilin, um die Schwingungen der Schaufeln zu dämpfen, deren Schwingungen nicht gemessen werden. Zur Verminderung der Kopplung zwischen den Schaufeln und der Scheibe schlägt er außerdem eine feste Einspannung der Scheibe vor. Ein weiteres Verfahren wurde von Kühhorn und Beirow (2008) entwickelt. Dabei werden Zusatzmassen in geeigneter Größe an jenen Schaufeln positioniert, die nicht analysiert werden. Deren Eigenfrequenzen können so gezielt herabgesetzt werden. Die Schaufel, deren Eigenfrequenz bestimmt werden soll, wird nicht mit einer zusätzlichen Masse versehen. Dadurch wird ihre Eigenfrequenz isoliert. Durch die Anregung mit einem Impulshammer und den Einsatz berührungsloser Lasermesstechnik können so die Schaufeleigenfrequenzen sukzessive für alle Schaufeln bestimmt werden. Somit ergibt sich für jeden Schaufelmode eine Frequenzverteilung. Die Abweichung vom Mittelwert wird für die  $j$ -te Schaufel nach der Formel

$$\Delta f_j = \frac{f_j - \bar{f}}{\bar{f}} \quad (2.12)$$

angegeben und als Verstimmungsverteilung bezeichnet. Die Standardabweichung der Verstimmungsverteilung kann als Maß für den Grad der Verstimmung angegeben werden.



### Frequenzsplitting und Verstimmungsgrad

Eine zweite Möglichkeit, den Verstimmungsgrad anzugeben, ist das Frequenzsplitting. Es beschreibt das Verhalten der Eigenwertpaare, die sich bei der Lösung von Gleichung 2.5 ergeben. Während für eine ideale, zyklisch-rotationssymmetrische Struktur für eine Schwingungsform meist doppelte Eigenwerte und damit identische Frequenzen auftreten, degenerieren diese im verstimmtten System. Jeweils zwei Rotorschwingungsformen mit derselben Anzahl an Knotendurchmessern aber zueinander verdrehten Knotendurchmesser-Linien bilden Doppelmoden, deren Frequenzen durch die fehlende Symmetrie nicht identisch sind. Folglich hat jeder verstimmtte Rotor mit  $N$  Schaufeln  $N$  Eigenfrequenzen, die einem Schaufelmode zugehörig sind. Die  $N$  Eigenfrequenzen ergeben sich jedoch nicht wie häufig angenommen durch  $N$  voneinander verschiedene Eigenfrequenzen der Einzelschaufeln, sondern dadurch, dass sich die Anzahl der Rotorschwingungsformen in einer Schwingungsfamilie nach Gleichung 2.9 und auftretenden Doppelmoden für gerade und ungerade Schaufelanzahlen genau zu  $N$  ergibt. Die Eigenfrequenzen eines Doppelmodos liegen nahe beieinander, die Differenz der Frequenzen wird in der Gleichung

$$FS = \frac{f_{e,1} - f_{e,2}}{(f_{e,1} + f_{e,2})/2} \quad (2.13)$$

auf den Mittelwert bezogen. Der so berechnete Wert wird als Frequenzsplitting  $FS$  bezeichnet und dient ebenfalls als Maß für den Grad der Verstimmung des Systems. In Kellerer und Stetter (1992) konnte gezeigt werden, dass das Auftreten von Verstimmungseffekten von der Höhe des Frequenzsplittings abhängt. Nur für den Fall, dass das auf den Dämpfungswert bezogene Frequenzsplitting Werte kleiner zwei annimmt, zeigten sich bei umlaufender Anregung die beschriebenen, für ein ideales System charakteristischen, mit der Anregung rotierenden Knotendurchmesser.

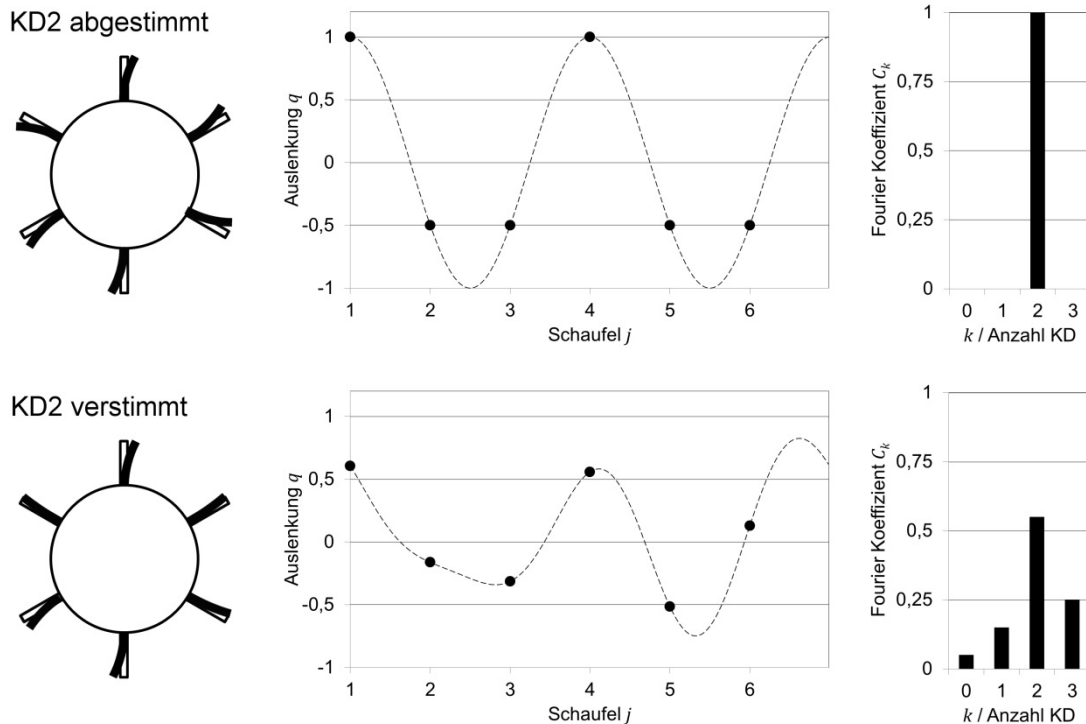
### Überlagerung von Rotorschwingungsformen und Modale Dichte

Das in **Bild 2.5** gezeigte Verhalten des idealen Schwingungssystems mit einer rein harmonischen Schaufelauslenkung einer Rotorschwingungsform ist für einen verstimmtten Rotor untypisch. Eine Eigenform mit einer einzelnen Knotendurchmesser-Komponente, wie in **Bild 2.6** oben am Beispiel von zwei Knotendurchmessern für den Rotor mit sechs Schaufeln dargestellt, existiert nicht. Vielmehr kann jede Eigenform als Überlagerung von Rotorschwingungsformen mit unterschiedlichen Anzahlen an Knotendurchmessern gebildet werden. Die Verformung der  $j=1\dots N$  Schaufeln bzw. die durch die Verformung auftretenden Belastungen können nach Ewins (1976) als Reihe der Form

$$q_j = \sum_{k=0}^{KD_{max}} C_k \cos\left(k \frac{2\pi j}{N} + k\varphi_k\right), \quad j = 1 \dots N \quad (2.14)$$

dargestellt werden. Die hier für die Auslenkung der Schaufel  $j$  gegebene Reihe ergibt sich durch eine diskrete Fouriertransformation, deren Koeffizienten  $C_k$  den Anteil der jeweiligen KD-Komponente beziffern. Für ein ideales System ergibt sich wie in **Bild 2.6** oben nur für die Komponente mit zwei Knotendurchmessern ein von Null verschiedener Wert. Im unten

dargestellten Fall einer verstimmten Struktur kann die Auslenkung am Umfang als Überlagerung von Kosinus-Funktionen dargestellt werden, deren Koeffizienten von Null verschieden sind. Somit liegt im verstimmten Fall keine reine KD2-Schwingungsform vor.



**Bild 2.6:** KD2 Rotorschwingungsformen eines idealen und eines realen Systems mit sechs Schaufeln, sowie Abwicklung und Fourier Koeffizienten

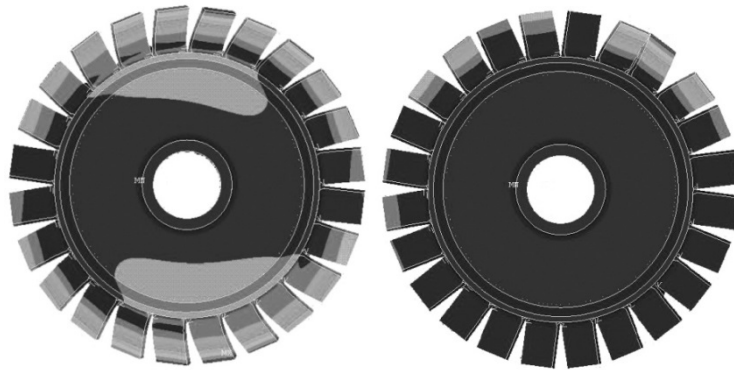
In anderen Arbeiten, z.B. Hönisch (2010), wird deshalb der Begriff „Modifizierte Knotendurchmesser Schwingungsform“ MKD verwendet. In der vorliegenden Arbeit werden die Schwingungsformen dennoch nach der KD-Form benannt, deren Anteil in der Rotorschwingungsform dominiert.

In diesem Zusammenhang soll die Modale Dichte eingeführt werden. Das beschriebene Verhalten einer verstimmten Struktur tritt vor allem dann auf, wenn die Eigenfrequenzen verschiedener (KD-) Schwingungsformen dicht beieinander liegen. In dem in **Bild 2.3** gezeigten Koppeldiagramm eines Rotors mit 30 Schaufeln liegt eine hohe Modale Dichte für Schwingungsformen mit vielen Knotendurchmessern vor, wohingegen bei wenigen Knotendurchmessern der Frequenzabstand zu benachbarten Formen deutlich größer und damit die Modale Dichte geringer ist. Weiterführende Informationen und eine Formel zur Quantifizierung kann in Strehlau (2011) nachgelesen werden.

#### Lokalisierung und Amplitudenüberhöhung

Der Begriff Lokalisierung beschreibt den Effekt lokal hoher Amplituden. In verstimmten Strukturen verteilt sich die Schwingungsenergie nicht gleichmäßig auf alle Schaufeln, sondern kann sich auf wenige Schaufeln konzentrieren. Im Extremfall sind nur einzelne Schaufeln an der Schwingung beteiligt, was vor allem bei Rotoren mit hoher Schaufelanzahl

auftreten kann. Ein Beispiel für Lokalisierung aus Finite-Elemente-Rechnungen von Holland et al. (2009) ist in **Bild 2.7** dargestellt, wo für einen verstimmtten Rotor mit 24 Schaufeln eine Schwingungsform mit geringer (links) und mit hoher Lokalisierung (rechts) dargestellt ist. Im Falle starker Lokalisierung ist es oft nicht möglich, der Schwingungsform eine dominierende Knotendurchmesser-Anzahl zuzuordnen.



**Bild 2.7:** Gering und stark lokalisierte Eigenform eines verstimmtten Rotors mit 24 Schaufeln mit um bis 5 % abweichenden Schaufelfrequenzen (Holland et al., 2009)

Mit der Lokalisierung geht die Amplitudenüberhöhung einher, welche bei einer erzwungenen Schwingung der verstimmtten Struktur auftreten kann. Die Amplitudenüberhöhung ist mit

$$A = \frac{q_{max,verstimmt}}{q_{max,abgestimmt}} \quad (2.15)$$

definiert und beschreibt das Auftreten überhöhter Schwingungsamplituden einzelner Schaufeln im Vergleich zur Anregung eines abgestimmten Systems. Dieses Phänomen führt somit zu lokal höheren dynamischen Belastungen der Schaufeln und ist deshalb Gegenstand zahlreicher Forschungsarbeiten. Um diese Eigenschaft bei der Schwingungsauslegung pauschal berücksichtigen zu können, ist die für eine Rotorgeometrie maximal mögliche Amplitudenüberhöhung von besonderem Interesse. Aus theoretischen Überlegungen von Whitehead (1966) ergibt sich die erstaunlich einfache Formel

$$A_{Whitehead} = 1/2 (1 + \sqrt{N}) \quad (2.16)$$

mit der die maximal mögliche Überhöhung allein auf Basis der Schaufelanzahl  $N$  bestimmt werden kann. Eine weitere Beziehung präsentieren Kenyon und Griffin (2001)

$$A_{Kenyon\&Griffin} = 1/2 (1 + \sqrt{1 + KD_{max}}). \quad (2.17)$$

Hemberger et al. (2012) vergleichen die mit den genannten Beziehungen berechneten Werte mit aus zahlreichen Veröffentlichungen zusammengetragenen Experimenten und eigenen Messdaten. Dabei stellen sich die mit der Formel nach Kenyon und Griffin bestimmten Werte als gute Abschätzung für unterschiedliche betrachtete Geometrien heraus.

### Verhalten der Knotendurchmesser

Ein letzter Verstimmungseffekt, der hier beschrieben werden soll, betrifft das Verhalten der Knotendurchmesser. Im rotorfesten Bezugssystem zeichnet sich bei einer umlaufenden Anregung der Schaufeln das Verhalten eines idealen Rotors, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, durch mit der Anregung rotierende Knotendurchmesser aus. Bei einem realen Rotor bildet sich hingegen durch die fehlende Rotationssymmetrie eine Vorzugslage der Knotendurchmesser aus. Die Ausrichtung bleibt während der Schwingung erhalten, sodass Schaufeln im Bereich der Knotendurchmesser-Linien keine Auslenkung erfahren. Für die Doppelmoden, welche sich durch das Frequenzsplitting ausbilden, ergeben sich zwei Eigenfrequenzen mit zueinander gehörigen Rotorschwingungsformen, deren Knotendurchmesser zueinander verdreht ausgerichtet sind. Die bereits zur Beschreibung des idealen Schwingverhaltens aufgegriffenen theoretischen und experimentellen Untersuchungen von Kellerer und Stetter (1992) wurden auch für ein stark verstimmtes System durchgeführt. Danach bilden sich auch im Falle einer umlaufenden Anregung stehende Rotorschwingungsformen für die gesplitteten Doppelmoden aus. Erfolgt die Anregung jedoch bei einer Frequenz, die niedriger oder höher als die Eigenfrequenzen der beiden Doppelmoden ist, rotieren die Knotendurchmesser mit der Anregung. Liegt die Anregungsfrequenz zwischen den Frequenzen des gesplitteten Doppelmoden ist eine Umkehrung der Rotationsrichtung der Knotendurchmesser entgegen der Anregung zu beobachten.

## 2.3 Erzwungene Schwingungen und Resonanzzustände im Betrieb

Grundsätzlich können Schaufelschwingungen in Turbomaschinen in selbsterregte (engl. „flutter“) und fremderregte Schwingungen unterschieden werden.

Selbsterregte Schwingungen entstehen durch einen instabilen aeroelastischen Zustand der Schaufeln. Durch instationäre, aerodynamische Kräfte bei der Umströmung der Schaufel wird diese zur Schwingung angeregt. Die modale Verformung der Schaufel hat wiederum eine Verstärkung der Anregungskräfte zur Folge, sodass durch die gegenseitige Wechselwirkung eine Anfachung mit jeder Schwingungsperiode erfolgt. Das dadurch fortwährende Anwachsen der Amplituden kann bis hin zum Schaufelbruch führen. Selbsterregte Schwingungen treten primär in Verdichtern auf und sind besonders aufgrund ihrer Unvorhersehbarkeit problematisch. Zwar gibt es in Verdichterkennfeldern Bereiche, in denen grundsätzlich mit instabilen Zuständen zu rechnen ist, jedoch ist durch deren Meidung im Betrieb das Auftreten selbsterregter Schwingungen keineswegs auszuschließen. Abhängig vom Betriebszustand können unterschiedliche Strömungsphänomene wie Ablösungen und Verdichtungsstöße Ursachen für schwankende aerodynamische Kräfte sein. Unterschiedliche Typen von „flutter“ und kritische Kennfeldbereiche sind in Srinivasan (1997) in einer tabellarischen Übersicht zusammengestellt. Die Schwierigkeit, kritische Betriebszustände zu identifizieren, entsteht vor allem dadurch, dass das Auftreten solcher instabilen Zustände nicht an die Drehzahl gebunden ist.

Bei fremderregten Schwingungen hingegen sind alle auftretenden Resonanzfrequenzen eines Rotors durch die Anregung an die Drehzahl gekoppelt. Instationäre Kräfte entstehen dabei nicht durch die Schwingung selbst, sondern durch Störungen in der Anströmung der Schaufeln. Bei der Umströmung relativ zueinander bewegten Schaufelgitter entstehen Wechselwirkungen zwischen Rotor und Stator. Die niedrigste Anregungsfrequenz, die auftreten kann, ist die Drehfrequenz. Alle weiteren Anregungsfrequenzen ergeben sich als ganzzahliges Vielfaches abhängig von der Anzahl der Störstellen in der Anströmung entlang des Umfangs. Für Rotorschaukeln können Störstellen stromauf z. B. durch Verstrebungen, Brennkammern, vor allem jedoch durch vorhergehende Leitschaukelgitter entstehen. Im Folgenden wird auf die Anregung unterschiedlicher Schwingungsformen durch die aus der Rotor-Stator Interaktion resultierende periodisch instationäre Strömung eingegangen.

### 2.3.1 Bedingungen für Resonanzzustände

Damit in Turbomaschinen resonante Schwingungen der beschriebenen Eigenformen auftreten, müssen mehrere Bedingungen erfüllt sein, welche im Folgenden erläutert werden.

#### Frequenz der Anregung

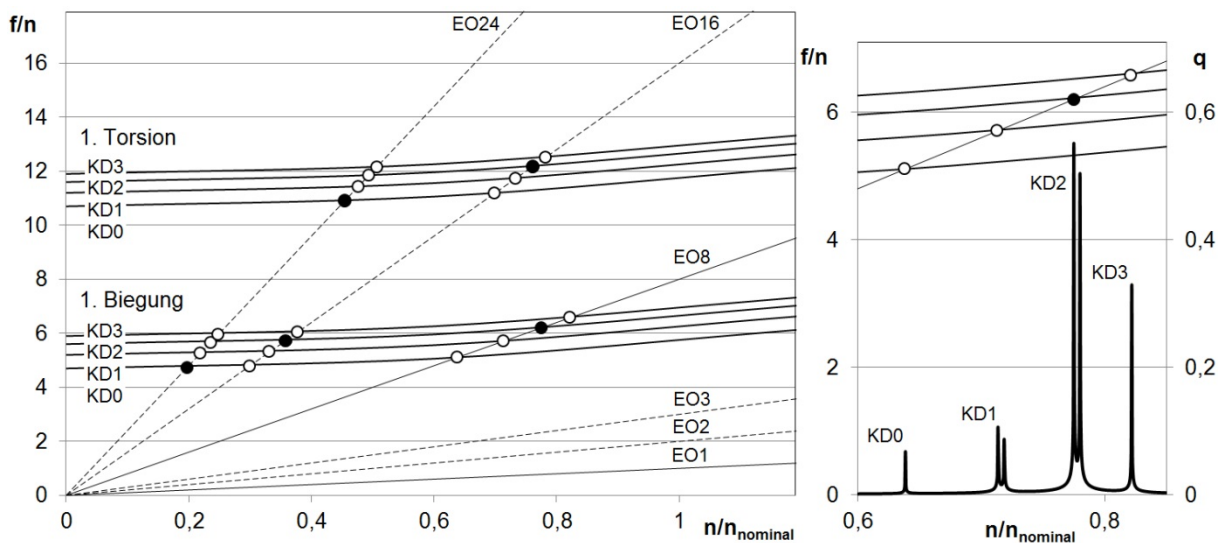
Das erste, triviale Kriterium schreibt vor, dass die Anregungsfrequenz  $f_{anr}$  mit einer Eigenfrequenz  $f_e$  der Struktur übereinstimmen muss. Diese ergibt sich nach Gleichung

$$f_e = f_{anr} = S \cdot Z \cdot n = EO \cdot n \quad (2.18)$$

als Vielfaches der Drehzahl  $n$ . Der Parameter  $Z$  entspricht der Anzahl der Störstellen am Umfang in der Anströmung des Rotors. Die Anregungsordnung  $S$  beschreibt die Anzahl der Schwingungsperioden zwischen zwei Störstellen. Damit kann die Größe  $EO$  (Engine Order) als Anzahl der Schwingungen während einer Rotorumdrehung eingeführt werden. Sind die Eigenfrequenzen der Struktur bekannt, können somit alle Resonanzdrehzahlen bestimmt werden. Zur Darstellung von potentiellen Resonanzzuständen im Betriebsbereich einer Turbomaschine wird üblicherweise das Campbell-Diagramm (Campbell, 1924) verwendet. Darin werden die Eigen- bzw. Anregungsfrequenzen über der Rotordrehzahl aufgetragen. Aus dem linearen Zusammenhang in Gleichung 2.18 ergeben sich Ursprungsgeraden mit der Steigung  $EO$  für die drehzahlabhängigen Anregungsfrequenzen. Für jede Eigenfrequenz der Struktur wird eine Linie in das Diagramm eingetragen. An den Schnittpunkten mit den Geraden für die Anregung können resonante Schwingungen erzwungen werden. Ein Beispiel eines Campbell-Diagramms ist in **Bild 2.8** für den betrachteten Rotor mit sechs Schaufeln gezeigt.

Zur Erläuterung soll von einer Anregung durch acht Störstellen ausgegangen werden. Die Resonanzstellen, die dabei entstehen können, sind in der linken Bildhälfte durch Punkte eingetragen. Die Frequenzen auf der Ordinate sind als Vielfaches der Drehzahl angegeben, die Drehzahl wiederum ist auf der Abszisse aufgetragen und auf die Auslegungsdrehzahl bezogen. Die Eigenfrequenzen für die Schwingungsfamilien des ersten Biege- und Torsionsmodes der Schaufel sind durch näherungsweise horizontal verlaufende Linien gegeben. Im Falle des Rotors mit sechs Schaufeln ergeben sich entsprechend Gleichung 2.9 Rotorschwingungsformen bis maximal drei Knotendurchmesser mit voneinander

verschiedenen Eigenfrequenzen. Die Schnittpunkte mit den Anregungsgeraden zeigen die Resonanzstellen, welche wie im gezeigten Beispiel für den Auslegungszustand bei  $n/n_{nominal}$  zu vermeiden sind. Kritische Anregungsfrequenzen sind die Drehfrequenz  $EO1$  und die achtfache Drehfrequenz  $EO8$  durch z.B. acht stromauf liegende Schaufeln des Leitgitters. Jedoch können auch die Vielfachen der Dreh- und Schaufelfrequenzen, die bis zur 3. Harmonischen ( $S=3$ ) angegeben sind, zu einer Anregung von Schwingungen führen. Typischerweise liegen die Eigenfrequenzen des ersten Schaufelmodes deutlich höher als die Drehfrequenz, sodass wie im Bild zu erkennen, eine Anregung durch  $EO1$  nicht auftritt.



**Bild 2.8:** Campbell-Diagramm für  $N=6$  Schaufeln und  $Z=8$  Störungen (links) und Schwingungsantwort einer verstimmtten KD2 Eigenform (rechts)

Die Eigenfrequenzen des Rotors hängen vom Betriebszustand der Maschine ab. Durch die Fliehkraft bei Rotation erfährt die Struktur eine Vorspannung, die mit steigender Drehzahl zu höheren Eigenfrequenzen führt. In Traupel (1982) wird folgende Beziehung für die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen von der Drehzahl angegeben

$$f_e = \sqrt{f_{e0}^2 + K^2 \cdot n^2}. \quad (2.19)$$

Dabei beschreibt  $f_{e0}$  die Eigenfrequenz ohne Rotation. Der Faktor  $K$  hängt von der Geometrie und der Schwingungsform ab. Des Weiteren sind die Eigenfrequenzen nach Gleichung 2.11 von den Werkstoffeigenschaften abhängig. Vor allem durch den mit steigender Temperatur absinkenden Elastizitätsmodul ergeben sich niedrigere Eigenfrequenzen, was im Besonderen bei Turbinenrotoren zum Tragen kommt. Die beiden Effekte wirken bei steigender Drehzahl typischerweise einander entgegen. Dominiert der Effekt durch die Fliehkraft, so ergibt sich der in **Bild 2.8** eingezeichnete, ansteigende Verlauf der Eigenfrequenzen.

### Phase der Anregung

Die zweite Bedingung ist die phasenrichtige Anregung der Schaufeln. Bei dieser Resonanzbedingung, die von Wildheim (1979) vorgestellt und von Wilson und Utengen (1993) bestätigt wurde, wird die phasenrichtige Anregung der Schaufeln im Hinblick auf die Anzahl der Knotendurchmesser berücksichtigt. Wie zuvor beschrieben, schwingen die Rotorschaukeln nicht in Phase. Für die ideale Struktur ergibt sich die von der Anzahl der rotierenden Knotendurchmesser abhängige Phasendifferenz zweier benachbarter Schaufeln nach Gleichung 2.10. Eine Resonanz der Rotorschwingungsform ist nur möglich, wenn die Anregung dieselbe Phasenlage aufweist. Die zeitlich versetzte Anregung der  $N$  Laufschaufeln durch  $Z$  äquidistant am Umfang verteilte Störstellen kann über den Phasenwinkel

$$\varphi_{anr,j} = \frac{2\pi \cdot Z}{N} \cdot j \quad \text{mit } j = 1 \dots N \quad (2.20)$$

für Rotorschaukel  $j$  angegeben werden. Durch Gleichsetzen der instantanen Anregung und Auslenkung kann die folgende Bedingung formuliert werden

$$\cos\left(\frac{2\pi \cdot Z}{N} \cdot j\right) = \cos\left(\frac{2\pi \cdot KD}{N} \cdot j\right). \quad (2.21)$$

Durch Subtraktion und Addition des Summanden  $2\pi \cdot k \cdot j$  im Arguments des Kosinus auf der linken Seite kann die Gleichung umgeschrieben werden zu

$$\cos\left(2\pi \frac{Z-k \cdot N}{N} \cdot j + 2\pi \cdot k \cdot j\right) = \cos\left(\frac{2\pi \cdot KD}{N} \cdot j\right) \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

als ganzzahligem Faktor. Für die periodische Kosinusfunktion kann das Vielfache von  $2\pi$  vernachlässigt werden. Die Gegenüberstellung der Argumente ergibt

$$S \cdot Z - k \cdot N = \pm KD, \quad (2.23)$$

wobei sich durch die Symmetrieeigenschaft des Kosinus positive und negative Argumente ergeben können. Die Anzahl der Störstellen am Umfang ist um die Anregungsordnung  $S$  ergänzt, da auch höhere Harmonische zu einer Anregung führen können. Dies entspricht einer gedachten Vervielfachung der Anzahl der Störstellen. Der Faktor  $k$  muss dabei so gewählt werden, dass sich  $KD \leq KD_{max}$  ergibt.

Wird die Gleichung auf die für die Darstellung im Campbell-Diagramm gewählte Konfiguration mit  $N = 6$  Rotor- und  $Z = 8$  Leitschaufeln angewandt, so ist diese zweite Resonanzbedingung nur für die schwarz gefüllten Symbole in **Bild 2.8** gültig. Bei einem idealen Rotor kann somit z.B. durch  $EO8$  mit  $S \cdot Z = 8$  für  $k = 1$  nur eine Schwingungsform mit zwei Knotendurchmessern angeregt werden, für  $EO24$  nur Formen ohne Knotendurchmesser. Für eine ideale Struktur ergeben sich somit nur wenige Resonanzen.

Weist die Struktur ein verstimmtes Schwingungsverhalten auf, erhöht sich die Anzahl an Resonanzzuständen. Zum einen ergeben sich für die beschriebenen Rotorschwingungsformen Doppelmoden, durch die sich zwei Resonanzen je Mode ergeben können, vgl. **Bild 2.8** rechts. Zum zweiten bildet sich jede verstimmte Rotorschwingungsform aus der Überlagerung von Schwingungsformen mit unterschiedlichen Anzahlen an Knotendurchmessern, wie beispielsweise in **Bild 2.6** unten gezeigt. Somit enthalten im betrachteten Beispiel alle Rotorschwingungsformen eine Komponente der Schwingung mit zwei Knotendurchmessern, die auf *EO8* angeregt wird. Ein mögliches Antwortspektrum ist in **Bild 2.8** rechts gezeigt, in dem auch die anderen Rotorschwingungsformen auftreten. Diese sind mit ungefüllten Kreisen gekennzeichnet, die Amplituden  $q$  sind niedriger als bei der Schwingungsform mit dominierender *KD2* Komponente. Für einen verstimmten Rotor ergeben sich in diesem Bereich somit insgesamt maximal sechs Resonanzen auf *EO8*.

### Anregbarkeit der Schaufelmoden

Eine weitere Forderung, die für resonante Schaufelschwingungen erfüllt sein muss, betrifft die Anregung der Schaufelmoden. Wie für die Rotorschwingungsformen, müssen auch für die Schaufeln die Anregung und die Schwingungsform korrelieren. Eine Anregung tritt nur auf, wenn Kraftschwankungen im Schwingungsbauch der Schaufel angreifen, also wenn bei der Resonanzfrequenz die instationäre Druckverteilung, die Anregungsfunktion, und die modale Verformung der Schaufel Übereinstimmungen aufweisen. In ausgelenkten Bereichen der Schaufel wird der Struktur Schwingungsenergie zugeführt, die über das Produkt aus Kraft und Auslenkung berechnet werden kann. Sowohl die Auslenkung der Struktur, als auch die Verteilung der anregenden Druckschwankungen variieren auf der Schaufeloberfläche bezüglich der Amplitude, der Richtung und der Phase. Diese drei Größen müssen bei der Berechnung eines Parameters berücksichtigt werden, der ein Maß für die zugeführte Energie darstellt. Grundsätzlich kann ein solcher Parameter durch die Integration des vektoriiellen Produkts der Anregungskraft und der Verformung über die Schaufeloberfläche gemäß

$$\text{Anregbarkeit} = \iint_A p \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} dA \quad (2.24)$$

erfolgen. Die Kraft ergibt sich aus dem Integral des Drucks über die Fläche mit der Richtung der Oberflächennormalen. Der auf der Schaufeloberfläche variierende Druck sowie die lokale Verformung des Schaufelmoden müssen dabei sowohl die Amplitude, als auch die Phase bei der Resonanzfrequenz in geeigneter Weise wiedergeben. In nachfolgend beschriebenen Arbeiten wurden entsprechende Faktoren zur Beurteilung der Anregbarkeit, bzw. der zugeführten Energie berechnet. In den Arbeiten werden die erforderlichen Informationen hinsichtlich der Anregungsfunktion aus numerischen Berechnungen des instationären Strömungsfeldes gewonnen. Für die diskretisierte Schaufeloberfläche wird das Integral in Gleichung 2.24 durch eine Summe ersetzt. Auch wenn in den Studien die Bezeichnungen der berechneten Größen voneinander abweichen und die mathematische Formulierung durch unterschiedliche Normierungen und Geometrie voneinander abweichen, so basieren diese auf dem oben genannten Ansatz. Für die genaue mathematische Formulierung sei auf die entsprechenden Literaturstellen verwiesen.

Jöcker und Fransson (2002) untersuchten die als „Anregbarkeit“ (engl. „excitability“)



bezeichnete Eigenschaft für einen zweidimensionalen Fall. Zwei Turbinenstufen mit unterschiedlichen Schaufelprofilen und -anzahlen wurden in die Studie einbezogen. Aus CFD Berechnungen der zweidimensionalen Umströmung der Schaufeln ist die Anregungsfunktion bei der Resonanzfrequenz bekannt. Der Biege- und der Torsionsmode der Schaufel wurde als Drehung der starren Schaufel um eine Achse in unendlicher Entfernung und um eine Torsionsachse angenähert. Auf Basis von Gleichung 2.24 wurde die Anregbarkeit der beiden Schwingungsmoden in einer Sensitivitätsanalyse betrachtet. Dabei wurden der axiale Spalt zwischen Leit- und Laufschaufeln für beide Turbinenstufen sowie die Drehzahl im Bereich einer Resonanzstelle variiert. Aus den Parameterstudien wird deutlich, dass sowohl die Verteilung der Druckamplituden als auch die Phasenlage der anregenden Druckkräfte einen starken Einfluss auf die Anregbarkeit der Moden haben können. Bei der Änderung des Axialspalts zeigte eine der beiden untersuchten Turbinenstufen eine hohe Sensitivität, sodass eine Vergrößerung des Spalts dazu führte, dass anstatt des Biegemodes der Torsionsmode eine stärkere Schwingungsanregung erfuhr. Die zweite Turbinengeometrie zeigte hingegen keine Änderung der Anregbarkeit der betrachteten Moden bei einer Variation des Spalts. Damit wird bereits in diesem zweidimensionalen, vereinfachten Fall die starke Abhängigkeit von der Geometrie deutlich. Eine Variation der Drehzahl um -5 bis +10 % im Bereich der untersuchten Resonanzstelle zeigte keine wesentlichen Auswirkungen auf die Anregbarkeit der Schaufelmoden.

Fruth et al. (2011) weiteten die Betrachtungen auf eine dreidimensionale Geometrie aus. Sechs Variationen einer transsonisch durchströmten, axialen Hochdruckturbinen wurden für die numerischen Untersuchungen entworfen. Die Laufgitter wurden in Bezug auf die Schaufelzahl variiert, das Teilungsverhältnis blieb unverändert. Somit konnte in einer Parameterstudie der Einfluss des Verhältnisses der Lauf- zur Leitschaufelanzahl im Bereich zwischen 1,25 und 3 einer genaueren Betrachtung unterzogen werden. Durch die geometrische Variation der Laufschaufeln änderten sich sowohl die Schwingungseigenschaften der Struktur, und damit die Schaufelmoden, als auch die aerodynamische Anregung, d. h. die Anregungsfunktion. Für die untersuchte Turbinenstufe führte die Verringerung der Schaufelanzahl auf den Laufschaufeln zur Reduktion der lokalen Druckschwankungen und zu einer homogeneren Anregungsfunktion, d.h. die Muster der Druckschwankungen auf den Rotorscheaufeln sind tendenziell weniger komplex. Fruth et al. (2011) stellten die Anregungsfunktionen des ersten Biegemodes der Laufschaufel gegenüber, um die Anregbarkeit des Modes zu untersuchen. Der entsprechende Parameter zur Quantifizierung der Anregbarkeit wird in der Veröffentlichung als „Verallgemeinerte Kraft“ (engl. „generalized force“) bezeichnet. Durch die Variation der Laufschaufelanzahl konnte somit für den ersten Mode eine Reduktion der Anregbarkeit um 39,6 % erreicht werden. Aus der Studie ließen sich jedoch aufgrund der komplexen Zusammenhänge keine allgemein gültigen Aussagen ableiten, in welcher Weise durch die Variation der Schaufelanzahlen die Anregung eines bestimmten Schaufelmoden gezielt reduziert werden kann.

Davon unabhängig beschrieben Vahdati et al. (2008) die Anwendung einer vergleichbaren Methodik auf die Geometrie eines Axialverdichters. Das Maß für die Korrelation zwischen Anregung und Verformung wurde hier jedoch als „Modale Kraft“ (engl. „modal force“) bezeichnet. Auch in dieser Studie wurde die Anregungsfunktion aus instationären CFD Simulationen gewonnen, die modale Verformung der nahezu unverwundenen Axialschaufeln aus einer Finite-Elemente-Rechnung. In einer Fallstudie wurde die Anregung einer

komplexen Schaufelschwingungsform mit mehreren Knotenlinien und starken Auslenkungen an der Eintrittskante untersucht. Die aerodynamische Anregung wurde durch unterschiedliche Neigungswinkel der stromauf liegenden Leitschaufeln beeinflusst. Die dadurch gezielt veränderte Anströmung der Rotorschaufeln hatte zur Folge, dass die Anregbarkeit, bzw. die „Modale Kraft“ auf die Schaufel um 78 % reduziert werden konnte. Dies ist maßgeblich auf die veränderte Phasenlage der Anregung bei unterschiedlicher Neigung der Leitschaufeln zurückzuführen, wodurch die Störung in der Zuströmung durch die Leitschaufeln über die Schaufelhöhe zeitlich versetzt auf die Laufschaufel auftrifft. Auch in dieser Arbeit wird deutlich, dass eine Schwingungsanregung nur erfolgt, wenn diese phasenrichtig in Schwingungsbäuchen des Schaufelmodos angreifen. Auch die Sensitivität der Anregbarkeit gegenüber Veränderungen der Geometrie wurde belegt.

In einer Studie von Kawakubo (2010) wurde die Methode ansatzweise in einer Radialturbine angewandt. Der Eintrag an Schwingungsenergie in eine Radialschaufel wurde in entsprechender Weise für eine Torsionsschwingungsform visualisiert. Für die betrachtete Turbine zeigte sich in allen Betriebspunkten und für unterschiedliche Leitschaufelstellungen ein hoher Energieeintrag im Bereich des Schaufeleintritts nahe der Gehäusewand. Es wurde außerdem deutlich, dass Druckkräfte lokal auch eine dämpfende Wirkung haben, wenn diese gegenphasig zur Schwingung auftreten. Für eine Resonanzdrehzahl wurde die Anregung für unterschiedliche Druckverhältnisse und Strömungswinkel am Laufradeintritt berechnet.

Grundsätzlich ist aus der Kenntnis der Anregbarkeit allein nicht auf Schwingungsamplituden zu schließen, da ein maßgeblicher Parameter, die Dämpfung, unberücksichtigt bleibt. Die beschriebenen Untersuchungen weisen bereits auf die starke Sensitivität der Anregung gegenüber der Schaufelgeometrie hin. Folglich sind allgemein gültige Aussagen, durch die bei der Auslegung eine Reduktion der Schwingungsamplituden erzielt werden kann, auch in weiteren Studien nicht zu erwarten. Bisläng wurden jedoch nur wenige Studien zur Anregbarkeit von Schwingungsmoden durchgeführt. Der Grund ist darin zu sehen, dass die lokal und zeitlich aufgelöste Anregungsfunktion zur Verfügung stehen muss. Diese Informationen über die instationäre Druckverteilung auf rotierenden Schaufeln können auf experimentellem Wege nur äußerst schwierig und nicht vollständig gewonnen werden. Die Bestimmung der Anregungsfunktionen mit Hilfe der numerischen Strömungsmechanik ist erst in der jüngeren Vergangenheit durch die Verfügbarkeit von leistungsfähigen CFD-Verfahren in Verbindung mit hohen Computerkapazitäten möglich.

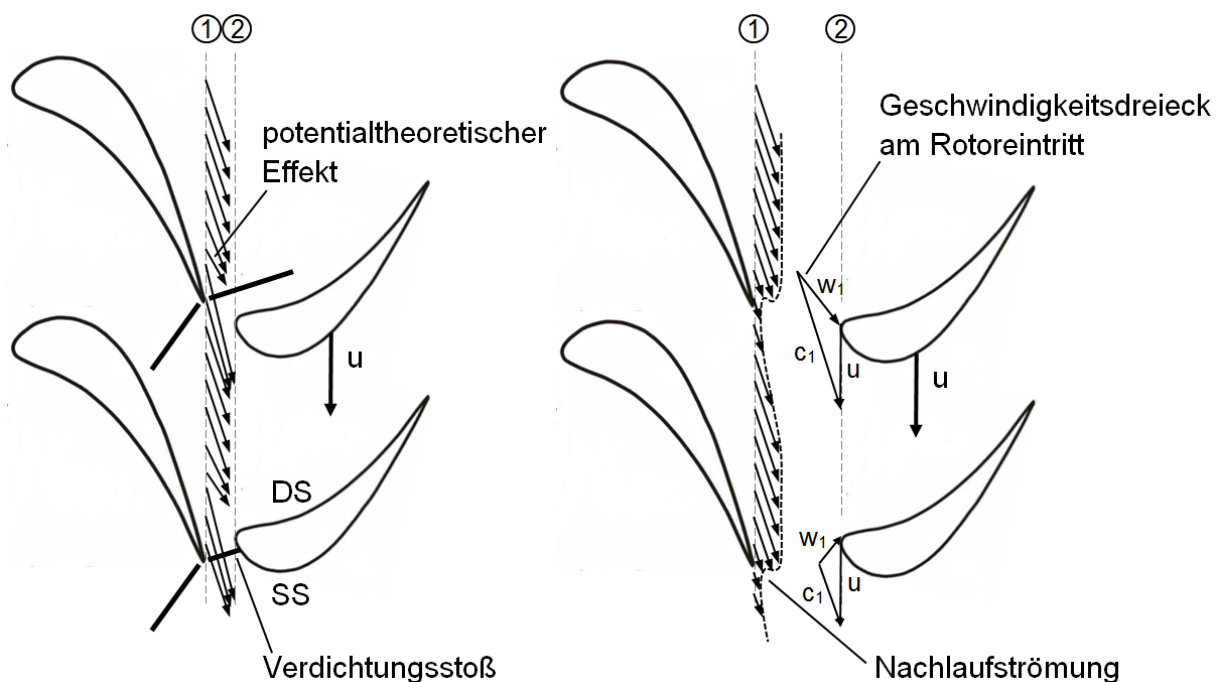
### 2.3.2 Aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen

In den geschilderten Betrachtungen wird deutlich, dass die Kenntnis der Amplituden integraler Schaufelkräfte alleine für die Beurteilung der Schwingungsanregung und auch der Simulation von erzwungenen Schaufelschwingungen nicht ausreicht. Die lokal aufgelöste Anregungsfunktion muss im Hinblick auf lokale Druckamplituden und die Phasenlage bekannt sein. In welchen Bereichen der Schaufel und mit welchen Amplituden Druckschwankungen auftreten, hängt maßgeblich von den instationären Strömungseffekten bei der Durchströmung relativ zueinander bewegter Gitter ab.

#### Anregungsmechanismen

Die für Druckschwankungen ursächlichen Strömungsphänomene sind weitgehend bekannt und in zahlreichen Veröffentlichungen beschrieben (z. B. Klaus, 2007), sind jedoch weiterhin

Gegenstand wissenschaftlicher Forschungsarbeiten. Die als Anregungsmechanismen bezeichneten Strömungsphänomene werden im Folgenden beschrieben.

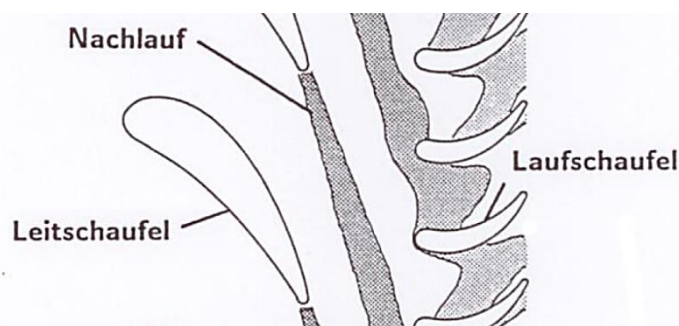


**Bild 2.9:** Schematische Darstellung der Anregungsmechanismen

**Potentialtheoretischer Effekt:** Dieser Anregungsmechanismus wäre auch in einer reibungsfreien Strömung wirksam. Er ergibt sich durch die Stromaufwirkung bei der Umströmung zueinander bewegter Strömungsgitter in Turbomaschinen. Bewegt sich eine Rotorschaukel am ruhenden Gitter vorbei, so wird das Strömungsfeld am Austritt des Stators, wie in **Bild 2.9** links durch Pfeile angedeutet, abhängig von der relativen Position einer stromab gelegenen Laufschaufel, gestört. Mit der Variation der Richtung und des Betrags der Strömungsgeschwindigkeit ändern sich die Anströmung der Rotorschaukeln und folglich die Druckverteilung auf dem Profil. Somit ergeben sich periodische Druckschwankungen auf der Oberfläche. Ispas und Lücking (1979) untersuchten das Phänomen für eine reibungsfreie, inkompressible, zweidimensionale Gitterströmung einer Axialstufe. Das instationäre Potentialfeld wurde am Beispiel eines Versuchsverdichters mit unterschiedlichen Schaufelanzahlen und Gitterabständen berechnet. Dabei zeigte sich, dass Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche des Rotors abhängig von der relativen Position zu stromauf liegenden Schaufeln auftreten. Diese Schwankungen traten dabei zeitlich versetzt auf Druck- und Saugseite auf. Bei der Variation der Schaufelanzahl ergaben sich Extrema der Schaufelkraft bei einem Verhältnis der Leit- und Laufschaufelteilungen von eins. Die erste Harmonische des Kraftverlaufs ergab Maximalwerte auf den stromauf liegenden Laufschaufeln und Minimalwerte auf den nachfolgenden Leitschaufeln. Mit zunehmendem Abstand der Schaufelgitter zeigten die Kraftamplituden durch den potentialtheoretischen Effekt ein exponentiell abklingendes Verhalten. Kemp und Sears (1953) führten bereits eine vergleichbare Parameterstudie auf Basis zweidimensionaler,

numerischer Potentialfeldberechnungen an einer Turbinenstufe mit stark vereinfachten Profilen durch. In der Studie zeigte sich ebenfalls eine deutliche Abnahme der Anregungskräfte bei einer Vergrößerung des Gitterabstands, sodass die Wirkung des potentialtheoretischen Effekts im Falle großer Spalte in den Hintergrund trat.

**Nachlaufströmung:** Die Wirkung der Nachlaufströmung der stromauf befindlichen Schaufeln auf nachfolgende Schaufelreihen klingt nicht so schnell ab und tritt auch bei größeren Gitterabständen noch auf. Nachläufe entstehen in viskosen Strömungen, die an den Schaufeloberflächen Grenzschichten ausbilden. Diese treffen hinter der Schaufel zusammen und bilden eine Delle im Geschwindigkeitsprofil. Zudem löst die Strömung an den endlich dicken Schaufelhinterkanten ab und es bilden sich turbulente Strömungen. Die Eigenschaften von Nachläufen im Hinblick auf die mit der Lauflänge zunehmende Ausbreitung und dem Abklingverhalten sind beispielsweise in Schlichting (2006) oder Dullenkopf (1992) beschrieben. Das Verhalten der Nachlaufgebiete bei der Durchströmung eines nachfolgenden Schaufelgitters ist in **Bild 2.10** aus Dullenkopf (1988) visualisiert. Die dunkel markierten Nachlaufgebiete werden dabei in der dargestellten Weise durch das nachfolgende Strömungsgitter transportiert.



**Bild 2.10:** Transport der Nachlaufgebiete durch Laufgitter aus Dullenkopf (1988)

Das Strömungsprofil am Austritt eines Schaufelgitters ist in **Bild 2.9** rechts schematisch dargestellt. Die Nachläufe zeichnen sich durch im Vergleich zur Freiströmung geringere Geschwindigkeiten aus, der statische Druck im Nachlaufgebiet wird durch die Freiströmung vorgegeben. Folglich sind im Bereich eines Nachlaufs der dynamische Druck und auch der Totaldruck reduziert. Die Wirkung der periodisch wechselnden Anströmung beim Durchqueren der Nachlaufgebiete wird ebenfalls in **Bild 2.9** rechts verdeutlicht. In den Geschwindigkeitsdreiecken ergibt sich die relative Anströmung  $w$  der Laufschaufeln durch vektorielle Subtraktion der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  von der absoluten Geschwindigkeit  $c$ . Das oben abgebildete Geschwindigkeitsdreieck zeigt die Strömungsgeometrie bei ungestörter Zuströmung. Unten dargestellt sind die Strömungsverhältnisse im Bereich eines Nachlaufs, wo eine im Winkel und im Betrag veränderte Anströmung vorliegt. Der Oberflächendruck im Staupunkt des Schaufelprofils ergibt sich durch Aufstauen als Totaldruck im Relativsystem. Mit dem variierenden Anströmwinkel im Relativsystem ändert sich auch der Verlauf des Drucks auf dem gesamten Schaufelprofil.

Die Wirkung der Nachlaufdellen auf die Schaufeldruckverteilung wurde beispielsweise von Ispas et al. (1980) untersucht. In Experimenten an einer Verdichter- und einer Turbinenstufe

wurden Schaufeldruckverteilungen mit instationären Druckaufnehmern gemessen. Die Druckverläufe zeigten deutlich, dass Schwankungen sowohl durch den beschriebenen potentialtheoretischen Effekt als auch durch die Wirkung der Nachläufe auftreten. Die Messergebnisse wurden außerdem zur Validierung eines numerischen Rechenmodells herangezogen. Bei den zweidimensionalen Berechnungen der kompressiblen und reibungsfreien Unterschallströmung wurde lediglich ein Geschwindigkeitsprofil mit in Umfangsrichtung wandernden Dellen vorgegeben. Die Ergebnisse der stark vereinfachten Rechnung zeigen eine passable Übereinstimmung der instationären Druckverläufe mit Messungen bei großen Gitterabständen. Nur dann tritt der potentialtheoretische Effekt, der in die Berechnungen nicht eingeht, im Experiment nur sehr schwach auf. Jöcker (2002) untersuchte die instationäre Gitterströmung für eine Hochdruckturbinenstufe mit Hilfe der numerischen Simulation des Strömungsfeldes. Die Arbeit schließt eine Validierung der Rechenergebnisse für die reibungsbehaftete Strömung ein, in der der Einfluss der Viskosität auf die turbulente Nachlaufströmung berücksichtigt wurde.

**Verdichtungsstoß:** Ein dritter Mechanismus wird ebenfalls von Jöcker (2002) und in der Arbeit von Miller et al. (2002) beschrieben. Im Falle einer transsonisch durchströmten Turbine bilden sich Verdichtungsstöße an den Hinterkanten der Leitschaufeln. In **Bild 2.9** links ist die Lage der Stöße durch dicke Linien markiert. Der Stoß trifft die Laufschaufel im Eintrittsbereich an der Spitze. Durch den Druckgradienten über den Stoß variiert der saugseitige Druck auf dem Schaufelprofil. In Laumert et al. (2002) werden viskose, dreidimensionale CFD Berechnungen für drei transsonisch durchströmte Turbinen vorgestellt. Die auftretenden Druckschwankungen werden durch den beschriebenen Effekt dominiert, so dass die Amplitude der Druckschwankungen eine starke Sensitivität gegenüber der Machzahl am Austritt des Stators aufweist. In den Studien ergibt sich eine Zunahme der lokalen Druckschwankungen um den Faktor drei sobald Verdichtungsstöße auftreten. Betriebspunkte bei Teillast mit Unterschallströmung zeigen deutlich geringere Druckschwankungen durch die beiden erst genannten Strömungseffekte. In einer weiteren Veröffentlichung von Laumert et al. (2001) werden die Anregungsmechanismen phänomenologisch untersucht. Diese enthält anschauliche Darstellungen, in denen gezeigt wird wie Stoßwellen an der Oberfläche reflektiert werden und somit in ihrer Intensität abgeschwächte Druckschwankungen auch auf der Druckseite der benachbarten Rotorschaufel auftreten können.

Zusammenfassend lässt sich somit feststellen, dass der zuletzt genannte Effekt grundsätzlich die höchsten Druckamplituden verursacht, welche allerdings nur auftreten, wenn sich aufgrund hoher Machzahlen tatsächlich entsprechende Verdichtungsstöße bilden. Welcher der beiden erstgenannten Effekte in den Vordergrund tritt, hängt stark vom Abstand der Schaufelgitter ab, da der potentialtheoretische Effekt mit zunehmendem Abstand schnell an Einfluss verliert, wohingegen die Nachläufe auch bei größeren Gitterabständen noch eine Wirkung auf die nachfolgenden Schaufelreihen haben. Aus Gründen der Vollständigkeit soll neben diesen drei wesentlichen Strömungseffekten die Wirkung akustischer Wellen als Ursache für instationäre Schaufelkräfte erwähnt werden. Die grundlegend von Parker (1966) untersuchten Phänomene werden auch in aktuellen Arbeiten von König und Petry (2011) aufgegriffen. Primär durch turbulente Fluktuationen in Schaufelnachläufen induziert, können sich im Ringraum der Turbomaschine bei einer Resonanzfrequenz stehende akustische Wellen bilden. Diese ebenfalls als Moden bezeichneten Strukturen bilden unterschiedliche

Druckverteilungen mit periodischen Druckverläufen am Umfang aus. Beim Durchlaufen der Druckfelder ergeben sich für den Rotor entsprechend schwankende Schaufelkräfte. Des Weiteren können grundsätzlich auch Sekundärströmungen eine Ursache für instationäre Schaufelkräfte sein. Ein Beispiel sind die von Kawakubo (2010) beschriebenen Spaltströmungen an drehbar gelagerten Leitschaufeln einer Turbolader-Turbine in radialer Bauweise. Durch die Drehvorrichtung fallen die relativen Spalte zwischen dem Leitschaufelprofil und den angrenzenden Gehäusewänden groß aus. Dadurch entstehen wandnahe Sekundärströmungen mit Verwirbelungen. Diese lokal am Umfang auftretenden Störungen in der Zuströmung zum Rotor haben ebenfalls lokale Druckschwankungen auf den nachfolgenden Radialschaufeln zur Folge. Eine weitere Ursache für periodisch wechselnde Störungen der Anströmung nachfolgender Gitter kann durch die Beschädigung einzelner Schaufeln am Umfang entstehen (Meyer et al., 2011). Dadurch ist die periodische Zuströmung am Umfang gestört. Ist die Abströmung einer Schaufelreihe, wie in diesem Fall, nicht periodisch, wird dies als Verstimmung bzw. „mistuning“ der Anregung bezeichnet, entsprechend den in der Strukturdynamik verwendeten Begriffen.

Alle genannten Effekte haben lokal auftretende Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche zur Folge, welche sich abhängig von ihrer Ursache in der Amplitude und Phase unterscheiden können. Die Muster der Anregungsfunktionen können nicht in allen Fällen den Anregungsmechanismen zugeordnet werden. Oft überlagern sich die Effekte und die genaue Ursache lokaler Druckamplituden ist schwer zu identifizieren. In Laumert et al. (2001) gelingt dies in numerischen Strömungsanalysen für eine transsonisch durchströmte axiale Turbinenstufe. In den Analysen wird deutlich, dass die Anregungsfunktion ein komplexes Muster mit Zonen geringer und hoher Druckfluktuationen darstellt.

### Anregungskraft/Stimulus

Dennoch wird häufig die Amplitude der instationären Schaufelkraft als Maß für die Stärke der Anregung angegeben. Gloger (1980) untersuchte die Schaufelkraft experimentell für ein zweidimensionales Profil an einer Modellturbine bei inkompressibler Umströmung, um die Abhängigkeit von den wesentlichen Geometrieparametern zu identifizieren. Dazu verwendete er Dehnungsmessstreifen, um die Kräfte in axialer Richtung und Umfangsrichtung in einem geeigneten Messaufbau direkt bestimmen zu können. Die Versuchsergebnisse weisen durchweg eine Proportionalität zwischen mittlerer Schaufelkraft und Kraftamplitude auf. Auf Basis dieser und weiterer experimenteller Ergebnisse wird in Traupel (1982) eine Korrelation für den Stimulus  $S$  für axiale Maschinen angegeben. Er beschreibt die relative Kraftamplitude bezogen auf die mittlere Schaufelkraft und berechnet sich nach der Formel

$$S = \Delta F / F = A \cdot f \cdot g. \quad (2.25)$$

Dabei ist  $A$  ein Faktor, der vom Maschinentyp abhängt und der für Turbinen mit 0,25 angegeben wird. Mit den Faktoren  $f$  und  $g$  werden die zwei wesentlichen Geometrieparameter berücksichtigt. Dies ist zum einen das Verhältnis der Lauf- und Leitschaufelteilungen. Bei der Erhöhung der Schaufelanzahl eines stromauf liegenden Leitgitters nimmt der Faktor  $f$  ab, sodass geringere Kraftamplituden zu erwarten sind. Der

zweite Faktor  $g$  berücksichtigt das Verhältnis des Gitterabstandes zur Leitschaufelteilung, wobei der Wert wie zu erwarten mit geringerem Abstand zunimmt. Die Werte für  $f$  und  $g$  können dabei aus Diagrammen abgelesen werden, vgl. Traupel (1982) S. 443-448.

### 2.3.3 Dämpfung

Neben den Eigenschaften der Anregung wird die Amplitude bei erzwungenen Schwingungen maßgeblich von der Dämpfung beeinflusst. In Resonanzzuständen ist die Amplitude etwa umgekehrt proportional zur Dämpfung. Deren Kenntnis ist daher entscheidend bei der Vorhersage dynamischer Belastungen. Die Ergebnisse von numerischen Berechnungen der Schwingungsantwort im Betrieb, die eines der zentralen Ziele der Arbeit darstellen, hängen somit maßgeblich davon ab, ob zuverlässige Dämpfungswerte vorliegen.

Die dämpfende Kraft ist nach Gleichung 2.1 proportional zur Schwinggeschwindigkeit und wirkt entgegen der Bewegungsrichtung. Dem System wird somit Schwingungsenergie entzogen und in Resonanzfall stellt sich im Grenzyklus ein Gleichgewichtszustand zwischen der durch die Anregung zugeführten und der dissipierten Energie ein. Für die Definition der Dämpfungswerte soll die Bewegungsgleichung für die erzwungene Schwingung eines Systems mit einem Freiheitsgrad z. B. aus Magnus und Popp (2005)

$$m\ddot{q} + d\dot{q} + cq = F(t) \quad (2.26)$$

herangezogen werden. Dabei wird  $d$  als Dämpfungskoeffizient bezeichnet. Als Maß für die Dämpfung wird üblicherweise und auch in der vorliegenden Arbeit das Lehrsche Dämpfungsmaß (engl. „damping ratio“)

$$\zeta = \frac{d}{2\omega m} \quad (2.27)$$

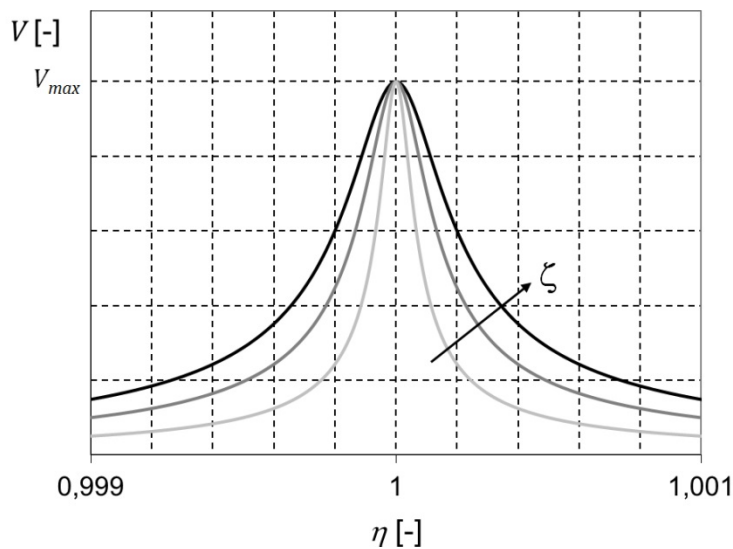
angegeben, wo der Dämpfungskoeffizienten auf das Zweifache der Kreisfrequenz  $\omega$  und die Masse  $m$  bezogen ist. Im Folgenden wird der Wert als Dämpfung bezeichnet. Bei harmonischer Anregung durch die Kraft

$$F(t) = \hat{F} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{mit} \quad \omega = 2\pi f \quad (2.28)$$

ergibt die Lösung des Differentialgleichungssystems die auf die Kraftamplitude bezogene, normierte Amplitude

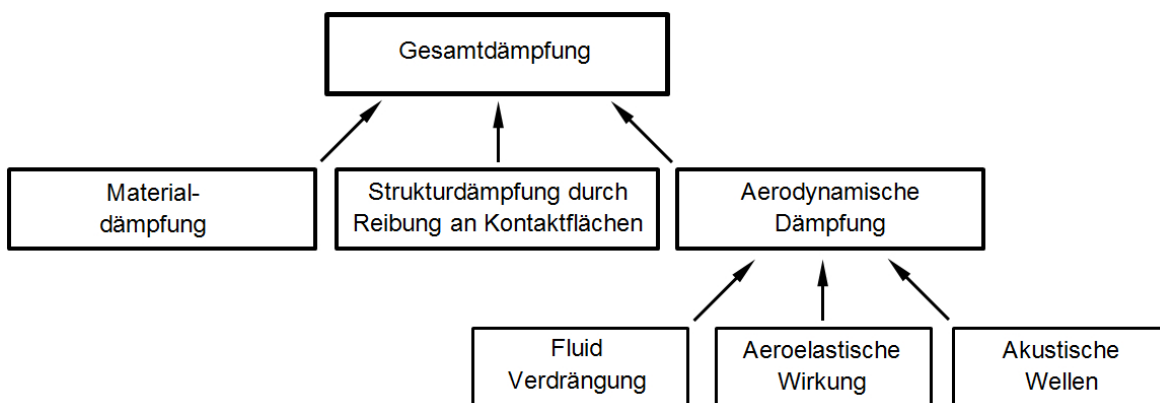
$$V = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\zeta^2\eta^2}} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{f}{f_e} \quad \text{und} \quad V = \frac{\hat{q}}{\hat{F}/d}. \quad (2.29)$$

Dabei wird  $V$  als Vergrößerungsfunktion bezeichnet und beschreibt die Antwortamplitude bei der Anregung mit der Frequenz  $f$ , bzw. der auf die Eigenfrequenz bezogenen Frequenz  $\eta$ . Der Verlauf der Kurve hängt in der in **Bild 2.11** angedeuteten Weise von der Dämpfung ab. Die Bestimmung der Dämpfung aus Messdaten erfolgt meist auf Basis der Lösung der Gleichung eines Schwingers mit einem Freiheitsgrad.



**Bild 2.11:** Vergrößerungsfunktion

Für Schaufelschwingungen in Turbomaschinen existieren mehrere Mechanismen, die zur Schwingungsdämpfung führen. Diese werden beispielsweise von Rao (1991) entsprechend der Darstellung in **Bild 2.12** klassifiziert.



**Bild 2.12:** Dämpfungsmechanismen



Danach lassen sich generell drei Dämpfungsursachen unterscheiden. Zum einen entsteht Dämpfung durch Reibungsvorgänge im Werkstoff. Diese sind materialspezifisch und werden beispielsweise von Lazan (1968) für zahlreiche Werkstoffe angegeben. Dabei wird die dissipierte Energie pro Volumenelement und Schwingungsperiode

$$E_D = J \cdot \sigma^n \quad (2.30)$$

über die Koeffizienten  $J$  und  $n$  angegeben. Die Gleichung macht deutlich, dass die Materialdämpfung mit der Spannung im Werkstoff, folglich mit der Schwingungsamplitude, zunimmt.

Eine zweite Ursache ist die Reibung an den Kontaktflächen aneinander liegender Bauteile. Dies betrifft den Bereich der Deckbänder, Zwischenböden und die Befestigung am Schaufelfuß. Diese Strukturdämpfung kann durch konstruktive Maßnahmen beeinflusst werden. Rao (1991) beschreibt die Eigenschaften unterschiedlicher Formen der Befestigung von Einzelschaufeln an der Scheibe, wobei der sogenannte Tannenbaumfuß die höchste Dämpfung aufweist. Die bereits erwähnte Arbeit von Srinivasan (1997), die einen Überblick über die Problematik der Schaufelschwingungen im Allgemeinen gibt, enthält auch eine Beschreibung der Konstruktionsmaßnahmen wie Zwischenböden oder einem Bindedraht, die zur Erhöhung der Dämpfung, bzw. zur Absenkung von Schwingungsamplituden verwendet werden. Eine weitere Möglichkeit sind spezielle Beschichtungen (Sun, 2010), die jedoch in Turboladern keine Anwendung finden.

Eine dritte Ursache ergibt sich durch das Fluid, das die Schaufeln umgibt und durch das bei der Schwingbewegung aerodynamische Kräfte auf die Schaufel wirken. Für diesen Dämpfungsmechanismus kann eine weitere Unterteilung vorgenommen werden. Die Kräfte entstehen zum einen durch die Verdrängung des Fluids bei der Bewegung der Schaufel. Diese treten unabhängig von der Umströmung auch im ruhenden Fluid auf. Des Weiteren können Dämpfungskräfte an der umströmten Schaufel durch die veränderte Anströmung erzeugt werden. Durch die modale Verformung der Schaufel ändert sich der Anströmwinkel. Durch die dadurch periodisch schwankende Druckverteilung ändert sich die Kraft auf die Schaufel. Rao (1991) zeigt an einem einfachen Rechenbeispiel, dass der Auftrieb eines Profils durch die Auslenkung in Richtung der Schaufelkraft durch eine Biegeverformung abnimmt. Somit wird durch die aeroelastische Wirkung die Schwingung gedämpft. Jedoch ist es durchaus möglich, dass durch die Verformung anregende Kräfte entstehen, die wie beschriebenen zu selbsterregten Schwingungen führen. Dämpfende Fluidkräfte können des Weiteren durch akustische Wellen entstehen, die an benachbarten Schaufeln reflektiert werden.

