

KIT SCIENTIFIC REPORTS 7706

# **Multiskalen-Schließung in der Grobgrid-Methode zur Simulation zweiphasiger Strömungen**

Rüdiger Noack



Rüdiger Noack

**Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode  
zur Simulation zweiphasiger Strömungen**

**Karlsruhe Institute of Technology**  
**KIT SCIENTIFIC REPORTS 7706**

# **Multiskalen-Schließung in der Grobgrid-Methode zur Simulation zweiphasiger Strömungen**

von  
Rüdiger Noack

## Report-Nr. KIT-SR 7706

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Fakultät für Maschinenbau, 2015

Tag der mündlichen Prüfung: 26. November 2015

Referenten: Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas G. Class, Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer

### Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe  
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed  
under the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License  
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons  
Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE):  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

Print on Demand 2016

ISSN 1869-9669

ISBN 978-3-7315-0488-7

DOI: 10.5445/KSP/1000052392





# **Multiskalen-Schließung in der Grobgrid-Methode zur Simulation zweiphasiger Strömungen**

Zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**

von der Fakultät für Maschinenbau

des Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte

**Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Rüdiger Noack**

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas G. Class

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer

Eingereicht:

am 6. August 2015

Tag der mündlichen Prüfung:

am 26. November 2015



# Vorwort

Diese Arbeit entstand berufsbegleitend zu meiner Tätigkeit als Ingenieur im Kernkraftwerk Gundremmingen (KGG) am Institut für Kern- und Energietechnik (IKET) des Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

In erster Linie möchte ich an dieser Stelle dem Leiter der Areva Nuclear Professional School am KIT und Hauptreferenten dieser Dissertation, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. A. G. Class, für die Ermöglichung dieser Arbeit und seinen fachlichen Beistand großen Dank aussprechen. Ebenso möchte ich mich besonders bei dem Leiter des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen, Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-J. Bauer, und bei dem Leiter des Bereichs Innovative Reaktorsysteme am Institut für Fusionstechnologie und Reaktortechnik, Herrn Prof. Dr.-Ing. X. Cheng, für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Koreferats beziehungsweise des Prüfungsvorsitzes bedanken.

Des Weiteren möchte ich mich bei dem Leiter des Instituts für Kern- und Energietechnik, Herrn Prof. Dr.-Ing. T. Schulenberg, für sein Interesse an meiner Arbeit sowie die wertvollen Ratschläge und Anregungen bedanken.

Meine wissenschaftliche Tätigkeit am KIT verlangte auch meinem Arbeitgeber KGG ein hohes Maß an Flexibilität ab. Besonderer Dank gilt daher meinem Vorgesetzten, meinen Abteilungskollegen und vor Allem auch meinen Bürokollegen Dr.-Ing. L. Behnke und D. Heize für die stete Unterstützung während meiner Tätigkeit bei KGG. Ein aufrichtiges Danke möchte ich auch der RWE Power AG für die finanzielle Unterstützung vor und während meiner Arbeit aussprechen.

Allen Doktoranden des IKET danke ich für die tolle Arbeitsatmosphäre, den intensiven fachlichen Austausch und die heiteren Kaffeepausen. Auch die gelegentliche sportliche Abwechslung und weitere Freizeitaktivitäten machten die langjährige Arbeit am IKET zu einer für mich wertvollen und erfahrungsreichen Zeit.

Mein größter Dank gilt meiner Familie, die mich auf meinem bisherigen Lebensweg und insbesondere auch während des Studiums und der Promotion jederzeit, tatkräftig und herzlich unterstützte. Ganz besonders möchte ich meiner Freundin Anke danken, die mir gerade in der Endphase der Promotion mit Rat und Motivation zur Seite stand.

Hillerse, im November 2015

Rüdiger Noack



# Kurzfassung

Zweiphasige Strömungen treten in verschiedenen verfahrenstechnischen Anlagen auf. Von wissenschaftlichem und industriellem Interesse ist daher die Berechnung zweiphasiger Strömungen zur Konstruktion beziehungsweise Optimierung einzelner Komponenten oder ganzer Anlagenteile. Dem Bedarf nach immer detaillierteren Modellen, verbunden mit ressourcenintensiveren numerischen Strömungssimulationen, steht die Forderung nach möglichst geringem Berechnungsaufwand für die industrielle Anwendung gegenüber. Ein Beispiel für den Einsatz der zweiphasigen Strömungssimulation liegt in der Optimierung des Kernbrennstoffeinsatzes in einer deutschen Siedewasserreaktoranlage, die unter Berücksichtigung der Wasser-Dampf-Separation durchzuführen ist. Für diese räumlich ausgedehnten und zweiphasig durchströmten Großkomponenten ist eine schnelle Berechnungsmethode erforderlich.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine generelle Methode für die Wiedergabe zweiphasiger Strömungen einer gängigen detaillierten Strömungssimulation auf einem groben Gitter entwickelt. Damit werden die erforderlichen Ressourcen für die Strömungssimulation von Großkomponenten deutlich verringert. Der verwendete Multiskalen-Ansatz orientiert sich an der Zwei-Fluid-Formulierung üblicher Simulationsmethoden sowie der einphasigen Grobgitter-Methode. Die numerischen Modelle werden aus den Berechnungsergebnissen von detaillierten Strömungssimulationen generiert, die für wenige Teilgeometrien und Strömungsparameter mit repräsentativem Charakter durchgeführt werden. Mit der Parametrisierung dieser diskreten Modellparameter wird ein kontinuierlicher Parameterraum erstellt, der eine geschlossene Beschreibung für die dazugehörigen Großkomponenten und damit eine umfassende dreidimensionale Strömungssimulation in für industrielle Anwendungen vertretbarer Berechnungsdauer ermöglicht. Die in dieser Arbeit wesentliche Anforderung an die neue Methode liegt in der konvergenten, stabilen und korrekten Reproduktion des Impulsfeldes und soll damit die grundsätzliche Machbarkeit zeigen.

Die Validierung einzelner Grobgitter-Simulationen erfolgte anhand verschiedenartiger Strömungsprobleme generischer und praxisorientierter Art. Als erste praxisorientierte Anwendung wurden mehrere der repräsentativen Teilgeometrien eines Trocknerkanals, wie dieser im Siedewasserreaktor eingesetzt wird, aneinandergesetzt und die Simulationsergebnisse der zweiphasigen Grobgitter-Methode mit denen einer detaillierten Strömungssimulation verglichen. In den Grundzügen wurde gezeigt, dass die Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode für zweiphasige Strömungsprobleme anwendbar ist und ein angemessenes Verhältnis zwischen Güte der Berechnungsergebnisse und der Berechnungsgeschwindigkeit erreicht werden kann. Der mit dieser Arbeit gelegte Grundstein ermöglicht der Ingenieurspraxis, neue detaillierte Modelle ebenfalls mit der schnellen Berechnungsmethode nutzen zu können.



# Abstract

Two-phase flows can be found in various process plants. To design and optimize components or parts of a plant the computation of two-phase flows is a major topic in science and industry. The requirement of more and more detailed models results in intensively high computational costs and is faced by the industrial demand for fast and low-cost computations. A real-life example for using two-phase CFD-simulations is the optimization of nuclear fuel consumption in a German boiling water reactor utility where the water-steam separation process has to be taken into account. Predicting two-phase flow behavior within these spatially extended large components, a fast and efficient calculation method is required.

In this work a general method for reproduction of two-phase flow fields calculated by generic detailed CFD-simulations on a coarse grid is developed. Thereby computational costs for the simulations of large components can be reduced significantly. The multi-scale approach used is based on the two-fluid formulation of common CFD-methods as well as on the single-phase coarse-grid-CFD method. Numerical models are derived from the detailed CFD-simulation results which are carried out for only few sections of geometry and sets of flow parameters with respectively representative character for the entire flow problem. By parameterization of these discrete model parameters a continuous parameter space is created which allows a complete description of the large component considered. Thus a comprehensive three-dimensional CFD-simulation, meeting industrial needs for low computational costs, is generated. The key requirement for this novel method, which is the prerequisite for its general feasibility, is a convergent, stable and accurate reproduction of the momentum field and was demonstrated in this work.

The validation of particular coarse-grid computations in this work is based on various generic and practically orientated flow problems. As a first practical application of the two-phase coarse-grid method the geometry of a steam dryer, like it is used in boiling water reactors, was investigated. Therefore a representative part of a steam dryer channel was modeled by the two-phase coarse-grid method and assembled to a larger channel geometry. The calculation result of the two-phase coarse-grid method was compared with a generic CFD-simulation for the same geometry. In broad outlines it could be shown, that the multi-scale closure in the coarse-grid method is applicable to two-phase flow problems and achieves a reasonable ratio between quality of calculation results and computational costs. The fundamental outcome of this work allows the usage of new detailed models similarly with this fast calculation method in engineering practice.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b> . . . . .	<b>XI</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> . . . . .	<b>XV</b>
<b>Nomenklatur</b> . . . . .	<b>XVII</b>
<b>1 Einleitung</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Kernkraft in Deutschland . . . . .	4
1.1.1 Kernkraftwerksanlagen mit Siedewasserreaktor . . . . .	4
1.1.2 Verbesserung der Brennstoffausnutzung . . . . .	6
1.2 Simulationsmethoden in Theorie und Praxis . . . . .	8
1.2.1 Strömungssimulation . . . . .	9
1.2.2 Systemsimulation . . . . .	10
1.2.3 Modellierungsansätze für Systemsimulationen . . . . .	12
1.3 Problemstellung . . . . .	15
1.4 Aufbau der Arbeit . . . . .	20
<b>2 Thermohydraulik eines Siedewasserreaktors</b> . . . . .	<b>23</b>
2.1 Wärmefreisetzung im Reaktorkern . . . . .	24
2.2 Strömung im Reaktordruckbehälter . . . . .	28
2.3 Wasserabscheider . . . . .	30
2.3.1 Aufbau der Komponente . . . . .	30
2.3.2 Betriebsparameter . . . . .	32
2.4 Dampftrockner . . . . .	34
2.4.1 Aufbau der Komponente . . . . .	34
2.4.2 Betriebsparameter . . . . .	36
2.5 Wesentliche Merkmale von Strömung und Geometrie . . . . .	37
<b>3 Numerische Simulation zweiphasiger Strömungen</b> . . . . .	<b>39</b>
3.1 Grundlagen der zweiphasigen Strömung . . . . .	39
3.2 Betrachtungsweise der Fluide . . . . .	43
3.3 Mathematische Darstellung in OpenFOAM . . . . .	43
3.4 Bilanzierung der Erhaltungsgrößen . . . . .	45
3.4.1 Allgemeine Form der Erhaltungsgleichungen . . . . .	45
3.4.2 Erhaltungsgleichungen in der Zwei-Fluid-Formulierung . . . . .	47
3.4.3 Turbulenz . . . . .	48
3.4.4 Diffusiver Impulstransport . . . . .	54

3.4.5	Impulsaustausch zwischen den Phasen . . . . .	55
3.4.6	Phasenseparation und Phaseninversion . . . . .	58
3.4.7	Zusammenfassung des Gleichungssystems . . . . .	59
3.5	Lösungsverfahren für die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung . . . . .	62
3.6	Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	63
3.7	Gitter und Gittererzeugung . . . . .	63
3.8	Genauigkeit und Ergebniskontrolle . . . . .	67
3.9	Aspekte bei der Verwendung der Strömungssimulation . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Grobgitter-Methode für zweiphasige Strömungen . . . . .</b>	<b>71</b>
4.1	Entwicklungsstand der einphasigen Grobgitter-Methode . . . . .	72
4.1.1	Erhaltungsgleichungen einphasiger Strömungen . . . . .	73
4.1.2	Mittelwertbildung . . . . .	74
4.1.3	Modellierung der Volumenkraft . . . . .	75
4.1.4	Validierung der einphasigen Grobgitter-Methode . . . . .	76
4.2	Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode . . . . .	78
4.3	Erhaltungsgleichungen . . . . .	80
4.4	Modellierung der Grobgitterterme . . . . .	82
4.4.1	Bezugssystem und Mittelwertbildung . . . . .	82
4.4.2	Gegenüberstellung der Gleichungssysteme Navier-Stokes und Euler . . . . .	83
4.5	Lösungsverfahren . . . . .	87
4.5.1	Diskretisierung der Gleichungen . . . . .	88
4.5.2	Druckkorrekturverfahren . . . . .	91
4.6	Randbedingungen . . . . .	94
4.7	Parametrisierung der Grobgitterterme . . . . .	94
4.8	Entwicklungsstand der zweiphasigen Grobgitter-Methode . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Anwendung der Grobgitter-Methode . . . . .</b>	<b>97</b>
5.1	Carnot-Diffusor . . . . .	100
5.2	Unsymmetrischer Kubus . . . . .	110
5.3	Einlaufende Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt . . . . .	115
5.4	180-Grad-Bogen . . . . .	120
5.5	Runder Trocknerkanal . . . . .	126
5.6	Anwendung der Grobgitter-Methode auf den Dampftrockner . . . . .	133
5.6.1	Repräsentative Teilgeometrie . . . . .	133
5.6.2	RANS-Simulationen und Validierung der Grobgitter-Berechnungen . . . . .	135
5.6.3	Parametrisierung der Grobgitterterme . . . . .	140
5.6.4	Grob-gitter-Simulation für den zusammengesetzten Trocknerkanal . . . . .	142
5.7	Ergebnis der Validierung . . . . .	148
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen . . . . .</b>	<b>151</b>

<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	<b>155</b>
<b>A Struktogramme</b> . . . . .	<b>163</b>
<b>B Durchgeführte Berechnungen</b> . . . . .	<b>169</b>



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kombinierte Adhäsions- und Zahnradbahn von Carl Roman Abt . . . . .	2
1.2	Vereinfachtes Fließbild eines Siedewasserreaktors . . . . .	5
1.3	Clausius-Rankine-Kreisprozess eines Siedewasserreaktors . . . . .	6
1.4	Modellierung des Reaktordruckbehälters im Systemcode <i>ATHLET</i> . . . . .	11
1.5	Traditioneller Ansatz zur Modellierung von Systemsimulationen . . . . .	13
1.6	Aktueller Ansatz zur Modellierung von Strömungssimulationen . . . . .	14
1.7	Kombinierter Ansatz zur Modellierung von Systemsimulationen . . . . .	15
1.8	Ansatz zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode . . . . .	18
1.9	Verifizierung und Validierung in der numerischen Simulation . . . . .	19
2.1	Gegenüberstellung der Leistungsverteilung . . . . .	26
2.2	Kernbeladung eines Siedewasserreaktors . . . . .	28
2.3	Darstellung des Reaktordruckbehälters eines Siedewasserreaktors . . . . .	29
2.4	Schematischer Aufbau der Axialzyklone des Wasserabscheiders . . . . .	32
2.5	Betriebsparameter der Axialzyklone . . . . .	33
2.6	Schematischer Aufbau der Trocknerpakete des Dampftrockners . . . . .	35
2.7	Betriebsparameter der Dampftrockner-Pakete . . . . .	36
3.1	Größen einer Zweiphasenströmung . . . . .	41
3.2	Kontrollvolumen $V_i$ . . . . .	45
3.3	Impulsaustausch zwischen den Phasen . . . . .	56
3.4	Strukturierte Gitter im kartesischen Koordinatensystem . . . . .	64
3.5	Unstrukturiertes Gitter mit zugehöriger Zuordnungsmatrix . . . . .	65
4.1	Hierarchie gebräuchlicher Simulationsmethoden und der Grobgitter-Methode . . . . .	72
4.2	Bezugssystem für die Mittelung . . . . .	75
4.3	Anwendung der einphasigen Grobgitter-Methode auf einen Carnot-Diffusor . . . . .	77
4.4	Ablauf-Schema der zweiphasigen Grobgitter-Methode . . . . .	79
4.5	Bezugssystem zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitterterme . . . . .	82
4.6	Vergleich der Mittelungsverfahren anhand des konvektiven Impulsflusses . . . . .	85
4.7	Druckkorrekturverfahren in der Grobgitter-Methode . . . . .	92
5.1	Geometrie und Auswertelinien des Carnot-Diffusors, zweidimensional . . . . .	101
5.2	Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase . . . . .	103
5.3	Carnot-Diffusor, Volumenkraft für die kontinuierliche Phase . . . . .	104
5.4	Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase . . . . .	105

---

5.5	Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien S2 und S4 . . . . .	106
5.6	Carnot-Diffusor, Volumenanteil der dispersen Phase . . . . .	107
5.7	Diskretisierung eines nichtlinearen Terms bei unterschiedlichen Gitterauflösungen . . . . .	108
5.8	Vergleich des nichtlinearen Terms der Phasenvolumenerhaltungsgleichung für das feine und das grobe Berechnungsgitter des Carnot-Diffusors . . . . .	109
5.9	Geometrie und Auswertelinien des unsymmetrischen Kubus . . . . .	111
5.10	Kubus, Schnittebene mit Geschwindigkeitsvektoren . . . . .	112
5.11	Kubus, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien x31 und z22 . . . . .	113
5.12	Kubus, Druck und Volumenanteil der dispersen Phasen auf der Auswertelinie z22 . . . . .	114
5.13	Geometrie und Auswertelinien des Kanals mit quadratischem Querschnitt . . . . .	115
5.14	Kanal, Geschwindigkeit und Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie endex . . . . .	117
5.15	Kanal, Druck auf der Auswertelinie zmitte . . . . .	118
5.16	Kanal, unterschiedlich grobe Gitterauflösungen . . . . .	119
5.17	Geometrie und Auswertelinien des 180-Grad-Bogens . . . . .	121
5.18	180-Grad-Bogen, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase . . . . .	123
5.19	180-Grad-Bogen, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien y0 und xu-050 . . . . .	124
5.20	180-Grad-Bogen, Druck und Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie xu-050 . . . . .	125
5.21	Geometrie und Auswertelinien des runden Trocknerkanals . . . . .	127
5.22	Runder Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase . . . . .	128
5.23	Runder Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase und Druck . . . . .	129
5.24	Runder Trocknerkanal, Druckfeld . . . . .	130
5.25	Runder Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase . . . . .	131
5.26	Runder Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie mitte1 . . . . .	132
5.27	Identifikation der repräsentativen Teilgeometrie im Dampftrockner . . . . .	134
5.28	Geometrie und Auswertelinien des eckigen Trocknerkanals . . . . .	135
5.29	Eckiger Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase . . . . .	136
5.30	Eckiger Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien runter2 und vorauslass . . . . .	137
5.31	Eckiger Trocknerkanal, Druck auf den Auswertelinien nacheinlass und runter2 . . . . .	138
5.32	Eckiger Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase . . . . .	139
5.33	Vergleich der Grobgitterterme mit dem kontinuierlichen Parameterraum . . . . .	141
5.34	Eckiger Trocknerkanal, Grobgitter-Berechnungen im kontinuierlichen Parameterraum . . . . .	142

---

5.35	Repräsentativer und zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase . . . . .	144
5.36	Zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase auf der Schnittebene bei $z = 0,025 \text{ m}$ . . . . .	145
5.37	Zusammengesetzter Trocknerkanal, Druckfeld . . . . .	146
5.38	Zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase und Druck auf verschiedenen Auswertelinien . . . . .	147
6.1	Ansatz zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode zur Berechnung von Großkomponenten . . . . .	153



# Tabellenverzeichnis

3.1	Größen für die allgemeine Erhaltungsgleichung . . . . .	47
3.2	Konstanten für das verwendete Turbulenzmodell . . . . .	54
5.1	Validierungsbeispiele in der Übersicht . . . . .	99
5.2	Berechnungsgitter für den Carnot-Diffusor . . . . .	101
5.3	Randbedingungen für den Carnot-Diffusor . . . . .	102
5.4	Vergleich der Berechnungen für den Carnot-Diffusor . . . . .	110
5.5	Berechnungsgitter für den unsymmetrischen Kubus . . . . .	111
5.6	Randbedingungen für den unsymmetrischen Kubus . . . . .	111
5.7	Vergleich der Berechnungen für den unsymmetrischen Kubus . . . . .	114
5.8	Berechnungsgitter für den Kanal mit quadratischem Querschnitt . . . . .	116
5.9	Randbedingungen für den Kanal mit quadratischem Querschnitt . . . . .	116
5.10	Vergleich der Berechnungen für den Kanal mit quadratischem Querschnitt . . . . .	120
5.11	Berechnungsgitter für den 180-Grad-Bogen . . . . .	121
5.12	Randbedingungen für den 180-Grad-Bogen . . . . .	121
5.13	Vergleich der Berechnungen für den 180-Grad-Bogen . . . . .	126
5.14	Berechnungsgitter für den runden Trocknerkanal . . . . .	127
5.15	Randbedingungen für den runden Trocknerkanal . . . . .	127
5.16	Vergleich der Berechnungen für den runden Trocknerkanal . . . . .	132
5.17	Berechnungsgitter für den eckigen Trocknerkanal . . . . .	135
5.18	Randbedingungen für den eckigen Trocknerkanal . . . . .	135
5.19	Vergleich der Berechnungen für den eckigen Trocknerkanal . . . . .	139
5.20	Berechnungsgitter für den zusammengesetzten Trocknerkanal . . . . .	143
5.21	Randbedingungen für den zusammengesetzten Trocknerkanal . . . . .	143
5.22	Vergleich der Simulationen für den zusammengesetzten Trocknerkanal . . . . .	147
5.23	Ergebnisse der Validierung . . . . .	149



# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$A, a, \underline{A}$	[–]	Koeffizient, Koeffizientenmatrix
$a$	[m <sup>2</sup> /s]	Temperaturleitfähigkeit
$A_{i,k}$	[m <sup>2</sup> ]	Fläche der $k$ -ten Oberfläche des $i$ -ten Kontrollvolumens
$C$	[–]	Koeffizient
$C_A, c_A$	[–]	Koeffizient für dynamischen Auftrieb
$C_{vM}, c_{vM}$	[–]	Koeffizient für virtuelle Masse
$C_W, c_W$	[–]	Widerstandsbeiwert
$d$	[m]	Durchmesser
$D$	[m/s]	Diffusionskoeffizient
$E, e$		beliebige Größe
$F, f$	[kg m/s <sup>2</sup> ]	Kraft
$f_{rad}$	[–]	relative radiale Leistung
$\underline{g}, \underline{G}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Gravitation
$G_b$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Produktionsterm für Turbulenz in Phase b
$h$	[kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	Enthalpie
$I, \underline{I}$	[–]	Turbulenzintensität, Einheitsmatrix
$\underline{J}$		Fluss
$l_k$	[m]	Kolmogorov-Länge
$L$	[m]	charakteristische Länge
$m, M$	[kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]	Impulsaustausch-Koeffizient zwischen den Phasen
$\dot{m}$	[kg/s]	Massenstrom
$\underline{n}$	[m]	Normalenvektor
$N$	[–]	Anzahl

(wird fortgesetzt)

<b>Zeichen</b>	<b>Einheit</b>	<b>Bedeutung</b>
$p, P$	$[\text{kg}/\text{m s}^2]$	Druck
$Pr$	$[-]$	Prandtl-Zahl $Pr = \nu/a$
$\underline{Q}_{\underline{D}}$	$[-]$	Diagonalelemente der Koeffizientenmatrix
$\underline{Q}_{\underline{H}}$	$[-]$	„H“-Teil der Koeffizientenmatrix
$\underline{Q}_{\underline{N}}$	$[-]$	Nichtdiagonalelemente der Koeffizientenmatrix
$R, r$	$[\text{m}]$	Residuum, Radius
$\underline{R}$		rechte Seite des Gleichungssystems
$Re$	$[-]$	Reynolds-Zahl $Re = ul/\nu$
$S$	$[\text{m}^2]$	Fläche, Querschnittsfläche
$S_\phi$		Quell-/Senkenterm der Größe $\phi$
$\underline{S}$	$[\text{m}]$	Oberflächennormale $S =  \underline{S} $
$t$	$[\text{s}]$	Zeit
$\underline{u}, \underline{U}, u$	$[\text{m}/\text{s}]$	Geschwindigkeitsvektor, Geschwindigkeit
$\underline{u}_r$	$[\text{m}/\text{s}]$	Relativgeschwindigkeit
$V$	$[\text{m}^3]$	Volumen
$\dot{V}$	$[\text{m}^3/\text{s}]$	Volumenstrom
$We$	$[-]$	Weber-Zahl $We = \rho_b u_r^2 d_a / \sigma_0$
$\underline{x}$	$[\text{m}]$	Position
$x$	$[-]$	Phasenmassenanteil

## Griechische Buchstaben

<b>Zeichen</b>	<b>Einheit</b>	<b>Bedeutung</b>
$\alpha$	$[-]$	Phasenvolumenanteil
$\varepsilon$	$[\text{m}^2/\text{s}^3]$	turbulente Dissipationsrate
$\varepsilon_{\text{Masse}}$	$[-]$	Schranke für den Abbruch der Iterationsschleife
$\phi$		skalare Transportgröße
$\kappa$	$[\text{m}^2/\text{s}^2]$	kinetische Turbulenzenergie

(wird fortgesetzt)

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\mu$	[kg/m s]	dynamische Zähigkeit
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematische Zähigkeit
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\sigma$	[–]	Konstante
$\sigma_0$	[kg/s <sup>2</sup> ]	Oberflächenspannung
$\tau$	[kg/m s <sup>2</sup> ]	deviatorischer Anteil des Schubspannungstensors
$\Phi$		Fluss
$\Gamma$		Austauschkoeffizient
$\Theta$		skalare Transportgröße
$\Omega$		Gebiet
$\partial\Omega$		Rand des Gebietes $\Omega$

### Indices (tiefgestellt)

Zeichen	Bedeutung
$Z$	Skalar
$\underline{Z}$	Vektor
$\underline{\underline{Z}}$	Tensor
$Z_a$	disperse Phase a
$Z_b$	kontinuierliche Phase b
$Z_d$	diffusiv
$Z_{\text{eff}}$	effektiv
$Z_f$	auf die Fläche bezogen, interpoliert
$Z_i, Z_j, Z_k$	Zählindizes
$Z_{\text{korr}}$	Korrektur
$Z_s$	stationär
$Z_t$	turbulent
$Z_V$	volumenbezogen, Volumenkraft

(wird fortgesetzt)

<b>Zeichen</b>	<b>Bedeutung</b>
$Z_1, Z_2, Z_3$	jeweilige Koordinatenrichtung, Vektorkomponente
$Z_\varphi$	Phase $\varphi$ : disperse Phase a oder kontinuierliche Phase b
$Z_\phi$	Transportgröße
$Z_{\Omega_{\text{fein}}}, Z_{\Omega_{\text{grob}}}$	geometrische Größe im Gebiet $\Omega_{\text{fein}}$ oder $\Omega_{\text{grob}}$
$Z_*$	jeweils andere Phase, nicht $\varphi$

## Indices (hochgestellt)

<b>Zeichen</b>	<b>Bedeutung</b>
$\bar{Z}$	Mittelwert
$Z'$	Schwankungswert
$Z^d$	diffusiver Anteil
$Z^{\text{kor}}$	korrigierter Wert
$Z^n$	Wert zum Zeitschritt n
$Z^{n+1}$	Wert zum Zeitschritt n+1
$Z^r$	restlicher Anteil
$\underline{Z}^T, \underline{\underline{Z}}^T$	Transponiert
$Z^*$	vorläufiger Wert in erster Iteration/Näherungslösung
$Z^{**}$	vorläufiger Wert in zweiter Iteration
$Z^{***}$	vorläufiger Wert in dritter Iteration

---

## Mathematische Symbole und Funktionen

---

Symbol	Bedeutung
$\frac{\partial \Theta}{\partial t}$	partielle Ableitung
$\frac{D\Theta}{Dt}$	substantielle Ableitung $\frac{D\Theta}{Dt} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \underline{u}_\varphi \cdot \nabla \Theta$
$\langle Z \rangle$	Mittelwertbildung
$\nabla Z$	Gradient $\left( \frac{\partial Z}{\partial x_1}, \frac{\partial Z}{\partial x_2}, \frac{\partial Z}{\partial x_3} \right)$
$\nabla \cdot \underline{Z}$	Divergenz $\left( \frac{\partial Z_1}{\partial x_1} + \frac{\partial Z_2}{\partial x_2} + \frac{\partial Z_3}{\partial x_3} \right)$
$\Delta$	Differenz
$\underline{Y} \times \underline{Z}$	Kreuzprodukt $\begin{pmatrix} Y_2 Z_3 - Y_3 Z_2 \\ Y_3 Z_1 - Y_1 Z_3 \\ Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1 \end{pmatrix}$
$\nabla \times \underline{Z}$	Rotation $\begin{pmatrix} \frac{\partial Z_3}{\partial x_2} - \frac{\partial Z_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial Z_1}{\partial x_3} - \frac{\partial Z_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial Z_2}{\partial x_1} - \frac{\partial Z_1}{\partial x_2} \end{pmatrix}$
$Y : Z$	Frobenius-Skalarprodukt $\langle \underline{Y}, \underline{Z} \rangle_F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} z_{ij}$
$\text{dev}(\underline{A})$	deviatorischer Anteil eines Tensors $\text{dev}(\underline{A}) = \underline{A} - \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{A}) \cdot \underline{I}$
$\text{tr}(\underline{A})$	Spur eines Tensors $\text{tr}(\underline{A}) = \sum_{i=1}^m a_{ii}$
$\text{symm}(\underline{A})$	symmetrischer Anteil eines Tensors $\text{symm}(\underline{A}) = \frac{1}{2} (\underline{A} + \underline{A}^T)$

---



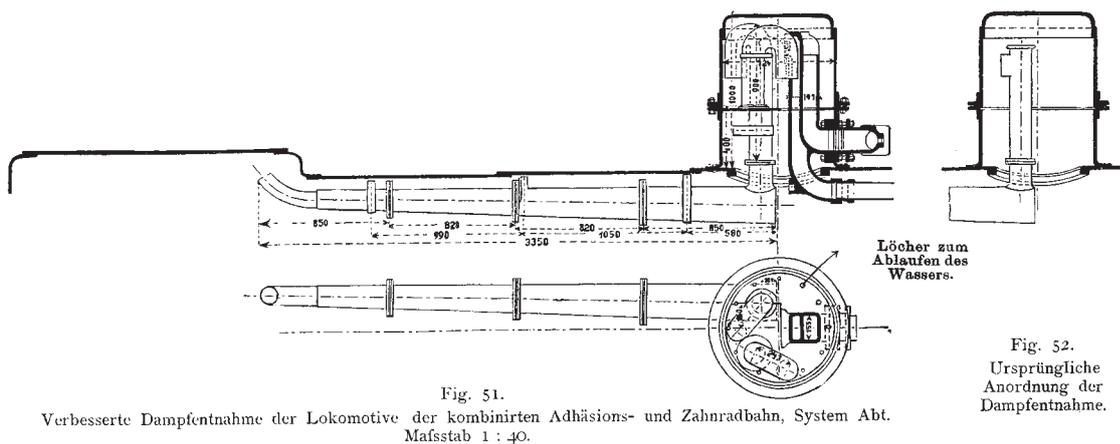
# 1 Einleitung

Im Zentrum der wissenschaftlichen Arbeit steht in vielen Fällen die detailreiche Betrachtung komplexer physikalischer Vorgänge und deren mathematische Beschreibung. Aus der mathematischen Formulierung können entsprechende Modelle erzeugt werden, die mit Hilfe der numerischen Simulation ein virtuelles Abbild der Realität ermöglichen. Der immer höher werdende Detaillierungsgrad führt dabei zu einem steigenden Berechnungsaufwand. Für die Anwendung der numerischen Simulation bei der industriellen Entwicklung neuer Produkte ist der Detaillierungsgrad zwar erwünscht, jedoch rechtfertigt dieser nicht grundsätzlich den enormen Berechnungsaufwand. Die gute Ingenieurspraxis verlangt vielmehr effiziente Simulationsmethoden, deren Aussagekraft sich weitestgehend am Stand der Wissenschaft orientiert. Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, den industriellen Anwendern die Ergebnisqualität detaillierter, zweiphasiger Strömungssimulationen in Form einer schnellen Berechnungsmethode zur Verfügung zu stellen.

Zweiphasige Strömungen stellen einen durchaus beachtlichen Anteil der in der Natur und auch im industriellen Umfeld stattfindenden Fluidbewegungen dar. Der Regen fällt durch die umgebende Luft zu Boden, Sandstürme transportieren große Mengen an Sand und Staub über weite Entfernungen, Buckelwale nutzen einen selbst erzeugten Blasenvorhang bei der Nahrungsaufnahme und Blut durchströmt unsere Adern. In der Industrie werden zur Verbesserung von Umsetzungsprozessen beispielsweise Kalklösungen bei der Rauchgasentschwefelung fein versprüht, aus den Ölfeldern strömt ein Öl-Gas-Gemisch, das separiert werden muss, und bei der Lebensmittelherstellung werden verschiedenartigste Produkte verarbeitet. Auch im alltäglichen Haushalt hat der filterlose Staubsauger die reine Filterung abgelöst. Das wissenschaftliche Interesse an der Untersuchung und theoretischen Beschreibung dieser komplexen zweiphasigen Strömungen kann bis Ende der 1940er Jahre als zurückhaltend beschrieben werden. Intensive experimentelle und theoretische Untersuchungen prägten erst ab den 1950er Jahren die wissenschaftliche Welt [vgl. Bergles u. a., 1981].

Experimentelle Untersuchungen beschränkten sich vor den 1940er Jahren auf tatsächliche Strömungsprobleme im industriellen Einsatz wie beispielsweise die Entnahme von möglichst trockenem Dampf aus dem Kessel von Dampflokomotiven. In den Jahren 1885 bis 1886 nahm die Halberstadt-Blankenburger Eisenbahn die erste Gebirgsbahn in Deutschland in Betrieb, die auf dem System Abt basierte. Diese Strecke von Blankenburg (Harz) nach Tanne wird zum Teil noch heute unter dem Namen Rübelandbahn als reine Adhäsionsbahn betrieben. Bekanntheit erlangte der Schweizer Ingenieur Carl Roman Abt durch die Erfindung einer neuartigen Lamellenzahnstange, die das System Abt charakterisierte. Auf die Anregung des damaligen Betriebsdirektors der

Halberstadt-Blankenburger Eisenbahn, Herr Albert Schneider, erweiterte Abt die zu seinem System gehörende Lokomotive zu einer kombinierten Zahnrad-/Adhäsionslokomotive, die zwei Maschinen unter einem Kessel vereinte. Dabei ermöglichte das Zahnradsystem die Überwindung von Steigungen bis 6 % bei niedrigen Geschwindigkeiten und der Adhäsionsantrieb hohe Geschwindigkeiten auf geraden Strecken ohne Zahnradantrieb. Bei der Entwicklung der Dampflokomotive für das kombinierte Zahnrad-/Adhäsionssystem führte er eine weitere, für spätere Dampfkraftanlagen richtungsweisende, Innovation ein. Die von Schneider [1889] als „überaus lebhaft entwickelte Dampfentwicklung“ beschriebene Betriebsweise verbildlicht die Strömungsverhältnisse bei hoher Leistungsabforderung. Der damit verbundene hohe Bedarf an dem im Kessel erzeugten Dampf führte zu einem erhöhten Mitreißen von Wassertropfen in den Regulatorkopf, der an der höchsten Stelle im Dampfdom des Kessels angeordnet ist. Das mitgerissene Wasser minderte die Leistungsentfaltung in den Zylindern deutlich. Die Abbildung 1.1 links zeigt den im oberen Bereich des Kessels angeordneten Dampfdom, wobei das rechte Rohr im Dampfdom den Regulatorkopf zur Dampfableitung zu den Zylindern und die beiden linken gekrümmten Rohre die Dampfzufuhr darstellen. Wie in der Draufsicht erkennbar ist, ist das obere gekrümmte Rohr das Endstück des Dampfsammelrohres, das den an der Feuerbuchse erzeugten Dampf direkt in den Dampfdom leitet. Das untere gekrümmte Rohr dient der Einleitung des in den übrigen Teilen des Kessels entstandenen Dampfes in den Dampfdom. Die ursprüngliche Anordnung in Abbildung 1.1 rechts zeigt lediglich das Endstück des Dampfsammelrohres und den freien Strömungsquerschnitt zwischen Dampfdom und dem Kessel; auf die Darstellung des Regulatorkopfes wurde hier verzichtet. Bei der Lokomotive mit verbesserter Dampfentnahme wurde erstmalig ein Wasserabscheider in den Dampfdom eines Dampfkessels integriert. Eine schnelle Einströmung des Sattdampfes durch die gekrümmten Rohre auf die horizontale Platte führte zur Separation der Wassertropfen auf dieser Platte. Die anschließende langsame aufwärtsgerichtete Strömung zur Regulatoröffnung verhinderte ein erneutes Mitreißen von Wassertropfen.



**Abbildung 1.1:** Kombinierte Adhäsions- und Zahnradbahn von Carl Roman Abt, eingesetzt bei der Harzbahn, Schneider [1889]

Heutige Separationsverfahren folgen im Allgemeinen dem gleichen Prinzip der mechanischen Separation. Der Dichteunterschied zwischen Dampf- und Flüssigkeitsphase wird genutzt, da bei einer starken Umlenkung der Strömung die Flüssigkeit aufgrund ihrer höheren Masse und Trägheit nach außen getrieben wird. Theoretische Betrachtungen der Separation wurden für einzelne Wassertropfen beziehungsweise Feststoffpartikel bereits in der Literatur beschrieben, jedoch übertrugte der Aufwand für die mathematische Beschreibung eines vollständigen Separations-Systems den Nutzen eines solchen Vorhabens durch die komplexen Strömungsvorgänge und die zahlreichen Einflussparameter. Insbesondere die Interaktion zwischen dem separierten Wasser, das meist einen Flüssigkeitsfilm an der Wand bildet, und dem daran entlang strömenden Dampf beeinflusst das integrale Verhalten einer Separationskomponente wesentlich.

Im Zeitalter der Kerntechnik entwickelte sich zu Beginn der 1950er Jahre ein starkes Interesse an der Phänomenologie der Zweiphasenströmung in Rohrleitungen, da diese für die sicherheitstechnische Bewertung von Störfallszenarien in Kernkraftwerken von essentieller Bedeutung ist. Die Strömung in Rohrleitungen wird im Allgemeinen integral beschrieben, wobei der Druckabfall als charakteristische Eigenschaft des Strömungsverhaltens beschrieben wird. Die Modelle für diese Art von Strömungen sind vorwiegend empirischer Art und beruhen auf der gründlichen Auswertung einer breit aufgestellten Basis von meist kleinskaligen Experimenten. Die Genauigkeit kann und wird durch das nicht vollständig bekannte Wissen über Zweiphasenströmungen beeinflusst. Mit dem Jahrtausendwechsel entwickelte sich zur integralen Modellierung der Zweiphasenströmung auch die detaillierte dreidimensionale Betrachtung der vorherrschenden Phänomene. Exemplarisch sei an dieser Stelle die Verbindung der experimentellen Arbeit von Gabriel [2015] zur entgegengerichteten und geschichteten Zweiphasenströmungen aus einem Gas und einer Flüssigkeit mit der Modellbildung und numerischen Simulation zu diesen Messdaten durch Ben Hadj Ali [2014] genannt.

Die numerische Strömungssimulation hat in den letzten zwei Jahrzehnten mit den steigenden Rechnerkapazitäten die Entwicklung von komplexeren Modellen für Zweiphasenströmungen aufgenommen mit dem Ziel, auch die detailreichen Phänomene und Strömungszustände realitätsnah wiedergeben zu können. Die dafür erforderliche feine räumliche und zeitliche Auflösung der Strömungsprobleme führt zu einem enormen Bedarf an Rechenkapazität und Rechenzeit, sodass diese im Allgemeinen ein Instrument der Grundlagenforschung bleiben wird.

Die industrielle Verwendung der zweiphasigen Strömungssimulation fordert zwar eine hohe Genauigkeit der Modelle und Simulationsverfahren und hat ein enormes Interesse an detaillierten Zweiphasenmodellen, aber definiert in vielen Fällen auch die knappe Ressource Zeit als grundlegende Bedingung für den Einsatz der numerischen Simulation.

## 1.1 Kernkraft in Deutschland

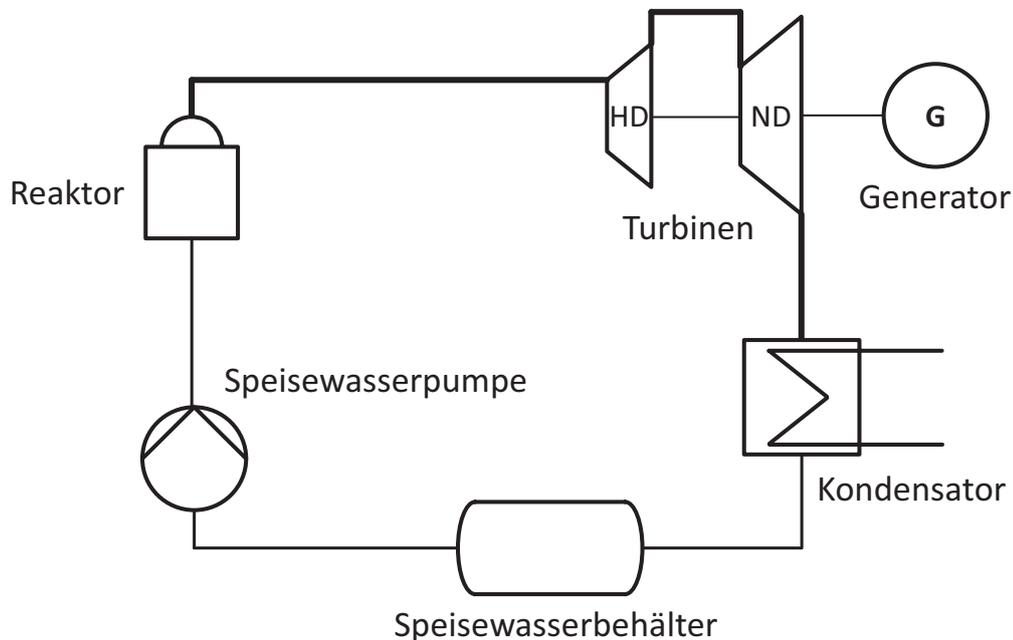
Die in Deutschland derzeit noch in Betrieb befindlichen kerntechnischen Anlagen zur Erzeugung elektrischer Energie gehören zur sogenannten Generation II von Druck- und Siedewasserreaktoren als Leistungsreaktoren. Ihre Entwicklung fand hauptsächlich in den 1970er Jahren statt. Das charakteristische Merkmal von Leichtwasserreaktoren ist die Verwendung von leichtem Wasser als Kühlmittel und als Moderator. Leichtes Wasser ist in diesem Zusammenhang normales, gereinigtes und vollentsalztes Wasser, sogenanntes Deionat. Diese Kernkraftwerke mit Leichtwasserreaktoren liefern der Dampfturbine Frischdampf mit bis zu  $70 \text{ bar}_{abs}$  und erreichen dadurch einen Wirkungsgrad von bis zu 36 %. Mit der als „Atom-Moratorium“ bezeichneten politischen Entscheidung zur Abschaltung von acht Leistungsreaktoren als Reaktion auf den durch ein Tsunami verursachten Reaktorunfall im japanischen Kernkraftwerk Fukushima 1 stehen in Deutschland noch neun Kernkraftwerke mit einer Bruttoleistung von  $12.702 \text{ MW}_e$  zur Verfügung. Mit dem Inkrafttreten der 13. Atomgesetznovelle am 31.07.2011 wurden feste Abschalttermine für diese neun Kernkraftwerke festgeschrieben. Bis zum Jahr 2022 werden alle Kernkraftwerke in Deutschland ihren Leistungsbetrieb eingestellt haben. Die bis dahin zur Verfügung gestellte sichere Grundlastversorgung muss durch alternative (fossile) Energieträger gewährleistet werden.

Die vorliegende Arbeit ist mit einem Strömungsproblem in Siedewasserreaktoren motiviert, im Speziellen für die Doppelblockanlage in Gundremmingen (KRB-II), die hier als Beispiel herangezogen und detailliert erläutert wird. In Gundremmingen werden zwei Siedewasserreaktoren mit jeweils einer Netto-Leistung von  $1.344 \text{ MW}_e$  betrieben. Nach dem Reaktorunfall von Fukushima 1 und der daraufhin folgenden Novellierung des deutschen Atomgesetzes sind dies die letzten im Leistungsbetrieb befindlichen Siedewasserreaktoren in Deutschland.

### 1.1.1 Kernkraftwerksanlagen mit Siedewasserreaktor

In Abbildung 1.2 ist die Funktionsweise eines Siedewasserreaktors schematisch dargestellt. Der im Reaktordruckbehälter befindliche Reaktorkern dient der Wärmefreisetzung mit Hilfe einer nuklearen Kettenreaktion und wird mit dem durchströmenden Wasser gekühlt. Dabei erwärmt sich das Wasser und ein Teil des Wassers verdampft. Der Wasserdampf, auch als Frischdampf bezeichnet, strömt in die Frischdampfleitungen und gelangt schließlich zu den Dampfturbinen. Dort wird der mit  $69,6 \text{ bar}_i$  Druck anliegende Frischdampf in zwei Stufen in einer Hochdruckturbine und zwei parallelen Niederdruckturbinen auf  $0,08 \text{ bar}_{abs}$  in den Turbinenkondensator entspannt und treibt dabei den auf derselben Welle angeordneten Generator an. Dieser speist die elektrische Energie mit Hilfe eines Transformators direkt in eine  $380 \text{ kV}$ -Übertragungsleitung ein. Der im Turbinenkondensator herrschende Unterdruck von  $0,08 \text{ bar}_{abs}$  wird mit der Verflüssigung des einströmenden Wasserdampfes erreicht, die durch eine kontinuierliche Wärmeabfuhr über den Kühlkreislauf und den Nasskühlturm gewährleistet wird. Das verflüssigte Wasser, das sogenannte Speisewasser,

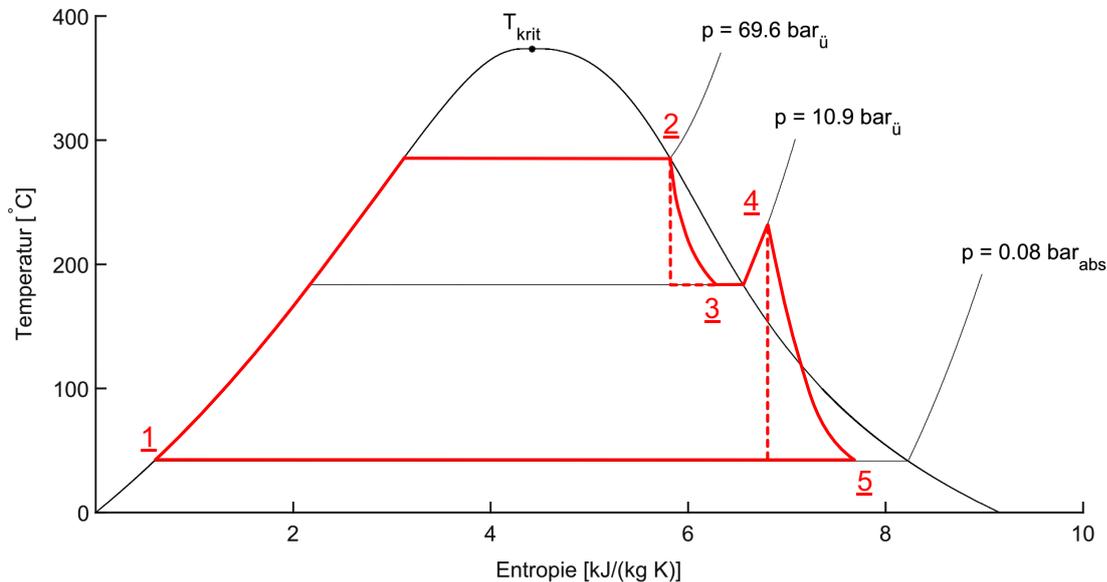
wird anschließend wieder über den Speisewasserbehälter und die Speisewasserpumpe zum Reaktor zurückgeführt und der Kreislauf ist geschlossen. Bei Siedewasserreaktoren gehört neben dem Reaktorgebäude auch das Maschinenhaus zum Kontrollbereich, da der radioaktive Frischdampf direkt durch die Dampfturbinen strömt.



**Abbildung 1.2:** Vereinfachtes Fließbild eines Siedewasserreaktors

Wie bei konventionellen Kraftwerken basiert die Energieumwandlung auch bei Siedewasserreaktoren auf einem Wasser-Dampf-Kreislauf, dessen thermodynamische Grundlagen durch den idealen Clausius-Rankine-Kreisprozess beschrieben werden. In Abbildung 1.3 ist dieser rot hervorgehoben. Weiterhin sind die Isobaren für  $0,08 \text{ bar}_{abs}$ ,  $10,9 \text{ bar}_{ü}$  und  $69,6 \text{ bar}_{ü}$  sowie die Sättigungs- und die Taulinie in der Abbildung 1.3 enthalten. Nachdem das Wasser aus dem Turbinenkondensator abgesaugt und auf Reaktordruck gepumpt wurde (im Zustand 1) erfolgt die isobare Wärmezufuhr (Zustandsänderung 1-2), die zur Aufwärmung und anschließender Verdampfung des Wassers führt. Der Frischdampf wird anschließend in der Hochdruckturbinen entspannt (Zustandsänderung 2-3), wobei die gestrichelte Linie den idealen, isetrophen Entspannungsprozess und die durchgehende Linie den realen polytropen Entspannungsprozess darstellen. Im Wasserabscheider/Zwischenüberhitzer wird das im partiell entspannten Dampf enthaltene Wasser separiert und der trockene Wasserdampf leicht überhitzt (Zustandsänderung 3-4), sodass der Wasserdampf in den beiden Niederdruckturbinen auf den Kondensatordruck entspannt werden kann (Zustandsänderung 4-5). Im Turbinenkondensator wird durch die Wärmeabfuhr über das Kühlwasser der Wasserdampf vollständig kondensiert (Zustandsänderung 5-1). Diese grundlegende Beschreibung des Wasser-Dampf-Kreislaufes eines Siedewasserreaktors ist stark vereinfacht und vernachlässigt die

wirkungsgradverbessernden Einrichtungen wie beispielsweise Speisewasservorwärmer und Turbinenanzapfungen.



**Abbildung 1.3:** Clausius-Rankine-Kreisprozess eines Siedewasserreaktors im Temperatur-Entropie-Diagramm

### 1.1.2 Verbesserung der Brennstoffausnutzung

In der Energie- und Verfahrenstechnik schließt der verantwortungsvolle Betrieb von Industrieanlagen auch den Aspekt der Wirtschaftlichkeit ein. Der Begriff Wirtschaftlichkeit umfasst dabei insbesondere technische Möglichkeiten, um die erforderlichen Aufwendungen zu minimieren. Bei konventionellen sowie bei kerntechnischen Anlagen zur Erzeugung elektrischer Energie, die sich für gewöhnlich durch eine technische Nutzungsdauer von mehreren Jahrzehnten auszeichnen, entwickeln sich während der Betriebszeit die technischen Möglichkeiten zur effizienten Gestaltung von Prozessen weiter. Ein Betreiber kann Prozesse oder Teilprozesse seiner Anlage mit den nach Stand der Technik verfügbaren Methoden optimieren, um somit beispielsweise den Wirkungsgrad der Gesamtanlage zu steigern. Viele verschiedene Maßnahmen wurden auch in Siedewasserreaktoranlagen umgesetzt, wobei auch der Einsatz des Kernbrennstoffes in die Betrachtungen einbezogen wurde.

Die Dimensionierung und Auslegung der Komponenten und Systeme des Siedewasserreaktors, insbesondere innerhalb des Reaktordruckbehälters, orientierte sich am Stand der Brennstofftechnik zum Zeitpunkt der Entwicklung der 72er Baureihe. Die Betreiber von Leistungsreaktoren nutzen viele der darauffolgenden Weiterentwicklungen in der Brennstofftechnik und ermöglichen

somit einen effizienteren Betrieb der Anlagen. Ursprünglich wurde der Reaktorkern von Siedewasserreaktoren der Generation II für eine radial über den Reaktorkern relativ homogene Neutronenflussdichte ausgelegt. Im Zentrum befand sich das Maximum der Wärmefreisetzung und zum Rand des Reaktorkerns fiel diese langsam ab. Mit der über den Kernradius weitestgehend gleichförmigen Wärmefreisetzung wurde eine entsprechend homogene Verteilung des Dampfgehaltes am Kernaustritt erreicht.

Das Wasser-Dampf-Gemisch wird nach dem Austritt aus dem Reaktorkern separiert, damit möglichst trockener Frischdampf zur Dampfturbine strömen kann. Eine zu hohe Restfeuchte im Frischdampf in Form von mitgerissenen Wassertropfen wirkt sich durch einen erhöhten Verschleiß der Turbine sowie durch eine Verschleppung von Kontamination im Wasser-Dampf-System aus. Das abgeschiedene Wasser wird innerhalb des Reaktordruckbehälters rezirkuliert; für eine detaillierte Beschreibung der Durchströmung des Reaktordruckbehälters sei an dieser Stelle auf den Abschnitt 2.2 verwiesen. Mit dieser Leistungsverteilung konnten die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation innerhalb ihrer prozesstechnischen Auslegung betrieben werden.

Die Weiterentwicklung in der Kernbrennstofftechnik zeigte, dass bei verschiedenen Beladestrategien der Kernbrennstoff unterschiedlich gut ausgenutzt werden kann. Die Beladestrategie beschreibt dabei die räumliche Anordnung von benutzten und neuen Brennelementen bei der Neubeladung des Reaktorkerns, die in deutschen Anlagen jährlich vor dem neuen Betriebszyklus vorgenommen wird. Eine bessere Brennstoffausnutzung äußert sich durch einen höheren Abbrand der ausgeladenen, verbrauchten und dem Entsorgungsweg zuzuführenden Brennelemente, das heißt es muss weniger unverbrannter Kernbrennstoff endgelagert werden. Dies verringert auch die für jeden Betriebszyklus erforderliche Anzahl neuer Brennelemente, wobei neben den Beschaffungskosten auch die Kernbrennstoffsteuer zu berücksichtigen ist. Eine höhere Brennstoffausnutzung bedeutet somit eine Kostensenkung durch ein geringeres Abfallvolumen sowie einen niedrigeren Brennstoffbedarf.

Die ursprünglich für die 72er Baureihe entwickelte Beladestrategie wurde zur Verbesserung der Brennstoffausnutzung schrittweise in die sogenannte „low-leakage“-Beladestrategie überführt. Diese Beladestrategie führt innerhalb des Reaktordruckbehälters zu einer radial ungleichmäßigeren Verteilung des Dampfgehaltes am Austritt des Reaktorkerns, die sich direkt auf die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation auswirkt. In Abhängigkeit von der Intensität der „low-leakage“-Beladung, dem sogenannten „low-leakage“-Grad, kann sich der Betriebsbereich für die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation verlagern. Die ursprünglich für einen definierten Betriebsbereich konzipierten Komponenten der Wasser-Dampf-Separation verlassen somit bei einer intensiven Erhöhung des „low-leakage“-Grades ihren prozesstechnischen Auslegungsbereich. Unter Umständen kann der erforderliche integrale Abscheidegrad nicht mehr garantiert werden, was unweigerlich zu einer erhöhten Restfeuchte im Frischdampf führt. Durch eine hohe Restfeuchte im Frischdampf wird die Dampfturbine höheren Belastungen ausgesetzt,

die im Allgemeinen zum stärkeren Verschleiß der Turbinenschaufeln durch Tropfenschlagerosion führen. Weiterhin können aktivierte Partikel, die sich in den feinen Wassertropfen befinden, mit dem Frischdampf aus dem Reaktordruckbehälter ausgetragen werden und somit zu erhöhter Kontaminationsverschleppung führen.

## 1.2 Simulationsmethoden in Theorie und Praxis

In verfahrenstechnischen Anlagen werden im Allgemeinen verschiedene Fluide, das heißt Roh- und Hilfsstoffe sowie Zwischen- und Endprodukte, transportiert und in unterschiedlichen Prozessschritten umgewandelt beziehungsweise verarbeitet. Bei der Entwicklung, Berechnung und Konstruktion von verfahrenstechnischen Anlagen ist es erforderlich, die Auslegung bestimmter Komponenten oder ganzer Anlagenteile gemäß ihrer Anforderung zu überprüfen. Bis heute stellen Experimente eine zuverlässige aber auch aufwendige und kostenintensive Möglichkeit zur Bestätigung der Prozessauslegung dar. Mit wachsendem Kosten- und Zeitdruck verringerte sich die Anzahl der Experimente deutlich und stattdessen wurde mit numerischen Simulationen gearbeitet. Zum Teil liefern Simulationsprogramme ausreichend genaue und verlässliche Daten, sodass in vielen Fällen keine Experimente mehr erforderlich sind.

Im Vergleich zu einphasigen Strömungen ist bei zweiphasigen Strömungen die Anzahl der Freiheitsgrade größer. Beispielsweise spielen bei chemischen Vorgängen neben der eigentlichen Strömung auch die spezifische Phasenoberfläche, exotherme und endotherme Reaktionen oder die Vermischung der Phasen eine entscheidende Rolle. Für die Simulation einer zweiphasigen Strömung liegt somit in Abhängigkeit der Problemstellung ein umfangreicherer Modellierungsaufwand vor. In dieser Arbeit steht eine Wasser-Dampf-Strömung ohne chemische Reaktionen und ohne Phasenübergänge wie Kondensation beziehungsweise Verdampfung im Fokus, was der einfachsten Form der zweiphasigen Strömung entspricht.

Strömungen können mit Hilfe von physikalischen Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden, die von der Boltzmann-Gleichung für verdünnte Strömungen unter verschiedenen Annahmen abgeleitet wurden. Die Herleitung der Navier-Stokes- beziehungsweise Euler-Gleichungen, auf denen die hier dargelegten Berechnungsmethoden beruhen, ist mathematisch anspruchsvoll und übersteigt den Rahmen dieser Arbeit. Eine ausführliche Behandlung findet sich in Vincenti und Kruger [1986]. Letztlich werden Massen- und Impulsbilanzen sowie Bilanzen weiterer Transportgrößen verwendet, um den Erhalt dieser Größen an jedem Berechnungsknoten zu gewährleisten.

In Bezug auf ihr Verwendungsgebiet wird zwischen Systemsimulationen und Strömungssimulationen unterschieden. Bei der Systemsimulation steht die Abbildung eines ganzen Systems oder eines Anlagenteils unter Berücksichtigung aller Kopplungen und Rückwirkungen im Fokus. Bei der Strömungssimulation steht die möglichst detaillierte Wiedergabe eines Strömungsfeldes im

Vordergrund, deshalb werden im Wesentlichen einzelne Komponenten oder Teile einer Komponente betrachtet.

### 1.2.1 **Strömungssimulation**

Die numerische Strömungssimulation ist ein Teilgebiet der Strömungsmechanik mit dem Inhalt, insbesondere nichtlineare Probleme mit Hilfe von numerischen Methoden zu approximieren. Sie ist als ein außerordentlich interdisziplinäres Teilgebiet zu betrachten. Die in der Strömungsmechanik übliche Handhabung von physikalischen Gesetzmäßigkeiten muss auf die numerischen Methoden aus der Mathematik adaptiert werden und letztendlich, geschuldet durch den hohen Rechenaufwand numerischer Methoden, in Form von Programmsystemen für die rechnergestützte Berechnung niedergeschrieben werden.

Im Vordergrund der numerischen Strömungssimulation stehen die Modellierung und die Nachbildung technischer Strömungsprobleme. Damit stellt die numerische Strömungssimulation eine Ergänzung zu experimentellen Arbeiten dar. Während bei den experimentellen Untersuchungen nur eine begrenzte Anzahl von Messgrößen und Messorten zur Verfügung steht, werden bei der Strömungssimulation an jedem Berechnungsknoten auch alle Strömungsgrößen berechnet. Somit kann die Strömungssimulation in Abhängigkeit von der Komplexität der Problemstellung auch das Verständnis von Strömungsphänomenen fördern. Eine hochaufgelöste und physikalisch exakte Simulation übersteigt jedoch die Rechenleistung heutiger Großrechner, sodass im Allgemeinen eine Vielzahl von vereinfachenden Annahmen getroffen werden müssen. Mit den Navier-Stokes-Gleichungen kann die mathematische Beschreibung von Strömungsproblemen stark komprimiert werden, wobei die für die Problemstellung relevanten physikalischen Effekte, die nicht direkt erfasst werden können, durch entsprechende Modelle zu berücksichtigen sind. Die Art der Problemstellung eröffnet weitere Möglichkeiten der Vereinfachung über die erforderliche räumliche Dimensionalität oder die Vernachlässigung der Dimension Zeit.

Beschränkt sich die Problemstellung auf eine Komponente oder sogar nur einen kleinen Ausschnitt einer Komponente, so sind die physikalischen Phänomene gegebenenfalls sehr detailliert zu betrachten. Hierfür werden zwei- oder dreidimensionale Simulationsmethoden verwendet, wobei die zweidimensionale nur eine Vereinfachung für rotationssymmetrische oder endlose Geometrien darstellt. Mit der detaillierten Wiedergabe des Strömungsfeldes in einer räumlich begrenzten Geometrie werden an die zu verwendenden Modelle höhere Anforderungen gestellt als bei Systemsimulationen, denn neben den integralen Werten der Strömungsgrößen sind auch deren räumlicher Verlauf ein wesentlicher Teil der Untersuchung. Mit geeigneten Modellen können mehrdimensionale Effekte in komplexen Geometrien mit einer hohen Genauigkeit abgebildet werden, was

jedoch einen sehr hohen Rechenaufwand bedeutet und daher umfangreiche Simulationen von mehreren Komponenten praktisch ausschließt. Die Berechnungsergebnisse enthalten vollständige Datensätze für die Strömungsgrößen an jedem Berechnungsknoten beziehungsweise in jedem Kontrollvolumen im Berechnungsgebiet, die mit Hilfe von sogenannten Post-Processing-Programmen analysiert, aufbereitet und grafisch dargestellt werden können. Die Programme für zwei- oder dreidimensionale Strömungssimulationen werden im Allgemeinen als CFD-Programme (CFD, Computational Fluid Dynamics) bezeichnet. Die am häufigsten verwendeten CFD-Programme sind *CFX*, *FLUENT*, *PHOENICS*, *StarCD*, *StarCCM+*, *Code\_Saturne* und *OpenFOAM*, wobei lediglich die beiden letztgenannten Programme nichtkommerziell sind und somit auch deren Quelltext offen verfügbar und nachvollziehbar ist.

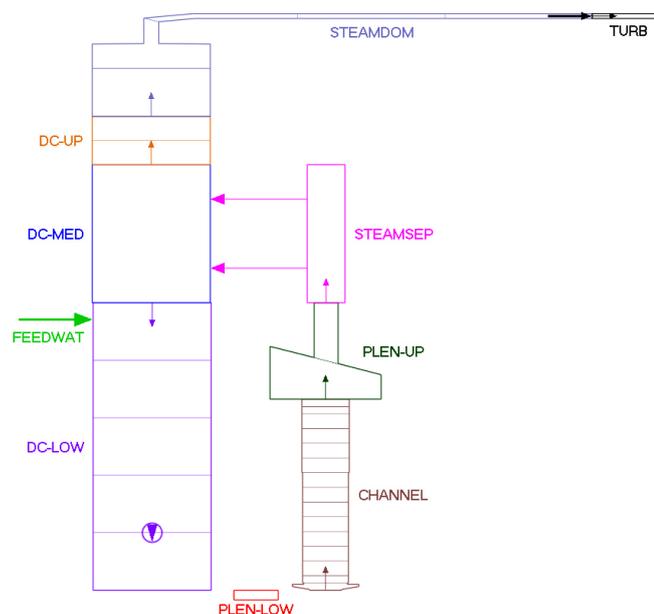
### 1.2.2 Systemsimulation

Eine Abstraktionsebene über der Strömungssimulation ist das ingenieurtechnische Ziel angesiedelt, mehrere Komponenten und deren gegenseitige Wechselwirkung in einer umfassenderen Simulation zu erfassen. Dies reicht bis zur Abbildung ganzer Anlagenteile oder sogar vollständiger Anlagen, wobei die einzelnen Komponenten integral (nulldimensional) oder mit einer räumlichen Ausdehnung in eine Raumrichtung (eindimensional) betrachtet werden können. Systemsimulationen werden in der Energietechnik auch als Kreislaufsimulationen bezeichnet, die entsprechenden Programme als thermohydraulische Systemcodes.

Für gewöhnlich sind die Problemstellungen, bei denen eine Systemsimulation verwendet wird, von transientem Charakter. Beispiele sind das An- und Abfahren oder das Umschalten zwischen unterschiedlichen Betriebsweisen von thermohydraulischen Systemen beziehungsweise vollständiger Anlagen. Als Programme für Systemsimulationen kommen beispielsweise *APROS*, *ASTEC*, *ATHLET*, *CATHARINE*, *RELAP* oder *TRACE* zum Einsatz, wobei ein Großteil der Programme auf die thermohydraulischen Berechnungen in Kernreaktoren spezialisiert ist [vgl. Hashim u. a., 2013]. Im Fokus steht dabei die sicherheitstechnische Analyse von transienten Anlagenzuständen bei normalem und anormalem Betrieb sowie bei Störfällen.

Die Modellbildung erfolgt im Allgemeinen mit Hilfe von empirischen Daten, wobei die in den Modellen implementierten Korrelationen auf die Geometrien und die Sätze von Eingangsparametern justiert werden müssen. Daher sind die Modelle strenggenommen nur für die in den Experimenten verwendeten Geometrien und Strömungsparameter gültig, wenn auch in vielen Fällen eine Übertragbarkeit auf andere Geometrien beispielsweise mit ähnlichen geometrischen Verhältnissen möglich ist. Diese vereinfachten Komponentenmodelle ermöglichen eine sehr hohe Rechengeschwindigkeit, sodass Systemsimulationen das Betriebsverhalten komplexer verfahrenstechnischer Anlagen nach kurzer Simulationsdauer abbilden können.

Die Wasser-Dampf-Separation wird in diesen Berechnungen lediglich als nulldimensionales Modell, das heißt in Form eines konstanten Abscheidegrades, eingebunden, da aus thermohydraulischer Sicht der Separation keine zentrale Bedeutung zukommt. In Abbildung 1.4 ist die Durchströmung des Reaktordruckbehälters eines Siedewasserreaktors im Systemcode *ATHLET* (Analyse der Thermohydraulik von LEcks und Transienten) dargestellt. Auf der linken Seite ist die Zufuhr von Speisewasser mit dem Pfeil „FEEDWAT“ veranschaulicht. Das Speisewasser strömt in den Rückströmraum, der mit „DC-LOW“ bezeichnet ist, und wird von dort in das untere Plenum „PLEN-LOW“ gefördert. Es schließt sich ein von unten nach oben durchströmter Unterkanal „CHANNEL“ an. Im „CHANNEL“ wird thermische Energie an das Wasser übertragen und ein Teil des Wassers verdampft. Der Auslass des Unterkanals mündet im oberen Plenum „PLEN-UP“. Oberhalb des oberen Plenums befinden sich die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation, die zu einer Baugruppe „STEAMSEP“ zusammengefasst wurden. Mit den zwei zur Komponente „DC-MED“ führenden Pfeilen werden die separate Strömung von Wasser und Dampf beschrieben, die in der Komponente „DCC-MED“ entsprechend umgeleitet werden. Das flüssige Wasser wird in den Rückströmraum „DC-LOW“ rückgeführt und der Dampf wird über die Komponente „DC-UP“ in den Dampfdom „STEAMDOM“ geführt. Von dort wird dieser an die Dampfturbine „TURB“ geleitet.



