

# **Kooperative Regelungskonzepte auf Basis der Spieltheorie und deren Anwendung auf Fahrerassistenzsysteme**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTOR-INGENIEURS  
von der Fakultät für  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)  
genehmigte

DISSERTATION

von  
Michael Flad M. Sc.  
geb. in Spaichingen

Tag der mündlichen Prüfung:	27. Oktober 2016
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Steven Liu



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung –  
Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland Lizenz  
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Regelung- und Steuerungssysteme (IRS) des Karlsruher Instituts für Technologie. Dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann, danke ich herzlich für seine Unterstützung und den Rückhalt während der gesamten Promotionszeit. Zusätzlich danken möchte ich ihm für die verschiedensten Herausforderungen, denen ich mich während meiner Arbeit stellen durfte.

Zum Dank verpflichtet bin ich ebenfalls Herrn Prof. Dr.-Ing. Steven Liu von der Technischen Universität Kaiserslautern für die freundliche Übernahme des Korreferats und für sein Interesse an meiner Arbeit.

Ohne die Kooperation mit anderen Menschen ist eine solche Arbeit natürlich nicht denkbar. Im Besonderen danke ich allen Studentinnen und Studenten, die mit ihren Abschlussarbeiten, der Arbeit am Fahrsimulator oder den unzähligen regen Diskussionen wesentlich zu dieser Arbeit beigetragen haben. Für die Durchsicht der Arbeit bzw. Teilen davon richtet sich mein herzlicher Dank an (in alphabetischer Reihenfolge) Andreas, Jairo, Julian, Mathias, Nina und Simon, deren wertvolle Anmerkungen zum Gelingen beigetragen haben. Maurice danke ich für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Arbeitsklima in unserem gemeinsamen Büro. Schließlich möchte ich mich generell bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des IRS für die großartige Arbeitsatmosphäre bedanken. Ich hoffe, ihr blickt alle genauso positiv auf unsere gemeinsame Zeit zurück, wie ich es tue.

Abschließend möchte ich mich insbesondere für die herzliche Unterstützung bei meinen Eltern, meiner Schwester und meinen Freunden bedanken.

Karlsruhe, im November 2016  
Michael Flad

„Die Mathematik ist das Instrument, welches die Vermittlung bewirkt zwischen Theorie und Praxis, zwischen Denken und Beobachten: sie baut die verbindende Brücke und gestaltet sie immer tragfähiger.“

David Hilbert

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation	1
1.2 Begriffsdefinition: Mensch-Maschine Kooperation	3
1.3 Klassifizierung von Kooperation	4
1.3.1 Debattive Kooperation	5
1.3.2 Aktionsbasierte Kooperation	5
1.3.3 Unbewusste Kooperation	6
1.3.4 Ereignisdiskrete (überwachende) Kooperation	6
1.4 Drei-Ebenen-Modelle	7
1.5 Diskussion der Kooperationskonzepte	8
1.6 Kooperative Fahrerassistenz: Stand von Wissenschaft und Technik	9
1.6.1 Debattive Fahrerassistenz	10
1.6.2 Unbewusste Fahrerassistenz	11
1.6.3 Aktionsbasierte Fahrerassistenz	11
1.7 Aktionsbasierte Kooperation abseits FAS	13
1.8 Wissenschaftliche Fragestellung	16
1.9 Gliederung der Arbeit	17
<b>2 Mathematische Grundlagen der Spieltheorie</b>	<b>19</b>
2.1 Differentialspiele	20
2.2 Grundkonzepte der Spieltheorie	23
2.2.1 Nash-Gleichgewicht	23
2.2.2 Stackelberg-Strategie	27
2.2.3 Pareto-Optimum	28
2.3 Beispiele zur Spieltheorie	30
2.4 Zusammenfassung des Kapitels	36
<b>3 Kooperative Regelung</b>	<b>37</b>
3.1 Motivation für einen spieltheoretischen Ansatz	37
3.2 Modellierung von Kooperation als Differentialspiel	39
3.3 Formale Betrachtung von Kooperation	41
3.3.1 Bedingungen für schwache Kooperation	43
3.3.2 Definition der <i>stark kooperativen Nash-Strategie</i>	47

3.3.3	Bedingungen für einen <i>stark kooperativen Regelkreis</i> . . . . .	49
3.4	Direkte numerische Bestimmung einer <i>stark kooperativen Nash-Strategie</i> . . . . .	51
3.4.1	Anwendung des Einzelschießverfahrens . . . . .	54
3.4.2	Erweiterung des klassischen Mehrfachschießverfahrens für die kooperative Regelung . . . . .	56
3.4.3	Anwendung der Inversen Optimierung . . . . .	61
3.5	Numerischer Entwurf eines <i>stark kooperativen Regelkreises</i> . . . . .	61
3.5.1	Entwurf mittels Inverser Optimierung . . . . .	63
3.5.2	Entwurf durch Strukturvorgabe . . . . .	64
3.6	Spezialfälle der kooperativen Regelung . . . . .	66
3.6.1	Zwei Partner Struktur . . . . .	66
3.6.2	Äquivalenz der Ziele . . . . .	66
3.7	Allgemeine regelungstechnische Umsetzung . . . . .	68
3.7.1	Kooperative Regelung mit gleitendem Horizont . . . . .	68
3.7.2	Stabilität des kooperativen Regelkreises . . . . .	70
3.7.3	Vergleich mit verteilter modellprädiktiv Regelung . . . . .	73
3.8	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Echtzeitfähige Lösung spezifischer Problemstellungen</b> . . . . .	<b>77</b>
4.1	<i>Direkter Ansatz</i> . . . . .	78
4.2	<i>Indirekter Ansatz: LQ-Fall</i> . . . . .	80
4.2.1	Riccati DGL für finite LQ-Differentialspiele . . . . .	81
4.2.2	Riccati DGL für infinite LQ-Differentialspiele . . . . .	82
4.3	<i>Indirekter Ansatz: Numerische Lösung</i> . . . . .	83
4.3.1	Geschlossene Darstellung des Nash-Gleichgewichts . . . . .	87
4.3.2	Garantierte Stabilität . . . . .	91
4.3.3	Erweiterung des Algorithmus um Stellgrößen- und Zustands- beschränkungen . . . . .	94
4.4	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Kooperative Fahrerassistenz</b> . . . . .	<b>99</b>
5.1	Kooperative Längsführung . . . . .	99
5.1.1	Systemmodell der kooperativen Fahrzeuglängsführung . . . . .	100
5.1.2	Fahrermodell Längsführung . . . . .	105
5.1.3	Fahrerassistenzsystem Längsführung . . . . .	107
5.2	Kooperative Querführung . . . . .	112
5.2.1	Systemmodell der Fahrzeugquerführung . . . . .	112
5.2.2	Fahrermodellierung Querführung . . . . .	113
5.2.3	Fahrerassistenzsystem Querführung . . . . .	117
5.3	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	121
<b>6</b>	<b>Ergebnisse</b> . . . . .	<b>123</b>
6.1	Simulation . . . . .	123
6.1.1	Simulation Längsführungs-FAS . . . . .	124
6.1.2	Simulation Querführungs-FAS . . . . .	126
6.2	Einführung Fahrstudien . . . . .	127

---

6.2.1	Fahrsimulator . . . . .	128
6.2.2	Vergleichssysteme . . . . .	129
6.2.3	Überblick über die Studien . . . . .	131
6.3	Fahrstudie Längsführung . . . . .	132
6.3.1	Ablauf der Studie . . . . .	132
6.3.2	Konfiguration Längsführung-FAS . . . . .	133
6.3.3	Szenario A . . . . .	133
6.3.4	Szenario B . . . . .	134
6.3.5	Szenario C . . . . .	136
6.3.6	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	137
6.4	Fahrstudie Energieverbrauch . . . . .	141
6.4.1	Ablauf der Studie . . . . .	141
6.4.2	Konfiguration des FAS . . . . .	141
6.4.3	Szenario A . . . . .	142
6.4.4	Szenario B . . . . .	143
6.4.5	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	146
6.5	Fahrstudie Querführung . . . . .	149
6.5.1	Ablauf der Studie Querführung . . . . .	149
6.5.2	Konfiguration Querführung . . . . .	149
6.5.3	Szenario A . . . . .	151
6.5.4	Szenario B . . . . .	151
6.5.5	Szenario C . . . . .	152
6.5.6	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	157
6.6	Zusammenfassende Diskussion . . . . .	159
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>161</b>
<b>A</b>	<b>Mathematische Ergänzungen</b>	<b>XIX</b>
<b>B</b>	<b>Modellierung und Validierung</b>	<b>XXXIX</b>
	<b>Quellenangaben</b>	<b>165</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Drei-Ebenen-Modell für zielgerichtete Tätigkeiten und Drei-Ebenen-Modell der Fahrzeugführung . . . . .	8
1.2	Kooperationsformen im Bezug zu den mentalen Verarbeitungsebenen und der Hierarchie der Fahraufgabe . . . . .	10
1.3	Aktionsbasierte Kooperation bei der Fahrzeugführung . . . . .	13
1.4	Shared Control Regelstruktur . . . . .	14
2.1	Konturdiagramm Cournot-Duopol . . . . .	32
2.2	Gütefunktion von Spieler 1 . . . . .	32
2.3	Lösung des Differentialspiels 2.2 . . . . .	36
3.1	Differentialspiel der aktionsbasierten Regelung . . . . .	39
3.2	Beziehungen der Mengen $\mathbb{U}, \mathbb{U}_i, \mathbb{U}^{\circ i}, \mathbb{U}^*$ für ein statisches Beispiel . . . . .	45
3.3	Beispiel eines <i>stark kooperativen Nash-Gleichgewichts</i> und eines <i>stark kooperativen Regelkreises</i> . . . . .	51
3.4	Zwei Ansätze zur Bestimmung der <i>stark kooperativen Nash-Strategie</i> . . . . .	52
3.5	Erweitertes Mehrschießverfahren an einem skalaren Beispiel . . . . .	60
3.6	Gegenüberstellung beider Ansätze zur Lösung der Problemstellung 3.2 . . . . .	63
3.7	Konzept des gleitenden Horizonts . . . . .	70
3.8	Zusammenfassung der Lösungen des kooperativen Regelungsproblems . . . . .	75
4.1	Zeitdiskretisierung der Stellgrößentrajektorien . . . . .	85
4.2	Algorithmus zur diskreten Berechnung eines Nash-Gleichgewichts . . . . .	96
5.1	Modell des NMS-Pedal Systems . . . . .	100
5.2	Motormodell mit PT1 Glied und Kennfeld . . . . .	102
5.3	Vereinfachtes Längsdynamikmodell . . . . .	104
5.4	Algorithmus zur diskreten Berechnung eines Nash-Gleichgewichts . . . . .	110
5.5	Fahrermodell auf Basis von Movemes . . . . .	114
5.6	Ablauf der Berechnung des kooperativen Querführungs-FAS . . . . .	120
6.1	Simulation des Längsführungs-FAS . . . . .	125
6.2	Iterationen des Algorithmus des Längsführungs-FAS . . . . .	127
6.3	Fahrsimulator des IRS . . . . .	128
6.4	Detailansicht des haptischen Pedal- und Lenksystems . . . . .	130
6.5	Stecke der Identifikationsfahrt (Studie Längsführung) . . . . .	134



---

6.6	Stecke und Geschwindigkeitsbegrenzung Realfahrt-Szenario (Studie Längsführung) . . . . .	136
6.7	Geschwindigkeits- und Momententrajektorien für zwei Probanden (Studie Längsführung) . . . . .	138
6.8	Subjektive Beurteilung der Längsführung (Studie Längsführung) . . . . .	139
6.9	Strecke der Identifikationsfahrt (Studie Energieverbrauch) . . . . .	143
6.10	Stecke der Überlandfahrt (Studie Energieverbrauch) . . . . .	144
6.11	Geschwindigkeitsprofile bei der Überlandfahrt (Studie Energieverbrauch)	146
6.12	Auszug der Trajektorien von Abbildung B.3 (Studie Energieverbrauch) .	147
6.13	Strecke von Identifikation und Spurhaltung (Studie Querführung) . . . . .	152
6.14	Strecke des Ausweichmanövers (Studie Querführung) . . . . .	154
6.15	Ausweichmanöver (Studie Querführung) . . . . .	154
6.16	Trajektorien des Probanden P4 (Studie Querführung) . . . . .	156
6.17	Subjektive Beurteilung beim Ausweichmanöver (Studie Querführung) .	157
A.1	Einfachschießverfahren an einem skalaren Beispiel . . . . .	XXII
A.2	Mehrfachschießverfahren an einem skalaren Beispiel . . . . .	XXIV
A.3	Vergleich IDO und Direkter Entwurf Ansatz . . . . .	XXIX
B.1	Definition des lokalen Fahrzeugkoordinatensystems . . . . .	XL
B.2	Geometrische Beziehungen im Einspurmodell . . . . .	XL
B.3	Geschwindigkeits-, Momenten- und Verbrauchstrajektorien zweier Probanden (Studie Energieverbrauch) . . . . .	LV

# Tabellenverzeichnis

1.1	Strukturierung der Querführungs-Assistenzsysteme . . . . .	12
2.1	Lösungen des Cournot-Duopol Modells . . . . .	32
2.2	Grenzwerte ( $t \rightarrow \infty$ ) der Gütefunktionen des Differentialspiels . . . . .	36
4.1	$Q_{i,(j)}$ für die Annäherung der Integration durch ein diskretes Gütemaß . . . . .	87
5.1	Massenträgheitsmomente des Längsmodells . . . . .	103
6.1	Validierung der Teilmodelle . . . . .	123
6.3	Technische Daten des Validierungsmodells des Fahrmodells . . . . .	130
6.4	Vergleich bei Abstandshaltung (Studie Längsführung) . . . . .	135
6.5	Objektive Ergebnisse Realfahrt (Studie Längsführung) . . . . .	137
6.6	Objektive Ergebnisse (Studie Energieverbrauch) . . . . .	145
6.7	Objektive und subjektive Ergebnisse der Spurhalteaufgabe (Studie Querführung) . . . . .	153
6.8	Objektive Ergebnisse Ausweichmanöver (Studie Querführung) . . . . .	155
B.1	Modellparameter Längsführung . . . . .	XLIII
B.2	Modellparameter Querführung . . . . .	XLIII
B.3	Intervalle der Diskretisierung des Prädiktionshorizonts . . . . .	XLIV
B.4	Probanden der Studie Längsführung . . . . .	XLV
B.5	Parameter der identifizierten Fahrergütemaße (Studie Längsführung) . . . . .	XLVIII
B.6	Parameter der FAS-Gütemaße (Studie Längsführung) . . . . .	XLVIII
B.7	Antworten Fragenkatalog Studie Längsführung . . . . .	XLIX
B.8	Probanden Studie Energieverbrauch . . . . .	L
B.9	Parameter der Fahrergütemaße (Studie Energieverbrauch) . . . . .	LIV
B.10	Parameter der FAS-Gütemaße (Studie Energieverbrauch) . . . . .	LIV
B.11	Ergebnisse des Fragenkataloges (Studie Energieverbrauch) . . . . .	LVI
B.12	Probanden der Studie Querführung . . . . .	LVII
B.13	Parameter der Fahrergütemaße (Studie Querführung) . . . . .	LIX
B.14	Ergebnisse des Fragenkataloges (Studie Querführung) . . . . .	LX

# Abkürzungen und Symbole

## Abkürzungen

ARE	Algebraische Riccati-Gleichung (Algebraic Riccati Equation)
ARIOHMM	Autoregressives Eingangs-/Ausgangs- Hidden Markov Modell (Autoregressive Input/Output HMM)
CAN	Controller Area Network
DGL	Differentialgleichung
FAS	Fahrerassistenzsystem
HIL	Hardware-in-the-Loop
HMM	Hidden Markov Model
IDO	Inverse Dynamische Optimierung
IRS	Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme
LQ	Linear Quadratisch
MINLP	Gemischt-Ganzzahliges Nichtlineares Programm (Mixed-Integer Nonlinear Programming)
MPR	Modellprädiktive Regelung
NLP	Nichtlineares Programm
NMS	Neuromuskuläres System
RDG	Riccati-Differentialgleichung
RMS	Quadratischer Mittelwert (Root Mean Square)
SISO	Eingrößensystem (Single-Input/Single-Output)
SQP	Sequentielle Quadratische Programmierung
StVO	Straßenverkehrs-Ordnung
VR	Virtuelle Realität
u.d.N.	unter den Nebenbedingungen

## Schreibweise und Symbole

Um die Übersicht zu verbessern, wurden die Symbole in drei Abschnitte aufgeteilt. Zuerst werden die allgemeine Syntax und allgemeine Symbole eingeführt. Es folgen zwei Abschnitte, in denen jeweils die für das Längs- und Querführungs-FAS spezifischen Symbole definiert werden.

### Allgemein

---

#### Indizes und Exponenten

---

$\square^*$	Größe erfüllt die Bedingung des Nash-Gleichgewichts
$\square^\diamond$	Größe erfüllt die notwendige Bedingung des Nash-Gleichgewichts
$\square^{\diamond i}$	Siehe oben, (Index definiert den Spieler)
$\square^S$	Größe erfüllt die Bedingung des Stackelberg-Gleichgewichts
$\square^P$	Größe ist Pareto optimal
$\tilde{\square}$	Annäherung einer Größe
$\hat{\square}$	Optimale bzw. stark kooperative Lösung
$\bar{\square}$	A-priori gegebene Referenzgröße
$\check{\square}$	Gegebene optimale Lösung (IDO)
$\vec{\square}$	Aggregierte Matrizen des gesamten Prädiktionsintervalls
$\square^\Delta$	Untere Grenze einer Größe (Nebenbedingung)
$\square^\nabla$	Obere Grenze einer Größe (Nebenbedingung)
$\square_{\mathcal{L}}$	Größe im temporären lokalen Koordinatensystem
$\square_{\mathcal{G}}$	Größe im globalen Koordinatensystem
$\square_A$	Assistenzsystem
$\square_F$	Fahrer
$\square_{\mathbb{A}}$	Alle nicht-menschlichen Spieler
$\square_{\mathbb{H}}$	Alle menschlichen Spieler
$\square_i$	Spieler $i$ ( $i$ wird exklusiv für die Indizierung eines Spielers verwendet)
$\square_{\neg i}$	Alle Spieler außer $i$
$\square^{\{k\}}$	Iterationen $k$ eines Algorithmus
$\square^{(j)}$	Größen des $j$ -ten Zeitintervalls
$\square_\lambda$	Index des Spielers für die Stabilitätsbetrachtung
$\square_z$	Terme, die sich für affine bzw. linearisierte Größen ergeben

---

#### Skalare

---

$\Delta\tau$	Länge eines Zeitintervalls
$N$	Gesamtanzahl aller Spieler
$T$	Länge des Zeithorizonts
$T_c$	Updaterate des Reglers
$T_p$	Länge des Prädiktionshorizonts
$T_r$	Laufzeit einer Berechnung

$\epsilon$	Nummerische Toleranzschwelle
$a, \dots, h$	Parameter der veranschaulichenden Beispiele (Kapitel 3)
$c_i$	Gewichtungsfaktor zur Bestimmung des Pareto-Optimums
$m$	Anzahl der Zeitintervalle
$m_i$	Anzahl der Parameter für die Approximation der Stellgrößentrajektorien von Spieler $i$
$n$	Systemordnung
$n_e$	Anzahl aller Systemeingangsgrößen (Stellgrößen) des Systems
$n_i$	Anzahl der Systemeingangsgrößen von Spieler $i$
$n_A$	Anzahl der Systemeingangsgrößen aller nicht-menschlichen Spieler
$n_H$	Anzahl der Systemeingangsgrößen aller menschlichen Spieler
$t$	Zeit
$t_0$	Startzeitpunkt eines Optimierungszyklus
<b>Vektoren</b>	
$\theta$	Parametervektor der Gütefunktionale
$e$	Vektor zur Berücksichtigung der Nebenbedingungen
$p$	Substitutionsparametervektor für die Stellgrößen des Menschen
$q$	Parametervektor der Steuergrößen bei Schießverfahren
$s$	Parametervektor der Zustandsgrößen beim Mehrfachschießverfahren
$u$	Stellgrößenvektor (bzw. Eingangsgrößen des Systems)
$x$	Zustandsvektor
<b>Matrizen</b>	
$0$	Nullmatrix
$A$	Systemmatrix
$B$	Eingangsmatrix
$C$	Matrix der Gradienten
$F$	Gewichtungsmatrix des Endzustandes
$H$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix
$I$	Einheitsmatrix
$K_i$	Teil der Lösung des direkten Ansatzes (Stackelberg)
$L$	Teil der Lösung des direkten Ansatzes (Stackelberg)
$M$	Matrix der ARE
$M_i$	Matrix der quadratischen Gesamtkosten im LQ-Fall für Spieler $i$
$N$	Selektionsmatrix für Differenz zwischen Stellgrößen
$P$	Lösung der Riccati-Gleichung
$Q$	Gewichtungsmatrix der Systemzustände im quadratischen Gütemaß
$R$	Gewichtungsmatrix der Stellgrößen im quadratischen Gütemaß
$S_i$	$B_i R_{ii}^{-1} B_i^T$
$V$	Transitionsmatrix für die geschlossene Lösung
$Z$	Matrix der Norm der IDO
$\Delta Q$	Gewichtung der Zustandsdifferenz im diskreten quad. Gütemaß
$\Delta R$	Gewichtung der Stellgrößendifferenz im diskreten quad. Gütemaß

$\Phi$	Transitionsmatrix (zeitdiskrete Systemmatrix)
<b>Mengen</b>	
A	Menge der nicht-menschlichen Spieler
H	Menge der menschlichen Spieler
J	Menge der Gütefunktionen eines Spiels
N	Menge der natürlichen Zahlen mit Null
$\mathbb{N}_{>0}$	Menge der natürlichen Zahlen ohne Null
O	Einzugsbereich der Lyapunov-Stabilität
P	Menge der Spieler eines Spieles
R	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	Menge der positiven reellen Zahlen inklusive Null
$\mathbb{R}_{>0}$	Menge der positiven reellen Zahlen ohne Null
U	Zulässige Strategiemenge
$U^\diamond$	Menge kooperativer Strategien (siehe Definition (3.5))
W	Binäre Menge $\mathbb{W} = \{0, 1\}$
<b>Funktionen und Funktionale</b>	
$H(\cdot)$	Hamiltonfunktional
$J(\cdot)$	Gütefunktion
$J'(\cdot)$	Gütefunktion beim Einzelschießverfahren
$J^\circ(\cdot)$	Gütefunktion beim Mehrfachschießverfahren
$\phi(t_{(I)}, t_{(II)})$	Transitionsfunktion des Systems vom Zeitpunkt $t_{(I)}$ zu $t_{(II)}$
$\psi(\cdot)$	Lagrange-Multiplikatoren
$\phi(\cdot)$	Basis Funktion (Einfach- und Mehrfachschießverfahren)
$f(\cdot)$	Systemdifferentialgleichung
$g(\cdot)$	Gleichheitsnebenbedingungen
$i(\cdot)$	Ungleichheitsnebenbedingungen
$m(\cdot)$	Modellfunktion des Verhaltens der nicht-menschlichen Regler
$s_{i,N}(\cdot)$	Zusammengefasste Optimierungsprobleme der Stufe $i$ bis $N$ (Stackelberg-Strategie (2.18))
$z(\cdot)$	Zielmengenbeschreibung des Optimierungsproblems
$c(\cdot)$	Bestrafungsterm in der Gütefunktion (Berücksichtigung von Nebenbedingungen)
$h(\cdot)$	Funktion zur Bewertung des Endzustandes (Teil der Gütefunktion)
$j(\cdot)$	Funktion zur dynamischen Bewertung der Trajektorien (Teil der Gütefunktion)
<b>Kaligraphische Symbole</b>	
U	Strategie beim allgemeinen Spiel
S	System
O	Verallgemeinerung eines Optimierungsproblems

## Symbole des Längsführungs-FAS

Symbol		Einheit
<b>Zustände und variable Größen</b>		
$F_L$	Luftwiderstand	N
$F_R$	Rollreibung des Fahrzeugs	N
$F_S$	Hangabtriebskraft	N
$F_z$	Summe der Stützkkräfte aller Räder	N
$K_v$	Verstärkungsfaktor [MAvM11]	-
$M_A$	Pedalmoment des FAS	Nm
$M_F$	Pedalmoment des Fahrers	Nm
$M_M$	Motormoment	Nm
$M_R$	Coulombsche Reibung im Antriebsstrang	Nm
$P_v$	Adaptionsfaktor [MAvM11]	-
$\Theta_G$	Äquivalentes Gesamtträgheitsmoment	kg m <sup>2</sup>
$\xi$	Kraftstoffverbrauch (kumuliert)	l
$\alpha$	Normierter Pedalwinkel ( $\alpha \in [0, 1]$ )	-
$\alpha_l$	Zwischengröße des Motormodells	-
$\alpha_s$	Steigungswinkel	rad
$\omega$	Motordrehzahl	rad/s
$\tau_{HW}$	Zeitlücke zum Vorderfahrzeug	s
$\tau_{TC}$	Zeit bis zur Kollision mit Vorderfahrzeug	s
$d$	Abstand zum Vorderfahrzeug	m
$m_e$	Äquivalente Fahrzeugmasse	kg
$\ddot{u}_G$	Übersetzungsverhältnis des Getriebes	-
$r_K$	Kurvenradius	m
$v$	Fahrzeuggeschwindigkeit	m/s
$v_L$	Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeuges	m/s
$v_\xi$	Geschwindigkeit mit dem minimalen Energieverbrauch	m/s
<b>Parameter</b>		
$A$	Bezugsfläche Strömungswiderstand	m <sup>2</sup>
$k_{A,HW}$	Verstärkung der Abstandsregelung FAS (Zeitlücke)	-
$k_{A,TC}$	Verstärkung der Abstandsregelung FAS (Kollision)	-
$k_{F,HW}$	Verstärkung der Abstandsregelung Fahrer (Zeitlücke)	-
$k_{F,TC}$	Verstärkung der Abstandsregelung Fahrer (Kollision)	-
$k_1 \cdots k_5$	Faktoren für die Berechnung von der Geschwindigkeit mit dem minimalen Energieverbrauch	-
$K_{max}$	Maximale Pedalsteifigkeit [MAvM11]	Nm/rad
$P_r$	Reifendruck	kPa
$\alpha^\nabla$	Obere Grenze der Fahrpedalstellung (100 %)	-
$\alpha^\wedge$	Untere Grenze der Fahrpedalstellung (0 %)	-
$\ddot{u}_D$	Übersetzung Differentialgetriebe	-
$\omega^\nabla$	Obere Grenze Motordrehzahl	rad

$\omega^{\Delta}$	Untere Grenze Motordrehzahl	rad
$\omega_{0,P}$	Kreisfrequenzkonstante des PT2-Glieds des Pedalmodells	rad/s
$\rho$	Luftdichte	kg/m <sup>3</sup>
$\tau_A$	Zeitkonstante Kraftaufbau FAS-Aktor	s
$\tau_F$	Zeitkonstante Kraftaufbau Mensch	s
$\tau_M$	Zeitkonstante des PT1-Glieds im Motormodell	s
$\tau_{A,HW}^{\Delta}$	Parameter der Abstandsregelung FAS (Zeitlücke)	s
$\tau_{A,TC}^{\Delta}$	Parameter der Abstandsregelung FAS (Kollisionszeit)	s
$\tau_{F,HW}^{\Delta}$	Parameter der Abstandsregelung Fahrer (Zeitlücke)	s
$\tau_{F,TC}^{\Delta}$	Parameter der Abstandsregelung Fahrer (Kollisionszeit)	s
$\tau_{TC,max}$	Parameter der Abstandsregelung [MAvM11]	s
$\tau_{HW,min}$	Parameter der Abstandsregelung [MAvM11]	s
$\tau_{TC,max}$	Parameter der Abstandsregelung [MAvM11]	s
$c_1$ bis $c_5$	Koeffizienten des SAE Rollreibungsmodells	-
$c_w$	Strömungswiderstandskoeffizient	-
$d_P$	Dämpfung des PT2-Glieds des Pedalmodells	-
$g$	Erdbeschleunigung ( $\approx 9,81$ )	m/s <sup>2</sup>
$k_P$	Verstärkungsfaktor des PT2-Glieds des Pedalmodells	-
$k_M$	Proportionalitätsfaktor Motormodell	Nm/%
$k_r$	Faktor der viskosen Reibung im Antriebsstrang	Nm/rad
$m_g$	Fahrzeugmasse	kg

---

### Funktionen

$F_L(v(t))$	Luftwiderstandskraft auf das Fahrzeug
$F_R(v(t))$	Rollreibung des Fahrzeugs
$\Delta g(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II})$	Verhältnis der äquivalenten Massenträgheiten
$\ddot{U}(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II})$	Transformationsmatrix der Drehzahl beim Schaltvorgang
$f_m(\cdot)$	Motorkennfeld
$f_{\xi}(\cdot)$	Fahrzeug- und Motordynamik (für Energieoptimum)
$\xi(\cdot)$	Kennfeld des spezifischen Kraftstoffverbrauchs

---



## Symbole des Querführungs-FAS

Symbol		Einheit
<b>Indizes</b>		
$c$	Gesamtfahrzeugmodell (beinhaltet Lenksystem und Kinematik)	
$l$	Index eines spezifischen Movemes	
$p$	Moveme-Modell	
$s$	Lenksystem	
$v$	Fahrzeugkinematik	
<b>Zustände und variable Größen</b>		
$F_r$	Rückstellkraft der Räder auf die Zahnstange	N
$M_{A,a}$	Adaptiver Momentenanteil [dMA14]	Nm
$M_{A,s}$	Antizipatorische Steuerung [dMA14]	Nm
$\beta$	Schwimmwinkel	rad
$\delta$	Lenkradwinkel	rad
$\delta_s$	Lenkwinkel (am Rad)	rad
$\dot{\psi}$	Gierrate	rad/s
$\omega$	Lenkradwinkelgeschwindigkeit	rad/s
$\psi$	Gierwinkel	rad
$v$	Fahrzeuggeschwindigkeit	m/s
$x$	kartesische Koordinate	m
$y$	kartesische Koordinate	m
$y$	lateraler Abstand	m
<b>Parameter</b>		
$a, b, c$	Parameter des diskreten Moveme-Modells	-
$i_s$	Übersetzung von Lenkradwinkel zu Lenkwinkel	-
$i_r$	Übersetzung von Zahnstange zu Lenkradwinkel	-
$\kappa$	Faktor der Lenkunterstützung	-
$m_q$	Fahrzeugmasse	kg
$n_p$	Dimension des Moveme-Zustandsraums	-
$q$	Anzahl der Movemes eines Fahrers	-
$\Theta_z$	Trägheitsmoment um die Gierachse	kg m <sup>2</sup>
$C_f$	Seitensteifigkeit der Vorderräder	N/rad
$C_r$	Seitensteifigkeit der Hinterräder	N/rad
$C_s$	Effektive Schräglaufsteifigkeit	N/rad
$l_r$	Abstand des Schwerpunktes zur hinteren Achse	m
$l_f$	Abstand des Schwerpunktes zur vorderen Achse	m
$D_s$	Dämpfung an der Lenksäule	Nm s/rad
$D_r$	Dämpfung an der Zahnstange	Nm s/rad
$K_0$	Parameter [dMA14]	Nm/rad
$K_f$	Parameter [dMA14]	N
$K_s$	Parameter [dMA14]	N/rad

$T_{AB}$	Parameter [dMA14]	s
<b>Matrizen und Vektoren</b>		
$A_s$	Systemmatrix des Lenkmodells	
$A_v$	Systemmatrix des Einspurmodells	
$O$	Systemmatrix des Moveme-Modells	
$b_r$	Eingangsvektor der Zahnstangenkraft	
$b_s$	Eingangsvektor der Lenkmomente	
$b_v$	Eingangsvektor des Einspurmodells	
$c_s$	Ausgangsvektor des Lenkmodells	
$h$	Affiner Vektor des Moveme-Modells	
$x_c$	Systemzustände des Gesamtfahrzeugmodells	
$x_s$	Zustandsvektor des Lenkmodells	
$x_v$	Systemzustände des Einspurmodells	
$\lambda$	Auswahlvektor der Movemes	
<b>Funktionen</b>		
$m(\cdot)$	Zusammengefasste Funktion zur Berechnung des Fahrerlenkmoments	
$N(\cdot)$	Funktion zur Bestimmung der Anzahl der Moveme-Wechsel	

# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation

In Deutschland erfolgt über 90 % des gesamten Personenverkehrs auf der Straße [NH06, S. 35]. Nach wie vor sind Auto und Bus die mit großem Abstand risikoreichsten Verkehrsmittel [Vor10]. Für Deutschland und das Jahr 2014 allein belaufen sich die Folgen von Unfällen im Straßenverkehr auf 3.377 Tote und 389.500 Verletzte [sta15]. Die überwiegende Zahl der Unfälle sind dabei auf menschliche Fehler bei der Fahrzeugführung zurückzuführen (nach [sta13] sind es 86%, nach [SRJ05] 75% und nach [Tre79] 70% bis 90% aller Unfälle). Auf dieser Basis scheint die Erhöhung des Automationsgrads eines Automobils erstrebenswert, um den Einfluss von menschlichen Fahrfehlern zu verringern. Ziel vieler Fahrzeughersteller ist daher ein hoch automatisiertes bzw. „autonomes Fahrzeug“. Darunter wird von den Herstellern im Allgemeinen ein Fahrzeugführungssystem nach Level 3 der SAE Definition [Soc14]<sup>1</sup> verstanden, welches immer noch einen Fahrer als Rückfallebene vorsieht.

Es gibt bei der Erhöhung des Automationsgrads im Fahrzeug, ebenso wie in anderen Anwendungsdomänen, aber durchaus auch Nachteile. So haben Untersuchungen in der Prozessautomation widersprüchliche Anforderungen an den Prozessbediener gezeigt, die unter dem Ausdruck *Ironie der Automation* (Ironie of Automation [Bai83]) zusammengefasst werden:

- Je autonomer ein Produktionssystem wird, desto seltener muss ein Bediener eingreifen. Durch fehlendes Training wird gleichzeitig seine Befähigung dies im Notfall zu tun immer geringer.
- Die Automation übernimmt teilweise Aufgaben, die der Mensch schlecht ausführen kann, gleichzeitig wird erwartet, dass dieser die Automation überwacht und beurteilen kann, ob diese korrekt handelt.
- Bei einem weitgehend autonomen System muss der Mensch dann eingreifen, wenn die Automation überfordert ist. Allerdings ist der Mensch in diesen Situationen meist ebenfalls überfordert.

---

<sup>1</sup>[Soc14]: „Level 3: Driving mode-specific performance by an automated driving system of all aspects of the dynamic driving task with the expectation that the human driver will respond appropriately to a request to intervene (Vom Fahrmodus abhängige Durchführung aller Aspekte der dynamischen Fahraufgabe mittels eines automatisiert fahrenden Systems, mit der Erwartung, dass der menschliche Fahrer in angemessener Weise auf eine Anforderung zum Eingriff reagiert)“.

Die Überwachungsaufgabe wird für den Mensch also immer komplexer, je autonomer ein Kontrollsystem wird. Die Erkenntnisse von [Bai83] konnte in [Kom08] auch auf den Kontext der Fahrzeugführung übertragen werden. Mehr Automation stellt also nicht zwangsweise eine Verbesserung der Gesamtsystemperformance dar, zumindest solange ein Operator bzw. Fahrer, Bestandteil des Konzepts bleibt.

Ein komplett und umfassend autonomes Serienfahrzeug gänzlich ohne die Notwendigkeit eines Fahrers, d.h. das fünfte und höchste Level<sup>2</sup> nach der Definition von [Soc14], ist auf absehbare Zeit nicht realisierbar [Mau15, Goo15]. So prognostiziert der Verband der Automobilindustrie (VDA) die Einführung von Fahrzeugen des dritten Automationslevels ab 2020 [VDA15]. Für die Einführung von echten autonomen Fahrzeugen (Level 5) wird vom VDA keine konkrete Prognose abgegeben, diese werden erst deutlich nach 2030 erwartet [VDA15]. Auch verhindern gegenwärtig Internationale Bestimmungen (Wiener Übereinkommen über den Straßenverkehr vom 8. November 1968) die Zulassung von autonomen Fahrzeugen. Selbst Nevada, der in dieser Hinsicht progressivste Bundesstaat der USA<sup>3</sup>, verlangt für die Zulassung „autonomer Fahrzeuge“, die zwingende Anwesenheit eines Fahrers, der das System überwacht [nev12].

Zumindest in einer Übergangsphase werden also auch zukünftig im allgemeinen Straßenverkehr Fahrer benötigt, die in kritischen Verkehrssituationen, oder einem Fehler der Automation, die Fahrzeugführung übernehmen. Es ergibt sich damit aber, analog zur Ironie der Automation [Bai83], das Problem, dass die Fahrer zunehmend nicht mehr in der Lage sein werden, die Steuerung des Fahrzeuges in einer solchen Situation zu übernehmen. Diese Problematik wurde für die automatisierte Fahrzeugführung in einer Studie von [FKL<sup>+</sup>08] gezeigt. Die Hauptproblematik ist dabei der *Verlust des Situationsbewusstseins*, sollte der Mensch aktiv aus dem Regelkreis genommen werden. Das Situationsbewusstsein beschreibt das Gesamtensemble aller Informationen und deren richtige Einschätzung, die für das korrekte Handeln in einer Situation (hier die Fahraufgabe) benötigt werden. Eine Metastudie [dHMS14] zeigt diese Problematik bereits bei der Teilautomatisierung der Fahraufgabe durch einen Abstandsregeltempomaten.

Im Bereich der Luftfahrt gibt es ähnliche Erkenntnisse [WC80, YSH07]. So gab es unter anderem von 1988 bis 2002 neun folgenschwere Unglücke, die sich auf Probleme bei der Interaktion zwischen Piloten und Cockpitautomation zurückführen lassen [YSH07]. Es wurde auch hier der *Verlust des Situationsbewusstseins* als Problemfeld identifiziert. Analog zu [Bai83] zeigte sich auch bei der Flugführung, dass die Piloten zunehmend nicht mehr in der Lage sind ihr Fluggerät manuell zu kontrollieren [Bie08]. Es kann gesagt werden, dass durch die Automatisierung der Fahrzeugführung, der Straßenverkehr nicht zwangsweise sicherer wird. Unter Umständen wird dieser sogar unsicherer. Dies gilt zumindest so lange wie der Fahrer als Rückfallebene bereitstehen muss.

---

<sup>2</sup>[Soc14]: „Level 5: Full-time performance by an automated driving system of all aspects of the dynamic driving task under all roadway and environmental conditions (Vollzeitige Durchführung aller Aspekte der dynamischen Fahraufgabe mittels eines automatisiert fahrenden Systems, unter allen Straßen- und Umweltbedingungen)“.

<sup>3</sup>Die USA sind nicht an das Wiener Übereinkommen gebunden da diese es nicht unterzeichnet haben.

Die vorliegende Arbeit zielt daher, entgegen der gegenwärtigen Tendenz, nicht darauf ab die Fahrzeugführung zu automatisieren. Stattdessen ist die Idee dieser Arbeit ein Assistenzsystem zu entwickeln, das den Fahrer bestmöglich unterstützt, aber nicht ersetzt. Zentraler Vorteil dieses Ansatzes ist, dass der Fahrer aktiv in die Fahrzeugführung eingebunden bleibt und dadurch sein Situationsbewusstsein beibehält. Wenngleich es zahlreiche Arbeiten in diesem Bereich gibt, sind diese jedoch durch ein heuristisches Vorgehen und die Gerätetechnik geprägt. Sie sind somit auf Einzelanwendungen beschränkt. Ein systematischer Entwurf eines solchen Assistenzsystems, startend von der Modellierung bis zum Reglerentwurf, ist nicht möglich da bisher die Methoden fehlen. Das abstrakte Ziel der Arbeit ist die *Kooperation zwischen Automation und Fahrer*. Zur genaueren Einordnung von Kooperation erfolgt zuerst eine Diskussion dieses Begriffes.

## 1.2. Begriffsdefinition: Mensch-Maschine Kooperation

Oft wird in der wissenschaftlichen Gemeinschaft unter „kooperativer Regelung“ die übergreifende Regelung mehrerer maschineller Agenten verstanden (vgl. beispielsweise [FM04, RBA07, Lew14]). Ein Beispiel ist die Einhaltung einer Formation durch autonome Fahrzeuge [FM04]. Im Gegensatz dazu behandelt diese Arbeit Regelstrukturen, bei denen ein oder mehrere maschinelle Regler mit einem oder mehreren Menschen, welche ebenfalls als Regler wirken, interagieren. Es stellt sich die Frage, wie die Kommunikation und die Interaktion zwischen Mensch und Automation modelliert werden kann.

Bisher gibt es keine präzise Definition von Kooperation in einem systemtheoretischen Kontext. Daher soll zunächst eine Diskussion des Begriffes erfolgen, welcher als abstraktes Ziel der Arbeit definiert ist. Nach der Brockhaus Enzyklopädie beschreibt der Begriff Kooperation (kirchenlateinisch Mitwirkung) im Allgemeinen eine Zusammenarbeit. Eine Präzisierung des Begriffes ist allerdings nur Domänen-spezifisch möglich, wie z.B. in der Wirtschaft [bro13], Robotik [She92], computerunterstützter Gruppenarbeit [Dix94] und Multi-Agenten-Systemen [OSFM07]. Die Beschreibung, die einer systemtheoretischen am nächsten kommt, ist die Definition von Hoc [Hoc01]. Hoc spricht von Kooperation zwischen zwei oder mehr Partnern, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

1. Jeder Partner strebt Ziele an und wetteifert mit dem anderen um Ziele und Ressourcen.
2. Jeder Partner versucht zu interagieren, um die individuellen Tätigkeiten und/oder die gemeinsame Tätigkeit zu ermöglichen.

Ein Partner kann dabei ein Mensch oder ein Automationssystem sein und wird nachfolgend als allgemeiner Begriff für ein Element aus einer dieser beiden Mengen ver-

wendet. Für die Definition von Kooperation aus regelungstechnischer Sicht in dieser Arbeit wird Hocs Definition präzisiert:

**Definition 1.1 (Kooperation)**

*Grundlage für Kooperation in der Regelungstechnik ist eine kooperative Regelungsstruktur. Diese besteht aus mindestens zwei Reglern bzw. allgemein Partnern mit jeweils einer Menge individueller Ziele. Die Partner beeinflussen synchron ein gemeinsames, dynamisches System. Ein gemeinsames, dynamisches System liegt vor, wenn eine Separierung in mehrere entkoppelte Systeme nicht möglich ist. Mehrere Systeme gelten als entkoppelt, wenn diese jeweils exklusiv von nur einem Partner, ohne die gleichzeitige Abhängigkeit von einem weiteren Partner, beeinflusst werden<sup>4</sup>. Kooperation besteht in einer kooperativen Regelungsstruktur dann, wenn seitens der Partner eine Einigung auf ein kooperatives Ergebnis möglich ist.*

Es stellt sich bei der Definition 1.1 die Frage, was ein *kooperatives Ergebnis* ist. Für den trivialen Fall, dass die individuellen Ziele aller Partner identisch und erreichbar sind, ist das *kooperative Ergebnis* das individuelle Ziel der Partner. Sind die individuellen Ziele der Partner nicht identisch, ist das kooperative Ergebnis, das sich aus der Kooperation ergibt, nicht zwangsweise gleich mit einem (oder mehreren) individuellen Ziel eines Partners. Eine notwendige Bedingung für die Kooperation ist daher, dass eine Einigung zwischen den Partnern möglich ist. Die individuellen Ziele der Partner dürfen daher nicht antithetisch sein und sich gegenseitig ausschließen.

Aus Definition 1.1 können verschiedenste Konzepte für „Kooperation“ abgeleitet werden. Im nachfolgenden Kapitel wird daher eine Strukturierung vorgeschlagen.