Die Gesamtdämpfung bildet sich durch die Wirkung aller Mechanismen in Summe. Die Dämpfungsanteile fallen dabei unterschiedlich groß aus. Der Anteil, der sich durch Reibung an Fügestellen ergibt, nimmt grundsätzlich eine dominierende Rolle ein. In Rao (1991) wird die Dämpfung durch die Fluidverdrängung als grundsätzlich niedrig eingeschätzt, wobei im Falle fehlender Reibung in Fügestellen bei integralen Rotoren dieser Anteil einen erheblichen Einfluss aufweist, wie in nachfolgend beschriebenen Studien gezeigt wird. Die Dämpfungsmechanismen werden durch mehrere im Betrieb variierende Parameter

unterschiedlich stark beeinflusst. Hierbei sind für eine gegebene Geometrie und Werkstoff

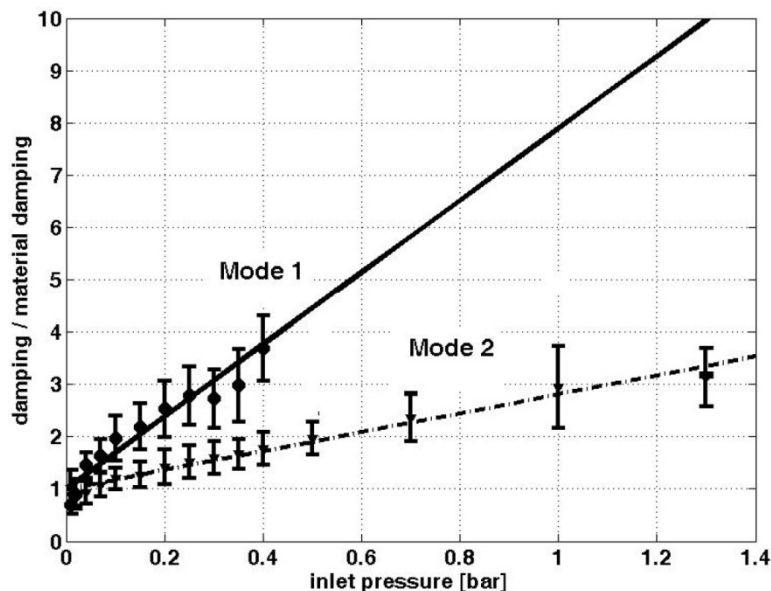
- der thermodynamische und strömungsmechanische Zustand des umgebenden Fluids,
- die Schaufel- und Rotorschwingungsform,
- die von der Drehzahl abhängige Vorspannung der Struktur,
- die Art der Rotorlagerung und
- der Schädigungsgrad des Bauteils

zu nennen. Der zuerst genannte Punkt hat vor allem Einfluss auf die aerodynamischen Dämpfungskräfte, da diese proportional zur Dichte des umgebenden Fluids sind. Die Schwingungsformen wirken sich auf alle Dämpfungsmechanismen aus. Die Drehzahl hingegen wirkt sich vor allem auf die Dämpfung durch Reibung an Kontaktflächen aus. Sowohl Rao (1991) als auch Kielb und Abhari (2001) zeigen in experimentellen Studien an axialen Turbinenrotoren mit Steckverbindungen zwischen Schaufel und Rotor, dass die Dämpfung bei zunehmender Drehzahl abnimmt. Dies hängt damit zusammen, dass durch die Fliehkräfte die Flächenpressung zunimmt. Dadurch kann Reibung an den Kontaktflächen vollständig verschwinden. In der zuletzt genannten Arbeit gelingt dies durch die Anregung des ersten Torsions- und des zweiten Biegemodes der rotierenden Schaufel im Betrieb mit Hilfe von Piezo-Aktuatoren. Dadurch kann die Anregung desselben Modes bei deren Resonanzfrequenzen unabhängig von der Drehzahl realisiert werden. Die Schwingungsantwort wurde mit Dehnungsmessstreifen aufgenommen. Zudem wurde der Einfluss des Schaufelmoden auf die aerodynamische Dämpfung deutlich, als die Messungen an der ruhenden Struktur für den ersten Torsionsmode im Vergleich zur zweiten Biegung eine um mehr als Faktor zwei höhere Dämpfung ergab. Des Weiteren hat nach Schott (1997) die Bauteilschädigung ebenfalls Einfluss auf die Dämpfungseigenschaften und wirkt sich vor allem auf die Materialdämpfung aus.

Mehrere der genannten Autoren beschreiben einen generellen Mangel an Messdaten zur Schwingungsdämpfung unter Betriebsbedingungen. Der Schwerpunkt wissenschaftlicher Beiträge zur Dämpfung bei Schaufelschwingungen liegt bei der Modellbildung zur Reibungsdämpfung in Schaufel-Scheibe und Schaufel-Schaukel Verbindungen, vgl. Srinivasan (1997). Die existierenden Forschungsarbeiten beziehen sich dabei weitestgehend auf Axialmaschinen. Radialrotoren, wie sie in Turboladern Verwendung finden, zeichnen sich durch die beschriebene, integrale Bauweise aus. Folglich entsteht keine Dämpfung durch Reibung an Kontaktflächen. Dies führt zu einem sehr geringen Niveau der Gesamtdämpfung für Rotoren in radialer Bauweise. Dadurch nehmen die verbleibenden Anteile, die Materialdämpfung und die aerodynamische Dämpfung, eine entscheidende Rolle ein.

Diese Aspekte wurden in der jüngeren Vergangenheit in einer Reihe von Studien für Radialverdichter untersucht. Den Anfang machten Kammerer und Abhari (2008) an einem Aluminiumrotor eines Turboladerverdichters. Die Dämpfungsuntersuchungen wurden im Betrieb und am ruhenden Rotor in einer Vakuumkammer durchgeführt. Dabei erfolgte die Anregung durch Piezo-Aktuatoren, die Schwingungsamplitude wurde mit Dehnungsmessstreifen erfasst. Bei der Variation des Kammerdrucks zwischen annähernd 0 und 1,3 bar zeigte sich das in **Bild 2.13** dargestellte Dämpfungsverhalten für die ersten beiden Schaufelmoden. Durch die Proportionalität der Fluidkräfte zur Dichte ergibt sich der lineare Verlauf, da für ein ideales Gas bei gleicher Temperatur Druck und Dichte in konstantem Verhältnis stehen. Neben dem deutlichen Einfluss der Schwingungsform auf die

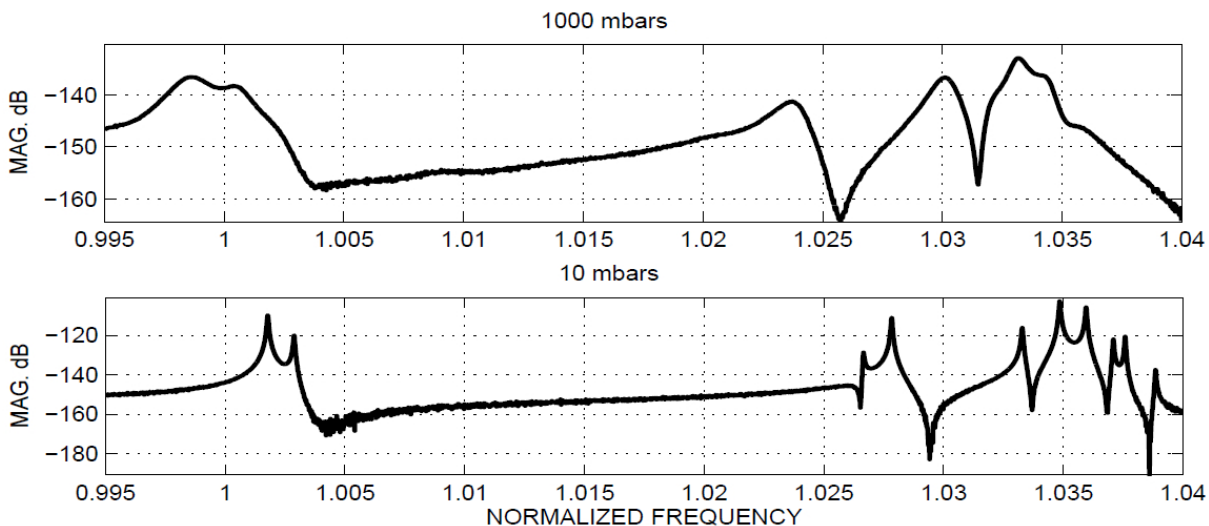
Geradensteigung lässt sich mit dieser Methode die Materialdämpfung bestimmen. Hierzu muss die Kammer vollständig evakuiert oder die Gerade extrapoliert werden. Die so bestimmte Materialdämpfung nimmt dabei einen deutlich geringeren Anteil als die aerodynamische Dämpfung ein. Die eingetragenen Fehlerbalken ergeben sich durch unterschiedliche Methoden bei der Dämpfungsbestimmung. Werte für Mode 1 über 0,4 bar wurden nach Angaben der Autoren wegen minderer Signalqualität nicht einbezogen.



**Bild 2.13:** Dämpfung eines Radialverdichterrotors in Abhängigkeit des Umgebungsdrucks aus Kammerer und Abhari (2008)

Vergleichbare Ergebnisse wurden von Gibert et al. (2012) veröffentlicht, wobei es sich bei dem Versuchsträger um einen Verdichterrotor aus Titan mit zehn Hauptschaufeln handelte. Die Anregung der in einer Vakuumkammer durchgeführten Messung erfolgte über gestapelte Piezo-Elemente an der Rückwand des Rotors. Die Schwingungsamplituden wurden mit Hilfe eines Laservibrometers bestimmt. Auch hier zeigten sich Unterschiede für die aerodynamische Dämpfung in Abhängigkeit des Schaufelmoden. Die Werte für den ersten Biegemode stellten sich als um die Faktoren 2-3 höher heraus als für den ersten Torsionsmode. Mit bis zu 30 Mal höheren Werten zeigte sich der Einfluss der aerodynamischen im Vergleich zur Materialdämpfung noch deutlicher. Die Auswirkungen veränderter Dämpfung auf die Schwingungsantwort lassen sich in der nachfolgenden Darstellung aus Gibert et al. (2012) verdeutlichen. Die Schwingungsantwort ist für die Schwingungsfamilie des ersten Biegemodes in Form der Vergrößerungsfunktion in **Bild 2.14** bei Umgebungsdruck (oben) und im Grobvakuum (unten) dargestellt. Dabei zeigt sich zum einen die breitere Form der Kurven im Resonanzbereich bei höherer Dämpfung, wie bereits in **Bild 2.11** angedeutet. Für die aus zehn zyklisch-symmetrischen Sektoren bestehende Struktur existieren entsprechend der erläuterten strukturdynamischen Eigenschaften zehn Rotorschwingungsformen. Demzufolge sind bei der Anregung im relevanten Frequenzbereich zehn Peaks in der Vergrößerungsfunktion zu erwarten. Bei 1000 mbar Umgebungsdruck scheinen jedoch deutlich weniger Resonanzen aufzutreten. Im Vergleich zu

den Messungen bei 10 mbar wird deutlich, dass nahe beieinanderliegende Frequenzen durch die höhere Dämpfung verschmelzen. Dieser Sachverhalt erschwert die Durchführung von Modalanalysen bei Raumbedingungen, da bei gedämpften Strukturen nicht alle Schwingungsformen und Eigenfrequenzen identifiziert werden können. Eine weitere Folge der Dämpfung, die in **Bild 2.14** ersichtlich ist, ist die Verringerung der Eigenfrequenzen bei zunehmender Dämpfung, da die Resonanzfrequenzen einander entsprechender Schwingungsformen in der oberen Darstellung für höheren Druck tiefer liegen.



**Bild 2.14:** Dämpfung eines Radialverdichterrotors in Abhängigkeit des Umgebungsdrucks aus Gilbert et al. (2012)

Zemp et al. (2011) führten ebenfalls Untersuchungen am Rotor eines Radialverdichters durch. Die Studie schloss Messungen in einer Vakuumkammer ein, jedoch lag der Schwerpunkt bei der Dämpfungsbestimmung aus Messungen mit Dehnungsmessstreifen unter Betriebsbedingungen. Bei den strömungsinduzierten Schwingungen durch ein Vorleitrad wurde der Einfluss des Strömungswinkels zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$  am Rotoreintritt und für Betriebskennlinien nahe der Stabilitätsgrenze, nahe der Stopfgrenze und einer der Auslegung entsprechenden Kennlinie für Verdichtereintrittsdrücke zwischen 0,2 bar und 0,8 bar untersucht. Die mit dem Druck zunehmende Dämpfung konnte in allen Fällen auch unter Betriebsbedingungen gezeigt werden. Eine Zunahme der Dämpfung wurde auch für die Kennlinien bei höherem Massenstrom festgestellt. Auch die Änderung der Strömungsgeometrie wirkte sich auf die aus den Signalen der Dehnungsmessstreifen bestimmten Dämpfungen aus. Interessant ist jedoch, dass die gemessenen Dehnungsamplituden keine Proportionalität zum Kehrwert der Dämpfung aufweisen. Dies deutet auf eine veränderte Anregungsfunktion bei der variierten Anströmung hin.

Auch in den bereits erwähnten Arbeiten von Kielb und Abhari (2001) ergaben sich noch offene Fragestellungen. Bei einer Änderung des Abstandes zwischen Leit- und Laufschaufeln der untersuchten Axialturbine wurde keine Veränderung bei der Dämpfung festgestellt. Dagegen war bei der Vergrößerung des axialen Spaltes eine Reduktion der Anregungskraft um den Faktor vier zu verzeichnen. Dennoch war die gemessene Schwingungsamplitude im

Fälle des größeren Spaltes über 50 % höher, die Ursache ist ungeklärt. Dieses Beispiel verdeutlicht erneut die Komplexität beim Zusammenspiel aller Einflussgrößen auf die Schwingungsamplitude.

Nur wenige Untersuchungen zu Dämpfungen in Radialturbinen sind bekannt. Klaus (2007) bestimmte Dämpfungswerte für verschiedene Schwingungsformen in mehreren Resonanzstellen im Betrieb einer Turbine, untersuchte die möglichen Ursachen für die Abweichungen zwischen den Werten jedoch nicht näher. Hönisch et al. (2011) beschrieben Messungen zur Dämpfungsbestimmung an einem Turbinenrotor in radialer Bauweise in einer Vakuumkammer. Das für Verdichter beschriebene Verhalten der mit der Luftdichte ansteigenden Dämpfung und der geringe Anteil an Materialdämpfung sind auch auf Turbinenrotoren übertragbar. Zudem zeigte sich bei Umgebungsbedingungen tendenziell eine mit der Eigenfrequenz und zunehmender Komplexität der Schwingungsmoden sinkende Dämpfung.

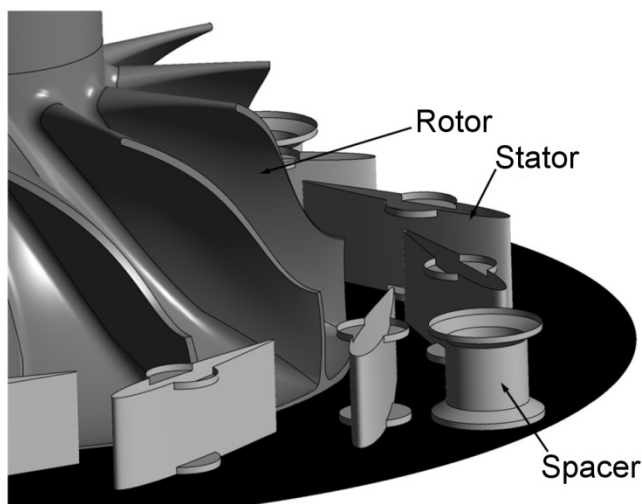
## 2.4 Kenntnisstand zu Schaufelschwingungen in Radialturbinen

Die beschriebenen Eigenschaften im Hinblick auf das dynamische Verhalten der Struktur, die aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen und die Dämpfung besitzen grundsätzlich für Maschinen in axialer und radialer Bauweise Gültigkeit. Radialmaschinen waren anteilig deutlich seltener Gegenstand von Untersuchungen zu Schaufelschwingungen, entsprechend gering ist der Fundus an Forschungsarbeiten.

Durch die bereits einleitend beschriebenen Entwicklungstendenzen wächst für Radialturbinen der Forschungsbedarf im Hinblick auf Schaufelschwingungen. Zum einen werden dynamische Belastungen durch schlankere Schaufelprofile erhöht, da deren Steifigkeiten ab- und die Schwingungsamplituden zunehmen. Heuer et al. (2008) beschreiben weitere Maßnahmen zur strömungsmechanischen Optimierung radialer Turbinen, durch welche die Gefahr von Ermüdungsbrüchen weiter steigt. Genannt werden die zunehmende Höhe der Schaufelprofile am Ein- und Austritt, Materialeinsparungen am Radrücken und die abnehmenden Spalte zwischen Leit- und Laufgitter in Turbinen mit beschaukeltem Spiralgehäuse. Durch die Verwendung von Leitschaufeln wird eine definierte, über den Umfang homogen gerichtete Anströmung der Laufschaufeln ermöglicht, vgl. Zaidi und Elder (1993). Durch feste Leitgitter ergeben sich damit Vorteile bezüglich des Wirkungsgrades im Auslegungspunkt. Leitgitter werden auch in ihrem größten Anwendungsbereich, in Abgasturboladern, eingesetzt, wo nach Mayer (2001) Turbinen von kleiner und mittlerer Baugröße bei Rotordurchmessern bis 160 mm in der Regel in radialer Bauweise ausgeführt sind. Dann wird die Leitgeometrie meist variabel, d.h. mit drehbar gelagerten Schaufeln ausgeführt. Dadurch kann die Kinematik der Strömung individuell an den Massenstrom und die Drehzahl angepasst werden, wodurch sich besonders in Betriebspunkten im Teillastbereich Strömungsverluste reduzieren lassen und der Wirkungsgrad verbessert wird. Gleichzeitig gewährleistet diese Form der Regelung ein schnelles Ansprechverhalten im transienten Betrieb und es kann auf die Verwendung der im Hinblick auf den Wirkungsgrad ungünstigen Wastegates verzichtet werden, vgl. Mayer (2001). Durch diese Vorteile ist die Turbine mit variabler Geometrie Stand der Technik bei der Aufladung von Dieselmotoren. Nachteile ergeben sich speziell für diese Anordnung bei der Schwingungsanregung. So entstehen im Vergleich zu Turbinen ohne Leitschaufeln nach Gleichung 2.18 deutlich höhere Anregungsfrequenzen als Vielfaches der Drehfrequenz. Dadurch fallen die

Anregungsfrequenzen in den Bereich der hohen Eigenfrequenzen der steifen Radialrotorgeometrie. Des Weiteren zeichnen sich Turbolader durch den Betrieb in einem breiten Drehzahlband aus. Als Folge des breiten Anregungsspektrums ergibt sich somit unvermeidlich eine Vielzahl potentieller Resonanzstellen. Diese schließen nun auch die Anregung hoher, komplexer Schwingungsformen mit ein, wohingegen sich in Turbinen mit unbeschaufelten Düsen lediglich die ersten beiden Schaufelmoden für die Schwingungsanregung anfällig gezeigt haben, vgl. Kreuz-Ihli et al. (2000).

Weitere Aspekte, welche die Thematik weiter komplizieren, betreffen das generell instationäre Strömungsfeld in Turboladerturbinen und damit die aerodynamische Anregung der Schaufelschwingungen. Zum einen ergeben sich in Turbinen mit verstellbaren Leitschaufeln Spalte zwischen den Leitschaufeln und den angrenzenden Kanalwänden, um deren Drehbarkeit auch bei variierender Materialausdehnung der Bauteile durch Temperaturgradienten zu gewährleisten. Die Folge sind Sekundärströmungen im Stator, die beispielsweise von Natkaniec et al. (2011) beschrieben werden und die ebenfalls Ursache für die Anregung von Schaufelschwingungen darstellen können. Darüber hinaus erschweren die Spalte die geometrische und strömungsmechanische Modellierung in Simulationen. Des Weiteren sind Abstandshalter, sogenannte „Spacer“, Teil von Turbinenkonstruktionen mit variablen Leitschaufeln (vgl. **Bild 2.15**). Diese meist drei ungleichmäßig am Umfang angeordneten Stützen befinden sich zwischen den Leitschaufeln. Sie verbinden die beiden Leitschaufelringe, an denen die drehbar gelagerten Schaufeln montiert sind. Die aus Kostengründen meist zylinderförmig ausgeführten Strömungshindernisse bilden starke Nachlaufgebiete aus und sind somit eine weitere Ursache für die aerodynamische Schwingungsanregung.



**Bild 2.15:** CAD-Modell einer VTG-Turbine mit Spacer aus Natkaniec et al. (2011)

Die Komplexität der Thematik erhöht sich weiter durch den transienten Betrieb von Turboladern. Zum einen betrifft dies die ständig wechselnden Lasten beim Beschleunigen von Motoren speziell im Pkw- und Nkw-Bereich, wodurch nur selten ein stationärer Betriebszustand erreicht wird. Zum anderen sind ATL-Turbinen vornehmlich im Pkw bei der Stoßaufladung dem stark pulsierenden Abgasstrom des Kolbenmotors ausgesetzt, wodurch die kinetische Energie des Abgases in der Turbine genutzt wird. Die Frequenz der aus den

Zylindern nacheinander auftreffenden Abgasstöße ist dabei um ein bis zwei Größenordnungen unter der Drehzahl des Turboladers, welche ihrerseits eine weitere Größenordnung unter typischen Eigenfrequenzen der Rotorschaukeln liegt. Somit sind die Abgaspulse keine primäre Quelle für die Schwingungsanregung der Turbinenschaufeln. Allerdings erschweren die stark variierenden Randbedingungen am Eintritt in die Turbine die experimentelle und auch numerische Analyse der Turbinenströmung. Eine numerische Analyse des transienten Strömungsfeldes wird beispielsweise von Senn et al. (2009) in einer stoßaufgeladenen Diagonalturbine untersucht. Die reibungsfreie, inkompressible Strömung wird auf Basis der Eulergleichung in der gesamten dreidimensionalen Geometrie berechnet. Am Eintritt wird der pulsierende Abgasstrom aus einer eindimensionalen Motorsimulation vorgegeben. Für die betrachtete Maschine führt die Turbine etwa 100 Umdrehungen im Zeitraum eines Arbeitszyklus des Motors durch, wodurch sich ein enorm hoher Rechenaufwand zur Bestimmung der Anregungskräfte ergibt. Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass die Last der Turbine abhängig vom momentanen Arbeitstakt des Motors sehr stark schwankt. Als Folge zeigen auch die absoluten Kraftamplituden auf die Turbinenschaufeln, die durch die Interaktion zwischen Leit- und Laufschaufeln auftreten, eine starke zeitliche Abhängigkeit. Weitere Störungen in der Anströmung des Rotors können sich zudem in Turbinen mit mehrflutigen Spiralgehäusen ergeben, deren Anwendung für die Stoßaufladung typisch ist.

Durch die beschriebenen Entwicklungstendenzen und die Komplexität im Hinblick auf die transiente Turbinenströmung in modernen Radialturbinen ergibt sich ein zunehmender Forschungsbedarf. Entsprechend ist ein Anstieg der Anzahl an Publikationen in der jüngeren Vergangenheit zu beobachten, auf die im Folgenden weiter eingegangen wird. Hierbei wird zunächst das Vorgehen bei der dauerfesten Auslegung moderner Radialmaschinen beschrieben. Nachfolgend werden experimentelle und numerische Analyseverfahren zusammengetragen. Abschließend soll der Stand der Technik auf Basis aktueller Forschungsarbeiten dargelegt werden.

#### 2.4.1 Dauerfeste Schaufelauslegung in Turboladern

Die dauerfeste Auslegung basierte in der Vergangenheit und auch aktuell häufig auf Erfahrungswerten. Der beschriebenen Komplexität und der zunehmenden Anfälligkeit der Rotoren in Bezug auf Schaufelschwingungen soll nun durch verbesserte Auslegungsverfahren entgegnet werden. Dies hat vor allem die Einbindung numerischer Methoden im Auslegungsprozess zum Ziel. Dadurch kann nicht nur der enorme Aufwand bei Schwingungsmessungen im Betrieb reduziert werden. Numerische Methoden können zudem in einem frühen Stadium in den Auslegungsprozess einbezogen werden. Somit ergibt sich die Möglichkeit, die Schaufelgeometrie schwingungsmechanisch optimal auszulegen.

In einer Veröffentlichung von Turco et al. (2010) wird der Auslegungsprozess eines Radialrotors beschrieben. Die betrachtete Radialturbine ist dabei allerdings nicht in einem Abgasturbolader, sondern als Turbo-Expander in einem Clausius-Rankine-Prozess mit organischem Arbeitsmedium zur Energiegewinnung in einem Kombiprozess eingesetzt. Auch bei dieser Anwendung beschreiben die Autoren die Vermeidung von HCF Schäden als zentrale Herausforderung bei der Auslegung. LCF Schäden werden dabei an den ungekühlten Rotoren durch die geringen Temperaturgradienten im Hinblick auf die Dauerfestigkeit als weniger kritisch eingestuft. Zunächst werden die Eigenfrequenzen und Eigenformen des

Rotors bestimmt. Die Verwendung der Finiten-Elemente Methode ist hierbei das gängige Verfahren. Nachfolgend werden im Campbell-Diagramm oder auch in dem häufig verwendeten SAFE-Diagramm, auf das hier nicht näher eingegangen werden soll (vgl. Singh und Vargo, 1989), die Resonanzstellen identifiziert. Diese ersten Schritte beschreiben das übliche Vorgehen.

Um Resonanzen zu vermeiden oder deren Anzahl zu reduzieren, kann die Geometrie der Turbine modifiziert werden. Die Anregungsfrequenzen ergeben sich nach Gleichung 2.18 aus dem Produkt aus Drehzahl und Leitschaufelanzahl, bzw. der Anzahl der Störstellen am Umfang. Da die Auslegungsdrehzahl bzw. der Betriebsbereich hier bereits festgelegt sind, besteht noch die Möglichkeit, die Leitschaufelanzahl anzupassen. In einem Flussdiagramm veranschaulicht Klaus (2007) die Vorgehensweise bei der schrittweisen Optimierung der Schaufelanzahlen für die Schwingungsauslegung. Auf der anderen Seite können die Schaufeleigenfrequenzen durch die Änderung der Schaufeldickenverteilung oder der Geometrie der Radrückwand variiert werden. Auch auf diesem Wege ist es möglich, Resonanzstellen zu verschieben und aus dem Betriebsbereich der Turbine zu entfernen. Werden entsprechende geometrische Änderungen vorgenommen, sind die Eigenfrequenzen und Resonanzstellen erneut zu bestimmen. Iterativ kann die Anzahl von Resonanzstellen verringert bzw. deren Lage optimiert werden.

Heuer et al. (2008) wie auch Chebli et al. (2013) beschreiben eine verbreitete Richtlinie zur Gestaltung schwingungssicherer Schaufelprofile. Dieses auf langjährigen Erfahrungen basierende Vorgehen hat den Zweck, durch eine ausreichende Schaufeldicke Resonanzstellen bei niedrigen Erregerordnungen zu vermeiden. Dies ist allerdings nur in Turbinen ohne Leitschaufeln sinnvoll anwendbar. Über die Geometrie der Schaufel können die Eigenfrequenzen der ersten und zweiten Schwingungsfamilie so hoch gewählt werden, dass sie oberhalb des Vier- oder Fünffachen der Maximaldrehzahl zu liegen kommen

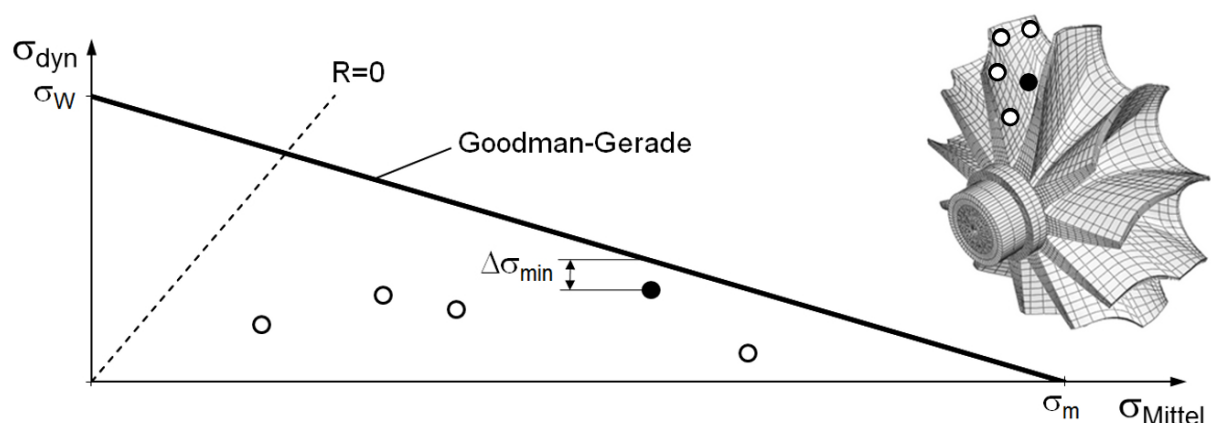
$$f_e/EO > n_{max} \text{ mit } EO = 4, 5. \quad (2.31)$$

Die Werte der Autoren weichen hier voneinander ab. Mit dieser Forderung ist die Vermeidung der ersten beiden Schaufelmoden gewährleistet, welche bei der Anregung durch das Spiralgehäuse kritisch sind (vgl. Heuer et al., 2008). In Turbinen mit Leitschaufeln kann diese Formel nicht angewandt werden, da die Anregungsfrequenzen deutlich höher sind. Dadurch ist die vollständige Vermeidung von Resonanzen auch höherer Schwingungsformen nicht möglich. Üblicherweise wird in Radialturbinen mit Leitschaufeln versucht, eine Anregung der ersten beiden Schaufelmoden weitgehend zu vermeiden. Des Weiteren sollten Resonanzen bei hohen Lasten mit entsprechend hohen Anregungskräften nach Möglichkeit nicht auftreten.

Die verbleibenden Resonanzen im Betriebsbereich müssen im Hinblick auf ihre Versagensrelevanz überprüft werden. Dazu sind die Schwingungsamplituden zu bestimmen. Dies kann auf Basis experimenteller oder numerischer Verfahren erfolgen, auf welche später näher eingegangen wird. Sind die Amplituden bekannt, muss die Belastung in jeder Resonanz bestimmt werden, um ein Versagen auszuschließen. Turco et al. (2010) sowie Nordwall et al. (2008) beschreiben die Verwendung des Haigh-Diagramms (Goodman-Diagramms) zur



Analyse der Spannungszustände. Für jede Resonanzstelle kann der Belastungszustand des Rotors durch die Superposition der statischen Belastung (Mittelspannung) und der dynamischen Belastung bestimmt werden. Die Mittelspannung wird im Haigh-Diagramm in **Bild 2.16** auf der Abszisse aufgetragen. Sie wird durch die Fliehkraft dominiert, sodass positive Spannungswerte für die entstehende Zugbelastung auftreten. Die Spannungsverteilung im gesamten Rotor muss für jede Resonanzdrehzahl bekannt sein. Statische Belastungen durch Biegespannungen und durch thermische Spannungen sind typischerweise deutlich niedriger und werden bei der Betrachtung vernachlässigt. Die Amplitude der dynamischen Spannung wird auf der Ordinate aufgetragen. Die dynamische Spannungsverteilung im Rotor ist dabei von der Schwingungsamplitude und der angeregten Schwingungsform abhängig. Die harmonische Schwingbelastung nimmt im Wechsel positive (Zug) und negative (Druck) Spannungswerte an. Ist die Amplitude dieser dynamischen Spannung gleich der Mittelspannung, ergibt sich nach der Addition eine reine Zugschwellbelastung zwischen Null und dem Zweifachen der Mittelspannung. Diese Zustände liegen auf der Winkelhalbierenden ( $R = 0$ ) mit  $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ . Alle Spannungszustände rechts der Winkelhalbierenden unterliegen somit stets einer Zugbelastung. Die Belastungszustände in der gesamten Struktur können im Haigh-Diagramm eingezeichnet werden, wie nachfolgend am Beispiel von fünf Positionen in einem Radialrotor verdeutlicht. Die reine Mittelspannung ist auf der Abszisse durch die Zugfestigkeit  $\sigma_m$  begrenzt. Die Wechselfestigkeit  $\sigma_w$  begrenzt die maximale dynamische Belastung bei reiner Zug-Druck Beanspruchung. Diese Werkstoffkennwerte müssen in aufwändigen Dauertests bestimmt werden. Sind die Kennwerte für eine überlagerte Beanspruchung nicht bekannt, wird als Näherung häufig die Goodman-Gerade verwendet, die durch die Verbindungslinie der beiden Belastungsgrenzen definiert wird und in **Bild 2.16** eingetragen ist. Liegen alle Belastungszustände unterhalb dieser Geraden, kann die Konstruktion als dauerhaft betrachtet werden, d.h. der Werkstoff übersteht die Schwingbelastung über die gesamte Lebensdauer ohne Ermüdungserscheinungen. Für vertiefende Informationen sei auf Schott (1997) verwiesen.



**Bild 2.16:** Haigh-Diagramm mit Goodman-Gerade und Belastungszustände in einem FE-Rotormodell

Die versagenskritischste Belastung tritt dort auf, wo der Abstand zur Belastungsgrenzlinie (Goodman-Gerade) einen minimalen Wert annimmt. An dieser Position sind die erste

Rissbildung und das potenzielle Versagen am wahrscheinlichsten. Durch ausreichenden Abstand zur Belastungsgrenze in allen Resonanzen kann die Dauerfestigkeit der Struktur sichergestellt werden. Im Bereich der Spannungsspitzen sind nach Chebli et al. (2013) Wuchtmarken des Rotors zu vermeiden und auch von einem Materialabtrag im Zuge des Wuchtens ist in diesem Bereich abzusehen. Zur Berechnung der Belastungen werden standardmäßig Finite-Elemente Modelle verwendet.

Entsprechend der beschriebenen Vorgehensweise untersuchten Nordwall et al. (2008) einen Ermüdungsbruch an einem radialen Titanrotor. Die berechneten Belastungen lagen beim Betrieb in einem Resonanzpunkt deutlich oberhalb der Belastungsgrenze im Haigh-Diagramm. Mit dieser Methode können letztlich auftretende Resonanzen bzgl. der Schwingfestigkeit geprüft werden. Dies stellt den letzten Schritt im Auslegungsprozess dar.

Die Schwierigkeit besteht letztlich in der Bestimmung der Schwingungsamplituden. In den bisher genannten Veröffentlichungen wurde der Einzug numerischer Methoden im Auslegungsprozess forciert. Das Ziel ist, die Zahl und den Umfang von aufwändigen Langzeit-Tests zu verringern. Reichl et al. (2009) beschreiben diesen Trend auch für die Schwingungsanregung in Radialverdichtern. Jedoch sind die Amplitudenberechnungen von Nordwall et al. (2008) nicht experimentell validiert. Heuer et al. (2008) betonen, dass zum Zeitpunkt der Veröffentlichung aus ihrer Sicht eine Auslegung ausschließlich auf Basis von Berechnungen nicht möglich war und Dauertests einen unverzichtbaren Bestandteil der Auslegung darstellen. Weitere Literaturstellen zur Validierung solcher Berechnungsmethoden werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.

An dieser Stelle soll erneut auf die Rolle der Dämpfung aufmerksam gemacht werden. Für die Berechnung von Amplituden erzwungener Schwingungen ist die Kenntnis der Dämpfungswerte in den Resonanzen unerlässlich. Bei der Auslegung wird auch hier häufig auf Erfahrungswerte zurückgegriffen. Alternativ werden Dämpfungswerte für unterschiedliche Schwingungsformen bei Umgebungsbedingungen ohne Rotation bestimmt. So werden von Nordwall et al. (2008) auf Messungen mit einem Laservibrometer zur Dämpfungsbestimmung verwiesen, die unter den beschriebenen Betriebsbedingungen nicht möglich wären. Der hierbei entstehende Fehler ist jedoch auf Grund der im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Einflüsse auf die Dämpfung vermutlich nicht zu vernachlässigen.

#### 2.4.2 Methoden zur Analyse von Schaufelschwingungen

Es existieren experimentelle und numerische Verfahren, die bei der Schwingungsauslegung und in der Forschung zum Einsatz kommen. Im Folgenden werden die wesentlichen Methoden, die aktuell zu modalen Analysen, zur Bestimmung von Schwingungsamplituden unter Betriebsbedingungen und zur Analyse der aerodynamischen Anregung angewandt werden, beschrieben. Die in der vorliegenden Arbeit eingesetzten Verfahren werden an den entsprechenden Stellen detaillierter erläutert.

##### Experimentelle Verfahren

**Modalanalyse:** Als gängige und simple Methode zur modalen Analyse ist die Messung der durch eine Schwingung verursachten Schallemissionen mit einem Mikrofon zu nennen. Heuer et al. (2008) beschreiben das „Anzupfen“ der Schaufeln eines still stehenden Rotors von Hand zur Anregung der Schwingungen. Eine anschließende Signalverarbeitung des mit einem Mikrofon aufgezeichneten Signals ermöglicht die Bestimmung der ersten drei

Schaufeleigenfrequenzen. Nachteilig ist dabei, dass die Eigenfrequenzen lediglich den Schwingungsfamilien zugeordnet werden können. Rotorschwingungsformen sind somit nicht identifizierbar. Höhere Eigenfrequenzen sowie die zugehörigen Eigenformen, können in der beschriebenen Weise nicht analysiert werden.

Weitaus detailliertere Untersuchungen ermöglicht ein Laservibrometer, wie es im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt wird. Basierend auf dem Dopplereffekt erfährt ein vom schwingenden Messobjekt reflektierter Laserstrahl durch dessen Bewegung eine Frequenzverschiebung. Aus dieser kann auf die Schwinggeschwindigkeit und die Amplitude in Richtung des Laserstrahls geschlossen werden. Neben den Eigenfrequenzen einer Struktur ist es durch punktweises Abtasten einer Oberfläche auch möglich, die lokale Verschiebung darzustellen. Somit können Schwingungsformen visualisiert und den Eigenfrequenzen eindeutig zugeordnet werden, vgl. Castellini (1998). Neue Techniken erlauben außerdem die Anwendung dieser berührungslosen und damit rückwirkungsfreien Messtechnik in rotierenden Maschinen.

Bei experimentellen Modalanalysen kann die Anregung der Struktur auf unterschiedliche Weise erfolgen. Häufig werden ein Impulshammer, Piezoaktuatoren oder ein Shaker verwendet. Ein Beispiel für die Anwendung eines Laservibrometers in Verbindung mit einer Anregung durch einen Impulshammer zur modalen Analyse eines Radialturbinenrotors ist Hönisch et al. (2011) zu entnehmen.

**Schwingungsmessung im Betrieb:** Das Ziel solcher Messungen besteht zum einen in der Identifikation auftretender Resonanzen. Zum anderen werden die resonanten Schwingungsamplituden der Schaufeln bestimmt, woraus die dynamische Belastung abgeleitet werden kann. Die herausfordernde Versuchsdurchführung ist stets mit großem Aufwand verbunden, da die Messung im rotierenden System erfolgen muss. Zudem müssen im Versuch die realen Randbedingungen des Betriebs dargestellt werden, um alle Einflüsse auf die Schwingungsanregung zu berücksichtigen. Trotz des hohen Aufwandes bilden diese Messungen einen notwendigen Bestandteil im Auslegungsprozess und nehmen einen signifikanten Anteil des Versuchsaufwandes für Neuentwicklungen ein.

Als Standardverfahren zur Schwingungsmessung wird in Turbomaschinen die Dehnungsmessung mit Dehnungsmessstreifen eingesetzt. Diese werden auch in Radialturbinen eingesetzt, wie z. B. in der Publikation von Klaus et al. (2005) beschrieben. Aus den gemessenen dynamischen Dehnungen mit den auf der Schaufeloberfläche applizierten Sensoren kann auf die Schwingungsamplitude und dynamische Belastungen geschlossen werden. Deren Verwendung ist in Verdichtern und Turbinen möglich, wobei Messungen im Heißgas spezielle Hochtemperatur-Dehnungsmessstreifen erfordern. Die Übertragung der Messdaten vom rotierenden ins ortsfeste Bezugssystem erfolgt mit Hilfe einer telemetrischen Übertragungseinheit. Entscheidend ist die Positionierung der Sensoren auf dem Rotor. Sie müssen in Bereichen angebracht werden, in denen bei der Schwingung hohe Amplituden der Oberflächendehnungen auftreten. Des Weiteren ist die Ausrichtung parallel zur lokalen Hauptdehnungsachse erforderlich. Dies hat zur Konsequenz, dass die Applikation der Dehnungsmessstreifen lediglich für die Messung einer oder weniger Schaufelmoden optimiert werden kann. Problematisch sind vor allem Messungen an kleinen Geometrien. Im Verhältnis zur Schaufel große Sensoren überdecken dann Bereiche großer Dehnungsgradienten und führen, vor allem bei komplexen Schwingungsformen, zu

Ungenauigkeiten in der Messung und Auswertung. Sowohl für die Auswertung als auch für die Positionierung der Sensoren werden üblicherweise Voruntersuchungen mit Hilfe der Finite-Elemente Methode durchgeführt. Vertiefende Informationen hierzu finden sich beispielsweise in Szwedowicz et al. (2002). Als weiterer Nachteil ist die zusätzliche Verstimmung des Systems durch die Sensoren selbst, v.a. bei Messungen an kleinen Rotoren, zu nennen.

„Tip-timing“ Messungen sind eine Alternative, deren Vorteile z. B. von Schönenborn et al. (2010) zusammengefasst werden. Bei der kostengünstigeren Messtechnik werden die Schwingungen aller Schaufeln betrachtet. Die strukturellen Eigenschaften des Rotors bleiben durch das berührungslose Verfahren unverändert. Es eignet sich somit besonders für kleine Radialrotoren und wird z. B. von Hemberger et al. (2013) eingesetzt. Bei dem von Zielinski und Ziller (2005) beschriebenen Verfahren werden mehrere optische oder kapazitive Sensoren im Gehäuse angebracht, welche die passierenden Rotorschaukeln detektieren. Sind Schaufeln durch Schwingungen ausgelenkt, ändert dies das Zeitintervall zwischen zwei Schaufeln. Durch eine ausgeklügelte Auswerterroutine können aus den Signalen der Sensoren die Amplituden der Schaufeln ermittelt und Rotorschwingungsformen identifiziert werden. Nachteilig ist, dass nur Schaufelmoden mit hinreichend großer Auslenkung an der Schaufelspitze erfasst werden können. Dadurch wird die Messtechnik im Fall von Radialschaufeln üblicherweise für die ersten beiden Moden angewandt. Für die optimale axiale Positionierung der Sensoren im Bereich hoher Auslenkungen der Schaufelspitze werden ebenfalls Modalanalysen mit der Methode der Finiten Elemente herangezogen, vgl. Kulkarni und LaRue (2008).

**Messung der Anregungsfunktion:** Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche können mit instationären Druckaufnehmern lokal bestimmt werden. In Jöcker (2002) werden beispielsweise Messungen auf der Saug- und Druckseite der Rotorschaukel einer Axialturbine zur Validierung von strömungsmechanischen Simulationen verwendet. Entsprechende Messungen in Radialturbinen sind nicht bekannt, da diese speziell in kleinen Maschinen schwer zu realisieren sind. Des Weiteren können Druckschwankungen mit dieser Messtechnik nicht flächig, sondern lediglich an einer beschränkten Anzahl diskreter Positionen gemessen werden. Eine umfassende Überprüfung der in CFD-Simulationen berechneten Anregungsfunktionen in Radialturbinen wurde somit bislang nicht durchgeführt.

Potential für die Messung instationärer Drücke auf der gesamten Schaufeloberfläche bieten drucksensitive, fluoreszierende Farben. Diese ändern die Intensität des emittierten Lichtes abhängig vom Sauerstoff-Partialdruck. Eine als porös bezeichnete Variante drucksensitiver Farben besitzt sehr kurze Reaktionszeiten und ist in der Lage, Druckschwankungen mit Frequenzen der Größenordnung  $10^4$  Hz und höher aufzunehmen. Navarra et al. (2000) setzen die Messtechnik an großen Schaufeln eines Axialverdichters ein, Gregory (2004) zeigt die Anwendbarkeit am Verdichterrad eines Pkw Turboladers.

### Numerische Verfahren

**Strukturmechanik:** Zur strukturdynamischen Analyse eines Rotors wird fast immer die Methode der Finiten Elemente eingesetzt. Sowohl modale Analysen als auch die Berechnung erzwungener Schwingungen erfolgen meist unter Verwendung von Finite-Elemente Modellen. Sie werden außerdem für Spannungs- und Festigkeitsanalysen sowie für die Berechnung von Oberflächendehnungen zur Platzierung von Dehnungsmessstreifen

eingesetzt. Die verwendeten Rotormodelle sind in aller Regel ideal, da die modellierten Schaufelsektoren identisch sind. Häufig lassen sich Berechnungen auf einzelne Schaufelsektoren beschränken. Schwingungsformen mit Knotendurchmessern lassen sich durch zyklisch-symmetrische Randbedingungen darstellen. An den geometrisch periodischen Flächen eines Schaufelsektors werden dann phasenverschobene Verformungen vorgegeben.

In aktuellen Arbeiten gelang Hönisch et al. (2011) die Modellierung von verstimmtten Rotoren unter Verwendung eines Vollmodells. In einem iterativen Verfahren werden die Eigenfrequenzen der einzelnen Schaufeln des Modells an Messungen angeglichen. Dazu wird der Elastizitätsmodul bzw. die Dämpfung der Sektoren individuell angepasst. Somit ist es möglich, besonders für niedrige Schaufelmoden, die Verstimmungseigenschaften einer realen Struktur im Modell weitestgehend abzubilden.

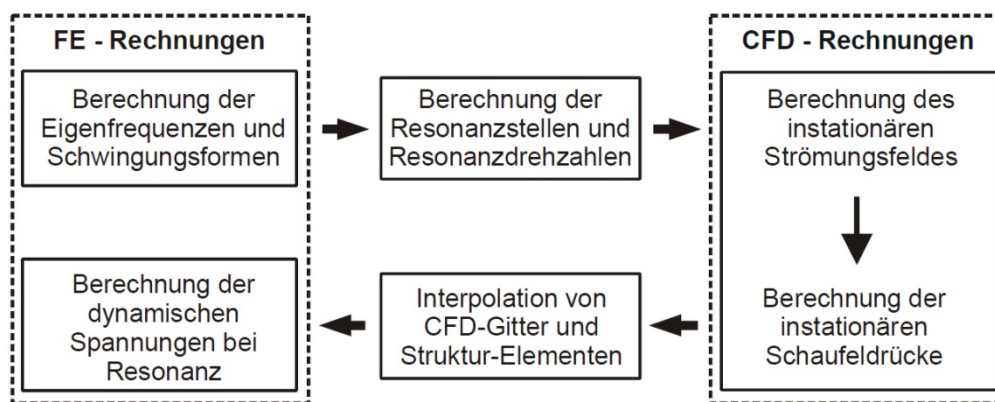
Eine Alternative zur Methode der Finiten Elemente bieten Mehrkörpersysteme, in denen Schaufelsektoren durch ein oder mehrere durch Feder- und Dämpferelemente verbundene Massenelemente vereinfacht dargestellt und zu einem Rotor zusammengesetzt werden. Auf Basis solcher einfachen Modelle ist es ebenfalls möglich, wesentliche Eigenschaften verstimmtter Systeme abzubilden. Der große Vorteil ergibt sich durch verhältnismäßig wenige Freiheitsgrade und den dadurch entsprechend geringen Rechenaufwand. Somit eignen sich Mehrkörpersysteme besonders für probabilistische Untersuchungen mit einer sehr hohen Anzahl unterschiedlich verstimmtter Systeme. Für weitere Informationen sei beispielsweise auf Strehlau (2011) verwiesen.

**Strömungsmechanik:** Zur Analyse der aerodynamischen Anregung der Schwingungen muss das instationäre Strömungsfeld in Stator und Rotor berechnet werden. Die für CFD-Rechnungen verwendeten Modelle werden dabei häufig auf einzelne oder mehrere Schaufelteilungen beschränkt. Dies ist jedoch nur ohne weiteres möglich, wenn die Teilungswinkel der modellierten Sektoren des Stators und des Rotors identisch sind. In der Regel trifft dies aufgrund unterschiedlicher Leit- und Laufschaufelanzahlen nicht zu, sodass die Berechnungen nur durch die Skalierung von einem der beiden Sektoren zur Angleichung der Teilungswinkel möglich sind. Alternativ können die Strömungsprofile in Umfangsrichtung skaliert werden, die an der Schnittstelle zwischen den Schaufelreihen bei gleichzeitiger Sicherstellung der Massenerhaltung übergeben werden. In beiden Fällen ändern sich jedoch abhängig von der Skalierung sowohl das Strömungsfeld als auch die Anregungsfrequenz gegenüber einer Modellierung der Strömung im gesamten Ringraum. Speziell in diesem Fall ist der Aufwand bei der Berechnung der instationären Strömung entsprechend hoch, bei welcher die Relativbewegung zwischen Stator und Rotor berücksichtigt werden muss. Potential zur Reduktion des Rechenaufwandes bieten neue Methoden, in denen für einzelne oder wenige Schaufelteilungen phasen- oder zeitversetzte Randbedingungen an den periodischen Flächen vorgesehen werden. Einzelne Veröffentlichungen von Vilmin et al. (2006) sowie von Kulkarni und LaRue (2008) zeigen bereits deren Anwendbarkeit in Turbomaschinen.

**Fluid-Struktur-Interaktion:** Die struktur- und strömungsmechanischen Vorgänge sind grundsätzlich bidirektional gekoppelt. Die numerische Modellierung bidirektionaler Interaktion ist möglich und für die Simulation von selbsterregten Schwingungen oder zur Berechnung aerodynamischer Dämpfung notwendig. Bei der Berechnung fremderregter Schaufelschwingung wird die Rückwirkung der strukturellen Verformung auf die Strömung

in aller Regel nicht berücksichtigt, da die Schwingungsamplituden, speziell im Falle steifer Radialturbinenschaufeln, sehr klein sind und der notwendige Rechenaufwand stark ansteigen kann, vgl. Klaus (2007). Deshalb wird eine unidirektionale Kopplung realisiert, wodurch die strömungsmechanischen und strukturdynamischen Simulationen in getrennten Rechenschritten und damit sukzessive ausgeführt werden können. Im ersten Schritt wird das instationäre Strömungsfeld in einer CFD-Simulation bestimmt. Die so bestimmten Anregungskräfte liegen in Form von Druckverteilungen auf den Schaufeloberflächen vor. Diese werden im zweiten Schritt als Randbedingung an ein Finite-Elemente Modell übergeben. Die Berechnung der Schwingungsantwort kann grundsätzlich in einer transienten Analyse, in der das Einschwingverhalten berechnet wird, erfolgen. Ist nur der eingeschwungene stationäre Zustand bei maximaler Schwingungsamplitude von Interesse, kann eine harmonische Analyse durchgeführt werden. Dabei wird das Schwingungsgleichungssystem bei der Resonanzfrequenz mit harmonischen Druckrandbedingungen gelöst, vgl. Filsinger et al. (2005).

Dieses Verfahren wurde in Forschungsarbeiten bereits mehrfach angewandt und ist auch Bestandteil der von Kreuz-Ihli (2001) am Institut für Thermische Strömungsmaschinen entwickelten Methodik zur Analyse aerodynamisch angeregter Schaufelschwingungen, die zur Analyse von Radialturbinen mit einfachem Spiralgehäuse entwickelt wurde. Die Methodik ist in **Bild 2.17** schematisch dargestellt und stützt sich ausschließlich auf FE- und CFD-Berechnungen.



**Bild 2.17:** Schematische Darstellung der Berechnungsmethode nach Kreuz-Ihli (2001)

Weitere Forschungsarbeiten, in denen das beschriebene Kopplungsverfahren im Bereich von Turboladern angewandt und weiterentwickelt wurde, sind zum einen jene von Filsinger et al. aus den Jahren 2002 und 2005. In den Arbeiten wird das Verfahren auf eine axiale Turbinenstufe angewandt. Zum anderen sind es Untersuchungen von Dickmann et al. aus den Jahren 2005, 2006 und 2009, in denen die unidirektionale Fluid-Struktur-Kopplung im Radialverdichter eines Abgasturboladers simuliert wird. Die Arbeiten umfassen auch die Validierung der berechneten Schwingungsamplituden für eine Resonanzdrehzahl, bei der der erste Schaufelmode in der vierten Engine Order angeregt wurde. Für zwei Betriebszustände des Verdichters nahe der Stabilitäts- und der Stopfgrenze wurden die Rechenergebnisse mit Daten aus „tip-timing“ Messungen verglichen. Die Schwingungsamplituden konnten mit

zufriedenstellender Genauigkeit berechnet werden. Allerdings blieben am idealen Rotormodell die Einflüsse der Verstimmung auf die Amplituden unberücksichtigt. Die maximal mögliche Amplitudenüberhöhung konnte nach Gleichung 2.16 abgeschätzt werden. Unter Berücksichtigung des Verstimmungseinflusses liegen die Rechenergebnisse im Bereich der Messdaten.

### 2.4.3 Forschungsarbeiten zur numerischen Analyse der Schwingungsanregung

Die nachfolgend beschriebenen Veröffentlichungen zeigen den aktuellen Stand der Forschung in Bezug auf die Simulation von Schaufelschwingungen in Radialturbinen. Die aufgeführten Publikationen beinhalten dem Autor bekannte Arbeiten, in denen die beschriebene Rechenmethode zur Vorhersage von Schwingungsamplituden angewandt und mit Messdaten validiert wird.

Yokoyama et al. (2005) führten messtechnische und numerische Untersuchungen an einer Turbolader-Turbine durch. Der Radialrotor mit 14 Schaufeln wurde durch 20 verstellbare Schaufeln eines Leitgitters zu Schwingungen der ersten fünf Schaufelmoden angeregt. Zunächst wird die Durchführung einer experimentellen Modalanalyse mit Hilfe eines Laservibrometers beschrieben. Die identifizierten Eigenformen traten im Betrieb bei Messungen mit vier am Rotorumfang verteilten Dehnungsmessstreifen bei unterschiedlichen Resonanzdrehzahlen und Leitschaufelstellungen auf. Die gemessenen Schwingungsamplituden zeigen einen zunehmenden Trend für höhere Schaufelmoden, da diese bei steigender Turbinenlast angeregt werden. In CFD-Simulationen wurden zur Beschränkung des Rechenaufwandes drei Leit- und zwei Laufschaufelpassagen mit periodischen Randbedingungen modelliert. Die berechneten Druckverteilungen auf den Schaufeloberflächen wurden verwendet, um die Schwingungsamplituden und die dynamische Belastung in fünf Resonanzen zu simulieren. Ein Vergleich mit den aus den Messdaten bestimmten Belastungsamplituden zeigt unterschiedlich gute Übereinstimmung für die fünf Schwingungsformen. Spezielle für den fünften und höchsten untersuchten Schaufelmode ergeben sich Abweichungen von 83,6 %. Auch wenn die Berechnungen die Größenordnung der Belastungen durchweg richtig wiedergeben, wird deren begrenzte Genauigkeit deutlich.

In einer weiteren Veröffentlichung beschrieben Kulkarni und LaRue (2008) die Schwingungsanalyse einer kompakten Radialturbine mit variabler Leitschaufelgeometrie aus einer automobilen Anwendung. Eine Modalanalyse des Rotors mit 13 Laufschaufeln erfolgte auf Basis der Finiten-Elemente Methode. Schwingungsamplituden im Betrieb wurden mit der „tip-timing“ Methode bestimmt. Die untersuchten Resonanzstellen beschränkten sich somit auf solche, in denen der erste Biegemode und der Torsionsmode der Schaufeln auftreten. Die zuletzt genannte Schwingungsform erfährt eine Anregung durch die elf Leitschaufeln. Die Analysen konzentrierten sich auf diese Resonanzstelle, um den Einfluss unterschiedlicher Turbinendruckverhältnisse und Leitschaufelstellungen auf die Anregung und die Schwingungsamplituden zu untersuchen. Die Messdaten dreier Betriebspunkte lassen auf ein tendenziell proportionales Verhalten von Druckverhältnis und Schwingungsamplitude schließen. Bei einer Variation des Leitschaufelwinkels sind die Schwingungsamplituden am geringsten bei geschlossenem Leitgitter und am höchsten bei halb geöffnetem Leitgitter. Die Messergebnisse wurden für die entsprechenden Resonanzen in Simulationen nachgerechnet. Im ersten Schritt wurde das dreidimensionale Strömungsfeld in einem zwei Schaufelpassagen umfassenden Strömungsgebiet berechnet. Hierbei wurde die beschriebene Methode mit

phasenverschobenen Randbedingungen an den periodischen Flächen und Lösung der instationären RANS-Gleichungen im Frequenzbereich eingesetzt. Die transienten Schaufeldrücke wurden für die Berechnung der Schwingungsantwort auf die Oberfläche des Finite-Elemente Modells einer einzelnen Schaufel mit zyklisch-symmetrischen Randbedingungen aufgebracht. Bei der Berechnung der Schwingungsantwort wurde die Vorspannung durch Fliehkräfte berücksichtigt, Thermospannungen wurden außer Acht gelassen. Die berechneten Amplituden zeigen dasselbe qualitative Verhalten wie die Messung bei der beschriebenen Variation des Druckverhältnisses und der Strömungswinkel. Ein quantitativer Vergleich mit der Messung wird nicht gegeben. Die umfangreichen Untersuchungen ermöglichen somit keine vollständige Validierung der Berechnungsmethode, welche sich in dem beschriebenen Fall auf Schaufelmode zwei beschränkt.

Eine in der Bauweise mit radialen Turbinen vergleichbare Diagonalturbine eines Turboladers ist Versuchsgegenstand von Senn et al. (2009). Betrachtet werden zwei Rotoren mit elf und zwölf Schaufeln, die in der mit 22 Leitschaufeln ausgestatteten Maschine Verwendung finden. Charakteristisch ist ein doppelflutiges Spiralgehäuse, das mit unterschiedlichen Druckrandbedingungen beaufschlagt wird. Beides sorgt für ungleichförmige Bedingungen am Rotoreintritt über den Umfang. Dies ist die Ursache für Resonanzen des ersten Schaufelmodes, die für elf unterschiedliche Betriebsbedingungen untersucht werden. Zwei dieser Betriebspunkte berücksichtigen instationäre Eintrittsrandbedingungen durch den pulsierenden Abgasmassenstrom des Motors. Numerische Untersuchungen zur unidirektionalen Fluid-Struktur-Kopplung bilden den Kern dieser Veröffentlichung. Das transiente Strömungsfeld wurde auf Basis der reibungsfreien, kompressiblen Eulergleichungen berechnet. Das Strömungsgebiet erstreckt sich über die gesamte Turbine einschließlich des Spiralgehäuses und aller Schaufelkanäle. Die berechneten Schaufeldrücke wurden auch hier in den Frequenzraum überführt und dienen als Randbedingungen zur Berechnung der stationären Schwingungsantwort in einem Finiten-Elemente Programm unter Verwendung einer empirisch bestimmten, für alle Resonanzstellen konstanten Dämpfung. Die Simulationsergebnisse werden entsprechenden Schwingungsmessungen mit Dehnungsmessstreifen und mit einem nicht näher beschriebenen optischen Messverfahren gegenübergestellt. Die Resultate der Simulationen zeigen mit zwei Ausnahmen sehr gute Übereinstimmungen zur Messung bei stationären Randbedingungen und zu hohe Schwingungsamplituden für die instationären Randbedingungen. Die Ursache der Abweichungen wird in der im Strukturmodell unberücksichtigten Verstimmung gesehen. Das Rechenverfahren zeigt in dieser Untersuchung eine Genauigkeit, die dessen Anwendung im Auslegungsverfahren zulässt. Allerdings ist eine Validierung der Rechenprozedur lediglich für Resonanzen des ersten Schaufelmodes erbracht. Die Anregung komplexerer Moden war nicht Teil der Untersuchungen. Bei der beschriebenen Modellierung der aerodynamischen Anregung durch die Interaktion der Leit- und Rotorschaufelgitter bleiben zudem wesentliche Effekte der reibungsbehafteten Strömung unberücksichtigt. Der Einfluss der Nachläufe der Leitschaufeln und der Sekundärströmungen wurde bei dieser Betrachtung nicht einbezogen.

In den numerischen Analysen von Giersch et al. (2012) erreichte der Grad der Detaillierung bei der Modellbildung zur Simulation erzwungener Schaufelschwingungen das bislang höchste Maß. Die numerische Methode wurde auf eine Radialturbine mit 13 Rotor- und 24 hier feststehenden Leitschaufeln angewandt. Die Modellierung schloss dabei die strukturelle Verstimmung des untersuchten Rotors mit einem, nach dem bereits beschriebenen Verfahren



von Hönisch et al. (2011), angepassten Finite-Elemente Modell ein. Die Anregungsfunktion wurde in einer CFD-Simulation auf Basis der URANS-Gleichungen mit einem Eingleichungs-Turbulenzmodell und aufgelösten Grenzschichten im Strömungsgebiet der gesamten Radialturbine einschließlich Spiralgehäuse, Stator und Rotor bestimmt. Unter Verwendung des strömungsmechanischen Modells wurden zudem aerodynamische Dämpfungskräfte berechnet, die sich durch die Kopplung mit dem Strukturmodell aus der modalen Verformung ergeben. Die Ergebnisse wurden zusammengeführt, um die Schwingungsamplitude unter Betriebsbedingungen zu berechnen. Hierzu wurde eine bei Schwingungsmessungen mit sechs am Umfang verteilten Dehnungsmessstreifen aufgetretene Resonanzstelle des ersten Schaufelmodes in der sechsten Engine Order nachgerechnet. Die Schwingungsanregung in der betrachteten Resonanzstelle bei sechsfacher Drehzahl ist somit nicht direkt auf die Interaktion mit den Leitschaufeln, sondern auf die drei installierten „spacer“ oder die Zunge der Spirale zurückzuführen. Bei der Verwendung eines aus den Messdaten bestimmten Dämpfungswertes zeigt die Simulation eine hervorragende Übereinstimmung mit den Messergebnissen am verstimmten Rotor. Damit ist ein eindrucksvoller Nachweis für die Anwendbarkeit der Simulationsmethode erbracht. Die Validierung stützt sich jedoch auf eine einzelne Resonanzstelle und eine Anregung des ersten Schaufelmodes. Bei der Verwendung der berechneten aerodynamischen Dämpfung sind die Amplituden aus der Simulation jedoch etwa um den Faktor drei zu niedrig, die Dämpfung wurde also überbestimmt. In Sensitivitätsanalysen konnte ein starker Einfluss bei geringer Änderung des Massenstroms und der Schwingungsamplitude gezeigt werden. Außerdem wird auf die Auswirkungen der in der vereinfachten Rechnung unberücksichtigten Strömungsablösung auf aerodynamische Dämpfungskräfte hingewiesen. Somit zeigt sich erneut die Schwierigkeit bei der Dämpfungsbestimmung, sodass weiter auf entsprechende Messwerte zurückgegriffen werden muss.

Die am Institut für Thermische Strömungsmaschinen durchgeführten Arbeiten von Klaus (2007) umfassen sowohl umfangreiche experimentelle als auch numerische Studien zu „*Strömungsinduzierten Schaufelschwingungen in Radialturbinen mit beschaukelten Spiralgehäusen*“. Die Versuchsturbine stammt aus einem Turbolader, welcher bereits ohne Leitgitter in den Arbeiten von Kreuz-Ihli (2001) Verwendung fand. Die Schaufelanzahl des Rotors von elf blieb in den Untersuchungen unverändert, wohingegen drei Leitgitter mit 12, 21 und 22 feststehenden Schaufeln verwendet wurden. Die Variation der Leitschaufelanzahl führt zu einer Vielzahl von Resonanzen und zur Anregung von unterschiedlichen Schwingungsformen bis zum neunten Schaufelmode. Entsprechend umfassend sind die vorliegenden Messdaten der Dehnungsamplituden von Dehnungsmessstreifen. Die mit der Bedingung von Wilsen und Utengen (1997) im Voraus bestimmten Resonanzen treten nicht in allen Fällen auf und unterscheiden sich bezüglich der Schwingungsamplituden erheblich. Die Gründe für diese Variation konnten nicht vollständig geklärt werden. Zum Teil treten niedrigere gemessene Amplituden für Schwingungsformen ohne und solche mit einem Knotendurchmesser auf. Klaus vermutet die Ursache in einer Dissipation der Schwingungsenergie in den Lagern des Rotors, da durch diese Schwingungsformen Torsions- und Biegemomente in die Welle eingeleitet werden. Des Weiteren konnten einige der beschriebenen Effekte verstimmter Strukturen, wie Lokalisierungen und relativ zur Struktur stehende Knotendurchmesser, gezeigt werden. Die Messdaten dienen auch hier der Validierung numerischer Analysen zur Schwingungsanregung. Am Vollmodell der Turbine wurde das Strömungsfeld durch Lösen der URANS-Gleichungen unter Verwendung des  $k-\omega$ -

SST-Zweigliedungsmodell für die Turbulenz und dem Einsatz von Wandfunktionen berechnet. Durch das anschließende Aufprägen der instationären Schaufeldrücke auf ein Finite-Elemente Modell wurde die transiente Schwingungsantwort des Rotors berechnet. Aus den Messdaten wurden charakteristische Dämpfungseigenschaften einer Schwingungsfamilie abgeleitet und in den Berechnungen eingesetzt. Die Gegenüberstellung mit den Messergebnissen zeigt eine tendenziell gute Übereinstimmung für die sechs betrachteten Resonanzstellen, in denen die Schaufelmoden zwei, vier und fünf angeregt wurden. Vereinzelt beträgt die Abweichung jedoch eine Größenordnung. Die Ergebnisse der instationären Strömungssimulationen wurden im Hinblick auf die aerodynamische Anregung untersucht und einige grundlegende Eigenschaften wurden herausgearbeitet. Sowohl der potentialtheoretische Effekt zwischen Leit- und Laufschaufeln, als auch die Wirkung der Nachlaufdübeln der stromauf liegenden Leitschaufeln auf die Schwingungsanregung wurden nachgewiesen. Der Effekt des Potentialfeldes stellte sich als einflussreicher heraus. Auch die von der Leitschaufelgeometrie, d. h. dem radialen Abstand zwischen Leitschaufelhinterkante und Laufschaufel Eintrittskante sowie dem Verhältnis von Leit- und Laufschaufelteilungen, abhängige Überlagerung der beiden Effekte wurde gezeigt. Die Forschungsergebnisse münden in Richtlinien zur schwingungsoptimierten Auslegung.

