



**PS-Interferometrie in urbanen Räumen**  
**Optimierte Schätzung von Oberflächenbewegungen mittels**  
**Multi-SBAS Verfahren**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktor-Ingenieurs**

an der Fakultät  
für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften  
des Karlsruher Instituts für Technologie

genehmigte

**Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Andreas Schenk**

aus Berlin

**Karlsruhe 2015**

Tag der mündlichen Prüfung: 28.01.2015

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Bernhard Heck

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Hinz



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung –  
Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland Lizenz  
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>

# Zusammenfassung

Satellitenaufnahmen von SAR-Sensoren können mittels Radar-Interferometrie ausgewertet werden, um differentielle Verschiebungen der Erdoberfläche im mm-Bereich zu bestimmen. Die Persistent Scatterer Interferometrie (PSI) ist eine Methode der SAR-Interferometrie, bei der Stapel von Interferogrammen systematisch nach Rückstreupunkten durchsucht werden, die über längere Zeit stabil sind und daher als natürliche geodätische Messpunkte zur kontinuierlichen Beobachtung von Oberflächenbewegungen dienen. Für diese Punkte wird im Rahmen der Parameterschätzung der PSI unter anderem die exakte Position sowie die Punktverschiebung bestimmt. Mit der Entwicklung hochauflösender SAR-Sensoren erschließt sich auch die Beobachtung von lokalen und kleinräumigen komplexen Oberflächendeformationen sowie daraus resultierenden Gebäudebewegungen als potentielles Anwendungsgebiet der PSI.

Lokale Bodenbewegungen können anthropogene oder natürliche Ursachen haben. Mit der intensiven Bewirtschaftung des Untergrundes können sie insbesondere auch in urbanen Räumen durch den Menschen induziert werden. Die im Zusammenhang mit aufquellenden Gipskeuperschichten beobachteten Hebungsgebiete sind beispielhaft für solche lokalen Deformationsereignisse. Insbesondere in städtischen Gebieten müssen sie möglichst flächendeckend und kontinuierlich beobachtet werden. Die bisherigen Methoden der PSI sind für die Bewegungsbeobachtung solcher komplexen Deformationsgebiete nur bedingt geeignet, da sie auf der Annahme einer räumlich lokal stetigen Oberflächenbewegung basieren. Neben einer fehlerhaften Parameterschätzung werden bei der Anwendung in solchen Deformationsgebieten deutlich weniger PS-Punkte identifiziert.

In dieser Arbeit wird der Frage nachgegangen, inwiefern die bestehenden PSI-Ansätze adaptiert werden können, um sie für die Untersuchung lokaler Deformationsphänomene zuverlässig anwenden zu können. Dabei werden die Methoden der Small Baseline Interferometrie berücksichtigt, um durch eine separate Bestimmung der Modellparameter auf multiplen Interferogrammstapeln die Effizienz und Robustheit der Parameterschätzung zu erhöhen und gleichzeitig eine zuverlässige Auswahl der PS-Punkte auch bei großen Bewegungsraten zu ermöglichen. Für die auf der Periodogrammschätzung basierende Parameterbestimmung werden zwei unterschiedliche Ansätze miteinander verglichen, die auf der Singulärwertzerlegung beziehungsweise der Anwendung der schnellen Fourier-Transformation auf interpolierten Beobachtungsdaten beruhen. Anhand von Tests mit simulierten Daten wird gezeigt, dass mit der Singulärwertzerlegung eine genauere Schätzung der Parameter möglich ist, während die Fourier-Transformation deutlich schneller ist. Für eine optimierte PSI-Auswertung wird deshalb eine Kombination beider Methoden in einem iterativen Ansatz realisiert.

Die Funktionalität der optimierten PSI-Auswertung wird anhand einer Anwendungsstudie getestet, bei der die Bodenbewegungen im Deformationsgebiet in Staufen (Breisgau) untersucht werden. Mit dem optimierten PSI-Ansatz können generell mehr PS-Punkte identifiziert werden, wobei in den Bereichen mit Bewegungsraten über 20 mm/a die Anzahl zuverlässiger PS-Punkte nahezu verdoppelt wird. Durch die robuste Parameterschätzung werden insbesondere mehr Punkte an den Fassaden und auf den Dächern von Gebäuden identifiziert. Sie erlauben eine differenzierte Aussage über Gebäudeverkippen. Zudem wird die systematische Unterschätzung der Bewegungsraten behoben, die bei dem Beispiel von Staufen mit der konventionellen PSI-Auswertung bisher aufgetreten ist.



# Summary

The interferometric analysis of SAR images from spaceborne sensors provides observations of differential surface displacements with millimeter accuracy. The persistent scatterer interferometry (PSI) is a particular approach which is applied to stacks of SAR images to detect points with stable back-scatter. They are referred to as persistent scatterers (PS) and serve as natural geodetic survey points for a continuous and extensive observation of surface displacement. The main goal of PSI analysis is the detection of reliable PS and a precise parameter estimation, most of all the exact localization of backscatter points and their displacement rate. The new generation of high resolution SAR sensors broadens the application of SAR interferometry. Now local displacement phenomena can be observed in detail, down to a geodetic monitoring of single buildings.

The origin of local surface displacements can be natural or man-made. The intense use of the near subsurface in urban areas increases the potential for artificially triggered deformation and surface displacement. Uplift of Anhydrite rich rock formations, when exposed to water, is just one example for artificially induced surface displacement. The hitherto existing PSI approaches are limited in monitoring of local deformation with large displacement rates, as they are based on spatially continuous surface displacement with reasonable spatial gradients. Despite a deficient parameter estimation, those PSI approaches find only a few persistent scatterers in such challenging deformation areas.

This work examines the improvement of existing PSI approaches to the application of deformation monitoring in urban areas, where surface displacement can be heterogeneous and with large spatial gradients. The new approach is based on the method of small-baseline interferometry but makes use of multiple interferogram stacks (Multi-SBAS) to guarantee reliable selection of persistent scatterers, even in scenarios with large displacement rates. Simultaneously this approach increases the robustness of parameter estimation. The work focuses on the periodogram based parameter estimation. A singular-value decomposition based approach and a Fast Fourier Transform based approach are developed and comprehensively tested. While the first one is more precise, the latter persuades with short computation times. An iterative approach using a combination of both is proposed to obtain fast and precise displacement estimates.

The developed PSI algorithm is applied to an area with local uplift occurring in the city of Staufen, Germany. The improved PSI approach detects significantly more PS. In areas with large displacement rates  $>20$  mm/a, the number of PS is nearly doubled compared to the standard processing. The increased number of observation points provides the opportunity to detect even the tilting of buildings in addition to ground displacement. The improved PSI algorithm reduces processing time and resolves systematic underestimation of the surface displacement rates which have been observed previously.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen und Formelzeichen</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Ziel der Arbeit . . . . .	2
1.2 Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Modellbildung der SAR-Interferometrie</b>	<b>5</b>
2.1 Abbildungsgeometrie von PS-Punkten . . . . .	5
2.1.1 PS-Interferometrie . . . . .	8
2.1.2 Multi-PS-Interferometrie . . . . .	14
2.2 Punktverschiebung . . . . .	15
2.3 Variation der Signalausbreitung . . . . .	16
2.3.1 Variation der Signalamplitude . . . . .	17
2.3.2 Neutrosphärische Laufzeitverzögerung . . . . .	17
2.3.3 Varianz der Laufzeitverzögerung . . . . .	19
2.4 Variation der Rückstreuung . . . . .	21
2.4.1 Modell eines idealen PS-Punktes . . . . .	22
2.4.2 Phasenvarianz . . . . .	23
2.4.3 Amplitudendispersion . . . . .	24
2.5 Kohärenzschätzung von PS-Punkten . . . . .	24
2.5.1 Bestimmung der zeitlichen Dekorrelation . . . . .	25
2.5.2 Phasenkohärenz . . . . .	26
2.6 Zusammenfassung . . . . .	27
<b>3 Ansätze zur Parameterschätzung und Selektion stabiler Beobachtungspunkte</b>	<b>31</b>
3.1 Persistent Scatterer Interferometrie . . . . .	31
3.1.1 Auswahl von PS-Kandidaten . . . . .	34
3.1.2 Schätzung modellierbarer Phasenanteile . . . . .	35
3.1.3 Selektion der PS-Punkte . . . . .	37
3.1.4 Phasenabwicklung . . . . .	38
3.1.5 Schätzung räumlich korrelierter Signalanteile . . . . .	39
3.2 SAR-Tomografie . . . . .	39
3.3 SBAS . . . . .	40
3.4 SqueeSAR . . . . .	42
3.5 Optimierungspotential für die Anwendung in urbanen Gebieten . . . . .	43
<b>4 Multi-SBAS-Ansatz zur robusten Parameterschätzung</b>	<b>45</b>
4.1 Sequentieller Ansatz . . . . .	48
4.1.1 Konvergenz der Iteration . . . . .	51
4.1.2 Beispiel . . . . .	53
4.2 Parameterschätzung basierend auf Periodogrammen . . . . .	56
4.3 TSVD-Methode . . . . .	58
4.3.1 Regularisierung . . . . .	60
4.3.2 Konstruktion der Abbildungsmatrix . . . . .	61
4.3.3 Schätzung des Periodogramms . . . . .	62
4.3.4 Beispiel . . . . .	63
4.4 FFT-Methode . . . . .	67
4.4.1 Abtastung auf äquidistanten Stützstellen . . . . .	67

4.4.2	Beispiel . . . . .	70
4.5	Signifikanztest . . . . .	72
4.5.1	$g$ -Test nach Fisher . . . . .	73
4.5.2	Beispiel . . . . .	74
4.6	Validierung und Vergleich der Methoden . . . . .	75
4.6.1	Testmodelle . . . . .	76
4.6.2	Optimale Überabtastung . . . . .	76
4.6.3	Übertragbarkeit auf kleinere Datenstapel . . . . .	77
4.6.4	Laufzeit . . . . .	80
4.6.5	Optimiertes Iterationsschema . . . . .	80
4.7	Zusammenfassung . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Anwendungsbeispiel Stufen</b>	<b>83</b>
5.1	Datengrundlage . . . . .	84
5.1.1	Temperaturdaten . . . . .	86
5.1.2	Corner-Reflektor . . . . .	87
5.2	PSI-Auswertung mit Multi-SBAS-Ansatz . . . . .	87
5.2.1	Vorprozessierung und Datenhaltung . . . . .	88
5.2.2	Amplitudendispersion und Phasentrend . . . . .	89
5.2.3	PS-Selektion und Parameterschätzung . . . . .	89
5.2.4	Phasenvarianz der Aufnahmen . . . . .	92
5.2.5	Punktkohärenz . . . . .	95
5.2.6	Parameterschätzung mit gewichteter Ausgleichung . . . . .	96
5.3	Bodenbewegung in Stufen . . . . .	100
5.3.1	Referenzgebiet Gaisgraben . . . . .	100
5.3.2	Bewegungsraten im Hebungsgebiet . . . . .	102
5.3.3	Nichtlineare Bewegung . . . . .	105
5.4	Thermisch bedingte Punktverschiebung . . . . .	106
5.5	Vergleich M-SBAS und StaMPS . . . . .	108
5.6	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>113</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>117</b>
A.1	Kohärenzschätzung auf vollständigen Interferogrammstapeln . . . . .	117
A.2	Zusammenhang zwischen Kohärenz, SNR und Signalrauschen . . . . .	119
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>127</b>

# Abkürzungen und Formelzeichen

## Abkürzungen

AKF	Autokorrelationsfunktion
DS	Distributed Scatterer
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DWD	Deutscher Wetterdienst
ESA	European Space Agency
ERS	European Remote Sensing Satellite
Envisat	Environmental Satellite
FFT	Fast Fourier Transform
GNSS	Global Navigation Satellite System
InSAR	SAR-Interferometrie
LOS	Line-of-Sight
LTZ	Landwirtschaftliches Technologiezentrum Augustenberg
PS	Persistent Scatterer
PSC	Persistent Scatterer Candidate
PSI	Persistent Scatterer Interferometry
RMS	Root Mean Square
SAR	Synthetic Aperture Radar
SBAS	Small Baseline
SLC	Single Look Complex
SNR	Signal-to-Noise Ratio
StaMPS	Stanford Method for Persistent Scatterer Interferometry
TSVD	Truncated Singular Value Decomposition

## Symbole und Formelzeichen

$\circ$	Skalarprodukt
$j$	imaginäre Einheit
$E(\cdot)$	Erwartungswert
$\mathcal{W}$	Faltungsoperator
min	Minimum
med	Median
max	Maximum
$\delta$	Dirac-Impuls

## SAR Beobachtung

$\theta$	Einfallswinkel
$\theta_l$	lokaler Einfallswinkel bezogen auf den lokalen Zenit
$\lambda$	Wellenlänge des SAR-Sensors
$a$	Azimut
$r$	Range, Entfernung des Sensors vom Beobachtungspunkt
$r_0$	Range der Master-Szene
$s$	Range-Höhe, Elevation
$\delta_a$	Auflösung in Azimut

$\delta_r$	Auflösung in Range
$y$	Komplexwertige Beobachtung
$\psi$	Phase der Beobachtung
$\mu_\psi$	Erwartungswert Phase
$\sigma_\psi^2$	Phasenvarianz der Beobachtungen
$a$	Amplitude der Beobachtung
$y_0$	Signalamplitude der Beobachtung
$\sigma_n$	Rauschanteil der Beobachtung
$\sigma_a^2$	Amplitudenvarianz der Beobachtungen
$\mu_a$	Mittelwert der Amplitude
$D_a$	Amplitudendispersion
$\gamma$	Reflektivitätsfunktion
$v$	Verschiebungsrate
$h$	Punkthöhe über Referenzniveau
$\alpha$	Thermische Bewegungsrate

### Interferogramm

$g$	Interferogramm zweier Beobachtungen
$\varphi$	Eindeutige, abgewinkelte interferometrische Phase
$\sigma_\phi^2$	Phasenvarianz der interferometrischen Phase
$b_{\parallel}$	Parallele Basislinie bezüglich der Master-Szene
$b_{\perp}$	Senkrechte Basislinie bezüglich der Master-Szene
$\sigma_{b_{\perp}}$	Standardabweichung der senkrechten Basislinien
$B_{\parallel}$	Differenz der parallelen Basislinien im gemeinsamen Master-System
$B_{\perp}$	Differenz der senkrechten Basislinien im gemeinsamen Master-System
$t$	Aufnahmezeitpunkt
$\sigma_t$	Standardabweichung der Aufnahmezeitpunkte
$\tau$	Zeitliche Basislinie
$\vartheta$	Thermische Basislinie
$\gamma$	Kohärenz
$\gamma_\tau$	Zeitabhängige Kohärenz

### Interferometrische Phase

$\varphi$	Eindeutige Phase
$\phi$	Mehrdeutige, gefaltete Phase im Intervall $[-\pi, \pi]$
$\phi_v$	Lineare Punktverschiebung
$\phi_{\text{def}}$	Lineare und nichtlineare Punktverschiebung
$\phi_h$	Phase aufgrund der Höhe über dem Referenzniveau
$\phi_\alpha$	Phasenanteile aufgrund thermischer Ausdehnung
$\phi_{\text{neu}}$	Phasenanteile aufgrund neutrosphärischer Laufzeitverzögerung
$\phi_{\text{orb}}$	Phasenanteile aufgrund Orbitfehler
$\phi_{\text{noise}}$	Phasenrauschen
$\phi_{\text{ref}}$	Referenzphase

### Periodogrammschätzung

$\mathbf{L}$	Abbildungsmatrix
--------------	------------------

$\mathbf{L}^+$	Pseudoinverse
$\Sigma$	Singulärwert-Matrix
$\mathbf{U}, \mathbf{V}$	unitäre Matrix und adjungiert unitäre Matrix
$\sigma_n$	Singulärwert
$\varepsilon$	Rauschniveau, Grenzwert der Singulärwerte
$G$	Periodogramm

### Weitere Größen

$\{k, \sigma, \mu\}$	Form, Skale, Position - Parameter der Generalisierten Extremwertverteilung
$p(x), p_N(x)$	Dichtefunktion, normalverteilte Dichtefunktion
$\alpha$	Signifikanzniveau
$\alpha^*$	Stoffspezifischer Ausdehnungskoeffizient

### Indizes

$i = 1..I$	Iterationsschritt
$k = \{\tau, B_{\perp}, \vartheta\}$	
$k^* = \{v, h, \alpha\}$	
$s = 1..S$	Subband
$r = 1..R$	Index der Abtastpunkte im Originalbereich gleich für alle Subbänder
$q = 1..Q$	Index der Abtastpunkte im Originalbereich gleich für alle Subbänder



# Kapitel 1

## Einleitung

Die kontinuierliche und flächendeckende Beobachtung der Landoberfläche ist eine zentrale Aufgabe der Geodäsie. Von besonderem Interesse ist dabei die Quantifizierung von Oberflächenbewegungen und daraus abgeleiteten Deformationsraten. Sie stellen eine wichtige Eingangsgröße für die Geophysik und benachbarte geowissenschaftliche Disziplinen dar. Basierend auf der Beschreibung der Oberflächenkinematik können geodynamische Modelle erstellt und validiert werden. Die Erfassung von Bewegungsraten trägt wesentlich zum Verständnis großräumiger wie auch kleinräumiger dynamischer Prozesse im Untergrund bei.

Neben dem Interesse an den ursächlichen Mechanismen, die zu Oberflächenbewegungen führen, ist in urbanen Gebieten eine möglichst kontinuierliche und detaillierte Beobachtung gefragt, um das Gefahrenpotential von Bodendeformationen für die Infrastruktur und Bauwerke abschätzen zu können [Kratzsch, 1983]. Während bei kontinuierlichen großräumigen Bewegungen im Bereich mehrerer Kilometer die resultierenden Deformationen gering sind, können bei lokalen, kleinräumigen Prozessen im Bereich weniger Meter bis weniger hundert Meter große Deformationen auftreten. Sie führen zu Zerrungen und Pressungen der Erdoberfläche, die auf Infrastruktur und Bauwerksgründung einwirken bis hin zu Verkippungen, Verschiebungen und Deformationen von Gebäuden oder Gebäudeteilen [Fischer, 2009].

Lokale Bodenbewegungen können sowohl durch natürliche Prozesse, als auch anthropogen, durch die Bewirtschaftung des flachen und tiefen Untergrundes verursacht werden. Zu den natürlichen Auslösemechanismen gehören unter anderem Quellvorgänge und Lösungsprozesse sowie Bodensetzungen und Hangrutschungen. Mitunter werden solche natürlichen Prozesse durch den Eingriff des Menschen induziert. Exemplarisch dafür sind lokale Deformationsphänomene im Zusammenhang mit aufquellenden Gipskeuperschichten, die in Deutschland vorwiegend in Baden-Württemberg auftreten [Anagnostou, 1992; Schwenk, 2009; Grimm et al. 2014]. Bei solchen induzierten Deformationen ist die Kausalität von der Bewirtschaftung des Untergrundes und den beobachteten Schäden an der Oberfläche häufig eine wichtige Fragestellung. Die kontinuierliche geodätische Beobachtung kann zur Beantwortung solcher Fragen wesentlich beitragen.

Neben der terrestrischen Vermessung von eigens angelegten Deformationsnetzen und Wiederholungsnivellements sowie der GNSS-basierten punktuellen Bewegungsbestimmung ist die SAR-Interferometrie eine geeignete Methode für die Beobachtung solcher Prozesse. Sie basiert auf der interferometrischen Auswertung kohärenter flächendeckender Aufnahmen von Radar-Sensoren mit Synthetischer Apertur (SAR), wobei die natürlich vorhandenen Rückstreupunkte der Erdoberfläche als Phasenmesspunkte genutzt werden [Massonnet und Feigl, 1998; Usai, 2001; Hanssen, 2001; Bamler et al. 2008; Ketelaar, 2009]. Neben den kontinuierlichen SAR-Missionen der Europäischen Raumfahrtagentur, wie ERS 1/2, Envisat und der aktuellen Sentinel-1-Mission, sind insbesondere die hochauflösenden X-Band-Satelliten TerraSAR-X und TanDEM-X des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) für die Beobachtung der Oberflächenbewegung in urbanen Räumen geeignet.

Die Persistent Scatterer Interferometrie (PSI) ist eine Analysemethode für die Auswertung von Interferogrammstapeln, bei der aus der Vielzahl von Rückstreupunkten die für eine geodätische Beobachtung in Frage kommenden beständigen PS-Punkte identifiziert werden [Ferretti et al. 2001; Kampes, 2005]. PS-Punkte bezeichnen langzeitstabile Punkte der Oberfläche, deren Rückstreueigenschaften zeitlich konstant sind. Im Rahmen der PSI-Auswertung werden für diese PS-Punkte neben der gesuchten Punktbeziehung weitere Signalanteile der interferometrischen

Phase geschätzt, die sich beispielsweise durch die variierende Orbitposition (Basislinie) sowie die neutrosphärische Laufzeitverzögerung ergeben. Im Rahmen der PSI-Auswertung wird auch die Phasenmehrdeutigkeit der interferometrischen Phase aufgelöst.

Bei der PSI-Auswertung können nach Sousa et al. (2011) zwei unterschiedliche Vorgehensweisen unterschieden werden. Bei dem von Ferretti et al. (2001) entwickelten Ansatz werden die PS-Punkte im Wesentlichen anhand ihrer zeitlichen Phasenvarianz bezüglich umliegender Nachbarpunkte bewertet und ausgewählt. Um die bewegten Punkte nicht auszuschließen, wird dabei für jeden Punkt eine lineare Bewegung modelliert [Ferretti et al. 2001; Kampes, 2005]. Bei der anderen Gruppe von PSI-Ansätzen werden die PS-Punkte basierend auf der Phasenvariation gegenüber den Nachbarpunkten identifiziert, wobei keine explizite Punktbeziehung modelliert wird [Hooper et al. 2004; Van der Kooij et al. 2005]. Für die Lösung der Phasenmehrdeutigkeit wird bei beiden Vorgehensweisen eine räumliche und zeitliche Korrelation der Oberflächenbewegung vorausgesetzt.

Die Small-Baseline-Interferometrie (SBAS) [Berardino et al. 2002; Casu et al. 2006] und die SqueeSAR-Methode [Ferretti et al. 2011] sind alternative Ansätze zur Auswertung von Interferogrammstapeln und Ableitung von Bodenbewegungen. Sie wurden entwickelt, um die Nachteile der basislinienabhängigen Signaldekorrelation, die primär bei der Beobachtung in unbesiedelten Gebieten auftreten, zu reduzieren. Während die PSI-Verfahren die Interferogrammkombinationen bezüglich einer Master-Szene auswerten, werden bei der SqueeSAR-Methode alle Interferogramme für die Parameterschätzung berücksichtigt. Bei dem SBAS-Ansatz wiederum werden aus allen Interferogrammkombinationen diejenigen mit kleiner Basislinie für die Parameterschätzung verwendet.

Die Verfahren der PSI-Auswertung wurden primär für die Beobachtung von großräumigen Bewegungen basierend auf den C-Band-Missionen der ESA konzipiert. Eine große Bedeutung kommt dabei der Schätzung der langwelligen Anteile der interferometrischen Phase zu. Die hochauflösenden X-Band-Missionen des DLR haben die Anwendungsmöglichkeiten in urbanen Räumen erheblich erweitert, sodass auch die Beobachtung von lokalen und punktuellen Bewegungen möglich ist. Dabei können die vorhandenen Methoden nur bedingt eingesetzt werden. So ist beispielsweise die räumliche Phasenabwicklung aufgrund der komplexen Abbildungsgeometrie in urbanen Räumen eine große Herausforderung [Goel, 2013]. Sie wird durch die Variabilität der Bewegungsrate bei lokalen Deformationsgebieten zusätzlich erschwert. Des Weiteren müssen die PS-Punkte genau geokodiert werden, um Bodenpunkte von Rückstreupunkten auf Hausfassaden und Dächern zu unterscheiden. Letztere können wertvolle Messpunkte für die Bestimmung von Hausverkipnungen sein. Für PS-Punkte, die nicht auf dem Boden verortet werden, ist zudem die Verschiebung durch die temperaturabhängige Ausdehnung von Gebäuden zu berücksichtigen [Fornaro et al. 2013].

## 1.1 Ziel der Arbeit

In dieser Arbeit wird untersucht, inwiefern die Parameterschätzung der PSI-Auswertung für die Beobachtung von lokalen Bodenbewegungen in urbanen Räumen optimiert werden kann, um die SAR-Interferometrie auch im Kontext kleinräumiger und komplexer Deformationen, wie sie beim Gipskeuperquellen beobachtet werden, zuverlässig anwenden zu können. Dabei werden folgende Schwerpunkte berücksichtigt beziehungsweise hinterfragt:

- **Parameterschätzung**

Mit der Parameterschätzung basierend auf variablen Interferogrammstapeln können die überlagernden Signalkomponenten der interferometrischen Phase gezielt unterdrückt

werden. Es soll untersucht werden, inwiefern die Trennung der Punktbe-  
wegung von den anderen Einflussgrößen des interferometrischen Signals unter Verwendung des selektiven Ansatzes der SBAS-Methode genutzt werden kann.

- **Effizienz**

Die Parameterschätzung ist ein zeitaufwändiger Schritt der PSI-Analyse, der für jeden potentiellen PS-Punkt durchgeführt werden muss. Die Parameterschätzung soll dahingehend optimiert werden, dass der bisher verwendete *grid-search*-Ansatz durch eine effizientere Methode ersetzt wird.

- **Räumliche Auflösung**

Bei lokalen und stark variierenden Oberflächenbewegungen ist eine möglichst große Anzahl an PS-Punkten für die Modellierung und das Verständnis der Bewegung notwendig. Bei einer optimierten PSI-Analyse sollen deshalb mehr PS-Punkte identifiziert werden, ohne dabei die Genauigkeit der Parameterschätzung zu verschlechtern.

- **Thermische Punktverschiebung**

Durch die temperaturbedingte Ausdehnung kommt es zu einer Relativbewegung von PS-Punkten an oder auf Bauwerken gegenüber Bodenpunkten. Die temperaturbedingte Verschiebung soll daher in das funktionale Modell integriert werden.

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Im folgenden Kapitel wird eine Übersicht der Modellbildung der SAR-Interferometrie gegeben. Dabei werden Signalanteile des funktionalen Modells sowie das stochastische Modell eines idealen PS-Punktes detailliert beschrieben.

Die Schätzung der unbekannt Parameter des funktionalen Modells und des Rauschanteils ist das allgemeine Ziel der Auswertung von Interferogrammstapeln. In Kapitel 3 werden die verschiedenen Methoden zur Parameterschätzung vorgestellt, wobei die Beschreibung der PSI-Ansätze im Vordergrund steht. Am Ende des Kapitels wird aus dieser Zusammenstellung das Optimierungspotential in Hinblick auf die Zielsetzungen dieser Arbeit abgeleitet.

In Kapitel 4 wird der modifizierte Ansatz zur Separation der Parameterschätzung beschrieben. Es werden zwei Methoden zur Parameterschätzung mittels Periodogrammen vorgestellt und basierend auf simulierten Daten eingehend validiert und verglichen.

In Kapitel 5 wird die Anwendung der modifizierten Parameterschätzung zur Bestimmung der Bewegungsraten im Deformationsgebiet von Staufen gezeigt. Es wird der Gesamt Ablauf der PSI-Auswertung beschrieben und anhand der Beispieldaten erläutert. Die Darstellung der Ergebnisse wird durch den Vergleich der entwickelten Methode mit der Referenz-Auswertung abgeschlossen.

Das letzte Kapitel fasst die wesentlichen Aspekte der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche Erweiterungen.



# Kapitel 2

## Modellbildung der SAR-Interferometrie

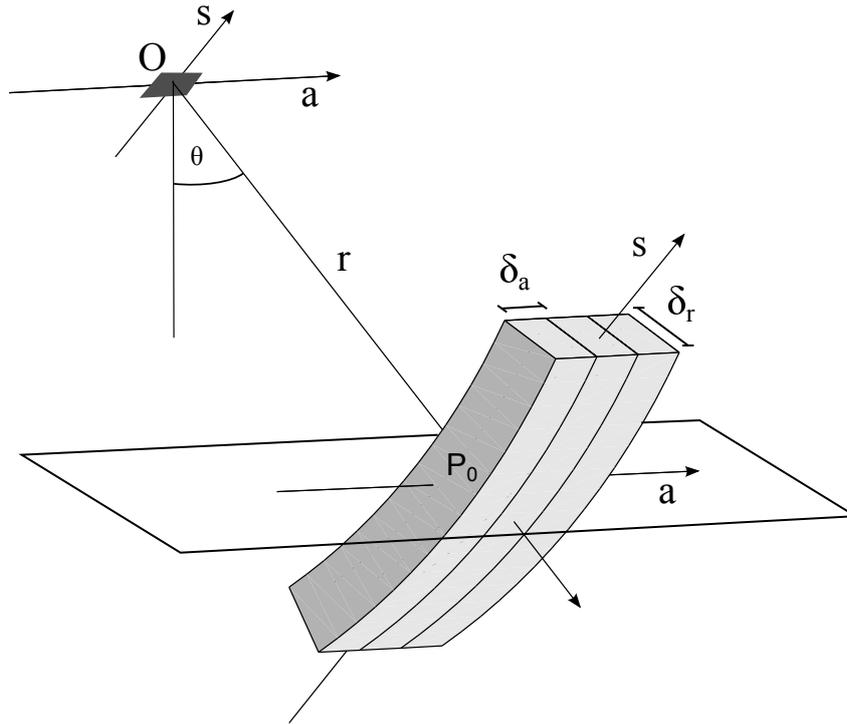
In diesem Kapitel soll das funktionale Modell für Interferogrammstapel rekapituliert werden. Dabei wird auf die Effekte der variierenden Aufnahmeposition des Sensors eingegangen sowie auf die zeitliche Variation der beobachteten Oberfläche und der Signalausbreitung in der Atmosphäre. Eine grundlegende Beschreibung von SAR und SAR-Interferometrie ist nicht das Ziel dieses Kapitels. Eine umfassende Einführung in die Thematik Satellitenradar und SAR wird in Curlander und McDonough (1991) sowie Ulaby et al. (1986) gegeben, während in den neueren Werken Jakowatz et al. (1996) und Qiu et al. (2013) auch die neuen und innovativen Aufnahmemodi von TerraSAR-X und TanDEM-X ausführlich beschrieben werden. Hanssen (2001) sowie Curlander und McDonough (1991) seien als Grundlagenwerke genannt, in denen die Modellbildung und Anwendung von SAR-Interferometrie detailliert dargelegt wird.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird die geometrische Situation einzelner Radaraufnahmen und daran anknüpfend das Standardmodell der interferometrischen Phase von PS-Punkten vorgestellt. In den weiteren Abschnitten werden die zusätzlichen Einflüsse betrachtet, welche durch die zeitliche Variation des Signallaufwegs sowie der Bodenrückstreuung entstehen.

### 2.1 Abbildungsgeometrie von PS-Punkten

Abbildende Radarsensoren sind gepulste aktive Systeme, die einen starken Radarimpuls aussenden und den von Objekten an der Erdoberfläche zurückgestreuten Anteil detektieren. Sie arbeiten im Wellenlängenbereich von wenigen Zentimetern bis Dezimetern. Abbildung 2.1 zeigt die grundlegende Geometrie eines satellitengestützten Radarsystems. Die Position eines Rückstreupunkts  $P_0$  an der Erdoberfläche lässt sich bezüglich des Sensors im Koordinatensystem  $a$ - $r$ - $s$  beschreiben, das seinen Ursprung im Phasenzentrum der Antenne hat. Die Azimutrichtung  $a$  wird durch die Bewegungsrichtung der Antenne definiert und fällt mit dem Geschwindigkeitsvektor des Satelliten zusammen. Als Range-Entfernung bezeichnet man die Distanz  $r$  vom abgebildeten Punkt  $P_0$  zum Satelliten. Sie liegt je nach Satellit und Einfallswinkel  $\theta$  zwischen 550 und 850 km. Im Allgemeinen ist die Blickrichtung des Satelliten senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor, sodass  $r$  die kürzeste Verbindung vom Satelliten zum beobachteten Objekt darstellt. Die Höhenachse  $s$  steht senkrecht auf der  $a$ - $r$ -Ebene und geht durch den Punkt  $P_0$ . Sie definiert die Höhe des abgebildeten Objekts bezüglich der  $a$ - $r$ -Ebene. Um eine Verwechslung mit der ellipsoidischen Höhe des Objekts zu vermeiden, wird sie als Range-Höhe bezeichnet. Für  $|s| \ll r$  bildet die  $s$ -Achse zusammen mit Azimut und Range ein lokales zylindrisches Koordinatensystem, in dessen Ursprungsachse die Flugbahn des Satelliten verläuft.

Mit Radarsystemen werden Objekte der Erdoberfläche abgebildet. Die Lage der Rückstreupunkte sowie deren Reflektivitätseigenschaften können formal durch eine ortsabhängige komplexwertige Reflektivitätsfunktion  $\gamma(a, r, s)$  beschrieben werden. Radarsysteme bilden diese Reflektivitätsfunktion in die  $a$ - $r$ -Ebene ab. Durch die limitierte Bandbreite und die zeitliche Diskretisierung erhält man eine Abtastung des Signals mit der Auflösung  $\delta_a$  in Azimut und  $\delta_r$  in Range (Abb. 2.1). Bei den satellitengestützten abbildenden Radarsensoren handelt es sich um Systeme mit synthetischer Apertur (SAR). Dabei wird bewusst eine kleine Antenne mit großer Apertur gewählt, sodass ein Punkt während des Überflugs mehrfach kohärent aufgenommen wird. Durch die Range-Doppler-Fokussierung wird eine Antenne mit einer kleinen Apertur synthetisiert, wodurch die Reflektivitätsfunktion mit einer hohen räumlichen Auflösung bestimmt werden kann



**Abbildung 2.1:** Abbildungsgeometrie von Radar mit synthetischer Apertur.

[siehe hierzu z. B. Curlander und McDonough, 1991 und Cumming und Wong, 2004]. Die Auflösung von abbildendem SAR ist abhängig von den Sensorparametern, der Abbildungsgeometrie und dem spezifischen Aufnahmemodus. Sie kann in Azimut und Range verschieden sein. Für die Beobachtung von Deformationen in urbanen Räumen werden hochauflösende Beobachtungsmodi genutzt. Typische Auflösungen liegen im Bereich zwischen 1 m (TerraSAR-X, X-Band, Spotlight-Modus) und 25 m (Envisat, C-Band, Stripmap-Modus).

Eine Rückstreuzeile bezeichnet eine abgebildete Fläche am Boden oder ein durchdrungenes Volumen, dessen Größe durch die geometrische Auflösung in Azimut und Range definiert wird. Bei abbildenden SAR-Systemen ist das Verhältnis von geometrischer Auflösung zur Wellenlänge der Trägerfrequenz (wenige Zentimeter) meist in der Größenordnung von  $1 : 10^2$ . Eine Rückstreuzeile kann daher viele Rückstreupunkte enthalten. Das resultierende Signal ist die richtungsabhängige und komplexwertige Summe aller Rückstreubeiträge dieser Auflösungszelle. Vom Sensor wird letztendlich nur der Anteil registriert, der in Richtung des Satelliten zurückgestreut wird. Eine allgemeine analytische Beschreibung des Signals einer Rückstreuzeile ist aufgrund der Vielfältigkeit der Rückstreuzenarien nicht möglich. Es existieren aber spezifische Modelle zur quantitativen Beschreibung der Rückstreuung von speziellen Oberflächenbedeckungstypen, z. B. Wasser, Eis und Vegetation. Eine Einführung in Rückstreumechanismen und -modelle wird z. B. in Ulaby et al. (1986) (Kap. 11, 12) gegeben.

Für die interferometrische Zeitreihenanalyse sind solche Rückstreuzeilen von Interesse, bei denen ein Rückstreuzentrum mit idealerweise zeitlich konstanter Rückstreuung dominiert. Das trifft häufig für versiegelte und bebaute Flächen in urbanen Gebieten zu, aber auch für Infrastrukturleitungen sowie für natürliche, wenig veränderliche Rückstreupunkte wie Steine und Felsen.

Das Signal, das am Sensor empfangen wird und nach der Fokussierung als komplexwertiges Bild mit den diskreten Bildkoordinaten  $a_k$  und  $r_l$  vorliegt, kann nach Curlander und McDonough (1991) als Faltung der wahren Reflektivitätsfunktion  $\gamma(a, r, s)$  mit einem laufwegspezifischen Phasenterm und der Impulsantwort  $T$  aufgefasst werden:

$$y_{k,l} = \int_s \int_a \int_r T(a_k - a, r_l - r) \gamma(a, r, s) \exp(-j 4\pi \lambda^{-1} r) dr da ds. \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet  $\lambda$  die Wellenlänge des Sensors und  $j = \sqrt{-1}$  die imaginäre Einheit. Die Impulsantwort (*point spread function*) des Sensors ist:

$$T(a, r) = \text{sinc}\left(\frac{a}{\delta a}\right) \text{sinc}\left(\frac{r}{\delta r}\right). \quad (2.2)$$

Sie ergibt sich aus der Range-Doppler-Fokussierung der Rohdaten. Nach Gleichung (2.1) ist die durch das Radarsystem abgebildete Reflektivität  $y$  die gewichtete Summe aller Rückstreupunkte. Mit der Range-Doppler-Fokussierung wird der Einfluss von Rückstreupunkten außerhalb der Auflösungszelle stark abgeschwächt. Nach Fornaro et al. (2003) kann die dreidimensionale Reflektivitätsfunktion  $\gamma(a, r, s)$  durch die eindimensionale Funktion  $\gamma(s)$  approximiert werden, wenn für die Impulsantwortfunktion in Azimut und Range eine 2-D Dirac-Funktion angenommen wird. Die Reflektivitätsfunktion  $\gamma(s)$  beschreibt damit das summierte Signal aller Rückstreuer in der Range-Höhe  $s$ . Betrachtet man das registrierte Signal an einer bestimmten Azimut- und Range-position  $(a_0, r_0)$ , so kann man Gleichung (2.1) mit dieser Approximation und unter Auslassen konstanter Indizes vereinfachen zu:

$$y_0 = \int_s \gamma(s) \exp(-j 4\pi \lambda^{-1} r_0(s)). \quad (2.3)$$

Für das am Sensor registrierte Signal ist nicht nur die Anzahl an Rückstreuern und deren Intensität relevant, sondern auch deren relative Phasenlage. Rückstreupunkte, die innerhalb einer Auflösungszelle liegen, können durch eine einzelne SAR-Beobachtung  $y_0$  nicht weiter differenziert werden. Bei der Beobachtung der Oberfläche aus verschiedenen Orbitpositionen hat die Anzahl und Verteilung der Rückstreupunkte innerhalb einer Auflösungszelle eine Auswirkung auf das registrierte Signal. Hinsichtlich zeitlich stabiler Rückstreuzellen können drei Fälle unterschieden werden:

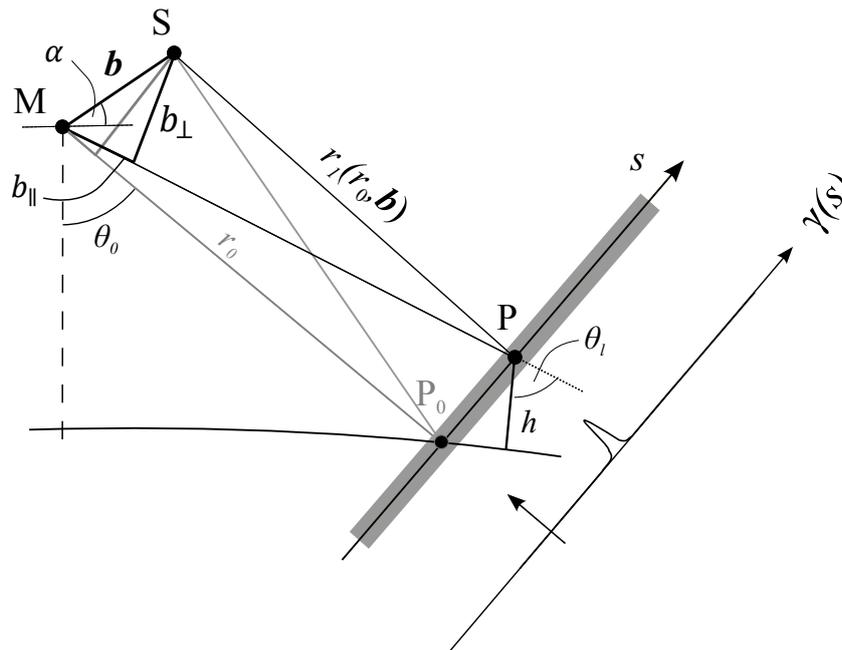
- **Persistent Scatterer (PS)** – Die Rückstreuzelle enthält nur einen dominanten Rückstreuer. Der Begriff “PS-Punkt“ bezeichnet damit gleichermaßen die Auflösungszelle sowie den Rückstreupunkt. Auf dieser Modellvorstellung basiert der konventionelle und erfolgreiche Ansatz von PS-Interferometrie.
- **Multi-PS** – Die Rückstreuzelle enthält mehrere dominante und zeitlich stabile Rückstreuer. Befinden sich diese Rückstreuer in unterschiedlicher Range-Höhe, so können sie unter bestimmten Voraussetzungen durch Inversion von Gleichung (2.3) mittels SAR-Tomografie aufgelöst werden. Das interferometrische Modell wird für diesen Fall sehr viel komplexer.
- **Distributed Scattering (DS)** – Die Rückstreuzelle enthält sehr viele Rückstreuer, bei denen keiner durch eine besonders starke Rückstreuintensität hervorsteht. Die Rückstreuer sind homogen verteilt. Man spricht daher von *distributed scattering*.

Das PS- sowie das Multi-PS-Modell spiegeln am ehesten die Situation in urbanen Gebieten wider, während das DS-Modell in ariden Gebieten sowie bei unbewachsenen Freiflächen in ländlichen

Gebieten dominiert. Nachfolgend soll auf das interferometrische Signal für den PS- sowie den Multi-PS-Fall näher eingegangen werden.

### 2.1.1 PS-Interferometrie

SAR-Interferometrie bezeichnet die interferometrische Auswertung von zwei oder mehreren SAR-Aufnahmen [Curlander und McDonough, 1991; Hanssen, 2001]. Durch die Variation der Satellitenbahn innerhalb eines kontrollierten Orbitschlauchs wird das beobachtete Gebiet bei jeder Überfliegung aus einem leicht unterschiedlichen Blickwinkel aufgenommen. In Abbildung 2.2 ist die geometrische Situation dargestellt, bei der ein Bodenpunkt  $P$  von zwei Orbitpositionen  $M$  und  $S$  aufgenommen wird.  $M$  bezeichnet den gewählten Referenzorbit. Das von diesem Punkt aufgenommene SAR-Bild wird als Master-, alle anderen als Slave-Aufnahmen bezeichnet. Die Basislinie  $\mathbf{b}$  ist der Verbindungsvektor der Aufnahmepunkte. Sie lässt sich in die Anteile  $b_{\parallel}$  und  $b_{\perp}$  aufspalten. Die Flugrichtung der Satelliten ist senkrecht zur dargestellten  $r$ - $s$ -Ebene. Die Range-Höhe gibt die Entfernung des Punktes  $P$  bezüglich des Punktes  $P_0$  an, der sich in gleicher Range-Entfernung auf einer bekannten Bezugsfläche befindet. Als Bezugsfläche dient entweder das Referenzellipsoid WGS84, oder bei Vorliegen eines ausreichend genauen digitalen Geländemodells (DGM) die Geländeoberfläche. Die Punkthöhe  $h$  ist mit der Range-Höhe über den lokalen Einfallswinkel  $\theta_i$  verknüpft.



**Abbildung 2.2:** Geometrische Verhältnisse bei 2-Pass-Interferometrie. Der Punkt  $P$  wird zu zwei Aufnahmezeitpunkten von den Orbitpositionen  $M$  und  $S$  beobachtet. Die interferometrische Phase entspricht der Differenz der Laufwege. Sie kann als Funktion von  $r_0$  und der Basislinie sowie der Höhe über dem Referenzniveau beschrieben werden.

Die Basislinie  $\mathbf{b}$  ist sehr viel kleiner als die Distanz vom Sensor zur Oberfläche. Unter der Fernfeldapproximation können die Laufwege  $r_0$  und  $r_1$  daher als parallel zueinander angesehen werden [Hanssen, 2001]. Unter dieser Annahme lässt sich der Laufweg von  $S$  zum Ursprung von  $s$  im Punkt  $P_0$  als Differenz von  $r_0$  und der parallelen Komponente der Basislinie mit  $r_1(r_0, \mathbf{b}) = r_0 - b_{\parallel}$  beschreiben. Für jeden anderen Punkt  $P$  auf der  $s$ -Achse ergibt sich zudem eine weitere Komponente  $s - b_{\perp}$  senkrecht zur Blickrichtung von der Orbitposition  $M$ . Unter Annahme

der Fernfeldapproximation lässt sich damit der Laufweg von einer beliebigen Sensorposition als Funktion der Basislinie und der Referenzdistanz definieren:

$$r_1(r_0, \mathbf{b}) = \sqrt{(r_0 - b_{\parallel})^2 + (s - b_{\perp})^2} = (r_0 - b_{\parallel}) \sqrt{1 + \left(\frac{s - b_{\perp}}{r_0 - b_{\parallel}}\right)^2}. \quad (2.4)$$

Wird für den beobachteten Punkt eine maximale Höhe von 10 km über dem Referenzniveau angenommen sowie 2000 m für die Länge der senkrechten und parallelen Basislinien, so ergibt sich für den quadratischen Ausdruck unter der Wurzel eine Maximalabschätzung von

$$\left(\frac{s - b_{\perp}}{r_0 - b_{\parallel}}\right)^2 \sim 4.5 \cdot 10^{-3}. \quad (2.5)$$

Der Wurzelterm in der Gleichung (2.4) lässt sich somit in eine schnell konvergierende Taylor-Reihe entwickeln. Bricht man nach dem linearen Term ab, so erhält man:

$$r_1(r_0, \mathbf{b}) \approx r_0 - b_{\parallel} + \frac{(s - b_{\perp})^2}{2(r_0 - b_{\parallel})} \quad (2.6)$$

$$= r_0 + \left(\frac{b_{\perp}^2}{2(r_0 - b_{\parallel})} - b_{\parallel}\right) + \left(\frac{s^2}{2(r_0 - b_{\parallel})} - \frac{sb_{\perp}}{r_0 - b_{\parallel}}\right) \quad (2.7)$$

$$= r_0 + r_1^r + r_1^s. \quad (2.8)$$

Die Range-Entfernung  $r_1$  kann demnach in Bezug zur Masterposition und zum Referenzpunkt durch einen konstanten höhenunabhängigen Term  $r_1^r$  beschrieben werden, der die Entfernungsdifferenz zum Referenzpunkt  $P_0$  beschreibt, sowie einem Term, der den zusätzlichen Laufweg aufgrund der tatsächlichen Position von P in der Entfernung  $s$  vom Referenzpunkt angibt. Der  $s^2$ -Term beschreibt die Phasenänderung entlang von  $s$  aufgrund der Krümmung der einfallenden Wellenfront. Wird die Phasenlage des Signals durch diesen Term korrigiert, so entspricht das dem Geradebiegen der leicht gekrümmten einfallenden Wellenfront und beschreibt damit die sogenannte Range-Cell-Migration entlang der  $s$ -Achse. Dieser Anteil muss immer positiv sein, da der tatsächliche Laufweg zu P geringfügig länger ist. In Abbildung 2.4 (S. 13) ist der Einfluss dieses Anteils an der interferometrischen Phase für ein Master-Slave-Interferogramm dargestellt. Für die Konfiguration des TerraSAR-X-Satelliten beträgt dieser Korrekturterm für einen Punkt in 100 m Höhe etwa 1 cm. Die Abhängigkeit von der parallelen Basislinie ist sehr gering, und der Term kann in der Umgebung von  $(a_0, r_0)$  näherungsweise als konstant angesehen werden. Die Korrektur dieser konstanten Größe ist nur notwendig, wenn der Gesamtlaufweg von Relevanz ist [Reigber und Moreira, 2000; Fornaro et al. 2003].

Für die Referenzphase ist der  $b_{\perp}^2$ -Term sehr viel kleiner als der Anteil, der sich aus der parallelen Basislinie ergibt. In der Umgebung von  $r_0(k, l)$  variiert die senkrechte Komponente der Basislinie nur geringfügig und der Term kann dort als konstant angenommen werden. Auch hier gilt, dass eine Korrektur nur dann notwendig ist, wenn der Gesamtlaufweg von Interesse ist.

### Master-Slave-Interferogramm

Die Zeitreihenanalyse mittels PS-Interferometrie basiert auf der Auswertung von Interferogrammen. Sie werden durch die konjugiert komplexe Multiplikation zweier SAR-Aufnahmen gebildet, die entweder simultan oder sequentiell aufgenommen wurden. Im Weiteren sollen monostati-

sche Interferogramme betrachtet werden, die aus den Aufnahmen wiederholter Überflüge (*repeat pass*) gebildet werden.

Beim einfachen Modell der PS-Interferometrie wird davon ausgegangen, dass der primäre Anteil des Signals von einem singulären Punkt, zumindest jedoch aus einer konstanten Höhe stammt (Abb. 2.2). Das empfangene Signal entspricht für diesen Fall der Faltung eines Dirac-Impulses mit der Range-Funktion  $r(s)$ , wobei die abgebildete Intensität genau der Rückstreuintensität des Punktes entspricht:

$$y = \int_s |\gamma| \delta(s - s_p) \exp(-j 4\pi \lambda^{-1} r(s)) ds \quad (2.9)$$

$$= |\gamma_p| \exp(j\psi_p), \quad (2.10)$$

$$\text{wobei } \psi_p = \frac{-4\pi}{\lambda} r_p \text{ ist.} \quad (2.11)$$

Das eigentliche Interferogramm wird aus zwei Szenen durch punktweise Bildung des komplexen Produkts

$$g = y_0 y_1^* \quad (2.12)$$

erstellt. Dabei bezeichnet  $*$  den konjugiert komplexen Wert. Bezüglich der zeitlichen Abfolge wird festgelegt, dass Interferogramme immer zeitlich aufsteigend gebildet werden, d. h. die zweite Aufnahme in Gleichung (2.12) ist immer die nachfolgende. Wenn zwischen den Aufnahmezeitpunkten die Rückstreueigenschaften konstant bleiben, gilt für die Amplitude des Interferogramms

$$|g| = |y_0|^2 = |\gamma|^2, \quad (2.13)$$

während die Phase der interferometrischen Beobachtung durch die Differenz der Phasenlage beider Signale gebildet wird:

$$\phi = \exp(j(\psi_0 - \psi_1)) = \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} (r_1 - r_0)\right). \quad (2.14)$$

Sie ist auf das Intervall  $[-\pi, +\pi]$  beschränkt und damit mehrdeutig gegenüber der absoluten Phasendifferenz

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} (r_1 - r_0) = \phi + 2\pi z \quad \text{mit } z \in \mathbb{Z}. \quad (2.15)$$

Die Faltung der Phase von  $\varphi \in \mathbb{R}$  nach  $\phi \in [-\pi, \pi]$  wird in vereinfachter Form durch den Faltungsoperator

$$\phi = \mathcal{W}(\varphi) = \arg(\exp(j\varphi)) \quad (2.16)$$

ausgedrückt.

Die absolute interferometrische Phase eines PS-Punktes kann unter Berücksichtigung von Gleichung (2.6) als Summe von Referenzphase und einer punkthöhenabhängigen Rangedifferenz  $\varphi_h$  beschrieben werden:

$$\varphi = \varphi_{\text{ref}} + \varphi_h = \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{b_{\perp}^2}{2(r_0 - b_{\parallel})} - b_{\parallel} \right) + \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{s^2}{2(r_0 - b_{\parallel})} - \frac{s b_{\perp}}{r_0 - b_{\parallel}} \right). \quad (2.17)$$

Vernachlässigt man den konstanten Anteil in Gleichung (2.17) und betrachtet nur die Variation der interferometrischen Phase in der näheren Umgebung des Bezugspunkts  $P_0(a_0, r_0)$ , so führt

dies mit der Argumentation im vorhergehenden Abschnitt auf

$$\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda} \left( b_{\parallel} + \frac{sb_{\perp}}{r_0 - b_{\parallel}} \right). \quad (2.18)$$

Unter Berücksichtigung des Einfallswinkels  $\theta_0$  ergibt sich die in Hanssen (2001) dargestellte Gleichung der SAR-Interferometrie:

$$\varphi = \varphi_{\text{ref}} + \varphi_{\text{h}} = -\frac{4\pi}{\lambda} b_{\parallel} - \frac{4\pi}{\lambda} \frac{b_{\perp} h}{r_0 \sin \theta_0}. \quad (2.19)$$

Sie beschreibt die interferometrische Phase eines Punktes in der Höhe  $h$  über dem gewählten Referenzniveau. In der klassischen Anwendung der SAR-Interferometrie wird mit der Gleichung (2.19) die Höhe der abgebildeten Punkte über dem Referenzellipsoid (i. Allg. WGS84) bestimmt. Dabei ist das Vorzeichen der Terme von der Orientierung der senkrechten und der parallelen Basislinie abhängig und in der Literatur nicht immer konsistent gewählt. Die Orientierung wird hier derart festgelegt, dass die senkrechte Basislinie gleichsinnig zur  $s$ -Achse orientiert ist in Richtung zunehmender Höhe und die parallele Basislinie in Blickrichtung des Satelliten positiv ist. In dieser Konstellation bildet der Geschwindigkeitsvektor des Satelliten mit den Koordinatenachsen  $b_{\perp}$  und  $b_{\parallel}$  ein Rechtssystem. In dem Beispiel in Abbildung 2.2 sind beide Komponenten der Basislinie positiv. Die Entfernung zum Punkt P ist von der Aufnahmeposition S geringer, da der Sensor an dieser Position zum einen geringfügig näher an der  $a$ - $s$ -Ebene liegt (positive parallele Basislinie) und zum anderen genauso wie der Punkt P in positive Höhe verschoben ist (positive senkrechte Basislinie).

### Slave-Slave-Interferogramm

Die Erstellung von Stapeln, bei denen beliebig vielen Slaveszenen auf ein gemeinsames Azimut-Range-System einer gewählten Masterszene koregistriert werden, sind die Grundlage der PSI-Zeitreihenanalyse. Auf der Basis von  $M$  koregistrierten Aufnahmen können maximal  $N = (M^2 - M)/2$  Interferogramme berechnet werden, von denen  $M - 1$  Master-Slave-Kombinationen nach Gleichung (2.17) sind. Für Slave-Slave-Interferogrammkombinationen ergibt sich die interferometrische Phase aus der jeweiligen Range-Differenz bezüglich des Masteraufnahmepunkts (Abb. 2.3). So lässt sich beispielsweise die interferometrische Phase der Slaveaufnahmen von den Orbitpositionen  $S_1$  und  $S_2$  mit

$$\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \approx -\frac{4\pi}{\lambda} \left( B_{\parallel(1,2)} + \frac{b_{\perp 1}^2}{r_0 - b_{\parallel 1}} - \frac{b_{\perp 2}^2}{r_0 - b_{\parallel 2}} + \frac{sB_{\perp(1,2)}}{r_0} \right) \quad (2.20)$$

als Linearkombination der Basislinien im gemeinsamen Mastersystem beschreiben, wenn man die Approximationen

$$\frac{sb_{\perp 1}}{r_0 - b_{\parallel 1}} - \frac{sb_{\perp 2}}{r_0 - b_{\parallel 2}} \approx -\frac{sB_{\perp(1,2)}}{r_0} \quad (2.21)$$

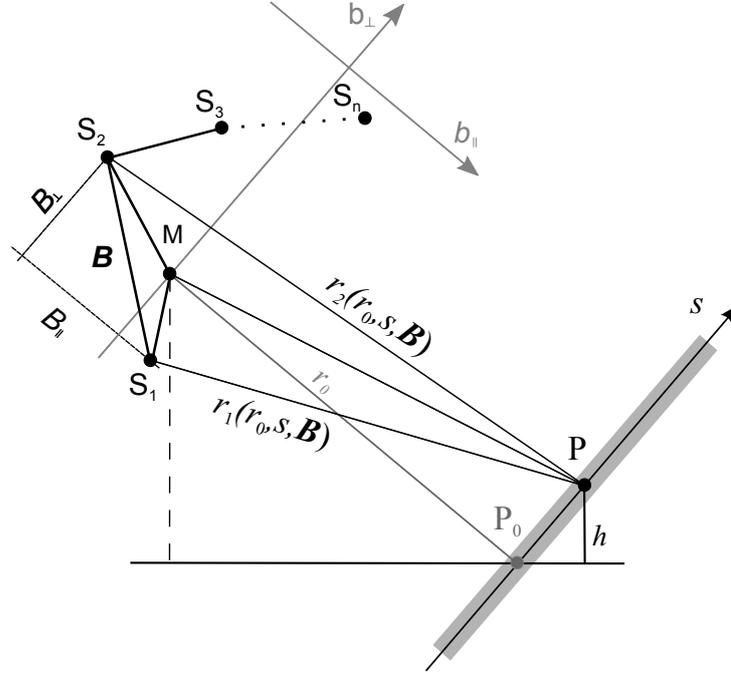
und

$$\frac{s^2}{r_0 - b_{\parallel 1}} - \frac{s^2}{r_0 - b_{\parallel 2}} \approx 0 \quad (2.22)$$

zulässt.  $B_{\perp(1,2)}$  und  $B_{\parallel(1,2)}$  bezeichnen dabei die Komponenten der Basisliniendifferenz der beiden Slaveaufnahmepunkte im Mastersystem. In Abbildung 2.4 sind die Fehlerbeträge dargestellt, die durch die beiden Approximationen in Kauf genommen werden. Sie liegen selbst bei großen Basislinien deutlich unter 1 mm. Unter Berücksichtigung von Gleichung (2.6) folgt damit für die

interferometrische Phase eines Slave-Slave-Interferogramms:

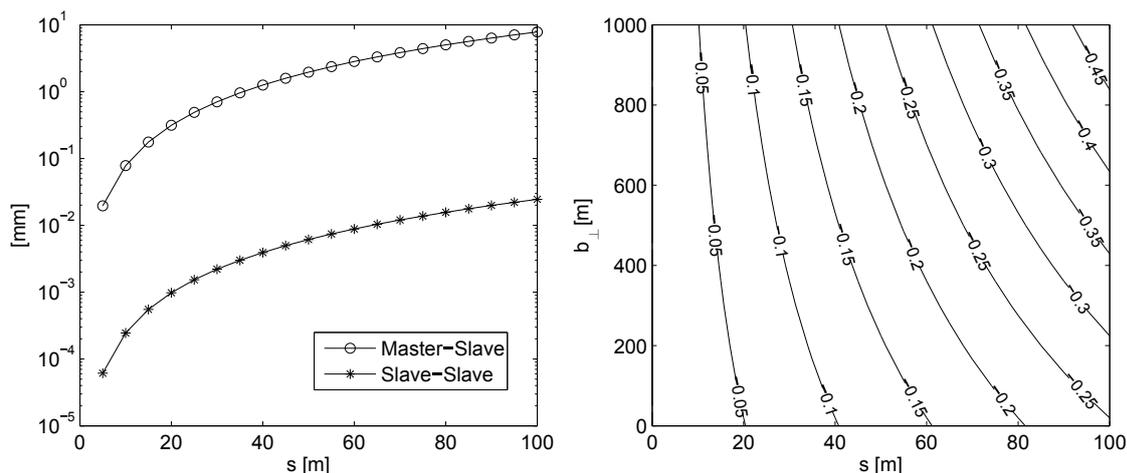
$$\varphi = \varphi_{\text{ref}} + \varphi_{\text{h}} = -\frac{4\pi}{\lambda} B_{\parallel(1,2)} - \frac{4\pi B_{\perp(1,2)} h}{\lambda r_0 \sin \theta_0}. \quad (2.23)$$



**Abbildung 2.3:** Geometrische Konstellation bei der Erstellung von Interferogrammstapeln. Alle Szenen sind auf eine Masterszene koregistriert. Die interferometrische Phase für eine beliebige Szenenkombination kann als Funktion der Höhe sowie der Basisliniendifferenzen im Mastersystem beschrieben werden.

Die Gleichungen (2.19) und (2.23) sind unter den genannten Approximationen formal identisch. Daher wird im Allgemeinen nicht weiter zwischen Master-Slave-Interferogrammen und Slave-Slave-Interferogrammen unterschieden. Die Basislinien  $B_{\perp(1,2)}$  und  $B_{\parallel(1,2)}$  geben den senkrechten und parallelen Anteil der Basislinie  $S_1 - S_2$  im gemeinsamen Master-System an. Sie sind im Allgemeinen für keine der beiden Slave-Szenen exakt parallel bzw. senkrecht zur Blickrichtungen, stellen jedoch hinreichend genaue Näherungswerte dar. Interessant ist, dass durch die Differenzbildung der Effekt der Range-Cell-Migration bei Slave-Slave-Interferogrammen kleiner ist als bei Master-Slave-Interferogrammen. Die Verschiebung der Range-Zelle ist in erster Linie von der Höhe des Punktes abhängig. Sie verschwindet bei der Differenzbildung in Slave-Slave-Interferogrammen nahezu vollständig. Für Master-Slave-Interferogramme muss sie berücksichtigt werden, sofern die absolute Phasenlage des Rückstreuers von Interesse ist [Fornaro et al. 2003]. Abbildung 2.4 zeigt den Approximationsfehler für beide Fälle. Die Werte wurden für typische Range-Entfernungen des TerraSAR-X-Satelliten und Basislinien bis maximal 1000 m bestimmt. Dargestellt sind jeweils die größtmöglichen Approximationsfehler.

Mit Gleichung (2.23) können alle Interferogrammkombinationen bezüglich des gemeinsamen Mastersystems beschrieben werden. Dieses steht senkrecht auf der Bahntrajektorie der Masteraufnahme am Punkt M (vgl. Abb. 2.3) und wird durch die Achsen der parallelen sowie der senkrechten Basislinie aufgespannt. Für die Masterszene muss die Range-Entfernung  $r_0$  explizit bestimmt werden, für alle anderen Szenen lässt sich die Range-Differenz als Funktion von  $r_0$  und den Basislinien ausdrücken. Die Höhe des Rückstreuers geht in das Modell unter Einräumung der



**Abbildung 2.4:** Approximationsfehler durch Weglassen des  $s^2$ -Terms für Master-Slave- bzw. Slave-Slave-Interferogramme (links) sowie durch Linearisierung des  $s$ -Terms in Gleichung (2.21) (rechts). Beide Abbildungen zeigen die größtmöglichen Approximationsfehler in mm bei Variation der senkrechten und parallelen Basislinie im Bereich  $\pm 1000$  m.

beschriebenen Approximationsfehler linear ein. Bei der PS-Interferometrie in urbanen Räumen ist die Range-Höhe  $s$  über dem Referenzniveau nur näherungsweise bekannt. Sie kann über den linearen Zusammenhang geschätzt werden.

### Orbitfehler

Obwohl die Bahnen der Radarsatelliten mit höchstmöglicher Präzision bestimmt werden, sind die Ephemeriden immer auch fehlerbehaftet. Der Fehler pflanzt sich in die aus der Orbitposition abgeleiteten Range-Entfernungen und die Basislinien fort. Für das funktionale Modell ergibt sich damit ein zusätzlicher Term für die Referenzphase, welcher sich aus den Differenzen von geschätzter und tatsächlicher Range-Entfernung ergibt. Hinzu kommt ein Korrekturterm für die höhenabhängige Phase:

$$\varphi_{\text{orb}} = \varphi_{\text{ref}}^{\delta r} + \varphi_{\text{h}}^{\delta r} = \frac{4\pi}{\lambda} (\delta r_2^r - \delta r_1^r) + \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\delta B_{\perp} h}{(r_0 + \delta r_0) \sin \theta_0}. \quad (2.24)$$

Orbitfehler sind zeitlich nicht korreliert, wenn man für die zeitliche Auflösung den Wiederholzyklus von mehreren Tagen berücksichtigt. Der Referenzphasenfehler ist bei nicht allzu starker Konvergenz der Orbitbahnen in erster Näherung ein räumlich bilineares Signal. Der zweite Term ist abhängig von der Höhe des Rückstreupunkts über dem Referenzniveau. Bei einer guten Näherung des Referenzniveaus ist dieser Term sehr klein, sodass der Phasenanteil aufgrund der Orbitfehler näherungsweise durch den räumlich korrelierten Beitrag

$$\varphi_{\text{orb}} \approx \varphi_{\text{ref}}^{\delta r} = \frac{4\pi}{\lambda} (\delta r_2^r - \delta r_1^r) \quad (2.25)$$

beschrieben werden kann.

Für TerraSAR-X werden die Ephemeriden in unterschiedlichen Genauigkeitsklassen zur Verfügung gestellt. In dieser Arbeit werden Science-Orbits verwendet, für die eine nominelle (3-D)  $1\sigma$  Toleranz von 20 cm angegeben wird [Breit et al. 2010]. Tatsächlich sind die Orbitfehler jedoch deutlich geringer. So betrug der RMS nach einer Studie von Mittermayer et al. (2010) während

der Commissioning-Phase im Mittel 2.4 cm. Nimmt man für die radiale Basislinie und die Kursablage (*cross track error*) jeweils einen Fehler von  $\sigma_{\text{orb}} = 3$  cm an, so ist  $\delta B_{\perp} = \delta B_{\parallel} = 3\sqrt{2}$  cm. Mit dieser Orbitabweichung ergibt sich bei einer Höhe von  $h = 50$  m über dem Referenzniveau für den höhenabhängigen Phasenterm nach Gleichung (2.24) ein Wert von  $2.5^\circ$ , was einer Range-Differenz von 0.1 mm entspricht und die Approximation nach Gleichung (2.25) rechtfertigt.

Die Bestimmung und Korrektur der Orbitphase ist ein wichtiger Teil der Auswertung von Interferogrammen, insbesondere wenn Daten der vergangenen C- und L-Band-Missionen genutzt werden, bei denen die Orbitfehler im dm-Bereich liegen können. Die Orbitphase kann durch ein bilineares Polynom in Azimut und Range geschätzt und korrigiert werden. In Bähr und Hansen (2012) werden die Orbitkorrekturen über einen integrierten Ausgleichungsansatz an einem Interferogrammstapel bestimmt. Der Referenzphasenfehler  $\varphi_{\text{ref}}^{\delta r}$  ist als räumlich korreliertes und zeitlich unkorreliertes Signal nicht ohne Weiteres von langwelligen atmosphärischen Signalen zu unterscheiden (siehe auch Kapitel 2.3).