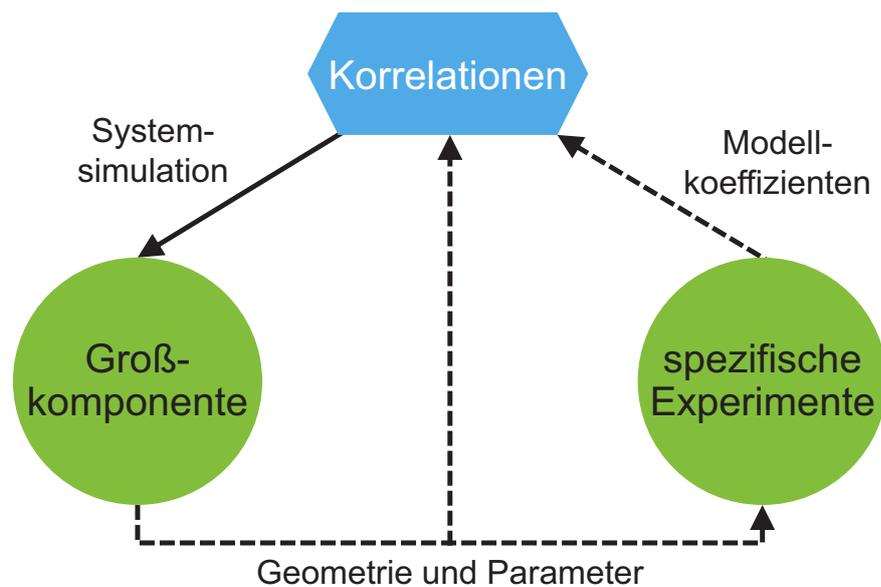
**Abbildung 1.4:** Modellierung des Reaktordruckbehälters im Systemcode *ATHLET* [Bianco, 2012]

Mit Systemcodes können integrale Werte oder Werteverläufe in eine Raumrichtung berechnet werden, sofern diese im Modell als Gleichungssatz oder tabelliert implementiert sind. Eine detailliertere Simulation oder die Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte, wie beispielsweise die Vermischung im oberen Plenum, ist nicht ohne weiteres möglich.

Eine Kombination beider Simulationsmethoden, also die Kopplung eines Systemcodes mit einem CFD-Programm, kann verwendet werden, um die Vorteile beider Simulationsmethoden nutzen zu können. Dazu werden die Anlagenteile, deren Verhalten mit null- oder eindimensionalen Modellen ausreichend genau beschrieben werden kann, in einem Systemcode abgebildet und die Teile der Anlage, die einer detaillierteren Simulation bedürfen, werden in einem CFD-Programm modelliert. Die Strömungssimulation kann in vorgegebenen Intervallen mit den Schnittstellendaten des Systemcodes versorgt werden und nach der Strömungssimulation die benötigten (integralen) Werte zurückgeben. Eine automatische Kopplung zwischen den Programmen ermöglicht die gleichzeitige Berechnung der gesamten Anlage in einer angemessenen Rechengeschwindigkeit, ohne dabei in einzelnen Anlagenteilen unzulässige Vereinfachung hinnehmen zu müssen. In Park u. a. [2013] wird gezeigt, dass die simultane Simulation dreidimensionaler Komponenten wie dem Reaktordruckbehälter mit eindimensionalen Komponenten wie Rohrleitungen, Ventile und Pumpen eine komfortable und kostengünstige Methode darstellen kann. Bei der Kopplung kann die Strömungssimulation auch quasistationär erfolgen, selbst wenn mit dem Systemcode transiente Anlagenzustände abgebildet werden. Es ist jedoch zu beachten, dass je nach Umfang der Strömungssimulation deren Berechnungsdauer deutlich länger ist als die der Systemsimulation.

### 1.2.3 Modellierungsansätze für Systemsimulationen

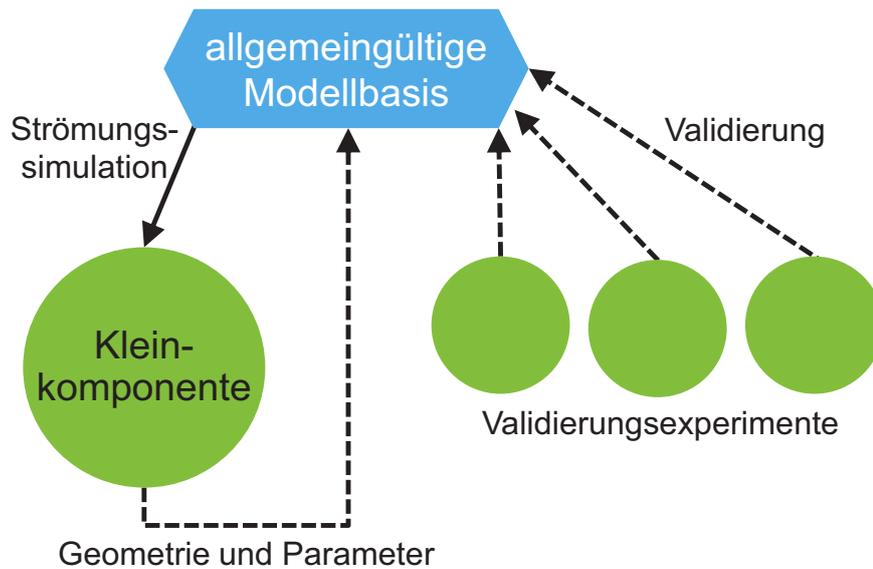
Die historische Entstehung und weitere Entwicklung von Systemcode-Modellen beruht auf umfangreichen klein- und großskaligen Experimenten und deren intensive Analyse. Als Grundlage für die Modelle dienen verschiedene Korrelationen, die beispielsweise für eine bestimmte Strömungsform geeignet sind. Anhand von repräsentativen Experimenten werden die Korrelationen justiert. Zu diesem Zweck werden die in den Korrelationen implementierten Koeffizienten verwendet, um eine Übereinstimmung zwischen Korrelation und Messdaten herzustellen. Die Systemcode-Modelle sind innerhalb der für die Experimente zugrundegelegten Geometrien beziehungsweise geometrischen Verhältnisse und Parameterräume gültig. In der Abbildung 1.5 ist diese traditionelle Vorgehensweise zur Berechnung einer Komponente mit Hilfe einer Systemsimulation schematisch veranschaulicht. Für die in der Komponente enthaltenen Teilgeometrien werden spezifische Experimente unter Berücksichtigung der jeweiligen Parameterräume durchgeführt. Anschließend werden Koeffizienten ermittelt, die die Korrelationen der Systemcodes-Modelle mit den Messergebnissen in Übereinstimmung bringen. Die damit justierten Systemcode-Modelle werden für die Systemsimulation der Komponente verwendet.



**Abbildung 1.5:** Traditioneller Ansatz zur Modellierung von Systemsimulationen

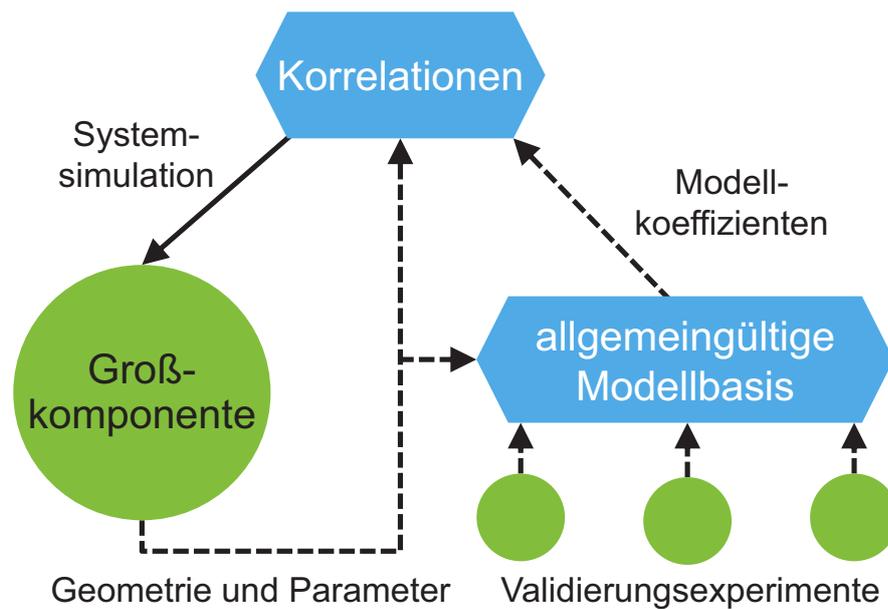
Hewitt [1987] zeigte sehr früh mit seiner Arbeit, dass die vereinfachende Annahmen in den Systemcode-Modellen für zweiphasige Strömungen zu Ungenauigkeiten von mehr als  $\pm 10\%$  führen können.

Mit dem Fortschritt bei der Modellierung von Strömungssimulationen und deren umfangreiche Validierung kann die Strömungssimulation als allgemeingültiger Simulationsansatz für verschiedene Strömungsprobleme betrachtet werden. Damit einhergehend konnte beispielsweise der Umfang experimenteller Untersuchungen reduziert werden, indem diese durch Strömungssimulationen ergänzt wurden. Diese Bestrebungen dienen der Kostensenkung sowie Beschleunigung bei der Konstruktion und Auslegung von Komponenten, wobei die Strömungssimulation aufgrund der benötigten Berechnungsressourcen im Allgemeinen nur für Kleinkomponenten verwendet wird. Der Modellansatz für Strömungssimulationen ist in Abbildung 1.6 beschrieben.



**Abbildung 1.6:** Aktueller Ansatz zur Modellierung von Strömungssimulationen

Eine logische Konsequenz für die vielseitige und effiziente Simulation größerer Komponenten wäre die Verschmelzung beider Modellansätze, das heißt die Verwendung der Strömungssimulation als virtuelles Experiment zur Justierung von Systemcode-Modellen. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 1.7 skizziert. Die spezifischen Experimente aus Abbildung 1.5 werden ersetzt durch virtuelle Experimente in Form von Strömungssimulationen, deren Modelle mit der breiten Basis von Validierungsexperimenten als allgemeingültig angenommen werden können. In der Forschung und in der Industrie findet dieser kombinierte Ansatz nur wenig Anwendung, da weiterhin geeignete Korrelationen für die Systemcode-Modelle benötigt werden und die Einschränkung in der räumlichen Dimensionalität der Systemsimulation in vielen Fällen eine unzulässige Vereinfachung darstellt.



**Abbildung 1.7:** Kombiniertes Ansatz zur Modellierung von Systemsimulationen

Für einphasige Strömungsprobleme schlagen Himmel [2009] und Class u. a. [2011a] die sogenannte Grobgitter-Methode vor, die effiziente Strömungssimulationen von Großkomponenten ermöglicht. Die Idee besteht darin, gezielt Strömungssimulationen für repräsentative Teilgeometrien bei Bedingungen, die möglichst exakt den Bedingungen beim Betrieb der realen Komponente entsprechen, durchzuführen und daraus Informationen zur Modellierung der Grobgitter-Simulationen für die Großkomponente zu extrahieren. Die Multiskalen-Schließung der Grobgitter-Methode orientiert sich dabei an den Ansätzen gängiger Strömungssimulationen, jedoch werden modifizierte Erhaltungsgleichungen und ein räumlich grob diskretisiertes Berechnungsgitter verwendet. Für einphasige Strömungsprobleme wurde in Himmel [2009], Roelofs u. a. [2011], Class u. a. [2011b] und Class u. a. [2011a] gezeigt, dass dies eine effiziente Berechnungsmethode darstellt. Die einphasige Grobgitter-Methode wird im Abschnitt 4.1 in ihren Grundzügen beschrieben.

### 1.3 Problemstellung

Bei der schrittweisen Umstellung auf die „low-leakage“-Beladestrategie und deren intensive Nutzung zeigte sich bei vielen Siedewasseranlagen ein steigender Trend der Restfeuchte im Frischdampf, dem durch verschiedene konstruktive und betriebliche Maßnahmen begegnet wurde. Oftmals erfolgte die Verringerung des „low-leakage“-Grades als einfache und effektive Lösung, da ein moderater „low-leakage“-Grad gegenüber der ursprünglichen Beladestrategie eine Verbesserung der Wirtschaftlichkeit bei Einhaltung der Restfeuchte im Frischdampf ermöglicht. Zur

sicheren Vermeidung einer erhöhten Restfeuchte wurde der „low-leakage“-Grad entsprechend niedrig angesetzt. Dieses Vorgehen stellt jedoch gleichzeitig ein Rückschritt für die Brennstoffeinsparung und damit Wirtschaftlichkeit dar, die mit dem angestrebten „low-leakage“-Grad vorgesehen war.

Mit dieser Erkenntnis sind daher auch die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation und deren Betriebsparameter für die Ermittlung der besten Beladestrategie zu berücksichtigen. Für den wirtschaftlich optimalen Brennstoffeinsatz in einer Siedewasserreaktor-Anlage ist ein möglichst hoher „low-leakage“-Grad der Beladestrategie zielführend; für den verfahrenstechnisch optimalen Betrieb ist eine möglichst geringe Restfeuchte im Frischdampf zu forcieren. Beide Ziele können durch eine umfangreichere Betrachtung in Einklang gebracht werden, das heißt eine größtmögliche Ausnutzung des Kernbrennstoffes bei Einhaltung einer definierten Restfeuchte im Frischdampf.

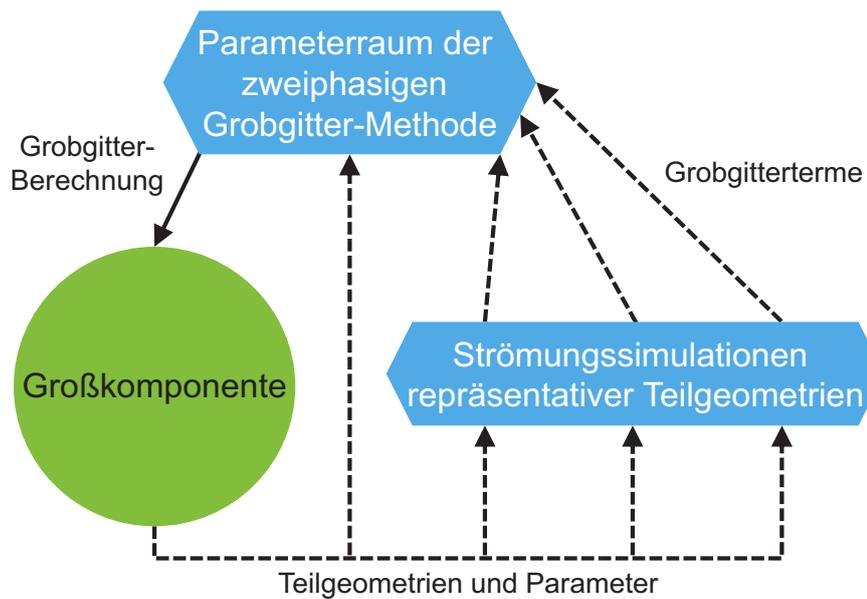
Für die Berechnung und Auslegung von Kernbeladungen existieren bereits Programme, mit denen die Kettenreaktion und damit auch der Neutronenfluss über den gesamten Zyklus quantitativ abgebildet werden kann. Da zur Simulation der Neutronik auch der Moderator zu berücksichtigen ist, wird dieser ebenfalls für jedes Brennelement betrachtet. Somit liefern Kernsimulationen ebenso die Zustandsgrößen des Moderators beziehungsweise des moderierenden Kühlmediums am Kernaustritt, siehe Aounallah und Coddington [1999]. Im Anschluss an die Kernsimulation, die vor jedem Betriebszyklus durchgeführt wird, wäre eine Vorhersage der zu erwartenden Restfeuchte im Frischdampf für verschiedene Betriebszustände im Betriebszyklus notwendig. Somit könnte vor jeder Neubeladung des Reaktorkernes iterativ ermittelt werden, ob und in welchem Maße eine Erhöhung des „low-leakage“-Grades noch möglich ist ohne dabei kritische Restfeuchten besorgen zu müssen. Ein anwendbares numerisches Werkzeug zur Bewertung der Wasser-Dampf-Separation in Abhängigkeit der Zustandsgrößen am Kernaustritt existiert jedoch noch nicht.

Mit den Geometrien der zu untersuchenden Komponenten und der Mischungsbereiche, im oberen Plenum sowie zwischen Wasserabscheider und Dampftrockner, ist eine räumlich sehr umfangreiche und dreidimensionale Strömungssimulation erforderlich, wenn alle für die zweiphasige Strömung relevanten physikalischen Effekte berücksichtigt werden. Aus Sicht des Anwenders ist die Entwicklung eines Programmsystems erforderlich, das basierend auf den Zustandsgrößen am Kernaustritt die Betriebsweise der Komponenten der Wasser-Dampf-Separation abbildet und die Restfeuchte im Frischdampf vorhersagt. Damit wäre bei einer automatischen oder manuellen Kopplung mit der Kernsimulation die Optimierung der Zyklusbeladung in einem Schritt oder zumindest iterativ möglich unter der Voraussetzung, dass die Simulationsdauer beider Programme diese wiederkehrende und terminkritische Optimierung zulässt. Für den industriellen Einsatz im Kernkraftwerk ist daher eine Rechenzeit von wenigen Tagen für die Berechnung der Wasser-Dampf-Separation ein maßgebendes Kriterium.

Die räumliche Ausdehnung des betrachteten Strömungsproblems führt mit aktuell für zweiphasige Strömungen gängigen Simulationsmethoden zu einem nicht vertretbaren Zeit- und Ressourcenaufwand, denn insbesondere die zu erwartende Berechnungszeit widerspricht den Anforderungen eines Kraftwerksbetreibers.

Für die effiziente Behandlung von einphasigen Strömungen wurde die Grobgitter-Methode von Himmel [2009] entwickelt. In Ermangelung an experimentellen Messdaten für neue Brennelementkonstruktionen konnte nicht auf Systemcode-Modelle zurückgegriffen werden. Es entstand das Vorhaben, eine effiziente Methode für Strömungssimulationen zu verwenden, die keine dezidierten experimentellen Daten zur Justierung benötigen. Mit Hilfe virtueller Experimente, das heißt Strömungssimulationen repräsentativer Teilgeometrien, konnte die numerische Datenquelle zur Modellerstellung verwendet werden. Unter Verwendung modifizierter Erhaltungsgleichungen und kombiniert mit der Multiskalen-Schließung war eine Strömungssimulation auf einem groben Berechnungsgitter möglich, wobei die Ergebnisqualität einer detaillierten Strömungssimulation auf eine effiziente Weise erreicht wurde.

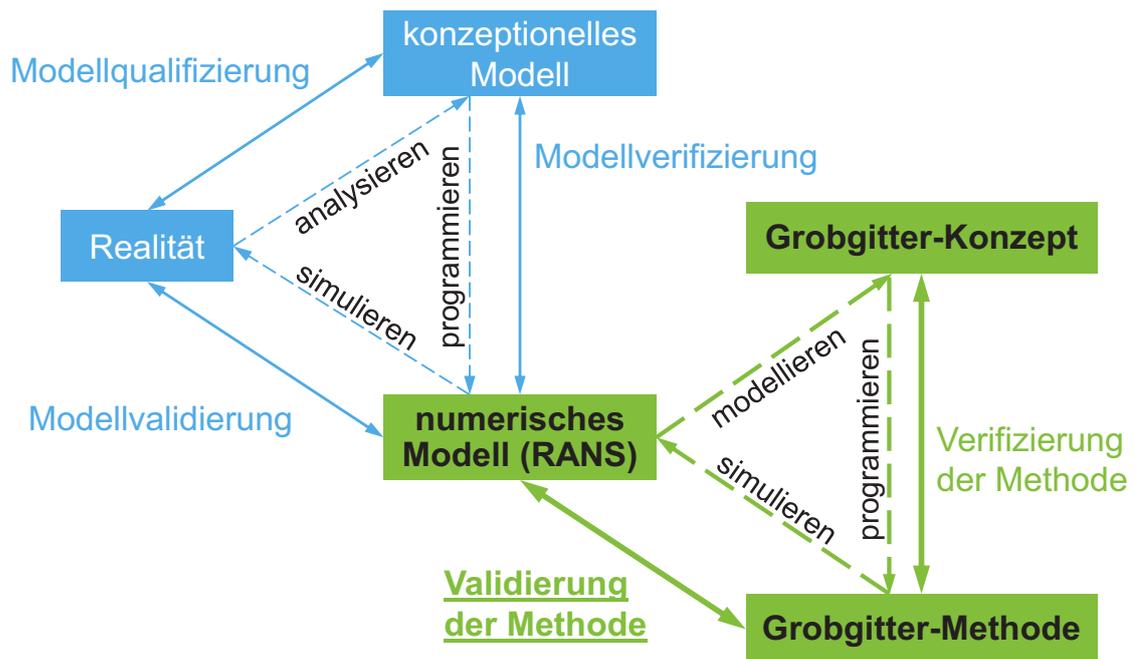
Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erweiterung der einphasigen Grobgitter-Methode auf zweiphasige Strömungen. In der generellen Methode sollen zweiphasige Strömungen von gängigen detaillierten Strömungssimulationen auf einem groben Gitter wiedergegeben und damit die erforderlichen Ressourcen für die Strömungssimulation von Großkomponenten deutlich verringert werden. Detaillierte zweiphasige Strömungssimulationen nach dem aktuellen Stand der Technik werden verwendet, um eine Datenbasis für die Schließung der Grobgitter-Methode in Form numerischer Modelle zu erstellen. Die Simulationsergebnisse der detaillierten Strömungssimulationen, die für wenige Teilgeometrien und Strömungsparameter mit repräsentativem Charakter durchgeführt werden, stellen eine Modellbasis bereit, die für die dazugehörigen Großkomponenten eine umfassende dreidimensionale Strömungssimulation in für industrielle Anwendungen vertretbarer Berechnungsdauer ermöglicht. Der Multiskalen-Ansatz ist in Abbildung 1.8 veranschaulicht.



**Abbildung 1.8:** Ansatz zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode

Die wesentliche Anforderung an die neue Methode liegt in der korrekten Reproduktion des Impulsfeldes und soll damit die grundsätzliche Machbarkeit zeigen. Dies setzt voraus, dass die verwendeten Erhaltungsgleichungen und Modelle zu einer konvergenten und stabilen Simulationemethode führen. Weiterhin sind die Güte der Berechnungsergebnisse sowie mögliche Defizite in den verwendeten Ansätzen beziehungsweise getroffenen Annahmen zu untersuchen.

Die Grobgitter-Methode ist in einem Programmsystem auf Basis der Programm-Plattform *OpenFOAM* zu implementieren und anhand von generischen Beispielen zu validieren. Mit der Untersuchung von zweiphasigen Strömungen für verschiedene Strömungsparameter und -geometrien soll für die neue Methode sichergestellt werden, dass die Multiskalen-Schließung die wesentlichen Eigenschaften der detaillierten Strömungssimulationen wiedergeben kann. In Anlehnung an die in Oberkampf und Roy [2010] vorgestellten Definitionen von Verifizierung und Validierung soll in der vorliegenden Arbeit nach Abbildung 1.9 vorgegangen werden. Die dort dargestellte Realität und das konzeptionelle Modell sind nicht Teil dieser Arbeit.



**Abbildung 1.9:** Die Bedeutung von Verifizierung und Validierung in der numerischen Simulation  
[Erweiterung von Oberkampf und Roy, 2010]

Ausgehend von einer zweiphasigen detaillierten Strömungssimulation wird mit dem Multiskalen-Ansatz das Grobgitter-Konzept geschlossen. Das Konzept wird anschließend in Form der Grobgitter-Methode in eine Programmstruktur umgesetzt, womit die ursprüngliche Strömungssimulation numerisch reproduziert werden kann. Die Verifizierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode stellt die Korrektheit der Algorithmen und der erstellten Programmstruktur sicher. Die Grobgitter-Methode ist wie in Abbildung 1.9 dargestellt zu validieren, indem die Simulationsergebnisse verschiedener Grobgitter-Berechnungen mit den entsprechenden detaillierten Strömungssimulationen verglichen werden. Mit der Generierung eines kontinuierlichen Parameterraumes soll dessen Vorhersage-Fähigkeit evaluiert werden. Die Validierung der detaillierten Strömungssimulation ist nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Vor dem Hintergrund, dass die vorliegende Arbeit erstmalig einen Multiskalen-Ansatz für die Schließung der zweiphasigen Grobgitter-Methode einführt und deren Konvergenz und Stabilität in den Berechnungsergebnissen aufzeigt, wird für die Simulationsergebnisse der zweiphasigen Grobgitter-Methode eine Abweichung von  $\pm 10\%$  zu denen der detaillierten Strömungssimulation als annehmbar betrachtet.

Mit der ersten Anwendung der zweiphasigen Grobgitter-Methode auf die praxisorientierte Geometrie der Separations-Komponenten eines Siedewasserreaktors soll mit einem kontinuierlichen Parameterraum auch eine Kombination der repräsentativen Geometrie durchgeführt werden, das

heißt ein größeres Berechnungsgebiet soll aus den repräsentativen Teilgeometrien zusammengesetzt werden.

Die praxisorientierte Nutzung der zweiphasigen Grobgitter-Methode zur Berücksichtigung der Wasser-Dampf-Separation bei der beschriebenen Kernbeladungs-Optimierung von Siedewasserreaktoren stellt zwar die Motivation der vorgelegten Arbeit dar; sie ist jedoch im Hinblick auf die Gesetzeslage in Deutschland und dem baldigen Ausstieg aus der Kernenergie kein zukünftiges Anwendungsgebiet der zweiphasigen Grobgitter-Methode. Ein breites Spektrum an weiteren Anwendungsmöglichkeiten für diese praxisorientierte Methode bieten auch kerntechnische Anwendungen im internationalen Umfeld und weitere Industriezweige mit verfahrenstechnischem Hintergrund.

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erweiterung der bereits bestehenden einphasigen Grobgitter-Methode zu einer zweiphasigen Grobgitter-Methode, womit die Simulation zweiphasiger Strömungen in großen Berechnungsgebieten mit einem angemessenen Ressourcenaufwand ermöglicht werden soll. Die zweiphasige Grobgitter-Methode ist in einem geeigneten Programmsystem zu implementieren und anschließend zu validieren.

In Kapitel 2 wird auf Wärmefreisetzung im Reaktorkern und deren Kopplung an die Beladestrategie eingegangen. Die Thermohydraulik im Reaktordruckbehälter eines Siedewasserreaktors sowie die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation werden beschrieben, um die Auswirkungen einer modifizierten Beladestrategie darzustellen. Im Wesentlichen bestehen die Komponenten der Wasser-Dampf-Separation aus sich wiederholenden Teilgeometrien in paralleler Anordnung, wofür sich die zweiphasige Grobgitter-Methode insbesondere eignet.

Als Grundlage für die spätere Entwicklung der zweiphasigen Grobgitter-Methode wird in Kapitel 3 nach einer Einführung in die Theorie der Zweiphasenströmung deren numerische Simulation detailliert beschrieben, wobei der Fokus auf den verwendeten Berechnungsverfahren liegt. Dieses Kapitel erhebt keinen Anspruch auf die vollumfängliche Darstellung von Wissenschaft und Technik, sondern verweist in den entsprechenden Abschnitten auf weiterführende Literaturstellen.

Das Kapitel 4 widmet sich der Beschreibung der zweiphasigen Grobgitter-Methode. An die zuvor erläuterten Simulationsverfahren anknüpfend werden der Aufbau der neuen Methode detailliert erläutert, die Multiskalen-Schließung mit den Grobgittertermen dargestellt und die Lösungsverfahren beschrieben.

Die Validierung der Methode erfolgt in Kapitel 5 zunächst an generischen Strömungsproblemen, die jeweils für sich verschiedene makroskopische Strömungsphänomene abbilden. Vor der Anwendung der Grobgitter-Methode auf ein Strömungsproblem werden die Strömungscharakteristika und das Ziel der jeweiligen Untersuchung erläutert. Abschließend findet die zweiphasige Grobgitter-Methode an der lamellenförmigen Trockner-Geometrie Anwendung. Zwei verschiedene Trocknerkanal-Geometrien werden untersucht, wobei die repräsentative Geometrie des in KRB-II verbauten Dampftrockners mit einem kontinuierlichen Parameterraum zu einem größeren Berechnungsgebiet zusammengefügt wird. Damit wird die Wiederholung der repräsentativen Teilgeometrie in einer zusammengesetzten Simulation demonstriert und das angestrebte Einsatzgebiet der zweiphasigen Grobgitter-Methode erschlossen.

Kapitel 6 fasst die wissenschaftlich wichtigen Erkenntnisse der vorgelegten Arbeit zusammen.



## 2 Thermohydraulik eines Siedewasserreaktors

Der Sattdampfprozess stellt ein wesentliches thermodynamisches Merkmal von Siedewasserreaktoren dar. Der aus dem Reaktordruckbehälter strömende Frischdampf ist lediglich im Sättigungszustand, da das in den Reaktorkern einströmende Kühlmittel nur teilweise verdampft wird. Das Wasser-Dampf-Gemisch muss also separiert werden: Der Wasserdampf wird in den Dampfdom des Reaktordruckbehälters geleitet und das flüssige Wasser wird für eine erneute Durchströmung des Reaktorkerns innerhalb des Reaktordruckbehälters rezirkuliert.

In diesem Kapitel wird zunächst die Wärmefreisetzung im Reaktorkern und damit auch die Ausnutzung des Kernbrennstoffes durch die ursprüngliche sowie die „low-leakage“-Beladestrategie erläutert. Der verwendete Kernbrennstoff sowie die notwendigen Voraussetzungen für eine Kettenreaktion werden dabei ebenso behandelt wie die Aufgabe des Wassers, das gleichzeitig als Kühlmittel und als Moderator agiert. Mit der durch die Umstellung der Beladestrategie verursachten erhöhten Dampffuchte wurden verschiedene Strategien als Gegenmaßnahmen untersucht, die ebenfalls in ihren Grundzügen erläutert werden.

Die Beschreibung des Reaktordruckbehälters und die den Reaktorkern direkt umgebenden Komponenten gibt einen Einblick in die vorliegenden Strömungsverhältnisse sowie den Einfluss der verwendeten Beladestrategie. Die Erläuterung der Komponenten für die Wasser-Dampf-Separation eines Siedewasserreaktors orientiert sich ebenso wie die Beschreibung der Strömung innerhalb des Reaktordruckbehälters an der Doppelblockanlage Gundremmingen KRB-II. Neben einer Beschreibung der Konstruktion wird auch auf die Betriebs- beziehungsweise Auslegungsparmeter eingegangen.

Die Wasser-Dampf-Separation erfolgt in zwei aufeinanderfolgenden Schritten, wobei zuerst der Großteil des Wassers im Wasserabscheider abgeschieden wird. Hohe Strömungsgeschwindigkeiten und damit einhergehende hohe Relativgeschwindigkeiten zwischen Dampf und Wasser führen zum Tropfenmitriss in der Dampfströmung. Die mit Wassertropfen beladene Dampfströmung wird im zweiten Schritt im Dampftrockner getrocknet, das heißt die enthaltenen Wassertropfen werden weitestgehend abgeschieden. Die Konstruktion der beiden Komponenten sowie deren Betriebsparameter werden beschrieben, wobei die genannten Wasseranteile beziehungsweise Angaben zur Dampffuchte ausschließlich als Masseanteile angegeben werden. Die Betriebskennfelder werden nur schematisch dargestellt, um die Phänomenologie zu erläutern. Die unter Verschluss stehenden Berichte und Abnahmeversuche sind unter anderem unter Kwong [1979] verzeichnet.

## 2.1 Wärmefreisetzung im Reaktorkern

Im Mittelpunkt der Kernenergie ist das chemische Element Uran fest verankert. Das natürlich auftretende Schwermetall ist in verschiedenen Isotopen vorzufinden: Uran-238 zu 99,3 %, Uran-235 zu 0,7 % sowie Spuren von Uran-234 und Uran-236. In deutschen Leistungsreaktoren wird bis auf einen Anteil von 5 % Uran-235 angereicherter Kernbrennstoff verwendet.

Eine Kernreaktion beschreibt in der Kerntechnik den Zusammenstoß eines Atomkerns mit einem Nukleon. Durch einen elastischen Stoß oder den Einfang des Teilchens ändert sich der Energiezustand beziehungsweise die Massezahl des Atomkerns und es kann durch Instabilitäten zu weiteren Modifikationen des Atomkerns kommen. Das Uran-235 zerfällt nach dem Einfang eines Neutrons in zwei kleinere Atomkerne unter Aussendung von zwei bis drei Neutronen. Die Bindungsenergie der zwei kleineren Atomkerne ist höher als die des Uran-Kerns, das heißt die Kernreaktion ist exotherm. Die Freisetzung der Energie erfolgt im Wesentlichen durch die kinetische Energie der Spaltprodukte, welche in den umgebenden Kernbauteilen in Wärme dissipiert. Weiterhin tragen Neutronen und die radioaktive Strahlung zur Aussendung der Energie bei. Während die Spaltprodukte beim Bremsvorgang weniger als einen Millimeter Weg zurücklegen, kann dieser bei Neutronen einige Dezimeter betragen.

Die ausgesendeten Neutronen werden aufgrund ihrer Geschwindigkeit als schnelle Neutronen bezeichnet. Mit diesem Energieniveau ist die statistische Wahrscheinlichkeit, dass diese bei einem Zusammenstoß mit einem anderen Uran-235-Kern ebenfalls von diesem eingefangen werden, relativ gering. Erst nach dem Abbremsen auf ein niedrigeres Energieniveau werden die dann als thermische Neutronen bezeichneten Teilchen von Uran-235-Kernen vornehmlich eingefangen und können eine weitere Kernreaktion auslösen. Das Abbremsen der Neutronen vom schnellen auf das thermische Energieniveau wird auch als Moderation bezeichnet, in Leichtwasserreaktoren wird dafür flüssiges Wasser verwendet.

Eine sich selbst aufrecht erhaltende Kettenreaktion bedingt neben dem Vorhandensein von angereichertem Kernbrennstoff und Moderator auch eine ausreichende Kühlung des Brennstoffs, damit dieser in seiner festen Struktur erhalten bleibt. In Leichtwasserreaktoren wird meist Uranoxid verwendet, welches in Form kleiner Pellets in sogenannten Brennstäben eingeschlossen ist. Mehrere dieser Brennstäbe werden zu einem Brennelement zusammengefasst und bei Siedewasserreaktoren mit einem Brennelementkasten umgeben. Das Brennelement stellt für den Betrieb einer Reaktoranlage die Basiseinheit für den Kernbrennstoff dar und wird als Baugruppe in der Beladepfanung berücksichtigt.

Im Reaktorkern von KRB-II sind 784 Brennelemente senkrecht angeordnet, sodass das Kühlwasser die Brennelemente von unten nach oben durchströmen kann. Eine detailliertere Beschreibung des Aufbaus von Brennelementen in Leichtwasserreaktoren ist beispielsweise in Zahoransky u. a. [2013] oder Kolev [2012] zu finden.

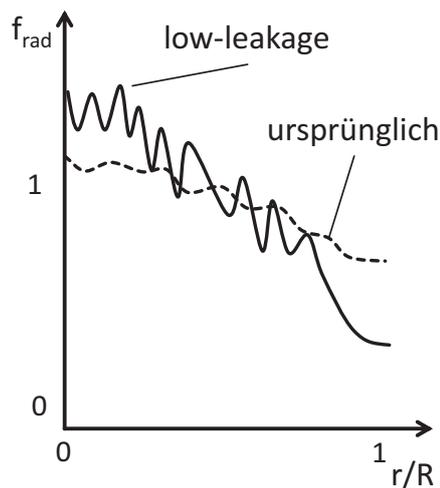
Je mehr Urankerne in einem definierten Volumen gespaltet werden, desto höher sind dort die Anzahl und die freigesetzte Energie der ausgesendeten schnellen Neutronen. Zwischen dem Neutronenfluss und der Wärmefreisetzung besteht also ein direkter Zusammenhang, der auch durch den Moderator beeinflusst wird. Steht genügend flüssiges Wasser zur Moderation zur Verfügung, so können viele der schnellen Neutronen auf das thermische Energieniveau abgebremst und somit die Kettenreaktion fortgesetzt werden. Eine hohe Leistungsdichte (viele Kernspaltungen je Volumeneinheit) führt auch zu einer hohen Wärmefreisetzung, die, wenn sie zur Verdampfung des flüssigen Wassers führt, die Kettenreaktion durch die deutlich schlechtere Moderation des gasförmigen Wassers begrenzt. In der Kerntechnik wird diese inhärente Stabilität der Kettenreaktion in Leichtwasserreaktoren auch als negativer Dampfblasenkoeffizient bezeichnet.

In der Mitte des Reaktorkerns ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein thermisches Neutron wieder in den Kernbrennstoff eintreten kann, höher als im Randbereich. Am Rand des Reaktorkerns tritt ein Teil der Neutronen aus dem Reaktorkern oder auch aus dem Reaktordruckbehälter aus, man spricht von einer Neutronenleckage. Das den Reaktorkern umgebende Wasser, Strukturmaterial oder das außerhalb des Reaktordruckbehälters liegende Bioschild absorbieren die Neutronen. Diese Neutronenleckage führt zur Herabsenkung der Leistung am Rand.

In der ursprünglichen Kernausslegung der 72er Baureihe, zu der die Siedewasserreaktoranlagen KRB-II gehören, wurden daher bis in Randnähe Brennelemente mit hoher Reaktivität (hohes Brennstoffinventar) angeordnet, um die Neutronenleckage weitestgehend zu überspeisen. Neutronen, die den Reaktorkern verlassen, den Wasserspalt im Rückströmraum passieren und die Reaktordruckbehälterwand erreichen beziehungsweise durchdringen, können mit dem metallischen Grundwerkstoff in Wechselwirkung treten, was zur Werkstoffversprödung führt. Diese sogenannte Neutronenversprödung ist aufgrund des großen Wasserspaltes für den langfristigen Betrieb der deutschen Anlagen nicht von maßgeblicher Bedeutung. Experimentelle und phänomenologische Betrachtungen zum Einfluss der Neutronenstrahlung auf den Grundwerkstoff des Reaktordruckbehälters sind beispielsweise in Popp u. a. [1989], Laufs [2013], Odette und Lucas [2001] und Soneda [2014] dokumentiert.

Zur Steigerung von Wirtschaftlichkeit und Ressourcenschonung wurde mit fortlaufender Betriebserfahrung der konstruktive Aufbau der Brennelemente verbessert und der Brennstoff auf einen möglichst hohen Ausnutzungsgrad optimiert. Neben konstruktiven Verbesserungen wurden auch Betriebsweisen wie beispielsweise die Beladestrategie verändert, sodass die aus dem Reaktorkern endgültig ausgeladenen Brennelemente im Allgemeinen einen höheren Abbrand als bei vorherigen Kernbeladungen aufweisen. Dadurch verringert sich die Menge der neu zu beschaffenden frischen Brennelemente sowie auch das Volumen der zu entsorgenden Brennelemente. Zusätzlich zu den höheren Abbränden der Brennelemente wurde die Neutronenleckage verringert. Im Hinblick auf den Reaktordruckbehälter und dessen Einbauten wird dadurch, wie in Tipping [1996] beschrieben, eine höhere Lebensdauer ermöglicht. Die ursprüngliche Beladestrategie wurde in

diesem Zusammenhang sukzessive durch die sogenannte „low-leakage“-Beladestrategie abgelöst. Dabei werden die Brennelemente mit höherem Abbrand (geringes Brennstoffinventar und damit geringe Reaktivität) in den Außenpositionen eingesetzt, damit diese mit den thermischen Neutronen aus der Kernmitte versorgt werden. Durch die Neutronenbestrahlung können diese Brennelemente möglichst weit an deren Abbrandlimit herangeführt werden. Die geringere Leistung am Kernrand führt gleichzeitig zur Senkung der Neutronenleckage. Neu eingeladene Brennelemente (hohes Spaltstoffinventar und damit hohe Reaktivität) werden dagegen im Innenbereich des Reaktorkerns eingesetzt und erhöhen dort die Neutronenflussdichte. Die Abbildung 2.1 stellt die radiale Verteilung der Leistung  $f_{\text{rad}}$ , die direkt von der Neutronenflussdichte abhängig ist, qualitativ für die ursprüngliche und für die „low-leakage“-Kernbeladung über den Kernradius dar. In Feltus [1993] und Feltus [1995] wird die Entwicklung in der Beladestrategie sowie die damit verbundenen Vorteile detailliert behandelt. Eine ausführlichere Betrachtung erfolgt in NEA [2006].



**Abbildung 2.1:** Gegenüberstellung der Leistungsverteilung über den Kernradius von der ursprünglichen Kernbeladung und der nachträglich eingeführten „low-leakage“-Kernbeladung

Die mit der „low-leakage“-Beladestrategie einhergehende Änderung der Leistungsverteilung führt zu einer ebenso geänderten Dampfqualität des Kühlmediums am Austritt des Reaktorkerns. Der Einfluss auf den Betriebszustand des Wasser-Dampf-Kreislaufes außerhalb des Reaktordruckbehälters ist vernachlässigbar, da sich integral betrachtet die thermische Leistung und damit der Dampfmassenstrom nicht ändern. Die Verteilung des Wasserdampfes und des flüssigen Wassers am Austritt des Reaktorkerns beeinflusst jedoch die direkt im Anschluss durchströmten Komponenten der Wasser-Dampf-Separation, die somit teilweise nicht mehr in ihrer prozesstechnischen Auslegung betrieben werden können.

Mit der fortlaufenden und schrittweisen Intensivierung der „low-leakage“-Beladestrategie erhöhte sich daher in verschiedenen deutschen Siedewasserreaktoren die Restfeuchte im Frischdampf von Zyklus zu Zyklus, beginnend in den letzten Wochen der Zyklen im Streckbetrieb<sup>1</sup> und später auch innerhalb der Zyklen. Die Beladestrategie konnte eindeutig als Ursache identifiziert und verschiedene Lösungsansätze erarbeitet werden. Diese sind im Einzelnen folgende:

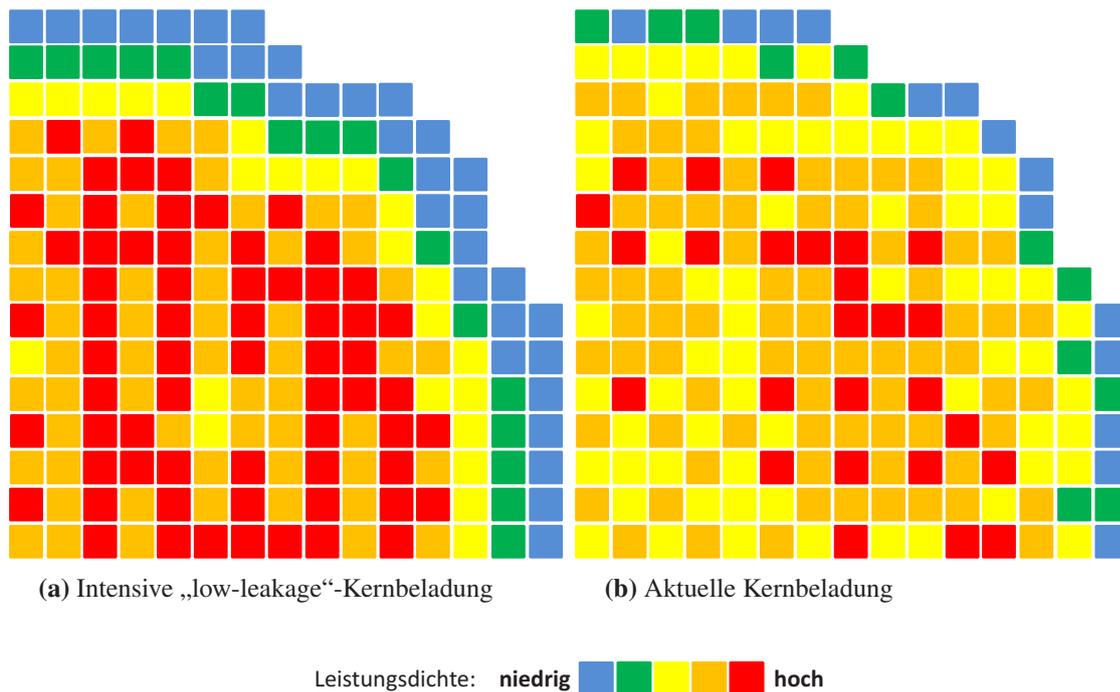
- Spektrumsoptimierte Fahrweise (Herabsenkung des Kühlmittelmassenstromes)
- Absenken des Füllstandes im Reaktordruckbehälter
- Erhöhen der Unterkühlung des Kühlmittels
- Einbringen von Drosselblenden an den Brennelementfüßen im Randbereich
- Anpassen der Beladestrategie

Die Leistungsreduzierung und damit ungeplante Nichtverfügbarkeit wurde nur temporär umgesetzt und wird hier nicht als nachhaltige Maßnahme aufgeführt. Die Wirksamkeit der ersten drei Maßnahmen konnte separat durch Versuche verifiziert werden, jedoch ist die Verwendung einer Maßnahme über den gesamten Zyklus nicht möglich. Auch die Kombination mehrerer dieser Maßnahmen kann die Begrenzung der Restfeuchte im Frischdampf nicht über den gesamten Zyklus gewährleisten. Die konstruktive Änderung durch den Einbau von Drosselblenden an den Brennelementfüßen der äußeren Reihen wurde in deutschen Anlagen zum Teil umgesetzt. Auf der Grundlage der thermohydraulischen Auslegung ist eine Erhöhung des Druckabfalls über einzelne Kernbauteile nur bedingt möglich. Breiteste Akzeptanz und Umsetzung fand die Anpassung der Beladestrategie zu einer weniger intensiven „low-leakage“-Kernbeladung. In Verbindung mit einem kürzeren Streckbetrieb am Ende der Zyklen stellen diese wirksame Maßnahmen gegen höhere Restfeuchten über die gesamten Zyklen dar. Der Mehrverbrauch von bis zu zehn Brennelementen je Zyklus stellte bei der Umsetzung der Maßnahme den einzigen direkten Kostenfaktor dar.

Die Abbildung 2.2 zeigt jeweils ein Viertel des Reaktorkerns von zwei verschiedenen Kernbeladungen. Die Kernbeladung in Abbildung 2.2 (a) führte zu einer erhöhten Restfeuchte im Frischdampf, wogegen die Abbildung 2.2 (b) eine aktuelle Kernbeladung ohne erhöhte Restfeuchte im Frischdampf schematisch darstellt. Die nodal gemittelte Brennelement-Leistung wird durch die Farbskala schematisch beschrieben. Im Randbereich aktueller Kernbeladungen werden im Vergleich zur intensiven „low-leakage“-Beladung wieder reaktivere Brennelemente eingesetzt und damit die Leistung am Rand des Reaktorkerns wieder angehoben. Die Neutronenleckage steigt in diesem Zusammenhang ebenfalls leicht an. Das Niveau der Leistung am Kernrand und die Neutronenleckage liegen weiterhin niedriger als bei der ursprünglichen Kernbeladung.

---

<sup>1</sup> Als Streckbetrieb wird der Betrieb bei maximal möglicher Leistung ohne reaktivitätsregulierende Maßnahmen beschrieben. Zum Ende eines Zyklus sind alle Reaktivitätsreserven der Kernbeladung aufgebraucht und die Leistung sinkt stetig. Der Kühlmittelmassenstrom kann dabei als reaktivitätsfördernde Maßnahme erhöht werden.



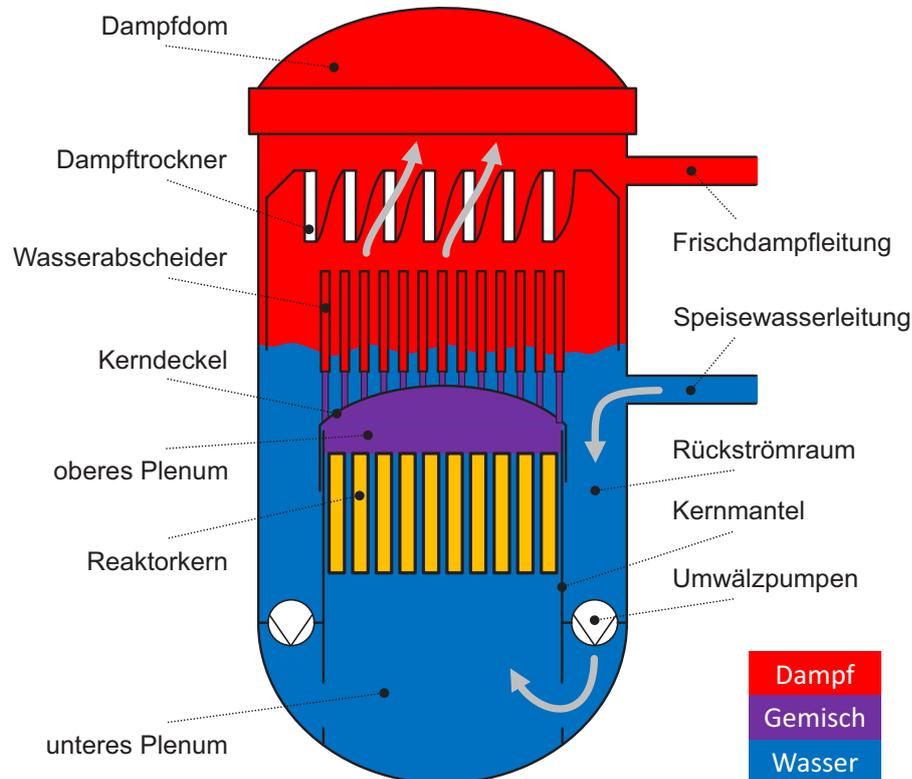
**Abbildung 2.2:** Kernbeladung eines Siedewasserreaktors: intensive „low-leakage“- und aktuelle Kernbeladung in einer schematischen Darstellung für die nodal gemittelte Brennelement-Leistung

Vor jedem Brennelementzyklus wird die geplante Kernbeladung bezüglich ihrer Leistungsfreisetzung und Reaktivität überprüft, wobei jede der geplanten Kernbeladungen auf einem Satz individueller Parameter basiert. Diese sind beispielsweise die geplante Zykluslänge, der aktuelle Abbrand wiederzuverwendender Brennelemente, die Anzahl neuer Brennelemente und der konstruktive Aufbau der zu verwendenden Brennelemente. Die über den Zyklus erwartete Neutronenflussdichte sowie die Dampfqualität am Austritt des Reaktorkerns können mit diesen Daten in einer Kernsimulation abgebildet werden. Dabei werden der eingesetzte Kernbrennstoff sowie dessen Wechselwirkung mit dem Moderator berücksichtigt.

## 2.2 Strömung im Reaktordruckbehälter

Die Durchströmung des Reaktordruckbehälters ist ein komplexes Charakteristikum für den Siedewasserreakortyp. Die Abbildung 2.3 zeigt eine schematische Darstellung des Reaktordruckbehälters mit den für die Thermohydraulik wesentlichen Komponenten und Einbauten. Die Wärmequelle, also der im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Reaktorkern, ist im Zentrum des Reaktordruckbehälters angeordnet. Umgeben ist der Reaktorkern durch den Kernmantel, welcher den

außenliegenden Rückströmraum vom Reaktorkern hydraulisch trennt. Oberhalb des Reaktorkerns und innerhalb des Kernmantels befindet sich das obere Plenum, an das sich der Wasserabscheider anschließt. Darüber angeordnet ist der Dampftrockner, der den ausströmenden Frischdampf in den darüberliegenden Dampfdom und danach in die vier Frischdampfleitungen führt.



**Abbildung 2.3:** Darstellung des Reaktordruckbehälters eines Siedewasserreaktors

Im Reaktorkern wird das Kühlmittel teilweise verdampft, wobei nur das gasförmige Wasser, das ab dem Dampftrockner bis zu den Turbinen als Frischdampf bezeichnet wird, über die Frischdampfleitungen zu den Turbinen geleitet werden darf. Flüssiges Wasser, welches vorwiegend in Form von kleinen Tropfen in der Dampfströmung mitgerissen wird und die Dampfturbine erreicht, führt dort zu erhöhtem Verschleiß an den Turbinenschaufeln. Das noch flüssige Kühlmittel wird mit Hilfe des Wasserabscheiders und des Dampftrockners innerhalb des Reaktordruckbehälters in den Rückströmraum zurückgeführt und dort mit dem einströmenden Speisewasser vermischt. Die dafür erforderliche Umlaufströmung wird durch die Umwälzpumpen hergestellt, die das flüssige Kühlmittel aus dem Rückströmraum in das untere Plenum fördern. Dort befinden sich in Abbildung 2.3 nicht dargestellten Führungsrohre für die Steuerelemente zur Regelung und Abschaltung der Kettenreaktion im Reaktorkern, die jedoch keine wesentliche thermohydraulische Bedeutung für die Strömung haben. Im unteren Plenum wird das Kühlmittel in eine vertikal aufwärtsgerichtete

Strömung umgelenkt und vergleichmäßig. Anschließend wird das flüssige Kühlmittel direkt in die Brennelemente des Reaktorkerns geleitet, dort erwärmt und zum Teil verdampft. Das Gemisch aus flüssigem und gasförmigem Kühlmittel verlässt den Reaktorkern in das obere Plenum. Dort kann sich das Gemisch nur geringfügig durchmischen und wird anschließend über den Kerndeckel den Abscheidezyklonen des Wasserabscheiders zugeführt. Im Wasserabscheider wird der Großteil des flüssigen Kühlmittels separiert. Während das flüssige Kühlmittel in die Wasservorlage zurückgeführt wird und wieder in den Rückströmraum fließt, strömt der Dampf in den Dampftrockner. Dort werden feine Wassertropfen, die nach dem Wasserabscheider mit dem Wasserdampf mittransportiert werden, weitestgehend abgeschieden und ebenfalls in die Wasservorlage zurückgeführt. Der Wasserdampf mit einem verbleibenden Wasseranteil von  $< 0,2\%$  wird im Dampfdom umgelenkt und von dort in die Frischdampfleitungen geleitet.

In den Siedewasserreaktoren der Anlage KRB-II fördern die acht Umwälzpumpen ca.  $14\text{ t/s}$  Kühlmittel durch den Reaktorkern, wobei ca.  $2\text{ t/s}$  als Frischdampf den Reaktordruckbehälter über die Frischdampfleitungen verlassen. Es ergibt sich somit eine Umlaufzahl von sieben.

## 2.3 Wasserabscheider

### 2.3.1 Aufbau der Komponente

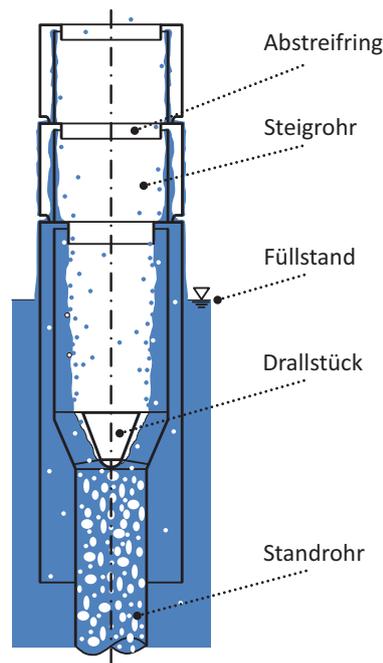
In der Siedewasserreaktoranlage KRB-II ist ein Wasserabscheider vom Typ AS-2B des Hersteller General Electrics, der für die 72er Baureihe entwickelt wurde, verbaut. Dieser besteht im Wesentlichen aus parallel angeordneten Axialzyklonen, die im oberen Bereich der Komponente montiert sind. Im mittleren Bereich verbinden sogenannte Standrohre die Axialzyklone mit dem Kerndeckel. An den gekrümmten Kerndeckel schließt sich im unteren Bereich ein zylindrischer Teil an, der im Einbauzustand bündig auf dem Kerndeckel aufliegt.

Das aus dem Reaktorkern ausströmende Wasser-Dampf-Gemisch mit unterschiedlichen Dampfqualitäten gelangt zuerst in das obere Plenum, dem Bereich zwischen der Oberkante des Reaktorkerns und dem Kerndeckel, wobei durch die strikte Strömungsführung nur eine geringe radiale Vermischung möglich ist. Das obere Plenum ist hydraulisch vom Rückströmraum getrennt, sodass das Gemisch durch die 297 am Kerndeckel angebrachten Standrohre geführt wird. Die Standrohre leiten dem jeweils darüberliegenden Axialzyklon das Wasser-Dampf-Gemisch zu, wobei die Standrohre in Abhängigkeit ihrer radialen Lage unterschiedliche Längen aufweisen. Die Axialzyklone selbst sind identisch aufgebaut und auf der gleichen Höhe angeordnet.

Der Axialzyklon separiert anschließend einen Großteil des Wassers und führt dies in die Wasservorlage zurück. Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, folgt in Strömungsrichtung auf das Standrohr das Drallstück. Neben einer Querschnittserweiterung wird das Gemisch durch die feststehenden Schaufeln in eine Rotationsbewegung versetzt. In Kataoka u. a. [2008] wird beschrieben, dass

bei Wasser-Luft-Experimenten bereits auf den Drallschaufeln ein Wandfilm aufgebaut und an die Rohrwand abgeleitet wird, der sich nach dem Drallstück weiter vergrößert. Die Fliehkraft wirkt auf die flüssige Phase mit höherer Dichte stärker als auf die gasförmige Phase mit geringerer Dichte, weshalb die Gasphase in die Rohrmitte verdrängt wird. Der Großteil der Flüssigkeitstropfen wird bereits kurz nach dem Drallstück in den Wandfilm abgeschieden [vgl. Kataoka u. a., 2009]. Anschließend durchströmt das Gemisch drei Abscheidestufen, die jeweils aus einem Steigrohr zur weiteren Separation des Wassers an der äußeren Rohrwand und einem Abstreifring zur Ableitung des Wandfilmes bestehen. Im Allgemeinen ist der erste Abstreifring vollständig mit Wasser gefüllt und führt den Großteil des Wassers direkt in die Wasservorlage unterhalb des Reaktordruckbehälter-Füllstandes. Die zweite und dritte Abscheidestufe, deren Ausläufe sich oberhalb des Füllstandes befinden, führen nur noch geringe Mengen an Wasser ab.

In Kataoka u. a. [2008] wird die Strömung in den Abscheidestufen mit und ohne Drallstück beziehungsweise in Matsubayashi u. a. [2012] mit verschiedenen Drallstück-Formen verglichen. Es zeigen sich klare Unterschiede im Abscheideverhalten und somit im sich bildenden Wandfilm. Die Arbeit von Katono u. a. [2011] untersucht den Einfluss des Abstreifringes auf den Tropfenmittschnitt anhand eines 1:5-Modells. Insbesondere der Übergang vom Abstreifring zum Steigrohr der darauffolgenden Abscheidestufe zeigt in Abhängigkeit vom Flüssigkeitsvolumenstrom ein unterschiedliches Fließverhalten des Wandfilmes und beeinflusst damit auch die Tropfenablösung. Die Ergebnisse von Kataoka u. a. [2008] zeigen außerdem einen Einfluss der Ringspaltbreite des Abstreifringes auf das Abscheideverhalten, wobei die Geometrie der Abstreifring-Spitze, ausgeformt als stumpfes Rohrende oder mit außenliegender Fase, nur einen vernachlässigbaren Einfluss besitzt. Da sich wegen der hohen Fliehkraft der Großteil der Flüssigkeitstropfen bereits kurz nach dem Drallstück im Wandfilm befindet, können in einiger Entfernung zum Drallstück die wenigen in der Gasströmung verbleibenden Flüssigkeitstropfen vernachlässigt werden. Die von Kataoka u. a. [2008] ermittelten Messergebnisse weisen für den Druckabfall in der rotierenden Rohrströmung eine gute Übereinstimmung mit dem Modell für instabile Wandfilme von Thurgood u. a. [1983] auf. Die experimentellen Untersuchungen von Kataoka u. a. [2008] betrachten auch die Tropfengrößenverteilung und Tropfengeschwindigkeiten. Während sich im Kern der Gasströmung wegen der geringeren Fliehkraft noch größere Flüssigkeitstropfen befinden, wurden weiter außen in der Strömung hauptsächlich Tropfengrößen von  $10\ \mu\text{m}$  bis  $20\ \mu\text{m}$  gemessen. Der mittlere Sauterdurchmesser wird hauptsächlich durch die Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase bestimmt. Die Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen, auch als Schlupfgeschwindigkeit bezeichnet, liegt aufgrund der Tropfengröße bei etwa  $0,05\ \text{m/s}$ .

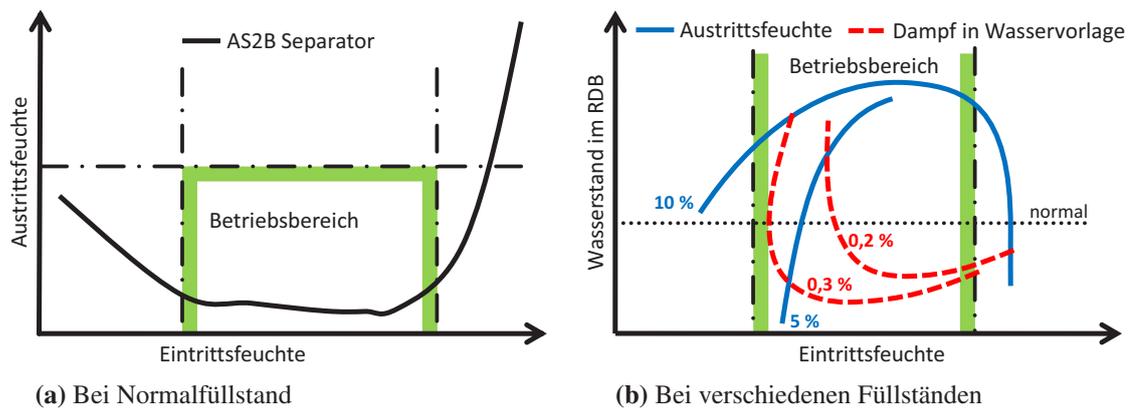


**Abbildung 2.4:** Schematischer Aufbau der Axialzyklone des Wasserabscheiders

Durch die hohe Strömungsgeschwindigkeit, die sich aus der Axialgeschwindigkeit und der Umfangsgeschwindigkeit zusammensetzt, ist die Oberfläche des Wasserfilmes sehr aufgewühlt. Es werden einzelne Tropfen aus dem Wasserfilm wieder abgelöst und mit der Strömung mitgerissen, weshalb auch am Austritt des Axialzyklons noch Tropfen in der Dampfströmung enthalten sind. Aus dem gleichen Grund kommt es zum Eintrag von Dampfblasen in den Wasserfilm der ersten Abscheidestufe, sodass auch geringe Mengen von Dampf in die Wasservorlage geleitet werden.

### 2.3.2 Betriebsparameter

Die Auslegungsbasis für die Betriebsparameter fügt sich in das Konzept der 72er Baureihe ein. Am Eintritt erlaubt dieser einen Wasseranteil zwischen 82 und 92 % und die Austrittsfeuchte ist gemäß den Anforderungen des Dampftrockners auf maximal 10 % beschränkt. Für die thermohydraulische Auslegung der Umlaufströmung im Reaktordruckbehälter ist es außerdem erforderlich, dass das in die Wasservorlage rückgeführte Wasser nicht mehr als 0,2 % Dampf enthält. Begründet ist diese Einschränkung mit der erforderlichen Unterkühlung des in den Reaktorkern eintretenden Wassers und der Sicherheit gegen Kavitation der Umwälzpumpen.



**Abbildung 2.5:** Betriebsparameter der Axialzyklone

Die zulässige Eintrittsfeuchte orientiert sich an den radial unterschiedlichen Austrittsparametern des Reaktorkerns gemäß der Auslegung für diese Baureihe. In Abbildung 2.5 (a) ist die Austrittsfeuchte über der Eintrittsfeuchte, das heißt über den Wassermassenanteil, schematisch für einen konstanten Massenstrom dargestellt. Ist die Eintrittsfeuchte sehr gering, so ergibt sich für einen gleichbleibenden Massenstrom aufgrund der geringeren Dichte des Wasserdampfes eine höhere Strömungsgeschwindigkeit im Abscheidezyklon. Wie bereits beschrieben führt dies zwar zur Intensivierung des Separationsprozesses durch höhere Fliehkräfte, aber zeitgleich auch zu erhöhtem Tropfenmitriss. Die Auswertung experimenteller Daten beispielsweise in Ishii und Mishima [1989] und Sawant u. a. [2008] zeigen, dass in Ringströmungen mit steigender Geschwindigkeit im Gaskern und im Wasserfilm der Tropfenmitriss zunimmt. Mit Zhang u. a. [2015] zeigt sich auch das aktuelle Interesse an leistungsfähigeren und universelleren Modellen für den Tropfenmitriss in vertikalen Ringströmungen, wobei auch statistische Ansätze zum Einsatz kommen. Ist hingegen die Eintrittsfeuchte sehr hoch, so sinkt die Strömungsgeschwindigkeit und es vermindert sich der Separationsprozess durch kleinere Fliehkräfte. Die Abstreifringe, insbesondere der Abstreifring der ersten Abscheidestufe, können aufgrund der großen Wassermenge überflutet werden, weshalb in den einzelnen Abscheidestufen der Wandfilm nicht vollständig abgeleitet werden kann.

In der Abbildung 2.5 (b) ist das Betriebskennfeld der Axialzyklone und dessen Abhängigkeit vom Reaktordruckbehälter-Füllstand schematisch dargestellt. Für die Austrittsfeuchte zeigt sich eine Absenkung des Füllstandes als vorteilhaft, was mit dem geringeren hydrostatischen Gegendruck der ersten Abscheidestufe begründet ist. In dem Diagramm ist ebenfalls der in die Wasservorlage mittransportierte Dampf abgebildet. Der geringere hydrostatische Gegendruck bei einer Füllstandsabsenkung führt zu einer Sogwirkung auf den Wasserfilm der ersten Abscheidestufe sowie

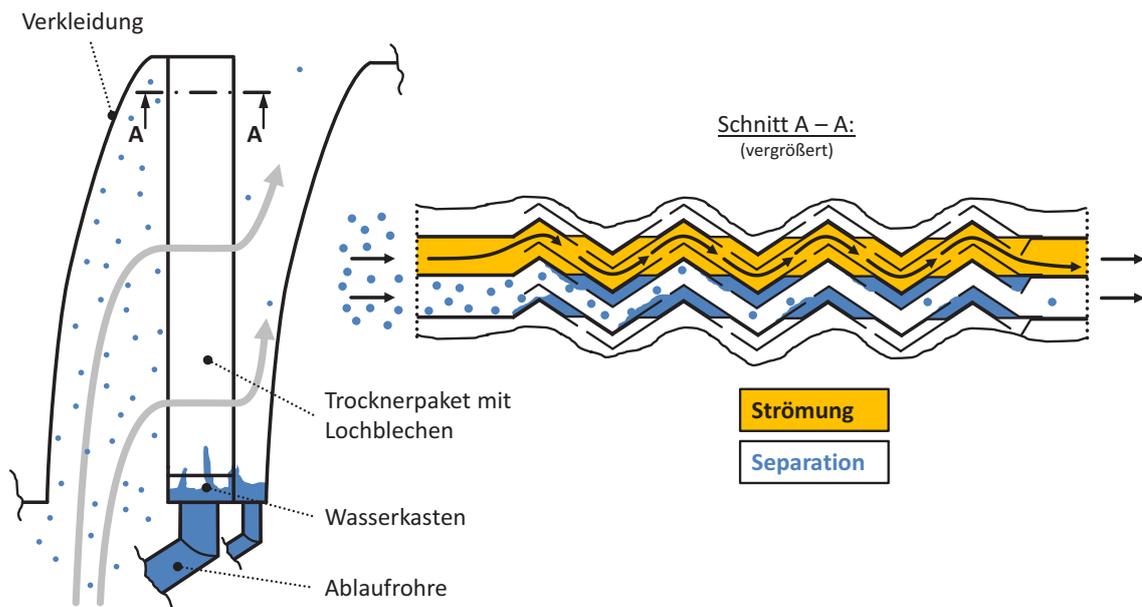
die darin enthaltenen Dampfblasen. Somit trägt dieser zur Erhöhung des in die Wasservorlage abgeleiteten Dampfes bei, weshalb für diesen Kennwert allenfalls eine Erhöhung des Füllstandes als vorteilhaft erscheint.

Der AS-2B Separator deckt die Auslegungsparameter der ursprünglich geplanten Kernbeladungen mit einer Kernaustrittsfeuchte von 82 – 92 % ab. Für die von der radialen Lage des jeweiligen Axialzyklons abhängigen Eintrittsfeuchte ergibt sich im gesamten Querschnitt eine Austrittsfeuchte, die die Eintrittsbedingungen gemäß der Dampftrockner-Auslegung einhält.

