

# Theoretische Erfassung des Primärzerfalls beim Zerstäuben Newtonscher Fluide

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik des  
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)  
genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Melanie Volz  
aus Bad Wildbad - Calmbach

Referent: Prof. Dr.-Ing. Nikolaos Zarzalis

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Thomas Kolb

Tag der mündlichen Prüfung: 28.10.2016



für meine Familie



# Danksagung

Diese Arbeit ist im Rahmen meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Engler-Bunte-Institut, Bereich Verbrennungstechnik am Karlsruher Institut für Technologie entstanden.

Mein besonderer Dank richtet sich an Prof. Dr.-Ing. Nikolaos Zarzalis, der mir diese Arbeit ermöglicht hat und mich mit zahlreichen anregenden fachlichen Diskussionen unterstützt hat.

Außerdem danke ich Prof. Dr.-Ing. Thomas Kolb für die Übernahme des Korreferats und sein Interesse an meiner Arbeit.

Mein großer Dank richtet sich an Dr.-Ing. Peter Habisreuther für seine große Unterstützung und seinen stets selbstlosen Einsatz.

Des Weiteren hat Dr.-Ing. Marco Konle durch zahlreiche Telefonate, Treffen und das Korrekturlesen zum erfolgreichen Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Herzlichen Dank!

Dr.-Ing. Christoph Hassa danke ich für die Bereitstellung der Daten des Airblast-Zerstäubers.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern des Engler-Bunte-Instituts für die vielen Diskussionen und Ideen. Unserem Administrator Walter Pfeffinger danke ich besonders für seine Hilfe und Dr.-Ing. Nadia Sebbar für ihr offenes Ohr und ihre liebevolle Fürsorge.

Mein herzlicher Dank richtet sich an Lena Nittel, die mich mit ihrer Bachelorarbeit in meiner Promotion unterstützt und viele Ideen eingebracht hat.

An dieser Stelle bedanke ich mich aufrichtigst für die grenzenlose Unterstützung durch meine Familie. Ohne diesen bedingungslosen Rückhalt wäre ich nie so weit gekommen. Ihr habt mir zu jedem Zeitpunkt den Rücken freigehalten und wart immer für mich da. Vielen, vielen Dank Mama und Papa!

Außerdem hat mir meine Schwester Nicole nicht nur durch das Korrekturlesen dieser Arbeit geholfen, sondern genauso durch ihre aufmunternde Worte und die regelmäßige Bereitstellung einer Unterkunft, wenn ich eine kleine Auszeit gebraucht habe.

Mein aller herzlichsten Dank richtet sich an meinen Freund David Ehrenberger. Du hast mich immer unterstützt, mir in vielen Diskussionen zugehört, Tipps gegeben und wertvolle Ideen jeglicher Art eingebracht. Vielen Dank, dass du mich nicht nur einmal aus dem „Valley of Shit“ herausgeholt hast.



# Kurzzusammenfassung

Die Schwierigkeit bei aktuellen Simulationen der Verbrennung in Gasturbinen ist es, exakte und belastbare Anfangsbedingungen zu bekommen, da unter anderem auch der Messtechnik Grenzen gesetzt sind.

Ziel dieser Arbeit ist es somit Korrelationen zu entwickeln, die dazu beitragen, diese Lücke zu schließen.

Dazu sind Simulationen der Zweiphasenströmungen des Filmlegers von Airblast-Zerstäubern mit dem Programm interFoam aus OpenFOAM 2.1.1 durchgeführt worden. Die Zweiphasenströmung wird mit der Volume of Fluid Methode beschrieben. Untersuchungen zeigen, dass die longitudinale Diffusion dieser Methode bei der verwendeten zeitlichen und räumlichen Auflösung vernachlässigbar ist. Die Turbulenz wird mithilfe eines Modelles berechnet, das auf dem Standard  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell basiert und im Vergleich zu diesem auf Zweiphasenströmungen angewendet werden kann.

Die Untersuchungen des Filmverhaltens auf dem Filmleger zeigen, dass sich dieses in drei Regime einteilen lässt. Das Regime 1 ist durch eine glatte Filmoberfläche charakterisiert, da keine Interaktion zwischen den Fluiden stattfindet. Im Regime 2 sind Wellen zu beobachten. Werden Tropfen aus diesen Wellen abgespalten, liegt das Regime 3 vor. Die größten Einflussfaktoren auf die mittlere Filmdicke auf dem Filmleger und somit die Faktoren, die für eine effektive Zerstäubung sorgen, sind die Relativgeschwindigkeit der Fluide und der Arbeitsdruck.

Basierend auf einer Parameterstudie wird eine Korrelation für die mittlere Filmdicke entwickelt. Diese kann z. B. als Eingangsgröße für die Berechnung des Sauterdurchmessers nach dem Zerstäuber zum Einsatz kommen. Somit können aus dieser Korrelation Anfangsbedingungen für numerische Simulationen der Verbrennung abgeleitet werden. Eine Korrelation für den Sauterdurchmesser der auf dem Filmleger erzeugten Tropfen wird aufgestellt, um die Güte der Zerstäubung beurteilen zu können. Die Größenordnung der aus den numerischen Simulationen ermittelten Sauterdurchmessern wird durch einen Vergleich mit der charakteristischen Länge, ermittelt auf Basis der Kelvin-Helmholtz-Instabilität, und einem Längenmaß, das in Analogie zu dem integralen Längenmaß der Turbulenztheorie, berechnet wird, bestätigt.



# Abstract

As measurement technologies are limited, it is difficult to obtain accurate and reliable initial conditions for current simulations of combustion in gas turbines.

The aim of this work is the development of correlations to close this gap.

Therefore two-phase flow simulations of the prefilmer of airblast atomizers are performed. The program interFoam from OpenFOAM 2.1.1 has been used. The two-phase flow is modeled with the volume of fluid method. Investigations show that longitudinal diffusion of this method in the used temporal and spatial resolution is not significant. The turbulence is calculated with the help of a model based on the standard  $k - \varepsilon$  - turbulence model and adopted to two-phase flows.

Investigations of the film behavior on the prefilmer show that this behavior can be divided into three regimes. Regime 1 is characterized by a smooth film surface, as no interaction of fluids takes place. In regime 2 waves are observed. If droplets are separated from the film surface, regime 3 is on hand.

The largest influences on the average film thickness on the prefilmer and thus the factors responsible for an effective atomization are the relative velocity of the fluids and the working pressure.

Based on parametric studies, a correlation of the average film thickness is developed. This correlation can be used for example as a starting value for calculation of the Sauter mean diameter after the atomizer. Thus, initial conditions for numerical simulations of the combustion can be derived from this correlation.

A correlation for the Sauter mean diameter of droplets generated on the prefilmer is derived to evaluate the quality of atomization. The magnitude of the Sauter mean diameter derived from the numerical simulations is confirmed by a comparison with a characteristic length scale, calculated on the basis of the Kelvin-Helmholtz-Instability, and a characteristic length scale, which is calculated analogously to the integral length scale of the turbulence theory.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>13</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>19</b>
1.1 Motivation . . . . .	20
1.2 Ziel . . . . .	22
1.3 Gliederung . . . . .	23
<b>2 Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens</b>	<b>25</b>
2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik . . . . .	25
2.1.1 Massenerhaltungsgleichung . . . . .	25
2.1.2 Impulserhaltungsgleichungen . . . . .	26
2.2 Schubspannungsgetriebene Flüssigkeitsfilme . . . . .	26
2.2.1 Wellenbildung . . . . .	27
2.2.2 Entstehung von Tropfen und Ligamenten . . . . .	36
2.2.3 Eindimensionale Berechnung der Filmstärke . . . . .	39
<b>3 Modellierung von Zweiphasenströmungen</b>	<b>45</b>
3.1 Volume of Fluid Methode . . . . .	45
3.2 Untersuchung der numerischen Diffusion in der Volume of Fluid Methode	47
<b>4 Auswertungsverfahren</b>	<b>53</b>
4.1 Mittlere Filmstärke . . . . .	53
4.2 Globale mittlere Filmstärke . . . . .	54
4.3 Mittlere Filmgeschwindigkeit . . . . .	54
4.4 Tropfen . . . . .	55
4.5 Zerstäubte Flüssigkeitsmasse . . . . .	56
4.6 Dimensionslose Kennzahlen . . . . .	57
4.6.1 Reynolds-Zahl . . . . .	57
4.6.2 Weber-Zahl . . . . .	57
4.6.3 Impulsstromverhältnis . . . . .	58
<b>5 Modellierung turbulenter Strömungen</b>	<b>59</b>
5.1 Charakterisierung der Turbulenz . . . . .	59
5.2 Reynolds-gemittelte Gleichungen . . . . .	61
5.3 Standard $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell . . . . .	63
5.4 Erweitertes $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell . . . . .	64
5.4.1 Validierung des erweiterten $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells . . . . .	66

<b>6 Validierung des numerischen Modells</b>	<b>73</b>
6.1 Experiment . . . . .	73
6.2 Numerische Darstellung des Experiments . . . . .	75
6.3 Validierung des numerischen Modells . . . . .	77
<b>7 Untersuchung der Airblast-Zerstäuber</b>	<b>81</b>
7.1 Vereinfachter Airblast-Zerstäuber mit Filmleger . . . . .	81
7.2 Planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger . . . . .	87
7.3 Vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger . . . . .	96
7.3.1 Numerische Darstellung des Airblast-Zerstäubers . . . . .	96
7.3.2 Mittlere Filmdicke . . . . .	98
7.3.3 Sauterdurchmesser . . . . .	101
<b>8 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>109</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>113</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>121</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>123</b>

# Nomenklatur

## Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
$A$	$\text{m}^2$	Fläche
$a$	$\text{m}^{-1}$	Wellenzahl
$c_f$	–	Reibungsbeiwert
$c(t)$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Zeitabhängige Größe
$D_{lo}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Longitudinaler Diffusionskoeffizient
$D_{eff}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Effektiver, longitudinaler Diffusionskoeffizient
$d$	$\text{m}$	Durchmesser
$E$	$\text{m}^3 \text{s}^{-2}$	Spektrale Energie
$E_{ij}$	$\text{s}^{-1}$	Tensor
$f_{lam}$	–	Proportionalitätskonstante
$f_{teil}$	–	Faktor
$H$	–	Sprungfunktion
$h(y)$	$\text{m}$	Filmdicke an der Stelle $y$
$\bar{h}(y)$	$\text{m}$	Mittlere Filmdicke an der Stelle $y$
$\bar{h}$	$\text{m}$	Globale mittlere Filmdicke (gemittelt über $y$ )
$g_i$	$\text{m s}^{-2}$	Komponenten der Gravitation in $i$ -Richtung
$i$	–	Imaginäre Einheit
$k$	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	Turbulente kinetische Energie
$l$	$\text{m}$	Länge
$m$	$\text{kg}$	Masse
$\dot{m}$	$\text{kg s}^{-1}$	Massenstrom
$N$	–	Anzahl
$n_i$	$\text{m}$	Normalenvektor
$\dot{n}$	$\text{s}^{-1}$	Teilchenstrom
$p$	$\text{Pa}$	Druck
$r$	$\text{m}$	Radius
$s$	$\text{m}$	Breite des Flüssigkeitskanals
$t$	$\text{s}$	Zeit
$u, v, w$	$\text{m s}^{-1}$	Geschwindigkeitskomponente in $x, y$ bzw. $z$ -Richtung
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$\vec{v}$	$\text{m s}^{-1}$	Geschwindigkeitsvektor
$x, y, z$	$\text{m}$	Kartesische Ortskoordinaten

$\vec{x}$	m	Ortsvektor
$\bar{y}_{sim}(t)$	m	Mittlere Entfernung

## Griechische Symbole

$\alpha$	–	Flüssigkeitsvolumenbruch
$\delta$	m	Grenzschichtdicke
$\delta_{ij}$	–	Kronecker-Delta
$\varepsilon$	$\text{m}^2 \text{s}^{-3}$	Dissipationsrate
$\kappa$	$\text{m}^{-1}$	Krümmung
$\Lambda$	m	Charakteristisches Längenmaß
$\lambda$	m	Wellenlänge
$\nu$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Kinematische Viskosität
$\xi$	m	Störgröße
$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	Dichte
$\sigma_{sim}^2$	$\text{m}^2$	Varianz
$\sigma$	$\text{N m}^{-1}$	Oberflächenspannung
$\tau$	$\text{N m}^{-2}$	Schubspannung
$\tau_{ij}$	$\text{N m}^{-2}$	Spannungstensor
$\Phi$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Geschwindigkeitspotential
$\phi$	–	Skalar
$\chi$	–	Korrelationskoeffizient
$\omega$	Hz	Frequenz

## Subskripte

$c$	Kompression
$char$	Charakteristisch
$eff$	Effektiv
$f$	Flüssigphase
$g$	Gasphase
$grav$	Gravitation betreffend
$i$	Laufindex ( $i = 1, 2, 3$ )
$int$	Integral
$j$	Laufindex ( $j = 1, 2, 3$ )

<i>k</i>	Kerosin
<i>kol</i>	Kolmogorov
<i>l</i>	Laufindex
<i>lo</i>	Longitudinal
<i>lu</i>	Luft
<i>lam</i>	Laminar
<i>n</i>	Laufindex
<i>ob</i>	Oberfläche
<i>p</i>	Druck betreffend
<i>rel</i>	Relativ
<i>Schall</i>	Schall
<i>SMD</i>	Sauterdurchmesser
<i>T</i>	Zeit
<i>t</i>	Turbulent
<i>tr</i>	Tropfen
<i>W</i>	Wand
<i>w</i>	Wasser
<i>x, y, z</i>	Komponente einer Größe in die x, y bzw. z-Richtung
<i>zer</i>	Zerstäubt
0	Anfangszustand bzw. ungestörter Zustand
$\infty$	Ungestörte Anströmung
$\tau$	Schubspannung betreffend
$\sigma$	Oberflächenspannung betreffend

## Superskripte

$\overline{(\cdot)}$	Gemittelte Größe
$(\cdot)^*$	Dimensionslose Größe
$\hat{(\cdot)}$	Amplitude
$(\cdot)'$	Schwankungsgröße
$\dot{(\cdot)}$	Gestörte Größe

## Dimensionslose Kennzahlen

$Co$	$Co = \frac{\Delta t v}{\Delta y}$	Courant-Zahl
$M$	$M = \frac{\rho_g v_g^2}{\rho_f v_f^2}$	Impulsstromverhältnis
$Ma$	$Ma = \frac{v}{v_{Schall}}$	Mach-Zahl
$Re_l$	$Re_l = \frac{v l_{char}}{\nu}$	Reynolds-Zahl
$We$	$We = \frac{\rho v^2 l_{char}}{\sigma}$	Weber-Zahl

## Konstanten

$C_f = 2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells
$C_\alpha = 2$	Kompressionsparameter
$C_{\varepsilon 1} = 1,44$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells
$C_{\varepsilon 2} = 1,92$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells
$C_\Lambda = 0,5 \text{ m}^{-1}$	Schwellwert
$C_\mu = 0,09$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells
$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$	Gravitation
$\pi = 3,14$	Kreiszahl
$\sigma_\varepsilon = 1,30$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells
$\sigma_k = 1,00$	Konstante des erweiterten k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells

## Abkürzungen

ACARE	Advising Council on Aeronautics Research in Europe
bzw.	Beziehungsweise
CSF	Continuum Surface Force
ca.	Circa
d. h.	Das heißt
DNS	Direkte numerische Simulation
konst.	Konstant

LES	Grobstruktursimulation (Large-Eddy Simulation)
PLIF	Planare laserinduzierte Fluoreszenz
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equation)
SMD	Sauterdurchmesser
URANS	Instationäre Reynolds-gemittelte Navier-Stokes- Gleichungen (Unsteady Reynolds-Averaged Navier- Stokes Equation)
vgl.	Vergleiche
z. B.	Zum Beispiel



# 1 Einleitung

Das Bedürfnis des Menschen nach Mobilität und die fortschreitende Globalisierung der Wirtschaft, die sich weltweit immer stärker vernetzt, erfordern leistungsstarke Fortbewegungs- und Transportmittel. Dabei ist das Flugzeug die schnelle Alternative zu den anderen Verkehrsmitteln, wie Kraftfahrzeuge und Eisenbahn. Angetrieben werden Flugzeuge durch Gasturbinen, in der angesaugte Luft im Kompressor verdichtet wird, bevor sie der Brennkammer zugeführt wird. Hier verbrennt der eingedühte Brennstoff mit der verdichteten Luft, bevor die Verbrennungsprodukte durch die Turbine in die Umgebung austreten und durch den Rückstoß die Fortbewegung des Flugzeuges erzeugen. Die Turbine treibt über eine gemeinsame Welle mit dem Kompressor diesen an, so dass die kinetische Energie des ausgestoßenen Abgases teilweise dazu genutzt wird, die angesaugte Luft zu verdichten [1].

Ein fundamentaler Bestandteil dieses technischen Prozesses stellt dabei die Zerstäubung des Brennstoffes dar [52, 117], wobei unter dem Begriff der Zerstäubung die Desintegration einer kontinuierlichen Flüssigkeitsphase in ein Tropfenkollektiv verstanden wird. Das Tropfenkollektiv wird auch Sprüh oder Spray genannt.

Die Zerstäubung wird technisch unter anderem durch Einspritzdüsen realisiert, die dahingehend optimiert werden, ein Spray zu erzeugen, das sich durch ein großes Oberflächen- zu Volumenverhältnis auszeichnet. Dies begünstigt den Wärmeeintrag in die Flüssigphase und somit den Übergang des Brennstoffes von der Flüssig- in die Gasphase [60]. Ziel ist ein homogenes Brennstoff-Luftgemisch zu erzeugen. Als direkte Konsequenz aus dieser homogenen Mischung kann der Brennstoff vollständig umgesetzt werden [23]. Gebiete mit fetter Verbrennung, die eine Ursache für die Entstehung schädlicher Emissionen aufgrund der lokalen Temperaturerhöhung sind, werden vermieden [58]. Zu den schädlichen Emissionen zählen unter anderem Ruß, Kohlenstoffmonoxid, Stickstoffoxide und unverbrannte Kohlenwasserstoffe. Somit reduziert eine optimierte Zerstäubung und anschließende Verbrennung zum einen den Kraftstoffverbrauch, indem der Anteil des ungenutzten Brennstoffes minimiert wird. Zum anderen wird die thermische Belastung der Bauteile reduziert, da die Bildung von Ruß, der Wärmestrahlung emittiert, verringert wird. Darüber hinaus werden, wie oben beschrieben, weniger schädliche Emissionen produziert.

Historisch gesehen, hat die Untersuchung des Zerstäubungsprozesses im Jahr 1508 begonnen. Leonardo da Vinci untersucht das Verhalten von Wasserstrahlen und deren Zerfall. Im Codex Leicester [20] veröffentlicht er seine Ergebnisse, in denen er beschreibt, dass Tropfen gebildet werden, sobald die Gravitationskraft die Kohäsionskraft übersteigt. 1751 entdeckt Johann Andreas von Segner die Oberflächenspannung.

Thomas Young und Pierre-Simon Laplace entwickeln 1805 gleichzeitig die heute unter ihren Namen bekannte Young-Laplace-Gleichung, mit deren Hilfe der erhöhte Flüssig-

keitsdruck aufgrund der Oberflächenspannung in einem betrachteten System berechnet werden kann [20, 82].

Die erste systematische Untersuchung von Flüssigkeitsfilmen ist auf Felix Savart [98] zurückzuführen. 1833 verwendet er ein vertikales Rohr mit einer kleinen, kreisförmigen Öffnung am unteren Ende, aus der ein Flüssigkeitsstrahl austritt. Dieser trifft im freien Fall auf eine sich unter dem Rohr befindende, horizontale Scheibe, auf der sich ein Flüssigkeitsfilm ausbildet und radial nach außen strömt. Ist der Strahl turbulent, ist ein welliger Film auf der Scheibe zu beobachten, aus dem sich auch Tropfen ablösen können. Ebenso beobachtet Savart die Bildung von kleinen Satellitentropfen als Begleiterscheinung bei der Entstehung von großen Tropfen [20, 58, 98].

Auf der Arbeit von Savart aufbauend, untersucht Joseph Plateau 1873 den Einfluss von Oberflächenspannung und Viskosität. Der unter anderem auf ihn zurückzuführende Plateau-Rayleigh-Zerfall beschreibt das Phänomen, dass eine Flüssigkeitssäule in eine Tropfenkette mit gleich großen Tropfen übergeht, zwischen denen sich kleine Satellitentropfen befinden. [82]

Obwohl seit Anfang des 20. Jahrhunderts durch die Arbeit von Bentley [6] bekannt ist, dass durch natürliche Phänomene unterschiedliche Tropfengrößenverteilungen erzeugt werden können, haben quantitative Untersuchungen von Sprays erst Mitte des letzten Jahrhunderts begonnen. Dies liegt zum einen an der Tatsache, dass bis zu diesem Zeitpunkt die entsprechende Messtechnik nicht in der Lage gewesen ist solche Phänomene zu erfassen [107] und zum anderen an der Entwicklung, vermehrt flüssigen Brennstoff als Antriebsmittel für Autos und Flugzeuge einzusetzen [20].

Aktuelle experimentelle und numerische Arbeiten, in denen die Zerstäubung näher untersucht wird, sind unter anderem in verschiedenen Arbeiten publiziert [10, 30, 32, 31, 37, 44, 112].

## 1.1 Motivation

Die im vorherigen Kapitel erwähnte Entwicklung der Einspritzdüsen von Verbrennungsaggregaten hat zum Ziel, den Verbrauch des Kraftstoffes und die Masse der schädlichen Emissionen zu reduzieren. Dies wird nicht nur durch die steigenden Rohstoffpreise und die Verringerung der politischen Abhängigkeit von den rohstoffexportierenden Ländern motiviert, sondern auch durch die immer restriktiver werdenden Umweltschutzaufgaben, wie sie z. B. von ACARE (Advising Council on Aeronautics Research in Europe) verabschiedet worden sind [24]. Bis zum Jahr 2050 sollen die CO<sub>2</sub>-Emissionen um 75 %, die NO<sub>x</sub>-Emissionen um 90 % und die Lärmemission um 65 % pro Fluggastkilometer im Vergleich zu den Werten des Jahres 2000 reduziert werden. Um dieses Ziel zu erreichen, ist es nötig, die komplexe und turbulente Strömung im Inneren der Brennkammer, die die gleichmäßige Verteilung der Luft in der Brennkammer beeinflusst, im Detail zu verstehen. Zusätzlich ist ein verbessertes Verständnis über die Gemischbildung, die Verdampfung des Brennstoffes und den Einfluss der Rezirkulationszone auf die Flammenstabilisierung nötig. Dazu werden die bestehenden Modelle für die Beschreibung dieser Prozesse immer weiter verbessert, um verlässlichere und aussagekräftigere Ergebnisse zu liefern, die

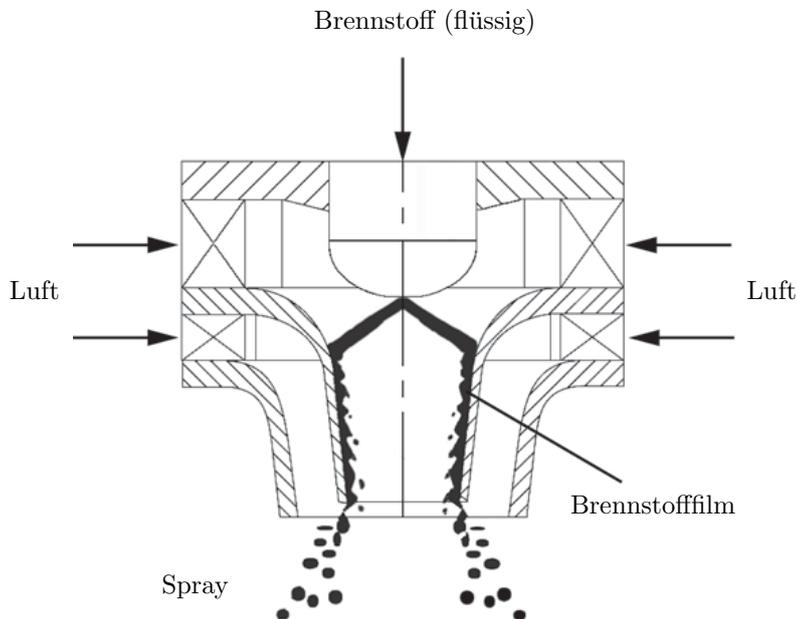


Abbildung 1.1: Airblast-Zerstäuber [100]

weitere Einblicke in die physikalischen Prozesse gewähren, auf deren Basis das System Gasturbine weiter optimiert werden kann. Dabei ist heutzutage das Zusammenspiel der Sprayentstehung und der Rußbildung am wenigsten verstanden. Bekannt ist aber, dass die Rußbildung und die Bildung schädlicher Emissionen direkt von der Spraybildung und deren charakteristischen Ausprägungen abhängig ist. [67]

Als besonders vorteilhaft sind in diesem Zusammenhang die Airblast-Zerstäuber, vgl. Abbildung 1.1, zu nennen, die selbst bei geringem Brennstoffdruck ein feines Spray erzeugen, das weniger Ruß als andere vergleichbare Systeme produziert und somit die thermische Belastung der Bauteile und die Menge schädlicher Emissionen reduziert [22, 60, 66]. Innerhalb dieser Airblast-Zerstäuber mit Filmleger wird ein dünner Flüssigkeitsfilm auf dem Filmleger durch einen Druckzerstäuber erzeugt. Die Filmoberfläche wird parallel von Umgebungsluft mit deutlich höherer Geschwindigkeit überströmt. Am Ende des Filmlegers wird der schubspannungsgetriebene Flüssigkeitsfilm zwischen den Gasströmen aus dem primären und sekundären Drallkanal in Ligamente (= Flüssigkeitsfäden) und Tropfen zerstäubt. Dieser Vorgang wird als Primärzerfall bezeichnet, während der Sekundärzerfall das weiter stromabwärts der Düse stattfindende Aufbrechen der Liga-

mente in Tropfen und das Zerteilen von großen in zahlreiche kleinere Tropfen beschreibt. Diese Tropfen bilden das Spray, das der Brennkammer zugeführt wird. [50, 59]

Frühere Arbeiten auf dem Gebiet der Zerstäubung haben ihren Fokus entweder auf die Untersuchung des Flüssigkeitsverhaltens nach dem Verlassen des Filmlegers gelegt [8, 32, 31, 96, 97, 104] oder auf die Untersuchung von horizontalen Flüssigkeitsfilmen unter der Bedingung, dass keine Masse in Form von Tropfen oder Ligamenten aus dem horizontalen, dünnen Flüssigkeitsfilm abgespalten werden dürfen [15, 23, 118, 119]. Im Gegensatz dazu sind die Bedingungen, unter denen sich Tropfen von den Wellenkämmen des Flüssigkeitsfilms abspalten, wenig untersucht worden [10, 13, 36, 44, 116]. Dabei zeigen vor allem die Arbeiten von [22, 27, 28, 66, 70, 89], dass die Oberflächenspannungskräfte stabilisierend und die aerodynamischen Kräfte destabilisierend auf die Flüssigkeit wirken und sowohl die Bildung von Tropfen als auch den Zerfall der kontinuierlichen Flüssigkeitsphase begünstigen.

Für die Auslegung und Optimierung zukünftiger Zerstäuber und die sich anschließenden Brennkammern, deren Gesamtsystem sich durch einen geringen Brennstoffverbrauch und niedrige Emissionen auszeichnen muss, ist ein umfassendes Verständnis des Entstehungsprozesses des Sprays wichtig. Des Weiteren benötigt eine Simulation des gesamten Verbrennungsvorgangs genaue Anfangsbedingungen bezüglich des Entstehungsortes der Tropfen, ihrer Größenverteilung und Geschwindigkeit, da diese sich in Abhängigkeit der Stoffgrößen der Flüssigkeit, der Luftgeschwindigkeit und dem Druck in der Brennkammer ändern können. [10]

## 1.2 Ziel

Aufgrund der begrenzten Rechenleistung heutiger Großrechner ist es nicht möglich, die Gleichungen, die den gesamten Zerstäubungsprozess mit der sich anschließenden Verbrennung beschreiben, in einem System in einem akzeptablen Zeitraum numerisch zu lösen. Wie in [18] berichtet, benötigt allein die Berechnung einer Modellflamme mehrere Monate. Eine industrielle Nutzung der numerischen Simulation für die Entwicklung von Gasturbinen ist folglich nicht realisierbar, da sie zu zeitaufwendig ist. Aus diesen Gründen wird der Prozess der Spraybildung bei der Simulation von Brennkammern oft vernachlässigt und gemessene Tropfengrößenverteilungen werden als Anfangsbedingungen verwendet [2, 48, 94]. Der Nachteil dieser Vorgehensweise ist, dass die Messungen der Tropfengrößenverteilungen aufgrund der begrenzten Anwendbarkeit der Messmethoden nur bei Drücken, die niedriger sind als die Arbeitsdrücke von in technischen Systemen eingesetzten Zerstäubern, durchgeführt werden können. Diese Messergebnisse werden durch die Tropfen und Ligamente, die aus dem Flüssigkeitsfilm auf dem Filmleger vermehrt bei hohen Arbeitsdrücken herausgelöst werden, verfälscht, so dass die experimentell bestimmten Tropfengrößenverteilungen nur mit Unsicherheiten auf höhere Arbeitsdrücke extrapoliert werden können.

Um diese Wissenslücke schließen zu können und verlässliche Anfangsbedingungen für Verbrennungssimulationen zu erhalten, werden die Abhängigkeiten der mittleren Filmdicke auf dem Filmleger von Airblast-Zerstäubern von den Strömungsbedingungen und

Stoffeigenschaften der Fluide in der vorliegenden Arbeit detailliert untersucht.

Die genaue numerische Untersuchung des Flüssigkeitsfilms auf dem Filmleger und des Abspaltungsvorgangs von Tropfen aus den Wellenkämmen hat zum Ziel, die mittlere Filmdicke auf dem Filmleger und die Tropfengrößenverteilung nach der Düse in Form von Korrelationen der beteiligten thermodynamischen Parametern (Druck), der Strömungsbedingungen (Luftgeschwindigkeit) sowie der stofflichen Eigenschaften des zu zerstäubenden Fluides (Oberflächenspannung, Viskosität) bestimmen zu können, um möglichst realitätsnahe Anfangsbedingungen für weiterführende Simulationen der Brennkammer und der darin ablaufenden Verbrennungsvorgänge zu erhalten.

## 1.3 Gliederung

In der vorliegenden Arbeit werden in Kapitel 2 die aus der Literatur bekannten Grundgleichungen der Strömungsmechanik und die physikalischen Grundlagen schubspannungsgetriebener Flüssigkeitsfilme zusammengefasst. Dabei wird auf die Kelvin-Helmholtz-Instabilität, die als Ursache für die Bildung von Wellen auf dem Flüssigkeitsfilm gilt, und die Mechanismen, die zur Tropfenabspaltung aus dem Film führen, detailliert eingegangen. Die charakteristische Länge, die mithilfe der Kelvin-Helmholtz-Instabilität bestimmt worden ist und die charakteristische Länge, die in Analogie zum integralen Längenmaß der Turbulenztheorie, berechnet wird, werden dazu genutzt die Tropfengrößen, die in den numerischen Simulationen ermittelt worden sind, zu validieren. Darüber hinaus wird ein einfaches, eindimensionales Modell zur Berechnung der Filmdicke auf dem Filmleger präsentiert und seine Grenzen aufgezeigt.

Im folgenden Kapitel wird die Modellierung der Zweiphasenströmungen mithilfe der Volume of Fluid Methode erklärt. Eine Untersuchung der numerisch erzeugten, artifiziellen Diffusion dieser Methode schließt sich an.

Die im weiteren Verlauf der Arbeit genutzten Auswertungsverfahren und charakteristischen Größen werden in Kapitel 4 eingeführt.

In Kapitel 5 werden die Eigenschaften einer turbulenten Strömung und die daraus resultierenden Modellierungsansätze erklärt. Im nächsten Schritt wird die Erweiterung des Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells auf die Behandlung der Phasengrenzfläche von Zweiphasenströmungen durchgeführt und validiert.

Anschließend erfolgt in Kapitel 6 die Validierung des eingesetzten, numerischen Modells mithilfe experimenteller Daten.

Eine ausführliche Untersuchung der verwendeten Modellinjektoren wird in Kapitel 7 präsentiert und Korrelationen für die mittlere Filmdicke auf dem Filmleger und die auf dem Filmleger gebildeten Tropfen vorgestellt. Außerdem werden diese Ergebnisse mit dem charakteristischen Längenmaß, das aus der Kelvin-Helmholtz-Instabilität resultiert, und einer charakteristischen Länge, die in Analogie zu dem integralen Längenmaß aus der Turbulenztheorie ermittelt wird, bestätigt.

In Kapitel 8 werden die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst. Des Weiteren werden Ausblicke auf mögliche zukünftige Untersuchungen vorgestellt.



## 2 Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens

Nach der Einführung der Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls der Strömungsmechanik wird die mathematische Beschreibung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität erläutert, die als Ursache dafür gilt, dass sich Wellen auf Flüssigkeitsfilmen, die von einer Gasphase überströmt werden, bilden. Da sich aus den gebildeten Wellen im weiteren Verlauf Tropfen abspalten können, kann aus der Beschreibung der Instabilität Rückschlüsse auf den Beginn des Primärerfalls gezogen werden.

Anschließend werden die Mechanismen, die zur Tropfen- und Ligamentenabspaltung aus einem Flüssigkeitsfilm führen können, vorgestellt.

Am Ende des Kapitels wird eine eindimensionale Berechnung der Filmdicke durchgeführt, die als einfaches Hilfsmittel benutzt wird, um die mittlere Filmdicke auf dem Filmleger zu bestimmen. Gleichzeitig werden ihre Grenzen aufgezeigt und somit die Notwendigkeit abgeleitet, numerisch umfangreichere Modelle zu benutzen.

### 2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

Da die im Rahmen dieser Arbeit auftretenden Mach-Zahlen klein sind ( $Ma < 0,3$ ) und zusätzlich keine Wärmefreisetzung, durch beispielsweise einer der Strömung überlagerten Reaktion, stattfindet, können die Strömungen als isotherm und inkompressibel betrachtet werden [26, 38]. Aus diesem Grund werden in den folgenden Abschnitten die Gleichungen der Massen- und Impulserhaltung eingeführt, die für eine numerische Berechnung isothermer und inkompressibler Strömungen nötig sind. Die ausführlichen Herleitungen dieser Gleichungen sind unter anderem in [26, 73, 99] zu finden.

#### 2.1.1 Massenerhaltungsgleichung

Die Gleichung der Massenerhaltung, auch Kontinuitätsgleichung genannt, bilanziert die in ein Kontrollvolumen ein- und austretenden Massenströme. Unter Verwendung der Einsteinschen Summenkonvention, die besagt, dass über alle Werte eines Index aufsummiert wird, wenn dieser innerhalb eines Termes zweimal vorkommt, lautet die Massenerhaltung für ein inkompressibles Fluid [26, 73, 99]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.1}$$

Dabei steht  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) bzw.  $x, y, z$  für die kartesischen Ortskoordinaten und  $u_i$  bzw.  $u, v, w$  für die kartesischen Komponenten des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}$ .

### 2.1.2 Impulserhaltungsgleichungen

Die Impulserhaltungsgleichungen, auch bekannt als Navier-Stokes-Gleichungen, ergeben sich als direkte Konsequenz aus dem zweiten Newtonschen Axiom, das besagt, dass die zeitliche Änderung des Impulses gleich der Kraft ist, die auf einen Körper wirkt und zum anderen aus dem dritten Newtonschen Axiom, dem Wechselwirkungsprinzip (*actio = reactio*). Dieses beschreibt die Tatsache, dass ein Körper in einem abgeschlossenen System, der eine Kraft auf einen zweiten Körper ausübt, eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kraft erfährt. Somit ist die Summe der Kräfte in einem abgeschlossenen System gleich null. Für ein inkompressibles Newtonsches Fluid, dessen einzige Massenkraft die Gravitationskraft ist, lauten die Navier-Stokes-Gleichungen [26, 73, 99]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + g_i \quad (2.2)$$

Dabei gilt für die Indizes  $i, j = 1, 2, 3$ .

Der erste Term auf der linken Seite beschreibt die zeitliche Änderung des Impulses in einem Kontrollvolumen. Der konvektive Impulstransport wird durch den zweiten Term auf der linken Seite beschrieben. Die auf das Kontrollvolumen wirkenden Druck- bzw. Scherkräfte werden durch den ersten und zweiten Term auf der rechten Seite von Gleichung (2.2) ausgedrückt. Die auf das Fluid wirkende Gravitationskraft wird durch den dritten Term auf der rechten Seite beschrieben, wobei  $g_i$  den Anteil der Gravitation in die jeweilige Raumrichtung darstellt.

## 2.2 Schubspannungsgetriebene Flüssigkeitsfilme

Im Nachfolgenden werden die unterschiedlichen Mechanismen erklärt, die zur Zerstäubung des auf dem Filmleger aufgetragenen Flüssigkeitsfilmes in Airblast-Zerstäubern führen können. Auf der Basis der hieraus gewonnenen Erkenntnisse wird ein eindimensionales Modell zur Berechnung der Filmdicke auf dem Filmleger unter der Annahme entwickelt, dass keine Flüssigkeit in Form von Tropfen vom Film abgespalten werden kann. Die Analyse der Ergebnisse des eindimensionalen Modells führt zu der Schlussfolgerung, dass für verlässlichere und aussagekräftigere Ergebnisse detailliertere numerische Modelle herangezogen werden müssen.