### 2.1.2 Multi-PS-Interferometrie

Im vorherigen Abschnitt wurde vorausgesetzt, dass innerhalb der Auflösungszelle nur ein dominanter Rückstreuer enthalten ist und die Beiträge aller weiteren Rückstreuelemente demgegenüber klein und in ihrer Summe stochastisch beschreibbar sind (siehe Kapitel 2.4). In der Realität kann diese Annahme insbesondere in urbanen Gebieten verletzt werden, wenn bei vielschichtiger Bebauungsstruktur mehrere dominante Reflektoren zwar in unterschiedlichen Höhen, jedoch aufgrund des schrägen Einfallens innerhalb einer Auflösungszelle liegen. Untersuchungen von Fornaro et al. (2003), Adam et al. (2008) und Zhu und Bamler (2010) zeigen, dass multiple permanente Rückstreuer in unterschiedlichen Höhen – z. B. entlang einer Hausfassade – sowohl in hochaufgelösten TerraSAR-X-Daten als auch in geringer aufgelösten Daten von C-Band-Sensoren zu beobachten sind. So wurden in Adam et al. (2006) basierend auf einer Datengrundlage von 79 ERS-1/2 Aufnahmen der PSIC4-Testregion in Frankreich ca. 15 % der PS-Punkte als multiple PS mit zwei dominanten Rückstreuern identifiziert. Tragen mehrere Rückstreupunkte zum Signal einer Rückstreuzelle bei, so ist die Vereinfachung durch einen Dirac-Impuls nach Gleichung (2.9) nicht mehr zulässig. Vielmehr muss die Intensität und die relative Phasenlage jedes Rückstreuers berücksichtigt werden. Das am Sensor registrierte Signal kann als Summe von sich sphärisch ausbreitenden Wellen verstanden werden, welche ihren Ursprung an den einzelnen Rückstreuzentren entlang der  $s$ -Achse haben und deren überlagerte Intensität an der Orbitposition der  $m$ -ten Aufnahme abgetastet wird:

$$y_m = \sum_i \left( \int_s \gamma_i \delta(s - s_i) \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} r_{m,i}(s)\right) ds \right) = \exp(j\psi_m^r) \sum_i \gamma_i \exp(j\psi_{m,i}^s). \quad (2.26)$$

Werden zwei Beobachtungen von den Orbitpositionen  $S_1$  und  $S_2$  kombiniert, so ist das interferometrische Signal entsprechend:

$$g = y_1 y_2^* = \exp(j\varphi^r) \left( \sum_i \gamma_i \exp(j\psi_{1,i}^s) \right) \left( \sum_i \gamma_i \exp(-j\psi_{2,i}^s) \right). \quad (2.27)$$

Die Inversion der Gleichung (2.26), also die Bestimmung von Amplitude und Position bzw. Höhe der einzelnen Rückstreuer aus den Beobachtungen, ist das Ziel der SAR-Tomografie. Bei günstiger Verteilung der Aufnahmepositionen entlang der senkrechten Basislinie und einer genügend großen Anzahl an Szenen kann ein diskret abgetastetes höhenabhängiges Rückstreuprofil erstellt werden, anhand dessen einzelne Rückstreuer innerhalb einer Auflösungszelle identifiziert werden

können [z. B. Reigber und Moreira, 2000; She et al. 2002; Goel und Adam, 2012]. Während für den Fall eines dominierenden singulären Rückstreuers die interferometrische Phase linear von der senkrechten Basislinie abhängt, ist dies beim Multi-PS-Szenario nicht der Fall.

## 2.2 Punktverschiebung

Die Verschiebung von PS-Punkten ist die eigentliche Zielgröße der geodätischen Auswertung von PS-Zeitreihen. Anhand der beobachteten Punktverschiebung sollen letztendlich Aussagen über die Bodenbewegung getroffen werden. Verändert sich die Position eines Rückstreupunkts zwischen zwei Aufnahmen, so führt dies zu einer Änderung der Range-Entfernung und damit zu einem zeitlich variablen Anteil im interferometrischen Signal. Die Bewegung des Rückstreuers zwischen den Aufnahmezeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  kann durch den Verschiebungsvektor  $\mathbf{d}$  beschrieben werden. Bei kleinen Verschiebungen, im cm-Bereich oder darunter, bleibt die abgebildete Intensität  $|y|$  des Rückstreuers konstant. Die Punktverschiebung  $\mathbf{d}$  erzeugt somit ein reines Phasensignal

$$\varphi_{\text{def}} = -\frac{4\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{4\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = -\frac{4\pi}{\lambda}d_{\text{los}}. \quad (2.28)$$

Die beobachtete Verschiebung entspricht dem in Blickrichtung des Satelliten (LOS) wirksamen, d. h. projizierten Anteil des Bewegungsvektors. Er wird durch den von der Range-Richtung und der Bewegungsrichtung eingeschlossenen Winkel  $\angle(\mathbf{d}, \mathbf{r})$  bestimmt,

$$d_{\text{los}} = \frac{\mathbf{d} \circ \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|}. \quad (2.29)$$

Die beobachtete Verschiebung  $d_{\text{los}}$  stellt durch diese Projektion immer nur einen Teil des eigentlichen Verschiebungsbetrags  $\|\mathbf{d}\|$  dar und kann ohne weitere Information über die Bewegungsrichtung nur als Minimalabschätzung der tatsächlichen Bodenbewegung dienen. Betrag und Richtung der Bewegung können aufgelöst werden, wenn Beobachtungen aus drei oder mehr Blickrichtungen vorliegen. In vielen Anwendungsfällen ist die Bewegungsrichtung durch Annahmen über die Bewegungsursache und damit verbundene implizite oder explizite Deformationsmodelle festgelegt. Dies trifft beispielsweise bei der Bewegungsanalyse von Hangrutschungen, Krustenentlastungen oder großräumigen Setzungserscheinungen zu. Für den häufig auftretenden Fall reiner Vertikalbewegung kann die Höhendifferenz eines Punktes unter Berücksichtigung des lokalen Einfallswinkels  $\theta_l$  (vgl. Abb. 2.2) mit:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = -\frac{\lambda}{4\pi \cos \theta_l} \varphi_{\text{def}} \quad (2.30)$$

bestimmt werden. Die Bewegung wird in Richtung des Sensors positiv definiert. Sie ist damit im entgegengesetzten Sinn zur Orientierung der parallelen Basislinie bzw. Range-Richtung. Bei einer Hebung wird eine negative interferometrische Phase beobachtet. Die Orientierung der LOS-Bewegung  $d_{\text{los}}$  wird, wie aus Gleichung (2.28) hervor geht, ebenfalls positiv in Richtung des Sensors definiert.

Für das funktionale Modell der PSI ist eine Aufspaltung der Verschiebungsphase in einen zeitlich linearen Anteil  $\varphi_v$  mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  sowie einen nichtlinearen Anteil  $\varphi_{\text{nlin}}$  mit

$$\varphi_{\text{def}} = \varphi_v + \varphi_{\text{nlin}} = -\frac{4\pi}{\lambda}v\tau - \frac{4\pi}{\lambda}d_{\text{nlin}} \quad (2.31)$$

zweckmäßig. Dabei bezeichnet  $\tau = t_2 - t_1$  die Zeitspanne, die ein Interferogramm abdeckt. Unter dem Begriff ‘‘Verschiebungsphase‘‘ werden alle Prozesse subsumiert, die eine Relativbewegung des

Punktes verursachen. Neben der linearen und nichtlinearen Bodenbewegung muss in urbanen Räumen auch die Verschiebung durch thermische Ausdehnung von Bauwerken berücksichtigt werden, wenn der PS-Punkt z. B. durch ein Rückstreuungszentrum an einer Fassade oder auf dem Dach eines Hauses realisiert ist. Damit verbunden ist ein weiterer Phasenterm  $\varphi_\alpha$  im funktionalen Modell. Er kann nach Monserrat et al. (2011) in erster Näherung als lineare Funktion der Temperaturdifferenz zweier Aufnahmezeitpunkte  $\vartheta = T_2 - T_1$  beschrieben werden, wobei damit gleichermaßen eine thermische Längenänderung sowie eine thermisch bedingte Neigung (für kleine Neigungswinkel) modelliert werden kann:

$$\varphi_\alpha = -\frac{4\pi}{\lambda}\alpha\vartheta. \quad (2.32)$$

Der Koeffizient  $\alpha$  hat die Einheit m/K. Er beschreibt die integrierte und in LOS projizierte Verschiebung, die durch eine Temperaturänderung an einem Bauwerk hervorgerufen wird. Der stoffspezifische lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha^*$  liegt für die meisten Baustoffe im Bereich von  $10^{-5} \text{ K}^{-1}$  (siehe Tabelle 2.1). Die daraus resultierende Verschiebungsrate kann für große Gebäude und Brückenbauwerke Werte um 1 mm/K erreichen [Fornaro et al. 2013; Reale et al. 2013].

Zusammenfassend kann die Verschiebung eines PS-Punktes durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$\varphi_{\text{def}} = -\frac{4\pi}{\lambda}(v\tau + \alpha\vartheta + d_{\text{nlm}}). \quad (2.33)$$

Die Bodenbewegung ergibt sich aus der beobachteten Punktverschiebung abzüglich der thermisch bedingten Bewegung. Die Schätzung und Trennung der drei Bewegungskomponenten ist ein zentraler Punkt der geodätischen PSI-Analyse. Auf die Methodik wird in Kapitel 3 näher eingegangen.

Baustoff	$\alpha^*$ in $10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Beton	7-14
Ziegelmauerwerk	6
Stahl	11

**Tabelle 2.1:** Lineare Ausdehnungskoeffizienten von Baustoffen nach Metzger (2014) und Touloukian et al. (1975).

## 2.3 Variation der Signalausbreitung

In der bisherigen Modellbetrachtung wurde von einer idealen Wellenausbreitung im Vakuum ausgegangen. Die elektromagnetische Welle durchläuft bei Beobachtungen mit erdnahen Satelliten jedoch einen Teil der Ionosphäre sowie die gesamte Neutrosphäre. Die Effekte der dispergierenden Ionosphäre – vor allem Faraday-Rotation und Phasenverzögerung – sind bei Frequenzen unter 3 GHz erheblich und können insbesondere im L-Band Bereich (1 GHz) einen großen Anteil des interferometrischen Signals ausmachen. Für elektromagnetische Wellen im X-Band-Bereich (10 GHz) hingegen ist die Variation der interferometrischen Phase durch die ionosphärische Aktivität so gering, dass sie bei kleinräumigen Beobachtungen, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, deutlich unterhalb des Phasenrauschens liegt [Brcic et al. 2011; Danklmayer et al. 2009]. Sie werden daher im funktionalen Modell nicht weiter berücksichtigt. Im Gegensatz dazu hat die Variation der Neutrosphäre einen erheblichen Einfluss auf die Ausbreitung des Radarsignals und

die interferometrische Phase. Dies betrifft alle Frequenzbereiche aktiver SAR-Sensoren gleichermaßen. Die Auswirkungen auf Amplitude und Phase werden in diesem Abschnitt erläutert.

### 2.3.1 Variation der Signalamplitude

Formen von flüssigem oder festem Wasser in der Troposphäre werden unter dem Begriff der Hydrometeore zusammengefasst. Die elektromagnetische Welle wird an diesen Partikeln gestreut und gedämpft. Die Effekte sind frequenzabhängig und insbesondere für X-Band-Systeme relevant, was eindrucksvoll schon bei einer der ersten TerraSAR-X-Aufnahmen beobachtet werden konnte [Werninghaus und Buckreuss, 2010]. Die Signaldämpfung durch Hydrometeore ist proportional zur Frequenz. Nach Danklmayer et al. (2009) sind zwei Effekte zu unterscheiden:

#### Reflexion

Ein Teil des einfallenden Signals wird direkt zum Sensor reflektiert; der Hydrometeor ist als helle Reflexion im Radarbild zu erkennen. Meteorologische Radarsysteme zur Bestimmung des Niederschlags arbeiten im C-Band und nutzen gerade diese Eigenschaft, um Niederschlagsgebiete zu kartieren. Eine funktionale Beschreibung der Rückstreuintensität an Hydrometeoren wird z. B. in Oguchi (1983) gegeben.

#### Dämpfung

Beim Durchlaufen von Hydrometeoren wird die elektromagnetische Welle durch die Erwärmung des Wassers und die diffuse Rückstreuung an den Niederschlagspartikeln gedämpft. Die Gesamtdämpfung lässt sich als Integral der spezifischen Dämpfung über den gesamten Laufweg beschreiben:

$$A(t) = \int_r \gamma_a(r, t) dr. \quad (2.34)$$

Dabei bezeichnet  $r$  die Entfernung vom Bodenpunkt zum Sensor und  $\gamma_a(x, t)$  die orts- und zeitabhängige spezifische Dämpfung entlang des Laufwegs, deren Größenordnung und Schwankungsbreite von den klimatischen Bedingungen im Aufnahmegebiet abhängig ist. In Danklmayer et al. (2009) wurde bei der Auswertung von TerraSAR-X-Aufnahmen über tropischem Regenwald im Amazonasgebiet eine Gesamtdämpfung bis zu 30 dB während Starkregenereignissen beobachtet. Im mitteleuropäischen Raum treten große Niederschlagsraten eher selten auf und die Wahrscheinlichkeit für eine signifikante Dämpfung ist geringer. So wurden z. B. im Rahmen der XCAL-Kampagne im süddeutschen Raum nur 4 von 168 Aufnahme während eines mittleren bis starken Niederschlagsereignisses aufgezeichnet [Danklmayer et al. 2009].

Aufgrund der Unsicherheit der Niederschlagsparameter wird im Allgemeinen keine Korrektur der Dämpfung und Reflexion vorgenommen. Vielmehr werden die betroffenen Aufnahmen von der weiteren Verarbeitung ausgeschlossen. Die Identifizierung solcher Szenen kann durch optische Interpretation, durch Abgleich mit Aufzeichnungen von Niederschlagsradar oder im Rahmen der Amplitudenkalibrierung erfolgen.

### 2.3.2 Neutrosphärische Laufzeitverzögerung

Die Neutrosphäre hat aufgrund ihres geschichteten Aufbaus einen variablen Brechungsindex größer als eins, wodurch die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Radarsignals gegenüber der Ausbreitung im Vakuum verlangsamt ist. Die integrierte Verzögerung entlang des Laufwegs durch den nicht ionisierten Teil der Atmosphäre wird als neutrosphärische Verzögerung bezeichnet. Die

damit verbundene Phase lässt sich durch Integration über den Brechungsindex  $n(z, x, y)$  entlang des Laufwegs darstellen:

$$\psi_{\text{neu}}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_z n(z, x, y) dz. \quad (2.35)$$

Dabei bezeichnen  $z$  die vertikale und  $x, y$  die horizontalen Koordinaten eines lokalen kartesischen Systems am Beobachtungspunkt. Die Phasenverzögerung ist vom Einfallswinkel abhängig. Bei zenitalem Einfall ist sie minimal und beträgt für Beobachtungspunkte auf Meeresniveau etwa 2.5 m. Mithilfe von winkelabhängigen Abbildungsfaktoren (*mapping functions*) kann die zenitale Laufzeitverzögerung von Gleichung (2.35) auf beliebige Einfallswinkel projiziert werden (siehe z. B. Alshawaf, 2013, S. 20–21).

Die neutrosphärische Verzögerung wird in einen feuchten und einen trockenen Anteil unterschieden. Der feuchte Anteil beschreibt den Effekt, der auf die Wirkung des atmosphärischen Wasserdampfs zurückzuführen ist. Er ist räumlich und zeitlich sehr variabel. Der feuchte Anteil beträgt typischerweise bis zu 0.4 m. Unter dem trockenen Anteil wird die Verzögerung durch alle anderen Gase der Neutrosphäre zusammengefasst. Dieser Anteil ist weniger variabel und kann auf Basis der atmosphärischen Zustandsparameter am Boden mit gängigen Atmosphärenmodellen gut modelliert werden [Danklmayer et al. 2009]. Obwohl der feuchte Anteil nur 10–20 % der Gesamtverzögerung ausmacht, ist er eine wesentliche Fehlerquelle der SAR-Interferometrie und anderer geodätischer Weltraumverfahren.

Die Unterscheidung der Laufzeitverzögerung in einen trockenen und feuchten Anteil ist physikalisch motiviert. Demgegenüber wird in der InSAR-bezogenen Literatur oft die eher phänomenologische Unterscheidung in einen lateral homogenen hydrostatischen sowie einen inhomogenen turbulenten Anteil verwendet. Die hydrostatische Komponente fasst die Anteile der feuchten und trockenen Laufzeitverzögerung zusammen, die sich durch die Stratifizierung der Neutrosphäre ergeben. Die hydrostatische Laufzeitverzögerung ist damit nicht von der lateralen Position, sondern ausschließlich von der Länge des Laufwegs abhängig. Im Gegensatz dazu beschreibt der turbulente Anteil den räumlich variablen Anteil der Laufzeitverzögerung, der sich aus der lateralen Variation des Refraktivitätsprofils ergibt. Dieser Anteil wird im Wesentlichen durch den veränderlichen Wasserdampfgehalt bestimmt.

In der Literatur wird häufig von der “atmosphärischen Phase“ gesprochen, wobei primär der Einfluss der neutrosphärischen Phasenverzögerung gemeint ist. Wie bereits am Anfang dieses Abschnitts dargestellt wurde, ist die Variation der ionosphärischen Phasenverzögerung bei kleinräumigen Betrachtungen sehr gering. Für die Modellformulierung wird in dieser Arbeit daher davon ausgegangen, dass die neutrosphärische Phasenverzögerung die gesamte beobachtete atmosphärische Phasenverzögerung beschreibt.

Interferogramme bilden die Differenz der neutrosphärischen Verzögerung zu zwei Aufnahmezeitpunkten ab. Setzt man den gleichen Laufweg zu beiden Aufnahmepunkten voraus, so ist:

$$\varphi_{\text{neu}}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_z [n(z, x, y, t_1) - n(z, x, y, t_2)] dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_z \Delta n(z, x, y) dz. \quad (2.36)$$

Durch die Differenzbildung verschwindet der Absolutwert der neutrosphärischen Verzögerung zum Referenzzeitpunkt. Das Interferogramm beschreibt lediglich die Variation der Phasenverzögerung zwischen den Aufnahmen. Sie lässt sich zerlegen, indem die Änderung des Refraktivitätsprofils  $\Delta n$  als Summe eines mittleren tropostatischen Anteils  $\Delta \bar{n}$  sowie eines residualen

turbulenten Anteils  $\Delta n^t$  aufgefasst wird:

$$\Delta n(z, x, y) = \Delta \bar{n}(z) + \Delta n^t(z, x, y). \quad (2.37)$$

Die tropostatische Laufzeitverzögerung wiederum ist darstellbar als Summe einer mittleren tropostatischen Verzögerung, die sich aus dem Laufweg von der mittleren Szenenhöhe  $\bar{h}$  zum Sensor ergibt, sowie einem kleinen Beitrag, der die Höhe  $h(x, y)$  des beobachteten Punktes bezüglich  $\bar{h}$  berücksichtigt. Damit erhält man für die neutrosphärische Phasenverzögerung den Gesamtausdruck

$$\varphi_{\text{neu}}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \int_{z=\bar{h}}^L \Delta \bar{n}(z) dz + \int_{z=h}^{\bar{h}} \Delta \bar{n}(z) dz \right) + \frac{2\pi}{\lambda} \int_{z=h}^L \Delta n^t(z, x, y) dz, \quad (2.38)$$

wobei  $L$  die Gesamtlänge des Laufwegs beschreibt. Mit dieser Aufspaltung lässt sich die neutrosphärische Phase als Summe eines über die Szene konstanten Phasenterms sowie der positionsabhängigen Komponenten – hydrostatische und turbulente Phase – beschreiben:

$$\varphi_{\text{neu}}(x, y) = \varphi_{\text{neu}}^c + \varphi_{\text{neu}}^{\text{hy}}(x, y) + \varphi_{\text{neu}}^{\text{tu}}(x, y). \quad (2.39)$$

Wird die mittlere Phase eines Interferogramms reduziert, so gilt für den Erwartungswert der variablen Anteile der neutrosphärischen Phasenverzögerung unter Annahme eines ergodischen Prozesses [Hanssen, 2001]:

$$E(\varphi - \bar{\varphi}) = E\left(\varphi_{\text{neu}}^{\text{hy}}(x, y) + \varphi_{\text{neu}}^{\text{tu}}(x, y)\right) = 0. \quad (2.40)$$

Die interferometrische neutrosphärische Phase  $\varphi_{\text{neu}}$  entspricht der Differenz der neutrosphärischen Phasenverzögerung  $\psi_{\text{neu}}$  zu den Aufnahmezeitpunkten. Letztere wird auch als *Atmospheric Phase Screen* (APS) bezeichnet. Für sie gilt ebenfalls, dass der Erwartungswert verschwindet, d. h.

$$E(\psi_{\text{neu}}) = 0. \quad (2.41)$$

Bei einer genügend großen Anzahl an Aufnahmen kann dieses Kriterium als datumsgebende Bedingungsgleichung genutzt werden, um den APS aus den differenziellen Beobachtungen zu bestimmen.

Der hydrostatische Anteil in Gleichung (2.39) kann differenzierter als Funktion der Höhe beschrieben und im Rahmen der interferometrischen Zeitreihenanalyse geschätzt und korrigiert werden [z. B. Cavalié et al. 2007]. In dieser Arbeit ist die Topografie im Untersuchungsgebiet vergleichsweise gering, sodass sich die separate Schätzung und Korrektur von  $\varphi_{\text{neu}}^{\text{hy}}(x, y)$  erübrigt.

### 2.3.3 Varianz der Laufzeitverzögerung

Die Varianz der neutrosphärischen Phase ist von der räumlichen Ausdehnung des Beobachtungsgebietes sowie dem zeitlichen Abstand der Beobachtungen abhängig. Um eine möglichst realistische Modellierung der Laufzeitverzögerung zu erreichen, muss auf ein Modell der Varianz zurückgegriffen werden. In diesem Abschnitt werde zwei mögliche Modelle vorgestellt.

Durch die große Dynamik der Wasserdampffelder hat der turbulente Anteil der neutrosphärischen Verzögerung eine Erhaltungstendenz von nur wenigen Stunden. Anhand von

GPS-Messungen wurde in Emardson et al. (2003) für beide Anteile eine zeitliche Korrelationslänge zwischen einem und drei Tagen bestimmt, die demnach im wesentlichen auf den hydrostatischen Anteil zurückzuführen ist. Bei einer Wiederholrate von 11 Tagen oder einem Vielfachen davon kann man bei TerraSAR-X-Aufnahmen davon ausgehen, dass der atmosphärische Zustand zu zwei Aufnahmezeitpunkten vollständig dekorreliert ist.

Der turbulente Anteil der Phasenverzögerung kann nur bei hinreichend detaillierter Beschreibung der Wasserdampfverteilung in der Atmosphäre modelliert werden [siehe z. B. Alshawaf, 2013]. Ohne dieses Wissen kann das Signal nur mithilfe stochastischer Merkmale wie der Kovarianzfunktion, der Strukturfunktion oder über das Leistungsspektrum beschrieben werden. Diese Maße können aus den Interferogrammen selbst bestimmt werden, wenn sichergestellt ist, dass die interferometrische Phase einzig durch die neutrosphärische Verzögerung bestimmt ist. Das Leistungsspektrum beschreibt dann die Varianz der neutrosphärischen Phase als Funktion der Wellenzahl  $k$  (vgl. Abb. 2.5). Wie in Hanssen (2001, S. 131 ff.) dargelegt wird, kann das Leistungsspektrum der neutrosphärischen Phase allgemein durch die Kombination zweier Potenzfunktionen gemäß

$$P(k) = \begin{cases} \frac{3}{2}P_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{-5/3}, & \text{für } k < \frac{2}{3} \text{ km}^{-1}, \\ P_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{-8/3}, & \text{für } \frac{2}{3} \text{ km}^{-1} \leq k < 4 \text{ km}^{-1} \end{cases} \quad (2.42)$$

approximiert werden. Deren Exponenten folgen aus der Turbulenztheorie nach Kolmogorov. Basierend auf der Auswertung von Interferogrammen im Gebiet Groningen (Niederlande) wird in Hanssen (2001) der Übergang zwischen den beiden Regimen in Gleichung (2.42) bei  $k = 2/3 \text{ km}^{-1}$  bestimmt. Der Initialwert  $P_0$  kennzeichnet die Varianz der neutrosphärischen Phase bei einer Wellenzahl von  $k_0 = 1 \text{ km}^{-1}$ . Die Approximation des Leistungsdichtespektrums durch eine Potenzfunktion der Form  $P(k) \propto (k/k_0)^{-8/3}$  wurde auch in Goldstein (1995) und Ferretti et al. (1999) beschrieben.

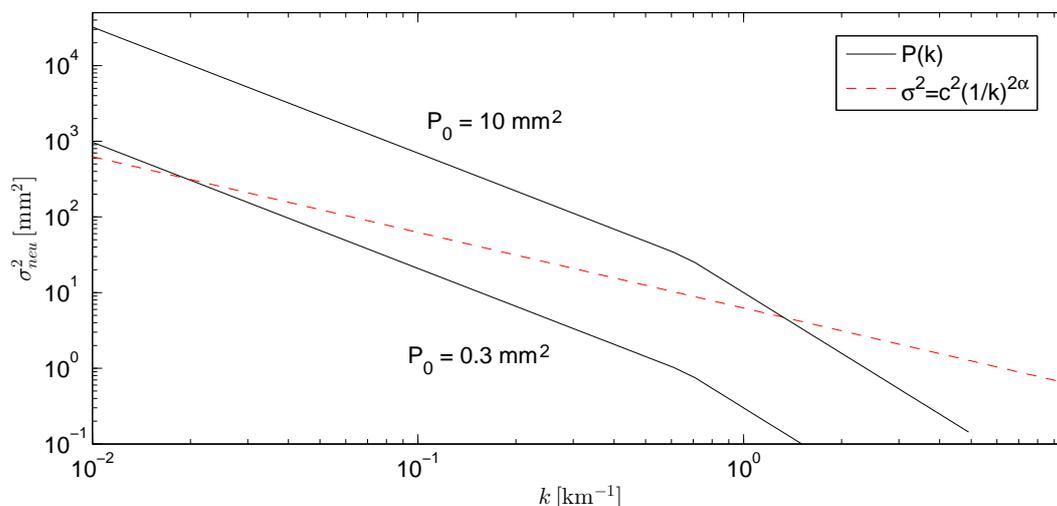
Für Entfernungen unter 250 m kann das Leistungsspektrum der interferometrischen Phase nach Hanssen (2001) durch die Gleichung

$$P(k) = \frac{1}{4}P_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{-2/3}, \quad \text{für } k > 4 \text{ km}^{-1} \quad (2.43)$$

approximiert werden. Der Exponent  $\beta = -2/3$  ist eine empirische Größe, die nicht mit der Turbulenztheorie erklärt werden kann. Vielmehr wird die Varianz über kurze Entfernungen durch andere Beiträge zur interferometrischen Phase wie Dekorrelation, Höhenfehler und Sensorrauschen dominiert. Die Gleichungen (2.42) und (2.43) bieten eine einfache Beschreibung für den Verlauf des Leistungsspektrums der interferometrischen Phase. Der Initialisierungsparameter  $P_0$  skaliert lediglich das Leistungsspektrum und ist damit ein Maß für die Energie der atmosphärischen Zustände zu den Aufnahmezeitpunkten. Er muss für jedes Interferogramm bestimmt werden. In der Studie von Hanssen (2001) werden für den dort analysierten Datensatz Werte zwischen  $0.3 \text{ mm}^2$  und  $11 \text{ mm}^2$  für  $P_0$  angegeben, wobei der Mittelwert bei  $3.1 \text{ mm}^2$  liegt. Der Verlauf des theoretischen Leistungsspektrums nach Gleichung (2.42) ist in der Abbildung 2.5 für  $P_0 = 0.3 \text{ mm}^2$  und  $P_0 = 10 \text{ mm}^2$  dargestellt.

Je nach atmosphärischen Zustand kann das Signal der Laufzeitverzögerung mehr oder weniger stark anisotrop ausgeprägt sein. Bei Anisotropie ist das Leistungsspektrum nicht mehr radialsymmetrisch, sondern muss – ebenso wie die Kovarianzfunktion – als richtungsabhängige Funktion betrachtet werden. In Refice et al. (2011) und Knospe und Jonsson (2010) wurde gezeigt, dass

eine richtungsabhängige Kovarianzfunktion die Modellierung der neutrosphärischen Phase bei anisotropen Verhältnissen signifikant verbessert.



**Abbildung 2.5:** Entfernungsabhängige Varianz der neutrosphärischen Phase. Die durchgezogenen Linien zeigen die minimale und maximale Varianz für die Ergebnisse von Hanssen (2001) im Vergleich zu den Ergebnissen von Emardson et al. (2003) (gestrichelte Linie).

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der Neutrosphäre führt gleichermaßen in der SAR-Interferometrie wie auch bei der Positionsbestimmung mittels GNSS zu Laufzeitverzögerungen. Erkenntnisse über die Phasenverzögerung aus GNSS-Beobachtungen können daher auf InSAR übertragen werden und umgekehrt. In Emardson et al. (2003) wurde auf der Grundlage von ca. 800 GPS-Messungen an 126 Stationen eine alternative Formulierung für die entfernungsabhängige Variation der neutrosphärischen Phase bestimmt. Demnach kann deren Standardabweichung als Funktion der Horizontalentfernung  $l$  und der Höhendifferenz  $\Delta h$  mit

$$\sigma_{neu} = cl^\alpha + \kappa\Delta h \quad (2.44)$$

beschrieben werden. Für den von Emardson et al. (2003) analysierten Datensatz wurde im Mittel die beste Anpassung für die Parameter  $\alpha = 0.5$ ,  $c = 2.5 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$  und  $\kappa = 5 \text{ mm}/\text{km}$  erzielt. In Abbildung 2.5 ist die Funktion für  $\Delta h = 0 \text{ km}$  dargestellt. Der Vergleich mit dem Leistungsspektrum nach Hanssen (2001) zeigt, dass die Approximation nach Gleichung (2.44) innerhalb der von Hanssen (2001) beobachteten Variation liegt, die Funktion jedoch eine geringere Steigung aufweist.

## 2.4 Variation der Rückstreuung

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die zeitliche Veränderung der Signalausbreitung entlang des Laufwegs betrachtet wurde, soll nun das Modell für die Veränderung der Rückstreuung am Boden vorgestellt werden. Im optimalen Fall kann das resultierende Signal einer Rückstreuzele einem dominanten Rückstreuzentrum – dem PS-Punkt – zugeordnet werden, der idealerweise eine zeitlich konstante, d. h. kohärente Rückstreuung aufweist. Die beobachtete Oberfläche ist jedoch natürlichen und anthropogenen Veränderungen ausgesetzt. Auch wenn es sich bei der Rückstreuung in urbanen Gebieten häufig um Reflexionen an unveränderlichen Bauwerken handelt, so trägt die ungerichtete Rückstreuung an Vegetation und anderen veränderlichen Objekten ebenso zur Gesamtrückstreuung einer Auflösungszelle bei. Durch deren zeitliche Variation umfasst das Signal immer auch einen stochastischen, inkohärenten Anteil. Die Bestimmung der

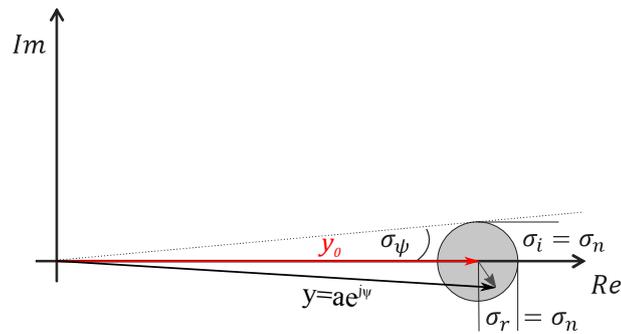
Variation der Rückstreuung ist ein wesentlicher Bestandteil der PS-Analyse. Das Verhältnis von kohärenter zu inkohärenter Rückstreuung ist maßgeblich für die Identifizierung von PS-Punkten und überdies ein Merkmal für deren Zuverlässigkeit.

### 2.4.1 Modell eines idealen PS-Punktes

Im Folgenden soll das Szenario eines PS-Punktes betrachtet werden, bei dem die Gesamtrückstreuung einer Auflösungszelle als Summe eines kohärenten Rückstreuers mit der Amplitude  $y_0$  und additivem Rauschen  $n = n_r + jn_i$  beschrieben werden kann [Goodman, 1976]:

$$y = (y_0 + n_r) + jn_i = a \exp(j\psi). \quad (2.45)$$

Die Abbildung 2.6 zeigt den Phasor mit der  $1-\sigma$  Aufenthaltswahrscheinlichkeit für diese Situation. Wird der stochastische Beitrag  $n$  durch reine Gaußsche Rückstreuung gebildet, so wird er nach Goodman (1976) als Specklerauschen bezeichnet, für das Real- und Imaginärteil jeweils eine unabhängige komplexe Zufallsvariable mit der Varianz  $\sigma_n^2 = \sigma^2(n_r) = \sigma^2(n_i)$  bilden.



**Abbildung 2.6:** Modell eines PS-Punktes als Summe von kohärentem Signal  $y_0$  und additivem Specklerauschen mit der Standardabweichung  $\sigma_n$ .

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Summe aus kohärentem Signal und Specklerauschen entspricht einer zirkularen Gaußschen Dichteverteilung mit der Varianz  $\sigma_n^2$ , die um den Betrag des kohärenten Signals verschoben ist (vgl. Abb. 2.6). Die Wahrscheinlichkeitsdichte kann nach Goodman (1976) als bivariate Funktion von Amplitude und Phase dargestellt werden:

$$p(a, \psi | y_0, \sigma_n) = \frac{a}{2\pi\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{a^2 + y_0^2 - 2ay_0 \cos \psi}{2\sigma_n^2}\right), \quad \begin{array}{l} a \geq 0 \\ -\pi \leq \psi < \pi. \end{array} \quad (2.46)$$

Eine Separation in die univariaten Dichtefunktionen ist nicht möglich. Für die Randverteilung der Amplitude erhält man nach Integration über  $\psi$ :

$$p(a | y_0, \sigma_n) = \frac{a}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{a^2 + y_0^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{ay_0}{\sigma_n^2}\right), \quad a \geq 0. \quad (2.47)$$

$I_0$  bezeichnet die modifizierte Bessel-Funktion erster Art und nullter Ordnung. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wurde von S. O. Rice bei der Beschreibung von frequenzbegrenzten Signalen und additivem Rauschen eingeführt und wird daher als Rice-Verteilung bezeichnet [Middleton, 1988; Rice, 1948]. Das Signal-Rausch-Verhältnis (*signal-to-noise-ratio*, SNR) wird durch das Verhältnis von Signalintensität zu Rauschintensität bestimmt. Für das additive PS-Modell

ist das SNR demnach durch den Quotienten

$$\text{SNR} = \frac{y_0^2}{2\sigma_n^2} \quad (2.48)$$

definiert. Wird der Rauschanteil gegenüber dem Signal sehr groß, d. h.  $y_0/\sigma_n \ll 1$ , so geht der Term der Bessel-Funktion in Gleichung (2.47) gegen eins und die Rice-Verteilung geht in die Rayleigh-Verteilung für reine Speckle-Rückstreuung über. Ist das Signal-Rausch-Verhältnis hingegen groß, d. h.  $y_0/\sigma_n \gg 1$ , so nähert sich die Rice-Verteilung einer Gauß-Verteilung an.

### 2.4.2 Phasenvarianz

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phase erhält man als Randverteilung nach Integration von Gleichung (2.46) über die Amplitude [Goodman, 1976]:

$$p(\psi|y_0, \sigma_n) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{y_0^2}{2\sigma_n^2}\right) + \frac{y_0}{2\pi\sigma_n} \cos \psi \exp\left(-\frac{y_0^2}{2\sigma_n^2} \sin^2 \psi\right) \Phi\left(\frac{y_0}{\sigma_n} \cos \psi\right), \quad \text{für } -\pi \leq \psi < \pi \quad (2.49)$$

mit der Integralfunktion

$$\Phi\left(\frac{y_0}{\sigma_n} \cos \psi\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{y_0}{\sigma_n} \cos \psi} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz. \quad (2.50)$$

Das SNR bestimmt maßgeblich die Ausprägung der Dichteverteilung. Ist der Anteil des kohärenten Signals gegenüber dem Rauschen klein, so dominiert der erste Summand in Gleichung (2.49) und die Dichtefunktion geht in eine konstante Funktion im Intervall  $[-\pi, \pi[$  über, mit

$$p(\psi|y_0, \sigma_n) = \frac{1}{2\pi}. \quad (2.51)$$

Sie entspricht der Dichtefunktion der Phase bei reinem Specklerauschen. Für diesen Fall gilt für den Erwartungswert und die Standardabweichung der Phase

$$\mu_\psi = 0 \quad \text{und} \quad (2.52)$$

$$\sigma_\psi = \frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1.814. \quad (2.53)$$

Im umgekehrten Fall, also bei Dominanz des kohärenten Signals gegenüber dem Specklerauschen, ist die resultierende Phase der Auflösungszelle gaußverteilt um den Erwartungswert des kohärenten Signals:

$$p(\psi|y_0, \sigma_n) \cong \frac{y_0}{2\pi\sigma_n} \exp\left(-\frac{y_0^2}{2\sigma_n^2} \psi^2\right). \quad (2.54)$$

Der Erwartungswert der Phase ist auch in diesem Fall  $\mu_\psi = 0$ , während die Standardabweichung mit

$$\sigma_\psi \cong \frac{\sigma_n}{y_0} \quad (2.55)$$

approximiert werden kann (vgl. Abb. 2.6).

Die Beschreibung von PS-Punkten nach Gleichung (2.46) ist eine idealisierte Formulierung der tatsächlichen Rückstreuverhältnisse. Sie wird dennoch als Standardmodell eines PS-Punktes angesehen [Ferretti et al. 2001; Hooper, 2006; Kampes, 2005], was möglicherweise auch darin begründet ist, dass dieser Signaltyp oft zur Beschreibung kohärenter elektromagnetischer Signale genutzt wird. Die statistischen Eigenschaften sind in der Literatur ausführlich beschrieben,

beispielsweise bei der Darstellung von verrauschten monofrequenten Signalen im Kontext der Datenübertragung [Rice, 1948] sowie bei Speckle-Phänomenen im Zusammenhang mit kohärenter Strahlung im optischen Spektrum [Rigden und Gordon, 1962; Goodman, 1975]. Sie soll daher auch in dieser Arbeit für die Modellierung von PS-Punkten verwendet werden.

### 2.4.3 Amplitudendispersion

In Gleichung (2.55) ist die Phasenstandardabweichung eines PS-Punktes als Quotient der Standardabweichung des Specklerauschens und der Signalamplitude definiert. Bei der Beobachtung von PS-Punkten sind beide Größen zunächst unbekannt. Sie können jedoch bei Vorliegen mehrerer Beobachtungen  $y$  über die Amplitudendispersion  $D_a$  geschätzt werden, die als Verhältnis von Standardabweichung  $\sigma_a$  und Mittelwert  $\mu_a$  der Signalamplitude definiert ist [Ferretti et al. 2001]:

$$\sigma_\psi \cong \frac{\sigma_n}{y_0} \cong \frac{\sigma_a}{\mu_a} = D_a. \quad (2.56)$$

Bei einem großen SNR entspricht die Amplitudendispersion dem Verhältnis von Rauschamplitude zu Signalamplitude. Gleichzeitig ist dieser Quotient annähernd gleich der Phasenstandardabweichung. Damit bietet die Amplitudendispersion die Möglichkeit die Phasenstabilität einer Rückstreuzeile über einen phasenunabhängigen Proxy zu beurteilen. Bis zu einem Wert von  $\sigma_n = 0.3$  ist diese Approximation hinreichend genau. Die Amplitudendispersion ist bis zu diesem Wert ein direktes Maß für das Phasenrauschen der Rückstreuzeile. Darüber hinaus ist der Quotient nicht mehr proportional zum Phasenrauschen, sondern konvergiert für größer werdende  $\sigma_n$  gegen den theoretischen Grenzwert von  $D_{a,\max} = 0.523$  [Goodman, 1976; Ferretti et al. 2001]. Die Bestimmung des Rauschlevels  $\sigma_n$  aus der geschätzten Amplitudendispersion ist daher für  $D_a > 0.3$  zunehmend ungenau und aufgrund der Konvergenz sowie der Streuung des Schätzers für  $D_a > 0.4$  ein schlecht gestelltes Problem. Auch die Phasenstandardabweichung ist nur in einem begrenzten Intervall eine gute Approximation für das Verhältnis von Rauschamplitude zu Signalamplitude. Für  $\sigma_n > 4$  konvergiert sie gegen den theoretischen Grenzwert für reines Specklerauschen nach Gleichung (2.53).

## 2.5 Kohärenzschätzung von PS-Punkten

Die Kohärenz ist das komplexwertige Maß für die Korrelation zeit- und/oder ortsabhängiger Signale und damit eine zentrale Größe bei der Beurteilung von Interferogrammen. Sie ist definiert über den Ensemblemittelwert des normierten, konjugiert komplexen Produkts

$$\gamma(x_1, x_2, t_1, t_2) = \frac{E(y(x_1, t_1) y^*(x_2, t_2))}{\sqrt{E(|y_1(x_1, t_1)|^2) E(|y_2(x_2, t_2)|^2)}}. \quad (2.57)$$

Dabei kann die Kohärenz sowohl zwischen verschiedenen Orts- als auch Zeitpunkten bestimmt werden. Die Kohärenzmagnitude  $|\gamma|$  kann Werte zwischen 0 (keine Korrelation) und 1 (perfekte Korrelation) annehmen. Ein Kohärenzverlust wird daher als Dekorrelation bezeichnet. Im Fall der SAR-Interferometrie wird die Kohärenz genutzt, um die zeitliche und räumliche Variation der Rückstreuung zu quantifizieren. Bei optimal arbeitenden SAR-Sensoren ist das abgestrahlte Signal immer maximal kohärent. Ein Kohärenzverlust ist daher mit einer Veränderung der Signalausbreitung oder mit variierenden Rückstreueigenschaften verbunden. Die Kohärenz ermöglicht eine Aussage über die Beständigkeit der Rückstreueigenschaften.

Nach Zebker und Villasenor (1992) ist die Kohärenzmagnitude über das Signal-Rausch-Verhältnis eines Signals darstellbar:

$$|\gamma| = \frac{\text{SNR}}{\text{SNR} + 1}. \quad (2.58)$$

Für signalstarke PS-Punkte, bei denen die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phase durch Gleichung (2.54) hinreichend gut beschrieben werden kann, ist die Kohärenz aus der Phasenvarianz der interferometrischen Phase  $\sigma_\varphi^2$  mit

$$|\gamma| = \sqrt{\frac{1}{2\sigma_\varphi^2 + 1}} \quad (2.59)$$

ableitbar [Just und Bamler, 1994]. Für stationäre PS-Punkte ist

$$\sigma_\varphi^2 = \sqrt{2}\sigma_\psi^2. \quad (2.60)$$

Die Funktionen  $\gamma(\text{SNR})$  und  $\gamma(\sigma_n)$  sind im Anhang A.2 abgebildet.

### 2.5.1 Bestimmung der zeitlichen Dekorrelation

Bei monostatischen SAR-Systemen gibt es zu jedem Ort und Zeitpunkt nur einen Beobachtungswert. Die Schätzung des Erwartungswerts über mehrere Ensembles ist daher nicht möglich. Unter der Annahme von Ergodizität und Stationarität der Beobachtungszeitreihe kann die Kohärenzmagnitude an einem Ort ausgehend von Gleichung (2.57) als Funktion der Zeitdifferenz  $\tau$  mit

$$|\gamma(\tau)| = \frac{|E(y(t)y^*(t+\tau))|}{E(|y(t)|^2)} = \frac{\left| \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)y^*(t+\tau) dt \right|}{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |y(t)|^2 dt} \quad (2.61)$$

bestimmt werden. Bei SAR-Zeitreihen ist das Signal zeitlich diskret abgetastet, wobei das minimale Abtastintervall  $\tau_0$  durch den Wiederholzyklus des Orbits bestimmt wird. Im Falle des Satelliten TerraSAR-X ist  $\tau_0 = 11$  d. Für eine diskrete Zeitreihe mit  $m = 1 \dots M$  Aufnahmen zu den Zeitpunkten  $t_m$  geht die Formulierung von Gleichung (2.61) in eine Summe über und man erhält die Kohärenzmagnitude als diskrete Funktion der Zeitverschiebung  $\tau = m\tau_0$  mit

$$\gamma_\tau = \frac{\left| \sum_{m=1}^{M_\tau} y(t_m)y^*(t_m+\tau) \right|}{\sqrt{\sum_{m=1}^{M_\tau} |y(t_m)|^2 \sum_{m=1}^{M_\tau} |y(t_m+\tau)|^2}}, \quad \text{für } (t_m + \tau) \leq T. \quad (2.62)$$

Dabei muss berücksichtigt werden, dass durch das Einlaufen des Korrelationskerns die Anzahl der nutzbaren Datenpunkte  $M_\tau$  für größer werdende  $\tau$  abnimmt und die Schätzung somit zunehmend ungenauer wird.

Die Kohärenzschätzung nach Gleichung (2.62) kann als Maß genutzt werden, um die Zuverlässigkeit von Rückstreupunkten in Interferogrammen im Zuge ihrer zeitlichen Stabilität differenzierter zu betrachten. In verschiedenen Arbeiten wurde die zeitliche Dekorrelation in Abhängigkeit von der Landbedeckung untersucht, so z. B. in Hao et al. (2008), Ahmed et al. (2011) und Parizzi

et al. (2010). Dabei wurde die Kohärenzschätzung über die räumliche Mittelwertbildung unter der Annahme lokaler Homogenität nach Hanssen (2001, S. 96 ff) genutzt. Die Kohärenzschätzung nach (2.62) stellt eine mögliche Alternative zur punktwisen Bestimmung der zeitlichen Dekorrelation dar, wobei alle möglichen Interferogrammkombinationen der Aufnahmen in die Schätzung eingehen. Im Rahmen der gängigen PSI-Auswertung wird die Schätzung nach Gleichung (2.62) bisher nicht genutzt. Jedoch wird bei der SqueeSAR-Methode nach Ferretti et al. (2011) die gesamte Kohärenzmatrix durch Schätzung der Kohärenz zwischen allen Interferogrammen bestimmt (siehe Seite 42 ff.).

## 2.5.2 Phasenkohärenz

Nach dem Modell eines idealen PS-Punktes ist die stochastische Komponente zeitunabhängig. Damit ist auch die Kohärenz eines idealen PS-Punktes konstant und entspricht dem Erwartungswert aller  $\gamma_\tau$ :

$$\gamma_{\text{ps}} = E(\gamma_\tau), \quad (2.63)$$

wobei in dem Fall der Erwartungswert über alle Interferogramm-Teilmenge identisch ist zum Erwartungswert über alle Interferogramme. Nutzt man für das n-te Interferogramm die verkürzte Schreibweise

$$g_n = y(t_u)y^*(t_v) = y_{n,u}y_{n,v}^*, \quad (2.64)$$

so ergibt sich für den Kohärenzschätzer eines PS-Punktes

$$|\hat{\gamma}_{\text{ps}}| = \frac{\left| \sum_{n=1}^N g_n \right|}{\sqrt{\sum_{n=1}^N |y_{n,u}|^2 \sum_{n=1}^N |y_{n,v}|^2}}. \quad (2.65)$$

Für die Bestimmung der Kohärenz ist es unerheblich, ob eine Szene als Master ( $y_{n,u}$ ) oder Slave ( $y_{n,v}$ ) in das Interferogramm eingeht. Da jede Szene an  $M - 1$  Interferogrammkombinationen beteiligt ist, können die Interferogramme genau so gebildet werden, dass für ungeradzahlige  $M$  im Ausdruck des Nenners jede Szene genau  $(M - 1)/2$ -mal als Master und genauso oft als Slave erscheint. Zieht man diesen Faktor aus der Summe und berücksichtigt, dass die Summenterme identisch sind, so folgt für den Kohärenzschätzer eines PS-Punktes schließlich:

$$|\hat{\gamma}_{\text{ps}}| = \frac{\left| \sum_{n=1}^N g_n \right|}{\sum_{n=1}^N |y_n|^2} = \frac{2}{M - 1} \frac{\left| \sum_{n=1}^N g_n \right|}{\sum_{m=1}^M |y_m|^2}. \quad (2.66)$$

Die Umformulierung des Nenners hat dabei primär rechentechnische Vorteile, da für PSI-Stapel mit mehr als 20 Szenen  $M \ll N$  ist.

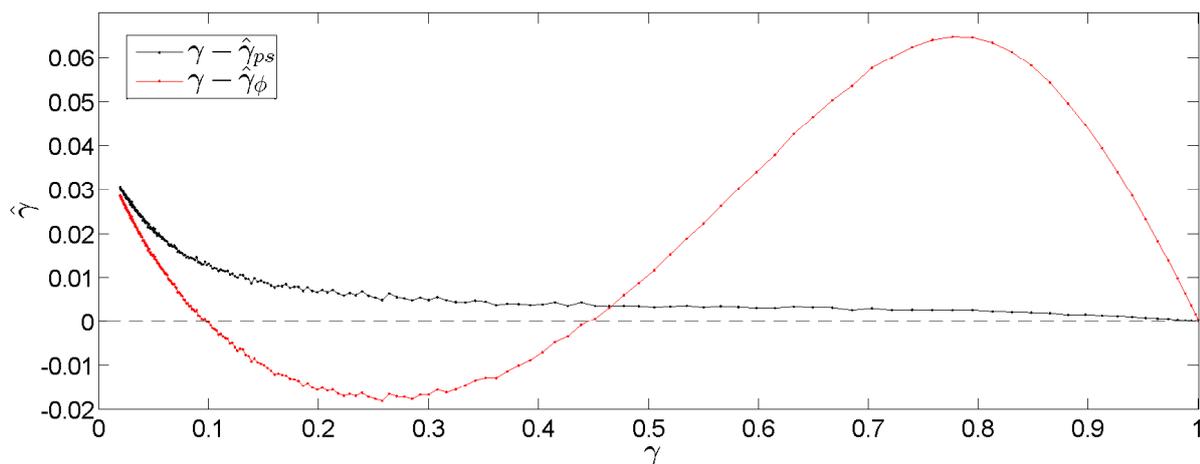
In Ferretti et al. (2001) wird unter der Annahme der Unabhängigkeit des Erwartungswertes der Reflektivität  $y$  vom Erwartungswert der Phase  $\phi_n$  die Phasenkohärenz

$$\gamma_\phi = \frac{E(|g_n|)}{E(|y_n|^2)} \approx \frac{E(y^2) E(\exp(j\phi_n))}{E(y^2)} = E(\exp(j\phi_n)) \quad (2.67)$$

definiert. Der Schätzer für dieses Kohärenzmaß ist demnach:

$$\hat{\gamma}_\phi = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp(j\phi_n) \right|. \quad (2.68)$$

Die Phasenkohärenz nutzt daher nur eine der zwei stochastischen Größen – Amplitudenvarianz und Phasenvarianz –, die einen PS-Punkt charakterisieren. Ein Vergleich der beiden Schätzer  $\hat{\gamma}_\phi$  und  $\hat{\gamma}_{ps}$  ist in Abbildung 2.7 als Funktion der wahren Kohärenz dargestellt. Dafür wurden analog zu der Vorgehensweise in Abschnitt 2.4 PS-Punkte mit variablem Rauschanteil modelliert, wobei für jeden PS-Punkt eine Zeitreihe mit 39 Aufnahmen modelliert wurde. Die dargestellten Ergebnisse zeigen die Mittelwerte der Schätzer über jeweils  $10^6$  Realisationen. Die wahre Kohärenz kann für ein gegebenes Rauschniveau  $\sigma_n$  mit (2.48) und (2.58) bestimmt werden. Die Abbildung zeigt, dass die Phasenkohärenz von der tatsächlichen Kohärenz im Allgemeinen stärker abweicht als der Schätzer  $\hat{\gamma}_{ps}$ . Insbesondere im Bereich zwischen 0.7 und 0.9 weicht die Phasenkohärenz bis zu 8 % von dem tatsächlichen Wert ab. Wegen der deutlich geringeren systematischen Abweichungen ist der Kohärenzschätzer nach (2.66) damit vor allem bei Kohärenzen über 0.5 erwartungstreuer. In den gängigen PSI-Ansätzen wird die Phasenkohärenz zur Schätzung der Zuverlässigkeit eines PS-Punktes genutzt. In dieser Arbeit wird die Kohärenz der PS-Punkte nach Gleichung 2.66 auf dem vollen Interferogrammstapel geschätzt (s. a. Anhang A.1).



**Abbildung 2.7:** Abweichung der Schätzer  $\hat{\gamma}_{ps}$  und  $\hat{\gamma}_\phi$  von der wahren Kohärenz. Für das Beispiel wurden PS-Punkte mit 39 Aufnahmezeitpunkten (741 Interferogramme) für verschiedene Rauschlevel  $\sigma_n$  modelliert, wobei jeweils die Mittelwerte über  $10^6$  Realisationen dargestellt sind.

Auch wenn der Schätzer  $\hat{\gamma}_{ps}$  geringfügig bessere Ergebnisse erzielt, so zeigt auch dieser die für Kohärenzschätzer typische systematische Abweichung. Der Bias ist insbesondere bei niedrigen Kohärenzen stark ausgeprägt und abhängig von der Größe der zugrundeliegenden Stichprobe. Er existiert gleichermaßen für den zeitlichen wie auch für den räumlichen Schätzer. In Tough et al. (1995) und Touzi et al. (1999) werden Bias und Standardabweichung für letzteren hergeleitet und diskutiert.

## 2.6 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das Modell von PS-Punkten in der SAR-Interferometrie vorgestellt. In Analogie zu der terrestrischen Vermessung können sie als

langzeitstabile Festpunkte angesehen werden, die jedoch nicht physisch realisiert sind. Es wurden die Effekte der Signalausbreitung sowie der Punktbeugung auf Amplitude und Phase der interferometrischen Beobachtungen solcher Punkte diskutiert. Die Rückstreuamplitude von Rückstreuzeilen, insbesondere aber deren Signal-Rausch-Verhältnis und die Variabilität in Abhängigkeit von der senkrechten Basislinie geben Auskunft, ob die Modellannahme eines singulären PS-Punktes für eine Rückstreuzeile zulässig ist und sie damit als zuverlässiger Beobachtungspunkt aufgefasst werden kann. Ein PS-Punkt kann mehr oder weniger gut als Beobachtungspunkt geeignet sein. Die Kohärenz und die Phasenstandardabweichung sind geeignete Maße zur Bewertung der Punktqualität.

Die interferometrische Phase eines PS-Punktes ist die Summe aller Phasenkomponenten, die in den vorangegangenen Abschnitten besprochen wurden:

$$\phi = \varphi_{\text{ref}} + \varphi_{\text{orb}} + \varphi_{\text{h}} + \varphi_{\alpha} + \varphi_{\text{v}} + \varphi_{\text{nlin}} + \varphi_{\text{neu}} + \varphi_{\text{noise}} + \varphi_{\text{uw}}. \quad (2.69)$$

Dabei bezeichnet

$$\varphi_{\text{uw}} = \phi - \varphi = 2\pi z \quad \text{für } z \in \mathbb{Z} \quad (2.70)$$

die Phasenmehrdeutigkeit. Sie wird durch räumliche und/oder zeitliche Phasenabwicklung (*phase unwrapping*) ermittelt.

Die Signalanteile und das Phasenrauschen  $\varphi_{\text{noise}}$  in Gleichung (2.69) haben unterschiedliche Korrelationslängen:

- Die Anteile  $\varphi_{\text{orb}}$ ,  $\varphi_{\text{ref}}$  und  $\varphi_{\text{neu}}$  sind räumlich korreliert bis hin zur Ausdehnung der gesamten Szene, während sie zeitlich unter Berücksichtigung der Orbitwiederholrate als unkorreliert angesehen werden können. Bei den gängigen PSI-Ansätzen wird die nichtlineare Bewegung  $\varphi_{\text{nlin}}$  ebenfalls als räumlich korreliertes Signal angesehen, wobei die Korrelationslänge auch innerhalb weniger Bildpunkte liegen kann.
- Die Komponenten  $\varphi_{\text{h}}$  und  $\varphi_{\alpha}$  werden bei der Anwendung in urbanen Gebieten im Wesentlichen durch die Größe von Gebäuden bestimmt. Sie sind üblicherweise im Bereich von wenigen Metern für Einzelpunkte bis hin zu  $\leq 100 \text{ m}$  korreliert, bei großen Gebäuden und Brückenbauwerken mitunter bis wenige hundert Meter. Der Höhenfehler wird häufig in einen punktspezifischen Blickwinkelfehler und einen räumlich korrelierten topographischen Höhenfehler unterschieden. Eine klare Abgrenzung ist jedoch weder möglich noch notwendig, da beide Terme über den gleichen funktionalen Zusammenhang beschrieben werden. Der höhenabhängige Phasenterm ist aufgrund der systematischen Orbitdrift geringfügig über den Zeitraum weniger Aufnahmen korreliert. Die thermisch bedingte Phase ist aufgrund der jahreszeitlichen Schwankungen korreliert.
- Die lineare Punktbeugung  $\varphi_{\text{v}}$  ist zeitlich korreliert, ihre räumliche Korrelationslänge ist variabel.
- Das Phasenrauschen  $\phi_{\text{noise}}$  ergibt sich aus der Differenz des Punktrauschens zu den Aufnahmezeitpunkten. Es ist als weißes Rauschen zeitlich und räumlich unkorreliert.
- Die Phasenmehrdeutigkeit  $\varphi_{\text{uw}}$  ergibt sich aus der Summe aller Terme. Den größten Anteil haben dabei die räumlich korrelierten Anteile. Bei großen Bewegungsraten ist die Phasenmehrdeutigkeit zudem auch zeitlich korreliert.

Das Ziel der geodätischen PSI-Analyse ist die Bestimmung der Höhe des Punktes über dem Referenzniveau ( $\varphi_{\text{h}}$ ), seine thermisch bedingte Verschiebung  $\varphi_{\alpha}$  sowie die durch Bodendeformation hervorgerufene Punktbeugung  $\varphi_{\text{v}} + \varphi_{\text{nlin}}$ . Bis auf  $\varphi_{\text{nlin}}$  sind diese Anteile durch das funktionale

Modell beschreibbar. Der zeitlich nichtlineare Anteil der Bewegung kann nur bestimmt werden, wenn alle anderen Phasenterme in Gleichung (2.69) geschätzt und reduziert wurden.

Gleichung (2.69) wird im Rahmen dieser Arbeit auch zur Modellierung von synthetischen Daten genutzt. Der variable Anteil der neutrosphärischen Laufwegverzögerung  $d_{\text{neu}}$  wird für die Aufnahmezeitpunkte modelliert, indem aus einer Normalverteilung mit vorgegebener Varianz  $\sigma_{\text{neu}}^2$  Zufallswerte gezogen werden. Die neutrosphärische Phase der Aufnahme berechnet sich mit

$$\psi_{\text{neu}} = d_{\text{neu}} \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.71)$$

Der PS-Punkt selbst wird in allen Fällen als kohärentes Signal mit additivem Gaußischem Rauschen modelliert. Der Rauschanteil wird gebildet, indem für Real- und Imaginärteil unabhängige Zufallsvariablen mit der Standardabweichung  $\sigma_n$  modelliert werden.



# Kapitel 3

## Ansätze zur Parameterschätzung und Selektion stabiler Beobachtungspunkte

Im vorhergehenden Kapitel wurden die Anteile des interferometrischen Signals diskutiert, die bei der Beobachtung von langzeitstabilen Rückstreuern in urbanen Gebieten von Bedeutung sind. Das Ziel der Persistent Scatterer Interferometrie (PSI) ist die Identifizierung solcher Punkte sowie die Extraktion der Punktbeziehung aus den interferometrischen Phasenbeobachtungen. Im Folgenden werden die gängigen PSI-Verfahren beschrieben, die auf der integrierten Auswertung von SLC-Stapeln basieren, bei denen alle Szenen auf eine gewählte Master-Szene koregistriert sind.

Neben den verschiedenen Ansätzen der PSI-Auswertung wurden alternative Methoden entwickelt, die ebenfalls die Analyse von koregistrierten Stapeln zum Ziel haben, jedoch nicht von singulären dominanten Rückstreuern innerhalb der Auflösungszelle ausgehen. Bei diesen Verfahren werden entweder die (wenigen) Rückstreupunkte innerhalb einer Auflösungszelle identifiziert, wie bei der SAR-Tomografie, oder es werden Cluster von (vielen) Rückstreuern stochastisch betrachtet, wie bei der SqueeSAR-Methode. Auch diese Ansätze haben zum Ziel, die langzeitstabilen Punkte bzw. Cluster sicher zu identifizieren und auf diesen die Parameter des interferometrischen Modells zu schätzen. Der methodische Überblick in diesem Kapitel wird durch eine Beschreibung dieser Ansätze ergänzt.

### 3.1 Persistent Scatterer Interferometrie

Ein erster systematischer Ansatz zur Auswertung langzeitstabiler Rückstreuer wurde in den späten 90ern an der Technischen Universität von Mailand entwickelt mit dem Ziel, auch Information aus Interferogrammen zu extrahieren, die aufgrund der räumlichen und/oder zeitlichen Dekorrelation sehr verrauscht sind. Dazu werden aus der Menge aller Bildpunkte die Stabilpunkte selektiert, auf denen die Trennung der einzelnen Signalanteile erfolgen kann. Die Existenz von langzeitstabilen Rückstreupunkten in interferometrischen Datenstapeln und deren Selektion wurde erstmals in Ferretti et al. (2000a) gezeigt. Entsprechend der Eigenschaft der untersuchten Punkte wurde für die Methode die Bezeichnung Permanent Scatterer Interferometrie eingeführt. Darauf basierend wurden ähnliche Algorithmen von Mora et al. (2003) und Crosetto et al. (2003) vorgestellt, wobei die Stabilpunkte dort als *interest points* bezeichnet werden. Parallel dazu wurde auch am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) eine PSI-Software entwickelt, die in der Arbeit von Kampes (2005) beschrieben ist. Seit einigen Jahren sind auch kommerzielle PSI-Pakete verfügbar, z. B. IPTA (Interferometric point target analysis) von der Firma Gamma Remote Sensing [Werner et al. 2003] und die Software SARscape der Firma EXELIS. An der Universität Stanford wurde die PSI-Software StaMPS entwickelt [Hooper, 2006], welche auf dem ebenfalls frei nutzbaren Interferometriepaket DORIS basiert [Kampes et al. 2003]. Der Quellcode ist frei verfügbar, was dieser Software zu einer weit verbreiteten Anwendung im wissenschaftlichen Bereich verholfen hat. Die langzeitstabilen Punkte werden in Hooper (2006) und anderen Veröffentlichungen als Persistent Scatterer bezeichnet.

In Crosetto et al. (2010) wird ein Überblick über die Anwendungsszenarien der PSI-Analyse und die Differenzierung der PSI-Algorithmen gegeben. Dabei wird auch herausgestellt, dass die spezifischen Lösungen der PSI-Analyse nicht beliebig übertragbar sind, sondern immer eine daten-

und problemorientierte Umsetzung darstellen. Je nach Datengrundlage und Anwendungsszenario dominieren verschiedene Anteile im zugrundeliegenden funktionalen und stochastischen Modell. Die PSI-Algorithmen haben durch ständige Verbesserung und Anpassung verschiedene Ausrichtungen erhalten. Nach Crosetto et al. (2011) müssen neben der konventionellen szenenbasierten differentiellen Interferometrie (InSAR) folgende stapelbasierte PSI-Ansätze unterschieden werden:

- **Kleinräumige PSI-Analyse**

Dabei ist – meist in urbanen Gebieten – nur ein relativ kleines Untersuchungsgebiet von wenigen Quadratkilometern von Interesse. Der Anteil der neutrosphärischen Phase ist gering. Sie muss daher nicht separat bestimmt werden, sondern wird im mathematischen Modell im Rauschterm subsumiert. Bei der Anwendung in urbanen Gebieten muss jedoch die thermische Ausdehnung als zusätzliche Signalkomponente berücksichtigt werden, da die an den PS-Punkten beobachtete Bewegung die Summe aus der thermisch bedingten Ausdehnung von Bauwerken und der hier gesuchten Bodendeformation ist.

- **PSI-Analyse mit linearem Deformationsmodell**

Mit diesen Ansätzen können klein- und großräumige Deformationen untersucht werden, die zeitlich kontinuierlich ablaufen. Die Auswahl der PS-Punkte basiert auf der Annahme, dass die Bodenbewegung in erster Näherung durch eine konstante Bewegungsrate beschrieben werden kann. Die kritischen Punkte der PSI-Auswertung sind im Allgemeinen die Abtrennung der atmosphärischen Phase und die Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten. Mit der Annahme eines zeitlich linearen Deformationsmodells kann die Fehleranfälligkeit bei diesen Schritten reduziert werden, wodurch die Selektion der PS-Punkte zuverlässiger wird. An verschiedenen Stellen wird betont, dass die Annahme eines Deformationsmodells nicht auf ein lineares Modell beschränkt sein muss. Vielmehr sind algebraische Polynome beliebiger Ordnung möglich [z. B. Kampes, 2005]. Außerdem können verbleibende nichtlineare Bewegungsanteile nach der Phasenabwicklung geschätzt werden. Nach Crosetto et al. (2011) können bei der PSI-Analyse mit linearem Deformationsmodell in Gebieten mit sporadischer Punktbewegung oder starker Deformation wertvolle PS-Punkte nicht erkannt werden, wenn der Anteil der nichtlinearen Bewegung zu groß wird. Die PSI-Auswertung mit linearem Modell ist u. a. in den Ansätzen von Kampes (2005), Ferretti et al. (2000a) und Mora et al. (2003) implementiert.

- **PSI-Analyse ohne Deformationsmodell**

Bei dieser Art der PSI-Auswertung wird kein explizites Deformationsmodell vorausgesetzt, um sowohl groß- und kleinräumige, stark nichtlineare Bewegungen (z. B. sporadisch auftretende Hangrutschungen) beobachten zu können. So wurde mit der Software StaMPS bewusst ein PSI-Ansatz ohne implizites Deformationsmodell gewählt, um die dynamischen Vorgänge an Vulkangebäuden untersuchen zu können [Hooper, 2006]. Bei der PSI-Analyse ohne Deformationsmodell wird für jeden PS-Kandidaten die zeitliche Stabilität hinsichtlich der Punkte in der unmittelbaren Nachbarschaft bewertet. Nur solche Punkte mit geringer Variabilität werden schließlich als PS-Punkte akzeptiert. Um PS-Punkte mit diesem Ansatz auffinden zu können, muss die Bodenbewegung – bezogen auf die PS-Punktverteilung – räumlich korreliert, d. h. stetig sein. Wenn der Gradient der Deformation zu groß ist, werden bei diesem Ansatz PS-Punkte systematisch ausgeschlossen (siehe dazu auch die Auswertung in Kapitel 5). Die modellfreie PSI-Analyse findet auch bei der Auswertung großer Datenstapel Anwendung, z. B. bei bodengebundenen SAR-Systemen [Crosetto et al. 2011].