## 2.5 Wissenschaftliche Fragestellungen und Forschungsansatz

Bereits Klaus (2007) beschäftigte die Frage nach den Ursachen für die starken Unterschiede der im Betrieb aufgetretenen Schwingungsamplituden. Trotz ausführlicher Studien blieb ungeklärt, weshalb bei einigen Resonanzstellen hohe Schwingungsamplituden gemessen wurden, wohingegen eine andere erwartete Resonanz nicht auftrat. Unter Einbezug numerischer Strömungssimulationen konnten Erkenntnisse zur aerodynamischen Anregung gesammelt werden. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Korrelation der anregenden Kräfte und der Eigenform eine entscheidende Bedingung und die wesentliche Ursache für das Auftreten hoher gemessener Schwingungsamplituden darstellt. Ein Nachweis konnte jedoch nicht erbracht werden, auch die Quantifizierung der Korrelation zwischen Anregungsfunktion und Schaufelmoden wurde nicht durchgeführt. Die in Kapitel 2.3.1 im Abschnitt *Anregbarkeit der Schaufelmoden* zusammengefassten Resultate weiterer aktueller Forschungsarbeiten zeigen, dass ein Zahlenwert zur quantitativen Beurteilung der Anregbarkeit für eine Resonanzstelle auf Basis von Gleichung 2.24 berechnet werden kann. Die beschriebenen Arbeiten stützen sich auf der Idee diese Information für die geometrische Optimierung eines Schaufelgitters im Hinblick auf erzwungene Schwingungen nutzbar zu machen. In Parameterstudien werden unterschiedliche geometrische Größen (Gitterabstand, Schaufelanzahl, Neigungswinkel der Schaufeln) gezielt variiert, um eine Reduktion der Anregung bestimmter Moden zu erzielen. Die Arbeiten beschränken sich jedoch auf numerische Studien und werden nicht in vollem Umfang durch experimentelle Ergebnisse gestützt. Die Methodik wird zur Analyse von Resonanzen einzelner Biege- und Torsionsmoden von Axialschaufeln angewandt, die in Bezug auf die modale Verformung eine geringere Komplexität aufweisen als Radialschaufeln. Lediglich von Kawakubo (2010) wurde die Methode ansatzweise in einer Radialturbine angewandt, um den Einfluss der Leitschaufelstellung auf die Anregung des Torsionsmodes der Schaufeln zu untersuchen.

In der vorliegenden Arbeit sollen die für die aufgetretenen Schwingungsamplituden bestimmenden Einflüsse erkannt werden. Von besonderem Interesse ist hierbei die

detaillierte Untersuchung der aerodynamischen Anregung in einer Radialturbine mit Leitgitter. Mit der Variation der Leitschaufelanzahl soll auch der Einfluss eines entscheidenden Geometrieparameters betrachtet werden. Für die im Mittelpunkt stehende Analyse der Anregbarkeit der Eigenformen ist vor allem die Korrelation zwischen der Anregungsfunktion und der modalen Verformung der Schaufeln herauszuarbeiten und zu quantifizieren. Die angestrebten Erkenntnisse sollen aus strömungs- und strukturmechanischen Simulationen gewonnen werden. Die Untersuchungen schließen die Analyse zahlreicher Resonanzstellen und Schwingungsformen der untersuchten Radialturbine ein. Die Grundlage hierfür bilden die umfangreichen Messdaten aus den Arbeiten von Klaus (2007). Sie liefern die Randbedingungen für die Resonanzstellen und sollen als Referenz für die Bewertung der numerischen Untersuchungen dienen. Aus dem erweiterten Grundverständnis zur Schwingungsanregung sollen schließlich Hinweise für die Auslegung von Radialturbinen abgeleitet werden. Durch eine weiterführende Auswertung des experimentellen Datenmaterials von Klaus kann zudem der Einfluss der Verstimmung und der Dämpfung auf die gemessenen Schwingungsamplituden betrachtet werden.

Die vollständige numerische Simulation aerodynamisch angeregter Schaufelschwingungen ist für die Auslegung von Radialturbinen von großer Bedeutung. In den vergangenen Jahren wurde die bereits bekannte Rechenmethode für Radialturbinen mit Leitschaufeln in fünf voneinander unabhängigen Forschungsarbeiten validiert, siehe Kapitel 2.4.3. Die Ergebnisse beschränken sich jedoch zumeist auf wenige Resonanzstellen, in denen niedrige Schaufelmoden angeregt wurden. Durch die zahlreichen Berechnungsschritte und die notwendige Vereinfachung der vielschichtigen Problemstellung treten teilweise Abweichungen zu den Messdaten auf. Um das Vertrauen in die Simulationsergebnisse zu stärken, ist deshalb eine weitere Überprüfung unerlässlich.

Als weiteres Ziel dieser Arbeit soll daher die Validierung der Simulationsmethode zur Berechnung resonanter Schaufelschwingungen in Radialturbinen speziell für die aerodynamische Anregung durch Leitschaufeln auf breiter Basis gefestigt werden. Dies kann nur durch die Anwendung der Rechenmethode auf zahlreiche Resonanzstellen in unterschiedlichen Betriebspunkten erfolgen. Die Betrachtung beschränkt sich dabei nicht auf die ersten Schaufelmoden, sondern schließt komplexe Schwingungsformen ein. Darüber hinaus soll der Einfluss der Verstimmung in Finite-Elemente Modellen berücksichtigt werden, um alle Größen mit Einfluss auf die Amplitude der Schwingung in die Modellierung einzubeziehen und damit eine möglichst präzise Validierung der Berechnungsmethode zu ermöglichen. Dadurch soll ein Beitrag geleistet werden, um numerische Simulationen in die Dauerfestigkeitsauslegung einzubinden. Somit könnten die durch aufwändige Schwingungsmessungen entstehenden Kosten eingespart und die Entwicklungszeit verkürzt werden.



## 3 Dynamische Eigenschaften der untersuchten Radialturbine

Alle Untersuchungen wurden unter Verwendung eines Radialturbinenrotors vom Typ ZR140 der Motoren- und Turbinen-Union Friedrichshafen GmbH durchgeführt. Die bewährte Turbinenkonstruktion findet bereits langjährigen Einsatz bei der Aufladung mittelgroßer Dieselaggregate und entspricht in seiner Ausführung nicht dem neusten Entwicklungsstand radialer Strömungsmaschinen. Da sich die grundsätzlichen strukturmechanischen und strömungsmechanischen Eigenschaften im Zusammenhang mit der Anregung von Schwingungen nicht von neueren Entwicklungen unterscheiden, eignet sich die Geometrie dennoch hervorragend für die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen. Entsprechend fand der Rotor bereits Anwendung in zahlreichen Forschungsarbeiten, die durch die Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. (FVV) gefördert wurden. Die Forschungsberichte zu vier Vorhaben, Kreuz-Ihli et al. (2000), Klaus et al. (2004), Hönisch et al. (2011) und Schwitzke et al. (2013), beinhalten weitere Informationen zur Geometrie und zum Schwingungsverhalten des Rotors.

In diesem Kapitel wird neben der geometrischen Charakterisierung des Rotors auf die Bildung strukturmechanischer Modelle eingegangen. Es werden sowohl Modelle der idealen als auch der realen Strukturen vorgestellt. Nachfolgend wird das Eigenschwingverhalten beschrieben, welches in numerischen und experimentellen Modalanalysen bestimmt wurde. Aus Schwingungsmessungen im Betrieb von Klaus (2007) sind zahlreiche Resonanzstellen bekannt. In einer weiterführenden Auswertung der Messdaten wird die statische und dynamische Belastung bestimmt, um kritische Resonanzschwingungen zu identifizieren. Hierauf basierend wird eine Auswahl an Resonanzzuständen getroffen, anhand derer die Schwingungsanregung numerisch untersucht wird.

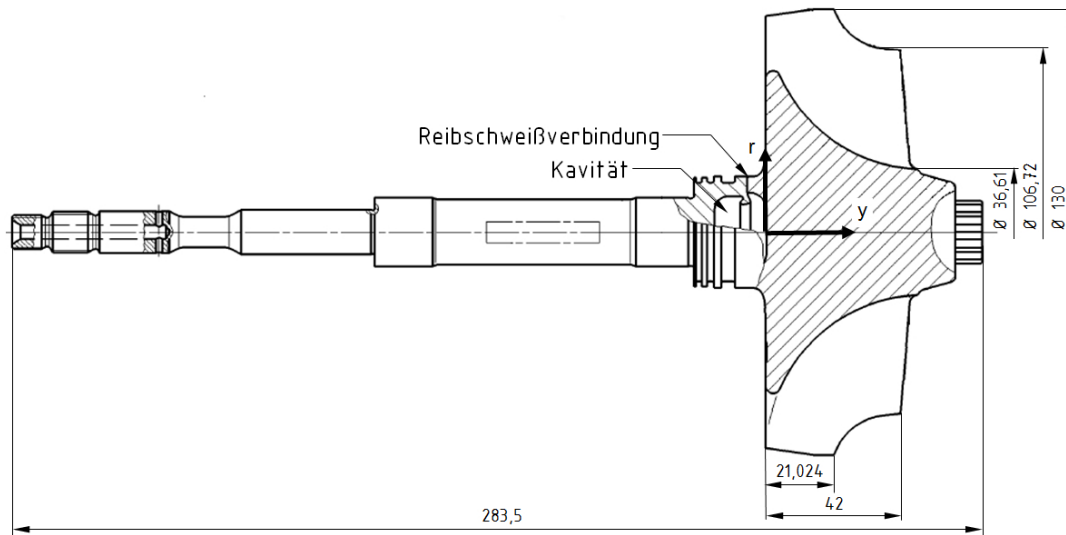
### 3.1 MTU ZR140 Turbinenrotor

#### 3.1.1 Beschreibung des Turbinenrotors

Der in **Bild 3.1** und **Bild 3.2** dargestellte Turbinenrotor besitzt elf Schaufeln. Diese sind durch die massive Nabe schwingungsmechanisch stark aneinander gekoppelt, die Schaufelspitzen können durch Aussparungen im Bereich der Radrückwand frei schwingen. Die fülligen Schaufelprofile zeichnen sich durch eine moderate Umlenkung aus. Der Radaußendurchmesser beträgt 130 mm, weitere Abmessungen sind der Zeichnung in **Bild 3.1** zu entnehmen. Der im Feinguss gefertigte Rotor besteht aus einem Nickelbasiswerkstoff (IN713LC) und wird an der in **Bild 3.1** markierten Position durch ein Reibschweißverfahren mit der Stahlwelle (42CrMo4) verbunden. Die Messingbuchsen der beiden radialen Gleitlager sowie das verdichterseitige Axiallager sind in **Bild 3.2** sichtbar. Hier ist auch das gefräste Verdichterrad aus einer Aluminiumlegierung (AN40), das über eine Schraubverbindung an der Welle befestigt ist, zu erkennen.

In **Bild 3.1** und **Bild 3.3** sind die in der Arbeit verwendeten relativen Koordinatensysteme gekennzeichnet. Die y-Achse liegt dabei auf der Rotationsachse und zeigt in Richtung der

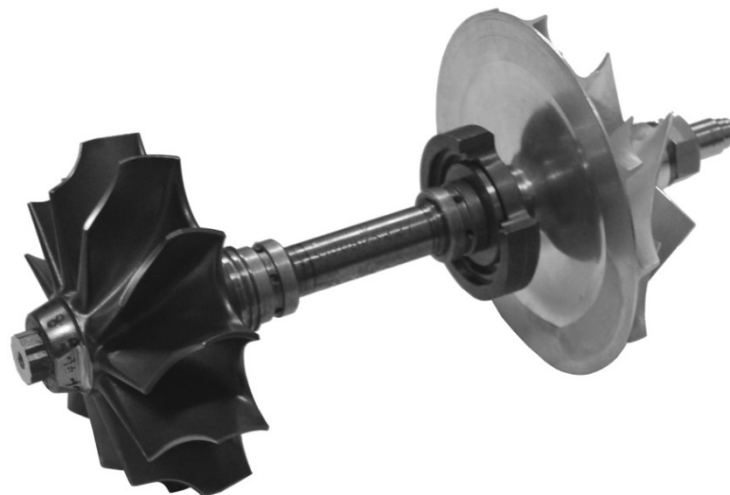
Strömung am Radaustritt. Die x-Achse und die z-Achse des verwendeten kartesischen Koordinatensystems liegen in der Ebene der Radrückwand. Im zylindrischen Koordinatensystem wird dieselbe y-Achse verwendet, positive Werte der Winkelkoordinate  $\varphi$  werden in Drehrichtung des Rotors aufgetragen.



**Bild 3.1:** Technische Zeichnung des ZR140 Turbinenrotors mit Welle (Bemaßung in Millimeter und Achsen des zylindrischen Koordinatensystems)

Drei Rotoren wurden in den Untersuchungen verwendet. Ein Rotor wurde bei Schwingungsmessungen im Betrieb eingesetzt. Dieser zeichnet sich durch die Applikation von vier Dehnungsmessstreifen auf zwei der elf Schaufeln aus. Mit je einem Dehnungsmessstreifen auf Saug- und Druckseite weist dieser Rotor eine zusätzliche Verstimmung und ein entsprechend charakteristisches Schwingungsverhalten auf. Zur Unterbringung der Verbindungsleitungen zwischen den Sensoren und einem Telemetriesystem für die Schwingungsmessung im Betrieb sind der Rotor und die Welle hohlgebohrt. Um eine Beschädigung des Messsystems auszuschließen, verblieb dieser Rotor für alle durchgeführten Messungen im Gehäuse montiert. Ein zweiter baugleicher Rotor ist in **Bild 3.2** samt Verdichterrad dargestellt. Dieser wurde nicht betrieben und weist keine zusätzliche Verstimmung durch Messtechnik auf. Diese beiden der Serienproduktion entnommenen Rotoren wurden im abschließenden Fertigungsschritt gewuchtet. Dabei wurde in verschiedenen Bereichen an der Nabe, der Radrückwand und der Saugseite einer Schaufel Material abgetragen. Dies hat ebenfalls eine Verstimmung der Struktur zur Folge.

Ein dritter Rotor aus Aluminium (EN AW-2007) wurde in den Werkstätten des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen spanend auf einer 5-Achs-Fräsmaschine hergestellt. Die Geometrie basiert auf derselben CAD-Geometrie, die für das nachfolgend beschriebene Finite-Elemente Modell verwendet wurde. Durch das im Vergleich zum Guss präzisere Herstellungsverfahren wurde untersucht, ob sich das Maß der Verstimmung durch die Reduktion geometrischer Abweichungen von der zyklischen Rotationssymmetrie verringern lässt. Dies ermöglicht zudem eine genauere Validierung des idealen Strukturmodells. Der Aluminiumrotor besitzt keine Welle sondern lediglich einen Stumpf mit 58 mm Länge.



**Bild 3.2:** Rotor des ZR140 Turboladers mit Turbine (links), Verdichter (rechts) sowie Stahlwelle und Radial- bzw. Axiallager

### 3.1.2 Ideales Strukturmodell des Turbinenrotors

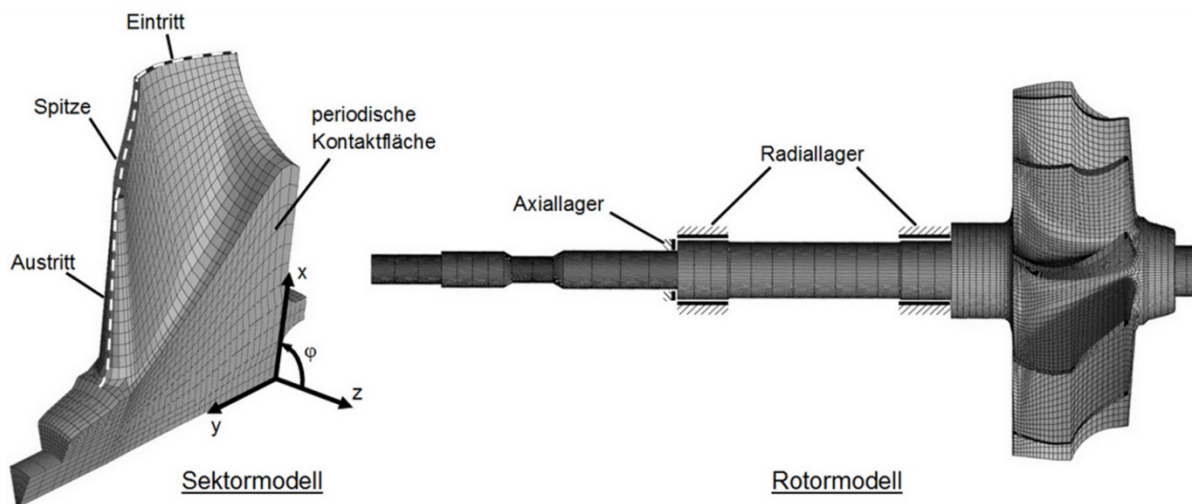
Das Strukturmodell wird zum einen verwendet, um das Eigenschwingverhalten zu charakterisieren. Dabei ist die präzise Abbildung der Schaufelschwingungsformen aller relevanten Moden zu gewährleisten. Zum zweiten wird das Modell herangezogen, um resonante Schwingungsamplituden im Betrieb zu berechnen.

Das Finite-Elemente Netz basiert auf einem Geometriemodell eines Schaufelsektors, das aus technischen Zeichnungen abgeleitet wurde. Alle geometrischen Details einschließlich aller Rundungen, der Hohlwelle und der Kavität zwischen Rotor und Welle sind berücksichtigt. Zur Vernetzung der Geometrie wurde das kommerzielle Programm ICEM CFD des Unternehmens ANSYS Inc. eingesetzt, das typischerweise bei der Erzeugung von Modellen für die numerische Strömungssimulation Verwendung findet. Mit einem blockstrukturierten Ansatz konnte ein auf Hexaeder-Elementen basierendes Gitter manuell erzeugt werden. Darin sind sämtliche beschriebenen Feinheiten der Schaufelgeometrie und ein Sektor der Welle abgebildet. Durch die Multiplikation und Anordnung am Umfang entsteht ein ideales Modell des gesamten Rotors mit identischen Schaufelsektoren. Die Oberflächengitter der links in **Bild 3.3** markierten Kontaktflächen sind periodisch. Dadurch wird die direkte Anknüpfung der Finite-Elemente Knoten benachbarter Schaufelsektoren ermöglicht. Da auch die Gitterstruktur Einfluss auf die Berechnungsergebnisse hat, ist eine identische Vernetzung der einzelnen Schaufelsektoren notwendig. Abweichungen zwischen den Gittern einzelner Sektoren führen zur Verstimmung des gesamten Rotormodells.

Ein ideales Strukturmodell kann durch die zyklische Symmetrie auch auf eine einzelne Schaufel reduziert werden. In diesem Fall müssen an den Kontaktflächen periodische Randbedingungen mit phasenverschobener Verformung der Knoten vorgegeben werden, vgl. Knothe und Wessels (2008). Abhängig von der Anzahl der Knotendurchmesser ergibt sich der Phasenwinkel nach Gleichung 2.10. Solch ein zyklisch-symmetrisches Modell wird im Rahmen der Arbeit lediglich für die Visualisierung der Schaufelschwingungsformen

eingesetzt. Für alle weiteren Analysen wird das Vollmodell des Rotors verwendet.

In einer Gitterstudie wurden die Anforderungen an das Strukturmodell bezüglich des Elementtyps und der lokalen Auflösung spezifiziert. Im Vergleich zu linearen Elementen mit acht Knoten, mit welchen bei niedriger Auflösung zu hohe Eigenfrequenzen berechnet werden (vgl. Sun, 2006), kann mit quadratischen Elementen die Anzahl reduziert werden. Bei der Verwendung von Elementen mit Ansatzfunktionen zweiter Ordnung ergab sich in den von Klaus (2004) beschriebenen Untersuchungen eine notwendige Auflösung von ca. 2000 Elementen je Schaufelsektor für die Berechnung der Eigenfrequenzen des betrachteten Rotors. Eine weiterführende Gitterunabhängigkeitsstudie im Rahmen dieser Arbeit ergab, dass eine Auflösung von ca. 8000 Elementen je Sektor notwendig ist, um die modale Verformung der Schaufel präzise darzustellen. Das verwendete Gitter mit 8148 quadratischen Elementen je Schaufelsektor (ohne Welle) ist in **Bild 3.3** dargestellt.



**Bild 3.3:** Finite-Elemente Modell eines Schaufelsektors aus 8148 Elementen mit Koordinatensystem und Vollmodell des Rotors mit Welle und Einspannung

Weitere Vorstudien zeigten, dass sich bei der Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenformen mit den Software Paketen ANSYS Mechanical APDL und ABAQUS annähernd identische Resultate ergeben. Da die Vernetzung der komplexen, dreidimensionalen Form von Radialschaufeln mit hohem Aufwand verbunden ist, werden im Ingenieursalltag häufig geometrische Vereinfachungen vorgenommen. Für das Gittermodell ohne Vereinfachungen ergaben sich im Mittel für die ersten zehn Schaufelmoden 1,5 % höhere Eigenfrequenzen als für ein Modell mit z. B. flach abgeschnittener Austrittskante, wohingegen die Schaufelverformung für alle Moden geringe Unterschiede zeigte. Häufig wird auf die Modellierung der Rotorwelle verzichtet. Beim Vergleich der Eigenfrequenzen mit und ohne Welle bei fester Einspannung ergaben sich Unterschiede im Bereich von 3 % für vereinzelte Schwingungsformen, siehe Schwitzke et al (2013). Zur Untersuchung des Eigenschwingverhaltens wurden keine Randbedingungen im Hinblick auf die Einspannung des Rotors vorgegeben. Bei der Berechnung der Schwingungsantwort unter Betriebsbedingung wurde neben dieser frei-frei Randbedingung auch eine radial feste Einspannung an den Positionen der Radiallager gewählt. Am Axiallager wurden die



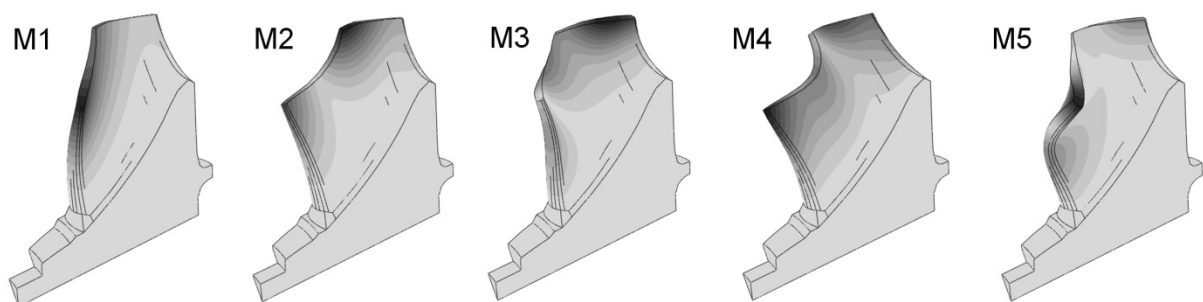
Freiheitsgrade in axialer sowie in Umfangsrichtung entsprechend der in **Bild 3.3** angedeuteten Weise fixiert. Eine realistische Modellierung der Gleitlagerung der Turbinenwelle stellt ein komplexes Problem mit struktur- und strömungsmechanischer Kopplung dar und wurde im Rahmen der durchgeführten Arbeiten nicht näher untersucht. Die dämpfende Wirkung der Gleitlager wird jedoch durch die vorgegebene Gesamtdämpfung berücksichtigt.

Die temperaturabhängigen Materialeigenschaften des Gusswerkstoffs Inconel IN713LC werden in Form des E-Moduls, der Querkontraktionszahl und der Dichte vorgegeben. Bei allen Berechnungen wird eine über den Rotor konstante mittlere Temperatur angenommen. Dies ergibt sich aus der Annahme einer konstanten Oberflächentemperatur. Diese entspricht bei isentroper Aufstauung der Strömung und unter Vernachlässigung von lateraler Wärmeleitung in der Strömungsgrenzschicht der Totaltemperatur im Bezugssystem des Rotors. Da die Totaltemperatur im Relativsystem konstant ist, wird diese vereinfachende Annahme getroffen. Thermische Spannungen werden in Folge dessen bei allen Betrachtungen außer Acht gelassen.

## 3.2 Charakterisierung des Eigenschwingverhaltens

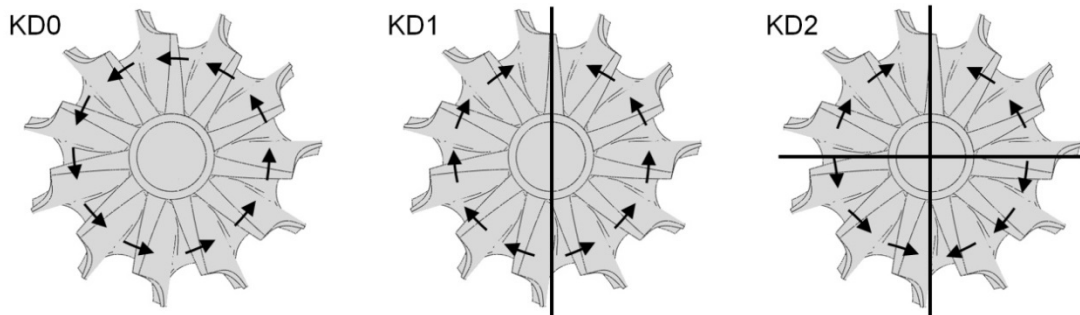
### 3.2.1 Numerische Modalanalyse des idealen Strukturmodells

Das Eigenschwingungsverhalten des idealen Rotors wurde mit dem beschriebenen Vollmodell bzw. dem zyklisch-symmetrischen Sektormodell untersucht. Die für Resonanz im Betrieb relevanten Eigenfrequenzen liegen im Bereich bis ca. 40 kHz. Die zugehörigen Eigenformen lassen sich, wie im vorhergehenden Kapitel beschrieben, in Schaufelschwingungsformen und Rotorschwingungsformen klassifizieren. Die Moden der Schaufel werden im Folgenden mit M abgekürzt, Rotorschwingungsformen entsprechend der Anzahl der Knotendurchmesser mit KD. Die Schaufelmoden M1-M5 sind aus Simulationsergebnissen anhand eines an den Kontaktflächen beidseitig fest eingespannten Schaufelsektormodells in **Bild 3.4** dargestellt. Dunkle Schattierungen markieren Bereiche mit hoher Amplitude der Auslenkung. Beginnend mit dem ersten Biegemode (M1) und dem ersten Torsionsmode (M2) nimmt die Komplexität der Eigenformen mit steigenden Frequenzen zu. Während bei der einseitig fest eingespannten Platte höhere Schwingungsformen als Überlagerung der Grundmoden identifiziert werden können, ist dies für die Radialschaufel durch die dreidimensionale Geometrie nicht mehr eindeutig möglich.



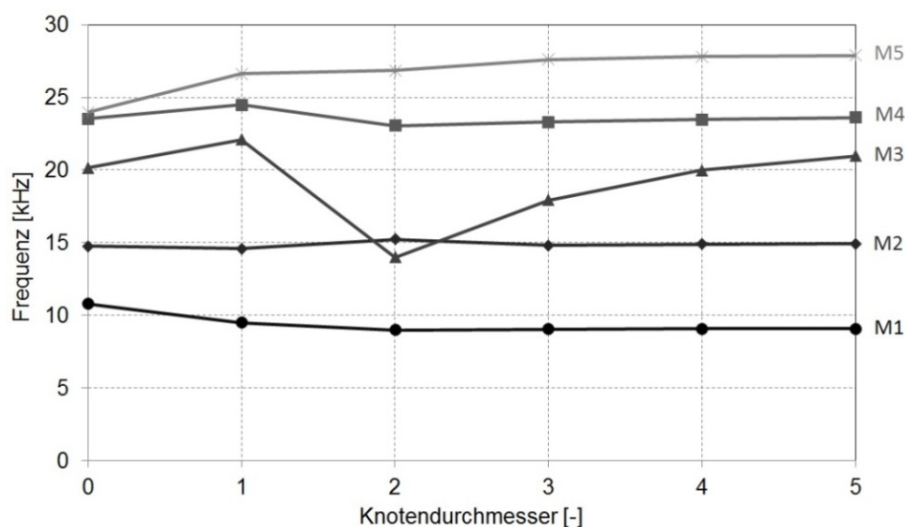
**Bild 3.4:** Schaufelschwingungsformen M1 bis M5 des fest eingespannten Modells eines Schaufelsektors

Jeder Schaufelmode bildet eine Schwingungsfamilie mit den möglichen Rotorschwingungsformen. Im Falle des ZR140 Turbinenrotors befinden sich  $N=11$  Laufschaufeln am Umfang. Nach Gleichung 2.9 ergibt sich daraus eine maximale Anzahl an Knotendurchmessern von  $KD_{max} = 5$ . In **Bild 3.5** ist die momentane Auslenkung der Schaufeln exemplarisch für die Formen ohne, mit einem und mit zwei Knotendurchmessern durch Pfeile angedeutet.



**Bild 3.5:** Schematische Darstellung der Rotorschwingungsformen KD0 bis KD2

Im nachfolgend gezeigten Koppeldiagramm sind die Eigenfrequenzen der ersten fünf Schaufelmoden zwischen 0-30 kHz aus einer numerischen Modalanalyse ohne Einspannung aufgetragen und durch Linien in Schwingungsfamilien zusammengefasst. Die Frequenzen des ersten Biegemodes (M1) beginnen bei ca. 9 kHz. Eigenformen mit niedrigerer Frequenz sind Schwingungsformen der Welle zuzuordnen. Diese sind für die Untersuchungen nicht relevant und entsprechend nicht im Diagramm enthalten. Die Einteilung zusammengehöriger Eigenformen in Schwingungsfamilien erfolgt auf Basis eines optischen Vergleichs der modalen Verformung. Die komplexe Verformung der nicht mehr dargestellten Moden ab etwa 35 kHz erschwert die Zuordnung in Schwingungsfamilien. Die Festlegung ist konsistent mit der in vorangegangenen Arbeiten von Klaus (2007) gewählten Nomenklatur und unterscheidet sich teilweise von der von Hönisch et al. (2011) verwendeten.



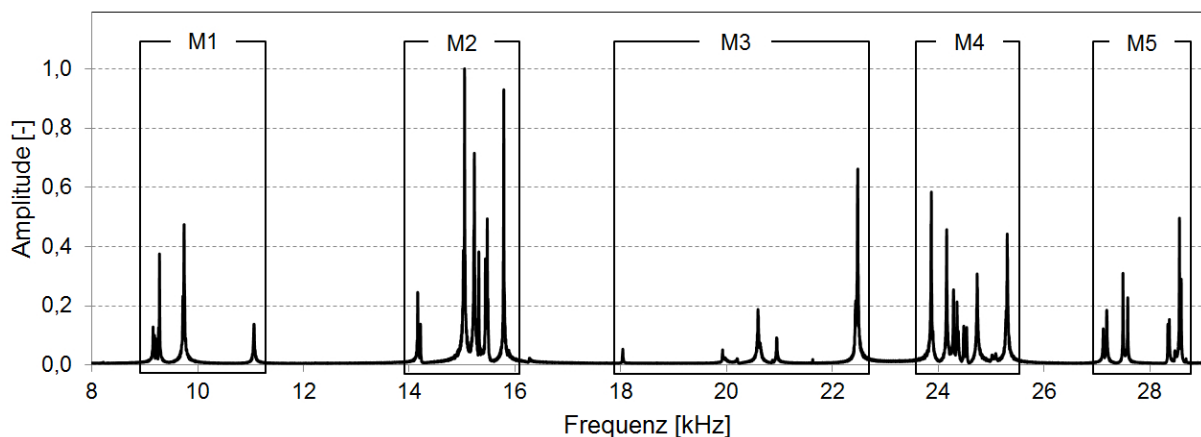
**Bild 3.6:** Koppeldiagramm mit Schwingungsformen bis M5 des ZR140 Rotors

### 3.2.2 Experimentelle Modalanalyse mit Hilfe der Laser-Doppler-Vibrometrie

Zur experimentellen Überprüfung des rechnerisch am Strukturmodell bestimmten Eigenschwingverhaltens wurden Messungen mit einem Laser-Doppler-Vibrometer durchgeführt. Die Validierung der Simulation erfolgt sowohl für die Eigenfrequenzen als auch für die Eigenformen.

Das bereits im vorangegangenen Kapitel kurz beschriebene Messverfahren basiert auf dem Dopplereffekt. Der auf das schwingende Messobjekt gerichtete Laserstrahl erfährt eine Frequenzverschiebung bei der Reflexion an der bewegten Oberfläche. Aus dieser lassen sich die Schwinggeschwindigkeit sowie die Amplitude in Richtung des Laserstrahls ableiten. Für die Untersuchungen wird ein Messsystem vom Typ PSV-400 des Herstellers Polytec eingesetzt.

Um die Struktur für die Messung zur Schwingung anzuregen, wird ein Piezo-Aktuator mit Zweikomponentenklebstoff auf der Oberfläche des Rotors fixiert. Das Piezoelement ist an einen Signalgenerator angeschlossen und wird mit Spannungsamplituden bis 10 V versorgt. Das sinusförmige Spannungssignal durchfährt eine Frequenzrampe zwischen 0-40 kHz. Durch die entsprechende Verformung des Piezoaktuators wird Schwingungsenergie in den Versuchsträger eingebracht. Die Resonanzamplituden bei den Eigenfrequenzen werden bei der Messung vom Vibrometer erfasst. Die anschließende Datenaufbereitung schließt eine Diskrete-Fourier-Analyse ein, durch die schließlich die Schwingungsantwort der Struktur in Form der Vergrößerungsfunktion für jeden Messpunkt dargestellt werden kann. Ein über mehrere auf dem Schaufelblatt verteilte Messpunkte gemitteltetes Antwortspektrum ist nachfolgend dargestellt.



**Bild 3.7:** Vergrößerungsfunktion aus Modalanalyse mit Laser-Doppler-Vibrometer

Beim Versuchsaufbau wird der Rotor auf einem Schwingungstisch mit weichem Schaumstoff an der Radrückwand unterlegt. Dies bildet die freie Randbedingung in der numerischen Analyse ab, vgl. Hönisch et al. (2011). Eine Fixierung in einer Spannvorrichtung ist ebenfalls denkbar, kann jedoch im Finiten-Elemente Modell nicht ohne weiteres abgebildet werden. Die Messung erfolgt somit ohne Rotation und bei Umgebungsbedingungen. Die Oberfläche wird punktweise abgetastet. Durch lineare Interpolation zwischen den Punkten kann die Verformung der Oberfläche dargestellt werden.

Als Versuchsträger wurde der in **Bild 3.2** dargestellte Turbinenrotor aus der Nickellegierung verwendet. Das Verdichterrad sowie alle Lagerbuchsen wurden vor der Messung dem Strukturmodell entsprechend entfernt. Dieser nicht im Betrieb eingesetzte Rotor weist keine zusätzliche Verstimmung durch Dehnungsmessstreifen auf. Dennoch liegt beim realen Bauteil eine verstimmte Struktur vor. Dies erschwert den nachfolgend beschriebenen Abgleich mit den Simulationsergebnissen am idealen Strukturmodell. Da sich verstimmte Rotorschwingungsformen, wie im vorangehenden Kapitel beschrieben, stets als Überlagerung von Schwingungsformen mit unterschiedlichen Knotendurchmesser-Anzahlen ergeben, kann keine entsprechende Rotorschwingungsform am idealen Strukturmodell gefunden werden, vgl. **Bild 2.6**. Für die untersuchte Geometrie sind jedoch Schwingungsformen, in denen KD0, KD1 oder KD2 Formen dominieren, optisch zu identifizieren. Für diese Formen kann somit ein Vergleich durchgeführt werden. Da die in Resonanzen im Betrieb betrachteten Schwingungsformen höchstens zwei Knotendurchmesser aufweisen, wird die Validierung auf diese Eigenformen beschränkt. Als eine weitere Folge der Verstimmung tritt das Frequenzsplitting für Schwingungsformen mit Knotendurchmesser auf. Im Falle doppelt auftretender Schwingungsformen wird der Mittelwert aus den gemessenen Eigenfrequenzen gebildet. Die in **Tabelle 3.1** aufgeführten Daten sind prozentuale Abweichungen der auf die Messwerte bezogenen Eigenfrequenzen zwischen Experiment und Rechnung. Die mit \* gekennzeichneten Schwingungsformen wurden in der Messung nicht eindeutig identifiziert, bzw. wurden nicht angeregt. Dies ist zum einen durch die hohe modale Dichte in diesen Frequenzbändern zu erklären. Bei gedämpften Schwingungen überlagern sich Formen mit dicht beieinander liegenden Eigenfrequenzen, solche Fälle sind mit \*\* markiert. Durch die Überlagerung der Eigenformen ist in diesen Fällen keine eindeutige Zuordnung möglich. Dieser Problematik kann beispielsweise durch die Reduktion der Dämpfung begegnet werden, vgl. **Bild 2.14**. Derartige entsprechend aufwändigere Untersuchungen wurden im Rahmen der Arbeit nicht durchgeführt. Zum zweiten muss die Anregung der Schwingungsformen im Bereich eines Schwingungsbauches erfolgen. Die Positionierung des Piezoaktuators auf der Rotorrückseite ist dabei nicht für die Anregung aller Eigenformen geeignet. Die Fixierung des Aktuators an anderer Stelle, beispielsweise auf einzelnen Schaufeln, ist nicht zweckmäßig, da das System durch die Masse des Piezoelements eine zusätzliche Verstimmung erfährt. Die Spezifikationen der verwendeten Piezoaktuatoren und des Messsystems sind im Anhang aufgeführt.

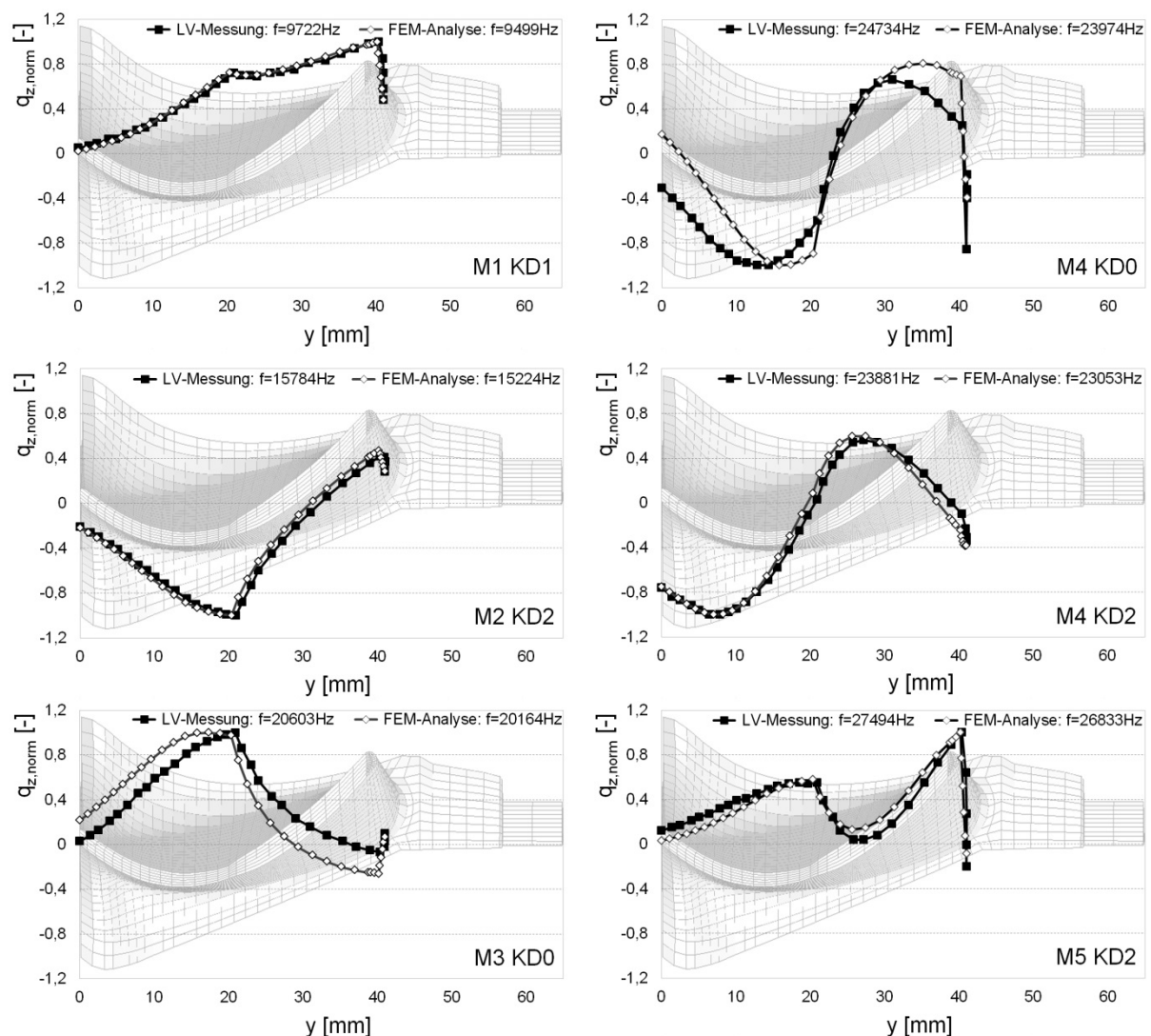
**Tabelle 3.1:** Abweichung gemessener von berechneten Eigenfrequenzen in % für die Schaufelmoden M1-M5 und die Scheibenmoden KD0-KD2 für den Gussrotor aus Inconel (links) und das Frästeil aus Aluminium (rechts)

[%]	M1		M2		M3		M4		M5	
<b>KD0</b>	-2,61	1,18	-3,12	0,44	-2,15	-3,20	-4,09	-2,08	*	0,72
<b>KD1</b>	-2,39	2,00	-3,08	0,01	-1,68	-1,16	-3,14	-0,98	-1,94	-0,22
<b>KD2</b>	-1,93**	2,30	3,42**	5,72	*	-8,09	-3,49	0,28	-2,56	-1,31**

(\*keine Messdaten \*\*Überlagerung von Eigenformen mit  $KD \geq 2$ )

Die Abweichung bei der Berechnung von Eigenfrequenzen liegt für die betrachteten Schwingungsformen im Mittel bei etwa 3 % für den gegossenen Originalrotor aus der

Nickellegierung. Die berechneten Eigenfrequenzen sind mit Ausnahme von M2 KD2 niedriger. Aufgrund der zuvor erwähnten Verstimmung ist keine exakte Übereinstimmung der Eigenfrequenzen zu erwarten. Untersuchungen von Hönisch et al. (2011) ergaben an mehreren ZR140 Rotoren verstimmungsbedingte Abweichungen der Eigenfrequenzen einzelner Schaufeln im Bereich von  $\pm 1\%$  abhängig vom Schaufelmode. Dies und die beschriebenen Unterschiede zwischen der CAD-Geometrie und der realen Rotorgeometrie haben Einfluss auf die Eigenfrequenzen. Hierbei ist vor allem der Materialabtrag beim Wuchten zu nennen. An der Nabe, der Radrückwand und an einzelnen Schaufeln besteht hierdurch eine signifikante Änderung der Geometrie. Beim gefrästen Rotor aus Aluminium treten die zuletzt genannten Einflüsse hingegen nicht auf, sodass dessen Geometrie annähernd zyklische Rotationssymmetrie aufweist. Entsprechend ergibt sich beim Vergleich der Eigenfrequenzen mit denen aus Berechnungen an einem idealen Strukturmodell eine geringere Abweichung. Die ebenfalls in **Tabelle 3.1** in den jeweils rechten Spalten zusammengestellten Daten zeigen im Mittel mit 2 % eine geringere relative Abweichung zu entsprechenden Messergebnissen.



**Bild 3.8:** Vergleich der gemessenen und berechneten modalen Verformung

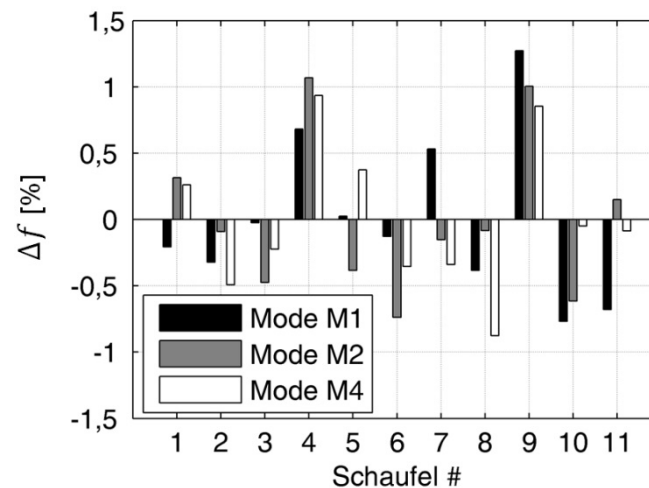
Des Weiteren wird geprüft, ob die modale Verformung durch die Simulation präzise wiedergegeben wird. Im Hinblick auf die Analyse zur Anregbarkeit von Schaufelmoden ist dies von Bedeutung und hat ebenso einen Einfluss auf die Schwingungsamplituden bei aerodynamischer Anregung im Betrieb, die unter Verwendung des Finite-Elemente Modells berechnet werden. Hierfür wird eine punktweise Messung der lokalen Auslenkung entlang der Eintrittskante, der Schaufelspitze und der Austrittskante durchgeführt, vgl. **Bild 3.3** links. Auch hier werden die Messungen mit einem Laser-Doppler-Vibrometer durchgeführt. Die Auslenkung wird in Richtung des Laserstrahls längs der z-Achse gemessen. Die Resultate der gemessenen Auslenkung zu einem diskreten Zeitpunkt sind auf den Maximalwert normiert und als schwarz gepunktete Linien in den Diagrammen in **Bild 3.8** dargestellt. Die Simulationsergebnisse für die normierte Auslenkung in z-Richtung an den Knotenpunkten des Finiten-Elemente Netzes sind der Messung gegenübergestellt. Die in der Darstellung ausgewählten Schwingungsformen zeigen die ersten fünf Schaufelmoden und sind bei der Anregung im Betrieb relevant. Für die ersten beiden Schaufelmoden und für M4 KD2 zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen und der berechneten modalen Verformung der im Hintergrund angedeuteten Schaufel. Für die dargestellte M5 Schwingung zeigen sich leichte Unterschiede, wohingegen bei der Gegenüberstellung von Schwingungsformen ohne Knotendurchmesser für M3 und besonders für M4 sichtbare Unterschiede zum Vorschein kommen. Mögliche Ursachen sind zum einen in den beschriebenen geometrischen Abweichungen zwischen dem CAD/FE-Modell und der realen Geometrie zu sehen. Zum anderen besteht die Möglichkeit, dass die Lagerung des Rotors auf der Schaumstoffunterlage durch die frei-frei Randbedingung im Modell nicht richtig wiedergegeben wird. Im Besonderen bei KD0 Schwingungsformen ist der Nabenbereich an der aufliegenden Radrückwand stärker an der Schwingung beteiligt als bei Formen mit Knotendurchmessern. Beim Vergleich der beiden dargestellten Schwingungsformen des vierten Schaufelmoden M4 KD0 und M4 KD2 zeigt sich außerdem, dass die modale Verformung der Schaufel innerhalb einer Schwingungsfamilie abhängig von der Anzahl der Knotendurchmesser variiert. Dies konnte bereits auf Basis ausführlicher numerischer Rechnungen von Klaus et al. (2004) gezeigt werden.

### 3.2.3 Verstimmte Strukturmodelle des realen Rotors

Die Strukturmodelle werden zur Berechnung der Resonanzamplituden im Betrieb eingesetzt. Eine grundsätzliche Problematik besteht dabei in der Vergleichbarkeit zwischen den Messungen am realen, verstimmten Rotor und einem idealen, abgestimmten Modell, in welchem Effekte wie Amplitudenüberhöhung und im Relativsystem feststehende Knotendurchmesser nicht berücksichtigt werden. Um dieser Problematik zu begegnen, werden verstimmte Strukturmodelle jenes Rotors erstellt, der bei den Messungen im Betrieb verwendet wurde und welcher durch die Applikation von Dehnungsmessstreifen zusätzlich verstimmt ist. Somit kann eine präzisere Validierung der Berechnungsmethode zur Simulation resonanter Schwingungen im Betrieb erreicht werden.

Zur Anpassung von Strukturmodellen an die realen Schwingungseigenschaften wurde das von Kühhorn und Beirow (2008) entwickelte und patentierte Verfahren angewandt. Sämtliche, die Bildung verstimmter Modelle betreffende Arbeiten wurden vom Lehrstuhl für Strukturmechanik und Fahrzeugdynamik an der Brandenburgischen Technischen Universität in Cottbus durchgeführt.

Das Vorgehen teilt sich in zwei Schritte auf. Im ersten Schritt müssen die Schwingungseigenschaften der realen Struktur experimentell erfasst werden, um eine Verstimmungsverteilung der Schaufeleigenfrequenzen gemäß Gleichung 2.12 zu erhalten. Um schaufelindividuelle Eigenfrequenzen messbar zu machen, wurde das bereits in Kapitel 2.2.2 beschriebene Messverfahren mit Zusatzmassen eingesetzt. Das Ergebnis des Experiments ist Schwitzke und Hönisch et al. (2013) entnommen und in **Bild 3.9** für die Schaufelmoden M1, M2 und M4 dargestellt. Darin aufgetragen sind die Eigenfrequenzen der elf isoliert bzw. entkoppelt schwingenden Schaufeln des Rotors.



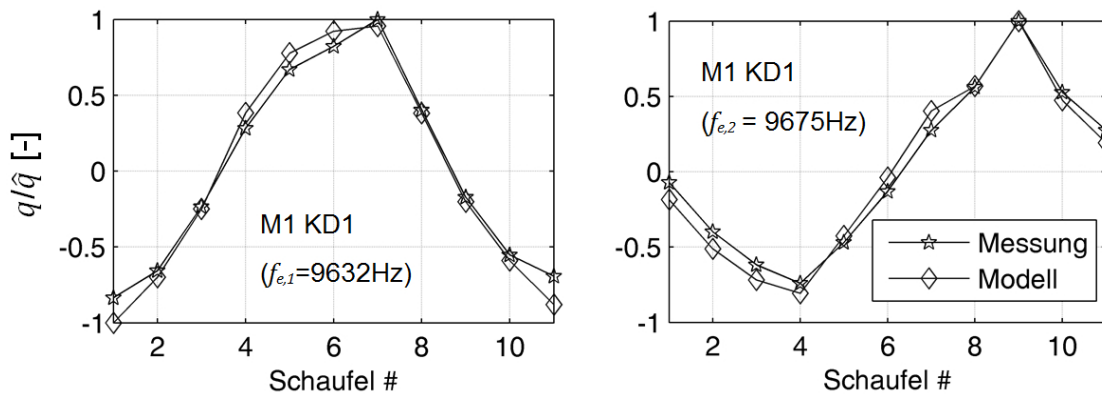
**Bild 3.9:** Auf den Mittelwert bezogene Abweichung schaufelindividueller Eigenfrequenzen des Rotors mit DMS aus Schwitzke und Hönisch et al. (2013)

Durch die geometrischen Abweichungen der Schaufeln, durch Materialinhomogenitäten, aber auch durch die Applikation von Dehnungsmessstreifen auf den Schaufeln vier und neun ergeben sich die dargestellten Abweichungen der Eigenfrequenzen der Einzelschaufeln im Bereich von +/-1 % bezogen auf den jeweiligen Mittelwert. Auffällig sind die höheren Eigenfrequenzen der beiden durch die Messtechnik beeinflussten Schaufeln. Der Anstieg der Eigenfrequenzen durch Dehnungsmessstreifen entsteht durch die resultierende zusätzliche Versteifung der Schaufeln. Dieses Phänomen wird von Beirrow (2009) ausführlich beschrieben.

Im zweiten Schritt wird das aus identischen Sektoren aufgebaute Finite-Elemente Rotormodell an die Messergebnisse angepasst. Dies erfolgt unter Verwendung der durch Gleichung 2.11 beschriebenen Proportionalität der Eigenfrequenzen zur Wurzel des Elastizitätsmoduls. Durch die gezielte Variation der Werkstoffeigenschaften der einzelnen Sektoren der isolierten Einzelschaufeln im Modell gelingt es so, die Eigenfrequenzen gemäß dem von Hönisch et al. (2011) beschriebenen iterativen Rechenverfahren an die Messdaten aus **Bild 3.9** anzupassen.

Die Validierung des korrigierten Modells erfolgt abschließend für die Eigenfrequenzen des Gesamtrtors und für die modale Verformung. Beim Vergleich der gesplitteten Eigenfrequenzen aus der Rechnung des korrigierten verstimmten Rotormodells mit der Messung treten Abweichungen bis maximal 0,4 % auf. Das hohe Maß an Übereinstimmung

zwischen Experiment und Rechnung bei der modalen Verformung wird im nachfolgend gezeigten Beispiel für M1 KD1 deutlich. Abgebildet ist die momentane, normierte Auslenkung der Schaufeln des Doppelmodes mit einem Knotendurchmesser. Diese bilden sich aus der Überlagerung mehrerer Knotendurchmesser-Anteile zu relativ zum Rotor stehenden Moden aus. Das Ergebnis der berechneten Eigenform stimmt mit der Messung überein.



**Bild 3.10:** Abwicklung des Doppelmodes M1 KD1 zum Vergleich berechneter und gemessener Schwingungsformen aus Schwitzke und Hönisch et al. (2013)

Die Quantifizierung der Übereinstimmung erfolgt mit Hilfe des häufig verwendeten Modalen Vergleichskriteriums *MAC* (Modal Assurance Criterion)

$$MAC = \frac{(\mathbf{q}_{Mess}^T \cdot \mathbf{q}_{Modell}) \cdot (\mathbf{q}_{Modell}^T \cdot \mathbf{q}_{Mess})}{(\mathbf{q}_{Mess}^T \cdot \mathbf{q}_{Mess}) \cdot (\mathbf{q}_{Modell}^T \cdot \mathbf{q}_{Modell})}, \quad (3.1)$$

vgl. Klauke (2007) oder Allemang (2002). Die lokale Verformung des Rotors wird dabei im Spaltenvektor  $\mathbf{q}$  zusammengefasst. Im Falle der Untersuchungen beschränkt sich dieser auf die normierte Auslenkung der elf Schaufeln in einem 11x1 Vektor. Ist die Verformung in der Messung und im Modell identisch, ergibt sich für das Vektorprodukt nach der Normierung ein Wert von eins für völlige Übereinstimmung. Sind die modalen Vektoren hingegen orthogonal und damit nicht übereinstimmend wird das Produkt zu Null. Für die betrachteten Schwingungsformen ergaben sich Werte für das *MAC* zwischen 0,9 und 1, was die hohe Güte der verstimten Modelle belegt. Lediglich für eine Form des Modes M5 KD2 konnte nur ein Wert von 0,7 erreicht werden.

Für jede Schwingungsform liegt ein Satz schaufelindividueller E-Modulen vor. Die Daten stehen aus den Arbeiten von Schwitzke und Hönisch et al. (2013) zur Verfügung. Somit liegen verstimte Modelle für die im Weiteren relevanten Schwingungsformen M1 KD1, M2 KD2, M3 KD2, M4 KD1, M4 KD2 und M5 KD2 vor.



### 3.3 Resonante Schwingungen im Betrieb der Turbine mit Leitgittern

Die in Kapitel 3.3.1 beschriebenen Schwingungsmessungen unter Betriebsbedingungen bilden die experimentelle Datenbasis für die numerischen Untersuchungen zur Anregung von Schaufelschwingungen. Die Messdaten liegen aus vorangegangenen, am Institut für Thermische Strömungsmaschinen durchgeführten Arbeiten vor. Die Versuche sind in der Arbeit von Klaus (2007) ausführlich dokumentiert.

#### 3.3.1 Versuchsturbine, Versuchsaufbau und Messtechnik

##### Versuchsturbine

In den Messungen wurde ein Abgasturbolader vom Typ ZR140 eingesetzt. Die Turbine des Laders ist im Originalzustand nicht mit Leitschaufeln ausgestattet. Für die Analyse der Schwingungsanregung durch die Leitschaufeln mussten entsprechende Leitgitter ausgelegt werden.

Die Anzahl der Schaufeln ist ein entscheidendes Kriterium im Hinblick auf die Schwingungsformen, die im Betrieb angeregt werden. Durch die Wahl der Leitschaufelanzahl sollte sichergestellt werden, dass eine ausreichende Anzahl von Resonanzen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen auftreten und verschiedene Schwingungsformen angeregt werden. Deshalb wurden theoretische Campbell-Diagramme erstellt, um die zu erwartenden Resonanzstellen und Schwingungsformen im gesamten Betriebsbereich zu bestimmen. Der Schaufelmode und die Anzahl der Knotendurchmesser lassen sich für eine Resonanzstelle aus den in Kapitel 2.3.1 beschriebenen Bedingungen abhängig von der Anzahl der Leit- und Laufschaufeln ableiten. Die Festlegung auf  $Z = 12, 21$  und  $22$  Schaufeln gewährleistete die Anregung der Schaufelmoden M1 bis M4 und darüber. Mit Gleichung 2.23 konnten für die Anregung in erster Ordnung auftretenden Rotorschwingungsformen KD0 ( $Z = 22$ ), KD1 ( $Z = 21$ ) und KD2 ( $Z = 12$ ) vorhergesagt werden. Ein theoretisches Campbell-Diagramm mit Schwingungsformen bis zum vierten Schaufelmode ist in **Bild 3.14** für die Konfiguration mit  $Z = 12$  Schaufeln dargestellt.

Die strömungsmechanische und thermodynamische Auslegung des Leitgitters erfolgte im nominalen Betriebszustand der Turbine.

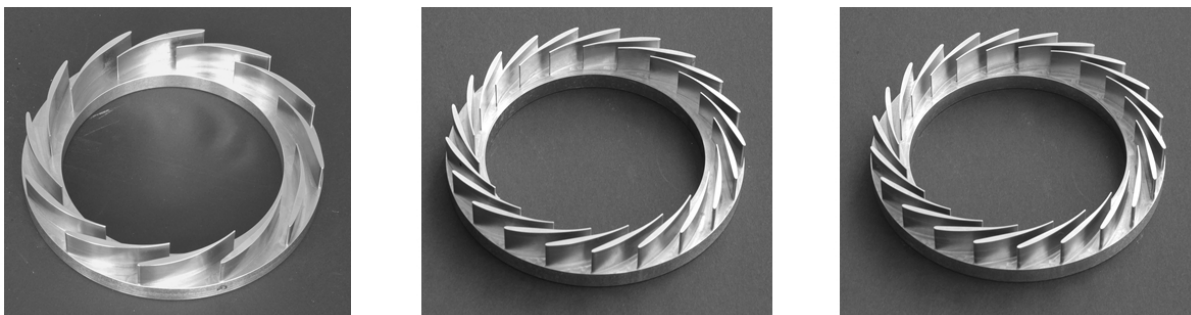
**Tabelle 3.2:** Nominale Betriebsbedingungen der Radialturbine für die Auslegung der Leitgitter

Drehzahl $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	Druckverhältnis $\pi$ [-]	Massenstrom $\dot{m}$ [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ]	Eintrittstemperatur $T_{t, \text{Ein}}$ [K]	Reaktionsgrad $r$ [-]
75000	3,5	0,75	1023	0,6

Die Schaufelprofile wurden so ausgelegt, dass das Enthalpiegefälle im Leitgitter dem der unbeschaufelten Düse der Originalturbine entspricht und der Reaktionsgrad beibehalten wird. Der absolute Abströmwinkel aller Leitgittervarianten entspricht  $14,6^\circ$ , was bei einer Umfangsgeschwindigkeit von  $510 \text{ m/s}$  einen negativen Inzidenzwinkel am Rotoreintritt von  $i = -29^\circ$  ergibt. Dadurch wird im Auslegungspunkt eine saugseitige Ablösung der Strömung vermieden. Die Kontur der Leitschaufelprofile setzt sich jeweils aus einfachen Formen wie

Geraden, Kreisbögen und Ellipsen zusammen. Der minimale Strömungsquerschnitt im Leitgitter ist mit  $18,5 \text{ cm}^2$  im Vergleich zum unbeschaukelten Spiralgehäuse mit  $21,5 \text{ cm}^2$  niedriger.

Die drei nicht verstellbaren Leitschaufelringe wurden in den Werkstätten des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen gefertigt und sind in **Bild 3.11** dargestellt. Die Ausstattung der Turbine mit Leitgittern machte weitere Modifikationen notwendig. Dies betrifft zum einen die Konstruktion weiterer Maschinenelemente zur Montage der verschraubten und leicht wechselbaren Leitschaufelgitter. Zum anderen ermöglichte die Verwendung eines größeren Spiralgehäuses vom Typ MTU ZR170 mit entsprechenden Modifikationen die Einpassung der Leitgitter in die ursprünglich unbeschaukelte Düse. Die Leitgitter wurden dabei im Spiralgehäuse so ausgerichtet, dass jeweils eine der Schaufeln in der Nachlaufströmung der Zunge des Spiralgehäuses positioniert war. Dadurch wurde der Einfluss des Nachlaufes der Zunge auf die Schwingungsanregung minimiert. Der radiale Abstand der Spiralgehäusezunge zu den Leitschaufeln beträgt  $5,5 \text{ mm}$ . Der Abstand von der Hinterkante der Leitschaufeln zur Eintrittskante der Rotorschaukeln wurde in radialer Richtung auf  $6 \text{ mm}$  festgelegt. Das Spiralgehäuse mit einem montierten Leitschaufelring ist in **Bild 3.12** links dargestellt. Eine weitere Modifikation des Spiralgehäuses besteht in den über den Umfang verteilten statischen Druckmessstellen. Eine Zusammenbauzeichnung mit weiteren Abmessungen der modifizierten Turbine mit Spiralgehäuse, Leitgitter und Rotor im **Bild 3.12** rechts veranschaulicht die Anordnung der Komponenten in der Versuchsturbine.



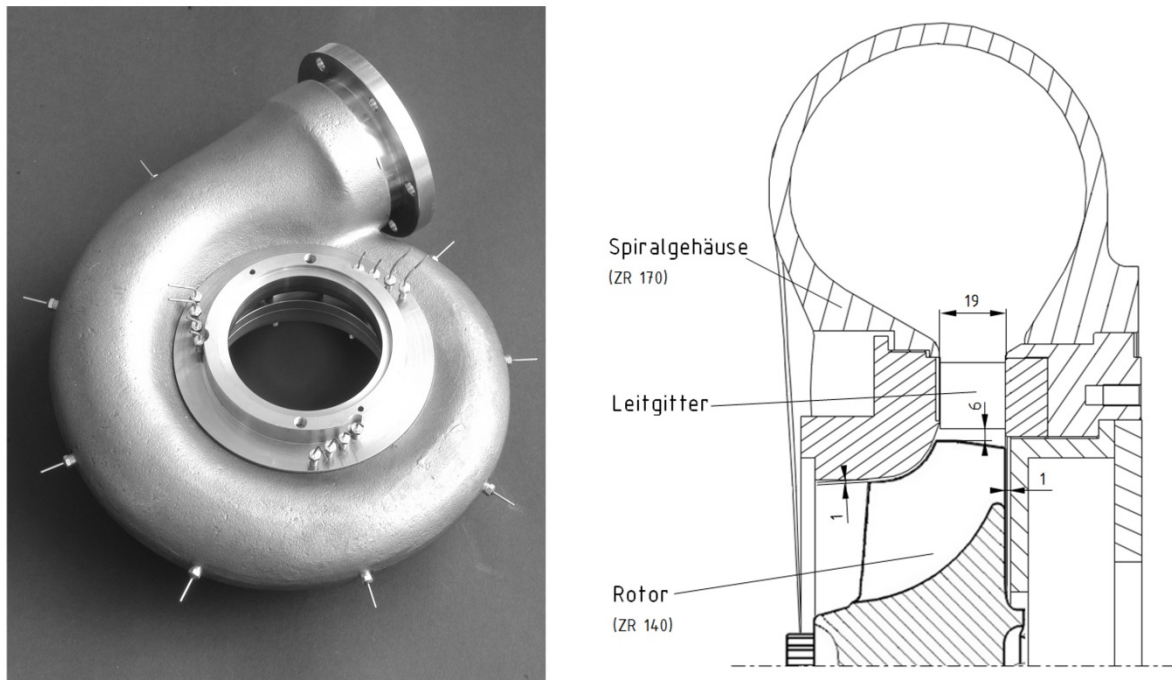
**Bild 3.11:** Leitschaufelringe mit  $Z = 12, 21$  und  $22$  Schaufeln

### Versuchsaufbau und Messtechnik

Der Turbolader wurde bei stationären Eintrittsbedingungen auf dem Hochdruck-Hochtemperatur-Prüfstand am Institut für Thermische Strömungsmaschinen betrieben. Die Versuchsanlage stellte den Massenstrom bis zu  $1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  bei Eintrittsdrücken bis  $4 \text{ bar}$  zur Verfügung. Der Luftmassenstrom wurde in einem Wärmetauscher auf eine konstante Totaltemperatur von  $700 \text{ K}$  am Eintritt in das Spiralgehäuses erhitzt. Der für die Leistungsregelung mit einer druckseitigen Drossel versehene Verdichter wird von einem getrennten Strömungspfad gespeist.

