Zur Interaktion des Menschen mit einem nachgiebigen Untergrund bei periodischer und einmaliger Bewegungsform - energetische Aspekte und Verletzungsrisiko

Zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte **Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Claudia Bellanger

Tag der mündlichen Prüfung: Hauptreferent: Korreferent: 24.07.2015 Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann Jun.-Prof. Dr. rer. nat. Thorsten Stein

Kurzfassung

In vielen verschiedenen Situationen des Alltags ist der Mensch unterschiedlichen Bodenarten ausgesetzt. Wird sich auf den Sportbereich konzentriert, dann lässt sich auf ein Widerspruch zwischen den Aspekten Verletzungsminderung und Effizienz schließen. Zahlreiche Untersuchungen haben gezeigt, dass es vor allem im Leistungssportbereich einen Zusammenhang zwischen der Bodenbeschaffenheit und der Verletzungsanzahl gibt. Ein optimaler Boden bezüglich der Belastung des Bewegungsapparates müsste ein Kompromiss zwischen zwei Extremen sein: eine hohe Leistungsfähigkeit gewährleisten, aber auf Kosten dessen eine weiche dämpfende Komponente besitzen. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine systematische Untersuchung verschiedener Mensch- und Bodenparameter auf das Verletzungsrisiko und auf energetische Aspekte für die periodische Bewegungsabfolge Hüpfen und die einmalige Bewegungsform Landen.

Mit diesem Ziel werden in dieser Arbeit verschiedene Modellierungsvarianten für die menschliche Bewegung sowie für das Bodenmodell angewendet. Bei der periodischen Bewegung wird zunächst eine passive Menschmodellierung mit einem kontinuierlichen Boden gekoppelt. Im zweiten Schritt kommen für beide Bewegungsformen ein aktives Menschmodell mit einer phänomenologischen Beschreibung des Muskelverhaltens zum Einsatz. Die Kopplung erfolgt in diesem Fall mit einem diskreten, visko-elastischen Bodenmodell.

Es wird gezeigt, dass der simulierte Bewegungsablauf einer aktiven Hüpfbewegung sehr gut mit Messergebnissen übereinstimmt. Davon ausgehend findet eine Parameterstudie zum Einfluss von Steifigkeit und Dämpfung auf verschiedene Bewertungskriterien statt.

Bei der Hüpfbewegung wird für die passive und aktive Modellvariante nachgewiesen, dass bei einem ungedämpften Boden die beiden Bewertungskriterien Verletzungsrisiko und Trainingseffizienz durch niedrige Bodensteifigkeiten positiv beeinflusst werden können. Die Untersuchungen zu einem gedämpften Boden gekoppelt mit dem aktiven Menschmodell zeigen jedoch, dass geringe Dämpfungswerte die maximale Beinkraft absenken, aber die Trainingseffizienz negativ beeinflussen. Weiterhin wird eine mögliche Ursache für die konstante Schwerpunktstrajektorie des Menschen identifiziert. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass der Mensch seine Beinsteifigkeit an die Bodenbeschaffenheiten anpasst und das passive Menschmodell nur in Grenzen zulässig ist. Es wird dargelegt, dass der Mensch dieses Verhalten auf Grund einer Energieminimierung erreichen kann.

Bei den Untersuchungen zur Landebewegung steht die Minimierung des Verletzungsrisikos im Vordergrund. Die Analyse führt zu dem Ergebnis, dass eine Reduktion der inneren Kraftgrößen nur mit einem Anstieg der Beinkraft einher geht. Eine Ausnahme von diesem Verhalten besteht für eine degressive Federkennlinie bei dem nichtlinearen Bodenmodell. Für zwei Dämpfungsbereiche ist eine Verringerung der Beinkraft sowie der Muskelkraft möglich.

Ein Vergleich zwischen beiden Bewegungsformen zeigt, dass jeweils Bereiche existieren, in denen ein nachgiebiger Boden gegenüber einem harten Boden zu bevorzugen ist.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Technische Mechanik (Dynamik/Mechatronik) und am KIT-DeFI des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, deren wissenschaftliche Betreuung und die Übernahme des Hauptreferats. Weiterhin bedanke ich mich für das entgegengebrachte Vertrauen und die Unterstützung bis zum Abschluss dieser Arbeit. Mein Dank gilt ebenfalls Jun.-Prof. Dr. rer. nat. Thorsten Stein für die Übernahme des Korreferats und das Interesse an meiner Arbeit. Bereits bei ersten Gesprächen zu diesem Thema wurden wichtige Gedankenimpulse gesetzt. Weiterhin möchte ich mich bei Ihm bedanken, dass ich Messungen am Institut für Sport und Sportwissenschaften (KIT) durchführen konnte. Für die freundliche Übernahme des Verfahrensvorsitzes bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Jörg Wauer für die Durchsicht meiner Arbeit. Weiterhin möchte ich mich bei den Herren Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin und Prof. Dr.-Ing. Carsten Proppe für die gute Zusammenarbeit am Institut bedanken.

An dieser Stelle möchte ich mich ganz besonders bei Isabelle Hornik und Dr. Mathias Heckele vom KIT-DeFI bedanken. Wir waren ein gutes Team und haben viel gemeinsam erlebt. Es hat Spaß gemacht in diesen fünf Jahren mit euch gemeinsam über den Tellerrand des Maschinenbaus hinauszuschauen.

Allen Mitarbeitern des ITM danke ich für die schönen Jahre und die angenehme Atmosphäre am Institut. Vor allem weiß ich die Hilfsbereitschaft untereinander auf fachlicher und persönlicher Ebene sehr zu schätzen. Die vielen gemeinsamen Erlebnisse auf Konferenzen, bei den Ausflügen aber auch im normalen Alltag werden mir lange in Erinnerung bleiben. Ein ganz großer Dank geht an Herrn Prof. Dr.-Ing. Hartmut Hetzler, dass er immer versucht hat für fachliche Gespräche Zeit zu finden. Weiterhin möchte ich mich bei Ihm für die Motivation, gerade am Ende der Promotionszeit, bedanken. Meinen drei Mädels Karo, Heike und Nici möchte ich für die schönen und unvergesslichen fünf gemeinsamen Jahre am ITM danken. Auch außerhalb der Arbeit haben wir viele tolle Momente gemeinsam erlebt. Vor allem fürs Korrekturlesen und für eure mentale Unterstützung, während ich bereits in der Industrie gearbeitet habe, möchte ich mich ganz besonders bei euch bedanken. Weiterer Dank geht auch an Marius fürs Korrekturlesen und seine Anmerkungen.

Besonders dankbar bin ich meinen Eltern für ihr Vertrauen und ihre Unterstützung auf meinem bisherigen Lebensweg.

Mein größter Dank geht an meinen lieben Mann Adrien. Bei jedem Tief hat er mich aufgebaut und war für mich da. Er hat immer an mich geglaubt und mir Kraft gegeben.

Inhaltsverzeichnis

	Sym	ıbolverzeichnis	XV
1	Einl	eitung	1
2	Gru	ndlagen und Stand der Forschung	3
	2.1	Menschliche Bewegungsapparat und abstrakte Menschmodelle	3
		2.1.1 Muskelaufbau und Muskelmodelle	4
		2.1.2 Bewegungsgenerierung und deren Modellierung	6
		2.1.3 Ein-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle	8
		2.1.4 N-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle	10
		2.1.5 N-Freiheitsgrad-Starrkörpermodelle	11
		2.1.6 Bewegungsformen und deren Modellierung	12
	2.2	Grundlagen Sportboden und abstrakte Bodenmodelle	14
		2.2.1 Lineare Bodenmodelle	15
		2.2.2 Nichtlineare Bodenmodelle	16
		2.2.3 Nichtlineare Modelle für Ferse und Schuh	18
	2.3	Aspekte	18
		2.3.1 Aspekte - Periodische Bewegung	20
		2.3.2 Aspekte - Einmaliger Event	29
	2.4	Ziel und Aufbau der Arbeit	33
3	Eige	ene Modellierung	39
	3.1	Abstrakte Menschmodelle gekoppelt mit diskreten Bodenmodellen	39
		3.1.1 Aktives Muskelmodell	40
		3.1.2 Diskrete Bodenmodelle	47
	3.2	Abstraktes Menschmodell gekoppelt mit kontinuierlichem Bodenmodell	48
	3.3	Parameterraum Bodenmodell	53
		3.3.1 Parameterraum kontinuierliches Balkenmodell	54
		3.3.2 Parameterraum diskretes Bodenmodell	54
	3.4	Biomechanische Bewertungskriterien	56
4	Ana	ilvse Hüpfen	57
	4.1	Kopplung <i>SLIP</i> -Modell mit kontinuierlichem Bodenmodell	57
		4.1.1 Einfluss der Ansatzfunktionen und Randbedingungen	59
		4.1.2 Analytischer Nachweis	61
		4.1.3 Einfluss der Modellparameter auf die Bewertungskriterien	68
		4.1.4 Zusammenfassung	76
	4.2	Kopplung Aktives Muskelmodell mit diskretem Bodenmodell	77
		4.2.1 Beschreibung des Optimalsteuerungsproblems für periodisches Hüpfen	79

		4.2.2	Validierung der numerischen Umsetzung	83
		4.2.3	Herleitung der Modellparameter	86
		4.2.4	Biomechanische Bewertungskriterien Hüpfen	90
		4.2.5	Analyse lineares Kraftelement - Zielfunktion \tilde{J}_1 und relative Sprung-	
		4.2.6	höhe $\hat{h}_{max,rel}$ Analyse lineares Kraftelement - Zielfunktion \tilde{J}_2 und relative Sprung-	91
			höhe $h_{max,rel}$	100
		4.2.7	Analyse nichtlineares Kraftelement - relative Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$.	104
		4.2.8	Analyse nichtlineares Kraftelement - absolute Sprunghöhe $\hat{h}_{max,abs}$.	110
		4.2.9	Zusammenfassung	113
F	1			117
D			gung - Aktives iviuskeimodeli	117
	5.1	Herleit	tung der Gleichungen	117
		5.1.1	Beschreibung des Optimalsteuerungsproblems für eine Landebewegun	g119
		5.1.2	Modellparameter	120
		5.1.3	Biomechanische Bewertungskriterien Landebewegung	123
	5.2	Linear	e Bodenmodellierung	123
	5.3	Nichtli	ineare Bodenmodellierung	128
		5.3.1	Einfluss von χ	128
		5.3.2	Einfluss Dämpfung D	129
	5.4	Zusam	menfassung	135
6	Zus	ammen	fassung und Ausblick	137
Α	Anh	ang - (Optimalsteuerungsproblem	143
Lit	terati	urverze	ichnis	145

Symbolverzeichnis

Notation

()	dimensionsbehaftete Variable
()	dimensionslose Variable
()	Ableitung nach der Zeit t
()'	Ableitung nach der dimensionslosen Zeit τ
$()_{,\xi}$	Ableitung nach dem dimensions losen Ort ξ
$()_{,z}$	Ableitung nach dem Ort \boldsymbol{z}
Indizes	
0	Beginn Bodenkontaktphase, Hüpfen und Landen
1	Ende Bodenkontaktphase, Hüpfen und Landen
2	Ende Flugphase, Hüpfen
max	Maximalwert
Symbole	
c_1	Federkonstante
c_2	Federkonstante, bilineare Federkennlinie
C_{Muskel}	Muskelarbeit
d_1	Dämpferkonstante
\hat{D}	dimensionslose Dämpferkonstante, diskretes Bodenmodell
D	dimensionslose Dämpferkonstante, kontinuierliches Bodenmodell
d_K	Abstand Kniegelenk zur Senkrechten
E_{diss}	Bodendissipation
EI	Biegesteifigkeit
f	Hüpffrequenz

F_B	Bodenkraft
F_C	Kraft des kontraktilen Elementes/Muskelkraft
$F_{c,NL}$	bilineare Federkennlinie
F_k	Beinkraft, <i>SLIP</i> -Modell
F_{leg}	Beinkraft, aktives Muskelmodell
F_{MTC}	Kraft des Muskelsehnenkomplexes
F_{SE}	Sehnenkraft
$ ilde{g}$	dimensionsloser Parameter: Verhältnis von Gewichtskraft zu Biegesteifigkeit
g	Erdbeschleunigung
h_K	Landehöhe
$h_{max,abs}$	absolute maximale Sprunghöhe, gemessen ausgehend von festem Referenzwert
$h_{max,rel}$	relative maximale Sprunghöhe
$ ilde{J}_1$	kombinierte Zielfunktion ${\it Minimaler\ Energieverbrauch},$ Lineares Kraftelement
$ ilde{J}_2$	kombinierte Zielfunktion Minimaler Ruck, Lineares Kraftelement
$ ilde{J}_3$	kombinierte Zielfunktion <i>Minimaler Energieverbrauch</i> , Nichtlineares Kraftelement
$ ilde{J}_L$	kombinierte Zielfunktion Landebewegung
k_{leg}	äquivalente Beinsteifigkeit
k_{SE}	Sehnensteifigkeit, Lineares Kraftelement
$k_{SE,K}$	Sehnensteifigkeit, Nichtlineares Kraftelement
k_{tot}	Gesamtsteifigkeit Mensch und Boden
l	Balkenlänge
L	Bezugslänge, kontinuierliches Bodenmodell
ℓ_0	entspannte Federlänge, <i>SLIP</i> -Modell
l _D	entspannte Federlänge, diskretes Bodenmodell

ℓ_{max}	maximale Beinlänge
l_S	Länge von Oberschenkel bzw. Unterschenkel
m	Massenschwerpunkt Mensch
m_B	diskrete Bodenmasse
M_{MTC}	Kniemoment
N	Anzahl der Ansatzfunktionen W
P_C	Muskelleistung
P_{leg}	Leistung des Beines
q	unbekannte Koeffizienten RITZ-Ansatz
r_K	konstanter Hebelarm, Knie
t	Zeit
T_P	Periodendauer Hüpfen
v_0	Anfangsgeschwindigkeit Bodenkontaktphase
W	Ansatzfunktionen RITZ-Ansatz
w	vertikale Balkenverschiebung
x	vertikale Position des <i>SLIP</i> -Modells
x_{abs}	vertikale Position des Massenschwerpunktes aktives Muskelmodell
x_C	Muskellänge
\dot{x}_C	Muskelkontraktionsgeschwindigkeit
x_{MTC}	Länge des Muskelsehnenkomplexes
$x_{rel} = x_{abs} - y$	Relativkoordinate aktives Muskelmodell
x_{SE}	Sehnenlänge
y	vertikale Position des Massenschwerpunktes diskretes Bodenmodell
y^*	Parameter für spezifische Bodendurchbiegung, bilineare Federkennlinie
z_F	horizontale Position des <i>SLIP</i> -Modells
χ	Verhältnis der Bodensteifigkeiten, bilineare Federkennlinie

γ	dimensionsloser Parameter: Verhältnis von Beinsteifigkeit zu Biegesteifigkeit
κ	dimensionsloser Parameter: Verhältnis von Bodensteifigkeit zu Biegesteifigkeit
$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$	Wichtungsparameter innerhalb Zielfunktion \tilde{J}_1 , \tilde{J}_2 oder \tilde{J}_3
$\lambda_{L,1},\lambda_{L,2}$	Wichtungsparameter innerhalb Zielfunktion \tilde{J}_L
μ	Massenbelegung Balken
ν	dimensionsloses Massenverhältnis: Mensch zu Balkenmasse
$\hat{ u}$	dimensions loses Massenverhältnis: Mensch zu diskreter Bodenmass e m_{B}
ω	Eigenkreisfrequenz kontinuierliches Bodenmodell
ω_0	Eigenkreisfrequenz diskretes Bodenmodell
$\hat{\Omega}$	Kreisfrequenz, aktives Muskelmodell
Ω	Kreisfrequenz, kontinuierliches Bodenmodell
Φ	Vektor der Ansatzfunktionen W
φ_K	Kniewinkel
τ	dimensionslose Zeit
ξ	dimensionslose Balkenkoordinate
ξ_F	horizontale Position des SLIP-Modells, dimensionslose Variable

1 Einleitung

In vielen verschiedenen Situationen des Alltags ist der Mensch unterschiedlichen Bodenarten ausgesetzt. Bereits die natürlichen Böden aus der Umwelt weisen eine große Variabilität auf. Rennen in tiefem Sand wird oft als unangenehm empfunden, weil das Vorwärtskommen sehr mühsam erscheint. Dahingegen bevorzugen Kinder zum Spielen automatisch eine Wiese mit einer Grasdecke, da diese als leicht federnd empfunden wird und bei einem Sturz eine höhere Schutzfunktion als ein steiniger Platz bietet. Diese zwei Beispiele zeigen, dass schon in der Natur unterschiedliche Bedingungen bei der menschlichen Fortbewegung vorherrschen.

Im Sportbereich lässt sich der leistungssteigernde Effekt eines Sprungbretts oder eines Trampolins sehr gut beobachten. Schaumstoffmatten beziehungsweise Schaumstoffgruben entziehen dem Sportler wiederum Energie, aber tragen somit zu einem verminderten Verletzungsrisiko bei. Bei Betrachtungen eines Hallenbodens ist zu beachten, dass diese auf Grund vieler verschiedener Bauweisen sehr unterschiedlich wahrgenommen werden. So sind klassische Schwingböden eher für Sportarten wie Basketball, Handball oder Volleyball geeignet, jedoch für Kinder ungünstig, da die effektive Bodenmasse meist zu hoch ist und deswegen von einer leichten Person als sehr hart empfunden wird. Dem gegenüber stehen die Mehrzweckböden mit Eigenschaften, die einem weichen Boden entsprechen. Diese Böden werden jedoch im Leistungssportbereich nicht als effizient genug eingestuft.

Ab dem Jahre 1970 fanden erste Untersuchungen zum Einfluss eines Sportbodens auf die Belastung beim Menschen statt, weil durch das Aufkommen neuartiger Kunststoffbeläge auch vermehrt Beschwerden bei den Sportlern beobachtet wurden [83]. Weiterhin haben sich im Leistungssportbereich vor allem die Kunststofflaufbahnen in den letzten Jahren stark weiterentwickelt, indem sie dem Athleten immer mehr an Leistungsfähigkeit bereitstellen können. Es kann davon ausgegangen werden, dass dies unter anderem zu der kontinuierlichen Steigerung der Bestzeiten führt. Im wissenschaftlichen Bereich haben McMahon and Greene [63] bereits im Jahre 1979 nachgewiesen, dass eine leicht elastische Laufbahn leistungssteigernder ist als ein harter Untergrund. Der Nachteil dieser Entwicklungen zeigt sich jedoch an der steigenden Anzahl von Verletzungen in den letzten Jahrzehnten, welche auf die neuartigen Böden zurückgeführt wird. Bei periodischen Bewegungen, wie z.B beim Rennen oder Joggen wurde ein Zusammenhang zwischen den sich wiederholenden Impaktkräften zwischen Sportler und Boden und Beschwerden in den unteren Extremitäten hergestellt [23, 36]. Bei einem einmaligen Ereignis, wie dem Landen nach einem Sprung, weist das hohe Vorkommen von Verletzungen und Fehlern in der Ausführung unter Wettbewerbsbedingungen darauf hin, dass es für Athleten schwierig ist mit den vorherrschenden Böden gleichzeitig eine hohe Punktzahl bei der Landung zu erreichen und das Verletzungsrisiko zu minimieren [68]. Auch im Bereich von Breitensportarten wie Handball und Volleyball wird als ein Risikofaktor für Verletzungen der unteren Extremitäten die hohe Anzahl an Sprungbewegungen identifiziert [112].

Aus diesen Ausführungen lässt sich auf einen Widerspruch zwischen den Aspekten Verletzungsminderung und Effizienz schließen. Im Training wird sich ein energieabsorbierender weicher Boden gewünscht, der eventuelle Fehler in der Ausführung des Sportlers dämpft, aber beim Wettkampf ist ein Rekordboden von Vorteil, der einem ideal-elastischen Boden mit geringer Dissipation entspricht. Ein optimaler Boden bezüglich der Belastung des Bewegungsapparates und als Kompromiss zwischen den beiden Extremen muss somit eine hohe Leistungsfähigkeit gewährleisten, aber auf Kosten dessen eine weiche dämpfende Komponente besitzen. Dieser Aspekt wird innerhalb der vorliegenden Arbeit verfolgt und der Einfluss von Bodenparametern auf das Verletzungsrisiko und energetische Aspekte untersucht, um damit der Frage nach einem optimalen Boden näher zu kommen. Um den verschiedenen Randbedingungen aus der Umwelt zu genügen, wird sich auf die zwei am häufigsten vorkommenden Bewegungsformen fokussiert, nämlich eine periodische Bewegungsabfolge und eine einmalige Form.

An diese Untersuchungen schließt sich die Fragestellung an, welche Mechanismen der Mensch in verschiedenen Situationen abruft. Bei einem Trampolinspringer ist sehr gut zu beobachten, dass sich dieser an die Bodenbewegung anpasst, um eine maximale Sprunghöhe zu erreichen. In dieser Arbeit soll mit den eigenen Untersuchungen zur Interaktion von Mensch und nachgiebigen Boden ein näherer Einblick in diese Bewegungskriterien geschaffen werden.

2 Grundlagen und Stand der Forschung

Diese Arbeit fokussiert sich auf Untersuchungen, bei denen der Mensch in Interaktion mit einem nachgiebigen Boden steht. Bevor Aussagen zum Gesamtsystem getroffen werden können, ist es notwendig, das Verhalten und die Funktionsweise der beiden Teilsysteme zu verstehen. Deswegen werden die beiden Themenkomplexe Mensch und nachgiebiger Untergrund zunächst einzeln behandelt. In Abschnitt 2.1 werden die Grundlagen zum menschlichen Bewegungsapparat und die Modellierung mittels abstrakter Modelle vorgestellt. Weiterhin wird auf verschiedene Bewegungsformen und deren mögliche Umsetzung im Modell eingegangen. Im darauffolgenden Abschnitt 2.2 werden die allgemeinen Grundlagen eines Sportbodens erläutert und verschiedene abstrakte Bodenmodelle aus der Literatur behandelt. Anschließend werden in 2.3 die relevanten biomechanischen Bewertungskriterien definiert und bezugnehmend auf diese Kriterien die untersuchten Aspekte in der bereits vorhandenen Literatur diskutiert. Dabei wird sich auf Studien konzentriert, die sich mit beiden Teilsystemen beschäftigen oder lediglich eines der beiden Systeme analysieren. Mit diesen Erkenntnissen werden die eigenen relevanten Aspekte abgeleitet und damit in Abschnitt 2.4 die Ziele und der Aufbau dieser Arbeit festgelegt.

2.1 Menschliche Bewegungsapparat und abstrakte Menschmodelle

Zur Beschreibung des menschlichen Bewegungsapparates wird dieser mittels biomechanischer Analogiemodelle dargestellt. Die für eine Bewegung relevanten Komponenten werden auf das mechanische System, die Aktoren und die Ansteuerung der Aktoren reduziert. Das zu Grunde liegende mechanische System für eine Bewegung ist der Skelettaufbau des Menschen. Bei der biomechanischen Modellierung finden verschiedene Ansätze Anwendung. Eine detaillierte Modellierung bilden Modelle mit mehreren Freiheitsgraden mit einer Starrkörpermodellierung für jedes einzelne Körpersegment. Im Gegensatz dazu stehen die Modelle mit einem Freiheitsgrad, bei denen die gesamte Menschmasse konzentriert dargestellt und die Geometrie des Skelettaufbaus vernachlässigt wird. Die Anzahl und Geometrie der Massenfreiheitsgrade legen somit in vereinfachter Weise die Modelleigenschaften des Skelettaufbaus fest. Diese Art der Unterscheidung wird in dieser Arbeit als oberstes Kriterium zur Abgrenzung der verschiedenen abstrakten Menschmodelle gewählt. In Abschnitt 2.1.3 bis 2.1.5 werden die Modellierungsvarianten aus der Literatur getrennt nach Ein-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle, N-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle und N-Freiheitsgrad-Starrkörpermodelle vorgestellt.

2.1.1 Muskelaufbau und Muskelmodelle

Damit das mechanische System eine Bewegung generieren kann, muss dieses durch eine Art Motor angetrieben werden. Im menschlichen Organismus führt der Muskel diese Aufgabe als Kontraktionselement aus. Der Muskelaufbau und das Muskelverhalten wird im Folgenden insoweit vorgestellt, um die notwendige Modellierung für den Bereich der Biomechanik zu verstehen. Dabei wird vor allem das Verhalten auf makroskopischer Ebene betrachtet und nur am Rande auf die Analyse chemischer Vorgänge eingegangen. Im Rahmen dieser Arbeit ist nur der Skelettmuskel von Interesse, da dieser hauptsächlich an der menschlichen Fortbewegung beteiligt ist. Die Skelettmuskulatur ist das am stärksten ausgebildete Organ des Menschen mit einem Anteil am Gesamtkörpergewicht von über 40% [96]. Der Skelettmuskel ist über die Sehne mit dem zu bewegenden Skelettknochen verbunden.



Abbildung 2.1: Feinbau der Skelettmuskulatur [50]

In Abbildung 2.1 ist der prinzipielle Aufbau der Skelettmuskulatur dargestellt. Der Muskel selbst besteht aus einer größeren Anzahl an Muskelfaserbündeln, in denen sich wiederum Muskelfasern befinden. Die Muskelfaser wird durch zylinderförmige Muskelzellen gebildet. Sie besteht aus mehreren Myofibrillen, die wiederum durch eine Abgrenzung der Z-Scheiben in Sarkomere unterteilt sind [50]. Die Muskelfasern sind von dem bindegewebigen Endomysium umhüllt und die Muskelfaserbündel sind von dem bindegewebigen Perimysium und Epimysium umgeben. Der gesamte Muskelbauch wird wiederum von der Muskelfaszie umgeben und verstärkt [101]. Diese Faszie hält den Muskel in seiner äußeren Form und stellt zudem eine Schutzfunktion dar. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Skelettmuskel das kontraktile Element des menschlichen Bewegungsapparates ist. Dieses kontraktile Element liegt in den parallel angeordneten Myofibrillen, die aus hunderten aneinander gereihten Sarkomeren bestehen.

Der biologisch-mechanische Prozess der innerhalb der Sarkomere stattfindet, kann mittels molekularer Muskelmodelle (z.B. von Huxley) beschrieben werden. Jedoch findet diese Art der Modellierung in dieser Arbeit keine Anwendung. Es wird sich auf phänomenologische Beschreibungen konzentriert. Aufbauend auf Messungen von Hill [46, 47] entstand das klassische Hill-Type-Modell, welches mit den Eingangsgrößen Muskellänge, Muskelgeschwindigkeit, Stimulierung und empirischen Gleichungen das visko-elastische Muskelverhalten mathematisch beschreibt. Das mechanische Analogmodell ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Dieses besteht aus dem Kontraktionselement (C) und den passiven elastischen Elementen SE und PE.

Dabei beschreibt das kontraktile Element die aktive Kraftentwicklung des Muskels mittels einer Kraft-Längen- und Kraft-Geschwindigkeits-Relation. Das Verhalten der Kraft abhängig von der Muskellänge wird mittels eines parabolischen Verlaufs abgebildet. Die Abhängigkeit der Kontraktionskraft F_C von der Muskelkontraktionsgeschwindigkeit v_C ist durch eine hyperbolische Kurve gekennzeichnet (siehe [114]). Verkürzt sich der Muskel sehr schnell, so kann er nur geringe kontraktile Kräfte entwickeln. Nimmt die Verkürzungsgeschwindigkeit ab, so steigt die Kraft bis auf die maximale isometrische Muskelkraft an. Nach diesem Punkt wird der Muskel gedehnt und es ist ihm möglich Kräfte oberhalb der isometrischen Kraft zu erzeugen. Zur mathematischen Beschreibung dieses Verhaltens müssen mehrere Konstanten aus Experimenten bestimmt werden.

Das seriell-elastische Element (SE) stellt die Nachgiebigkeit der Sehne dar. Es übernimmt u.a. die Aufgabe der Energiespeicherung und dient der Kraftübertragung auf den Knochen. Im einfachsten Fall besteht das mechanische Analogmodell aus einer Linearfeder mit der Federsteifigkeit k_{SE} [114]. Erweiterte Modelle mit einer quadratischen Abhängigkeit der Sehnenlängenänderung von der Sehnenkraft sind bei [38] und [94] zu finden. Wird ein ruhender Muskel (nicht stimuliert) über seine Ruhelänge hinaus gedehnt, dann übt er eine passive Kraftentwicklung aus. Dieser Sachverhalt wird mit dem PE-Element abgebildet. Dieses Element wird in der Modellierung jedoch oft vernachlässigt, da der physiologische Arbeitsbereich einiger Skelettmuskeln außerhalb des Gebietes passiver Kraftentwicklung liegt.



Abbildung 2.2: Muskelmodell nach HILL

Eine weitere Möglichkeit zur Modellierung der Kraftentwicklung besteht darin, die Kraft innerhalb eines Optimalsteuerungsproblems (OCP) zu bestimmen. Auf diese Variante wird in Abschnitt 2.1.2 im Detail eingegangen. Weiterhin besitzen viele abstrakte Menschmodelle aus struktureller Sicht keine aktive Muskeldynamik. Es wird mittels rein passiver Elemente (Federelement, Dämpferelement) das globale Verhalten abgebildet.

Damit es zur Kraftentwicklung bzw. Kontraktion im Muskel kommt, ist eine Ansteuerung notwendig. Im menschlichen Organismus übernimmt das Zentralnervensystem die Aufgabe der Koordinierung von motorischen Abläufen. Dabei ist dem Nervensystem eine Art Programm zur Bewegungsgenerierung hinterlegt. Im folgenden Abschnitt wird auf die Möglichkeiten von Bewegungsgenerierung im Menschen und somit in den abstrakten Menschmodellen eingegangen.

2.1.2 Bewegungsgenerierung und deren Modellierung

Ein Reiz aus der Umwelt beziehungsweise Reize aus dem Muskel-Sehnen-Komplex (Propriorezeptoren) sind der Ausgangspunkt für einen Nervenimpuls. Diese Reize werden vom Zentralnervensystem koordiniert. Die Nervenzellen (Neuronen) erhalten den Impuls als Eingangsinformation, verarbeiten diese und geben eine Antwort an weitere Zentren von Nervenzellen weiter. Die Information wird bis zu den Neuronen geleitet, die die Muskulatur innervieren, den Motoneuronen. Die Übertragung des Nervenimpuls vom Motoneuron zur Muskelfaser erfolgt über eine Synapse, die sogenannte Muskelendplatte: Das Aktionspotential (Nervenimpuls) gelangt an die Membran vor der Synapse. Dort kommt es zur Freisetzung eines Neurotransmitters (Acetylcholins), der durch den synaptischen Spalt diffundiert und die Rezeptormoleküle in der Muskelfasermembran nach der Synapse erreicht. Es kommt zur Bildung des Endplatten-Potentials. Das elektrische Signal bewirkt über weitere chemische Prozesse eine Ausschüttung von Kalziumionen. Diese wiederum aktivieren den Prozess der Kontraktion auf der Ebene der Myofilamente - ein Sarkomer besteht aus mehreren Myofilamenten. Der molekulare Mechanismus, der zum Vorbeigleiten der Filamente führt, löst letztendlich die Kontraktion des Muskels aus (Gleitfilamenttheorie siehe [99]). Die Umwandlung des elektrischen Signals in der Muskelfasermembran in eine Lageänderung der Myofilamente wird auch elektromechanische Kopplung genannt. Der aktuelle Zustand der Muskelkontraktion (Muskellänge, Muskelkraft) geht wiederum als Eingangsreiz in das Zentralnervensystem, und somit ergibt sich ein Kreislauf bei der Bewegungsgenerierung ([25], [99]).

Allen lokomotorischen Aktivitätsmustern liegen letztendlich Aktivitätsmuster vom Nervensystem ausgehend zu Grunde. Zentrale Mustergeneratoren (*central pattern generator*) werden Gruppen von Neuronen im Rückenmark genannt, die selbstständig sich wiederholende oder oszillierende Muster von Muskelaktivitäten erzeugen. Diese rhythmischen Muskelzuckungen spielen eine wichtige Rolle bei der Lokomotion des Menschen. Die Neuronen des Zentralen Mustergenerators haben u.a. die Eigenschaft, dass sie nach einer Startaktivierung autogen neue rhythmische Aktionspotentiale aussenden und nicht in jedem Fall einen erneuten Reiz vom Gehirn benötigen. Dabei können Rückkopplungsschleifen mit Rückmeldungen aus dem Bewegungsapparat (propriorezeptorische Reflexe), aus der Umwelt und aus dem inneren des Nervensystems die Aktivierung der Aktionspotentiale beeinflussen [99].

Im nachfolgenden werden Möglichkeiten zur Modellierung der Bewegungsgenerierung, ausgehend vom Nervenimpuls bis zur Kraftentwicklung im Muskel, besprochen.

Künstliche neuronale Netze Mit künstlichen neuronalen Netzen wird versucht eine Bewegungsgenerierung zu modellieren, die auf biologisch inspirierten Zentralen Mustergeneratoren basieren. Eines der bekanntesten Modelle zur Simulation von Abläufen in den Neuronen ist das Hodgkin-Huxley-Modell.

Aktivierungsdynamik In der Literatur sind unterschiedlich komplexe Modelle für die Aktivierungsdynamik zu finden, die durch einen mathematischen Zusammenhang die elektromechanische Kopplung beschreiben.

Eine erste Modellierungsmethode gibt diesen Prozess in zwei Schritten wieder. Zuerst wird ein Zusammenhang zwischen dem an der Muskelfaser ankommenden Input (Stimulation, Reizrate) und der Ausschüttung der Kalziumionen hergestellt. Davon ausgehend wird der Aktivierungsprozess der Muskelkontraktion, das Vorbeigleiten der Filamente, beschrieben. In den Arbeiten von Hatz werden verschiedene mathematische Modelle vorgestellt, siehe z.B. [45]. An dieser Stelle wird der Übersichtlichkeit wegen die Beschreibung von Bobbert [12] behandelt. Die Frequenz des an der Muskelfaser ankommenden Aktionspotentials entspricht der Stimulierung Stim die nur Werte zischen 0 und 1 annehmen kann. Zwischen der Stimulierung und der Kalziumionen-Konzentration γ besteht der Zusammenhang

$$\dot{\gamma} = const_1 \left[const_2 \cdot Stim - \gamma \right], \tag{2.1}$$

mit den muskelspezifischen Konstanten $const_1$ und $const_2$. Die Aktivierungsfunktion Act steht dann über eine Sigmoidfunktion im Verhältnis zu γ . Andere mathematische Beschreibungen für das Verhältnis zwischen Act und γ sind z.B. bei [94, 101] zu finden.

Eine weitere Klasse von Modellen stellt einen direkten Zusammenhang zwischen dem Reiz beziehungsweise der Stimulation Stim und der Muskelaktivierung Act über die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\tau_{Act} \frac{\mathrm{d}(Act)}{\mathrm{d}t} = Stim - Act \tag{2.2}$$

mit der Zeitkonstanten τ_{Act} her. Bei Geyer [38] setzt sich die Stimulierung aus einem konstanten Anteil $Stim_0$ und einem Feedback-Term zusammen, der propriozeptorische Signale (Muskellänge, Muskelgeschwindigkeit oder Kontraktionskraft) mit einschließt.

Eine erste Vereinfachung dieser Darstellung besteht darin, die Stimulierung auf die diskreten Werte 0 oder 1 zu setzen. Somit ergibt sich für Glg. (2.2) und Stim = 1 ein Verlauf der Form $Act(t) = 1 - e^{-t/\tau_{Act}}$ für Act(0) = 0, der im Vergleich mit Messwerten die wichtigsten Eigenschaften abbildet. Eine zusätzliche Annahme ist, dass der Muskel sofort aktiviert wird (Act = 1), wenn ein bestimmter Event, z.B. Bodenkontakt, auftritt. Diese Vereinfachung ist für schnelle Bewegungen zulässig, denn der Verlauf von Act aus Messungen kann in diesen Fällen näherungsweise in Form einer Sprungfunktion charakterisiert werden. Jedoch sind Feedback-Terme zu vernachlässigen.

Optimierung der Bewegungsgenerierung Bereits im Jahre 1680 schrieb der Wissenschaftler Borelli in [16] über eine Energieoptimalität bei der menschlichen Fortbewegung. Er stellte die folgende Hypothese auf: "A perpetual law of nature consists of acting with the smallest work" [16]. Im Laufe der letzten Jahrzehnte kamen Optimierungsverfahren in Verwendung mit biomechanischen Modellen immer mehr zum Einsatz. Dabei sollen Bewegungsabläufe beziehungsweise Bewegungserzeugungsprozesse simuliert, analysiert oder optimiert werden. Es liegt die Hypothese zu Grunde, dass der Mensch bestimmte Bewegungsmuster erlernt hat und diese als optimal beziehungsweise "gut" einstuft. Dabei liegt eine Hauptaufgabe dieser Modellierungsart in der mathematischen Beschreibung von "guter" Fortbewegung. Ein wesentlicher Kernpunkt der Optimierung ist somit die Definition der Zielfunktion. Dieser Aspekt wird in Abschnitt 4.2 und 5.1 anhand der eigenen Modellierung diskutiert.

Die Studien [101] und [91] beschäftigen sich mit der Beschreibung der Stimulation durch Optimalitätskriterien. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Muskelkraft als Steuerungsfunktion in die Optimierung einzubinden (siehe Anhang A). Im Falle periodischer Fortbewegung wird dabei die eingangs erwähnte Hypothese von Borelli zu Grunde gelegt. Zur mathematischen Beschreibung des Energieverbrauchs des Menschen, der *Metabolic Cost* (Stoffwechselumsatz), wird angenommen, dass dieser mit der benötigten Energie des Muskels korreliert [103]. Als weitere Hypothese wird behauptet, dass der Energieumsatz der Muskeln mit der verrichteten Muskelarbeit, aber auch mit einer Muskelkraft auf Grund isometrischer Kontraktion beschrieben werden kann [105]. In der Arbeit von Margaria [60] wurde mittels Messungen beim Bergauf- und Bergabgehen ein Zusammenhang zwischen verrichteter Muskelarbeit und dem Energieverbrauch bei konzentrischer und exzentrischer Kontraktion hergestellt. Beim Bergaufgehen verrichtet der Muskel Energie vom Skellet W^- . Margaria stellte dadurch den folgenden Zusammenhang zwischen der mechanischen Leistung und dem Energieverbrauch fest (Margaria [60]):

$$Energieverbrauch = \frac{W^+}{0.25} + \frac{-W^-}{-1.2} = 4W^+ + 0.8|W^-|.$$
(2.3)

Alle Messungen fanden auf einem hartem Untergrund statt. Da in diesem Fall keine Energiesenken oder Energiequellen existieren, kann angenommen werden, dass $W^+ = |W^-|$ gilt. Daraus resultiert ein Gesamtenergieverbrauch von $\approx 5W^+$.

Mit den bereits vorgestellten Grundlagen zur Modellierung des menschlichen Bewegungsapparates wird in den nächsten Abschnitten auf die in der Literatur zur Verwendung kommenden abstrakten Menschmodelle eingegangen. Dabei wird zunächst nach der Modellierung des Skelettaufbaus unterschieden und dann nach der Art der Muskelmodellierung abgestuft.

2.1.3 Ein-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle

Bei den folgenden abstrakten Modellen wird angenommen, dass sich die gesamte Masse des Menschen in einem Massenpunkt konzentriert.

Passives Federmodell Das Massenpunkt-Feder-Modell oder auch Spring loaded inverted pendulum (*SLIP*) genannt, ist in der Biomechanik das einfachste Modell um sprungartige Bewegungsformen (z.B. Hüpfen, Rennen) darzustellen. Einer der ersten wissenschaftlichen Beiträge zum elastischen Verhalten des menschlichen Bewegungsapparates beim Rennen befindet sich in [18]. Aus Messergebnissen wird geschlussfolgert, dass sich ein Mensch buchstäblich wie ein Gummiball beim Aufprall auf dem Boden verhält und somit Energie speichern und zurückgeben kann. Dieses einfache Modell kann somit das Verhalten für sprungartige Bewegungen wiedergeben aber nicht die eigentliche Struktur des Bewegungsapparates beschreiben.

In der Studie von Blickhan [10] wird mittels dem *SLIP*-Modell der Parameterraum für menschliches Hüpfen untersucht. Weiterhin findet diese Modellierungsvariante in den Arbeiten von Ferris und Farley in Verbindung mit Messungen Anwendung [26, 27, 28, 31, 32, 33]. Weitere Studien unter Verwendung eines passiven Massenpunkt-Federmodells sind bei Geyer et al. [37, 39] und McMahon et al. [63, 64] zu finden. In [63] wird zusätzlich ein viskoser, geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer parallel zur Feder verwendet.



Abbildung 2.3: SLIP-Modell

Bei den Modellierungsvarianten treten kinematisch verschiedene Konstellationen auf. Die erste Möglichkeit besteht darin, nur die Vertikalbewegung wie z.B. beim Hüpfen zu betrachten (siehe Abbildung 2.3). Um der Kinematik des Rennens näher zu kommen, wird in dem zweiten Fall das Bein mit einem Anstellwinkel zum Boden simuliert. Dadurch kann zusätzlich die Horizontalbewegung des Massenpunktes beschrieben werden [10]. Weiterhin wird die Kinematik des Knies genauer abgebildet, indem das Bein in zwei massenlose Segmente aufgeteilt wird und eine Torsionsfeder im Knie die Nachgiebigkeit des Beins beschreibt [95]. Bei allen Varianten wird nach der Flugphase und Bodenkontaktphase unterschieden.

Aktives Massenpunktmodell (Hill'sches Muskelmodell) Anstelle der Feder wird in den Arbeiten von Alexander [3, 4], Geyer et al. [37, 38], Seyfarth et al. [97] und Wagner und Blickhan [114] die Muskeldynamik mittels dem Hill'schen Muskelmodell (Abschnitt 2.1.1) simuliert. Dabei wird mit einem Muskel in vereinfachter Weise die aktive Ansteuerung am Knie beschrieben. Es wird angenommen, dass die Bewegung des Knies hauptsächlich verantwortlich ist für die Beschleunigung des Oberkörpers. Auf eine Bewegung in der Hüfte wird verzichtet, falls das Beinschwingen vernachlässigt wird [69]. Wird das Bein zusätzlich in zwei Segmente unterteilt, die durch ein Gelenk verbunden sind, dann nähert sich das Modell der Anatomie des menschlichen Beins an. Diese Umsetzung der Kniekinematik wird in allen oben genannten Arbeiten verwendet. Der in den Simulationen verwendete Muskel, z.B. der Streckmuskel, der sich über das Kniegelenk zieht, stellt ein Ersatzmodell für die an der Bewegung beteiligten Muskelgruppen dar.

Aktives Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) Anstelle der Feder oder des Hill'schen Muskelmodells wird bei dieser Gruppe von Menschmodellen ein Kraftelement verwendet, dessen Kraftverlauf innerhalb eines Optimalsteuerungsprozesses (*OCP=Optimal Control Problem*) bestimmt wird. Die einfachste kinematische Variante besteht nur aus der Vertikalbewegung und wird bei Nigg und Anton [80] betrachtet. In den Arbeiten von Srinivasan [103, 105] wird das Modell um die Vorwärtsbewegung erweitert. Diese Modellstufe wird in einer weiteren Studie von Srinivasan [104] durch Hinzunahme der Kinematik des Knies und des seriell-elastischen Elementes ausgebaut, um sich der Struktur des Muskel-Sehnen-Komplexes anzunähern.

2.1.4 N-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle

Passives N-Massenpunkt-Federmodell In den Arbeiten von Fritz und Peikenkamp [34, 35, 93], Kim et al. [52] sowie bei Nevzat und Berme [76] wird das klassische *SLIP*-Modell um zusätzliche Freiheitsgrade und damit zusätzliche Federelemente bzw. Dämpferelemente erweitert. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine bessere abstrakte Modellierung der einzelnen Skelettkomponenten, denn es wird z.B. jeweils ein Massenpunkt für den Unterschenkel, den Oberschenkel und den Rumpf angenommen. Eine weitere Ergänzung ist in [98] zu finden. Dort wird eine sogenannte Schwabbbelmasse (vom Körper entfernt liegende Masse) über eine nichtlineare, viskos-elastische Funktion an das Bein gekoppelt. Ab dem Jahr 1999 hat sich eine spezielle Modellierungsart innerhalb dieser Gruppe herausgebildet, die in der Literatur als *LNZN*-Modell (Liu, Nigg, Zadpoor und Nikooyan) bezeichnet wird. Das Ziel in diesen Arbeiten [49, 57, 58, 85, 120, 121, 122] ist es, das Verhalten sowie die Struktur des menschlichen Bewegungsapparates bei der ersten Impaktphase beim Rennen besser darzustellen. Dies geschieht durch die viskos-elastische Kopplung von mehreren Schwabbelmassen an die starren Massen, die abstrakt die Skelettknochen darstellen.

Der Nachteil bei dieser Gruppe von Modellen besteht in der Schwierigkeit die jeweiligen abstrakten Parameterwerte (Steifigkeit, Dämpfung) zu bestimmen beziehungsweise aus Messungen auf mehrere, diskret verteilte Steifigkeiten oder Dämpfungen zu schließen.

Aktives N-Massenpunktmodell (Hill'sches Muskelmodell) In der Arbeit von Alexander [6] werden mehrere Massenpunkte zur Abbildung des Rumpfes und des Beines verwendet. Die Dynamik der Streckmuskeln werden in Anlehnung an die Hill'schen Muskelgleichungen beschrieben.

Aktives N-Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) In den Arbeiten von Zadpoor und Nikooyan [123, 124] wird das *LNZN*-Modell ergänzt. Die Parameterwerte der viskoselastischen Kopplung von der Schwabbelmasse an die starre Masse der unteren Extremitäten werden durch einen Optimierungsprozess bestimmt.

Die Arbeit von Alexander [5] und die darauf aufbauende Arbeit von Minetti und Alexander [69] verwenden drei Massenpunkte zur Abbildung des Rumpfes und der Beine. In [5] sind die Beine gerade modelliert und es wirkt ein lineares Kraftelement in Reihe mit einer Feder. In [69] wird das Modell durch die Kinematik des Knies und einer Torsionsfeder im Knie erweitert. Bei beiden Arbeiten werden vereinfachende Annahmen getroffen, um ein Optimierungsproblem auf analytische Weise lösen zu können. Die Arbeit von Minetti und Alexander [69] verwendet zur Berechnung der Muskelkraft empirische Werte, die aus Messungen bestimmt sind.

2.1.5 N-Freiheitsgrad-Starrkörpermodelle

Im Gegensatz zu Modellen mit Massenpunkten können mit Starrkörpermodellen die geometrischen Ausdehnungen und damit die Massenträgheitsmomente der einzelnen Körperelemente abstrakt beschrieben werden. In der Literatur ist ein Großteil an Arbeiten zu finden, die Starrkörpermodelle zur Modellierung menschlicher Bewegung verwenden, u.a. [8, 23, 29, 36, 40, 67, 81, 89, 92, 109, 111, 112]. Die Komplexität geht dabei von Modellen mit einer geringen Anzahl von Freiheitsgraden zu einem kompletten Mehrkörpersystem. Die einfachste und häufig auftretende Darstellung ist die Abbildung des Menschen mit drei Starrkörpern für den Unterschenkel, Oberschenkel und den Rumpf. Der Fuß wird vernachlässigt und es herrscht Punktkontakt am Boden. In den Gelenken im Knie und der Hüfte treten die jeweiligen Gelenkmomente auf. In [29, 30] bestehen die Gelenke aus passiven Elementen (Torsionsfedern) um z.B. effektive Gelenksteifigkeiten zu berechnen.

In den Arbeiten [14, 29, 41, 81, 100, 109, 112] wird die Inverse Dynamik in Verbindung mit Starrkörpermodellen angewendet. Mittels Messergebnissen (Bodenreaktionskräfte und kinematische Größen) und den Bewegungsgleichungen können die Kräfte und Momente in den Gelenken berechnet werden. Die Anzahl der Starrkörper sowie die Annahme welche Muskeln simuliert werden, definieren den jeweiligen Hebelarm zwischen Knochen und Muskel zur Berechnung des Gelenkmomentes.

Das Gegenteil findet bei der Vorwärtsdynamik durch die aktive Ansteuerung in den Gelenken statt. Die Muskelkraft zur Ansteuerung und die damit verbundenen Momente bewirken die Modellierung einer räumlichen sowie zeitabhängigen Bewegung. Im Folgenden wird nur zwischen einer Ansteuerung durch ein Hill'sches Muskelmodell oder einem OCP-Muskelmodell unterschieden.

Aktives N-Starrkörpermodell (Hill'sches Muskelmodell) Das Muskelmodell wird zur funktionalen Beschreibung der Muskelkraft und des damit verbundenen Gelenkmomentes zur Erzeugung der Bewegung verwendet. Bei Bobbert et al. [12, 13] werden die Daten für die Stimulation, die Eingangsdaten für die Muskelaktivierung, aus Messungen erzeugt. In der Arbeit von Cole et al. [24] werden Schwabbelmassen in die Modellierung mit eingebunden. Gerritsen et al. [36] verwendet vier Starrkörper und sieben Muskelmodelle (Hill) innerhalb der Simulation. Bei Hoy et al. [48] wird nur das statische Verhalten simuliert, weswegen nur ein vollaktivierter Muskel betrachtet wird.

Aktives N-Starrkörpermodell (OCP-Muskelmodell) Innerhalb eines Optimierungsprozesses wird die Steuerungsfunktion für das aktuelle Problem bestimmt, um die jeweilige Bewegung im Raum zu generieren. Bei Chevallereau und Aoustin [21] wird als zu optimierende Funktion der Gelenkwinkelverlauf gewählt. Mills et al. [67, 68] beschreiben ihr Muskelmodell durch verschiedene Arten von Kraftgenerierung. Eine erste Variante besteht aus einem linearen Teleskopaktor mit einer seriell-elastischen Feder, und als Steuerungsfunktion wird die Aktivierung gewählt. In einer weiteren Variante wird das Starrkörpermodell um Schwabbelmassen erweitert.

Eine Mischform aus beiden Untergruppen (Hill'sches Muskelmodell und OCP-Muskelmodell) ist bei Pandy et al. [90, 91, 92], Van der Krogt et al. [111] und Ashby und Delp [8] zu

finden. Das Hill'sche Muskelmodell oder eine vereinfachte Muskelgleichung wird zur Kraftgenerierung in den Gelenken benutzt, wobei die Aktivierungsfunktion als Unbekannte in einem Optimierungsprozess bestimmt wird.

2.1.6 Bewegungsformen und deren Modellierung

In diesem Abschnitt werden die verschiedenen menschlichen Bewegungsformen abgegrenzt. Diese differenzierte Betrachtungsweise ist notwendig, denn es wird angenommen, dass es verschiedene Verhaltensstrategien seitens des Menschen bezüglich der Bewegungsform gibt. Daraus leitet sich die Annahme ab, dass das abstrakte Menschmodell an die Bewegungsart angepasst werden muss. Dieser Schritt wird im Detail in Abschnitt 2.3 behandelt. Im Rahmen dieser Arbeit werden nur menschliche Bewegungen betrachtet, deswegen sind bei der Literaturübersicht Bewegungsformen aus der Tierwelt (z.B. Trab oder Galopp) nicht relevant. Im Folgenden wird zwischen den Bewegungsformen "Periodische Bewegung" und "Einmaliger Event" unterteilt.

2.1.6.1 Periodische Bewegung

Periodische Bewegung bedeutet, dass die gleiche Schrittabfolge nach einer bestimmten Zeitdauer wieder auftritt. Zu den periodischen Bewegungsformen auf der Erde zählen Gehen, Rennen und Hüpfen. Bei den ersten beiden Formen muss es immer eine Vorwärtsbewegung zusätzlich zu der Vertikalbewegung geben. Dies ist beim Hüpfen zwangsweise nicht der Fall. Jedoch finden in den behandelten Arbeiten der vorliegenden Literaturübersicht nur Untersuchungen zum Hüpfen auf der Stelle statt. Der Vorteil dieser Bewegungsform ist, dass Hüpfen eine gute Vereinfachung für periodische Bewegungen darstellt. Mit dieser Bewegungsform können grundlegende mechanische Eigenschaften untersucht werden, die auch beim Rennen auftreten, aber durch die abwesende Vorwärtsbewegung kinematisch einfacher zu beschreiben sind. Der Kraftverlauf F_{GRF} (Reaktionskraft auf den Menschen) wird im Folgenden für die drei verschiedenen periodischen Bewegungsmuster exemplarisch vorgestellt.

Beim Gehen entsteht der sogenannte "Kamelhöckerverlauf" (siehe Abbildung 2.4a). Das erste Maximum (schwarze Linie) beschreibt das Aufkommen mit dem Bein und das zweite Maximum das Abstoßen mit eben diesem Bein. Bei dieser Bewegungsform ist mindestens immer ein Bein in Bodenkontkat. Der Kraftverlauf aus Abbildung 2.4b wurde in Experimenten zum Rennen bei einer Vorwärtsgeschwindigkeit von $v_0 = 4 \text{ m/s}$ gemessen [78]. Der erste Kraftpeak wird oft als *impact peak* oder *passive peak* bezeichnet. Das Maximum von $F_{GRF}(t)$ wird mit *active peak* bezeichnet. Cavanagh et al. [19] beweisen, dass der erste Kraftpeak bei Läufern, die in der Mitte des Fußes landen, kaum auftritt. Dieser Kraftpeak ist vor allem bei Läufern, die auf der Ferse landen, ausgeprägt. Ein weiterer Einflussfaktor auf den ersten Kraftpeak ist u.a. die Nachgiebigkeit des Bodens [32].

Zur Bewegungsform Hüpfen wurden im Rahmen dieser Arbeit Messungen durchgeführt. Die beiden Probanden hatten als Randbedingungen folgende Einschränkungen: beidbeiniges Hüpfen, barfuß und ohne Einsatz der Armbewegung. Dabei wurde eine Hüpffrequenz von f = 2.0 Hz vorgegeben. Ein exemplarischer Reaktionskraftverlauf ist in Abbildung 2.5 dargestellt und stimmt gut mit Messergebnissen aus anderen Arbeiten überein [26, 31]. Der



Abbildung 2.4: Charakteristischer Verlauf der Bodenreaktionskraft F_{GRF} beim Gehen und Rennen

Verlauf von F_{GRF} kann mit einer Sinuskurve angenähert werden und ist ein Beweis dafür, dass das *SLIP*-Modell für globale Phänomene gerechtfertigt ist. Es fällt auf, dass beim Hüpfen keine ausgeprägte erste Impaktphase auftritt. Ein Grund dafür ist die Landung auf dem vorderen bis mittleren Fußbereich.



Abbildung 2.5: Charakteristischer Verlauf der Bodenreaktionskraft F_{GRF} beim Hüpfen mit $f=2.0\,{\rm Hz}$

Als Untergruppe hat sich die Impaktphase bei der periodischen Bewegung Rennen in der Biomechanik herausgebildet. Dies hat u.a. den Grund, dass Sportarten wie Jogging populärer werden, aber damit auch eine Zunahme von Schmerzen in den unteren Extremitäten festgestellt wird. Dieser Effekt wird zum Teil auf die Impaktphase zurückgeführt. Einige Studien verwenden abstrakte Menschmodelle mit einer Muskelaktivierung für diese Bewegungsform, z.B. [23, 24, 36, 123, 124]. Im Gegensatz dazu stehen die *LNZN*-Modelle (siehe Abschnitt 2.1.4) mit der Annahme, dass in den ersten 150 – 200 ms bei der Impaktphase die Muskelkräfte noch nicht wirken können.

2.1.6.2 Einmaliger Event

Für die Literaturübersicht sind nur azyklische Bewegungsformen relevant, die bewusst vom Menschen durchgeführt werden. Diese unterteilen sich global gesehen in die Absprungphase vor einem Sprung beziehungsweise in die Landephase nach einem Sprung.

Absprung Die klassischen Trainingselemente für den Absprung sind der Squat Jump und der Countermovement Jump. Beim Squat Jump soll ein Sprung erfolgen ohne zusätzlichen Schwung zu holen. Diese Tatsache wird im Gegensatz dazu beim Countermovement Jump ausgenutzt. Weitere Bewegungsformen entstehen bei kombinierten Lande-Absprung-Bewegungen, wie sie z.B. beim Weitsprung auftreten. Ein meist gewähltes Kriterium in der Literatur für diese Absprungphasen ist es, die Sprunghöhe beziehungsweise die Sprungweite zu maximieren. Im Rahmen dieser Arbeit werden Messungen für den Squat Jump ausgeführt. Ein charakteristischer Reaktionskraftverlauf ist in Abbildung 2.6a dargestellt. Der Proband ist zunächst in einer Hockstellung in Ruhe ($F_{GRF}/mg = 1$) und bewegt sich ohne Gegenschwung zu holen nach oben um sich abzustoßen ($F_{GRF}/mg > 1$).

Landung Bei der Landephase trifft der Mensch mit einem oder beiden Beinen auf der Ferse oder der gesamten Fußfläche auf dem Boden auf. Bei einer gesteuerten Landung geht der Mensch automatisch in die Knie um die Kraftspitzen am Anfang abzufedern. Landephasen treten in unterschiedlichen Bereichen des Sports auf. Im Gymnastikbereich bei der Landung nach einem Sprung vom Reck oder im Ballsportbereich, wie z.B. nach einem Sprungwurf im Handball. Auch bei Trainingselementen, wie dem *Drop Jump*, spielt diese Form eine Rolle. Das Kriterium bei allen diesen Bewegungen ist ein sicheres Landen ohne Verluste an Trainingsleistung. Ein charakteristischer Verlauf für die Landung nach einem normalen Absprung von einem Kasten (Höhe 20 cm) ist in Abbildung 2.6b dargestellt.



Abbildung 2.6: Charakteristischer Verlauf der Bodenreaktionskraft F_{GRF} beim Absprung und bei einer Landung

2.2 Grundlagen Sportboden und abstrakte Bodenmodelle

Im Allgemeinen lässt sich sagen, dass ein Sportboden aus einer Art Fundament und einer darüber liegenden Belagsschicht aufgebaut ist, und die gesamte Kombination bestimmt die speziellen Eigenschaften des jeweiligen Bodens. Bei der Auswahl eines Sportbodens können viele verschiedene Bedingungen eine Rolle spielen, u.a. die Belastung des Bewegungsapparates, die Wirtschaftlichkeit, die Anwendung auf spezielle Sportarten, hygienische Gesichtspunkte, die Anwendung für Kinder- oder Erwachsenensport, sowie Verletzungsgefahr und sportliche Leistung [83]. Der Rahmen dieser Arbeit soll sich dabei auf die drei Kriterien Verletzungsgefahr, sportliche Leistung und Belastung des Bewegungsapparates beschränken.