## 2.4 Dampftrockner

### 2.4.1 Aufbau der Komponente

Der oberhalb des Wasserabscheiders befindliche Dampftrockner scheidet die in der Dampfströmung mitgeführten Wassertropfen ab. Die hier gezeigten lamellenförmigen Dampftrocknerpakete entsprechen dem Typ Delta-P des Herstellers Burgess Mining Company. Die Trocknerpakete sind im oberen Teil der Komponente angebracht und bilden zusammen mit der Verkleidung eine hydraulische Abgrenzung zwischen dem Austritt des Wasserabscheiders und dem Dampfdom. Im unteren Teil befindet sich aus diesem Grund eine zylinderförmige Verlängerung der Verkleidung, deren Unterkante als hydraulische Wanne in die Wasservorlage abgetaucht ist. Der in die Trocknerpakete von unten einströmende feuchte Dampf wird durch die den Trocknerpaketen vor- und nachgelagerten Lochplatten vergleichmäßig, um eine über die gesamte Trocknerfläche gleichmäßige Geschwindigkeit zu gewährleisten. Somit kann die Strömung durch die Trocknerpakete als horizontal betrachtet werden. Der Strömungspfad ist in Abbildung 2.6 auf der linken Seite durch die grauen Pfeile dargestellt. Nach der Durchströmung der Trocknerpakete wird der Dampf in den Dampfdom geleitet. Das abgeschiedene Wasser wird mit Hilfe der Schwerkraft in die Wasserkästen transportiert und fließt durch die Ablaufrohre zurück in die Wasservorlage.



**Abbildung 2.6:** Schematischer Aufbau der Trocknerpakete des Dampftrockners (links) sowie Darstellung der Strömung und des Separationsprozesses im horizontalen Querschnitt der Trocknerpakete (rechts)

Auf der rechten Seite der Abbildung 2.6 wird der Schnitt A-A aus Abbildung 2.6 (links) vergrößert dargestellt, um die Durchströmung des Trocknerpaketes in der horizontalen Schnittebene aufzuzeigen. Es sind exemplarisch zwei der etwa 1700 lamellenförmigen Trocknerkanäle abgebildet, wobei der obere, gelb hinterlegte Kanal mit den Pfeilen den Strömungspfad wiedergibt. Der untere Kanal beschreibt die Separation der Wassertropfen an den Wänden durch die Trägheit der Wassertropfen bei jeder Umlenkung der Strömung. Die auf die Wand treffenden Wassertropfen bilden dort einen Wasserfilm, der in Strömungsrichtung in die vorhandenen Spalten, die sogenannten Fangrinnen, abgeleitet wird. Die Fangrinnen bilden eine Strömungstotzone und sammeln das separierte Wasser. Durch deren vertikale Anordnung kann das Wasser nach unten (senkrecht zur Schnittebene) in die Wasserkästen abfließen. Die verbleibende Restfeuchte liegt in Gestalt sehr kleiner Wassertropfen im Frischdampf vor, welche aufgrund ihrer geringen Masse und damit geringen Trägheitskraft der umgelenkten Dampfströmung sehr gut folgen können und dadurch nicht an die Wand gelangen.

In Nakao u. a. [1998] und Nakao u. a. [1999] wurden experimentelle Untersuchungen mit Wasser-Luft-Gemischen an verschiedenen Trocknerkanal-Geometrien durchgeführt. Es konnte eine starke Abhängigkeit der Tropfengröße auf den Ort der Wandanhaftung festgestellt werden, denn größere und damit schwerere Tropfen trafen aufgrund ihrer höheren Trägheit bereits in den ersten beiden Umlenkungen auf die Kanalwand. Kleinere Tropfen konnten der Luftströmung besser folgen und trafen daher erst in den hinteren Umlenkungen auf die Kanalwand oder passierten sogar den Kanal.

Die den Trocknerkanal passierenden Tropfen waren dabei kleiner als  $10 \mu m$  im Durchmesser. Es wurde ebenfalls festgestellt, dass diese feinen Tropfen innerhalb des Trocknerkanals durch drei, während den Messungen identifizierte, Mechanismen entstanden sind: die Zerstäubung größerer Tropfen durch die Interaktion mit der Luft, der Tropfenmitriss durch hohe Luftgeschwindigkeiten und damit hohen Scherkräften am Wandfilm und der Tropfenerzeugung beim Einschlag größerer Tropfen auf dem Wandfilm. Im Vergleich zu der in dieser Arbeit betrachteten Trocknerkanal-Geometrie, die der experimentell untersuchten Geometrie ähnelt, konnten durch weniger, aber stärkere Umlenkungen deutliche Verbesserungen im Abscheideverhalten beobachtet werden.

## 2.4.2 Betriebsparameter

Der Dampftrockner als zweite Stufe der Wasser-Dampf-Separation wird mit den Austrittsparametern des Wasserabscheiders beaufschlagt, das heißt die Dampffeuchte beträgt maximal 10 %. Als Gewährleistungswert gibt der Hersteller des Dampftrockners eine maximale Austrittsfeuchte von 0,2 % an, im Regelfall wird dieser Wert deutlich unterschritten. In der Abbildung 2.7 ist die Betriebskennlinie für verschiedene Eintrittsfeuchten in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit im Dampftrockner schematisch dargestellt. Die Geschwindigkeit bei Auslegungsbedingungen beträgt etwa  $1 \text{ m/s}$  und besitzt einen wesentlichen Einfluss auf das Abscheideverhalten. Die höhere Austrittsfeuchte bei höheren Geschwindigkeiten ist bedingt durch den Tropfenmitriss aus dem Wandfilm, der sich an den Kanalwänden bildet. Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten kann der Wandfilm über die Spalte hinweggetragen werden, sodass das Wasser nicht vollständig in die Fangrinnen gelangen kann. Bei einer zu hohen Eintrittsfeuchte können überlaufende Wasserkanäle den Wandfilm nicht vollständig abführen und es kommt ebenfalls zur Verschleppung des Wassers.

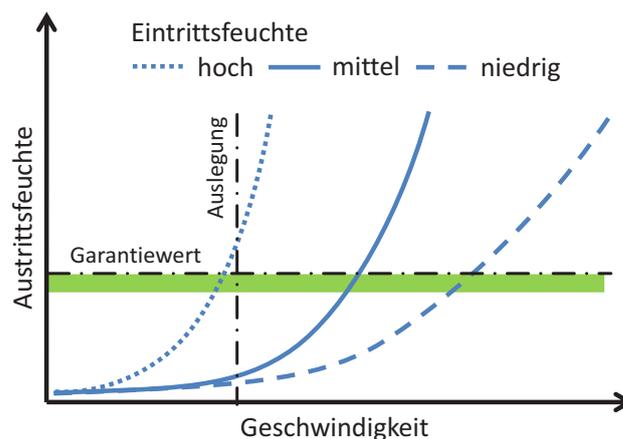


Abbildung 2.7: Betriebsparameter der Dampftrockner-Pakete

Lokale Überschreitungen der Strömungsgeschwindigkeit oder der Eintrittsfeuchte führen zu entsprechenden lokalen Erhöhungen der Dampffeuchte am Trockneraustritt, die aber im Allgemeinen durch die anschließende Vermischung im Dampfdom nicht unbedingt den integralen Wert der Restfeuchte im Frischdampf unzulässig erhöhen.

## 2.5 Wesentliche Merkmale von Strömung und Geometrie

Die Durchströmung des Reaktorkerns eines Siedewasserreaktors charakterisiert sich durch eine enge Kopplung mit der nuklearen Kettenreaktion. Eine durch die optimale Ausnutzung des Kernbrennstoffs motivierte Änderung der Beladestrategie beeinflusst lediglich die Strömungsverhältnisse im Reaktordruckbehälter direkt. Die Auswirkung auf die Thermohydraulik in den Komponenten der Wasser-Dampf-Separation zeigte sich bei einem hohen „low-leakage“-Grad als nicht vernachlässigbar.

Der Wasserabscheider und der Dampftrockner charakterisieren sich durch eine über den gesamten Querschnitt des Reaktordruckbehälters gleichartigen Aufbau, das heißt die Axialzyklone sowie auch die lamellenförmigen Trocknerkanäle sind im Randbereich gleich aufgebaut wie in der Mitte des Reaktordruckbehälters. Beide Komponenten bestehen jeweils aus sich wiederholenden Teilgeometrien mit repräsentativem Charakter; beim Wasserabscheider wiederholt sich der baugleiche Axialzyklon mehrfach und beim Dampftrockner wiederholen sich die lamellenförmigen Trocknerkanäle.

Die Betriebskennfelder für den Wasserabscheider und den Dampftrockner wurden im Rahmen der Inbetriebsetzung anhand von Wasser-Luft-Experimenten erstellt.



# 3 Numerische Simulation zweiphasiger Strömungen

Betrachtungen der zweiphasigen und auch mehrphasigen Strömung haben in der Technik Prozesse in Wärmekraftwerken sowie in der chemischen, petrochemischen oder Automobil-Industrie zum Gegenstand. Auch in naturwissenschaftlichen Disziplinen wie der Thermodynamik sind diese Strömungen von hohem Interesse. Beginnend bei der zweiphasigen Durchströmung einer Komponente können auch Vermischungsvorgänge, Separationsverhalten, Wärmeübergang, Transport disperser Phasen, Verteilung reaktiver Oberflächen oder Temperaturverteilung in Gemischen mit chemischen Reaktionen die wesentlichen Eigenschaften einer verfahrenstechnischen Komponente darstellen.

Nach der Einführung in die Theorie der Zweiphasenströmung werden mögliche Simulationsmethoden vorgestellt. Verwendung findet die Strömungssimulation, die anhand eines Simulationsprogramms für adiabate, isotherme Zweiphasenströmungen ohne chemische Reaktionen und ohne Stoffaustausch zwischen den Phasen detailliert erläutert wird. Es folgt eine Beschreibung der prinzipiellen Herangehensweise für die Simulation einer zweiphasigen Strömung, wobei jedes strömungsmechanische Problem durch die Geometrie, die darin stattfindenden physikalischen Vorgänge sowie die äußeren Einflüsse definiert ist. Nach einem kurzen Überblick über die Erhaltungsgleichungen und deren Transportterme werden hieraus resultierend die Gleichungen für Druck, Impuls und Phasenanteile zusammenfassend dargestellt. Im Anschluss werden geeignete Verfahren zur Berechnung physikalisch korrekter Geschwindigkeits- und Druckfelder in den Grundzügen vorgestellt; für eine detaillierte Beschreibung wird auf die Literatur verwiesen. Weitere für die Durchführung von Strömungssimulationen notwendigen Bestandteile wie die Vorgabe von Randbedingungen, die Erzeugung eines Berechnungsgitters und die Ergebniskontrolle werden erläutert.

## 3.1 Grundlagen der zweiphasigen Strömung

Zweiphasige Strömungen charakterisieren sich durch das Vorhandensein von zwei verschiedenen Phasen oder Fluiden, wobei Fluide als Gase, Flüssigkeiten oder bewegliche Festpartikel bezeichnet werden, die sich kontinuumsmechanisch beschreiben lassen. Der Begriff der Phase beschreibt voneinander getrennte Bereiche nicht löslicher Fluide wie beispielsweise nicht lösliche Flüssigkeiten oder auch unterschiedliche Aggregatzustände. Im Allgemeinen wird zwischen der

Einkomponenten-Zweiphasenströmung und der Mehrkomponenten-Zweiphasenströmung unterschieden. Die Einkomponenten-Zweiphasenströmung beschreibt einen Stoff in verschiedenen Aggregatzuständen wie beispielsweise Wasser und Dampf im thermodynamischen Gleichgewicht. Die Mehrkomponenten-Zweiphasenströmung beschreibt eine Strömung von zwei nicht löslichen Stoffen, die nicht zwingend in einem unterschiedlichen Aggregatzustand vorliegen müssen, wie beispielsweise ein Gemisch aus Öl und Wasser.

Bei der anwendungsorientierten Betrachtung zweiphasiger Strömungen stehen im Allgemeinen die Phasenverteilungen, das heißt die Wahrscheinlichkeit an einem bestimmten Ort eine bestimmte Phase vorzufinden, der Reibungsdruckverlust sowie das Stabilitätsverhalten im Fokus. Spielen außerdem chemische oder biologische Umwandlungsprozesse eine Rolle, so sind die den Umsetzungsprozess beeinflussende Parameter wie zum Beispiel die Durchmischung oder die Temperaturverteilung ebenfalls von Bedeutung.

Die Durchströmung von Komponenten und Rohrleitungen ist mit charakteristischen Phasengeschwindigkeitsprofilen und Phasenverteilungen, den sogenannten Strömungsformen, beschreibbar, deren Auftreten im Wesentlichen durch die zwischen den Phasen wirkenden Kräfte bestimmt wird. Weitere Einflussgrößen sind die Geometrie und die räumliche Anordnung des Strömungskanals sowie eine eventuell zu berücksichtigende Wärmeübertragung. Eine allgemeine Übersicht bietet die Arbeit von Taitel [1990]. Bei der Simulation von Zweiphasenströmungen sind für die auftretenden Strömungsformen die entsprechenden Modelle beziehungsweise Simulationsverfahren zu verwenden, wobei neben den Grundformen auch Misch- und Übergangsformen berücksichtigt werden müssen. Die verschiedenen Grundformen sind beispielsweise in Baehr und Stephan [2010] für horizontale und vertikale Rohre mit und ohne Beheizung beschrieben und in Strömungskarten, den sogenannten Baker-Diagrammen, erfasst.

Zur einfacheren Darstellung werden in dieser Arbeit im Wesentlichen nur Dispersionen, das heißt zweiphasige Gemische mit einer kontinuierlichen und einer dispersen Phase, wie beispielsweise Blasenströmungen oder Tropfenströmungen betrachtet. Die Größen der dispersen Phase werden mit dem Index  $a$  und die der kontinuierlichen Phase mit dem Index  $b$  versehen.

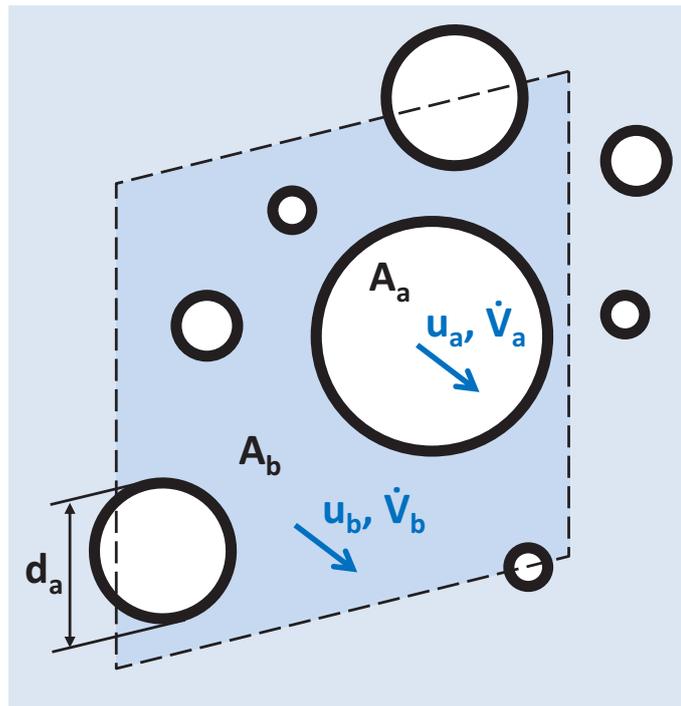


Abbildung 3.1: Größen einer Zweiphasenströmung

Für die Charakterisierung zweiphasiger Strömungen bedarf es einiger Grundbegriffe und Definitionen. In Abbildung 3.1 ist exemplarisch ein Strömungsbild vergrößert dargestellt. Die hervorgehobene Fläche wird von einem zweiphasigen Gemisch durchströmt, wobei der Gesamtvolumenstrom sich zusammensetzt aus

$$\dot{V} = \dot{V}_a + \dot{V}_b \quad . \quad (3.1)$$

In der zweidimensionalen Darstellung von Abbildung 3.1 teilt sich die hervorgehobene Fläche  $A$  in die jeweiligen Flächen der Phasen auf, also  $A = A_a + A_b$ . Der Phasenanteil ist definiert mit dem Flächenanteil oder dem Volumenstromanteil relativ zur Gesamtfläche beziehungsweise zum Gesamtvolumenstrom der durchströmten Fläche, es gilt somit

$$\alpha_\varphi = \frac{A_\varphi}{A} = \frac{\dot{V}_\varphi}{\dot{V}} \quad , \quad (3.2)$$

wobei der Index  $\varphi$  für die disperse Phase a sowie die kontinuierliche Phase b steht. Beide Phasen bewegen sich im Allgemeinen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten, den sogenannten Phasengeschwindigkeiten  $u_a$  und  $u_b$ , welche sich mit

$$u_\varphi = \frac{\dot{V}_\varphi}{A_\varphi} \quad (3.3)$$

berechnen. Diese stellen die wesentlichen phasenspezifischen Strömungsgrößen eines zweiphasigen Gemisches bei detaillierter Betrachtung dar.

Wird das Gemisch auf seine makroskopischen Eigenschaften zurückgeführt, so werden Gemischgrößen wie die Gemischgeschwindigkeit oder die Gemischdichte verwendet. Die Gemischgeschwindigkeit setzt sich aus den Phasengeschwindigkeiten und deren Volumenanteile zusammen, es gilt folgend:

$$u = \alpha_a u_a + \alpha_b u_b \quad . \quad (3.4)$$

Die Relativgeschwindigkeit kann mit  $u_r = u_a - u_b$  angegeben werden. Für die Gemischdichte ergibt sich

$$\rho = \alpha_a \rho_a + \alpha_b \rho_b \quad . \quad (3.5)$$

Weitere volumenbezogene Gemischgrößen werden ebenfalls mit den Phasenvolumenanteilen berechnet; für massenbezogene Gemischgrößen ist für deren Berechnung der Phasenmassenanteil zu verwenden. Dieser ist analog zu den Volumenanteilen definiert durch

$$x_\varphi = \frac{\dot{m}_\varphi}{\dot{m}} \quad (3.6)$$

und kann auch mit Hilfe der Volumenanteile berechnet werden. Für die Phase a gilt beispielsweise

$$x_a = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\alpha_a} - 1\right) \frac{\rho_b}{\rho_a}} \quad . \quad (3.7)$$

Die dargestellten Strömungsgrößen beschreiben das Verhalten der Strömung; die das Strömungsverhalten bestimmenden inneren Vorgänge im Gemisch sind durch komplexe Zusammenhänge gekennzeichnet. Daher ist eine algebraische Beschreibung kaum möglich und es werden im Allgemeinen empirische Zusammenhänge verwendet.

Die messtechnische Erfassung von Strömungsparametern ist im realen Anlagenbetrieb oder in Versuchsanlagen nicht ohne weiteres möglich, da zweiphasige Strömungen durch ihren dreidimensionalen Charakter sowie durch Randeffekte, die einen optischen Zugang nicht immer ermöglichen, anderer Messverfahren bedürfen als einphasige Strömungen. Verschiedene Messverfahren für zweiphasige Strömungen werden beispielsweise in Gabriel [2015], Stürzel [2007], Rahman u. a. [2009] oder Stähler [2013] beschrieben.

## 3.2 Betrachtungsweise der Fluide

Für die mathematische Beschreibung von Strömungen können zwei unterschiedliche Betrachtungsweisen angewendet werden: die Euler-Betrachtungsweise in einem ortsfesten Koordinatensystem und die Lagrange-Betrachtungsweise in einem mit der Strömung mitbewegten Koordinatensystem. Bei zweiphasigen Strömungen können beide Phasen durchaus unterschiedlich beschrieben werden. Die Euler-Lagrange-Betrachtungsweise, bei der die kontinuierliche Phase im ortsfesten und die disperse Phase im mitbewegten Koordinatensystem berechnet werden, eignet sich besonders für inhomogen verteilte disperse Phasen mit einer Relativgeschwindigkeit zur kontinuierlichen Phase. Einzelne Partikel werden dabei rückwirkungsfrei auf die kontinuierliche Phase sowie andere Partikel behandelt und lediglich der Einfluss der kontinuierlichen Phase auf die disperse Phase wird berücksichtigt (Ein-Weg-Kopplung). Durch diese vereinfachende Annahme ist der Volumenanteil der dispersen Phase auf ca. 10 % beschränkt. Es ist jedoch auch möglich, die Rückwirkung der dispersen auf die kontinuierliche Phase (Zwei-Wege-Kopplung) sowie auch die Partikel-Partikel-Interaktion (Vier-Wege-Kopplung) zu berücksichtigen, was den Berechnungsaufwand mit steigendem Volumenanteil der dispersen Phase deutlich erhöht. In der Euler-Euler-Betrachtungsweise zweiphasiger Strömungen wird im Allgemeinen eine Zwei-Wege-Kopplung zwischen den Phasen vorgesehen, die mathematisch sowie programmtechnisch einfach verwendbar ist. Eine dezidierte Partikel-Partikel-Interaktion ist dann nicht möglich, da bei der Betrachtung als Kontinuum keine individuellen Partikel berücksichtigt werden. Mit der Euler-Euler-Betrachtungsweise, auch als Zwei-Fluid-Formulierung bezeichnet, kann prinzipiell jede Strömungsform beschrieben werden. Beide Fluide werden als kontinuumsmechanisches Fluid betrachtet und können sich im gesamten Strömungsfeld durchdringen. Für jede Phase liegt ein vollständiger Satz von Strömungsgrößen vor.

## 3.3 Mathematische Darstellung in OpenFOAM

Das Programm *OpenFOAM* stellt eine Plattform für die Berechnung numerischer Lösungen in Form von vielseitigen mathematischen Algorithmen bereit, die für die Strömungssimulation oder Berechnung verschiedenartiger Problemstellungen verwendet werden kann. Weiterhin stellt die Plattform viele Hilfsmittel zur Verfügung wie beispielsweise für die Strömungssimulation erforderlichen Programme zur Gittererstellung, Gitterkonvertierung (Pre-Processing) und für die Ergebnisauswertung (Post-Processing).

Die Aufgabe der sogenannten Löser besteht darin, die jeweilige Art von Problemstellung zu erfassen, in eine problemneutrale, mathematisch standardisierte Form zu bringen und schließlich durch Aufruf der geeigneten Algorithmen eine Lösung zu berechnen. Beispielsweise ist der Löser *bubbleFOAM* auf die Simulation zweiphasiger Strömungen zugeschnitten und stellt die dafür benötigten Algorithmen zur Verfügung.

Ausgangspunkt vieler Problemstellungen sind im Allgemeinen gekoppelte kontinuierliche Differentialgleichungen, die nach deren Diskretisierung in einem Gleichungssystem dargestellt werden können. Die allgemeine Form eines Gleichungssystems für die Impulserhaltung eines Strömungsproblems lautet

$$\underline{\underline{A}} \underline{u} = \underline{R} \quad , \quad (3.8)$$

wobei  $\underline{\underline{A}}$  die Koeffizientenmatrix (auch als Systemmatrix bezeichnet),  $\underline{u}$  der Lösungsvektor und  $\underline{R}$  die Quell- und Senkenterme darstellen. Eine schnelle und effektive Möglichkeit zur Berechnung einer Näherungslösung, wie sie beispielsweise als Prädiktor-Schritt im Löser *bubbleFOAM* Verwendung findet, wird im Folgenden beschrieben.

Die dünnbesetzte Matrix  $\underline{\underline{A}}$  kann in einen diagonalen und einen nichtdiagonalen Anteil zerlegt werden, sodass

$$\left( \underline{\underline{Q}}_D + \underline{\underline{Q}}_N \right) \underline{u} = \underline{R} \quad (3.9)$$

gilt. Die Diagonalelemente  $\underline{\underline{Q}}_D$  enthalten die Koeffizienten der jeweiligen Kontrollvolumen und die Nichtdiagonalelemente  $\underline{\underline{Q}}_N$  beschreiben die Koppelung mit anderen Kontrollvolumina. Für die Bestimmung einer Näherungslösung wird die Matrix dahingehend vereinfacht, dass die Diagonalelemente implizit und die Nichtdiagonalelemente explizit behandelt werden. Dabei werden die Diagonalelemente mit der Geschwindigkeit des neuen Zeit-/Iterationsschrittes  $\underline{u}^{n+1}$  und die Nichtdiagonalelemente mit der bereits bekannten Geschwindigkeit  $\underline{u}^n$  multipliziert. Wird das Gleichungssystem nach  $\underline{u}^{n+1}$  aufgelöst, so ergibt sich

$$\underline{u}^{n+1} \approx \frac{\left( \underline{R} - \underline{\underline{Q}}_N \underline{u}^n \right)}{\underline{\underline{Q}}_D} \quad (3.10)$$

beziehungsweise

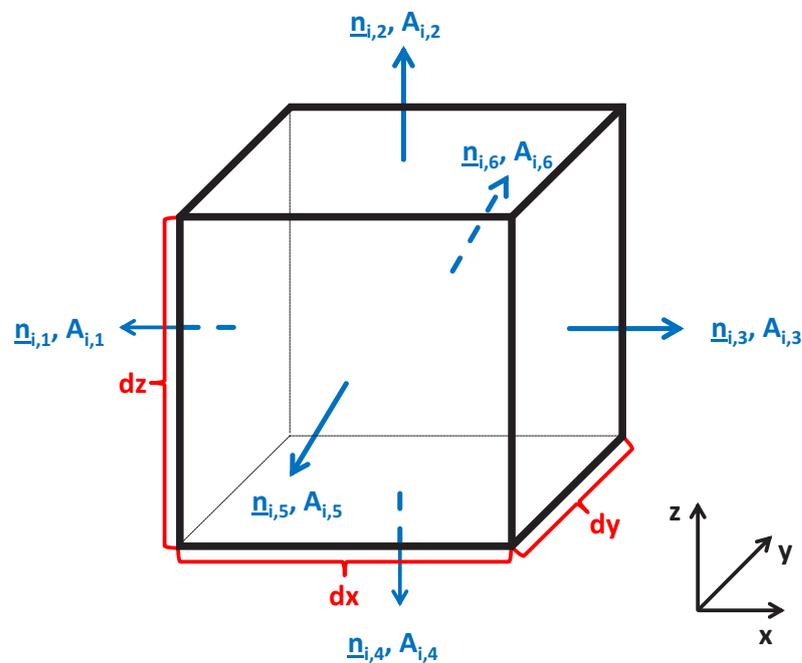
$$\underline{u}^{n+1} \approx \frac{\underline{\underline{Q}}_H}{\underline{\underline{Q}}_D} \quad . \quad (3.11)$$

Die Koppelung mit den benachbarten Kontrollvolumina sowie der Quellen-/Senkenvektor werden zum „H“-Teil  $\underline{\underline{Q}}_H$  zusammengefasst. Dieses numerische Verfahren wird auch als Jacobi-Verfahren bezeichnet. Die einfache Berechnung der Inversen der Diagonalmatrix macht dieses zu einem effektiven Hilfsmittel in der Bestimmung einer ersten, näherungsweise Lösung von  $\underline{u}$ .

## 3.4 Bilanzierung der Erhaltungsgrößen

### 3.4.1 Allgemeine Form der Erhaltungsgleichungen

Das physikalische Prinzip der Erhaltung einer skalaren Größe wird im Allgemeinen verwendet, um Strömungen zu berechnen. Die Bilanzierung einer Erhaltungsgröße stellt erforderliche mathematische Zusammenhänge zur Verfügung, die anschließend mit Hilfe numerischer Methoden gelöst werden. Als Bilanzierungsraum dient das sogenannte Kontrollvolumen, das heißt ein Volumenelement finiter Größe, welches sich in der allgemeinen Definition eines Quaders im kartesischen Koordinatensystem mit  $dV = dx dy dz$  ausdrücken lässt. Die Abbildung 3.2 beschreibt die Struktur eines Kontrollvolumens im dreidimensionalen Raum.



**Abbildung 3.2:** Kontrollvolumen  $V_i$  mit  $k$  Oberflächen  $A_{i,k}$  und den dazugehörigen Normalenvektoren  $\underline{n}_{i,k}$

In den Erhaltungsgleichungen werden im Allgemeinen die folgenden Anteile bilanziert:

- Speicherterm
- Konvektionsterm
- Diffusionsterm
- Quell- beziehungsweise Senkterme

Die Formulierung einer Erhaltungsgleichung gibt somit wieder, dass jede Änderung einer skalaren Größe  $\phi$  innerhalb des Kontrollvolumens mit einem Zu- oder Abfluss von Masse oder mit Quellen beziehungsweise Senken innerhalb des Kontrollvolumens zusammenhängt. Der Speicherterm beschreibt demnach die zeitliche Änderung der spezifischen Größe  $\phi$  innerhalb eines Kontrollvolumens, also ergibt sich für den dreidimensionalen Raum

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}dxdydz . \quad (3.12)$$

Mit dem Konvektionsterm wird der Transport der Größe  $\phi$  mit der zu- und abfließenden Masse  $\underline{J} = \rho\underline{u}$  über die Oberflächen des Kontrollvolumens durch

$$-\nabla \cdot (\underline{J}\phi)dxdydz = -\nabla \cdot (\rho\underline{u}\phi)dxdydz \quad (3.13)$$

ausgedrückt. Ein Transport von  $\phi$  kann ebenso durch Diffusion stattfinden, wobei Konzentrationsunterschiede von  $\phi$  die treibende Kraft darstellen. Unter der Voraussetzung, dass der Fluss von  $\phi$  proportional zu dessen negativen Konzentrationsgradient ist (Gradientenansatz), lässt sich dieser schreiben als

$$\underline{J}_d = -\Gamma_\phi (\nabla\phi) . \quad (3.14)$$

Wird diese zu- und abfließende Masse über alle Oberflächen des betrachteten Kontrollvolumens aufsummiert, so ergibt sich der Nettofluss

$$-\nabla \cdot (\underline{J}_d\phi)dxdydz = \nabla \cdot (\Gamma_\phi (\nabla\phi)) dxdydz . \quad (3.15)$$

Weiterhin können physikalische Vorgänge die Größe  $\phi$  erzeugen, abbauen oder schlicht aus einer anderen, beziehungsweise in eine andere Größe umwandeln. Im Allgemeinen lassen sich diese Prozesse durch einen algebraischen Ausdruck beschreiben.

$$S_\phi dxdydz \quad (3.16)$$

Volumenspezifisch, also dividiert durch das Kontrollvolumen  $dxdydz$ , ergibt sich die allgemeine Form der Erhaltungsgleichung zu

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho\underline{u}\phi) + \nabla \cdot (\Gamma_\phi (\nabla\phi)) + S_\phi \quad (3.17)$$

und ist bei Berücksichtigung aller Terme eine partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung. Durch Substitution der Variablen gemäß Tabelle 3.1 können die Erhaltungsgleichungen der jeweiligen Größen aufgestellt werden.

Erhaltungsgröße	Transportgröße $\phi$	Austausch- koeffizient $\Gamma_\phi$	Quelle/Senke $S_\phi$
Masse	1	-	-
Impuls	$u_1, u_2, u_3$	$\mu$	$S_{\text{Imp}}$
Energie	$h$	$\mu/Pr$	$S_{\text{Str}} + S_{\text{chem}}$
Stoff/Phase	$\alpha_\phi$	$D$	$S_{\alpha_\phi}$

**Tabelle 3.1:** Größen für die allgemeine Erhaltungsgleichung

Das jeweils betrachtete Strömungsproblem gibt vor, ob alle Terme berücksichtigt werden müssen oder einzelne Terme vernachlässigbar sind. Daher ist es von Bedeutung, ob es sich um ein- oder zweiphasige Strömungen handelt und ob Wärme- oder Stofftransport, Phasenübergänge oder chemische Reaktionen berücksichtigt werden müssen.

### 3.4.2 Erhaltungsgleichungen in der Zwei-Fluid-Formulierung

Während sich bei einer einphasigen Strömung das Gleichungssystem aus mindestens vier Erhaltungsgleichungen, das heißt aus der Masseerhaltung und der Impulserhaltung jeweils in x-, y- sowie z-Koordinatenrichtung, zusammensetzt, sind bei der Euler-Euler-Betrachtungsweise einer zweiphasigen Strömung mindestens sieben Gleichungen je Kontrollvolumen zu lösen. Für jede Phase werden die Erhaltungsgleichungen für den Impuls gelöst, wobei die Koppelung zwischen den Impulserhaltungsgleichungen der Phasen über Austauschterme beschrieben werden. Die Impulserhaltungsgleichungen für die drei Koordinatenrichtungen können jeweils durch eine Gleichung in Tensorschreibweise ausgedrückt werden. Die Erhaltungsgleichungen für die Masse beziehungsweise Phasenvolumenanteile sind im Normalfall so miteinander gekoppelt, dass diese lediglich für eine Phase gelöst werden muss. Für die Modellierung der Turbulenz sind weitere Erhaltungsgleichungen erforderlich, deren Anzahl vom verwendeten Turbulenzmodell abhängt. Eine gesonderte Betrachtung der Energieflüsse in Form der Energieerhaltung ist im Rahmen dieser Arbeit nicht erforderlich, da thermische und chemische Energieflüsse nicht berücksichtigt werden.

Für inkompressible Fluide ergeben sich für ein zweiphasiges Gemisch die Erhaltungsgleichungen für Impuls und Masse zu

$$\underbrace{\frac{\partial \alpha_\phi u_\phi}{\partial t}}_{\text{Speicherterm}} + \underbrace{\nabla \cdot (\alpha_\phi u_\phi u_\phi)}_{\text{Konvektionsterm}} + \underbrace{\nabla \cdot (\alpha_\phi \underline{\tau}_\phi)}_{\text{Diffusionsterm}} = - \underbrace{\frac{\alpha_\phi}{\rho_\phi} \nabla p}_{\text{Druckterm}} + \underbrace{\alpha_\phi \underline{g}}_{\text{statischer Auftrieb}} + \underbrace{\frac{m_\phi}{\rho_\phi}}_{\text{Interphasenaustausch}} \quad (3.18)$$

und

$$\underbrace{\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial t}}_{\text{Speicherterm}} + \underbrace{\nabla \cdot (\alpha_\varphi \underline{u}_\varphi)}_{\text{Konvektionsterm}} = 0, \quad (3.19)$$

wobei der Index  $\varphi$  für die jeweilige Phase a (disperse Phase) oder b (kontinuierliche Phase) steht. Der Spannungstensor ist bereits in den hydrostatischen Druck und den deviatorischen Anteil zerlegt, wobei letzterer in Abschnitt 3.4.4 behandelt wird. Die Größe  $\underline{m}_\varphi$  steht nicht wie gewöhnlich für die Masse, sondern für den Impulsaustausch zwischen den Phasen. Für eine zweiphasige Strömung gilt außerdem

$$\alpha_a + \alpha_b = 1. \quad (3.20)$$

Durch den Ausschluss von Massenübertragung zwischen den Phasen enthält die Gleichung 3.19 keine Quellen- und Senkenterme.

### 3.4.3 Turbulenz

Ein sich bewegendes Fluid wird anhand der Bewegungsart in eine laminare oder in eine turbulente Strömung eingeordnet. Eine laminare Strömung kann als eine Schichtenströmung betrachtet werden, bei der die einzelnen Schichten aneinander gleiten und keine Verwirbelungen oder Querströmungen auftreten. Die turbulenten Strömungen zeichnen sich dagegen durch die folgenden Eigenschaften aus:

- instationär und meist dreidimensional
- stark zufällig mit komplexen Strukturen
- starke Geschwindigkeits- und Druckschwankungen
- irreversibel dissipativ
- vergrößerte Austauschvorgänge durch Querströmungen
- Wirbel über einem weiten Bereich von Größenskalen.

Im Jahre 1883 stellte der Physiker Osborne Reynolds bei einem Färbeversuch in einer Wasserströmung fest, dass die Strömungsgeschwindigkeit den entscheidenden Einfluss auf die Strömungsform hat. Während sich in einem Rohr bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten eine laminare Strömung ausbildet, wird diese ab einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit instabil gegenüber kleinen Störungen. Reynolds definierte eine dimensionslose Kennzahl, die Reynolds-Zahl

$$Re := \frac{u l}{\nu} \quad (3.21)$$

wobei  $u$  die charakteristische Geschwindigkeit,  $l$  die charakteristische Länge und  $\nu$  die kinematische Viskosität sind. Reynolds ermöglichte dadurch die Beschreibung des Übergangs von der laminaren zur turbulenten Strömung mit Hilfe der kritischen Reynolds-Zahl  $Re_{krit}$ , die in Abhängigkeit von der durchströmten beziehungsweise umströmten Geometrie unterschiedliche Zahlenwerte annimmt.

Bei der turbulenten Strömung werden durch Instabilitäten in der Hauptströmung große Wirbel (Hauptwirbel) erzeugt, welche den größten Anteil der kinetischen (turbulenten) Energie in sich tragen. Durch Wechselwirkungen zwischen den Hauptwirbeln zerfallen diese unter Bildung immer kleinerer Wirbel (Wirbelkaskade), bis schließlich die kleinsten Turbulenzelemente die sogenannte Kolmogorov-Länge erreichen. In dieser Wirbelkaskade, auch als Kolmogorovsche Energiekaskade bezeichnet, wird die kinetische Energie der turbulenten Wirbel sukzessive in thermische Energie (molekulare Bewegung) dissipiert. Die Kolmogorov-Länge ist definiert durch

$$l_k = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (3.22)$$

wobei  $\nu$  die kinematische Viskosität und  $\varepsilon$  die später in diesem Abschnitt eingeführte Energiedissipationsrate darstellen.

Für die Berücksichtigung der Turbulenz in Strömungssimulationen gibt es verschiedene Ansätze. Die drei wichtigsten sind die Folgenden:

- Direkte numerische Simulation (**D**irect **N**umerical **S**imulation, DNS)
- Grobstruktursimulation (**L**arge **E**ddy **S**imulation, LES)
- Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (**R**eynolds **A**veraged **N**avier-**S**tokes, RANS)

Bei der direkten numerischen Simulation wird die Navier-Stokes-Gleichung verwendet, um die Bewegung eines viskosen Fluids, egal ob laminar oder turbulent, zu beschreiben. Da die Turbulenz in sehr kleinen Skalen stattfindet, räumlich sowie zeitlich, muss das Berechnungsgitter und die Dimension Zeit entsprechend fein aufgelöst werden. Es gilt, dass die räumliche Auflösung kleiner als die kleinsten Wirbel beziehungsweise die zeitliche Auflösung kleiner als die schnellste turbulente Schwankung sein sollen. Die direkte numerische Simulation bietet den Vorteil, dass keine Turbulenzmodelle verwendet werden müssen und somit keine Modellierungsfehler gemacht werden. Die praxisorientierte Anwendung der direkten Simulation ist unter Berücksichtigung der Leistungsfähigkeit aktueller und zukünftig verfügbarer Hochleistungsrechner nicht realistisch. Der numerische Aufwand steigt überproportional mit der Reynolds-Zahl, da bei größeren

Reynolds-Zahlen die Wirbel immer kleiner werden. Für die Berechnung isentroper Turbulenz gibt Fröhlich [2006] Anhaltspunkte für die notwendige räumliche Auflösung mit

$$N \propto Re_L^{9/4} \quad (3.23)$$

und für die notwendige zeitliche Auflösung mit

$$\Delta t \propto Re_L^{-3} \quad (3.24)$$

an, wobei sich die Reynolds-Zahl  $Re_L$  aus charakteristischen Turbulenzgrößen berechnet.

Bei der Grobstruktursimulation wird nur die Grobstruktur der Turbulenz direkt berechnet, während die Feinstruktur modelliert wird. Die beiden Strukturen werden durch eine Filterfunktion voneinander getrennt. Die größeren, energiereichen Wirbel bilden die Grobstruktur, die eine starke Abhängigkeit von der betrachteten Hauptströmung (Geometrie, Strömungsgeschwindigkeit, Medium, usw.) aufweist. Es gilt, dass die räumliche Auflösung kleiner als der kleinste Wirbel der Grobstruktur ist. Die kleinen, energiearmen und zahlreichen Wirbel, die die Feinstruktur bilden, müssen bei der LES nicht erfasst beziehungsweise aufgelöst werden. Die verwendeten Feinstrukturmodelle geben die Einflüsse der turbulenten Feinstruktur auf die Grobstruktur und die Abläufe in der Wirbelkaskade makroskopisch wieder. Durch das LES-Turbulenzmodell muss das richtige Maß an Dissipation bereitgestellt werden, damit genauso viel Energie dissipiert wird wie bei äquivalenten Wirbelgrößen bei einer DNS. Die Zeitschrittweite kann gemäß den Schwankungen der kleinsten aufgelösten Wirbel der Grobstruktur ebenfalls größer gewählt werden als bei der DNS.

Einen weiteren Weg erschließt die RANS-Modellierung, die den derzeit am weitesten verbreiteten Modellierungsansatz darstellt. Die turbulente Strömung wird auf eine statistische Betrachtungsweise zurückgeführt, das heißt die Strömungsgrößen werden separat nach ihrem Mittelwert und ihrer Schwankung betrachtet. Dadurch müssen die turbulenten Wirbel zeitlich wie räumlich nicht mehr aufgelöst werden. Die entsprechenden RANS-Turbulenzmodelle geben die makroskopischen Eigenschaften der Wirbelkaskade wieder und erlauben einen Rückschluss auf den Mittelwert der Hauptströmung und die turbulenten Schwankungen. Mit den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen werden die Geschwindigkeitskomponenten  $u_i$  und der Druck  $p$  jeweils in einen Mittelwert  $\bar{\phi}$  und einen Schwankungswert  $\phi'$  zerlegt, der für die statistisch stationäre Strömung den Zusammenhang

$$\phi_{(x,t)} = \bar{\phi}_{(x)} + \phi'_{(x,t)} \quad (3.25)$$

ergibt. Der Mittelwert  $\bar{\phi}$  wird über einen genügend großen Zeitraum  $\Delta t$  gemittelt.

$$\bar{\phi}_{(x)} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \phi_{(x,t)} dt \quad (3.26)$$

Für die Reynolds-gemittelten Größen gelten die folgenden Rechenregeln:

$$\overline{f'} = 0 \quad (3.27)$$

$$\overline{f'g'} = 0 \quad (3.28)$$

$$\overline{f'g} = \overline{f} \overline{g} \quad (3.29)$$

$$\overline{f'g'} \neq \overline{f} \overline{g} \neq 0 \quad (3.30)$$

Die Erhaltungsgleichungen 3.18 und 3.19 ergeben sich mit den Reynolds-gemittelten Variablen  $\underline{u}$  und  $p$ , wobei Viskositätsschwankungen, Dichteschwankungen sowie die Schwankung der Phasen-volumenanteile im Allgemeinen nicht berücksichtigt werden, und der darauffolgenden Mittelung der beiden Gleichungen zu

$$\frac{\partial \alpha_\varphi \overline{u}_\varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_\varphi \overline{u}_\varphi \overline{u}_\varphi + \alpha_\varphi \overline{u'_\varphi u'_\varphi}) + \nabla \cdot (\alpha_\varphi \underline{\tau}_\varphi) = -\frac{\alpha_\varphi}{\rho_\varphi} \nabla \overline{p} + \alpha_\varphi \underline{g} + \frac{m_\varphi}{\rho_\varphi} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_\varphi \overline{u}_\varphi) = 0 \quad (3.32)$$

Die Schwankungsgröße  $\nabla (\alpha_\varphi \overline{u'_\varphi u'_\varphi})$  beschreibt die Nichtlinearität der Turbulenz und wird auch als Reynoldssche Spannungen bezeichnet. Das Ziel der Turbulenzmodelle ist die Erfassung dieser Schwankungsgröße, wobei die Reynoldsschen Spannungen entweder über exakte Gleichungen abgeleitet oder über einen Gradientenansatz berechnet werden. Der erste Weg, die Anwendung von sogenannten Reynolds-Spannungs-Modellen (RSM), ist mit erheblichem Rechenaufwand verbunden und wird daher nur selten verwendet. Eine wesentliche Eigenschaft der RSM ist die Berechnung anisotroper Turbulenz. Beim Gradientenansatz muss dagegen nur ein Minimum an zusätzlichen Transportgleichungen gelöst werden, da hier empirische beziehungsweise halbempirische Bestimmungsgleichungen verwendet werden und die Turbulenz vereinfachend als isotropes, also richtungsunabhängiges Phänomen betrachtet wird. Gerade bei großen Berechnungsgebieten und einfachen Strömungsproblemen bietet der Gradientenansatz erhebliche Vorteile und findet daher vorwiegend Verwendung.

Die Annahme isotroper Turbulenz ermöglicht die Beschreibung der Turbulenz mit einer Schwankungsgröße

$$\overline{u'_{\varphi,x} u'_{\varphi,x}} = \overline{u'_{\varphi,y} u'_{\varphi,y}} = \overline{u'_{\varphi,z} u'_{\varphi,z}} = \frac{\overline{u'_\varphi u'_\varphi}}{3} \quad (3.33)$$

Dem Gradientenansatz liegt die Wirbelviskositätshypothese nach Boussinesq zugrunde. Für die Reynoldsschen Spannungen gilt somit

$$\overline{u'_\varphi u'_\varphi} = \Gamma_{u_\varphi,t} \nabla \overline{u}_\varphi \quad (3.34)$$

Der über den Geschwindigkeitsgradientenansatz und die Wirbelviskositätshypothese nach Boussinesq entwickelte Zusammenhang nach Gleichung 3.34 für die Schwankungsgröße und der Newtonsche Schubspannungsansatz für die Schubspannung  $\underline{\underline{\tau}} = \nu \nabla \underline{u}$  weisen formal die gleiche Struktur auf, sodass die turbulenten Schwankungen als diffusiver Impulsfluss behandelt werden. Die molekulare Viskosität  $\nu$  kann daher um einen turbulenten Anteil ergänzt werden, was in Bezug auf die Gleichung 3.18 einer Erweiterung des viskosen Spannungsterms  $\nabla \cdot (\alpha_\phi \underline{\underline{\tau}}_\phi)$  um die Reynoldsschen Spannungen zum effektiven Spannungsterm  $\nabla \cdot (\alpha_\phi \underline{\underline{\tau}}_{\text{eff},\phi})$  darstellt. Für den reinen Impulstransport wird der turbulente Austauschkoefizient  $\Gamma_{\underline{u},t}$  als turbulente Viskosität  $\nu_t$  bezeichnet und ergibt, addiert mit der molekularen Viskosität, die effektive Viskosität  $\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t$ .

Während die molekulare (laminare) Viskosität eine stoffabhängige Größe ist, wird mit der turbulenten Viskosität die Struktur der Turbulenz über deren Geschwindigkeitsgradienten beschrieben. Für den Transport skalarer Größen  $\phi$  lässt sich der turbulente Austauschkoefizient beschreiben durch

$$\Gamma_{\phi,t} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} . \quad (3.35)$$

Die turbulente Schmidt-Prandtl-Zahl  $\sigma_t$  einer passiv transportierten Größe  $\phi$  ist eine rein empirische Konstante, die den turbulenten Skalartransport beschreibt [vgl. Görner, 1991].

Im Löser *bubbleFOAM* wird die Turbulenz nur für die kontinuierliche Phase b modelliert und berechnet. Es kommt ein Zwei-Gleichungs-Modell in Anlehnung an Launder und Spalding [1974] zum Einsatz, wobei die zusätzliche Produktion von Turbulenzenergie in Zweiphasenströmungen, wie sie beispielsweise von Gosman u. a. [1992] oder Janssens-Maenhout [1999] beschrieben wird, nicht berücksichtigt wird. In den Gleichungen 3.36 und 3.37 werden die in *bubbleFOAM* implementierten Erhaltungsgleichungen für die kinetische Turbulenzenergie und die Dissipationsrate dargestellt.

$$\nabla (\underline{\underline{u}}_b \kappa_b) - \nabla (\sigma_\kappa \nu_{\text{eff},b} \nabla \kappa_b) = \alpha_b G_b - \alpha_b \varepsilon_b \quad (3.36)$$

$$\nabla (\underline{\underline{u}}_b \varepsilon_b) - \nabla (\sigma_\varepsilon \nu_{\text{eff},b} \nabla \varepsilon_b) = C_1 \alpha_b G_b \frac{\varepsilon_b}{\kappa_b} - C_2 \alpha_b \frac{\varepsilon_b^2}{\kappa_b} . \quad (3.37)$$

Der Produktionsterm  $G_b$  ist wie folgt definiert

$$G_b = 2\nu_{t,b} \nabla \underline{\underline{u}}_b : \text{dev}(\text{symm}(\nabla \underline{\underline{u}}_b)) . \quad (3.38)$$

Die beiden Erhaltungsgleichungen für die turbulenten Transportgrößen entsprechen nicht den in der Literatur gewöhnlich verwendeten Ansätzen<sup>1</sup>.

Die effektive Viskosität der kontinuierlichen Phase berechnet sich somit aus der Summe der molekularen und der turbulenten Viskosität

$$\nu_{\text{eff},b} = \nu_b + \nu_{t,b} \quad , \quad (3.39)$$

wobei sich die turbulente Viskosität mit Hilfe der Prandtl-Kolmogorov-Beziehung aus den beiden Transportgrößen  $\kappa_b$  und  $\varepsilon_b$  mit

$$\nu_{t,b} = C_\mu \frac{\kappa_b^2}{\varepsilon_b} \quad (3.40)$$

berechnet. Die Viskosität für die disperse Phase wird mit Hilfe des turbulenten Schwankungskoeffizienten  $C_t$  berechnet. Dieser Koeffizient wird aus dem Verhältnis der Geschwindigkeitsfluktuation der dispersen Phase zu der der kontinuierlichen Phase berechnet mit

$$C_t = \frac{u'_a}{u'_b} \quad (3.41)$$

und gibt somit Auskunft über die unterschiedliche Intensität der Turbulenz in beiden Phasen. Mit der Definition  $\kappa_a = C_t^2 \kappa_b$  nach Rusche [2002] ergeben sich für die turbulente Viskosität der dispersen Phase

$$\nu_{t,a} = C_t^2 \nu_{t,b} \quad (3.42)$$

sowie für die effektive Viskosität der dispersen Phase

$$\nu_{\text{eff},a} = \nu_a + C_t^2 \nu_{t,b} \quad . \quad (3.43)$$

Die Konstanten für das verwendete Turbulenzmodell entsprechen den häufig in der Literatur verwendeten Werten und sind in Tabelle 3.2 dargestellt. Rusche [2002] untersuchte in seiner Arbeit auch die Modellierung des Koeffizienten  $C_t$  für zweiphasige Strömungen.

<sup>1</sup> In der vorliegenden Arbeit wurde der Löser *bubbleFOAM* aus der *OpenFOAM*-Plattform verwendet. Das enthaltene Zwei-Gleichungs-Modell für die turbulenten Erhaltungsgrößen ist nicht dokumentiert. Da die Aufgabenstellung kein Anspruch auf die exakte Wiedergabe der physikalischen Phänomene (Experimente) an den mit *bubbleFOAM* ermittelten Simulationsergebnissen erhebt, wird an dieser Stelle nicht weiter auf die Herkunft dieses Gleichungsmodells eingegangen.

$\sigma_\kappa$	$\sigma_\varepsilon$	$C_1$	$C_2$	$C_\mu$	$C_t$
1,0	0,77	1,44	1,92	0,09	1,0

**Tabelle 3.2:** Konstanten für das verwendete Turbulenzmodell

### 3.4.4 Diffusiver Impulstransport

In Gleichung 3.18 beschreibt der dritte Term auf der linken Seite den diffusiven Impulstransport. Die Ursache dieses Impulstransportes ist die Viskosität der Fluide, die jeder Relativbewegung von Fluidschichten in Form von Scherkräften entgegenwirkt. Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben kann der laminare Spannungstensor bei turbulenten Strömungen erweitert werden, sodass der effektive Spannungstensor  $\underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}$  beide Phänomene zusammen beschreibt. Der laminare Spannungstensor  $\underline{\tau}_{\varphi}$  beschreibt den Spannungszustand newtonscher, inkompressibler Fluide unter Berücksichtigung der Reynolds-gemittelten Geschwindigkeit mit

$$\underline{\tau}_{\varphi} = -\nu_{\varphi} \left( \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi} + \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{\bar{u}}_{\varphi} \underline{I} \right) \quad (3.44)$$

und der Reynoldssche Spannungstensor  $\underline{\tau}_{t,\varphi}$  die turbulente Viskosität nach der Wirbelviskositäts-Approximation von Boussinesq mit

$$\underline{\tau}_{t,\varphi} = -\nu_{t,\varphi} \left( \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi} + \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{\bar{u}}_{\varphi} \underline{I} \right) + \frac{2}{3} \kappa_{\varphi} \underline{I} . \quad (3.45)$$

Beide Spannungen werden im Allgemeinen zum effektiven Spannungstensor  $\underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}$  zusammengefasst, sodass im Weiteren

$$\underline{\tau}_{\text{eff},\varphi} = -\nu_{\text{eff},\varphi} \left( \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi} + \nabla \underline{\bar{u}}_{\varphi}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{\bar{u}}_{\varphi} \underline{I} \right) + \frac{2}{3} \kappa_{\varphi} \underline{I} \quad (3.46)$$

verwendet wird.

Mit den für die Turbulenz und den diffusiven Impulstransport beschriebenen mathematischen Beziehungen lässt sich die Impulserhaltungsgleichung gemäß Gleichung 3.18 schreiben als

$$\frac{\partial \alpha_{\varphi} \underline{\bar{u}}_{\varphi}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_{\varphi} \underline{\bar{u}}_{\varphi} \underline{\bar{u}}_{\varphi}) + \nabla \cdot (\alpha_{\varphi} \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}) = -\frac{\alpha_{\varphi}}{\rho_{\varphi}} \nabla \bar{p} + \alpha_{\varphi} \underline{g} + \frac{m_{\varphi}}{\rho_{\varphi}} . \quad (3.47)$$

Die Formulierung der Impulsbilanz nach Gleichung 3.47 erfüllt jedoch nicht die Anforderungen eines Gleichungssystems an dessen Robustheit. In Gebieten mit Phasenseparation, also  $\alpha_{\varphi} \rightarrow 0$ ,

wird die Lösung des Gleichungssystems singulär, was zu sehr hohen Geschwindigkeitsfluktuationen führt. Diese Form der numerischen Instabilität wurde von Oliveira und Issa [2003] untersucht und mit der phasenspezifischen Impulserhaltungsgleichung eine Lösung erarbeitet. Die jeweilige Impulserhaltungsgleichung wird durch dessen Phasenvolumenanteil  $\alpha_\varphi$  dividiert. Auf dieser Formulierung basiert auch *bubbleFOAM*. Die phasenspezifische Impulserhaltungsgleichung in der nichtkonservativen Form ist implementiert in der Form

$$\frac{\partial \bar{u}_\varphi}{\partial t} + \bar{u}_\varphi \cdot \nabla \bar{u}_\varphi + \frac{\nabla \alpha_\varphi}{\alpha_\varphi} \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi} + \nabla \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi} = -\frac{\nabla \bar{p}}{\rho_\varphi} + \underline{g} + \frac{m_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} . \quad (3.48)$$

### 3.4.5 Impulsaustausch zwischen den Phasen

Die physikalischen Phänomene, die den Impulsaustausch zwischen den Phasen beschreiben, werden in der Gleichung 3.48 auf der rechten Seite durch den Term  $\frac{m_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi}$  repräsentiert. Dieser setzt sich aus dem Strömungswiderstand, dem dynamischen Auftrieb und der Kraft der virtuellen Masse zusammen, die bei einer relativen Geschwindigkeit der dispersen Phase zur kontinuierlichen Phase auftreten können. Somit kann über die Betrachtung der Kräftebilanz zwischen den Phasen der folgende Zusammenhang hergeleitet werden:

$$\frac{m_\varphi V}{\alpha_\varphi} = \underline{f}_{\text{W}} + \underline{f}_{\text{A}} + \underline{f}_{\text{vM}} + \cancel{\underline{f}_{\text{andere}}} . \quad (3.49)$$

Weitere physikalische Effekte wie beispielsweise die Basset-Kraft und die Magnus-Kraft, zusammengefasst im Term  $\underline{f}_{\text{andere}}$ , werden jedoch in der Praxis wie auch in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt. Die turbulente Diffusionskraft, die beim Vorhandensein mehrerer Blasen und den dadurch bedingten höheren Turbulenzgrad beziehungsweise Geschwindigkeitschwankungen in der kontinuierlichen Phase begründet ist, wird ebenfalls nicht berücksichtigt. In Ziegenhein u. a. [2013] wurde die turbulente Diffusionskraft mit verschiedenen Modellansätzen in einem kommerziellen CFD-Programm untersucht. Die bei höheren Relativgeschwindigkeiten auftretenden Deformationseffekte der dispersen Phase finden keine Berücksichtigung, sodass alle Partikel als kugelförmig und mit konstantem Durchmesser behandelt werden.

Im Folgenden werden die Modellansätze für die genannten Phänomene in ihren Grundzügen beschrieben; eine umfangreiche Beschreibung der Phänomenologie ist beispielsweise in Sankaranarayanan u. a. [2002] und Buwa und Ranade [2002] gegeben. Die Ansätze werden in der Literatur häufig verwendet, sind jedoch nur für geringe Volumenanteile der dispersen Phase hinreichend genau. In Abbildung 3.3 sind die modellierten Kräfte jeweils anhand eines angeströmten Partikels dargestellt.

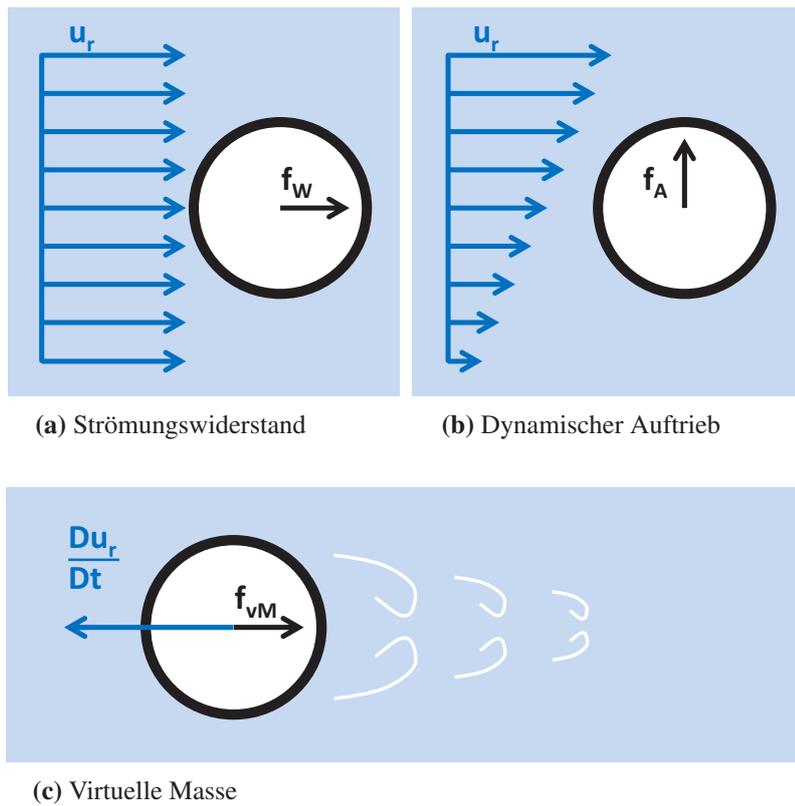


Abbildung 3.3: Impulsaustausch zwischen den Phasen

### 3.4.5.1 Widerstandskraft

Die Widerstandskraft  $f_W$  beschreibt den Strömungswiderstand eines Partikels bei einer Relativgeschwindigkeit  $\underline{u}_r = \underline{u}_a - \underline{u}_b$  zwischen disperser und kontinuierlicher Phase und wirkt stets parallel zur Relativgeschwindigkeit  $\underline{u}_r$ . In Abbildung 3.3 (a) ist die Widerstandskraft dargestellt.

Die Widerstandskraft berechnet sich für umströmte kugelförmige Körper mit

$$\underline{f}_W = -\frac{1}{2} \rho_b c_W S |\underline{u}_r| \underline{u}_r \quad (3.50)$$

wobei der dimensionslose Widerstandsbeiwert  $c_W$  eine empirische Größe ist, die in Abhängigkeit von der Partikel-Reynolds-Zahl  $Re_\varphi = \frac{|\underline{u}_r| d_\varphi}{\nu_*}$  durch verschiedene Modellansätze beschrieben werden kann. Während der Index  $\varphi$  für die behandelte (hier: disperse) Phase steht, bezieht sich der Index  $*$  auf die jeweils andere (hier: kontinuierliche) Phase. Häufig wird der relativ einfache Ansatz von Schiller und Naumann [1933] verwendet, der in vielen praxisorientierten Problemstellungen eine zufriedenstellende Genauigkeit bietet. Streng genommen gilt dieser Ansatz allerdings

nur für die laminare Anströmung einer starren Kugel, was für die in dieser Arbeit betrachteten Strömungsprobleme eine zulässige Vereinfachung darstellt. Nach diesem Modellansatz wird der Widerstandsbeiwert berechnet mit

$$c_W = \frac{24}{Re_\varphi} (1 + 0,15 Re_\varphi^{0,687}) \quad \text{für } Re_\varphi \leq 10^3 \quad . \quad (3.51)$$

Mit den zu erwartenden Relativgeschwindigkeiten zwischen disperser und kontinuierlicher Phase ist die Bedingung für eine kugelförmige Gestalt  $We \ll 1$  erfüllt. Die Weber-Zahl  $We = \rho_b u_r^2 d_a / \sigma_O$  beschreibt das Verhältnis der Trägheitskräfte zur Oberflächenspannung. Eine weitere Einschränkung dieses Modellansatzes ist die Betrachtung einer einzelnen Kugel beziehungsweise eines einzelnen kugelförmigen Partikels ohne Berücksichtigung von Blasen-schwärmen bei höheren Volumenanteilen der dispersen Phase.

### 3.4.5.2 Auftriebskraft

Die Auftriebskraft  $\underline{f}_A$  beschreibt den dynamischen Auftrieb eines Partikels aufgrund einer über den Querschnitt des Partikels unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeit und wird auch als Saffman-Kraft bezeichnet. Diese Scherströmung verursacht eine ungleichmäßige Anströmung des kugelförmigen Partikels und führt zu einer Querkraft, die stets orthogonal zur Relativgeschwindigkeit  $\underline{u}_r$  und orthogonal zur Rotation des Geschwindigkeitsfeldes  $rot(\underline{u}_b)$  der kontinuierlichen Phase wirkt. Sie berechnet sich mit

$$\underline{f}_A = -c_A \rho_b V \underline{u}_r \times (\nabla \times \underline{u}_b) \quad (3.52)$$

und ist in Abbildung 3.3 (b) dargestellt. Durch das Geschwindigkeitsprofil in Wandnähe werden die Partikel weiter an die Wand gedrückt, was durch die sogenannte „Wall Lubrication Force“ verhindert werden kann. Ist diese Korrektur der Auftriebskraft wie in *bubbleFOAM* nicht implementiert, so kann eine Ansammlung von Partikeln an der Wand gegebenenfalls durch die Randbedingung  $\alpha_{a,Wand} = 0$  verhindert werden.

### 3.4.5.3 Kraft der virtuellen Masse

Die virtuelle Massenkraft  $\underline{f}_{vM}$  beschreibt die Massenträgheit der kontinuierlichen Phase und tritt bei Beschleunigung der dispersen Phase relativ zur kontinuierlichen Phase auf, das heißt es ändert sich das Geschwindigkeitsprofil der Relativgeschwindigkeit  $\underline{u}_r$ . In der unmittelbaren Nähe des Partikels wird ein gewisser Anteil der umgebenden Fluidmasse entlang des Partikelpfades mitbeschleunigt und führt durch dessen Massenträgheit zu einer zusätzlich aufzubringenden Arbeit,

die sich, wie in Abbildung 3.3 (c) veranschaulicht, durch eine der Beschleunigung entgegengerichteten Kraft auswirkt. Für die Berechnung der Geschwindigkeitsänderung der dispersen Phase relativ zur kontinuierlichen Phase findet die substantielle Ableitung Verwendung.

$$\frac{D_\varphi \Theta}{Dt} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \bar{\underline{u}}_\varphi \cdot \nabla \Theta \quad (3.53)$$

Somit lässt sich die virtuelle Massenkraft mit dem folgenden Zusammenhang berechnen:

$$\underline{f}_{\text{vM}} = -c_{\text{vM}} \rho_b V \left( \frac{D_a \bar{\underline{u}}_a}{Dt} - \frac{D_b \bar{\underline{u}}_b}{Dt} \right) . \quad (3.54)$$

### 3.4.6 Phasenseparation und Phaseninversion

In der bisherigen Diskussion der Gleichungen und der Phänomenologie wurde von einer eindeutigen und statischen Definition für disperse und kontinuierliche Phase ausgegangen. Die Volumenanteile der Phasen a und b konnten daher mit  $\alpha_a < \alpha_b$  eingeschränkt werden. Im Fall der Phaseninversion  $\alpha_a > \alpha_b$  ist diese Definition nicht mehr eindeutig, da im Berechnungsgebiet beispielsweise die Phase a an einem Ort als disperse Phase ( $\alpha_a < 0,5$ ) und zeitgleich an einem anderen Ort im Berechnungsgebiet als kontinuierliche Phase ( $\alpha_a > 0,5$ ) vorliegt. Auch im Grenzfall der vollständigen Phasenseparation ist die Definition einer kontinuierlichen und einer dispersen Phase nicht trivial. Fasst man die im vorangegangenen Abschnitt erläuterten Beiträge zum Impulsaustausch zwischen den Phasen exemplarisch für die Phase a zusammen, so wurde die Phase b eindeutig als kontinuierliche Phase behandelt. Gemäß Gleichung 3.49 mit  $f_{\text{andere}} = 0$  ergibt sich für die Phase a

$$\begin{aligned} \frac{\underline{m}_a V}{\alpha_a} = & -\frac{1}{2} \rho_b c_{\text{WS}} S |\bar{\underline{u}}_r| \bar{\underline{u}}_r && \text{Widerstand} \\ & - c_A \rho_b V \bar{\underline{u}}_r \times (\nabla \times \bar{\underline{u}}_b) && \text{Auftrieb} \\ & - c_{\text{vM}} \rho_b V \left( \frac{D_a \bar{\underline{u}}_a}{Dt} - \frac{D_b \bar{\underline{u}}_b}{Dt} \right) && \text{virtuelle Masse} \end{aligned} \quad (3.55)$$

und gemäß dem dritten Newtonschen Axiom geht der Term  $\underline{m}_a$  betragsgleich mit anderem Vorzeichen in die Impulsbilanz der Phase b ein, es folgt daher:

$$\underline{m}_a = -\underline{m}_b . \quad (3.56)$$

Tritt bei einer zweiphasigen Strömung eine Phaseninversion  $\alpha_a > \alpha_b$  auf, kann der Impulsaustausch zwischen den Phasen nicht mehr korrekt wiedergegeben werden. Aus diesem Grund werden die für die jeweiligen Phasen spezifischen Variablen linear mit dem jeweils anderen Phasenanteil multipliziert, sodass bei  $\alpha_\varphi \rightarrow 0$  die Phase  $\varphi$  als dispers berücksichtigt wird. Die Kraft der virtuellen Masse wurde jedoch gemäß ihrer ursprünglichen Definition in der festen Zuordnung

(Phase a ist dispers) belassen. Weiterhin wurden alle Kräfte mit dem Vorfaktor  $\alpha_\phi \alpha_*$  überblendet. Nach Weller [2005] ergibt sich damit exemplarisch für die Phase a der Impulsaustausch  $\underline{m}_a$  zu

$$\begin{aligned} \underline{m}_a = & -\frac{3}{4} \alpha_a \alpha_b \left( \alpha_b \frac{c_{W_a} \rho_b}{d_a} + \alpha_a \frac{c_{W_b} \rho_a}{d_b} \right) |\underline{u}_r| \underline{u}_r && \text{Widerstand} \\ & - \alpha_a \alpha_b c_A (\alpha_b \rho_b + \alpha_a \rho_a) \underline{u}_r \times (\nabla \times \underline{u}_b) && \text{Auftrieb} \\ & - \alpha_a \alpha_b c_{vM} \rho_b \left( \frac{D_a \underline{u}_a}{Dt} - \frac{D_b \underline{u}_b}{Dt} \right) && \text{virtuelle Masse} \end{aligned} \quad (3.57)$$

und ist auch beschränkt in den Grenzen  $\lim_{\alpha_\phi \rightarrow 0} \frac{m_\phi}{\alpha_\phi \rho_\phi} \neq \infty$ . Die Gleichung 3.57 beschreibt den Impulsaustausch zwischen den Phasen qualitativ über den gesamten Wertebereich der Volumenanteile ohne dem Anspruch hoher Genauigkeit zu genügen. Die getroffenen Vereinfachungen mit den konstanten Koeffizienten  $c_A$  und  $c_{vM}$  und dem festen Modellansatz für den Widerstandsbeiwert  $c_W$  sind hinreichend genau für die in dieser Arbeit untersuchten Strömungsprobleme, jedoch können diese nicht als allgemeingültig betrachtet werden.