Für die statischen Druck- und Temperaturmessungen am Ein- und Austritt zur Regelung der Maschine wurden konventionelle Messtechniken eingesetzt, die Massenstrommessung erfolgte über eine Messblende. Mit den bereits erwähnten statischen Druckmessstellen im Spiralgehäuse sowie zwölf weiteren Messstellen an der Seitenwand in drei

Leitschaufelkanälen (**Bild 3.12** links) wurden lokale statische Drücke erfasst. Diese Messdaten werden für die Validierung der Strömungssimulationen eingesetzt.

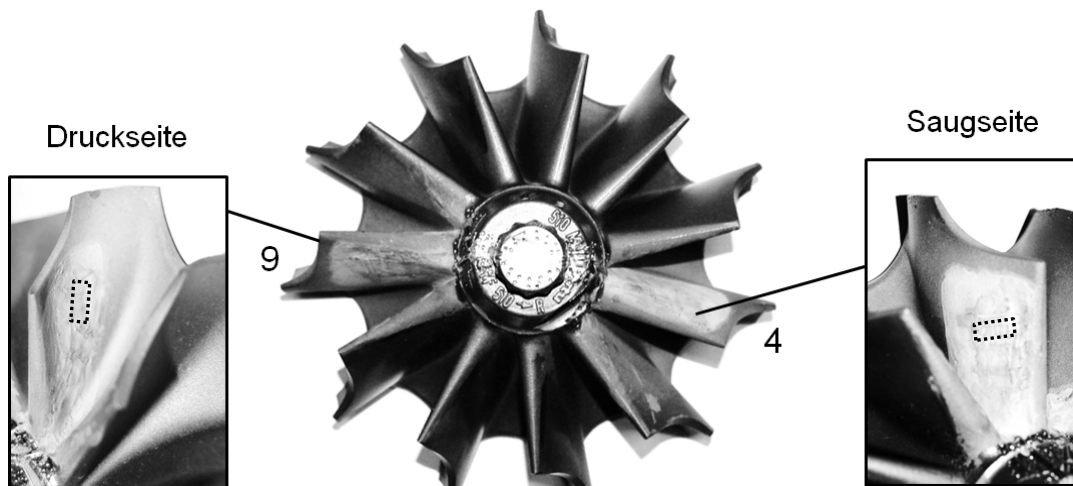


**Bild 3.12:** Modifiziertes Spiralgehäuse der ZR170 Turbine mit montiertem Leitschaufelring und Druckmessbohrungen (links) und Zeichnung der Versuchsturbine mit Bemaßung in Millimeter (rechts)

Schwingungsamplituden wurden mit Hilfe von Hochtemperatur-Dehnungsmessstreifen erfasst. Um die thermische Belastung der Sensoren zu beschränken, wurde die Turbine bei der reduzierten Eintrittstemperatur von 700 K betrieben. Die Verbindungsleitungen zur verdichterseitigen Sendeeinheit eines Telemetrie-Systems wurden durch die hohl gebohrte Welle geleitet. Aufgrund des Durchmessers der Bohrung war die Anzahl der Dehnungsmessstreifen limitiert. Durch die berührungslose Datenübertragung vom rotierenden in das feste Bezugssystem wurden die Zeitsignale der Oberflächendehnungen beim Durchfahren der Resonanzstellen erfasst. Die vier Dehnungsmessstreifen wurden auf zwei der elf Rotorschaukeln an jeweils identischen Positionen auf der Druck- und Saugseite appliziert. Die Positionierung ist in **Bild 3.13** erkennbar und spielt eine entscheidende Rolle für die Qualität und Aussagekraft der Messungen.

Es musste sichergestellt werden, dass die Dehnungsmessstreifen in Bereichen der Schaufeloberfläche positioniert sind, in denen für die erwarteten, in Resonanz auftretenden Schwingungsformen hohe Dehnungen und geringe Dehnungsgradienten auftreten. Grundsätzlich kann die Lage und Ausrichtung der Dehnungsmessstreifen nur für die Messung eines bestimmten Schaufelmoden optimiert werden. Da für die Versuchsturbine die Anregung mehrerer, komplexer Moden erwartet wurde, musste die Anbringung der Sensoren die Erfassung unterschiedlicher Schaufelmoden erlauben. Die gewählte Anbringung der Dehnungsmessstreifen stellte folglich einen Kompromiss dar, um deutliche Messsignale für

die Schaufelmoden M1 bis M4 zu gewährleisten. Des Weiteren erlaubt die Applikation von je zwei Sensoren auf Druck- und Saugseite die Unterscheidung der Schaufelmoden M3 und M4, welche sich auf Basis der Eigenfrequenzen allein schwer unterscheiden lassen. Nachteilig an der gewählten Positionierung ist, dass die Messung der Dehnungsamplituden an nur zwei der elf Schaufeln die Identifikation von Rotorschwingungsformen und der Lage der Knotendurchmesser-Linien erschwert.

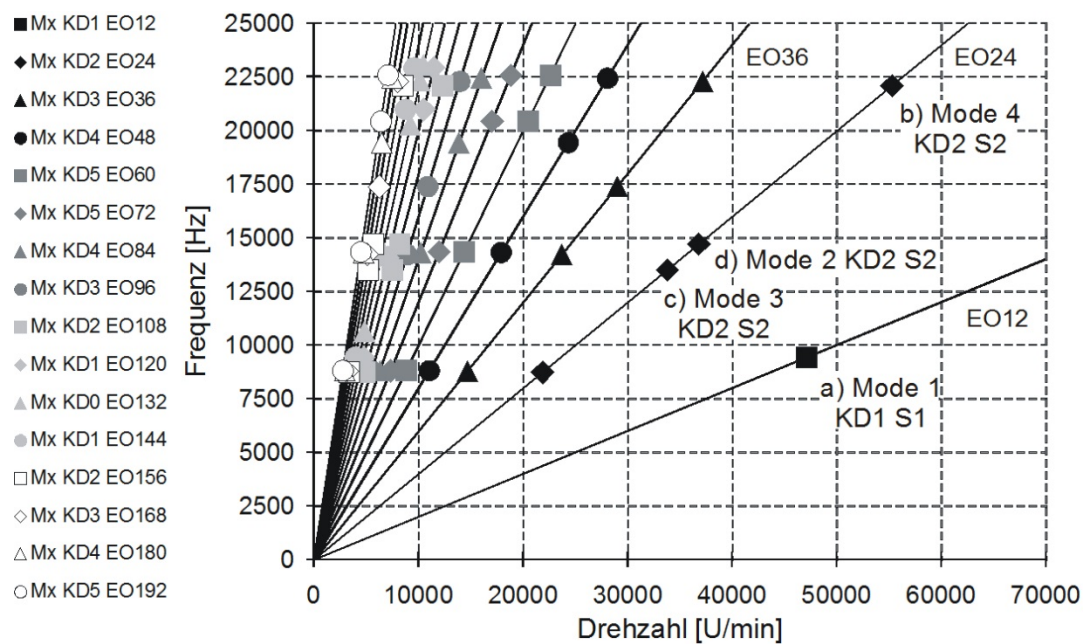


**Bild 3.13:** DMS-Positionen auf den Schaufeln 4 und 9 und auf der Druck- und Saugseite

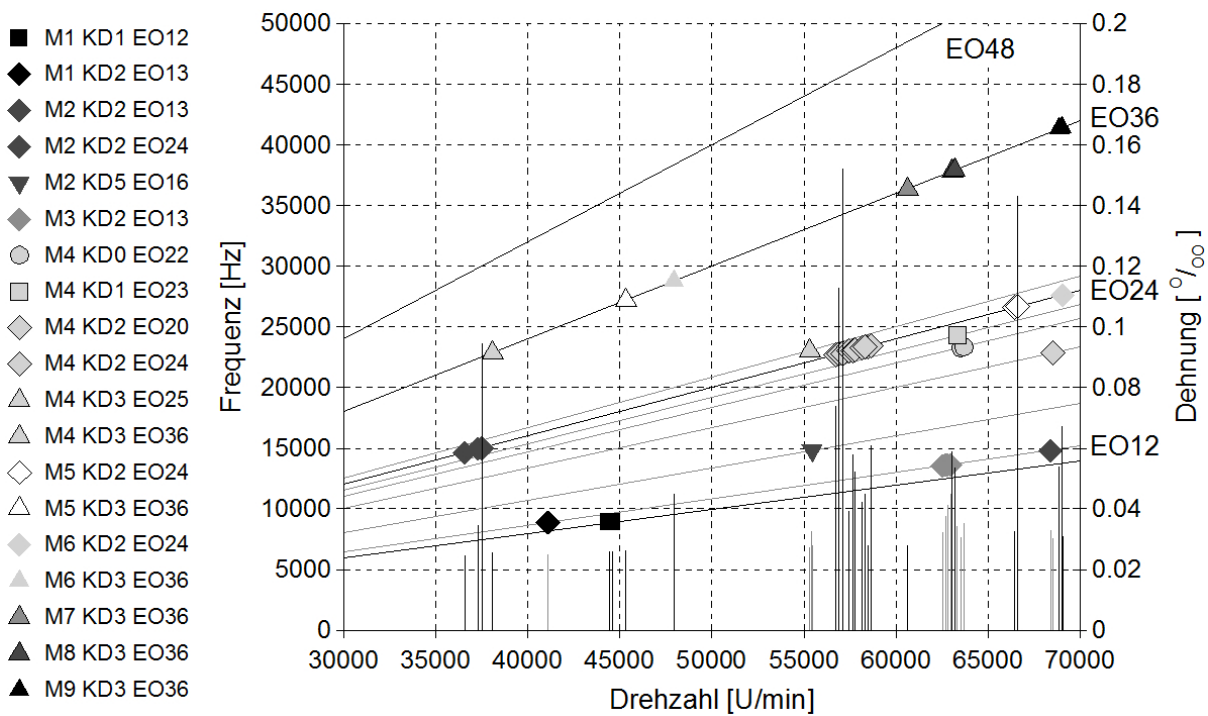
### 3.3.2 Ergebnisse der Schwingungsmessung

Die Resultate der Messung werden zunächst den erwarteten Resonanzstellen gegenübergestellt. Die aus Finite-Elemente Berechnungen bekannten Eigenfrequenzen und Schwingungsformen wurden in ein theoretisches Campbell-Diagramm eingetragen, welches in **Bild 3.14** für die Konfiguration mit  $Z = 12$  Leitschaufeln dargestellt ist (Klaus, 2007). Die tatsächlich in der Schwingungsmessung aufgetretenen Resonanzen sind im gemessenen Campbell-Diagramm in **Bild 3.15** zusammengestellt. Klaus (2007) beschreibt in seiner Arbeit, dass die Finite-Elemente Analyse für die Vorhersage von Resonanzen grundsätzlich sehr gut geeignet ist. Die Eigenfrequenzen und damit die entsprechenden Resonanzstellen im Betriebsbereich wurden mit maximalen Abweichungen von  $\pm 6\%$  vorausbestimmt. In einem geometrisch vereinfachten Strukturmodell wurden sowohl die Fliehkraft als auch der Einfluss der Temperatur auf die Werkstoffeigenschaften berücksichtigt. Es fällt auf, dass im Vorfeld der Untersuchungen Schaufelmoden bis maximal M4 erwartet wurden, wohingegen im Betrieb sowohl für  $Z = 12$  als auch für die anderen Leitschaufelanzahlen Moden bis M9 angeregt wurden. Die beschriebene für die Moden M1 bis M4 optimierte Positionierung der Dehnungsmessstreifen führte daher zu Unsicherheiten bei der Messung der Schwingungsamplituden von Moden über M4. Die Resonanzstellen höherer Moden konnten dennoch detektiert werden. In der Prognose sind deutlich mehr Resonanzen enthalten, als letztlich in der Messung auftraten. Dies betrifft vor allem den unteren Drehzahlbereich bis  $30000 \text{ min}^{-1}$ . Dort treten keine nennenswerten Resonanzen auf, weshalb der Bereich im gemessenen Campbell-Diagramm nicht dargestellt ist. Es wird vermutet, dass in diesem Bereich die anregenden Schaufelkräfte auf Grund des geringeren Druckniveaus in der

Turbine niedrig sind. Des Weiteren werden Resonanzen für alle Konfigurationen maximal in der dritten Ordnung angeregt. Nennwerte Amplituden treten lediglich bis zur zweiten Anregungsordnung auf, also wenn sich der Rotor während zwei Schwingungsperioden eine Leitschaufelteilung weiter bewegt. Auch hier kann eine genauere Analyse der aerodynamischen Anregung Aufschluss geben. Auffällig ist des Weiteren die Resonanzstelle c) in **Bild 3.14** bei ca.  $35000 \text{ min}^{-1}$ , in der eine resonante Schwingung der Eigenform M3 KD2 erwartet wurde. Bei der Messung tritt diese Resonanz jedoch nicht auf. Klaus (2007) äußert bereits die Vermutung, dass die Schwingungsform in diesem Betriebspunkt aufgrund von in Knotenlinien der Schaufelform angreifenden Druckkräften nicht anregbar ist. Die Frage konnte jedoch nicht geklärt werden. Zusätzliche wurden in der Messung Resonanzen detektiert, die auf die Anregung durch das Spiralgehäuse zurückzuführen sind. Welche Strömungsphänomene hier zum Tragen kommen, ist nicht eindeutig. Allerdings sind die Amplituden bei diesen Resonanzen deutlich geringer als bei jenen, die durch die Leitbeschaukelung angeregt wurden. Diese Resonanzen bei der Auslegung von Maschinen mit beschaukelten Düsen außer Acht zu lassen, ist somit gerechtfertigt.

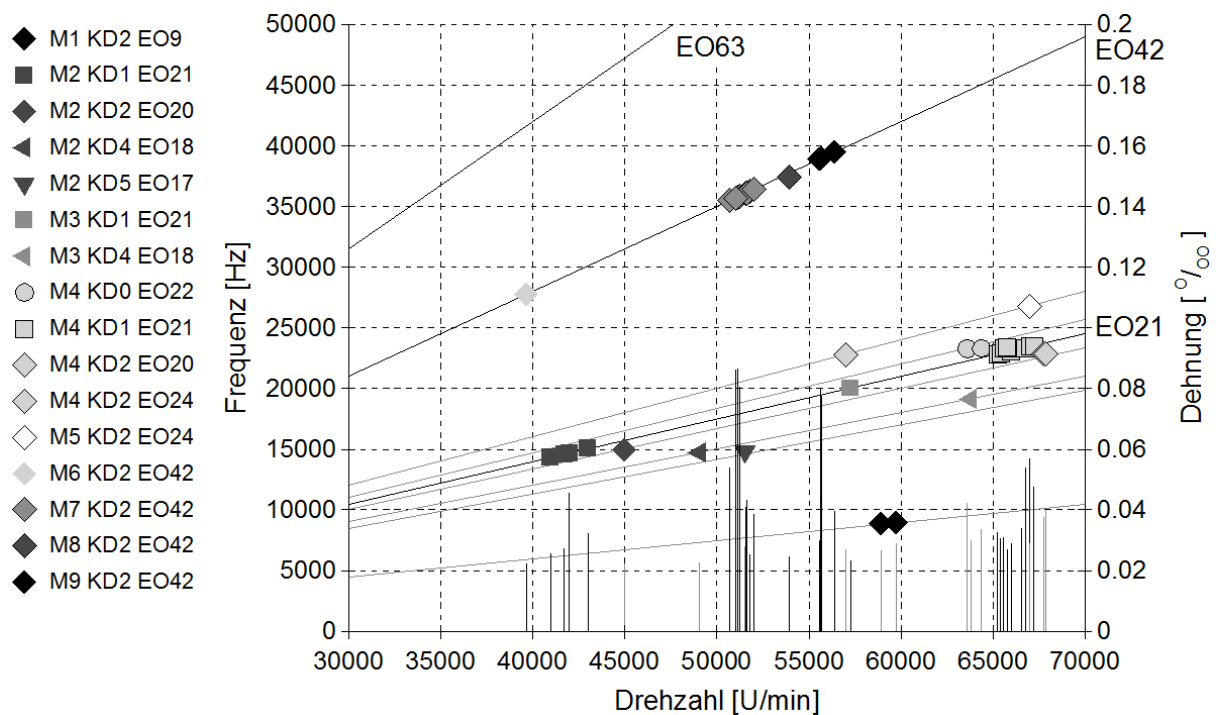


**Bild 3.14:** Theoretisches Campbell-Diagramm für  $Z = 12$  Leitschaufeln (Klaus, 2007)



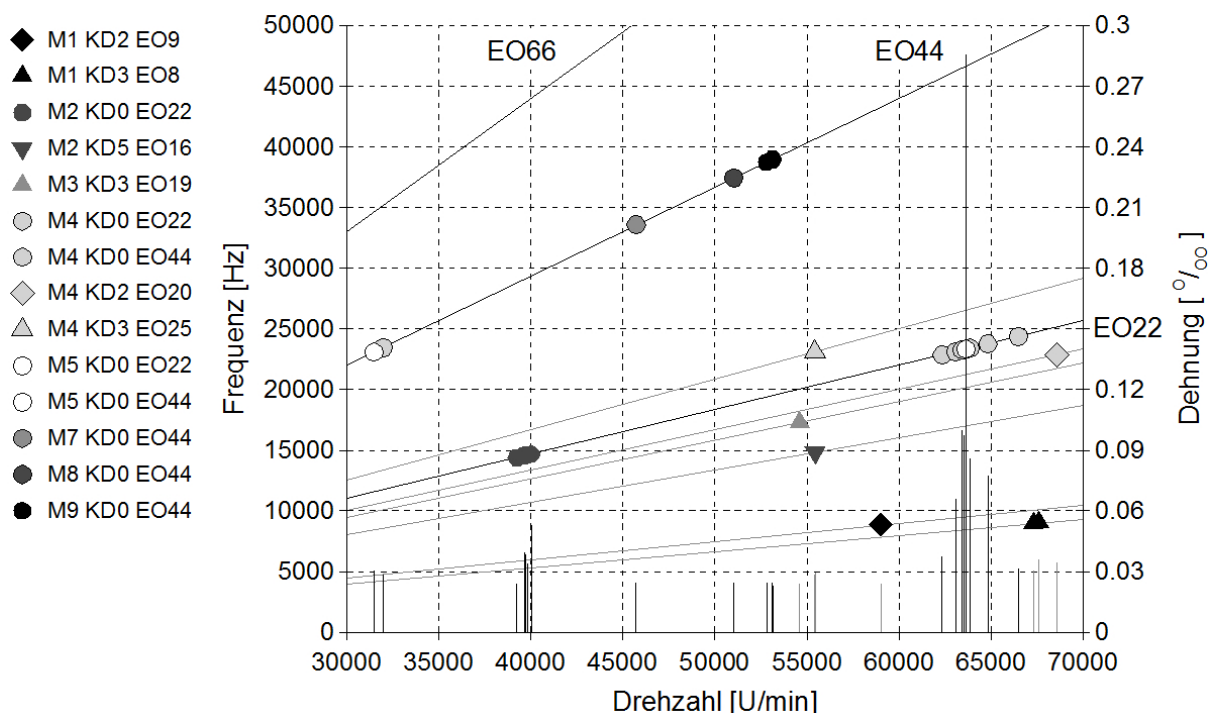
**Bild 3.15:** Gemessenes Campbell-Diagramm für  $Z = 12$  Leitschaufeln (Klaus, 2007)

Die Messergebnisse für  $Z=12$  in **Bild 3.15** verdeutlichen außerdem die in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Auswirkungen der Verstimmung. Obwohl die phasenrichtige Anregung nach Gleichung 2.23 auf EO24 nur die Anregung von KD2 Rotorschwingungsformen zulässt, treten im Bereich um  $57000 \text{ min}^{-1}$  zehn Schwingungsformen des Modes M4 auf. Der Grund ist darin zu sehen, dass sich verstimmte Schwingungsformen stets als Überlagerung von mehreren Rotorschwingungsformen eines Schaufelmodes darstellen. Folglich enthält im verstimmten Fall jede Schwingungsform eine KD2 Komponente, die angeregt werden kann. Der Grad der Verstimmung ist dabei vom Schaufelmode abhängig. Während M4 deutliche Verstimmungseffekte aufweist, treten bei dem geringer verstimmten Schaufelmode M5 bei  $67000 \text{ min}^{-1}$  lediglich die zwei dem gesplitteten Doppelmode zuzuordnenden Schwingungsformen auf. Bei der Messung mit  $Z = 21$  Leitschaufeln lässt sich das gleiche Phänomen beobachten. Im Campbell-Diagramm in **Bild 3.16** sind zehn von maximal elf Resonanzen dem verstimmten Schaufelmode M7 zuzuordnen. Auch für diese Konfiguration trat eine Anregung nur bis zur zweiten Ordnung auf. Die gemessenen Dehnungsamplituden werden in Klaus (2007) im Vergleich zum Betrieb mit  $Z = 12$  Schaufeln als tendenziell niedriger beschrieben.



**Bild 3.16:** Gemessenes Campbell-Diagramm für  $Z = 21$  Leitschaufeln (Klaus, 2007)

In **Bild 3.17** ist das Messergebnis des Betriebs mit  $Z = 22$  Leitschaufeln dargestellt. Bei diesem in der Praxis untypischen Leit-/Laufschauflverhältnis können durch das Leitgitter ausschließlich KD0 Formen angeregt werden. Im Betriebsbereich treten dadurch die Schwingungsformen M4 KD0 und M5 KD0 doppelt bei jeweils unterschiedlichen Betriebszuständen auf. Die im oberen Betriebsbereich deutlich höheren Amplituden lassen vermuten, dass dort wie zu erwarten höhere Anregungskräfte auftreten. Dasselbe Bild spiegelt sich auch bei den anderen Leitgittervarianten wieder, kann jedoch auf Basis der Dehnungsamplituden nicht quantifiziert werden.



**Bild 3.17:** Gemessenes Campbell-Diagramm für  $Z = 22$  Leitschaufeln (Klaus, 2007)

Die Arbeit von Klaus (2007) enthält zudem detaillierte Auswertungen einzelner Resonanzstellen im Hinblick auf das Verhalten der Knotendurchmesser bei Verstimmung. Auf diese Ergebnisse wird im Verlauf der Arbeit weiter eingegangen.

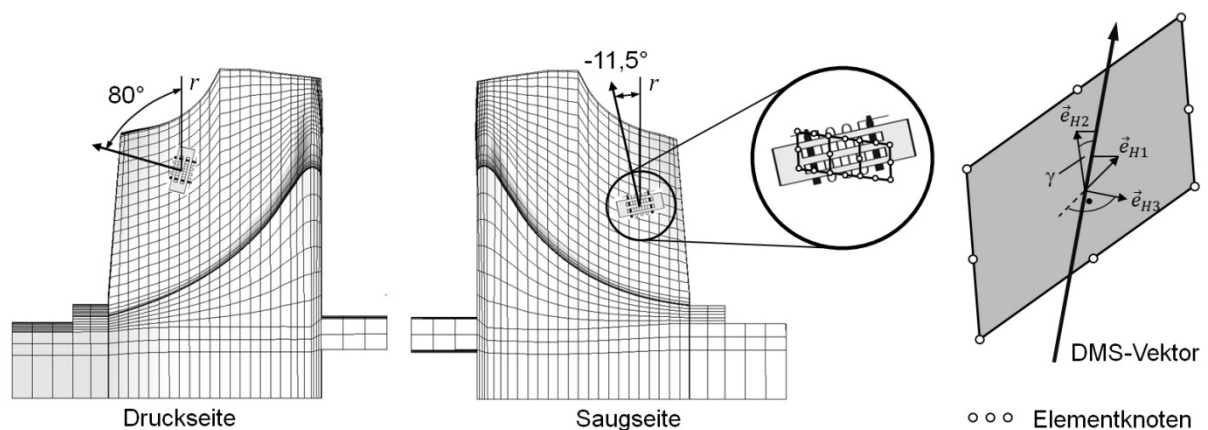
Neben den Resonanzstellen selbst sind aus den Schwingungsmessungen die Amplituden in Form der Dehnungsamplituden bekannt. Die höchste Amplitude aus den vier Dehnungsmesssignalen ist in den gemessenen Campbell-Diagrammen jeweils auf einer zweiten Ordinate aufgetragen. Die Skalierung ist dabei für den Fall mit  $Z = 22$  Leitschaufeln auf Grund der dort höheren Messwerte verschieden. Aus den gemessenen Dehnungen kann jedoch nicht direkt bestimmt werden, welche der aufgetretenen Resonanzen bezüglich der Schaufelbelastung am kritischsten ist. Deshalb muss die Schaufelbelastung für alle Resonanzen bestimmt werden. Die Vorgehensweise bei der Berechnung und die Ergebnisse sind im nachfolgenden Unterkapitel 3.4 zusammengestellt.

Insgesamt wurden für die drei Leitschaufelvarianten über 100 Resonanzen detektiert. Diese liefern die Randbedingungen für die detaillierten numerischen Studien dieser Arbeit. Da die numerischen Simulationen, speziell die des instationären Strömungsfeldes der Turbine, äußerst zeitaufwändig sind, muss eine Auswahl zu untersuchender Resonanzen getroffen werden. Diese soll im Besonderen jene Resonanzen enthalten, die die höchsten Schaufelbelastungen aufweisen.



### 3.4 Schaufelbelastung in Resonanz unter Betriebsbedingungen

Die gemessenen Dehnungssignale können nicht direkt in Spannungsamplituden umgerechnet werden. Die Dehnungsmessstreifen detektieren nicht die maximale Dehnungsamplitude im Rotor, sondern die Oberflächendehnung an den in **Bild 3.18** dargestellten Positionen. Zudem erfassen die 1D-Sensoren lediglich die Dehnung in einer Richtung an der Oberfläche. Da die Dehnungsmessstreifen nicht für alle Schwingungsformen optimal positioniert werden können, ist auch bei der Messung einer geringen Dehnungsamplitude das Auftreten einer signifikanten dynamischen Belastung im Rotor möglich. Um die bezüglich der Belastung kritischsten Resonanzzustände zu identifizieren ist deshalb die Bestimmung der Schaufelbelastung in allen Resonanzen erforderlich.



**Bild 3.18:** Positionierung und Ausrichtung der Dehnungsmessstreifen im Strukturmodell auf der Druckseite ( $r=45\text{ mm}$ ,  $y=27\text{ mm}$ ) und der Saugseite ( $r=41\text{ mm}$ ,  $y=33\text{ mm}$ ) sowie Berechnung der Dehnung am Oberflächenelement des Modells

Die weiterführende Auswertung der vorliegenden Messergebnisse erfolgt mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. In einer Modalanalyse werden alle in der Messung aufgetretenen Eigenschwingungsformen berechnet. Hierfür wird ein fest eingespanntes Rotormodell ohne Welle verwendet. Das bereits von Klaus für die Positionierung der Dehnungsmessstreifen verwendete Vollmodell des Rotors zeichnet sich durch geometrische Vereinfachungen an den Schaufelaustrittskanten aus und besitzt eine vergleichbare lokale Auflösung wie das bereits vorgestellte Modell. Die Resultate der Berechnungen beinhaltet für jede Eigenform sowohl die Dehnungsverteilung als auch die Spannungsverteilung im gesamten Rotor. Diese entsprechen jedoch nicht den Werten bei der Messung, sondern beziehen sich jeweils auf eine normierte Auslenkung. Die Dehnungs- bzw. Spannungsverteilung im Rotor muss an die Amplitude des Resonanzfalls im Betrieb angepasst werden. Hierfür wird aus den Ergebnissen der Finite-Elemente Berechnung die Dehnung in Richtung der Dehnungsmessstreifen an den Messpositionen bestimmt. Im verwendeten Softwarepaket kann der dreidimensionale Verformungszustand als Dehnungsmatrix an den Elementknoten ausgelesen werden. Durch eine Hauptachsentransformation der Dehnungsmatrix

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \text{zu} \quad \mathbf{E}_H = \begin{bmatrix} \varepsilon_{H1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{H2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{H3} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

entsteht eine Diagonalmatrix mit den Eigenwerten, diese entsprechen den Hauptdehnungen, vgl. Wittenburg und Pestel (2001). Die zugehörigen Eigenvektoren zeigen in die Hauptdehnungsrichtungen. Eine der Hauptdehnungsrichtungen  $\vec{e}_{H3}$  zeigt in Richtung der Oberflächennormalen, der zugehörige Eigenwert  $\varepsilon_{H3}$  hat den Wert Null. Die beiden verbleibenden Hauptdehnungsvektoren  $\vec{e}_{H1}$  und  $\vec{e}_{H2}$  liegen in der Ebene und sind zusammen mit dem Vektor in Messrichtung (DMS-Vektor) in **Bild 3.18** rechts eingezeichnet. Durch eine Drehung des Koordinatensystems in der Ebene gemäß

$$\varepsilon_{DMS} = \varepsilon_{H1} \cdot \cos^2(\gamma) + \varepsilon_{H2} \cdot \sin^2(\gamma) \quad (3.3)$$

kann die Dehnungskomponente  $\varepsilon_{DMS}$  in Richtung des Dehnungsmessstreifens bestimmt werden. Um die Spannungsverteilung im Resonanzzustand abzubilden, muss diese mit dem Skalierungsfaktor

$$SF = \frac{\varepsilon_{DMS, Mess}}{\varepsilon_{DMS, Modell}} \quad (3.4)$$

multipliziert werden, der sich aus dem Verhältnis der gemessenen Dehnung und der äquivalenten Dehnung aus der Modalanalyse im Finiten-Elemente Modell ergibt. Da die Sensoren einen Bereich mit ca. zehn Elementknoten überlappen, wird die Dehnung im Modell aus dem Mittelwert der entsprechenden Knoten berechnet. Der Faktor wird mit der jeweils maximalen, gemessenen Dehnungsamplitude der Druck- und Saugseite berechnet und gemittelt. Für jede Resonanzstelle kann somit ein Skalierungsfaktor der Schwingungsform gebildet und die dynamische Spannungsverteilung im Rotor berechnet werden. Bei der Umrechnung wurden Verstimmungseffekte vernachlässigt. Entsprechend wurde davon ausgegangen, dass Rotorschwingungsformen mit einem oder mehreren Knotendurchmessern relativ zum Rotor rotieren. Unter dieser Annahme wurden die Messschaufeln während der Messung maximal ausgelenkt. Die Möglichkeit, dass die mit den Sensoren applizierten Schaufeln im Bereich von Knotendurchmessern stehender, verstimmter Rotorschwingungsformen lagen, wird damit außer Acht gelassen. Auch der Einfluss der Amplitudenüberhöhung wird damit nicht berücksichtigt. Nicht zuletzt deshalb, aber auch durch die großen Unsicherheiten, die sich aus der ungünstigen Positionierung und Ausrichtung der Dehnungsmessstreifen speziell für Schwingungsformen über M4 ergeben, sind die absoluten Werte für die dynamische Spannung mit Unsicherheiten behaftet.

Die dynamische Spannung ist den statischen Spannungen überlagert, die durch Fliehkräfte bei der jeweiligen Resonanzdrehzahl entstehen. Die Fliehkraftbelastung wird mit Hilfe einer statischen Analyse im selben Finite-Elemente Modell für eine diskrete Drehzahl bei

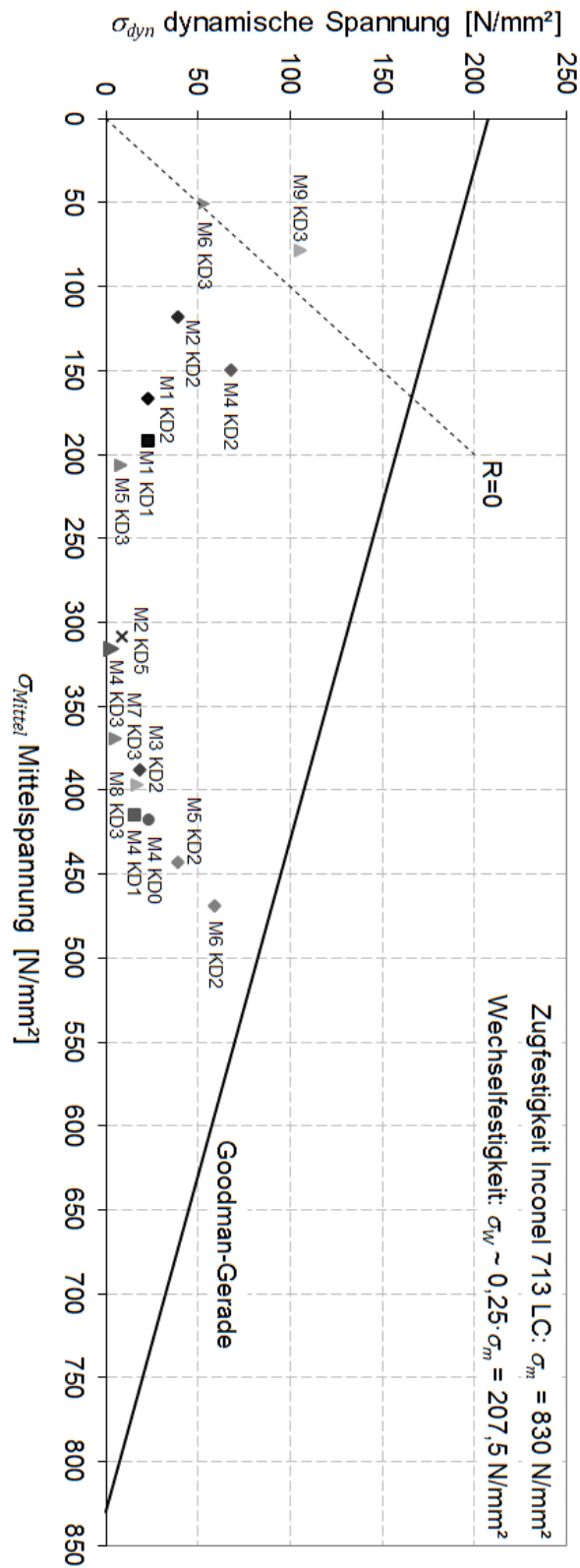
$n = 40000 \text{ min}^{-1}$  bestimmt. Die Belastung verhält sich proportional zu  $n^2$ , so dass die statische Spannungsverteilung für jeden Resonanzzustand skaliert werden kann.

Die Bewertung der Resonanzstellen im Hinblick auf die Versagensrelevanz erfolgt gemäß dem in Kapitel 2.4.1 beschriebene Verfahren im Haigh-Diagramm. Für jede Resonanzstelle ergeben sich bei der Überlagerung der statischen und dynamischen Belastung lokal unterschiedliche Spannungszustände. Die Position im Rotor mit dem kritischsten Spannungszustand findet sich dort, wo der Spannungszustand den geringsten Abstand zur Dauerfestigkeitsgrenze aufweist. Entsprechend wird die Belastung aller Knoten im Finite-Elemente Modell mit der Dauerfestigkeitsgrenze verglichen, um den Wert und den Ort mit der kritischsten Belastung zu identifizieren. Diese Werte an der jeweils kritischen Position im Rotor sind im nachfolgenden Haigh-Diagramm in **Bild 3.19** für die Resonanzen bei der Messung mit  $Z = 12$  Leitschaufeln dargestellt. Die entsprechenden Haigh-Diagramme für Resonanzen im Betrieb mit  $Z = 21$  und  $Z = 22$  Leitschaufeln sind in **Bild A.2** im Anhang aufgeführt. Im Falle von Resonanzstellen, bei denen durch die Verstimmung mehrere Eigenformen einer Schwingungsfamilie angeregt wurden, wird nur jene mit maximaler Amplitude berücksichtigt. Auf der Abszisse ist die statische Mittelspannung aufgetragen, auf der Ordinate die Amplitude der dynamischen Spannung. Als Grenzlinie für die Dauerfestigkeit wird auch hier die Verbindungslinie zwischen der Zug- und Wechselfestigkeit, die Goodman Gerade, verwendet. Nach Schott (1997) liegt die Wechselfestigkeit  $\sigma_w$  eines Werkstoffs typischerweise im Bereich des 0,25- bis 0,3-fachen der Zugfestigkeit  $\sigma_m$ . Die Zugfestigkeit von Inconel 713 LC liegt bei  $830 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ . Mit diesen Werten ergibt sich die aufgetragene Gerade für die Dauerfestigkeit.

Alle in den Messungen aufgetretenen Resonanzstellen liegen unterhalb der Goodman-Geraden. Somit ist die Turbine auch für den Betrieb mit den Leitgittern dauerhaft. Es fällt auf, dass Resonanzen von Schwingungsformen mit  $KD > 2$ , die durch das Spiralgehäuse angeregt werden (vgl. Campbell-Diagramme **Bild 3.15** bis **Bild 3.17**) generell deutlich geringere Schwingbelastungen aufzeigen. Wie sich bereits an den gemessenen Dehnungen angedeutet hat, ist das Belastungsniveau der Turbine mit  $Z = 12$  Schaufeln im Vergleich zur Leitgittervariante mit  $Z = 21$  Schaufeln tendenziell höher. Im Betrieb mit diesen beiden Leitgittern ergeben sich vereinzelt sehr hohe Spannungsamplituden, v. a. für die Schwingungsform M6 und auch M9. Die berechneten Werte sind nicht zuverlässig, da speziell bei diesen Moden die Dehnungsmessstreifen in Bereichen auf der Schaufeloberfläche positioniert waren, wo nur sehr geringe Dehnungen auftraten. Zum zweiten überlappen die Sensoren bei diesen komplexen Schaufelmoden Bereiche, in denen hohe Dehnungsgradienten auftreten. Die berechneten Werte sind jedoch aus Gründen der Vollständigkeit für alle aufgetretenen Resonanzen aufgetragen.

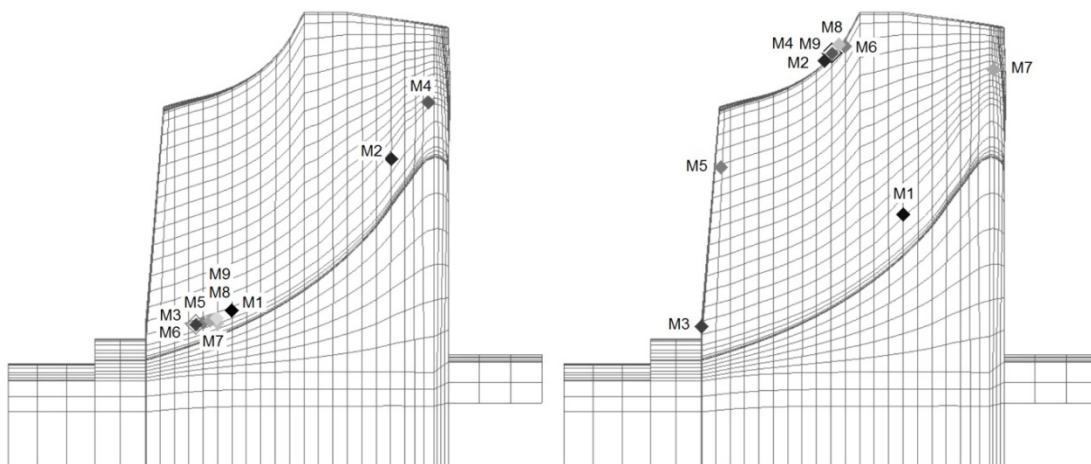
Werden die ersten fünf Schaufelmoden berücksichtigt, zeigen folgende durch die Leitgitter angeregte Schwingungsformen die höchsten Belastungen: für  $Z = 12$  sind es M4 KD2 und M5 KD2, für  $Z = 21$  ist es M4 KD1 und für  $Z = 22$  Leitschaufeln M4 KD0 und M5 KD0. Diese Resonanzstellen werden in numerischen Analysen bezüglich der aerodynamischen Anregung detailliert untersucht. An dieser Stelle soll erneut darauf hingewiesen werden, dass es sich bei der Bestimmung der Belastungen lediglich um eine Abschätzung handelt, da die Umrechnung der Dehnungen in dynamische Spannungen wie beschriebenen nicht quantifizierbare Unsicherheiten in sich birgt. Die Auswertung stellt lediglich eine Hilfestellung bei der Auswahl von Resonanzen für die numerischen Strömungssimulationen

dar. Eine präzisere Berechnung auftretender dynamischer Belastungen ist daher an dieser Stelle nicht erforderlich.



**Bild 3.19:** Haigh-Diagramm für Schwingungsmessung mit  $Z = 12$  Leitschaufeln

Des Weiteren soll die Position im Schaufelblatt betrachtet werden, an der die versagensrelevante Belastung auftritt. Diese wird für die in den Resonanzen angeregten Schwingungsformen M1 bis M9 mit zwei Knotendurchmessern in **Bild 3.20** links visualisiert. Es zeigt sich, dass für die betrachtete Rotorgeometrie kritische Belastungen vor allem im Bereich des Schaufelfußes am Rotoraustritt auftreten. Für M2 und M4 liegen die höchsten Belastungen im Bereich des Radrückens. Die kritischen Belastungen treten also dort auf, wo hohe Mittelspannungen durch die Fliehkräfte auftreten. Rechts im Bild sind die Orte maximaler dynamischer Spannung für dieselben Schwingungsformen dargestellt. Abhängig vom Schaufelmode kann diese im gesamten Schaufelblatt auftreten. Bei höheren Schwingungsformen mit komplexeren Verformungen wandert die maximale dynamische Belastung tendenziell zur Schaufelspitze hin. Der Vergleich zeigt, dass die beiden charakteristischen Spannungszustände nicht an derselben Position liegen. Da die kritische Belastung stets im Übergangsbereich zwischen Nabe und Schaufel auftritt, muss bei der dauerhaftesten Auslegung eines Rotors dort auf ausreichende Schaufeldicke geachtet werden. Des Weiteren sind Eigenformen der ersten Schaufelbiegung (M1) grundsätzlich kritisch, da die maximale dynamische Belastung wie im Bild rechts gezeigt stets im Schaufelfuß im Bereich hoher Mittelspannungen zu liegen kommt. Grundsätzlich ist die Lage der Belastungen jedoch geometrieabhängig und damit nicht allgemein gültig. Folglich können die gewonnenen Erkenntnisse nicht direkt auf eine andere Turbine übertragen werden.

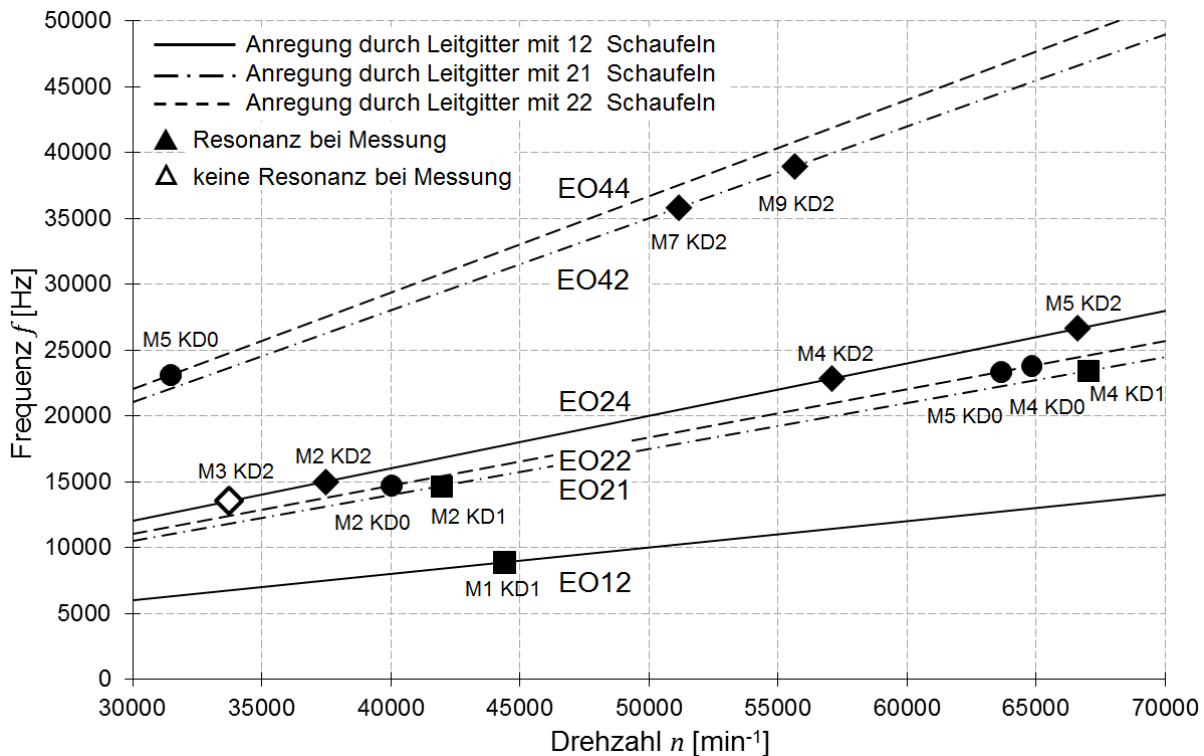


**Bild 3.20:** Position hoher Belastung im Schaufelblatt für M1 bis M9 für KD2: versagensrelevanter Belastungszustand (links), maximale dynamische Belastung (rechts),

### 3.5 Auswahl der Resonanzstellen für numerische Untersuchungen

Die Auswahl der Resonanzstellen, für die das instationäre Strömungsfeld und die Schwingungsamplituden berechnet werden, richtet sich nach mehreren Kriterien. Zum einen werden die Resonanzen mit hoher Belastung berücksichtigt. Diese sind nun für die Konfigurationen mit  $Z = 12$ , 21 und 22 Leitschaufeln bekannt, die angeregten Eigenformen gehören zu den Schaufelmoden M4 und M5. Höhere Schwingungsformen werden aufgrund der beschriebenen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Belastungen nicht berücksichtigt.

Die erwartete jedoch im Experiment nicht aufgetretene Resonanz der Schwingungsform M3 KD2 wird ebenfalls einer genaueren Betrachtung unterzogen. Durch die Analyse des Strömungsfeldes und der Berechnung der Schwingungsantwort sollen Hinweise gefunden werden, die auf die schlechte Anregbarkeit dieser Schwingungsform hindeuten.



**Bild 3.21:** Campbell-Diagramm mit Resonanzstellen für numerische Untersuchungen

Um die Anregbarkeit von Schaufelschwingungen zu beurteilen, werden die Schwingungsformen mit der Anregungsfunktion verglichen. Dabei steht die Suche nach einer Beziehung zwischen der Schaufelschwingungsform und der instationären Druckverteilung im Vordergrund, so dass Schwingungsformen des ersten und zweiten Schaufelmodes in die Auswahl aufgenommen werden. Bei der Messung wurde nur eine Resonanz detektiert, bei der eine Eigenform der ersten Schwingungsfamilie durch die 12 Leitschaufeln angeregt wurde (M1 KD1). Bei dieser Konfiguration trat auch die höchste Belastung beim Torsionsmode mit zwei Knotendurchmessern auf (M2 KD2).

Die ausgewählten Resonanzstellen decken den Betriebsbereich der Turbine gut ab, so dass die Anregungskräfte drehzahlabhängig berechnet werden können. Bei dieser Auswahl an Resonanzstellen ergibt sich des Weiteren die Möglichkeit, die Anregung unterschiedlicher Schwingungsformen bei annähernd gleichem Anregungszustand (vergleichbare Betriebspunkte) zu betrachten (M4 KD0 und M5 KD0 EO22, vgl. **Bild 3.21**). Die Schwingungsform M5 KD0 konnte bei der Konfiguration mit 22 Leitschaufeln bei zwei Drehzahlen und unterschiedlichen Anregungsordnungen gemessen werden. In der ersten Anregungsordnung (EO22) wurde die Schwingungsform bei hoher Drehzahl angeregt, so dass die Schaufeln zwischen zwei Anregungen durch die Interaktion mit den Leitschaufeln eine

Schwingungsperiode durchführen, wohingegen die Rotorscheaufeln bei der ebenfalls aufgetretenen Anregung in zweiter Ordnung (EO44) bei halber Drehzahl zwei volle Schwingungen durchführen bevor die nächste Leitschaufel passiert wird. Durch die unterschiedlichen Betriebspunkte variieren sowohl die Anregungskräfte als auch die Anregungsfunktionen, deren Wirkung durch die Gegenüberstellung mit den Schwingungsamplituden untersucht werden kann. Weitere Resonanzen im Betrieb mit  $Z = 21$  Leitschaufeln sind in der Auswahl aufgenommen. Diese enthalten auch resonante Schwingungen der Moden M7 KD2 und M9 KD2. Somit besteht die Möglichkeit, die Anregbarkeit höherer Moden zu untersuchen. Die im Folgenden verwendeten Bezeichnungen für die Betriebszustände der Turbine entsprechen jenen in **Tabelle 3.3**.

**Tabelle 3.3:** Auswahl der untersuchten Resonanzstellen und Auswahlkriterien

Betriebspunkt	Drehzahl $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	Schwingungsform	Anregung		Anregbarkeit des Schaufelmodes	Ähnliche Betriebszustände	Vergleich Anregungsordnung	keine Resonanz	Hohe Belastung	FSI Simulation	Verstimmtes Strukturmodell
			Z [-]	S [-]							
B1	44410	M1 KD1	12	1							
B2	37488	M2 KD2	12	2							
B3	33875	M3 KD2	12	2							
B4	57100	M4 KD2	12	2							
B5	66600	M5 KD2	12	2							
B6	64824	M4 KD0	22	1							
B7	63630	M5 KD0	22	1							
B8	31470	M5 KD0	22	2							
B9	40013	M2 KD0	22	1							
B10	41969	M2 KD1	21	1							
B11	67013	M4 KD1	21	1							
B12	51152	M7 KD2	21	2							
B13	55646	M9 KD2	21	2							





## 4 Dämpfungseigenschaften der Radialturbine

Für die im vorangegangenen Kapitel 3 vorgestellte Auswahl an Resonanzstellen sollen die erzwungenen Schwingungen unter Betriebsbedingungen im Finite-Elemente Modell simuliert werden. Neben den Eigenschaften der aerodynamischen Anregung hängt die Amplitude maßgeblich von der Dämpfung des schwingenden Systems ab. Dabei sind die auftretenden Amplituden und damit die Belastungen in erster Näherung invers proportional zur Dämpfung. Die Dämpfungswerte müssen bei der Simulation der Schwingungsanregung vorgegeben werden. Entsprechend ist die Kenntnis zuverlässiger Dämpfungswerte unerlässlich für zuverlässige Simulationsergebnisse. In einer weiterführenden Auswertung werden die Daten aus den Schwingungsmessungen im Betrieb verwendet, um daraus die Gesamtdämpfung in jeder Resonanzstelle abzuleiten. Des Weiteren werden die Dämpfungseigenschaften des Turbinenrotors unter Umgebungsbedingungen im Stillstand bestimmt. Diese Daten werden anschließend den im Betrieb bestimmten Dämpfungswerten gegenübergestellt.

### 4.1 Dämpfungsbestimmung

Die Dämpfungswerte werden aus den Messdaten abgeleitet und in Form des Lehrschen Dämpfungsmaßes  $\zeta$  angegeben. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Dämpfungswerte entspricht der in Kapitel 2.3.3 beschriebenen und basiert auf der Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung für die erzwungene Schwingung eines Systems mit einem Freiheitsgrad. Die analytisch hergeleitete Lösung für die Schwingungsamplitude in Gleichung 2.29 gibt deren Abhängigkeit von der normierten Frequenz  $\eta$  und dem Lehrschen Dämpfungsmaß  $\zeta$  wieder. Wird die sogenannte Vergrößerungsfunktion  $V$  auf den Maximalwert der Funktion normiert ergibt sich

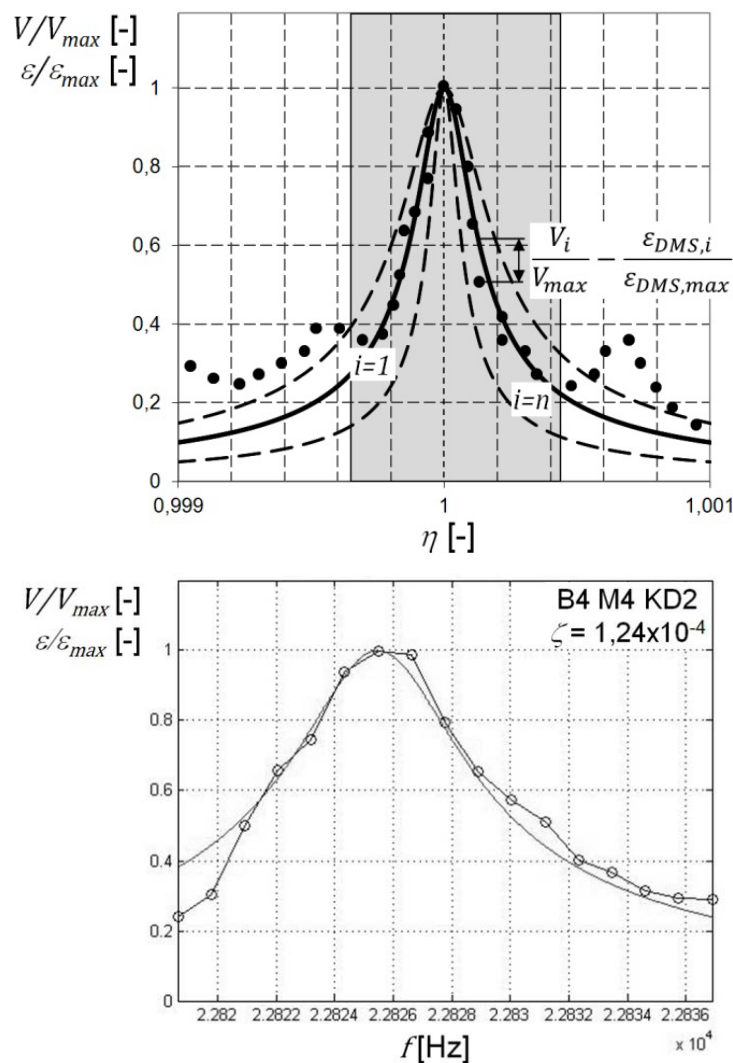
$$\frac{V}{V_{max}} = \frac{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\zeta^2\eta^2}} \quad \text{mit} \quad V_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}. \quad (4.1)$$

Das Messsignal eines Dehnmessstreifens liegt in Form diskreter, zeitabhängiger Messwerte für die Oberflächendehnung  $\varepsilon_{DMS}$  vor. Eine Diskrete-Fourier-Transformation überführt die Daten in den Frequenzbereich. Anschließend werden die Dehnungsamplituden mit dem Maximalwert normiert. Wird von einer Proportionalität zwischen den gemessenen Dehnungen und der Schwingungsamplitude sowie einer konstanten Anregungsfunktion im Bereich der Resonanzstelle ausgegangen, so geben die Messdaten den analytisch hergeleiteten Verlauf der normierten Vergrößerungsfunktion wieder. Der Verlauf der diskreten Messdaten ist am Beispiel von B4 in **Bild 4.1** oben dargestellt. Die Vergrößerungsfunktion wird über den Dämpfungskoeffizienten derart an die Messwerte angepasst, dass die Summe der Fehlerquadrate

$$SFQ = \sum_{i=1}^n \left( \frac{V_i}{V_{max}} - \frac{\varepsilon_{DMS,i}}{\varepsilon_{DMS,max}} \right) \quad (4.2)$$

zwischen der gesuchten Funktion  $V_i/V_{max}$  und den Messdaten  $\varepsilon_{DMS,i}/\varepsilon_{DMS,max}$  minimal wird. Berücksichtigt werden jeweils die diskreten Daten  $i=1\dots n$ , die entsprechend dem grau hinterlegten Bereich oben in **Bild 4.1** eindeutig einer Resonanz zugeordnet werden können. In Fällen geringer Dämpfung oder dicht beieinanderliegender Resonanzen stehen nur wenige diskrete Stützstellen zur Verfügung. Durch dieses Verfahren kann die Dämpfung jedoch für jede Resonanzstelle mit größtmöglicher Genauigkeit bestimmt werden.

In entsprechender Weise wurden sowohl die vier Signale der applizierten Dehnungsmessstreifen bei den Messungen im Betrieb, als auch die Messdaten aus den Schwingungsmessungen mit dem Laser-Doppler-Vibrometer bei Umgebungsbedingungen im Stillstand ausgewertet.



**Bild 4.1:** Dämpfungsbestimmung durch Anpassung der Vergrößerungsfunktion an diskrete Messdaten (oben) und Messdaten bei B4 für M4 KD2 (unten)

## 4.2 Dämpfungswerte

### 4.2.1 Dämpfungswerte unter Betriebsbedingungen

In **Tabelle 4.1** sind die Dämpfungskoeffizienten für die ausgewählten Resonanzstellen zusammengefasst, die jeweils aus dem maximalen Messsignal der vier Dehnungsmessstreifen bestimmt wurden. Eine Auswertung der vier Dehnungssignale, die an zwei der elf Rotorschaukeln gemessen wurden, ergab identische Dämpfungswerte. Da die Resonanz der Schwingungsform M3 KD2 durch eine Leitgitteranregung im Betrieb nicht auftrat, wurde die Dämpfung bei einer Resonanzstelle bei ca.  $n = 63000 \text{ min}^{-1}$  bestimmt (vgl. **Bild 3.15**). Bei dieser Drehzahl wurde die Schwingungsform durch das Spiralgehäuse in EO13 angeregt. Somit kann sich die mit \* gekennzeichnete Dämpfung durch den unterschiedlichen aerodynamischen und thermodynamischen Zustand der Luft in der Turbine vom tatsächlichen Wert unterscheiden. Für alle Resonanzen zeigen die aus den Messdaten bestimmten Dämpfungen das erwartete niedrige Niveau und liegen bei derselben Größenordnung im Bereich von  $10^{-4}$ . Diese Werte finden Verwendung bei der Simulation der erzwungenen Schwingung. Die Messdaten in den ausgewählten Resonanzen und die angepassten Vergrößerungsfunktionen für die Dämpfungsbestimmung sind in **Bild A.3** im Anhang zusammengestellt.

**Tabelle 4.1:** Lehrsches Dämpfungsmaß der ausgewählten Resonanzstellen

Betriebspunkt	B1	B2	B3*	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13
Schwingungsform	M1 KD1	M2 KD2	M3 KD2	M4 KD2	M5 KD2	M4 KD0	M5 KD0	M5 KD0	M2 KD0	M2 KD1	M4 KD1	M7 KD2	M9 KD2
Frequenz $f$ [Hz]	8883	14996	13550	22825	26658	23763	23333	23092	14673	14691	23463	35804	38952
Dämpfung $\zeta$ ( $\times 10^4$ ) [-]	0,68	0,45	1,29	1,24	1,25	0,78	1,00	0,66	1,59	1,29	0,20	0,26	0,16

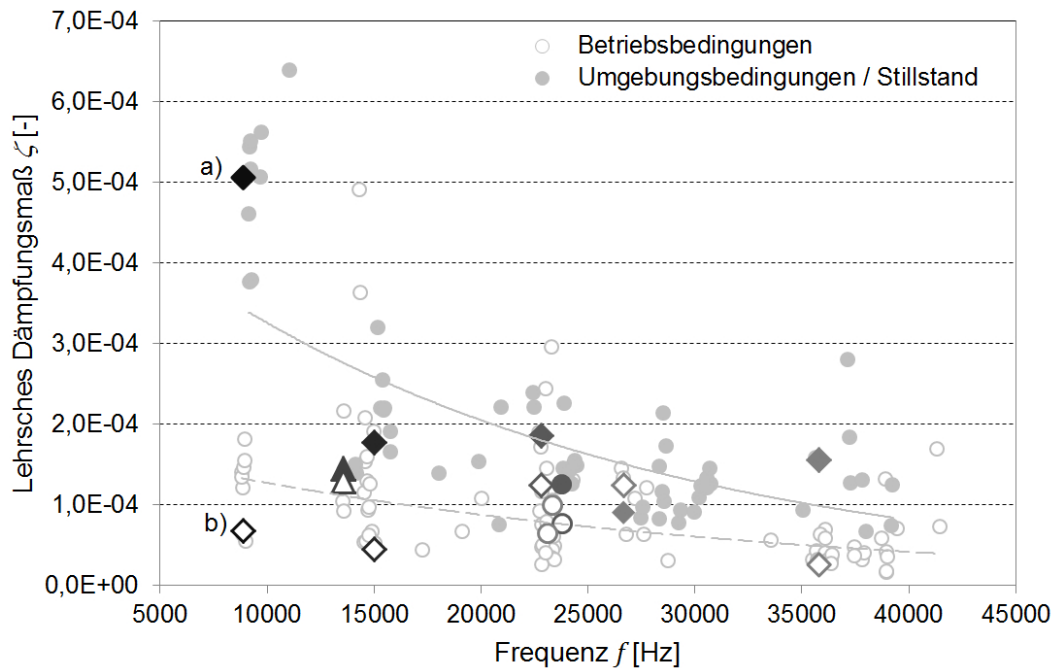
\*Resonanzstelle von M3 KD2 bei  $n = 63003 \text{ min}^{-1}$

### 4.2.2 Dämpfungswerte im Stillstand bei Umgebungsbedingungen

Häufig sind keine Daten aus aufwändigen Schwingungsmessungen im Betrieb verfügbar und es muss auf Dämpfungswerte zurückgegriffen werden, die aus Schwingungsmessungen bei stillstehendem Rotor und Umgebungsbedingungen bestimmt wurden. Die unterschiedlichen Randbedingungen beeinflussen sowohl den strukturellen, als auch den aerodynamischen Anteil der Dämpfung. Es stellen sich die Fragen, ob sich unterschiedliche Dämpfungseigenschaften ergeben, wie groß die Unterschiede sind und inwieweit im Stillstand gemessene Dämpfungen für numerische Simulation von im Betrieb angeregten Schwingungen eingesetzt werden können.

Aus den in Kapitel 3.2.2 beschriebenen, mit einem Laser-Doppler-Vibrometer durchgeführten Experimenten am stillstehenden Rotor bei Umgebungsbedingungen liegen Messdaten für die Eigenformen im relevanten Frequenzbereich vor. Die Dämpfungswerte wurden auf die gezeigte Weise berechnet und sind in **Bild 4.2** mit gefüllten Symbolen gekennzeichnet. Eine Unterscheidung der Schwingungsformen nach der Anzahl der

Knotendurchmesser wird an dieser Stelle nicht vorgenommen. Die Dämpfungswerte zeigen zwar eine Abhängigkeit von der Anzahl der Knotendurchmesser, aus den Messwerten ist jedoch keine Systematik erkennbar. Generell ist festzustellen, dass die Werte für unterschiedliche Schaufelmoden deutlich variieren. Dabei zeigt sich vor allem bei konstanten Umgebungsbedingungen die Tendenz abnehmender Dämpfungen für Schwingungsformen bei höheren Frequenzen. Das tendenzielle Verhalten wird durch die durchgezogene Linie quadratische Ordnung im Diagramm angedeutet.



**Bild 4.2:** Dämpfungswerte aller Schwingungsformen bei Umgebungsbedingungen im Stillstand und bei Betriebsbedingungen, a) und b) M1 KD1

Die Werte sind den Ergebnissen aus der Schwingungsmessung im Betrieb gegenübergestellt. Es wurden Dämpfungswerte für alle im Betrieb gemessenen Resonanzen bestimmt, die in den Campbell-Diagrammen in **Bild 3.15** bis **Bild 3.17** eingetragen sind. Diese Dämpfungswerte sind in **Bild 4.2** in Form offener Symbole gekennzeichnet. Die durch größere Symbole hervorgehobenen Werte sind den Resonanzstellen B1 bis B9 zuzuordnen, bzw. den entsprechenden Schwingungsformen bei den Messungen bei Umgebungsbedingungen. Die Messwerte aus dem Betrieb wurden für unterschiedliche Resonanzen und damit bei unterschiedlichen Betriebszuständen der Turbine erfasst. Somit unterscheiden sich die Randbedingungen im Vergleich zur Messung im Stillstand grundsätzlich durch

- den Zustand des umgebenden Fluides (Druck, Dichte, Temperatur, Strömung),
- die Lagerung (Gleitlager im Betrieb und feste Einspannung im Stillstand)
- und das Auftreten von Fliehkräften im Betrieb.

Vor allem für die Schaufelmoden M1 und M2 ergeben sich deutlich höhere Dämpfungen bei Umgebungsbedingungen. Welcher der beschriebenen Einflüsse für die Diskrepanzen

verantwortlich ist, lässt sich aus diesem Vergleich nicht eindeutig bestimmen. In mehreren in Kapitel 2.3.3 beschriebenen Arbeiten konnte in Vakuumkammern gezeigt werden, dass bei sinkendem Druck geringere Dämpfungswerte auftraten. Bei konstanter Temperatur der umgebenden Luft ist dies gleichbedeutend mit einem Abfall der Dämpfung mit abnehmender Dichte. Diese Erkenntnisse können auf die in **Bild 4.2** dargestellten Messwerte übertragen werden. Die Dichten im Bereich des Rotors im Betrieb der Turbine sind aufgrund höherer Temperaturen geringer als bei Normalatmosphäre. Dies legt daher die Vermutung nahe, dass die aerodynamische Dämpfung einen signifikanten Anteil an der Gesamtdämpfung einnimmt.