In der Praxis wird zwischen einem flächenelastischen oder punktelastischen Boden sowie Mischformen von beiden unterschieden. Ein flächenelastischer Boden ist durch seine große Verformungsmulde bei Krafteinwirkung charakterisiert und kann somit eine größere Stabilität bei Drehbewegungen gewährleisten. Nachteilig ist jedoch seine relativ hohe Masse, was zu einer verzögerten Bremswirkung bei Kindern führt, da diese im Allgemeinen weitaus leichter sind als Erwachsene. Weiterhin wird der flächenelastische Boden oft als hart empfunden. Bei einem punktelastischen Boden verformt sich beim Auftreffen eines Körpers nur eine kleine Fläche und deswegen ist der Widerstand bei Drehbewegungen höher. Der Vorteil des punktelastischen Bodens ist seine biegeweiche Oberfläche, was ihn damit zu einem neutraleren Boden macht. Kombinationen von beiden Bodentypen versuchen die Vorteile der flächenelastischen Konstruktion und die Schutzfunktion des punktelastischen Bodens zu vereinen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es wichtig ist, die Beurteilungskriterien eines Bodens zu definieren. Bei verschiedenen Anforderungen an einen Boden ist es schwierig, ein Optimum zu finden. Der optimale Boden bezüglich der Schutzfunktion müsste z.B. eine weiche Oberfläche besitzen, ein niedriges Flächengewicht und somit eine hohe Stoßabsorption haben oder die axiale Verformung sollte groß aber die Verformungsmulde relativ klein sein. Dies steht aber der Anforderung an maximale Leistung entgegen, bei der wenig Energiedissipation im Boden gefordert wird. Dieser Sachverhalt wird innerhalb dieser Arbeit aufgegriffen, wenn auf die verschiedenen Bewertungskriterien eines Bodens sowie die Beurteilung des Optimums in Abschnitt 2.3 und 3.4 eingegangen wird. Im Folgenden werden die Bodenmodelle, die in der Literatur Verwendung finden, vorgestellt.

In den Arbeiten von Lejeune et al. [55], Moritz et al. [72, 73], Nigg et al. [79, 84, 87], Stefanyshyn und Nigg [107] und Yeadon und Nigg [119] werden ausschließlich Messungen auf unterschiedlichen Bodentypen (Sand, flächenelastischer Sportboden, Landematte, etc.) ausgeführt. In den Arbeiten [40, 76] werden die Messungen des Sportbodens in Kombination mit einem Simulationsmodell des Menschen genutzt.

In der nachfolgenden Übersicht sind vor allem die Studien von Interesse, die sich mit einer reinen physikalischen Beschreibung eines Bodentyps beschäftigen. Dabei erfolgt die Unterscheidung der Modellierungsarten nach der linearen oder nichtlinearen mathematischen Formulierung.

2.2.1 Lineare Bodenmodelle

Linear-kontinuierliche Bodenmodelle Zu dieser Gruppe gehören Simulationsmodelle, die die räumliche Ausdehnung des Bodens abbilden. Alaoui et al. [58] modelliert mittels der FE-Methode einen unendlichen elastischen Halbraum und durch eine Kraft auf einer runden definierten Fläche wird daraus eine äquivalente lineare Federsteifigkeit berechnet. Dieser diskrete Wert kommt letztendlich in der kompletten Simulation zur Anwendung. In der Arbeit von Mills et al. [66] wird ein FE-Modell, das die Geometrie der einzelnen Boden-

mattenschichten simuliert, durch lineare Federelemente an das restliche diskrete System gekoppelt. Die Literaturrecherche weist keine Arbeiten auf, die Modelle aus dem Bereich der Kontinuumsschwingungen verwenden, wie z.B. den Euler-Bernoulli-Biegebalken oder die Kirchhoff-Platte.

Linear-diskrete Bodenmodelle Bei drei Autorengruppen wird der Boden mit N diskreten Massen modelliert. Fritz et al. [35] spannt mit $9 \cdot 9$ diskreten Massen eine quadratische Fläche auf, wobei die Massen über elastische Balken gekoppelt sind. Peikenkamp et al. [93] koppelt drei Massen visko-elastisch derart miteinander, um eine Abbildung eines flächenelastischen Bodens zu schaffen. In Mills et al. [66, 67, 68] werden eine bis vier diskrete Massen verwendet, die untereinander linear visko-elastisch, seriell gekoppelt sind.

Die meisten Arbeiten beschäftigen sich jedoch mit der Beschreibung des Bodens durch einen Massenpunkt oder selbst ohne eigene Masse für den Boden. In den Arbeiten von Farley und Ferris [29, 31, 32, 33], Hung et al. [49], Kerdok et al. [51], McMahon und Greene [63] wird die Verformungseigenschaft des Bodens lediglich mittels einer linearen Feder beschrieben. Eine Erweiterung durch ein zusätzliches Dämpferelement wird bei Kim et al. [52], Moritz et al. [71, 74, 75] sowie Nigg et al. [83] vorgenommen. In der zuletzt genannten Arbeit weist der Autor ausschließlich darauf hin, dass diese Modellierung einem flächenelastischen Boden zugeordnet wird. In der Studie [80] wird zur Beschreibung eines Bodens eine Kombination von linearen visko-elastischen Eigenschaften verwendet, die in Abbildung 2.7 dargestellt ist.



Abbildung 2.7: Lineare, visko-elastische Kombination [80]

2.2.2 Nichtlineare Bodenmodelle

Die nichtlinearen Bodenmodelle werden bei einer diskreten Modellierung mittels Kraftgesetzen beschrieben. In den meisten Arbeiten handelt es sich dabei um ein nichtlineares visko-elastisches Kraftgesetz, welches das gesamte Fuß-Schuh-Boden-Interface beschreibt. Diese Modelle besitzen im Allgemeinen keine eigene Bodenmasse, so dass das Kraftelement F_{IF} (IF = Interface) die Kraft zwischen dem Kontaktpunkt Mensch (Schuh oder Ferse) und dem Boden modelliert. Diese Kraft wirkt nur in eine Richtung, denn der Mensch kann nur Druckkräfte auf den Kontaktpunkt am Boden ausüben und nicht am Boden ziehen. Es sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass im Rahmen dieser Arbeit der Sportboden mit einer eigenen Masse dargestellt wird. Die zwischen dem Fundament und der Bodenmasse wirkende Kraft, kann dann jeweils positive und negative Werte annehmen. Die Arbeiten [57, 85, 117, 121, 122, 123, 124], in denen das LNZN-Modell verwendet wird, benutzen alle die gleiche Beschreibung für die Interface-Kraft. Dabei wird der Boden selbst massenlos modelliert und die Reaktionskraft während Bodenkontakt lautet

$$F_{IF} = A_c[ax_1^b + cx_1^d \dot{x_1}^e] \quad \text{für} \quad x_1 > 0,$$
(2.4)

mit der Kontaktelementkoordinate x_1 , dem Parameter $A_c = 2$ und den schuhabhängigen Parametern a, b, c, d, e. Die zugehörigen Werte werden durch Messungen bei einem Drop Test bestimmt.

In der Arbeit von Gerritsen et al. [36] wird die Vertikalkomponente der Interface-Kraft gemäß

$$F_{IF} = a|z|^3(1-b\dot{z}) \quad \text{für} \quad z < 0$$
(2.5)

mit z der Fersenkoordinate und den Parametern $a = 0.25 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-3}$ und $b = 1.0 \text{ sm}^{-1}$ beschrieben. Diese Form mit ausschließlich multiplikativen Termen soll numerischer Instabilität vorbeugen. Die Horizontalkomponente der Interface-Kraft wird mit einem einfachen Coulomb-Gesetz beschrieben. Der Boden selbst ist massenlos.

Die Vertikalkomponente der Reaktionskraft nach Gruber et al. [41] lautet

$$F_{IF} = c_z |z|^{2.5} - d_z |z| \dot{z} \quad \text{für} \quad z < 0 \tag{2.6}$$

mit z der Vertikalkomponente der Ferse und den Parametern $c_z = 4 \cdot 10^8 \text{ Nm}^{-2.5}$ und $d_z = 7.58 \cdot 10^5 \text{ Nsm}^{-2}$. Auch hier wird der Boden massenlos angenommen.

Van der Krogt et al. [111] verwenden ein nichtlineares Kraftgesetz zur alleinigen Beschreibung des Bodens. Während der Kontaktphase (y < 0) wird für einen weichen Boden

$$F_{Boden} = c_1 |y|^{1.4} - d_1 \dot{y} \tag{2.7}$$

und $c_1=7.5\cdot 10^4~{\rm Nm^{-1.4}}$ bzw. $d_1=68.4~{\rm Nsm^{-1}}$ angenommen. Für einen harten Boden lautet die Kraft

$$F_{Boden} = c_2 |y|^2 - d_2 \dot{y}, \tag{2.8}$$

mit den Parametern $c_2 = 3.1 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2}$, $d_2 = 186.3 \text{ Nsm}^{-1}$ und mit y der Vertikalverschiebung des Fußpunktes.

In der Arbeit [83] wird der Sportboden mit einer eigenen Punktmasse abgebildet und der lineare, visko-elastische Anteil um einen quadratischen Term ergänzt, um einen punktelastischen Boden zu modellieren:

$$F_{Boden} = c_1 x_2 - c_2 x_2^2 + d \dot{x_2}, \tag{2.9}$$

mit der Bodenverschiebung x_2 , den Bodensteifigkeiten c_1, c_2 und dem Dämpfungsterm d. Der Autor weist darauf hin, dass diese Abstraktion eines punktelastischen Bodens nur eine grobe Näherung sei. Da ein punktelastischer Boden eine kleine Masse und härtere Federelemente hat, führt dies zu hohen Eigenfrequenzen, die in der Realität teilweise verschwinden.

Lediglich in der Studie von Stefanyshyn und Nigg [108] ist ein Beitrag zur nichtlinearen, kontinuierlichen Bodenmodellierung zu finden. Mittels der Finite-Elemente-Methode werden mehrschichtige Bodenmodelle analysiert. Jede einzelne Schicht besteht aus viskoelastischem Material, aber die unterschiedliche geometrische Anordnung ergibt ein inhomogenes, anisotropes Gesamtbodenmodell.

2.2.3 Nichtlineare Modelle für Ferse und Schuh

In der Literatur sind einige Studien zu finden, die sich ausschließlich mit dem Einfluss von Ferse oder Sportschuh beschäftigen, ohne den Sportboden zu betrachten.

Cole et al. [24] stellt zunächst ein Kraftgesetz für das Ferse-Schuh-Interface auf. Dieses Kraftgesetz wird in einer ähnlichen Form für das gesamte Ferse-Schuh-Boden-Interface von anderen Autoren verwendet (siehe Glg. (2.4)). In der Arbeit [40] wird aus Experimenten ein formelmäßiger Ansatz zwischen Bodenreaktionskraft und Deformationsverhalten der Ferse gemäß

$$F_{IF} = Az^{3.5} + B\dot{z}z^{3.5} \tag{2.10}$$

bestimmt, mit z dem Betrag des Deformationsweges der Ferse (in mm) und den Parameterwerten $A = 43.659 \text{ Nmm}^{-3.5}$ und $B = 0.083 \text{ Nsmm}^{-4.5}$. Die Arbeiten von Pain et al. [88, 89] verwenden jeweils ein nichtlineares Kraftgesetz zur Beschreibung der Ferseneigenschaften. In beiden Fällen besteht der elastische Term aus einer kubischen Funktion für eine positive Deformation. Der lineare Dämpfungsanteil wird in [88] mit der Fersendeformation multipliziert.

2.3 Aspekte

In den Abschnitten 2.1 und 2.2 wurden der menschliche Bewegungsapparat und verschiedene Bodentypen sowie deren Modellierung in der Literatur vorgestellt. Mit diesen Informationen wird in diesem Abschnitt detaillierter auf die Forschungsaspekte der einzelnen Studien eingegangen.

In der Biomechanik haben sich mit der Zeit zwei verschiedene Hypothesen abgezeichnet. Die Vertreter der Cushioning-Impaktkräfte-Hypothese argumentieren, dass das Verletzungsrisiko nur durch die Prinzipien des "Stützen-Dämpfen-Führen" vermindert werden kann. Bei diesen Prinzipien besteht ein Zusammenhang zwischen der Bodenreaktionskraft und eventuellen Verletzungen sowie ein Zusammenhang zwischen dem Cushioning-Effekt bzw. der Härte des Schuhs und der Bodenreaktionskraft. Diese These wird z.B. in den Arbeiten [76, 82] aber auch in aktuelleren Arbeiten wie von Van Husen [112] vertreten. Die Vertreter des zweiten Paradigmas unterstützen das Prinzip des Muskeltuning, siehe [1, 17, 77, 115, 116, 123, 124]. Bei diesem Konzept werden die Sachverhalte Muskelvorspannung, individueller Bewegungsablauf und die Passform des Schuhs betrachtet. Weiterhin wird argumentiert, dass der Mensch die Impaktphase durch die Beingeometrie, die Gelenksteifigkeit und die Muskelaktivität kontrollieren kann. Die vorher genannten Zusammenhänge zwischen Bodenreaktionskraft, Cushioning und Verletzung werden hier nicht mit einbezogen. Bei dem Konzept Muskeltuning wird die Impaktkraft als Eingangsgröße angesehen, die vor allem die Weichteile¹ der unteren Extremitäten zu Schwingungen anregt. Der menschliche Körper empfindet diese Schwingungen als unangenehm und probiert durch Muskelvorspannung diese zu unterdrücken. Aus mechanischer Sicht versucht der Muskel den Zustand eines kritisch gedämpften Systems einzunehmen [77]. Daraus wird

¹In der Medizin bezeichnet der Begriff Weichteile [...] alles Fettgewebe, Muskelgewebe und die Bindegewebe außer den Knochen, einschließlich darin enthaltener kleiner Blutgefäße und Nerven [15].

abgeleitet, dass die Impaktkraft als Eingangsgröße die Muskelaktivierung, den Komfort und die Leistung beeinflusst. Es wird z.B. angenommen, dass der Energieverbrauch des menschlichen Körpers auf Grund der Anpassung des Muskelzustands an unterschiedliche Eingangsgrößen ansteigt. Innerhalb der hier vorliegenden Arbeit werden beide Konzepte diskutiert und keines als richtig oder falsch eingestuft. Es werden Untersuchungen ausgeführt, die Prinzipien von beiden Hypothesen beinhalten.

Diese Arbeit fokussiert sich auf eine systematische Untersuchung zum Einfluss von verschiedenen Mensch- und Bodenparametern auf das Verletzungsrisiko sowie energetische Aspekte. Dazu werden im Nachfolgenden geeignete biomechanische Bewertungskriterien für die beiden Aspekte definiert.

Das Verletzungsrisiko wird mit Bezug auf die Cushioning-Impaktkräfte-Hypothese mit der Bodenreaktionskraft (GRF), den inneren Gelenkgrößen und der Muskelkraft bewertet. In Anlehnung an die Arbeit von Mills et al. [68] wird mit einer steigenden Belastung nur die allgemeine Gefahr einer Verletzungszunahme beschrieben und es können keine konkreten Aussagen zur einer Verletzungswahrscheinlichkeit angegeben werden. Weiterhin ist es vor allem bei den Einmaligen Events vorstellbar, dass die auf einen Körper wirkenden Kräfte vom Bewegungsapparat aufgenommen werden müssen, und dass die Höhe der Belastung eine entscheidende Rolle spielt und die Verletzungsgefahr bedeutend beeinflusst [68]. Bei den verschiedenen Kraftgrößen sind bei der Literaturübersicht zu den Forschungsaspekten der zeitliche Kraftverlauf aber auch der Maximalwert sowie die erste Kraftspitze von Interesse. Als ein weiteres Kriterium für das Verletzungsrisiko wird die Kraftanstiegsrate herangezogen. Zusätzlich wird der Verlauf der Schwerpunktstrajektorie (COM) sowie der Gelenkkinematik berücksichtigt.

Bei den energetischen Aspekten wird nach Bewertungskriterien, die das menschliche Verhalten bzw. den Boden charakterisieren, unterschieden. Zur Beurteilung des Energiehaushaltes des Bodens wird die Bodendissipation als Kriterium herangezogen. Die energetischen Aspekte seitens des Menschen werden durch seine Effizienz sowie durch die eigentliche Leistung des Trainings beschrieben. Je nach Bewegungsart ist ein anderes Ziel gefordert. Bei einer periodischen Bewegung wird oft das Kriterium der minimalen *Metabolic Cost* (Stoffwechselumsatz) zu Grunde gelegt. Im Gegensatz dazu steht das Verhalten eines Bodens bei den Einmaligen Events. Bei einer Landebewegung wird von einem Boden ein großer Bremsweg erwartet, was wiederum zu einer hohen Bodendissipation führen kann.

In den Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 wird auf die in der Literatur untersuchten Aspekte getrennt nach den beiden Bewegungsformen (periodisch, Einmaliger Event) eingegangen. Mit der dort erfolgenden Analyse zu den Bewertungskriterien für das Verletzungsrisiko (Bodenreaktionskraft, Gelenkgrößen, Muskelkraft) und den energetischen Aspekten (Bodendissipation, Trainingseffizienz, Fitnessfunktion) wird für die eigene Arbeit der notwendige Modellierungsgrad abgeleitet. Als weitere relevante Einflussfaktoren auf die Bewertungskriterien werden zudem der Boden, der Schuh sowie das nachgiebige Interface, die Modellierung und das menschliche Bewegungsverhalten analysiert. Das menschliche Verhalten ist indirekt mit dem Aspekt "Mechanismus" verbunden, bei dem der Frage nachgegangen wird, welche Mechanismen der Mensch in bestimmten Situationen anwendet.

2.3.1 Aspekte - Periodische Bewegung

In diesem Abschnitt werden die in der Literatur untersuchten Aspekte bei einer periodischen Bewegungsform diskutiert. Einige Studien beschäftigen sich zwar mit der Modellierung oder Messung dieser Bewegungsart, jedoch erfolgt die eigentliche Analyse nur für die Impaktphase. Der Verlauf der Bodenreaktionskraft über der Zeit und deren sogenannte passive Impaktphase lassen sich in diesem Fall nicht eindeutig voneinander trennen. Deswegen werden im Folgenden auch Studien einbezogen, die sich mit dem ersten Kraftpeak beschäftigen.

In den Tabellen 2.1 bis 2.9 sind die Forschungsaspekte getrennt nach den verschiedenen Bewertungskriterien und deren Einflussfaktoren aufgelistet. Sofern in der Spalte "Boden" nichts zusätzlich vermerkt ist, handelt es sich um eine diskrete Bodenmodellierung und mit der Abkürzung "NL" wird eine nichtlineare Beschreibung des Bodens (s. Abs. 2.2.2) bezeichnet.

Periodische Bewegung - Bodenreaktionskraft In Tabelle 2.1 sind diejenigen Arbeiten aufgelistet, die Untersuchungen zur Bodenreaktionskraft zum Ziel haben. Der erste Block beinhaltet Studien, die den Einfluss eines nachgiebigen Interface auf den zeitlichen Verlauf der Bodenreaktionskraft analysieren. Dabei ist festzustellen, dass die Verwendung eines N-Freiheitsgrad-Starrkörpermodells oder N-Freiheitsgrad-Massenpunktmodells bei dieser Fragestellung eine Ausnahme ist. In den Arbeiten [31, 32, 51, 71, 73, 74] wird der Einfluss des Bodens auf den Reaktionskraftverlauf mittels Messungen bestimmt und das *SLIP*-Modell lediglich zum Berechnen einer äquivalenten Federsteifigkeit benutzt. Seitens der Bodenmodellierung werden bei der Simulation diskrete Bodenmodelle angewendet. In diesen Studien sowie bei [63, 83, 111] wird der konkrete Einfluss der Bodenparameter (Masse, Steifigkeit, Dämpfung) auf den Bodenreaktionskraftverlauf untersucht. Im Gegensatz dazu beschäftigen sich [19, 20, 22, 82, 113] nur mit dem Einfluss der Ferse oder des Schuhs. Dabei ist die Detailmodellierung des Fußes in [19, 20, 113] für die vorliegende Arbeit nicht von Relevanz.

Bei Untersuchungen zum Einfluss des Menschen [26, 28, 39, 82, 83] und der Modellierung [21, 56, 62, 64, 95, 104] auf die Reaktionskraft ist eine Interaktion mit dem Boden nicht von Interesse. Dieser wird bis auf eine Ausnahme [83] starr modelliert oder in der Messung als starr angenommen. In diesen Studien werden für die abstrakten Menschmodelle lediglich 1-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle oder Messungen verwendet, um den Einfluss von Faktoren, die sich auf das menschliche Verhalten beziehen (Hüpffrequenz, Hüpfhöhe, Renngeschwindigkeit,...), zu untersuchen. Bei den Arbeiten die sich speziell mit der Modellierung beschäftigen, wird das *SLIP*-Modell z.B. durch die Abbildung des Knies oder eines OCP-Muskelmodells erweitert. Jedoch ist bei Untersuchungen zu diesem Aspekt nur eine Studie zu finden, die ein N-Freiheitsgrad-Modell verwendet. Aus den bisherigen Aussagen lässt sich somit ableiten, dass bei einer periodischen Bewegungsform die N-Freiheitsgrad-Modelle im Allgemeinen weniger von Relevanz sind, solange der zeitliche bzw. globale Verlauf der Bodenreaktionskraft betrachtet wird.

In der Arbeit von Rummel et al. [95] wird der Unterschied zwischen dem Bodenreaktionskraftverlauf eines *SLIP*-Modells mit und ohne Kniekinematik aufgezeigt. Im ersten Fall kommt es zu einem sinusförmigen Verlauf, im zweiten Fall zu einem rechteckigen Verlauf. Jedoch findet bei [95] keine Kopplung mit dem Boden statt.

Die Einflüsse auf die erste Kraftspitze der Bodenreaktionskraft sind in Tabelle 2.2 dargestellt. In allen aufgelisteten Studien wird ein N-Freiheitsgrad-Modell, vor allem das LNZN-Modell, zur Menschmodellierung verwendet, um die Impaktphase zu analysieren. Mit dem LNZN-Modell wird die Bewegung von Schwabbelmassen abgebildet, was eine sichere Vorhersage der ersten Kraftspitze gewährleisten soll.

Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 erläutert, finden die meisten Untersuchungen mit einem Fuß-Schuh-Boden-Interface statt. Lediglich die Arbeiten [49, 52, 58] modellieren den Boden als eigenständiges Element. Das Modell von [58] benutzt eine äquivalente lineare, diskrete Bodensteifigkeit, berechnet aus einem FE-Modell (siehe Abschnitt 2.2.1). Konkrete Untersuchungen zum Einfluss verschiedener Bodenparameter auf die Impaktphase der Reaktionskraft sind nur in den Arbeiten von [36, 49, 52, 58] zu finden.

Periodische Bewegung - Gelenkgrößen und Muskelkraft Zur Analyse von Gelenkkräften bzw. Gelenkmomenten sowie der Muskelkraft werden in den jeweiligen Studien (Tabelle 2.3 und Tabelle 2.4) N-Freiheitsgrad-Starrkörpermodelle oder Messungen verwendet. Eine Modellierung mit dem *SLIP*-Modell ist für diese Fragestellung nicht mehr ausreichend. Es wird mindestens eine strukturelle Abbildung z. B. des Knies benötigt, um das dort auftretende Gelenkmoment zu berechnen.

Seitens der Bodenmodellierung werden in den zitierten Arbeiten nur Messungen angewendet. Eine Ausnahme bildet die Studie von Van der Krogt et al. [111]. Darin wird menschliches Hüpfen auf unterschiedlichen nachgiebigen Böden simuliert, um u.a. den Einfluss einer erwarteten und unerwarteten Steifigkeitsänderung auf die Gelenkgrößen und die Muskelkraft in den verschiedenen Muskelgruppen zu analysieren.

Periodische Bewegung - Energetische Aspekte In Tabelle 2.5 sind die Arbeiten aufgelistet, die den Einfluss des Bodens, des Menschen und dessen Modellierung auf die energetischen Aspekte, wie z.B. die Metabolic Cost oder die Bodendissipation untersuchen. In [5, 69, 70, 105] wird die Fragestellung studiert, welchen Einfluss den menschlichen Gang charakterisierende Parameter (z.B. Schrittfrequenz, Schrittweite, Geschwindigkeit, etc.) auf die Metabolic Cost oder den optimalen Gang haben. Jedoch finden diese Untersuchungen ohne den Einfluss eines nachgiebigen Untergrundes statt und die *N*-Starrkörpermodelle besitzen vereinfachende Annahmen, um Lösungen analytisch herleiten zu können.

In der Arbeit [104] wird untersucht, welchen Einfluss verschiedene Kostenfunktionen auf die Simulationsergebnisse für Rennen oder Gehen haben. Als eine Erkenntnis dieser Arbeit wird ausgesagt, dass die Kostenfunktion für die Muskelarbeit $(\int |P_{Muskel}|dt)$ im Allgemeinen bei periodischen Bewegungen ausreichend ist.

In den Arbeiten [51, 55, 71, 73, 74, 75, 80, 86, 107, 108] wird der Einfluss eines nachgiebigen Interface auf verschiedene energetische Aspekte analysiert. Die Studie [80] untersucht den Einfluss eines Ferse-Schuh-Boden-Interface auf die Muskelarbeit beim Rennen beziehungsweise beim Gehen. Das Modell des Interface ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Mittels Simulationen wird nachgewiesen, dass bestimmte Kombinationen von Feder- und Dämpferwerten existieren, bei denen sich die Muskelarbeit abrupt ändert. Die Arbeiten von Moritz et al. [71, 73, 74, 75] behandeln im Speziellen die Bewegungsform Hüpfen auf un-

Einfluss Detail	Interaktion Mensch-	Menschmodell	Bodenmodell				
Einfluss Boden/Schuh auf Bodenreaktionskraft							
Bodenparameter (Steifig- keit, Dämpfung)	Boden	Messung, (SLIP)	Messung: Linear, Visko- Elastisch bzw. Elastisch	$[74], \\ [71], \\ [51], \\ [31], \\ [32], \\ [73] \end{cases}$			
Bodenparameter	Boden	SLIP	Linear, Visko-Elastisch	[83]			
Bodensteifigkeit	Boden	Messung, <i>SLIP</i> mit Dämpfer	Messung+Simulation: Linear, Elastisch	[63]			
Bodensteifigkeit	Boden	N-Starrkörper (Hill+OCP)	NL, Kraftgesetz (2.7) , (2.8)	[111]			
Schuhaufbau Einlegesohle	Schuh	Messung + FE-Modell (Fuß)	starr	$ \begin{array}{c} [19] \\ [20] \end{array} $			
Schuh- und Fersenparame- ter	Ferse- Schuh	FE-Modell (Fuß)	starr	[113]			
Schuhhärte	Schuh	Messung	starr	[22] [82]			
Einfluss Mensch auf Boo	lenreaktions	skraft	·				
Masse	Mensch- Boden	SLIP	Linear, Visko-Elastisch	[83]			
Geschwindigkeit	Mensch- Ferse- Schuh	Messung	starr	[82]			
Schrittfrequenz $v, f_{H\ddot{u}pf}, \text{maximale} + \text{be-}$ vorzugte Höhe		Messung, <i>SLIP</i>	starr	[28] [26]			
Anstellwinkel	-	SLIP, 1-Massenpunkt (Hill)	starr	[39]			
Einfluss Modellierung auf Bodenreaktionskraft							
Unterschied Ergebnisse Messung-Simulation Rennart(normal, groucho)	-	Messung, <i>SLIP</i>	starr	[56]			
Modellierung Mensch	-	SLIP+Fuß-Modell	starr	[62]			
SLIP oder 2-Segment- Modell	-	<i>SLIP</i> ; <i>SLIP</i> mit Kniekinematik (Torsionsfeder)	starr	[95]			
verschiedene Kostenfunk- tionen	-	N-Starrkörper(OCP)	starr	[21]			
Modellierung und Kosten- funktion	-	1-Massenpunkt(OCP), Kniekinematik	starr	[104]			

Tabelle 2.1: Periodische Bewegung - Bodenreaktionskraftverlauf

terschiedlichen Böden. Mittels Messungen werden die jeweiligen Werte für die geleistete Arbeit im Bein oder im Gelenk und die Bodendissipation für verschiedene Steifigkeiten und Dämpfungen berechnet. Die Arbeit [73] behandelt den Einfluss von extrem weichen Bö-

Einfluss Detail	Interaktion Mensch-	Menschmodell	Bodenmodell			
Einfluss Boden/Schuh auf Impaktphase						
Bodenparameter, Schuhparameter	Schuh- Boden	N-Massenpunkt-Feder	Linear, visko-elastisch	[52]		
Bodenparameter, Schuhparameter	Schuh- Boden	LNZN	Linear, FE & diskret, elastisch	[58]		
Schuhparameter	Ferse- Schuh- Boden	LNZN	NL, Kraftgesetz (2.4)	[121]		
		LNZN(OCP)		[123] [124]		
Bodenparameter	Schuh- Boden	N-Starrkörper(Hill)	NL, Kraftgesetz (2.5)	[36]		
Einfluss Mensch auf Imp	oaktphase					
Muskelkraft, Schwabbel- massenbewegung	Schuh	N-Starrkörper(Hill)	starr	[24]		
Muskelaktivierung, Kine- matik	Schuh- Boden	N-Starrkörper(Hill)	NL, Kraftgesetz (2.5)	[36]		
Masse, Massenverhältnis	Ferse- Schuh- Boden	LNZN	NL, Kraftgesetz (2.4)	[57] [121]		
Muskelparameter				[121] [85]		
Einfluss Modellierung auf Impaktphase						
Kostenfunktion	Ferse- Schuh- Boden	LNZN(OCP)	NL, Kraftgesetz (2.4)	$[123] \\ [124]$		

Tabelle 2.2: Periodische Bewegung - Impaktphase Bodenreaktionskraftverlauf

den auf das menschliche Verhalten. Eine Kernaussage ist, dass der Mensch auf drastische Weise seine Beinkinematik ändert, um eine normale Schwerpunkttrajektorie beizubehalten. Dazu nimmt der Mensch eine 50% Steigerung der Muskelaktivierung in Kauf. Der Verlauf der Beinleistung über der Zeit entspricht in diesem Fall, qualitativ gesehen, dem negativen Verlauf P(t) auf einem härteren Boden. In der Arbeit [108] werden verschiedene Beispiele angeführt, um den Einfluss eines Sportbodens auf die Trainingsleistung zu belegen. Zunächst wird die Größenordnung der Energierückgabe eingeordnet. Bei einem running track werden ca. 3% der Energie an den Sportler zurückgegeben. Dieser Zugewinn an 3% entspricht bei einem 100-Meterlauf im Leistungssportbereich etwa 0.4 Sekunden. Als weiteres Beispiel werden mehrschichtige Böden mit unterschiedlichen Strukturen in einem Finite-Elemente Programm modelliert und ein gemessener Kraftverlauf wird als Anregung vorgegeben. Es wird damit nachgewiesen, dass sich bestimmte Strukturanordnungen positiv auf die Energierückgabe auswirken (10-fache Steigerung). Weiterhin wird die Arbeit

2 Grundlagen und Stand der Forschung

Einfluss Detail	Interaktion Mensch-	Menschmodell	Bodenmodell					
Einfluss Boden/Schuh av	Einfluss Boden/Schuh auf Gelenkgrößen, Muskelkraft							
Bodenparameter auf Ge- lenkgrößen	Boden	N-Starrkörper (Hill+OCP)	NL, Kraftgesetz (2.7), [111] (2.8) [111]					
		N-Starrkörper (Torsions- feder Gelenk), Messung	Messung (linear, elas- [29] tisch)					
		Messung, <i>SLIP</i>	Messung (linear, visko- [74] elastisch)					
		Messung, Inverse Dyna- mik	Messung (linear, visko- [75] elastisch)					
		Messung	Messung (linear, elas- [73] tisch)					
Einfluss Mensch auf Gelenkgrößen, Muskelkraft								
Schwabbelmassen	Boden	LNZN	Linear, visko-elastisch [120]					
Hüpfbewegung	-	N-Starrkörper (Torsions- feder Gelenk), Messung	starr [30]					
Gelenkwinkel auf Gelenk- momente	Boden		Messung (linear, elas- tisch) [29]					
Einfluss Modellierung auf Gelenkgrößen, Muskelkraft								
Kostenfunktion	-	N-Starrkörper (OCP)	starr [21]					

Tabelle 2.3: Periodische Bewegung - Gelenkgrößen und Muskelkraft

Einfluss Detail	Interaktion Mensch-	Menschmodell	Bodenmodell				
Einfluss Boden auf Impaktphase Gelenkgrößen, Muskelkraft							
Schuhhärte	Schuh	N-Starrkörper	starr	[23]			
Einfluss Mensch auf Impaktphase Gelenkgrößen, Muskelkraft							
Muskelkraft	Schuh	N-Starrkörper (Hill)	starr	[24]			

Tabelle 2.4: Periodische Bewegung - Impaktphase Gelenkgrößen und Muskelkraft

von [63] aufgegriffen. Stefanyshyn und Nigg [108] schlussfolgern daraus, dass die optimale Steifigkeit des Sportbodens für eine maximale Trainingsleistung unendlich hoch sein müsste, wenn der Mensch sich wie ein ideal-elastische Feder ohne Dämpfung verhalten würde. Weil im menschlichen Bewegungsapparat immer Dämpfung auftritt, muss auch der Boden eine endliche Steifigkeit besitzen. Aus Tabelle 2.5 wird ersichtlich, dass bei den Untersuchungen zum Einfluss des Bodens bzw. Schuhs auf die energetischen Aspekte hauptsächlich Messungen bei der menschlichen Bewegung eine Rolle spielen. Lediglich in der Arbeit [80] wird ein erweitertes abstraktes Menschmodell benutzt.
Einfluss von	Interaktion Mensch-	Menschmodell	Bodenmodell	
Einfluss Boden/Schuh auf ene	ergetische A	spekte		
Interfaceparameter auf Muskelar- beit	Ferse- Schuh- Boden	1-Massenpunkt (OCP)	Linear, visko - elastische Kombina- tion	[80]
Bodensteifigkeit auf Metabolic Cost, Zusammenhang Ener- gierückgabe Boden - Metabolic Cost	Schuh- Boden	Messung, <i>SLIP</i>	Linear (elastisch); Messung	[51]
Bodenparameter auf Beinarbeit/ Leistung, Bodendissipation	Boden	Messung, <i>SLIP</i>	Messung (linear, visko-elastisch) Messung (linear, elastisch)	[71], [74] [73]
Bodenparameter auf Arbeit Ge- lenke, Bodendissipation	Boden	Messung, Inverse Dyna- mik	Messung (linear,visko- elastisch)	[75]
Sohlenparameter auf Metabolic Cost	Schuh	Messung	starr; Schuh: Messung	[86]
Schuhsteifigkeit auf Leistungsver- lauf Gelenke	Schuh	Messung	starr; Schuh: Messung	[107]
Sandboden auf Metabolic Cost	Boden	Messung	Messung (Sand)	[55]
div. Einflussfaktoren bei Ener- gierückgabe eines Sportboden an Athleten	Boden	Review	Review	[108]
Mehrschichtböden mit verschiede- nen Strukturen		Messung	NL, Finite Ele- mente, inhomogene Struktur	
Einfluss Mensch auf energetise	che Aspekte			
Schrittweite, v auf Metabolic Cost	-	1-Massenpunkt (OCP)	starr	[105]
optimale Schrittweite & Kraftver- lauf für Metabolic Cost \rightarrow mini- mal	-	N-Massenpunkt (OCP), vereinfacht	starr	[5]
optimaler Gang für Metabolic Cost \rightarrow minimal	-	N-Massenpunkt (OCP), vereinfacht	starr	[69]
natürliche Schrittfrequenz	-	N-Starrkörper, vereinfacht	starr	[70]
Sehnennachgiebigkeit auf Metabolic Cost \rightarrow minimal	-	Muskelmodell	starr	[7]
Einfluss Modellierung auf ene	rgetische As	spekte		
\neq Kostenfunktionen auf optima- len Gang	-	1-Massenpunkt (OCP), Kniekinematik	starr	[104]

Tabelle 2.5: Periodische Bewegung - energetische Aspekte

Periodische Bewegung - Einfluss Boden auf verschiedene Kriterien In Tabelle 2.6 sind diejenigen Arbeiten aufgelistet, die den Einfluss eines nachgiebigen Interface auf verschiedene, bis jetzt noch nicht erwähnte Kriterien (z.B. Kinematik Mensch, Bodenverformung,

äquivalente Beinsteifigkeit k_{leg})	untersuchen.	Es erfolgt	dabei eine	Beschränkung	auf (die
relevanten Aspekte.						

Einfluss Bodenpa-	Interaktion	Menschmodell	Bodenmodell	
rameter auf Mensch-				
Schrittweite & Boden		Messung, $SLIP + D\ddot{a}mp$ -	Linear, elastisch; Mes-	[63]
Kontaktzeit		ferelement	sung	
Kinematik Mensch	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[72], [73], [32],
			tisch)	[51]
			Messung (linear, visko-	[71],[74]
			elastisch)	
		Messung, Inverse Dyna-	Messung (linear, visko-	[75]
		mik	elastisch)	
		N-Starrkörper	NL, Kraftgesetz (2.7) ,	[111]
		(Hill+OCP)	(2.8)	
Bodenverformung,	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[73], [33], [32],
maximale Durch-			tisch)	[51]
biegung				
			Messung (linear, visko-	[71], [74]
			elastisch)	
	Schuh-	N-Starrkörper (Hill)	NL, Kraftgesetz (2.5)	[36]
	Boden			
	Boden	N-Starrkörper	NL, Kraftgesetz (2.7) ,	[111]
		(Hill+OCP)	(2.8)	
Beinsteifigkeit k_{leg}	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[31], [33], [32],
und Kontaktzeit			tisch)	[73], [51]
			Messung (linear, visko-	[71],
			elastisch)	[74]
		N-Starrkörper (Torsions-	Messung (linear, elas-	[29]
		feder Gelenk), Messung	tisch)	
Muskelaktivierung	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[72], [73]
			tisch)	
		Messung, Inverse Dyna-	Messung (linear, visko-	[75]
		mik	elastisch)	
		N-Starrkörper (Torsions-	Messung (linear, elas-	[29]
		feder Gelenk), Messung	tisch)	

Tabelle 2.6: Periodische Bewegung - Einfluss eines nachgiebigen Interfaces

Die Arbeit von McMahon und Greene [63] gibt als eine der ersten den Zusammenhang zwischen der Bodensteifigkeit eines *running track* und der Schrittweite bzw. Bodenkontaktzeit wieder. Das Simulationsmodell des Menschen bestehend aus dem *SLIP*-Modell wird mit einem diskreten Bodenmodell, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, gekoppelt. Die Simulationsergebnisse werden dabei mit Messungen abgeglichen und es wird damit nachgewiesen, dass Bodensteifigkeiten im mittleren Bereich existieren, die die Renngeschwindigkeit erhöhen können.

Den Einfluss der Bodenparameter auf die Kinematik des Menschen [32, 51, 71, 72, 73, 74, 75, 111] und die Bodenverformung bzw. maximale Bodendurchbiegung [32, 33, 36, 51, 71, 73, 74, 111] wird vor allem mit Messungen untersucht, und das *SLIP*-Modell dient lediglich zum Berechnen der linearen äquivalenten Beinsteifigkeit k_{leg} . Eine Ausnahme bilden die Arbeiten [29, 36, 111]. Das abstrakte Menschmodell und das nichtlineare Bodenmodell werden komplett in einer Simulation gekoppelt. In [36] wird die maximale Bodendurchbiegung bei der Impaktphase beim Rennen untersucht. Die Arbeit [29] verwendet ein 4-Freiheitsgrad-Starrkörper-Modell, um mittels Inverser Dynamik die Gelenkmomente und damit äquivalente Federsteifigkeiten in den Gelenken zu berechnen. Weitere Studien zum Einfluss des Bodens auf die äquivalente Beinsteifigkeit k_{leg} untersuchen diesen Aspekt lediglich mit Messungen [31, 32, 33, 51, 71, 73, 74]. Die Studien [29, 72, 73, 75], die das Ziel verfolgen den Einfluss des Bodens auf die Muskelaktivierung zu analysieren, verwenden keine aktiven Muskelmodelle, und das Verhalten des Bodens wird aus Messergebnissen bestimmt.

Periodische Bewegung - Modellierungsaspekte In diesem Abschnitt stehen Studien zur Diskussion, die sich speziell mit dem notwendigen Modellierungsgrad zur Abbildung einer periodischen Bewegung (Tabelle 2.7) beziehungsweise der Impaktphase beim Rennen (Tabelle 2.8) beschäftigen. In diesen Arbeiten wird vorwiegend das abstrakte Menschmodell betrachtet, und bei den Untersuchungen zum globalen Verlauf einer periodischen Bewegung erfolgt keine Kopplung mit einem Bodenmodell, weswegen dieser Teilaspekt in Tabelle 2.7 nicht aufgeführt ist. In den Studien [10, 37, 39, 56] geht es um die Modellierung zweibeiniger Fortbewegung beziehungsweise der Modellierung von Hüpfen, Rennen oder Gehen. In den Arbeiten [103, 104, 105] wird der Fragestellung nachgegangen, ob periodische Bewegungsformen auf Basis von Energieprinzipien modellierbar sind und ob damit ein Minimalmodell, abhängig von den jeweiligen Untersuchungszielen, existiert. Weiterhin wird speziell in [104] der Einfluss der Zielfunktionsparameter auf die globalen Ergebnisverläufe beim Gehen und Rennen untersucht. Aus Tabelle 2.7 wird deutlich, dass bei den Modellierungsaspekten zum globalen Verlauf einer periodischen Bewegung nur 1-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle (siehe Abschnitt 2.1.3) zum Teil mit Erweiterungen auftreten. Diese Erweiterungen bestehen aus dem Hill'schen Muskelmodell bzw. dem OCP-Muskelmodell oder einer strukturellen Abbildung, wie der Kniekinematik. Im Unterschied dazu kommen bei den in Tabelle 2.8 zitierten Untersuchungen, die ausschließlich die Impaktphase beim Rennen behandeln, nur N-Freiheitsgradmodelle zur Anwendung. Dabei wird die Analyse eines nachgiebigen Interface mit eingeschlossen, aber Untersuchungen explizit zum Boden treten lediglich in [123] auf. Weiterhin wird aus der Spalte "Modellierung" deutlich, dass in [24, 88, 123] sehr detaillierte Fragestellungen zum abstrakten Menschmodell eine Rolle spielen und die Kopplung des Bodens als Aspekt weniger relevant ist.

Modellierung	Menschmodell	
Periodische Fortbewegung	SLIP, 1-Massenpunkt (Hill)	[37]
Gehen, nachgiebiges Beinverhalten	SLIP	[39]
Hüpfen, Rennen, Gehen	SLIP, Messung	[10]
		[56]
Gehen, Rennen auf Basis von Energieoptimierung	1-Massenpunkt (OCP), Kniekinematik	[104]
(OCP)		
Gehen, Rennen auf Basis von Energieoptimierung	1-Massenpunkt (OCP)	[103]
(OCP), Minimalmodell Lokomotion		[105]

Tabelle 2.7: Periodische Bewegung - Modellierungsaspekte

Modellierung	Interaction	Menschmodell	Bodenmodell	
	Mensch-			
Modell Impaktkräfte inkl. Mus-	Ferse-	LNZN(OCP)	NL, Kraftgesetz (2.4)	[123]
kelaktivität (variable Steifigkeit,	Schuh-			
Dämpfung)	Boden			
Notwendiger Modellierungsgrad	Ferse	N-Starrkörper	starr	[88]
Unterschenkel und Ferse bei Im-				
pakt				
Abschätzung Kontaktkräfte in	Schuh	N-Starrkörper (Hill)	starr	[24]
Gelenken				

Tabelle 2.8: Periodische Bewegung - Impaktphase Modellierungsaspekte

Periodische Bewegung - Menschliche Anpassungsmechanismen Ein wichtiger Aspekt bei den Untersuchungen zur menschlichen Fortbewegung sind die Anpassungsmechanismen des Menschen in verschiedenen Situationen. Dieser Fragestellung gehen die Studien aus Tabelle 2.9 nach.

Einfluss Detail	Interaction	Menschmodell	Bodenmodell	
	Mensch-			
Änderung Beinsteifigkeit bei	-	Messung, $(SLIP)$	starr	[28],
Änderung Schrittfrequenz,				[27]
Geschwindigkeit				
Anpassen Beinsteifigkeit	-	N-Starrkörper (Tor-	starr	[30]
an \neq Randbedingungen (maxi-		sionsfeder Gelenk),		
male Höhe)		Messung		
Anpassen Beinsteifigkeit	Boden		Messung (linear, elas-	[29]
an \neq Bodentypen			tisch)	
Anpassen Beinsteifigkeit an \neq	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[31],
Bodensteifigkeiten			tisch)	[33]
Anpassen Beinsteifigkeit bei 1.				[32]
Schritt auf Boden anderer Stei-				
figkeit				
Verhalten Beinsteifigkeit bzw.	Boden	Messung, $(SLIP)$	Messung (linear, elas-	[73]
Schwerpunkt Mensch (COM) bei			tisch)	
Hüpfen auf \neq Böden				
			Messung (linear, visko-	[74],
			elastisch)	[71]
Einfluss von <i>preflexes</i> und pas-	Boden	Messung	Messung (linear, elas-	[72]
siver Dynamik bei unerwarteter			tisch)	
Anderung Bodensteifigkeit				
+ Mechanismus für Anpas-		N-Starrkörper	NL, Kraftgesetz (2.7) ,	[111]
sung Beinsteifigkeit (unerwarte-		(Hill+OCP)	(2.8)	
tes Bodenverhalten)				
Parametergrenzen menschliches	-	SLIP	starr	[10]
Hüpfen				
Bevorzugte Hüpffrequenz	-	Messung	starr	[26]

Tabelle 2.9: Periodische Bewegung - Mechanismen

Es ist zu erkennen, dass bei einer periodischen Bewegung vor allem passive 1-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle oder Messungen zur Anwendung kommen, mit den Ausnahmen [111] und [30]. Jedoch wird für Untersuchungen zu diesem Aspekt kein aktives 1-Freiheitsgrad-Modell verwendet. In den Studien [27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 71, 73, 74] wird analysiert, ob und wie der Mensch seine äquivalente Beinsteifigkeit k_{leg} an veränderte Randbedingungen anpasst. Diese Randbedingungen sind u.a. unterschiedliche Bodensteifigkeiten [31, 33], unterschiedliche Bodentypen [29, 71, 73, 74], unerwartete Steifigkeitsänderungen des Bodens [32] oder das Erreichen einer maximalen Hüpfhöhe [30]. Ein Großteil dieser Arbeiten bezieht sich als aussagekräftige Auswertungsgröße auf die Schwerpunkttrajektorie (COM) und stellt dabei fest, dass der Mensch seine Beinsteifigkeit k_{leg} derart anpasst, dass die COM-Trajektorie auch bei veränderten Randbedingungen konstant bleibt. Diese Erkenntnis wirft die Frage auf, was den Menschen zu diesem Verhalten antreibt. In der Studie von Moritz und Farley [71] wird die Hypothese aufgestellt, dass dadurch die aktive Kontrolle der Bewegung durch das Zentralnervensystem minimiert werden könnte. Innerhalb der vorliegenden Arbeit leitet sich daraus die Fragestellung ab, ob das Kriterium der Minimal Metabolic Cost ebenso zu diesem Verhalten führen kann. Darauf wird in Abschnitt 2.4 detaillierter eingegangen. Es sei zu erwähnen, dass mit dem SLIP-Modell nachgewiesen wird, dass eine konstante, lineare Federsteifigkeit k_{leq} die Anpassung der Beinsteifigkeit an unterschiedliche Böden nicht abbilden kann.

Die Arbeiten [72] und [111] untersuchen den Einfluss von *preflexes* (intrinsischen Muskeleigenschaften) und der passiven Dynamik des Skeletts bei unerwarteter Änderung der Bodensteifigkeit in den ersten Sekunden des Auftreffens. Die Kernaussage in [72] besteht darin, dass bei unerwarteter Steifigkeitsänderung diese passiven Mechanismen zur Anpassung der Beinsteifigkeit beitragen und zwar bevor die neuralen Reflexe des Nervensystems zum Einsatz kommen. Die Arbeit [111] unterstützt mittels eines Simulationsmodells diese These und untersucht noch weitere Mechanismen, die zur Anpassung der Beinsteifigkeit führen könnten, wie z.B. den Einfluss von geometrischen Größen.

2.3.2 Aspekte - Einmaliger Event

In diesem Abschnitt erfolgt die Diskussion der Forschungsaspekte bei einem Einmaligen Event, wobei die Bewegungsformen nach Landung und Absprung unterschieden werden. Die zugehörigen Abkürzungen in den nachstehenden Tabellen lauten "Ld" bzw. "Ab". Wie bereits im vorherigen Abschnitt 2.3.1 erfolgt die Analyse getrennt nach den biomechanischen Bewertungskriterien.

Einmaliger Event - Bodenreaktionskraft Bei den in der Literatur bereits vorliegenden Untersuchungen zum Einfluss der Bodenreaktionskraft ist zunächst auffällig, dass sich die meisten Studien mit der Landung nach einem Sprung beschäftigen, siehe Tabelle 2.10. In der Arbeit [66] wird mittels verschiedener Modellstufen für eine Landematte der hinreichende Modellierungsgrad für weitere Untersuchungen analysiert. Das einfachste Modell besteht aus einem Massenpunkt-Feder-Dämpfer-System. Bei dem detailliertesten Modell wird die Geometrie der verschiedenen Landemattenschichten mittels der Methode der Finiten Elemente simuliert und diese Schichten sind durch lineare Feder- und Dämpferelemente verbunden. Durch einen Vergleich des Reaktionskraftverlaufs aus der Messung und der Simulation wird der notwendige Modellierungsgrad für eine Landebewegung bestimmt. In [41] wird zur Bodenmodellierung ein nichtlineares Kraftgesetz (2.6) für das Ferse-Boden-Interface verwendet, bei dem der Boden keine eigene Masse besitzt.

Einfluss Detail	Interaktion Mensch-	Mensch	Boden					
Einfluss Boden/Schuh auf Bodenreaktionskraft								
Kraftmessplatte, Boden-	Boden	N-Massenpunkt-Feder	N-FHG (diskret), line-	Ld	[35],			
parameter			ar, visko-elastisch		[93]			
Bodensteifigkeit	Boden	N-Massenpunkt-Feder	Linear, visko-elastisch	Ld	[76]			
Einfluss Mensch auf Bo	denreaktion	nskraft						
Landetechnik,	-	Messung	starr	Ld	[54]			
Beschleunigung Segmente								
Sprunghöhe, Sprungweite,	-	Inverse Dynamik, Mes-	starr	Ld	[112]			
Landetechnik, Landehär-		sung						
te, Landedauer, etc.								
Landestrategie	Boden	N-Starrkörper (OCP)	N-FHG (diskret), line-	Ld	[67],			
			ar, visko-elastisch		[68]			
Squat Jump, Countermo-		N-Massenpunkt (Hill),	starr	Ab	[6]			
vement Jump		vereinfacht						
Hochsprung, Weitsprung		1-Massenpunkt (Hill),			[3]			
		Kniekinematik, verein-						
		facht						
Einfluss Modellierung a	auf Bodenre	aktionskraft						
Modellparameter (Weich-	Ferse-	N-Starrkörper	starr	Ld	[89]			
teile)	Schuh							
Modell mit/ohne Weich-	Ferse-	N-Starrkörper	NL, Kraftgesetz (2.6)	Ld	[41]			
teile	Boden							
unterschiedliche Modellie-	Ferse	N-Massenpunkt-Feder	starr	Ab	[98]			
rung Mensch								
unterschiedliche Erzeu-	Boden	N-Starrkörper (OCP)	N-FHG (diskret), line-	Ld	[67]			
gung der Gelenkmomente			ar, visko-elastisch					
unterschiedliche	Boden	Messung	N-FHG (diskret) bzw.	Ld	[66]			
Landematten-Modelle		-	FE-Modell, linear,					
			visko-elastisch					

Tabelle 2.10: Einmaliger Event - Bodenreaktionskraft

Seitens der abstrakten Menschmodellierung werden im Gegensatz zu den periodischen Bewegungsformen bei einem Einmaligen Event größtenteils N-Freiheitsgrad-Modelle angewendet mit einer Ausnahme in der Arbeit [3]. In der Studie [98] wird lediglich eine zusätzliche Masse zur Abbildung der Weichteileschwingungen an das *SLIP*-Modell gekoppelt. Ein aktives Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) wird für die Analyse der Bodenreaktionskraft bei dieser Bewegungsform noch nicht verwendet.

Der Einfluss der Bodenparameter auf die Reaktionskraft wird lediglich in den Studien [35, 76, 93] für eine Landung nach einem Sprung untersucht. Bei diesen drei Arbeiten

werden N-Massenpunkt-Federmodelle zur Abbildung der menschlichen Landebewegung eingesetzt. Laut den Autoren soll damit eine bessere strukturelle Abbildung der einzelnen Körperpartien geschaffen werden. Jedoch besteht in diesem Fall die Schwierigkeit darin, verlässliche Modellparameter zu bestimmen. Die Untersuchungen zum Einfluss des Menschen auf die Bodenreaktionskraft beschäftigen sich hauptsächlich mit der Landetechnik [54, 67, 68, 112] beziehungsweise der jeweiligen Absprungbewegung [3, 6]. Diese Untersuchungen liefern ein erstes Indiz dafür, dass der Mensch vielfältige Bewegungskriterien bei einem Einmaligen Event anwendet. In den Arbeiten [41, 89, 98] geht es um die Fragestellung, welchen Einfluss die Schwingungen der Weichteile auf die Bodenreaktionskraft haben.

Einmaliger Event - Gelenkgrößen und Muskelkraft Einige Arbeiten, die bereits beim Aspekt Bodenreaktionskraft diskutiert werden, finden sich in dieser Untergruppe wieder. In [67, 68, 112] wird zusätzlich der Einfluss der Landestrategie auf die Gelenkgrößen analysiert. Die Arbeit [67] beschäftigt sich außerdem mit dem Einfluss unterschiedlicher Modellierungsvarianten zur Momentengenerierung im Gelenk. In der Studie [41] wird zudem der Einfluss der Weichteileschwingungen auf die Gelenkmomente untersucht. In der Literatur gibt es jedoch keine Untersuchungen, die sich im Speziellen auf den Einfluss von Bodenparametern auf die inneren Gelenkgrößen oder die Muskelkraft bei einer Landung oder einem Absprung fokussieren.

Einmaliger Event - Energetische Aspekte Ein Hauptziel der Studien, die sich auf Untersuchungen zu den energetischen Aspekten (siehe Tab. 2.11) konzentrieren, analysieren den Einfluss des menschlichen Verhaltens auf die eigentliche Leistung des Trainings (Fitnessfunktion). Die Arbeiten von [3, 6, 98, 97] behandeln u.a. den Einfluss des Anstellwinkels, der Auftreffgeschwindigkeit oder der Sprungtechnik auf die maximale Sprunghöhe bzw. Sprungweite. Weiterhin ist auch die Auswirkung der Muskeleigenschaften, wie z.B. die maximale Muskelkontraktionsgeschwindigkeit oder die Sehnensteifigkeit von Interesse. In der Arbeit [97] wird zusätzlich ein Zusammenhang zwischen der optimalen Lande- und Absprungtechnik und dem Energieverbrauch für eine maximale Sprungweite hergestellt. Dabei wird analysiert, wie viel mechanische Energie aus der Landebewegung zum Absprung bei Weitsprung bereitgestellt wird. Als eine Erkenntnis wird in [97] angeführt, dass das seriell-elastische Element (SE) am meisten bei der Energierückgewinnung beiträgt. In der Arbeit [107] wird der Einfluss von steiferen Schuhen auf eine mögliche Abnahme der Energieabsorption im Zehengrundgelenk und einer damit verbundenen Maximierung der Sprunghöhe untersucht. Es wird gezeigt, dass in diesem Fall bei einem vertikalen Absprung die absorbierte Energie im Gelenk um 5.4 J geringer ist, und dies führt zu einer Zunahme von ca. 0.7 cm an Sprunghöhe bei einem durchschnittlichen Körpergewicht von 77.3 kg.

Einmaliger Event - Einfluss Boden auf verschiedene Kriterien Untersuchungen zum Einfluss eines nachgiebigen Interface auf andere Kriterien, als die bereits untersuchten Bewertungskriterien, sind nur in [87] zu finden. Die Arbeit [87] beschäftigt sich mit dem Einfluss verschiedener Bauweisen von flächenelastischen Sportböden (siehe Abbildung 2.8)

Einfluss von	Interaktion Mensch-	Mensch	Boden					
Einfluss Boden/Schuh auf en	Einfluss Boden/Schuh auf energetische Aspekte							
Schuhsteifigkeit auf Sprunghöhe	Schuh	Messung	starr; Schuh: Messung	Ab	[107]			
Einfluss Mensch auf energetis	sche Aspek	te						
Auftreffgeschwindigkeit, Anstell- winkel auf maximale Sprunghö- he/ Sprungweite	-	1-Massenpunkt (Hill), Kniekinematik, verein- facht	starr	Ab	[3]			
Auftreffgeschwindigkeit, Anstell- winkel, Beinsteifigkeit, Massen- verteilung auf maximale Sprung- weite	Ferse	N-Massenpunkt-Feder	starr	Ab	[98]			
Geschwindigkeit, Anstellwinkel, Massenverteilung auf Sprung- weite & Energieverbrauch bei Lande-und Absprungbewegung	-	1-Massenpunkt (Hill), Kniekinematik	starr	Ld, Ab	[97]			
Sprungtechnik, Muskeleigen- schaften (z.B. Sehnensteifigkeit), Beinparameter auf Sprunghöhe	-	N-Massenpunkt (Hill), vereinfacht	starr	Ab	[6]			

Tabelle 2.11: Einmaliger Event - energetische Aspekte

auf die lokale Verformung des Bodens bei einer Landung nach einem Sprung. Mittels Messungen werden die verschiedenen Böden bezüglich Änderungen in der Anzahl der Schichten bzw. Querbalken, Zwischenraum, Material, Dicke und ihrer Anordnung getestet.



Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der flächenelastischen Konstruktion, [87]

Einmaliger Event - Modellierungsaspekte Die Studien [40, 41, 67, 76] beschäftigen sich mit der Fragestellung, wie das abstrakte Menschmodell aufgebaut sein muss, um die Impaktphase der Bodenreaktionskraft bzw. der Gelenkgrößen bei einer Landung realistisch wiederzugeben, siehe Tabelle 2.12. Dazu werden jeweils Modelle mit mehreren Freiheitsgraden für das Menschmodell verwendet, und es findet eine Interaktion mit einem nachgiebigen Interface statt. In den Arbeiten [40, 41] wird die Hypothese aufgestellt, dass die Modelle lierung der Weichteilebewegung (Schwabbelmassen) zur Abbildung des Impakts bei hohen Beschleunigungen notwendig ist. In [34, 91, 112] erfolgt eine Auseinandersetzung mit der

Bewegungsform Landung oder Absprung im Allgemeinen mit dem Ziel, ein gültiges Simulationsmodell für die jeweilige Bewegung zu erarbeiten. Dabei liegt der Schwerpunkt auf dem Menschmodell, weswegen der Boden als starr angenommen wird. In der Studie [112] wird die Modellierung der unteren Extremitäten analysiert, um zwei verschiedene Landebewegungen im Sport zu charakterisieren. Es wird darauf hingewiesen, dass der Mensch vielfältige Kriterien hat, nach denen er eine Landung ausführen kann.

Modellierung	Interaktion	Mensch	Boden		
	Mensch-				
Gelenkgrößen bei hohen	Schuh-	<i>N</i> -Starrkörper (Inverse	starr	Ld	[40]
Beschleunigungen	Ferse	Dynamik)			
1. Kraftpeak im Gelenk	Schuh-	<i>N</i> -Starrkörper (Inverse	NL, Kraftgesetz (2.6)	Ld	[41]
bei hohen Beschleunigun-	Boden	Dynamik)			
gen					
1. Kraftpeak Bodenreakti-	Boden	N-Massenpunkt-Feder	Linear, visko-elastisch	Ld	[76]
onskraft					
1. Kraftpeak im Gelenk,	Boden	N-Starrkörper (OCP)	N-FHG (diskret), line-	Ld	[67]
Abgleich Simulation -			ar, visko-elastisch		
Messung					
Muskelmodellierung bei	-	1-Massenpunkt (Hill),	starr	Ld	[97]
Weitsprung		Kniekinematik			
zwei unterschiedliche Lan-	-	<i>N</i> -Starrkörper (Inverse	starr	Ld	[112]
debewegungen		Dynamik)			
Landung	-	N-Massenpunkt-Feder	starr	Ld	[34]
Optimierung für maxima-	-	N-Starrkörper	starr	Ab	[91]
le Sprunghöhe		(Hill+OCP)			

Tabelle 2.12: Einmaliger Event - Modellierungsaspekte

2.4 Ziel und Aufbau der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine systematische Untersuchung verschiedener Mensch- und Bodenparameter auf das Verletzungsrisiko und auf energetische Aspekte bei zwei verschiedenen Bewegungsformen. Bei der periodischen Bewegung wird zunächst der Einfluss einer passiven Menschmodellierung auf die biomechanischen Bewertungskriterien analysiert, um im nächsten Schritt ein aktives Menschmodell mit einem nachgiebigen Boden zu koppeln. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse werden auf die Untersuchungen beim Einmaligen Event übertragen, und es kommt wiederum eine aktive Modellvariante zum Einsatz. Diese übergreifende Analyse für beide Bewegungsformen wurde bei der vorangehenden Literaturrecherche nicht gefunden, und diese Lücke wird mit der vorliegenden Arbeit geschlossen. Ein weiterer Fokus dieser Arbeit liegt in der Analyse des Modellierungseinflusses auf die biomechanischen Bewertungskriterien. Dieser Einfluss besteht zum einen aus Änderungen im kinematischen Modellaufbau und durch Parameteränderungen in der Zielfunktion innerhalb eines Optimalsteuerungsproblems. Mit diesen Untersuchungen wird die Fragestellung nach einem gültigen Minimalmodell für eine periodische Bewegung und für ein einmaliges Ereignis bearbeitet. Weiterhin wird anhand von vereinfachten abstrakten Menschmodellen der Aspekt der Anpassungsmechanismen an verschiedene Randbedingungen behandelt.

Bei den Untersuchungen zu periodischen Bewegungen konzentriert sich die vorliegende Arbeit auf das Hüpfen auf der Stelle. Wie bereits in Abschnitt 2.1.6.1 erläutert, sind damit alle wesentlichen mechanischen Eigenschaften bei einer periodischen Bewegung abbildbar. Für diese Bewegungsform erfolgt zunächst eine Untersuchung zum notwendigen Modellierungsgrad des Bodenmodells. In der Literaturübersicht wird keine Analyse gefunden, bei der ein kontinuierliches Bodenmodell komplett in der Simulation eingebunden ist. Weiterhin folgt aus der Übersicht, dass zur Bestimmung des Einflusses der Bodenmodellierung ein vereinfachtes abstraktes Menschmodell ausreichend ist. Deswegen wird in einem ersten Schritt das *SLIP*-Modell verwendet. Wie bereits in Abschnitt 2.1.3 erläutert, ist diese Modellvariante ausreichend für globale Untersuchungen, speziell zum Verlauf der Bodenreaktionskraft. Aussagen zu den inneren Gelenkgrößen bzw. zur Muskelkraft sind in diesem Fall nicht möglich. Das kontinuierliche Bodenmodell besteht aus einem Euler-Bernoulli Balken mit verteilter Bettungssteifigkeit und externer viskoser Dämpfung. Damit können der Einfluss der Bodenparameter auf die Bodenreaktionskraft, die Bodenverformung sowie die Bodendissipation analysiert werden.

In einem weiteren Schritt wird die Modellierung des abstrakten Menschmodells um ein aktives 1-Massenpunktmodell mit einem OCP-Muskelmodell erweitert. Innerhalb dieser Modellstufe kommen auch strukturelle Erweiterungen zum Einsatz, wie z.B. die Modellierung des Knies oder die Hinzunahme der Sehneneigenschaften. Mit dieser Modellvariante sind Aussagen zur Muskelkraft sowie zu den inneren Größen im Kniegelenk möglich. Die Literaturübersicht zeigt, dass das aktive 1-Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) nur bei periodischen Bewegungsformen und nicht bei einem Einmaligen Event angewendet wird. Im ersteren Fall besteht die Zielfunktion aus dem Kriterium die Metabolic Cost zu minimieren, was wiederum in den jeweiligen Studien auf ein Kriterium für die Muskelarbeit zurückgeführt wird. Die Modellierung einer periodischen Bewegung mittels eines aktiven Massenpunktmodells (OCP-Muskelmodell) in Interaktion mit einem nachgiebigen Interface wird bereits in [80] analysiert. Jedoch finden in [80] lediglich Untersuchungen zum Einfluss der Bodenparameter auf die Muskelarbeit statt, und es wird kein allgemeiner Zusammenhang zwischen den verschiedenen Kriterien für das Verletzungsrisiko und für die energetischen Aspekte hergestellt. Weiterhin besteht bei [80] das abstrakte Menschmodell aus einem aktiven Kontraktionselement, und die elastische Speicherung der Sehne wird vernachlässigt. Zudem erfolgt die Umsetzung der Bewegung nur für die Bodenkontaktphase, und es werden Bewegungsrandbedingungen vorgegeben, die sich bei einer periodischen Bewegung eigentlich einstellen sollen. Deswegen wird angenommen, dass die Modellierung der Flugphase notwendig ist, und dieser Aspekt wird mit dem eigenen Modell in dieser Arbeit berücksichtigt. Die Erweiterung des aktiven Massenpunktmodells um Kniekinematik und Sehnensteifigkeit wird bereits in der Studie [104] verwendet, jedoch ohne Kopplung mit einem nachgiebigen Boden. Weiterhin wird in [104] der Einfluss der Zielfunktionsparameter untersucht (siehe Tabelle 2.1), allerdings mit Beschränkung auf Kriterien in Anlehnung an die Muskelarbeit. Als Ziel für diese Arbeit leitet sich daraus die Notwendigkeit ab, die Abhängigkeit der Kostenfunktionen zu analysieren, aber zusätzlich zum Kriterium *Minimal Metabolic Cost* eine grundlegende andere Beschreibung der Bewegungsgenerierung zu untersuchen, nämlich den *Minimalen Ruck*. Unter Verwendung eines aktiven Massenpunktmodells (OCP-Muskelmodell) zur Analyse von periodischen Bewegungen, zum Teil mit einem nachgiebigen Interface in den Studien [80, 104], ist der Einsatz dieser Modellvariante in der eigenen Arbeit gerechtfertigt. In [111] wird bereits innerhalb einer Simulation ein aktives *N*-Starrkörpermodell (Hill-Muskel mit Optimalsteuerung) mit einem nachgiebigen Boden gekoppelt, um Untersuchungen zu einer erwarteten und unerwarteten Bodensteifigkeit auszuführen. Jedoch erfolgt die Bewegungsgenerierung innerhalb der Optimalsteuerung durch die Minimierung des Fehlerquadrats von verschiedenen Messwerten, wie z.B die Gelenkwinkel oder die Bodenkontaktzeit. Durch diese explizite Hinzunahme von Messergebnissen bei [111] grenzt sich die eigene vorgestellte Modellierung im Aufbau und der Vorgehensweise davon ab.

Mit dem aktiven Massenpunktmodell gekoppelt mit einem diskreten Bodenmodell sind Untersuchungen zum Einfluss der Bodenparameter und Menschmodellparameter auf die biomechanischen Bewertungskriterien für das Verletzungsrisiko und die energetischen Aspekte möglich. Weiterhin werden Aspekte wie die Bodendurchbiegung, der Verlauf der Schwerpunktstrajektorie und die Kontaktzeit bzw. Hüpfhöhe analysiert. Dabei wird auch der Einfluss eines extrem weichen Bodens im Vergleich zu den Messungen aus [73] mit einer vollständigen, gekoppelten Simulation sichtbar.

Wie bereits erwähnt, ist die Bestimmung des Modellierungseinflusses des abstrakten Menschmodells auf die Bewertungskriterien ein Ziel dieser Arbeit. Dieser Einfluss besteht zum einen aus den bereits genannten strukturellen Erweiterungen und zum anderen aus den unterschiedlichen Zielfunktionen innerhalb der Optimalsteuerung. Mit diesen verschiedenen Modellvarianten können im Anschluss Hypothesen formuliert werden, um die Fragestellung nach dem Minimalmodell für eine periodische Bewegungsform unter Berücksichtigung der Interaktion mit einem nachgiebigen Boden zu beantworten. Im Speziellen wird untersucht, bei welchen Kriterien ein SLIP-Modell ausreichend ist, beziehungsweise ab welcher Fragestellung ein aktives Muskelmodell notwendig ist. Unter diesem Gesichtspunkt wird auf den menschlichen Anpassungsmechanismus eingegangen und der Aspekt der äquivalenten Beinsteifigkeit k_{leq} analysiert. Durch die Simulation mit einem aktiven Muskelmodell ist es möglich, eine potenzielle Ursache für die konstante Schwerpunktstrajektorie bei unterschiedlichen Bodenparametern zu untersuchen. Es wird der Frage nachgegangen, ob dieser Effekt durch eine reine Energieminimierung (Minimal Metabolic Cost) zustande kommt und inwieweit dies bei dem Kriterium Minimaler Ruck auftritt.

Innerhalb dieser Arbeit sind die Untersuchungen zur periodischen Bewegungsform wie folgt gegliedert. In Kapitel 3 werden die benötigten Grundlagen und die Herleitung der eigenen Modellierung vorgestellt. In Abschnitt 3.1 wird auf das aktive Menschmodell und die diskrete Bodenmodellierung eingegangen. Im darauffolgenden Abschnitt werden die Systemgleichungen für das kontinuierliche Bodenmodell hergeleitet. In Abschnitt 3.3 wird der mögliche Parameterraum getrennt nach der diskreten und kontinuierlichen Bodenmodellierung definiert. Im Anschluss daran wird in Abschnitt 3.4 ein Zusammenhang zwischen den biomechanischen Bewertungskriterien und den physikalischen Größen aus der eigenen Modellierung hergestellt. In Kapitel 4 erfolgt die Analyse der periodischen Bewegungsform Hüpfen getrennt nach der jeweiligen Bodenmodellierung. In Abschnitt 4.1 wird für das kontinuierliche Bodenmodell, zusätzlich zu den bereits erwähnten Zielen dieser Arbeit, die Lösung der Gleichungen analytisch hergeleitet und mit den numerischen Ergebnissen verglichen.

Die Analyse zum aktiven Menschmodell (OCP-Muskelmodell) gekoppelt mit dem diskreten Boden erfolgt in Abschnitt 4.2. Es wird zunächst das Optimalsteuerungsproblem beschrieben (4.2.1) und in Abschnitt 4.2.2 die numerische Umsetzung anhand einer bestehenden Studie validiert. Im Anschluss daran werden noch nicht festgelegte Modellparameter hergeleitet, u.a. durch einen Abgleich mit den eigenen Messwerten. In Abschnitt 4.2.4 wird auf die Bewertungskriterien für die Bewegung Hüpfen im Detail eingegangen und z.B. die Beschreibung der Schwerpunktstrajektorie mit der eigenen Modellierung vorgestellt. Die Analyse zum aktiven Muskelmodell, gekoppelt mit dem nachgiebigen, diskret modellierten Boden, findet sich in den Abschnitten 4.2.5 bis 4.2.8. Zunächst wird das Menschmodell mit einer linearen kinematischen Beschreibung für zwei verschiedene Zielfunktionen untersucht. In Abschnitt 4.2.5 kommt die Zielfunktionsdefinition J_1 Minimaler Energieverbrauch zur Anwendung. Daraufhin wird in Abschnitt 4.2.6 der Einfluss der Zielfunktion Minimaler Ruck J_2 untersucht. In beiden Abschnitten erfolgt die Analyse für zwei verschiedene, relativ vorgegebene Sprunghöhen. Im Anschluss daran kommt ein erweitertes Menschmodell (Kniekinematik) zum Einsatz, wobei zwei erneut verschiedene Möglichkeiten zur Vorgabe der Sprunghöhe analysiert werden. In Abschnitt 4.2.7 wird weiterhin eine relative Sprunghöhe angenommen, während in Abschnitt 4.2.8 der Einfluss einer absolut gegebenen Höhe untersucht wird. Diese Analyse konzentriert sich auf eine Zielfunktion mit dem Hauptkriterium Minimaler Energieverbrauch.

In Kapitel 5 wird die Bewegungsform *Einmaliger Event* analysiert, um die dabei gewonnenen Erkenntnisse mit der periodischen Bewegung Hüpfen zu vergleichen. Die Überlegungen fokussieren sich auf die Landung nach einem Sprung, eine der beiden Bewegungsformen, die in der Literatur hauptsächlich untersucht werden.

Die in Abschnitt 2.3.2 geführte Diskussion zur Literaturübersicht hat gezeigt, dass eine Modellierung des Menschen mit einem SLIP-Modell nicht mehr ausreichend ist. Ein Teil der Studien verwendet passive Modelle mit mehreren Freiheitsgraden, vor allem zur Modellierung der Weichteileschwingungen. Jedoch besteht bei diesen Modellen wiederum das Problem, dass dadurch zu viele unbekannte Größen in das System eingebracht werden und eine umfassende Untersuchung zu den biomechanischen Bewertungskriterien erschwert wird. Deswegen ist die Modellierung von Schwabbelmassen im Rahmen dieser Arbeit nicht von Interesse. Wiederum andere Studien modellieren die Landebewegung mittels aktiver Muskelmodelle (Hill'sches Muskelmodell oder OCP-Muskelmodell). Die vorliegende Untersuchung entscheidet sich deswegen für ein aktives 1-Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell). Es wird von der Annahme ausgegangen, dass durch die aktive Modellierung der Bewegungssteuerung der Verzicht auf ein N-Freiheitsgradmodell ausgeglichen wird. Zudem ist es für eine zusammenhängende Diskussion von periodischen und einmaligen Bewegungsformen von Vorteil, den gleichen Modellierungsansatz bei den abstrakten Menschmodellen zu verwenden. Damit wird der Modellierungseinfluss auf die Ergebnisse für die biomechanischen Bewertungskriterien minimiert. Weiterhin findet das 1-Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) bei der Modellierung einer Landebewegung bis jetzt noch keine Anwendung in der Literatur, so dass mit der der vorliegenden Arbeit diese bestehende Lücke geschlossen wird. Zusätzlich wird damit ein realitätsnahes Minimalmodell mit einem kleineren Parameterraum erarbeitet.

In der Literaturübersicht wird gezeigt, dass sich einige Studien mit der Landetechnik bzw. der Landestrategie des Menschen und der Auswirkung auf die Kräfte beschäftigen. Auch der Einfluss der jeweiligen Modellierung auf die Landearten wird untersucht. Deswegen werden in Abschnitt 5.1 nach der Herleitung der notwendigen Modellgleichungen zwei verschiedene Landetechniken mit dem eigenem 1-Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) diskutiert.

Seitens der Bodenmodellierung kommt ein diskretes Bodenmodell zum Einsatz. Im Vergleich zur Bewegungsform Hüpfen wird bei der Landebewegung zusätzlich zum linearen Modell eine nichtlineare Modellierung analysiert. Bezugnehmend auf die vorhandenen Bodenmodelle in der Literatur (siehe Abschnitt 2.2.2) ist eine große Variabilität bei den zitierten Kraftgesetzen zu erkennen. In den meisten Fällen wird der Einfluss einer nichtlinearen Steifigkeit untersucht. Deswegen wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit die grundsätzliche Frage nach der Bodennachgiebigkeit mit einem allgemeingültigen Kraftgesetz für ein progressives und degressives Verhalten beschrieben. Mit diesen beiden Modellstufen für den Boden und dem aktiven Menschmodell wird der Einfluss der Bodenparameter auf die biomechanischen Bewertungskriterien in Abschnitt 5.2 und 5.3 analysiert.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen ist es im Anschluss möglich einen Vergleich zwischen periodischer und einmaliger Bewegung zu erarbeiten. Es steht zur Diskussion, ob mit der gleichen linearen Bodenmodellierung ein positiver Effekt bei der Bewegung Hüpfen und bei einer Landung nach einem Sprung erzielt wird. Zudem wird der Einfluss des nichtlinearen Interface bei einer Landung diskutiert.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick in Kapitel 6.

3 Eigene Modellierung

Gegenstand dieser Arbeit sind Untersuchungen zur Wechselwirkung zwischen Mensch und nachgiebigem Untergrund für zwei verschiedene Bewegungsformen. Wie in Kapitel 2 erläutert, werden dazu unterschiedliche Modellvarianten für den Menschen und den Boden analysiert. In Abschnitt 3.1 wird zunächst die eigene Umsetzung des aktiven Muskelmodells vorgestellt. Die einfachste Variante ist ein linearer Zusammenhang zwischen der Reaktionskraft im Bein und der Muskelkraft im Knie. Mittels der geometrischen Beschreibung des Knies in einer erweiterten Modellvariante ist es möglich, zusätzliche Bewertungskriterien einzuführen. Am Ende von Abschnitt 3.1 werden die diskreten Bodenmodelle vorgestellt, die in Verbindung mit dem aktiven Muskelmodell in der Analyse (4.2 und 5) Anwendung finden. In Abschnitt 3.2 erfolgt die Herleitung für die Kopplung eines abstrakten Menschmodells, nämlich des SLIP-Modells, mit einem kontinuierlichen Bodenmodell. Zum Abschluss wird in Abschnitt 3.3 der Parameterraum für die verschiedenen Bodenmodellierungen in Bezug auf Anhaltswerte aus der Literatur eingegrenzt. Um einen Zusammenhang zwischen Verletzungsrisiko bzw. Trainingseffizienz und den mechanischen Größen herzustellen, werden in Abschnitt 3.4 die biomechanischen Bewertungskriterien abhängig von der jeweiligen Modellierungsvariante definiert.

3.1 Abstrakte Menschmodelle gekoppelt mit diskreten Bodenmodellen

In Abbildung 3.1 ist ein Ersatzmodell des Menschen in Interaktion mit einem nachgiebigen Boden dargestellt. Dabei wird bezugnehmend auf die Ein-Freiheitsgrad-Massenpunktmodelle (siehe Abschnitt 2.1.3) angenommen, dass die Gesamtmasse des Menschen auf den Massenpunkt m reduziert werden kann. Obwohl die Beinbewegung beschrieben wird, bleiben diese sowie der Rest der Segmente massenlos. Eine Modellierung der räumlichen Ausdehnung des Fußes findet nicht statt, und somit wird für alle Modellierungsvarianten vorausgesetzt, dass zwischen dem Auftreffpunkt des Beines und dem Boden Punktkontakt herrscht. Dies bedeutet, dass bei allen Bewegungsarten das Bein am Boden zu Beginn einer Bodenkontaktphase haftet. Das Bodenmodell ist zunächst allgemein gehalten und wird in den jeweiligen Abschnitten definiert. Die Gesamtmasse des Bodens ist auf die diskrete Masse m_B reduziert.

Die Bewegung des Massenschwerpunktes m des Menschen wird durch die Absolutkoordinate x_{abs} im raumfesten O- Koordinatensystem beschrieben. Die Bewegung der Bodenmasse m_B ist durch die Absolutkoordinate y ausgehend vom Fundament (O - KOS)gekennzeichnet. Die eigentliche Beinlänge des Menschen kann durch die Relativkoordinate $x_{rel} = x_{abs} - y$ während der Bodenkontaktphase dargestellt werden. Für das allgemeine



Abbildung 3.1: Allgemeine Beschreibung Ersatzmodell: Mensch gekoppelt mit diskretem Bodenmodell, Freischnitt nach Newton

System eines Menschen in Kontakt mit einem nachgiebigen Boden gemäß Abb. 3.1 lauten die gekoppelten Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{x}_{abs} = F_{leg} - mg\,,\tag{3.1}$$

$$m_B \ddot{y} - F_B = -F_{leg} - m_B g \,, \tag{3.2}$$

wobe
i ${\cal F}_{leg}$ die Beinkraft und ${\cal F}_B$ die Bodenkraft ist.

Bei der späteren Betrachtung einer periodischen Bewegung tritt zusätzlich zur Bodenkontaktphase (Glg. (3.1) und (3.2)) eine Flugphase auf. In dieser Phase verschwindet die Beinkraft ($F_{leg} = 0$) und es wird angenommen, dass die Beinlänge der maximal möglichen Beinlänge $x_{rel} = \ell_{max}$ entspricht.

In Gleichung (3.1) und (3.2) stellt die Beinkraft F_{leg} eine zunächst noch unbekannte Größe dar. Diese wird im Folgenden für die Modellierung des aktiven Muskelmodells definiert. Im Anschluss daran werden unterschiedliche Bodenmodelle diskutiert und damit kann eine Beschreibung für die Kraft F_B angegeben werden.

3.1.1 Aktives Muskelmodell

In diesem Abschnitt wird für das Ersatzmodell des Menschen aus Abb. 3.1 eine Beschreibung hergeleitet, bei welcher der Mensch die Bewegung aktiv steuern kann. In Bezug auf die verschiedenen aktiven Massenpunktmodelle aus der Literaturübersicht (Abschnitt 2.1.3) wird ein allgemeines Muskeldynamikmodell definiert. Anhand Abb. 3.1 (links) kann die Funktionsweise eines Ersatzmuskelmodells bei einer Abwärtsbewegung exemplarisch beschrieben werden. Der Muskel wird bei einer Abwärtsbewegung gedehnt (exzentrisch) und bei der Aufwärtsbewegung wieder verkürzt (konzentrisch). Es wird die Annahme gemacht, dass die Muskelkraft die Summe aller Beinmuskeln repräsentiert. Weiterhin wird angenommen, dass der Muskel selbst keine Energie speichern kann. Unabhängig von der Beingeometrie wird in dieser Arbeit der gesamte Muskelsehnenkomplex (muscle tendon complex = MTC) mittels zweier Elemente repräsentiert, siehe Abb. 3.2. Als Ersatzmodell für den Muskel wird das kontraktile Element (C) gewählt und als Analogon zur Sehne wird zusätzlich zum Muskel das seriell-elastische Element (SE) in Reihe geschaltet. Dieser

Aufbau des Muskelsehnenkomplexes findet unter anderem in [38, 104, 114] Anwendung. In der vorliegenden Arbeit soll die Sehne eine lineare Federkennlinie besitzen.



Abbildung 3.2: Modell des Muskelsehnenkomplexes MTC: kontraktiles Element und seriell-elastisches Element in Reihe

Im Folgenden werden zwei verschiedene Möglichkeiten zur Modellierung der Beingeometrie vorgestellt. Zunächst wird auf ein Beinmodell mit einer kinematischen Beschreibung des Knies eingegangen (nichtlineares bzw. erweitertes Kraftelement). Anschließend erfolgt der Übergang zum linearen Kraftelement, bei dem das Knie nicht berücksichtigt wird. Daraus ergeben sich zwei unterschiedliche Verbindungen zwischen den inneren Muskelgrößen und der äußeren Beinkraft F_{leg} . Weiterhin wird die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit hergeleitet, da sie für die spätere Berechnung des Bewertungskriteriums Muskelarbeit notwendig ist. Am Ende des Abschnitts wird für beide Modellvarianten eine allgemeine dimensionslose Schreibweise mit einer geometrischen Transformationsfunktion angegeben.

Die Herleitung der Gleichungen erfolgt ohne explizites Betrachten des Bodenmodells. Dieses wird in den Abbildungen jeweils als Strich angedeutet. Die Verbindung mit dem Boden wird in Kapitel 4 und 5 hergestellt.

Nichtlineares bzw. erweitertes Kraftelement

In diesem Abschnitt erfolgt die Modellierung der Beingeometrie mit einem Drehgelenk zwischen Ober- und Unterschenkel. In Abb. 3.3 (links) ist der Mensch in einer allgemeinen Lage $x_{rel}(t)$ dargestellt. Der Kniewinkel wird durch den inneren Winkel φ_K beschrieben. Der Abstand des Kniegelenks zur senkrechten Lage beträgt d_K . Die Ober- und Unterschenkel besitzen jeweils die gleiche Länge ℓ_S .

Der Muskelsehnenkomplex (MTC) übt eine Zugkraft auf das Skelett aus. Der Weg des Angriffpunktes der Kraft soll nicht im Detail wiedergegeben werden, sondern wird mittels einer geläufigen Vereinfachung aus der Biomechanik beschrieben [38, 97, 104]. Es wird angenommen, dass die Kraft des Muskelsehnenkomplexes F_{MTC} senkrecht auf dem konstanten Hebelarm r_K steht und ein Gelenkmoment M_{MTC} auf das Knie wirkt (Abb. 3.3 rechts), so dass

$$M_{MTC} = F_{MTC} r_K \tag{3.3}$$

gilt. Der Freischnitt des Modells ist in Abb. 3.4a dargestellt. Aus der Forderung, dass beim Hüpfen die Bewegung in horizontaler Richtung verschwindet, folgt $m\ddot{z} = 0$ und somit $F_z = 0$. Damit lautet das Momentengleichgewicht um den oberen Punkt des Unterschenkels

$$M_{MTC} = F_{leg} d_K. aga{3.4}$$

Mit Gleichung (3.3) kann damit ein Zusammenhang zwischen der inneren Kraft F_{MTC} und der Reaktionskraft F_{leg} angegeben werden:

$$F_{MTC} = \frac{F_{leg} d_K}{r_K}.$$
(3.5)

Auf Grund der Reihenschaltung von C- und SE-Element (Abb. 3.2) herrscht zwischen der Kraft des kontraktilen Elementes F_C sowie der Sehnenkraft F_{SE} Kräftegleichgewicht. Weiterhin entsprechen diese Kräfte der Kraft des gesamten Muskelsehnenkomplexes F_{MTC} und somit gilt

$$F_{MTC} = F_C = F_{SE} \,. \tag{3.6}$$



Abbildung 3.3: Nichtlineares Kraftelement: allgemeine Lage und Wirkungsrichtung der inneren Kräfte bzw. des Kniemoments

Mittels Abb. 3.3 (links) wird der Zusammenhang zwischen den äußeren kinematischen Größen hergeleitet. Beim aufrechten Stehen mit ausgestrecktem Bein gilt $x_{rel} = \ell_{max} = 2\ell_S$. Der Kniewinkel φ_K und der Abstand d_K in Abhängigkeit von der aktuellen Lage $x_{rel}(t)$ lauten

$$\varphi_K = 2 \arcsin\left(x_{rel}/(2\ell_S)\right),\tag{3.7}$$

$$d_K = \ell_S \cos\left(\varphi_K/2\right) = \ell_S \cos\left(\arcsin\left(x_{rel}/(2\ell_S)\right)\right). \tag{3.8}$$

Im nächsten Schritt wird ein Zusammenhang zwischen der äußeren Kinematik (Gleichung (3.7)) und der inneren Muskelkinematik x_{MTC} hergestellt. Durch die Reihenschaltung von Muskel (C-Element) zur Sehne (SE-Element) teilt sich die Gesamtlänge des Muskelsehnenkomplexes entsprechend

$$x_{MTC}(t) = x_C(t) + x_{SE}(t)$$
(3.9)

auf. In Abb. 3.4b ist der Zusammenhang zwischen dem Kniewinkel φ_K und der Länge x_{MTC} dargestellt. Mit dem Hilfswinkel $\beta_K = \Delta \varphi/2 = (\varphi_{K,0} - \varphi_K)/2$ kann die Längenänderung des Muskels mittels $\Delta x_{MTC} = r_K \beta_K$ beschrieben werden. Es folgt die aktuelle Muskellänge zu

$$x_{MTC} = x_{MTC,0} + 2\Delta x_{MTC} \quad \Leftrightarrow \quad x_C + x_{SE} = x_{MTC,0} + r_K(\varphi_{K,0} - \varphi_K). \tag{3.10}$$

Die Geschwindigkeit des kontraktilen Muskelelementes beträgt dann

$$\dot{x}_C = -r_K \dot{\varphi}_K - \dot{x}_{SE} \,. \tag{3.11}$$



Abbildung 3.4: Nichtlineares Kraftelement: Freischnitt und Kinematik MTC

Um die Sehnenlängenänderungsrate \dot{x}_{SE} zu bestimmen, muss noch die Kraft in der Sehne auf Grund der Winkeländerung hergeleitet werden. Die Sehne wird in der vorliegenden Arbeit mit einer linearen Sehnensteifigkeit $k_{SE,K}$ modelliert. Wird die Sehne gedehnt, dann wird dadurch analog zu Gleichung (3.3) ein Torsionsmoment $M_{SE} = F_{SE} r_K$ am Kniegelenk hervorgerufen. Dieses Moment wirkt am Knie in die gleiche Richtung wie das Moment M_{MTC} in Abb. 3.3 und ist vom Betrag gleich groß. Der Betrag der Sehnenkraft kann mit der Ruhelänge $x_{SE,0}$ gemäß

$$F_{SE} = k_{SE,K} (x_{SE} - x_{SE,0}) \tag{3.12}$$

verknüpft werden. Daraus ergibt sich die Sehnengeschwindigkeit $\dot{x}_{SE} = \dot{F}_{SE}/k_{SE,K}$. Aus Gleichung (3.11) folgt mit dem Zusammenhang aus Gleichung (3.6) die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit

$$\dot{x}_C = -\left[r_K \dot{\varphi}_K + \frac{\dot{F}_C}{k_{SE,K}}\right].$$
(3.13)

Lineares Kraftelement

In diesem Abschnitt wird eine Vereinfachung der Beingeometrie vorgenommen und an die Stelle der geometrischen Beschreibung des Knies tritt das lineare Kraftelement (Abb. 3.5a), mit dem weiterhin eine Abwärts- und Aufwärtsbewegung möglich ist. Diese kinematische Vereinfachung wurde bereits in den Studien [80, 103, 105] behandelt. In der vorliegenden Arbeit wird das Kontraktionselement und das seriell-elastische Element in eine starre Konstruktion eingebaut (Abb. 3.5), um eine korrekte Verbindung zwischen Muskeldynamik und Muskelkinematik zu gewährleisten. Eine ähnliche Vorgehensweise ist in [42] zu finden.



Abbildung 3.5: Lineares Kraftelement mit MTC-Modellierung

Der Freischnitt des allgemeinen Ersatzmodells (Abb. 3.1) und der Freischnitt des SE-Federelementes und des Kontraktionselementes von ihrer Umgebung (Abb. 3.5a) zeigen, dass die inneren Muskelgrößen und die äußere Beinkraft \hat{F}_{leq} gleich groß sind:

$$F_{MTC} = F_{SE} = F_C \stackrel{!}{=} F_{leg}.$$
 (3.14)

Zur Herleitung der kinematischen Beziehungen zwischen den muskelinternen Größen und der Bewegung des Massenpunktes lässt sich zunächst aus Abb. 3.5 der Zusammenhang $x_{rel}(t) = \ell_{11} - x_C(t) - x_{SE}(t) + \ell_{12}$ mit den Konstanten ℓ_{11}, ℓ_{12} ablesen. Mit Gleichung (3.9) resultiert daraus für den Anfangszustand t_0 : $x_{MTC,0} = x_{C,0} + x_{SE,0} = \ell_{11} + \ell_{12} - x_{rel}(t_0)$. Damit können die beiden unbekannten Konstanten ℓ_{11}, ℓ_{12} eliminiert werden und es folgt

$$x_{rel}(t) = x_{rel}(t_0) + x_{MTC,0} - x_C(t) - x_{SE}(t).$$
(3.15)

Analog zum vorherigen Abschnitt erfolgt die Bestimmung der Muskelkontraktionsgeschwindigkeit mit einer linearen Federkraft für die Sehne nach Gleichung (3.12). Die Sehnensteifigkeit wird beim linearen Kraftelement mit k_{SE} bezeichnet, so dass sich

$$\dot{x}_C = -\left[\dot{x}_{rel} + \frac{\dot{F}_C}{k_{SE}}\right] \tag{3.16}$$

ergibt.

Muskelparameter

Für beide geometrischen Modellierungsvarianten wurden die in dieser Arbeit verwendeten Muskelparameter in Anlehnung an die Dissertation von Geyer [37] gewählt. Dabei wird mit diesen Parametern die Wirkung der gesamten Beinmuskulatur auf ein Muskelmodell reduziert. Für die Ausgangslänge des Muskelsehnenkomplexes wird $x_{MTC,0} = 0.5$ m angenommen. Die Ruhelänge der Sehne beträgt $x_{SE,0} = 0.4$ m und der konstante Hebelarm beträgt $r_K = 0.04$ m. Die Sehnensteifigkeit $k_{SE,i}$ wird abhängig von der Modellierungsvariante (lineares oder nichtlineares Kraftelement) in Abschnitt 4.2.3 bestimmt.

Allgemeine dimensionslose Schreibweise

Um den späteren Lösungsraum zu reduzieren, werden die bisher hergeleiteten Gleichungen in eine dimensionslose Schreibweise überführt. Weiterhin ist dieser Schritt für die numerische Anwendung innerhalb der Optimalsteuerungsproblematik von Vorteil. Die Wahl der Bezugsgrößen erfolgt in Anlehnung an die Arbeit von Srinivasan und Ruina [105] mit der dimensionslosen Zeit $\tau = \tilde{\Omega}t$, dem dimensionslosen Weg $\hat{x}_i = x_i/\ell_{max}$, der dimensionslosen Kraftgröße $\hat{F}_i = F_i/mg$ und der Kreisfrequenz

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{\frac{g}{\ell_{max}}} \tag{3.17}$$

und der maximal möglichen Beinlänge $\ell_{max} = 1.0 \,\mathrm{m}$ sowie der Erdbeschleunigung g. Im Folgenden werden die dimensionslosen Größen durch () (Ausnahme: τ) und deren Ableitungen nach der dimensionslosen Zeit durch ()' = d()/d τ gekennzeichnet.

Für die weitere Anwendung können die Modellgleichungen für das aktive Muskelmodell mit und ohne kinematische Beschreibung des Knies in einer allgemeinen Schreibweise zusammengefasst werden. Die Unterscheidung zwischen unterschiedlichen Beingeometrien erfolgt dann mit der Transformationsfunktion $\hat{g}(\tau)$. Die Verbindung zwischen der äußeren Reaktionskraft und den inneren Muskelgrößen lautet

$$\hat{F}_{leg} = \hat{F}_{MTC} \,\hat{g}(\tau) \,. \tag{3.18}$$

Die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit ergibt sich in allgemeiner Form zu

$$\hat{x}_{C}'(\tau) = -\left[\hat{x}_{rel}'(\tau)\,\hat{g}(\tau) + \frac{\hat{F}_{C}'}{\hat{k}_{SE,i}}\right]$$
(3.19)

mit $\hat{F}_C = \hat{F}_{MTC}$ und der allgemeinen dimensionslosen Sehnensteifigkeit

$$\hat{k}_{SE,i} = \frac{k_{SE,i} \,\ell_{max}}{mg}.\tag{3.20}$$

Für die Verbindung zwischen Muskelkinematik und Relativkoordinate des Beines gilt

$$\hat{x}_{MTC}(\tau) = \hat{x}_{MTC,0} + \hat{x}_{rel,0}^{allg} - \hat{x}_{rel}^{allg}(\tau) \,. \tag{3.21}$$

Zur Beschreibung des linearen Kraftelementes finden folgende Gleichungen Anwendung:

$$\hat{g}(\tau) = 1, \qquad (3.22)$$

$$\hat{x}_{rel}^{allg}(\tau) = \hat{x}_{rel}(\tau),$$
(3.23)

$$\hat{k}_{SE,i} = \hat{k}_{SE}$$
 (3.24)

Wird das aktive Muskeldynamikmodell mittels <u>nichtlinearem Kraftelement</u> beschrieben, muss die Transformation

$$\hat{g}(\tau) = \frac{\dot{r}_K}{\hat{d}_K(\tau)},\tag{3.25}$$

$$\hat{x}_{rel}^{allg}(\tau) = \hat{r}_K \hat{\varphi}_K(\tau) \,, \tag{3.26}$$

$$\hat{k}_{SE,i} = \hat{k}_{SE,K} \tag{3.27}$$

verwendet werden. Die Gleichungen (3.7) und (3.8) zur Beschreibung des Kniewinkels und des Kniewinkels in dimensionsloser Schreibweise lauten mit $\hat{\ell}_S = 1/2$

$$\hat{\varphi}_K = 2 \arcsin\left(\hat{x}_{rel}\right) \,, \tag{3.28}$$

$$\hat{d}_K = 1/2\cos(\varphi_K/2) = 1/2\cos(\arcsin(\hat{x}_{rel})).$$
 (3.29)

Bei der späteren Verwendung der allgemeinen dimensionslosen Schreibweise für das aktive Muskelmodell ist laut Gleichung (3.18) weiterhin die Kraft \hat{F}_{leg} oder die Muskelkraft \hat{F}_C unbekannt. Wie bereits in Kapitel 2 erläutert, soll in dieser Arbeit die Muskelkraft beziehungsweise die Beinkraft so bestimmt werden, dass die Bewegung des Menschen einem Optimalitätskriterium folgt. Dieser Problematik liegt ein Optimalsteuerungsprozesss zu Grunde. Ein Überblick über das Optimalsteuerungsproblem und dessen Transformation in ein nichtlineares Optimierungsproblem wird im Anhang A gegeben. Daraus wird ersichtlich, dass abhängig von der simulierten Bewegung eine adäquate Zielfunktion definiert werden muss. Diese Fragestellung wird in den Kapiteln 4 und 5 gesondert behandelt, wobei auch die damit verbunden Größen (z.B Muskelarbeit) dort hergeleitet und definiert werden.

Anmerkungen zur numerischen Umsetzung des nichtlinearen Kraftelementes

Zur Berechnung der Muskelkontraktionsgeschwindigkeit ist laut Gleichung (3.19) die Winkeländerungsrate $\hat{\varphi}'_{K}$ notwendig $(\hat{x}'_{rel}/\hat{d}_{K} = \hat{\varphi}'_{K})$. Mit Gleichung (3.28) folgt

$$\varphi'_{K} = \frac{2\hat{x}'_{rel}}{\cos(\arcsin(\hat{x}_{rel}))} \quad \text{bzw.} \quad \varphi'_{K} = \frac{2\hat{x}'_{rel}}{\sqrt{1 - \hat{x}^{2}_{rel}}}.$$
(3.30)

Beide Berechnungsvorschriften besitzen eine Singularität für den Fall, dass der Mensch sein Bein durchgestreckt hat, d.h. $\hat{x}_{rel} = 1$ wird. Ein weiteres Problem kann bei der Optimierung auftreten. Der Suchalgorithmus testet verschiedene Richtungen aus und kann in einem Iterationsschritt auch Werte für $\hat{x}_{rel} > 1$ ausprobieren. In diesem Fall treten im Nenner komplexe Terme auf, die für eine Optimierungsaufgabe zu vermeiden sind. Um diese Problematik zu umgehen, wird eine Regularisierung aus der Arbeit [104] zu Hilfe genommen:

$$\hat{x}_s = \frac{\hat{x}_{rel} - 1 - \sqrt{(\hat{x}_{rel} - 1)^2 + \varepsilon_2}}{2} + 1 \quad \text{mit} \quad \varepsilon_2 = 10^{-6} \,, \tag{3.31}$$

$$\sqrt{1 - \hat{x}_{rel}^2} \approx \sqrt{1 - \hat{x}_s^2}$$
 (3.32)

Die Koordinate \hat{x}_s ist eine Näherung für die tatsächliche Relativkoordinate \hat{x}_{rel} , wenn $\hat{x}_{rel} < 1$ ist. Für Werte $\hat{x}_{rel} \geq 1$ bleibt der Wurzelausdruck größer Null.

Weiterhin gilt für den Zusammenhang zwischen Beinkraft F_{leg} und dem Moment im Knie

$$\hat{M}_{MTC} = \frac{\hat{F}_{leg}}{2} \cos(\varphi_K/2) \,. \tag{3.33}$$

Ist der Kniewinkel φ_K nahe dem eines ausgestreckten Beines (180°) dann kann die Beinkraft zwar groß sein, aber das zugehörige Moment im Knie ist klein. Es gilt $\cos(\varphi_K/2) \approx 0$, und dieser Term dominiert damit das Kniemoment \hat{M}_{MTC} . Deswegen und wegen der bereits angesprochenen Singularität wurde aus numerischen Gründen die Beinlänge mit $x_{rel}(t) \leq 0.99$ m in den Nebenbedingungen beschränkt.

3.1.2 Diskrete Bodenmodelle

In diesem Abschnitt werden die diskreten Bodenmodelle vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit mit dem Menschmodell gekoppelt werden. Dabei wird zwischen einer linearen (Abb. 3.6a) und nichtlinearen (Abb. 3.6b) Beschreibung in der Bodenkoordinate y(t) unterschieden. Für beide Modelle gilt, dass die entspannte Ruhelänge der Bodenfeder mit ℓ_F bezeichnet wird.



(a) vereinfachtes LVE-Bodenmodell

(b) Bodenmodell mit nichtlinearer Rückstellkraft

Abbildung 3.6: Visko-elastische Bodenmodelle

3.1.2.1 Lineares visko-elastisches Bodenmodell

Für das Bodenmodell in Abb. 3.6a lautet die Reaktionskraft des Bodens, passend zur Wirkungsrichtung gemäß Abb. 3.1

$$F_B = -d_1 \dot{y} - c_1 (y - \ell_F) \tag{3.34}$$

mit der Federsteifigkeit c_1 und der Dämpfungskonstante d_1 .

3.1.2.2 Nichtlineares Bodenmodell - bilineare Federkennlinie

Die in der Literatur verwendeten nichtlinearen Bodenmodelle wurden in Abschnitt 2.2.2 vorgestellt. Dabei wird keine eindeutige Tendenz zu einem allgemeingültigen Kraftgesetz festgestellt. Zudem bestehen diese Kraftgesetze meist aus einer Approximation von gemessenen Schuh- und/oder Fersenverhalten. Da sich diese Arbeit auf Bodenmodelle fokussiert,

wird das nichtlineare Verhalten des Bodens mittels Beschreibung einer zweistufigen Feder angenommen, mit welcher eine progressive oder degressive Kennlinie möglich ist. Diese bilineare Federkennlinie ist zudem gegenüber einer Polynomnäherung bei dem Optimierungsverfahren von Vorteil, da damit Konvergenzprobleme umgangen werden.

Abbildung 3.6b stellt ein Bodenmodell mit einer geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung und einer nichtlinearen rückstellenden Federkraft dar. Diese Federkraft besitzt eine gestufte Kennlinie (Abb. 3.7) und kann mittels

$$F_{c,NL}(y) = \begin{cases} -c_1 \left(y - \ell_F \right), & \text{falls} \quad y^* < y < \ell_F, \\ -c_1 \left(y^* - \ell_F \right) - c_2 \left(y - y^* \right), & \text{falls} \quad 0 < y < y^* \end{cases}$$
(3.35)

beschrieben werden. Bis zu einer gewissen Bodendurchbiegung y^* wirkt nur eine rückstellende Kraft mit der Federkonstanten c_1 . Wird der Boden darüber hinaus durchgebogen, wirkt die neue effektive Federkonstante c_2 im Boden. Für eine Steifigkeit $c_2 < c_1$ besitzt der Boden ab dem Ausschlag y^* eine degressive Kennlinie, ansonsten eine progressive. Die gesamte Bodenkraft lautet

$$F_B = -d_1 \dot{y} + F_{c,NL}(y) \,. \tag{3.36}$$



Abbildung 3.7: Bilineare Federkennlinie

Für beide diskrete Bodenmodelle berechnet sich der Betrag der Energie im Boden nach Gleichung (3.37). Der Speicheranteil des Bodens ist vernachlässigbar, weshalb im Folgenden dieser Wert als ein Maß für die dissipierte Bodenenergie verwendet wird.

$$|E_{diss}| = \left| \int_{t_0}^{t_1} F_B \, \dot{y} \, \mathrm{d}t \right| \,. \tag{3.37}$$

3.2 Abstraktes Menschmodell gekoppelt mit kontinuierlichem Bodenmodell

In diesem Abschnitt soll in Erweiterung zu Abschnitt 3.1 das diskrete zu einem kontinuierlichen Balkenmodell ausgebaut werden. Weil dieses Bodenmodell in der späteren Analyse nur mit einer einzigen Modellvariante des Menschen gekoppelt wird, erfolgt die Herleitung für das Gesamtsystem, wie es in Abb. 3.8 dargestellt ist, bereits an dieser Stelle.

Das Bodenmodell besteht aus einem kontinuierlichen Euler-Bernoulli Balken mit verteilter Bettungssteifigkeit c_1 und externer viskoser Dämpfung d_1 . Der Balken besitzt die konstante Biegesteifigkeit EI, die konstante Massenbelegung μ und die Länge ℓ . Die Feldgröße w(z,t)beschreibt die Verschiebung in vertikaler Richtung. Die Wahl der Randbedingung wird im Folgenden untersucht. Dazu wird der Einfluss eines gelenkig-gelenkig gelagerten Balkens sowie eines Balkens mit frei-freien Randbedingungen bestimmt. Das Bewegungsverhalten des Menschen wird mittels *SLIP*-Modell mit der Masse m und der Federsteifigkeit bzw. der äquivalenten Beinsteifigkeit k_{leg} beschrieben. Die vertikale bzw. die horizontale Position des *SLIP*-Modells sind gegeben durch die Absolutkoordinaten x(t) und z_F , wobei die entspannte Federlänge ℓ_0 ist.

Das gesamte gekoppelte Modell ist in Abb. 3.8 mit gelenkig-gelenkigen Randbedingungen dargestellt. Die Beinkraft F_{leg} des gekoppelten Modells entspricht der Reaktionskraft F_k der Feder auf den Balken und weist ein nichtlineares Verhalten auf, um den unilateralen Kontakt zu verwirklichen.



Abbildung 3.8: Gekoppeltes Gesamtmodell mit gelenkig-gelenkigen Randbedingungen

Die Modellgleichungen werden mit dem Prinzip von Hamilton hergeleitet [118]. Dieses lautet

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta(T - V) dt + \int_{t_0}^{t_1} \delta W dt = 0, \qquad (3.38)$$

mit der kinetischen bzw. potentiellen Energie T und V sowie der virtuellen Arbeit δW der potentiallosen Kräfte. Für das Modell aus Abb. 3.8 lauten die einzelnen Terme wie folgt:

• kinetische Energie

$$T = \frac{1}{2} \int_0^\ell \mu \dot{w}(z,t)^2 dz + \frac{1}{2} m \dot{x}(t)^2, \qquad (3.39)$$

• potentielle Energie

$$V = \frac{1}{2} \int_0^\ell \left[EIw(z,t)_{,zz}^2 + c_1 w(z,t)^2 \right] dz + \frac{k_{leg}}{2} \left[\ell_0 - x(t) - w(z_F,t) \right]^2 + mg \, x(t) \,, \quad (3.40)$$

• virtuelle Arbeit

$$\delta W = -\int_0^\ell d_1 \dot{w}(z,t) \delta w(z,t) \mathrm{d}z \,. \tag{3.41}$$

Nach Einsetzen der Terme aus Gleichung (3.39) bis (3.41) in Gleichung (3.38) und ausführen der Variation folgt

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[\int_0^\ell \mu \dot{w} \delta \dot{w} dz + m \dot{x} \delta \dot{x} - \int_0^\ell \left[EIw_{,zz} \delta w_{,zz} + c_1 w \delta w \right] dz \right] dt$$
$$- \int_{t_0}^{t_1} \left[k_{leg} \left(\ell_0 - x - w(z_F, t) \right) \left(-\delta x - \delta w(z_F, t) \right) + mg \delta x + \int_0^\ell d_1 \dot{w} \delta w dz \right] dt = 0.$$
(3.42)

Die Produktintegration bezüglich der Zeit t liefert für die ersten beiden Summanden

$$\int_{t_0}^{t_1} \mu \dot{w} \delta \dot{w} dt = \mu \dot{w} \underbrace{\delta w|_{t_0}^{t_1}}_{=0} - \int_{t_0}^{t_1} \mu \ddot{w} \delta w dt = -\int_{t_0}^{t_1} \mu \ddot{w} \delta w dt , \qquad (3.43)$$

und

$$\int_{t_0}^{t_1} m\dot{x}\delta\dot{x}dt = m\dot{x}\underbrace{\delta x}_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} m\ddot{x}\delta xdt = -\int_{t_0}^{t_1} m\ddot{x}\delta xdt, \qquad (3.44)$$

mit der Forderung, dass an den Zeitgrenzen t_0 und t_1 nicht variiert wird, siehe [118]. Dies führt auf das folgende Anfangs-Randwert-Problem in schwacher Formulierung:

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[-\int_0^\ell \mu \ddot{w} \delta w \, \mathrm{d}z - m \ddot{x} \delta x - \int_0^\ell (EIw_{,zz} \delta w_{,zz} + c_1 w \delta w) \, \mathrm{d}z - mg \delta x \right. \\ \left. + k_{leg} (\ell_0 - x - w(z_F, t)) (\delta x + \delta w(z_F, t)) - \int_0^\ell d_1 \dot{w} \delta w \, \mathrm{d}z \right] \, \mathrm{d}t = 0 \,.$$
(3.45)

Zur Separation der Orts- und Zeitfunktion wird der RITZ-Ansatz $w(z,t) \approx \mathbf{\Phi}^T(z) \mathbf{q}(t)$ eingesetzt [44]. Dabei sind $\mathbf{\Phi}(z) = [W_1(z), W_2(z), ..., W_n(z)]^T$ die globalen Ansatzfunktionen, die im weiteren Verlauf noch diskutiert werden, und $\mathbf{q}(t)$ die noch unbekannten Koeffizienten. Mit $\delta w = \mathbf{\Phi}^T \delta \mathbf{q}, \ \dot{w} = \mathbf{\Phi}^T \dot{\mathbf{q}}, \ \ddot{w} = \mathbf{\Phi}^T \ddot{\mathbf{q}}$ und $w_{zz} = \mathbf{\Phi}_{zz}^T \mathbf{q}$ folgt aus Gleichung (3.45):

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta \mathbf{q}^T \left[-\int_0^\ell \mu \mathbf{\Phi} \mathbf{\Phi}^T dz \ddot{\mathbf{q}} - \int_0^\ell EI \mathbf{\Phi}_{,zz} \mathbf{\Phi}_{,zz}^T dz \mathbf{q} - \int_0^\ell c_1 \mathbf{\Phi} \mathbf{\Phi}^T dz \mathbf{q} - \int_0^\ell d_1 \mathbf{\Phi} \mathbf{\Phi}^T dz \dot{\mathbf{q}} - k_{leg} \mathbf{\Phi}(z_F) (x - \ell_0 + \mathbf{\Phi}^T(z_F) \mathbf{q}) \right] dt + \int_{t_0}^{t_1} \left[-m\ddot{x} - k_{leg} \left(x - \ell_0 + \mathbf{\Phi}^T(z_F) \mathbf{q} \right) - mg \right] \delta x \, dt = 0.$$
(3.46)

Aus dem Fundamentallemma der Variationsrechnung folgt, dass $\delta \mathbf{q}^T \neq \mathbf{0}$ bzw. $\delta x \neq 0$ (siehe [118]) und somit müssen die beiden Integrale für sich verschwinden. Dies führt auf die gekoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen während der Bodenkontaktphase

$$\mu \mathbf{A}_n \, \ddot{\mathbf{q}} + d_1 \mathbf{A}_n \, \dot{\mathbf{q}} + [EI \, \mathbf{B}_n + c_1 \mathbf{A}_n] \, \mathbf{q} + k_{leg} \mathbf{\Phi}(z_F) \left[x - \ell_0 + \mathbf{\Phi}^T(z_F) \, \mathbf{q} \right] = 0 \,, \quad (3.47)$$

$$m\ddot{x} + k_{leg} \left| x - \ell_0 + \mathbf{\Phi}^T(z_F) \mathbf{q} \right| + m g = 0$$
 (3.48)

mit

$$\mathbf{A}_n = \int_0^l \mathbf{\Phi}(z) \mathbf{\Phi}^T(z) \, \mathrm{d}z$$

und

$$\mathbf{B}_n = \int_0^l \mathbf{\Phi}(z)_{,zz} \mathbf{\Phi}^T(z)_{,zz} \,\mathrm{d}z \,.$$

Der Übergang auf eine dimensionslose Schreibweise erfolgt mit der dimensionslosen Zeit

$$\tau = \Omega t \tag{3.49}$$

mit der Kreisfrequenz

$$\Omega^2 = \frac{EI}{\mu L^4} \tag{3.50}$$

und der dimensionslosen Balkenkoordinate

$$\xi = \frac{z}{L} \tag{3.51}$$

mit der frei wählbaren Bezugslänge L. Die dimensionslose Auslenkung des Balkens sowie die Ansatzfunktionen bzw. unbekannten Koeffizienten lauten

$$\hat{w}(\xi,\tau) = \frac{w\left[\xi(z),\tau(t)\right]}{L} \longrightarrow \qquad \hat{\Phi}(\xi) = \Phi(\xi(z)) \qquad \hat{\mathbf{q}}(\tau) = \frac{\mathbf{q}(\tau(t))}{L}.$$

Die dimensionslose vertikale Position des Menschen und die entspannte Federlänge ist durch

$$\hat{x}(\tau) = \frac{x(\tau(t))}{L}$$
 sowie $\hat{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{L}$

gegeben. Auch bei dieser Modellierungsvariante werden die dimensionslosen Größen durch () gekennzeichnet (Ausnahme: τ, ξ), und die Ableitung nach der dimensionslosen Zeit erfolgt mittels $\frac{d()}{d\tau} = ()'$.

Die gekoppelten dimensionslosen Bewegungsgleichungen während der Bodenkontaktphase lauten somit

$$\mathbf{\hat{A}}_{n}\,\mathbf{\hat{q}}'' + 2D\mathbf{\hat{A}}_{n}\,\mathbf{\hat{q}}' + \left[\mathbf{\hat{B}}_{n} + \kappa\mathbf{\hat{A}}_{n}\right]\,\mathbf{\hat{q}} + \gamma\mathbf{\hat{\Phi}}_{F}\left[\hat{x} - \hat{\ell}_{0} + \mathbf{\hat{\Phi}}_{F}^{T}\,\mathbf{\hat{q}}\right] = 0\,,\tag{3.52}$$

$$\nu \hat{x}^{''} + \gamma \left[\hat{x} - \hat{\ell}_0 + \mathbf{\hat{\Phi}}_F^T \mathbf{\hat{q}} \right] + \tilde{g} = 0$$
(3.53)

mit den dimensionslosen Parametern

$$\kappa = \frac{c_1 L^4}{EI} \qquad \gamma = \frac{k_{leg} L^3}{EI} \qquad \nu = \frac{m}{\mu L} \qquad 2D = \frac{d_1 L^2}{\sqrt{\mu EI}} \qquad \tilde{g} = \frac{mgL^2}{EI} \quad (3.54)$$

und den dimensionslosen Integraltermen

$$\hat{\mathbf{A}}_{n} = \int_{0}^{\ell/L} \hat{\mathbf{\Phi}}(\xi) \hat{\mathbf{\Phi}}^{T}(\xi) \,\mathrm{d}\xi \qquad \text{und} \qquad \hat{\mathbf{B}}_{n} = \int_{0}^{\ell/L} \hat{\mathbf{\Phi}}(\xi)_{,\xi\xi} \hat{\mathbf{\Phi}}^{T}(\xi)_{,\xi\xi} \,\mathrm{d}\xi. \tag{3.55}$$

Durch die Vorgabe von globalen Ansatzfunktionen $\hat{\Phi}(\xi)$ und Anfangsbedingungen können die beiden Differentialgleichungen (3.52) und (3.53) durch numerische Integration gelöst werden. In dieser Arbeit sollen die Eigenfunktionen des ungekoppelten, homogenen Problems als Ansatzfunktionen für das gekoppelte Problem verwendet werden. Die Güte dieser Näherung wird im Abschnitt 4.1.2 durch Vergleich von analytischer mit numerischer Lösung untersucht.