### 3.4.7 Zusammenfassung des Gleichungssystems

Mit den in diesem Kapitel beschriebenen Modellen, Annahmen und Formulierungen können die Erhaltungsgleichungen in die in *bubbleFOAM* implementierte Schreibweise überführt werden. Der Impulsaustausch zwischen den Phasen wurde detailliert erläutert, sodass die Impulserhaltungsgleichung 3.48 vollständig beschrieben werden kann. Die Impulserhaltungsgleichung wird anschließend mit der Druckgleichung für die Anwendung eines Druckkorrekturverfahrens vorbereitet. Schließlich wird die Bestimmung der Phasenanteile über die Spezienerhaltung beschrieben.

#### 3.4.7.1 Formulierung des Spannungstensors

Der effektive Spannungstensor  $\underline{\tau}_{\text{eff},\phi}$  lässt sich besser diskretisieren, wenn der diffusive Anteil separiert wird. Es bleibt ein nicht implizit behandelbarer Rest, der Spannungstensor wird also geschrieben als

$$\underline{\tau}_{\text{eff},\phi} = \underline{\tau}_{\text{eff},\phi}^d + \underline{\tau}_{\text{eff},\phi}^r \quad (3.58)$$

mit dem diffusiven Anteil

$$\underline{\tau}_{\text{eff},\phi}^d = -\nu_{\text{eff},\phi} \nabla \underline{u}_\phi \quad (3.59)$$

und dem restlichen Anteil

$$\underline{\tau}_{\text{eff},\phi}^r = -\nu_{\text{eff},\phi} \left( \nabla \underline{u}_\phi^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{u}_\phi \underline{I} \right) + \frac{2}{3} \kappa_\phi \underline{I} . \quad (3.60)$$

Der diffusive Anteil des Spannungstensors kann implizit behandelt werden, während der restliche Anteil des Spannungstensors  $\underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}^r$  nur explizit in das Gleichungssystem eingebunden werden kann.

### 3.4.7.2 Impuls

Die Gleichungen 3.48, 3.57 und 3.58 zusammenfassend kann die Impulserhaltungsgleichung mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_\varphi}{\partial t} + \bar{u}_\varphi \cdot \nabla \bar{u}_\varphi - \nabla \cdot (\mathbf{v}_{\text{eff},\varphi} \nabla \bar{u}_\varphi) - \mathbf{v}_{\text{eff},\varphi} \frac{\nabla \alpha_\varphi}{\alpha_\varphi} \cdot \nabla \bar{u}_\varphi + \nabla \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}^r \\ + \frac{\nabla \alpha_\varphi}{\alpha_\varphi} \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}^r = -\frac{\nabla \bar{p}}{\rho_\varphi} + \underline{g} + \frac{\alpha_*}{\rho_\varphi} \left( a_W \bar{u}_r + a_A + a_{vM} \left( \frac{D_a \bar{u}_a}{Dt} - \frac{D_b \bar{u}_b}{Dt} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

und den Koeffizienten

$$\begin{aligned} a_W &= -\frac{3}{4} \left( \alpha_b \frac{c_{W_a} \rho_b}{d_a} + \alpha_a \frac{c_{W_b} \rho_a}{d_b} \right) |\bar{u}_r| && \text{Widerstand} \\ a_A &= -c_A (\alpha_b \rho_b + \alpha_a \rho_a) \bar{u}_r \times (\nabla \times \bar{u}_b) && \text{Auftrieb} \\ a_{vM} &= -c_{vM} \rho_b && \text{virtuelle Masse} \end{aligned} \quad (3.62)$$

beschrieben werden. Mit Einsetzen der substantiellen Ableitung  $\frac{D_\varphi \bar{u}_\varphi}{Dt}$  gemäß Gleichung 3.53 können die Impulserhaltungsgleichungen schließlich formuliert werden für die disperse Phase a

$$\begin{aligned} \left( 1 - \frac{\alpha_b}{\rho_a} a_{vM} \right) \left( \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} + \bar{u}_a \cdot \nabla \bar{u}_a \right) - \nabla \cdot (\mathbf{v}_{\text{eff},a} \nabla \bar{u}_a) - \mathbf{v}_{\text{eff},a} \frac{\nabla \alpha_a}{\alpha_a} \cdot \nabla \bar{u}_a \\ + \nabla \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},a}^r + \frac{\nabla \alpha_a}{\alpha_a} \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},a}^r \\ = -\frac{\nabla \bar{p}}{\rho_a} + \underline{g} + \frac{\alpha_b}{\rho_a} \left( a_W \bar{u}_r + a_A - a_{vM} \frac{D_b \bar{u}_b}{Dt} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

und analog für die kontinuierliche Phase b

$$\begin{aligned} \left( 1 - \frac{\alpha_a}{\rho_b} a_{vM} \right) \left( \frac{\partial \bar{u}_b}{\partial t} + \bar{u}_b \cdot \nabla \bar{u}_b \right) - \nabla \cdot (\mathbf{v}_{\text{eff},b} \nabla \bar{u}_b) - \mathbf{v}_{\text{eff},b} \frac{\nabla \alpha_b}{\alpha_b} \cdot \nabla \bar{u}_b \\ + \nabla \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},b}^r + \frac{\nabla \alpha_b}{\alpha_b} \cdot \underline{\tau}_{\text{eff},b}^r \\ = -\frac{\nabla \bar{p}}{\rho_b} + \underline{g} + \frac{\alpha_a}{\rho_b} \left( -a_W \bar{u}_r - a_A - a_{vM} \frac{D_a \bar{u}_a}{Dt} \right) . \end{aligned} \quad (3.64)$$

In dieser Formulierung sind die Impulserhaltungsgleichungen in *bubbleFOAM* implementiert.

### 3.4.7.3 Druck

Bei zweiphasigen Strömungen existieren mehr Freiheitsgrade für die Formulierung der Druckgleichung als dies bei einphasigen Strömungen der Fall ist. In Carver [1984] wurde eine Linearkombination der Phasen-Erhaltungsgleichungen entwickelt, die eine stabile Variante für die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung darstellt. Da sich bei der Massenerhaltung gezeigt hat, dass die Phase mit der geringeren Dichte einen großen Einfluss auf die Druckverteilung besitzt, wurde diese durch die Volumenerhaltung ersetzt. Dies führt zur Divergenzfreiheit des Gemischflusses  $\Phi = \bar{u}_f \cdot \underline{S}$  über die Oberflächen. Der Vektor  $\underline{S}$  beschreibt den Normalenvektor der Oberfläche, dessen Betrag  $|\underline{S}|$  die jeweilige Fläche  $S$ . In Rusche [2002] wird die Herleitung der Druckgleichung mit den aus der Impulserhaltungsgleichung ausgegliederten Termen detailliert erläutert, die sich schließlich zu

$$\begin{aligned}
 & \nabla \cdot \left( \left( \frac{\alpha_{a,f}}{\rho_a \underline{Q}_{\underline{D},a,f}} + \frac{\alpha_{b,f}}{\rho_b \underline{Q}_{\underline{D},b,f}} \right) S \nabla_f \bar{p} \right) \\
 &= \nabla \cdot \left( \bar{u}_f \cdot \underline{S} + \left( \frac{\alpha_{b,f}}{\underline{Q}_{\underline{D},b,f}} + \frac{\alpha_{a,f}}{\underline{Q}_{\underline{D},a,f}} \right) \underline{g} S \right) \\
 &+ \nabla \cdot \left( \alpha_{a,f} \left( \Phi_{\text{korrr,a}} + \frac{\alpha_{b,f} a_W}{\rho_a \underline{Q}_{\underline{D},a,f}} \Phi_b \right) \right) \\
 &+ \nabla \cdot \left( \alpha_{b,f} \left( \Phi_{\text{korrr,b}} + \frac{\alpha_{a,f} a_W}{\rho_b \underline{Q}_{\underline{D},b,f}} \Phi_a \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

ergibt.

Die Korrektur des Geschwindigkeitsfeldes erfolgt in *bubbleFOAM* mit dem PIMPLE-Algorithmus.

### 3.4.7.4 Masse und Phasenteile

Die Massen- beziehungsweise Spezienerhaltung wurde mit Gleichung 3.19 eingeführt. Die Erfüllung der Kontinuitätsgleichung wird durch ein Druckkorrekturverfahren sichergestellt, sodass nun die Phasenerhaltung im Vordergrund steht. Essentiell für die Berechnung des Strömungsfeldes ist die Beschränkung der Volumenanteile mit  $0 \leq \alpha_\varphi \leq 1$  unter Berücksichtigung der Gleichung 3.20. Indem die Phasenerhaltungsgleichung mit konservativen und in  $\alpha_\varphi$  beschränkten Termen ausgedrückt wird, kann bei einer voll impliziten Lösung die erforderliche Beschränktheit in  $\alpha_\varphi$  gewährleistet werden [vgl. Weller, 2005].

Unter Verwendung der Relativgeschwindigkeit  $\bar{u}_r = \bar{u}_a - \bar{u}_b$  und der Gemischgeschwindigkeit  $\underline{u} = \alpha_a \underline{u}_a + \alpha_b \underline{u}_b$  kann die Phasengeschwindigkeit  $\bar{u}_a$  aus der Massenerhaltungsgleichung eliminiert werden.

$$\frac{\partial \alpha_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_a \bar{u}) + \nabla \cdot (\bar{u}_r \alpha_a (1 - \alpha_a)) = 0 \quad (3.66)$$

Mit dem dritten, nichtlinearen Term in Gleichung 3.66 ist jedoch eine voll implizite Behandlung nicht möglich. Mit der Verwendung eines iterativen Löser wird eine Korrektur von  $\alpha_a$  bezüglich der oberen Schranke erforderlich, die mit der Gleichung 3.67 gegeben ist. Der Phasenvolumenanteil der kontinuierlichen Phase folgt, wie in Gleichung 3.20 dargestellt, dem Zusammenhang  $\alpha_b = 1 - \alpha_a$ .

$$\alpha_a \Big|_{\text{korrigiert}} = \frac{\alpha_a}{\alpha_a + \alpha_b} \quad (3.67)$$

### 3.5 Lösungsverfahren für die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung

Die Erhaltungsgleichungen können nun verwendet werden, ein Geschwindigkeitsfeld zu berechnen, das die Impulserhaltungsgleichung erfüllt und gleichzeitig divergenzfrei ist. Die Lösung der Impulserhaltungsgleichungen, das heißt die Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes, setzt allerdings ein bekanntes Druckfeld voraus, welches im Allgemeinen vor der Strömungssimulation nicht exakt bekannt ist. Die Erhaltungsgleichungen enthalten bei inkompressiblen Strömungen keine bestimmende Gleichung für die Dichte  $\rho$  und somit auch nicht für den Druck  $\bar{p}$ , sodass für die Berechnung des Druckfeldes ein bekanntes Geschwindigkeitsfeld vorausgesetzt wird. Einen Lösungsansatz für diese Problemstellung bietet die Tatsache, dass das zu berechnende Geschwindigkeitsfeld zwei Nebenbedingungen zu erfüllen hat: die Kontinuitätsgleichung und die Impulserhaltungsgleichung. Mit der bereits durchgeführten Ausgliederung einzelner Terme aus der Impulserhaltungsgleichung in die Druckgleichung wurde dieser Punkt in verschiedenen Algorithmen aufgegriffen, um das Geschwindigkeits- und das Druckfeld gekoppelt zu lösen. Die bekanntesten Algorithmen sind der SIMPLE-Algorithmus (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations [vgl. Patankar und Spalding, 1972]) sowie dessen Derivate PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators [vgl. Issa, 1985]), SIMPLER (SIMPLE Revised), SIMPLEC (SIMPLE Consistent) und PIMPLE (kombinierte PISO-SIMPLE).

Der in dieser Arbeit verwendete Löser *bubbleFOAM* verwendet den PIMPLE-Algorithmus und ist in Rusche [2002] beschrieben.

### 3.6 Anfangs- und Randbedingungen

Aus Sicht der Mathematik ist ein Problem dann korrekt gestellt, wenn zu dem System von Differentialgleichungen auch die entsprechenden Bedingungen an den Rändern des Strömungsgebietes, beziehungsweise bei instationären Strömungen auch die Anfangsbedingungen innerhalb des Strömungsgebietes, vorgegeben wurden. Dann ist auch eine eindeutige Lösung der Differentialgleichungen möglich. Es sind zwei verschiedene Typen von Randbedingungen zu unterscheiden: die Dirichletsche und die Neumannsche Randbedingung.

Die Dirichletsche Randbedingung gibt auf dem Rand  $\partial\Omega$  des Berechnungsgebietes den Wert einer Größe vor, also

$$\phi = \phi_{1(x)} \quad \text{mit } \underline{x} \in \partial\Omega . \quad (3.68)$$

Der Wert  $\phi_{1(x)}$  ist durch die Problemstellung vorgegeben.

Bei der Neumannschen Randbedingung wird nicht der Wert selbst, sondern der Wert des Gradienten von  $\phi$  in Normalenrichtung  $\underline{n}$  zum Rand  $\partial\Omega$  festgelegt. Es gilt somit

$$\frac{\partial\phi}{\partial\underline{n}} = \phi_{2(x)} \quad \text{mit } \underline{x} \in \partial\Omega . \quad (3.69)$$

Der Wert  $\phi_{2(x)}$  ist ebenfalls durch die Problemstellung vorgegeben. Eine Kombination beider Typen von Randbedingungen ist ebenso möglich.

Wird eine instationäre Strömung untersucht, so sind zusätzlich zu den Randbedingungen auch Anfangsbedingungen festzulegen, das heißt die Strömungsgrößen sind im gesamten Berechnungsgebiet geeignet zu initialisieren.

### 3.7 Gitter und Gittererzeugung

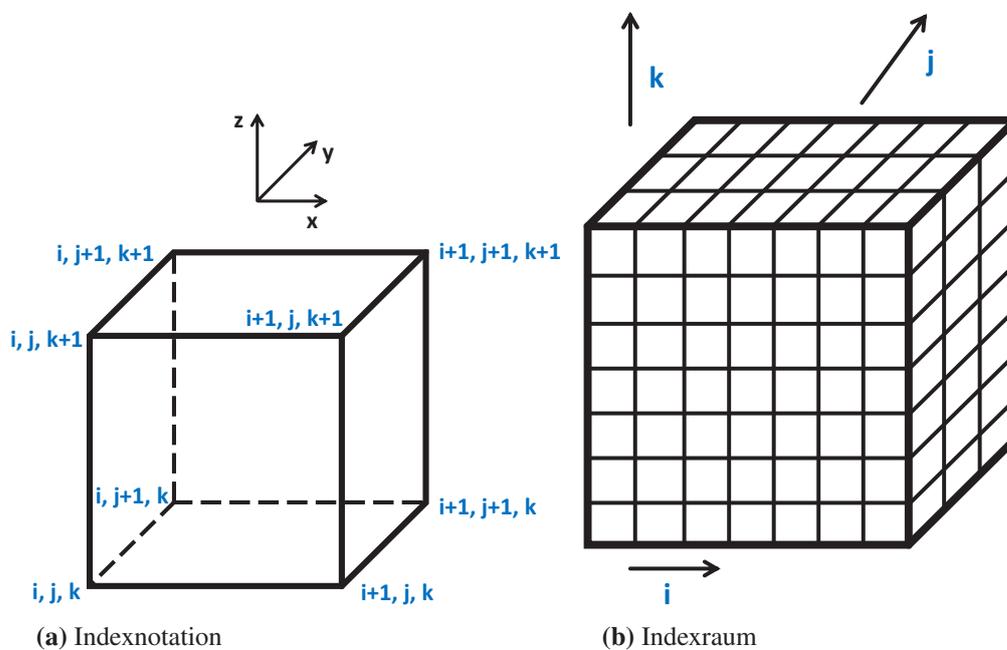
Das Berechnungsgitter unterteilt das gesamte Gebiet  $\Omega$  in finite Kontrollvolumina. Analog dazu wird in zweidimensionalen Strömungssimulationen das Gebiet in finite Kontrollflächen zerlegt; im Folgenden wird der Begriff Volumenelement beziehungsweise Kontrollvolumen stellvertretend auch für den zweidimensionalen Fall verwendet. Die Größe der finiten Kontrollvolumina ist abhängig von der Komplexität des Strömungsfeldes und der zu berücksichtigenden physikalischen Phänomene; indessen sollte sich die Gitterweite an den Stellen verkleinern, die einen großen Gradienten der Erhaltungsgrößen aufweisen. Bei der numerischen Annäherung an die exakte Lösung werden für jedes Kontrollvolumen die Zustands- und Transportgrößen ermittelt. Die Kontrollvolumina sind zusammenhängend, das heißt sie überlappen sich nicht und füllen

das Berechnungsgebiet vollständig aus. Jedes Kontrollvolumen muss außerdem konvex sein. Die Form der Volumenelemente kann sehr unterschiedlich sein und hängt von der Art des Gitters und der zu vernetzenden Geometrie ab, wobei unterschieden wird zwischen

- strukturierten Gittern
- blockstrukturierten Gittern und
- unstrukturierten Gittern.

Das strukturierte Gitter stellt eine einfache Adressierung der Volumenelemente dar und ermöglicht damit die simple Identifikation von Nachbarvolumenelementen. Jedoch bestehen dadurch starke Einschränkungen in der Form des zu diskretisierenden Berechnungsgebietes. Mit Hilfe von körperangepassten Koordinaten können trotzdem viele Geometrien mit einem strukturierten Gitter, also in einem Indexraum, diskretisiert werden. Im Gegensatz zu den strukturierten können die unstrukturierten Gitter zur Vernetzung jeder Geometrie eingesetzt werden. Jedoch sind die Adressierung der Volumenelemente sowie die Identifikation von Nachbarvolumenelementen deutlich aufwendiger und benötigen daher mehr Rechenzeit.

Im dreidimensionalen Fall wird bei strukturierten Gittern jeder Gitterpunkt durch ein Indextripel mit  $i, j, k$  und sechs Nachbarpunkten charakterisiert. Die Indexnotation ist im kartesischen Koordinatensystem in Abbildung 3.4 (a) exemplarisch an einem Kontrollvolumen beschrieben. Der Indexraum ist in Abbildung 3.4 (b) dargestellt.



**Abbildung 3.4:** Strukturierte Gitter im kartesischen Koordinatensystem

Die direkten Nachbarelemente können somit durch das Inkrement beziehungsweise Dekrement der jeweiligen Indizes  $i$ ,  $j$  und  $k$  bestimmt werden. Dreidimensionale Gitter haben Quader als Volumenelemente und zweidimensionale Gitter werden in rechteckige Flächenelemente zerlegt.

Die unstrukturierten Gitter zeichnen sich durch eine chaotische Anordnung der Gitterpunkte aus, jeder Gitterpunkt erhält einen globalen Index. Die Gitterpunkte werden anschließend zur Bildung von Polyedern (dreidimensional) beziehungsweise Polygonen (zweidimensional) verbunden, wobei jedes Kontrollvolumen eine lokale Indizierung der zugehörigen Gitterpunkte erhält. Daraus ergibt sich eine unregelmäßige Ausrichtung der Kontrollvolumina, sodass die lokalen und die globalen Indizes in einer entsprechenden Zuordnungsmatrix gespeichert werden müssen. Ein zweidimensionales, unstrukturiertes Gitter sowie dessen Zuordnungsmatrix sind in Abbildung 3.5 dargestellt.

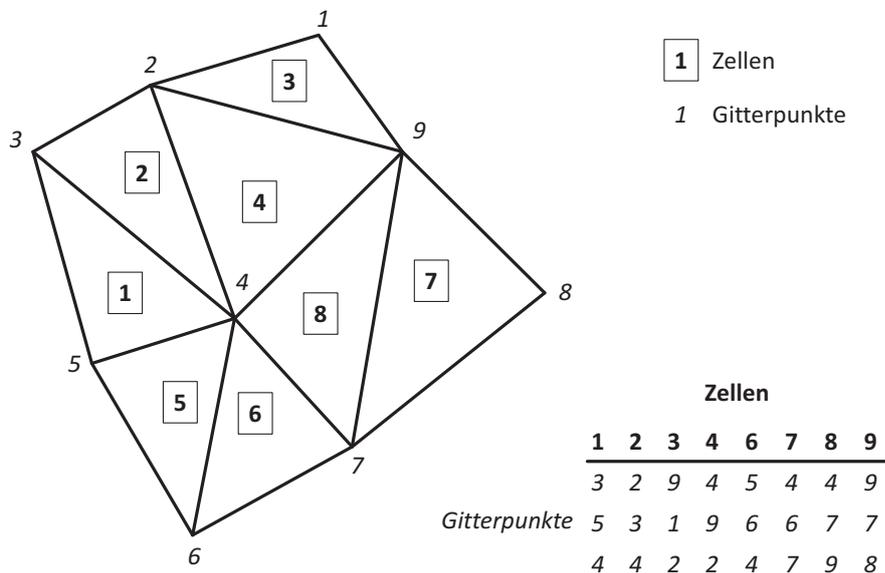


Abbildung 3.5: Unstrukturiertes Gitter mit zugehöriger Zuordnungsmatrix

Die blockstrukturierten Gitter stellen einen Kompromiss aus strukturierten und unstrukturierten Gittern dar. Das Gebiet wird dabei in mehrere Blöcke unterteilt, wobei die Blöcke durchaus unstrukturiert, also unregelmäßig angeordnet sein können. Anschließend wird jeder Block für sich mit einem strukturierten Gitter vernetzt und die Schnittstellen zwischen angrenzenden Blöcken werden entsprechend zugeordnet.

Im Allgemeinen werden alle Größen des Strömungsfeldes im Mittelpunkt des Kontrollvolumens definiert. Alternativ kann bei einem geradlinigen kartesischen Koordinatensystem ein versetztes Gitter verwendet werden, das heißt skalare Größen werden im Mittelpunkt des Kontrollvolumens und vektorielle Größen auf den jeweiligen Oberflächen des Kontrollvolumens festgelegt. Versetzte Gitter wurden entwickelt, um numerische Artefakte bei der Druck-Geschwindigkeits-Kopplung zu beseitigen. *OpenFOAM* verwendet ein nicht versetztes Gitter, wenngleich einige Hilfsgrößen wie beispielsweise der Fluss  $\Phi$  auf den Oberflächen der Kontrollvolumina definiert sind.

Nahezu alle CFD-Programme verfügen auch über eine Programm-Ebene zur Erstellung von Gittern, manche auch zur Erzeugung der eigentlichen Geometrie. Eine weitere Möglichkeit der Gittererstellung sind eigenständige Programme zur Erstellung von Berechnungsgittern, die im Allgemeinen die geometrischen Daten des Berechnungsgebietes aus CAD-Daten importieren können. Dedizierte Programme ermöglichen in vielen Fällen die größtmögliche Flexibilität bei der Gittererzeugung, sind aber dafür in ihrer Bedienung entsprechend komplex aufgebaut. In der vorliegenden Arbeit wurden die Gitter mit *blockMesh* (in der *OpenFOAM*-Plattform enthalten), mit *STAR-CCM+* beziehungsweise mit *Ansys ICEM CFD* erstellt.

### 3.8 Genauigkeit und Ergebniskontrolle

Die in der numerischen Simulation berechneten Lösungen sind generell mit Ungenauigkeiten behaftet, deren Herkunft unterschiedlicher Natur sein kann. Dazu zählen zum Beispiel:

- Zahlendarstellung
- Abbruch von iterativen Verfahren
- Diskretisierung (Gleichungen und Gitter)
- Modelle.

Die Ungenauigkeiten durch die Zahlendarstellung, auch Rundungsfehler genannt, stellen wohl die geringsten Abweichungen zur exakten Lösung dar. Die Abbruchfehler der numerischen, meist iterativen Methoden sind ebenfalls in einer vernachlässigbaren Größenordnung, wobei der Benutzer eingreifen kann und damit einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechengeschwindigkeit definiert. Die numerischen Methoden können, wie beschrieben, nur eine Annäherung an die exakte Lösung liefern, weshalb jede der algebraischen Gleichungen strenggenommen nicht erfüllt sein kann. Die Gleichungen besitzen eine mathematische Unausgewogenheit, das sogenannte Residuum. Eine Strömungssimulation kann als konvergiert betrachtet werden, wenn die Summe der Residuen aller Kontrollvolumen, bezogen auf eine entsprechende Größe wie beispielsweise den Gesamtmassenstrom, eine bestimmte Schranke  $\varepsilon_\phi$  unterschritten hat. Für den Massenstrom kann beispielsweise die Gleichung

$$\frac{\sum_{i=1}^N |R_{\varepsilon, \text{Masse}, i}|}{\sum (\rho \cdot \underline{u}_{\text{Eintritt}} \cdot A_{\text{Eintritt}})} < \varepsilon_{\text{Masse}} \quad (3.70)$$

formuliert werden, wobei  $\varepsilon_\phi$  sinnvoll festzulegen ist.

Die Zerlegung der Differentialgleichungen in diskrete, algebraische Gleichungen sowie die Diskretisierung des Berechnungsgebietes bedingen ebenfalls Abweichungen zur exakten Lösung und stellen gleichzeitig unerlässliche Schritte für die Berechnung einer numerischen Lösung dar. Die Diskretisierungsverfahren für die Differentialgleichungen sind im Wesentlichen zu unterscheiden anhand ihrer Ordnung, ihrem Stabilitätsverhalten und der Eignung für bestimmte Strömungsprobleme. Die Ungenauigkeiten sind bei der Auswahl des Diskretisierungsverfahrens in vielen Fällen zweitrangig. Die Ungenauigkeiten, die durch die verwendeten Gitter entstehen können, sind durch den Benutzer direkt beeinflussbar und können eine erhebliche Abweichung von der exakten Lösung hervorrufen.

Die Modellauswahl, das heißt welche physikalischen Phänomene zu berücksichtigen und welche Modellansätze dafür zu verwenden sind, definieren die Zusammensetzung der Differentialgleichungen und beeinflussen damit vorwiegend die exakte Lösung. Eine falsche Auswahl der

Modelle bedingt daher eine Abweichung von der realen Strömung beziehungsweise von den experimentellen Messwerten, an denen sich die Lösung eines Strömungsproblems in vielen Fällen messen muss. In diesem Zusammenhang muss darauf hingewiesen werden, dass auch Messwerte aus Experimenten Ungenauigkeiten aufweisen und beim direkten Vergleich mit berücksichtigt werden sollten.

Die Simulationsergebnisse können weiterhin durch die Bilanzierung integraler Größen wie beispielsweise ein- und ausströmende Massen auf ihre Konsistenz überprüft werden, da inkonsistente Randbedingungen oder falsch konfigurierte Modelle trotz konvergierter Simulation zu physikalisch nicht sinnvollen Lösungen führen können. Weitere Fragen könnten lauten, ob es ein algebraisches Modell gibt, das eine ähnliche Strömung abbilden kann und ähnliche Ergebnisse erzeugt, beziehungsweise ob der Strömungsverlauf der numerischen Lösung so erwartet wurde oder die Ergebnisse nicht wie erwartet sind.

Nach der Überprüfung der numerischen Lösung auf ihre Richtigkeit können die Simulationsergebnisse grafisch aufbereitet werden. Viele kommerzielle CFD-Programme bieten eine integrierte Visualisierungsebene, welche gegebenenfalls auch mit kommerziellen oder frei zugänglichen, umfangreicheren Visualisierungsprogrammen ergänzt werden kann.

Für die Verifizierung, Validierung sowie Sensitivitätsanalyse von Simulationsmethoden existiert eine umfangreiche wissenschaftliche Literaturbasis. Als Beispiele können hier Hernandez-Solis u. a. [2011], Stern u. a. [2001], Wilson u. a. [2001] und Dokter u. a. [2008] genannt werden, die eine Übersicht über die Mannigfaltigkeit von Unsicherheiten in Experimenten, Messwerten, Randbedingungen und Modellen liefern. Mit der Berücksichtigung von Messabweichungen und einem Toleranzband von  $\pm 10\%$  für die Berechnungsergebnisse lassen sich in den meisten Fällen sehr gute Übereinstimmungen feststellen. Die zweiphasigen Strömungsprobleme stellen bei der Fehlerabschätzung und Analyse der Modell-Unsicherheiten eine besondere Herausforderung dar.

### 3.9 Aspekte bei der Verwendung der Strömungssimulation

Wie im ersten Abschnitt beschrieben besitzt die zweiphasige Strömung im Wesentlichen eine komplexere Struktur als die einphasige Strömung. Die mathematische Beschreibung zweiphasiger Strömungen kann integral mit weniger aufwendigen Modellen oder sehr detailliert erfolgen; dem entsprechend gestaltet sich der Berechnungsaufwand. Anhand der erläuterten Erhaltungsgleichungen lassen sich die implementierten physikalischen Phänomene im Löser *bubbleFOAM* identifizieren: Reibung und Turbulenz innerhalb der Phasen sowie der Impulsaustausch zwischen den beiden Phasen. Durch geeignete Umformung der Erhaltungsgleichungen ergibt sich ein System partieller Differentialgleichungen mit einer robusten Lösung und in vielen Fällen mit beschränkten Strömungsgrößen.

Die Auswahl der in *bubbleFOAM* implementierten Modelle ermöglicht jedoch keine Berücksichtigung der durch Blasen- beziehungsweise Tropfenschwärme veränderten Turbulenz, der Phasengrenzflächen und der anisotropen Turbulenz. Nicht unterschätzt werden darf der Einfluss der Berechnungsgitter auf das Simulationsergebnis, zumal jedes Simulationsergebnis wenigstens einer Plausibilitätsüberprüfung unterzogen werden muss.

Die beschriebene detaillierte Strömungssimulation mit den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen bildet die Basis für die im Folgenden beschriebene Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode, die die wesentlichen Eigenschaften der betrachteten Strömungsprobleme wiedergeben soll.

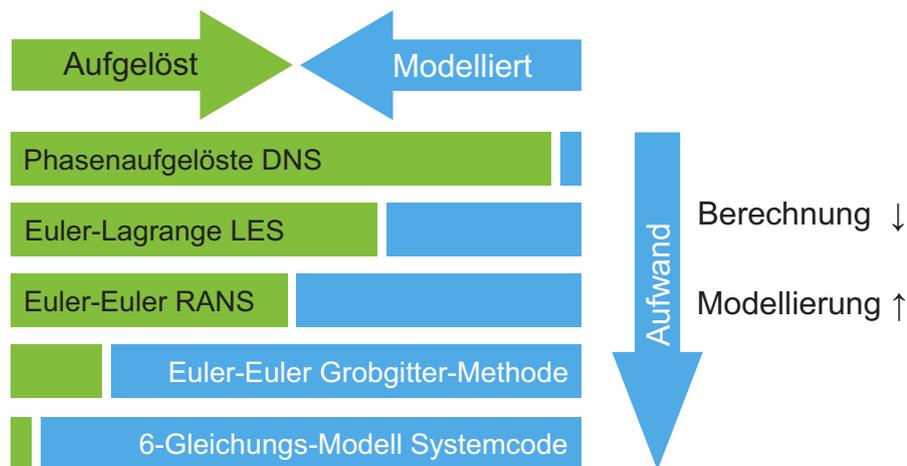


## 4 Grobgitter-Methode für zweiphasige Strömungen

Die Basis für die Entwicklung der Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode für zweiphasige Strömungen wird durch die einphasige Grobgitter-Methode und die zweiphasige RANS-Simulation gebildet. Die zweiphasige RANS-Methode wurde bereits im vorangegangenen Kapitel ausführlich beschrieben, weshalb dieses Kapitel mit der Darstellung des Entwicklungsstandes der einphasigen Grobgitter-Methode beginnt. Im Anschluss werden die Ansätze für die zweiphasige Grobgitter-Methode erläutert sowie die Struktur für deren Anwendung dargestellt. Mit der Zwei-Fluid-Formulierung der Euler-Gleichungen wird die mathematische Grundlage der Methode definiert, wobei diese in Form von Quelltermen mit einem Multiskalen-Ansatz geschlossen werden. Die Gegenüberstellung der modifizierten Euler-Gleichungen mit den in Abschnitt 3.4 beschriebenen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen des Löser *bubbleFOAM* führt zu den für die Grobgitter-Methode erforderlichen Schließungstermen sowie weiteren Korrekturtermen. Zusammenfassend werden diese im Folgenden als Grobgitterterme bezeichnet. Dabei wird die für die Modellierung erforderliche Übertragung der Strömungsgrößen zwischen den unterschiedlich skalierten Gittern ebenso diskutiert wie die Diskretisierung der Gleichungen in der zweiphasigen Grobgitter-Methode. Auf die Programmstruktur wird hier nicht im Detail eingegangen, die entsprechenden Struktogramme sind im Anhang A enthalten.

In Abbildung 4.1 wird die Grobgitter-Methode in der Hierarchie der derzeit am häufigsten verwendeten zweiphasigen Simulationen aufgezeigt. Die phasenaufgelöste direkte numerische Simulation löst nahezu alle Details der zweiphasigen Strömung auf, lediglich die physikalischen Effekte an den Phasengrenzflächen sind nur eingeschränkt auflösbar [vgl. Winterle, 2008]. Mit der LES wird die separate Behandlung disperser Fluidpartikel eingeführt, da die Phasen nicht mehr vollständig aufgelöst werden können. Für die Betrachtung wird dabei die Euler-Lagrange-Formulierung verwendet, um ebenso die Partikel-Partikel-Interaktion zu berücksichtigen. Bei den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen wird die Turbulenz vollständig modelliert und in Abhängigkeit von den Volumenanteilen der Phasen kann die Euler-Lagrange- oder die Euler-Euler-Formulierung verwendet werden, wobei letztgenannte häufiger verwendet wird. Die Grobgitter-Methode platziert sich zwischen der RANS-Methode und den Systemcodes, die sich beispielsweise mit 6-Gleichungs-Modellen auf eine eindimensionale Betrachtung von zweiphasigen Strömungen konzentrieren. Die Grobgitter-Methode hält mit der Euler-Euler-Formulierung und der Anlehnung an die RANS-Simulationen den dreidimensionalen Charakter aufrecht und verringert dabei die erforderlichen Ressourcen für die Berechnung. Aufgrund der für die Multiskalen-Schließung erforderlichen detaillierten zweiphasigen Strömungssimulationen ist

diese Methode insbesondere für Strömungsprobleme geeignet, bei deren Geometrie sich einzelne Teilgeometrien mehrfach wiederholen.



**Abbildung 4.1:** Hierarchie gebräuchlicher Simulationen und der Grobgitter-Methode

## 4.1 Entwicklungsstand der einphasigen Grobgitter-Methode

In der numerischen Strömungssimulation ist im Allgemeinen eine hohe Rechenkapazität erforderlich, da in den fein diskretisierten Berechnungsgebieten mit einer Vielzahl von Modellen die komplexen Zusammenhänge innerhalb der Strömung abgebildet werden. Deshalb ist es in der Praxis nicht umsetzbar, dass beispielsweise ein mit Kühlmittel durchströmter Reaktordruckbehälter eines Kernkraftwerkes vollständig simuliert werden kann. Die erforderliche Rechenkapazität sowie auch die Berechnungsdauer würde die Machbarkeit beziehungsweise die Wirtschaftlichkeit eines solchen Vorhabens infrage stellen. Einzelne Bauteile und Strömungsgeometrien im Reaktorkern können zwar unter Verwendung von Systemcodes und Unterkanal-codes mit vergleichsweise geringem Rechenaufwand wiedergegeben werden, jedoch können Systemsimulationen im Normalfall keine dreidimensionalen Effekte berücksichtigen. Eine weitere Einschränkung von Systemcodes sind die stark geometrieabhängigen Modellparameter, die auf empirischen Korrelationen basieren und insbesondere bei neuartigen Geometrien vor deren Anwendung mit Messwerten justiert werden müssen.

Die Idee der Grobgitter-Methode, die auch als Coarse-Grid-CFD bezeichnet wird, die an der Areva Nuclear Professional School am Karlsruher Institut für Technologie entwickelt wurde, liegt in der Erstellung von Modellen mit Hilfe von berechneten Daten aus detaillierten Strömungssimulationen und vereint die hohe Abstraktionsebene der Systemcodemodelle mit den universellen numerischen Eigenschaften von Strömungssimulationsprogrammen. Die Grobgitter-Methode bietet

breite Anwendungsmöglichkeiten bei sich wiederholenden Teilgeometrien innerhalb des Berechnungsgebietes. Ein Beispiel für ein einphasiges Strömungsproblem ist die Durchströmung von Brennelementen in Druckwasserreaktoren. Die geringe Berechnungsdauer ist einerseits auf die sehr grobe räumliche Diskretisierung und andererseits auf die geringere Anzahl an Erhaltungs- und Modellgleichungen zurückzuführen.

Die Grobgitter-Methode wurde in Himmel [2009], Class u. a. [2011b], Viellieber und Class [2012] und Roelofs u. a. [2011] für einphasige Strömungen in Brennelementen von Druckwasserreaktoren verwendet und auch an verschiedenen Beispielen validiert. Die Methode basiert auf der Lösung der reibungsfreien Euler-Gleichungen auf einem Berechnungsgitter mit sehr grober räumlicher Diskretisierung, wodurch nicht alle physikalischen Phänomene, die in der realen Strömung eine Rolle spielen, aufgelöst beziehungsweise berücksichtigt werden können. Daher wurden die Euler-Gleichungen um einen Schließungsterm für Volumenkräfte erweitert, der entsprechend modelliert, die nicht aufgelösten physikalischen Effekte auf makroskopischer Ebene wiedergibt. Diese Volumenkräfte werden aus zuvor durchgeführten und räumlich detailliert aufgelösten Strömungssimulationen mit derselben Geometrie extrahiert. Es ist offensichtlich, dass die Grobgitter-Simulation zwar eine äußerst schnelle Methode darstellt, dafür jedoch maßgebend von der Geometrie und den Eingangsparametern abhängig ist. Über die Parametrisierung von Volumenkräften, die aus detaillierten Strömungssimulationen mit verschiedenen Eingangsparametern stammen, sollen auch in der Grobgitter-Berechnung verschiedene Strömungszustände abgebildet werden können. Die Abhängigkeit von zuvor durchzuführenden detaillierten Strömungssimulationen und somit auch von der dafür verwendeten Geometrie ist ein Merkmal dieser neuen Methode.

Himmel [2009] verwendete in seiner Arbeit das kommerzielle Strömungssimulationsprogramm *STAR-CD Version 3.26*. Die Grobgitter-Methode für einphasige Strömungen wird hier anhand der Arbeiten von Viellieber und Class [2012] und Class u. a. [2011a] erläutert, da diese bereits auf der *OpenFOAM*-Plattform basieren. Die Datenbasis für die Ermittlung der Volumenkräfte bilden detaillierte Strömungssimulationen mit dem Löser *simpleFOAM*, welcher die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen in stationärer und inkompressibler Form verwendet. In dem Löser *simpleFOAM* sind verschiedene Ein- und Zwei-Gleichungs-Modelle für die Turbulenzmodellierung implementiert.

#### 4.1.1 Erhaltungsgleichungen einphasiger Strömungen

Die Grundlage der Grobgitter-Methode bilden modifizierte Euler-Gleichungen, die in diesem Abschnitt detailliert beschrieben werden. Die Diskussion dieser Gleichungen für die zweiphasige Grobgitter-Methode werden im Abschnitt 4 dargestellt. In der gewählten Schreibweise sind die Gleichungen der Grobgitter-Methode an den großgeschriebenen Strömungsgrößen ( $\underline{U}$  und  $P$ ) zu erkennen, die Navier-Stokes-Gleichungen enthalten die kleingeschriebenen Strömungsgrößen ( $\underline{u}$  und  $\bar{p}$ ).

Der Satz von Euler-Gleichungen für die einphasige stationäre inkompressible Strömung lautet

$$\rho [\nabla \cdot (\underline{U} \underline{U})] = -\nabla P + \underline{F}_V \quad (4.1)$$

$$\nabla \cdot \underline{U} = 0 \quad , \quad (4.2)$$

wobei der Schließungsterm  $\underline{F}_V$  die Volumenkraft der Grobgitter-Methode darstellt. Die Gleichung 4.1 gibt gemäß dem zweiten Newtonschen Gesetz den Zusammenhang zwischen den angreifenden Kräften und der Änderung der Bewegung wieder. In der Gleichung 4.2 wird die Massenerhaltung beschrieben und impliziert die Inkompressibilität des Fluids mit  $\rho = \textit{konstant}$ .

Die stationäre inkompressible Impulsgleichung nach Navier-Stokes enthält im Vergleich zur reinen Euler-Gleichung (Gleichung 4.1 ohne den Schließungsterm  $\underline{F}_V$ ) die Reynolds-gemittelten Größen  $\bar{\underline{u}}$  und  $\bar{p}$  sowie zusätzlich einen Term für die viskose Reibung, das heißt

$$\rho [\nabla \cdot (\bar{\underline{u}} \bar{\underline{u}})] = -\nabla \bar{p} - \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}_{\text{eff}} \quad . \quad (4.3)$$

In Gleichung 4.3 sind gemäß der getroffenen Vereinfachungen für die Navier-Stokes-Gleichungen keine weiteren Quellenterme enthalten. Die Berücksichtigung der dissipativen Effekte der Turbulenz erfolgt durch die Erweiterung der molekularen Viskosität  $\mu$  um einen turbulenten Viskositätsanteil  $\mu_t$  zur effektiven Viskosität  $\mu_{\text{eff}}$  (analog zu Gleichung 3.39) und ist in Form des Spannungstensors

$$\underline{\underline{\tau}}_{\text{eff}} = \underline{\underline{\tau}} + \underline{\underline{\tau}}_t = -\mu_{\text{eff}} \left( \nabla \bar{\underline{u}} + \nabla \bar{\underline{u}}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\underline{u}} \underline{\underline{I}} \right) + \frac{2}{3} \rho \kappa \underline{\underline{I}} \quad (4.4)$$

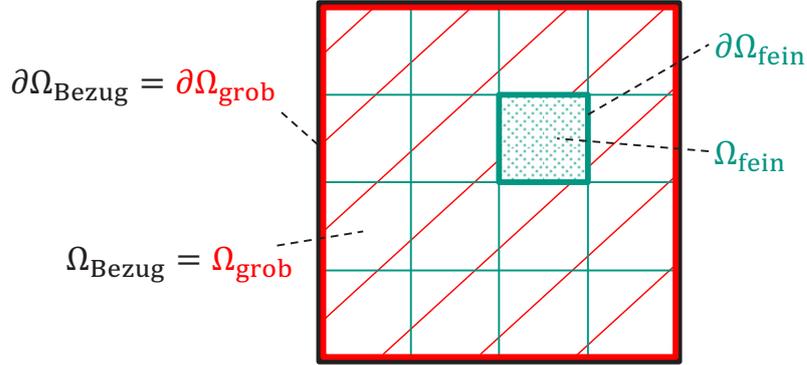
in Gleichung 4.3 ebenfalls enthalten.

### 4.1.2 Mittelwertbildung

Für die Modellierung der Volumenkraft  $\underline{F}_V$  werden die beiden Gleichungssätze gegenübergestellt, wobei ein gemeinsames Bezugssystem herangezogen wird. Als Bezugssystem wurden die Kontrollvolumen des groben Gitters definiert, sodass die feinskaligen Terme der Navier-Stokes-Gleichung entsprechend gemittelt werden müssen. In Abbildung 4.2 sind die Kontrollvolumina des feinskaligen Berechnungsgebietes  $\Omega_{\text{fein}}$  und deren Oberflächen  $\partial\Omega_{\text{fein}}$  zusammen mit einem Kontrollvolumen des grobskaligen Berechnungsgitters  $\Omega_{\text{grob}}$  und dessen Oberfläche  $\partial\Omega_{\text{grob}}$  dargestellt. Für die Gegenüberstellung sind die Größen der Navier-Stokes-Gleichungen, welche in den Mittelpunkten der Kontrollvolumen  $\Omega_{\text{fein}}$  definiert sind, über das Kontrollvolumen  $\Omega_{\text{grob}}$  zu mitteln. Es gilt die folgende Berechnungsvorschrift beispielhaft für eine Größe  $e$ :

$$\langle e \rangle_{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iint\int_{\Omega_{\text{fein}}} dV} \iint\int_{\Omega_{\text{fein}}} e dV \quad \text{für alle } \Omega_{\text{fein}} \in \Omega_{\text{Bezug}} . \quad (4.5)$$

Für die Werte, die nicht in den Mittelpunkten der Kontrollvolumen sondern auf den Oberflächen der Kontrollvolumen definiert sind, gilt analog



**Abbildung 4.2:** Kontrollvolumina  $\Omega$  und Oberflächen  $\partial\Omega$  der feinen und der groben räumlichen Diskretisierungen sowie des Bezugssystems für die Mittelung

$$\langle e \rangle_{\partial\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} dA} \iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} e dA \quad \text{für alle } \partial\Omega_{\text{fein}} \in \partial\Omega_{\text{Bezug}} . \quad (4.6)$$

Für die Strömungsgrößen der Euler-Gleichungen entfällt die Mittelung, da sich diese bereits auf das grobskalige Berechnungsgebiet beziehen ( $\Omega_{\text{grob}} = \Omega_{\text{Bezug}}$ ,  $\partial\Omega_{\text{grob}} = \partial\Omega_{\text{Bezug}}$ ). Daher gilt

$$\langle E \rangle_{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iint\int_{\Omega_{\text{grob}}} dV} \iint\int_{\Omega_{\text{grob}}} E dV = E . \quad (4.7)$$

### 4.1.3 Modellierung der Volumenkraft

Ein termweiser Vergleich der Navier-Stokes-Gleichungen mit den Euler-Gleichungen ergibt die folgenden Beziehungen:

$$\langle \rho [\nabla \cdot (\bar{u} \bar{u})] \rangle_{\Omega_{\text{grob}}} = \rho [\nabla \cdot (\underline{U} \underline{U})] \quad (4.8)$$

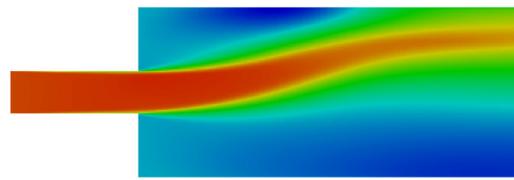
$$\langle \nabla \bar{p} \rangle_{\Omega_{\text{grob}}} = \nabla P \quad (4.9)$$

$$\left\langle \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}_{\text{eff}} \right\rangle_{\Omega_{\text{grob}}} = \underline{F}_V \quad (4.10)$$

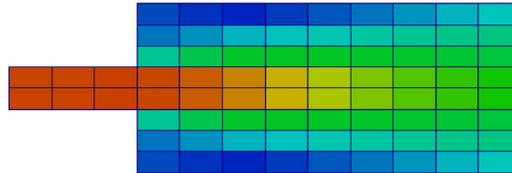
Die Volumenkraft  $\underline{F}_V$  repräsentiert die viskosen und turbulenten Effekte in der Strömung unter der Voraussetzung, dass die zugrundeliegende Geometrie beider Berechnungsgebiete sowie die an den Rändern jeweils festgelegten Randbedingungen äquivalent sind. Ein durch die Mittelwertbildung möglicherweise entstandener Diskretisierungsfehler wird als vernachlässigbar betrachtet.

#### 4.1.4 Validierung der einphasigen Grobgitter-Methode

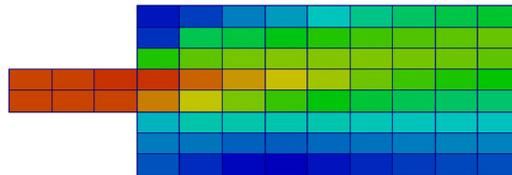
In Class u. a. [2011a] wird die einphasige Grobgitter-Methode für die Berechnung eines Carnot-Diffusors demonstriert. Dabei handelt es sich um eine stufenförmige, beidseitige Querschnittserweiterung für das von der linken Seite einströmende Fluid (siehe Abbildung 4.3). Typischerweise legt sich der Strahl nach der Querschnittserweiterung asymmetrisch an eine der beiden festen Wände an. Die Abbildung 4.3 (a) zeigt die Simulationsergebnisse der einphasigen, Reynolds-gemittelten, stationären Navier-Stokes-Gleichungen. In Abbildung 4.3 (c) ist das Simulationsergebnis der einphasigen Grobgitter-Methode dargestellt. Mit der Abbildung 4.3 (b) ist zusätzlich eine Grobgitter-Simulation ohne Berücksichtigung der Volumenkraft  $\underline{F}_V$  dargestellt, das heißt eine reibungsfreie Strömung mit den reinen Euler-Gleichungen.



(a) RANS-Berechnung auf dem feinen Gitter



(b) Reine Euler-Gleichungen auf dem groben Gitter



(c) Einphasige Grobgitter-Methode

**Abbildung 4.3:** Anwendung der einphasigen Grobgitter-Methode auf einen Carnot-Diffusor (axiale Geschwindigkeit rot = 1,2224 m/s, blau = 0 m/s) [aus Class u. a., 2011a]

Die innere Reibung des Fluids führt zu einer instabilen Lage des in der Mitte befindlichen Strahls, sodass dieser sich in der realen Strömung und auch in der viskosen Strömungssimulation zu einer der beiden Wände auslenkt. Die detaillierte Strömungssimulation zeigt dieses Verhalten in Abbildung 4.3 (a).

Erwartungsgemäß zeigt die Simulation mit den reibungsfreien Euler-Gleichungen keinen Einfluss der Querschnittserweiterung und der Freistrahls bleibt, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, stabil in der Mitte des Kanals.

Die Grobgitter-Methode zeigt für die Lage der Hauptströmung eine gute qualitative Übereinstimmung mit den Ergebnissen der detaillierten Strömungssimulation. Der implementierte Schließungsterm  $\underline{F}_V$  und dessen vorhergehende Modellierung aus den Daten der feinskaligen Strömungssimulation sind für die Güte der Berechnungsergebnisse von essentieller Bedeutung. Mit der Multiskalen-Schließung ändert sich das unphysikalische Strömungsbild einer Berechnung mit

den reinen, reibungsfreien Euler-Gleichungen in das Strömungsbild der viskosen Strömungssimulation. Somit zeigt sich die Konsistenz der beiden Methoden.

In den weiteren Veröffentlichungen von Viellieber und Class [2012] und Viellieber u. a. [2013] wird eine Erweiterung der Grobgitter-Methode mit der Formulierung von anisotropen Porositäten vorgestellt und anhand eines Brennelementbündels validiert. Somit werden auch geometrische Einzelheiten, die nicht mit dem grob diskretisierten Berechnungsgebiet aufgelöst werden können, berücksichtigt. Auf diese Erweiterung wird hier nicht weiter eingegangen, da dies den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde. Die Implementierung der anisotropen Porositäten wäre ebenfalls in der zweiphasigen Grobgitter-Methode möglich, sofern detailreiche Geometrien untersucht werden.

Aus der beschriebenen Vorgehensweise wird ersichtlich, dass die Grobgitter-Methode jedes Turbulenzmodell in seinen makroskopischen Eigenschaften wiedergeben kann. Die unterschiedlichen Turbulenzmodelle definieren lediglich die verschiedenen Berechnungsvorschriften für die turbulente Viskosität  $\mu_t$ , die bei allen verwendbaren Turbulenzmodellen auf gleiche Weise in die Berechnung des Schließungsterms  $\underline{F}_V$  einfließt.

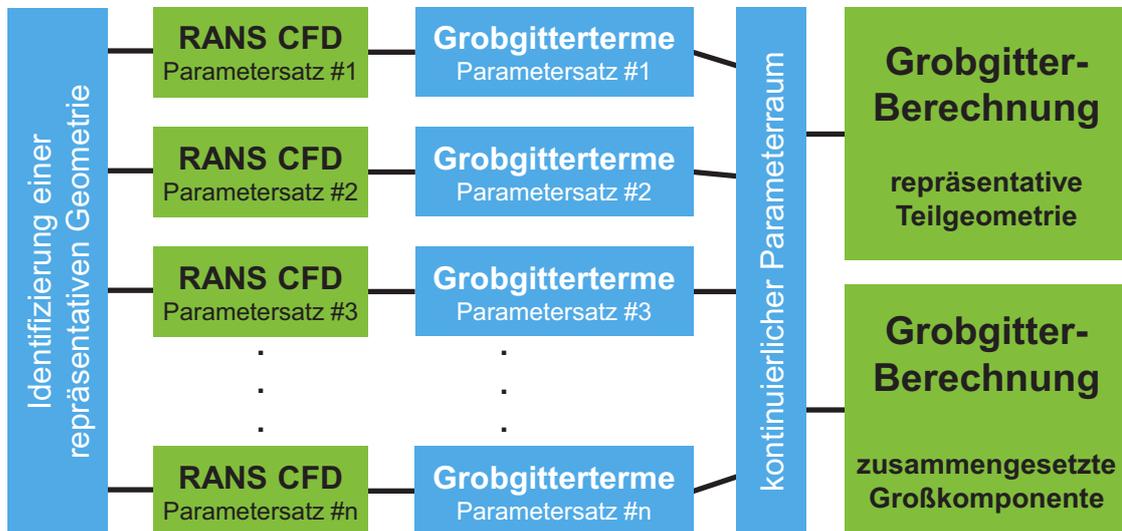
## 4.2 Multiskalen-Schließung in der Grobgitter-Methode

Das wesentliche Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Bereitstellung einer generellen Methode für die Simulation zweiphasiger Strömungen, die die Wiedergabe von detaillierten Strömungssimulationen unter Aufwendung lediglich geringer Berechnungsressourcen ermöglicht. Dabei ist die hohe Ergebnisqualität detaillierter zweiphasiger Strömungssimulationen zu konservieren. Die zweiphasige Grobgitter-Methode baut auf den folgenden Ansätzen auf:

- Der Impulsaustausch zwischen den Phasen wird wie bei der RANS-Simulation mit den lokalen Strömungsgrößen modelliert
- Die Euler-Euler-Formulierung wird in der Grobgitter-Methode implementiert
- Die Impulsfelder der beiden Phasen werden analog zur einphasigen Grobgitter-Methode behandelt, wobei die Charakteristika der Zwei-Fluid-Gleichungen zu berücksichtigen sind
- Die Multiskalen-Schließung wird über ein numerisches Modell sichergestellt.

Die Grobgitter-Methode ist auf die Simulation räumlich weit ausgedehnter Strömungsprobleme ausgerichtet, die aus sich wiederholenden repräsentativen Teilgeometrien bestehen. Zwei Beispiele stellen die in Kapitel 2 erläuterten Komponenten Wasserabscheider und Dampftrockner dar, die

die Wasser-Dampf-Separation in Siedewasserreaktoren gewährleisten. In Noack u. a. [2012] wurde ein entsprechendes Vorgehen bereits in den Grundzügen erläutert. Die Abbildung 4.4 gibt einen Überblick über die wesentlichen Schritte in der zweiphasigen Grobgitter-Methode.



**Abbildung 4.4:** Ablauf-Schema der zweiphasigen Grobgitter-Methode

Im Folgenden werden die einzelnen Schritte der zweiphasigen Grobgitter-Methode charakterisiert:

1. Identifizierung einer repräsentativen Geometrie:  
Eine oder mehrere repräsentative Teilgeometrien der zu untersuchenden Großkomponente werden identifiziert und definiert. Diese Teilgeometrien sollten sich möglichst oft in der Großkomponente wiederholen, wobei auf eine Übereinstimmung der Geometrie zu achten ist. Die jeweils erwarteten Betriebsparameter können variieren.
2. Durchführung einer detaillierten RANS-Simulation:  
Für jede identifizierte Teilgeometrie werden die entsprechende Geometrie und das dazugehörige feinskalige Berechnungsgitter erzeugt. Es werden geeignete Randbedingungen festgelegt; dabei ist der zu untersuchende Parameterraum zu berücksichtigen. Die RANS-Berechnung wird für verschiedene Parametersätze durchgeführt.
3. Erstellung des grobskaligen Berechnungsgitters und Modellierung der Grobgitterterme:  
Mit dem erstellten groben Gitter können die Grobgitterterme berechnet und auf dieses übertragen werden. Die Grobgitterterme werden dabei zugehörig zu den jeweiligen Parametersätzen abgespeichert.

4. Erstellung des kontinuierlichen Parameterraumes:

Für jede repräsentative Geometrie wird aus den dafür erstellten Parametersätzen der Grobitterterme eine entsprechende Parametrisierung durchgeführt. Die parametrisierten Grobitterterme werden in Form der Koeffizienten in einem Datensatz abgespeichert.

5. Simulation der repräsentativen Teilgeometrie:

Mit den parametrisierten Grobittertermen wird die repräsentative Geometrie berechnet. Dabei sind die Berechnungsergebnisse zur Validierung mit den RANS-Simulationen zu vergleichen.

6. Berechnung der Großkomponente:

Die Geometrie der Großkomponente ist analog zur grob diskretisierten Teilgeometrie zu vernetzen. Im Anschluss werden die parametrisierten Grobitterterme entsprechend ihres repräsentativen Charakters im Berechnungsgebiet verteilt, eventuelle Bereiche ohne Grobitterterme sind geeignet zu modellieren. Die Grobitter-Simulation der Großkomponente wird abschließend durchgeführt.

Die beschriebene Methode wird in Kapitel 5 angewendet. Für die untersuchten generischen Geometrien entfällt der letzte Schritt der Methode, da diese nicht in einem größeren Strömungsgebiet wiederverwendet werden und nur zur Validierung der Grobitter-Simulationen herangezogen werden.

### 4.3 Erhaltungsgleichungen

Ausgehend von dem im Abschnitt 4.1 dargestellten Gleichungssystem für die einphasige Grobitter-Methode werden nun die stationären inkompressiblen Euler-Gleichungen für zweiphasige Strömungen eingeführt. Mit dem Impulsaustausch zwischen den beiden Phasen werden die Euler-Gleichungen dahingehend modifiziert, dass die Viskosität der kontinuierlichen Phase entgegen der Definition der „Reibungsfreiheit“ doch berücksichtigt wird.

Die allgemeine Beschreibung der Euler-Gleichung in der Zwei-Fluid-Formulierung lautet für die Impulserhaltung und die Phasenerhaltung

$$\nabla \cdot (\alpha_\varphi \underline{U}_\varphi \underline{U}_\varphi) = -\alpha_\varphi \frac{\nabla P}{\rho_\varphi} + \alpha_\varphi \underline{G} + \frac{M_\varphi}{\rho_\varphi} + \alpha_\varphi \underline{F}_{V,\varphi} \quad (4.11)$$

$$\nabla \cdot (\alpha_\varphi \underline{U}_\varphi) = 0 \quad (4.12)$$

Die linke Seite der Impulserhaltungsgleichung 4.11 enthält lediglich die konvektiven Flüsse, da durch die stationäre Formulierung die zeitliche Ableitung entfällt. Der Spannungstensor resultiert durch die Vernachlässigung der inneren Reibung (Schubspannungen) in einem Tensor erster Stufe

mit den Druckgradienten (Normalspannungen) in die jeweiligen Koordinatenrichtungen und ist auf der rechten Seite als erster Term aufgeführt. Der dritte Term auf der rechten Seite der Impulserhaltungsgleichung repräsentiert den Impulsaustausch zwischen den Phasen während der vierte Term der Schließungsterm für die Volumenkräfte aus der Reynolds-gemittelten, feinskaligen Strömungssimulation wiedergibt.

Mit der Produktregel und der Massenerhaltung aus Gleichung 4.12 lässt sich die Impulserhaltungsgleichung in die nichtkonservative und phasenspezifische Form überführen.

$$\underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi = -\frac{\nabla P}{\rho_\varphi} + \underline{G} + \frac{\underline{M}_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} + \underline{F}_{V,\varphi} \quad (4.13)$$

Der Impulsaustausch  $\underline{M}_\varphi$  zwischen den Phasen berücksichtigt die Reibung zwischen disperser und kontinuierlicher Phase, den dynamischen Auftrieb sowie die Kraft der virtuellen Masse. Das Kräftegleichgewicht

$$\underline{M}_\varphi = \frac{\alpha_\varphi}{V} (\underline{F}_W + \underline{F}_A + \underline{F}_{vM}) \quad (4.14)$$

mit den Gleichungen aus Abschnitt 3.4.5 bekannten Zusammenhängen führt zu den Impulsaustauschtermen

$$\underline{M}_a = \alpha_a \alpha_b A_W \underline{U}_r + \alpha_a \alpha_b A_A + \alpha_a \alpha_b A_{vM} (\underline{U}_a \cdot \nabla \underline{U}_a - \underline{U}_b \cdot \nabla \underline{U}_b) \quad (4.15)$$

$$\underline{M}_b = -\underline{M}_a \quad (4.16)$$

und den Koeffizienten

$$\begin{aligned} A_W &= \frac{3}{4} \left( \alpha_b \frac{C_{W_a} \rho_b}{d_a} + \alpha_a \frac{C_{W_b} \rho_a}{d_b} \right) |\underline{U}_r| \\ A_A &= C_A (\alpha_b \rho_b + \alpha_a \rho_a) \underline{U}_r \times (\nabla \times \underline{U}_b) \\ A_{vM} &= C_{vM} \rho_b \end{aligned} \quad (4.17)$$

Die Formulierung der Impulsaustauschtermen ist analog zum Löser *bubbleFOAM*, wobei hier der zeitabhängige Teil der substantiellen Ableitung  $\frac{\partial \underline{U}_\varphi}{\partial t}$  aufgrund der stationären Betrachtung entfällt. Um auch in der Grobgitter-Methode die Phaseninversion in der Betrachtung nicht auszuschließen, werden die jeweiligen Anteile von Widerstands- und Auftriebskraft mit  $\alpha_*$  multipliziert. Als Überblendung der Kräfte werden diese zusätzlich mit  $\alpha_\varphi \alpha_*$  als Vorfaktor versehen.

Die Impulserhaltungsgleichung 4.13 kann mit den beschriebenen Impulsaustauschtermen umformuliert werden zu

$$\begin{aligned} \underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi = & -\frac{\nabla P}{\rho_\varphi} + \underline{G} \\ & + \frac{\alpha_*}{\rho_\varphi} \left( A_W \underline{U}_r + A_A + A_{VM} \left( \underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi - \underline{U}_* \cdot \nabla \underline{U}_* \right) \right) + \underline{F}_{V,\varphi} . \end{aligned} \quad (4.18)$$

## 4.4 Modellierung der Grobgitterterme

Die Modellierung der Grobgitterterme, die die makroskopischen Eigenschaften der nicht aufgelösten aber dennoch relevanten physikalischen Effekte wiedergeben sollen, erfolgt über eine zuvor für dieselbe Geometrie durchgeführte Strömungssimulation auf einem feinskaligen Berechnungsgitter. Für die Modellierung beziehungsweise Übertragung der Größen wird ein gemeinsames Bezugssystem verwendet, welches mit der räumlichen Diskretisierung der Grobgitter-Methode bereits vorliegt.

### 4.4.1 Bezugssystem und Mittelwertbildung

In Abbildung 4.5 ist das Bezugssystem dargestellt, für das keine Unterscheidung zur einphasigen Grobgitter-Methode gemacht wird.

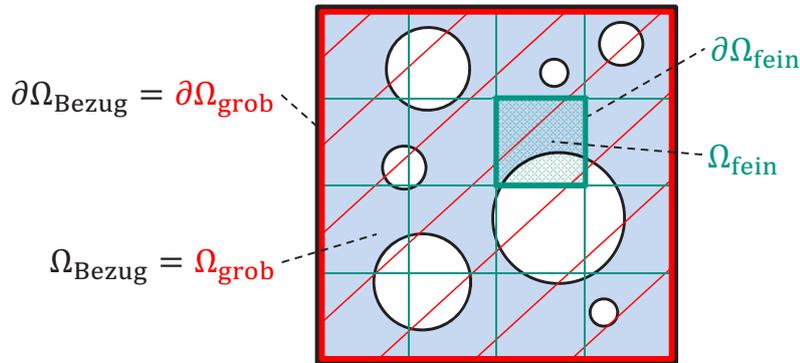


Abbildung 4.5: Bezugssystem zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitterterme

Die Modellierung der Grobgitterterme aus den Berechnungsergebnissen der detaillierten Strömungssimulation erfordert deren Mittelung auf das gemeinsame Bezugssystem. Dabei muss unterschieden werden zwischen phasenspezifischen und gemischspezifischen Strömungsgrößen, die einer entsprechenden Vorschrift zur Mittelwertbildung unterliegen. Für eine in den Mittelpunkten der Kontrollvolumina gespeicherte gemischspezifische Größe  $e_\varphi$  gilt daher

$$\langle e_\varphi \rangle_{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iiint_{\Omega_{\text{fein}}} dV} \iiint_{\Omega_{\text{fein}}} e_\varphi dV \quad \text{für alle } \Omega_{\text{fein}} \in \Omega_{\text{Bezug}} \quad , \quad (4.19)$$

beziehungsweise für eine auf den Oberflächen der Kontrollvolumina gespeicherte gemischtspezifische Größe  $e_\varphi$  gilt

$$\langle e_\varphi \rangle_{\partial\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} dA} \iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} e_\varphi dA \quad \text{für alle } \partial\Omega_{\text{fein}} \in \partial\Omega_{\text{Bezug}} \quad . \quad (4.20)$$

Als gemichtspezifische Größen sind an dieser Stelle die Phasenvolumenanteile oder der Druck zu nennen und als phasenspezifische Größen die Phasengeschwindigkeiten sowie die Impulstransportterme der jeweiligen Phasen. Diese werden über das Phasenvolumen gemittelt, woraus sich die folgenden Mittelungsvorschriften für die im Mittelpunkt gespeicherten Größen

$$\langle e_\varphi \rangle_{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iiint_{\Omega_{\text{fein}}} dV_\varphi} \iiint_{\Omega_{\text{fein}}} e_\varphi dV_\varphi \quad \text{für alle } \Omega_{\text{fein}} \in \Omega_{\text{Bezug}} \quad (4.21)$$

und die auf den Oberflächen gespeicherten Größen

$$\langle e_\varphi \rangle_{\partial\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{1}{\iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} dA_\varphi} \iint_{\partial\Omega_{\text{fein}}} e_\varphi dA_\varphi \quad \text{für alle } \partial\Omega_{\text{fein}} \in \partial\Omega_{\text{Bezug}} \quad (4.22)$$

ergeben.

#### 4.4.2 Gegenüberstellung der Gleichungssysteme Navier-Stokes und Euler

Die Aufgabe der Grobgitter-Methode ist die Wiedergabe des Strömungsfeldes einer detaillierten Strömungssimulation, das heißt der Impulstransport muss in beiden Gleichungssystemen übereinstimmen. Die beiden Impulserhaltungsgleichungen 3.48 und 4.13 werden im Folgenden gegenübergestellt, wobei die Gleichung 3.48 auf den stationären Fall vereinfacht wird:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_\varphi}{\partial t} + \bar{u}_\varphi \cdot \nabla \bar{u}_\varphi + \frac{1}{\alpha_\varphi} \nabla \cdot (\alpha_\varphi \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}) &= -\frac{\nabla \bar{p}}{\rho_\varphi} + \underline{g} + \frac{m_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} \\ \underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi &= -\frac{\nabla P}{\rho_\varphi} + \underline{G} + \frac{\underline{M}_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} + \underline{F}_{\text{V},\varphi} \quad . \end{aligned}$$

Die aus den Navier-Stokes-Gleichungen verwendeten Strömungsgrößen und Impulsflüsse müssen einem stationären beziehungsweise quasi-stationären Strömungszustand entstammen. Um dies sicherzustellen werden die verwendeten Größen über einen genügend großen Zeitraum  $\Delta t$  gemittelt und es gilt:

$$\langle \bar{e}_{(\underline{x})} \rangle_s = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \bar{e}_{(\underline{x}, t)} dt . \quad (4.23)$$

Wird eine zeitlich gemittelte Größe anschließend räumlich auf das Bezugssystem gemittelt, so erhält die eckige Klammer den Index  $\langle \bar{e} \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}}$ .