In Anbetracht des übergeordneten Ziels, die schwingungsmechanische Auslegung von Radialmaschinen durch die Simulation der Schwingungsanregung auf rein numerischem Wege anzugehen, ist die Dämpfung ein entscheidender Parameter. Wird für die Dämpfung in einer Resonanzstelle ein Wert aus Messungen bei Umgebungsbedingungen im Stillstand vorgegeben oder ein typischer Erfahrungswert angenommen, können sich hierdurch Fehler bei der Berechnung der dynamischen Belastung ergeben. Diese kann um ein Vielfaches von der realen Beanspruchung abweichen. Beispielsweise würde bei der Verwendung des in **Bild 4.2** mit a) gekennzeichneten Dämpfungswertes bei Umgebungsbedingungen im Stillstand für M1 KD1 anstatt des Wertes b) bei Betriebsbedingungen in einer Simulation eine Schwingungsamplitude berechnet, die um den Faktor sieben zu niedrig wäre.



## 5 Numerische Studie der aerodynamischen Anregung

Zur Untersuchung der aerodynamischen Anregung der Schaufelschwingungen wurden die instationären Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen des diskretisierten Strömungsfeldes der Turbine gelöst. Neben der Modellbildung und der Validierung der Rechenergebnisse mit Messdaten werden die Anforderungen an das Berechnungsmodell beschrieben.

Die Auswertung der Simulationsergebnisse teilt sich in drei Aspekte auf. Zuerst werden die Anregungsmechanismen veranschaulicht. Diese instationären Strömungsphänomene führen zu Schwankungen der Druckkräfte auf der Oberfläche der Rotorschaukeln, welche die Ursache für die Anregung von Schaufelschwingungen darstellen. In einem zweiten Schritt werden aus den zeitabhängigen Schaufeldruckverteilungen die Amplituden der Schaufelkräfte abgeleitet und für unterschiedliche Betriebspunkte und Leitschaufelanzahlen verglichen. Zuletzt werden die Anregungsfunktionen visualisiert, um Bereiche der Schaufeloberfläche mit hohen Druckschwankungen zu identifizieren.

### 5.1 Strömungsmechanisches Modell der Turbine

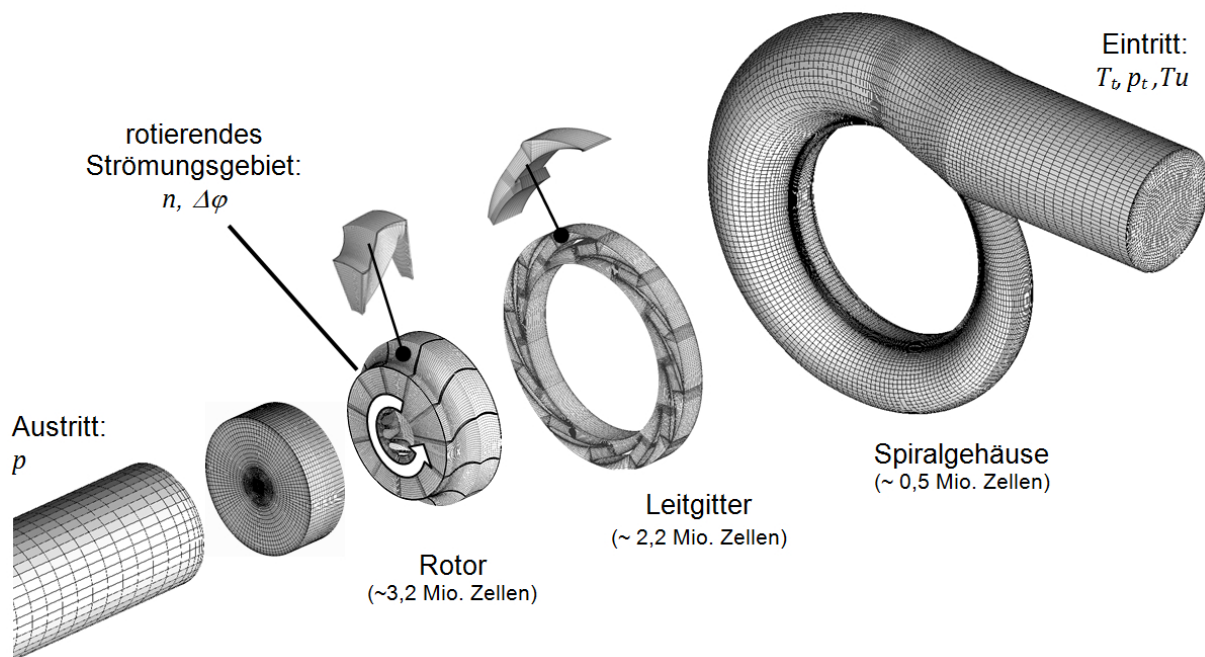
#### 5.1.1 Geometrie-, Gitter- und Strömungsmodelle

Die Strömung wurde für die gesamte Turbine einschließlich des Spiralgehäuses, des gesamten Leitschaufelkranzes und des Rotors simuliert. Ein kurzer Rohrkanal am Eintritt diente der Ausbildung des Strömungsprofils. Am Austritt wurde die Maschine entsprechend dem Messaufbau um einen geraden Rohrkanal ergänzt, sodass der Turbinenausstritt etwa zehn Rohrdurchmesser stromab zu liegen kommt. Bei der Modellierung des Strömungsgebietes wurde auf geometrische Vereinfachungen verzichtet, d.h. alle Rundungen, der Hohlraum zwischen dem Rotor und der Gehäusewand sowie die Spalte an den Rotorschaukelspitzen wurden berücksichtigt.

Die Komponenten des Rechengitters sind in **Bild 5.1** dargestellt. Die Diskretisierung des Strömungsgebietes erfolgte in Form blockstrukturierter Gitter mit Hexaeder-Elementen mit Hilfe der Software ICEM CFD. Die Vernetzung der drei Leitschaufelvarianten mit  $Z = 12$ , 21 und 22 Schaufeln sowie des Strömungsgebietes im Rotorbereich wurde für jeweils einen Schaufelkanal durchgeführt. Die Netze wurden dann vervielfacht und am Umfang angeordnet. An den periodischen Berührungsflächen zu angrenzenden Gittersektoren stimmen die Netze überein. Die Gitter sind skalierbar, d.h. eine Variation der Auflösung hat keinen Einfluss auf die Form der Elemente und somit auch nicht auf die Qualität der Gitter. Die Auflösung im Wandbereich ist für die Verwendung von Wandfunktionen ausgelegt. Im Grenzschichtgebiet ergaben sich für das in den Analysen verwendete Gitter Werte für den dimensionslosen Wandabstand von  $y^+ < 100$ . Auf die Qualität der Strömungsgitter wurde besonderen Wert gelegt, da sich die Gitterqualität sowohl auf die Berechnungsergebnisse als auch auf das Konvergenzverhalten auswirkt. Die Elementwinkel sind größer als  $30^\circ$ , der Expansions-Faktor ist größtenteils bei 1,2 gehalten, welcher das Längenverhältnis

benachbarter Elemente beschreibt. Vor allem im Bereich der Spiralgehäusezunge ergaben sich durch die Komplexität der Geometrie vereinzelt Elemente mit geringerer Qualität.

An den Schnittstellen zwischen den Gitterkomponenten wurden die Strömungsgrößen interpoliert. Dies gilt auch für den Übergang vom Strömungsgebiet um das feststehende Leitgitter in das drehende Strömungsgebiet im Rotor. Letzteres rotierte bei den instationären Berechnungen mit der Drehzahl  $n$ , wie in **Bild 5.1** angedeutet. Die Schnittstelle musste in ausreichendem Abstand zu den Schaufelreihen so gelegt werden, dass in der Simulation keine Rückströmung auftritt.



**Bild 5.1:** Komponenten des CFD-Gitters mit lokaler Auflösung und Randbedingungen

Zur Berechnung des Strömungsfeldes wurde der Solver von ANSYS CFX in den Versionen 12.1 und 13.0 verwendet. Die lokale und zeitliche Diskretisierung erfolgte mit einem Ansatz zweiter Ordnung, die Gleichungen für die Turbulenzmodellierung wurden in erster Ordnung diskretisiert. Für die stationären und instationären Rechnungen wurde das  $k-\omega$  SST Turbulenzmodell mit skalierbaren Wandfunktionen eingesetzt. Wie bei den Schwingungsmessungen im Betrieb der Turbine wurde Luft als Strömungsmedium verwendet. Konstante Stoffwerte für die isobare Wärmekapazität  $c_p$ , die dynamische Viskosität  $\eta$  sowie die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  wurden für mittlere thermodynamische Zustände in der Turbine im jeweiligen Betriebspunkt vorgegeben.

Instationäre Berechnungen müssen durch eine Startlösung initialisiert werden. Deshalb wurde für jeden Betriebspunkt zunächst eine stationäre Lösung für eine feste Position des Rotors berechnet, wobei die Umfangsgeschwindigkeit des Rotors bei der Berechnung des Strömungsfeldes berücksichtigt wurde. Unter Verwendung dieser Anfangslösung konnte die zeitaufgelöste Rechnung durchgeführt werden. In dieser drehte sich das Strömungsgitter im Bereich des Rotors nach jedem Zeitschritt um ein Winkelinkrement  $\Delta\varphi$ .



### 5.1.2 Randbedingungen

Alle Oberflächen im Modell der Turbine wurden als adiabat und hydraulisch glatt angenommen. Am Eintritt des Spiralgehäuses wurden der Totaldruck sowie die Totaltemperatur vorgegeben, wobei letztere im Experiment bei  $T_{t,Ein} = 700$  K konstant gehalten wurde. Resonanzdrehzahlen sind aus den Schwingungsmessungen im Betrieb bekannt. Der Totaldruck am Turbineneintritt und der statische Druck am Austritt für die Resonanzstellen B2, B4, B5, B7 und B11 konnten der Dissertation von Klaus (2007) entnommen werden. Für alle weiteren Resonanzzustände wurden die Druckrandbedingungen aus Kennfeldmessungen von Klaus (2007) abgeleitet, vgl. **Bild 5.2**. Entsprechende Messdaten sind für fünf diskrete Drehzahlen bekannt. Die Werte bei den Resonanzdrehzahlen wurden auf Basis dieser Stützstellen interpoliert. Hierfür wurde das drehzahlabhängige Verhalten der Drücke durch Polynome dritten Grades angenähert. Für den Grad der Turbulenz am Turbineneintritt sind keine Messdaten verfügbar. Es wurde ein Turbulenzgrad von  $Tu = 5$  % angenommen, um den Bedingungen der stationären Anströmung der Turbine am Prüfstand zu entsprechen. Der Austritt mit der statischen Druckrandbedingung befand sich etwa zehn Durchmesser stromab der Turbine. Dadurch konnten lokale Rückströmungen an der Austrittsfläche vermieden werden, die durch den Nachlauf des Rotors entstanden. Als Ergebnis der Simulation ergab sich der Massenstrom, der für die stationäre Lösung zusammen mit den Randbedingungen in **Tabelle 5.1** aufgelistet ist.

**Tabelle 5.1:** Randbedingungen aus Messungen und berechnete Massenströme

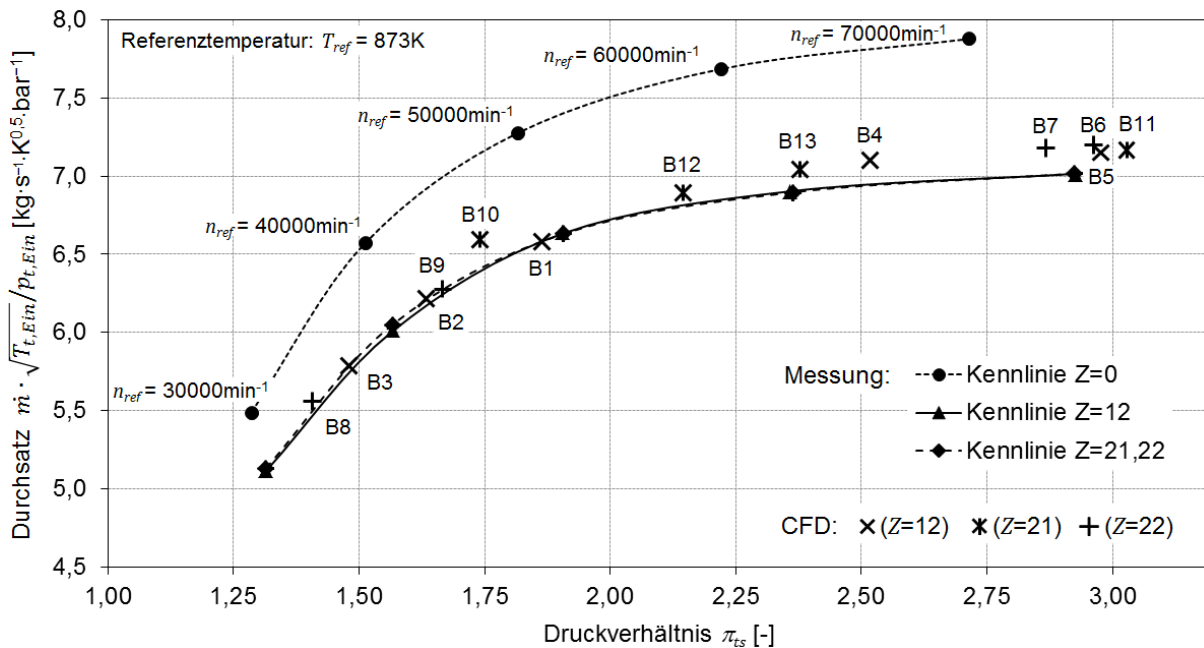
Betriebspunkt	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13
$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	44410	37488	33875	57100	66600	64824	63630	31470	40013	41969	67013	51152	55646
$p_{t,Ein}$ [bar]	1,996	1,730	1,538	2,920	3,750	3,649	3,510	1,462	1,792	1,885	3,828	2,476	2,773
$p_{Aus}$ [bar]	1,071	1,060	1,039	1,160	1,260	1,231	1,224	1,040	1,076	1,083	1,264	1,155	1,166
$\dot{m}$ [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ] (CFD)	0,496	0,405	0,336	0,782	1,015	0,993	0,952	0,307	0,425	0,470	1,036	0,649	0,737

### 5.1.3 Validierung der Simulationsergebnisse

Eine direkte Überprüfung der Simulationsergebnisse in Bezug auf die instationäre Anregung war nicht möglich. Der Grund hierfür ist die bereits beschriebene Schwierigkeit zeitabhängige Schaufeldrücke im rotierenden System messtechnisch zu erfassen. Entsprechende Messdaten liegen nicht vor. Die Resultate aus den numerischen Berechnungen konnten somit lediglich den verfügbaren statischen Messdaten gegenübergestellt werden. Eine indirekte Validierung der instationären Strömungseigenschaften erfolgt jedoch durch den Vergleich berechneter und gemessener Schwingungsamplituden in Kapitel 7.

Aus den in **Bild 5.2** gezeigten Ergebnissen der Kennfeldmessungen sind neben den Randbedingungen am Ein- und Austritt der Turbine auch Messdaten für die Massenströme verfügbar. Die Werte bei den Resonanzdrehzahlen wurden ebenfalls durch Interpolation bestimmt. Somit können die berechneten Massenströme den Messdaten gegenübergestellt werden. Die Kennlinien der Turbine mit und ohne Leitgitter sind für den Betrieb des Turboladers mit ungedrosseltem Verdichter angegeben. Diese geben den auf den

Totalzustand am Eintritt normierten Massenstrom in Abhängigkeit des Verhältnisses von totalem Ein- zu statischem Austrittsdruck wieder. Im Vergleich zur Originalturbine ohne Leitgitter ergaben sich durch den verminderten Strömungsquerschnitt mit Leitschaufeln in der Düse geringere Durchsätze. Für die Konfigurationen mit  $Z = 21$  und  $22$  Leitschaufeln ist nur eine gemeinsame Kennlinie angegeben. Die Kennlinien stützen sich jeweils auf Messpunkte bei fünf Drehzahlen, die nach der Beziehung  $n_{ref} = n \cdot \sqrt{T_{ref}/T_{t, Ein}}$  auf die angegebene Referenztemperatur normiert angegeben sind. Für die Resonanzdrehzahlen sind die in den Simulationen berechneten Durchsätze durch Kreuzsymbole gekennzeichnet.



**Bild 5.2:** Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse mit Kennfeldmessungen der Turbine im Turbolader mit ungedrosseltem Verdichter von Klaus (2007)

Im oberen Betriebsbereich ergaben sich in der Rechnung höhere Massenströme. Im Betriebspunkt B4 beispielsweise ist die prozentuale Abweichung vom gemessenen Massenstrom 1,3 %. Speziell im unteren und mittleren Betriebsbereich zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den Kennlinien. Im Gesamten wird der Durchfluss durch die Simulationen gut wiedergegeben.

Des Weiteren liegen Daten statischer Drücke vor, die an acht Positionen im Spiralgehäuse und an zwölf Positionen in drei Passagen des Leitgitters gemessen wurden. Die Anschlüsse aller Druckmessbohrungen sind in **Bild 3.12** links in einer Darstellung des Stators zu erkennen. Der Vergleich berechneter, zeitgemittelter, statischer Drücke mit gemessenen Werten zeigte für Betriebspunkt B4 eine mittlere relative Abweichung von 0,7 % für Messstellen im Spiralgehäuse und 3,2 % in den Leitschaufelkanälen.

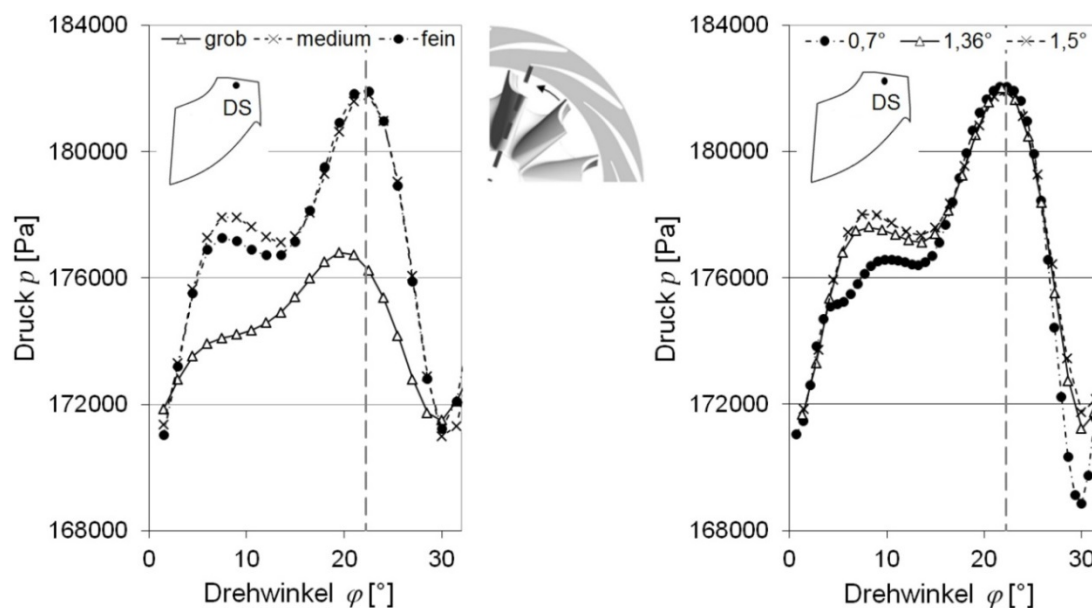
#### 5.1.4 Anforderungen an das Berechnungsmodell

In einer Gitterstudie wurde zunächst der Einfluss der lokalen Diskretisierung auf die Rechenergebnisse untersucht. Die lokale Auflösung im Spiralgehäuse wurde mit ca. 0,5 Mio.

Zellen konstant gehalten. Der in **Bild 5.1** angedeutete Kanal am Austritt mit einer Länge von ca. zehn Rohrdurchmessern wurde lediglich mit 0,1 Mio. Zellen vernetzt, da dort für die Anregung keine strömungsmechanisch relevanten Vorgänge stattfinden. Die Zeitschrittweite wurde auf Basis der Erfahrungen aus den Arbeiten von Klaus (2007) in der Gitterstudie so gewählt, dass sich der Rotor jeweils um ein Winkelinkrement von  $\Delta\varphi = 1,5^\circ$  weiterdreht. Für die skalierbaren Gitter im Bereich der Leitschaufeln und des Rotors wurden unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Rechnerkapazität drei Netzvarianten erstellt.

**Tabelle 5.2:** Netzvarianten für die Gitterunabhängigkeitsstudie mit Elementanzahl

	Leitgitter	Rotor
<b>grob</b>	470000	630000
<b>medium</b>	1622000	2875000
<b>fein</b>	2926000	5018000



**Bild 5.3:** Sensitivitätsanalyse zur lokalen (links) und zeitliche (rechts) Diskretisierung

Beim Vergleich der Berechnungsergebnisse des Betriebspunktes B4 im mittleren Betriebsbereich wurden die instationären Druckdaten auf der gesamten Oberfläche einer Rotorschaukel während einer Umdrehung betrachtet. In **Bild 5.3** links ist beispielhaft der zeitabhängige Druck an einer diskreten Position am Eintritt auf der Druckseite (DS) der Schaufeloberfläche dargestellt. Dort sind durch die strömungsmechanische Interaktion zwischen Leit- und Laufschaufel besonders hohe Druckschwankungen zu erwarten. Es zeigen sich geringfügige Unterschiede für die Gittervariante mit mittlerer und hoher Auflösung, wohingegen der berechnete Druckverlauf für das Netz mit niedriger Anzahl an

Zellen erkennbare Abweichungen aufweist. Sowohl bei den berechneten Amplituden, als auch der Phasenlage ergaben sich Unterschiede. Somit wurde für die Analysen die mittlere Variante als Kompromiss zwischen Aufwand und Genauigkeit gewählt, sodass sich nach einer abschließenden Anpassung ein Gitter mit insgesamt ca. 6 Mio. Zellen (3,2 Mio. im Rotor und 2,2 Mio. im Leitgitter) ergab.

Nach der Festlegung der lokalen Auflösung wurde der Einfluss der zeitlichen Auflösung untersucht. Hierfür soll erneut der Verlauf des Drucks an der Position am Rotoreintritt auf der Schaufeldruckseite für drei unterschiedliche Winkelinkremente und damit Zeitschrittweiten betrachtet werden (**Bild 5.3** rechts). Aufgrund relativ geringer aber doch nicht zu vernachlässigender Unterschiede bei der berechneten Druckamplitude wurde die kleinste Zeitschrittweite gewählt. Sie entspricht der Drehung des rotierenden Strömungsgebiets um ein Winkelinkrement von  $\Delta\varphi = 0,68^\circ$ . Diese kleinste sinnvolle Schrittweite wurde so gewählt, dass sie der lokalen Auflösung der Gitter an der Schnittstelle zwischen feststehendem und rotierendem Strömungsgitter entspricht. Es ergaben sich 528 Zeitschritte pro Rotorumdrehung. Daraus resultierte eine zeitliche Auflösung mit 44 bzw. 24 Zeitschritten je Leitschaufelteilung für die beiden Konfigurationen mit  $Z = 12$  und  $Z = 22$  Leitschaufeln. Die Wahl der Anzahl der Zeitschritte je Umdrehung als ganzzahliges Vielfaches dieser Leitschaufelanzahlen hatte des weiteren Vorteile bei der Auswertung. Dadurch war sichergestellt, dass nach der Überführung der zeitabhängigen Daten in den Frequenzraum mit Hilfe einer Diskreten-Fourier-Transformation die Schaufelwechselfrequenz und deren Vielfache im resultierenden, diskretisierten Frequenzspektrum enthalten sind.

In Untersuchungen zum Einfluss des Turbulenzmodells wurden das  $k-\omega$ -SST- und das Standard- $k-\varepsilon$ -Modell verglichen. Neben geringen Vorteilen des  $k-\omega$ -SST-Modells beim Konvergenzverhalten zeigte sich auch beim Abgleich mit den Validierungsdaten eine etwas bessere Übereinstimmung. Die Abweichung zum gemessenen Massenstrom für Betriebspunkt B4 betrug 1,3 % gegenüber 4,2 % für das Standard- $k-\varepsilon$ -Modell. Die Amplituden der Schaufelkraft durch die Interaktion zwischen Leit- und Laufschaufeln zeigten eine geringe Sensitivität, 3 % höhere Werte ergaben sich bei den Berechnungen mit dem  $k-\varepsilon$ -Modell. In den in Kapitel 2.4.3 beschriebenen wissenschaftlichen Arbeiten zur numerischen Analyse aerodynamischer Schwingungsanregung wurde in den meisten Fällen das Standard- $k-\varepsilon$ -Modell verwendet. Eine belastbare Aussage, welches der Modelle für die beschriebene Anwendung das Geeignetere ist, kann jedoch auf Basis der zur Verfügung stehenden Messdaten nicht gemacht werden.

Um eine konvergente Lösung zu erhalten, waren fünf Iterationsschritte je berechnetem Zeitschritt ausreichend. Des Weiteren war die Berechnung von mindesten drei vollständigen Rotorumdrehungen notwendig. Erst danach änderte sich die Lösung bei der Berechnung einer weiteren Umdrehung nicht mehr. Für die Auswertung wurden die zeitaufgelösten Strömungsdaten der vierten Rotorumdrehung herangezogen. Die für die Konvergenz notwendige Anzahl der Zeitschritte ist grundsätzlich bestimmend für den Rechenaufwand. Durch den hohen Rechenaufwand mit Prozessorzeiten von über 2000 Stunden pro Betriebspunkt musste parallel auf mehreren Prozessoren gerechnet werden. Sowohl am Institut für Thermische Strömungsmaschinen mit institutseigenem Linux-Cluster sowie am Karlsruher Institut für Technologie mit mehreren Großrechnern standen die erforderlichen Rechnerkapazität zur Verfügung. Die hohen Kosten und entsprechend langen Rechenzeiten

bei der Simulation der instationären Strömung stellen ein zentrales Problem beim praktischen Einsatz numerischer Methoden zur dauerfesten Auslegung von Radialturbinen dar.

Neben der rapiden Steigerung der Rechnerleistung und der kostengünstigen Verfügbarkeit in Form von Linux-Clustern sind auch Vereinfachungen der Strömungssimulation denkbar, um eine Reduktion der Rechenzeiten zu erzielen. Zum einen besteht die Möglichkeit, auf das Spiralgehäuse bei der Berechnung der transienten Strömung zu verzichten. Da in diesem Strömungsgebiet keine für die Leit-/Laufschaufel-Interaktion wesentlichen Strömungseffekte auftreten, ist es möglich, das Strömungsfeld in der Spirale einmalig zu berechnen und das Austrittsprofil als stationäre Randbedingung am Leitschaufeleintritt vorzugeben. Entsprechende Berechnungen ergaben, dass diese Vereinfachung für Resonanzstellen bei Leitschaufelanregung zulässig ist. Für Resonanzen, in denen die Spiralgehäuseströmung für die Schwingungsanregung verantwortlich ist, ergaben sich in entsprechenden Berechnungen jedoch deutliche Unterschiede der Kraftamplituden, vgl. Schwitzke und Hönisch et al. (2013). Die bereits in Kapitel 2.4.3 erläuterte Methode zur Reduktion des Strömungsgebietes auf eine oder wenige Teilungen der Leit- und Laufgitter mit zeit- oder phasenversetzten Randbedingungen bietet weiteres Potential für Einsparungen bei der Rechenzeit. Die Methode wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht genutzt, da die Technik für die verwendete Software noch nicht zur Verfügung stand.

## 5.2 Anregungsmechanismen

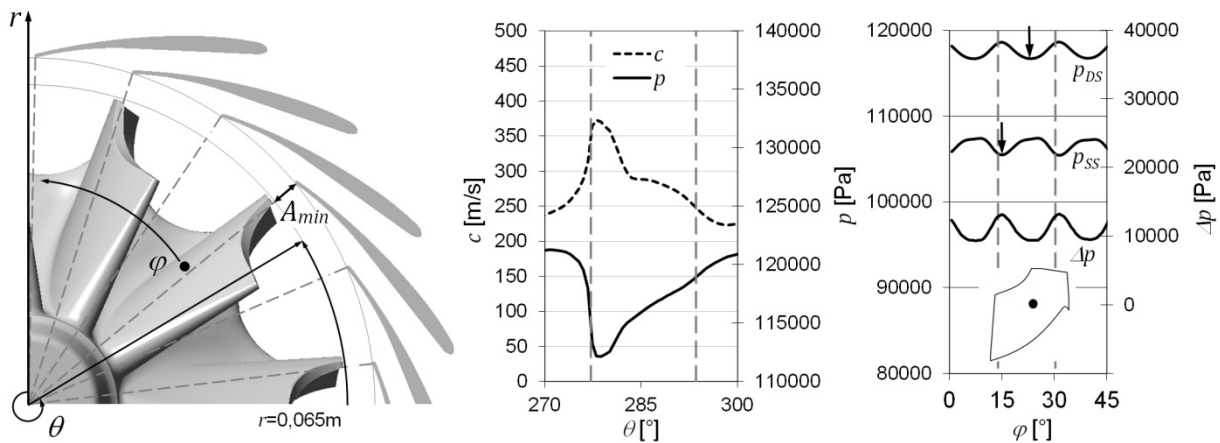
Das numerisch bestimmte Strömungsfeld wurde zunächst im Hinblick auf die auftretenden Anregungsmechanismen analysiert. Es wurde untersucht, welche Strömungseffekte für die Schwingungsanregung in der untersuchten Radialturbine relevant sind. Die drei in dieser Maschine identifizierten Effekte und deren Auswirkungen auf die Druckverteilung der Rotorscheufel werden nachfolgend auf Basis der Simulationsergebnisse beschrieben.

### 5.2.1 Potentialtheoretischer Effekt und Nachlaufströmung

Zwei Effekte, der potentialtheoretische Effekt und die Wirkung der Nachlaufströmung des Leitgitters auf die stromab liegenden Rotorscheufeln, wurden bereits in Kapitel 2.3.2 beschrieben. Diese konnten auch in der Versuchsturbine als Ursache für strömungsinduzierte Schaufelschwingungen identifiziert werden. Eine Beschreibung dieser beiden Effekte kann auch in Klaus (2007) nachgelesen werden.

#### Potentialtheoretischer Effekt

Der erste und dominierende Effekt ist nicht durch Reibung in der Strömung bedingt, er ergibt sich durch die Interaktion von Stator und Rotor. Passiert eine Rotorscheufel die Hinterkante der stromauf liegenden Leitschaufel, erreicht der Strömungsquerschnitt direkt oberhalb der Rotorscheufelspitze sein Minimum  $A_{min}$ , wie in **Bild 5.4** links dargestellt.



**Bild 5.4:** Geschwindigkeits- und Druckverlauf im Mittelschnitt am Rotoreintritt bei  $r = 0,065$  m (Mitte) und Schaufeldrücke (rechts) auf der Druckseite (DS) und Saugseite (SS) für Betriebspunkt B8,  $n = 31470 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 22$

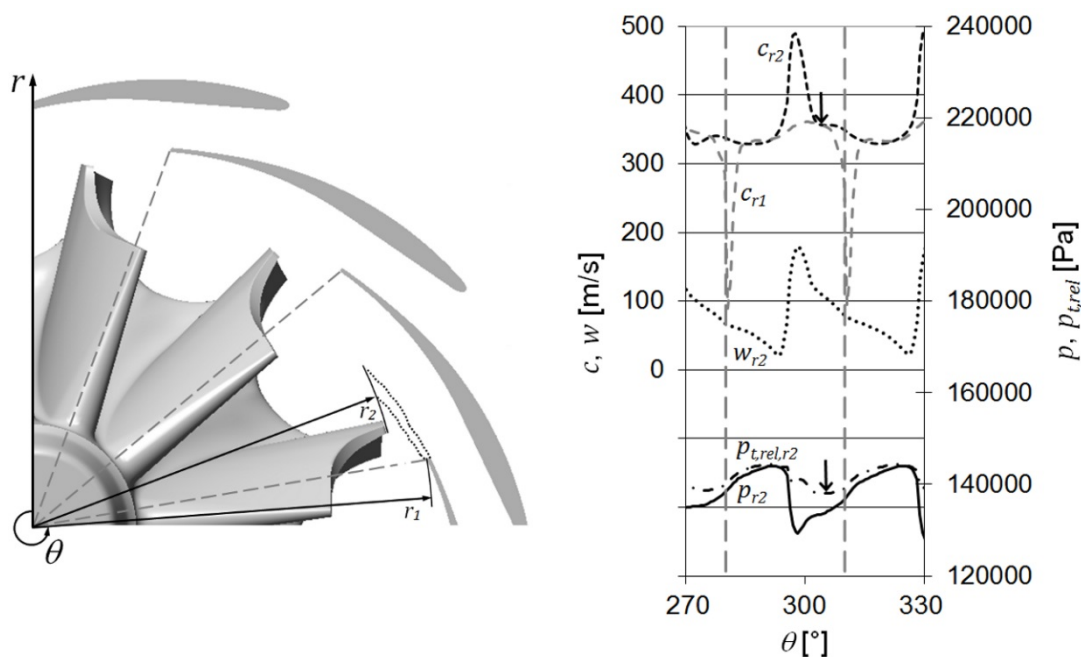
Als Folge wird der Anteil der Strömung, der die Rotorschaukel überströmt, aufgrund der reduzierten Fläche beschleunigt. Das Geschwindigkeitsprofil beim Radius  $r = 0,065$  m auf halber Kanalhöhe ist im mittleren Diagramm für eine feste Rotorposition über dem Umfangswinkel  $\theta$  in einem ortsfesten Koordinatensystem aufgetragen. Im Profil der absoluten Geschwindigkeit  $c$  ist ein deutliches lokales Maximum im Bereich der Leitschaukel erkennbar. Die Lage der Leitschaukelhinterkanten ist durch gestrichelte, vertikale Linien angedeutet. Durch diesen Düseneffekt kann mit steigender Geschwindigkeit eine Entspannung beobachtet werden. Die zweite Kurve zeigt den resultierenden Abfall des statischen Drucks  $p$ , der auf der rechten Ordinate aufgetragen ist.

Diese Druckschwankung macht sich auch auf der Oberfläche der Rotorschaukel bemerkbar. Der Druck auf der Schaufeloberfläche ist in **Bild 5.4** rechts für die gekennzeichneten Positionen auf der Saug- und Druckseite über dem Drehwinkel  $\varphi$  aufgetragen, ebenfalls für den Betriebspunkt B8 bei  $n = 31470 \text{ min}^{-1}$  und  $Z = 22$  Leitschaukeln. Deutlich sichtbar tritt der Druckabfall ( $\downarrow$ ) bei der Rotordrehung zuerst auf der Saugseite und verzögert auf der Druckseite auf, wenn sich der Rotor um etwa eine halbe Leitschaufelteilung gedreht hat. Hinsichtlich der auf die Schaukel wirkenden Kräfte muss der Differenzdruck  $\Delta p$  betrachtet werden. Dieser wurde aus den Werten bei derselben axialen und radialen Position auf Saug- und Druckseite berechnet und ist auf der rechten Ordinate aufgetragen. Die Eigenschaft, dass die Druckminima auf Saug- und Druckseite zeitversetzt auftreten, ist letztendlich die Ursache für die Schwankung des Differenzdrucks. Der Effekt konnte bei allen Betriebspunkten beobachtet werden. Die durch ihn hervorgerufenen Druckschwankungen dominieren und gewinnen mit steigenden Drehzahlen zunehmend an Einfluss.

#### Nachlaufströmung der Leitgitter

Das zweite bereits beschriebene Phänomen, die Nachlaufströmung der Leitschaukeln, konnte in der untersuchten Radialmaschine als weitere Ursache für Druckschwankungen identifiziert werden. In **Bild 5.5** wird die Anströmung des Rotors bei einer festen Winkelposition für B1 bei einer Drehzahl von  $n = 44410 \text{ min}^{-1}$  mit  $Z = 12$  Leitschaukeln betrachtet. Das dargestellte Geschwindigkeitsprofil stromab der Leitschaukeln beim Radius  $r_1$  zeigt deutlich die

reduzierte Geschwindigkeit  $c$  in den Nachlaufgebieten der Hinterkanten bei den gestrichelten vertikalen Linien. Die Störung im Geschwindigkeitsprofil durch den Nachlauf ist auch stromab auf dem Radius  $r_2$  an der Markierung ( $\downarrow$ , rechtes Bild) am Eintritt zum Rotor sichtbar, durch die Ausmischung des Nachlaufs mit der Freiströmung jedoch mit deutlich geringerer Intensität. Die Geschwindigkeit im Relativsystem  $w_{r2}$  auf dem Radius  $r_2$  ist ebenfalls auf der linken Ordinate des Diagramms aufgetragen. Um die Auswirkung des Nachlaufs auf den Oberflächendruck der Laufschaufeln zu bestimmen, soll der Staudruck auf der Rotorschaukel betrachtet werden. Dieser entspricht dem Totaldruck  $p_{t,rel}$  im Relativsystem des Rotors am Eintritt auf dem Radius  $r_2$ . Der Totaldruck setzt sich aus dem statischen Druck  $p_{r2}$  und dem dynamischen Druck zusammen, in welchen die Relativgeschwindigkeit  $w_{r2}$  eingeht. Der statische und der Totaldruckverlauf sind in **Bild 5.5** auf der rechten Ordinate aufgetragen. In beiden dargestellten Druckverläufen am Rotoreintritt zeigt sich deutlich ein lokales Minimum im Nachlaufgebiet an der markierten Position ( $\downarrow$ ), wodurch auch stromab auf der Rotorschaukel von entsprechenden Schwankungen des Drucks ausgegangen werden kann.

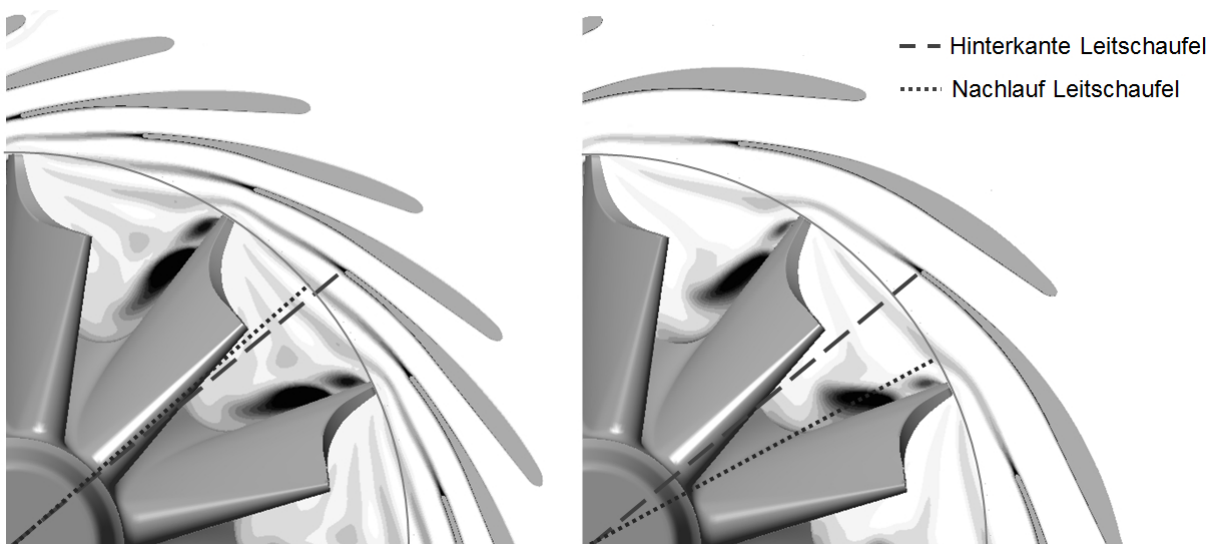


**Bild 5.5:** Wirkung der Nachlaufströmung auf Geschwindigkeits- und Druckverlauf im Mittelschnitt am Rotoreintritt bei  $r_2 = 0,065$  m ( $r_1 = 0,071$  m) für Betriebspunkt B1,  $n = 44410 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 12$

Die in den Simulationsergebnissen lokal auf der Schaukel auftretenden Druckschwankungen konnten dabei in den wenigsten Fällen eindeutig den Nachläufen einzelner Leitschaufeln zugeordnet werden, welche sich in der in **Bild 5.6** angedeuteten Weise durch die Schaukelkanäle des Rotors bewegen. Dies hängt vor allem damit zusammen, dass die Wirkung des Nachlaufs auf den Schaukeldruck sehr stark von der Kinematik der Strömung am Rotoreintritt abhängt. Wie bereits in Kapitel 2.3.2 erläutert, kann je nach Betriebszustand der Turbine die Nachlaufdelle im Geschwindigkeitsprofil im Relativsystem eine Erhöhung oder eine Verringerung der Relativgeschwindigkeit bzw. des relativen Totaldrucks nach sich

ziehen. Abhängig vom relativen Anströmwinkel des Profils ergibt sich auch ein unterschiedlicher Druckverlauf entlang des Profils. Mit steigender Drehzahl, wenn der potentialtheoretische Effekt an Bedeutung gewinnt, tritt die Wirkung der Nachlaufströmung bei der Anregung von Schwingungen in den Hintergrund.

Die beiden beschriebenen Strömungseffekte überlagern sich, wenn sie gleichzeitig bei derselben Rotorposition auftreten. Ebenso können sie voneinander getrennt erscheinen. Dies ist abhängig von der Strömungsgeometrie. Bei der untersuchten Turbinengeometrie traten die Effekte bei  $Z = 12$  zeitlich versetzt auf und überlagerten sich bei  $Z = 21$  und  $22$  Leitschaufeln. Dies wird in den Darstellungen in **Bild 5.6** veranschaulicht, in denen für unterschiedliche Leitschaufelkonfigurationen die statische Entropie in einer Ebene senkrecht zur Rotationsachse auf halber Höhe des Leitschaufelkanals dargestellt ist. Die Reibungsverluste im Nachlaufgebiet der Leitschaufeln haben eine lokale Zunahme der statischen Entropie zur Folge, diese Bereiche sind durch die graue Schattierung kenntlich gemacht. Auf die Darstellung einer Skala mit Absolutwerten für die Entropie wurde an dieser Stelle verzichtet, da lediglich die Nachlaufgebiete visualisiert werden sollen. In **Bild 5.6** links ist Betriebspunkt B8 mit  $Z = 22$  Leitschaufeln dargestellt. Wenn eine Rotorschaufel die durch eine gestrichelte Linie angedeutete Hinterkante einer Leitschaufel passiert, tritt eine Druckschwankung durch den potentialtheoretischen Effekt auf. Eine Druckschwankung durch den Nachlauf der benachbarten stromauffliegenden Leitschaufel entsteht an der gepunkteten Linie, wo das Nachlaufgebiet den Rotoreintritt auf dem Radius  $r_2 = 0,065$  m erreicht. Somit können sich die beiden Effekte bei der Überlagerung im Falle von  $Z = 22$  Leitschaufeln verstärken. Im Gegensatz dazu traten die Effekte bei  $Z = 12$  Leitschaufeln (rechts im Bild) getrennt voneinander auf. Bei der Drehung durchläuft die Rotorschaufel zunächst ein Nachlaufgebiet und passiert zeitlich versetzt die Hinterkante der nachfolgenden Leitschaufel. Dieses Phänomen wurde bereits von Klaus (2007) beschrieben.

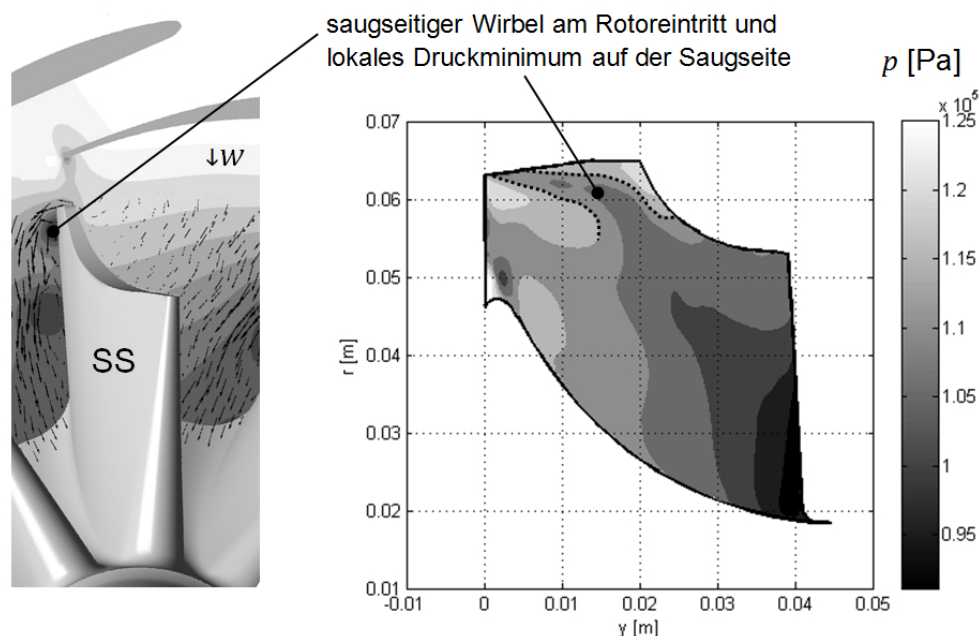


**Bild 5.6:** Visualisierung der Nachlaufströmung mit Hilfe der statischen Entropie im Mittelschnitt für  $Z = 22$  im Betriebspunkt B8 (links) und für  $Z = 12$  im Betriebspunkte B1 (rechts)



### 5.2.2 Saugseitiger instationärer Wirbel am Rotoreintritt

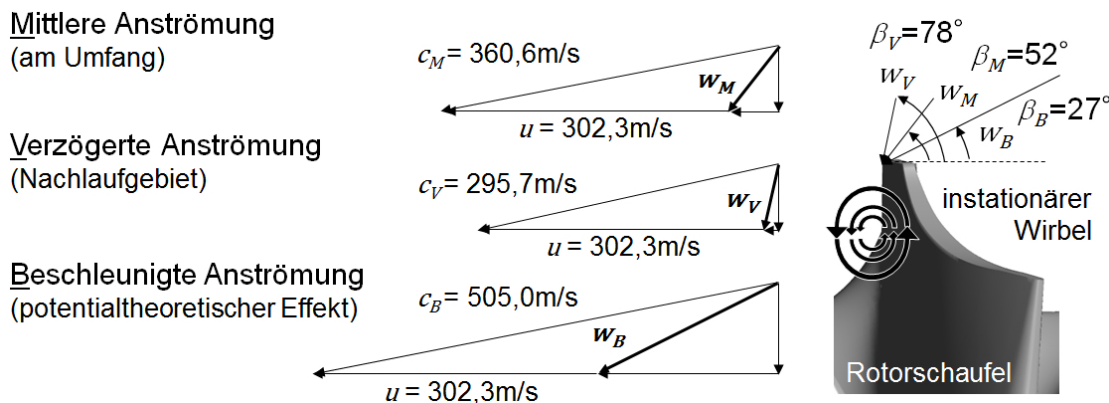
Ein dritter Anregungsmechanismus entstand als Folge der beiden erstgenannten Effekte. Er trat nur unter bestimmten Voraussetzungen in Erscheinung. Zum einen erschien er nur, wenn die Turbine nicht im Auslegungspunkt betrieben wurde und es zu einer Falschanströmung der Rotorschauflern kam. Dies hatte durch die feststehenden Leitschaufeln in der Versuchsturbine eine saugseitige Ablösung der Strömung zur Folge. Zum anderen zeigte sich das Strömungsphänomen nur im Falle des getrennten Auftretens des potentialtheoretischen und des Nachlaufdellen-Effekts, im Falle der Versuchsturbine also nur für  $Z = 12$  Leitschaufeln. Für Betriebspunkt B1 ist der Effekt in **Bild 5.7** links dargestellt. Darin wird das Strömungsfeld im Relativsystem des Rotors im Mittelschnitt eines Schaufelkanals veranschaulicht. Da die Anströmung nicht tangential zur Schaufel verläuft, sind Strömungsablösung und das Auftreten von Wirbeln auf der Saugseite die Folge. Im Zentrum des Wirbels liegt ein lokales Druckminimum. Dies ist im Bild durch die Grauschattierung visualisiert, wobei Wirbelgebiete mit geringem Druck durch einen dunkleren Grauton kenntlich gemacht wurden. Die Bereiche geringen Druckes zeigen sich auch auf der Schaufeloberfläche auf der Saugseite. Im rechten Teil von **Bild 5.7** ist die Druckverteilung auf der Saugseite der Rotorschaukel zu erkennen, die sich im Mittel für eine Umdrehung ergibt. Der statische Druck ist wieder durch die Schattierung symbolisiert, wobei die Werte der rechten Skala entsprechen. Besonders für den oberen Wirbel, der nahe an der Oberfläche liegt, zeigt sich eine deutliche Abgrenzung des Wirbelbereichs mit geringem Druck in der gepunktet markierten Zone.



**Bild 5.7:** Strömungsfeld am Rotoreintritt im Mittelschnitt (links) und zeitlich gemittelte Druckverteilung auf Saugseite (rechts) für B1,  $n = 44410 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 12$

Der Eintrittswirbel ist grundsätzlich kein instationärer Effekt. Durch die variierende Zuströmung, bedingt durch die beiden zuvor beschriebenen Effekte, zeigte der Wirbel jedoch ein zeitabhängiges Verhalten. In **Bild 5.8** sind Geschwindigkeitsdreiecke am Rotoreintritt bei

$r_2 = 0,065$  m für B1 mit  $n = 44410 \text{ min}^{-1}$  und  $Z = 12$  dargestellt. Die über den Umfang gemittelte Strömungsgeschwindigkeit ist mit  $c_M$  bezeichnet,  $w_M$  ist der Vektor der Relativgeschwindigkeit im rotierenden Bezugssystem. Die Umfangsgeschwindigkeit am Rotoreintritt ist mit  $u$  bezeichnet. Der mittlere Anströmwinkel  $\beta_M$  zeigt im dargestellten Betriebspunkt eine positive Inzidenz, wodurch der graphisch angedeutete Wirbel entsteht. Die verminderte Geschwindigkeit im Nachlaufgebiet führt zu einem Anwachsen zu  $\beta_V$ , wodurch sich für den dargestellten Betriebspunkt eine annähernd tangentielle Anströmung zum Rotor ergibt. Die Intensität des Wirbels wird entsprechend reduziert. Passiert die Rotorschaukel hingegen die Leitschaukelhinterkante, erfährt die Strömung eine Beschleunigung durch den potentialtheoretischen Effekt und es ergibt sich das untere Geschwindigkeitsdreieck mit verringertem Anströmwinkel  $\beta_B$ . In Abhängigkeit der Anströmung, bzw. der Rotorposition relativ zu den Leitschaufeln änderte sich somit die Intensität und Ausdehnung der Ablöseblase. Durch diesen instationären Charakter ergaben sich somit Schwankungen der Druckkräfte auf die Schaukel. Das Phänomen konnte nur bei zwei Betriebszuständen, B1 und B4, im mittleren Drehzahlbereich beobachtet werden. Bei höheren Drehzahlen trat keine Ablösung auf, wohingegen sich der Wirbel bei niedrigen Drehzahlen stabiler verhielt. Des Weiteren wurde der Effekt nur bei der Konfiguration mit  $Z = 12$  Schaufeln festgestellt, was sich wie beschrieben mit der Beobachtung getrennt auftretender Anregungsmechanismen, potentialtheoretischer Effekt und Nachlaufdellen, deckt. Dies begünstigte die Entstehung des instationären Verhaltens des Wirbels.



**Bild 5.8:** Geschwindigkeitsdreiecke am Rotoreintritt bei  $r_2 = 0,065$  m für Betriebspunkt B1,  $n = 44410 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 12$

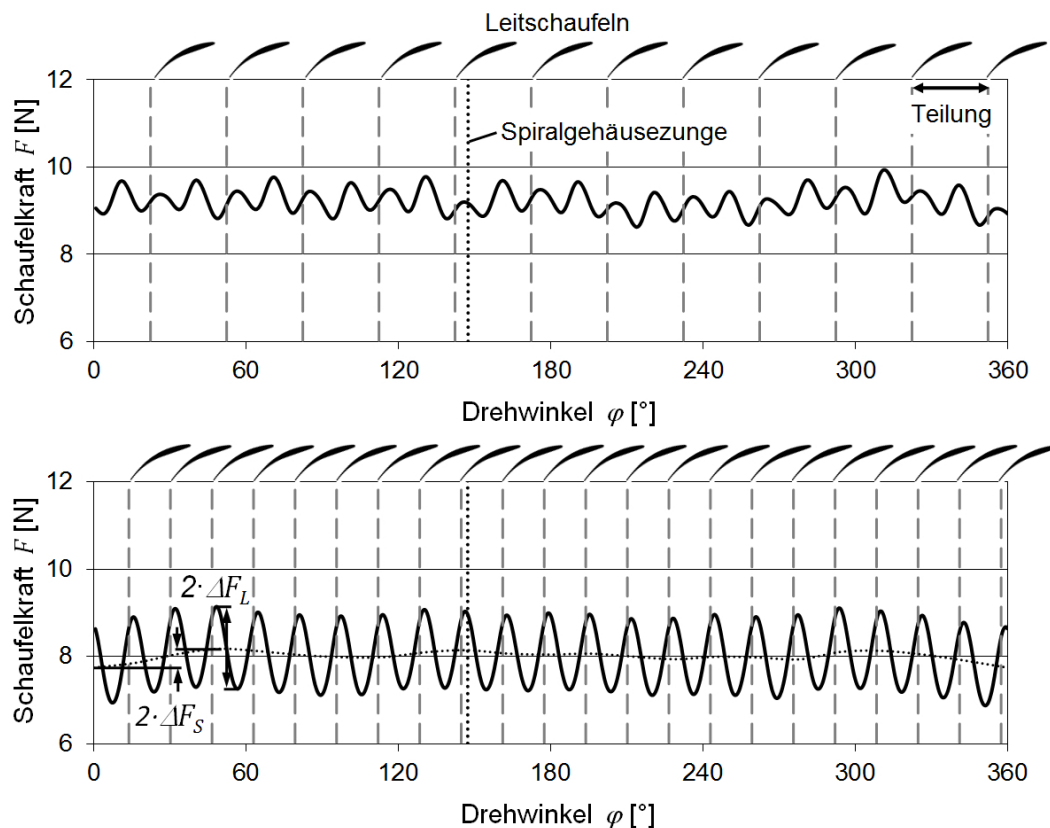
### 5.3 Anregungskräfte

Zunächst soll die Wirkung der beschriebenen Anregungsmechanismen auf die integrale Kraft auf eine Rotorschaukel betrachtet werden. Diese wurde aus der Druckverteilung auf der Schaukeloberfläche abgeleitet. Die Berechnung der zeitabhängigen Schaukelkraft in Umfangsrichtung erfolgte aus der Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite nach der Gleichung

$$F(t) = \int (p_{DS}(r, y, t) - p_{SS}(r, y, t)) \cdot dA = \sum_i (p_{DSi}(r, y, t) - p_{SSi}(r, y, t)) \Delta A_i. \quad (5.1)$$

Die Auswertung beschränkte sich auf die Kraftkomponente in Umfangsrichtung, welche für die Anregung von Schwingungen der untersuchten Rotorschaukeln maßgebend ist. Zur Berechnung der lokalen Druckdifferenz mussten die axialen und die radialen Positionen von jeweils zwei Punkten auf der Druck- und Saugseite im Zylinderkoordinatensystem einander entsprechenden. Da die Zellen des CFD-Gitters auf der Schaufeloberfläche, für welche diskrete Druckwerte vorliegen, diese Anforderung nicht erfüllen, konnte die Druckdifferenz nicht direkt aus den Ergebnisdateien der Strömungssimulationen berechnet werden. Dies machte die Weiterverarbeitung der Druckdaten in einem Zwischenschritt erforderlich. Die entsprechenden Auswerteroutinen wurden in der MatLab Programmierumgebung (Version R2012a) erstellt. Durch einen radialen und einen axialen Vektor wurde eine Ebene aufgespannt, um auf dieser ein äquidistantes Gitter zu erzeugen. Die lokale Auflösung des Flächengitters ist mit  $10^{-4}$  m in  $r$  und  $y$  Richtung und insgesamt ca. 400x400 Elementen im Bereich der Schaufel feiner als das in den Strömungssimulationen verwendete Oberflächengitter. Die zwischen Druck- und Saugseite separierten Druckdaten auf einer Schaufel wurden jeweils in Umfangsrichtung auf das Gitter in der  $r, y$ -Ebene projiziert und linear auf die Flächenelemente interpoliert. Somit liegen die lokalen Druckwerte für Saug- und Druckseite für identische axiale und radiale Positionen vor. Die integrale Schaufelkraft konnte schließlich nach Gleichung 5.1 rechts durch die Summation über die diskretisierte Fläche bestimmt werden. Auf diese Weise wurde die instantane Schaufelkraft in Umfangsrichtung für jeden Zeitschritt berechnet.

Der zeitabhängige Verlauf der Kraft auf eine Schaufel während einer vollständigen Rotation ist anhand von zwei Betriebspunkten, B3 mit  $Z = 12$  und B8 mit  $Z = 22$  Leitschaufeln, im unteren Teillastbereich bei vergleichbaren Drehzahlen in **Bild 5.9** dargestellt. Die Positionen, an denen die Eintrittskante der Rotorschaukel unterhalb der Hinterkanten der im Bild jeweils oben angedeuteten Leitschaufelprofile liegt, sind erneut durch vertikale gestrichelte Linien markiert. Die Lage der Zunge des Spiralgehäuses, von der ebenfalls Störungen in der Zuströmung zum Rotor ausgehen können, ist durch die gepunktete vertikale Linie angedeutet. Der Verlauf der Schaufelkraft in der oberen Bildhälfte zeigt deutlich, dass für die Konfiguration mit  $Z = 12$  Leitschaufeln innerhalb einer Leitschaufelteilung zwei Kraftschwankungen auftraten. Für die Konfiguration mit  $Z = 22$  Leitschaufeln in der unteren Bildhälfte trat nur eine Kraftspitze je Leitschaufelteilung auf. Dadurch kann das beschriebene Verhalten im Hinblick auf die Trennung und Überlagerung des potentialtheoretischen Effekts und der Nachlaufströmung anhand der Schaufelkraft aufgezeigt werden. Im Falle der beiden betrachteten Betriebszustände schien sich durch die Überlagerung eine höhere Kraftschwankung im Falle von  $Z = 22$  Leitschaufeln einzustellen. Die Überlagerung der Effekte führte jedoch nicht zwangsläufig zu höheren Kraftamplituden, was im Folgenden aus den Kraftamplituden weiterer untersuchter Betriebspunkte hervorgeht.

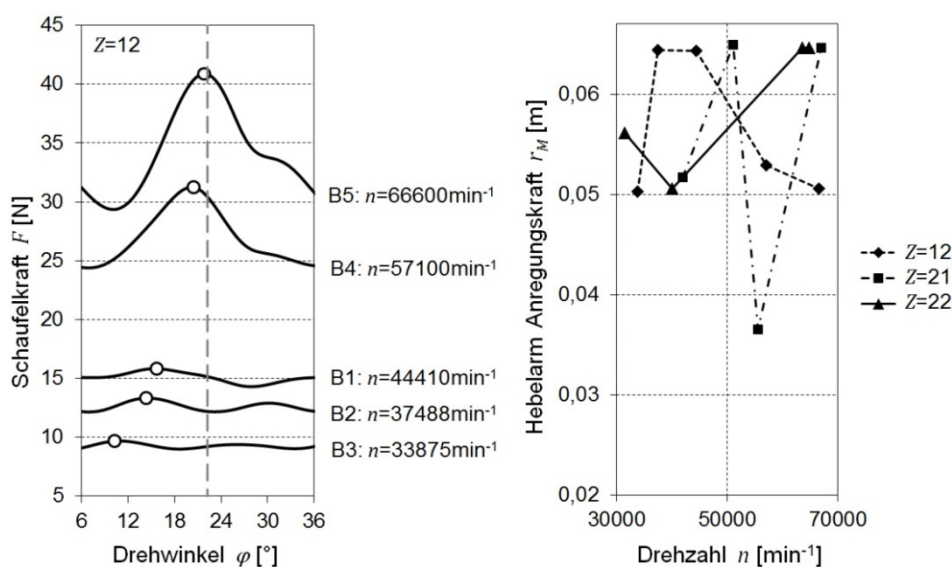


**Bild 5.9:** Verlauf der instationären Schaufelkraft für eine Rotorumdrehung für B3,  $n = 33875 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 12$  und B8,  $n = 31470 \text{ min}^{-1}$ ,  $Z = 22$

Im Schaufelkraftverlauf trat ein geringer Einfluss durch die ungleichförmige Zuströmung aus dem Spiralgehäuse auf. In beiden dargestellten Verläufen zeigt sich jedoch, dass die Wechselwirkung zwischen Leit- und Laufschaufeln im Vergleich dazu deutlich höhere Schwankungen hervorrief. Kraftschwankungen durch den potentialtheoretischen Effekt entstehen, wenn eine Rotorschaufel Komponenten des Stators mit geringem Abstand passiert. Dieser Effekt trat bei der betrachteten Turbine zwischen Spiralgehäusezunge und Rotor nicht auf, da diese durch das Leitgitter voneinander getrennt waren. In einer Maschine ohne Leitgitter ergeben sich die wesentlichen Kraftschwankungen aus der entsprechenden Wechselwirkung zwischen Zunge und Rotorschaufeln, vgl. Kreuz-Ihli (2001). Zudem war bei der Versuchsturbine mit Leitgitter der Nachlauf der Spiralgehäusezunge bis zum Erreichen des Rotoreintritts weitgehend mit der Kernströmung ausgemischt.

Die zunehmende Wirkung des potentialtheoretischen Effekts mit steigender Drehzahl wird beim nachfolgenden Vergleich für die Fälle B1 bis B5 im Betrieb mit  $Z = 12$  Leitschaufeln deutlich. Aufgrund des getrennten Auftretens der beiden genannten Effekte bei dieser Leitschaufelkonfiguration lässt sich hierzu eine Aussage machen. Bei der Betrachtung des oberen Diagramms in **Bild 5.9** für einen Betriebspunkt in Teillast sind die Amplituden durch die beiden Anregungsmechanismen von vergleichbarer Größe. Geringfügig höher ist jeweils die Kraftspitze links der Leitschaufelhinterkante, die dem potentialtheoretischen Effekt zugeordnet werden kann. Werden Betriebspunkte bei höheren Drehzahlen betrachtet, ist eine der beiden je Leitschaufelteilung auftretenden Kraftschwankungen deutlich ausgeprägter.

Auch hier lässt sich die höhere Amplitude dem potentialtheoretischen Effekt zuordnen. In **Bild 5.10** links ist der Verlauf der Schaufelkraft bei Drehung um eine Leitschaufelteilung für die fünf Betriebspunkte mit  $Z=12$  Leitschaufeln dargestellt. Mit zunehmender Drehzahl steigt sowohl die mittlere Schaufelkraft, als auch die Höhe der Schwankung. Der Betriebspunkt mit der höchsten Kraftschwankung ist mit  $n = 66600 \text{ min}^{-1}$  nahe am Auslegungspunkt der Maschine. Die Kraftspitze durch den potentialtheoretischen Effekt ist dabei jeweils durch ein ungefülltes Kreissymbol gekennzeichnet. Im Diagramm ist eine Abhängigkeit der Phasenlage dieser Kraftschwankung vom Betriebszustand der Turbine erkennbar. Bei hohen Amplituden tritt die Kraftspitze etwa an der gestrichelten Linie auf, wenn sich die Rotorschaufel unterhalb der Leitschaufel befindet. Mit abnehmender Drehzahl wandert die Position der maximalen Schaufelkraft, tritt also auf, bevor die Rotorschaufel die Leitschaufelhinterkante erreicht.

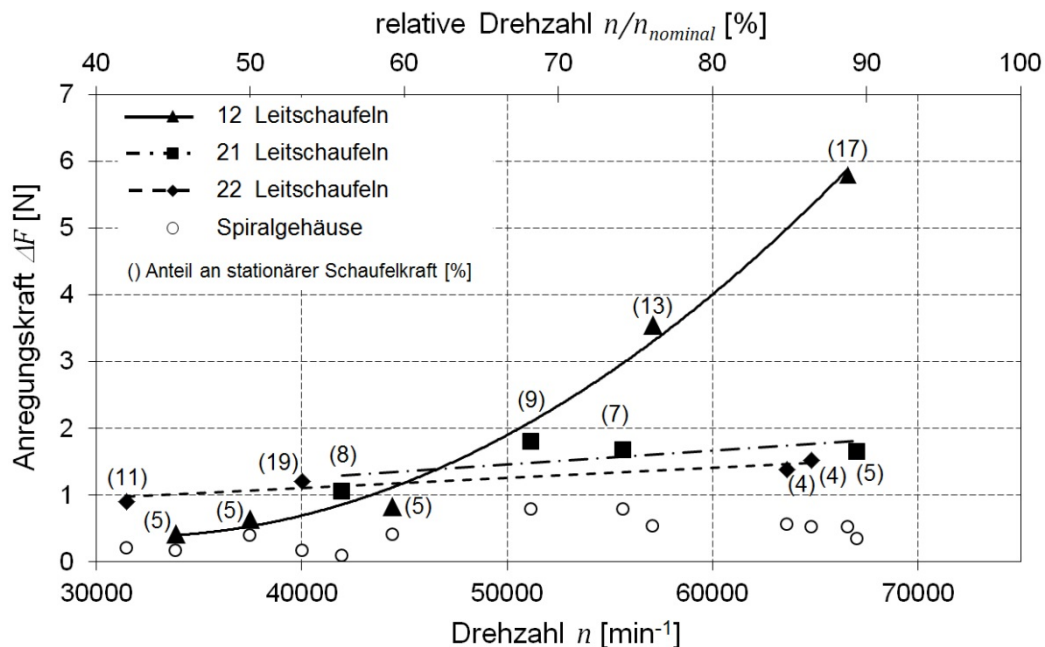


**Bild 5.10:** Phasenlage der Schaufelkraftschwankung durch potentialtheoretischen Effekt ( $\circ$ ) für  $Z=12$  (links); Hebelsarm einer gedachten instationären Anregungskraft am Schaufelblatt (rechts)

Aus den instationären Verläufen der Schaufelkraft lassen sich die Kraftamplituden  $\Delta F$  bestimmen. Die durch die Interaktion zwischen Leit- und Laufschaufeln verursachten Kraftamplituden  $\Delta F_L$  werden als mittlere Schwankung innerhalb einer Leitschaufelteilung berechnet, wie in **Bild 5.9** unten angedeutet. Auch durch die inhomogene Zuströmung zum Rotor aus dem Spiralgehäuse ergeben sich Schwankungen der Schaufelkraft. Diese vergleichsweise geringen Schwankungen werden aus der gepunkteten Kurve in **Bild 5.9** unten abgeleitet. Hierzu wurde für jede Leitschaufelteilung eine mittlere Kraft berechnet und zum dargestellten Linienzug verbunden. Die maximale Schwankung durch das Spiralgehäuse wird aus der Differenz des maximalen und minimalen Wertes dieser Kurve berechnet und wird mit  $\Delta F_S$  bezeichnet. Der Wert gibt die Anregungskraft durch das Spiralgehäuse wieder.