### 1.3. Klassifizierung von Kooperation

In diesem Abschnitt wird der Begriff Kooperation und damit das Thema der Arbeit weiter präzisiert. Dazu wird eine Einteilung von Kooperation in grundlegende Kooperationsprinzipien vorgenommen. Als eine Ergänzung zur bestehenden Literatur [Hoc01, WHW09, Sch91]<sup>5</sup> wird eine Unterteilung von Kooperation auf Basis des Interaktionskonzepts zwischen den Partnern vorgestellt, welches als wesentliches Unterscheidungsmerkmal verwendet wird. Die Interaktion kann dabei auch als erweiterte Kommunikation verstanden werden, da deren primäre Aufgabe der Austausch von

<sup>4</sup>Als Ergänzung zu entkoppelten Systemen, stellt auch eine Regelungsstruktur aus mehreren Partnern bzw. Reglern die im Sinne einer Kaskadenregelung angeordnet sind, kein gemeinsames System dar. Da dabei das zu regelnde System für die äußeren Regler jeweils aus den geschlossenen Regelkreisen der inneren Regler besteht, wird von keinem der Regler ein gemeinsames System beeinflusst. Beispiele hiervon sind Fahrdynamikregelung (ESP) und Antiblockiersystem (ABS).

<sup>5</sup>Hier wird eine Unterteilung der Kooperation nach Systemarchitektur (seriell/parallel) und der Abhängigkeit und Kompetenz (Interferenz) der Partner vorgeschlagen.

Informationen und anschließende Entscheidungsfindung zwischen den Partnern ist. Eine Einteilung auf Basis der Interaktion ist aus systemtheoretischer Sicht sinnvoll, da die Interaktionsform die Auswahl einer späteren mathematischen Beschreibungsform erheblich beeinflusst. Auf dieser Basis werden die folgenden vier maßgeblichen Kategorien vorgeschlagen:

- Debattive Kooperation
- Aktionsbasierte Kooperation
- Unbewusste Kooperation
- Ereignisdiskrete Kooperation

Im Folgenden werden diese Kategorien detailliert betrachtet.

### 1.3.1. Debattive Kooperation

Die wesentliche Interaktion bzw. Kommunikation zwischen den einzelnen Partnern bei der debattiven Kooperation ist die Debatte. Debatte ist hierbei als interaktive Abfolge von Vorschlag, Diskussion und Annahme/Ablehnung zu verstehen. Im Allgemeinen werden für diese Punkte sehr hohe Kommunikationsformen, wie gesprochene Sprache und Schrift verwendet. Um das gegenseitige Vorschlags- und Annahmewesen zu unterstützen, findet die Kommunikation im Allgemeinen sequentiell statt, auch weil hohe und komplexe Kommunikationsformen (wie Sprache) nicht gleichzeitig bidirektional Informationen übertragen können. Die grundsätzliche Aufgabe muss bei dieser Form nicht zwingend zu Beginn der Kooperation (vollständig) geklärt sein. Individuelle Ziele der Partner können sich hier auch erst im Laufe der Kooperation herausbilden. Beispiele sind Kooperationen in Gesellschaft und Wirtschaft.

### 1.3.2. Aktionsbasierte Kooperation

Im Gegensatz zur debattiven Kooperation, erfolgt die Interaktion nicht auf Basis abstrakter Formen wie Sprache, etc. sondern prozessnah direkt auf Basis von physikalischen Größen die bei der Interaktion involviert sind. Beispielsweise können diese Größen Kräfte, Momente, Positionen, etc. sein. Im Vergleich zur debattiven Kooperation eignet sich diese Klasse nicht für abstrakte Aufgaben (z.B. Erstellung eines Gesetzes oder einer Norm), sondern für prozessnahe Aufgaben (Steuern, Regeln, etc.). Die gegenseitige Interaktion kann parallel bzw. gleichzeitig bidirektional erfolgen. Für diese Form muss die Kooperationsaufgabe bzw. der gemeinsame Prozess den Partnern a-priori bekannt sein, da auf dessen Basis eine Kooperation stattfindet. Im Allgemeinen verfügt jeder Partner a-priori über ein (zumindest vereinfachtes) Modell des Prozesses und der anderen Partner. Ein Beispiel ist das gemeinsame (stumme) Tragen eines Tisches von zwei oder mehr Personen. Die Interaktion mit dem Tisch und damit die Kommunikation zwischen den Personen erfolgt über Kräfte bzw. Momente.

### 1.3.3. Unbewusste Kooperation

Bei der Klassifizierung von Kooperation nach der Interaktion stellt sich die Frage, ob Kooperation auch ohne Kommunikation bzw. Interaktion zwischen den Partnern möglich ist. Von der trivialen Lösung (in der Ziel und Handeln aller Partner identisch ist und dies auch allen Partner bekannt ist) abgesehen, erfordert Kooperation zwangsweise eine gewisse Abstimmung zwischen den Partnern, weshalb Interaktion bzw. Kommunikation in allen bisherigen Definitionen von Kooperation ein wesentlicher Bestandteil ist. Es existiert jedoch ein Sonderfall von Kooperation den man kontraintuitiv als „Unbewusste Kooperation“ bezeichnen kann.

Zum Verständnis des Konzeptes wird zunächst ein primärer Partner definiert, der die maßgebliche Beeinflussung des gemeinsamen Systems übernimmt. Geht man davon aus, dass der primäre Partner über keine ideale Wahrnehmung des zu beeinflussenden Systems verfügt, kann eine begrenzte Systembeeinflussung durch den sekundären Partner auch ohne Abstimmung mit dem primären Partner erfolgen, solange diese durch den primären Partner nicht wahrgenommen wird.

Die beiden Partner beeinflussen dabei ein gemeinsames und nicht entkoppeltes System. Weiterhin wird versucht ein gemeinsames Ziel zu erreichen. Somit sind alle Anforderungen von Kooperation nach Definition 1.1 bzw. [Hoc01] erfüllt. Der primäre Partner nimmt jedoch keinen weiteren Partner im gemeinsamen System wahr, eine Interaktion ist daher nicht gegeben.

### 1.3.4. Ereignisdiskrete (überwachende) Kooperation

Eine weitere sehr spezifische Kooperationsform wird als ereignisdiskrete bzw. überwachende Kooperation bezeichnet. Wie bereits erklärt wurde, kann eine reine Überwachungsaufgabe für einen Menschen problematisch sein. Für technische Regelungssysteme ist diese Problematik aber nicht zutreffend. Es ist daher denkbar, einen menschlichen Bediener durch ein technisches System zu überwachen. Stellt das überwachende technische System einen kritischen Zustand fest, greift es in den technischen Prozess ein, um ihn wieder in einen sicheren Arbeitspunkt zu überführen, oder zumindest um den zu erwartenden Schaden zu reduzieren. Befindet sich der technische Prozess nicht in einem kritischen Zustand erfolgt die Prozessführung durch den Menschen. Für das Konzept ist es essentiell, dass kritische Zustände sicher erkannt werden können und eine Strategie existiert, um den kritischen Zustand in einen sicheren Zustand zu überführen. Die dabei verwendeten Konzepte sind anwendungsspezifisch. Beispiele für diese Art der überwachenden Kooperation sind z.B. das Sicherungssystem zur Überwachung von Zugführern oder das Reaktorschutzsystem in Kernreaktoren. Es erfolgt keine explizite Kommunikation vom überwachten Partner zum überwachenden Partner, der im Hintergrund den Systemzustand des Gesamtsystems überwacht. Die Kommunikation kann daher als unidirektional und ereignisdiskret angesehen werden, da abseits der ereignisdiskreten Noteingriffe (und evtl. vorgelagerten Warnungen) auch keine Rückmeldung und damit Kommunikation vom überwachenden Partner an den überwachten Partner erfolgt. Die Interaktion der Partner



erfolgt also ereignisdiskret, woraus sich der Name dieser Kooperationsklasse ableiten lässt. Dieser Ansatz setzt eine sehr spezifische Problemstellung voraus. Es wurde nur der Vollständigkeit halber hier aufgenommen und wird im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Um die vorgestellten Kooperationskonzepte besser in den Kontext der Fahrzeugführung einbetten zu können, wird nachfolgend das Drei-Ebenen-Modell des menschlichen Handelns und das Drei-Ebenen-Modell der Fahrzeugführung vorgestellt.

## 1.4. Drei-Ebenen-Modelle

Nach [Ras83] lässt sich der Mensch bei der Bearbeitung von Aufgaben in drei hierarchische Kognitionsebenen unterteilen: Fertigkeitsbasiertes Verhalten, regelbasiertes Verhalten und wissensbasiertes Verhalten.

- **Fertigkeitsbasiertes Verhalten:** Dieses beschreibt Handlungen, meist motorischer Art, welche stark trainiert wurden, wie z.B. immer wiederkehrende Handlungen bei Fließbandarbeit. Die Ausführung dieser Handlungen erfolgt nach dem Training primär unterbewusst.
- **Regelbasiertes Verhalten:** Aufgaben dieser Ebene wurden in der Vergangenheit bereits gelöst, weshalb gespeicherte Verhaltensregeln verfügbar sind. Bedingt durch mangelndes Training verglichen mit fertigkeitbasierten Verhalten ist die mentale Beanspruchung höher.
- **Wissensbasiertes Verhalten:** Für die Behandlung bisher unbekannter Handlungen bzw. Problemstellungen. Kennzeichen dieses Verhaltens ist dabei, dass auf Basis existierenden Wissens und Erfahrungen, mental verschiedene Lösungsvorschläge erstellt werden, die anschließend gedanklich auf ihre Eignung untersucht werden. Darauf aufbauend wird die beste Lösung ausgewählt und ausgeführt. Die Bearbeitung solcher Aufgaben ist entsprechend mit einer starken mentalen Beanspruchung verbunden.

Diese psychologische Unterteilung ist sehr allgemein und lässt sich auf jede zielgerichtete Aufgabenstellung anwenden. Als veranschaulichendes Beispiel ist die Aufgabe der Fahrzeugführung geeignet. Für die Modellierung der Fahraufgabe wurde diese von [Don82] aus einer Ingenieurssicht in drei Ebenen eingeteilt. Die Unterteilung erfolgt hier in drei hierarchischen Aufgabenebenen für die Navigations-, Führungs- und Stabilisierungsaufgabe.

- **Navigationsebene:** Ziel ist es, aus dem gegebenen Straßennetz und zusätzlichen Informationen, wie z.B. Staumeldungen eine geeignete Strecke zum Zielort abzuleiten.
- **Führungsebene:** Hier wird auf Basis der aktuellen Verkehrssituation ein Manöver ausgewählt. Bei dem Manöver handelt es sich um eine zeitliche Prädiktion von Führungsgrößen wie Geschwindigkeit und lateraler Position.

- **Stabilisierungsebene:** In der Stabilisierungsebene werden die Manövergrößen eingeregelt und gegebenenfalls auf Störungen reagiert. Unter der Annahme einer normalen Fahrsituation mit ausreichend Abstand zu den physikalischen Grenzbereichen der Fahrzeugdynamik, kann die Stabilisierungsaufgabe in die gegenseitig entkoppelten Teilaufgaben, Längs- und Querverführung, unterteilt werden [Mac03].

Die drei Ebenen der Fahrzeugführung können den drei psychologischen Ebenen zugewiesen werden [WHW09]. So wird die Navigationsaufgabe im Wesentlichen mit der Methodik für wissensbasiertes Verhalten gelöst. Die Führungsebene entspricht vorwiegend einem regelbasierten Verhalten und die Stabilisierungsaufgabe ist ein trainiertes fertigkeitbasiertes Verhalten. Es ist anzumerken, dass diese Zuordnung stark von der Erfahrung des Fahrers abhängt [WHW09]. So wird ein Fahrneuling stark auf wissensbasiertes Verhalten zurückgreifen. Mit zunehmender Fahrerfahrung wird die Fahraufgabe dann immer mehr zum fertigkeitbasierten Verhalten. Die beiden Drei-Ebenen-Modelle sind in Abbildung 1.1 vergleichend dargestellt.

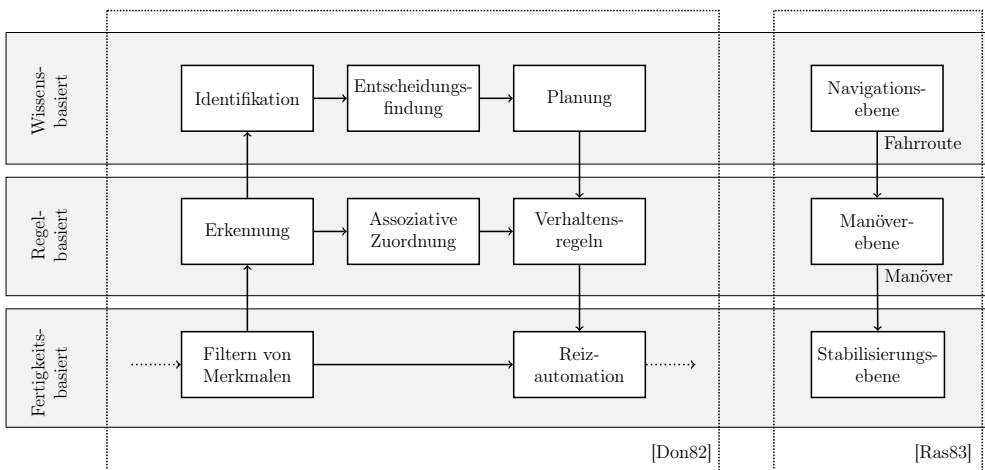


Abbildung 1.1.: Drei-Ebenen-Modell für zielgerichtete Tätigkeiten nach [Ras83], zugeordnet zu dem Drei-Ebenen-Modell für die Fahrermodellierung von [Don82]. Abbildung frei nach [WHW09].

## 1.5. Diskussion der Kooperationskonzepte

Da je nach der mentalen Ebene (vgl. Abbildung 1.1) vom Menschen verschiedene Konzepte für die Lösung von Aufgaben verwendet werden, ist es sinnvoll auch das Konzept der Kooperation daran anzupassen. Übertragen auf den Kontext der Fahrzeugführung gilt Entsprechendes. Nachfolgend wird auf die Kompatibilität der Kooperationsformen zu den mentalen Ebenen und den Ebenen der Fahrzeugführung eingegangen.

**Debattive Kooperation:** Eine debattive Kooperationsform eignet sich sehr gut für abstrakte Problemstellungen der wissensbasierten Verhaltensebene, da durch die Debatte der Entscheidungs- und Planungsprozess des Menschen unterstützt werden kann. Da für eine debattive Einigung zwischen den Partnern aber eine gewisse Zeit benötigt wird, ist diese Art der Kooperation nicht für zeitkritische Aufgaben geeignet. Da bei der Einigung bzw. der Diskussion der zu fahrenden Strecke die Zeitanforderungen gering sind, eignet sich die debattive Kooperation im Fahrzeug-Kontext sehr gut für die Navigationsebene. Eine debattive Kooperationsform ist auch für die Unterstützung des Fahrers auf der Manöverebene denkbar. Da die Zeitkonstanten der Fahrzeugdynamik unter einer Sekunde liegen, kann die debattive Kooperationsform nicht für die Unterstützung des Fahrers bei Aufgaben der Stabilisierungsebene verwendet werden.

**Aktionsbasierte Kooperation:** Diese Form benötigt eine klar definierte Aufgabe bzw. Ziel. Auch muss klar sein, welche Prozessgrößen für die Kommunikation verwendet werden. Zusätzlich muss jeder Partner die Intention der anderen Partner erkennen können, welche hinter der Beeinflussung dieser Größen stecken. Diese Kooperationsform benötigt also ein gewisses Maß an Training, weshalb sie nur für regelbasiertes und fertigkeitstbasiertes Verhalten angewendet werden kann. Damit ist im Fahrzeug-Kontext das Konzept der aktionsbasierten Kooperation sehr gut für eine Unterstützung des Fahrers auf der Stabilisierungsebene und, im gewissen Rahmen, auf der Manöverebene geeignet. Für die Navigationsebene ist die aktionsbasierte Kooperation nicht sinnvoll.

**Unbewusste Kooperation:** Dieses Konzept setzt die nicht-wahrnehmbare Beeinflussbarkeit des primären Partners voraus, was wiederum ein Wahrnehmungsmodell erfordert. Eine präzise Modellierung für nicht trainierte Handlungen ist schwierig, weshalb sich dieses Konzept vor allem für die Unterstützung von fertigkeitstbasiertem Verhalten eignet. Da Einflüsse auf Route und Manöver vom Fahrer wahrgenommen würden eignet sich die unbewusste Kooperationsform im Fahrzeug-Kontext nur für die Stabilisierungsebene.

Eine Zusammenfassung, welche Kooperationsform sich für welche Aufgabenebene und Ebene der Fahrzeugführung eignet, ist in Abbildung 1.2 gegeben.

## 1.6. Kooperative Fahrerassistenz: Stand von Wissenschaft und Technik

Ein Ziel der hier vorliegenden Arbeit ist ein Beitrag zur kooperativen Fahrerassistenz. In diesem Abschnitt wird daher der gegenwärtige Stand von Wissenschaft und Technik bei kooperativen Fahrerassistenzsystemen (FAS) vorgestellt. Auf nicht kooperative Systeme (wie Antiblockiersysteme), nur den Fahrer informierende Systeme oder überwachende Notfallsysteme (wie Notbremsassistenten) wird nicht eingegan-

gen. Die Vorteile des kooperativen Ansatzes gegenüber nicht kooperativen Ansätzen wurden bereits in Abschnitt 1.1 diskutiert. Zur Strukturierung wird das verwendete Kooperationskonzept nach Kapitel 1.3 verwendet.

### 1.6.1. Debattive Fahrerassistenz

Das einzige FAS welches auf einem debattiven Kooperationsansatz aufbaut, ist der Ansatz des *Conduct-by-wire* Konzepts [WH06, WHB<sup>+</sup>06, GHW<sup>+</sup>11, Fra14]. Die Idee ist, die Interaktion des Fahrers mit dem Fahrzeug von der Stabilisierungsebene (Lenkrad und Pedale als Eingänge des Fahrzeugs) auf eine höhere Ebene mit abstrakteren Eingaben zu verlagern. Auf Basis einer neuartigen Mensch-Maschine-Schnittstelle, kann der Fahrer das gewünschte Fahrmanöver (z.B. ein Spurwechsel) auswählen und in einem gewissen Rahmen parametrisieren. Die Trajektorienplanung erfolgt auf Basis dieser Angaben dann automatisiert durch das Fahrzeug und die Regelung der Stabilisierungsebene dann autonom. Es handelt sich hierbei nicht um eine reine Kaskadenregelung, da die Automation nicht nur das befohlene Manöver ausführt, sondern auch die Auswirkungen (z.B. zukünftige Fahrertrajektorie) dem Fahrer anzeigt und mit diesem abstimmt. Primäre Forschungsfrage bei diesem Ansatz ist die Gestaltung der Mensch-Maschine Schnittstelle.

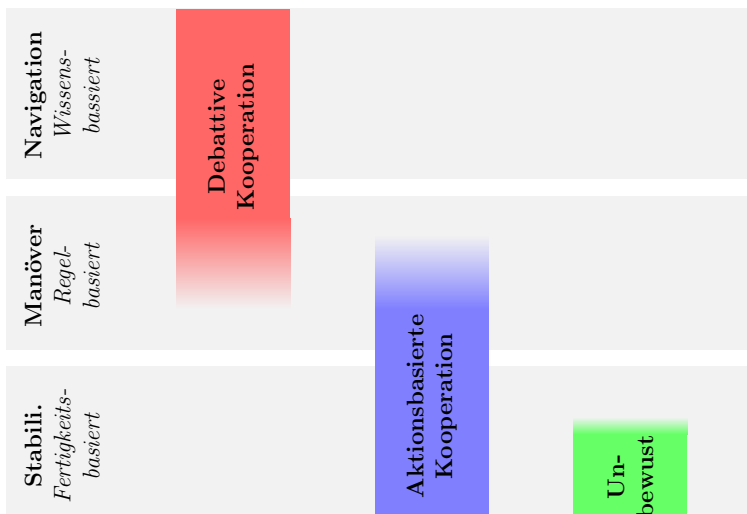


Abbildung 1.2.: Kooperationsformen im Bezug zu den mentalen Verarbeitungsebenen und der Hierarchie der Fahraufgabe. Die farbigen Balken geben dabei jeweils an für welche Ebene eine Kooperationsform geeignet ist.

### 1.6.2. Unbewusste Fahrerassistenz

In einer, im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Masterarbeit, wurde erstmalig ein Konzept eines FAS, basierend auf einem unbewussten Kooperationsansatz entwickelt und umgesetzt [Sau13]. Ziel des Systems ist es, durch eine gezielte minimale Veränderung des Fahrpedalsignals, den Energieverbrauch des Fahrzeuges zu optimieren. Das Assistenzsystem beinhaltet ein Modell der menschlichen Wahrnehmung. Die Einflüsse des Systems auf die Längsdynamik werden prädiziert und mit dem Modell der menschlichen Wahrnehmung verglichen. Damit wird erreicht, dass der Fahrer die Einflüsse des Systems nicht wahrnimmt. Erste Studien zeigen, dass mit dem System eine Reduzierung des Energieverbrauchs von 2,5 % möglich ist, ohne dass Probanden die Eingriffe aktiv wahrnehmen und ohne dass diese sich unbewusst adaptieren. Das Konzept und die Ergebnisse wurden in [SFH14] veröffentlicht.

### 1.6.3. Aktionsbasierte Fahrerassistenz

Im Fahrzeug bietet sich das Lenkrad als Schnittstelle für ein aktionsbasiertes FAS bei der Querverführung und die Pedale als Schnittstelle für ein Längsführungs-FAS an.

Bei der Querverführung ist der Ansatz, dass sowohl der Fahrer, als auch das Assistenzsystem, ein Moment auf das Lenkrad geben können. Alle gegenwärtigen Systeme beschränken sich auf die Unterstützung bei der Spurhaltung bei gerader oder annähernd gerader Fahrbahn. Droht das Verlassen der Fahrspur, wird vom System ein entsprechendes Lenkmoment appliziert. Die meisten Systeme sind allerdings bewusst so gestaltet, dass eine autonome Spurhaltung nicht möglich ist. Erstmals wurde ein solches System 2001 als Option für den exklusiv in Japan erhältlichen Nissan Cima in einem Serienmodell angeboten [nis14]. Gegenwärtig (Stand 2015) sind diese Systeme für die meisten Fahrzeugmodelle der Oberklasse (u.a. bei den Marken: Audi, Ford, Honda, Mazda, Mercedes, Skoda, Tesla, Toyota, VW) erhältlich. Einige Hersteller (z.B. BMW) bieten keine kooperative, sondern nur informierende FAS für die Querverführung an.

Bei der Längsführung können Fahrer und Fahrerassistenzsystem parallel Kräfte auf das Fahrpedal (Gaspedal) geben. Das Konzept wurde 2009 von Nissan beim Infiniti FX erstmals bei einem Serienfahrzeug eingeführt [nis15]. Dabei unterstützt das Pedal den Fahrer bei der Abstandsregelung zum vorausfahrenden Verkehr. Abgesehen von der Marke Nissan gibt es nach aktuellem Stand (Anfang 2016) sehr wenige Modelle (z.B. Mercedes-Benz C350e) für welche ein solches System in Serie angeboten wird, wodurch die Marktdurchdringung aktuell sehr gering ist. Da verschiedene Zulieferer haptische Pedalsysteme entwickelt haben, ist der Einsatz des Konzeptes in zukünftigen Modellen sehr wahrscheinlich. FAS bei denen (auch) eine haptische Interaktion über das Bremspedal stattfindet, gibt es nach aktuellem Stand nicht.

Wissenschaftlich wurde die Idee von haptischer Interaktion zwischen Fahrer und einem möglichen FAS erstmals 1992 in einer Simulatorstudie untersucht [SGH92]. Interessanterweise beschäftigt sich die Studie bereits sowohl mit der Interaktion über ein Pedal als auch über das Lenkrad. Die Aktionen des FAS wurden in der Studie

allerdings a-priori für die Szenarien als Steuerung vordefiniert. De facto konnte dadurch keine Interaktion zwischen Fahrer und FAS erfolgen. Die Studienergebnisse zeigten aber erstmals das Potential für eine haptische Interaktion. Erste Experimente mit einem FAS für die Querführung, welches das applizierte Lenkmoment online an die aktuelle Fahrsituation anpasst, erfolgten in [SG01, GG04, BSB07, LWS07] und [MAB08]. In [FKL<sup>+</sup>08] wird eine Betrachtung des Konzepts aus verkehrspsychologischer Sicht vorgestellt. Aktuelle Untersuchungen sind in [ACK<sup>+</sup>12, SCC<sup>+</sup>13, PPA13] und [KVHH14] gegeben. Die FAS unterscheiden sich nur darin, auf welcher Basis das unterstützende Lenkmoment bestimmt wird. In Tabelle 1.1 sind die Ansätze zusammengefasst.

Wissenschaftliche Untersuchungen mit einem FAS für die Längsführung auf Basis eines haptischen Fahrpedals wurden in [HAV02, Abb06, Mul07, HYR<sup>+</sup>10] und [MAvM11] veröffentlicht. Technisch sind alle Längsführungs-FAS als Kennfeld realisiert. Aus regelungstechnischer Sicht basieren diese FAS auf Abschnittsweise definierten Regelgesetzen (vgl. B.4.1).

Die FAS Unterstützung bei der Querführung und bei der Längsführung hat regelungstechnisch die gleiche Grundstruktur. Sie ist in Abbildung 1.3 dargestellt. In Grün ist dabei die Querführung; in Blau die Längsführung dargestellt. Durch die haptische Kopplung können die Partner die jeweils anderen Momente/Kräfte wahrnehmen. Die Momente/Kräfte dienen hier sowohl der Steuerung des Fahrzeugs als auch als Kommunikationskanal zwischen FAS und Fahrer.

Der Entwurf des FAS (also die Auslegung der kooperativen Regelung) sowohl für die Längs- als auch die für Querführung, erfolgt bei allen realisierten Ansätzen heuristisch auf Basis von Experimenten. In [AM10, ACMv12, MAvM11] wird die Idee vorgestellt das FAS als Analogon zum Fahrer und im Besonderen dessen neuromuskulären System zu entwerfen. Entsprechende Modelle des neuromuskulären Systems werden in [Abb06, Dro10, AM10, VMA<sup>+</sup>13] diskutiert. Die Modelle stützen sich auf verschiedene neuromuskuläre Experimente und Messungen, siehe [vSdB02, AMv11b, AMv<sup>+</sup>11a]. Eine Bestimmung der Parameter des neuromuskulären Modells ist aufwendig. Als Ersatzgröße wird daher die Lenkimpedanz identifiziert [AvB04, MVA<sup>+</sup>11, KAV<sup>+</sup>14]. Die Bestimmung dieser mechanischen Gesamtimpedanz des neuromuskulären Systems war bisher nur für gemessene Daten offline möglich. Eine online und echtzeitfähige Bestimmung der Impedanz konnte erstmals in der im Zuge dieser Arbeit betreuten Masterarbeit [CV14] erreicht werden.

Es gibt aktuell aber kein formales Verfahren, um aus dem neuromuskulären Modell oder dessen online messbarer Approximation geeignete Parameter für den Regler des

Vorgehen	Angewendet in
Lineares Regelgesetz	[SG01, GG04, LWS07, MAB08, SCC <sup>+</sup> 13, PPA13]
Kennfeld	[BSB07, dMA14]
Nichtlineares Regelgesetz	[ACK <sup>+</sup> 12, KVHH14]

Tabelle 1.1.: Strukturierung der in der Literatur vorgeschlagener Querführungs Assistenzsystemen auf Basis des Regelungskonzepts

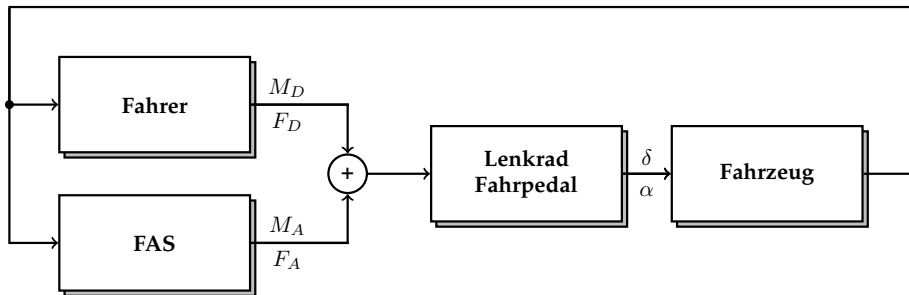


Abbildung 1.3.: Aktionsbasierte kooperative Regelung für die Quer- und Längsführung eines Fahrzeugs. ( $\delta$  Lenkwinkel,  $M_D$  Lenkmoment des Fahrers,  $M_A$  Moment des FAS,  $\alpha$  Winkel des Fahrpedals,  $F_D$  Pedalkraft des Fahrers und  $F_A$  Pedalkraft des FAS)

Assistenzsystems zu bestimmen. Die Parameter des Reglers werden daher auch bei diesem Ansatz ohne Verwendung der Modelle, heuristisch bestimmt.

Obwohl zur aktionsbasierten Kooperationsform, verglichen mit den beiden anderen Konzepten, viele Veröffentlichungen in der Literatur existieren, besteht hier nach Meinung des Autors dennoch der größte Forschungsbedarf. Da eine analoge Fragestellung auch abseits der Fahrerassistenz in anderen Domänen der Mensch-Maschine-Interaktion besteht, wird aktionsbasierte Kooperation nachfolgend zunächst abseits des Anwendungskontextes Fahrerassistenz betrachtet, dann aber auf die Lösung der FAS Aufgabe angewendet.

## 1.7. Aktionsbasierte Kooperation abseits FAS

Eine analoge Problemstellung zur aktionsbasierten kooperativen Fahrerassistenz (Abbildung 1.3) gibt es in weiteren Bereichen, in denen Mensch und Automation eine Aufgabe kooperativ ausführen. Der Sinn dieser erweiterten Betrachtung ist es zu evaluieren, ob Ansätze aus anderen Domänen in den FAS-Kontext übertragen werden können. Ein anschauliches Beispiel ist die Mensch-Roboter Kooperation mit dem Ziel, Lasten gemeinsam zu tragen [MLM<sup>+</sup>11, MLK<sup>+</sup>12, WHL16]. Des Weiteren existieren kooperative Teleoperationssysteme in denen der Bediener durch ein elektronisches System unterstützt wird wie in [YOHY92, GPC05, TO07, FTG<sup>+</sup>09, DN11, SHE<sup>+</sup>12] vorgeschlagen oder durch einen weiteren haptisch gekoppelten Bediener wie in [NMG03, KHZ11] vorgestellt. Praktisch orientiertere Anwendungen von aktionsbasierter Kooperation wurde für Chirurgieroboter [NMG05b, MMT13], Greifer-/Kransysteme [HS10], Tiefseebagger [KFvA13], Flugzeuge [GSFW06, LMv06] und elektrische Rollstühle [LR01, BA98, CD10] vorgeschlagen. Ein weiteres sehr interessantes Beispiel ist die Regelung von über Gehirn-Computer-Schnittstellen

gesteuerte Prothesen, wie in [KBS<sup>+</sup>06, GNL<sup>+</sup>08, MGV<sup>+</sup>09] und [CRZV13]. Durch die große Varianz bei der Interpretation der Signale der Gehirn-Computer-Schnittstelle ist es hier notwendig, den Menschen durch einen Maschinellen Regler zu unterstützen, wodurch sich eine aktionsbasierte Kooperation zwischen Mensch und Automation ergibt. In der Literatur werden all diese Anwendungen meist unter dem Stichwort „Shared Control“ eingeordnet [HV89, KHF92, LX02, NMG05b, KBS<sup>+</sup>06, MA11]. Die Verwendung des Begriffs ist aber nicht einheitlich und manche Autoren (z.B. [SV78]) verstehen teilweise sogar voll autonome Systeme darunter. In dieser Arbeit wird unter dem Begriff eine parallele Regelstruktur nach Abbildung 1.4 verstanden. Es ist dabei exemplarisch der Fall mit zwei Reglern dargestellt, die Struktur ist jedoch um eine beliebige Anzahl an Reglern erweiterbar. Eine direkte gegenseitige Messung bzw. Wahrnehmung der Stellgrößen des jeweils anderen Reglers ist optional, zeigt sich aber in vielen Anwendungsfällen und Studien als vorteilhaft, z.B. [GG04, dD11]. Dies konnte auch in einer am Institut durchgeführten Voruntersuchung bestätigt werden [LDFH14]. Die Struktur aus Abbildung 1.4 wird nachfolgend als *kooperative Regelstruktur* bezeichnet.

In der Forschung gibt es, abseits der Problemstellung Fahrerassistenz, aktuell zwei systematische Herangehensweisen an die Problematik kooperativer Regelstrukturen (Abbildung 1.4): impedanz- und passivitätsbasierte Ansätze sowie Maschinelles Lernen. Im Nachfolgenden wird auf diese Konzepte eingegangen.

**Impedanz- und passivitätsbasiertes Vorgehen:** Das Prinzip wird bei der gemeinsamen physischen Interaktion von Mensch und Maschine mit einem dritten

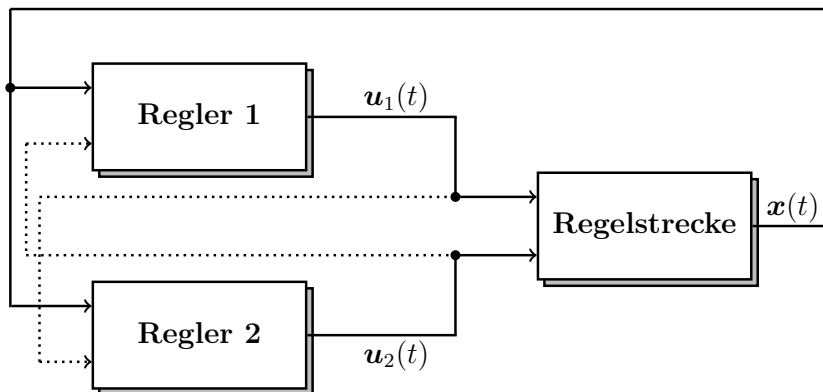


Abbildung 1.4.: Aktionsbasierte „Shared Control“ Regelstruktur mit zwei Reglern. Gepunktet ist die Rückführung der Stellgrößen der Regler untereinander dargestellt. ( $x$  Systemzustände,  $u_1$  Stellgrößen Regler 1,  $u_2$  Stellgrößen Regler 2)



Objekt oder untereinander verwendet. Historisch stammt der Ansatz aus dem Bereich von Telepräsenzsystemen. In diesem Kontext hat sich gezeigt, dass Menschen gut mit Objekten interagieren können, deren Dynamik sich als passive mechanische Impedanz beschreiben lässt [Hog89]. Grundlage für die Auslegung von Reglern bei Telepräsenzsystemen ist daher die Vorgabe einer Wunschimpendanz für das Verhalten des vom Menschen beeinflussten Systems (bestehend aus dem manipulierten Objekt, den Aktoren und der Regelung) [Hog85, SC92]. Meist wird folgende Wunschdynamik vorgegeben

$$m_{0,i}\ddot{x}_i + d_{0,i}\dot{x}_i + c_{0,i}x_i = F_i. \quad (1.1)$$

Wobei  $x_i$  die Auslenkung in der Koordinate  $i$ ,  $m_{0,i}$  die Massen,  $d_{0,i}$  der Dämpfungskoeffizient,  $c_{0,i}$  die Federkonstante und  $F_i$  die angreifende Kraft in der Koordinate  $i$  ist. Bei Telepräsenzsystemen mit einer langen Signallaufzeit, z.B. Teleoperation im Weltall [IYD<sup>+</sup>04], kann es bedingt durch die Verzögerung der Stellsignale an die Aktorik vor Ort und der haptischen Signale zurück zum Bediener, zur Instabilität des Gesamtsystems kommen. Für die Teleoperation wurde von [AS89] ein Regelkonzept entwickelt, um diese Problematik zu umgehen. Voraussetzung dafür ist, dass sich der Mensch, und das von ihm manipulierte System, im regelungstechnischen Kontext passiv verhalten (vgl. [Kha96, Seite 436 ff]). Dieses Konzept wurde in [KHZ10] und [KHZ11] auf Strukturen mit zwei oder mehr Bedienern erweitert. In [KYF93, KKH01] und [ESH13] wurde das Konzept für das gemeinsame Tragen von Lasten verwendet. Der Roboter manipuliert dabei die Last so, dass diese für den Menschen eine passive Dynamik nach (1.1) aufweist. Die Parameter ( $m_{0,i}$ ,  $d_{0,i}$ ,  $c_{0,i}$ ) sind dabei einstellbar. Eine interessante Erweiterung ist [WHL16], hier wird die Impedanz des Roboters so gewählt, dass ein zweiter Roboter das gemeinsam getragene Objekt im Bezug zu seiner Bewegungsrichtung manipulieren kann, das Objekt darüber hinaus aber stabilisiert wird. Das Konzept der Passivität kann aber auch auf abstraktere Interaktionsformen angewendet werden. In [KH04] wird ein Roboter vorgestellt, der gemeinsam mit einem Menschen tanzen kann. Der essentielle Nachteil dieses Vorgehens ist, dass keine zielgerichtete Beeinflussung oder Interaktion zwischen Mensch und Roboter stattfindet. Das Konzept erreicht eine rein passive Kompatibilität des Roboters gegenüber dem Menschen.

**Maschinelles Lernen:** Das Konzept ist ein neuer und weiterentwickelter Ansatz für die Problemstellung der Mensch-Roboter-Interaktion insbesondere des gemeinsamen Tragens von Lasten durch Menschen und Roboter. Grundlage der Modellierung der Trageaufgabe ist hier ein Modell des Trageaufwands der einzelnen Partner. Dieser Aufwand berechnet sich über die Norm der von einem Partner auf die Last aufgebrauchten Kräfte. Die Kräfte der Roboter werden auf Basis einer vorgegebenen Richtlinie zur Verteilung des Aufwands bestimmt. Mögliches Ziel können dabei z.B. eine gleichmäßige Verteilung des Aufwands sein, oder die Minimierung des Aufwandes der menschlichen Träger. Dieses Ziel bildet dann die Grundlage eines Maschinellen Lern Algorithmus mit dessen Hilfe die Strategie des Roboters gelernt wird. Das Konzept wird in den Arbeiten von [LMH10, MLK<sup>+</sup>12] [LKRH13] vorgestellt und verwendet. Ein ähnlicher Ansatz wird auch in [SKO12] vorgeschlagen, wobei hier eine optische Erfassung der Bewegung die Kraft-/Momentensensorik

ersetzt. Bei dem Vorgehen handelt es sich um einen Black-Box Ansatz. Eine Modellierung des Menschen und auch des Prozesses erfolgt nicht. Konzeptbedingt kann aus einer, für eine spezifische Situation trainierten Strategie, nicht auf die Strategie in einer anderen Situation geschlossen werden. Für das Training ist es notwendig, dass Mensch und Roboter die Aufgabe zusammen wiederholt durchführen. Diese Notwendigkeit schließt die praktische Nutzung dieses Konzeptes für sicherheitskritische Anwendungen aus.

Abgesehen von den hier vorgestellten Konzepten ist die Herangehensweise an die kooperative Regelung im Allgemeinen pragmatisch, d.h. Design und Auslegung dieser Systeme erfolgt heuristisch auf Basis von Experimenten. Einige ausgewählte Beispiele in verschiedensten Domänen sind [YSD03, GPC05, OGGL06, KBS<sup>+</sup>06, MAB08, TMA10, MLM<sup>+</sup>11, AMv<sup>+</sup>11a, CD12, PO12, LDFH14, BvMA14] und [XHWT14]. Es zeigt sich aus dem Stand der Technik, dass, auch abseits des FAS-Kontextes, bisher kein durchgängiges und systematisches Konzept für die Regelung von kooperativen Regelstrukturen existiert.

## 1.8. Wissenschaftliche Fragestellung

Aus der Sicht des Autors stellen sich für eine aktionsbasierte kooperative Regelstruktur (Abbildung 1.4) drei Kernfragen:

1. Wie wird der Mensch als Teilsystem dieses Regelkreises und insbesondere die gegenseitige Interaktion zwischen Mensch und Automation modelliert?
2. Wie kann auf dieser Basis eine systematische Herangehensweise an die Gestaltung der Automation erfolgen?
3. Wie können diese Ansätze schließlich bei einer gegebenen Anwendung umgesetzt werden?

Die in den Abschnitten 1.6 und 1.7 vorgestellten Forschungsansätze liefern nur einige Teilantworten zu diesen Fragen, wie z.B. die Modellierung des Neuromuskulären Systems. In keinem der Ansätze erfolgte bisher eine explizite Modellierung der Interaktion zwischen Mensch und Regler. Eine methodische Betrachtung, wie solche Systeme ausgelegt werden sollten, ist ebenfalls noch nicht erfolgt. Konzepte für die Implementierung solcher Regelsysteme basieren aktuell auf heuristischen Vorgehen, ohne die explizite Betrachtung von Systematik und Generalisierbarkeit. Auch können diese domänenspezifischen Lösungen nicht allgemein auf andere Problemstellungen übertragen werden. Bisher können die oben gestellten Fragen folglich nicht formal und vor allem nicht kohärent beantwortet werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, neben der Beantwortung der drei Kernfragen, ein systematisches und durchgehendes Konzept zur Modellierung und Realisierung von kooperativen Regelkreisen vorzustellen. Das Konzept lässt sich allgemein auf alle Anwendungsbereiche applizieren, deren Problemstellung sich als kooperative Regelkreiss-

struktur, wie in Abbildung 1.4 dargestellt, ausdrücken lässt. In der hier vorliegenden Arbeit wird das neuartige Konzept der kooperativen Regelung auf den Bereich der kooperativen Fahrzeugführung angewendet.

## 1.9. Gliederung der Arbeit

Das Differentialspiel ist in dieser Arbeit die mathematische Grundlage für die systematische Modellierung von Kooperation. Der Modellierungsgedanke wird in Kapitel 3 motiviert und im Detail vorgestellt (erste Kernfrage). Auf Basis dieses Modells erfolgt der Vorschlag eines Regelungskonzepts und dessen Anwendung (Kernfrage zwei und drei). Nachfolgend wird die sich daraus ergebende Struktur der Arbeit vorgestellt:

**Kapitel 2:** In diesem Kapitel erfolgt eine kompakte Einführung in Differentialspiele und die Definition notwendiger Begriffe der Spieltheorie.

**Kapitel 3:** Nach der Motivation des Modellierungsansatzes in 3.1 wird der kooperative Regelkreis in Abschnitt 3.2 als Differentialspiel modelliert. In Abschnitt 3.3 werden formale Bedingungen für die nicht-menschlichen Regler eines kooperativen Regelkreises aufgestellt und darauf aufbauend das Regelkonzept der kooperativen Regelung abgeleitet. Um dieses jenseits von mathematischen Gedankenspielen einsetzen zu können, werden im Anschluss verschiedene numerische Ansätze vorgestellt (Abschnitt 3.4 und 3.5). Anschließend erfolgt eine Einbettung des neuen Konzepts der kooperativen Regelung in die bestehende Regelungstechnik (Abschnitt 3.7). Am Ende des Kapitels (Abschnitt A.3) wird die Lösung des Inversen Optimierungsproblems diskutiert, welches hier für die Identifizierung des menschlichen Regelverhaltens notwendig ist. Das gesamte Kapitel ist dabei so allgemein wie möglich gehalten, um das Konzept der kooperativen Regelung auf alle Anwendungsbereiche übertragen zu können. In Kapitel 3 wird die erste und zweite der wissenschaftlichen Fragestellung aus Abschnitt 1.8 beantwortet.

**Kapitel 4:** Die in Kapitel 3 vorgestellten Algorithmen sind zwar sehr universell, aber nur bedingt für eine Lösung der Problemstellung in Echtzeit geeignet. Es werden daher spezifische Lösungen für relevante Problemstellungen betrachtet. Die resultierenden, spezialisierten Algorithmen ermöglichen eine echtzeitfähige Umsetzung. Das Kapitel dient als Bindeglied zwischen der allgemeinen Betrachtung in Kapitel 3 und der konkreten Anwendung „Fahrerassistenz“ in Kapitel 5.