Während die Gliederung nach Crosetto et al. (2011) im Wesentlichen eine Klassifizierung des zugrunde liegenden Modellansatzes ist, können die existierenden PSI-Algorithmen auch hinsichtlich der Verarbeitungsstrategie unterschieden werden:

- **Punkt-Verdichtung**

Bei diesem Ansatz werden zunächst nur langzeitstabile Bildpunkte mit einem großen Signal-Rausch-Verhältnis analysiert. Diese Punkte dienen als räumlich verteilte Saatpunkte, anhand derer der langwellige Anteil der interferometrischen Phase geschätzt wird. Er wird anschließend auf die Punktpositionen eines zweiten Satzes von PS-Kandidaten mit geringerem Signal-Rausch-Verhältnis interpoliert und von den Beobachtungen reduziert. Dadurch können trotz höheren Phasenrauschens auch auf diesen Punkten die räumlich unkorrelierten Anteile bestimmt werden. Die Zuverlässigkeit der Punkte wird anhand der Kohärenz der Residuen nach Abzug aller modellierbaren Signalanteile bewertet. Die unsicheren Ergänzungspunkte werden wieder ausgeschlossen, während alle anderen gemeinsam mit den Saatpunkten zu einem Gesamtnetz von PS-Punkten zusammengefügt werden. Dieses Vorgehen ist beispielsweise in den Ansätzen von Ferretti et al. (2000a) und Kampes (2005) implementiert.

- **Punkt-Ausdünnung**

In dem Ansatz von Hooper (2006) wird eine komplementäre Strategie genutzt, um PS-Punkte aus der Grundgesamtheit aller Bildpunkte zu selektieren. Dabei werden von der Gesamtmenge aller Punkte diejenigen ausgewählt, welche mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit PS-Punkte sind. In diesem dichten Netz von PS-Kandidaten wird für jeden Punkt die Ähnlichkeit zu seinen Nachbarn bestimmt. Kandidaten, die eine große Varianz bezüglich der Punkte in ihrer Nachbarschaft zeigen, werden ausgeschlossen. Aus der ursprünglich großen Anzahl an PS-Kandidaten wird somit ein vergleichsweise kleiner Anteil von akzeptierten PS-Punkten separiert.

In Sousa et al. (2011) wurden die beiden Strategien anhand der Implementierungen in den Software-Paketen DePSI (Punkt-Verdichtung) und StaMPS (Punkt-Ausdünnung) verglichen. Die Studie zeigt, dass je nach Landbedeckungstyp die Dichte der identifizierten PS-Punkte bei der Auswertung mit StaMPS gleich groß oder signifikant größer ist. Durch die große Anzahl an PS-Kandidaten ist der StaMPS-Ansatz jedoch auch rechenintensiver. Die Verarbeitungszeit und der Speicherbedarf sind gegenüber der DePSI-Implementierung erheblich größer.

Den Ausgangspunkt für die PSI-Analyse bildet ein Stapel von koregistrierten SAR-Szenen. Die Ausgangsdaten können entweder in der originären Abtastung (SLC-Szenen) oder überabgetastet (2-fach oder 4-fach) weiter verarbeitet werden. Die Nutzung überabgetasteter SAR-Szenen erhöht zwar den Rechenaufwand, führt jedoch zu einer größeren Anzahl an PS-Punkten im weiteren Verlauf der PSI-Analyse [Nutricato et al. 2002; Sousa et al. 2011]. Für eine detaillierte Beschreibung der Verarbeitungsschritte von den originären Rohdaten bis hin zum koregistrierten Bildstapel siehe z. B. Hanssen (2001) S. 42 ff. oder Hooper (2006) S. 35 ff.

Die Master-Szene der Koregistrierung geht beim klassischen PS-Ansatz, bei dem alle Interferogrammkombinationen bezüglich dieser Szene genutzt werden, in jedes Interferogramm ein. Sie ist daher aus dem Datenstapel so zu wählen, dass sie in Bezug auf alle anderen Slave-Szenen die größte mittlere Kohärenz aufweist. Dabei wird oft das Dekorrelationsmodell nach Zebker und Villasenor (1992) genutzt, nach dem sich die Gesamtkohärenz des  $n$ -ten Interferogramms aus dem Produkt

$$\rho_{\text{tot},n} = \left(1 - f\left(\frac{\tau_n}{\tau_{\text{krit}}}\right)\right) \left(1 - f\left(\frac{B_{\perp,n}}{B_{\text{krit}}}\right)\right) \left(1 - f\left(\frac{f_{\text{dc},n}}{f_{\text{krit}}}\right)\right) \quad (3.1)$$

mit

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{für } x \leq 1 \\ 1, & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

ergibt. Dabei bezeichnet  $\tau$  die zeitliche und  $B_{\perp}$  die senkrechte räumliche Basislinie. Die ersten beiden Faktoren beschreiben die zeitliche und geometrische Dekorrelation, während der letzte Faktor die Doppler-Dekorrelation bei Verschiebung des Doppler-Zentroids  $f_{dc}$  berücksichtigt. Die Funktion enthält jeweils im Nenner die kritischen Grenzwerte, bei denen die jeweilige Teilkohärenz Null wird. Sie sind abhängig vom Rückstreumodell sowie den Sensor-Parametern [Zebker und Villasenor, 1992].

Aus der Erfahrung bei der Bearbeitung von PS-Stapeln zeigt sich, dass die Varianz der neutrosphärischen Phase der Master-Szene einen großen Einfluss auf Anzahl und Qualität der PS-Punkte hat. Insbesondere bei X-Band-Datenstapeln ist die Auswirkung der Dekorrelation nach Gleichung (3.1) klein. Als Master-Szene sollte daher eine Szene mit hoher mittlerer Kohärenz und geringer neutrosphärischer Phasenvarianz gewählt werden [s. a. Sousa et al. 2011; Heublein et al. 2014]. Die neutrosphärische Phasenvarianz ist jedoch a priori nicht bekannt, sondern wird erst im Verlauf der PSI-Auswertung geschätzt. Generell kann man jedoch sagen, dass die Atmosphäre im mitteleuropäischen Raum in den Wintermonaten ruhiger ist. Die Master-Szene der Koregistrierung sollte daher zunächst aus diesem Zeitraum gewählt und später bei Bedarf modifiziert werden.

Folgt man dem Ansatz nach Hooper (2006), so kann der grundlegende Ablauf der PSI-Analyse in fünf wesentliche Schritte untergliedert werden:

1. Auswahl von PS-Kandidaten
2. Schätzung modellierbarer Signalanteile
3. Selektion der PS-Punkte
4. Phasenabwicklung
5. Schätzung räumlich korrelierter Signalanteile

In den folgenden Abschnitten werden diese Bearbeitungsschritte näher erläutert, wobei auch auf die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu den anderen PSI-Ansätzen eingegangen wird.

### 3.1.1 Auswahl von PS-Kandidaten

Zunächst werden aus der Menge aller Bildpunkte die sogenannten PS-Kandidaten bestimmt. Dabei soll eine initiale Untermenge an potentiellen langzeitstabilen Punkten ausgewählt werden, um Punkte, die mit hoher Wahrscheinlichkeit keine PS-Punkte sind, von der weiteren Verarbeitung auszuschließen. Für eine initiale Schätzung der Punktstabilität wird die Amplitudendispersion  $D_a$  verwendet. Als phasenunabhängige Messgröße beschreibt sie nur die Intensitätsvarianz des Signals. Viele Signalanteile des funktionalen Modells sind reine Phasenterme – lediglich die troposphärische Dämpfung (Gl. 2.34), die Signalvariation bei mehreren Punktstreuern (Gl. 2.26) und das Punktrauschen (Gl. 2.47) führen zu einer Variation der Signalintensität. Die Amplitudendispersion ist invariant gegenüber den reinen Phasenanteilen des interferometrischen Signals und kann daher als Proxy für das Punktrauschen genutzt werden [Ferretti et al. 2000a; Hooper, 2006]. Als PS-Kandidaten werden die Punkte ausgewählt, deren Amplitudendispersion unter einem vorgegebenen Grenzwert (üblicherweise im Bereich zwischen 0.25 und 0.4) liegt. Die Eigenschaften der Amplitudendispersion wurden in Kapitel 2.4.3 beschrieben. Dort wurde auch auf

die schlechte Schätzstatistik und die Sättigung des  $D_a$ -Schätzers eingegangen. Es ist unvermeidbar, dass bei niedrig gewählten Grenzwerten ein großer Teil der PS-Punkte nicht in die Gruppe der Kandidaten aufgenommen wird, wohingegen im umgekehrten Fall bei einem hohen Grenzwert durch die zunehmende Anzahl an stark verrauschten Punkten die nachfolgende räumliche Schätzung negativ beeinflusst wird.

### 3.1.2 Schätzung modellierbarer Phasenanteile

Im zweiten Schritt werden auf der Teilmenge der PS-Kandidaten die modellierbaren Phasenanteile des funktionalen Modells geschätzt und reduziert. Ausgehend von Gleichung (2.69) ist nach Abzug der Referenzphase  $\phi_{\text{ref}}^1$  die Phase des Interferogramms mit Index  $n$  an der Stelle  $x$  die Summe der abgewickelten Phasenterme

$$\phi_n^x = \varphi_{\text{orb},n}^x + \varphi_{\text{h},n}^x + \varphi_{\alpha,n}^x + \varphi_{\text{v},n}^x + \varphi_{\text{nl},n}^x + \varphi_{\text{neu},n}^x + \varphi_{\text{noise},n}^x + \varphi_{\text{uw},n}^x. \quad (3.2)$$

Die Phasenmehrdeutigkeit  $\varphi_{\text{uw},n}^x$  ist zunächst unbekannt. Sie kann über eine räumliche Phasenabwicklung bestimmt werden, wenn die interferometrische Phase der Beobachtungen ( $\phi_n^x$ ) hinreichend stetig ist, d. h. die kurzwelligen, unkorrelierten Anteile zuvor reduziert werden. Ziel dieses Schrittes ist daher, die funktional beschreibbaren mehrdeutigen Phasenanteile

$$\phi_{(\cdot),n}^x = \mathcal{W} \left( \varphi_{(\cdot),n}^x \right)$$

zu bestimmen und von den Beobachtungen zu reduzieren. Dafür werden bei den meisten PSI-Verfahren zunächst für jedes Interferogramm die räumlich korrelierten Phasenanteile von Gleichung (3.2) separiert. Zwei Ansätze können dabei unterschieden werden:

#### 1. Räumliche Filterung

Bei diesem in Hooper et al. (2004) vorgestellten Ansatz wird der hochfrequente Anteil durch Anwendung eines räumlichen Filters abgespalten. Mit dem Filter wird auf einem gleitenden Fenster von typischerweise  $32 \times 32$  oder  $64 \times 64$  Zellen der langwellige Phasentrend bestimmt. Die PS-Kandidaten werden dafür auf einem äquidistanten Raster mit einer Zellgröße von 40 bis 100 m neu abgetastet. Implizit wird dabei vorausgesetzt, dass die Phase innerhalb der Zellen nur geringen systematischen Variationen unterliegt. Die Korrelationslänge des Signals muss daher deutlich größer sein als die Dimension der Rasterzellen. Das Filter ist in [Hooper, 2006] als adaptives komplexes Filter nach Goldstein und Werner (1998) implementiert. Der hochfrequente Anteil wird schließlich durch Abtrennen des langwelligen Phasentrends  $\bar{\phi}$  von den Beobachtungen bestimmt. Die Grenzfrequenz soll dabei so eingestellt sein, dass alle räumlich korrelierten Signalanteile inklusive der Punkt-bewegung abgespalten werden. Es verbleiben lediglich die Phasenanteile, die durch den Höhenfehler des Punktes und die thermisch bedingte Punkt-bewegung verursacht werden, sowie das Punktrauschen. Wird die Phasenmehrdeutigkeit durch den Faltungsoperator ausgedrückt, so kann das Signal der mehrdeutigen Beobachtung nach der Filterung durch

$$\tilde{\phi}_n^x = \mathcal{W} \left( \phi_n^x - \bar{\phi}_n \right) = \mathcal{W} \left( \tilde{\phi}_{\text{h},n}^x + \tilde{\phi}_{\text{noise},n}^x + \phi_{\text{res},n}^x \right) \quad (3.3)$$

beschrieben werden [Hooper, 2006]. Die Terme  $\tilde{\phi}_{\text{h},n}^x$  und  $\tilde{\phi}_{\text{noise},n}^x$  kennzeichnen die räumlich unkorrelierten Anteile und der Phasenterm  $\phi_{\text{res},n}^x$  subsumiert die verbliebenen hochfrequenten Anteile aller räumlich korrelierten Signale. Wenn die Signale ideal trennbar sind,

<sup>1</sup>Die Reduktion der Referenzphase wird auch als *zero-baseline-steering* bezeichnet. Dieser Schritt wird standardmäßig vor der eigentlichen PSI-Analyse durchgeführt

verschwindet dieser Anteil und es verbleiben die Phasenanteile

$$\tilde{\phi}_n^x \approx \mathcal{W} \left( \tilde{\phi}_{h,n}^x + \tilde{\phi}_{\text{noise},n}^x \right). \quad (3.4)$$

## 2. Punktdifferenzen

Bei den PSI-Verfahren nach Ferretti et al. (1999), Kampes (2005) und Monserrat et al. (2011) werden Phasendifferenzen  $\tilde{\phi}_n^e$  zwischen benachbarten PS-Kandidaten ausgewertet, um räumlich korrelierte Signalanteile zu eliminieren. Die Phasendifferenzen werden entlang der Kanten eines Dreiecksnetzes bestimmt, in dessen Knoten die PS-Kandidaten liegen. Üblicherweise wird das Netz durch eine Delaunay-Triangulation gebildet. Die Doppeldifferenzen der Phase zwischen den zwei Zeitpunkten des Interferogramms  $n$  und den Punktpositionen  $x_1$  und  $x_2$  des Delaunay-Netzes enthalten in Abhängigkeit vom Punktabstand nur noch den kurzwelligen Anteil

$$\tilde{\phi}_n^e = \mathcal{W}(\phi_{n,x_2} - \phi_{n,x_1}) = \mathcal{W}(\phi_{h,n}^\Delta + \phi_{v,n}^\Delta + \phi_{\text{noise},n}^\Delta), \quad (3.5)$$

wobei im Gegensatz zur Formulierung von Hooper (2006) bei der PSI-Auswertung mit Deformationsmodell nach Ferretti et al. (2000b) und Kampes (2005) auch der Phasenterm  $\phi_{v,n}^\Delta$  berücksichtigt wird. Er beschreibt die Differenz der Bewegungsrate zwischen den Punktpositionen  $x_1$  und  $x_2$ . Die Phasendifferenzen  $\tilde{\phi}_n^e$  können in Analogie zu den  $\tilde{\phi}_n^x$  als Hochpass-gefilterter Signalanteil aufgefasst werden, jedoch mit einer variablen Grenzfrequenz, die sich aus den Punktentfernungen im Triangulationsnetz der PS-Kandidaten ergibt.

Unabhängig von der Vorgehensweise werden die langwelligen Phasenanteile mit dem Ziel getrennt, die Schätzung der räumlich unkorrelierten Phasenterme zu ermöglichen. Auf den trendbereinigten Phasen  $\phi_n$  werden die modellierbaren Signalanteile bei beiden Verfahren mit Hilfe der komplexen Phasenkohärenz geschätzt. Dieser Schritt wird für jede Punktbeobachtung  $\tilde{\phi}_n^x$  bzw. jede Phasendifferenz  $\tilde{\phi}_n^e$  individuell durchgeführt, wobei im Folgenden auf die ortsabhängigen Indizes  $x$  bzw.  $e$  verzichtet wird. In dem Ansatz nach Hooper (2006) wird nur der mit der senkrechten Basislinie korrelierte Höhenfehler  $h_0$  des PS-Punktes unter Maximierung der Zielfunktion

$$\gamma(h) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp \left\{ j \left( \tilde{\phi}_n + C_h B_{\perp,n} h \right) \right\} \right| \quad (3.6)$$

geschätzt, indem das Maximum

$$\hat{h}_0 = \arg \max_h \gamma(h) \quad (3.7)$$

bestimmt wird. Dabei wird vorausgesetzt, dass das globale Maximum der Schätzfunktion bei  $h_0$  liegt:

$$\max \gamma(h) = \gamma(h_0). \quad (3.8)$$

Der ortsabhängige Vorfaktor  $C_h = -\frac{4\pi}{\lambda r_0 \sin \theta}$  ist für alle Interferogramme konstant.

In der Formulierung nach Ferretti et al. (1999) und Kampes (2005) wird der modellierbare Anteil der interferometrischen Phase in der gleichen Weise bestimmt, jedoch wird zusätzlich die Bewegungsrate als unbekannte Größe in die Schätzfunktion aufgenommen:

$$\gamma(h, v) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp \left\{ j \left( \tilde{\phi}_n + C_h B_{\perp,n} h + C_v \tau_n v \right) \right\} \right|. \quad (3.9)$$

Anstelle des linearen Bewegungsmodells  $\phi_{v,n} = C_v \tau_n v = -\frac{4\pi}{\lambda} \tau_n v$  kann dabei auch ein anderes Bewegungsmodell, z. B. ein Polynom höherer Ordnung, gewählt werden [Kampes, 2005]. In dem Algorithmus von Hooper (2006) wird der lineare Bewegungsterm explizit ausgeschlossen, um einer Überparametrisierung entgegenzuwirken. Eine Überbestimmung des Bewegungsmodells kann auch anhand eines Signifikanztests des Schätzparameters  $v$  ausgeschlossen werden [Kampes, 2005].

Bei dem PSI-Ansatz nach Monserrat et al. (2011) wird die zu maximierende Zielfunktion um die Phasenkomponente der thermisch bedingten Punktbewegung erweitert:

$$\gamma(h, v, \alpha) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp \left\{ j \left( \tilde{\phi}_n + C_h B_{\perp,n} h + C_v \tau_n v + C_\alpha \vartheta_n \alpha \right) \right\} \right|, \quad (3.10)$$

mit der Konstanten  $C_\alpha = -\frac{4\pi}{\lambda}$  und der Temperaturdifferenz  $\vartheta_n$  zu den Aufnahmezeitpunkten des Interferogramms  $n$ . Unter Berücksichtigung der thermisch bedingten Punktbewegung wird das funktionale Modell für den räumlich unkorrelierten Anteil der beobachteten Phase von Gleichung (3.4) zu

$$\tilde{\phi}_n = \mathcal{W}(\phi_n - \bar{\phi}_n) = \mathcal{W}(\phi_{v,n} + \phi_{h,n} + \phi_{\alpha,n} + \phi_{\text{noise},n}) \quad (3.11)$$

erweitert.

Unabhängig von der Anzahl der modellierten Parameter in den Gleichungen (3.6), (3.9) und (3.10) wird der Schätzwert der Parameter immer anhand des globalen Maximums von  $\gamma$  bestimmt. Die Zielfunktion kann um weitere Phasenterme erweitert werden, sofern sie als Linearkombinationen der gesuchten Parameter darstellbar sind. Für die Bestimmung des Modells nach Gleichung (3.11) muss die Funktion  $\gamma(v, h, \alpha)$  rekonstruiert werden, indem der Parameterraum durch Testen aller möglichen Phasenverschiebungen systematisch abgetastet wird. Aus der Position des Maximums können dann die Parameter bestimmt werden:

$$\left( \hat{v}_0, \hat{h}_0, \hat{\alpha}_0 \right) = \arg \max_{v, h, \alpha} \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp \left\{ j \left( \tilde{\phi}_n + C_h B_{\perp,n} h + C_v \tau_n v + C_\alpha \vartheta_n \alpha \right) \right\} \right|. \quad (3.12)$$

Die Abtastung des Lösungsraumes ist rechenintensiv und steigt potenziell mit der Anzahl der Parameter. Der Rechenaufwand kann nach Kampes (2005) etwas reduziert werden, indem ein möglichst großes Abtastintervall sowie realistische Grenzen festgelegt werden. Jedoch wurde dort lediglich das Modell nach Gleichung (3.9) mit zwei Schätzgrößen gelöst.

### 3.1.3 Selektion der PS-Punkte

Im Anschluss an die Schätzung der modellierbaren Signalanteile werden aus der Gruppe der Kandidaten die zuverlässigen PS-Punkte selektiert. Als Qualitätsmaß wird in allen PSI-Ansätzen die Phasenkohärenz der Phasenresiduen nach Reduktion der geschätzten Signalanteile genutzt:

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(j \phi_{res,n}) \quad (3.13)$$

Die Residuen ergeben sich aus der Differenz zwischen den gefilterten interferometrischen Phasen sowie den modellierten Phasentermen. Wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben wurde, variiert die Anzahl der modellierten Phasenterme. In dem Ansatz von Hooper (2006) ist

$$\phi_{res,n} = \mathcal{W}(\tilde{\phi}_n - \hat{\phi}_{h,n}). \quad (3.14)$$

Bei den Verfahren mit Punktverdichtung werden im ersten Schritt nur Punkte mit geringer Amplitudendispersion zugelassen. Dabei handelt es sich mit hoher Wahrscheinlichkeit um PS-Punkte. Die Phasenkohärenz kann direkt auf die Residuen der Punktdifferenzen als PS-Kriterium angewendet werden. In Ferretti et al. (2001) wird eine Mindestkohärenz (*threshold*) von  $\gamma_{th} = 0.75$  angegeben, um einen Punkt als stabilen PS-Punkt zu akzeptieren.

Demgegenüber werden in dem Selektionsansatz nach Hooper (2006) variable Grenzwerte für die minimal erforderliche Phasenkohärenz genutzt. Dafür werden die Punkte entsprechend ihrer Amplitudendispersion  $D_a$  gruppiert. Darauf basierend wird für jede Gruppe ein separater Grenzwert bestimmt, indem die Dichtefunktion der geschätzten Phasenkohärenz mit der einer Kontrollgruppe von generierten Punktbeobachtungen mit gleicher Amplitudendispersion und zufälligem Phasenrauschen verglichen wird. Die Differenz der beiden Verteilungen entspricht der unbekanntem Dichtefunktion der PS-Punkte für dieses  $D_a$ -Intervall. Der Wert  $\gamma_{th}$  wird derart bestimmt, dass die mit diesem Grenzwert akzeptierten PS-Punkte einen festzulegenden maximalen Anteil aus der Kontrollgruppe zufälliger Punkte (z. B. Fehlerrate 10 %) nicht überschreiten. Durch dieses Vorgehen wird den Punkten mit einer größeren Amplitudendispersion effektiv eine kleinere Phasenkohärenz zugestanden, um trotzdem als PS-Punkte akzeptiert zu werden [Hooper, 2006 S. 52 ff.].

### 3.1.4 Phasenabwicklung

Interferogramme bilden die Phasendifferenz zweier Aufnahmezeitpunkte ab, wobei die absolute Phase auf das Intervall  $[-\pi, \pi]$  gefaltet wird. Die interferometrische Phase entspricht dem Phasenreststück dieser Faltung und ist mehrdeutig mit Modulo  $2\pi$ . Bei der Phasenabwicklung wird das ursprüngliche Signal – die absolute Phasendifferenz – rekonstruiert, indem die Phasengradienten aufintegriert werden. Die Integration erfolgt dabei sowohl räumlich innerhalb des Interferogramms als auch zeitlich über alle Aufnahmen.

Für eine fehlerfreie Integration müssen die Phasendifferenzen zwischen benachbarten Punkten zeitlich oder räumlich eindeutig abgetastet werden. Die Phasendifferenz darf im Allgemeinen nicht größer sein als  $\pi$ . Ist dies der Fall, so liegt auf der Verbindung eine Diskontinuität vor [Goldstein et al. 1988]. In zwei- oder dreidimensionalen Netzwerken können solche Diskontinuitäten anhand von Schleifenschlussfehlern aufgedeckt werden. Die Aufgabe von Algorithmen zur Phasenabwicklung besteht im Wesentlichen darin, diese Diskontinuitäten aufzuspüren und entsprechend geeignete Integrationspfade zur Phasenabwicklung zu finden. Die Lösung von Phasemehrdeutigkeiten ist ein häufig auftretendes Problem der Bildverarbeitung und aller interferometrischen Messverfahren [Ghiglia und Pritt, 1998]. Die entwickelten Lösungsmethoden sind oft problemübergreifend einsetzbar. Im Zusammenhang mit konventioneller SAR-Interferometrie wurden die Algorithmen zur Phasenabwicklung wesentlich weiterentwickelt [z. B. Goldstein et al. 1988].

Die Phasenabwicklung ist ein sequentieller akkumulierender Prozess mit ungünstiger Fehlerfortpflanzung. Bei geringem Signal-Rausch-Verhältnis besteht eine große Wahrscheinlichkeit, dass an vereinzelt Punkten Diskontinuitäten nicht oder falsch zugeordnet werden. Diese singulären Fehler können sich über größere Gebiete des Netzwerks ausbreiten. Bei den PSI-Verfahren mit PS-Verdichtung kann die Phase durch Integration entlang eines beliebigen Pfades in dem Triangulationsnetzwerk der PS-Punkte abgewickelt werden. Um jedoch eine stabilere Lösung zu erhalten, wird über eine Kleinste-Quadrate-Schätzung im überbestimmten Netzwerk eine gewichtete Integration durchgeführt. Die punktweise bestimmten Phasenkohärenzen  $\hat{\gamma}_x$  können dabei als Hauptdiagonalelemente der Gewichtsmatrix eingesetzt werden. In Kampes (2005) wird für die Lösung die ganzzahlige Kleinste-Quadrate-Schätzung (*integer least squares*) genutzt. In Hooper

(2006) (S. 74 ff.) wird ein Algorithmus zur 3D-Phasenabwicklung auf unregelmäßig verteilten PS-Punkten vorgestellt und mit einer Pseudo-3D-Variante sowie der 2D-Standardlösung verglichen. Bei dem Pseudo-3D Algorithmus wird die Phasenmehrdeutigkeit zunächst in der zeitlichen Dimension punktweise gelöst und als Startwert für die anschließende Lösung des 2D-Problems genutzt. Bei der 2D-Methode werden die Phasen der Interferogramme individuell abgewickelt und dann zu einer Zeitreihe zusammengefügt. Die Algorithmen wurden in der Arbeit anhand eines simulierten nichtlinearen Bewegungsfeldes getestet – mit dem Fazit, dass die 3D-Algorithmen gegenüber dem 2D-Ansatz überlegen sind. Der reine 3D-Algorithmus hat nach Hooper (2006) eine geringere Präzision als die Pseudo-3D-Variante. Dafür sind die systematischen Abweichungen bei letzterem größer, d. h., Fehler werden über größere Entfernungen fortgepflanzt. Um Fehler in der Phasenabwicklung zu vermeiden, wird sie nur auf den selektierten Stabilpunkten und nach Reduktion aller modellierbaren Phasenterme durchgeführt. Diese sind bei Hooper (2006) die Phase des Höhenfehlers und das Phasenrauschen der Master-Szene, das zuvor separat geschätzt wurde:

$$\varphi_{uw,n} = \mathcal{W}^{-1}(\phi_{uw,n}) = \mathcal{W}^{-1}(\phi_n - \hat{\phi}_{h,n} - \hat{\phi}_{m,noise}). \quad (3.15)$$

Betrachtet man das vollständige Modell inklusive der thermisch bedingten Ausdehnung, so enthält die abgewickelte Phase in dem Ansatz nach Hooper (2006) noch die Phasenterme

$$\varphi_{uw,n} = \varphi_{orb,n} + \varphi_{def,n} + \varphi_{atmo,n} + \varphi_{\alpha,n} + \varphi_{s,n}, \quad (3.16)$$

wobei  $\varphi_{s,n}$  der Anteil der jeweiligen Slave-Szene am gesamten Phasenrauschen  $\varphi_{noise,n}$  ist. Bei den PSI-Ansätzen von Kampes (2005) und Ferretti et al. (1999) wird zuvor auch die Phase der linearen Punktbeugung  $\phi_{v,n}$  reduziert und die abgewickelte Phase enthält nur den nichtlinearen Anteil der Bodenbewegung. In der Formulierung von Monserrat et al. (2011) wird zudem das räumlich variable Phasensignal der thermisch bedingten Ausdehnung  $\hat{\phi}_{\alpha,n}$  reduziert, um die Fehleranfälligkeit der Phasenabwicklung weiter zu verringern.

### 3.1.5 Schätzung räumlich korrelierter Signalanteile

Ziel dieses Schrittes ist die Trennung der nichtmodellierten und räumlich korrelierten Signalanteile von Gleichung (3.16). Bei den PSI-Ansätzen mit Punktverdichtung ist ein Großteil der Deformation bereits abgespalten. Zur Schätzung der neutrosphärischen Phase wird der Tiefpass-Anteil von  $\varphi_{uw}$  auf dem ersten Satz der PS-Punkte bestimmt und mittels Kriging flächendeckend interpoliert [Colesanti et al. 2003]. Nach der Reduktion dieses Signalanteils von allen Punkten können weitere PS-Punkte gefunden werden. Im Gegensatz dazu wird in StaMPS eine raumzeitliche Filterung von  $\varphi_{uw}$  durchgeführt. Für die Bodenbewegung wird eine zeitliche Korrelation angenommen, während  $\varphi_{orb}$ ,  $\varphi_{atmo}$  und  $\varphi_{noise}$  zeitlich unkorreliert sind. Durch ein zeitliches Tiefpassfilter können diese Anteile abgetrennt werden und es verbleibt lediglich die Phasenkomponente der Punktbeugung sowie der langperiodischen thermisch bedingten Ausdehnung, die mit der Jahreszeit korreliert ist. Der auf diese Art abgetrennte zeitlich variable Anteil kann schließlich wiederum durch ein räumliches Filter in die korrelierten Anteile  $\varphi_{orb} + \varphi_{atmo}$  sowie das räumlich und zeitlich unkorrelierte Phasenrauschen getrennt werden.

## 3.2 SAR-Tomografie

Bei den bisher beschriebenen PSI-Verfahren wird davon ausgegangen, dass die Rückstreuung von einem dominanten Rückstreuzentrum innerhalb der Auflösungszelle ausgeht. Bereits in Reigber und Moreira (2000) wurde anhand von flugzeuggetragenen SAR-Daten gezeigt, dass durch die Auswertung mehrerer SAR-Aufnahmen aus unterschiedlichen Blickwinkeln die Auflösung der

höhenabhängigen Rückstreuintensität innerhalb einer Auflösungszelle möglich ist. Das Verfahren wird als SAR-Tomografie bezeichnet. Die Umsetzung der Methodik auf satellitengestützte SAR-Systeme wurde z. B. in Fornaro et al. (2003) und Zhu und Bamler (2010) gezeigt. Dabei kann bei genügend großer Anzahl von SAR-Aufnahmen die vollständige Reflektivitätsfunktion innerhalb der Auflösungszelle rekonstruiert werden. Insbesondere in urbanen Gebieten mit dichter und hoher Bebauung können mit diesem Ansatz auch multiple PS-Punkte aufgelöst werden, die innerhalb einer Auflösungszelle in verschiedenen Höhen liegen.

Nach Goel (2013) können bei der SAR-Tomografie parametrische sowie nichtparametrische Ansätze unterschieden werden. Bei den nichtparametrischen Ansätzen wird die kontinuierliche Reflektivitätsfunktion der Auflösungszelle rekonstruiert, indem eine Vielzahl von SAR-Beobachtungen genutzt werden, um das inverse nichtlineare Problem der Abbildungsgleichung (2.3) zu lösen (siehe auch Kap. 2.1.2, S. 14).

Parametrische Verfahren führen zu der Beschreibung der Reflektivitätsfunktion als Summe einer zunächst unbekannt Anzahl an diskreten Rückstreupunkten. Unter Vorgabe der Anzahl von Rückstreupunkten wird die Intensität  $|\gamma_i|$  sowie die Lage als inverses Problem von Gleichung (2.26) S. 14 bestimmt. Aus den getesteten Modellen wird dasjenige gewählt, welches die an den Antennenpositionen beobachtete Gesamtückstreuung am besten erklärt [Zhu und Bamler, 2010]. In Adam et al. (2006) wird am Beispiel von C-Band Daten gezeigt, dass die parametrische Beschreibung der beobachteten Reflektivitätsfunktion mit einem oder mehreren Rückstreupunkten im Rahmen der PSI-Auswertung genutzt werden kann. So können Bildpunkte mit multiplen dominanten Rückstreuern von solchen mit singulären Rückstreuern unterschieden werden. Zudem kann mithilfe der tomografischen Auflösung das Signal-Rausch-Verhältnis einer Rückstreuzelle besser bestimmt werden, da mit der Tomografie die Signalamplitude der(des) dominanten Rückstreupunkte(s) von der ungerichteten Rückstreuung (*clutter*) innerhalb der Auflösungszelle getrennt werden kann.

Die Arbeiten von Zhu und Bamler (2010) zeigen, dass mit sehr hochauflösenden TerraSAR-X Spotlight-Daten die überlagernde Rückstreuung vom Boden und dem Dach eines benachbarten Gebäudes voneinander getrennt werden können. In Zhu und Bamler (2010) wird zudem das Verfahren der differentiellen Tomografie (D-TomoSAR) vorgestellt, bei dem die Reflektivitätsfunktion als Funktion der Höhe des Punktstreuers und seiner Bewegungsrate geschätzt wird. Damit lässt sich gleichzeitig die exakte Lage des Rückstreupunktes sowie seine Verschiebungsrate rekonstruieren. Die Inversion der Reflektivitätsfunktion wird durch systematisches Abtasten des zweidimensionalen Parameterraums bestimmt.

Differentielle SAR-Tomografie hat ein großes Potential für die geodätische Beobachtung in urbanen Räumen, vor allem für die Unterscheidung von Rückstreuszenarien mit singulären und multiplen PS. Eine systematische Integration der Tomografie in bestehende PSI-Algorithmen ist bisher nicht realisiert. Für jedes der mittels Tomografie identifizierten Rückstreuzentren müssten bei konsequenter Umsetzung neben der Position des Rückstreuers jeweils die räumlich nicht korrelierten Parameter  $\varphi_v$  und  $\varphi_\alpha$  geschätzt werden. Mit jedem zu bestimmenden Parameter erhöht sich jedoch die Dimension des zu durchsuchenden Lösungsraums, wodurch die rechentechnische Komplexität potenziell ansteigt [Goel, 2013].

### 3.3 SBAS

Bei den PSI-Verfahren wird aus einem Datenstapel eine Master-Szene ausgewählt. Sie ist die Bezugsszene für die Koregistrierung des Datenstapels und im ursprünglichen Konzept der PSI-Auswertung auch die gemeinsame Szene aller Interferogrammkombinationen mit den Slave-

Szenen. Mit der Small-Baseline-Interferometrie (SBAS) nach Berardino et al. (2002) und Lanari et al. (2004) wurde ein alternativer Ansatz vorgestellt, bei dem der auszuwertende Interferogrammstapel aus ausgewählten Master-Slave-Interferogrammen aber auch aus Slave-Slave-Interferogrammen gebildet wird. Das Verfahren wurde entwickelt, um zeitlich stabile Rückstreuungen mit homogen verteilter Rückstreuung (*Distributed Scatterer* bzw. DS) in die Zeitreihenanalyse zu integrieren. Solche Rückstreuszenarien kommen in urbanen Räumen beispielsweise bei unbewachsenen Freiflächen vor. Verteilte Rückstreuung überwiegt jedoch außerhalb urbaner Räume in wenig bewachsenen Brachlandschaften, Geröllhalden, in alpiner Umgebung sowie allgemein in ariden Gebieten [Ferretti et al. 2011]. Im Gegensatz zur Punktrückstreuung ist bei verteilter Rückstreuung die Kohärenz des interferometrischen Signals stark abhängig von der senkrechten Basislinie. Nur bei kleinen Basislinien zwischen den Aufnahmepositionen ist das resultierende Signal einer Rückstreuungszone mit verteilter Rückstreuung kohärent. Die Interferogramme des SBAS-Stapels werden daher so ausgewählt, dass deren senkrechte Basislinie einen festgelegten Grenzwert nicht überschreitet. Idealerweise bilden alle Interferogramme eines SBAS-Stapels ein zusammenhängendes Netzwerk, mit dem alle Aufnahmepunkte verbunden sind. Um möglichst kleine Basislinien zu nutzen, werden Master-Slave sowie Slave-Slave Interferogramme verwendet.

Die Auswertung von SBAS-Stapeln ist in den wesentlichen Punkten identisch zu dem oben beschriebenen Ablauf der PSI-Auswertung. Die Unterschiede liegen hauptsächlich in der größeren Anzahl an auszuwertenden Interferogrammen und der damit verbundenen Überbestimmung der Beobachtungspunkte. Die Interferogramme dieses vergrößerten Stapels sind nicht mehr statistisch unabhängig, sondern algebraisch korreliert. Die Überbestimmung kann bei der Lösung der Phasenmehrdeutigkeit unterstützend wirken, um Fehler bei der Phasenabwicklung aufzudecken und in einem Kleinst-Quadrat-Ansatz auszugleichen. Wenn der Interferogrammstapel aufgrund der Basislinienrestriktion mehrere nicht zusammenhängende Subnetze enthält, liegt ein gemischt-bestimmtes Problem vor. Die Integration der Zeitreihe kann in diesem Fall über eine Eigenwertzerlegung erfolgen [Berardino et al. 2002].

Da die wesentlichen Bearbeitungsschritte zur Schätzung der Parameter identisch sind, ist es möglich, den SBAS-Ansatz unabhängig von dem postulierten Rückstreumodell zu nutzen. Insbesondere ist es nicht von Nachteil, den überbestimmten SBAS-Ansatz auch für PS-Punkte (d.h. Punktreuer) anzuwenden. In der Software StaMPS ist der SBAS-Ansatz parallel zum PS-Ansatz implementiert. Im Rahmen der Auswertung können beide Verfahren angewendet und kombiniert werden. Ein Vergleich zwischen PS und SBAS wurde z. B. in Hooper (2008) durchgeführt. In der praktischen Anwendung besteht eine wesentliche Einschränkung in dem größeren Ressourcenbedarf für die Auswertung von SBAS-Stapeln. Während bei der PS-Analyse für  $M$  Szenen ( $M-1$ ) Master-Interferogramme berechnet und gespeichert werden, sind es bei SBAS-Ansätzen üblicherweise das 3- bis 5-fache. Der Faktor wirkt sich gleichermaßen auf den benötigten Speicherplatz wie auch die Rechenzeit aus. Durch die Überbestimmung im SBAS-Ansatz können jedoch Fehler bei der Lösung der Phasenmehrdeutigkeit aufgedeckt werden.

Ursprünglich wurde die SBAS-Methode entwickelt, um solche Bildpunkte zu untersuchen, bei denen die verteilte Rückstreuung dominiert, die jedoch ebenso über lange Zeiträume eine stabile Rückstreuung zeigen. Die SBAS-Methode kann ohne weiteres zur PSI-Analyse angewendet werden. Daher wird der Begriff SBAS allgemein auch im Zusammenhang mit der Verarbeitung von redundanten Interferogrammstapeln mit Master-Slave und Slave-Slave Interferogrammen genutzt. Während bei der SBAS-Methode nach Berardino et al. (2002) und Hooper (2008) der Interferogrammstapel aus originär abgetasteten Interferogrammen aufgebaut wird, wurde in Lanari et al. (2004) ein Ansatz gewählt, bei dem zusätzlich durch räumliche komplexwertige

Mittelung (*complex multilooking*) ein weiterer rauschreduzierter Interferogrammstapel gebildet wird. Der langwellige Signalanteil wird vorübergehend abgespalten, während auf der Basis des residualen Anteils der Blickwinkelfehler und die lineare Bewegung geschätzt wird. Am Ende werden die Signalanteile zusammengeführt. Insbesondere in nicht-urbanen Gebieten wird durch die Mittelwertbildung über benachbarte Bildpunkte mit verteilter Rückstreuung das Signal-Rausch-Verhältnis wesentlich verbessert. Dadurch kann die Lösung der Phasenmehrdeutigkeit und Schätzung der räumlich korrelierten Terme verbessert werden.

### 3.4 SqueeSAR

Die Entwicklung des SqueeSAR-Algorithmus [Ferretti et al. 2011] kann als konsequente Weiterentwicklung der SBAS-Methode nach Lanari et al. (2004) gesehen werden. Während bei letzterem ein gefilterter SBAS-Stapel gebildet wird, bei dem die Phasenwerte benachbarter Pixel über eine feststehende Fenstergröße gemittelt werden, nutzt der SqueeSAR-Algorithmus im Kern einen adaptiven Filteransatz, bei dem die Phase über homogene Rückstreubereiche mit variabler Ausdehnung gemittelt wird. Die Extraktion der interferometrischen Phase aus einem Ensemble von Punkten hat der Methode ihren Namen gegeben. PS-Punkte werden bei diesem Ansatz als Grenzfall, d. h. als isolierte kohärente Punkt ohne Nachbarschaft erkannt.

Der Ablauf des SqueeSAR-Verfahrens gliedert sich in folgende Schritte [Ferretti et al. 2011]:

1. Basierend auf einem Stapel kalibrierter SAR-Szenen wird für jeden Bildpunkt innerhalb eines vorgegebenen potentiellen Nachbarschaftsgebietes mit Hilfe eines nichtparametrischen Tests die Ähnlichkeit der Amplitudendichteverteilung zu der von allen anderen Bildpunkten in diesem Gebiet bestimmt. Anhand der Testgröße wird ein zusammenhängendes Gebiet abgegrenzt, in dem alle Bildpunkte eine homogene Rückstreuung aufweisen. Sie entstammen einer gemeinsamen statistischen Population.
2. Für jeden Punkt, dem eine Nachbarschaftspopulation mit einer Mindestgröße nachgewiesen wurde, wird die volle Kohärenzmatrix, d. h. die Kohärenz aller Interferogrammkombinationen, bestimmt. Die Kohärenz wird dabei mit dem räumlichen Kohärenzschätzer jeweils über alle Punkte der homogenen Nachbarschaft geschätzt.
3. Die komplexwertige Kohärenzmatrix enthält auf den Nebendiagonalelementen als Argumente die gemittelten interferometrischen Phasen aller Interferogramme. Über einen speziellen Algorithmus zur Phasentriangulation, der in Ferretti et al. (2011) beschrieben ist, kann die für den Homogenbereich gemittelte Phase aller Aufnahmen invertiert werden.
4. Die für die Homogenbereiche mit verteilter Rückstreuung invertierten Phasen werden zusätzlich zu den als PS identifizierten Bildpunkten in die PSI-Analyse eingeführt und weiterverarbeitet.

Die im Rahmen des SqueeSAR-Ansatzes bestimmte Kovarianzmatrix ist voll besetzt. Sie enthält die interferometrische Phase für alle möglichen Interferogrammkombinationen. Neben der Identifizierung von Nachbarschaften mit gleicher Rückstreuung ist dieser Ansatz auch insofern innovativ, als dass gegenüber den SBAS-Ansätzen unabhängig von der postulierten Kohärenz a priori kein Interferogramm ausgeschlossen wird und auch Interferogramme mit großer zeitlicher bzw. geometrischer Dekorrelation in die Kohärenzmatrix eingehen.

Mit dem SqueeSAR Algorithmus kann in einem Gebiet, in dem verteilte Rückstreuung dominiert, die Anzahl an zeitlich stabilen Messpunkten (MP) wesentlich erhöht werden. So wird in Ferretti et al. (2011) anhand von Testgebieten in alpinen Regionen gezeigt, dass sich die

Dichte der Punkte von  $85 \text{ PS}/\text{km}^2$  mit dem klassischen PSI-Ansatz auf  $450 \text{ MP}/\text{km}^2$  (PS+DS) mit dem SqueeSAR Ansatz erhöht. Die im Rahmen des Algorithmus notwendigen Tests auf Nachbarschaftszugehörigkeit sind rechenintensiv. Nach Ferretti et al. (2011) steigt die benötigte Rechenzeit gegenüber dem PSI-Algorithmus auf das 4-fache an.

## 3.5 Optimierungspotential für die Anwendung in urbanen Gebieten

Mit dieser Arbeit soll die auf dem Verfahren mit Punkt-Ausdünnung basierende PSI-Auswertung nach Hooper (2006) modifiziert werden, um den für großräumige Bewegungsanalysen konzipierten Ansatz für die Bewegungsschätzung von kleinräumigen und lokalen Punktbewegungen in urbanen Räumen zu adaptieren. Ausgehend von den Anforderungen an eine solche Auswertung, die in der Einleitung (Kap. 1) genannt wurden, müssen dafür bei der Umsetzung folgende Aspekte berücksichtigt werden:

1. Neben der Punkthöhe soll auch die Bewegungsrate des Bodens (i) sowie die Punktbewegung durch thermische Ausdehnung (ii) bei der Parameterschätzung auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen berücksichtigt werden.
  - i Die Modellierung der linearen Bodenbewegung bietet die Möglichkeit, bei kleinräumigen Bewegungsfeldern mit hohen Bewegungsraten einen großen Anteil des interferometrischen Phasensignals zu beschreiben und vor der Phasenabwicklung zu reduzieren. Das lineare Bewegungsmodell stellt dabei keine Einschränkung dar. Es wird lediglich davon ausgegangen, dass ein Großteil der Bewegung durch einen linearen Trend beschrieben werden kann. Der nichtlineare Anteil der Bewegung kann nach der Abwicklung der residualen Phase z. B. mit der in Hooper (2006) beschriebenen Signaltrennung geschätzt und modelliert werden. Oft ist die Bestimmung der Bewegungsrate jedoch die eigentliche Zielgröße der PSI-Analyse. In diesem Fall ist eine raum-zeitliche Phasenabwicklung nicht notwendig, solange mit der zeitlichen Abtastung die Bewegungsrate unterhalb des Nyquistkriteriums abtastet wird.
  - ii Die Modellierung der thermisch bedingten Punktbewegung ist speziell für die Anwendung in urbanen Räumen wichtig, da nur so zwischen der gesuchten Bodenbewegung und der thermisch bedingten Ausdehnung unterschieden werden kann. Die thermische Phasenkomponente soll dabei nicht durch eine periodische Funktion approximiert, sondern durch einen linearen Zusammenhang mit der Temperatur zu den Aufnahmezeitpunkten modelliert werden.
2. Die Schätzung von drei Parametern auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen ist bei einem Gitter-Such-Verfahren sehr rechenintensiv, wenn sie auf der Grundgesamtheit aller PS-Kandidaten durchgeführt werden soll. Im Rahmen dieser Arbeit soll eine alternative Herangehensweise vorgestellt werden, bei der die simultane Bestimmung von drei Parametern durch die iterative, sequentielle Lösung der drei Einparameter-Probleme ersetzt wird (Kapitel 4).
3. Die Auswahl von PS-Punkten beruht auf der Bestimmung des Funktionswertes am globalen Maximum der Phasenkohärenzfunktion nach Gleichung (3.12). Dabei wird davon ausgegangen, dass die Kohärenzfunktion neben dem Signal am Kohärenzmaximum nur stochastisches Rauschen enthält. Diese implizite Modellannahme kann vermieden werden, wenn neben dem globalen Maximum weitere lokale Maxima zugelassen werden, wobei jeweils deren Signifikanz gegenüber dem Signalrauschen bestimmt werden muss (Kapitel 4.5). Damit ist, wie auch in der SAR-Tomografie üblich, eine Modellbestimmung möglich.

Das Rückstreumodell der Auflösungszelle kann ebenso wie das Bewegungsmodell anhand der Anzahl signifikanter Maxima bestimmt werden.

4. Die SqueeSAR-Methode zeigt, dass die Nutzung aller Interferogrammkombinationen vorteilhaft ist, wenn Parameter auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen geschätzt werden. Auch in dieser Arbeit soll der gesamte Interferogrammstapel für eine genauere Schätzung der Punktkohärenz sowie des szenenspezifischen Phasenrauschens aus den mehrdeutigen interferometrischen Beobachtungen genutzt werden (Kapitel 4 und 5.2.4). Wegen der großen Anzahl an Interferogrammkombinationen muss dabei ein Datenverarbeitungsschema gewählt werden, bei dem die Interferogramme nicht statisch vorgehalten, sondern direkt aus dem koregistrierten SLC-Stapel berechnet werden. Man erhält damit die Möglichkeit, je nach Bedarf eine beliebige Untermenge der möglichen Interferogrammkombinationen zu nutzen.
5. Die Abspaltung der langwelligen Signalanteile wird durch die räumliche Filterung der PS-Kandidaten auf einem für die Filterung geeigneten Gitter realisiert. Dabei wird die räumliche Auflösung reduziert, was bei der Beobachtung isolierter Bewegungen (Bewegung einzelner Objekte) oder bei großen räumlichen Gradienten des Bewegungsfeldes mitunter zu einer Unterschätzung der Bewegungsraten führen kann. Zudem kann bei kleinräumigen Bewegungen keine optimale Grenzfrequenz des Filters festgelegt werden, um das Bewegungssignal von den Signalanteilen  $\phi_h$  und  $\phi_\alpha$  zu trennen. Stattdessen soll in dem PS-Ansatz für die Bewegungsanalyse in urbanen Gebieten nur der langwellige Phasentrend mit einer Wellenlänge über 5 km reduziert werden. Damit wird sichergestellt, dass die gesamte Bewegung im hochfrequenten Signalanteil enthalten ist. Ein Teil der neutrosphärischen Phasenverzögerung  $\phi_{neu}$  geht als Phasenrauschen in die unter Punkt 2 beschriebene Schätzung ein. Sie ist mit keinem der zu schätzenden Parameter korreliert. Für Auswertungen, bei denen das Untersuchungsgebiet nicht größer als ca. 5 km ist, kann bei diesem Vorgehen für alle Bildpunkte ein einheitlicher Referenzwert genutzt werden, der durch komplexwertige Mittelung der interferometrischen Phase auf den zuverlässigen PS-Punkten bestimmt wird.

Die Modellformulierung nach Punkt 1 wird auch bei den aktuellen Weiterentwicklungen der PSI-Ansätze mit Punkt-Verdichtung berücksichtigt [z. B. Reale et al. 2013; Fornaro et al. 2013]. Der unter Punkt 2 aufgeführte alternative Ansatz zur robusten Parameterschätzung sowie die Punkte 4 und 5 stellen den innovativen Anteil dieser Arbeit dar.

# Kapitel 4

## Multi-SBAS-Ansatz zur robusten Parameterschätzung

Ein unerlässlicher und zugleich zeitaufwändiger Schritt aller PSI-Verfahren ist die Schätzung der linear modellierbaren Signalanteile aus den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen. Bei der Anwendung der PSI in urbanen Gebieten sind insbesondere die Phasenanteile durch die Punkthöhe über dem Referenzniveau  $\phi_h$  und der Phasenterm  $\phi_\alpha$  als Folge der thermisch bedingten Ausdehnung von Bauwerken relevant. Die Bewegungsrate eines PS-Punktes als Folge der Bodenbewegung ist ebenso als lineares Phasensignal  $\phi_v$  modellierbar und kann in diesem Schritt als weiterer Parameter geschätzt werden. Im Folgenden soll eine Methode zur robusten und effizienten Schätzung dieser Signalanteile vorgestellt werden.

Ausgehend von Gleichung (3.11) kann die interferometrische Phase eines Punktes als Summe dieser Signalanteile sowie einer zu bestimmenden Phasenmehrdeutigkeit beschrieben werden:

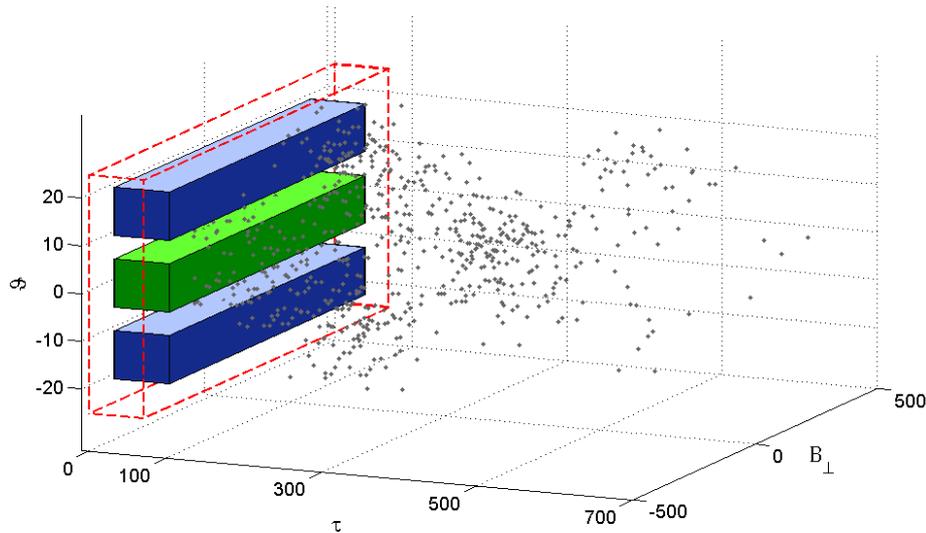
$$\tilde{\phi}_n = \mathcal{W}(C_v \tau_n v_0 + C_h B_{\perp,n} h_0 + C_\alpha \vartheta_n \alpha_0 + \phi_{\text{noise},n}) \quad (4.1)$$

wobei  $\tilde{\phi}_n$  durch Subtraktion eines räumlichen Referenzwertes aus der ursprünglichen interferometrischen Beobachtung  $\phi_n$  hervor geht. Die Größen  $v_0$ ,  $h_0$  und  $\alpha_0$  beschreiben die gesuchte Bewegungsrate, die Höhe und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des PS-Punktes. Eine Möglichkeit der Parameterschätzung auf mehrdeutigen Phasenbeobachtungen ist die in Abschnitt 3.1.2 beschriebene Bestimmung des globalen Maximums der Phasenkohärenzfunktion durch einen *grid-search*-Ansatz. Die systematische Suche der Lösung im  $\mathbb{R}^3$  ist für eine große Anzahl an Bildpunkten mit realistischem Zeitaufwand nicht zu gewährleisten.

Das Ziel des hier vorgestellten Ansatzes ist, den Rechenaufwand für jeden Bildpunkt von  $\mathcal{O}^3$  auf  $3\mathcal{O}$  zu reduzieren, indem die simultane Schätzung der Parameter  $v_0$ ,  $h_0$  und  $\alpha_0$  durch eine sequentielle Schätzung der Einparameter-Probleme ersetzt wird. Dabei gehen jedoch die jeweils nicht bestimmten Signalanteile als unkorrelierte Fehler in die Schätzung ein. Hier soll eine Methode als verallgemeinerte Formulierung des SBAS-Methoden vorgestellt werden, mit der diese unerwünschten Signalanteile unterdrückt werden können um eine sequentielle Parameterschätzung zu ermöglichen.

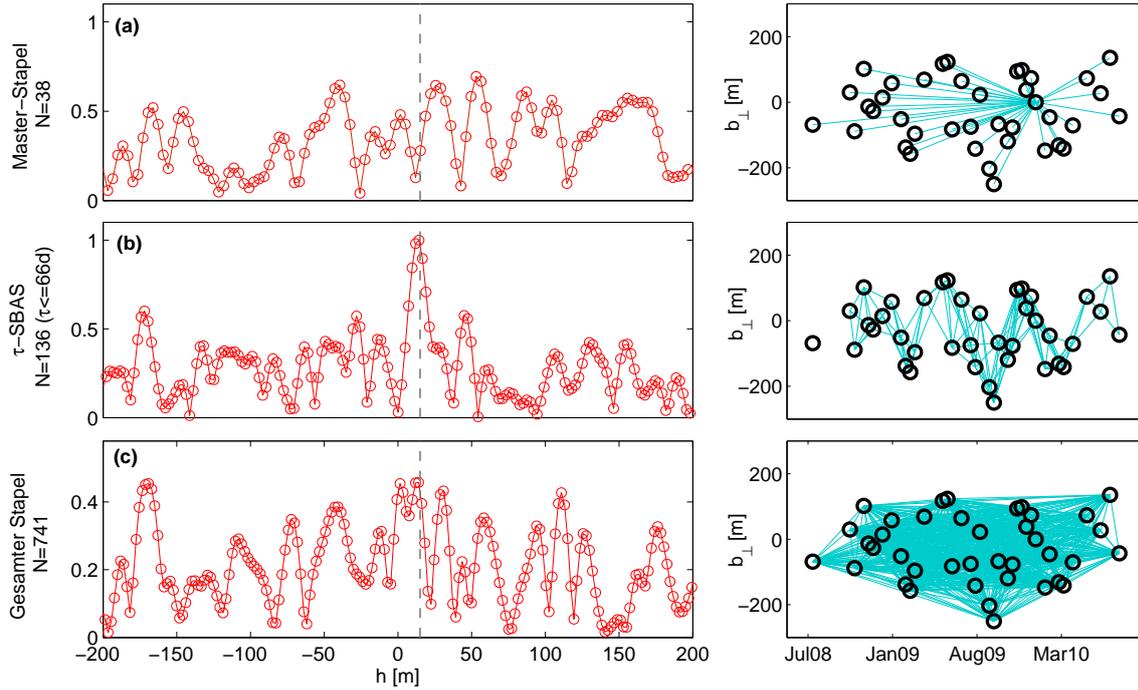
In Analogie zu der senkrechten Basislinie  $B_{\perp,n}$  eines Interferogramms werden die Variablen  $\tau_n$  und  $\vartheta_n$  als zeitliche und thermische Basislinie bezeichnet. Sie geben die Zeitdifferenz sowie die Temperaturdifferenz an, welche die beiden Szenen eines Interferogramms mit Index  $n$  überbrücken. Jedes Interferogramm kann damit als ein Aufnahmepunkt im  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Raum dargestellt werden. Abbildung 4.1 zeigt eine solche Darstellung für einen Datensatz mit insgesamt 741 möglichen Interferogramm-Kombinationen. Benachbarte Punkte entsprechen in dieser Darstellung Interferogrammen mit ähnlichen Basislinien, wobei die daran beteiligten Aufnahmen im Allgemeinen nicht zeitlich (in Bezug auf den Aufnahmezeitpunkt  $t_m$ ), räumlich (mit der Basislinie  $b_m$  bezüglich der Masterszene) oder in Bezug auf die Temperatur zum Aufnahmezeitpunkt  $T_m$  korreliert sind.

Beim SBAS-Ansatz nach Berardino et al. (2002) wird aus allen möglichen Interferogrammen eine Untermenge ausgewählt, bei der die senkrechte Basislinie einen bestimmten Wert nicht überschreitet. Durch die Beschränkung auf kleine Basislinien  $B_{\perp}$  wird der Effekt der geometrischen Dekorrelation unterdrückt, wodurch die Schätzung der Punktbewegung genauer wird.



**Abbildung 4.1:** Schema zur Schätzung der Punkthöhe  $h$  mit einer  $3 \times 3$  M-SBAS-Zerlegung. Die Interferogramme sind als Punkte im  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Diagramm dargestellt. Bei der SBAS-Methode wird nur eine begrenzte Untermenge aller Interferogramme bezüglich einer Basislinie genutzt. Hier wird zur Bestimmung der Punkthöhe  $h_0$  die thermische Basislinie beschränkt (rot umrandetes Gebiet). Der grüne Quader zeigt den Bereich verfügbarer Interferogramme, wenn zusätzlich die thermische Basislinie reduziert wird. Eine robuste Parameterschätzung wird durch die Stapelung der Periodogramme aller neun Subbänder der  $3 \times 3$  M-SBAS-Zerlegung erreicht, von denen hier 3 dargestellt sind (grüner und blaue Quader).

Umgekehrt kann durch die Beschränkung auf kleine zeitliche Basislinien  $\tau$  die Schätzung der PS-Höhe verbessert werden. Das Beispiel in Abbildung 4.2 zeigt die Phasenkohärenz  $\gamma(h)$  nach Gleichung (3.6) exemplarisch für einen simulierten PS-Punkt mit  $v_0 = 30 \text{ mm/a}$ ,  $h_0 = 15 \text{ m}$  und  $\alpha_0 = 0.2 \text{ mm/K}$  sowie ein zusätzliches Punktrauschen von  $\sigma_n = 0.3$ . Das Beispiel (a) zeigt den Fall des konventionellen PS-Interferogrammstapels, bei dem alle Interferogramme bezüglich einer gewählten Masterszene gebildet werden. Die Kohärenzfunktion ist stochastisch und zeigt nicht das erwartete Maximum bei  $h_0 = 15 \text{ m}$ , da durch die Interferogramme mit langer zeitlicher Basislinie der Phasenanteil der linearen Punktbewegung als Signalrauschen in die Kohärenzschätzung eingeht. Dieser Effekt kann erheblich reduziert werden, indem nur SBAS-Interferogramme mit kurzer zeitlicher Basislinie betrachtet werden, wie das Beispiel (b) in Abbildung 4.2 zeigt. In diesem Fall ist das Maximum der Kohärenz bei einer Höhe von  $15 \text{ m}$  deutlich ausgeprägt. Die verwendeten Interferogramme sind im  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Diagramm entlang der  $B_{\perp}$ -Achse angeordnet. Die Menge aller Interferogramme wird auf eine Untermenge reduziert, die in Abbildung 4.1 durch das rot umrandete Volumen markiert ist. In Abbildung 4.2(c) ist schließlich die Phasenkohärenz bei der Nutzung des gesamten Interferogrammstapels von 741 Interferogrammen dargestellt. In diesem Fall hat  $\gamma(h)$  wiederum ein sehr kleines Signal-Rausch-Verhältnis. Neben dem globalen Maximum bei  $15 \text{ m}$  gibt es mehrere lokale Maxima mit vergleichbarer Amplitude. Die Höhe kann nicht sicher bestimmt werden. Die Aussagekraft der Schätzfunktion kann durch die Erhöhung der Anzahl der Beobachtungen folglich nicht verbessert werden, sondern nur durch die systematische Reduzierung des Interferogrammstapels auf die Untermenge von Interferogrammen mit kurzer zeitlicher Basislinie, was einer Minimierung der algebraischen Korrelationen entspricht.



**Abbildung 4.2:** Kohärenzfunktion  $\gamma(h)$  nach Gleichung (3.6) für einen simulierten PS-Punkt mit einer Punkthöhe von  $h_0 = 15$  m basierend auf drei verschiedenen Interferogrammstapeln. (a) PS-Stapel mit allen Interferogrammen bezüglich einer Master-Szene. (b) SBAS-Stapel aller möglichen Interferogramme mit kurzer zeitlicher Basislinie. (c) Kompletter Interferogrammstapel. Die rechten Abbildungen zeigt jeweils die dazugehörigen Interferogramm-Kombinationen in der  $t$ - $b_{\perp}$ -Darstellung.

Erfährt ein Rückstreupunkt auch eine temperaturbedingte Bewegung, muss auch die thermische Basislinie der Interferogramme berücksichtigt werden. Zur Schätzung der Punkthöhe sollte demzufolge ein SBAS-Stapel mit solchen Interferogrammen gebildet werden, deren zeitliche und thermische Basislinien einen bestimmten Betrag nicht überschreiten. In Abbildung 4.1 sind diese Interferogramme durch den grün gezeichneten Quader abgegrenzt. Die Menge der Interferogramme innerhalb dieses Blocks kann auch als Subband des gesamten Interferogrammstapels bezeichnet werden. Die Interferogramme innerhalb dieses Bereichs decken nur einen Teil der zeitlichen und thermischen Bandbreite aller Interferogramm-Kombinationen ab.

Die Bandbreite des SBAS-Stapels kann nicht beliebig klein gewählt werden. Eine gewisse Anzahl an Interferogrammen ist notwendig, um eine Mindestauflösung von  $\gamma(h)$  zu gewährleisten. Zudem haben alle Beobachtungen den Störanteil  $\phi_{\text{noise}}$ , der als Grundrauschen über den gesamten Wertebereich der Kohärenzfunktion abgebildet wird. Die Variation der Bandbreite führt zu zwei entgegengesetzten Effekten. Durch eine größere Bandbreite ist das Maximum prägnanter, weil mehr Interferogramme in die Schätzung eingehen. Gleichzeitig jedoch wird auch der störende Einfluss der nicht betrachteten Phasenterme dominanter und führt zur Ausprägung von Nebenmaxima, die unter Umständen das gesuchte Signal überdecken. Eine optimale Bandbreite kann a priori nicht angegeben werden, weil die Größe der einzelnen Signalanteile der PS-Kandidaten nicht bekannt ist. Die Bandbreite muss zunächst konservativ, d. h. klein gewählt werden.

Das SNR der Kohärenzfunktion kann jedoch auch bei kleinen Bandbreiten der Subbänder verbessert werden, indem die geschätzten Funktionen  $\gamma_s$  verschiedener Subbänder gestapelt werden. Dabei ist die absolute Lage des Subbandes aufgrund der Linearität unerheblich. Dies wird deut-

lich, wenn man für ein beliebiges Subband  $s$  in  $\tau$  und  $\vartheta$  lokale Koordinaten einführt, die auf das Zentrum dieses Bandes  $(\tau_{s,c}, \vartheta_{s,c})$  bezogen werden:

$$\tau_{s,n} = \tau_n - \tau_{s,c}$$

$$\vartheta_{s,n} = \vartheta_n - \vartheta_{s,c}.$$

Für die Kohärenzfunktion eines Subbandes ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} \gamma_s &= \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp(j\tilde{\phi}_n) \exp\{j(C_v\tau_n v + C_h B_{\perp,n} h + C_\alpha \vartheta_n \alpha)\} \right| \\ &= \frac{1}{N} \left| \exp(j(C_v\tau_{s,c} v + C_\alpha \vartheta_{s,c} \alpha)) \sum_{n=1}^N \exp(j\tilde{\phi}_n) \exp\{j(C_v\tau_{s,n} v + C_h B_{\perp,n} h + C_\alpha \vartheta_{s,n} \alpha)\} \right|. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Eine Variation des Subbandes bewirkt demnach eine reine Phasenverschiebung der Kohärenzfunktion. Bei der Auswertung der Amplitude zur Schätzung der Parameter ist sie unerheblich und es gilt:

$$\gamma_s = \gamma. \quad (4.3)$$

Um das SNR zu erhöhen und eine robustere Bestimmung der Parameter zu ermöglichen, soll in der hier vorgestellten Methode die Zielfunktion durch Mittelung der Kohärenzfunktionen aller Subbänder  $\gamma_s$  bestimmt werden. Im Gegensatz zur SBAS-Methode gehen dabei alle möglichen Interferogramme in die Parameterschätzung ein. Die partiellen Interferogrammstapel der Subbänder sind konventionelle SBAS-Interferogrammstapel. Das Vorgehen kann daher als Multi-SBAS bzw. M-SBAS bezeichnet werden.