Die gezeigten Kraftamplituden  $\Delta F_L$  und  $\Delta F_S$  wurden für die in **Tabelle 5.1** aufgeführten Resonanzzustände der Turbine mit  $Z=12$ , 21 und 22 Leitschaufeln berechnet. Die Anregungskräfte sind in **Bild 5.11** über der Drehzahl und über der relativen Drehzahl auf der

oberen Abszisse aufgetragen, wobei die Werte auf die nominale Drehzahl von  $n_{nominal} = 75000 \text{ min}^{-1}$  im Auslegungspunkt der Turbine bezogen sind. Die in Klammern angegebenen Zahlenwerte beziffern den Anteil der Kraftamplitude von der mittleren Schaufellast in Prozent.



**Bild 5.11:** Anregungskräfte für unterschiedliche Betriebszustände und Anzahl der Leitschaufeln und prozentualer Anteil der mittleren, stationären Schaufelkraft

Der insgesamt höchste Wert mit 17 % der mittleren Schaufelkraft wurde mit  $Z=12$  Leitschaufeln bei ca. 90 % der Auslegungsdrehzahl berechnet. Für diese Leitschaufelanzahl konnte ein starker Anstieg der Kräfte mit steigender Drehzahl beobachtet werden. Der Anstieg wird mit der durchgezogenen Trendlinie quadratischer Ordnung verdeutlicht. Der Trend zeigt sich ebenfalls bei Betrachtung der Zahlenwerte für den prozentualen Anteil an der mittleren Schaufellast. Eine Extrapolation der Trendlinie für  $Z=12$  führt zu einem weiteren starken Anstieg der Anregungskräfte im oberen Drehzahlbereich. Hier sollten deshalb Resonanzen vermieden werden. Für  $Z=21$  und  $Z=22$  Leitschaufeln sind die Anregungskräfte bei niedrigen Drehzahlen etwas größer. Bei steigender Drehzahl stellte sich hingegen lediglich eine geringe Erhöhung ein. So wurden im Falle weniger Leitschaufeln bei vergleichbarer relativer Drehzahl von etwa 90 % Kraftamplituden mit dem annähernd vierfachen Wert erreicht. Die insgesamt maximale Kraftamplitude bei  $n = 66600 \text{ min}^{-1}$  von 5,8 N wäre dabei äquivalent zu einer virtuellen, homogenen Druckschwankung von  $0,42 \times 10^4 \text{ Pa}$ . In allen Fällen zeigten sich deutlich höhere Kräfte durch die Wechselwirkung zwischen Leit- und Laufschaufeln als bei einer Anregung durch das Spiralgehäuse. Die mit ungefüllten Kreissymbolen gekennzeichneten Kraftamplituden durch das Spiralgehäuse nehmen dabei einen Anteil von 0,7 - 3,8 % der jeweils mittleren Schaufelkraft ein.

Entsprechend der nach Gleichung 5.1 berechneten Schaufelkraft wurde durch Integration der Schaufeldruckdifferenz unter Einbezug des Hebelarms  $r$  zur Rotationsachse im Integranden der zeitabhängige Verlauf des Drehmoments  $M(t)$  auf eine Schaufel berechnet. Das

berechnete Drehmoment diente zunächst der Kontrolle der Auswerterroutine zur Berechnung der Druckdifferenzen, da über das zeitlich gemittelte, stationäre Drehmoment  $M_{stat}$ , die Drehzahl  $n$  und die Rotorschaufelanzahl  $N$  die Turbinenleistung

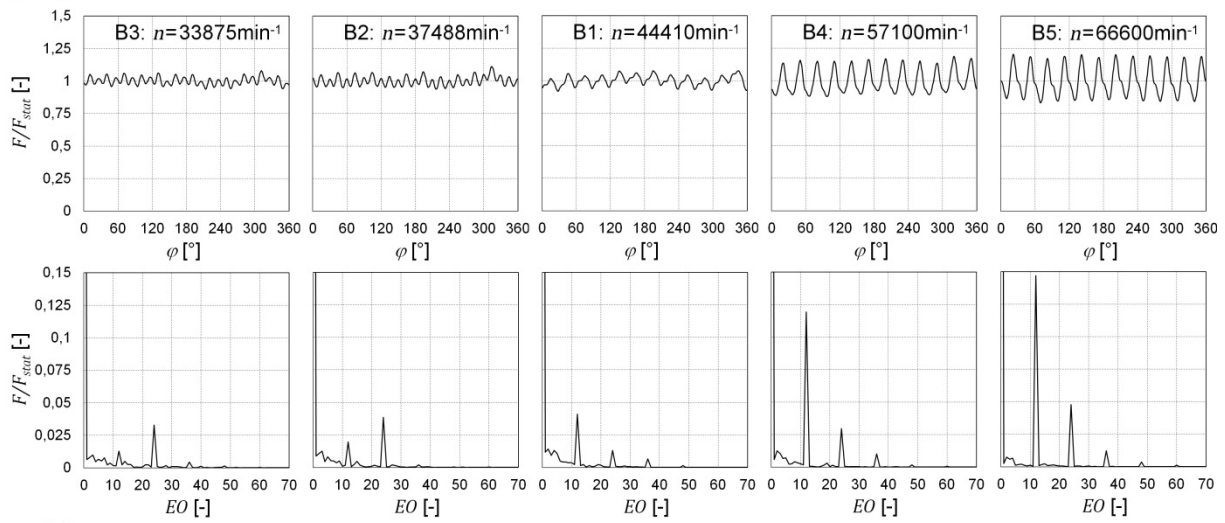
$$P_T = 2 \cdot \pi \cdot M_{stat} \cdot n/60 \cdot N = c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_{t,Ein} - T_{t,Aus}) \quad (5.2)$$

für die Betriebspunkte bestimmt werden konnte. Ein Vergleich mit Werten für die Leistung, die entsprechend Gleichung 5.2 rechts aus der Energiebilanz mit den Resultaten der Strömungssimulationen berechnet wurden, ergaben wie erwartet nahezu dieselben Werte. Der Leistungsbereich der Turbine lag für die untersuchten Betriebspunkte zwischen 14 kW und 130 kW. Auch das Drehmoment unterlag Schwankungen, sodass entsprechend der Vorgehensweise bei der Berechnung der Kraftamplitude in Umfangsrichtung  $\Delta F$  eine Momentamplitude  $\Delta M$  bestimmt werden konnte. Mit

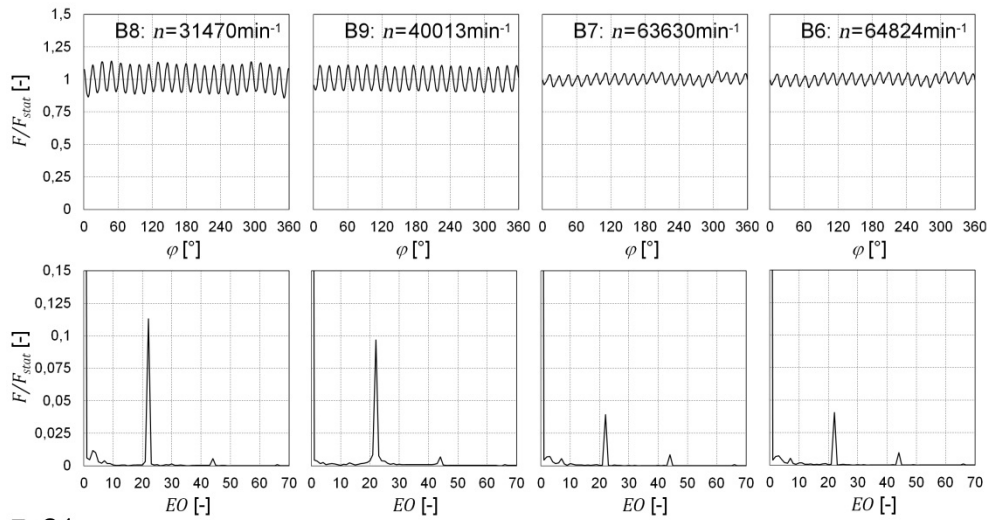
$$r_M = \Delta M / \Delta F \quad (5.3)$$

wurde nun ein Hebelarm  $r_M$  der Anregungskraft als gedachte Punktlast bestimmt, wodurch sich dieselbe Drehmomentschwankung ergibt wie durch die Druckschwankungen auf den Rotorschaukeln. Tendenziell ist zu erwarten, dass ein Angreifen der Anregungskräfte bei größerem Radius eine größere Wirkung bei der Anregung von Schwingungen zur Folge hat, da die Schaufeln im äußeren Bereich eine stärkere Auslenkung erfahren. Der Hebelarm für die Anregungskräfte ist in **Bild 5.10** rechts aufgetragen. Die Kräfte greifen im äußeren Drittel der Schaufel bei einem Radius zwischen 0,046 m und 0,063 m an, der Schaufelradius beträgt 0,065 m. Eine eindeutige Tendenz ist dabei weder für die Abhängigkeit von der Drehzahl noch von der Leitschaufelanzahl erkennbar. Somit ist eine genauere Betrachtung der instationären Druckverteilungen erforderlich. Die Berechnung der Schaufelkräfte nach Gleichung 5.1 ist mit einigem Programmieraufwand verbunden und kann nicht ohne weiteres durch gängige CFD Post-Prozessoren berechnet werden. Die Berechnung des Drehmoments aus der Leistung ist jedoch in kommerzieller Software für die Auswertung von Simulationsergebnissen möglich. Somit können Schwankungen der Schaufelkraft ohne großen Aufwand aus der Amplitude der Leistung grob abgeschätzt werden.

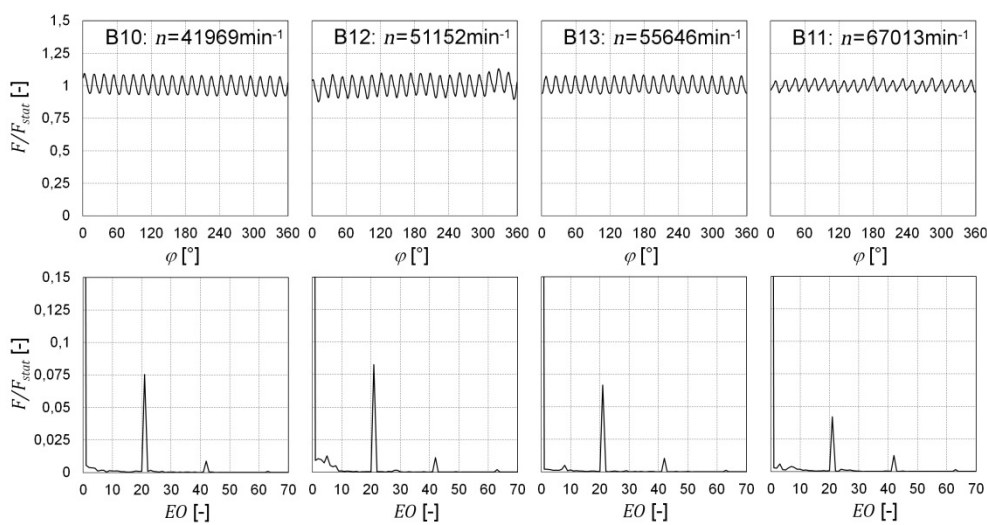
Z=12



Z=22



Z=21



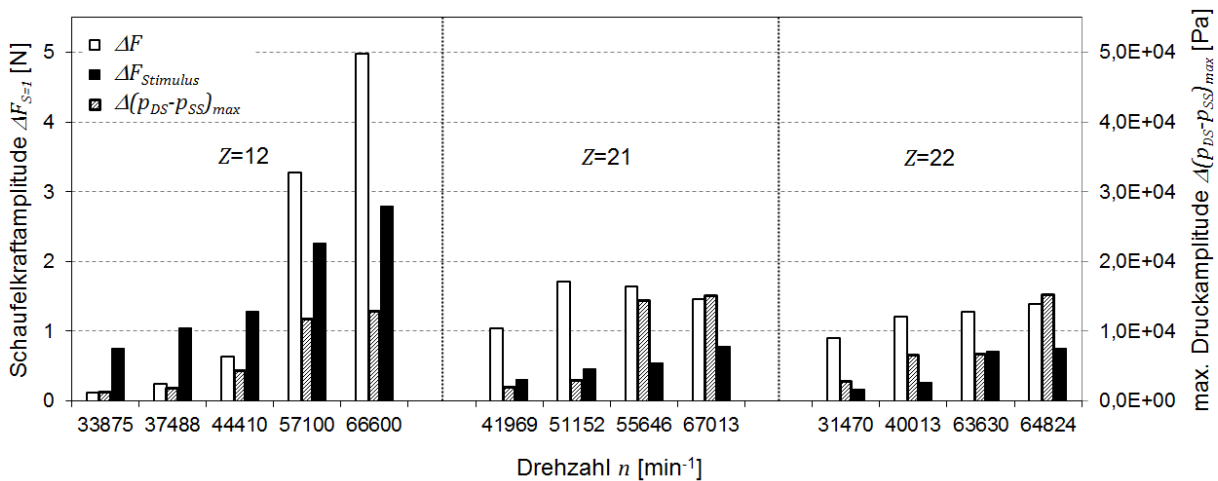
**Bild 5.12:** Normierte Verläufe der Schaufelkraft und Kraftspektren aller untersuchten Betriebszustände der Turbine für  $Z = 12$  (oben),  $Z = 22$  (Mitte) und  $Z = 21$  (unten)



Die Amplituden der Schaufelkraft wurden in die Frequenzanteile aufgespalten. Dies erfolgte durch die Diskrete-Fourier-Transformation des zeitabhängigen Kraftverlaufs. Die Amplituden der harmonischen Anteile konnten so für die Drehfrequenz und deren Vielfache berechnet werden. Für alle untersuchten Betriebspunkte sind sowohl der Kraftverlauf als auch das zugehörige Kraftspektrum in **Bild 5.12** dargestellt. Die Frequenz auf der Abszisse ist als Engine Order  $EO$ , d. h. als Vielfaches der Drehfrequenz angegeben. Die Kraftamplituden sind für die Vergleichbarkeit auf die zeitlich gemittelte, stationäre Schaufelkraft  $F_{stat}$  normiert.

Die höchsten Kraftamplituden im Spektrum ergaben sich stets bei der Frequenz, mit der die Leitschaufeln passiert werden, also dem  $Z$ -fachen der Drehfrequenz. Dies entspricht der ersten Ordnung  $S = 1$  und damit  $EO = S \cdot Z = 12, 21$  und  $22$  für die drei Leitschaufelkonfigurationen. Lediglich für die beiden Betriebspunkte B2 und B3 entstanden höhere Amplituden bei  $EO = 24$ , d. h. in zweiter Ordnung. Der Grund sind die, wie zuvor beschrieben, getrennt auftretenden Anregungseffekte, wodurch 24 Schwankungen der Schaufelkraft je Umdrehung auftraten. Aus diesem Grund ist auch bei den übrigen Betriebspunkten mit  $Z = 12$  Leitschaufeln in den oberen Zeilen in **Bild 5.12** jeweils die Amplitude in zweiter Ordnung deutlich ausgeprägter, wohingegen im Falle für  $Z = 21$  und  $22$  die zweite Ordnung im Spektrum nur sehr schwach auftritt. Von den genannten Ausnahmen abgesehen liegen die Amplituden in zweiter Ordnung etwa im Bereich bis maximal einem Drittel des Wertes bei der Grundfrequenz. Dies entspricht auch den Angaben in Traupel (1982) im Zusammenhang mit der Berechnung des Stimulus auf Basis von empirischen Korrelationen. Die Amplituden in dritter und höherer Ordnung sind in allen Fällen sehr gering. Die Drehfrequenz bei  $EO = 1$  weist überraschenderweise keine hervortretenden Amplituden auf, vielmehr scheint der Einfluss der ungleichförmigen Zuströmung aus dem Spiralgehäuse in die unteren Frequenzanteile einzufließen. Des Weiteren fällt auf, dass die relative Kraftamplitude im Falle von  $Z = 12$  Leitschaufeln mit der Drehzahl zunimmt, wohingegen diese bei den Varianten mit höherer Schaufelanzahl abnimmt. Die Absolutwerte der Kraftamplituden der ersten Ordnung sind in **Bild 5.13** mit weißen Balken auf der linken Ordinate aufgetragen. Die Werte weichen leicht von den aus dem Zeitbereich bestimmten Werten in **Bild 5.11** ab.

Eine Abschätzung der auftretenden Amplituden der Schaufelkraft wird häufig unter Verwendung der in Kapitel 2.3.2 beschriebenen Korrelationen nach Traupel (1982) vorgenommen. Die Berechnung der als „Stimulus“ bezeichneten Kraftamplituden erfolgte mit Gleichung 2.25. Diese beruht auf Korrelationen, die auf Basis von Messungen an Maschinenstufen in axialer Bauweise bestimmt wurden. Die so berechneten Werte der Kraftamplitude in erster Ordnung sind den Werten aus den numerischen Strömungsanalysen in **Bild 5.13** gegenübergestellt. Der Stimulus ist in den meisten Fällen deutlich niedriger, für den Teillastbereich im Fall von  $Z = 12$  Leitschaufeln wurden die Kraftamplituden allerdings überschätzt. Dieser Vergleich zeigt, dass die für Axialmaschinen entwickelten Korrelationen für die Anwendung in der Radialturbine nicht geeignet sind.



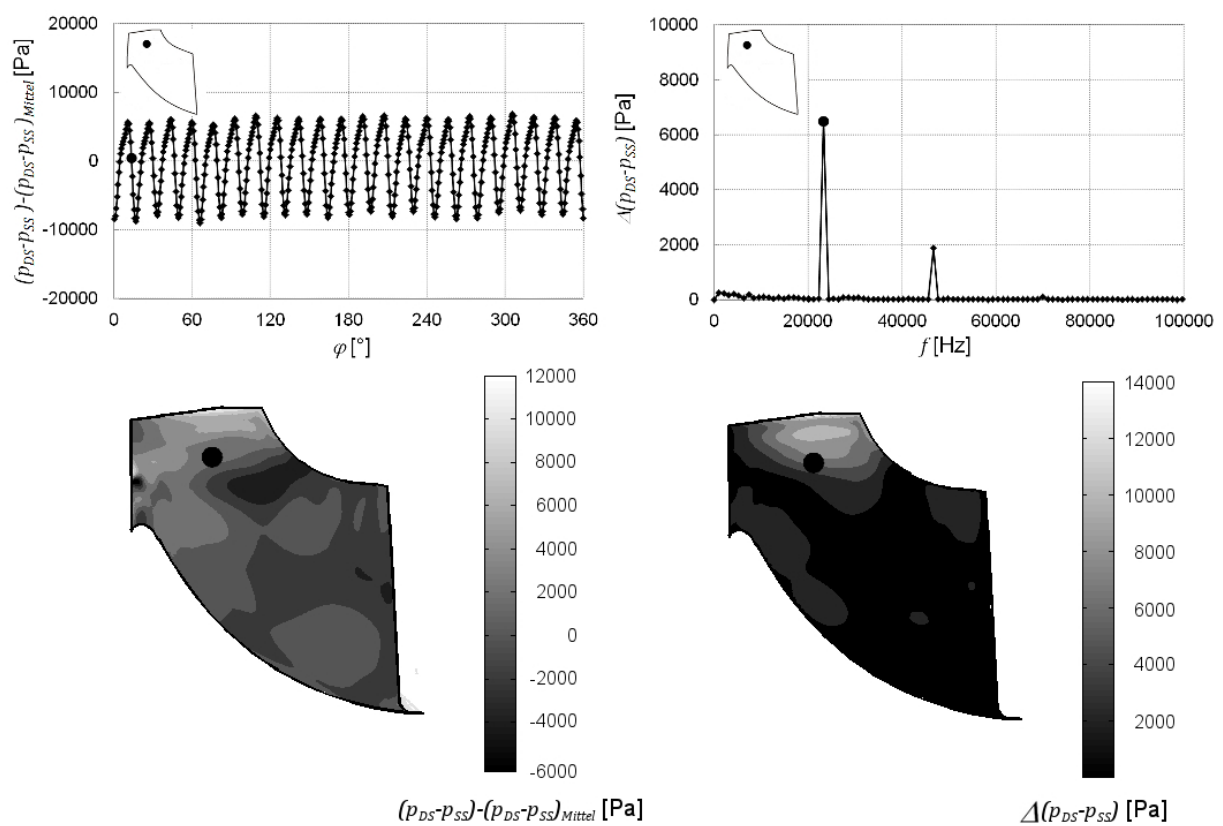
**Bild 5.13:** Schaufelkraftamplitude aus Simulation im Vergleich mit Stimulus nach Traupel (1982) und lokal maximaler Druckschwankung für unterschiedliche Leitschaufelanzahl und Drehzahl

Zur Quantifizierung der Anregung werden häufig lokale Druckamplituden auf der Schaufel betrachtet. Bei der Bewertung der resultierenden Druckschwankungen ist wieder das Verhalten der Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite ausschlaggebend. Die maximal auftretende, lokale Amplitude der Druckdifferenz  $\Delta(p_{DS}-p_{SS})_{max}$  wurde ebenfalls über eine Fourier-Transformation für die erste Ordnung der Leitschaufelanregung berechnet. Sie ist für die untersuchten Betriebszustände in **Bild 5.13** durch schraffierte Balken auf einer zweiten Ordinate rechts aufgetragen. Hier wird deutlich, dass auch für unterschiedliche Leitschaufelzahlen vergleichbare maximale Amplituden des Schaufeldrucks auftraten. Dies zeigt sich z.B. beim Vergleich der drei Betriebspunkte mit jeweils maximaler Drehzahl für die drei Leitschaufelkonfigurationen. Im Falle von  $Z=12$  Leitschaufeln ergab sich eine erheblich höhere Kraftamplitude, obwohl die maximalen Schwankungen des Differenzdrucks für die drei Leitschaufelgitter auf gleichem Niveau bei Werten um  $1,5 \times 10^4$  Pa liegen. Dies zeigt zum einen, dass die Analyse von Druckschwankungen an einzelnen Positionen der Schaufel keine ausreichenden Informationen für die Bestimmung von Anregungskräften liefert. Zum anderen unterstreicht dies die Notwendigkeit der genaueren Analyse der Anregungsfunktionen.

## 5.4 Anregungsfunktionen

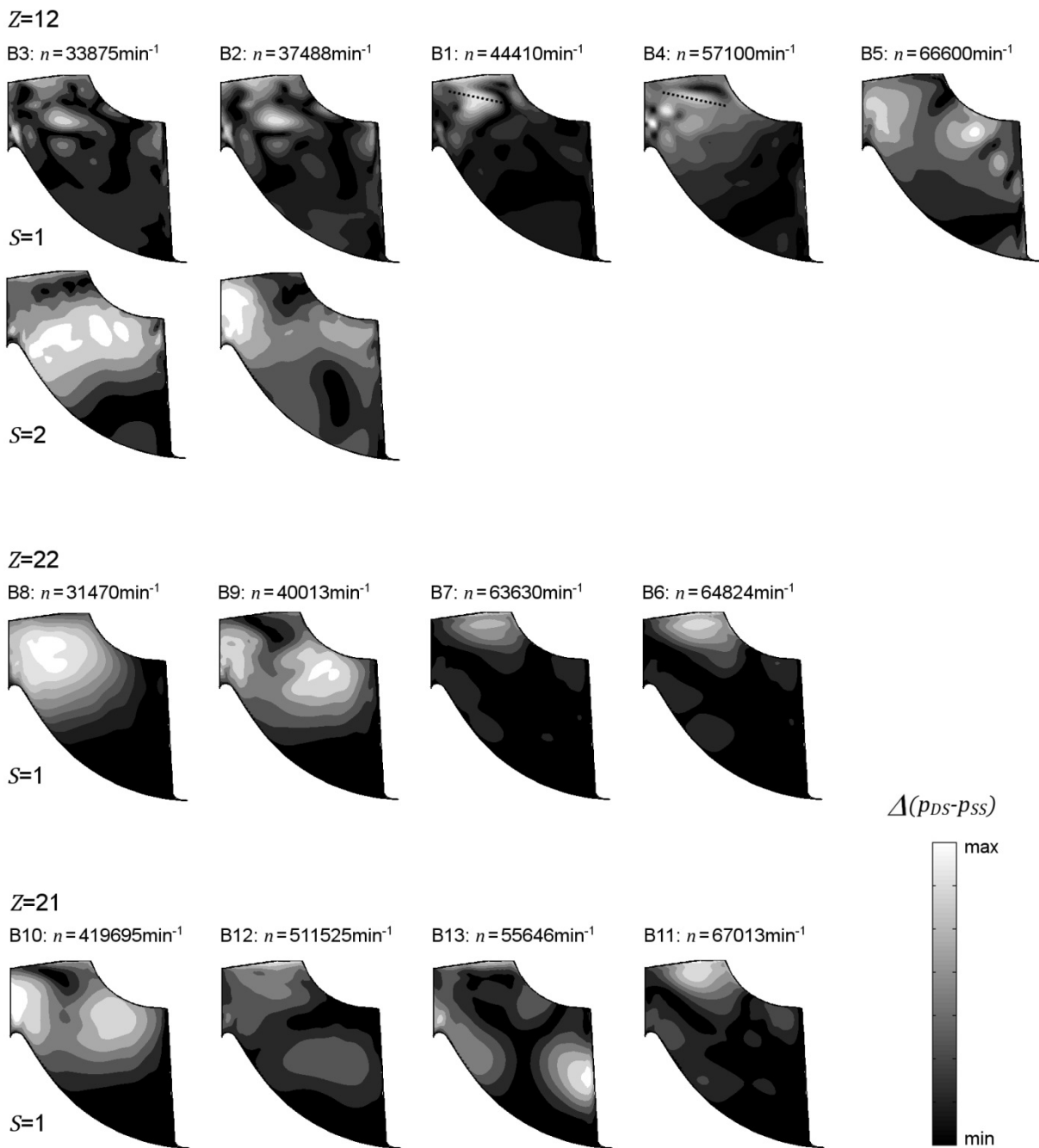
Eine Erklärung, weshalb Anregungskräfte im Falle weniger Leitschaufeln deutlich höher sind, konnte durch die Betrachtung der Anregungsfunktion gefunden werden. Diese beschreibt die lokal aufgelösten Druckschwankungen, die auf die Schaufeln wirken. In **Bild 5.14** ist die Vorgehensweise bei der Visualisierung der Anregungsfunktion am Beispiel des Betriebspunktes B7 bei  $n = 63630 \text{ min}^{-1}$  veranschaulicht. Die linke obere Darstellung zeigt die Schwankung der Druckdifferenz während einer Umdrehung. Sie ist für die markierte Position auf der Schaufel mit  $(p_{DS}-p_{SS})-(p_{DS}-p_{SS})_{Mittel}$  angegeben, wobei  $(p_{DS}-p_{SS})_{Mittel}$  die zeitlich über eine Umdrehung gemittelte Druckdifferenz ist. Eine Fourier-Transformation

lieferte das rechts oben gezeigte Spektrum, in dem die höchste Amplitude bei der Frequenz auftritt, mit welcher eine Rotorschaukel die Leitschaufeln passiert. Die zeitabhängige Schwankung der Druckdifferenz ist auf der gesamten Schaufeloberfläche bekannt und im linken, unteren Bild beispielhaft für einen diskreten Zeitschritt bei  $\varphi = 13,3^\circ$  gegeben. Der Differenzdruck zwischen Druck- und Saugseite ist durch die Grauschattierung entsprechend der abgebildeten Skala markiert. Die Durchführung einer Fourier-Zerlegung für alle Positionen auf der gesamten Schaufel lieferte die instationären Druckkräfte im Frequenzbereich. Die durch die Schattierung markierten Druckamplituden in Umfangsrichtung bei der Anregungsfrequenz liefern eine anschauliche Darstellung der Anregungsfunktion, in der helle Bereiche auf hohe Druckschwankungen hindeuten.



**Bild 5.14:** Visualisierung der Anregungsfunktion für B7 bei  $n = 63630 \text{min}^{-1}$ ,  $Z = 22$  im Zeitbereich (links) und im Frequenzbereich (rechts)

In **Bild 5.15** sind die Anregungsfunktionen für die Leitschaufelanregung in erster Ordnung  $S = 1$  für alle untersuchten Betriebszustände zusammengestellt. Für die Betriebspunkte B2 und B3 sind außerdem die Anregungsfunktionen in zweiter Ordnung  $S = 2$  aufgeführt, in der für diese Betriebszustände die höchsten Kraftschwankungen auftraten. Die Anregungsfunktionen sind nach der Leitschaufelanzahl und der Drehzahl sortiert. Die Druckamplituden sind auf den Maximalwert des jeweiligen Betriebspunktes bezogen, die angegebene Grauskala ist entsprechend für alle Betriebspunkte gültig.



**Bild 5.15:** Anregungsfunktionen aller untersuchten Betriebszustände

**Bild 5.15** zeigt deutlich, dass sich die Position angreifender Druckkräfte abhängig vom Betriebspunkt und der Leitschaufelanzahl stark ändert. In den meisten Fällen traten die höchsten Druckschwankungen am Rotoreintritt auf, beschränkten sich jedoch nicht auf diesen Bereich (vgl. z.B.  $Z = 21$ , B13). Die Abhängigkeit von der Leitschaufelanzahl wird beispielsweise beim erneuten Vergleich der Fälle B5 und B6 bzw. B11 sichtbar. Bei  $Z = 12$  Leitschaufeln traten, wie beschrieben, deutlich höhere Kräfte auf, vgl. **Bild 5.11**. Die Anregungsfunktionen lassen erkennen, dass sich Druckschwankungen im Falle von B5 über einen größeren Bereich der Schaufeloberfläche erstrecken, wohingegen sich diese für  $Z = 21$

und 22 Schaufeln in den Betriebspunkten B6 und B11 auf einen kleinen Bereich am Eintritt konzentrieren. Hierdurch entstanden die deutlich höheren Kraftamplituden bei der geringeren Leitschaufelanzahl. Bei  $Z = 22$  Leitschaufeln zeigen die Druckkräfte tendenziell ein Verhalten, wonach mit abnehmender Drehzahl ausgedehnteren Flächen beaufschlagt werden, wie die Fälle B6 und B8 verdeutlichen. Allgemein erscheinen die Anregungsfunktionen weniger komplex als jene für  $Z = 12$  Leitschaufeln. Bei der Betrachtung der Fälle B1 und B4 bei mittleren Drehzahlen sind hohe instationäre Druckkräfte in dem mit einer gepunkteten Linie gekennzeichneten Bereich am Eintritt zu erkennen. Diese sind auf die Wirkung des beschriebenen instationären Wirbels zurückzuführen. Grundsätzlich sind die lokalen Druckschwankungen in den gezeigten Bildern nicht in allen Fällen eindeutig den einzelnen Anregungsmechanismen zuzuordnen. Dies ist grundsätzlich auf die Darstellung des Differenzdrucks sowie auf die unberücksichtigte Phasenlage zurückzuführen. Die durch den Rotorkanal wandernden Nachläufe verursachen flächig phasenverschobene Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche. Speziell für die Darstellung der Anregung in zweiter Ordnung können die gezeigten Amplituden nicht direkt auf einzelne Anregungsmechanismen zurückgeführt werden, da die physikalischen Effekte stets bei der Schaufelfrequenz in erster Ordnung entstehen.

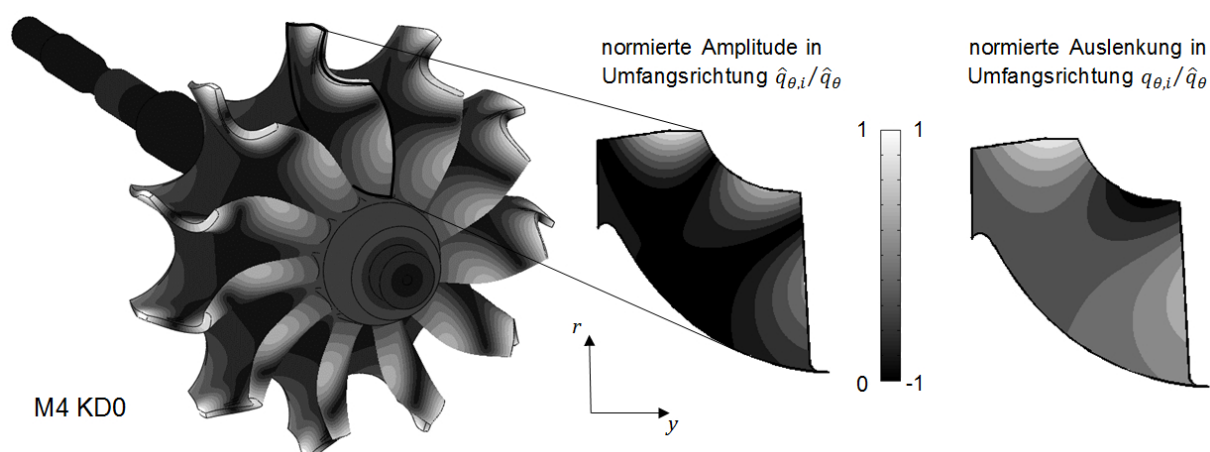


## 6 Anregung von Schwingungsformen

Die in Kapitel 5 gesammelten Erkenntnisse zur instationären Turbinenströmung werden nun mit den in Resonanz angeregten Schwingungsformen in Verbindung gebracht. Dabei werden die Charakteristiken herausgearbeitet, die zu einer starken Anregung bestimmter Eigenformen führen. Dadurch sollen die Ursachen für unterschiedlich hohe Resonanzamplituden bei den Schwingungsmessungen im Betrieb gefunden und schließlich Hinweise für die Schwingungsauslegung abgeleitet werden.

### 6.1 Anregbarkeit von Schaufelmoden

Die Kenntnis über die lokale Verteilung der Druckamplituden wird verwendet, um Rückschlüsse auf die Anregbarkeit verschiedener Schaufelmoden zu ziehen. Zunächst wird ein optischer Vergleich der Darstellungen der Anregungsfunktion mit der modalen Verformung der Schaufeln für mehrere charakteristische Resonanzstellen vorgenommen.



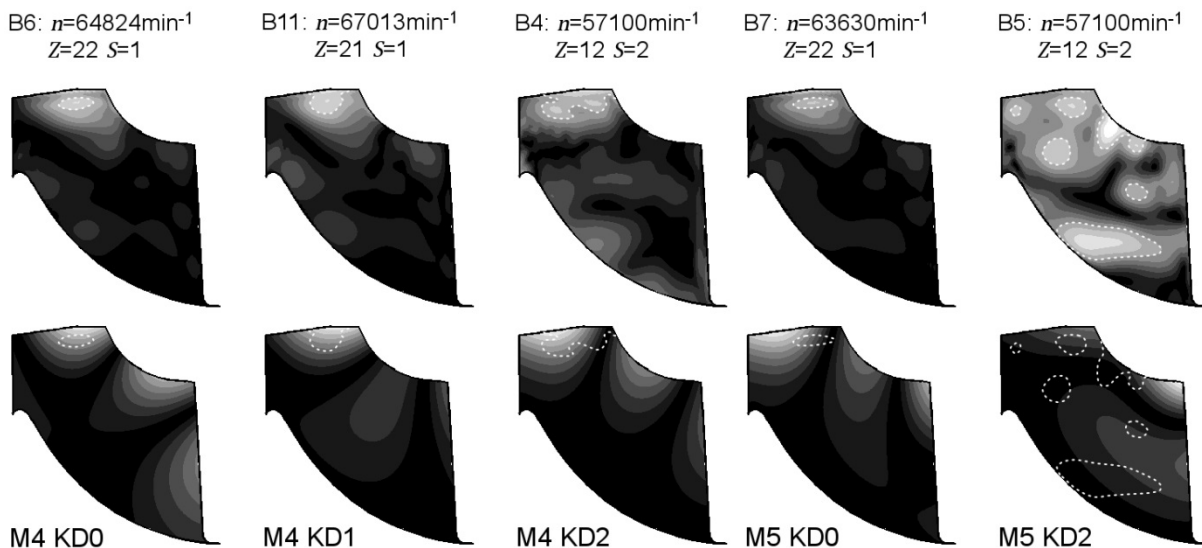
**Bild 6.1:** Eigenform M4 KD0 mit  $f_e = 23769$  Hz aus einer Finite-Elemente Analyse und zweidimensionale Darstellungen des Schaufelmodes

Um die in **Bild 5.15** gezeigten Bilder der Anregungsfunktionen der jeweiligen Schaufelschwingungsform gegenüberzustellen, musste für diese ebenfalls eine geeignete Darstellung gefunden werden. Hierfür wurde auf die Ergebnisse aus der Modalanalyse zurückgegriffen, die mit Hilfe des idealen Finiten-Elemente Modells des Rotors gewonnen wurden. Als Beispiel für ein Simulationsergebnis ist in **Bild 6.1** links die modale Verformung von M4 KD0 gezeigt. Die Verformung der Struktur wird durch die graue Schattierung verdeutlicht, welche den Betrag der normierten Auslenkung, die Amplitude, entsprechend der Grauskala zwischen 0 und 1 wiedergibt. Die zweidimensionale Grafik in der Mitte zeigt die Projektion der Amplitude in Umfangsrichtung auf eine  $y, r$ -Ebene. Die Werte sind das Mittel der Amplituden auf Druck- und Saugseite einer Schaufel. Rechts im **Bild 6.1** ist durch die Grauschattierung zwischen -1 und 1 zusätzlich die Phasenlage berücksichtigt. Während helle Bereiche der gezeigten momentanen Auslenkung in die Bildebene vom Betrachter weg

schwingen, sind dunkle Bereiche dem Betrachter zugewandt.

Für den optischen Vergleich wird zunächst die mittlere Form der Darstellung der Amplituden in Umfangsrichtung herangezogen. Diese wird der Anregungsfunktion beim entsprechenden Betriebspunkt gegenübergestellt. Hierbei ist die Ordnung  $S$  der Anregung zu berücksichtigen. Resonanz entsteht nur, wenn die Eigenform bei ihrer Eigenfrequenz angeregt wird. Entsprechend müssen die im Frequenzbereich vorliegenden Druckamplituden bei dieser Frequenz verwendet werden, nur sie haben eine anregende Wirkung. Tritt eine Resonanzstelle in erster Ordnung  $S = 1$  auf, entspricht die Eigenfrequenz der Frequenz, mit der sich die Leit- und Laufschaufeln relativ zueinander bewegen. Dann werden, wie am Beispiel in **Bild 5.14**, die Druckamplituden des ersten Maximums im Frequenzspektrum verwendet. Bei einer Anregung in zweiter Ordnung  $S = 2$  werden für die Gegenüberstellung die Druckamplituden bei der zweifachen Schaufelfrequenz verwendet. Die Anregungsfunktionen sind für die Betriebspunkte B2 und B3 bereits in **Bild 5.15** aufgeführt.

Zunächst werden jene Resonanzstellen betrachtet, für welche sich bei der in Kapitel 3 beschriebenen Analyse der Schwingbelastung die jeweils höchsten Werte für die drei Leitgittervarianten ergaben, vgl. **Tabelle 3.3**. In den Resonanzen wurden Schwingungsformen der Schaufelmoden M4 und M5 angeregt. Diese zeichnen sich alle durch hohe lokale Auslenkungen im Bereich der Eintrittskante aus. Die zweidimensionalen Darstellungen der Amplituden sind in **Bild 6.2** unten gezeigt. Die modalen Verformungen der Schaufel weichen abhängig von der Anzahl der Knotendurchmesser leicht voneinander ab. Darüber sind die jeweiligen Anregungsfunktionen dargestellt, welche hohe Resonanzamplituden der angeregten Schaufelmoden zur Folge haben. Der Bereich, in dem die Druckamplituden am höchsten sind, ist dabei durch gepunktete weiße Begrenzungslinien markiert und in den entsprechenden Bereichen in die Darstellung der Schaufelmoden unten übertragen.



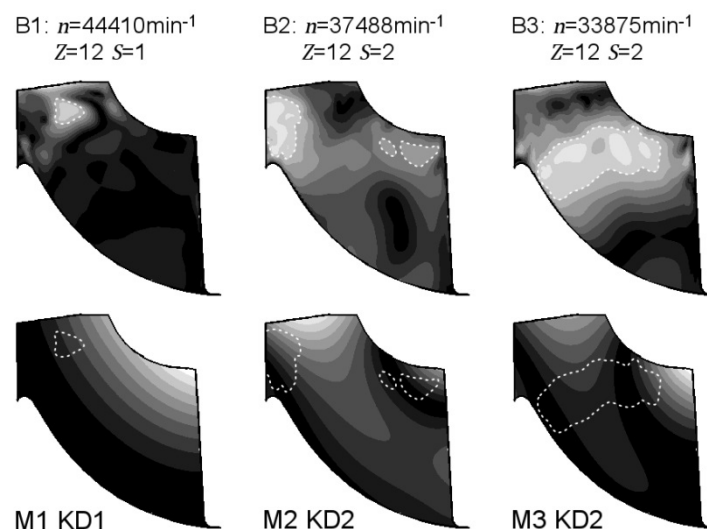
**Bild 6.2:** Anregung der Schaufelmoden M4 und M5 in Betriebspunkten mit hohen Resonanzamplituden

Besonders in den vier linken Fällen wirken hohe Druckschwankungen gerade im Bereich der stark ausgelenkten Eintrittskante. Somit lässt sich bereits augenscheinlich eine Korrelation



erkennen. Das Auftreten hoher Amplituden ist für diese Resonanzen durchweg plausibel. Auch die in **Bild 6.2** rechts dargestellte Anregung des Schaufelmodes M5 KD2 ist nachvollziehbar. Hohe Druckamplituden konzentrieren sich in diesem Fall jedoch nicht nur auf den Bereich mit starker modaler Verformung, sondern erstrecken sich auch auf Bereiche mit Knotenlinien, in denen die Druckschwankungen ohne Wirkung bleiben. Dies deckt sich mit der Beobachtung, dass für die Resonanzstelle B5 zwar die insgesamt höchste Amplitude der Schaufelkraft berechnet wurde, die in der Messung auftretende Dehnungsamplitude bzw. dynamische Belastung jedoch vergleichsweise gering ausfiel. Im Gegensatz dazu konzentrieren sich die Druckschwankungen in Betriebspunkt B7 im Bereich hoher Auslenkungen der Schwingungsform M5 KD0, vgl. **Bild 6.2** zweite Spalte von rechts. Dadurch ergab sich in Betriebspunkt B7 die insgesamt höchste dynamische Belastung, vgl. **Bild A.2**, die dynamische Belastung in B5 ist im Vergleich geringer, vgl. **Bild 3.19**. An dieser Stelle wird deutlich, dass eine hohe Amplitude der Schaufelkraft nicht zwangsläufig zu hohen Schwingungsamplituden führen muss.

Dieses Verhalten zeigt sich auch bei der Betrachtung der Resonanzstelle B3. Entgegen der Erwartung trat die Resonanz bei der Messung nicht auf, eine Begründung konnte bislang nicht gefunden werden. Ein erster Hinweis ergab sich bereits bei der Analyse der Schaufelkraftamplituden aus den Strömungssimulationen, welche im Betriebspunkt B3 im Teillastbereich unter allen betrachteten Resonanzen den niedrigsten Wert annahm, vgl. **Bild 5.11**. Dennoch wurde bei vergleichbarem Betriebszustand und ähnlich geringen Schaufelkraftamplituden in B2 die Eigenform M2 KD2 zur Schwingung angeregt. Somit kann hier die Kraftamplitude nicht der alleinige Grund für die fehlende Resonanz in B3 sein. Aufschluss gibt auch hier die Betrachtung der Anregungsfunktion, welche für die beiden genannten Betriebspunkte in **Bild 6.3** in der oberen Bildhälfte dargestellt sind. Im Fall von B3 rechts wirkten die Druckschwankungen im markierten Bereich dort, wo die Schwingungsform der Schaufel nur geringe Auslenkung aufweist. Dadurch wird diese Schwingungsform nicht angeregt. Für die mittig dargestellte Anregung der Eigenform M2 KD2 in Betriebspunkt B2 hingegen ist eine Korrelation erkennbar.



**Bild 6.3:** Resonanzstellen B1, B2 und B3 mit moderater oder keiner Resonanz im Betrieb

Des Weiteren ist links die Anregung von M1 KD1 dargestellt. Hohe Auslenkungen traten bei der ersten Biegeschwingung vor allem im Bereich der Austrittskante der Rotorschaukel auf. Durch die Interaktion mit den Leitschaufeln entstanden Druckschwankungen jedoch primär im Eintrittsbereich der Rotorschaukel. Dies ist ein Hinweis darauf, weshalb bei den Schwingungsmessungen im Betrieb bei Resonanz von M1 KD1 nur moderate Dehnungsamplituden bzw. dynamische Belastungen auftraten.

Bereits durch diesen rein qualitativen optischen Vergleich der Anregungsfunktion und der modalen Verformung lassen sich somit Aussagen zur Anregbarkeit von Schaukelmoden treffen, die weiter zum Verständnis der Messergebnisse beitragen. Speziell bei zunehmender Komplexität der Schaukelmoden sind auf diese Weise zuverlässige Aussagen jedoch schwierig. Für die Schaukelmoden M7 und M9 beschränkt sich die Verformung der betrachteten Schaukelgeometrie zunehmend auf den Bereich am Eintritt, was aus den Darstellungen der ersten neun Schaukelmoden am Beispiel von KD0 in **Bild A.4** im Anhang deutlich hervorgeht. Somit sind auch die Resonanzen bis zum Schaukelmode M9, welcher im Betrieb detektiert wurden, durch die meist im Eintrittsbereich auftretenden Druckamplituden nachvollziehbar. Die Phasenlage der auftretenden Druckschwankungen und der Verformung ist jedoch von entscheidender Bedeutung, welche beim bisherigen Vergleich der Amplituden außer Acht gelassen wurde. Deshalb soll im Folgenden eine Möglichkeit aufgezeigt werden, die Korrelation zwischen Anregungsfunktion und modaler Verformung unter Berücksichtigung der Phasenlage zu quantifizieren.

#### Modal Excitability Criterion

Zur Berechnung stehen die Daten aus den numerischen Analysen auf der Schaukeloberfläche zur Verfügung. Sowohl für die Anregungsfunktion als auch für die modale Verformung liegen diese Daten im Frequenzbereich in Form trigonometrischer Funktionen bei der Eigenfrequenz vor. Sie variieren abhängig von der Position auf der Schaukeloberfläche in Bezug auf die Amplitude und die Phase. Die lokalen Druckschwankungen wirken normal zur Schaukeloberfläche. Die lokale Verformung der Finiten-Element Knoten auf der Oberfläche liegt für alle Raumrichtungen vor.

Unter Verwendung dieser Daten soll ein Parameter zur Quantifizierung der Anregbarkeit von Schaukelmoden definiert werden. Die Definition stützt sich auf der Idee des Modal Assurance Criteria (*MAC*), das bereits in den in Kapitel 3 beschriebenen Analysen verwendet wurde, vgl. Gleichung 3.1. Das Kriterium wurde entwickelt, um die Korrelation zweier Eigenvektoren zahlenmäßig zu beschreiben. Es findet häufig Anwendung, wurde dabei vielfach erweitert und verändert, basiert jedoch in allen Fällen auf dem Skalarprodukt zweier normierter Vektoren, vgl. Allemang (2002). Die beiden Eigenvektoren beschreiben bei der ursprünglichen Anwendung die modale Verformung der zu vergleichenden Eigenformen. Sind die normierten Vektoren und damit die Schwingungsformen identisch, ergibt sich aus dem Skalarprodukt der Wert 1. Stimmen die Formen nicht überein, d.h. die Auslenkungen sind gegensätzlich, so sind die Vektoren orthogonal, das Produkt und damit das *MAC* ergibt den Wert 0. Dieses Vorgehen kann auch beim Vergleich der Anregungsfunktion mit der modalen Verformung angewendet werden. In Anlehnung wird der Parameter für die Anregbarkeit als Modal Excitability Criterion *MEC* bezeichnet und soll allgemein als

$$MEC = \frac{\sum_i (-\mathbf{n}_i p_i A_i) \cdot \mathbf{q}_i}{(\sum_i \mathbf{n}_i p_i A_i \cdot \mathbf{n}_i p_i A_i)^{1/2} \cdot (\sum_i \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_i)^{1/2}} \quad (6.1)$$

$$\text{mit } \mathbf{n}_i = \begin{pmatrix} n_{x,i} \\ n_{y,i} \\ n_{z,i} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_i = \begin{pmatrix} q_{x,i} \\ q_{y,i} \\ q_{z,i} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad p_i = \hat{p}_i \cdot \cos(\varphi_i)$$

definiert werden. Die Summen in Zähler und Nenner ergeben sich jeweils aus dem Skalarprodukt der beiden Vektoren. In deren  $i$ -ter Zeile stehen die Werte eines Elements auf der diskretisierten Oberfläche. Aus der Anregungsfunktion kann für jedes Oberflächenelement  $i$  die lokal angreifende Kraft über das Produkt aus dem lokalen Oberflächendruck  $p_i$  und dem Flächeninhalt  $A_i$  des Elements berechnet werden. Für die lokale modale Verformung  $\mathbf{q}_i$  liegen ebenfalls Informationen für jedes Oberflächenelement vor.

Die Druckkraft wirkt in negativer Richtung des Normaleneinheitsvektors  $\mathbf{n}_i$  auf die Oberfläche. Um die Schwingungsform anzuregen, muss die Kraft in die Richtung wirken, in die das Oberflächenelement eine Auslenkung erfährt. Die lokale Auslenkung ist durch den Richtungsvektor  $\mathbf{q}_i$  gegeben. Er wird für jedes Element  $i$  mit dem Normaleneinheitsvektor  $\mathbf{n}_i$  multipliziert, um durch dieses Skalarprodukt die Übereinstimmung der Anregungs- und Verformungsrichtung lokal für jedes Oberflächenelement einzubeziehen.

Damit das  $MEC$  als Maß für die Anregbarkeit Werte zwischen 0 und 1 annimmt, wird der Ausdruck normiert. Hierzu werden im Nenner, entsprechend der ursprünglichen Definition des  $MAC$ , die Vektoren für die Anregungsfunktion und für die modale Verformung jeweils mit sich selbst multipliziert. Dadurch bilden sich die beiden Summen im Nenner. Die resultierenden Skalare entsprechen den Quadraten der Beträge der Vektoren, für die Normierung muss schließlich jeweils mit  $\frac{1}{2}$  potenziert werden. Somit ergibt sich im Falle einer exakten Übereinstimmung der Anregungsfunktion und der modalen Verformung der Wert  $MEC = 1$  für die maximale Anregbarkeit.

Der Einfluss der Phasenlage muss sowohl bei der modalen Verformung als auch bei der Anregungsfunktion berücksichtigt werden. Bei der Eigenform gibt es dabei Bereiche, die zueinander gegenphasig ausgelenkt sind. Die entsprechenden Bereiche sind wie beschrieben in **Bild 6.1** rechts hell oder dunkel schattiert. Tritt ein Phasenversatz auf, beträgt dieser jedoch stets  $180^\circ$ . Im Falle der Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche kann die Phasenlage abhängig von der Position auf der Schaufeloberfläche beliebig variieren. Entsprechend ergibt sich für jedes Oberflächenelement ein Phasenwinkel  $\varphi_i$  der Druckschwankung.

Für die praktische Umsetzung werden bei der Berechnung des  $MEC$  einige Vereinfachungen vorgenommen. Zum einen wird die Richtung der anregenden Druckkräfte sowie die Richtung der Auslenkungen auf die Umfangsrichtung beschränkt. Durch diese Vereinfachung lassen sich Programmier- und Rechenaufwand entscheidend reduzieren. Sie ist für die verwendete Geometrie mit moderater Schaufelkrümmung vertretbar. Besonders im Bereich mit starker Anregung am Eintritt erfahren die Schaufeln hauptsächlich eine Auslenkung in Richtung des Umfangs. Der sich ergebende Fehler ist somit gering. Durch die Beschränkung auf die Umfangsrichtung können die Daten verwendet werden, die bei den zweidimensionalen

Visualisierungen der Anregungsfunktion und der Schwingungsformen verwendet wurden. Diese liegen, wie beschrieben, auf einem äquidistanten Gitter in einer  $y, r$ -Ebene vor. Somit sind zum einen die Flächeninhalte  $A_i$  der einzelnen Elemente identisch und können in Gleichung 6.1 gekürzt werden. Zum anderen erfüllt das Gitter die Forderung, dass die Anregungsfunktion und die modale Verformung auf demselben Gitter vorliegen müssen. Des Weiteren zeigen Normalvektoren auf diesem Gitter in Umfangsrichtung und somit in Richtung der betrachteten Auslenkung. Auf das Skalarprodukt mit dem Vektor der Auslenkung kann somit verzichtet werden. Für die lokale Auslenkung wird dann ein skalarer Wert  $q_{\theta i}$  für die Umfangsrichtung eingesetzt. Schließlich können die lokalen Oberflächendrücke auf der Druck- und Saugseite durch den Differenzdruck in Umfangsrichtung  $\Delta p_{\theta i}$  ersetzt werden. Mit deutlich geringerem Aufwand kann so aus den vorhandenen Daten ein Wert für das  $MEC$  in Umfangsrichtung  $\theta$  wie folgt berechnet werden

$$MEC_{\theta} = \frac{\sum_i \Delta p_{\theta, i} \cdot q_{\theta, i}}{(\sum_i \Delta p_{\theta, i} \cdot \Delta p_{\theta, i})^{0,5} \cdot (\sum_i q_{\theta, i} \cdot q_{\theta, i})^{0,5}} \quad (6.2)$$

Der Einfluss der Phasenlage muss ebenfalls in die Berechnung eingehen. Die Phase der normierten modalen Verformung wird festgehalten. Die Position auf der Schaufel mit maximaler Auslenkung in Umfangsrichtung erhält den Wert 1, alle übrigen lokalen Auslenkungen nehmen entsprechend Werte zwischen -1 und 1 an, vgl. **Bild 6.1** rechts. Die Druckdifferenzschwankungen besitzen entsprechend Gleichung 6.1 ortsabhängige Phasenwinkel  $\varphi_i$  im Argument des Kosinus. Dadurch ergibt sich eine Druckverteilung auf der Schaufel, die einem diskreten Zeitpunkt zugeordnet werden kann. Unter Beibehaltung der relativen Phasenlage ergibt sich durch Addition desselben Winkels für alle Elemente die momentane Druckdifferenzverteilung eines anderen Zeitschritts. Der Winkel wird zwischen 0 und 360° mit einem Winkelinkrement von  $\Delta\varphi = 1^\circ$  schrittweise variiert. So kann der Druckverlauf auf der Schaufel während der Drehung um eine Leitschaufelteilung aus den Daten im Frequenzbereich abgeleitet werden. Für jede Rotorposition wird ein Wert für das  $MEC_{\theta}$  berechnet. Für einen Phasenwinkel korrelieren die lokal aufgelöste Auslenkung der Schaufel und die momentane Druckverteilung derart, dass sich für das  $MEC_{\theta}$  ein Maximalwert ergibt. Diese Phasenlage zwischen Anregung und Schwingungsantwort entspricht jener in Resonanz und ist repräsentativ für die Anregbarkeit des Schaufelmoden.

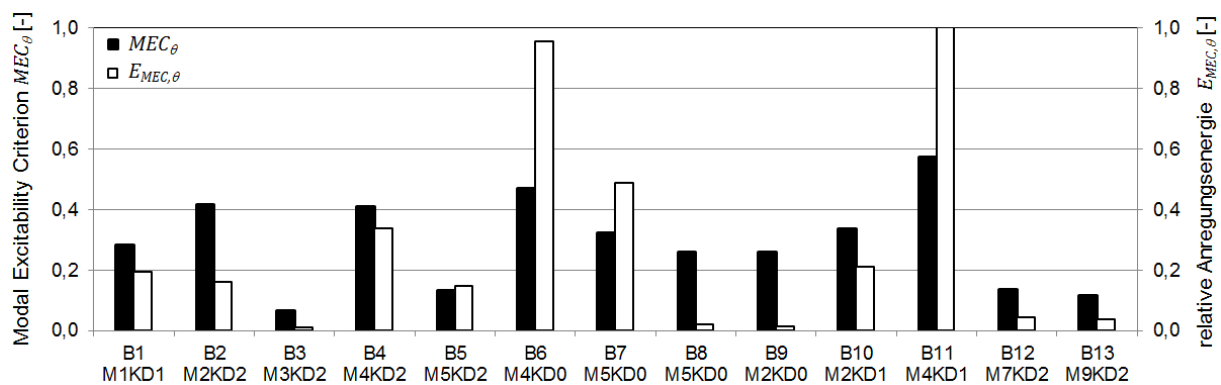
Das  $MEC_{\theta}$  wurde für alle untersuchten Resonanzstellen berechnet, die Zahlenwerte sind in **Tabelle 6.1** zusammengestellt. In der grafischen Darstellung in **Bild 6.4** sind die Werte als schwarz gefüllte Balken wiedergegeben. Die bereits bei der rein optischen Betrachtung gewonnenen Erkenntnisse werden von den Zahlenwerten bestätigt. Für die nicht aufgetretene Resonanz in Betriebspunkt B3 ist der berechnete Wert um etwa eine Größenordnung kleiner als bei den Resonanzen mit hohen Belastungen. Der höchste Wert ergibt sich für die Anregung der Eigenform M4 KD1 in B11. Bei der komplexen modalen Verformung der Moden M7 und M9 mit mehreren Knotenlinien auf dem Schaufelblatt ist die phasenrichtige Anregung nicht gegeben. Dadurch ergibt sich ein niedriger Wert für das  $MEC_{\theta}$ .

Durch die Normierung des Parameters gehen die absoluten Druckamplituden nicht in die Berechnung ein. Wird auf die Normierung in Gleichung 6.1 verzichtet, beschränkt sich die Betrachtung auf den Zähler. Die verbleibende Summation der Produkte aus Anregungskraft

und Weg über die Oberflächenelemente stellt ein Maß für die in die Struktur eingebrachte Energie dar. Die wieder auf die Umfangsrichtung beschränkte eingebrachte Energie ist in **Bild 6.4** in Form weißer Balken aufgetragen. Die für alle Betriebspunkte berechneten Werte werden auf den maximalen Wert bei B11 für M4 KD1 bezogen, auf diese Weise ist ein Vergleich der Resonanzstellen möglich.

**Tabelle 6.1:** Anregbarkeit der Schwingungsformen in den Resonanzstellen B1-B13

Betriebspunkt	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13
Schwingungsform	M1 KD1	M2 KD2	M3 KD2	M4 KD2	M5 KD2	M4 KD0	M5 KD0	M5 KD0	M2 KD0	M2 KD1	M4 KD1	M7 KD2	M9 KD2
$MEC_{\theta}$ [-]	0,283	0,416	0,064	0,409	0,131	0,468	0,321	0,260	0,260	0,334	0,574	0,137	0,114



**Bild 6.4:** Anregbarkeit der Schwingungsformen in den Resonanzstellen B1-B13 und relative der Struktur zugeführte Anregungsenergie

Zur Erläuterung wird erneut die Resonanzstelle B3 aufgegriffen. Durch die niedrige Schaufelkraftamplitude bzw. die niedrigen Druckschwankungen ergibt sich zusammen mit der geringen Anregbarkeit des Schaufelmoden ein extrem kleiner Wert für die bei der Anregung in die Struktur eingebrachte Anregungsenergie. Dies verdeutlicht endgültig, weshalb die Resonanz von M3 KD2 in der Messung nicht auftrat. Im Vergleich ergibt sich für B2 ein deutlich höherer Wert, sodass das Auftreten der Resonanz von M2 KD2 erneut plausibel erscheint.

Da die Resonanz auch maßgeblich durch die Dämpfung bestimmt wird, welche in die Betrachtung nicht eingeht, lässt sich aus den berechneten Werten nicht direkt auf die Schwingungsamplituden schließen. Im vorliegenden Fall ist außerdem ein direkter, quantitativer Vergleich der in die Struktur eingebrachten Energie mit den Messergebnissen, etwa mit der kritischen Belastung, nicht sinnvoll. Dennoch stellt das  $MEC$ , bzw. die Anregungsenergie eine sehr anschauliche Größe dar, die zum Verständnis und zur Beurteilung der Anregung von Moden beiträgt. In **Bild A.5** bis **Bild A.7** im Anhang sind die Auslenkung des Schaufelmoden, sowie die Anregungsfunktion zu jenem Zeitschritt

dargestellt, bei dem sich der berechnete Maximalwert für das  $MEC_\theta$  einstellt. In der rechts gezeigten Überlagerung der Bilder sind dabei durch die helle Schattierung die Bereiche hervorgehoben, in denen Energie in die Struktur eingebracht wird.

Für die Anwendung des  $MEC$  im Auslegungsprozess muss die beschriebene Rechenprozedur für eine Rotorgeometrie einmalig programmiert werden. Steht die Auswerteroutine zur Verfügung, kann für jede Resonanzstelle ein Wert für das  $MEC$  berechnet werden. Da jedoch als Eingangsgrößen sowohl struktur- als auch strömungsmechanische Resultate erforderlich sind, muss im Gesamten ein hoher Aufwand betrieben werden. Mit vergleichbarem Aufwand kann alternativ die Schwingungsantwort im Finite-Elemente Strukturmodell direkt berechnet werden (vgl. Kapitel 7). Um das Verständnis in Bezug auf die Anregung zu erweitern oder um Fallstudien, z.B. zum Einfluss von Geometrievierungen auf die Anregbarkeit von Schaufelmoden, durchzuführen, ist die Anwendung geeignet.

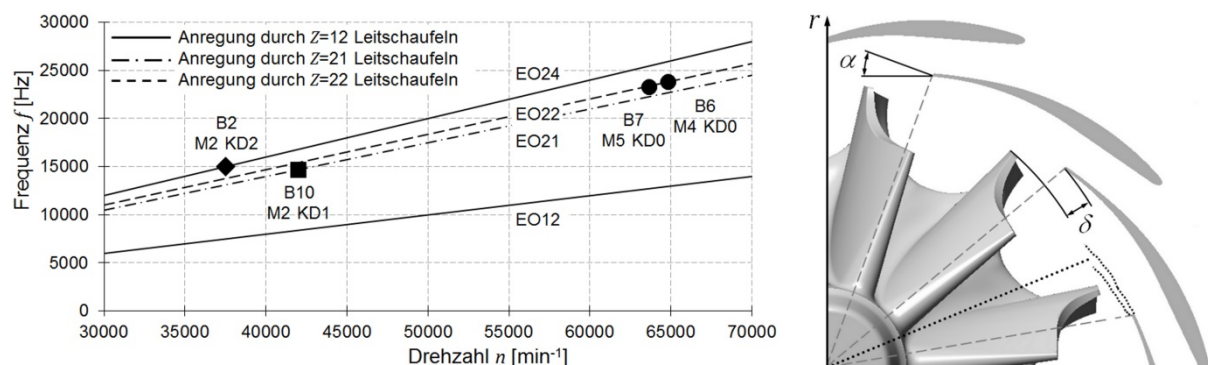
## 6.2 Anregungsordnung und Anregung von Rotorschwingungsformen

Die aus der Studie der aerodynamischen Anregung in Kapitel 5 hervorgegangene Erkenntnis, dass die für Druckschwankungen ursächlichen Strömungseffekte geometrieabhängig überlagert oder voneinander getrennt auftreten, ist in Bezug auf die Anregungsordnung und die angeregten Rotorschwingungsformen von Bedeutung. Der Zusammenhang soll am Beispiel der Resonanzstellen B2 und B10 erläutert werden, in denen die Schwingungsformen M2 KD2 und M2 KD1 durch  $Z = 12$  und  $Z = 21$  Leitschaufeln angeregt wurden.