**Kapitel 5:** Nach der Vorstellung der theoretischen Grundlagen der kooperativen Regelung erfolgt in diesem Kapitel deren Anwendung. Es werden zwei neuartige kooperative FAS vorgestellt. Ein System zur Unterstützung des Fahrers bei der Längsführung des Fahrzeuges in Abschnitt 5.1 und ein System für die Unterstützung bei der Querverführung in Abschnitt 5.2. Für jedes der beiden Systeme erfolgt die Modellierung der Regelstrecke und des Fahrers sowie eine Anpassung der Algorithmen

an die spezifische Problemstellung. Das Kapitel ist die Antwort auf die letzte der drei Fragen aus Abschnitt 1.8.

**Kapitel 6:** Abschließend werden in diesem Kapitel die zuvor in 5.1 und 5.2 vorgestellten FAS experimentell in einem Fahrsimulator untersucht. Dazu werden drei Fahrstudien vorgestellt. Insgesamt zeigen die Ergebnisse der Studien, dass das vorgeschlagene Konzept der kooperativen Regelung auf die Problemstellung der Fahrerassistenz angewendet werden kann und vorteilhaft gegenüber dem bisherigen Stand der Technik ist.

**Kapitel 7:** Im letzten Kapitel werden die wesentlichen Gedanken dieser Arbeit nochmal zusammengefasst.

## 2. Mathematische Grundlagen der Spieltheorie

In diesem Kapitel werden die Konzepte der Spieltheorie eingeführt, welche die mathematischen Grundlagen für die in den nachfolgenden Kapiteln der Arbeit vorgestellten kooperativen Regelung bildet. Die Spieltheorie ist ein Teilbereich der Mathematik, der sich mit der Modellierung von (menschlicher) Entscheidungsfindung beschäftigt. Verglichen mit der klassischen Entscheidungstheorie werden in der Spieltheorie mehrere interdependente Entscheidungen betrachtet, die von individuellen Entscheidern getroffen werden. Das heißt, dass sich die Konsequenz bzw. das Ergebnis für einen Entscheider nicht nur aus seiner eigenen, von ihm selbst beeinflussbaren Entscheidung, sondern auch aus den Entscheidungen der jeweils anderen Entscheider ergibt. Die Entscheidungen sind also voneinander abhängig.

Als historischer Grundstein der Spieltheorie gilt eine Arbeit von John von Neumann 1928 [Neu28]. Darin beschäftigte sich von Neumann erstmals mit der formalen Beschreibung und Analyse von Gesellschaftsspielen. Dieser erste Anwendungsfall wirkte sich maßgeblich auf die Namensgebung aus. Die Betrachtung wirklicher Spiele ist gegenwärtig aber nur noch einer von sehr vielen Anwendungsfällen der Spieltheorie. Einen bedeutenden Beitrag leistete Nash [Nas51] mit der Vorstellung des Nash-Gleichgewichts. Von Stackelberg [Sta52] wurde im Weiteren die, vor allem in der Wirtschaftstheorie bedeutende, Stackelberg-Strategie vorgeschlagen. Die Menge der Veröffentlichungen mit Bezug zur Spieltheorie ist umfangreich. Eine breite Einführung in die Spieltheorie ist z.B. in [HI06, Meh07, SLB09] und [Bar13] gegeben. Nachfolgend erfolgt eine Einführung in die elementaren Begriffe der Spieltheorie bevor in weiteren Abschnitten eine Einführung in Differentialspiele erfolgt.

Grundelement der Spieltheorie ist der **Spieler**. Ein Spieler  $i$  ist ein Entscheider, der eine **Strategie**  $u_i \in \mathcal{U}_i$  auswählt. Eine Strategie  $u_i$  ist dabei ein vollständiger Verhaltensplan eines Spielers für das Spiel. Die **Strategiemenge**  $\mathcal{U}_i$  beschreibt dabei die Menge aller Strategien, die Spieler  $i$  wählen kann. Ein **Spiel** besteht aus  $N \in \mathbb{N}_{>0}$ , hier konsequent durchnummerierten, Spielern. Ziel eines Spielers  $i$  ist es, durch die Wahl seiner Strategie  $u_i$ , sein Ergebnis zu optimieren. Die Spieler verhalten sich dabei rational. Formal wird dies mit einer **Gütefunktion**<sup>6</sup>  $J_i(u_1, \dots, u_i, \dots, u_N)$  mit  $J_i : \mathcal{U}_1 \times \dots \times \mathcal{U}_N \rightarrow \mathbb{R}$  beschrieben, die minimiert werden soll<sup>7</sup>. Analog wählt der

---

<sup>6</sup>Die Gütefunktion wird auch als Auszahlungsfunktion bezeichnet.

<sup>7</sup>Grundsätzlich könnte auch eine Problemstellung definiert werden, in der die Gütefunktion maximiert werden soll (was vor allem in wirtschaftswissenschaftlichen Veröffentlichung geläufig ist). Alle Problemstellungen werden hier aber durchgängig als Minimierungsproblem festgelegt.

Spieler  $j$  eine Strategie aus seiner Strategiemenge  $\mathbb{U}_j$  auf Basis seiner Gütefunktion  $J_j(\cdot)$ . Da die Gütefunktionen von den gewählten Strategien aller  $N$  Spieler abhängen können, ergeben sich  $N$  gegenseitig gekoppelte Optimierungsprobleme. Für den Spezialfall  $N = 1$  ist das Spiel ein gewöhnliches Parameter-Optimierungsproblem. Auf die Lösung des Spiels, d.h. die Antwort auf die Frage, welche Entscheidung die Spieler in einer gegebenen Situation treffen sollen, wird in Abschnitt 2.2 eingegangen. Folgende Definition fasst ein Spiel formal zusammen.

**Definition 2.1 (Spiel in Normalform)**

Ein Spiel in Normalform ist ein 3-Tupel  $(\mathbb{P}, \mathbb{U}, \mathbb{J})$  mit den drei Mengen

- $\mathbb{P}$  die Menge der  $N$  (hier durchnummerierten) Spieler,
- $\mathbb{U} = \mathbb{U}_1 \times \dots \times \mathbb{U}_N$  die Menge aller Strategiemengen der Spieler,
- $\mathbb{J} = \{J_1(\cdot), \dots, J_N(\cdot)\}$  die Menge aller Gütefunktionen.

## 2.1. Differentialspiele

Da es sich bei der kooperativen Regelung (siehe Abbildung 1.4) um eine dynamische Problemstellung handelt, beschäftigt sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit Differentialspielen. Differentialspiele sind ein Teilbereich der Spieltheorie und beschreiben Spiele auf Basis von dynamischen Systemen, die mittels Differentialgleichungen beschrieben werden. Diese Erweiterung der Spieltheorie wurde erstmals von Isaacs [Isa65] vorgeschlagen. Eine gute Einführung in die Thematik der Differentialspiele wird z.B. in [LR71, BO99, Bre10] und [Eng05] gegeben.

Neben den  $N$  (in dieser Arbeit konsequent durchnummerierten) Spielern ist das **System**  $S$  ein Element des Differentialspiels. Bei einer regelungstechnischen Problemstellung ist das System die Regelstrecke.

**Definition 2.2 (System in Zustandsraumdarstellung)**

Ein System  $S$  sei für den Zeithorizont  $t \in [0, T)$  mit  $T \in \mathbb{R}_{>0} \cup \{\infty\}$  durch die gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$S: \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_N(t)) \quad t \in [0, T), \quad (2.1)$$

und durch die Anfangswertbedingung

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

gegeben. Dabei sei  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  der Zustandsvektor,  $\mathbf{x}_0$  der initiale Systemzustand zum Startzeitpunkt und  $\mathbf{f}: \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_1} \times \dots \times \mathbb{R}^{n_N} \rightarrow \mathbb{R}^n$ .  $n_i$  ist die Dimension der Systemeingangsgröße  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  des Spielers  $i$ .

Die Strategie  $\mathcal{U}_i(t)$  des Spielers  $i$  ist im Differentialspiel ein Vektor von Trajektorien von  $n_i$  Eingangsgrößen (aus Sicht des Systems) bzw. Stellgrößen (aus Sicht des Spielers) und wird daher mit  $\mathbf{u}_i(t)$  bezeichnet. Analog zur allgemeinen Spieltheorie ist es das Ziel des Spielers  $i$  seine Stellgrößen  $\mathbf{u}_i(t)$  so zu wählen, dass er sein Gütemaß - durch die Gütefunktion  $J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_N(t))$  beschrieben - minimiert<sup>8</sup>. Allerdings hängt seine Gütefunktion nicht mehr nur von seiner Strategie und den Strategien der anderen Spieler ab, sondern auch vom sich daraus ergebenden Verlauf der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}(t)$  des Systems. Eine geläufige Definition der Gütefunktion ist die Bolzasche Form [Föl94]

$$J_i(\cdot) = h_i(\mathbf{x}(T), T) + \int_0^T j_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_N(t)) \, dt \quad (2.2)$$

mit  $h_i : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $j_i : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_1} \times \dots \times \mathbb{R}^{n_N} \rightarrow \mathbb{R}$ . Ein verbreitetes Beispiel einer bolzaschen Gütefunktion ist die quadratische Struktur

$$\tilde{J}_i(\cdot) = \mathbf{x}^T(T) \mathbf{F}_i \mathbf{x}(T) + \int_0^T \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(t) \, dt. \quad (2.3)$$

Mit  $\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{Q}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{R}_i \in \mathbb{R}^{n_e \times n_e}$ . Dabei ist

$$n_e = \sum_{i=1}^N n_i \quad (2.4)$$

und

$$\mathbf{u}(t) = [\mathbf{u}_1^T(t) \quad \dots \quad \mathbf{u}_N^T(t)]^T.$$

Die Länge des Zeithorizontes  $T$  ist entweder unendlich ( $T \rightarrow \infty$ ), a-priori gegeben oder definiert als die Zeitdauer bis zum Erreichen einer Zielzustandsmenge. Für einen endlichen Zeithorizont wird der Endzustand  $\mathbf{u}(T)$  im Gütemaß berücksichtigt<sup>9</sup>. Im Fall  $T \rightarrow \infty$  und einer bolzaschen Gütefunktion entfällt der Term  $h_i(\cdot)$  in (2.2) bzw.  $\mathbf{F}_i$  in (2.3) entsprechend. Unabhängig seiner spezifischen Definition gilt  $T$  global für alle Spieler des Differentialspieles. Die Gütefunktionen  $J_i(\cdot)$  sind spielerspezifisch.

Wie beim allgemeinen Spiel kann ein Spieler in der Auswahl seiner Strategie beschränkt sein. In technischen Problemstellungen wird die Beschränkung der Stellgrößen meist durch eine Menge von Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen spezifiziert. Für einen Spieler  $i$  sind diese gegeben durch

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}_i(t, \mathbf{u}_i(t)) \quad \forall t \in [0, T] \quad (2.5)$$

$$\mathbf{0} \geq \mathbf{i}_i(t, \mathbf{u}_i(t)) \quad \forall t \in [0, T]. \quad (2.6)$$

<sup>8</sup>Mathematisch präzise handelt es sich dabei um ein Funktional und keine Funktion. Ungeachtet dessen ist die Verwendung des Begriffes „Gütefunktion“ in der Literatur üblich [Föl94, Eng05]. Um die Konsistenz zu dieser zu wahren, wird daher dieser Begriff verwendet.

<sup>9</sup>Das Intervall  $[0, T)$  bezieht sich auf die Stellgrößen, die Zustandsgrößen werden im Intervall  $(0, T]$  betrachtet.

Mit  $g_i : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^{N>0}$  und  $i_i : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^{N>0}$ . Analog zum allgemeinen Spiel kann die Beschränkung der Stellgrößentrajektorien auch durch die Strategiemenge  $\mathbb{U}_i$  beschrieben werden

$$\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i. \quad (2.7)$$

Die unendliche Menge  $\mathbb{U}_i$  enthält dabei alle nach (2.5) und (2.6) zulässigen Trajektorien der Stellgrößen  $\mathbf{u}_i$ . Analog ergibt sich die Strategiemenge der Gesamtstrategie zu

$$\mathbb{U} = \mathbb{U}_1 \times \cdots \times \mathbb{U}_N. \quad (2.8)$$

Auf den ersten Blick wirkt das Vorgehen der Modellierung von Beschränkungen über (unendliche) Mengen zwar umständlicher, ermöglicht aber eine kompaktere Darstellung, weshalb dieser Ansatz im Folgenden verwendet wird. Zur Erinnerung: Die Beschränkungen der Stellgrößen sind optional. Es sind auch Spiele möglich, in denen nur die Strategien  $\mathbf{u}_i$  einzelner, aber nicht aller, oder auch von keinem der Spieler, beschränkt sind. In diesem Fall enthält  $\mathbb{U}_i$  für die Spieler ohne Beschränkung der Stellgrößenstrategien alle finiten Stellgrößentrajektorien.

Da jeder Spieler im Differentialspiel durch Wahl seiner Strategie bzw. Stellgröße  $\mathbf{u}_i$  die Minimierung seiner Gütefunktion  $J_i(\cdot)$  anstrebt, ergeben sich  $N$  gegenseitig gekoppelte, dynamische Optimierungsprobleme. Für den Sonderfall  $N = 1$  ergibt sich ein gewöhnliches dynamisches Optimierungsproblem. Zusammenfassend ist eine formale Definition eines Differentialspiels angegeben:

### Definition 2.3 (Differentialspiel)

Ein Differentialspiel ist ein Tupel  $(S, \mathbb{P}, T, \mathbb{U}, \mathbb{J})$  der folgenden Elemente:

- Ein System  $S$  nach Definition 2.2,
- eine Menge  $\mathbb{P}$  von  $N$  (durchnummerierten) Spieler,
- der explizit oder implizit definierten Zeitdauer des Spiels  $T$ ,
- die Menge aller Strategiemengen  $\mathbb{U} = \mathbb{U}_1 \times \cdots \times \mathbb{U}_N$ ,
- die geordnete Menge der Gütefunktionen  $\mathbb{J} = \{J_1(\cdot), \dots, J_N(\cdot)\}$ .

Es wird im Folgenden angenommen, dass jeder Spieler perfekte Kenntnisse über das System  $S$  (einschließlich der Kenntnis über den initialen Zustand  $\mathbf{x}(0)$ ), die Gütefunktionen  $J_i(\cdot)$  und Nebenbedingungen  $g_i(\cdot)$ ,  $i_i(\cdot)$  der anderen Spieler hat.

Diese Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit dynamischen Problemstellungen. Spiele ohne Dynamik nach Definition 2.1 werden lediglich vereinzelt als Beispiele verwendet, um einzelne Gedankengänge anschaulicher darstellen zu können. Da Differentialspiele den Hauptteil der Arbeit darstellen, werden im nächsten Kapitel alle Konzepte direkt für diese formalisiert. Die Definitionen für Spiele ohne Dynamik finden sich im Anhang A.1.



## 2.2. Grundkonzepte der Spieltheorie

Aus Sicht des Spielers  $i$  stellt sich die Frage, wie eine Strategie bzw. Stellgrößentrajektorie  $\mathbf{u}_i(t)$ , die seine Gütefunktion  $J_i(\cdot)$  minimiert, bestimmt werden kann. Wird nur ausschließlich der Spieler  $i$  betrachtet, lässt sich dessen Problemstellung durch folgendes dynamische Optimierungsproblem darstellen:

$$\min_{\mathbf{u}_i(t)} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \quad t \in [0, T] \quad (2.9a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.9b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.9c)$$

$$\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i. \quad (2.9d)$$

Dabei ist

$$\mathbf{u}_{-i}(t) = [\mathbf{u}_1^T(t) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{i-1}^T(t) \quad \mathbf{u}_{i+1}^T(t) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N^T(t)]^T$$

ein geordneter Vektor, der die Stellgrößentrajektorien der anderen Spieler zusammenfasst, die der Spieler nicht direkt beeinflussen kann. Die Schreibweisen

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_N(t)), \quad J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \quad \text{und} \quad J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

für die Gütefunktion eines Spielers  $i$  sind äquivalent. Sie werden nachfolgend aber jeweils bewusst verwendet, um bestimmte Aspekte mit Bezug zu den Stellgrößen klarer darzustellen. Analoges gilt für die Differentialgleichung ( $\mathbf{f}(\cdot)$ ) des Systems  $\mathcal{S}$ .

Es bedarf im Vergleich zur klassischen dynamischen Optimierung Strategien dafür, wie ein Spieler das eigene Optimum bestimmen kann, da alle Spieler die Minimierung Ihrer Gütefunktion anstreben und die einzelnen Optimierungsprobleme gekoppelt sind.

### 2.2.1. Nash-Gleichgewicht

Das von Nash [Nas51] vorgeschlagene Nash-Gleichgewicht ist ein Gleichgewicht im Spiel, bei dem jeder Spieler eine Strategie gewählt hat unter deren Kombination es für keinen Spieler lohnend ist, einseitig seine Strategieauswahl zu ändern.

**Definition 2.4 (Nash-Gleichgewicht)**

Ein Nash-Gleichgewicht  $\mathbf{u}^*(t)$  ist eine Kombination von zulässigen Strategien bzw. von Stellgrößentrajektorien aller Spieler des Spieles, für die für jede gültige Strategie  $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i$  eines Spielers gilt

$$J_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \geq J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i^*(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad \forall i = 1, \dots, N. \quad (2.10)$$

Die Zustandstrajektorie  $\mathbf{x}(t)$  ergibt sich dabei jeweils als Lösung der Systemdifferentialgleichung des Systems  $S$  mit dem entsprechenden  $\mathbf{u}(t)$ .

Das Nash-Gleichgewicht  $\mathbf{u}^*(t)$  wird auch als Nash-Strategie bezeichnet. Formal korrekt müsste man  $\mathbf{u}^*(t)$  als Strategie im Nash-Gleichgewicht benennen. Anschaulich beschrieben lohnt es sich für keinen Spieler eine Strategie ungleich des Nash-Gleichgewichts zu wählen, wenn die anderen Spieler unverändert die Strategien des Nash-Gleichgewichts anwenden. Durch ein einseitiges Abweichen vom Nash-Gleichgewicht kann ein Spieler sein Ergebnis ( $J_i(\cdot)$ ) nicht verbessern. Ein rationaler Spieler wird daher auch nicht davon abweichen. Da dies für alle Spieler im Spiel gilt, werden alle Spieler das Nash-Strategie  $\mathbf{u}^*(t)$  anwenden. Unter der Annahme, dass alle Spieler rational handeln, ist das Nash-Gleichgewicht daher aus Sicht der Spielerentscheidungen bzw. der Strategien/Stellgrößen eine stabile Lösung des Differentialspiels [Isa65]. Das Nash-Gleichgewicht führt aber nicht zwangsweise zu einem stabilen System aus Sicht der Regelungstechnik, da ein Nash-Gleichgewicht nichts über den Verlauf der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}(t)$  des zugrunde liegenden Systems aussagt. Auch sind in einem Differentialspiel die Stellgrößentrajektorien eines Nash-Gleichgewicht immer noch zeitabhängige Funktionen.

Ein Spiel kann keine, eine endliche oder eine unendliche Menge von Nash-Gleichgewichten besitzen [Eng05]. Eine allgemeine Aussage über die Anzahl der Nash-Gleichgewichte eines Differentialspiels nach Definition 2.3 ist nicht möglich [Eng05]. Formal kann ein Nash-Gleichgewicht  $\mathbf{u}^*(t)$  mit folgendem verketteten Optimierungsproblem berechnet werden:

$$\forall i \in \mathbb{P} :$$

$$\mathbf{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad (2.11a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad (2.11b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (2.11c)$$

Das Optimierungsproblem (2.11) ist eine alternative Darstellung der Definition des Nash-Gleichgewichts 2.4. Auf die Lösung von 2.11 wird im Folgenden Abschnitt eingegangen.

### Bestimmung des Nash-Gleichgewichts: Variationsrechnung

Unter der Bedingung, dass die Gütefunktionen in der Struktur (2.2) gegeben ist und die Funktionen  $f(\cdot)$ ,  $h_i(\cdot)$  und  $j_i(\cdot) \forall i = 1, \dots, N$  stetig nach der Zeit differenzierbar sind, können auf Basis von Pontryagins Minimum Prinzip [Pon86]<sup>10</sup> die notwendigen Bedingungen für ein Nash-Gleichgewicht aufgestellt werden. Das Vorgehen (und auch die Herleitung) ist dabei analog zum Fall eines dynamischen Optimierungsproblems mit einem einzelnen Optimierer (vgl. [Föl94]), aber mit dem Unterschied, dass es für jeden Spieler eine Hamilton-Funktion gibt. Mit den Hamilton-Funktionen

$$H_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\psi}_i(t)) = j_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) + (\boldsymbol{\psi}_i(t))^T \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \quad (2.12)$$

und den Lagrange-Multiplikatoren  $\boldsymbol{\psi}_i(t)$  der jeweiligen Spieler ergeben sich die notwendigen Bedingungen für ein Nash-Gleichgewicht zu

$$\forall i \in \mathbb{P} :$$

$$\mathbf{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t)} H_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t), \boldsymbol{\psi}_i(t)) \quad (2.13a)$$

mit den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{\partial H_i(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\psi}_i} \quad (2.13b)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_i(t) = -\frac{\partial H_i(\cdot)}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.13c)$$

$$\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i. \quad (2.13d)$$

Unter der weiteren Annahme, dass die Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}_i(t)$  der Spieler nicht beschränkt sind, vereinfacht sich (2.13a). In diesem Fall ergeben sich die Nash-Gleichgewichte  $\mathbf{u}^*(t)$  als Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems:

$$\forall i \in \mathbb{P} :$$

$$\mathbf{0} = \frac{\partial H_i(\cdot)}{\partial \mathbf{u}_i} \quad (2.14a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{\partial H_i(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\psi}_i} \quad (2.14b)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_i(t) = -\frac{\partial H_i(\cdot)}{\partial \mathbf{x}}. \quad (2.14c)$$

<sup>10</sup>Das Minimum Prinzip wurde ursprünglich 1961 für den Maximierungsfall als Maximum Prinzip postuliert.

Die entsprechenden Endwertbedingungen für (2.13) und (2.14) ergeben sich analog zum dynamischen Optimierungsproblem. Für einen festen Endzeitpunkt und Endzustand gilt  $\mathbf{x}(T) = \text{const.}$  Für einen festen Endzeitpunkt  $T$ , aber beliebigen Endzustand, gilt

$$\forall i = 1, \dots, N : \psi_i(T) = \left. \frac{\partial h_i(\mathbf{x}(t), t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{t=T}. \quad (2.15)$$

Für einen nicht a-priori gegebenen Endzeitpunkt  $T$  gilt die Transversalitätsbedingung [Pon86]. Für einfache Problemstellungen können gegebenenfalls mittels (2.13) bzw. (2.14) das Nash-Gleichgewicht oder die Nash-Gleichgewichte analytisch bestimmt werden. Es ist auch möglich das Randwertproblem (2.14) numerisch mittels Schießverfahren zu lösen [BSM06].

### Bestimmung des Nash-Gleichgewichts: Iterativer Ansatz

Alternativ zu der vorgestellten Lösung mittels der Variationsrechnung kann ein Nash-Gleichgewicht auch iterativ bestimmt werden [LR71]. Dieses Vorgehen eignet sich besonders für eine numerische Lösung. Der Ansatz ist hierbei, ausgehend von einer Startlösung  $\mathbf{u}^{\{0\}}(t)$  (Die Nummer des aktuellen Iterationsschritts wird in der Arbeit als hochgestellter Index in geschweiften Klammern dargestellt), die Optimierungsprobleme der einzelnen Spieler iterativ zu lösen. Die Spieler optimieren dabei jeweils ihre Stellgrößen unter der Annahme, dass die Stellgrößen der anderen Spieler konstant sind. Für die Iteration  $k$  und den Spieler  $i$  ergibt sich das einfache dynamische Optimierungsproblem:

$$\mathbf{u}_i^{\{k\}}(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in U_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^{\{k-1\}}(t)) \quad (2.16a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^{\{k-1\}}(t)) \quad (2.16b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (2.16c)$$

Auf Basis dieses Ergebnisses ergibt sich  $\mathbf{u}^{\{k\}}(t)$  aus  $\mathbf{u}_i^{\{k\}}(t)$  und den Stellgrößen der anderen Spieler  $\mathbf{u}_{-i}^{\{k-1\}}$  der vorhergehenden Iteration

$$\mathbf{u}^{\{k\}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{\{k-1\}}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_i^{\{k\}}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_N^{\{k-1\}}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Ausgehend vom ersten Spieler werden die Optimierungsprobleme nacheinander für alle Spieler gelöst. Der zyklische Algorithmus beginnt nach dem Spieler  $i = N$  wieder bei  $i = 1$ . Die iterative Optimierung wird fortgesetzt bis  $\mathbf{u}^{\{k\}}(t)$  konvergiert. In der Praxis bedeutet dies einen Abbruch des Algorithmus, wenn sich die Stellgrößen über  $N$  oder mehr Iterationen nicht signifikant ändern. Die dabei auftretenden dynamischen Optimierungsprobleme (2.16) können durch direkte Schießverfahren oder direkte Kollokation gelöst werden. Eine Einführung in diese Verfahren ist in Anhang A.2 gegeben. Für einige Problemstellungen (z.B. quadratische Gütefunktionen siehe [LR71]) kann nachgewiesen werden, dass der hier vorgestellte iterative Ansatz immer zu einem Nash-Gleichgewicht konvergiert, sofern dieses existiert. Im allgemeinen Fall kann die Konvergenz nicht garantiert werden.

### 2.2.2. Stackelberg-Strategie

Im Falle des Nash-Gleichgewichts treffen alle Spieler ihre Strategiewahl gleichberechtigt, d.h. es gibt keine Reihenfolge in der sich die Spieler auf eine Strategie festlegen müssen. Besonders deutlich wird dies bei der iterativen Bestimmung des Nash-Gleichgewichts (2.16). Die Spieler adaptieren, in einer Art virtuellen Spiels, ihre Strategien gegenseitig an die Strategien der jeweiligen Mitspieler, bis sich als Ergebnis das Nash-Gleichgewicht des Spiels ergibt. Ein alternatives Lösungskonzept wurde von Stackelberg [Sta52] vorgeschlagen. Grundlage der Stackelberg-Strategie ist, dass die Spieler ihre Strategie geordnet und nacheinander festlegen. Ein führender Spieler legt als erstes seine Strategie  $\mathbf{u}_1(t)$  fest. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird hier die Reihenfolge der Spiele auf Basis des Indexes definiert mit dem führenden Spieler  $i = 1$ . Eine einmal feststehende Strategie  $\mathbf{u}_1(t)$  kann von Spieler 1 nicht mehr geändert werden und ist den weiteren Spielern bei ihrer Strategieauswahl bekannt. Auf dieser Basis legt dann der nachfolgende Spieler  $i = 2$  seine Strategie fest. Die Spieler gehen dabei davon aus dass die nachfolgenden Spieler rational auf ihre Strategie reagieren, also die Spieler optimal nach ihren jeweiligen Gütemaßen handeln. Dieses Vorgehen setzt sich fort bis zum letzten Spieler  $i = N$ . Da zu diesem Zeitpunkt alle Strategien der Mitspieler festgelegt sind, vereinfacht sich hier die Auswahl der Strategie  $\mathbf{u}_N(t)$  auf die Lösung eines einfachen, dynamischen Optimierungsproblems.

Die Reihenfolge der Spieler hat Auswirkung auf die sich ergebende Stackelberg-Strategie  $\mathbf{x}^s(t)$ . Häufige Anwendung findet die Stackelberg-Strategie in der Wirtschaftstheorie bei der Modellierung von Märkten mit einem deutlich dominierenden Marktteilnehmer. Der dominierende Marktteilnehmer ist hierbei der führende Spieler  $i = 1$ , dessen Konkurrenz wird meist zu einem reagierenden Spieler  $i = 2$  zusammengefasst.

#### Bestimmung einer Stackelberg-Strategie

Mathematisch lässt sich die Berechnung einer Stackelberg-Strategie als  $N$ -stufiges, kaskadiertes dynamisches Optimierungsproblem beschreiben. Die Gesamtstrategie  $\mathbf{u}(t)$  besteht in jeder Stufe  $i$  aus drei disjunkten Teilstrategien. Diese sind:

- $\mathbf{u}_i(t)$ : Die Strategie (bzw. Stellgrößentrajektorien) des Spielers  $i$ , die in dieser Stufe optimiert wird.
- $\mathbf{u}_{<i}(t)$ : Der Vektor der Strategien der Spieler 1 bis  $i - 1$ . Diese Strategien wurden in vorherigen Stufen bestimmt und stehen bereits fest.
- $\mathbf{u}_{>i}(t)$ : Der Vektor der Strategien der Spieler  $i + 1$  bis  $N$ . Diese Spieler legen ihre Strategien in einem der folgenden Schritte fest.

Entsprechend gilt für den führenden Spieler  $i = 1$  bzw. die erste Stufe  $\mathbf{u}_{<1}(t) = \emptyset$  und für den letzten Spieler  $i = N$  gilt  $\mathbf{u}_{>N}(t) = \emptyset$ . Das Optimierungsproblem der Teil-Stackelberg Strategie  $\mathbf{u}_i^s$  für den Spieler  $i$  ist gegeben durch:

$$\mathbf{u}_i^s(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{<i}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{>i}(t)) \quad (2.18a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{<i}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{>i}(t)) \quad (2.18b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.18c)$$

$$\mathbf{u}_{<i}(t) = \left[ \mathbf{u}_1^s(t)^T \quad \dots \quad \mathbf{u}_{i-1}^s(t)^T \right]^T \quad (2.18d)$$

$$\mathbf{u}_{>i}(t) = \mathbf{s}_{i,N}(\mathbf{u}_{<i}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{>i}(t)). \quad (2.18e)$$

Dabei fasst die Funktion  $\mathbf{s}_{i,N}(\cdot)$  die dynamischen Optimierungsprobleme zusammen, welche die nachfolgenden  $i$  bis  $N$  Spieler beschreiben. Diese Probleme sind analog zu (2.18). Beim Optimierungsproblem, das den letzten Spieler  $i = N$  beschreibt, existiert die Nebenbedingung (2.18e) nicht.

### 2.2.3. Pareto-Optimum

Die bisher vorgestellten Lösungsverfahren werden in der Literatur meist als „nicht kooperative“ Lösungsansätze bezeichnet, da jeder Spieler rational nur die Verbesserung seiner Gütefunktion anstrebt. Das bedeutet, ein Spieler strebt auch eine Verbesserung an, wenn dies zu Nachteilen für die anderen Spieler führt. Es ist aber möglich zu fordern, dass eine Verbesserung für einen Spieler nicht auf Kosten eines anderen Spielers erfolgen darf. Das auf dieser Forderung basierende Optimum wird Pareto-Optimum<sup>11</sup> genannt. Formal ist das Pareto-Optimum gegeben durch folgende Definition:

<sup>11</sup>Nach Vilfredo Pareto 1848 bis 1923

**Definition 2.5 (Pareto-Optimum)**

Eine Strategie  $\mathbf{u}^p(t)$  ist ein Pareto-Optimum wenn, keine andere zulässige Strategie  $\mathbf{u}(t)$  mit  $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$  existiert, für die gilt

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \leq J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^p(t)), \quad \forall i \in \mathbb{P} \quad (2.19)$$

und

$$J_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) < J_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^p(t)) \quad (2.20)$$

für mindestens ein  $j \in \mathbb{P}$ .

Sprachlich ausgedrückt: Eine Strategie ist dann ein Pareto-Optimum, wenn keine andere zulässige Strategie existiert, die für mindestens einen der Spieler zu einem besseren Ergebnis führt, aber keinen der Spieler schlechter stellt. Ein Nash-Gleichgewicht kann ein Pareto-Optimum sein. Ein Spiel hat im Allgemeinen mehr als ein Pareto-Optimum, häufig unendlich viele Pareto-Optima.

**Bestimmung des Pareto-Optimums**

Werden die Gütefunktionen der einzelnen Spieler mittels Gewichtungsfaktoren zusammengefasst, kann ein Pareto-Optimum eines Differentialspieles mit folgendem globalen Optimierungsproblem berechnet werden:

$$\mathbf{u}^p(t) = \arg \min_{\mathbf{u}(t)} \sum_{i=1}^N c_i J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.21a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}) \quad (2.21b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.21c)$$

$$\mathbf{u}(t) \in \mathbb{U}. \quad (2.21d)$$

mit  $c_i \in (0, 1) \quad \forall i = 1, \dots, N$ . Durch die Variation der Parameter  $c_i$ , für die gilt

$$1 = \sum_{i=1}^N c_i, \quad (2.22)$$

können die verschiedenen Pareto-Optima des Spiels bestimmt werden. Ein formaler Beweis für Bedingung (2.21) ist in [Lei74] gegeben. (2.21) ist eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung für ein Pareto-Optimum. Es kann somit nicht garantiert werden, dass mit diesem Ansatz, selbst wenn alle  $c_i$  berücksichtigt werden, alle Pareto-Optima des Spiels gefunden werden. Auf die Bestimmung aller Pareto-Optima in einem Differentialspiel wird in [RE14] eingegangen.

## 2.3. Beispiele zur Spieltheorie

Um die Nash-, Stackelberg- und Pareto-Lösung zu verdeutlichen, werden zwei Beispiele diskutiert. Das erste Beispiel ist dabei ein statisches Spiel und soll die Unterschiede der vorgestellten Gleichgewichte bzw. Lösungsstrategien verdeutlichen. Das zweite Beispiel ist ein Differentialspiel und soll die Erweiterung auf dynamische Systeme verdeutlichen.

### Beispiel 2.1:

#### Cournot-Duopol

Als einfaches statisches Spiel wird das Cournot-Duopol (Nach Antoine-Augustin Cournot 1801-1877) verwendet. Das Cournot-Duopol ist die mathematische Beschreibung eines unvollkommenen Marktes mit zwei konkurrierenden Firmen. Als idealisiertes Modell eines Marktes ist das Cournot-Duopol Bestandteil eines jeden Lehrbuchs der Volkswirtschaftslehre, z.B. [BMW06]. In diesem Beispiel wird angenommen, dass beide Firmen jeweils eine von ihnen frei festlegbare Menge eines homogenen Gutes produzieren. Homogen bedeutet, dass die Beschaffenheit und Qualität der Güter beider Unternehmen identisch sind (z.B. genormte Treibstoffe). Die Möglichkeit der Produktdifferenzierung besteht daher nicht. Die Produktionsmenge des Gutes ist die Strategie der beiden Spieler. Dabei wird angenommen, dass auch eine fraktionale Menge des Gutes produziert werden kann. Es gilt:

$$\mathcal{U}_i \in \mathbb{U}_i = \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad i = 1, 2. \quad (2.23)$$

Im gegebenen Markt ist der mittlere Verkaufspreis des Gutes jeweils abhängig von der Gesamtmenge des produzierten Gutes und die Produktionskosten von der jeweils von einem Unternehmen produzierten Gütermenge. Der Basispreis wird für das Beispiel mit 20 angenommen und der erzielbare mittlere Verkaufspreis sinkt linear mit der Menge der insgesamt produzierten Güter. Weiter wird angenommen, dass die Produktionskosten mit der produzierten Menge steigen, wie es bei beschränkten Ressourcen wie z.B. einer Ölquelle der Fall ist. Im Beispiel sind die Basiskosten für beide Unternehmen 10, die Kostensteigerung ist ebenfalls linear. Die Gütefunktionen, die hier den mit  $-1$  multiplizierten Ertrag eines Unternehmens angeben, werden als symmetrisch zueinander angenommen d.h. sie sind mit Ausnahme der getauschten Indizes identisch. Zusammengefasst ergibt sich für die beiden Spieler die Gütefunktion

$$J_i(u_i, u_{-i}) = - \left( (20 - (u_i + u_{-i}))u_i - (10 + u_i/2)u_i \right), \quad i = 1, 2. \quad (2.24)$$

In Abbildung 2.1 ist das Konturdiagramm von  $J_1(\cdot)$  dargestellt. Daraus zeigt sich direkt, dass die optimale Marktsituation für Unternehmen 1:  $u_1 = 3,33 \wedge u_2 = 0$  ist. Dies ist allerdings nur bei einem Monopol des Unternehmens 1, nicht aber für



den gegebenen Markt möglich. Würden sich beide Firmen absprechen mit dem Ziel ihren kumulierten Gewinn

$$J_p(\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2) = J_1(\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2) + J_2(\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2) \quad (2.25)$$

zu optimieren, ergäbe sich das nach (2.25) optimale Pareto-Optimum zu  $\mathcal{U}^p = [2 \ 2]^T$ . Ohne die Annahme (2.25) ergäbe sich eine unendliche Menge von Pareto-Optima. Die sich nach (2.21) ergebenden Pareto-Optima sind in Abbildung 2.1 dargestellt.

In einer Marktsituation ist eine Absprache aber meist explizit verboten, weshalb sich für den Markt ein Nash-Gleichgewicht einstellen wird. Für die gegebene Problemstellung ergibt sich dieses zu  $\mathcal{U}_1^* = 2,5 \wedge \mathcal{U}_2^* = 2,5$ . Auf den ersten Blick wirkt das Nash-Gleichgewicht unlogisch, da es verglichen mit  $\mathcal{U}^p$  eine Verschlechterung des Ergebnisses für beide Firmen darstellt. Betrachtet man aber den Verlauf der Gütefunktion über  $\mathcal{U}_1$  unter der Annahme, dass vom zweiten Unternehmen  $\mathcal{U}_2^p = 2$  beibehalten würde, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, zeigt sich, dass es in dieser Situation für Unternehmen 1 rational ist die Produktion zu erhöhen, weil dadurch das Unternehmen seinen Ertrag steigern könnte. Da dies beiden Firmen bewusst ist, werden beide ihre Produktion bis zur Nash-Strategie erhöhen, bei welcher sich ein Gleichgewicht einstellt, in welchem es dann für keine der Firmen rational ist von dieser Strategie abzuweichen. Bezogen auf den Funktionswert der Gütefunktion ist das Nash-Gleichgewicht  $\mathcal{U}^*$  weniger erstrebenswert als das Pareto-Optimum (siehe Tabelle 2.1), stellt aber den rationalen Gleichgewichtszustand des Systems dar.

Wird angenommen, dass Unternehmen 1 zuerst seine Produktionszahlen festlegt und anschließend daran gebunden ist und Unternehmen 2 rational darauf reagiert, ergibt sich das Stackelberg-Gleichgewicht. Die Gütefunktion  $J_1(\cdot)$  über  $\mathcal{U}_1$  unter der Annahme, dass  $\mathcal{U}_2$  sich als rationale Antwort auf  $\mathcal{U}_1$  ergibt, formal

$$\mathcal{U}_2 = \arg \min_{\mathcal{U}_2} J_2(\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2), \quad (2.26)$$

ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Das Stackelberg-Gleichgewicht bei Dominanz von Unternehmen 1 ergibt sich damit zu  $\mathcal{U}_1^s = 2,85$ . Da das Spiel symmetrisch ist, ergibt sich das Stackelberg-Gleichgewicht bei der Annahme, dass Spieler 2 dominant ist entsprechend umgekehrt. Obwohl die Stackelberg-Strategie für Unternehmen 1 (wenn dieses dominiert) vorteilhafter als die Anwendung des Nash-Gleichgewichts ist, würden die Strategien, wie beim Fall des Pareto-Optimums, wieder zum Nash-Gleichgewicht konvergieren, falls das Unternehmen nicht an seine Strategiewahl gebunden wäre. Die Gütefunktion  $J_1(\cdot)$  unter der Annahme  $\mathcal{U}_2 = 2,375 = \text{const.}$  ist in Abbildung 2.2 dargestellt. In Tabelle 2.1 sind die Ergebnisse des Spiels zusammengefasst.

	$u_1$	$u_2$	$J_1(\cdot)$	$J_2(\cdot)$
Monopol (Unternehmen 1)	3,33	0	-16,67	0
Optimale Pareto Strategie	2	2	-10	-10
Nash-Gleichgewicht	2,5	2,5	-9,375	-9,375
Stackelberg (Unternehmen 1 dominant)	2,85	2,375	-9,55	-8,52

Tabelle 2.1.: Lösungen des Cournot-Duopol Modells

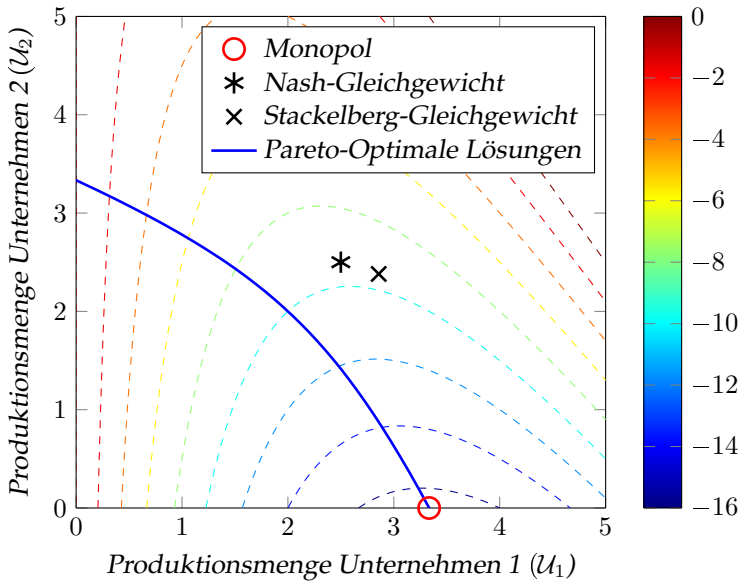


Abbildung 2.1.: Konturdiagramm von  $J_1(\cdot)$  und die Lösungen bzw. Gleichgewichte für das Beispiel 2.1 aus Sicht des Unternehmens 1

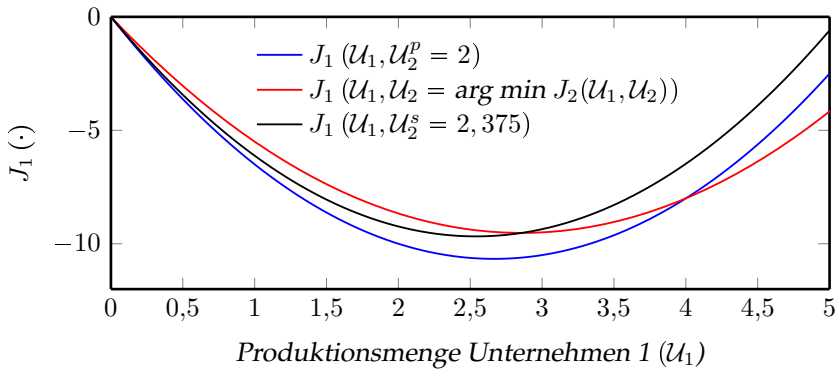


Abbildung 2.2.: Gütefunktion von Spieler 1

**Beispiel 2.2:****Linear Quadratisches Differentialspiel**

Gegeben sei ebenfalls ein Spiel mit zwei Spielern und jeweils einer skalaren Stellgröße. Als einfaches dynamisches Beispiel wird ein Integrator, welcher die Summe der beiden Stellgrößen integriert, als System gewählt.

$$\begin{aligned} S: \quad \dot{x}(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ x(0) &= x_0 \in \mathbb{R}_{>0} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Die Spieler optimieren die folgenden Gütefunktionen auf einem unendlichen Zeitintervall:

$$J_1(x(t), u_1(t)) = \int_0^{\infty} b(x(t))^2 + (u_1(t))^2 dt \quad (2.28)$$

$$J_2(x(t), u_2(t)) = \int_0^{\infty} c(x(t))^2 + (u_2(t))^2 dt. \quad (2.29)$$

Mit  $b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ . Die Stellgrößentrajektorien beider Spieler sind in diesem Beispiel nicht beschränkt.

