

# Anwendung der 2D elastischen Wellenforminversion auf flachseismische Felddaten

Application of 2D elastic Full Waveform Inversion to  
shallow-seismic field data

Masterarbeit  
von

**Cornelia Wolf**

An der Fakultät für Physik  
Geophysikalisches Institut (GPI)

Erstgutachter:	Prof. Dr. Thomas Bohlen
Zweitgutachter:	Prof. Dr. Friedemann Wenzel
Betreuender Mitarbeiter:	Dr. Martin Schäfer
Zweiter betreuender Mitarbeiter:	M.Sc. Niklas Thiel

Abgabedatum: 04. Februar 2015



---

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde.

**Karlsruhe, 04.02.2015**

.....

**(Cornelia Wolf)**



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Seismische Wellenausbreitung . . . . .	3
2.1.1. Elastizitätstheorie . . . . .	3
2.1.2. Bewegungsgleichung . . . . .	6
2.1.3. Wellentypen . . . . .	8
2.2. Wellenforminversion . . . . .	9
2.2.1. Lösen der Wellengleichung mit finiten Differenzen . . . . .	9
2.2.2. Methode der konjugierten Gradienten . . . . .	11
2.2.3. Misfit . . . . .	12
2.2.4. Berechnung der Gradienten . . . . .	12
2.2.5. Bestimmen der optimalen Schrittweite $\mu_{opt}$ . . . . .	13
2.2.6. Präkonditionierung und Frequenzfilterung . . . . .	13
2.2.7. Ablauf der Wellenforminversion . . . . .	15
2.2.8. Inversion des Quellsignals . . . . .	17
2.3. Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren . . . . .	17
2.3.1. Schritt 1: Dispersionsanalyse . . . . .	17
2.3.2. Schritt 2: Inversion . . . . .	18
<b>3. Felddaten</b>	<b>21</b>
3.1. Messgebiet und Geologie . . . . .	21
3.2. Akquisitionsgeometrie . . . . .	22
3.3. 1D Charakter des Untergrundes . . . . .	25
<b>4. Erstellen eines Startmodells</b>	<b>29</b>
4.1. Vorbereitung der Inversion . . . . .	29
4.2. Inversion mit <code>gremlin</code> . . . . .	31
<b>5. Wellenforminversion der Felddaten</b>	<b>35</b>
5.1. Datenverarbeitung . . . . .	35
5.1.1. Tapern und Frequenzfilterung . . . . .	35
5.1.2. 3D/2D-Transformation . . . . .	36

---

5.1.3. Bestimmen des Q-Wertes . . . . .	37
5.2. Inversion der Quellfunktion . . . . .	38
5.3. Vorwärtsmodellierung . . . . .	39
5.4. Inversionsparameter . . . . .	41
5.5. Ergebnisse der Inversion . . . . .	43
5.5.1. Vergleich mit Profil 3 und Profil 4 . . . . .	48
5.5.2. Einfluss des Startmodells . . . . .	48
5.5.3. Versagen der Inversion für hohe Frequenzen . . . . .	52
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>55</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>59</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>64</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>65</b>
<b>Anhang</b>	<b>67</b>
A. Inversionsparameter . . . . .	67
B. Ergebnisse der Inversion für höhere Frequenzen . . . . .	67
C. Verwendete Soft- und Hardware . . . . .	71
D. Danksagung . . . . .	72

# 1. Einleitung

Die exakte Kenntnis der Strukturen und Eigenschaften des oberflächennahen Untergrundes ist eine wichtige Voraussetzung für viele Anwendungen in der Geotechnik, Risikoanalyse oder Archäologie. Der oberflächennahe Untergrund hat den größten Einfluss auf die Reaktion eines Gebäudes auf Bodenbewegungen, die beispielsweise von Erdbeben erzeugt werden können. Darum ist die genaue Kenntnis des Untergrundes entscheidende Grundlage bei der Planung des Fundamentes und der Konstruktion eines Gebäudes (Hasancebi und Ulusay, 2007). Für das Auflösen und Erstellen von Untergrundmodellen in den ersten 10-40 m eignen sich vor allem Oberflächenwellen. Diese sind besonders sensitiv für die Scherwellengeschwindigkeit und lassen sich im Feld einfach durch Hammerschläge anregen, wodurch ein sehr gutes Signal-Rausch-Verhältnis erreicht wird.

Limitiert werden die bestehenden Methoden zur Auswertung und Inversion von Oberflächenwellen durch die Annahme eines 1D-geschichteten Mediums (Forbriger, 2003a,b). Vor allem bei Felddatensätzen ist dies jedoch meist nicht der Fall und kann bei der Inversion zu Artefakten und späterer Fehlinterpretation führen. Eine Lösung für dieses Problem stellt die Wellenforminversion von Oberflächenwellen dar. Hiermit kann ein hochauflösendes 2D Abbild des oberflächennahen Untergrundes erstellt werden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Erstellung eines Untergrundmodells der Scherwellengeschwindigkeit.

Das Ziel der Wellenforminversion besteht darin, aus den gemessenen Seismogrammen Modellparameter abzuleiten, die den Untergrund beschreiben. Herkömmliche Verfahren zur Auswertung und Interpretation seismischer Datensätze, wie zum Beispiel die Laufzeit-tomographie, basieren auf der Strahlennäherung. Bei der Wellenforminversion hingegen wird der gesamte Informationsgehalt aus den Wellenformen ausgeschöpft, weshalb auch Strukturen kleiner als eine Wellenlänge aufgelöst werden können. Bei der Wellenforminversion werden ausgehend von einem Startmodell synthetisch erzeugte Seismogramme mit den gemessenen verglichen. Die von den Modellparametern abhängige Misfit-Funktion gibt die Qualität der Anpassung an die Messdaten an. Um den Misfit zu verringern und ein Modell zu finden, das die gemessenen Daten richtig vorhersagt, erfolgt eine iterative Anpassung

der Modellparameter.

Das Verfahren der Wellenforminversion wurde zuerst von Tarantola (1984) für die akustische Wellenausbreitung im Zeitbereich vorgestellt und später für den elastischen Fall weiterentwickelt (Mora, 1987; Tarantola, 1986). In dieser Arbeit wird der von Köhn (2011) entwickelte Code `DENISE` zur 2D elastischen Wellenforminversion verwendet.

Bisher wurden viele synthetische Studien durchgeführt, um das Verfahren zu testen und zu optimieren. Es ist nun auch von großem Interesse zu untersuchen, wie sich das Verfahren in die Praxis umsetzen lässt. Erste Anwendungen der Wellenforminversion sind beispielsweise in Romdhane et al. (2011) oder Tran et al. (2013) beschrieben. In den Dissertationen von Groos (2013) und Schäfer (2014) wurden mit `DENISE` bereits Anwendungen auf Felddaten getestet, die vielversprechende Ergebnisse lieferten. Da sich die Anwendungen der Wellenforminversion noch in den Anfängen befinden und es noch keine allgemein gültige Herangehensweise gibt, ist es nun wichtig das Verfahren für verschiedene Datensätze zu testen. Das Ziel dieser Arbeit besteht deshalb darin, die 2D elastische Wellenforminversion auf einen flachseismischen Datensatz anzuwenden und die Ergebnisse zu interpretieren. Dadurch kann Erfahrung in der Anwendung der Wellenforminversion gesammelt werden und womöglich zeigen sich Grenzen des Verfahrens, die für synthetische Studien nicht gelten. Die Ergebnisse sollen außerdem mit vorherigen Untersuchungen verglichen werden.

In Kapitel 2 wird im ersten Teil zunächst die Theorie der seismischen Wellenausbreitung erläutert, die die Grundlage der im zweiten Teil beschriebenen Wellenforminversion darstellt. Der dritte Teil beschäftigt sich mit dem Verfahren zur Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren, nach dem das Startmodell für die Wellenforminversion erzeugt wird. In Kapitel 3 werden die Felddaten vorgestellt. Das Messgebiet liegt in der Nähe von Mammolshain (Hessen) im Taunus, auf dessen Geologie kurz eingegangen wird. Das Kapitel befasst sich außerdem mit der Akquisitionsgeometrie und dem 1D-Charakter des Untergrundes im Messgebiet.

Kapitel 4 befasst sich mit dem Erstellen eines geeigneten Startmodells durch die Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren. Die wichtigsten Schritte des Verfahrens werden erläutert und das beste Ergebnismodell vorgestellt.

In Kapitel 5 wird die Anwendung der 2D elastischen Wellenforminversion auf die Felddaten beschrieben. Zuerst werden die nötigen Schritte der Datenverarbeitung erläutert, die vor der Inversion mit den Felddaten durchgeführt wurden. Danach befasst sich das Kapitel mit den Ergebnissen der Vorwärtssimulation und der Ermittlung des Quellsignals. Abschließend werden die Ergebnisse der 2D elastischen Wellenforminversion vorgestellt.

In Kapitel 6 befindet sich die Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit.

## 2. Theoretische Grundlagen

In der Seismik werden mit aktiven Quellen, wie zum Beispiel Hammerschlägen oder Explosionen, elastische Wellen erzeugt, die das darunter liegende Medium durchlaufen. Dabei werden sie an Schichtgrenzen reflektiert, refraktiert und gestreut bis sie wieder an der Erdoberfläche ankommen und von Geophonen registriert werden. Aus den gemessenen Wellenfeldern können Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Mediums getroffen werden. Bei klassischen Auswertungsverfahren werden nur die Ersteinsätze der verschiedenen Wellentypen im Seismogramm zur Erstellung eines Untergrundabbildes verwendet. Bei der Wellenforminversion (Tarantola, 1984) hingegen wird das gesamte Wellenfeld für die Auswertung herangezogen, sodass viel mehr Informationen einfließen können.

In Abschnitt 2.1 werden zunächst die Grundlagen der seismischen Wellenausbreitung erläutert und in Abschnitt 2.2 das Verfahren der Wellenforminversion vorgestellt. Abschnitt 2.3 befasst sich mit der Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren.

### 2.1. Seismische Wellenausbreitung

Der Modellierung von Wellenfeldern liegt die Wellengleichung zugrunde, die wiederum aus der Elastizitätstheorie hergeleitet wird. Orientiert am Skriptum von Müller (1973) wird diese im Folgenden erläutert. Dabei wird die Einstein'sche Summenkonvention verwendet.

#### 2.1.1. Elastizitätstheorie

Die Ausbreitung von Wellen im Untergrund entspricht der Verschiebung einzelner Partikel. Zur mathematischen Beschreibung wird dazu ein Punkt  $P$  mit dem Ortsvektor  $x_i$ , sowie ein benachbarter Punkt  $Q$  mit dem Ortsvektor  $x_i + y_i$  betrachtet. Durch die Deformation wird  $P$  um den Verschiebungsvektor  $u_i$  nach  $P'$  verschoben. In Abbildung 2.1 ist der Zusammenhang für den Verschiebungsvektor  $z_i$ , der den Punkt  $Q$  nach  $Q'$  verschiebt,

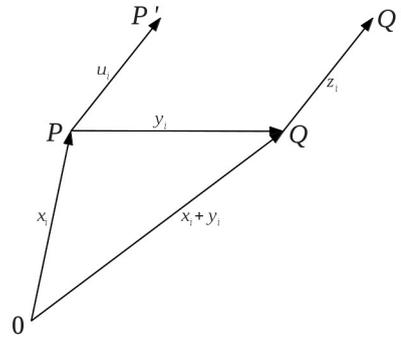


Abbildung 2.1.: Darstellung der Verschiebungsvektoren. Nach Müller (1973).

graphisch dargestellt. Es gilt:

$$z_i = u_i + du_i = u_i + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} y_j. \quad (2.1)$$

$z_i$  kann auch mit dem symmetrischen Deformationstensor  $\epsilon_{ij}$  und dem antisymmetrischen Rotationstensor  $\xi_{ij}$  ausgedrückt werden:

$$z_i = u_i + du_i = u_i + \epsilon_{ij} y_j + \xi_{ij} y_j \quad (2.2)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} \quad (2.3)$$

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \xi_{ij} = -\xi_{ji}. \quad (2.4)$$

Durch die Deformation wirken auf die einzelnen Volumenelemente im Körper zwei Kräfte: die zum Volumen  $V$  proportionalen Volumenkräfte, sowie die zur Fläche  $S$  zu einem benachbarten Volumenelement proportionalen Flächenkräfte. Die Kraft pro Fläche wird mit dem Spannungsvektor  $\mathbf{P}$  beschrieben. Er besteht aus einer Komponente parallel zur Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  der Fläche und einer Komponente, die senkrecht zu  $\mathbf{n}$  steht. Betrachtet man nun ein infinitesimal kleines Volumenelement, gilt für dessen Spannungszustand:

$$P_{ij} = \sigma_{ij} n_j \quad (2.5)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2.6)$$

$\sigma_{ij}$  bezeichnet den Spannungstensor. Er ist symmetrisch und besteht somit aus 6 voneinander unabhängigen Komponenten. Aus der Bedingung, dass sich ein endliches Volumen  $V$  in einem deformierbaren Körpern nur dann im Gleichgewicht befindet, wenn sowohl die

resultierende Kraft als auch das resultierende Drehmoment verschwindet, folgt:

$$\int_V \mathbf{F} dV + \int_S \mathbf{P} df = 0 \quad (2.7)$$

$$\int_V (\mathbf{x} \times \mathbf{F}) dV + \int_S (\mathbf{x} \times \mathbf{P}) df = 0 \quad (2.8)$$

Gleichung 2.7 beschreibt die resultierende Kraft und Gleichung 2.8 das resultierende Moment.  $\mathbf{F}$  umfasst die Trägheitskraft  $f_i$ , sowie alle übrigen Volumenkräfte.

$$F_i = -\rho \frac{d^2 u_i}{dt^2} + f_i \quad \rho : \text{Dichte} \quad (2.9)$$

Durch Umformen von Gleichung 2.7 und Anwenden des Gauß'schen Satzes, erhält man aus der Trägheitskraft die Bewegungsgleichung des elastischen Kontinuums

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i. \quad (2.10)$$

Aufgrund der Annahme von infinitesimalen Deformationen kann die Differentiation  $\frac{d}{dt}$  durch lokale, also partielle  $\frac{\partial}{\partial t}$ , ersetzt werden.

Wird ein Körper aus seiner ungestörten Ruhelage deformiert, entstehen in ihm Spannungen. Diese können über einen funktionalen Zusammenhang zwischen den Komponenten des Spannungstensors und denen des Deformationstensors beschrieben werden:

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \dots, \epsilon_{33} : a_1, a_2, \dots, a_n). \quad (2.11)$$

$a_k$  sind andere möglicherweise auftretenden Größen, wie beispielsweise Zeit oder Temperatur. Gleichung 2.11 ist für die Seismologie in ihrer einfachsten Form ausreichend, das heißt dass  $\sigma_{ij}$  an einem Punkt nur von den Momentanwerten  $\epsilon_{kl}$  abhängt. Dies bedeutet also, dass die Spannungen ohne Verzögerung verschwinden, sobald der Körper nicht mehr deformiert wird und man spricht von idealer Elastizität. Für infinitesimale Deformationen ist  $\sigma_{ij}$  somit eine lineare Funktion aller  $\epsilon_{kl}$ :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad c_{ijkl} : \text{Elastizitätskonstanten} \quad (2.12)$$

Gleichung 2.12 wird auch verallgemeinertes Hooke'sches Gesetz genannt. Das Hooke'sche Gesetz stellt einen Spezialfall dar. Im Tensor 4. Stufe  $c_{ijkl}$  stehen die Elastizitätskonstanten. Er hat 81 Komponenten, von denen aufgrund der Symmetrie von  $\epsilon_{ij}$  und  $\xi_{ij}$  (Vgl. 2.3 und 2.4) in der Regel 36 voneinander unabhängig sind. Die Anzahl unabhängiger Komponenten verringert sich zusätzlich auf 21, da es sich bei der elastische Deformationsenergie um eine Zustandgröße handelt. Weiterhin reduziert sich die Zahl bei Isotropie und bestimmten Formen der Anisotropie.

Bei einem isotropen Körper, in dem es keine Vorzugsrichtung gibt, hat man nur noch zwei Elastizitätskonstanten und die zugehörige Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus Gleichung

2.12 lautet:

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij}. \quad (2.13)$$

Mit den Lamé'schen Elastizitätskonstanten  $\lambda$  und  $\mu$ , sowie der kubischen Dilatation  $\theta$  und dem Kroneckersymbol  $\delta_{ij}$ , für die gilt:

$$\theta = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} \quad (2.14)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (2.15)$$

Häufig wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und der Spannungstensor abgeleitet, um auf eine alternative Form der elastischen Wellengleichung zu kommen, die von der Partikelgeschwindigkeit  $v_i$  abhängig ist (Köhn, 2011). Mit  $v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t}$  erhält man:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta_{ij} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.18)$$

Die Lamé-Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  sind zeitlich konstant.

### 2.1.2. Bewegungsgleichung

Um die Bewegungsgleichung in Abhängigkeit des Verschiebungsvektors zu erhalten, wird 2.13 in die von  $\sigma_{ij}$  abhängige Bewegungsgleichung 2.10 eingesetzt und man erhält:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij}) + f_i. \quad (2.19)$$

Im homogenen Medium sind die beiden Lamé'schen Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  ortsunabhängig und es gilt  $\theta = \nabla \mathbf{u}$ . Damit ergibt sich die Bewegungsgleichung des homogenen Mediums zu

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}. \quad (2.20)$$

In kartesischen Koordinaten gilt:

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla (\nabla \mathbf{u}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}). \quad (2.21)$$

Für eine vom Koordinatensystem unabhängige Form der Bewegungsgleichung wird Gleichung 2.21 in die Bewegungsgleichung 2.20 eingesetzt und man erhält:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \mathbf{u}) + \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \mathbf{f}. \quad (2.22)$$

Zusätzlich zur Wellengleichung müssen bei Wellenausbreitungsproblemen auch Rand- und Anfangsbedingungen erfüllt werden. Ist in einer Fläche eine der Materialgrößen  $\rho$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  unstetig, spricht man von einer Grenzfläche. Die Normal- und Tangentialspannungen sind dort stetig. Bei Verschiebungen muss die Art der Grenzfläche betrachtet werden. Bei einem Übergang von fest zu fest sind in der Trennfläche alle Komponenten des Verschiebungsvektors stetig, wohingegen in einer Trennfläche fest-flüssig nur die Normalverschiebung stetig ist.

Die Anfangsbedingungen definieren die Verteilung der Verschiebung  $u_i$  und der Partikelgeschwindigkeit  $\frac{\partial u_i}{\partial t}$  für  $t = 0$ . Bei seismischen Betrachtungen sind sie normalerweise beide Null, sodass die seismische Wellenausbreitung ein Randwertproblem darstellt.

Der Verschiebungsvektor  $\mathbf{u}$  kann auch über die Verschiebungspotentiale ausgedrückt werden:

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \mathbf{\Psi}. \quad (2.23)$$

Das skalare Potential  $\Phi$  heißt Kompressionspotential und das Vektorpotential  $\mathbf{\Psi}$  wird Scherpotential genannt. Sie definieren sich wie folgt:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (2.24)$$

$$\mathbf{\Psi} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (2.25)$$

Der Ortsvektor  $\mathbf{r}$  zeigt vom Volumenelement  $dV$  aus zu dem Punkt, an dem  $\Phi$  und  $\mathbf{\Psi}$  berechnet werden sollen. Außerdem gilt  $\nabla\mathbf{\Psi} = 0$ . Der Teil  $\nabla\Phi$  in Gleichung 2.23 ist der wirbelfreie Kompressionsanteil und beschreibt Volumenänderungen (Dehnung oder Kompression). Der Teil  $\nabla \times \mathbf{\Psi}$  in Gleichung 2.23 ist der quellfreie Scheranteil und beschreibt Scherungen und starre Rotationen.

Auch die Volumenkraft  $\mathbf{f}$  aus der Bewegungsgleichung 2.22 kann analog zu 2.23 aufgespalten werden zu

$$\mathbf{f} = \nabla\varphi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}. \quad (2.26)$$

Wird nun 2.23 und 2.26 in die Bewegungsgleichung 2.22 eingesetzt, ergibt sich:

$$\rho \left[ \nabla \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \nabla \times \frac{\partial^2 \mathbf{\Psi}}{\partial t^2} \right] = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla^2 \Phi - \mu \nabla \times \nabla \times \nabla \times \mathbf{\Psi} + \nabla\varphi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad (2.27)$$

Werden dann jeweils die Gradienten- und die Rotationsterme gleichgesetzt, erhält man in vereinfachter Form:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{\varphi}{\lambda + 2\mu} \quad \text{mit: } \alpha^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (2.28)$$

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{\Psi} - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \mathbf{\Psi}}{\partial t^2} = -\frac{\boldsymbol{\psi}}{\mu} \quad \text{mit: } \beta^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.29)$$

Gleichung 2.28 beschreibt eine inhomogene Wellengleichung für  $\Phi$ . In kartesischen Koordinaten stellt 2.29 ebenfalls eine inhomogene Bewegungsgleichung für  $\mathbf{\Psi}$  dar. Wirken keine

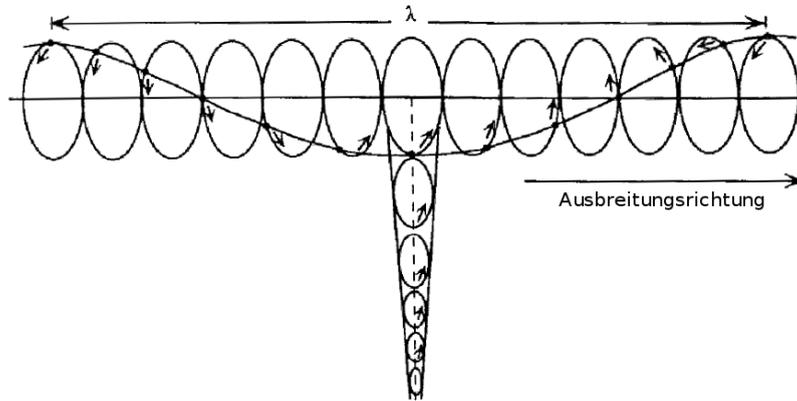


Abbildung 2.2.: Polarisation der Rayleighwelle. Die Pfeile zeigen in Richtung der Partikelbewegung an der Oberfläche. Sie bewegen sich elliptisch entgegen der Ausbreitungsrichtung. Die Amplitude der Rayleighwelle nimmt exponentiell mit der Tiefe ab. Nach Lay und Wallace (1995).

Volumenkräfte, gilt  $\varphi = 0$  und  $\psi = 0$ , sonst müssen  $\varphi$  und  $\psi$  aus  $\mathbf{f}$  berechnet werden.

### 2.1.3. Wellentypen

Die Lösungen für die Differentialgleichungen 2.28 und 2.29 entsprechen Wellen. Ein festes Medium kann von zwei verschiedenen elastischen Wellen durchlaufen werden: Wird der Verschiebungsvektor im Kompressionsanteil gestört, breitet sich diese Störung als Kompressionswelle mit der Geschwindigkeit  $v_P = \alpha = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$  im Medium aus. Störungen im Scheranteil durchlaufen das Medium als Scherwelle mit der Geschwindigkeit  $v_S = \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ . Für Gesteine wird häufig die Näherung  $\lambda = \mu$  verwendet, sodass  $\frac{v_P}{v_S} = \sqrt{3}$  gilt. In flüssigen und gasförmigen Medien treten nur Kompressionswellen (Schallwellen) auf, da dort  $\mu = 0$  gilt.

In seismischen Zusammenhängen werden Kompressionswellen auch als P-Wellen bezeichnet und Scherwellen als S-Wellen. Dies ist daher abzuleiten, dass die P-Welle der Wellentyp eines Erdbebens ist, der als erstes an einer Station eintrifft (P steht für primär), wohingegen die S-Welle später an der Station ankommt (S steht für sekundär).

P- und S-Wellen sind Raumwellen und können zu beliebigen Punkten in der Erde vordringen. Es gibt jedoch auch Wellen, die sich nur in der Nähe der Erdoberfläche ausbreiten; sie werden daher Oberflächenwellen genannt. Ihre Amplituden sind deutlich größer als die der Raumwellen und bilden deshalb das dominante Signal im Seismogramm. Außerdem sind sie dispersiv, das heißt ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit ist frequenzabhängig, weshalb in der entsprechenden Wellengruppe im Seismogramm die Frequenz mit der Zeit variiert. Es wird zwischen zwei Arten von Oberflächenwellen unterschieden, abhängig von ihrer Polarisation. Zum einen gibt es die Rayleighwelle, die retrograd elliptisch polarisiert ist, die Partikel bewegen sich also elliptisch entgegengesetzt zur Ausbreitungsrichtung des Wellenzuges. Die Polarisation der Rayleighwelle ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Den zweiten

Oberflächenwellentyp bildet die Lovewelle, die horizontal polarisiert ist.

## 2.2. Wellenforminversion

In der Geophysik treten häufig inverse Probleme auf, das heißt aus einem gemessenen Datensatz  $\mathbf{u}^{obs}$  sollen Modellparameter  $\mathbf{m}$  des Untergrundes abgeleitet werden. Dieses Problem kann über

$$\mathbf{u}^{obs} = \mathbf{u}^{mod}(\mathbf{m}) \quad (2.30)$$

formuliert werden (Tarantola, 2005).  $\mathbf{u}^{mod}$  bezeichnet einen nichtlinearen Vorwärtsoperator. Die Wellenforminversion ist ein Verfahren, bei dem inverse Probleme iterativ gelöst werden können. Dazu wird zunächst eine Vorwärtsmodellierung durch ein bekanntes Startmodell durchgeführt. Die dadurch berechneten synthetischen Daten werden mit den gemessenen Daten verglichen und ihr Residuum, also ihre Differenz, berechnet. Ziel ist es nun, dieses Residuum zu minimieren, um so die bestmöglichen Modelle für P- und S-Wellengeschwindigkeiten im Untergrund zu ermitteln. Es werden Gradienten zu einer definierten Misfit-Funktion berechnet und iterativ mit bestimmter Schrittweiten ein Update der Modellparameter durchgeführt. Dies wird so oft wiederholt bis die bestmögliche Anpassung an die Felddaten erreicht wurde. In dieser Arbeit wurde die elastische Wellenforminversion mit der Software DENISE auf flachseismische Felddaten angewandt. Im Folgenden wird das Verfahren der Wellenforminversion und seine Umsetzung in DENISE näher beschrieben. Eine kurze Erläuterung zur Software befindet sich in Anhang C.