Für all diese Untersuchungen werden Newtonsche Fluide vorausgesetzt, die sich dadurch auszeichnen, dass ihr Geschwindigkeitsgradient proportional zur Schubspannung ist. Die Proportionalitätskonstante ist das Produkt aus Dichte und kinematischer Viskosität:

$$\tau = \nu \rho \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.3)$$

Weitere vertiefende Informationen zu diesem Thema und umfangreiche Überblicke zu bisher veröffentlichten Werken sind in [3, 5, 20, 28, 39, 58, 103, 117] zu finden.

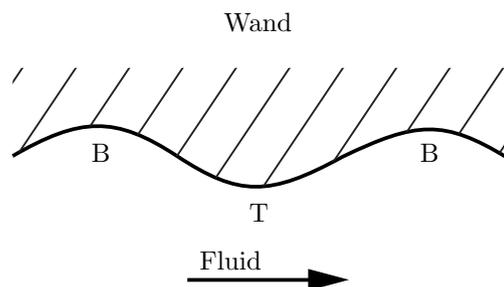


Abbildung 2.1: Entstehung des Druckunterschiedes bei einer Oberflächenwelle [21]

### 2.2.1 Wellenbildung

Die komplexen Mechanismen, die bei der Zerstäubung schubspannungsgetriebener Flüssigkeitsfilme wirken, sind bislang im Detail nicht bekannt, so dass noch keine zufriedenstellende, theoretische Beschreibung existiert [95].

Allgemein wird davon ausgegangen, dass die Zerstäubung eines Flüssigkeitsfilmes auf dem Filmleger eines Airblast-Zerstäubers mit der Entstehung von Flüssigkeitswellen beginnt, deren Amplitude mit der Lauflänge wächst [27, 65].

Albert Einstein beschreibt dieses Phänomen anschaulich in [21], indem er Parallelen zu einem sich verjüngenden Rohr zieht, durch das ein inkompressibles Fluid von links (großer Querschnitt) nach rechts (kleiner Querschnitt) fließt. Dabei muss pro Zeiteinheit durch jeden Rohrquerschnitt die gleiche Fluidmasse strömen. Folglich herrscht im Bereich größeren Querschnitts eine geringere mittlere Geschwindigkeit als bei kleineren Querschnitten. Ein negativer Druckgradient in Strömungsrichtung treibt die Strömung an. Werden diese Überlegungen auf eine Strömung entlang einer gewellten Wand, dargestellt in Abbildung 2.1, übertragen, gilt, dass die Strömung an den Wellenbergen (mit  $B$  gekennzeichnet) langsamer fließt, als im Wellental (mit  $T$  markiert). Somit entsteht bei  $B$  ein Über- und bei  $T$  ein Unterdruck, der, eine flexible Wand vorausgesetzt, die Auslenkung der Wand vergrößert.

Auf diesen Überlegungen basiert die Kelvin-Helmholtz-Instabilität, die beschreibt, wie sich kleine Störungen in einer Scherschicht zwischen zwei Fluiden mit unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten verhalten. Die nachfolgende Größenabschätzung der wirkenden Kräfte gibt darüber Auskunft, welche Einflussfaktoren in der Kelvin-Helmholtz-Instabilität berücksichtigt werden müssen. In Abbildung 2.2 ist ein Flüssigkeitsfilm mit einer kleinen Auslenkung dargestellt. Parallel zu dem Film strömt ein Gas, dessen Geschwindigkeit deutlich größer ist als diejenige der Flüssigkeit. An einem Kontrollvolumen sind die angreifenden Kräfte eingezeichnet. Für die Oberflächenspannungskraft  $F_\sigma$  gilt:

$$F_\sigma \sim \sigma \kappa = \sigma \left( \frac{1}{r_x} + \frac{1}{r_y} \right) \quad (2.4)$$

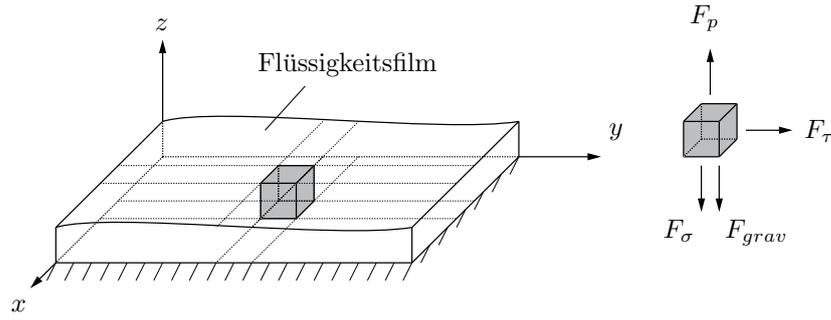


Abbildung 2.2: Flüssigkeitsfilm und wirkende Kräfte

Da die Krümmungsradien  $r_x$  und  $r_y$  bei einer kleineren Auslenkung der Phasengrenzfläche beliebig groß werden, strebt die Krümmung gegen null. Somit ist die Kraft, hervorgerufen durch die Oberflächenspannung, vernachlässigbar klein.

Die Schubspannungskraft  $F_\tau$  wirkt parallel zur Phasengrenzfläche. Sie kann somit nur eine Beschleunigung der Flüssigkeit erzeugen, aber nicht die Auslenkung der Phasengrenzfläche vergrößern. Sie wird im Nachfolgenden ebenfalls vernachlässigt.

Aufgrund der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen beiden Fluiden wird ein Druckunterschied erzeugt, der eine Sogwirkung nach oben bewirkt. Die dadurch entstehende Kraft  $F_p$  berechnet sich wie folgt [116]:

$$F_p \sim \rho_g (v_g^2 - v_f^2) \quad (2.5)$$

Da die Flüssigkeit mithilfe des Gasstromes zerstäubt werden soll, kann für diese Systeme die Annahme getroffen werden, dass die Gasgeschwindigkeit  $v_g$  immer größer als die Flüssigkeitgeschwindigkeit  $v_f$  ist. Die Gleichung (2.5) vereinfacht sich zu:

$$F_p \sim \rho_g v_g^2 \quad (2.6)$$

Die im weiteren Verlauf dieser Arbeit untersuchten Systeme weisen eine minimale Luftgeschwindigkeit von  $30 \text{ m s}^{-1}$  auf (vgl. Tabelle 7.6), wodurch die Kraft  $F_p$  in der Größenordnung von  $10^3$  liegt.

Die Gravitationskraft  $F_{grav}$  ist proportional zum statischen Druck:

$$F_{grav} \sim \rho_f g h \quad (2.7)$$

Hierbei steht  $h$  für die aktuelle Filmdicke und wird im Wertebereich von 0 bis 1 mm angenommen.

Auf die später untersuchten Systeme (vgl. Tabelle 7.6) bezogen bedeutet dies, dass die Gravitationskraft in der Größenordnung von  $10^1$  liegt. Die destabilisierende Kraft aufgrund des dynamischen Drucks überwiegt somit die stabilisierende Gravitationskraft.

Unter Berücksichtigung dieser Kräfteabschätzung und die im weiteren Verlauf dieser Ar-

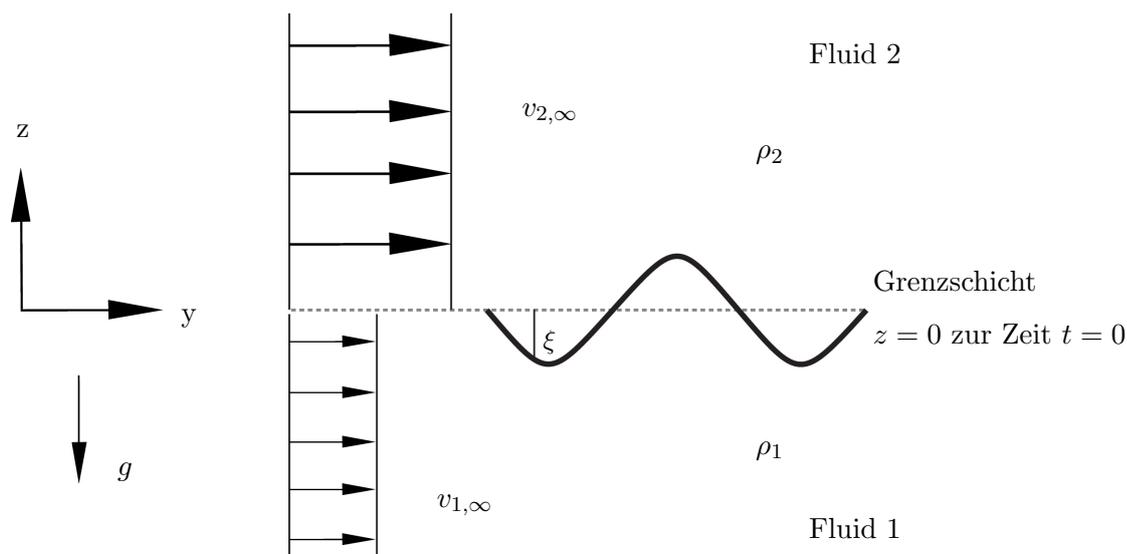


Abbildung 2.3: System zur Untersuchung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität [54]

beit untersuchten Systeme wird im Nachfolgenden die Bedingungen hergeleitet, unter denen die Kelvin-Helmholtz-Instabilität entstehen kann. Dabei wird gezeigt, dass diese Voraussetzungen bei den in dieser Arbeit untersuchten Airblast-Zerstäubern erfüllt sind und somit die Entstehung der Wellen auf dem Filmleger, aus denen Tropfen abgespalten werden können, unter anderem auf die Kelvin-Helmholtz-Instabilität zurückgeführt werden kann [42, 87, 88].

Die Kelvin-Helmholtz-Instabilität wird anhand des in Abbildung 2.3 gezeigten Systems untersucht. Bei diesem System ist  $y$  die Richtung der Hauptströmungsgeschwindigkeit  $v$ , während  $z$  senkrecht auf  $y$  steht und die Geschwindigkeit in  $z$ -Richtung mit  $w$  bezeichnet wird.

Für die weiter unten aufgeführte mathematische Beschreibung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität wird die Bernoulli-Gleichung für instationäre, zweidimensionale und rotationsfreie Strömungen von inkompressiblen und reibungsfreien Fluiden benötigt. Für diese Herleitung wird von der zweidimensionalen Euler-Gleichung ausgegangen [73]:

$$\begin{aligned}
 \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} \\
 \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Dabei bezeichnet  $\rho$  die Dichte des Fluids,  $v$  die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung  $y$  und  $w$  die Geschwindigkeitskomponente in  $z$ -Richtung senkrecht zur Strömung,  $g_y$  bzw.  $g_z$  die Komponenten der Gravitation in  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung und  $p$  den Druck.

Da Rotationsfreiheit gefordert wird, gilt  $\text{rot}(\vec{v}) = 0$  und somit:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.9)$$

Gleichung (2.9) wird in Gleichung (2.8) eingesetzt. Anschließend wird durch die Dichte dividiert. Diese Umformungen ergeben:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial w^2}{\partial y} &= -\frac{\partial g_y y}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial w^2}{\partial z} &= -\frac{\partial g_z z}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Aufgrund der geforderten Rotationsfreiheit der Strömung wird das Geschwindigkeitspotential eingeführt [84]. Durch dieses wird das Strömungsproblem mit den zwei unbekannt Geschwindigkeiten  $v$  und  $w$  auf ein Problem mit nur einem unbekanntem Skalar, dem Geschwindigkeitspotential  $\Phi$ , reduziert [114]:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ w &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Gleichung (2.11) wird in Gleichung (2.10) eingesetzt. Nach Umformungen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g_y y + \frac{p}{\rho} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g_z z + \frac{p}{\rho} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Da die räumlichen Ableitungen nach Gleichung (2.12) zu null werden müssen, können diese Größen folglich nicht vom Ort abhängig sein. Eine Zeitabhängigkeit kann nicht ausgeschlossen werden. Somit wird die Bernoulli-Gleichung für rotationsfreie, instationäre Strömungen inkompressibler, reibungsfreier Fluide, unter der Annahme, dass die Gravitation nur in  $z$ -Richtung ( $g_z = -9,81 \text{ m s}^{-2}$ ) wirkt [84], erhalten:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{p}{\rho} + g_z z = c(t) \quad (2.13)$$

Dabei ist  $c(t)$  eine mögliche zeitabhängige Größe.

Untersucht wird nun mit dem in Abbildung 2.3 dargestellten System, ob eine kleine Auslenkung der Phasengrenzfläche um  $|\xi(y, t)|$  aus dem stationären Grundzustand  $\xi(y, t = 0) = 0$  mit der Zeit anwächst, oszilliert oder gedämpft wird. Dazu werden im Nachfolgenden zuerst die getroffenen Annahmen vorgestellt, bevor die kinematische und dynamische Randbedingung hergeleitet wird. Diese Randbedingungen sind nötig, um

die unbekanntenen Größen des Störansatzes zu bestimmen, mit dessen Hilfe die Stabilität untersucht wird.

Es werden reibungsfreie und inkompressible Fluide vorausgesetzt, die mit der konstanten und ungestörten Geschwindigkeit  $v_{1,\infty}$  bzw.  $v_{2,\infty}$  in positive  $y$ -Richtung strömen. Das schwerere Fluid ist unten angeordnet ( $\rho_1 > \rho_2$ ). Weiterhin werden die Schichten der Fluide als unendlich dick angenommen und ihre Phasengrenzfläche besitzt keine räumliche Ausdehnung in  $z$ -Richtung. Die Oberflächenspannung wird vernachlässigt. Der Fall wird zweidimensional untersucht und es wird davon ausgegangen, dass Scherung ohne Reibung auftritt. Diese Annahme ist für hochturbulente Strömungen gut erfüllt, da die Reibungsterme hier vernachlässigt werden können [47, 120]. Des Weiteren werden die Größen, die sich auf den gestörten Zustand beziehen, mit  $(\tilde{\cdot})$  gekennzeichnet.

Für die inkompressible Grundströmung mit konstanten Geschwindigkeiten gilt die Kontinuitätsgleichung [121]:

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.14)$$

Da die vorliegende Strömung als rotationsfrei vorausgesetzt wird, kann das Geschwindigkeitspotential aus Gleichung (2.11) verwendet werden. Wird dieses Geschwindigkeitspotential in die Kontinuitätsgleichung (2.14) eingesetzt, ergibt sich die Beziehung:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.15)$$

Das Kelvin'sche Zirkulationstheorem besagt, dass sich aus einer rotationsfreien Strömung nur eine ebenfalls rotationsfreie Strömung entwickeln kann [54]. Folglich kann auch die gestörte Strömung durch Geschwindigkeitspotentiale beschrieben werden. Im Falle einer Störung lautet das Geschwindigkeitspotential der Strömung:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= v_{1,\infty} y + \tilde{\Phi}_1 \\ \Phi_2 &= v_{2,\infty} y + \tilde{\Phi}_2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Der jeweils erste Term auf der rechten Seite charakterisiert die ungestörte Grundströmung, der zweite Term das Geschwindigkeitspotential der Störung.

Eine Randbedingung für dieses Problem ergibt sich aus der Forderung, dass in weiter Entfernung von der Phasengrenzfläche die Störung abklingen muss und sich die Ge-

schwindigkeiten der Grundströmung einstellen müssen [85]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} &\rightarrow v_{1,\infty} && \text{für } z \rightarrow -\infty \\
 \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow -\infty \\
 \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} &\rightarrow v_{2,\infty} && \text{für } z \rightarrow +\infty \\
 \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow +\infty
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Oder anders formuliert: Damit sich weit entfernt von der Phasengrenzfläche die Geschwindigkeit der Grundströmung einstellen kann, muss die Störung mit zunehmendem Abstand von der Phasengrenzfläche abklingen:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial y} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow -\infty \\
 \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial z} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow -\infty \\
 \frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial y} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow +\infty \\
 \frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial z} &\rightarrow 0 && \text{für } z \rightarrow +\infty
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Die Störung findet folglich zu jeder Zeit in einem endlichen Gebiet statt.

Die kinematische Randbedingung an der Phasengrenzfläche resultiert aus der Überlegung, dass eine Auslenkung der Phasengrenzfläche eine Störung in den Geschwindigkeiten  $v_{1,\infty}$  und  $v_{2,\infty}$  verursacht. Daher muss ein Zusammenhang zwischen dieser Auslenkung und dem Störanteil der Geschwindigkeit bestehen. Um diesen zu bestimmen, wird ein Element des Fluids 1 direkt unterhalb der Phasengrenzfläche betrachtet. Seine vertikale Geschwindigkeit muss ebenso groß sein wie die Ableitung des Geschwindigkeitspotentials der Störung nach  $z$  an der Stelle  $z = \xi$ . Die vertikale Geschwindigkeit wird mithilfe der substantiellen Ableitung der Auslenkung der Phasengrenzfläche bestimmt:

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial z} = \frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \tilde{v}_1 \frac{\partial \xi}{\partial y} + \tilde{w}_1 \frac{\partial \xi}{\partial z} \quad \text{bei } z = \xi \tag{2.19}$$

Die Geschwindigkeit des Fluidpartikels unterhalb der Phasengrenzfläche in  $y$ -Richtung wird mit  $\tilde{v}_1$  und in  $z$ -Richtung mit  $\tilde{w}_1$  bezeichnet.

Analog gilt für ein Fluidpartikel direkt oberhalb der Phasengrenzfläche:

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial z} = \frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \tilde{v}_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + \tilde{w}_2 \frac{\partial \xi}{\partial z} \quad \text{bei } z = \xi \tag{2.20}$$

Um die Störgeschwindigkeiten  $\tilde{v}_i$  und  $\tilde{w}_i$ , mit  $i = 1, 2$ , in Gleichung (2.19) und (2.20) zu eliminieren, werden diese mithilfe der Taylor-Entwicklung angenähert:

$$\tilde{v}_i(y, \xi) = \tilde{v}_i(y, 0) + \frac{\partial \tilde{v}_i(y, z)}{\partial z} (\xi - 0) \quad (2.21)$$

Nach Abbildung 2.3 gilt an der Stelle der maximalen Auslenkung der Grenzschicht in positive  $z$ -Richtung  $\tilde{v}_2(y, 0) = v_{2,\infty}$  und an der Stelle der maximalen Auslenkung in negative  $z$ -Richtung  $\tilde{v}_1(y, 0) = v_{1,\infty}$ . Wird Gleichung (2.21) in den zweiten Term auf der rechten Seite von Gleichung (2.19) und Gleichung (2.20) eingesetzt, ergibt sich:

$$\tilde{v}_i(y, \xi) \frac{\partial \xi}{\partial y} = v_{i,\infty} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}_i(y, z)}{\partial z} \xi \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (2.22)$$

Da die vorliegende Betrachtung nur für kleine Auslenkungen der Phasengrenzfläche und somit für kleine Änderungen gilt, ist das Produkt der Ableitungen von  $\tilde{v}_i$  und  $\xi$  vernachlässigbar klein.

Für die Geschwindigkeitskomponente  $\tilde{w}_i$  gilt nach der Taylor-Entwicklung:

$$\tilde{w}_i(y, \xi) = \tilde{w}_i(y, 0) + \frac{\partial \tilde{w}_i(y, z)}{\partial z} (\xi - 0) \quad (2.23)$$

Dabei ist  $\tilde{w}_i(y, 0) = 0$ , da an der ungestörten Phasengrenzfläche keine vertikale Geschwindigkeit existiert. Wird Gleichung (2.23) mit der Ableitung von  $\xi$  in  $z$ -Richtung multipliziert, ergibt sich:

$$\tilde{w}_i(y, \xi) \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{w}_i(y, z)}{\partial z} \xi \frac{\partial \xi}{\partial z} \quad (2.24)$$

Auch in diesem Fall ist das Produkt der Ableitungen vernachlässigbar klein.

Somit vereinfachen sich die Gleichungen (2.19) und (2.20) zu [77]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial z} &= \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_{1,\infty} \frac{\partial \xi}{\partial y} & \text{für } z = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial z} &= \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_{2,\infty} \frac{\partial \xi}{\partial y} & \text{für } z = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Die zweite, noch notwendige Randbedingung ist die dynamische Randbedingung, die sich aus der Tatsache ergibt, dass der Druck an der Phasengrenzfläche für beide Fluide gleich groß ist, solange die Oberflächenspannung vernachlässigt wird und inkompressible Fluide betrachtet werden. Somit ergibt sich die Forderung, dass an der Phasengrenzfläche ( $z = \xi$ )  $p_1 = p_2$  gelten muss. Wird diese Bedingung in die instationäre Bernoulli-

Gleichung (2.13) eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \rho_1 \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + g_z \xi - c_1(t) \right) \\ & = \rho_2 \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right)^2 \right) + g_z \xi - c_2(t) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

In Gleichung (2.26) wird das Geschwindigkeitspotential der gesamten Strömung aus Gleichung (2.16) eingesetzt:

$$\begin{aligned} & \rho_1 \left( -\frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( (v_{1,\infty} + \tilde{v}_1)^2 + \tilde{w}_1^2 \right) - g_z \xi + c_1(t) \right) \\ & = \rho_2 \left( -\frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( (v_{2,\infty} + \tilde{v}_2)^2 + \tilde{w}_2^2 \right) - g_z \xi + c_2(t) \right) \quad \text{mit } z = \xi \end{aligned} \quad (2.27)$$

Es gilt, dass  $\partial \Phi_i / \partial t = \partial \tilde{\Phi}_i / \partial t$ , da das Produkt  $v_{i,\infty} y$  zeitunabhängig ist, vgl. Gleichung (2.16). Außerdem gilt folgende Umformung:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial}{\partial y} (v_{i,\infty} y + \tilde{\Phi}_i) \right)^2 = (v_{i,\infty} + \tilde{v}_i)^2 \\ & \left( \frac{\partial}{\partial z} (v_{i,\infty} y + \tilde{\Phi}_i) \right)^2 = \tilde{w}_i^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Da die Störgeschwindigkeiten klein sind, werden die Terme  $\tilde{v}_i^2$  und  $\tilde{w}_i^2$  im Nachfolgenden vernachlässigt.

Die endgültige Randbedingung ergibt sich aus der Überlegung, dass der Druck an der Phasengrenzfläche auch dann für beide Fluide gleich groß sein muss, wenn die Phasengrenzfläche nicht ausgelenkt ist. In diesem Fall ( $z = 0$ ) verschwinden die Geschwindigkeitspotentiale der Störung in Gleichung (2.16), wodurch sich Gleichung (2.26) vereinfacht zu:

$$\frac{1}{2} v_{1,\infty}^2 \rho_1 - c_1(t) \rho_1 = \frac{1}{2} v_{2,\infty}^2 \rho_2 - c_2(t) \rho_2 \quad (2.29)$$

Unter Berücksichtigung der Umformung  $\tilde{v}_i = \partial \tilde{\Phi}_i / \partial y$  ergibt sich durch Addition von Gleichung (2.29) und (2.27) die dynamische Randbedingung [54]:

$$\rho_1 \left( \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial t} + v_{1,\infty} \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial y} + g_z \xi \right) = \rho_2 \left( \frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial t} + v_{2,\infty} \frac{\partial \tilde{\Phi}_2}{\partial y} + g_z \xi \right) \quad \text{für } z = 0 \quad (2.30)$$

Nach der Bestimmung der kinematischen und dynamischen Randbedingung wird nun die Auslenkung der Phasengrenzfläche aus der ursprünglichen Lage in  $z$ -Richtung als

Sinuskurve angenommen (harmonische Welle). In komplexer Schreibweise lautet diese:

$$\xi = \hat{\xi} e^{i(ay-\omega t)} \quad (2.31)$$

Dabei ist  $\hat{\xi}$  die Amplitude,  $i$  die imaginäre Einheit,  $a$  die Wellenzahl,  $\omega$  die Frequenz und  $t$  die Zeit [71].

Für die Geschwindigkeitspotentiale der Störung wird ebenfalls ein Wellenansatz gewählt. Für den Störansatz des Geschwindigkeitspotentials im Fluid 1 gilt mit  $\hat{\Phi}_1$  als Amplitude der Störung:

$$\tilde{\Phi}_1 = \hat{\Phi}_1 e^{i(ay-\omega t)} \quad (2.32)$$

Wird dieser in Gleichung (2.15) eingesetzt, ergibt sich:

$$-a^2 \hat{\Phi}_1 + 0 \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.33)$$

Um diese Forderung erfüllen zu können, wird Gleichung (2.32) erweitert:

$$\tilde{\Phi}_1 = \hat{\Phi}_1 e^{i(ay-\omega t)+az} \quad (2.34)$$

Analog ergibt sich für das Geschwindigkeitspotential der Störung in Fluid 2:

$$\tilde{\Phi}_2 = \hat{\Phi}_2 e^{i(ay-\omega t)-az} \quad (2.35)$$

Das Vorzeichen des Produktes  $az$  ist so gewählt, dass jeweils die Störung mit größer werdendem Abstand zur Phasengrenzfläche ( $z \rightarrow \pm\infty$ ) abklingt.

Hat  $\omega$  einen negativen Imaginärteil, ist die Welle exponentiell gedämpft und das System stabil. Weist  $\omega$  hingegen einen positiven Imaginärteil auf, wächst die Welle exponentiell an. Diese Instabilität wird Kelvin-Helmholtz-Instabilität genannt und ist dafür verantwortlich, dass sich die Phasengrenzfläche zweier Fluide, die mit unterschiedlicher Geschwindigkeit parallel zu einander strömen, aufwellt. Besitzt  $\omega$  nur einen Realteil, liegt die oszillierende Lösung vor, eine ungedämpfte, stabile Welle entsteht. [73]

Zur Überprüfung der Stabilität eines Systems muss somit  $\omega$  berechnet werden. Dazu werden zuerst die unbekanntenen Größen  $\hat{\xi}$ ,  $\hat{\Phi}_1$  und  $\hat{\Phi}_2$  bestimmt. Hierfür werden drei Gleichungen benötigt, die aus der kinematischen und dynamischen Randbedingung stammen. Hierzu werden die Gleichungen (2.31), (2.34) und (2.35) in die kinematische Randbedingung (2.25) mit  $z = 0$  eingesetzt:

$$\begin{aligned} a \hat{\Phi}_1 &= -i \hat{\xi} \omega + i v_{1,\infty} \hat{\xi} a \\ -a \hat{\Phi}_2 &= -i \hat{\xi} \omega + i v_{2,\infty} \hat{\xi} a \end{aligned} \quad (2.36)$$

In die dynamische Randbedingung (2.30) werden ebenfalls die Wellenansätze aus den Gleichungen (2.31), (2.34) und (2.35) mit  $z = 0$  eingesetzt, um daraus die dritte Gleichung

chung für die Bestimmung der unbekanntenen Amplituden zu erhalten:

$$\rho_1 \left( -i \omega \hat{\Phi}_1 + i v_{1,\infty} a \hat{\Phi}_1 + g_z \hat{\xi} \right) = \rho_2 \left( -i \omega \hat{\Phi}_2 + i v_{2,\infty} a \hat{\Phi}_2 + g_z \hat{\xi} \right) \quad (2.37)$$

Mit Gleichung (2.36) ergibt sich:

$$\rho_1 \left( -\omega^2 + 2 \omega a v_{1,\infty} - v_{1,\infty}^2 a^2 + g_z a \right) = \rho_2 \left( -\omega^2 + 2 \omega a v_{2,\infty} + v_{2,\infty}^2 a^2 + g_z a \right) \quad (2.38)$$

Zur Überprüfung des Vorzeichens des Imaginärteils von  $\omega$  wird Gleichung (2.38) nach  $\omega$  aufgelöst:

$$\frac{\omega_{1,2}}{a} = \frac{\rho_1 v_{1,\infty} + \rho_2 v_{2,\infty}}{\rho_1 + \rho_2} \pm \sqrt{\frac{g_z \rho_2 - \rho_1}{a \rho_1 + \rho_2} - \frac{\rho_1 \rho_2 (v_{1,\infty} - v_{2,\infty})^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2}} \quad (2.39)$$

Es wird für die folgende Auswertung von einem System ausgegangen, das Rayleigh-Taylor stabil ist (was bedeutet:  $\rho_1 > \rho_2$ ), für dessen Geschwindigkeiten  $v_{1,\infty} \neq 0$  bzw.  $v_{2,\infty} \neq 0$  gilt und dessen Realteil der Frequenz die Anforderung  $Re(\omega) \neq 0$  erfüllt. Solange  $\omega$  keinen Imaginärteil hat, sind die entstehenden Wellen stabil.

Die Frequenz  $\omega$  wird komplex, sobald der Radikand der Wurzel negativ wird und somit gilt, dass

$$g_z (\rho_2^2 - \rho_1^2) < a \rho_1 \rho_2 (v_{1,\infty} - v_{2,\infty})^2 \quad (2.40)$$

Ist sowohl die Relativgeschwindigkeit  $|v_{1,\infty} - v_{2,\infty}|$  der Fluide als auch ihr Dichteunterschied  $\rho_1 - \rho_2$  groß, was bei der Zerstäubung von Flüssigkeitsfilmen mit der Luft in Airblast-Zerstäubern der Fall ist, ergibt sich immer ein positiver Imaginärteil, der für die Instabilität der Phasengrenzfläche verantwortlich gemacht werden kann und somit zum Aufwellen der Phasengrenzfläche führt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Kelvin-Helmholtz-Instabilität durch Scherung verursacht wird, sobald diese die stabilisierende Wirkung der Schichtenströmung überwiegt [85]. Dadurch können kleine Auslenkungen bzw. Störungen der Phasengrenzfläche anwachsen. Wellen entstehen auf der Oberfläche des Flüssigkeitsfilm, aus denen Tropfen abgespalten werden können, sobald die Amplitude der Wellen einen kritischen Wert überschritten hat. Somit kann die Kelvin-Helmholtz-Instabilität als eine Ursache für die Primärzerstäubung angesehen werden.

## 2.2.2 Entstehung von Tropfen und Ligamenten

Der Mechanismus, der zum Abspalten von Tropfen und Ligamenten aus den Wellenbergen des Flüssigkeitsfilmes auf dem Filmleger führt, ist im Detail bis heute unbekannt. Fest steht nur, dass eine kontinuierliche Flüssigkeitszufuhr aus dem Film in die Wellen besteht und diese in ihrer Amplitude wachsen. Würden die Wellen unter diesen kritischen Bedingungen der Tropfenabspaltung auf ihrem Weg über den Filmleger ab einem bestimmten Zeitpunkt nicht weiter wachsen, würde ihre Amplitude durch das Abspalten

von Tropfen kleiner werden, was in Experimenten nicht beobachtet werden kann. [39] In [36] wird die Vermutung geäußert, dass die Kelvin-Helmholtz-Instabilität von einem Überdruck in den Wellentälern und einem Unterdruck über den Wellenbergen begleitet wird (vgl. Abschnitt 2.2.1). Diese Druckdifferenz erzeugt einen Sog, der die Amplitude der Wellen vergrößert und somit für das Abspalten der Tropfen und Ligamente aus den Wellen verantwortlich ist.

Basierend auf Beobachtungen von [56] wird in [39] der Mechanismus zur Tropfenabspaltung beschrieben. Durch eine kleine Störung entsteht eine Welle, die in ihrer Amplitude mit zurückgelegter Strecke auf dem Filmleger wächst. Die Wellenfront ist dabei steil geformt. Da der obere Teil der Welle der beschleunigenden Luftströmung ausgesetzt wird, nimmt seine Geschwindigkeit zu und führt zum Überschlag der Welle, wobei Tropfen abgespalten werden. [39]

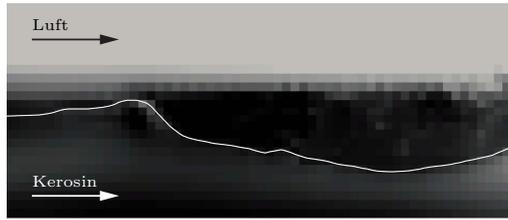
In Abbildung 2.4 ist eine Welle bei vier aufeinanderfolgenden Zeitschritten dargestellt. Diese Bilder entstammen der Rechnung 1 der Tabelle 7.6. Die gezeigte Schnittebene liegt in der Mitte des berechneten Gebietes bei  $x = 0,5 \text{ mm}$  (vgl. Abbildung 7.12). Jede Gitterzelle ist mit einer Farbe gefüllt, wodurch das Bild verpixelt erscheint. Das Kerosin wird von der Luft, die eine höhere Geschwindigkeit als das Kerosin besitzt, überströmt. Die linke Spalte zeigt die Druckverteilung und die rechte Spalte die dazugehörige Geschwindigkeitsverteilung. Die eingezeichnete weiße Linie markiert die Phasengrenzfläche, die bei dem Flüssigkeitsvolumenbruch  $\alpha = 0,5$  definiert ist. In Abbildung 2.4(a) ist zu erkennen, dass direkt oberhalb der Phasengrenzfläche ein geringerer Druck vorliegt. Im stromabwärts gelegenen Teil der Wellenspitze ist diese gekrümmt, so dass die Oberflächenspannung zu einem zusätzlichen Druckanstieg führt. Die entsprechende Geschwindigkeitsverteilung ist in Abbildung 2.4(b) dargestellt. Der unmittelbare Bereich stromaufwärts der Wellenspitze und direkt über der Wellenspitze weisen im Vergleich zur restlichen Phasengrenzfläche eine erhöhte Geschwindigkeit auf.

Nach  $0,1 \text{ ms}$  ist die Welle gewandert und ihre Amplitude aufgrund der Druckdifferenz größer geworden [9], vgl. Abbildung 2.4(c). Die Druckerhöhung in der Wellenspitze aufgrund der Oberflächenspannung ist zu erkennen. Stromabwärts der Welle bildet sich ein Gebiet niedrigeren Druckes aus, das für eine weitere Beschleunigung der Welle führt. Abbildung 2.4(d) zeigt die zugehörige Geschwindigkeitsverteilung. Die Wellenspitze weist im Vergleich zur Basis eine erhöhte Geschwindigkeit auf.

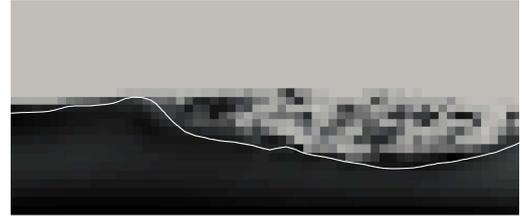
Weitere  $0,1 \text{ ms}$  später bewirkt das Zusammenspiel aus niedrigem Druck über der Welle und Beschleunigung durch die Luftströmung, dass sich die Wellenspitze einschnürt (vgl. Abbildung 2.4(e) und 2.4(f)).

In Abbildung 2.4(g) und 2.4(h) ist der abgespaltene Tropfen zu sehen, der aufgrund der Oberflächenspannung einen erhöhten Druck besitzt. Er wird durch die Luft beschleunigt und entfernt sich von der Welle.

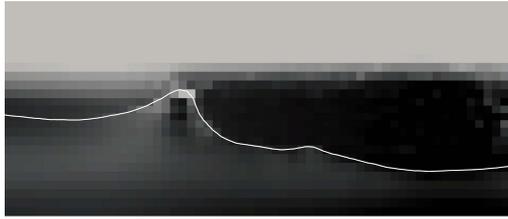
In [44] wird die Abspaltung von Tropfen ähnlich zu dem obigen Mechanismus beschrieben. Stromabwärts einer Welle bildet sich ein erster Wirbel in der Luftströmung aus. Dieser sorgt zu Beginn dafür, dass kleine Tropfen aus dem sich ausdünnenden Wellenberg abgetrennt werden. Da der Wirbel aber eine größere Geschwindigkeit als die Flüssigkeit besitzt, wandert er stromabwärts. Die Luftströmung dominiert erneut und drückt die ausgedünnte Spitze des Wellenberges nach unten. Stromabwärts diesem bildet sich jetzt



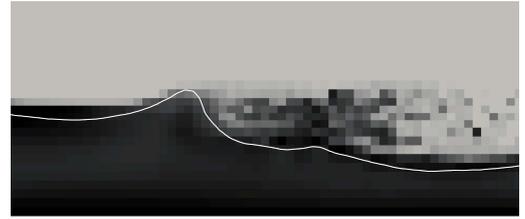
(a) Druck bei  $t_0 = 0$  ms



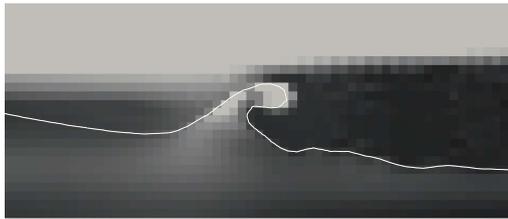
(b) Geschwindigkeit bei  $t_0 = 0$  s



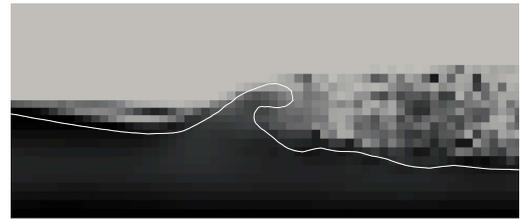
(c) Druck bei  $t_1 = 0,1$  ms



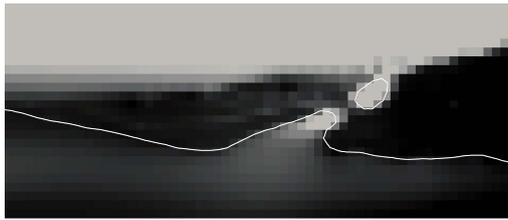
(d) Geschwindigkeit bei  $t_1 = 0,1$  ms



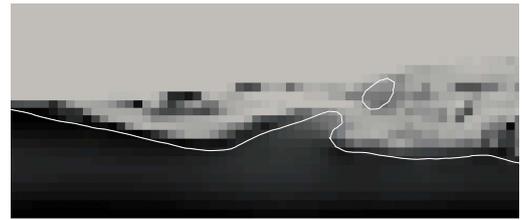
(e) Druck bei  $t_2 = 0,2$  ms



(f) Geschwindigkeit bei  $t_2 = 0,2$  ms



(g) Druck bei  $t_3 = 0,3$  ms



(h) Geschwindigkeit bei  $t_3 = 0,3$  ms

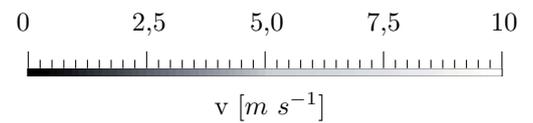
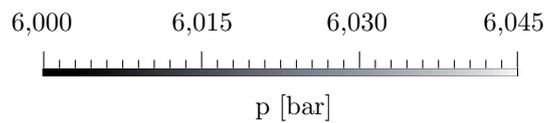


Abbildung 2.4: Druck- und Geschwindigkeitsverteilung einer Welle beim Abspalten eines Tropfens (jeder Pixel stellt eine Gitterzelle dar)



Abbildung 2.5: (Luft-) Wirbel stromabwärts einer Welle

ein zweiter Wirbel aus und reißt die Spitze des Wellenberges mit. Die Tropfen werden in einem Winkel von nahezu  $40^\circ$  zum horizontalen Filmleger vom Film weggeschleudert, wie sowohl Experimente [44] als auch Berechnungen ergeben.