Die Euler-Impulserhaltungsgleichungen sind nicht zu mitteln, da mit  $\Omega_{\text{grob}} = \Omega_{\text{Bezug}}$  und  $\partial \Omega_{\text{grob}} = \partial \Omega_{\text{Bezug}}$  das grobskalige Berechnungsgitter bereits als Bezugssystem definiert wurde. Bei der Mittelung der Navier-Stokes-Impulserhaltungsgleichungen auf das gemeinsame Bezugssystem kann dies entweder für jeden Term oder für jede Strömungsgröße erfolgen. Es ergeben sich daher zwei verschiedene Sätze von Beziehungen zwischen den jeweiligen Impulserhaltungsgleichungen:

1. Auf dem feinen Berechnungsgitter werden die Impulsflüsse berechnet und dann auf das Bezugssystem gemittelt (Ansatz: Impulsflüsse sind gleich).

$$\begin{aligned} \underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi &= \langle \underline{\bar{u}}_\varphi \cdot \nabla \underline{\bar{u}}_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \frac{\nabla P}{\rho_\varphi} &= \left\langle \frac{\nabla \bar{p}}{\rho_\varphi} \right\rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \underline{G} &= \langle \underline{g} \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \frac{\underline{M}_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} &= \left\langle \frac{\underline{m}_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} \right\rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \underline{F}_{V, \varphi} &= - \left\langle \frac{1}{\alpha_\varphi} \nabla \cdot \left( \alpha_\varphi \underline{\tau}_{\text{eff}, \varphi} \right) \right\rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

2. Die Strömungsgrößen werden erst auf das Bezugssystem gemittelt und im Anschluss die Impulsflüsse berechnet (Ansatz: Strömungsgrößen sind gleich).

$$\begin{aligned} \underline{U}_\varphi \cdot \nabla \underline{U}_\varphi &= \langle \underline{\bar{u}}_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \cdot \nabla \langle \underline{\bar{u}}_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \frac{\nabla P}{\rho_\varphi} &= \frac{\nabla \langle \bar{p} \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}}}{\rho_\varphi} \\ \underline{G} &= \langle \underline{g} \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \\ \frac{\underline{M}_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} &= \frac{\langle \underline{m}_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}}}{\langle \alpha_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \rho_\varphi} \\ \underline{F}_{V, \varphi} &= - \frac{1}{\langle \alpha_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}}} \nabla \cdot \left( \langle \alpha_\varphi \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \langle \underline{\tau}_{\text{eff}, \varphi} \rangle_{s, \Omega_{\text{Bezug}}} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

In den Beziehungen 4.24 wird die Berechnung der Impulsflüsse vor der Mittelwertbildung durchgeführt, womit die gemittelten Impulsflüsse auf dem fein diskretisierten Strömungsfeld basieren und die detaillierte Strömungssimulation makroskopisch wiedergibt. Der Term  $\underline{F}_{V,\varphi}$  in den Beziehungen 4.24 enthält die vollständigen Informationen der detaillierten RANS-Simulation. Mit der umgekehrten Abfolge in den Beziehungen 4.25 werden zuerst alle Strömungsgrößen separat auf das Bezugssystem gemittelt bevor die Impulsflüsse berechnet werden. Es gehen dabei die im groben Bezugssystem räumlich nicht auflösbaren physikalischen Effekte verloren.

Die Abbildung 4.6 veranschaulicht die beiden Mittelungsverfahren anhand eines eindimensionalen Geschwindigkeitsprofils. Die zwölf Definitionspunkte stellen das feine Berechnungsgitter dar und das grobe Berechnungsgitter fasst jeweils vier Definitionspunkte zusammen. Die Mittelung der Geschwindigkeit beschreibt das eigentliche Geschwindigkeitsprofil, jedoch ergeben sich bei der Berechnung der konvektiven Impulsflüsse mit  $\langle \underline{u}_\varphi \cdot \nabla \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}}$  beziehungsweise mit  $\langle \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}} \cdot \nabla \langle \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}}$  quantitative Unterschiede. Ersterer beschreibt näherungsweise den Verlauf des fein aufgelösten Impulsflusses (entsprechend der Berechnung auf dem feinen Gitter) und letzterer approximiert den Impulsfluss gemäß des gemittelten Geschwindigkeitsprofils (wie bei übereinstimmendem Geschwindigkeitsfeld in der Grobgitter-Simulation auf dem groben Gitter). Trotz äquivalenter Geschwindigkeitsfelder können die konvektiven Impulsflüsse beider Verfahren voneinander abweichen.

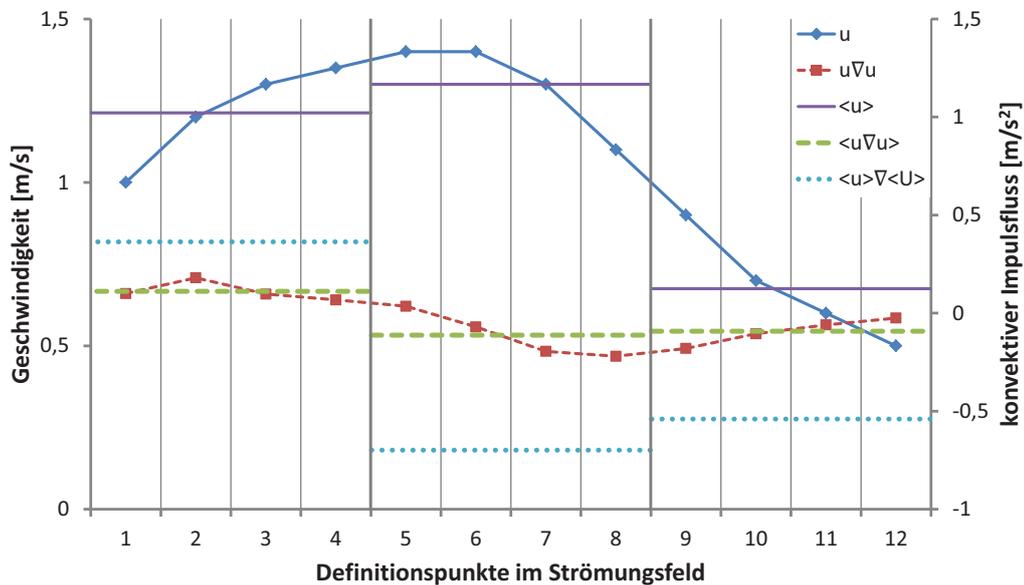


Abbildung 4.6: Vergleich der Mittelungsverfahren anhand des konvektiven Impulsflusses

Für die Modellierung der Volumenkräfte  $\underline{F}_{V,\varphi}$  der Grobgitter-Methode ist das erste Mittelungsverfahren zu verwenden, sodass alle in der detaillierten Strömungssimulation aufgelösten physikalischen Effekte in die Grobgitter-Methode übertragen werden können. Es gilt die Gleichheit der Impulsflüsse mit

$$\underline{F}_{V,\varphi} = - \left\langle \frac{1}{\alpha_\varphi} \nabla \cdot \left( \alpha_\varphi \underline{\tau}_{\text{eff},\varphi} \right) \right\rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}} . \quad (4.26)$$

Der Quellterm für die Gravitation  $\underline{G}$  ist durch die Randbedingungen definiert und wird analog zur detaillierten Strömungssimulation vorgegeben; eine Mittelung ist nicht erforderlich. Der Impulsaustausch zwischen den Phasen wird im Weiteren vollständig aus den Strömungsfeldern der Grobgitter-Methode berechnet und bedarf ebenfalls keiner separaten Modellierung beziehungsweise Mittelung. Wie bereits in Gleichung 4.14 beschrieben, berücksichtigt dieser die Kraft der virtuellen Masse (nur den räumlichen Beschleunigungsanteil), den dynamischen Auftrieb sowie den Reibungswiderstand bei einer Relativbewegung der beiden Fluide. Der Druck wird ebenfalls mit Hilfe der Strömungsgrößen aus der Grobgitter-Simulation bestimmt und sorgt für die Erfüllung der Kontinuität.

Für den konvektiven Impulsfluss hat sich gezeigt, dass der Diskretisierungsfehler beim Vergleich gemittelter Strömungsgrößen (Beziehungen 4.25) mit den gemittelten Impulsflüssen (Beziehungen 4.24) trotz vergleichbarer Geschwindigkeitsfelder nicht vernachlässigbar ist. Da dieser Diskretisierungsfehler aus den Ergebnissen der detaillierten Strömungssimulation bestimmt werden kann, wird dieser in der Grobgitter-Methode als Korrekturterm in Form eines zusätzlichen Schließungsterms implementiert. Der Korrekturterm  $\underline{F}_{\text{korr,konv},\varphi}$  ergibt sich aus der Differenz der beiden Mittelungsverfahren

$$\underline{F}_{\text{korr,konv},\varphi} = \langle \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}} \cdot \nabla \langle \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}} - \langle \underline{u}_\varphi \cdot \nabla \underline{u}_\varphi \rangle_{s,\Omega_{\text{Bezug}}} . \quad (4.27)$$

Somit wird der Ansatz gleicher Impulsflüsse ergänzt um den Ansatz, dass die Strömungsgrößen der Grobgitter-Methode ebenfalls denen der detaillierten RANS-Berechnung entsprechen.

Die Verwendung von Euler-Gleichungen für die Grobgitter-Methode erfordert, wie in Abschnitt 4.6 beschrieben, an festen Wänden die Verwendung der „slip“-Randbedingung, das heißt lediglich die Geschwindigkeit in Normalenrichtung der Wand ist Null. Die in der zweiphasigen detaillierten Strömungssimulation zu verwendende Haftbedingung wird zwar über den deviatorischen Anteil des Spannungstensors  $\underline{\tau}_{\text{eff},\varphi}$  in den Volumenkräften  $\underline{F}_{V,\varphi}$  berücksichtigt, aber durch die feinskalige Auflösung in wandnahen Bereichen ist dieser Beitrag durch die Mittelung auf das grobe Gitter vernachlässigbar klein. Aus diesem Grund wurde ein weiterer Korrekturterm  $\underline{F}_{\text{korr,Wand},\varphi}$  eingeführt, der die fehlende Haftbedingung in der zweiphasigen Grobgitter-Methode ersetzt. Diese zusätzliche Impuls-Senke ändert die Geschwindigkeit in den Rand-Kontrollvolumina nur unwesentlich. Gleichzeitig führt dieser Korrekturterm zur Verbes-

serung der Wiedergabe des korrekten Druckfeldes. Der in Hauptströmungsrichtung vorliegende Geschwindigkeitsgradient normal zur Oberfläche der Wand wird für die innere Reibung einer laminaren Scherschicht herangezogen. Für eine laminare Scherschicht in der einphasigen Strömung gilt allgemein

$$\underline{F}_{\text{Wand}} = -\frac{\underline{U}}{|\underline{U}|} \rho \nu S_{\text{Wand}} \frac{1}{V} \cdot \nabla_{\text{f}}^{\perp} \underline{U} \quad , \quad (4.28)$$

wobei sich der oberflächennormale Geschwindigkeitsgradient aus der Geschwindigkeit im Mittelpunkt des am Rand befindlichen Kontrollvolumens und der zu Null definierten Geschwindigkeit an der Wand berechnet. Dabei ist die resultierende Kraft der Hauptströmungsrichtung von  $\underline{U}$  entgegengerichtet. Die Dissipation durch die laminare Unterschicht der zweiphasigen detaillierten Strömungssimulation wird subtrahiert, weil diese bereits in der Volumenkraft  $\underline{F}_{\text{V},\varphi}$  enthalten ist. Dadurch ergeben sich die folgenden Korrekturterme für die feste Wand:

$$\begin{aligned} \underline{F}_{\text{korr,Wand},\varphi} = & -\frac{\underline{U}_{\varphi}}{|\underline{U}_{\varphi}|} \rho_{\varphi} \nu_{\varphi} S_{\text{Wand},\Omega_{\text{grob}}} \frac{\alpha_{\varphi}}{V_{\Omega_{\text{grob}}}} \cdot \nabla_{\text{f}}^{\perp} \underline{U}_{\varphi} \\ & + \left\langle \frac{\underline{u}_{\varphi}}{|\underline{u}_{\varphi}|} \rho_{\varphi} \nu_{\varphi} S_{\text{Wand},\Omega_{\text{fein}}} \frac{\alpha_{\varphi}}{V_{\Omega_{\text{fein}}}} \cdot \nabla_{\text{f}}^{\perp} \underline{u}_{\varphi} \right\rangle_{\Omega} . \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die mathematische Implementierung der phasenspezifischen Korrekturterme aus den Gleichungen 4.27 und 4.29 in die Gleichung 4.18 führt abschließend zur folgenden Formulierung der Impulserhaltungsgleichung:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{\varphi} \cdot \nabla \underline{U}_{\varphi} + \underline{F}_{\text{korr,konv},\varphi} = & -\frac{\nabla P}{\rho_{\varphi}} + \underline{G} + \frac{\alpha_{*}}{\rho_{\varphi}} (A_{\text{W}} \underline{U}_{\text{r}} + A_{\text{A}}) \\ & + \frac{\alpha_{*}}{\rho_{\varphi}} A_{\text{vM}} \left( \underline{U}_{\varphi} \cdot \nabla \underline{U}_{\varphi} + \underline{F}_{\text{korr,konv},\varphi} \right) \\ & - \frac{\alpha_{*}}{\rho_{\varphi}} A_{\text{vM}} \left( \underline{U}_{*} \cdot \nabla \underline{U}_{*} + \underline{F}_{\text{korr,konv},*} \right) \\ & + \underline{F}_{\text{V},\varphi} + \underline{F}_{\text{korr,Wand},\varphi} . \end{aligned} \quad (4.30)$$

## 4.5 Lösungsverfahren

Das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene System partieller Differentialgleichungen ist numerisch zu lösen. Mit der Diskretisierung der Gleichungen kann die exakte Lösung mit numerischen Verfahren angenähert werden. Für die Koppelung von Druck und Geschwindigkeit wird das verwendete Druckkorrekturverfahren detailliert beschrieben.

### 4.5.1 Diskretisierung der Gleichungen

Die Gleichungen 4.30 und 4.33 bilden das System partieller Differentialgleichungen der Grobgitter-Methode. Wie im Abschnitt 3.5 beschrieben, wird aus der Impulserhaltungsgleichung eine Druckgleichung ausgegliedert, die im vorliegenden Fall aus dem Druckterm  $\frac{\nabla P}{\rho_\phi}$  besteht. Bei der Diskretisierung der Gleichungen kann die Konvergenz verbessert oder verschlechtert werden, denn die Struktur der Koeffizientenmatrix  $\underline{\underline{A}}$  wird direkt beeinflusst. Die allgemeine Form des Gleichungssystems aus Abschnitt 3.3 lautet  $\underline{\underline{A}} \underline{U} = \underline{R}$ . Die expliziten Terme werden vollständig auf der rechten Seite als Quell- und Senkenterm in den Vektor  $\underline{R}$  eingefügt, wogegen die impliziten Terme direkt in die Koeffizientenmatrix  $\underline{\underline{A}}$  einfließen. Die Diagonaldominanz einer Matrix, das heißt wenn alle Diagonalelemente  $a_{ii}$  jeweils größer sind als die Summe der restlichen Zeileneinträge  $\sum_{j \neq i} |a_{ij}|$ , verbessert im Allgemeinen die Konvergenz der zur Lösung des Gleichungssystems verwendeten Verfahren. Terme, die mit einem positiven Zahlenwert zu den Diagonaleinträgen der Koeffizientenmatrix beitragen, sind bevorzugt implizit zu behandeln, die mit negativen Zahlenwerten für die Diagonaleinträge sind explizit zu behandeln. Eine implizite Behandlung (also die Zugehörigkeit zur Diagonalen der Koeffizientenmatrix) setzt die lineare Abhängigkeit von der zu berechnenden Strömungsgröße voraus. Implizite Terme werden folgend mit doppelten Betragsstrichen  $\|\dots\|$  gekennzeichnet.

#### 4.5.1.1 Impulserhaltungsgleichung

Mit der Gleichung 4.30 wurden die Impulserhaltungsgleichungen der Grobgitter-Methode zusammengefasst. Durch eine Umstrukturierung der Terme lassen sich die konvektiven Flüsse zusammenfassen und implizit behandeln, weiterhin wird durch Separation der Relativgeschwindigkeit in die jeweiligen Phasengeschwindigkeiten ein Teil der Widerstandskraft zwischen den Phasen implizit verwendet. Die Impulserhaltungsgleichungen ergeben sich für die Phase a zu

$$\begin{aligned}
 \left\| \left( 1 - \frac{\alpha_b}{\rho_a} A_{vM} \right) \underline{U}_a \cdot \nabla \underline{U}_a \right\| &= \underline{G} + \frac{\alpha_b}{\rho_a} (-A_W \underline{U}_b + A_A) \\
 &\quad - \frac{\alpha_b}{\rho_a} (A_{vM} (\underline{U}_b \cdot \nabla \underline{U}_b + \underline{F}_{\text{korr,konv,b}})) \\
 &\quad + \left\| \frac{\alpha_b}{\rho_a} A_W \underline{U}_a \right\| + \left( \frac{\alpha_b}{\rho_a} A_{vM} - 1 \right) \underline{F}_{\text{korr,konv,a}} \\
 &\quad + \underline{F}_{V,a} + \underline{F}_{\text{korr,Wand,a}}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

und für die Phase b zu

$$\begin{aligned}
\left\| \left( 1 - \frac{\alpha_a}{\rho_b} A_{vM} \right) \underline{U}_b \cdot \nabla \underline{U}_b \right\| &= \underline{G} + \frac{\alpha_a}{\rho_b} (-A_W \underline{U}_a - A_A) \\
&\quad - \frac{\alpha_a}{\rho_b} (A_{vM} (\underline{U}_a \cdot \nabla \underline{U}_a + \underline{F}_{\text{korr,konv,a}})) \\
&\quad + \left\| \frac{\alpha_a}{\rho_b} A_W \underline{U}_b \right\| + \left( \frac{\alpha_a}{\rho_b} A_{vM} - 1 \right) \underline{F}_{\text{korr,konv,b}} \\
&\quad + \underline{F}_{V,b} + \underline{F}_{\text{korr,Wand,b}} .
\end{aligned} \tag{4.32}$$

#### 4.5.1.2 Phasenvolumenerhaltungsgleichung

Zu Beginn des Kapitels wurden die gewählten Ansätze für die zu verwendenden Gleichungen dargestellt. Die Phasenvolumenerhaltung wird analog zu dem in Rusche [2002] beschriebenen zweiphasigen RANS-Löser *bubbleFOAM*, der in der vorliegenden Arbeit als Referenz herangezogen wird, modelliert. Für die Phasenvolumenerhaltungsgleichung 4.12 wird daher die Geschwindigkeit  $\underline{U}_a$  durch die Relativgeschwindigkeit  $\underline{U}_r$  und die Gemischgeschwindigkeit  $\underline{U}$  ausgedrückt. Dadurch kann die folgende Gleichung in  $\alpha_a$  auf den Gültigkeitsbereich  $0 \leq \alpha_\varphi \leq 1$  beschränkt werden. Die resultierende Gleichung

$$\nabla \cdot (\alpha_a \underline{U}) + \nabla (\underline{U}_r \alpha_a (1 - \alpha_a)) = 0 \tag{4.33}$$

ist konservativ und beschränkt in  $\alpha_\varphi$ , wenn diese voll implizit gelöst wird. Die Phasenvolumenerhaltungsgleichung kann jedoch wegen des nichtlinearen, zweiten Terms nicht voll implizit gelöst werden, sodass nur der erste Term implizit behandelt wird. Der zweite Term wird semiimplizit diskretisiert. Für die Phase a ergibt sich somit:

$$\|\nabla \cdot (\alpha_a \underline{U})\| + \nabla (\underline{U}_r \alpha_a (1 - \alpha_a)) = 0 . \tag{4.34}$$

Mit der Verwendung eines linearen Löser und einem iterativen Vorgehen wird die Beschränktheit der Phasenvolumenanteile zwischen den Iterationen hergestellt durch die Korrektur

$$\alpha_a \Big|_{\text{korrigiert}} = \frac{|\alpha_a|}{|\alpha_a| + |\alpha_b|} . \tag{4.35}$$

Am Ende der letzten Iteration muss die Korrektur entfallen, da diese die Konservativität beeinflusst. Die Phasenvolumenanteile der kontinuierlichen Phase folgen dem Zusammenhang  $\alpha_b = 1 - \alpha_a$ .

Die Verwendung dieser Formulierung zeigt in der detaillierten RANS-Simulation ein stabiles Verhalten und beschreibt die Phasenvolumenverteilung erwartungsgemäß. Insbesondere der nichtlineare Term kann jedoch bei einer sehr groben Diskretisierung zu einem nicht mehr vernachlässigbaren Fehler in den Flüssen der Phasenvolumenanteile führen. Die Modifizierung beziehungsweise Neuformulierung der Phasenvolumenerhaltungsgleichung stellt einen eigenen Aufgabenkomplex dar und ist daher nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

### 4.5.1.3 Druckgleichung

In der Grobitter-Methode wird lediglich der Druckterm aus den Impulserhaltungsgleichungen in die Druckgleichung überführt. Bei zweiphasigen Strömungen existieren mehr Freiheitsgrade für die Formulierung der Druckgleichung als dies bei einphasigen Strömungen der Fall ist. In Carver [1984] wurde eine Linearkombination der massenbezogenen Phasenerhaltungsgleichungen entwickelt, die eine stabile Variante für die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung darstellt. Da sich bei der Massenerhaltung gezeigt hat, dass die Phase mit der geringeren Dichte einen großen Einfluss auf die Druckverteilung besitzt, wurde diese durch die Volumenerhaltung ersetzt. Dies führt zur Divergenzfreiheit des Gemischflusses  $\Phi = \bar{u}_f \cdot \underline{S}$  über die Oberflächen, der auch anhand der Linearkombination für beide Phasen (analog zur Gemischgeschwindigkeit) definiert werden kann:

$$\nabla \cdot \Phi = 0 \quad . \quad (4.36)$$

Der Gemischfluss, durch die einzelnen Phasenflüsse ausgedrückt, führt zu

$$\nabla \cdot (\alpha_{a,f} \Phi_a + \alpha_{b,f} \Phi_b) = 0 \quad . \quad (4.37)$$

Die Flüsse sind nicht wie die Geschwindigkeiten im Kontrollvolumenmittelpunkt, sondern auf den Kontrollvolumenoberflächen definiert. Entsprechend werden die Volumenanteile der Phasen auf die Kontrollvolumenoberflächen interpoliert, gleiches gilt für die Flüsse der jeweiligen Phase. Mit Hilfe der zentralen Differenzen werden die Phasengeschwindigkeiten auf die Flächen interpoliert und mit der Fläche multipliziert, sodass der Zusammenhang  $\Phi_\varphi = \underline{U}_{\varphi,f} \cdot \underline{S}$  gilt. Geschuldet durch die Entnahme des Druckterms aus den Impulserhaltungsgleichungen ist dessen Beitrag den Phasenflüssen nachträglich hinzuzurechnen. Mit dem Verweis auf die Gleichung 3.10 kann das vollständige Gleichungssystem zur Berechnung der Phasengeschwindigkeiten geschrieben werden als

$$\underline{U}_\varphi \approx \frac{\left( \left[ -\frac{\nabla P}{\rho_\varphi} \right] + \underline{G} + \frac{M_\varphi}{\alpha_\varphi \rho_\varphi} + \underline{F}_{V,\varphi} - \underline{Q}_{N,\varphi} \underline{u}_\varphi^n \right)}{\underline{Q}_{D,\varphi}} \quad (4.38)$$

wobei der ausgegliederte Druckterm mit der Definition  $-\frac{1}{\underline{Q}_{\underline{D},\varphi}} \frac{\nabla P}{\rho_\varphi}$  an dieser Stelle noch nicht in der Phasengeschwindigkeit enthalten ist. Werden die einzelnen Größen auf die Oberflächen der Kontrollvolumina interpoliert und mit den Flächen multipliziert, so ergibt sich der Phasenfluss mit Berücksichtigung des Druckes zu

$$\Phi_\varphi = \underline{U}_{\varphi,f}^n \cdot \underline{S} + \Phi_\varphi^{\text{kor}} - S \frac{1}{\underline{Q}_{\underline{D},\varphi}} \frac{\nabla_f P}{\rho_\varphi} . \quad (4.39)$$

Der Term  $\Phi_\varphi^{\text{kor}}$  korrigiert bei dem verwendeten iterativen Lösungsverfahren die Abweichung zwischen dem Phasenfluss aus der interpolierten Geschwindigkeit  $\underline{U}_{\varphi,f}^n \cdot \underline{S}$  und dem mit dem Druckkorrekturverfahren korrigierten Phasenfluss. Die Geschwindigkeit wird erst im letzten Druckkorrekturschritt korrigiert, daher wird hier immer die Geschwindigkeit des letzten Iterationsschrittes verwendet. Durch Substitution der Gleichungen 4.39 für beide Phasen in 4.37 und Umstellung der impliziten Terme auf die linke sowie der expliziten Terme auf die rechte Seite folgt

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( S \left( \frac{\alpha_{a,f}}{\rho_a \underline{Q}_{\underline{D},a,f}} + \frac{\alpha_{b,f}}{\rho_b \underline{Q}_{\underline{D},b,f}} \right) \nabla_f P \right) \\ = \nabla \cdot \left( \alpha_{a,f} (\underline{U}_{a,f}^n \cdot \underline{S} + \Phi_a^{\text{kor}}) + \alpha_{b,f} (\underline{U}_{b,f}^n \cdot \underline{S} + \Phi_b^{\text{kor}}) \right) . \end{aligned} \quad (4.40)$$

Der nächste Abschnitt wird das verwendete Verfahren zur Druck-Geschwindigkeits-Kopplung beschrieben.

## 4.5.2 Druckkorrekturverfahren

Nachdem die Impulserhaltungsgleichungen, die Phasenerhaltungsgleichung sowie die Druckgleichung hergeleitet und diskretisiert wurden, erfolgt die Koppelung zwischen Druck und Geschwindigkeit in einem entsprechenden Algorithmus. Wie bereits im Abschnitt 3.5 erwähnt, gibt es eine Vielzahl verschiedener Algorithmen mit zum Teil sehr dedizierten Eigenschaften.

In der Grobgitter-Methode orientiert sich das Verfahren zur Druck-Geschwindigkeits-Kopplung an dem von Issa [1985] beschriebenen PISO-Algorithmus. Die vorläufigen Felder für den Druck und die Geschwindigkeit werden mit den hochgestellten Indizes \* und \*\* gekennzeichnet. Die Abbildung 4.7 stellt das Druckkorrekturverfahren schematisch dar.

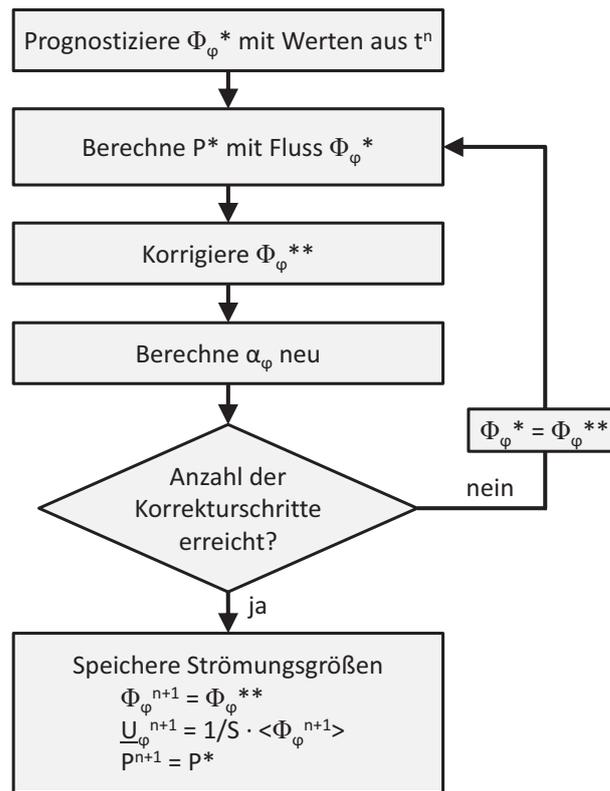


Abbildung 4.7: Druckkorrekturverfahren in der Grobgitter-Methode

Ausgehend von den Werten des vorangegangenen Iterationsschrittes beginnt die Druckkorrektur mit der Schätzung eines neuen Geschwindigkeitsfeldes unter Vernachlässigung des Druckes. Exemplarisch wird hier die Impulserhaltungsgleichung 4.31 in die mathematische Formulierung des *OpenFOAM*-Lösers gebracht:

$$\underline{\underline{A}} = \left( 1 - \frac{\alpha_b^n A_{vM}}{\rho_a} \right) \nabla \underline{U}_a^n - \frac{\alpha_b^n}{\rho_a} A_{W\underline{\underline{I}}}^n \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{R}} = & \underline{\underline{G}} + \frac{\alpha_b^n}{\rho_a} \left( -A_{W\underline{\underline{b}}}^n \underline{U}_b^n + A_A^n - A_{vM} \left( \underline{U}_b^n \cdot \nabla \underline{U}_b^n + \underline{F}_{\text{korr,konv,b}} \right) \right) \\ & + \left( \frac{\alpha_b^n}{\rho_a} A_{vM} - 1 \right) \underline{F}_{\text{korr,konv,a}} + \underline{F}_{V,a} + \underline{F}_{\text{korr,Wand,a}} \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\underline{\underline{A}} \underline{U}_a = \underline{\underline{R}} \quad (4.43)$$

Sind beide Impulserhaltungsgleichungen in diese Form gebracht, so werden mit Hilfe des Jacobi-Verfahrens die Phasengeschwindigkeiten angenähert mit

$$\underline{U}_\varphi^* = \frac{\underline{Q}}{\underline{Q}_{\equiv H}} \cdot \frac{\underline{Q}}{\underline{Q}_{\equiv D}} . \quad (4.44)$$

Ein geschätztes  $\underline{U}_\varphi^*$  liefert ebenfalls die entsprechenden Phasenflüsse, wobei die Phasengeschwindigkeiten und -flüsse den Einfluss des Druckes vernachlässigen und die Kontinuitätsgleichung nicht erfüllen.

Es folgt die Berechnung des Druckfeldes unter Verwendung der geschätzten Phasenflüsse. Die Druckgleichung 4.40 liefert bereits den korrekten mathematischen Zusammenhang, im ersten Korrekturschritt sind jedoch die Werte der Iteration  $n$  zu verwenden, sodass gilt

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( \underline{S} \left( \frac{\alpha_{a,f}^n}{\rho_a \underline{Q}_{\equiv D,a,f}^n} + \frac{\alpha_{b,f}^n}{\rho_b \underline{Q}_{\equiv D,b,f}^n} \right) \nabla_f P^* \right) \\ = \nabla \cdot \left( \alpha_{a,f}^n (\underline{U}_{a,f}^n \cdot \underline{S} + \Phi_a^{\text{korrr}}) + \alpha_{b,f}^n (\underline{U}_{b,f}^n \cdot \underline{S} + \Phi_b^{\text{korrr}}) \right) . \end{aligned} \quad (4.45)$$

Mit dem berechneten Druckfeld werden die Flüsse der Phasen separat korrigiert mit

$$\Phi_\varphi^{**} = \Phi_\varphi^* - \frac{1}{\underline{Q}_{\equiv D,\varphi}} \frac{\nabla_f P^*}{\frac{\alpha_{a,f}^n}{\rho_a \underline{Q}_{\equiv D,a,f}^n} + \frac{\alpha_{b,f}^n}{\rho_b \underline{Q}_{\equiv D,b,f}^n}} . \quad (4.46)$$

Mit den korrigierten Phasenflüssen werden die Phasenvolumenanteile unter Verwendung der Gleichung 4.34 ebenfalls neu berechnet, wobei hierfür die Geschwindigkeitsfelder temporär korrigiert werden.

Der erste Korrekturschritt ist an dieser Stelle beendet und es liegen Druck, Phasengeschwindigkeiten und Phasenverteilungen in konsistenter Form vor. Mit der Neuberechnung der Phasenvolumenverteilung ist jedoch die Kontinuität nicht notwendigerweise erfüllt. Die Divergenzfreiheit der Geschwindigkeitsfelder wird erst dann näherungsweise erfüllt, wenn die Korrekturen der einzelnen Strömungsgrößen hinreichend klein sind. Aus diesem Grund kann für die zweiphasige Grobgitter-Methode der PISO-Algorithmus nach Issa [1985] nicht verwendet werden, da dieser zwei Korrekturschritte als hinreichend genau definiert. Die Anzahl der durchzuführenden Korrekturschritte ist dem jeweiligen Strömungsproblem und dem Berechnungsfortschritt anzupassen.

Ist die Anzahl der durchzuführenden Korrekturschritte noch nicht erfüllt, so beginnt der neue Korrekturschritt basierend auf den bis dahin korrigierten Phasenflüssen. Nach dem Abschluss aller Korrekturschritte werden die korrigierten Strömungsgrößen im neuen Iterationsschritt gespeichert und die Druckkorrektur ist beendet.

## 4.6 Randbedingungen

Im Allgemeinen werden am Eintritt des Berechnungsgebietes einer zweiphasigen detaillierten Strömungssimulation feste Werte für die Phasengeschwindigkeit sowie für die turbulenten Transportgrößen definiert. Am Austritt wird der relative Druck auf den Wert 0 vorgeschrieben, was für inkompressible Strömungssimulationen dem gewohnten Vorgehen entspricht. An festen Wänden werden für die turbulenten Transportgrößen die entsprechenden Wandfunktionen vorgegeben und für die Geschwindigkeit gilt dort die Haftbedingung, also  $\bar{u}_\varphi = 0$ . Alle übrigen Randbedingungen sind Null-Gradienten-Randbedingungen.

Die Randbedingungen der zweiphasigen Grobitter-Methode entsprechen im Wesentlichen denen der detaillierten Strömungssimulation. Eine Ausnahme bildet die als „no-slip“-Randbedingung bezeichnete Haftbedingung an der festen Wand, da bei der Grobitter-Methode mit der „slip“-Randbedingung lediglich die Geschwindigkeit in Normalenrichtung zu Null vorgegeben wird. Dies ist eine grundlegende Anforderung für die Verwendung der Euler-Gleichungen, denn mit der reinen Haftbedingung wäre das Gleichungssystem sonst überbestimmt. Die Randbedingungen der Turbulenzmodelle entfallen, da diese in der Grobitter-Methode keine Anwendung finden. Die makroskopischen Eigenschaften der Grenzschicht werden mit dem Schließungsterm  $\underline{F}_V$  und dem Korrekturterm  $\underline{F}_{\text{korr,Wand},\varphi}$  von der zweiphasigen detaillierten Strömungssimulation in die zweiphasige Grobitter-Methode übertragen.

## 4.7 Parametrisierung der Grobitterterme

In der Abbildung 4.4 wird als vierter Schritt der zweiphasigen Grobitter-Methode die Parametrisierung der Grobitterterme genannt. Unter der Voraussetzung, dass die diskreten Grobitter-Simulationen mit den jeweils dazugehörigen RANS-Berechnungen validiert wurden, können die Grobitterterme aus den Parametersätzen als Stützpunkte für die Erzeugung eines kontinuierlichen Parameterraumes verwendet werden. Mit einem kontinuierlichen Parameterraum für die Grobitter-Methode kann somit jeder mögliche Parametersatz zwischen den bekannten Parametersätzen abgedeckt werden, sodass nicht jede Grobitter-Berechnung eine vorgelagerte detaillierte Strömungssimulation benötigt. In Bezug auf die repräsentative Teilgeometrie eines größeren Strömungsgebietes kann für diese ein kontinuierlicher Parameterraum erzeugt werden, der jeden im gesamten Strömungsgebiet möglichen Parametersatz abdeckt. Dieser kontinuierliche Parameterraum ermöglicht die generalisierte Verwendung der repräsentativen Teilgeometrie. In einer aus den Teilgeometrien zusammengesetzten Großkomponente kann somit jede mögliche Parameterverteilung umgesetzt werden, solange jeder lokale Parametersatz auch von dem kontinuierlichen Parameterraum abgedeckt ist. In dieser Arbeit wurde die vorgegebene Geschwindigkeit am Einlass des Strömungsgebietes als Parametersatz variiert. Andere Größen, wie die Richtung der einströmenden Fluide oder der Phasenvolumenanteil, können ebenfalls verwendet werden.

Die Parametrisierung erfolgt für die aus den detaillierten Strömungssimulationen modellierten Grobgitterterme, das heißt die Volumenkkräfte  $\underline{F}_{V,\varphi}$  und die Korrekturen für die konvektiven Phasenflüsse  $\underline{F}_{\text{kor},\text{konv}\varphi}$  und die festen Wände  $\underline{F}_{\text{kor},\text{Wand},\varphi}$ . Für die Erzeugung eines kontinuierlichen Parameterraumes können verschiedene mathematische Verfahren Verwendung finden. Die in dieser Arbeit durchgeführten Parametrisierungen wurden mit einer globalen Polynomfunktion durchgeführt und dabei konnte eine gute Genauigkeit erreicht werden. Weitere Möglichkeiten bieten stückweise Polynomzüge, die im linearen Fall der linearen Interpolation entsprechen, beziehungsweise auch als Polynomzüge höheren Grades verwendet werden können. Stückweise Polynomzüge werden auch als Splines bezeichnet.

Die Parametrisierung der Grobgitterterme als Funktion von mehreren Veränderlichen ist ebenso möglich. Die Verwendung einer globalen mehrdimensionalen Polynomfunktion ist jedoch nicht sinnvoll, da nicht notwendigerweise eine Lösung existiert, beziehungsweise im Falle ihrer Existenz diese nicht immer eindeutig ist. Hier empfiehlt sich beispielsweise die Verwendung der in Engeln-Müllges u. a. [2011] und Schwarz und Köckler [2011] beschriebenen bikubischen Splinefunktionen.

Bei der linearen Interpolation werden die Grobgitterterme für jeden Parametersatz bis zur Grobgitter-Simulation mitgeführt. Die Berechnung der Grobgitterterme für den vorgesehenen Parametersatz erfolgt dann beim Start einer Grobgitter-Berechnung, das heißt aus den zwei umgebenden Parametersätzen wird der benötigte Parametersatz linear interpoliert. Im Hinblick auf den nichtlinearen Charakter der Grobgitterterme ist eine lineare Interpolation nur bei einer sehr hohen Dichte von Stützpunkten hinreichend genau, sodass der Abstand zwischen den Parametersätzen entsprechend klein gewählt werden muss. Eine hohe Anzahl von Stützpunkten erfordert jedoch eine entsprechend hohe Anzahl an detaillierten Strömungssimulationen. Weiterhin führt dies zu einem hohen Modellierungsaufwand sowie zu einem hohen Speicherverbrauch für die Grobgitter-Methode, da die daraus extrahierten Grobgitterterme separat gespeichert werden müssen.

Für eine globale Polynomfunktion werden ebenfalls mehrere Stützpunkte verwendet. Aus einer Anzahl von  $n$  Stützpunkten kann eine algebraische Funktion  $(n - 1)$ -ten Grades berechnet werden. Für jede Komponente eines Grobgitterterms wird eine separate Funktion berechnet und die jeweils  $n$  Koeffizienten bilden den kontinuierlichen Parameterraum der Grobgitter-Methode. Eine Polynomfunktion kann allgemein geschrieben werden als

$$q_{(y)} = q_1 y^{n-1} + q_2 y^{n-2} + \dots + q_{n-1} y + q_n, \quad (4.47)$$

wobei die Größe  $y$  die abhängige Variable darstellt. Auch bei größeren Abständen zwischen den Stützpunkten können Polynomfunktionen den nichtlinearen Charakter der Grobgitterterme

wiedergeben, das heißt die Stützpunktdichte und damit auch der Berechnungs- und Speicheraufwand sind für große Parameterräume geringer als bei der linearen Interpolation. Die Anzahl der Stützpunkte hängt im Wesentlichen vom Strömungsproblem und von der Größe des Parameterraumes ab.

## 4.8 Entwicklungsstand der zweiphasigen Grobgitter-Methode

Aufbauend auf der einphasigen Grobgitter-Methode wurde eine Multiskalen-Schließung für die zweiphasige Strömungssimulation entwickelt. Die Modellierung des Impulsaustausches zwischen den Phasen orientiert sich an der RANS-Simulation. Das Impulsfeld wird analog zur einphasigen Grobgitter-Methode behandelt, wobei sich hier die Einführung von Korrekturtermen als erforderlich erwiesen hat. Es wird die Euler-Euler-Betrachtungsweise verwendet.

Die zweiphasige Grobgitter-Methode wurde beginnend mit dem Ablaufschema, den verwendeten Erhaltungsgleichungen und der Modellierung der Grobgitterterme detailliert vorgestellt. Zusätzlich zu den abgeleiteten reibungs- und turbulenzbegründeten Volumenkräften wurden Korrekturterme für die konvektiven Flüsse sowie für die Wandreibung eingeführt.

Im Wesentlichen orientiert sich der Umfang der in die Grobgitter-Methode implementierten Modelle an der detaillierten Strömungssimulation und ist entsprechend erweiterbar. Insbesondere im Hinblick auf die für die vollständige Betrachtung der Separationsprozesse erforderliche Berücksichtigung von Wasserfilmen an den Wänden ist eine Erweiterung erforderlich. Die verwendeten Lösungsverfahren für die modifizierten Euler-Gleichungen wurden ebenfalls beschrieben. Abschließend wurde die Parametrisierung der Grobgitterterme diskutiert und das gewählte Parametrisierungsverfahren vorgestellt. Mit der Implementierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode in die quelloffene *OpenFOAM*-Plattform kann die Methode anschließend validiert und verwendet werden. Die Struktogramme der implementierten Programmsysteme und Schnittstellen sind in Anhang A enthalten.

## 5 Anwendung der Grobgitter-Methode

Strömungssimulationen auf einem groben Berechnungsgitter führen weder unter der Verwendung von RANS-Gleichungen noch unter dem Einsatz reiner Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme selbstverständlich zu konvergenten, stabilen und physikalisch korrekten Lösungen. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer generellen Methode für die Wiedergabe zweiphasiger Strömungen einer gängigen detaillierten Strömungssimulation auf einem groben Gitter für praxisorientierte Anwendungen. Diese Methode wird nach der Implementierung in einem Programmsystem im Folgenden anhand verschiedener Strömungsbeispiele validiert. Für diesen Zweck werden generische Strömungsprobleme verwendet, die jeweils verschiedene Strömungsphänomene repräsentieren. Damit wird die Reproduzierbarkeit der jeweiligen zweiphasigen Strömungsfelder, die zuvor mit detaillierten RANS-Simulationen ermittelt wurden, mit den entsprechenden zweiphasigen Grobgitter-Berechnungen überprüft und bestätigt. Nach der Validierung mit den generischen Strömungsproblemen wird ein praxisorientiertes Strömungsproblem diskutiert, das neben der Validierung einzelner Grobgitter-Simulationen auch die Durchführbarkeit der gesamten Methode gemäß Abbildung 4.4 aufzeigt.

Die untersuchten Zweiphasenströmungen enthalten die Fluide Luft und Wasser, wobei die Zuordnung zur dispersen beziehungsweise kontinuierlichen Phase wechselt. Mit dem großen Dichteverhältnis bei der Verwendung von Luft und Wasser kann die Konservativität der Simulationsverfahren wirksam überprüft werden. Die Randbedingungen der RANS-Berechnung werden analog zum allgemeinen Vorgehen definiert und entsprechen, sofern diese nicht separat für den jeweiligen Berechnungsfall definiert werden, einer Null-Gradienten-Randbedingung. In den RANS-Simulationen findet ausschließlich das  $\kappa$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell unter Vorgabe der Turbulenzintensität  $I$  am Einlass des Strömungsgebietes Verwendung.

Die zweiphasige Grobgitter-Methode wurde entsprechend den gewählten Ansätzen eingeführt und in der *OpenFOAM*-Plattform in geeigneten Programmsystemen sowie Schnittstellen umgesetzt. Im Einzelnen sind dies die folgenden Programmsysteme und Schnittstellen:

- calcForceBubbleFOAM basierend auf *bubbleFOAM* zur Durchführung der RANS-Simulation sowie Berechnung der Volumenkräfte und der Zwischenwerte für die Korrekturterme auf dem fein aufgelösten Berechnungsgitter
- cgMap zur Berechnung der Korrekturterme und zum Transfer der Grobgitterterme auf das grobe Gitter
- cgBubbleFOAM zur Durchführung der Grobgitter-Simulation mit den modifizierten Euler-Gleichungen.

Die Struktogramme der Programmsysteme und Schnittstellen sind im Anhang A dargestellt.

Die Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die verwendeten Validierungsbeispiele und stellt deren Strömungscharakteristika sowie die jeweiligen Validierungskriterien dar. Das erste Validierungsbeispiel dient der Anknüpfung an den Entwicklungsstand der einphasigen Grobgitter-Methode, die unter anderem mit dem in Abbildung 4.3 gezeigten Carnot-Diffusor von Class u. a. [2011a] validiert wurde. Es folgen weitere Validierungsbeispiele für die zweiphasige Grobgitter-Methode, die das Feld der Anwendung zunächst auf den dreidimensionalen Raum, und anschließend auf reibungsdominierte Strömungen sowie auch auf Strömungen mit starker Stromlinienkrümmung erweitern. Während qualitative Vergleiche die Strömungsfelder entlang der Hauptströmung in Form von Falschfarbenbildern zeigen, werden quantitative Vergleiche auf den jeweiligen Auswertelinien, deren Lage zuvor für jede Geometrie definiert wird, in Form von Diagrammen dargestellt. Auf der Abszissenachse wird die normierte Länge der Auswertelinie und auf der Ordinatenachse die normierte Strömungsgröße aufgetragen. Dabei werden die Phasengeschwindigkeit sowie der Phasenvolumenanteil auf die Werte am Einlass normiert und der Druck auf den Gesamtdruckverlust der RANS-Simulation des jeweiligen Parametersatzes bezogen. In der folgenden Validierung wird lediglich die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase herangezogen. Mit der geringen Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden Phasen ergeben sich für die Geschwindigkeit der dispersen Phase analoge Schlussfolgerungen.

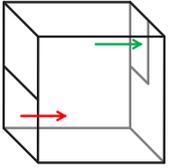
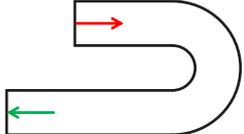
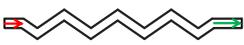
Geometrie	Form der Strömung	Validierungskriterien
 <p>Carnot-Diffusor (<i>diffusor</i>)</p>	Zweidimensional, turbulent, instabil, Rezirkulationsgebiete	Lage der Hauptströmung und der Rezirkulationsgebiete
 <p>Unsymmetrischer Kubus (<i>kubus</i>)</p>	Dreidimensional, turbulent, unsymmetrisch und damit vorgegebene Hauptströmungsrichtung, Rezirkulationswalze	Form, Lage und Intensität der Hauptströmung, Lage der Rezirkulationswalze
 <p>Kanal mit quadratischem Querschnitt (<i>kanal</i>)</p>	Dreidimensional, turbulent, hohe Reynolds-Zahlen, reibungsdominiert	Sich entwickelndes Strömungsprofil, Druckverlust, verschiedene Einlassgeschwindigkeiten
 <p>180-Grad-Bogen (<i>bogen</i>)</p>	Dreidimensional, turbulent, starke Stromlinienkrümmung	Strömungsprofil in und nach dem Bogen, Druckabfall, Verhalten des Blasenvolumenanteils
 <p>Runder Trocknerkanal (<i>trockner-rund</i>)</p>	Dreidimensional, geringe Turbulenz, mehrfache und starke Strömungsumlenkung	Strömungsprofil entlang der Geometrie, Druckabfall, Verhalten des Tropfenvolumenanteils
 <p>Eckiger Trocknerkanal (<i>trockner-eckig</i>)</p>	Dreidimensional, geringe Turbulenz, mehrfache, starke und abrupte Strömungsumlenkung	Strömungsprofil entlang der Geometrie, Druckabfall, Verhalten des Tropfenvolumenanteils

Tabelle 5.1: Validierungsbeispiele in der Übersicht

Im Folgenden werden die Simulationen mit einem einheitlichen Schema bezeichnet, das der Struktur „*Strömungsproblem-Berechnungsgitter.Simulationsmethode*“ entspricht. Somit beschreiben beispielsweise die Berechnung *diffusor-fein.RANS* die detaillierte RANS-Simulation des Carnot-Diffusors auf dem feinen Gitter und die Berechnung mit der Bezeichnung *diffusor-grob.GGM* die Grobgitter-Berechnung (Grogitter-Methode, GGM) des Carnot-Diffusors auf dem groben Gitter. Die Kurzbezeichnung des jeweiligen Strömungsproblems ist in Tabelle 5.1 enthalten. Die in eckige Klammern gesetzten Bezeichnungen wie beispielsweise  $\langle \textit{diffusor-fein.RANS} \rangle$  beschreiben die auf das grobe Gitter gemittelten Berechnungsergebnisse der für den Carnot-Diffusor durchgeführten detaillierten RANS-Simulation.

Die Angaben zur Effizienzsteigerung durch die Verwendung der Grobgitter-Methode berücksichtigt lediglich die erforderlichen Ressourcen<sup>1</sup> für die beiden Berechnungsmethoden, ohne dabei die für die Grobgitter-Methode zuvor durchzuführende detaillierte RANS-Simulation einzubeziehen.

## 5.1 Carnot-Diffusor

Der Carnot-Diffusor, auch als Stufendiffusor bezeichnet, ist ein relativ einfaches und häufig verwendetes Simulationsbeispiel aus der Strömungsmechanik und ist in Abbildung 5.1 veranschaulicht. Im linken Teil befindet sich der schmale Einlaufkanal mit der Höhe  $h = 0,02 \text{ m}$ , der nach der Länge  $10 h$  in die stufenartige, symmetrische Querschnittserweiterung mündet. Es schließt sich über eine Länge von  $25 h$  der breite Kanal mit einer Höhe von  $4 h$  an. Der Auslass bildet an der rechten Seite das Ende des breiten Kanals. Der Carnot-Diffusor stellt die symmetrische beziehungsweise beidseitige Variante des sogenannten „backward-facing step“, einer einseitigen, stufenförmigen Querschnittserweiterung dar. In den Ecken hinter der Querschnittserweiterung bilden sich Rezirkulationsgebiete, sodass sich die Hauptströmung erst im weiteren Verlauf des breiten Kanals wieder an die feste Wand anlegt. Dieser Punkt der Wiederanlage ist maßgeblich von der Turbulenz abhängig; daher wird dieses Strömungsbeispiel in vielen Fällen zur Validierung von Turbulenzmodellen verwendet. In Shang [2005], Yu u. a. [2005] und Tian u. a. [2005] wird beispielsweise die zweiphasige Strömung mit dem Fokus auf den Transport der dispersen Phase sowie den Wiederanlagepunkt für unterschiedliche Turbulenzmodelle untersucht und in Wang u. a. [2012] wird für die einphasige Strömung der Wiederanlagepunkt hinter der einseitigen, stufenförmigen Querschnittserweiterung berechnet.

---

<sup>1</sup> Die seriellen Berechnungen wurden auf einer Workstation mit einem Prozessor vom Typ *Intel Core i7 2600* durchgeführt. Die parallelen Simulationen wurden auf dem Hochleistungsrechner HP XC3000 des Steinbuch Centre for Computing am KIT durchgeführt, die mit Prozessoren vom Typ *Intel Xeon E5540* ausgestattet sind. Verschiedene Vergleichsindizes zeigen für den *Core i7*-Prozessor ein etwa 70 % schnelleres Verarbeitungsvermögen für serielle Anwendungen. Weiterhin skaliert die parallele Verwendung mehrerer Prozessoren in starker Abhängigkeit von der gewählten Gebietszerlegung in *OpenFOAM*, sodass eine exakte quantitative Bewertung der Effizienzsteigerung durch die Grobgitter-Methode in dieser Arbeit entfällt. Richtungsweisend werden Effizienzsteigerungen in Form von Größenordnungen angegeben.

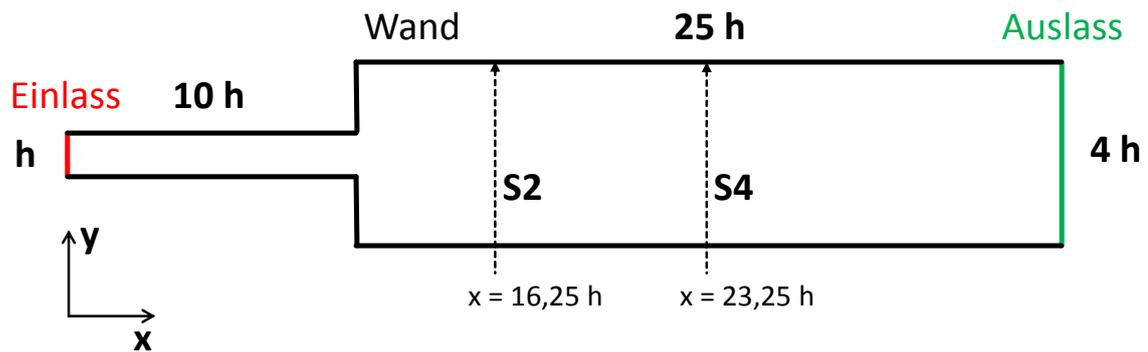


Abbildung 5.1: Geometrie und Auswertelinien des Carnot-Diffusors, zweidimensional

Der in dieser Arbeit betrachtete symmetrische Carnot-Diffusor mit einer beidseitigen, stufenförmigen Querschnittserweiterung weist eine Instabilität in der Hauptströmung auf, sodass sich die Hauptströmung vornehmlich an eine der beiden Wände anlegt. Das zweiphasige, homogen verteilte Gemisch strömt mit einer Reynolds-Zahl von rund 40.000 durch den Carnot-Diffusor. Bei instationären Betrachtungen kann die Lage der Hauptströmung oszillatorisch zwischen der oberen und der unteren Wand wechseln.

In Tabelle 5.2 sind die beiden verwendeten Berechnungsgitter gegenübergestellt und die Tabelle 5.3 fasst die Randbedingungen zu den Simulationen des Carnot-Diffusors zusammen.

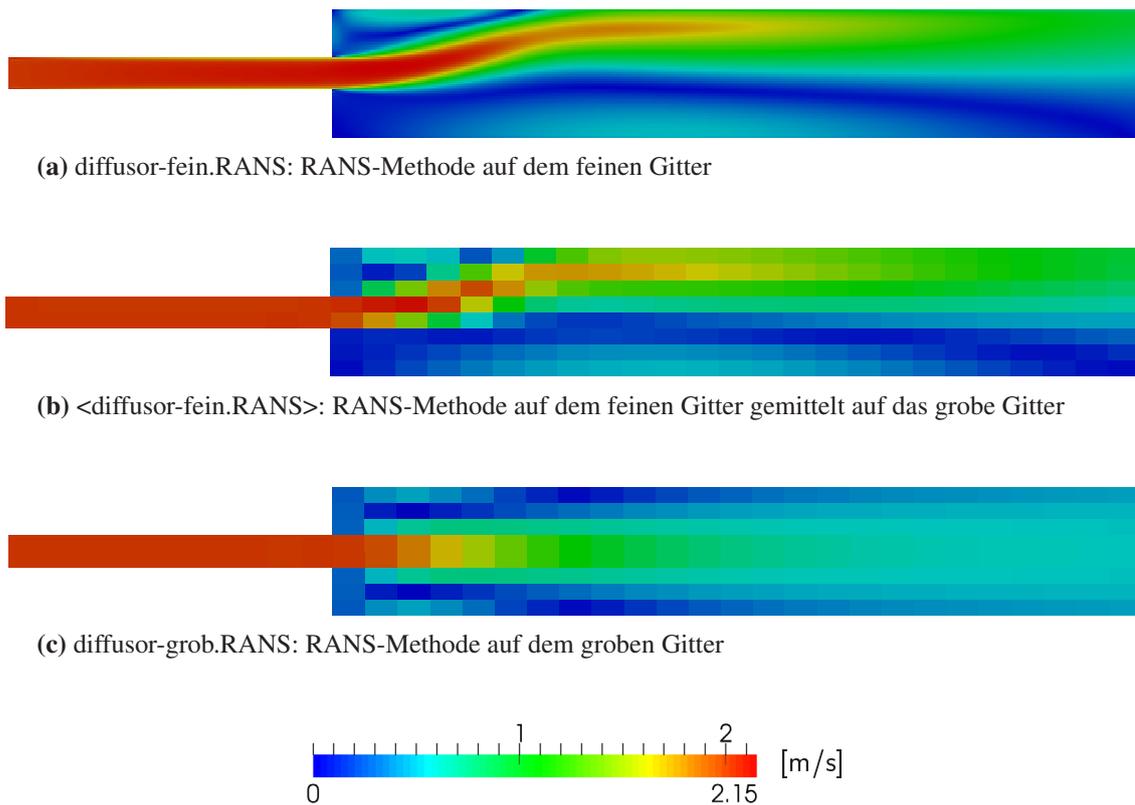
Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
diffusor-fein	42.204	blockstrukturiert
diffusor-grob	220	blockstrukturiert

Tabelle 5.2: Berechnungsgitter für den Carnot-Diffusor

<b>Berechnung</b>	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	<b>disperse Phase</b>
diffusor-fein.RANS	2	no-slip	0,1	7	1	L
diffusor-grob.GGM	2	slip	0,1	-	1	L
diffusor-grob.EULER	2	slip	0,1	-	1	L
diffusor-grob.RANS	2	no-slip	0,1	7	1	L

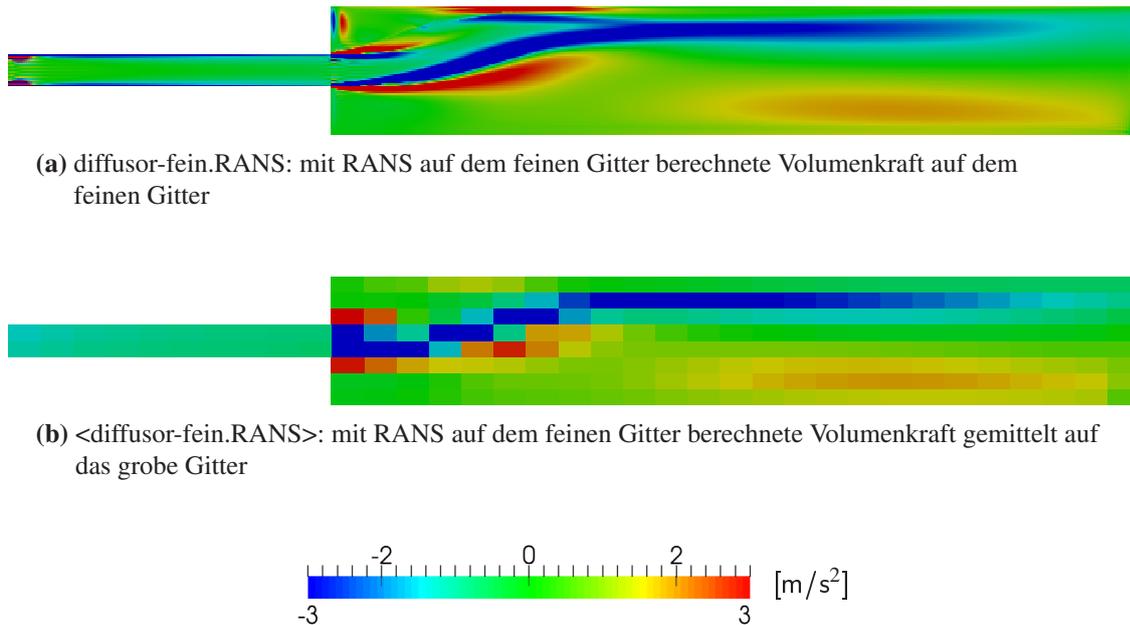
**Tabelle 5.3:** Randbedingungen für den Carnot-Diffusor, disperse Phase: L=Luftblasen

Der stationäre Strömungszustand der detaillierten RANS-Simulation ist in Abbildung 5.2 (a) in Form des Geschwindigkeitsfeldes der kontinuierlichen Phase dargestellt. Die Hauptströmung legt sich an die obere Wand an und der obere Rezirkulationswirbel schnürt sich ein. Das untere Rezirkulationsgebiet vergrößert sich entsprechend. Bis zum Auslass verbreitert sich die Hauptströmung des an der Querschnittserweiterung schnellen und dünnen Freistrahls und nimmt am Auslass etwa die Hälfte der Kanalhöhe ein; die maximale Geschwindigkeit in der Hauptströmung nimmt entsprechend ab. Die Abbildung 5.2 (b) zeigt das auf das grobe Gitter gemittelte Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase der detaillierten RANS-Simulation. In der Abbildung 5.2 (c) ist eine RANS-Berechnung mit den gleichen Anfangs- und Randbedingungen auf dem grob diskretisierten Berechnungsgitter gegenübergestellt, bei der sich das Geschwindigkeitsfeld strikt symmetrisch verhält. Bei der groben Gitterauflösung können die für die Instabilität ursächlichen Effekte nicht aufgelöst werden.



**Abbildung 5.2:** Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase in  $[m/s]$  für die RANS-Berechnung auf dem feinen und dem groben Gitter

Die Volumenkraft der kontinuierlichen Phase wird in Abbildung 5.3 für die axiale Richtung, das heißt in Hauptströmungsrichtung, für das feine und gemittelt auf das grobe Gitter abgebildet. Die blauen Bereiche beschreiben eine nach links gerichtete Volumenkraft; die von links nach rechts strömende kontinuierliche Phase wird verzögert. Entsprechend charakterisieren sich die roten Bereiche durch eine Beschleunigung nach rechts. In den Randbereichen der Rezirkulationsgebiete werden die Fluidwirbel direkt durch den Freistrahle beschleunigt beziehungsweise angefacht. Der blaue Streifen im Bereich der Hauptströmung gibt die durch die Viskosität und die Turbulenz vorherrschende Verzögerung wieder, wobei die darüber und darunter befindlichen kleineren, roten Strahlen die Beschleunigung der Rezirkulationsgebiete beschreiben.



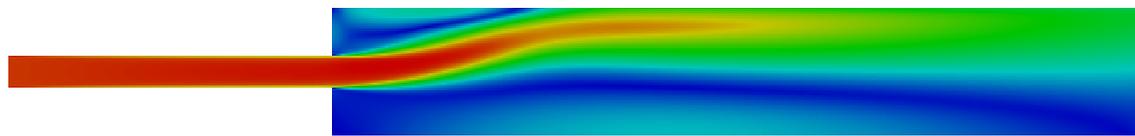
**Abbildung 5.3:** Carnot-Diffusor, Volumenkraft für die kontinuierliche Phase in  $[m/s^2]$  für das feine Gitter und gemittelt auf das grobe Gitter

Die Abbildung 5.4 zeigt das Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für die jeweiligen Simulationen in qualitativer Hinsicht: detaillierte RANS-Berechnung in 5.4 (a), die auf das grobe Gitter gemittelte RANS-Simulation in 5.4 (b), die Grobgitter-Simulation in 5.4 (c) und die Berechnung mit den reinen Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme in 5.4 (d). In der detaillierten RANS-Simulation legt sich die Hauptströmung erwartungsgemäß an eine feste Wand des breiten Kanals an; in diesem Fall an die obere Kanalwand. Das obere Rezirkulationsgebiet hinter der Querschnittserweiterung wird dadurch eingeschnürt, wogegen das untere Rezirkulationsgebiet sich fast bis in den Auslass fortsetzt. Die Grobgitter-Berechnung gibt die wesentlichen Eigenschaften der detaillierten RANS-Berechnung wieder. Die Hauptströmung legt sich ebenfalls an die obere Kanalwand an und die Rezirkulationsgebiete passen entsprechend ihre Größe an. Die Grobgitter-Methode ist somit in der Lage, die innere Reibung aus Viskosität und Turbulenz auf Basis der detaillierten RANS-Berechnung korrekt zu modellieren und in einer entsprechenden Grobgitter-Simulation das Strömungsfeld auf dem groben Gitter näherungsweise wiederzugeben.

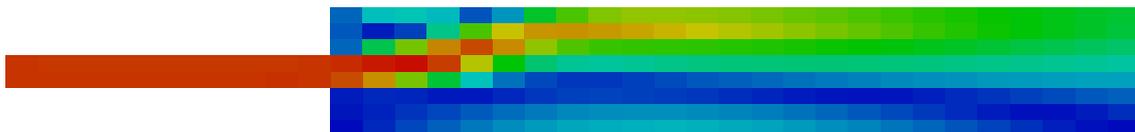
Die Grobgitter-Simulation mit den reinen Euler-Gleichungen, das heißt ohne Grobgitterterme, zeigt kein physikalisch sinnvolles Strömungsfeld. Damit bestätigt sich, dass die innere Reibung der Fluide sowie die Turbulenz nicht vernachlässigt werden dürfen.

In der Abbildung 5.5 wird für die Auswertelinien S2 und S4 die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase von der unteren zur oberen Kanalwand quantitativ gegenübergestellt. Es zeigt sich für den oberen und mittleren Bereich des Kanals eine äquivalente Lage der Hauptströmung für die

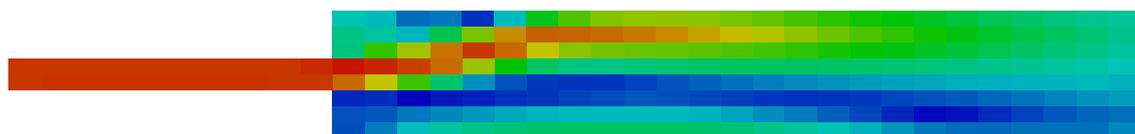
detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Simulation. Jedoch beschreibt die detaillierte RANS-Berechnung eine geringere Rezirkulationsgeschwindigkeit im unteren Bereich des Kanals; die Grobgitter-Methode überschätzt diese um etwa 20 % bezogen auf die Einlassgeschwindigkeit.