Die vorhergehenden Betrachtungen wurden am Beispiel der Bestimmung der PS-Höhe  $h_0$  beschrieben. Die M-SBAS-Methode ist gleichermaßen auf die Bestimmung von  $v_0$  und  $\alpha_0$  anwendbar, wobei die Schätzung auf jeweils individuellen Interferogrammstapeln beruht.

Auch wenn bei ausreichender Anzahl an Interferogrammen für die Parameterschätzung kleine Subbänder gewählt werden, ist immer auch ein Restsignal durch die anderen beiden "vernachlässigten" Signalanteile präsent. Dadurch entsteht ein systematischer Fehler bei der separaten Parameterschätzung. Im folgenden Abschnitt dieses Kapitels wird die Konvergenz der sequentiellen Parameterschätzung diskutiert. Anschließend werden in Abschnitt 4.2 zwei Methoden zur Parameterschätzung selbst vorgestellt. Im letzten Teil dieses Kapitels soll der gesamte M-SBAS-Ansatz mit beiden Methoden anhand von synthetischen Daten getestet und verglichen werden.

## 4.1 Sequentieller Ansatz

Die Bestimmung der Parameter auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen nach Gleichung 4.1 ist durch die Faltung  $\mathcal{W}(\cdot)$  eine nichtlineare Parameterschätzung. Neben den gesuchten Werten muss auch die Phasenmehrdeutigkeit  $2\pi z$  für jede Beobachtung gelöst werden. Das unregelmäßig abgetastete Periodogramm nach Gleichung 3.12 ist eine Möglichkeit der Parameterschätzung, bei der implizit die Phasenmehrdeutigkeit gelöst wird. Die Zielfunktion  $\gamma(h, v, \alpha)$  wird dabei durch systematisches Absuchen des Parameterraumes in den drei Dimensionen gebildet. Bei einer sequentiellen Schätzung werden die Parameter stattdessen mittels der wesentlich schneller zu bestimmenden einparametrischen Zielfunktionen  $\gamma(h)$ ,  $\gamma(v)$  und  $\gamma(\alpha)$  geschätzt, indem die Zielfunktion jeweils separat entlang einer ihrer Dimensionen ausgewertet wird. Die nicht modellierten

Anteile erhöhen dabei jedoch das Signalrauschen und führen bei Korrelation zu einem systematischen Fehler bei der sequentiellen Parameterschätzung. Obwohl mit der M-SBAS-Methode dieser Effekt reduziert wird, verbleibt ein Restfehler. Dieser kann durch einen iterativen Ansatz mit aktualisierten Näherungswerten korrigiert werden.

Der Separationsansatz ist vergleichbar mit der getrennten Modellbildung bei dem dreidimensionalen Ausgleichungsproblem der Landesvermessung. Dabei werden die Lösungen der Lage- und Höhenbestimmung separat ermittelt [Heck, 2003, 108 ff.]. Während die Separation dort durch den unterschiedlichen Einfluss physikalischer Größen und durch die historische Entwicklung motiviert ist, soll bei dieser Arbeit mit der getrennten Parameterschätzung die Komplexität des Problems reduziert werden um eine schnelle Parameterschätzung zu ermöglichen.

Geht man davon aus, dass die Phasenmehrdeutigkeit bei der Parameterschätzung zuverlässig gelöst wird, so kann der iterative Ansatz anschaulich anhand des linearen Gleichungssystems innerhalb des Faltungsoperators  $\mathcal{W}(\cdot)$  von Gleichung (4.1) beschrieben werden. Daher soll in diesem Abschnitt das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{v}. \quad (4.4)$$

mit den Beobachtungsgleichungen

$$\tilde{\phi}_n = C_v \tau_n v_0 + C_h B_{\perp,n} h_0 + C_\alpha \vartheta_n \alpha_0 + \phi_{n,\text{noise}} \quad (4.5)$$

betrachtet werden. Der Vektor  $\mathbf{x}$  enthält die gesuchten Größen, jeweils multipliziert mit dem bekannten Vorfaktor:

$$\mathbf{x} = [C_v v_0 \quad C_h h_0 \quad C_\alpha \alpha_0]^T. \quad (4.6)$$

Die Modellmatrix (Designmatrix) enthält als Spaltenvektoren die Koeffizienten der zeitlichen, senkrechten und thermischen Basislinien der Interferogramme:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \tau_1 & B_{\perp,1} & \vartheta_1 \\ \tau_2 & B_{\perp,2} & \vartheta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tau_N & B_{\perp,N} & \vartheta_N \end{bmatrix} = [\boldsymbol{\tau} \quad \mathbf{B}_{\perp} \quad \boldsymbol{\vartheta}] = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \mathbf{a}_3]. \quad (4.7)$$

Die Beobachtungen  $\mathbf{l}$  sind die interferometrischen Phasen. Sie werden den Koeffizienten  $\tau_n$ ,  $B_{\perp,n}$  und  $\vartheta_n$  der Interferogramme zugeordnet. Die Koordinatentripel  $(\tau_n, B_{\perp,n}, \vartheta_n)$  beschreiben die Beobachtungspunkte im  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Basisliniendiagramm.

Anhand der  $(3 \times 3)$  Kovarianzmatrix  $\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$  kann die Korrelation zwischen den Parametern mit

$$\mathbf{R}(k, l) = \frac{\mathbf{C}(k, l)}{\sqrt{\mathbf{C}(k, k)\mathbf{C}(l, l)}} \quad k, l \in \{1, 2, 3\} \quad (4.8)$$

angegeben werden. Sie werden in der Korrelationsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{v,h} & r_{v,\alpha} \\ r_{v,h} & 1 & r_{h,\alpha} \\ r_{v,\alpha} & r_{h,\alpha} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

zusammengefasst. Wenn die Beobachtungspunkte homogen verteilt sind, verschwinden die Kovarianzen zwischen den Parametern und die Matrix  $\mathbf{R}$  entspricht der Einheitsmatrix

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Die Gleichungen der Parameterschätzung nach Gleichung (4.4) zerfallen in diesem Fall in drei voneinander unabhängige Bestimmungsgleichungen der gesuchten Parameter:

$$\begin{aligned} \text{I} : \mathbf{a}_1 \tilde{x}_1 &= \mathbf{l} + \mathbf{v}_1^* \\ \text{II} : \mathbf{a}_2 \tilde{x}_2 &= \mathbf{l} + \mathbf{v}_2^* \\ \text{III} : \mathbf{a}_3 \tilde{x}_3 &= \mathbf{l} + \mathbf{v}_3^*. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Dabei gehen in jeder der drei Gleichungen die Beiträge der jeweils anderen Parameter in die Residuen über, d. h. sie werden den Verbesserungen zugeschlagen:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1^* &= \mathbf{v} - \mathbf{a}_2 x_2 - \mathbf{a}_3 x_3 \\ \mathbf{v}_2^* &= \mathbf{v} - \mathbf{a}_1 x_1 - \mathbf{a}_3 x_3 \\ \mathbf{v}_3^* &= \mathbf{v} - \mathbf{a}_1 x_1 - \mathbf{a}_2 x_2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Da sie für den Fall  $\mathbf{R} = \mathbf{I}$  unkorreliert sind, wird die Lösung nicht verändert. Für die Kleinste-Quadrate-Lösung  $\hat{\mathbf{x}}$  des Gesamtsystems nach Gleichung (4.4) und den Lösungsvektor  $\tilde{\mathbf{x}}$  des separierten Systems (4.11) gilt:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} \implies \tilde{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}. \quad (4.13)$$

Durch die zusätzlichen, unkorrelierten Beiträge wird die Zielfunktion um einen konstanten Betrag erhöht. Die Lage des Minimums jedoch wird gegenüber dem ursprünglichen Gleichungssystem nicht verändert. Sind die Parameter hingegen korreliert, so müssen diese Korrelationen in der Gleichung (4.11) berücksichtigt werden. Es kommen zwei weitere Terme hinzu, welche die zusätzlichen Signalanteile aufgrund der Kovarianzen berücksichtigen. So muss beispielsweise die erste Gleichung des LGS (4.11) zu

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{a}_1 \tilde{x}_1 + \mathbf{a}_1 r_{1,2} x_2 + \mathbf{a}_1 r_{1,3} x_3 \quad (4.14)$$

erweitert werden. Im günstigsten Fall ist  $x_2 = x_3 = 0$ , womit die korrelierten Anteile verschwinden und die Gleichung (4.14) wieder auf die ursprüngliche Form des separierten LGS reduziert wird. Im Gegensatz dazu liegt der denkbar ungünstigste Fall vor, wenn die Beiträge zweier oder aller drei Parameter betragsmäßig gleich sind. Dann weichen die anhand der separierten Gleichungen geschätzten Parameter  $\tilde{\mathbf{x}}$  von den optimalen Schätzwerten  $\hat{\mathbf{x}}$  des Gesamtsystems um die korrelierten Anteile der jeweils unberücksichtigten Parameter ab. Die Schätzparameter  $\tilde{\mathbf{x}}$  können je nach Vorzeichen der anderen beiden nicht berücksichtigten Größen sowie der Korrelationskoeffizienten kleiner oder größer sein als  $\hat{\mathbf{x}}$ . Da der Anteil der beiden unberücksichtigten Größen nur mit der Kovarianz skaliert eingeht, ist die Schätzung  $\tilde{\mathbf{x}}$  bei geringer bis mäßiger Korrelation ein guter Näherungswert der optimalen Lösung. Reduziert man das mit diesem Näherungswert verbundene Signal von den ursprünglichen Beobachtungen  $\mathbf{l}^{(1)}$ , erhält man die bereinigten Beobachtungen  $\mathbf{l}^{(2)}$

$$\mathbf{l}^{(2)} = \mathbf{l}^{(1)} - \sum_{k=1}^3 \mathbf{a}_k \tilde{x}_k. \quad (4.15)$$

Für sie gilt:

$$\|\mathbf{l}^{(2)}\| \leq \|\mathbf{l}^{(1)}\|. \quad (4.16)$$

Durch wiederholte Bestimmung von  $\tilde{\mathbf{x}}$  und schrittweise Reduktion der damit verbundenen Signalanteile von den Beobachtungen kann ein iterativer Ansatz gebildet werden, bei dem das beobachtete Signal nach und nach durch die Beiträge  $\tilde{\mathbf{x}}^{(i)}$  im  $i$ -ten Schritt erklärt wird. Um eine Konvergenz der Schätzung zu erreichen, darf bei jedem Iterationsschritt jeweils nur der Parameter korrigiert werden, dessen Schätzwert den größtmöglichen Signalbeitrag liefert. Mit anderen Worten: Bei jeder Iteration ist der Schätzwert  $\tilde{x}_k^{(i)}$  gesucht, welcher die Signalvarianz am besten erklärt, d. h. minimiert:

$$\nu = \min_k \text{var} \left( \mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{a}_k \tilde{x}_k^{(i)} \right), \quad k = \{1, 2, 3\} \quad (4.17)$$

Die Variable  $\nu$  bezeichnet den Index des Schätzwerts, der in dem jeweiligen Iterationsschritt korrigiert wird. Für komplexwertige Beobachtungen kann der größtmögliche Signalbeitrag auch über die Maximierung der Phasenkohärenz

$$\nu = \max_k \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp(jl_n^{(i)}) \exp(-ja_{k,n} \tilde{x}_k^{(i)}) \right|, \quad k = \{1, 2, 3\} \quad (4.18)$$

bestimmt werden.

Bei einem iterativen Ansatz konvergieren die kumulierten Schätzungen  $\tilde{x}_k^i$  des separierten Gleichungssystems gegen den tatsächlichen Lösungsvektor  $\hat{\mathbf{x}}$  des konventionellen LGS. Dabei kann es vorkommen, dass ein Parameter zunächst überschätzt wird, dieser überhöhte Zuschlag jedoch später wieder korrigiert wird. Zusammengefasst besteht jeder Iterationsschritt aus den folgenden Teilschritten:

1. Schätzung der Größen  $\tilde{x}_k^i$  der drei separaten Gleichungen im  $i$ -ten Iterationsschritt.
2. Bestimmung des Parameterindex  $\nu$  mit dem größten Signalbeitrag.
3. Reduzierung der Beobachtungen  $\mathbf{l}^{i+1} = \mathbf{l}^i - \mathbf{a}_\nu \tilde{x}_\nu^i$ .
4. Kumulieren des geschätzten Parameters  $\hat{x}_\nu^i = \hat{x}_\nu^{i-1} + \tilde{x}_\nu^i$ , mit  $\hat{x}^0 = 0$  im ersten Iterationsschritt.

Das Ablaufschema ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

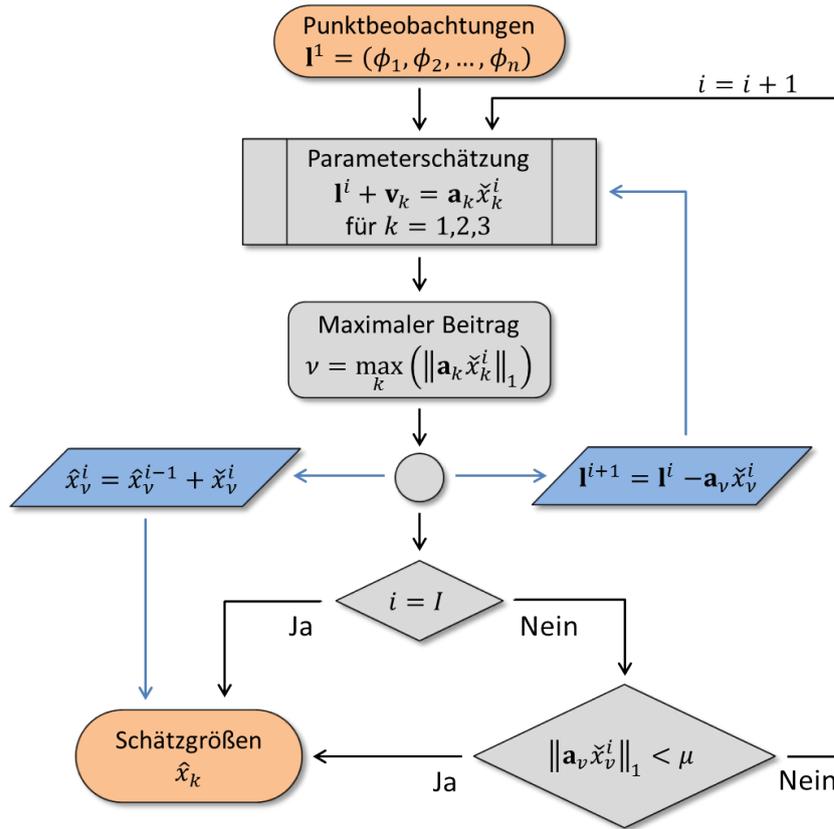
### 4.1.1 Konvergenz der Iteration

Für eine Abschätzung der Konvergenz dieses Verfahrens wird zunächst der 2-Parameter-Fall  $x_1 = x_2$  bzw.  $x_3 = 0$  betrachtet. Der Anteil des gesuchten Parameters, der im ersten Schritt aufgrund der Korrelation nicht erklärt werden kann, ist

$$\rho_1 = \left| \frac{\hat{x}_1 - \tilde{x}_1}{\hat{x}_1} \right|. \quad (4.19)$$

Auch in den darauffolgenden Iterationsschritten kann jeweils nur der Anteil des verbliebenen Signals geschätzt werden, der nicht korreliert ist. Bezüglich der beiden Parameter erhält man damit für den Schritt  $i$  im 2-Parameter-Fall die Konvergenzprognosen:

$$\rho_1^{(i)} = \rho_2^{(i)} = \rho^{(i)} = |r_{1,2}|^i. \quad (4.20)$$



**Abbildung 4.3:** Schema der sequentiellen Parameterschätzung. In jedem Iterationsschritt ( $i$ ) werden die Parameter  $x_k$  separat geschätzt. Der Wert  $\tilde{x}_k^{(i)}$ , welcher die Varianz der Beobachtungen am besten erklärt, wird dem Schätzwert  $\hat{x}_k$  zugeschlagen. Die Beobachtungen werden entsprechend korrigiert und gehen in eine erneute Schätzung ein. Die maximal notwendige Anzahl von Iterationsschritten  $I$  kann anhand von Gleichung (4.23) abgeschätzt werden. Alternativ kann die Iteration abgebrochen werden, wenn die Norm der Verbesserungen einen vorgegebenen Grenzwert  $\mu$  unterschreitet.

Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass in jedem Iterationsschritt jeweils abwechselnd nur ein Parameter verbessert wird. Die Gesamtkonvergenz ist daher für den 2-Parameter-Fall insgesamt nur halb so schnell. Gibt man für jeden der beiden Parameter eine zulässige relative Fehlertoleranz  $\varepsilon$  vor, so kann die maximale Anzahl notwendiger Iterationen  $I$  abgeschätzt werden, nach der die kumuliert geschätzten Parameter  $\tilde{x}_k$  bis auf den zulässigen Fehler  $\varepsilon$  an die optimale Kleinste-Quadrate-Schätzung angenähert wurden. Sie ergibt sich aus der Summe

$$I = \sum_{k=1}^2 \min_i \left( \rho_k^{(i)} < \varepsilon \right). \quad (4.21)$$

Nach dem  $I$ -ten Iterationsschritt ist die Abweichung der kumulierten Schätzgrößen von den tatsächlichen Werten höchstens gleich  $\varepsilon$ . Gleichung (4.21) ist eine Maximalabschätzung für den 2-Parameter-Fall, wenn die Schätzgrößen gleich groß sind. Sind die Beträge der Parameter deutlich verschieden, so ist die Anzahl der notwendigen Schritte kleiner.

Für die Erweiterung der Konvergenzprognose auf den 3-Parameter-Fall kann eine exakte algebraische Formulierung im Rahmen dieser Arbeit nicht gegeben werden. Jedoch lässt sich für den

in der Anwendung relevanten Fall moderater Korrelationen ausgehend von Gleichung (4.21) die folgende Näherungsformel für die Bestimmung der partiellen Konvergenzen angeben:

$$\rho_k^{(i)} = \left( \max_k |r_{k,l}| \right)^i, \text{ für } k = (1, 2, 3) \text{ und } k \neq l. \quad (4.22)$$

Die Anzahl der insgesamt notwendigen Iterationen kann wiederum über die Summe

$$I = \sum_{k=1}^3 \min_i \left( \rho_k^{(i)} < \varepsilon \right) \quad (4.23)$$

abgeschätzt werden. Dieser Wert ist eine gute Approximation der maximal notwendigen Iterationen bei geringer bis mäßiger Korrelation.

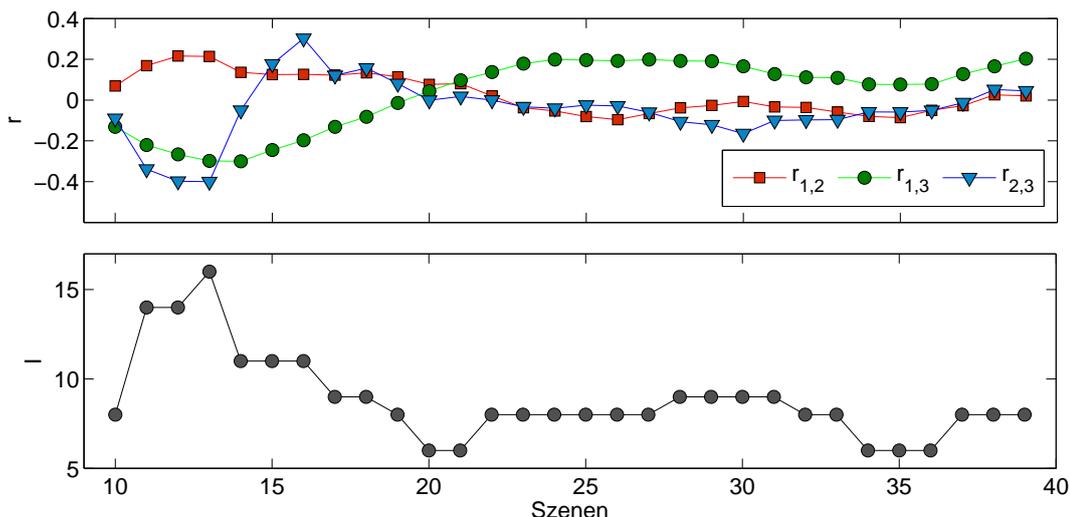
Um eine Vorstellung über die Korrelation in realen Datensätzen zu bekommen, wurden sie für eine variierende Anzahl an Aufnahmen exemplarisch für den in dieser Arbeit verwendeten Stufen-Datensatz bestimmt (siehe Kap. 5.1 Seite 84). Die Kovarianzen wurden jeweils auf Basis aller möglichen Interferogramm-Kombinationen ermittelt, die mit dem Datenstapel – beginnend mit den ersten 10 Aufnahmen des Datensatzes bis hin zum gesamten Stapel von 39 Aufnahmen – gebildet werden können. Für die Toleranz wurde ein Wert von  $\varepsilon = 1\%$  gewählt. In Abbildung 4.4 sind die Nebendiagonalelemente der Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}$  sowie die maximale Anzahl notwendiger Iterationsschritte dargestellt. Wie die obere Grafik zeigt, ist in diesem Beispiel für kleine und mittlere Datenstapel bis hin zu 20 Aufnahmen die Korrelation variabel. Darüber hinaus ist der Verlauf stetig und die Korrelation der Parameter nimmt kontinuierlich ab, wobei sie zwischen der zeitlichen Basislinie und der thermischen Basislinie nie ganz verschwindet. Die Korrelationskoeffizienten sind jedoch in keinem Fall größer als  $r = 0.4$ , womit die Konvergenzprognose nach Gleichung (4.23) gut anwendbar ist. Die untere Grafik in Abbildung 4.4 zeigt die mit dieser Formel bestimmte maximale Anzahl an notwendigen Iterationsschritten.

Betrachtet man nur den Laufzeitaspekt, so kann es günstiger sein bei der Parameterschätzung auf kleinen Datenstapeln eine Szene auszulassen, um die Kovarianz zu reduzieren. So kann in dem hier gezeigten Beispiel die Anzahl der notwendigen Iterationen von 14 auf 8 nahezu halbiert werden, wenn man bei dem 11 Aufnahmen umfassenden Datensatz nur die ersten 10 für die Parameterschätzung nutzt.

Die Abschätzung nach Gleichung (4.23) ist eine Näherung für die maximale Anzahl von notwendigen Iterationen. Sie wird nur ausgeschöpft, wenn alle drei Parameter in etwa zu gleichen Teilen zum beobachteten Signal beitragen. Bei der überwiegenden Anzahl der PS-Punkte wird ein Parameter dominieren. Somit wird nicht die maximale Iterationsanzahl benötigt, um die Schätzgrößen hinreichend genau an die optimale Kleinste-Quadrate-Lösung zu führen. Es ist daher zweckmäßig, ein zweites Abbruchkriterium einzuführen, mit dem die Iteration alternativ bereits bei Unterschreitung einer minimalen Änderung der kumulierten Schätzgrößen abgebrochen wird. Dieses zusätzliche Abbruchkriterium ist auch in Abbildung 4.3 dargestellt. Tatsächlich wird bei der Anwendung mit realen Daten die Iteration in den meisten Fällen durch diese zusätzliche Abbruchbedingung beendet.

### 4.1.2 Beispiel

Die Beschreibung der sequentiellen Parameterschätzung soll abschließend anhand eines Beispiels demonstriert werden. Dafür wurden wiederum die Sensorparameter und der Basisliniensatz des vollständigen Stufen-Datensatzes verwendet. Für die Parameter wurde  $v_0 = 3.6 \text{ cm/y}$ ,  $h_0 =$



**Abbildung 4.4:** Korrelation in Abhängigkeit von der Anzahl der genutzten Aufnahmen für den in dieser Arbeit verwendeten Datensatz (oben). Die Korrelation bestimmt die Anzahl der notwendigen Iterationsschritte  $I$ , um die Abweichung der Schätzungen  $\tilde{\mathbf{x}}$  unter eine vorgegebene Toleranz (hier 1%) bezüglich der optimalen Kleinste-Quadrate-Lösung  $\hat{\mathbf{x}}$  zu bringen (unten).

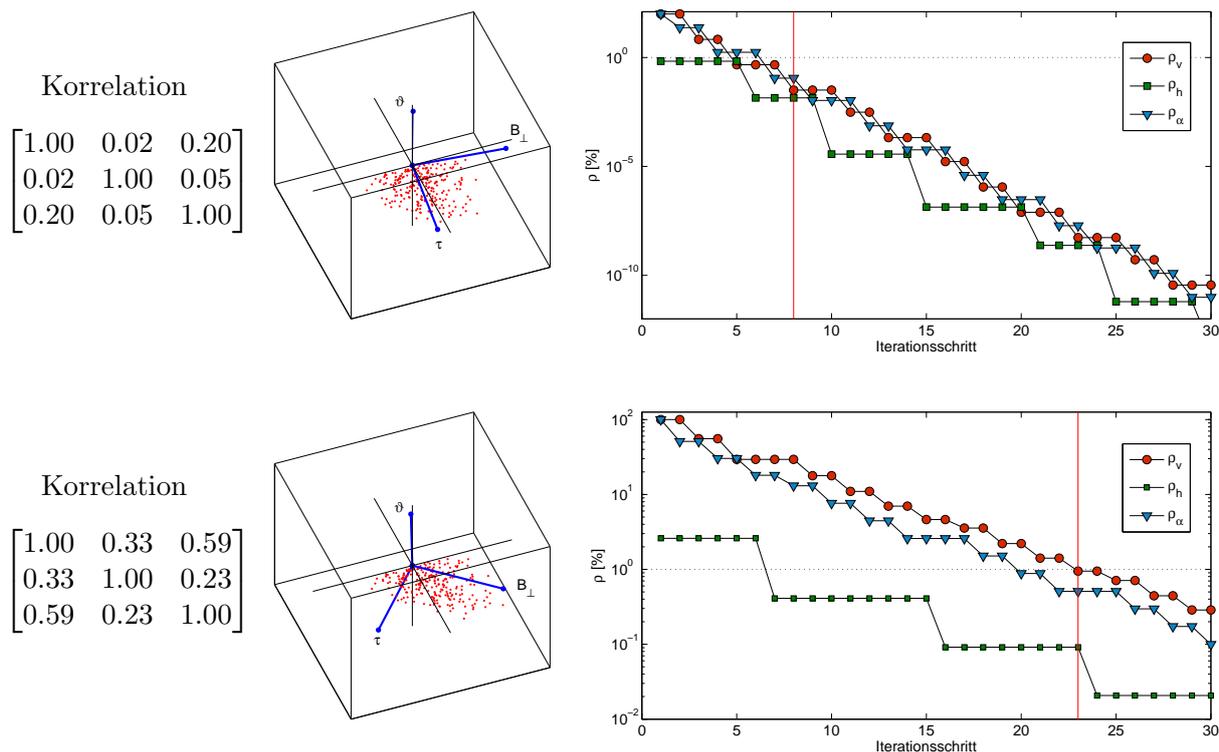
45 m und  $\alpha_0 = 0.2 \text{ mm}/K$  vorgegeben. Für das Phasenrauschen  $\phi_{\text{noise}}$  wurde eine Standardabweichung von  $\sigma_n = 0.1 \text{ rad}$  angenommen. Um die Abhängigkeit der Konvergenz von der Korrelation zu demonstrieren, wurden zwei unterschiedliche Szenarien gewählt. In einem Fall entspricht der Basisliniensatz  $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\tau} \mathbf{B}_\perp \boldsymbol{\vartheta}]$  den ursprünglichen Werten, im anderen Fall wurde die Korrelation zwischen den Basislinien erhöht, indem die korrelierte Modellmatrix

$$\mathbf{A}^{\text{cor}} = \mathbf{A} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{c}, \text{ mit } \mathbf{c} = [0 \quad 0.3 \quad 0.04] \quad (4.24)$$

genutzt wurde. In Abbildung 4.5 sind für beide Szenarien die Korrelationsmatrizen  $\mathbf{R}$  sowie die Punktwolken der Beobachtungspunkte im  $\tau$ - $B_\perp$ - $\vartheta$ -Diagramm dargestellt. In der Punktwolkendarstellung sind zusätzlich die Hauptkomponenten der Modellmatrix  $\mathbf{A}$  eingezeichnet (blau). Sie sind im ursprünglichen Fall nahezu kollinear zu den Achsen des  $\tau$ - $B_\perp$ - $\vartheta$ -Diagramms.

Wie die rechte Grafik zeigt, erhält man mit der sequentiellen Parameterschätzung im ursprünglichen Szenario jeweils schon im ersten Schritt gute Näherungswerte und die iterativen Lösungen konvergieren schnell gegen die tatsächlichen Werte. So sind die Abweichungen bereits nach dem siebten Iterationsschritt für alle drei Parameter kleiner als 1%. Der Wert liegt innerhalb der mit Gleichung (4.23) bestimmten Grenze von maximal acht Iterationsschritten (vgl. auch Abbildung 4.4).

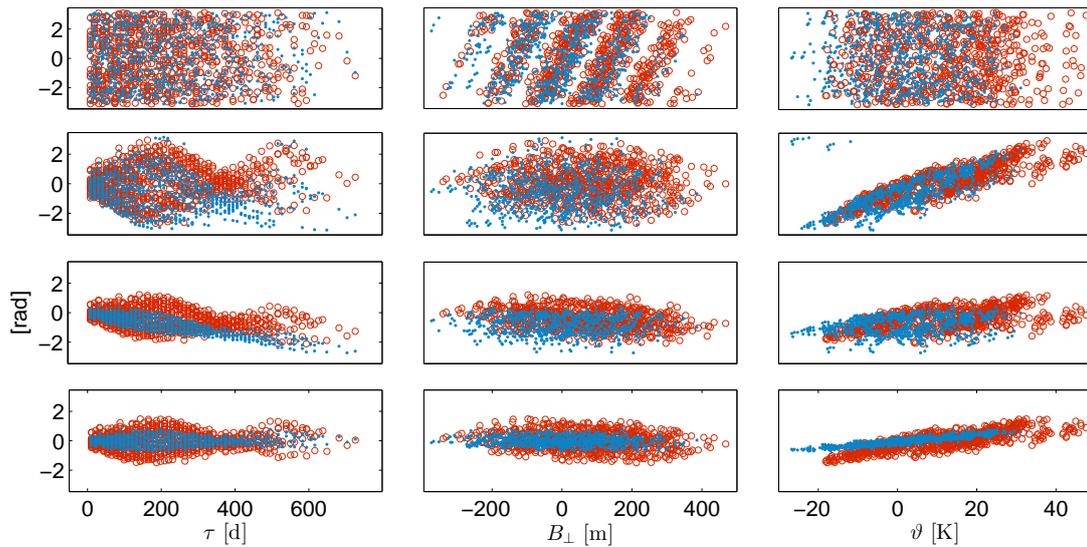
Im Vergleich dazu ist die Konvergenz im zweiten Szenario, bei dem die Korrelation zusätzlich erhöht wurde, wesentlich schlechter. Erst nach 23 Iterationsschritten sind die Abweichungen der geschätzten Parameter von den Kleinste-Quadrate-Lösungen unter 1%. Dafür ist insbesondere die hohe Korrelation zwischen der zeitlichen Basislinie und der thermischen Basislinie ausschlaggebend. Das Gesamtsignal wird wechselseitig in kleinen Portionen auf die Schätzgrößen  $\tilde{v}_0$  und  $\tilde{\alpha}_0$  aufgeteilt. Die starke Korrelation führt dazu, dass die Hauptkomponentenachsen in der  $\tau$ - $B_\perp$ -Ebene gegenüber dem  $\tau$ - $B_\perp$ -System rotiert sind. Jedoch verläuft die dritte Hauptkomponente weiterhin nahezu entlang der  $\vartheta$ -Achse. Sie wird trotz starker Korrelation mit der zeitlichen Basislinie nicht in deren Richtung rotiert. Der Rotationswinkel der Hauptkomponenten gegenüber



**Abbildung 4.5:** Iterative Schätzung der Größen  $\mathbf{x} = (v_0, h_0, \alpha_0)$  basierend auf dem separierten Gleichungssystem mit normaler Korrelation der  $\mathbf{A}$ -Matrix für den Staufen-Datensatz (oben) sowie künstlich erhöhter Korrelation (unten). Links ist jeweils die Matrix  $\mathbf{R}$  dargestellt, in der Mitte die Position der interferometrischen Beobachtungen im  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Diagramm und rechts die relative Abweichung der iterativen Lösungen  $\hat{\mathbf{x}}$  von der Least-Squares-Lösung  $\hat{\mathbf{x}}$ . Die senkrechte Linie zeigt die Schätzung der Iterationsschritte nach Gleichung (4.23).

den Achsen des  $\tau$ - $B_{\perp}$ - $\vartheta$ -Systems ist kein guter Indikator für die Konvergenz, da die Hauptkomponentenanalyse sensitiv gegenüber der Dimension der Achsen ist und bei unterschiedlichen physikalischen Einheiten nicht den tatsächlichen Zusammenhang zwischen den Basislinien darstellt.

Die Beispiele zeigen, dass der iterative Ansatz für starke und mittlere Korrelationen zwischen den Basislinien angewendet werden kann. Die Grenzen des Verfahrens liegen weniger in der Korrelation der Beobachtungspunkte sondern in der Reduzierung der Parameter und der damit verbundenen Erhöhung des Signalrauschens. Um diesen Punkt zu verdeutlichen ist in Abbildung 4.6 die Projektion der reduzierten Beobachtungen  $\mathbf{I}^i$  auf die Koordinatenachsen  $\tau$ ,  $B_{\perp}$  und  $\vartheta$  für die ersten vier Iterationsschritte dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die Varianz der Beobachtungen nach und nach durch die kumulierten Schätzgrößen  $\tilde{x}_k$  erklärt wird. In jedem Iterationsschritt wird dabei der Schätzwert ausgewählt, welcher die Varianz der Restbeobachtungen am meisten reduziert. Aufgrund der Phasenmehrdeutigkeit ist die Schätzung bei den ersten Iterationsschritten besonders anspruchsvoll. Sie wird diesem Fall korrekt gelöst, es ist jedoch auch vorstellbar, dass der Phasentrend entlang der senkrechten Basislinie im ersten Schritt bei größerem Rauschanteil oder noch größeren Signalanteilen durch  $\varphi_v$  und  $\varphi_{\alpha}$  nicht mehr korrekt bestimmt wird. Damit würde die gesamte sequentielle Schätzung eine falsche Lösung für alle drei Parameter ergeben. Mit der M-SBAS-Methode werden die unerwünschten Signalanteile



**Abbildung 4.6:** Reduzierung der Signalvarianz bei der sequentiellen Parameterbestimmung. Dargestellt sind die reduzierten interferometrischen Phasen  $I^i$  in Abhängigkeit von den Basislinien  $\tau$ ,  $B_{\perp}$  bzw.  $\vartheta$  für  $i = 1..4$  von oben nach unten. Die blauen Punkte illustrieren den Fall mit der tatsächlichen Korrelation zwischen den Basislinien, während die roten Kreise den Fall mit erhöhter Korrelation nach Gleichung 4.24 zeigen (s. a. Abb. 4.5).

bestmöglich reduziert, sodass das Signal-Rausch-Verhältnis für die Einparameter-Probleme so groß wie möglich ist.

## 4.2 Parameterschätzung basierend auf Periodogrammen

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt der iterative Ansatz mit separater Parameterschätzung betrachtet wurde, soll in den folgenden Abschnitten auf die konkrete Schätzung der Parameter  $v$ ,  $h$  und  $\alpha$  in den jeweiligen Einparameter-Problemen eingegangen werden. Um dabei eine konsistente Darstellung zu ermöglichen werden die Basislinien und die abhängigen Parameter nachfolgend durch die Variablen  $k$  und  $k^*$  substituiert. Des Weiteren wird die Kreisfrequenz  $\omega^{(k)}$  eingeführt, wodurch die Zielfunktion des Einparameter-Problems einheitlich mit

$$\gamma(k_r^*) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp(j\tilde{\phi}(k_n)) \exp(j\omega_n^{(k)} k_r^*) \right| \quad \text{für } k \in \{\tau, B_{\perp}, \vartheta\} \text{ und } k^* \in \{v, h, \alpha\} \quad (4.25)$$

beschrieben werden kann. Gleichung (4.25) beschreibt bei äquidistanter Abtastung  $\omega_n^{(k)}$  die Amplitude der inversen diskreten Fourier-Transformation. Man kann die Bestimmung der Zielfunktion  $\gamma(k_r^*)$  daher auch als inverse Transformation vom Bildbereich der interferometrischen Aufnahmen in den Objektbereich auffassen. Die Funktion  $\gamma$  beschreibt je nach Wahl des Parameters  $k^*$  die normierte Amplitude der Auflösungszelle in Abhängigkeit von der Höhe ( $k^* = h$ ), der Bewegungsrate ( $k^* = v$ ) oder dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten ( $k^* = \alpha$ ). In Tabelle 4.1 sind die Substitutionen von  $k$  und die entsprechenden Dimensionen der Variablen zusammengestellt.

Wenn im Zuge der Parameterschätzung der gesuchte Wert  $k_0^*$  aus der Lage des Maximums von  $\gamma(k_r^*)$  mit

$$\hat{k}_0^* = \arg \max_r \gamma(k_r^*) \quad (4.26)$$

bestimmt wird, so steckt dahinter die Frage nach der Verschiebung der Objektfunktion aus dem Referenzpunkt mit den Koordinaten  $h = h_{ref}$ ,  $v = 0$  und  $\alpha = 0$ . Die Verschiebung wird anhand des linearen Phasengangs der komplexwertigen Schwingung im Bildbereich bestimmt. Für die Frequenzschätzung bietet sich die Formulierung von Gleichung (4.25) mit der Periodogramm-funktion  $G$  an [z. B. Buttkus, 1991, S. 199 ff.]:

$$G(k_r^*) = N (\gamma(k_r^*))^2. \quad (4.27)$$

Mit dieser Formulierung der Zielfunktion wird die Position des Maximums nicht verändert, sie ermöglicht aber die Bestimmung der Signifikanz dieses Maximums mit den aus der Periodogrammschätzung geläufigen Methoden.

Mit Gleichung (4.25) ist eine Bildungsvorschrift für die Zielfunktion der Schätzung gegeben. Der Schätzwert  $k_0^*$  kann jedoch vom gesuchten Wert  $k_0^*$  erheblich abweichen, wenn:

- i. die Verschiebung des gesuchten Signals über der durch die Abtastung der Beobachtungsreihe realisierten Nyquistfrequenz liegt;
- ii. die monofrequente Schwingung der Beobachtungsreihe durch andere periodische oder nicht-periodische Signale bzw. durch Signalrauschen überdeckt wird;
- iii. die frei wählbare diskrete Abtastung von  $\gamma(k_r^*)$  ungünstig gewählt ist, sodass das globale Maximum von  $\gamma$  nicht adäquat abgetastet wird.

Die Schätzung von Periodogrammen aus unregelmäßig abgetasteten Beobachtungsreihen ist ein häufig auftretendes Problem in vielen ingenieurtechnischen Anwendungen, wie z. B. in der Nachrichtentechnik [Nion und Sidiropoulos, 2010] und der Bildverarbeitung [Li et al. 1998]. Sie spielt aber auch eine wichtige Rolle in vielen wissenschaftlichen Auswertungen, insbesondere bei der Analyse von geophysikalischen und astronomischen Zeitreihen [z. B. Park et al. 1987; Fodor und Stark, 2000; Stoica et al. 2009]. Auch in der Bioinformatik hat die Bestimmung von Periodizitäten bei der Gensequenzanalyse große Bedeutung [Wichert et al. 2004; Ahdesmaki et al. 2007]. Schließlich ist die SAR-Tomografie selbst zu nennen, für deren Lösung eine Periodogrammschätzung der Beobachtungen an den unregelmäßig abgetasteten Orbitpositionen nach Gleichung (4.25) notwendig ist. Algorithmen zur Periodogrammschätzung werden z. B. in She et al. (2002), Fornaro et al. (2003) und Zhu (2008) vorgestellt.

Die Methoden zur spektralen Schätzung lassen sich in parametrische und nichtparametrische Ansätze unterscheiden. Bei parametrischen Ansätzen wird ein funktionales Modell zugrunde gelegt, d. h. die Anzahl der Sinusoide im Signal wird als bekannt vorausgesetzt. Bei der Schätzung werden Amplitude, Phase und meist auch die Signifikanz dieser Schwingungen gegenüber dem Signalrauschen bestimmt [Sun et al. 2014]. Demgegenüber werden bei den nichtparametrischen Ansätzen keine Modellannahmen getroffen. Ziel dieser Ansätze ist die Rekonstruktion eines

Originalbereich	$k^*$	$v \left[ \frac{\text{m}}{\text{d}} \right]$	$h \text{ [m]}$	$\alpha \left[ \frac{\text{m}}{\text{K}} \right]$
Bildbereich	$k$	$\tau \text{ [d]}$	$B_{\perp} \text{ [m]}$	$\vartheta \text{ [K]}$
	$\omega^{(k)}$	$\frac{4\pi}{\lambda} \tau \left[ \frac{\text{d}}{\text{m}} \right]$	$\frac{4\pi \sin \theta}{\lambda r_0} B_{\perp} \text{ [m}^{-1}\text{]}$	$\frac{4\pi}{\lambda} \vartheta \left[ \frac{\text{K}}{\text{m}} \right]$

**Tabelle 4.1:** Substitution der Basislinien und Schätzparameter mit  $k$  bzw.  $k^*$  für eine einheitliche Beschreibung der Parameterschätzung.

kontinuierlichen Spektrums. Auch die diskrete Fouriertransformation und die Periodogramm-schätzung nach Welch (1967) gehören zu den nichtparametrischen Methoden der spektralen Schätzung.

Nichtparametrische Ansätze bieten die Flexibilität, durch eine weiterführende Analyse des Spektrums die Anzahl signifikanter Schwingungen im Signal zu bestimmen. Diese Vorgehensweise wird auch bei der SAR-Tomografie genutzt und als Modellselektion bezeichnet [Zhu und Bamler, 2010]. Bei der PS-Auswertung ist nach Gleichung (4.26) zunächst nur ein Maximum, d. h. eine Schwingung gesucht. Daher können sowohl parametrische als auch nichtparametrische Ansätze genutzt werden. Jedoch bietet ein nichtparametrischer Ansatz die Möglichkeit, auch hier das Signal einer Rückstreuzele auf verschiedene Modelle hin zu testen. Dies betrifft zum einen den tomografischen Fall, wenn mehrere Rückstreupunkte in unterschiedlicher Höhe innerhalb der Rückstreuzele vorkommen. Zum anderen kann ein PS-Punkt im  $\gamma(v)$ -Periodogramm auch durch zwei oder mehrere spektrale Linien repräsentiert werden, zum Beispiel wenn er zunächst in Ruhe ist und im Verlauf der Beobachtung durch Geländedeformationen eine Verschiebung mit gleichförmiger Bewegungsrate erfährt.

Ein weiterer Grund spricht für eine nichtparametrische Frequenzschätzung bei der PS-Auswertung. Bei der M-SBAS-Methode soll die Frequenzschätzung auf allen Subbändern durchgeführt werden. Bei einem parametrischen Ansatz wird die Frequenz in jedem dieser Subbänder individuell aus dem Maximum bestimmt. Der endgültige Schätzwert geht aus deren Mittelwert hervor. Bei geringem SNR entspricht das Maximum der Frequenzschätzung in den Subbändern möglicherweise nicht der gesuchten Frequenz. Der Schätzer rutscht in das falsche Maximum, was zu groben Fehlern führen kann, wie Beispiel (c) in Abbildung 4.2 zeigt. Wird hingegen ein nichtparametrischer Ansatz gewählt, so können diese groben Fehler reduziert werden, indem erst das SNR durch Stapelung der Spektren erhöht und anschließend das Maximum des gemittelten Spektrums bestimmt wird.

Für die Parameterschätzung bei der M-SBAS-Methode werden im Folgenden zwei verschiedene nichtparametrische Ansätze vorgestellt und deren Eignung anhand von Testdaten beurteilt und verglichen.

### 4.3 TSVD-Methode

Durch die unregelmäßige Verteilung der Aufnahmepunkte in  $B_{\perp}$  und  $\vartheta$  und eine regelmäßige, aber unterbrochene Abtastung in  $\tau$  ist eine direkte Anwendung von FFT-basierten Methoden zur Bestimmung von  $G(k_r^*)$  nicht möglich. Jedoch kann man sich der in der SAR-Tomografie gängigen Methoden bedienen, bei denen die höhenabhängige Rückstreuintensität  $\gamma(s)$  ebenfalls nichtparametrisch aus den unregelmäßig abgetasteten Beobachtungen entlang der Basislinie bestimmt wird. Die Problemstellung der Tomografie ist identisch mit der Bestimmung von  $\gamma(h)$  nach Gleichung (4.25). Sie hat zum Ziel, die Reflektivitätsfunktion im Objektraum aus den Beobachtungen im Bildraum zu rekonstruieren, indem die Abbildungsgleichung invertiert wird.

Die Abbildung der (normierten) Reflektivitätsfunktion auf die Orbitpositionen wird beschrieben durch

$$g_n = \exp\left(j\tilde{\phi}(\omega_n^{(k)})\right) = \sum_{r=1}^R \gamma(k_r^*) \exp\left(j\omega_n^{(k)} k_r^*\right). \quad (4.28)$$

Die Gleichung lässt sich in Matrixnotation als

$$\mathbf{g} = \mathbf{L}\boldsymbol{\gamma} \quad (4.29)$$

schreiben. Die Matrix  $\mathbf{L}$  hat die Dimension  $(N \times R)$ . Sie beschreibt die Abbildung der Objektfunktion an den Orbitpositionen  $\omega_n^{(k)}$ . Gleichzeitig beschreibt sie bei äquidistanter Abtastung in  $\omega_n$  die diskrete Fourier-Transformation von  $\gamma(k^*)$ . Gesucht ist der zu  $\mathbf{L}$  inverse Operator, mit dem die Objektfunktion  $\gamma$  aus den Beobachtungen rekonstruiert werden kann:

$$\gamma = \mathbf{L}^+ \mathbf{g}. \quad (4.30)$$

Da das Signal nur an den durch die Basislinien definierten Positionen abgetastet wird, kann die inverse Fragestellung zu einem mathematisch schlecht gestellten Problem tendieren, bei dem die Rauschanteile durch ungünstige Fehlerfortpflanzung dominieren [Zhu und Bamler, 2010]. Unter der Singulärwertzerlegung der Abbildungsmatrix  $\mathbf{L}$  mit der Dimension  $(R \times N)$  wird die spektrale Zerlegung in ein Produkt der Form

$$\mathbf{L} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^* \quad (4.31)$$

verstanden, wobei  $\mathbf{U}$  ( $N \times N$ ) und  $\mathbf{V}$  ( $R \times R$ ) unitäre komplexwertige Matrizen sind. Sie enthalten als Spalteneinträge die orthogonalen Singulärvektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}$ . Die reelle Matrix  $\mathbf{\Sigma}$  hat die Gestalt einer  $(N \times R)$ -Rechteckmatrix, deren Einträge  $\sigma_n = \mathbf{\Sigma}(n, n)$  die Singulärwerte (auch Spektralwerte) der Abbildungsmatrix sind. Die Matrix  $\mathbf{V}^*$  ist die Adjungierte von  $\mathbf{V}$ , d. h. konjugiert und transponiert. Die Matrix  $\mathbf{\Sigma}$  ist eindeutig bestimmt und bei vollem Rang der Abbildungsmatrix sind ihre Singulärwerteeinträge durchgehend besetzt. Umgekehrt gibt die Anzahl der von Null verschiedenen Singulärwerte den Rang  $\rho$  von  $\mathbf{L}$  an.

Über diese Zerlegung kann die Pseudoinverse von  $\mathbf{L}$  formuliert werden:

$$\mathbf{L}^+ = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^+ \mathbf{U}^*, \quad \text{mit } \mathbf{\Sigma}_{n,r}^+ = \begin{cases} \sigma_n^{-1} & \text{für } n = r \leq \rho, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.32)$$

Die Reflektivitätsfunktion berechnet sich demnach aus der Summe

$$\gamma = \mathbf{L}^+ \mathbf{g} = \sum_{n=1}^N \sigma_n^{-1} \mathbf{v}_n (\mathbf{u}_n^* \mathbf{g}_n), \quad (4.33)$$

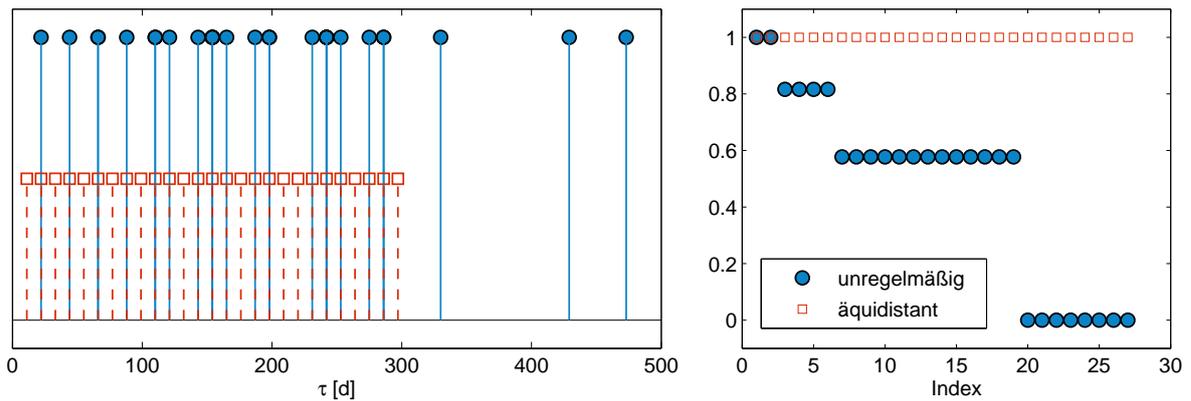
mit den Singulärvektoren  $\mathbf{u}_n$  ( $N \times 1$ ) und  $\mathbf{v}_n$  ( $R \times 1$ ). Die Pseudoinverse beschreibt eine eindeutige inverse Abbildung aus dem Bildraum (Frequenzraum) zurück in den Objektraum.

Die Singulärwerte von  $\mathbf{L}$  stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit der Auflösung der Abbildungsmatrix  $\mathbf{L}^+$ . Die Anzahl der Singulärwerte, die von Null verschieden sind, gibt die Menge der unter dieser Abtastung auflösbaren, d. h. unabhängigen Frequenzen an. Der Wert ist durch die Aufnahmepositionen  $\omega_n$  definiert und bestimmt die tatsächliche Auflösung von  $\gamma$  unabhängig von der gewählten Abtastung  $k_n^*$ , solange das System  $\gamma = \mathbf{L}^+ \mathbf{g}$  mit  $R > N$  unterbestimmt ist.

Die Abbildungsmatrix  $\mathbf{L}$  wurde bisher allgemein eingeführt. Im Folgenden werden die Symbole  $\mathbf{L}^{(\tau)}$ ,  $\mathbf{L}^{(B_\perp)}$  und  $\mathbf{L}^{(\vartheta)}$  verwendet, um die drei Fälle  $k = \{\tau, B_\perp, \vartheta\}$  von Gleichung (4.28) zu unterscheiden.

Die Frequenzen sind bei unregelmäßiger Abtastung nicht einheitlich repräsentiert. In Abbildung 4.7 ist die regelmäßige Abtastung einer unregelmäßigen gegenübergestellt. In beiden Fällen sind  $N = 27$  Beobachtungen enthalten. Bei der unregelmäßigen Abtastung werden einige Positionen  $\omega^{(k)}$  doppelt belegt, sodass effektiv nur an  $N = 19$  Positionen abgetastet wird. Die damit

verbundenen Singulärwerte der Abbildungsmatrix  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  sind unterschiedlich groß. In Übereinstimmung mit der Anzahl mehrfach abgetasteter Positionen sind 8 Singulärwerte exakt Null. Die verbleibenden Singulärwerte sind entsprechend den Mehrfachbesetzungen an den Abtastpositionen gestaffelt. Die  $2 \times 3$ -fach besetzten Positionen führen zu den beiden Singulärwerten  $\sigma_{1,2} = 1.0$  und die  $4 \times 2$ -fach besetzten Position werden mit den Singulärwerten  $\sigma_{3-6}$  repräsentiert. Demgegenüber sind Singulärwerte von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  bei einer regelmäßigen Beobachtungsreihe identisch. Alle Frequenzen sind mit dieser Abtastung gleichermaßen repräsentiert. Diese Darstellung entspricht einem exakt bestimmten System mit äquidistanter Abtastung an den sogenannten natürlichen Frequenzen, wie es beispielsweise mit dem orthonormalen Funktionensystem der diskreten Fourier-Transformation realisiert ist.



**Abbildung 4.7:** Vergleich der Singulärwerte von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  bei äquidistanter (rot) bzw. unregelmäßiger Abtastung (blau). Die zeitliche Basislinie beträgt ein ganzzahliges Vielfaches der Orbitwiederholzeit  $\tau_0$ . Die Singulärwerte sind daher gequantelt.

### 4.3.1 Regularisierung

Bei der Rekonstruktion von  $\gamma$  nach Gleichung (4.33) gehen die Singulärwerte reziprok ein. Dadurch werden gerade schlecht bestimmte spektrale Anteile des Signals verstärkt. Die Anzahl der Singulärwerte mit kleiner Amplitude bestimmt die Kondition von  $\mathbf{L}$ . Die Singulärwertzerlegung bietet die Möglichkeit, durch Gewichtung der spektralen Anteile die Kondition zu verbessern und das schlecht gestellte Inversionsproblem zu regularisieren [Zhu und Bamler, 2010]. Eine Möglichkeit der Regularisierung besteht darin, die Summierung auf die Singulärwerte zu beschränken, deren Werte oberhalb einer festzulegenden Grenze  $\varepsilon$  liegen. Das Verfahren wird als *Truncated Singular Value Decomposition* (TSVD) bezeichnet [Hansen, 1987]. In Abbildung 4.7 ist diese Grenze durch die Quantisierung der Singulärwerte relativ einfach auszumachen. Die ersten 19 Singulärwerte bilden den nutzbaren spektralen Anteil von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$ , während die letzten 8 Singulärwerte nahezu – wegen numerischer Rundungsfehler jedoch nicht identisch – Null sind. Die Zahl der verwertbaren spektralen Anteile gibt den effektiven Rang von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  an. Die Quantisierung der Singulärwerte von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  ist auf die zeitlich diskretisierte Abtastung des Interferogrammstapels mit  $\tau_n = n\tau_0$  und  $n \in \mathbb{N}$  zurückzuführen. Für die Matrizen  $\mathbf{L}^{(B_\perp)}$  und  $\mathbf{L}^{(\vartheta)}$  nehmen die Singulärwerte kontinuierlich ab. Der effektive Rang kann nicht direkt abgelesen werden. Er muss angenommen oder mit Tests bestimmt werden.

In Zhu und Bamler (2010) wird ein alternativer Ansatz der Regularisierung für das Tomografie-Problem vorgeschlagen, bei dem die Singulärwerte entsprechend ihrem Verhältnis zum Rausch-

niveau  $\varepsilon$  mit

$$\sigma_{n,\text{tik}} = \sigma_n \left( 1 + \frac{\varepsilon^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (4.34)$$

gewichtet werden, wobei das Rauschniveau über das Produkt  $\mathbf{u}_n^* \mathbf{v}_n$  für jeden Punkt individuell bestimmt wird. Der Vorteil besteht in einer graduellen Reduzierung des Einflusses schlecht bestimmter spektraler Anteile, jedoch auf Kosten eines erhöhten Rechenaufwandes für die Bestimmung von  $\varepsilon$ . Für die Bestimmung von  $\gamma$  soll daher in dieser Arbeit die TSVD genutzt werden.

### 4.3.2 Konstruktion der Abbildungsmatrix

Für die Erstellung der Transformationsmatrix nach Gleichung (4.28) muss die Abtastung der Kohärenzfunktion im Objektbereich festgelegt werden. Dabei ist es zweckmäßig, für die Schrittweiten  $\Delta^{(k)} = \{\Delta^{(v)}, \Delta^{(h)}, \Delta^{(\alpha)}\}$  jeweils auf allen Subbändern eine einheitliche Abtastung zu wählen. Damit kann im weiteren Verlauf eine schnelle Stapelung der Kohärenzfunktionen ohne weitere Interpolation ermöglicht werden. Die Abtastung im Objektbereich soll hier, analog zur diskreten Fourier-Transformation, äquidistant gewählt werden. Dafür muss jedoch zunächst eine effektive Abtastung im Bildbereich bestimmt werden. Durch die unregelmäßige Verteilung der Beobachtungspunkte gibt es keine definierte Nyquistfrequenz und kein einheitliches Abtastintervall. Jedoch können die Größen approximiert werden, wenn die Punktverteilung gegenüber einer regelmäßigen Abtastung nicht zu sehr degeneriert ist.

Bezeichnet man die Reihe der aufsteigend sortierten Beobachtungspunkte im Subband  $s$  mit  $k_{s,n}$ , so können die variablen Abtastintervalle im Bildbereich mit

$$\Delta_{s,n}^{(k)} = k_{s,n+1} - k_{s,n} \quad (4.35)$$

beschrieben werden. Daraus lässt sich anhand des Medians von  $\Delta_{s,n}^{(k)}$  mit

$$\bar{\Delta}^{(k)} = \min_s \left( \text{med}_n \Delta_{s,n}^{(k)} \right) \quad (4.36)$$

ein minimaler mittlerer Punktabstand aller Subbänder bestimmen. Für die ganzzahlig diskretisierte Zeitachse kann als minimaler mittlerer Punktabstand auch die Orbitwiederholrate  $\bar{\Delta}^{(\tau)} = \tau_0$  gewählt werden, wenn in dem Datenstapel einige Szenen-Paare enthalten sind, die an aufeinanderfolgenden Überfliegungen aufgenommen wurden.

Die Bandbreite der Abtastung  $W_s^{(k)}$  in den Subbändern ergibt sich jeweils aus dem gesamten Intervall

$$W_s^{(k)} = \max_n (k_{s,n}) - \min_n (k_{s,n}), \quad (4.37)$$

das von den Interferogrammen eines Bandes abgedeckt wird. Bei einer günstigen Verteilung der Basislinien sollte die Bandbreite in den Subbändern nicht viel kleiner sein als der insgesamt abgedeckte Bereich. So enthalten z. B. die in Abbildung 4.1 dargestellten Subbänder Interferogramme, deren senkrechte Basislinien sich jeweils über den gesamten Bereich von  $B_\perp$  erstrecken. Als effektive Bandbreite aller Subbänder wird wiederum der Mittelwert von  $W_s^{(k)}$  herangezogen

$$\bar{W}^{(k)} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S W_s^{(k)}. \quad (4.38)$$

Mit dem Abtastintervall  $\bar{\Delta}^{(k)}$  und der Bandbreite  $\bar{W}^{(k)}$  kann eine für alle Subbänder gemeinsame mittlere Abtastung definiert werden. Entsprechend besitzt die Beobachtungsreihe im Objektbereich die Bandbreite

$$W^{(k^*)} = \frac{1}{2\bar{\Delta}^{(k)}}, \quad (4.39)$$

was der Nyquistfrequenz bei regelmäßiger Abtastung entspricht. Multipliziert mit  $2\pi$  gibt dieser Wert die maximal mögliche (kritische) Phasenverschiebung an, die unter dieser Abtastung eindeutig bestimmt werden kann. So beträgt beispielsweise die kritische Phasenverschiebung  $0.286 \text{ rad/d}$  für  $\bar{\Delta}^{(\tau)} = 11 \text{ Tage}$ .

Im Objektbereich ist das Abtastintervall mit

$$\Delta^{(k^*)} = \frac{1}{f_{\text{ovs}}} \frac{1}{\bar{W}^{(k)}} \quad (4.40)$$

gegeben, wobei mit dem Faktor  $f_{\text{ovs}} > 1$  eine Überabtastung festgelegt werden kann. Damit ergeben sich im Objektbereich die äquidistanten Stützpunkte

$$\omega_r^{(k^*)} = r\Delta^{(k^*)}, \quad \text{mit } r \in \mathbb{Z} \quad \text{und} \quad \left| \omega_r^{(k^*)} \right| \leq W^{(k^*)}, \quad (4.41)$$

mit denen die Abbildungsmatrix  $\mathbf{L}$  konstruiert werden kann. Mit der so beschriebenen Vorgehensweise kann ein Kompromiss gefunden werden zwischen einer zu feinen Diskretisierung, die rechenintensiv ist, und einer zu groben Diskretisierung, bei der die potentiell mögliche spektrale Auflösung nicht ausgeschöpft wird. Mit einer leichten Überabtastung kann sichergestellt werden, dass die Amplitude des gesuchten Maximums von  $\gamma$  bestmöglich bestimmt wird. Die spektrale Auflösung der Frequenzschätzung kann damit jedoch nicht verbessert werden. Sie ist durch die Abtastung im Bildbereich implizit festgelegt.

### 4.3.3 Schätzung des Periodogramms

Mit der Singulärwertzerlegung nach Gleichung (4.31) und der daraus abgeleiteten Rekonstruktion der Objektfunktion mit Gleichung (4.33) ergibt sich zusammenfassend folgender Ablauf für die robuste Schätzung des Periodogramms  $G(k^*)$ :

1. Aufteilung des Interferogrammstapels in die Subbänder  $s = 1 \dots S$  mit je  $n = 1 \dots N_s$  Interferogrammen in jedem Band.
2. Festlegung einer zweckmäßigen Abtastung nach Gleichung (4.41).
3. Singulärwertzerlegung und Bestimmung des nutzbaren spektralen Anteils  $Q_s \leq N_s$  in jedem Band.
4. Berechnung des Periodogramms  $G(k^*)$  für jeden Punkt mit:

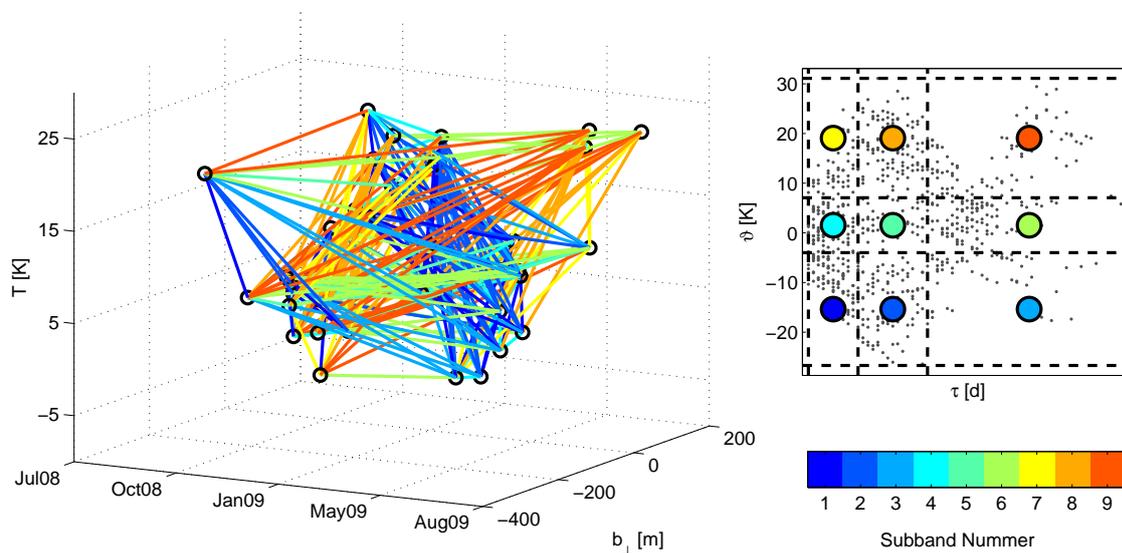
$$G(k^*) = \frac{1}{SN_s} \sum_{s=1}^S \left| \sum_{n=1}^{Q_s} \frac{1}{\sigma_{s,n}^{(k^*)}} \mathbf{v}_{s,n}^{(k^*)} \left[ \left( \mathbf{u}_{s,n}^{(k^*)} \right)^* g_{s,n}^{(k)} \right] \right|^2. \quad (4.42)$$

Dieser Ansatz ist gegenüber der gängigen Schätzung nach Gleichung (4.25) robuster, da eine rauschreduzierte Objektfunktion aus den gemittelten Periodogrammen aller Subbänder bestimmt wird. Zudem wird durch die Analyse der Singulärwerte der nutzbare spektrale Anteil der Beobachtungen bestimmt, der allein in die Rekonstruktion der Objektfunktion eingeht. Der Ansatz ist zudem schneller als das Gittersuchverfahren bei vergleichbarer Diskretisierung. Die

Singulärwertzerlegung erfordert zunächst zusätzlichen Rechenaufwand, der jedoch nur einmalig für jedes Subband anfällt. Dieser Aufwand wird durch die Zeitersparnis kompensiert, die mit der Reduktion der Summierung auf den nutzbaren spektralen Anteil bei jedem Bildpunkt erreicht wird.