In Abbildung 2.5 ist ebenfalls das Ergebnis der Rechnung 1 der Tabelle 7.6 gezeigt. Die Phasengrenzfläche wird durch die hellgraue Isofläche  $\alpha = 0,5$  und die Geschwindigkeit der Luft durch dunkelgraue Stromlinien dargestellt. Die Strömungsrichtung ist von links nach rechts. Es kann sowohl der in [44] beschriebene Wirbel als auch das Wegschleudern der Tropfen in einem ungefähren Winkel von  $40^\circ$  beobachtet werden.

Somit kann eine Kombination aus der in der Literatur aufgeführten Mechanismen für das Abspalten von Ligamenten und Tropfen verantwortlich gemacht werden. Der geringere Druck oberhalb der Welle vergrößert ihre Amplitude. Dadurch wird die Welle der Luftströmung ausgesetzt, wodurch die Welle beschleunigt wird. Diese Beschleunigung sorgt für ein Abspalten von Tropfen, die unter anderem durch einen Wirbel stromabwärts der Welle weggeschleudert werden können.

### 2.2.3 Eindimensionale Berechnung der Filmdicke

Auf Basis der bisher beschriebenen Phänomene wird im Nachfolgenden ein Modell zur eindimensionalen Berechnung der Filmdicke hergeleitet, das zur ersten systematischen Untersuchung des Filmverhaltens auf dem Filmleger genutzt wird. Grundlage für das Modell sind die Arbeiten [49, 81].

Der verwendete Aufbau ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die Luft strömt parallel über einen Kerosinfilmm, der auf einer Platte aufgebracht ist, die repräsentativ für einen Filmleger in einem Airblast-Zerstäuber steht. Dabei ist die Geschwindigkeit der Luft immer größer als die des Kerosins. Durch den Geschwindigkeitsunterschied entstehen Scherkräfte an der Phasengrenzfläche, die den Kerosinfilmm in positive  $y$ -Richtung beschleunigen. Ausgangspunkt der nachfolgenden Herleitung sind die Grenzschichtgleichungen einer laminaren, inkompressiblen, ebenen Plattenströmung, deren Kontinuitäts- und Impulser-

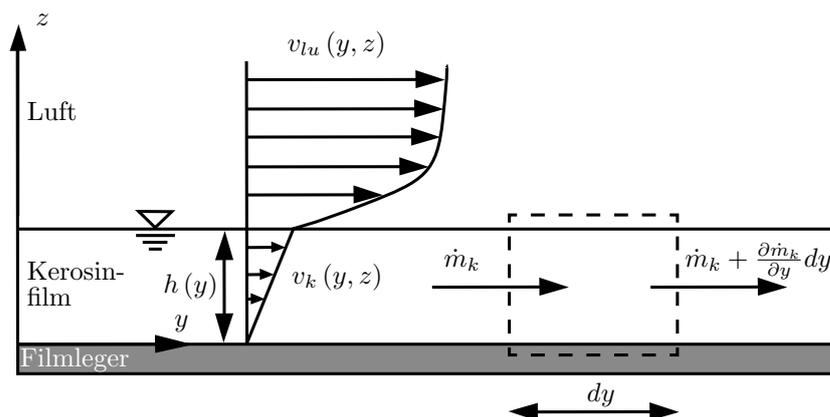


Abbildung 2.6: Modell zur eindimensionalen Berechnung der Filmdicke [81]

haltungsgleichung wie folgt lauten [45]:

$$\frac{\partial v_k(y, z)}{\partial y} + \frac{\partial w_k(y, z)}{\partial z} = 0 \quad (2.41)$$

$$v_k(y, z) \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial y} + w_k(y, z) \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial z} = \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (2.42)$$

Dabei ist  $\rho_k$  die Kerosindichte,  $v_k(y, z)$  bzw.  $w_k(y, z)$  die Geschwindigkeit des Kerosins in  $y$  bzw.  $z$ -Richtung und  $\tau$  die Schubspannung. Da die gesamte Länge des Filmlegers 4 mm beträgt, wird der vorhandene Druckgradient vernachlässigt. Die Energieerhaltungsgleichung wird im vorliegenden isothermen Fall nicht benötigt.

Die zwei Gleichungen (2.41) und (2.42) bilden ein System partieller Differentialgleichungen, das im Folgenden schrittweise in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen umgewandelt wird, welches nur noch von der  $y$ -Richtung abhängig ist. Dazu werden die unbekanntenen Größen  $v_k(y, z)$ ,  $w_k(y, z)$ , ihre partiellen Ableitungen und  $\tau$  nacheinander bestimmt.

Aufgrund der geringen Filmdicke von 300  $\mu\text{m}$  kann für das Kerosin die laminare Couette-Strömung angenommen werden [81]:

$$v_k(y, z) = v_{k,ob}(y) \frac{z}{h(y)} \quad (2.43)$$

Die Geschwindigkeit an der Oberfläche des Kerosinfilmes wird mit  $v_{k,ob}(y)$  bezeichnet, die Dicke des Filmes an der Stelle  $y$  mit  $h(y)$ .

Für die partiellen Ableitungen von  $v_k(y, z)$  gilt unter Verwendung von Gleichung (2.43):

$$\frac{\partial v_k(y, z)}{\partial y} = \frac{z}{h(y)} \frac{\partial v_{k,ob}(y)}{\partial y} - \frac{v_{k,ob}(y)}{h^2(y)} z \frac{\partial h(y)}{\partial y} \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial v_k(y, z)}{\partial z} = \frac{v_{k,ob}(y)}{h(y)} \quad (2.45)$$

Für die örtliche Änderung der noch unbekanntenen Geschwindigkeitskomponente  $w_k(y, z)$  quer zur Hauptströmungsrichtung gilt:

$$dw_k(y, z) = \frac{\partial w_k(y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial w_k(y, z)}{\partial z} dz \quad (2.46)$$

Durch Einsetzen der Kontinuitätsgleichung (2.41) ergibt sich:

$$dw_k(y, z) = \frac{\partial w_k(y, z)}{\partial y} dy - \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial y} dz \quad (2.47)$$

Der erste Term auf der rechten Seite wird vernachlässigt, weil sich die Geschwindigkeitskomponente  $w_k(y, z)$  nur unwesentlich in  $y$ -Richtung ändert ( $\partial w_k(y, z) / \partial y \approx 0$ ).

Eine Integration über  $z$  liefert unter Berücksichtigung von Gleichung (2.43) die Geschwindigkeitskomponente  $w_k(y, z)$ :

$$\begin{aligned} w_k(y, z) &= - \int_0^z \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial y} dz = - \int_0^z \left( \frac{z}{h(y)} \frac{\partial v_{k,ob}(y)}{\partial y} - \frac{v_{k,ob}(y)}{h^2(y)} z \frac{\partial h(y)}{\partial y} \right) dz \\ &= - \frac{1}{2} \frac{z^2}{h(y)} \frac{\partial v_{k,ob}(y)}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{v_{k,ob}(y)}{h^2(y)} z^2 \frac{\partial h(y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Der noch unbekanntene Gradient der Schubspannung in Gleichung (2.42) berechnet sich aus der Differenz der Schubspannung an der Filmoberfläche  $\tau_{ob}$  und der Wand  $\tau_W$ :

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\tau_{ob} - \tau_W}{h(y)} \quad (2.49)$$

Die Schubspannung an der Filmoberfläche  $\tau_{ob}$  zwischen Luft und Kerosin wird mithilfe eines Widerstandsgesetzes berechnet [81]:

$$\tau_{ob} = \nu_{lu} \rho_{lu} \left( \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial z} \right)_{ob} = \frac{1}{2} c_f(y) \rho_{lu} v_{lu,\infty} \quad (2.50)$$

Die Dichte der Luft wird mit  $\rho_{lu}$ , die Geschwindigkeit der ungestörten Luftströmung mit  $v_{lu,\infty}$  beschrieben.

Nach Blasius gilt für den Reibungsbeiwert  $c_f(y)$  einer turbulenten Reibungsschicht [45]:

$$c_f(y) = 0,0577 Re_y^{-0,2} \quad (2.51)$$

Dabei ist die Reynolds-Zahl wie folgt definiert:

$$Re_y = \frac{v_{lu,\infty} y}{\nu_{lu}} \quad (2.52)$$

Die kinematische Viskosität der Luft ist mit  $\nu_{lu}$  bezeichnet.

Durch diesen Reibungsbeiwert  $c_f(y)$  wird die Luftgrenzschicht an der welligen Kerosinoberfläche nachgebildet.

Die Schubspannung an der Wand  $\tau_W$  kann direkt mithilfe von Gleichung (2.43) bestimmt werden:

$$\tau_W = \nu_k \rho_k \left( \frac{\partial v_k(y, z)}{\partial z} \right)_W = \nu_k \rho_k \frac{v_{k,ob}(y)}{h(y)} \quad (2.53)$$

Werden die Gleichungen (2.43), (2.44), (2.45), (2.48) und (2.49) in die Impulsgleichung (2.42) eingesetzt, ergibt sich:

$$\frac{1}{2} \frac{z^2 v_{k,ob}(y)}{h^2(y)} \frac{\partial v_{k,ob}(y)}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{v_{k,ob}^2(y)}{h^3(y)} \frac{\partial h(y)}{\partial y} = \frac{1}{\rho_k} \frac{\tau_{ob} - \tau_W}{h(y)} \quad (2.54)$$

Für die eindimensionale Betrachtung ist die Eliminierung der Abhängigkeit von  $z$  notwendig. Aus diesem Grund wird Gleichung (2.54) über  $z$  von  $z = 0$  bis  $z = h(y)$  integriert. Daraus resultiert die erste Differentialgleichung zur Berechnung der eindimensionalen Filmstärke auf dem Filmleger:

$$\frac{1}{6} v_{k,ob}(y) h(y) \frac{dv_{k,ob}(y)}{dy} - \frac{1}{6} v_{k,ob}^2(y) \frac{dh(y)}{dy} = \frac{1}{\rho_k} (\tau_{ob} - \tau_W) \quad (2.55)$$

Der Massenstrom des Kerosins  $\dot{m}_k(y)$  wird durch Integration über die Filmstärke  $h(y)$  und unter Zuhilfenahme des linearen Geschwindigkeitsprofils, vgl. Gleichung (2.43), berechnet:

$$\dot{m}_k(y) = \int_0^{h(y)} v_k(y, z) \rho_k dz = \frac{1}{2} v_{k,ob}(y) \rho_k h(y) \quad (2.56)$$

Im vorliegenden Fall ist der Massenstrom auf die Breite des Filmlegers bezogen und hat die Einheit  $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-1}$ .

Wird Gleichung (2.56) nach  $y$  differenziert und anschließend sortiert, ergibt sich die zweite Differentialgleichung für die Berechnung des vorliegenden Systems:

$$\frac{1}{h(y)} \frac{dh(y)}{dy} - \frac{1}{\dot{m}_k(y)} \frac{d\dot{m}_k(y)}{dy} + \frac{1}{v_{k,ob}(y)} \frac{dv_{k,ob}(y)}{dy} = 0 \quad (2.57)$$

Der Zusammenhang zwischen der mittleren Filmgeschwindigkeit  $\bar{v}_k(y)$  und der Oberflächengeschwindigkeit des Films ergibt sich aus der nachfolgenden Mittelung unter Zuhil-

fenahme der Gleichung (2.43):

$$\bar{v}_k(y) = \frac{1}{h(y)} \int_0^{h(y)} v_k(y, z) dz = \frac{1}{h(y)} v_{k,ob}(y) \int_0^{h(y)} \frac{z}{h(y)} dz = \frac{1}{2} v_{k,ob}(y) \quad (2.58)$$

Somit gilt:

$$v_{k,ob}(y) = 2 \bar{v}_k(y) \quad (2.59)$$

Die Verweilzeit des Kerosins auf dem Filmleger wird mithilfe nachfolgender Differentialgleichung berechnet [81]:

$$\frac{dt}{dy} = \frac{1}{\bar{v}_k} \quad (2.60)$$

Für die Lösung dieses Differentialgleichungssystems, bestehend aus den Gleichungen (2.55), (2.57) und (2.60) wird der implizite Solver für lineare Differentialgleichungen LIMEX [16, 17] verwendet.

Der Arbeitsdruck beträgt 6 bar, die Dichte der Luft  $7,14 \text{ kg m}^{-3}$  und die kinematische Viskosität der Luft  $2,57 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$  [61]. Die Dichte des Kerosins wird mit  $805,48 \text{ kg m}^{-3}$  und dessen kinematische Viskosität mit  $1,82 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$  angenommen [86]. Die Oberflächenspannung des Kerosins ist  $0,022 \text{ N m}^{-1}$ . Des Weiteren wird ein 4 mm langer Filmleger und eine anfängliche Filmdicke von  $300 \mu\text{m}$  verwendet. All diese Randbedingungen zusammen mit den verwendeten Stoffdaten sind an den in [10] experimentell untersuchten Airblast-Zerstäuber angelehnt. Diese Daten werden ebenfalls in Abschnitt 7.2 und Abschnitt 7.3 verwendet, wodurch ein Vergleich der Ergebnisse ermöglicht wird.

In Abbildung 2.7 wird die Veränderung der Filmdicke entlang des Filmlegers bei unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten und konstanter Kerosingeschwindigkeit von  $1 \text{ m s}^{-1}$  gezeigt. Es ist zu beobachten, dass die Filmdicke mit steigender Luftgeschwindigkeit abnimmt, verursacht durch die zunehmende Beschleunigung des Filmes durch die darüber strömende Luft.

Ausgenommen von  $v_{lu} = 30 \text{ m s}^{-1}$  wird die Luftgeschwindigkeit um den konstanten Faktor von 1,5 erhöht. Dies resultiert in einer Filmdicke, die um fast jeweils den gleichen Faktor abnimmt. Diese lineare Abnahme ist laut [10] nicht zu erwarten, denn unter diesen Bedingungen werden ab einer Luftgeschwindigkeit von ca.  $v_{lu} = 40 \text{ m s}^{-1}$  Tropfen und Ligamente aus den Flüssigkeitswellen abgetrennt. Dieser Massenverlust in Form von Tropfen und Ligamenten führt zu einer schnellen Reduktion der Filmdicke [10, 13]. Dieses Phänomen (der Tropfenabspaltung) wird durch das eindimensionale Modell nicht erfasst. Dies zeigt die Notwendigkeit, detailliertere und somit umfangreichere numerische Modelle zu verwenden, die in den nachfolgenden Kapiteln vorgestellt und eingesetzt werden.

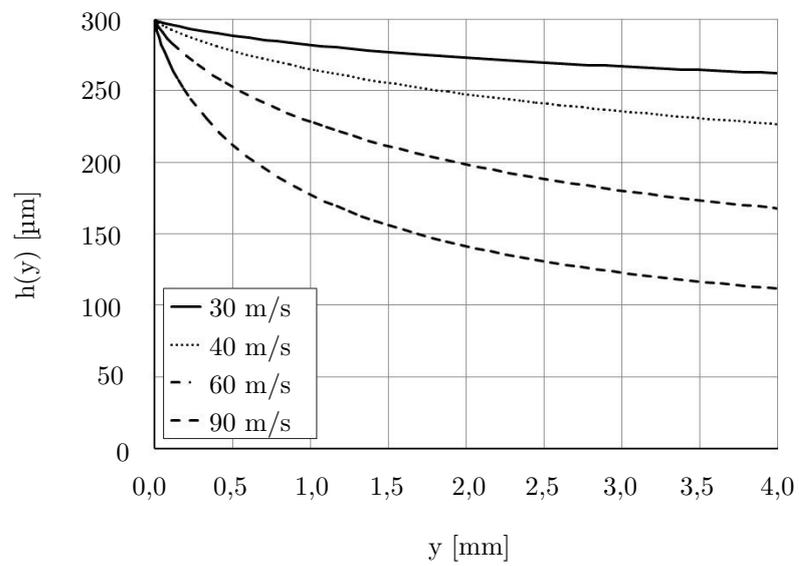


Abbildung 2.7: Veränderung der Filmdicke bei Variation der Luftgeschwindigkeit

## 3 Modellierung von Zweiphasenströmungen

Für die Modellierung von Zweiphasenströmungen sind unterschiedliche Verfahren entwickelt worden [52].

Zu den bekanntesten Vertretern gehören die Volume of Fluid (VOF) und die Level-Set Methode. In der Level-Set Methode wird die Phasengrenzfläche als Nullstellenmenge der sogenannten Abstandsfunktion definiert, wobei der Abstand die Distanz zwischen einem Zellmittelpunkt und der Phasengrenzfläche ist. Innerhalb der Flüssigkeit nimmt die Funktion negative und in der Gasphase positive Werte an [51, 55]. Der Vorteil dieser Methode liegt somit in der genauen Lokalisierung der Phasengrenzfläche. Allerdings zeigen Untersuchungen, dass es durch starke Krümmung der Phasengrenzfläche zu Massenverlusten kommen kann [90].

Die auf [41] basierende Volume of Fluid Methode führt den sogenannten Flüssigkeitsvolumenbruch ein, der anteilig angibt, wie viel Volumen einer Zelle zum betrachteten Zeitpunkt mit Flüssigkeit belegt ist. Diese Methode hat den Nachteil, dass die Phasengrenzfläche nicht exakt lokalisiert werden kann und der numerischen Diffusion unterliegt [105, 113]. Dem gegenüber steht der Vorteil, dass diese Methode für inkompressible Fluide massenkonservativ ist [12]. Da im weiteren Verlauf der Arbeit neben der mittleren Filmdicke auf dem Filmleger eines Airblast-Zerstäubers und den erzeugten Tropfen auch die Masse der Flüssigkeit detailliert untersucht wird, die im betrachteten Bereich bereits zerstäubt ist, wird die Volume of Fluid Methode ausgewählt.

Im folgenden Abschnitt wird die Volume of Fluid Methode, die in OpenFOAM 2.1.1 implementiert ist, detailliert erklärt, um anschließend die Diffusion der mit dieser Methode berechneten Phasengrenzfläche näher zu untersuchen.

### 3.1 Volume of Fluid Methode

In der Volume of Fluid Methode wird die Phasengrenzfläche zwischen einer Flüssigkeit (Index  $f$ ) und einem Gas (Index  $g$ ), die beide als inkompressibel und nicht mischbar angenommen werden, mithilfe eines Flüssigkeitsvolumenbruches  $\alpha$  beschrieben, der durch das Verhältnis des Flüssigkeitsvolumens  $V_f$  in einer Zelle und dem gesamten Volumen  $V$  der gleichen Zelle berechnet wird:

$$\alpha = \frac{V_f}{V} \tag{3.1}$$

Ist die Zelle vollständig mit Flüssigkeit gefüllt, gilt  $\alpha = 1$ . Liegt dagegen reines Gas in der Zelle vor ( $V_f = 0$ ), nimmt  $\alpha$  den Wert 0 an. Im Bereich der Phasengrenzfläche tritt der Wertebereich  $0 < \alpha < 1$  auf. In diesem Gebiet werden die Stoffwerte mit  $\alpha$  gewichtet, so

dass für die Dichte  $\rho$  und die kinematische Viskosität  $\nu$  nachfolgende Gleichungen gelten:

$$\rho = \alpha \rho_f + (1 - \alpha) \rho_g \quad (3.2)$$

$$\nu = \alpha \nu_f + (1 - \alpha) \nu_g \quad (3.3)$$

Aufgrund dieser Gewichtung kann, [26] folgend, die Zweiphasenströmung als Einphasenströmung betrachtet werden.

Da die Fluidgeschwindigkeiten für den Transport des Flüssigkeitsvolumenbruches  $\alpha$  verantwortlich sind [55], wird dieser mit nachfolgender Transportgleichung berechnet:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \bar{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_{i,c} \alpha (1 - \alpha)) = 0 \quad (3.4)$$

Die mit einem Querbalken versehenen Größen sind zeitlich gemittelte Größen, vgl. Abschnitt 5.2.

Der erste Term auf der linken Seite von Gleichung (3.4) beschreibt die zeitliche Änderung und der zweite Term den konvektiven Transport des Flüssigkeitsvolumenbruches  $\alpha$ . Der dritte Term wird aufgrund des Faktors  $\alpha(1 - \alpha)$  nur im Bereich der Phasengrenzfläche berücksichtigt. Er erfüllt die Aufgabe, die Phasengrenzfläche zu komprimieren, um so ihrer numerischen Diffusion entgegen zu wirken [93]. Die Divergenz im Term garantiert, dass dieser massenkonservativ ist. Die größte Geschwindigkeit, mit der die Phasengrenzfläche vergrößert werden kann, ist die Fluidgeschwindigkeit selbst. Folglich muss die Geschwindigkeit für die zusätzliche Kompression in der Größenordnung der Fluidgeschwindigkeit liegen [113]:

$$\bar{u}_{i,c} = \min(C_\alpha |\bar{u}_i|, \max(|\bar{u}_i|)) \vec{n}_{ob} \quad (3.5)$$

Die Funktion „min“ liefert das Minimum der zwei nachfolgenden Werte, die mit einem Komma voneinander getrennt sind. Der Kompressionsparameter  $C_\alpha$  ist frei wählbar und beeinflusst die Stärke der zusätzlichen Kompression der Phasengrenzfläche. Er ist in der vorliegenden Arbeit auf  $C_\alpha = 2$  gesetzt. Der Betrag der Geschwindigkeit in der betrachteten Zelle ist mit  $|\bar{u}_i|$  gekennzeichnet und der Betrag der maximal auftretenden Geschwindigkeit wird mit  $\max(|\bar{u}_i|)$  berechnet. Folglich sorgt die Funktion „min“ für die Stabilität des Algorithmus für willkürlich groß gewählte Werte von  $C_\alpha$ , da durch sie die Geschwindigkeit der Kompression auf die größte im gesamten Rechengebiet auftretende Geschwindigkeit limitiert ist. Durch den Normalenvektor  $\vec{n}_{ob}$  in Gleichung (3.5) erfolgt die Kompression immer senkrecht zur Phasengrenzfläche. Er berechnet sich wie folgt:

$$\vec{n}_{ob} = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (3.6)$$

Bisher ist die Tatsache vernachlässigt worden, dass die Oberflächenspannung einen zusätzlichen Druckgradienten über die Phasengrenzfläche hinweg erzeugt, der in einer weiteren Kraft resultiert [7]. Bei der Berechnung dieser Oberflächenspannungskraft ergibt sich die Schwierigkeit, dass weder die Form noch der Ort der Phasengrenzfläche und somit der

Angriffsort der Kraft, bekannt sind. Außerdem kann die hier verwendete Finite Volumen Methode nur Volumenkräfte berücksichtigen. Aus diesen Gründen wird das Continuum Surface Force (CSF) Modell [11] verwendet. Mit diesem Modell wird die durch die Oberflächenspannung erzeugte Druckdifferenz mit dem Produkt aus der Oberflächenspannung  $\sigma_f$  und der Krümmung  $\kappa$  berechnet:

$$p_\sigma = \sigma_f \kappa \quad (3.7)$$

Durch die Multiplikation mit dem Gradienten des Flüssigkeitsvolumenbruches  $\nabla\alpha$  wird die zusätzliche Druckdifferenz auf die Phasengrenzfläche bezogen, um so die Kraft, resultierend aus der Oberflächenspannung, zu berechnen.

Die Krümmung ist der Gradient des Normalenvektors der Phasengrenzfläche:

$$\kappa = \nabla \vec{n}_{ob} = \nabla \left( \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|} \right) \quad (3.8)$$

Um die aus der Oberflächenspannung resultierende Kraft im Weiteren berücksichtigen zu können, werden die Navier-Stokes-Gleichungen (2.2) um diesen zusätzlichen Term aus Gleichung (3.7) erweitert. Für die Berechnung der Zweiphasenströmung werden somit die Erhaltungsgleichung für die Masse (2.1) und die nachfolgende Erhaltungsgleichungen für den Impuls verwendet:

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho g_i + \sigma_f \kappa \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \quad (3.9)$$

## 3.2 Untersuchung der numerischen Diffusion in der Volume of Fluid Methode

Wie in [105] und [113] beschrieben, hat die Volume of Fluid Methode den Nachteil, dass sie die Phasengrenzfläche aufgrund der numerischen Diffusion vergrößert, wodurch diese nicht mehr eindeutig lokalisiert werden kann. Um diesen Fehler zu quantifizieren, wird, den Überlegungen von [79] folgend, der transiente Transport einer Phasengrenzfläche zweier Fluide in einem eindimensionalen Gitter (vgl. Abbildung 3.1) beobachtet, wobei die Hauptströmungsrichtung die positive  $y$ -Richtung ist. Das Gitter kann, abgesehen vom Ein- und Auslass, als unendlich ausgedehnt betrachtet werden.

Zu Beginn liegt im gesamten Betrachtungsraum reine Luft mit konstanter Geschwindigkeit von  $v_{lu} = 1 \text{ m s}^{-1}$  vor, bevor reines Kerosin mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit eintritt. Die so generierte Phasengrenzfläche wird durch das Gitter transportiert und durch die numerische Diffusion vergrößert. In Abbildung 3.1 ist die Phasengrenzfläche durch den Farbverlauf von dunkelgrau bis weiß dargestellt.

Die Aufweitung der Phasengrenzfläche wird mithilfe eines longitudinalen Diffusionskoeffizienten  $D_{lo}$  des Flüssigkeitsvolumenbruches  $\alpha$  beschrieben, der mit dem zweiten

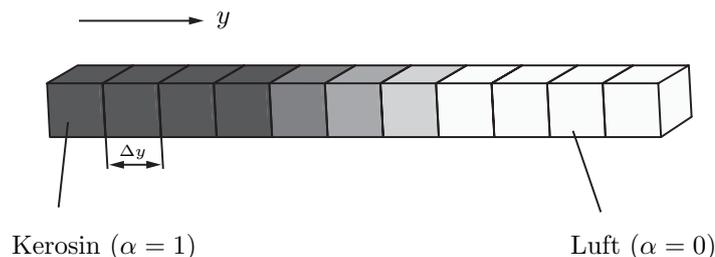


Abbildung 3.1: Eindimensionales Gitter für die Untersuchung der numerischen Diffusion

Fick'schen Gesetz berechnet wird:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = D_{lo} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} \quad (3.10)$$

Nach [76] ergibt sich die analytische Lösung dieser Gleichung für ein unendlich ausgedehntes Gitter zu:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = -\frac{2}{2\sqrt{\pi D_{lo} t}} e^{-\frac{y^2}{4 D_{lo} t}} \quad (3.11)$$

Da sich das Gitter nur in positive  $y$ -Richtung unendlich ausdehnt, nicht aber in negative Richtung, wird der Faktor 2 im Zähler von Gleichung (3.11) benötigt. Darüber hinaus ist der Gradient auf der linken Seite negativ, weswegen auf der rechten Seite ein Minuszeichen eingeführt werden muss.

Gleichung (3.11) hat die Form einer Gaußverteilung, die durch ihre zeitabhängige Varianz  $\sigma^2$  definiert ist:

$$\sigma^2 = 2 D_{lo} t \quad (3.12)$$

Folglich kann der longitudinale Diffusionskoeffizient durch die Berechnung der Varianz  $\sigma_{sim}^2$  der numerisch berechneten Profile des Gradienten des Flüssigkeitsvolumenbruchs  $\alpha$  bestimmt werden.

Da die Simulation im Ein- und Auslass auf ein endliches Gebiet begrenzt ist, wird die Annahme eines unendlich ausgedehnten Gitters verletzt. Deswegen ist die Betrachtung des zeitabhängigen, longitudinalen Diffusionskoeffizienten zu bevorzugen, der sich mithilfe von Gleichung (3.12) berechnet:

$$D_{lo}(t) = \frac{\Delta \sigma_{sim}^2(t)}{2 \Delta t} \quad (3.13)$$

Der verwendete Zeitschritt ist  $\Delta t$ .

Die Varianz  $\sigma_{sim}^2(t)$  ist das zweite Moment der Gaußverteilung und wird gemäß [78] wie

folgt ermittelt:

$$\sigma_{sim}^2(t) = \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial \alpha(y_n, t)}{\partial y_n} (y_n(t) - \bar{y}_{sim}(t))^2 \frac{y_{n+1}(t) - y_{n-1}(t)}{2} \right) \quad (3.14)$$

Die mittlere Entfernung  $\bar{y}_{sim}(t)$  berechnet sich nach:

$$\bar{y}_{sim}(t) = \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial \alpha(y_n, t)}{\partial y_n} y_n(t) \frac{y_{n+1}(t) - y_{n-1}(t)}{2} \right) \quad (3.15)$$

Der in Gleichung (3.14) und (3.15) verwendete Gradient von  $\alpha$  wird mithilfe des zentralen Differenzschemas ermittelt:

$$\frac{\partial \alpha(y_n, t)}{\partial y_n(t)} = \frac{\alpha(y_{n+1}, t) - \alpha(y_{n-1}, t)}{y_{n+1}(t) - y_{n-1}(t)} \quad (3.16)$$

Als charakteristischen Wert dieser zeitabhängigen Untersuchung wird das Maximum von  $D_{lo}(t)$  als effektiven, longitudinalen Diffusionskoeffizienten  $D_{eff}$  definiert und ausgewertet.

Die im folgenden untersuchten Rechnungen werden bei einem Arbeitsdruck von  $p = 6$  bar durchgeführt. Dies entspricht einer Dichte der Luft von  $\rho_{lu} = 7,14 \text{ kg m}^{-3}$  und einer kinematischen Viskosität von  $\nu_{lu} = 2,57 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$  [61]. Für das Kerosin wird eine Dichte von  $\rho_k = 805,48 \text{ kg m}^{-3}$  und eine kinematische Viskosität von  $\nu_{lu} = 2,57 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$  verwendet. Die Oberflächenspannung des Kerosins beträgt  $\sigma_k = 0,0228 \text{ N m}^{-1}$  [86]. Somit werden sowohl die gleichen Anfangs- und Randbedingungen als auch die gleichen Stoffwerte wie in Abschnitt 7.3 verwendet, um die Ergebnisse der Untersuchung der Diffusion auf weiterführende Simulationen übertragen zu können.

Im ersten Schritt der Untersuchung wird der Kompressionsterm in Gleichung (3.4) vernachlässigt, um im späteren Vergleich mit Rechnungen, die den Kompressionsterm berücksichtigen, dessen Einfluss auf die numerische Diffusion zu analysieren.

In Abbildung 3.2 werden die effektiven, longitudinalen Diffusionskoeffizienten als Funktion der Courant-Zahl  $Co$  für drei unterschiedliche Zellgrößen  $\Delta y$  in Hauptströmungsrichtung dargestellt. Die Courant-Zahl wird mithilfe des Zeitschrittes  $\Delta t$ , der Geschwindigkeit  $v$  in der betrachteten Zelle und ihrer Abmessung  $\Delta y$  bestimmt:

$$Co = \frac{\Delta t v}{\Delta y} \quad (3.17)$$

Es ist zu erkennen, dass die numerische Diffusion für eine konstante Zellgröße mit zunehmender Courant-Zahl ansteigt. Für eine konstante Courant-Zahl kann der effektive, longitudinale Diffusionskoeffizient durch eine Reduktion der Zellgröße und den damit verbundenen kleineren Zeitschritt verringert werden.

Wird hingegen der Kompressionsterm in Gleichung (3.4) berücksichtigt, kann die numerische Diffusion effektiv reduziert werden, wie es in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Für  $Co < 1$  wird der effektive, longitudinale Diffusionskoeffizient im Vergleich zu den bisher

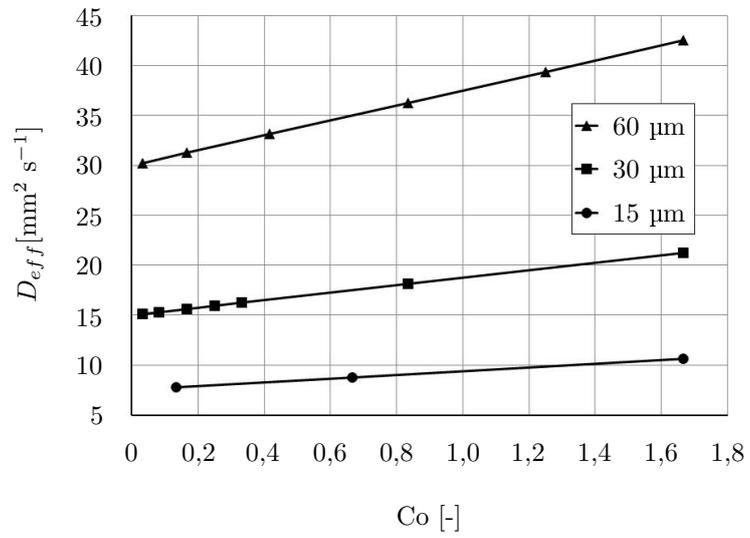


Abbildung 3.2: Effektive, longitudinale Diffusionskoeffizienten ohne Kompressionsterm

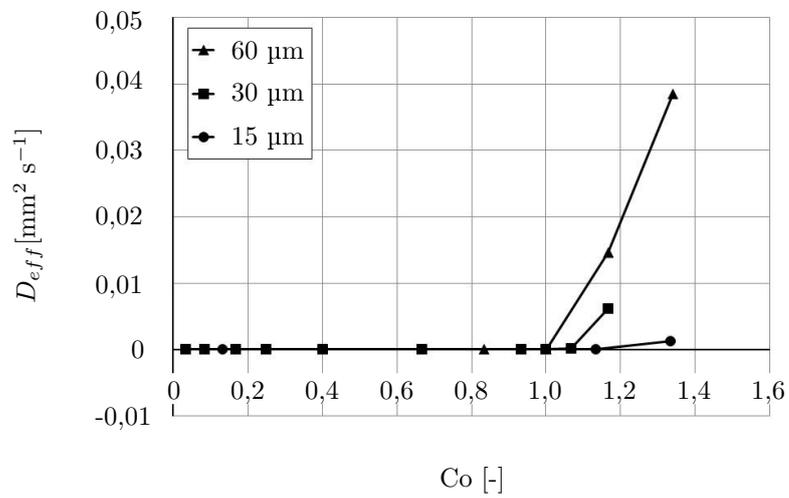


Abbildung 3.3: Effektive, longitudinale Diffusionskoeffizienten mit Kompressionsterm

betrachteten Fällen, in denen der Kompressionsterm vernachlässigt worden ist, mindestens um den Faktor  $10^6$  minimiert.

Als Resultat dieser Untersuchungen werden die Fehler durch die longitudinale Diffusion in der folgenden Arbeit vernachlässigt. Gleichzeitig wird die Schlussfolgerung gezogen, dass die Diffusion senkrecht zur Hauptströmungsrichtung ebenfalls vernachlässigbar klein ist.



## 4 Auswertungsverfahren

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Auswertungsverfahren werden für jede Simulation in der vorliegenden Arbeit für 550 Zeitschritte, die mit einer Frequenz von 10 kHz herausgeschrieben werden, durchgeführt. Im Vorfeld durchgeführte Variationen der Frequenz haben gezeigt, dass 10 kHz die transienten Effekte unter den limitierenden Faktoren der zur Verfügung stehenden Rechenzeit und Festplattenkapazität am besten erfassen.

Durch eine ausreichend lange Berechnungszeit im Vorfeld wird sicher gestellt, dass keine Einlaufeffekte in der Strömung die Auswertungen verfälschen.

Alle Auswertungsverfahren verwenden die an den Zellmittelpunkten berechneten Werte und definieren die Phasengrenzfläche bei einem Flüssigkeitsvolumenbruch von  $\alpha = 0,5$ . Alle Zellen, deren Flüssigkeitsvolumenbruch im Zellmittelpunkt  $\geq 0,5$  ist, zählen zur Flüssigphase.

Das verwendete Koordinatensystem hat die  $x$ -Achse quer zur Hauptströmungsrichtung  $y$  und die  $z$ -Richtung steht senkrecht auf  $x$  und  $y$ .

### 4.1 Mittlere Filmdicke

Das parallel zur Flüssigkeit strömende Gas initiiert eine komplexe Filmoberflächen-topologie mit sich überschlagenden Wellen, entstehenden oder bereits schon abgetrennten Ligamenten und Tropfen.

Um diese Filmdicke bestimmen zu können, wird eine allgemein gültige Definition benötigt. Dafür sind die nahezu quadratischen Zellen des Gitters stapelweise angeordnet. Für jeden dieser Stapel wird für jeden Zeitschritt die Höhe des Zellmittelpunktes (positive  $z$ -Richtung) bestimmt, bei dem zum ersten Mal die Gasphase vorliegt und in den Zellen unterhalb sich ausschließlich Flüssigkeit befindet. Die Höhe des Mittelpunktes der in  $z$ -Richtung letzten Zelle, die mit Flüssigkeit gefüllt ist, wird als Filmdicke am Ort  $(x, y)$  zum Zeitpunkt  $t$  verwendet.