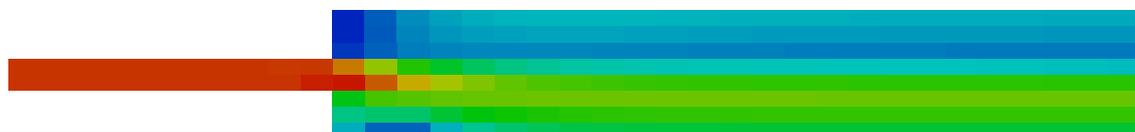
(a) diffusor-fein.RANS: RANS-Methode auf dem feinen Gitter



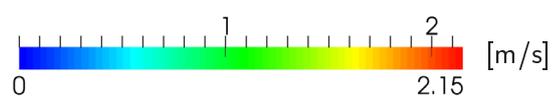
(b) <diffusor-fein.RANS>: RANS-Methode auf dem feinen Gitter gemittelt auf das grobe Gitter



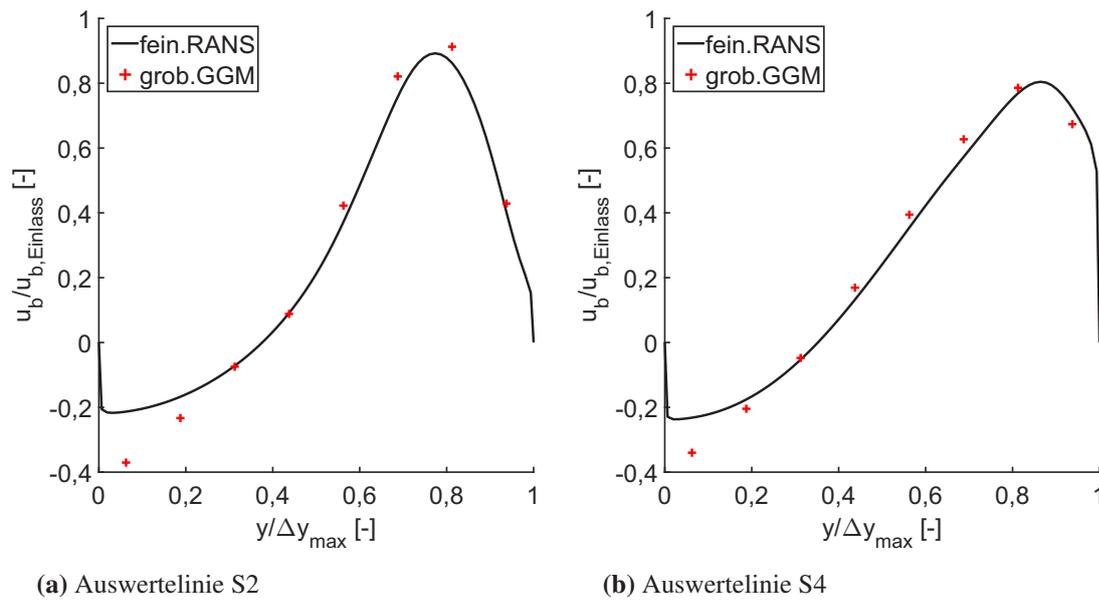
(c) diffusor-grob.GM: Grobgitter-Methode auf dem groben Gitter



(d) diffusor-grob.EULER: Euler auf dem groben Gitter

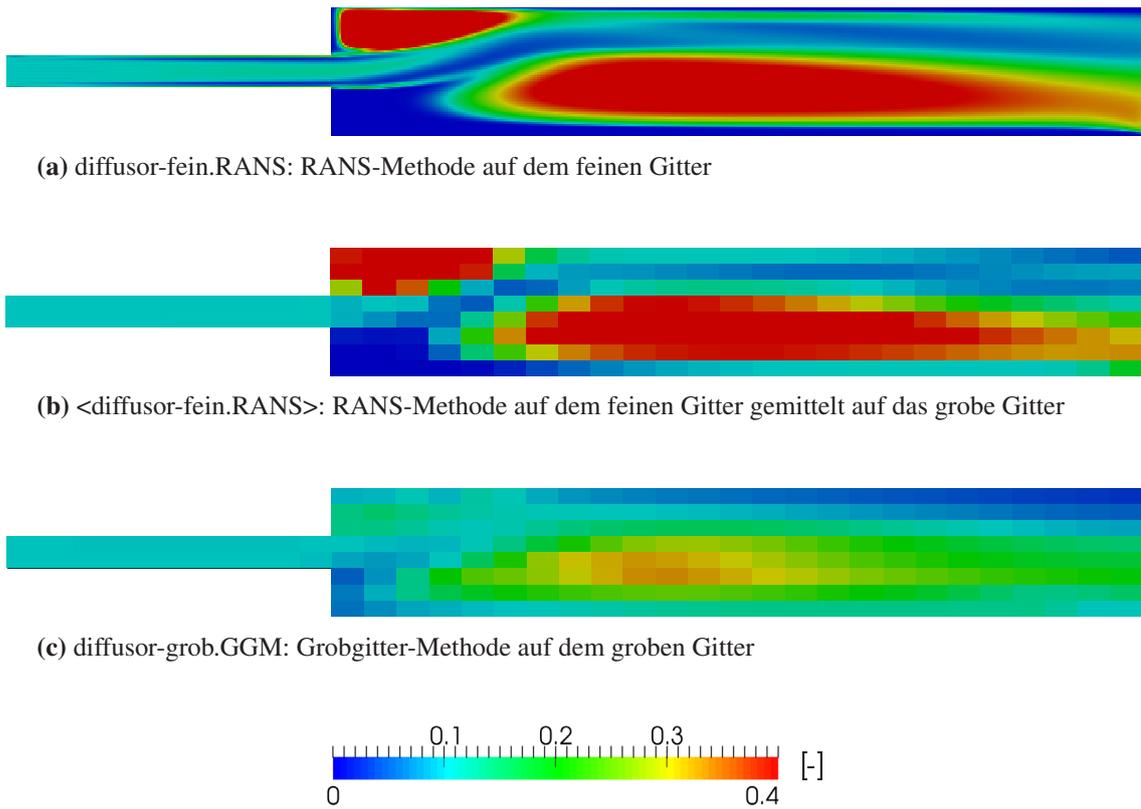


**Abbildung 5.4:** Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase in  $[m/s]$  für die RANS-Simulation, die Grobgitter-Berechnung und die reinen Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme



**Abbildung 5.5:** Carnot-Diffusor, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase in x-Koordinatenrichtung auf den Auswertelinien S2 und S4

Die Verteilung der Phasenvolumenanteile kann mit der Grobgitter-Simulation in ihrer grundsätzlichen Struktur wiedergegeben werden. Jedoch ist, wie in Abbildung 5.6 gezeigt, der absolute Phasenvolumenanteil in den Wirbeln der Rezirkulationsgebiete auf einem niedrigeren Wert als bei der detaillierten RANS-Berechnung; die Grobgitter-Simulation erreicht etwa 50 % des maximalen Phasenvolumenanteils der detaillierten RANS-Berechnung.



**Abbildung 5.6:** Carnot-Diffusor, Volumenanteil der dispersen Phase in [-] für die RANS-Simulation und die Grobgitter-Simulation

Die Gleichung 4.33 beschreibt die Erhaltung der Phasenvolumenanteile in der zweiphasigen Grobgitter-Methode und wurde in Abschnitt 4.5.1.2 vorgestellt. Als eine mögliche Fehlerquelle bei groben Berechnungsgittern wurde der zweite Term  $\nabla(\underline{U}_r \alpha_a (1 - \alpha_a))$  aufgrund seiner Nichtlinearität identifiziert. Mit der Abweichung in der Verteilung der Phasenvolumenanteile stellt sich die Frage, ob dieser Term einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf das gesamte Strömungsfeld der Grobgitter-Simulation nehmen kann.

Eine prinzipielle Überlegung wird mit der Abbildung 5.7 für eine räumlich konstante Relativgeschwindigkeit  $\bar{u}_r$  beziehungsweise  $\underline{U}_r$  veranschaulicht. Mit  $\alpha$  und  $\langle \alpha \rangle$  wird ein Verlauf der Phasenvolumenanteile angenommen, wobei  $\langle \alpha \rangle$  auf dem groben Berechnungsgitter dem Mittelwert von  $\alpha$  auf dem feinen Gitter entspricht. Der Term  $\nabla(\alpha - \alpha^2)$  stellt den Fluss der Phasenvolumenanteile auf dem feinen Gitter dar und repräsentiert den Term  $\nabla(\underline{U}_r \alpha_a (1 - \alpha_a))$  der Gleichung 4.33. Die letzten beiden Terme in der Abbildung 5.7 entsprechen dem im feinen Gitter berechneten und dann auf das grobe Gitter gemittelten Fluss  $\langle \nabla(\alpha - \alpha^2) \rangle$ , beziehungsweise den mit den gemittelten Phasenvolumenanteilen berechneten Fluss  $\nabla(\langle \alpha \rangle - \langle \alpha \rangle^2)$ . Mit der räumlichen Diskretisierung des groben Gitters kann der nichtlineare Term demnach nicht vernachlässigbare Abweichungen generieren.

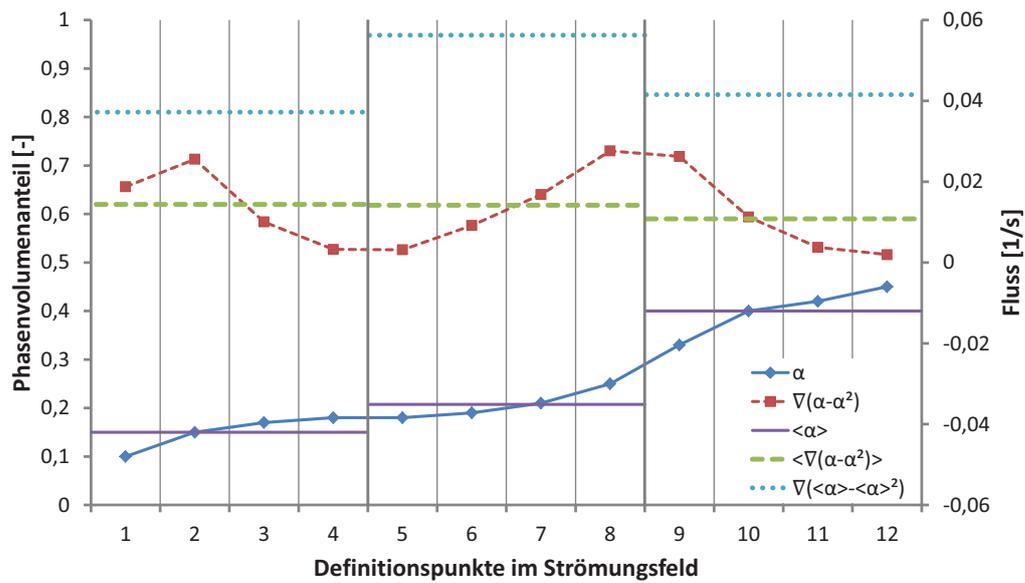
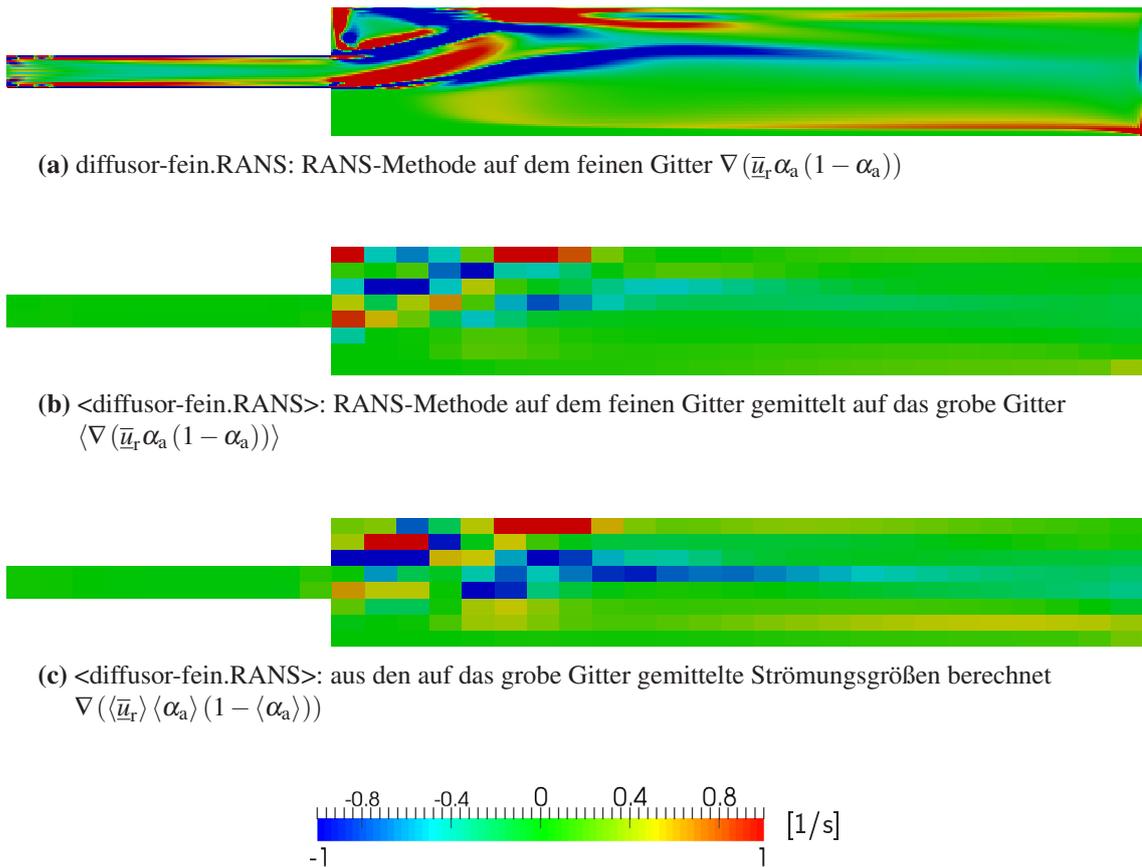


Abbildung 5.7: Diskretisierung eines nichtlinearen Terms bei unterschiedlichen Gitterauflösungen

Für den Carnot-Diffusor zeigt die Abbildung 5.8 den nichtlinearen Term, der jeweils mit den Berechnungsergebnissen der detaillierten RANS-Simulation berechnet wurde. In Abbildung 5.8 (a) ist der Term  $\nabla(\bar{u}_r \alpha_a (1 - \alpha_a))$  auf dem feinen Gitter berechnet. In der Abbildung 5.8 (b) wurde der Fluss lediglich auf das grobe Gitter gemittelt, sodass die Berechnungsvorschrift  $\langle \nabla(\bar{u}_r \alpha_a (1 - \alpha_a)) \rangle$  lautet. In der Abbildung 5.8 (c) wurde der nichtlineare Term mit den auf das grobe Gitter gemittelten Strömungsgrößen  $\langle \bar{u}_r \rangle$  und  $\langle \alpha_a \rangle$  berechnet, das heißt  $\nabla(\langle \bar{u}_r \rangle \langle \alpha_a \rangle (1 - \langle \alpha_a \rangle))$ . Trotz der gleichen Datenbasis zeigen die unterschiedlichen Mittelungsverfahren unterschiedliche Ergebnisse in Struktur und Quantität der Flüsse. Die Phasenvolumenerhaltungsgleichung, die für die zweiphasige Grobgitter-Methode als Ansatz gewählt wurde, ist in dieser Formulierung mit einer großen Ungenauigkeit behaftet. Die Formulierung einer geeigneten und weiterhin stabilen sowie beschränkten Phasenvolumenerhaltungsgleichung für die zweiphasige Grobgitter-Methode stellt die Motivation einer nachfolgenden, an die vorliegende Arbeit anknüpfende, Untersuchung dar.



**Abbildung 5.8:** Vergleich des nichtlinearen Terms der Phasenvolumenerhaltungsgleichung für das feine und das grobe Berechnungsgitter des Carnot-Diffusors

Mit der Tabelle 5.4 werden die wesentlichen Informationen über die Berechnungen mit dem Carnot-Diffusor zusammengefasst. Die erforderlichen Ressourcen für die Grobgitter-Simulation reduzieren sich im Vergleich zur detaillierten RANS-Simulation um mehr als vier Größenordnungen. Die weiteren Simulationen auf dem grob diskretisierten Gitter für die reinen Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme sowie die Grobgitter-RANS zeigen erwartungsgemäß ein physikalisch nicht korrektes Strömungsverhalten. Im einphasigen Fall haben Class u. a. [2011a] die reinen Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme als stabil beschrieben, da die fehlende innere Reibung und Turbulenz als eine Ursache der Instabilität in der Hauptströmung nicht berücksichtigt wird und sich gemäß Abbildung 4.3 ein symmetrisches Strömungsfeld ergibt. In der in Abbildung 5.2 (c) dargestellten zweiphasigen Durchströmung des Carnot-Diffusors, die mit Hilfe der Zwei-Fluid-Formulierung der reinen Euler-Gleichungen ohne Grobgitterterme auf dem groben Gitter berechnet wurde, ist das Strömungsfeld nicht symmetrisch, also instabil. Analog zu den einphasigen Euler-Gleichungen wird in der Zwei-Fluid-Formulierung der Euler-Gleichungen ebenso keine Viskosität in den Impulserhaltungsgleichungen der jeweiligen Phasen berücksichtigt,

jedoch wird im modellierten Impulsaustausch zwischen den Phasen die Viskosität verwendet. Mit diesem Phänomen lässt sich die nach der Querschnittserweiterung an die untere Wand angelegte und damit instabile Hauptströmung erklären.

Die unter Verwendung des groben Gitters unteraufgelöste RANS-Berechnung zeigt, dass die im RANS-Löser *bubbleFOAM* implementierten Modelle die für das Strömungsproblem zu berücksichtigenden Effekte nicht räumlich auflösen können.

Die Verteilung der Phasenvolumenanteile kann in ihrer wesentlichen Struktur mit der zweiphasigen Grobgitter-Methode wiedergegeben werden. Quantitativ zeigen sich Abweichungen, die in Bezug auf den verwendeten Ansatz der Phasenvolumenerhaltungsgleichung diskutiert wurden.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
diffusor-fein.RANS	$Re = 40.000, \alpha_a = 0,1$	84.230 s (1)
diffusor-grob.GGM	$Re = 40.000, \alpha_a = 0,1$	0,9 s (1)
diffusor-grob.EULER	$Re = 40.000, \alpha_a = 0,1$	19,0 s (1)
diffusor-grob.RANS	$Re = 40.000, \alpha_a = 0,1$	28,1 s (1)

**Tabelle 5.4:** Vergleich der Berechnungen für den Carnot-Diffusor

## 5.2 Unsymmetrischer Kubus

Mit dem unsymmetrischen Kubus wurde das erste Validierungsbeispiel unter Verwendung der dritten räumlichen Dimension untersucht. Es galt zu überprüfen, ob eine Umlenkung der Hauptströmung auch ohne direkte Führung durch feste Wände möglich ist und ob die sich bildenden Strömungswirbel auch im dreidimensionalen Raum stabil wiedergegeben werden können.

Die Geometrie des Kubus mit einer Kantenlänge von  $2h = 0,04\text{ m}$  ist in Abbildung 5.9 aufgezeigt. Im unteren Bereich der linken Seitenwand ist der Einlass angeordnet. Dieser erstreckt sich über die gesamte Breite der Seitenwand und nimmt deren halbe Höhe ein. Der quadratische Auslass befindet sich in der oberen hinteren Ecke der rechten Seitenwand und besitzt eine Kantenlänge von  $1h$ . Auf den Einlass-Querschnitt bezogen ergibt sich eine Reynolds-Zahl von rund 8.000. Die verwendeten Berechnungsgitter sind in Tabelle 5.5 aufgeführt. Die Tabelle 5.6 fasst die Randbedingungen der durchgeführten Simulationen zusammen.

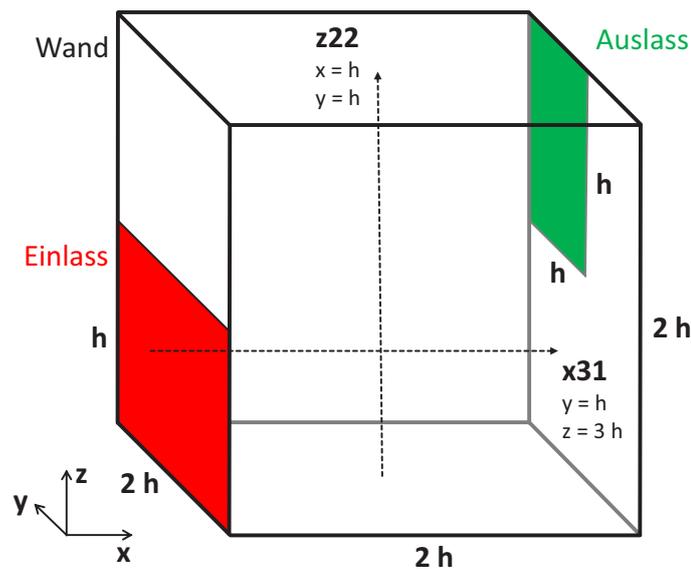


Abbildung 5.9: Geometrie und Auswertelinien des unsymmetrischen Kubus

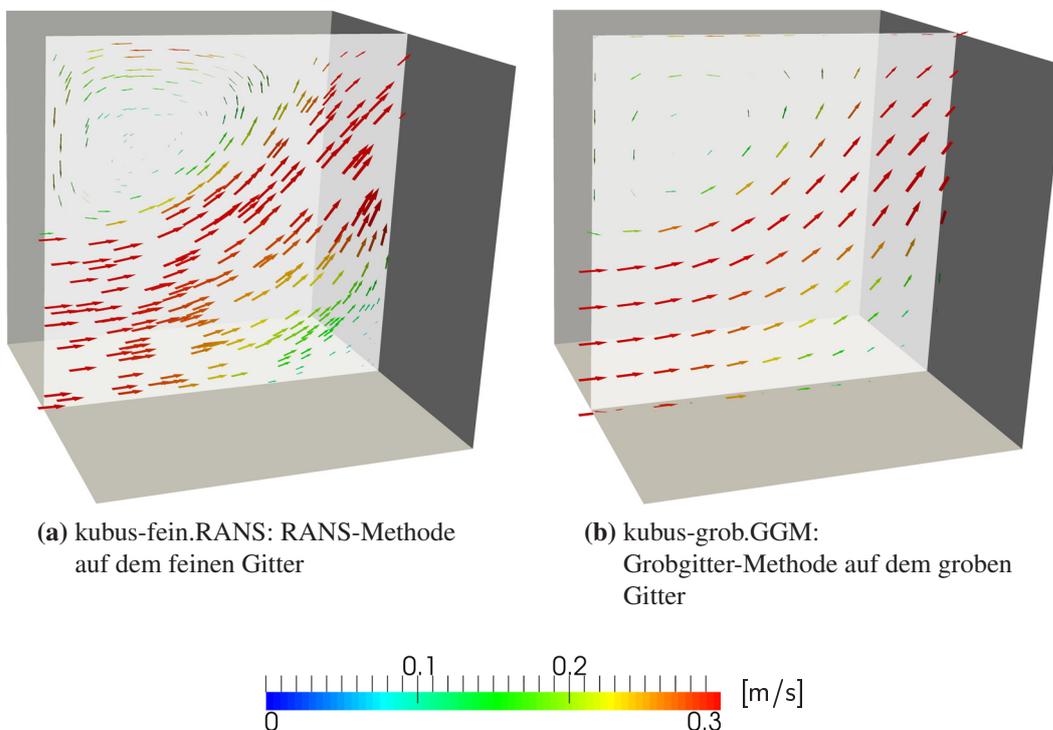
Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
kubus-fein	216.000	blockstrukturiert
kubus-grob	1.000	blockstrukturiert

Tabelle 5.5: Berechnungsgitter für den unsymmetrischen Kubus

Berechnung	$\frac{u_\varphi}{[m/s]}$	$\frac{u_{Wand,\varphi}}{[m/s]}$	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
kubus-fein.RANS	0,3	no-slip	0,1	5	1	L
kubus-grob.GGM	0,3	slip	0,1	-	1	L
kubus-grob.RANS	0,3	no-slip	0,1	5	1	L

Tabelle 5.6: Randbedingungen für den unsymmetrischen Kubus, disperse Phase: L=Luftblasen

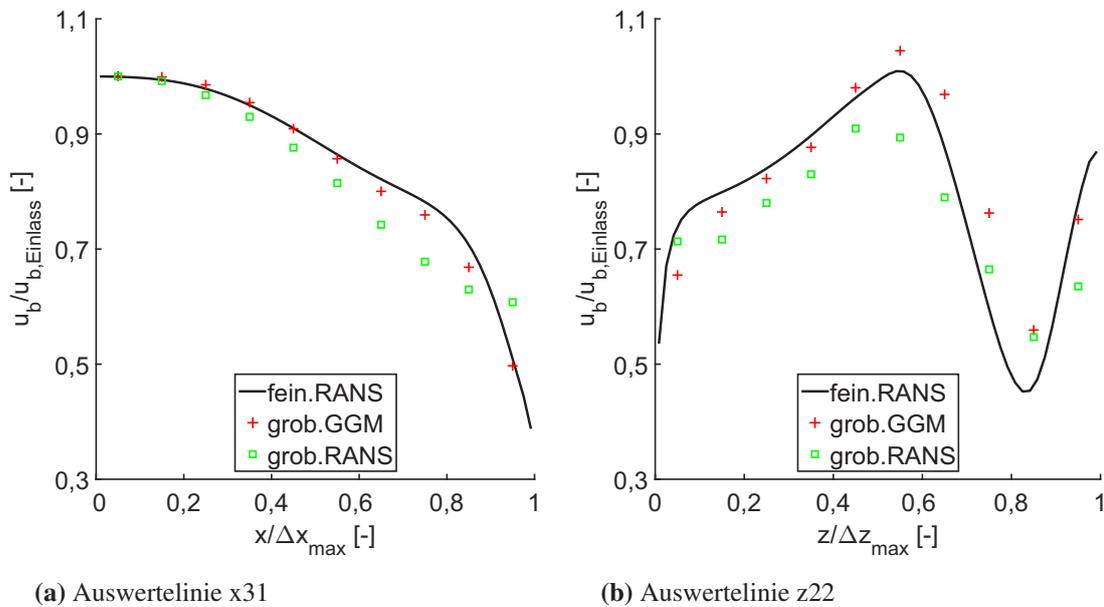
Mit der Abbildung 5.10 wird ein qualitativer Eindruck über die Simulationsergebnisse dargestellt. In der halben Tiefe des Kubus ist eine Schnittebene eingefügt, auf der die Geschwindigkeitsvektoren der kontinuierlichen Phase in dieser Ebene veranschaulicht sind. Während in der Abbildung 5.10 (a) zur besseren Darstellung nur zufällig ausgewählte Geschwindigkeitsvektoren abgebildet sind, ist bei Abbildung 5.10 (b) für jeden Definitionspunkt des groben Gitters ein Geschwindigkeitspfeil dargestellt. Die Hauptströmung wird nach dem Einlass in die hintere obere Ecke des Kubus zum Auslass gelenkt und wird aufgrund des kleineren Auslass-Querschnitts kurz vor dem Auslass beschleunigt. In der rechten unteren Ecke der Schnittebene ist eine Strömungstotzone zu erkennen. In der oberen linken Ecke befindet sich eine Rezirkulationswalze, die sich stabil über die gesamte Tiefe des Kubus erstreckt. Mit einer Auflösung von lediglich fünf Kontrollvolumina über den Durchmesser der Strömungswalze wird diese auch mit der Grobgitter-Berechnung wiedergegeben.



**Abbildung 5.10:** Kubus, Schnittebene in der halben Tiefe des Kubus mit Geschwindigkeitsvektoren der RANS-Simulation und der Grobgitter-Simulation

Die Berechnungsergebnisse werden folgend anhand des Druckes und der Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien x31 und z22 quantitativ diskutiert. Der stetige Abfall der Geschwindigkeit entlang der Auswertelinie x31 in Abbildung 5.11 (a) zeigt die Verlagerung der Hauptströmung in den oberen Teil des Kubus. Da die Auswertelinie im unteren Bereich des Kubus liegt, sinkt die Geschwindigkeit stetig. Die Auswertelinie z22 in Abbildung 5.11 (b)

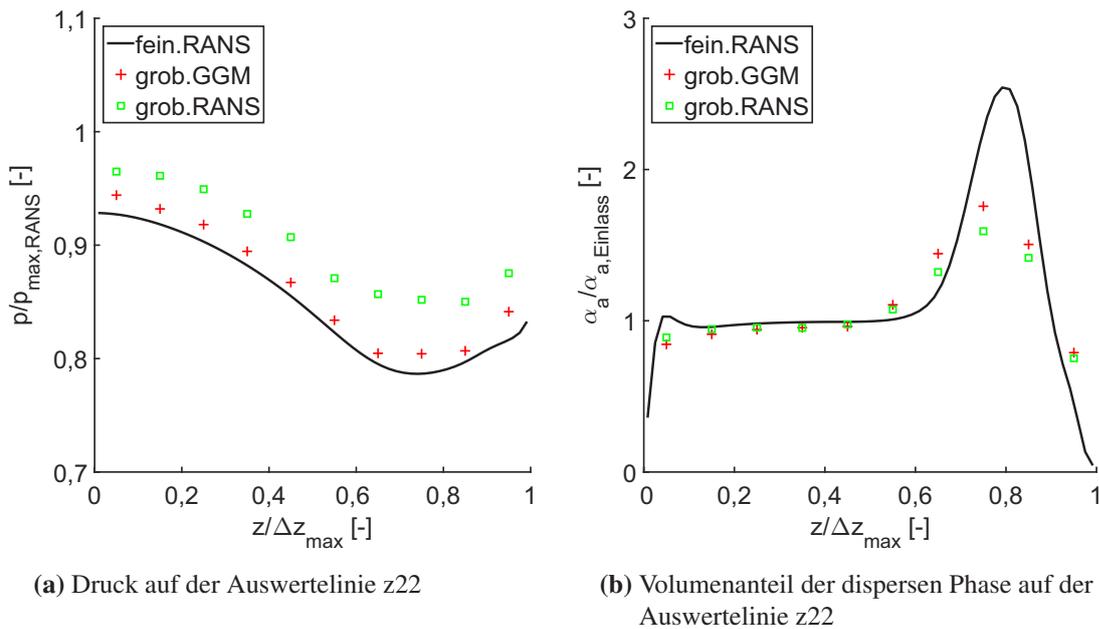
führt in der Mitte des Kubus senkrecht von unten nach oben. Dabei wird sukzessive die Hauptströmung durchstoßen, was auch die Geschwindigkeitserhöhung bis zur dimensionslosen Höhe  $z/\Delta z_{\max} \approx 0,6$  beschreibt. Im Anschluss tangiert die Auswertelinie z22 die sich oberhalb des Einlasses befindliche Rezirkulationswalze, wodurch die Geschwindigkeit schnell sinkt und in eine Rückströmung übergeht. Aufgrund der Darstellung als resultierende Phasengeschwindigkeit ist die Strömungsrichtung im Diagramm nicht ersichtlich.



**Abbildung 5.11:** Kubus, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien x31 und z22

Für die Auswertelinie z22 finden sich in Abbildung 5.12 (a) der Druck und in Abbildung 5.12 (b) der Volumenanteil der dispersen Phase. Die Druckfelder der Simulationen zeigen in der Nähe des Rezirkulationswirbels einen niedrigeren Druck als in der Hauptströmung und beschreiben damit nachvollziehbar die Ursache für die Umlenkung der Hauptströmung.

Die Phasenvolumenanteile entlang der Auswertelinie z22 beschreiben die Häufung von Luftblasen im oberen Bereich, das heißt im Rezirkulationswirbel. Die Simulationsergebnisse der Grobgitter-Methode beschreiben äquivalente Tendenzen wie die der detaillierten RANS-Simulation, jedoch zeigen sich auch hier Abweichungen in den Absolutwerten. Wie bereits bei der Auswertung des Carnot-Diffusors analysiert wurde, liegt ein mögliches Defizit in der gewählten Formulierung der Phasenvolumenerhaltungsgleichung. Da die RANS-Simulation die gleiche Formulierung dieser Erhaltungsgleichung verwendet und beide Berechnungen auf dem groben Gitter ähnliche Ergebnisse liefern, unterstützt die Untersuchung des unsymmetrischen Kubus den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen räumlichen Diskretisierungsfehler.



**Abbildung 5.12:** Kubus, Druck und Volumenanteil der dispersen Phasen auf der Auswertelinie z22

In der Tabelle 5.7 werden die drei Simulationen bezüglich ihres Ressourcenaufwandes gegenübergestellt.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
kubus-fein.RANS	$Re = 6.000, \alpha_a = 0,1$	20.094 s (1)
kubus-grob.GGM	$Re = 6.000, \alpha_a = 0,1$	3,8 s (1)
kubus-grob.RANS	$Re = 6.000, \alpha_a = 0,1$	97,7 s (1)

**Tabelle 5.7:** Vergleich der Berechnungen für den unsymmetrischen Kubus

Mit der Effizienzsteigerung für die Strömungssimulation um mehr als drei Größenordnungen reproduziert die Grobgitter-Berechnung die charakteristischen Strömungseffekte der detaillierten Strömungssimulation. Wie bereits beim Carnot-Diffusor diskutiert, beschreibt die Grobgitter-Methode die Phasenvolumenanteile in qualitativer Weise. Quantitativ zeigt sich für die verwendete

Phasenvolumenerhaltungsgleichung eine Abhängigkeit vom gewählten Gitter, da auch die Phasenvolumenverteilung der RANS-Simulation auf dem groben Gitter von der detaillierten RANS-Berechnung abweicht. Die RANS-Methode und die Grobgitter-Methode verwenden die gleiche Phasenvolumenerhaltungsgleichung.

### 5.3 Einlaufende Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt

Der hydraulische Einlauf einer Rohr- oder Kanalströmung beschreibt die Entwicklung eines charakteristischen Geschwindigkeitsprofils ausgehend vom Einlass-Querschnitt. Der Rohreinlass ist in realen Anlagen und auch in Experimenten mit einer entsprechenden Einlaufgeometrie ausgestattet. Diese Form von Strömungsproblem tritt auf, wenn beispielsweise aus einem Behälter das darin befindliche Gemisch durch eine direkt angeschlossene Rohrleitung ausströmt. Hydraulisch eingelaufen, oder auch als voll ausgebildete, gleichförmige Rohrströmung bezeichnet, ist eine Rohrströmung dann, wenn sich das Geschwindigkeitsprofil in Strömungsrichtung nicht mehr ändert. Für laminare Einphasenströmungen ist das etwa nach  $0,05 Re$  hydraulischen Durchmessern und bei turbulenten Einphasenströmungen nach etwa 50 hydraulischen Durchmessern der Fall. In der Arbeit von Hewitt [1987] beschreibt dieser jedoch deutlich längere Einlaufängen für Zweiphasenströmungen von mehreren hundert hydraulischen Durchmessern.

Das hier betrachtete Strömungsproblem beschreibt ein frühes Stadium dieses Einlaufvorgangs. Zur Vereinfachung der Geometrie wird keine Einlaufgeometrie berücksichtigt und dafür am Einlass des Berechnungsgebietes ein gleichmäßiges Geschwindigkeitsfeld vorgegeben. Die Abbildung 5.13 beschreibt die Geometrie des Berechnungsgebietes.

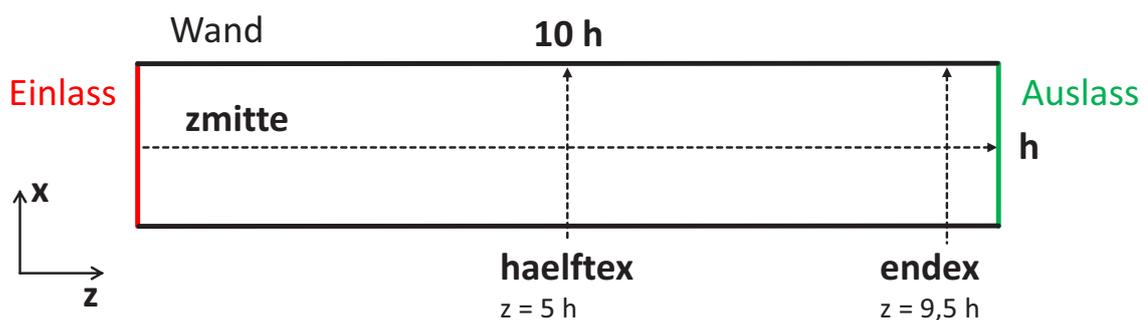


Abbildung 5.13: Geometrie und Auswertelinien des Kanals mit quadratischem Querschnitt

Die einlaufende Kanalströmung wurde für verschiedene Einlassgeschwindigkeiten jeweils mit einer detaillierten RANS-Berechnung und einer entsprechenden Grobgitter-Berechnung simu-

liert; die damit abgebildeten Durchströmungen entsprechen Reynolds-Zahlen zwischen 20.000 und 80.000. Mit einer Studie zur Grobheit des groben Gitters wird der Einfluss der räumlichen Diskretisierung untersucht. Die Tabelle 5.8 gibt einen Überblick über die verwendeten Gitter.

Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
kanal-fein	512.000	blockstrukturiert
kanal-grob4	512	blockstrukturiert
kanal-grob5	1.000	blockstrukturiert
kanal-grobLang	4.000	blockstrukturiert
kanal-grob	8.000	blockstrukturiert

**Tabelle 5.8:** Berechnungsgitter für den Kanal mit quadratischem Querschnitt

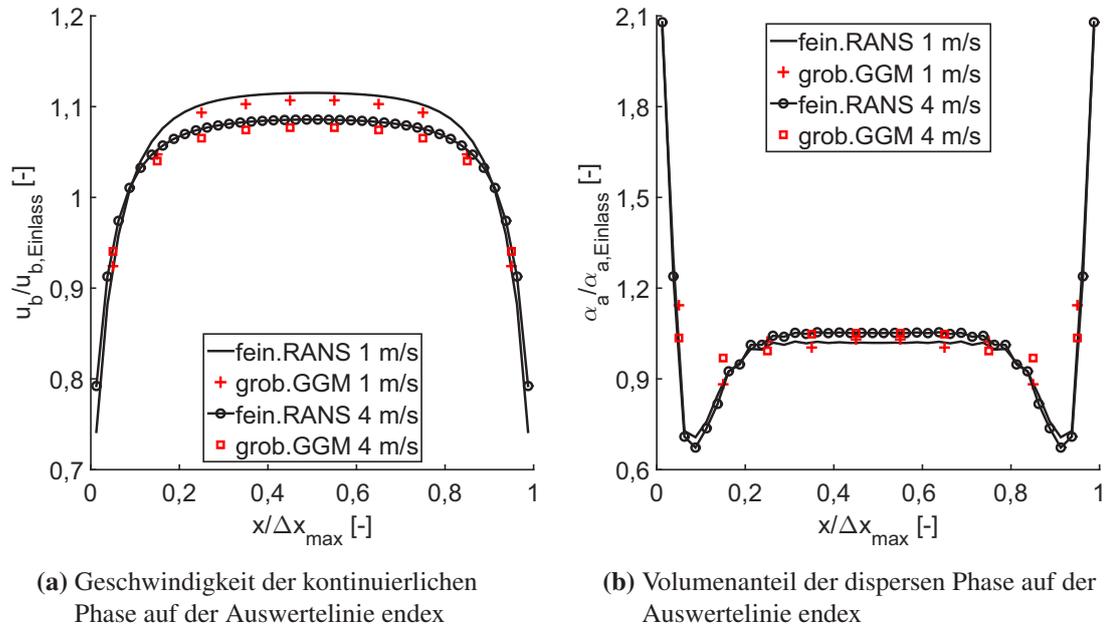
Die Tabelle 5.9 fasst die verwendeten Randbedingungen der Berechnungen zur einlaufenden Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt zusammen.

Berechnung	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [–]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
kanal-fein.RANS	1-4	no-slip	0,3	7	0,3	L
kanal-grob.GGM	1-4	slip	0,3	-	0,3	L
kanal-grob4.GGM	2,5	slip	0,3	-	0,3	L
kanal-grob5.GGM	2,5	slip	0,3	-	0,3	L
kanal-grobLang.GGM	2,5	slip	0,3	-	0,3	L
kanal-grob.RANS	3	no-slip	0,3	7	0,3	L

**Tabelle 5.9:** Randbedingungen für den Kanal mit quadratischem Querschnitt, disperse Phase:  
L=Luftblasen

In der Abbildung 5.14 werden das Geschwindigkeitsfeld und die Phasenvolumenverteilung am Ende des Kanals dargestellt, wobei hier die niedrigste Einlassgeschwindigkeit von 1 m/s und die höchste Einlassgeschwindigkeit von 4 m/s exemplarisch aufgeführt sind. In Abbildung 5.14 (a) zeigt das Geschwindigkeitsprofil eine entsprechende Entwicklungsstufe am Ende des Strömungsgebietes auf, wobei die Strömung erwartungsgemäß noch nicht als voll eingelaufen gilt. Die detaillierten RANS-Simulationen sowie die Grobgitter-Simulationen beschreiben dabei äquivalente Geschwindigkeitsprofile.

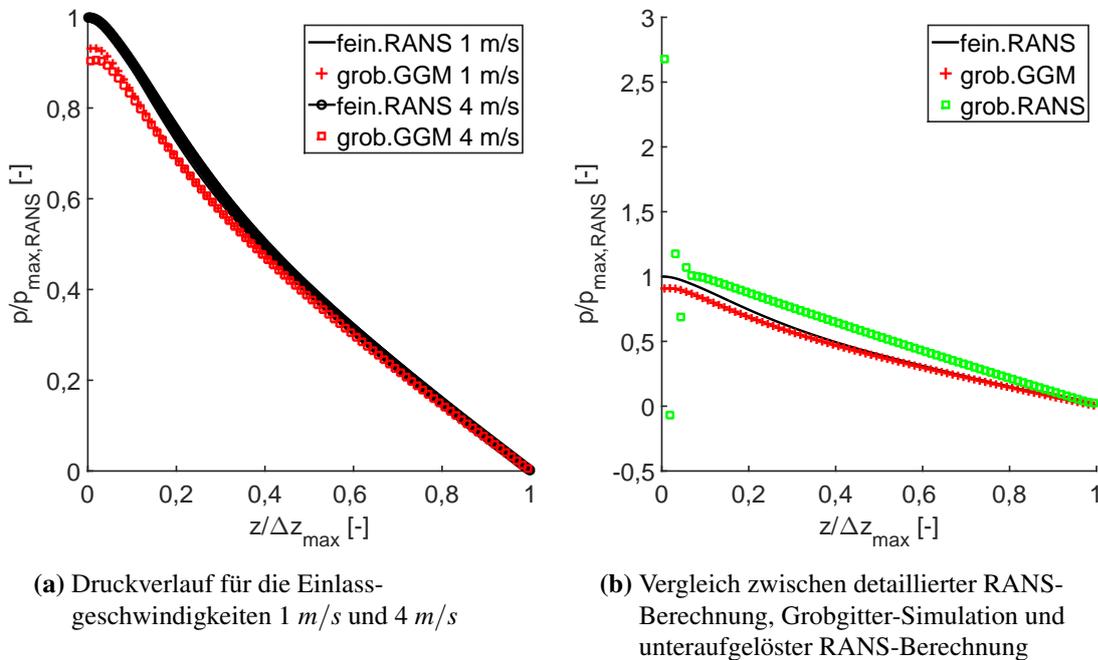
In der Abbildung 5.14 (b) ist die Phasenvolumenverteilung für die Auswertelinie endex abgebildet. Die Grobgitter-Simulationen lösen mit den wenigen Definitionspunkten in Wandnähe den absoluten Wert des Luftblasen-Volumenanteils nicht auf, da das Gitter in diesem Bereich keine detailliertere Wiedergabe ermöglicht. Die generelle Struktur des Volumenanteils der dispersen Phase aus der detaillierten RANS-Berechnung wird mit den Grobgitter-Berechnungen erfasst.



**Abbildung 5.14:** Kanal, Geschwindigkeit und Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie endex

Das Druckfeld entlang der  $z$ -Koordinate ist in Abbildung 5.15 (a) für die Einlassgeschwindigkeiten von  $1 \text{ m/s}$  und  $4 \text{ m/s}$  dargestellt. Im ersten Drittel der Kanallänge nach dem Einlass wird der Druckabfall unterschätzt. Dies führt zu Abweichungen von etwa 7 % bei der Grobgitter-Simulation mit einer Einlassgeschwindigkeit von  $1 \text{ m/s}$  und etwa 10 % bei der Grobgitter-Simulation mit einer Einlassgeschwindigkeit von  $4 \text{ m/s}$ . Eine Ursache dieser Abweichung wird im numerischen Anlauf der Strömung in der Grobgitter-Methode vermutet. Die über den Einlass konstant vorgegebenen Phasengeschwindigkeiten in Wandnähe führen bei der RANS-Berechnung zu einem Widerspruch mit der Haftbedingung an der Wand; dadurch entstehen kleine Wirbel an der Kanalwand hinter dem Einlass. Der Druckgradient weicht dadurch im Bereich  $z/\Delta z_{\text{max}} = 0$  bis  $z/\Delta z_{\text{max}} = 0,3$  ab. Die Grobgitterterme können die kleinen Wirbel in Wandnähe und somit dieses rein auf das numerische Modell bezogene Phänomen nicht räumlich auflösen, weshalb dieser zusätzliche numerische Druckverlust nicht, beziehungsweise nur abgeschwächt, abgebildet wird. Dies ist ebenso

bei den weiteren Validierungsbeispielen zu beobachten. Der lineare Druckabfall im weiteren Verlauf des Kanals mit quadratischem Querschnitt entspricht im Wesentlichen dem der detaillierten RANS-Simulationen.



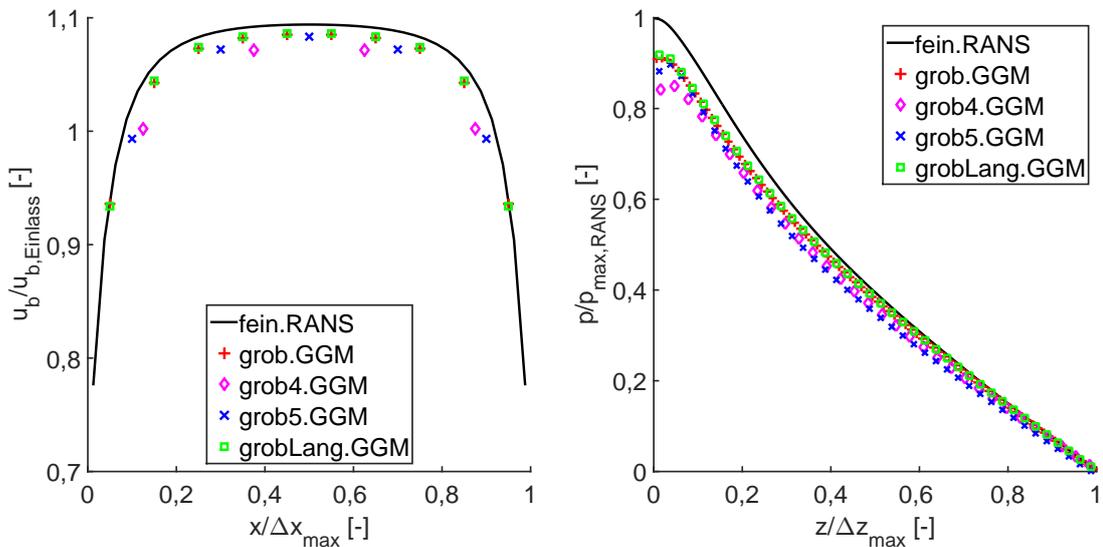
**Abbildung 5.15:** Kanal, Druck auf der Auswertelinie zmitte für die Einlassgeschwindigkeiten 1 m/s und 4 m/s und Vergleich zwischen Grobgitter-Simulation und unteraufgelöster RANS-Berechnung auf dem groben Gitter für die Einlassgeschwindigkeit 3 m/s

Als Vergleich der Grobgitter-Simulation mit einer RANS-Simulation auf dem selben groben Gitter zeigt die Abbildung 5.15 (b) den Druckverlauf entlang der Auswertelinie zmitte für eine Einlassgeschwindigkeit von 3 m/s. Die Grobgitter-Berechnung zeigt die zuvor beschriebenen Tendenzen auch für die Einlassgeschwindigkeit von 3 m/s, wogegen die RANS-Simulation auf dem groben Gitter einen durchgehend linearen und höheren Druckabfall beschreibt. Im Bereich des Einlasses ergibt sich im Druckprofil ein ausgeprägter Zick-Zack-Verlauf; die RANS-Gleichungen sind mit diesem Gitter unteraufgelöst.

An der einlaufenden Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt wird auch die Verwendung unterschiedlich grober Gitter exemplarisch analysiert. Die entsprechenden Strömungsgrößen sind in Abbildung 5.16 veranschaulicht. Die Grobgitter-Simulation kanal-grobLang weist in der x-y-Ebene die selbe Diskretisierung auf; lediglich in z-Koordinatenrichtung wurde die Größe der Kontrollvolumina verdoppelt. Das berechnete Strömungsfeld zeigt sich für dieses Validierungsbeispiel wenig sensitiv gegenüber der geänderten Gitterauflösung in z-Koordinatenrichtung. Dies

ist dadurch begründet, dass in diesem Strömungsproblem die Richtung der z-Koordinate auch zeitgleich einer Richtung mit kleinen Gradienten der Strömungsgrößen entspricht. Anders zeigen sich die Berechnungsfälle kanal-grob4 und kanal-grob5, bei denen zusätzlich die Diskretisierung in der x-y-Ebene modifiziert wurde. Anders als die Auflösung der kanal-grob-Simulation wurde der Querschnitt hier nicht mit  $10 \times 10$ , sondern mit  $4 \times 4$  (kanal-grob4) beziehungsweise  $5 \times 5$  (kanal-grob5) Kontrollvolumina definiert. Die Abbildung 5.16 (a) stellt die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie `endx` dar, wobei mit weniger werdenden Definitionspunkten in der x-y-Ebene der optische Eindruck einer steigenden Abweichung zur RANS-Berechnung entsteht. Die relativen Massendefekte von 1 % bei der kanal-grob4-Simulation, 0,5 % bei der kanal-grob5-Simulation und 0,4 % bei der kanal-grob-Simulation liegen bei allen Gitterauflösungen in einer für die Grobgitter-Methode hinreichend kleinen Größenordnung.

Für den Druckverlauf entlang des Kanals zeigt sich für alle Grobgitter-Berechnungen ebenso ein stabiles Verhalten und die wesentlichen Merkmale der detaillierten RANS-Simulation werden wiedergegeben. Die räumliche Auflösung in der x- beziehungsweise y-Koordinatenrichtung einen Einfluss auf die quantitative Abweichung der zweiphasigen Grobgitter-Methode zur detaillierten RANS-Simulation, ohne dabei die qualitative Aussage zu ändern.



(a) Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie `endx`

(b) Druckverlauf auf der Auswertelinie `zmitte`

**Abbildung 5.16:** Kanal, unterschiedlich grobe Gitterauflösungen für die Geschwindigkeit auf der Auswertelinie `endx` sowie für den Druck auf der Auswertelinie `zmitte`

In der Tabelle 5.10 ist der Ressourcenaufwand für die Simulation der einlaufenden Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt aufgeführt. Die Grobgitter-Berechnungen mit der 10x10-Auflösung in der x-y-Ebene liefern eine qualitative und quantitative Reproduktion des Strömungsfeldes bei einer Reduktion der erforderlichen Ressourcen um mehr als drei Größenordnungen. Eine weiterführende Verringerung der Anzahl von Kontrollvolumina hat sich als wenig sensitiv gezeigt, wenn die RANS-Simulation in dem Bereich beziehungsweise in der jeweiligen Raumrichtung kleine Gradienten in den Strömungsgrößen aufweist.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
kanal-fein.RANS	$Re = 20.000 - 80.000, \alpha_a = 0,3$	ø 25.000 s (8)
kanal-grob.GGM	$Re = 20.000 - 80.000, \alpha_a = 0,3$	ø 10,4 s (1)
kanal-grob4.GGM	$Re = 50.000, \alpha_a = 0,3$	0,6 s (1)
kanal-grob5.GGM	$Re = 50.000, \alpha_a = 0,3$	1,0 s (1)
kanal-grobLang.GGM	$Re = 50.000, \alpha_a = 0,3$	3,4 s (1)
kanal-grob.RANS	$Re = 60.000, \alpha_a = 0,3$	118 s (1)

**Tabelle 5.10:** Vergleich der Berechnungen für den Kanal mit quadratischem Querschnitt

## 5.4 180-Grad-Bogen

Im Fokus der bisher untersuchten Strömungsprobleme stand die makroskopische Wiedergabe vorwiegend reibungsbehafteter Strömungsprobleme. In der Zweiphasenströmung und insbesondere in der mechanischen Phasenseparation spielt die Umlenkung einer Gemischströmung ebenso eine wichtige Rolle, weshalb die Wiedergabe einer RANS-Simulation mit starker Stromlinienkrümmung ebenso von Bedeutung ist. Als erstes Validierungsbeispiel dient hierzu ein 180-Grad-Bogen mit einem quadratischen Querschnitt und der Kantenlänge  $h = 0,025 \text{ m}$ , der durch eine Symmetrie-Randbedingung als unendlich weit ausgedehnter, stark umgelenkter Spalt mit der Höhe  $h$  betrachtet werden kann. Dieses Strömungsproblem wurde bereits in Noack und Class [2015] und mit ähnlichen Randbedingungen in Noack und Class [2014] diskutiert. Die Abbildung 5.17 bildet die verwendete Geometrie ab. Die Tabelle 5.11 stellt die beiden verwendeten Gitter gegenüber.

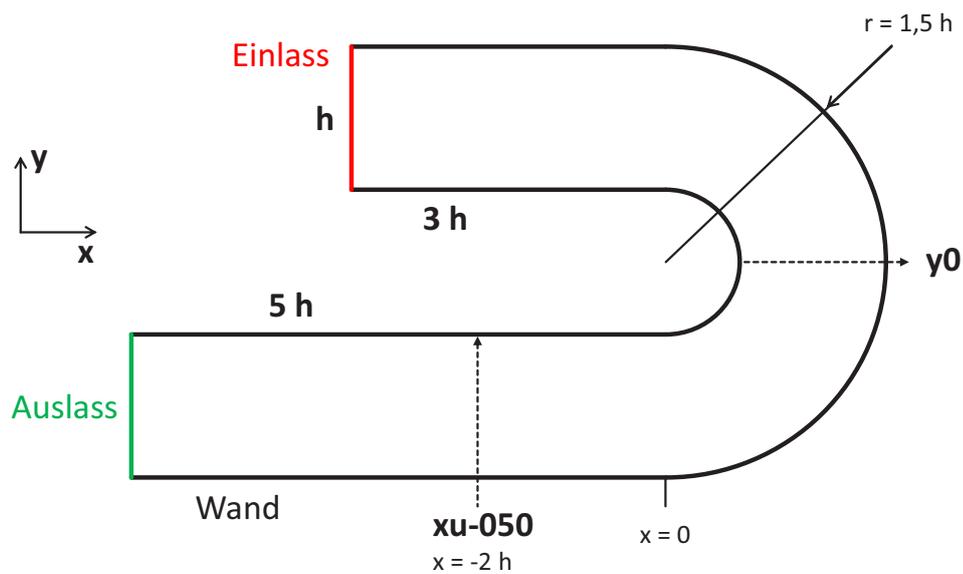


Abbildung 5.17: Geometrie und Auswertelinien des 180-Grad-Bogens

Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
bogen-fein	1.050.624	blockstrukturiert
bogen-grob	4.864	blockstrukturiert

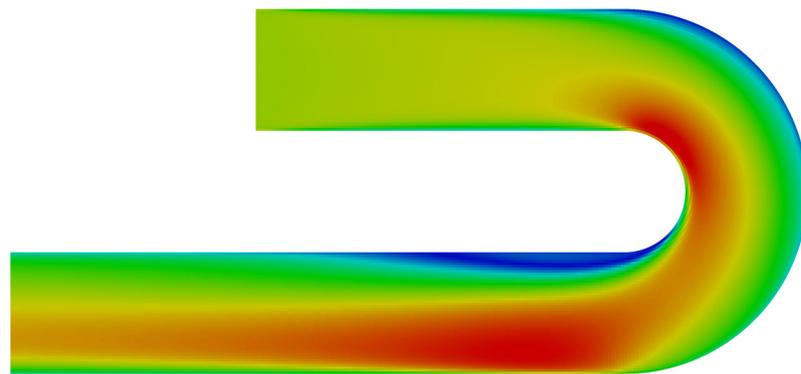
Tabelle 5.11: Berechnungsgitter für den 180-Grad-Bogen

Um verschiedene Intensitäten der Stromlinienkrümmung zu untersuchen, wurden mehrere Parametersätze mit Reynolds-Zahlen zwischen 4.300 und 7.000 simuliert. Die entsprechenden Randbedingungen sind in Tabelle 5.12 aufgeführt.

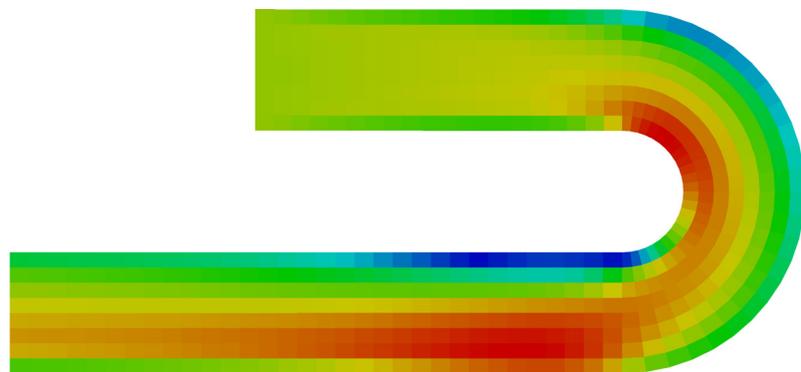
Berechnung	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
bogen-fein.RANS	0,17-0,28	no-slip	0,2	10	0,3	L
bogen-grob.GGM	0,17-0,28	slip	0,2	-	0,3	L

Tabelle 5.12: Randbedingungen für den 180-Grad-Bogen, disperse Phase: L=Luftblasen

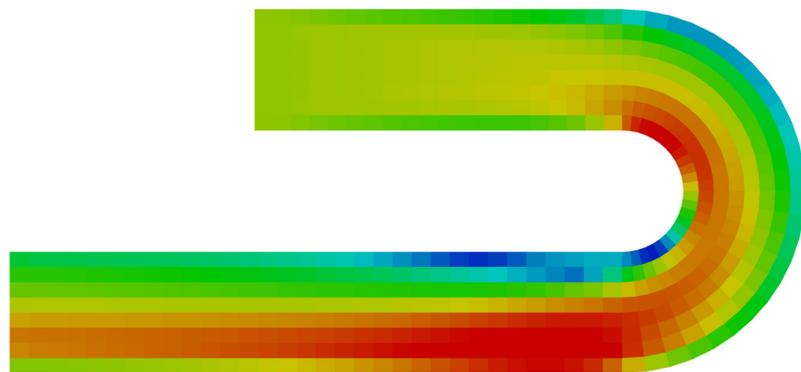
Über den gesamten Parameterbereich ergeben die Grobgitter-Simulationen ein stabiles Strömungsfeld. Die Abbildung 5.18 veranschaulicht exemplarisch an dem Parametersatz mit einer Einlassgeschwindigkeit von  $0,17 \text{ m/s}$  die qualitative Reproduzierbarkeit des Geschwindigkeitsfeldes anhand von Falschfarbenbildern. Die Abbildungen 5.18 (a) und 5.18 (b) geben die Ergebnisse der detaillierten RANS-Simulation auf dem feinen beziehungsweise gemittelt auf das grobe Gitter wieder. In der Abbildung 5.18 (c) wird das mit der zweiphasigen Grobgitter-Methode berechnete Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase gegenübergestellt und zeigt die Reproduktion des Strömungsfeldes der detaillierten RANS-Berechnung.



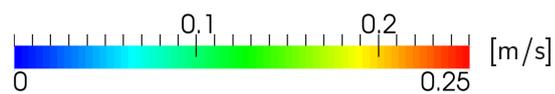
(a) bogen-fein.RANS: RANS-Methode auf dem feinen Gitter



(b) <bogen-fein.RANS>: RANS-Methode auf dem feinen Gitter gemittelt auf das grobe Gitter

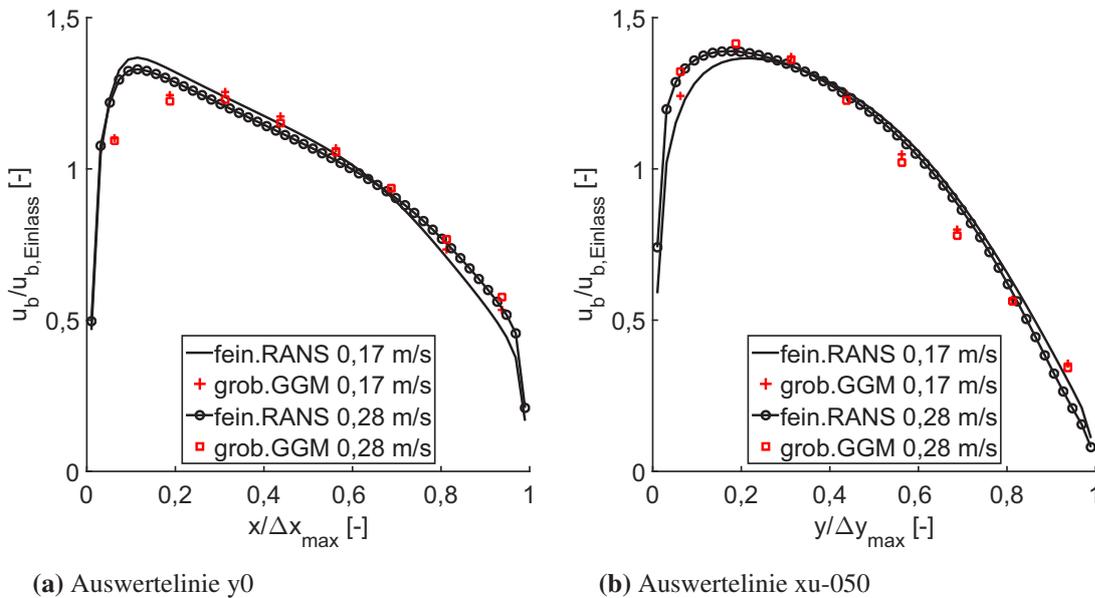


(c) bogen-grob.GGM: Grobgitter-Methode auf dem groben Gitter



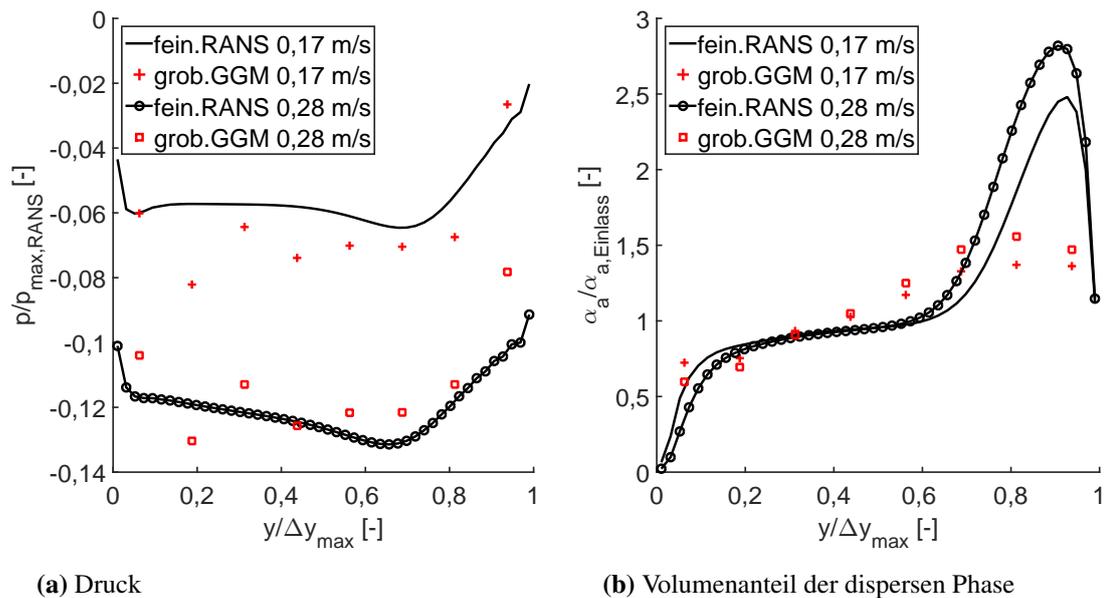
**Abbildung 5.18:** 180-Grad-Bogen, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für eine Einlassgeschwindigkeit von  $0,17 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Berechnung

Mit der Grobgitter-Simulation zeigt sich in der Abbildung 5.19 (a) auf der Auswertelinie  $y_0$  analog zur Abbildung 5.18 (c) eine frühere Ablösung der Hauptströmung von der Innenseite des Bogens im Vergleich zur detaillierten RANS-Berechnung. Dies bestätigt sich bei allen Parametersätzen. Hinter dem Bogen auf der Auswertelinie  $xu-050$  stimmen die Aussagen der beiden Simulationsmethoden zur Struktur des Geschwindigkeitsprofils wieder überein wie die Abbildung 5.19 (b) veranschaulicht.



**Abbildung 5.19:** 180-Grad-Bogen, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien  $y_0$  und  $xu-050$  für die Einlassgeschwindigkeiten 0,17 m/s und 0,28 m/s

Die Profile für den Druck und die Phasenvolumenanteile sind in Abbildung 5.20 für die Auswertelinie  $xu-050$  veranschaulicht. Die Auswertelinie  $xu-050$  befindet sich im Unterdruck-Gebiet, das sich in Strömungsrichtung hinter der Umlenkung befindet. Unter Beachtung der Skalierung der Ordinate in Abbildung 5.20 (a) beschreiben die Grobgitter-Berechnungen ein zur RANS-Simulation äquivalentes Unterdruck-Gebiet. In der Abbildung 5.20 (b) ergeben die RANS-Simulationen einen Anstieg der dispersen Phasenvolumenanteile im oberen Bereich des geraden Kanalstücks nach der Umlenkung, wobei der Maximalwert von der Einlassgeschwindigkeit abhängt. Die Grobgitter-Berechnungen beschreiben ebenso diese Tendenz, dass sich nach der Umlenkung die disperse Phase im oberen Bereich des Kanals aufkonzentriert. Hohe Gradienten im Bereich der Umlenkung legen auch in diesem Validierungsbeispiel die Vermutung nahe, dass der Ansatz für die Formulierung der Erhaltungsgleichung für den Volumenanteil der dispersen Phase und dessen Diskretisierungsfehler die Ergebnisse der Grobgitter-Simulationen beeinflussen und zu quantitativen Abweichungen führen.



**Abbildung 5.20:** 180-Grad-Bogen, Druck und Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie xu-050 für die Einlassgeschwindigkeiten 0,17 m/s und 0,28 m/s

Die Einlassgeschwindigkeit von 0,28 m/s stellt die maximale Geschwindigkeit dar, bei der die detaillierte RANS-Simulation noch keine ausgeprägte Strömungsablösung beziehungsweise Rezirkulationswalze hinter dem Bogen aufweist. Das verwendete  $\kappa$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell ist im Allgemeinen nicht für Strömungsablösungen geeignet, weshalb detaillierte RANS-Simulationen bei höheren Geschwindigkeiten nicht mehr konvergieren. Dies verdeutlicht das Erfordernis eines für zwei Phasen und starker Stromlinienkrümmung geeigneten Turbulenzmodells für die detaillierte RANS-Simulation. Einen möglichen Ansatz bieten hier die in Jawarneh und Vatistas [2006], Cortes und Gil [2007], Hoekstra u. a. [1999] und Lopez de Bertodano u. a. [1990] untersuchten Reynolds-Spannungs-Modelle, die insbesondere die turbulenten Strukturen in Wandnähe sowie die Anisotropie der Turbulenz besser wiedergeben können.

Die Ergebnisse der Grobgitter-Berechnungen spiegeln die Struktur der Impulsfelder aus den detaillierten RANS-Berechnungen wieder. Die berechneten Druckfelder sowie die Geschwindigkeitsfelder wiederholen die wesentlichen Aussagen bei einer Verringerung der erforderlichen Ressourcen um etwa vier bis fünf Größenordnungen. Die Tabelle 5.13 fasst dies zusammen.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
bogen-fein.RANS	$Re = 4.300 - 7.000, \alpha_a = 0,2$	$\varnothing 135.000 s (8)$
bogen-grob.GGM	$Re = 4.300 - 7.000, \alpha_a = 0,2$	$\varnothing 18,1 s (1)$

**Tabelle 5.13:** Vergleich der Berechnungen für den 180-Grad-Bogen

## 5.5 Runder Trocknerkanal

Mit dem runden Trocknerkanal werden die Strömungsprobleme der vorangegangenen Verifikationsbeispiele kombiniert. Das durch den schmalen Kanal strömende Gemisch erfährt einen entsprechenden Reibungsdruckverlust sowie einen Formdruckverlust aufgrund der mehrfachen Umlenkungen. Im Wesentlichen entspricht diese Geometrie einem Trocknerkanal zur Abscheidung von Tropfen aus einer Gasströmung, wobei die geometrischen Details zur Abführung der sich an der Wand ansammelnden Flüssigkeit, die sogenannten Fangrinnen, nicht berücksichtigt wurden. Eine Vielzahl von experimentellen und numerischen Untersuchungen wie beispielsweise Xiao u. a. [2010], Prasser u. a. [2007], Kim u. a. [2005] und Li u. a. [2009] streben die Erstellung verlässlicher Modelle an, die die Berechnung der Separationseffizienz und weiterer Parameter für lamellenförmige Trocknerkanäle ermöglichen sollen. Die Geometrie des runden Trocknerkanals ist in Abbildung 5.21 beschrieben und die dazugehörigen Berechnungsgitter sind in Tabelle 5.14 aufgeführt. Die Breite des Trocknerkanals beträgt  $h = 0,015 m$  und deckt mit den gewählten Einlassgeschwindigkeiten einen Parameterbereich, wie er im industriellen Einsatz vorzufinden ist, ab. Die Tiefe des Kanalstücks beträgt  $2 h = 0,03 m$ . Die Partikelgröße wurde mit  $10 \mu m$  an den in der Literatur verfügbaren experimentellen Untersuchungen ausgerichtet. Beispielfhaft seien an dieser Stelle die Arbeiten von Koopman [2014], Nakao u. a. [1999] und Li u. a. [2007] zur Untersuchung der Abscheideeffizienz von lamellenförmigen Trocknerkanälen genannt. Die vollständigen Randbedingungen der durchgeführten Simulationen sind in Tabelle 5.15 aufgeführt.