### 2.2.1. Lösen der Wellengleichung mit finiten Differenzen

Die in Kapitel 2.1.1 hergeleitete elastische Wellengleichung 2.10 und 2.16 können für einfache Fälle analytisch gelöst werden. Für komplexe Probleme ist jedoch ein numerischer Ansatz nötig. In DENISE wird die elastischen Wellengleichung mit dem von Bohlen (1998, 2002) entwickelten finite Differenzen (FD) Schema im Zeitbereich angenähert. In der linken oberen Ecke des Modells befindet sich der Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems. Die Wellengleichung wird über das räumliche Abtastintervall  $dh$  und das zeitliche Abtastintervall  $dt$  diskretisiert. Für die beiden Raumrichtungen ergibt sich  $x = i dh$  und  $y = j dh$  und für die Zeit gilt  $t = k dt$ .

#### Randbedingungen

Die Anfangsbedingungen der seismischen Wellenausbreitung sind durch Gleichung 2.31 und 2.32 gegeben (Vgl. Abschnitt 2.1.2). Die Partikel sind zum Anfangszeitpunkt nicht ausgelenkt und befinden sich in Ruhe. Es handelt sich somit um ein Randwertproblem.

$$u_i(\mathbf{x}, t = 0) = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial u_i(\mathbf{x}, t = 0)}{\partial t} = 0 \quad (2.32)$$

Die Grenzfläche zwischen Modellraum und der darüber liegenden Atmosphäre wird als freie Oberfläche bezeichnet. Sie wird angenähert als Übergang zwischen Festkörper und Vakuum. Physikalisch bedeutet das, dass die Normalkomponente des Spannungstensors dort verschwindet (Robertsson, 1996) und es gilt:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = 0. \quad (2.33)$$

In DENISE ist die freie Oberfläche nach Levander (1988) implementiert.

Um Reflexionen der Wellenfelder an den Modellrändern zu unterdrücken, werden sogenannte PML (Perfectly Matched Layer), basierend auf der Veröffentlichung von Collino und Tsogka (2001), verwendet. In Komatitsch und Martin (2007) und Martin und Komatitsch (2009) wurden diese weiterentwickelt zu CPML (Convolutional Perfectly Matched Layer). Dabei wird ein absorbierender Rand von 20-30 Gitterpunkten an das untere Ende sowie an die seitlichen Enden des Modells angebracht, in denen die Druck- und Geschwindigkeitswellenfelder mit einem exponentiellen Faktor gedämpft werden.

### Dispersions- und Courant-Kriterium

Um numerische Artefakte und Instabilitäten während der Modellierung zu vermeiden, müssen die folgenden Kriterien für das räumliche Abtastintervall  $dh$  und das zeitliche Abtastintervall  $dt$  eingehalten werden.

Wird das räumliche Abtastintervall zu groß gewählt, weisen die modellierten Wellenfelder Dispersion auf (Bohlen, 1998). Um dies zu vermeiden, muss das Dispersionskriterium erfüllt sein. Bei analytischen Lösungen entspricht dies dem Nyquist-Kriterium, welches besagt dass  $dh$  maximal so groß sein darf wie die Hälfte der kleinsten Wellenlänge  $\lambda_{min}$  des Wellenfeldes:

$$dh = \frac{\lambda_{min}}{2} \quad (2.34)$$

Bei numerischen Lösungsansätzen muss für das räumliche Abtastintervall die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$dh \leq \frac{\lambda_{min}}{N} = \frac{v_{min}}{N f_{max}}. \quad (2.35)$$

$N$  ist die Anzahl von Gitterpunkten pro Wellenlänge,  $v_{min}$  bezeichnet die kleinste Geschwindigkeit im Modell und  $f_{max}$  die größte Frequenz.

Das zeitliche Abtastintervall muss das sogenannte Courant-Kriterium erfüllen, sodass die Modellierung nicht instabil wird (Courant et al., 1928, 1967). Es besagt, dass bei Wellenausbreitung auf einem diskreten Gitter  $dt$  kleiner sein muss als die Zeit, die die Welle zur Ausbreitung zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten mit dem räumlichen Abtastintervall  $dh$  benötigt. Es muss also gelten:

$$dt \leq \frac{dh}{h\sqrt{2}v_{max}}. \quad (2.36)$$

$v_{max}$  bezeichnet die höchste Geschwindigkeit des Modells und  $h$  ist ein Gewichtungsfaktor. Er ist abhängig von der Ordnung des FD-Operators. Für einen FD-Operator zweiter Ordnung, wie er in DENISE verwendet wird, ist  $h = 1$ .

### 2.2.2. Methode der konjugierten Gradienten

Das Datenresiduum  $\delta \mathbf{u}$  ist definiert als Differenz  $\delta \mathbf{u} = \mathbf{u}^{mod} - \mathbf{u}^{obs}$  zwischen den modellierten Daten  $\mathbf{u}^{mod}$  und den beobachteten Daten  $\mathbf{u}^{obs}$ . Um ein Maß für das Residuum zu erhalten, wird die nachstehende L-Norm verwendet.

$$E = |L|_p = \left( \sum_i |\delta u_i|^p \right)^{1/p} \quad \text{für } p = 1, 2, \dots \quad (2.37)$$

Das Modell, welches die Daten am besten erklärt, kann im Minimum von 2.37 gefunden werden.

Um das Minimum zu finden, werden die Modellparameter ausgehend von einem Startmodell  $\mathbf{m}_0$  entlang der Suchrichtung  $\delta \mathbf{m}_0$  über

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_0 + \mu_0 \delta \mathbf{m}_0 \quad (2.38)$$

iterativ aktualisiert.  $\mu_0$  bezeichnet die Schrittweite. Für die optimale Suchrichtung, wird die Energie  $E$  in der Nähe des Startmodells mit einer Taylor-Reihen-Entwicklung angenähert:

$$E(\mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}_0) \approx E(\mathbf{m}_0) + \frac{\partial E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0} \delta \mathbf{m}_0. \quad (2.39)$$

Im Minimum der Energie, muss die erste Ableitung von 2.39 Null sein. Es gilt also:

$$\frac{\partial E(\mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}_0)}{\partial \delta \mathbf{m}_0} = \frac{\partial E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0} + \frac{\partial^2 E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0^2} \delta \mathbf{m}_0 \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.40)$$

Dies führt zu

$$\delta \mathbf{m}_0 = - \left( \frac{\partial^2 E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0^2} \right)^{-1} \frac{\partial E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0} = -\mathbf{H}_0^{-1} \frac{\partial E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0} = -\mathbf{H}_0^{-1} \nabla_m E(\mathbf{m}_0) \quad (2.41)$$

unter Verwendung der Hesse-Matrix  $\mathbf{H}$ . Dabei zeigt der Gradient  $\frac{\partial E(\mathbf{m}_0)}{\partial \mathbf{m}_0} = \nabla_m E(\mathbf{m}_0)$  in Richtung der stärksten Änderung. Da die Berechnung der inversen Hesse-Matrix sehr rechenintensiv ist (Pratt et al., 1998), wird sie mit einem Präkonditionierungs-Operator  $\mathbf{P}$  angenähert

$$\delta \mathbf{m}_0 \approx -\mathbf{P}_0 \nabla_m E(\mathbf{m}_0). \quad (2.42)$$

Das Update der Modellparameter über 2.38 kann auf jeden Punkt im Parameterraum  $\mathbf{m}_n$  übertragen werden

$$\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_{n-1} + \mu_{n-1} \delta \mathbf{m}_{n-1}. \quad (2.43)$$

Nach Mora (1987) kann die Konvergenz beschleunigt werden, wenn das Modell-Update bei jeder Iteration  $n$  nicht wie in Gleichung 2.43 in Richtung von  $\delta\mathbf{m}_n$  erfolgt, sondern entlang der konjugierten Richtung  $\delta\mathbf{c}_n$

$$\delta\mathbf{c}_n = \delta\mathbf{m}_n + \beta_n\delta\mathbf{c}_{n-1}. \quad (2.44)$$

Der Gewichtungsfaktor  $\beta$  wird nach Polak-Ribière berechnet (Nocedal und Wright, 1999)

$$\beta_n = \frac{\delta\mathbf{m}_n^T(\delta\mathbf{m}_n - \delta\mathbf{m}_{n-1})}{\delta\mathbf{m}_{n-1}^T\delta\mathbf{m}_{n-1}}. \quad (2.45)$$

Für die erste Iteration ( $n = 1$ ) erfolgt das Modell-Update nach 2.43, in Richtung der stärksten Änderung. Für alle darauffolgenden Iterationen ( $n > 1$ ) erfolgt das Update der Modellparameter dann entlang der konjugierten Richtung

$$\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_{n-1} + \mu_{n-1}\delta\mathbf{c}_{n-1}. \quad (2.46)$$

### 2.2.3. Misfit

In Abschnitt 2.2.2 wurde bereits die L-Norm als Maß für das Datenresiduum  $\delta\mathbf{u}$  beschrieben. Die L2-Norm, also die L-Norm für den Fall  $p = 2$ , beschreibt physikalisch die übrige elastische Energie, die im Datenresiduum noch enthalten ist. Sie lautet also:

$$E = |L|_2 = \frac{1}{2}\delta\mathbf{u}^T\delta\mathbf{u}. \quad (2.47)$$

In dieser Arbeit wird bei der Inversion die normierte L2-Norm als Misfit-Funktion verwendet, bei der jede Spur der gemessenen und modellierten Daten vor der Misfit-Berechnung auf ihren RMS Wert normiert wird (Choi und Alkhalifah, 2012). Damit geht die Information über die absolute Amplitude zwar verloren, jedoch haben dann Faktoren wie die Dämpfung oder die Empfindlichkeit einzelner Geophone weniger Einfluss auf die Inversion. Ihre Berechnung erfolgt über das normierte Datenresiduum  $\delta\hat{\mathbf{u}}$ :

$$E^{norm} = |L|_2^{norm} = \frac{1}{2}\delta\hat{\mathbf{u}}^T\delta\hat{\mathbf{u}} \quad (2.48)$$

$$\text{mit: } \delta\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}^{mod}}{\|\mathbf{u}^{mod}\|} - \frac{\mathbf{u}^{obs}}{\|\mathbf{u}^{obs}\|}. \quad (2.49)$$

### 2.2.4. Berechnung der Gradienten

Für das Update der Modellparameter muss in jedem Iterationsschritt der Gradient der Misfit-Funktion  $\nabla_{\mathbf{m}}E(\mathbf{m})$  berechnet werden (Vgl. Abschnitt 2.2.2). Anstatt den Gradienten für jeden Modellparameter einzeln zu berechnen, wird die Methode der adjungierten Quellen verwendet, die in Köhn (2011) ausführlich hergeleitet wird. Für die Misfit-Funktion

gilt:

$$E = \frac{1}{2} \delta \mathbf{u}^T \delta \mathbf{u} = \frac{1}{2} \sum_{\text{Quellen}} \int dt \sum_{\text{Empfänger}} \delta \mathbf{u}^2(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s, t). \quad (2.50)$$

$\mathbf{x}_r$  und  $\mathbf{x}_s$  bezeichnen die Koordinaten der Empfänger und der Quellen. Für die Ableitung nach einem Modellparameter  $\mathbf{m}$  ergibt sich daraus:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{\text{Quellen}} \int dt \sum_{\text{Empfänger}} \frac{\partial \mathbf{u}^{mod}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \delta \mathbf{u}. \quad (2.51)$$

Von den Empfängerpositionen wird mit dem adjungierten Quellsignal das rückpropagierte Wellenfeld  $\mathbf{u}'$  berechnet. Der Gradient wird dann mittels Kreuzkorrelation des vorwärts propagierten Wellenfeldes  $\mathbf{u}$  und dem adjungierten Wellenfeld  $\mathbf{u}'$  ermittelt. Die Gradienten der Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $v_P$  und  $v_S$  sowie der Dichte  $\rho$  sind durch

$$\delta v_P = 2\rho v_P \delta \lambda \quad (2.52)$$

$$\delta v_S = -4\rho v_S \delta \lambda + 2\rho v_S \delta \mu \quad (2.53)$$

$$\delta \rho_{vel} = (v_P^2 - 2v_S^2) \delta \lambda + v_S^2 \delta \mu + \delta \rho \quad (2.54)$$

gegeben. Die Gradienten der Lamé-Parameter werden über die Summe aller Quellen berechnet:

$$\delta \lambda = - \sum_{\text{Quellen}} \int dt \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{\partial u'_y}{\partial y} \right) \quad (2.55)$$

$$\delta \mu = - \sum_{\text{Quellen}} \int dt \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial u'_x}{\partial y} + \frac{\partial u'_y}{\partial x} \right) + 2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \frac{\partial u'_y}{\partial y} \right) \quad (2.56)$$

$$\delta \rho = \sum_{\text{Quellen}} \int dt \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} \frac{\partial u'_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \frac{\partial u'_y}{\partial t} \right) \quad (2.57)$$

### 2.2.5. Bestimmen der optimalen Schrittweite $\mu_{opt}$

Für die Konvergenz der Misfit-Funktion bei der Inversion ist die Wahl der Schrittweite  $\mu_n$  wichtig (Köhn, 2011). Um die optimale Schrittweite  $\mu_{opt}$  zu finden, werden mit drei verschiedenen Testschrittweiten  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $\mu_3$  Testmodelle modelliert und der zugehörige Misfit berechnet. Dieser wird wie in Abbildung 2.3 dargestellt. An die drei Wertepaare wird eine parabelförmige Kurve angepasst. Im Minimum dieser Parabel kann die optimale Schrittweite  $\mu_{opt}$  abgelesen werden.

### 2.2.6. Präkonditionierung und Frequenzfilterung

Bei der Inversion von flachseismischen Oberflächenwellen weisen die Gradienten Artefakte im Sinne von zu hohen Amplituden in der Nähe der Quelle auf (Schäfer, 2014). Die hohen

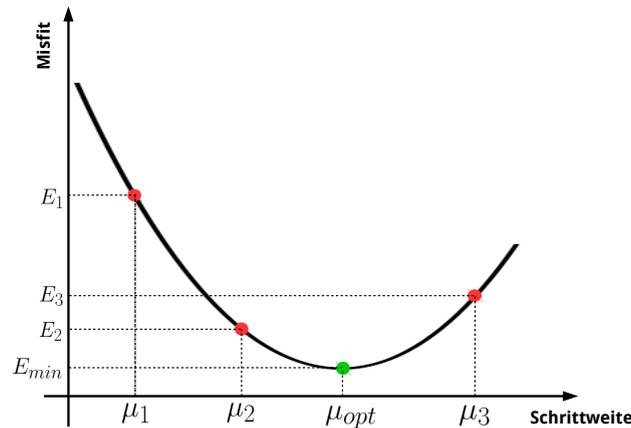


Abbildung 2.3.: Ermitteln der optimalen Schrittweite  $\mu_{opt}$ . An die Misfit-Werte  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  der zugehörigen Testschrittweiten  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $\mu_3$  wird eine Parabel angepasst. In ihrem Minimum  $E_{min}$  kann  $\mu_{opt}$  abgelesen werden.

Amplituden müssen gedämpft werden, da sonst das Update der Modellparameter nur in Quellnähe erfolgt. Deshalb wird ein Taper auf die Gradienten in der Nähe der Quellposition gelegt, bevor die Gradienten aufsummiert werden.

Des Weiteren werden die Gradienten geglättet. Dabei muss die Filterlänge klein gewählt werden (etwa 0,5 m) um Instabilitäten aufgrund von sehr kleinen Heterogenitäten im Untergrund zu vermeiden (Schäfer, 2014). Außerdem muss das Nyquistkriterium erfüllt sein; die Filterlänge sollte also kleiner sein als die Hälfte der kleinsten Wellenlänge.

Um bei der Suche nach dem globalen Minimum der Misfit-Funktion nicht in einem Nebenminimum stecken zu bleiben, werden sowohl die modellierten als auch die beobachteten Daten während der Inversion frequenzgefiltert. Dies geschieht über einen Butterworth Tiefpassfilter 4. Ordnung. So werden zunächst die Seismogramme mit geringem Frequenzgehalt verglichen, was das Risiko des sogenannten Cycle-Skippings verringert. Das Cycle-Skipping ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Der modellierte Wellenzug (rechts) wird während der Inversion an den beobachteten Wellenzug (links) angenähert. Der Misfit wird solange verringert, bis das erste Nebenmaximum des modellierten Wellenzuges auf dem letzten Nebenmaximum des beobachteten Wellenzuges liegt. Danach wird der Misfit wieder größer, obwohl das globale Minimum (die Hauptmaxima beider Wellenzüge liegen aufeinander) noch nicht erreicht ist. Nach einer bestimmten Anzahl an Iterationsschritten wird die Eckfrequenz des Tiefpassfilters systematisch erhöht, so dass immer mehr Details rekonstruiert werden können.

Das Landen in einem Nebenminimum kann auch durch die Wahl des Startmodells verursacht werden. Liegt es zu weit vom wahren Modell entfernt, überschneiden sich die Wellenzüge in den Seismogrammen nicht, weshalb sich der Misfit nach Update der Modellparameter nicht verkleinert.

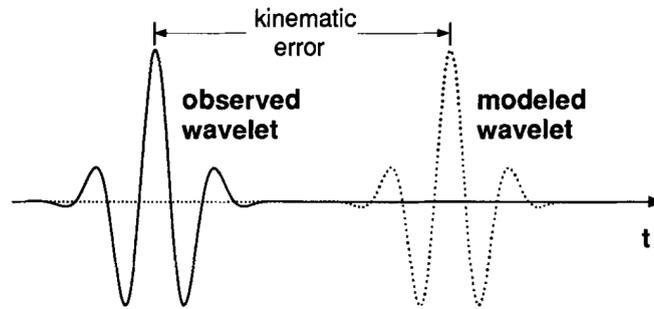


Abbildung 2.4.: Darstellung des Cycle-Skippings. Während der Inversion landet man in einem Nebenminimum der Misfit-Funktion (das erste Nebenmaximum des modellierten Wellenzuges liegt über dem letzten Nebenmaximum des beobachteten Wellenzuges). Das globale Minimum (die Hauptmaxima beider Wellenzüge liegen übereinander) wird nicht erreicht. Aus Bunks et al. (1995).

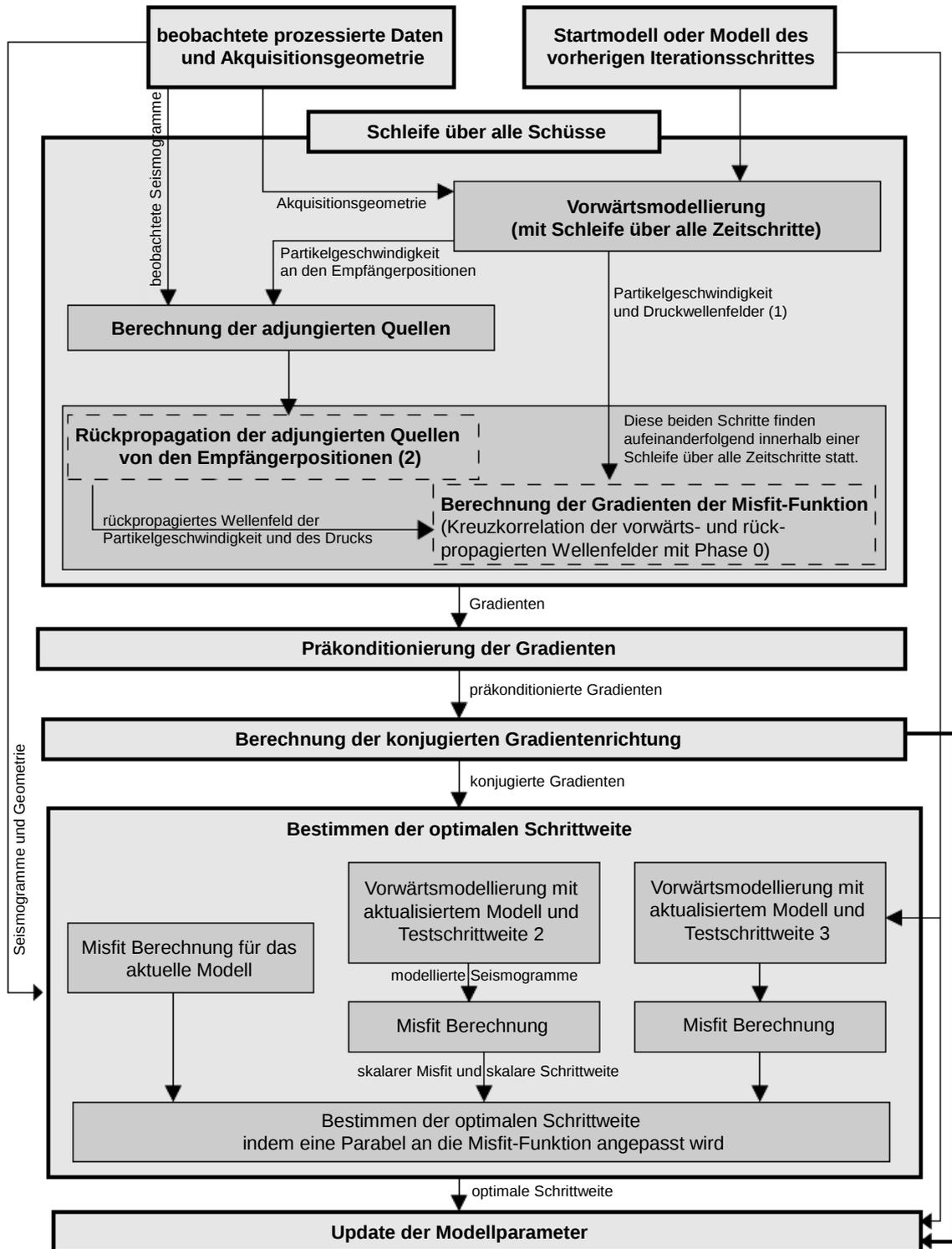
### 2.2.7. Ablauf der Wellenforminversion

In Abbildung 2.5 ist der Ablauf eines Iterationsschrittes  $n$  schematisch dargestellt, wie er in der verwendeten Software DENISE implementiert ist. Zunächst wird eine Vorwärtsmodellierung durch das Startmodell oder das Modell aus der vorherigen Iteration durchgeführt. Dabei wird die selbe Akquisitionsgeometrie wie bei Erhebung der Felddaten verwendet. Die synthetischen Seismogramme werden mit den Seismogrammen der Feldmessung verglichen und ihr Residuum  $\delta \mathbf{u}$  für jede Quelle  $s$  berechnet

$$\delta \mathbf{u}_{n,s} = \mathbf{u}_{n,s}^{mod} - \mathbf{u}_s^{obs}. \quad (2.58)$$

Nun wird eine Rückpropagation der Residuen durchgeführt. Dies entspricht einer zeitlich umgekehrten Vorwärtsmodellierung, bei der die Empfängerpositionen nun als Quellen wirken. Aus den Wellenfeldern der Vorwärtsmodellierung und der Rückpropagation werden Gradienten für jeden Modellparameter berechnet. Anschließend erfolgt die Prädiktionierung der Gradienten und die Berechnung der konjugierten Gradientenrichtung. Mit verschiedenen Testschrittweiten können zugehörige Misfit-Werte berechnet werden. An diese wird eine Parabel angepasst und aus ihrem Minimum die optimale Schrittweite ermittelt. Mit der optimalen Schrittweite erfolgt dann das Modell-Update nach Gleichung 2.46.

Die neuen Modellparameter stellen jetzt den Ausgangspunkt für den nächsten Iterationsschritt dar. Dieser startet wieder mit der Vorwärtsmodellierung durch das zuvor aktualisierte Modell. Die weiteren Schritte erfolgen wie oben beschrieben. Es werden so viele Iterationen durchgeführt, bis ein Abbruchkriterium erreicht wird. Das kann beispielsweise das Erreichen einer Anzahl maximaler Iterationen bedeuten, oder dass das Datenresiduum im Vergleich zum vorherigen Iterationsschritt nicht mehr ausreichend verringert werden kann.



- (1) Der gesamte Ablauf ist in einer Binärdatei realisiert. Deshalb bleiben die Wellenfelder für einen Schuss im Zwischenspeicher.  
 (2) Entspricht einer Vorwärtsmodellierung mit zeitlich umgekehrten adjungierten Quellen. Die Empfängerpositionen wirken dabei als Quelle.

Abbildung 2.5.: Schematische Darstellung eines Iterationsschrittes wie er in DENISE implementiert ist. Aus Groos (2013).

### 2.2.8. Inversion des Quellsignals

Bei der Erhebung von Felddaten bleibt der zeitliche Verlauf des Quellsignals (hier Hammerschlag) unbekannt. Darum muss bei der Inversion von Felddaten das Quellsignal für jeden Schuss ermittelt werden. Dazu wird ein gedämpftes, lineares Least-Squares-Problem gelöst. Es entspricht einer Dekonvolution des gemessenen Wellenzuges mit den synthetischen Daten. Die mathematische Formulierung ist in den Arbeiten von Groos (2013) oder Groos et al. (2014) zu finden. In DENISE ist zur Quellsignalberechnung eine zweite Vorwärtssimulation in die Schleife der Gradientenberechnung (Vgl. 2.5) implementiert. Es wird ein Korrekturfilter ermittelt, der auf ein Anfangs-Quellsignal (z.B.  $\sin^3$ -Funktion) angewandt wird. Anschließend wird das ermittelte Quellsignal verwendet.

Das Quellsignal muss für jeden Schuss berechnet werden. Wird während der Inversion das Frequenzband erweitert, muss das Quellsignal erneut für jeden Schuss ermittelt werden.

## 2.3. Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren

Eine wichtige Rolle für eine erfolgreiche Wellenforminversion spielt die Wahl des Startmodells. Die Modellparameter dürfen nicht zu weit von denen des wahren Untergrundmodells abweichen, da sich die Wellenzüge der Seismogramme sonst nicht überschneiden und der Misfit trotz Modell-Update nicht verringert werden kann (Vgl. Kapitel 2.2.6). In dieser Arbeit wurde das Startmodell mit der von Forbriger (2001) entwickelten Methode zur „Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren“ erstellt. Das Verfahren lässt sich in zwei wesentliche Schritte unterteilen. Im ersten Schritt werden Fourier-Bessel-Entwicklungskoeffizienten für das gesamte Wellenfeld berechnet. Mit einem iterativen Least-Squares-Verfahren werden im zweiten Schritt synthetische Daten an die Entwicklungskoeffizienten sowie an die gepickten Ersteinsätze der Messdaten angenähert. Die Methode ist in Forbriger (2003a) und Forbriger (2003b) beschrieben. Durchgeführt wurde sie mit der in Anhang C beschriebenen TFS-Software.