Die unterschiedlichen Fälle, die beim Bestimmen der Filmdicke auftreten können, sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Die Flüssigkeit ist grau dargestellt. Diejenigen Filmdicken, die bei der Ermittlung der Filmdicke verwendet werden, sind mit einem Pfeil gekennzeichnet. Folglich werden Tropfen über dem Film und der obere Teil von sich überschlagenden Wellen nicht berücksichtigt, da diese als Ligamente aufgefasst werden. Außerdem wird der Film von eingeschlossenen Luftblasen künstlich verdickt, weswegen die Unterseite dieser Luftblasen als Filmdicke definiert wird.

Die mittlere Filmdicke  $\bar{h}(y)$  an jeder  $y$ -Position berechnet sich als Mittelwert über die Zeit  $t$  und die diskreten Positionen in  $x$ -Richtung, um dreidimensionale Effekte mit ein-

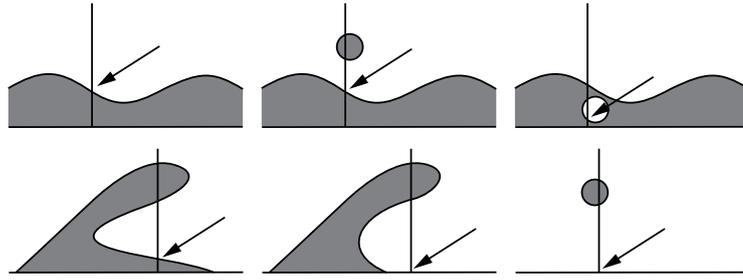


Abbildung 4.1: Definition der Filmdicke (grau hinterlegte Flächen symbolisieren die Flüssigphase)

zubeziehen:

$$\bar{h}(y) = \frac{1}{N_T N_x} \sum_{l=1}^{N_T} \sum_{n=1}^{N_x} h_{l,n}(x, y) \quad (4.1)$$

Die Anzahl der für die Auswertung berücksichtigten Zeitschritte beträgt  $N_T = 550$ , die Anzahl der Zellen in  $x$ -Richtung  $N_x$  ist abhängig vom jeweiligen Gitter.

## 4.2 Globale mittlere Filmdicke

Die globale mittlere Filmdicke wird als Hilfsmittel benutzt, um das gesamte Verhalten der Flüssigkeit auf dem Filmleger mithilfe einer einzigen Größe bestimmen zu können. Sie ist der Mittelwert der mittleren Filmdicke  $\bar{h}(y)$  über der Hauptströmungsrichtung  $y$ :

$$\bar{h} = \frac{1}{N_y} \sum_{n=1}^{N_y} \bar{h}_n(y) \quad (4.2)$$

Dabei wird die Anzahl der Zellen in Hauptströmungsrichtung mit  $N_y$  bezeichnet. An diesen Positionen ist die Filmdicke an den Zellmittelpunkten laut Gleichung (4.1) bestimmt worden. Die Anzahl  $N_y$  ist vom betrachteten Gitter abhängig.

## 4.3 Mittlere Filmgeschwindigkeit

Für die Berechnung der mittleren Filmgeschwindigkeit  $\bar{v}(y, z)$  in Hauptströmungsrichtung wird zuerst die Filmdicke für jede betrachtete Position und jeden Zeitschritt, basierend auf der in Abbildung 4.1 dargestellten Definition der Filmdicke, bestimmt. Aufgrund der Wellenbildung und des Aufreißens des Filmes ist es möglich, dass zu einem beliebigen Zeitpunkt an einer betrachteten Position  $(x, y, z)$  kein Film vorliegt. Folglich kann für diese Position auch keine Filmgeschwindigkeit bestimmt werden. Deswegen werden

0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Abbildung 4.2: Bestimmung der Tropfenvolumina

bei der Berechnung der mittleren Filmgeschwindigkeit nur Positionen berücksichtigt, für die zu mindestens zehn verschiedenen Zeitpunkten ein Film ermittelt worden ist. Durch dieses Vorgehen wird garantiert, dass statistische Mittelwerte und keine Momentanwerte ausgewertet werden.

Die mittlere Filmgeschwindigkeit berechnet sich mit nachfolgender Gleichung, wobei die Anzahl  $N_T$  der maximal zur Mittelung verfügbaren Zeitschritte von der jeweiligen Position abhängig ist ( $N_T \leq 550$ ):

$$\bar{v}(y, z) = \frac{1}{N_T N_x} \sum_{l=1}^{N_T} \sum_{n=1}^{N_x} v_{l,n}(x, y, z) \quad (4.3)$$

## 4.4 Tropfen

Alle Zellen, die nach obiger Definition ( $\alpha \geq 0,5$ ) zur Flüssigphase gezählt werden und durch die Definition der Filmdicke bisher noch nicht berücksichtigt worden sind, werden als Tropfen und Ligamente aufgefasst.

Die Abbildung 4.2 zeigt das prinzipielle Vorgehen anhand eines zweidimensionalen Ausschnitts eines Gitters. Zellen, die mit Flüssigkeit gefüllt sind, sind mit „1“ markiert, die Zellen der Gasphase mit „0“. Somit werden drei Tropfen (markiert mit „1“ in weiß) oberhalb des Filmes, der mit hellgrau hinterlegten Zellen und mit schwarzen Ziffern dargestellt ist, identifiziert.

Ein Tropfen bzw. Ligament ist ein zusammenhängendes Flüssigkeitsgebiet aus Zellen, die sich über die gesamte vertikale bzw. horizontale Kantenlänge einer Zelle berühren. Stehen die mit Flüssigkeit gefüllten Zellen nur über die Ecken zueinander in Kontakt, wie es in Abbildung 4.2 bei den Tropfen, die drei und vier Zellen umfassen, der Fall ist, handelt es sich um zwei separate Tropfen.

In dreidimensionalen Gittern ist ein Tropfen ein zusammenhängendes Flüssigkeitsgebiet, bei dem sich die Zellen über die gesamte Fläche mindestens zweier Zellen berühren müssen. Das Volumen eines Tropfens ist gleich der Summe der Zellvolumina, die einen Tropfen oder ein Ligament bilden.

Nach diesem Vorgehen wird für jeden Zeitschritt das Volumen  $V_{tr}$  jedes vorhandenen Tropfen und Ligaments bestimmt. Anschließend wird unter der Annahme, dass die Tropfen und Ligamente kugelförmig sind, ihr Durchmesser bestimmt:

$$d_{tr} = \left( \frac{6 V_{tr}}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.4)$$

Mit dessen Hilfe wird der Sauterdurchmesser  $d_{SMD}$  (englisch: Sauter mean diameter) bestimmt, um mithilfe einer Größe die Tropfen unterschiedlicher Betriebspunkte miteinander verglichen werden können:

$$d_{SMD} = \frac{\sum_{n=1}^{N_{tr}} d_{tr,n}^3}{\sum_{n=1}^{N_{tr}} d_{tr,n}^2} \quad (4.5)$$

Die Anzahl aller auftretenden Tropfen und Ligamente wird mit  $N_{tr}$  bezeichnet. Der Sauterdurchmesser ist dabei der Durchmesser eines homogenen Sprays, welches das gleiche Verhältnis von Volumen zu Oberfläche besitzt, wie das ursprünglich betrachtete Tropfenkollektiv [47].

## 4.5 Zerstäubte Flüssigkeitsmasse

Die Zerstäubungsgüte eines Airblast-Zerstäubers bei einem vorgegebenen Betriebspunkt wird anhand der Flüssigkeitsmasse  $m_{f,zer}(t)$ , die zu jedem betrachteten, diskreten Zeitpunkt in der Gasphase mit transportiert wird, bezogen auf die gesamte Flüssigkeitsmasse  $m_f(t)$ , die im untersuchten Gebiet vorliegt, beurteilt:

$$\frac{m_{f,zer}(t)}{m_f(t)} = \frac{\rho_f \sum_{n=1}^{N_{gas}} V_n \alpha_n}{\rho_f \sum_{n=1}^{N_f} V_n} \quad (4.6)$$

Dabei werden für die Bestimmung der zerstäubten Flüssigkeitsmassen nur diejenige Zellvolumina  $V_i$  berücksichtigt, deren Flüssigkeitsvolumen im Bereich von  $0 < \alpha < 0,5$  liegen. Somit wird sicher gestellt, dass weder der Flüssigkeitsfilm noch die Tropfen zu der in der Gasphase vorliegenden Flüssigkeit gezählt wird. Die Anzahl der pro Zeitschritt vorliegenden Zellen, die im betrachteten Bereich liegen, wird mit  $N_{gas}$  bezeichnet.

Die gesamte Flüssigkeitsmasse ist die Summe der Flüssigkeitsmasse im Film und in den Tropfen, die nach den bereits vorgestellten Verfahren bestimmt wird und der Flüssigkeitsmasse, die in der Gasphase transportiert wird. Die Anzahl der berücksichtigten Zellvolumina wird  $N_f$  genannt.

Für einen einfacheren Vergleich wird die zerstäubte Flüssigkeitsmasse mit nachfolgender

Gleichung zeitlich gemittelt:

$$\frac{\overline{m}_{f,zer}}{\overline{m}_f} = \frac{\sum_{i=1}^{N_T} m_{f,zer,i}(t)}{\sum_{i=1}^{N_T} m_{f,i}(t)} \quad (4.7)$$

Die Anzahl der berücksichtigten Zeitschritte ist mit  $N_T$  bezeichnet und beträgt  $N_T = 550$ .

## 4.6 Dimensionslose Kennzahlen

Die im Folgenden eingeführten dimensionslosen Kennzahlen werden in dieser Arbeit zur Charakterisierung und Kategorisierung der verschiedenen Strömungen verwendet.

### 4.6.1 Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl setzt die Trägheitskräfte zu den Zähigkeitskräften ins Verhältnis und dient somit der Charakterisierung des Verhaltens von strömenden Newtonschen Fluiden [38]:

$$Re_l = \frac{v_{char} l_{char}}{\nu} \quad (4.8)$$

Hierbei steht  $v_{char}$  für eine charakteristische Geschwindigkeit und  $l_{char}$  für eine charakteristische Längenabmessung des betrachteten Systems, während  $\nu$  die kinematische Viskosität des vorliegenden Fluids beschreibt.

Liegen kleine Reynolds-Zahlen vor, dominieren die Zähigkeitskräfte und die Strömung ist laminar. Dagegen ist die Strömung turbulent, wenn die Reynolds-Zahlen groß sind. Abhängig vom betrachteten System kann dieser Umschlag von einer laminaren zu einer turbulenten Strömung bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen beobachtet werden.

### 4.6.2 Weber-Zahl

Das Verhältnis der aerodynamischen Kräfte zu den Oberflächenspannungskräften wird durch die Weber-Zahl ausgedrückt:

$$We_l = \frac{l_{char} \rho_g (v_g - v_f)^2}{\sigma_f} \quad (4.9)$$

Dabei ist die charakteristische Längenabmessung im System mit  $l_{char}$  bezeichnet, die Dichte der Gasphase mit  $\rho_g$  und die Oberflächenspannung der Flüssigkeit mit  $\sigma_f$ . Da die Geschwindigkeit  $v_g$  der Gasphase deutlich größer ist als die Geschwindigkeit  $v_f$  der Flüssigkeit wird im Folgenden die Geschwindigkeit der Flüssigkeit vernachlässigt [10].

Gilt für die Weber-Zahl  $We_l > 1$ , dominieren die destabilisierenden aerodynamischen Kräfte gegenüber den stabilisierenden Oberflächenspannungskräften.

### 4.6.3 Impulsstromverhältnis

Das Impulsstromverhältnis (englisch: momentum flow ratio) wird aus den Impulsströmen pro Flächeneinheit der Gasphase und Flüssigkeit gebildet [25]:

$$M = \frac{\rho_g v_g^2}{\rho_f v_f^2} \quad (4.10)$$

Ist  $M > 1$  wird davon ausgegangen, dass die Gasphase ihren höheren Impuls auf die Flüssigphase überträgt und diese somit beschleunigt.

Weitere Informationen zu dieser Größe und ihrer Bedeutung sind in [29] zu finden.

# 5 Modellierung turbulenter Strömungen

Nach der allgemeinen Charakterisierung der Turbulenz und einer Übersicht ihrer verschiedenen Modellierungsmöglichkeiten wird in diesem Kapitel einer der bekanntesten Vertreter der Turbulenzmodelle, das Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell, eingeführt. Anschließend wird das Modell für den Einsatz zur Berechnung von Zweiphasenströmungen erweitert und validiert.

Weitere Informationen zur Turbulenz und ihrer Modellierung können unter anderem in [26, 38, 40, 47, 83, 102, 106, 114, 115, 121] nachgelesen werden.

## 5.1 Charakterisierung der Turbulenz

Im Gegensatz zu einer laminaren Strömung, die in geordneten Schichten abläuft, zeichnet sich eine turbulente Strömung durch ihr komplexes Erscheinungsbild aus. Es ist nicht möglich an einem Ort zu einem bestimmten Zeitpunkt die Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, vorherzusagen.

Ein wesentlicher Vorteil turbulenter Strömungen gegenüber laminaren Strömungen ist ihre erhöhte, turbulente Diffusion. Durch diesen im Vergleich zur molekularen Diffusion intensivierten Impuls- und Stoffaustausch werden viele technische Anwendungen realisierbar. In Bezug auf z. B. Verbrennungsaggregate bedeutet dies für eine turbulent brennende Flamme eine erhöhte volumetrische Wärmefreisetzung, so dass die Brennkammer auf ein Maß reduziert werden kann, das den Einsatz in mobilen Geräten erlaubt. Allerdings bewirkt diese Durchmischung, dass Fluidteilchen mit unterschiedlichem Impuls miteinander in Kontakt kommen, wodurch die kinetische Energie durch viskose Vorgänge stärker dissipiert wird als im laminaren Fall. [40, 92]

Für turbulente Strömungen charakteristisch ist das gleichzeitige Auftreten von Wirbeln mit einer kontinuierlichen Größenverteilung. Mithilfe der Wellenzahl  $a$ , die eine reziproke, charakteristische Länge  $l_{char}$  der Wirbel darstellt ( $a = 2\pi/l_{char}$ ), ist in Abbildung 5.1 die Energie aufgetragen, die die Wirbel bei unterschiedlichen Wellenzahlen besitzen.

Die Wirbel mit dem größten Energiegehalt an turbulenter kinetischer Energie werden durch das integrale Längenmaß  $l_{int}$  beschrieben. Dabei ist die turbulente kinetische Energie der mittleren Strömung durch z. B. Scherprozesse entzogen worden. Die großen, instabilen Wirbel zerfallen und die turbulente kinetische Energie wird durch die Wirbelstreckung zu kleineren Wirbeln transportiert, die aufgrund der Drehimpulserhaltung bei kleineren Längenmaßen schneller rotieren. [26, 47, 110]

Kolmogorov fasst diesen Prozess unter dem Begriff der Energiekaskade [53] zusammen, die mit dem kleinsten Längenmaß  $l_{kol}$ , dem Mikrolängenmaß bzw. Kolmogorov-Längenmaß, welches die Größe der kleinsten Wirbel kennzeichnet, endet. Bei diesem Längenmaß

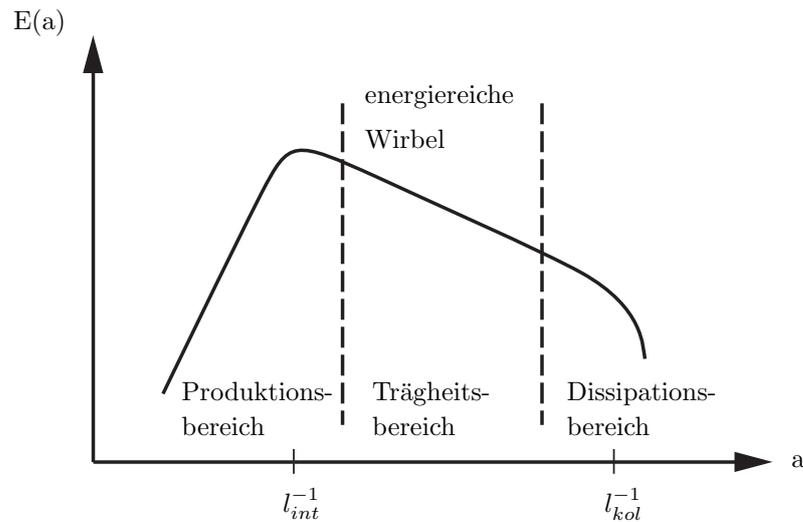


Abbildung 5.1: Energiespektrum einer turbulenten Strömung [80]

wird die turbulente kinetische Energie durch die molekulare Viskosität dissipiert und somit in thermische Energie umgewandelt. [26, 47, 83, 110]

Das Verhältnis des Kolmogorov-Längenmaßes zum integralen Längemaß lautet [106]:

$$\frac{l_{kol}}{l_{int}} = Re_t^{-\frac{3}{4}} \quad (5.1)$$

Die turbulente Reynoldszahl  $Re_t$  wird mit dem integralen Längemaß  $l_{int}$ , der charakteristischen turbulenten Geschwindigkeit  $v'$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  gebildet:

$$Re_t = \frac{l_{int} v'}{\nu} \quad (5.2)$$

Mit wachsender turbulenter Reynolds-Zahl wird das Kolmogorov-Längenmaß kleiner, wodurch eine feinere räumliche Diskretisierung des technischen Anwendungsfalles erforderlich wird, um nach wie vor alle unterschiedlichen Längenmaße der turbulenten Strömung in einer numerischen Simulation erfassen zu können. Numerische Simulationen, die auf dieser Basis durchgeführt werden, werden direkte numerische Simulationen (englisch: direct numerical simulation, Abkürzung: DNS) genannt, da keine Turbulenzmodelle verwendet werden. Die Erhaltungsgleichungen werden direkt gelöst. Die dafür notwendige Rechenleistung kann mit den derzeitigen Hochleistungsrechnern für technisch relevante Systeme jedoch nicht bereitgestellt werden.

Um trotzdem eine schnelle und somit zeitnahe numerische Lösung zu erhalten, ist es nötig, Turbulenzmodelle zu verwenden, um den Rechenaufwand zu verringern.

Bei der Grobstruktursimulation (englisch: large-eddy simulation, Abkürzung: LES) wer-

den die turbulenten Längenskalen anhand eines charakteristischen Längenmaßes (Subgrid-Scale) in zwei Anteile aufgeteilt. Die großen Längenskalen werden direkt berechnet, während die Wirkung der kleinen Skalen auf die mittlere Strömung modelliert wird.

Eine weitere Verkürzung der Rechenzeit wird erreicht, indem die Auswirkung der Turbulenz auf die mittlere Strömung als Ganzes modelliert wird. Diese Turbulenzmodelle werden RANS-Modelle (englisch: Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) genannt, da die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen verwendet werden. [73, 102]

In den folgenden Abschnitten wird zuerst die oben erwähnte Reynolds-Mittelung eingeführt, bevor der bekannteste Vertreter dieser Modelle, das Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell, dargestellt wird.

## 5.2 Reynolds-gemittelte Gleichungen

Als Schlussfolgerung aus seinen experimentellen Beobachtungen fasst Osborne Reynolds Ende des 19. Jahrhunderts eine turbulente Größe  $\phi(x_i, t)$  als Summe ihres zeitlichen Mittelwertes  $\bar{\phi}(x_i)$  und ihres Schwankungswertes  $\phi'(x_i, t)$  auf [73, 99]:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) \quad (5.3)$$

Der Mittelwert für statistisch nicht stationäre Strömungen wird durch eine Ensemble-mittelung erhalten, wobei  $N$  für die Anzahl der berücksichtigten Einzenvorgänge steht [26]:

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_n(x_i, t) \quad (5.4)$$

Dabei müssen die charakteristischen Zeitmaße der Turbulenz und der instationären, mittleren Strömung auf verschiedenen Zeitskalen liegen, damit nur die Turbulenz gemittelt wird und die instationäre Strömung aufgelöst wird [26, 49].

Durch das Einsetzen der Reynoldszerlegung (5.3) in die Kontinuitätsgleichung (2.1) und die anschließende zeitliche Mittelung, wird die Reynolds-gemittelte Kontinuitätsgleichung für den inkompressiblen Fall einer Zweiphasenströmung erhalten [74]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.5)$$

Wird das gleiche Vorgehen auf die Navier-Stokes-Gleichungen (2.2) angewendet, entstehen durch ihre nichtlinearen Terme sechs weitere Unbekannte, die als Reynolds'sche Normal- und Schubspannungen bezeichnet werden. Zur Lösung des dadurch entstehenden Schließungsproblems und somit zur Reduzierung der Anzahl der unbekanntenen Größen, wird bei den Zweigleichungsmodellen, deren bekanntester Vertreter das Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell ist, der Boussinesq-Ansatz verwendet. Dieser zieht die Parallele zwischen den molekularen bzw. laminaren Austauschprozessen und der Turbulenz. Während

bei laminaren Strömungen der Austausch von z. B. Masse und Impuls quer zur Hauptströmungsrichtung durch die molekulare Viskosität  $\nu$  gesteuert wird, wird bei turbulenten Strömungen der erhöhte Queraustausch durch die turbulente Viskosität  $\nu_t$  beschrieben. Die turbulente Viskosität ist keine Stoffgröße, sondern nur von der vorliegenden Strömung abhängig und beschreibt die zusätzlichen Reibungseffekte in turbulenten Strömungen. Diese Annahme, dass die komplette Turbulenz durch eine Größe, die turbulente Viskosität, beschrieben werden kann, setzt voraus, dass eine isotrope Turbulenz vorliegt. Dies bedeutet, dass die turbulenten Fluktuationen in alle Raumrichtungen gleich groß sind.

In Analogie zur Berechnung der molekularen Schubspannungen mithilfe des Newtonschen Gesetzes (2.3) werden die Reynolds'schen Normal- und Schubspannungen laut dem Boussinesq-Ansatz mit der turbulenten Viskosität und den mittleren Geschwindigkeitsgradienten berechnet:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (5.6)$$

Dabei entspricht der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (5.6) den Schubspannungen. Der zweite Term beinhaltet die turbulente kinetische Energie  $k$ , welche die mittlere kinetische Energie der Geschwindigkeitsschwankungen  $u'_i$  pro Masseneinheit beschreibt [83]:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (5.7)$$

Die Summe der Normalspannungen  $\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$  ist folglich gleich dem Doppelten der turbulenten kinetischen Energie  $2k$ .

Da im Falle isotroper Turbulenz  $u' = v' = w'$  gilt, vereinfacht sich Gleichung (5.7) zu [108]:

$$k = \frac{3}{2} \overline{u'^2} \quad (5.8)$$

Da die Summe der Hauptdiagonalelemente im ersten Term auf der rechten Seite von Gleichung (5.6) aufgrund der Kontinuitätsgleichung (2.1) null wird, ist der zweite Term auf der rechten Seite mit dem Kronecker-Delta  $\delta_{ij}$  ( $\delta_{ij} = 1$  für  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  für  $i \neq j$ ) nötig, um die Normalspannungen korrekt zu berechnen. Dieser zusätzliche Term wird oft im Druckterm der instationären Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (englisch: unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, Abkürzung: URANS) berücksichtigt, die sich nach dem Einsetzen der Reynolds-Zerlegung in Gleichung (2.2) und der anschließenden zeitlichen Mittelung und unter Berücksichtigung der Reynolds'schen Normal- und Schubspannungen (5.6) und der Oberflächenspannung wie folgt ergeben [74]:

$$\frac{\partial (\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial (\bar{p})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\rho \nu + \rho \nu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho g_i \sigma_f \kappa \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \quad (5.9)$$

Somit muss, statt den sechs unbekanntem Reynoldsspannungen, nur noch die unbekannt turbulente Viskosität bestimmt werden. Eine Möglichkeit diese Größe zu berechnen, wird im nächsten Abschnitt durch die Einführung des Standard k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodelles vorgestellt.

### 5.3 Standard k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodell

Die großen Wirbel in einer turbulenten Strömung besitzen den Hauptteil der turbulenten kinetischen Energie, die der mittleren Strömung durch z. B. Scherprozesse entzogen wird. Somit ist ihre Größe  $l_{char}$  und Geschwindigkeit  $v_{char}$  entscheidend für die Energie, die den turbulenten Prozessen zur Verfügung steht. Diese turbulente Strömung kann wiederum durch die turbulente Viskosität charakterisiert werden. Dies legt die Schlussfolgerung nahe, die turbulente Viskosität  $\nu_t$  mit der Größe  $l_{char}$  und der Geschwindigkeit  $v_{char}$  der großen Wirbel in Beziehung zu setzen [102]:

$$\nu_t \propto v_{char} l_{char} \quad (5.10)$$

Dabei wird die charakteristische Geschwindigkeit mit der turbulenten kinetischen Energie ausgedrückt:

$$v_{char} \propto \sqrt{k} \quad (5.11)$$

Die charakteristische Länge wird mithilfe der turbulenten kinetischen Energie und ihrer Dissipationsrate  $\varepsilon$  berechnet:

$$l_{char} \propto \frac{k^{1,5}}{\varepsilon} \quad (5.12)$$

Werden Gleichung (5.11) und (5.12) in Gleichung (5.10) eingesetzt, ergibt sich mit der Konstanten  $C_\mu = 0,09$  [57, 102]:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5.13)$$

Die Dissipationsrate  $\varepsilon$  ist wie folgt definiert:

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (5.14)$$

Die Wahl, die Turbulenz mit diesen zwei Größen zu charakterisieren, kann durch die Prozesse in der Energiekaskade erklärt werden. Durch Instabilitäten werden großräumige Strukturen in der mittleren Strömung erzeugt. Da diese ebenfalls instabil sind, zerfallen sie in immer kleinere Strukturen, bis ihre Energie auf den kleinsten Skalen dissipiert wird. Die energietragenden großen Wirbel werden durch  $k$  beschrieben und die kleinen Wirbel und ihre Dissipation durch  $\varepsilon$  [74].

Basierend auf [46] wird die turbulente kinetische Energie  $k$  in OpenFOAM 2.1.1 wie folgt

berechnet:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k \bar{u}_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \rho \nu + \frac{\rho \nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + 2 \rho \nu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (5.15)$$

Die Konstante  $\sigma_k = 1,00$  ist [57] entnommen. Für das Produkt zweier symmetrischer Tensoren  $E_{ij} E_{ij}$  gilt:

$$E_{ij} E_{ij} = \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right) \quad (5.16)$$

Der erste Term auf der linken Seite von Gleichung (5.15) beschreibt die zeitliche Änderungsrate der turbulenten kinetischen Energie  $k$ , während der zweite Term ihren konvektiven Transport repräsentiert. Der diffusive Transport wird durch den ersten Term auf der rechten Seite berechnet. Der zweite Term steht für ihre Produktionsrate, der Dritte für ihre Dissipationsrate.

Für die Transportgleichung der Dissipationsrate  $\varepsilon$  gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon \bar{u}_i)}{\partial x_i} = & \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \rho \nu + \frac{\rho \nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] \\ & + C_{\varepsilon 1} \rho \frac{\varepsilon}{k} \nu_t E_{ij} E_{ij} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Die hier verwendeten Konstanten  $\sigma_k = 1,00$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,30$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$  und  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$  basieren auf [57].

Die einzelnen Terme in Gleichung (5.17) können in Analogie zur Gleichung (5.15) für die Größe  $\varepsilon$  interpretiert werden.

## 5.4 Erweitertes k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodell

Wie bereits in [37] untersucht worden ist, ist es mit dem Standard k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodell nicht möglich, Zweiphasenströmungen zu berechnen, bei der eine laminare und eine turbulente Phase miteinander interagieren. Dies liegt an der Tatsache, dass die Phasengrenzfläche der Fluide in diesem Turbulenzmodell nicht explizit durch Randbedingungen berücksichtigt wird. Somit kann die in Realität statt findende Dämpfung der Turbulenzbewegung der turbulenten Phase durch die Phasengrenzfläche und der Oberflächenspannung nicht abgebildet werden. Die Dämpfung beruht unter anderem auf der Tatsache, dass sich eine laminare Grenzschicht zwischen der im vorliegenden, betrachteten Fall laminar strömenden Flüssigkeit und der turbulenten Gasströmung ausbildet. In dieser laminaren Grenzschicht muss die turbulente Viskosität vernachlässigbar klein sein und die molekulare Viskosität dominieren. Wie aber in [37] gezeigt wird, ist die turbulente Viskosität in unmittelbarer Umgebung der Phasengrenzfläche dominierend. Um dies zu korrigieren und somit das gewünschte Verhalten des Turbulenzmodells nahe der Phasengrenzfläche abbilden zu können, wird im Nachfolgenden ein zusätzlicher

Quellterm für die Gleichung der turbulenten Dissipationsrate (5.17) hergeleitet, der die „zu viel“ produzierte turbulente, kinetische Energie dissipiert. Hierfür wird die Gleichung der turbulenten Viskosität (5.13) nach  $\varepsilon$  aufgelöst:

$$\varepsilon = \frac{C_\mu}{\nu_t} k^2 \quad (5.18)$$

Abgeleitet nach der Zeit ergibt sich:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{2 k C_\mu}{\nu_t} \frac{\partial k}{\partial t} \quad (5.19)$$

Die turbulente Viskosität wird bei der Herleitung des Quellterms als konstant angenommen. Nach jeder Iteration wird sie aktualisiert, so dass die Zeit implizit berücksichtigt wird [37].

Die zeitliche Ableitung der turbulenten kinetischen Energie wird aus Gleichung (5.15) bestimmt, wobei berücksichtigt wird, dass durch eine laminare Grenzschicht keine turbulente kinetische Energie transportiert werden kann ( $\partial k / \partial x_i \approx 0$ ). Außerdem kann in der Grenzschicht keine turbulente kinetische Energie produziert bzw. dissipiert werden. Aufgrund der fehlerhaften Modellierung in der Umgebung der Phasengrenzfläche finden diese Prozesse aber statt. Deswegen wird die zu viel produzierte turbulente kinetische Energie mithilfe des zusätzlichen Quellterms in gleichem Maße dissipiert wie sie produziert wird, während die Dissipation in Gleichung (5.18) selbst schon berücksichtigt ist. Somit gilt für Gleichung (5.19):

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{2 k C_\mu}{\nu_t} 2 \nu_t E_{ij} E_{ij} = 4 k C_\mu E_{ij} E_{ij} \quad (5.20)$$

Die Erweiterung des Standard k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells ist nur in unmittelbarer Umgebung der Phasengrenzfläche auf seitens des Gases notwendig, da sich dort die laminare Grenzschicht ausbildet, in der die turbulente Viskosität vernachlässigbar klein wird. Dies wird mit der nachfolgenden Schalterfunktion  $\Lambda$  sichergestellt:

$$\Lambda = H(0,5 - \alpha) \cdot H(|\nabla(\alpha)| - C_\Lambda) \quad (5.21)$$

Die Sprungfunktion  $H$  wird 0 bzw. 1, wenn ihr Argument negativ bzw. größer gleich 0 ist. Der erste Faktor auf der rechten Seite in Gleichung (5.21) garantiert, dass der zusätzliche Quellterm nur auf der Seite der Gasphase einer Phasengrenzfläche berücksichtigt wird, da die Phasengrenzfläche per Definition bei  $\alpha = 0,5$  liegt. Die Phasengrenzfläche wird mithilfe der Phasengrenzflächendichte  $|\nabla(\alpha)|$  lokalisiert. Der empirische Schwellwert  $C_\Lambda = 0,5 \text{ m}^{-1}$  stellt sicher, dass die Phasengrenzflächendichte in einer Rechenzelle größer oder gleich diesem Wert sein muss, bevor der zusätzliche Quellterm für diese Zelle berechnet wird. Andernfalls würde für Zellen mit zerstäubter Flüssigkeit der zusätzliche Quellterm ebenfalls berechnet werden, was zu weiteren Fehlern führt.

Die erweiterte Gleichung für die turbulente Dissipationsrate lautet folglich:

$$\frac{\partial(\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon \bar{u}_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} 2 \nu_t E_{ij} E_{ij} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \underbrace{4 \Lambda k C_\mu E_{ij} E_{ij}}_{\text{zusätzlicher Quellterm}} \quad (5.22)$$

Basierend auf Beobachtungen von [64, 106] wird in dieser Erweiterung des Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells im Gegensatz zu [37] eine laminare Flüssigkeitsströmung durch Modifikation der Gleichung (5.13) zur Berechnung der turbulenten Viskosität garantiert:

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon + C_f H(\alpha - 0, 5)} \quad (5.23)$$

Die Sprungfunktion im Nenner gewährleistet, dass der zusätzliche Term nur für die Flüssigkeit berechnet wird. Die empirische Konstante  $C_f = 2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$  sorgt für die künstliche Reduzierung der turbulenten Viskosität in der laminaren Flüssigkeit. Ihr Einfluss wird in Abschnitt 5.4.1 gezeigt.

#### 5.4.1 Validierung des erweiterten $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells

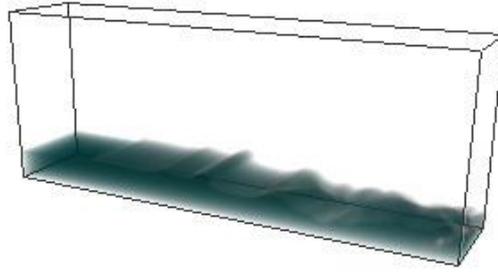
Die Erweiterung des Standard  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells auf Zweiphasenströmung wird schrittweise validiert. Zuerst wird die laminare Flüssigkeitsströmung untersucht, bevor die gesamte Erweiterung mit Messdaten verglichen wird.

Zur Überprüfung der Annahme der laminaren Flüssigkeitsströmung wird das laminare Geschwindigkeitsprofil eines Kerosinfilmes, der von Luft überströmt wird, mit einem analytisch berechneten Profil, dem universellen Wandgesetz [23], verglichen. Die hierfür verwendeten Stoffwerte und Geschwindigkeiten sind Tabelle 5.1 zu entnehmen. Die Daten werden im Fall 3 in Tabelle 7.6 wieder aufgegriffen und ermöglichen das Übertragen der Ergebnisse auf diese Rechnungen. Eine Momentanaufnahme dieser Strömung ist in Abbildung 5.2 zu sehen. Die Filmoberfläche zeigt eine leichte Wellenbildung.

Für eine bessere Vergleichbarkeit des analytischen mit dem berechneten Fall werden di-

	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_w$ [N m <sup>-1</sup> ]	$v$ [m s <sup>-1</sup> ]
Kerosin	805,48	1,82	0,0228	1,0
Luft	7,14	2,57	–	40,0

Tabelle 5.1: Stoffwerte und Geschwindigkeit von Kerosin [86] und Luft [61]


 Abbildung 5.2: Momentanaufnahme ( $v_{tu} = 40 \text{ m s}^{-1}$ )

mensionslose Geschwindigkeitsprofile verwendet. Die Entdimensionierung der Höhe und der Geschwindigkeit erfolgt mithilfe nachfolgender Definitionen [45]:

$$z^* = \frac{z v_\tau}{\nu_f} \quad (5.24)$$

$$v^* = \frac{\bar{v}}{v_\tau} \quad (5.25)$$

Die Schubspannungsgeschwindigkeit  $v_\tau$  wird wie folgt definiert:

$$v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho_f}} \quad (5.26)$$

Für die Wandschubspannung  $\tau_W$  wird die Definition nach [99] verwendet:

$$\tau_W(y) = \sqrt{\frac{\nu_f \rho_f^2 v_{f,\infty}^3}{\Delta y}} \quad (5.27)$$

Die Geschwindigkeit der ungestörten Flüssigkeitsströmung beträgt  $v_{f,\infty} = 1 \text{ m s}^{-1}$  und die zurückgelegte Strecke  $\Delta y = 4 \text{ mm}$ .

Für die analytische Berechnung des Geschwindigkeitsprofils werden die Navier-Stokes-Gleichungen (2.2) in Hauptströmungsrichtung  $y$  herangezogen und eine ausgebildete, stationäre und ebene Strömung angenommen. Folglich existiert nur ein kleiner Druckgradient in Hauptströmungsrichtung ( $\partial p / \partial y = 0$ ) und die mittlere Geschwindigkeit ändert sich in Hauptströmungsrichtung ebenfalls nicht ( $\partial \bar{v} / \partial y = 0$ ). Da für die ebene Strömung gilt, dass sie keine Geschwindigkeitskomponente in die dritte Raumrichtung hat ( $\bar{u} = 0$ ), vereinfacht sich mit der Haftbedingung an der Wand  $w(z=0) = 0$  die Kontinuitätsgleichung (2.1) zu  $\bar{w} = 0$ . Damit entfallen sowohl die konvektiven Terme als auch der Druckterm in den zweidimensionalen, stationären Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen in  $y$ -Richtung. Unter Berücksichtigung der Gleichungen (5.24) bis (5.27) und der Tatsache, dass nahe der Wand eine laminare Strömung inklusive der Haftbedingung vorliegt, ergibt sich für die analytische Lösung des Geschwindigkeitsprofils im

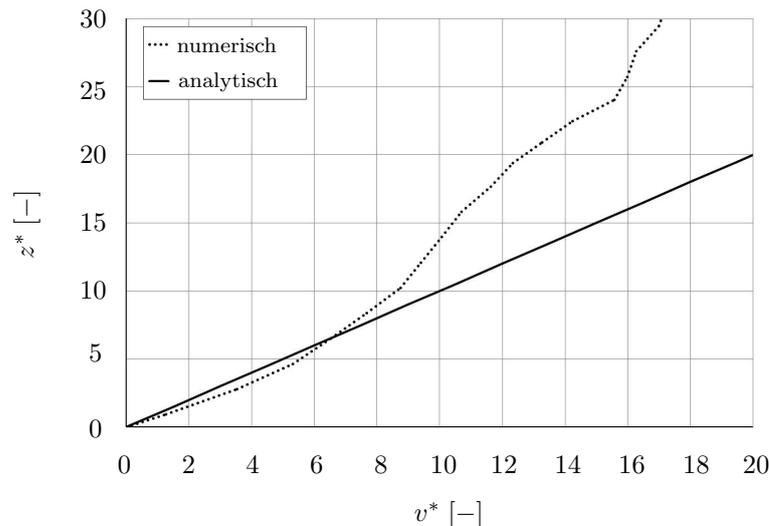


Abbildung 5.3: Vergleich dimensionsloser Geschwindigkeitsprofile

laminaren Fall in diesem Bereich [23, 45]:

$$v^* = z^* \quad (5.28)$$

Der Vergleich des analytisch berechneten Geschwindigkeitsprofils mit einem numerisch berechneten Geschwindigkeitsprofil ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Bis zu einer Höhe von  $z^* \approx 10$  sind beide Profile ähnlich, was die Korrektheit der Erweiterung von Gleichung (5.23) belegt. Für  $z^* > 10$  ist die Filmgeschwindigkeit größer als im laminaren Fall. Dies bedeutet, dass der Film zunehmend von Wellen beeinflusst wird, die durch die schnellere Luftströmung oberhalb des Flüssigkeitsfilmes erzeugt werden, vgl. Abbildung 5.2. Somit kann sowohl die laminare Filmströmung in Wandnähe als auch die Wellenbewegung vom erweiterten  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell abgebildet werden.