**Nash-Gleichgewicht**

Die beiden Hamilton-Funktionen sind hier

$$H_1(\cdot) = b(x(t))^2 + (u_1(t))^2 + \psi_1(t)(u_1(t) + u_2(t)) \quad (2.30)$$

$$H_2(\cdot) = c(x(t))^2 + (u_2(t))^2 + \psi_2(t)(u_1(t) + u_2(t)). \quad (2.31)$$

Daraus ergeben sich die idealen Stelltrajektorien als die Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems erster Ordnung

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ b & b & 0 & 0 \\ c & c & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Die Eigenwerte der Matrix in (2.32) sind  $0, 0, \sqrt{a+b}, -\sqrt{a+b}$ . Da für das Beispiel nur abklingende Stellgrößen-Trajektorien gültige Lösungen sind, ergeben sich die Nash-Trajektorien der Spieler zu

$$u_1^*(t) = k_1 e^{-(\sqrt{b+c})t} \quad (2.33)$$

$$u_2^*(t) = k_2 e^{-(\sqrt{b+c})t}. \quad (2.34)$$

Aus der Anfangsbedingung der Systemtrajektorie  $x(0) = x_0$  ergeben sich die Konstanten zu

$$k_1 = \frac{-x_0 \sqrt{b+c}}{1 + \frac{c}{b}} \quad (2.35)$$

$$k_2 = \frac{ck_1}{b}. \quad (2.36)$$

Für  $c = 0$  ergibt sich die gleiche Lösung wie für das Optimalsteuerungsproblem mit nur einem Regler bzw. Stellgröße.

### Pareto-Optimum

Mit dem Ansatz

$$J_p(\cdot) = \int_0^{\infty} \alpha \left( b(x(t))^2 + (u_1(t))^2 \right) + (1-\alpha) \left( c(x(t))^2 + (u_2(t))^2 \right) dt \quad (2.37)$$

und mit  $\alpha \in (0, 1)$  können mit der Hamilton-Funktion

$$H(\cdot) = (\alpha b + (1-\alpha)c) (x(t))^2 + \alpha (u_1(t))^2 + (1-\alpha) (u_2(t))^2 + \psi(t) (u_1(t) + u_2(t)) \quad (2.38)$$

die pareto-optimalen Lösungen berechnet werden. Diese ergeben sich zu

$$u_1^p(t) = k_3 e^{\lambda t} \quad (2.39)$$

$$u_2^p(t) = k_4 e^{\lambda t}. \quad (2.40)$$

Die Konstanten sind dabei

$$\lambda = -\sqrt{(\alpha b + (1-\alpha)c) \left( \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2(1-\alpha)} \right)} \quad (2.41)$$

$$k_3 = \frac{x_0 \lambda}{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.42)$$

$$k_4 = k_3 \frac{\alpha}{1-\alpha}. \quad (2.43)$$

Das Ergebnis zeigt auch, dass für den Fall  $b = c$  die Nash-Strategie Pareto optimal ist.

### Stackelberg-Strategie

Eine analytische Betrachtung der Stackelberg-Strategie ist umfangreich und wird später im Kapitel 4.1 vorgestellt. Auf Basis von (2.18) kann das Problem numerisch gelöst werden.

### Vergleich von Nash-, Stackelberg- und Pareto-Strategie

Für  $b = c = 1$  und  $x_0 = 0,5$  sind die verschiedenen Lösungen des Differentialspiels aus Abbildung 2.3 dargestellt. Die entsprechenden Grenzwerte ( $t \rightarrow \infty$ ) der Gütefunktionen  $J_1(\cdot)$ ,  $J_2(\cdot)$  sind in Tabelle 2.2 angegeben. Wie bereits analytisch gezeigt, ist das Nash-Gleichgewicht hier eine Pareto optimale Strategie. Zum Vergleich ist auch die Lösung des Optimalsteuerungsproblems

$$u^e(t) = \arg \min_{u(t)} \int_0^{\infty} (x(t))^2 + (u(t))^2 dt \quad (2.44a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{x}(t) = u(t) \quad (2.44b)$$

$$x(0) = 0,5 \quad (2.44c)$$

dargestellt, das als Sonderfall der Spieltheorie  $\mathbb{P} = \{1\}$  angesehen werden kann. Aufgrund der Symmetrie des Problems sind die Nash-Strategien  $u_1^*(t)$ ,  $u_2^*(t)$  der beiden Spieler identisch. Die Summentrajektorie der Stellgrößen des Nash-Gleichgewichts  $u_1^*(t) + u_2^*(t)$  ist dabei identisch mit der Stellgrößentrajektorie, die sich aus (2.44) mit der Gütefunktion

$$\int_0^{\infty} (x(t))^2 + \frac{1}{2} (u(t))^2 dt \quad (2.45)$$

ergeben würde. Würde Spieler 1 die Stellgrößentrajektorie  $u_1(t) = 0$  applizieren, ergäbe sich die Trajektorie des zweiten Spielers als  $u_2(t) = u^e(t)$  und  $J_1(\cdot) = 0,125$  (diese Trajektorie wurde auch zur Initialisierung der Berechnung verwendet). Durch die quadratische Struktur des Gütemaßes (2.28) ist  $u_1^*(t)$  aber für den dominierenden Spieler vorteilhafter.

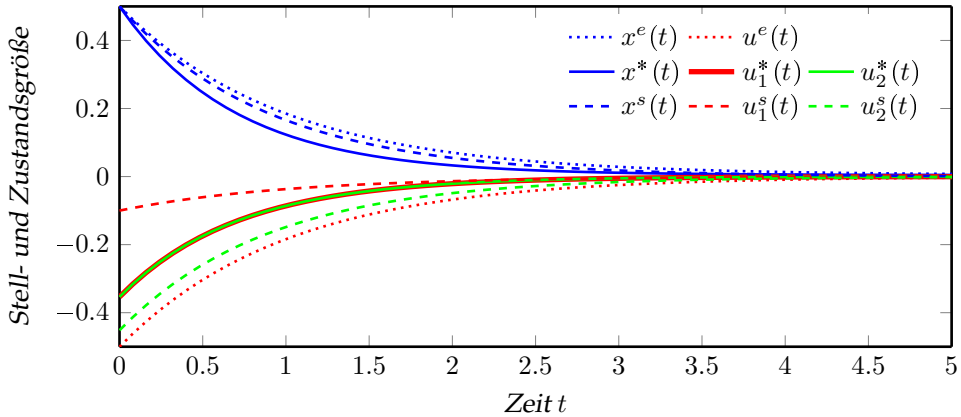


Abbildung 2.3.: Zustand- und Stellgrößentrajektorien des Differentialspiels 2.2 für das Nash-Gleichgewicht und der Stackelberg-Strategie

	$J_1(\cdot)$	$J_2(\cdot)$
Nash-Gleichgewicht	0,133	0,133
Stackelberg (Spieler 1 dominiert)	0,112	0,204
Optimal Steuerungsproblem	0,250	-

Tabelle 2.2.: Grenzwerte ( $t \rightarrow \infty$ ) der Gütefunktionen des Differentialspiels

## 2.4. Zusammenfassung des Kapitels

Abschließend sollen die drei grundlegenden Konzepte der Spieltheorie noch einmal anschaulich zusammengefasst werden:

- Das **Nash-Gleichgewicht** ist eine Gleichgewichtsstrategie des Spiels. Eine einseitige Abweichung von dieser ist für keinen der Spieler rational.
- Die **Stackelberg-Strategie** ist die Lösung des Spieles bei einer gegebenen Sequenz welche die Abfolge der Spieler festlegt.
- Das **Pareto-Optimum** ist die optimale Lösung für die Verknüpfung der individuellen Ziele der einzelnen Spieler. Es ist im Allgemeinen für die Spieler aber nicht rational diese Strategie anzuwenden. Auch sagt die Definition des Pareto-Optimums nichts über die Gewichtung der einzelnen Spieler-Ziele aus.

Im Folgenden Kapitel werden die Ideen der Spieltheorie auf die Problemstellung der kooperativen Regelungstechnik angewendet. Im Kapitel 4 wird auf die Bestimmung der Nash- und der Stackelberg-Strategie im Linear Quadratischen Fall eingegangen.

## 3. Kooperative Regelung

In diesem Kapitel erfolgt die Modellierung von Kooperation als Differentialspiel. Auf dieser Basis werden erstmals formale Bedingungen für einen kooperativen Regelkreis aufgestellt, welche die theoretische Grundlage für kooperative Regelsysteme darstellen. Das hier vorgestellte Konzept wurde in verdichteter Form in [FOSH14a] und [FOSH14b] veröffentlicht.

Im ersten Abschnitt wird die aktionsbasierte Kooperation als Differentialspiel modelliert. Darauf aufbauend wird in den folgenden zwei Abschnitten eine mathematische Herangehensweise an das Kooperationsproblem vorgestellt. Daraus ergeben sich grundsätzlich zwei mögliche Vorgehensweisen. Zum einem ist es möglich, die Reglerstellgrößen direkt und ohne die explizite Deklaration des Reglers zu berechnen, was in Abschnitt 3.4 diskutiert wird. Eine alternative Vorgehensweise ist, die Reglerstellgrößen auf Basis eines vollständig definierten Differentialspiels zu bestimmen. Dies wird in Abschnitt 3.5 vorgestellt. In Abschnitt 3.6 wird auf relevante Spezialfälle eingegangen. Die Einbindung der hier vorgestellten Konzepte in einen technischen Regelkreis wird in Abschnitt 3.7 diskutiert.

Alle in diesem Kapitel vorgestellten Betrachtungen, Verfahren und Algorithmen sind allgemein gehalten. Auf spezifische Lösungen wird im nächsten Kapitel eingegangen.

### 3.1. Motivation für einen spieltheoretischen Ansatz

Für eine mathematische Modellierung, und damit für die Kernfragen aus Abschnitt 1.8, ist die Wahl der Modellform zur Beschreibung des menschlichen Verhaltens maßgeblich, da dies die Modellform für die Interaktion zwischen den einzelnen Partnern entscheidend beeinflusst. Eine grundlegende Frage ist daher, wie das menschliche Verhalten und die menschliche Interaktion mit dem technischen System präzise und möglichst allgemeingültig modelliert werden kann.

Da aktionsbasierte Kooperation meist eine motorische Handlung des Menschen beinhaltet (siehe Abschnitt 1.5), ist es naheliegend zuerst diesen Aspekt näher zu betrachten. Ein klassischer Widerspruch der Neurophysiologie ist, dass der Mensch zwar zu schnellen und koordinierten Bewegungen fähig ist, aber die klassischen Rückkopplungskreise im neuromuskulären System vergleichsweise langsam sind und geringe Verstärkungen aufweisen, wodurch schnelle und koordinierte Bewegungen tatsächlich nicht möglich sein sollten [Kaw99]. Als Hypothese wird daher angenommen, dass der Mensch über ein internes Modell des neuromuskulären Systems und der Bewegungsaufgabe verfügt, welches verwendet wird, um die Auswirkung der applizierten

neuromuskulären Steuersignale zu präzisieren und auf diese Weise das Bewegungssystem geeignet anzusprechen. Einzelne Experimente deuten sogar darauf hin, dass diese Modelle für Bewegungen explizit im zentralen Nervensystem abgebildet sind. Eine gute Übersicht zu relevanten Studien ist in [Kaw99] und [Lat08] gegeben. Das menschliche Bewegungssystem ist allerdings überaktuiert und so können Bewegungen auf verschiedene Arten realisiert werden. Ein verbreiteter Ansatz zur Handhabung dieser Überbestimmtheit ist die Modellvorstellung, dass der Mensch eine Gütefunktion verwendet, um seine Möglichkeiten zu bewerten und anschließend die optimale Lösung anwendet [Nel83, CJ71, Hat76, SNW90]. Aus regelungstechnischer Sicht ist daher eine Modellierung des Menschen als Optimalregler naheliegend<sup>12</sup>. Losgelöst von motorischen Handlungen ist in der Psychologie bei der Modellierung von menschlichen Handlungen ein ähnlicher Modellansatz verbreitet. Nach [Ras83] prädiziert der Mensch auf Basis seines Wissens die Auswirkung seiner Handlungsmöglichkeiten, bewertet diese und führt dann die beste Option aus. In [SF74, BB76] und [JF09] wurden für die Modellierung von menschlichen Anlagenbedienern das Konzept eines Optimalreglers vorgeschlagen.

Für die Domäne der Fahrerassistenz, die in dieser Arbeit als Anwendungsbeispiel dient, ist die Optimalregelung ebenfalls ein häufiger Ansatz für die Fahrermodellierung. [Mac81] schlug ein Vorausschaumodell für den Fahrer vor. In diesem prädiziert der Fahrer die zukünftige Fahrzeugposition zu gewissen Zeitpunkten mit einem internen Modell der Fahrdynamik und vergleicht diese mit der Solltrajektorie. Auf Grundlage dieser Prädiktion berechnet der Fahrer anschließend die optimalen Lenkeingriffe um die Abweichung der Fahrtrajektorie von der Wunschtrajektorie zu minimieren. Zu diesem grundlegenden Ansatz wurden verschiedene Erweiterungen, um z.B. die Beschränkung der menschlichen Wahrnehmung und Aktorik zu modellieren, vorgestellt [SCS00, Mac01]. In verschiedenen Fahrstudien (z.B. [SCS00, But04, UP05, MC11, TH12, MBW14]) konnte gezeigt werden, dass der Ansatz des Vorausschaumodells für die Modellierung der menschlichen Fahrweise geeignet ist. Aus technischer Sicht entspricht das Konzept des Vorausschaumodells einer Spezialform der Modellbasierten-Prädiktiv-Regelung (MPR). Einige Veröffentlichungen beschreiben das Fahrerverhalten daher direkt und allgemeiner als MPR. In [CPO06] wird ein diskretes lineares Systemmodell und eine quadratische Gütefunktion für die Beschreibung verwendet. Da ein lineares Fahrzeugmodell das Fahrverhalten nicht in allen Betriebspunkten ausreichend genau abbildet, wird in [Kee08] ein MPR Konzept vorgestellt, welches das Modell um den jeweiligen Arbeitspunkt linearisiert. Ziel dieses Ansatzes ist es, sehr erfahrene Fahrer (z.B. Testfahrer, die im Vergleich zum normalen Fahrer auch eine präzisere interne Abbildung der Fahrzeugdynamik in deren Grenzbereichen haben) modellieren zu können. Zusätzlich wurde in [KC11] ein Modell des neuromuskulären Systems in den MPR Ansatz integriert. Alternativ zu den obigen Arbeiten verwendet [YSN08] ein kontinuierliches Systemmodell. In [QCC<sup>+</sup>15] werden explizite Unsicherheiten des Systemmodells des Fahrzeugs berücksichtigt.

Zusammengefasst zeigt sich aus der Analyse der Literatur, dass sowohl aus biologischer Sicht wie auch aus Sicht der Anwendung die Modellierung des Menschen als

---

<sup>12</sup>Dieses Konzept der Bewegungsgenerierung wurde auch in die Robotik übertragen [MTL10, FP03, LHM02].



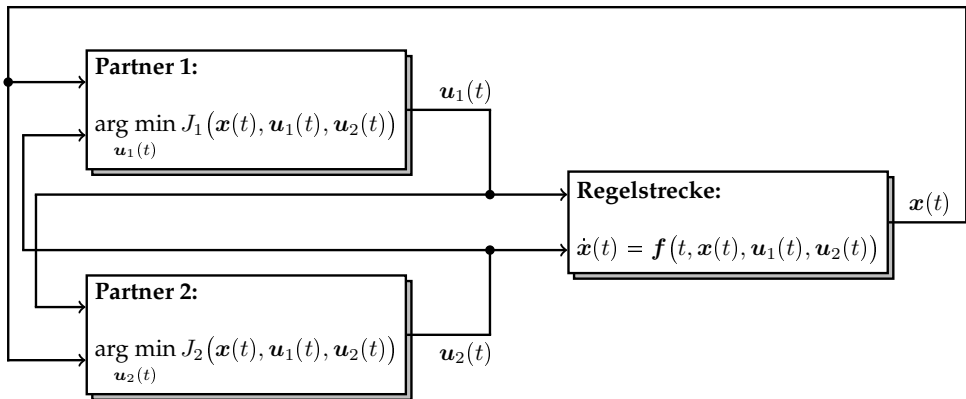


Abbildung 3.1.: Das der aktionsbasierten Regelung zugrundeliegendes Differentialspiel am Beispiel von zwei Reglern

Optimalregler eine sinnvolle Modellwahl für die aktionsbasierte Kooperation ist. Darüber hinaus ist ein Optimalregler eine sehr allgemeine Modellform für die Automation. Modelliert man den Menschen und die Automation jeweils als ein Regler, welcher seine Stellgrößen auf Basis einer Optimierung, unter Verwendung eines internen Modells des Gesamtsystems und einer Zielfunktion wählt, bietet sich die Modellierung der in Kapitel 1.7 bzw. Abbildung 1.4 allgemein eingeführten, kooperativen aktionsbasierten Regelstruktur als Differentialspiel an. Diese Modellierung wird im nächsten Abschnitt vorgestellt. Bisher wurde die Spieltheorie in diesem Kontext, abgesehen von Spezialfällen in [TAT11, NC13, NC15], noch nicht angewendet.

## 3.2. Modellierung von Kooperation als Differentialspiel

Die Optimalregler bzw. die Spieler des Differentialspiels können die Stellgröße entweder direkt auf Basis des Gütemaßes berechnen, wie (z.B. beim MPR) oder indirekt über ein optimales Regelgesetz (wie z.B. beim linear-quadratischen Riccati Regler). Als *Regler* wird hier jeweils die Bestimmung der allgemeinen Stellgröße bezeichnet. Eventuelle Stellglieder bzw. auch die menschliche Aktorik werden als Teil der Regelstrecke betrachtet. Damit ergibt sich für eine Regelstruktur nach Abbildung 1.4 ein Differentialspiel mit den Reglern als Spieler und der Regelstrecke als System  $S$  des Differentialspiels. Die Spieler bzw. Regler werden im Folgenden als Partner bezeichnet. In Abbildung 3.1 ist als Beispiel das Differentialspiel für einen kooperativen Regelkreis mit  $N = 2$  dargestellt.

Bei einem Fahrerassistenzsystem existiert jeweils nur ein menschlicher Partner und ein kooperierendes System. Da aber die hier vorgestellte Systematik für alle im Kapitel 1.7 vorgestellten Domänen anwendbar ist und dort teilweise mehr als zwei Partner vorhanden sind, wird hier der allgemeine Fall betrachtet. Bei der kooperativen

Regelung gibt es zwei disjunkte Mengen von Spielern. Die Menge aller menschlichen Partner  $\mathbb{H}$  und die Menge der Partner  $\mathbb{A}$ , die durch ein oder mehrere technische Systeme gebildet werden. Für  $\mathbb{H} = \emptyset$  ergibt sich ein Multiagentensystem und bei  $\mathbb{A} = \emptyset$  ergibt sich eine klassische spieltheoretische Problemstellung. Beim hier betrachteten Kooperationsproblem wird davon ausgegangen, dass es mindestens einen Menschen und eine Maschine im Regelkreis gibt. Es gilt daher  $|\mathbb{A}| \geq 1$  und  $|\mathbb{H}| \geq 1$ . Um eine bessere mathematische Darstellung zu ermöglichen wird angenommen, dass die insgesamt  $N$  menschlichen und nicht menschlichen Regler durchnummeriert sind und die Mengen  $\mathbb{A}$  und  $\mathbb{H}$  formal die Menge der Indizes der jeweiligen Gruppe beschreiben,  $\mathbb{A} \cup \mathbb{H} = \mathbb{P} = \{1, \dots, N\}$ . Es gilt  $N_{\mathbb{A}} = |\mathbb{A}|$  und  $N_{\mathbb{H}} = |\mathbb{H}|$ . Zur Vereinfachung der Nomenklatur werden die Steuergrößen der nicht menschlichen Regler in dem Vektor  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  zusammengefasst. Die Anordnung der  $\mathbf{u}_i(t) \forall i \in \mathbb{A}$  in diesem zusammenfassenden Vektor erfolgt geordnet mit aufsteigendem Index  $i$ . Analog wird der Vektor  $\mathbf{u}_{\mathbb{H}}(t)$  für die Spieler  $i \in \mathbb{H}$  definiert.

Die Regelstrecke wird in diesem Kapitel als bekannt angenommen. Ebenso wird angenommen, dass die geordnete Menge der Gütefunktionen aller menschlichen Spieler

$$J_{\mathbb{H}} := \{J_i(\cdot) \mid \forall i \in \mathbb{H}\} \quad (3.1)$$

bekannt ist<sup>13</sup>. Sofern Beschränkungen der menschlichen Stellgrößen existieren, werden diese als bekannt angenommen. Die Ziele der menschlichen Spieler, welche durch  $J_{\mathbb{H}}$  beschrieben werden, sind durch den Menschen vorgegeben. Die Elemente der Menge der Gütefunktionen der nicht menschlichen Spieler

$$J_{\mathbb{A}} := \{J_i(\cdot) \mid \forall i \in \mathbb{A}\} \quad (3.2)$$

sind hingegen frei wählbar. Diese Struktur wird nachfolgend als gekoppelte Regelstruktur bezeichnet:

**Definition 3.1 (Gekoppelte Regelstruktur)**

*Eine gekoppelte Regelstruktur ist eine Abwandlung eines Differentialspiels aus Definition 2.3. Hier gilt für die Menge der Spieler  $\mathbb{P} = \mathbb{A} \cup \mathbb{H}$  mit den beiden disjunkten Spielermengen  $\mathbb{A}$  und  $\mathbb{H}$ . Dabei gilt, dass die Gütefunktionen  $J_{\mathbb{H}}$  bekannt und  $J_{\mathbb{A}}$  (noch) nicht festgelegt sind.*

Wäre auch  $J_{\mathbb{A}}$  bekannt, ergäbe sich ein mathematisch vollständig beschriebenes Differentialspiel. Dies wird nachfolgend als gekoppelter Regelkreis bezeichnet.

<sup>13</sup>In einer realen Anwendung müssen diese zuerst identifiziert werden. Die Identifikation ist durch das Lösen des Inversen Optimalregelungsproblems möglich, auf das in Abschnitt 3.4.3 eingegangen wird.

**Definition 3.2 (Gekoppelter Regelkreis)**

Ein gekoppelter Regelkreis ist ein Differentialspiel nach Definition 2.3. Es gilt für die Spieler  $\mathbb{P} = \mathbb{A} \cup \mathbb{H}$  mit den beiden disjunkten Spielermengen  $\mathbb{A}$  und  $\mathbb{H}$ . Alle Gütefunktionen  $J_i(\cdot), \forall i \in \mathbb{P}$  werden als gegeben angenommen.

Definition 3.2 ist identisch mit der ursprünglichen mathematischen Definition eines Differentialspiels 2.3, bei dem ebenfalls die Gütefunktionen aller Spieler als gegeben angenommen werden, weil die zusätzliche Unterteilung der Spielermengen in zwei Teilmengen in der klassischen Spieltheorie keinerlei Relevanz hat. Der Begriff wird hier aber zur präziseren Abgrenzung verwendet.

Die gekoppelte Regelstruktur ist der Ausgangspunkt für das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept der kooperativen Regelung. Der gekoppelte Regelkreis ist das Ziel und wird im Weiteren für die Implementierung des Konzeptes verwendet werden. Zuerst stellt sich jedoch die essentielle Frage, welcher Ansatz (vgl. Abschnitt 2.2) für die Modellierung der Lösung des gekoppelten Optimierungsproblems bzw. des Differentialspiels am besten geeignet ist. Eine direkte und formalisierte Absprache zwischen den menschlichen und nichtmenschlichen Spielern ist bei der hier betrachteten aktionsbasierten Kooperation nicht vorgesehen. Die Interaktion zwischen den Partnern erfolgt bei der aktionsbasierten Kooperation kontinuierlich über die Zustandsgrößen  $x(t)$  und die Stellgrößen  $u(t)$  des Regelkreises. Die Einigung erfolgt also implizit, indem jeder Partner auf Basis seines individuellen Regelziels  $J_i(\cdot)$  seine Stellgrößen  $u_i(t)$  rational wählt und sich dabei kontinuierlich an die anderen Partner anpasst. Die menschlichen Partner befinden sich also in Bezug auf die anderen menschliche Partner und der Automation in einem Nash-Gleichgewicht.

Diese theoretischen Überlegungen werden auch durch Experimente gestützt. So wurde in [BOW09] gezeigt, dass sich in einem haptisch gekoppelten Regelkreis zwischen zwei Menschen ein Nash-Gleichgewicht einstellt.

### 3.3. Formale Betrachtung von Kooperation

Dieses Kapitel behandelt die Frage, wie der Begriff Kooperation formalisiert werden kann und welche formalen Forderungen sich daraus ableiten. Nach der hier zugrundeliegenden Definition von Kooperation (Definition 1.1 und [Hoc01]) ist eine Möglichkeit zur Einigung das Grundmerkmal von Kooperation. Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt diskutiert, erfolgt diese Einigung für die gegebene Problemstellung implizit, über das Konzept des Nash-Gleichgewichts  $u^*(t)$ . Für einen kooperativen gekoppelten Regelkreis muss daher gelten:

**Definition 3.3 (Schwach kooperativer Regelkreis)**

Ein gekoppelter Regelkreis nach Definition 3.2 wird als schwach kooperativ bezeichnet, wenn mindestens ein Nash-Gleichgewicht existiert.

Jedoch ist im Allgemeinen das Erreichen irgendeines Regelergebnisses (hier Nash-Gleichgewicht) nicht das Ziel eines Regler- bzw. Systementwurfs. Ziel der Reglerauslegung ist es vielmehr, das Verhalten des Regelkreises an übergeordnete Anforderungen anzupassen. Um dies zu modellieren, wird das klassische Differentialspiel um eine globale Gütefunktion

$$J_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.3)$$

erweitert. Die Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  gibt die übergreifende Zielstellung für den Regelkreis jenseits der individuellen Ziele  $J_i(\cdot)$  an. Es ist anzumerken, dass ein Nash-Gleichgewicht die optimale Lösung in Bezug auf die individuellen Gütefunktionen der Spieler ist, aber nicht notwendigerweise die optimale Lösung der globalen Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  darstellt. Bei einer rein technischen Fragestellung wird  $J_G(\cdot)$  von den Systementwicklern vorgegeben. Der Grundgedanke des hier vorgestellten Ansatzes für das Design kooperativer Regelsysteme ist, die verfügbaren Freiheitsgrade, also das Verhalten der nicht-menschlichen Regler, so zu wählen, dass das resultierende Nash-Gleichgewicht optimal im Bezug zur globalen Gütefunktion ist. Die Eigenschaft der Existenz eines optimalen Nash-Gleichgewichts im Regelkreis wird als *stark kooperativ* bezeichnet:

**Definition 3.4 (Stark kooperativer Regelkreis)**

Ein gekoppelter Regelkreis nach Definition 3.2 wird als stark kooperativ bezeichnet, wenn er schwach kooperativ ist (Definition 3.3) und das sich ergebende Nash-Gleichgewicht des Regelkreises das nach  $J_G(\cdot)$  optimale Nash-Gleichgewicht ist, welches für die zugrundeliegende gekoppelte Regelstruktur erreicht werden kann.

Auch beim *stark kooperativen Regelkreis* ist es zulässig, dass mehr als ein Nash-Gleichgewicht existiert, sofern alle Nash-Gleichgewichte im Bezug zu  $J_G(\cdot)$  gleichwertig sind.

Im Folgenden werden die Bedingungen für schwache und starke Kooperation in einem gegebenen kooperativen Regelkreis formalisiert. Der Entwurf kooperativer Regelsysteme, ausgehend von einer kooperativen Regelstruktur, leitet sich in einem zweiten Schritt daraus ab.

### 3.3.1. Bedingungen für schwache Kooperation

Zuerst soll auf die notwendige Bedingung für schwache Kooperation eingegangen werden. Eine notwendige Bedingung für ein Nash-Gleichgewicht aus Sicht des Spielers  $i$  ist, dass die Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}_i(t)$  des Spielers die Lösung des zugehörigen dynamischen Optimierungsproblems sind. Diese Bedingung allein ist aber nicht hinreichend für ein Nash-Gleichgewicht, da die Bedingung gegenseitig für alle Spieler des Spiels erfüllt sein muss (vgl. (2.11)).

Wird zunächst angenommen, dass die Stellgrößen der anderen Spieler  $\mathbf{u}_{-i}(t)$  bekannt sind, kann die notwendige Bedingung formalisiert werden. Unter dieser Annahme gilt für die einseitig optimalen Stellgrößen  $\mathbf{u}_i^\diamond(t)$  des Spielers  $i$  das nachfolgende Optimierungsproblem:

$$\mathbf{u}_i^\diamond(t) := \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \quad (3.4a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \quad (3.4b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (3.4c)$$

Die Stellgrößen, welche die notwendige Bedingung des Nash-Gleichgewichts erfüllen, werden mit Hochstellung  $\diamond$  bezeichnet.

Darauf aufbauend sei die Menge  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  definiert. Diese enthält als Elemente alle möglichen Kombinationen von einseitig idealen Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}_i^\diamond \in \mathbb{U}_i$  von Spieler  $i$  nach Gleichung (3.4) und den jeweils zugehörigen Stellgrößentrajektorien der anderen Spieler

$$\mathbb{U}^{\diamond i} := \left\{ [\mathbf{u}_i^\diamond(t) \quad \mathbf{u}_{-i}(t)] \mid \forall \mathbf{u}_i^\diamond(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}(t)) \right\}. \quad (3.5)$$

Die Nebenbedingungen (3.4b) und (3.4c) des Optimierungsproblems in der Mengendefinition (3.5) werden zugunsten einer verständlicheren Darstellung nicht dargestellt, gelten aber natürlich entsprechend. Auch wenn vereinfacht als  $[\mathbf{u}_i^\diamond(t) \quad \mathbf{u}_{-i}(t)]$  dargestellt, sind die Trajektorien im Vektor entsprechend nach den Spielerindizes sortiert und als Spaltenvektor angeordnet.

Die Stellgrößenbeschränkungen der anderen Spieler werden bei (3.5) nicht berücksichtigt. Ergibt sich eine Trajektorie  $\mathbf{u}_i^\diamond(t)$  unter verschiedenen  $\mathbf{u}_{-i}(t)$ , enthält  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  alle diese Kombinationen. Im Folgenden Beispiel wird  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  veranschaulicht.

**Beispiel 3.1:** Gegeben seien zwei Spieler mit den jeweils skalaren aber nicht beschränkten Strategien  $u_1$  und  $u_2$  mit  $u_1, u_2 \in \mathbb{R}$ . Für bessere Anschaulichkeit wird ein statisches System angenommen und die Gütefunktionen der Spieler basieren, wie bei einem klassischen Spiel, direkt auf den Strategien. Die Gütefunktion des Spielers 1 sei gegeben mit

$$J_1(u_1, u_2) = (u_1 + u_2)^2. \quad (3.6)$$

Es lässt sich eine geschlossene Lösung für das Optimierungsproblem von Spieler 1 angeben:  $u_1^\diamond = -u_2$ . Damit ergibt sich die Menge  $\mathbb{U}^{\diamond 1}$  zu

$$\mathbb{U}^{\diamond 1} = \left\{ \begin{bmatrix} -a & a \end{bmatrix}^T \mid \forall a \in \mathbb{R} \right\}. \quad (3.7)$$

Die Menge  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  erlaubt eine alternative Darstellung aller Nash-Gleichgewichte in einem Differentialspiel.

**Lemma 3.1 (Alternative Darstellung Nash-Gleichgewicht)**

Die Menge aller Nash-Gleichgewichte  $\mathbb{U}^*$  ergibt sich zu

$$\mathbb{U}^* = \bigcap_{\forall i \in \mathbb{P}} \mathbb{U}^{\diamond i}. \quad (3.8)$$

**Beweis:**

Da sich  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  aus dem Optimierungsproblem (3.4) berechnet, ergibt sich für die Schnittmenge genau die  $\mathbf{u}^*(t)$  bei denen es für jeden Spieler rational ist, die Strategie  $\mathbf{u}_i^*(t)$  zu wählen. Dies entspricht der Definition des Nash-Gleichgewichts 2.4.  $\square$

In Abbildung 3.2 werden die Beziehungen der Mengen  $\mathbb{U}, \mathbb{U}_i, \mathbb{U}^{\diamond i}, \mathbb{U}^*$  an einem statischen Beispiel mit zwei Spielern und jeweils einer Stellgröße verdeutlicht. Für das Beispiel sind die Elemente der Mengen  $\mathbb{U}_1$  und  $\mathbb{U}_2$  Skalare (die Stellgröße des jeweils anderen Spielers ist nicht Teil der Stellgrößenbeschränkung eines Spielers) und die Elemente der Mengen  $\mathbb{U}, \mathbb{U}^{\diamond 1}, \mathbb{U}^{\diamond 2}$  und  $\mathbb{U}^*$  sind Vektoren.

Mit den Mengen  $\mathbb{U}^{\diamond i}$  kann die notwendige Bedingung für schwache Kooperation aufgestellt werden. Zur Wiederholung, die Menge  $\mathbb{U}$  ist  $\mathbb{U}_1 \times \mathbb{U}_2$ .

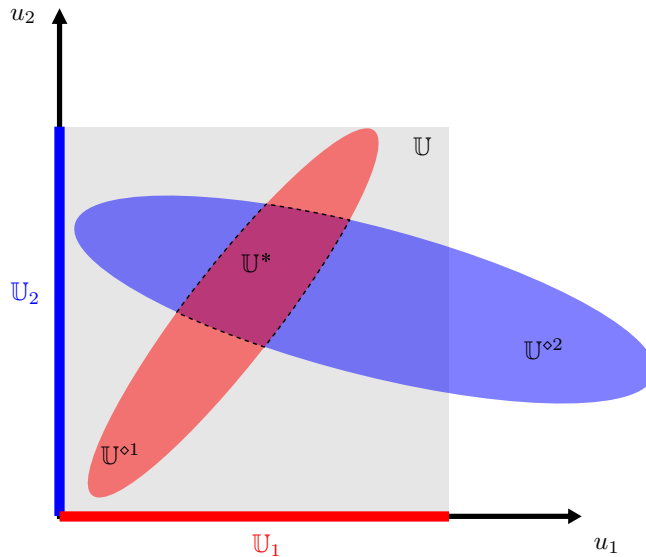


Abbildung 3.2.: Beziehungen der Mengen  $U, U_i, U^{o_i}, U^*$  für ein statisches Beispiel mit  $N = n_e = 2$ .  $U^*$  (die Schnittmenge von  $U^{o_1}$  und  $U^{o_2}$ ) ist zur Verdeutlichung mit einer gestrichelten Linie umrandet.

**Satz 3.1 (Notwendige Bedingung für schwache Kooperation in einer gekoppelten Regelstruktur)**

Eine notwendige Bedingung für einen schwach kooperativen Regelkreis ist

$$|U^{\circ\mathbb{H}} \cap U| \geq 1 \quad (3.9)$$

mit

$$U^{\circ\mathbb{H}} = \bigcap_{\forall i \in \mathbb{H}} U^{o_i}. \quad (3.10)$$

**Beweis:**

Es ist offensichtlich, dass für  $|U^{\circ\mathbb{H}}| = 0$  kein Nash-Gleichgewicht für die menschlichen Spieler existiert. Dies ist unabhängig vom Verhalten der nicht menschlichen Spieler  $i \in \mathbb{A}$ , da jegliche (sogar die unzulässigen d.h. auch diejenigen, die nicht die Stellgrößenbeschränkungen erfüllen) Möglichkeiten der Stellgrößen für die Berechnung von  $U^{\circ\mathbb{H}}$  berücksichtigt wurden. Gilt zwar  $|U^{\circ\mathbb{H}}| \geq 1$  aber  $|U^{\circ\mathbb{H}} \cap U| = 0$ , existiert ebenfalls kein Nash-Gleichgewicht, da alle Stellgrößenpaarungen, für die eine Einigung zwischen den menschlichen Spieler möglich wäre, nicht zulässig sind. Kooperation nach Definition 1.1 bzw. 3.3 ist also nicht möglich, da keine Einigung bzw. Nash-Gleichgewicht (Lemma 3.1) möglich ist.  $\square$

Da für die Berechnung von  $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}}$  keinerlei Informationen über die, in einer gekoppelten Regelstruktur, noch nicht gegebenen Regler der Automation notwendig sind (ausgenommen dem Wissen über die Stellgrößenbeschränkungen dieser Systeme, welches aber in einer technischen Anwendung a-priori gegeben ist), kann diese Bedingung vor dem Reglerentwurf geprüft werden. Ist Satz 3.1 nicht erfüllt, ist es für eine gegebene gekoppelte Regelstruktur unter keinen Umständen möglich eine kooperative Regelung zu entwerfen.

**Beispiel 3.2:** Das Beispiel basiert auf Beispiel 3.1. Es wird angenommen  $i = 1, 2 \in \mathbb{H}$ . Die Gütefunktion des zweiten menschlichen Spielers sei

$$J_2(u_1, u_2) = (b + u_2)^2, b \in \mathbb{R}. \quad (3.11)$$

Die Stellgrößen beider Spieler werden als nicht beschränkt angenommen. Die notwendige Bedingung für schwache Kooperation ist erfüllt, da die optimale Strategie für Spieler 2  $u_2^{\circ} = -b$  ist und sich damit mit Spieler 1 ein Nash-Gleichgewicht mit  $u_2^* = -b \rightarrow u_1^* = b$  ergibt ( $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} = \mathbb{U}^* = \{[b \quad -b]\}$ ).

Wird hingegen als Gütefunktion des zweiten Spielers

$$J_2(u_1, u_2) = (u_1 + u_2 + c)^2, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (3.12)$$

gewählt, ist die Bedingung für schwache Kooperation nicht erfüllbar, da  $u_2^{\circ} = -c - u_1$  und  $u_1^{\circ} = -u_2$  und es damit mit  $c \neq 0$  nur eine leere Schnittmenge zwischen  $\mathbb{U}^{\circ 1}$  und  $\mathbb{U}^{\circ 2}$  gibt ( $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} = \emptyset$ ).

Um eine notwendige und hinreichende Bedingung für schwache Kooperation eines kooperativen Regelkreises zu erhalten, wird die Menge

$$\bigcap_{\forall i \in \mathbb{A}} \mathbb{U}^{\circ i} = \mathbb{U}^{\circ \mathbb{A}} \quad (3.13)$$

eingeführt. Damit ergibt sich:

**Satz 3.2 (Notwendige und hinreichende Bedingung für schwache Kooperation eines gekoppelten Regelkreises)**

Notwendige und hinreichende Bedingung für schwache Kooperation eines gekoppelten Regelkreises ist

$$|\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \cap \mathbb{U}^{\circ\mathbb{A}}| \geq 1. \quad (3.14)$$

**Beweis:**

Da  $\mathbb{P} = \mathbb{A} \cup \mathbb{H}$  gilt  $\mathbb{U}^* = \mathbb{U}^{\circ\mathbb{A}} \cap \mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}}$ . Nach Lemma 3.1 ist  $|\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \cap \mathbb{U}^{\circ\mathbb{A}}| = |\mathbb{U}^*| \geq 1$  gleichbedeutend mit der Existenz eines Nash-Gleichgewichts und damit der Grundlage einer Einigung zwischen den Partnern.  $\square$



**Beispiel 3.3:** Dieses Beispiel basiert auf Beispiel 3.2. Im Gegensatz zu Beispiel 3.2 wird angenommen, dass  $\mathbb{H} = \{1\}$  und  $\mathbb{A} = \{2\}$ . Für

$$J_2(u_1, u_2) = (b + u_2)^2, b \in \mathbb{R} \quad (3.15)$$

ist die notwendige und hinreichende Bedingung für schwache Kooperation erfüllt. Das Nash-Gleichgewicht ist ( $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} = \mathbb{U}^* = \{[b \quad -b]\}$ ) (siehe Beispiel 3.2). Für

$$J_2(u_1, u_2) = (u_1 + u_2 + c)^2, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (3.16)$$

ist die notwendige und hinreichende Bedingung für schwache Kooperation nicht erfüllt.

Satz 3.2 entspricht der zu Beginn des Abschnitts aufgestellten, verbalen Forderung nach einem Nash-Gleichgewicht in einem gekoppelten Regelkreis. Da  $\mathbb{U}_i$  schon bei der Bestimmung von  $\mathbb{U}^{\circ i}$  berücksichtigt wurde und hier alle  $i \in \mathbb{P}$  betrachtet werden, muss  $\mathbb{U}$  nicht mehr explizit berücksichtigt werden.

### 3.3.2. Definition der stark kooperativen Nash-Strategie

Wie bereits erwähnt, beantwortet die Definition von schwacher Kooperation 3.3 nur die Frage nach der Existenz eines Nash-Gleichgewichts und damit, ob eine kooperative Regelung für die gekoppelte Regelstruktur überhaupt möglich ist. Absicht einer Reglerauslegung ist es aber, eine möglichst optimale Regelung zu schaffen. Ziel ist ein *stark kooperativer Regelkreis* nach Definition 3.4. Für den Fall  $|\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \cap \mathbb{U}| = 1$  ist bei der gegebenen gekoppelten Regelstruktur nur eine Nash-Strategie möglich. Es ist nicht möglich dieses zu beeinflussen und die einzigen logischen Stellgrößen  $u_{\mathbb{A}}(t)$  der nicht-menschlichen Regler  $\mathbb{A}$  ergeben sich direkt aus  $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}}$ .

Für den Fall  $|\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \cap \mathbb{U}| > 1$  gibt es Freiheitsgrade, die genutzt werden können, um ein mit Bezug auf  $J_G(\cdot)$  möglichst optimales Nash-Gleichgewicht zu erreichen. Diese „ideale Nash-Strategie“, die bei einer gegebenen gekoppelten Regelstruktur erreicht werden kann, wird als *stark kooperative Nash-Strategie* eingeführt und ist durch folgende Definition gegeben:

**Definition 3.5 (Stark kooperative Nash-Strategie)**

Eine Strategie ist eine stark kooperative Nash-Strategie  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$ , wenn diese die Lösung des folgenden Optimierungsproblems darstellt:

$$\hat{\mathbf{u}}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}(t)} J_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.17a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.17b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.17c)$$

$$\mathbf{u}(t) \in \mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \quad (3.17d)$$

$$\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i \quad \forall i \in \mathbb{A}. \quad (3.17e)$$

Die Bedingung (3.17d) erzwingt, dass  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  aus Sicht der Spieler  $\mathbb{H}$  ein Nash-Gleichgewicht darstellt. Aus Sicht der Spieler  $\mathbb{A}$  betrachtet, entspricht  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  streng formal keinem Nash-Gleichgewicht, da dessen Definition 2.4 auf den Gütefunktionen basiert. Die Gütefunktionen der Menge  $J_{\mathbb{A}}$  sind aber (noch) beliebig und bewusst nicht Teil der Definition von  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$ . Für die Spieler  $\mathbb{A}$  wurden (noch) keine individuellen Ziele definiert, wodurch keine Optimierungsprobleme für diese Spieler aufgestellt werden können. Dennoch wird  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  als Nash-Strategie bezeichnet, da es das beste Nash-Gleichgewicht ist, das mit und zwischen den Spielern  $\mathbb{H}$  erreicht werden kann. Einfacher gesagt, da die Spieler  $\mathbb{A}$  (noch) keine individuellen Ziele haben, akzeptieren sie jegliche Form der Kooperation.

Für eine gegebene Problemstellung kann es mehr als ein *stark kooperatives Nash-Gleichgewicht* geben. Die Definition 3.5 berücksichtigt formal auch den Sonderfall  $|\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}} \cap \mathbb{U}| = 1$ , bei dem bereits die Nebenbedingungen genau eine eindeutige Lösung ergeben. Durch das folgende Beispiel soll die Definition verdeutlicht werden.

**Beispiel 3.4:** Ein menschlicher Spieler sei wie in Beispiel 3.1 gegeben und es gilt  $\mathbb{A} = \{2\}$ . Das globale Gütemaß sei

$$J_G(u_1, u_2) = (u_1 - e)^2, e \in \mathbb{R}. \quad (3.18)$$

Die stark kooperative Nash-Strategie für dieses Spiel ist  $\hat{\mathbf{u}}^* = [e \quad -e]^T$ .

Die Bestimmung einer *stark kooperativen Nash-Strategie*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  (Definition 3.5) kann direkt und ohne die explizite Kenntnis der Gütefunktionen  $J_{\mathbb{A}}$  erfolgen. Auf die numerische Bestimmung eines *stark kooperativen Nash-Gleichgewichts* wird in Abschnitt 3.4 eingegangen. Da  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  die im Sinne einer kooperativen Regelung zu applizierenden

Stellgrößentrajektorien der nicht-menschlichen Regler enthält, ist es grundsätzlich in einer Anwendung möglich, diese Regler ohne die Kenntnisse der Gütefunktionen  $J_{\mathbb{A}}$  und damit einem mathematisch vollständig beschriebenen Differentialspiel, zu realisieren.