### 2.3.1. Schritt 1: Dispersionsanalyse

Als Dispersionsanalyse wird die Berechnung des Frequenz-Langsamkeits-Spektrums (f,p-Spektrum) mit der modifizierten Fourier-Bessel-Transformation bezeichnet. An die Anwendung der Methode werden zwei Anforderungen gestellt. Zum einen müssen die Daten mit zylindersymmetrischen Quellen erhoben werden und zum anderen muss ein 1D-Medium vorliegen. Der untersuchte Untergrund ist also lateral homogen und die Modellparameter ändern sich nur mit der Tiefe.

Die aufgezeichnete Wellenform  $u(t, r_l)$  am Offset  $r$  kann als Fourier-Integral geschrieben werden:

$$u(t, r_l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(\omega, r_l) e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad \text{Kreisfrequenz: } \omega = 2\pi f \quad (2.59)$$

Für die Entwicklung der Fourier-Koeffizienten nach Bessel-Funktionen gilt:

$$\tilde{u}_z(\omega, r) = \int_0^{+\infty} G_z(\omega, p) J_0(\omega pr) p dp. \quad (2.60)$$

$J_0$  sind die Bessel-Funktionen 1. Art und 0. Ordnung,  $G_z(\omega, p)$  sind die komplexwertigen Koeffizienten des f,p-Spektrums und  $p$  bezeichnet die Langsamkeit. Es wird hier nur die Vertikalkomponente betrachtet. Das Verfahren kann analog auch auf die anderen Komponenten des gemessenen Signals angewendet werden. Die inverse Transformation zu 2.60 lautet:

$$G_z(\omega, p) = \omega^2 \int_0^{+\infty} \tilde{u}_z(\omega, r) J_0(\omega pr) r dr. \quad (2.61)$$

Aus den Feldmessungen ist das kontinuierliche Wellenfeld  $\tilde{u}_z(\omega, r)$  nicht bekannt, sondern jeweils nur an den Empfängerpositionen entlang des Profils, deshalb wird Gleichung 2.61 durch

$$G_z(\omega, p) = \omega^2 \sum_{l=1}^N \tilde{u}_z(\omega, r_l) J_0(\omega pr_l) r_l \Delta r_l \quad (2.62)$$

mit

$$\Delta r_l = \frac{1}{2} \begin{cases} r_2 - r_1 & \text{für } l = 1 \\ r_N - r_{N-1} & \text{für } l = N \text{ und} \\ r_{l+1} - r_{l-1} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.63)$$

angenähert.  $N$  bezeichnet die Anzahl von Geophonen entlang des Messprofils. Außerdem wird die Bessel-Funktion

$$J_0 = \frac{H_0^{(1)} + H_0^{(2)}}{2} \quad (2.64)$$

nur mit der Hankel-Funktion  $\frac{H_0^{(2)}}{2}$  genähert, so dass sich für Gleichung 2.62

$$G_z(\omega, p) = \frac{\omega^2}{2} \sum_{l=1}^N \tilde{u}_z(\omega, r_l) H_0^{(2)}(\omega pr_l) r_l \Delta r_l \quad (2.65)$$

ergibt.

### 2.3.2. Schritt 2: Inversion

Das inverse Problem von den gemessenen Daten  $\mathbf{d}$  auf die Modellparameter  $\mathbf{m}$  zu schließen wird mit einem Least-Squares-Verfahren iterativ gelöst. Die Messdaten  $\mathbf{d}$  bestehen hier sowohl aus den Erstankunftszeiten der P-Welle als auch aus den komplexen Fourier-Bessel-Koeffizienten des gemessenen Wellenfeldes. Ziel ist es, die Fehlerfunktion

$$E_n^2 = |\mathbf{W}(\mathbf{d} - \mathbf{s}(\mathbf{m}_n)) - \mathbf{D}\delta\mathbf{m}_n|^2 + \lambda |\mathbf{S}\delta\mathbf{m}_n|^2 \quad (2.66)$$

zu minimieren. Der Vektor  $\mathbf{m}_n$  enthält die Modellparameter zu Beginn der  $n$ -ten Iteration und  $\delta\mathbf{m}_n$  beschreibt seine Variation.  $\mathbf{s}(\mathbf{m}_n)$  ist die auf dem entsprechenden Modell  $\mathbf{m}_n$  basierende Vorhersage. Die Matrix  $\mathbf{D}$  besteht aus den partiellen Ableitungen

$$D_{kl} = \left. \frac{\partial s_k}{\partial m_l} \right|_{\mathbf{m}_n}, \quad (2.67)$$

die in jedem Iterationsschritt neu berechnet werden.  $\mathbf{W}$  enthält Gewichtungsfaktoren und ist im einfachsten Fall eine Diagonalmatrix aus den Kehrwerten der Messungenauigkeiten  $\sigma_k$  der Daten  $d_k$

$$\mathbf{W} = \text{diag} \left( \frac{1}{\sigma_k} \right). \quad (2.68)$$

$\mathbf{S}$  enthält die Dämpfungsterme und kann mit dem Faktor  $\lambda$  skaliert werden (meist gilt jedoch  $\lambda = 1$ ). Im einfachsten Fall ist  $\mathbf{S}$  ebenfalls eine Diagonalmatrix und berechnet sich wie folgt:

$$\mathbf{S} = \text{diag} \left( \frac{1}{r_k} \right). \quad (2.69)$$

$r_k$  begrenzt den Suchbereich der Modellparameter  $m_k$ . In diesem Suchbereich gilt die lineare Näherung:

$$\mathbf{s}(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) \approx \mathbf{s}(\mathbf{m}) + \mathbf{D}\delta\mathbf{m}. \quad (2.70)$$

Aus der Bedingung, dass die Fehlerfunktion minimiert werden soll ( $E_n^2 \stackrel{!}{=} \min$ ), ergibt sich das folgende lineare Gleichungssystem

$$\text{Re}\{(\mathbf{D}^\dagger \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{D}) + \lambda \mathbf{S}^T \mathbf{S}\} \delta\mathbf{m}_n = \text{Re}\{\mathbf{D}^\dagger \mathbf{W}^T \mathbf{W} (\mathbf{d} - \mathbf{s}(\mathbf{m}_n))\}. \quad (2.71)$$

$\text{Re}\{z\}$  bezeichnet den Realteil der komplexen Größe  $z$ .  $\mathbf{D}^\dagger$  ist die hermitesch konjugierte<sup>1</sup> von  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{W}^T$  die Transponierte von  $\mathbf{W}$ . Gleichung 2.71 kann nach  $\delta\mathbf{m}_n$  aufgelöst werden und dann über

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \delta\mathbf{m}_n \quad (2.72)$$

ein Update der Modellparameter durchgeführt werden. Durch die iterative Berechnung von 2.71 und 2.72 wird so eine systematische Verbesserung des Modells erreicht. Die Inversion wird abgebrochen wenn entweder die relative Änderung von  $E^2$  unter einen vorgegebenen Wert fällt oder die Modellparameter unrealistische Werte annehmen.

Als Maß für die Fehlerfunktion dient der Misfit  $\chi^2(\mathbf{m})$ . Er beschreibt die prozentuale Anpassung an die Daten und wird definiert zu:

$$\chi^2(\mathbf{m}) = |\mathbf{W}(\mathbf{d} - \mathbf{s}(\mathbf{m}))|^2. \quad (2.73)$$

<sup>1</sup>hermitesch konjugierte Matrix = komplex konjugierte transponierte Matrix (aus [http://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Hermitian\\_matrix](http://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Hermitian_matrix), Dezember 2014)



## 3. Felddaten

Im Rahmen der Dissertation von Schäfer (2014) wurden in der Nähe von Mammolshain (Hessen) im Taunus die in dieser Arbeit verwendeten Daten erhoben. Ziel der Dissertation war eine Anwendung der elastischen Wellenforminversion auf einen flachseismischen Datensatz, um eine markante 2D-Struktur im Untergrund aufzulösen. Als Messgebiet wurde ein Verwerfungssystem im südlichen Teil des Taunus gewählt. Vom Karlsruher Institut für Technologie in Zusammenarbeit mit der Bauhaus-Universität Weimar wurden jeweils zwei Profile senkrecht und parallel zu der Verwerfung gemessen (Vgl. Abschnitt 3.2). Aus Labormessungen an entnommenen Bodenproben wurde eine erste Abschätzung der Geschwindigkeits- und Dichtewerte des Untergrundes gegeben und mit Hilfe von Laufzeit-Tomographien wurden anschließend die Startmodelle für die Wellenforminversion erstellt. In Schäfer (2014) wurden die beiden Profile senkrecht zur Verwerfung mit der Wellenforminversion ausgewertet. Die Ergebnisse können dort in Kapitel V nachgelesen werden. In dieser Arbeit wurde ein Profil parallel zur Verwerfung betrachtet.

### 3.1. Messgebiet und Geologie

Der Taunus liegt in Hessen und ist Teil des Rheinischen Schiefergebirges, eines der ältesten Mittelgebirge Deutschlands (Müller, 1984). Der Taunus bildet den süd-östlichen Abschluss des Rheinischen Schiefergebirges (Vgl. Abbildung 3.1) und entstand im Mesozoikum. Aufgrund von Verwitterung und Erosion entstanden Verebnungen, die durch linienhafte Erosion der Flüsse in ein feines Mosaik zerschnitten wurden (Müller, 1984). Geologisch wird der Taunus von Norden nach Süden in Vordertaunus, Taunuskamm und Hintertaunus gegliedert. Eine geologische Karte des Taunus befindet sich in Abbildung 3.2. Das schwarze Rechteck markiert das Gebiet bei Mammolshain, in dem die Felddaten erhoben wurden. In Abbildung 3.3 ist dieser Teil der Karte detailliert dargestellt. Der 2D Charakter des Messgebiets ist dort deutlich zu erkennen. Der rot eingefärbte Bereich besteht aus Serizitgneis, wohingegen der grün eingefärbte Bereich aus Kies, Sand und Ton

Material	$v_P$ in m/s	$v_S$ in m/s	$\rho$ in kg/m <sup>3</sup>
unbefestigte Sedimente	550 - 1950	150 - 400	1200 - 2000
Quarzit	1900 - 5300	1500 - 2900	2600 - 2700
Gneis	3000 - 5200	1900 - 3000	2500 - 3100
Schiefer	2400 - 4900	1800 - 3100	2800 - 3000

Tabelle 3.1.: Typische Werte für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der P-Welle ( $v_P$ ) und der S-Welle ( $v_S$ ), sowie für die Dichte ( $\rho$ ) des im Taunus vorhandenen Materials. Aus Schön (1996).

besteht. Das schwarze Quadrat markiert das Messgebiet. In Tabelle 3.1 sind typische Werte für die Wellengeschwindigkeiten  $v_P$  und  $v_S$  sowie die Dichte  $\rho$  des im Taunus vorhandenen Materials aufgelistet.

### 3.2. Akquisitionsgeometrie

Im Rahmen der Datenerhebung wurden insgesamt vier Profile gemessen. Diese sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Die rot gestrichelte Linie markiert die vermutete Verwerfung. Ihr Verlauf wurde im Voraus mit geoelektrischen und seismischen Messungen abgeschätzt und die Ausrichtung der Messprofile daran orientiert. Die vier Profile sind jeweils mit schwarzen Linien gekennzeichnet; zwei Profile parallel zur Verwerfung (Profil 1 und 2) und zwei Profile nahezu senkrecht dazu (Profil 3 und 4). In dieser Arbeit wurde Profil 1 ausgewertet. Es liegt auf der nord-westlichen Seite der Verwerfung, auf der überwiegend Serizitgneis aufzufinden ist. Dieser weist höhere Ausbreitungsgeschwindigkeiten auf als die unbefestigten Sedimentschichten süd-östlich der Verwerfung (Vgl. Tabelle 3.1).

Die Gesamtlänge des Profils beträgt 108 m. Als Quelle für die Messungen diente ein Vorschlaghammer, mit dem wiederholt auf eine am Boden liegende Metallplatte geschlagen wurde (Hammerschlagseismik). Es wurden an insgesamt 10 unterschiedlichen Quellpositionen jeweils 10 Hammerschlag-Messungen durchgeführt und für jeden Schusspunkt direkt im Feld gestapelt. Dies dient der Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses der Daten. Die erste und letzte Quellposition bildet jeweils den Abschluss der Messgeräte. Dazwischen sind die Quellpositionen in regelmäßigen Abständen verteilt. In Tabelle 3.2 sind die Profilkordinaten aller Schüsse aufgelistet. Zwischen Schuss 08 und Schuss 09 ist der Abstand größer als zwischen den restlichen Quellpositionen, da dort eine Fahrspur mit Vertiefung das Messprofil kreuzt, und sich somit nicht für die Hammerschläge eignet. Als Empfänger wurden insgesamt 50 3-Komponenten-Geophone (Eigenfrequenz 4,5 Hz) in einem Abstand von 1,5 m entlang des Profils gesteckt. Das erste Geophon befindet sich bei Profilmeter 16 und das letzte bei 89,5 m.

In Abbildung 3.5 ist die Akquisitionsgeometrie des Profils graphisch dargestellt. Insgesamt erhält man mit dieser Anordnung von Quellen und Empfängern einen Hin- und einen Rückschuss (Schuss 02 bzw. Schuss 09) und zusätzlich einen Hin- und Rückschuss mit größeren Offsets (Schuss 01 und Schuss 10). Die Schüsse 03 bis 08 liegen in der Mitte des Profils

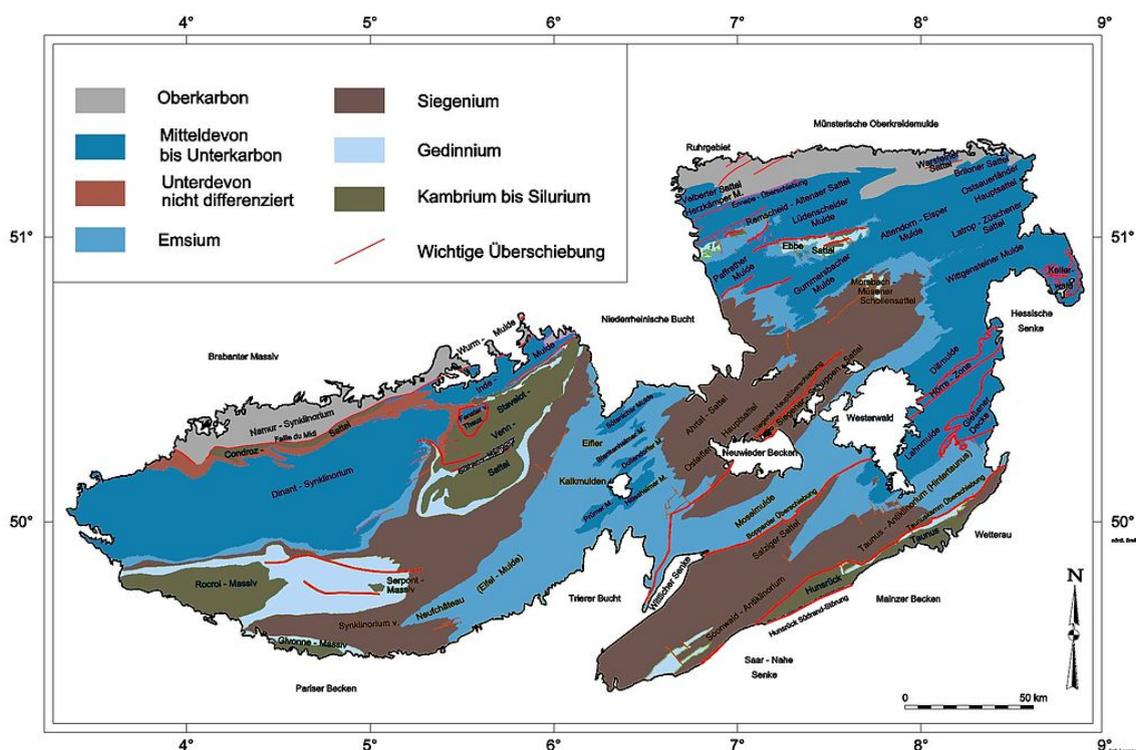


Abbildung 3.1.: Geologische Karte des Rheinischen Schiefergebirges. Der Taunus bildet dessen süd-östlichen Abschluss. Quelle: Jo Weber, Geologische Karte des Rheinischen Schiefergebirges, URL: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geologische\\_Karte\\_des\\_Rheinischen\\_Schiefergebirges.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geologische_Karte_des_Rheinischen_Schiefergebirges.jpg), Dezember 2014.

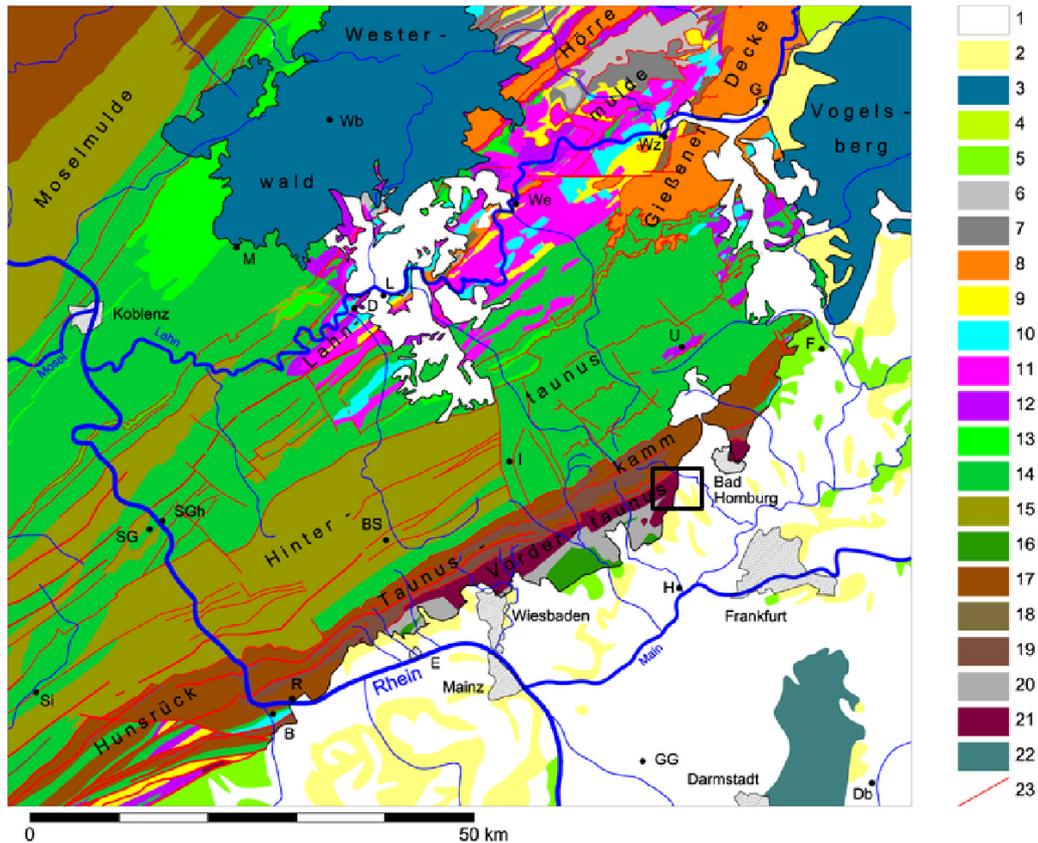


Abbildung 3.2.: Geologische Karte des Taunus. Das Messgebiet bei Mammolshain befindet sich innerhalb des schwarzen Rechteckes. 1: Quartät, 2: Tertiär, 3: Tertiär, Vulkanite, 4: Trias, Buntsandstein, 5: Perm, Rotliegendes, 6: Unterkarbon, 7: Unterkarbon, 8: Oberdevon - Unterkarbon, 9: Oberdevon, 10: Mitteldevon - Oberdevon, Givet - Frasn, 11: Mittelfdevon, Givet 12: Mitteldevon, 13: Unterdevon, Ems, 14: Unterdevon, Ems, 15: Unterdevon, Siegen - Ems, 16: Unterdevon, Siegen - Ems, 17: Unterdevon, Siegen, 18: Unterdevon, ungliedert, 19: Unterdevon, Gedinne, 20: Silur, 21: Ordovizium, 22: Kristallin des Odenwaldes, 23: Störungen. Quelle: Jo Weber, Geologische Karte des Taunus, URL: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geologische\\_Karte\\_Taunus.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geologische_Karte_Taunus.png), Dezember 2014.

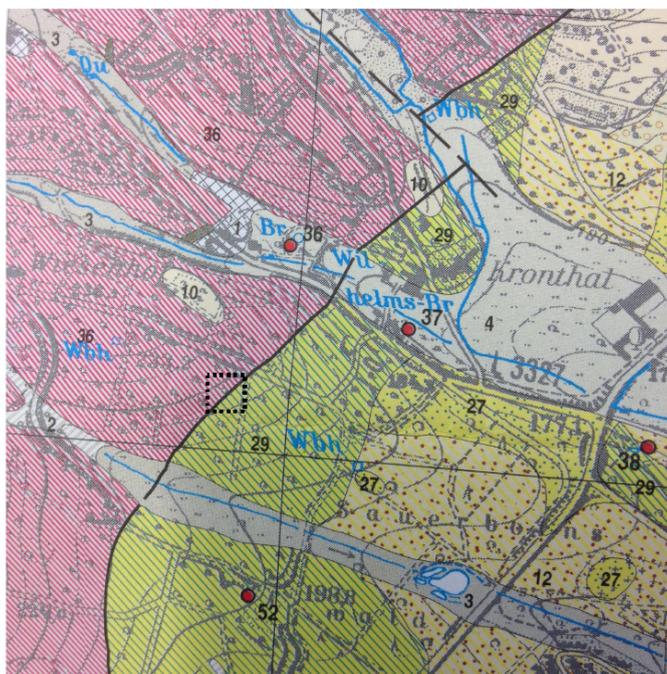


Abbildung 3.3.: Ausschnitt aus der geologischen Karte von Hessen, Maßstab 1:25000. Der rot eingefärbte Bereich besteht aus Serizitgneis und der grün eingefärbte Bereich aus Kies, Sand und Ton. Das schwarze Quadrat markiert das Messgebiet bei Mammolshain. Aus Schäfer (2014).

und es befinden sich auf beiden Seiten der Quellposition Geophone.

### 3.3. 1D Charakter des Untergrundes

In Abbildung 3.6 ist die Vertikalkomponente des Hin- und Rückschusses (entspricht Schuss 02 und Schuss 09 aus Tabelle 3.2) dargestellt. Die Quellen befinden sich jeweils 1,5 m vom ersten bzw. letzten Geophon entfernt. In rot ist der Hinschuss dargestellt und in schwarz der Rückschuss. Es ist zu erkennen, dass sich die Wellenzüge beider Schüsse in großen Teilen des Seismogramms gut decken. Die Erstausschläge der Offset-gleichen Spuren treten mit nur kleinen Abweichungen zeitgleich auf. Das bedeutet, dass die direkten und refraktierten Wellen bei gleichem Quell-Empfänger-Abstand den gleichen Weg zurücklegen, auch wenn sich die Quellen an unterschiedlichen Positionen entlang des Profils befinden. Es kann also davon ausgegangen werden, dass sich die Schichtgrenzen über das gesamte Profil in gleicher Tiefe befinden und somit die Annahme getroffen werden, dass der Untergrund unterhalb des ausgelegten Profils lateral homogen ist. Zum Vergleich wird in Abbildung 3.7 Schuss 06, bei dem sich die Quelle in der Nähe der Profilmittle (Profilkoordinate 54 m) befindet, dargestellt. Sie befindet sich bei Profilkoordinate 55,75 m. Die Spuren 1 bis 27 sind in schwarz dargestellt und die Spuren 28 bis 50 in rot, sodass Spuren mit gleichem Offset jeweils übereinander liegen. Auch in dieser Seismogrammsektion ist zu erkennen, dass die

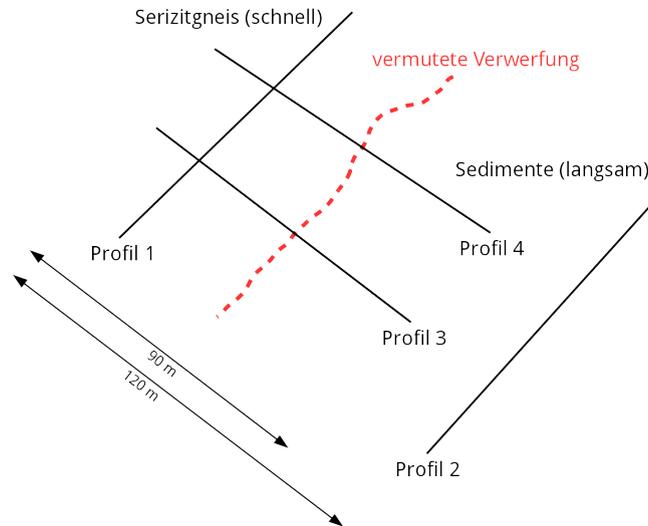


Abbildung 3.4.: Darstellung der Messprofile 1 bis 4. Die rot gestrichelte Linie stellt die vermutete Verwerfung im Messgebiet dar. In dieser Arbeit wurde Profil 1, auf der nord-westlichen Seite parallel zur Verwerfung betrachtet. Dort besteht der Untergrund aus Serizitgneis, der höhere Ausbreitungsgeschwindigkeiten als die Sedimentschichten auf der süd-östlichen Seite aufweist. Nach Schäfer (2014).

Schussbezeichnung	Profilkoordinate in m
Schuss 01	6
Schuss 02	14,5
Schuss 03	24,25
Schuss 04	34,25
Schuss 05	45,25
Schuss 06	55,75
Schuss 07	64,75
Schuss 08	75,25
Schuss 09	91
Schuss 10	102

Tabelle 3.2.: Profilkoordinaten der 10 Schüsse entlang Profil 1. Schuss 02 und Schuss 09 entsprechen dem Hin- bzw. Rückschuss. Von Profilkoordinate 16 m bis 89,5 m sind die 50 Geophone in einem Abstand von 1,5 m gesteckt.