#### 4.3.4 Beispiel

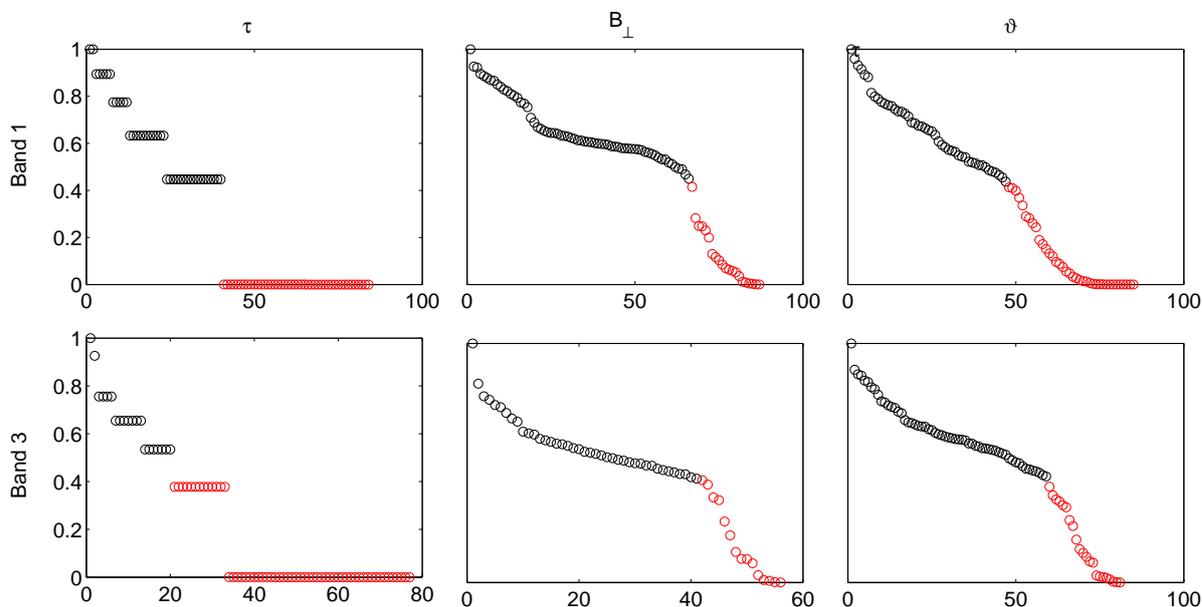
Die Methode soll anhand eines konkreten Datensatzes demonstriert werden. Dafür wurde exemplarisch die Basislinienkonfiguration und die Aufnahmegeometrie des Staufen-Datensatz mit 39 Szenen und 741 möglichen Interferogrammen übernommen (siehe Kapitel 5.1). Die Verteilung der Szenen und die Interferogramm-Kombinationen sind in der linken Grafik von Abbildung 4.8 dargestellt. Für die Schätzung der höhenabhängigen Objektfunktion  $G(h)$  wurde der Datensatz in  $3 \times 3$  Subbänder bezüglich der Basislinien  $\tau$  und  $\vartheta$  unterteilt, sodass die Periodogramm-Schätzung in jedem Subband durchschnittlich auf ca. 80 Interferogrammen beruht. Das Subband-Schema ist in der rechten Grafik der Abbildung dargestellt. Die farbliche Kodierung zeigt die Zugehörigkeit des Interferogramms zum jeweiligen Subband. So markieren beispielsweise die grünen Verbindungslinien die Untermenge der Interferogramme, die eine große zeitliche und kleine thermische Basislinie haben. In diesem Subband ist die Korrelation zwischen den Basislinien gering. Die Unterteilung der Subbänder erfolgt in jeder Dimension getrennt, sodass jede Spalte und Zeile der Unterteilung jeweils genau  $1/3$  der Gesamtanzahl der Interferogramme enthält. Die Anzahl der Interferogramme pro Subband kann daher variieren. Ferner haben die Subbänder bei diesem Unterteilungsschema eine variable Bandbreite. Insbesondere erstrecken sich die Bänder 3 und 9 über einen ausgedehnten Bereich. Bei großen Bewegungsraten oder starker thermischer Ausdehnung kann die Periodogramm-Schätzung mitunter verbessert werden, wenn diese Bänder ausgelassen werden.



**Abbildung 4.8:** Basisliniendiagramm aller möglichen Interferogramm-Kombinationen des Staufen-Datensatzes mit 39 Szenen (links) erweitert um die thermische Basislinie auf der  $z$ -Achse. Für eine übersichtliche Darstellung wurde nur jedes dritte Interferogramm abgebildet. Die farbliche Kodierung zeigt die Zuordnung jedes Interferogramms zu einem der neun Subbänder (rechts). Die Bänder erstrecken sich entlang der Basislinie  $B_{\perp}$  senkrecht zur Abbildungsebene. Die grauen Punkte repräsentieren die Position der Interferogramm-Kombination. Im Gegensatz dazu zeigen die schwarzen Kreise in der linken Abbildung die Beobachtungspunkte selbst.

In Abbildung 4.8 ist das Subband-Schema für die Bestimmung von  $h_0$  dargestellt. Die Bänder erstrecken sich entlang der senkrechten Basislinie. Analog werden für die Schätzung von  $v_0$  und  $\alpha_0$  zwei weitere Unterteilungen generiert, die sich entlang von  $\tau$  bzw.  $\vartheta$  erstrecken. Die Subbänder sind für die drei Parameterschätzungen verschieden. Sie überschneiden sich jeweils in einem kleinen Bereich von  $1/27$ .

Mit der Unterteilung der Interferogramme in jeweils  $3 \times 3$  Stapel wurden die Abbildungsmatrizen  $\mathbf{L}^{(k)}$  mit der Diskretisierung der Objektfunktion nach Gleichung (4.41) konstruiert. Dabei wurde eine Überabtastung von  $f_{\text{ovs}} = 8$  gewählt. Die Wahl dieses Wertes wird in einer systematischen Untersuchung in Kapitel 4.6.2 beschrieben. In Abbildung 4.9 sind die Singulärwerte der Abbildungsmatrizen  $\mathbf{L}^{(\tau)}$ ,  $\mathbf{L}^{(B_\perp)}$  und  $\mathbf{L}^{(\vartheta)}$  jeweils für das erste und dritte Subband dargestellt. Sie sind bezüglich des größten Wertes normiert. Die Singulärwerte von  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  zeigen die bereits oben beschriebene Quantisierung, während die Singulärwerte der anderen beiden Matrizen kontinuierlich verlaufen. Auffallend ist ein Abknicken der Wertereihe, das insbesondere bei den Singulärwerten im dritten Band ausgeprägt ist.



**Abbildung 4.9:** Singulärwerte der Matrizen  $\mathbf{L}^{(\tau)}$ ,  $\mathbf{L}^{(B_\perp)}$  und  $\mathbf{L}^{(\vartheta)}$  normiert auf den größten Wert. Im Gegensatz zur abgestuften Verringerung für  $\mathbf{L}^{(\tau)}$  verlaufen die Singulärwerte der anderen beiden Matrizen kontinuierlich. Der Knick im Verlauf zeigt die Grenze des nutzbaren spektralen Anteils von  $\mathbf{L}$ . Die roten Kreise kennzeichnen die Singulärwerte, die unterhalb des anhand von synthetischen Daten bestimmten Grenzwertes  $\varepsilon$  liegen. (s. a. Abb. 4.10).

Für die Summation des Periodogramms muss der nutzbare spektrale Anteil der Singulärwerte bestimmt werden. Da jedoch die Anzahl der Singulärwerte in jedem Subband variiert und der Verlauf der Singulärwertreihe individuell verschieden ist, ist es nicht möglich, einen einheitlichen maximalen Summationsindex  $Q_s$  anzugeben. Vielmehr muss das Rauschniveau  $\varepsilon$  bestimmt werden. Die Summationsgrenze entspricht dann in jedem Band dem Index des kleinsten Singulärwertes mit

$$Q_s = \min_n (\sigma_{s,n} \geq \varepsilon). \quad (4.43)$$

Das Rauschniveau kann pauschal vorgegeben oder bestimmt werden. Hier wird eine Vorgehensweise gewählt, bei welcher der optimale Grenzwert durch eine systematische Analyse der Periodogramme  $G(k^*)$  in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  ermittelt wird. Dafür wurden für den Interferogrammstapel  $i = 1 \dots 1000$  PS-Punkte nach Gleichung (2.69) simuliert, wobei zwei Szenarien mit den in Tabelle 4.2 vorgegebenen Modellparametern angenommen wurden.

Szenario	$\sigma_n$	$\sigma_{\phi_{neu}}^2$ mm <sup>2</sup>	$v_0$ mm/a	$h_0$ m	$\alpha_0$ mm/K
a	0.3	9	30	15	0.2
b	0.8	9	10	5.3	0.2

**Tabelle 4.2:** Modellparameter zur Bestimmung des optimalen Grenzwertes  $\varepsilon$ .

Für jeden Punkt wurden die Periodogramme nach Gleichung (4.42) bestimmt, wobei der Grenzwert schrittweise von  $\varepsilon = 0.02$  auf  $\varepsilon = 0.6$  erhöht wurde. Als Indikator für den optimalen Grenzwert wurde für jedes  $\varepsilon$  die mittlere Standardabweichung der Schätzparameter über alle simulierten PS-Punkte gewählt:

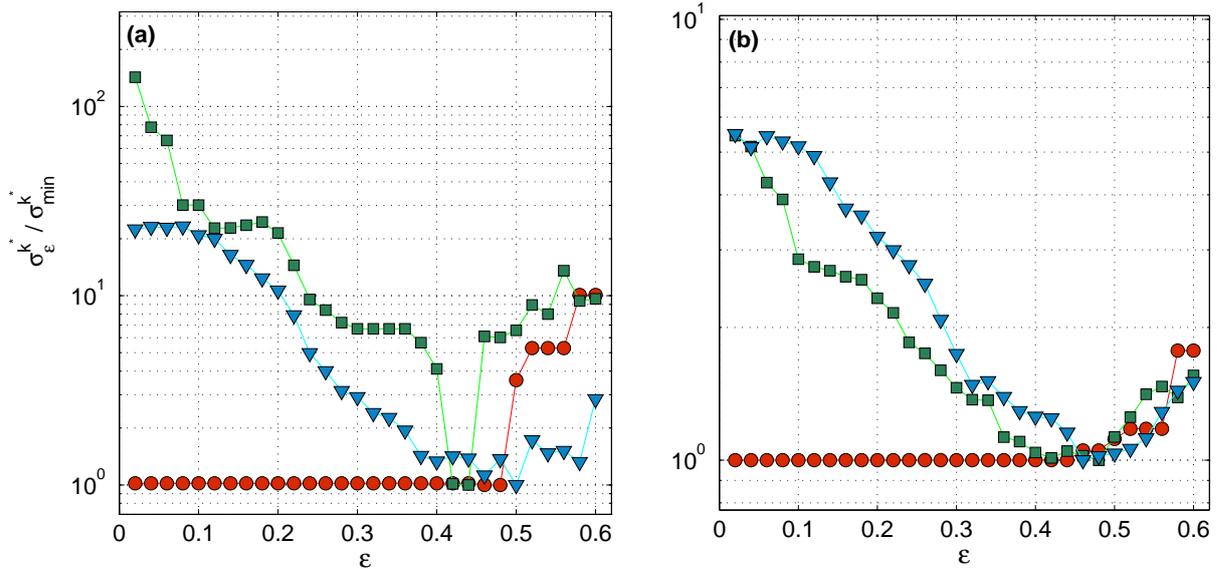
$$\sigma_{\varepsilon}^{(k^*)} = \sqrt{\text{var}(\hat{k}_{0,\varepsilon,i}^*)}. \quad (4.44)$$

Das Ergebnis der Analyse ist in Abbildung 4.10 für beide Szenarien dargestellt. Für eine bessere Vergleichbarkeit ist das Verhältnis von  $\sigma_{\varepsilon}^{(k^*)}$  zum minimalen Wert  $\sigma_{\min}^{(k^*)}$  für  $k^* = \{\tau, B_{\perp}, \vartheta\}$  abgebildet. Für alle drei Parameter liegt das Minimum bei beiden Szenarien im Intervall  $\varepsilon = [0.4, 0.5]$ . Für die Bewegungsrate ist die Standardabweichung im Bereich zwischen  $\varepsilon = 0$  und  $\varepsilon = 0.48$  annähernd konstant. Hier macht sich die Quantisierung der Singulärwerte bemerkbar. In diesem Bereich werden bei nahezu allen Subbändern nur die Singulärwerte mit  $\sigma_n \approx 0$  ausgelassen.

Für das Szenario (b) ist der Quotient der erreichten Standardabweichung zum minimalen Wert insgesamt kleiner. Der optimale Grenzwert kann daher anhand des Szenarios (a) bestimmt werden. Bei der Schätzung von  $\hat{h}_0$  ist in diesem Fall ein deutlich ausgeprägtes Minimum zwischen  $\varepsilon = 0.42$  und  $\varepsilon = 0.44$  zu sehen (grüne Kurve). In Hinblick darauf wird der Grenzwert einheitlich auf  $\varepsilon = 0.43$  festgelegt.

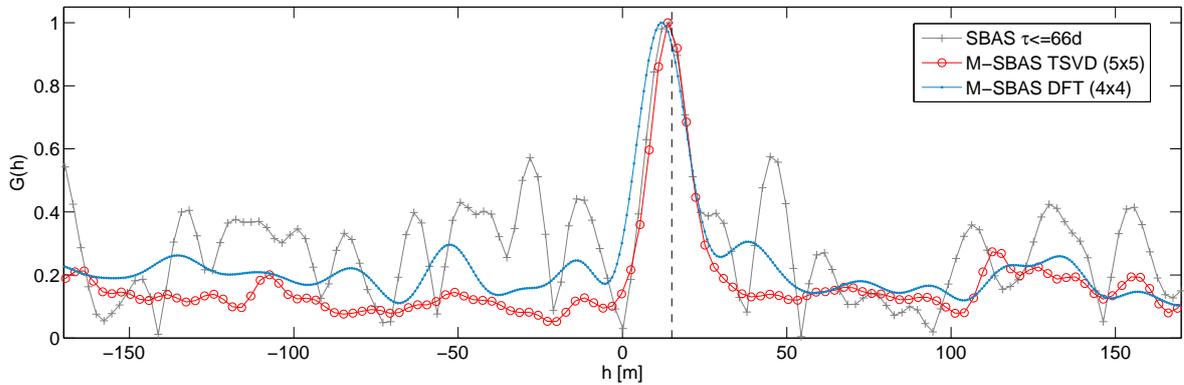
Die Singulärwerte, die unterhalb des Grenzwerts von 0.42 liegen, sind in Abbildung 4.9 rot dargestellt. Es zeigt sich, dass der anhand der simulierten Daten bestimmte optimale Grenzwert gerade dem Niveau entspricht, an dem die Reihe der Singulärwerte den Knick aufweist. Nach diesem Punkt fallen die Singulärwerte schneller ab. Sie bilden den spektralen Bereich von  $\mathbf{L}^{(k)}$ , der schlecht bestimmt ist und zur Rausch-Verstärkung führt. Der Knick ist unabhängig von der Anzahl der Interferogramme und der konkreten Verteilung der Basislinien in den Subbändern immer auf dem Niveau des ermittelten Grenzwertes. Der Vergleich der beiden Szenarien zeigt, dass der Grenzwert auch zutrifft, wenn für die Simulation unterschiedliche Modellparameter gewählt werden. Der empirisch ermittelte optimale Wert für  $\varepsilon$  wird nur geringfügig von den zu schätzenden Parametern und dem Rauschniveau der Beobachtungen beeinflusst. Er ist auch nahezu unabhängig von den zu schätzenden Parametern. Für  $\varepsilon$  sollte bei der Periodogramm-Schätzung mit der M-SBAS-Methode ein Wert zwischen 0.4 und 0.5 gewählt werden.

Für die TSVD-basierte Periodogramm-Schätzung auf M-SBAS Stapeln ist in Abbildung 4.11 abschließend ein konkretes Beispiel für das Periodogramm  $G(h)$  eines simulierten PS-Punktes dargestellt. Das Beispiel wurde bereits in der Einführung dieses Kapitels in Abbildung 4.2 auf Seite 47 verwendet. Im Vergleich zu der Periodogramm-Schätzung im SBAS-Ansatz (Abb. 4.2c)



**Abbildung 4.10:** Bestimmung des optimalen Grenzwertes  $\varepsilon$  zur Trennung des nutzbaren spektralen Anteils der Matrix  $\mathbf{L}^{(k)}$ . Für simulierte PS-Punkte wurde die Standardabweichung der Schätzparameter  $\hat{v}_0$  (rote Kreise),  $\hat{h}_0$  (grüne Quadrate) und  $\hat{a}_0$  (blaue Dreiecke) über je 1000 Simulationen bestimmt. Mit  $\varepsilon = 0.42$  findet sich ein einheitlicher Wert, für den die Standardabweichung in beiden Szenarien und für alle drei Parameter nahe am minimalen Wert ist.

wird bei der Periodogramm-Schätzung im M-SBAS-Ansatz das Rauschniveau deutlich reduziert. Die Position des Maximums ist in beiden Fällen gleich, die Signifikanz wird jedoch durch Absenken des Rauschniveaus deutlich erhöht.



**Abbildung 4.11:** Geschätzte Objektfunktion  $G(h)$  für den simulierten PS-Punkt aus Abb. 4.2 mit der M-SBAS-Methode im Vergleich zur Schätzung auf dem SBAS-Stapel. Die rote und blaue Kurve zeigt den Vergleich der Periodogrammschätzung mittels TSVD und FFT. Der simulierte Wert ist  $h_0 = 15$  m (gestrichelte Linie).

Die Signifikanz des Maximums ist ein wesentlicher Parameter, um grobe Fehler bei der Parameterschätzung auszuschließen - also diejenigen Fälle, bei denen ein Nebenmaximum im Periodogramm zufällig das gesuchte Maximum übertrifft. Dieser Fall tritt auf, wenn ein Punkt gleichzeitig große Signalanteile durch die modellierbaren Phasenverschiebungen  $\phi_v$ ,  $\phi_h$  sowie  $\phi_\alpha$

hat und/oder großes Phasenrauschen  $\phi_{\text{noise}}$ . Auf die Signifikanz der Parameterschätzung wird in Abschnitt 4.5 detaillierter eingegangen.

## 4.4 FFT-Methode

Die TSVD-Methode stellt eine Möglichkeit der robusten Periodogramm-Schätzung dar, die im Rahmen der iterativen M-SBAS-Methode zur Bestimmung der Modellparameter verwendet werden kann. Neben der Reduzierung des Rauschanteils wird der notwendige Rechenaufwand gegenüber einer systematischen Gittersuche reduziert. Die Periodogramm-Schätzung muss im Rahmen der PS-Analyse für jeden PS-Kandidaten und für jeden Schätzparameter in jedem der  $I$  Iterationsschritte durchgeführt werden. Eine Verringerung der Laufzeit wirkt sich stark auf die Gesamtlaufzeit der PSI-Auswertung aus. Die Parameterschätzung ist der mit Abstand aufwändigste Teilschritt der PSI-Analyse.

Für äquidistant abgetastete Daten ist die schnelle Fourier-Transformation (FFT) ein optimierter Algorithmus, mit dem die Periodogramm-Schätzung unter minimalem Zeitaufwand möglich ist. Die spektrale Auflösung ist bei der FFT in Bezug auf die Anzahl der Beobachtungspunkte optimiert, da hier der Objektbereich und der Bildbereich über ein orthonormales Funktionensystem verknüpft sind (siehe auch Abb. 4.7). Zudem kann gegenüber der TSVD die maximale Auflösung sowie die Bandbreite explizit angegeben werden. Für die Anwendung der FFT müssen die Daten jedoch auf eine reguläres Gitter interpoliert werden. Es stellt sich daher die Frage, ob die Vorteile der FFT-basierten Periodogramm-Schätzung die Interpolationsfehler überwiegen und dieser Ansatz eine alternative Möglichkeit für eine schnelle Parameterschätzung darstellt. Hier soll ein Schema zur äquidistanten Abtastung der interferometrischen Phasenbeobachtungen vorgestellt und die Anwendung im Rahmen der M-SBAS-Methode demonstriert werden.

### 4.4.1 Abtastung auf äquidistanten Stützstellen

Ausgehend von der in Kapitel 4.3.4 beschriebenen Unterteilung aller Interferogramme in die Subband-Stapel und der Formulierung der variablen Abtastintervalle  $\Delta_{s,n}^{(k)}$  der aufsteigend sortierten Beobachtungspunkte innerhalb eines Bandes nach Gleichung (4.35) besteht wie bei der TSVD-Methode zunächst das Ziel, eine einheitliche Diskretisierung aller Bänder anhand des mittleren Abtastintervalls  $\bar{\Delta}^{(k)}$  zu beschreiben. Im Gegensatz zum TSVD-Ansatz wird dieser Wert jedoch nicht zur Beschreibung einer Quasi-Abtastung verwendet, sondern zur Definition der äquidistanten Interpolationsfehler der Beobachtungsreihe. Der mittlere Abstand  $\bar{\Delta}^{(k)}$  muss daher so gewählt werden, dass die Abtastintervalle einerseits für eine bestmögliche Auflösung so klein wie möglich sind, andererseits jedoch so groß wie nötig, um mit der gewählten Diskretisierung eine möglichst große Bandbreite lückenlos abzudecken, sodass in jedem Abtastintervall mindestens ein originärer Beobachtungspunkt liegt.

Dabei müssen zwei Fälle unterschieden werden:

#### 1. Äquidistante Abtastung mit Unterbrechungen in $\tau$

Entlang der zeitlichen Basislinie sind die Beobachtungen regelmäßig, jedoch mit Unterbrechungen abgetastet. Die Fehlstellen nehmen mit größer werdendem  $\tau$  zu. Hier kann der minimale zeitliche Abstand zweier SAR-Aufnahmen im gesamten Interferogrammstapel für  $\bar{\Delta}^{(k)}$  herangezogen werden. Üblicherweise entspricht dieser Wert der Orbitwiederholrate

$$\bar{\Delta}^{(\tau)} = \bar{\Delta}^{(\tau)s} = \tau_0. \quad (4.45)$$

## 2. Unregelmäßige Abtastung in $B_\perp$ und $\vartheta$

In diesem Fall wird das mittlere Abtastintervall in jedem Subband mit

$$\bar{\Delta}_s^{(k)} = \frac{f_{\text{spl}}^{(k)}}{N_s^{(k)}} \sum_{n=1}^{N_s^{(k)}} \Delta_{s,n}^{(k)} \quad (4.46)$$

festgelegt. Der Faktor  $f_{\text{spl}}$  dient dabei der Optimierung des Abtastintervalls. Mit ihm kann der Inhomogenität der Punktabfolge Rechnung getragen werden. So ist eine leichte Streckung des Abtastintervalls gegenüber dem Mittelwert mit  $f_{\text{spl}} > 1$  nutzbringend, wenn die Beobachtungen an einer oder mehreren Stellen gehäuft sind. Damit kann insgesamt eine größere Bandbreite lückenlos abgedeckt werden.

Anhand der mittleren Abtastung in jedem Subband kann der neue Punktabstand  $\bar{\Delta}^{(k)}$  für jedes  $k$  bestimmt werden, mit dem die Beobachtungsreihen in allen Subbändern neu abgetastet werden:

$$\bar{\Delta}^{(k)} = \underset{s}{\text{med}} \left( \bar{\Delta}_s^{(k)} \right). \quad (4.47)$$

Während in der Formulierung nach Gleichung (4.36) für die TSVD-Methode das kleinste Abtastintervall aller Subbänder gewählt wird, sollte für die Interpolation auf regelmäßige Stützpunkte bei der FFT-Methode der Median oder Mittelwert aller  $\bar{\Delta}_s^{(k)}$  gewählt werden, um die Anzahl der nutzbaren Beobachtungen in den Subbändern nicht systematisch zu reduzieren. Der Median liefert ein robusteres Ergebnis, wenn Subbänder mit großen  $\bar{\Delta}_s^{(k)}$  vorhanden sind.

Im nächsten Schritt muss für jedes Subband das maximale Beobachtungsintervall  $I_s = (a, b)$  gefunden werden, auf dem eine kontinuierliche Neuabtastung mit  $\bar{\Delta}^{(k)}$  möglich ist. Unabhängig von der absoluten Position kann für  $I_s^{(k)}$  der größtmögliche zusammenhängende Abschnitt ausgewählt werden, auf dem die Punkte so regelmäßig angeordnet sind, dass an jeder Position dieses Intervalls innerhalb des Abstandes  $\bar{\Delta}^{(k)}$  mindestens eine Beobachtung zur Verfügung steht. Mitunter wird unter dieser Voraussetzung durch vereinzelte Löcher nur ein kleines zusammenhängendes Intervall gefunden. In diesem Fall kann die Bedingung auch entschärft werden, indem der zusammenhängende Bereich betrachtet wird, für den der Abstand zweier Beobachtungspunkte die doppelte Länge des mittleren Abtastintervalls nicht überschreitet, d. h.:

$$k_{s,n+1} \in I_s^{(k)} \iff k_{s,n} \in I_s^{(k)} \wedge |k_{s,n+1} - k_{s,n}| < 2\bar{\Delta}^{(k)}. \quad (4.48)$$

Der Anfangspunkt  $a$  und der Endpunkt  $b$  von  $I_s^{(k)}$  fallen jeweils mit einem Beobachtungspunkt zusammen. Auf dem Abschnitt  $I_s$  wird das Signal an den neuen Stützstellen

$$k_{s,l} = k_{s,0} + (l-1)\bar{\Delta}^{(k)} \quad \text{mit } l = 1 \dots L^{(s)}, \quad k_{s,0} = a \quad \text{und } a \leq k_{s,l} \leq b \quad (4.49)$$

approximiert, wobei für jedes  $l$  die Beobachtungen  $g_{s,n}$  mit  $n = 1 \dots N_{s,l}$  genutzt werden, die an den Positionen  $k_{s,n}$  mit

$$\left( k_{s,l} - 0.5\bar{\Delta}^{(k)} \right) \leq k_{s,n} < \left( k_{s,l} + 0.5\bar{\Delta}^{(k)} \right) \quad (4.50)$$

liegen. Die Approximation an den äquidistanten Stützstellen erfolgt durch Mittelwertbildung über die normierten interferometrischen Beobachtungen  $g_{s,n}$ :

$$z_{s,l}^{(k)} = \exp \left[ j \arg \left( \frac{1}{N_{s,l}} \sum_{n=1}^{N_{s,l}} g_{s,n}^{(k)} \right) \right]. \quad (4.51)$$

Wenn mit Gleichung (4.46) auch unbesetzte Abtastintervalle zugelassen werden, muss der mit Gleichung (4.50) definierte Bereich für diesen Abtastpunkt erweitert werden, sodass die zwei nächstliegenden Datenpunkte in Gleichung (4.51) eingehen.

Die interpolierte, regelmäßig abgetastete Beobachtungsreihe hat, in Abhängigkeit von der Länge des Intervalls  $I_s^{(k)}$ , in jedem Subband eine unterschiedliche Anzahl an Punkten mit den Indizes  $l = 1 \dots L_s^{(k)}$ . Zur Bestimmung einer einheitlichen Abtastung des gemittelten Periodogramms wird die maximale Anzahl

$$L^{(k)} = \max_s L_{s,2}^{(k)} \quad (4.52)$$

aller Subbänder bestimmt. Dabei bezeichnet die Variable  $L_{s,2}^{(k)}$  die Anzahl der interpolierten Punkte, erhöht auf die nächstgrößere ganzzahlige Zweierpotenz  $2^n$ . Die interpolierten Beobachtungsreihen werden durch beidseitiges symmetrisches Anhängen von Nullen auf  $L^{(k)}$ -Punkte erweitert (*zero padding*).

Mit der Diskretisierung  $\bar{\Delta}^{(k)}$  und  $\bar{W}^{(k)} = \bar{\Delta}^{(k)} L^{(k)}$  kann mit den Gleichungen (4.40) und (4.39) schließlich die Abtastung im Objektbereich beschrieben werden. Durch das symmetrische Auffüllen mit Nullen ist das Objektspektrum überabgetastet. Die spektrale Auflösung kann damit nicht verbessert werden, jedoch die Lokalisierung des Maximums. Eine zusätzliche Überabtastung mit  $f_{\text{ovs}} > 1$  ist darüber hinaus auch bei der FFT-Methode möglich.

Zusammenfassend ergibt sich damit folgender Ablauf für die Bestimmung des Periodogramms mittels FFT:

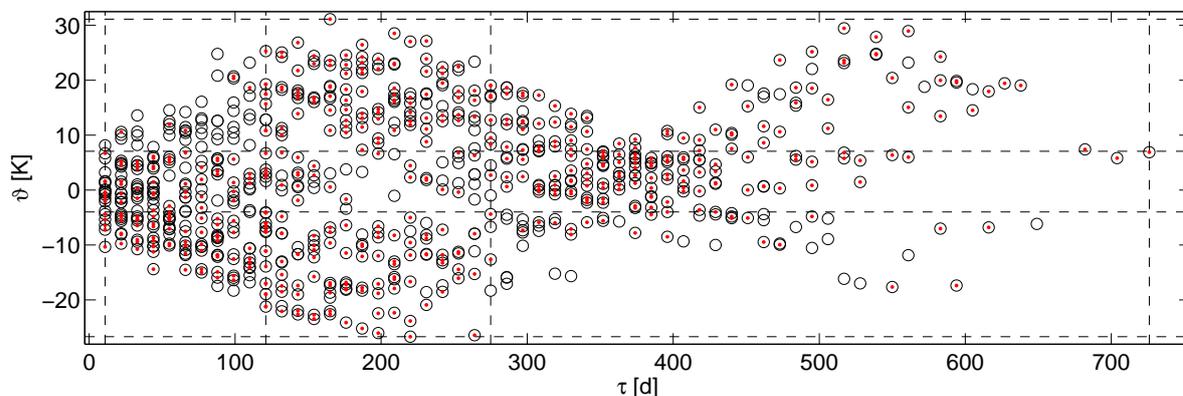
1. Aufteilung des Interferogrammstapels in die Subbänder  $s = 1 \dots S$  mit je  $n = 1 \dots N_s$  Interferogrammen.
2. Definition der gemeinsamen Abtastung  $\bar{\Delta}^{(k)}$  in allen Subbändern.
3. Bestimmung des längsten Intervalls  $I_s^{(k)}$ , auf dem eine äquidistante Abtastung mit  $\bar{\Delta}^{(k)}$  möglich ist.
4. Interpolation der Beobachtungen  $g_{s,n}^{(k)}$  an den neuen Positionen  $k_{s,l}$  im Intervall  $I_s^{(k)}$  nach Gleichung (4.51).
5. Erweiterung der interpolierten Reihe auf  $l = 1 \dots L^{(k)}$  Punkte.
6. Berechnung des Periodogramms  $G(k_r^*)$  für jeden Punkt mit:

$$G(k_r^*) = \frac{1}{SL^{(k)}} \sum_{s=1}^S \left| \sum_{l=1}^{L^{(k)}} z_{s,l}^{(k)} \exp \left( j \omega_{s,l}^{(k)} k_r^* \right) \right|^2. \quad (4.53)$$

Die Kreisfrequenz  $\omega_{s,l}^{(k)}$  geht mit den in Tabelle 4.1 auf Seite 57 gegebenen Formeln aus den Positionen  $k_{s,l}$  hervor. Die Periodogramm-Schätzung nach Gleichung (4.53) entspricht der in Welch (1967) vorgeschlagenen und häufig angewandten Schätzung von Leistungsspektren, mit dem Unterschied, dass hier keine Gewichtsfunktion verwendet wird.

### 4.4.2 Beispiel

Auch die FFT-basierte Periodogramm-Schätzung soll anhand des in Kapitel 4.3.4 (S. 63) eingeführten synthetischen Beispiels veranschaulicht werden. Auch hier soll nur das Periodogramm  $G(h)$  betrachtet werden. In Abbildung 4.12 sind die Punkte der interferometrischen Beobachtungen im  $\tau$ - $\vartheta$ -Diagramm sowie die Unterteilung in die  $(3 \times 3)$ -Subbänder dargestellt.

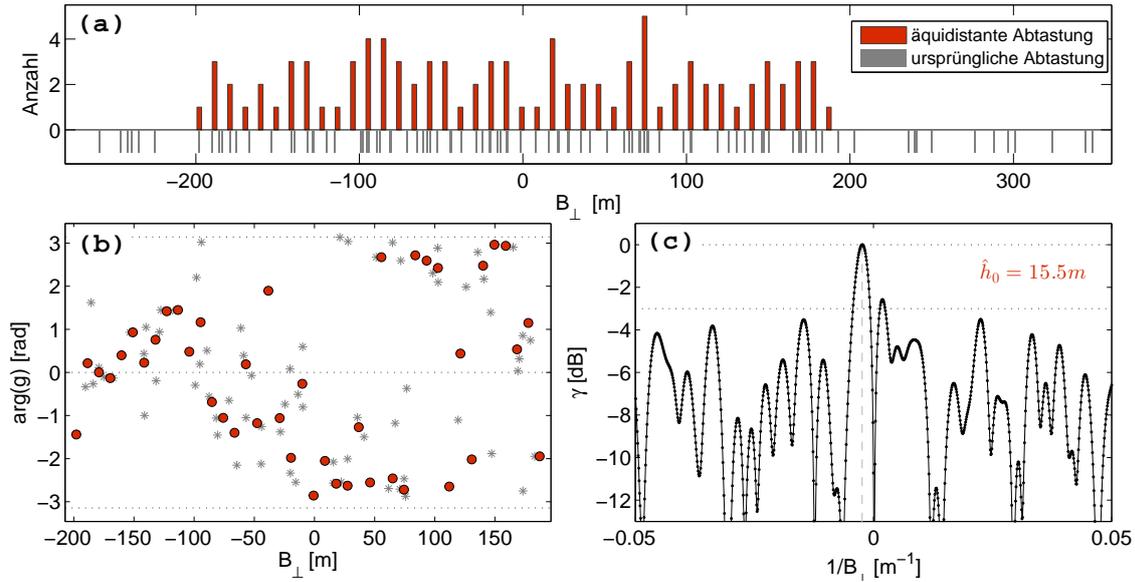


**Abbildung 4.12:** Beobachtungspunkte für die Bestimmung von  $G(h)$ . Die gestrichelten Linien zeigen die Unterteilung des Datenstapels in die Subbänder  $s = 1 \dots 9$ , die von unten links nach oben rechts durchnummeriert werden (s. a. Abb. 4.8). Insgesamt stehen mehr Interferogramme zur Verfügung (schwarze Kreise), als mit dem vorgegebenen Interpolationsschema tatsächlich genutzt werden können (rote Punkte).

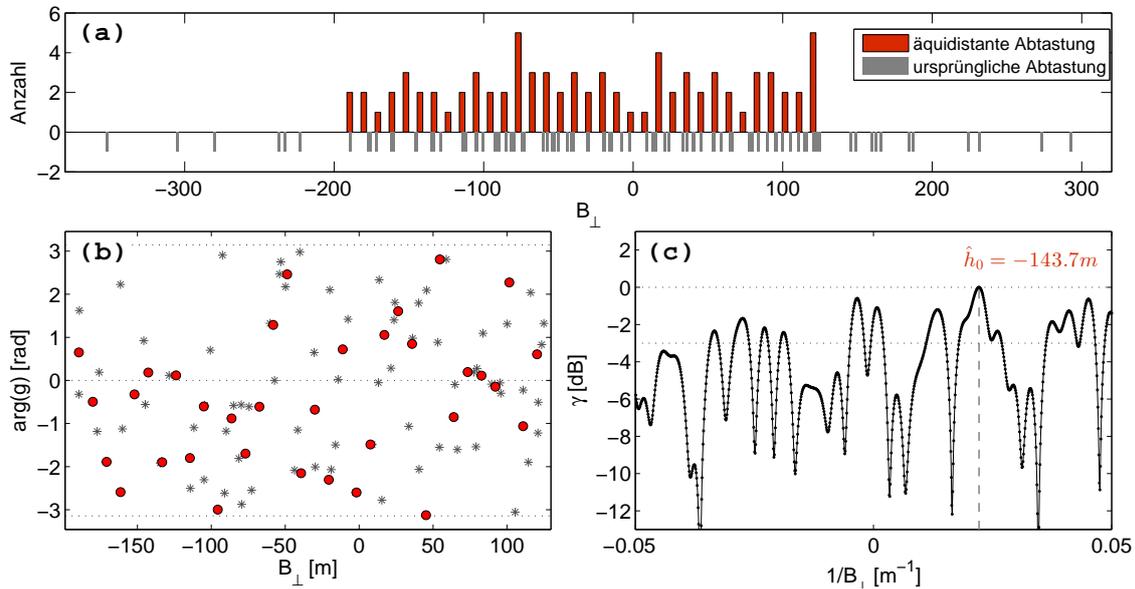
Die Abbildungen 4.13 und 4.14 zeigen die Vorgehensweise für die Subbänder  $s = 1$  und  $s = 9$ . In der oberen Abbildung ist jeweils die Verteilung der Punkte entlang der  $B_{\perp}$ -Achse dargestellt, zusammen mit den Interpolationsstellen der regelmäßigen Abtastung  $\bar{\Delta}^{(B_{\perp})}$  auf dem Intervall  $I_1^{(B_{\perp})}$  bzw.  $I_9^{(B_{\perp})}$ . Aus der Punktverteilung in allen Subbändern wurde der mittlere Interpolationsabstand mit  $\bar{\Delta}^{(B_{\perp})} = 9.4$  m bestimmt, wobei  $f_{\text{spl}} = 1.5$  gewählt wurde. Der Faktor  $f_{\text{spl}}$  muss dabei nur einmal festgelegt werden, da die Punkte in den Subbändern ähnlich heterogen verteilt sind. Mit diesem Interpolationsintervall ergeben sich 42 neue FFT-Punkte für  $s = 1$  und 34 für  $s = 9$ . Die maximale Punktzahl aller Bänder ist in diesem Beispiel  $L^{(B_{\perp})} = 64$ .

Die Grafik (b) der Abbildung 4.13 und 4.14 zeigt jeweils die interferometrische Phase sowie die auf den Stützstellen  $B_{\perp,1,l}$  bzw.  $B_{\perp,9,l}$  interpolierten Werte. Vorrangiges Ziel der Interpolation ist die Generierung einer regelmäßigen Beobachtungsreihe. Wie in Abbildung 4.13 zu sehen ist, wird dabei durch die Mittelung über mehrere Beobachtungen die ursprüngliche Beobachtungsreihe zusätzlich geglättet. Außerdem wird beim Vergleich beider Abbildungen deutlich, dass die Phase für  $s = 9$  wesentlich stärker verrauscht ist als im ersten Subband, obwohl das Phasenrauschen für alle Interferogramme von gleicher Größenordnung ist. Hier wird der Einfluss der Phasenterme  $\phi_v$  und  $\phi_{\alpha}$  deutlich, die bei der Bestimmung von  $G(h)$  nicht modelliert werden. Deren Beitrag ist für das neunte Subband wesentlich größer, weil dieses Band in den Dimensionen  $\tau$  und  $\vartheta$  weiter ausgedehnt ist (vgl. Abb. 4.12).

Das resultierende Subband-Periodogramm ist für beide Subbänder jeweils in der rechten Grafik dargestellt. Die schnelle Implementierung der FFT ermöglicht, das Periodogramm mit einer sehr feinen Diskretisierung abzutasten. Hier wurde eine Überabtastung von 16 gewählt. Für  $s = 1$  liegt das Maximum bei  $\hat{h}_0 = 15.5$  m und damit nahe bei dem wahren Wert  $h_0 = 15$  m. Das Verhältnis des Maximums zum nächstgrößeren lokalen Maximum beträgt etwa  $1/2$ . Demgegenüber lässt sich die Punkthöhe anhand des Periodogramms von  $s = 1$  nicht eindeutig bestimmen. Das



**Abbildung 4.13:** FFT-basierte Schätzung des Periodogramms  $G(h)$  für  $s = 1$ . (a) Ursprüngliche Positionen  $B_{\perp,n}$  (grau) und äquidistante Stützpunkte für die FFT (rot) im ersten Subband. (b) ursprüngliche Phasenbeobachtung (grau) und interpolierte Werte (rot). (c) Periodogramm dieses Subbandes mit Überabtastung  $f_{ovs} = 16$  und dem Maximum bei  $\hat{h}_0 = 15.5$  m. Die wahre Höhe des simulierten PS-Punktes ist  $h_0 = 15$  m.



**Abbildung 4.14:** Darstellung der interpolierten interferometrischen Phasen an den äquidistanten Positionen und Periodogramm analog zum Beispiel oben, jedoch für das Subband  $s = 9$ . Aufgrund der ungünstigen Verteilung der Beobachtungen ist das nutzbare Intervall  $I_9$  kleiner als das des ersten Subbands. Durch die größere Erstreckung dieses Subbandes in den Dimensionen  $\tau$  und  $\vartheta$  wird gleichzeitig das SNR durch die Phasenterme  $\phi_v$  und  $\phi_\alpha$  so gering, dass die Parameterschätzung auf diesem Subband zu einem groben Fehler führen würde. Durch die Mittelung über alle Bänder des M-SBAS Stapels wird eine robustes Periodogramm geschätzt.

globale Maximum liegt bei  $\hat{h}_0 = -143.7$  m und entspricht nicht dem gesuchten Wert. Mehrere weitere lokale Maxima haben eine Amplitude, die über 65 % des globalen Maximums liegt. Das Rauschniveau der Beobachtungsreihe ist in diesem Band so groß, dass eine individuelle Schätzung zu einem groben Fehler führen würde.

Das gemittelte Periodogramm aller Subbänder ist zusammen mit dem mittels TSVD-Ansatz bestimmten Periodogramm in Abbildung 4.11 dargestellt. Sie zeigt, dass bei beiden Ansätzen mit der M-SBAS-Methode das SNR gegenüber der SBAS-Methode erhöht wird und das Maximum signifikanter ist. Noch deutlicher wird dieser Vorteil im Vergleich dieser Grafik mit den in der Motivation in Abbildung 4.2 gezeigten Periodogrammen für den Fall des konventionellen Master-Stapels, sowie für den gesamten Interferogrammstapel ohne M-SBAS-Unterteilung.

Der Schätzwert  $\hat{h}_0$ , der aus den Periodogrammen in Abbildung 4.11 bestimmt werden kann, weicht unterschiedlich stark vom wahren (simulierten) Wert  $h_0 = 15$  m ab. Für die FFT-basierte Methode ist die Abweichung bei diesem Beispiel am größten, bedingt durch die Vernachlässigung der Korrelationen mit den nicht-modellierten Parametern  $v_0$  und  $\alpha_0$ . Dieser systematische Fehler wird mit der in Kapitel 4.1 beschriebenen iterativen Parameterschätzung behoben. Die Korrelation der Parameter  $v$  und  $\alpha$  wird auch in der Darstellung in Abbildung 4.12 deutlich.

Für die Parameterschätzung im Zuge der PSI-Auswertung scheinen beide oben beschriebenen Verfahren geeignet zu sein. Eine bestmögliche optimale Implementierungsstrategie im iterativen Ansatz wird anhand systematischer Tests in Kapitel 4.6.5 beschrieben.

## 4.5 Signifikanztest

Im Zuge der Parameterschätzung muss neben der Größe des gesuchten Parameters  $\hat{k}_0$  auch eine quantitative Aussage über die Signifikanz dieser Schätzung angegeben werden. Die Parameterbestimmung ist nur so zuverlässig, wie es die Signifikanz des Maximums des Periodogramms ist. Unabhängig von der gewählten Methode ist die Parameterschätzung durch die Phasemehrdeutigkeit stark nichtlinear. Wie das Beispiel in Abbildung 4.14 zeigt, kann bei Erhöhung des Rauschniveaus das Maximum an einer vollkommen anderen Position erscheinen. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist bei kleinem SNR über das gesamte betrachtete Gebiet nahezu konstant. Der Schätzwert kann daher jeden möglichen Wert annehmen. Unabhängig davon ist das Maximum scharf ausgebildet (s. Abb. 4.14). Anhand der Breite des Maximums kann nicht auf dessen Signifikanz geschlossen werden.

In Abbildung 4.15 ist die Fragestellung der nichtparametrischen Frequenzschätzung veranschaulicht. Für das identifizierte Maximum von  $G(k^*)$  bei  $k_0^*$  stellt sich die Frage, inwiefern dieser Wert ein kohärentes Signal repräsentiert oder durch zufälliges Rauschen entstanden ist. Wenn der Abstand des Maximums von dem definierten Rauschniveau der Beobachtungsreihe groß ist, so ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass es sich dabei um das gesuchte Signal handelt. Ist der Abstand jedoch gering, so ist der Fall wahrscheinlicher, dass es sich um Beobachtungsrauschen handelt. Für eine quantitative Aussage der Signifikanz muss daher das SNR bestimmt werden. Die Fragestellung beschränkt sich dabei nicht nur auf den größtmöglichen Wert bei  $k_0^*$ . Weitere lokale Maxima (z. B. bei  $k_1^*$ ) sollten bei der PS-Analyse nicht a priori ausgeschlossen, sondern ebenso auf Signifikanz überprüft werden. So kann ein langzeitstabiler Punkt zum Beispiel mehrere Bewegungsraten haben, wodurch das Periodogramm  $G(v)$  mehrere signifikante Maxima hat. Im Tomografie-Fall hat das Signal einer Rückstreuzele mehrere Maxima bezüglich  $G(h)$ . Solche Punkte können durch die Berücksichtigung weiterer signifikanter lokaler Maxima identifiziert werden.

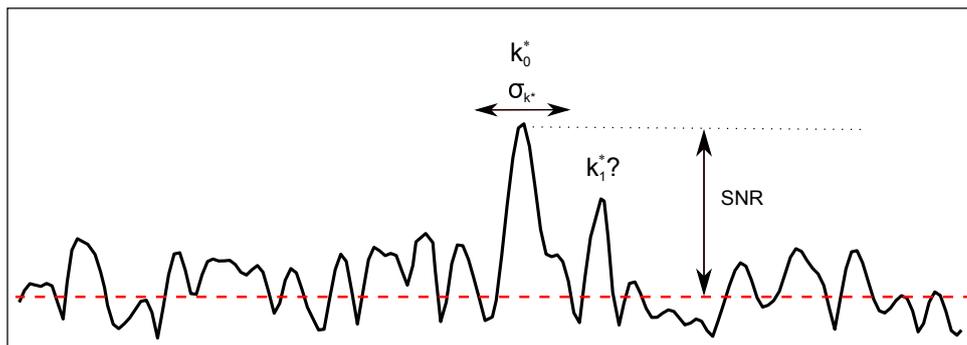


Abbildung 4.15: Veranschaulichung zur Signifikanz der Parameterschätzung

Die interferometrischen Beobachtungen  $g_n$  können als Summe einer oder mehrerer harmonischer Schwingungen  $g = a \exp(j\omega_n^{(k)} k^* + \phi_0)$ , sowie additivem komplexem Gaußischem Rauschen  $q_n$  beschrieben werden. Für ein identifiziertes Maximum von  $G(k^*)$  bei  $k^* = k_0^*$  muss nach So et al. (1999) die Entscheidung getroffen werden, ob es unter Vorgabe eines Signifikanzniveaus  $\alpha$  allein durch das Beobachtungsrauschen erklärt werden kann (Nullhypothese)

$$H_0 : g_n \sim q_n, \text{ mit } E(g_n) = 0, \quad (4.54)$$

oder durch das vermutete Signal  $a \exp(j\omega_n^{(k)} k_0^*)$ , eingebettet in das Rauschen  $q_n$  (Alternativhypothese)

$$H_1 : g_n \sim E(g_n) = a \exp(j\omega_n^{(k)} k_0^* + \phi_0) + q_n. \quad (4.55)$$

#### 4.5.1 $g$ -Test nach Fisher

Für den Signifikanztest monofrequenter Schwingungen finden sich nach Wichert et al. (2004) überwiegend Methoden für asymptotische Betrachtungen bei einer großen Anzahl an Beobachtungspunkten [z. B. Priestly, 1982]. Bei der Parameterschätzung mit der M-SBAS-Methode liegt die Anzahl der Beobachtungspunkte je nach Wahl der Subbänder zwischen 20 und 100. In Fisher (1929) wurde ein exakter Test für die Signifikanz des Periodogrammmaximums beschrieben, der für eine begrenzte Anzahl an Beobachtungen geeignet ist. Er basiert auf der sogenannten  $g$ -Statistik, die für das an den Punkten  $k_r^*$  mit  $r = 1 \dots R$  diskret abgetastete Periodogramm  $G(k_r^*)$  einer reellen Beobachtungsreihe ( $g_n \in \mathbb{R}$ ) wie folgt definiert ist [Fisher, 1929; Ahdesmaki et al. 2007]:

$$g = \frac{G(k_0^*)}{\sum_{r=1}^{N_e} G(k_r^*)}, \text{ mit } N_e = (R - 1)/2. \quad (4.56)$$

Die Testgröße  $g$  beschreibt das Verhältnis der Energie des (vermuteten) Signals am Punkt  $k_0^*$  zu der Gesamtenergie der Beobachtungsreihe. Große Werte von  $g$  weisen auf ein großes SNR hin und führen zur Ablehnung der Nullhypothese, dass das Maximum durch einen reinen Zufallsprozess erklärt werden kann. Für die Anwendung der  $g$ -Statistik im Rahmen der M-SBAS-Methode müssen zwei Punkte berücksichtigt werden:

1. Das Periodogramm  $G$  ist nicht symmetrisch, wenn die Beobachtungsreihe – wie im Fall der Interferometrie – komplexwertig ist. Daher müssen für  $g$  alle Summanden von  $r = 1$  bis  $R$  einbezogen werden, d.h.  $N_e = R$ .
2. Der  $g$ -Test nach Fisher geht von der Repräsentation des Periodogramms an den regelmäßigen Frequenzen der diskreten Fourier-Transformation aus. Für die FFT-Methode ent-

spricht  $N_e$  gerade der Anzahl der Beobachtungspunkte ohne Überabtastung bzw. Erweiterung durch *zero padding*. Die Summierung in Gleichung (4.56) kann jedoch auch direkt anhand des überabgetasteten Periodogramms erfolgen, wenn systematisch Oversampling-Punkte ausgelassen werden.

Für das mittels TSVD bestimmte Periodogramm kann die Anzahl der effektiv aufgelösten Frequenzen nicht direkt angegeben werden, sondern muss geschätzt oder anhand von Monte-Carlo-Simulationen ermittelt werden (siehe z. B. Press (2007), S. 577 ff. und Referenzen dort). Als realistischer Näherungswert kann der nutzbare spektrale Anteil von  $\mathbf{L}$  verwendet werden, der sich aus der Anzahl der Eigenwerte mit  $\sigma_n < \varepsilon$  ergibt (siehe Kapitel 4.3.4, S. 63).

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Periodogramm an einem der Punkte die Testgröße  $g$  überschreitet, hat nach Fisher (1929) die exakte Lösung:

$$P = \sum_{p=1}^{N_e} (-1)^{(p-1)} \binom{N_e}{p} (1 - pg)^{N_e-1}. \quad (4.57)$$

und ist approximierbar mit:

$$P \approx N_e (1 - g)^{N_e-1} \quad (4.58)$$

Ist die Wahrscheinlichkeit  $P$  kleiner als das vorgegebene Signifikanzniveau  $\alpha$ , so wird die Nullhypothese unter diesem Signifikanzniveau verworfen und der Schätzwert  $\hat{k}_0^*$  ist als vertrauenswürdig anzusehen. Die Terme in der Summe (4.57) sind für  $p > 1$  sehr klein, sodass für sinnvolle Signifikanzniveaus  $\alpha < 0.2$  sowie  $N_e < 100$  die Verwendung von (4.58) hinreichend genau ist [Fisher, 1929].

### 4.5.2 Beispiel

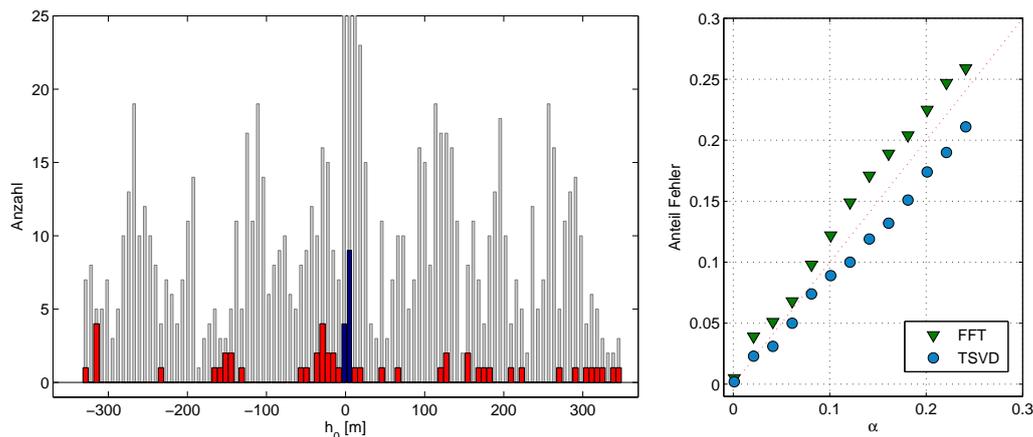
In Abbildung 4.16 ist die Anwendung des  $g$ -Tests nach Fisher für den M-SBAS-Ansatz anhand synthetischer Daten dargestellt. Dafür wurden die interferometrischen Phasen für 1000 Punkte mit großem Phasenrauschen simuliert. Die Modellparameter der Simulation sind Tabelle 4.3 zu entnehmen. Das SNR liegt bei etwa  $-5$  dB. Für die simulierten Beobachtungsreihen wurde der

$\sigma_n$	$\sigma_{\phi_{neu}}^2$	$v_0$	$h_0$	$\alpha_0$
1.2	9 mm <sup>2</sup>	30 mm/a	5 m	0.2 mm/K

**Tabelle 4.3:** Modellparameter zur Demonstration des  $g$ -Test nach Fisher.

Parameter  $h_0$  mit der M-SBAS-Methode individuell geschätzt. Die linke Grafik in Abbildung 4.16 zeigt das Histogramm der mittels TSVD geschätzten PS-Höhe  $\hat{h}_0$  aller Punkte (grau) sowie das Histogramm der Schätzungen, die unter  $\alpha = 0.05$  als zuverlässig bewertet wurden (rot und blau).

Die beiden blau markierten Intervalle des Histogramms kennzeichnen den Bereich, der als korrekte Schätzung angesehen wird. Außerhalb dieses Intervalls wurde die bestimmte Höhe bei 48 Punkten (rot) als signifikante Schätzung bewertet (Fehler 1. Art). In Bezug auf die Gesamtanzahl der Punkte entspricht dies in etwa der vorgegebenen Toleranz von 5%. In der rechten Grafik ist das Verhältnis der Punkte mit Fehlern 1. Art zu der Gesamtpunktzahl (rot zu grau) für verschiedene  $\alpha$  aufgetragen. Die Analyse wurde sowohl für die FFT-basierte wie auch für die TSVD-basierte Periodogramm-Schätzung durchgeführt. Für beide Methoden entspricht das



**Abbildung 4.16:** Demonstration des Signifikanztests. Links: Schätzung der Punkthöhe  $\hat{h}_0$  für 1000 simulierte Punkte mit kleinem SNR. Von allen akzeptierten Schätzungen sind die rot markierten Schätzungen Fehler 1. Art. Rechts: Anteil der Punkte mit Fehlern 1. Art für verschiedene  $\alpha$  und beide Methoden der Periodogramm-Schätzung.

Verhältnis der Punkte mit Fehlern 1. Art gegenüber der Gesamtpunktzahl in etwa dem unter der Vorgabe von  $\alpha$  erwarteten Anteil.

## 4.6 Validierung und Vergleich der Methoden

Die beiden Ansätze zur Parameterschätzung sollen abschließend verglichen und getestet werden. Die Beispiele auf Seite 63 und 70 zeigen, dass beide Methoden geeignet sind um eine Unterdrückung des Rauschens gegenüber der Parameterschätzung auf SBAS-Stapeln zu erreichen. In einem systematischen Test sollen sie eingehend verglichen werden. Dabei soll auch ein optimales Ablaufschema für die iterative Parameterschätzung mit dem M-SBAS-Ansatz abgeleitet werden. Ebenso soll die Übertragbarkeit der Ansätze auf kleinere Datenstapel untersucht werden.

Die Anzahl der Iterationsschritte sollte so klein wie möglich gehalten werden, ist jedoch so groß zu wählen, dass die aufsummierten Schätzgrößen am Ende der  $I$ -ten Iteration die Signalanteile gänzlich beschreiben und eine bestmögliche Schätzung erreicht wird. Die Grafik in Abbildung 4.4 auf Seite 54 zeigt, dass für die gegebene Basislinienkonfiguration des betrachteten Datensatzes bei 39 Aufnahmen mindestens acht Iterationen notwendig sind um die Abweichung der Schätzwerte bei einer sequentiellen Schätzung unter ein Prozent der optimalen Lösung zu bringen. Der Großteil der Signalanteile wird bereits während der ersten drei Iterationen erkannt und reduziert. Berücksichtigt man die geringe Korrelation, so können in den darauffolgenden Iterationen die verbleibenden Signalanteile parallel bestimmt und korrigiert werden. Insgesamt sind somit nur fünf Iterationen notwendig.

Neben der Verbesserung der Parameterschätzung wird bei jeder Iteration die Signifikanz des geschätzten Parameters anhand des  $g$ -Tests für jedes  $G(k^*)$  bestimmt. Zeigt ein PS-Kandidat mit Index  $x$  in keinem der drei Periodogramme ein kohärentes Signal, wird er verworfen. Wenn jedoch für mindestens ein  $k^*$

$$P_x^{(k^*)} < \alpha \quad (4.59)$$

ist, wird er weiterhin als PS-Kandidat berücksichtigt. Auch wenn der Punkt zunächst nicht in allen Periodogrammen ein signifikantes Signal zeigt, ist es im weiteren Verlauf der sequentiellen

Parameterschätzung möglich, dass er schließlich die Bedingung von Gleichung (4.59) für alle  $k^*$  erfüllt.

Nach dem letzten Iterationsschritt wird die endgültige Auswahl der PS-Punkte anhand des erweiterten Kriteriums

$$x \in PS \Leftrightarrow \left( P_x^{(k^*)} < \alpha \forall k^* \right) \wedge (\gamma_x > \gamma_{\text{thr}}) \quad (4.60)$$

bestimmt. Ein PS-Kandidat wird schließlich als PS-Punkt akzeptiert, wenn er ein signifikantes kohärentes Signal in den Periodogrammen  $G(k^*)$  zeigt und zudem seine Kohärenz über einem Grenzwert  $\gamma_{\text{thr}}$  liegt. Für die Tests wurde das Signifikanzniveau für die ersten drei Iterationsschritte auf  $\alpha = 0.1$  und für die weiteren auf  $\alpha = 0.01$  festgelegt. Für die minimal notwendige Kohärenz wurde ein Wert von  $\gamma_{\text{thr}} = 0.2$  gewählt.

### 4.6.1 Testmodelle

Mit der Validierung soll die Eignung der entwickelten Methode für die Parameterschätzung anspruchsvoller Fälle getestet werden, also für solche Beobachtungspunkte, die eine hohe Bewegungsrate und/oder ein großes Rauschniveau haben. Dafür wurden fünf Szenarien von PS-Punkten in Betracht gezogen, deren Parameter in Tabelle 4.4 aufgelistet sind. Bei den ersten drei Modellen handelt es sich um PS-Punkte mit unterschiedlichem Rauschniveau und variabler Bewegungsrate. Die Phasenterme  $\phi_v$ ,  $\phi_h$  und  $\phi_\alpha$  sind für diese Modelle entsprechend dem idealen PS-Modell jeweils durch einen Parameter beschrieben. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei Modell #4 um den Multi-PS-Fall, bei dem zwei stabile Punkte nach Gleichung (2.27) in unterschiedlicher Höhe zu dem resultierenden Signal beitragen. Die Punkte haben die gleiche lineare Bewegungsrate, jedoch eine unterschiedliche thermische Bewegung. Mit Modell #5 wird der Fall simuliert, bei dem ein Punkt zunächst in Ruhe ist und nach einer gewissen Zeit eine lineare Bewegung erfährt.

Für die Szenarien wurden je 1000 PS-Punkte simuliert. Zur Berechnung der Signalanteile  $\phi_v$ ,  $\phi_h$  und  $\phi_\alpha$  wurden die Aufnahmezeitpunkte, Basislinien und Orbitparameter des Staufen-Datensatzes herangezogen. Die stochastischen Anteile  $\psi_{\text{noise}}$  und  $\psi_{\text{neu}}$  wurden für jeden Punkt und jede simulierte Aufnahme entsprechend den Vorgaben aus Tabelle 4.4 als Zufallsgrößen modelliert.

### 4.6.2 Optimale Überabtastung

In einem ersten Test wurde der Einfluss der Überabtastung auf die Parameterschätzung untersucht. Die Anzahl der Subbänder wurde mit  $S = 16$  für die TSVD-Methode und  $S = 9$  für die FFT-Methode festgelegt. Bei diesem Test wurden nur die Modelle #1 und #3 genutzt. Für jedes Modell wurde die Überabtastung  $f_{\text{ovs}}$  variiert. Als Bewertungsgrößen wurde das quadratische Mittel (RMS) sowie die Standardabweichung aller Schätzungen bestimmt. Die Ergebnisse sind für beide Methoden und Szenarien in den Tabellen 4.5 zusammengestellt.

Es zeigt sich, dass bei der TSVD-Methode bei einer Überabtastung mit  $f_{\text{ovs}} \geq 3$  die überwiegende Anzahl der simulierten Punkte als PS identifiziert wird. Für  $f_{\text{ovs}} = 1$  wird nahezu keiner der PS-Kandidaten als stabiler Punkt akzeptiert. Bei diesen Fällen liegt das Maximum von  $G(\alpha)$  gerade zwischen den Diskretisierungspunkten. Bezüglich der Genauigkeit der bestimmten Parameter ist bei dem Szenario #1 mit geringerem Signalrauschen keine eindeutige Abhängigkeit von  $f_{\text{ovs}}$  für einen Wert  $\geq 3$  auszumachen. Hingegen zeigen die Ergebnisse für das stärker verrauschte Modell #3, dass eine Erhöhung der Überabtastung zu einer verbesserten Schätzung führt. Ein ähnlicher Trend ist auch für die FFT-Methode zu erkennen.

Der Vergleich von TSVD und FFT zeigt, dass die Parameter mit der TSVD-Methode exakter bestimmt werden können. So können mit dieser Methode in beiden Szenarien die Bewegungsraten mit einem RMS deutlich unter 1 mm/a bestimmt werden, während mit der FFT-Methode bei diesen Beispielen bestenfalls ein RMS von 1.1 mm/a erreicht wird. Weiterhin zeigen die Ergebnisse, dass in beiden Fällen bei kleiner Überabtastung mitunter erhebliche Differenzen zwischen dem RMS und der Standardabweichung bestehen. In diesen Fällen macht sich der Diskretisierungsfehler bemerkbar. Wenn der RMS nur geringfügig größer ist als die Standardabweichung, ist die Diskretisierung ausreichend.

Für beide Methoden kann mit einer Überabtastung eine verbesserte Schätzung erreicht werden. Gleichzeitig wird auch die Erkennungsquote der PS-Punkte verbessert. Wenn in einem Gebiet möglichst viele PS-Punkte mit großer Bewegungsrate detektiert werden sollen, ist  $f_{ovs} \geq 2$  zu wählen. Unter Berücksichtigung der Ergebnisse wird für die TSVD-Methode ein Wert von  $f_{ovs} = 8$  und für die FFT-Methode ein Wert von  $f_{ovs} = 16$  gewählt.

### 4.6.3 Übertragbarkeit auf kleinere Datenstapel

Die Aufteilung der Interferogramme in verschiedene Subbänder setzt eine Mindestanzahl an Aufnahmen voraus. Mit einem zweiten Test soll die Übertragbarkeit der Methodik auf kleinere Datenstapel beleuchtet werden. Dafür wurde der vollständige simulierte Datenstapel von 39 Aufnahmen schrittweise verkleinert. Auf diesen verkürzten Beobachtungsreihen wurden die Parameter mit verschiedenen M-SBAS-Zerlegungen geschätzt. Für die TSVD-Methode wurde  $S = \{4, 9, 16, 25\}$  und für die FFT-Methode, je nach Größe des Datenstapels,  $S = \{4, 9, 16\}$  gewählt. Als repräsentatives Modell wurde für diesen Test der Fall #2 gewählt, der einen Punkt mit einem geringem Signal-Rausch-Verhältnis von etwa  $-3$  dB beschreibt. Wie Abbildung 4.17 zeigt, ist mit der TSVD-Methode auch auf kleineren Datenstapeln eine robuste Parameterschätzung möglich. Für sehr kleine Datenstapel mit z. B. nur 10 Aufnahmen wird die Abweichung von den wahren Schätzwerten erwartungsgemäß größer, jedoch werden mit  $S = 4$  bzw.  $S = 9$  die Parameter auch in diesen Fällen gut geschätzt. Für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten steigt der RMS bei kleinen Datenstapeln unverhältnismäßig stark an, begründet durch die geringeren Temperaturdifferenzen über kurze Beobachtungszeiträume. Während die Parameter

#	Beschreibung	$\sigma_n$	$\sigma_{\psi_{neu}}^2$ [mm <sup>2</sup> ]	$v$ [mm/a]	$h$ [m]	$\alpha$ [mm/K]
1	großes Signal geringes Punktrauschen	0.2	9.0	120	21.3	0.5
2	kleines Signal großes Punktrauschen	0.5	9.0	10	5.3	0.2
3	mittleres Signal mittleres Punktrauschen	0.3	9.0	50	15.5	0.2
4	Multi-PS mittleres Punktrauschen	0.3	4.0	(5, 5)	(3.0, 40.0)	(0.0, 0.3)
5	nichtlineare Bewegung mittleres Punktrauschen	0.3	4.0	(0, 23)	(5.0, 5.0)	(0.1, 0.1)

**Tabelle 4.4:** Parameter der Modellszenarien für die Validierung der Parameterschätzung mit der M-SBAS-Methode.

**Model #1 - TSVD**

	Überabtastung				
$f_{\text{ovs}}$	1	2	3	4	8
akzeptiert [%]	0.4	86	79	93	82
$v$ [mm/a]	–	0.5 (0.0)	0.7 (0.6)	0.8 (0.8)	0.6 (0.6)
$h$ [m]	–	0.9 (0.4)	1.0 (0.6)	1.2 (1.0)	1.2 (1.2)
$\alpha$ [mm/K]	–	0.06 (0.05)	0.02 (0.01)	0.05 (0.04)	0.03 (0.03)

**Model #3 - TSVD**

	Überabtastung				
$f_{\text{ovs}}$	1	2	3	4	8
akzeptiert [%]	0.3	59	96	97	95
$v$ [mm/a]	–	2.0 (2.0)	1.1 (1.1)	0.7 (0.7)	0.6 (0.6)
$h$ [m]	–	3.3 (3.1)	2.3 (2.1)	1.1 (1.0)	1.3 (1.3)
$\alpha$ [mm/K]	–	0.06 (0.06)	0.04 (0.02)	0.05 (0.05)	0.04 (0.04)

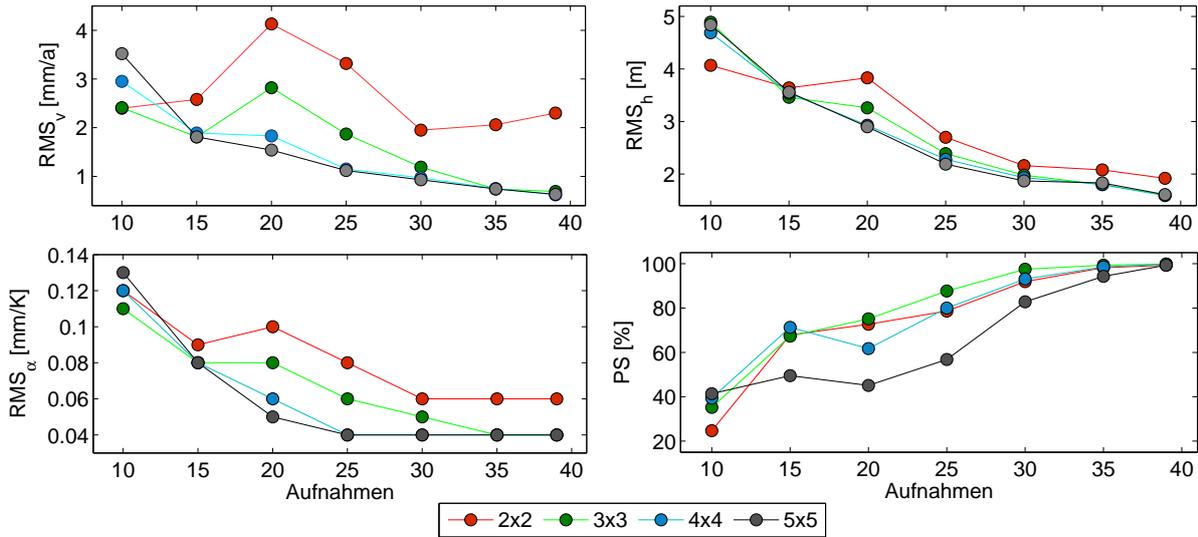
**Model #1 - FFT**

	Überabtastung					
$f_{\text{ovs}}$	1	2	4	8	16	32
akzeptiert [%]	27	43	47	50	47	49
$v$ [mm/a]	7.5 (2.0)	1.1 (1.0)	2.3 (2.0)	1.7 (1.5)	1.8 (1.5)	1.8 (1.5)
$h$ [m]	1.0 (0.2)	1.7 (1.7)	1.4 (1.4)	1.2 (1.1)	1.3 (1.2)	1.3 (1.2)
$\alpha$ [mm/K]	0.06 (0.0)	0.06 (0.0)	0.06 (0.05)	0.05 (0.04)	0.04 (0.04)	0.05 (0.04)

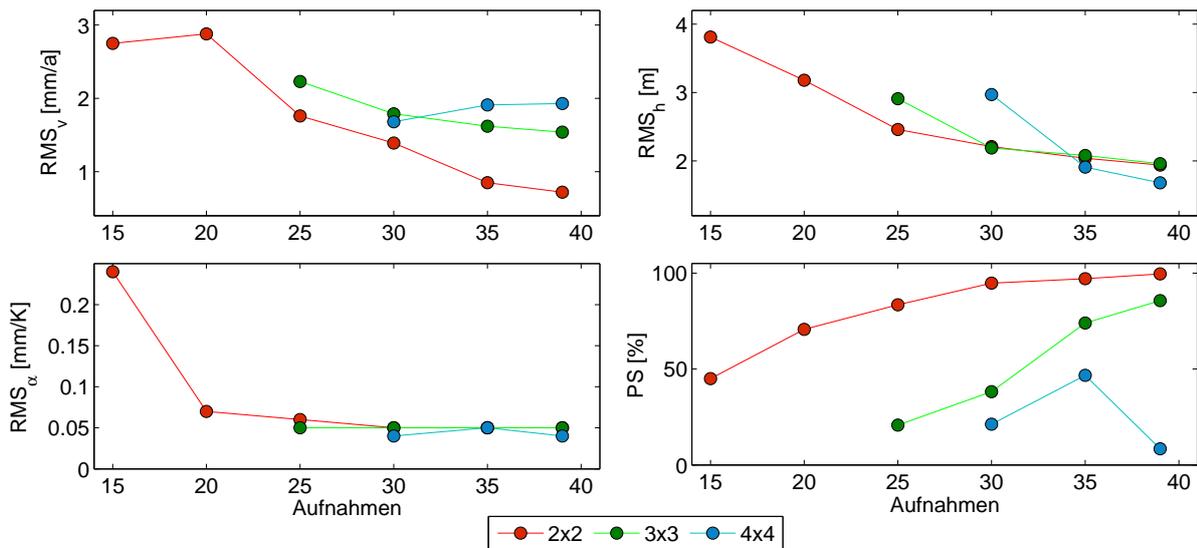
**Model #3 - FFT**

	Überabtastung					
$f_{\text{ovs}}$	1	2	4	8	16	32
akzeptiert [%]	96	98	99	100	100	99
$v$ [mm/a]	1.8 (0.0)	1.8 (0.0)	2.0 (1.7)	1.6 (1.4)	1.5 (1.4)	1.5 (1.4)
$h$ [m]	3.5 (3.0)	1.6 (1.4)	1.4 (1.4)	1.3 (1.2)	1.2 (1.2)	1.2 (1.2)
$\alpha$ [mm/K]	0.21 (0.17)	0.03 (0.03)	0.05 (0.05)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)

**Tabelle 4.5:** Zusammenstellung der Testergebnisse für die Modelle #1 und #3 für beide Methoden und unterschiedliche Überabtastung  $f_{\text{ovs}}$ . In der ersten Zeile ist jeweils der Anteil akzeptierter PS-Punkte nach dem Kriterium der Gleichung (4.60) aufgeführt. Darunter ist der RMS und in Klammern die Standardabweichung für die geschätzten Parameter der anerkannten PS-Punkte angegeben.