Die gesamte Erweiterung des  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells auf Zweiphasenströmung wird mit Messdaten [72] validiert. Das im Versuchsaufbau verwendete, rechteckige, horizontale Rohr wird durch ein zweidimensionales Gitter, das eine Schnittebene in der Mitte des Rohres entlang der Hauptströmungsrichtung darstellt, angenähert. Die Länge des Gitters in Hauptströmungsrichtung beträgt 1 m, die Höhe (senkrecht zur Hauptströmungsrichtung) 0,1 m. Das Gitter besitzt quadratische Zellen mit einer Kantenlänge von 0,5 mm. Als Flüssigkeit wird Wasser mit einer mittleren Geschwindigkeit von  $0,42 \text{ m s}^{-1}$  verwendet, das von der darüber strömenden Luft beschleunigt wird, die eine mittlere Geschwindigkeit von  $4,2 \text{ m s}^{-1}$  aufweist. Die Stoffwerte des Wassers werden dem VDI Wärmeatlas [109] entnommen (Dichte:  $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ , kinematische Viskosität:  $\nu_w = 1,0 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$ , Oberflächenspannung:  $\sigma_w = 0,07 \text{ N m}^{-1}$ ), während die der Luft REFPROP 8 [61] entnommen werden ( $\rho_{lu} = 1,12 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\nu_{lu} = 15,4 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$ ). Der Versuch bzw. die Simulation werden unter Standardbedingungen durchgeführt. Als Diskretisierungsschemata für die Zeit wird das implizite Euler-Schema erster Ordnung verwendet, wobei eine maxima-

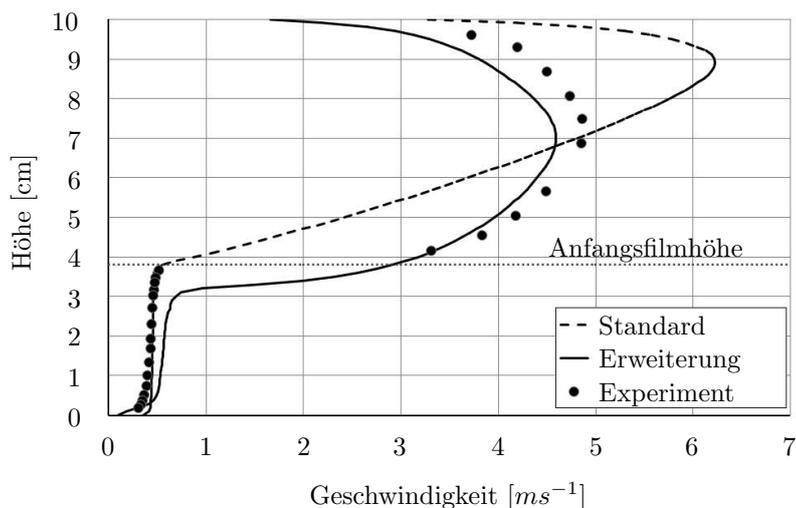


Abbildung 5.4: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile verschiedener Turbulenzmodelle mit Messdaten [72]

le Courant-Zahl von 0,1 zugelassen wird, um die Diffusion minimal zu halten [33]. Die konvektiven und diffusiven Terme werden mithilfe Diskretisierungsschemata zweiter Ordnung (zentraler Differenzquotient) berechnet.

Da in [72] nicht die Anfangsfilmhöhe, sondern nur die Endfilmhöhe veröffentlicht ist, wird für die Simulation diese finale Filmhöhe von 3,8 cm als Anfangsbedingung gesetzt, wodurch sich die Abweichungen im Ergebnis ergeben können.

Für die Luft wird eine turbulente Intensität von 5 % und ein turbulentes Längenmaß von 1,9 mm verwendet.

Die Rechnung wird sowohl mit dem Standard als auch dem erweiterten k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell durchgeführt. Die Berechnungsdauer ist groß genug gewählt worden, um Einlaufeffekte auf das Ergebnis ausschließen zu können. Abbildung 5.4 zeigt den Vergleich der daraus resultierenden Geschwindigkeitsprofile über der Rohrhöhe mit den Messdaten. Dabei ist das Geschwindigkeitsprofil, das sich aus der Rechnung mit dem Standard k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell ergibt, mit einer gestrichelten Linie dargestellt, während die durchgezogene Linie das Geschwindigkeitsprofil der Rechnung wieder gibt, bei der das erweiterte k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell verwendet wird. Die Messwerte sind mit Punkten dargestellt.

Das Geschwindigkeitsprofil, berechnet mit dem Standard k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell, weist in der Umgebung der Phasengrenzfläche seitens der Luft eine zu geringe Geschwindigkeit auf. Dies liegt am anfangs erklärten turbulenten Impulstransport über die Phasengrenzfläche hinweg. Aufgrund der Kontinuität muss die Geschwindigkeit in anderen Bereichen größer werden, damit weiterhin die selbe Luftmasse durch das Rohr fließen kann. Dies erklärt das Geschwindigkeitsmaximum nahe der oberen Rohrwand. Im Vergleich dazu ist das erweiterte k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell in der Lage das Geschwindigkeitsprofil in der direkten Umgebung der Phasengrenzfläche richtig zu berechnen. Folglich tritt das Geschwindigkeitsmaximum in der Mitte der Luftströmung auf.

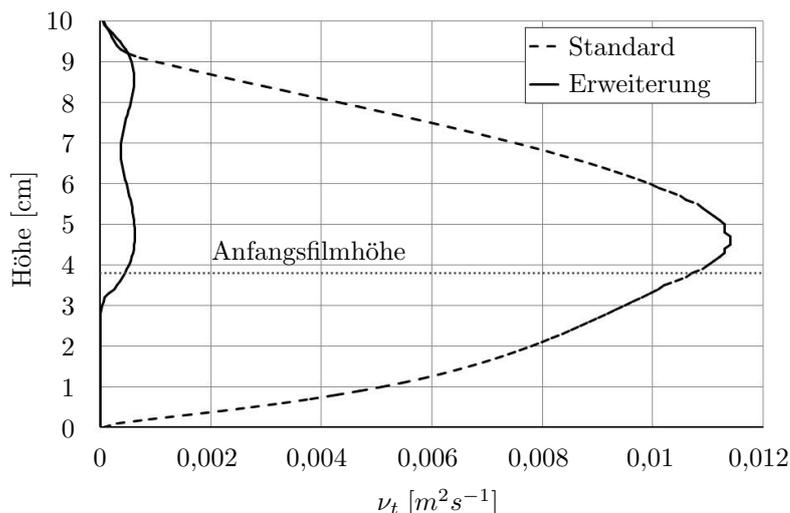
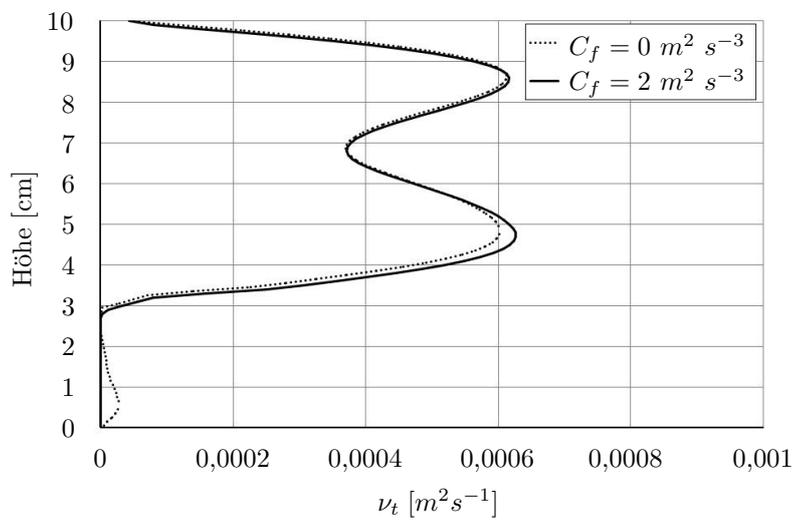


Abbildung 5.5: Vergleich der Profile der turbulenten Viskosität verschiedener Turbulenzmodelle

Der Vergleich der Profile der turbulenten Viskosität über die Rohrhöhe, vgl. Abbildung 5.5, verdeutlicht den Fehler des Standard  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells nahe der Phasengrenzfläche, in der die turbulente Viskosität durch das Modell falsch berechnet wird. Dagegen kann die im erweiterten  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell in der Flüssigphase berechnete turbulente Viskosität vernachlässigt werden. In der Umgebung der Phasengrenzfläche ist kein Maximum zu finden. Da in der Mitte der Luftströmung kleinere Geschwindigkeitsgradienten als an der oberen Rohrwand und an der Phasengrenzfläche vorliegen, tritt hier ein lokales Minimum der turbulenten Viskosität auf.

In Abbildung 5.6 ist der Wert der empirischen Konstante  $C_f$  variiert worden. Die mit dem erweiterten  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell berechnete Kurve (durchgezogene, schwarze Linie) weist keine turbulente Viskosität in der Flüssigphase auf. Wird hingegen  $C_f = 0$  gesetzt, tritt in der laminar strömenden Flüssigkeit turbulente Viskosität auf, wobei sich die Profile vorwiegend in der Flüssigkeit unterscheiden. Die turbulente Viskosität in der Gasphase wird durch den zusätzlichen Term, dank dem Schalter  $H$  ( $\alpha - 0,5$ ), nicht verändert.

Nach dieser Validierung des erweiterten  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells werden alle nachfolgenden Simulationen in dieser Arbeit mit diesem Turbulenzmodell berechnet.

Abbildung 5.6: Einfluss der empirischen Konstante  $C_f$



## 6 Validierung des numerischen Modells

In diesem Kapitel wird die Versuchsanlage und das Messverfahren erklärt, mit dessen Hilfe die Daten für die Validierung des in dieser Arbeit verwendeten numerischen Modells ermittelt werden. Im zweiten Abschnitt werden der aus dem Experiment abgeleitete numerische Aufbau und die Randbedingungen der Simulationen vorgestellt, bevor die Validierung des numerischen Modells durchgeführt wird.

### 6.1 Experiment

Die experimentelle Untersuchung des Filmverhaltens auf dem Filmleger wird mit variierten Parametern unter atmosphärischen Bedingungen ( $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 1 bar) an einem vereinfachten Airblast-Zerstäuber durchgeführt, vgl. Abbildung 6.1. Die in der Mitte geführte Luft interagiert auf dem Filmleger (Länge:  $l = 12\text{ mm}$ , Durchmesser:  $d = 24\text{ mm}$ ) mit der Flüssigkeit und erzeugt Wellen auf dem Film, sowie die Abtrennung von Tropfen und Ligamenten.

Der Filmleger ist aus Quarzglas gefertigt, um einen optischen Zugang zur Flüssigkeit auf dem Filmleger zu gewährleisten.

Aus sicherheitstechnischen Gründen wird als Flüssigkeit demineralisiertes Wasser für die experimentelle Untersuchung verwendet, das im Folgenden abgekürzt als Wasser bezeichnet wird. Dem Wasser wird der Farbstoff Rhodamin 6G in einer Konzentration von  $0,08\text{ kg m}^{-3}$  zugesetzt. Rhodamin 6G emittiert bei einer Wellenlänge von  $566\text{ nm}$  Strahlung, wenn es durch Licht mit einer Wellenlänge von  $532\text{ nm}$  angeregt wird. Somit wird die Filmdicke mithilfe des vom Farbstoff emittierten Lichtes nach dem Prinzip der

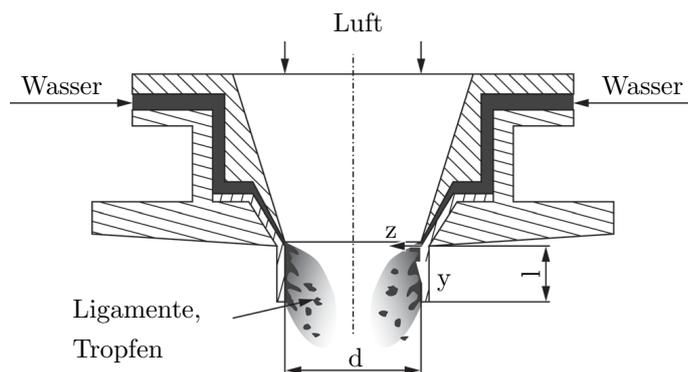


Abbildung 6.1: Vereinfachter Airblast-Zerstäuber [112]

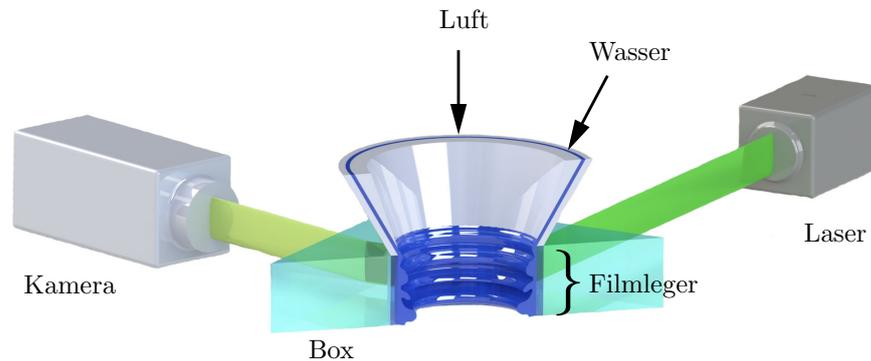


Abbildung 6.2: Messaufbau [34, 112]

planaren laserinduzierten Fluoreszenz (PLIF) bestimmt, das unter anderem auch in der Arbeit von [101] verwendet wird.

In Abbildung 6.2 wird der verwendete Messaufbau mit dem stark vergrößerten Airblast-Zerstäuber dargestellt. Der gepulste Nd:YAG Laser erzeugt Strahlung mit einer Wellenlänge von 532 nm. Sein Lichtstrahl wird durch eine Linsenordnung, die für eine bessere Übersichtlichkeit in Abbildung 6.2 nicht eingezeichnet ist, zu einer dünnen Lichtschnittebene aufgeweitet. Dieser regt den Farbstoff im Wasser auf dem Filmleger zum Fluoreszieren an. Das emittierte Licht wird mithilfe einer Kamera aufgenommen, die eine Auflösung von 4 Megapixel hat. Bei der verwendeten Brennweite von 500 mm beträgt der Bildausschnitt 2,8 auf 2,8 mm<sup>2</sup>. Folglich entspricht ein Pixel ca. 1,4  $\mu\text{m}$ . Vor der Kamera befindet sich ein optischer Filter (nicht eingezeichnet), der eine Wellenlänge von  $560 \text{ nm} \pm 25 \text{ nm}$  durchlässt und somit das Eindringen von Streulicht mit der Anregungswellenlänge verhindert.

Die rechteckige Box, die den Filmleger umgibt, ist hohl und mit Glycerin gefüllt, das den gleichen Brechungsindex wie Quarzglas besitzt. Dadurch kann die Brechung des vom Film emittierten Lichtes an der gekrümmten Innenwand des Filmlegers auf ein Minimum reduziert werden. Außerdem muss der Winkel zwischen der Kamera und dem Laser  $70^\circ$  betragen. Wird dieser Winkel verkleinert oder vergrößert, kann die Brechung des vom Farbstoff emittierten Lichtes nicht mehr berechnet werden, weswegen es nicht mehr möglich ist, die Filmdicke zu bestimmen. [34, 35]

Für den Vergleich mit den numerischen Simulationen sind je Messung 512 Bilder aufgenommen und zeitlich gemittelt worden. Nach der digitalen Datenverarbeitung wird an jeder diskreten Stelle in  $y$ -Richtung die Intensitätskurve in  $z$ -Richtung geglättet, wodurch die Filmdicke mit einer Genauigkeit von  $\pm 40 \mu\text{m}$  bestimmt werden kann. Hinzu kommt, dass die Wellen des Filmes zu einer systematischen Überschätzung der Filmdicke führen, die im Bereich von 10 % liegt. [34, 35, 112]

Mit dieser Messmethode ist es, aufgrund der Reflexion und Brechung, nicht möglich, die

Bildung von Ligamenten und Tropfen zu ermitteln. Der Beginn der Tropfenabspaltung aus dem Film wird daher indirekt über die rapide Abnahme der mittleren Filmdicke bei steigender Luftgeschwindigkeit bestimmt, die durch das Abspalten von Tropfen und Ligamenten aus dem Film verursacht wird.

## 6.2 Numerische Darstellung des Experiments

Unter Berücksichtigung des im Experiment eingesetzten Airblast-Zerstäubers (Abbildung 6.1) ist der in Abbildung 6.3(a) gezeigte Ausschnitt für die numerische Untersuchung des Verhaltens des Wassers auf dem Filmleger bei verschiedenen Betriebspunkten ausgewählt worden. Die in Abbildung 6.3(a) gezeigte Ebene wird um die Mittellinie rotiert, wodurch das pseudo zweidimensionale Gitter [75] entsteht, das für die nachfolgenden numerischen Simulationen verwendet wird. Die Reduktion des experimentellen Falles auf eine zweidimensionale, numerische Betrachtung ist möglich, weil das Ablösen von Tropfen aus Wellenkämmen hauptsächlich durch zweidimensionale Effekte verursacht wird. Die Verfolgung der Tropfen und der Sekundärzerfall sind nicht Fokus dieser Untersuchung. [112]

Das gesamte Gitter dieser Domain ist in Abbildung 6.3(b) links zu sehen, während rechts ein Ausschnitt des Gitters stark vergrößert dargestellt ist.

Das Gitter besitzt ca. 80 000 Zellen und hat eine räumliche Auflösung von ca. 10  $\mu\text{m}$  nahe der Wand, senkrecht zur Hauptströmungsrichtung (positive  $z$ -Richtung). Ab  $z = 1 \text{ mm}$  wird die Auflösung in positive  $z$ -Richtung kontinuierlich um den Faktor von 1,06 größer. In Hauptströmungsrichtung  $y$  werden  $N_y = 284$  Zellen verwendet, was einer räumlichen Auflösung von 42  $\mu\text{m}$  entspricht. Die Dicke  $s$  des Einlasskanals des Wassers beträgt  $s = 0,36 \text{ mm}$ , die Länge  $l$  des Filmlegers  $l = 12 \text{ mm}$  und sein Radius  $r$  beträgt  $r = 12 \text{ mm}$ .

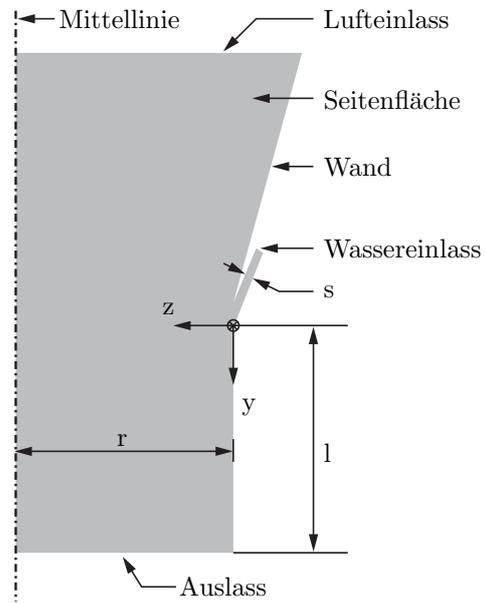
Die Geschwindigkeit der Luft und des Wassers werden am jeweiligen Einlass mit einem Blockprofil vorgegeben, wobei die Einlaufkanäle ausreichend lang sind, damit sich die Geschwindigkeitsprofile vollständig ausbilden können.

Um die Vergleichbarkeit mit den experimentellen Ergebnissen garantieren zu können, werden in den numerischen Simulationen ebenfalls Wasser und Luft verwendet. Die Stoffdaten sind in Tabelle 6.1 dargestellt.

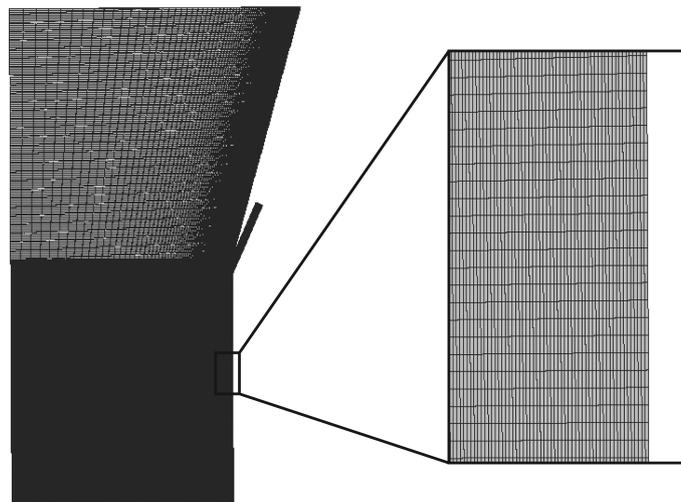
Eine turbulente Intensität von 5 % und ein turbulentes Längenmaß von 0,47 mm werden für das eingesetzte erweiterte  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell verwendet. Das Längenmaß entspricht 0,03 % des Radius am Lufteinlass.

Für jeden Betriebspunkt werden 550 Zeitschritte, die mit einer Frequenz von 10 kHz herausgeschrieben werden, für die Auswertung bzw. die Mittelung herangezogen. Somit wird eine physikalische Zeitspanne von 55 ms berechnet. Der adaptive Zeitschritt für eine Iteration liegt in der Größenordnung von  $10^{-8} \text{ s}$ . Eine maximale Courant-Zahl von 0,1 wird dadurch zugelassen.

Die Randbedingungen der durchgeführten numerischen Simulationen für die Validierung sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Für jede Kombination aus Luft- und Wassergeschwindigkeit ist das entsprechende Impulsstromverhältnis  $M$  in der Tabelle eingetragen. Dieses



(a) Schnittebene des Gitters [112]



(b) Gitter [112]

Abbildung 6.3: Gitter [112]

	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_w$ [N m <sup>-1</sup> ]
Wasser	1000	1	0,07
Luft	1,2	16	–

Tabelle 6.1: Stoffwerte von Wasser und Luft unter Standardbedingungen (20 °C, 1 bar) [109]

$v_w$ [m s <sup>-1</sup> ]	$v_{lu}$ 29,0	35,4	40,8	45	45,6	47,7	50,0	54,0	58,0	61,0
Messung: 0,7	2,1	3,1	4,1	4,9	-	5,6	-	-	-	-
Simulation: 0,7	2,1	3,1	4,1	-	5,1	-	6,2	7,2	8,2	9,1

Tabelle 6.2: Impulsstromverhältnis der durchgeführten Rechnungen zur Validierung

berechnet sich mithilfe der Dichten und Geschwindigkeiten der Fluide:

$$M = \frac{\rho_{lu} v_{lu}^2}{\rho_w v_w^2} \tag{6.1}$$

### 6.3 Validierung des numerischen Modells

Um das eingesetzte, numerische Modell zu validieren, wird für das Impulsstromverhältnis  $M = 3,1$  die mittlere Filmdicke aus Messung und numerischer Simulation über die gesamte Filmlegerlänge verglichen, siehe Abbildung 6.4. Dabei ist die Koordinate  $y$  mit der Länge  $l$  des Filmlegers und die Filmdicke  $h$  mit der Breite  $s$  des Einlasskanales normiert. Aufgrund konstruktiver Randbedingungen sind nur Messergebnisse im Intervall zwischen  $0,1 \leq y/l \leq 0,8$  aussagekräftig. Wie in [35] gezeigt wird, wird die gemessene Filmdicke mit zunehmender Amplitude der Wellen aufgrund der totalen Reflexion überschätzt. Die Fehlerbalken sind in Abbildung 6.4 in grau eingezeichnet. Die größten Abweichungen zwischen der Simulation und dem Experiment treten ab  $z/l = 0,6$  auf. Ab diesem Bereich sind vermehrt größere Wellen zu beobachten, die durch ihre Brechung das Messergebnis verfälschen, so dass in diesem Bereich die reale Filmdicke durch das Messverfahren überschätzt wird. Im Durchschnitt beträgt die Abweichung 13% und liegt immer im Fehlerbereich der Messung. Somit zeigt dieser Vergleich, dass das verwendete numerische Modell die mittlere Filmdicke über die Länge des Filmlegers in guter Über-

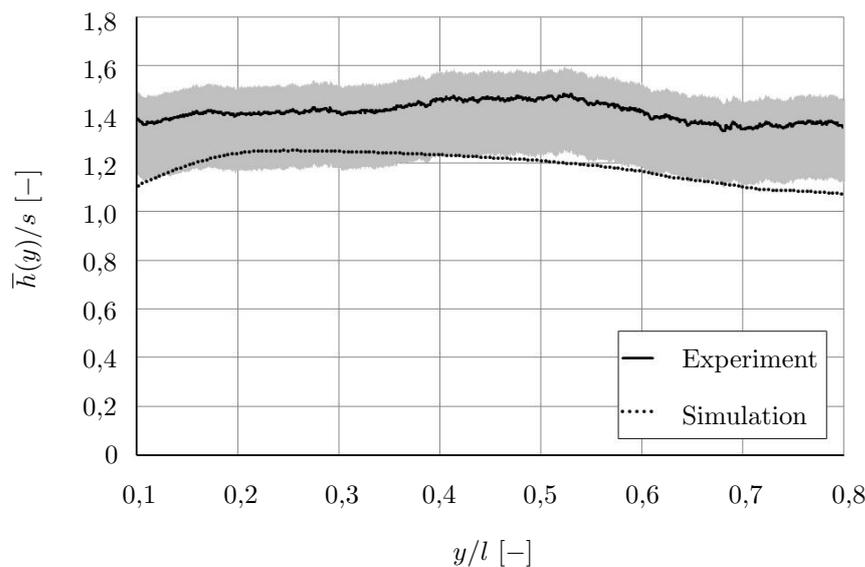


Abbildung 6.4: Validierung für  $v_{lu} = 35,4 \text{ m s}^{-1}$  und  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$  [112]

einstimmung mit den experimentellen Ergebnissen berechnen kann.

In Abbildung 6.5 ist die normalisierte, globale mittlere Filmdicke in Abhängigkeit des Impulsstromverhältnisses dargestellt. Dabei ist die Geschwindigkeit des Wassers für alle Simulationen und Messungen konstant bei  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$ , während die Geschwindigkeit der Luft variiert wird, wie Tabelle 6.2 zu entnehmen ist. Aufgrund der Einschränkungen im Messverfahren wird die globale mittlere Filmdicke für die Simulationen ebenfalls nur im Bereich von  $0,1 \leq y/l \leq 0,8$  ausgewertet. Experimentelle und numerische Ergebnisse weisen eine fast konstante globale mittlere Filmdicke bei niedrigen Impulsstromverhältnissen auf. Bei Überschreitung eines kritischen Impulsstromverhältnisses nimmt die globale mittlere Filmdicke aufgrund des Abreißen von Tropfen und Ligamenten vom Wasserfilm rasch ab. Eine detaillierte Untersuchung dieses Phänomens wird in Abschnitt 7.1 durchgeführt.

Das numerische Modell liefert folglich verlässliche Ergebnisse für weitere Schlussfolgerungen, siehe Kapitel 7.

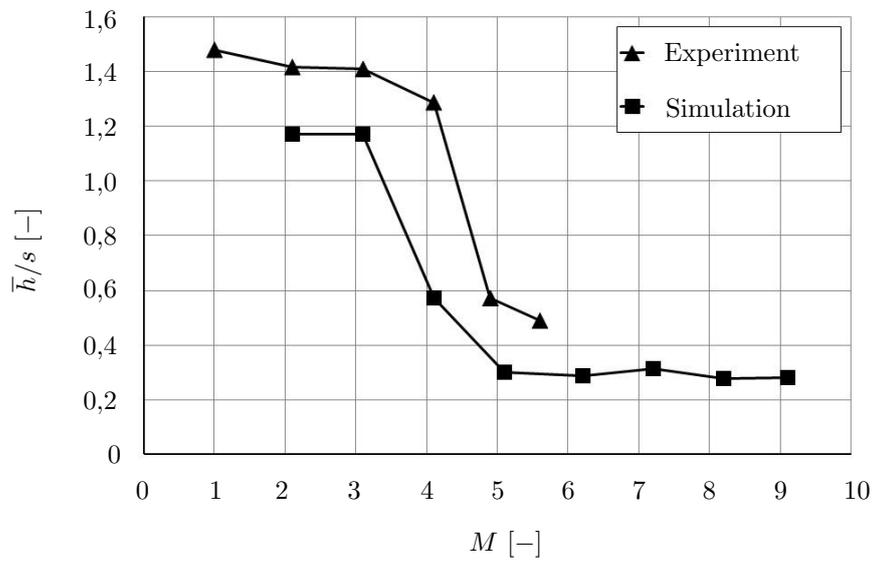


Abbildung 6.5: Globale mittlere Filmdicke bei  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1} = \text{konstant}$  [112]



# 7 Untersuchung der Airblast-Zerstäuber

Im Folgenden wird zuerst der Airblast-Zerstäuber aus dem vorherigen Kapitel näher untersucht. Mithilfe des Filmverhaltens werden drei Regime identifiziert, die der Film bei Steigerung der Relativgeschwindigkeit durchläuft. Dabei ist für technische Anwendungen das Regime 3 von größtem Interesse, da hier Flüssigkeitsmasse vom Film auf dem Filmleger in die Gasphase übergeht und den Ort der Flammenstabilisierung dadurch beeinflussen kann.

Im darauffolgenden Abschnitt wird ein planarer Airblast-Zerstäuber, der auf der Arbeit [10] basiert, analysiert. Besonders wird in dieser Untersuchung auf die zerstäubte Flüssigkeitsmasse auf dem Filmleger und im Nahbereich kurz hinter dem Zerstäuber eingegangen.

Aufbauend auf dieser Untersuchung wird im nächsten Abschnitt ein vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber detailliert untersucht. Eine Korrelation für die Berechnung der mittleren Filmdicke auf dem Filmleger und eine Korrelation für die Berechnung des Sauterdurchmessers der Tropfen, die auf dem Filmleger entstehen, werden aus den numerischen Simulationen abgeleitet.

## 7.1 Vereinfachter Airblast-Zerstäuber mit Filmleger

Die nachfolgende Untersuchung des in Abbildung 6.3 dargestellten Airblast-Zerstäubers legt den Fokus auf den Einfluss, den die Relativgeschwindigkeit zwischen der Luft und dem Wasser auf das Verhalten des Filmes auf dem Filmleger hat. Dazu wird im ersten Schritt die konstante Wassergeschwindigkeit  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$  verwendet, während die Luftgeschwindigkeit variiert wird. Die verwendeten Fluidgeschwindigkeiten der durchgeführten numerischen Simulationen sind der letzten Zeile in Tabelle 7.1 zu entnehmen. Die turbulente Intensität für das verwendete erweiterte k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell beträgt 5 % und das turbulente Längenmaß 0,47 mm. Dies entspricht 3 % des Radius am Lufteinlass. Die mittlere Filmdicke entlang des Filmlegers wird mit dem in Abschnitt 4.1 vorge-

$v_w$ [m s <sup>-1</sup> ]	$v_{lu}$ 29,0	35,4	39,0	40,8	45,6	50,0	54,0	58,0	61,0
0,6	-	-	5,1	-	-	-	-	-	-
0,7	2,1	3,1	-	4,1	5,1	6,2	7,2	8,2	9,2

Tabelle 7.1: Impulsstromverhältnis  $M$  der durchgeführten Rechnungen

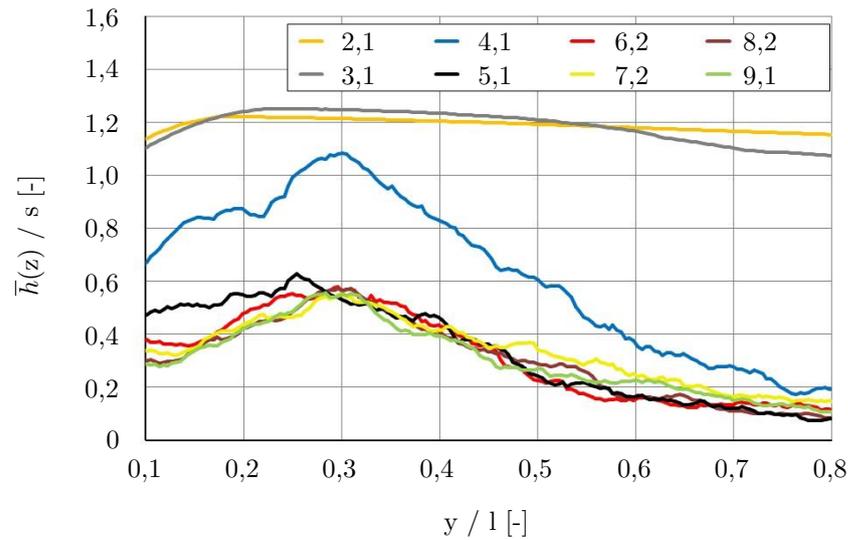
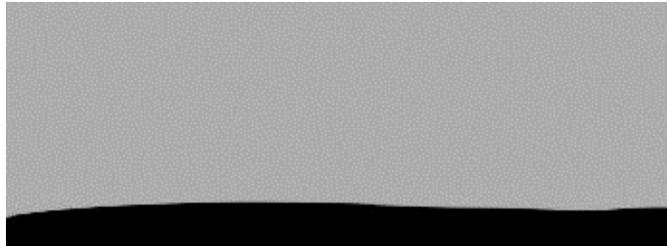


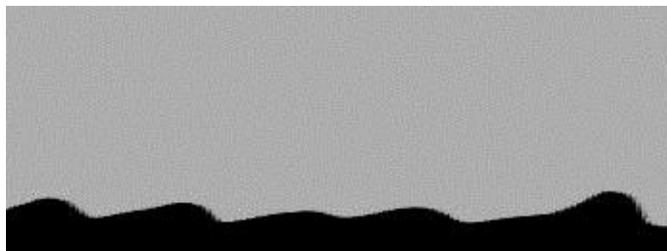
Abbildung 7.1: Normierte mittlere Filmdicke über der normierten Länge des Filmlegers bei unterschiedlichen Impulsstromverhältnissen

stellten Verfahren bestimmt. Anschließend wird die mittlere Filmdicke mit der Dicke  $s = 0,36 \text{ mm}$  des Wassereinlasskanals und die Koordinate in Hauptströmungsrichtung  $y$  mit der gesamten Länge  $l = 12 \text{ mm}$  des Filmlegers normiert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.1 dargestellt. Bei einem Impulsstromverhältnis von  $M = 2,1$  ist die mittlere Filmdicke nahezu konstant über die Länge des Filmlegers. Die Luftströmung interagiert kaum mit dem Film. Für  $M = 3,1$  stellt sich eine mittlere Filmdicke ein, die ab  $y/l > 0,2$  über den Filmleger langsam abnimmt. Dies wird durch die Luftströmung verursacht, die das Wasser beschleunigt. Des Weiteren zeigen Momentanbilder eine leichte Wellenbildung auf dem Film. Die mittlere Filmdicke, die sich bei dem Impulsstromverhältnis von  $M = 4,1$  einstellt, ist durch ein Maximum bei  $y/l \approx 0,3$  charakterisiert. An dieser Stelle ist die Amplitude der Wellen, die durch die Luftströmung initiiert werden, im Mittel maximal, bevor die Wellen brechen und folglich ihre Amplitude wieder abnimmt. Die beim Überschlagen der Wellen abgetrennten Tropfen und Ligamente sind ebenso wie die Beschleunigung des Filmes, und die damit einhergehende Steigerung der Filmgeschwindigkeit, für die schnelle Abnahme der mittleren Filmdicke verantwortlich. Das selbe Verhalten ist bei allen größeren Impulsstromverhältnissen in ausgeprägterer Form zu beobachten. Dabei verursacht die weitere Erhöhung der Luftgeschwindigkeit keine weitere nennenswerte Abnahme der mittleren Filmdicke.