Abbildung 3.5.: Akquisitionsgeometrie entlang Profil 1. Die roten Sterne stellen die Quellen dar und die schwarzen Dreiecke die Geophone.

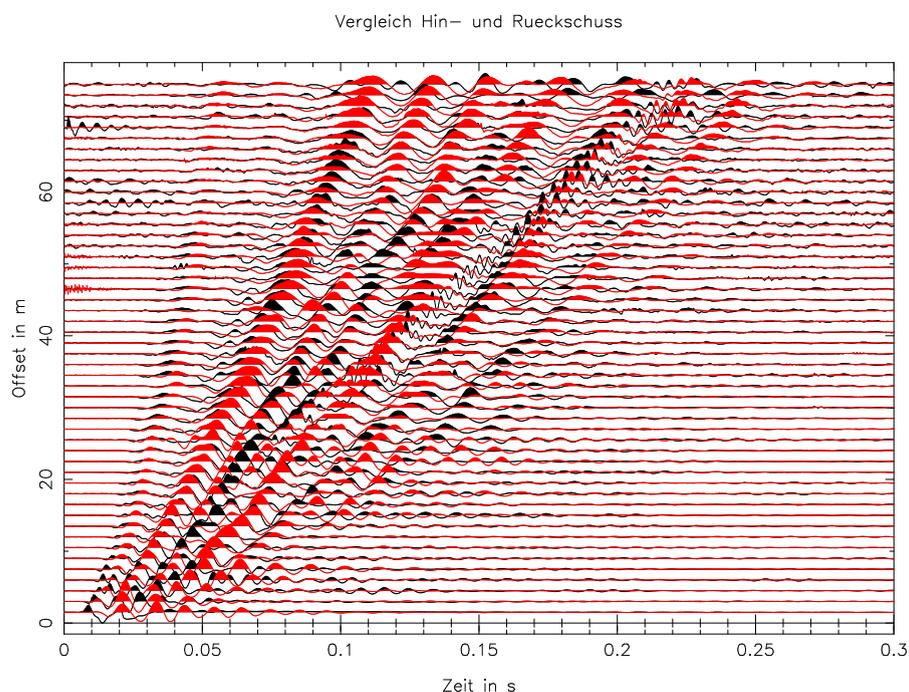


Abbildung 3.6.: Seismogramm der Vertikalkomponente des Hin- und Rückschusses auf Profil 1. Die Quellpositionen befinden sich bei Profilkordinate 14,5 m und 91 m. Der Hinschuss ist in schwarz dargestellt und der Rückschuss in rot. Die beiden Wellenfelder decken sich in weiten Teilen gut. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert.

Wellenfelder in beide Richtungen der Quelle gut übereinstimmen und die Erstausschläge etwa zeitgleich auftreten. Dies bestätigt die Annahme von oben, dass ein 1D-Medium vorliegt und sich die Modellparameter nur mit der Tiefe ändern.

Abbildung 3.8 zeigt das  $f,p$ -Spektrum von Schuss 09. Der schraffierte Bereich zeigt die frequenzabhängige theoretische Unschärfe  $\Delta p$ , die von der Auslagenlänge bestimmt wird. Es ist zu erkennen, dass sie zu tiefen Frequenzen deutlich größer wird. In der Dispersion der niedrigen Frequenzen sind jedoch die Informationen über die tieferen Schichten enthalten, das heißt, dass die Auslagenlänge die Erkundungstiefe einschränkt. Profillängen von bis zu 100 m ermöglichen eine Untersuchung des Untergrundes bei Oberflächenwellen bis zu Tiefen von etwa 10 m bis 20 m (Stelzer, 2010).

Im Spektrum ist die Grundmode deutlich zu erkennen. Sie wird von 10 Hz bis knapp 50 Hz angeregt und weist Langsamkeiten von etwa 1-2,5 s/km auf. Ab 40 Hz lässt sich noch eine zweite Mode erkennen. Sie weist geringere Langsamkeiten von etwa 1-1,5 s/km auf. Die Grundmode breitet sich also mit geringerer Geschwindigkeit aus und bildet somit den zeitlich letzten Wellenzug im Seismogramm.

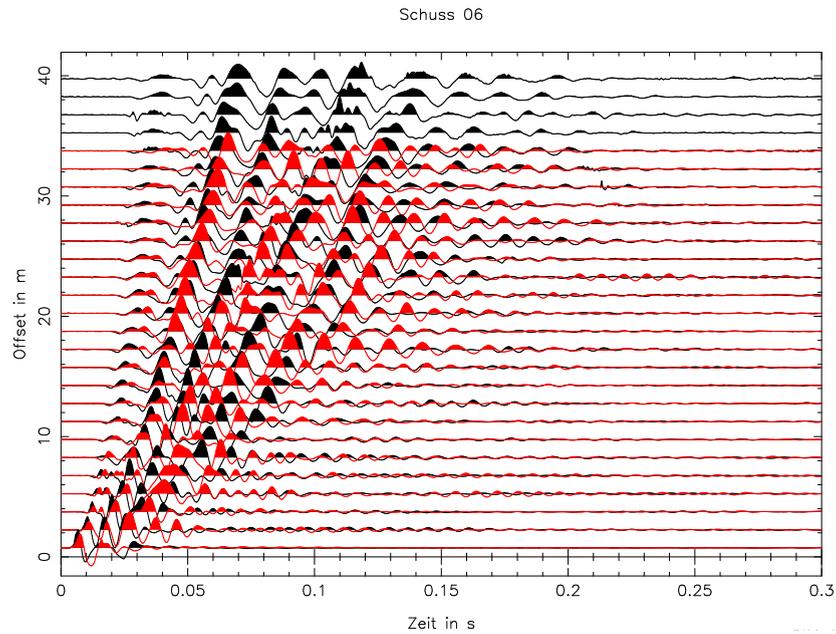


Abbildung 3.7.: Seismogramm der Vertikalkomponente von Schuss 06 auf Profil 1. Die Quellposition befindet sich bei Profilkoordinate 55,75 m. Die Spuren 1 bis 27 sind in schwarz dargestellt und die Spuren 28 bis 50 in rot, sodass die Signale mit gleichem Offset übereinander liegen. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert.

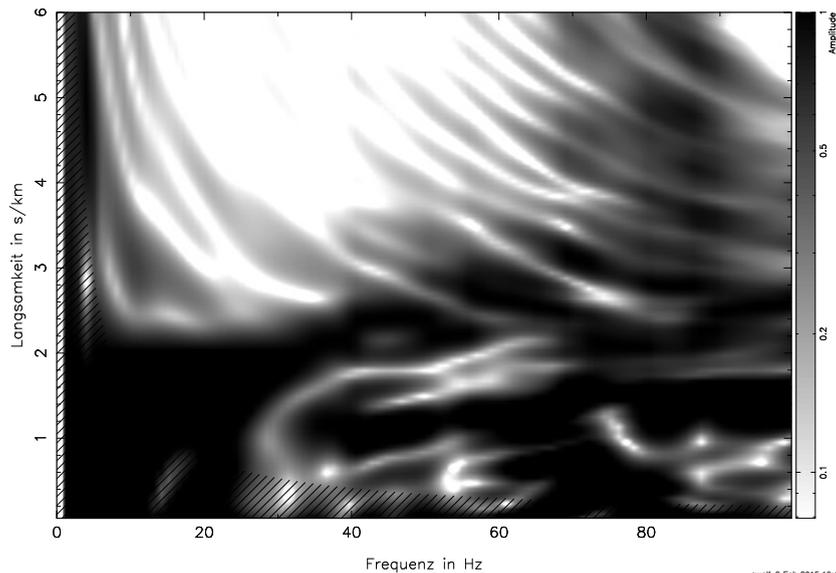


Abbildung 3.8.:  $f,p$ -Spektrum des Rückschusses (Schuss 09, Profilkoordinate 91 m). Der schraffierte Bereich markiert die frequenzabhängige theoretische Unschärfe  $\Delta p$ , die von der Auslagenlänge bestimmt wird.

## 4. Erstellen eines Startmodells

Um das Startmodell mit der in Kapitel 2.3 beschriebenen Methode zur Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren erstellen zu können, muss zunächst geprüft werden, ob die Bedingungen dafür erfüllt sind. Die beiden Bedingungen lauten:

1. Zylindersymmetrie der Quellen und
2. es muss sich um ein 1D-Medium handeln.

Die erste Bedingung ist mit dem Vorschlaghammer als Quelle näherungsweise erfüllt. Der Impuls auf die am Boden liegende Metallplatte erfolgt in vertikale Richtung. Von dort breitet sich die angeregte Welle in alle Richtungen gleichmäßig um den Aufschlagpunkt aus. Die zweite Bedingung kann in der Natur nicht vollständig erfüllt werden. In Abschnitt 3.3 wurde jedoch gezeigt, dass der Untergrund im Messgebiet den 1D-Charakter näherungsweise erfüllt.

Die Besseltransformation zur Berechnung des f,p-Spektrums gemäß Abschnitt 2.3.1 wurde mit dem Programm `greda` durchgeführt. Dabei wird die maximale Langsamkeit, für die die Fourier-Bessel-Koeffizienten berechnet werden sollen, auf 8 s/km gesetzt und der Frequenzbereich von 0-100 Hz eingestellt. Die Darstellung des f,p-Spektrums erfolgt mit `greqg`. Das f,p-Spektrum für den Rückschuss befindet sich in Abbildung 3.8. Die Grundmode ist im Bereich von 10-50 Hz deutlich zu erkennen. Eine höhere Mode wird ab etwa 40 Hz angeregt. Bei der Inversion zum Ermitteln des Startmodells sollen nun diese beiden Moden sowie die gepickten Ersteinsätze der Daten iterativ angepasst werden.

### 4.1. Vorbereitung der Inversion

Für jeden iterativen Lösungsansatz müssen Startwerte der Modellparameter festgelegt werden, von denen die Suche ausgeht. Die Modellparameter, nach denen in `gremlin` invertiert wird, sind die beiden Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $v_P$  und  $v_S$ , sowie die Koeffizienten

den f,p-Spektrums. Die Werte für die Dichte  $\rho$  und die Gütefaktoren  $Q_P$  und  $Q_S$  (Amplitudenabnahme pro Wellenlänge innerhalb einer Schicht) werden während der Inversion konstant gehalten.

Das Startmodell für die Inversion wurde nach dem refraktionsseismischen Auswertungsprinzip erstellt. Dafür enthält `refractx` eine Funktion, mit der schnell einfache Schichtmodelle aus den Seismogrammen abgeleitet werden können. Dazu werden Geraden entlang der Ersteinsätze im Seismogramm eingezeichnet. `refractx` ermittelt dann direkt die Geschwindigkeiten und Mächtigkeiten der zu den Geradenabschnitten gehörigen Schichten. Die Werte müssen dann als diskretes Modell gespeichert werden und können anschließend als Startmodell für die Inversion in `gremlin` verwendet werden. Auf diese Weise wurden Schichtmodelle für den Hin- und den Rückschuss ermittelt. Die beiden Modelle weisen nur kleine Abweichungen voneinander auf. Bei den Geschwindigkeitswerten lagen die Unterschiede im Bereich von  $\pm 100$  m/s und die Abweichungen in den Schichttiefen und Schichtmächtigkeiten bei etwa  $\pm 1$  m. Dies bestätigt die in Abschnitt 3.3 getroffene Annahme eines 1D Mediums.

In Tabelle 4.1 ist das Startmodell aus den Rückschussdaten aufgelistet. Es setzt sich zusammen aus zwei homogenen Schichten mit 2,7 m und 9,7 m Mächtigkeit, die über einem homogenen Halbraum liegen. Die Ersteinsätze im Seismogramm werden von den Kompressionswellen erzeugt, deshalb kann mit den Geraden nur  $v_P$  ermittelt werden.  $v_S$  wird über die Beziehung  $v_P = \sqrt{3}v_S$  abgeschätzt. Für  $\rho$ ,  $Q_P$  und  $Q_S$  werden nur zwei homogene Bereiche festgelegt. Also eine Schicht über einem Halbraum, wobei der Übergang in den Halbraum in gleicher Tiefe liegt wie die zweite Schichtgrenze in den Geschwindigkeitsmodellen. Für die Schicht wird eine Dichte von  $1,7 \text{ g/cm}^3$  und Gütefaktoren von  $Q_P = Q_S = 8$  gewählt. Im Halbraum  $2,0 \text{ g/cm}^3$  für die Dichte und 10 für die Gütefaktoren. Die Abschätzung dieser Werte resultiert aus den Laboruntersuchungen entnommener Proben aus dem Messgebiet (Schäfer, 2014). Der Q-Wert wird etwas geringer gewählt, sodass die Amplituden im f,p-Spektrum nicht so groß werden, was zu besserer Stabilität der Inversion führt (Forbriger, 2003b).

Nachdem nun ein Startmodell für die Inversion gefunden wurden, müssen noch die Ersteinsätze im Seismogramm gepickt werden. Denn neben den Koeffizienten des f,p-Spektrums werden bei der Inversion auch die Ersteinsätze der Messdaten angepasst. Die Ersteinsätze wurden für alle 50 Spuren der Vertikalkomponenten in den für den Rückschuss aufgezeichneten Seismogrammen mithilfe von `refractx` gepickt und gespeichert.

Tiefe $z$ in m	$v_P$ in m/s	$v_S = \frac{v_P}{\sqrt{3}}$ in m/s
0	620	360
2,7	1500	870
12,4	2430	1400

Tabelle 4.1.: Startmodell für die Inversion des Wellenfeldspektrums der Rückschussdaten. Die Werte für  $v_P$  und die Schichttiefen  $z$  wurden mit `refractx` ermittelt.  $v_S$  wird über die Beziehung  $v_P = \sqrt{3}v_S$  genähert.

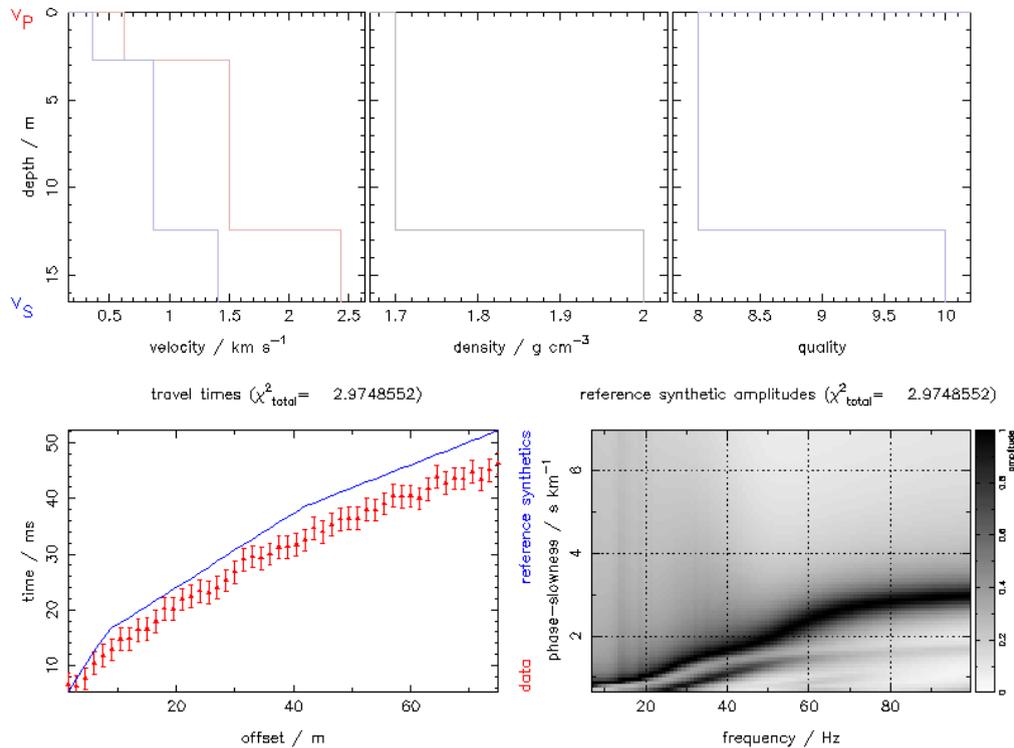


Abbildung 4.1.: Kontrollfenster in *gremlin* am Beispiel des Startmodells zur Inversion der Rückschussdaten. Oben links ist der Verlauf der Geschwindigkeiten  $v_P$  (rot) und  $v_S$  (blau) mit der Tiefe aufgetragen, in der Mitte die Werte für die Dichte  $\rho$  und rechts die Gütefaktoren  $Q_P$  und  $Q_S$ . Unten links werden in rot die gepickten Ersteinsätze der Messdaten mit ihrem Ablesefehler aufgetragen, sowie die aus dem obigen Modell berechneten synthetischen Daten. Unten rechts wird das synthetische f,p-Spektrum aus dem Modell dargestellt. Über den beiden unteren Fenstern wird der Misfit  $\chi^2$  angezeigt, der zwischen den synthetischen und gemessenen Daten mit dem aktuellen Modell vorliegt.

## 4.2. Inversion mit *gremlin*

Die Inversion des Wellenfeldspektrums wurde mit *gremlin* durchgeführt. In Abbildung 4.1 ist das Kontrollfenster am Beispiel des Startmodells aus Tabelle 4.1 dargestellt, das einem Auskunft über das aktuelle Modell und dessen Anpassung an die Messdaten gibt. In der oberen Reihe befinden sich die Informationen über das aktuelle Modell und in der unteren Reihe die daraus berechneten synthetischen Daten mit dem zugehörigen Misfit  $\chi^2$ , also der prozentualen Abweichung zu den gemessenen Daten. Es ist direkt zu erkennen, dass das synthetische Modell noch sehr stark von den beobachteten Daten, also den gepickten Ersteinsätzen, abweicht. Dies liegt daran, dass die Ermittlung der Schichtgeschwindigkeiten und Schichtmächtigkeiten aus den Geraden im Seismogramm sehr ungenau ist. Sie sollte nur einer ersten Abschätzung der Wertebereiche dienen.

Nun erfolgt die Inversion, um eine bessere Anpassung an die Daten zu erhalten. Zunächst muss in `gremlin` festgelegt werden, welche Parameter zur Inversion freigegeben werden. Hier werden die Tiefenlage, sowie  $v_P$  und  $v_S$  freigegeben und  $\rho$ ,  $Q_P$  und  $Q_S$  konstant gehalten, da sie durch die Daten schlecht erklärt werden können. Weiterhin muss entschieden werden, wie die Parameter der Inversion gewichtet werden. Es besteht die Möglichkeit nur nach den Ersteinsätzen bzw. nur den Koeffizienten des f,p-Spektrums zu invertieren oder nach beiden zu gleichen Anteilen. Gewählt wird letzteres. Im nächsten Schritt kann nun das eingeleseene Startmodell händisch geändert werden, das heißt die Anzahl an Schichten, ihre Tiefenlage, sowie die einzelnen Werte für die Geschwindigkeit, Dichte und Gütefaktoren können variiert werden. Als letztes muss getestet werden, ob die Inversion stabil ist. Dabei wird geprüft, ob die Linearisierung in Gleichung 2.70 eine gute Näherung darstellt. Ist dies der Fall, kann die iterative Inversion durch `gremlin` gestartet werden. Dazu werden zwei Abbruchkriterien angegeben. Zum einen die maximale Anzahl an Iterationen, die von `gremlin` durchgeführt werden sollen, und zum anderen ein minimaler Misfit-Wert, bei dessen Unterschreitung die Inversion ebenfalls abgebrochen wird. Falls die Linearisierung keine gute Näherung darstellt, müssen die Parameter verändert werden und die Stabilität erneut geprüft werden. Wurde ein geeignetes Modell gefunden, kann es gespeichert werden. Das manuelle Eingreifen in die Inversion ist häufig notwendig, da die Fehlerfunktion  $E^2$  viele Nebenminima besitzt, in denen man nicht landen möchte. Der Eingriff ist vor allem nötig, wenn schon vor der Inversion ersichtlich ist, dass das Startmodell stark von den Daten abweicht, sowie das bei dem in Abschnitt 4.1 ermittelten Startmodell der Fall ist (Vgl. Abbildung 4.1). Es ist sinnvoll, das Modell so lange von Hand zu ändern, bis man eine gute graphische Anpassung an die Messdaten erreicht hat. Der gesamte Ablauf in `gremlin` kann ausgehend von unterschiedlichen Modellen so oft wiederholt werden, bis eine zufriedenstellende Anpassung an die Daten gefunden wurde.

Das oben beschriebene Verfahren wurde mehrfach durchgeführt, wobei die folgenden Modifikationen zum Startmodell vorgenommen wurden. Zunächst wurden die homogenen Schichten mit einem Gradienten versehen, sodass die Geschwindigkeitswerte mit der Tiefe zunehmen. Die Stärke der Gradienten wurden zur Inversion freigegeben. Da in Abbildung 4.1 unten links deutlich wird, dass die Geschwindigkeiten beim Startmodell zu hoch sind, wurden diese sowohl für  $v_P$  als auch für  $v_S$  verringert. Die Werte waren dabei nicht mehr an die  $v_P = \sqrt{3}v_S$  Näherung gebunden, es wurde jedoch darauf geachtet, dass  $v_P > v_S$  gilt.

In Abbildung 4.2 ist das Ergebnismodell mit einem Misfit von 0,174 dargestellt. Die Ersteinsatzzeiten aus dem Seismogramm werden sehr gut angepasst. Die synthetischen Daten befinden sich stets innerhalb der angegebenen Ungenauigkeit des Pickens. Auch das f,p-Spektrum wird mit dem Modell gut erklärt. Die Grundmode ist deutlich zu erkennen, weist jedoch für hohe Frequenzen etwas niedrigere Langsamkeitswerte auf (Vgl. Abbildung 3.8). Die Werte der zweiten Mode passen gut zu denen aus Abbildung 3.8, allerdings wird sie erst bei höheren Frequenzen angeregt.

Das Ergebnismodell besteht weiterhin aus drei Schichten. Die Mächtigkeit der obersten

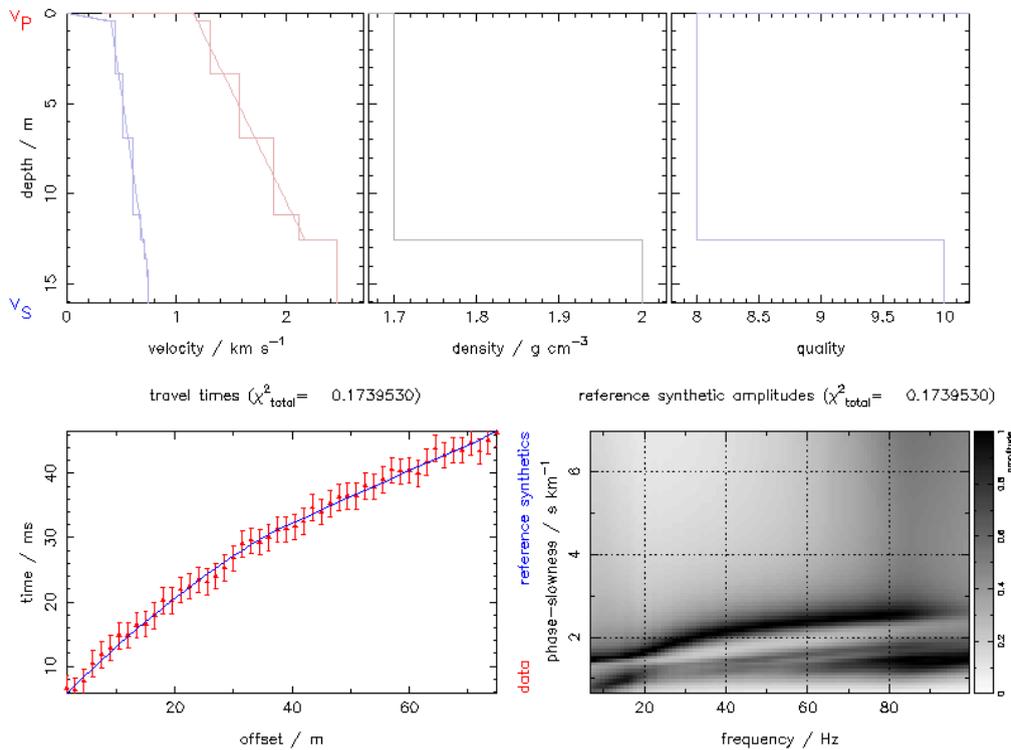


Abbildung 4.2.: gremlin-Ergebnismodell für die Rückschussdaten. Der Misfit beträgt 0,174.

Tiefe $z$ in m	$v_P$ in m/s	$\frac{\partial v_P}{\partial z}$ in 1/s	$v_S$ in m/s	$\frac{\partial v_S}{\partial z}$ in 1/s	$\rho$ in g/cm <sup>3</sup>	$Q_P$	$Q_S$
0,0	1170	$0,7 \cdot 10^{-1}$	210	0,9	1,7	8	8
0,5	1680	$0,8 \cdot 10^{-1}$	550	$0,2 \cdot 10^{-1}$	1,7	8	8
12,5	2460	0	700	$0,2 \cdot 10^{-1}$	2,0	10	10

Tabelle 4.2.: Parameterwerte für das gremlin-Ergebnismodell.

Schicht wurde auf 0,5 m verringert und weist für  $v_S$  einen stärkeren Geschwindigkeitsgradienten auf als die darunter liegende Schicht mit einer Mächtigkeit von 12 m. Der Geschwindigkeitsgradient für  $v_P$  bleibt beim Übergang in die zweite Schicht nahezu unverändert. Die oberste Schicht entspricht dem Mutterboden im Messgebiet und ist nicht so stark verdichtet wie die darauffolgende Schicht. In 12,5 m Tiefe beginnt die dritte Schicht des Ergebnismodells. Während  $v_P$  in einen homogenen Halbraum übergeht, wird für  $v_S$  der Geschwindigkeitsgradient fortgeführt. Im homogenen Halbraum beträgt  $v_P$  2460 m/s. Der Beginn der dritten Schicht wird als Grundwasserspiegel interpretiert. Die Parameterwerte des Ergebnismodells sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

Mit dem Programm `mocox` wurde abschließend das Modell aus der Ausgabedatei von `gremlin` in ein Polynom-Modell konvertiert, da dies zur Modell-Übergabe in `DENISE` nötig ist.