**Abbildung 4.17:** Genauigkeit der FFT-basierten Parameterschätzung mit dem M-SBAS-Ansatz in Abhängigkeit von der Größe des Datenstapels und für verschiedene Subband-Zerlegungen ( $S = n \times n$ ). Die rechte untere Grafik zeigt die Erkennungsquote als Verhältnis der als signifikant bewerteten PS-Punkte zur Gesamtanzahl aller simulierten Punkte.



**Abbildung 4.18:** Genauigkeit der TSVD-basierten Parameterschätzung mit dem M-SBAS-Ansatz in Abhängigkeit von der Größe des Datenstapels und für verschiedene Subband-Zerlegungen ( $S = n \times n$ ). Die linke untere Grafik zeigt die Erkennungsquote als Verhältnis der als signifikant bewerteten PS-Punkte zur Gesamtanzahl aller simulierten Punkte.

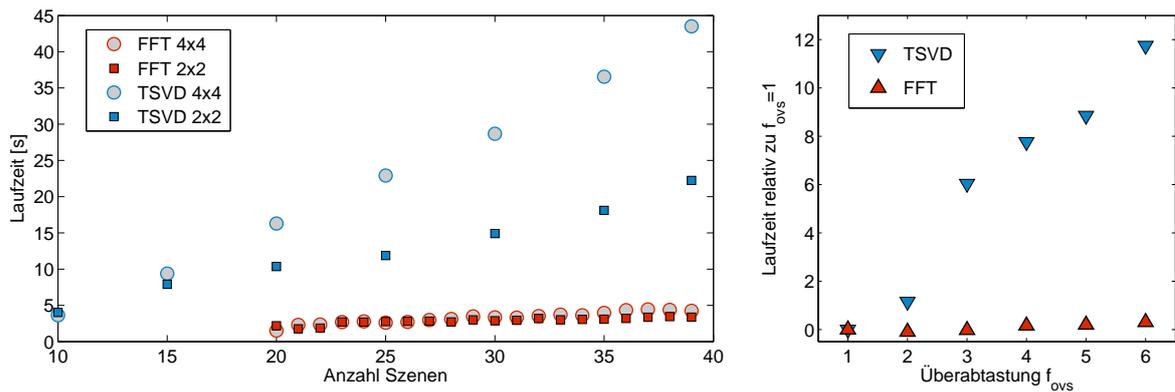
auch bei kleinen Datenstapeln hinreichend gut geschätzt werden, ist die Erkennungsquote bei weniger als 15 Szenen sehr gering. Zwischen 10 und 15 Aufnahmen verdoppelt sich die Quote nahezu von ca. 35 % auf 70 %.

Für die FFT-basierte Schätzung ist die Subbandunterteilung für kleine Datenstapel nur eingeschränkt möglich. Bei einer geringen Anzahl an Interferogrammen sind die nach Gleichung (4.48) zulässigen Bereiche, auf denen das Signal interpoliert werden kann, zu klein. Für die rea-

lisierbaren Unterteilungen zeigt die FFT-basierte Schätzung jedoch einen zur TSVD-Methode vergleichbaren Trend. Mit  $S = 4$  ist auch mit dieser Methode für die Bewegungsschätzung ein RMS unter 1 mm/a möglich. Die erreichbare Erkennungsquote ist vergleichbar mit der TSVD-Schätzung.

#### 4.6.4 Laufzeit

Die FFT-basierte Schätzung wurde im Zuge der methodischen Entwicklung als laufzeitoptimierte Alternative zur TSVD-Methode in Erwägung gezogen. Die Modellläufe wurden auf einem 2-Kern-Prozessor (Intel® Core™ i5; 2.53 GHz) durchgeführt. Die notwendigen Laufzeiten zur vollständigen Parameterschätzung von 1000 Punkten sind für die durchgeführten Testszenarien in Abbildung 4.19 zusammengestellt. Demnach ist die Parameterschätzung mittels FFT unabhängig von der Anzahl der Szenen und der gewählten Überabtastung wesentlich schneller als die Parameterschätzung mittels TSVD. Der Zeitgewinn durch die FFT ist wesentlich größer als der zusätzliche Aufwand für die Interpolation der Beobachtungsreihen. Die erforderliche Rechenzeit steigt für beide Methoden in etwa linear mit  $f_{\text{ovs}}$  sowie der Anzahl der Szenen  $M$ . Sie kann durch eine kleinere Anzahl an Subbändern reduziert werden, jedoch auf Kosten der Erkennungsquote bei Punkten mit großen Bewegungsraten.



**Abbildung 4.19:** Laufzeiten für die gesamte Parameterschätzung mit fünf Iterationen für jeweils  $10^3$  Punkte in Abhängigkeit von der Größe des Datenstapels (links) sowie in Abhängigkeit von der gewählten Überabtastung (rechts).

#### 4.6.5 Optimiertes Iterationsschema

Mit den Erkenntnissen aus den vorangegangenen Tests kann die Parameterschätzung hinsichtlich der Erkennungsquote und der Genauigkeit der geschätzten Parameter sowie der erforderlichen Laufzeit für die Anwendung in der PS-Analyse durch die Kombination der beiden Methoden TSVD (präzise) und FFT (schnell) weiter optimiert werden. Bei der Anwendung auf reale Datenstapel wird ein großer Teil der mittels Amplitudendispersion ausgewählten PS-Kandidaten im Laufe der Parameterschätzung verworfen. Viele dieser nicht-signifikanten Punkte werden bereits während der ersten drei Iterationsschritte als solche erkannt. Es liegt daher nahe, zu Beginn der Iteration die schnelle FFT-Methode zu wählen um Näherungswerte der Schätzparameter zu erhalten und die Anzahl der PS-Kandidaten zu verringern. Anschließend können die Parameter mit der TSVD-Methode auf dem reduzierten Satz von PS-Kandidaten mit bestmöglicher Genauigkeit geschätzt werden. Die Korrektur der Näherungswerte kann dann parallel erfolgen.

Ebenso kann das Signifikanzniveau in zwei Stufen angepasst werden. Für die ersten drei Iterationsschritte kann  $\alpha = 0.1$  gewählt werden, um auch Punkte mit größerem Rauschen zuzulassen. Bei den abschließenden beiden Iterationen sollte der Anteil fehlerhafter Schätzungen hingegen durch einen deutlich kleineren Wert, zum Beispiel  $\alpha = 1\%$ , reduziert werden.

Für die Anzahl der Subbänder  $s$  muss ein Kompromiss zwischen der geringen Laufzeit für kleine  $S$  und der höheren Erkennungsquote bei großen Signalen für große  $S$  gefunden werden. Hier wurde  $S = 9$  gewählt.

In Tabelle 4.6 ist das unter den genannten Vorgaben optimierte Iterationsschema zusammengefasst.

Iteration	Ziel	Methode	Subbänder	$\alpha$	Korrektur
1	Reduzierung der PS-Kandidaten	FFT	3x3	0.1	sequentiell
2, 3	Näherungswerte für Parameter	FFT	3x3	0.1	sequentiell
4	Korrektur der Näherungswerte	TSVD	3x3	0.01	parallel
5	Exakte Parameter Auswahl PS-Punkte	TSVD	3x3	0.01	parallel

**Tabelle 4.6:** Optimiertes Iterationsschema für den M-SBAS-Ansatz für mittelgroße Datenstapel mit 20 bis 40 Szenen.

In einem abschließenden Test wurde für alle Simulations-Szenarien aus Tabelle 4.4 die Parameterschätzung mit diesem optimierten Iterationsschema durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.7 dargestellt. Für die Modelle #1 bis #3 ist die Genauigkeit der Parameterschätzung vergleichbar mit den Ergebnissen, die bei alleiniger Anwendung der TSVD-Methode erreicht werden können (s. Tab. 4.5), jedoch mit einer deutlichen Reduzierung der Laufzeit um etwa 50%. Die Ergebnisse für den Modellfall #5 zeigen, dass auch bei nichtlinearer Bewegung der überwiegende Teil der PS-Punkte erkannt wird. Deren Höhe ist im Vergleich zu den anderen Szenarien mit ähnlicher Präzision bestimmbar, während der Fehler für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_0$  aufgrund der Korrelation von  $v$  und  $\alpha$  deutlich größer ist.

Parameter	Modell #				
	1	2	3	4	5
akzeptiert [%]	35	96	96	68	73
$RMS_v$ [mm/a]	0.6	0.8	0.7	0.7	–
$RMS_h$ [m]	1.3	1.5	1.2	–	1.3
$RMS_\alpha$ [mm/K]	0.03	0.04	0.04	0.13	0.19

**Tabelle 4.7:** Ergebnisse der Parameterschätzung mit optimiertem Iterationsschema für die in Tabelle 4.4 aufgeführten Modellszenarien.

## 4.7 Zusammenfassung

Die Parameterschätzung und PS-Selektion sind die zentralen Punkte aller PSI-Verfahren. In diesem Kapitel wurde eine robuste Methode vorgestellt, mit der die Punktbeziehung  $v$ , die Punkthöhe  $h$  sowie die thermisch bedingte Bewegung von PS-Kandidaten gleichzeitig auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen bestimmt werden können. Durch einen iterativen Ansatz wird die ursprüngliche Suche der Lösung  $\mathbf{x}$  im  $\mathbb{R}^3$  auf die wesentlich schnellere sequentielle Bestimmung von drei Lösungen in  $\mathbb{R}$  reduziert. Die Parameter werden anhand des Maximums der eindimensionalen Periodogramme bestimmt. Jedoch wird im Zuge der Reduzierung von drei Parametern auf einen Parameter das SNR durch die jeweils unberücksichtigten Signalanteile verschlechtert. Mit der M-SBAS-Methode werden diese durch eine Beschränkung der Bandbreite unterdrückt und das SNR wird folglich erhöht. Da in die Modellfunktion nur lineare Phasenterme eingehen, können die Periodogramme aller Subbänder gestapelt werden. Trotz Beschränkung der Bandbreite in den Subbändern können letztendlich alle interferometrischen Beobachtungen genutzt werden. Die Folge ist eine effektive Reduzierung des Rauschens.

Ausgehend von dem Gitter-Such-Ansatz der Periodogrammschätzung wurden zwei Methoden zur optimierten Periodogrammschätzung vorgestellt. Die TSVD-Methode basiert auf dem Lösungsansatz der SAR-Tomografie. Dabei wird eine Rauschverstärkung bei der Periodogrammschätzung unterdrückt, indem der zuverlässig bestimmbare spektrale Anteil der Abbildungsmatrix über eine Singulärwertzerlegung ermittelt wird. Es stellt sich heraus, dass die Grenze der nutzbaren Singulärwerte von der konkreten Verteilung der Basislinien unabhängig ist. Die FFT-basierte Periodogrammschätzung ist eine laufzeitoptimierte Alternative zur TSVD-Methode. Für deren Nutzung müssen die interferometrischen Beobachtungen auf regelmäßig verteilte Beobachtungspunkte interpoliert werden. Die Tests anhand von synthetischen Daten zeigen, dass auch mit der FFT-Methode eine robuste Parameterschätzung möglich ist. Dabei ist der Fehler der Schätzung gegenüber der TSVD-Methode geringfügig größer, die notwendige Laufzeit kann jedoch erheblich reduziert werden.

Die M-SBAS-Methode ermöglicht zusammen mit dem sequentiellen Ansatz eine schnelle und robuste Parameterschätzung auf mehrdeutigen interferometrischen Phasenbeobachtungen. Sie ist daher gut geeignet für die PSI-Analyse mit Separationsansatz, bei der die Parameterbestimmung für eine große Anzahl an PS-Kandidaten durchgeführt werden muss. Die durchgeführten Tests zeigen, dass die Parameter auch bei großen Phasengradienten und geringem SNR zuverlässig geschätzt werden. Die Methode kann in Bezug auf die Laufzeit und die erreichbare Genauigkeit der Schätzungen optimiert werden, wenn die FFT-basierte Parameterbestimmung mit der TSVD-basierten Methode kombiniert wird.

Für die Auswahl von PS-Punkten aus der Menge der PS-Kandidaten muss die Signifikanz des modellierbaren linearen Phasensignals gegenüber dem stochastischen Phasenrauschen bestimmt werden. Bei den gängigen PSI-Verfahren beruht die PS-Selektion auf einem Vergleich der Phasenkohärenz oder Phasenvarianz mit einem vorgegebenen Grenzwert. Mit dem  $g$ -Test wurde eine Alternative vorgestellt, mit der die PS-Selektion als Test unter Vorgabe eines Signifikanzniveaus durchgeführt werden kann. Gegenüber des Kohärenzkriteriums kann ein PS-Punkt mit diesem Test auch auf mehrere signifikante Signale, beispielsweise verschiedene Bewegungsraten, getestet werden. Für die Anzahl der effektiven Frequenzen  $N_e$  muss ein Wert bestimmt werden. Wenn die Punktverteilung in den Beobachtungsreihen ausreichend homogen ist, kann für  $N_e$  der Wert aus der Singulärwertzerlegung von  $\mathbf{L}$  ermittelt werden. Generell sollte, wie hier gezeigt,  $N_e$  anhand von Simulationen getestet werden, um einen optimalen Signifikanztest für den spezifischen Datenstapel zu ermöglichen. Die Simulation muss dabei für einen Datensatz nur einmalig durchgeführt werden und erfordert nur einen geringen zusätzlichen Rechenaufwand.

# Kapitel 5

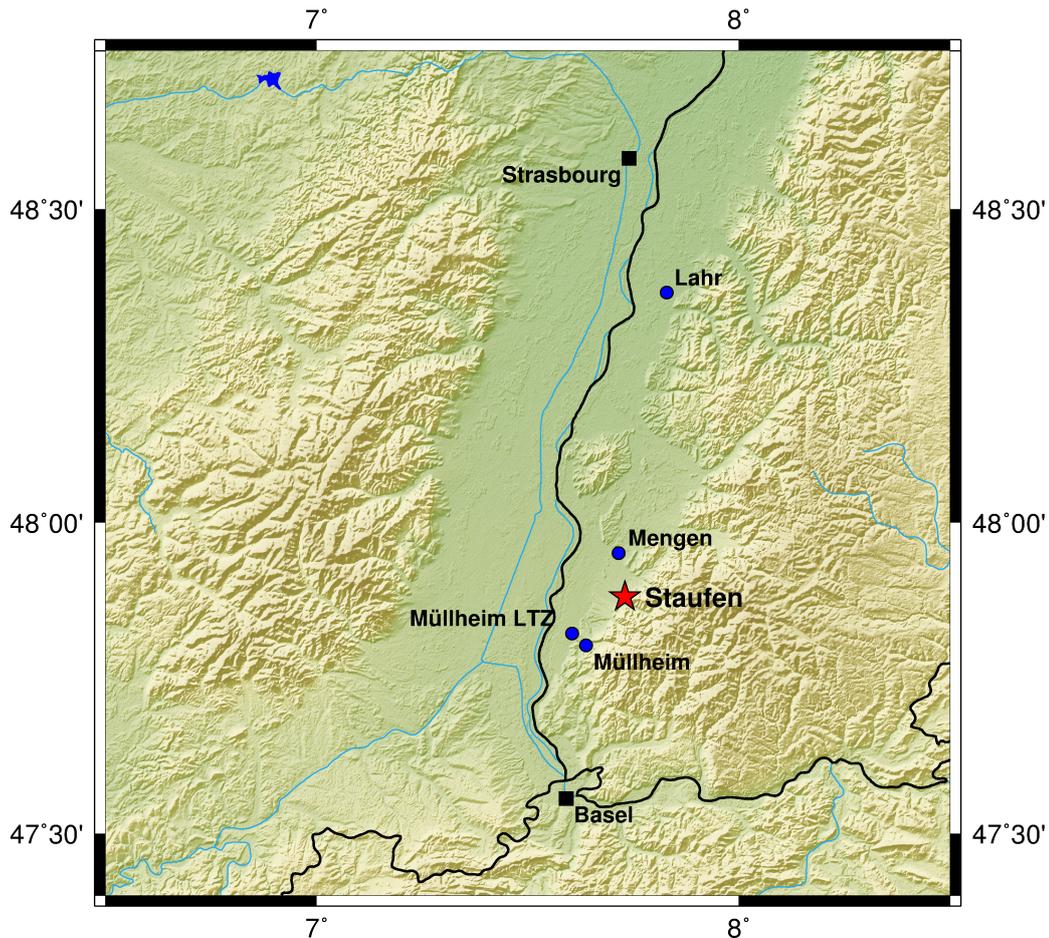
## Anwendungsbeispiel Staufen

In diesem Kapitel wird die Anwendbarkeit der modifizierten PSI-Auswertung für die Bestimmung lokaler Bodenbewegungen in urbanen Gebieten gezeigt und mit dem StaMPS-Algorithmus verglichen. Als Testgebiet wurde dafür die Kleinstadt Staufen gewählt. Sie befindet sich am östlichen Rand des Rheingrabens, ca. 15 km südlich von Freiburg und 50 km nördlich von Basel (Abb. 5.1). Im Zentrum von Staufen werden seit Ende 2007 auf einem 8 ha großen Areal starke Bodenbewegungen registriert. Die Hebungsraten betragen zeitweise bis zu 11 mm/Monat. Die Bodendeformation wird durch eine Lösungs-Fällungs-Reaktion in Gipskeuperschichten direkt unter dem Hebungsbereich verursacht. Dabei wird Anhydrit unter Aufnahme von Wasser in Gips umgesetzt. Im Zuge der Mineralumwandlung kommt es zu einer Volumenzunahme des Gesteins [Nuesch et al. 1995]. Die Umwandlung ist ein natürlicher Prozess, der auftritt, sobald der zuvor isolierte Anhydritkörper mit Wasser in Kontakt kommt. Im ungestörten Untergrund sind die anhydritführenden Schichten des Gipskeupers entweder durch natürliche Barrieren abgedichtet oder bereits vollständig zu Gips umgesetzt. Der plötzlich eintretende Quellvorgang in Staufen wird auf das Abteufen von Bohrungen zur Installation von Erdwärmesonden zurückgeführt. Dabei wurde durch mindestens eine der Bohrungen der Zufluss des Grundwassers aus einem gespannten Aquifer in die darüberliegende Gipskeuperschicht ermöglicht [Engesser et al. 2010, Ruch et al. 2012]. Die Bodenhebung wird durch den Quelldruck bei der Mineralumwandlung hervorgerufen. Im Fall von Staufen liegen die quellfähigen Schichten in einer Tiefe zwischen 60 und 120 m. Die Auflast des Deckgebirges kann den Quelldruck von bis zu 7 MPa nicht kompensieren. Entsprechend große Hebungsraten sind die Folge [Nuesch et al. 1995]. Der Quellvorgang in den Gipskeuperschichten ist ein fortwährender Prozess, der nach initialem Wasserzutritt solange anhält, bis entweder das quellfähige Material oder das zur Verfügung stehende Wasser umgesetzt ist.

Zur Schadensbegrenzung wird seit November 2009 durch das Abpumpen des Grundwassers aus einem tiefer gelegenen Aquifer der Grundwasserspiegel dauerhaft gesenkt. Zudem wurden beginnend im November 2009 die Ringräume der Bohrungen abgedichtet, um den weiteren Zutritt von Grundwasser in den quellfähigen Anhydritkörper zu unterbinden. Die Hebungsraten konnten dadurch von ursprünglich maximal 11 mm/Monat auf mittlerweile ca. 3 mm/Monat reduziert werden. Im Zeitraum von Mai 2008 bis November 2012 wurde nach Grimm et al. (2014) im zentralen Bereich des Hebungsbereiches eine Gesamthebung von ca. 38 cm registriert.

Das Hebungsbereich hat einen Durchmesser von knapp 300 m. Bei den oben genannten Bewegungsraten ist die Bodendeformation entsprechend groß. Es kommt zu Zerrungen und Pressungen an der Oberfläche, die erhebliche Auswirkungen auf die Gebäude und die Infrastruktur haben. Trotz der geringen Ausdehnung des Deformationsgebietes wurden bisher über 250 Häuser beschädigt. Die Schadenshöhe wurde bereits im Jahr 2010 auf über 50 Mio. € geschätzt [Grimm et al. 2014].

Seit Anfang 2008 werden in Staufen in regelmäßigen abständen Nivellements durchgeführt [Engesser et al. 2010, Ruch et al. 2012]. Die Höhenmessungen werden seit März 2011 durch Lagemessungen auf einem eigens angelegten Deformationsnetz ergänzt [Asal et al. 2014]. Beginnend im Juli 2008 wurden für die Region Staufen SAR-Aufnahmen vom Satelliten TerraSAR-X im aufsteigenden Orbit aufgezeichnet. Der Datenstapel wurde im Zeitraum Oktober 2009 bis Juli 2010 durch Aufnahmen im absteigenden Orbit ergänzt.



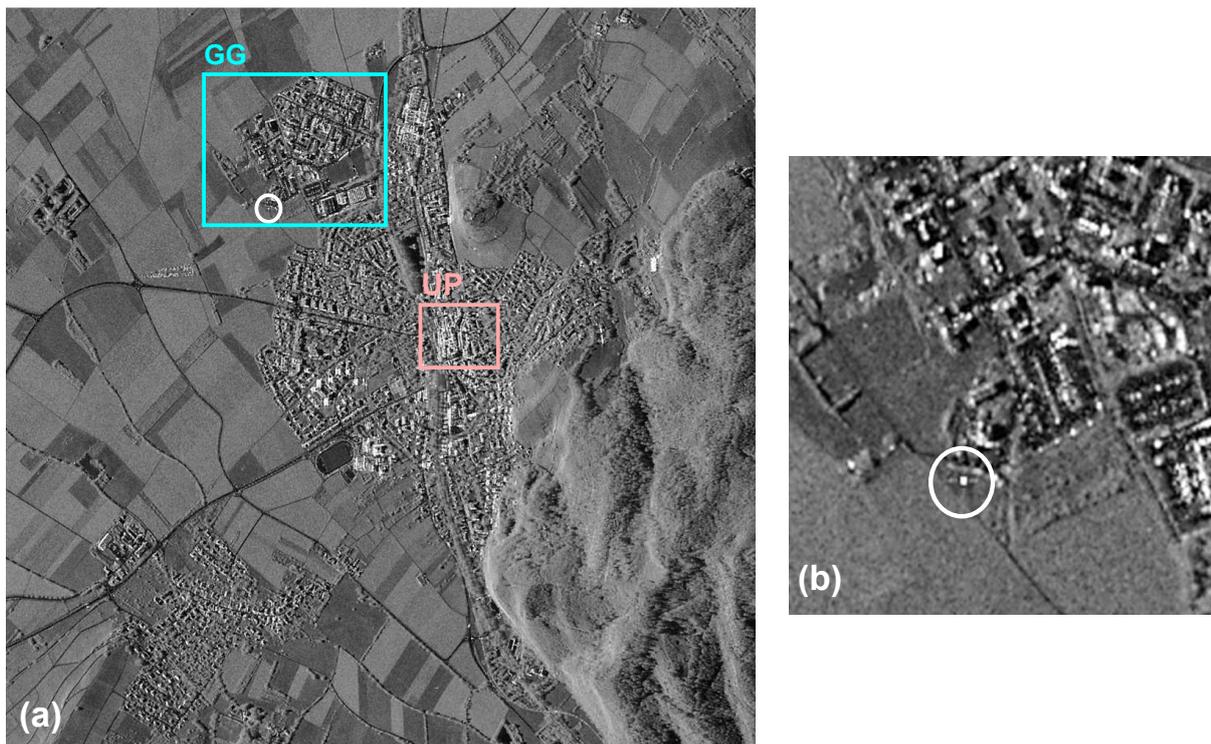
**Abbildung 5.1:** Übersichtskarte mit der Lage des Untersuchungsgebietes Staufen, das für die Anwendungsstudie gewählt wurde. Die blauen Punkte zeigen die Standorte von Wetterstationen, deren Temperaturdaten für die Bestimmung der thermisch bedingten Punktbeziehung genutzt wurden.

Lubitz et al. (2013) haben die LOS-Bewegungsraten in Staufen aus der PSI-Analyse der TerraSAR-X-Szenen im aufsteigenden Orbit bestimmt und im Kontext des komplizierten tektonischen Aufbaus der Vorbergzone an der östlichen Grabenrandverwerfung geologisch interpretiert. Eine PSI-Auswertung beider Datenstapel wurde in Schenk und Westerhaus (2012) vorgestellt. Dabei wurden die beobachteten Bewegungsraten aus aufsteigendem und absteigendem Orbit mit den nivellitischen Messungen kombiniert, um den tatsächlichen Bewegungsvektor der Oberflächenbewegung aus den LOS-Bewegungsraten zu rekonstruieren.

## 5.1 Datengrundlage

Die Studie basiert auf einem Datensatz, der mit dem Satelliten TerraSAR-X über zwei Jahre im Zeitraum Juli 2008 bis Juli 2010 aufgenommen wurde. Von den ursprünglich 42 Szenen, die für diesen Zeitraum zur Verfügung stehen, konnten drei Szenen aufgrund von Schneebedeckung nicht für die PSI-Auswertung genutzt werden. Die Aufnahmen decken ein Gebiet von ca.  $30 \times 50$  km ab, für die Analyse der Bodenbewegung in Staufen wurde die Auswertung in dieser Arbeit jedoch auf ein Gebiet von etwa  $3 \times 3$  km<sup>2</sup> beschränkt. Für den gewählten Ausschnitt ist das

mittlere Amplitudenbild aller verwendeten Szenen in Abbildung 5.2(a) dargestellt. Die Daten wurden im Stripmap-Modus im aufsteigenden Orbit aufgenommen. Das Gebiet wird dabei aus Westen blickend erfasst. Die lokale Überflugzeit ist 17:17 UTC. Der Einfallswinkel  $\theta$  variiert über die Range-Distanz zwischen  $38.0^\circ$  und  $40.5^\circ$ , wobei er im Bereich von Staufen bei  $39.8^\circ$  liegt. Sämtliche Szenen wurden im SRA-Modus (*single-receive antenna configuration*) in HH-Polarisation und einer nominellen Azimut-Auflösung von 3.3 m aufgenommen. Die Auflösung in Range beträgt in Blickrichtung des Satelliten 1.8 m, was einer Bodenauflösung von etwa 2.8 m entspricht. Der Punktabstand der SLC-Daten liegt mit 1.9 m in Azimut und 1.4 m in Range leicht über der erreichbaren Auflösung. Abbildung 5.3 zeigt die Aufnahmezeitpunkte der in dieser

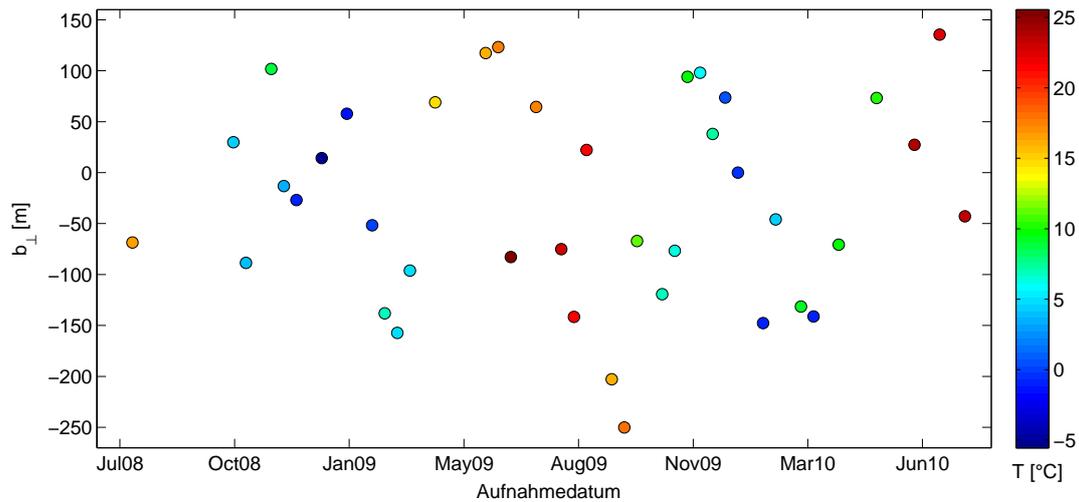


**Abbildung 5.2:** (a) Mittelere Amplitudenbild aller TerraSAR-X-Aufnahmen. In dem Gewerbegebiet Gaisgraben (GG) gab es im Untersuchungszeitraum keine nachweislichen Bewegungen. Der vergrößerte Ausschnitt des südlichen Bereiches zeigt die Rückstreuung des installierten Corner-Reflektors (Kreis in Abb. (a) und (b)). Das Hebungsgebiet befindet sich im Zentrum von Staufen (UP).

Studie verwendeten Szenen sowie deren senkrechte Basislinie  $b_\perp$  bezüglich der Aufnahme vom 1. Januar 2010. Sie wurde als Master-Szene der Koregistrierung gewählt. Die Basislinien bezüglich dieses Masters liegen zwischen -250 m und 135 m. Die Streuung der Basislinien bestimmt die erreichbare Genauigkeit bei der Schätzung der PS-Punkthöhe  $h_0$ . Nach Bamler et al. (2009) lässt sich für den Fehler der Schätzung eine untere Grenze nach Cramèr-Rao mit

$$\sigma_h = \frac{\lambda r \sin \theta}{4\pi\sigma_{b_\perp} \sqrt{2M} \sqrt{\text{SNR}}} \quad (5.1)$$

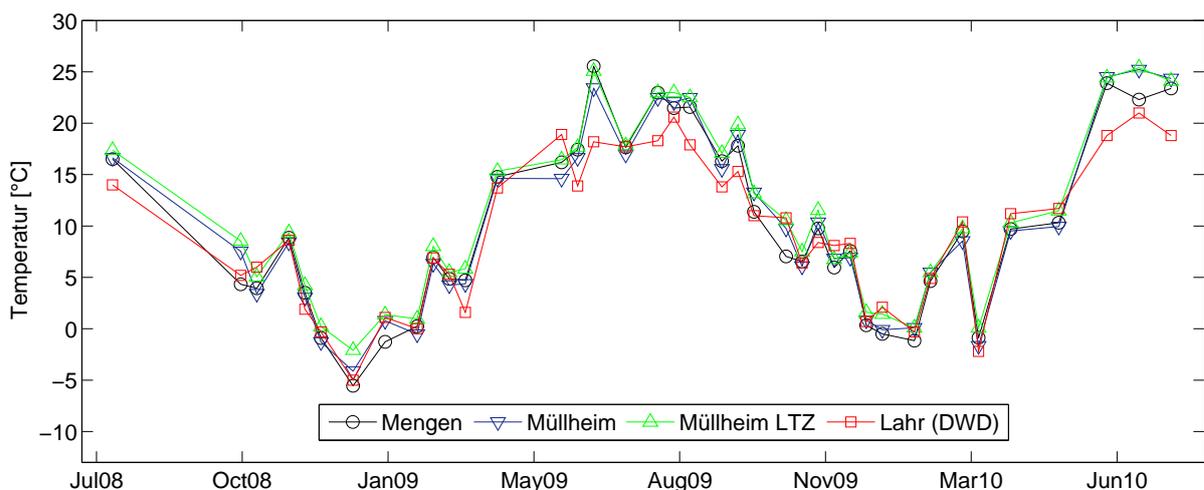
angeben. Dabei bezeichnet  $M$  die Anzahl der verfügbaren Szenen und  $\sigma_{b_\perp}^2$  die Varianz der Basislinien bezüglich der Master-Szene. Für einen Punkt mit einem SNR von 2 dB liegt der Fehler der PS-Höhe mit der gegebenen Basislinienverteilung ( $\sigma_{b_\perp} = 99$  m) bei  $\sigma_h = 0.8$  m. Bei einem SNR von 10 dB ist  $\sigma_h = 0.4$  m.



**Abbildung 5.3:** Basisliniendiagramm der 39 verwendeten Szenen des Staufen-Datensatzes. Die senkrechten Basislinien sind in Bezug auf die Masterszene der Koregistrierung vom Januar 2010 angegeben. Die Farbe der Punkte zeigt die Oberflächentemperatur zu den Aufnahmezeitpunkten an der LTZ Wetterstation in Mengen.

### 5.1.1 Temperaturdaten

Für die Modellierung der thermisch bedingten Punktbeziehung muss die Temperatur im Untersuchungsgebiet zu den Aufnahmezeitpunkten bekannt sein. Für die Stadt Staufen sind für den Beobachtungszeitraum keine Temperaturaufzeichnungen verfügbar. Gleichwohl sind in der Umgebung des Untersuchungsgebietes mehrere Wetterstationen installiert, deren Daten frei verfügbar sind. Von diesen können diejenigen genutzt werden, die ebenfalls im Rheingraben liegen und die Temperatur in Staufen aller Voraussicht nach ohne systematische Abweichung repräsentieren. Die in Frage kommenden Temperaturmesspunkte sind in der Übersichtskarte in Abbildung 5.1 eingezeichnet.



**Abbildung 5.4:** Zusammenstellung der Temperaturen zu den Aufnahmezeitpunkten der Satellitenbilder an den vom LTZ betriebenen Wetterstationen in der Umgebung von Staufen, sowie an der vom DWD betriebenen Station Lahr (s. Abb. 5.1).

Die Stationen Müllheim, Müllheim LTZ und Mengen werden vom Landwirtschaftlichen Technologiezentrum Augustenberg (LTZ) im Auftrag des Ministeriums für Landwirtschaft und Entwicklung ländlicher Raum von Baden-Württemberg betrieben. An diesen Stationen wird die Temperatur stündlich registriert und aufgezeichnet. Für die drei LTZ-Stationen sind stündliche Temperaturdaten für alle Aufnahmezeitpunkte verfügbar. Eine weitere Beobachtungsstation befindet sich in Lahr, ca. 50 km nördlich von Staufen. Sie wird vom Deutschen Wetterdienst (DWD) betrieben. Für diese Station stehen tägliche Werte der mittleren Tagestemperatur zur Verfügung. Der Temperaturverlauf der vier Stationen ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Alle LTZ-Stationen zeigen einen ähnlichen Verlauf. Die Standardabweichung der Differenzen liegt bei 1 °C. Für die Sommermonate zeigen die Tagesmitteltemperaturen der DWD-Station eine systematische Abweichung gegenüber den Registrierungen der LTZ-Stationen zur exakten Überflugzeit des Satelliten. Die Tagestemperaturen liegen im Mittel 1 °C unter den Werten der LTZ-Stationen. Die Standardabweichung der Differenzen beträgt 2.3 °C. In dem Basisliniendiagramm in Abbildung 5.3 ist die Temperatur der am nächsten gelegenen Station Mengen für die Aufnahmezeitpunkte farblich dargestellt.

### 5.1.2 Corner-Reflektor

Im Rahmen der Untersuchungen wurde im Mai 2009 parallel zu den Überfliegungen von TerraSAR-X ein Corner-Reflektor nordwestlich des Stadtzentrums von Staufen installiert und in Richtung des Blickvektors des Satelliten orientiert. Der Reflektor ist in Abbildung 5.2(b) am südlichen Rand des Gaisgraben-Gebietes zu erkennen. Er wurde im Mai 2009 erstmals terrestrisch eingemessen. Die Position des Phasenreferenzpunktes wurde im Januar 2010 sowie im Juli 2010 wiederholt bestimmt, um mögliche Bodenbewegungen in diesem Gebiet auszuschließen. Die Einmessung des Reflektors ist in Bähr und Schenk (2010) beschrieben. In Tabelle 5.1 ist die exakte Position des Phasenreferenzzentrums des Corner-Reflektors für die erste Messung im Juni 2009 angegeben. Tabelle 5.2 zeigt die Abweichungen von dieser Position zu den Wiederholungsmessungen in lokalen topozentrischen Koordinaten. Demnach sind im Bereich des Reflektors über den Beobachtungszeitraum keine signifikanten Bodenbewegungen aufgetreten. Dies wird auch durch Wiederholungsnivellements bestätigt, die zwischen März und November 2009 im Gaisgraben-Gebiet vom Landratsamt Breisgau-Hochschwarzwald durchgeführt wurden und den Reflektor eingebunden haben. Im Gaisgraben-Gebiet sind für den Untersuchungszeitraum keine systematischen Bodenbewegungen beobachtet worden. Es wird daher in der Auswertung als Referenzgebiet genutzt.

Länge [°]	Breite [°]	Höhe [m]	Datum	Nord [mm]	Ost [mm]	Höhe [mm]
7.7191124	47.8851376	324.051	18.6.2009	0.0	0.0	0.0
			12.1.2010	-0.8	-0.2	0.4
			06.7.2010	-1.1	-0.4	1.1

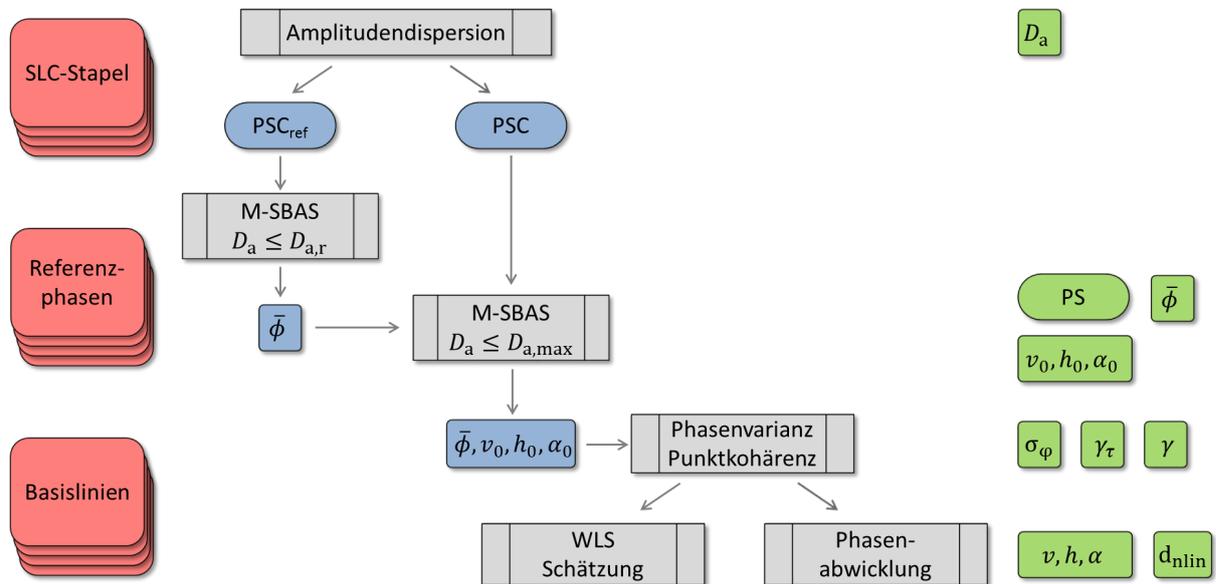
**Tabelle 5.1:** Geografische Koordinaten und Ellipsoidhöhe (ITRF) für das Phasenreferenzzentrum des Corner-Reflektors Staufen.

**Tabelle 5.2:** Veränderung des Phasenreferenzpunktes bezüglich der ersten Messung im topozentrischen System.

## 5.2 PSI-Auswertung mit Multi-SBAS-Ansatz

In diesem Abschnitt wird anhand des Beispieldatensatzes der Gesamtablauf der PSI-Auswertung beschrieben. Deren Kern ist die Parameterschätzung und PS-Selektion mit der M-SBAS-Methode. In Abbildung 5.5 ist die Integration des M-SBAS-Moduls in den Gesamtablauf der

PSI-Auswertung schematisch dargestellt. Die Eingabedaten der PSI-Verarbeitung sind in der Abbildung rot, Zwischenprodukte blau und die berechneten Ergebnisgrößen grün dargestellt. Das Ablaufdiagramm zeigt die wesentlichen Verarbeitungsschritte, auf deren Implementierung nachfolgend detaillierter eingegangen wird. Die Prozesskette wurde im Rahmen dieser Arbeit in Matlab implementiert. Der Programmablauf und die Datenhaltung sind an die PSI-Software StaMPS angelehnt.



**Abbildung 5.5:** Ablaufdiagramm der PSI-Auswertung mit der Parameterschätzung und PS-Selektion basierend auf der M-SBAS-Methode. Der Prozessablauf geht entsprechend den Pfeilen von oben nach unten. Der Datenfluss läuft von den rot dargestellten Eingabegrößen auf der linken Seite über Zwischenprodukte (blau) zu den grün gekennzeichneten Ausgabeprodukten auf der rechten Seite.

### 5.2.1 Vorprozessierung und Datenhaltung

Ausgangspunkt für die PSI-Analyse ist ein koregistrierter SLC-Stapel aller Szenen. Für die Datenvorverarbeitung wurde das Softwarepaket *DORIS* der TU-Delft genutzt [Kampes et al. 2003]. Die Koregistrierung des SLC-Stapels wurde mit dem auf einem Ausgleichsansatz beruhenden Algorithmus von Hooper (2006) durchgeführt.

Ein Ziel der M-SBAS-Implementierung ist die schnelle Datenverarbeitung bei möglichst geringem Speicherbedarf. In der StaMPS-Implementierung werden beim SBAS-Algorithmus zu Beginn sämtliche Interferogramme berechnet, mit der Referenzphase sowie der topografischen Phase korrigiert und für die weitere Verarbeitung gespeichert. Ein solches Vorhalten der reduzierten Interferogramme würde bei der Verwendung aller möglichen Interferogrammkombinationen bei der M-SBAS-Methode zu einem ungerechtfertigt hohen Speicherbedarf führen. Daher werden die korrigierten Interferogramme bei der M-SBAS-Methode zur Laufzeit der Auswertung punktwise berechnet und nur temporär vorgehalten. Auf die Speicherung der reduzierten Interferogramme wird verzichtet, auch wenn sie dadurch zu verschiedenen Zeitpunkten der PSI-Verarbeitung wiederholt bestimmt werden müssen. Die Korrekturphase, die sich aus der Summe von Referenzphase und topografischer Phase ergibt, wird dabei wie in anderen PSI-Verfahren nach Gleichung (2.23) berechnet. Sie kann mit den auf Seite 11 ff. beschriebenen Approximationen direkt aus

der Differenz der Referenzphasen bezüglich der Master-Szene bestimmt werden. Neben dem SLC-Stapel der Aufnahmen wird daher für die PSI-Analyse ein weiterer Datenstapel benötigt, welcher die Referenzphasen im Master-System für jede Aufnahme und jeden Punkt beschreibt (s. Abb. 5.5). Für die Schätzung der PS-Höhe muss zudem die räumlich variable Basislinie für jeden Punkt und jede Aufnahme im Master-System vorgehalten werden. Dabei können die senkrechte und parallele Basislinie als komplexes Datenpaar abgelegt werden. Insgesamt ergibt sich damit für  $M$  Szenen ein verhältnismäßig kleines Datenvolumen von  $3M \times \text{Szenengröße}$  gegenüber einem Stapel von  $(M^2 - M)/2$  Interferogrammen dieser Szenengröße, wenn die Interferogramme a priori berechnet werden. Bei kleinräumigen Untersuchungsgebieten und geringen topografischen Höhenunterschieden kann die Basislinie der Szenen auch durch einen mittleren Wert für das gesamte Beobachtungsgebiet approximiert werden, womit das Vorhalten des Basislinienstapels entfällt. Für die Bearbeitung in dieser Studie wurden anstelle des Basislinienstapels die Approximationen durch die mittleren Basislinien gewählt.

Für die Bestimmung der Referenzphase wurde in dieser Studie das aus Laserscanner-Befliegungen erstellte DGM von Baden-Württemberg verwendet. Das Höhenmodell wurde von ursprünglich 1 m Rasterweite auf  $2.5 \times 2.5$  m neu abgetastet. Die Gebrauchshöhen wurden mit dem Europäischen Geoidmodell EGG97 in ellipsoidische Höhen überführt.

### 5.2.2 Amplitudendispersion und Phasentrend

Die Vorauswahl der PS-Kandidaten wird anhand der Amplitudendispersion getroffen. Sie wird auf den kalibrierten SLC-Daten nach Gleichung (2.56) für jeden Bildpunkt bestimmt. Als zulässige PS-Kandidaten werden die Punkte mit  $D_a \leq D_{a,\max}$  für die weitere PSI-Verarbeitung betrachtet. Um die Auswirkung auf die Anzahl der akzeptierten PS-Punkte zu untersuchen, wurde die PSI-Auswertung mit  $D_{a,\max} = 0.44$  und  $D_{a,\max} = 0.46$  durchgeführt. Die Ergebnisse beider Auswertungen werden in Kapitel 5.3.1 verglichen.

Für eine räumliche Referenzierung der interferometrischen Phasen muss die mittlere atmosphärische Phase des Szenenausschnittes  $\bar{\phi}$  für jedes Interferogramm bestimmt werden. Ein initialer Wert wird dafür aus der (komplexwertigen) Mittelung aller PS-Kandidaten bestimmt, deren Amplitudendispersion nicht größer ist als ein festzulegender Grenzwert  $D_{a,r}$ . Geeignete Werte für  $D_{a,r}$  liegen im Bereich zwischen 0.25 und 0.35. Hier wurde ein Grenzwert von  $D_{a,r} = 0.32$  gewählt. Punkte, die eine solch geringe Amplitudendispersion aufweisen, sind mit hoher Wahrscheinlichkeit tatsächliche PS-Punkte. Ihre Phase ist repräsentativ für die Bestimmung von  $\bar{\phi}$ . In Abbildung 5.5 ist die Menge dieser Punkte mit  $\text{PSC}_{\text{ref}}$  bezeichnet. Um einen möglichen systematischen Effekt auszuschließen, werden in einem ersten Durchlauf die linearen Phasenterme mit der M-SBAS-Methode für diese  $\text{PSC}_{\text{ref}}$  geschätzt. Die initiale Referenzphase wird daraufhin korrigiert, indem die mittlere Phase von den Punkten der Gruppe  $\text{PSC}_{\text{ref}}$  bestimmt wird, die bodennah sind und keine nennenswerte Punktbeziehung zeigen.

### 5.2.3 PS-Selektion und Parameterschätzung

Nachdem die mittlere atmosphärische Phase von jedem Interferogramm bestimmt wurde, kann die eigentliche Parameterschätzung für alle PS-Kandidaten auf den reduzierten Phasen  $\tilde{\phi}$  durchgeführt werden. Die Parameterschätzung erfolgt in zwei Stufen. Im ersten Schritt werden mittels der M-SBAS-Methode aus den PS-Kandidaten die zuverlässigen PS-Punkte bei gleichzeitiger diskreter Schätzung der Parameter  $v$ ,  $h$  und  $\alpha$  ermittelt. Anschließend werden die verbleibenden Diskretisierungsfehler auf den Residuen dieser Schätzung mittels gewichteter Ausgleichung korrigiert.

Der Ablauf der M-SBAS-Schätzung und die notwendigen Parameter sind in den Kapiteln 4.6.2 bis 4.6.5 beschrieben. Für das Anwendungsbeispiel wurde das Iterationsschema aus Tabelle 4.6 übernommen. Die Anzahl der Iterationen wurde von fünf auf vier herabgesetzt. Die Signalanteile sind bereits nach vier Iterationen ausreichend genau bestimmt, sodass die korrigierten Phasenbeobachtungen im Intervall  $[-\pi, \pi]$  liegen und damit eindeutig sind. Der fünfte Iterationsschritt wird praktisch durch die exakte Lösung der anschließenden Ausgleichung ersetzt. Während bei der ersten bis dritten Iteration die FFT-basierte Periodogrammschätzung angewendet wird, findet beim letzten Iterationsschritt ein Wechsel zu der genaueren SVD-basierten Methode statt.

Das M-SBAS-Modul wird in einer blockweisen Verarbeitung mit Gruppen von je 20 000 PS-Kandidaten ausgeführt. Da keine räumlichen Abhängigkeiten berücksichtigt werden müssen und die Parameterschätzung für die PS-Kandidaten individuell erfolgt, kann als Gruppierungskriterium die Amplitudendispersion  $D_a$  verwendet werden. Die Verarbeitung erfolgt in Blöcken mit steigendem  $D_a$ . Alle PS-Punkte eines Blocks haben eine Amplitudendispersion im Intervall  $D_{a,\min} < D_a \leq D_{a,\max}$ . Die Intervallgrenzen werden so gewählt, dass in jedem Block die gewünschte Anzahl an PS-Kandidaten enthalten ist. Da die Amplitudendispersion ein Proxy für das SNR ist, wird in den ersten Blöcken mit kleinem  $D_a$  ein Großteil der zuverlässigen PS-Punkte gefunden. Das Verhältnis von PS-Punkten zu PS-Kandidaten wird in den folgenden Blöcken stetig kleiner. Die Verarbeitung wird so lange fortgeführt, bis eine maximale Amplitudendispersion überschritten wird oder eine vorgegebene minimale Detektionsrate unterschritten wird. In letzterem Fall wird das Abbruchkriterium unabhängig von der Amplitudendispersion definiert. Eine aufwändige Bestimmung der maximalen Amplitudendispersion ist in diesem Fall nicht notwendig. In dem Anwendungsbeispiel wurde eine maximale Amplitudendispersion von 0.450 gewählt. Eine blockweise Verarbeitung der PS-Kandidaten hat weiterhin den Vorteil, dass sie einfach zu parallelisieren ist. Die Blöcke können individuell auf verschiedenen Prozessoren verarbeitet werden.

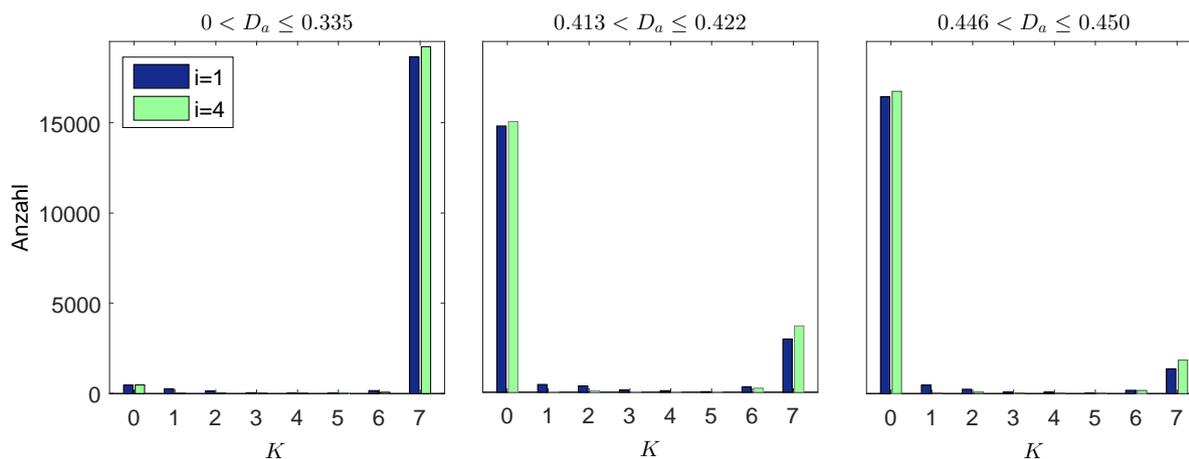
Wie in Kapitel 4.5 beschrieben, werden die PS-Punkte anhand des Signifikanztests auf den gemittelten Periodogrammen ausgewählt. Der Test wird auf jedem der drei Periodogramme  $G(v)$ ,  $G(h)$  und  $G(\alpha)$  durchgeführt. Für jeden Punkt ergeben sich daher in jedem Iterationsschritt drei unabhängige Testergebnisse, die auch verschieden ausfallen können. Bezeichnet man mit  $p_k$  den binären Wert, der beschreibt, ob ein Punkt in einem Periodogramm als signifikantes Signal  $p_k = 1$  oder Rauschen  $p_k = 0$  identifiziert wurde, so lassen sich mit

$$K = 1p_v + 2p_h + 4p_\alpha \quad (5.2)$$

acht verschiedene Klassen der PS-Kandidaten unterscheiden. Idealerweise ist ein PS-Kandidat in allen drei Periodogrammen signifikant. In diesem Fall ist  $K = 7$ . Hingegen ist er für  $K = \{1, 2, 4\}$  nur in einem und für  $K = \{3, 5, 6\}$  in zwei Periodogrammen signifikant. Für  $K = 0$  zeigt der PS-Kandidat in keinem der Periodogramme ein signifikantes Signal. Fällt ein PS-Kandidat im ersten Iterationsschritt in diese Klasse, kann er von der weiteren Verarbeitung ausgeschlossen werden. Wenn ein PS-Kandidat in eine Zwischenklasse fällt, kann das zwei mögliche Ursachen haben. So kann der PS-Kandidat sehr große Signalanteile in zwei oder allen drei Parametern aufweisen, was zu einem kleinen SNR führt. Die eigentliche PS-Qualität wird daher im ersten und zweiten Iterationsschritt noch nicht in allen drei Periodogrammen offengelegt. Andererseits ist es auch möglich, dass sich die Phase eines PS-Kandidaten bezüglich einer Basislinie nicht linear verhält. So zeigt beispielsweise ein PS-Punkt mit nichtlinearer Bewegung ein signifikantes Signal in  $G(h)$  und  $G(\alpha)$ , jedoch nicht in  $G(v)$ . Ein solcher Punkt fällt in die Klasse  $K = 6$ .

In Abbildung 5.6 ist diese Art der Klassifizierung für die PS-Kandidaten des ersten, des letzten sowie eines mittleren  $D_a$ -Blocks dargestellt, wobei jeweils die Klassenverteilung nach der ers-

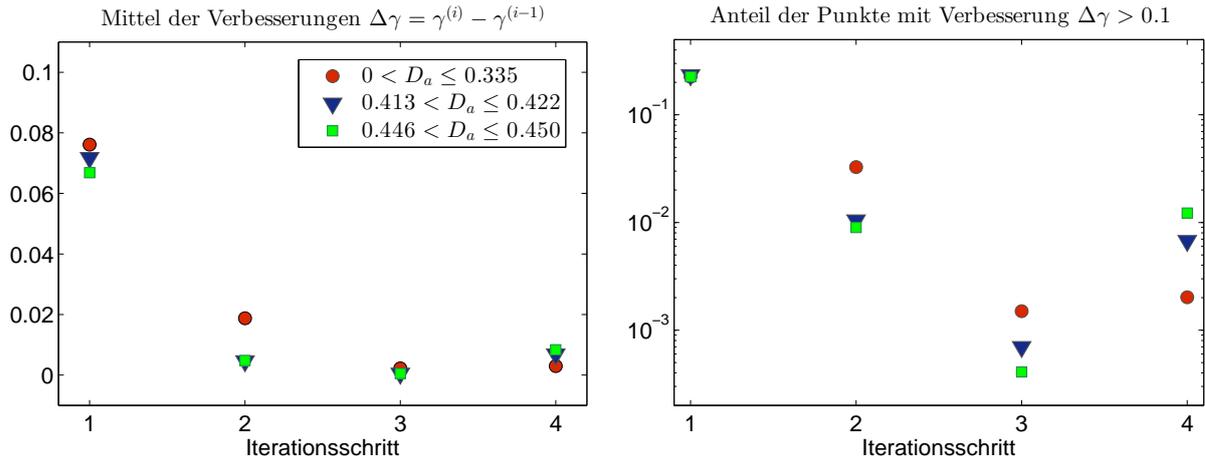
ten und vierten Iteration verglichen wird. Es zeigt sich, dass bereits nach der ersten Iteration ein Großteil der PS-Kandidaten eindeutig anerkannt ( $K = 7$ ) oder abgelehnt ( $K = 0$ ) wird. Den größten zeitlichen Aufwand erfordert daher gerade diese erstmalige Bestimmung der möglichen vertrauenswürdigen PS-Kandidaten. Die abgelehnten Kandidaten werden nach dem ersten Iterationsschritt verworfen und die nachfolgende Parameterschätzung findet nur noch auf den potentiellen Kandidaten mit  $K > 0$  statt. Für die in Abbildung 5.6 gezeigten Beispiele werden für die Blöcke mit  $0.413 < D_a \leq 0.422$  und  $0.446 < D_a \leq 0.450$  jeweils 77% bzw. 87% der PS-Kandidaten im ersten Schritt abgelehnt. Hingegen werden im ersten Block mit  $D_a \leq 0.335$  etwa 98% der PS-Kandidaten nach dem ersten Schritt zugelassen. Es zeigt sich für alle  $D_a$ -Blöcke,



**Abbildung 5.6:** Klassifizierung der PS-Kandidaten nach dem ersten und vierten Iterationsschritt der M-SBAS-Schätzung für drei ausgewählte  $D_a$ -Intervalle des Beispieldatensatzes, die jeweils 20 000 PS-Kandidaten umfassen.

dass die PS-Kandidaten meist schon nach der ersten Iteration eindeutig als akzeptierte oder abgelehnte PS zugeordnet werden. Lediglich ein kleiner Teil der PS-Kandidaten fällt nach der ersten Iteration in die Klassen zwei bis sechs. Von diesen werden die meisten spätestens nach der vierten Iteration als eindeutige PS akzeptiert. Diese Punkte haben systematische Signalanteile durch eine große Punkthöhe und zusätzliche Bewegungsraten  $v$  und  $\alpha$ . Sie rechtfertigen den iterativen Ansatz, mit dem auch diese Punkte letztendlich als zuverlässige PS-Punkte identifiziert werden.

Die linke Grafik in Abbildung 5.7 zeigt die Verbesserung der Punktkohärenz durch die sequentielle Parameterschätzung für die  $D_a$ -Intervalle der Abbildung 5.6. Die Kohärenz wird bei jedem Iterationsschritt verbessert. Die Verbesserung  $\Delta\gamma$  nimmt dabei im Mittel während der ersten drei Schritte ab und ist nach der dritten Iteration nahezu null. Im letzten Iterationsschritt wird nochmals ein etwas höherer Kohärenzgewinn verzeichnet, da hier ein Wechsel von der FFT-basierten Periodogrammschätzung zu der genaueren SVD-basierten Methode stattfindet. Diese Tendenz zeigt sich auch in der rechten Grafik, in der für jeden Schritt der Anteil aller Punkte mit  $K > 0$  dargestellt ist, deren Kohärenzverbesserung in dem entsprechenden Schritt über 0.1 liegt.



**Abbildung 5.7:** Verbesserung der Punktkohärenz bei der iterativen M-SBAS-Schätzung für die akzeptierten Punkte der in Abbildung 5.6 dargestellten  $D_a$ -Intervalle. Abgebildet ist die mittlere Verbesserung der Punktkohärenz nach jedem Iterationsschritt (links) sowie der Anteil der Punkte, deren Kohärenzverbesserung über 0.1 liegt. Der Anstieg im vierten Iterationsschritt beruht auf dem Wechsel von der FFT-basierten zur SVD-basierten Schätzung.

#### 5.2.4 Phasenvarianz der Aufnahmen

Um die abschließende Parameterschätzung in einem gewichteten Ausgleichungsansatz durchführen zu können, muss zunächst die szenenspezifische Phasenvarianz  $\sigma_\psi^2$  aller Aufnahmen bestimmt werden. Als stochastische Kenngröße beschreibt sie die räumliche Varianz der residualen Phasenbeobachtungen zu den Aufnahmezeitpunkten nach Abzug der modellierbaren Signalanteile. Der räumlich-variable Anteil der neutrosphärischen Phasenverzögerung liefert den größten Beitrag zu den Residuen. Anhand der Phasenvarianz kann für die Parameterschätzung und die Phasenabwicklung die Szene mit der geringsten neutrosphärischen Laufzeitvariation als Referenz, d. h. datumsgebende Bezugsszene<sup>1</sup>, gewählt werden. Zudem können anhand der szenenspezifischen Phasenvarianz die Aufnahmezeitpunkte mit ungewöhnlich hohem Signalrauschen beispielsweise bei Niederschlagsereignissen oder durch Schneebedeckung identifiziert und von der abschließenden Parameterschätzung ausgeschlossen werden. Schließlich gibt die Phasenvarianz auch Aufschluss über die Wahrscheinlichkeit, dass eine Phasenbeobachtung in einem Interferogramm mehrdeutig ist.

Nach der Reduktion der modellierbaren Signalanteile ist die Korrelation der Phasenbeobachtungen zwischen den Szenen gering. Die Phasenvarianz eines Interferogramms  $\sigma_\phi^2$  kann daher über die Summe der szenenspezifischen Varianzen  $\sigma_\psi^2$  der an dem Interferogramm beteiligten Aufnahmen beschrieben werden:

$$\sigma_{\phi,1-2}^2 = \sigma_{\psi,1}^2 + \sigma_{\psi,2}^2. \quad (5.3)$$

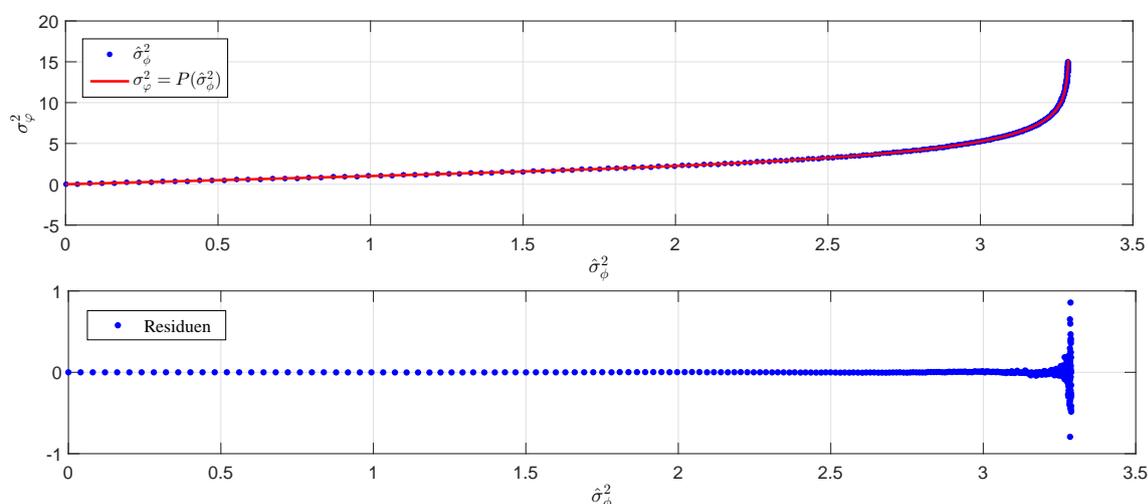
Werden alle Interferogrammkombinationen betrachtet, so lassen sich die szenenspezifischen Phasenvarianzen durch Inversion des LGS

$$\hat{\sigma}_\phi^2 = \mathbf{A}\sigma_\psi^2 \quad (5.4)$$

<sup>1</sup>Üblicherweise wird in diesem Kontext der Begriff „Master-Szene“ verwendet. Jedoch wird in dieser Arbeit konsequent zwischen der Bezugsszene der Koregistrierung (Master-Szene) und der datumsgebenden Bezugsszene bei der Parameterschätzung unterschieden.

bestimmen. Als Beobachtungen gehen die für die Interferogramme geschätzten Varianzen  $\hat{\sigma}_\phi^2$  ein. Da sie fehlerbehaftet sind, sind die Gleichungen linear unabhängig. Das Gleichungssystem 5.4 ist im M-SBAS-Fall folglich überbestimmt. Die unbekannte Streuung der Phasenbeobachtungen zu den Aufnahmezeitpunkten kann mittels Ausgleichung des LGS (5.4) bestimmt werden.