### 3.3.3. Bedingungen für einen *stark kooperativen Regelkreis*

Vergleicht man die Definition 3.4 des gesuchten *stark kooperativen Regelkreises* und der Definition der *stark kooperativen Nash-Strategie* 3.5 ergibt sich, dass nach den Definitionen ein Regelkreis dann *stark kooperativ* ist, wenn das Nash-Gleichgewicht des zugrundeliegenden Differentialspiels eine *stark kooperative Nash-Strategie* ist. Formal gilt daher:

**Definition 3.6 (Alternative Definition stark kooperativer Regelkreis)**

Ein gekoppelter Regelkreis (Definition 3.2) ist dann *stark kooperativ*, wenn mindestens eine *stark kooperative Nash-Strategie*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  existiert und es keine weiteren Nash-Gleichgewichte  $\mathbf{u}^*(t)$  im Differentialspiel gibt, die nicht gleichzeitig auch *stark kooperative* sind.

Für die gesuchten  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  kann daraus die folgende Bedingung abgeleitet werden:

**Satz 3.3 (Notwendige Bedingung für die  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  eines stark kooperativen Regelkreises)**

Notwendige Bedingung für starke Kooperation in einem Regelkreis ist, dass ein *stark kooperatives Nash-Gleichgewicht*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  existiert (Satz 3.17) und dass für die Gütefunktionen  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  gilt

$$\forall i \in \mathbb{A} : \quad \hat{\mathbf{u}}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} \hat{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{-i}^*(t)) \quad (3.19a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.19b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (3.19c)$$

**Beweis:**

Satz 3.3 folgt direkt aus der Forderung, dass die Gütemaße  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  zu einem *stark kooperativen Nash-Gleichgewicht* führen müssen (Definition 3.6 und Definition 3.5).  $\square$

Bei (3.19) handelt es sich um ein Inverses Optimierungsproblem (Anhang A.3). Ein inverses Optimierungsproblem ist im Allgemeinen mehrdeutig. Daher kann mehr als ein Gütemaß existieren, welches die Bedingung (3.19) erfüllt, sofern nicht weitere Nebenbedingungen eingeführt werden.

Die Bedingung ist nur notwendig, da sie zwar die Existenz (mindestens einer) *stark kooperativen* Stellgrößentrajektorie  $\hat{u}^*(t)$  garantiert, aber nicht ausschließt, dass es weitere Nash-Gleichgewichte gibt, die keine *stark kooperative Nash-Strategie* sind. Es wäre grundsätzlich möglich Satz 3.3 um die Bedingung, dass nur ein einziges Nash-Gleichgewicht existieren darf, zu erweitern. Dies ist jedoch unnötig, da die Durchsetzung der Strategie  $\hat{u}^*(t)$  einfach dadurch erfolgen kann, dass die Spieler  $i \in \mathbb{A}$  sich auf die Strategie  $\hat{u}_i^*(t)$  (oder eine der Strategien) festlegen. Damit wird die Problematik von nicht *stark kooperativen Nash-Strategien* umgangen, ohne dies explizit bei der Bestimmung der Gütefunktionen berücksichtigen zu müssen. Im Folgenden werden die Gedanken des Abschnittes in einem abschließenden Beispiel zusammengefasst.

**Beispiel 3.5:** Um die Überlegungen von Abschnitt 3.3 anschaulich darzustellen, wird ein statisches Beispiel vorgestellt. Gegeben sind zwei Spieler mit jeweils einer skalaren Stellgröße  $u_1$  und  $u_2$  mit der Beschränkung  $u_1, u_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Bei Spieler  $i = 1$  handelt es sich um einen Menschen und bei Spieler  $i = 2$  um ein technisches System, welches den Menschen unterstützen soll. Die Gütefunktion des Menschen ist gegeben durch

$$J_1(u_1, u_2) = (u_1 - (f - u_2))^2, \quad f \in \mathbb{R}_{>0} \quad (3.20)$$

und die globale Gütefunktion durch

$$J_G(u_1, u_2) = u_1^2 + u_2^2. \quad (3.21)$$

Gesucht ist die Gütefunktion des technischen Systems  $J_2(\cdot)$ , wodurch sich ein stark kooperativer Regelkreis ergibt.

Das Optimierungsproblem des Spielers  $i = 1$ , welches das optimale  $u_1$  in Abhängigkeit von  $u_2$  (3.4) bestimmt, kann geschlossen gelöst werden

$$u_1^\diamond = \begin{cases} f - u_2 & \text{für } f - u_2 \geq 0 \\ 0 & \text{für } f - u_2 < 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Damit ergibt sich folgende Menge  $\mathbb{U}^{\diamond 1} = \mathbb{U}^{\diamond H}$

$$\mathbb{U}^{\diamond 1} = \left\{ \begin{bmatrix} f - g & g \end{bmatrix}^T \mid \forall g \in \mathbb{R} \text{ mit } (f - g) \geq 0 \right\} \cup \left\{ \begin{bmatrix} 0 & h \end{bmatrix}^T \mid \forall h \in \mathbb{R} \text{ mit } (f - h) < 0 \right\}. \quad (3.23)$$

Die stark kooperative Nash-Strategie ergibt sich zu

$$\hat{u}^* = \arg \min_{u \in \mathbb{U}^{\diamond 1} \cap \mathbb{U}} J_G(u_1, u_2) = \begin{bmatrix} f/2 & f/2 \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

In Abbildung 3.3 sind  $\mathbb{U}^{\diamond 1}$  (rot),  $J_G(\cdot)$  (grün) und  $\hat{u}^*$  (schwarzer Punkt) dargestellt. Die Gütefunktion  $J_2(\cdot)$  eines Systems, welches für den gegebenen Spieler 1 zu einem stark kooperativen Regelkreis (also der idealen Kooperation) führt, ergibt sich nach Satz 3.3 aus

$$\hat{J}_2(\hat{u}_1^*, u_2) : \hat{u}_2^* = \arg \min_{u_2 \in \mathbb{U}_2} J_2(\hat{u}_1^*, u_2). \quad (3.25)$$

Eine mögliche Lösung des Problems ist die Gütefunktion

$$\hat{J}_2(u_1, u_2) = (u_1 - u_2)^2. \tag{3.26}$$

Die Menge  $\mathbb{U}^{\circ 2}$ , die sich für (3.26) ergibt, ist ebenfalls in Abbildung 3.3 (blau) abgebildet. Es gilt

$$\mathbb{U}^{\circ 1} \cap \mathbb{U}^{\circ 2} = \mathbb{U}^* = \{\hat{u}^*\}. \tag{3.27}$$

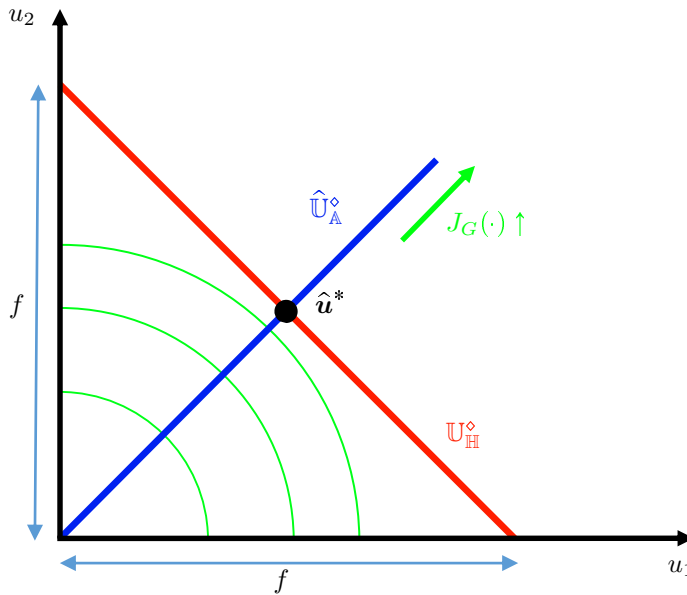


Abbildung 3.3.: Beispiel eines stark kooperativen Nash-Gleichgewichts und eines stark kooperativen Regelkreises

### 3.4. Direkte numerische Bestimmung einer stark kooperativen Nash-Strategie

In diesem Abschnitt wird darauf eingegangen, wie  $\hat{u}^*(t)$  (Definition 3.5) berechnet werden kann. Im Vergleich zu den eher grundlegenden Überlegungen des vorigen Abschnitts sollen hier Ansätze vorgestellt werden, auf deren Basis Algorithmen entworfen werden können, um  $\hat{u}^*(t)$  in einer praktischen und realen Problemstellung zu bestimmen.

Für die Bestimmung der stark kooperativen Nash-Strategie gibt es zwei Ansätze die in Abbildung 3.4 gegenübergestellt sind. Bei einem stark kooperativen Regelkreis (Definition 3.6) sind die Gütemaße der Automation  $\hat{J}_A$  bekannt.  $\hat{u}^*(t)$  ergibt sich daher als Nash-Gleichgewicht des Differentialspiels. Auf die Bestimmung von  $\hat{J}_A$  wird im

nächsten Abschnitt eingegangen. In diesem Abschnitt wird auf die Bestimmung von  $\hat{u}^*(t)$  direkt auf Basis einer gegebenen gekoppelten Regelstruktur eingegangen. Dabei ergibt sich die Problemstellung der folgenden Seite.

**Problemstellung 3.1 (Direkte Bestimmung einer stark kooperativen Nash-Strategie)**

**Gegeben:**

- $\mathcal{S}$ , System
- $[0, T)$ , Zeitintervall des Spiels
- $N$ , Anzahl der Spieler ( $N \geq 2$ )
- $\mathbb{H}$ , Menge der Indizes der menschlichen Spieler im Spiel ( $N > |\mathbb{H}| \geq 1$ )
- $J_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{H}$ , Gütefunktionen der Spieler  $i \in \mathbb{H}$
- $\mathbb{U}_i \forall i \in \mathbb{H}$ , die jeweils konvexen Mengen der Stellgrößenbeschränkungen der Spieler  $i \in \mathbb{H}$  (sofern vorhanden)
- $\mathbb{U}_i \forall i \in \mathbb{A}$ , die jeweils konvexen Mengen der Stellgrößenbeschränkungen der Spieler  $i \in \mathbb{A}$  (sofern vorhanden)
- $J_G(\cdot)$ , globale Gütefunktion

**Gesucht:**

- $\hat{u}^*(t)$ , stark kooperative Nash-Strategie nach Definition 3.5

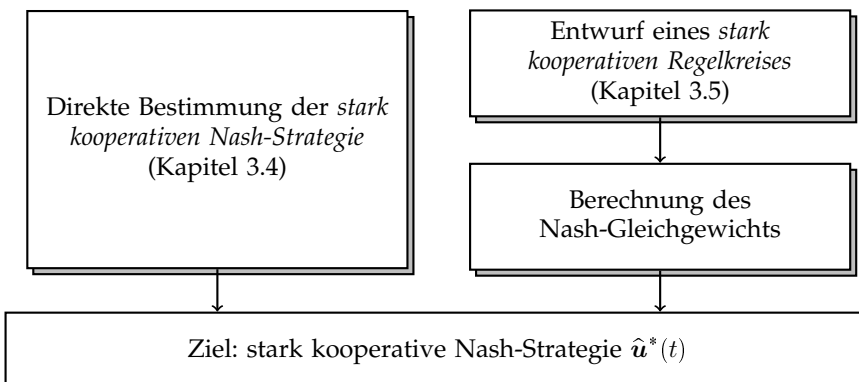


Abbildung 3.4.: Zwei Ansätze zur Bestimmung der stark kooperativen Nash-Strategie

Es wird in diesem Abschnitt angenommen, dass die Nebenbedingungen der Stellgrößenbeschränkungen ( $\mathbb{U}_i$ ) konvex sind. Theoretisch kann das Problem auf Basis des Optimierungsproblems (3.17) der Definition 3.5 gelöst werden. Dafür wird aber  $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}}$  benötigt. Die Berechnung dieser, für eine kontinuierliche dynamische Problemstellung unendlichen Menge, ist aber in den wenigsten Fällen praktikabel. Für eine umsetzbare Lösung wird daher vorgeschlagen  $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{H}}$  nicht explizit zu berechnen, sondern ein geschachteltes bzw. hierarchisches Optimierungsproblem zu lösen. Ziel des primären Optimierungsproblems ist dabei, den mit Bezug zu  $J_G(\cdot)$  optimalen Vektor der Steuergrößen der Automation  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  zu berechnen. Die Existenz eines Nash-Gleichgewichts mit den Spielern  $\in \mathbb{H}$  im Regelkreis ist eine Nebenbedingung für das primäre Optimierungsproblem, wobei diese Nebenbedingung selbst wieder ein Optimierungsproblem ist. Formal ergibt sich:

$$\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t) \in \mathbb{U}_{\mathbb{A}}} J_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{H}}^*(t)) \quad (3.28a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\forall i \in \mathbb{H} : \mathbf{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t)) \quad (3.28b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{H}}^*(t)) \quad (3.28c)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.28d)$$

Dabei ist  $\mathbf{u}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t)$  der geordnete Vektor der Stellgrößentrajektorien aller Spieler  $\in \mathbb{H}$ , ausgenommen der Trajektorien des Spielers  $i$ . Die Menge  $\mathbb{U}_{\mathbb{A}}$  ist die zusammengefasste Strategiemenge für den Vektor der Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  aller nicht-menschlichen Spieler.  $\mathbb{U}_{\mathbb{A}}$  ergibt sich als Kombination der Strategiemengen:

$$\mathbb{U}_{\mathbb{A}} = \times_{\forall i \in \mathbb{A}} \mathbb{U}_i. \quad (3.29)$$

Im Vergleich zur Menge  $\mathbb{U}^{\circ\mathbb{A}}$  beschreibt die Menge  $\mathbb{U}_{\mathbb{A}}$  nur die Beschränkungen der Stellgrößen, nicht aber die Abhängigkeiten der Stellgrößen der einzelnen Spieler. Es sei noch einmal wiederholt, dass  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  der zusammengefasste Vektor der Stellgrößentrajektorien aller technischen Regler ist. Entsprechend ist  $\mathbf{u}_{\mathbb{H}}$  der zusammenfassende Vektor der Steuergrößen aller menschlichen Spieler. Die internen Optimierungsprobleme (3.28b) entsprechen der Suche nach einem Nash-Gleichgewicht für die menschlichen Spieler unter der Annahme, dass die Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  dabei gegeben sind. Es ist damit ein Standardproblem der Spieltheorie (vgl. [Eng05]). Die Nebenbedingung der Systemdynamik (3.28c) und die Anfangswertbedingung (3.28d) gelten hierbei entsprechend auch für das Problem (3.28b), formal präzise ist dabei die Nebenbedingung der Systemdynamik

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t)). \quad (3.30)$$

Zur Lösung des Problems (3.28) eignen sich im Besonderen die, für die Lösung von dynamischen Optimierungsproblemen weit verbreiteten, direkten Einfach- und

Mehrfachschießverfahren, auf die im Anhang A.2 eingegangen wird. Im Folgenden soll auf die Ersatzoptimierungsprobleme eingegangen werden, die sich bei der Anwendung von Schießverfahren ergeben. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich alle Gütefunktionen in der Form (2.2) darstellen lassen.

### 3.4.1. Anwendung des Einzelschießverfahrens

Grundlage der Anwendung des Einzelschießverfahrens ist ein dynamisches Optimierungsproblem mittels eines Parameter-Optimierungsproblems zu approximieren. Bei der Problemstellung (3.28) gibt es allerdings zwei Optimierungsprobleme. Für den Spezialfall, dass für eines der beiden Optimierungsprobleme ((3.28a) oder (3.28b)) eine analytische Lösung möglich ist, wäre es denkbar nur jeweils das Problem zu parametrisieren, das numerisch gelöst werden muss. Da aber im allgemeinen Fall beide Problemstellungen numerisch gelöst werden müssen, wird hier dieser Ansatz vorgestellt. Die Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}_i(t)$  des Spielers  $i$  werden approximiert durch

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i) = \sum_{j=1}^{m_i} \mathbf{q}_{i,j} \phi_{i,j}(t). \quad (3.31)$$

Dabei ist  $\phi_{i,j} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$  für  $j = 1, \dots, m_i$  jeweils eine gegebene linear unabhängige Funktion,  $\mathbf{q}_{i,j} \in \mathbb{R}^{n_i}$  der Parametervektor für die Funktion  $\phi_{i,j}$  und

$$\mathbf{q}_i = [\mathbf{q}_{i,1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{i,m_i}^T]^T \in \mathbb{R}^{n_i m_i}$$

der zusammengefasste Vektor aller Parameter des Spielers  $i$ . Analog zu  $\mathbf{u}_\Delta(t)$  ist  $\tilde{\mathbf{u}}_\Delta(t, \mathbf{q}_\Delta)$  der zusammengefasste Vektor der approximierten Stelltrajektorien aller nicht-menschlichen Spieler. Dabei ist  $\mathbf{q}_\Delta$  der Vektor aller für die Approximation  $\tilde{\mathbf{u}}_\Delta(t, \mathbf{q}_\Delta)$  benötigten Parameter. Entsprechendes gilt für  $\tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{q}_\mathbb{H})$  und  $\mathbf{q}_\mathbb{H}$ . Damit ergibt sich für (3.28) das folgende Ersatzproblem:

$$\hat{\mathbf{q}}_\Delta^* = \arg \min_{\mathbf{q}_\Delta} J_G(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_\Delta(t, \mathbf{q}_\Delta), \tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{q}_\mathbb{H}^*)) \quad (3.32a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_\Delta(t, \mathbf{q}_\Delta), \tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{q}_\mathbb{H}^*)) \quad (3.32b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.32c)$$

$$\mathbb{U}_\Delta \ni \tilde{\mathbf{u}}_\Delta(t, \mathbf{q}_\Delta) \quad (3.32d)$$

mit  $\tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{q}_\mathbb{H}^*)$  aus

$$\forall i \in \mathbb{H}:$$



$$\mathbf{q}_i^* = \arg \min_{\mathbf{q}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{A}}), \tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{H} \setminus i}^*)) \quad (3.32e)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{A}}), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{H}})) \quad (3.32f)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.32g)$$

$$\mathbb{U}_i \ni \tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i) \quad (3.32h)$$

Hierbei bezeichnet  $\mathbf{q}_{\mathbb{H} \setminus i}$  den Vektor aller Parameter für die Approximationen der Trajektorien  $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{H}})$  der Spieler  $\in \mathbb{H}$  ohne die Trajektorien  $\tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i)$ . Das Optimierungsproblem (3.32a) ist unter der Bedingung

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t, \hat{\mathbf{q}}_{\mathbb{A}}^*) = \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t) \quad (3.33)$$

eine exakte Substitution des Originalproblems (3.28).

Um das Problem (3.32a) durch Parameteroptimierung lösen zu können, ist es notwendig das Optimierungsproblem in ein Nichtlineares Programm (NLP) der Form

$$\hat{\mathbf{q}}_{\mathbb{A}}^* = \arg \min_{\mathbf{q}_{\mathbb{A}}} J'(\mathbf{q}_{\mathbb{A}}) \quad (3.34a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}'_{\mathbb{A}}(\mathbf{q}_{\mathbb{A}}) \quad (3.34b)$$

$$\mathbf{0} \geq \mathbf{i}'_{\mathbb{A}}(\mathbf{q}_{\mathbb{A}}) \quad (3.34c)$$

zu überführen. Die Funktion  $J'(\cdot)$  beschreibt zusammenfassend die Lösung des Differentialspiels und anschließende Auswertung der Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  für einen gegebenen Parametervektor  $\mathbf{q}_{\mathbb{A}}$ . Dazu sind die folgenden Schritte notwendig:

1. Bestimmung der Stellgrößentrajektorien  $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{A}})$  für den gegebenen Vektor  $\mathbf{q}_{\mathbb{A}}$ .
2. Berechnung des Nash-Gleichgewichts der Spieler  $\in \mathbb{H}$  (3.32e)  $\rightarrow \mathbf{q}_{\mathbb{H}}^*$  unter der Annahme der im vorhergehenden Schritt bestimmten Stellgrößentrajektorien der Automation. Diese Problemstellung kann dabei mit den im Abschnitt 2.2.1 eingeführten Verfahren gelöst werden. Die sich dabei ergebenden dynamischen Optimierungsprobleme können durch die Anwendung des Einfachschießverfahrens (Anhang A.2) gelöst werden.
3. Bestimmung der Stellgrößentrajektorien  $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{H}}^*)$  mit dem im vorherigen Schritt bestimmten Vektor  $\mathbf{q}_{\mathbb{H}}^*$ .
4. Lösung des Anfangswertproblems des Systems  $\mathcal{S} \rightarrow \mathbf{x}(t)$  für die gegebenen Stellgrößen und den Anfangswert  $\mathbf{x}_0$ . Numerisch kann diese Integration durch Ein- oder Mehrschrittverfahren gelöst werden [BSM06].
5. Auswertung der Gütefunktion  $J_G(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{A}}), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H}}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{H}}^*))$

Eine geschlossene mathematische Darstellung von  $J'(\cdot)$  ist im Allgemeinen nicht möglich.

Da gegebenenfalls nicht für jeden Vektor  $\mathbf{q}_\mathbb{A}$  ein Nash-Gleichgewicht existiert, muss bei der Optimierung dessen Existenz erzwungen werden. Dazu wird ein Penalty-Ansatz vorgeschlagen, bei dem die Nichtexistenz eines Nash-Gleichgewichts  $\in \mathbb{H}$  durch einen Strafterm in  $J'(\cdot)$  berücksichtigt wird<sup>14</sup>. Die Nebenbedingungen (3.34b) und (3.34c) beschreiben nur noch die Stellgrößenbeschränkungen der Spieler  $\in \mathbb{A}$  und ergeben sich direkt aus (2.5) und (2.6).

### Anmerkungen zur Implementierung des erweiterten Einzelschießverfahrens

Sollte es in einer spezifischen Problemstellung möglich sein die Nebenbedingungen  $\mathbf{g}'(\cdot)$ ,  $\mathbf{i}'(\cdot)$  in eine, im Bezug zu den Parametern, lineare Form zu überführen, ist dies vorzuziehen, da dies die Optimierung vereinfacht. Eine Beschreibung der Nebenbedingungen über Mengen ( $\mathbb{U}$ ) ist für eine konkrete Lösung nicht sinnvoll, da Optimierungsalgorithmen die Formulierung als NLP voraussetzen. Sollten die Stellgrößen der Spieler nicht beschränkt sein, entfällt (3.34b), (3.34c) und das Optimierungsproblem kann mit unbeschränkten Parameteroptimierungsverfahren gelöst werden. Eine analytische Darstellung des Gradienten

$$\nabla J'(\mathbf{q}_\mathbb{A}) = \frac{\partial J'(\mathbf{q}_\mathbb{A})}{\partial \mathbf{q}_\mathbb{A}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J'(\mathbf{q}_\mathbb{A})}{\partial q_{\mathbb{A},1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial J'(\mathbf{q}_\mathbb{A})}{\partial q_{\mathbb{A}, \sum_{\mathbf{v} \in \mathbb{A}} n_{\mathbf{v}} m_{\mathbf{v}}}} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

ist im Allgemeinen nicht möglich und eine numerische Berechnung vergleichsweise aufwendig. Ein weiterer elementarer Nachteil der Anwendung des Einzelschießverfahrens ist, dass bei der Optimierung eine Abhängigkeit zwischen jedem Element des Vektors  $\mathbf{q}_\mathbb{A}$  besteht und die Funktion  $J'(\cdot)$  zwar numerisch implementiert, aber nicht analytisch dargestellt werden kann. Damit ist der zu erwartende Rechenaufwand des Verfahrens hoch. Zusätzlich ist eine geeignete Wahl von  $\mathbf{q}_\mathbb{A}^{\{0\}}$  entscheidend.

### 3.4.2. Erweiterung des klassischen Mehrfachschießverfahrens für die kooperative Regelung

Um den oben genannten Nachteil der gegenseitigen Abhängigkeit der Optimierungsparameter zu umgehen, wird beim Mehrfachschießverfahren durch das Einführen weiterer Parameter das Optimierungsproblem (3.32) in mehrere, in Bezug auf die Parameter entkoppelte Optimierungsprobleme aufgeteilt (vgl. Anhang A.2). Um dies zu ermöglichen, wird das Zeitintervall  $[0, T]$  in  $m$  Teilintervalle der jeweiligen Breite

<sup>14</sup>Alternativ könnte man dies auch über eine Gleichheitsnebenbedingung formalisieren, die für alle  $\mathbf{q}_\mathbb{A}$  bei denen ein Nash-Gleichgewicht besteht, erfüllt ist.

$\Delta\tau_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, m$  aufgeteilt. In diesen Zeitintervallen werden die Stellgrößentrajektorien aller Spieler als abschnittsweise konstante Funktion approximiert. Die Intervalleinteilung ist dabei global und gilt für alle Spieler. Beim Einfachschießverfahren ist eine explizite Einteilung in Intervalle nicht notwendig. Die Approximation der Stellgrößen  $\tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i)$  für Spieler  $i$  ergibt sich damit zu

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(t, \mathbf{q}_i) = \sum_{j=1}^m \mathbf{q}_{i,(j)} \phi_{(j)}(t) \quad (3.36)$$

mit

$$\phi_{(j)}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \in \left[ \sum_{k=1}^{j-1} \Delta\tau_{(k)}, \sum_{k=1}^j \Delta\tau_{(k)} \right) \\ 0 & \text{für } t \notin \left[ \sum_{k=1}^{j-1} \Delta\tau_{(k)}, \sum_{k=1}^j \Delta\tau_{(k)} \right) \end{cases}. \quad (3.37)$$

Der Index  $(j)$  steht dabei für das jeweilige Zeitintervall. Er wird zur besseren Unterscheidung mit den Spielerindizes in runden Klammern dargestellt. Der Vektor

$$\mathbf{q}_{(j)} = \left[ \mathbf{q}_{1,(j)}^T \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{N,(j)}^T \right]^T \quad (3.38)$$

beschreibt die Parameter aller Spieler zur Approximation von  $\mathbf{u}(t)$  in einem Intervall  $(j)$ . Zur Entkopplung der einzelnen Parameter werden zusätzliche Optimierungsparemeter eingeführt. Analog zum klassischen Mehrschrittverfahren wird ein Parametervektor eingeführt, um das Optimierungsproblem von den eigentlichen Systemzuständen zu entkoppeln. Der Vektor  $\mathbf{s}_{(j)} \in \mathbb{R}^n$  beschreibt die Substitution der Systemzustände zu Beginn des Intervalls  $(j)$ . Der Vektor  $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{(nm)}$  ist der zusammenfassende Vektor aller Vektoren  $\mathbf{s}_{(j)}$ .

Um das Konzept der formalen Entkopplung des Optimierungsproblems (vgl.  $\mathbf{s}$  als Ersatzgrößen für die Systemzustände) auch auf das spieltheoretische Problem zu erweitern, wird der Vektor

$$\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{\dim(\mathbf{q}_{\mathbb{H}})}$$

eingeführt, der als Ersatz für den Vektor  $\mathbf{q}_{\mathbb{H}}$  dient. Für gegebene Vektoren  $\mathbf{q}_{\mathbb{A}}$ ,  $\mathbf{s}$  und  $\mathbf{p}$  kann der Funktionswert der Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  berechnet werden. Abkürzend wird die Auswertung der Gütefunktion direkt mittels der Parametervektoren mit der Funktion  $J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_{\mathbb{A}}, \mathbf{p})$  bezeichnet. Durch die Einteilung in Intervalle in  $m$  unabhängige Abschnitte kann die Berechnung des Gütefunktionswertes getrennt für jeden dieser Abschnitte erfolgen und es gilt

$$J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_{\mathbb{A}}, \mathbf{p}) \hat{=} \sum_{j=1}^m J_{G,(j)}^\circ(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}, \mathbf{p}_{(j)}). \quad (3.39)$$

Dabei ist  $\mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}$  und  $\mathbf{p}_{(j)}$  der Teil der entsprechenden Vektoren, welche die Steuergrößen im Intervall  $j$  definieren.  $J_{G,(j)}^\circ(\cdot)$  beschreibt die Auswertung der Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  für den Zeithorizont

$$t \in \left[ \sum_{k=1}^{j-1} \Delta\tau_{(k)}, \sum_{k=1}^j \Delta\tau_{(k)} \right). \quad (3.40)$$

Für die Realisierung der Funktion  $J_G^\circ(\cdot)$  sind folgende Schritte notwendig:

1. Bestimmung der Stellgrößentrajektorien  $\tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{A}(t, \mathbf{q}_\mathbb{A})$  und  $\tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{p})$  aus den Parametervektoren  $\mathbf{q}_\mathbb{A}$  und  $\mathbf{p}$  mit (3.36) ( $\mathbf{p}$  ist entsprechend für  $\mathbf{q}_\mathbb{H}$  einzusetzen) und (3.37).
2. Lösung der  $m$  Anfangswertprobleme des Systems  $\mathcal{S} \rightarrow \mathbf{x}(t)$  für die gegebenen Stellgrößen mit jeweils den Anfangswerten  $\mathbf{s}_{(j)}$
3. Auswertung der Gütefunktion  $J_G(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{A}(t, \mathbf{q}_\mathbb{A}), \tilde{\mathbf{u}}_\mathbb{H}(t, \mathbf{p}))$  mit den sich ergebenden Trajektorien.

Im Vergleich zu der dem Einzelschießverfahren zugrunde liegenden Funktion  $J'_G(\cdot)$ , ist es hierbei nicht notwendig ein spieltheoretisches Problem zu lösen und ein Nash-Gleichgewicht zu berechnen. Daher und durch die vergleichsweise einfache Approximation von  $\mathbf{u}(t)$  ist die Berechnung des Funktionswertes von  $J_G^\circ(\cdot)$  deutlich weniger aufwendig als beim Einzelschießverfahren. In Spezialfällen, z.B. bei einem linearen System und einer Gütefunktion auf Basis von quadratischen Funktionen, ist  $J_G^\circ(\cdot)$  geschlossen darstellbar. Das Vorgehen ist auch für die Auswertung der spielerindividuellen Gütefunktionen  $J_i(\cdot) \rightarrow J_i^\circ(\cdot)$  übertragbar. Damit kann das Optimierungsproblem (3.28) durch folgendes NLP angenähert werden:

$$\hat{\mathbf{s}}^*, \hat{\mathbf{q}}_\mathbb{A}^*, \hat{\mathbf{p}}^* = \arg \min_{\mathbf{s}, \mathbf{q}_\mathbb{A}, \mathbf{p}} J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_\mathbb{A}, \mathbf{p}) \quad (3.41a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{0} = \mathbf{s}_{(j+1)} - \mathbf{x}_{(j)}(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}, \mathbf{p}_{(j)}), \forall j = 1, \dots, m-1 \quad (3.41b)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{s}_{(1)} - \mathbf{x}_0 \quad (3.41c)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}'_\mathbb{A}(\mathbf{q}_\mathbb{A}) \quad (3.41d)$$

$$\mathbf{0} \geq \mathbf{i}'_\mathbb{A}(\mathbf{q}_\mathbb{A}) \quad (3.41e)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}'_\mathbb{H}(\mathbf{p}) \quad (3.41f)$$

$$\mathbf{0} \geq \mathbf{i}'_\mathbb{H}(\mathbf{p}) \quad (3.41g)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{p}_i - \arg \min_{\mathbf{q}_i} \sum_{j=1}^m J_{i,(j)}^\circ(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}, \mathbf{p}_{\mathbb{H} \setminus i,(j)}, \mathbf{q}_{i,(j)}), \forall i \in \mathbb{H} \quad (3.41h)$$

und den Nebenbedingungen für (3.41h)

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}'_i(\mathbf{q}_i) \quad (3.41i)$$

$$\mathbf{0} \geq \mathbf{i}'_i(\mathbf{q}_i). \quad (3.41j)$$

Dabei steht die Funktion  $\mathbf{x}_{(j)}(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}, \mathbf{p}_{(j)})$  abkürzend für die Lösung der Differentialgleichung der Systemzustände  $\mathbf{x}(t)$  zum Zeitpunkt

$$t_{(j+1)} = \sum_{l=1}^j \Delta\tau_{(l)}$$

welche sich aus dem Anfangswertproblem

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A},(j)}(t, \mathbf{q}_{\mathbb{A},(j)}), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{H},(j)}(t, \mathbf{p}_{(j)})) \quad (3.42a)$$

$$\mathbf{x}(t_{(j)}) = \mathbf{s}_{(j)} \quad (3.42b)$$

mit

$$t_{(j)} = \sum_{l=1}^{j-1} \Delta\tau_{(l)} \quad (3.43)$$

ergibt. Dieses Problem kann durch numerische Integration (Ein- oder Mehrschrittverfahren [BSM06]) gelöst werden. Die Bedingung (3.41b) sorgt für die Berücksichtigung der Systemdynamik. Die Anfangswerte der Systemzustände werden durch (3.41c) berücksichtigt. Die Nebenbedingungen (3.41d) und (3.41e) beschreiben die Stellgrößenbeschränkungen der Spieler  $\in \mathbb{H}$ . Zusätzlich müssen jetzt auch die Beschränkungen der Spieler  $\mathbb{A}$  berücksichtigt werden (Nebenbedingung (3.41f) und (3.41g)). Die Nebenbedingungen (3.41h) erzwingen dabei das Nash-Gleichgewicht zwischen (und zu) den Spielern  $\mathbb{H}$ . Im Vergleich zum Einfeldschießverfahren wird dies jetzt durch die Berücksichtigung von

$$m \sum_{\forall i \in \mathbb{H}} n_i, \quad (3.44)$$

Optimierungsproblemen beschrieben. Die einzelnen Optimierungsprobleme sind dabei nicht mehr direkt gekoppelt (siehe  $J_{i,(j)}^{\circ}(\cdot)$ ). Die Systemdynamik und deren Steitigkeit ist keine Nebenbedingung dieser Optimierungsprobleme, da dies bereits bei der globalen Optimierung berücksichtigt wird. Das Parameteroptimierungsproblem (3.41) ist ein NLP.

In Abbildung 3.5 wird das Konzept veranschaulicht. Die linke Abbildung zeigt die Zustandstrajektorie  $x(t)$  und die Approximation der Stellgrößentrajektorien  $\tilde{u}_1(\cdot)$  und  $\tilde{u}_2(\cdot)$  mittels der Parameter  $\mathbf{q}_{\mathbb{A}}$  und  $\mathbf{p}$  die sich nach der ersten Iterationen des Optimierungsalgorithmus, der auf das NLP angewendet wird, ergibt. Die Nebenbedingungen sind noch nicht erfüllt. Die rechte Abbildung zeigt die Trajektorien auf Basis der Lösung des NLP. Für die Lösung des NLP gilt  $\hat{\mathbf{p}}^* = \hat{\mathbf{q}}_{\mathbb{H}}^*$  und  $\hat{\mathbf{u}}^*$  entspricht  $\mathbf{x}(t)$  zu den Zeitpunkten  $t_{(j)}$ .

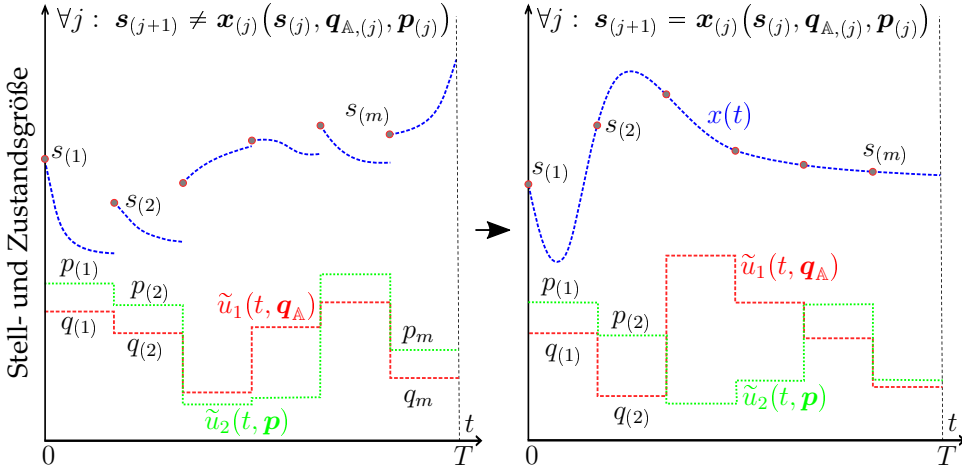


Abbildung 3.5.: Erweitertes Mehrfachschießverfahren am Beispiel  $\mathbb{A} = \{1\}$ ,  $\mathbb{H} = \{2\}$  mit einer skalaren Zustands- und je einer Stellgrößentrajektorie. Die linke Abbildung zeigt die erste Iteration des NLP. Hier sind die Stetigkeitsbedingungen für die einzelnen Abschnitte der Systemtrajektorie noch nicht erfüllt. Die rechte Abbildung zeigt das Ergebnis am Ende der Optimierung bei erfüllten Stetigkeitsbedingungen und einem Nash-Gleichgewicht zwischen  $\tilde{u}_1(t, \mathbf{q}_A)$  und  $\tilde{u}_2(t, \mathbf{p})$ .

Unter der Bedingung von stetiger Differenzierbarkeit der Gütefunktion  $J_G^\circ(\cdot)$ (3.39) gilt:

$$\frac{\partial J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{s}_{(j)}} = \frac{\partial J_{G,(j)}^\circ(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{A,(j)}, \mathbf{p}_{(j)})}{\partial \mathbf{s}_{(j)}} \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{q}_{A,(j)}} = \frac{\partial J_{G,(j)}^\circ(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{A,(j)}, \mathbf{p}_{(j)})}{\partial \mathbf{q}_{A,(j)}} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_{(j)}} = \frac{\partial J_{G,(j)}^\circ(\mathbf{s}_{(j)}, \mathbf{q}_{A,(j)}, \mathbf{p}_{(j)})}{\partial \mathbf{p}_{(j)}} \quad (3.47)$$

und  $\forall j \neq k$ :

$$\frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{s}_{(j)} \partial \mathbf{s}_{(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{s}_{(j)} \partial \mathbf{q}_{A,(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{s}_{(j)} \partial \mathbf{p}_{(k)}} = \mathbf{0} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{q}_{A,(j)} \partial \mathbf{s}_{(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{q}_{A,(j)} \partial \mathbf{q}_{A,(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{q}_{A,(j)} \partial \mathbf{p}_{(k)}} = \mathbf{0} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_{(j)} \partial \mathbf{s}_{(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_{(j)} \partial \mathbf{q}_{A,(k)}} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial^2 J_G^\circ(\mathbf{s}, \mathbf{q}_A, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_{(j)} \partial \mathbf{p}_{(k)}} = \mathbf{0}. \quad (3.50)$$

Damit vereinfacht sich die Optimierung und die evtl. dazu notwendige Bestimmung der Ableitungen erheblich. Entsprechendes gilt auch für die Ableitungen aller Nebenbedingungen, (3.41h) eingeschlossen. Durch die Problemstruktur eignet sich insbesondere das Verfahren der Sequentiellen Quadratischen Programmierung (SQP) zur Lösung von (3.41).

### 3.4.3. Anwendung der Inversen Optimierung

In der hier diskutierten Problemstellung 3.1 wird angenommen, dass die Gütefunktionen der Spieler  $\mathbb{H}$  bekannt sind. In einer realen Anwendung müssen diese jedoch identifiziert werden. Diese Identifizierung kann mittels Inverser Dynamischer Optimierung (IDO) erfolgen. Für den FAS Kontext wurde in der Abschlussarbeit [Got13] und der Veröffentlichung [GFH14] gezeigt, dass der in [MTL10] vorgeschlagenen Ansatz verwendet werden kann um die Gütefunktion des Menschen zu bestimmen. In der Arbeit [Kur15] wurde im Weiteren ein alternativer und performanterer Algorithmus für diese Problemstellung entwickelt. Beide Ansätze erlauben die Berechnung von  $J_{\mathbb{H}}$  auf Basis von aufgezeichneten Daten und damit letztlich die Anwendung des in diesem Kapitel entwickelten Konzepts der kooperativen Regelung (vgl. Kapitel 6)<sup>15</sup>. Im Anhang A.3 wird die IDO und deren Anwendung im Kontext der kooperativen Regelung detailliert vorgestellt. Neben der Bestimmung von  $J_{\mathbb{H}}$  kann die inverse Optimierung für die Bestimmung der globalen Zielfunktion  $J_G(\cdot)$  verwendet werden und wird für den im folgenden Kapitel vorgestellten Entwurf benötigt. Auf diese Aspekte wird im Anhang A.3.2 eingegangen.

## 3.5. Numerischer Entwurf eines *stark kooperativen Regelkreises*

In diesem Abschnitt wird diskutiert, wie für eine gegebene gekoppelte Regelstruktur die Gütefunktionen  $J_{\mathbb{A}}$  bestimmt werden können, die zu einem *stark kooperativen Regelkreis* nach Definition (3.6) führen, bei dem  $\hat{u}^*(t)$  sich als Nash-Gleichgewicht ergibt (vgl. Abbildung 3.4). Auf den ersten Blick scheint dieses Vorgehen keinerlei praktische Relevanz zu haben, da es möglich ist die technisch relevanten Stellgrößen direkt auf Basis des vorherigen Kapitels zu berechnen und es somit keinen Grund zu geben scheint das Gütemaß der Automation explizit zu bestimmen. Aus Sicht der Realisierung kann dieser alternative Ansatz über den *stark kooperativen Regelkreis* jedoch vorteilhaft sein.

<sup>15</sup>Die online Identifizierung von  $J_{\mathbb{H}}$  ist mit den aktuellen Algorithmen noch nicht möglich, wird aber in zukünftigen Arbeiten untersucht werden. Eine onlinefähige Identifizierung würde es zusätzlich erlauben Änderungen in der Zielstellungen des Menschen zu erkennen und entsprechend zu berücksichtigen.

In einem ersten Schritt sind bei diesem Ansatz die Gütemaße  $\hat{J}_\mathbb{A}$  zu bestimmen. Dieser Schritt kann jedoch offline erfolgen, ist also nicht Bestandteil des später zu implementierenden Regelalgorithmus. Als online zu lösende Problemstellung verbleibt die Bestimmung des Nash-Gleichgewichts, einem Standard-Problem der Spieltheorie [Isa65, LR71, BO99]. Mathematisch entspricht dies der Problemstellung (2.11). Es ergeben sich also insgesamt  $N$  gekoppelten dynamischen Optimierungsproblemen, die sich jedoch jeweils mit den gewöhnlichen Methoden der dynamischen Optimierung lösen lassen (vgl. Abschnitt 2.2.1). Für spezifische Problemstellungen ist eine geschlossene Lösung möglich [LR71, Eng05], worauf später in Kapitel 4 eingegangen wird.

Demgegenüber erfordert die direkte Bestimmung der *stark kooperativen Nash-Strategie* die Lösung des Problems (3.28). Zur Erinnerung, (3.28) besteht aus  $n_\mathbb{H} + 1$  gekoppelten dynamischen Optimierungsproblemen, wobei jedoch die  $n_\mathbb{H}$  Optimierungsprobleme, welche das Nash-Gleichgewicht zwischen und zu den Spieler  $\mathbb{H}$  beschreiben, Nebenbedingungen des Optimierungsproblems mit dem Gütemaß  $J_G(\cdot)$  sind. Wegen dieser Struktur lassen sich die Methoden der dynamischen Optimierung nicht mehr direkt anwenden. In der Literatur gibt es bisher nur vereinzelte Veröffentlichungen für den Spezialfall  $N = 2$  (wird in Abschnitt 3.6.1 behandelt) und die Problemstellung gilt als schwierig zu lösen [SCJ73, BNB13, XZC15]. In Kapitel 4 erfolgt ein Vergleich der beiden Ansätze für die spezifische LQ-Problemstellung.

In diesem Kapitel wird das Design eines *stark kooperativen Regelkreises* allgemein vorgestellt. Formal entspricht die Bestimmung von  $\hat{J}_\mathbb{A}$  der nachfolgenden Problemstellung.