## 5. Wellenforminversion der Felddaten

Nachdem in Kapitel 4 ein Startmodell gefunden wurde, kann damit nun die 2D elastische Wellenforminversion mit DENISE durchgeführt werden. Zuerst werden die Schritte der Datenverarbeitung, die zur Vorbereitung der Felddaten nötig sind, in Abschnitt 5.1 erläutert. Danach erfolgt die Inversion des unbekanntes Quellsignals der Hammerschläge (Abschnitt 5.2) und die Vorwärtsmodellierung zur Bewertung des Startmodells (Abschnitt 5.3). In Abschnitt 5.5 werden die Ergebnisse der Inversion vorgestellt und interpretiert.

### 5.1. Datenverarbeitung

Zur Anwendung der 2D elastischen Wellenforminversion auf Felddaten sind die folgenden drei Schritte zur Datenverarbeitung nötig.

1. Anbringen eines Tapers, um sicherzustellen, dass die Spuren vor dem Ersteinsatz der P-Welle und nach der Grundmode der Rayleighwelle auf 0 gesetzt sind.
2. Frequenzfiltern der Daten mit einem 5 Hz Butterworth Hochpassfilter 4. Ordnung, um tieffrequentes Rauschen zu unterdrücken.
3. 3D/2D-Transformation der Daten.

#### 5.1.1. Tapern und Frequenzfilterung

Im ersten Schritt der Datenverarbeitung wird ein Taper auf die Seismogramme der 10 Schüsse angebracht. Das heißt, dass die Spuren vor dem Ersteinsatz der P-Welle und hinter der Grundmode der Rayleighwelle auf 0 gesetzt werden, sodass kein Rauschen mehr auf den Spuren enthalten ist. Innerhalb der Grenzen des Tapers bleibt das Signal unverändert. Im zweiten Schritt werden die Daten frequenzgefiltert. Da die Geophone eine Eigenfrequenz von 4,5 Hz aufweisen und somit kein Nutzsignal mit darunterliegenden Frequenzen im Seismogramm erzeugt werden kann, wird ein 5 Hz Butterworth Hochpassfilter 4. Ordnung verwendet. So kann das tieffrequente Rauschen aus den Seismogrammen entfernt

werden.

Um bei der Inversion des Quellsignals (Abschnitt 5.2) akausale Anteile erkennen zu können, werden außerdem alle Spuren um 0,1 s nach hinten verschoben. Im Feld betrug die Aufzeichnungsdauer 1 s. Da die Gesamtaufzeichnungsdauer in DENISE die Rechenzeit erheblich beeinflusst und die Länge des Nutzsignals nur 0,3 s beträgt, werden außerdem alle Spuren auf insgesamt 0,5 s gekürzt (inklusive der vorangestellten 0,1 s).

### 5.1.2. 3D/2D-Transformation

Die in Kapitel 3 vorgestellten Felddaten wurden näherungsweise mit Punktquellen erhoben (Hammerschläge auf Metallplatte). Wellenfelder, die durch Punktquellen erzeugt wurden, breiten sich dreidimensional aus. Die Inversion mit DENISE erfolgt jedoch in einem 2D kartesischen Koordinatensystem, da sich die 3D Wellenforminversion wegen dem enormen Rechenaufwand momentan noch schwierig gestaltet (Butzer et al., 2013). Deshalb werden die Messdaten im dritten Schritt der Datenverarbeitung nach der in Forbriger et al. (2014) vorgestellten Methode 3D/2D-transformiert.

Für lateral homogene Medien ist die Transformation durch Integration exakt. Im Ursprung des Koordinatensystems befindet sich eine zylindersymmetrische Punktquelle und das Empfängerprofil zeigt horizontal entlang der  $y$ -Achse (Vgl. Abbildung 5.1). Die Fourier-Transformierte der Vertikalkomponente  $\tilde{u}_p$  des Wellenfeldes am Offset  $r$  wird mit einer Fourier-Bessel-Erweiterung berechnet:

$$\tilde{u}_P(r, \omega) = \int_0^\infty G(\omega, p) J_0(\omega pr) \omega^2 p dp. \quad (5.1)$$

$G$  bezeichnen die Erweiterungskoeffizienten,  $p$  die Langsamkeit,  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $r$  entspricht der Entfernung zwischen Quelle und Empfänger und  $J_0$  sind Besselfunktionen 0. Ordnung. Für eine Linienquelle, die entlang der  $x$ -Achse verläuft (Vgl. Abbildung 5.2), kann das Wellenfeld im Abstand  $y$  zur Linienquelle als Superposition unendlich vieler Punktquellen entlang der Linienquelle ausgedrückt werden. Für den Quell-Empfänger-Abstand ergibt sich

$$r_L = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.2)$$

und man erhält die Fourier-Koeffizienten eines Seismogramms  $\tilde{u}_L(y, \omega)$ , das von einer Linienquelle entlang der  $x$ -Achse erzeugt wurde:

$$\tilde{u}_L(y, \omega) = \int_{-\infty}^\infty \tilde{u}_P(\sqrt{x^2 + y^2}, \omega) \frac{dx}{[x]}. \quad (5.3)$$

Entspricht  $[x]$  der Längeneinheit (meist  $[x] = 1$  m), weist das Ergebnis die richtige Amplitude und physikalische Einheit auf. Um nun die Seismogramme zur Linienquelle zu erhalten, muss Gleichung 5.1 in Gleichung 5.3 eingesetzt werden und man erhält

$$\tilde{u}_L(y, \omega) = 2 \int_0^\infty G(\omega, p) \cos(\omega py) \omega dp. \quad (5.4)$$

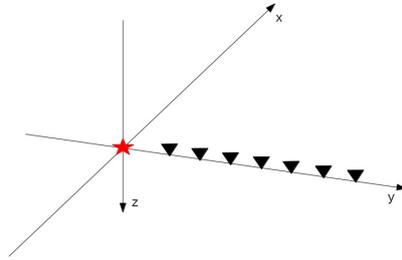


Abbildung 5.1.: Darstellung einer Punktquelle. Der rote Stern bezeichnet eine Punktquelle im Ursprung des Koordinatensystems, die schwarzen Dreiecke stellen das Empfängerprofil entlang der  $y$ -Achse dar. Die Entfernung zwischen Quelle und Empfänger beträgt  $r = y_R$ .

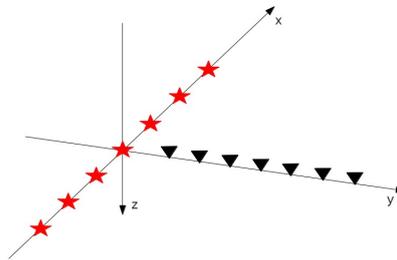


Abbildung 5.2.: Darstellung einer Linienquelle. Die roten Sterne stellen eine Linienquelle in Form von unendlich vielen Punktquellen entlang der  $x$ -Achse dar ( $y = z = 0$ ). Senkrecht zur Linienquelle befindet sich das Empfängerprofil entlang der  $y$ -Achse (schwarze Dreiecke). Die Entfernung zwischen Quelle an der Position  $x_S$  und Empfänger an der Position  $y_R$  beträgt  $r_L = \sqrt{x_S^2 + y_R^2}$ .

Zur Berechnung von Gleichung 5.4 müssen zunächst die Erweiterungskoeffizienten aus den Seismogrammen der Punktquelle (Gleichung 5.1) über

$$G(\omega, p) = \int_0^\infty \tilde{u}_P(r, \omega) J_0(\omega pr) r dr \quad (5.5)$$

ermittelt werden.

In Abbildung 5.3 sind in schwarz die Rückschussdaten vor der 3D/2D-Transformation dargestellt und in rot die gleichen Seismogramme nach der Transformation. Es ist zu erkennen, dass die Wellenzüge nach der Transformation etwas später an den Empfängern ankommen. Dies ist über den vermeintlich längeren Abstand zwischen Quelle und Empfänger, der durch die Linienquelle senkrecht zum Messprofil entsteht, zu erklären.

### 5.1.3. Bestimmen des Q-Wertes

Die Dämpfung spielt bei der Inversion von Rayleighwellen eine wichtige Rolle (Groos et al., 2014). In unbefestigten Sedimenten werden die Wellen aufgrund der geringen Kompaktheit

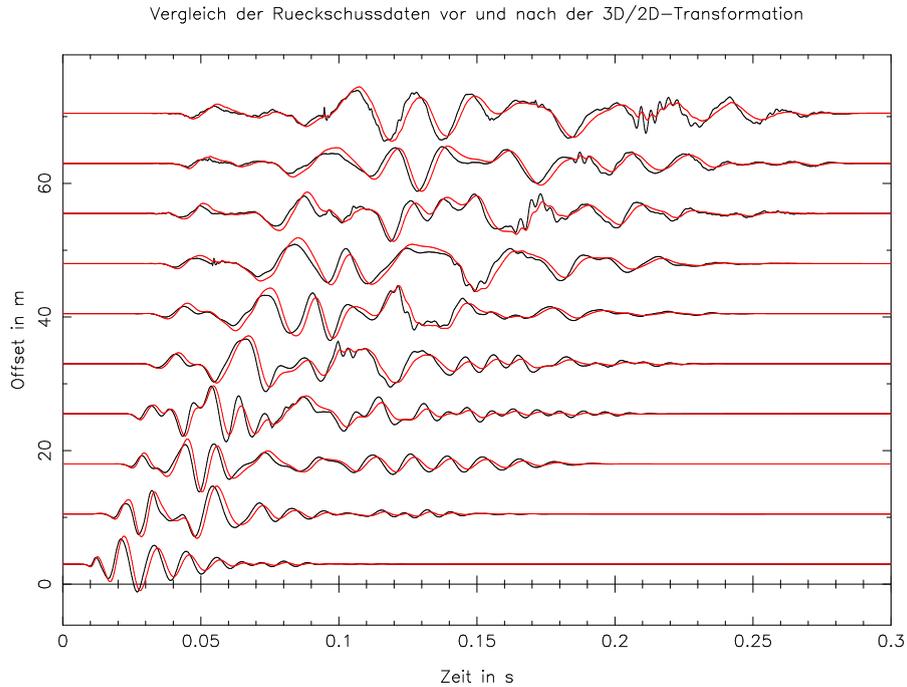


Abbildung 5.3.: Vergleich der Ruckschussdaten vor und nach der 3D/2D-Transformation. In schwarz sind die Daten vor der Transformation dargestellt und in rot die Daten nach der Transformation. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede 5. Spur dargestellt.

am stärksten gedämpft. In dieser Arbeit wird  $Q = Q_P = Q_S$  im Voraus nach der Methode von Blanch et al. (1995) angenähert und während der Inversion konstant gehalten. Bei dieser Methode wird versucht über Relaxationsfrequenzen und einen Faktor  $\tau$  ein für den relevanten Frequenzbereich konstantes  $Q$  zu modellieren. Bei konstantem  $Q$  gilt  $\tau = 1$ . Da der Korrekturfilter bei der Inversion der Quellfunktion wie ein Tiefpassfilter wirkt, wird ein tendenziell zu hoher Wert von 20 für  $Q$  gewählt (Groos et al., 2014). Dieser wird mit den drei Relaxationsfrequenzen  $f_1 = 1,5$  Hz,  $f_2 = 15,94$  Hz,  $f_3 = 111,7$  Hz und  $\tau = 0,083$  angenähert. Die Frequenzabhängigkeit für  $Q$  ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Für den in dieser Arbeit relevanten Frequenzbereich von 5-50 Hz betragen die Abweichungen etwa  $\pm 1,5$ . Die größeren Abweichungen für den tieffrequenten Bereich spielen keine Rolle, da die tiefen Frequenzen aus den Seismogrammen gefiltert wurden.

## 5.2. Inversion der Quellfunktion

Bei der Inversion von Felddaten muss für jeden Schuss das unbekannte Quellsignal ermittelt werden. Dies erfolgt wie in Abschnitt 2.2.8 beschrieben über eine stabilisierte Dekonvolution des gemessenen Wellenfeldes mit dem synthetischen Wellenfeld. Innerhalb eines Frequenzbereichs bleibt das ermittelte Quellsignal unverändert und muss bei Erweiterung des Frequenzbandes erneut für jeden Schuss berechnet werden.

Für die Berechnung des Quellsignals werden nicht alle Spuren des Seismogramms verwendet, sondern nur 10 offsetnahe Spuren, sodass die Wellenfelder der einzelnen Spuren

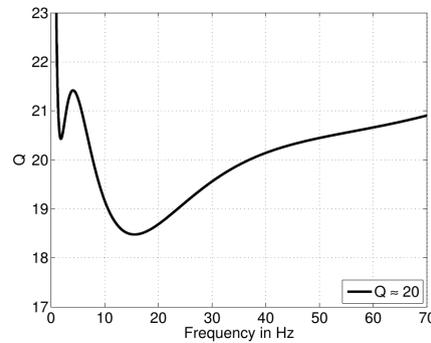


Abbildung 5.4.: Frequenzabhängigkeit des Qualitätsfaktors bei Modellierung eines konstanten  $Q = 20$  nach der Methode von Blanch et al. (1995). Aus Schäfer (2014).

aufgrund von Unterschieden im Untergrund nicht zu sehr voneinander abweichen. Die Offsets liegen im Bereich von 8-30 m. Spuren mit kleineren Offsets enthalten Nahfeldeffekte und werden deshalb nicht verwendet. Jede Spur wird abhängig von ihrer Datenqualität einzeln ausgewählt.

In Abbildung 5.5 ist das ermittelte Quellsignal für die Inversion am Beispiel vier verschiedener Frequenzbereiche dargestellt. Bei der Inversion des Quellsignals kann es passieren, dass durch das Anwenden des Korrekturfilters akausale Anteile im Signal entstehen. Das heißt, dass in der Quellfunktion bereits vor Auslösen der Quelle Ausschläge auftreten. In der Abbildung sind die Akausalitäten in den ersten 0,1 s zu erkennen, um die die Seismogramme nach hinten verschoben wurden (Abschnitt 5.1.1). Es ist zu erkennen, dass alle ermittelten Quellfunktionen bereits vor 0,1 s Ausschläge aufweisen, jedoch haben diese geringe Amplituden und somit keinen erheblichen Einfluss auf die erzeugten Seismogramme. Des Weiteren ist zu erkennen, dass innerhalb eines Frequenzbereiches die Quellfunktionen aller Schüsse gut übereinstimmen. Dies gilt sowohl für ihren Verlauf als auch für ihre Amplitude. Die Abweichung der verschiedenen Quellsignale voneinander ist für größer werdenden Frequenzgehalt stärker.

### 5.3. Vorwärtsmodellierung

Zunächst wurden nur Vorwärtsmodellierungen durch das in Kapitel 4 ermittelte Startmodell durchgeführt. Dadurch sollte ein Einblick gewonnen werden, wie gut das Startmodell die Daten bereits erklärt. In Abschnitt 4.2 wurde bereits klar, dass Ersteinsätze der P-Welle und das f,p-Spektrum gut erklärt werden. Mit der Vorwärtsmodellierung können nun die Wellenformen im Seismogramm verglichen werden.

In Abbildung 5.6 ist das  $v_P$ -, das  $v_S$ - sowie das  $\rho$ -Startmodell dargestellt. In Abbildung 5.7 befindet sich der Vergleich zwischen den synthetischen Daten aus der Vorwärtsmodellierung und den Felddaten für Schuss 01. Die Daten sind 10 Hz tiefpassgefiltert. Beim Vergleich der beiden Seismogramme ist zu erkennen, dass die offsetnahen Spuren sehr gut

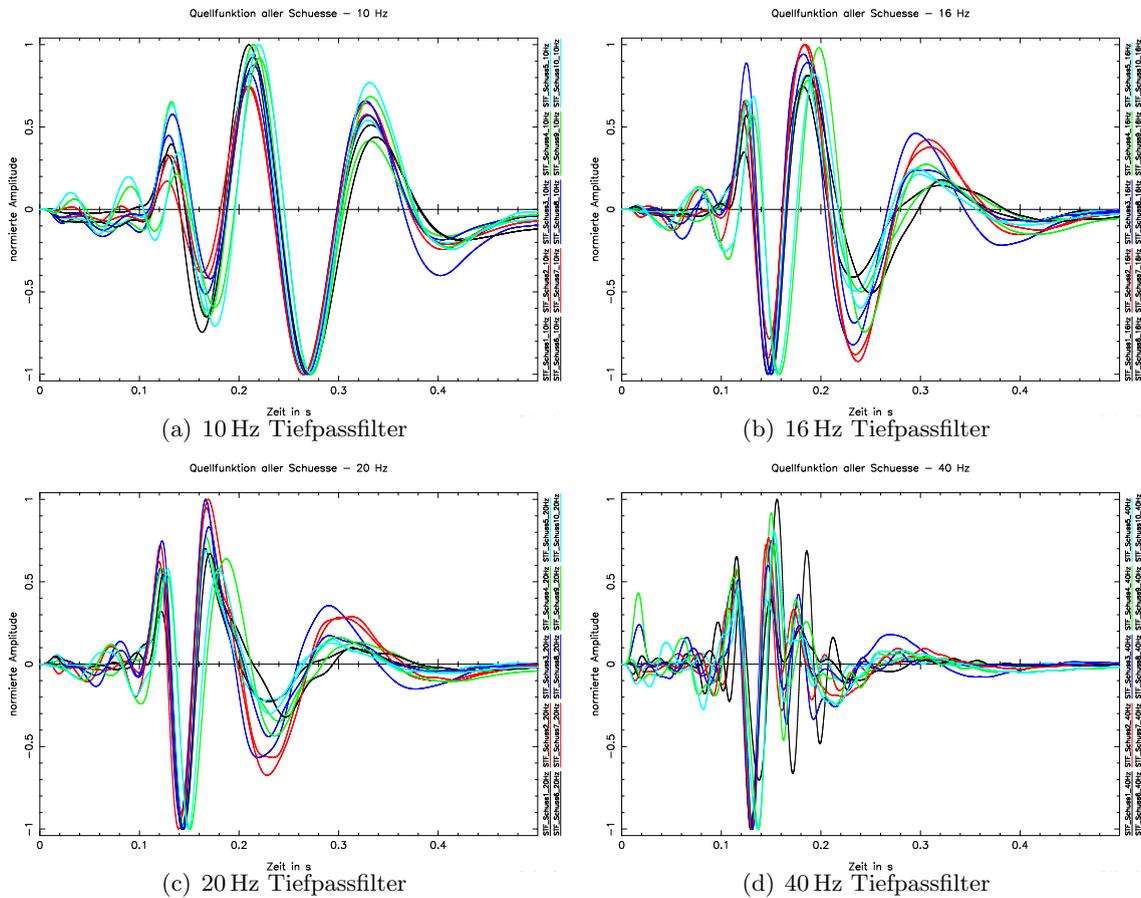


Abbildung 5.5.: Quellsignal aller Schuesse für die verschiedenen Frequenzbereiche von (a) 5-10 Hz, (b) 5-16 Hz, (c) 5-20 Hz und (d) 5-40 Hz. Das Quellsignal wurde um 0,1 s nach hinten verschoben, um auftretende Akausalitäten zu erkennen. Die Amplitude ist auf ihr Maximum normiert.

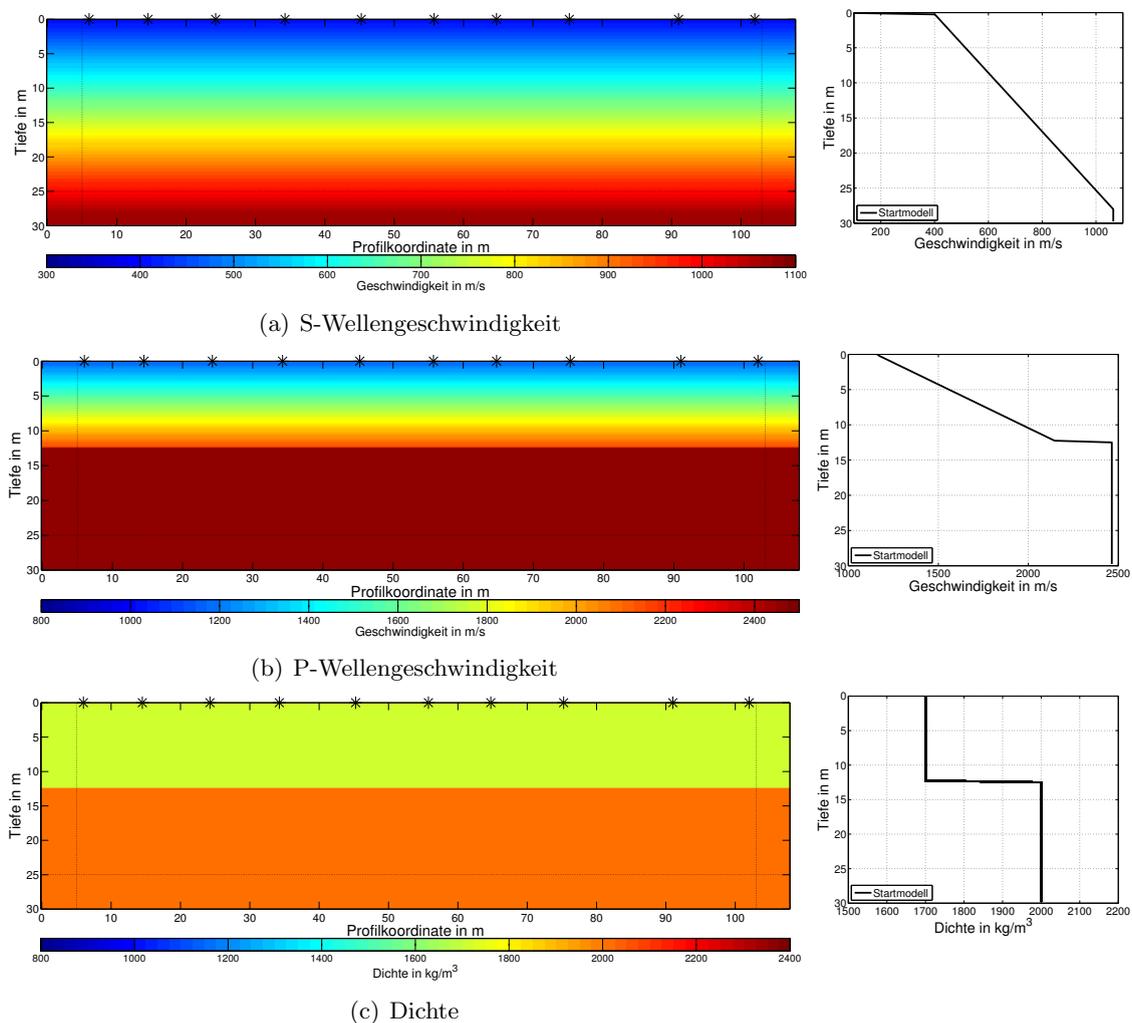


Abbildung 5.6.: Startmodell mit vertikalem Schnitt für (a) die S-Wellengeschwindigkeit, (b) die P-Wellengeschwindigkeit und (c) die Dichte. Die schwarzen Sterne markieren die Quellpositionen entlang des Profils und die gestrichelten Linien markieren den Beginn des PML-Rahmens.

durch die synthetischen Daten rekonstruiert werden, jedoch für größer werdende Offsets die Anpassung immer schlechter wird. Die Vorwärtsmodellierung erfolgt mit dem zuvor ermittelten Quellsignal, welches aus den offsetnahen Spuren berechnet wurde. Deshalb können diese Spuren deutlich besser angepasst werden, als Spuren mit großem Offset. Insgesamt werden die Felddaten mit dem Startmodell bereits gut angepasst und die Wellenzüge aus modellierten und beobachteten Daten überschneiden sich in weiten Teilen. Das Modell kann also als geeignetes Startmodell für die Wellenforminversion interpretiert werden.

## 5.4. Inversionsparameter

Für die Wellenforminversion muss eine Reihe an Inversionsparametern definiert und an DENISE übergeben werden. Die wichtigsten Parameter werden im Folgenden beschrieben.

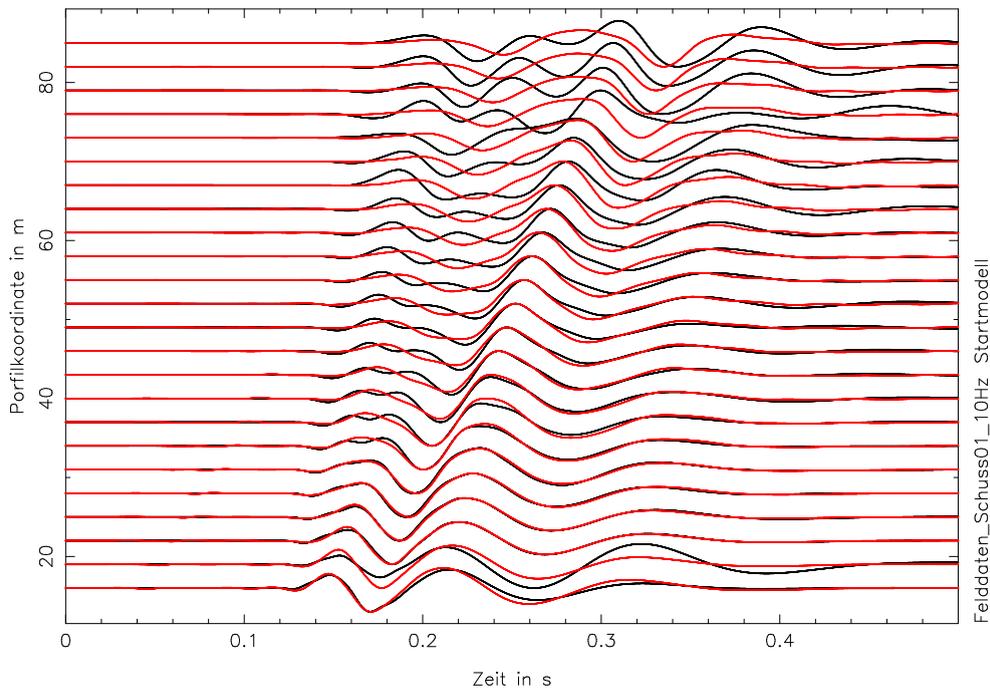


Abbildung 5.7.: Vergleich zwischen Startmodell (rot) und Felddaten (schwarz) für Schuss 01. Die Daten sind 10 Hz tiefpassgefiltert. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede zweite Spur dargestellt.