Die Phasenvarianzen  $\hat{\sigma}_\phi^2$  werden auf den mehrdeutigen Phasen der Interferogramme geschätzt. Zum statistischen Fehler des Varianzschätzers kommt eine systematische Verzerrung der Schätzwerte durch die Faltung der Phase in das Intervall  $[-\pi, \pi]$ . Um eine aufwändige räumliche Phasenabwicklung der Interferogramme zu umgehen und trotzdem eine bestmögliche Bestimmung der Phasenvarianz zu erhalten, wurde ein Ansatz über eine Korrekturfunktion gewählt, mit der die Phasenvarianz um den Einfluss der Faltung korrigiert werden kann. In Abbildung 5.8 ist die Varianz der eindeutigen interferometrischen Phase  $\hat{\sigma}_\varphi^2$  in Abhängigkeit von der Phasenvarianz der mehrdeutigen Phase aufgetragen. Die obere Abbildung zeigt den Verlauf für simulierte Werte, die mit einer Monte-Carlo-Simulation über je 200 000 PS- Punkte gewonnen wurden.



**Abbildung 5.8:** Polynomschätzung zur Umrechnung von  $\hat{\sigma}_\phi^2$  nach  $\hat{\sigma}_\varphi^2$ . Die obere Grafik zeigt den Varianzschätzer der eindeutigen Phase als Funktion der geschätzten Varianz der mehrdeutigen interferometrischen Phasen. Der Kurvenverlauf kann durch ein gebrochenrationales Polynom  $P$  mit einer sehr guten Anpassung im Intervall  $[0, 3.15]$  approximiert werden.

Um eine analytische Beschreibung der Korrekturfunktion zu finden, wurde eine Approximation der simulierten Werte mit parametrischen Ansatzfunktionen unter Verwendung der Standardroutinen der *Curve Fitting Toolbox* von Matlab gesucht. Die optimalen Parameter wurden dabei für verschiedene Funktionstypen mittels Levenberg-Marquardt-Algorithmus geschätzt. Eine sehr gute Anpassung der simulierten Werte erhält man mit einer gebrochenrationalen Polynomfunktion fünften Grades. Die Varianz der eindeutigen Phase lässt sich demnach im Intervall  $\hat{\sigma}_\phi \in [0, 3.15]$  durch die Korrekturfunktion

$$\hat{\sigma}_\varphi^2 = P(\hat{\sigma}_\phi^2) = \frac{\sum_{n=0}^5 p_n (\hat{\sigma}_\phi^2)^n}{\hat{\sigma}_\phi^8 + \sum_{m=0}^3 q_m (\hat{\sigma}_\phi^2)^m} \quad (5.5)$$

approximieren. Anhand der simulierten Phasen konnten für die Koeffizienten des Polynoms die in Tabelle 5.3 angegebenen Werte bestimmt werden.

$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
-0.03	162.50	-168.56	71.31	-14.65	1.21	161.78	-165.23	66.69	-12.84

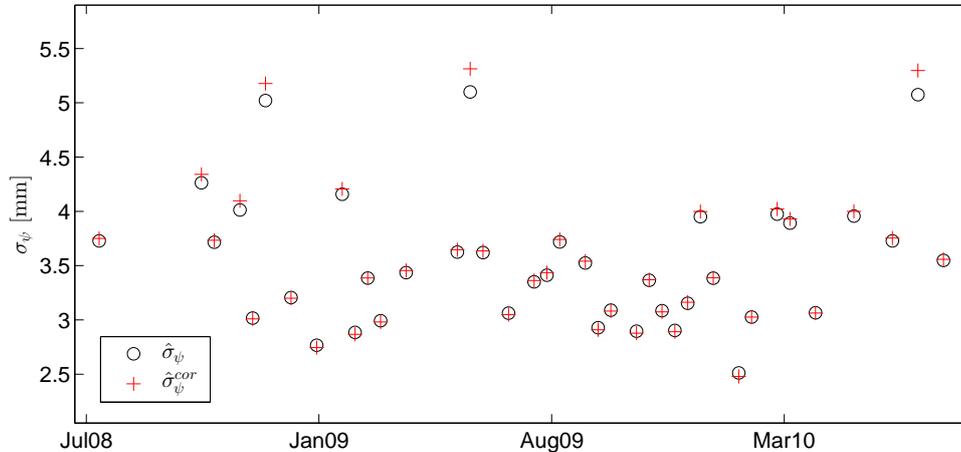
**Tabelle 5.3:** Koeffizienten der gebrochenrationalen Funktion  $P(\hat{\sigma}_\phi^2)$  nach Gleichung zur Umrechnung von  $\hat{\sigma}_\phi^2$  nach  $\hat{\sigma}_\varphi^2$ .

Die Bestimmung der szenenspezifischen Varianz erfolgt schließlich durch Inversion des um die Korrekturfunktion  $P$  erweiterten Gleichungssystems (5.4):

$$P(\hat{\sigma}_\phi^2) = \mathbf{A}(\sigma_\psi^{\text{cor}})^2. \quad (5.6)$$

Die Inversion ist bis zu einem Wert von ca.  $\hat{\sigma}_\phi^2 = 3.1$  stabil. Die Voraussetzung ist ein möglichst genauer Schätzwert  $\hat{\sigma}_\phi^2$ , was jedoch aufgrund der großen Anzahl von PS-Punkten bei der PSI-Analyse in urbanen Untersuchungsgebieten unproblematisch ist.

In Abbildung 5.9 ist die ermittelte Standardabweichung der Szenen für den Staufen-Datensatz bezüglich des Signallaufwegs in Millimeter dargestellt. Die Grafik zeigt die Inversionsergebnisse  $\hat{\sigma}_\psi$  des unkorrigierten Ansatzes nach Gleichung 5.4 im Vergleich zu den Schätzungen  $\hat{\sigma}_\psi^{\text{cor}}$ , die mit der Inversion der korrigierten Gleichung 5.6 bestimmt werden. Die beiden Methoden unterscheiden sich bei diesem Beispiel aufgrund der durchgängig kleinen Phasenvarianz nur geringfügig. Die Abweichung der unkorrigierten Schätzung ist für die Szenen mit großer Standardabweichung am deutlichsten. Wird die Korrektur nicht berücksichtigt, so wird die Standardabweichung zum Mittelwert aller Szenen gezogen, d. h. bei den großen Werten unterschätzt und bei den kleinen überschätzt.



**Abbildung 5.9:** Standardabweichung der TerraSAR-X-Aufnahmen in mm Laufweg nach Korrektur der modellierbaren Signalanteile. Die Werte spiegeln im Wesentlichen die räumliche Variabilität der neutrosphärischen Laufzeitverzögerung im Untersuchungsgebiet zu den Aufnahmezeitpunkten wider.

Die korrelierte neutrosphärische Phase  $\psi_{\text{neu}}$  und das unkorrelierte Punktrauschen bilden den wesentlichen Anteil der dargestellten Standardabweichung. Das Punktrauschen ist weitestgehend unabhängig vom Aufnahmezeitpunkt. Die in Abbildung 5.9 dargestellten Werte zeigen im Wesentlichen die zeitliche Variabilität der neutrosphärischen Phase. Abgesehen von drei Aufnahmen liegt sie für diesen Ausschnitt im Bereich zwischen 2.5 mm und 4.5 mm. Die höhere Standardabweichung bei den Aufnahmen vom 6. Juni 2009 und 26. Juni 2010 ist durch eine

größere Variabilität des atmosphärischen Wasserdampfs an diesen Tagen erklärbar, während bei der Szene vom 12. Dezember 2008 teilweise Schneebedeckung die Ursache ist. Im Gegensatz zu den anderen beiden Aufnahmen zeigt diese gleichzeitig eine deutliche Abweichung der Rückstreuintensität vom Mittelwert aller Szenen.

Die Aufnahme vom 23. Januar 2010 hat mit einem Wert von  $\hat{\sigma}_\psi = 2.4$  mm die geringste atmosphärische Variabilität und wird daher als datumsgebende Szene für die Phasenabwicklung verwendet. Für die nachfolgende Parameterschätzung werden nur die Interferogramme bezüglich dieser Szene genutzt.

Anhand des ermittelten szenenspezifischen Rauschens kann die kleinste und größte Phasenvarianz aller Interferogrammkombinationen angegeben werden. Sie liegt für das Interferogramm der Szenen vom 23. Januar 2010 und 22. Juli 2010 bei minimal 0.72 rad und für das Interferogramm der Szenen vom 23. Januar 2010 und 26. Juni 2010 bei maximal 1.2 rad. Die Intervallgrenzen  $\pm\pi$  liegen für diese Werte bei  $4.4 \times \sigma_\phi$  bzw.  $2.7 \times \sigma_\phi$ . Damit liegen selbst im ungünstigsten Fall über 99% der Werte im eindeutigen Intervall. Eine räumliche Phasenabwicklung vor der abschließenden Parameterschätzung im linearen Modell ist in diesem Fall nicht notwendig.

Die mittlere szenenspezifische Standardabweichung beträgt für den Datensatz im Untersuchungsgebiet 3.7 mm. Berücksichtigt man, dass neben der neutrosphärischen Phasenverzögerung auch die punktspezifische Phasenvariation in die ermittelte Standardabweichung eingeht, so ist der in Kapitel 4.6 für die Modellierung angenommene Wert von  $\sigma_{\phi_{\text{neu}}} = 3$  mm zur Simulation dieses Szenarios gerechtfertigt. Diese Werte stimmen auch mit den in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Modellen der atmosphärischen Varianz überein.

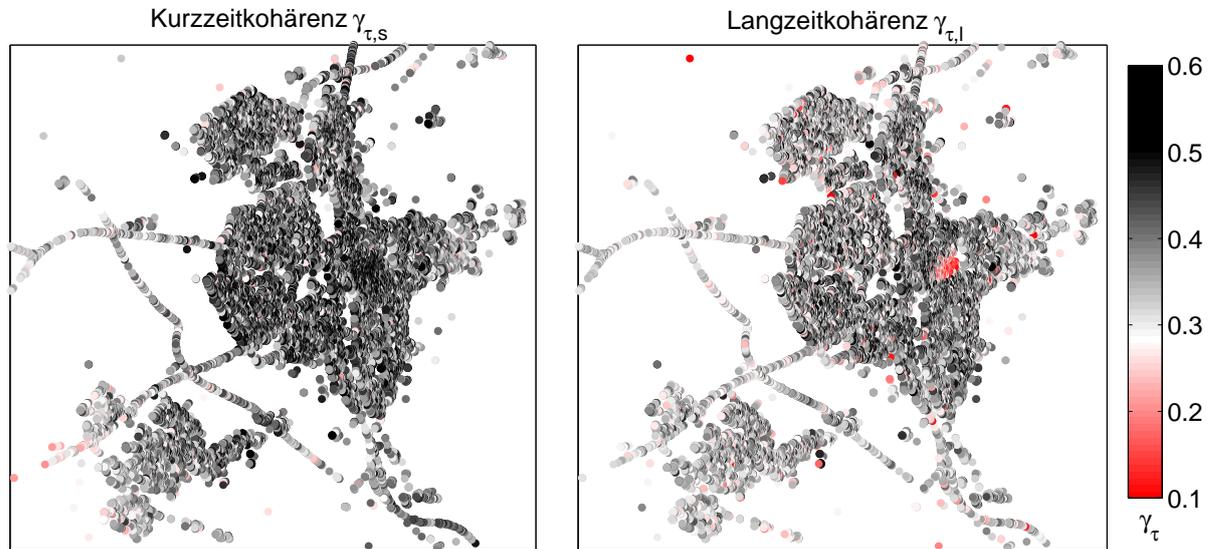
### 5.2.5 Punktkohärenz

Während die szenenspezifische Phasenvarianz die Variabilität zu einem Aufnahmezeitpunkt beschreibt und somit ein Maß für die räumlich korrelierten residualen Signalanteile ist, kann mit Hilfe der Punktkohärenz die Dekorrelation durch die mit dem linearen Modell nicht erfassten und räumlich unkorrelierten Signalanteile einerseits sowie das Punktrauschen andererseits quantifiziert werden. Insbesondere können bei einer zeitlichen Variation der Kohärenz Gebiete mit nichtlinearer Deformation aufgedeckt werden. Für solche PS-Punkte ist eine Phasenabwicklung zur korrekten Beschreibung der Oberflächenbewegung unerlässlich.

Wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben wurde, ist mit der Implementierung der M-SBAS-Methode die Möglichkeit gegeben, jede Interferogrammkombination direkt während der Verarbeitung zu bilden. Die große Anzahl an Interferogrammen ermöglicht, neben der Punktkohärenz nach Gleichung (2.66) auch die Kohärenz auf Teilmengen aller Interferogramme zu bestimmen. Werden die Interferogramme entsprechend ihrer zeitlichen Basislinie  $\tau$  gruppiert, so kann die zeitliche Variabilität der Kohärenz nach Gleichung (2.62) für jeden Punkt untersucht werden, indem sie für jedes Ensemble separat geschätzt wird. Um den Bias möglichst gering zu halten und die Genauigkeit des Schätzers zu erhöhen, werden für die Kohärenzbestimmung nicht nur die Interferogramme einer Basislinie  $\tau$  genutzt, sondern die Menge aller Interferogramme, die ein bestimmtes zeitliches Intervall abdecken. Mit wachsender zeitlicher Basislinie nimmt die Anzahl der Interferogramme, die in jedem Ensemble zur Verfügung stehen, ab.

In Abbildung 5.10 ist die zeitliche Entwicklung der Kohärenz für den untersuchten Datensatz dargestellt. Dafür wurde die Kurzzeitkohärenz  $\gamma_{\tau,s}$  für die zeitliche Basislinie  $11 d \leq \tau \leq 22 d$  sowie die Langzeitkohärenz  $\gamma_{\tau,l}$  mit der zeitlichen Basislinie  $319 d \leq \tau \leq 385 d$  gegenübergestellt. Die Langzeitkohärenz ist im gesamten Gebiet etwas geringer als die Kurzzeitkohärenz. Abgesehen von diesem allgemeinen Trend gibt es im Zentrum des Hebungsgebietes einen Bereich, in dem

die Kohärenz deutlich abnimmt. Hier ist die Bewegung durch das lineare Modell nicht ausreichend beschrieben. Die geschätzte Bewegungsrate dieser Punkte wird durch einen zusätzlichen nichtlinearen Anteil ergänzt.



**Abbildung 5.10:** Gegenüberstellung der Punktkohärenz für Interferogramme mit kurzen zeitlichen Basislinien von 11 bis 22 Tagen und für solche mit langen zeitlichen Basislinien, die eine Zeitspanne von 319 bis 385 Tagen abdecken. Eine starke Verringerung der Kohärenz ist ein Indiz für Punkte mit nichtlinearer Bewegung (roter Bereich).

Wie bei allen PS-Analysen üblich, wird die endgültige Auswahl der PS-Punkte anhand der zeitlichen Variabilität festgemacht. Dafür wird entweder die Punktkohärenz nach Gleichung (2.66) verwendet oder die Phasenstandardabweichung. Hier wird die Auswahl der PS-Punkte anhand der Punktkohärenz getroffen. Sie wird auf Basis aller Interferogramme nach Abzug der geschätzten Signalanteile sowie der Referenzphase bestimmt. Die PS-Punkte werden endgültig als zuverlässige Punkte anerkannt, wenn die Gesamtkohärenz einen Grenzwert  $\gamma_{\text{thr}}$  überschreitet oder die Differenz von Kurz- und Langzeitkohärenz einen Mindestwert von 0.2 überschreitet:

$$(\gamma \geq \gamma_{\text{thr}}) \vee ((\gamma_{\tau,s} - \gamma_{\tau,l}) > 0.2). \quad (5.7)$$

Bei dem angegebenen Mindestwert für die Kohärenzdifferenz handelt es sich um einen Erfahrungswert für den vorliegenden Datensatz. Auf die Wahl der Mindestkohärenz  $\gamma_{\text{thr}}$  wird in Kapitel 5.3.1 näher eingegangen.

### 5.2.6 Parameterschätzung mit gewichteter Ausgleichung

Wie anhand der Validierung in Abschnitt 4.6 gezeigt wurde, sind die Parameter mit der M-SBAS-Methode bereits mit hoher Genauigkeit bestimmt. Gegenüber dem optimalen Schätzwert verbleibt jedoch ein Restfehler, der sich aus dem Diskretisierungsfehler der M-SBAS-Lösung ergibt. Zudem ist eine geringe Abweichung von der optimalen Lösung durch den Separationsansatz bei großen Signalbeiträgen möglich. Unter der Voraussetzung, dass die Parameter mit der M-SBAS-Methode bestmöglich geschätzt wurden und die um die Schätzwerte reduzierten Beobachtungen mit hoher Wahrscheinlichkeit im eindeutigen Intervall  $[-\pi, \pi]$  liegen, können die Parameter abschließend durch Ausgleichung des linearen Modells bestimmt werden. Neben der

Verbesserung der geschätzten Parameter ist mit der Lösung im Gauß-Markov-Modell die Möglichkeit gegeben, die Kovarianzmatrix zu bestimmen und die mittleren Fehler der Schätzwerte anzugeben. Dies ist insbesondere für die praktische Anwendung von Bedeutung, da Qualitätsangaben wie das SNR oder die Kohärenz eines PS-Punktes wenig aussagekräftig sind.

Im Gegensatz zu der Parameterschätzung auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen zu Beginn der PSI-Auswertung kann bei der Ausgleichung auf den residualen, eindeutigen Phasenbeobachtungen neben den linearen Termen auch das Absolutglied bestimmt werden. Der Wert  $\psi_d$  entspricht der Summe aus neutrosphärischer Phase und dem individuellen Punktrauschen der datumsgebenden Szene. So kann für jeden PS-Punkt ein System von  $(M - 1)$  Gleichungen für die interferometrische Phase bezüglich der datumsgebenden Szene aufgestellt werden. Die Beobachtungsgleichung für die Interferogramme ist:

$$\varphi_{\text{res},n} = \psi_d + C_v \tau_n \Delta v + C_h B_{\perp,n} \Delta h + C_{\text{th}} \vartheta_n \Delta \alpha, \quad \text{mit } n = 1 \dots (M-1). \quad (5.8)$$

Als Beobachtungsgrößen gehen die interferometrischen Phasen ein, die um die mittlere atmosphärische Phase sowie die Näherungslösungen der M-SBAS-Schätzung reduziert wurden:

$$\varphi_{\text{res},n} = \arg \left\{ \exp j \left( \phi_n - \bar{\phi}_n - \phi_{n,v_0} - \phi_{n,h_0} - \phi_{n,\alpha_0} \right) \right\}. \quad (5.9)$$

Zu dem funktionalen Modell von Gleichung (5.8) kann das stochastische Modell unter Berücksichtigung der Korrelationen zwischen den Interferogrammen mit

$$\Sigma_{ll} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{ll} = \mathbf{I} \sigma_\varphi^2 + \sigma_{\psi_d}^2 (\mathbf{1} - \mathbf{I}) \quad (5.10)$$

formuliert werden, wobei das Symbol  $\mathbf{1}$  eine Matrix definiert, deren sämtliche Elemente eins sind. Die Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{ll}$  ist vollbesetzt. Sie enthält auf der Hauptdiagonalen die Varianzen der Interferogramme. Unter der Annahme, dass mögliche Restkorrelationen zwischen den Szenen verschwindend gering sind, können die Werte  $\sigma_\psi^2$  nach Gleichung (5.3) anhand der Phasenvarianzen der Aufnahmen beschrieben werden. Der korrelierte Anteil der Interferogramme findet sich auf den Nebendiagonalelementen der Kofaktormatrix. Er wird im Wesentlichen durch die Varianz  $\sigma_{\psi_d}^2$  der gemeinsamen datumsgebenden Szene bestimmt. Da nur Interferogramme bezüglich dieser Szene eingehen, sind die Nebendiagonalelemente der Kovarianzmatrix nach diesem Modell identisch. Der Varianzfaktor wird mit  $\sigma_0^2 = 1$  festgelegt.

Für die Bestimmung der Parameter im Gauß-Markov-Modell kann der gängige Formelsatz angewendet werden [z. B. Niemeier, 2008, S. 139 ff.]. Die empirische Standardabweichung  $s_0$  kann aus den Residuen  $\mathbf{v}$  der Ausgleichung mit

$$s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{ll}^{-1} \mathbf{v}}{M - 4}} \quad (5.11)$$

bestimmt werden. Anhand dieses Wertes kann die empirische Standardabweichung der geschätzten Parameter mit

$$s_k = s_0 \sqrt{q_{x_k, x_k}} \quad (5.12)$$

bestimmt werden, wobei  $q_{x_k, x_k}$  das  $k$ -te Hauptdiagonalelement der Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{xx}$  der Modellparameter bezeichnet.

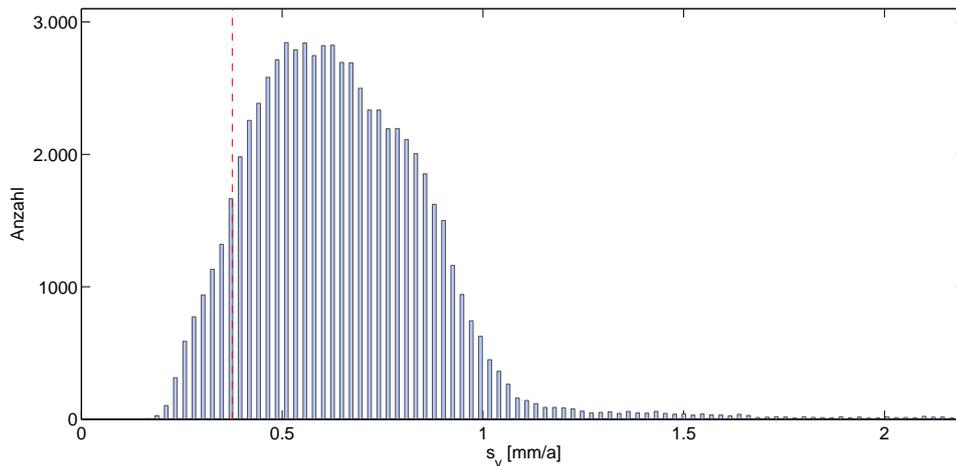
Die Fehlermaße  $s_0$  und  $s_k$  werden anhand der Residuen bei der Parameterbestimmung für jeden PS-Punkt individuell bestimmt. Für den Stufen-Datensatz ist die mittlere empirische Stan-

dardabweichung der Gewichtseinheit  $\bar{s}_0 = 1.09$ . Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem für das stochastische Modell gewählten Wert von  $\sigma_0 = 1.0$ .

In Abbildung 5.11 ist das Histogramm für die geschätzte Standardabweichung der Bewegungsrate  $s_v$  dargestellt. Sie liegt für einen großen Teil der PS-Punkte unter 1 mm/a. Die Genauigkeit der Schätzung lässt sich mit der unteren Grenze nach Cramèr-Rao vergleichen. Diese berechnet sich, in analoger Weise zur Bestimmung der Cramèr-Rao Grenze der Höhenschätzung mit Gleichung (5.1), anhand des mittleren SNR des PS-Punktes sowie der Streuung der Aufnahmezeitpunkte  $\sigma_t$  in Tagen mit:

$$\sigma_v = \frac{\lambda \cdot 365}{4\pi\sigma_t\sqrt{2MSNR}}. \quad (5.13)$$

Für die PS-Punkte des Untersuchungsgebietes lässt sich ein mittleres SNR von 2.0 bestimmen. Dieser Wert erscheint vergleichsweise niedrig, repräsentiert aber die Summe aus dem punktspezifischen Phasenrauschen und der neutrosphärischen Phasenverzögerung. Setzt man diesen Wert in Gleichung (5.13) ein, so ergibt sich für den mittleren Fehler der Bewegungsrate mit der Abschätzung nach Cramèr-Rao eine untere Grenze von 0.38 mm/a. Sie stimmt in der Größenordnung mit der ermittelten empirischen Standardabweichung der Punkte überein. Der Mittelwert von  $s_v$  liegt erwartungsgemäß über dieser Grenze.



**Abbildung 5.11:** Histogramm der geschätzten Standardabweichung  $s_v$  aller PS-Punkte. Die gestrichelte rote Linie zeigt die untere Grenze nach Cramèr-Rao von  $\sigma_v = 0.35$  mm/a für eine mittlere Standardabweichung von  $\sigma_\phi = 0.79$  rad.

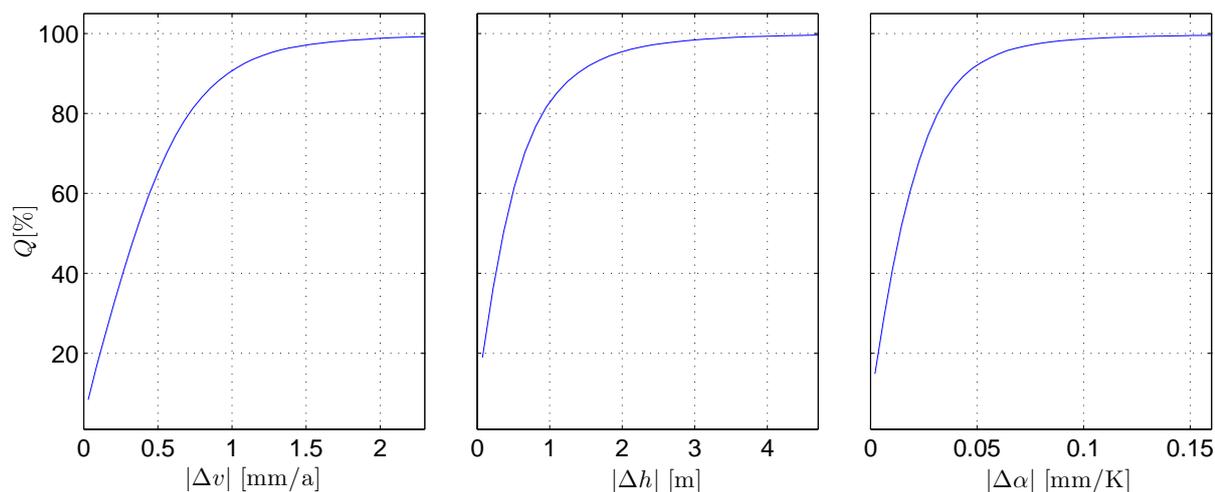
Die Tabelle 5.4 listet die Quantile  $Q_5$  und  $Q_{95}$  sowie die Mittelwerte der empirischen Standardabweichungen aller geschätzten Parameter  $\psi_d$ ,  $\Delta v$ ,  $\Delta h$  und  $\Delta\alpha$  auf. Der Mittelwert von  $s_v$  liegt demnach bei 0.65 mm/a. Für 95 % der Punkte ist die Standardabweichung kleiner als 1 mm/a. Für die geschätzte Höhe der PS-Punkte ergeben sich Standardabweichungen von  $s_h = 1.33$  m im Mittel und  $s_h \leq 2.04$  m in 95 % der Fälle. Die Genauigkeit der geschätzten thermischen Ausdehnung  $\alpha$  liegt im Mittel bei  $s_\alpha = 0.04$  mm/K. Dieser Wert erscheint als sehr niedrig, nimmt man jedoch eine maximale Temperaturdifferenz von ca. 30 K in einem Halbjahr an (s. Abb. 5.4), so ist er in Übereinstimmung mit der ermittelten Standardabweichung der Bewegungsrate  $s_v$ . Für das Absolutglied des linearen Modells wird im Mittel eine Standardabweichung von 0.64 rad bestimmt. Dieser Wert liegt über der szenenspezifischen Standardabweichung von  $\sigma_{\psi_d} = 0.50$  rad.

Parameter	5 %-Quantil	Mittelwert	95 %-Quantil
$s_{\psi_d}$ [rad]	0.32	0.64	0.98
$s_v$ [mm/a]	0.33	0.65	0.99
$s_h$ [m]	0.67	1.33	2.04
$s_\alpha$ [mm/K]	0.02	0.04	0.06

**Tabelle 5.4:** Mittelwert sowie Quantile  $Q_5$  und  $Q_{95}$  der empirischen Standardabweichung der Modellparameter aller PS-Punkte.

Die mit der gewichteten Ausgleichung bestimmten Parameterverbesserungen sind in Abbildung 5.12 in Form der kumulativen Histogramme aller PS-Punkte dargestellt. Die Parameterverbesserungen stellen den Gewinn dar, der durch die Kombination von M-SBAS-Methode und nachgeführter Ausgleichung erzielt werden kann. Die Verbesserungen werden vorwiegend durch die Auflösung der diskretisierten Schätzung erreicht. So ist beispielsweise für die Bewegungsrate im M-SBAS-Ansatz eine Diskretisierung von ca. 1 mm/a gewählt worden. Von den Verbesserungen  $\Delta v$  sind ca. 65 % kleiner oder gleich 0.5 mm/a. Für die verbleibenden 35 % der PS-Punkte werden die Parameter darüber hinaus durch die Betrachtung des gesamten LGS gegenüber der Parameterschätzung auf den separierten Gleichungen mit der M-SBAS-Methode verbessert.

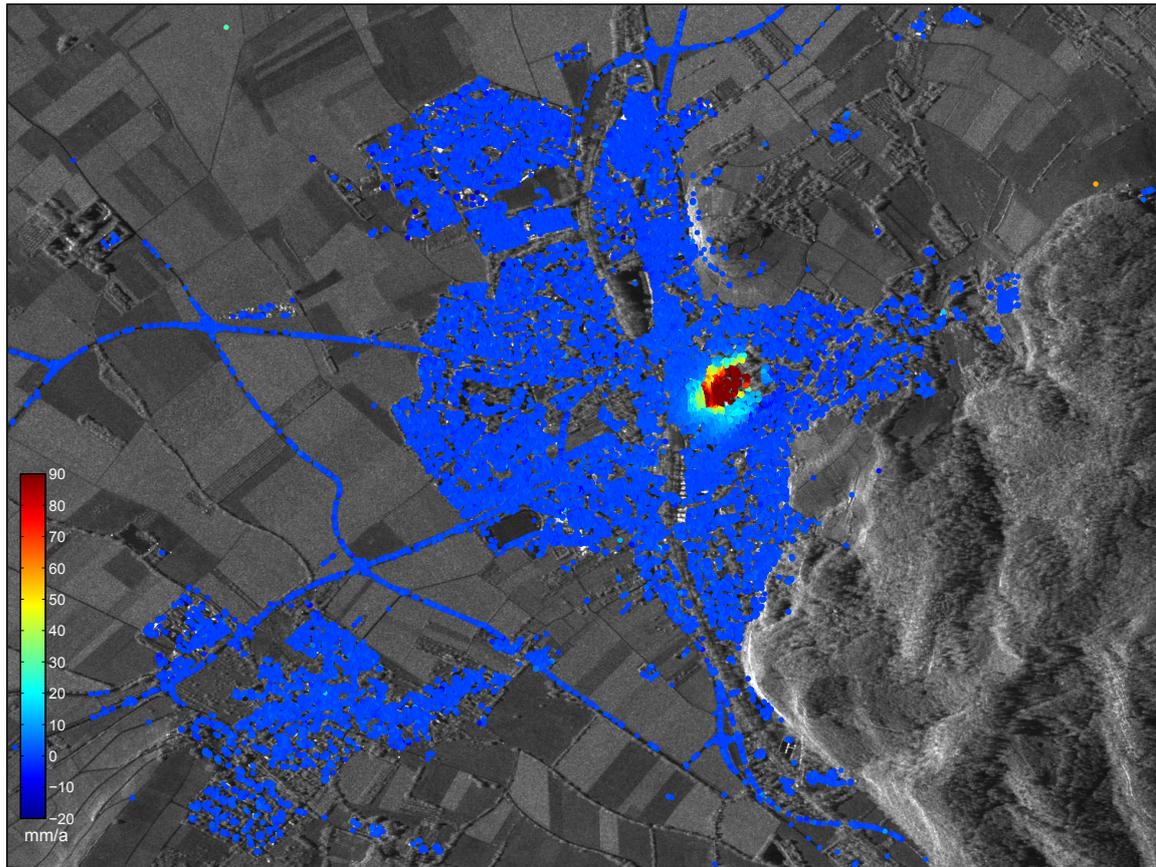
Die größten Werte der Parameterverbesserungen liegen für die Bewegungsrate bei  $\Delta v = 2.0$  mm/a. Bezogen auf den gesamten Beobachtungszeitraum von zwei Jahren beträgt die maximale Phasenkorrektur durch  $\Delta v$  ca. 13 % des Intervalls von  $2\pi$ . Mit den Näherungswerten  $v_0, h_0, \alpha_0$  wird der wesentliche Teil der modellierbaren Signale reduziert und die korrigierten Beobachtungen liegen mit hoher Wahrscheinlichkeit im eindeutigen Intervall. Der rechentechnische Aufwand für die gewichtete Ausgleichung auf den eindeutigen Phasenbeobachtungen ist verglichen mit der Bestimmung der Näherungslösungen auf den mehrdeutigen Phasenbeobachtungen gering. Eine feinere Diskretisierung der Näherungslösung ist bei einer nachgeführten Ausgleichung für den Gesamttablauf nicht gewinnbringend. Sie würde lediglich die Bearbeitungszeit verlängern.



**Abbildung 5.12:** Kumulative Häufigkeitsverteilung der geschätzten Parameterverbesserungen  $\Delta v$ ,  $\Delta h$  und  $\Delta \alpha$ , bestimmt auf Grundlage aller PS-Punkte.

### 5.3 Bodenbewegung in Staufen

Mit der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Strategie zur PSI-Auswertung sind im Testgebiet insgesamt rund 61 000 PS-Punkte als zuverlässige Punkte identifiziert worden. Wie in Abbildung 5.13 zu sehen ist, liegen die Punkte überwiegend im Siedlungsgebiet von Staufen und der Ortschaft Grunern südwestlich von Staufen, sowie entlang von Straßen. In Abbildung 5.13 sind die Bewegungsraten in Blickrichtung des Satelliten (LOS, *line-of-sight*) dargestellt. Sie zeigen das Hebungsgebiet im Zentrum von Staufen mit LOS-Bewegungsraten weit über 100 mm/a. Darüber hinaus wurden in dem Gebiet keine markanten Bewegungsraten beobachtet.

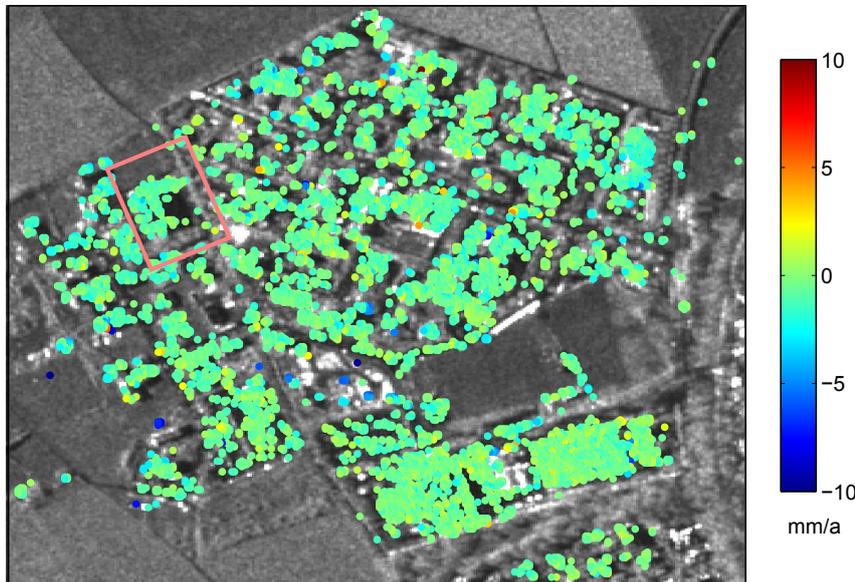


**Abbildung 5.13:** LOS-Bewegungsraten im Untersuchungsgebiet Staufen, ermittelt auf Grundlage von 39 TerraSAR-X-Aufnahmen im Zeitraum Juli 2008 bis Juli 2010. Für das Gebiet von etwa  $3 \times 3$  km wurden insgesamt ca. 61 000 PS-Punkte gefunden.

#### 5.3.1 Referenzgebiet Gaisgraben

Bei dem PSI-Ansatz in dieser Arbeit wird keine räumliche Korrelation der zu schätzenden Signalanteile vorausgesetzt. Insbesondere wird bei der Schätzung der Bewegungsraten keine äußere Restriktion auferlegt, mit der eine stetige Lösung erzwungen wird. Die angegebenen Bewegungsraten repräsentieren daher individuelle Schätzwerte. Dass diese Art der PSI-Analyse trotzdem eine robuste Parameterschätzung erlaubt, kann anhand der ermittelten Bewegungsraten im Referenzgebiet Gaisgraben gezeigt werden, die in Abbildung 5.14 dargestellt ist. Die Bewegungsraten liegen in diesem Gebiet um 0 mm/a und die Variabilität zwischen den Punkten ist gering. Die Standardabweichung über alle Punkte liegt knapp unter 1 mm/a. An vereinzelt Objekten

werden konsistente Absenkungen (blaue Punkte) registriert. Diese Setzungen sind meist durch mehrere Punkte belegt, die in der Darstellung 5.14 übereinander liegen. Obwohl für das Gebiet aus den Nivellements keine signifikanten Bewegungen bekannt sind, ist es vorstellbar, dass diese Objekte tatsächlichen Setzungen im Bereich weniger Millimeter unterliegen.



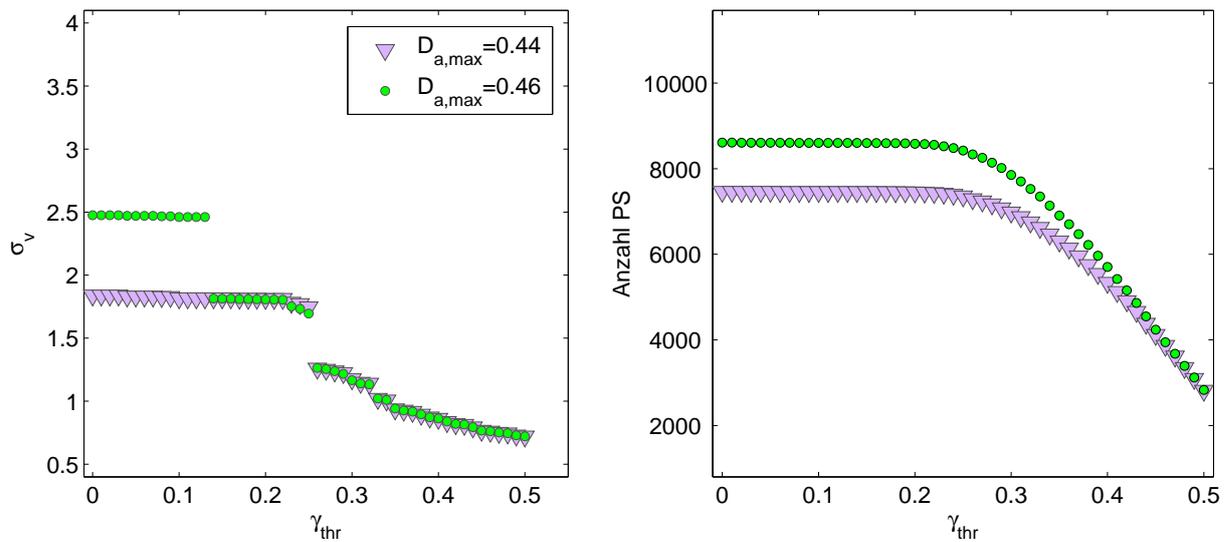
**Abbildung 5.14:** Bewegungsraten im Referenzgebiet Gaisgraben im Norden des Untersuchungsgebietes (vgl. Gebiet GG in Abb. 5.2). Das Rechteck zeigt die Lage des Gebäudes zur Untersuchung der thermischen Ausdehnung (s. Abb. 5.20).

Im Laufe der PSI-Auswertung müssen verschiedene Parameter und Grenzwerte gewählt werden. Die meisten sind in Abhängigkeit von der Anzahl der verfügbaren Szenen festzulegen (s. Kap. 4.6). Sie haben bei sinnvoller Wahl nur einen geringen Effekt auf das Ergebnis der PSI-Auswertung. Mit den Grenzwerten  $\gamma_{\text{thr}}$  für die minimal notwendige Punktkohärenz und  $D_{a,\text{max}}$  für die maximal zulässige Amplitudendispersion kann hingegen die erzielbare Genauigkeit sowie die Anzahl der PS-Punkte beeinflusst werden.

Die Anzahl der möglichen PS-Punkte wird durch die maximal zulässige Amplitudendispersion gesteuert. Bis zu einem Wert von  $D_a = 0.35$  wird der überwiegende Teil der PS-Kandidaten akzeptiert, darüber hinaus steigt der Anteil der abgelehnten PS-Kandidaten schnell an. Wegen der Konvergenz der Amplitudendispersion werden jedoch auch vertrauenswürdige Punkte mit  $D_a$ -Werten über 0.4 gefunden. Die Anzahl der PS-Kandidaten steigt für  $D_a$ -Werte zwischen 0.4 und 0.5 von 2.5% auf 25% aller Punkte. Ein Wert zwischen 0.42 und 0.46 ist ein guter Kompromiss für die maximale Amplitudendispersion, um eine große Zahl an PS-Punkten bei möglichst geringer Laufzeit zu finden [s. a. Hooper, 2006].

In Abbildung 5.15 ist die Standardabweichung der Bewegungsraten sowie die Anzahl der akzeptierten PS-Punkte im Referenzgebiet Gaisgraben für zwei PSI-Analysen mit  $D_{a,\text{max}} = 0.44$  bzw.  $D_{a,\text{max}} = 0.46$  in Abhängigkeit von der gewählten Mindestkohärenz dargestellt. Bei einem Wert von  $D_{a,\text{max}} = 0.44$  werden mit dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$  rund 7 500 PS-Punkte identifiziert, während für den Datensatz mit  $D_{a,\text{max}} = 0.46$  bei gleichem Signifikanzniveau rund 8 600 PS-Punkte gefunden werden (Abb. 5.15). Je nach Wahl des Parameters  $\gamma_{\text{thr}}$  wird die Anzahl der finalen PS-Punkte weiter eingeschränkt. Bis zu einem Wert von  $\gamma_{\text{thr}} = 0.2$  bleibt die Anzahl der Punkte weitestgehend konstant. Die Standardabweichung der geschätzten Bewegungsrate

ändert sich in diesem Bereich für den Datensatz mit  $D_{a,\max} = 0.44$  nur unwesentlich und liegt bei  $\sigma_v = 1.8$  mm, für den Datensatz mit  $D_{a,\max} = 0.46$  liegt sie zunächst bei  $\sigma_v = 2.5$  mm/a, fällt für  $\gamma_{\text{thr}} > 0.13$  jedoch auf den gleichen Wert. Der Grund für diesen Sprung ist ein unter diesem Signifikanzniveau akzeptierter Punkt mit einer Kohärenz von 0.13, bei dem die Parameterschätzung zu groben Fehlern führt. Für  $\gamma_{\text{thr}} > 0.13$  ist die Standardabweichung der Bewegungsrate beider Datensätze vergleichbar, jedoch werden für den Datensatz mit größerer zulässiger Amplitudendispersion bis zu einem Wert von  $\gamma_{\text{thr}} = 0.45$  mehr PS-Punkte gefunden. Bis zu einem Wert von 0.35 nimmt mit steigenden Werten  $\gamma_{\text{thr}}$  die Streuung der Bewegungsrate für beide Datensätze stufenweise ab. Darüber hinaus wird sie kontinuierlich kleiner und nähert sich in etwa der mittleren empirischen Standardabweichung von  $\sigma_v = 0.65$  an. Für die minimal notwendige Kohärenz der finalen PS-Punkte wird daher ein Wert von 0.35 gefordert.

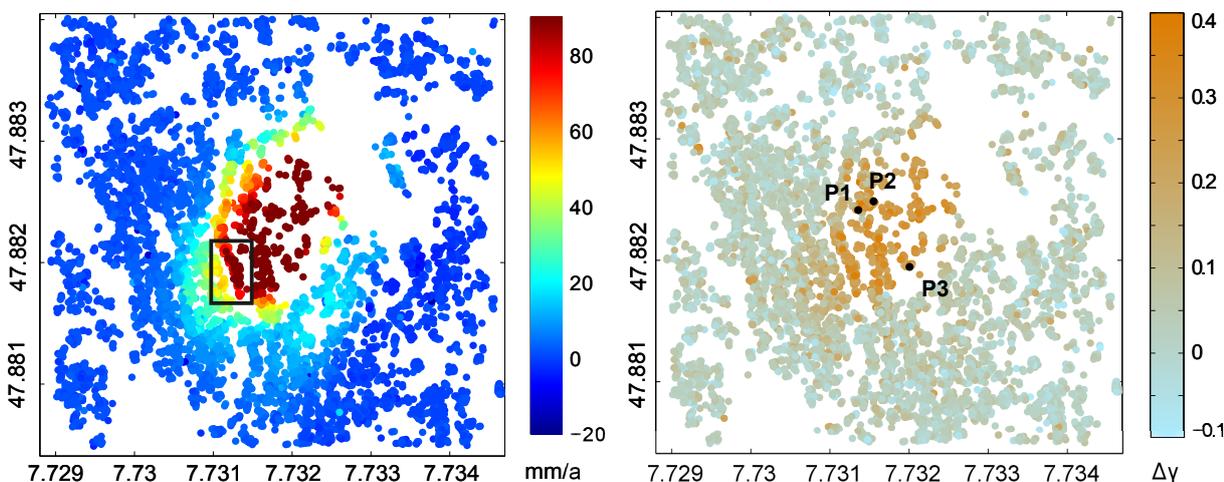


**Abbildung 5.15:** Standardabweichung der ermittelten Bewegungsrate (links) sowie Anzahl der PS-Punkte (rechts) in Abhängigkeit von der minimal zulässigen Punktkohärenz  $\gamma_{\text{thr}}$  und der maximalen Amplitudendispersion  $D_{a,\max}$  für das Referenzgebiet Gaisgraben.

### 5.3.2 Bewegungsraten im Hebungsgebiet

In Abbildung 5.16 sind die in Blickrichtung des Satelliten bestimmten Bewegungsraten für das Hebungsgebiet von Staufen gezeigt. Die größten Bewegungsraten werden im Zentrum des Hebungsgebietes sowie am nordwestlichen Rand mit Werten bis zu 130 mm/a beobachtet. Die Bewegung ist auf ein vergleichsweise kleines Gebiet von etwa  $250 \times 350$  m beschränkt. Dementsprechend kommt es zu einer starken Deformation der Erdoberfläche. Durch die oberflächennahen Quellvorgänge werden neben Vertikalbewegungen auch Horizontalbewegungen generiert. Sie führen zu den in Engesser et al. (2010) beschriebenen Schäden an den Gebäuden und Infrastrukturleitungen. Die Hebungsraten und die begleitenden Horizontalbewegungen wurden in Engesser et al. (2010), Ruch et al. (2012), Lubitz et al. (2013), Asal et al. (2014) und Schenk und Westerhaus (2012) untersucht und beschrieben. Die Bewegung wurde in Engesser et al. (2010) anhand eines hydrogeologisch-geomechanischen Modells nachvollzogen. In der weiteren Auswertung soll der Mehrwert der M-SBAS-basierten PSI-Analyse gegenüber den bisherigen PSI-Auswertungen in Schenk und Westerhaus (2012) sowie Lubitz et al. (2013) aufgezeigt werden. Dafür werden die mit der PSI-Auswertung bestimmten Punktbewegungen ausschließlich in Blickrichtung des Satelliten betrachtet. Sie sind bei der SAR-Geometrie im aufsteigenden Orbit positiv, wenn

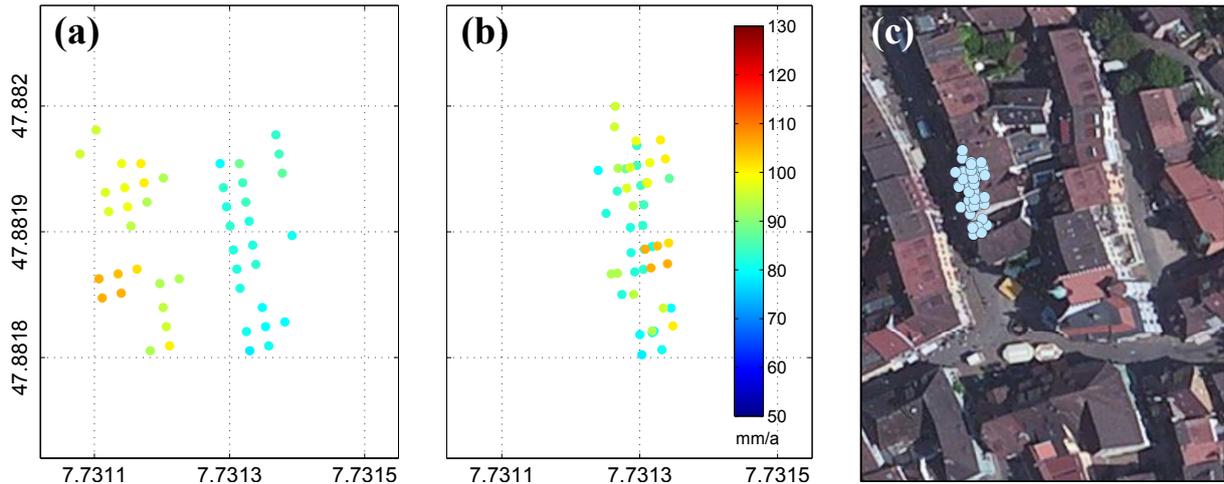
sich der Punkt nach oben oder in westliche Richtung bewegt und negativ bei Setzungen bzw. Horizontalbewegung in östliche Richtung.



**Abbildung 5.16:** Bewegungsraten im Hebungsgebiet von Staufen in LOS mit maximalen Werten von 130 mm/a (links). Positive Werte zeigen eine Bewegung zum Sensor, d. h. Hebung bzw. nordwestlich gerichtete horizontale Bewegung. Die Kohärenzdifferenz in diesem Gebiet zeigt eine zusätzliche nichtlineare Bewegung im Kernbereich der Deformation (rechts). Erläuterungen zu dem durch das Rechteck gekennzeichneten Gebiet der linken Abbildung sowie den Punkten P1 bis P3 der rechten Abbildung im Text.

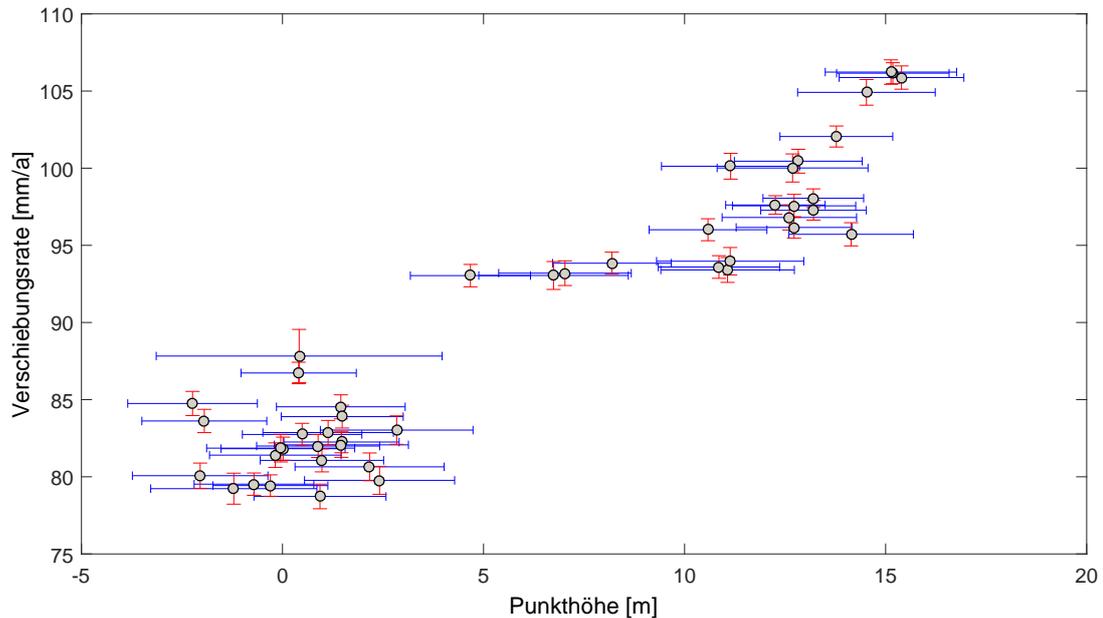
Im Rahmen der PSI-Auswertung wird die exakte Höhe des PS-Punktes über dem Referenzniveau bestimmt. Die Punkte müssen mit der korrigierten Punkthöhe erneut geokodiert werden. Sie werden dabei hauptsächlich in Ost-West-Richtung verschoben. Mit der aktualisierten Geokodierung kann sich das Bild und die Interpretation der aus der PSI-Analyse hervorgehenden Oberflächenbewegung deutlich ändern, wie das Beispiel in Abbildung 5.17 veranschaulicht. Es zeigt für ausgewählte PS-Punkte am Westrand des Deformationsgebietes die geschätzte Bewegungsrate und die Punktposition vor (a) sowie nach der Lagekorrektur (b). Durch die Korrektur werden die PS-Punkte, die an der Hausfassade und auf dem Dach verortet werden, gegenüber den bodennahen Punkten nach Osten verschoben. Nach der Korrektur liegen die Punkte nahezu übereinander. Die Variation der Bewegungsrate in diesem Ausschnitt beschreibt damit keine laterale Veränderung, wie beispielsweise in der Bewegungskarte von Lubitz et al. (2013) suggeriert, sondern eine systematische höhenabhängige Variation.

Für die in Abbildung 5.17 dargestellten Punkte ist die höhenabhängige Bewegungsrate in Abbildung 5.18 zu sehen. Im  $v$ - $h$ -Diagramm sind die Punkte mit den im Zuge der Ausgleichung bestimmten empirischen Standardabweichungen  $s_v$  und  $s_h$  dargestellt. Die Bewegungsrate liegt für bodennahe Punkte zwischen 78 mm/a und 93 mm/a. Im Mittel liegt sie bei 83 mm/a. Die maximale Punkthöhe beträgt ca. 13 m. Gegenüber den Bodennahen Punkten ist die Bewegungsrate der höher gelegenen Punkte deutlich größer. Sie beträgt bis zu 105 mm/a bei einer Höhe von maximal 13 m. Die höhenabhängigen Bewegungsraten der Punkte zeigen demnach zu der Bewegung des Bodens eine zusätzliche Verkippung der Gebäude in Richtung des Sensors, d. h. nach Westen gerichtet. Die Gebäudeverkippungen sind anhand der vor Ort beobachteten Risse in der Bausubstanz belegt und mit dem geomechanischen Modell einer aufquellenden Gipskeuperschicht im flachen Untergrund erklärbar [Engesser et al. 2010]. Die Verkippungsrichtung zeigt den Gradienten der Vertikalbewegung an. Sie ist in diesem Bereich des Deformationsgebietes westlich



**Abbildung 5.17:** Detailkarten der an den PS-Punkten beobachteten Bewegungsraten vor (a) und nach der Lagekorrektur (b) der PS-Punkte. Die Lagekorrektur ergibt sich aus der geschätzten PS-Höhe  $h$  über dem Referenzniveau. Abbildung (c) zeigt die Position der PS-Punkte im Satellitenbild nach der Lagekorrektur. Quelle: Esri World Imagery, mit Satellitenbilddaten von SPOT 5, CNES/Airbus DS.

bis südwestlich orientiert und entspricht damit in etwa dem Azimutwinkel von  $260^\circ$ , unter dem das Gebiet vom TerraSAR-X-Satelliten beobachtet wird.



**Abbildung 5.18:** Darstellung der Bewegungsrate in Abhängigkeit von der ermittelten Punkthöhe für die in Abbildung 5.17 gezeigten PS-Punkte zweier benachbarter Gebäude im westlichen Bereich des Hebungsgebietes. Durch die westwärts gerichtete Verkipfung der Gebäude ist die beobachtete Bewegung der Dach- und Fassadenpunkte größer als die der bodennahen Punkte. Die Fehlerbalken zeigen die im Rahmen der Ausgleichung ermittelten Standardabweichungen  $s_v$  (rot) und  $s_h$  (blau).

Damit lässt sich für die Gebäude in diesem Bereich eine mittlere Neigungsrate über den zweijährigen Beobachtungszeitraum ableiten. Die Bewegungsdifferenz zwischen den Bodenpunkten und

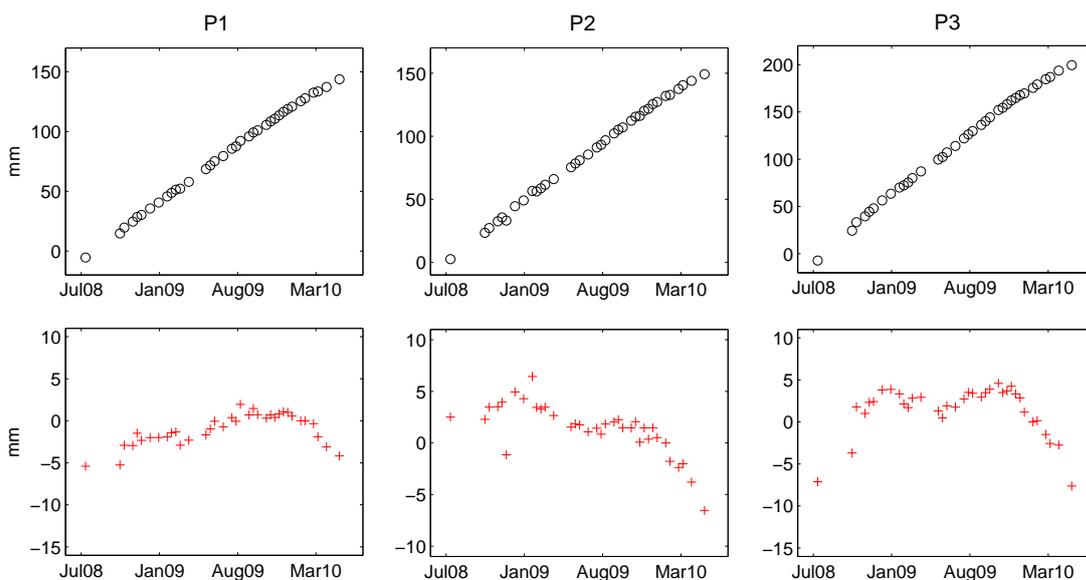
den oberen Rückstreupunkten in 13 m Höhe beträgt etwa 20 mm/a. Das entspricht einer differentiellen horizontalen Bewegungsrate von 31 mm/a auf 13 m, was wiederum einer Winkeländerung von  $0.14^\circ/\text{y}$  entspricht. Dieser Wert ist eine Minimalabschätzung unter der Annahme, dass die Verkippungsrichtung dem Azimutwinkel der Satellitenblickrichtung entspricht. Andernfalls ist er größer.

Die bodennahen Punkte zeigen in Abbildung 5.18 eine relativ große Streuung der Punkthöhe zwischen  $-5\text{ m}$  und  $0\text{ m}$ . Zu den Unsicherheiten der Parameterschätzung kommen Mehrwegeeffekte durch multiple Reflexionen, insbesondere durch Zweifachreflexion am Boden und der Gebäudefassade, die eine exakte Lokalisierung der Reflexionspunkte praktisch unmöglich machen. Die Position der PS-Punkte zeigt das Phasenzentrum der Rückstreuung.

### 5.3.3 Nichtlineare Bewegung

Im Deformationsgebiet von Staufen kann die Bewegung für den Beobachtungszeitraum Juli 2008 bis Juli 2010 nahezu vollständig durch eine räumlich variable, jedoch zeitlich konstante Bewegungsrate beschrieben werden [Engesser et al. 2010]. In der rechten Grafik von Abbildung 5.16 ist die Kohärenzdifferenz der PSI-Zeitreihe als Indikator für zusätzliche nichtlineare Punktbewegungen abgebildet. Während die Kohärenzdifferenz im äußeren Bereich des Deformationsgebietes  $\leq 0.2$  ist, liegt sie im Kerngebiet bei Bewegungsraten über  $80\text{ mm/a}$  deutlich darüber und zeigt eine nichtlineare Bewegung an.

In der Abbildung 5.19 sind exemplarisch drei Zeitreihen für PS-Punkte an den Positionen P1, P2 und P3 im Bereich der nichtlinearen Bewegung dargestellt. Neben den absoluten Zeitreihen in den oberen Abbildungen, ist in den unteren Abbildungen jeweils die Bewegung nach Abzug der mittleren Bewegungsrate gezeigt. Alle drei Zeitreihen zeigen eine deutliche Abnahme vom linearen Trend beginnend im November 2009. Zu diesem Zeitpunkt wurden erste Gegenmaßnahmen zur Eindämmung des Gipskeuperquellens getroffen. So wurde im November 2009 damit begonnen, die Ringräume der Erdwärmesonden sukzessive nachzuverpressen. Zudem wird der



**Abbildung 5.19:** Beispiele für Punkte mit nichtlinearer Bewegung nach der Phasenabwicklung im Deformationsgebiet von Staufen. Die Punkte können anhand der Kohärenzdifferenz (Abb. 5.16) identifiziert werden.

Grundwasserspiegel seit November 2009 dauerhaft abgesenkt [Engesser et al. 2010]. Die Abnahme der Bewegungsrate zeigt sich am deutlichsten bei dem südlich gelegenen Punkt P3. Er liegt in unmittelbarer Nähe zum Erdwärmesondenfeld, dem ursächlichen Zentrum der Deformation.

Für die in Abbildung 5.19 dargestellten PS-Punkte ist aufgrund der nichtlinearen Bewegung eine Phasenabwicklung notwendig. Sie wurde durch zeitliche Integration der residualen Phasen bezüglich der datumsgebenden Szene durchgeführt, nachdem die aus der M-SBAS-Schätzung hervorgehenden linearen Phasenterme abgezogen wurden. Dabei konnte in diesem Fall die Phasenabwicklung durch eine einfache zeitliche Integration der Beobachtungen erfolgen. Bei unregelmäßiger zeitlicher Abtastung und differenzierten nichtlinearen Bewegungen ist eine kombinierte raumzeitliche Phasenabwicklung nach Hooper (2006) vorzuziehen.

## 5.4 Thermisch bedingte Punktverschiebung

Im Rahmen der PSI-Analyse wird die thermisch bedingte Punktverschiebung als eigener Parameter geschätzt. Der Effekt kann sehr groß sein, insbesondere bei Brückenbauwerken und hohen Gebäuden. Auch wenn er häufig vernachlässigbar klein ist, sollte er bei der PSI-Analyse in urbanen Räumen immer geschätzt werden, um eine etwaige thermisch bedingte Punktverschiebung nicht fälschlicherweise der Bodenbewegung zuzuschreiben. Die durch Temperaturänderungen hervorgerufene Bewegung ist für Gebäude, die auf einer Stahlkonstruktion beruhen, aufgrund des größeren spezifischen Ausdehnungskoeffizienten und der verhältnismäßig geringen Masse wesentlich größer als für Gebäude aus Massivbaustoffen wie Mauerwerk oder Beton. Das Beispiel in Abbildung 5.20 zeigt die identifizierten PS-Punkte auf dem Dach einer Industriehalle im Gaisgraben-Gebiet sowie die PS-Punkte, die in der unmittelbaren Umgebung dieses Gebäudes liegen. Das gewählte Gebäude ist in Abbildung 5.14 durch das rote Rechteck markiert.

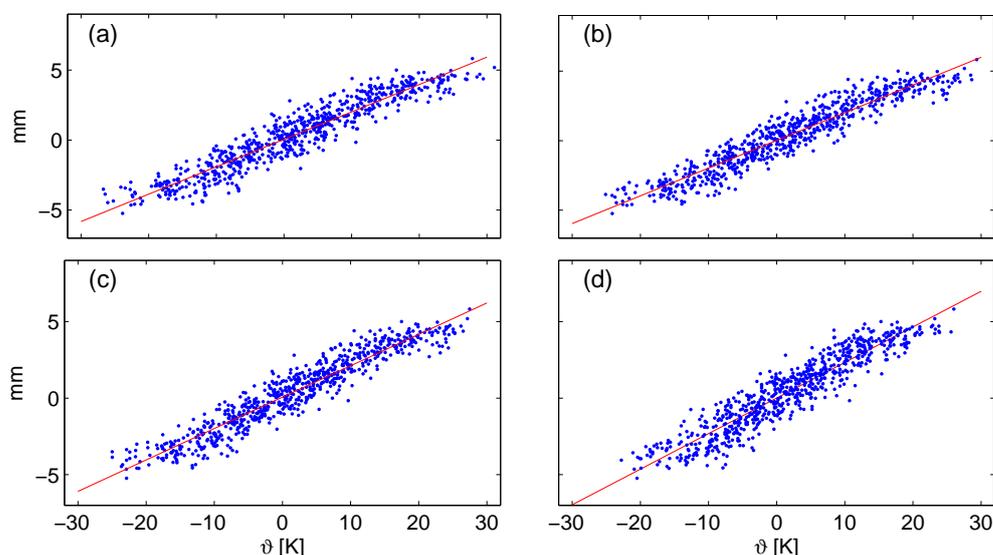


**Abbildung 5.20:** Beispiel für thermisch bedingte Bewegung der PS-Punkte auf dem Dach einer Industriehalle. Anhand der ermittelten PS-Höhe können die Punkte in Dachpunkte (Kreise) und bodennahe Punkte (Dreiecke) unterschieden werden. Die Farbe gibt die thermisch bedingte Bewegungsrate in mm/K an. Das Gebäude liegt am westlichen Rand des Gaisgraben-Gebietes (vgl. Abb.5.14). Quelle: Esri World Imagery, mit Satellitenbildern von SPOT 5, CNES/Airbus DS.