Basierend auf diesen Beobachtungen werden drei Regime definiert, die ein Flüssigkeitsfilm (konstante Geschwindigkeit) bei größer werdender Luftgeschwindigkeit durchläuft. Das Regime 1, dargestellt in Abbildung 7.2(a), stellt sich bei geringer Relativgeschwindigkeit zwischen Luft und Wasser ein und zeichnet sich durch eine glatte Filmoberfläche aus. Die stabilisierenden Kräfte, Oberflächenspannung und Gravitation, dominieren,



(a) Regime 1: Glatte Filmoberfläche ( $M = 2, 1$ )



(b) Regime 2: Wellige Filmoberfläche ( $M = 3, 1$ )



(c) Regime 3: Abspaltung von Tropfen ( $M = 7, 2$ )

Abbildung 7.2: Momentanbilder der Regime (schwarz: Wasser, grau: Luft)

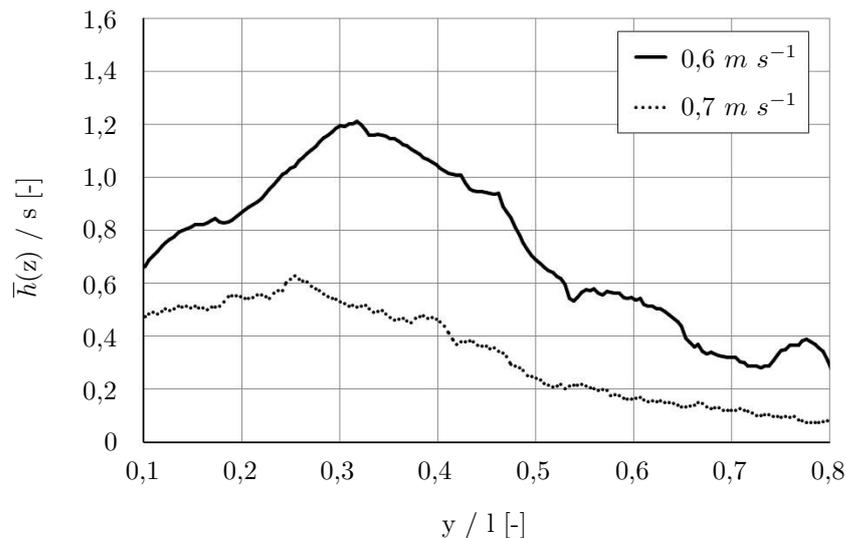


Abbildung 7.3: Normierte mittlere Filmdicke über der normierten Länge des Filmlegers für  $M = 5,1 = \text{konstant}$

während die destabilisierenden, aerodynamischen Kräfte (Scherung, Druckkraft) eine untergeordnete Rolle spielen. Die Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten werden gedämpft.

Bei Steigerung der Luft- und somit der Relativgeschwindigkeit bilden sich Wellen auf dem Film aus, aus denen aber keine Tropfen abgespalten werden, vgl. Abbildung 7.2(b). Dieser wellige Film wird dem Regime 2 zugeordnet. Somit ist die Kelvin-Helmholtz-Instabilität erreicht, die eine oszillierende Phasengrenzfläche bewirkt.

Übersteigt die Relativgeschwindigkeit einen kritischen Wert, bricht der kontinuierliche Film auf. Die Wellen brechen und dabei werden Tropfen und Ligamente aus dem Film abgetrennt, wie es unter anderem in [13] beschrieben ist. Das typischen Aussehen eines Films im Regime 3 ist in Abbildung 7.2(c) dargestellt.

Wie allerdings Abbildung 7.3 zeigt, ist es nicht ausreichend, diese Regimeeinteilung allein mithilfe des Impulsstromverhältnisses durchzuführen. Bei einer Wassergeschwindigkeit von  $v_w = 0,6 \text{ m s}^{-1}$  und somit  $M = 5,1$  kann das Verhalten des Filmes dem Regime 2 zugeordnet werden, während bei einer Wassergeschwindigkeit von  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$  und somit  $M = 5,1$  sich Regime 3 einstellt.

Da diese zwei untersuchten Betriebspunkte das selbe Impulsstromverhältnis, aber unterschiedliche Relativgeschwindigkeiten haben, wird die Schlussfolgerung gezogen, dass eine kritische Relativgeschwindigkeit überschritten werden muss, bevor Tropfen und Ligamente aus einem Film abgespalten werden können. Dies wird auch in anderen wissenschaftlichen Veröffentlichungen [22, 66, 91] beschrieben.

Die gezeigten Abhängigkeiten der mittleren Filmdicke vom Impulsstromverhältnis und der Relativgeschwindigkeit (vgl. Abbildung 7.1 und Abbildung 7.3) führen dazu, die Regimeeinteilung auf Basis dieser Größen durchzuführen. Da die Variation des Impuls-

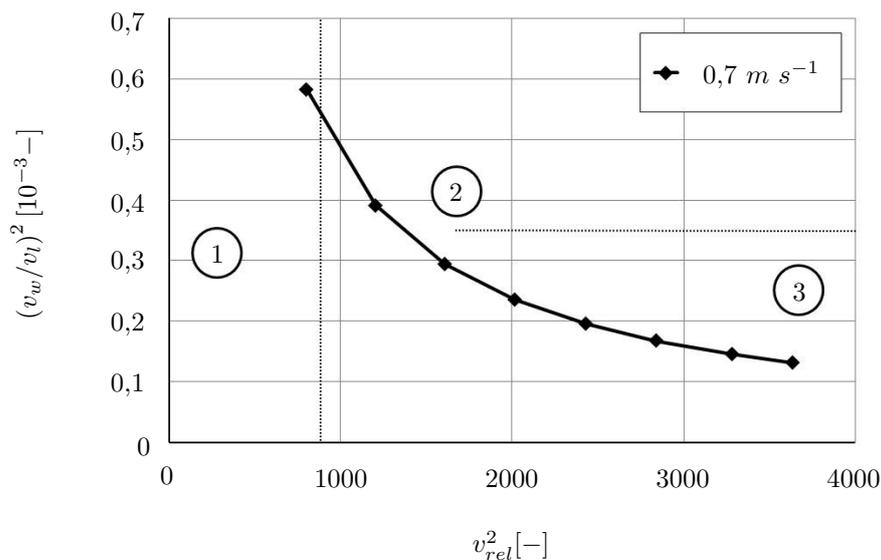


Abbildung 7.4: Regimeeinteilung bei Variation der Wassergeschwindigkeit

tromverhältnisses allein auf der Variation der Geschwindigkeit beruht, wird für die Regimeeinteilung das Quadrat des Verhältnisses der Fluidgeschwindigkeit verwendet. In Anlehnung an die Weber-Zahl wird die Relativgeschwindigkeit quadriert.

Das Ergebnis ist in Abbildung 7.4 dargestellt. In dem mit der Zahl 1 gekennzeichneten Bereich stellt sich das Regime 1 ein. Ein Flüssigkeitsfilm mit einer glatten Oberfläche ist zu beobachten. Der Bereich, der mit der Zahl 2 markiert ist, charakterisiert die Betriebspunkte, bei denen sich das Regime 2 und somit der wellige Film einstellt. Das Abtrennen von Tropfen und Ligamenten aus dem Film und somit das Regime 3 ist in dem mit der Zahl 3 gekennzeichneten Bereich zu beobachten. Da der Übergang zwischen den Regimen fließend stattfindet, kann hierfür kein festes Kriterium, sondern nur einen Bereich (dargestellt durch die gepunkteten Linien) definiert werden.

In dieser Einteilung liegt der Betriebspunkt von  $M = 5,1$  mit  $v_w = 0,6 \text{ m s}^{-1}$  in Regime 2, während der Betriebspunkt von  $M = 5,1$  mit  $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$  in Regime 3 liegt. Somit ist diese Einteilung ein erster Schritt zu einer allgemein gültigen Klassifizierung, die das Abtrennen von Tropfen und Ligamenten aus einem Flüssigkeitsfilm verlässlicher voraussagt als das Impulsstromverhältnis allein.

Für das Regime 3 wird in Abbildung 7.5 die zerstäubte Flüssigkeitsmasse bezogen auf die gesamte, im untersuchten Gebiet vorliegende Flüssigkeitsmasse in Abhängigkeit von der Zeit für die Impulsstromverhältnisse  $M = 7,2$  und  $M = 9,2$  näher untersucht, vgl. Abschnitt 4.5. Da in Regime 1 und 2 keine Tropfen aus dem Film abgespalten werden, kann dafür auch keine zerstäubte Flüssigkeitsmasse detektiert werden. Es ist zu erkennen, dass die zerstäubte Flüssigkeitsmasse zeitlich schwankt. Dies liegt vor allem an der Art und Weise wie Tropfen und Ligamente entstehen. Die Wellen, die auf dem Filmleger der Entstehungsort der Tropfen sind, müssen in ihrer Amplitude wachsen, bevor die aerodynamischen, destabilisierenden Kräfte groß genug sind, um Tropfen und Ligamente aus

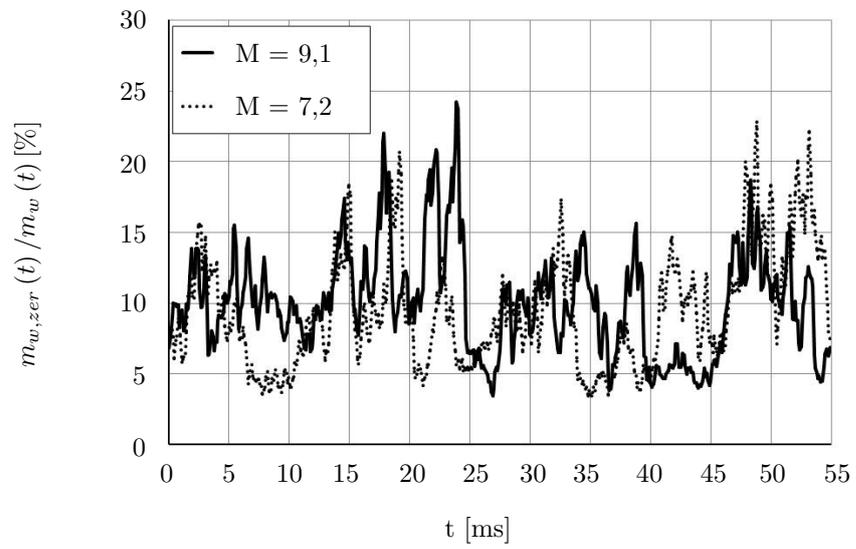


Abbildung 7.5: Zerstäubte Flüssigkeitsmasse

den Wellen abspalten zu können. Während dieser Wachstumsphase entstehen bei diesen Wellen jedoch keine Tropfen, weswegen es Zeitpunkte gibt, bei denen unterschiedlich viel Flüssigkeit zerstäubt wird. Aus Abbildung 7.5 ist ebenfalls zu sehen, dass mit steigender Relativgeschwindigkeit mehr Flüssigkeit zerstäubt wird. Für  $M = 7,2$  werden im Mittel 9% und für  $M = 9,1$  durchschnittlich 10% zerstäubt. Da die Stabilisierung der Flamme in einer Brennkammer unter anderem von der Brennstoffverteilung am Einlass der Brennkammer und somit am Auslass des Airblast-Zerstäubers abhängig ist [14], kann dieser Anteil der Flüssigkeit in der Gasphase den Ort der Flammenstabilisierung beeinflussen. Änderungen im Design der Brennkammer können für eine Effizienzsteigerung und Reduzierung der Menge schädlicher Abgase nötig werden.

Da sich die Untersuchung bis zu diesem Abschnitt auf numerische Simulationen unter atmosphärischen Bedingungen konzentriert hat, um die Vergleichbarkeit zu den experimentellen Messungen [112] gewährleisten zu können, werden im nächsten Abschnitt zusätzlich die Phänomene des Flüssigkeitsfilms auf dem Filmleger und im Nahbereich hinter dem Airblast-Zerstäuber unter Druck detailliert untersucht. Der eingesetzte Airblast-Zerstäuber und die Betriebspunkte sind [10] entnommen.

## 7.2 Planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger

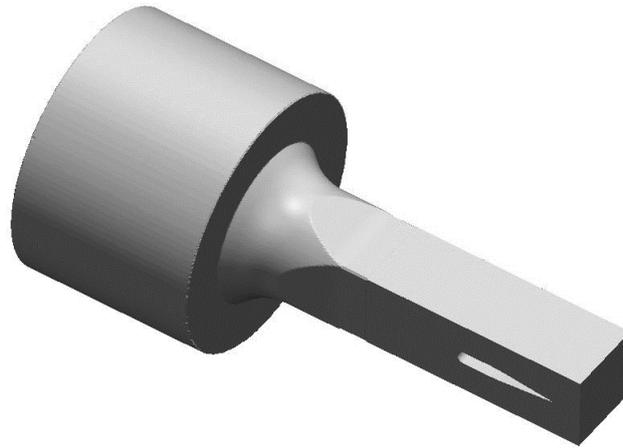
Der in der Arbeit [10] verwendete planare Airblast-Zerstäuber mit Filmleger wird im Nachfolgenden untersucht, wobei detailliert die erzeugten Tropfen bzw. die zerstäubte Flüssigkeitsmasse bis 1 mm nach dem Zerstäuber betrachtet werden, um den Einfluss der Zerstäuberkannte und des Sekundärluftstromes zu analysieren.

Für die experimentelle Untersuchung in [10] ist der planare Airblast-Zerstäuber in einen Kanal, Abbildung 7.6(a), eingebaut. Der Kanal ist rund und wird, nach einem Übergangsbereich, quadratisch. Hier ist der Airblast-Zerstäuber platziert.

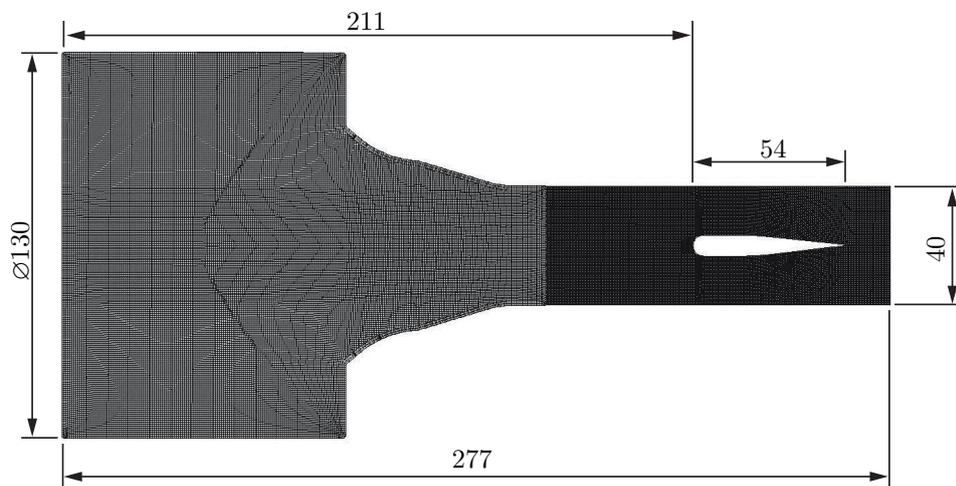
Für die Vernetzung des Zylinders und des Übergangsbereichs ist die OpenFOAM 2.1.1 eigene Vernetzungssoftware snappyHexMesh [75] verwendet worden. In diesem Bereich beträgt die durchschnittliche Kantenlänge der nahezu würfelförmigen Zellen  $600\ \mu\text{m}$ . Der quadratische Kanal ist mit blockMesh [75] vernetzt, das ebenfalls eine OpenFOAM 2.1.1 eigene Vernetzungssoftware ist. Das auf diese Weise erzeugte Gitter besitzt nahezu würfelförmige Zellen, deren durchschnittliche Kantenlänge  $300\ \mu\text{m}$  beträgt. Die beiden Bereiche werden mit mergeMeshes [75] zusammengefügt, wobei das entstehende Gitter ca. 17 Millionen Zellen besitzt, vgl. Abbildung 7.6(b). Dabei ist mergeMeshes ebenfalls ein Werkzeug aus OpenFOAM 2.1.1, das unterschiedliche Gitter an einer vorgegebenen Fläche zusammenfügt.

In Abbildung 7.6(c) ist das Gitter, das den Airblast-Zerstäuber umschließt, zur Verdeutlichung vergrößert dargestellt.

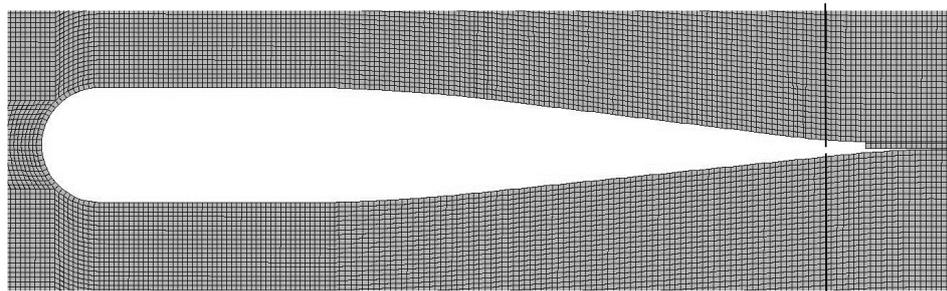
Um Rechenzeit einsparen zu können, werden die Geschwindigkeitsprofile der Luft und des Kerosins im Vorfeld berechnet, um diese als Randbedingungen für Simulationen des Zerstäubungsprozesses zu verwenden. Für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils der Luft wird das in Abbildung 7.6 gezeigte Gitter verwendet. Die Randbedingungen der Luft sind Tabelle 7.2 zu entnehmen. Durch die Verkleinerung des Kanalquerschnitts



(a) Dreidimensionale Ansicht des berechneten Gebietes



(b) Schnittebene des Gitters (Dimensionen in [mm])



(c) Schnittebene des Gitters um planaren Airblast-Zerstäuber

Abbildung 7.6: Planarer Airblast-Zerstäuber mit umschließendem Kanal [10]

Fall	$v_{lu}$ [m s <sup>-1</sup> ]	$p$ [bar]	$\rho_{lu}$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu_{lu}$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
1	7,23	6	7,14	2,57
2	10,85	6	7,14	2,57

Tabelle 7.2: Verwendete Randbedingungen für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils der Luft

$v_k$ [m s <sup>-1</sup> ]	$p$ [bar]	$\rho_k$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu_k$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_k$ [N m <sup>-1</sup> ]
1	6	805,48	1,82	0,0228

Tabelle 7.3: Verwendete Randbedingungen für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils des Kerosins

tes wird die Luft beschleunigt, so dass sich eine mittlere Geschwindigkeit von  $60 \text{ m s}^{-1}$  für Fall 1 und  $90 \text{ m s}^{-1}$  für Fall 2 im Bereich der Düse ergibt. Für das eingesetzte erweiterte  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell werden als Randbedingung eine turbulente Intensität von 5 % und ein turbulentes Längenmaß von 3,9 mm verwendet, das 3 % des Zylinderdurchmessers entspricht.

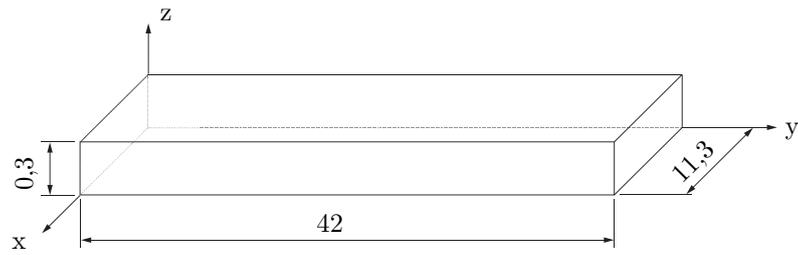
Das Geschwindigkeitsprofil ober- und unterhalb der Düse (siehe vertikale, schwarze Linie in Abbildung 7.6(c)) wird als Randbedingung für die Simulation des Zerstäubungsprozesses verwendet.

Das Geschwindigkeitsprofil des Kerosins wird mithilfe des Gitters, das in Abbildung 7.7(a) dargestellt ist, berechnet. Dabei sind die Höhe und die Breite genauso groß wie im Airblast-Zerstäuber. Die Länge des Kanals ist so gewählt worden, dass sich das Geschwindigkeitsprofil auf dieser Strecke voll ausbilden kann. Die Höhe und Breite der Zellen dieses Gitters beträgt  $20 \mu\text{m}$  und ihre Länge  $420 \mu\text{m}$ . Sie sind in Abbildung 7.7(b) zu sehen. Das gesamte Gitter besitzt ca. 840 000 Zellen. In Tabelle 7.3 sind die Stoffwerte und die Eintrittsgeschwindigkeiten des Kerosins zusammengefasst. Die Reynoldszahl dieser Strömung, gebildet mit der Höhe des Flüssigkeitskanals, ist:

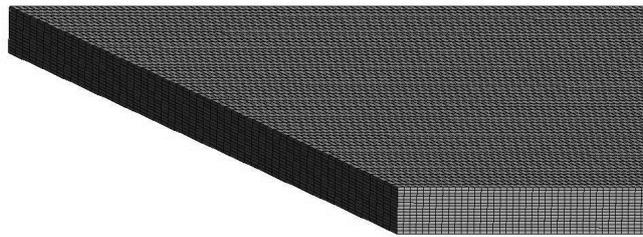
$$Re_l = \frac{l_{char} u_k}{\nu_k} = \frac{0,0003 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,82 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}} = 165 \quad (7.1)$$

Aus diesem Grund wird die Strömung mithilfe von Gleichungen berechnet, die den laminaren Fall beschreiben.

Für die Simulation des Zerstäubungsprozesses wird der in Abbildung 7.8 dargestellte Ausschnitt des Airblast-Zerstäubers verwendet. Dabei liegt der Fokus auf den Prozessen auf dem Filmleger und im Nahbereich direkt hinter dem Zerstäuber. Das Gitter ist zweimal mit dem OpenFOAM 2.1.1 eigenen Werkzeug refineMesh [75] verfeinert worden, so dass sich eine minimale Größe der nahezu würfelförmigen Zellen von  $25 \mu\text{m}$  auf dem Filmleger und somit im Bereich der größten Interaktion zwischen den zwei Fluiden ergibt. Dieser Bereich ist von würfelförmigen Zellen mit einer Kantenlänge von  $50 \mu\text{m}$  umgeben,

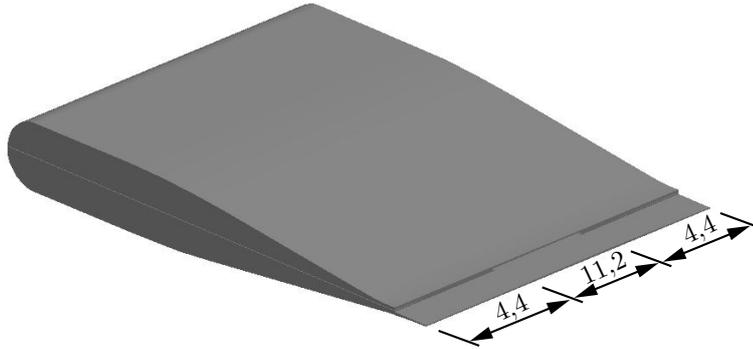


(a) Dimensionen in [mm]

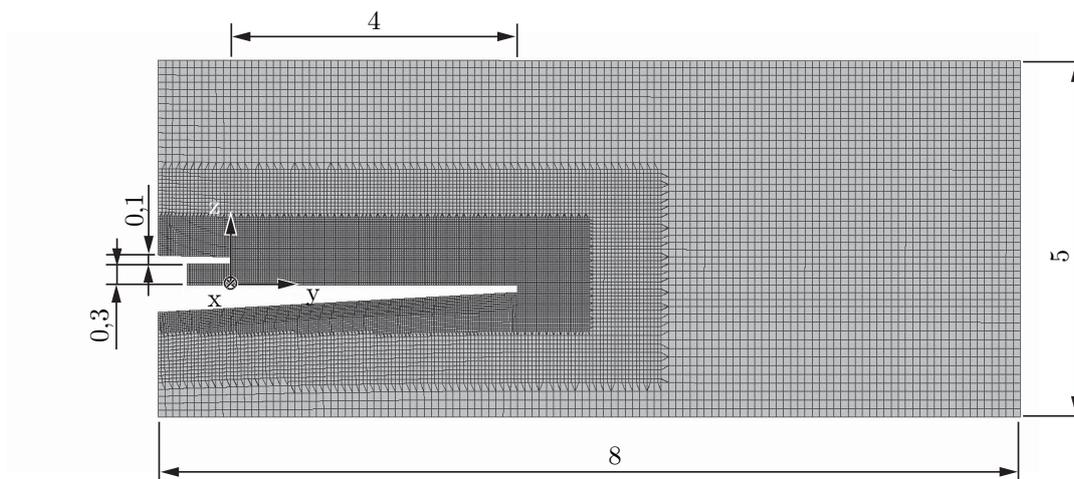


(b) Gitter

Abbildung 7.7: Flüssigkeitskanal



(a) Düse mit mittiger Austrittsöffnung des Kerosins (Dimensionen in [mm])



(b) Dimensionen in [mm]

Abbildung 7.8: Gitter für die Simulation des Zerstäubungsprozesses

Fall	$v_{lu}$ [m s <sup>-1</sup> ]	$p$ [bar]	$\rho_{lu}$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu_{lu}$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\rho_k$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu_k$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_k$ [N m <sup>-1</sup> ]	$We_l$ [-]
1	60	6	7,14	2,57	805,48	1,82	0,0228	338
2	90	6	7,14	2,57	805,48	1,82	0,0228	760

Tabelle 7.4: Übersicht der durchgeführten Rechnungen am planaren Airblast-Zerstäuber mit Filmleger

an die sich der Bereich anschließt, in dem die Kantenlänge 100  $\mu\text{m}$  beträgt. Somit besitzt das gesamte Gitter ca. 8 Millionen Zellen, die ein reales Gebiet vernetzen, das 8 mm lang, 5 mm hoch und 20 mm breit ist. Der betrachtete Filmleger ist 4 mm lang und die Höhe des Flüssigkeitskanals beträgt 0,3 mm. Dabei nimmt der Austrittskanal der Flüssigkeit in der Mitte des Filmlegers eine Breite von 11,2 mm ein und ist somit nicht über die gesamte Breite des Airblast-Zerstäubers vorhanden. Der Flüssigkeitsfilm breitet sich somit quer zur Hauptströmungsrichtung aus, ohne dass neue Flüssigkeit stromaufwärts zugeführt wird.

In dieser Untersuchung wird ausschließlich Luft als Zerstäubungsmedium und Kerosin als Flüssigkeit verwendet, das mit einer Geschwindigkeit von  $v_k = 1 \text{ m s}^{-1}$  eintritt. Die in den durchgeführten Rechnungen verwendeten Luftgeschwindigkeiten, Arbeitsdrücke und Stoffwerte sind Tabelle 7.4 zu entnehmen. Die Weber-Zahl wird mit der Höhe des Filmkanals gebildet. Die Fallnummern entsprechen dabei den Nummern, die in Tabelle 7.6 verwendet werden. Folglich wird die Luftgeschwindigkeit von  $60 \text{ m s}^{-1}$  im Fall 1 auf  $90 \text{ m s}^{-1}$  im Fall 2 erhöht. Das in dieser Arbeit auf Zweiphasenströmung angepasste  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell wird mit einer turbulenten Intensität von 5 % und einem turbulenten Längenmaß von 81,9  $\mu\text{m}$  verwendet, was 3 % der oberen Eintrittshöhe der Luft sind. In Abbildung 7.9 sind die mittleren Filmdicken des Falles 1 und 2 über der Länge des Filmlegers aufgetragen. Diese sind nach dem in Abschnitt 4.1 erklärten Verfahren ermittelt. Für beide Betriebspunkte ist eine schnelle Abnahme der mittleren Filmdicke zu beobachten, wobei die mittlere Filmdicke des Falles 2 kleiner ist als diejenige des Falles 1. Da sich die beiden Fälle aber nur in der Luftgeschwindigkeit unterscheiden, ist diese Geschwindigkeit für den Unterschied in der mittleren Filmdicke verantwortlich. Dies liegt zum einen daran, dass der Film im Fall 2 durch die höhere Luftgeschwindigkeit stärker beschleunigt wird. Die mittlere Filmgeschwindigkeit des Falles 2 ist im Mittel um 20 % größer als in Fall 1. Da aber der Massenstrom des Kerosins bei beiden Fällen gleich groß ist, führt die Erhöhung der Filmgeschwindigkeit zu einer Abnahme der Filmdicke. Zusätzlich bewirkt die höhere Luftgeschwindigkeit im Fall 2, dass im Durchschnitt 11,8 % der Flüssigkeit auf dem Filmleger vom Film in die Gasphase übergeht, während es im Fall 1 nur 7,1 % sind. Diese Überführung der Flüssigkeit in die Gasphase bewirkt eine zusätzliche Abnahme der mittleren Filmdicke, die im Fall 2 deutlicher zu beobachten ist als im Fall 1.

Für die nachfolgende Berechnung des Sauterdurchmessers und der zerstäubten Masse des Kerosins wird der 4 mm lange Filmleger mit dem Bereich verglichen, der sich direkt an den Airblast-Zerstäuber anschließt und über die gesamte Höhe und Breite des Gitters aus Abbildung 7.8 erstreckt und selbst 1 mm lang ist. Der erste Bereich wird im weiteren

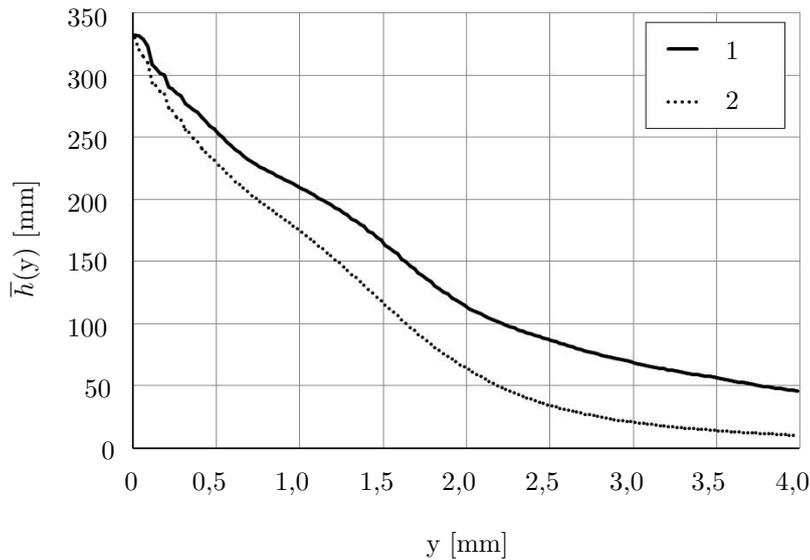


Abbildung 7.9: Mittlere Filmdicke

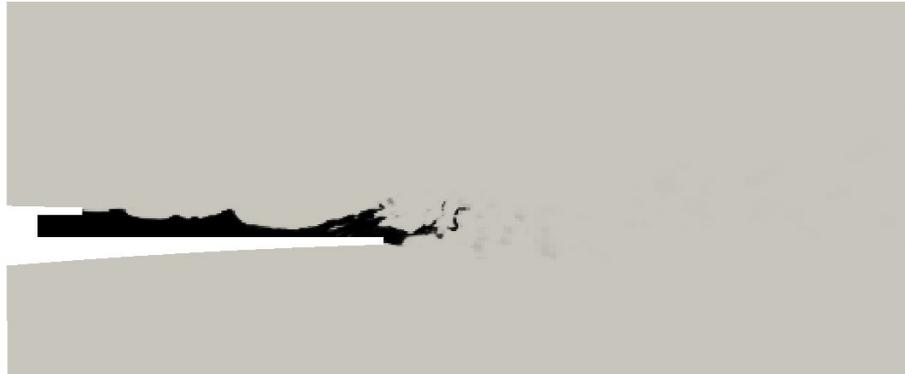
Fall	$d_{SMD} [\mu m]$	$\bar{m}_{k,zer} / \bar{m}_k [\%]$
1 - Filmleger	404,0	6,6
1 - 1 mm	746,3	24,0
2 - Filmleger	256,1	10,6
2 - 1 mm	229,1	62,2

Tabelle 7.5: Sauterdurchmesser und zerstäubte Flüssigkeitsmenge in Fall 1 und 2 des planaren Airblast-Zerstäubers

Verlauf mit dem Stichwort „Filmleger“, der sich an den Airblast-Zerstäuber anschließende Bereich mit „1 mm“ gekennzeichnet. Hier tritt der zweite Luftstrom, der unterhalb des Zerstäubers geführt wird, in Interaktion mit dem Kerosinfilm.

In Tabelle 7.5 sind die Ergebnisse dieser Untersuchung dargestellt. Es zeigt sich, dass der Sauterdurchmesser in Fall 1 oberhalb des Filmlegers 404,0  $\mu m$  und nach dem Filmleger 746,3  $\mu m$  beträgt. Diese Verschiebung des Sauterdurchmessers zu einem größeren Wert hin resultiert aus der Tatsache, dass sich am Ende des Filmlegers, an der Zerstäuberkante, das Kerosin ansammelt und große Tropfen und Ligamente daraus abgespalten werden, siehe Abbildung 7.10(a).

Für Fall 2 wird hingegen eine Abnahme des Sauterdurchmessers beobachtet, vgl. Abbildung 7.10(b). Der Sauterdurchmesser oberhalb des Filmlegers beträgt 256,1  $\mu m$  und danach 229,1  $\mu m$ . Die Luftgeschwindigkeit ist so groß, dass sie eine Ansammlung des Kerosins an der Zerstäuberkante und somit die Bildung großer Tropfen und Ligamente



(a) Fall 1 ( $v_{lu} = 60 \text{ m s}^{-1}$ )



(b) Fall 2 ( $v_{lu} = 90 \text{ m s}^{-1}$ )

Abbildung 7.10: Momentaufnahmen des Zerstäubungsprozesses des Falles 1 und 2

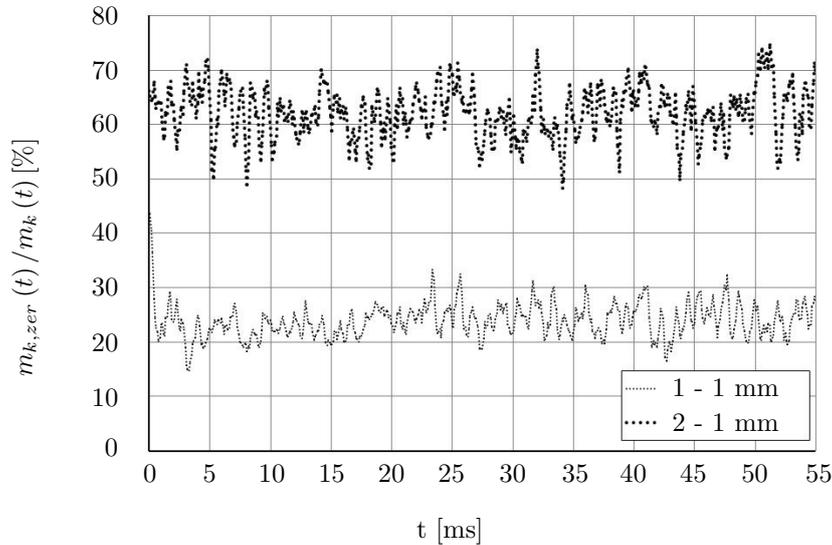


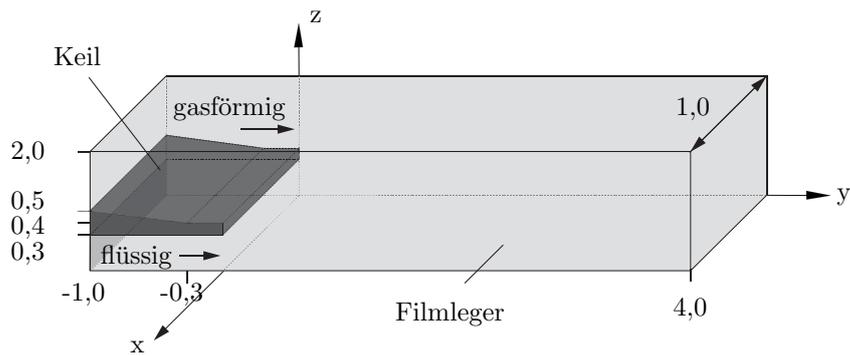
Abbildung 7.11: Zerstäubte Flüssigkeitsmasse nach dem Airblast-Zerstäuber

verringert und folglich eine weitere Abnahme des Sauterdurchmessers bewirkt.

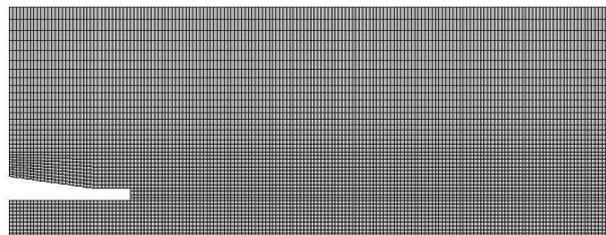
Dieses Verhalten spiegelt sich auch in der zeitlich gemittelten zerstäubten Masse des Kerosins wider, die auf die gesamte Kerosinmasse, die im betrachteten Bereich vorliegt, bezogen wird. Auf dem Filmleger ist im Mittel in Fall 1 ca. 6,6 % der Kerosinmasse in die Gasphase übergegangen, für den Fall 2 sind es 10,6 %. Im Nahbereich hinter der Düse wird in Fall 1 lediglich 24,0 % zerstäubt, während in Fall 2 bereits 62,2 % gasförmiges Kerosin vorliegt, wie in Abbildung 7.11 zu sehen ist. Somit liegt 1,7-mal mehr Kerosinmasse in der Gasphase als in der Flüssigphase vor, obwohl im Bereich hinter dem Zerstäuber („1 mm“) die gesamte Masse des Filmes nun ebenfalls in Form von Tropfen berücksichtigt wird. Da sich die beiden Simulationen nur in der Luftgeschwindigkeit unterscheiden, die im Fall 2 um den Faktor 1,5 größer ist als im Fall 1, ist der Unterschied in der zerstäubten Kerosinmasse auf diese Geschwindigkeit und somit auf die veränderte Relativgeschwindigkeit zwischen der Luft und dem Kerosin zurück zu führen.