Eine Auflistung befindet sich in Tabelle A.1 in Anhang A.

Das räumliche Abtastintervall beträgt 0,25 m. Das Messprofil hat inklusive PML-Rahmen eine Länge von 108 m. Das Modell wird aufgrund der von der Auslagenlänge eingeschränkten Eindringtiefe auf 30 m festgelegt. Dies ergibt eine Modellgröße von  $(432 \times 120)$  Gitterpunkten. Aus dem Stabilitätskriterium (Vgl. Abschnitt 2.2.1) erhält man, dass das zeitliche Abtastintervall kleiner als  $7 \cdot 10^{-5}$  s betragen muss. Für die Inversion wird  $dt = 5 \cdot 10^{-5}$  s gewählt. Bei einer Aufzeichnungsdauer von 0,5 s ergibt das 10000 Zeitschritte. Im Modell wird ein CPML-Rahmen von 20 Gitterpunkten, also einer Mächtigkeit von 5 m, verwendet. Der obere Modellrand wird mit einer freien Oberfläche begrenzt. Als Präkonditionierung der Gradienten dient ein halbkreisförmiger Taper um die Quellpositionen mit einem Radius von 3 m. Zur Misfit-Berechnung wird die normierte L2-Norm verwendet (Vgl. Abschnitt 2.2.3).

Die Inversion erfolgt unabhängig voneinander nach  $v_P$ ,  $v_S$  und  $\rho$ . Die Hammerschläge werden an den 10 verschiedenen Positionen entlang des Profils als vertikale Quelle definiert. Als beobachtete Daten werden die Vertikalkomponenten der von den 50 Geophonen aufgezeichneten Seismogrammen übergeben. Dabei wird nicht jede Spur aus jedem Seismogramm verwendet, sondern im Voraus wurden einzelne Spuren aufgrund schlechter Datenqualität gelöscht. Betroffen waren meist offsetnahe Spuren.

Bei der Datenverarbeitung wurden die Messdaten mit 5 Hz hochpassgefiltert (Abschnitt 5.1). Um mit steigender Iterationszahl systematisch immer mehr Details im Seismogramm zu rekonstruieren und Cycle-Skipping zu vermeiden, werden die Daten während der In-

version mit wachsender Eckfrequenz tiefpassgefiltert. Die Eckfrequenz des Butterworth Tiefpassfilters 4. Ordnung wird jeweils um 2 Hz erhöht. Gemeinsam wirken diese beiden Frequenzfilter wie ein Bandpassfilter. Das erste Frequenzband umfasst den Bereich von 5-10 Hz, das folgende enthält die Frequenzen 5-12 Hz und das nächste 5-14 Hz. Dies wird bis zum letzten Frequenzband von 5-50 Hz auf diese Weise fortgeführt. Zu einer Erweiterung des Frequenzbandes kommt es immer dann, wenn die relative Misfit-Änderung zwischen zwei Iterationsschritten kleiner als 1 % ist. Die mindeste Anzahl an Iterationen, die unabhängig von der Größe der relativen Misfit-Änderung pro Frequenzband durchgeführt werden sollen, wird auf 10 gesetzt.

Zur Regularisierung der Inversionsparameter werden zum einen die Gradienten mit einem 2D Medianfilter mit konstanter Filterlänge von 1 m geglättet. Zum anderen wird das  $v_P/v_S$ -Verhältnis, das bei der Inversion nicht unterschritten werden darf, auf 1,5 festgelegt (Schäfer, 2014). Dieses Verhältnis wird nach jedem Modell-Update für jeden Gitterpunkt geprüft. Ist das Verhältnis kleiner als der vorgegebene Wert, wird  $v_P$  so lange verändert, bis  $v_P/v_S = 1,5$  erreicht wird.

## 5.5. Ergebnisse der Inversion

Mit dem in Abschnitt 5.4 beschriebenen Setup wurde die Inversion mit DENISE durchgeführt. In Abbildung 5.8 ist der Verlauf der Misfit-Funktion für alle Iterationsschritte aufgetragen. Die sprunghaften Änderungen im Verlauf der Misfit-Funktion werden durch die Erweiterungen des Frequenzbandes verursacht. Wird die Eckfrequenz des Tiefpassfilters erhöht, kann es sein, dass der Misfit zunächst größer wird, da nun mehr Informationen im Seismogramm enthalten sind, die mit dem aktuellen Modell (noch) nicht erklärt werden können. Die Anzahl der Iterationsschritte pro Frequenzband kann aufgrund unterschiedlicher Konvergenzeigenschaften variieren und liegt mindestens bei 10.

Die Misfit-Funktion konvergiert bis zu einem Frequenzgehalt von 20 Hz und wird danach immer größer, auch wenn innerhalb eines Frequenzbandes noch eine geringe Verbesserung erfolgt. Offensichtlich können also die Modelle, die mit den tiefen Frequenzen erstellt wurden, die Wellenformen für höhere Frequenzen nicht vorhersagen. Ursache hierfür kann der zunehmend nichtlineare Zusammenhang zwischen den Modellparametern und den Messdaten für größer werdende Frequenzen sein, sowie kleinskalige Heterogenitäten im Untergrund.

Eine Inversion, bei der der Misfit größer wird, kann nicht als erfolgreich interpretiert werden. Deshalb wird im folgenden nur der Bereich bis 20 Hz betrachtet. Dieser Teil der Misfit-Funktion ist in Abbildung 5.9 näher dargestellt. Der anfängliche Misfit von 29 % kann auf 15 % verringert werden. Das heißt, im besten Fall können 85 % der in den Messdaten enthaltenen Gesamtenergie mit dem Ergebnismodell der Inversion erklärt werden.

In Abbildung 5.10 ist der Vergleich zwischen den Ergebnisseismogrammen der Inversion und den Felddaten für drei verschiedene Schüsse dargestellt. Es wird ein Hinschuss (Schuss

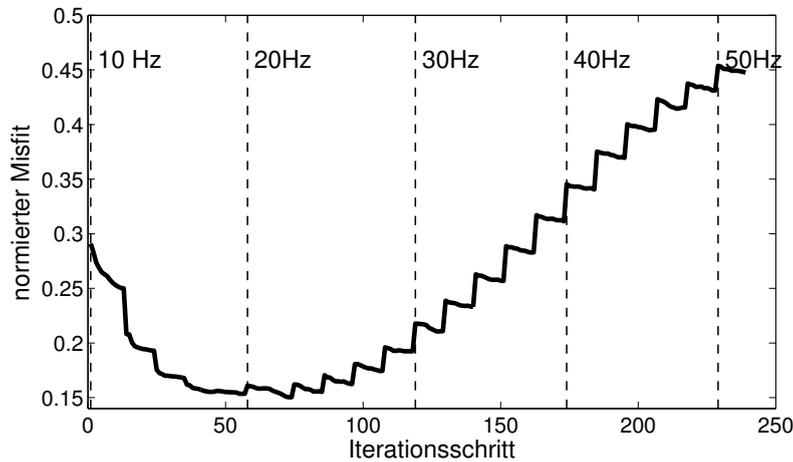


Abbildung 5.8.: Verlauf der Misfit-Funktion für den gesamten Frequenzbereich. Die schwarz gestrichelten Linien markieren jede 5. Erhöhung des Frequenzbandes um 2 Hz.

01), ein Schuss aus der Mitte des Profils (Schuss 06) und ein Rückschuss (Schuss 10) verglichen. Alle Daten sind 20 Hz tiefpassgefiltert und alle Spuren auf ihre Maximalamplitude normiert. Es ist zu erkennen, dass die Grundmode der Rayleighwelle (der zeitlich letzte Wellenzug im Seismogramm) sehr gut durch die modellierten Daten angepasst wird. Dies gilt sowohl für offsetnahe als auch für offsetferne Spuren. Weitere Wellenzüge im Seismogramm können mit den modellierten Daten nicht rekonstruiert werden. Es wird zwar ein weiterer Wellenzug durch die Modelle erzeugt, jedoch weicht er sowohl in der Phase als auch in der Amplitude deutlich von den Messdaten ab. Diese Abweichung ist für große Offsets am stärksten. In Abbildung 5.11 sind die zugehörigen Ergebnismodelle mit vertikalem Schnitt durch die Profilmittte für die S- und P-Wellengeschwindigkeit sowie für die Dichte dargestellt.

In Anhang B sind die gleichen Schüsse für weitere Frequenzbereiche dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Abweichungen von den Felddaten größer werden. Die Grundmode der Rayleighwelle wird weiterhin am besten rekonstruiert, jedoch schlechter als für den kleineren Frequenzgehalt. Je breiter das Frequenzband, desto mehr Wellenzüge werden im Seismogramm erzeugt. Die hinzukommenden Wellenzüge werden nicht durch das Modell erklärt.

Die Inversion nach der Dichte ist zum aktuellen Stand noch schwierig. Schäfer (2014) hat gezeigt, dass die Ergebnisse der 2D elastischen Wellenforminversion auf flachseismische Felddaten keine zuverlässigen Ergebnisse für das Dichtemodell liefert, da für die Rekonstruktion von absoluten Dichtewerten die Information über die absolute Amplitude notwendig ist. Bei der Inversion von Felddaten wird jedoch die normierte L2-Norm verwendet, bei der hauptsächlich die Phaseninformation relevant ist. Für eine stabile Inversion ist es allerdings trotzdem notwendig, dass die Dichte als Inversionsparameter freigegeben wird, anstatt sie konstant zu halten. Für die folgende Interpretation wird deshalb die Dichte nicht weiter betrachtet, sondern nur  $v_S$  und  $v_P$ .

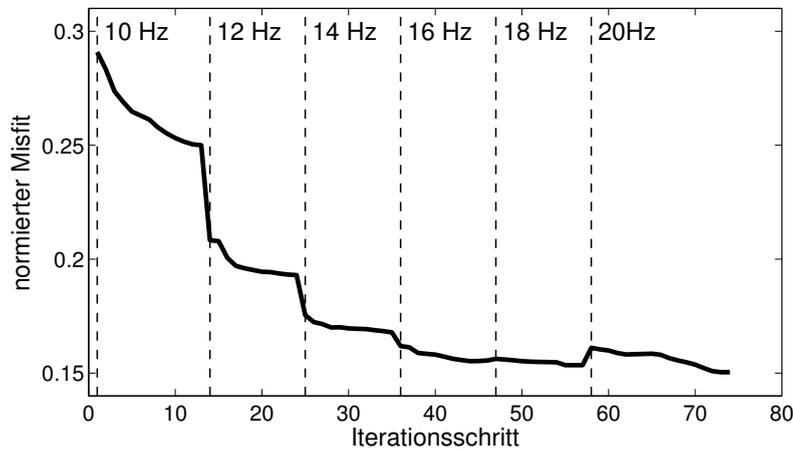


Abbildung 5.9.: Verlauf der Misfit-Funktion für den Frequenzbereich bis 20 Hz. Die schwarz gestrichelten Linien markieren jede Erhöhung des Frequenzbandes um 2 Hz.

Eine synthetische Studie von Schäfer (2014) hat außerdem gezeigt, dass  $v_S$  den größten Einfluss auf die Wellenform der dominanten Rayleighwelle hat und  $v_P$  und  $\rho$  nur wenig dazu beitragen. Das ist darin zu erkennen, dass die Anpassung während der Inversion hauptsächlich in  $v_S$  vorgenommen wird. In Abbildung 5.12 ist dies dargestellt. Gezeigt wird die Entwicklung vom Startmodell zum Ergebnismodell für  $v_S$  und  $v_P$  für die fortschreitende Inversion. In der untersten Abbildung wird der vertikale Verlauf der Geschwindigkeit an einem Schnitt durch die Mitte des Profils (Profilkoordinate 50 m) aufgetragen. Zusätzlich ist zu erkennen, dass Änderungen nur in geringen Tiefen vorgenommen werden. Die Werte für  $v_S$  werden bis zu einer Tiefe von etwa 10 m deutlich vergrößert. Für den ersten Meter unter der Oberfläche nimmt  $v_S$  stärker zu als im Startmodell, gefolgt von einer leichten Verringerung der Geschwindigkeit. Danach nehmen die Werte in gleicher Stärke zu wie im Startmodell. Für  $v_P$  erfolgen Änderungen im Modell sogar nur für die obersten 5 m. Die Werte werden dort leicht erhöht und verlaufen dann gleich wie im Startmodell. Der Grund dafür, dass das Modell nur in den obersten Metern geändert wird, liegt daran, dass dieser Bereich den größten Einfluss auf die Misfit-Funktion hat. Werden in geringen Tiefen entlang des gesamten Profils Änderungen vorgenommen, werden die Modellparameter in tieferen Bereichen nicht verändert.

Im Ergebnismodell ändern sich die Modellparameter wie im Startmodell hauptsächlich mit der Tiefe (1D-Medium). Es treten jedoch auch laterale Heterogenitäten auf. In Abbildung 5.13 sind vertikale Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen Stellen des Modells aufgetragen. Am stärksten sind diese am rechten Modellrand zwischen Profilkoordinate 80 und 100 m ausgeprägt. Dort befindet sich eine oberflächennahe Zone niedriger Geschwindigkeiten. In  $v_S$  sieht es zusätzlich so aus, als sei der Geschwindigkeitsgradient aus tieferen Bereichen nach oben gezogen worden. Eine Zone erhöhter Geschwindigkeit befindet sich bei Profilkoordinate 20-25 m. Sie ist jedoch nur in  $v_S$  zu erkennen.

Im  $v_P$ -Modell zeigen die Parameter eine langwellige Struktur vor dem Übergang zum

homogenen Halbraum. Die naheliegendste Erklärung liegt darin, dass diese Strukturen durch Topographie erzeugt werden. Zum einen die Topographie an der Oberfläche, die im Messgebiet nicht vollkommen horizontal verläuft, so wie es im Modell dargestellt wird. Bei Profilkordinate 80-90 m kreuzte eine Fahrspur mit einer Vertiefung der Oberfläche das Messprofil. Eine Quelle wurde dort nicht platziert, jedoch wurde das Geophonprofil durch die Vertiefung fortgeführt, weshalb sich einige Geophone tiefer als der Rest befanden. Zum anderen verläuft die Schichtgrenze beim Übergang in den homogenen Halbraum in der Realität nicht horizontal, sondern weist ebenfalls Topographie auf. Das heißt, dass die Oberkante des homogenen Halbraumes entlang des Profils in unterschiedlichen Tiefen liegt. Der Sprung in den Werten für die P-Wellengeschwindigkeit von der Schicht in den Halbraum im Startmodell ist sehr groß. Solche signifikanten Sprünge können bei der Inversion nicht entfernt werden. Die Tiefenlage sowie die Parameter des Halbraumes werden so gut wie gar nicht verändert, sondern nur die Werte in der darüber liegenden Schicht (Metz, 2014). Es ist also auch möglich, dass die Schichtgrenze bei Profilkordinate 80-100 m tiefer liegt als im Startmodell angenommen. Da diese Variation während der Inversion jedoch nicht verändert wird, führt dies möglicherweise zu der oberflächennahen Zone mit niedrigen Geschwindigkeiten.

Insgesamt wird das Modell während der Inversion nicht sehr stark verändert. Dies liegt daran, dass das Startmodell schon eine relativ gute Anpassung der Wellenformen liefert. Die Variationen im oberflächennahen Bereich sind ausreichend, um den Misfit im Frequenzbereich bis 20 Hz deutlich zu verringern.

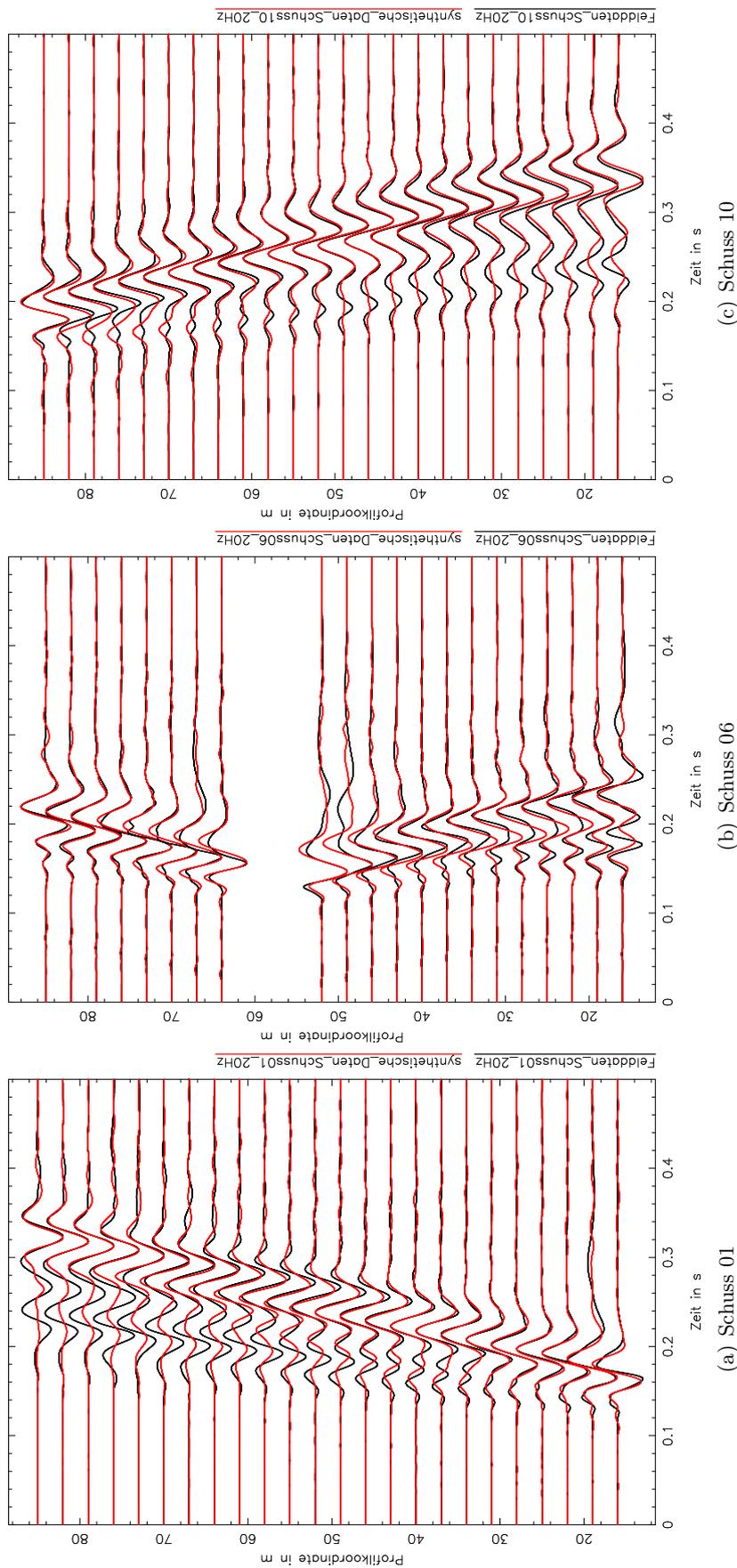


Abbildung 5.10.: Vergleich zwischen den Felddaten (schwarz) und den synthetischen Daten (rot) aus dem Inversionsergebnis für (a) Schuss 01 (Profilkoordinate 6 m), (b) Schuss 06 (Profilkoordinate 55,75 m) und (c) Schuss 10 (Profilkoordinate 96 m). Die Daten sind 20 Hz tiefpassgefiltert. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede zweite Spur dargestellt.

### 5.5.1. Vergleich mit Profil 3 und Profil 4

In Schäfer (2014) wurden die Profile 3 und 4 ausgewertet, die senkrecht zu dem in dieser Arbeit ausgewerteten Profil 1 verlaufen (Vgl. Abbildung 3.4). Profil 1 kreuzt etwa bei Profilkordinate 20 m das Profil 3 und bei Profilkordinate 80 m das Profil 4. Die Überschneidung liegt bei beiden senkrechten Profilen in den ersten 10-20 Profilm Metern. Um vergleichen zu können, ob die beiden Inversionen für den selben Teil des Untergrundes gleiche Ergebnisse liefern, ist in Abbildung 5.14 das vertikale Geschwindigkeitsprofil für  $v_S$  an den Überschneidungsstellen der Profile dargestellt.

Im Vergleich zwischen Profil 1 und Profil 3 ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeitswerte für beide Profile einen ähnlichen Verlauf mit der Tiefe aufweisen. Jedoch stimmen die obersten 5 m nicht sehr gut überein. Für Profil 1 nimmt  $v_S$  dort sehr stark zu, wohingegen die Zunahme in Profil 3 gering ist und zwischen 2-5 m sogar abnimmt. Beide Tiefenschnitte zeigen einen Bereich erhöhter Geschwindigkeit. Für Profil 1 liegt dieser jedoch flacher unter der Oberfläche und ist weniger stark ausgeprägt als für Profil 3. Ab einer Tiefe von 15 m erfolgt für beide Profile eine nahezu lineare Geschwindigkeitszunahme.

Der Vergleich an der Überschneidungsstelle von Profil 1 und Profil 4 zeigt relativ gute Übereinstimmung für die obersten 5 m. Die Werte für  $v_S$  nehmen zunächst stark zu und nehmen danach etwas weniger stark wieder ab. Die Geschwindigkeitsabnahme ist für Profil 4 deutlich stärker ausgeprägt und reicht bis in Tiefen von 15 m. Ab 15 m Tiefe erfolgt die Zunahme für beide Profile mit einem nahezu linearen Gradienten. Eine weitere Gemeinsamkeit liegt darin, dass die Werte für  $v_S$  kleiner sind als die für Profil 3 bzw. den Schnitt bei 20 m für Profil 1.

Insgesamt zeigt der Vergleich, dass die Ergebnisse zwar Unterschiede in den Geschwindigkeitswerten aufweisen, jedoch der qualitative Verlauf der Geschwindigkeit mit der Tiefe gut übereinstimmt. Bereiche erhöhter oder verringerter Geschwindigkeit sind in beiden Modellen enthalten, unterscheiden sich jedoch in der Stärke der Ausprägung oder in ihrer Tiefenlage. Die Ergebnisse der 2D elastischen Wellenforminversion sind, obwohl die Inversionen von unterschiedlichen Startmodellen und unterschiedlichen Messdaten ausgingen, für den selben Untergrund ähnlich und somit reproduzierbar.

### 5.5.2. Einfluss des Startmodells

Das Startmodell der Inversion erklärt die Daten für tiefe Frequenzen bereits gut. Der Misfit zu Beginn der Inversion beträgt 29%. Abbildung 5.7 zeigt, dass die Grundmode für kleine und mittlere Offsets durch das Modell gut rekonstruiert werden kann. Der sehr starke Gradient im obersten Bereich des  $v_S$ -Startmodells und der große Sprung in etwa 12 m Tiefe im  $v_P$ -Startmodell stellen signifikante Eigenschaften des Modells dar, die während der Inversion nicht verändert werden (Vgl. Abbildung 5.12). Es wurde deshalb versucht, mit einem vereinfachten Startmodell eine Inversion durchzuführen. Das vereinfachte Startmodell bestand sowohl für  $v_P$  als auch für  $v_S$  aus einem konstanten linearen Gradienten, der den gesamten Wertebereich aus dem bisherigen Startmodell umfasste. Eine erfolgreiche

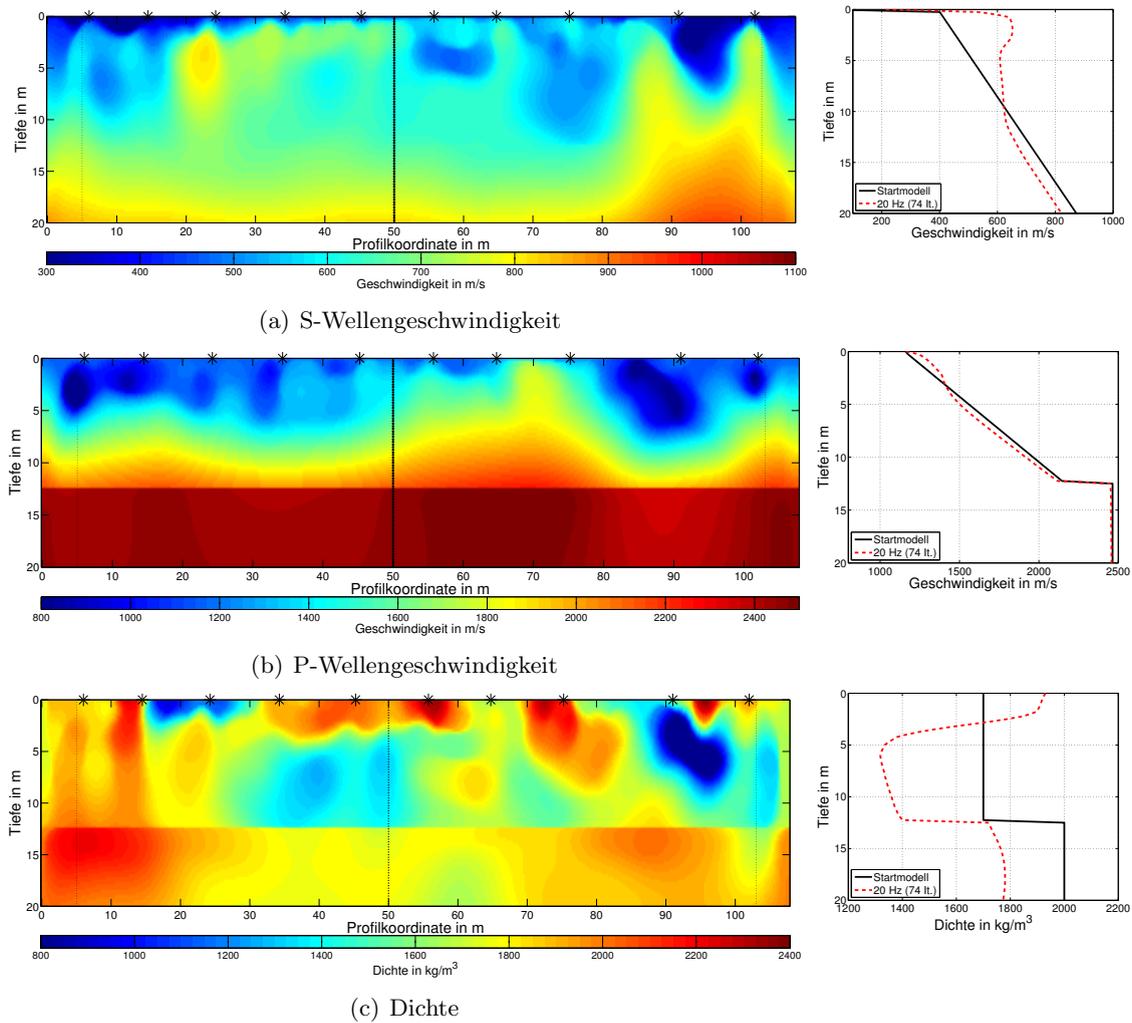


Abbildung 5.11.: Inversionsergebnis mit vertikalem Schnitt für (a) die S-Wellengeschwindigkeit, (b) die P-Wellengeschwindigkeit und (c) die Dichte. Die schwarzen Sterne markieren die Quellpositionen entlang des Profils und die gestrichelten Linien markieren den Beginn des PML-Rahmens. Die schwarze durchgezogene Linie markiert die Schnittposition (Profilkoordinate 50 m) für das vertikale Profil.