### Problemstellung 3.2 (Entwurf eines *stark kooperativen Regelkreises*)

#### Gegeben:

- $\mathcal{S}$ , System
- $[0, T)$ , Zeitintervall des Spiels
- $N$ , Anzahl der Spieler ( $N \geq 2$ )
- $\mathbb{H}$ , Menge der Indizes der menschlichen Spieler im Spiel ( $N > |\mathbb{H}| \geq 1$ )
- $J_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{H}$ , Gütefunktionen der Spieler  $\mathbb{H}$
- $\mathbb{U}_i \forall i \in \mathbb{H}$ , Stellgrößenbeschränkungen aller Spieler  $\mathbb{H}$  (sofern vorhanden)
- $\mathbb{U}_i \forall i \in \mathbb{A}$ , Stellgrößenbeschränkungen aller Spieler  $\mathbb{A}$  (sofern vorhanden)
- $J_G(\cdot)$ , Globale Gütefunktion

#### Gesucht:

- $\hat{J}_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{A}$ , Gütefunktionen der Spieler  $\mathbb{A}$ , welche die Bedingung eines stark kooperativen Regelkreises nach Satz 3.3 erfüllen.



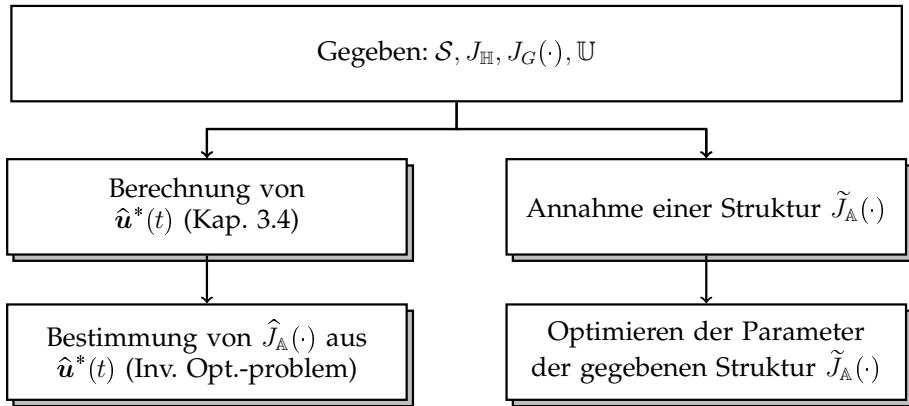


Abbildung 3.6.: Gegenüberstellung beider Ansätze zur Lösung der Problemstellung 3.2

Die Berechnung von  $\hat{u}^*(t)$  und anschließende Lösung des inversen Optimierungsproblems als Ansatz für die Lösung von Problem 3.2, folgt direkt aus Satz 3.3. Zusätzlich wird ein Ansatz vorgeschlagen, welcher die explizite Berechnung von  $\hat{u}^*(t)$  umgeht und  $\hat{J}_A$  direkt berechnet. Die beiden Ansätze sind in Abbildung 3.6 skizziert und werden in den nachfolgenden Abschnitten diskutiert.

### 3.5.1. Entwurf mittels Inverser Optimierung

In Anlehnung an Satz 3.3 kann die Lösung der Problemstellung 3.2 durch die folgenden zwei Schritte erfolgen:

1. Bestimmung von  $\hat{u}^*(t)$
2. Darauf basierend die Lösung der inversen Optimalregelprobleme  $\forall i \in \mathbb{A}$ :

$$\hat{J}_i(\cdot) : \mathbf{0} \stackrel{!}{=} \hat{u}_i^*(t) - \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} \hat{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{-i}^*(t)) \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.51a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{-i}^*(t)) \quad (3.51b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (3.51c)$$

Der erste Schritt wurde bereits in Abschnitt 3.4 diskutiert. Auf die Lösung des zweiten (des inversen Optimierungsproblems) wird im Anhang A.3 eingegangen. Allerdings, von wenigen Spezialfällen abgesehen, ist eine Lösung des inversen Optimierungsproblems nur möglich, wenn eine Struktur bzw. Funktional in der Form

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta}_i) \quad (3.52)$$

für die Gütefunktion vorgegeben wird. Dabei ist  $\theta_i$  ein Parametervektor, der bei der Lösung des inversen Optimalregelungsproblems bestimmt wird. Allerdings stellt die Vorgabe einer Struktur einer Gütefunktion eine Nebenbedingung für das inverse Optimierungsproblem dar, welche zur formalen Unlösbarkeit führen kann. Es wird daher folgende Definition eingeführt:

**Definition 3.7 (Invers kompatibel Struktur)**

Eine Gütefunktionsstruktur  $J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \theta_i)$  wird als invers kompatibel für die Lösung eines inversen Optimierungsproblems bezeichnet wenn gilt

$$\exists \theta_i, \mathbf{0} = \check{\mathbf{u}}_i(t) - \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \check{\mathbf{u}}_{-i}(t), \theta_i) \quad \forall t \in [0, T]. \quad (3.53)$$

Dabei sind  $\check{\mathbf{u}}_i(t)$  die gegebene optimale Trajektorien für die Stellgrößen des Spieles  $i$  und  $\check{\mathbf{u}}_{-i}(t)$  die entsprechenden Trajektorien der Stellgrößen der anderen Spieler. Die Nebenbedingungen der Systemdynamik und der Anfangswerte gelten entsprechend für das Optimierungsproblem in (3.53), sind aber für eine bessere Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Ohne zusätzliche Einschränkungen gibt es grundsätzlich eine unendliche Anzahl von *invers kompatiblen* Strukturen für ein inverses Optimierungsproblem. Die Erfüllung dieser Bedingung ist elementar für die Lösung des zweiten Schritts des Ansatzes, da eine exakte Lösung  $\hat{J}_\mathbb{A}$  des inversen Optimierungsproblems (3.51) notwendig ist. Eine approximative Lösung des inversen Optimierungsproblems, d.h. die Lösung des Problems

$$J_i(\cdot) : \epsilon \stackrel{!}{\geq} \hat{\mathbf{u}}_i^*(t) - \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{-i}^*(t), \theta_i) \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.54)$$

mit  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}^{n_i}$  ist formal nicht ausreichend, da für die sich ergebenden Stellgrößentrajektorien, die nicht exakt mit den zugrunde liegenden Trajektorien  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  übereinstimmen, die Optimalität der Lösung nach Definition 3.17 nicht mehr gewährleistet ist. Noch schwerwiegender ist, dass die Existenz eines Nash-Gleichgewichts im resultierenden Differentialspiel in diesem Fall nicht gesichert ist. Es wird daher im folgenden Abschnitt ein alternatives Verfahren vorgestellt.

### 3.5.2. Entwurf durch Strukturvorgabe

Aufgrund der Problematik, dass der Entwurf auf Basis von Satz 3.3 nur bei Kenntnis einer invers kompatiblen Struktur praktisch angewendet werden kann, wird ein alternativer Ansatz für die Lösung der Problemstellung 3.2 vorgeschlagen. Grundlage dabei ist eine Struktur für jeder der Gütefunktionen  $J_\mathbb{A}$  mit

$$\tilde{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \theta_i), \forall i \in \mathbb{A}. \quad (3.55)$$

Dabei sei  $\theta_i$  ein Spaltenvektor mit einer endlichen Anzahl an Parametern  $\in \mathbb{R}$ , welche die spezifische Gütefunktion definieren. Entsprechend ist  $\theta_{\mathbb{A}}$  der kombinierte Vektor aller Vektoren  $\theta_i \forall i \in \mathbb{A}$ . Ein Beispiel ist die quadratische Struktur (2.3). Der Parametervektor  $\theta_i$  entspricht hier den Elementen der Matrizen  $S_i$ ,  $Q_i$  und  $R_i$ .

Durch die namensgebende, direkte Vorgabe der Struktur für die einzelnen Gütefunktionen, vereinfacht sich der Reglerentwurf erheblich, da er sich auf die Bestimmung der idealen und kooperativen Parameter beschränkt. Diese können mit dem folgenden Optimierungsproblem berechnet werden:

$$\hat{\theta}_{\mathbb{A}}^* = \arg \min_{\theta_{\mathbb{A}}} J_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^*(t)) \quad (3.56a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} \forall i \in \mathbb{A} : \\ \mathbf{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} \tilde{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t), \theta_i) \end{aligned} \quad (3.56b)$$

und

$$\begin{aligned} \forall i \in \mathbb{H} : \\ \mathbf{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \end{aligned} \quad (3.56c)$$

(3.56b) und (3.56c) jeweils u.d.N.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad (3.56d)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (3.56e)$$

Dabei ist (3.56a) ein Parameteroptimierungsproblem, dessen Nebenbedingungen (3.56b) und (3.56c) bei einem gegebenen  $\theta$ , das Standardproblem der Bestimmung eines Nash-Gleichgewichts eines vollständig beschriebenen Differentialspiels (Kapitel 2.2.1) darstellt. Damit kann (3.56) numerisch als unbeschränktes Parameteroptimierungsproblem gelöst werden.

Erfüllen die vorgegebenen Strukturen der Gütefunktionen  $\tilde{J}_{\mathbb{A}}$  die Eigenschaft, dass es sich bei diesen, unter Verwendung der Parametervektoren aus der Lösung des Optimierungsproblems (3.56), um invers kompatible Strukturen (Definition 3.7) zu den Problemstellungen (3.51) handelt gilt

$$\forall i \in \mathbb{A} : \tilde{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t), \hat{\theta}_i^*) = \hat{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)). \quad (3.57)$$

Führen die vorgegebenen Strukturen zu keinen invers kompatiblen Strukturen (im Sinne des Abschnittes 3.5.1), dann ergibt sich mit den  $\tilde{J}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \tilde{\theta})$  der nach  $J_G(\cdot)$  optimale kooperative Regelkreis, der unter der Nebenbedingung der gegebenen Strukturen  $\tilde{J}_{\mathbb{A}}$  möglich ist. Der Regelkreis ist damit zumindest *schwach kooperativ*. Das ist ein deutlicher Vorteil gegenüber dem zuvor vorgestellten Entwurf auf Basis von Satz 3.3.

### 3.6. Spezialfälle der kooperativen Regelung

In diesem Kapitel soll auf zwei Spezialfälle der kooperativen Regelung eingegangen werden. Für diese in der Praxis durchaus relevanten Fälle vereinfachen sich die bisher in diesem Kapitel vorgestellten Berechnungen erheblich.

#### 3.6.1. Zwei Partner Struktur

Für den Fall  $|\mathbb{A}| = 1$  und  $|\mathbb{H}| = 1$  gibt es einen Zusammenhang zwischen der *stark kooperativen Nash-Strategie* und der Stackelbergstrategie.

**Satz 3.4** (*Stark kooperative Nash-Strategie für  $|\mathbb{A}| = 1$  und  $|\mathbb{H}| = 1$* )

Für den Fall  $|\mathbb{A}| = 1$  und  $|\mathbb{H}| = 1$  gilt

$$\hat{\mathbf{u}}^*(t) = \mathbf{u}^s(t) \quad (3.58)$$

mit der Automation  $A$  als dominierenden Spieler und  $J_A(\cdot) = J_G(\cdot)$ .

#### Beweis:

Dies kann gezeigt werden, wenn man den Lösungsansatz zur Berechnung von *stark kooperativen Nash-Strategien*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  (3.28) mit der Definition der Stackelberg-Strategie (2.18) für den Zwei-Spieler-Fall vergleicht.  $\square$

Im Zwei-Spieler-Fall entspricht also die Bestimmung der *stark kooperativen Nash-Strategie* der Berechnung der Stackelberg-Strategie. Es ist aber anzumerken, dass trotz der resultierenden identischen Optimierungsprobleme zwei grundsätzlich verschiedene Ideen hinter der Stackelberg-Strategie und der hier vorgestellten *stark kooperativen Nash-Strategie* stecken. Ziel der Stackelberg-Strategie ist die Beschreibung der Lösung eines Differentialspiels bei einer gegebenen Rangfolge der Spieler, während das Ziel von *stark kooperativen Nash-Strategie* eine nach  $J_G(\cdot)$  optimale Lösung des Differentialspiels ist.

#### 3.6.2. Äquivalenz der Ziele

Für den Fall, dass gilt

$$J_i(\cdot) \underset{(3.60)}{\sim} J_G(\cdot) \quad \forall i \in \mathbb{H} \quad (3.59)$$

bezogen auf das Optimierungsproblem

$$\arg \min_{\mathbf{u}(t) \in \mathbb{U}} J_{i \vee G}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.60a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.60b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.60c)$$

existiert eine triviale Lösung für  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$ . Dabei steht  $\sim$  für die Äquivalenz von zwei Gütefunktionen (siehe Anhang A.4) und der Index des Gütemaßes ( $i \vee G$ ) dafür, dass entsprechend ein Gütemaß  $J_i(\cdot)$  oder das Gütemaß  $J_G(\cdot)$  in das Optimierungsproblem (3.60) einzusetzen ist.

**Satz 3.5 (Triviale Lösung des Kooperationsproblems)**

Für den Fall, dass die Bedingung (3.59) erfüllt ist, ergeben sich die Elemente von  $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  als  $\hat{J}_i(\cdot) = J_G(\cdot) \quad \forall i \in \mathbb{A}$ .

**Beweis:**

Das Optimierungsproblem (3.60) führt für  $J_G(\cdot)$  oder jeder dazu äquivalenten Gütefunktion zur optimalen Lösung  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  (da ja  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  gerade über  $J_G(\cdot)$  definiert ist). Da alle Spieler eine zu  $J_G(\cdot)$  äquivalente Gütefunktion haben, ist diese Lösung ein Nash-Gleichgewicht  $\hat{\mathbf{u}}(t) = \hat{\mathbf{u}}^*(t)$ . Somit sind die Bedingungen des Satzes 3.3 erfüllt d.h. für  $\hat{J}_i(\cdot) = J_G(\cdot)$  ist die Lösung optimal mit Bezug zu  $J_G(\cdot)$  und im Nash-Gleichgewicht zu den Spielern  $\mathbb{H}$ .  $\square$

Auf den ersten Blick wirkt Satz 3.5 akademisch, aber er beschreibt die Lösung für den (in dieser Arbeit nicht behandelten) Sonderfall  $\mathbb{H} = \emptyset$ . Im Kontext der Mensch-Maschine-Kooperation löst dies die Problemstellung, einen Menschen beim Erreichen seines individuellen Zieles bestmöglich durch Automation zu unterstützen. Womit das individuelle Ziel des Menschen zu  $J_G(\cdot)$  wird. Es ist direkt zu erkennen, dass die Lösung des Differentialspiels in diesem Spezialfall pareto-optimal ist.

### 3.7. Allgemeine regelungstechnische Umsetzung

In diesem Kapitel soll diskutiert werden, in welcher Form die Regler bzw. Spieler  $\in \mathbb{A}$  realisiert werden können. Wie bereits in 3.4 und 3.5 diskutiert, kann die Berechnung der Regler-Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  über die *stark kooperative Nash-Strategie*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  erfolgen oder über die Gütefunktionen des *stark kooperativen Regelkreises* ( $\hat{J}_{\mathbb{A}}$  bzw. dessen Approximation) mit anschließender Bestimmung des Nash-Gleichgewichts.

#### 3.7.1. Kooperative Regelung mit gleitendem Horizont

Die Berechnung von  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  erfolgte, in beiden Ansätzen, bisher als Differentialspiel bzw. optimales Steuerungsproblem über den, je nach Anwendung endlichen oder unendlichen, Zeithorizont  $[0, T)$  des gesamten Szenarios. Dabei wird eine offene Informationsstruktur angewendet, d.h. die Lösung des Differentialspiels erfolgt ausschließlich gesteuert auf den Modellannahmen der Spieler und des Systems. Es erfolgt keine Rückkopplung von (gemessenen) Zustands- bzw. Stellgrößen des realen Systems bzw. der Spieler<sup>16</sup>. Da die Spieltheorie von idealen Modellannahmen ausgeht ist ein Feedback dort auch nicht notwendig. Es ist aber für eine reale regelungstechnische Anwendung abseits von mathematischen Gedankenspielen unerlässlich.

Um das Differentialspiel in einen geschlossenen Regelkreis zu überführen, wird das Konzept des gleitenden Optimierungshorizonts angewendet. Das heißt, die Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  werden zum Zeitpunkt  $t = t_0 \geq 0$  auf Basis eines optimalen Steuerungsproblems berechnet. Für die Gütefunktionen wird nur der Zeithorizont  $[t_0, T_p)$  berücksichtigt. Es gilt  $T \geq T_p$  mit  $T_p \in \mathbb{R}_{>0}$ . Die berechneten Stellgrößentrajektorien werden (gesteuert) bis zum Zeitpunkt  $t = t_0 + T_c$  auf das System gegeben ( $T_p \geq T_c \in \mathbb{R}_{>0}$ ). Zum Zeitpunkt  $t = t_0 + T_c$  wird eine neue Berechnung auf Basis der dann aktuellen, realen Systemzustände  $\mathbf{x}(t_0 + T_c)$  durchgeführt. Der Vorgang wird iterativ wiederholt. Für  $T_p = T$ , idealen Modellannahmen und  $T_c \in (0, T_p]$  ist das Ergebnis identisch zu der ursprünglichen Betrachtung. Aus regelungstechnischer Sicht entspricht dies dem Konzept einer Modellprädiktiven Regelung (MPR). In Abbildung 3.7 ist das Konzept für eine Zustandsgröße und zwei Partner mit je einer Stellgröße und der Annahme nicht idealer Modelle skizziert. Basierend auf dem Startzustand  $\mathbf{x}(t_0)$  wird ein Optimalsteuerungsproblem gelöst und die daraus berechneten idealen Stellgrößen des Automationssystems auf das System angewendet. Der Mensch wird analog dazu modelliert. Da weder das Modell der Regelstrecke noch die Modellierung des Menschen ideal ist, weicht die Prädiktion vom realen Systemverhalten ab, weshalb zum Zeitpunkt  $t_0 + T_c$  ein neues Optimierungsproblem auf den gemessenen Zuständen  $\mathbf{x}(t_0 + T_c)$  gelöst wird, um die zukünftigen Stellgrößen zu bestimmen. Das gesamte Vorgehen wird entsprechend wiederholt.

<sup>16</sup>In der Literatur (z.B. [Eng05]) wird der Ansatz daher teilweise auch formal korrekt als *open-loop Differential Game* bezeichnet.

$$\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t) \in \mathbb{U}_{\mathbb{A}}} J_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H}}^*(t)) \quad (3.61a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\hat{\mathbf{u}}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t)) \quad \forall i \in \mathbb{H} \quad (3.61b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{H}}^*(t)) \quad (3.61c)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_{t_0} \quad (3.61d)$$

Das Optimierungsproblem kann mit den Verfahren aus Abschnitt 3.4 gelöst werden. Wird stattdessen der alternative Ansatz über den *stark kooperativen Regelkreis* verwendet, um die Stellgrößentrajektorie  $\hat{\mathbf{u}}_i^*$  eines Reglers  $i \in \mathbb{A}$  zum Zeitpunkt  $t_0$  zu erhalten, ist das Nash-Gleichgewicht des Differentialspiels zu berechnen. Es ergibt sich als Lösung des nachfolgenden Problems:

$\forall i \in \mathbb{P} :$

$$\hat{\mathbf{u}}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad (3.62a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{u}_{-i}^*(t)) \quad (3.62b)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_{t_0} \quad (3.62c)$$

Dabei sind für alle Spieler  $i \in \mathbb{A}$  die Gütefunktionen  $\hat{J}_i(\cdot)$  bzw.  $\tilde{J}_i(\cdot)$  zu verwenden. Da Bedingung 3.3 nur notwendig, aber nicht hinreichend ist, kann es sein, dass für das Problem (3.62) mehrere Nash-Gleichgewichte existieren, von denen eine Teilmenge nicht *stark kooperativ* ist. Legt man die Automation auf das *stark kooperative* Nash-Gleichgewicht fest, kann die Problematik der Mehrdeutigkeit jedoch umgangen werden.

In beiden Problemstellungen ((3.61) und (3.62)) steht  $\mathbf{x}_{t_0}$  für die gemessenen bzw. beobachteten Zustände des realen Systems zum Zeitpunkt  $t = t_0$ . Das Konzept des gleitenden Horizonts setzt zwangsweise voraus, dass das System  $\mathcal{S}$  vollständig beobachtbar sein muss. Die zu lösenden Probleme an den anderen Berechnungszeitpunkten, ergeben sich entsprechend. Durch die Kopplung ist es formal nicht möglich die zu applizierende Stellgröße eines beliebigen Reglers zu bestimmen, ohne gleichzeitige die Stellgrößen aller anderen Regler (eingeschlossen der menschlichen) zu berechnen. Dies gilt sowohl für den Rechenweg über (3.61) wie auch den Rechenweg über (3.62). Aus Sicht der Implementierung des Regelkreises ist es sowohl für den Weg über (3.61) wie auch (3.62) sinnvoll  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)$  zentral auf einer Einheit zu berechnen und entsprechend die Teilergebnisse auf die Regler  $\mathbb{A}$  zu verteilen. Alternativ kann  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)$  für

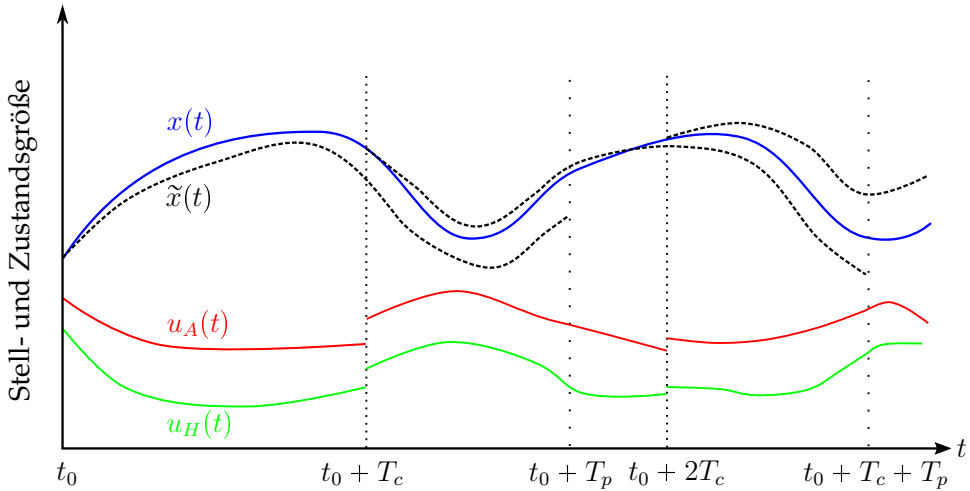


Abbildung 3.7.: Grundprinzip der Optimierung mit gleitendem Horizont für den Fall  $N = 2$  und je einer Zustands- und Stellgröße. Die internen Modelle werden als nicht ideal angenommen.  $x(t)$  ist die Zustandstrajektorie des realen Systems und  $\tilde{x}(t)$  die für das Zeitintervall auf Basis des Modells prädiizierte Zustandstrajektorie.

jeden der  $N_{\Delta}$  Regler lokal berechnet werden. Die Aufteilung benötigt, alle Komponenten zusammengenommen, zwar die  $|\Delta|$ -fache Rechenkapazität, erhöht aber die funktionale Sicherheit. Da die Stellgrößen redundant berechnet werden, ist eine einfache Erkennung und Korrektur einer fehlerhaften Berechnung möglich. Durch eine entsprechende Anpassung der Gütefunktionen ist eine Berücksichtigung fehlerhafter Regler jederzeit möglich ohne die Algorithmen anzupassen.

### 3.7.2. Stabilität des kooperativen Regelkreises

In diesem Kapitel soll die Stabilität eines kooperativen Regelsystems diskutiert werden. Können die Ergebnisse der dynamischen Optimierungsprobleme, welche die Regler beschreiben, durch eine konstante Zustandsrückführung ausgedrückt werden und ist darüber hinaus das System linear, können die Methoden der linearen Regelungstechnik, vorweg die Betrachtung der Eigenwerte, zur Analyse der Stabilität verwendet werden. Dies stellt allerdings einen sehr spezifischen Sonderfall dar, auf den im Kapitel 4 eingegangen wird.

Um Stabilität für den allgemeinen Fall zu betrachten wird auf das Stabilitätskonzept von Ruhelagen nach Lyapunov zurückgegriffen [Lja66].



**Definition 3.8 (Stabilitätsbegriff nach Lyapunov)**

Eine Ruhelage  $\mathbf{x}^R$  eines autonomen Systems  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_G(\mathbf{x}(t))$  ist asymptotisch stabil, wenn für eine beschränkte Auslenkung innerhalb eines Bereiches  $\mathbb{O}$  um die Ruhelage gilt:  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^R$  für  $t \rightarrow \infty$ .

Mit dieser Definition ergeben sich die bekannten Stabilitätsbedingungen nach Lyapunov [Kha96]. Übertragen auf die Problemstellung dieser Arbeit ist  $\mathbf{f}_G(\mathbf{x}(t))$  die Differentialgleichung des geschlossenen kooperativen Regelkreises mit allen  $N$  Partnern. Essentielle Voraussetzung von Stabilität nach 3.8 ist, dass das System  $\mathcal{S}$  vollständig steuerbar oder zumindest der Zustand  $\mathbf{x}^R$  in endlicher Zeit von jedem Zustand  $\mathbf{x}(0) \in \mathbb{O}$  erreichbar ist. Für die Analyse der Steuer- bzw. Erreichbarkeit ist hier entsprechend die Gesamtheit aller  $n_e$  Eingänge des Systems zugrunde zu legen. Das MPR Problem des kooperativen Regelkreises kann in ein Standard MPR Problem überführt werden, wenn es möglich ist die Systemdynamik und das Verhalten der Regler  $\mathbb{H}$  in einer gemeinsamen Differentialgleichung der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{\mathcal{S} \cup \mathbb{H}}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) \quad (3.63)$$

darzustellen. D.h. das Verhalten der Spieler  $\mathbb{H}$  wird als Teil des Systemverhaltes betrachtet. Eingangsgrößen dieses Ersatzsystems sind damit nur noch die Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}$ . Es ergibt sich für den Fall, dass  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)$  direkt aus  $J_G(\cdot)$  berechnet wird,  $J_G(\cdot)$  in bolzascher Form und keine Beschränkungen für  $\mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)$  gegeben sind, für jede MPR Iteration die Problemstellung

$$\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_{\mathbb{A}}} \left( h_G(\mathbf{x}(t_0 + T_p)) + \int_{t_0}^{t_0 + T_p} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt \right) \quad (3.64a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{\mathcal{S} \cup \mathbb{H}}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) \quad (3.64b)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_{t_0}. \quad (3.64c)$$

Dies stellt die klassische MPR Problemstellung dar, worauf existierende MPR Stabilitätskonzepte angewendet werden können. Grundgedanke aller im Folgenden im Detail vorgestellten Stabilitätsbeweise ist es die Existenz einer Lyapunov Funktion  $V(\mathbf{x})$  nachzuweisen, wodurch die Stabilität aus den Stabilitätsbedingungen nach Lyapunov folgt. Für den Fall  $T_p \rightarrow \infty$  ist eine Ruhelage mit dem Einzugsbereich  $\mathbb{O}$  nach [CS82, CA98] asymptotisch stabil, wenn die nachfolgenden zwei Bedingungen erfüllt sind:

- Die Funktion  $j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t))$  der Gütefunktion ist eine Lyapunov Funktion.

- Für die Lösungen aller Optimierungsprobleme (3.64) mit einem Startzustand im Bereich  $\mathbb{O}$  gilt

$$\forall \mathbf{x}_0 \in \mathbb{O} : \int_0^{\infty} j_G(\hat{\mathbf{x}}^*(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)) dt < \infty. \quad (3.65)$$

Dabei sind  $\hat{\mathbf{x}}^*(t)$  die sich für  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)$  aus (3.63) ergebenden Systemtrajektorien. Bei einem endlichen Prädiktionshorizont  $T_p < \infty$  sind diese Bedingungen aber nicht mehr ausreichend. Ansätze, mit denen sich für nichtlineare MPR bei endlichem Prädiktionshorizont Stabilität garantieren lässt, lassen sich in drei Kategorien einteilen:

1. Erweiterung der einzelnen MPR Optimierungsprobleme durch Nebenbedingungen für die Endzustände  $\mathbf{x}(T_p)$  [MM90, MM93]
2. Verwendung des Terms  $h_G(\cdot)$  der Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  zur „Simulation eines unendlichen Horizontes“ [RM93, PSZ98, JYH01, JH05, LASC06]
3. Kombination der Ansätze 1 und 2 [CA98, Fon01, AFN04]

Die naheliegende Herangehensweise an die Stabilitätsproblematik ist dabei die Einführung von Nebenbedingungen, welche erzwingen, dass am Ende des jeweiligen Prädiktionshorizonts  $\mathbf{x}(T_p) = \mathbf{x}^R$  gilt. Da diese Forderung aber zur Unlösbarkeit der einzelnen MPR Optimierungsprobleme führen kann, ist ein weniger restriktiver Ansatz die Forderung, dass am Ende jedes Prädiktionshorizontes die Systemzustände näher an der Ruhelage liegen als zu Beginn. Ein Nachteil der Einführung von Nebenbedingungen ist, dass sich der Arbeitsaufwand für die Lösung der Optimierungsprobleme durch die dabei eingeführten Zustandsbeschränkungen deutlich erhöht. Des Weiteren widerspricht der Ansatz der wesentlichen Forderung der Kooperation, der Einigung der Partner. Durch die Einführung von Zustandsrandbedingungen auf Seiten der Automation würde das Erreichen von  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^R$  erzwungen werden. Diese Ansätze, und somit auch alle kombinierten Ansätze, sind daher mit dem Gedanken der kooperativen Regelung nicht vereinbar.

Die Idee des zweiten Ansatzes der Aufzählung ist, die Optimierung über einen unendlichen Prädiktionshorizont mit einem endlichen Prädiktionshorizont zu approximieren. Dazu wird die Gütefunktion in zwei Intervalle aufgeteilt

$$\int_{t_0}^{\infty} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt = \int_{t_0}^{t_0+T_p} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt + \int_{t_0+T_p}^{\infty} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt. \quad (3.66)$$

Die Kosten werden anschließend durch die Einführung einer oberen Schranke  $h_G(\cdot)$  für die Teilkosten des zweiten Integrals abgeschätzt

$$\int_{t_0}^{\infty} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt \leq \int_{t_0}^{t_0+T_p} j_G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_{\mathbb{A}}(t)) dt + h_G(\mathbf{x}(t_0 + T_p)). \quad (3.67)$$

Da de facto ein unendlicher Prädiktionshorizont mit einem endlichen Prädiktionshorizont betrachtet wird, wird (3.67) als *quasi unendlicher Horizont* Ansatz bezeichnet. Der Ansatz kann im Kontext der kooperativen Regelung verwendet werden um Stabilität zu garantieren.

Zusammengefasst zeigt der Abschnitt, dass die Stabilitätsansätze der MPR auf die kooperative Regelung übertragbar sind. Im folgenden Kapitel wird das Konzept des *quasi unendlichen Prädiktionshorizonts* für den spezifischen LQ Fall noch einmal aufgenommen.

### 3.7.3. Vergleich mit verteilter modellprädiktiv Regelung

Der Begriff *verteilte modellprädiktiv Regelung* stammt aus dem Kontext der Regelung chemischer Anlagen [CSdL13]. Die *verteilte MPR* wurde entwickelt, weil großindustrielle chemische Anlagen wegen technischen oder historischen Gründen teilweise nicht von einer zentralen MPR gesteuert werden können, obwohl es mathematisch die optimale Lösung darstellt. Stattdessen werden voneinander abhängige Teile der Anlage jeweils von eigenen MPR-Systemen kontrolliert, die miteinander kommunizieren. Die faktisch zentrale Regelungsaufgabe ist also auf verschiedene Regler verteilt. Ziel dabei ist es die Subsysteme, welche von den einzelnen Reglern kontrolliert werden, so zu gestalten, dass möglichst wenige Querabhängigkeiten und damit Abstimmungsbedarf zwischen den Regelungen bestehen. *Verteilte Modell Prädiktive Regelung* wird auch als kooperative Modell Prädiktive Regelung bezeichnet. Die resultierende Struktur von der in dieser Arbeit vorgestellten *kooperativen Regelung* und der *verteilten MPR* sind kongruent. Ziele und Vorgehensweise sind bei den beiden Konzepten jedoch unterschiedlich. Es gibt zwei zentrale Herangehensweisen an die *verteilte MPR*:

- *Nicht zusammenarbeitende verteilte MPR* z.B. [JK01, CJKT02, RH07]
- *Zusammenarbeitende verteilte MPR* z.B. [VRW05, RS08, ZL07].

Beim nicht zusammenarbeitenden MPR optimiert jeder MPR eine lokale Gütefunktion auf Basis des jeweiligen Subsystems. Auswirkungen auf andere Teilsysteme werden im Gütemaß nicht direkt berücksichtigt. Im Gegensatz dazu versuchen die einzelnen MPR bei der zusammenarbeitenden verteilten MPR eine gemeinsame globale Gütefunktion für die gesamte Anlage zu optimieren. Es werden also die Auswirkungen auf die anderen Teilsysteme explizit berücksichtigt. Für beide Herangehensweisen wurde eine Vielzahl von Konzepten vorgeschlagen um die *verteilte MPR* technisch umzusetzen.

Es gibt wesentliche Unterschiede zwischen der *verteilten MPR* und der kooperativen Regelung. Bei der in dieser Arbeit untersuchten kooperativen Regelung planen die menschlichen Regler die Verbesserung ihrer individuellen Ziele, während die Regler der Automation auf die Verbesserung von  $J_G(\cdot)$  abzielen. Vergleicht man dies formal mit der *verteilten MPR* entspräche der Sonderfall  $|\mathbb{A}| = 0$  einer *nicht zusammenarbeitenden verteilten MPR*. Der Sonderfall  $|\mathbb{H}| = 0$  entspräche einer *zusammenarbeitenden verteilten MPR*. Da sich die kooperative Regelung der Kooperation von Mensch und Automation beschäftigt, d.h.  $|\mathbb{A}| \geq 0 \wedge |\mathbb{H}| \geq 0$ , schließt diese jedoch explizit diese

beiden Sonderfälle aus. Zusätzlich können die im Kontext der *verteilten MPR* vorgeschlagenen Kommunikationsformen (für eine Übersicht siehe z.B. [LCPC10, Lun14]) nicht auf die Interaktion mit einem Menschen übertragen werden. Daher können die Methoden der *verteilten MPR* nicht auf die Problemstellung der kooperativen Regelung angewendet werden.

### 3.8. Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde erstmals eine formale Modellierung von Kooperation als Differentialspiel vorgestellt. Für die Auslegung der Automation leitet sich daraus als Ziel ein *stark kooperativer Regelkreis* ab, also das Erreichen des, nach der globalen Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  bestmöglichen, Nash-Gleichgewichts im Differentialspiel. Die sich für diesen Fall ergebende Stellgrößentrajektorie  $\hat{u}^*(t)$  wird als *stark kooperative Nash-Strategie* bezeichnet. Aus technischer Sicht stellte sich die Frage, wie die Stellgrößen der Automation  $\hat{u}_A^*(t)$  bestimmt werden können, was die Grundlage zur Umsetzung eines kooperativen Regelsystems ist. Dazu wurden zwei Ansätze vorgeschlagen. Beim ersten Ansatz wird  $\hat{u}_A^*(t)$  *direkt*<sup>17</sup> mittels einer Optimierung nach  $J_G(\cdot)$  bestimmt. Für  $N = 2$  entspricht dies der Berechnung einer Stackelberg-Strategie. Für eine numerische Lösung der Problemstellung des *direkten Ansatzes* wurden Algorithmen auf Basis des Schießverfahrens entwickelt. Beim *direkten Ansatz* werden die Gütefunktionen  $J_A$ , zu denen ein Nash-Gleichgewicht besteht, nicht explizit berechnet.

Als Alternative zu diesem Ansatz wurde im Weiteren ein *indirekter Ansatz*<sup>17</sup> vorgestellt. Hierbei werden explizit die Gütefunktionen  $\hat{J}_i \forall i \in \mathbb{A}$  berechnet. Das zur Laufzeit zu lösende Problem entspricht damit der Bestimmung eines Nash-Gleichgewichts für ein vollständig beschriebenes Differentialspiel. Für die Bestimmung von  $\hat{J}_A$  wurden ebenfalls zwei Möglichkeiten vorgestellt. Sie kann einerseits durch die Lösung eines inversen Optimierungsproblems auf Basis der *stark kooperativen Nash-Strategie*  $\hat{u}_A^*(t)$  erfolgen oder alternativ direkt als Optimierungsproblem postuliert werden. In Abbildung 3.8 ist das logische Vorgehen der in der vorliegenden Arbeit entwickelten Konzepte (*direkter Ansatz*, *indirekter Ansatz* und die beiden Ansätze zur Bestimmung von  $\hat{J}_A$ ) gegenübergestellt. Die Bestimmung der Gütefunktionen der menschlichen Spieler  $J_{\mathbb{H}}$ , welche bei allen Ansätzen benötigt werden, konnte auf die Lösung eines inversen Optimierungsproblems zurückgeführt werden. Um die kooperative Regelung in einem realen Regelkreis einsetzen zu können, wird das Konzept des gleitenden Horizonts der MPR vorgeschlagen. Im Vergleich zur klassischen MPR ist dabei allerdings für jeden Optimierungshorizont ein spieltheoretisches Problem zu lösen. Die Stabilitätsaussagen der klassischen MPR können dann auf die Problemstellung der kooperativen Regelung übertragen werden.

<sup>17</sup>Die im Folgenden verwendeten Bezeichnungen *direkter Ansatz* und *indirekter Ansatz* für die beiden grundlegenden Konzepte der kooperativen Regelung sollten nicht mit den direkten bzw. indirekten Methoden zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme verwechselt werden. In beiden kooperativen Konzepten können direkte und indirekte Optimierungsmethoden für die Lösung der jeweiligen dynamischen Optimierungsprobleme verwendet werden. In den Abschnitten 3.4 und 4.3 werden direkte Optimierungsansätze verwendet, in den Abschnitten 4.1 und 4.2 indirekte Optimierungsansätze.

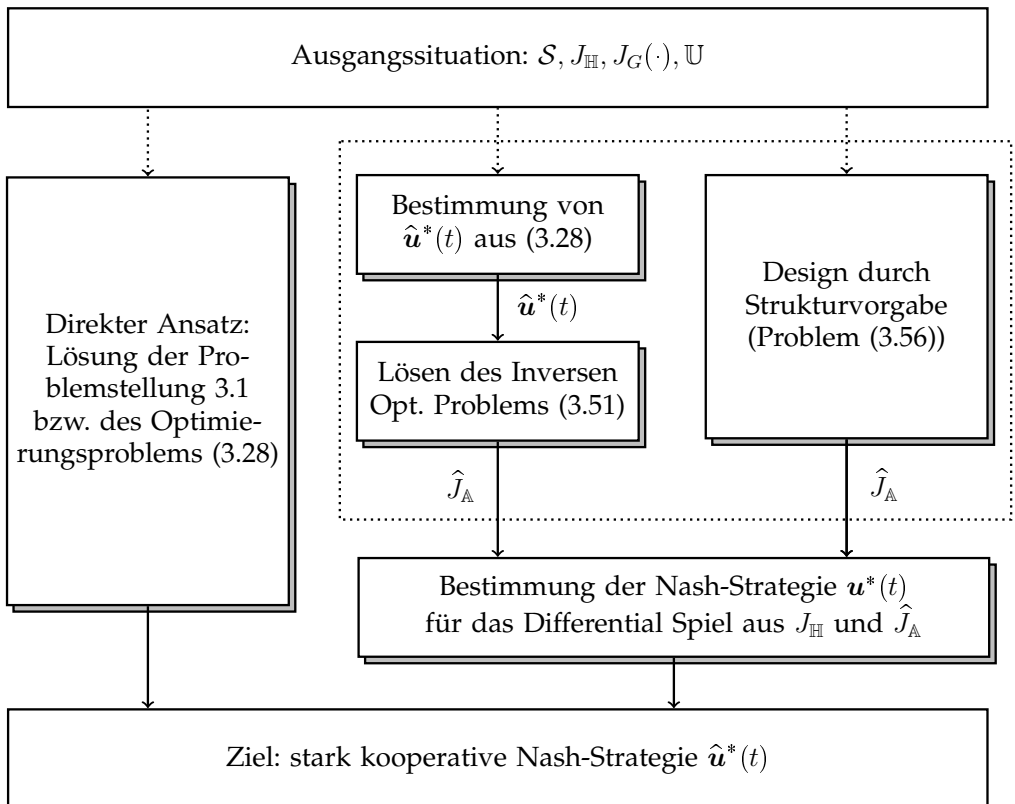


Abbildung 3.8.: Zusammenfassung der in diesem Kapitel vorgestellten Lösungen des kooperativen Regelungsproblems und deren Subprobleme. In Rot ist dabei die direkte Bestimmung der stark kooperativen Nash-Strategie dargestellt. Ein alternativer Ansatz ist die explizite Bestimmung der Gütefunktionen  $\hat{J}_A$  und anschließende Berechnung eines Nash-Gleichgewichts (indirekter Ansatz). Für die Bestimmung von  $\hat{J}_A$  gibt es dabei zwei Ansätze. Die Lösung eines inversen Optimierungsproblems (in Blau eingezeichnet) oder der Entwurf durch Strukturvorgabe (Grün).



## 4. Echtzeitfähige Lösung spezifischer Problemstellungen

Im vorhergehenden Kapitel wurde das Konzept der kooperativen Regelungstechnik für den allgemeinen Fall vorgestellt. Die für eine praktische Realisierung eines solchen Regelungssystems notwendigen Berechnungen der Reglerstellgrößen sind jedoch auf Basis der allgemeingültigen Algorithmen vergleichsweise aufwendig. In diesem Kapitel wird daher auf spezifische Problemstellungen eingegangen. Ziel ist die Herleitung von Algorithmen, mit denen eine echtzeitfähige Lösung der spieltheoretischen Probleme der kooperativen Regelung möglich ist. Dabei wird zunächst eine linear-quadratische Problemstellung (LQ) behandelt, welche bereits für die Darstellung mancher praktischer Probleme ausreicht. Im Weiteren wird diese Problemstellung erweitert um ein noch breiteres Feld von Anwendungen zu ermöglichen. Zuerst wird die Vorgehensweise für den Fall der *direkten* Bestimmung von  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  diskutiert (vgl. Abbildung 3.8). Anschließend wird ein neuer Algorithmus für die Berechnung des Nash-Gleichgewichts in einer zeitinvarianten, beschränkten und/oder affinen Problemstellung vorgestellt. Dies entspricht der in Echtzeit zu lösenden Teilproblemstellung beim *indirekten Ansatz* der kooperativen Regelung. Die in Kapitel 5 vorgestellten kooperativen Fahrerassistenzsysteme basieren mathematisch auf den in diesem Kapitel vorgestellten Konzepten. Als Grundlage für die folgenden Abschnitte erfolgt die Definition des zeitinvarianten LQ-Differentialspiels.

### Definition 4.1 (LQ-Differentialspiel)

Ein LQ-Differentialspiel ist ein Differentialspiel mit linearer Systemdynamik der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^N \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(t) \quad (4.1)$$

und der Spieler-Gütefunktionen der Form

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(T) \mathbf{F}_i \mathbf{x}(T) + \frac{1}{2} \int_0^T \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \sum_{l=1}^N \mathbf{u}_l^T(t) \mathbf{R}_{il} \mathbf{u}_l(t) \, dt. \quad (4.2)$$

Für die Matrizen gilt dabei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times n_i}$ ,  $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $Q_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $R_{il} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ . Es wird angenommen, dass die Matrizen  $R_{ii}$  positiv definit<sup>18</sup> und die Matrizen  $Q_i$  und  $R_{il} \forall l \neq i$  positiv semidefinit sind. Da jedes Gütemaß (4.2) mit un-symmetrischen Matrizen auch mit symmetrischen Matrizen dargestellt werden kann, wird im nachfolgenden angenommen, dass die Matrizen  $F_i$ ,  $Q_i$  und  $R_{il}$  symmetrisch sind.