Als Ergebnis dieser Untersuchung wird festgehalten, dass eine Vergrößerung der Relativgeschwindigkeit um den Faktor 1,5 eine Zunahme der zerstäubten Kerosinmasse um den Faktor 5,3 verursacht und folglich zu einem kleineren Sauterdurchmesser im Nahbereich führt.

Das nächste Kapitel konzentriert sich auf die Phänomene auf dem Filmleger und un-



(a) Vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger (alle Dimensionen in [mm])



(b) Schnittebene des Gitters

Abbildung 7.12: Vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger

tersucht die Abhängigkeit der mittleren Filmdicke und des Sauterdurchmessers mithilfe eines ausgewählten Bereiches des Filmlegers eines planaren Airblast-Zerstäubers.

### 7.3 Vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger

Im Nachfolgenden wird zuerst der vereinfachte, planare Airblast-Zerstäuber mit Filmleger vorgestellt, bevor die Korrelationen für die mittlere Filmdicke und den Sauterdurchmesser präsentiert werden.

#### 7.3.1 Numerische Darstellung des Airblast-Zerstäubers

Die Parameterstudie wird mit dem in Abbildung 7.12(a) gezeigten Aufbau durchgeführt. Dieser ist an die Arbeit [10] angelehnt und stellt einen vereinfachten, planaren Airblast-Zerstäuber mit Filmleger dar, der dreidimensional berechnet wird, um die Entwicklung der Flüssigkeitswellen in alle Raumrichtungen zu berücksichtigen. Dieser vereinfachte Zerstäuber hat den Vorteil, dass er, aufgrund seiner Realitätsnähe Rückschlüsse auf reale Airblast-Zerstäuber zulässt und dennoch, aufgrund seinen geometrischen Abmessungen

Fall	$v_{lu}$ [m s <sup>-1</sup> ]	$p$ [bar]	$\rho_{lu}$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu_{lu}$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\nu_k$ [mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_k$ [N m <sup>-1</sup> ]	$We_l$ [-]
1	60	6	7,14	2,57	1,82	0,0228	338
2	90	6	7,14	2,57	1,82	0,0228	760
3	40	6	7,14	2,57	1,82	0,0228	150
4	30	6	7,14	2,57	1,82	0,0228	84
5	60	2	2,38	7,68	1,82	0,0228	112
6	60	3	3,57	5,12	1,82	0,0228	169
7	60	4	4,76	3,84	1,82	0,0228	225
8	60	6	7,14	2,57	1,82	0,0098	790
9	60	6	7,14	2,57	1,82	0,0492	157
10	90	6	7,14	2,57	1,82	0,0098	1776
11	90	6	7,14	2,57	1,82	0,0492	353
12	60	6	7,14	1,29	1,82	0,0228	338
13	60	6	7,14	5,14	1,82	0,0228	338
14	60	6	7,14	2,57	0,90	0,0228	338
15	60	6	7,14	2,57	3,60	0,0228	338
16	60	3	3,57	5,12	1,82	0,0114	338
17	42,4	6	7,14	2,57	1,82	0,0114	338
18	42,4	12	14,29	1,29	1,82	0,0228	338

Tabelle 7.6: Übersicht der durchgeführten Rechnungen

klein genug ist, um mit einem Gitter, das die gewünschten Zellgrößen aufweist, vernetzt werden zu können, ohne dass die Rechenzeit für eine umfangreiche Parameterstudie zu groß wird.

Das Gitter (vgl. Abbildung 7.12(b)), das mit blockMesh generiert worden ist und dessen Zellen mithilfe eines Schnittes in der  $y, z$ -Ebene dargestellt sind, hat ca. 260 000 nahezu würfelförmige Zellen mit einer Kantenlänge von 30  $\mu\text{m}$ . Dabei werden in Hauptströmungsrichtung  $N_y = 140$  äquidistante Zellen und in  $x$ -Richtung  $N_x = 34$  Zellen verwendet.

Das zu zerstäubende, laminar fließende Kerosin wird von der turbulenten Luftströmung zunächst durch einen Keil getrennt, bevor die beiden Fluide auf dem Filmleger in Interaktion treten. Der Keil ist die obere Berandung eines verkürzten Flüssigkeitskanals eines Airblast-Zerstäubers.

Am Einlass ist der Luft ein Geschwindigkeitsprofil aufgeprägt, das aus Simulationen stammt, bei der die Luft über eine ebene Platte strömt. Für jede Randbedingung ist ein eigenes Geschwindigkeitsprofil berechnet worden, um Rechenzeit in der Parameterstudie sparen zu können.

Eine ausführliche Variation der verschiedenen Parameter, dargestellt in Tabelle 7.6, wird durchgeführt.

Die Eigenschaften der Luft sind dabei REFPROP 8 [61] und die Stoffwerte des Kerosins der Arbeit [86] entnommen. Die Dichte des Kerosins beträgt  $\rho_k = 805,48 \text{ kg m}^{-3}$  bei 20 °C und hat beim Einlass eine konstante Geschwindigkeit von  $v_k = 1 \text{ m s}^{-1}$ , die min-

destens um den Faktor 30 kleiner ist als die Luftgeschwindigkeit.

Um den Einfluss der unterschiedlichen Stoffwerte des Kerosins bzw. der Luft, wie z. B. der Oberflächenspannung  $\sigma_k$  oder der kinematischen Viskosität  $\nu_k$  bzw.  $\nu_{lu}$  untersuchen zu können, ist es notwendig, Simulationen durchzuführen, in denen der interessierende Stoffwert als einziger Parameter variiert wird. Die sich daraus ergebende Veränderung im Ergebnis kann folglich nur durch diesen Stoffwert verursacht werden. Als direkte Konsequenz daraus werden manche Simulationen mit einer erdachten Flüssigkeit bzw. Gasphase durchgeführt. Zusätzlich werden die Parametervariationen so gewählt, dass das Verhalten des Flüssigkeitsfilmes auf dem Filmleger bei konstanter Weber-Zahl untersucht werden kann, da die Weber-Zahl in [10] als Kriterium herangezogen wird, um das Abreißen von Tropfen und Ligamenten aus dem Flüssigkeitsfilm zu beschreiben.

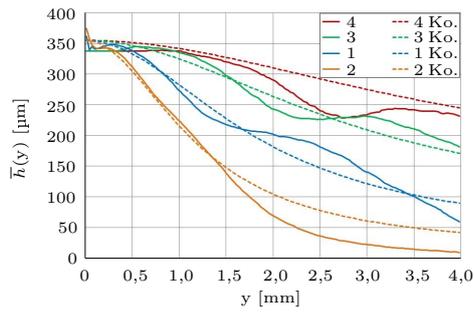
### 7.3.2 Mittlere Filmdicke

Die Ergebnisse der Simulationen aus Tabelle 7.6 sind in Abbildung 7.13 mithilfe der durchgezogenen Linien dargestellt. Die Nummern in der Legende repräsentieren die Fallnummern aus Tabelle 7.6 und sind in solch einer Weise sortiert, dass der variierte Parameter von oben nach unten in der Legende zunimmt. Die gestrichelten Linien repräsentieren die mittlere Filmdicke, die mit der weiter unten aufgeführten Korrelation berechnet sind.

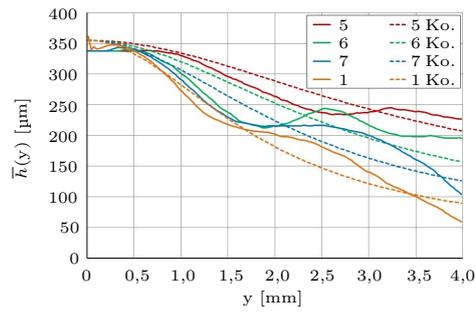
Die Abbildung 7.13(a) zeigt die abnehmende mittlere Filmdicke mit zunehmender Luftgeschwindigkeit. Durch die Erhöhung der Luftgeschwindigkeit wird mehr Impuls von der Luft auf das Kerosin übertragen, das dadurch beschleunigt wird. Folglich nimmt die mittlere Filmdicke ab. Von Fall 3 zu Fall 1 und weiter zu Fall 2 wird die Luftgeschwindigkeit jeweils um den Faktor 1,5 erhöht. Daraus resultiert eine mittlere Filmdicke, die von Fall 1 zu Fall 2 stärker abnimmt als von Fall 3 zu Fall 1. Der Grund dafür ist, dass der kontinuierliche Kerosinfilmen zu einem Film wechselt, der mit Tropfen und Ligamenten überlagert ist, die aus den Wellen abgespalten werden (Regime 3). Dieses Phänomen ist unter anderem in [10, 13, 112] beschrieben und ist in den Simulationen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden sind, ebenfalls beobachtet worden. Das zerstäubte Kerosin ist für die schnelle Abnahme der mittleren Filmdicke mit verantwortlich.

Durch die Zunahme des Arbeitsdruckes wird ebenfalls mehr Impuls von der Luft auf das Kerosin übertragen, das dadurch beschleunigt wird und zu einer Abnahme der mittleren Filmdicke führt. Dies ist in Abbildung 7.13(b) zu sehen.

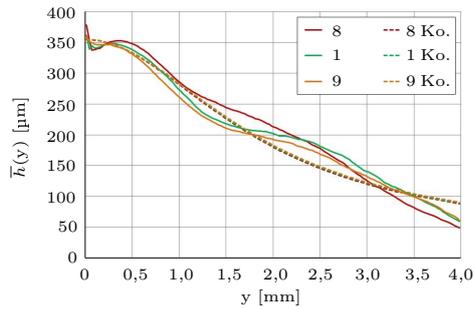
Der Einfluss der Stoffwerte auf die Zerstäubung bzw. die mittlere Filmdicke wird in der Literatur konträr diskutiert. In [19] wird der Einfluss der Viskosität der Flüssigkeit als geringfügig eingestuft, während [62, 63] die Oberflächenspannung und Viskosität der Flüssigkeit als vernachlässigbar klein einstufen. Darüber hinaus wird in [4] beobachtet, dass die Viskosität der Flüssigkeit unbedeutend wird, sobald die Luftgeschwindigkeit groß genug ist. Dagegen wird in [25, 68, 69] festgestellt, dass der Aufbruch eines Flüssigkeitsstrahles bzw. -film verzögert wird, wenn die Oberflächenspannung und Viskosität der Flüssigkeit vergrößert werden. In [111] wird dieses Phänomen dadurch erklärt, dass eine größer werdende Viskosität der Flüssigkeit den auftretenden Geschwindigkeitsgradienten und somit der Zerstäubung entgegenwirkt. Auf Basis dieser vorangegangenen



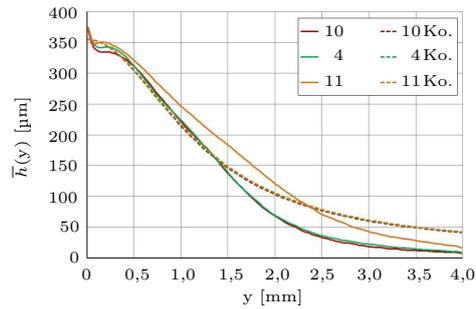
(a) Variation der Luftgeschwindigkeit



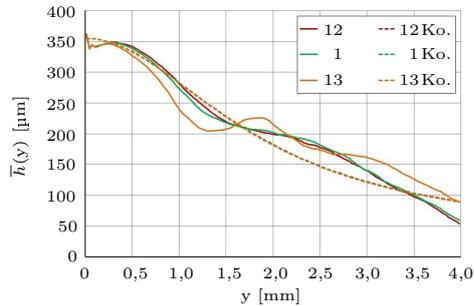
(b) Variation des Arbeitsdruckes



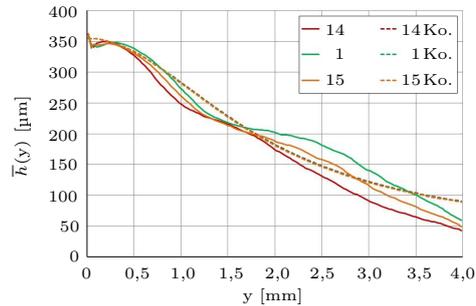
(c) Variation der Oberflächenspannung für  $v_{lu} = 60 \text{ m s}^{-1}$



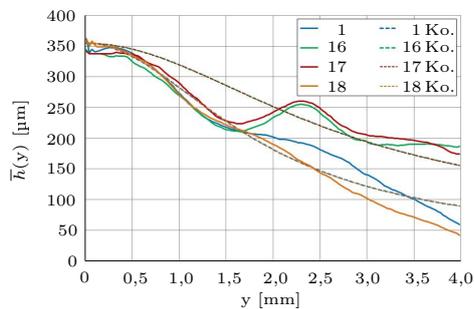
(d) Variation der Oberflächenspannung für  $v_{lu} = 90 \text{ m s}^{-1}$



(e) Variation der kinematischen Viskosität der Luft



(f) Variation der kinematischen Viskosität des Kerosins



(g) Konstante Weber-Zahl  $We_l = 338$

Abbildung 7.13: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit der Korrelation

Arbeiten wird die Abhängigkeit der Stoffwerte auf die mittlere Filmdicke im Folgenden untersucht.

Die Abhängigkeit der mittleren Filmdicke von der Oberflächenspannung des Kerosins ist in Abbildung 7.13(c) und 7.13(d) dargestellt. Dabei liegt die Luftgeschwindigkeit in Abbildung 7.13(c) bei  $v_{lu} = 60 \text{ m s}^{-1}$  und in Abbildung 7.13(d) bei  $90 \text{ m s}^{-1}$ . Im untersuchten Bereich kann dabei kein eindeutiger Einfluss der Oberflächenspannung auf die mittlere Filmdicke festgestellt werden. Gleiches gilt für die Variation der kinematischen Viskosität der Luft (siehe Abbildung 7.13(e)) und des Kerosins (siehe Abbildung 7.13(f)). Der Einfluss der unterschiedlichen Parameter, die jeweils zu einer konstanten Weber-Zahl von  $We_l = 338$ , vgl. Gleichung (4.9), führen, ist in Abbildung 7.13(g) zu sehen. Obwohl die Weber-Zahl konstant gehalten wird, variiert die mittlere Filmdicke, weswegen diese dimensionslose Kennzahl nicht als alleiniges Kriterium für die Vorhersage der mittleren Filmdicke verwendet werden kann. Aus Abbildung 7.13(d) ist bekannt, dass die mittlere Filmdicke mit kleiner werdender Oberflächenspannung abnimmt. Dies ist in Abbildung 7.13(g) nicht zu beobachten. Vom Fall 16 bzw. 17 zu Fall 1 bzw. 18 wird die Oberflächenspannung verdoppelt und eine Zunahme der mittleren Filmdicke wäre zu erwarten. Stattdessen wird eine Abnahme der mittleren Filmdicke beobachtet. Die mittlere Filmdicke wird folglich von der Luftgeschwindigkeit und vom Arbeitsdruck beeinflusst und weniger durch die Oberflächenspannung.

Basierend auf diesen Untersuchungen wird eine Korrelation mithilfe der multiplen nicht-linearen Regression ermittelt, um die mittlere Filmdicke abschätzen zu können:

$$\bar{h}(y) = \frac{-9,14 \frac{1}{\text{m}} y^2 + \bar{h}(y=0)}{7820 \frac{1}{\text{m}^2} \left( \frac{\rho_{lu} v_{lu}^2}{\rho_k v_k^2} \right)^{1,06} \left( \frac{\nu_{lu}}{\nu_k} \right)^{-0,013} \left( \frac{\rho_{lu} \nu_{lu} v_{lu}}{\sigma_k} \right)^{0,02} y^2 + 1} \quad (7.2)$$

Die Referenzfilmdicke  $\bar{h}(y=0)$  ist der Mittelwert von allen Simulationen am Ort  $y=0$ . Sie wird konstant gehalten, um garantieren zu können, dass alle mit der Korrelation (7.2) berechneten mittleren Filmdicken einen gemeinsamen Startpunkt haben. Außerdem werden die mittleren Filmdicken der Simulation dazu verwendet, die Parameter und Exponenten der Korrelation zu bestimmen.

In Gleichung (7.2) ist das Impulsverhältnis  $\rho_{lu} v_{lu}^2 \rho_k^{-1} v_k^{-2}$ , das Verhältnis der Viskositäten  $\nu_{lu} \nu_k^{-1}$  und eine dimensionslose Oberflächenspannung  $\rho_{lu} \nu_{lu} v_{lu} \sigma_k^{-1}$  als dimensionslose Kennzahl verwendet worden, um die Abhängigkeit der mittleren Filmdicken von diesen Einflussparametern bestmöglichst zu beschreiben. Dabei sind diese Kennzahlen aus den bisherigen Betrachtungen ermittelt worden. Die dimensionslose Oberflächenspannung wird als Ersatz für die Weber-Zahl verwendet, die nach Abbildung 7.13(g) nach nicht ausreicht, um die Interaktionen der verschiedenen Kräfte, die das Abreißen von Tropfen und Ligamenten aus dem Film bewirken, zu beschreiben.

Um das Ergebnis der Korrelation mit den Ergebnissen der Simulation vergleichen zu können, werden die mit der Korrelation berechneten Kurven ebenfalls in Abbildung 7.13 mithilfe gestrichelter Linien dargestellt.

Die Korrelation bestimmt die mittlere Filmdicke in guter Näherung.

Der Exponent 1,06 des Impulsstromverhältnisses in Gleichung (7.2) ist der größte Expo-

nent der dimensionslosen Kennzahlen, wodurch der Einfluss des Impulsstromverhältnis auf die mittlere Filmdicke im Vergleich zu den zwei anderen dimensionslosen Kennzahlen am größten ist.

### 7.3.3 Sauterdurchmesser

Aufbauend auf den im vorherigen Abschnitt durchgeführten Simulationen (Tabelle 7.6), wird im Folgenden eine Korrelation für den Sauterdurchmesser (SMD) hergeleitet. Diese Herleitung basiert auf der in [59] beschriebenen Vorstellung, dass die Vergrößerung einer Flüssigkeitsoberfläche aufgrund von Wellen- und Tropfenbildung entgegen der Oberflächenspannung der Flüssigkeit Energie benötigt. Diese Energie wird durch die kinetische Energie des Gases bereitgestellt. Durch das Gleichsetzen dieser beiden Energien wird eine Gleichung zur näherungsweisen Berechnung des Sauterdurchmessers erhalten.

In [43] ist dieses Vorgehen auf außenmischende Zweistoffzerstäuberdüsen, die einen Flüssigkeitsstrahl zerstäuben, angewendet worden. Im Vergleich zu [59] hat [43] aber nicht nur Parameter, sondern auch Exponenten verwendet, um die Korrelation an experimentellen Ergebnissen anzupassen.

Da im vorliegenden Fall Flüssigkeitsfilme untersucht werden, wird die Annahme getroffen, dass die zur Zerstäubung nötige Energie durch die Schubspannung des Gases an die Flüssigkeit übertragen wird. Diese berechnet sich wie folgt:

$$\tau = \nu_{lu} \rho_{lu} \frac{\partial v_{lu}}{\partial z} \quad (7.3)$$

Zur Bestimmung des Geschwindigkeitsgradienten wird vorausgesetzt, dass die Luftgeschwindigkeit größer ist als die Geschwindigkeit des Kerosins und diese somit vernachlässigt werden kann. Außerdem wird die laminare Grenzschichtdicke an der Phasengrenzfläche beider Fluide zur Bestimmung des Geschwindigkeitsgradienten verwendet:

$$\tau \approx \nu_{lu} \rho_{lu} \frac{v_{lu}}{\delta_{lam}} \quad (7.4)$$

Nach [99] wird die laminare Grenzschichtdicke  $\delta_{lam}$  wie folgt berechnet:

$$\delta_{lam} = \frac{5,0 l}{Re_{lu}^{0,5}} \quad (7.5)$$

Dabei ist  $l$  die zurückgelegte Strecke auf dem letzten Teil des Keiles ( $l = 0,3 \text{ mm}$ ) auf dem sich das Geschwindigkeitsprofil der Luft ungestört entwickeln kann.

Die Reynoldszahl  $Re_{lu}$  wird mit  $l_{lu}$  und den Stoffwerten der Luft gebildet:

$$Re_{lu} = \frac{v_{lu} l_{lu}}{\nu_{lu}} \quad (7.6)$$

Die Größe  $l_{lu}$  beschreibt die Höhe, über die die Luft in den Rechenraum eintritt. Sie beträgt hier  $l_{lu} = 1,4 \text{ mm}$ .

Bei der Übertragung der Energie von der Luft auf das Kerosin durch die Schubspannung entscheidet das Volumen bzw. der Volumenstrom des Kerosinfilmes darüber, wie stark der Film selbst beschleunigt wird. Je größer die Beschleunigung des Filmes, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass Tropfen und Ligamente aus dem Film abgespalten werden. Für den Volumenstrom des Filmes gilt:

$$\dot{V}_k = \frac{\dot{m}_k}{\rho_k} \quad (7.7)$$

Für den Energiestrom aufgrund der Schubspannung ergibt sich folglich:

$$\dot{E}_\tau = \nu_{lu} \rho_{lu} \frac{v_{lu}}{\delta_{lam}} \dot{V}_k = \nu_{lu} \rho_{lu} \frac{v_{lu}}{\delta_{lam}} \frac{\dot{m}_k}{\rho_k} \quad (7.8)$$

Der Energiestrom, der zur Vergrößerung der Oberfläche des Kerosinfilmes nötig ist, berechnet sich mithilfe nachfolgender Gleichung:

$$\dot{E}_\sigma = \sigma_k \Delta \dot{A} = \sigma_k (\dot{A}_{tr} - \dot{A}_{k,ob}) \quad (7.9)$$

Zur Berechnung der Oberfläche des erzeugten Tropfenstroms  $\dot{A}_{tr}$  wird vereinfacht angenommen, dass alle Tropfen den gleichen Durchmesser, den Sauterdurchmesser  $d_{SMD}$  besitzen:

$$\dot{A}_{tr} = \dot{n} \pi d_{SMD}^2 \quad (7.10)$$

Dabei ist  $\dot{n}$  die Anzahl der entstehenden Tropfen pro Sekunde. Der Massenstrom der Tropfen berechnet sich nach:

$$\dot{m}_{tr} = \dot{n} \rho_k \frac{\pi}{6} d_{SMD}^3 \quad (7.11)$$

Wird Gleichung (7.11) in Gleichung (7.10) eingesetzt, ergibt sich:

$$\dot{A}_{tr} = \frac{6 \dot{m}_{tr}}{\rho_k d_{SMD}} \quad (7.12)$$

Da die Strecke des Filmlegers nicht ausreicht, um das Kerosin vollständig zu zerstäuben, gilt:

$$\dot{A}_{tr} = f_{teil} \frac{6 \dot{m}_k}{\rho_k d_{SMD}} \quad (7.13)$$

Der Faktor  $f_{teil}$  beschreibt den Anteil des Kerosins, der von dem Film in Form von Tropfen und Ligamenten in die Luft übergeht.

Für den Oberflächenstrom des Kerosinfilmes  $\dot{A}_{k,ob}$  gilt:

$$\dot{A}_{k,ob} = \frac{\dot{m}_k}{\rho_k h_k} \quad (7.14)$$

Dabei ist die Höhe des Kerosinfilmes mit  $h_k$  bezeichnet und ist hier gleich der Anfangsfilmhöhe  $h(y=0) = h_k = 300 \mu\text{m}$  gesetzt.

Der Energiestrom, der zur Vergrößerung der Oberfläche des Kerosinfilmes nötig ist, berechnet sich folglich indem die Gleichungen (7.13) und (7.14) in Gleichung (7.9) eingesetzt werden:

$$\dot{E}_\sigma = \sigma_k \Delta \dot{A} = \sigma_k \left( \dot{A}_{tr} - \dot{A}_{k,ob} \right) = \sigma_k \left( \frac{6 f_{teil} \dot{m}_k}{\rho_k d_{SMD}} - \frac{\dot{m}_k}{\rho_k h_k} \right) \quad (7.15)$$

Die Energieströme aus Gleichung (7.8) und Gleichung (7.15) sind zueinander proportional:

$$\dot{E}_\sigma \sim \dot{E}_\tau \quad (7.16)$$

$$\sigma_k \frac{\dot{m}_k}{\rho_k} \left( \frac{6 f_{teil}}{d_{SMD}} - \frac{1}{h_k} \right) \sim \frac{\rho_{lu} v_{lu} v_{lu} \dot{m}_k}{\delta_{lam} \rho_k} \quad (7.17)$$

Aufgelöst nach  $d_{SMD}$  ergibt sich mit der Proportionalitätskonstante  $f_{lam}$ :

$$d_{SMD} = \frac{6 f_{teil}}{\frac{1}{h_k} + \frac{\rho_{lu} v_{lu} v_{lu}}{f_{lam} \delta_{lam} \sigma_k}} \quad (7.18)$$

Da der Film vor allem bei höheren Luftgeschwindigkeiten keine glatte, sondern eine wellige Oberfläche ausbildet, kann sich kein Grenzschichtprofil der Luftgeschwindigkeit oberhalb des Filmes entwickeln, wie es bei einer Strömung über eine ebene Platte der Fall wäre und wie es bei der Bestimmung des Geschwindigkeitsgradienten in Gleichung (7.4) vorausgesetzt wird. Die Grenzschichtdicke wird durch die Störungen der welligen Oberfläche kleiner, wodurch größere Luftgeschwindigkeiten an der Phasengrenzfläche vorliegen. Somit kann mehr Energie durch die Schubspannung an den Film übertragen werden. Um diesen Effekt berücksichtigen zu können, muss für die Proportionalitätskonstante  $f_{lam}$  gelten, dass sie größer als 1 ist. [39]

Für die nachfolgend aufgeführten Vergleiche zwischen dem Sauterdurchmesser der Simulationen, bestimmt nach den im Abschnitt 4.4 vorgestellten Verfahren und der obigen Korrelation, werden die Proportionalitätskonstante  $f_{lam}$  und  $f_{teil}$  über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate zu  $f_{lam} = 2,23$  und  $f_{teil} = 0,34$  bestimmt. Er kann dahingehend interpretiert werden, dass im Durchschnitt 34% des Kerosins während des Aufenthalts auf dem Filmleger in die Luft überführt wird. Das Bestimmtheitsmaß beträgt 16,3%. In Abbildung 7.14 ist der mit der Korrelation berechnete Sauterdurchmesser über dem Sauterdurchmesser, der aus der Simulation erhalten wird, aufgetragen. Die gestrichelten Linien repräsentieren den Fehlerkorridor, der sich aus dem Bestimmtheitsmaß ergibt. Obwohl die Korrelation tendenziell den Sauterdurchmesser leicht überschätzt, liegt der Großteil der berechneten Werte in diesem Fehlerkorridor, wodurch die Aussagekraft dieser Korrelation zeigt.

Die nachfolgenden Diagramme in Abbildung 7.15 zeigen den direkten Vergleich des in den Simulationen berechneten Sauterdurchmessers  $d_{SMD}$  (ausgefüllte Symbole) mit dem Sauterdurchmesser, der mithilfe der Korrelation bestimmt worden ist (leere Symbole, mit

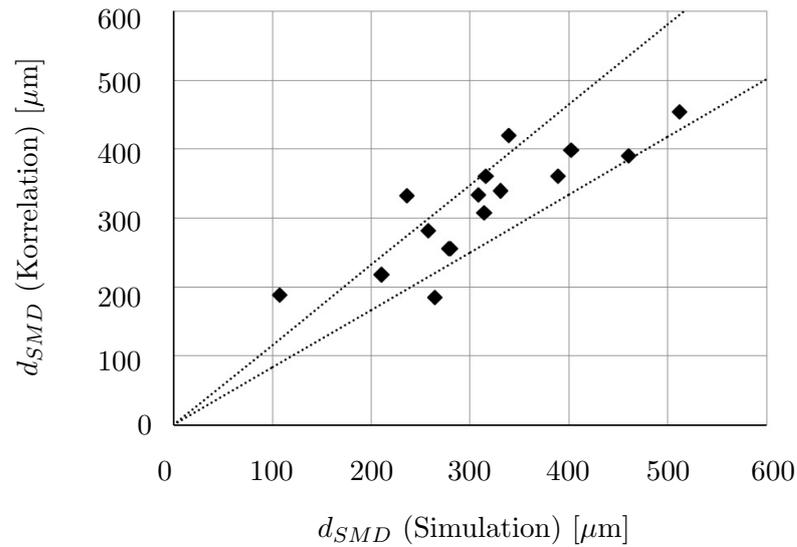


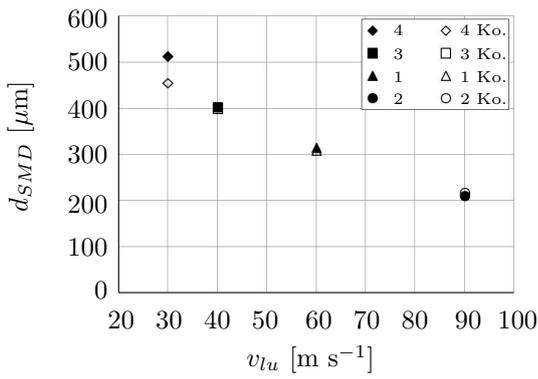
Abbildung 7.14: Bestimmtheitsmaß der Korrelation der Tropfen

der Abkürzung „Ko.“ in den Legenden gekennzeichnet). Die Zahlen in den Legenden entsprechen den Fallnummern in Tabelle 7.6 und sind in solch einer Weise sortiert, dass der variierte Parameter von oben nach unten in jeder Legende zunimmt.

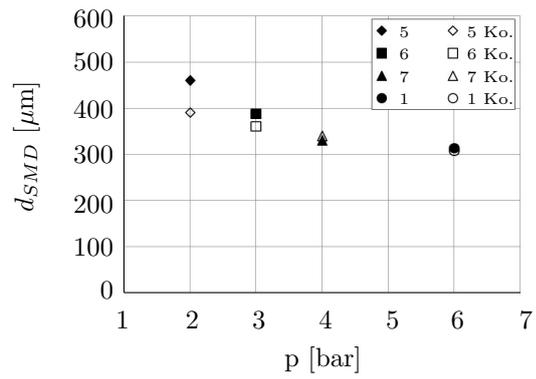
Es ist zu erkennen, dass die Korrelation für die Variation der Luftgeschwindigkeit, vgl. Abbildung 7.15(a), gute Übereinstimmung bezüglich des Sauterdurchmessers der Simulationen zeigt. Lediglich der Sauterdurchmesser der geringsten Luftgeschwindigkeit wird um ca. 10 % unterschätzt. Dies kann seine Ursache in der Tatsache haben, dass die Filmoberfläche unter diesen Bedingungen weniger Wellen ausbildet und die laminare Grenzschichtdicke durch die Proportionalitätskonstante unterschätzt wird.

Wie in Abbildung 7.15(b) zu sehen ist, wird die Druckabhängigkeit korrekt wiedergegeben. Allerdings wird der kleinste Arbeitsdruck von 2 bar um ca. 15 % unterschätzt. Dies könnte wiederum an der geringen Wellenbildung an der Filmoberfläche liegen. Wird der Umgebungsdruck verdoppelt, sinkt der Sauterdurchmesser der Korrelation um ca. 13 % und für die Ergebnisse der Simulationen um ca. 28 %. Wird stattdessen die Luftgeschwindigkeit verdoppelt, nimmt der Sauterdurchmesser der Korrelation um ca. 32 % und für die Ergebnisse der Simulationen um ca. 40 % ab. Dies verdeutlicht die zentrale Rolle der Luftgeschwindigkeit bei der Zerstäubung, die bereits in früheren Arbeiten ermittelt worden ist [66, 22].

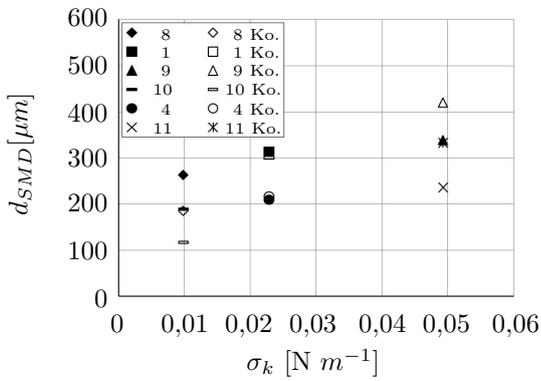
Abbildung 7.15(c) zeigt den Vergleich der Korrelation mit den Ergebnissen der Simulationen bei Variation der Oberflächenspannung. Dargestellt sind die Ergebnisse für eine Luftgeschwindigkeit von  $60 \text{ m s}^{-1}$  und  $90 \text{ m s}^{-1}$ . Der Trend wird auch hier korrekt wiedergegeben, wobei die Absolutwerte Abweichungen zeigen. Werden für eine konstante Oberflächenspannung die Ergebnisse der unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten miteinander verglichen, wird deutlich, dass der Sauterdurchmesser mit steigender Luftge-



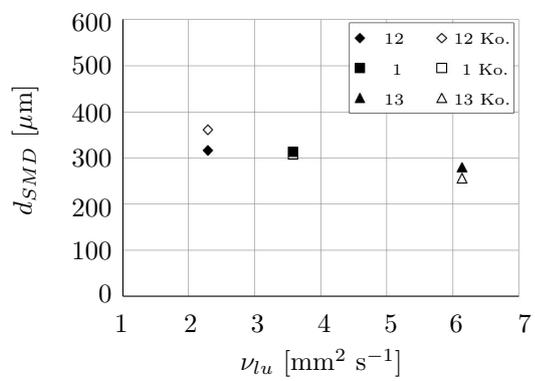
(a) Variation der Luftgeschwindigkeit



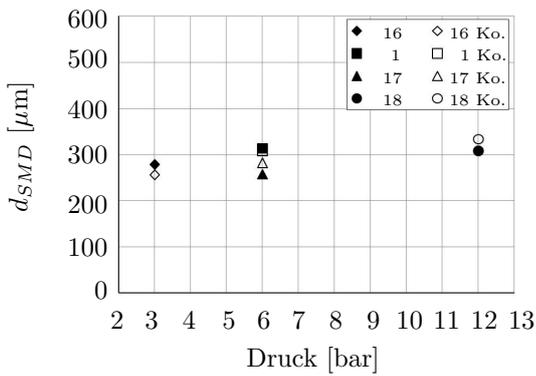
(b) Variation des Arbeitsdruckes



(c) Variation der Oberflächenspannung



(d) Variation der kinematischen Viskosität der Luft



(e) Konstante Weber-Zahl  $We_l = 338$

Abbildung 7.15: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit der Korrelation der Sauter-durchmessers

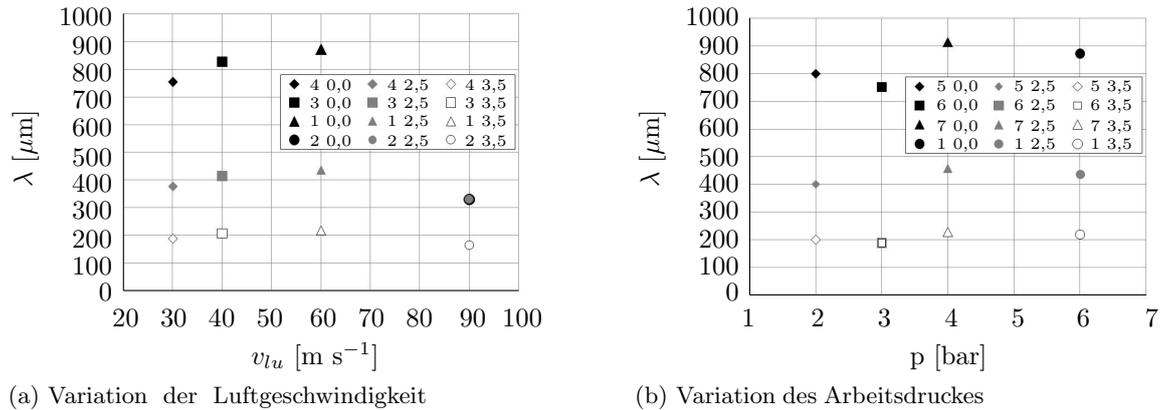


Abbildung 7.16: Ortsabhängigkeit der Ergebnisse der Spektralanalyse

schwindigkeit abnimmt.

Die Abbildung 7.15(d) zeigt den Vergleich bei Variation der kinematischen Viskosität der Luft. Die Korrelation kann auch hier die Ergebnisse der Simulation wiedergeben.

In Abbildung 7.15(e) werden die Sauterdurchmesser bei konstanter Weber-Zahl von 338 über dem Arbeitsdruck dargestellt. Bei der Betrachtung der Tropfen wird ebenso wie bei der Betrachtung der Filmdicken deutlich, dass die Weber-Zahl nicht ausreicht, um alle bei der Zerstäubung auftretenden Effekte mithilfe diese Zahl richtig erfassen zu können, da ansonsten eine dominierende Tropfengröße hätte vorliegen müssen. Die maximale Abweichung der Sauterdurchmesser, die mithilfe der numerischen Simulationen bestimmt sind, beträgt 18% und innerhalb der Korrelation 23%. Außerdem verdeutlicht Abbildung 7.15(e) den Einfluss der einzelnen Parameter. Bei konstanter Oberflächenspannung (Fälle 16 und 17, sowie 1 und 18) steigt der Sauterdurchmesser jeweils an, wenn die Luftgeschwindigkeit verringert und der Umgebungsdruck erhöht wird. Folglich ist eine höhere Luftgeschwindigkeit für die Bildung von kleineren Tropfen förderlich.