Eigenwertproblem Balkenschwingungen

Das zu Grunde liegende Eigenwertproblem der reinen Balkenschwingungen ohne Bettungssteifigkeit, äußere Dämpfung und ohne äußere Anregung lautet in dimensionsloser Schreibweise (siehe [118])

$$K[\hat{W}(\xi)] - \lambda M[\hat{W}(\xi)] = \mathbf{0}$$
(3.56)

mit dem Eigenwert $\lambda = \frac{\omega^2 L^4 \mu}{EI} = \frac{\omega^2}{\Omega^2}$, der Eigenkreisfrequenz ω des Systems, dem Massenoperator $M[\hat{W}(\xi)] = \hat{W}(\xi)$ sowie dem Steifigkeitsoperator $K[\hat{W}(\xi)] = \hat{W}_{\xi\xi\xi\xi}(\xi)$. Im Folgenden sollen die Ansatzfunktionen $\hat{W}_n(\xi)$ so gewählt werden, dass ein selbstadjungiertes Eigenwertproblem und ein orthonormiertes Funktionensystem vorliegt [118]. In diesem Falle gelten als verallgemeinerte Orthogonalitätsrelationen

$$(\hat{W}_i, M[\hat{W}_j]) = (\hat{W}_i, \hat{W}_j) = \int_0^{\ell/L} W_i(\xi) W_j(\xi) \,\mathrm{d}\xi = \delta_{ij} \frac{\ell}{L}$$
(3.57)

und

$$(\hat{W}_{i}, K[\hat{W}_{j}]) = \hat{W}_{j} \hat{W}_{i,\xi\xi\xi} |_{0}^{\ell/L} - \hat{W}_{j,\xi} \hat{W}_{i,\xi\xi} |_{0}^{\ell/L} + \int_{0}^{\ell/L} \hat{W}_{i,\xi\xi} \hat{W}_{j,\xi\xi} \mathrm{d}\xi$$
(3.58)

 mit

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls} \quad i = j, \\ 0 & \text{falls} \quad i \neq j. \end{cases}$$
(3.59)

Für die Notation des inneren Produkts wird die Definition $(X(\xi), Y(\xi)) = \int_a^b X(\xi) \cdot Y(\xi) d\xi$ verwendet [118]. Für den beidseitig gelenkig gelagerten Balken gilt am Rand Biegemomentenfreiheit (d.h. $\hat{W}_{\xi\xi}(0) = \hat{W}_{\xi\xi}(\ell/L) = 0$) und es darf keine Verschiebung in vertikaler Richtung auftreten (d.h. $\hat{W}(0) = \hat{W}(\ell/L) = 0$). Im Falle des frei-freien Balkens gilt, dass das Biegemoment und die Querkraft an seinen Rändern Null sind ($\hat{W}_{\xi\xi}(0) = \hat{W}_{\xi\xi}(\ell/L) = 0$ und $\hat{W}_{\xi\xi\xi}(0) = \hat{W}_{\xi\xi\xi}(\ell/L) = 0$). In beiden Fällen vereinfacht sich Gleichung (3.58) zu

$$(\hat{W}_i, K[\hat{W}_j]) = \int_0^{\ell/L} W(\xi)_{i,\xi\xi} W(\xi)_{j,\xi\xi} \mathrm{d}\xi = \lambda_i \delta_{ij} \frac{\ell}{L} \,. \tag{3.60}$$

Beidseitig gelenkig gelagerter Balken

Die normierten Eigenfunktionen des gelenkig gelagerten Balkens lauten [44]

$$\hat{W}_n(\xi) = \sqrt{2} \sin(n\pi\xi L/\ell)$$
 (3.61)

Mit dem zugehörigen Eigenwert $\lambda_n = (n\pi L/\ell)^4$ können mit den Orthogonalitätsrelationen (3.57) und (3.60) die Matrizen $\mathbf{\hat{A}}_n$ und $\mathbf{\hat{B}}_n$ vereinfacht als

$$\mathbf{\hat{A}}_n = \mathbf{I}\frac{\ell}{L} \tag{3.62}$$

sowie

$$\hat{\mathbf{B}}_{n} = \mathbf{I}\lambda_{n}\frac{\ell}{L} = \mathbf{I}\left(n\pi\right)^{4}\left(\frac{\ell}{L}\right)^{3},\qquad(3.63)$$

mit der Einheitsmatrix I angegeben werden.

Frei-freier Balken

Die normierten Eigenfunktionen des frei-freien Balkens

$$\hat{W}_n(x) = \cosh\left(\beta_n\xi\right) + \cos\left(\beta_n\xi\right) + \frac{\cosh\left(\beta_n\frac{\ell}{L}\right) - \cos\left(\beta_n\frac{\ell}{L}\right)}{-\sinh\left(\beta_n\frac{\ell}{L}\right) + \sin\left(\beta_n\frac{\ell}{L}\right)} \left(\sinh\left(\beta_n\xi\right) + \sin\left(\beta_n\xi\right)\right)$$

für $n \geq 3$ sind [118] entnommen. Zusätzlich zu den Schwingungsformen müssen auch die Starrkörperbewegungen hinzugefügt werden. Die erste Starrkörperbewegung $\hat{W}_1(\xi) = 1$ entspricht einer translatorischen Bewegung und die Bewegung $\hat{W}_2(\xi) = \xi \frac{L}{\ell} - \frac{1}{2}$ stellt eine Drehung um den Balkenmittelpunkt dar. Der Faktor β_n wird aus der charakteristischen Gleichung $\cos(\beta \frac{\ell}{L}) \cosh(\beta \frac{\ell}{L}) - 1 = 0$ bestimmt. Es gilt der Zusammenhang $\lambda = \beta^4$. Die Eigenwerte lauten dann $\lambda_3 = (4.73004L/\ell)^4$, $\lambda_4 = (7.85321L/\ell)^4$, $\lambda_5 = (10.99561L/\ell)^4$ sowie $\lambda_n \approx \left(\frac{(2n+1)\pi L}{2\ell}\right)^4$ für $n \geq 6$. Mit den Gleichungen (3.57) und (3.60) sowie durch Ausführen der Integration für n = 1, 2 ergibt sich

$$\hat{\mathbf{A}}_{n} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} \end{pmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \frac{\ell}{L} \quad \text{sowie} \quad \hat{\mathbf{B}}_{n} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \lambda_{n} \frac{\ell}{L} \,. \tag{3.64}$$

3.3 Parameterraum Bodenmodell

Die zur späteren Auswertung notwendigen Bodenparameter werden in Anlehnung an reale Problemstellungen bestimmt. In Abschnitt 3.3.1 werden die Bodenparameter für das kontinuierliche Balkenmodell abgeschätzt und verschiedene Parameterkonstellationen angegeben. In Abschnitt 3.3.2 wird der Parameterraum für verschiedene nachgiebige Böden auf das diskrete Massenpunktmodell übertragen.

3.3.1 Parameterraum kontinuierliches Balkenmodell

Mit dem Balkenmodell aus Kapitel 3.2 soll vor allem das Verhalten eines Sportbodens untersucht werden. Der Aufbau eines realen Sportbodens ist komplex, deswegen kann die Abschätzung der Modellparameter nur global erfolgen. Im Sportbodenbau werden für klassische Schwingböden Hölzer wie Birke, Buche oder Ahorn verwendet [87, 102, 110]. Für deren Rohdichte wird in dieser Arbeit ein Mittelwert von $\rho = 670 \, \text{kg/m}^3$ angenommen. Die einzelnen Elastizitätsmodule der verschiedenen Holzarten liegen in einem Bereich von $E_{Holz} \approx (1-14) \cdot 10^9 \,\mathrm{N/m^2}$. Das Ziel dieser Arbeit ist nicht, den Sportboden im Detail abzubilden. Es soll deswegen nur eine einfache Abschätzung des äquivalenten Elastizitätsmoduls gemacht werden. Betrachtet man einen klassischen flächenelastischen Sportboden, wie er bei Nigg et al. [87] schematisch dargestellt ist (Abb. 2.8), so besteht dieser aus mehreren Schichten von Holzlagen (Holzplatten oder Holzbretter). Es kann somit angenommen werden, dass der gesamte äquivalente Elastizitätsmodul aus einer Reihenschaltung aus mehreren Holzlagen bestimmt wird, bei der die Holzplatten quer zur Belastungsrichtung liegen. Somit ist die Annahme eines Elastizitätsmoduls für den Euler-Bernoulli-Balken im Bereich von $E \approx (0.1 - 14) \cdot 10^9 \,\mathrm{N/m^2}$ gerechtfertigt. Dabei wird für jede Holzlage der gleiche Flächenquerschnitt angenommen, dessen rechteckige Form Abmessungen im Zentimeterbereich besitzt. Die Länge des Balkens sowie die Bezugslänge werden für diese Modellvariante zu $\ell = 10.0 \,\mathrm{m}$ und $L = 1.0 \,\mathrm{m}$ gewählt. Tabelle 3.1 enthält verschiedene Parameterkonstellationen, die in der späteren Auswertung (Kapitel 4) zum Einsatz kommen.

Nr.	$\Omega\left[\mathrm{s}^{-1}\right]$	κ	ν	D	\tilde{g}
1	12.3	7996.7	85.3	19.7	5.5
2	10.6	49.4	38.7	0	3.4
3	10.6	246.9	38.7	10.4	3.4
4	10.6	4938.3	38.7	10.4	3.4
5	10.6	24691.4	38.7	10.4	3.4
6	33.5	493.8	38.7	3.3	0.3
7	10.6	1975.3	44.2	-	3.88

Tabelle 3.1: Physikalische Bodenparameter Balkenmodell

3.3.2 Parameterraum diskretes Bodenmodell

Aus Abschnitt 3.1.2 ist bekannt, dass zur Beschreibung der diskreten Bodenmodelle Anhaltswerte für die effektive Bodenmasse m_B und für die Steifigkeit c sowie die Dämpfung d notwendig sind. Nigg et al. [83] verwenden innerhalb einer Simulation zur Beschreibung eines flächenelastischen bzw. punktelastischen Bodens die effektive Bodenmasse $m_B = 10 \text{ kg}$ und $m_B = 0.2 \text{ kg}$. Weitere Richtwerte für eine effektive Sportbodenmasse können den

Angaben von Bodenherstellern (z.B. [102]) entnommen werden. Die mitwirkende träge Masse eines flächenelastischen Bodens befindet sich je nach Konstruktionsaufbau in einem Bereich von $m_B = 4 - 10$ kg. Sportböden, welche die Vorteile eines flächen- und punktelastischen Bodens vereinen wollen, besitzen eine effektive Bodenmasse $m_B \approx 3 - 5$ kg [102]. Somit deckt sich der Bereich der mitwirkenden trägen Masse eines realen Sportbodens mit den Simulationswerten aus [83]. In den Arbeiten [29, 31, 73, 74] wurden Messungen zum Hüpfen auf einem nachgiebigen Boden durchgeführt. Der Boden bestand aus einer Art Sprungbrett mit einer bestimmten Federsteifigkeit und Dämpfung. Die zugehörige effektive Bodenmasse lag im Bereich von $m_B \approx 2.0 - 4.3$ kg. Die Masse einer Kraftmessplatte ist abhängig von der Bauweise, deswegen wird in dieser Arbeit ein Mittelwert von $m_B \approx 20$ kg in Bezug auf den Hersteller [53] angenommen. In Abb. 3.9 ist der gesamte Bereich für eine effektive Bodenmasse, auch im Verhältnis zur Masse des Menschen (Kind bis Erwachsener) beziehungsweise zu der Masse eines unendlich harten Bodens dargestellt.



Abbildung 3.9: Übersicht über physikalische Werte für effektive Bodenmasse und Masse Mensch

Abbildung 3.10 stellt exemplarisch die Steifigkeits- und Dämpfungswerte für einige Bodenarten aus dem Sportbereich, aber auch aus dem natürlichen Umfeld dar. Die Steifigkeit einer Kraftmessplatte (KMP) wird in [31] mit $c_1 = 35000 \text{ kN/m}$ angegeben. Bei verschiedenen Untersuchungen auf einer Laufbahn (*running track*) liegen die Steifigkeiten im Bereich von $c_1 = 75 - 1000 \text{ kN/m}$ ([31, 51, 63]). In diesen Arbeiten wird die Dämpfung der Laufbahn vernachlässigt. Weiterhin wird in [51] die Aussage gemacht, dass Laufbahnen zur Steigerung der Leistung Steifigkeiten im Bereich von $c_1 = 50 - 100 \text{ kN/m}$ besitzen sollten. In den bereits erwähnten Arbeiten [29, 31, 73, 74], in denen Messungen auf Sprungböden stattfinden, werden Steifigkeiten im Bereich $c_1 = 11 - 100 \text{ kN/m}$ untersucht. Weiterhin wird z.B. in [74] für einen sehr weichen Boden ($c_1 \approx 30 \text{ kN/m}$) der Einfluss der Dämpfung im Bereich $d_1 = 0 - 5000 \text{ Ns/m}$ analysiert. Srinivasan et al. [106] schätzen die Steifigkeit eines Trampolins zu $c_1 = 5.0 \text{ kN/m}$ ab. Weichbodenmatten aus dem Turnbereich besitzen eine hohe Eindringtiefe und somit eine geringe Steifigkeit. Weiterhin kann angenommen werden, dass diese Art von Matte eine hohe Dämpfungseigenschaft hat, jedoch liegen keine Anhaltswerte für die Angabe vor.

In den nachfolgenden Untersuchungen ist der gesamte Parameterraum eines nachgiebigen Bodens von Interesse. Damit können allgemeine Aussagen zu Bodenarten aus dem Sportbereich und zu verschiedenen nachgiebigen Untergründen aus der Natur getroffen werden. Zusammenfassend ergibt sich somit ein allgemeiner Bereich gemäß

$$c_1 = 10 \text{ kN/m}$$
 bis $c_1 = 35000 \text{ kN/m}$,
 $d_1 = 0 \text{ Ns/m}$ bis $d_1 = 10000 \text{ Ns/m}$. (3.65)

Die Untersuchungen in den folgenden Kapiteln orientieren sich am Bereich aus Glg. (3.65). Die letztendlich verwendeten Parameterwerte und Bereiche werden erst in Kapitel 4 und Kapitel 5 genannt.



Abbildung 3.10: Übersicht über Steifigkeits- und Dämpfungswerte für verschiedene Bodenarten

3.4 Biomechanische Bewertungskriterien

Zur Quantifizierung des Verletzungsrisikos werden die Maximalwerte der Kraftgrößen herangezogen. Für das *SLIP*-Modell und das aktive Muskelmodell ist die maximale Beinkraft $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $\hat{F}_{leg,max}$ ein Kriterium. Bei dem nichtlinearen Kraftelement wird die Beschreibung des Beinverhaltens verfeinert und damit die maximale Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ als zusätzliches Kriterium für eine innere Kraftgröße bereitgestellt.

Eine weiterer Aspekt dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Trainingseffizienz bei den jeweiligen Bewegungsformen. Für alle Modellierungsvarianten stellt die Bodendissipation zunächst einen vereinfachten Anhaltswert für den Energieverbrauch im Menschen dar. Die dimensionslosen Gleichungen sind in Kapitel 4 getrennt nach kontinuierlichem und diskretem Bodenmodell definiert. Mittels Modellvariante für das aktive Muskelmodell ist es möglich, einen direkten Zusammenhang zwischen der verbrauchten Energie des Menschen und der Trainingseffizienz durch die Berechnung der Muskelarbeit C_{Muskel} (Glg. (4.34)) herzustellen.

Die Sprunghöhe bei der periodischen Bewegung Hüpfen ist ein Indikator für die eigentliche Leistung des Trainings bzw. stellt eine Art Fitnessfunktion dar.

Weitere Kriterien werden in Kapitel 4 und 5 gesondert für die unterschiedlichen Modellierungsvarianten und Bewegungsformen genannt.

4 Analyse Hüpfen

In diesem Kapitel erfolgt die Analyse zur periodischen Bewegungsform Hüpfen über die Kopplung eines Menschmodells mit einem nachgiebigen Boden. Die Herleitung der notwendigen Modellgleichungen für die verschiedenen abstrakten Menschmodelle und Bodenmodelle findet sich in Kapitel 3. Zur Umsetzung einer Hüpfbewegung in der Simulation wird zwischen Bodenkontakt- und Flugphase unterschieden. Die Periodendauer für eine Bewegungsabfolge wird mit T_p bezeichnet. Bei einer periodischen Bewegung wird angenommen, dass am Ende von T_p der gleiche Zustand wie zu Beginn der Hüpfbewegung vorherrscht. Mit dem gekoppelten System wird der Einfluss der Modellparameter, vor allem der Bodenparameter, auf die verschiedenen biomechanischen Bewertungskriterien untersucht. In Abschnitt 4.1 wird zunächst das SLIP-Modell, gekoppelt mit dem linearen kontinuierlichem Bodenmodell, analysiert. Dadurch werden erste Erkenntnisse zu einer passiven Modellierungsvariante für menschliches Hüpfen gewonnen. In Abschnitt 4.2 erfolgt die Erweiterung des menschlichen Modells durch das aktive Muskelmodell. Die Kopplung erfolgt mit dem diskreten Bodenmodell. Dabei werden bei den verschiedenen Untersuchungen neue Effekte besonders hervorgehoben, die für spezielle Parameterkonstellationen auftreten. Jeweils am Ende der beiden Abschnitte 4.1 und 4.2 werden zusammenfassend die wichtigsten Erkenntnisse zum Einfluss der Modellparameter auf das Verletzungsrisiko, die Trainingseffizienz und der eigentlichen Leistung des Trainings hervorgehoben.

4.1 Kopplung *SLIP*-Modell mit kontinuierlichem Bodenmodell

In diesem Abschnitt wird das *SLIP*-Modell mit einem kontinuierlichem Bodenmodell gekoppelt. Die Modellierung des Bodens als gebettetes Balkenmodell stellt eine Erweiterung zu bereits vorhandenen Studien in diesem Bereich dar. Auf der Basis der vereinfachten Modellvariante des Menschen werden erste Fragestellungen zur Bewegungsart Hüpfen beantwortet. Das gekoppelte Gesamtmodell (Abb. 3.8) wurde bereits in Abschnitt 3.2 hergeleitet. Zu Beginn des vorliegenden Abschnitts wird diese Herleitung um die Unterscheidung zwischen Bodenkontakt- und Flugphase erweitert und die notwendigen Größen zur Berechnung der Bewertungskriterien entwickelt. Eine Diskussion über den Einfluss der Randbedingungen bzw. Ansatzfunktionen auf das Simulationsergebnis erfolgt in Abschnitt 4.1.1. Im Anschluss daran wird das diskretisierte Problem mit einer analytisch hergeleiteten Lösung verglichen. In Abschnitt 4.1.3 wird der Einfluss des Menschen und unterschiedlicher Bodenparameter auf die Bewertungskriterien für diese Modellvariante untersucht.

Herleitung der beschreibenden Matrizen-Differentialgleichung

Die dimensionslosen Bewegungsgleichungen (3.52) und (3.53) in Matrixform lauten

$$\mathbf{M} \mathbf{p}'' + \mathbf{D} \mathbf{p}' + \mathbf{Q} \mathbf{p} = \mathbf{f}, \qquad (4.1)$$

mit den Lagekoordinaten

$$\mathbf{p}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{q}}(\tau)^T & \hat{x}(\tau) \end{bmatrix}^T$$
(4.2)

und der Zeitableitung $\frac{d()}{d\tau} = ()'$. Für eine Hüpfbewegung während der Bodenkontaktphase ist das System gekoppelt und es gilt

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{\hat{A}}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \nu \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2D\mathbf{\hat{A}}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.3}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{\hat{B}}_n + \kappa \mathbf{\hat{A}}_n + \gamma \mathbf{\hat{\Phi}}_F \mathbf{\hat{\Phi}}_F^T & \gamma \mathbf{\hat{\Phi}}_F \\ \gamma \mathbf{\hat{\Phi}}_F^T & \gamma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \gamma \mathbf{\hat{\Phi}}_F \hat{\ell}_0 \\ -\tilde{g} + \gamma \hat{\ell}_0 \end{pmatrix}.$$
(4.4)

Abhängig von den Randbedingungen müssen für die Matrizen $\mathbf{\hat{A}}_n$ und $\mathbf{\hat{B}}_n$ die Berechnungsvorschriften aus Glg. (3.62) und (3.63) oder aus Glg. (3.64) eingesetzt werden. Während der Flugphase ist das System entkoppelt und für die Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q} und die rechte Seite \mathbf{f} gilt

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{\hat{B}}_n + \kappa \mathbf{\hat{A}}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ -\tilde{g} \end{pmatrix}$$
(4.5)

mit **M** und **D** aus Glg. (4.3). Zur Lösung der Matrizen-Differentialgleichung (4.1) müssen Anfangsbedingungen vorliegen. Es wird angenommen, dass der Mensch mit der Ruhelänge des Beines $\hat{\ell}_0 = 1.0$ und einer bestimmten dimensionsbehafteten Geschwindigkeit v_0 auf dem Boden landet. Der Boden selbst befindet sich am Anfang in Ruhe, es gilt daher $\hat{w}(\xi, \tau_0) = \hat{\Phi}^T(\xi) \hat{\mathbf{q}}(\tau_0) = 0$ und $\hat{w}'(\xi, \tau_0) = \hat{\Phi}^T(\xi) \hat{\mathbf{q}}'(\tau_0) = 0$ mit der Bedingung $\hat{\Phi}^T(\xi) \neq 0$. Für das vorliegende Problem lauten die Anfangsbedingungen somit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0^T, \quad \mathbf{p}_0'^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{q}}_0^T & \hat{x}_0, \quad \mathbf{\hat{q}}_0'^T & \hat{x}_0' \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \quad \hat{\ell}_0, \quad \mathbf{0} \quad v_0 / (\Omega L) \end{bmatrix}^T.$$
(4.6)

Die Kopplung der beiden Systeme Mensch und Boden erfolgt über das nichtline
are Verhalten der Federkraft \hat{F}_k mit

 $\hat{F}_k > 0$ während Bodenkontaktphase,

 $\hat{F}_k = 0$ während Flugphase.

Die dimensionslose Beinkraft bzw. Federkraft

$$\hat{F}_k = F_k / (mg) \tag{4.7}$$

ist jeweils in positiver Koordinatenrichtung wie folgt definiert:

$$\hat{F}_k(\tau) = \frac{\gamma}{\tilde{g}} \left(\hat{\ell}_0 - \hat{x}(\tau) - \hat{w}(\xi_F, \tau) \right) .$$
(4.8)

Um innerhalb der Simulation die Unterscheidung zwischen den beiden Phasen zu realisieren, sind die folgenden Schaltbedingungen zu formulieren:

- Landung (kinematische Bedingung): $\hat{w}(\xi_F, \tau) + \hat{x}(\tau) = \hat{\ell}_0$,
- Absprung (dynamische oder kinematische Bedingung):

$$\hat{F}_k(\tau) = \frac{\gamma}{\tilde{g}} \left(\hat{\ell}_0 - \hat{x}(\tau) - \hat{w}(\xi_F, \tau) \right) = 0$$

oder $\hat{w}(\xi_F, \tau) + \hat{x}(\tau) = \hat{\ell}_0.$

Die Bodendissipation berechnet sich mit der Streckenlast des Bodens $f_B = -d_1 \dot{w}(z,t) - c_1 w(z,t)$ in der Form

$$|E_{diss}| = \left| \int_0^\ell \int_{t_0}^{T_p} f_B \, \dot{w}(z,t) \, \mathrm{d}t \, \mathrm{d}z \right| = \int_0^\ell \int_{t_0}^{T_P} [d_1 \dot{w}^2(z,t) + c_1 w(z,t) \dot{w}(z,t)] \mathrm{d}t \, \mathrm{d}z \,. \tag{4.9}$$

Die Arbeit $\int_0^\ell \int_{t_0}^{T_P} c_1 w(z,t) \dot{w}(z,t) dt dz$ entspricht der potentiellen Energie der gespannten Feder. Für die Zeitdauer einer Periode T_p ist diese Arbeit Null und fällt aus Glg. (4.9) heraus, siehe [59]. Somit lautet der Betrag der Bodendissipation in dimensionsloser Form

$$|\hat{E}_{diss}| = |E_{diss}| \frac{L}{EI} = 2D \int_0^{\ell/L} \int_0^{\Omega T_P} (\hat{w}')^2 \,\mathrm{d}\tau \,\mathrm{d}\xi \,.$$
(4.10)

4.1.1 Einfluss der Ansatzfunktionen und Randbedingungen

Im vorliegenden Abschnitt wird der Einfluss der Ansatzfunktionen und Randbedingungen untersucht. Die zur Auswertung verwendeten Bodenparameter werden jeweils aus Tabelle 3.1 gewählt und an entsprechender Stelle genannt. Die verwendeten Parameter für das *SLIP*-Modell betragen

$$\frac{\gamma}{\tilde{g}} = 29.125 \quad (m = 70 \,\mathrm{kg}, \quad k_{leg} = 20 \,\mathrm{kN/m})$$
(4.11)

sowie

$$|v_0| = 2.0 \,\mathrm{m/s} \tag{4.12}$$

für die dimensionsbehaftete Anfangsgeschwindigkeit.

Da die Lösung des Problems für eine große Anzahl N der Ansatzfunktionen gegen ihre strenge Lösung konvergiert, soll zunächst die notwendige aber auch die hinreichende Anzahl N bestimmt werden. Dazu wird der relative Fehler $|(\hat{w}_{\xi_F,n} - \hat{w}_{\xi_F,N=200})/\hat{w}_{\xi_F,N=200}|$ für

die maximale Durchbiegung an der Lastangriffsstelle ξ_F ausgewertet, siehe Abb. 4.1. Dabei wird angenommen, dass die Durchbiegung bei N = 200 Ansatzfunktionen ihren Sollwert genügend genau approximiert. Für den beidseitig gelenkig gelagerten sowie den frei-freien Balken bleiben bei N = 120 Ansatzfunktionen für die zwei Parameterkonstellationen die Abweichungen zu dem vorgegebenen Referenzwert unter 1%. Auch sind die sich ergebenden Rechenzeiten noch akzeptabel in Hinblick auf größere Parameterstudien. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird somit die Anzahl der Ansatzfunktionen auf <u>N = 120</u> festgelegt, wenn nicht auf eine andere Anzahl hingewiesen wird.



Abbildung 4.1: Einfluss der Anzahl N der Ansatzfunktionen auf maximale Durchbiegung $\hat{w}_{\xi_F,max}$ für Parameterkonstellationen Nr.3 und Nr.5 aus Tabelle 3.1

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Randbedingungsmodellierung auf die Lösung des Problems untersucht. Aus anschaulicher Überlegung wäre eine erste Modellierungsvariante, den Balken mit freien Rändern abzubilden. Der Sportboden ist zunächst auf dem gesamten Unterbau gebettet. Da die Ansatzfunktionen für einen beidseitig gelenkig gelagerten Balken aus rechentechnischer Sicht und für den analytischen Nachweis effizienter bzw. einfacher zu behandeln sind, soll deren Zulässigkeit in diesem Unterkapitel untersucht werden. Abb. 4.2 zeigt den Verlauf der Durchbiegung für zwei verschiedene Lastangriffsstellen jeweils für den beidseitig gelenkig gelagerten und den Balken mit frei-freien Randbedingungen. In den unteren beiden Bildern wird eine Lastangriffsstelle nahe dem Rand bei $\xi_F = 0.8$ gewählt. Im Vergleich zu einer Lastangriffsstelle in der Mitte ($\xi_F = 4.5$) ist zu erkennen, dass die Verformungsmulde noch nicht ihre Endkontur angenommen hat. Der Rand hat im Falle des unteren Bildes in Abb. 4.2 einen Einfluss auf den Verformungsverlauf. Dies bedeutet, dass bei weiteren Untersuchungen darauf geachtet werden muss, dass sich die Lastangriffsstelle in einem Bereich $\xi = 3...7$ befindet. Dann kann ein Einfluss auf Grund der Randbedingungen vernachlässigt werden.

Weiterhin wird der Einfluss der unterschiedlichen Ansatzfunktionen für die zwei Randbedingungsarten auf das Endergebnis untersucht. Dazu ist der globale Verlauf der maximalen Durchbiegung um die Lastangriffsstelle $\xi_F = 4.5$ in Abb. 4.3 dargestellt. Aus der Grafik ist ersichtlich, dass es hinsichtlich des globalen Verhaltens keine Unterschiede macht, den Balken mit beidseitig gelenkig gelagerten oder frei-freien Rändern zu modellieren.

Abschließend wird der Einfluss der Randbedingungen auf konkrete Ergebniswerte an der
Lastangriffsstelle analysiert. In Tabelle 4.1 ist die maximale Durchbiegung $\hat{w}_{\xi_F,max}$ an der Lastangriffsstelle ξ_F für verschiedene Parameterkonstellationen aus Tabelle 3.1 aufgelistet. Für die verschiedenen Parameterwerte gibt es bis zur sechsten Nachkommastelle keinen Unterschied.

Deswegen lässt sich zusammenfassend sagen, dass die Modellierung der Randbedingung als beidseitig gelenkig gelagert sowohl für den globalen Verlauf als auch für einzelne skalare Werte an einer vorgegebenen Stelle zulässig ist.



Abbildung 4.2: $\max(\hat{w}(\xi, \tau))$ über ξ für unterschiedliche Lastangriffsstellen ξ_F , Bodenparameter Nr.4 aus Tabelle 3.1



Abbildung 4.3: $\max(\hat{w}(\xi,\tau))$ über ξ , Bodenparameter Nr.3 aus Tabelle 3.1

4.1.2 Analytischer Nachweis

In diesem Abschnitt wird nachgewiesen, dass die Diskretisierung des gesamten gekoppelten Problems (Abb. 3.8) mit einem RITZ-Ansatz und Ansatzfunktionen der ungekoppelten Balkenschwingungen eine gute Näherung ist. Dazu werden die Eigenkreisfrequen-

	$\hat{w}_{\xi_F,max}\left[- ight]$		
Parameter Tab. 3.1	frei - frei	beidseitig gelenkig	
Nr. 1	0.010245	0.010245	
Nr. 3	0.015153	0.015153	
Nr. 5	0.002745	0.002745	
Nr. 6	0.005188	0.005188	

Tabelle 4.1: maximale Durchbiegung an Lastangriffsstelle $\hat{w}_{\xi_F,max}$, N = 120

zen der analytisch berechneten gekoppelten Balkenschwingungen mit denen aus der Ritz-Diskretisierung verglichen. Dabei wird die zuvor getroffene Erkenntnis benutzt, dass eine beidseitige gelenkige Lagerung ausreichend genau ist. Als vereinfachende Annahme wird die äußere Balkendämpfung zu Null gesetzt. Das zu untersuchende System ist in Abb. 4.4 dargestellt. Für die Modellierung des Bodenmodells gelten die gleichen Parameterbezeichnungen wie in Abb. 3.8 mit der Ausnahme, dass die Balkenschwingungen in zwei Bereiche aufgeteilt sind. Die Koordinate des Massenschwerpunktes m wird im Gegensatz zu Abb. 3.8 von der Masse ausgehend gemessen und mit u(t) bezeichnet. Die Federsteifigkeit des SLIP-Modells beträgt weiterhin k_{leg} . Die Gleichungen werden zunächst mit dimensionsbehafteten Größen hergeleitet und erst bei der charakteristischen Gleichung wie in Abschnitt 3.2 entdimensioniert.



Abbildung 4.4: Elastisch gebetteter Balken mit gekoppeltem *SLIP*-Modell, beidseitig gelenkig gelagert

Das gesamte gekoppelte System muss zunächst in die zwei Teilbereiche Balkenmodell und SLIP-Modell getrennt werden. Weiterhin wird das Balkenmodell in die zwei Bereiche links $(z_1 = 0 .. \ell_1)$ und rechts $(z_2 = 0 .. \ell_2)$ der Lastangriffsstelle z_F unterteilt. Die maßgebenden partiellen Differentialgleichungen sind

$$\mu \frac{\partial^2 w_1(z_1, t)}{\partial t^2} + c_1 w_1(z_1, t) + EI w_1(z_1, t)_{,zzzz} = 0 \quad \text{für} \quad z_1 = 0 \dots \ell_1 = z_F ,$$

$$\mu \frac{\partial^2 w_2(z_2, t)}{\partial t^2} + c_1 w_2(z_2, t) + EI w_2(z_2, t)_{,zzzz} = 0 \quad \text{für} \quad z_2 = 0 \dots \ell_2 .$$
(4.13)

Die Bewegung des Massenpunktes m wird aus der statischen Ruhelage mit u(t) gemessen. Die Bewegungsgleichung für das *SLIP*-Modell lautet dann

$$m\ddot{u}(t) + k_{leg}\left(u(t) - w(\ell_1, t)\right) = 0.$$
(4.14)

Für den beidseitig gelenkig gelagerten Balken lauten die Randbedingungen in ihrer allgemeinen Form

$$\begin{array}{ll}
w_1(0,t) = 0, & w_2(\ell_2,t) = 0\\
\frac{\partial^2 w_1(z_1,t)}{\partial z_1^2}\Big|_{z_1=0} = 0, & \frac{\partial^2 w_2(z_2,t)}{\partial z_2^2}\Big|_{z_2=\ell_2} = 0
\end{array} \tag{4.15}$$

Die Gleichungen in (4.13) sind mit Glg. (4.14) über die Federkraft $F_k = k_{leg}(u(t) - w_1(\ell_1, t))$ an der Übergangsstelle $z_F = \ell_1$ gekoppelt. An dieser Übergangsstelle müssen Durchbiegung und Steigung des Balkens gleich sein und das Biegemoment und die Querkräfte müssen im Gleichgewicht stehen. Mit Abb. 4.5 folgen die Übergangsbedingungen:

$$w_{1}(\ell_{1},t) = w_{2}(0,t)$$

$$\frac{\partial w_{1}(z_{1},t)}{\partial z_{1}}\Big|_{z_{1}=\ell_{1}} = \frac{\partial w_{2}(z_{2},t)}{\partial z_{2}}\Big|_{z_{2}=0}$$

$$\frac{\partial^{2} w_{1}(z_{1},t)}{\partial z_{1}^{2}}\Big|_{z_{1}=\ell_{1}} = \frac{\partial^{2} w_{2}(z_{2},t)}{\partial z_{2}^{2}}\Big|_{z_{2}=0}$$

$$-EI \frac{\partial^{3} w_{1}(z_{1},t)}{\partial z_{1}^{3}}\Big|_{z_{1}=\ell_{1}} - F_{k}(t) = -EI \frac{\partial^{3} w_{2}(z_{2},t)}{\partial z_{2}^{3}}\Big|_{z_{2}=0}.$$
(4.16)



Abbildung 4.5: Freischnitt des Balkens am Kraftangriffspunkt $z_F = \ell_1$

Zur Auswertung der Bewegungsgleichung für den Massenpunkt m wird der Ansatz $u(t) = u_0 e^{j\omega t}$ und der Separationsansatz $w_1(z,t) = W_1(z)e^{j\omega t}$ in Glg. (4.14) eingesetzt und das Orts- und Zeitproblem voneinander getrennt. Mit der Bedingung $e^{j\omega t} \neq 0$ folgt die Konstante

$$u_0 = \frac{W_1(\ell_1)}{1 - m\omega^2/k_{leg}}.$$

Durch Einsetzen der Lösung für u_0 ergibt sich die Kontaktkraft

$$F_k(t) = k_{leg} \left[u_0 - W_1(\ell_1) \right] e^{j\omega t} = \frac{m\omega^2 W_1(\ell_1)}{1 - \frac{m\omega^2}{k_{leg}}} e^{j\omega t}.$$
(4.17)

Einsetzen des neuen Ausdrucks (4.17) für die Kontaktkraft und des Separationsansatzes $w_i(z,t) = W_i(z)e^{j\omega t}$ (i=1,2) in die Bewegungsgleichungen für den Balken (4.13), in die Randbedingungen (4.15) und die Übergangsbedingungen (4.16) führt auf das zeitfreie Eigenwertproblem

$$W_{i,zzzz}(z) - \beta^4 W_i(z), \quad i=1,2$$
(4.18)

mit $\beta^4 = \lambda = (\mu \omega^2 - c_1)/EI$ und den acht zusätzlichen Bedingungen in zeitfreier Form

$$W_1(0) = 0,$$
 $W_2(\ell_2) = 0,$ $W_{1,zz}(0) = 0,$ $W_{2,zz}(\ell_2) = 0,$

$$-EIW_{1,zzz}(\ell_1) - \frac{m\omega}{1 - \frac{m\omega^2}{k_{leg}}} = -EIW_{2,zzz}(0).$$
(4.19)

Die allgemeine Lösung des Eigenwertproblems (4.18) (siehe [118]) lautet in komplexer Schreibweise

$$W_{i}(z_{i}) = \sum_{k=1}^{4} \overline{C}_{k,i} e^{\beta_{k} z_{i}}.$$
(4.20)

Eingesetzt in die zeitfreien Rand- und Übergangsbedingungen aus Glg. (4.19) führt dies auf ein lineares homogenes Gleichungssystem mit den acht unbekannten Konstanten $\overline{C}_{k,i}$ und der unbekannten Eigenkreisfrequenz ω . Bilden der Systemdeterminante führt auf die Eigenwertgleichung zur Bestimmung der Lösungen für ω_n .

Bevor die Lösung des Eigenwertproblems (Glg. (4.20)) an die Rand-und Übergangsbedingungen (Glg. (4.19)) angepasst werden kann, muss diese zunächst je nach Verhältnis von ω^2 zu (c_1/μ) umgeschrieben werden. Dazu werden die zwei folgenden Fälle unterschieden.

1. Fall:
$$\omega^2 > \frac{c_1}{\mu} \rightarrow \beta^4 > 0$$

Dies führt auf die vier Lösungen

$$\beta_{1,2} = \pm \alpha \qquad \beta_{3,4} = \pm j\alpha \tag{4.21}$$

mit der reellen Zahl $\alpha = \sqrt[4]{(\mu\omega^2 - c_1)/EI}$. Die Lösung des Eigenwertproblems wird damit auf die Form

$$W_i(z_i) = C_{1i}\cos(\alpha z_i) + C_{2i}\sin(\alpha z_i) + C_{3i}e^{-\alpha z_i} + C_{4i}e^{\alpha(z_i - \ell_i)}$$
(4.22)

gebracht, bei der die Realteile in den Exponentialfunktionen immer das gleiche Vorzeichen haben. Diese Umformung ist für die spätere rechentechnische Behandlung notwendig.

Mit den dimensionslosen Konstanten aus Glg.(3.50) und (3.54) folgt $\hat{\alpha} = \left[\sqrt[4]{(\omega^2/\Omega^2 - \kappa)}\right]/L$ und die entdimensionierte Eigenwertgleichung

$$\sin(\hat{\alpha}\ell) \left[\gamma \omega^2 (\mathrm{e}^{-2\hat{\alpha}\ell_1} + \mathrm{e}^{-2\hat{\alpha}\ell_2} - \mathrm{e}^{-2\hat{\alpha}\ell} - 1) + 4\hat{\alpha}^3 L^3 \left(\omega^2 - \Omega^2 \frac{\gamma}{\nu} \right) \left(1 - \mathrm{e}^{-2\hat{\alpha}\ell} \right) \right] + 2\gamma \omega^2 \sin(\hat{\alpha}\ell_2) \left(1 - \mathrm{e}^{-2\hat{\alpha}\ell} \right) = 0.$$
(4.23)

2. Fall: $\omega^2 < \frac{c_1}{\mu} \rightarrow \beta^4 < 0$

Dies führt auf die vier Lösungen

$$\beta_{1,2} = \alpha(1 \pm j) \qquad \beta_{3,4} = \alpha(-1 \pm j)$$
(4.24)

mit der reellen Zahl $\alpha = \left(\sqrt[4]{(c_1 - \mu\omega^2)/EI}\right)/\sqrt{2}$. Die Lösung des Eigenwertproblems wird auf die korrespondierende Form

$$W_i(z_i) = C_{1i}e^{\alpha(1+j)(z_i-\ell_i)} + C_{2i}e^{\alpha(1-j)(z_i-\ell_i)} + C_{3i}e^{\alpha(-1+j)z_i} + C_{4i}e^{\alpha(-1-j)z_i}$$
(4.25)

gebracht. In diesem Fall lautet die Eigenwertgleichung mit den dimensionslosen Konstanten aus Glg.(3.50) und (3.54)

$$2\gamma\omega^{2} \left[-e^{-2\hat{\alpha}\ell_{1}} \left(\sin(2\hat{\alpha}\ell_{1}) + \cos(2\hat{\alpha}\ell_{1}) \right) + e^{-2\hat{\alpha}(\ell_{1}+2\ell_{2})} \left(-\sin(2\hat{\alpha}\ell_{1}) + \cos(2\hat{\alpha}\ell_{1}) \right) - e^{-2\hat{\alpha}\ell_{2}} \left(\sin(2\hat{\alpha}\ell_{2}) + \cos(2\hat{\alpha}\ell_{2}) \right) + e^{-2\hat{\alpha}(2\ell_{1}+\ell_{2})} \left(-\sin(2\hat{\alpha}\ell_{2}) + \cos(2\hat{\alpha}\ell_{2}) \right) + 1 - 2e^{-4\hat{\alpha}\ell} + 2\sin(2\hat{\alpha}\ell)e^{-2\hat{\alpha}\ell} \right] + 16\hat{\alpha}^{3}L^{3} \left[1 + e^{-4\hat{\alpha}\ell} - 2\cos(2\hat{\alpha}\ell)e^{-2\hat{\alpha}\ell} \right] \left(\omega^{2} - \Omega^{2}\frac{\gamma}{\nu} \right) = 0$$

$$(4.26)$$

mit $\hat{\alpha} = \left[\sqrt[4]{(\kappa - \omega^2/\Omega^2)}\right] / \left(\sqrt{2}L\right).$ Die Lösungen der beiden nichtling

Die Lösungen der beiden nichtlinearen charakteristischen Gleichungen (4.23) und (4.26) können mittels einem numerischen Nullstellensuchverfahren bestimmt werden. An dieser Stelle sei bemerkt, dass Nulleigenwerte $\beta^4 = 0$ bei einem beidseitig gelenkig gelagerten Balken nicht möglich sind, da keine Starrkörpermoden auftreten.

Für verschwindende Bettungssteifigkeit $\kappa = 0$ und ohne angekoppelte Masse ($\gamma = 0$) muss die charakteristische Gleichung (4.23) für den Fall 1 der charakteristischen Gleichung für die reinen Balkenschwingungen entsprechen. Unter diesen Bedingungen vereinfacht sich Glg. (4.23) zu

$$4\hat{\alpha}^3 L^3 \omega^2 \left(1 - e^{-2\hat{\alpha}\ell}\right) \sin(\hat{\alpha}\ell) = 0.$$
(4.27)

Unter der Bedingung, dass $\omega \neq 0$ und somit auch $\hat{\alpha} \neq 0$ ist, vereinfacht sich diese Glg. zu $\sin(\hat{\alpha}\ell) = 0$. Die entsprechenden Eigenkreisfrequenzen $\omega_n = (n\pi L/\ell)^2 \Omega$ stimmen erwartungsgemäß mit denen eines beidseitig gelenkig gelagerten Balkens überein (siehe [44]).

4.1.2.1 Vergleich analytische Berechnung vs. Ritz-Diskretisierung

In diesem Abschnitt sollen die Eigenkreisfrequenzen aus den analytisch ermittelten charakteristischen Gleichungen (4.23) bzw. (4.26) mit den Eigenkreisfrequenzen des Ritzdiskretisierten Matrizensystems (4.1) verglichen werden. Das zugehörige Eigenwertproblem für Glg. (4.1) lautet mit $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ und verschwindender Dämpfung: $\mathbf{M} \mathbf{p}'' + \mathbf{Q} \mathbf{p} = \mathbf{0}$. Der Ansatz $\mathbf{p} = \mathbf{\hat{p}} e^{\mathbf{j}\omega\tau}$ führt auf die Lösungsvorschrift

$$\det\left(-\omega^2\mathbf{M}+\mathbf{Q}\right) = \mathbf{0} \tag{4.28}$$

für nichttriviale Lösungen für $\hat{\mathbf{p}}$. Abhängig von der Anzahl N der Ansatzfunktionen erhält man aus der Glg. (4.28) einen Satz an Eigenkreisfrequenzen ω_n .

In Tabelle 4.2 ist der Vergleich für den Parametersatz 2 (Tabelle 4.1) für N = 20und N = 120 Ansatzfunktionen aufgelistet. Die Parameter für das *SLIP*-Modell wurden entsprechend Glg. (4.11) und (4.12) aus Abschnitt 4.1.1 gewählt. Es fällt zunächst auf, dass auch hier die Güte der Näherung von der Anzahl N abhängig ist. Für 120 Ansatzfunktionen stimmen die Eigenkreisfrequenzen des Ritz-diskretisierten Problems sehr gut mit denen aus der analytischen Herleitung überein. Dies bedeutet, dass für die weiteren Betrachtungen die Modellierung mit dem Ritz-Ansatz (Glg. (4.1)) ausreichend ist.

	Bodenparameter Nr. 2 laut Tabelle 4.1					
	SLIP-Modell: $\frac{\gamma}{\tilde{g}} = 29.125$, $ v_0 = 2.0 \text{ m/s}$					
$\omega_n [\mathrm{s}^{-1}]$	Analytisch	Ritz (N= 20)	Ritz (N= 120)			
ω_1	9.9260	9.9971	9.9263			
ω_2	74.4550	74.4550	74.4550			
ω_3	74.6756	74.6757	74.6756			
ω_4	75.9018	75.9024	75.9018			
ω_5	77.8658	77.8691	77.8658			
ω_6	81.5264	81.5358	81.5265			
ω_7	88.8755	88.8971	88.8756			
ω_8	94.1285	94.1926	94.1288			
ω_9	111.5763	111.6828	111.5769			
ω_{10}	114.2380	114.4361	114.2388			

Tabelle 4.2: Vergleich der Eigenkreisfrequenzen ω_n : numerische Lösung der Ritz-Diskretisierung vs. analytische Berechnung

Abschließend werden die Ergebnisse aus Tabelle 4.2 diskutiert. Die Eigenkreisfrequenz des ungekoppelten SLIP-Modells beträgt $\omega_{SLIP} = \sqrt{k_{leg}/m} = 16.9031 \,\mathrm{s}^{-1}$ und liegt damit zwischen ω_1 und ω_2 des gekoppelten Systems. Dieses Ergebnis ist plausibel, denn die Masse des Gesamtsystems (Bodenmodell und Mensch) ist größer als die des einzelnen SLIP-Modells, was zu einer kleineren Eigenkreisfrequenz ω_1 führen muss. Die angekoppelte Menschmasse m hat ab ω_2 einen geringeren Einfluss. Dies ist mit dem sehr unterschiedlichen Massenund Steifigkeitsverhältnis zwischen Boden und Mensch zu begründen. In Abb. 4.6 und 4.7 sind die Eigenfunktionen des gekoppelten Gesamtsystems aus Glg. (4.22) und (4.25) für die ersten sechs Eigenkreisfrequenzen aufgetragen. Zum Vergleich sind auch die Ansatzfunktionen der reinen Balkenschwingungen eingezeichnet. Vor allem die erste Eigenfunktionen (zu ω_1 gehörend) ist maßgebend für die Verformungsmulde des Balkens bei einem angekoppelten SLIP-Modell. Für höhere Eigenkreisfrequenzen nähern sich die Eigenfunktionen des gekoppelten Systems an, siehe $W_2(z)$ bis $W_6(z)$ (Abb. 4.6 und 4.7).



Abbildung 4.6: Analytische Berechnung: Eigenfunktionen des gesamten gekoppelten Systems ohne Dämpfung vs. Eigenfunktionen der reinen Balkenschwingungen, o=Lastangriffsstelle z_F , Parameter wie Tabelle 4.2

Abbildung 4.7: Analytische Berechnung: Eigenfunktionen des gesamten gekoppelten Systems ohne Dämpfung vs. Eigenfunktionen der reinen Balkenschwingungen, o=Lastangriffsstelle z_F , Parameter wie Tabelle 4.2

Weiterhin geht aus Tabelle 4.2 hervor, dass z.B. die Eigenkreisfrequenzen ω_2 bis ω_4 nah beieinander liegen. Dieser Sachverhalt wird durch die hohe Bettungssteifigkeit c_1 beziehungsweise den dimensionslosen Parameter κ verursacht. Für kleinere Werte κ vergrößern sich die Abstände zwischen den Eigenkreisfrequenzen. In Tabelle 4.3 sind die Eigenkreisfrequenzen im Vergleich zur Tabelle 4.2 unter Vernachlässigung der Bettungssteifigkeit aufgelistet.

Bodenparameter Nr. 2 laut Tabelle 4.1 mit $\kappa=0$						
SLIP-Modell: $\frac{\gamma}{\tilde{g}} = 29.125$, $ v_0 = 2.0 \mathrm{m/s}$						
$\omega_1 [\mathrm{s}^{-1}]$	$\omega_2 [\mathrm{s}^{-1}]$	$\omega_3 [\mathrm{s}^{-1}]$	$\omega_4 [\mathrm{s}^{-1}]$	$\omega_5 [\mathrm{s}^{-1}]$	$\omega_6 [\mathrm{s}^{-1}]$	
0.355	3.98	7.14	15.34	23.26	33.56	

Tabelle 4.3: Analytische Berechnung: Eigenkreisfrequenzen ω_n unter Vernachlässigung der Bettungssteifigkeit ($\kappa = 0$)

4.1.3 Einfluss der Modellparameter auf die Bewertungskriterien

In diesem Abschnitt wird der Einfluss verschiedener Parameter auf die Bewertungskriterien beim Hüpfen untersucht. Mit der Modellierungsvariante aus Abb. 3.8 kann als Indikator für das Verletzungsrisiko nur die maximale Beinkraft $\hat{F}_{k,max}$ herangezogen werden. Auf Grund der Abwesenheit eines aktiven Muskelmodells stellt die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ ein Kriterium für die Trainingseffizienz dar. Weiterhin wird die maximale Flughöhe \hat{h}_{Flug} nach dem ersten Bodenkontakt analysiert, um die eigentliche Leistung des Trainings zu quantifizieren. Zusätzlich sind die kinematischen Größen maximale Beinauslenkung und maximale Bodendurchbiegung von Interesse, um einen Einblick in das Bewegungsverhalten zu bekommen.

Bei der periodischen Bewegungsform Hüpfen befindet sich der Mensch nach einer Schwingungsperiode T_p , daher nach einer Bodenkontakt- und Flugphase, im gleichen Zustand wie zu Beginn. Um in diesem Zustand zu bleiben, ersetzt der Mensch die im Boden dissipierte Energie aktiv durch seine Muskelaktivierung. In der vorliegenden Modellierung des Menschen gibt es nur passive Elemente, weswegen es über einen längeren Zeitraum $(t > T_p)$ zu einem abklingenden Schwingungsverlauf kommen würde. Deswegen wird bei dieser Modellierungsvariante angenommen, dass es zu einem instantanen Ausgleich des auftretenden Energieverlustes bei T_p kommt und somit eine stationäre Bewegung erzwungen wird. Dies bedeutet, dass mit dem vorliegenden Modell nur die erste Schwingungsperiode T_P betrachtet wird. Damit können die oben genannten Bewertungskriterien für die periodische Bewegungsform Hüpfen zunächst abgeschätzt werden.

Als Nachweis, dass dieser Ansatz näherungsweise zulässig ist, werden die Simulationsergebnisse mit Referenzwerten aus dem Artikel [74] verglichen. In diesem Artikel werden Experimente zum Hüpfen auf einem nachgiebigen, gedämpften Sprungboden durchgeführt. Für verschiedene Dämpfungswerte werden u.a. die maximale Bodendurchbiegung, die maximale Bodenreaktionskraft und die Bodendissipation gemessen bzw. berechnet. Die Messwerte aus [74] können mit der Modellierung dieser Arbeit nur qualitativ verglichen werden, da es sich bei dem Experiment um einen Sprungboden handelt, bei dem es zu einer Durchbiegung von 3 - 6 cm kommt. Abbildung 4.8 stellt den Verlauf der Bodendissipation für steigende Dämpfungswerte aus der eigenen Simulation dar. Diese Werte entsprechen global dem Verhalten aus dem Experiment bei Moritz und Farley [74]. Auch das Verhalten der Bodendurchbiegung liefert im Vergleich plausible Ergebnisse. Somit ist sichergestellt, dass der eigene Ansatz eine gute Abschätzung für die zu Beginn genannten Bewertungskriterien darstellt.

Abbildung 4.8: Simulationsergebnisse Bodendissipation vs. Dämpfung, Bodenparameter Nr. 7 (Tabelle 3.1) mit $\gamma/\tilde{g} = 50.2$ und $|v_0| = 0.61$ m/s

In der folgenden Analyse wird der Parameterraum für Ω im Bereich $\Omega = (10 - 25) \,\mathrm{s}^{-1}$ ausgewertet. Die Bodensteifigkeit c_1 und somit κ orientiert sich an dem Bereich aus Abschnitt 3.3. Je nach Fragestellung wurde dieser Bereich angepasst. Der Bereich der Bodendämpfung D wurde so gewählt, dass für einen mittelsteifen Boden ein Sättigungspunkt in der Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$, wie in Abb. 4.8 auftritt. Dieser Bereich wird für alle nachfolgenden Auswertungen über der Dämpfung beibehalten.

Im weiteren Verlauf wird zunächst der Einfluss der Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$ des Menschen untersucht. Danach wird der Einfluss der Steifigkeits- und Dämpfungsparameter auf die oben genannten Bewertungskriterien analysiert. Zum Abschluss wird noch kurz auf den Einfluss des Massenverhältnisses ν eingegangen.

4.1.3.1 Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$

Zuerst wird der Einfluss der Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$ auf die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ für zwei verschiedene Bodenarten ($\Omega = 10 \, \mathrm{s}^{-1}$ und $\Omega = 20 \, \mathrm{s}^{-1}$) unter Vernachlässigung der Dämpfung D betrachtet. Es wird dabei zwischen einer weichen ($\gamma \downarrow$) und harten ($\gamma \uparrow$) Hüpfbewegung unterschieden. Im ersten Fall bedeutet dies, dass der Mensch auf die Landung am Anfang der Bodenkontaktphase vorbereitet ist und von sich aus weiter in die Knie gehen will. Im Gegensatz dazu steht eine harte Hüpfbewegung. In diesem Fall wird angenommen, dass der Mensch auf die Landung weniger vorbereitet und sein Bewegungsapparat relativ steif ist.

Die Abbildungen 4.9 und 4.10 stellen die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ bezogen auf die Reaktionskraft mit dem gleichen Bewegungsverhalten auf einem unendlich harten Boden $\hat{F}_{k\infty,max}$ dar. Im Allgemeinen gilt, dass das Verhältnis $\hat{F}_{k,max}/\hat{F}_{k\infty,max}$ mit steigender Geschwindigkeit $|v_0|$ abnimmt. Es sei angemerkt, dass der Absolutwert von $\hat{F}_{k,max}$ für steigende $|v_0|$ zunimmt. Der minimale Einfluss von $|v_0|$ auf $\hat{F}_{k,max}/\hat{F}_{k\infty,max}$ im Bereich kleiner Auftreffgeschwindigkeiten kommt durch die geringere Beschleunigung des Bodens durch den Menschen zu Stande. Die Gesamtfedersteifigkeit des Bodens kann in diesem Fall nicht komplett ausgenutzt werden. Bei steigender Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$ wird der Boden mehr beschleunigt und übernimmt einen größeren Teil des Kraftabbaus.

Für beide Bodenkonstellationen ist bei einer weichen Hüpfbewegung ($\gamma \downarrow$) in Abb. 4.9a und 4.10a der Einfluss des nachgiebigen Bodens geringer als bei einer härteren Hüpfbewegung (Abb. 4.9b und 4.10b). In Abb. 4.9a wird bei der weichen Hüpfbewegung der Maximalwert auf einem nachgiebigen Boden auf das 0.94-fache des Wertes auf einem harten Boden reduziert. Bei der harten Hüpfbewegung ist durch die gleiche Bodenparameterkonstellation jedoch eine Verminderung der Kraft $\hat{F}_{k,max}$ auf das 0.84-fache von $\hat{F}_{k\infty,max}$ möglich. Somit wird für den gleichen nachgiebigen Boden ein größerer Kraftabbau bei $\gamma \uparrow$ bewirkt. Auf Grund einer geringeren Steifigkeit γ (Beinsteifigkeit zu Biegesteifigkeit Balken) kann der Mensch den Kraftabbau durch das eigene Körperverhalten beeinflussen und ist weniger auf eine Bodendurchbiegung angewiesen, so dass der Einfluss des nachgiebigen Bodens sinkt. Die Simulationsergebnisse zeigen einen bis zu zweifach höheren Wert für die Beinauslenkung $\hat{\ell}_0 - \hat{x}(\tau)$ bei einer weichen Bewegung gegenüber einer harten Hüpfbewegung. Weiterhin ist festzustellen, dass die Bodenkonstellation in Abb. 4.9 eine weichere Gesamt-

Abbildung 4.9: $\hat{F}_{k,max}/\hat{F}_{k\infty,max}$ vs. Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$, $\underline{\Omega = 10 \, \mathrm{s}^{-1}}, \ \kappa = 1500, \ \nu = 38.7, \ \tilde{g} = 3.79, \ D \approx 0$

Abbildung 4.10: $\hat{F}_{k,max}/\hat{F}_{k\infty,max}$ vs. Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$, $\underline{\Omega = 20 \, \mathrm{s}^{-1}}, \ \kappa = 1500, \ \nu = 65.3, \ \tilde{g} = 1.6, \ D \approx 0$

federsteifigkeit besitzt, denn es kommt zu einem geringeren Kraftverhältnis $\hat{F}_{k,max}/\hat{F}_{k\infty,max}$ als auf dem Boden in Abb. 4.10.

4.1.3.2 Steifigkeits- und Dämpfungsparameter

In den Abbildungen 4.11 - 4.14 ist die maximale Reaktionskraft im Bein $\hat{F}_{k,max}$ und die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ über steigende Dämpfungswerte $\log_{10} D$ aufgetragen. Es wurden vier verschiedene Parameterkonstellationen gewählt, ausgehend von einem eher biegeweicheren Boden mit $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}$ bis hin zu einem biegesteiferen Boden ($\Omega = 25 \,\mathrm{s}^{-1}$). Die Werte für Ω und somit auch für EI und μ bleiben für jeweils eine Bodenparameterkonstellation (z.B. in Abb. 4.11) konstant. Innerhalb eines Graphen wurde der Einfluss der relativen Steifigkeiten κ und γ untersucht. Die Größe κ gibt das Verhältnis zwischen Bettungssteifigkeit und Biegesteifigkeit des Balkens an. Mit γ kann das Verhältnis der Beinsteifigkeit k_{leg} zur Biegesteifigkeit untersucht werden und ist ein Indikator für eine weiche oder harte Hüpfbewegung (siehe Abschnitt 4.1.3.1). Die Wahl der Gesamtmasse des Menschen m und

Abbildung 4.11: $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D: Einfluss von relativer Steifigkeit κ bzw. γ $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}, \nu = 38.7, \, \tilde{g} = 3.79 \,\mathrm{und} \, |v_0| = 0.61 \,\mathrm{m/s}$

Abbildung 4.12: $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D: Einfluss von relativer Steifigkeit κ bzw. γ $\underline{\Omega = 15 \, \mathrm{s}^{-1}}, \nu = 65.3, \, \tilde{g} = 2.84 \text{ und } |v_0| = 0.61 \, \mathrm{m/s}$

der Auftreffgeschwindigkeit $|v_0|$ bleibt für jeden Graphen unverändert. Weiterhin sind in Abb. 4.11 die Werte für $\hat{F}_{k,max}$ und $|\hat{E}_{diss}|$ aufgetragen, bei denen sich eine dimensionsbehaftete Flughöhe h_{Flug} von ca. 1 cm einstellt. Diese Werte sind mittels der roten Linie gekennzeichnet.