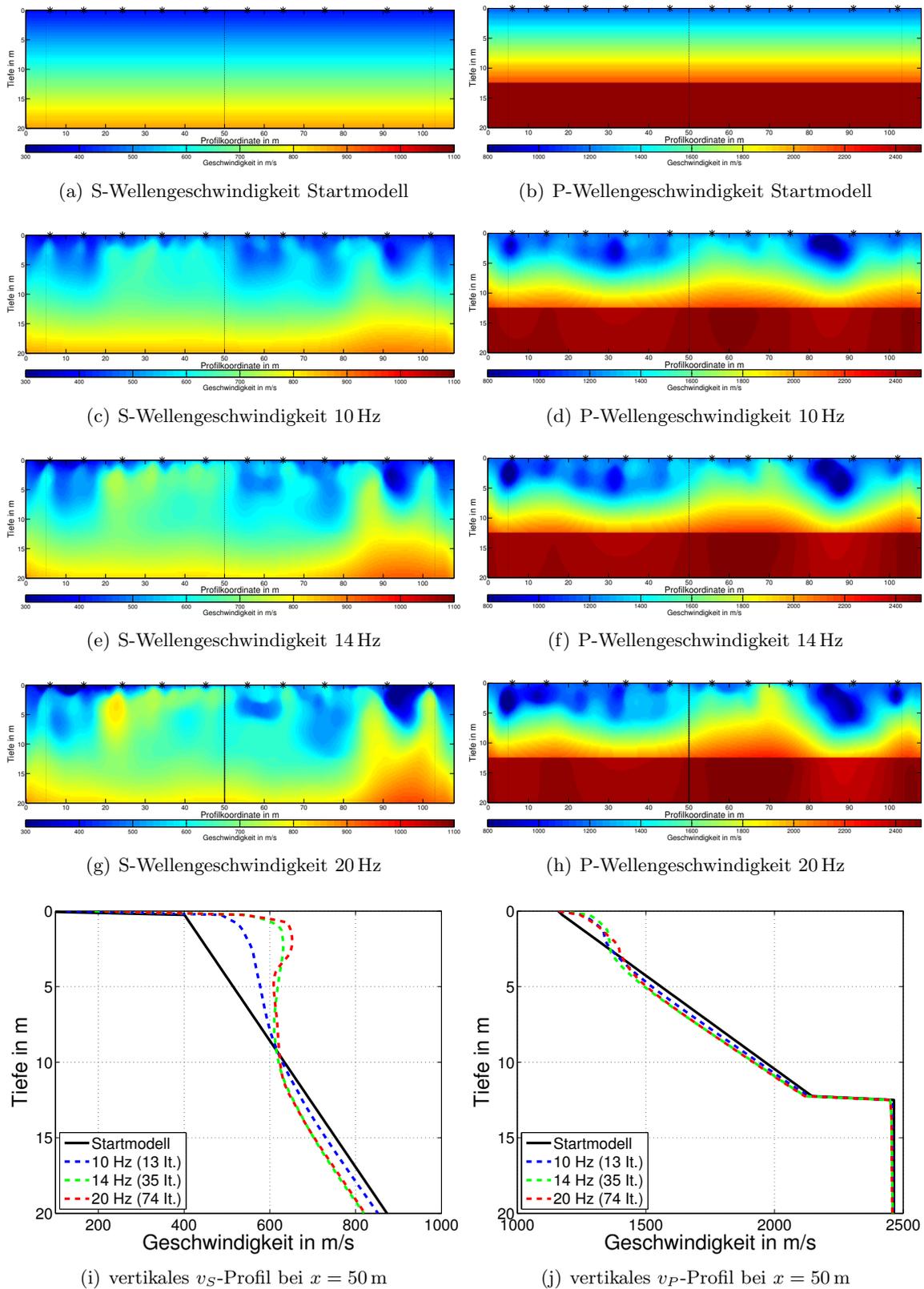


Abbildung 5.12.: Entwicklung des  $v_S$ -Modells (links) und des  $v_P$ -Modells (rechts) während der Inversion. Schwarze Sterne markieren die Quellpositionen entlang des Profils und die schwarz gestrichelten Linien markieren den Beginn des PML-Rahmens. Die schwarze durchgezogene Linie markiert die Schnittposition (Profilkoordinate 50 m) für das vertikale Profil.

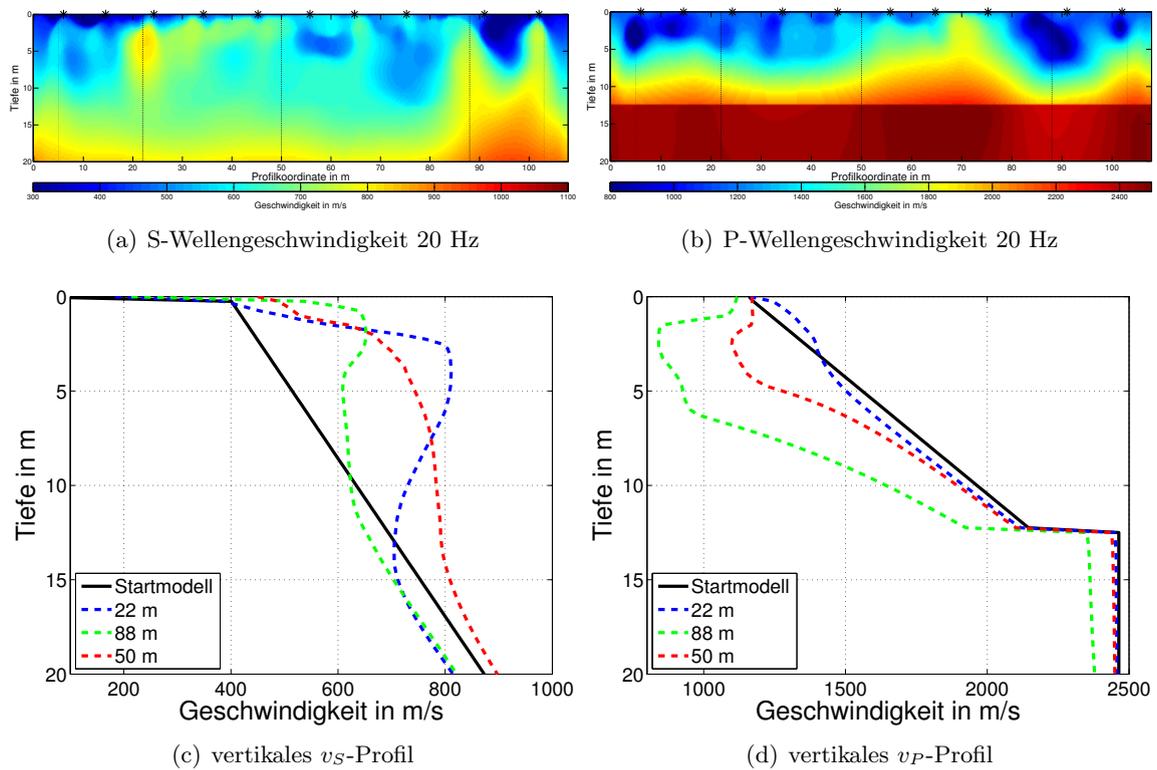


Abbildung 5.13.: Inversionsergebnis für die S- und P-Wellengeschwindigkeit mit vertikalem Profil an den drei Profilkordinaten 22 m, 50 m und 88 m (schwarze durchgezogene Linien). Schwarze Sterne markieren die Quellpositionen entlang des Profils und die schwarz gestrichelten Linien markieren den Beginn des PML-Rahmens.

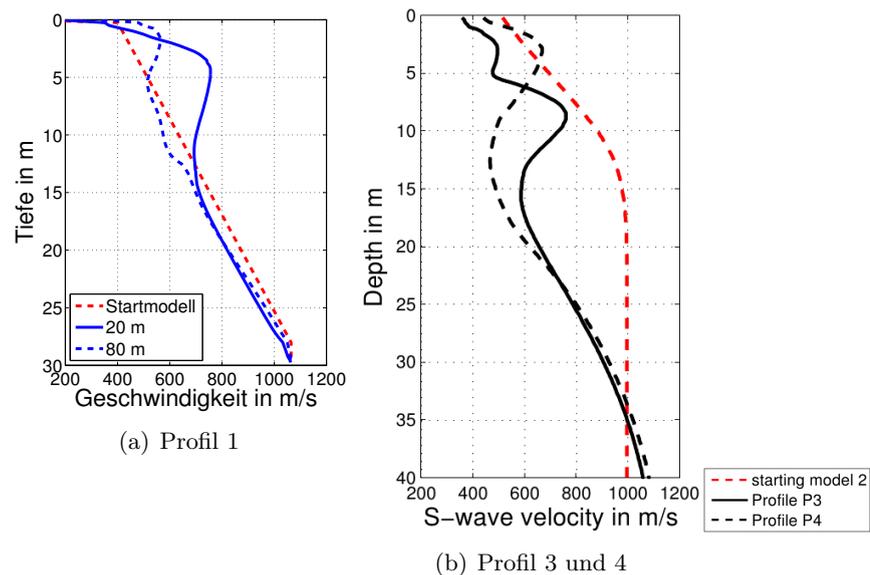


Abbildung 5.14.: Vergleich des vertikalen Geschwindigkeitsprofils von  $v_S$  an den Überschneidungsstellen von (a) Profil 1 und (b) Profil 3 und 4 (Aus Schäfer (2014)). Profil 1 schneidet Profil 3 bei 20 m (blau und schwarz durchgezogen) und Profil 4 bei 80 m (blau und schwarz gestrichelt).

Inversion gelang jedoch nicht. Bereits im Übergang zum zweiten Frequenzband (5-12 Hz) kam es zu einem Abbruch der Inversion. Auch Anpassungen an den Gradienten und Variation des Wertebereichs der Geschwindigkeiten führten stets zum Versagen der Inversion. In Abbildung 5.15 sind die durch das vereinfachte Startmodell erzeugten synthetischen Daten im Vergleich zu den Felddaten dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die synthetischen Daten zu stark von den Felddaten abweichen, obwohl der Misfit zu Beginn der Inversion nur 28 % beträgt. Die Wellenzüge überschneiden sich kaum und die Wellenformen können mit dem einfachen Startmodell nicht rekonstruiert werden.

Dies zeigt, wie wichtig die Wahl des Startmodells bei der Wellenforminversion ist. Es darf nicht zu stark vom wahren Untergrundmodell abweichen, da sonst der Misfit nicht verringert werden kann. Das heißt, dass sich die Wellenforminversion nicht als einziges Verfahren zur Auswertung und Interpretation von Felddaten eignet. Es muss mit herkömmlichen Auswertungsverfahren (Strahlennäherung) zunächst eine realistische Vorstellung des Untergrundes gewonnen werden. Anschließend kann mit der Wellenforminversion ein Modell mit höherer Auflösung und mehr Details gewonnen werden.

An diesem Beispiel wird außerdem deutlich, dass der Misfit zwar als Maß für die Abweichung zwischen modellierten und gemessenen Daten dient, ihm alleine jedoch kein zu hoher Stellenwert zugeordnet werden darf. Der Misfit ist für beide Startmodelle gleich groß, sodass man davon ausgehen würde, dass beide Modelle die Wellenformen gleich gut anpassen. Betrachtet man jedoch die Seismogramme (Abbildung 5.7 und 5.15) wird deutlich, dass das vereinfachte Startmodell die Wellenformen im Seismogramm wesentlich schlechter rekonstruiert und sich entsprechende Wellenzüge kaum überschneiden. Der Misfit alleine reicht also nicht aus, eine Aussage über die erfolgreiche Anpassung der Felddaten zu treffen, es müssen stets die Seismogramme zur Bewertung eines Modells herangezogen werden.

### 5.5.3. Versagen der Inversion für hohe Frequenzen

Die Ergebnisse der Inversion haben gezeigt, dass die Misfit-Funktion für hohe Frequenzen nicht mehr verringert wird und somit die Inversion nur bis 20 Hz als erfolgreich interpretiert werden kann. Die gleichen Beobachtungen wurden bei der Anwendung auf flachseismische Felddaten in Schäfer (2014) gemacht. Dort konvergierte die Misfit-Funktion sogar nur bis zu einem Frequenzgehalt von bis zu 16 Hz.

Die Ursache für das Versagen des Verfahrens für hohe Frequenzen liegt darin, dass bei zunehmendem Frequenzgehalt die Nichtlinearität zwischen Modellparametern und Daten größer wird. Die Misfit-Funktion enthält dann mehr Nebenminima, in denen man während der Inversion stecken bleibt.

Des Weiteren spielt die Dämpfung bei der Inversion von flachseismischen Daten eine wichtige Rolle. Durch viskoelastisches Materialverhalten wird sowohl eine frequenz- als auch eine entfernungsabhängige Dämpfung verursacht (Groos et al., 2014). In dieser Arbeit wurde jedoch ein konstantes  $Q$  von  $Q_P = Q_S = 20$  gewählt. Für tiefe Frequenzen stellt dies eine ausreichende Näherung dar. Für hohe Frequenzen kann diese Näherung nicht mehr verwendet werden und es ist eine genauere Berechnung des  $Q$ -Wertes nötig.

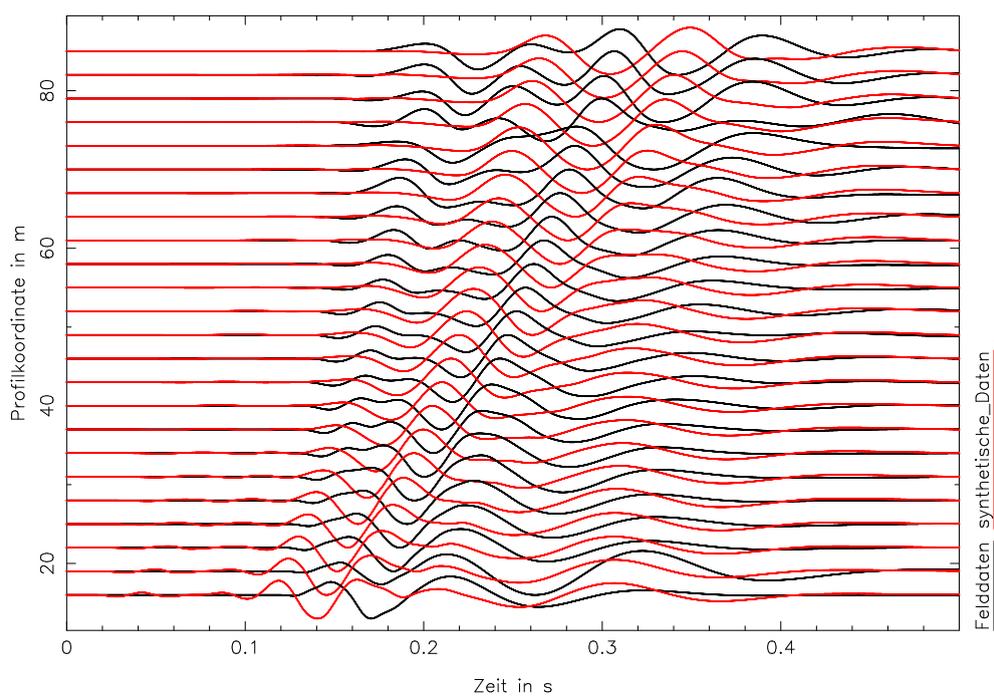


Abbildung 5.15.: Vergleich zwischen dem vereinfachten Startmodell (rot) und den Felddaten (schwarz). Die Daten sind 10 Hz tiefpassgefiltert. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede zweite Spur dargestellt.



## 6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Masterarbeit wurde die 2D elastische Wellenforminversion auf einen flachseismischen Datensatz angewandt. Die Wellenforminversion von Oberflächenwellen stellt ein vielversprechendes Verfahren zur Charakterisierung und hochauflösenden Abbildung des oberflächennahen Untergrundes dar. Die Anwendung des Verfahrens auf Felddaten befindet sich jedoch noch in der Anfangsphase, weshalb es wichtig ist die Umsetzung in die Praxis zu testen.

Die Daten wurden in einem Messgebiet in der Nähe von Mammolshain (Hessen) im Taunus erhoben. Entlang des insgesamt 108 m langen Profils sind 10 Quellen (Hammerschläge) in einem Abstand von 8,5-11 m verteilt. Der Abstand zwischen den 50 Empfängern (3-Komponenten-Geophone mit einer Eigenfrequenz von 4,5 Hz) beträgt 1,5 m. Der Vergleich zwischen den Seismogrammen aus Hin- und Rückschuss hat gezeigt, dass es sich näherungsweise um ein 1D Medium handelt und sich die Modellparameter nur mit der Tiefe ändern.

Die Wahl des Startmodells spielt bei der Wellenforminversion eine wichtige Rolle. Es darf nicht zu sehr von dem wahren Untergrundmodell abweichen, da sich die Wellenzüge im Seismogramm sonst nicht überschneiden und der Misfit nicht verringert werden kann. Es sind also a priori Informationen nötig. In dieser Arbeit wurde mit dem Verfahren zur Inversion von flachseismischen Wellenfeldspektren nach Forbriger (2003a,b) das Startmodell für die Wellenforminversion erstellt. Das Ergebnismodell besteht aus einer sehr oberflächennahen Schicht mit starken Geschwindigkeitsgradienten für  $v_S$  und  $v_P$ . Darauf folgt eine zweite Schicht mit weniger starkem Gradienten.  $v_P$  geht in etwa 12,5 m Tiefe sprunghaft in einen homogenen Halbraum über. In  $v_S$  wird der Geschwindigkeitsgradient der zweiten Schicht fortgeführt. Bei diesem Verfahren wird die Dichte nicht zur Inversion freigegeben. Deshalb wird für das Dichte-Startmodell eine homogene Schicht über einem Halbraum festgelegt.

Der Vergleich zwischen den mit einer Vorwärtssimulation durch das Startmodell synthe-

tisch erzeugten und den gemessenen Seismogrammen hat gezeigt, dass das ermittelte Startmodell einen guten Ausgangspunkt für die Inversion darstellt. Für kleine und mittlere Offsets werden die Wellenzüge mit dem Startmodell bereits sehr gut erklärt. Die Anpassung wird für größer werdende Offsets zwar schlechter, jedoch überschneiden sich die Wellenzüge noch in weiten Teilen.

Die Hammerschläge stellen näherungsweise Punktquellen dar, von deren Position aus sich die seismischen Wellen dreidimensional ausbreiten. Die Wellenforminversion erfolgt jedoch in einem 2D kartesischen Koordinatensystem, weshalb die Felddaten vor der Inversion durch Simulation einer Linienquelle senkrecht zum Empfängerprofil nach Forbriger et al. (2014) 3D/2D-transformiert wurden.

Invertiert wurde unabhängig voneinander nach  $v_S$ ,  $v_P$  und  $\rho$ . Zur Misfit-Berechnung wurde die normierte L2-Norm verwendet, um den Einfluss der Dämpfung und der Empfindlichkeit der einzelnen Geophone auf die Inversion zu verringern. Die absoluten Dichtewerte können dann nicht rekonstruiert werden, da dafür absolute Amplitudenwerte nötig sind. Deshalb erfolgte die Interpretation der Ergebnisse nur für  $v_S$  und  $v_P$ .

Vor der Anwendung der Wellenforminversion wurden die Daten tiefpassgefiltert um Cycle-Skipping zu vermeiden und den Informationsgehalt in den Seismogrammen systematisch zu erhöhen. Die Eckfrequenz des Tiefpassfilters wurde in 2 Hz Schritten von 10 Hz auf 50 Hz erhöht. Mit der Anwendung der Wellenforminversion konnte der Misfit zwischen synthetischen und gemessenen Daten deutlich verringert werden. Er verringert sich von 29 % zu Beginn der Inversion auf 15 % für das Inversionsergebnis. Jedoch konvergiert die Misfit-Funktion nur für Frequenzen bis 20 Hz. Danach nimmt der Misfit zu und wird ab 35 Hz sogar größer als sein Anfangswert. Die Anwendung der Wellenforminversion kann also nur für Frequenzen bis 20 Hz als erfolgreich interpretiert werden. Gleiche Beobachtungen hat Schäfer (2014) gemacht. Das Versagen des Verfahrens für hohe Frequenzen liegt darin, dass die Nichtlinearität zwischen den Modellparametern und den Messdaten für zunehmende Frequenzen größer wird und die Misfit-Funktion dann viele Nebenminima aufweist, in denen man stecken bleibt. Eine weitere Ursache liegt in dem über den gesamten Frequenzbereich konstant gewählten Q-Wert. Für tiefe Frequenzen stellt dies eine gute Näherung dar. Für hohe Frequenzen genügt sie jedoch nicht und der Q-Wert muss auf eine andere Weise ermittelt werden.

Im Ergebnismodell der Inversion ändern sich die Modellparameter weiterhin hauptsächlich mit der Tiefe. Es sind jedoch auch laterale Heterogenitäten zu erkennen. In  $v_S$  befindet sich bei Profilkordinate 20-25 m eine Zone deutlich erhöhter Geschwindigkeit in einer Tiefe von 5 m. Im  $v_P$ -Modell ist diese nicht enthalten. Zwischen Profilkordinate 80-100 m befindet sich ein Bereich, in dem sowohl  $v_S$  also auch  $v_P$  niedrige Werte aufweisen. Dieser Bereich wurde vermutlich durch eine das Messprofil kreuzende Fahrspur verursacht. Das  $v_P$ -Modell weist zusätzlich eine langwellige Struktur kurz vor dem Übergang in den Halbraum auf, die auf die Topographie an der Oberfläche und am Übergang von der Schicht in den Halbraum zurückzuführen ist. Insgesamt werden wenige Änderungen am Startmodell vorgenommen

um den Misfit zu verringern, da das Startmodell die Daten bereits gut erklärt. Auffallend ist außerdem, dass die Änderungen nur in den obersten 5-10 m des Modells vorgenommen werden, da diese Bereiche den größten Einfluss auf die Misfit-Funktion haben.

Im Messgebiet wurden zwei weitere Profile gemessen, die senkrecht zu dem in dieser Arbeit betrachteten Profil verlaufen und die ebenfalls mit der Anwendung der Wellenforminversion in Schäfer (2014) ausgewertet wurden. An den Überschneidungsstellen der Profile wurden die Ergebnismodelle für  $v_S$  verglichen. Der qualitative Verlauf mit der Tiefe stimmt gut überein. Es treten zwar Abweichungen in den absoluten Geschwindigkeitswerten auf, jedoch liegen diese im Bereich der Ungenauigkeit der Ergebnisse (bis  $\pm 100$  m/s). Mit der Wellenforminversion können also Ergebnisse reproduziert werden, auch wenn die Daten an unterschiedlichen Profilen gemessen wurden und die Inversion von einem anderen Startmodell ausgeht.

Da das Startmodell insgesamt wenig verändert wurde und vor allem signifikante Eigenschaften unverändert blieben, wurde eine Inversion mit vereinfachtem Startmodell durchgeführt. Das vereinfachte Startmodell besteht aus linearen Geschwindigkeitsgradienten in  $v_S$  und  $v_P$ , die den gesamten Wertebereich des ersten Startmodells umfassen. Das  $\rho$ -Startmodell bleibt unverändert. Bereits beim Übergang in den zweiten Frequenzbereich kam es zu einem Abbruch der Inversion. Das vereinfachte Startmodell weicht zu stark vom wahren Untergrundmodell ab, sodass sich die Wellenzüge im Seismogramm nicht überschneiden und der Misfit nicht verringert werden kann. Auch mit variierenden Geschwindigkeitsgradienten gelang keine erfolgreiche Inversion.

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass mit der Anwendung der 2D elastischen Wellenforminversion auf flachseismische Felddaten ein hochauflösendes Modell des oberflächennahen Untergrundes erzeugt werden kann. Die Ergebnisse sind zuverlässig und reproduzierbar. Auf herkömmliche Verfahren kann jedoch nicht vollständig verzichtet werden, da im Voraus ein Startmodell, das nicht zu stark von dem wahren Untergrundmodell abweichen darf, erstellt werden muss.

Für zukünftige Anwendungen der Wellenforminversion auf Felddaten wäre es interessant, den Misfit mit einer anderen Funktion zu berechnen. Zum einen sollte die Funktion für hohe Frequenzen nicht so viele Nebenminima aufweisen, in denen man bei der Inversion stecken bleibt. Zum anderen sollte die Amplitudeninformation relevant werden, um auch eine Aussage über das Dichtemodell treffen zu können.

In dieser Arbeit wurde nur die Vertikalkomponente der gemessenen Seismogramme betrachtet. Interessant wäre es nun, zusätzlich die Radialkomponente auszuwerten, um den Informationsgehalt zu erhöhen.