Anhand der ermittelten Höhe können die PS-Punkte in bodennahe Punkte mit  $h < 1\text{ m}$  sowie Fassaden- bzw. Dachpunkte mit  $h > 1\text{ m}$  getrennt werden. Für die Bodenpunkte ist der Betrag

der geschätzten thermischen Bewegungsrate kleiner als 1 mm/K. Betrachtet man als Signifikanzniveau den zweifachen Wert der mittleren empirischen Standardabweichung  $s_\alpha = 0.04$  mm/K aus Tabelle 5.4, so ist bei den Bodenpunkten erwartungsgemäß keine signifikante Bewegung aufgrund von Temperaturschwankungen zu verzeichnen. Demgegenüber zeigen die Punkte auf dem Dach dieser Industriehalle eine deutliche temperaturabhängige Bewegung. Sie liegt zwischen  $s_\alpha = 0.2$  mm/K und  $s_\alpha = 0.3$  mm/K. An der Südwestecke des Gebäudes sind vereinzelte Punkte als Dachpunkte zugewiesen, die jedoch keine signifikante thermische Bewegung zeigen. Es liegt nahe, dass es sich bei diesen Punkten eher um bodennahe Rückstreupunkte handelt, für die jedoch eine Punkthöhe über  $> 1$  m geschätzt wird. Die Standardabweichung der Punkthöhe liegt im Mittel bei 1.3 m.

In Abbildung 5.21 sind die mittleren differentiellen Verschiebungen der Dachpunkte gegenüber den in Abbildung 5.20 dargestellten Bodenpunkten für alle Interferogramme gezeigt. Die interferometrischen Phasen wurden zuvor um die höhenbedingte Phase und die lineare Punktbeziehung reduziert. Die Verschiebungen sind über die thermische Basislinie  $\vartheta$  aufgetragen. Die vier Grafiken zeigen die Korrelation der differentiellen Punktverschiebung mit der thermischen Basislinie für die zur Verfügung stehenden stündlichen Temperaturaufzeichnungen der drei LTZ-Wetterstationen der Standorte Mengen, Müllheim und Müllheim LTZ, sowie für die täglichen Temperaturmittelwerte der DWD-Wetterstation in Lahr (s. a. Abb. 5.1). Während die Stationen in Mengen und Müllheim nur etwa 9 bzw. 11 km von Staufen entfernt sind, beträgt die Entfernung zur Station Lahr ca. 50 km. Die Abbildungen zeigen für alle 4 Stationen einen deutlichen linearen Zusammenhang zwischen der differentiellen Phase und den Temperaturdifferenzen  $\vartheta$  der Aufnahmezeitpunkte. Die Korrelation ist für alle Temperaturmesspunkte ähnlich. Qualitativ ist kein Unterschied zu erkennen. Für die vier Wetterstationen wurde jeweils die



**Abbildung 5.21:** Mittlere Phasendifferenz der Dachpunkte gegenüber den Bodenpunkten aller Interferogramme in Abhängigkeit von der thermischen Basislinie  $\vartheta$  für die Temperaturdaten der Wetterstationen Mengen (a), Müllheim (b), Müllheim LTZ (c) und der DWD-Station in Lahr (d).

ausgleichende Regressionsgerade bestimmt. Die Koeffizienten des linearen Terms entsprechen der temperaturabhängigen Bewegungsrate  $\alpha$ . Sie sind in Tabelle 5.5 zusammen mit der mittleren quadratischen Abweichung der Beobachtungen aufgelistet. Die Bewegungsrate liegt im Mittel bei  $\alpha = 0.21$  mm/K. Aufgrund der jährlichen Temperaturschwankungen bewegen sich die

Dachpunkte somit um 7 mm. Für die DWD-Station wird für  $\alpha$  ein geringfügig größerer Wert bestimmt. Die Abweichung ist auf die geringere Variabilität der mittleren Tagestemperaturen gegenüber den stündlichen Aufzeichnungen der LTZ-Station zurückzuführen. Insbesondere in den Sommermonaten liegt die mittlere Tagestemperatur der DWD-Station unter der zur Überflugzeit des Satelliten (17:17 UTC) registrierten stündlichen Temperaturaufzeichnung der LTZ-Stationen und führt zu einem kleinen Skalierungseffekt. Die mittlere quadratische Abweichung ist für die DWD-Station aufgrund der größeren Entfernung um ca. 10 % größer als der mittlere Wert aller Stationen.

Temperaturstation	$\alpha$ [mm/K]	RMS [mm <sup>2</sup> ]	Entfernung Untersuchungsgebiet [km]
Mengen	0.20	0.82	9
Müllheim	0.20	0.79	11
Müllheim LTZ	0.21	0.76	11
Lahr (DWD)	0.23	0.88	51
Mittel	0.21	0.81	

**Tabelle 5.5:** Thermisch bedingte Bewegungsrate  $\alpha$  und RMS des linearen Modells für die in Abbildung 4.11 dargestellten Regressionsgeraden.

## 5.5 Vergleich M-SBAS und StaMPS

Ein Ziel der in dieser Arbeit entwickelten modifizierten PSI-Auswertung ist eine robuste Methode zur Parameterschätzung und PS-Selektion, mit der auch in anspruchsvollen Situationen, d. h. bei großen Bewegungsraten und kleinräumiger Variation der Bewegung, eine große Anzahl an PS-Punkten gefunden wird. Wie die Auswertung der Punktbeziehung auf den vorhergehenden Seiten gezeigt hat, ist das Deformationsgebiet Staufen ein ideales Testgebiet, um die Tauglichkeit der Methode bezüglich dieser Zielsetzung zu überprüfen und mögliche Vorzüge gegenüber anderen PSI-Ansätzen für solche Anwendungsszenarios zu zeigen. Der in dieser Arbeit verwendete Datensatz wurde bereits in einer vorangegangenen PSI-Auswertung untersucht, bei der das Software-Paket StaMPS eingesetzt wurde [Schenk und Westerhaus, 2012]. Die PSI-Auswertung folgte dabei der in Kapitel 3.1 zusammengefassten und in Hooper (2006) detailliert beschriebenen Auswertestrategie. Die Ergebnisse werden im Folgenden mit der M-SBAS-Auswertung dieser Arbeit verglichen. Die Datengrundlage ist in beiden Fällen identisch.

In Tabelle 5.6 ist die Anzahl der PS-Punkte für das gesamte Untersuchungsgebiet aufgelistet, die mit den beiden Methoden identifiziert wurden. Von etwa 2.2 Millionen Bildpunkten werden für dieses Gebiet bei der StaMPS-Auswertung rund 45 000 PS-Punkte erkannt. Demgegenüber werden mit der M-SBAS-Methode rund 61 000 PS-Punkte akzeptiert. Die Gesamtpunktzahl ist gegenüber der StaMPS-Auswertung um 36 % höher.

Die Anzahl der akzeptierten PS-Punkte stellt jedoch nur bedingt ein Qualitätskriterium dar. So können die mit der M-SBAS Methode zusätzlich identifizierten Punkte vom StaMPS-Algorithmus zurückgewiesen worden sein, weil sie beispielsweise ein erhöhtes Phasenrauschen zeigen. Dass dies nicht der Fall ist, zeigt die Tabelle 5.6, in der die Anzahl der PS-Punkte und die Standardabweichung der Bewegungsraten für das Referenzgebiet Gaisgraben zusammengestellt sind. Wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben, kann über den Parameter  $\gamma_{\text{thr}}$  die Anzahl der PS-Punkte und die mittlere Standardabweichung der geschätzten Bewegungsrate gesteuert werden. Für den Vergleich der Auswertung im Referenzgebiet Gaisgraben wurde

Gesamtes Testgebiet		
	StaMPS	M-SBAS
Anzahl PS	45095	61373
Laufzeit	ca. 151 min	ca. 34 min

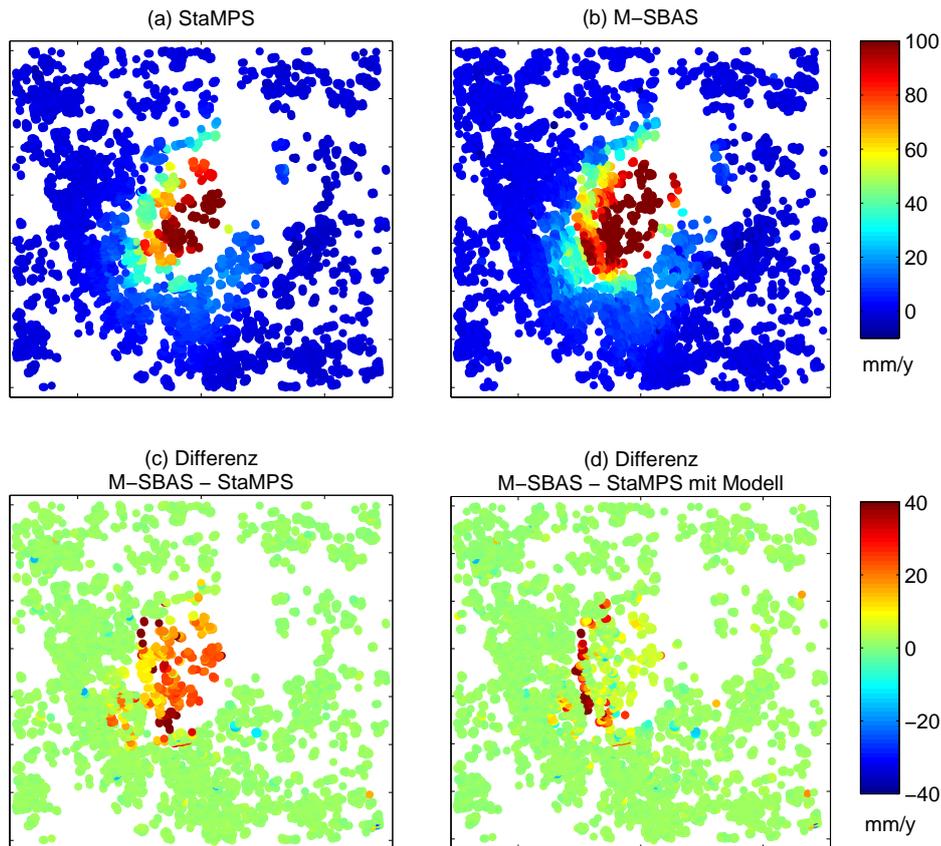
Referenzgebiet Gaisgraben			
	StaMPS	M-SBAS $\gamma_{\text{thr}} = 0.388$	M-SBAS $\gamma_{\text{thr}} = 0.340$
Anzahl PS	6018	6027	7712
$\sigma_v$ [mm/a]	0.99	0.91	0.99

**Tabelle 5.6:** Anzahl der PS-Punkte und Genauigkeit der geschätzten Bewegungsraten für die PSI-Auswertung mit StaMPS und der M-SBAS-Methode für das gesamte Untersuchungsgebiet, sowie das Referenzgebiet Gaisgraben.

der Wert mit  $\gamma_{\text{thr}} = 0.388$  und  $\gamma_{\text{thr}} = 0.340$  so gewählt, dass im ersten Fall die Anzahl der PS-Punkte beider Auswertungen etwa gleich groß ist (erste und zweite Spalte), während im zweiten Fall die Standardabweichungen der geschätzten Bewegungsraten gleich sind (erste und dritte Spalte). Demnach kann bei gleicher Punktzahl mit der M-SBAS Methode die Standardabweichung um 8 % gesenkt werden, während bei vergleichbarer Standardabweichung mit dieser Methode die Erkennungsquote um 28 % steigt. Zu der höheren Erkennungsquote der M-SBAS Auswertung kommt eine deutliche Reduzierung der für die Parameterschätzung und PS-Selektion benötigten Rechenzeit (Tab. 5.6). Sie wird mit der M-SBAS-Methode auf weniger als ein Viertel reduziert. Der Laufzeitgewinn ist abhängig von der Anzahl der Szenen und der Größe des bei der StaMPS-Auswertung genutzten SBAS-Stapels.

Die zuverlässigere Parameterschätzung der M-SBAS-Methode wird beim Vergleich der Ergebnisse im Deformationsgebiet Staufen deutlich. Die mit StaMPS ermittelten Bewegungsraten sind zusammen mit denen der M-SBAS-Auswertung in den Abbildungen 5.22(a) und 5.22(b) dargestellt. In Abbildung 5.22(c) ist das Differenzbild der beiden Auswertungen zu sehen. Es zeigt, dass bei der PSI-Auswertung mit StaMPS im gesamten Zentrum des Deformationsgebietes zu geringe Bewegungsraten ermittelt werden.

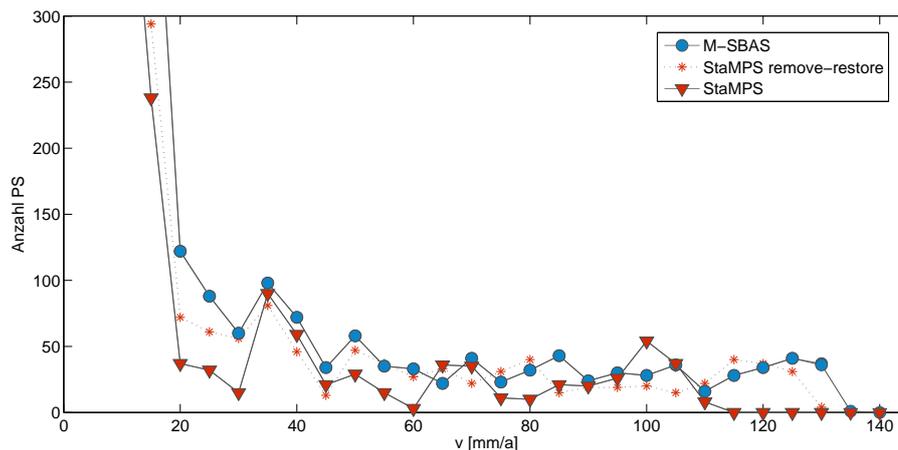
Diese systematische Unterschätzung der Bewegungsraten kann mit der räumlichen Tiefpassfilterung der Interferogramme im Zuge der PSI-Auswertung erklärt werden. Sie wurde bereits in Schenk und Westerhaus (2012) anhand von Inkonsistenzen bei der Phasenabwicklung erkannt. Zur Behebung wurde die Integration eines a priori Modells mit der *remove-restore*-Technik vorgeschlagen. Dabei wird die Punktbewegung in dem Gebiet anhand von Nivellement-Messungen approximiert und von den interferometrischen Phasen aller PS-Kandidaten reduziert. Die PSI-Auswertung wird dann auf Basis der residualen Beobachtungen durchgeführt. Die Gesamtbewegung wird schließlich aus der Summe der geschätzten Bewegungsraten und des zuvor reduzierten a priori Modells abgeleitet. Mit dieser *remove-restore*-Technik werden die Bewegungsraten zuverlässiger geschätzt. Die Abweichung der modifizierten StaMPS-Auswertung von der M-SBAS-Lösung ist im Zentrum des Deformationsgebietes gering, wie Abbildung 5.22(d) zeigt. Bei den im westlichen Bereich auftretenden Gebäudeverkippen führt jedoch auch die Auswertung mit der *remove-restore*-Technik zu einer Unterschätzung der Bewegungsrate. Die Verkippen werden in dem aus Nivellement-Messungen abgeleiteten a priori Modell nicht berücksichtigt.



**Abbildung 5.22:** Bewegungsraten der PSI-Auswertung mit StaMPS (a) und M-SBAS-Methode (b). Die Differenz der beiden Auswertungen ist in (c) dargestellt. In (d) ist die Differenz aus M-SBAS und einer modifizierten StaMPS-Auswertung mit *remove-restore*-Technik gezeigt. Grundlage für die Differenzbilder sind jeweils die PS-Punkte, die in beiden Auswertungen identifiziert wurden.

Abgesehen von der allgemein höheren Erkennungsquote werden im Zuge der verbesserten Parameterschätzung mit der M-SBAS-Methode insbesondere bei großen Bewegungsraten deutlich mehr PS-Punkte gefunden. Die Histogrammkurven in Abbildung 5.23 zeigen die Anzahl der identifizierten PS-Punkte im Hebungsgebiet Staufen in Abhängigkeit von der geschätzten Bewegungsrate für die drei PSI-Auswertungen. Bei der originären StaMPS-Auswertung betragen die maximalen Bewegungsraten 110 mm/a. Im Gegensatz dazu werden bei der Auswertung mit a priori Modell und mit der M-SBAS-Methode Bewegungsraten bis ca. 130 mm/a registriert.

Die Anzahl der identifizierten PS-Punkte ist für diese beiden Auswertungen bei nahezu allen Bewegungsraten größer. Tabelle 5.7 zeigt die kumulierte Anzahl der akzeptierten PS-Punkte im Hebungsgebiet. Die Gesamtanzahl der PS-Punkte kann im Hebungsgebiet um 40 % gesteigert werden. Werden nur die Punkte mit einer Bewegungsrate über 20 mm/a einbezogen, so kann die Erkennungsquote nahezu verdoppelt werden. Auch gegenüber der Auswertung mit a priori Modell ist die Erkennungsquote deutlich höher.



**Abbildung 5.23:** Histogramme der PS-Punkte in Abhängigkeit von der Bewegungsrate im Hebungsgebiet Staufen.

Hebungsgebiet Staufen			
	StaMPS normal	StaMPS mit a priori Modell	M-SBAS
Anzahl PS	5383	5789	7744
davon $v > 10$ mm/a	1297	1557	2164
davon $v > 20$ mm/a	559	788	1035

**Tabelle 5.7:** Anzahl der PS-Punkte im Deformationsgebiet Staufen bei der Auswertung mit dem M-SBAS-Ansatz im Vergleich zu den StaMPS-Auswertungen mit und ohne a priori Modell.

## 5.6 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde die Anwendung der M-SBAS-Methode für die Parameterschätzung und PS-Selektion in einer vollständigen PSI-Auswertung zur Bestimmung von Punktbewegungen in urbanen Gebieten gezeigt. Das Deformationsgebiet Staufen ist für einen funktionalen Test gut geeignet, da die Oberflächenverschiebungen lokal sind und eine große räumliche Variabilität aufweisen. Das Deformationsgebiet wurde geowissenschaftlich bereits eingehend untersucht und ein Vergleich mit konventionellen PSI-Auswertungen ist möglich.

Die Anwendungsstudie zeigt, dass im Vergleich zu der StaMPS-Auswertung – die hier als Referenzmethode betrachtet wurde – die Erkennungsquote von PS-Punkten in unbewegten Gebieten größer ist. In den Bereichen mit hohen Bewegungsraten und lateralen Variationen des Bewegungsfeldes zeigt sich das eigentliche Potential des modifizierten Ansatzes. Hier ist eine deutliche Steigerung der Erkennungsquote möglich, wobei gleichzeitig die Genauigkeit der Parameterschätzung erhöht wird. Wie das untersuchte Beispiel der Gebäudeverkipnungen am westlichen Rand des Deformationsgebietes zeigt, kann das Bewegungsfeld bei differenzierter höhenabhängiger Bewegung durch den Ansatz der punktbasierten Schätzung gut rekonstruiert werden. Hingegen werden mit den PSI-Ansätzen, welche auf einer räumlichen Korrelation der Bewegungen beruhen, bei solchen Phänomenen die Bewegungsraten unterschätzt. Mit der alternativen Parameterschätzung kann insbesondere in solchen komplexen Situationen die Oberflächenbewegung zuverlässiger beobachtet werden.

Die Lösung der Phasenmehrdeutigkeit ist das zentrale Problem bei der interferometrischen Parameterschätzung. Sie setzt eine räumliche und/oder zeitliche Stetigkeit der Phasenbeobachtungen voraus. Bei dem modifizierten M-SBAS-Ansatz wird keine räumliche Stetigkeit vorausgesetzt. Daraus ergeben sich bei regelmäßiger Aufnahme des Untersuchungsgebietes die oben erwähnten Vorteile. Jedoch sind damit auch Einschränkungen verbunden, die bei der Nutzung beachtet werden müssen:

- Wie das Anwendungsbeispiel zeigt, können durch die Parameterschätzung auf Interferogrammstapeln mit kurzen zeitlichen Basislinien auch solche Punkte als PS-Punkte identifiziert werden, deren Punktbeziehung nicht oder nicht ausschließlich durch eine lineare Bewegung beschrieben werden kann. Die Identifizierung solcher PS-Punkte ist nur möglich, wenn die nichtlineare Bewegung über einen längeren Beobachtungszeitraum unter Berücksichtigung der zeitlichen Abtastung stetig ist. Um den absoluten Anteil der nichtlinearen Bewegung anzugeben, sollte bei erheblichen nichtlinearen Bewegungen (nach Reduktion aller linearen Phasenanteile) für die Phasenabwicklung der residualen Beobachtungen eine robuste Methode verwendet werden, die eine raum-zeitliche Phasenabwicklung ermöglicht.
- Räumliche Variationen der neutrosphärischen Phasenverzögerung werden als stochastische Größen betrachtet. Die Methode ist daher für die Bestimmung großräumiger Bewegungen nicht direkt anwendbar. Sie ist jedoch mit diesen Eigenschaften komplementär zu der PSI-Auswertung mit StaMPS und ermöglicht bei einer Kombination beider Methoden die robuste Parameterschätzung kleinräumiger wie auch großräumiger Oberflächenbewegungen.

Bei der Untersuchung von Bewegungen in urbanen Räumen sollte auch die thermisch bedingte Punktbeziehung berücksichtigt werden. Sie wird in dem vorgestellten Modellansatz als linear abhängiger Parameter der registrierten Temperatur zu den Aufnahmezeitpunkten modelliert. Da für diese Anwendungsstudie die Daten mehrerer Wetterstationen zu Verfügung standen, konnte ein Vergleich der Parameterschätzung mit Temperaturaufzeichnungen von verschiedenen Orten in der Umgebung des Untersuchungsgebietes durchgeführt werden. Wenn möglich sollte eine Wetterstation aus der näheren Umgebung des Untersuchungsgebietes gewählt werden, wobei das Beispiel der DWD-Wetterstation in Lahr zeigt, dass der mittlere quadratische Fehler der geschätzten temperaturbedingten Bewegungsrate auch bei einer Entfernung von 50 km nur um etwa 10 % zunimmt. Eine stundengenaue Temperaturaufzeichnung ist der Nutzung von mittleren Tagestemperaturen vorzuziehen.

Durch den Vergleich der thermischen Bewegungsrate von Punkten in unterschiedlicher Höhe kann eine temperaturbedingte Bewegung von Gebäuden und Bauwerken erkannt werden. Damit ist eine Trennung von geodynamisch bedingten periodischen Bodenbewegungen, wie sie beispielsweise durch jährliche Grundwasserschwankungen verursacht werden, von dem Effekt der thermisch bedingten Ausdehnung möglich. Sie ist nicht nur bei großen Bauwerken zu beobachten, sondern kann je nach Material und Konstruktion auch bei Gebäuden gewöhnlicher Größe jährliche Variationen über 5 mm erreichen. Eine Berücksichtigung dieser Einflussgröße ist daher bei der PSI-Analyse in urbanen Gebieten zu empfehlen.

# Kapitel 6

## Fazit und Ausblick

Die Beobachtung von komplexen Deformationsgebieten mit großen und räumlich variablen Bewegungsraten stellt eine besondere Herausforderung für die PSI-Auswertung dar. In dieser Arbeit wurde ein modifizierter Ansatz zur Auswertung von Interferogrammstapeln entwickelt, mit dem insbesondere solche Deformationsszenarien in urbanen Räumen untersucht werden können, bei denen neben kleinräumig-variablen und punktuellen Oberflächenbewegungen auch Gebäudeverkippen auftreten.

Die wesentlichen Merkmale des entwickelten PSI-Ansatzes sind:

- **Modellansatz**

Von den Signalanteilen der interferometrischen Phase werden die punktspezifischen Phasenanteile  $\phi_v$ ,  $\phi_h$  und  $\phi_\alpha$  bei der PS-Selektion berücksichtigt. Die räumlich korrelierten Signalanteile des Orbitfehlers und der neutrosphärischen Phasenverzögerung werden bei der kleinräumigen Auswertung durch Differenzbildung bezüglich der mittleren Phase größtenteils reduziert. Die darüber hinaus verbleibende räumliche Variation wird, wie auch das Punktrauschen, als stochastischer Anteil der Beobachtungen betrachtet. Bei dem Modellansatz in dieser Arbeit wird keine laterale Stetigkeit der Phasenbeobachtungen vorausgesetzt.

- **Individuelle Punktschätzung**

Mit diesem Modellansatz unterscheidet sich die Methode von solchen PSI-Ansätzen, bei denen eine räumliche Stetigkeit der Phasenbeobachtungen vorausgesetzt wird. Bei dem vorgestellten Ansatz ist die Erkennungsquote wie auch die Qualität der Parameterschätzung unabhängig von der Anwesenheit weiterer unterstützender PS-Punkte in der unmittelbaren Nachbarschaft. Daher werden auch isolierte Punkt-Cluster zuverlässig erkannt. Ferner ist auch bei räumlich stark variierenden Bewegungsraten oder punktuellen Bewegungen eine zuverlässige PS-Analyse möglich.

- **M-SBAS-Ansatz**

Die in dem Ansatz verwendete separierte Parameterschätzung basiert auf dem SBAS-Konzept, bei dem unerwünschte Signalanteile unterdrückt werden, indem die Interferogramme zur Parameterschätzung entsprechend ihrer Basislinie ausgewählt werden. Mit der M-SBAS-Methode wird dieser Gedanke konsequent weiterverfolgt, indem mehrere SBAS-Stapel gebildet werden, die in der Summe alle möglichen Interferogrammkombinationen enthalten. Durch die Mittelung der Periodogramme aller SBAS-Stapel kann das SNR der PS-Kandidaten deutlich erhöht werden. Die schärfere Abtrennung von Signal- und Rauschanteil verhilft der Methode zu ihrer Resilienz.

- **Kombination von TSVD und FFT**

Für die Parameterschätzung werden zwei Methoden verwendet. Für die schnelle, FFT-basierte Periodogrammschätzung müssen die Beobachtungen auf äquidistanten Stützstellen neu abgetastet werden, wohingegen für die langsamere, aber genauere TSVD-basierte Methode die originären Beobachtungen verwendet werden. Die Stärken beider Verfahren lassen sich bei der iterativen Parameterschätzung kombinieren, indem zunächst mit der schnellen FFT-basierten Methode Näherungswerte bestimmt werden, die abschließend mit der TSVD-Schätzung verbessert werden.

- **Signifikanztest**

Ob das Signal eines PS-Kandidaten statistisch signifikant gegenüber seinem Rauschanteil ist, wird durch den  $g$ -Test nach Fisher bewertet. Mit der Vorgabe des Signifikanzniveaus ist die Anzahl der irrtümlich akzeptierten PS-Punkte präzifizierbar.

Die entwickelte M-SBAS-Methode wurde anhand von simulierten Daten validiert, wobei verschiedene PS-Szenarien angenommen wurden. Es konnte außerdem gezeigt werden, dass auch kleinere Datenstapel mit einer Größe ab etwa 15 Aufnahmen ausgewertet werden können. Die Anwendung dieser Methode in einer PSI-Auswertung und die Funktionalität wurden anhand eines Beispieldatensatzes überprüft. Wird die PSI-Auswertung mit dem StaMPS-Ansatz als Referenzmethode zugrunde gelegt, so zeigt der Vergleich der beiden Auswertungen, dass mit dem entwickelten Ansatz im Allgemeinen ca. 28 % mehr PS-Punkte identifiziert werden können. In Bereichen mit Oberflächenbewegung ist der Zugewinn an PS-Punkten noch größer. So wurden mit der M-SBAS-Auswertung für das Hebungszenrum Staufen – verglichen mit der StaMPS-Auswertung – fast doppelt so viele PS-Punkte mit einer Bewegungsrate über 20 mm/a identifiziert. Des Weiteren wird durch den Vergleich mit der PSI-Auswertung mit *remove-restore*-Technik deutlich, dass bei der entwickelten Methode keine systematische Unterschätzung bei großen Bewegungsraten auftritt, wie sie mit dem StaMPS-Ansatz für das Hebungsgebiet Staufen beobachtet wurde.

Ferner wurde bei der Umsetzung der M-SBAS-Methode auf eine effiziente Implementierung geachtet. Obwohl bei diesem Ansatz für jeden PS-Kandidaten drei Parameter geschätzt werden, konnte die notwendige Laufzeit gegenüber der Referenz-Auswertung mit nur einem Schätzparameter auf ein Viertel reduziert werden. Mit der entwickelten PSI-Auswertung ist damit auch bei großen Bewegungsraten eine schnelle und robuste Bestimmung von Punktbewegungen möglich.

Im Fokus der Arbeit stand die Analyse von kleinräumigen Oberflächenbewegungen in urbanen Räumen, für die das Hebungsgebiet Staufen ein repräsentatives Beispiel ist. Es verbleiben einige offene Fragestellungen und mögliche Anwendungsszenarien, die bei der Nutzung und Weiterentwicklung des M-SBAS-Ansatzes berücksichtigt werden sollten:

- **Großräumige Untersuchungsgebiete**

Mit dem entwickelten PSI-Ansatz können Bewegungsraten für Untersuchungsgebiete mit einer Ausdehnung bis zu wenigen Kilometern bestimmt werden. Für die Analyse großräumiger Bewegungen bis hin zur Ausdehnung ganzer SAR-Aufnahmen sind PSI-Verfahren mit expliziter Schätzung der neutrosphärischen Phasenverzögerung vorzuziehen. Die Parameterschätzung und Punktselektion mittels M-SBAS-Methode kann jedoch in den StaMPS-Ansatz integriert werden, wenn die Auswertung zunächst auf Ausschnitten von beispielsweise  $2 \times 2 \text{ km}^2$  Größe durchgeführt wird. Die identifizierten PS-Punkte können dann anschließend zusammen mit den geschätzten Korrekturtermen in StaMPS zusammengeführt werden. Dort kann in der weiteren Verarbeitung die raumzeitliche Phasenabwicklung sowie die Trennung der räumlich korrelierten Signalanteile erfolgen. Die Integration der M-SBAS-Methode ermöglicht mehr Punkte zu finden, wobei gleichzeitig die Gesamtlaufzeit reduziert wird.

- **Kurzzeitstabile Rückstreupunkte**

Der flexiblen Nutzung der Interferogramme in Teil-Stapeln wird in dieser Arbeit ein großes Gewicht zugemessen. Bei einer Parameterschätzung auf zeitlich unterteilten Interferogrammstapeln können neben den langzeitstabilen PS-Punkten auch kurzzeitstabile Punkte identifiziert werden. Sie haben für die PSI-Analyse in urbanen Gebieten ein großes Potential. Eine mögliche Anwendung ist die Beobachtung von Oberflächenbewegungen im Rah-

---

men von Baumaßnahmen. Mit der schnellen Parameterschätzung und PS-Selektion der M-SBAS Methode ist ein systematisches Durchsuchen von Interferogrammstapeln nach solchen kurzzeitstabilen Punkten möglich.

- **Tomographie**

Die Parameterschätzung der M-SBAS-Methode ermöglicht auch die Detektion von multiplen signifikanten PS-Punkten innerhalb einer Rückstreuzeile. Bei der Anwendung im großstädtischen Bereich sollte diese Möglichkeit getestet werden.

- **Nutzung der thermischen Bewegungsrate**

Die thermisch bedingte Bewegung ist in erster Linie ein Störsignal, das von den Beobachtungen separiert wird um die tatsächliche Bodenbewegung zu erfassen. Der Effekt tritt auch bei anderen geodätischen Beobachtungen auf. So zeigen beispielsweise GNSS-Permanentstationen, die auf Dächern angebracht sind, gegenüber Stationen, die in der näheren Umgebung am Boden monumentiert sind, eine systematische Variation in der Höhenkomponente, die der Gebäudebewegung zugesprochen wird [Kaniuth und Stuber, 2005]. Da in der Regel keine Parallelmessungen am Boden stattfinden, kann dieser Bewegungsanteil nicht zuverlässig von anderen periodischen Einflüssen getrennt werden. Mit der aus der PSI-Analyse bestimmten thermischen Bewegungsrate kann dieser Anteil reduziert werden.

SAR-Sensoren haben sich durch die ständige Weiterentwicklung zu präzisen geodätischen Messinstrumenten entwickelt. Insbesondere die Persistent Scatterer Interferometrie hat ein großes Potential für die kontinuierliche Beobachtung und Analyse kleinräumiger sowie großräumiger Oberflächenbewegungen und darüber hinaus gehende Anwendungen. Das belegen die zahlreichen Fallstudien und methodischen Weiterentwicklungen, die seit den Anfängen in den späten 90er Jahren durchgeführt wurden. Deren gemeinsames Ziel ist es, das Potential der SAR-Interferometrie als geodätisches Messverfahren weiter zu etablieren, zu verbessern und von der wissenschaftlichen, projektbezogenen Nutzung zur Anwendung bei alltäglichen Vermessungsaufgaben zu überführen.



# Anhang A

## Anhang

### A.1 Kohärenzschätzung auf vollständigen Interferogrammstapeln

Die Phasenkohärenz  $\gamma_\phi$  nach Ferretti et al. 2001 und die Punktkohärenz  $\gamma_{\text{PS}}$  eines PS-Punktes wurden in Abschnitt 2.5.2 auf Seite 26 eingeführt. Für den Fall eines PS-Interferogrammstapels mit  $(M-1)$  nicht-redundanten Interferogrammen bezüglich einer gewählten Masterszene kann man Gleichung 2.5.2 für die Phasenkohärenz schreiben als:

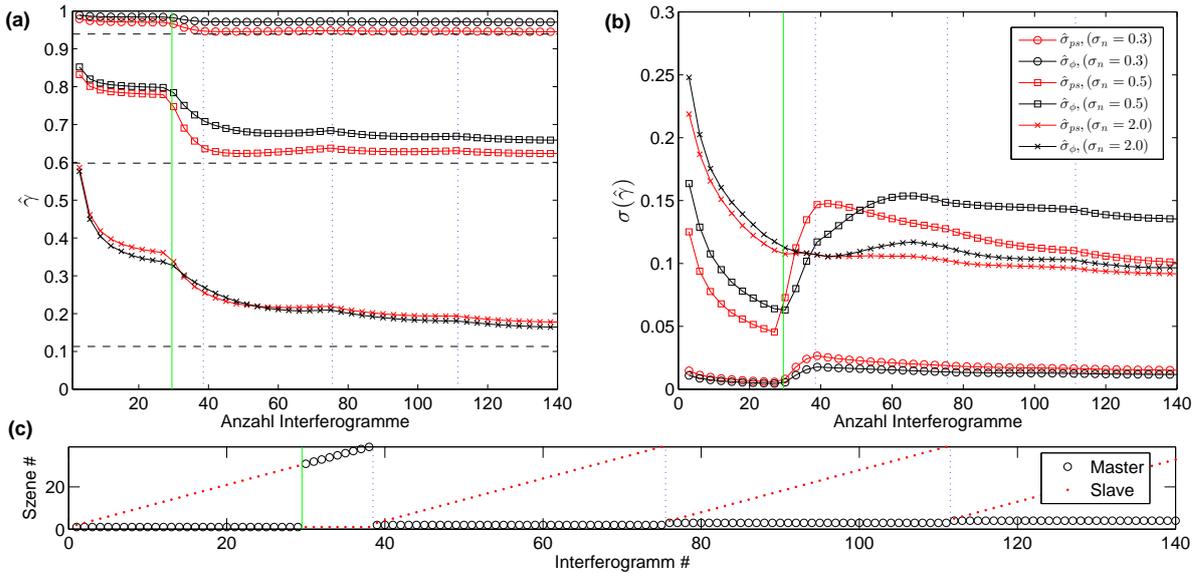
$$\hat{\gamma}_\phi = \frac{1}{M-1} \left| \sum_{m=2}^M \exp(j(\psi_1 - \psi_m)) \right| \quad (\text{A.1})$$

Dabei soll die erste Aufnahme des Datenstapels die Masterszene sein, auf die alle anderen Aufnahmen mit Index  $m$  bezogen werden. Die Phasenterme  $\psi_1$  und  $\psi_m$  sind unbekannt. Deren Variation bestimmt letztendlich die Phasenkohärenz. Die Masterphase lässt sich als konstanter Term aus der Summe ziehen, womit die Phasenkohärenz für den PS-Fall auch in der Form

$$\hat{\gamma}_\phi = \frac{1}{M-1} \left| \exp(j\psi_1) \sum_{m=2}^M \exp(-j\psi_m) \right| \quad (\text{A.2})$$

$$= \frac{1}{M-1} \left| \sum_{m=2}^M \exp(-j\psi_m) \right| \quad (\text{A.3})$$

geschrieben werden kann. Das bedeutet, das Phasenrauschen der Master-Szene geht effektiv nicht in die Berechnung der Kohärenz ein und wird dadurch systematisch verzerrt, wobei der Effekt bei kleineren Kohärenzen größer ist. Der Effekt ist ausschließlich in der gemeinsamen Master-Aufnahme begründet. Vertauscht man für einen Teil der in Gleichung (A.1) eingehenden Interferogramme die Master-Aufnahme mit der Slave-Aufnahme, so wird der Bias reduziert. Geht die Referenz-Aufnahme des PS-Stapels genau hälftig als Master und Slave (d. h. mit und ohne Konjugation) ein, so kann die systematische Verzerrung eliminiert werden, wobei jedoch die Varianz der Schätzung  $\sigma_{\hat{\gamma}_\phi}^2$  erhöht wird. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen wurde  $\hat{\gamma}_\phi$  anhand eines synthetischen PS-Datensatzes mit 39 Aufnahmen und drei verschiedenen Rauschpegeln getestet. Bei den ersten 38 Interferogrammen bezüglich der ersten Master-Szene wurde für die Interferogramme 30 bis 38 die Master- und Slave-Szene getauscht. In Abbildung A.1 ist die gemittelte Phasenkohärenz sowie die Standardabweichung für den Schätzer  $\gamma_\phi$  sowie den Schätzer  $\gamma_{\text{PS}}$  nach Gleichung (2.65) über je 10 000 simulierte Punkte dargestellt. Die gestrichelten schwarzen Linien zeigen die wahren Kohärenzen. Sie können über die Gleichungen (2.48) und (2.58) aus dem jeweiligen Rauschpegel  $\sigma_n$  bestimmt werden. Wie die Grafiken zeigen, führt eine Vertauschung der Referenzszene (markiert durch die grüne Linie in Abbildung A.1) zu einer deutlichen Reduktion des systematischen Fehlers, wobei gleichzeitig die Standardabweichung des Schätzers sprunghaft ansteigt. Am stärksten ist dieser Effekt bei dem mittleren Rauschpegel von  $\sigma_n = 0.5$  zu sehen. Für diesen Fall ist die Kohärenz unter Verwendung der ersten 29 Interferogramme gegenüber dem tatsächlichen Wert um ca. 30 % überschätzt. Werden die Interferogramme 30 bis 38 mit getauschter Master-Slave-Zuordnung in den Schätzer einbezogen, so geht der Mittelwert schnell gegen den tatsächlichen Wert der Kohärenz. Gleichzeitig wird jedoch die Standardabweichung der Schätzung trotz Zunahme des Stichprobenumfangs erhöht. Für den Fall  $\sigma_n = 0.5$  nimmt sie zwischen den Schätzungen mit 29 bzw. 38 Aufnahmen um ca. 200 % zu. Die Modellierung wurde für beide Kohärenzschätzer, d. h. die Phasenkohärenz  $\hat{\gamma}_\phi$  und



**Abbildung A.1:** Kohärenzschätzung in Abhängigkeit von der Interferogrammanzahl (a) Mittelwert und (b) Standardabweichung der Schätzer  $\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_{\phi}}$  und  $\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_{PS}}$  über 10000 simulierte Punkte für drei verschiedene Rauschniveaus. Die gestrichelten Linien in (a) zeigen die theoretische Kohärenz entsprechend dem Rauschniveau. In (c) ist die Master-Slave-Kombination der Interferogramme angegeben. Bei den Szenen 30 bis 38 wurden Master- und Slave-Szene getauscht, wodurch der systematische Bias reduziert werden kann. Der Kohärenzbereich zwischen 0.2 bis 0.4 ist für die Anwendung wichtig, da in diesem Intervall der Grenzwert für die zuverlässigen PS-Punkte gewählt wird.

den Schätzer  $\hat{\gamma}_{ps}$  durchgeführt. Aus den in Abbildung A.1 dargestellten Ergebnissen lassen sich folgende vergleichende Aussagen bezüglich der Kohärenzschätzer zusammenfassen:

- Der systematische Verzerrung durch die konstante Referenzszenen betrifft beide Schätzer gleichermaßen.
- Der Schätzer  $\hat{\gamma}_{\phi}$  zeigt gegenüber  $\hat{\gamma}_{ps}$  und dem tatsächlichen Wert eine Verschiebung, die in Abschnitt 2.5.2 diskutiert wurde.
- Je nach Rauschniveau konvergieren die Schätzer unterschiedlich schnell gegen den optimalen Wert. Die Konvergenz ist für  $\hat{\gamma}_{ps}$  meist geringfügig schneller.

Für eine unverzerrte und gleichzeitig präzise Kohärenzschätzung muss daher eine möglichst große Anzahl an Interferogrammkombinationen in die Schätzungen eingehen. Insbesondere bei mittleren und niedrigen Kohärenzen sowie bei kleinen Datenstapeln ist der Gewinn unter Anwendung aller Interferogrammkombinationen erheblich. Als Teilschritt der PSI-Auswertung sollte die Kohärenzbestimmung daher auf dem vollen SBAS-Stapel basierend durchgeführt werden.

Die Verwendung aller Interferogramme im Rahmen der Kohärenzschätzung ist eine Resampling-Methode, bei der das Mittel aus  $M$  separaten Kohärenzschätzungen bestimmt wird, wobei die Masterszene – die effektiv nicht in die Schätzung mit eingeht – permutiert. Das entspricht der Bestimmung der Kohärenz aller Aufnahmen mittels *delete-1*-Jackknife-Methode [siehe z. B. Wu, 1986 und Shao und Tu, 1995].

## A.2 Zusammenhang zwischen Kohärenz, SNR und Signalrauschen

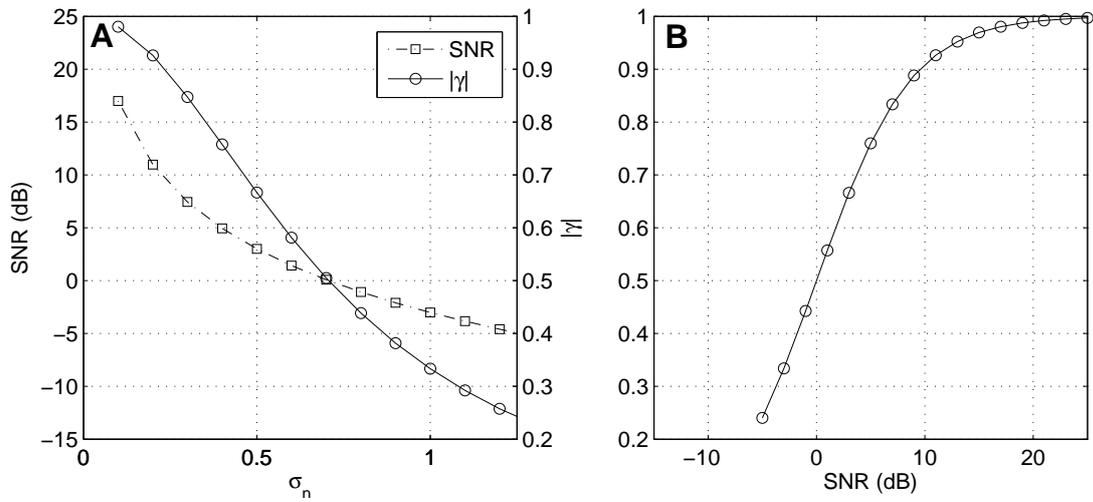


Abbildung A.2: Kurven der Funktionen  $\gamma(\sigma_n)$  und  $\text{SNR}(\sigma_n)$  nach Gleichung (2.48) (A) und  $\gamma(\text{SNR})$  nach Gleichung (2.58) (B).



# Literaturverzeichnis

- Adam, N., M. Eineder, N. Yague-Martinez und R. Bamler (2008). "High Resolution Interferometric Stacking with TerraSAR-X". In: *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2008. IGARSS '08. Proceedings*. Bd. 2, S. 117–120.
- Adam, N., R. Bamler, M. Eineder und B. Kampes (2006). "Parametric estimation and model selection based on amplitude-only data in PS-interferometry". In: *Fringe 2005 Workshop*. Bd. 610, S. 21.
- Ahdesmaki, M., H. Lahdesmaki und O. Yli-Harja (2007). "Robust Fisher's Test for Periodicity Detection in Noisy Biological Time Series". In: *IEEE International Workshop on Genomic Signal Processing and Statistics, 2007. GENSIPS 2007*. S. 1–4.
- Ahmed, R., P. Siqueira, S. Hensley, B. Chapman und K. Bergen (2011). "A survey of temporal decorrelation from spaceborne L-Band repeat-pass InSAR". In: *Remote Sensing of Environment* 115.11, S. 2887–2896.
- Alshawaf, F. (2013). "Constructing water vapor maps by fusing InSAR, GNSS, and WRF data". Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie.
- Anagnostou, G. (1992). *Untersuchungen zur Statik des Tunnelbaus in quellfähigem Gebirge*. 9553. vdf Hochschulverlag AG.
- Asal, R., M. Illner, H. Merkel, A. Schenk und M. Vetter (2014). "Geodätische Beiträge zum Aufbau eines Überwachungsnetzes für die Innenstadt Staufen". In: *Messtechnik im Bauwesen*, S. 11–15.
- Bähr, H. und A. Schenk (2010). "Präzise Vermessung des Phasenreferenzpunktes von Corner-Reflektoren". In: *Vernetzt und ausgeglichen: Festschrift zur Verabschiedung von Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. Eh. Günter Schmitt*. Hrsg. von K. Zippelt. Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik. KIT Scientific Publishing, S. 13–24.
- Bähr, H. und R. Hanssen (2012). "Reliable estimation of orbit errors in spaceborne SAR interferometry". In: *Journal of Geodesy* 86.12, S. 1147–1164.
- Bamler, R., N. Adam, S. Hinz und M. Eineder (2008). "SAR-Interferometry für geodätische Anwendungen". In: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN)* 7, S. 243–252.
- Bamler, R., M. Eineder, N. Adam, X. Zhu und S. Gernhardt (2009). "Interferometric Potential of High Resolution Spaceborne SAR". In: *Photogrammetrie - Fernerkundung - Geoinformation* 2009.5, S. 407–419.
- Berardino, P., G. Fornaro, R. Lanari und E. Sansosti (2002). "A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 40.11, S. 2375–2383.
- Brcic, R., A. Parizzi, M. Eineder, R. Bamler und F. Meyer (2011). "Ionospheric effects in SAR interferometry: An analysis and comparison of methods for their estimation". In: *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2011. IGARSS '11. Proceedings*. S. 1497–1500.
- Breit, H., T. Fritz, U. Balss, M. Lachaise, A. Niedermeier und M. Vonavka (2010). "TerraSAR-X SAR Processing and Products". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 48.2, S. 727–740.
- Buttkus, B. (1991). *Spektralanalyse und Filtertheorie in der angewandten Geophysik*. Berlin: Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Casu, F., M. Manzo und R. Lanari (2006). "A quantitative assessment of the SBAS algorithm performance for surface deformation retrieval from DInSAR data". In: *Remote Sensing of Environment* 102.3, S. 195–210.
- Cavalié, O., M.-P. Doin, C. Lasserre und P. Briole (2007). "Ground motion measurement in the Lake Mead area, Nevada, by differential synthetic aperture radar interferometry time series analysis: Probing the lithosphere rheological structure". In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 112.B3.

- Colesanti, C., A. Ferretti, F. Novali, C. Prati und F. Rocca (2003). "SAR monitoring of progressive and seasonal ground deformation using the permanent scatterers technique". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 41.7, S. 1685–1701.
- Crosetto, M., A. Arnaud, J. Duro, E. Biescas und M. Agudo (2003). "Deformation monitoring using remotely sensed radar interferometric data". In: *Proc., 11th FIG Symposium on Deformation Measurements, Patras Univ., Santorini, Greece*.
- Crosetto, M., O. Monserrat, M. Cuevas und B. Crippa (2011). "Spaceborne Differential SAR Interferometry: Data Analysis Tools for Deformation Measurement". In: *Remote Sensing* 3.2, S. 305–318.
- Crosetto, M., O. Monserrat und G. Herrera (2010). "Urban Applications of Persistent Scatterer Interferometry". In: *Radar Remote Sensing of Urban Areas*. Hrsg. von U. Soergel. Bd. 15. Remote Sensing and Digital Image Processing. Springer Netherlands, S. 233–248.
- Cumming, I. G. und F. H. Wong (2004). *Digital signal processing of synthetic aperture radar data: algorithms and implementation*. Artech House.
- Curlander, J. und R. McDonough (1991). *Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing*. Wiley Series in Remote Sensing and Image Processing. Wiley.
- Danklmayer, A., B. Doring, M. Schwerdt und M. Chandra (2009). "Assessment of Atmospheric Propagation Effects in SAR Images". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 47.10, S. 3507–3518.
- Emardson, T. R., M. Simons und F. H. Webb (2003). "Neutral atmospheric delay in interferometric synthetic aperture radar applications: Statistical description and mitigation". In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 108.B5. 2231.
- Engesser, W., C. Ruch und G. Wirsing (2010). *Geologische Untersuchungen von Baugrundhebungen im Bereich des Erdwärmesondenfeldes beim Rathaus in der historischen Altstadt von Staufen i. Br.* Sachstandsbericht Az.: 94-4763//10-563. Landesamt für Geologie, Rohstoffe und Bergbau (LGRB).
- Ferretti, A., A. Fumagalli, F. Novali, C. Prati, F. Rocca und A. Rucci (2011). "A New Algorithm for Processing Interferometric Data-Stacks: SqueeSAR". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.9, S. 3460–3470.
- Ferretti, A., C. Prati und F. Rocca (1999). "Multibaseline InSAR DEM reconstruction: the wavelet approach". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 37.2, S. 705–715.
- Ferretti, A., C. Prati und F. Rocca (2000a). "Analysis of Permanent Scatterers in SAR interferometry". In: *2000 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000. IGARSS '00. Proceedings*. Bd. 2, 761–763 vol.2.
- Ferretti, A., C. Prati und F. Rocca (2001). "Permanent scatterers in SAR interferometry". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 39.1, S. 8–20.
- Ferretti, A., C. Prati und F. Rocca (2000b). "Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential SAR interferometry". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 38.5, S. 2202–2212.
- Fischer, D. (2009). "Interaktion zwischen Baugrund und Bauwerk-Zulässige Setzungsdifferenzen sowie Beanspruchungen von Bauwerk und Gründung". Dissertation. Universität Kassel.
- Fisher, R. A. (1929). "Tests of Significance in Harmonic Analysis". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 125.796, S. 54–59.
- Fodor, I. und P. Stark (2000). "Multitaper spectrum estimation for time series with gaps". In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 48.12, S. 3472–3483.
- Fornaro, G., D. Reale und S. Verde (2013). "Bridge Thermal Dilation Monitoring With Millimeter Sensitivity via Multidimensional SAR Imaging". In: *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 10.4, S. 677–681.

- Fornaro, G., F. Serafino und F. Soldovieri (2003). “Three-dimensional focusing with multipass SAR data”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 41.3, S. 507–517.
- Ghiglia, D. C. und M. D. Pritt (1998). *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software*. Wiley New York.
- Goel, K. und N. Adam (2012). “Three-Dimensional Positioning of Point Scatterers Based on Radargrammetry”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 50.6, S. 2355–2363.
- Goel, K. (2013). “Advanced Stacking Techniques and Applications in High Resolution SAR Interferometry”. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Methodik der Fernerkundung.
- Goldstein, R. (1995). “Atmospheric limitations to repeat-track radar interferometry”. In: *Geophysical Research Letters* 22.18, S. 2517–2520.
- Goldstein, R. M. und C. L. Werner (1998). “Radar interferogram filtering for geophysical applications”. In: *Geophysical Research Letters* 25.21, S. 4035–4038.
- Goldstein, R. M., H. A. Zebker und C. L. Werner (1988). “Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping”. In: *Radio Science* 23.4, S. 713–720.
- Goodman, J. W. (1975). “Statistical properties of laser speckle patterns”. English. In: *Laser Speckle and Related Phenomena*. Bd. 9. Topics in Applied Physics. Springer Berlin Heidelberg, S. 9–75.
- Goodman, J. W. (1976). “Some fundamental properties of speckle”. In: *Journal of the Optical Society of America* 66.11, S. 1145–1150.
- Grimm, M., I. Stober, T. Kohl und P. Blum (2014). “Schadensfallanalyse von Erdwärmesondenbohrungen in Baden-Württemberg”. In: *Grundwasser - Zeitschrift der Fachsektion Hydrogeologie in der Deutschen Gesellschaft für Geowissenschaften (FH-DGG)*.
- Hansen, P. C. (1987). “The truncated SVD as a method for regularization”. In: *BIT Numerical Mathematics* 27.4, S. 534–553.
- Hanssen, R. F. (2001). *Radar interferometry: data interpretation and error analysis*. Bd. 2. Remote Sensing and Digital Image Processing. Springer.
- Hao, B., C. Ma, G. Zhang und L. Kang (2008). “Analyzing Decorrelation of Multi-temporal SAR Data on InSAR”. In: *Congress on Image and Signal Processing, 2008. CISP '08*. Bd. 1, S. 452–461.
- Heck, B. (2003). *Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung: Klassische und moderne Methoden; 3. Auflage*. Wichmann.
- Heublein, M., F. Alshawaf, M. Mayer, S. Hinz und B. Heck (2014). *Towards a rigorous fusion of GNSS and InSAR observations for the purpose of water vapor retrieval*. Bd. 2014. Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik / Karlsruher Institut für Technologie, Studiengang Geodäsie und Geoinformatik 1. KIT Scientific Publishing, S. 71.
- Hooper, A. (2006). “Persistent Scatterer Radar Interferometry for Crustal Deformation Studies and Modeling of Volcanic Deformation”. Dissertation. Stanford University.
- Hooper, A. (2008). “A multi-temporal InSAR method incorporating both persistent scatterer and small baseline approaches”. In: *Geophysical Research Letters* 35.16.
- Hooper, A., H. Zebker, P. Segall und B. Kampes (2004). “A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers”. In: *Geophysical Research Letters* 31.23.
- Jakowatz, C. V., D. E. Wahl, P. H. Eichel, D. C. Ghiglia und P. A. Thompson (1996). *Spotlight-mode synthetic aperture radar: a signal processing approach*. Kluwer Academic Publishers Boston, USA.
- Just, D. und R. Bamler (1994). “Phase statistics of interferograms with applications to synthetic aperture radar”. In: *Applied optics* 33.20, S. 4361–4368.

- Kampes, B. M., R. F. Hanssen und Z. Perski (2003). “Radar interferometry with public domain tools”. In: *Proceedings of FRINGE*, S. 1–5.
- Kampes, B. (2005). “Displacement parameter estimation using permanent scatterer interferometry”. Dissertation. Delft University of Technology.
- Kaniuth, K. und K. Stuber (2005). “Apparent and real local movements of two co-located permanent GPS stations at Bogota, Colombia”. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen* 130.1, S. 41–46.
- Ketelaar, V. B. H. (2009). *Satellite radar interferometry: Subsidence monitoring techniques*. Bd. 14. Remote Sensing and Digital Image Processing. Springer.
- Knospe, S. und S. Jonsson (2010). “Covariance Estimation for dInSAR Surface Deformation Measurements in the Presence of Anisotropic Atmospheric Noise”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 48.4, S. 2057–2065.
- Kratzsch, H. (1983). *Mining subsidence engineering*. Berlin: Springer.
- Lanari, R., O. Mora, M. Manunta, J. Mallorqui, P. Berardino und E. Sansosti (2004). “A small-baseline approach for investigating deformations on full-resolution differential SAR interferograms”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 42.7, S. 1377–1386.
- Li, Y., J. Razavilar und K. Liu (1998). “A high-resolution technique for multidimensional NMR spectroscopy”. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 45.1, S. 78–86.
- Lubitz, C., M. Motagh, H.-U. Wetzels und H. Kaufmann (2013). “Remarkable Urban Uplift in Staufen im Breisgau, Germany: Observations from TerraSAR-X InSAR and Leveling from 2008 to 2011”. In: *Remote Sensing* 5.6, S. 3082–3100.
- Massonnet, D. und K. L. Feigl (1998). “Radar interferometry and its application to changes in the Earth’s surface”. In: *Reviews of Geophysics* 36.4, S. 441–500.
- Metzger, B. (2014). *Die kleine Bau-Fibel: Bauteil- und Baustoffkunde; Bauphysikalische Grundlagen; Bauteile und Baukonstruktionen*. Satzweiss.com-Verlag.
- Middleton, D. (1988). “S.O. Rice and the theory of random noise: some personal recollections”. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 34.6, S. 1367–1373.
- Mittermayer, J., B. Schättler und M. Younis (2010). “TerraSAR-X commissioning phase execution summary”. In: *IEEE transactions on geoscience and remote sensing* 48.2, S. 649–659.
- Monserrat, O., M. Crosetto, M. Cuevas und B. Crippa (2011). “The Thermal Expansion Component of Persistent Scatterer Interferometry Observations”. In: *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 8.5, S. 864–868.
- Mora, O., J. Mallorqui und A. Broquetas (2003). “Linear and nonlinear terrain deformation maps from a reduced set of interferometric SAR images”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 41.10, S. 2243–2253.
- Niemeier, W. (2008). *Ausgleichsrechnung: Statistische Auswertemethoden*. Walter de Gruyter.
- Nion, D. und N. Sidiropoulos (2010). “Tensor Algebra and Multidimensional Harmonic Retrieval in Signal Processing for MIMO Radar”. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 58.11, S. 5693–5705.
- Nuesch, R., F. Madsen und W. Steiner (1995). “Long time swelling of anhydritic rocks: mineralogical and microstructural evaluation”. In: *Proceedings of 8th ISRM Congress*. International Society for Rock Mechanics.
- Nutricato, R., F. Bovenga und A. Refice (2002). “Optimum interpolation and resampling for PSC identification”. In: *2002 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. Bd. 6, S. 3626–3628.
- Oguchi, T. (1983). “Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors”. In: *Proceedings of the IEEE* 71.9, S. 1029–1078.

- Parizzi, A., X. Cong und M. Eineder (2010). "First Results from Multifrequency Interferometry. A Comparison of Different Decorrelation Time Constants at L, C and X Band". In: *European Space Agency - Publications - ESA SP, 677; 4*. Fringe Conference. ESA, Noordwijk.
- Park, J., C. R. Lindberg und F. L. Vernon (1987). "Multitaper spectral analysis of high-frequency seismograms". In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 92.B12, S. 12675–12684.
- Press, W. H. (2007). *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing*. Cambridge university press.
- Priestly, M. B. (1982). *Spectral Analysis and Time Series*. Bd. 1. 4. John Wiley & Sons, Ltd., S. 422–423.
- Qiu, X., C. Ding und D. Hu (2013). *Bistatic SAR Data Processing Algorithms*. John Wiley & Sons.
- Reale, D., G. Fornaro und A. Pauciuolo (2013). "Extension of 4-D SAR Imaging to the Monitoring of Thermally Dilating Scatterers". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 51.12, S. 5296–5306.
- Refice, A., A. Belmonte, F. Bovenga und G. Pasquariello (2011). "On the Use of Anisotropic Covariance Models in Estimating Atmospheric DInSAR Contributions". In: *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 8.2, S. 341–345.
- Reigber, A. und A. Moreira (2000). "First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data". In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 38.5, S. 2142–2152.
- Rice, S. O. (1948). "Statistical properties of a sine wave plus random noise". In: *Bell System Technical Journal* 27, S. 109–157.
- Rigden, J. D. und E. I. Gordon (1962). "The granularity of scattered optical maser light". In: *Proc. IRE* 50, S. 2367–2368.
- Ruch, C., G. Wirsing und C. Hunkler (2012). *Zweiter Sachstandsbericht zu den seit dem 01.03.2010 erfolgten Untersuchungen im Bereich des Erdwärmesondenfeldes beim Rathaus in der historischen Altstadt von Staufeu i. Br.* Sachstandsbericht Az.: 94-4763//12-2487. Landesamt für Geologie, Rohstoffe und Bergbau (LGRB).
- Schenk, A. und M. Westerhaus (2012). "SAR-Interferometrie zur Bestimmung des vollständigen Bewegungsvektors - Möglichkeiten und Grenzen". In: *GeoMonitoring 2012*. Hrsg. von W. Niemeier. TU-Braunschweig, S. 207–218.
- Schwenk, I. (2009). "Interaktion zwischen Sprödbuchbildung im Gipskeuper und Quellverhalten im Tunnelbau". Dissertation.
- Shao, J. und D. Tu (1995). *The Jackknife and bootstrap*. Springer series in statistics. New York: Springer.
- She, Z., D. A. Gray, R. E. Bogner, J. Homer und I. D. Longstaff (2002). "Three-dimensional space-borne synthetic aperture radar (SAR) imaging with multiple pass processing". In: *International Journal of Remote Sensing* 23.20, S. 4357–4382.
- So, H., Y. Chan, Q. Ma und P. Ching (1999). "Comparison of various periodograms for sinusoid detection and frequency estimation". In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 35.3, S. 945–952.
- Sousa, J. J., A. J. Hooper, R. F. Hanssen, L. C. Bastos und A. M. Ruiz (2011). "Persistent Scatterer InSAR: A comparison of methodologies based on a model of temporal deformation vs. spatial correlation selection criteria". In: *Remote Sensing of Environment* 115.10, S. 2652–2663.
- Stoica, P., J. Li und H. He (2009). "Spectral Analysis of Nonuniformly Sampled Data: A New Approach Versus the Periodogram". In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.3, S. 843–858.

- Sun, W., H. C. So, Y. Chen, L.-T. Huang und L. Huang (2014). “Approximate Subspace-Based Iterative Adaptive Approach for Fast Two-Dimensional Spectral Estimation”. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 62.12, S. 3220–3231.
- Tough, R. J. A., D. Blacknell und S. Quegan (1995). “A Statistical Description of Polarimetric and Interferometric Synthetic Aperture Radar Data”. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences* 449.1937, S. 567–589.
- Touloukian, Y. S., R. Kirby, R. Taylor und P. Desai (1975). *Thermophysical Properties of Matter—the TPRC Data Series. Volume 12&13. Thermal Expansion Metallic Elements and Alloys*. Techn. Ber. DTIC Document.
- Touzi, R., A. Lopes, J. Bruniquel und P. Vachon (1999). “Coherence estimation for SAR imagery”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 37.1, S. 135–149.
- Ulaby, F. T., R. K. Moore und A. K. Fung (1986). *Microwave remote sensing. 2. Radar remote sensing and surface scattering and emission theory*. New edition. Boston: Artech House.
- Usai, S. (2001). *A New Approach for Longterm Monitoring of Deformations by Differential SAR Interferometry*. TU Delft, Delft University of Technology.
- Van der Kooij, M., W. Hughes, S. Sato und V. Poncos (2005). “Coherent target monitoring at high spatial density: examples of validation results”. In: *Proceedings of Fringe Workshop, European Space Agency*.
- Welch, P. D. (1967). “The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms”. In: *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* 15.2, S. 70–73.
- Werner, C., U. Wegmüller, T. Strozzi und A. Wiesmann (2003). “Interferometric point target analysis for deformation mapping”. In: *2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS '03. Proceedings*. Bd. 7, S. 4362–4364.
- Werninghaus, R. und S. Buckreuss (2010). “The TerraSAR-X Mission and System Design”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 48.2, S. 606–614.
- Wichert, S., K. Fokianos und K. Strimmer (2004). “Identifying periodically expressed transcripts in microarray time series data”. In: *Bioinformatics* 20.1, S. 5–20.
- Wu, C. F. J. (1986). “Jackknife, Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis”. In: *The Annals of Statistics* 14.4, S. 1261–1295.
- Zebker, H. und J. Villasenor (1992). “Decorrelation in interferometric radar echoes”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 30.5, S. 950–959.
- Zhu, X. X. (2008). “Spectral Estimation for Synthetic Aperture Radar Tomography”. Masterarbeit. Technische Universität München, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Lehrstuhl für Methodik der Fernerkundung.
- Zhu, X. X. und R. Bamler (2010). “Very High Resolution Spaceborne SAR Tomography in Urban Environment”. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 48.12, S. 4296–4308.

# Danksagung

Ich möchte meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck für die wissenschaftliche Betreuung danken. Durch das entgegengebrachte Vertrauen und seine kompetenten wie auch zielführenden Ratschläge hat er diese Arbeit wesentlich unterstützt. Meinem Zweitgutachter, Prof. Dr.-Ing. Stefan Hinz, danke ich für die Übernahme des Korreferats, die motivierenden Gespräche und seine hilfreichen Anmerkungen.

Wertvolle Denkanstöße habe ich bei den zahlreichen Diskussionen mit Malte Westerhaus bekommen. Ihm sowie der gesamten PSG-Arbeitsgruppe danke ich für die kompetenten und erhellenden fachlichen Gespräche sowie die nicht weniger interessanten Diskussionen abseits der Wissenschaft. Julia Kubanek möchte ich für die hilfreichen Korrekturen und Anmerkungen danken.

Für die fachmännische Hilfe bei der Planung und Einmessung der Corner-Reflektoren danke ich allen Beteiligten. Ebenso gebührt mein Dank dem Landratsamt Breisgau Hochschwarzwald, insbesondere Herrn Rudi Asal, für die offene und jederzeit freundliche Zusammenarbeit und die Bereitstellung von Daten. Des Weiteren möchte ich dem DLR für die Corner Reflektoren sowie dem Landwirtschaftlichen Technologiezentrum Augustenberg für die kostenlose Bereitstellung der Klimadaten danken.

Die Prozesse im Untergrund von Staufen sind aus geologischer und geodätischer Sicht äußerst interessant und haben zu einem regen Interesse bei der geowissenschaftlichen Gemeinschaft geführt. Es sollte jedoch nicht unerwähnt bleiben, dass sie für viele Anwohner der Stadt zu Verunsicherung und Beeinträchtigungen geführt haben. Ich möchte der Stadt Staufen, insbesondere dem Bürgermeister Herrn Michael Benitz und den Mitgliedern der Arbeitsgemeinschaft Hebungsrisse, für die kooperative Zusammenarbeit sowie die Unterstützung vor Ort danken.

Diese Arbeit wurde durch meine Aufenthalte am Institut für Spatial Sciences an der Curtin University in Perth, Australien vorangebracht. Dafür möchte ich der Graduiertenschule GRACE danken.

Schließlich möchte ich meinen Eltern dafür danken, dass sie mir jederzeit mit Rat zur Seite gestanden haben. Mein ganz besonderer Dank gilt Daniela für ihre Unterstützung und ihr einzigartiges Verständnis.