Es soll zunächst das Verhalten für eine Parameterkonstellation Ω diskutiert werden, siehe Abb. 4.11. Die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ hat das bereits bekannte Verhalten. Für steigende

Abbildung 4.13: $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D: Einfluss von relativer Steifigkeit κ bzw. γ $\underline{\Omega = 20 \, \text{s}^{-1}}, \nu = 65.3, \, \tilde{g} = 1.60 \text{ und } |v_0| = 0.61 \, \text{m/s}$

Abbildung 4.14: $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D: Einfluss von relativer Steifigkeit κ bzw. γ $\underline{\Omega = 25 \, \mathrm{s}^{-1}}, \nu = 41.8, \, \tilde{g} = 0.66 \, \mathrm{und} \, |v_0| = 0.61 \, \mathrm{m/s}$

Dämpfungswerte D nimmt zunächst die Bodendissipation zu, siehe Abb. 4.11a. Erst für sehr hohe D fällt $|\hat{E}_{diss}|$ wieder ab. Für hohe Steifigkeiten κ steigt die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ monoton an und es bildet sich kein Maximum. Weiterhin ist die Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ in diesem Fall nahezu unabhängig von der dimensionslosen Dämpfung D. Für sinkende κ - Werte kommt es beim Verlauf $\hat{F}_{k,max}$ vs. D zu einem Minimum. Im Bereich der Dämpfung $D \approx 50 - 1000$ sinkt die Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ bevor sie wieder ansteigt. Dieser Bereich ist für kleine κ - Werte stärker ausgeprägt. Bei einem steiferen Boden ($\kappa \uparrow$) verkleinert sich dieser Bereich und verschiebt sich zu höheren Dämpfungswerten. Es ist somit prinzipiell möglich einen optimalen Bereich für die Steifigkeit κ und die Dämpfung D zu definieren, bei dem die Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ auf den Menschen geringer ist als auf einem harten Boden. Jedoch ist zu erkennen, dass innerhalb dieses optimalen Bereichs die Bodendissipation und demzufolge die Trainingseffizienz sehr unterschiedliche Werte annehmen kann. Für eine konstante Bodensteifigkeit κ liegt das Minimum von $\hat{F}_{k,max}$ vs. D in der Nähe des Maximums von $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D. Der Einfluss von γ auf den optimalen Bereich ist aus Abb. 4.11b ablesbar. Geht die Hüpfbewegung zu einem harten Verhalten über ($\gamma \uparrow$), dann ist der optimale Bereich stärker ausgeprägt. Weiterhin ist zu erkennen, dass die maximale Reaktionskraft und die Bodendissipation mit steigendem γ zunehmen. Dieses Ergebnis ist plausibel, schließlich ist γ direkt proportional zu $\hat{F}_{k,max}$. Für eine sehr weiche Hüpfbewegung $\gamma = 33.2$ hat die dimensionslose Dämpfung D kaum einen Einfluss auf die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$.

Das erläuterte Verhalten für $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}$ ist für jede Parameterkonstellation Ω qualitativ gleich. Im Folgenden sollen die Unterschiede zwischen den verschiedenen Konstellationen $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\Omega = 15 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\Omega = 20 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\Omega = 25 \,\mathrm{s}^{-1}$ diskutiert werden.

Unabhängig von der Dämpfung D und für eine konstante Bodensteifigkeit $\kappa = 1500$ steigt der Wert der maximalen Reaktionskraft für ansteigende Ω -Werte an. Die Bodendissipation nimmt in diesem Fall ab. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Gesamtsteifigkeit des Systems mit steigendem Ω zunimmt.

Der Einfluss der relativen Steifigkeit κ ist in den Abbildungen 4.11a, 4.12a, 4.13a und 4.14a dargestellt. Der Parameterbereich für κ wurde ausgehend vom kleinstmöglichen κ_0 , bei dem der Mensch gerade noch vom Boden abheben kann, bis hin zu einem maximalen κ , bei dem gerade noch Unterschiede zu einem starren Boden auftreten können, gewählt. Wie bereits erwähnt, hat die dimensionslose Dämpfung nahezu keinen Einfluss auf die Reaktionskraft bei dem größten Wert für κ . Für alle Parameterkonstellationen Ω ergibt sich eine obere Schranke von $\hat{F}_{k,max} \approx 2.78$, weil für diese Auswertung das Verhältnis $\gamma/\tilde{g} = 58.25$ konstant gewählt wurde. Weiterhin weisen alle Kurven bei dem kleinstmöglichen κ_0 einen Minimalwert im Bereich $\hat{F}_{k,max} \approx 2.4$ auf. Der bereits diskutierte optimale Bereich für minimales $\hat{F}_{k,max}$ und hohe Trainingseffizienz verschiebt sich zu kleineren Dämpfungswerten für einen biegesteiferen Boden $(\Omega \uparrow)$.

Der Einfluss der relativen Steifigkeit γ ist in den Abbildungen 4.11b, 4.12b, 4.13b und 4.14b für ein konstantes $\kappa = 1500$ dargestellt. Der Parameterraum für die relative Steifigkeit γ wurde in Anlehnung an den biologisch möglichen Bereich für die Beinsteifigkeit k_{leg} gewählt (siehe [10]). Wegen $\gamma = k_{leg}/(\Omega^2 \mu L)$ muss für steigende Ω - Werte der zur Verfügung stehende Bereich für γ abnehmen. Wie bereits erläutert, sinkt damit der Einfluss der Dämpfung auf die maximale Reaktionskraft und die Bodendissipation. Auch die quantitativen Unterschiede sind diesem Sachverhalt geschuldet.

In Abb. 4.15 sind die maximale Beinauslenkung $\max(\hat{\ell}_0 - \hat{x})$, die maximale Bodendurchbiegung an der Lastangriffsstelle $\hat{w}_{\xi_F,max}$ und die maximale Flughöhe $\hat{h}_{Flug} = \max(\hat{x} - \hat{\ell}_0)$ für den Bodenparameter $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}$ dargestellt. In Abb. 4.15a bzw. 4.15b wird der Einfluss der relativen Steifigkeit κ bzw. γ untersucht. In [74] kommt es mit steigender Dämpfung D zu einer monoton ansteigenden maximalen Beinauslenkung. Die Ergebnisse aus Abb.

Abbildung 4.15: Kinematische Größen vs. D: Einfluss von relativer Steifigkeit κ bzw. γ $\underline{\Omega = 10 \, \text{s}^{-1}}, \nu = 38.7, \, \tilde{g} = 3.79 \text{ und } |v_0| = 0.61 \, \text{m/s}$

4.15a zeigen jedoch das Gegenteil, nämlich eine konstant bleibende oder sinkende Beinauslenkung max $(\hat{\ell}_0 - \hat{x})$. Obwohl das eigene Modell nur näherungsweise den Bedingungen aus den Messergebnissen [74] entspricht, kann damit eine Grenze für die eigene Modellierungsvariante definiert werden: Zur Auswertung der maximalen Beinauslenkung auf einem stark gedämpften Boden ist die Verwendung des *SLIP*-Modells nicht zulässig. Bei einem aktiven Muskel passt sich die Beinsteifigkeit und damit verbunden die Beinauslenkung max $(\hat{\ell}_0 - \hat{x})$ an die Bodenbeschaffenheiten an. Auf Grund der ausschließlichen Verwendung von passiven Elementen (*SLIP*-Modell) kann dieser Fall hier nicht auftreten.

Der Verlauf für die Bodendurchbiegung $\hat{w}_{\xi_F,max}$ vs. D stimmt qualitativ gut mit den Messwerten in [74] überein. Für steigende Dämpfungswerte D nimmt die Bodendurchbiegung ab. Weiterhin ist festzustellen, dass für sehr hohe κ -Werte der Boden so steif wird, dass die Dämpfung keinen Einfluss mehr hat. Auch für unterschiedliche Steifigkeiten γ nimmt mit ansteigender Bodendämpfung D die Bodendurchbiegung $\hat{w}_{\xi_F,max}$ ab. Jedoch kommt es hier bei dem Dämpfungswert $\log_{10} D \approx 2.7$ zu einem Umkehrpunkt. Bestand für die härteste Hüpfbewegung $\gamma = 552.8$ zunächst eine hohe Bodendurchbiegung, so sinkt diese abrupt auf einen Wert unterhalb des Wertes für ein weiches Verhalten mit $\gamma = 33.2$ ab. Ein Vergleich von Abb. 4.11a und 4.15a (unterste Bilder) für $\kappa = 800$ zeigt, dass für anstei-

gende Dämpfung der Boden dem Menschen mehr Energie entzieht und somit die Flughöhe des Menschen \hat{h}_{Flug} sinkt. Bei einer härteren Hüpfbewegung (Abb. 4.15b, $\gamma = 552.8$) wird das Gesamtsystem steifer und es kann weniger potentielle Energie gespeichert werden. Der Mensch kann auch in diesem Fall nur noch geringe Flughöhen erreichen. An dieser Stelle

tritt eine weitere Grenze des Modells auf. Für eine sehr geringe Steifigkeit $\kappa = 800$ ergibt sich im Bereich $\log_{10} D = 2..3$ eine maximale Flughöhe $\hat{h}_{Flug} \approx 0$ (Abb. 4.15a, unten). Damit ist die Modellierung von stationärem Hüpfen nicht mehr möglich. Die zugehörigen Weg-Zeit-Verläufe (nicht dargestellt) zeigen, dass der Boden noch nicht in Ruhe ist, wenn der Mensch wieder landet. Dies verletzt jedoch die in Glg. (4.6) geforderten Anfangsbedingungen. Deswegen herrscht in diesen Fällen kein echter stationärer Zustand, denn die Endbedingung einer Periode T_P entspricht nicht exakt der Anfangsbedingung. Innerhalb dieser Modellierung muss dieser Fehler aber in Kauf genommen werden.

4.1.3.3 Massenverhältnis ν

Der Einfluss des Massenverhältnis ν wird derart untersucht, dass die Bodenparameter EIund μ konstant gelassen werden und nur die dimensionslose Gewichtskraft \tilde{g} variiert wird. Die Auswertung erfolgt für $\Omega = 10 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\Omega = 20 \,\mathrm{s}^{-1}$ in Abb. 4.16a und 4.16b.

Für ein steigendes Massenverhältnis ν sinkt die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ in beiden Abbildungen. Für ein geringes Massenverhältnis ν liegt nur eine geringe Differenz zwischen der Gesamtmasse des Menschen und der Bodenmasse vor. Unter der Bedingung, dass μL konstant bleibt, kann ein geringes Massenverhältnis nur für eine kleine Masse merreicht werden. Das Verhalten der Reaktionskraft $\hat{F}_{k,max}$ über der Dämpfung D zeigt somit, dass für diese Parameterkonstellationen Kinder ($\nu \downarrow$) eine stärkere Gegenreaktion auf den Körper erfahren als z.B. Erwachsene. Es sei angemerkt, dass die dimensionsbehaftete maximale Reaktionskraft $F_{k,max}$ für eine hohe Gesamtmasse des Menschen größer ist als für eine geringere Masse m.

Abbildung 4.16: $\hat{F}_{k,max}$ bzw. $|\hat{E}_{diss}|$ vs. D: Einfluss von ν und \tilde{g} $\kappa = 1500$ und $|v_0| = 0.61 \text{ m/s}$

4.1.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurden mit einer ersten Modellierungsvariante Untersuchungen zur Bewegungsart Hüpfen analysiert. Das abstrakte Menschmodell besteht dabei aus rein passiven Elementen und ist mit einem kontinuierlichen Bodenmodell gekoppelt. Zu Beginn des Abschnitts wurden Fragen zur Modellierungsumsetzung geklärt und es wurde nachgewiesen, dass die numerischen Lösungen aus den diskretisierten Bewegungsgleichungen der analytisch berechneten Lösung sehr gut entsprechen. Weiterhin wurde gezeigt, dass eine Modellierung des Balkens mit einer gelenkig-gelenkigen Lagerung ausreichend ist. Damit konnte zur Analyse zum Einfluss der Modellparameter auf die Bewertungskriterien übergegangen werden.

Bei einer Hüpfbewegung kann der Mensch selbst durch sein eigenes Verhalten die Kriterien $\hat{F}_{k,max}$ und $|\hat{E}_{diss}|$ beeinflussen. Durch die freie Wahl der Geschwindigkeit v_0 ist ein entscheidender Einfluss auf die Maximalkraft möglich. Mit sinkender Auftreffgeschwindigkeit sinkt auch $\hat{F}_{k,max}$, jedoch fällt in diesem Fall auch die eigentliche Trainingsleistung ab. Weiterhin wurde gezeigt, dass Kinder bei diesem Bodenmodell für die verschiedenen Parameterkonstellationen im Nachteil sind. Als weitere Erkenntnis hat sich herausgestellt, dass ein nachgiebiger Boden vor allem von Vorteil ist, wenn der Mensch ein hartes Hüpfverhalten wählt, z.B. wenn er die Knie relativ steif lässt.

Unabhängig vom Bewegungsverhalten des Menschen hat der Bodenparameter Ω und die relative Steifigkeit κ einen großen Einfluss auf die Bewertungskriterien.

Wird nur das Verletzungsrisiko analysiert, dann ist ein Bereich von Interesse, bei dem die Beinkraft $\hat{F}_{k,max}$ minimal wird. Dieser Bereich wird für jedes Ω im Allgemeinen durch eine kleine bis mittlere Steifigkeit κ erreicht. Unabhängig von der Wahl der Steifigkeit κ kann durch die Dämpfung Einfluss genommen werden. Zusätzlich wird die Trainingseffizienz und die Flughöhe \hat{h}_{Flug} in das Optimum mit einbezogen. In Abb. 4.11 gibt die rote Linie eine zugehörige dimensionsbehaftete Flughöhe h_{Flug} von 1 cm an, die beispielhaft eine Untergrenze für ein effizientes Training darstellt. Für die Maximalkraft $\hat{F}_{k,max}$ bedeutet dies, dass alle Werte oberhalb der Linie in das Muster effizientes Training eingestuft werden. Für die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ dagegen sind die Werte unterhalb der roten Linie relevant. Es ist dabei deutlich zu erkennen, dass es für eine gleichbleibende Hüpfbewegung ($\gamma = const.$) von Vorteil ist, einen Boden mit geringer bis mittlerer Dämpfung und kleiner relativer Steifigkeit κ zu wählen. In diesem Fall wirken die geringst möglichsten Reaktionskräfte auf den Menschen unter Einbezug der Effizienz bei einer Mindestanforderung für die Trainingsleistung.

Die Auswertungen zum menschlichen Bewegungsverhalten haben ergeben, dass unter dem Gesichtspunkt Verletzungsrisiko und Trainingseffizienz der Mensch durch eine weiche Hüpfbewegung beide Kriterien positiv beeinflussen kann. Anschaulich betrachtet ist es nachvollziehbar, dass ein Verhalten ähnlich eines springenden elastischen Gummiballs zu niedrigen Kräften mit einer gewissen Flughöhe führen kann.

Jedoch konnte in diesen Untersuchungen auch gezeigt werden, dass die gewählte Modellvariante Grenzen aufweist. Aus Messungen ist bekannt, dass der Mensch seine Bewegung auf unterschiedlichen Böden steuert und aktiv seine Beinsteifigkeit k_{leg} und somit γ anpasst. Durch die Verwendung des *SLIP*-Modells wird der Term k_{leg} fest vorgeschrieben und es müssen Fehler in Kauf genommen werden. Eine weitere Grenze tritt bei extremen Parameterkonstellationen auf, bei denen die Bedingung für stationäres Hüpfen nicht mehr erfüllt ist. Somit sind auch die Auswertungsmöglichkeiten (Parameterbereiche) für diese Modellvariante begrenzt.

4.2 Kopplung Aktives Muskelmodell mit diskretem Bodenmodell

In diesem Abschnitt werden weiterführende Untersuchungen zur Bewegungsart Hüpfen durchgeführt. In Abschnitt 4.1 wurde bereits festgestellt, dass die Anpassung der Beinsteifigkeit des Menschen an den Boden nur mit einem aktiven Element vorgenommen werden kann. Weiterhin wurde mit dem SLIP-Modell eine Grenze bezüglich des Parameterraums des Bodens erhalten. Für gewisse Parameterkombinationen sind keine Aussagen zu einer stationären Bewegung möglich. Eine Verbesserung dieser Modellgrenzen wird in diesem Kapitel durch die Verwendung des aktiven Muskelmodells aus Abschnitt 3.1.1 angestrebt. Im Hinblick auf umfassendere Parameterstudien ist es von Vorteil, den Lösungsraum für das Bodenmodell zu begrenzen. Daher wird das abstrakte Menschmodell mit dem diskreten Bodenmodell aus Abschnitt 3.1.2 gekoppelt. In der Literaturrecherche konnte bereits gezeigt werden, dass dieser Modellierungsgrad für einen nachgiebigen Boden bei Untersuchungen zu den biomechanischen Bewertungskriterien aus Abschnitt 3.4 ausreichend ist. Die Analyse erfolgt für das aktive Muskelmodell mit dem linearen und nichtlinearen Kraftelement aus Abschnitt 3.1.1 und die Kopplung beschränkt sich dabei auf das lineare viskoelastische Bodenmodell (Abb. 3.6a). Die notwendigen Gleichungen zur Beschreibung einer periodischen Hüpfbewegung werden im Anschluss entwickelt. Danach wird auf die Zielfunktion, die Nebenbedingungen und den Lösungsraum der Optimierung für die Bewegungsform Hüpfen eingegangen. Mittels Vergleich der eigenen Ergebnisse mit Werten aus der Literatur wird die numerische Umsetzung in Abschnitt 4.2.2 validiert. In Abschnitt 4.2.3 werden die verbleibenden Modellparameter definiert. Anschließend wird auf die verschiedenen Bewertungskriterien und den verwendeten Parameterraum eingegangen. In Abschnitt 4.2.5 bis Abschnitt 4.2.8 erfolgt die Analyse zum Einfluss der Bodenparameter ω_0 und D auf die Bewertungskriterien für die zwei unterschiedlichen Modellierungsformen lineares und nichtlineares Kraftelement und für zwei verschiedene Optimalitätskriterien. Zusätzlich wird sich bei dem Optimalitätskriterium Minimaler Energieverbrauch auf den Einfluss von zwei unterschiedlich gegebenen Sprunghöhen fokussiert.

Bewegungsgleichungen Hüpfen

Abbildung 4.17 stellt schematisch den Ablauf einer Hüpfbewegung über der Zeit τ für eine Periode dar. Zu Beginn herrscht die Bodenkontaktphase im Zeitraum $0 \leq \tau \leq \tau_1$. Anschließend erfolgt die Flugphase im Zeitraum $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_p$. Im Folgenden wird die Flugphase über der lokalen Zeit $\tilde{\tau} = \tau - \tau_1$ definiert und der zugehörige Zeitraum beträgt demnach $0 \leq \tilde{\tau} \leq \tilde{\tau}_2$ (siehe Abb. 4.17). Die Periodendauer für eine Hüpfbewegung τ_p bzw. die Hüpffrequenz f ist durch $\tau_p = \tilde{\Omega}/f = \tau_1 + \tilde{\tau}_2$ beschrieben.

Abbildung 4.17: Schematische Darstellung einer Hüpfbewegung über der Zeit τ

Die Bewegungsgleichungen für das gekoppelte System Glg. (3.1) und (3.2) werden mit der Herangehensweise aus Abschnitt 3.1.1 und der Kreisfrequenz $\tilde{\Omega}$ Glg. (3.17) auf eine dimensionslose Schreibweise überführt. Für das lineare und nichtlineare Kraftelement gilt während der Bodenkontaktphase ($0 \le \tau \le \tau_1$)

$$\hat{x}'_{abs} = -1 + \hat{F}_{leg},
\hat{y}'' = -\hat{D}\hat{y}' - \frac{\omega_0^2}{\tilde{\Omega}^2}(\hat{y} - \hat{\ell}_F) - 1 - \hat{\nu}\hat{F}_{leg}$$
(4.29)

mit der allgemeinen Formulierung der Beinkraft gemäß Glg. (3.18). Die Anfangsbedingungen zur Lösung der Bewegungsgleichung (4.29) lauten

$$\hat{x}_{abs}(0) = \hat{x}_{rel,0} + \hat{y}_0, \quad \hat{x}'_{abs}(0) = \hat{v}_{rel,0} + \hat{w}_0, \quad \hat{y}(0) = \hat{y}_0, \quad \hat{y}'(0) = \hat{w}_0$$
(4.30)

mit der relativen Beinlänge $\hat{x}_{rel,0}$ und der relativen Geschwindigkeit des Menschen $\hat{v}_{rel,0}$ zum Kontaktzeitpunkt τ_0 . Der Boden besitzt bei $\tau_0 = 0$ die Auslenkung \hat{y}_0 und die Geschwindigkeit \hat{w}_0 .

Während der Flugphase $(0 < \tilde{\tau} < \tilde{\tau}_2)$ ist die Beinkraft $\hat{F}_{leg} = 0$ und es gilt

$$\hat{x}_{F,abs}^{''} = -1,$$

$$\hat{y}_{F}^{''} = -D\hat{y}_{F}^{'} - \frac{\omega_{0}^{2}}{\tilde{\Omega}^{2}}(\hat{y}_{F} - \hat{\ell}_{F}) - 1.$$
(4.31)

Die dimensionslose Dämpfung bzw. der dimensionslose Massenparameter lauten

$$\hat{D} = \frac{d_1}{m_B \Omega}, \qquad \hat{\nu} = \frac{m}{m_B}. \tag{4.32}$$

Die Bodeneigenkreisfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_1}{m_B}} \tag{4.33}$$

ist die Eigenkreisfrequenz des Bodens ohne die Masse des Menschen und ein Maß für die Steifigkeit des Bodens.

4.2.1 Beschreibung des Optimalsteuerungsproblems für periodisches Hüpfen

Zur Lösung der Bewegungsgleichungen (4.29) muss noch die Beinkraft \hat{F}_{leg} bzw. die Kraft des aktiven Muskelelementes \hat{F}_C bekannt sein. Diese Kraft wird innerhalb eines Optimalsteuerungsproblems berechnet, siehe Anhang A. Im Folgenden werden die verwendeten Zielfunktionen vorgestellt und danach die notwendigen Nebenbedingungen definiert. Zum Abschluss wird auf den Lösungsraum des Optimierungsproblems eingegangen.

4.2.1.1 Zielfunktionen Hüpfen

Die periodische Bewegungsform Hüpfen wird unter Verwendung von zwei verschiedenen Optimalitätskriterien in der Simulation generiert, und die Vorstellung der zugehörigen Zielfunktionen erfolgt im Anschluss. Weiterhin werden zusätzliche Strafterme definiert, um die physiologischen Grenzen des Menschen oder des Muskels zu berücksichtigen.

Wie bereits in Kapitel 2.1.2 motiviert, ist diejenige Muskelkraft \hat{F}_C gesucht, die den Energieverbrauch des Menschen (*Metabolic Cost*) bei der periodischen Bewegung Hüpfen minimiert. Zum ersten Mal wurde die Hypothese der energieoptimalen Fortbewegung in dem Werk von Borelli [16] formuliert. Es wird angenommen, dass der Energieverbrauch des Menschen proportional zum Energieverbrauch des Muskels und damit zur verrichteten Muskelarbeit ist [105]. Der Muskel kann die absorbierte Energie nicht speichern um sie zu einem späteren Zeitpunkt an das menschliche Skelett zurückzugeben. Deswegen setzt sich die verrichtete Muskelarbeit aus dem Integral über dem Betrag der Muskelleistung zusammen und die Zielfunktion lautet in diesem Fall

$$Muskelarbeit = \hat{C}_{Muskel} = \int_0^{\tau_1} |\hat{P}_C| \, \mathrm{d}\tau \tag{4.34}$$

mit \hat{P}_C der Muskelleistung. Aus Abb. 3.5b lässt sich die Leistung $\hat{P}_C = \frac{d\hat{W}}{d\tau} = \hat{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\hat{\mathbf{r}}}{d\tau} = \hat{F}_C \hat{\tilde{x}}'_C$ berechnen. Mit der Koordinate $\hat{\tilde{x}}_C = \hat{\ell}_{11} - \hat{x}_C$ ergibt sich die Leistung, die im Muskel auf Grund der Kraft \hat{F}_C hervorgerufen wird:

$$\hat{P}_{C} = -\hat{F}_{C}\hat{x}_{C}' \,. \tag{4.35}$$

Die Herleitung für das erweiterte Kraftelement erfolgt analog. Die Muskelkraft \hat{F}_C (Abb. 3.3, Mitte) wirkt entgegen der positiven Änderungsrichtung der Muskellänge, und die Muskelleistung berechnet sich nach Glg. (4.35).

Je nach Modellierungsvariante muss für die Muskelkraft ($\hat{F}_C = \hat{F}_{MTC}$) Glg. (3.18) und für die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit \hat{x}'_C Glg. (3.19) zur Berechnung der Leistung in Glg. (4.35) eingesetzt werden.

Die Kostenfunktion für die Muskelarbeit Glg. (4.34) beinhaltet eine Betragsfunktion, die an der Stelle $\hat{P}_C = 0$ nicht differenzierbar ist und deswegen innerhalb der Optimierung zu vermeiden ist. Die Zielfunktion wird deshalb in Anlehnung an die Arbeit von Srinivasan [103] mit der Näherung $|x| \approx \sqrt{x^2 + \varepsilon_1^2}$ und $\varepsilon_1 = 0.01$ geglättet. Für die Berechnung des Zielfunktionals innerhalb der Optimierung wird für die Muskelarbeit die Formulierung

$$J_W = \int_0^{\tau_1} \sqrt{\hat{P}_C^2 + \varepsilon_1^2} \,\mathrm{d}\tau \tag{4.36}$$

verwendet. An dieser Stelle sei angemerkt, dass mit der Berechnung der Muskelarbeit gemäß Glg. (4.34) der Energieverbrauch nur qualitativ wiedergegeben werden kann. Wie bereits in der Literaturanalyse in Abschnitt 2.1.2 erwähnt, unterscheidet Margaria [60] zwischen positiver und negativer Muskelarbeit. Beide Terme gehen unterschiedlich gewichtet in den Energieverbrauch ein, siehe Glg. (2.3). Für die Lösung innerhalb des Optimalsteuerungsproblems hat diese Unterscheidung jedoch keinen Einfluss auf das Ergebnis. Weiterhin ist im Rahmen dieser Arbeit nur das globale Verhalten der Muskelarbeit von Interesse. Deswegen findet die gewichtete Formulierung keine Anwendung.

Bei Bobbert und Casius [11] wird das Kriterium *Minimaler Ruck* als ein weiteres Optimalitätskriterium bei einer periodischen Hüpfbewegung herangezogen. In der Mechanik wird die dritte Ableitung der Ortskoordinate nach der Zeit als Ruck bezeichnet und lautet nach Glg. (4.29) während der Bodenkontaktphase $\hat{x}_{abs}^{''} = \hat{F}_{leg}^{'}$. Dies entspricht somit einer Begrenzung der Kraftanstiegsrate des Beines. Als Kostenfunktion für den *Minimalen Ruck* wird eine quadratische Form

$$J_{Ruck} = \int_0^{\tau_1} \left(\hat{F}'_{leg}\right)^2 \mathrm{d}\tau \tag{4.37}$$

gewählt. Die Kostenfunktion

$$J_{F_{C,2}} = \int \left(\hat{F}_C\right)^2 \mathrm{d}\tau \tag{4.38}$$

wird von einigen Autoren als weiteres Optimalitätskriterium bei periodischen Bewegungen verwendet, siehe z.B. [104]. Diese Möglichkeit soll nicht weiter betrachtet werden. Vielmehr stellt Glg. (4.38) in dieser Arbeit eine physiologische Grenze für die maximale Muskelkraft dar.

Bei dem linearen Kraftelement werden laut Glg. (3.18) und (3.19) keine Kosten für den Knieabstand in die Berechnung der Muskelarbeit einbezogen. In der Simulation wird somit nicht berücksichtigt, ob die Bewegung mit ausgestreckten Beinen oder angewinkelten Knien verläuft. Um dennoch den Effekt der Kniestauchung einzubeziehen, wird für diese Modellierungsvariante ein Strafterm für den Knieabstand \hat{d}_K (Glg. (3.29)) eingeführt:

$$J_{Knie} = \int_0^{\tau_1} \left(\hat{d}_K \right)^2 \mathrm{d}\tau \,. \tag{4.39}$$

Kombinierte Kostenfunktionen

Im Rahmen dieser Arbeit werden abhängig von der jeweiligen Modellierungsvariante des Kraftelementes unterschiedlich kombinierte Kostenfunktionen verwendet. Auf die entsprechende Wahl der Wichtungsparameter λ_1 , λ_2 und λ_3 wird in Abschnitt 4.2.3 eingegangen. Bei einer linearen Beschreibung des Kraftelementes finden die zwei Funktionen

$$J_1 = \lambda_1 J_W + \lambda_2 J_{Knie} + \lambda_3 J_{F_{C,2}} \quad (Minimaler \ Energiever brauch) \tag{4.40}$$

und

$$\tilde{J}_2 = \lambda_1 J_W + \lambda_2 J_{Knie} + \lambda_3 J_{Ruck} \quad (Minimaler Ruck)$$
(4.41)

Anwendung. Für das erweiterte Kraftelement wird die Formulierung

$$J_3 = \lambda_1 J_W + \lambda_3 J_{F_{C,2}} \quad (Minimaler \ Energiever brauch) \tag{4.42}$$

benutzt.

4.2.1.2 Nebenbedingungen Hüpfen

Um das Optimalsteuerungsproblem für eine Hüpfbewegung lösen zu können, werden zusätzlich zur Zielfunktion noch Nebenbedingungen benötigt (siehe Anhang A). Diese enthalten u.a. die Bewegungsgleichungen (4.29) und (4.31) sowie weitere Bedingungen, um eine periodische Bewegung zu beschreiben. Abb. 4.17 stellt die Abfolge einer Hüpfbewegung während einer Periode τ_p anschaulich dar. Die Simulation beginnt mit der Bodenkontaktphase bei $\tau_0 = 0$ mit den zugehörigen Anfangsbedingungen gemäß Glg. (4.30). Damit ein kontinuierlicher Übergang zwischen den beiden Phasen herrscht, müssen die Anfangsbedingungen der Flugphase den Endbedingungen der Bodenkontaktphase gleichgesetzt werden:

$$\hat{x}_{F,abs}(0) = \hat{x}_{abs}(\tau_1), \quad \hat{x}'_{F,abs}(0) = \hat{x}'_{abs}(\tau_1), \quad \hat{y}_F(0) = \hat{y}(\tau_1), \quad \hat{y}'_F(0) = \hat{y}'(\tau_1). \quad (4.43)$$

Die Forderung nach einer periodischen Bewegung wird durch die Periodizitätsbedingung (Glg. (4.44)) am Ende der Flugphase sichergestellt. Es gilt, dass Lage und Geschwindigkeit der beiden Massen m und m_B zum Zeitpunkt $\tilde{\tau}_2$ den Anfangsbedingungen der Bodenkontaktphase entsprechen müssen:

$$\hat{x}_{F,abs}(\tilde{\tau}_2) = \hat{x}_{rel,0} + \hat{y}_0, \quad \hat{x}'_{F,abs}(\tilde{\tau}_2) = \hat{v}_{rel,0} + \hat{w}_0, \quad \hat{y}_F(\tilde{\tau}_2) = \hat{y}_0, \quad \hat{y}'_F(\tilde{\tau}_2) = \hat{w}_0. \quad (4.44)$$

Eine weitere notwendige Bedingung ist die Forderung, dass am Anfang und am Ende der Bodenkontaktphase die Beinkraft \hat{F}_{leg} verschwindet:

$$\hat{F}_{leg}(\tau_0) = \hat{F}_{leg}(\tau_1) = 0.$$
(4.45)

Um realistische $\hat{F}_{leg}(\tau)$ -Verläufe zu erhalten (siehe Abschnitt 4.2.3), ist eine zusätzliche Nebenbedingung für die Kraftanstiegsrate des Beines notwendig:

$$\hat{F}_{leg}'(\tau_0) = \hat{F}_{leg}'(\tau_1) = 0.$$
(4.46)

Beim linearen Kraftelement wird gefordert, dass der Mensch mit seiner maximalen Beinlänge zur Flugphase ansetzt:

$$\hat{x}_{rel,\tau_1} = \hat{\ell}_{max} = 1.0. \tag{4.47}$$

Durch diese Vorgabe wird das Modell eingeschränkt, und es müssen Abweichungen im Vergleich zu Messwerten in Kauf genommen werden. In der Arbeit [73] wird z.B. nachgewiesen, dass der Mensch auf elastischen Böden mit $\hat{x}_{rel,\tau_1} << \hat{\ell}_{max}$ zum Flug abhebt. Jedoch gibt es in der eigenen Modellierung keine Einschränkung bezüglich der Landelänge $\hat{x}_{rel,0}$, womit die Differenz $\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0}$ größer Null werden kann. Die Bedeutung dieser Größe wird in den folgenden Untersuchungen erläutert.

4.2.1.3 Optimierungsraum Hüpfen

In den letzten beiden Abschnitten wurden die Zielfunktionen und die Nebenbedingungen definiert, die zur Lösung der Optimierungsaufgabe notwendig sind. Im Folgenden wird herausgearbeitet, welche Parameter bereits gegeben sind oder durch die Optimierung bestimmt werden müssen.

Die Analyse der Hüpfbewegung erfolgt für eine gegebene Frequenz f. Für eine gegebene Bodenparameterkonstellation $(\hat{D}, \omega_0, \hat{\ell}_F, \hat{\nu})$ hängen die Bewegungsgleichungen (4.29) und (4.31) nur noch von der Beinkraft \hat{F}_{leg} ab. Die Anfangsbedingungen aus Glg. (4.30) sind zunächst noch unbekannt, denn es wird angenommen, dass sich der Zustand je nach Bodenbeschaffenheit einstellt. Auch die Zeitdauer τ_1 zur Integration innerhalb der Zielfunktion bzw. zur Lösung der Bewegungsgleichung (4.29) kann nicht vorgegeben werden. Es wird davon ausgegangen, dass sich τ_1 bei unterschiedlichen Untergründen ändert. Daraus folgt, dass diese Größen durch die Optimierung bestimmt werden müssen. Ist τ_1 aus der Optimierung bekannt, dann ist die Nebenbedingung Glg. (4.43) bestimmt. Und mit $\tilde{\tau}_2 = \tilde{\Omega}/f - \tau_1$ kann die Periodizitätsbedingung (4.44) berechnet werden.

Die notwendigen Muskelparameter zur Ermittlung der Muskelkontraktionsgeschwindigkeit (Glg. (3.19)) wurden bereits in Abschnitt 3.1.1 definiert. Die Sehnensteifigkeit $\hat{k}_{SE,i}$ wird in Abschnitt 4.2.3 bestimmt. Zur Berechnung der Muskelarbeit (Glg. (4.36)) verbleibt die Muskelkraft \hat{F}_C als einzige Unbekannte. Da es einen direkten Zusammenhang zwischen der Muskelkraft \hat{F}_C und der Beinkraft \hat{F}_{leg} gibt (Glg. (3.18)) muss nur eine der beiden Variablen als Unbekannte definiert werden. In Anlehnung an die Arbeit [104] wird die Kraftanstiegsrate der Beinkraft \hat{F}_{leg} als unbekannte Steuerungsfunktion im Optimierungsprozess gewählt. Aus numerischer Sicht ist es vorteilhafter die Kraftanstiegsrate zu wählen, denn zur Berechnung der Muskelkontraktionsgeschwindigkeit wird die erste Ableitung der Muskelkraft nach der Zeit benötigt.

Zusammenfassend führt dies auf den folgenden verbleibenden Lösungsraum für das Optimalsteuerungsproblem bei der Bewegungsform Hüpfen:

$$\mathcal{Z} = [\tau_1, \hat{x}_{rel,0}, \hat{v}_{rel,0}, \hat{y}_0, \hat{w}_0, \hat{F}'_{leq}(\tau)].$$
(4.48)

Zusätzliche Nebenbedingung Sprunghöhe

Wird die Geschwindigkeit $\hat{v}_{rel,0}$ als Optimierungsparameter ohne eine weitere zusätzliche Nebenbedingung in den Lösungsraum Glg. (4.48) aufgenommen, so wird die kleinste Muskelarbeit auf einem nachgiebigen gedämpften Boden für $\hat{v}_{rel,0} \rightarrow 0$ erreicht. Es ist nachvollziehbar, dass die Bewegung mit dem niedrigsten Energieverbrauch bei langsamen Kniebeugen auftritt. Aus diesem Grund wird eine zusätzliche Nebenbedingung bezüglich der Sprunghöhen \hat{h}_{max} vorgeschrieben. Es wird angenommen, dass für unterschiedliche Bodenparameter die Sprunghöhe \hat{h}_{max} konstant bleibt. Dabei wird nach einer relativen und absoluten Sprunghöhe unterschieden, siehe Abb. 4.18:

$$\hat{h}_{max,rel} = \max(\hat{x}_{abs,F}) - \hat{x}_{abs,0}, \qquad (4.49)$$

$$\hat{h}_{max,abs} = \max(\hat{x}_{abs,F}) - \hat{x}_{abs,ref}.$$
(4.50)

Zwischen beiden besteht der Zusammenhang

$$\hat{h}_{max,abs} + \hat{x}_{abs,ref} = \hat{h}_{max,rel} + \hat{x}_{abs,0} \,. \tag{4.51}$$

Bei einer absoluten Sprunghöhe wird davon ausgegangen, dass der Mensch immer die gleiche Gesamthöhe erreichen will. Ausgehend von einem Referenzwert $\hat{x}_{abs,ref}$ wird die gegebene Sprunghöhe $\hat{h}_{max,abs}$ gemessen. Der Referenzwert setzt sich aus der statischen Ruhelage des Bodens und dem Menschen in der Ruhelage mit einer Beinlänge von $\hat{x}_{rel,ref} = 0.99$ zusammen. Die relativ zurückgelegte Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$ wird durch die Beinlänge $\hat{x}_{rel,0}$ und die Auslenkung des Bodens \hat{y}_0 bei der Landung beeinflusst.

Abbildung 4.18: Relative und absolute Sprunghöhe h_{max}

Es sei angemerkt, dass auf einem unendlich steifen Boden ($\omega_0 \to \infty$) Ergebnisse für optimale Geschwindigkeiten $\hat{v}_{rel,0} \neq 0$ möglich sind, ohne eine konstante Sprunghöhe laut Glg. (4.49) und (4.50) vorzuschreiben. Erst bei der Kopplung des Menschmodells mit einem nachgiebigen Boden wird die relative Anfangsgeschwindigkeit $\hat{v}_{rel,0}$ zu Null optimiert.

4.2.2 Validierung der numerischen Umsetzung

Die eigene numerische Umsetzung des Optimalsteuerungsproblems wird mit Ergebnissen aus der Studie [104] verglichen. In der Arbeit [104] werden die Bewegungsarten Rennen und Gehen auf einem harten Untergrund simuliert. Um einen Vergleich zu ermöglichen, wird das eigene aktive Muskelmodell mit dem linearen Kraftelement aus Abb. 3.5a um eine Vorwärtsbewegung erweitert.

Auf eine Herleitung der Bewegungsgleichungen wird an dieser Stelle verzichtet. Diese orientiert sich an der Herleitung aus Abschnitt 3.1.1 und der Studie [104]. Die Simulation eines harten Bodens erfolgt mit $\hat{y}(\tau) = \text{konst.}$ und $\hat{y}'(\tau) = 0$. Die Koordinate des Massenschwerpunktes m in vertikaler Richtung lautet weiterhin $\hat{x}_{abs}(\tau)$ und stellt gleichzeitig die Beinbewegung $\hat{x}_{rel}(\tau)$ dar. In horizontale Richtung wird die Bewegung des Schwerpunktes mit $\hat{z}_h(\tau)$ beschrieben.

In [104] werden bestimmte Fortbewegungsmuster für zwei aufeinander folgende Schritte

(Bein 1, Bein 2) untersucht. Es stellt sich heraus, dass viele Gangmuster symmetrisch bezüglich eines Beines sind. Deswegen wird zum Vergleich nur die Bewegung eines Beines betrachtet. Dessen Schrittweite wird mit \hat{d}_{stride} bezeichnet. Auf Grund der Vorwärtsbewegung muss eine mittlere Vorwärtsgeschwindigkeit \hat{v}_h vorgegeben werden; die Vorgabe einer Sprunghöhe (Glg. (4.49)) ist an dieser Stelle daher nicht notwendig. Weiterhin wird die Beinkraft auf $\hat{F}_{leg} \leq 3$ beschränkt.

In der Arbeit [104] erfolgen zunächst Untersuchungen ohne Modellierung der Sehne, daher ohne \hat{k}_{SE} . Werden die Nebenbedingungen aus Glg. (4.45) und (4.46) vernachlässigt, dann führt dies zu einer Fortbewegungsform die mit *almost impulsive running* beschrieben wird. Die Beinkraft steigt schlagartig auf den Maximalwert an. Um dem realen Verhalten eines Muskels näher zu kommen, erfolgt die Begrenzung der Kraftanstiegsrate \hat{F}'_{leg} oder \hat{F}''_{leg} . Aus persönlicher Kommunikation mit dem Autor [104] ist bekannt, dass die Werte $\hat{v}_h = 1.2$, $\hat{d}_{stride} = 2.8$ und $-8 \leq \hat{F}'_{leg} \leq 8$ gelten und nicht wie in der Legende oder im Artikel angegeben. Abb. 4.19 zeigt im Vergleich dazu die Verläufe aus der eigenen Simulation. Diese stimmen sehr gut mit den Ergebnissen aus [104], fig. 10 (a-c) überein.

Abbildung 4.19: Lineares Kraftelement ohne Sehnensteifigkeit k_{SE} , Rennen mit $\hat{v}_h = 1.2$, $\hat{d}_{stride} = 1.4$ und Begrenzung $-8 \leq \hat{F}'_{leg} \leq 8$

Es kann daher mit einem reinen kontraktilen Element, der Nebenbedingung Glg. (4.45) und einer Begrenzung der Kraftanstiegsrate ein Kraftverlauf simuliert werden, der nicht impulsartig ansteigt. Jedoch entspricht der Verlauf aus Abb. 4.19 nur näherungsweise gemessenen Kraftverläufen. Aus diesem Grund wird bei den eigenen Untersuchungen eine Modellierungsvariante ohne Sehnensteifigkeit nicht betrachtet.

Die eigene Modellierung der Muskeldynamik mit einem kontraktilen und seriell-elastischen Element soll mit den Ergebnissen aus Abb. 16 und 17 in [104] verglichen werden. Dabei ist zu beachten, dass die Ergebnisse mit den Parametern $\hat{v}_h = 1.2$ und $\hat{d}_{stride} = 2.8/2 = 1.4$ erzeugt wurden. In [104] wird die kombinierte Zielfunktion

$$\tilde{J}_4 = \lambda_1 J_w + (1 - \lambda_1) J_{F_{C,2}}$$
(4.52)

verwendet und der Einfluss des Strafterms $J_{F_{C,2}}$ untersucht. Die Ergebnisse aus der eigenen Optimierung sind in Abb. 4.20 für $\lambda_1 = 1.0$ dargestellt und sind qualitativ und quantitativ mit denen aus [104] vergleichbar. Auch hier kann festgestellt werden, dass für $\lambda_1 = 0.9-1.0$ der Term $J_{F_{C,2}}$ kaum einen Einfluss auf das Ergebnis selbst hat. Lediglich die Rechendauer

Abbildung 4.20: Lineares Kraftelement mit Schnensteifigkeit k_{SE} , Rennen mit $\hat{v}_h = 1.2$, $\hat{d}_{stride} = 1.4$, $\hat{k}_{SE} = 16$ und $\lambda_1 = 1.0$

Abbildung 4.21: Lineares Kraftelement mit Sehnensteifigkeit k_{SE} , Rennen mit $\hat{v}_h = 1.2$, $\hat{d}_{stride} = 1.4$, $\hat{k}_{SE} = 16$ und $\lambda_1 = 0.8$

und somit die Konvergenz ist für $\lambda_1 < 1.0$ besser. In beiden Fällen ergibt sich ein lineares Verhalten zwischen der Beinkraft \hat{F}_{leg} und der Beinlängenänderung $\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel}$. Es stellt sich ein Verlauf ähnlich zu Ergebnissen beim *SLIP*-Modell ein. Mit der Sehnensteifigkeit $\hat{k}_{SE} = 16$ wird die gesamte positive und negative Arbeit der Feder erfasst, und im Muskel selbst kommt es fast nur zur isometrischen Kontraktion ($\hat{x}'_C \approx 0$).

Durch ein sinkendes λ_1 im Zielfunktional Glg. (4.52) gewinnt der Strafterm an Gewicht und der lineare Zusammenhang zwischen \hat{F}_{leg} und $\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel}$ verschwindet. Die Trajektorie des Massenschwerpunktes m wird flacher und die Flugphase kürzer, siehe Abb. 4.21.

Mit diesem Vergleich wurde gezeigt, dass die Ergebnisse der eigenen numerischen Umsetzung des Problems zu einem Optimum konvergieren. Bezüglich kombinierter Kostenfunktionen gilt folgendes: Bei einer geringen Gewichtung des Strafterms $J_{F_C,2}$ beeinflusst dieser die Konvergenz des Problems positiv ohne einen großen Einfluss auf die quantitativen Ergebnisse zu haben. Um den unphysikalischen Effekt im Kraftverlauf aus Abb. 4.21 zu vermeiden, muss in der eigenen Auswertung bei Glg. (4.40) und(4.42) ein kleiner Strafterm im Bereich $\lambda_3 = 0 - 0.1$ gewählt werden.

4.2.3 Herleitung der Modellparameter

Zur Auswertung der Hüpfbewegung liegen alle Parameter bis auf die Sehnensteifigkeit $\hat{k}_{SE,K}$ und die Wichtungsterme für die kombinierten Zielfunktionen Glg. (4.40) bis Glg. (4.42) vor. Die Sehnensteifigkeit wird im Folgenden mittels Anhaltswerten aus der Literatur hergeleitet. Die kombinierte Kostenfunktion wird durch einen Abgleich mit eigenen Messwerten validiert.

4.2.3.1 Herleitung der Sehnensteifigkeit

In der Arbeit von Alexander [5] wird die Schnensteifigkeit für ein lineares Kraftelement mit kontraktilem und seriell-elastischem Element wie folgt bestimmt. Bei einer mittleren Renngeschwindigkeit wird bis zu 52 J Formänderungsenergie in der Achillessehne gespeichert mit einer dazugehörigen Maximalkraft von 1900 N. Mit einer Gesamtmasse des Menschen m = 70 kg ergibt dies eine dimensionslose Schnensteifigkeit von $\hat{k}_{SE} \approx 50$. Aus eigenen Untersuchungen ist bekannt, dass sich für $\hat{k}_{SE} \approx 30$ Hüpfbewegungen mit $\hat{C}_{Muskel} \approx 0$ auf einem harten Boden einstellen. Obwohl angenommen werden kann, dass die Bewegung des Massenpunktes zum Großteil aus der gespeicherten und wieder abgegebenen Energie der Schne kommt, sollen Bewegungen ohne Unterstützung des Muskels auf einem harten Boden ausgeschlossen werden. Mit einer Schnensteifigkeit von $\hat{k}_{SE} = 50$ werden im Vergleich zur Literatur und zu den eigenen Messwerten (Abschnitt 4.2.3.2) zu hohe Kraftmaxima erzeugt. Deswegen fällt bei den eigenen Untersuchungen mit dem linearen Kraftelement die Entscheidung für einen Mittelwert $\hat{k}_{SE} = 40$.

Die Schnensteifigkeit wird im Falle des nichtlinearen Kraftelementes durch eine Näherung zu einem bereits bestehenden Modell aus der Arbeit von Geyer et al. [38] bestimmt. Dort wird die Schnenkraft über eine quadratische Abhängigkeit der Schnenlängenänderung $\Delta \ell_{SE} = x_{SE} - x_{SE,0}$ beschrieben. Zwischen der Federkennlinie von Geyer ($F_{SE,Geyer} = k_{SE,Geyer}(\Delta \ell_{SE})^2$) und der linearen Beschreibung in dieser Arbeit (Glg. (3.12)) soll durch die Methode der kleinsten Quadrate eine Näherung für die lineare Schnensteifigkeit hergeleitet werden. Dies führt auf eine Bestimmungsgleichung für $k_{SE,K}$ in der Form

$$\frac{\partial}{\partial k_{SE,K}} \left(\int_0^{\Delta \ell_{SE,max}} \left(F_{SE,Geyer} - F_{SE} \right)^2 \, \mathrm{d} \left(\Delta \ell_{SE} \right) \right) = 0 \,, \tag{4.53}$$

und es folgt

$$k_{SE,K} = \frac{3}{4} k_{SE,Geyer} \,\Delta\ell_{SE,max} \tag{4.54}$$

mit $k_{SE,Geyer} = 86 \cdot 10^3 \,\mathrm{kN/m^2}$. Abhängig von der maximalen Sehnenlängenänderung $\Delta \ell_{SE,max}$ ergibt sich für die dimensionslose Federsteifigkeit ein möglicher Bereich von $\hat{k}_{SE,K} = 800 - 2000$. Dieser Bereich deckt sich mit der Annahme aus der Arbeit [104]. Dort wird eine Torsionssteifigkeit mit $\hat{k}_T = 2.85$ angenommen, die mittels dem Zusammenhang $\hat{k}_{SE,K} = \hat{k}_T \cdot 625$ in eine Linearfeder zu $\hat{k}_{SE,K} = 1781.25$ umgerechnet werden kann.

Letztendlich wird in dieser Arbeit die Sehnensteifigkeit für die Modellierungsvariante mit der kinematischen Beschreibung des Knies konstant zu $\hat{k}_{SE,K} = 1600$ gewählt.

4.2.3.2 Herleitung der Wichtungsparameter durch Vergleich zwischen Messung und Simulation

Im Rahmen dieser Arbeit fanden Messungen zum periodischen Hüpfen statt. Dabei ist der Proband beidbeinig, barfuß und ohne Armbewegung nach der Vorgabe eines Metronoms mit f = 2.0 Hz gehüpft. In jeder Versuchsreihe wurden ca. 20 Hüpfbewegungen gemessen. Für eine Versuchsreihe sind in Abb. 4.22 die einzelnen Verläufe der Bodenreaktionskraft über der Zeit auf hartem Untergrund (Kraftmessplatte) dargestellt. Der Mittelwert sowie die Standardabweichung für den Maximalwert der Bodenreaktionskraft sind grafisch angegeben. Die Messwerte zeigen für alle Versuchsreihen Schwankungen für die Maximalkraft und die Bodenkontaktzeit. Jedoch ist erkennbar, dass das globale Verhalten des Kraftverlaufs in einem begrenzten Bereich bleibt. Der Verlauf, der im Mittel das Verhalten wiedergibt, ist farblich stärker hervorgehoben. Beim Vergleich mit der eigenen Simulation soll sich auf diesen Standardverlauf bezogen werden.

Abbildung 4.22: Messung: Hüpfen mit Vorgabe f = 2.0 Hz, Versuch 3

Bei einer Optimierung mit mehreren Kriterien ist beim heutigen Stand der Forschung das Problem, dass es keine konkrete Bestimmungsgleichung zum Erhalt einer "besten" Lösung für die Gewichtungsfaktoren gibt. Das bedeutet, dass es für die verschiedenen Wichtungen zwischen den einzelnen Zielfunktionen in Glg. (4.40) bis (4.42) keine direkte physikalische Interpretation geben kann. Zudem ist es nicht Ziel dieser Arbeit eine Lösungsmenge für verschiedene Wichtungsparamter zu berechnen, sondern durch einen Abgleich mit den eigenen Messwerten eine beste Übereinstimmung mit der Simulation zu finden. Dabei wird darauf geachtet, dass das Größenordnungsverhältnis der einzelnen Zielfunktionen aufeinander abgestimmt ist.

Mit dem linearen Kraftelement wird im weiteren Verlauf der Einfluss von zwei verschiedenen Optimalitätskriterien untersucht. Mittels Zielfunktion Glg. (4.40) werden Bewegungen für das Kriterium *Minimaler Energieverbrauch* analysiert, weswegen der Term J_W innerhalb der kombinierten Kostenfunktion der Hauptterm mit dem meisten Gewicht darstellen soll. Mit den Wichtungsparametern $\lambda_1 = 0.8$, $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$ und $\lambda_3 = 10^{-3}$ besitzt $\lambda_1 J_W$ die Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-2})$ und $\lambda_2 J_{Knie}$ bzw. $\lambda_3 J_{F_{C,2}}$ die Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-3})$. Wie bereits in Abschnitt 4.2.2 erläutert, ist der quantitative Einfluss von $J_{F_{C,2}}$ bei einer kleinen Gewichtung gering. Zudem wurde dies mittels eigener Untersuchungen für verschiedene λ_3 verifiziert. Die Kraftverläufe für zwei verschiedene Sprunghöhen sind in Abb. 4.23a dargestellt. Ein Vergleich mit dem Standardverlauf aus der Messung beweist eine gute globale Übereinstimmung der Ergebnisse. Vor allem der Kraftanstieg wird durch Hinzunahme der Nebenbedingung Glg. (4.46) korrekt simuliert. Der anfängliche, schwach ausgebildete Impaktpeak im Messverlauf kann mit der eigenen Modellierung nicht wiedergegeben werden. Das eigene Modell enthält keine Beschreibung des Fersenaufpralls. Weiterhin ist erkennbar, dass der Maximalwert der Bodenreaktionskraft mit dem eigenen Modell überschätzt wird. Beim Vergleich der Ergebnisse zwischen linearem und nichtlinearem Kraftelement gewinnt dieser Sachverhalt an Bedeutung. Darauf wird in Abschnitt 4.2.7 eingegangen. Die Verläufe für die zwei Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ und $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$ unterscheiden sich in der Bodenkontaktzeit τ_1 nur minimal .

Abbildung 4.23: Lineares Kraftelement: Messung vs. Simulation auf hartem Untergrund, kombinierte Kostenfunktion Glg. (4.40) und Glg. (4.41) mit Parameter aus Tabelle 4.4

Abbildung 4.23b stellt die Kraftverläufe für das Optimalitätskriterium Minimaler Ruck (Glg. (4.41)) mit den Gewichtungsfaktoren $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 1.0$ und $\lambda_3 = 10^{-3}$ dar. Durch die einzelnen Faktoren liegen alle Terme in der gleichen Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-2})$, wobei der Absolutwert von $\lambda_3 J_{Ruck}$ ungefähr doppelt so groß wie die anderen beiden Terme ist. Die Verwendung des Terms J_W innerhalb der kombinierten Zielfunktion Glg. (4.41) ist notwendig, um Optimierungsergebnisse für die Bewegungsform Hüpfen zu erhalten. Deswegen besitzt die Zielfunktion J_W weiterhin einen Einfluss, und es können keine Aussagen zu einem ausschließlichen Kriterium Minimaler Ruck getroffen werden. Ein Vergleich der Simulationsergebnisse für das Kriterium Minimaler Ruck (Abb. 4.23b) mit den Messwerten zeigt eine bessere Übereinstimmung für die Maximalkraft als beim Kriterium Minimaler Energieverbrauch (Abb. 4.23a). Jedoch wird mit $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ der anfängliche Kraftanstieg zu steil abgebildet. Erst für eine größere Sprunghöhe nähert sich der Simulationsverlauf den Messwerten an (Abb. 4.23b).

Abbildung 4.24: Nichtlineares Kraftelement: Messung vs. Simulation auf hartem Untergrund, kombinierte Kostenfunktion Glg. (4.42) mit $\lambda_1 = 1.0, \lambda_3 = 0.001$

Mit dem erweiterten Kraftelement erfolgt die Analyse in Abschnitt 4.2.7 und 4.2.8 für eine relative und absolute Sprunghöhe. Wird mit der Nebenbedingung $\hat{h}_{max,rel}$ nur die Zielfunktion Glg. (4.36) verwendet, dann konvergiert die Lösung auch auf einem harten Boden zu Ergebnissen $\hat{x}_{rel,0} < 0.90$. Dieses Verhalten führt zu einem minimalen Energieverbrauch, jedoch wird die Anstrengung im Kniegelenk nicht hinreichend in Betracht gezogen. Es folgt daraus, dass eine Bedingung fehlt, die realistische Beinlängen bei der Landung $\hat{x}_{rel,0}$ bestimmt. Deswegen wird das Kniemoment \hat{M}_{MTC} in der Zielfunktion bestraft. Dies ist äquivalent mit einem Strafterm für die Muskelkraft aus Glg. (4.38). Daraus ergibt sich die kombinierte Kostenfunktion aus Glg. (4.42).

Abbildung 4.24 zeigt den Vergleich zwischen gemessenen Reaktionskraftverläufen und den Ergebnissen aus der Simulation. Eine gute Übereinstimmung zwischen den Mess- und Simulationsverläufen wird für $\lambda_1 = 1.0$ und $\lambda_3 = 0.001$ erzielt. Die vorgeschriebene Sprunghöhe beträgt für beide Varianten $\hat{h}_{max,rel} = \hat{h}_{max,abs} = 0.05$.

Zusammenfassend sind die verwendeten Wichtungsparameter zur Beschreibung der Zielfunktion in Tabelle 4.4 aufgelistet. Die zugehörigen Grenzen für die Steuerungsfunktion \hat{F}'_{leg} innerhalb der Optimierung sind angegeben. Die vorgegebenen Sprunghöhen und die eingangs ermittelte Sehnensteifigkeit $\hat{k}_{SE,i}$ sind den verschiedenen Modellierungsvarianten (lineares und nichtlineares Kraftelement) zugeordnet. Zur Auswertung der Bewegungsart Hüpfen in den Abschnitten 4.2.5 bis 4.2.8 wird eine Hüpffrequenz mit $\underline{f} = 2.0 \,\mathrm{Hz}$ vorgeschrieben.

Bodenparameter Hüpfen mit aktivem Muskelmodell

Bei der Untersuchung zum Einfluss der Bodenparameter erfolgt eine Orientierung am Wertebereich gemäß Glg. (3.65). Dabei erfolgt die Analyse für ein konstantes Massenverhältnis $\hat{\nu} = 20$ zwischen Mensch und Boden. Aus numerischen Gründen beschränken sich die Auswertungen beim linearen Kraftelement auf den Bereich $\omega_0 = (75 - 3120) \,\mathrm{s}^{-1}$. Mit dem nichtlinearen Kraftelement werden auch Steifigkeiten bis zu $\omega_0 = 60 \,\mathrm{s}^{-1}$ untersucht. Der Einfluss der Bodendämpfung erfolgt für Werte im Bereich $\hat{D} \approx 0 - 890$.