## 4.1. Direkter Ansatz

In diesem Abschnitt soll auf die direkte Bestimmung der *stark kooperativen Nash-Strategie*  $\hat{u}^*(t)$  in LQ-Spielen eingegangen werden. Diese erfordert die Lösung der Problemstellung (3.28). Die Spieler  $\mathbb{A}$  werden zusammengefasst betrachtet. Dieses Vorgehen wurde bereits in Kapitel 3 motiviert. Der resultierende virtuelle Spieler wird mit dem Index  $A$  bezeichnet und  $B_A$  ist entsprechend die Zusammenfassung aller Eingangsmatrizen der Spieler  $\mathbb{A}$ . Um die Gleichungen anschaulich herzuleiten wird zunächst angenommen, dass  $|\mathbb{H}| = 1$ . Der menschliche Partner wird mit dem Index  $H$  gekennzeichnet. Dies stellt den Sonderfall eines Stackelberg-Gleichgewichts in einem LQ-Differentialspiel dar (vgl. Abschnitt 3.6.1), dessen Lösung in [SCJ73] betrachtet wurde. Ziel ist die nach der globalen Gütefunktion

$$J_G(\cdot) = \mathbf{x}^T(T) \mathbf{F}_G \mathbf{x}(T) + \int_0^T \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_G \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_A^T(t) \mathbf{R}_{GA} \mathbf{u}_A(t) + \mathbf{u}_H^T(t) \mathbf{R}_{GH} \mathbf{u}_H(t) \, dt \quad (4.3)$$

optimale Stellgrößentrajektorie  $\hat{u}_A^*(t)$  zu bestimmen. Dabei wird die Reaktion des Spielers  $H$  berücksichtigt, dessen Ziel die Optimierung der Gütefunktion (4.2) mit  $i = H$  ist. Mit gegebenen Trajektorien  $\hat{u}_A^*(t)$  ergeben sich die Optimalitätsbedingungen für  $\hat{u}_H^*(t)$  analog zu (4.13). Die Optimalitätsbedingungen der Trajektorien  $\hat{u}_A^*(t)$  sind aber komplexer, da die Trajektorien  $\mathbf{u}_H(t)$  von  $\mathbf{u}_A(t)$  abhängen und daher aus Sicht von Spieler  $A$ , der Spieler  $H$  Teil der Systemdynamik ist. Die *stark kooperative Nash-Strategie*  $\hat{u}^*(t)$  ergibt sich zu

$$\hat{u}_A^*(t) = -\mathbf{R}_{GA}^{-1} \mathbf{B}_A \mathbf{K}_A(t) \hat{\mathbf{x}}^*(t) \quad (4.4)$$

$$\hat{u}_H^*(t) = -\mathbf{R}_{HH}^{-1} \mathbf{B}_H \mathbf{K}_H(t) \hat{\mathbf{x}}^*(t). \quad (4.5)$$

<sup>18</sup>Positive Definitheit ist notwendig, da die Stellgrößen im LQ-Differentialspiel nicht beschränkt sind.



Dabei ist  $\mathbf{K}_A(t)$  und  $\mathbf{K}_H(t)$  die Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}}_H(t) &= -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_H(t) - \mathbf{K}_H(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_H + \mathbf{K}_H(t) \mathbf{S}_H \mathbf{K}_H(t) \cdots \\ &\quad + \mathbf{K}_H(t) \mathbf{S}_G \mathbf{K}_A(t) \end{aligned} \quad (4.6a)$$

$$\mathbf{K}_H(T) = \mathbf{F}_H \quad (4.6b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}}_A(t) &= -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_A(t) - \mathbf{K}_A(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_G + \mathbf{K}_A(t) \mathbf{S}_G \mathbf{K}_A(t) \cdots \\ &\quad + \mathbf{K}_A(t) \mathbf{S}_H \mathbf{K}_H(t) + \mathbf{Q}_H \mathbf{L}(t) \end{aligned} \quad (4.6c)$$

$$\mathbf{K}_A(T) = \mathbf{F}_G - \mathbf{K}_H \mathbf{L}(T) \quad (4.6d)$$

mit  $\mathbf{L}(t)$  als Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{L}(t) - \mathbf{L}(t) \mathbf{A} + \mathbf{L}(t) \mathbf{S}_H \mathbf{K}_H(t) + \mathbf{L}(t) \mathbf{S}_G \mathbf{K}_A(t) + \mathbf{S}_H \mathbf{K}_A(t) \cdots \\ &\quad - \mathbf{B}_H \mathbf{R}_{HH}^{-1} \mathbf{R}_{GH} \mathbf{R}_{HH}^{-1} \mathbf{B}_H^T \mathbf{K}_H(t) \end{aligned} \quad (4.7a)$$

$$\mathbf{L}(0) = \mathbf{0} \quad (4.7b)$$

und

$$\mathbf{S}_G = \mathbf{B}_A \mathbf{R}_{GA}^{-1} \mathbf{B}_A^T \quad (4.8)$$

$$\mathbf{S}_H = \mathbf{B}_H \mathbf{R}_{HH}^{-1} \mathbf{B}_H^T. \quad (4.9)$$

Die Differentialgleichung des Menschen  $H$  (4.6a), aus der sich dessen ideale Trajektorie ergibt, ist identisch zu der Gleichung für die Berechnung eines Nash-Gleichgewichts (4.15), welche im folgenden Abschnitt hergeleitet wird. Das Berechnungsschema kann auf beliebige  $N_{\mathbb{H}} > 1$ , sich untereinander im Nash-Gleichgewicht befindende, menschliche Partner erweitert werden<sup>19</sup>.

Eine geschlossene Lösung des gekoppelten Differentialgleichungssystems aus (4.6) und (4.7) ist nicht bekannt. Die numerische Lösung des Differentialgleichungssystems ist deutlich aufwendiger als dessen Pendant beim *indirekten Ansatz* (4.15) (siehe nächster Abschnitt), da für das System (4.6) die Endwerte und für das System (4.7) die Anfangswerte gegeben sind. Für die Lösung dieser Problemklasse bedarf es nicht echtzeitfähiger, iterativer Verfahren wie z.B. Schießverfahren. Bisher wurde eine Lösung der Problemstellung nur für wenige, nicht praxisrelevante Spezialfälle, z.B. [SCJ73] und [BNB13], publiziert.

### Echtzeitfähige Lösung beim direkten Ansatz

Grundsätzlich ist es möglich,  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  auf Basis, des im Abschnitt 3.4.2 vorgestellten neuen kooperativen Mehrfachschießverfahrens, zu berechnen. Das Mehrfachschießverfahren ist jedoch ein iteratives Verfahren und eine Bestimmung der zur Lösung eines Problems benötigten Iterationen ist nicht a-priori möglich. Erschwerend kommt hinzu, dass im Allgemeinen das Mehrfachschießverfahren erst nach der finalen Iteration eine zulässige Lösung liefert, die Berechnung also nicht einfach nach einer fixen

<sup>19</sup>Zur Erinnerung: Die Anzahl der Spieler  $A$  ist beim *direkten Ansatz* ohnehin ohne Bedeutung.

Anzahl von Iterationen abgebrochen werden kann, um eine suboptimale Lösung zu erhalten. Für eine echtzeitfähige Umsetzung ist daher auch dieser Ansatz nicht ziel-führend.

Für die Implementierung des *direkten Ansatzes* der kooperativen Regelung wird daher vorgeschlagen, die Problemstellung (3.28) nur approximativ zu lösen. Eine Möglichkeit der Vereinfachung ist die Annahme, dass der Mensch bei der Lösung seines Optimierungproblems nicht die exakte zukünftige Stellgrößentrajektorien der Automation  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(t)$  zugrunde legt, sondern mit  $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t)$  lediglich eine Abschätzung dieser Größe<sup>20</sup>. Das grundlegende dynamische Optimierungsproblem, das einen Spieler  $i \in \mathbb{H}$  beschreibt, ergibt sich dann zu:

$$\hat{\mathbf{u}}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t)) \quad (4.10a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t), \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t)) \quad (4.10b)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}(t) = \mathbf{m}_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(0)) \quad (4.10c)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (4.10d)$$

Dabei sind  $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t)$  die Stellgrößentrajektorien der anderen Spieler  $\in \mathbb{H} \setminus i$ , zu denen immer noch ein Nash-Gleichgewicht besteht. Die Funktion  $\mathbf{m}_i : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_e} \rightarrow \mathbb{R}^{n_A}$  beschreibt das Modell der Automation im Menschen, welches dieser nutzt um das zukünftige Verhalten der Automation zu prädictieren. Die einfachste Annahme eines solchen Modells wäre z.B.

$$\mathbf{m}_i(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{H} \setminus i}^*(t), \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(0)) = \hat{\mathbf{u}}_{\mathbb{A}}^*(0). \quad (4.11)$$

Da damit die direkte Abhängigkeit der Stellgrößen zwischen den Spielermengen  $\mathbb{A}$  und  $\mathbb{H}$  in den jeweiligen Optimierungsproblemen aufgehoben wurde, ist (4.10) ein gewöhnliches dynamisches Optimierungsproblem.

Im Vergleich zur hier für den *direkten Ansatz* vorgestellten Annäherung der Lösung kann die Problemstellung beim *indirekten Ansatz* exakt und ohne Vereinfachungen gelöst werden.

## 4.2. Indirekter Ansatz: LQ-Fall

In diesem Abschnitt wird auf die Bestimmung des Nash-Gleichgewichts im LQ-Differentialspiel (Definition 4.1) eingegangen. Für den *Indirekten Kooperationsansatz* ist die Bestimmung des Nash-Gleichgewichts die zur Laufzeit zu lösende Problemstellung. Da LQ-Differentialspiele die einfachste Form von nicht statischen Spielen darstellt,

<sup>20</sup>Aus mathematischer Sicht stellt dies zwar eine Vereinfachung dar, aus physiologischer Sicht ist die Annahme aber fast plausibler als die Annahme einer mathematisch exakten Lösung.

gab es bereits Ende der 60er Jahre intensive Forschungsbemühungen in diesem Bereich. Die hier vorgestellte Herleitung zur Bestimmung der Nash-Strategie auf Basis von Optimalitätsbedingungen wurde bereits in [SH69, LR71] und [Fri71] vorgeschlagen. Die Problemstellung kann analytisch gelöst werden.

### 4.2.1. Riccati DGL für finite LQ-Differentialspiele

Grundlage der analytischen Bestimmung des Nash-Gleichgewichts ist die Betrachtung der notwendigen Bedingungen für Optimalität, die sich aus der Variationsrechnung ergeben (vgl. Kapitel 2.2.1). Um die einzelnen Gleichungen darstellbar zu halten, wird hier der Fall  $N = 2$  betrachtet. Eine Erweiterung auf beliebige  $N \in \mathbb{N}_{>0}$  ist ohne Einschränkungen möglich. Für die beiden Spieler ergeben sich die beiden Hamilton-Funktionen:

$$H_1(\cdot) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{R}_{1i} \mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\psi}_1^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^2 \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i) \quad (4.12a)$$

$$H_2(\cdot) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{R}_{2i} \mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\psi}_2^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^2 \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i). \quad (4.12b)$$

Daraus ergibt sich nach dem Hamilton-Verfahren (2.14) das folgende Differentialgleichungssystem, welches ein Nash-Gleichgewicht erfüllen muss,

$$\mathbf{0} = \mathbf{R}_{11} \mathbf{u}_1(t) + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\psi}_1(t) \quad (4.13a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{R}_{22} \mathbf{u}_2(t) + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\psi}_2(t) \quad (4.13b)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_1(t) = -\mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) - \mathbf{A}^T \boldsymbol{\psi}_1(t) \quad (4.13c)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_2(t) = -\mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) - \mathbf{A}^T \boldsymbol{\psi}_2(t) \quad (4.13d)$$

$$\boldsymbol{\psi}_1(T) = \mathbf{F}_1 \mathbf{x}(T) \quad (4.13e)$$

$$\boldsymbol{\psi}_2(T) = \mathbf{F}_2 \mathbf{x}(T). \quad (4.13f)$$

Analog zum bekannten Fall von  $N = 1$  ergibt sich die Lösung von (4.13) und damit die Nash-Strategien zu

$$\mathbf{u}_1^*(t) = -\mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T \mathbf{P}_1(t) \mathbf{x}^*(t) \quad (4.14a)$$

$$\mathbf{u}_2^*(t) = -\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{P}_2(t) \mathbf{x}^*(t). \quad (4.14b)$$

Wobei  $\mathbf{P}_1(t)$  und  $\mathbf{P}_2(t)$  das gekoppelte Riccati-Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathbf{P}}_1(t) = -\mathbf{A}^T \mathbf{P}_1(t) - \mathbf{P}_1(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_1 + \mathbf{P}_1(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_1(t) + \mathbf{P}_1(t) \mathbf{S}_2 \mathbf{P}_2(t) \quad (4.15a)$$

$$\mathbf{P}_1(T) = \mathbf{F}_1 \quad (4.15b)$$

$$\dot{\mathbf{P}}_2(t) = -\mathbf{A}^T \mathbf{P}_2(t) - \mathbf{P}_2(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_2 + \mathbf{P}_2(t) \mathbf{S}_2 \mathbf{P}_2(t) + \mathbf{P}_2(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_1(t) \quad (4.15c)$$

$$\mathbf{P}_2(T) = \mathbf{F}_2 \quad (4.15d)$$

mit

$$S_i = B_i R_{ii}^{-1} B_i^T \quad (4.16)$$

erfüllen muss. Für Spezialfälle ist (4.15) geschlossen lösbar. Numerisch kann es durch eine Zeittransformation  $t' = T - t$  und anschließender Integration gelöst werden. Mit den in der Einleitung des Kapitels getroffenen Annahmen (Definition 4.1) existiert ein eindeutiges Nash-Gleichgewicht für diese Problemstellung [Eng05]. Es zeigt sich in (4.15), dass die Terme mit  $R_{il} \forall i \neq l$  keinerlei Einfluss auf das Nash-Gleichgewicht haben.

Das Nash-Gleichgewicht in zeitvarianten LQ-Differentialspielen ( $A(t), B_i(t)$ ) und/oder Gütefunktionen ( $Q_i(t), R_{il}(t)$ ) kann ebenfalls mit der Riccati Gleichung (4.15) bestimmt werden, wenn entsprechend die zeitvarianten Matrizen in die Gleichungen eingesetzt werden. Die Darstellung als lineare Zustandsrückführung, wie im nächsten Abschnitt dargestellt, ist für zeitvariante LQ-Differentialspiele jedoch nicht möglich.

#### 4.2.2. Riccati DGL für infinite LQ-Differentialspiele

Für einen unendlichen Zeithorizont ( $T \rightarrow \infty$ ) lauten die Gütefunktionen des LQ-Differentialspiels

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \sum_{l=1}^N \mathbf{u}_l^T(t) \mathbf{R}_{il} \mathbf{u}_l(t) dt. \quad (4.17)$$

Wie bereits von Kalman [Kal60] für  $N = 1$  gezeigt wurde, ergibt sich eine Lösung, die als konstante Zustandsrückführung dargestellt werden kann. Das Nash-Gleichgewicht ist durch die Beziehung

$$\mathbf{u}_1^*(t) = -\mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{x}^*(t) \quad (4.18a)$$

$$\mathbf{u}_2^*(t) = -\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{x}^*(t) \quad (4.18b)$$

gegeben. Dabei sind  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_2$  symmetrische, reelle und positiv semidefinite Matrizen, die nachfolgendes Gleichungssystem von algebraischen Riccati Gleichungen (ARE) lösen

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A} + \mathbf{Q}_1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_2 \mathbf{P}_2 \quad (4.19a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{A} + \mathbf{Q}_2 - \mathbf{P}_2 \mathbf{S}_2 \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_2 \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_1. \quad (4.19b)$$

Das System von ARE (4.19) kann mehr als eine Lösung haben, wobei für regelungstechnische Anwendungen nur stabile Lösungen zielführend sind. Für Stabilität gilt bekanntermaßen die (hinreichende) Bedingung, dass alle Eigenwerte der Systemmatrix des geschlossenen Regelkreises

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_1 - \mathbf{S}_2 \mathbf{P}_2 \quad (4.20)$$

einen negativen Realteil haben müssen. Analog zur klassischen regelungstechnischen Problemstellung ist die ARE nur dann stabil lösbar, wenn das System (4.1) entweder asymptotisch stabil ist, das System mit  $B = [B_1 \ B_2]$  vollständig steuerbar ist, oder zumindest alle Zustandsgrößen die in die Gütefunktionen eingehen stabilisierbar sind. Algorithmen zur Lösung der ARE (4.19) sind im Anhang A.5 dargestellt. Der Funktionswert einer Spielergütefunktion (4.17) für das unendliche Intervall  $[0, \infty)$ , also die Gesamtkosten, ergibt sich für ein Nash-Gleichgewicht und einen beliebigen Startzustand  $x_0$  zu

$$x_0^T M_i x_0. \quad (4.21)$$

Dabei ist  $M_i$  die eindeutige Lösung der Lyapunov Gleichung

$$\mathbf{0} = A_c^T M_i + M_i A_c + Q_i + P_i^T S_i P_i. \quad (4.22)$$

Der entsprechende Beweis ist in [Eng05, Seite 287f] gegeben.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass der *Indirekte Ansatz* für die hier betrachtete Problemstellung entsprechend einfach ist. Auch ist die Analyse der Stabilität des Gesamtregelkreises unproblematisch, da die klassischen Methoden der linearen Regelungstechnik verwendet werden können. Die Annahme eines zeitinvarianten LQ-Differentialspiels ist aber zu einschränkend für die hier vorgestellte Anwendung. Es wird daher ein alternativer Ansatz für die Bestimmung des Nash-Gleichgewichts in einer erweiterten Problemstellung vorgeschlagen.

### 4.3. Indirekter Ansatz: Numerische Lösung

In diesem Abschnitt wird ein Lösungskonzept vorgestellt, das auf einer geschlossenen Bestimmung des Nash-Gleichgewichts basiert, die existiert, falls abschnittsweise zeitlich konstante Stellgrößentrajektorien  $u(t)$  angenommen werden. Im Vergleich zur Lösung des vorherigen Abschnitts erlaubt dieser Ansatz die direkte Berücksichtigung von Referenzen für die Stell- und die Zustandsgrößentrajektorien, einer affinen Systemdynamik und die Berücksichtigung der Änderung der Stellgrößen in der Gütefunktion. Mit dem Konzept lassen sich Problemstellungen der folgenden Form lösen:

**Problemstellung 4.1 (erweitertes affin Quadratisches Differentialspiel)****Gegeben:** Differentialspiel mit dem System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_z(t)\mathbf{z} + \sum_{i \in \mathbb{P}} \mathbf{B}_i(t)\mathbf{u}_i(t) \quad (4.23a)$$

und den Gütefunktionen

$$\begin{aligned} J_i(\cdot) &= (\mathbf{x}(T) - \bar{\mathbf{x}}_i(T))^T \mathbf{Q}_i(T) (\mathbf{x}(T) - \bar{\mathbf{x}}_i(T)) \cdots \\ &+ \int_0^T (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_i(t))^T \mathbf{Q}_i(t) (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_i(t)) + (\mathbf{u}_i(t) - \bar{\mathbf{u}}_i(t))^T \mathbf{R}_{ii}(t) (\mathbf{u}_i(t) - \bar{\mathbf{u}}_i(t)) \\ &\cdots + \sum_{l \in \mathbb{P} \setminus \{i\}} (\mathbf{N}_{il}(t)\mathbf{u}_i(t) - \mathbf{N}_{il'}(t)\mathbf{u}_l(t))^T (\mathbf{N}_{il}(t)\mathbf{u}_i(t) - \mathbf{N}_{il'}(t)\mathbf{u}_l(t)) \, dt. \end{aligned} \quad (4.24)$$

**Gesucht:** Nash-Strategie  $\mathbf{u}^*(t)$ 

Dabei ist  $\mathbf{B}_z \in \mathbb{R}^{n \times n_z}$  die affine Eingangsmatrix und  $\mathbf{z} = [1 \ \cdots \ 1]^T$  der affine Eingangsvektor.  $\bar{\mathbf{x}}_i(t)$  und  $\bar{\mathbf{u}}_i(t)$  sind gegebene Referenztrajektorien für die Zustands- bzw. Stellgrößen des Spielers  $i$ . Zunächst wird angenommen, dass die Matrizen  $\mathbf{Q}_i \forall t$  positiv semidefinit und die Matrizen  $\mathbf{R}_{ii} \forall t$  positiv definit sind. Der letzte Term von  $J_i(\cdot)$  (der Summenterm mit  $\mathbf{N}_{il}$  und  $\mathbf{N}_{il'}$ ) kann verwendet werden, um die quadratische Differenz zwischen den Stellgrößen der Spieler zu bestrafen.

Diese Erweiterungen werden für das Fahrerassistenzsystem des nächsten Kapitels benötigt. Wesentlicher Vorteil des Verfahrens dieses Abschnittes ist die echtzeitfähige Anwendbarkeit. In einem zweiten Schritt wird der hier vorgestellte Ansatz weiterentwickelt, um einen Regelalgorithmus mit garantierter Stabilität zu erhalten. Anschließend wird ein Algorithmus für die Erweiterung des Konzepts um die Berücksichtigung von Beschränkungen der Stellgrößen und der Zustandsgrößen vorgestellt. Als erster Schritt wird auf die Zeitdiskretisierung des Modells und die zeitdiskrete Approximation der Gütefunktionen eingegangen.

**Diskrete Betrachtung einer affinen Systemdynamik**

Es wird angenommen, dass sich der Prädiktionshorizont in  $m$  Abschnitte unterteilt, in denen die Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}(t)$  aller Partner jeweils abschnittsweise konstant sind. Im Gegensatz zur klassischen diskreten Regelungstechnik wird hier aber nicht gefordert, dass diese Zeitabschnitte äquidistant sind. Die Zeitdauer eines Abschnittes ( $j$ ) wird als  $\Delta\tau_{(j)}$  bezeichnet. Die Zeitpunkte, an denen eine Änderung der Stellgrößentrajektorie stattfindet, werden mit  $t_{(j)}$  bezeichnet. In Abbildung 4.1 wird ein Beispiel für solche Trajektorien gezeigt. Es gilt

$$t_{(j)} = \sum_{j=1}^m \Delta\tau_{(j)} \quad (4.25)$$

und

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{(j)} \quad \forall t \in [t_{(j-1)}, t_{(j)}]. \quad (4.26)$$

Durch die Annahme der abschnittsweise konstanten Stellgrößentrajektorien können die Systemzustände  $\mathbf{x}(t = t_{(j)}) = \mathbf{x}_{(j)}$  bei der Annahme einer zeitvarianten Systemdynamik iterativ mit der Rekursionsgleichung

$$\mathbf{x}_{(j)} = \Phi_{(j)} \mathbf{x}_{(j-1)} + \sum_{i=1}^N \mathbf{H}_{i,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)} \quad (4.27)$$

berechnet werden. Die Matrizen ergeben sich bekanntermaßen aus der Transitionsmatrix  $\phi(t, t_0)$  [Föl92, S. 425ff]:

$$\Phi_{(j)} = \phi(t_{(j)}, t_{(j-1)}) \quad (4.28)$$

$$\mathbf{H}_{i,(j)} = \int_{t_{(j-1)}}^{t_{(j)}} \phi(t_{(j)}, \tau) \mathbf{B}_i(\tau) d\tau. \quad (4.29)$$

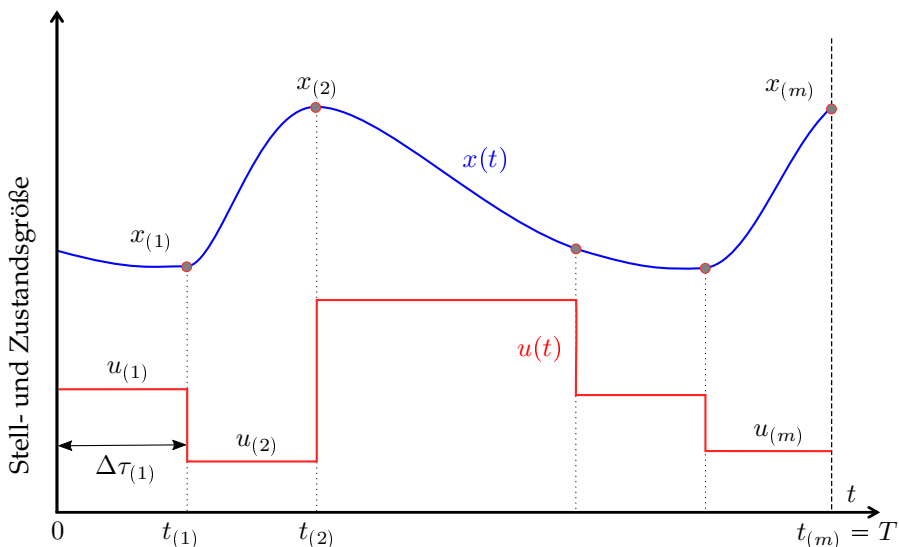


Abbildung 4.1.: Zeitdiskretisierung der Stellgrößentrajektorien  $u(t)$  und der zeitdiskreten Betrachtung der Zustandstrajektorie  $x(t)$  für das Beispiel  $N = n = n_e = 1$

Die Matrizen  $\Phi_{(j)}$  werden im Folgenden als bekannt vorausgesetzt. Das Vorgehen kann auf affine Systemdynamiken der Form (4.23a) erweitert werden. Es ergibt sich dann die Rekursionsgleichung

$$\mathbf{x}_{(j)} = \Phi_{(j)} \mathbf{x}_{(j-1)} + \mathbf{H}_{z,(j)} + \sum_{i=1}^N \mathbf{H}_{i,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)}. \quad (4.30)$$

Die affine Eingangsmatrix  $\mathbf{H}_{z,(j)}$  berechnet sich analog zu (4.29).

### Formulierung der diskreten Spielergütefunktionen

Die Zustandspunkte  $\mathbf{x}_{(j)}$  werden für die Formulierung eines zeitdiskreten Spielergütemaßes verwendet, das sich in seiner allgemeinsten Form als

$$J_i(\cdot) = \sum_{j=1}^m J_{i,(j)}(\cdot) \quad (4.31)$$

mit den Gütefunktionen eines Zeitpunktes  $t_{(j)}$

$$J_{i,(j)}(\cdot) = (\mathbf{x}_{(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)})^T \mathbf{Q}_{i,(j)} (\mathbf{x}_{(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)}) \quad (4.32a)$$

$$+ (\mathbf{u}_{i,(j)} - \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)})^T \mathbf{R}_{ii,(j)} (\mathbf{u}_{i,(j)} - \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)}) \quad (4.32b)$$

$$+ (\Delta \mathbf{x}_{(j)} - \Delta \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)})^T \Delta \mathbf{Q}_{i,(j)} (\Delta \mathbf{x}_{(j)} - \Delta \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)}) \quad (4.32c)$$

$$+ (\Delta \mathbf{u}_{i,(j)} - \Delta \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)})^T \Delta \mathbf{R}_{ii,(j)} (\Delta \mathbf{u}_{i,(j)} - \Delta \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)}) \quad (4.32d)$$

$$+ \sum_{l \in \mathbb{P} \setminus \{i\}} (\mathbf{N}_{il,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{N}_{il',(j)} \mathbf{u}_{l,(j)})^T (\mathbf{N}_{il,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{N}_{il',(j)} \mathbf{u}_{l,(j)}) \quad (4.32e)$$

ergibt. Diese Gütefunktion wird verwendet, um das kontinuierliche Funktional (4.24) anzunähern. Im kontinuierlichen Gütemaß (4.24) haben (4.32c) und (4.32d) keine Entsprechung. Dabei ist  $\bar{\mathbf{x}}_{(j)}$  ein gegebener Referenzvektor für den Zustand zum Zeitpunkt  $t = t_{(j)}$  des Spielers  $i$ . Analog ist  $\bar{\mathbf{u}}_{i,(j)}$  die Referenz für die Stellgrößen des Spielers  $i$ . In (4.32c) erfolgt eine Bewertung der Differenz zweier aufeinanderfolgender Zustände in Bezug auf eine frei wählbare Referenz  $\Delta \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)}$ . Analog bewertet (4.32d) die Differenz der Stellgrößen. Die Differenzen sind dabei definiert als

$$\Delta \mathbf{x}_{(j)} = \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(j-1)} \quad (4.33)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{i,(j)} = \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{u}_{i,(j-1)}. \quad (4.34)$$

Im Vergleich zum kontinuierlichen Gütemaß müssen die Matrizen  $\mathbf{R}_{ii,(j)}$  nur positiv semidefinit, nicht mehr positiv definit sein<sup>21</sup>. Die Matrizen  $\mathbf{Q}_{i,(j)}$ ,  $\Delta \mathbf{Q}_{i,(j)}$  und  $\Delta \mathbf{R}_{ii,(j)}$  werden als positiv semidefinit angenommen.

<sup>21</sup>Die Problematik des kontinuierlichen Falls, dass nicht positiv definiten Matrizen  $\mathbf{R}_{ii,(j)}$  zu unbeschränkten Stellgrößen führen würden, entfällt bei der diskreten Betrachtung.



Ist eine möglichst genaue Übereinstimmung der diskreten Gütefunktion (4.32) mit der kontinuierlichen Gütefunktion (4.24) gewünscht, können die Gewichtungsmatrizen als Koeffizienten einer Newton-Cotes-Formel [BSM06, Sch11] gewählt werden. Das diskrete Gütemaß (4.32) entspricht dann der, zur Lösung im Allgemeinen ohnehin notwendigen, numerischen Integration des Integrals in (4.24). In Tabelle 4.1 sind die, sich für die Annäherung des kontinuierlichen Gütemaßes aus  $Q_i(t)$  ergebenden, Koeffizienten  $Q_{i,(j)}$  angegeben. Für die Simpson-Formel ist ein äquidistantes  $\Delta\tau$  und  $m$  gerade notwendig. Eine weitere Verbesserung der Annäherung kann erreicht werden, falls die  $t_{(j)}$  auf Basis der Gaußschen Quadraturformel gewählt werden. Die Terme  $Q_i(T)$  werden additiv bei den Termen  $Q_{i,(m)}$  berücksichtigt. Die Matrizen  $R_{ii,(j)}$  ergeben sich nach dem gleichem Schema.

Verfahren	$Q_{i,(j)}$	Fehlerordnung
Rechteck-Formel	$\Delta\tau_{(j)} Q_i(t_{(j)})$	1
Trapez-Formel	$\frac{1}{2} (\Delta\tau_{(j)} + \Delta\tau_{(j+1)}) Q_i(t_{(j)})$	2
Simpson-Formel	$\frac{\zeta\Delta\tau}{3} Q_i(t_{(j)})$ mit $\zeta = \begin{cases} 4, j \text{ gerade} \\ 2, j \text{ ungerade} \\ 1, j = m \end{cases}$	4

Tabelle 4.1.:  $Q_{i,(j)}$  für die Annäherung der Integration durch ein diskretes Gütemaß

### 4.3.1. Geschlossene Darstellung des Nash-Gleichgewichts

Durch sukzessives Einsetzen der Gleichung (4.27) in sich selbst, ist es möglich alle diskreten Zustände  $x_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, m$  ausgehend vom Anfangszustand  $x_{(0)} = x(0)$  und den gegebenen Stellgrößen  $u_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, m$  zu berechnen. Man erhält eine Systemgleichung für den gesamten Horizont

$$\vec{x} = \vec{\Phi} x_{(0)} + \vec{H}_z \vec{z} + \sum_{i=1}^N \vec{H}_i \vec{u}_i \quad (4.35)$$

mit den aggregierten Matrizen

$$\vec{H}_i = \begin{bmatrix} H_{i,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \Phi_{(1)} H_{i,(1)} & H_{i,(2)} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \Phi_{(m-1)} \cdots \Phi_{(1)} H_{i,(1)} & \Phi_{(m-2)} \cdots \Phi_{(1)} H_{i,(1)} & \cdots & H_{i,(m)} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{(1)} \\ \Phi_{(2)} \Phi_{(1)} \\ \vdots \\ \Phi_{(m)} \cdots \Phi_{(2)} \Phi_{(1)} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

und den aggregierten Vektoren

$$\vec{x} = \left[ \mathbf{x}_{(1)}^T \quad \mathbf{x}_{(2)}^T \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{(m)}^T \right]^T \quad (4.38)$$

$$\vec{z} = \left[ \mathbf{z}^T \quad \cdots \quad \mathbf{z}^T \right]^T \quad (4.39)$$

$$\vec{u}_i = \left[ \mathbf{u}_{i,(1)}^T \quad \mathbf{u}_{i,(2)}^T \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{i,(m)}^T \right]^T. \quad (4.40)$$

Die Matrix  $\vec{H}_z$  ergibt sich analog aus (4.36) mit  $i = z$ . Das Konzept hinter Gleichung (4.35) ist in der Regelungstechnik bekannt und wird bei linearer MPR ( $\vec{H}_z = \mathbf{0}$  und  $N = 1$ ) angewendet. Dort wird das Konzept als Batch-Ansatz bezeichnet [BBM14, Seite 149f]. In der Spieltheorie wurde das Konzept bisher noch nicht angewendet. Im Folgenden wird der Batch-Ansatz (Gleichung (4.35)) erweitert, um daraus einen effizienten Algorithmus für die Berechnung eines Nash-Gleichgewichts abzuleiten. Durch das Einsetzen von (4.35) in (4.31) können alle Gütefunktionen in einen geschlossenen Ausdruck  $J_i(\vec{u})$  umgeformt werden, der nur noch von

$$\vec{u} = \left[ \vec{u}_1^T \quad \cdots \quad \vec{u}_N^T \right]^T$$

abhängt. Es ist weiter möglich die Ableitungen der  $J_i(\vec{u})$  nach dem Vektor  $\vec{u}$  geschlossen zu berechnen

$$\frac{\partial J_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}_i} = \mathbf{C}_{ii} \vec{u}_i + \mathbf{c}_i + \sum_{l \in \mathbb{P} \setminus i} \mathbf{C}_{il} \vec{u}_l. \quad (4.41)$$

Die entsprechenden Umformungen und Rechnungen, die zu den Matrizen  $\mathbf{C}_{ii}, \mathbf{C}_{il}$  und dem Vektor  $\mathbf{c}_i$  führen, sind im Anhang A.6 aufgeführt. Auf Basis der  $N$  Gleichungen (4.41) ergeben sich die notwendigen Bedingungen eines Minimums, bzw. in deren Kombination die notwendige Bedingung eines Nash-Gleichgewichts zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \cdots & \mathbf{C}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{N1} & \cdots & \mathbf{C}_{NN} \end{bmatrix}}_{\vec{C}} \vec{u}^* + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_N \end{bmatrix}}_{\vec{c}}. \quad (4.42)$$

Für den Fall einer regulären Matrix  $\vec{C}$  kann das eindeutige Nash-Gleichgewicht berechnet werden als

$$\vec{u}^* = - \left( \vec{C} \right)^{-1} \vec{c}. \quad (4.43)$$

Für den Fall, dass die Matrix  $\vec{C}$  nicht regulär ist, existiert eine unendliche Menge von Nash-Gleichgewichten. Die Hauptdiagonalen der Matrizen  $\vec{R}_{ii}$  wirken sich direkt additiv auf die Hauptdiagonale der Matrix  $\vec{C}$  aus. Bei einer praktischen Anwendung kann daher durch eine minimale Adaption dieser Matrizen, d.h. durch eine unwesentliche Veränderung der Ziele, die Regularität der Matrix  $\vec{C}$ , und damit eine eindeutige Lösung, erzwungen werden.

### Rechenaufwand

Die Berechnung des Nash-Gleichgewichts mittels (4.43) ist die zur Laufzeit zu lösende Problemstellung des *indirekten Ansatzes*. Für die numerische Berechnung der Lösung ist es im Bezug zum Rechenaufwand und der numerischen Genauigkeit nicht sinnvoll die Inverse der Matrix  $\vec{C}$  explizit zu berechnen, sondern stattdessen das Gleichungssystem (4.42) direkt auf Basis des Gaußalgorithmus und der LR-Zerlegung zu lösen [Sch11, Seite 30ff]. Der numerische Aufwand beträgt dabei etwa  $\frac{2}{3} (n_e m)^3$  Rechenoperationen.

Die Matrix  $\vec{C}$  hängt weder von den Referenzgrößen der Spieler  $(\bar{x}_i, \bar{u}_i)$  noch von den Anfangswerten der Zustände  $x_0$  ab. Damit kann, wenn die Matrizen der Zustandsgleichung  $(\vec{\Phi}, \vec{H}_i, \vec{H}_z)$  und die Matrizen der Gütemaße  $(Q_i, R_{ii}, N_{il}, N_{il'})$  zeitinvariant sind, die Berechnung der Inversen, bzw. die Zerlegung der Matrix  $\vec{C}$ , vorab erfolgen. Für diesen Fall vereinfacht sich die Berechnung des Nash-Gleichgewichts damit erheblich auf das Aufstellen des Vektors  $\vec{c}$  und dessen Multiplikation mit der a priori gegebenen Inversen von  $\vec{C}$ .

Unabhängig ob die Inverse von  $\vec{C}$  vorab berechnet wird oder nicht ist die notwendige Rechenzeit zur Bestimmung des Nash-Gleichgewichts, im Gegensatz zu einem iterativen Algorithmus, a-priori bestimmbar und für jeden Rechenzeitpunkt des gleitenden Horizonts gleich.

### Hinreichende und notwendige Bedingung für ein Nash-Gleichgewicht

Da (4.42) nur auf der notwendigen Bedingung für Minima basiert, ist im allgemeinen Fall nicht sichergestellt, dass die Berechnung zu einem Nash-Gleichgewicht führt. Hinreichende und notwendige Bedingung für ein Nash-Gleichgewicht ist, dass für den Vektor  $\vec{u}^*$ , der sich als Lösung der Gleichung (4.42) ergibt,

$$\forall i \in \mathbb{P} : \left. \frac{\partial^2 J_i(\vec{u})}{(\partial \vec{u}_i)^2} \right|_{\vec{u}_i = \vec{u}_i^*} > 0 \text{ (positiv definit)} \quad (4.44)$$

gilt. Aus (4.44) lassen sich Bedingungen für die Matrizen der Gütemaße bzw. der Systemgleichungen ableiten.

**Satz 4.1 (Hinreichende Bedingung bei positiv definiten Matrizen)**

Gilt für alle Spieler  $i \in \mathbb{P}$  und alle Zeitintervalle  $j = 1, \dots, m$ , dass die Matrizen  $\mathbf{Q}_{i,(j)}$ ,  $\mathbf{R}_{ii,(j)}$ ,  $\Delta \mathbf{Q}_{i,(j)}$  und  $\Delta \mathbf{R}_{ii,(j)}$  positiv semidefinit sind und ist für jeden der Spieler mindestens eine der Bedingungen

1.  $\forall j : \mathbf{Q}_{i,(j)}$  positiv definit und  $\vec{\mathbf{H}}_i$  ist spaltenregulär (entspricht Spaltenregularität von  $\mathbf{H}_i$  siehe Lemma 4.1)
2.  $\forall j : \mathbf{R}_{ii,(j)}$  positiv definit
3.  $\forall j : \Delta \mathbf{Q}_{i,(j)}$  positiv definit und  $\vec{\mathbf{H}}_i$  ist spaltenregulär (entspricht Spaltenregularität von  $\mathbf{H}_i$  siehe Lemma 4.1)
4.  $\forall j : \Delta \mathbf{R}_{ii,(j)}$  positiv definit

erfüllt, dann ist Bedingung (4.44) erfüllt.

**Beweis:**

Die Hesse-Matrix eines Spielers (Herleitung siehe Anhang A.6) ergibt sich zu

$$\frac{\partial^2 J_i(\vec{\mathbf{u}})}{2(\partial \vec{\mathbf{u}}_i)^2} = \underbrace{\vec{\mathbf{H}}_i^T \vec{\mathbf{Q}}_i \vec{\mathbf{H}}_i}_I + \underbrace{\vec{\mathbf{R}}_{ii}}_{II} + \underbrace{\vec{\mathbf{H}}_i^T \vec{\mathbf{V}}_{i,x}^T \Delta \vec{\mathbf{Q}}_i \vec{\mathbf{V}}_{i,x} \vec{\mathbf{H}}_i}_{III} + \underbrace{\vec{\mathbf{V}}_{i,u}^T \Delta \vec{\mathbf{R}}_{ii} \vec{\mathbf{V}}_{i,u}}_{IV} + \underbrace{\vec{\mathbf{N}}_{il}^T \vec{\mathbf{N}}_{il}}_V \quad (4.45)$$

Aus der Definition von Definitheit folgt, dass eine Matrix, welche sich aus der Summe von positiv semidefiniten Matrizen und mindestens einer positiv definiten Matrix zusammensetzt, positiv definit ist. Es bleibt zu zeigen, dass die einzelnen Matrizen, aus denen sich (4.45) zusammensetzt, zumindest positiv semidefinit sind und mindestens eine der Matrizen positiv definit ist. Da die Matrizen  $\vec{\mathbf{Q}}_i$ ,  $\vec{\mathbf{R}}_{ii}$ ,  $\Delta \vec{\mathbf{Q}}_i$  und  $\Delta \vec{\mathbf{R}}_{ii}$  sich aus positiv semidefiniten Matrizen auf der Hauptdiagonalen aggregieren, sind sie positiv semidefinit. Entsprechendes gilt für positive Definitheit. Der Summand (I) ist immer nicht negativ definit und positiv definit bei Erfüllung von Bedingung (1). Summand (II) und die entsprechende Bedingung sind trivial. Da  $\Delta \vec{\mathbf{Q}}_i$  im dritten Summanden nicht negativ definit ist, ist auch

$$\vec{\mathbf{V}}_{i,x}^T \Delta \vec{\mathbf{Q}}_i \vec{\mathbf{V}}_{i,x}$$

nicht-negativ definit. Damit ist der ganze Term nicht negativ definit. Da  $\vec{\mathbf{V}}_{i,x}$  nach Definition regulär ist, ist für eine positiv definite Matrix  $\Delta \vec{\mathbf{Q}}_i$  der Term

$$\vec{\mathbf{V}}_{i,x}^T \Delta \vec{\mathbf{Q}}_i \vec{\mathbf{V}}_{i,x}$$

positiv definit. Damit ergibt sich, dass der gesamte Summand positiv definit ist, falls Bedingung (3) erfüllt ist. Die entsprechende Aussage kann auch auf Summand (IV)

angewendet werden, da  $\vec{V}_{i,u}$  nach Definition regulär ist. Damit ist dieser Term unter Bedingung (4) positiv definit. Summand (V) ergibt immer eine nicht negativ definite Matrix (Multiplikation mit Transponierten).  $\square$

#### Lemma 4.1 (Spaltenregularität $\vec{H}_i$ )

Eine hinreichende Bedingung für Spaltenregularität von  $\vec{H}_i$  ist, dass alle Matrizen  $\mathbf{H}_{i,(j)}$ ,  $j = 1, \dots, m$ , den vollen Spaltenrang ( $n_i$ ) haben.

#### Beweis:

Die Matrizen  $\mathbf{H}_{i,(j)}$  stehen auf der Hauptdiagonalen der Matrix  $\vec{H}_i$ . Da über dieser Diagonalen nur Nullmatrizen stehen hat  $\vec{H}_i$  unabhängig von den  $\Phi_{(j)}$  vollen Spaltenrang.  $\square$

Anschaulich betrachtet bedeutet die Spaltenregularität von  $\vec{H}_i$ , dass keine Redundanz in den Stellgrößen des Spielers  $i$  besteht; verschiedene Eingangsgrößen nicht die exakt gleiche Auswirkung auf die Systemdynamik haben<sup>22</sup>. Für das gesamte System können aber weiterhin zwischen verschiedenen Spieler redundante Stellgrößen existieren.

Im Folgenden werden zwei Ergänzungen vorgestellt. Als erstes wird eine Erweiterung gezeigt, mit der die Stabilität des Gesamregelkreises garantiert werden kann. Anschließend wird diskutiert, wie Problemstellungen gelöst werden, in denen Nebenbedingungen für Stell- und Zustandsgrößen existieren.