In der zuletzt genannten Resonanzstelle tritt eine Anregung in erster Ordnung auf, bei der sich die Rotorschaukel während einer Schwingungsperiode eine Leitschaufelteilung weiterdreht. Im Fall der Resonanzstelle B10 führt der Rotor während einer Umdrehung 21 Schwingungen aus. Entsprechend liegt die Resonanzstelle im Campbell-Diagramm in **Bild 6.5** links auf EO21. Wie in Kapitel 5 beschrieben, wirken die Anregungsmechanismen, der potentialtheoretische Effekt und der Nachlaufdellen-Effekt im Falle von  $Z = 21$  und  $Z = 22$  Leitschaufeln überlagert an derselben Rotorposition auf eine Schaufel. Aufgrund dessen tritt je Leitschaufelteilung auch nur eine Kraftschwankung auf. Somit ergeben sich 21 Schwankungen der Schaufelkraft während einer Umdrehung im Betriebspunkt B10, wie in **Bild 5.12** unten, links zu erkennen. Dies begünstigt entsprechend die Anregung der Schwingungsform M2 KD1 in erster Ordnung. Das getrennte Auftreten der Anregungsmechanismen an unterschiedlichen Rotorpositionen für  $Z = 12$  ist in **Bild 6.5** rechts durch gestrichelte und punktierte Linien für den potentialtheoretischen und den Nachlaufdellen-Effekt erneut dargestellt. Dadurch treten zwei Kraftschwankungen je Leitschaufelteilung und 24 Schwankungen je Rotorumdrehung auf. Dies wird in **Bild 5.12** oben, in der zweiten Darstellung von links im Kraftverlauf für Resonanzstelle B2 deutlich. Dadurch wird die Anregung der Schwingung M2 KD2 in zweiter Ordnung  $S = 2$  begünstigt. Eine Schaufel schwingt dann zwei Mal während sich der Rotor eine Leitschaufelteilung weiterdreht und führt entsprechend 24 Schwingungsperioden während einer Umdrehung aus. Die Resonanzstelle kommt im Campbell-Diagramm auf EO24 zu liegen.

Dieses Wissen kann bei der Auslegung einer Turbine genutzt werden. Ob sich die Strömungseffekte überlagern oder nicht, kann durch die Geometrie der Leitschaufeln bestimmt werden. Neben der Anzahl der Leitschaufeln sind es der Anströmwinkel  $\alpha$  und der radiale Spalt  $\delta$  zwischen Leit- und Laufschaufel, durch die auf das Anregungsverhalten

Einfluss genommen werden kann. Die Geometrieparameter sind in **Bild 6.5** rechts enthalten. Nachdem die Schaufelzahlen im Auslegungsprozess festgelegt wurden, kann ein theoretisches Campbell-Diagramm erstellt werden. Dadurch sind die im Betrieb zu erwartenden Resonanzstellen bekannt. Werden kritische Resonanzen in erster oder zweiter Ordnung erwartet, kann durch geschickte Wahl der genannten Parameter die Trennung oder Überlagerung der Strömungseffekte eingestellt werden. Somit können Anregungskräfte der jeweiligen Ordnung reduziert werden. Vor dem Hintergrund von Bauraumbeschränkungen und der damit verbundenen Notwendigkeit, Konstruktionen kompakt zu gestalten, ist zu berücksichtigen, dass die starke Verminderung des Spaltes  $\delta$  mit einem Anstieg der Anregungskräfte durch den potentialtheoretischen Effekt verbunden ist, vgl. Traupel (1982). Die vollständige Vermeidung resonanter Schwingungen ist durch den beschriebenen Ansatz nicht zu erreichen. Dennoch kann so die Anregung von Schwingungen in erster oder zweiter Ordnung gezielt reduziert werden.



**Bild 6.5:** Resonanzstellen im Campbell-Diagramm (links) und getrenntes Auftreten der Anregungsmechanismen für  $Z=12$  und geometrische Parameter zur Beeinflussung der Anregung (rechts)

### Anregung von KD0 Schwingungsformen

Auch für die Resonanzstellen B6 und B7 rechts im Campbell-Diagramm in **Bild 6.5** begünstigt die Überlagerung der Anregungsmechanismen im Betrieb mit  $Z=22$  Leitschaufeln die Anregung der Schwingungsformen M4 KD0 und M5 KD0 in erster Ordnung. Bei dieser untypischen Konfiguration stellt die Leitschaufelanzahl das Zweifache der Rotorschaufelanzahl dar, sodass durch die simultane Anregung der Schaufeln lediglich KD0 Eigenformen auftreten können. Es ist gängige Praxis bei der Schwingungsauslegung unterschiedliche Leit- und Laufschaufelanzahlen zu wählen. Häufig werden Primzahlen verwendet und auch Schaufelzahlen, die ein ganzzahliges Vielfaches voneinander darstellen, werden vermieden. Ansonsten werden besonders hohe Amplituden der Rotorschwingungsformen ohne Knotendurchmesser vermutet. Auch für die untersuchte Radialturbine zeigten sich in der Messung die höchsten Amplituden bei B6 und B7 für Schwingungsformen ohne Knotendurchmesser. Wie in den vorangegangenen Unterkapiteln gezeigt werden konnte, ist der Grund hierfür jedoch in der Korrelation zwischen der modalen Verformung der Schaufelmoden M4 und M5 mit den Anregungsfunktionen, sowie in der Anregung in erster Ordnung bei überlagerten Anregungsmechanismen zu sehen. Die hohen

Amplituden sind in diesen Fällen also nicht auf die Schaufelzahlen zurückzuführen. Von Seiten der aerodynamischen Anregung besteht grundsätzlich kein Grund, Schaufelzahlen so zu wählen, dass KDO Schwingungsformen vermieden werden. Der Unterschied bei der Anregung besteht lediglich darin, dass die Schaufeln simultan und nicht nacheinander angeregt werden. Ein direkter Einfluss auf die Intensität der Anregung liegt also nicht vor. Zu bedenken ist, dass die Resonanzamplituden auch maßgeblich von den Dämpfungseigenschaften beeinflusst werden. Die Dämpfung kann dabei von der Anzahl der Knotendurchmesser einer Eigenform abhängen. Für die untersuchte Radialturbine zeigten sich jedoch für KDO Schwingungsformen keine grundsätzlich geringeren Dämpfungswerte.



## 7 Simulation resonanter Schaufelschwingungen im Betrieb

Die Berechnung der Schwingungsantwort des Rotors für die Resonanzzustände im Betrieb der Turbine ist der abschließende Schritt des numerischen Analyseverfahrens. Damit können strömungsinduzierte Schaufelschwingungen vollständig simuliert und entsprechend der von Kreuz-Ihli (2001) vorgestellten Methodik, vgl. Kapitel 2.4.2, in den Auslegungsprozess von Radialturbinen eingebunden werden. Die praxisbezogene Anwendung der Methodik zur Berechnung von Schwingungsamplituden und dynamischen Belastungen setzt jedoch eine umfassende Validierung voraus. Durch den Abgleich von Simulationsergebnissen mit Messdaten zahlreicher Resonanzstellen und Betriebszustände, bei Anregung durch unterschiedliche Leitschaufelanzahlen sowie für Schwingungsformen bis zum fünften Schaufelmode wird die Methode erstmals auf breiter Basis validiert. Um die präzise Prüfung der Simulationsergebnisse zu ermöglichen, wurden die Verstimmung des in der Messung verwendeten Rotors und die in der Folge veränderten Schwingungseigenschaften im Strukturmodell nachgebildet.

Die Kopplung der strömungsmechanischen und der strukturdynamischen Vorgänge bei der Schwingungsanregung erfolgt unter Verwendung der in Kapitel 5 beschriebenen Ergebnisse der Strömungssimulationen. Die Abbildung der Fluid-Struktur-Interaktion wird unter Verwendung der Methode der Finiten Elemente in dem bereits in Kapitel 3 vorgestellten Strukturmodell realisiert. Des Weiteren müssen die Dämpfungseigenschaften in den Resonanzen in die Rechnung eingehen, welche aus den Messdaten zur Verfügung stehen, vgl. Kapitel 4. Somit sind alle Voraussetzungen für die Berechnung der Schwingungsantwort gegeben. Im Folgenden werden zunächst die Vorgehensweise und schließlich die Ergebnisse der Modellierung beschrieben.

### 7.1 Simulationsmethode zur Fluid-Struktur-Interaktion

Die Wechselwirkung zwischen Strömung und Struktur erfolgt grundsätzlich in beide Richtungen. Die Schaufel verformt sich durch einwirkende Fluidkräfte, umgekehrt hat die Verformung Einfluss auf die Umströmung der Schaufeln. Bei der transienten Simulation dieser bidirektionalen Kopplung müssen strukturdynamische und strömungsmechanische Rechnungen simultan durchgeführt und nach jedem Zeitschritt Daten übertragen werden, bis die Struktur einen eingeschwungenen Zustand erreicht hat. Unidirektionale, transiente Analysen von Klaus (2007) deuten darauf hin, dass ein stationärer Schwingungszustand erst nach mehreren hundert Rotorumdrehungen erreicht wird. Damit würde bei bidirektionaler Kopplung der bereits immense Rechenaufwand bei der Strömungssimulation um zwei Größenordnungen ansteigen und die Simulationen wären praktisch nicht anwendbar. Die auftretenden Schwingungsamplituden liegen im Falle des untersuchten Rotors in der Größenordnung von maximal  $10^{-6}$  m bis  $10^{-5}$  m. Durch die im Vergleich zum Rotordurchmesser mit 0,13 m geringen Auslenkungen wird die Rückwirkung auf die Strömung als äußerst gering angenommen. Somit erfolgt die Kopplung unidirektional. Diese Form der Kopplung wurde entsprechend auch in anderen aktuellen, in Kapitel 2 beschriebenen Forschungsarbeiten zur Anregung von Schaufelschwingungen verwendet.

Die Simulation erzwungener Schwingungen ist im Zeit- oder im Frequenzbereich möglich. In der Durchführung aufwändiger ist die transiente Analyse. Dem Strukturmodell wird dabei die instantane Druckverteilung auf der Rotoroberfläche für jeden Zeitschritt aufgeprägt. Diese Vorgehensweise ermöglicht die Betrachtung des Einschwingverhaltens. Bei der vorliegenden Problemstellung ist jedoch die maximale Resonanzamplitude im eingeschwungenen Zustand von Interesse. Der eingeschwungene, stationäre Schwingungszustand der Schaufeln wird üblicherweise in einer harmonischen Analyse im Frequenzraum bestimmt. Dieser spezielle Anwendungsfall ist mit kommerziellen Softwareprodukten realisierbar. In den eingesetzten Finiten-Elemente Programmen, ABAQUS und ANSYS Mechanical APDL, werden im ersten Rechenschritt die Eigenformen aus der homogenen Lösung des Differentialgleichungssystems 2.1 berechnet. Im zweiten Schritt wird die Schwingungsantwort als partikuläre Lösung aus der Superposition der Eigenformen bestimmt. Hierzu wird die rechte Seite der Gleichung durch die Anregungsfunktion ersetzt. Die Anwendung dieser Methode erfordert eine harmonische Anregung. Dies bedeutet, dass die Druckschwankungen auf der Schaufel bei der Anregungsfrequenz in Form trigonometrischer Funktionen mit lokal variierender Amplitude und Phasenlage vorliegen müssen. Hierfür werden die Druckdaten aus den Strömungssimulationen für jedes Element des Strömungsgitters auf der Rotoroberfläche vom Zeit- in den Frequenzbereich überführt. Die Transformation mit Hilfe einer Diskreten-Fourier-Zerlegung kann nicht ohne weiteres im Auswertemodul der CFD-Software vorgenommen werden und wurde deshalb durch die Erstellung eines entsprechenden Programms in MATLAB ermöglicht. Die Anregungsfunktion liegt somit zusammen mit den Koordinaten auf der Schaufeloberfläche für diskrete Frequenzen als Real- und Imaginärteil des lokalen Oberflächendruckes in komplexer Darstellung

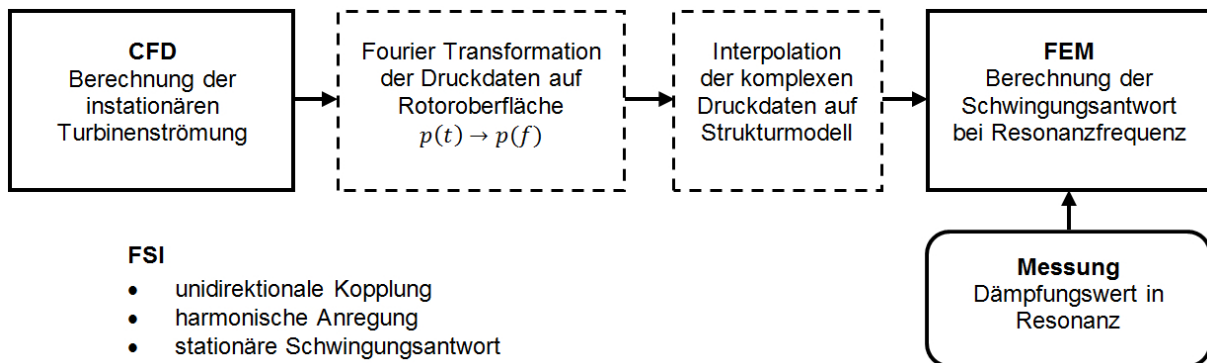
$$p = \operatorname{Re}(p) + i \cdot \operatorname{Im}(p) = \hat{p} \cdot \cos(\varphi) + i \cdot \hat{p} \cdot \sin(\varphi) \quad (7.1)$$

mit  $\hat{p}(x, y, z, f_{anr})$  und  $\varphi(x, y, z, f_{anr})$

in Textdateien tabellarisch vor und wird in das Finite-Elemente Programm eingelesen. Die Werte werden an zweidimensionale Elemente des Strukturnetzes auf der gesamten Oberfläche des Rotors einschließlich Nabe und Radrückwand übergeben. Die Druckrandbedingungen beschränken sich also nicht auf die Umfangsrichtung, wie in den bisherigen Darstellungen der Anregungsfunktion, sondern wirken in Richtung der lokalen Oberflächennormalen. Da sich die verwendeten Oberflächengitter für die Strömungs- und Strukturanalysen unterscheiden, erfolgt eine Interpolation der Daten auf das Gitter des Strukturmodells. Dies wird entweder durch eine bereits implementierte „Mapping“-Funktion in ABAQUS oder durch die Einbindung eines entsprechenden Algorithmus in einem Skript in ANSYS Mechanical APDL umgesetzt.

Zur Analyse eines Resonanzzustandes muss mit der Eigenfrequenz angeregt werden. Folglich muss die Anregungsfunktion, die nach der Fourier-Transformation für ein breites diskretisiertes Spektrum vorliegt, mit den harmonischen Druckschwankungen bei der Eigenfrequenz verwendet werden. Bei Resonanzen in erster Ordnung ( $S = 1$ ) entspricht die

Anregungsfrequenz der Schaufelfrequenz, bei höherer Ordnung dem entsprechenden Vielfachen. Die Rechenprozedur für die unidirektionale Kopplung ist im Ablaufdiagramm in **Bild 7.1** veranschaulicht und zeigt die Rechenschritte, die sukzessive ausgeführt werden.



**Bild 7.1:** Ablaufdiagramm der Rechenschritte für die Fluid-Struktur Interaktion (FSI)

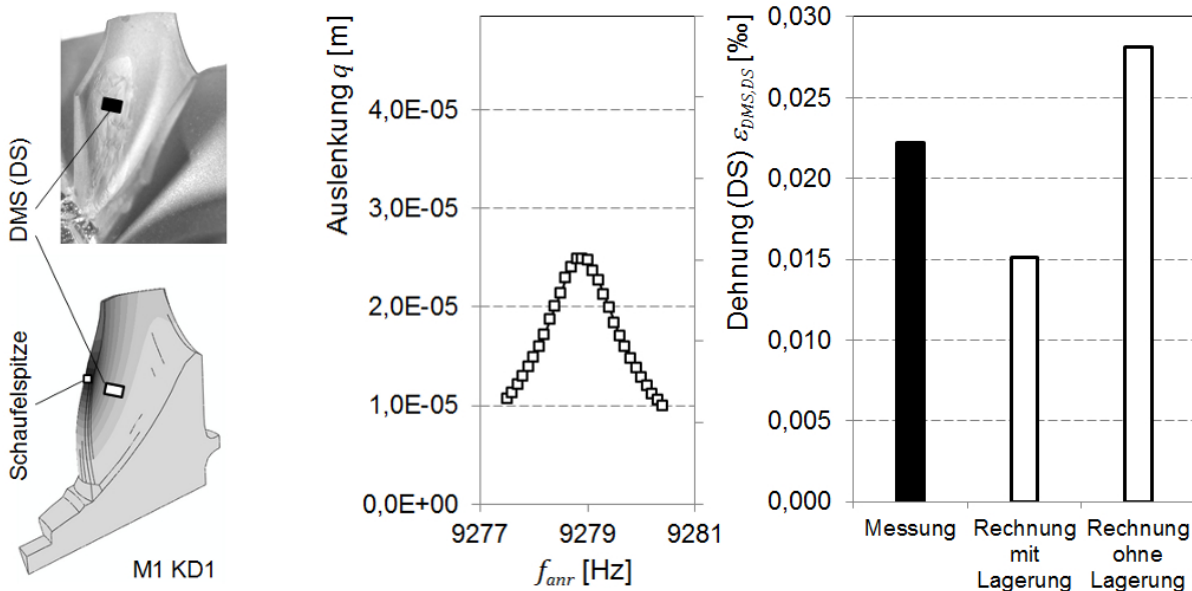
Eine für die Schwingungsamplitude entscheidende Randbedingung ist die Gesamtdämpfung. Diese wurde, wie in Kapitel 4 beschrieben, aus den Messdaten der einzelnen Resonanzstellen bestimmt. Das Lehrsche Dämpfungsmaß wird in der Simulation als Konstante vorgegeben. Des Weiteren werden die temperaturabhängigen Werkstoffeigenschaften, der Elastizitätsmodul  $E$ , die Querkontraktionszahl  $\nu$  sowie die Dichte  $\rho$ , als konstant angenommen. Sie ergeben sich aus der mittleren Temperatur der Luft im Bereich des Rotors, die in den Strömungssimulationen für jeden Betriebspunkt bestimmt wurde. Bei der Modellierung der Lagerung der Rotorwelle werden in den Simulationen zwei unterschiedliche Varianten verwendet. Entweder ist die Welle entsprechend den Beschreibungen in Kapitel 3.1.2 bzw. der Darstellung in **Bild 3.3** fest an den Lagerstellen eingespannt, oder die Struktur ist nicht gelagert. In beiden Fällen handelt es sich um Idealisierungen, welche die realen Eigenschaften der Gleitlagerung nicht vollständig abbilden können. Die Vorspannung durch die Fliehkraft und die einhergehende Versteifung des schwingenden Systems kann durch einen der harmonischen Analyse vorangehenden Analyseschritt in die Berechnungen einfließen. Das Fliehkraftfeld ergibt sich aus der jeweiligen Resonanzdrehzahl.

Bevor die erzwungene Schwingung simuliert wird, muss in einer Modalanalyse die Eigenfrequenz der anzuregenden Schwingungsform bestimmt werden, die sich für die Werkstoffeigenschaften und die Drehzahl der Resonanzstelle ergibt. Die Anregungsfrequenz, die in den Programmen frei und von der Anregungsfunktion unabhängig vorgegeben werden kann, wird in einem schmalen Frequenzband um die Eigenfrequenz schrittweise variiert. So ergibt sich die in **Bild 7.2** (Mitte) am Beispiel der Anregung des ersten Biegemodes M1 KD1 dargestellte Schwingungsantwort. Um sicherzustellen, dass die maximale Resonanzamplitude berechnet wird, ist die Schrittweite, mit der die Anregungsfrequenz erhöht wird, ausreichend klein zu wählen; im dargestellten Fall beträgt diese  $\Delta f = 0,1$  Hz.

## 7.2 Validierung der Simulationsmethode mit gemessenen Schwingungsamplituden

### 7.2.1 Schwingungsantworten des idealen Strukturmodells

Die Schwingungsantwort in Betriebspunkt B1 ist in **Bild 7.2** (Mitte) über der Anregungsfrequenz aufgetragen. Gezeigt ist die Amplitude der Auslenkung an der links im Bild markierten Position an der Schaufelspitze. Bei der Eigenfrequenz von 9279 Hz tritt dort die maximale Amplitude von  $2,49 \times 10^{-5}$  m auf. Der Wert ist für derart kleine Verformungen näherungsweise proportional zur Dehnung auf der Schaufeloberfläche. Die Dehnung an der links im Bild markierten Position des Dehnungsmessstreifens auf der Druckseite ist im mittleren Diagramm auf der rechten Ordinate, sowie auf der Ordinate im Diagramm rechts dargestellt. Die über die Anregungsfrequenz aufgetragene Schwingungsantwort im mittleren Diagramm ist das Ergebnis einer Rechnung mit fester Einspannung der Rotorwelle an den Lagerstellen. Dieses sowie das Rechenergebnis bei der Anregung eines Rotors ohne Einspannung sind im rechten Diagramm dem Messergebnis gegenübergestellt. In dieser Darstellung sind jeweils die Dehnungsamplituden an der Messposition aufgetragen, welche für den Vergleich zwischen Rechnung und Messung herangezogen werden. Ergebnisse aus Rechnungen werden dabei als ungefüllte Balken und Symbole dargestellt, Messergebnisse sind durch eine schwarze Füllung kenntlich gemacht. Diese Form der Darstellung findet auch in allen weiteren Diagrammen Verwendung.



**Bild 7.2:** DMS-Position auf Druckseite und Verformung einer einzelnen Schaufel im Strukturmodell für M1 KD1 (links), Schwingungsantwort bei variierender Anregungsfrequenz in Resonanzstelle B1 (Mitte) und maximale gemessene und berechnete Dehnungsamplituden mit/ohne Lagerung der Welle (rechts)

Der Vergleich in Betriebspunkt B1 zeigt bereits eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der Messung und den mit der Simulationsmethode erzielten Ergebnissen. Der Vergleich

macht auch den Einfluss der Randbedingungen im Finiten-Elemente Modell deutlich. Während die berechnete Amplitude bei fester Einspannung zu niedrige Werte annimmt, werden die Werte der Messung in der Rechnung ohne Einspannung des Modells überschätzt. Wie beschrieben, kann keine der beiden Idealisierungen die realen und in der Modellierung aufwändigen Eigenschaften der Gleitlagerung exakt abbilden. Wird bei der Anwendung der Methode auf die Lagerrandbedingungen verzichtet, bringt dies zusätzliche Sicherheit bei der dynamischen Auslegung von Rotoren.

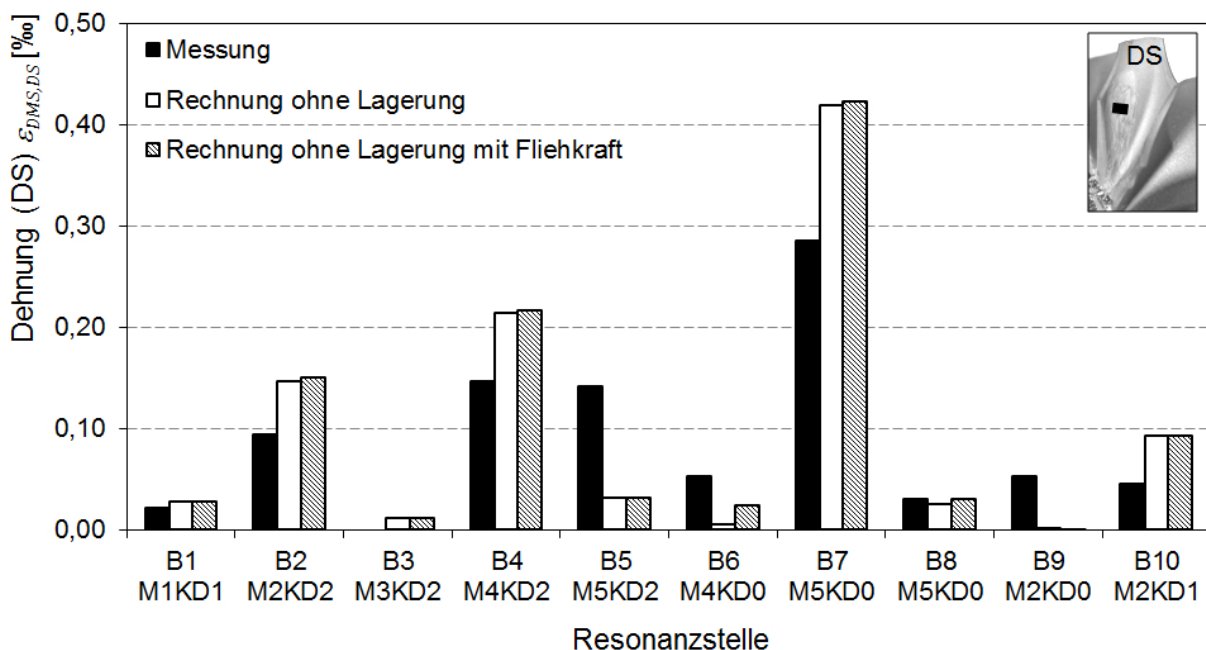
In den durchgeführten Arbeiten fanden sowohl das Finite-Elemente Programm ANSYS Mechanical APDL als auch ABAQUS Anwendung. Die berechneten Amplituden für die Resonanzstelle B1 sind identisch für beide Softwarepakete. Weitere Ergebnisse aus Simulationen mit fester Lagerung der Rotorwelle in ANSYS sind in **Bild A.8** im Anhang aufgeführt und sind in Schwitzke et. al (2013) sowie Schwitzke und Hönisch et. al (2013) veröffentlicht. Wie bereits angedeutet, ergeben sich, mit Ausnahme der Resonanz von M3 KD2, tendenziell niedrigere Amplituden in der Rechnung für den Fall einer festen Einspannung an den Lagerpositionen.

Alle weiteren Resultate stammen aus Berechnungen mit ABAQUS und beschränken sich auf Strukturmodelle ohne Einspannung. Im Folgenden wird der Vergleich der Dehnung an einer maximal verformten Schaufel aus der Simulation mit den maximalen gemessenen Dehnungen auf der Druck- sowie auf der Saugseite durchgeführt. Die Ergebnisse sind nachfolgend in **Bild 7.3** und **Bild 7.4** dargestellt, die Sensorpositionen sind jeweils rechts oben angedeutet. Die Diagramme enthalten die Ergebnisse für die Resonanzstellen B1 bis B10. Die Simulationsergebnisse bei der Anregung von M4 KD1 in B11 waren nicht plausibel. Die berechneten Amplituden lagen mehr als eine Größenordnung über dem Messergebnis bzw. den Rechenergebnissen aller anderen untersuchten Resonanzen. Die Daten sind nicht in den Diagrammen aufgeführt. Durch die beschriebene hohe Anregbarkeit der Schwingungsform (vgl. **Bild 6.4**) waren hohe Amplituden für diese Resonanzstelle zu erwarten. Der Grund für die deutliche Überschätzung der Messergebnisse lässt sich jedoch mit hoher Wahrscheinlichkeit auf einen fehlerhaften Dämpfungswert zurückführen. Die im Vergleich zu anderen Resonanzen des Schaufelmodus M4 geringe Dämpfung von  $0,2 \times 10^{-4}$  wurde aus den Messdaten bestimmt (vgl. **Tabelle 4.1**). Durch eine geringe Auflösung der Messdaten im Frequenzbereich stützt sich die Dämpfungsbestimmung aus der Vergrößerungsfunktion auf lediglich drei Stützstellen und ist somit ungenau, vgl. **Bild A.3** linke Spalte, zweites Diagramm von unten. Dies verdeutlicht erneut, dass die Kenntnis präziser Dämpfungswerte eine entscheidende Rolle bei der Simulation einnimmt.

Grundsätzlich zeigen die in **Bild 7.3** und **Bild 7.4** dargestellten Dehnungsamplituden aus den Berechnungen eine gute Übereinstimmung zur Messung, welche die ursprünglichen Erwartungen deutlich übertreffen. Mit wenigen Ausnahmen ergeben sich in der Simulation Amplituden, die lediglich geringfügig von den Messwerten abweichen. Die Ausnahmen zeigen tendenziell höhere Amplituden, was im Hinblick auf den Einfluss der Lagerung plausibel ist.

Auch das Resonanzverhalten der Eigenform M3 KD2 in Betriebspunkt B3 wird in der Rechnung wiedergegeben. Die nicht auftretende Resonanz, wofür die Ursachen bereits in den vorangegangenen Kapiteln erläutert wurden, wird in der Rechnung durch eine sehr geringe Amplitude wiedergegeben.

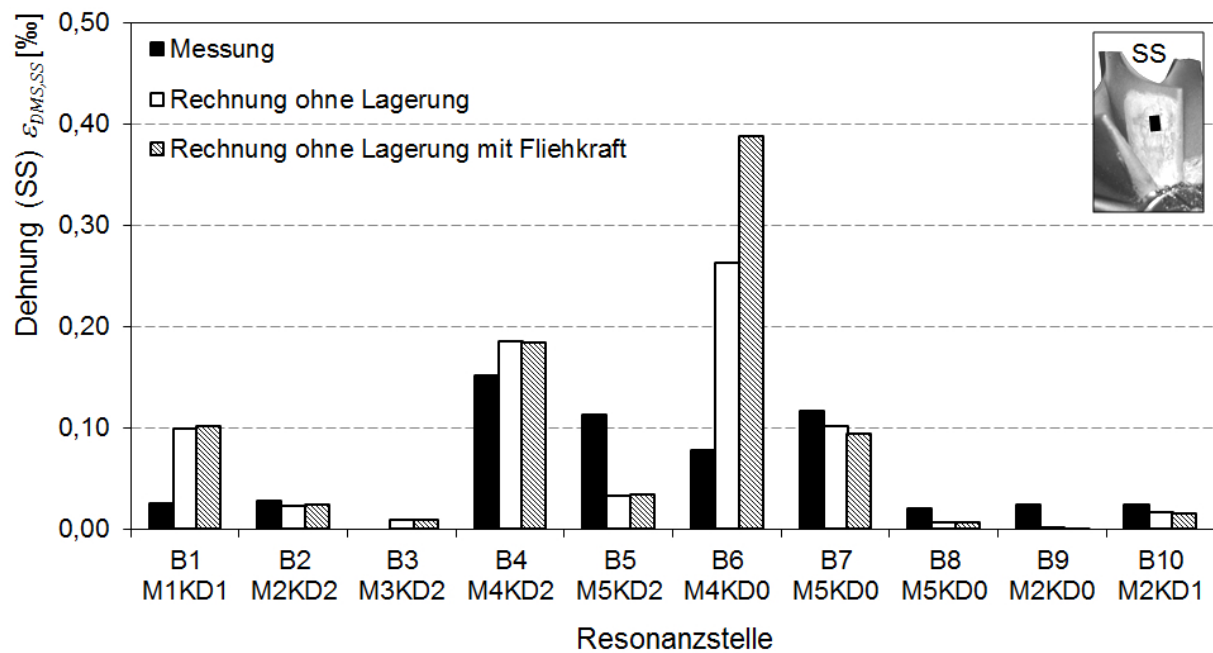
Die Gegenüberstellung beinhaltet auch Resonanzen, in denen Schwingungsformen ohne Knotendurchmesser angeregt wurden. Im Falle von M5 KD0 sind die Simulationsergebnisse im erwarteten Bereich. Eine starke Abweichung zeigt sich bei M4 KD0. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass diese Schwingungsform im Strukturmodell nicht präzise abgebildet wird, vgl. **Bild 3.8**. Die ungenaue Abbildung der Schwingungsform hat zur Folge, dass auch die Dehnung auf der Schaufeloberfläche im Modell nicht richtig wiedergegeben wird. Entsprechend sind hier starke Abweichungen zu den gemessenen Dehnungen plausibel. Dies macht sich für diese Resonanzstelle auch durch die stark unterschiedlichen Übereinstimmungen für die Sensorpositionen auf der Druck- und auf der Saugseite bemerkbar (vgl. **Bild 7.3** und **Bild 7.4**). Des Weiteren sind die berechneten Amplituden bei der Anregung in B9 sehr niedrig, eine eindeutige Ursache konnte hier nicht gefunden werden.



**Bild 7.3:** Vergleich gemessener und am idealen Rotor berechneter Dehnungsamplituden an der DMS-Position auf der DS ohne Lagerung des Rotors mit und ohne Fliehkraftbelastung

Abweichungen ergeben sich außerdem bei der Anregung von M5 KD2. Hier soll erneut auf die eingeschränkte Qualität der Messdaten bei höheren Schwingungsformen hingewiesen werden, da die Applikation der Dehnungsmessstreifen ursprünglich nicht für die Messung von Schwingungsamplituden für die komplexen Schaufelmoden optimiert war.

In weiteren Berechnungen am idealen Strukturmodell wurden der Fliehkrafteinfluss und die damit einhergehende Vorspannung der Struktur auf die Resonanzamplituden bestimmt. Die Resultate sind in **Bild 7.3** und **Bild 7.4** als schraffierte Balken gekennzeichnet. Insgesamt zeigt sich ein geringer Einfluss, der in den meisten Fällen entgegen der Erwartung eine moderate Erhöhung der berechneten Dehnungsamplituden zur Folge hat. Zudem zeigt der Fliehkrafteinfluss leicht unterschiedliche Wirkung auf unterschiedliche Schwingungsformen und auch Sensorpositionen.



**Bild 7.4:** Vergleich gemessener und am idealen Rotor berechneter Dehnungsamplituden an der DMS-Position auf der SS ohne Lagerung des Rotors mit und ohne Fliehkraftbelastung

Durch die Berücksichtigung der Fliehkräfte und der damit einhergehenden Erhöhung der Eigen- bzw. Resonanzfrequenzen können die Rechenergebnisse nun auch für diese Größe den Messergebnissen gegenübergestellt werden. Die Abweichungen  $\Delta f = f_{Modell} - f_{Mess}$  sind auf den Messwert bezogen in **Tabelle 7.1** zusammengestellt. Mit Ausnahme der höheren Diskrepanz für M1 KD1 in B1 zeigt sich eine gute Übereinstimmung, die mit den Werten für den ruhenden Zustand bei Umgebungsbedingungen vergleichbar ist (vgl. **Tabelle 3.1**).

**Tabelle 7.1:** Resonanzfrequenz aus Messung und Rechnung mit Fliehkraftbelastung am idealen, gedämpften Strukturmodell

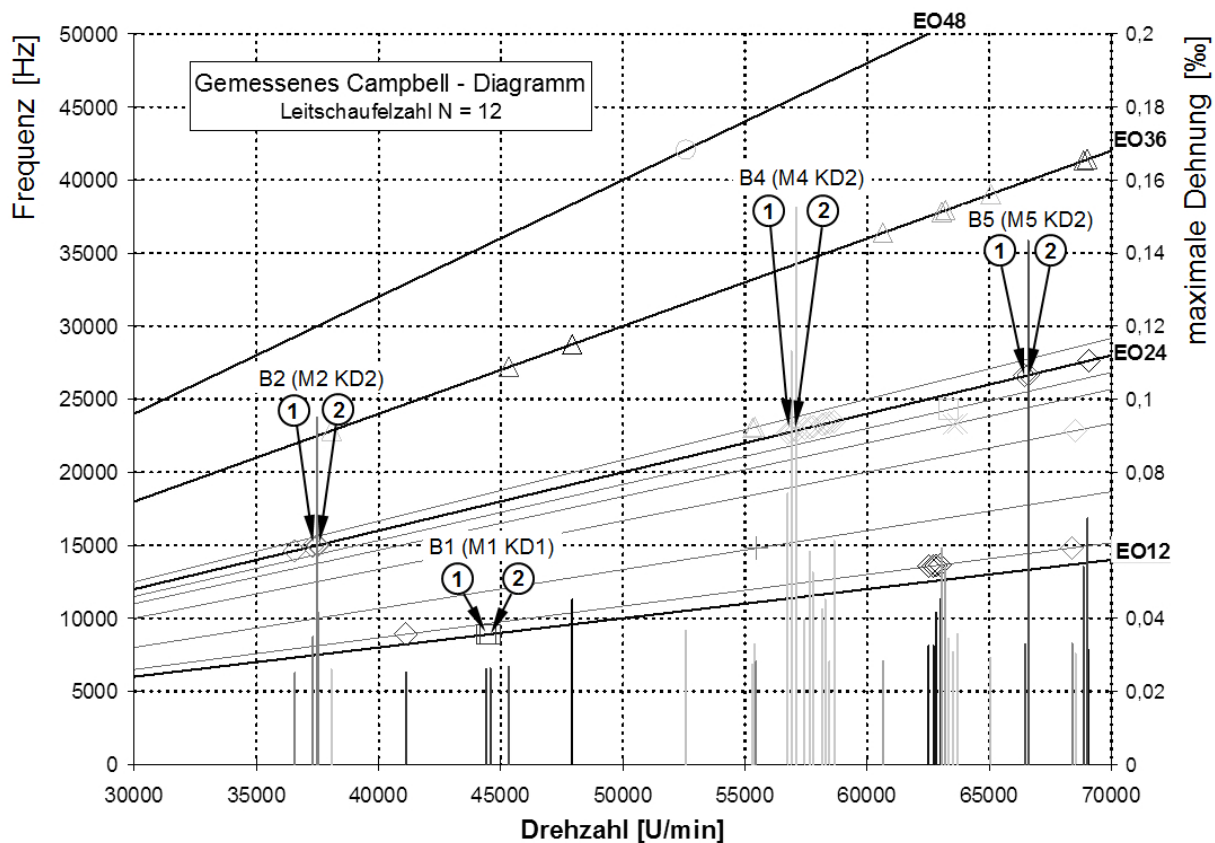
Resonanzstelle	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13
Schwingungsform	M1 KD1	M2 KD2	M3 KD2	M4 KD2	M5 KD2	M4 KD0	M5 KD0	M5 KD0	M2 KD0	M2 KD1	M4 KD1	M7 KD2	M9 KD2
$\Delta f/f_{Mess}$ [%]	7,35	1,67	-	1,27	0,96	1,20	1,04	1,89	0,75	-0,63	4,57	2,94	4,55

Als entscheidender Unterschied zwischen Messung und Simulation ist an dieser Stelle die Verstimmung zu nennen. Zum einen wird dadurch der beschriebene Effekt möglicher Amplitudenüberhöhungen einzelner Schaufeln in den Rechnungen am idealen Rotor nicht abgebildet. In den Untersuchungen von Hönisch et al. (2011) ergaben sich jedoch für die betrachtete Geometrie in Einzelfällen um bis zu Faktor zwei höhere Amplituden durch die Verstimmung. Zum zweiten bleibt das reale Eigenschwingverhalten der Struktur hinsichtlich der Lage der Knotendurchmesser unberücksichtigt. Während diese im Falle einer idealen

Struktur relativ zum Rotor rotieren, können sie im verstimmt System eine feste Lage im Rotor einnehmen. Dieser Effekt erschwert den Vergleich der gemessenen und berechneten Amplituden.

### 7.2.2 Abbildung der Verstimmungseffekte in Strukturmodellen

Um die genannten Verstimmungseffekte auch bei der Berechnung der Schwingungsantwort zu berücksichtigen, wurden die am Lehrstuhl für Strukturmechanik und Fahrzeugschwingungen (SMF) an der Brandenburgischen Technischen Universität (BTU) in Cottbus erstellten, verstimmten Strukturmodelle verwendet. Die Modelle des in den Messungen verwendeten Rotors wurden auf Basis der in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Vorgehensweise erzeugt und liegen aus den Arbeiten von Schwitzke und Hönisch et al. (2013) für die Eigenformen M1 KD1, M2 KD2, M3 KD2, M4 KD2 und M5 KD2 vor.



**Bild 7.5:** Resonanzen im Betrieb mit  $Z=12$  Leitschaufeln und maximale gemessene Dehnungen aus Klaus (2007) sowie Kennzeichnung ausgewählter verstimmungsbedingt doppelt oder mehrfach auftretender Resonanzen

Mit Ausnahme von M3 KD2 traten die genannten Eigenformen in Resonanzstellen beim Betrieb der Turbine mit  $Z=12$  Leitschaufeln auf. Das Campbell-Diagramm mit den maximalen gemessenen Dehnungen ist aus Klaus (2007) bekannt und in **Bild 7.5** dargestellt. Einige der in Kapitel 2 beschriebenen Verstimmungseffekte werden bereits in dieser Darstellung deutlich. Die Eigenschaft, dass sich Schwingungsformen einer verstimmt



Struktur stets durch die Überlagerung von Rotorschwingungsformen bilden, hat zur Folge, dass für eine Resonanzstelle alle Schwingungsformen einer Schwingungsfamilie auftreten können. Entsprechend tritt im Bereich der Resonanzstelle B4, in der Rotorschwingungsformen des Schaufelmoden M4 mit zwei Knotendurchmessern phasenrichtig angeregt werden, nicht nur eine einzelne Resonanz auf. Für den untersuchten Rotor mit elf Schaufeln existieren KD0-KD5 Schwingungsformen. Durch die doppelten Eigenwerte für Schwingungsformen mit Knotendurchmessern besteht eine Schwingungsfamilie aus elf Eigenformen, die angeregt werden können. Da durch die Verstimmung jede dieser Eigenformen eine KD2 Komponente enthält, können alle elf verstimmteten Eigenformen angeregt werden. Dies zeigt sich im Campbell-Diagramm besonders deutlich für diese Resonanzstelle, wo für zehn der elf Eigenformen der Schwingungsfamilie eine Amplitude gemessen wurde. Für die untersuchten Resonanzstellen B2 und B4 zeigen jeweils zwei nahe beieinander liegende Resonanzen die höchsten Amplituden, welche als Balken auf der rechten Ordinate aufgetragen sind. Da davon ausgegangen wird, dass diese doppelte Eigenform von der angeregten KD2 Komponente dominiert wird, werden diese für die Auswertung herangezogen. Das Verhalten deutet bereits auf eine starke Verstimmung dieser beiden Moden hin. In den Resonanzstellen B1 und B5 hingegen treten lediglich die doppelten Eigenmoden für die angeregte Rotorschwingungsform auf, was an jeweils zwei Balken für die Amplituden im Diagramm zu erkennen ist. Dies ist die Folge einer geringeren Verstimmung bzw. einer geringen modalen Dichte für diese Eigenformen (vgl. Kapitel 2.2.2). Im Folgenden wird weiter auf die Effekte der Verstimmung eingegangen, um zu prüfen, ob die realen Schwingungseigenschaften im Betrieb von den verstimmteten Strukturmodellen richtig wiedergegeben werden.

Die Simulationen wurden ohne Lagerung und ohne Fliehkraftbelastung durchgeführt, da die verstimmteten Strukturmodelle für diese Bedingungen erstellt und validiert wurden.

### Frequenzsplitting

Das Auseinanderlaufen der doppelten Eigenwerte im Falle einer verstimmteten Struktur tritt im Campbell-Diagramm vor allem bei den Resonanzen B1 und B5 deutlich hervor, wo jeweils zwei benachbarte Schwingungsformen angeregt werden. Das Frequenzsplitting  $FS$  wird nach Gleichung 2.13 aus den gemessenen Frequenzen bestimmt. Auch in den Rechnungen mit den verstimmteten Strukturmodellen ergeben sich gesplittete Eigenformen, bzw. zwei resonante Schwingungen bei der Anregung durch die berechneten Druckkräfte im Betrieb. Die Werte für das Frequenzsplitting aus der Simulation sind in **Tabelle 7.2** jenen aus der Messung gegenübergestellt. Während das Frequenzsplitting für die ersten beiden Schaufelmoden eine gute Übereinstimmung mit der Messung zeigt, nehmen die Unterschiede für höhere Moden zu, sodass besonders für M5 KD2 größere Abweichungen bestehen. Diese sind abhängig von der Güte der verstimmteten Strukturmodelle, die bei deren Erzeugung erreicht werden konnte. Für M5 KD2 ergaben sich deutlich geringere  $MAC$  Werte und damit eine geringere Qualität des verstimmteten Modelles für diesen Schaufelmode, vgl. Kapitel 3.2.3.

Die unter Berücksichtigung des Temperatureinflusses auf die Werkstoffeigenschaften, jedoch ohne den Fliehkrafteinfluss berechneten doppelten Eigenfrequenzen der verstimmteten Modelle sind den gemessenen Resonanzfrequenzen für die jeweiligen Resonanzen ① und ② gegenübergestellt. Die Abweichungen  $\Delta f = f_{Modell} - f_{Mess}$  zur Messung haben sich im Vergleich zu jenen am idealen Modell in **Tabelle 7.1** weiter verringert.

**Tabelle 7.2:** Frequenzsplitting und Resonanzfrequenzen aus Messung und Rechnung

Resonanzstelle	B1	B2	B3	B4	B5
Schwingungsform	M1 KD1	M2 KD2	M3 KD2	M4 KD2	M5 KD2
<i>FS</i> Messung [%]	0,38	0,51	-	0,27	0,14
<i>FS</i> Rechnung [%]	0,44	0,77	0,26	0,55	0,86
$\Delta f/f_{Mess,1}$ [%]	4,85	0,46	-	0,14	1,33
$\Delta f/f_{Mess,2}$ [%]	4,91	0,72	-	0,43	2,05

### Amplitudenüberhöhung

Zur Bestimmung der Amplitudenüberhöhung nach Gleichung 2.15 muss die maximale Schwingungsamplitude für einen idealen Rotor bekannt sein. Da entsprechende Messdaten nicht vorliegen, bzw. die maximale Amplitude im verstimmtten Fall aus Messdaten an nur zwei Schaufeln nicht sicher bestimmt werden kann, ist es nicht möglich, entsprechende Werte auf Basis des Experiments anzugeben. Auch die oft übliche Herangehensweise die Amplitude der maximal ausgelenkten Schaufel auf die mittlere Amplitude aller Schaufeln zu beziehen, um eine Aussage über die Überhöhung zu erhalten, ist daher nicht möglich. Auf Basis der Berechnungen lassen sich jedoch entsprechende Werte bestimmen. Diese sind in **Tabelle 7.3** zusammengestellt. Es ergibt sich eine deutliche Überhöhung für M2 KD2 und M4 KD2, was auf eine stärkere Verstimmung dieser Moden hinweist. Die starke Verstimmung wurde bereits im Campbell-Diagramm in **Bild 7.5** durch die Anregung zahlreicher Schwingungsformen in diesen beiden Resonanzstellen ersichtlich. Die Werte sind auch im Hinblick auf die für diese Geometrie maximal mögliche Amplitudenüberhöhung von  $A = 1,72$  nach Gleichung 2.17 von Kenyon und Griffin (2001) plausibel. Die berechneten Überhöhungen fügen sich des Weiteren sehr gut in die Ergebnisse aus Untersuchungen von Hönisch et al. (2011) ein. Bei einer umlaufenden Anregung durch Einheitslasten sind dort für die betrachteten Schaufelmoden und Erregerordnungen vergleichbare Amplitudenüberhöhungen für mehrere, unterschiedlich verstimmtte Rotormodelle berechnet worden.

**Tabelle 7.3:** Amplitudenüberhöhung aus den Berechnungen

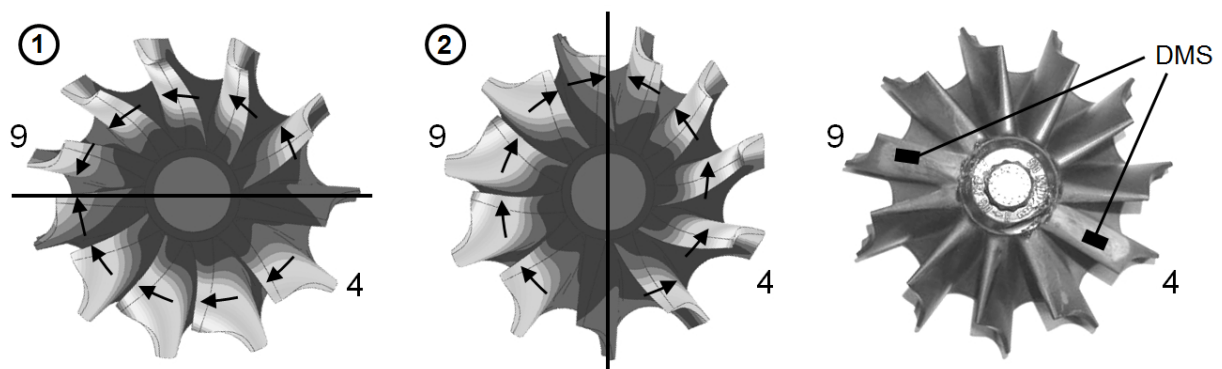
Resonanzstelle	B1	B2	B3	B4	B5
Schwingungsform	M1 KD1	M2 KD2	M3 KD2	M4 KD2	M5 KD2
Amplitudenüberhöhung $A$ [-]	1,11	1,22	1,01	1,31	0,92

### Verhalten der Knotendurchmesser

Im Falle einer idealen oder gering verstimmtten Struktur mit rotierenden Knotendurchmessern erfährt jede Schaufel phasenverschoben die maximale Auslenkung. Unter der Annahme eines solchen Verhaltens bei der Messung im Betrieb ist der bisher durchgeführte Vergleich der maximalen gemessenen Dehnung mit der Dehnung an einer maximal ausgelenkten Schaufel im Strukturmodell das richtige Vorgehen. Nehmen jedoch durch die Verstimmung die

Knotendurchmesser eine feste Position im Bezugssystem des Rotors ein, so erfahren einzelne Schaufeln keine oder eine geringere Auslenkung, wenn der Knotendurchmesser durch die Schaufel oder nahe der Schaufel verläuft. Handelt es sich dabei um die mit Dehnungsmessstreifen applizierten Messschaufeln wäre für eine entsprechende Schwingungsform in Resonanz nicht die maximale Dehnungsamplitude detektiert worden, und eine Gegenüberstellung mit der maximalen Amplitude aus der Rechnung wäre nicht sinnvoll.

Deshalb stellt sich zunächst die Frage, ob die Verstimmung der Struktur bei den Messungen im Betrieb eine feste Orientierung der Knotendurchmesser zur Folge hatte. Hierbei erweist es sich als problematisch, dass nur Messdaten von zwei der elf Schaufeln zur Verfügung stehen. Dieser Sachverhalt macht es nicht möglich, das Verhalten der Knotendurchmesser für alle Resonanzstellen zweifelsfrei zu bestimmen. Dennoch werden von Klaus (2007) bei einer detaillierten Auswertung der Zeitsignale der Dehnungsmessungen klare Hinweise für das Auftreten fester Knotendurchmesser für die Moden M2 KD2 und M4 KD2 gefunden. Die über die Zeit aufgezeichneten Sensorsignale der beiden Schaufeln zeigten sich für die Resonanzen mit jeweils maximaler Amplitude annähernd phasengleich. Dies weist auf eine feste Lage der Knotendurchmesser hin, da im Falle deren Rotation ein Phasenversatz von  $32,7^\circ$  auftreten würde. Dieser ergibt sich aus dem Schaufelphasenwinkel nach Gleichung 2.10 zwischen Schaufel 4 und Schaufel 9. Die Zeitsignale der Messung deuten für die Resonanzstelle B5 (M5 KD2) durch einen Phasenversatz von ca.  $20^\circ$  auf eine geringere Verstimmung der Schwingungsform mit rotierenden Knotendurchmessern hin. Auf Basis der Messdaten ist jedoch keine Aussage für das Verhalten der Knotendurchmesser in B1 (M1 KD1) möglich. Für den nachfolgenden Vergleich mit den Ergebnissen der Simulation soll davon ausgegangen werden, dass bei der Messung durch die Verstimmung eine feste Position der Knotendurchmesser auftrat.



**Bild 7.6:** Doppelte Eigenformen von M1 KD1 in Resonanzstellen B1 ① und ② aus der Simulation am verstimmtten Modell und Messschaufeln 4 und 9 mit DMS

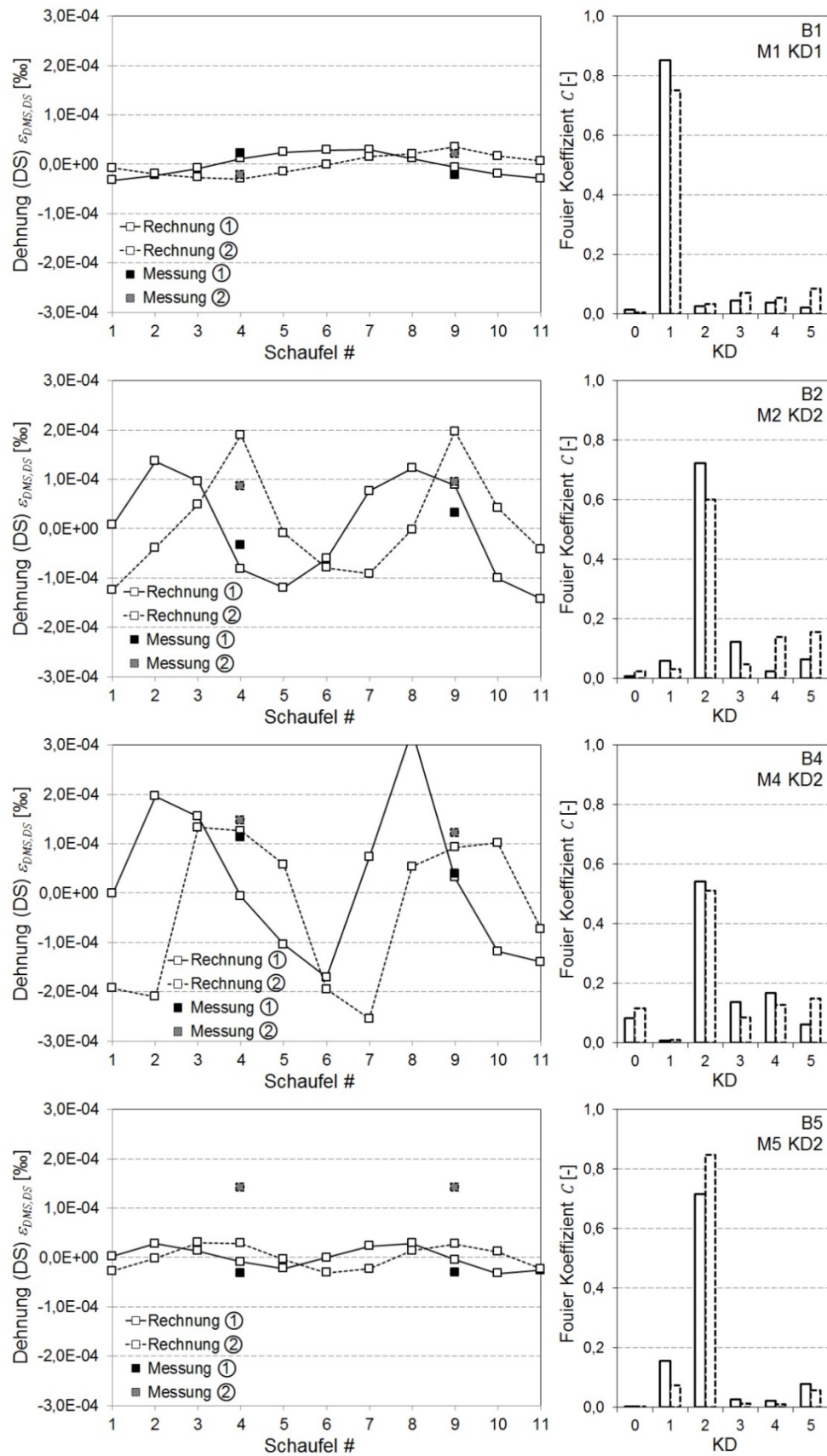
Bei der Simulation der erzwungen Schwingungen wird das Verhalten der Knotendurchmesser sowohl für das ideale als auch für die verstimmtten Strukturmodelle in der jeweils charakteristischen Weise abgebildet. Die Knotendurchmesser rotieren mit der Anregung im idealen Modell und nehmen für das verstimmtte Modell für alle untersuchten Resonanzstellen eine feste Orientierung relativ zum Rotor ein. Für die doppelten Eigenformen sind die

Knotendurchmesser jeweils um den Winkel  $\pi/(2 \cdot KD)$  verdreht, wie in **Bild 7.6** am Beispiel der Resonanzstellen B1 ① und ② von M1 KD1 veranschaulicht.

Im Folgenden wird geprüft, ob in den Simulationen mit den verstimmten Modellen die Orientierung der Knotendurchmesser richtig wiedergegeben wird. Abhängig von der Lage der Knotendurchmesser traten in der Messung für doppelte Eigenformen auf den beiden Messschaufeln zum Teil unterschiedlich hohe Resonanzamplituden auf. Aus dem Vergleich der gemessenen Amplituden mit den Simulationsergebnissen kann somit geschlossen werden, ob die Rotorschwingungsformen in den Modellen korrekt abgebildet wurden.

Die gemessenen und berechneten Dehnungen an der Messposition auf der Druckseite beider Schaufeln sind für die vier betrachteten Resonanzen mit doppelten Eigenformen jeweils zum Zeitpunkt maximaler Auslenkung in **Bild 7.7** gegenübergestellt. Für die Resonanzstellen B1 ① und ② der Schwingungsform M1 KD1 sind die gemessenen Schwingungsamplituden annähernd identisch (siehe auch **Bild 7.5**). Für die KD1 Schwingungsform schwingen die Schaufeln 4 und 9 unter der Annahme einer relativ zum Rotor festen Lage des Knotendurchmessers gegenphasig, vgl. **Bild 7.6**. Entsprechend sind in **Bild 7.7** die Messwerte in B1 ① auf Schaufel 4 positiv und auf Schaufel 9 negativ, für B1 ② entsprechend umgekehrt. Die Ergebnisse der Berechnung sind als Linienzüge dargestellt, wobei die Dehnungen an der Sensorposition auf der Druckseite für alle Schaufeln aufgetragen sind. In der Abwicklung wird die Verdrehung der Knotendurchmesser zwischen ① und ② durch die horizontale Verschiebung der Linienzüge deutlich. Für Resonanzstelle ① liegen die Messschaufeln nahe am Knotendurchmesser, bei den Nulldurchgängen zwischen den Schaufeln 3 und 4 sowie 8 und 9. Durch die Orientierung des Knotendurchmessers ergeben sich deshalb etwas niedrigere Dehnungsamplituden für ①. Entweder weicht die Orientierung der Knotendurchmesser leicht von der Messung ab, oder es bilden sich bei der Messung dieser Resonanzstelle rotierende Rotorschwingungsformen aus, was eine Erklärung für annähernd identische Amplituden auf beiden Messschaufeln wäre. Trotz dieser Unterschiede werden die maximalen Schwingungsamplituden durch die Rechnung sehr gut wiedergegeben.

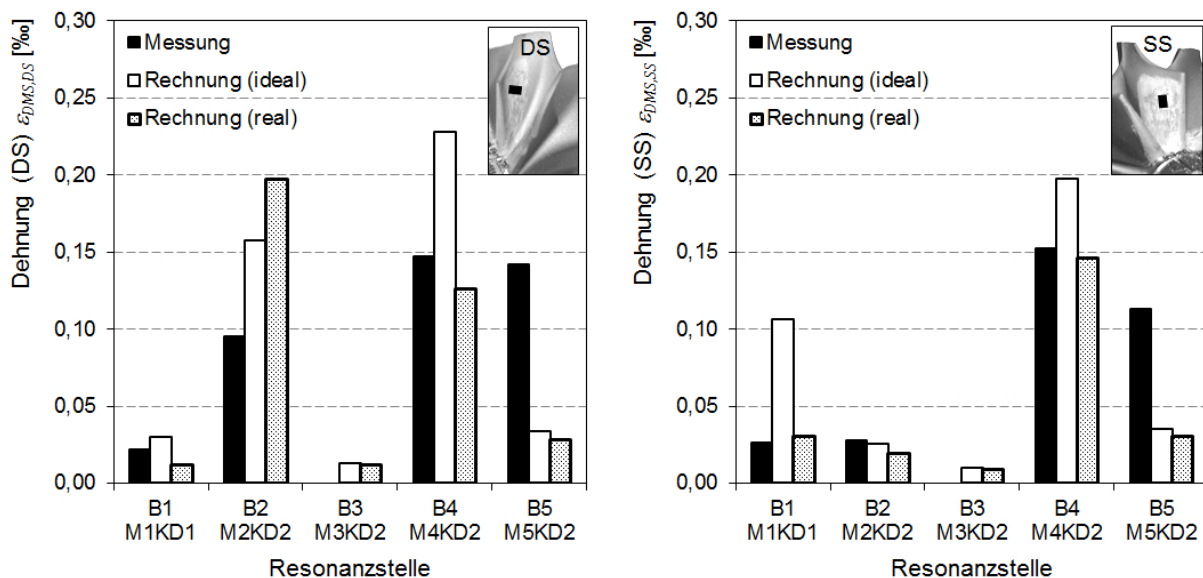
Die Ergebnisse für die Resonanzen der beiden stark verstimmten Eigenformen B2 (M2 KD2) und B4 (M4 KD2) aus Messung und Rechnung sind in **Bild 7.7** in der zweiten und dritten Zeile in entsprechender Weise dargestellt. Für B2 ① ergaben sich in der Messung geringere Amplituden als für ②. Dieses Verhalten wird auch in der Rechnung sichtbar, wo sich durch die Orientierung der Knotendurchmesser ebenfalls geringere Werte für ② auf beiden Schaufeln ergeben. Somit kann davon ausgegangen werden, dass deren feste Lage in der Simulation richtig abgebildet wird. Dasselbe Verhalten zeigt sich für die Resonanzstelle B4 (M4 KD2), für welche in B4 ② eine höhere maximale Amplitude gemessen wurde. Dies lässt sich auch in diesem Fall durch die Lage der Knotendurchmesser in der Rechnung nachvollziehen. Somit kann in der Rechnung für die beiden stark verstimmten Schwingungsformen M2 KD2 und M4 KD2 die feste Orientierung der Knotendurchmesser aus der Messung richtig abgebildet werden. Die Simulationsergebnisse tragen somit zum Verständnis bei und es ist nachvollziehbar, wie die unterschiedlich hohen Amplituden in der Messung zustande kamen. Bei der Betrachtung der Ergebnisse von Resonanzstelle B4 (M4 KD2) wird außerdem deutlich, dass bei der Messung an zwei Schaufeln nicht zwingend die maximale Dehnungsamplitude detektiert wurde. In der Rechnung in B4 ② zeigt Schaufel 8 die höchste Amplitude für die lokalisierte Schwingungsform.



**Bild 7.7:** Maximale gemessene Dehnungen auf den Schaufeln 4 und 9 sowie instantane Dehnungen an DMS-Positionen (DS) aller Schaufeln aus Rechnung für die Resonanzen B1 (M1 KD1), B2 (M2 KD2), B4 (M4 KD2) und B5 (M5 KD2)

Für die im Vergleich geringer verstimmt Resonanzstelle B5 (M5 KD2) ergab die Rechnung stehende Knotendurchmesser, wohingegen die Messdaten auf rotierende Knotendurchmesser hinweisen. Jedoch zeigt sich, dass durch die Lage der Knotendurchmesser in der Rechnung die bei der Messung annähernd identischen Amplituden auf den Schaufeln 4 und 9 auch für den Fall stehender Knotendurchmesser plausibel wären, vgl. **Bild 7.7** unten. Eine zweifelsfreie Klärung dieser Fragestellung ist jedoch auf Basis der vorliegenden Messdaten nicht möglich.

Aus dem detaillierten Vergleich kann somit abgeleitet werden, dass die Eigenschaften der Verstimmung in Bezug auf das Verhalten der Knotendurchmesser bei der Modellierung von im Betrieb auftretenden Resonanzen vor allem bei einem hohen Grad der Verstimmung richtig abgebildet wird. Um den Grad der Verstimmung erneut zu verdeutlichen sind neben den links dargestellten Abwicklungen in **Bild 7.7** rechts die Komponenten der Knotendurchmesser abgebildet, aus denen sich die verstimmt Schwingungsformen zusammensetzen, vgl. Kapitel 2.2.2, **Bild 2.6**. Hierbei äußert sich die starke Verstimmung der Eigenformen M2 KD2 und vor allem M4 KD2 durch hohe Anteile der nicht angeregten Komponenten ( $KD \neq 2$ ). Entsprechend sind die Anteile der jeweils dominierenden Komponente geringer als für die gering verstimmt Eigenformen M1 KD1 und M5 KD2. Auch für die beiden zuletzt genannten geringer verstimmt Schwingungsformen sind die Simulationsergebnisse durchweg plausibel, jedoch bleiben letzte Unsicherheiten beim Vergleich mit den Messergebnissen. Die wesentliche Ursache ist darin zu sehen, dass Messdaten an lediglich zwei von elf Schaufeln vorliegen und das reale Verhalten der Knotendurchmesser daraus nicht eindeutig bestimmt werden konnte.



**Bild 7.8:** Vergleich maximaler gemessener sowie am idealen und an verstimmt Rotormodellen ohne Einspannung berechneter Dehnungsamplituden an den DMS-Positionen auf der DS (links) und SS (rechts)

Abschließend wird der Abgleich der im Betrieb gemessenen Amplituden mit den Simulationsergebnissen am idealen und an den verstimmt Strukturmodellen durchgeführt.

Die in **Bild 7.8** zusammengestellten Daten beschränken sich für die angeregten, doppelten Eigenformen jeweils auf die Resonanzstelle und den Sensor mit maximaler gemessener Amplitude. Für die meisten Resonanzen zeigt sich eine deutliche Verbesserung der Übereinstimmung zu den Messergebnissen für die verstimmt Modelle gegenüber den Ergebnissen am idealen Modell, sowohl für die Dehnungsmessstreifen auf der Druckseite (links) als auch für die saugseitig gemessenen Dehnungen (rechts).