Kraftelement	Ĩ	λ_1	λ_2	λ_3	$ \hat{F}_{leg}' \leq$	$ \hat{F}_{leg}'' \leq$	$\hat{h}_{max,rel}$	$\hat{h}_{max,abs}$	$\hat{k}_{SE,i}$
linear	\tilde{J}_1	0.8	0.2	10^{-3}	20	100	0.05 und 0.06	-	40
linear	\tilde{J}_2	0.5	1.0	10^{-3}	20	100	0.05 und 0.06	-	40
nichtlinear	\tilde{J}_3	1.0	0	10^{-3}	20	120	0.05	0.05	1600

Tabelle 4.4: Modellparameter lineares und nichtlineares Kraftelement (Wichtungsparameter, Begrenzung \hat{F}_{leg} , Sprunghöhe, $\hat{k}_{SE,i}$)

4.2.4 Biomechanische Bewertungskriterien Hüpfen

In den Abschnitten 4.2.5 bis 4.2.8 wird der Einfluss des Bodens auf verschiedene Bewertungskriterien analysiert. Für beide Modellierungsvarianten steht die maximale Reaktionskraft des Beines $\hat{F}_{leg,max}$ im Verhältnis zum Verletzungsrisiko. Mit dem erweiterten Kraftelement ist es möglich, eine realistischere Beschreibung der Muskelkraft zu erhalten und die maximale Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ als weiteres Kriterium zur Abschätzung des Verletzungsrisikos heranzuziehen. Aussagen zur Effizienz der Bewegung werden durch die Analyse der Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} sowie der Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ getroffen. Entdimensionierung der Glg. (3.37) führt auf

$$\left|\hat{E}_{diss}\right| = \left|\int_{0}^{\tau_{1}} \hat{F}_{B} \,\hat{y}' \,\mathrm{d}\tau\right| \tag{4.55}$$

mit $\hat{F}_B = -\left(\hat{D}\hat{y}' + (\omega_0^2/\hat{\Omega}^2)(\hat{y} - \hat{\ell}_F)\right)/\hat{\nu}$. Weiterhin sind zusätzliche Aussagen zur Leistung des Trainings mittels Untersuchungen für zwei unterschiedliche Sprunghöhen (siehe Tabelle 4.4) möglich. Ein weiterer Aspekt dieser Arbeit ist die Anpassungsfähigkeit des Menschen an unterschiedliche Untergründe. In Anlehnung an die Arbeiten [29, 30, 31] wird die Steifigkeit zur Beschreibung des Beinverhaltens als

$$\hat{k}_{leg} = \frac{\hat{F}_{leg,max}}{\max(\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel})}$$
(4.56)

definiert. Aussagen zum Bewegungsverhalten der Absolutkoordinate des Massenschwerpunktes erfolgen mit der Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot} von Mensch und Boden:

$$\hat{k}_{tot} = \frac{\hat{F}_{leg,max}}{\max(\hat{x}_{abs,0} - \hat{x}_{abs})} \,. \tag{4.57}$$

Für beide Kriterien wird vorausgesetzt, dass das Maximum der Kraft und der Beinauslenkung bzw. Auslenkung des Massenschwerpunktes ungefähr zum gleichen Zeitpunkt auftritt. Dadurch beschränkt sich die Berechnung der Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} auf ungedämpfte Böden. Eine Berechnung von \hat{k}_{tot} ist im Allgemeinen für alle Bodenparameter möglich. Darauf wird in Abschnitt 4.2.5 noch eingegangen.

Der Einfluss der zwei unterschiedlichen Optimalitätskriterien *Minimaler Energieverbrauch* und *Minimaler Ruck* wird in Verbindung mit dem linearen Kraftelement in Abschnitt 4.2.5 bzw. Abschnitt 4.2.6 untersucht.

Weiterhin wird im Rahmen unterschiedlicher Nebenbedingungen relative oder absolute Sprunghöhe das Bewegungsverhalten analysiert. Für das nichtlineare Kraftelement erfolgt die Analyse für $\hat{h}_{max,rel}$ in Abschnitt 4.2.7 und für $\hat{h}_{max,abs}$ in Abschnitt 4.2.8.

4.2.5 Analyse lineares Kraftelement - Zielfunktion \tilde{J}_1 und relative Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$

In diesem Abschnitt wird das lineare Kraftelement in Verbindung mit dem Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbauch* analysiert. Hierfür wird die Zielfunktion \tilde{J}_1 (Glg. (4.40)) verwendet. Es wird zunächst der Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 auf die Bewertungskriterien gesondert analysiert ($\hat{D} \approx 9$). Im Anschluss daran wird auf den Einfluss der Dämpfung eingegangen. Weiterhin wird der Unterschied zwischen den beiden Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ und $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$ herausgearbeitet, um eine weitere Aussage über die Trainingsleistung zu erhalten.

Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0

In Abb. 4.25 und 4.26 sind die Ergebnisse für die maximale Beinkraft, die Muskelarbeit, die maximale Beinauslenkung und die Beinsteifigkeiten über der Bodeneigenkreisfrequenz im Bereich $\omega_0 = (75 - 550) \,\mathrm{s}^{-1}$ für einen fast ungedämpften Boden ($\hat{D} \approx 9$) dargestellt. Die kleinste Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ beschreibt einen extrem nachgiebigen Boden mit einer Bodendurchbiegung $\hat{y}_{max} \approx 0.11$. Mit der Steifigkeit $\omega_0 = 500 \,\mathrm{s}^{-1}$ nähert sich der nachgiebig modellierte Boden einem harten Untergrund an. Die Ergebnisse für einen starr modellierten Boden sind mit einer grau gestrichelten Linie markiert.

Abbildung 4.25: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , Einfluss ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Beinkraft bzw. Muskelarbeit

Abbildung 4.25b zeigt den Zusammenhang zwischen der Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} und der Bodeneigenkreisfrequenz. Für sinkende ω_0 nimmt auch die Muskelarbeit und somit der

Abbildung 4.26: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_1 , Einfluss ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf maximale Beinauslenkung bzw. äquivalente Steifigkeit $\hat{k}_{leq}, \hat{k}_{tot}$

Energieverbrauch im Menschen ab. Es bildet sich abhängig von der Sprunghöhe ein Minimum im Bereich von $\omega_0 = (100 - 250) \,\mathrm{s}^{-1}$ aus. Wird ω_0 weiter herabgesetzt, steigt die Muskelarbeit stark monoton an. Ein Vergleich mit Messungen in [51] und [73] zeigt den gleichen Trend für das Verhalten der Muskelarbeit über der Bodensteifigkeit. In der Arbeit [51] wird die *Metabolic Cost* auf Böden mit mittleren Steifigkeiten beim Rennen gemessen. Es wird nachgewiesen, dass der Energieverbrauch beim Übergang von einem starren zu einem mittelsteifen Boden sinkt. Bei [73] erfolgen Untersuchungen für extrem weiche Böden mit dem Ergebnis, dass der EMG¹-Mittelwert von verschiedenen Streckmuskeln ein Minimum bei einer bestimmten Bodensteifigkeit besitzt. Um diesen Effekt mit der eigenen Modellierung zu vergleichen, muss davon ausgegangen werden, dass die gemessene Muskelaktivität mit der geleisteten Muskelarbeit korreliert. Das Verhalten der Muskelarbeit aus Abb. 4.25b wird auf die Nachgiebigkeit des Bodens und die damit verbundene Änderung der Beinbewegung zurückgeführt und im Folgenden erläutert.

Steigt die Elastizität des Bodens, dann geht der Mensch weniger in die Knie als auf einem harten Boden. In diesem Fall nimmt die maximale Beinauslenkung $max(\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel})$ ab, siehe Abb. 4.26a. Die in der ersten Hälfte des Bodenkontakts gespeicherte Energie im Boden kann während der zweiten Hälfte $(\tau_1/2 \leq \tau \leq \tau_1)$ genutzt werden, und der Mensch muss weniger Muskelarbeit aufwenden um die geforderte Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$ zu erreichen. In Abb. 4.27 sind die Bewegungsabläufe der Schwerpunktskoordinate \hat{x}_{abs} , der Beinlänge \hat{x}_{rel} und der Bodenkoordinate \hat{y} für einen weichen Boden (4.27b) und einen fast starren Boden (4.27a) für eine Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ abgebildet. Die einzelnen Größen sind auf ihren jeweiligen Wert bei der Landung ($\tau_0 = 0$) bezogen. Auf dem fast starren Boden ($\omega_0 = 500 \, \text{s}^{-1}$) muss der Mensch die gesamte Bewegung der Schwerpunktskoordinate \hat{x}_{abs} durch die eigene Beinbewegung \hat{x}_{rel} aufbringen. Zwischen den beiden Verläufen gibt es kaum einen Unterschied. Auf nachgiebigem Boden ($\omega_0 = 100 \, \text{s}^{-1}$) ist die Auslenkung des Beines \hat{x}_{rel} geringer als die Auslenkung von \hat{x}_{abs} , und der Boden übernimmt einen Teil der Bewegung, wodurch die zu leistende Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} sinkt. Dabei ist anzumer-

¹Elektromyografie: Messung der elektrischen Muskelaktivität

ken, dass die Bodeneigenkreisfrequen
z $\omega_0\,=\,100\,{\rm s}^{-1}$ einen sehr nachgiebigen Untergrund darstellt, denn die maximale Auslenkung des Beines und des Bodens befinden sich in der gleichen Größenordnung. Weiterhin ist zu erkennen, dass es für Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 \geq 90 \,\mathrm{s}^{-1}$ in der ersten Hälfte der Kontaktphase zur Stauchung des Beines und in der zweiten Hälfte zur Streckung kommt. Die Beinkoordinate \hat{x}_{rel} behält ihr federähnliches Verhalten trotz eines sehr nachgiebigen Bodens bei. Dies führt dazu, dass die Sehne in der Phase der Abwärtsbewegung mechanische Energie des Massenschwerpunktes m aufnehmen und diese Energie in der Streckphase an den Massenschwerpunkt wieder abgeben kann. Im Falle extrem niedriger Steifigkeiten ($\omega_0 < 90 \, \mathrm{s}^{-1}$) folgt die Bewegung nicht mehr der Bewegung des Bodens. Die Beinauslenkung \hat{x}_{rel} bleibt einen Großteil der Bodenkontaktphase konstant (Abb. 4.28) und kann den eben erläuterten Effekt der Energiespeicherung in der Sehne nicht ausnutzen. Demnach muss die Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} für Böden mit Bodeneigenkreisfrequenzen unterhalb von $90 \,\mathrm{s}^{-1}$ ansteigen. Der Verlauf der mechanischen Leistung des Beines $\hat{P}_{leg} = \hat{F}_{leg} \hat{x}'_{rel}$ aus Abb. 4.29 verdeutlicht noch einmal, dass für die Bodenei-genkreisfrequenz $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ in der ersten Hälfte der Kontaktphase das Bein zeitweise mechanische Arbeit am Massenschwerpunkt verrichtet und die Sehne nur bedingt Energie speichern kann. Die geforderte Sprunghöhe kann dann nur durch zusätzliche Muskelarbeit ausgeglichen werden.

In Abb. 4.25a ist die maximale Beinkraft in Abhängigkeit der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 dargestellt. Auf einem starren Boden ($\omega_0 \to \infty$) erfährt der Mensch für beide Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel}$ eine Reaktionskraft von $\hat{F}_{leg,max} = 3.88$. Mit sinkender Bodensteifigkeit ω_0 nimmt der Maximalwert der Beinkraft ab. Bei einer Sprunghöhe von $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ beträgt die Maximalkraft auf dem nachgiebigsten Boden $\hat{F}_{leg,max} = 2.91$. Wird die Höhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$ vorgeschrieben, dann sinkt die Maximalkraft ab einer Bodensteifigkeit von $\omega_0 = 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ weniger stark. Bei $\omega_0 = 90 \,\mathrm{s}^{-1}$ wird die kleinste Kraftspitze mit $\hat{F}_{leq,max} = 3.18$ erreicht. Zwischen einem harten und dem nachgiebigsten Boden kommt es somit zu einem Unterschied von 25% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.05$) bzw. 18% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.06$) für die maximale Beinkraft. Bei Messungen [31] für einen ähnlichen Steifigkeitsbereich wurde ein Unterschied von ca. 20%festgestellt. Damit liegen die Ergebnisse der eigenen Modellierung in einem realistischen Bereich. Die sinkende Maximalkraft $\hat{F}_{leg,max}$ für abnehmende ω_0 wird wiederum auf die kleiner werdende Beinauslenkung $\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel}$ auf Grund steigender Bodenauslenkung $\hat{y}_0 - \hat{y}$ zurückgeführt. Bei einem ungedämpften Boden besteht ein direkter Zusammenhang zwischen der Beinauslenkung und der muskelinternen Größe $\hat{x}_{SE} - \hat{x}_{SE,0}$. Die Simulationsergebnisse zeigen für sinkende ω_0 , dass die Sehnenlängenänderung $\hat{x}_{SE} - \hat{x}_{SE,0}$ und demzufolge die Sehnenkraft \hat{F}_{SE} (Sehnensteifigkeit $\hat{k}_{SE} = \text{konst.}$) abnimmt. Folglich wird auch die Beinkraft \hat{F}_{leq} kleiner, siehe Glg. (3.14).

Ein weiterer Effekt ist die Anpassung der Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} an einen nachgiebigen Boden. Für sinkende Bodeneigenkreisfrequenzen ω_0 steigt \hat{k}_{leg} stark an. In Abb. 4.26b wird die Auswertung der Beinsteifigkeiten nur für $\omega_0 \geq 90 \,\mathrm{s}^{-1}$ dargestellt. Die Berechnung setzt quasi-symmetrische Zeitverläufe voraus, bei dem Maximalkraft und maximale Beindurchbiegung zum gleichen Zeitpunkt auftreten. Beim nachgiebigsten Boden aus Abb. 4.28 ist dieser Sachverhalt auf Grund des Verlaufs $\hat{x}_{rel} - \hat{x}_{rel,0}$ nicht mehr gegeben. Aus Abb. 4.26b wird ersichtlich, dass der Mensch seine Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} beim Übergang vom harten

Abbildung 4.27: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss ω_0 auf Zeitverläufe für Mensch und Boden

Abbildung 4.28: Hüpfen: siehe Abb. 4.27, $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$

Boden zum nachgiebigsten Boden mit $\omega_0 = 90 \,\mathrm{s}^{-1}$ um 47% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.05$) bzw. 53% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.06$) anpasst. Im Vergleich dazu haben Ferris und Farley [31] einen Unterschied von 66% gemessen. Die Anpassung der Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} bei unterschiedlichen Bodensteifigkeiten ω_0 hat zur Folge, dass die Gesamtsteifigkeit von Mensch und Boden \hat{k}_{tot} relativ konstant bleibt. Der Effekt der sich anpassenden Steifigkeit \hat{k}_{leg} ist erneut auf die Änderung der maximalen Beinauslenkung $max(\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel})$ aus Abb. 4.26a zurückzuführen.

Ein Vergleich zwischen den Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ und $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$ in Abb. 4.25 zeigt, dass diese für $\omega_0 < 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ einen Einfluss haben. In diesem Bereich führt eine geringere Sprunghöhe zu niedrigeren Reaktionskräften, und es muss weniger Muskelarbeit verrichtet werden. Oberhalb von $\omega_0 = 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ hat die Wahl der relativen Sprunghöhe kaum Einfluss auf die beiden Bewertungskriterien. Ist das Ziel maximale Trainingsleistung (größere Sprunghöhe) zu erreichen, so ist dies für den Bereich $\omega_0 > 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ ohne Defizite bezüglich des Verletzungsrisikos ($\hat{F}_{leg,max}$) und der Trainingseffizienz (\hat{C}_{Muskel}) möglich.

Abbildung 4.29: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss ω_0 auf Leistung \hat{P}_{leg}

Einfluss der Dämpfung \hat{D} für verschiedene ω_0

Im Nachfolgenden wird der Einfluss der Bodendämpfung \hat{D} für verschiedene Bodensteifigkeiten ω_0 auf die Bewertungskriterien untersucht. In den Abbildungen 4.30 bis 4.32 wird wiederum zwischen den beiden Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ und $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$ unterschieden. Für einen starren Boden ($\omega_0 = 3120 \,\mathrm{s}^{-1}$, Kraftmessplatte) bleibt die maximale Reaktionskraft (Abb. 4.30), die Muskelarbeit (Abb. 4.31) und die Bodendissipation (Abb. 4.32) über der Dämpfung \hat{D} konstant. Diese Ergebnisse werden in der folgenden Auswertung als Vergleichswert zu nachgiebigen Böden benutzt.

In Abb. 4.30 ist die maximale Beinkraft $F_{leg,max}$ über der dimensionslosen Dämpfung aufgetragen. Für Böden mit Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 \ge 150 \,\mathrm{s}^{-1} \,(\hat{h}_{max,rel} = 0.05)$ bzw. $\omega_0 \geq 200 \,\mathrm{s}^{-1} \,(\hat{h}_{max,rel} = 0.06)$ steigt die Maximalkraft mit steigender Dämpfung leicht an. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass für diesen Steifigkeitsbereich der Dämpfungseinfluss sehr gering ist. Im Gegensatz dazu hat die Dämpfung einen größeren Einfluss für Böden mit Steifigkeiten unterhalb des oben genannten Bereichs. Für eine Bodensteifigkeit $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ sinkt die Maximalkraft zunächst mit ansteigender Dämpfung \hat{D} bis auf einen Minimalwert ab. Für weiter ansteigende Dämpfung nimmt auch die Kraft $\hat{F}_{lea,max}$ zu. Dieses Verhalten wird durch das Zusammenspiel zwischen Bodenauslenkung und Sehnenlängenänderung hervorgerufen. Für steigende Dämpfungswerte \hat{D} nimmt die maximale Bodenauslenkung $max(\hat{y}_0 - \hat{y})$ monoton ab. Jedoch überwiegt im ersten Bereich ($\hat{D} \approx 0$ bis D, bei dem $F_{leg,max}$ minimal ist) der Einfluss der maximalen Sehnenlängenänderung $max(\hat{x}_{SE,0} - \hat{x}_{SE})$. In diesem Bereich sinkt für steigende Dämpfung die maximale Auslenkung der Sehne $max(\hat{x}_{SE,0} - \hat{x}_{SE})$ und somit auch die Sehnenkraft \hat{F}_{SE} . Es ist anzumerken, dass in diesem Fall das Verhalten der maximalen Beinauslenkung nicht proportional zu dem der Sehnenlängenänderung ist. Für Dämpfungen oberhalb des minimalen Bereichs gewinnt das Verhalten der Bodenauslenkung an Gewicht. Die maximale Sehnenlängenänderung sowie die maximale Beinauslenkung nehmen zu, um die geringere Bodenauslenkung $max(\hat{y}_0 - \hat{y})$ auszugleichen. Ein steigendes $max(\hat{x}_{SE,0} - \hat{x}_{SE})$ bewirkt eine steigende Sehnenkraft und demzufolge eine steigende Beinkraft. Weiterhin strebt die maximale Bodenauslenkung $max(\hat{y}_0 - \hat{y})$ für diverse Bodeneigenkreisfrequenzen einen gemeinsamen Wert

an. Dies führt dazu, dass die Beinkraft für hohe Dämpfungen gegen einen Wert $\hat{F}_{leg,max}$ tendiert.

Für die Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ wurde für die Kombination von $\omega_0 \leq 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ mit sehr hoher Dämpfung ($\hat{D} > 620$ bzw. $\hat{D} > 700$) kein Optimum erhalten, sodass für diesen Bereich keine Aussagen gemacht werden können. Weiterhin ist zu erkennen, dass das Minimum vom Verlauf $\hat{F}_{leg,max}$ vs. \hat{D} von der gewählten Bodensteifigkeit abhängt. Für steigendes ω_0 wird das Minimum bzw. der minimale Bereich zu höheren Dämpfungswerten verschoben.

In [74] wird für einen Boden mit einer Steifigkeit $c_1 = 26.8 \text{ kN/m}$ (entspricht $\omega_0 \approx 85 \text{ s}^{-1}$) der Einfluss der Dämpfung untersucht. Dabei fanden Messungen zum Hüpfen auf einem rein elastischen Boden und einem gedämpften Boden im Bereich von $\hat{D} \approx 90 - 400$ statt. In diesen Messungen konnte für den gedämpften Boden ein Anstieg der Maximalkraft für steigende Dämpfungswerte festgestellt werden. Dieser Effekt ist auch aus den hier gezeigten Simulationsergebnissen ersichtlich, z.B. für den Verlauf von $\omega_0 = 100 \text{ s}^{-1}$ (Abb. 4.30). Weiterhin geht aus den Messergebnissen hervor, dass die Maximalkraft bei einem rein elastischen Boden größer ist, als bei zusätzlicher Bodendämpfung von $\hat{D} \approx 90$. Dieses Verhalten ist wiederum in den Simulationsergebnissen in Abb. 4.30 zu erkennen. Dieser Vergleich zeigt, dass mit der eigenen Modellierung die wesentlichen Effekte wiedergegeben werden können. Zusätzlich zu den Ergebnissen aus der Literatur, kann mit den eigenen Simulationsergebnissen eine allgemeine Abhängigkeit des optimalen Bereichs von verschiedenen Bodensteifigkeiten und Dämpfungswerten angegeben werden.

Im Vergleich zum vorhergehenden Textabschnitt ist ersichtlich, dass mittels einer Änderung der Bodendämpfung weniger Einfluss auf das Ergebnis $\hat{F}_{leg,max}$ genommen werden kann als mit einer Änderung der Bodensteifigkeit ω_0 . Für den Boden mit $\omega_0 = 100 \, \text{s}^{-1}$ ist mittels Dämpfung lediglich eine Verbesserung von ca. 4.5% für die Maximalkraft in Bezug auf den ungedämpften Boden ($\hat{D} \approx 9$) möglich.

Abbildung 4.30: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_1 , Einfluss \hat{D} , ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Beinkraft

Die dissipierte Energie des Bodens ist in Abb. 4.32 dargestellt. Es kann grundsätzlich das gleiche Verhalten wie bei der Modellierung aus Abschnitt 4.1 festgestellt werden. Für steigende Dämpfung nimmt die Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ zu. Abhängig von ω_0 verweilt $|\hat{E}_{diss}|$
auf einem Plateau oder nimmt ab einer bestimmten Dämpfung \hat{D} ab, weil in diesem Fall die sinkende maximale Bodenauslenkung einen größeren Einfluss gegenüber dem Dämpfungswert \hat{D} gewinnt (siehe Glg. (4.55)). Der Vergleich mit Messwerten von [74] zeigt das gleiche globale Verhalten.

Das Verhalten der Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} (Abb. 4.31) über der Dämpfung ist proportional zum Verhalten der Bodendissipation (Abb. 4.32). Zum einen sinkt durch steigende Dämpfung die maximale Bodenauslenkung $max(\hat{y}_0 - \hat{y})$, weshalb der Effekt der Energiespeicherung im Boden abnimmt. Zum anderen dissipiert der Boden einen Teil der aufgenommenen Energie. Dies führt dazu, dass das Menschmodell mehr Muskelarbeit leisten muss, um die gegebene Sprunghöhe zu erreichen, und ab einem gewissen Dämpfungswert \hat{D} (abhängig von ω_0) übersteigt \hat{C}_{Muskel} sogar den Energieverbrauch auf einem harten Boden. Weiterhin ist zu erkennen, dass bei sehr hohen Dämpfungswerten die Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} abnehmen kann, obwohl die Muskelkraft ($\hat{F}_{C} = \hat{F}_{leg}$) zunimmt. Dieser Effekt ist auf die abnehmende Bodendissipation in diesem Bereich zurückzuführen und demzufolge wird dem Menschen weniger Energie entzogen. Für sehr weiche Böden stellt sich bei kleinen Dämpfungswerten ein anderes Verhalten ein. Für die Steifigkeit $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ $(\hat{h}_{max,rel} = 0.05)$ bzw. $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ $(\hat{h}_{max,rel} = 0.06)$ hat die sinkende Bodenauslenkung zunächst einen geringen Einfluss. In diesem Dämpfungsbereich sinkt die Muskelarbeit trotz steigender Bodendissipation. Demzufolge muss der Einfluss der Muskelkraft in Glg. (4.35) überwiegen, denn die Beinkraft ($\hat{F}_C = \hat{F}_{leq}$) nimmt wie bereits erläutert in diesem Bereich ab (siehe Abb. 4.30). Wird der Dämpfungsanteil bedeutender, dann ist das Verhalten der Muskelarbeit C_{Muskel} wieder proportional zum Verhalten der Bodendissipation.

Es wurde bereits erläutert, dass das aktive Menschmodell auf Grund der Bodendissipation die verlorene Energie durch die eigene Muskelarbeit ersetzen muss. Dabei nutzt es die Möglichkeit aus, die Beinlänge bei Landung (τ_0) und Absprung (τ_1) unterschiedlich zu wählen, siehe Abb. 4.33a. Mit ansteigender Dämpfung nimmt die Differenz zwischen \hat{x}_{rel,τ_1} und $\hat{x}_{rel,0}$ zu. Es wird in Erinnerung gerufen, dass für diese Modellierungsform (lineares Kraftelement) Nebenbedingung Glg. (4.47) gilt. Darin wird gefordert, dass der Absprung mit ausgestreckten Beinen erfolgt. Dann bedeutet dies, dass für steigende Dämpfung eine Landung mit angewinkeltem Bein stattfindet. Durch die unterschiedlichen Beinlängen hat der Mensch die Möglichkeit in der Abstoßphase der Bodenkontaktzeit mehr positive Arbeit im Bein zu leisten, als er in der ersten Phase an negativer Beinarbeit verliert. Mit der sich ergebenden Nettoarbeit wird die dissipierte Bodenenergie ersetzt. Es wird die Annahme gemacht, dass die Anpassung der Differenz $\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0}$ ein grundlegender Mechanismus ist, um auf einem gedämpften Boden mit minimalen Energieaufwand in einer periodischen Bewegungsform zu verweilen.

In Abb. 4.34 ist der Einfluss der Bodendämpfung auf das Zeitverhalten der Schwerpunktkoordinate, der Beinbewegung und der Bodenkoordinate dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Bodenauslenkung und die Beinauslenkung nicht mehr in Phase sind. Der Boden hinkt auf Grund der Dämpfung der Schwerpunktskoordinate \hat{x}_{abs} hinterher. Im Gegensatz dazu erreicht das Bein \hat{x}_{rel} schon zeitiger seine maximale Auslenkung im Vergleich zu einem rein elastischen Boden. Dadurch erfolgt die gleiche Absolutbewegung des Massenschwerpunktes \hat{x}_{abs} auf einem gedämpften (Abb. 4.34) oder ungedämpften Boden (Abb. 4.27). Die Gesamtsteifigkeit von Boden und Mensch \hat{k}_{tot} aus Abb. 4.33b bleibt somit trotz stark variierender Dämpfung in einem kleinen Intervall konstant.



Abbildung 4.31: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_1 , Einfluss \hat{D} , ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Muskelarbeit



Abbildung 4.32: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_1 , Einfluss \hat{D} , ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Bodendissipation.

Jedoch ergeben sich für Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 \leq 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ mit steigender Dämpfung Kraftverläufe, die von den sinusartigen Zeitverläufen auf einem harten Boden stark abweichen. Abbildung 4.35a zeigt das Verhalten der Beinkraft für $\omega_0 = 125 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} \approx 620$ bei dem sich zum Ende der Bewegung eine zweite Kraftspitze ausbildet. Die zugehörigen kinematischen Zeitverläufe sind in Abb. 4.35b dargestellt. Aus dem Verlauf der Beinkoordinate $\hat{x}_{rel}(\tau)$ lässt sich schließen, dass bei dieser Bewegung das Menschmodell nicht aktiv gegen die Bodendämpfung arbeitet, sondern sich vom Boden mittragen lässt. Letztendlich wird nur ein sehr kleiner Sprung ausgeführt. Der Abstand zwischen der Höhe beim Absprung und maximaler Flughöhe ist nur minimal, nämlich $max(\hat{x}_{F,abs} - \hat{x}_{abs,\tau_1}) \approx 0.006$. Der hier auftretende Beinkraftverlauf (Abb. 4.35a) wurde in anderen Studien nicht diskutiert. Es kommen jedoch verschiedene Erklärungen in Frage, weshalb die eigenen Ergebnisse dieses Verhalten wiedergeben. In den verschiedenen Artikeln ([74, 75]), bei denen Messungen auf



Abbildung 4.33: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf $(\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0})$ und Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot}



Abbildung 4.34: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , $\frac{\hat{h}_{max,rel} = 0.05}{\hat{D}}$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf Zeitverläufe für Mensch und Boden



Abbildung 4.35: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_1 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss von $\omega_0 = 125 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} \approx 620$ auf Zeitverläufe

einem gedämpften Boden durchgeführt wurden, bekamen die Probanden keine konkreten Vorgaben bezüglich der Sprung- bzw. Hüpfhöhe. Es wird davon ausgegangen, dass die Probanden ihre bevorzugte Sprunghöhe selbst gewählt und wahrscheinlich bei sehr hohen Dämpfungswerten an die Gegebenheiten angepasst haben. Das bedeutet, dass die Nebenbedingung (Glg. (4.49)) mit einer konstanten Sprunghöhe $h_{max,rel}$ das Bewegungskriterium preferred hopping height für diese Bodenkombinationen nicht wiedergeben kann. Weiterhin wurden in der Literatur keine Messungen oder Simulationsergebnisse für diese Parameterkonstellation mit den sehr hohen Dämpfungswerten gefunden. Die maximale äquivalente Dämpfung, die in einer Studie untersucht wurde, beträgt $\hat{D} \approx 420$ [74]. Es liegen somit keine direkten Vergleichswerte vor und es wird geschlussfolgert, dass das Verhalten aus Abb. 4.35 eine Art weiches Hüpfen wiedergibt. Das aktive Menschmodell lässt sich in diesem Fall vom Boden mittragen um eine vorgegebene relative Sprunghöhe zu erreichen. Es sei angemerkt, dass bei der Vorgabe einer höheren relativen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} > 0.05$ die Kraftverläufe auf ihr ursprüngliches sinusartiges Verhalten übergehen. Jedoch führt dies zu einem höheren Wert der Zielfunktion J_1 als für die eigentliche Höhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$. Dies bestätigt die Annahme, dass beim Übertragen des Bewegungsmusters von einem schwach gedämpften Boden auf einen stark gedämpften Boden das Optimierungsproblem mit Zielfuntkion Glg. (4.40) und Nebenbedingung Glg. (4.49) keine Aussagen zu einem sogenannten sinusartigen Hüpfen (bevorzugte Hüpfhöhe) treffen kann. In Abschnitt 4.2.7 wird unter Verwendung des nichtlinearen Kraftelementes noch einmal im Detail auf diesen Sachverhalt eingegangen.

Abschließend wird der Einfluss der unterschiedlichen Sprunghöhen auf die Bewertungskriterien analysiert. Mit den obigen Erläuterungen ist ersichtlich, dass für eine geringere Trainingsleistung ($\hat{h}_{max,rel} = 0.05$) niedrigere Maximalwerte (Beinkraft) für eine konstant gewählte Steifigkeit möglich sind. Für $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ beträgt die minimal mögliche Reaktionskraft $\hat{F}_{leg,max} = 2.84$ bei einem Dämpfungswert $\hat{D} = 110.9$. Bei dieser Bodenparameterkonstellation ergibt sich eine Maximalkraft von $\hat{F}_{leg,max} = 3.213$ bei einer Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.06$. Steigt die Bodensteifigkeit an, dann ist dieser Effekt weniger stark ausgeprägt.

4.2.6 Analyse lineares Kraftelement - Zielfunktion \tilde{J}_2 und relative Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$

In Abschnitt 4.2.5 wurde das lineare Kraftelement für eine Hüpfbewegung auf einem nachgiebigen Untergrund mit dem Kriterium *Minimaler Energieverbrauch* untersucht. Im Folgenden ist der Einfluss des Optimalitätskriteriums *Minimaler Ruck* Gegenstand der Analyse. Es werden die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten zwischen den beiden Kriterien herausgearbeitet.

Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0

Der Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz wird anhand des Bereichs $\omega_0 = (75 - 550) \,\mathrm{s}^{-1}$ untersucht. Die zwei grau-gestrichelten Linien in Abb. 4.36 stellen den Grenzwert für den Übergang auf einen unendlich steifen Boden für die zwei Sprunghöhen $\hat{h}_{max,rel}$ dar. Die Bodendämpfung wird zunächst vernachlässigt.



Abbildung 4.36: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_2 , Einfluss ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Beinkraft bzw. Muskelarbeit

Die Abhängigkeit der Maximalkraft von der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 ist in Abb. 4.36a dargestellt. Im Vergleich zum Kriterium Minimaler Energieverbrauch (Abb. 4.25a) sinkt auch für J_2 die maximale Beinkraft mit sinkender Bodensteifigkeit, jedoch erst für deutlich kleinere Bodensteifigkeiten ($\omega_0 \leq 175 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$). Für das Optimalitätskriterium Minimaler Ruck besteht für die maximale Beinkraft ein Unterschied von ca. 16% $(\hat{h}_{max,rel} = 0.05)$ bzw. 13% $(\hat{h}_{max,rel} = 0.06)$ zwischen dem harten und dem nachgiebigsten Boden. Diese Werte liegen unterhalb der Simulationsergebnisse aus Abschnitt 4.2.5 und damit leicht unterhalb der Messergebnisse von [31]. Für die Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} ergibt sich die bereits bekannte Abhängigkeit von der Steifigkeit ω_0 (Abb. 4.36b). Es entsteht ein minimaler Bereich, und die Bodensteifigkeit, bei der C_{Muskel} minimal ist, entspricht derjenigen aus Abb. 4.25b. Bei kleinerer Bodensteifigkeit sind die Ergebnisse für beide Kriterien \tilde{J}_1 und \tilde{J}_2 identisch, für größere besitzt die Kurve \hat{C}_{Muskel} vs. ω_0 für \tilde{J}_2 einen steileren Anstieg. Die maximale Beinauslenkung $max(\hat{x}_{rel,0} - \hat{x}_{rel})$ und die Beinsteifigkeiten \hat{k}_{leg} bzw. k_{tot} besitzen qualitativ gleiches Verhalten im Vergleich zu Abb. 4.26. Die Ergebnisse unter Verwendung des Zielfunktionals J_2 sind deswegen nicht dargestellt. Für die Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} ergibt sich ein Unterschied von 48% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.05$) bzw. 54% ($\hat{h}_{max,rel} = 0.06$) zwischen einem Boden mit $\omega_0 = 90 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\omega_0 \to \infty$. Dieser Bereich deckt sich mit den Ergebnissen für das Optimalitätskriterium J_1 .

Der Vergleich zwischen den Optimalitätskriterien *Minimaler Energieverbrauch* und *Minimaler Ruck* zeigt, dass es für unterschiedliche Bodeneigenkreisfrequenzen keinen Unterschied im prinzipiellen Verhalten der Bewertungskriterien gibt. Daraus lässt sich schließen, dass die konkrete Wahl des Optimalitätskriteriums bei ungedämpften Böden auf das globale Verhalten einen geringen Einfluss hat. Die grundlegenden Mechanismen wie z.B. die Beinbewegung in der Bodenkontaktphase werden hauptsächlich durch die Nebenbedingungen einschließlich der Bewegungsgleichungen erzwungen. Einen Einfluss auf die quantitativen Ergebnisse ist jedoch für unterschiedliche Zielfunktionen gegeben. Die weiter oben angeführten Unterschiede in den Ergebnissen für \tilde{J}_1 und \tilde{J}_2 beweisen diesen Sachverhalt.

Einfluss der Dämpfung \hat{D} für verschiedene ω_0

Der Einfluss der Bodendämpfung ergibt für die Maximalkraft $\hat{F}_{leg,max}$ (Abb. 4.37) ein ähnliches Verhalten wie bei dem Zielfunktional \tilde{J}_1 . Ein Vergleich der Ergebnisse (Abb. 4.30 und Abb. 4.37) zeigt keinen signifikanten Unterschied. Zudem werden mit dem Kriterium *Minimaler Ruck* bei einer Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ auch Lösungen mittels dem angewandten Optimierungsverfahren für Dämpfungswerte $\hat{D} > 620$ erhalten, was im vorhergehenden Abschnitt nicht möglich war.

Der Einfluss der Dämpfung \hat{D} auf die Muskelarbeit ist in Abb. 4.38 dargestellt. Das globale Verhalten ist wiederum für beide Kriterien ähnlich. Die quantitativen Unterschiede bei den steiferen Böden haben ihre Ursache in dem unterschiedlichen Wert der Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} auf einem harten Boden. Eine Ausnahme im globalen Verhalten besteht für die Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ mit den Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 = (75 - 100) \,\mathrm{s}^{-1}$. Im Bereich der Dämpfung $\hat{D} \approx 300 - 700$ bildet sich ein Minimum im Verlauf $\hat{C}_{Muskel} - \omega_0$ heraus. Dieser Effekt wird vor allem durch die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit \hat{x}'_C erzeugt, die für diesen Bereich deutlich abnimmt.

Die dissipierte Energie im Boden $|\hat{E}_{diss}|$ besitzt die gleiche Abhängigkeit von \hat{D} wie in Abb. 4.32. Deswegen wird an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen.

Aus Abb. 4.39b ist zu erkennen, dass mit dem Kriterium *Minimaler Ruck* eine relativ konstante Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot} erzeugt wird. Demzufolge führt das Menschmodell auch unter Verwendung dieses Bewegungskriteriums eine gleichbleibende Absolutbewegung $\hat{x}_{abs}(\tau)$ auf unterschiedlich nachgiebigen Böden aus.



Abbildung 4.37: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_2 , Einfluss \hat{D} , ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Beinkraft



Abbildung 4.38: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion J_2 , Einfluss \hat{D} , ω_0 und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Muskelarbeit



Abbildung 4.39: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_2 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf $(\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0})$ und Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot}

Ein bedeutender Unterschied zwischen den Optimalitätskriterien Minimaler Ruck und Minimaler Energieverbrauch tritt bei der Kombination von $\omega_0 < 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ mit steigender Dämpfung \hat{D} auf. Abbildung 4.40a zeigt den Kraftverlauf für $\omega_0 = 125 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\hat{D} \approx 620$ für die Zielfunktion \tilde{J}_2 im Vergleich zu den Ergebnissen mit der Zielfunktion \tilde{J}_1 aus Abb. 4.35. Mit dem Kriterium Minimaler Ruck wird ein Beinkraftverlauf ohne eine zweite Kraftspitze simuliert, und demzufolge besteht zwischen der Absprunghöhe \hat{x}_{abs,τ_1} und der maximalen Flughöhe $max(\hat{x}_{abs,F})$ ein wesentlicher Unterschied, siehe Abb. 4.40b. Die Forderung, dass J_{Ruck} minimal werden soll, führt dazu, dass die Bodenkontaktzeit τ_1 im Vergleich zum Kriterium Minimaler Energieverbrauch nur wenig ansteigt. Auf Grund der begrenzten Bodenkontaktzeit ist die Ausbildung einer zweiten Kraftspitze nicht mehr möglich. Es wird somit angenommen, dass mit dem Optimalitätskriterium Minimaler Ruck und der Nebenbedingung (4.49) Aussagen zu einer normalen Hüpfbewegung möglich sind. Deshalb ergeben sich unter Verwendung von \tilde{J}_2 bei steigender Dämpfung kleinere Werte $\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0}$ (Abb. 4.39a) im Vergleich zum Kriterium \hat{J}_1 . Das Anpassen der Differenz zwischen Landebeinlänge $\hat{x}_{rel,0}$ und Beinlänge beim Absprung \hat{x}_{rel,τ_1} ist wiederum ein gewählter Mechanismus, um die dissipierte Energie im Boden $|\hat{E}_{diss}|$ zu ersetzen. Dabei korreliert das Verhalten aus Abb. 4.39a mit dem Verhalten der Bodendissipation (ohne Abb.).



Abbildung 4.40: Hüpfen: lineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_2 , $\underline{\hat{h}_{max,rel}} = 0.05$, Einfluss von $\omega_0 = 125 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} \approx 620$ auf Zeitverläufe

Für die zwei Optimalitätskriterien besteht somit ein Unterschied im globalen Verhalten bei gedämpften Böden, denn die Wahl der Zielfunktion beeinflusst den Beinkraftverlauf bei hohen Dämpfungswerten. Weiterhin bestätigt die Analyse aus diesem Abschnitt, dass periodische Bewegungen auf einem harten und einem nachgiebigen Untergrund unter Verwendung der Zielfunktion \tilde{J}_2 umsetzbar sind. Die in der Arbeit [11] aufgestellte Hypothese, dass der *Minimale Ruck* ein alleiniges Optimalitätskriterium für eine periodische Hüpfbewegung ist, wird mit den hier gezeigten Ergebnissen nur zum Teil gestützt. Auf Grund des Terms J_w (Glg. (4.36)) im Zielfunktional \tilde{J}_2 können keine Aussagen zu einem alleinigen Kriterium J_{Ruck} getroffen werden.

4.2.7 Analyse nichtlineares Kraftelement - relative Sprunghöhe

h_{max,rel}

Im Folgenden wird das nichtlineare Kraftelement mit dem linearen visko-elastischen Bodenmodell gekoppelt. Die Untersuchungen für das erweiterte Kraftelement beschränken sich dabei auf das Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* mit der kombinierten Kostenfunktion (4.42). Weiterhin wird in diesem Abschnitt eine relative Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ betrachtet. Eine Diskussion der Ergebnisse für größere Sprunghöhen erfolgt in Verbindung mit der Bodendämpfung \hat{D} .

Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0

Für diese Modellierungsvariante ist es möglich, Untersuchungen für Böden mit $\omega_0 \leq 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ durchzuführen. Deswegen wird der in den Abbildungen dargestellte Bereich der Bodensteifigkeiten erweitert auf $\omega_0 = (60 - 550) \,\mathrm{s}^{-1}$. Es sind wiederum die Ergebnisse auf einem

starren Boden ($\omega_0 = 3120 \,\mathrm{s}^{-1}$) mit einer grau-gestrichelten Linie markiert.

Mit der detaillierten Modellierung des Knies ist das Verhalten der maximalen Muskelkraft $F_{MTC,max}$ beschreibbar. Abbildung 4.42 zeigt, dass es zu kleineren Maximalwerten bei sinkender Bodensteifigkeit kommt. Der Verlauf $\hat{F}_{MTC,max}$ vs. ω_0 ist in diesem Fall proportional zu der maximalen Schnenlängenänderung $max(\hat{x}_{SE,0} - \hat{x}_{SE})$ vs. ω_0 (ohne Abb.). Die maximale Auslenkung der Sehne sinkt analog zum linearen Kraftelement mit abnehmender Bodeneigenkreisfrequenz. Für den Bereich zwischen $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\omega_0 \to \infty$ besteht ein Unterschied in der maximalen Muskelkraft von 54%. Für die Beinkraft wird qualitativ die gleiche Abhängigkeit von der Bodensteifigkeit für das erweiterte (Abb. 4.41a) und das lineare Kraftelement (Abb. 4.25a) festgestellt. Jedoch fällt die Maximalkraft bei dem nichtlinearen Kraftelement erst für wesentlich kleinere Bodeneigenkreisfrequenzen ω_0 signifikant ab. Für den Bereich zwischen $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\omega_0 \to \infty$ besteht ein Unterschied von ca. 16% für $\hat{F}_{leq,max}$. Im Gegensatz zum linearen Kraftelement, ist die Beinkraft \hat{F}_{leq} an dieser Stelle nicht mehr proportional zur Sehnenlängenänderung bzw. zur maximalen Beinauslenkung, siehe Glg. (3.18). Bei sinkendem ω_0 bewirkt die abnehmende Beinauslenkung eine Abnahme des Knieabstands d_K . Laut Glg. (3.25) führt dies in der Berechnungsvorschrift Glg. (3.18) dazu, dass die Beinkraft nicht so stark abnehmen kann, wie es für die Muskelkraft möglich ist. Deswegen hat ein elastischer Boden für den gleichen Steifigkeitsbereich einen größeren positiven Einfluss auf die Muskelkraft \hat{F}_{MTC} als auf die Beinkraft \hat{F}_{leg} bei der periodischen Bewegung Hüpfen.

Der Verlauf \hat{C}_{Muskel} vs. ω_0 (Abb. 4.41b) besitzt wiederum ein Minimum, jedoch verschiebt sich der Bereich zu kleineren Bodensteifigkeiten, nämlich $\omega_0 = (75 - 150) \,\mathrm{s}^{-1}$. Obwohl auf einem harten Boden für beide Modellierungsvarianten die gleiche Muskelarbeit geleistet werden muss ($\hat{C}_{Muskel} \approx 0.05$), wird mit dem nichtlinearen Kraftelement erst für niedrigere Bodensteifigkeiten $\omega_0 \leq 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ dieser Wert überschritten.

Die äquivalente Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} besitzt das bereits bekannte Verhalten. Mit dem erweiterten Kraftelement ändert sich die Beinsteifigkeit beim Übergang von einem weichen Boden ($\omega_0 = 90 \, \text{s}^{-1}$) zu dem unendlich steifen Boden um 52%.



Abbildung 4.41: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$, Einfluss ω_0 auf Beinkraft bzw. Muskelarbeit



Abbildung 4.42: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$, $\hat{F}_{MTC,max}$ vs. ω_0

In Abb. 4.43a sind die Zeitverläufe für den Massenschwerpunkt, die Beinbewegung und die Bodenauslenkung für die extrem niedrige Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 = 60 \,\mathrm{s}^{-1}$ dargestellt. Obwohl die maximale Bodenauslenkung $max(\hat{y}-\hat{y}_0)$ die maximale Auslenkung des Schwerpunktes $max(\hat{x}_{abs} - \hat{x}_{abs,0})$ übersteigt, behalten beide Verläufe ihr typisches Aussehen bei. Der Zeitverlauf der Beinkoordinate \hat{x}_{rel} entspricht jedoch nicht mehr dem typischen federartigen Verhalten. Nach der Landung kommt es nur kurz zu einer Stauchung des Beines um es danach sofort wieder auszustrecken, während der Boden sich weiter abwärts bewegt. Vor dem Absprung kommt es an Stelle einer Streckphase des Beines zu einer Stauchung. Es wird wiederum angenommen, dass der Mensch dieses Bewegungsmuster wählt, um die Bewegung des Schwerpunkts \hat{x}_{abs} unverändert gegenüber einem harten Boden beizubehalten. Im Vergleich zu einem harten Boden wird der Kraftverlauf $\hat{F}_{leq}(\tau)$ für $\omega_0 = 60 \,\mathrm{s}^{-1}$ runder, siehe Abb. 4.43b. Abbildung 4.44 stellt Messergebnisse [73] für Hüpfen auf einem extrem nachgiebigen Boden mit einer äquivalenten Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 \approx 50 \,\mathrm{s}^{-1}$ dar. Ein Vergleich zwischen den Simulations- und Messergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung für extrem niedrige Bodensteifigkeiten. Vor allem ist mit dem erweiterten Kraftelement die Nebenbedingung Glg. (4.47) nicht mehr notwendig, wie es bei dem linearen Kraftelement der Fall war. Dies ermöglicht eine Beinbewegung, bei der die Absprunglänge \hat{x}_{rel,τ_1} frei gewählt wird. Dieser Sachverhalt ist vor allem bei extrem weichen Böden notwendig. Aus den Messwerten [73] ist bekannt, dass in diesem Fall die Landung mit einem stark angewinkelten Knie erfolgt ($\hat{x}_{rel,0} \ll \hat{\ell}_{max}$). Und wie aus Abb. 4.44 ersichtlich ist, wird mit einem noch kürzeren Bein mit \hat{x}_{rel,τ_1} abgesprungen.

Jedoch kann das eigene Modell die Landelänge des Beines für nachgiebige Böden mit Steifigkeiten ab $\omega_0 > 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ nicht mehr korrekt wiedergeben, denn es wird eine Landelänge $\hat{x}_{rel,0}$ nahe der Grenze $\hat{x}_{rel} \leq 0.99$ bestimmt. Dies deckt sich nicht mit Werten aus der Literatur [73]. Wie in Abschnitt 4.2.3.2 erwähnt, muss der Strafterm $J_{F_{C,2}}$ in das Zielfunktional Glg. (4.42) aufgenommen werden, um den Lösungsraum für $\hat{x}_{rel,0}$ zu beschränken. Es wird angenommen, dass in diesem Fall der Strafterm verhältnismäßig einen zu großen Einfluss hat. Trotz dieser Diskrepanz stimmen die Simulationsergebnisse gut mit verschiedenen Messwerten überein. Deswegen wird angenommen, dass der absolute Wert $\hat{x}_{rel,0}$ einen geringeren Einfluss auf die unterschiedlichen Bewertungskriterien hat. Es ist vor allem die Differenz $\hat{x}_{rel,\tau_1} - \hat{x}_{rel,0}$ entscheidend, die auf einem ungedämpften Boden ungefähr Null ist (Ausnahme extrem weicher Boden).



Abbildung 4.43: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion J_3 , $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$, Einfluss ω_0 auf Zeitverläufe für Mensch und Boden sowie Beinkraftverlauf



Abbildung 4.44: Messergebnisse aus Abb. 2c, Arbeit von Moritz and Farley [73], (Hüpfen mit f = 2.2 Hz auf extrem nachgiebigen Boden)

Im Vergleich ergeben sich für beide Modellierungsvarianten des Menschen auf einem harten Boden zwei sehr unterschiedliche Maximalwerte für die Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$ bei der gegebenen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$. Wie bereits im Abschnitt 4.2.3.2 erläutert, wird für das lineare Kraftelement dieser Wert in Bezug auf die eigenen Messungen überschätzt. Trotzdem wird mit dem linearen und dem nichtlinearen Kraftelement auf nachgiebigem Boden $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ eine Maximalkraft in der gleichen Größenordnung erzeugt. Somit ergibt sich bei einer Referenzierung auf den Standardverlauf aus der eigenen Messungen, dass das quantitative Verhältnis zwischen nachgiebigen und harten Boden für das nichtlineare Kraftelement besser abgedeckt ist.

Einfluss der Dämpfung \hat{D} für verschiedene ω_0

Mit der konstant vorgeschriebenen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$ beginnt bei dem erweiterten Kraftelement die Abweichung von dem sinusartigen Kraftverlauf bereits für niedrigere Dämpfungswerte im Vergleich zum linearen Kraftelement. Dieser Effekt tritt zudem stark in Erscheinung für mittelsteife Böden mit $\omega_0 = 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\omega_0 = 200 \,\mathrm{s}^{-1}$. Abbildung 4.45a zeigt, dass für diese Steifigkeiten die Maximalkraft $\hat{F}_{leg,max}$ ab einer Dämpfung $\hat{D} \approx 200$ bzw. $\hat{D} \approx 400$ sinkt. Dieses Verhalten wird im Vergleich zum linearen Kraftelement Abb. 4.30a nicht erwartet. Für die Bodensteifigkeiten $\omega_0 \leq 125 \,\mathrm{s}^{-1}$ tritt zu Beginn das bereits bekannte Verhalten auf und die Maximalkraft sinkt mit steigender Dämpfung. Jedoch steigt $\hat{F}_{leg,max}$ für größere Dämpfungswerte nur leicht an. Auch dies ist dem Kraftverlauf mit der zweiten Kraftspitze zuzuschreiben. Weiterhin nähert sich für Dämpfungen $\hat{D} > 300$ die Kraft $\hat{F}_{leg,max}$ einem festen Wert.



Abbildung 4.45: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf Beinkraft und Muskelarbeit

Wie bereits bei der Analyse des linearen Kraftelements erläutert (Abschnitt 4.2.5), kann das Auftreten der zweiten Kraftspitze durch die Vorgabe einer höheren relativen Sprunghöhe umgangen werden. Abbildung 4.46 stellt das Verhalten der Beinkraft über der Zeit für zwei Parameterkonstellationen für die ursprüngliche Höhe $h_{max,rel} = 0.05$ und zwei größer gewählte Höhen dar. Mit einer Nebenbedingung $h_{max,rel} > 0.05$ wird die Bodenkontaktzeit τ_1 verringert (siehe Abb. 4.47a), und dadurch werden Verläufe erzeugt, die ein sinusartiges Verhalten aufweisen. Aus Messwerten [74] ist bekannt, dass die Bodenkontaktzeit beim äquivalenten Dämpfungswert $\hat{D} \approx 416$ kleiner ist als bei einem ungedämpften Boden mit gleicher Bodeneigenkreisfrequenz. Mit den Parameterkonstellationen aus Abb. 4.47 ist diese Bedingung für $\hat{h}_{max,rel} > 0.06$ erfüllt. Jedoch muss bei größeren Sprunghöhen eine ansteigende Muskelarbeit in Kauf genommen werden (Abb. 4.47b). Es wurde hiermit gezeigt, dass die Nebenbedingung (4.49) bereits einen großen Einfluss auf die Simulationsergebnisse ab mittleren Dämpfungswerten hat. Mit dieser Bedingung wird das Bewegungsmuster weiches Hüpfen oder sinusartiges Hüpfen beeinflusst, und dies muss bei der Analyse der Bewertungskriterien beachtet werden. Die Ergebnisse in Abb. 4.45 und 4.48 sind ab $\hat{D} \approx 200$ bzw. $\hat{D} \approx 400$ nur für die weiche Hüpfbewegung zulässig.



Abbildung 4.46: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \hat{J}_3 , Einfluss $\hat{h}_{max.rel}$ auf $\hat{F}_{leg}(\tau)$



Abbildung 4.47: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion J_3 , Einfluss $\hat{h}_{max,rel}$ auf Bodenkontaktzeit und Muskelarbeit

Das Verhalten der maximalen Muskelkraft abhängig von Bodeneigenkreisfrequenz und Dämpfung ist in Abb. 4.48 dargestellt. Für Steifigkeiten $\omega_0 \leq 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ hat die Dämpfung einen deutlichen Einfluss. Für steifere Böden bleibt $\hat{F}_{MTC,max}$ über der Dämpfung \hat{D} relativ konstant. Weiterhin tritt ab $\hat{D} \approx 200$ bzw. $\hat{D} \approx 400$ bei dem Muskelkraftverlauf der gleiche Effekt wie bei der Beinkraft $\hat{F}_{leg}(\tau)$ auf. Deswegen sind die Maximalwerte der Muskelkraft ebenfalls nur eingeschränkt für eine *sinusartige Hüpfbewegung* zulässig. Die Vorgabe einer Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel} > 0.05$ führt zu einem ähnlichen Verhalten wie bei der Beinkraft $\hat{F}_{leg}(\tau)$, wodurch in diesem Fall die Maximalwerte der Muskelkraft mit steigender Höhe $\hat{h}_{max,rel}$ ansteigen.

Ein Vergleich zwischen linearem (Abschnitt 4.2.5) und nichtlinearem Kraftelement für das Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* führt zu einem qualitativ ähnlichen Verhalten. Durch die Nichtlinearität im Menschmodell ergeben sich quantitative Unterschiede zwischen der Beinkraft und der Muskelkraft. Ein Vorteil der nichtlinearen Modellierungsvariante ist die Möglichkeit, Aussagen zu Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 \leq 75 \, \mathrm{s}^{-1}$



Abbildung 4.48: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,rel} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf Muskelkraft.

treffen zu können. Für diese Nachgiebigkeit ist nur eine Studie [73] bekannt. Für diese Steifigkeiten ist es bei Messungen schwierig, die Bewegung korrekt auszuführen, d.h. die Hüpffrequenz beizubehalten. In diesem Fall zeigt sich der Vorteil der Simulation, zumal auch der Einfluss der Bodendämpfung untersucht werden kann.

4.2.8 Analyse nichtlineares Kraftelement - absolute Sprunghöhe $\hat{h}_{max.abs}$

Für das Optimierungsproblem aus Abschnitt 4.2.7 wird im Folgenden der Einfluss einer absolut gegebenen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$ laut Glg. (4.50) analysiert. Für eine Hüpfbewegung wird in diesem Abschnitt somit gefordert, dass ausgehend von einem Referenzwert immer die gleiche Sprunghöhe erreicht wird. Es wird weiterhin das Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* mit der Zielfunktion \tilde{J}_3 (Glg. (4.42)) auf die Kopplung des nichtlinearen Kraftelements mit dem linearen visko-elastischen Boden angewendet.

Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0

Die Simulationsergebnisse für die Bewertungskriterien $\hat{F}_{leg,max}$, $\hat{F}_{MTC,max}$, \hat{C}_{Muskel} , maximale Beinauslenkung und die Beinsteifigkeiten \hat{k}_{tot} bzw. \hat{k}_{leg} sind ähnlich zu den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2.7. Deswegen wird an dieser Stelle auf eine ausführliche Erläuterung verzichtet.

Die Landelänge des Beines $\hat{x}_{rel,0}$ bleibt für alle Bodensteifigkeiten im Bereich $\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ bis $\omega_0 \to \infty$ konstant bei dem maximal möglichen Wert $\hat{x}_{rel} = 0.99$. Als möglicher Grund wird die Nebenbedingung aus Glg. (4.50) (absolute Sprunghöhe) vermutet. Aus Glg. (4.51) ist ersichtlich, dass für $\hat{x}_{abs,0} < \hat{x}_{abs,ref}$ die sich ergebende relative Sprunghöhe größer wäre als die absolute Höhe $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$. Die Ergebnisse aus Abschnitt 4.2.5 (Abb. 4.25b) zeigen, dass mit einer kleineren relativen Sprunghöhe tendenziell eine niedrigere Muskelarbeit geleistet wird. Deswegen ist es von Vorteil, bei der Nebenbedingung $\hat{h}_{max,abs} =$ konst. den Gesamtschwerpunkt $\hat{x}_{abs,0}$ nahe dem Wert $\hat{x}_{abs,ref}$ und somit auch $\hat{x}_{rel,0} \approx 0.99$ zu wählen. Somit ist die korrekte Bestimmung der Landelänge des Beines $\hat{x}_{rel,0}$ auf einem ungedämpften Boden nicht das entscheidende Kriterium.