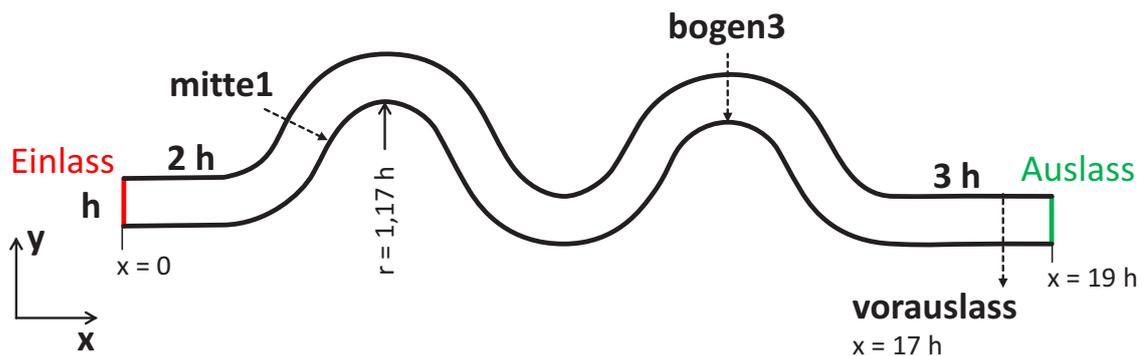


Abbildung 5.21: Geometrie und Auswertelinien des runden Trocknerkanals

Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
trockner-rund-fein	855.280	Trimmer mit drei Wandzellschichten
trockner-rund-grob	10.880	Trimmer mit drei Wandzellschichten

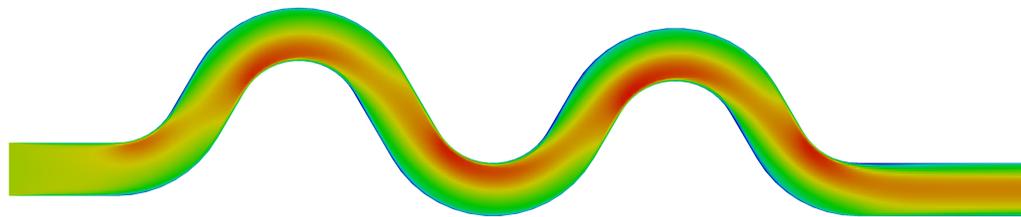
Tabelle 5.14: Berechnungsgitter für den runden Trocknerkanal

Berechnung	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
trockner-rund-fein.RANS	1,25-4,5	no-slip	0,01	10	0,01	W
trockner-rund-grob.GGM	1,25-4,5	slip	0,01	-	0,01	W

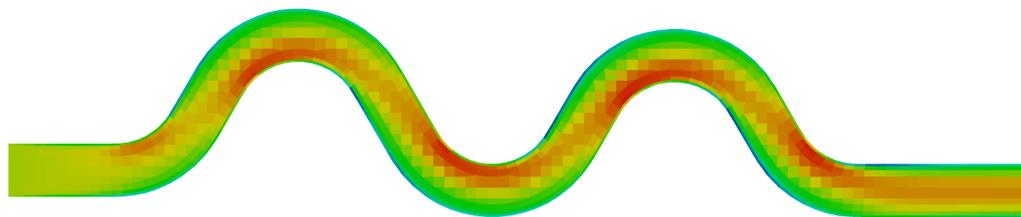
Tabelle 5.15: Randbedingungen für den runden Trocknerkanal, disperse Phase: W=Wassertropfen

Die Simulationsergebnisse der zweiphasigen Grobgitter-Berechnungen zeigen für alle gewählten Eintrittsgeschwindigkeiten von  $1,25 \text{ m/s}$  bis  $4,5 \text{ m/s}$  eine stabile Reproduktion der Strömungsfelder der detaillierten RANS-Simulation. Mit der Abbildung 5.22 wird ein qualitativer Vergleich des Geschwindigkeitsfeldes der kontinuierlichen Phase zwischen detaillierter RANS-Simulation (5.22 (a)), der auf das grobe Gitter gemittelten detaillierten RANS-Berechnung (5.22 (b)) und der Grobgitter-Berechnung (5.22 (c)) für die Einlassgeschwindigkeit von  $1,25 \text{ m/s}$  hergestellt. Die in den Umlenkungen innen liegenden Bereiche erhöhter Geschwindigkeit werden in ihrer Struktur

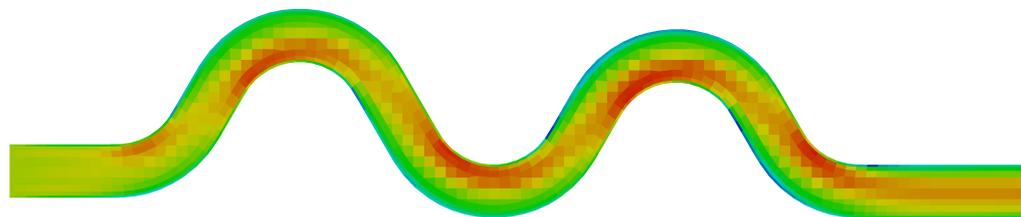
und Intensität erfasst, was auch in Abbildung 5.23 (a) für die Auswertelinie bogen3 veranschaulicht wird. In der quantitativen Gegenüberstellung in Abbildung 5.23 (a) wird auch die höchste Einlassgeschwindigkeit für dieses Validierungsbeispiel mit  $4,5 \text{ m/s}$  verglichen.



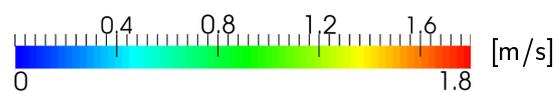
(a) trocken-rund-fein.RANS: RANS-Methode auf dem feinen Gitter



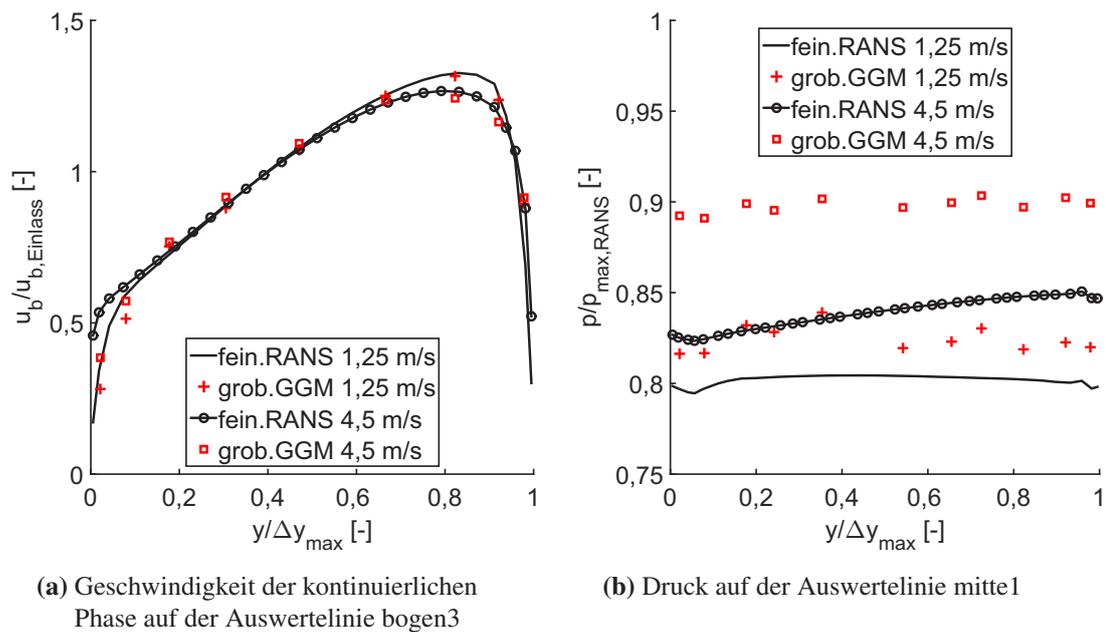
(b) <trocken-rund-fein.RANS>: RANS-Methode auf dem feinen Gitter gemittelt auf das grobe Gitter



(c) trocken-rund-grob.GGM: Grobgitter-Methode auf dem groben Gitter

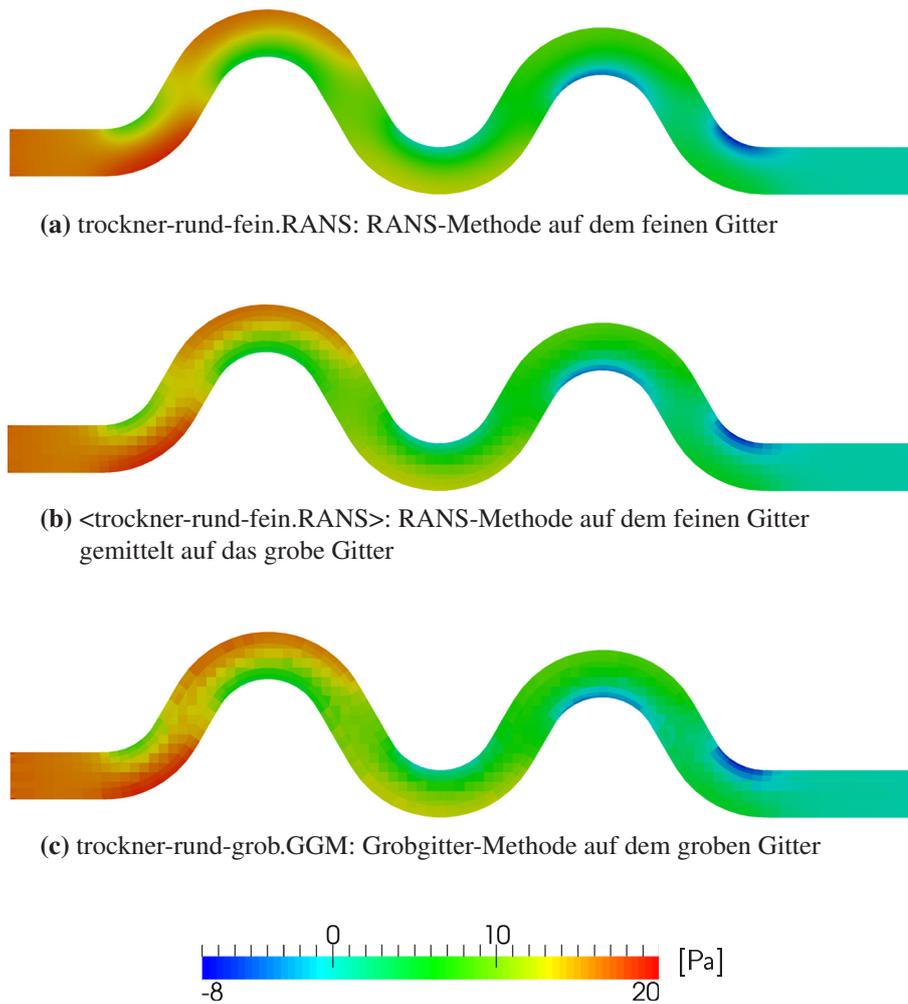


**Abbildung 5.22:** Runder Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für eine Einlassgeschwindigkeit von  $1,25 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Simulation



**Abbildung 5.23:** Runder Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie bogen3 sowie der Druck auf der Auswertelinie mitte1 für die Einlassgeschwindigkeiten 1,25 m/s und 4,5 m/s

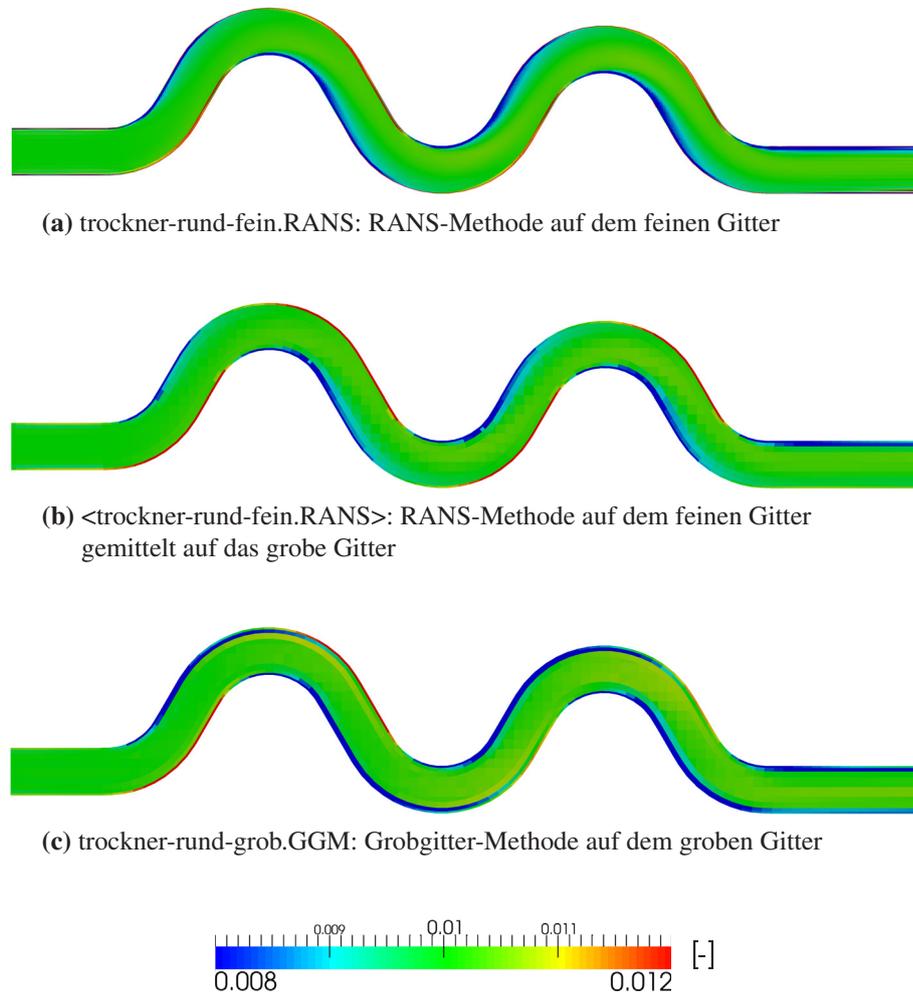
Im runden Trocknerkanal wird die Druckverteilung durch die Grobgitter-Berechnungen mit ihren wesentlichen Eigenschaften erfasst, was in Abbildung 5.24 mit einer qualitativen Gegenüberstellung dargestellt ist. Das in Abbildung 5.24 (a) veranschaulichte Druckfeld der detaillierten RANS-Simulation wurde mit Abbildung 5.24 (b) auf das grobe Gitter gemittelt, wobei das mit der zweiphasigen Grobgitter-Methode berechnete und in Abbildung 5.24 (c) dargestellte Druckfeld qualitativ mit den beiden erstgenannten übereinstimmt. Die in Abbildung 5.23 (b) erkennbare Abweichung in Form eines bis zu 5 % höheren Druckniveaus ist in der Positionierung der Auswertelinie begründet. Die Auswertelinie mitte1 liegt wie in Abbildung 5.21 beschrieben im geraden Stück mittig zwischen der ersten und der zweiten Umlenkung. In den äußeren Bereichen der Umlenkungen ist jeweils ein lokales Maximum des Druckes vorzufinden. Während in der RANS-Simulation die beiden Hochdruckbereiche separiert sind, ist bei der groben Auflösung der Grobgitter-Berechnung eine Überschneidung der beiden Hochdruckbereiche in der Mitte zwischen den Umlenkungen vorzufinden. An dieser Position befindet sich auch die Auswertelinie mitte1, weshalb hier die Randgebiete der Hochdruckbereiche auf dem groben Gitter zusammentreffen. Direkt am Einlass zeigen beide Simulationen einen äquivalenten Gesamtdruckverlust über den runden Trocknerkanal.



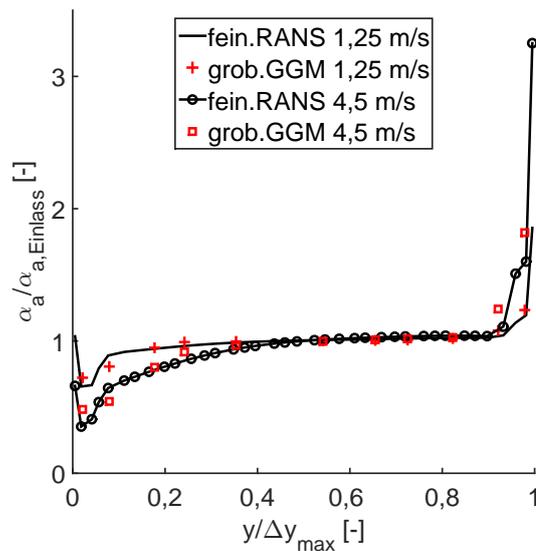
**Abbildung 5.24:** Runder Trocknerkanal, Druckfeld für eine Einlassgeschwindigkeit von  $1,25 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Berechnung

Für die Separation der Wassertropfen an der Wand des runden Trocknerkanals trifft auf die detaillierte RANS-Berechnung und auf die Grobgitter-Simulation die gleiche Aussage zu: Die Wassertropfen sammeln sich in den geraden Kanalbereichen hinter den jeweiligen Umlenkungen auf der Außenseite und werden innerhalb der darauffolgenden Umlenkung zu der dann außenliegenden Kanalwand transportiert. Aufgrund der größeren Kontrollvolumina werden die absoluten Werte in den direkt am Rand liegenden Kontrollvolumina durch die Grobgitter-Simulationen nicht aufgelöst. Die Wassertropfen sammeln sich in den randnahen Kontrollvolumina-Schichten des feinen Gitters; beim groben Gitter werden jedoch etwas mehr als die zwei feinen Kontrollvolumina-Schichten bereits von der äußersten groben Kontrollvolumina-Schicht überdeckt. Dies bestätigt sich auch in dem in Abbildung 5.26 dargestellten quantitativen Vergleich. Die Volumenanteile der dispersen Phase aus der Grobgitter-Simulation beschreiben für die Einlassgeschwindigkeiten

von  $1,25 \text{ m/s}$  und  $4,5 \text{ m/s}$  die Struktur der Berechnungsergebnisse aus den detaillierten RANS-Simulationen, wobei der nach der ersten Umlenkung an der äußeren Kanalwand erhöhte Volumenanteil der dispersen Phase auf dem groben Gitter räumlich nicht aufgelöst werden kann.



**Abbildung 5.25:** Runder Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase für eine Einlassgeschwindigkeit von  $1,25 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Berechnung und die Grobgitter-Simulation



**Abbildung 5.26:** Runder Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase auf der Auswertelinie mittel für die Einlassgeschwindigkeiten  $1,25 \text{ m/s}$  und  $4,5 \text{ m/s}$

Wie bei den bisherigen Beispielen für die Validierung der Grobgitter-Berechnungen zeigt sich die Konsistenz und Stabilität der neuen Methode. Die Strömungsfelder der detaillierten RANS-Simulationen für die verschiedenen Parametersätze werden durch die Grobgitter-Berechnungen nachgebildet. Erstmals wurde für die Grobgitter-Berechnungen kein blockstrukturiertes Gitter verwendet. Die beiden Trimmer-Gitter wurden mit der Simulationssoftware *STAR-CCM+* erzeugt. Damit die Kanalwände mit Kontrollvolumina geeigneter Form und Gitterqualität abgebildet werden konnten, wurde die Verwendung von Wandzellschichten erforderlich. Mit den um drei Größenordnungen effizienteren Grobgitter-Simulationen zeigt die Grobgitter-Methode erneut eine hohe Effizienzsteigerung bei gleichzeitiger Stabilität dieses neuen Berechnungsverfahrens. Die entsprechenden Werte zum Ressourcenaufwand sind in Tabelle 5.16 aufgeführt.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
trockner-rund-fein.RANS	$Re = 1.230 - 4.430,$ $\alpha_a = 0,01$	$\varnothing 204.000 \text{ s (8)}$
trockner-rund-grob.GGM	$Re = 1.230 - 4.430,$ $\alpha_a = 0,01$	$\varnothing 732 \text{ s (1)}$

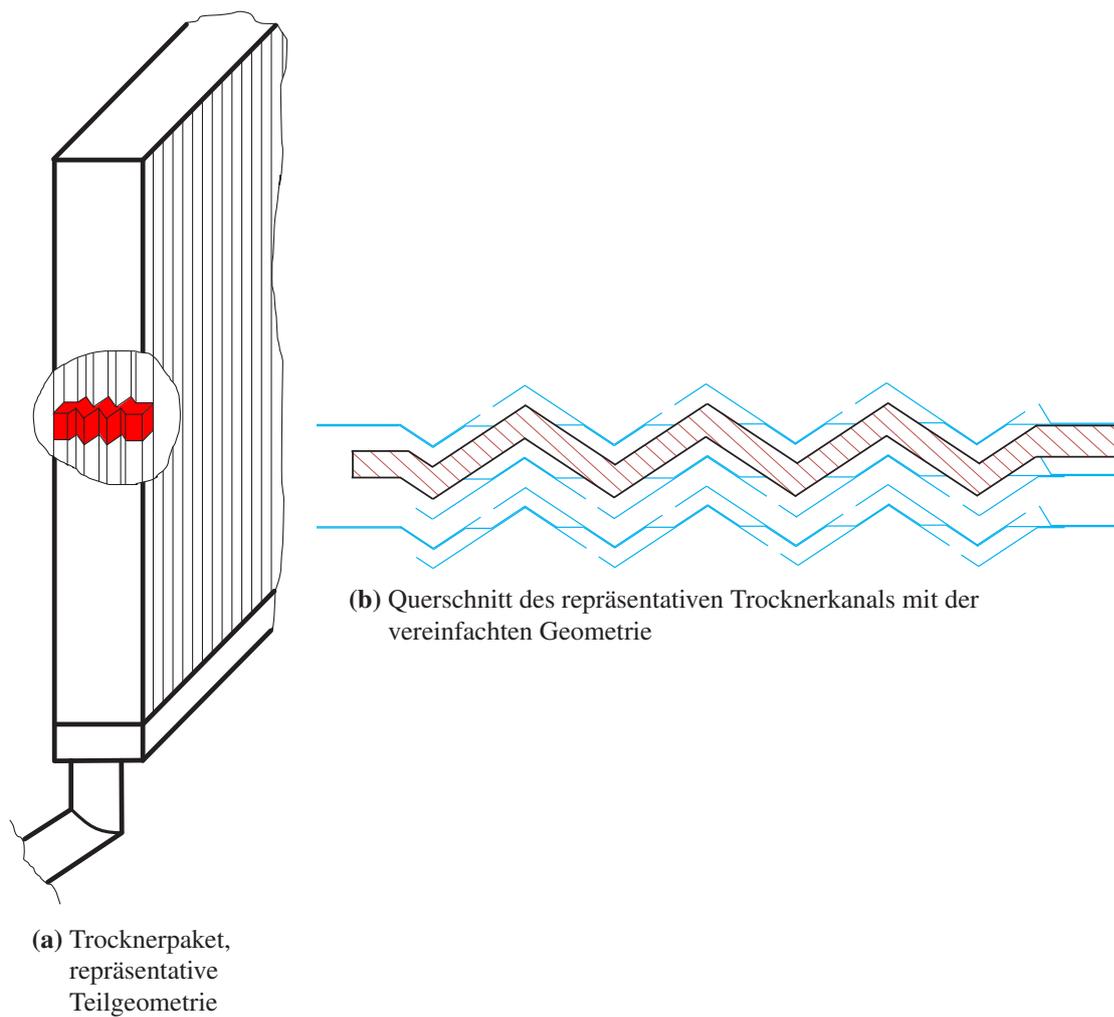
**Tabelle 5.16:** Vergleich der Berechnungen für den runden Trocknerkanal

## 5.6 Anwendung der Grobgitter-Methode auf den Dampftrockner

Nach der Validierung der Grobgitter-Simulationen an den fünf vorangehenden generischen Strömungsproblemen soll das vollständige Ablauf-Schema der Grobgitter-Methode gemäß Abbildung 4.4 auf einen Teil des Dampftrockners der Siedewasserreaktoranlage KRB-II angewendet werden. Dies stellt die erste praxisnahe Anwendung der zweiphasigen Grobgitter-Methode dar und wird im Folgenden detailliert behandelt.

### 5.6.1 Repräsentative Teilgeometrie

Der erste Schritt im Ablauf-Schema der Grobgitter-Methode dient der Identifizierung einer repräsentativen Teilgeometrie. Im Falle des Dampftrockners kann die Großkomponente zerlegt werden in die Verkleidung als strömungsführende Struktur und in die Trocknerpakete als eigentliche Separations-Baugruppen. Diese wurden bereits im Abschnitt 2.4.1 vorgestellt. In Abbildung 5.27 (a) ist exemplarisch ein Trocknerpaket dargestellt. Die Geometrie der einzelnen Trocknerkanäle ist in jedem der Trocknerpakete identisch, sodass das Strömungsproblem auf einen Trocknerkanal vereinfacht werden kann. Über die gesamte Höhe des Trocknerkanals ist dessen Strömungsquerschnitt ebenfalls von konstanter Gestalt, sodass als kleinste, repräsentative Teilgeometrie das in Abbildung 5.27 (a) rot hervorgehobene Teilstück eines Trocknerkanals definiert werden kann. Zur Vereinfachung der Geometrie werden die in Abbildung 5.27 (b) hellblau hervorgehobenen Fangrinnen, die zur Abscheidung des sich an der Kanalwand ansammelnden Wassers dienen, vernachlässigt, sodass lediglich die schwarz dargestellte Geometrie für den Trocknerkanal verwendet wird. Hierdurch wird lediglich das Abfließen der Wassertropfen aus dem Berechnungsgebiet unterbunden, ohne dabei einen wesentlichen hydraulischen Einfluss auf die Hauptströmung auszuüben. Dieses Vorgehen wurde bereits beim Validierungsbeispiel des runden Trocknerkanals in Abschnitt 5.5 gewählt.



**Abbildung 5.27:** Identifikation der repräsentativen Teilgeometrie im Dampftrockner beziehungsweise in dessen Trocknerpaket

Die Abbildung 5.28 veranschaulicht den Längsschnitt durch die repräsentative Geometrie, wobei die Randflächen parallel zur Zeichnungsfläche als Symmetrie-Randbedingung definiert werden. Die Tabelle 5.17 stellt das feine und das grobe Gitter, die für die durchgeführten Berechnungen verwendet wurden, gegenüber. Weiterhin werden die Randbedingungen der repräsentativen Teilgeometrie für die detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Simulation in der Tabelle 5.18 zusammengefasst.

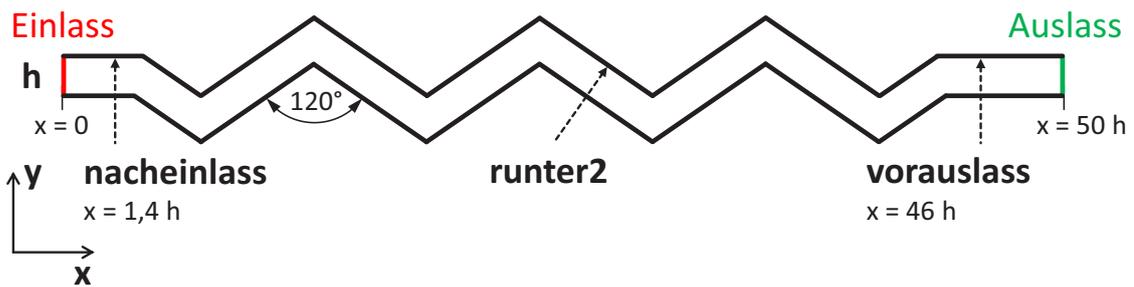


Abbildung 5.28: Geometrie und Auswertelinien des eckigen Trocknerkanals

Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
trockner-eckig-fein	399.139	Trimmer mit zwei Wandzellschichten
trockner-eckig-grob	5.537	Trimmer mit einer Wandzellschicht

Tabelle 5.17: Berechnungsgitter für den eckigen Trocknerkanal

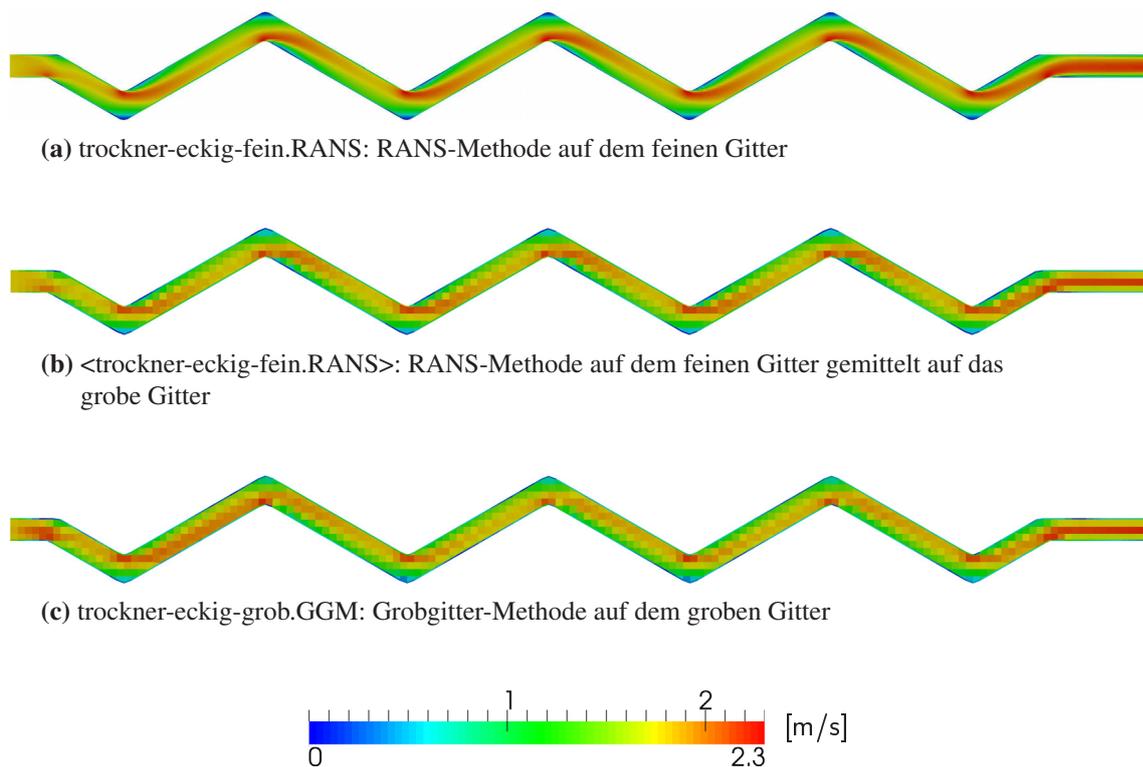
Berechnung	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
trockner-eckig-fein.RANS	1,75-3,5	no-slip	0,01	7	0,01	W
trockner-eckig-grob.GGM	1,75-3,5	slip	0,01	-	0,01	W

Tabelle 5.18: Randbedingungen für den eckigen Trocknerkanal, disperse Phase: W=Wassertropfen

## 5.6.2 RANS-Simulationen und Validierung der Grobgitter-Berechnungen

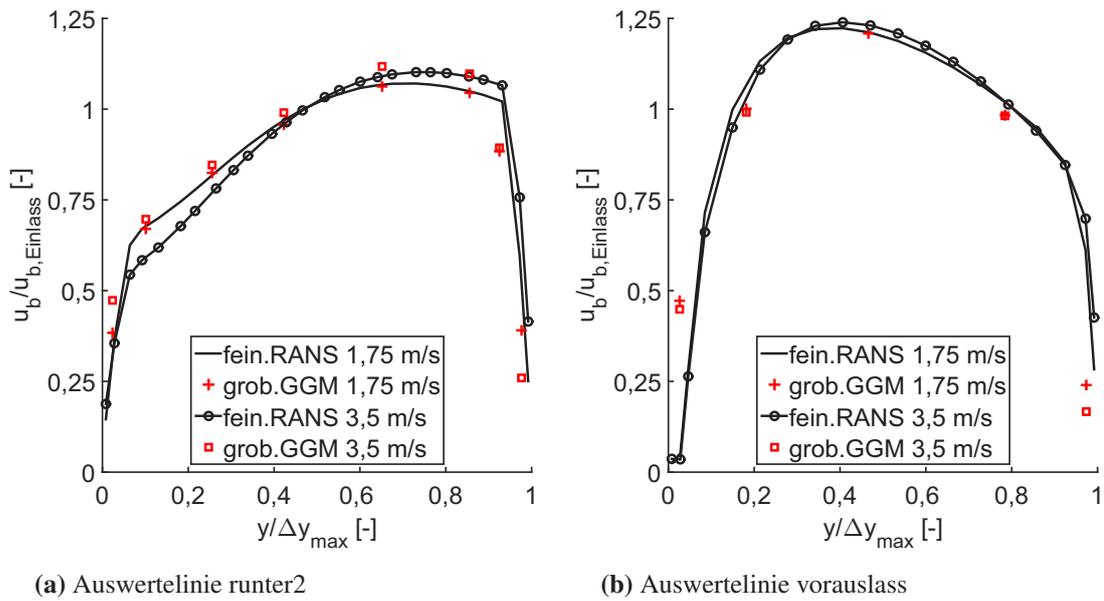
Im zweiten und dritten Schritt des Ablauf-Schemas der zweiphasigen Grobgitter-Methode werden für diskrete Parametersätze die detaillierten RANS-Berechnungen durchgeführt und die dazugehörigen Grobgitterterme berechnet. Wie bei den vorangegangenen Validierungsbeispielen werden auch hier die einzelnen Grobgitter-Simulationen validiert. Exemplarisch werden die Ergebnisse an der kleinsten Einlassgeschwindigkeit von  $1,75 \text{ m/s}$  und an der größten Einlassgeschwindigkeit von  $3,5 \text{ m/s}$  des Parameterraumes diskutiert. Die grundlegende Beschaffenheit der Impulsfelder,

die mit der detaillierten RANS-Simulation berechnet wurden, wird mit der Grobgitter-Simulation wiedergegeben. Dies wird in der Abbildung 5.29 anhand des Geschwindigkeitsfeldes über die gesamte Länge des eckigen Trocknerkanals für die Einlassgeschwindigkeit  $1,75 \text{ m/s}$  gezeigt. Die Abbildungen 5.29 (a) und 5.29 (b) zeigen jeweils das Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase aus der detaillierten RANS-Berechnung auf dem feinen und gemittelt auf das grobe Gitter. Mit der Abbildung 5.29 (c) wird das Geschwindigkeitsfeld der Grobgitter-Simulation gegenübergestellt.



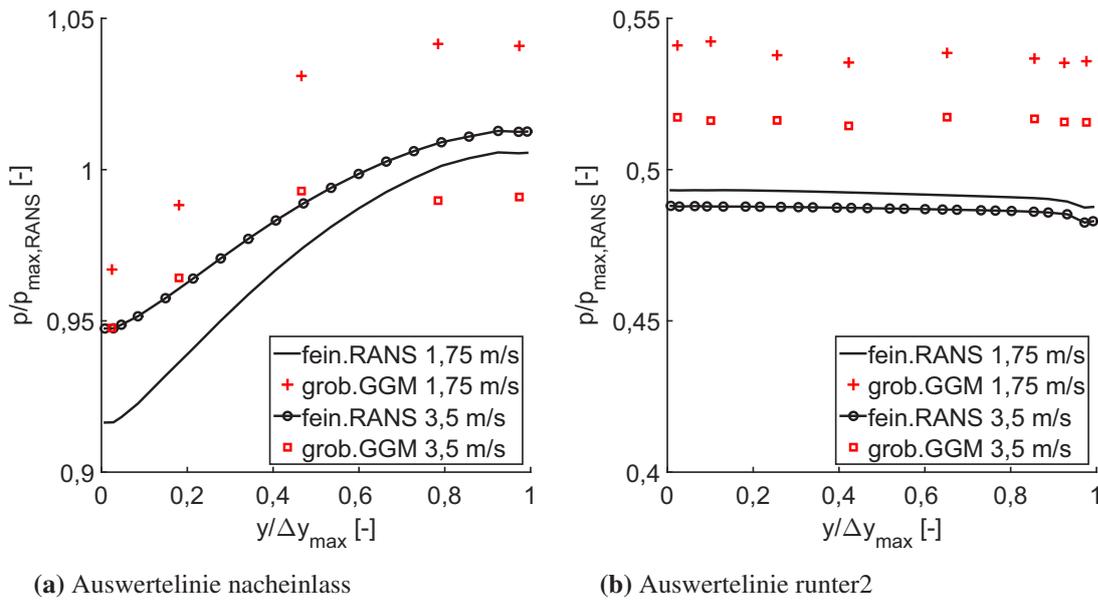
**Abbildung 5.29:** Eckiger Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für eine Einlassgeschwindigkeit von  $1,75 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Berechnung und die Grobgitter-Simulation

Die Abbildung 5.30 stellt die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien runter2 und vorauslass dar. Die RANS-Ergebnisse werden bei allen Parametersätzen durch die Grobgitter-Berechnungen wiedergegeben, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit die Berechnungsergebnisse für die Einlassgeschwindigkeiten  $2 \text{ m/s}$ ,  $2,25 \text{ m/s}$ ,  $2,5 \text{ m/s}$ ,  $2,75 \text{ m/s}$  und  $3 \text{ m/s}$  nicht separat dargestellt wurden.



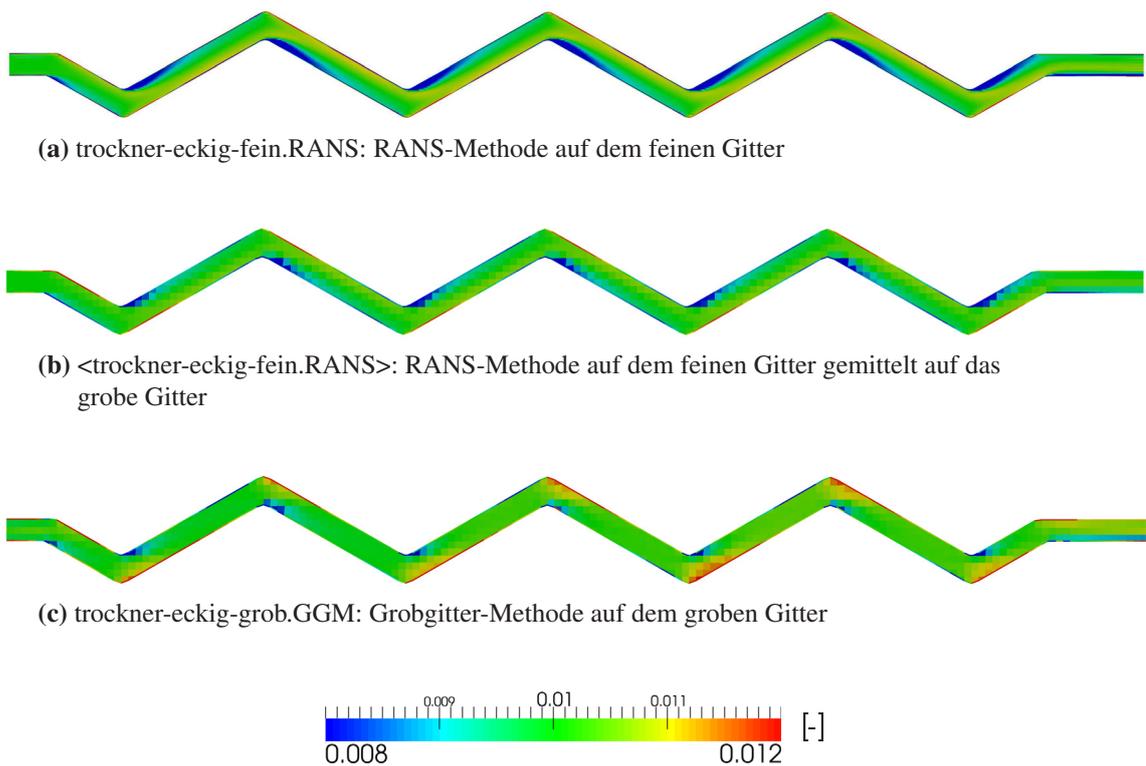
**Abbildung 5.30:** Eckiger Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie runter2 und auf der Auswertelinie vorauslass für die Einlassgeschwindigkeiten 1,75 m/s und 3,5 m/s

Das Druckfeld beschreibt analog eine qualitative und quantitative Übereinstimmung zwischen den detaillierten RANS-Simulationen und den Grobgitter-Simulationen. Der Druckabfall wird durch die Grobgitter-Methode mit maximal 5 %, bezogen auf den Gesamtdruckabfall der RANS-Berechnung, überschätzt und liegt damit im geforderten Ungenauigkeitsbereich von maximal  $\pm 10$  %.



**Abbildung 5.31:** Eckiger Trocknerkanal, Druck auf der Auswertelinie nacheinlass und auf der Auswertelinie runter2 für die Einlassgeschwindigkeiten 1,75 m/s und 3,5 m/s

In der Abbildung 5.32 werden die Volumenanteile der dispersen Phase für die RANS-Berechnung auf dem feinen und gemittelt auf das grobe Gitter (5.32 (a) und (b)) sowie für die Grobgitter-Simulation (5.32 (c)) qualitativ gegenübergestellt. Bei der RANS-Simulation werden die Wassertropfen kontinuierlich in jeder Umlenkung in den gegenüberliegenden, äußeren Bereich transportiert. Hinter den Umlenkungen ist der äußere, tropfenreiche Bereich deutlich vom inneren, tropfenarmen Bereich unterscheidbar. Dies wird in der Grobgitter-Berechnung analog wiedergegeben, wobei die Ansammlung der Wassertropfen innerhalb der Umlenkung stärker ausgeprägt ist. In den geraden Kanalstücken zwischen den Umlenkungen erfolgt bei der Grobgitter-Berechnung eine schnellere Vermischung der tropfenarmen und tropfenreichen Bereiche, als dies bei der detaillierten RANS-Berechnung abgebildet wird. Somit ist die strahlenartige Struktur des Phasenvolumenanteils lediglich bei der detaillierten RANS-Simulation erkennbar. Wie bereits bei den vorangegangenen Validierungsbeispielen zeigt der gewählte Ansatz für die Phasenvolumenerhaltungsgleichung auch bei dem eckigen Trocknerkanal, bedingt durch den großen Gradienten bei dem Phasenvolumenanteil, einen nicht vernachlässigbaren Diskretisierungsfehler, der für die detailgetreue Wiedergabe des Separationsverhaltens nur bedingt geeignet erscheint.



**Abbildung 5.32:** Eckiger Trocknerkanal, Volumenanteil der dispersen Phase für eine Einlassgeschwindigkeit von  $1,75 \text{ m/s}$  für die RANS-Simulation und die Grobgitter-Berechnung

Die Grobgitter-Methode stellt für die repräsentative Geometrie des Dampftrockners ein geeignetes Berechnungsverfahren zur Wiedergabe des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes ausgehend von der detaillierten RANS-Simulation dar. Der Ressourcenaufwand für die repräsentative Teilgeometrie verringert sich im Durchschnitt um drei Größenordnungen bei gleichzeitig zuverlässiger und stabiler Reproduktion des Impulsfeldes.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
trockner-eckig-fein.RANS	$Re = 800 - 1.610,$ $\alpha_a = 0,01$	$\varnothing 54.400 \text{ s (8)}$
trockner-eckig-grob.GGM	$Re = 800 - 1.610,$ $\alpha_a = 0,01$	$\varnothing 146 \text{ s (1)}$

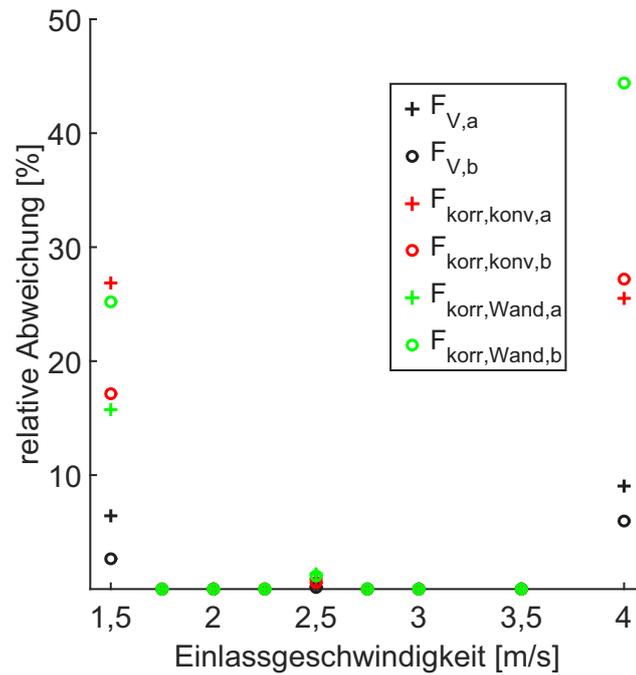
**Tabelle 5.19:** Vergleich der Berechnungen für den eckigen Trocknerkanal

### 5.6.3 Parametrisierung der Grobgitterterme

Die Validierung der Grobgitter-Berechnungen bestätigt die korrekte Modellierung beziehungsweise Berechnung der Grobgitterterme, die im nun folgenden, vierten Schritt zur Erzeugung eines kontinuierlichen Parameterraumes verwendet werden. Die Größen  $\underline{F}_{V,\varphi}$ ,  $\underline{F}_{\text{korrr,konv},\varphi}$  und  $\underline{F}_{\text{korrr,Wand},\varphi}$  liegen für jeden Parametersatz vor und werden für die Parametrisierung verwendet. Als Parameter wird die Phasengeschwindigkeit am Einlass herangezogen, was somit einer Parametrisierung über die Reynolds-Zahl entspricht.

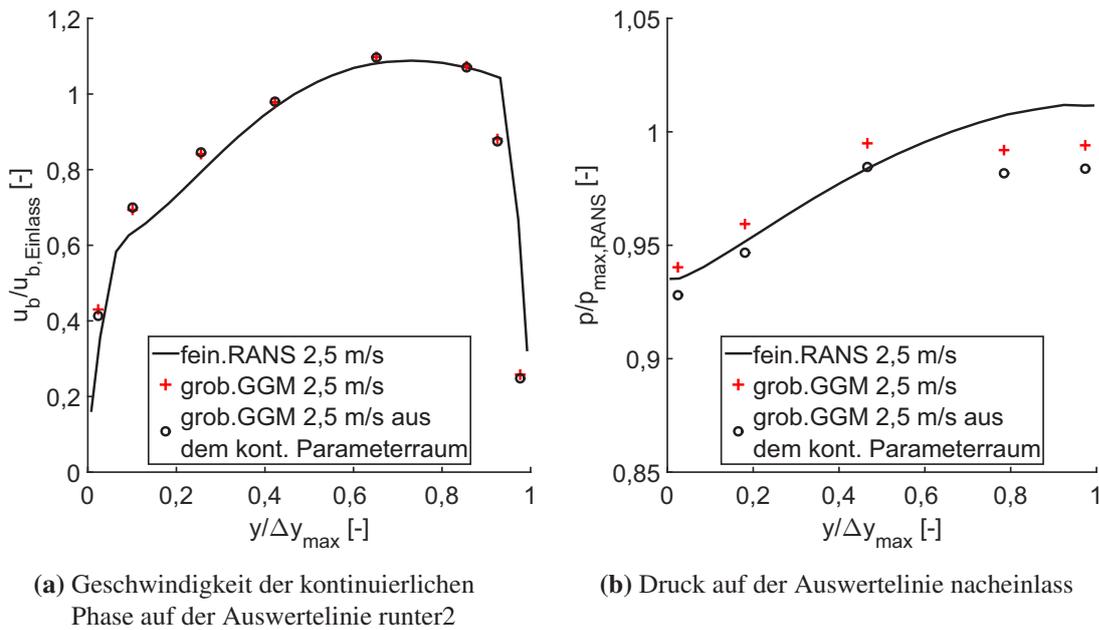
Für das vorliegende Strömungsproblem hat sich die Parametrisierung über globale Polynomfunktionen erster Ordnung und fünften Grades als zielführend erwiesen. Somit wurden sechs der sieben Parametersätze als Stützpunkte verwendet. Die Grobgitterterme als vektorielle Größen werden komponentenweise in jeweils eine Polynomfunktion überführt, womit sich für jedes Kontrollvolumen des groben Gitters insgesamt 72 Koeffizienten für die Größen  $\underline{F}_{V,\varphi}$  und  $\underline{F}_{\text{korrr,konv},\varphi}$  ergeben. Diese setzen sich zusammen aus den vier Grobgittertermen mit jeweils drei Vektorkomponenten, deren Parametrisierung jeweils sechs Polynomialkoeffizienten bedingt. Für die beiden Grobgitterterme  $\underline{F}_{\text{korrr,Wand},\varphi}$ , die nur an den Oberflächen der festen Wände definiert werden, ergeben sich 36 Koeffizienten je Randoberfläche aus den jeweils drei Vektorkomponenten mit je sechs Polynomialkoeffizienten. Für die Berechnung der Koeffizienten wurde die Software *Matlab Version R2015a* verwendet.

Die Abbildung 5.33 zeigt die mittleren, relativen Abweichungen zwischen den aus der Parametrisierung ermittelten Grobgittertermen und den aus der detaillierten RANS-Simulation ermittelten Grobgittertermen. Für die sechs Stützpunkte bei den Einlassgeschwindigkeiten von 1,75 m/s, 2 m/s, 2,25 m/s, 2,75 m/s, 3 m/s und 3,5 m/s ergibt sich wie erwartet eine Abweichung von  $< 10^{-10} \%$ . Für den Parametersatz mit der Einlassgeschwindigkeit von 2,5 m/s ergibt sich eine mittlere Abweichung von etwa 0,2 % für die Volumenkräfte  $\underline{F}_{V,\varphi}$ , von etwa 0,9 % für die konvektive Korrekturterme  $\underline{F}_{\text{korrr,konv},\varphi}$  sowie etwa 1,3 % für die Wandkorrektur  $\underline{F}_{\text{korrr,Wand},\varphi}$ . Weitere Parametersätze mit den Einlassgeschwindigkeiten 1,5 m/s und 4 m/s, für die lediglich die detaillierten RANS-Simulationen durchgeführt wurden und die außerhalb des parametrisierten Wertebereiches liegen, zeigen im Vergleich nicht vertretbare Abweichungen von bis zu 250 %.



**Abbildung 5.33:** Vergleich der Grobgitterterme aus den RANS-Berechnungen mit denen aus dem kontinuierlichen Parameterraum, die Wandkorrektur für die Phase a liegt für die Einlassgeschwindigkeit von 4 m/s außerhalb der Achsenskalierung (245 %)

Die Grobgitter-Simulation mit den aus dem kontinuierlichen Parameterraum für die Einlassgeschwindigkeit von 2,5 m/s ermittelten Grobgittertermen zeigt mit der Abbildung 5.34 ein gleichwertiges Ergebnis wie die Grobgitter-Berechnung mit den Grobgittertermen direkt aus der RANS-Simulation. Die Einlassgeschwindigkeit weist den größtmöglichen Abstand zu den Stützpunkten der Parametrisierung innerhalb des Parameterraumes auf. Hier dargestellt sind die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie runter2 in der Abbildung 5.34 (a) sowie der Druck auf der Auswertelinie nacheinlass in der Abbildung 5.34 (b). Der Druck wird mit den Grobgittertermen aus der Parametrisierung um etwa 1,4 % niedriger berechnet.



**Abbildung 5.34:** Eckiger Trocknerkanal, detaillierte RANS-Simulation im Vergleich zu den Grobgitter-Berechnungen mit Grobgittertermen aus dem kontinuierlichen Parameterraum beziehungsweise aus der detaillierten RANS-Berechnung für die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf der Auswertelinie runter2 und den Druck auf der Auswertelinie naheinlass

Für die Parametrisierung zeigt sich insgesamt eine solide Basis bei der Interpolation der Grobgitterterme innerhalb des Parameterbereiches, was anhand der Einlassgeschwindigkeit von  $2,5 \text{ m/s}$  sowie auch in der daraus abgeleiteten Grobgitter-Simulation gezeigt wurde. Die Extrapolation außerhalb des Parameterraumes führt zu nicht vernachlässigbaren Fehlern. Daraus lässt sich schließen, dass der kontinuierliche Parameterraum den für die jeweilige Problemstellung eingegrenzten Parameterbereich vollständig überdecken muss. Die optimale Anzahl von Stützpunkten wurde in diesem ersten Anwendungsfall nicht weiterführend untersucht.

#### 5.6.4 Grobgitter-Simulation für den zusammengesetzten Trocknerkanal

In den vorangegangenen Schritten wurden die Voraussetzungen für die Durchführung einer Grobgitter-Berechnung im kontinuierlichen Parameterraum geschaffen. Die Großkomponente kann nun durch wiederholendes Aneinanderreihen der repräsentativen Teilgeometrie zusammengesetzt werden. In dieser Arbeit wurde dies nicht im vollen Umfang für den Dampftrockner

umgesetzt, da der Anspruch einer Validierung der zusammengesetzten Großkomponente beziehungsweise des zusammengesetzten Trocknerkanals mit einer detaillierten RANS-Simulation besteht. Der numerische Ressourcenaufwand wurde dahingehend beschränkt, dass fünf der repräsentativen Teilgeometrien aneinandergesetzt wurden. Die Tiefe der repräsentativen Teilgeometrie des eckigen Trocknerkanals beträgt  $0,01\text{ m}$ ; die der zusammengesetzten Geometrie somit  $0,05\text{ m}$ . Für die resultierende Geometrie wurden jeweils ein feines Gitter für die Vergleichs-RANS-Berechnung und ein grobes Gitter für die Grobgitter-Simulation erstellt. Beide Gitter sind in Tabelle 5.20 aufgeführt.

Berechnungsgitter	Anzahl der Kontrollvolumina	Gittertyp
trockner-eckig-X5-fein	2.609.474	Trimmer mit zwei Wandzellschichten
trockner-eckig-X5-grob	25.139	Trimmer mit einer Wandzellschicht

**Tabelle 5.20:** Berechnungsgitter für den zusammengesetzten Trocknerkanal

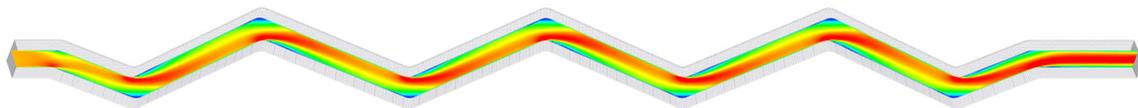
Zur Validierung der zusammengesetzten Grobgitter-Simulation wurden im ersten Versuch konstante Einlassgeschwindigkeiten wie bei der repräsentativen Teilgeometrie verwendet, wobei die Berechnungsergebnisse erwartungsgemäß denen der repräsentativen Teilgeometrien entsprachen. Als durchaus anspruchsvollere und für die praxisnahe Anwendung interessantere Randbedingung wurde für die Validierung ein unsymmetrisches Geschwindigkeitsprofil am Einlass gewählt. Über die Tiefe des Trocknerkanals steigt die am Einlass vorgegebene Phasengeschwindigkeit linear von  $2,25\text{ m/s}$  auf  $2,75\text{ m/s}$  an.

Berechnung	$\underline{u}_\varphi$ [m/s]	$\underline{u}_{\text{Wand},\varphi}$ [m/s]	$\alpha_a$ [-]	$I$ [%]	$d_\varphi$ [mm]	disperse Phase
trockner-eckig-X5-fein.RANS	2,25...2,75	no-slip	0,01	7	0,01	W
trockner-eckig-X5-grob.GGM	2,25...2,75	slip	0,01	-	0,01	W

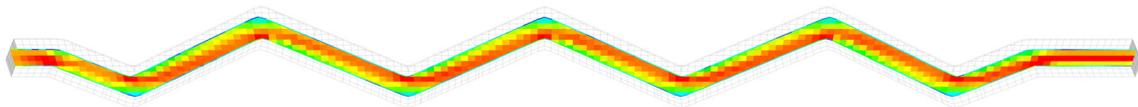
**Tabelle 5.21:** Randbedingungen für den zusammengesetzten Trocknerkanal, disperse Phase:  
W=Wassertropfen

Eine Darstellung der detaillierten RANS-Simulation und der Grobgitter-Berechnung der repräsentativen Teilgeometrie sowie die Grobgitter-Berechnung des zusammengesetzten Trocknerka-

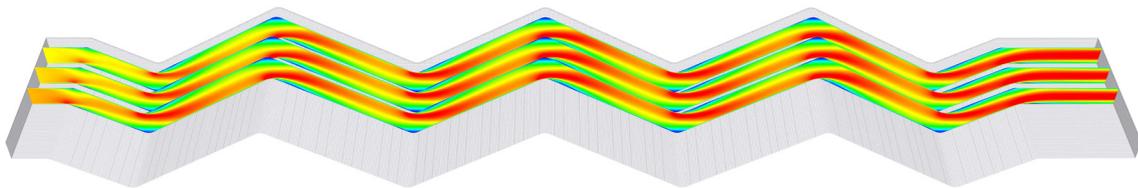
nals ist in Abbildung 5.35 (a) bis (d) gegeben. Für den zusammengesetzten Trocknerkanal zeigt sich für die detaillierte RANS-Simulation sowie für die Grobgitter-Methode eine Vereinheitlichung der Strömungsgeschwindigkeit über den Verlauf des Trocknerkanals, sodass die am Einlass über die Kanaltiefe unterschiedliche Geschwindigkeit von  $2,25 \text{ m/s}$  bei  $z = 0 \text{ m}$  bis  $2,75 \text{ m/s}$  bei  $z = 0,05 \text{ m}$  sich schließlich am Auslass als homogen darstellt.



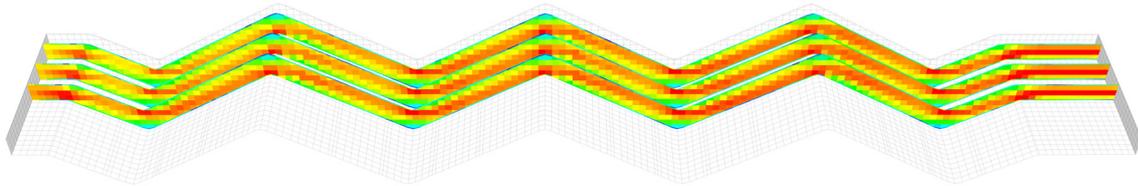
(a) trocken-eckig-fein.RANS: RANS-Methode auf dem feinen Gitter für Einlassgeschwindigkeit  $2,5 \text{ m/s}$



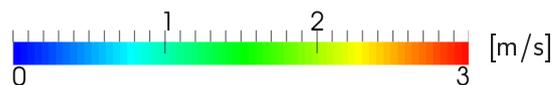
(b) trocken-eckig-grob.GGM: Grobgitter-Methode auf dem groben Gitter für Einlassgeschwindigkeit  $2,5 \text{ m/s}$



(c) trocken-eckig-X5-fein.RANS: RANS-Methode auf dem feinen Gitter des zusammengesetzten Trocknerkanals

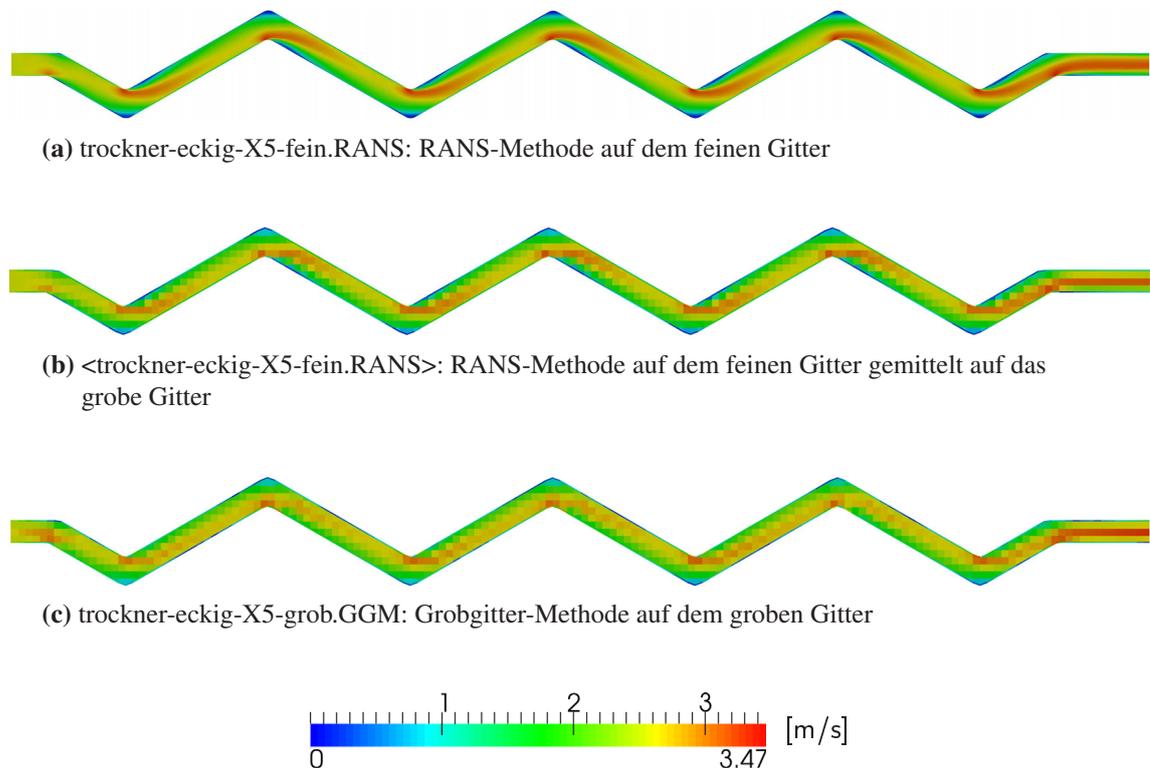


(d) trocken-eckig-X5-grob.GGM: Grobgitter-Methode auf dem groben Gitter der des zusammengesetzten Trocknerkanals

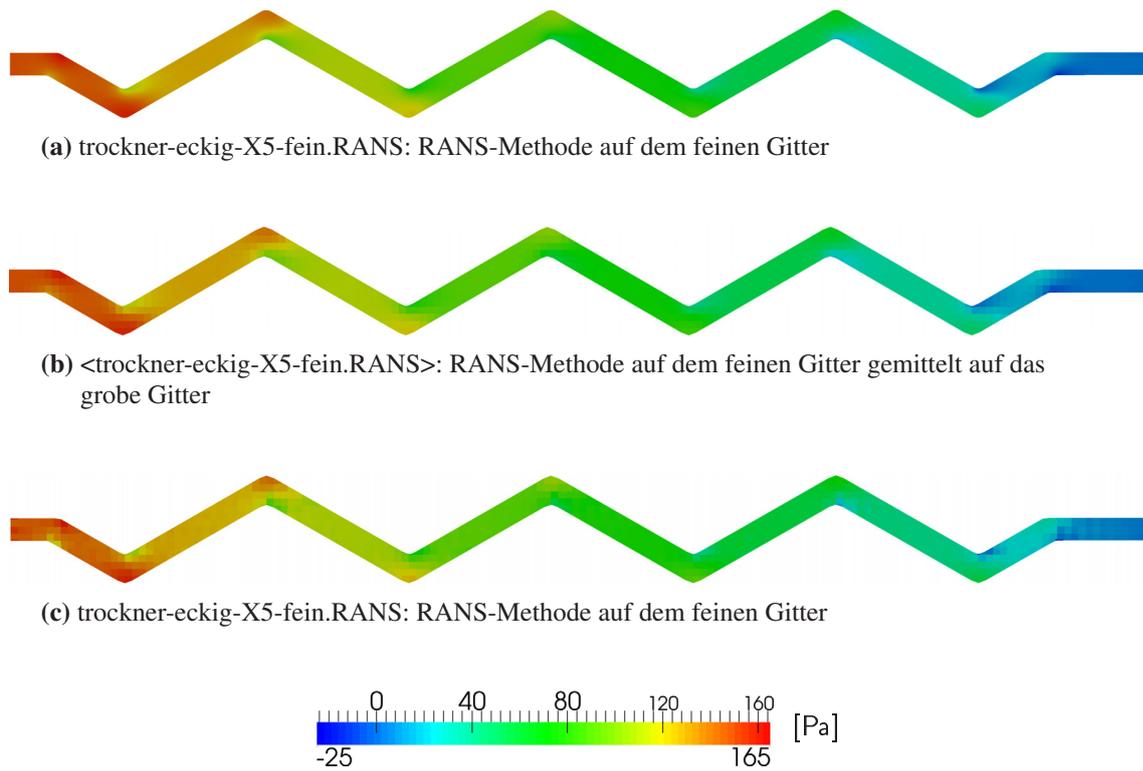


**Abbildung 5.35:** Repräsentativer und zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für die detaillierte RANS-Berechnung und die Grobgitter-Methode der repräsentativen Teilgeometrie sowie des zusammengesetzten Trocknerkanals; bei dem zusammengesetzten Trocknerkanal liegen die Schnittebenen von oben nach unten bei  $z = 0,005 \text{ m}$ ,  $z = 0,015 \text{ m}$  und  $z = 0,025 \text{ m}$  und entsprechen damit den dazugehörigen Einlassgeschwindigkeiten der jeweiligen Schnittebene von  $2,3 \text{ m/s}$ ,  $2,4 \text{ m/s}$  und  $2,5 \text{ m/s}$

Die Abbildung 5.36 zeigt den Verlauf der Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase über die gesamte Kanallänge in der Mitte des Trocknerkanals, wobei die Abbildung 5.36 (a) die detaillierte RANS-Simulation auf dem feinen Gitter, die Abbildung 5.36 (b) die detaillierte RANS-Berechnung gemittelt auf das grobe Gitter sowie die Abbildung 5.36 (c) die Grobgitter-Berechnung repräsentieren. Die in dieser Schnittebene vorgegebene Einlassgeschwindigkeit beträgt  $2,5 \text{ m/s}$  und stellt hier auch einen möglichst weiten Abstand zu den Stützpunkten der Parametrisierung bei  $2,25 \text{ m/s}$  und  $2,75 \text{ m/s}$  dar. Wie die Abbildung 5.37 (c) veranschaulicht, wird auch das Druckfeld gemäß den Abbildungen 5.37 (a) beziehungsweise (b) von der Grobgitter-Simulation qualitativ erfasst.

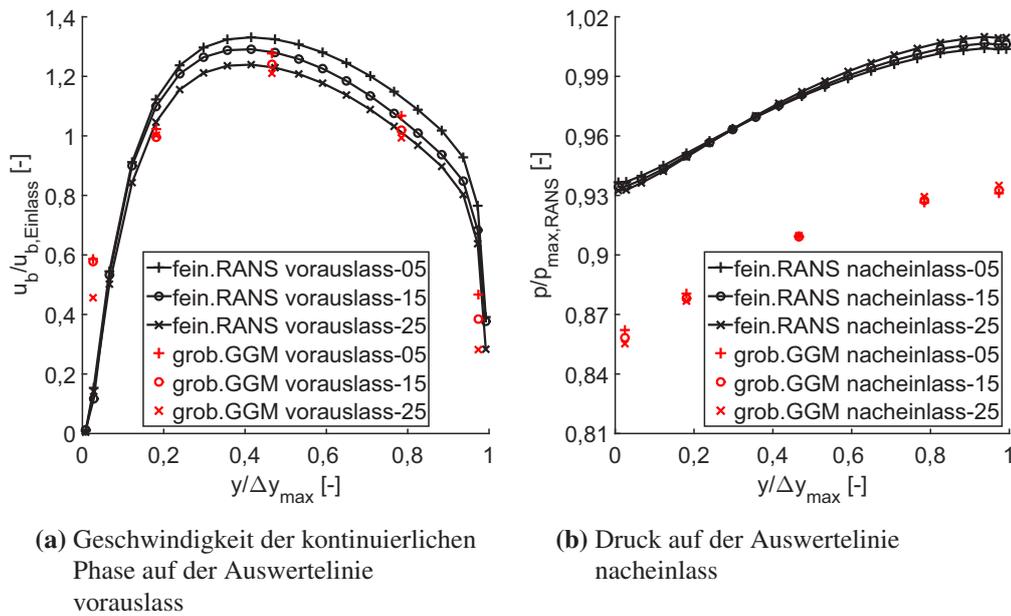


**Abbildung 5.36:** Zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeitsfeld der kontinuierlichen Phase für die Schnittebene bei  $z = 0,025 \text{ m}$  mit der äquivalenten Einlassgeschwindigkeit von  $2,5 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Simulation und die Grobgitter-Simulation



**Abbildung 5.37:** Zusammengesetzter Trockenkanal, Druckfeld für eine Schnittebene mit der äquivalenten Einlassgeschwindigkeit von  $2,5 \text{ m/s}$  für die detaillierte RANS-Berechnung und die Grobgitter-Simulation

In den Abbildungen 5.38 (a) und (b) werden weiterhin quantitative Vergleiche dargestellt. Das Impulsfeld der detaillierten RANS-Berechnung wird wie in den vorangegangenen Vergleichen des eckigen Trockenkanals in seinen wesentlichen Eigenschaften wiedergegeben. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Schnittebenen zeigt ebenso die korrekten Tendenzen wie diese in der detaillierten RANS-Simulation des zusammengesetzten Trockenkanals vorhergesagt wurden. Die Auswertelinien mit der Endung „-05“ beschreiben die Schnittebene bei  $z = 0,005$  mit der Einlassgeschwindigkeit  $2,3 \text{ m/s}$ , die mit der Endung „-15“ beschreiben die Schnittebene bei  $z = 0,015$  mit der Einlassgeschwindigkeit  $2,4 \text{ m/s}$  und die mit der Endung „-25“ beschreiben die Schnittebene bei  $z = 0,025$  mit der Einlassgeschwindigkeit  $2,5 \text{ m/s}$ . Steigt beispielsweise die Geschwindigkeit von Schnittebene zu Schnittebene, so zeigt die Grobgitter-Methode bezüglich der Geschwindigkeit und des Druckes die gleichen Tendenzen wie die detaillierte RANS-Simulation.