Bevor der in den numerischen Simulationen ermittelte Sauterdurchmesser mit charakteristischen Längen aus zwei theoretischen Ansätzen verglichen wird, wird in Abbildung 7.16 die charakteristische Länge, die aus der Kelvin-Helmholtz-Instabilität resultiert, in Abhängigkeit des Ortes ausgewertet. Da die Kelvin-Helmholtz-Instabilität nur die Abhängigkeiten von der Luftgeschwindigkeit und des Drucks abbilden kann, werden ausschließlich diese Ergebnisse gezeigt. In der Legende ist jeweils die erste Zahl die Fallnummer aus Tabelle 7.6 und die zweite Zahl der Ort  $y$  in  $\text{mm}$  auf dem Filmleger (vgl. Abbildung 7.12). Von diesem Ort aus ist die Ortskorrelation aufgestellt worden. Die Ergebnisse weisen eine starke Abhängigkeit von dem gewählten Startpunkt auf dem Filmleger

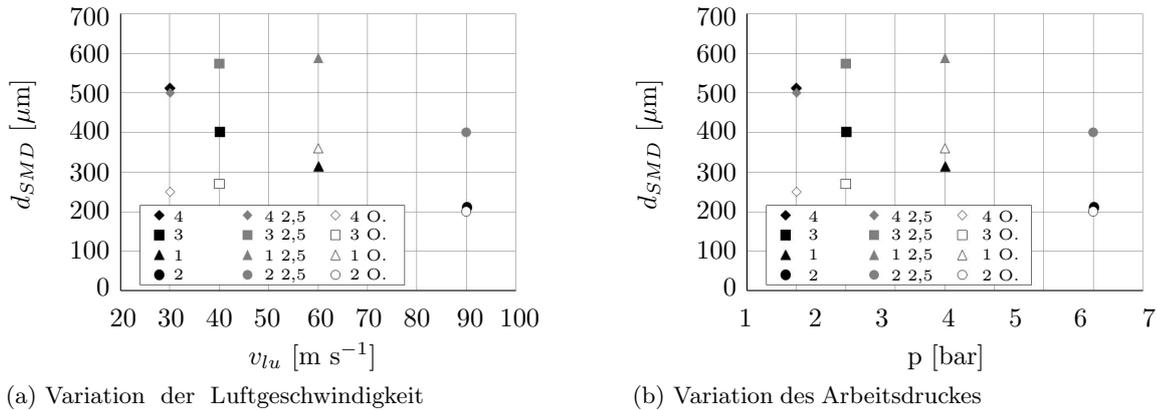


Abbildung 7.17: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den Ergebnissen der Spektralanalyse und dem charakteristischen Längenmaß

auf. Je weiter stromabwärts der Startpunkt gelegt wird, desto kleiner ist die ermittelte charakteristische Länge, da die Strömung ausgebildet ist und Einlaufeffekte vernachlässigt werden können. Die gezeigte, charakteristische Länge ist die dominierende Länge im System und kann als Sauterdurchmesser interpretiert werden. Im Bereich von  $30 \text{ m s}^{-1}$  bis  $60 \text{ m s}^{-1}$  liegt ein Film mit gewellter Oberfläche vor, aus dem mit steigender Luftgeschwindigkeit immer mehr Tropfen abgespalten werden. Ab ca.  $60 \text{ m s}^{-1}$  liegt ein stark gewellter Film vor, aus dem viele Tropfen abgespalten werden. Die steigende Tendenz des Sauterdurchmessers von  $30 \text{ m s}^{-1}$  auf  $60 \text{ m s}^{-1}$  zeigt, dass die Vorhersagekraft des Modells im Übergangsbereich eines Filmes mit gewellter Oberfläche hin zu einem Film aus dem Tropfen abgespalten werden, gering ist. Dies kann an der Tatsache liegen, dass die charakteristische Länge in Analogie zur Turbulenztheorie hergeleitet worden ist und dabei vollturbulente Strömungen vorausgesetzt werden. Bei geringen Luftgeschwindigkeiten aber wird der laminare Film nur wenig beschleunigt und erreicht den Zustand einer vollturbulenten Strömung nicht. Mit den gleichen Effekten kann das Verhalten in Abbildung 7.16(b) erklärt werden. Erst bei Überschreiten eines kritischen Drucks, ist die Dichte des Gases groß genug, um genügend Impuls auf den Film übertragen zu können, um diesen zu beschleunigen.

In Abbildung 7.17 wird der Sauterdurchmesser der numerischen Simulationen (schwarze, gefüllte Symbole) mit der charakteristischen Länge am Ort  $y = 2,5 \text{ mm}$  (leere Symbole) verglichen. Die Entscheidung für diesen Vergleich ist auf Basis der Summe der Fehlerquadrate zwischen dem Sauterdurchmesser der Simulationen und den charakteristischen Längen an den verschiedenen Orten getroffen worden. Am Ort  $y = 2,5 \text{ mm}$  ist diese Summe minimal.

Ebenfalls dargestellt ist die charakteristische Länge, die in Analogie zum integralen Längenmaß aus der Turbulenztheorie [99, 120] ermittelt worden ist (graue, gefüllte Symbole). Dafür ist die Ortskorrelation der Filmdickenschwankungen  $h'(y, t) = h(y, t) - \bar{h}(y)$  am Ort  $y$  gebildet worden:

$$\chi(\Delta y) = \frac{\overline{h'(y, t) h'(y + \Delta y, t)}}{\overline{h'^2(y, t)}} \quad (7.19)$$

Durch die Fouriertransformation von  $\chi(\Delta y)$  wird die dominierende Wellenzahl ermittelt, mit deren Hilfe die Frequenz aus Gleichung (2.39) berechnet wird. Diese Frequenz wird mit nachfolgender Gleichung in die Wellenlänge  $\lambda$ , der charakteristischen Länge im System, umgerechnet:

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\omega} \quad (7.20)$$

Die dafür nötige, charakteristische Geschwindigkeit ist die mittlere Geschwindigkeit über alle drei Raumrichtungen und über alle Zeitschritte:

$$\bar{v} = \frac{1}{N_T N_x N_y N_z} \sum_{l=1}^{N_T} \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} \sum_{o=1}^{N_z} v_{l,m,n,o}(x, y, z) \quad (7.21)$$

Diese Wellenlänge  $\lambda$  entspricht der charakteristischen Länge im System. Die Abweichungen zu den Ergebnissen der Kelvin-Helmholtz-Instabilität können auf die Oberflächenspannung und Schubspannung zurück geführt werden, die bei der Kelvin-Helmholtz-Instabilität nicht berücksichtigt worden sind. Im Übergangsbereich einer gewellten Filmoberfläche hin zu einem Film, aus dem Tropfen abgespalten werden, sind die charakteristischen Längen, bestimmt aus der Kelvin-Helmholtz-Instabilität und aus dem integralen Längenmaß wenig verlässlich, was die Absolutwerte und die Tendenzen des vorhergesagten Sauterdurchmessers angeht. Wird stattdessen nur der Bereich angeschaut, in dem Tropfen aus dem Film abgespalten werden, liefert die Ortskorrelation Sauterdurchmesser, die näher an den Ergebnissen der numerischen Simulation liegen. Die bei der Kelvin-Helmholtz-Instabilität nicht berücksichtigten Stoffwerte können als Erklärung für diese Differenz herangezogen werden.

Beide Theorien (Kelvin-Helmholtz-Instabilität, integrales Längenmaß) liefern Ergebnisse, die in der gleichen Größenordnung liegen wie die Ergebnisse der numerischen Simulationen. Allerdings werden die Tendenzen bei Variation der Luftgeschwindigkeit und des Druckes nicht vollständig korrekt abgebildet.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Spannungsfeld zwischen Effizienzsteigerung von Gasturbinen und Reduzierung umweltschädlicher Abgase ist die Optimierung der Verbrennungsführung ein wichtiger Ansatzpunkt um diesen Zielen näher zu kommen. Frühere Arbeiten zeigen, dass der Ort der Flammenstabilisierung unter anderem von der Tropfengrößenverteilung des zugeführten Brennstoffes abhängig ist. Gleichzeitig ist aber bekannt, dass vom Film auf dem Filmleger von Airblast-Zerstäubern unter bestimmten Bedingungen Tropfen und Ligamente abgespalten werden, welche die der Brennkammer zugeführten Tropfengrößenverteilung verändern und somit Einfluss auf den Ort der Flammenstabilisierung nehmen können. Zusätzlich ergibt sich für numerische Simulationen die Problematik, dass die experimentell ermittelten Tropfengrößenverteilungen, die als Anfangsbedingungen verwendet werden, aufgrund Einschränkungen in der Messtechnik, bei geringeren Drücken gemessen werden müssen als es bei den numerischen Simulationen der Fall ist. Aufgrund des oben erwähnten Phänomens, dem Abspalten von Tropfen aus dem Flüssigkeitsfilm auf dem Filmleger, ergeben sich daraus Unsicherheiten für die numerischen Simulationen.

Ziel dieser Arbeit ist es, verlässlichere Anfangsbedingungen für numerische Simulationen der Verbrennung von Gasturbinen in Form von Korrelationen bereit zu stellen.

Die dazu nötigen Simulationen werden mit dem Programm `interFoam` aus `OpenFOAM 2.1.1` und der `Volume of Fluid` Methode zur Berücksichtigung der Zweiphasenströmung durchgeführt. Eine Untersuchung der longitudinalen Diffusion dieser `Volume of Fluid` Methode zeigt, dass sie aufgrund des zusätzlichen Kompressionsterms in der Transportgleichung des Flüssigkeitsvolumenbruches bei der verwendeten zeitlichen und räumlichen Auflösung vernachlässigbar klein ist. Diese Annahme wird auch für die Richtung quer zur Hauptströmungsrichtung getroffen.

Die Turbulenz wird mit einem auf Zweiphasenströmung erweiterten  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell im Rahmen der `Volume of Fluid` Methode berechnet. Diese Erweiterung ist nötig, weil im Standard  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell die Phasengrenzfläche der Fluide nicht explizit durch Randbedingungen berücksichtigt wird. Somit kann die in Realität statt findende Dämpfung der Turbulenzbewegung der turbulenten Phase durch die Phasengrenzfläche und die Oberflächenspannung nicht abgebildet werden. Um dieses Verhalten zu erzielen, wird ein zusätzlicher Quellterm für die Gleichung der turbulenten Dissipationsrate hergeleitet und in das Standard  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell in `OpenFoam 2.1.1` implementiert. Anschließend wird die Erweiterung mit Messwerten aus der Literatur validiert.

Die nachfolgenden Auswertungen basieren auf einer allgemein gehaltenen und im Rahmen dieser Arbeit getroffenen Definition der Filmdicke auf dem Filmleger eines Airblast-Zerstäubers. Der obere Teil sich überschlagender Wellen wird als Tropfen bzw. Ligament aufgefasst und somit nicht zum Film gezählt.

Basierend auf der obigen Definition der Filmdicke wird das numerische Modell mit expe-

rimentellen Daten mithilfe eines vereinfachten, runden Airblast-Zerstäubers mit Filmleger unter atmosphärischen Bedingungen validiert. Bei diesen Untersuchungen zeigt sich, dass das Impulsstromverhältnis nicht ausreicht, um das Verhalten des Filmes auf dem Filmleger eindeutig zu charakterisieren. Stattdessen ist die Relativgeschwindigkeit zwischen der Flüssigkeit und dem Zerstäubungsmedium eine wichtige Einflussgröße. Als Konsequenz aus diesen Beobachtungen wird das Verhalten der Flüssigkeitsfilme in drei Regime in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit zum Quadrat und dem Verhältnis der Flüssigkeits- und Gasgeschwindigkeit zum Quadrat eingeteilt. Das erste Regime ist durch eine glatte Filmoberfläche charakterisiert. Die Interaktion zwischen Flüssigkeit und Gas ist vernachlässigbar klein. Die wellige Filmoberfläche ist kennzeichnend für das zweite Regime. Im dritten Regime werden Tropfen und Ligamente aus dem welligen Film abgespalten.

Im nächsten Schritt wird das Filmverhalten auf einem planaren Airblast-Zerstäuber untersucht, um sich den in einer Gasturbine herrschenden Bedingungen in einem technischen System anzunähern. Je größer die Relativgeschwindigkeit der Fluide, desto kleiner wird die mittlere Filmdicke. Gleiches gilt für den ermittelten Sauterdurchmesser. Des Weiteren ist zu beobachten, dass der Sauterdurchmesser bei großen Relativgeschwindigkeiten im Nahbereich hinter dem Filmleger im Vergleich zum Sauterdurchmesser auf dem Filmleger abnimmt. Dies deutet auf eine effektive Zerstäubung auf dem Filmleger hin.

Für eine ausführliche Parameterstudie wird detailliert untersucht von welchen Parametern (Luftgeschwindigkeit, Arbeitsdruck, Stoffwerte der gasförmigen und flüssigen Phase) die mittlere Filmdicke auf dem Filmleger abhängig ist. Basierend auf dieser Parametervariation wird die Bedeutung der Relativgeschwindigkeit und des Druckes auf die mittlere Filmdicke herausgearbeitet, während die Stoffgrößen beider Fluide im betrachteten Bereich eine dazu untergeordnete Rolle spielen.

Diese Ergebnisse sind Ausgangspunkt für eine Korrelation zur Berechnung der mittleren Filmdicke auf dem Filmleger, die unter anderem als Eingangsgröße für Korrelationen zur Berechnung des Sauterdurchmessers nach dem Zerstäuber verwendet werden und somit als Anfangsbedingung numerischer Simulationen der Verbrennung dienen kann.

Darüber hinaus wird aus einer Energiebilanz eine Korrelation zur Berechnung des Sauterdurchmessers auf dem Filmleger hergeleitet, um ein Maß für die Zerstäubungsgüte zu haben.

Die Größenordnung der aus den numerischen Simulationen ermittelten Sauterdurchmessern wird zum einen durch die charakteristische Länge, die aus der Kelvin-Helmholtz-Instabilität bestimmt wird, und zum anderen mit einem Längenmaß, das in Analogie zum integralen Längenmaß aus der Turbulenztheorie ermittelt wird, bestätigt.

Ansatzpunkte für nachfolgende Arbeiten ergeben sich durch die Anpassung der Randbedingungen an reale, technische Systeme, was bedeutet, dass Untersuchungen bei erhöhtem Arbeitsdruck und Temperatur durchgeführt werden.

Weiterhin kann die Untersuchung einer verdrallten Gasströmung weitere Erkenntnisse liefern, unter welchen Bedingungen Tropfen und Ligamente aus dem Film abgespalten werden können. Es ist von Vorteil, technische Systeme unter diesen Bedingungen (Regime 3) zu betreiben, denn die frühe Zerstäubung führt zu einer effektiven Durchmischung der Luft mit dem Brennstoff, wodurch eine optimiertere Verbrennungsführung

---

möglich wird, die eine Reduzierung der schädlichen Abgase bewirken kann.



# Literaturverzeichnis

- [1] L. Altherr. *Die physikalischen Grundlagen der Luftfahrt*. Diss., Johannes Gutenberg Universität Mainz, jan 2010.
- [2] S. Apte, K. Mahesh und P. Moin. Large-Eddy Simulation of Evaporating Spray in a Coaxial Combustor. *Proceedings of the Combustion Institute*, 32(2):2247–2256, 2009.
- [3] N. Ashgriz. *Handbook of Atomization and Spray*. Springer Verlag, Heidelberg, 2011.
- [4] F. Batarseh. *Spray Generated by an Airblast Atomizer: Atomization, Propagation and Aerodynamic Instability*. Diss., Technische Universität Darmstadt, 2008.
- [5] L. Bayvel und Z. Orzechowski. *Liquid Atomization*. Taylor & Francis, Washington, 1993.
- [6] W. Bentley. Studies of Raindrops and Raindrop Phenomena. *Monthly Weather Review*, 32(10):450–456, 1904.
- [7] E. Berberovic. *Investigation of Free-Surface Flow Associated with Drop Impact: Numerical Simulations and Theoretical Modeling*. Diss., Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [8] P. Berthoumieu und H. Carentz. Experimental Study of a Thin Planar Liquid Sheet Disintegration. *ICLASS 2000*, S. 1120–1126, 2000.
- [9] M. Besthorn. *Hydrodynamik und Strukturbildung*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, Heidelberg, 2006.
- [10] U. Bhayaraju. *Analysis of Liquid Sheet Breakup and Characterisation of Plane Prefilming and Nonprefilming Airblast Atomisers*. Diss., Technischen Universität Darmstadt, 2007.
- [11] J. Brackbill und D. Kothe. A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *Journal of Computational Physics*, 100(2):335–354, 1992.
- [12] A. Carlson. Prediction of Two-Phase Flow in Small Tubes: A Systematic Comparison of State-of-the-Art CMFD Codes. *5th European Thermal-Sciences Conference*, 2008.
- [13] S. Chien und W. Ibele. Pressure Drop and Liquid Film Thickness of Two-Phase Annular and Annular-Mist Flows. *Journal of Heat Transfer*, 86(1):89–96, 1964.

- [14] J. Clark und S. DeCorso. *Stationary Gas Turbine Alternative Fuels*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1. Auflage, 1983.
- [15] A. Craik. Wind-Generated Waves in Thin Liquid Films. *Journal of Fluid Mechanics*, 26(2):369–392, 1966.
- [16] P. Deuffhard. LIMEX: <http://www.zib.de/de/numerik/software/codelib/ivpode.html>.
- [17] P. Deuffhard und F. Bornemann. *Numerische Mathematik II*. Walter de Gruyter, Berlin, 2002.
- [18] F. di Mare, W. Jones und K. Menzies. Large Eddy Simulation of a Model Gas Turbine Combustor. *Combustion and Flame*, 137(3):278–294, 2004.
- [19] R. Dorman. The Atomization of Liquid in a Flat Spray. *British Journal of Applied Physics*, 3:189–192, 1952.
- [20] J. Eggers und E. Villermaux. Physics of Liquid Jets. *Reports on Progress in Physics*, 71(3), 2008.
- [21] A. Einstein. Elementare Theorie der Wasserwellen und des Fluges. *Naturwissenschaften*, 4(34):509–510, 1916.
- [22] M. El-Shanawany und A. Lefebvre. Airblast Atomization: Effect of Linear Scale on Mean Drop Size. *Journal of Energy*, 4(4):184–189, 1980.
- [23] A. Elsässer. *Kraftstoffaufbereitung in Verbrennungskraftmaschinen: Grundlagen der Strömung schubspannungsgetriebener Wandfilme*. Diss., Universität Karlsruhe, 1998.
- [24] European Commission. Bericht, Luxemburg.
- [25] V. Fernández. *Experimental Study of a Liquid Sheet Disintegration in a High Pressure Environment*. Diss., Université de Toulouse, 2010.
- [26] J. Ferziger und M. Peric. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Verlag, Berlin, 2002.
- [27] R. Fraser, P. Eisenklam, N. Dombrowski und D. Hasson. Drop Formation from Rapidly Moving Liquid Sheets. *American Institute of Chemical Engineering Journal*, 8(5):672–680, 1962.
- [28] G. Fulford. The Flow of Liquids in Thin Films. *Advances in Chemical Engineering*, 5:151–236, 1964.
- [29] D. Fuster, J. Matas, S. Marty, S. Popinet, J. Hoepffner, A. Cartellier und S. Zaleski. Instability Regimes in the Primary Breakup Region of Planar Coflowing Sheets. *Journal of Fluid Mechanics*, 736:150–176, 2013.

- 
- [30] S. Gepperth, D. Guildenbecher, R. Koch und H. Bauer. Pre-filming Primary Atomization: Experiments and Modeling. *ILASS*, (September):1–9, 2010.
- [31] S. Gepperth, R. Koch und H. Bauer. Predicting of Primary Droplet Characteristics in the Near Field of a Prefilming Airblast Atomizer. *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2013.
- [32] S. Gepperth, A. Müller, R. Koch und H. Bauer. Ligament and Droplet Characteristics in Prefilming Airblast Atomization. *ILASS Europe*, 2012.
- [33] J. Guerrero. Introductory OpenFOAM Course, 2013.
- [34] T. Häber. Private Communication, 2014.
- [35] T. Häber, M. Gebretsadik, H. Bockhorn und N. Zarzalis. The Effect of Total Reflection in PLIF Imaging of Annular Thin Films. *International Journal of Multiphase Flow*, 2015.
- [36] T. Hanratty und D. Woodmansee. Stability of the Interface for a Horizontal Air-Liquid Flow. *Symposium on Two-Phase Flow*, 1:A101–A134, 1965.
- [37] A. Hashmi. *Oil Film Dynamics in Aero Engine Bearing Chambers - Fundamental Investigations and Numerical Modelling*. Diss., Karlsruher Institut für Technologie, 2012.
- [38] R. Helmig. *Hydromechanik*. Institut für Wasserbau, Stuttgart, 1. Auflage, 2004.
- [39] G. Hewitt und N. Hall-Taylor. *Annular Two-Phase Flow*. Pergamon Press, Oxford, 1970.
- [40] J. Hinze. *Turbulence*. McGraw-Hill, York, 1959.
- [41] C. Hirt und B. Nichols. Volume of Fluid ( VOF ) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1):201–225, 1981.
- [42] J. Hoepffner, R. Blumenthal und S. Zaleski. Self-Similar Wave Produced by Local Perturbation of the Kelvin-Helmholtz Shear-Layer Instability. *Physical Review Letters*, 106(10):104502–1 – 104502–4, 2011.
- [43] T. Jakobs, N. Djordjevic, A. Sängler, N. Zarzalis und T. Kolb. Influence of Reactor Pressure on Twin-Fluid Atomization: Basic Investigations on Burner Design for High-Pressure Entrained Flow Gasifier. *Atomization and Sprays*, 25(12), 2015.
- [44] J. Jerome, S. Marty, J. Matas, S. Zaleski und J. Hoepffner. Vortices Catapult Droplets in Atomization. *Physics of Fluids*, 25:1–17, 2013.
- [45] M. Jischa. *Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch*. Vieweg, Braunschweig, 1982.

- [46] W. Jones und B. Launder. The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15:301–314, 1972.
- [47] F. Joos. *Technische Verbrennung*. Springer Verlag, Heidelberg, 2006.
- [48] J. Keller, M. Gebretsadik, P. Habisreuther, F. Turrini, N. Zarzalis und D. Trimis. Numerical and Experimental Investigation on Droplet Dynamics and Disperion of a Jet Engine Injector. *International Journal of Multiphase Flow*, 75:144–162, 2015.
- [49] M. Kern. *Modellierung kinetisch kontrollierter, turbulenter Flammen für Magerbrennkonzeppte*. Diss., Karlsruher Institut für Technologie, 2013.
- [50] M. Kern, S. Marinov, P. Habisreuther, A. Peschiulli, F. Turrini und N. Zarzalis. Characteristics of an Ultra-Lean Swirl Combustor Flow by LES and Comparison to Measurements. *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2011.
- [51] K. Kissling. A Coupled Volume of Fluid / Level-Set Method in OpenFOAM, 2010.
- [52] M. Klein. *Direkte Numerische Simulation des primären Strahlzerfalls in Einstoffzerstäuberdüsen*. Diss., Universität Darmstadt, 2003.
- [53] A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR. Comptes rendus de l'Academie des Sciences de l'URSS*, S. 310–305, 1941.
- [54] P. Kundu und I. Cohen. *Fluid Mechanics*. Academic Press, San Diego, 2. Auflage, 2002.
- [55] C. Kunkelmann. *Numerical Modeling and Investigation of Boiling Phenomena*. Diss., Technische Universität Darmstadt, 2011.
- [56] W. R. Lane. Shatter of Drops in Streams of Air. *Industrial & Engineering Chemistry*, 43(6):1312–1317, 1951.
- [57] B. Launder und D. Spalding. The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3:269–289, 1974.
- [58] A. Lefebvre. *Atomization and Sprays*. Hemisphere Publishing Corporation, 1989.
- [59] A. Lefebvre. Energy Consideration in Twin-Fluid Atomization. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 114:89–96, 1992.
- [60] A. Lefebvre und D. Miller. The Development of an Air Blast Atomizer for Gas Turbine Application. *College of Aeronautics Report Aero*, 193, 1966.
- [61] E. Lemmon, M. Huber und M. McLinden. NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, 2013.

- 
- [62] B. Leroux, O. Delabroy und F. Lacas. Experimental Study of Coaxial Atomizers Scaling Part I. *Atomization and Sprays*, 17:381–407, 2007.
- [63] B. Leroux, O. Delabroy und F. Lacas. Experimental Study of Coaxial Atomizers Scaling Part II. 17:409–430, 2007.
- [64] R. Lockhart und R. Martinelli. Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes. *Chemical Engineering Progress*, 45:39–48, 1949.
- [65] C. Lorencez, M. Nasr-Esfahany, M. Kaqaji und M. Ojha. Liquid Turbulence Structure at a Sheared and Wavy Gas-Liquid Interface. *International Journal of Multiphase Flow*, 23(2):205–226, 1997.
- [66] G. Lorenzetto und A. Lefebvre. Measurements of Drop Size on a Plain-Jet Airblast Atomizer. *AIAA Journal*, 15(7):1006–1010, 1977.
- [67] D. Luff. FIRST Project Overview, 2014.
- [68] P. Marmottant und E. Villermaux. Fragmentation of Stretched Liquid Ligaments. *Physics of Fluids*, 16(8):2732–2741, 2004.
- [69] P. Marmottant und E. Villermaux. On Spray Formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 498:73–111, jan 2004.
- [70] H. Mehlig. Zur Physik der Brennstoffstrahlen in Dieselmotoren. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 37(16):1–11, 1934.
- [71] D. Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer Verlag, Berlin, 23. Auflage, 2006.
- [72] A. Mouza, S. Paras und A. Karabelas. CFD Code Application to Wavy Stratified Gas-Liquid Flow. *Institution of Chemical Engineers*, 79:561–568, 2001.
- [73] H. Oertel, M. Böhle und T. Reviol. *Strömungsmechanik*. Vieweg, Wiesbaden, 6. Auflage, 2011.
- [74] H. Oertel jr. *Prandtl - Führer durch die Strömungslehre*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 13. Auflage, 2012.
- [75] OpenFOAM-Foundation. OpenFOAM User Guide, 2011.
- [76] M. Özisik. *Heat Conduction*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2. Auflage, 1993.
- [77] R. Panton. *Incompressible Flow*. Wiley, New York, 1984.
- [78] L. Papula. *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Vieweg, Wiesbaden, 5. Auflage, 2008.
- [79] P. Parthasarathy, P. Habisreuther und N. Zarzalis. Evaluation of Longitudinal Dispersion Coefficient in Open-Cell Foams Using Transient Direct Pore Level Simulation. *Chemical Engineering Science*, 90:242–249, 2013.

- [80] N. Peters. *Turbulent Combustion*. Cambridge University Press, 2006.
- [81] A. Pfeiffer. *Entwicklung einer keramischen Kleingasturbinen-Brennkammer: neue Möglichkeiten zur schadstoffarmen Verbrennungsführung*. Diss., Universität Karlsruhe, 1992.
- [82] J. Plateau. *Experimental and Theoretical Statics of Liquids Subject Only to Molecular Forces*, 1873.
- [83] S. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, New York, 2000.
- [84] C. Pozrikidis. *Fluid Dynamics*. Springer, New York, 2009.
- [85] L. Prandtl. *Prandtl's Essentials for Fluid Mechanics*. Springer Verlag, Berlin, 2000.
- [86] M. Rachner. *Die Stoffeigenschaften von Kerosin Jet A-1*. Bericht, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Köln, 1998.
- [87] R. Rangel und W. Sirignano. The Linear and Nonlinear Shear Instability of a Fluid Sheet. *Physics of Fluids*, 10(3):2392–2400, 1991.
- [88] F. Rayana, A. Cartellier und E. Hopfinger. Assisted Atomization of a Liquid Layer: Investigation of the Parameters Affecting the Mean Drop Size Prediction. *ICLASS, Kyoto, Japan*, 2006.
- [89] R. Reitz. *Atomization and Other Breakup Regimes of a Liquid Jet*. Diss., Princeton University, 1978.
- [90] W. Rider und D. Kothe. *Stretching and Tearing Interface Tracking Methods*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995.
- [91] N. Rizk und A. Lefebvre. Spray Characteristics of Plain-Jet Airblast Atomizers. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 3:634–638, 1984.
- [92] J. Rotta. *Turbulente Strömungen*. Teubner, Stuttgart, 1972.
- [93] H. Rusche. *Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions*. Diss., Imperial College of Science, Technology & Medicine, 2002.
- [94] M. Sanjosé, J. Senoner, F. Jaegle, B. Cuenot, S. Moreau und T. Poinsot. Fuel Injection Model for Euler-Euler and Euler-Lagrange Large-Eddy Simulations of an Evaporating Spray Inside an Aeronautical Combustor. *International Journal of Multiphase Flow*, 37(5):514–529, 2011.
- [95] T. Sattelmayer. *Zum Einfluß der ausgebildeten, turbulenten Luft-Flüssigkeitsfilm-Strömung auf den Filmzerfall und die Tropfenbildung am Austritt von Spalten geringer Höhe*. Diss., Universität Karlsruhe (TH), 1985.

- 
- [96] B. Sauer, A. Sadiki und J. Janicka. Embedded DNS of the Primary Breakup of a Prefilming Airblast Atomizer at Aircraft Engine Operating Conditions. *ILASS Europe*, 2013.
- [97] B. Sauer, N. Spyrou und A. Sadiki. Numerical Analysis of the Primary Breakup under High-Altitude Relight Conditions Applying the Embedded DNS Approach to a Generic Prefilming Airblast Atomizer. *ASME Turbo Expo*, 2013.
- [98] F. Savart. Mémoire sur le Choc d' une Veine Liquide Lancée Contre un Plan Circulaire. *Annales De Chimie Et De Physique*, S. 55–87, 1833.
- [99] H. Schlichting. *Grenzschicht-Theorie*. Springer Verlag, Heidelberg, 10. Auflage, 2006.
- [100] P. Schober. *Berührungsfreie Erfassung beschleunigter schubspannungsgetriebener Kraftstoffwandfilme unter Druckeinfluss*. Diss., Universität Karlsruhe, 2009.
- [101] D. Schubring, A. Ashwood, T. Shedd und E. Hurlburt. Planar Laser-Induced Fluorescence (PLIF) Measurements of Liquid Film Thickness in Annular Flow. Part I: Methods and Data. *International Journal of Multiphase Flow*, 36(10):815–824, 2010.
- [102] R. Schwarze. *CFD-Modellierung*. Springer Verlag, Heidelberg, 2013.
- [103] W. Sirignano und C. Mehring. Review of Theory of Distortion and Disintegration of Liquid Streams. *Progress in Energy and Combustion Science*, 26(4-6):609–655, 2000.
- [104] B. Stapper, W. Sowa und G. Samuelsen. An Experimental Study of the Effects of Liquid Properties on the Breakup of a Two-Dimensional Liquid Sheet. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 114(1):39–45, 1992.
- [105] H. Tang und L. Wrobel. Modelling the Interfacial Flow of Two Immiscible Liquids in Mixing Processes. *International Journal of Engineering Science*, 43(15-16):1234–1256, 2005.
- [106] H. Tennekes und J. Lumley. *A First Course in Turbulence*. MIT Press Design, Cambridge, 2. Auflage, 1972.
- [107] S. Thoroddsen, T. Etoh und K. Takehara. High-Speed Imaging of Drops and Bubbles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40(1):257–285, 2008.
- [108] S. Turns. *An Introduction to Combustion*. McGraw-Hill New York, 2. Auflage, 1996.
- [109] VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik. *VDI-Wärmeatlas*. Springer Verlag, Heidelberg, 11. Auflage, 2013.

- [110] H. Versteeg und W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Pearson Education Limited, Glasgow, 2. Auflage, 2007.
- [111] E. Villiermaux. Mixing and Spray Formation in Coaxial Jets. *Journal of Propulsion and Power*, 14(5), 1998.
- [112] M. Volz, M. Konle, M. Gebretsadik, P. Habisreuther und N. Zarzalis. Investigation of a Prefilming Airblast Atomizer With Respect to Surface Stripping. *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2015.
- [113] H. Weller. A New Approach to VOF-based Interface Capturing Methods for Incompressible and Compressible Flow. Bericht, OpenCF Ltd., 2008.
- [114] F. White. *Fluid Mechanics*. WCB/McGraw-Hill, 4. Auflage, 1999.
- [115] D. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, La Canada, 3. Auflage, 2006.
- [116] D. Woodmansee und T. Hanratty. Mechanism for the Removal of Droplets from a Liquid Surface by a Parallel Air Flow. *Chemical Engineering Science*, 24:299–307, 1969.
- [117] G. Wozniak. *Zerstäubungstechnik: Prinzipien, Verfahren, Geräte*. Springer Verlag, Heidelberg, 2002.
- [118] D. Wurz. Experimental Investigation Into the Flow Behaviour of Thin Water Films. *Archives of Mechanis*, 28:969–987, 1976.
- [119] D. Wurz. Flüssigkeits-Filmströmung unter Einwirkung einer Überschall-Luftströmung, 1977.
- [120] N. Zarzalis. Theorie turbulenter Strömungen ohne und mit überlagerter Verbrennung, 2014.
- [121] J. Zierep. *Grundzüge der Strömungslehre*. Springer, Berlin, 6. Auflage, 1997.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Airblast-Zerstäuber [100] . . . . .	21
2.1	Entstehung des Druckunterschiedes bei einer Oberflächenwelle [21] . . . . .	27
2.2	Flüssigkeitsfilm und wirkende Kräfte . . . . .	28
2.3	System zur Untersuchung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität [54] . . . . .	29
2.4	Druck- und Geschwindigkeitsverteilung einer Welle beim Abspalten eines Tropfens (jeder Pixel stellt eine Gitterzelle dar) . . . . .	38
2.5	(Luft-) Wirbel stromabwärts einer Welle . . . . .	39
2.6	Modell zur eindimensionalen Berechnung der Filmdicke [81] . . . . .	40
2.7	Veränderung der Filmdicke bei Variation der Luftgeschwindigkeit . . . . .	44
3.1	Eindimensionales Gitter für die Untersuchung der numerischen Diffusion . . . . .	48
3.2	Effektive, longitudinale Diffusionskoeffizienten ohne Kompressionsterm . . . . .	50
3.3	Effektive, longitudinale Diffusionskoeffizienten mit Kompressionsterm . . . . .	50
4.1	Definition der Filmdicke (grau hinterlegte Flächen symbolisieren die Flüssigphase) . . . . .	54
4.2	Bestimmung der Tropfenvolumina . . . . .	55
5.1	Energiespektrum einer turbulenten Strömung [80] . . . . .	60
5.2	Momentanaufnahme ( $v_{lu} = 40 \text{ m s}^{-1}$ ) . . . . .	67
5.3	Vergleich dimensionsloser Geschwindigkeitsprofile . . . . .	68
5.4	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile verschiedener Turbulenzmodelle mit Messdaten [72] . . . . .	69
5.5	Vergleich der Profile der turbulenten Viskosität verschiedener Turbulenzmodelle . . . . .	70
5.6	Einfluss der empirischen Konstante $C_f$ . . . . .	71
6.1	Vereinfachter Airblast-Zerstäuber [112] . . . . .	73
6.2	Messaufbau [34, 112] . . . . .	74
6.3	Gitter [112] . . . . .	76
6.4	Validierung für $v_{lu} = 35,4 \text{ m s}^{-1}$ und $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1}$ [112] . . . . .	78
6.5	Globale mittlere Filmdicke bei $v_w = 0,7 \text{ m s}^{-1} = \text{konstant}$ [112] . . . . .	79
7.1	Normierte mittlere Filmdicke über der normierten Länge des Filmlegers bei unterschiedlichen Impulsstromverhältnissen . . . . .	82
7.2	Momentanbilder der Regime (schwarz: Wasser, grau: Luft) . . . . .	83

7.3	Normierte mittlere Filmdicke über der normierten Länge des Filmlegers für $M = 5,1 = \text{konstant}$ . . . . .	84
7.4	Regimeeinteilung bei Variation der Wassergeschwindigkeit . . . . .	85
7.5	Zerstäubte Flüssigkeitsmasse . . . . .	86
7.6	Planarer Airblast-Zerstäuber mit umschließendem Kanal [10] . . . . .	88
7.7	Flüssigkeitskanal . . . . .	90
7.8	Gitter für die Simulation des Zerstäubungsprozesses . . . . .	91
7.9	Mittlere Filmdicke . . . . .	93
7.10	Momentaufnahmen des Zerstäubungsprozesses des Falles 1 und 2 . . . . .	94
7.11	Zerstäubte Flüssigkeitsmasse nach dem Airblast-Zerstäuber . . . . .	95
7.12	Vereinfachter, planarer Airblast-Zerstäuber mit Filmleger . . . . .	96
7.13	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit der Korrelation . . . . .	99
7.14	Bestimmtheitsmaß der Korrelation der Tropfen . . . . .	104
7.15	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit der Korrelation der Sauter- durchmessers . . . . .	105
7.16	Ortsabhängigkeit der Ergebnisse der Spektralanalyse . . . . .	106
7.17	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den Ergebnissen der Spektral- analyse und dem charakteristischen Längenmaß . . . . .	107

# Tabellenverzeichnis

5.1	Stoffwerte und Geschwindigkeit von Kerosin [86] und Luft [61] . . . . .	66
6.1	Stoffwerte von Wasser und Luft unter Standardbedingungen (20 °C, 1 bar) [109] . . . . .	77
6.2	Impulsstromverhältnis der durchgeführten Rechnungen zur Validierung . .	77
7.1	Impulsstromverhältnis $M$ der durchgeführten Rechnungen . . . . .	81
7.2	Verwendete Randbedingungen für die Berechnung des Geschwindigkeits- profils der Luft . . . . .	89
7.3	Verwendete Randbedingungen für die Berechnung des Geschwindigkeits- profils des Kerosins . . . . .	89
7.4	Übersicht der durchgeführten Rechnungen am planaren Airblast-Zerstäuber mit Filmleger . . . . .	92
7.5	Sauterdurchmesser und zerstäubte Flüssigkeitsmenge in Fall 1 und 2 des planaren Airblast-Zerstäubers . . . . .	93
7.6	Übersicht der durchgeführten Rechnungen . . . . .	97