# Literaturverzeichnis

- Blanch, J. O., Robertsson, J. O. A., und Symes, W. W. (1995). Modeling of a constant Q: Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique. *Geophysics*, 60:176â184.
- Bohlen, T. (1998). *Viskoelastische FD-Modellierung seismischer Wellen zur Interpretation gemessener Seismogramme*. Diss., Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.
- Bohlen, T. (2002). Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modelling. *Computers and Geosciences*, 28(8):887–899.
- Bunks, C., Saleck, F. M., Zaleski, S., und Chavent, G. (1995). Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, 60(5):1457–1473.
- Butzer, S., Kurzmann, A., und Bohlen, T. (2013). 3D elastic full-waveform inversion of small-scale heterogeneities in transmission geometry. *Geophysical Prospecting*, 61:1238â1251.
- Choi, Y. und Alkhalifah, T. (2012). Application of multi-source waveform inversion to marine streamer data using the global correlation norm. *Geophysical Prospecting*, 60:748–758.
- Collino, F. und Tsogka, C. (2001). Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media. *Geophysics*, 66(1):294–306.
- Courant, R., Friederichs, K., und Lewy, H. (1928). Über die partiellen differentialgleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, 100(1):32–74.
- Courant, R., Friederichs, K., und Lewy, H. (1967). On the partial diefference equations of mathematical physics. *IBM Journal*, 11(2):215–234.
- Forbriger, T. (2001). *Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren*. Diss., Universität Stuttgart.
- Forbriger, T. (2003a). Inversion of shallow-seismic wavefields: 1. wavefield transformation. *Geophy. J. Int.*, 153:719–734.
- Forbriger, T. (2003b). Inversion of shallow-seismic wavefields: 2. inferring subsurface properties from wavefield transforms. *Geophy. J. Int.*, 153:735–752.

- Forbriger, T. (2011). Inversion von wellenfeldspektren mit `gremlin`. Formale Beschreibung und Programmfunktionen; nicht veröffentlicht.
- Forbriger, T., Groos, L., und Schäfer, M. (2014). Line-source simulation for shallow-seismic data. Part 1: theoretical background. *Geophys. J. Int.*, 198:1387–1404.
- Groos, L. (2013). *2D Full waveform inversion of shallow seismic Rayleigh waves*. Diss., Karlsruher Institut für Technologie.
- Groos, L., Schäfer, M., Forbriger, T., und Bohlen, T. (2014). The role of attenuation in 2d full-waveform inversion of shallow-seismic body and rayleigh waves. *Geophysics*, 79(6):R247–R261.
- Hasancebi, N. und Ulusay, R. (2007). Empirical correlations between shear wave velocity and penetration resistance for ground shaking assessments. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 66(2):203–213.
- Köhn, D. (2011). *Time Domain 2D Elastic Full Waveform Tomography*. Diss., Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.
- Köhn, D., DeNil, D., Kurzmann, A., Groos, L., Schäfer, M., und Heider, S. (2014). *DENISE User Manual*. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel und Karlsruher Institut für Technologie.
- Komatitsch, D. und Martin, R. (2007). An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophys. J. Int.*, 72(5):SM155–SM167.
- Lay, T. und Wallace, T. C. (1995). *Modern Global Seismology*. Academic Press.
- Levander, A. R. (1988). Forth-order finite-difference p-sv seismograms. *Geophysics*, 53(11):1425–1436.
- Martin, R. und Komatitsch, D. (2009). An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation. *Geophys. J. Int.*, 179(1):333–344.
- Metz, T. (2014). Nichtlinearität und Mehrdeutigkeit in der Wellenforminversion. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie.
- Mora, P. (1987). Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 52(9):1211–1228.
- Müller, G. (1973). *Theorie seismischer Wellen*. Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt.
- Müller, K. H. (1984). Geographische grundlagen hessens. *Geschichtlicher Atlas von Hessen*. Text- und Erläuterungsband zur Geologischen Übersichtskarte von Hessen.
- Nocedal, J. und Wright, S. J. (1999). *Numerical Optimization*. Springer.

- Pratt, R. G., Shin, C., und Hicks, G. J. (1998). Gauss-newton and newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133:341–362.
- Robertsson, J. O. A. (1996). A numerical free-surface condition for elastic/viscoelastic finite-difference modeling in the presence of topography. *Geophysics*, 61(6):1921–1934.
- Romdhane, A., Grandjean, G., Brossier, R., Rejiba, F., Operto, S., und Virieux, J. (2011). Shallow-structure characterization by 2D elastic full-waveform inversion. *Geophysics*, 76(3):R81–R93.
- Schäfer, M. (2014). *Application of full-waveform inversion on shallow seismic Rayleigh waves on 2D structures*. Diss., Karlsruher Institut für Technologie.
- Schön, J. H. (1996). *Physical properties of rocks: fundamentals und principles of petrophysics*. Oxford: Pergamon.
- Stelzer, Z. (2010). Akquisition und Interpretation von Oberflächenwellen für die Wellenforminversion. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie.
- Tarantola, A. (1984). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8):1259–1266.
- Tarantola, A. (1986). A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10):1893–1903.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. SIAM.
- Tran, K. T., McVay, M., Faraone, M., und Horhota, D. (2013). Sinkhole detection using 2D full seismic waveform tomography. *Geophysics*, 78(5):R175–R183.



# Abbildungsverzeichnis

2.1. Darstellung der Verschiebungsvektoren. . . . .	4
2.2. Polarisierung der Rayleighwelle. . . . .	8
2.3. Ermitteln der optimalen Schrittweite $\mu_{opt}$ . . . . .	14
2.4. Darstellung des Cycle-Skippings. . . . .	15
2.5. Schematische Darstellung eines Iterationsschrittes wie er in DENISE implementiert ist. . . . .	16
3.1. Geologische Karte des Rheinischen Schiefergebirges. . . . .	23
3.2. Geologische Karte des Taunus. . . . .	24
3.3. Ausschnitt aus der geologischen Karte von Hessen. . . . .	25
3.4. Darstellung der Messprofile. . . . .	26
3.5. Akquisitionsgeometrie entlang Profil 1. . . . .	26
3.6. Seismogramm für Hin- und Rückschuss. . . . .	27
3.7. Seismogramm von Schuss 06. . . . .	28
3.8. f,p-Spektrum des Rückschusses. . . . .	28
4.1. Kontrollfenster in gremlin am Beispiel des Startmodells zur Inversion der Rückschussdaten. . . . .	31
4.2. gremlin-Ergebnismodell für die Rückschussdaten. . . . .	33
5.1. Darstellung einer Punktquelle. . . . .	37
5.2. Darstellung einer Linienquelle. . . . .	37
5.3. Vergleich der Rückschussdaten vor und nach der 3D/2D-Transformation. . . . .	38
5.4. Frequenzabhängigkeit des Q-Wertes. . . . .	39
5.5. Quellsignal aller Schüsse für verschiedene Frequenzbereiche. . . . .	40
5.6. Startmodell für die S- und P-Wellengeschwindigkeit und die Dichte. . . . .	41
5.7. Vergleich zwischen Startmodell und Felddaten für Schuss 01. . . . .	42
5.8. Verlauf der Misfit-Funktion für den gesamten Frequenzbereich. . . . .	44
5.9. Verlauf der Misfit-Funktion für den Frequenzbereich bis 20 Hz. . . . .	45
5.10. Vergleich zwischen den Felddaten und den synthetischen Daten aus dem Inversionsergebnis für Schuss 01, Schuss 06 und Schuss 10. . . . .	47
5.11. Inversionsergebnis für die S- und P-Wellengeschwindigkeit und die Dichte. . . . .	49
5.12. Entwicklung des $v_S$ - und $v_P$ -Modells während der Inversion. . . . .	50

5.13. Inversionsergebnis für die S- und P-Wellengeschwindigkeit mit vertikalem Profil an drei verschiedenen Profilkordinaten. . . . .	51
5.14. Vergleich des vertikalen Geschwindigkeitsprofils von $v_S$ zwischen Profil 1 und Profil 3 und 4. . . . .	51
5.15. Vergleich zwischen dem vereinfachten Startmodell und den Felddaten für Schuss 01. . . . .	53
B.1. Vergleich zwischen den Felddaten und den synthetischen Daten aus dem Inversionsergebnis für Schuss 01, Schuss 06 und Schuss 10. . . . .	68
B.2. Vergleich zwischen den Felddaten und den synthetischen Daten aus dem Inversionsergebnis für Schuss 01, Schuss 06 und Schuss 10. . . . .	69
B.3. Inversionsergebnis für die S- und P-Wellengeschwindigkeit für höhere Frequenzen. . . . .	70

# Tabellenverzeichnis

3.1. Typische Werte für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der P- und S-Welle, sowie für die Dichte, des im Taunus vorhandenen Material. . . . .	22
3.2. Profilkordinaten der Schüsse entlang Profil 1. . . . .	26
4.1. Startmodell für die Inversion des Wellenfeldspektrums der Rückschussdaten.	30
4.2. Parameterwerte für das gremlin-Ergebnismodell. . . . .	33
A.1. Auswahl der wichtigsten Inversionsparameter. . . . .	67



# Anhang

## A. Inversionsparameter

Modellgröße	$N_x = 432$ und $N_y = 120$ Gitterpunkte räumliches Abtastintervall $dh = 0,25$ m
Aufzeichnungsdauer	0,5 s zeitliches Abtastintervall $dt = 5 \cdot 10^{-5}$ s
Quelle	10 vertikale Hammerschläge Quellabstand 8,5-11 m
Empfänger	50 Vertikalgeophone (Eigenfrequenz 4,5 Hz) Abstand 1,5 m
Randbedingungen	freie Oberfläche CPML-Ränder: 20 Gitterpunkt
Dämpfung	$Q_P = Q_S = 20$
Misfit-Funktion	normierte L2-Norm
Präkonditionierung der Gradienten	Dämpfung um die Quellenpositionen Radius 3 m
Frequenzfilterung	Bandpassfilter 5-10 Hz, 5-12 Hz, 5-14 Hz, ... , 5-50 Hz
Modellglättung	Medianfilter Länge 1 m

Tabelle A.1.: Auswahl der wichtigsten Inversionsparameter in DENISE.

## B. Ergebnisse der Inversion für höhere Frequenzen

Die folgenden drei Abbildungen zeigen die Inversionsergebnisse für die Frequenzbereiche 5-30 Hz und 5-40 Hz. Abbildung B.1 und Abbildung B.2 zeigen den Vergleich zwischen den Felddaten und den synthetischen Daten. In Abbildung B.3 sind die Modelle und vertikalen Geschwindigkeitsprofile bei einem Schnitt durch die Profilmittte dargestellt.

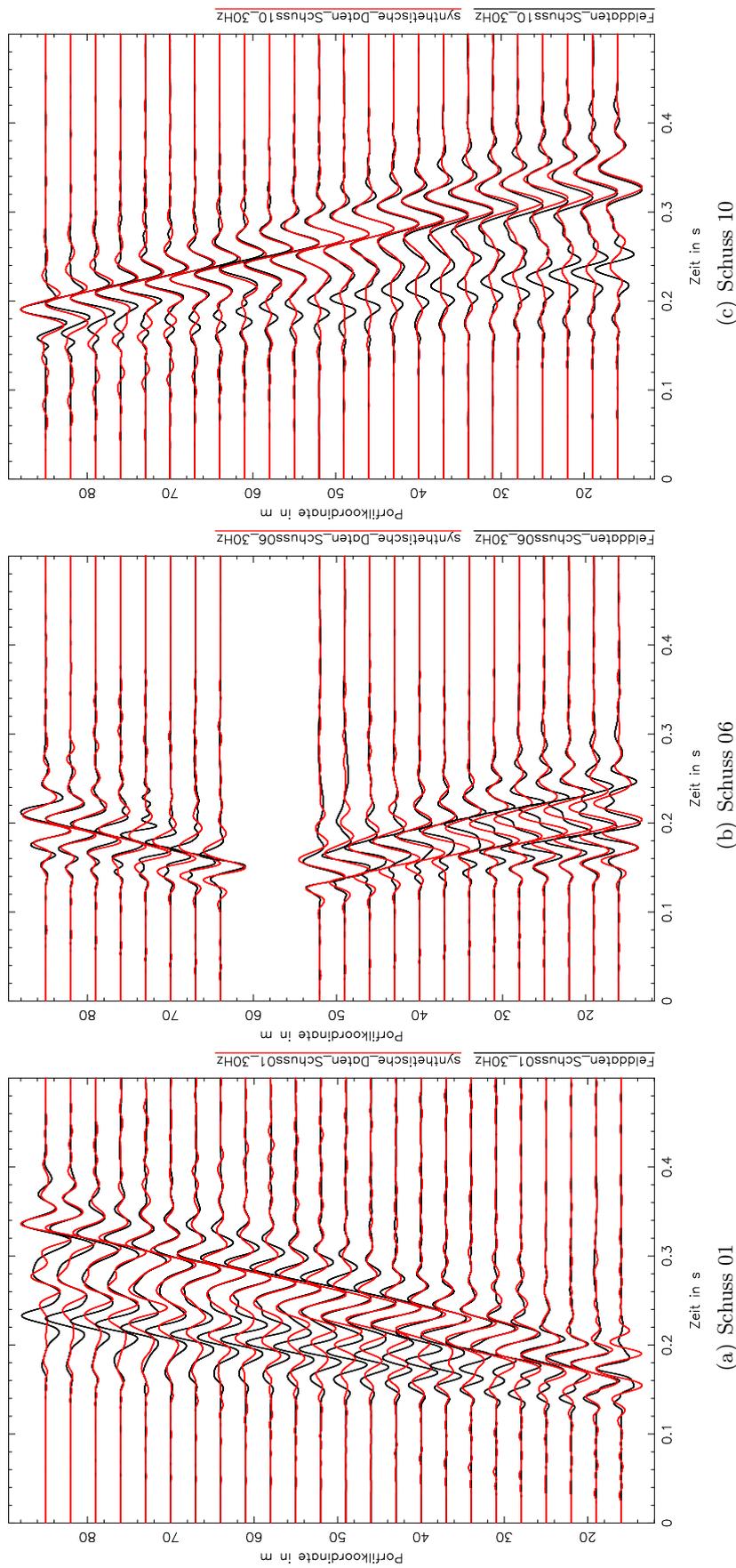


Abbildung B.1.: Vergleich zwischen den Felddaten (schwarz) und den synthetischen Daten (rot) aus dem Inversionsergebnis für (a) Schuss 01 (Profilkoordinate 6 m), (b) Schuss 06 (Profilkoordinate 55,75 m) und (c) Schuss 10 (Profilkoordinate 96 m). Die Daten sind 30 Hz tiefpassgefiltert. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede zweite Spur dargestellt.

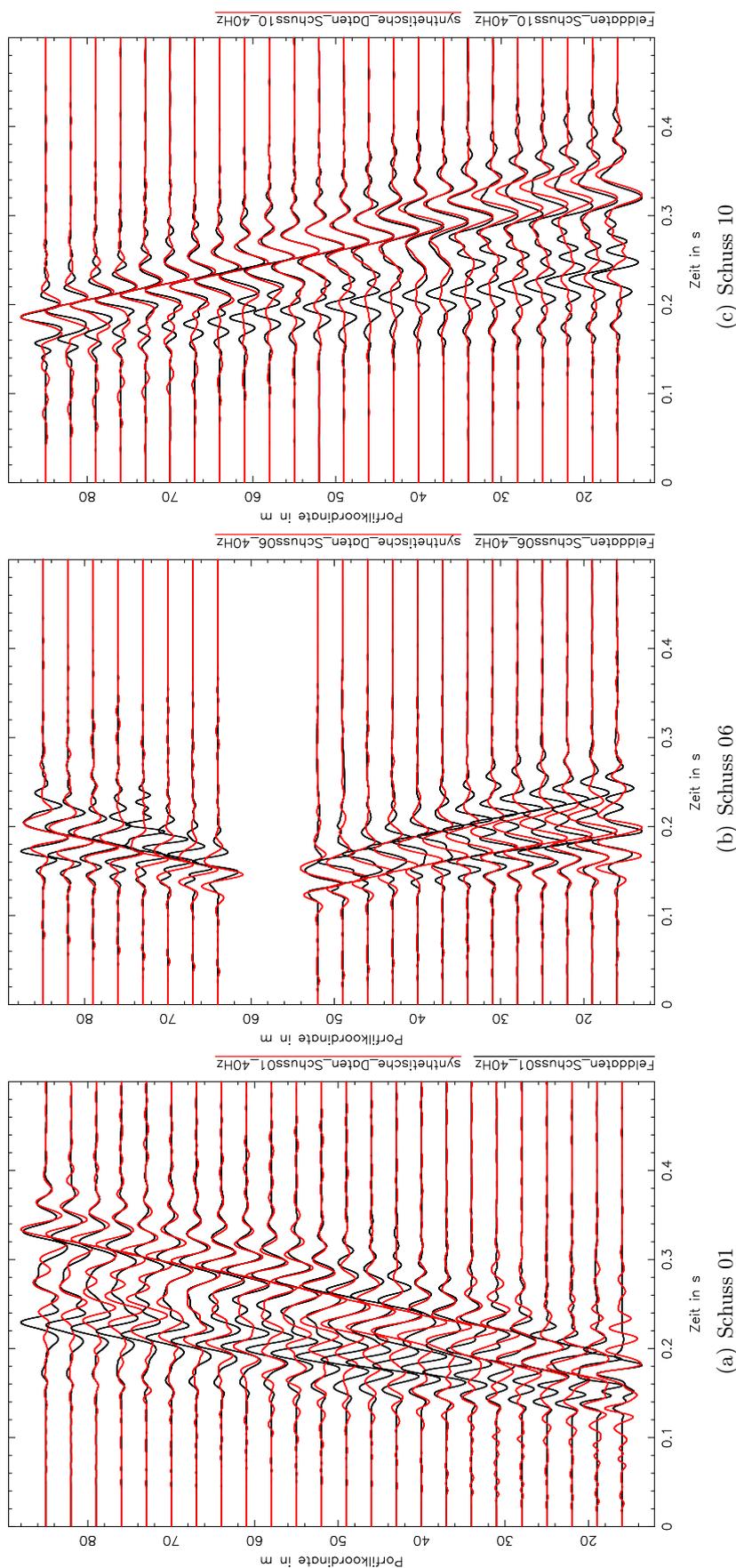


Abbildung B.2.: Vergleich zwischen den Felddaten (schwarz) und den synthetischen Daten (rot) aus dem Inversionsergebnis für (a) Schuss 01 (Profilkoordinate 6 m), (b) Schuss 06 (Profilkoordinate 55,75 m) und (c) Schuss 10 (Profilkoordinate 96 m). Die Daten sind 40 Hz tiefpassgefiltert. Alle Spuren sind auf ihre Maximalamplitude normiert. Es wird jede zweite Spur dargestellt.

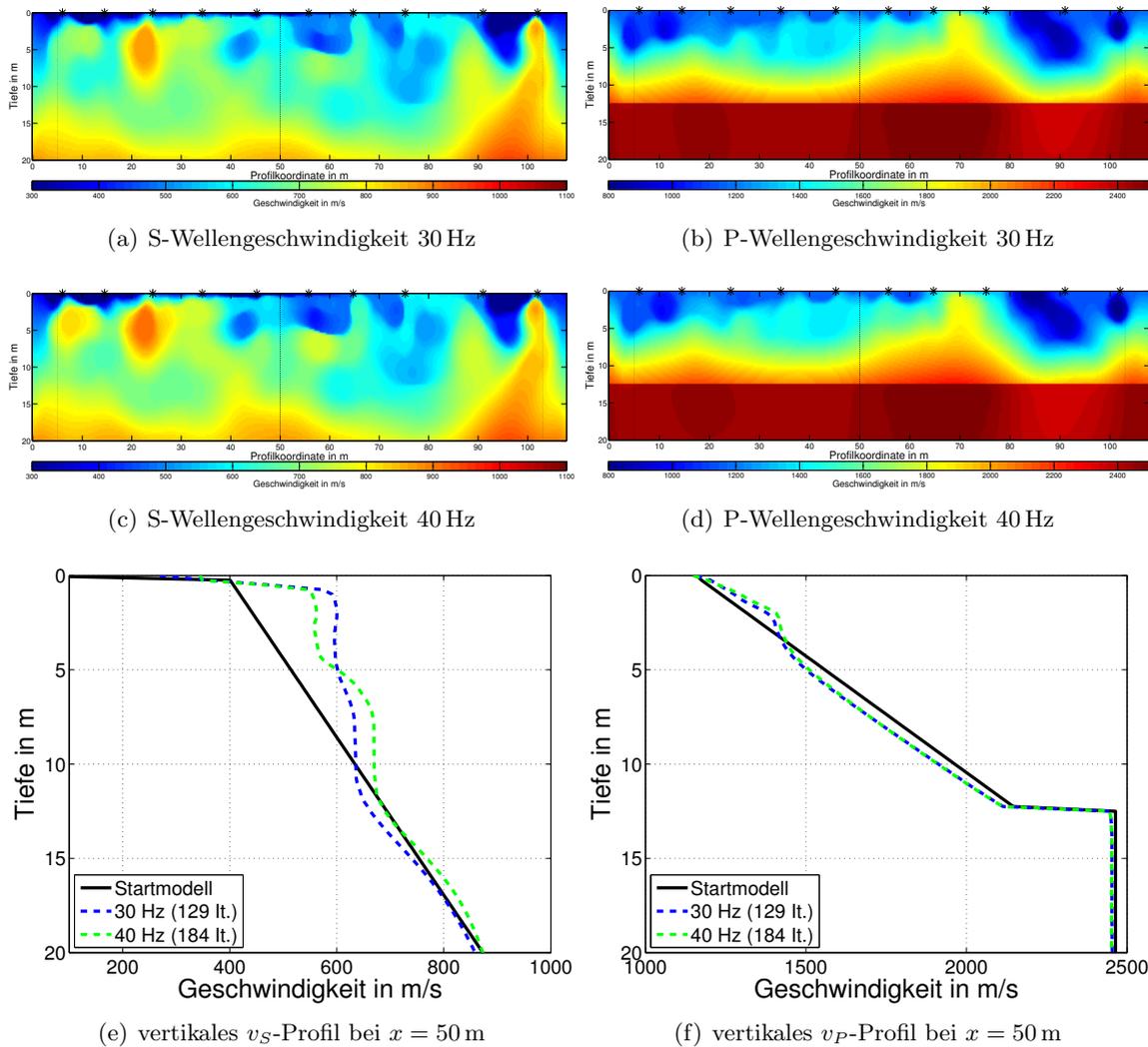


Abbildung B.3.: Inversionsergebnis die S-Wellengeschwindigkeit (links) und die P-Wellengeschwindigkeit (rechts). Die schwarzen Sterne markieren die Quellpositionen entlang des Profils und die gestrichelten Linien markieren den Beginn des PML-Rahmens. Die schwarze durchgezogene Linie markiert die Schnittposition (Profilkordinate 50 m) für das vertikale Profil.

## C. Verwendete Soft- und Hardware

**DENISE:** Für die Inversion der flachseismischen Felddaten wurde der in C geschriebenen Code DENISE (subwavelength Detail resolving Nonlinear Iterative SEismic inversion) verwendet. Dieser wurde ursprünglich von Köhn (2011) entwickelt und am Geophysikalischen Institut (GPI) des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) weiterentwickelt. Das Schema für den detaillierten Ablauf der Inversion mit DENISE befindet sich in Abbildung 2.5 und zugehörige Beschreibung in Abschnitt 2.2.7. Eine Anleitung, Beschreibung aller bisher möglichen und getesteten Programmfunktionen, sowie einige Beispiele sind in Köhn et al. (2014) zu finden.

**TFSoftware:** Zur Inversion flachseismischer Wellenfeldspektren wurden eine ganze Reihe Programme der von T. Forbriger entwickelten und bereitgestellten Software TFSoftware verwendet. Einige dieser Programme wurden auch an späterer Stelle zur Datenverarbeitung für die Wellenforminversion sowie zur Darstellung der Ergebnisse verwendet (Kapitel 5). Nachstehend sind die verschiedenen Programme mit einer kurzen Beschreibung ihrer Funktion aufgelistet.

- `refractx`: Darstellung von Seismogrammen, Picken der Ersteinsätze, Ermitteln von Schichtmodellen (Refraktionsseismik)
- `tidofi`: Frequenzfilterung der Messdaten
- `lisousi`: 3D/2D-Transformation
- `greda`: Besseltransformation und Berechnung der Koeffizienten des f,p-Spektrums
- `grenorm`: Normieren der Koeffizienten des f,p-Spektrums
- `greqg`: Darstellung des f,p-Spektrums
- `gremlin`: Inversion der Wellenfeldspektren; eine formale Beschreibung und Erläuterung der Programmfunktionen liefert Forbriger (2011)
- `mocox`: Konvertieren von `gremlin`-Modellen in Polynom-Modelle (fnodes-Stil)

**Matlab for Linux** (The Mathworks) wurde für die Abbildungen der Inversionsergebnisse verwendet.

Diese Arbeit wurde mit **L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>** erstellt.

### Hardware

Die Vorwärtssimulationen, die Inversion des Quellsignals und andere Tests wurden an meinem Arbeitsplatzrechner durchgeführt (64-bit open-SUSE Version 12.1; 8 CPU Kerne Intel(R) Core(TM) i7-2600K CPU @ 3,4 GHz).

Die Inversion der Felddaten erfolgte auf dem Hochleistungsrechner InstitutsCluster II (IC2) des Steinbuch Centre for Computing (SCC) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

## D. Danksagung

Im Folgenden möchte ich mich bei allen bedanken, die mich im letzten Jahr bei der Bearbeitung meiner Masterarbeit unterstützt haben.

Mein Dank gilt Thomas Bohlen für seine Unterstützung und sein Interesse an meiner Arbeit. Die fachlichen Gespräche und Anregungen waren sehr hilfreich.

Vielen Dank an Friedemann Wenzel für die Übernahme des Korreferats.

Meinen Betreuern Martin und Niklas möchte ich ganz besonders danken. Sie hatten immer ein offenes Ohr für mich und haben sich viel Zeit für die Diskussion und Beantwortung meiner Fragen genommen.

Danke an die gesamte Arbeitsgruppe der Angewandten Geophysik für die hilfreichen Anregungen in den Arbeitsgruppentreffen und die gemeinsamen Mittagspausen.

Ein besonderer Dank gilt außerdem meinen Mitstreitern im Diplomandenzimmer. Christopher, Markus und Tilman, danke für die super Atmosphäre in unserem Büro. Die Zeit hat mit euch echt Spaß gemacht.

Zum Schluss aber nicht letztens möchte ich mich bei Felix und meinen Schwestern Krissi, Charlotte und Johanna bedanken. Danke für eure Unterstützung und danke, dass ihr immer für mich da seid!