Einfluss der Dämpfung \hat{D} für verschiedene ω_0

Für Bodeneigenkreisfrequenzen $\omega_0 \leq 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ verhält sich die maximale Beinkraft über der Dämpfung mit der Nebenbedingung Glg. (4.50) qualitativ anders im Vergleich zu einer relativen Sprunghöhe. Abbildung 4.49a zeigt, dass in diesem Fall für steigende Dämpfung die maximale Beinkraft zunimmt und den Wert auf dem harten Boden übersteigt. Weiterhin ist die Auswertung nur bis zu einem bestimmten Dämpfungswert D möglich. Für größere Dämpfungswerte wird innerhalb der Simulation kein Optimum erhalten, denn die Nebenbedingung $h_{max,abs} = 0.05$ ist dann nicht erfüllt. Im Folgenden wird dieser Sachverhalt analysiert. Abbildung 4.51a stellt die Zeitverläufe von \hat{x}_{abs} , \hat{x}_{rel} und \hat{y} für $\omega_0 = 90 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} \approx 89$ mit der Nebenbedingung für eine absolute Sprunghöhe dar. Im Vergleich dazu, sind in Abb. 4.51b für die gleiche Parameterkonstellation die Verläufe für eine relative Sprunghöhe abgebildet. Es ist ersichtlich, dass die Forderung einer absoluten Sprunghöhe eine größere Beinauslenkung $\hat{x}_{rel} - \hat{x}_{rel,0}$ erzwingt, um die vorgeschrieben Höhe zu erreichen. Weiterhin wird die Bodenkontaktzeit verkürzt und dies ermöglicht dem Menschen eine längere Flugphase, die wiederum dazu beiträgt eine größere Flughöhe zu erreichen. Dieses Bewegungsverhalten ist dann nur durch eine größere Reaktionskraft im Bein zu realisieren. Weiterhin ist zu erkennen, dass in diesem Fall (Abb. 4.51a) die resultierende relative Sprunghöhe ansteigt. Bei einer gegebenen absoluten Höhe von $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$ beträgt $\hat{h}_{max,rel} = 0.057$. Für noch größere Dämpfungswerte müsste die resultierende relative Sprunghöhe weiter steigen und die Bodenkontaktzeit τ_1 sinken. Jedoch ist dies ab einem bestimmten Dämpfungswert auf Grund des Zusammenspiels der weiteren Nebenbedingungen im Gesamtsystem nicht mehr möglich, und es existiert keine optimale Lösung. Die bereits erläuterten Effekte (τ_1 sinkt, resultierende $\hat{h}_{max,rel}$ steigt) bewirken auch bei steigenden Dämpfungswerten einen sinusartigen Kraftverlauf. Abbildung 4.52 stellt den

steigenden Dämpfungswerten einen sinusartigen Kraftverlauf. Abbildung 4.52 stellt den Beinkraftverlauf für $\omega_0 = 200 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $\hat{D} = 443$ für die absolute Sprunghöhe $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$ dar. Im Vergleich zu Abb. 4.46b ($\hat{h}_{max,rel} = 0.05$) ist die Bodenkontaktzeit τ_1 deutlich kürzer, und es bildet sich keine zweite Kraftspitze heraus. Durch die Forderung einer absoluten Sprunghöhe kann somit die in Abschnitt 4.2.7 künstlich eingeführte ansteigende relative Sprunghöhe automatisch erzwungen werden. Dieser Effekt wirkt sich wiederum auf die zu leistende Muskelarbeit (Abb. 4.49b) aus, die bei einer absoluten Sprunghöhe größer ist (vergleiche Abb. 4.45b). Das Verhalten der maximalen Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ über der Dämpfung ist proportional zum Verhalten der maximalen Beinkraft, siehe Abb. 4.50a. Ab $\omega_0 \geq 200 \,\mathrm{s}^{-1}$ ist der Einfluss der Dämpfung auf beide Größen $\hat{F}_{MTC,max}$ und $\hat{F}_{leg,max}$ minimal. Weiterhin ist durch die Forderung einer absoluten Sprunghöhe die Gesamtsteifigkeit von Mensch und Boden \hat{k}_{tot} in einem kleinen Intervall konstant (Abb. 4.50b). Dies deutet darauf hin, dass auch für die Nebenbedingung Glg. (4.50) das aktive Menschmodell eine gleichbleibende Absolutbewegung anstrebt.

Der Vergleich der Ergebnisse für eine relative und eine absolute Sprunghöhe zeigt einen Unterschied in der Beinbewegung und im Kraftverlauf. Durch die Forderung einer absoluten Sprunghöhe verbleibt das Menschmodell auch bei vorhandener Bodendämpfung in



Abbildung 4.49: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf Beinkraft und Muskelarbeit



Abbildung 4.50: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$, Einfluss \hat{D} und ω_0 auf Muskelkraft und Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot}



Abbildung 4.51: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , Einfluss $\hat{h}_{max,abs}$ und $\hat{h}_{max,rel}$ auf Zeitverläufe für $\omega_0 = 90 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} \approx 89$



Abbildung 4.52: Hüpfen: nichtlineares Kraftelement mit Zielfunktion \tilde{J}_3 , $\hat{h}_{max,abs} = 0.05$, $\hat{F}_{leg}(\tau)$ für $\omega_0 = 200 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} = 443$

einer sinusförmigen Hüpfbewegung. Dabei ist die eingeschränkte Auswertemöglichkeit für $\omega_0 \leq 100 \, \text{s}^{-1}$ zu beachten.

4.2.9 Zusammenfassung

In den Abschnitten 4.2.5 bis 4.2.8 wurde mit dem aktiven Muskelmodell der Einfluss eines linearen visko-elastischen Bodens auf die Bewertungskriterien aus Abschnitt 4.2.4 untersucht. Die Analyse des aktiven Muskelmodells erfolgte für einen linearen und nichtlinearen Zusammenhang zwischen Beinkraft und Muskelkraft. Die Bestimmung der Gewichtungsfaktoren der kombinierten Kostenfunktionen fand vorab durch einen Abgleich der Simulationsergebnisse mit den eigenen Messwerten statt. Der Unterschied zwischen den Optimalitätskriterien *Minimaler Energieverbrauch* und *Minimaler Ruck* wurde für das lineare Kraftelement herausgearbeitet. Zusätzlich wurde mit dem nichtlinearen Kraftelement die Fragestellung untersucht, wie sich eine relativ und absolut gegebene Sprunghöhe auf das Bewegungsmuster auswirken.

Ist nur der Aspekt Verletzungsrisiko von Interesse, dann wird für alle Modellierungsvarianten bei der kleinstmöglichen Bodeneigenkreisfrequenz ($\omega_0 = 75 \,\mathrm{s}^{-1}$ bzw. $\omega_0 = 60 \,\mathrm{s}^{-1}$) auf einem ungedämpften Boden die niedrigste Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$ erzeugt. Jedoch ist die zu leistende Muskelarbeit in diesem Fall größer als auf einem harten Boden, und die Bewegung erfolgt ineffizient. Unter Einbezug der Trainingseffizienz existiert ein optimaler Bereich für niedrige bis mittlere Bodeneigenkreisfrequenzen. Dieser Bereich ist abhängig von der gewählten Modellierungsvariante und beträgt beim linearen Kraftelement $\omega_0 = 100 - 250 \,\mathrm{s}^{-1}$ und beim nichtlinearen Element $\omega_0 = 75 - 150 \,\mathrm{s}^{-1}$. In diesem Bereich wird die Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} minimal und gleichzeitig erfährt der Mensch eine deutlich geringe Reaktionskraft als auf einem harten Boden. Für das lineare Kraftelement (*Minimaler Energieverbrauch*) beträgt im optimalen Bereich die Differenz in der Beinkraft immer noch 18% bei kleinstmöglicher Muskelarbeit. Unter Einbezug der Dämpfung kann durch eine bestimmte Kombination von ω_0 zu \hat{D} eine minimale Reaktionskraft mit verringertem Verletzungsrisiko erreicht werden. Prinzipiell gilt, dass für Dämpfungen $\hat{D} > 0$ die Maximalkraft absinkt und bei einer mittleren Dämpfung ein Minimum erreicht. Jedoch geht für steigende Dämpfung der positive Effekt der sinkenden Beinkraft mit einem ansteigen der Muskelarbeit einher. Der Wert \hat{C}_{Muskel} übersteigt dabei sogar den Wert auf einem harten Boden. Somit ergibt sich eine Gegenläufigkeit für das Verletzungsrisiko und die Trainingseffizienz. Allgemein gilt, dass durch eine Änderung der Bodeneigenkreisfrequenz ein größerer positiver Einfluss auf die beiden Aspekte möglich ist, als mit einer Änderung der Dämpfung.

Der Vorteil des aktiven Muskelmodells gegenüber der Modellierung aus Abschnitt 4.1 besteht darin, dass eine Anpassung der Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} an die Bodenbeschaffenheiten möglich ist. Die Analyse in diesem Abschnitt hat gezeigt, dass der Mensch sich durch die Änderung einer globalen Beinsteifigkeit \hat{k}_{leg} an unterschiedliche Bodenbeschaffenheiten anpasst. Weiterhin wurde festgestellt, dass trotz unterschiedlicher Bodenparameter die Absolutbewegung innerhalb einer Modellierungsvariante ähnlich bleibt. Die Gesamtsteifigkeit \hat{k}_{tot} bleibt für verschiedene ω_0 und \hat{D} in einem kleinen Intervall konstant. Dieses Verhalten tritt bei beiden untersuchten Optimalitätskriterien auf. An dieser Stelle sei nochmal angemerkt, dass die Ergebnisse für das Kriterium *Minimaler Ruck* mit der kombinierten Kostenfunktion \tilde{J}_2 berechnet wurden und ein Einfluss des Terms J_W (Glg. (4.36)) nicht auszuschließen ist. Somit wird geschlussfolgert, dass die Optimalitätskriterien *Minimaler Energieverbrauch* und *Minimaler Ruck* grundlegende Prinzipien sind, weshalb der Mensch als Bewegungsstrategie $\hat{k}_{tot} = \text{konst.}$ wählt.

Ein Vergleich für die zwei verschiedenen Modellierungsvarianten (lineares und nichtlineares Kraftelement) zeigt ein global ähnliches Verhalten bei der Vorgabe einer relativen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$. Unabhängig vom Verhältnis von Beinkraft zu Muskelkraft muss der Massenschwerpunkt abgebremst oder beschleunigt werden. Dennoch gibt es einen Unterschied in den quantitativen Ergebnissen. Zum Beispiel ist der optimale Bereich der Bodeneigenkreisfrequenzen beim nichtlinearen Kraftelement wesentlich kleiner als beim linearen Element. Je nach Modellierungsvariante ergibt sich somit ein Unterschied im Verletzungsrisiko und der Trainingseffizienz. Eine weitere Feststellung ist, dass mit einem nachgiebigen ungedämpften Boden ein größerer Einfluss auf die Muskelkraft als auf die Beinkraft ausgeübt werden kann.

Die Analyse für eine relative Sprunghöhe mit dem Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* hat gezeigt, dass bei steigender Dämpfung der Kraftverlauf von seinem ursprünglichen sinusartigen Verhalten abweicht und sich eine zweite Kraftspitze ausbildet. Unter Verwendung des Optimalitätskriterium *Minimaler Ruck* ist es jedoch möglich, ein Ausbilden der zweiten Kraftspitze bei den gleichen Bodendämpfungen zu verhindern. Weiterhin ist durch die Vorgabe einer absoluten Sprunghöhe ein Beibehalten des sinusartigen Kraftverlaufs für das Kriterium *Minimaler Energieverbrauch* realisierbar. Diese Ergebnisse werfen somit die Frage nach der Art und Weise auf, wie der Mensch seine Sprunghöhe bei ansteigender Bodendämpfung wählt. Unter Bezug auf verschiedene Studien [71, 74] muss davon ausgegangen werden, dass auch bei einer mittleren Bodendämpfung ein sinusartiger Kraftverlauf vorliegt. In diesem Fall ist es wahrscheinlich, dass der Mensch seine relative Sprunghöhe anpasst. Diese Anpassung wird vom Zentralnervensystem gesteuert und kann nicht im eigenen Modell abgebildet werden. Die Analyse hat jedoch gezeigt, dass es durch die Vorgabe einer absolute Sprunghöhe möglich ist, die Bewegungsstrategie des Menschen zu beeinflussen. Deswegen wird die These aufgestellt, dass der Mensch zum Anpassen seiner Sprunghöhe auf stark gedämpften Böden sich an einer absoluten Größe im Raum orientiert, egal wie tief er im Boden einsinkt. Weiterhin ist es möglich, dass das Optimalitätskriterium *Minimaler Ruck* für diesen Dämpfungsbereich an Einfluss gewinnt und zur Bewegungssteuerung für *sinusartiges Hüpfen* führt. Diese Argumentation schließt dennoch nicht aus, dass eine *weiche Hüpfbewegung* unter bestimmten Bedingungen in der Realität auftreten kann. Beim linearen Kraftelement wird dieser Effekt für Dämpfungen gefunden, die bisher in keiner Studie untersucht wurden. Erst für das nichtlineare Kraftelement tritt dieser Sachverhalt bereits für kleinere Dämpfungen auf. Es wird davon ausgegangen, dass die *weiche Hüpfbewegung* eine andere Form der Bewegung darstellt, die nicht Bestandteil der bereits erwähnten Studien ist.

5 Landebewegung - Aktives Muskelmodell

In Kapitel 4 wurde der Einfluss verschiedener Modellparameter auf die biomechanischen Bewertungskriterien für eine periodische Bewegungsform herausgearbeitet. Ein Ziel des vorliegenden Kapitels ist der Vergleich mit der azyklischen Bewegungsform Landung. Um eine direkte Gegenüberstellung der Ergebnisse zu gewährleisten, wird bei dem Menschmodell das aktive Muskelmodell benutzt. Damit ist gesichert, dass der Modellierungseinfluss des Menschmodells auf die Simulationsergebnisse bei einem Vergleich zwischen Hüpfen und Landen minimal ist. Weiterhin zeigt die Literaturübersicht in Abschnitt 2.3.2, dass für eine azyklische Bewegungsform ein aktives Massenpunktmodell (OCP-Muskelmodell) noch nicht untersucht wurde. Mit den nachfolgenden Untersuchungen wird diese Lücke geschlossen. Die Analyse beschränkt sich dabei auf das nichtlineare Kraftelement aus Abschnitt 3.1.1. Bei der Bewegungsform Landen sind vor allem Untersuchungen zur Muskelkraft und Muskelkraftrate von Interesse, weshalb das lineare Kraftelement nicht mehr ausreichend ist. Die Kraftanstiegsrate wird als neues Kriterium eingeführt, da ihr bei azyklischen Bewegungen mehr Bedeutung zukommt. In [35] wird darauf verwiesen, dass bereits andere Studien einen Zusammenhang zwischen hohen Kraftanstiegsraten und einer Überbeanspruchung herstellen. Zusätzlich zu der Analyse für einen linearen Boden wird der Einfluss einer nichtlinearen Bodenbeschreibung auf die Bewertungskriterien herausgearbeitet. Damit wird der Frage nachgegangen, ob durch eine nichtlineare Bodenmodellierung eine Verringerung des Verletzungsrisikos möglich ist.

In Abschnitt 5.1 werden zunächst die gekoppelten Bewegungsgleichungen für das Menschmodell und die zwei diskreten Bodenmodelle (linear und nichtlinear) hergeleitet. Im Anschluss daran wird auf die Formulierung des Optimalsteuerungsproblems bei einer Landung eingegangen und zwei verschiedene Landetechniken beschrieben. Die Analyse zum Einfluss der Bodenparameter auf die Bewertungskriterien erfolgt für die lineare Bodenmodellierung in Abschnitt 5.2 und für die nichtlineare in Abschnitt 5.3. Anhand dieser Untersuchungen werden die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der verschiedenen Bodentypen herausgearbeitet.

5.1 Herleitung der Gleichungen

Der Ablauf einer Landebewegung ist in Abb. 5.1 dargestellt. Der Absprung erfolgt aus dem Stand aus einer vorgeschriebenen Höhe \hat{h}_K , wie z.B. bei einem Sprung von einem Kasten. Die Simulation der Bewegung beginnt erst bei τ_0 mit dem Auftreffen auf dem Boden mit einer bestimmten Geschwindigkeit, die sich aus der Absprunghöhe \hat{h}_K ergibt. Es werden in dieser Arbeit nur Landebewegungen betrachtet, die das Ziel haben, nach einer Abbremsphase wieder zum aufrechten ruhigen Stehen zu kommen. Deswegen ist nur die Modellierung der Bodenkontaktphase $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_1$ notwendig.



Abbildung 5.1: schematische Darstellung einer Landebewegung über der Zeit τ

Die Entdimensionierung der Bewegungsgleichungen erfolgt analog zur Herangehensweise in Abschnitt 4.2 mit der Kreisfrequenz $\tilde{\Omega}$. Daraus folgen die gekoppelten Bewegungsgleichungen (3.1) und (3.2) in allgemeiner dimensionsloser Form

$$\hat{x}_{abs}^{''} = -1 + \hat{F}_{leg}, \\ \hat{y}^{''} = \hat{\nu}\hat{F}_B - 1 - \hat{\nu}\hat{F}_{leg}.$$
(5.1)

Zwischen der Beinkraft \hat{F}_{leg} und der Muskelkraft \hat{F}_{MTC} gilt wiederum die allgemeine Beschreibung gemäß Glg. (3.18) für das nichtlineare Kraftelement. Zunächst wird das aktive Muskelmodell mit dem linearen visko-elastischen Bodenmodell aus Abschnitt 3.1.2.1 gekoppelt. Die dimensionslose Bodenkraft lautet in diesem Fall

$$\hat{F}_B = \frac{1}{\hat{\nu}} \left[-\hat{D}\hat{y}' - \frac{\omega_0^2}{\tilde{\Omega}^2} (\hat{y} - \hat{\ell}_F) \right]$$
(5.2)

mit der dimensionslosen Dämpfung \hat{D} , dem dimensionslosen Massenparameter $\hat{\nu}$ und der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 aus Glg. (4.32) und (4.33). Bei einer Kopplung des Menschmodells mit dem nichtlinearen Boden mit der bilinearen Federkennlinie aus Abschnitt 3.1.2.2 lautet die allgemeine Bodenkraft aus Glg. (3.36) in dimensionsloser Form

$$\hat{F}_{B} = \frac{1}{\hat{\nu}} \left[-\hat{D}\hat{y}' + \hat{F}_{c,NL} \right] \,. \tag{5.3}$$

Für die dimensionslose Federkennlinie aus Glg. (3.35) gilt

$$\hat{F}_{c,NL} = \begin{cases} -\frac{\omega_0^2}{\bar{\Omega}^2} (\hat{y} - \hat{\ell}_F) & \text{falls} \quad \hat{y}^* < \hat{y} < \hat{\ell}_F, \\ -\frac{\omega_0^2}{\bar{\Omega}^2} (\hat{y}^* - \hat{\ell}_F) - \frac{\omega_2^2}{\bar{\Omega}^2} (\hat{y} - \hat{y}^*), & \text{falls} \quad 0 < \hat{y} < \hat{y}^* \end{cases}$$
(5.4)

mit $\omega_2 = \sqrt{c_2/m_B}$. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt über dem Verhältnis der beiden Bodensteifigkeiten mit

$$\chi = \frac{\omega_2}{\omega_0} = \sqrt{\frac{c_2}{c_1}}.$$
(5.5)

Dadurch wird eine degressive Kennlinie für $\chi < 1$ und eine progressive Kennlinie für $\chi > 1$ erhalten. Im linearen Fall ist $\chi = 1$.

Es wird bei der Modellierung der Landebewegung davon ausgegangen, dass der Boden sich zum Zeitpunkt $\tau_0 = 0$ in Ruhe befindet. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die Landung aus der vorgeschriebenen Höhe \hat{h}_K mit der gegebenen Absprungsbeinlänge $\hat{x}_{rel,K} = 0.99$ erfolgt (siehe Abb. 5.1) Damit lauten die Anfangsbedingungen zur Lösung der Bewegungsgleichungen (5.1)

$$\hat{x}_{abs}(0) = \hat{x}_{rel,0} + \hat{y}_{stat}, \quad \hat{x}'_{abs}(0) = -\sqrt{2\left(\hat{h}_K + 0.99 - \hat{x}_{rel,0}\right)}, \quad \hat{y}(0) = \hat{y}_{stat}, \quad \hat{y}'(0) = 0$$
(5.6)

mit \hat{y}_{stat} der statischen Ruhelage des Bodens. Für beide Bodenmodelle gilt $\hat{y}_{stat} = \hat{\ell}_F - \tilde{\Omega}/\omega_0^2$.

5.1.1 Beschreibung des Optimalsteuerungsproblems für eine Landebewegung

Das komplette Optimalsteuerungsproblem für eine Landebewegung wird im Folgenden mit der Zielfunktion, den Nebenbedingungen und dem notwendigen Parameterraum der Optimierung definiert (siehe Anhang A).

Zielfunktion Landung

Im Gegensatz zu einer periodischen Bewegung ist es dem Menschen nicht möglich, über einen längeren Zeitraum sein Optimum einzustellen, da die Landebewegung nur einmalig erfolgt. Dennoch wird angenommen, dass er aus Erfahrung weiß, welche Strategien eine optimale Landung erzeugen können. In der Studie [68] werden für die Simulation einer Landebewegung zwei unterschiedliche Zielfunktionen untersucht. Es werden zum einen die Bodenreaktionskräfte und zum anderen die Biegemomente der Knochen minimiert. In Anlehnung daran wird in dieser Arbeit die Hypothese aufgestellt, dass eine Strategie aus der Minimierung der Beinkraft und der Muskelkraft im Knie bzw. dem Moment im Knie besteht. Die zugehörige Zielfunktion lautet somit

$$\tilde{J}_{L} = \int_{0}^{\tau_{1}} \left(\lambda_{L,1} \, \hat{M}_{MTC}^{2} + \lambda_{L,2} \, \hat{F}_{leg}^{2} \right) \, \mathrm{d}\tau = \lambda_{L,1} \int_{0}^{\tau_{1}} \hat{F}_{leg}^{2} \left(\hat{d}_{K}^{2} + \frac{\lambda_{L,2}}{\lambda_{L,1}} \right) \, \mathrm{d}\tau \tag{5.7}$$

mit den konstanten Gewichtungsfaktoren $\lambda_{L,1}$ und $\lambda_{L,2}$ und dem zeitlich veränderlichen Knieabstand \hat{d}_K (Glg. (3.29)).

Nebenbedingungen Landung

Am Ende einer Landebewegung (τ_1) wird gefordert, dass der Mensch eine aufrechte Position einnimmt und die Relativgeschwindigkeit des Beines verschwindet. Es folgt

 $\hat{x}_{rel,\tau_1} = 0.99$ (5.8)

und

$$\hat{x}_{rel,\tau_1}' = 0. (5.9)$$

Zusätzlich wird gefordert, dass bei τ_1 das Eigengewicht vom Bein zu halten ist:

$$\hat{F}_{leq,\tau_1} = 1$$
. (5.10)

Optimierungsraum Landung

Die Bewegungsgleichungen (5.1) hängen bei gegebenen Bodenparametern $(\hat{D}, \omega_0, \hat{\ell}_F, \nu, \omega_2, \hat{y}^*)$ wiederum nur noch von der Beinkraft \hat{F}_{leg} ab. In den Anfangsbedingungen ist die Landelänge des Beines $\hat{x}_{rel,0}$ eine unbekannte Größe, die nicht per se als konstant angesetzt werden kann. Die Höhe \hat{h}_K wird vorgeschrieben. Da es sich um eine einmalige Bewegungsform handelt, ist es nicht von direktem Interesse, was nach der eigentlichen Landebewegung passiert. Deswegen wird die Bodenkontaktzeit τ_1 innerhalb der Optimierung vorgegeben. Durch die Vorgabe einer ausreichend großen Bodenkontaktzeit wird sichergestellt, dass der Einfluss auf die Optimierungsergebnisse gering ist. Wie in Abschnitt 4.2.1.3 wird die Kraftanstiegsrate \hat{F}'_{leg} als unbekannte Steuerungsfunktion gewählt. Der resultierende Lösungsraum für das Optimalsteuerungsproblem lautet somit

$$\mathcal{Z} = \left[\hat{x}_{rel,0}, \hat{F}'_{leg}(\tau)\right]. \tag{5.11}$$

5.1.2 Modellparameter



Abbildung 5.2: Messung: Landebewegung auf hartem Boden (Kraftmessplatte)

Zur Bestimmung der Modellparameter werden die eigenen Messergebnisse zum Vergleich genutzt. Die Messungen wurden wie im Folgenden beschrieben durchgeführt. Es erfolgte ein Sprung von einem Kasten mit dem Ziel, nach der Landung mit ausgestreckten Beinen in Ruhe zu stehen. Dabei wurde die Anweisung gegeben, den Kasten nicht mit einem zusätzlichen Absprung nach oben zu verlassen, sondern durch einen Schritt nach vorne sich fallen zu lassen. Die gemessenen Reaktionskraftverläufe (Kraftmessplatte) für vier Versuche für eine Landung aus einer Höhe $\hat{h}_K = 0.4$ sind in Abb. 5.2a dargestellt. Für einen weiteren Versuch ergab sich eine Kraftspitze von $\hat{F}_{leg,max} \approx 6.5$, die der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet ist. Obwohl es für die abgebildeten vier Versuche hohe Schwankungen in den Kraftspitzen gibt (ca. 40%), ist der globale Kraftverlauf für alle Versuche relativ ähnlich.

Bei einer Landung aus einer geringeren Höhe ($\hat{h}_K = 0.2$) treten deutlich mehr Streuungen im Kraftverlauf $\hat{F}_{leg}(\tau)$ auf, siehe Abb. 5.2b. Es wird vermutet, dass diese Landehöhe zu niedrig war, um ein eindeutiges Bewegungsmuster zu erhalten.

In der Analyse werden deswegen nur Landebewegungen für eine Absprunghöhe $\hat{h}_K = 0.4$ untersucht. Aus den Messverläufen wird ersichtlich, dass die Bewegung bei $\tau \approx 3.0$ beendet ist. Deswegen beträgt die Bodenkontaktzeit in der eigenen Simulation $\tau_1/\tilde{\Omega} = 1.0$.

Landetechnik

Erfolgt eine Landebewegung für Beinlängen $\hat{x}_{rel} \rightarrow \hat{\ell}_{max}$, dann besitzt das Knie einen geringen Abstand zur Senkrechten (siehe Abb. 3.3 und Glg. (3.29)) und damit wird der Klammerterm in der Zielfunktion (5.7) für ein konstantes Verhältnis $\lambda_{L,2}/\lambda_{L,1}$ minimal. Auf Grund der verminderten Beinauslenkung, wirkt in diesem Fall eine große Reaktionskraft \hat{F}_{leg} auf den Menschen und der Vorfaktor wird maximal. Somit stehen die zwei Terme in der Zielfunktion im Gegensatz zueinander. Durch die konkrete Wahl der Wichtungsfaktoren wird das Verhältnis zueinander abgestimmt. Dabei ist es ausreichend, den Einfluss eines Faktors, nämlich $\lambda_{L,2}$, zu untersuchen, denn durch $\lambda_{L,1}$ erfolgt nur eine Normierung der Gesamtzielfunktion Glg. (5.7).



Abbildung 5.3: Landung auf hartem Boden: Einfluss des Faktors $\lambda_{L,2}$ auf maximale Beinkraft und maximale Muskelkraft mit $\lambda_{L,1} = 1.0$

Der Einfluss des Wichtungsfaktors $\lambda_{L,2}$ auf die maximale Beinkraft und die maximale Muskelkraft ist in Abb. 5.3 dargestellt. Die Auswertung erfolgt für eine Landung aus einer Höhe $\hat{h}_K = 0.4$ auf einem harten Boden ($\omega_0 = 3000 \,\mathrm{s}^{-1}$) mit $\lambda_{L,1} = 1.0$.

Für ein kleines $\lambda_{L,2}$ besitzt der Term d_K^2 ein stärkeres Gewicht in der Zielfunktion Glg. (5.7). Dadurch ergibt sich eine große Beinkraft, aber auch die Muskelkraft ist maximal. Der zugehörige Verlauf der Beinbewegung (Abb. 5.4b, $\lambda_{L,2} = 0.1$) zeigt, dass das Men-

schmodell nur wenig in die Knie geht, aber deswegen auch eine hohe Kraftspitze (Abb. 5.4a, $\lambda_{L,2} = 0.1$) am Anfang der Landung in Kauf nehmen muss.

Für steigende $\lambda_{L,2}$ gewinnt der Term \hat{F}_{leg}^2 an Gewicht, denn das Verhältnis $\lambda_{L,2}/\lambda_{L,1}$ überwiegt in dem Klammerterm in Glg. (5.7) und der Knieabstand \hat{d}_K spielt eine untergeordnete Rolle. Dadurch sinken die Maximalkräfte $\hat{F}_{leg,max}$ und $\hat{F}_{MTC,max}$. Dies ist aber nur durch eine größere Beinbewegung möglich, siehe Abb. 5.4b ($\lambda_{L,2} = 1.0$).



Abbildung 5.4: Landung auf hartem Boden: Einfluss des Faktors $\lambda_{L,2}$ auf $\dot{F}_{leg}(\tau)$ und $\hat{x}_{rel}(\tau)$ mit $\lambda_{L,1} = 1.0$

Durch die Wahl des Gewichtungsfaktors $\lambda_{L,2}$ ist es somit möglich, die konkrete Landetechnik zu modellieren. Für $\lambda_{L,2} = 0.1$ ergibt sich eine sogenannte "harte Landetechnik", weil durch die verminderte Beinauslenkung eine hohe erste Kraftspitze auftritt. Im Gegensatz dazu steht eine "weiche Landetechnik" mit dem Gewichtungsfaktor $\lambda_{L,2} = 1.0$. Auf die Existenz dieser beiden Landetechniken wird u.a. in der Arbeit [112] eingegangen.

Ein Vergleich der Kraftverläufe aus der Simulation (Abb. 5.4a) und der Messung (Abb. 5.2a) weist auf eine "harte Landetechnik" in den Versuchen mit $\hat{h}_K = 0.4$ hin. Der Proband hat keine Hinweise zur eigentlichen Landebewegung bekommen, außer die Bedingung am Ende aufrecht und still zu stehen. Für die Höhe $\hat{h}_K = 0.2$ kann wiederum eine große Variabilität in der Landetechnik festgestellt werden. Bereits diese ersten Untersuchungen zeigen, dass die Landebewegung sehr stark durch unterschiedliche Mechanismen beeinflusst wird. Deswegen wird in der folgenden Analyse zum linearen visko-elastischen Boden zwischen den beiden Landetechniken unterschieden, um zusätzlich zum Bodeneinfluss den Einfluss der Bewegungsform zu untersuchen.

In Tabelle 5.1 sind abschließend alle Modellparameter, die in der Analyse in Abschnitt 5.2 und Abschnitt 5.3 Anwendung finden, aufgelistet.

Bodenparameter Landen

Die Bodenparameter werden in Anlehnung an Abschnitt 4.2 gewählt. Das Massenverhältnis beträgt wiederum $\hat{\nu} = 20$. In der Analyse zum linearen visko-elastischen Boden werden Bodeneigenkreisfrequenzen im Bereich $\omega_0 = (100-3000) \, \text{s}^{-1}$ ausgewertet. Die Untersuchungen

Bodenmodell	$\lambda_{L,1}$	$\lambda_{L,2}$	$ \hat{F}_{leg}' \leq$	$ \hat{F}_{leg}'' \leq$	\hat{h}_k	$ au_1/ ilde{\Omega}$	$\hat{k}_{SE,K}$
linear	1.0	0.1 oder 1.0	100	1000	0.4	1.0	1600
nichtlinear	1.0	0.1	100	1000	0.4	1.0	1600

Tabelle 5.1: Modellparameter nichtlineares Kraftelement für eine Landebewegung

zum nichtlinearen Boden beschränken sich auf $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$. Für beide Bodentypen wird der Dämpfungsbereich $\hat{D} \approx 0 - 890$ untersucht.

5.1.3 Biomechanische Bewertungskriterien Landebewegung

Zur Beurteilung des Einflusses eines nachgiebigen Bodens bei einer einmaligen Landebewegung sind vor allem die Bewertungskriterien zur Beschreibung des Verletzungsrisikos entscheidend. Diese sind zusätzlich zur maximalen Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$ und zur maximalen Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ auch die maximale Muskelkraftanstiegsrate. Dieser Term wird als lokale Größe mit $\hat{F}'_{MTC,max} = max(\hat{F}'_{MTC})$ definiert und ist somit äquivalent zum maximalen Ruck des Muskels. Weiterhin können mit der geleisteten Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} (Glg. (4.34)) und der Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ (siehe Glg. (4.55) mit Bodenkraft \hat{F}_B aus Glg. (5.2) oder (5.3)) Aussagen zum Energiehaushalt bei einer Landung getroffen werden.

5.2 Lineare Bodenmodellierung

Im Folgenden wird der Einfluss der Bodensteifigkeit und der Bodendämpfung auf die Bewertungskriterien für zwei verschiedene Landetechniken untersucht. Für eine "harte Landetechnik" gilt $\lambda_{L,2} = 0.1$ und für eine "weiche Landetechnik" $\lambda_{L,2} = 1.0$. Zum Vergleich mit dem Ergebnis für eine Landung auf hartem Boden wird der Wert $\omega_0 = 3000 \,\mathrm{s}^{-1}$ für die Bodeneigenkreisfrequenz verwendet.

Bei einer "weichen Landetechnik" haben Bodensteifigkeit und Bodendämpfung kaum einen Einfluss auf die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{leg,max}$, siehe Abb. 5.5a. Zwischen der kleinsten Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ und dem harten Boden besteht ein Unterschied von ca. 2% in der maximalen Beinkraft. Wendet der Mensch jedoch eine "harte Landetechnik" an, so ist ein negativer Einfluss eines sehr weichen Bodens bezüglich der Maximalkraft $\hat{F}_{leg,max}$ zu erkennen, siehe Abb. 5.5b. Die Maximalkraft auf dem Boden mit $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ für sehr geringe Dämpfung ($\hat{D} \approx 8.9$) ist ca. 18% größer als diejenige auf dem harten Boden. Dieser Sachverhalt erscheint zunächst widersprüchlich, da eine erste Vermutung ist, dass ein weicher Boden vorteilhafter sei. Mit der Differentialgleichung in Absolutkoordinaten für das Menschmodell (Glg. (5.1)) besteht die Aufgabe darin, die Trajektorie des Modells (Mensch) mit \hat{F}_{leg} so zu steuern, dass dieses unter den oben genannten Nebenbedingungen zum Stehen kommt. Der Landeimpuls bleibt unabhängig vom Boden bei einer vorgeschriebenen Höhe \hat{h}_K konstant. Ist in der verwendeten Zielfunktion Glg. (5.7) das Kniemoment und damit die Muskelkraft der Hauptterm, dann führt dies dazu, dass

der Mensch versucht seine Beine bei der Landebewegung wenig anzuwinkeln. Durch die Hinzunahme eines nachgiebigen Bodens bewirkt dies, dass zusätzlich zur Reduktion der Beinauslenkung (auf Grund der Bodenauslenkung) der Knieabstand weiter bestraft wird. In diesem Fall wird die Muskelkraft reduziert, aber die maximale Beinkraft muss ansteigen. In verschiedenen Studien wurde keine eindeutige Tendenz zum Einfluss eines weichen Bodens ermittelt. McNitt-Gray et al. [65] stellen z.B. einen negativen Einfluss einer weichen Landematte auf die gemessene Reaktionskraft fest. Im Gegensatz dazu messen Fritz und Peikenkamp [35] ein kleineres erstes Kraftmaximum in der vertikalen Reaktionskraft auf einem nachgiebigen Boden. Wie bereits erläutert, ist es dem Menschen möglich, verschiedene Strategien bei einer Landebewegung anzuwenden. In dieser Arbeit wird nur eine Möglichkeit mit dem Zielfunktional Glg. (5.7) untersucht. Es ist zu erwarten, dass durch eine Erweiterung des abstrakten Menschmodells andere Zielformulierungen möglich sind. Gerade wegen der Variabilität der Reaktionskraft \hat{F}_{leg} in verschiedenen Studien ist es bei dieser Form der Bewegung wichtig, die inneren Kraftgrößen zu betrachten, d.h. die maximale Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ und die maximale Muskelkraftrate $\hat{F}'_{MTC,max}$. Bei Untersuchungen zur Landebewegung im Gymnastikbereich in [68] wird darauf hingewiesen, dass

die Analyse dieser Größen innerhalb einer Simulation einen hohen Stellenwert hat. Denn Experimente, z.B. für verschiedene Landestrategien und verschiedene Untergründe, hätten wiederum ein hohes Verletzungsrisiko für den Probanden zur Folge.

Abb. 5.6 und 5.7 verdeutlichen, dass ein nachgiebiger Boden einen positiven Einfluss auf die Muskelkraft \hat{F}_{MTC} und die Muskelkraftanstiegsrate \hat{F}'_{MTC} hat. Unter Verwendung der Zielfunktion Glg. (5.7) ergibt sich somit folgendes Bewegungsmuster: Der Mensch nimmt höhere Reaktionskräfte \hat{F}_{leg} in Kauf, um damit die inneren Kräfte zu reduzieren. Für beide Landetechniken sinken auf einem linearen visko-elastischen Boden jeweils die maximale Muskelkraft und die maximale Muskelkraftanstiegsrate im Gegensatz zu einem harten Boden. In diesem Fall bewirkt die ansteigende Bodenauslenkung $\hat{y} - \hat{y}_0$ eine Reduzierung der maximalen Beinauslenkung, wie es bereits von der periodischen Bewegungsform Hüpfen bekannt ist und dadurch wird auch der maximale Knieabstand \hat{d}_K verkleinert. Der Zusammenhang zwischen Muskelkraft \hat{F}_{MTC} und Beinkraft \hat{F}_{leg} (Glg. (3.18), (3.25)) zeigt, dass für sinkende Bodeneigenkreisfrequenzen der Knieabstand stärker abnimmt, als die Beinkraft steigt.

Für den Maximalwert der Muskelkraft $\hat{F}_{MTC,max}$ ergibt sich für beide Landetechniken ein qualitativ gleiches Verhalten über der Dämpfung, siehe Abb. 5.6. Mit steigender Bodendämpfung \hat{D} steigt auch die maximale Muskelkraft und nähert sich dem Wert auf einem harten Boden an. Zwischen dem nachgiebigsten Boden ($\omega_0 = 100 \, \text{s}^{-1}$) und dem harten Boden beträgt der Unterschied 24% ("harte Landetechnik") bzw. 12% ("weiche Landetechnik"). Bei dem Boden mit der Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 = 100 \, \text{s}^{-1}$ bildet sich ein Minimum über der Dämpfung aus. Das Zeitverhalten des Beines und des Bodens in Abb. 5.8a verdeutlichen, dass für einen fast ungedämpften Boden ($\hat{D} = 8.9$) dieser dem Menschmodell entgegenarbeitet. Anstelle direkt die Knie zu beugen, vollzieht das Bein noch eine kurze Aufwärtsbewegung bevor es zur eigentlichen Abwärtsbewegung bis zum Minimum kommt (schwarze Linie). Dies wirkt sich sowohl negativ auf die maximale Muskelkraft als auch auf die maximale Muskelkraftanstiegsrate aus. Erst für höhere Dämpfungswerte ($\hat{D} = 26.6$) kann der Mensch die Abwärtsbewegung mit wenig bis gar keiner Gegenarbeit des Bodens ausführen. Mit weiter zunehmender Dämpfung nimmt die Bodenauslenkung ab und der Mensch muss die Landebewegung selber ausgleichen. Das bedeutet, dass die maximale Beinauslenkung und damit auch die Muskelkraft ansteigt.

Das Verhalten der maximalen Muskelkraftanstiegsrate $\hat{F}'_{MTC,max}$ (Abb. 5.7) ist ähnlich zum Verhalten der Muskelkraft. Für steigende Dämpfung steigt auch $\hat{F}'_{MTC,max}$. Jedoch ist bei der "harten Landetechnik" für die Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 = 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ die Kraftanstiegsrate kleiner als beim Boden mit $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$. Das zugehörige Verhalten der Beinbewegung $\hat{x}_{rel} - \hat{x}_{rel,0}$ ist für den Dämpfungswert $\hat{D} = 26.6$ in Abb. 5.8b dargestellt. Bei dem nachgiebigsten Boden gibt es noch keine kontinuierliche Abwärtsbewegung, wie es bei $\omega_0 = 150 \,\mathrm{s}^{-1}$ der Fall ist. Deswegen kommt es bei $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ zu einer Änderung der Muskelkraft innerhalb einer kurzen Zeitspanne, was wiederum bedeutet, dass $\hat{F}'_{MTC,max}$ steigt.

Zusammenfassend wird anhand der Bodenparameterkonstellation ($\omega_0 = 150 \text{ s}^{-1}$, $\hat{D} = 26.6$) zwischen den einzelnen Kraftgrößen für eine "harte Landetechnik" verglichen. Obwohl die maximale Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$ gegenüber einem harten Boden um 5.1% steigt, ist der Gewinn bei der Muskelkraft größer, denn dort ergibt sich eine Verbesserung von ca. 7%. Zusätzlich verringert sich $\hat{F}'_{MTC,max}$ um 15.5% gegenüber einem harten Boden. Dieser positive Effekt, der bei der Muskelkraft und Muskelkraftanstiegsrate auftritt, ist auf einem steiferen Boden vermindert aber trotzdem noch von Bedeutung. Erscheinen diese Einsparungen bei einer einzelnen Landung zunächst weniger relevant, so hat es z.B. für Sportler im Gymnastikbereich mit mehreren Landebewegungen pro Trainingseinheit einen wesentlichen Einfluss. Letztendlich ist zu erwähnen, dass mittels einer gut gewählten Landetechnik die maximale Beinkraft und die inneren Kraftgrößen auf einem nachgiebigen Boden reduziert werden können. Die Simulationsergebnisse für die "weiche Landetechnik" zeigen deutlich, dass diese Landeart in Bezug auf eine Verringerung des Verletzungsrisikos zu bevorzugen ist, da damit für alle Kraftgrößen niedrigere Absolutwerte erzeugt werden.



Abbildung 5.5: Landen: Lineare Federkennlinie, $\hat{F}_{leg,max}$ vs. \hat{D}

Abschließend wird auf die energetischen Bewertungskriterien eingegangen. In Abb. 5.9 ist ersichtlich, dass der allgemeine positive Effekt einer "weichen Landetechnik" gegenüber einer "harten Landetechnik" nur mit einem höheren energetischen Aufwand zu erreichen ist, denn die Muskelarbeit ist für die "weiche Landetechnik" stets größer. Für beide Landetechniken hat ein nachgiebiger Boden in jedem Fall einen Vorteil gegenüber einem



(a) weiche Landetechnik ($\lambda_{L,2} = 1.0$) (b) harte Landetechnik ($\lambda_{L,2} = 0.1$)

Abbildung 5.6: Landen: Lineare Federkennlinie, $\hat{F}_{MTC,max}$ vs. \hat{D}



Abbildung 5.7: Landen: Lineare Federkennlinie, \hat{F}'_{MTC} vs. \hat{D}



Abbildung 5.8: Landen: Lineare Federkennlinie, harte Landetechnik ($\lambda_{L,2} = 0.1$), Zeitverläufe für Beinkoordinate und Boden

harten Boden, denn \hat{C}_{Muskel} ist für $\omega_0 < 3000 \,\mathrm{s}^{-1}$ stets geringer. Dieser Sachverhalt lässt sich auf die einsetzende Bodenauslenkung am Anfang des Abbremsvorgangs zurückführen. In diesem Fall reduziert der Mensch die maximale Beinauslenkung und muss nur einen

verringerten Anteil der Bremsbewegung durch eigene Arbeit aufbringen. Für $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ bildet sich ein minimaler Bereich über der Dämpfung heraus. Dieses Verhalten folgt wiederum aus dem Entgegenwirken des Bodens bei vernachlässigbarer bzw. geringer Bodendämpfung. In diesem Fall muss der Muskel die Gegenbewegung ausgleichen, und dies wirkt sich auf die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit und somit auf \hat{C}_{Muskel} aus. Für steigende Dämpfungswerte entsteht eine kontinuierliche Abwärtsbewegung, die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit nimmt ab, und es bildet sich ein Minimum im Verlauf \hat{C}_{Muskel} vs. \hat{D} heraus. Das Verhalten der Bodendissipation $|\hat{E}_{diss}|$ über der Dämpfung ist proportional zum Verhalten der Muskelarbeit. Wie schon bei der Hüpfbewegung aus Abschnitt 4.2 wird auch für eine Landebewegung qualitativ der gleiche Verlauf $|\hat{E}_{diss}|$ vs. \hat{D} erhalten.



Abbildung 5.9: Landen: Lineare Federkennlinie, \hat{C}_{Muskel} vs. \hat{D}



Abbildung 5.10: Landen: Lineare Federkennlinie, $|\hat{E}_{diss}|$ vs. \hat{D}

Bei der einmaligen Bewegungsform Landung nach einem Sprung wurde festgestellt, dass ein nachgiebiger Boden keinen bzw. einen negativen Einfluss auf die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{leg,max}$ bezüglich des Verletzungsrisikos hat. Jedoch können in diesem Fall die maximale Muskelkraft und die maximale Muskelkraftanstiegsrate positiv beeinflusst werden. Da

beide Größen im direkten Verhältnis zum Kniemoment stehen (siehe Glg. (3.3)) trägt dies somit zu einer potentiellen Reduktion der Überbeanspruchung im Knie bei. Weiterhin ist durch eine Landung auf einem nachgiebigen Boden eine geringere Muskelarbeit nötig als auf einem harten Boden. Im folgenden Abschnitt soll durch die Kopplung des gleichen Menschmodells mit dem nichtlinearen Boden die Frage untersucht werden, ob unter diesen Bedingungen eine Beibehaltung des positiven Effekts für die Muskelgrößen möglich ist, aber zusätzlich eine Verringerung für die maximale Beinkraft erreicht werden kann. Aus der Analyse im vorliegenden Abschnitt ist bekannt, dass der Boden nur einen sehr kleinen Einfluss auf $\hat{F}_{leg,max}$ bei einer "weichen Landetechnik" hat (Abb. 5.5a). Weiterhin sind die dort auftretenden Reaktionskräfte deutlich geringer, weshalb sich die Untersuchungen in Abschnitt 5.3 auf eine "harte Landetechnik" konzentrieren.

5.3 Nichtlineare Bodenmodellierung

In diesem Abschnitt erfolgen Untersuchungen zum Einfluss der bilinearen Federkennlinie Glg. (5.3) in Verbindung mit dem nichtlinearen Kraftelement auf die verschiedenen Bewertungskriterien. Es erfolgt eine Beschränkung auf eine "harte Landetechnik" mit $\lambda_{L,2} = 0.1$. Zuerst wird der Einfluss der Nichtlinearität mit dem Faktor χ analysiert. Der Wert χ gibt an, ob es sich um eine degressive ($\chi < 1$), progressive ($\chi > 1$) oder lineare Federkennlinie handelt. Anschließend erfolgen Untersuchungen für eine Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 und verschiedene Dämpfungswerte \hat{D} für eine progressive bzw. degressive Federkennlinie, um einen möglichen positiven Einfluss des Bodens auf Beinkraft und Muskelkraft herauszuarbeiten. Wieder sind zum Vergleich die Ergebnisse für eine Landebewegung auf einem harten Boden ($\omega_0 = 3000 \, \text{s}^{-1}$) mit einbezogen.

5.3.1 Einfluss von χ



Abbildung 5.11: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\hat{D} = 44.3$ und $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.04$, Einfluss ω_0 und χ auf maximale Beinkraft und maximale Muskelkraft

Abb. 5.11 stellt die maximale Beinkraft und die maximale Muskelkraft über dem Faktor χ dar. Für $\chi = 1$ folgt das Modell des linearen Bodens aus Abschnitt 5.2 und ist durch die

graue vertikale Linie gekennzeichnet. Der Ausschlag \hat{y}^* wurde so gewählt, dass er ungefähr die Hälfte der Bodendurchbiegung im linearen Fall beträgt: $\hat{y}^* \approx max(\hat{y}_0 - \hat{y})/2$.

Für eine degressive Kennlinie ($\chi < 1$) steigt ab \hat{y}^* die Bodenauslenkung deutlich an. Es zeigt sich erneut der Effekt wie beim linearen Bodentyp derart, dass durch eine ansteigende Bodenauslenkung auch die maximale Beinkraft zunimmt. Dafür wird die maximale Muskelkraft deutlich verringert. Im Gegensatz dazu wird bei einem progressiven Boden durch $\chi > 1$ die Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$ reduziert, aber die Werte für die Muskelkraft nähern sich denjenigen auf einem harten Boden an. Die Auswertung bei einer Dämpfung von $\hat{D} = 44.3$ zeigt somit, dass sich das gleiche prinzipielle Verhalten wie auf dem linearen visko-elastischen Boden ergibt. Weiterhin zeigen die Verläufe $\hat{F}_{leg,max}$ bzw. $\hat{F}_{MTC,max}$ vs. χ , dass sich für verschiedene Bodeneigenkreisfrequenzen ω_0 ein ähnliches Verhalten einstellt. Deswegen sind Untersuchungen zu einer Bodeneigenkreisfrequenz ausreichend, und es wird im Folgenden nur noch der Einfluss der Dämpfung für $\omega_0 = 100 \, \text{s}^{-1}$ untersucht.

5.3.2 Einfluss Dämpfung \hat{D}

Für einen Boden mit der Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$ wird der Einfluss der Dämpfung für zwei verschiedene y^* , nämlich $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ und $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.03$, analysiert. In den folgenden Untersuchungen stellt die blaue Linie ($\chi = 1$) einen linearen Bodentyp dar und dient als Vergleichswert mit der progressiven ($\chi = 1.41$) und der degressiven ($\chi = 0.82$ bzw. $\chi = 0.63$) Federkennlinie.

Unabhängig vom gewählten Ausschlag \hat{y}^* ist festzustellen, dass für eine Bodendämpfung $\hat{D} > 300$ die Wahl von χ und damit der Nichtlinearität kaum einen Einfluss auf die verschiedenen Bewertungskriterien hat. Mit ansteigender Dämpfung sinkt die maximale Bodendurchbiegung max $(\hat{y}_0 - \hat{y})$ (siehe Abb. 5.14), und das hat zur Folge, dass die zweite Stufe der bilinearen Feder immer weniger zum Einsatz kommt. Unabhängig von der Wahl χ herrscht die gleiche Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 , und das Verhalten des Bodens ist dann hauptsächlich dadurch bestimmt. Somit nähern sich die Ergebniswerte an. Eine Ausnahme bildet ein stark degressiver Boden ($\chi = 0.63$) im Dämpfungsbereich $\hat{D} \approx 500 - 900$ für $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$, bei dem sich auf Grund der Kombination von χ und Dämpfung \hat{D} ein komplett anderes Verhalten einstellt. Auf die Besonderheiten und deren Ursache wird im weiteren Verlauf eingegangen. Weiterhin hat die Wahl der bilinearen Feder einen sehr großen Einfluss auf die Ergebnisse für geringe Dämpfungswerte ($\hat{D} < 300$). Die maximale Bodendurchbiegung ist viel größer als der gewählte Ausschlag y^* , und somit ist die Wahl von χ entscheidend für das jeweilige Ergebnis.

Für einen progressiven Boden ($\chi = 1.41$) ist für Dämpfungswerte $\hat{D} \leq 200$ die maximale Reaktionskraft $\hat{F}_{leg,max}$ kleiner als auf dem äquivalenten linearen Boden, siehe Abb. 5.12. Für steigende Bodendämpfung sinken die Maximalwerte der Beinkraft ab, andererseits steigt die maximale Muskelkraft (Abb. 5.13) an. Qualitativ ergibt sich ein ähnliches Verhalten wie bei der linearen Bodenmodellierung ($\chi = 1$). Weiterhin hat die konkrete Wahl von \hat{y}^* einen geringen Einfluss auf die Ergebnisse. Für die zwei degressiven Federkennlinien ($\chi = 0.82$ und $\chi = 0.63$) ist der Maximalwert $\hat{F}_{leg,max}$ bei fast vernachlässigbarer Bodendämpfung ($\hat{D} \approx 10 - 20$) kleiner bzw. gleich groß im Vergleich zur linearen oder progressiven Federkennlinie. Für den degressiven Boden mit $\chi = 0.63$ ist diese Reaktions-



Abbildung 5.12: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, Einfluss \hat{D} und \hat{y}^* auf maximale Beinkraft



Abbildung 5.13: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, Einfluss \hat{D} und \hat{y}^* auf maximale Muskelkraft



Abbildung 5.14: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, Einfluss \hat{D} und \hat{y}^* auf Maximalwert Bodendurchbiegung

kraft sogar kleiner als die Kraft, die das Menschmodell auf einem harten Boden erfährt. Wird die Dämpfung nur leicht erhöht, dann steigt die Maximalkraft $\hat{F}_{leg,max}$ und nimmt Werte oberhalb der linearen Federkennlinie ($\chi = 1$) an. Weiterhin kommt es bei einem Boden mit $\chi = 0.63$ und $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ für die hohen Dämpfungswerte $\hat{D} \approx 500 - 900$ zu Reaktionskräften $\hat{F}_{leg,max}$, die unterhalb des Wertes für einen harten Boden liegen, siehe Abb. 5.12a. In Abb. 5.15 ist für diesen Dämpfungsbereich die maximale Beinkraft für benachbarte Werte von $\chi = 0.63$ aufgetragen und eine klare Tendenz für sinkende Werte χ ist zu erkennen. Für eine flacher werdende zweite Federstufe sinkt die maximale Beinkraft. Das Absenken der Maximalkraft ist somit auf die Nichtlinearität des Bodens zurückführbar und stellt kein alleiniges Phänomen für den Parameterwert $\chi = 0.63$ dar.



Abbildung 5.15: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$, Einfluss \hat{D} und χ auf maximale Beinkraft

Das Verhalten der maximalen Muskelkraft über der Dämpfung ist für beide Ausschläge \hat{y}^* qualitativ gleich bis auf die Ausnahme bei der Bodenparameterkonstellation [$\chi = 0.63, \hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$] im Dämpfungsbereich $\hat{D} \approx 500 - 900$, siehe Abb. 5.13. Im Bereich vernachlässigbarer bzw. kleiner Dämpfungswerte bildet sich ein Minimum für die Muskelkraft sowohl bei der linearen als auch der degressiven Federkennlinie heraus. Mit ansteigendem Dämpfungswert nimmt die Muskelkraft zu.

Im Folgenden werden die Ursachen für das abweichende Verhalten für den degressiven Boden mit $\chi = 0.63$ und $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ untersucht. Dazu ist das Zeitverhalten der Beinkraft, der Muskelkraft sowie der kinematischen Größen \hat{x}_{rel} und \hat{y} in den Abb. 5.16 bis Abb. 5.18 dargestellt. Bei einem Boden mit vernachlässigbarer Dämpfung (D = 8.9) entsteht ein Kraftverlauf \hat{F}_{leg} (Abb. 5.16a), der einer weichen Landetechnik ähnelt. Die Kraftspitze ist über einen größeren Zeitbereich verteilt und damit flacher. Dies ist mit einer größeren maximalen Absolutbewegung verbunden. Obwohl das Menschmodell keine Modellierung der ersten Impaktphase enthält, weist die Muskelkraft eine kleine Kraftspitze am Anfang der Bewegung auf. Dadurch verschiebt sich der Zeitpunkt des Maximums nach hinten. Bei einer Bodendämpfung im Bereich $D \approx 50$ ergibt sich ein deutlich unterschiedliches zeitliches Verhalten. Mit der Zielfunktion Glg. (5.7) und dem damit zusammenhängenden Bewegungsverhalten ist es in diesem Fall optimal, die absolute Bewegung \hat{x}_{abs} des Menschen zu minimieren. Für beide Bodenkonstellationen ergibt sich wie auf dem linearen Boden

der Effekt, dass der Boden dem Bein entgegenarbeitet, siehe Abb. 5.17. Bei einem stark gedämpften degressiven Boden ($\hat{D} \approx 700$) führt das gewählte Bewegungsverhalten dazu, dass der Mensch eine weitaus größere Beinauslenkung vollzieht als für mittlere Dämpfungswerte (siehe Abb. 5.17, oben). Dies führt zu einer Reduktion der Maximalkraft $F_{leg,max}$ mit Werten unterhalb eines harten Bodens (Abb. 5.12a). Obwohl die Bodendurchbiegung bei $\hat{D} = 709.5$ keine ausgeprägte Spitze, wie bei $\hat{D} = 8.9$ oder $\hat{D} = 53.2$ besitzt, geht aus den Simulationsergebnissen hervor, dass die Durchbiegung $\hat{y} - \hat{y}_0$ über dem gesamten Zeitraum τ über dem Wert von \hat{y}^* verbleibt. Dies ist für die geringen Dämpfungswerte ($\hat{D} = 8.9$, $\hat{D} = 53.2$) nach der ersten Spitze nicht mehr der Fall. Somit wirkt nur für $\hat{D} = 709.5$ die zweite Stufe der Federkennlinie (c_2) über dem gesamten Zeitraum und es wird angenommen, dass damit das abweichende Bewegungsverhalten des Menschen $\hat{x}_{rel} - \hat{x}_{rel,0}$ zu begründen ist (siehe Abb. 5.17). Wie bereits erläutert, besteht ein direkter Zusammenhang zwischen der Beinauslenkung und dem Beinkraftverlauf und auf Grund der größeren Beinauslenkung besitzt die Beinkraft nach dem ersten Impakt ein höheres Kraftniveau $(\hat{D} = 709.5)$, im Gegensatz zum Zeitverlauf von \hat{F}_{leq} für die Bodendämpfung $\hat{D} = 53.2$, siehe Abb. 5.16a.



Abbildung 5.16: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\chi = 0.63$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$, Beinkraftverlauf und Muskelkraftverlauf für verschiedene \hat{D}

In Abb. 5.18 ist der Muskelkraftverlauf für den degressiven Boden mit $\chi = 0.63$ und den linearen Bodentyp ($\chi = 1.0$) aufgetragen. Im Vergleich besitzt der stark degressive Boden eine ausgeprägtere zweite Kraftspitze und ein nachfolgendes höheres Kraftniveau über einen großen Zeitraum τ verteilt, was wiederum eine niedrigeres erstes Kraftmaximum begünstigt. Damit ist das abweichende Verhalten für die Kurve \hat{F}_{MTC} vs. \hat{D} in Abb. 5.13a für $\chi = 0.63$ begründet.

Wie bereits in Abschnitt 5.2 festgestellt wurde, muss auch beim nichtlinearen Bodentyp die Gegensätzlichkeit zwischen \hat{F}_{leg} und \hat{F}_{MTC} in Kauf genommen werden. Eine Ausnahme bildet die Bodenparameterkonstellation [$\chi = 0.63$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$] in den Bereichen $\hat{D} \approx$ 10 – 20 und $\hat{D} \approx 500 - 900$, in denen für beide Kriterien (\hat{F}_{leg} und \hat{F}_{MTC}) geringere Werte im Vergleich zu einem harten Boden erzielt werden. Es kann somit gezeigt werden, dass es für einen degressiven Boden zwei Dämpfungsbereiche gibt, in denen dieser einen


Abbildung 5.17: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\chi = 0.63$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$, $\hat{x}_{rel}(\tau)$ und $\hat{y}(\tau)$ für verschiedene \hat{D}



Abbildung 5.18: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{D} = 709.5$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ Muskelkraftverlauf für verschiedene χ

positiven Einfluss auf die Beinkraft \hat{F}_{leg} und die Muskelkraft \hat{F}_{MTC} gegenüber einer linearen Bodenfeder hat.