Insgesamt entstehen bei der Berechnung der erzwungenen Schaufelschwingungen durch das vereinfachte Verfahren, die getroffenen Annahmen bei der Modellierung im Finiten-Elemente Modell sowie durch die endliche Genauigkeit der numerischen Rechenschritte Unsicherheiten, die sich im abschließenden Vergleich mit den Messdaten überlagern. Insbesondere bei der Umrechnung der Schwingungsamplituden in Dehnungen an den Positionen der Dehnungsmessstreifen auf der Schaufeloberfläche mit der in Kapitel 3.4 beschriebenen Herangehensweise sind Unsicherheiten unvermeidlich. Als Grund ist die starke Sensitivität der lokalen Dehnungen von der Position der Sensoren und deren Ausrichtung zu nennen. Außerdem überdecken die Dehnungsmessstreifen einen relativ großen Bereich auf der Schaufeloberfläche, wodurch die Genauigkeit bei der Messung von Amplituden speziell für komplexe Schaufelmoden abnimmt. Diese Eigenschaften führen auch zu unterschiedlicher Übereinstimmung zur Messung für die Dehnungsmessstreifen auf der Druck- und Saugseite. Zuletzt soll erneut auf die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Dämpfungswerte hingewiesen werden, welche ebenfalls in die Berechnungen eingehen. Diese sind als größer einzuschätzen als jene, die sich beispielsweise durch die Simulation der aerodynamischen Anregung mit Hilfe der numerischen Strömungssimulation ergeben. Bei der Anwendung der Methode muss deshalb der Bestimmung präziser Dämpfungswerte besondere Beachtung geschenkt werden.

Obwohl die Messung ursprünglich nicht für die präzise Erfassung von Schwingungsamplituden höherer Moden ausgelegt war und die beschriebenen Unsicherheiten in die Berechnungskette eingehen, zeigt die Gegenüberstellung vor allem in **Bild 7.8** eine äußerst zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Messdaten. Somit kann die Validierung der vorgestellten Methode zur Simulation hochfrequenter Schaufelschwingungen abgeschlossen werden.





## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorgestellten Forschungsarbeit wurde die aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen in Radialturbinen mit Leitgitter untersucht. Durch den Einsatz numerischer Methoden zur Analyse strömungs- und strukturmechanischer Vorgänge konnten Kenntnisse über die Ursachen und die Wirkung von instationären aerodynamischen Kräften auf die Anregung unterschiedlicher Schwingungsformen gesammelt werden. Die Betrachtungen wurden für Resonanzzustände im Betrieb einer Radialturbine vom Typ MTU ZR140 durchgeführt, welche abweichend von der Serienausführung mit drei Leitgittern mit  $Z = 12, 21$  und  $22$  feststehenden Schaufeln ausgestattet war. Die detaillierte Analyse des Strömungsfeldes vertieft das Verständnis zu den instationären Strömungseffekten, welche die Ursache der Schwingungsanregung darstellen. Als Folge treten orts- und phasenabhängige Druckschwankungen auf der Oberfläche der Rotorschaukeln auf. Die für die untersuchten Resonanzen stark variierenden Anregungsfunktionen werden in anschaulicher Weise visualisiert und verwendet, um die Abhängigkeit der Anregungskräfte vom Betriebszustand und der Geometrie des Leitgitters aufgezeigt. Diese Erkenntnisse konnten genutzt werden, um die Gründe für stark unterschiedliche Schwingungsamplituden in Resonanzen beim Betrieb der Radialturbine aufzuzeigen. Im Besonderen gelang es erstmals, durch die Gegenüberstellung der Anregungsfunktion und der modalen Verformung der Schaufel Resonanzen mit kritischen Anregungsmustern zu identifizieren und von weniger kritischen abzugrenzen. Darüber hinaus konnten aufbauend auf den numerischen Strömungsanalysen und dem daraus gewonnenen Verständnis Hinweise für die Auslegung erarbeitet werden.

Unter Verwendung der Anregungsfunktion als Randbedingung ist es in einem idealen und verstimmten Strukturmodellen des Rotors gelungen, die Fluid-Struktur-Interaktion abzubilden. Die für die Berechnung der Schwingungsantwort essentiellen Dämpfungseigenschaften wurden aus vorliegenden Daten von Schwingungsmessungen im Betrieb abgeleitet. Mit der entwickelten Methode wurde die Schwingungsantwort für zahlreiche Resonanzstellen bei der Anregung unterschiedlicher Schaufel- und Rotorschwingungsformen, bei variierenden Betriebszuständen der Turbine und bei der Anregung durch verschiedene Leitschaufelanzahlen berechnet. Durch den Abgleich mit im Betrieb gemessenen Schwingungsamplituden für zahlreiche Resonanzen stützt sich die Validierung der Methodik damit erstmalig auf eine umfangreiche experimentelle Datenbasis. Somit steht die Rechenprozedur für die Analyse strömungsinduzierter Schaufelschwingungen bei der dauerhaftesten Auslegung von Radialrotoren zur Verfügung.

### 8.1 Zentrale Ergebnisse und Anwendung

Um die Dauerfestigkeit der Radialrotoren zu gewährleisten, ist es erforderlich, dynamische Belastungen durch Schaufelschwingungen zu kennen und gegebenenfalls zu reduzieren. Im Folgenden sind die zentralen Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst, die bei dieser herausfordernden Aufgabe eine Hilfestellung geben.

#### Belastung

Eine Auswertung der Resonanzen bei Schwingungsmessungen im Betrieb ergab höchste Belastungen für die Schaufelmoden M4 und M5. Die Betrachtung ermöglichte die

Eingrenzung der Bereiche hoher dynamischer Spannungen in den Turbinenschaufeln. Der für die Dauerfestigkeit ausschlaggebende Belastungszustand durch die Überlagerung statischer Fliehkraftbelastungen und dynamischer Schwingbelastungen wurde in einem Haigh-Diagramm bestimmt. Dieser liegt nicht im Bereich der maximalen dynamischen Belastung. Es zeigte sich, dass die jeweils höchste Belastung für alle untersuchten Schwingungsformen im Schaufelfuß im Bereich der Austrittskante auftritt. Diese Eigenschaften sind grundsätzlich geometriespezifisch und nicht ohne Einschränkungen auf andere Rotoren übertragbar.

### Dämpfung

Ein entscheidender Parameter für die zuverlässige Berechnung resonanter Schwingungsamplituden ist die Dämpfung. Aus den Daten von Schwingungsmessungen mit Dehnungsmessstreifen wurden die erforderlichen Dämpfungseigenschaften bestimmt, welche eine deutliche Abhängigkeit vom Betriebspunkt und der Schwingungsform aufweisen. Aus experimentellen Arbeiten wurden zudem Dämpfungswerte am ruhenden Rotor bei Umgebungsbedingungen gewonnen. Ein Vergleich zeigt, dass sich im Betrieb tendenziell niedrigere Werte ergeben, besonders für den ersten Biege- und den ersten Torsionsmode. Der auftretende Unterschied macht zum einen deutlich, dass die Verwendung von im Stillstand bei Umgebungsbedingungen gemessenen Dämpfungen für die Berechnung von Resonanzamplituden im Betrieb zu Fehlern führen kann. Zum anderen unterstreicht diese Beobachtung den weiteren Forschungsbedarf auf diesem Gebiet.

### Anregungsmechanismen

Die numerische Simulation des instationären Strömungsfeldes der vollständigen Radialturbine für Resonanzstellen im gesamten Betriebsbereich ermöglichte einen detaillierten Einblick in die Strömungsvorgänge, die zu Schwankungen der Schaufeldrücke führen. Es konnten drei Anregungsmechanismen identifiziert werden. Zwei bereits bekannte Effekte treten in allen Betriebszuständen auf. Der potentialtheoretische Effekt durch die Wechselwirkung der Leit- und Laufschaufeln dominiert dabei besonders im oberen Betriebsbereich. Die reibungsbedingte Nachlaufströmung der Leitschaufeln ist die zweite wesentliche Ursache für instationäre Druckkräfte. Die Überlagerung der beiden Effekte kann durch die Geometrie der Leitschaufeln gezielt vermieden oder herbeigeführt werden. Dadurch ist eine Verminderung der Anregung von Schwingungen in erster oder zweiter Ordnung erreichbar. Ein dritter Mechanismus konnte erstmalig für die Turbine mit festen Leitschaufeln im mittleren Betriebsbereich festgestellt werden. Das transiente Verhalten eines saugseitigen Wirbels an der Eintrittskante ist die Ursache für Druckkräfte, die stets im Eintrittsbereich der Schaufel und damit im Bereich starker modaler Verformungen angreifen.

### Anregungskräfte

Die Kraftamplituden wurden aus dem Oberflächendruck abgeleitet und für unterschiedliche Betriebszustände und Leitschaufelanzahlen verglichen. Für eine geringere Anzahl von Leitschaufel ergaben sich deutlich höhere Anregungskräfte. Speziell für die Konfiguration mit  $Z = 12$  Leitschaufeln zeigte sich ein erheblicher Anstieg der Kraftamplituden im oberen Betriebsbereich auf bis zu 17 % der mittleren Schaufelkraft. Resonanzstellen sollten daher vor allem für sehr hohe Drehzahlen vermieden werden. Eine Analyse der Kraftamplituden, die bei Drehfrequenz durch das Spiralgehäuse induziert werden, zeigte, dass diese im Bereich bis 3 % der mittleren Schaufelkraft liegen. Sie nehmen damit deutlich geringere Werte an als die Kraftamplituden, die durch die Interaktion zwischen Leit- und Laufschaufeln entstehen.

Somit können in Radialturbinen mit Leitgittern Resonanzzustände, in denen Eigenformen durch das Spiralgehäuse angeregt werden, in aller Regel außer Acht gelassen werden.

### Anregungsfunktion

Die Anregungsfunktion beschreibt die lokale Verteilung der Druckschwankungen bei der Anregungsfrequenz unter Berücksichtigung der Amplitude und der Phasenlage. Die detailliertere Betrachtung verdeutlicht, dass die Lage angreifender Druckkräfte grundsätzlich abhängig vom Betriebszustand der Turbine und der Anzahl der Leitschaufeln stark variiert. Besonders im Fall der Konfiguration mit hoher Leitschaufelanzahl von  $Z = 22$  zeigt sich die Tendenz, dass Druckschwankungen konzentriert im Eintrittsbereich der Schaufel wirken. Im unteren Drehzahlbereich neigen Anregungskräfte dazu auf größerer Fläche anzugreifen.

### Anregbarkeit von Schaufelmoden

Die Gegenüberstellung der Anregungsfunktionen mit den in Resonanz angeregten Schaufelschwingungsformen erlaubt für die schwingungstechnische Auslegung von ATL Rotoren sehr bedeutsame qualitative Aussagen über die Anregbarkeit von Schwingungsformen. So lässt sich zum einen klar erkennen, weshalb die Schwingungsformen der Moden M4 und M5 für die untersuchte Radialturbine die höchsten Amplituden aufweisen. Diese Schwingungsformen zeigen eine hohe Auslenkung im Bereich der Eintrittskante, wo die höchsten Druckamplituden auftreten. Entsprechend konnte auch nachgewiesen werden, weshalb einige Moden in Resonanzzuständen keine oder lediglich eine geringe Anregung erfahren. Somit kann also der Vergleich der Schaufelverformung mit der Anregungsfunktion auch bei der Auslegung von Maschinen verwendet werden, um die Anregbarkeit für einzelne Resonanzen zu bewerten. Zur Quantifizierung des Grades der Korrelation zwischen Anregungsfunktion und modaler Verformung wird mit dem Modal Excitability Criterion ein Parameter definiert, der ein Maß für die in die Struktur eingebrachte Anregungsenergie darstellt.

### Simulation erzwungener Schaufelschwingungen

Die Prozedur zur Simulation einer unidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion zur Berechnung der stationären Schwingungsantwort bei harmonischer Anregung beinhaltet mehrere sukzessive durchzuführende Berechnungsschritte, die detailliert beschrieben werden. Die Dokumentation dient letztlich als Leitfaden zur Simulation erzwungener Schaufelschwingungen und beinhaltet Spezifikationen zum notwendigen numerischen Aufwand, sowohl für die strömungs- als auch strukturmechanischen Analysen. Die Methode wurde durch den Vergleich gemessener und berechneter Schwingungsamplituden für zahlreiche Resonanzstellen validiert. Bei der Verwendung eines ideal zyklisch-rotationssymmetrischen Strukturmodells des Rotors ergab sich eine gute Übereinstimmung im Rahmen der möglichen Genauigkeit.

### Verstimmung

Durch die Berücksichtigung von Verstimmungseffekten in mehreren an die reale Geometrie angepassten Finiten-Elemente Modellen wurde die Genauigkeit der Simulationen weiter erhöht und ein präziser Vergleich mit Schwingungsmessungen im Betrieb ermöglicht. Die Resultate der numerischen Analyse gaben die durch die Verstimmung veränderten Schwingungseigenschaften aus der Messung im Betrieb weitgehend wieder und tragen zum Verständnis der Messdaten bei. Vor allem aber kann durch die verbesserte Übereinstimmung

zur Messung im Vergleich zum idealen Modell die Anwendbarkeit der Simulationsmethode bestätigt werden.

## 8.2 Offene Fragestellungen und Forschungsansätze

Der hohe numerische Aufwand bei der Simulation hochfrequenter Schaufelschwingungen in Radialturbinen ergab sich im Besonderen durch die Berechnungen des instationären Strömungsfeldes für jede Resonanzstelle. Dies folgt aus der Notwendigkeit im Falle von Schaufelzahlen, die kein ganzzahliges Vielfaches voneinander bilden, die gesamte Turbinenströmung zu simulieren. Aktuell stehen neue Techniken zur Verfügung, die eine Reduktion der langen Rechenzeiten durch die Beschränkung des Strömungsgebietes auf jeweils eine Schaufelpassage ermöglichen. Möglich wird dies für unterschiedliche Teilungswinkel in Lauf- und Leitrad durch phasen- beziehungsweise zeitversetzte Randbedingungen an den periodischen Seitenflächen eines modellierten Schaufelkanals. Stellen sich diese Methoden für eine Anwendung im Zusammenhang mit der Anregung von Schaufelschwingungen als geeignet heraus, entsteht dadurch ein hohes Potential, die Anwendbarkeit numerischen Methoden bei der dauerhaftesten Auslegung von Radialmaschinen zukünftig weiter zu verbessern.

Ein entscheidender Parameter hinsichtlich der Amplituden resonanter Schwingungen ist die Dämpfung. Für die zuverlässige Berechnung von Belastungen durch die Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion ist die Kenntnis präziser Werte erforderlich. Eine Sensitivität der Dämpfungseigenschaften in Bezug auf Schwingungsformen und Betriebszustände konnte wie beschrieben in experimentellen Untersuchungen offengelegt werden. Die Ursachen für die Beobachtungen konnten nicht eindeutig identifiziert werden, sodass Bedarf für weitere Forschungsaktivitäten besteht. Die Klärung dieser Fragestellung sollte darauf ausgerichtet sein die Einflüsse der Fliehkraft, der Temperatur, des aerodynamischen Zustandes des umgebenden Fluides und der Verstimmung auf die Dämpfung separiert zu betrachten.

Ein grundsätzliches Defizit der durchgeführten Validierung ist darin zu sehen, dass die vorgestellte Methode mehrere Rechenschritte umfasst, die bislang nicht separat geprüft werden konnten. Erst im letzten Schritt wird die Güte des Verfahrens durch den Abgleich der Schwingungsamplituden bestimmt. Ein Zwischenschritt, in dem die berechneten transienten Anregungsfunktionen aus den numerischen Strömungsanalysen geprüft werden, ist wünschenswert, um das Vertrauen in die Methode zu festigen. Die flächige Messung instationärer Schaufeldruckverteilungen im rotierenden System stellt jedoch eine äußerst anspruchsvolle und aufwändige Messaufgabe dar. Das Potenzial für derartige Messungen bieten aktuell Drucksensitive Farben. Durch die stetige Weiterentwicklung dieser Technologie werden ausreichend kurze Antwortzeiten der lumineszierenden Beschichtung erreicht, wodurch eine flächige Messung der Druckschwankungen möglich wird.

Abschließend ist anzumerken, dass die behandelte Thematik über die aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen in Radialturbinen starke Geometrieabhängigkeit aufweist. Neben den unterschiedlichen Skalen eingesetzter Radialrotoren von maritimen Anwendungen bis hin zum Kraftfahrzeugbereich variiert auch deren geometrische Ausgestaltung. Zudem können sich aktuelle Turbinenrotoren mit zunehmend schlankeren Schaufelprofilen vom verwendeten Versuchsträger unterscheiden. In Anbetracht des durchweg instationären Betriebes beim Einsatz von Turbinen in radialer Bauweise in Abgasturboladern und der

einhergehenden Tendenz, Turbinen mit variabler Leitschaufelgeometrie auszuführen, gewinnt die Thematik zudem an Komplexität. Somit bildet sich mit fortschreitender Entwicklung weiterer Forschungsbedarf im Bereich strömungsinduzierter Schaufelschwingungen aus.



# Literaturverzeichnis

- Allemang, R. J. (2002): *The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse*, IMAC-XX: Conference & Exposition on Structural Dynamics, S. 397-405, Los Angeles, CA, February 4-7, 2002.
- Backhaus, R. (2013): *8. MTZ Fachtagung der Antrieb von Morgen*, MTZ - Motorentechnische Zeitschrift, Ausgabe 04/2013, Seite 270-271, Springer Vieweg/Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH.
- Beirow, B., Kühhorn, A. und Nipkau, J. (2009): *On the Influence of Strain Gauge Instrumentation in Blade Vibrations of Integral BLISK Compressor Rotors Applying a Discrete Model*, ASME Paper, GT2009-59207.
- Bräuning, W. J. G. (2009): *Flugzeugtriebwerke*, 3., vollst. überarb. u. erw. Aufl., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-76368-0.
- Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2006): *Verfügbarkeit und Versorgung mit Energierohstoffen*, BMWi, Abt. III.
- Bußmann, M., Bayer, E. (2009): *Blisk Production of the Future and Logistical Aspects of Future-Oriented Construction and Manufacturing Process of Integrally Bladed Rotors*, ISABE-2009-1169.
- Campbell, W. (1924): *Protection of Steam Turbine Disk Wheels from Axial Vibration*, Transactions of the ASME, 31-160.
- Castellini, P., Revel, G. M., Tomasini, E. P. (1998): *Laser Doppler Vibrometry: A Review of Advances and Applications*, The Shock and Vibration Digest, Vol. 30, No.6, November 1998, Sage Publications, Inc., S. 443-456.
- Chebli, E., Müller, M., Leweux, J., Gorbach, A. (2013): *Entwicklung eines Abgasturboladers für die schweren NFZ-Motoren von Daimler*, MTZ - Motorentechnische Zeitschrift, Ausgabe 02/2013, Springer Vieweg/Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH.
- Dickmann, H.-P., Wimmel, T.-S., Szwedowicz, J., Filsinger, D., Roduner, C. H. (2005): *Unsteady Flow in a Turbocharger Centrifugal Compressor - 3D-CFD-Simulation and Numerical and Experimental Analysis of Impeller Blade Vibration*, ASME Paper, GT2005-68235.
- Dickmann, H.-P., Wimmel, T.-S., Szwedowicz, J., Filsinger, D., Roduner, C. H. (2006): *Unsteady Flow in a Turbocharger Centrifugal Compressor: Three-Dimensional Computational Fluid Dynamics Simulation and Numerical and Experimental Analysis of Impeller Blade Vibration*, Journal of Turbomachinery, Vol. 128, S. 455-465.
- Dickmann, H.-P., Wimmel, T.-S., Szwedowicz, J., Kühnel, J., Essig, U. (2009): *Unsteady Flow in a Turbocharger Centrifugal Compressor: 3D-CFD Simulation, Impeller Blade Vibration and Vaned Diffusor-volute Interaction*, ASME Paper, GT2009-59046.

- Dullenkopf, K., Lauber, J. (1988): *Einsatz von Piezofolien-Sensoren zur Bestimmung der instationären Druckverteilung an der Oberfläche einer Gasturbinenschaufel*, DGLR-Berichte 88-04, 2D-Meßtechnik, S. 157-168.
- Dullenkopf, K. (1992): *Untersuchungen zum Einfluß periodisch instationärer Nachlaufströmungen auf den Wärmeübergang konvektiv gekühlter Gasturbinenschaufeln*, Dissertation Universität Karlsruhe.
- Ewins, D. J. (1973): *Vibration Characteristics of Bladed Disc Assemblies*, Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 15, No. 3.
- Ewins, D. J. (1976): *Vibration Modes of Mistuned Bladed Disks*, Journal of Engineering for Power, Vol. 98, No. 3, S. 349–355.
- Filsinger, D., Szwedowicz, J., Schäfer, O. (2002): *Approach to Unidirectional Coupled CFD-FEM Analysis of Axial Turbocharger Turbine Blades*, Journal of Turbomachinery, Vol. 124, S. 125–131.
- Filsinger, D., Frank, C., Schäfer, O. (2005): *Practical Use of Unsteady CFD and FEM Forced Response Calculation in the Design of Axial Turbocharger Turbines*, ASME Paper, GT-2005-68439.
- Fruth, F., Vogt, D. M., Fransson, T. H. (2011): *Influence of the Blade Count Ratio on Aerodynamic Forcing Part II – High Pressure Transonic Turbine*, ASME Paper, GT2011-46071.
- Gibert, C., Blanc, L., Almeida, P., Leblanc, X., Ousty, J.-P., Thouverez, F., Lâiné, J.-P. (2012): *Modal Tests and Analysis of a Radial Impeller at Rest Influence of Surrounding Air on Damping*, ASME paper, GT2012-69577.
- Giersch, T., Hönisch, P., Beirow, B., Kühhorn, A. (2012): *Forced Response Analyses of Mistuned Radial Inflow Turbines*, ASME Paper, GT2012-69556.
- Gloger, M. (1980): *Experimentelle Bestimmung instationärer Schaufelkräfte in Abhängigkeit von den Strömungsungleichmäßigkeiten stromauf vom betrachteten Schaufelgitter*, VDI-Berichte 361, S. 61-70.
- Hemberger, D., Filsinger, D., Bauer, H.-J. (2012): *Investigations on Maximum Amplitude Amplification Factor of Real Mistuned Bladed Structures*, ASME Paper, GT2012-68084.
- Hemberger, D., Filsinger, D., Bauer, H.-J. (2013): *Mistuning Modeling and Its Validation for Small Turbine Wheels*, ASME Paper, GT2013-94019.
- Heuer, T., Gugau, M., Klein, A., Ansel, P. (2008): *An Analytical Approach to Support High Cycle Fatigue Validation for Turbocharger Turbine Stages*, ASME Paper, GT2008-50764.
- Holland, D. E., Filippi, S., Castanier, M. P., Ceccio, S. L. (2009): *Testing and Calibration Procedures for Mistuning Identification and Traveling Wave Excitation of Blades*, ASME Paper, GT2009-59671.



- Hönisch, P., Beirow, B., Kühhorn, A. (2010): *Mistuning und Dämpfung in Radialturbinen*, Zwischenbericht über das Vorhaben Nr. 999, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Frankfurt am Main, 2010.
- Hönisch, P., Beirow, B., Kühhorn, A. (2011): *Mistuning und Dämpfung in Radialturbinen*, Abschlussbericht über das Vorhaben Nr. 999, Heft 942, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Frankfurt am Main.
- Hönisch, P., Kühhorn, A., Beirow, B. (2011): *Experimental and Numerical Analyses of Radial Turbine Blisks with Regard to Mistuning*, ASME Paper, GT2011-45359.
- Ispas, I., Grollius, H., Gallus, H.E. (1980): *Über den Einfluss von Nachlaufdüsen auf die instationäre Druckverteilung an den nachfolgenden Schaufelreihen in Axialverdichtern und Axialturbinen*, VDI-Berichte 361, S. 33-43.
- James, W. G. (2004): *Porous Pressure-Sensitive Paint for Measurement of Unsteady Pressures in Turbomachinery*, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2004-0294.
- Jöcker, M., Fransson, T. H. (2002): *Mode Shape Sensitivity of the High Pressure Turbine Rotor Excitation Due to Upstream Stators*, ASME Paper, GT-2002-30452.
- Jöcker, M. (2002): *Numerical Investigation of the Aerodynamic Vibration Excitation of High-Pressure Turbine Rotors*, Doctoral Thesis, Department of Energy Technology, Royal Institute of Technology, ISBN 91-7283-358-0.
- Kammerer, A., Abhari, R. S. (2008): *Experimental Study on Impeller Blade Vibration During Resonance Part 2: Blade Damping*, ASME Paper, GT2008-50467.
- Kammerer, A. (2009): *Experimental Research into Resonant Vibration of Centrifugal Compressor Blades*, Diss. ETH No. 18587, Swiss Federal Institute of Technology (ETH Zürich).
- Kawakubo, T. (2010): *Unsteady Rotor-Stator Interaction of a Radial-Inflow Turbine with Variable Nozzle Vanes*, ASME Paper, GT2010-23677.
- Kellerer, R., Stetter, H. (1992): *Schwingungsverhalten beschauelter Scheiben im Resonanzbereich von Doppelmoden, visualisiert durch den Einsatz der holografischen Interferometrie*, VDI Berichte Nr. 947, S. 243-261.
- Kemp, N. H., Sears, W. R. (1953): *Aerodynamic Interference Between Moving Blade Rows*, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 20, S. 585-597.
- Kenyon, J. A., Griffin, J. H. (2001): *Forced Response of Turbine Engine Bladed Disks And Sensitivity to Harmonic Mistuning*, ASME Paper, 2001-GT-0274.
- Kielb, J. J., Abhari, R. S. (2001): *Experimental Study of Aerodynamic and Structural Damping in a Full-Scale Rotating Turbine*, ASME Paper, 2001-GT-0262.
- Kielb, R. E., (1998): *Unsteady Flows: An Aeroelastic Blade Design Perspective*, ERCOFTAC Turbomachinery Seminar and Workshop, Aussois, France, January 1998.

- Klauke, T. (2007): *Schaufelschwingungen realer integraler Verdichterräder im Hinblick auf Verstimmung und Lokalisierung*, Dissertationsschrift, Brandenburgische Technische Universität Cottbus, ISBN 978-89959-685-4, 2007.
- Klaus, M., Schulz, A., Wittig, S. (2004): *Anregungsmechanismen und Schaufelkräfte in Radialturbinen mit beschaukeltem Spiralgehäuse*, Abschlussbericht über das Vorhaben Nr. 782, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Frankfurt am Main, Heft 778.
- Klaus, M., Schulz, A., Wittig, S. (2004): *Eigenfrequencies and Mode Shapes of Radial Inflow Turbine Blades: Single Blade Calculation vs. Entire Rotor Calculation*, The 10th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, ISROMAC10-2004-148, Honolulu, HI, USA, March 07-11, 2004.
- Klaus, M., Schulz, A., Bauer, H.-J. (2005): *Blade Vibrations in a Radial Inflow Turbine with Nozzle Guide Vanes*, Proceedings of the Third International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery, S. 330-340.
- Klaus, M. (2007): *Strömungsinduzierte Schaufelschwingungen in Radialturbinen mit beschaukeltem Spiralgehäuse*, Forschungsberichte aus dem Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Band 33/2007, Universität Karlsruhe, Hrsg.: o. Prof. Dr.-Ing. Sigmar Wittig, Logos-Verlag, Berlin.
- Knothe, K., Wessels, H. (2008): *Finite Elemente: eine Einführung für Ingenieure*, 4. erw. Auflage, Springer-Verlag, ISBN 3-540-72188-6, 2008.
- König, S., Petry, N. (2011): *Parker-Type Acoustic Resonances in the Return Guide Vane Cascade of a Centrifugal Compressor — Theoretical Modeling and Experimental Verification*, ASME Paper, GT2010-22138.
- Kreuz-Ihli, T., Schulz, A., Wittig, S. (2000): *Anregungsmechanismen und Schwingfestigkeit von Radialturbinen*, Abschlussbericht über das Vorhaben Nr. 656, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Frankfurt am Main, Heft R696.
- Kreuz-Ihli, T., Filsinger, D., Schulz, A., Wittig, S. (2000): *Numerical and Experimental Study of Unsteady Flow Field and Vibration in Radial Inflow Turbines*, Journal of Turbomachinery, Vol. 122, S. 247-254.
- Kreuz-Ihli, T. (2001): *Strömungsinduzierte Schaufelschwingungen in leitgitterlosen Radialturbinen*, Forschungsberichte aus dem Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Band 13/2001, Universität Karlsruhe, Hrsg.: o. Prof. Dr.-Ing. Sigmar Wittig, Logos-Verlag, Berlin.
- Kühhorn, A., Beirow, B. (2008): *Verfahren zur Ermittlung der Schaufelverstimmung bei Laufrädern in Integralbauweise*, Patent EP 1 988 391 A2, angemeldet am 31. März 2008, veröffentlicht am 5. November 2008, Anmelder: Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG.
- Kulkarni, A., LaRue, G. (2008): *Vibratory Response Characterization of a Radial Turbine Wheel for Automotive Turbocharger Application*, ASME Paper, GT2008-51355.

- Laumert, B. Mårtensson, H., Fransson, T. H. (2001): *Investigation of Unsteady Aerodynamic Blade Excitation Mechanisms in a Transonic Turbine Stage Part I: Phenomenological Identification and Classification*, ASME Paper, 2001-GT-0258.
- Laumert, B. Mårtensson, H., Fransson, T. H. (2002): *Investigation of Unsteady Aerodynamic Blade Excitation Mechanisms in Transonic Turbine Stages*, ASME Paper, GT-2002-30450.
- Lazan, B. J. (1968): *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*, Pergamon Press, New York, 1968.
- MacBain, J. C., Horner, J. E., Stange, W. A., Ogg, J. S. (1979): *Vibration Analysis of a Spinning Disk Using Image-Derotated Holographic Interferometry*, Experimental Mechanics, Bd. 19, Nr. 1, S. 17-22.
- Magnus, K., Popp, K. (2005): *Schwingungen Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen*, 7. Auflage, Teubner Verlag, ISBN 3-519-52301-9.
- Mahle (2010): *Abgasturbolader: Produkt mit attraktiven Wachstumsperspektiven im Aftermarket*, Pressemitteilung, Stuttgart, 14.09.2010.
- Mayer, M. (2001): *Abgasturbolader: sinnvolle Nutzung der Abgasenergie*, Verlag moderne Industrie, 86895 Landsberg/Lech, Bibliothek der Technik Bd. 103, 4., neubearbeitete Auflage, ISBN 3-478-93263-7.
- Meyberg, K. und Vachenauer, P. (2001): *Höhere Mathematik I Differential- und Integralrechnung Vektor- und Matrizenrechnung*, 6. Auflage, Springer-Verlag, ISBN 3-540-41850-4.
- Meyer, M., Parchem, R., Davison, P. (2011): *Prediction of Turbine Rotor Blade Forcing Due to In-Service Stator Vane Edge Damage*, ASME Paper, GT2011-45204.
- Miller, R. J., Moss, R. W., Ainsworth, R. W. (2002): *Wake, Shock and Potential Field Interactions in a 1.5 Stage Turbine Part I — Vane-Rotor and Rotor-Vane Interaction*, ASME Paper, GT-2002-30435.
- Moyroud, F., Fransson, T. und Jaquet-Richardet, G. (2000): *A Comparison of Two Finite Element Reduction Techniques for Mistuned Bladed-Disks*, ASME Paper, 2000-GT-0362.
- Natkaniec, C. K., Kammeyer, J., and Seume, J. R. (2011): *Secondary Flow Structures and Losses in a Radial Turbine Nozzle*, ASME Paper, GT2011-46753.
- Navarra, K. R., Rabe, D. C., Goss, L. P. (2000): *The Application of Pressure- and Temperature-sensitive Paints to an Advanced Compressor*, ASME Paper, 2000-GT-614.
- Nordwall, G., Leduc, M., Demeulenaere, A. (2008): *Unsteady Blade and Disk Resonant Stress Analysis Due to Supersonic Inlet Guide Vane Wakes*, ASME Paper, GT2008-50865.
- Parker, R. (1966): *Resonance effects in wake shedding from parallel plates: Some experimental observations*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 4, No. 1, S. 62–72.

- Petricone, R., Sisto, F. (1971): *Vibration Characteristics of Low Aspect Ratio Compressor Blades*, *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 93, S. 103-112.
- Platzer, M. F., Carta, F. O. (1987): *Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines Volume 1 Unsteady Turbomachinery Aerodynamics*, AGARD-AG-298.
- Platzer, M. F., Carta, F. O. (1988): *Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines Volume 2 Structural Dynamics and Aeroelasticity*, AGARD-AG-298.
- Pucher, H., Zinner, K. (2012): *Aufladung von Verbrennungsmotoren Grundlagen, Berechnungen, Ausführungen*, 4. Auflage, Springer Vieweg, ISBN 978-3-642-28989-7.
- Rao, J. S. (1991): *Turbomachine Blade Vibration*, Wiley Eastern Limited, New Delhi, ISBN 0-470-21764-2.
- Reichl, A., Dickmann, H.-P., Kühnel, J. (2009): *Calculation Methods for the Determination of Blade Excitation Due to Suction Elbows in Centrifugal Compressors*, ASME paper, GT2009-59178.
- Schott, G. (1997): *Werkstoffermüdung - Ermüdungsfestigkeit*, 4. überarbeitete und erweiterte Auflage, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, ISBN 3-342-00511-4.
- Schwitzke, M., Schulz, A., Bauer, H.-J. (2012): *Numerical Analysis of Aerodynamic Excitation of Blade Vibrations due to Nozzle Guide Vanes in Radial Inflow Turbines*, 14th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, ISROMAC-14, February 27th - March 2nd, 2012, Honolulu, HI, USA.
- Schwitzke, M., Hönisch, P., Schulz, A., Bauer, H.-J., Maywald, T., Kühhorn, A. (2013): *Radialturbinen Anregungsmechanismen - Ermittlung von Anregungsfunktionen für verschiedene Schwingungsmoden mit Hilfe der numerischen Simulation des Strömungsfeldes einer Radialturbine*, Abschlussbericht über die Vorhaben Nr. 992 und 1093, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Frankfurt am Main, 2013, Heft 983-2013.
- Schwitzke, M., Schulz, A., Bauer, H.-J. (2013): *Prediction of High-Frequency Blade Vibration Amplitudes in a Radial Inflow Turbine with Nozzle Guide Vanes*, ASME Paper, GT2013-94761.
- Schwitzke, M., Schulz, A., Bauer, H.-J. (2013): *Numerische Analyse zur Anregbarkeit von Schaufelschwingungen in Radialturbinen mit Leitbeschaufelung*, MTZ - Motorentechische Zeitschrift, Springer Vieweg/Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Ausgabe 06/2013, S. 504-512, ISSN 0024-8525 10814.
- Senn, S., Seiler, M., Schaefer, O. (2009): *Blade Excitation in Pulse-Charged Mixed-Flow Turbocharger Turbines*, ASME Paper, GT2009-59142.
- Singh, M. P., Vargo, J. J. (1989): *Reliability Evaluation of Shrouded Blading Using the SAFE Interference Diagram*, *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 111, No. 4, S. 601-609.
- Srinivasan, A. V. (1997): *Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades*, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 119, p. 742-775.

- Sterner A., Hofstetter M., Kerkau M., Beer M., Ronneburger R., Knirsch S. (2006): *Die variable Turbinengeometrie für die ottomotorische Anwendung beim neuen 3,6 l-Biturbo-Motor des Porsche 911 Turbo*, 11. Aufladetechnische Konferenz Dresden, Tagungsband, S. 233-256.
- Strehlau, U., Kühhorn, A. (2010): *Experimental and numerical investigations of HPC blisks with a focus on travelling waves*, ASME Paper GT2010-22463.
- Strehlau, U. (2011): *Schaufelschwingungen realer integraler Verdichterlaufräder bei zusätzlicher Berücksichtigung höherer Moden*, Dissertationsschrift, Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Shaker Verlag, Aachen, ISBN 978-3-8440-0491-5.
- Sun, E.Q. (2006): *Shear Locking and Hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS*, MSC Software Corporation's 2006 Americas Virtual Product Development Conference: Evolution to Enterprise Simulation, S. 17-19.
- Sun, J., Kari, L. (2010): *Coating Methods to Increase Material Damping of Compressor Blades Measurements and Modeling*, ASME Paper, GT2010-23790.
- Szwedowicz, J., Senn, S. M., Abhari, R. S. (2002): *Optimum Strain Gauge Application to Bladed Assemblies*, ASME Paper, GT-2002-30306.
- Traupel, W. (1988): *Thermische Turbomaschinen I*, 3. neubearbeitete u. erweiterte Auflage, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag, ISBN 3-540-07939-4/0-387-07939-4.
- Traupel, W. (1982): *Thermische Turbomaschinen II*, 3. neubearbeitete u. erweiterte Auflage, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag, ISBN 3-540-10594-8/0-387-10594-8.
- Turbo Magazine (2006): *100 Jahre Turbolader*, ABB Turbo Systems AG.
- Turco, P. D., Greco, A. S. D., Natali, D., Borys, R., Biagi, R. (2010): *Design and Optimization of Radial Flow Wheels for a Waste Heat Recovery Double Supersonic Stages Turbo-Expander*, ASME Paper, GT2010-23649.
- Vahdati, M., Breard, C., Simpson, G., Imregun, M. (2008): *Forced Response Assessment Using Modal Based Indicator Functions*, ASME Paper, GT2008-50306.
- Whitehead, D.S. (1966): *Effect of Mistuning in the Vibration of Turbomachine Blades Induced by Wakes*, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 8, S. 15-21.
- Whitehead, D. S. (1998): *The Maximum Factor by Which Forced Vibration of Blades Can Increase Due to Mistuning*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 120, S. 115-119.
- Wildheim, S. J. (1979): *Excitation of Rotationally Periodic Structures*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 46, S. 878-882.
- Wilson, A., Utengen, T. (1993): *Turbine Blade Dynamics and Blade-Vane Interaction in a Radial Inflow Turbine*, AGARD-CP-537, Paper 35.
- Wittenburg, J., Pestel, E. (2001): *Festigkeitslehre - Ein Lehr- und Arbeitsbuch*, 3. Auflage, Springer, Berlin, ISBN 3-540-42099-1.

- Yokoyama, T., Hayashi, Y., Osako, K., Komatsu, Y. (2005): *Numerical and Experimental Study of Turbine Blade Vibration in Variable Geometry Turbochargers*, CI and SI Power Cylinder Systems and Power Boost Technology, SAE International, 2005-01-1855.
- Zaidi, S. H., Elder, R. L. (1994): *Nozzle Guide Vane Flow in Radial Inflow Turbines*, AGARD-CP-537, Paper 34.
- Zanker, A. (2014): *Experimental Investigation of Blade Group Vibrations in an Axial Turbine Cascade*, Thesis No. 6194, École Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL.
- Zemp, A., Abhari, R. S., Ribí, B. (2011): *Experimental Investigation of Forced Response Impeller Blade Vibration in a Centrifugal Compressor With Variable Inlet Guide Vanes – Part 1: Blade Damping*, ASME Paper, GT2011-46289.
- Zielinski, M., Ziller, G. (2005): *Noncontact Crack Detection on Compressor Rotor Blades to Prevent Further Damage after HCF-Failure*, NATO RTO-MP-AVT-121.

# Anhang

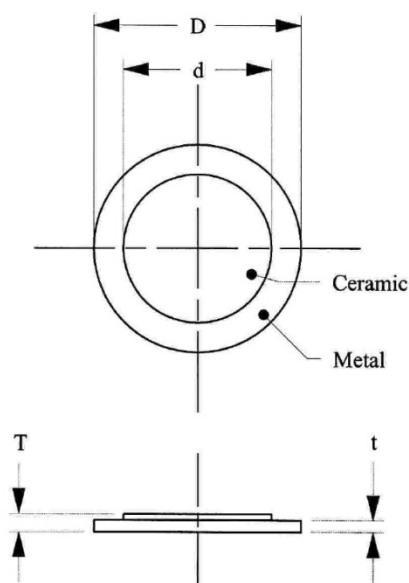
## Schwingungsmessung mit Laser-Doppler Vibrometrie

Spezifikation der Hardware, Software und Messeinstellungen bei den experimentellen Modalanalysen des MTU ZR 140 Turbinenrotors aus Inconel 713 LC und des gefrästen Aluminiumrotors.

**Laservibrometer:** PSV-400 Scanning Vibrometer der Firma Polytec

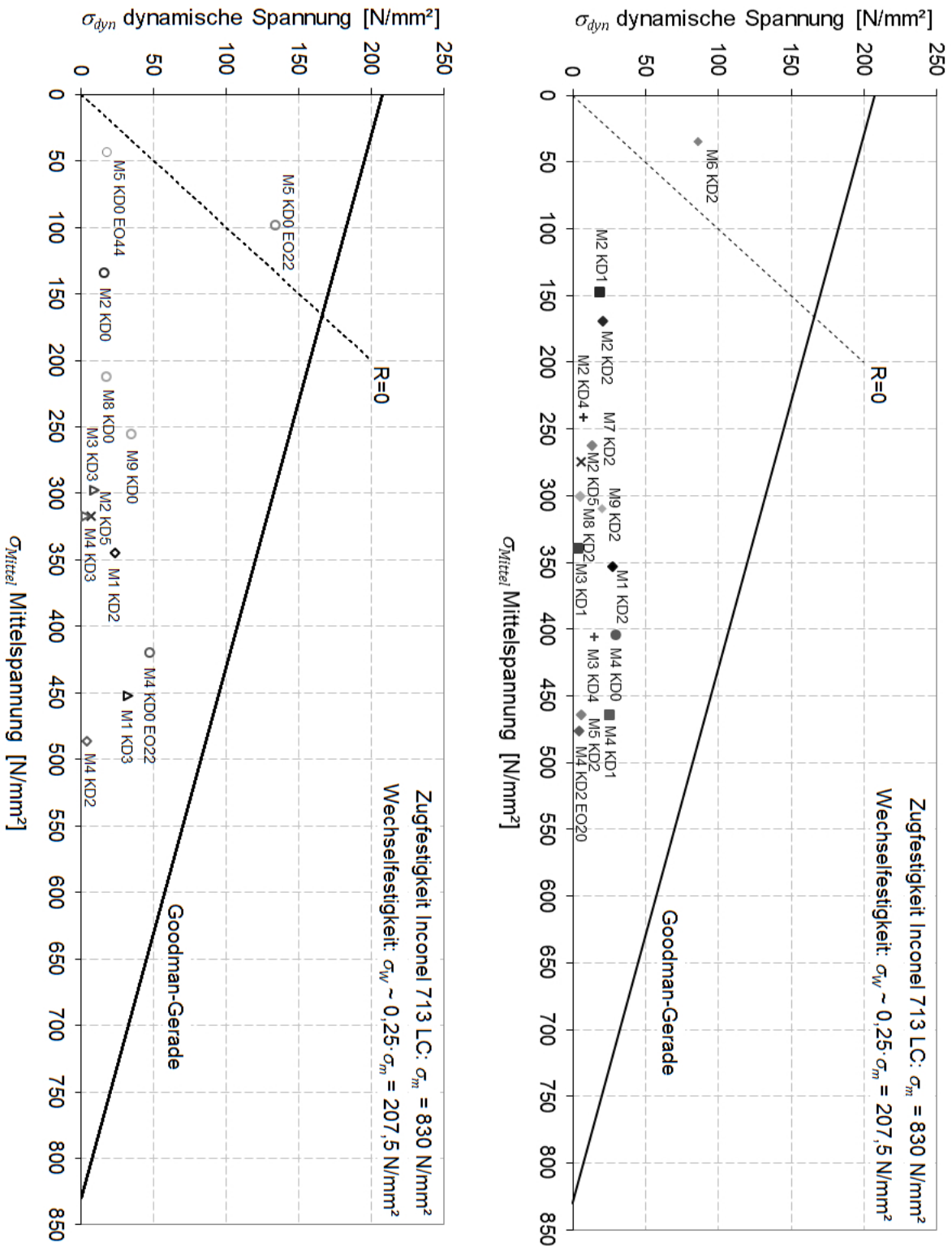
**Software:** Datenanalyse Software PSV (Version 8.41)

**Messeinstellungen:** Abtastfrequenz 102,4 kHz  
Bandbreite 40 kHz  
Messauflösung 3,125 Hz (12800 FFT-Linien)  
Anregungssignal „Periodic Chirp“ (Frequenzrampe 0-40 kHz)  
Anzahl Messung für Mittelwertbildung 10



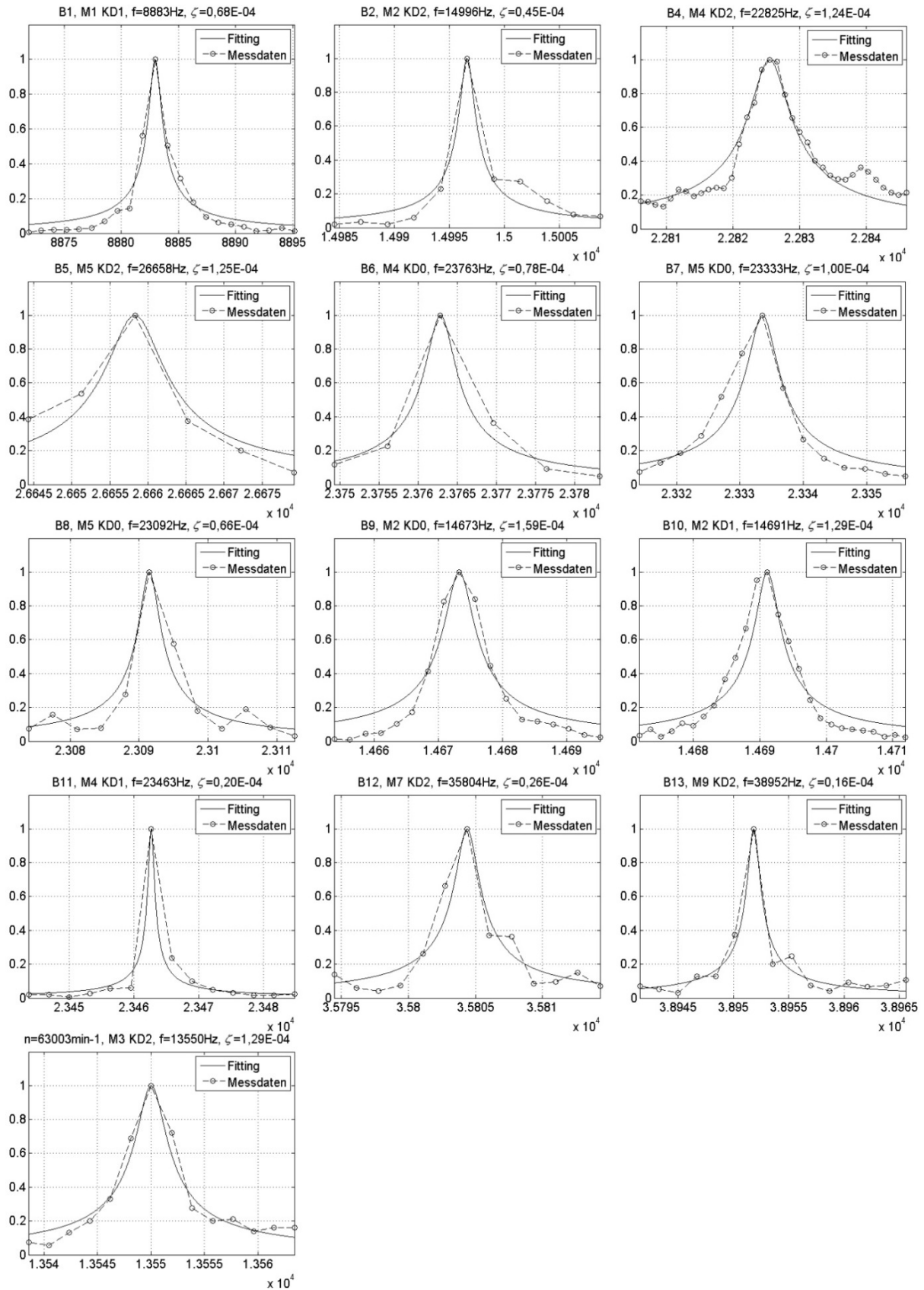
Bezeichnung	Formelzeichen	EPZ-35MS29
Abmessungen [mm]	$D$	35
	$d$	25
	$T$	0,30
	$t$	0,56
Frequenz	Hz	2900
Impedanz	$\Omega$	200
Kapazität	pF	26000
Betriebstemperatur	$^{\circ}\text{C}$	-20 bis +70
Lagertemperatur	$^{\circ}\text{C}$	-30 bis +80

**Bild A.1:** Spezifikation Piezo Aktuator EPZ-35MS29 der Firma EKULIT

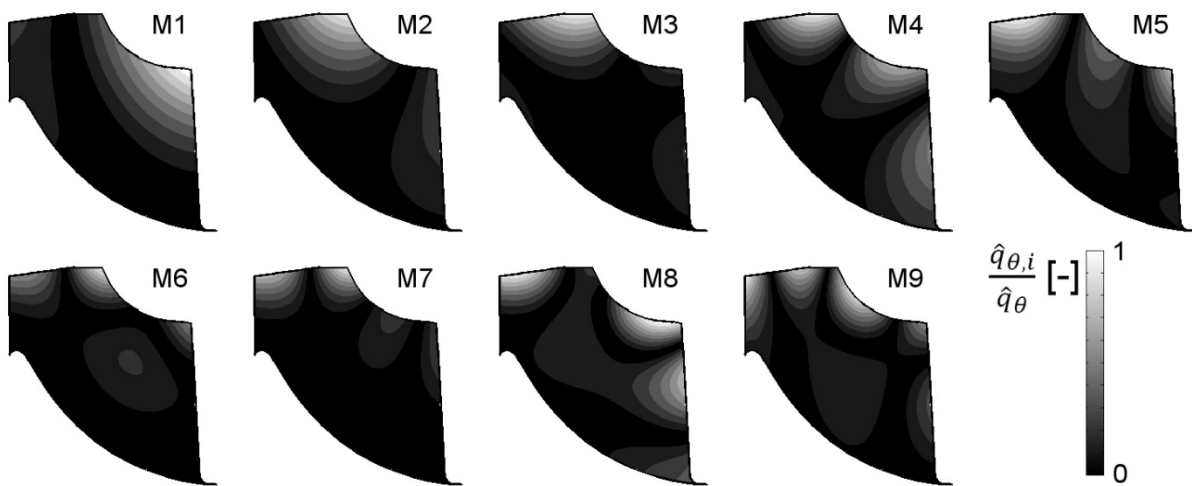


**Bild A.2:** Haigh-Diagramme für Schwingungsmessung mit Z = 21 (rechts) und Z = 22 (links) Leitschaufeln

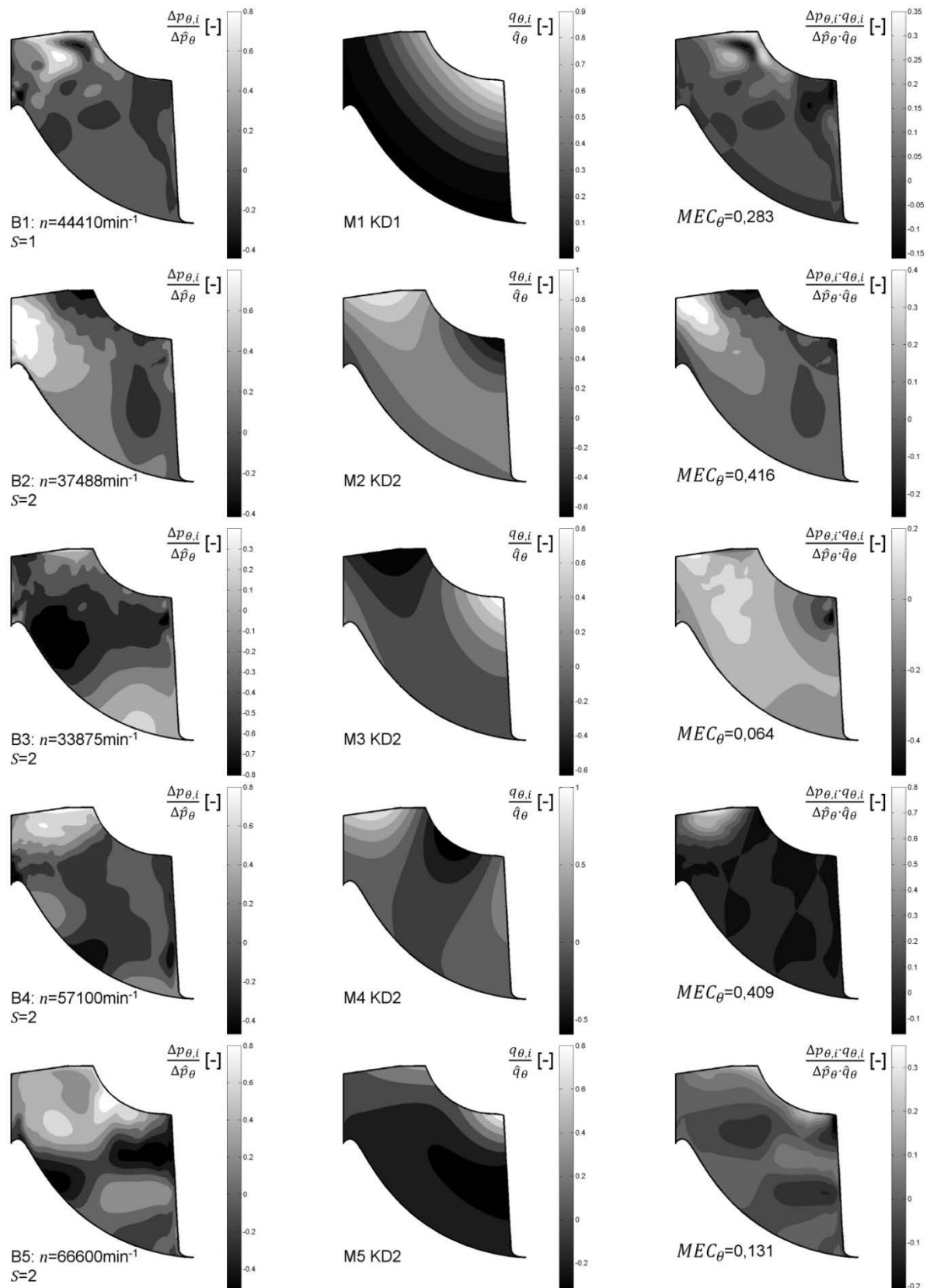




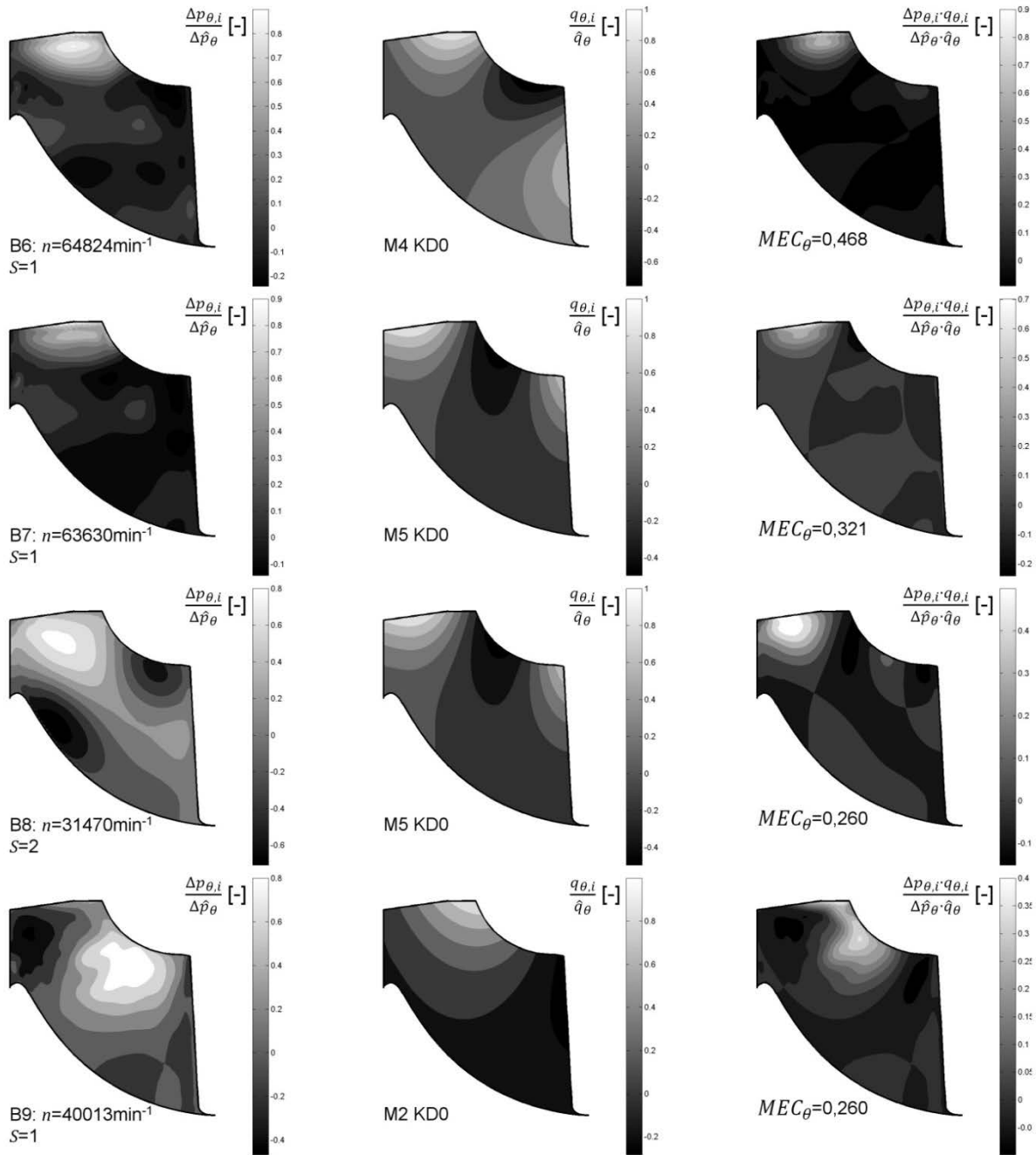
**Bild A.3:** Normierte Vergrößerungsfunktionen für die untersuchten Resonanzstellen B1, B2 und B4-B13 sowie Resonanzstelle von M3 KD2 bei  $n = 63003 \text{ min}^{-1}$  für die Dämpfungsbestimmung; x-Achse: Frequenz  $f$  [Hz], y-Achse: normierte Vergrößerungsfunktion  $V/V_{max}$  [-]



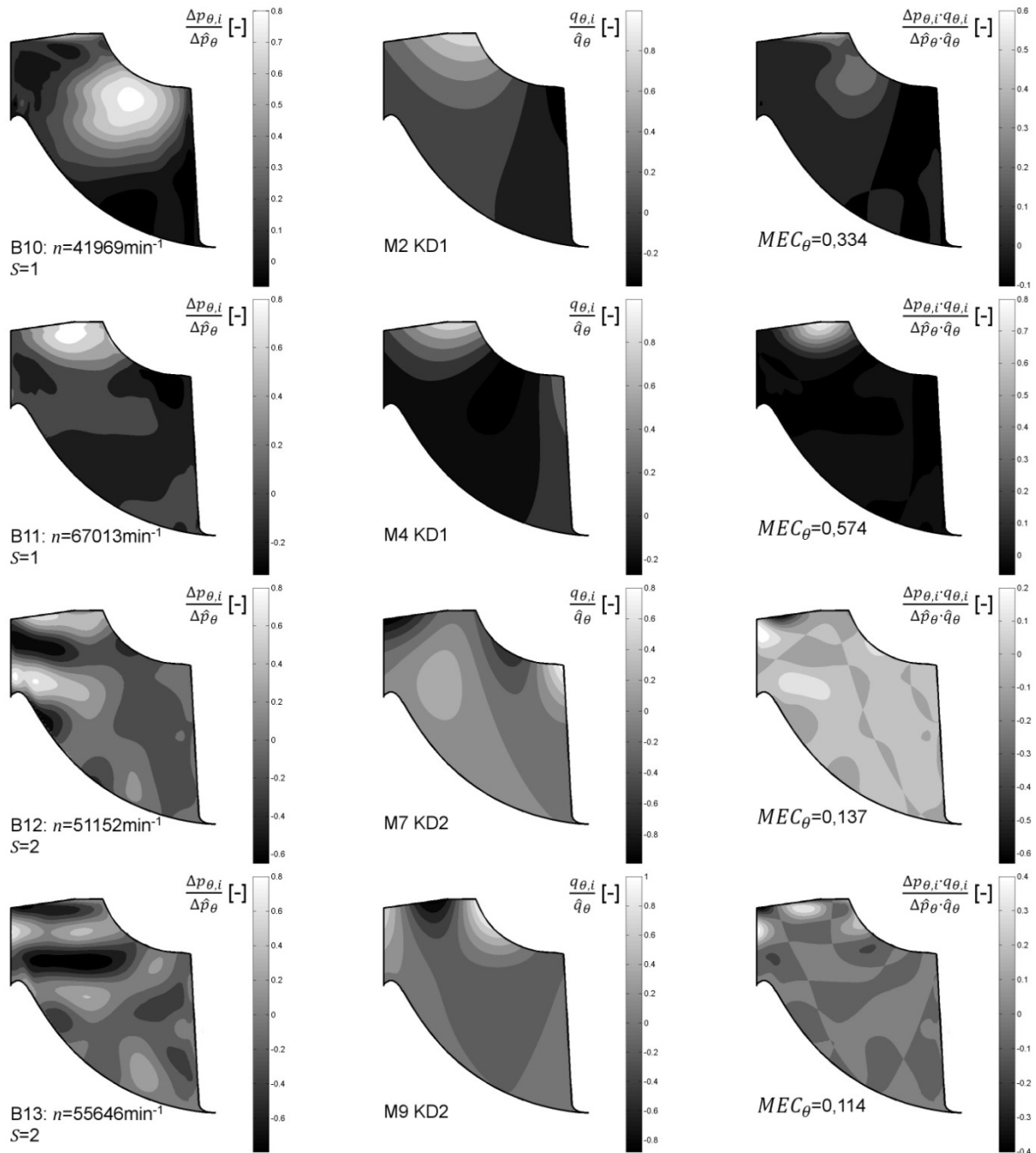
**Bild A.4:** Modale Verformung der Schaufel in Umfangsrichtung normiert auf maximale Amplitude für die Schaufelmoden M1-M9 ohne Knotendurchmesser



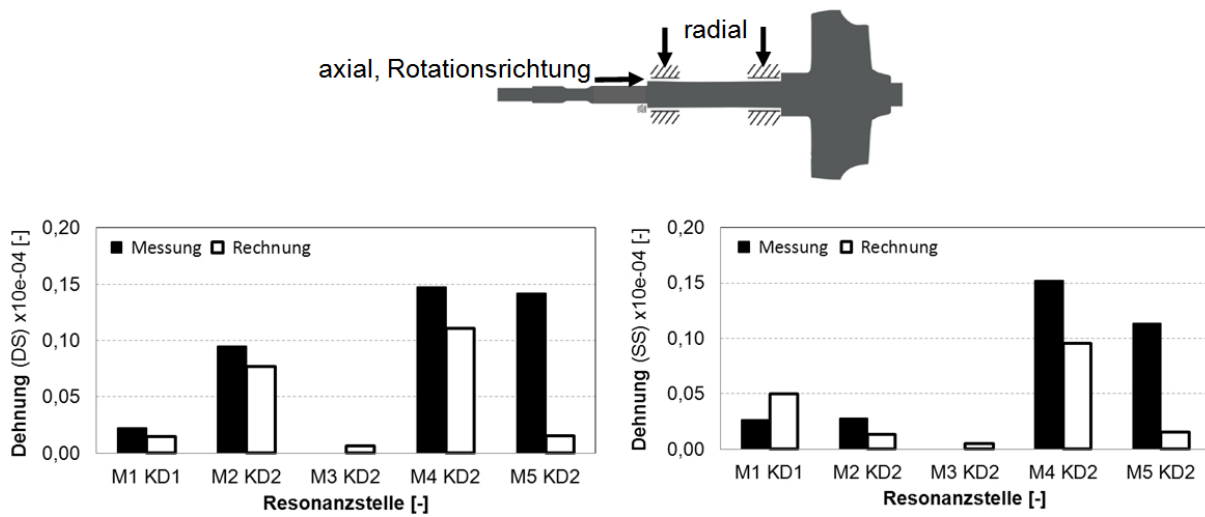
**Bild A.5:** Anregbarkeit der Resonanzen mit  $Z = 12$ : Anregungsfunktion normiert auf maximale Druckdifferenzamplitude bei Phasenlage mit maximalem  $MEC_{\theta}$  (links); modale Verformung der Schaufel in Umfangsrichtung normiert auf maximale Amplitude (Mitte); Visualisierung des Energieeintrags aus dem Produkt der Anregungsfunktion und der modalen Verformung (rechts)



**Bild A.6:** Anregbarkeit der Resonanzen mit  $Z = 22$ : Anregungsfunktion normiert auf maximale Druckdifferenzamplitude bei Phasenlage mit maximalem  $MEC_{\theta}$  (links); modale Verformung der Schaufel in Umfangsrichtung normiert auf maximale Amplitude (Mitte); Visualisierung des Energieeintrags aus dem Produkt der Anregungsfunktion und der modalen Verformung (rechts)



**Bild A.7:** Anregbarkeit der Resonanzen mit  $Z = 21$ : Anregungsfunktion normiert auf maximale Druckdifferenzamplitude bei Phasenlage mit maximalem  $MEC_{\theta}$  (links); modale Verformung der Schaufel in Umfangsrichtung normiert auf maximale Amplitude (Mitte); Visualisierung des Energieeintrags aus dem Produkt der Anregungsfunktion und der modalen Verformung (rechts)



**Bild A.8:** Vergleich gemessener und am idealen Rotor berechneter Dehnungsamplituden an der DMS-Position auf der DS (links) und SS (rechts) bei fester Einspannung der Rotorwelle an den Lagern; Ergebnisse aus Schwitzke et al. (2013) und Schwitzke und Hönisch et. al (2013)