**Abbildung 5.38:** Zusammengesetzter Trocknerkanal, Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Auswertelinien vorauslass-05, vorauslass-15 und vorauslass-25 und Druck auf den Auswertelinien naheinlass-05, naheinlass-15 und naheinlass-25 äquivalent zu den Einlassgeschwindigkeiten 2,3 m/s, 2,4 m/s und 2,5 m/s

Das Ziel der Grobgitter-Methode, ein großes Strömungsproblem in kurzer Zeit zu berechnen sowie die dafür erforderlichen Ressourcen zu verringern, wird erreicht. Die Tabelle 5.22 fasst die für die durchgeführten Simulationen erforderlichen Ressourcen zusammen.

Berechnung	Parametersatz	Dauer der Berechnung (Anzahl der Prozessoren)
trockner-eckig-X5-fein.RANS	$Re = 1.030 - 1.260,$ $\alpha_a = 0,01$	153.566 s (24)
trockner-eckig-fein.RANS	$Re = 800 - 1.610,$ $\alpha_a = 0,01$	6 mal $\varnothing$ 56.700 s (8)
trockner-eckig-X5-grob.GGM	$Re = 1.030 - 1.260,$ $\alpha_a = 0,01$	786 s (1)

**Tabelle 5.22:** Vergleich der Simulationen für den zusammengesetzten Trocknerkanal, die zweite Zeile beschreibt die für die repräsentative Teilgeometrie erforderlichen RANS-Berechnungen zur Erstellung der kontinuierlichen Parameterraumes

## 5.7 Ergebnis der Validierung

Die Grobgitter-Methode, als neues Werkzeug zur Simulation zweiphasiger Strömungen, wurde in diesem Kapitel validiert. Unter Verwendung der in dieser Arbeit beschriebenen Ansätze für die zweiphasige Grobgitter-Methode wurden die Strömungsfelder der detaillierten RANS-Berechnungen verlässlich und stabil wiedergegeben. Mit den im Fokus stehenden Strömungsfeldern für die Phasengeschwindigkeiten sowie den Druck wurden für die untersuchten Strömungsprobleme qualitativ und quantitativ hochwertige Simulationsergebnisse erzielt. Die Abweichungen der Grobgitter-Berechnungen von denen der detaillierten RANS-Berechnungen liegen unterhalb der anvisierten maximalen Ungenauigkeit von  $\pm 10\%$ . Eine qualitative Wiedergabe der RANS-Simulationen wurde auch mit den Phasenvolumenanteilen erreicht. Die Tabelle 5.23 stellt die Ergebnisse der Validierung zusammenfassend dar.

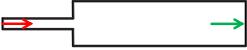
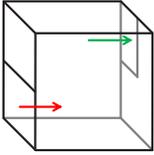
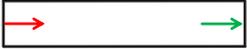
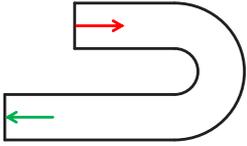
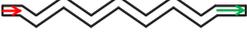
Geometrie	Form der Strömung	Reproduzierte Strömungscharakteristika
 <p>Carnot-Diffusor</p>	Zweidimensional, turbulent, instabil, Rezirkulationsgebiete	Lage der Hauptströmung und Rezirkulationsgebiete; Phasenvolumenanteile qualitativ
 <p>Unsymmetrischer Kubus</p>	Dreidimensional, turbulent, unsymmetrisch und damit vorgegebene Hauptströmungsrichtung, Rezirkulationswalze	Lage und Intensität der Hauptströmung sowie der Rezirkulationswalze; Phasenvolumenanteile qualitativ
 <p>Kanal mit quadratischem Querschnitt</p>	Dreidimensional, turbulent, hohe Reynolds-Zahlen, reibungsdominiert	Geschwindigkeitsprofil, Druckverlust und Phasenvolumenanteile
 <p>180-Grad-Bogen</p>	Dreidimensional, turbulent, starke Stromlinienkrümmung	Geschwindigkeit und Druck in und nach dem Bogen; Phasenvolumenanteil qualitativ
 <p>Runder Trocknerkanal</p>	Dreidimensional, wenig Turbulenz, mehrfache und starke Strömungsumlenkung	Lage und Intensität der Geschwindigkeitsfelder und des Druckfeldes; Phasenvolumenanteil qualitativ
 <p>Eckiger Trocknerkanal</p>	Dreidimensional, wenig Turbulenz, mehrfache, starke und abrupte Strömungsumlenkung	Lage und Intensität der Geschwindigkeitsfelder; Druckabfall $< 5\%$ überschätzt; Phasenvolumenanteil qualitativ

Tabelle 5.23: Ergebnisse der Validierung

Mit dem Carnot-Diffusor konnte eine instabile Hauptströmung wiedergegeben werden, wie dies bereits von Class u. a. [2011a] für die einphasige Grobgitter-Methode gezeigt wurde. Die Lage und Intensität der Hauptströmung sowie die Rezirkulationswalze konnten für den unsymmetrischen Kubus mit der zweiphasigen Grobgitter-Methode nachgebildet werden. Die Reproduktion reibungsdominierter Einlaufvorgänge im Kanal mit quadratischem Querschnitt konnte ebenso nachgewiesen werden wie auch die Fähigkeit der zweiphasigen Grobgitter-Methode, starke Stromlinienkrümmungen in einem 180-Grad-Bogen abzubilden. Mit den Validierungsbeispielen des runden und eckigen Trocknerkanals konnte schließlich gezeigt werden, dass die zweiphasige Grobgitter-Methode auch die Superposition verschiedener Strömungsphänomene wiedergeben kann und zusammengesetzte Berechnungsgebiete ebenso beherrscht wie einzelne Teilgeometrien. Insgesamt ließen sich durchschnittliche Effizienzsteigerungen um drei bis fünf Größenordnungen bei der Wiedergabe von Teilgeometrien und um den Faktor 4700 bei dem zusammengesetzten Trocknerkanal erreichen. Damit zeigt sich das enorme Potential der zweiphasigen Grobgitter-Methode für die Simulation von Großkomponenten. Auf die Reduzierung des weiteren Ressourcenbedarfs wie den erforderlichen Festplattenspeicher je abgespeichertem Iterationsschritt und der benötigte Arbeitsspeicher wurde nicht explizit eingegangen; dieser spielt jedoch in der Machbarkeit umfangreicher Berechnungen ebenfalls eine Rolle.

## 6 Schlussfolgerungen

Bei Großkomponenten mit zweiphasigen Strömungen ist eine ingenieurmäßige Berechnung beziehungsweise Auslegung mittels Strömungssimulation der gesamten Geometrie nicht praktikabel. Deshalb wurde die Grobgitter-Methode, die für einphasige Strömungen bereits demonstriert wurde, für die Betrachtung zweiphasiger Strömungen erweitert und deren grundsätzliche Anwendbarkeit nachgewiesen.

In Analogie zur einphasigen Grobgitter-Methode wird die Annahme getroffen, dass die Euler-Gleichungen, erweitert um entsprechende Schließungsterme, in der Lage sind, ein reales Strömungsfeld wiederzugeben. In dieser Arbeit wird die Zwei-Fluid-Formulierung der Euler-Gleichungen verwendet, die beide Phasen jeweils separat in der Euler-Euler-Formulierung betrachtet. Der Impulsaustausch zwischen den Phasen wird dabei in Anlehnung an die RANS-Simulation implementiert, sodass zwischen der dispersen und der kontinuierlichen Phase der Reibungswiderstand, der dynamische Auftrieb sowie die virtuelle Massenkraft von den lokalen Strömungsgrößen abhängen. Die im RANS-Löser *bubbleFOAM* implementierte Erhaltungsgleichung für die Phasenvolumenanteile wird in ihrer Struktur ebenfalls übernommen. Die zentrale Fragestellung dieser Arbeit bestand darin, inwieweit die in der Grobgitter-Methode implementierten Ansätze überhaupt zu einer numerisch stabilen Berechnungsmethode beitragen können. Die Güte der zweiphasigen Grobgitter-Berechnungen sowie die Identifizierung von Defiziten in den gewählten Ansätzen waren weitere Aspekte der Untersuchung.

Die zweiphasige Grobgitter-Methode verwendet die Zwei-Fluid-Formulierung der Euler-Gleichungen, die in ihrer ursprünglichen Fassung jegliche innere Reibung vernachlässigt. Die wesentliche Idee besteht darin, die mit dem groben Gitter und den reibungsfreien Gleichungen vernachlässigten physikalischen Phänomene in Form von Volumenkräften für die jeweilige Phase zu modellieren. Für die verschiedenen Validierungsbeispiele hat sich gezeigt, dass die unterschiedlich großen Diskretisierungsfehler bei der detaillierten RANS-Berechnung und der Grobgitter-Simulation nicht vernachlässigbar sind, sodass für jede Phase zusätzlich zu den Schließungstermen weitere Korrekturterme für die konvektiven Impulsflüsse implementiert wurden. Die reibungsfreien Euler-Gleichungen schließen per Definition die Verwendung der Haftbedingung an festen Wänden aus. Aus diesem Grund wurde weiterhin ein Wandmodell in Form zweier Korrekturterme für feste Wände in die zweiphasige Grobgitter-Methode implementiert. Hiermit wird die Haftbedingung auf Basis der lokalen Strömungsgrößen auch in der Grobgitter-Simulation berücksichtigt.

Die Modellierung und Berechnung der Grobgitterterme, die als Schließungsterme in die Grobgitter-Methode implementiert sind, erfolgt aus den feinskaligen Simulationsergebnissen von detaillierten RANS-Berechnungen, wobei die Geometrie und der abzudeckende Parameterraum bereits durch die zu berechnende Großkomponente vorgegeben werden. Mit der Parametrisierung der Grobgitterterme aus den RANS-Simulationen, die sich jeweils auf diskrete Parametersätze beziehen, erfolgt die Generierung eines kontinuierlichen Parameterraumes. Somit liegt für das zweiphasige Strömungsproblem eine geschlossene Beschreibung vor, die eine effiziente Simulation der Großkomponente mit der zweiphasigen Grobgitter-Methode ermöglicht. Die in der Grobgitter-Methode betrachteten repräsentativen Teilgeometrien können beliebig oft aneinandergesetzt werden. Je höher die Anzahl sich wiederholender Teilgeometrien innerhalb der Großkomponente ist, desto höhere Effizienzsteigerungen können durch die Grobgitter-Methode erreicht werden.

Zur Umsetzung der zweiphasigen Grobgitter-Methode wurden der Löser und weitere erforderliche Schnittstellen auf Basis der *OpenFOAM*-Plattform erstellt.

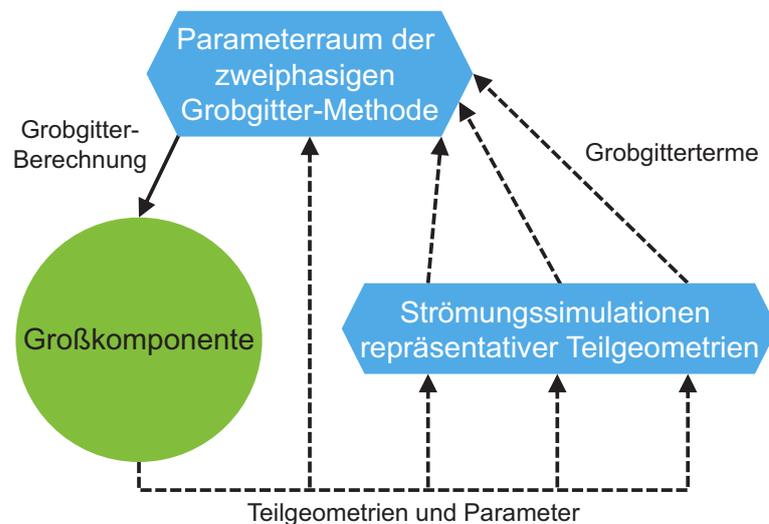
Die Validierung der Grobgitter-Berechnungen erfolgte anhand verschiedenartiger Strömungsprobleme generischer und praxisorientierter Art. Im Einzelnen sind dies der Carnot-Diffusor, der unsymmetrische Kubus, die einlaufende Strömung im Kanal mit quadratischem Querschnitt, der 180-Grad-Bogen sowie der runde und der eckige Trocknerkanal. Die neue Methode zeigte verlässliche und stabile Ergebnisse für die Wiedergabe der zuvor in den detaillierten RANS-Berechnungen ermittelten Impulsfelder. Für die einlaufende Strömung im quadratischen Kanal, den 180-Grad-Bogen sowie die beiden Trocknerkanal-Geometrien wurde dies auch für jeweils unterschiedliche Einlassgeschwindigkeiten belegt. Die quantitativen Abweichungen in der Verteilung der Phasenvolumenanteile wurde eingehend diskutiert und entsprechende Ansatzpunkte für folgende Arbeiten identifiziert.

Die zweiphasige Grobgitter-Methode mit einer Multiskalen-Schließung wurde erstmals im Rahmen eines praxisorientierten Beispiels auf das Strömungsproblem des Dampftrockners im Siedewasserreaktor angewandt. Für die repräsentative Teilgeometrie, das heißt ein kleines Teilstück eines Trocknerkanals, wurden entsprechende detaillierte RANS-Simulationen für unterschiedliche Einlassgeschwindigkeiten durchgeführt. Die aus den RANS-Ergebnissen berechneten Grobgitterterme wurden als Stützpunkte für die Generierung des kontinuierlichen Parameterraumes verwendet. Bereits mit wenigen Stützpunkten wurde ein kontinuierlicher Parameterraum erzeugt, dessen Verifizierung die zuverlässige Interpolation von Grobgittertermen innerhalb des Wertebereiches aufzeigt.

Auf Basis der repräsentativen Teilgeometrie des eckigen Trocknerkanals wurde ein aus fünf Teilgeometrien zusammengesetztes Strömungsproblem untersucht. Die zusammengesetzte Geometrie wurde zu Validierungszwecken ebenfalls mit einer detaillierten RANS-Berechnung gleicher räumlicher Abmessungen untersucht. Die zweiphasige Grobgitter-Simulation der zusammengesetzten Geometrie wurde unter Verwendung des kontinuierlichen Parameterraumes

durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen die Grobgitter-Methode in ihren Eigenschaften. Das Geschwindigkeitsfeld sowie das Druckfeld der detaillierten RANS-Simulation können mit der Multiskalen-Schließung wiedergegeben werden. Weiterhin wird der Volumenanteil der dispersen Phase qualitativ reproduziert.

Die erste praxisorientierte Anwendung der zweiphasigen Grobgitter-Methode zeigt einen ersten Schritt in der Skalierung, was die Simulation eines größeren Strömungsgebietes wie beispielsweise des gesamten Dampftrockners eines Siedewasserreaktors als machbar prognostiziert.



**Abbildung 6.1:** Ansatz zur Modellierung der zweiphasigen Grobgitter-Methode für die Berechnung von Großkomponenten, Wiederholung von Abbildung 1.8

In der vorliegenden Arbeit wurde die Grobgitter-Methode zur Simulation zweiphasiger Strömungen in Großkomponenten vorgestellt, deren Modellierungsansatz abschließend in der Abbildung 6.1 veranschaulicht ist. Diese stellt einen allgemeingültigen Ansatz zur Berechnung von Großkomponenten beziehungsweise zur Effizienzsteigerung detaillierter Strömungssimulationen dar und kann für verschiedene zweiphasige Strömungsprobleme verwendet werden. Die zweiphasige Grobgitter-Methode stellt auch eine Alternative zu Systemcodes dar, deren Modelle in vielen Fällen mit aufwändigen und kostenintensiven Experimenten auf das zu untersuchende Strömungsproblem justiert werden müssen. In den Grundzügen wurde gezeigt, dass die Grobgitter-Methode auch für zweiphasige Strömungsprobleme anwendbar ist und ein ausgewogenes Verhältnis zwischen Güte der Berechnungsergebnisse und der Berechnungsgeschwindigkeit darstellt. Nachdem mit dieser Arbeit der Grundstein gelegt ist, würde es sich für die Ingenieurspraxis lohnen, die erforderlichen Modelle der Strömungssimulation weiterzuentwickeln und diese ebenfalls in die Multiskalen-Schließung der Grobgitter-Methode einzubinden.



# Literaturverzeichnis

- [Ansys ICEM CFD ] ANSYS ICEM CFD. – Ansys Inc., Version 14
- [Aounallah und Coddington 1999] AOUNALLAH, Y. ; CODDINGTON, P.: VIPRE-02 Subchannel Validation Against NUPEC BWR Void Fraction Data. In: *Nuclear Technology* 128 (1999), November, Nr. 2, S. 225–232
- [Baehr und Stephan 2010] BAEHR, H.D. ; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer Berlin Heidelberg, 2010
- [Ben Hadj Ali 2014] BEN HADJ ALI, A.: *Entwicklung eines CFD-Modells für Wasserabscheidung an einer gegengerichteten Wasser-Luft Schichtenströmung*, Universität Stuttgart, Dissertation, März 2014
- [Bergles u. a. 1981] BERGLES, A.E. ; COLLIER, J.G. ; DELHAYE, J.M. ; HEWITT, G.F. ; MAYINGER, F.: *Two-phase flow and heat transfer in the power and process industries*. McGraw-Hill Inc., 1981
- [Bianco 2012] BIANCO, A.: *Persönliche Kommunikation im Rahmen einer Arbeitsgruppe zwischen Rüdiger Noack (Kernkraftwerk Gundremmingen GmbH) und Andrea Bianco (E.ON Kernkraft GmbH)*. 2012
- [Borlein 2011] BORLEIN, M.: *Kerntechnik*. Vogel Buchverlag, 2011
- [Buwa und Ranade 2002] BUWA, V.V. ; RANADE, V.V.: Dynamics of gas-liquid flow in a rectangular bubble column: experiments and single/multi-group CFD simulations. In: *Chemical Engineering Science* 57 (2002), November, S. 4715–4736
- [Carver 1984] CARVER, M.B.: Numerical computation of phase separation in two fluid flow. In: *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering* 106 (1984), Juni, S. 147–153
- [Class u. a. 2011a] CLASS, A.G. ; HIMMEL, S.R. ; VIELLIEBER, M.O.: Coarse-grid-cfd: an advantageous alternativ to subchannel analysis. In: *Jahrestagung Kerntechnik, Berlin* (2011)
- [Class u. a. 2011b] CLASS, A.G. ; VIELLIEBER, M.O. ; BATTÀ, A.: Coarse-Grid-CFD for pressure loss evaluation in rod bundles. In: *Proceedings of International Congress on Advances in Nuclear Power Plants, Nice* (2011). – Dokument 11406
- [Cortes und Gil 2007] CORTES, C. ; GIL, A.: Modeling the gas and particle flow inside cyclone separators. In: *Progress in Energy and Combustion Science* 33 (2007), S. 409–452

- [Dokter u. a. 2008] DOKTER, S. ; MAY, H. ; MALSSENDEN, C.: GRS Annual Report 2008 / Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) mbH. 2008. – Forschungsbericht
- [Engeln-Müllges u. a. 2011] ENGELN-MÜLLGES, G. ; NIEDERDRENK, K. ; WODICKA, R.: *Numerik-Algorithmen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011
- [Feltus 1993] FELTUS, M.A.: Advanced Fuel Cycle Concepts - Very High Burn-up, Low Leakage Core Designs for Minimizing Spent Fuel Volume. In: *Future Nuclear Systems: Emerging Fuel Cycles and Waste Disposal Options, GLOBAL'93*, September 1993, S. 232–239
- [Feltus 1995] FELTUS, M.A.: An Extended Discharge Burn-up Optimization Technique Using Penn State's Fuel Management Package and CASMO-3/SIMULATE-3. In: *Annals of Nuclear Energy* 22 (1995), Mai, Nr. 5, S. 267–274
- [Fröhlich 2006] FRÖHLICH, J.: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Wiesbaden : Teubner Verlag, 2006
- [Gabriel 2015] GABRIEL, S.G.: *Experimentelle Untersuchung der Tropfenabscheidung einer horizontalen, entgegengerichteten Wasser/Luft-Schichtenströmung*, Universität Stuttgart, Dissertation, Februar 2015
- [Görner 1991] GÖRNER, K.: *Technische Verbrennungssysteme: Grundlagen, Modellbildung, Simulation*. Springer Berlin Heidelberg, 1991
- [Gosman u. a. 1992] GOSMAN, A.D. ; LEKAKOU, C. ; POLITIS, S. ; ISSA, R.I. ; LOONEY, M.K.: Multidimensional modeling of turbulent two-phase flows in stirred vessels. In: *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) Journal* 38 (1992), Dezember, Nr. 12, S. 1946–1956
- [Hashim u. a. 2013] HASHIM, M. ; MING, Y. ; AHMED, A.S.: Review of Severe Accident Phenomena in LWR and Related Severe Accident Analysis Codes. In: *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* 5 (2013), April, Nr. 12, S. 3320–3335
- [Hernandez-Solis u. a. 2011] HERNANDEZ-SOLIS, A. ; EKBERG, C. ; DEMAZIERE, C. ; JENSEN, A.O. ; BREDOLT, U.: Uncertainty and sensitivity analyses as a validation tool for BWR bundle thermal-hydraulic predictions. In: *Nuclear Engineering and Design* 241 (2011), S. 3697–3706
- [Hewitt 1987] HEWITT, G.F.: Developing annular flow. In: *Multiphase Science and Technology* 3 (1987), S. 163–183
- [Himmel 2009] HIMMEL, S.R.: *Modellierung des Strömungsverhaltens in einem HPLWR-Brennelement mit Drahtwendelabstandshaltern*, Wissenschaftliche Berichte FZKA-7468, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Dissertation, Juni 2009
- [Hoekstra u. a. 1999] HOEKSTRA, A.J. ; DERKSEN, J.J. ; VAN DEN AKKER, H.E.A.: An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones. In: *Chemical Engineering Science* 54 (1999), S. 2055–2065

- 
- [Ishii und Mishima 1989] ISHII, M. ; MISHIMA, K.: Droplet entrainment correlation in annular two-phase flow. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 32 (1989), Nr. 10, S. 1835–1846
- [Issa 1985] ISSA, R.I.: Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. In: *Journal of Computational Physics* 62 (1985), S. 40–65
- [Janssens-Maenhout 1999] JANSSENS-MAENHOUT, G.: *Beiträge zur Modellierung und numerischen Simulation von Zweiphasenströmungen mit Wärmeübertragung*, Wissenschaftliche Berichte FZKA-6228, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Dissertation, 1999
- [Jawarneh und Vatistas 2006] JAWARNEH, A.M. ; VATISTAS, G.H.: Reynolds Stress Model in the Prediction of Confined Turbulent Swirling Flows. In: *Journal of Fluids Engineering* 128 (2006), S. 1377–1382
- [Kataoka u. a. 2009] KATAOKA, H. ; SHINKAI, Y. ; HOSOKAWA, S. ; TOMIYAMA, A.: Swirling Annular Flow in a Steam Separator. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 131 (2009), Nr. 3
- [Kataoka u. a. 2008] KATAOKA, H. ; TOMIYAMA, A. ; HOSOKAWA, S. ; SOU, A. ; CHAKI, M.: Two-Phase Swirling Flow in a Gas-Liquid Separator. In: *Journal of Power and Energy Systems* 2 (2008), Nr. 4, S. 1120–1131
- [Katono u. a. 2011] KATONO, K. ; MATSUBAYASHI, T. ; NISHIDA, K. ; TOMIYAMA, A.: Two-phase swirling flow in a barrel of a steam separator. In: *The 14th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermalhydraulics, Toronto* (2011), Nr. NURETH14-241
- [Kim u. a. 2005] KIM, J.-I. ; KIM, M.-Y. ; BAE, H.-S. ; LEE, B.-E.: The performance evaluation of moisture separation system of a steam generator using computational fluid dynamics. In: *Proceedings of International Congress on Advances in Nuclear Power Plants, Seoul* (2005), Mai. – Dokument 5048
- [Kolev 2012] KOLEV, N.I.: *Multiphase Flow Dynamics 4*. Springer Berlin Heidelberg, 2012
- [Koopman 2014] KOOPMAN, H.K.: *Analytical investigations concerning the performance of vane separators and experimental validation of droplet separation efficiency*, Karlsruher Institut für Technologie, KIT-SR 7690, Dissertation, Dezember 2014
- [Kwong 1979] KWONG, C.M.: *Performance of 1978 AS-2B production steam separators*. Januar 1979. – General Electric Company, nuclear technology department, NEDE-24595
- [Laufs 2013] LAUFS, P.: *Reaktorsicherheit für Leistungskernkraftwerke: Die Entwicklung im politischen und technischen Umfeld der Bundesrepublik Deutschland*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013
-

- [Lauder und Spalding 1974] LAUNDER, B.E. ; SPALDING, D.B.: The numerical computation of turbulent flows. In: *Computer Methods in applied mechanics and engineering* 3 (1974), S. 269–289
- [Laurien und Oertel 2011] LAURIEN, E. ; OERTEL, H.: *Numerische Strömungsmechanik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011
- [Li u. a. 2007] LI, J. ; HUANG, S. ; WANG, X.: Numerical study of steam-water separators with wave-type vanes. In: *Chinese Journal of Chemical Engineering* 15 (2007), Nr. 4, S. 492–498
- [Li u. a. 2009] LI, J. ; WANG, X. ; HUANG, S.: Droplets turbulence effect of gas-water separator with corrugated plates. In: *Transactions of Tianjin University* 15 (2009), Dezember, S. 440–445
- [Lopez de Bertodano u. a. 1990] LOPEZ DE BERTODANO, M. ; LEE, S.-J. ; LAHEY, R.T. ; DREW, D.A.: The Prediction of Two-Phase Turbulence and Phase Distribution Phenomena Using a Reynolds Stress Model. In: *Journal of Fluids Engineering* 112 (1990), S. 107–113
- [MATLAB ] MATLAB. – The MathWorks Inc., Version 8.5.0. (R2015a)
- [Matsubayashi u. a. 2012] MATSUBAYASHI, T. ; KATONO, K. ; HAYASHI, K. ; TOMIYAMA, A.: Effects of swirler shape on swirling annular flow in a gas-liquid separator. In: *Nuclear Engineering and Design* 249 (2012), S. 63–70
- [Nakao u. a. 1999] NAKAO, T. ; NAGASE, M. ; AOYAMA, G. ; MURASE, M.: Development of simplified wave-type vane in BWR steam dryer and assessment of vane droplet removal characteristics. In: *Journal of Nuclear Science and Technology* 36 (1999), Mai, Nr. 5, S. 424–432
- [Nakao u. a. 1998] NAKAO, T. ; SAITO, Y. ; SOUMA, H. ; KAWASAKI, T. ; AOYAMA, G.: Droplet behavior analyses in the BWR dryer and separator. In: *Journal of Nuclear Science and Technology* 35 (1998), April, Nr. 4, S. 286–293
- [NEA 2006] NEA, Nuclear Energy Agency of the OECD: *Very High Burn-ups in Light Water Reactors*. OECD Publishing Paris, 2006
- [Noack und Class 2014] NOACK, R. ; CLASS, A.G.: Two-fluid modelling with Coarse-Grid-CFD. In: *Annual Meeting on Nuclear Technology 2014, Frankfurt* (2014), Mai
- [Noack und Class 2015] NOACK, R. ; CLASS, A.G.: Coarse-Grid-CFD method applied to two-phase flow problems. In: *Annual Meeting on Nuclear Technology 2015, Berlin* (2015), Mai
- [Noack u. a. 2012] NOACK, R. ; CLASS, A.G. ; BEHNKE, L.: Numerische Untersuchung der Wasser-Dampf-Separation in Siedewasserreaktoren zur Optimierung des Kernbrennstoffeinsatzes. In: *Jahrestagung Kerntechnik 2012, Stuttgart* (2012), Mai
- [Oberkampf und Roy 2010] OBERKAMPF, W.L. ; ROY, C.J.: *Verification and Validation in Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2010

- 
- [Odette und Lucas 2001] ODETTE, G.R. ; LUCAS, G.E.: Embrittlement of nuclear reactor pressure vessels. In: *The Journal of The Minerals, Metals & Materials Society* 53 (2001), Juli, Nr. 7, S. 18–22
- [Oliveira und Issa 2003] OLIVEIRA, P.J. ; ISSA, R.I.: Numerical aspects of an algorithm for the Eulerian simulation of two-phase flows. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 43 (2003), S. 1177–1198
- [OpenFOAM ] OPENFOAM. – OpenCFD Ltd., Version 2.1.1
- [Park u. a. 2013] PARK, I.K. ; LEE, J.R. ; LEE, S.W. ; YOON, H.Y. ; JEONG, J.J.: An implicit code coupling of 1-D system code and 3-D in-house CFD code for multi-scaled simulations of nuclear reactor transients. In: *Annals of Nuclear Energy* 59 (2013), S. 80–91
- [Patankar 1980] PATANKAR, S.V.: *Numerical heat transfer and fluid flow*. Taylor & Francis Inc., 1980
- [Patankar und Spalding 1972] PATANKAR, S.V. ; SPALDING, D.B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (1972), S. 1787–1806
- [Popp u. a. 1989] POPP, K. ; SCHÜTZLER, H.-P. ; VIEHRIG, H.-W.: Bestrahlungsexperimente zur Untersuchung der Neutronenversprödung von Reaktordruckbehälterstählen / Zentralinstitut für Kernforschung Rossendorf bei Dresden. 1989. – Forschungsbericht. ZfK 679
- [Prasser u. a. 2007] PRASSER, H.-M. ; BEYER, M. ; CARL, H. ; GREGOR, S. ; LUCAS, D. ; PIETRUSKE, H. ; SCHÜTZ, P. ; WEISS, F.-P.: Evolution of the structure of a gas-liquid two-phase flow in a large vertical pipe. In: *Nuclear Engineering and Design* 237 (2007), September, S. 1848–1861
- [Rahman u. a. 2009] RAHMAN, M.A. ; HEIDRICK, T. ; FLECK, B.A.: A Critical Review of Advanced Experimental Techniques to Measure Two- Phase Gas/Liquid Flow. In: *The Open Fuels & Energy Science Journal* 2 (2009), April, S. 54–70
- [Repetzki 1986] REPETZKI, K.R.: *Dampfkotomotiven in Glasers Annalen 1877-1899*. Steiger Verlag, 1986
- [Rhie und Chow 1983] RHIE, C.M. ; CHOW, W.L.: Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 21 (1983), November, Nr. 11, S. 1525–1532
- [Roelofs u. a. 2011] ROELOFS, F. ; GOPALA, V.R. ; CHANDRA, L. ; VIELLIEBER, M.O. ; CLASS, A.G.: Simulating fuel assemblies with low resolution CFD approaches. In: *Nuclear Engineering and Design* 250 (2011), S. 548–559
-

- [Rusche 2002] RUSCHE, H.: *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions*, Imperial College London, Dissertation, Dezember 2002
- [Sankaranarayanan u. a. 2002] SANKARANARAYANAN, K. ; SHAN, X. ; DEVREKIDIS, I.G. ; SUNDARESAN, S.: Analysis of drag and virtual mass forces in bubbly suspensions using an implicit formulation of the lattice Boltzmann method. In: *Journal of Fluid Mechanics* 452 (2002), S. 61–96
- [Sawant u. a. 2008] SAWANT, P. ; ISHII, M. ; MORI, M.: Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow. In: *Nuclear Engineering and Design* 238 (2008), S. 1342–1352
- [Schaffrath und Ringel 2000] SCHAFFRATH, A. ; RINGEL, H.: Modelle zur Bestimmung der Relativbewegung der Phasen in einer Zweiphasenströmung / Forschungszentrum Rossendorf und Technische Universität Dresden. Juni 2000. – Forschungsbericht. FZR-294
- [Schiller und Naumann 1933] SCHILLER, L. ; NAUMANN, A.Z.: Über die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 77 (1933), S. 318–320
- [Schmidt u. a. 1985] SCHMIDT, U. ; SCHULZE, J. ; URBAN, P.: Extension of boiling water reactor fuel cycle length. In: *Atomkernenergie Kerntechnik* 46 (1985), Januar, Nr. 1, S. 1–3
- [Schneider 1889] SCHNEIDER, A.: Die kombinierte Adhäsions- und Zahnradbahn, System Abt, von Blankenburg a. H. nach Tanne. In: *Glaser's Annalen für Gewerbe und Bauwesen* 25 (1889), Dezember, Nr. 299, S. 211–216
- [Schwarz und Köckler 2011] SCHWARZ, H.R. ; KÖCKLER, N.: *Numerische Mathematik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011
- [Shang 2005] SHANG, Z.: CFD of turbulent transport of particles behind a backward-facing step using a new model- $\kappa$ - $\varepsilon$ - $S_p$ . In: *Applied Mathematical Modelling* 29 (2005), September, Nr. 9, S. 885–901
- [Soneda 2014] SONEDA, N.: *Irradiation Embrittlement of Reactor Pressure Vessels (RPVs) in Nuclear Power Plants*. Woodhead Publishing, August 2014
- [Stäbler 2013] STÄBLER, T.D.: *Ultraschnelle 3D-Röntgentomographie zur Untersuchung zweiphasiger Strömungen in porösen Medien*, Universität Stuttgart, Dissertation, April 2013
- [STAR-CCM+ ] STAR-CCM+. – CD-adapco Ltd., Version 8.06.005
- [Stern u. a. 2001] STERN, F. ; WILSON, R.V. ; COLEMAN, H.W. ; PATERSON, E.G.: Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations-Part 1: Methodology and Procedures. In: *Journal of Fluids Engineering* 123 (2001), Dezember, S. 793–802

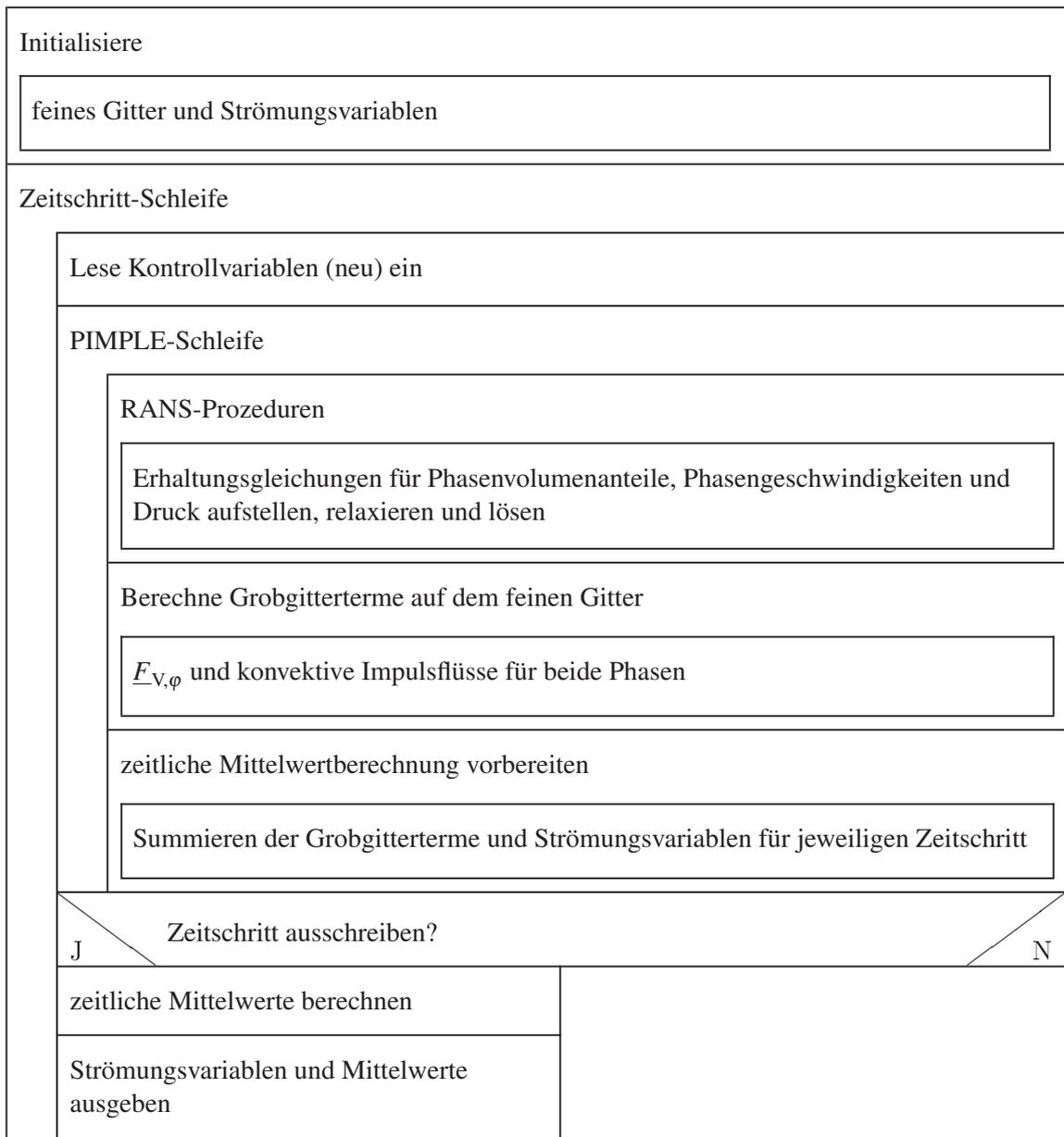
- 
- [Stürzel 2007] STÜRZEL, T.: *Experimentelle Untersuchung und physikalische Beschreibung der Schichtenströmung in horizontalen Kanälen*, Universität Stuttgart, Dissertation, Mai 2007
- [Taitel 1990] TAITEL, Y.: Flow Pattern Transition in Two-Phase Flow. In: *Proceedings of the 9th International Heat Transfer Conference, Jerusalem (1990)*. – 237-254
- [Thurgood u. a. 1983] THURGOOD, M.J. ; KELLY, J.M. ; GUIDOTTI, T.E. ; KOHRT, R.J. ; CROWELL, K.R.: COBRA/TRAC - A Thermal-Hydraulics Code for Transient Analysis of Nuclear Reactor Vessels and Primary Coolant Systems. Volume 1: Equations and Constitutive Models. In: *Report No. NUREG/CR-3046 (1983)*, Nr. PNL-4385
- [Tian u. a. 2005] TIAN, Z.F. ; TU, J.Y. ; YEOH, G.H.: Numerical Simulation and Validation of Dilute GasParticle Flow Over a Backward-Facing Step. In: *Aerosol Science and Technology* 39 (2005), S. 319–332
- [Tipping 1996] TIPPING, P.: Lifetime and ageing management of nuclear power plants: A brief overview of some light water reactor component ageing degradation problems and ways of mitigation. In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 66 (1996), S. 17–25
- [Viellieber und Class 2012] VIELLIEBER, M.O. ; CLASS, A.G.: Anisotropic porosity formulation of the Coarse-Grid-CFD (CGCFD). In: *20th International Conference on Nuclear Engineering, Anaheim (2012)*. – Dokument 54539
- [Viellieber u. a. 2013] VIELLIEBER, M.O. ; DIETRICH, P. ; CLASS, A.G.: Investigation of a wire wrapped fuel assembly with the Anisotropic Coarse-Grid-CFD (AP-CGCFD). In: *Jahrestagung Kerntechnik, Berlin (2013)*
- [Vincenti und Kruger 1986] VINCENTI, W.G. ; KRUGER, C.H.: *Introduction to physical gas dynamics*. 2. Auflage. Robert E. Krieger Publishing Company, 1986
- [Wallis 1969] WALLIS, G.B.: *One-dimensional two-phase flow*. McGraw-Hill Book Company, 1969
- [Wang u. a. 2012] WANG, W. ; ZHANG, L. ; YAN, Y.: Large eddy simulation of turbulent flow downstream of a backward-facing step. In: *International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation* 31 (2012), S. 16–22
- [Weller 2005] WELLER, H.G.: *Derivation, modelling and solution of the conditionally averaged two-phase flow equations*. Februar 2005. – Technischer Bericht TR/HGW/02, OpenCFD Ltd.
- [Wilson u. a. 2001] WILSON, R.V. ; STERN, F. ; COLEMAN, H.W. ; PATERSON, E.G.: Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations-Part 2: Application for Rans Simulation of a Cargo/Container Ship. In: *Journal of Fluids Engineering* 123 (2001), Dezember, S. 803–810

- [Winterle 2008] WINTERLE, T.: *Modellentwicklung und numerische Analyse zweiphasig geschichteter horizontaler Strömungen*, Universität Stuttgart, Dissertation, März 2008
- [Xiao u. a. 2010] XIAO, L.-C. ; DING, Z.-J. ; LI, Q.: Numerical and Experimental Study on Separation Efficiency of steam separators. In: *International Conference on Mechatronics and Automation, Xi'an* (2010), August, S. 225–236
- [Yu u. a. 2005] YU, K.F. ; LAU, K.S. ; CHAN, C.K. ; ZHANG, H.Q.: 2D and 3D Computation for Two Phase Flow by Large Eddy Simulation and a Lagrangian Model. In: *Proceedings of the 3rd IASME/WSEAS International Conference on Fluid Mechanics and Aerodynamics, Corfu Island* (2005). – 267-272
- [Zahoransky u. a. 2013] ZAHORANSKY, R.A. ; ALLELEIN, H.-J. ; BOLLIN, E. ; OEHLER, H. ; SCHELLING, U. ; SCHWARZ, H.: *Energietechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2013
- [Zhang u. a. 2015] ZHANG, R. ; LIU, H. ; LIU, M.: A probability model for fully developed annular flow in vertical pipes: Prediction of the droplet entrainment. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 84 (2015), S. 225–236
- [Ziegenhein u. a. 2013] ZIEGENHEIN, T. ; LUCAS, D. ; RZEHA, R. ; KREPPER, E.: Closure relations for CFD simulation of bubble columns. In: *8th International Conference on Multiphase Flow, Jeju* (2013)

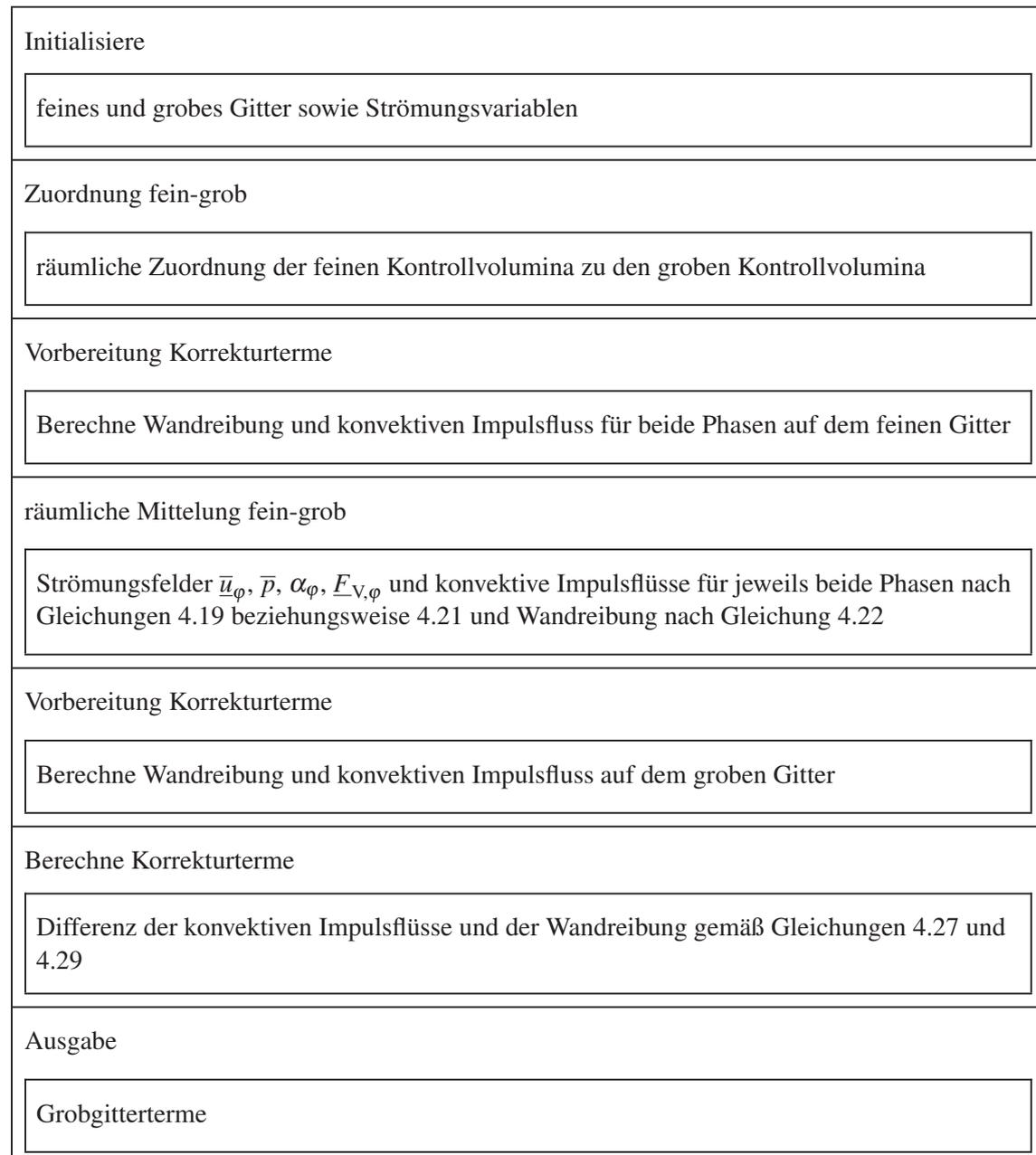
# A Struktogramme

Der Löser calcForceBubbleFOAM entspricht im Wesentlichen dem Löser bubbleFOAM, weshalb hier nur auf die Besonderheiten für die Berechnung der Volumenkräfte  $\underline{E}_{V,\phi}$  und der Mittelwerte eingegangen wird.

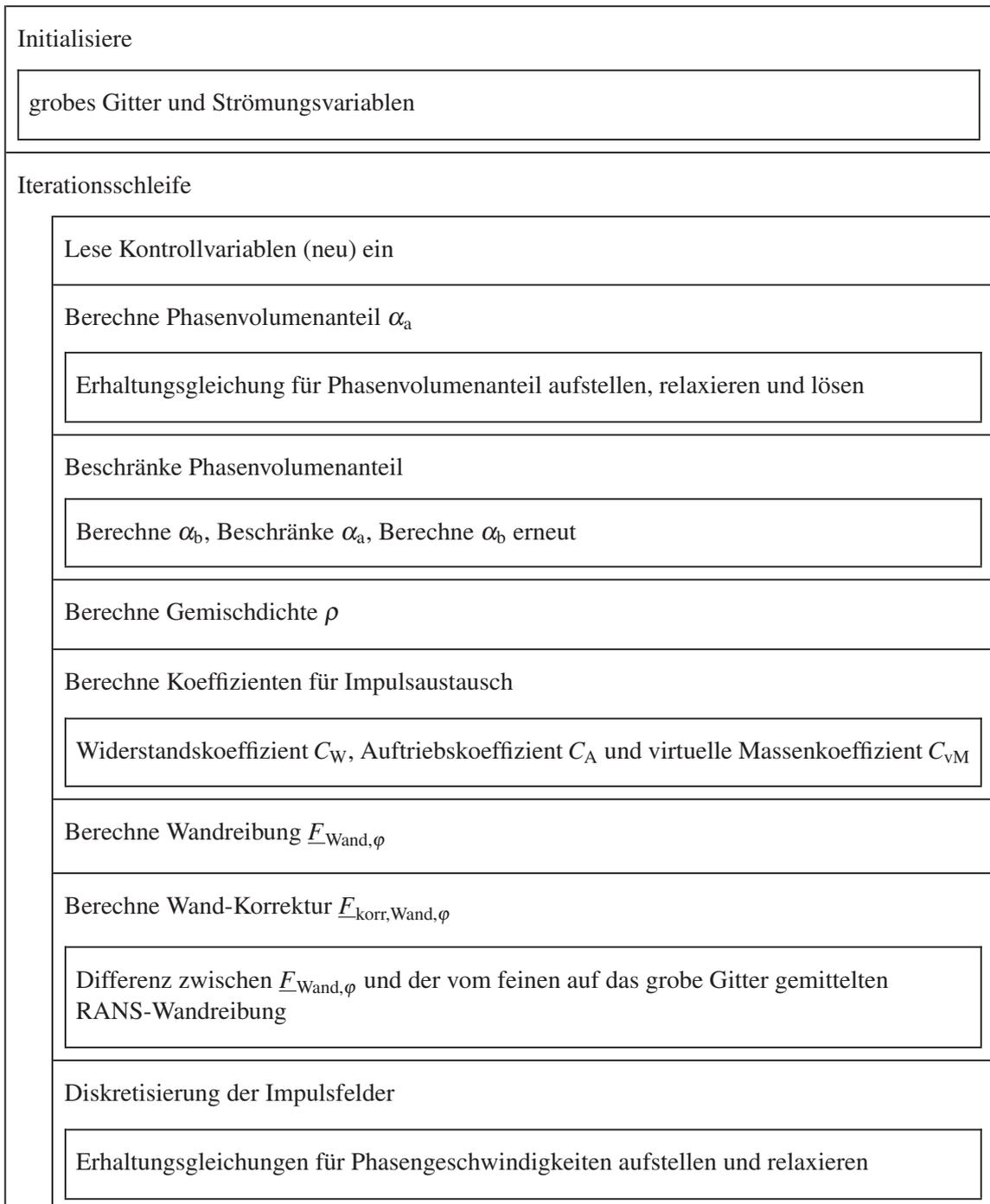
**calcForceBubbleFOAM:** RANS-Simulation mit Berechnung der Grobgitterterme auf dem feinen Gitter



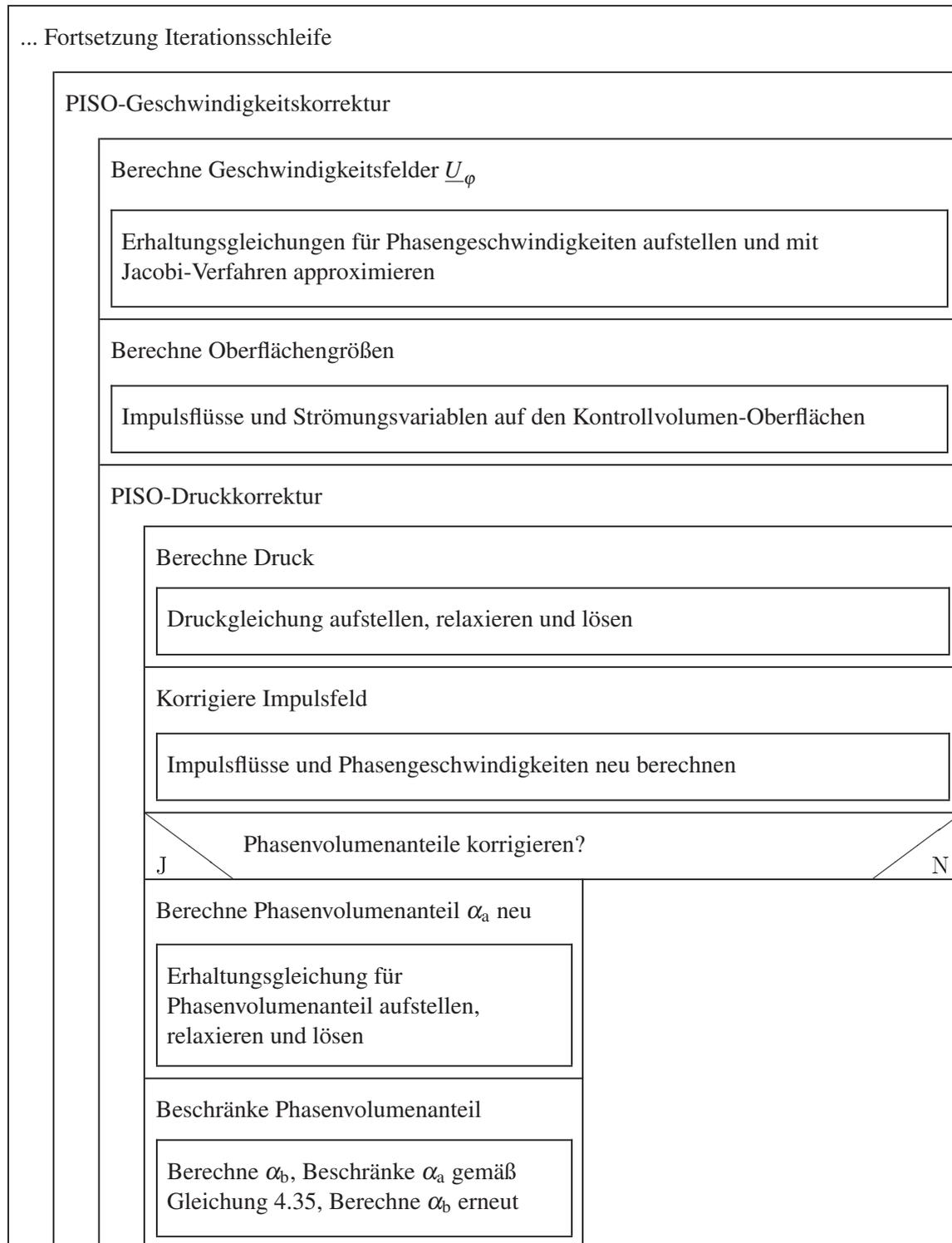
**cgMap:** Übertragen der Strömungsgrößen vom feinen auf das grobe Gitter



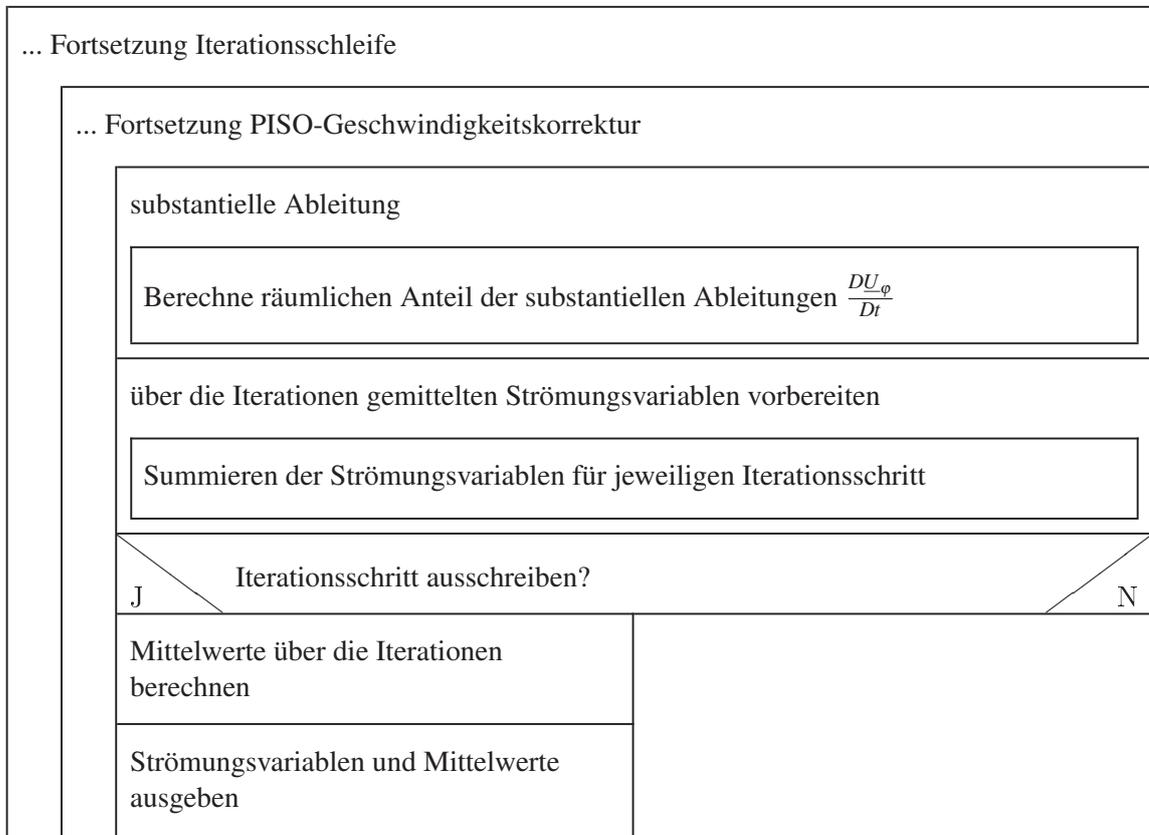
### cgBubbleFOAM: Durchführen der Grobgitter-Simulation



... Fortsetzung cgBubbleFOAM



## ... Fortsetzung cgBubbleFOAM





## B Durchgeführte Berechnungen

Geometrie	Parameter	$t_{\text{Berechnung, fein}}$ (Prozessoren)	$t_{\text{Berechnung, grob}}$ (Prozessoren)
diffusor	$Re = 40.000$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,1$	84.230 s (1)	0,9 s (1)
diffusor-Euler	$Re = 40.000$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,1$	-	19,0 s (1)
diffusor-NS	$Re = 40.000$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,1$	-	28,1 s (1)
kubus	$Re = 6.000$ $u = 0,3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,1$	20.094 s (1)	3,8 s (1)
kubus-NS	$Re = 6.000$ $u = 0,3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,1$	-	97,7 s (1)
kanal	$Re = 20.000$ $u = 1 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	50.950 s (8)	11,7 s (1)
kanal	$Re = 30.000$ $u = 1,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	32.900 s (8)	10,3 s (1)
kanal	$Re = 35.000$ $u = 1,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	24.560 s (8)	10,4 s (1)
kanal	$Re = 40.000$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	23.700 s (8)	10,2 s (1)
kanal	$Re = 50.000$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	17.600 s (8)	10,1 s (1)
kanal-lang	$Re = 50.000$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	17.600 s (8)	3,4 s (1)

(wird fortgesetzt)

<b>Geometrie</b>	<b>Parameter</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, fein}}</math> (Prozessoren)</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, grob}}</math> (Prozessoren)</b>
kanal-grob5	$Re = 50.000$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	17.600 s (8)	1,0 s (1)
kanal-grob4	$Re = 50.000$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	17.600 s (8)	0,6 s (1)
kanal	$Re = 60.000$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	17.150 s (8)	9,9 s (1)
kanal-NS	$Re = 60.000$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	-	118,1 s (1)
kanal	$Re = 70.000$ $u = 3,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	15.600 s (8)	9,9 s (1)
kanal	$Re = 80.000$ $u = 4 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,3$	14.500 s (8)	10,4 s (1)
bogen	$Re = 4.300$ $u = 0,17 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	151.100 s (8)	21,8 s (1)
bogen	$Re = 4.700$ $u = 0,19 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	91.190 s (8)	20,7 s (1)
bogen	$Re = 5.200$ $u = 0,21 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	83.750 s (8)	20,1 s (1)
bogen	$Re = 5.400$ $u = 0,22 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	212.540 s (8)	18,4 s (1)
bogen	$Re = 6.000$ $u = 0,24 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	202.850 s (8)	16,9 s (1)
bogen	$Re = 6.500$ $u = 0,26 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	108.630 s (8)	16,1 s (1)
bogen	$Re = 6.700$ $u = 0,27 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	49.590 s (8)	15,4 s (1)

(wird fortgesetzt)

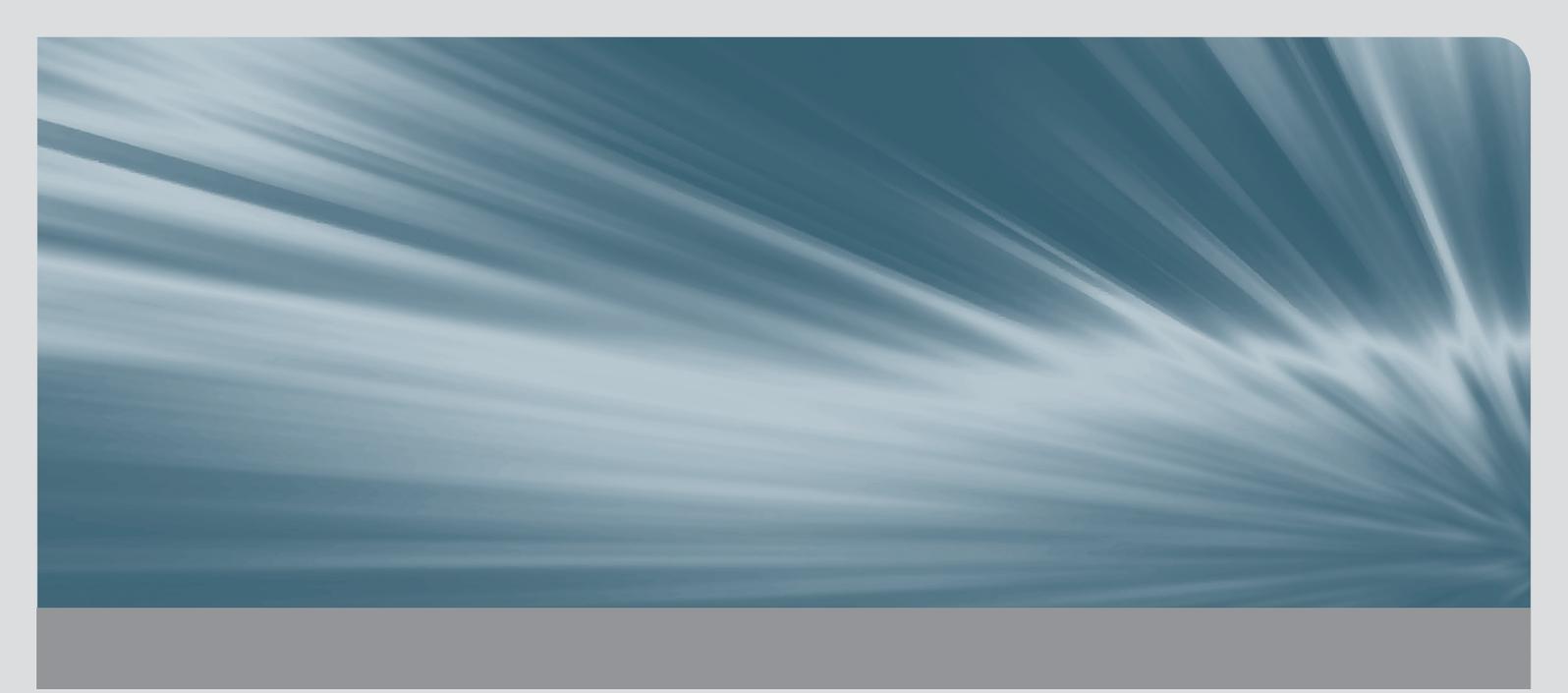
<b>Geometrie</b>	<b>Parameter</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, fein}}</math> <b>(Prozessoren)</b></b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, grob}}</math> <b>(Prozessoren)</b></b>
bogen	$Re = 7.000$ $u = 0,28 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	201.470 s (8)	15,6 s (1)
bogen-NS	$Re = 7.000$ $u = 0,28 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,2$	-	507 s (1)
trockner-rund	$Re = 1.230$ $u = 1,25 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	347.790 s (8)	1.567 s (1)
trockner-rund	$Re = 1.480$ $u = 1,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	351.560 s (8)	1.332 s (1)
trockner-rund	$Re = 1.720$ $u = 1,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	312.240 s (8)	679 s (1)
trockner-rund	$Re = 1.970$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	258.600 s (8)	799 s (1)
trockner-rund	$Re = 2.220$ $u = 2,25 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	234.000 s (8)	770 s (1)
trockner-rund	$Re = 2.460$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	229.050 s (8)	736 s (1)
trockner-rund	$Re = 2.710$ $u = 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	232.800 s (8)	646 s (1)
trockner-rund	$Re = 2.960$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	242.700 s (8)	593 s (1)
trockner-rund	$Re = 3.200$ $u = 3,25 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	107.200 s (8)	560 s (1)
trockner-rund	$Re = 3.450$ $u = 3,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	88.380 s (8)	541 s (1)
trockner-rund	$Re = 3.690$ $u = 3,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	84.740 s (8)	490 s (1)

(wird fortgesetzt)

<b>Geometrie</b>	<b>Parameter</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, fein}}</math> (Prozessoren)</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, grob}}</math> (Prozessoren)</b>
trockner-rund	$Re = 3.940$ $u = 4 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	81.050 s (8)	426 s (1)
trockner-rund	$Re = 4.430$ $u = 4,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	72.710 s (8)	373 s (1)
trockner-rund-ParX1	$Re = 2.710$ $u = 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	232.800 s (8)	664 s (1)
trockner-rund-ParX1	$Re = 2.960$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	242.700 s (8)	590 s (1)
trockner-rund-ParX10	$Re = 2.710$ $u = 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	-	7.984 s (1)
trockner-rund-ParX10	$Re = 2.960$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	-	9.121 s (1)
trockner-rund-ParX10	$Re = 2.220 - 2.710$ $u = 2,25 - 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	-	10.077 s (1)
trockner-eckig	$Re = 800$ $u = 1,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	68.440 s (8)	109 s (1)
trockner-eckig	$Re = 920$ $u = 2 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	55.290 s (8)	100 s (1)
trockner-eckig	$Re = 1.030$ $u = 2,25 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	68.310 s (8)	142 s (1)
trockner-eckig	$Re = 1.150$ $u = 2,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	42.430 s (8)	158 s (1)
trockner-eckig	$Re = 1.260$ $u = 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	47.560 s (8)	193 s (1)
trockner-eckig	$Re = 1.380$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	51.540 s (8)	135 s (1)

(wird fortgesetzt)

<b>Geometrie</b>	<b>Parameter</b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, fein}}</math> <b>(Prozessoren)</b></b>	<b><math>t_{\text{Berechnung, grob}}</math> <b>(Prozessoren)</b></b>
trockner-eckig-NS	$Re = 1.380$ $u = 3 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	-	881 s (1)
trockner-eckig	$Re = 1.610$ $u = 3,5 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	48.200 s (8)	184 s (1)
trockner-eckig-X5	$Re = 1.030 - 1.260$ $u = 2,25 - 2,75 \text{ m/s}$ $\alpha_a = 0,01$	153.566 s (24)	786 s (1)



Zweiphasige Strömungen treten in verschiedenen verfahrenstechnischen Anlagen auf. Von wissenschaftlichem und industriellem Interesse ist daher die Berechnung zweiphasiger Strömungen zur Konstruktions beziehungsweise Optimierung einzelner Komponenten oder ganzer Anlagenteile. Dem Bedarf nach immer detaillierteren Modellen, verbunden mit ressourcenintensiveren numerischen Strömungssimulationen, steht die Forderung nach möglichst geringem Berechnungsaufwand für die industrielle Anwendung gegenüber. Insbesondere für räumlich ausgedehnte und zweiphasig durchströmte Großkomponenten ist eine schnelle Berechnungsmethode erforderlich.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine generelle Methode für die Wiedergabe zweiphasiger Strömungen einer gängigen detaillierten Strömungssimulation auf einem groben Gitter entwickelt. Damit werden die erforderlichen Ressourcen für die Strömungssimulation von Großkomponenten deutlich verringert. Der verwendete Multiskalen-Ansatz orientiert sich an der Zwei-Fluid-Formulierung üblicher Simulationsmethoden sowie der einphasigen Grobgitter-Methode. Die für wenige Teilgeometrien und Strömungsparameter mit repräsentativem Charakter entwickelten numerischen Modelle ermöglichen eine geschlossene Beschreibung für die dazugehörigen Großkomponenten und damit eine umfassende dreidimensionale Strömungssimulation in für industrielle Anwendungen vertretbarer Berechnungsdauer. Die in dieser Arbeit wesentliche Anforderung an die neue Methode liegt in der konvergenten, stabilen und korrekten Reproduktion des Impulsfeldes und soll damit die grundsätzliche Machbarkeit zeigen.

ISSN 1869-9669  
ISBN 978-3-7315-0488-7