Das Verhalten der maximalen Muskelkraftanstiegsrate über der Dämpfung ist in Abb. 5.19 aufgetragen. Die Ergebnisse für den Faktor $\chi = 0.82$ wurden der Übersichtlichkeit halber herausgenommen. Bei dem degressiven Boden ($\chi = 0.63$) wird für eine sehr geringe Bodendämpfung ($\hat{D} = 8.9$) die Kraftanstiegsrate deutlich herabgesetzt, denn aus dem zugehörigen Muskelkraftverlauf (Abb. 5.16b) folgt, dass durch die Existenz der ersten kleinen Kraftspitze der Kraftanstieg auf zwei Zeitpunkte aufgeteilt wird. Für die Dämpfung $\hat{D} \approx 50$ tritt die maximale Kraftspitze sehr zeitig auf und somit steigt auch die Kraftanstiegsrate an. Ansonsten nähert sich das Verhalten für ansteigende Dämpfung dem Boden mit linearer Federkennlinie an, mit der bereits erwähnten Ausnahme für $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ im Bereich $\hat{D} \approx 500 - 900$. In diesem Fall bewirkt die niedrigere Kraftspitze $\hat{F}_{MTC,max}$ (siehe Abb. 5.13a und 5.18) einen niedrigeren Maximalwert für die Kraftanstiegsrate.

Bei der Diskussion zur Bodendissipation und zur Muskelarbeit erfolgt in Abb. 5.20 eine Beschränkung auf die Ergebnisse für $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$. Die Bodendissipation weist das gleiche Verhalten wie bei einer Landebewegung auf einem linearen Bodenmodell auf. Für einen degressiven, nahezu ungedämpften Boden übersteigt die Muskelarbeit den Wert auf dem harten Boden, weil in diesem Fall die Muskelkontraktionsgeschwindigkeit den größten Einfluss hat. Das Entgegenwirken des Bodens (siehe $\hat{x}_{rel}(\tau)$ in Abb. 5.17) muss durch das CE-Element ausgeglichen werden, und dies ist nur mit einer höheren Muskelleistung möglich. Für $\hat{D} \approx 500 - 900$ kommt es zu einem plötzlichen Anstieg der Beinauslenkung (Abb. 5.17), was wiederum zusätzliche Muskelarbeit erfordert.



Abbildung 5.19: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, Einfluss \hat{D} und \hat{y}^* auf maximale Muskelkraftanstiegsrate



Abbildung 5.20: Landen: Bilineare Federkennlinie, $\omega_0 = 100 \,\mathrm{s}^{-1}$, $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$, Einfluss \hat{D} auf Muskelarbeit und Bodendissipation

Ein Vergleich der Ergebnisse für eine lineare und nichtlineare Federkennlinie bestätigt die Existenz von zwei optimalen Bereichen für \hat{F}_{leg} und \hat{F}_{MTC} unter Verwendung eines nichtlinearen Bodenmodells. In diesem Fall muss eine hohe Muskelarbeit \hat{C}_{Muskel} in Kauf genommen werden. Jedoch spielt bei dieser Bewegungsform die Trainingseffizienz eine untergeordnete Rolle. Es ist darauf hinzuweisen, dass dieser positive Einfluss im Bereich vernachlässigbarer Dämpfung nur durch eine sehr hohe Bodenauslenkung möglich ist. In

diesem Fall ist die Anwendung auf Böden aus dem Sportbereich begrenzt. In dem Dämpfungsbereich $\hat{D} \approx 500 - 900$ kann bei $\hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02$ der gleiche positive Effekt jedoch für deutlich geringere Werte der Bodenauslenkung erreicht werden.

5.4 Zusammenfassung

Zur Analyse einer Landebewegung wurde in diesem Abschnitt das nichtlineare Kraftelement (aktive Muskelmodell) mit einem nachgiebigen Boden gekoppelt. Dabei erfolgten Untersuchungen zu einem linearen und nichtlinearen visko-elastischen Bodenmodell. Die nichtlineare Modellierung des Bodens besteht aus einer bilinearen Federkennlinie. Die Simulationsergebnisse zum Einfluss der Gewichtungsfaktoren in der Zielfunktion Glg. (5.7) zeigen, dass durch den Faktor $\lambda_{L,2}$ die Landetechnik des Menschmodells beeinflusst werden kann. Eine Unterscheidung zwischen einer "weichen" und "harten Landetechnik" ist somit möglich.

Die Untersuchungen zu dem linearen visko-elastischen Boden veranschaulichen, dass eine "weiche Landetechnik" bezüglich dem Aspekt des Verletzungsrisikos zu bevorzugen ist. In diesem Fall ist der negative Einfluss eines nachgiebigen Bodens auf \hat{F}_{leg} nur minimal, und es ist trotzdem möglich, die Muskelkraft und die Muskelkraftrate zu reduzieren. Ist der Mensch nicht in der Lage, das eigene Bewegungsverhalten hinreichend zu beeinflussen und es kommt damit zu einer "harten Landetechnik", dann steigt $\hat{F}_{leg,max}$ auf einem nachgiebigen Untergrund deutlich an. Dies wiederum führt zu einer Reduktion von $\hat{F}_{MTC,max}$ und $\hat{F}'_{MTC,max}$. Deswegen wurde für diese Landetechnik eine weiterführende Analyse auf einem nichtlinearen Boden durchgeführt. Das globale Verhalten der Bewertungskriterien abhängig von den Bodenparametern ω_0 und \hat{D} ist für beide Bodenmodellierungen gleich. Eine Reduktion der Muskelkraftgrößen führt automatisch zum Anstieg der Beinkraft \hat{F}_{leg} . Es ist dennoch möglich, für einen degressiven Boden ($\chi = 0.63$) mit einem Ausschlag \hat{y}^* in der Nähe von $\hat{\ell}_F$ zwei Bereiche zu identifizieren, in denen eine Reduzierung der Muskelkraftgrößen auch zur einer Beinkraft unterhalb dem Wert eines harten Bodens führt.

Die Trainingseffizienz ist bei einer Landebewegung weniger wichtig, da das primäre Ziel eine Verringerung der Überanspruchung ist. Unter Einbezug der zwei Kriterien führt die "weiche Landetechnik" zwar zu einer Verringerung des Verletzungsrisikos, jedoch ist der energetische Aufwand höher. Weiterhin ist für nachgiebige Böden die Muskelarbeit geringer als auf einem harten Boden. Eine Reduktion der inneren Kraftgrößen geht daher mit einer geringen Muskelleistung einher. Eine Ausnahme bilden die zwei Bereiche in Verbindung mit der nichtlinearen Bodenmodellierung ($\chi = 0.63, \ \hat{y}^* = \hat{\ell}_F - 0.02, \ \hat{D} \approx 10 - 20$ und $\hat{D} \approx 500 - 900$), bei denen eine geringere Beinkraft und Muskelkraft zu einer deutlich höheren Muskelarbeit führen.

Es wird davon ausgegangen, dass durch eine Erweiterung des Menschmodells und einer damit einhergehenden Zielfunktionsänderung andere Mechanismen abgebildet werden können, die bei einer Landebewegung möglich sind. Bereits die gemessenen Reaktionskraftverläufe weisen starke Abweichungen auf. Mit der in diesem Kapitel geführten Analyse wurde eine erste mögliche Modellierungsstrategie dargestellt, die mehrere Effekte bei einer Landung nach einem Sprung abbilden kann.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war eine systematische Analyse des Einflusses von verschiedenen Mensch- und Bodenparametern auf die Bewertungskriterien für das Verletzungsrisiko und für die energetischen Aspekte. Hierzu wurden zwei abstrakte Menschmodelle definiert, mit denen Untersuchungen zum Einfluss einer passiven und aktiven Muskelmodellierung durchgeführt wurden. Diese Untersuchungen konzentrierten sich auf zwei verschiedene Bewegungsformen, um eine übergreifende Bewertung des Parametereinflusses auf Verletzungsrisiko und energetische Aspekte in verschiedenen Situationen durchführen zu können. Bei der Bewegungsform Hüpfen erfolgte die Kopplung mit einem kontinuierlichen sowie mit einem diskreten, visko-elastischen Bodenmodell. Innerhalb der Gesamtmodellierung zur Landebewegung wurde das lineare, diskrete Bodenmodell um eine nichtlineare zweistufige Federkennlinie erweitert. Zusätzlich war es Ziel dieser Arbeit, mit diesen Varianten den Modellierungseinfluss auf die biomechanischen Bewertungskriterien zu bestimmen und ein gültiges Minimalmodell herauszuarbeiten. Weiterhin wurden mögliche Ursachen für die menschlichen Anpassungsmechanismen mit dem aktiven Muskelmodell identifiziert. Im Folgenden werden die Ergebnisse für die verschiedenen Modellierungsvarianten zusammengefasst und anhand der biomechanischen Bewertungskriterien bei der periodischen und einmaligen Bewegungsform miteinander verglichen.

Mit dem SLIP-Modell wurde zunächst eine passive Muskelmodellierung untersucht, wobei für das gekoppelte Gesamtmodell der Fokus auf dem Modellierungsgrad des Bodens lag. Dieser wurde als kontinuierlicher Euler-Bernoulli-Balken mit verteilter Bettungssteifigkeit und externer viskoser Dämpfung beschrieben. Um eine periodische Bewegungsabfolge mit dem passiven SLIP-Modell zu generieren, wurde angenommen, dass es nach einer Periodendauer T_p zum sofortigen Ausgleich des Energieverlustes (dissipierte Energie im Boden) kommt.

Mittels der durchgeführten Analyse konnte gezeigt werden, dass die Bewertungskriterien zum einen durch ein selbstgewähltes Verhalten des Menschen aber auch durch die Bodenparameter entscheidend beeinflussbar sind. Im ersteren Fall wurde erläutert, dass für Parameterwerte $\gamma \downarrow$ das Verletzungsrisiko, unabhängig von der Bodenbeschaffenheit, minimiert wird. Da γ direkt proportional zur Beinsteifigkeit k_{leg} ist, folgt daraus, dass dieser Fall bei einem selbstgewählten weichen Hüpfverhalten auftritt. Im zweiten Teil der Analyse konnten Bodenparameter identifiziert werden, die das Verletzungsrisiko minimieren und ein effizientes Training garantieren. Unabhängig von der Wahl des Parameters Ω (Biegesteifigkeit zu Balkenmasse) wird die maximale Reaktionskraft auf den Menschen für kleine bis mittlere κ (Bettungssteifigkeit zu Biegesteifigkeit) reduziert. Der Einbezug energetischer Aspekte in die Analyse beschränkt den vorhergehenden Bereich auf kleinere Werte für die relative Steifigkeit κ . In diesem Fall wurde die Bodendissipation sowie die Flughöhe ausgewertet und eine Mindestanforderung an die Trainingsleistung gestellt, die aus einer mindestens erreichten Flughöhe bestand. Zusätzlich wurde festgestellt, dass beide Kriterien, minimales Verletzungsrisiko und maximale Trainingsleistung, durch eine geringe bis mittlere Bodendämpfung D positiv beeinflussbar sind.

Mit dem SLIP-Modell, gekoppelt mit einem kontinuierlichen Boden, wurden auch die Grenzen dieser Modellierung aufgezeigt. Diese bestehen zum einen in einer Begrenzung des möglichen Parameterbereichs für den Boden und zum anderen in der Annahme einer konstanten Beinsteifigkeit k_{leg} . In der Literatur wurde jedoch bereits nachgewiesen, dass der Mensch seine Beinbewegung und somit die Beinsteifigkeit an verschiedene Bodenbeschaffenheiten anpasst. Da diese Anpassung mit einem passiven SLIP-Modell nicht berücksichtigt werden kann, muss dieser Fehler toleriert werden. Weiterhin wurde erläutert, dass für extreme Parameterkonstellationen (z.B. sehr hohe Bodendämpfung) kein stationäres Hüpfen auftritt und die Auswertung für diese Bereiche nur bedingt zulässig ist.

Darauffolgend wurde die Analyse zur Bewegungsform Hüpfen auf eine abstrakte Menschmodellvariante mit einem aktiven Muskelmodell ausgeweitet. Die Kopplung erfolgte mit dem diskreten, visko-elastischen Bodenmodell. Die zwei Modellierungsvarianten lineares und nichtlineares Kraftelement unterschieden sich in der Beschreibung der Kinematik. Die nichtlineare Formulierung berücksichtigt die Abbildung der Kniebewegung und stellt somit eine Beschreibung zur Muskelkraft bereit. Für beide Varianten wurde gezeigt, dass das Verletzungsrisiko auf einem ungedämpften Boden für die kleinste Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 minimiert wird. Wird die Trainingseffizienz einbezogen, so wirkt sich dies auf beide Bewertungskriterien für eine niedrige bis mittlere Bodeneigenkreisfrequenz positiv aus. Für einen gedämpften Boden wurde nachgewiesen, dass geringe Dämpfungswerte D die maximale Beinkraft $F_{leg,max}$ absenken, aber die Trainingseffizienz negativ beeinflussen, denn für steigende Bodendämpfung steigt auch die Muskelarbeit. Konnte bei dem SLIP-Modell gekoppelt mit einem kontinuierlichen Bodenmodell noch eine Minimierung des Verletzungsrisikos und maximale Trainingseffizienz bei geringen bis mittleren Dämpfungen und geringer relativer Steifigkeit κ ausgemacht werden, so ergibt sich bei einem aktiven Muskelmodell eine Gegenläufigkeit bei Hinzunahme der Dämpfung. Ein Vergleich beider Modellvarianten zeigt aber auch, dass bei einem ungedämpften Boden beide Bewertungskriterien (Verletzungsrisiko, Trainingseffizienz) durch eine Bodennachgiebigkeit in einem Bereich von niedrigen Steifigkeiten κ oder ω_0 positiv beeinflusst werden.

Die Untersuchungen zum Modellierungseinfluss haben gezeigt, dass die Ergebnisse für das lineare und das nichtlineare Kraftelement bei einer relativ gegebenen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$ (Abstand von sich einstellender Landehöhe zur maximalen Flughöhe) und dem Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* ein ähnliches Verhalten aufweisen. Dieser Aspekt lässt sich auf den grundlegenden Mechanismus zurückführen, dass die Menschmasse beschleunigt und gebremst werden muss und die nichtlineare Kinematik in diesem Fall eine untergeordnete Rolle spielt. Die Unterschiede in den quantitativen Ergebnissen wurden in den jeweiligen Abschnitten erläutert. Als ein wichtiges Merkmal ist zu erwähnen, dass mittels des nichtlinearen Kraftelements das Verhalten der Muskelkraft analysierbar ist. Dabei wurde festgestellt, dass ein nachgiebiger, gedämpfter Boden einen größeren Einfluss auf die Muskelkraft als auf die Beinkraft hat. Ein weiterer interessanter Aspekt bei den Untersuchungen zum linearen und nichtlinearen Kraftelement wurde bei einem gedämpften Boden herausgefunden. Unter Vorgabe einer relativen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$ und dem Optimalitätskriterium *Minimaler Energieverbrauch* stellt sich für steigende Dämpfung ein Kraftverlauf ein, der sich von dem typischen sinusförmigen Kraftverlauf auf einem harten Boden unterscheidet, indem sich eine zweite Kraftspitze herausbildet.

Weiterhin wurde der Modellierungseinfluss hinsichtlich zwei verschiedener Zielfunktionen anhand des linearen Kraftelementes unter Vorgabe einer relativen Sprunghöhe $\hat{h}_{max,rel}$ untersucht. Diese unterschieden sich in den Optimalitätskriterien *Minimaler Energieverbrauch* und *Minimaler Ruck*. Bei der Analyse zum Einfluss der Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 wurde im globalen Verhalten kein Unterschied festgestellt. Somit gelten für das Kriterium *Minimaler Ruck* die gleichen Aussagen wie bereits weiter oben aufgeführt für das Kriterium *Minimaler Energieverbrauch*. Deswegen wird die Annahme getroffen, dass der Einfluss der Zielfunktionswahl auf die Aussagen bezüglich eines ungedämpften Bodens gering ist. Jedoch war es möglich, einen Einfluss des Optimalitätskriteriums auf die Ergebnisse bei einem gedämpften Boden zu identifizieren. Mittels Zielfunktion *Minimaler Ruck* traten die Kraftverläufe mit einer zweiten Kraftspritze nicht auf. Die Forderung nach der Minimierung der Kraftanstiegsrate führte in diesem Fall zu einer gleichbleibenden Bodenkontaktzeit τ_1 , und es bildete sich dadurch ein sinusförmiger Kraftverlauf aus.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit war es, die Fragestellung zu den menschlichen Anpassungsmechanismen zu untersuchen. Es wurde gezeigt, dass mit einem aktiven Muskelmodell (lineares oder nichtlineares Kraftelement) eine Anpassung der äquivalenten Beinsteifigkeit \hat{k}_{leq} bei Änderungen der Bodenparameter stattfindet. Dies wiederum führt auf eine gleichbleibende Absolutbewegung und somit zu einem relativ konstanten k_{tot} . Dieser Effekt tritt für die beiden Optimalitätskriterien Minimaler Energieverbrauch und Minimaler Ruck auf. Dieser Sachverhalt zeigt die Notwendigkeit, bei nachgiebigen gedämpften Böden die aktive Muskelmodellierung dem SLIP-Modell vorzuziehen, denn mit der Realisierung dieses Anpassungsmechanismus ist eine realistische Umsetzung der Bewegung gewährleistet. Eine Ausnahme bilden Untersuchungen bei einer Bodeneigenkreisfrequenz $\omega_0 > 200 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $D \approx 0$, bei denen das SLIP-Modell noch zulässig ist, denn mit dem aktiven Muskelmodell wurde nachgewiesen, dass sich oberhalb dieses Wertes k_{leq} nur in einem kleinen Intervall ändert. Bezugnehmend auf die eingangs dieser Arbeit gestellte Frage, ob die konstante Schwerpunktstrajektorie bei unterschiedlichen Bodenparametern durch ein reines energetisches Kriterium oder auch durch weitere Kriterien zustande kommt, kann die Zielfunktion Minimaler Energieverbrauch als eine mögliche Ursache identifiziert werden. Zusätzlich ist auch mit dem Kriterium Minimaler Ruck das festgestellte Phänomen realisierbar, jedoch besteht die kombinierte Zielfunktion J_2 teilweise aus einem Kriterium für den minimalen Energieverbrauch, weswegen dessen Einfluss nicht ganz auszuschließen ist.

Diese Erkenntnisse tragen dazu bei, das in dieser Arbeit analysierte aktive Muskelmodell als ein gültiges Minimalmodell zu bewerten. Die Möglichkeit, einen der grundlegendsten Mechanismen, nämlich die Anpassung der Beinsteifigkeit abzubilden, gewährleistet die Plausibilität der Ergebnisse bei Fragestellungen zu einer periodischen Bewegung auf einem nachgiebigen Untergrund. Weiterhin haben die Untersuchungen zum Verhalten auf einem sehr weichen Boden mit dem nichtlinearen Kraftelement (siehe Abschnitt 4.2.7) die Gültigkeit des aktiven Muskelmodells auch für diesen extremen Parameterbereich gezeigt. Zusätzlich wird der Vorteil der Modellierung und Simulation mit dem nichtlinearen Kraftelement gegenüber den Messungen deutlich. Zum einen wurde mit der eigenen Modellierung der Einfluss der Dämpfung bei niedrigen Bodeneigenkreisfrequenzen ω_0 aufgezeigt, was in den Messungen von [73] nicht möglich war. Weiterhin sei angemerkt, dass für solche extrem weichen Böden Messungen schwer durchführbar sind, andererseits aber weiterführende Simulationen möglich wären, um zusätzliche Aussagen für Rennen oder Gehen in diesem Parameterbereich zu erhalten.

Innerhalb dieser Arbeit hat sich als weiterer interessanter Aspekt die Frage nach einem speziellen menschlichen Anpassungsmechanismus herausgestellt, der im Rahmen der Literaturrecherche gesichteten Untersuchungen keine Beachtung fand. Wie bereits weiter oben erwähnt, bildet sich für eine relative Sprunghöhe $h_{max,rel}$ bei Vorgabe des Kriteriums Minimaler Energieverbrauch eine zweite Kraftspitze im Beinkraftverlauf aus, und der Mensch führt eine sogenannte weiche Hüpfbewegung aus. Dabei wurde die Wahl der Sprunghöhe als relativer oder absoluter Wert als entscheidender Faktor für das Bewegungsverhalten, z.B. für einen sinusförmigen Kraftverlauf, festgestellt. Geht man von den Studien [71, 74] aus, tritt bei mittlerer Bodendämpfung ein sinusartiger Verlauf auf und es kann geschlussfolgert werden, dass der Mensch die relative Sprunghöhe bei zunehmender Dämpfung anpasst. Dieser Effekt konnte mit einer absolut gegebenen Sprunghöhe nachgewiesen werden, denn in diesem Fall steigt $\hat{h}_{max,rel}$ an, und der Mensch verbleibt in der sinusförmigen Hüpfbewegung. Weiterhin kann mit dem Optimalitätskriterium Minimaler Ruck ein Ausbilden der zweiten Kraftspitze verhindert werden. Dies führt zu der Annahme, dass der Mensch bei stark gedämpften Böden zusätzlich zu dem Energieverbrauch nach einem Kriterium reagiert, welches die Kraftanstiegsrate reduziert. Ausgehend von dieser Arbeit könnten mittels gezielter Messungen zu einer relativen und absoluten Sprunghöhe die Ergebnisse zu einer weichen Hüpfbewegung validiert werden. Zusätzlich wäre es damit möglich herauszufinden, unter welchen weiteren Randbedingungen diese Bewegungsmuster in der Realität auftreten. Zudem könnte analysiert werden, inwieweit andere Optimalitätskriterien dieses Verhalten beeinflussen.

Anschließend wurde die einmalige Bewegungsform Landung nach einem Sprung untersucht. Es kam wiederum ein 1-Freiheitsgrad-Massenpunktmodell mit einer aktiven Muskelmodellierung und der nichtlinearen kinematischen Beziehung zum Einsatz. Die Kopplung erfolgte mit dem linearen und dem nichtlinearen diskreten Bodenmodell.

Ein auffälliges Ergebnis war die Feststellung, dass das nachgiebige Bodenmodell einen geringen beziehungsweise negativen Einfluss auf die maximale Reaktionskraft hat. Es hat sich aber auch gezeigt, dass bei einer Landebewegung den Bewertungskriterien Muskelkraft und Muskelkraftanstiegsrate eine größere Bedeutung zuzuschreiben ist. Denn in diesem Fall führt ein nachgiebiger Boden zu Werten, die geringer sind als auf einem harten Boden. Auch für das nichtlineare Bodenmodell wurde global das gleiche Verhalten festgestellt, nämlich dass eine Verminderung der Muskelkraftgrößen durch eine Bodennachgiebigkeit automatisch zu einem Anstieg der Beinkraft \hat{F}_{leg} führt.

Weiterhin wurde mittels des Wichtungsfaktors $\lambda_{L,2}$ der Einfluss der Zielfunktion auf eine "weiche" und "harte Landetechnik" festgestellt. Untersuchungen zu beiden Landetechniken haben gezeigt, dass die "weiche Landetechnik" zu einer Minimierung des Verletzungsrisikos führt. Denn bei einer "harten Landetechnik", bei der der Mensch nicht in der Lage ist das

Landeverhalten ausreichend zu beeinflussen, kommt es auf einem nachgiebigen Boden zu einem deutlichen Anstieg der Beinkraft $\hat{F}_{leg,max}$.

Eine Ausnahme von dem globalen Verhalten stellt sich bei dem nichtlinearen Bodenmodell für eine "harte Landetechnik" ein. Für einen degressiven Boden mit $\chi = 0.63$ (Verhältnis der beiden Bodensteifigkeiten) existieren zwei Bereiche, in denen eine Reduktion der Muskelkraftgrößen gleichzeitig zu einer Beinkraft führt, die kleiner ist als der Wert auf einem harten Boden. Besonders von Interesse ist dabei der Bereich bei hohen Dämpfungen $(\hat{D} \approx 500 - 900)$, da dort geringere Bodenauslenkungen notwendig sind um die Beinkraft zu reduzieren und sich dieser Bereich somit auf ein größeres Spektrum von nachgiebigen Interfaces anwenden lässt.

Der Gesichtspunkt Trainingseffizienz spielt bei dieser Bewegungsform nur eine untergeordnete Rolle, da das hauptsächliche Ziel eine sichere Landebewegung ist. Trotzdem kann es bei sich wiederholenden Trainingseinheiten einen Einfluss haben, wie energieaufwändig der Bewegungsablauf ist und eine Ermüdung des Menschen wiederum zu einem erhöhten Verletzungsrisiko führt. In diesem Fall besteht eine Gegenläufigkeit bei der Wahl der Landetechnik. Ist die "weiche Landetechnik" bei einem ausschließlichen Betrachten der maximalen Kraftgrößen zu bevorzugen, so führt diese zu einer höheren Muskelarbeit als bei einer "harten Landetechnik".

Die Messungen und die Simulationsergebnisse zur Landebewegung haben gezeigt, dass der Mensch vielfältige Bewegungsstrategien anwendet. Mittels der hier durchgeführten Analyse wurde eine mögliche Strategie untersucht, bei der sich ein nachgiebiger Boden negativ auf die Beinkraft auswirkt, da er zu einer Erhöhung derselben führt. In weiterführenden Untersuchungen zu dieser Bewegungsform wäre eine interessante Fragestellung, mittels welcher Mensch- und Bodenmodellierung eine Reduktion der Beinkraft auf einem nachgiebigen Boden erzeugt werden kann.

Abschließend wird an dieser Stelle ein Vergleich zwischen den beiden Bewegungsformen gezogen, indem bei der periodischen Bewegungsform Hüpfen eine Beschränkung auf das aktive Muskelmodell erfolgt. Es wurde nachgewiesen, dass für die Muskelkraftgrößen in beiden Fällen Bereiche existieren, in denen ein nachgiebiger Boden einen positiven Einfluss besitzt. Jedoch ist dies für das Bewertungskriterium $F_{leg,max}$ nicht gegeben. Beim Hüpfen bewirkt eine Bodennachgiebigkeit ein Verringerung der Beinkraft gegenüber einem harten Untergrund. Mittels der gleichen Bodenmodellierung wird der gegenläufige Effekt bei einer Landebewegung festgestellt. Für das Bewertungskriterium C_{Muskel} , welches Aussagen zu der Trainingseffizienz liefert, werden global die gleichen Verhältnisse für beide Bewegungsformen erhalten. Sowohl beim Hüpfen als auch bei einer Landung kommt es für bestimmte Bodenparameter, die eine Nachgiebigkeit ins System einbringen, zu einer geringeren Muskelarbeit als auf einem harten Boden. Es wurde bereits erläutert, dass das aktive Massenpunktmodell mit dem nichtlinearen Kraftelement ein gültiges Minimalmodell für die periodische Bewegungsform Hüpfen darstellt. Um diese Aussage bei einer Landebewegung treffen zu können, sind mit dem Wissenstand dieser Arbeit noch weitere Untersuchungen notwendig. Obwohl einige Studien einen negativen Einfluss eines nachgiebigen Bodeninterfaces auf die Reaktionskraft feststellen konnten, ist vor allem die bei einer harten Landetechnik auftretende, hohe maximale Beinkraft zu hinterfragen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass diese Arbeit systematisch den Einfluss verschiedener Bodenparameter und des menschlichen Verhaltens auf das Verletzungsrisiko und energetische Aspekte untersucht. Dabei wurde für zwei verschiedene abstrakte Menschmodelle der Einfluss eines nachgiebigen Bodens auf die Bewertungskriterien, wie die maximale Beinkraft, die maximale Muskelkraft oder die Muskelarbeit bei einer Hüpfbewegung sowie einer Landung nach einem Sprung analysiert. Es konnte gezeigt werden, dass für beide Bewegungsformen Bereiche existieren, in denen ein nachgiebiger Boden gegenüber einem harten Boden zu bevorzugen ist. Weiterhin wurde mittels der vorliegenden Arbeit ein mögliches Minimalmodell für eine periodische Bewegung aufgezeigt, welches die grundlegenden menschlichen Anpassungsmechanismen abbilden kann. Weiterhin war es mit diesen Untersuchungen möglich, eine Ursache für die konstante Schwerpunktstrajektorie des Menschen, auch auf extrem nachgiebigen Böden zu identifizieren. Es wurde nachgewiesen, dass der Mensch dieses Verhalten auf Grund einer Energieminimierung erreichen kann. Damit stellt diese Arbeit einen tieferen, systematischen Einblick in die Kriterien bereit, die den Menschen zu einem bestimmten Bewegungsverhalten antreiben. Anknüpfend an die letzten beiden Punkte, könnte in weiteren Untersuchungen der Einfluss anderer Zielfunktionen auf Bewegungsverhalten und Schwerpunktstrajektorie bei einer Kopplung mit einem nachgiebigen Untergrund analysiert werden.

Um die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse auf die Auswahl von Bodenparametern übertragen zu können, muss zunächst der Anwendungsbereich des Bodens definiert werden. Wie eingangs erläutert, besteht ein Unterschied in den Anforderungen an ein Sprungbrett, eine Schaumstoffmatte oder an den allgemeinen Sporthallenboden. Soll für den letzteren Fall die Parameterauswahl für einen Mehrzweckboden erfolgen, so wird die Priorität auf dem Aspekt der Verletzungsminimierung liegen. In diesem Fall wurde in dieser Arbeit gezeigt, dass dafür grundsätzlich ein Aufbau mit einer äquivalenten niedrigen bis mittleren Dämpfung gewählt werden sollte. Weiterhin wäre ein mittlere Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 optimal, aber dies ist in der Realität für Mehrzweckböden schwer umsetzbar. Deswegen sollte versucht werden, die Bodensteifigkeit so gering wie möglich zu wählen, aber noch steif genug um eine sportliche Bewegung zu erlauben. Zusätzlich sollte angestrebt werden, den positiven Effekt eines nichtlinearen Bodenaufbaus mit einzubeziehen und die effektive Bodeneigenkreisfrequenz ω_0 variabel zu gestalten. Weiterführende Untersuchungen sind an dieser Stelle jedoch noch notwendig, vor allem bei der periodischen Bewegungsform. Ausgehend von dem Aspekt, dass bei einer Kunststofflaufbahn der leistungssteigernde Aspekt im Vordergrund steht, sollte grundsätzlich die Laufbahn mit möglichst geringen Verlusten konzipiert werden. Die Nachgiebigkeit des Bodens ist hingegen im mittleren Bereich für die hier untersuchten Werte von ω_0 anzunehmen.

Diese beiden Beispiele zeigen deutlich, dass es keine allgemeine Handlungsanweisung für den Ingenieur gibt. Es müssen jeweils im Einzelfall die Parameter bezüglich den Randbedingungen bestimmt werden.

A Anhang - Optimalsteuerungsproblem

Die allgemeine Aufgabe eines Optimalsteuerungsproblems (*Optimal Control Problem* = OCP) besteht darin, diejenige Steuerungsfunktion $\mathbf{u}(t)$ zu finden, die eine vorgegebene Zielfunktion J unter bestimmten Nebenbedingungen minimiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die optimale Steuerung auf Probleme angewendet, deren physikalische Vorgänge durch den Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ und die zugehörigen Bewegungsgleichungen beschreibbar sind. Weitere Nebenbedingungen können Anfangs-, Übergangs - oder Endbedingungen sein.

Folgende konkrete Aufgabenstellung liegt allen Vorgängen bei dem hier betrachteten Optimalsteuerungsprozess zu Grunde:

 $Min \quad J(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t)$ unter den Nebenbedingungen

$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f} \left[\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t \right], t_0 \le t \le t_1$	(Bewegungsgleichungen)
$\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0$	(An fangsbeding ungen)
$\mathbf{z}(t_1) = \mathbf{z}_1$	(Endbedingungen)
$\mathbf{C}\left[\mathbf{z}(t),\mathbf{u}(t),t ight]\leq0$	(Ungleichheitsbedingungen)
$\mathbf{\tilde{C}}\left[\mathbf{z}(t),\mathbf{u}(t),t ight]=0$	(Gleichheitsbedingungen)
$\mathbf{u}(t) \in U$	

Der Kontrollbereich U ist dabei ein abgeschlossenes, beschränktes Gebiet und die Zeitpunkte t_0 beziehungsweise t_1 sind im Allgemeinen nicht bekannt [43].

Die Verfahren zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen unterteilen sich in direkte und indirekte Methoden. Bei dem indirekten Verfahren, wie dem Maximumprinzip von Pontrjagin (siehe [43]), wird versucht, mittels der Hamiltonfunktion die notwendigen Gleichungen zu berechnen. Dabei besteht eine Schwierigkeit darin, die Anfangsbedingungen für die adjungierten Variablen zu finden. Zusätzlich ist dieses Verfahren bei nichtlinearen Problemstellungen sehr aufwändig und kommt deswegen in dieser Arbeit nicht zur Anwendung.

Bei den direkten Verfahren wird das Optimalsteuerungsproblem in ein nichtlineares Optimierungsproblem transformiert. In dieser Arbeit wird dazu das Sequentiell-Verfahren angewendet. Dabei wird der kontinuierliche Steuerungsvektor $\mathbf{u}(t)$ an Gitterpunkten diskretisiert und die Zustandsgrößen $\mathbf{z}(t)$ werden mittels numerischer Integration aus den Bewegungsgleichungen $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}[\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t]$ erhalten. Die eigentliche Optimierung erfolgt mit einem Gradientenverfahren. Das am meisten verwendete Verfahren zur Lösung von nichtlinearen Optimierungsproblemen ist der Algorithmus der Sequentiellen Quadratischen Programmierung (SQP). Die Hauptidee besteht darin, eine quadratische Näherung für die Lagrangefunktion zu formulieren. Mit dieser quadratischen Näherung sowie einer linearen Näherung für die Nebenbedingungen wird über mehrere Iterationsschritte die optimale Steuerungsfunktion bestimmt [9]. Die Umsetzung des SQP-Algorithmus innerhalb dieser Arbeit erfolgt mit der Matlabfunktion *fmincon*, siehe [61].

Als unbekannte Steuerungsfunktion $\mathbf{u}(t)$ wird die Ableitung der Beinkraft \hat{F}'_{leg} gewählt. Die Diskretisierung erfolgt an n gleichmäßig verteilten Knotenpunkten, und die zeitkontinuierliche Größe wird durch $\hat{F}'_{leg}(t) \approx \hat{F}'_{leg,i}(t_i)$ beschrieben. Zwischen den Gitterpunkten t_i und $\hat{F}'_{leg,i}$ wird die Steuerungsfunktion anlehnend an die Arbeit [104] stückweise linear angenommen.

Literaturverzeichnis

- AHLBORN, B.K.; BLAKE, R.W.: Walking and running at resonance. Zoology 105 (2002), Nr. 2, S. 165–174
- [2] ALEXANDER, R.McN.: Walking and Running: Legs and leg movements are subtly adapted to minimize the energy costs of locomotion. *American Scientist* 72 (1984), S. 348–354
- [3] ALEXANDER, R.McN.: Optimum take-off techniques for high and long jumps. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 329 (1990), Nr. 1252, S. 3–10
- [4] ALEXANDER, R.McN.: Energy-saving mechanisms in walking and running. *Journal* of Experimental Biology 160 (1991), Nr. 1, S. 55–69
- [5] ALEXANDER, R.McN.: A model of bipedal locomotion on compliant legs. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 338 (1992), Nr. 1284, S. 189–198
- [6] ALEXANDER, R.McN.: Leg design and jumping technique for humans, other vertebrates and insects. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series* B: Biological Sciences 347 (1995), Nr. 1321, S. 235–248
- [7] ALEXANDER, R.McN.: Optimum muscle design for oscillatory movements. *Journal* of Theoretical Biology 184 (1997), Nr. 3, S. 253–259
- [8] ASHBY, B.M.; DELP, S.L.: Optimal control simulations reveal mechanisms by which arm movement improves standing long jump performance. *Journal of biomechanics* 39 (2006), Nr. 9, S. 1726–1734
- [9] BETTS, J.T.: Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming. Bd. 19. Siam, 2010
- [10] BLICKHAN, R.: The spring-mass model for running and hopping. Journal of biomechanics 22 (1989), Nr. 11, S. 1217–1227
- [11] BOBBERT, M.F.; CASIUS, L.R.: Spring-like leg behaviour, musculoskeletal mechanics and control in maximum and submaximum height human hopping. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* 366 (2011), Nr. 1570, S. 1516–1529
- [12] BOBBERT, M.F.; GERRITSEN, K.G.M.; LITJENS, M.C.A.; VAN SOEST, A.J.: Why is countermovement jump height greater than squat jump height? *Medicine and Science in Sports and Exercise* 28 (1996), S. 1402–1412

- [13] BOBBERT, M.F.; VAN SOEST, A.J.K.: Why do people jump the way they do? Exercise and sport sciences reviews 29 (2001), Nr. 3, S. 95–102
- [14] BOBBERT, M.F.; YEADON, M.R.; NIGG, B.M.: Mechanical analysis of the landing phase in heel-toe running. *Journal of biomechanics* 25 (1992), Nr. 3, S. 223–234. – ISSN 0021–9290
- [15] BÖCKER, W. ; DENK, H. ; HEITZ, P.U. ; MOCH, H.: Repetitorium Pathologie. Elsevier, Urban&FischerVerlag, 2008
- [16] BORELLI, G. A.; MAQUET, P.: On the movement of animals. Springer-Verlag, 1989
- [17] BOYER, K.A.; NIGG, B.M.: Quantification of the input signal for soft tissue vibration during running. *Journal of biomechanics* 40 (2007), Nr. 8, S. 1877–1880
- [18] CAVAGNA, G.A.; SAIBENE, F.P.; MARGARIA, R.: Mechanical work in running. Journal of Applied Physiology 19 (1964), Nr. 2, S. 249–256
- [19] CAVANAGH, P.R.; M.A., Lafortune: Ground reaction forces in distance running. Journal of biomechnaics 13 (1980), Nr. 5, S. 397–406
- [20] CHEUNG, J. T.; NIGG, B.M.: Clinical applications of computational simulation of foot and ankle. Sport-Orthopädie - Sport-Traumatologie 23 (2008), Nr. 4, S. 264–271
- [21] CHEVALLEREAU, C. ; AOUSTIN, Y.: Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot. *Robotica* 19 (2001), Nr. 5, S. 557–569
- [22] CLARKE, T.E ; FREDERICK, E.C. ; COOPER, L.B.: Effects of shoe cushioning upon ground reaction forces in running. *International Journal of Sports Medicine* 4 (1983), Nr. 04, S. 247–251
- [23] COLE, G.K.; NIGG, B.M.; FICK, G.H.; MORLOCK, M.M.: Internal loading of the foot and ankle during impact in running. *Journal of Applied Biomechanics* 11 (1995), S. 25–46
- [24] COLE, G.K.; NIGG, B.M.; VAN DEN BOGERT, A.J.; GERRITSEN, K.G.M.: Lower extremity joint loading during impact in running. *Clinical Biomechanics* 11 (1996), Nr. 4, S. 181–193
- [25] DUDEL, J.; MENZEL, R.; SCHMIDT, R.F.: Neurowissenschaft-Vom Molekül zur Kognition. Springer-Verlag, 2001
- [26] FARLEY, C.T.; BLICKHAN, R.; SAITO, J.; TAYLOR, C.R.: Hopping frequency in humans: a test of how springs set stride frequency in bouncing gaits. *Journal of Applied Physiology* 71 (1991), Nr. 6, S. 2127–2132
- [27] FARLEY, C.T.; GLASHEEN, J.; MCMAHON, T.A.: Running springs: speed and animal size. Journal of experimental Biology 185 (1993), Nr. 1, S. 71–86

- [28] FARLEY, C.T.; GONZALEZ, O.: Leg stiffness and stride frequency in human running. Journal of biomechanics 29 (1996), Nr. 2, S. 181–186
- [29] FARLEY, C.T.; HOUDIJK, H.H.P.; VAN STRIEN, C.; LOUIE, M.: Mechanism of leg stiffness adjustment for hopping on surfaces of different stiffnesses. *Journal of Applied Physiology* 85 (1998), Nr. 3, S. 1044–1055
- [30] FARLEY, C.T. ; MORGENROTH, D.C.: Leg stiffness primarily depends on ankle stiffness during human hopping. *Journal of biomechanics* 32 (1999), Nr. 3, S. 267– 273
- [31] FERRIS, D.P.; FARLEY, C. T.: Interaction of leg stiffness and surface stiffness during human hopping. *Journal of Applied Physiology* 82 (1997), Nr. 1, S. 15–22
- [32] FERRIS, D.P.; LIANG, K.; FARLEY, C. T.: Runners adjust leg stiffness for their first step on a new running surface. *Journal of biomechanics* 32 (1999), Nr. 8, S. 787–794
- [33] FERRIS, D.P.; LOUIE, M.; FARLEY, C.T.: Running in the real world: adjusting leg stiffness for different surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 265 (1998), Nr. 1400, S. 989–994
- [34] FRITZ, M. ; PEIKENKAMP, K.: Simulating the impact during human jumping by means of a 4-degrees-of-freedom model with time-dependent properties. *Journal of Motor Behavior* 33 (2001), Nr. 3, S. 286–294
- [35] FRITZ, M. ; PEIKENKAMP, K.: Simulation of the influence of sports surfaces on vertical ground reaction forces during landing. *Medical & Biological Engineering & Computing* 41 (2003), Nr. 1, S. 11–17
- [36] GERRITSEN, K.G.M.; VAN DEN BOGERT, A.J.; NIGG, B.M.: Direct dynamics simulation of the impact phase in heel-toe running. *Journal of biomechanics* 28 (1995), Nr. 6, S. 661–668
- [37] GEYER, H.: Simple models of legged locomotion based on compliant limb behavior, Dissertation, 2005
- [38] GEYER, H. ; SEYFARTH, A. ; BLICKHAN, R.: Positive force feedback in bouncing gaits? Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences 270 (2003), Nr. 1529, S. 2173–2183
- [39] GEYER, H.; SEYFARTH, A.; BLICKHAN, R.: Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences* 273 (2006), Nr. 1603, S. 2861–2867
- [40] GRUBER, K.: Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie-und Hüftgelenk bei sportlichen Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen, Universität Tübingen, Dissertation, 1987

- [41] GRUBER, K. ; RUDER, H. ; DENOTH, J. ; SCHNEIDER, K.: A comparative study of impact dynamics: wobbling mass model versus rigid body models. *Journal of biomechanics* 31 (1998), Nr. 5, S. 439–444
- [42] HAEUFLE, D.F.B. ; GRIMMER, S. ; SEYFARTH, A.: The role of intrinsic muscle properties for stable hopping stability is achieved by the force-velocity relation. *Bioinspiration & biomimetics* 5 (2010), Nr. 1
- [43] HAGEDORN, P.: Nichtlineare Schwingungen. Wiesbaden: Akad. Verlagsges., 1983
- [44] HAGEDORN, P.: Technische Schwingungslehre Band 2: Lineare Schwingungen kontinuierlicher mechanischer Systeme. Springer Verlag, 1989
- [45] HATZE, H.: A myocybernetic control model of skeletal muscle. Biological cybernetics 25 (1977), Nr. 2, S. 103–119
- [46] HILL, A.V.: The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences 126 (1938), Nr. 843, S. 136–195
- [47] HILL, A.V.: The abrupt transition from rest to activity in muscle. Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences 136 (1949), Nr. 884, S. 399–420
- [48] HOY, M.G.; ZAJAC, F.E.; GORDON, M.E.: A musculoskeletal model of the human lower extremity: the effect of muscle, tendon, and moment arm on the moment-angle relationship of musculotendon actuators at the hip, knee, and ankle. *Journal of biomechanics* 23 (1990), Nr. 2, S. 157–169
- [49] HUNG, L.Y.Q.; AMINA, A.; LAURENT, B.: Influence of shoe midsoles dynamic properties and ground stiffness on the impact force during running. *Computer Methods* in *Biomechanics and Biomedical Engineering* 11 (2008), Nr. S1, S. 149–150
- [50] HÜTER-BECKER, A.; DÖLKEN, M.; KLEIN, D.; LAUBE, W.: Biomechanik, Bewegungslehre, Leistungsphysiologie, Trainingslehre. Thieme, 2011
- [51] KERDOK, A.E. ; BIEWENER, A.A. ; MCMAHON, T.A. ; WEYAND, P.G. ; HERR, H.M.: Energetics and mechanics of human running on surfaces of different stiffnesses. *Journal of Applied Physiology* 92 (2002), Nr. 2, S. 469–478
- [52] KIM, W. ; VOLOSHIN, A.S. ; JOHNSON, S.H.: Modeling of heel-strike transients during running. *Human movement science* 13 (1994), Nr. 2, S. 221–244
- [53] www.kistler.com
- [54] LEES, A.: Methods of impact absorption when landing from a jump. Engineering in Medicine 10 (1981), Nr. 4, S. 207–211

- [55] LEJEUNE, T.M.; WILLEMS, P.A.; HEGLUND, N.C.: Mechanics and energetics of human locomotion on sand. *The Journal of Experimental Biology* 201 (1998), Nr. 13, S. 2071–2080
- [56] LIPFERT, S.W.; GÜNTHER, M.; RENJEWSKI, D.; GRIMMER, S.; SEYFARTH, A.: A model-experiment comparison of system dynamics for human walking and running. *Journal of theoretical Biology* 292 (2012), S. 11–17
- [57] LIU, W. ; NIGG, B.M.: A mechanical model to determine the influence of masses and mass distribution on the impact force during running. *Journal of biomechanics* 33 (2000), Nr. 2, S. 219–224
- [58] LY, Q.H.; ALAOUI, A.; ERLICHER, S.; BALY, L.: Towards a footwear design tool: Influence of shoe midsole properties and ground stiffness on the impact force during running. *Journal of biomechanics* 43 (2010), Nr. 2, S. 310–317
- [59] MAGNUS, K.; POPP, K.; SEXTRO, W.K.: Schwingungen: Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen. 8., überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2008
- [60] MARGARIA, R.: Biomechanics and energetics of muscular exercise. Clarendon Press Oxford, 1976
- [61] MATHWORKS: Constrained Nonlinear Optimization Algorithms. http://www. mathworks.de/de/help/. Version: 2013
- [62] MAYKRANZ, D.; GRIMMER, S.; LIPFERT, S.; SEYFARTH, A.: Foot function in spring mass running. Autonome Mobile Systeme 2009 (2009), S. 81–88
- [63] MCMAHON, T.A.; GREENE, P.R.: The influence of track compliance on running. Journal of biomechnaics 12 (1979), Nr. 12, S. 893–904
- [64] MCMAHON, T.A.; VALIANT, G.; FREDERICK, E.C.: Groucho running. Journal of Applied Physiology 62 (1987), Nr. 6, S. 2326–2337
- [65] MCNITT-GRAY, J.L. ; YOKOI, T. ; MILLWARD, C.: Landing strategies used by gymnasts on different surfaces. *Journal of Applied Biomechanics* 10 (1994), S. 237– 52
- [66] MILLS, C. ; PAIN, M.T.G. ; YEADON, M.R.: Modelling a viscoelastic gymnastics landing mat during impact. *Journal of Applied Biomechanics* 22 (2006), S. 103–111
- [67] MILLS, C. ; PAIN, M.T.G. ; YEADON, M.R.: The influence of simulation model complexity on the estimation of internal loading in gymnastics landings. *Journal of biomechanics* 41 (2008), Nr. 3, S. 620–628
- [68] MILLS, C. ; PAIN, M.T.G. ; YEADON, M.R.: Reducing ground reaction forces in gymnastics landings may increase internal loading. *Journal of biomechanics* 42 (2009), Nr. 6, S. 671–678

- [69] MINETTI, A.E. ; ALEXANDER, R.: A theory of metabolic costs for bipedal gaits. Journal of Theoretical Biology 186 (1997), Nr. 4, S. 467–476
- [70] MINETTI, A.E.; SAIBENE, F.: Mechanical work rate minimization and freely chosen stride frequency of human walking: a mathematical model. *Journal of experimental biology* 170 (1992), Nr. 1, S. 19–34
- [71] MORITZ, C.T. ; FARLEY, C.T.: Human hopping on damped surfaces: strategies for adjusting leg mechanics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 270 (2003), Nr. 1525, S. 1741–1746
- [72] MORITZ, C.T. ; FARLEY, C.T.: Passive dynamics change leg mechanics for an unexpected surface during human hopping. *Journal of Applied Physiology* 97 (2004), Nr. 4, S. 1313–1322
- [73] MORITZ, C.T.; FARLEY, C.T.: Human hopping on very soft elastic surfaces: implications for muscle pre-stretch and elastic energy storage in locomotion. *Journal of experimental biology* 208 (2005), Nr. 5, S. 939–949
- [74] MORITZ, C.T.; FARLEY, C.T.: Human hoppers compensate for simultaneous changes in surface compression and damping. *Journal of biomechanics* 39 (2006), Nr. 6, S. 1030–1038
- [75] MORITZ, C.T.; GREENE, S.M.; FARLEY, C.T.: Neuromuscular changes for hopping on a range of damped surfaces. *Journal of Applied Physiology* 96 (2004), Nr. 5, S. 1996–2004
- [76] NEVZAT ÖZGÜVEN, H. ; BERME, N.: An experimental and analytical study of impact forces during human jumping. *Journal of biomechanics* 21 (1988), Nr. 12, S. 1061–1066
- [77] NIGG, B.M.: Impact forces in running. Current Opinion in Orthopaedics 8 (1997), Nr. 6, S. 43–47
- [78] NIGG, B.M.: The role of impact forces and foot pronation: a new paradigm. Clinical journal of sport medicine 11 (2001), Nr. 1, S. 2–9
- [79] NIGG, B.M.: Biomechanical considerations on barefoot movement and barefoot shoe concepts. *Footwear Science* 1 (2009), Nr. 2, S. 73–79
- [80] NIGG, B.M.; ANTON, M.: Energy aspects for elastic and viscous shoe soles and playing surfaces. *Medicine and science in sports and exercise* 27 (1995), Nr. 1, S. 92–97
- [81] NIGG, B.M.; BAHLSEN, A.; DENOTH, J.; LUETHI, A.; STACOFF, A.: *Biomechanics* of running shoes. Human Kinetics Publishers, 1986

- [82] NIGG, B.M.; BAHLSEN, H.A.; LUETHI, S.M.; STOKES, S.: The influence of running velocity and midsole hardness on external impact forces in heel-toe running. *Journal* of biomechanics 20 (1987), Nr. 10, S. 951–959
- [83] NIGG, B.M.; DENOTH, J.; NEUKOMM, P.A.; SEGESSER, B.: Biomechanische Aspekte zu Sportplatzbelägen. Zürich: Juris-Verlag, 1978
- [84] NIGG, B.M.; HINTZEN, S.; FERBER, R.: Effect of an unstable shoe construction on lower extremity gait characteristics. *Clinical Biomechanics* 21 (2006), Nr. 1, S. 82–88
- [85] NIGG, B.M.; LIU, W.: The effect of muscle stiffness and damping on simulated impact force peaks during running. *Journal of biomechanics* 32 (1999), Nr. 8, S. 849–856
- [86] NIGG, B.M.; STEFANYSHYN, D.; COLE, G.; STERGIOU, P.; MILLER, J.: The effect of material characteristics of shoe soles on muscle activation and energy aspects during running. *Journal of biomechanics* 36 (2003), Nr. 4, S. 569–575
- [87] NIGG, B.M.; YEADON, M.R.; HERZOG, W.: The influence of construction strategies of sprung surfaces on deformation during vertical jumps. *Medicine and Science in Sports and Exercise* 20 (1988), Nr. 4, S. 396–402
- [88] PAIN, M.T.G.; CHALLIS, J.H.: The role of the heel pad and shank soft tissue during impacts: a further resolution of a paradox. *Journal of biomechanics* 34 (2001), Nr. 3, S. 327–333
- [89] PAIN, M.T.G.; CHALLIS, J.H.: Wobbling mass influence on impact ground reaction forces: A simulation model sensitivity analysis. *Journal of Applied Biomechanics* 20 (2004), S. 309–316
- [90] PANDY, M.G.; ANDERSON, F.C.: A Dynamic Optimization Solution for Vertical Jumping in Three Dimensions. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering 2 (1999), Nr. 3, S. 201–231
- [91] PANDY, M.G.; ANDERSON, F.C.; HULL, D.G.: A parameter optimization approach for the optimal control of large-scale musculoskeletal systems. *Journal of Biomecha*nical Engineering 114 (1992), Nr. 4, S. 450–460
- [92] PANDY, M.G.; ZAJAC, F.E.; SIM, E.; LEVINE, W.S.: An optimal control model for maximum-height human jumping. *Journal of biomechanics* 23 (1990), Nr. 12, S. 1185–1198
- [93] PEIKENKAMP, K.; FRITZ, M.; NICOL, K.: Simulation of the vertical ground reaction force on sport surfaces during landing. *Journal of Applied Biomechanics* 18 (2002), Nr. 2, S. 122–134
- [94] ROEMER, K.: Lösung inverser Problemstellungen in der Biomechanik: am Beispiel von Beinstreckbewegungen, Dissertation, 2006

- [95] RUMMEL, J.; SEYFARTH, A.: Stable running with segmented legs. The International Journal of Robotics Research 27 (2008), Nr. 8, S. 919–934
- [96] SCHMIDT, R.F. (Hrsg.); LANG, F. (Hrsg.): Physiologie des Menschen: mit Pathophysiologie. 30. Auflage. Springer-Verlag, 2007
- [97] SEYFARTH, A.; BLICKHAN, R.; VAN LEEUWEN, J.L.: Optimum take-off techniques and muscle design for long jump. *Journal of Experimental Biology* 203 (2000), Nr. 4, S. 741–750
- [98] SEYFARTH, A.; FRIEDRICHS, A.; WANK, V.; BLICKHAN, R.: Dynamics of the long jump. Journal of Bbiomechanics 32 (1999), Nr. 12, S. 1259–1267
- [99] SHEPHERD, G.M.: Neurobiologie. Springer-Verlag, 1993
- [100] SIMONIDIS, C.: Methoden zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen unter Anwendung von Mehrkörpersystemen und Optimierungsverfahren, Karlsruher Institut für Technologie, Dissertation, 2010
- [101] SPÄGELE, T.: Modellierung, Simulation und Optimierung menschlicher Bewegungen, Universität Stuttgart, Dissertation, 1998
- [102] http://www.sfs-stuttgart.de
- [103] SRINIVASAN, M.: Why walk and run: energetic costs and energetic optimality in simple mechanics-based models of a bipedal animal, Cornell University, Dissertation, 2006
- [104] SRINIVASAN, M.: Fifteen observations on the structure of energy-minimizing gaits in many simple biped models. *Journal of The Royal Society Interface* 8 (2011), Nr. 54, S. 74–98
- [105] SRINIVASAN, M.; RUINA, A.: Computer optimization of a minimal biped model discovers walking and running. *Nature* 439 (2005), Nr. 7072, S. 72–75
- [106] SRINIVASAN, M. ; WANG, Y. ; SHEETS, A.: People Bouncing on Trampolines: Dramatic Energy Transfer, a Table-Top Demonstration, Complex Dynamics and a Zero Sum Game. *PloS ONE* 8 (2013), Nr. 11, S. e78645
- [107] STEFANYSHYN, D.J.; NIGG, B.M.: Influence of midsole bending stiffness on joint energy and jump height performance. *Medicine & Science in Sports & Exercise* 32 (2000), Nr. 2, S. 471–476
- [108] STEFANYSHYN, D.J.; NIGG, B.M.: Energy and performance aspects in sports surfaces. Proceedings of the international association for sports surface sciences 3rd symposium on sports surfaces, University of Calgary (2003), S. 31–46
- [109] STELZNER, G.: Zur Modellierung und Simulation biomechanischer Mehrkörpersysteme, Universität Karslruhe, Dissertation, 2008

- [110] TOP-SPORT: Sportböden. www.topsport-gmbh.de
- [111] VAN DER KROGT, M.M.; DE GRAAF, W.W.; FARLEY, C.T.; MORITZ, C.T.; CASIUS, L.J.R.; BOBBERT, M.F.: Robust passive dynamics of the musculoskeletal system compensate for unexpected surface changes during human hopping. *Journal* of Applied Physiology 107 (2009), Nr. 3, S. 801–808
- [112] VAN HUSEN, M.: Belastungen der unteren Extremität im Handball und Volleyball: Eine Untersuchung zur Landung nach Sprungwürfen und Schmetterschlägen, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2005
- [113] VERDEJO, R.; MILLS, N.J.: Heel–shoe interactions and the durability of EVA foam running-shoe midsoles. *Journal of biomechanics* 37 (2004), Nr. 9, S. 1379–1386
- [114] WAGNER, H.; BLICKHAN, R.: Stabilizing function of skeletal muscles: an analytical investigation. Journal of theoretical biology 199 (1999), Nr. 2, S. 163–179
- [115] WAKELING, J.M.; NIGG, B.M.: Modification of soft tissue vibrations in the leg by muscular activity. *Journal of Applied Physiology* 90 (2001), Nr. 2, S. 412–420
- [116] WALTHER, M.: Aktuelle Trends im Sportschuhbau. Fuss und Sprunggelenk 2 (2004), S. 167–175
- [117] WANG, N.: Multi-criterion optimization for heel-toe running. Journal of biomechanics 38 (2005), Nr. 8, S. 1712–1716
- [118] WAUER, Jörg: Kontinuumsschwingungen: vom einfachen Strukturmodell zum komplexen Mehrfeldsystem. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2008
- [119] YEADON, M.R.; NIGG, B.M.: A method for the assessment of area-elastic surfaces. Medicine and science in sports and exercise 20 (1988), Nr. 4, S. 403–407
- [120] YUE, Z. ; MESTER, J.: A model analysis of internal loads, energetics, and effects of wobbling mass during the whole-body vibration. *Journal of biomechanics* 35 (2002), Nr. 5, S. 639–647
- [121] ZADPOOR, A.A.; N.A., Asadi; REZA, A.A.: A model-based parametric study of impact force during running. *Journal of biomechanics* 40 (2007), Nr. 9, S. 2012–2021
- [122] ZADPOOR, A.A.; NIKOOYAN, A.A.: A mechanical model to determine the influence of masses and mass distribution on the impact force during running: A discussion. *Journal of biomechanics* 39 (2006), Nr. 2, S. 388–390
- [123] ZADPOOR, A.A.; NIKOOYAN, A.A.: Modeling muscle activity to study the effects of footwear on the impact forces and vibrations of the human body during running. *Journal of biomechanics* 43 (2010), Nr. 2, S. 186–193
- [124] ZADPOOR, A.A.; NIKOOYAN, A.A.: An improved cost function for modeling of muscle activity during running. *Journal of biomechanics* 44 (2011), Nr. 5, S. 984– 987