### 4.3.2. Garantierte Stabilität

Für eine reale Implementierung des Regelsystems wird (4.42) wiederkehrend auf einem gleitenden Horizont gelöst um die Stellgrößen zu berechnen (siehe Abschnitt 3.7). Der vorgestellte Algorithmus erlaubt zwar die numerisch effiziente Berechnung eines Nash-Gleichgewichts, garantiert aber in seiner jetzigen Form keine Stabilität für den geschlossenen Regelkreis. Es wird daher auf Basis des Konzepts des quasi unendlichen Horizonts (Abschnitt 3.7.2) eine Erweiterung des Algorithmus vorgeschlagen. Grundlage ist ein Spieler bzw. Regler mit der Gütefunktion

$$J_\lambda(\cdot) = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_\lambda^T(t) \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{u}_\lambda(t) dt \quad (4.46)$$

<sup>22</sup>Wäre physikalisch ein solches System gegeben, können die entsprechenden Eingänge für die Berechnung virtuell zusammengefasst werden und die Stellgrößen in einem zweiten Schritt (nach einem Schlüssel oder mittels eines Optimierungsproblems) auf die realen Eingänge verteilt werden.

wobei  $\mathbf{R}_{\lambda\lambda}$  positiv definit ist und  $\mathbf{Q}_\lambda$  zunächst auch als positiv definit angenommen wird. Ziel des spezifischen Spielers, der mit dem Index  $\lambda$  bezeichnet wird, ist damit die Stabilität des Regelkreises in der Ruhelage  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Sollte in jedem Optimierungsschritt des gleitenden Horizontes (nach  $T_c$ ) das Differentialspiel mit einem unendlichen Horizont gelöst werden und die Gütefunktion (4.46) einen endlichen Funktionswert aufweisen, ist der Gesamtregelkreis stabil. Es wird im Weiteren angenommen, dass sich das Differentialspiel aus den beiden Zeitbereichen  $[0, T_\lambda)$  und  $[T_\lambda, \infty)$  zusammensetzt. Die Gütefunktion (4.46) kann dann in der Form

$$J_\lambda(\cdot) = \int_0^{T_\lambda} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_\lambda^T(t) \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{u}_\lambda(t) dt + \int_{T_\lambda}^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_\lambda^T(t) \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{u}_\lambda(t) dt \quad (4.47)$$

geschrieben werden. Für das zweite Zeitintervall  $(T_\lambda, \infty)$  werden folgende zwei Annahmen getroffen:

- Lineare Systemdynamik nach Definition (4.1)
- Die Gütefunktion aller Spieler ist

$$i \in \mathbb{P} \setminus \{\lambda\} : J_i(\cdot) = \int_{T_\lambda}^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{R}_{ii} \mathbf{u}_i(t) dt \quad (4.48)$$

wobei  $\mathbf{Q}_i$  positiv semidefinit und  $\mathbf{R}_{ii}$  positiv definit sind.

Für das Zeitintervall  $[0, T_\lambda)$  müssen, von der Gütefunktion des Spielers  $\lambda$  abgesehen, keine weiteren über die Problemstellung 4.1 hinausgehende Annahmen erfüllt werden. Das System kann also weiterhin affin sein und die Gütefunktionen ein Trajektorienfolgeproblem beschreiben. Mit diesen Annahmen kann das Berechnungsschema des Abschnittes 4.3.1 dahingehend erweitert werden, dass der Spieler  $\lambda$  ein Differentialspiel mit quasi unendlichem Horizont löst (vgl. Abschnitt 3.7.2). Die Gütefunktion des unendlichen Horizonts von Spieler  $\lambda$  kann geschrieben werden als

$$J_\lambda(\cdot) = \vec{\mathbf{x}}^T \vec{\mathbf{Q}}_{\lambda'} \vec{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{u}}_\lambda^T \vec{\mathbf{R}}_{\lambda\lambda} \vec{\mathbf{u}}_\lambda \quad (4.49)$$

mit

$$\vec{\mathbf{Q}}_{\lambda'} = \vec{\mathbf{Q}}_\lambda + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{M}_\lambda \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Die Matrix  $\mathbf{M}_\lambda$ , mit der sich die Kosten des zweiten Zeitintervalls berechnen lassen, ergibt sich aus (4.22) und kann offline berechnet werden.

**Satz 4.2 (Stabilität des kooperativen Regelkreises beim indirekten Ansatz)**

Der geschlossene kooperative Regelkreis ist global asymptotisch stabil, falls nachfolgende Bedingungen erfüllt sind:

- Es existiert mindestens ein Spieler  $\lambda$  mit der Gütefunktion (4.46).
- Die Matrix  $M_\lambda$  des (oder der) Spieler  $\lambda$  enthält ausschließlich endliche Elemente.
- Ab  $t \geq T_\lambda$  gilt: Das System ist linear und zeitinvariant und die Gütemaße aller Spieler sind in der Form (4.48) gegeben.

**Beweis:**

Satz 4.2 folgt direkt aus dem klassischen Stabilitätsbeweis nichtlinearer MPR [CA98, AFN04]. Hierbei entspricht Spieler  $\lambda$  dem Regler der nichtlinearen MPR. Die Spieler  $\mathbb{P} \setminus \{\lambda\}$  werden aus Sicht der Stabilität als Teil der Systemdynamik angesehen (vgl. Funktion  $f_{S \cup \mathbb{H}}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_\Delta(t))$  aus Abschnitt 3.7.2).  $\square$

Es ist anzumerken, dass im Vergleich zu [CA98] hier keine Randwertbedingung für  $\mathbf{x}(T_\lambda)$  benötigt wird, da unter den getroffenen Annahmen für alle  $\mathbf{x}(T_\lambda) \in \mathbb{R}^n$  ein lineares Regelgesetz für das zweite Zeitintervall  $(T_\lambda, \infty)$  existiert.

Die Forderung  $Q_\lambda$  positiv definit ist hinreichend aber nicht zwangsweise notwendig für Stabilität. Es ist nur notwendig, dass alle Zustände direkt oder indirekt in die Kostenmatrix  $M_\lambda$  einfließen. Ein Beispiel für einen indirekten Einfluss ist eine Integrator-kette. Bei dieser ist es ausreichend, den Zustand, der sich als Ausgang des letzten Integrators ergibt, in  $Q_\lambda$  zu berücksichtigen. Eine weniger restriktive Bedingung für  $Q_\lambda$  ist daher, dass das Matrizenpaar  $Q_\lambda, A$  das Beobachtungskriterium nach Kalman erfüllt [Mar71]. Dabei gilt  $Q_\lambda = Q_\lambda^T, Q_\lambda$  und  $\text{rang } Q_\lambda = \text{rang } Q_\lambda$ .

Die Einträge von  $M_\lambda$  sind nur dann endlich, wenn alle Zustandsgrößen von Spieler  $\lambda$  stabilisierbar sind. Eine hinreichende aber nicht notwendige Bedingung hierfür ist die vollständige Steuerbarkeit aller  $n$  Zustandsgrößen durch den Spieler. Eine notwendige Bedingung ist, dass alle von Spieler  $\lambda$  nicht steuerbaren Zustandsgrößen entweder bereits durch die Systemdynamik stabil sind oder durch mindestens einen anderen Spieler stabilisiert werden. Letzteres heißt, dass diese Zustände vom einem Spieler  $i$  steuerbar sind und die entsprechenden Diagonalwerte in  $Q_i$  größer 0 sind. Aus der geforderten Endlichkeit von  $M_\lambda$  folgt auch anschaulich, dass kein Spieler eine von der Ruhelage  $\mathbf{x}^R = \mathbf{0}$  abweichende Referenz  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  für  $t > T_\lambda$  haben kann. Eine Ruhelage  $\mathbf{x}^R \neq \mathbf{0}$  ist dann, und nur dann, möglich, wenn bei Anwendung der Transformationsvorschrift  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{x}^R$  das System weiterhin linear bleibt. Die Berechnungen erfolgen dann auf Basis der transformierten Zustände  $\mathbf{x}'$ .

Die Annahme, dass das Differentialspiel in ein LQ-Differentialspiel der Problemstellung 4.1 übergeht, welche getroffen werden muss um formal Stabilität garantieren zu können, wirkt realitätsfern. Es gibt aber durchaus reale Problemstellungen, die diesem

Problem entsprechen. So z.B. ein Ausweichmanöver mit anschließender stationärer Fahrt bei der kooperativen Querführung eines Fahrzeugs.

### 4.3.3. Erweiterung des Algorithmus um Stellgrößen- und Zustandsbeschränkungen

In vielen Problemstellungen sind die Stellgrößen, welche die einzelnen Partner applizieren können, beschränkt. Für solche Fälle eignet sich der bisherige Ansatz für die Bestimmung des Nash-Gleichgewichts nicht. Es wird daher im Folgenden ein alternatives Vorgehen vorgestellt. Die Beschränkungen (vgl. allgemeiner Fall (2.6)) der Stellgrößen eines Spielers  $i$  in einem Intervall ( $j$ ) werden mit den beiden Ungleichungen

$$\mathbf{u}_{i,(j)} \geq \mathbf{u}_{i,(j)}^{\Delta} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{u}_{i,(j)} \leq \mathbf{u}_{i,(j)}^{\nabla} \quad (4.52)$$

und den bekannten Vektoren der unteren Grenzen  $\mathbf{u}_{i,(j)}^{\Delta}$  und der oberen Grenzen  $\mathbf{u}_{i,(j)}^{\nabla}$  beschrieben.

Da viele technische Systeme physikalische Beschränkungen aufweisen, wie z.B. mechanische Anschläge, welche mit dem affinen Systemmodell im Vergleich zu einem allgemeinen nichtlinearen Modell nur sehr beschränkt berücksichtigt werden können, werden auch analog Beschränkungen des Zustandes  $\mathbf{x}$  der Form

$$\mathbf{x}_{(j)} \geq \mathbf{x}_{(j)}^{\Delta} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{x}_{(j)} \leq \mathbf{x}_{(j)}^{\nabla} \quad (4.54)$$

modelliert. Der hier vorgeschlagene Ansatz basiert auf dem in der klassischen Optimierung ( $N = 1$ ) bekannten Konzept der Barrierefunktion (z.B. [NW06, Seite 497ff] und [Rao09b, Seite 443ff]). Grundgedanke ist es, die Einhaltung der Nebenbedingungen durch entsprechende quadratische Strafterme, in der zu optimierenden Gütefunktion zu berücksichtigen. Das Ersatzoptimierungsproblem, das sich für jeden der Spieler ergibt, ist

$$\mathbf{u}_i^* = \arg \min \sum_{j=1}^m J_{i,(j)}(\cdot) + c_{i,(j)}(\cdot). \quad (4.55)$$

Dabei ist  $c_{i,(j)}(\cdot)$  die Straf- oder Barrierefunktion des Zeitschritts, welche zu

$$\begin{aligned} c_{i,(j)}(\cdot) = & \left( \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{i,(j)}^{\Delta} \right)^T \mathbf{Q}_{i,(j)}^{\Delta} \left( \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{i,(j)}^{\Delta} \right) + \left( \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{i,(j)}^{\nabla} \right)^T \mathbf{Q}_{i,(j)}^{\nabla} \left( \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{i,(j)}^{\nabla} \right) \\ & + \left( \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{u}_{i,(j)}^{\Delta} \right)^T \mathbf{R}_{ii,(j)}^{\Delta} \left( \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{u}_{i,(j)}^{\Delta} \right) + \left( \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{u}_{i,(j)}^{\nabla} \right)^T \mathbf{R}_{ii,(j)}^{\nabla} \left( \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{u}_{i,(j)}^{\nabla} \right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

gewählt wird. Dabei sind die Matrizen  $\mathbf{Q}_{i,(j)}^{\Delta}$ ,  $\mathbf{Q}_{i,(j)}^{\nabla}$ ,  $\mathbf{R}_{ii,(j)}^{\Delta}$ ,  $\mathbf{R}_{ii,(j)}^{\nabla}$  positiv semidefinite Diagonalmatrizen. Analog zu Anhang A.6 kann die Gleichung für alle Zeitintervalle



$j = 1, \dots, m$  aggregiert werden, wodurch sich die Matrizen  $\vec{Q}_i^\Delta, \vec{Q}_i^\nabla, \vec{R}_{ii}^\Delta, \vec{R}_{ii}^\nabla$  und die Funktion

$$c_i(\vec{u}, \vec{Q}_i^\Delta, \vec{Q}_i^\nabla, \vec{R}_{ii}^\Delta, \vec{R}_{ii}^\nabla)$$

ergeben. Im Vergleich zu den Bestrafungsfunktionen des klassischen Ansatzes enthält (4.56) jedoch keine Fallunterscheidungen und die Ungleichheitsbedingungen werden hier faktisch als Gleichheitsbedingungen betrachtet. Dadurch werden Stellgrößen bzw. Zustände, deren zugehörigen Nebenbedingungen erfüllt sind, verfälscht, wenn die entsprechenden Einträge in den Matrizen nicht Null sind. Die Wahl der Matrizen ist daher essentiell. Bei einer praktischen Umsetzung des klassischen Barrierenansatzes werden diese meist schlicht konstant gewählt. Der entscheidende Vorteil dieses Ansatzes ist jedoch, dass bei bekannten Matrizen  $Q_{i,(j)}^\Delta, Q_{i,(j)}^\nabla, R_{ii,(j)}^\Delta$  und  $R_{ii,(j)}^\nabla$  die Lösung des Differentialspiels mit dem in Kapitel 4.3.1 vorgestellten Vorgehen möglich ist. Die Ableitungen der Straffunktionen ergeben sich analog zu Anhang A.6 und können einfach zu denen des eigentlichen Gütemaßes  $J_i(\cdot)$  addiert werden. Die Grundidee des Algorithmus ist, die Matrizen  $Q_{i,(j)}^\Delta, Q_{i,(j)}^\nabla, R_{ii,(j)}^\Delta, R_{ii,(j)}^\nabla$  iterativ anzupassen und die Berechnung auf die Lösung von Problemstellung (4.42) zu reduzieren. Der Ablauf des Algorithmus ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Vor der ersten Iteration  $k = 0$  (der Index der Iteration wird in geschweiften Klammern dargestellt) werden die Barriere-Matrizen

$$\vec{Q}_i^{\Delta\{0\}}, \vec{Q}_i^{\nabla\{0\}}, \vec{R}_{ii}^{\Delta\{0\}}, \vec{R}_{ii}^{\nabla\{0\}}$$

aller Spieler  $i \in \mathbb{P}$  mit Nullmatrizen initialisiert<sup>23</sup>. In jeder Iteration wird als erstes das Nash-Gleichgewicht, der um die Barrierefunktion erweiterten Problemstellung (4.55), mit gegebenen Barriere-Matrizen berechnet. Dies erfolgt auf Basis von Kapitel 4.3.1. Anschließend wird untersucht, ob die aktuelle Lösung  $\vec{u}^{\{k\}}, \vec{x}^{\{k\}}$  die Nebenbedingungen einhält. Dazu werden folgende Vektoren für alle Spieler  $i \in \mathbb{P}$

$$e_i^{\Delta\{k\}} = \vec{u}_i^\Delta - \vec{u}_i^{\{k\}} \quad (4.57)$$

$$e_i^{\nabla\{k\}} = \vec{u}_i^{\{k\}} - \vec{u}_i^\nabla \quad (4.58)$$

und für die Zustandsgrößen

$$e_x^{\Delta\{k\}} = \vec{u}_x^\Delta - \vec{u}_x^{\{k\}} \quad (4.59)$$

$$e_x^{\nabla\{k\}} = \vec{u}_x^{\{k\}} - \vec{u}_x^\nabla \quad (4.60)$$

berechnet. Falls alle Elemente der Vektoren (4.57) bis (4.60) kleiner als eine Toleranzschwelle  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$  sind, wird der Algorithmus beendet. Sollte dieses Abbruchkriterium nicht erfüllt sein, erfolgt eine Anpassung der Barriere-Matrizen (genauer: deren Hauptdiagonalelemente). Nachfolgend ist exemplarisch das Schema für die Anpassung von  $\vec{R}_{ii}^\Delta$  dargestellt.

$$r_{ii,ll}^{\Delta\{k+1\}} = \begin{cases} 0 & \text{für } e_{i,l}^{\Delta\{k\}} \leq 0 \\ r_{ii,ll}^{\Delta\{k\}} & \text{für } 0 < e_{i,l}^{\Delta\{k\}} < \epsilon \\ \uparrow r_{ii,ll}^{\Delta\{k\}} & \text{für } e_{i,l}^{\Delta\{k\}} \geq \epsilon \end{cases} \quad (4.61)$$

<sup>23</sup>Dies entspricht der Lösung des unbeschränkten Problems.

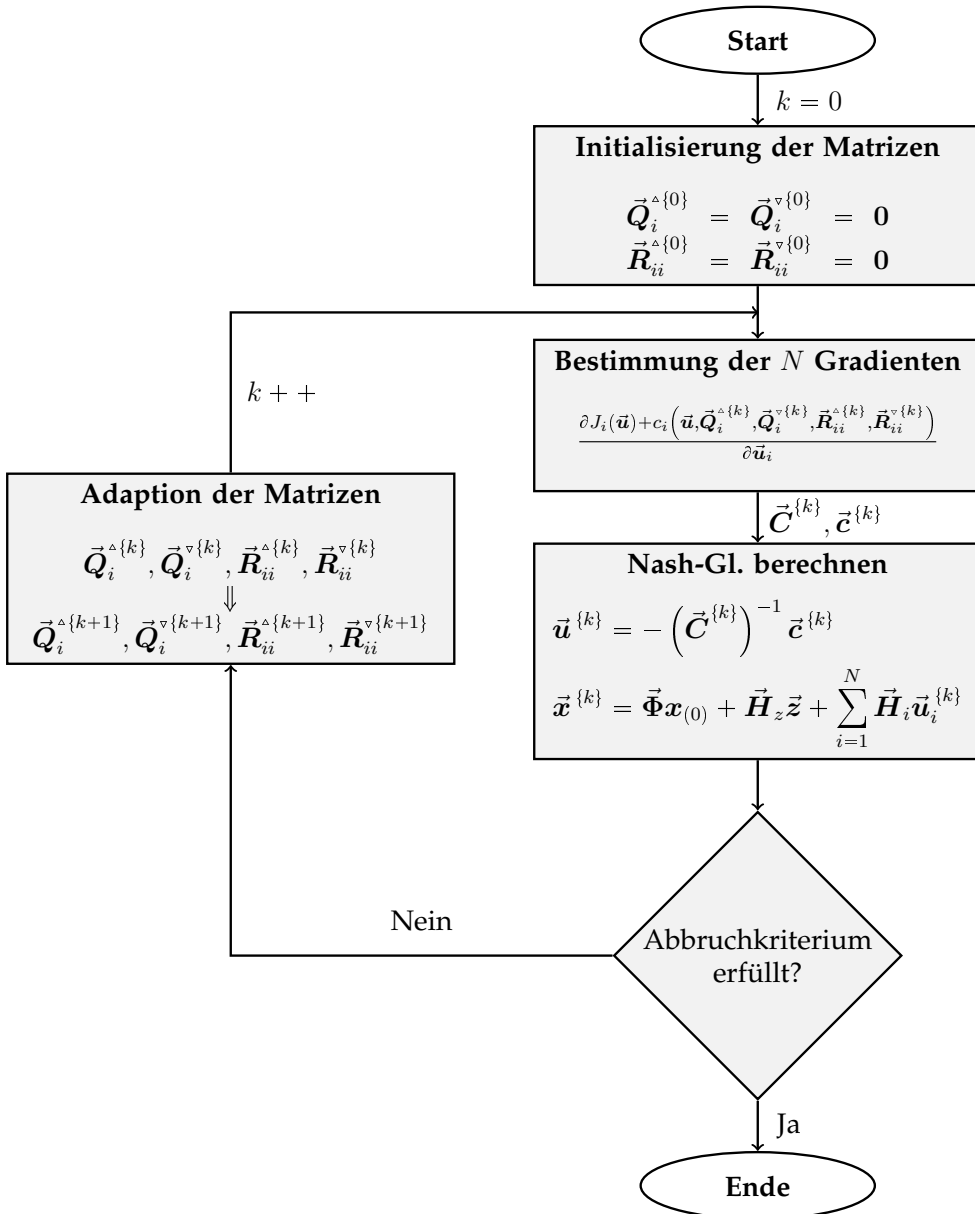


Abbildung 4.2.: Algorithmus zur diskreten Berechnung eines Nash-Gleichgewichts bei quadratischem Gütemaß, affinem System und Beschränkungen

Dabei ist  $r_{ii,ll}^{\Delta\{k+1\}}$  der Eintrag in der Zeile und Spalte  $l$  der Matrix  $\bar{\mathbf{R}}_{ii}^{\Delta\{k+1\}}$  und  $e_{i,l}^{\Delta\{k\}}$  das  $l$ -te Element des Vektors (4.57). Im letzten Fall erfolgt eine Vergrößerung des Wertes im Vergleich zur vorhergehenden Iteration. Als mögliche Umsetzung wird folgende Gleichung

$$r_{ii,ll}^{\Delta\{k+1\}} = \max \left( 1, r_{ii,ll}^{\Delta\{k\}} \right) \left( 2 + 2 \frac{\left( e_{i,l}^{\Delta\{k\}} \right)^2}{\left( \max(1, |\bar{u}_{i,l}^{\{k\}}|) \right)^2} \right) \quad (4.62)$$

gewählt<sup>24</sup>. Die Anpassung von  $\bar{\mathbf{R}}_{ii}^{\nabla\{k+1\}}$ ,  $\bar{\mathbf{Q}}_i^{\Delta\{k+1\}}$  und  $\bar{\mathbf{Q}}_i^{\nabla\{k+1\}}$  ergibt sich nach dem gleichen Schema. Mit den neuen Barriere-Matrizen erfolgt eine weitere Iteration des Algorithmus.

Es ist beim klassischen quadratischen Bestrafungsansatz bekannt, dass die Lösung des Ersatzproblems mit zunehmender Gewichtung der Barrierefunktionen garantiert zum beschränkten Minimum konvergiert, sollte das Ersatz-Optimierungsproblem jeweils exakt und global gelöst werden [NW06, Seite 502]. Die hier verwendete geschlossene Lösung nach Abschnitt 4.3.1 ist exakt und global. Des Weiteren sichert die Adaption (4.61) die streng monoton zunehmende Gewichtung von aktiven Barrierefunktionen. Es folgt daher, dass der vorgeschlagene Algorithmus für  $k \rightarrow \infty$  garantiert gegen das beschränkte Nash-Gleichgewicht konvergiert. Es kann keine Aussage getroffen werden wie viele Iterationen notwendig sind, bis die Lösung in eine für die Erfüllung des Abbruchkriteriums ausreichende Nähe zum beschränkten Nash-Gleichgewicht konvergiert. Formal betrachtet erfüllt die (nach einer endlichen Anzahl von Iterationen) resultierende Lösung die aktiven Nebenbedingungen nicht exakt.

## 4.4. Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wird die Berechnung der kooperativen Stellgrößen in einer erweiterten LQ Problemstellung diskutiert. Es zeigt sich, dass die Berechnung der Stellgrößen auf Basis des *direkten Ansatzes* (siehe Abbildung 3.8) selbst für den LQ-Fall mit  $N = 2$  nur auf Basis der Approximation der Lösung praktikabel ist.

Diese Problematik ist beim *indirekten Ansatz* nicht gegeben. Da bei diesem die Bestimmung des Nash-Gleichgewichtes die online zu lösende Problemstellung darstellt, wurde hierfür ein neuer Algorithmus vorgestellt. Im Gegensatz zur bekannten Lösung auf Basis der Optimalitätsbedingungen der Variationsrechnung, kann dieser Algorithmus auch bei einer affinen Systemdynamik, Referenztrajektorien im Gütemaß und beschränkten Zustands- und Stellgrößen verwendet werden. Mit gewissen Annahmen kann die globale asymptotische Stabilität für den geschlossenen Gesamtkreis garantiert werden.

Im folgenden Kapitel werden zwei Assistenzsysteme vorgestellt. Ein FAS nutzt dabei den *direkten Ansatz*, das andere den *indirekten Ansatz*.

<sup>24</sup>Die Gleichung (4.62) basiert auf der Idee, bei der Nichteinhaltung einer Nebenbedingung die entsprechende Gewichtung des Strafterms mindestens zu verdoppeln, bei einer ausgeprägten Verletzung der Nebenbedingung aber eine entsprechend deutlichere Erhöhung der Gewichtung vorzunehmen.



# 5. Kooperative Fahrerassistenz

Nachdem das theoretische Konzept der kooperativen Regelung in den letzten beiden Kapiteln diskutiert wurde, stellt dieses Kapitel zwei praktische Anwendungen vor. Es wird dabei ein FAS für die Fahrzeuglängsführung (Abschnitt 5.1) und ein FAS für die Fahrzeugquerführung (Abschnitt 5.2) betrachtet. Das FAS für die Längsführung basiert dabei auf dem *indirekten Ansatz*, das FAS für die Querführung nutzt den *direkten Ansatz* (linker und rechter Pfad in Abbildung 3.8). Die sich für diese Anwendung ergebenden Differentialspiele haben zwei Spieler ( $N = 2$ ): Den Fahrer, gekennzeichnet mit dem Index  $F$ , und das FAS mit dem Index  $A$ . Die Interaktion erfolgt bei beiden Systemen auf einer haptischen Ebene über das Fahrpedal bzw. das Lenkrad. Die Struktur der Gesamregelkreise beider Systeme wurde in Abbildung 1.3 gezeigt. Bei den in diesem Kapitel vorgestellten Systemen erfolgt die Berechnung der FAS-Stellgrößen erstmals auf Basis eines modellbasierten Vorgehens. Eine empirische Validierung der in diesem Kapitel vorgestellten FAS erfolgt im nächsten Kapitel.

## 5.1. Kooperative Längsführung

Wie bereits in der vorangegangenen Einleitung erwähnt, ist die Grundlage des haptischen Assistenzsystems für die Fahrzeuglängsführung die Interaktion der Partner - Fahrer und FAS - über das Fahrpedal. Über das Pedal erfolgt dabei sowohl die Kommunikation zwischen den Partnern, wie auch die Kontrolle des Fahrzeugs. Das FAS ist so ausgelegt, dass nur eine Kraft entgegen der Aktuierungsrichtung des Pedals aufgebracht werden kann; das FAS kann also nur gegen den Fuß des Fahrers drücken. Würde das FAS eine Kraft in Aktuierungsrichtung applizieren, würde das Pedal unter dem nur aufliegenden Fahrerfuß wegklappen. Der Fahrer könnte dieser Pedalbewegung, die zu einer Beschleunigung des Fahrzeuges führen würde, nicht entgegenwirken. Durch die Einschränkung der Krafrichtung des FAS kann das FAS das Fahrzeug nur verzögern, nicht aber selbständig beschleunigen. Das FAS hat zwei Anwendungsfälle. Der Erste ist die Unterstützung des Fahrers bei der Anpassung der Geschwindigkeit an die Strecke, (Geschwindigkeitsbeschränkungen, Kurven etc.) wie auch an den evtl. vorausfahrenden Verkehr, mit dem Ziel die Verkehrssicherheit verbessern. Der Zweite ist den Fahrer zu einer verbrauchsoptimalen Fahrweise anzuleiten. Die beiden Aspekte können auch kombiniert werden. Eine rein simulative Version des Assistenzsystems wurde erstmals in der Abschlussarbeit [Den14] aufgebaut.

Das Unterkapitel 5.1 gliedert sich in drei Teile. Im ersten Teil (Abschnitt 5.1.1) erfolgt die Modellierung der Regelstrecke. Im zweiten Teil (Abschnitt 5.1.2) wird das Fahrer-

modell diskutiert. In Abschnitt 5.1.3 wird dann die Berechnung der FAS-Stellgröße vorgestellt.

### 5.1.1. Systemmodell der kooperativen Fahrzeuglängsführung

Das Gesamtsystem der kooperativen Fahrzeuglängsführung setzt sich aus einem Modell für das Fahrpedal und des Neuromuskulären Systems (NMS) und einem Modell der Fahrzeuglängsdynamik zusammen. Gekoppelt sind beide System über den Pedalwinkel des Fahrpedals  $\alpha(t)$ , welcher hier normiert betrachtet wird.

#### Modell des Fahrpedals und des neuromuskulären Systems

Ein essentieller Teil der Regelstrecke ist die haptische Schnittstelle, die aus der Mechanik des Fahrpedals, dem damit interagierenden NMS des Menschen und der Aktorik des FAS besteht. In [vSdB02, Abb06, Mul07] und [Dro10] wurden, basierend auf einer White-Box-Modellierung, Modelle für das NMS-Pedal System vorgeschlagen. Vernachlässigt man Dynamiken, die deutlich schneller als die spätere Rechenschrittweite des FAS sind, ergibt sich das Modell des NMS-Pedal System in Abbildung 5.1 [Den14]. Die mechanische Impedanz des Pedals und die passive Dynamik des Muskel-Fuß-Systems und der FAS Aktorik werden dabei zu einem gemeinsamen PT2 Glied mit den Parametern  $k_P$ ,  $d_P$  und  $\omega_{0,P}$  zusammengefasst. Da das Pedal rotatorisch um einen Drehpunkt wirkt, werden die Pedalkräfte als Momente beschrieben. Der Kraft- bzw. Momentenaufbau des Menschen wird mit einem PT1-Glied mit der Zeitkonstante  $\tau_F$  modelliert. Um analog den Momentenaufbau des FAS-Momentes  $M_A$  durch die FAS-Aktorik (beinhaltet auch die Regelung und Leistungselektronik) zu modellieren, wurde das ursprüngliche Modell um ein weiteres PT1-Glied mit der Zeitkonstante  $\tau_A$  erweitert. Die Eingangsgrößen des Modells  $u_A(t)$  und  $u_F(t)$  können daher anschaulich

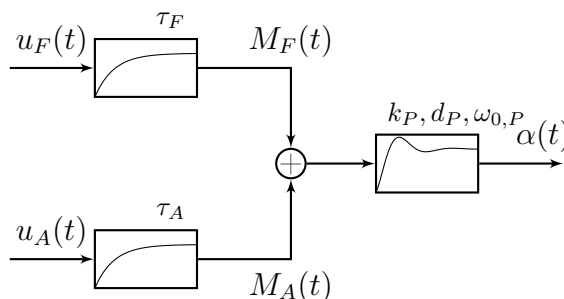


Abbildung 5.1.: Modell des NMS-Fahrpedalsystems mit der Aktorik der FAS

als Sollvorgaben für die Pedalmomente  $M_A(t)$  und  $M_F(t)$  interpretiert werden. Ausgangsgröße des Modells des NMS-Fahrpedalsystem ist die Fahrpedalstellung  $\alpha(t)$ . Diese Größe ist wiederum die Eingangsgröße des Modells der Fahrzeugdynamik.

### Modell der Fahrzeuglängsdynamik

In dieser Arbeit wird von einem Personenkraftwagen mit konventionellem Antriebsstrang mit Schaltgetriebe ausgegangen, das Konzept des FAS kann jedoch auf beliebige Antriebsstrangkonfigurationen übertragen werden. Bei der Modellierung des Fahrzeugs werden die folgenden Vereinfachungen getroffen:

- Keine Berücksichtigung des Reifenschlupfs. Das Längskraftpotential der Reifen wird als unbeschränkt angenommen.
- Nick- und Wankbewegungen werden nicht modelliert.
- Luftbewegungen relativ zum Fahrzeugkoordinatensystem werden nicht berücksichtigt.
- Die Unterbrechung der Zugkraft beim Schaltvorgang wird nicht berücksichtigt. Eine Modellierung der Kupplung ist daher nicht notwendig. Da Anfahren ohne Kupplung nicht realisierbar ist, wird eine Mindestgeschwindigkeit von  $v(t) > 3 \text{ m/s}$  angenommen.
- Alle Elemente des Antriebsstranges werden als starr angenommen.
- Das Bremssystem wird nicht modelliert.

Im Folgenden wird zunächst von einer konstanten Getriebeübersetzung  $\ddot{u}_G$  ausgegangen. Auf eine variable Getriebeübersetzung wird später eingegangen. Grundlage der Modellierung der translatorischen Fahrzeugbewegung ist das zweite Newtonsche Gesetz und die Kräftebilanz aller in Fahrzeuglängsrichtung wirkenden Kräfte

$$m_e \dot{v}(t) = F_M(t) - F_R(t) - F_A(t) - F_S(t) - F_L(t). \quad (5.1)$$

Dabei ist

- $F_M(t)$ : Antriebskraft
- $F_R(t)$ : Rollwiderstandskraft der Räder
- $F_A(t)$ : Reibung im Antriebsstrang
- $F_S(t)$ : Hangabtriebskraft
- $F_L(t)$ : Luftwiderstandskraft

$v(t)$  die Fahrzeuglängsgeschwindigkeit und  $m_e$  die äquivalenten Gesamtmasse (beinhaltet die transformierten Trägheitsmomente des Antriebsstrangs und der Räder). Die Hangabtriebskraft ergibt sich aus der Gleichung

$$F_S(\alpha_s) = m_g g \sin(\alpha_s) \quad (5.2)$$

mit der Fahrzeugmasse  $m_g$  in kg, die Gravitationsbeschleunigung  $g$  in  $\text{m/s}^2$  und dem Steigungswinkel  $\alpha_s$  in rad, der von der Position des Fahrzeuges abhängt. Weiter gilt

$$F_L(v(t)) = \frac{1}{2} \rho c_w A v(t)^2 \quad (5.3)$$

mit der Luftdichte  $\rho$  in  $\text{kg/m}^3$ , der zum Geschwindigkeitsvektor orthogonalen Fläche  $A$  des Fahrzeuges in  $\text{m}^2$  und dem Widerstandsbeiwert  $c_w$ . Der Rollwiderstand der Räder  $F_R$  wird nach dem Standard SAE J2452 [Soc08] berechnet:

$$F_R(v(t)) = P_r^{c_1} F_z^{c_2} (c_3 + c_4 v(t) + c_5 v(t)^2). \quad (5.4)$$

Die Gleichung ist eine „Magic Formula“ ohne physikalischen Bezug. Die Parameter  $c_1$  bis  $c_5$  sind ohne Einheiten. Die Gesamtstützlast aller Räder  $F_z$  ist in N,  $v(t)$  in  $\text{m/s}$  und der Reifendruck  $P_r$  in kPa definiert.

Nach [CP88] und [SHB13, Seite 196ff] kann der Verbrennungsmotor mittels eines PT1 Glieds und nachgeschaltetem Kennfeld, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, modelliert werden. Der Ausgang des PT1 Glieds  $\alpha_l$  kann als proportional zum Luftmassenstrom des Motors interpretiert werden. Das Kennfeld  $M_M(t) = f_m(\alpha_l(t), \omega(t))$  beschreibt das Motormoment  $M_M(t)$  über  $\alpha_l(t)$  und der Rotationsgeschwindigkeit des Verbrennungsmotors  $\omega(t)$ . Im relevanten Drehzahlbereich ist die Abhängigkeit des Kennfeldes  $f_m(\omega(t), \alpha_L)$  von  $\omega(t)$  gering. Das Kennfeld kann durch die affine Funktion

$$M_M(t) = k_M \alpha_l + M_S \quad (5.5)$$

mit dem Motorschleppmoment  $M_S$  approximiert werden [Den14]. Die Reibung im Antriebsstrang wird nach [Alt99, Seite 15f] durch

$$\text{sgn}(\omega(t)) M_R + k_r \omega(t) \quad (5.6)$$

modelliert. Dabei ist  $M_R$  die Haftreibung und  $k_r$  der Proportionalitätsfaktor der Gleitreibung. Das rotatorische Modell des Antriebsstrangs setzt sich damit aus dem PT1

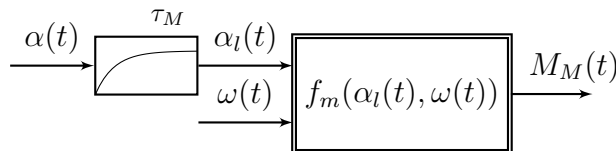


Abbildung 5.2.: Klassisches Motormodell mit PT1 Glied und Kennfeld



Zeichen	Beschreibung
$\Theta_M$	Trägheitsmoment des Motors
$\Theta_K$	Trägheitsmoment der Kupplung
$\Theta_{G, \text{ein}}$	Trägheitsmoment des Fahrzeuggetriebes (Motorwelle)
$\Theta_{G, \text{aus}}$	Trägheitsmoment des Fahrzeuggetriebes (Abtriebswelle)
$\Theta_{D, \text{ein}}$	Trägheitsmoment des Differenzials (eingangsseitig)
$\Theta_{D, \text{aus}}$	Trägheitsmoment des Differenzials (ausgangsseitig)
$\Theta_{R, v}$	Trägheitsmoment eines Rads (Vorderachse)
$\Theta_{R, h}$	Trägheitsmoment eines Rads (Hinterachse)

Tabelle 5.1.: Massenträgheitsmomente, die in das äquivalente Gesamtträgheitsmoment  $\Theta_G$  eingehen

Glied von Abbildung 5.2, der Approximation des Kennfelds (5.5) und dem Reibungsmodell (5.6) zusammen.

Mit  $\ddot{u}_G$ , dem Übersetzungsverhältnis des Fahrzeuggetriebes,  $\ddot{u}_D$ , der Übersetzung des Differentialgetriebes und  $r_R$ , dem Radradius kann das rotatorische und das translatorische Teilmodell zusammengefasst werden. Es ergibt sich das Modell der Fahrzeuglängsdynamik aus Abbildung 5.3. Das gesamte Modell basiert auf nur zwei Zustandsgrößen, dem Motormoment  $M_M(t)$  und der Motordrehzahl  $\omega(t)$  bzw. der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v(t)$ . Das äquivalente Trägheitsmoment des gesamten Antriebsstrangs am Motorausgang ist

$$\Theta_G (\ddot{u}_G) = \Theta_M + \Theta_K + \Theta_{G, \text{ein}} + \frac{\Theta_{G, \text{aus}} + \Theta_{D, \text{ein}}}{\ddot{u}_G^2} + \frac{\Theta_{D, \text{aus}} + 2\Theta_{R, v} + 2\Theta_{R, h} + m_g r_R^2}{\ddot{u}_G^2 \ddot{u}_D^2}. \quad (5.7)$$

Die einzelnen Trägheitsmomente sind in Tabelle 5.1 aufgeführt. Die Massenträgheit aller nachrangigen Elemente (z.B. Verbindungswellen) werden auf die Elemente in Tabelle 5.1 umgelegt.

In der Abschlussarbeit [Den14] wurde das Modell mit der kommerziellen Fahrzeugsimulationssoftware *CarMaker* Version 4.0.5 von IPG verglichen, die eine detailliertere Fahrzeugmodellierung beinhaltet (u.a. Kupplung, Motormodellierung auf Basis mehrerer Kennfelder, endliche Steifigkeit aller Komponenten des Antriebsstrangs, komplexe Reifenkraft und Schlupfberechnung [IPG13a]). Es zeigte sich dabei, dass das hier vorgestellte Modell nur geringfügig von der kommerziellen Referenzimplementierung, die auch validiert ist, abweicht. So beträgt die maximale Abweichung bei einer 30 s Beschleunigungsphase von 10 km/h auf 120 km/h mit 2/3 der Motorleistung lediglich 0,4 km/h.

## Gesamtmodell

Mit dem Vektor

$$\mathbf{x}(t) = [M_F(t) \quad M_A(t) \quad \alpha(t) \quad \dot{\alpha}(t) \quad M_M(t) \quad \omega(t)]^T \quad (5.8)$$

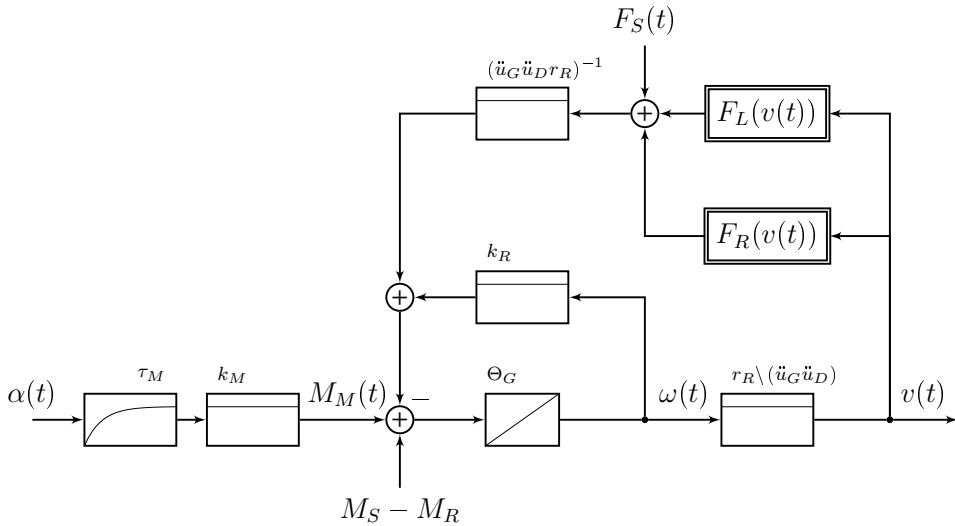


Abbildung 5.3.: Struktur des Längsdynamikmodells

können die beiden Teilmodelle in die gemeinsame Darstellung überführt werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{M}_F(t) \\ \dot{M}_A(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \dot{M}_M(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{\tau_F} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau_A} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega_{0,P}^2 k_P & \omega_{0,P}^2 k_P & -\omega_{0,P}^2 & -2d_P \omega_{0,P} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_M}{\tau_M} & 0 & \frac{-1}{\tau_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Theta_G(\ddot{u}_G(t))} & \frac{-k_r}{\Theta_G(\ddot{u}_G(t))} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(\ddot{u}_G(t))} \mathbf{x}(t) \dots$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_F} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_A} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_F(t) \\ u_A(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_S - M_R - \frac{F_s(t) + F_L(v(t)) + F_R(v(t))}{\ddot{u}_G(t) \ddot{u}_D r_R} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_z(v(t), \ddot{u}_G(t))}. \quad (5.9)$$

Der Bezug zur Fahrzeuglängsgeschwindigkeit  $v(t)$  ist gegeben durch

$$v(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_R}{\ddot{u}_G(t) \ddot{u}_D} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t). \quad (5.10)$$

Das Modell (5.9) ist nichtlinear, da die Kräfte  $F_s(t)$ ,  $F_L(t)$ ,  $F_R(t)$  selbst nichtlinear von  $\omega(t)$  abhängen. Des Weiteren ist die Getriebeübersetzung  $\ddot{u}_G(t)$  veränderlich, wo-

durch das Trägheitsmoment  $\Theta_G(t)$  variabel ist.

Der normierte Fahrpedalwinkel  $\alpha$  ist durch mechanische Anschläge begrenzt<sup>25</sup>. Es gilt daher die Zustandsbeschränkung

$$\forall t : \alpha^{\wedge} = 0 \leq \alpha(t) \leq 100\% = \alpha^{\vee}. \quad (5.11)$$

Durch die Begrenzung des FAS auf das Stellen von Momenten entgegen der Pedalrichtung und der Beschränkung des Fahrers auf das Stellen von Momenten in Pedalrichtung, ergeben sich die konzeptionellen Nebenbedingungen

$$\forall t : M_A(t) \leq 0 \quad (5.12)$$

$$\forall t : M_F(t) \geq 0. \quad (5.13)$$

### Schaltstrategie

Bei der Modellierung wird angenommen, dass die Übersetzung des Fahrzeuggetriebes  $\ddot{u}_G(t)$  zu jeden Zeitpunkt bekannt ist. Um  $\ddot{u}_G(t)$  bestimmen zu können, muss die Schaltstrategie bekannt sein. Solange die angewendete Schaltstrategie gegeben ist, ist es für das FAS unerheblich, ob das Getriebe manuell von Fahrer oder z.B. als automatisiertes Schaltgetriebe von einem technischen System geschaltet wird. Entsprechend ist die Schaltstrategie formal Bestandteil des Fahrzeug- oder des Fahrermodells. Es ist für die spätere Berechnung unerheblich, ob das Fahrzeuggetriebe eine diskrete Anzahl von Übersetzungsstufen aufweist oder die Übersetzung  $\ddot{u}_G(t)$  eine wertkontinuierliche Größe darstellt.

Bei Getrieben mit diskreten Übersetzungsstufen wird in Fahrdynamiksimulationen im Allgemeinen modelliert, dass bei Überschreitung einer gangabhängigen Drehzahl in den nächsthöheren Gang und bei Unterschreiten einer Drehzahl in den nächstkleineren Gang geschaltet wird [IPG13b, Seite 101f]. Als Alternative zu dieser recht einfachen Schaltstrategie ist es auch möglich den Gangwechsel auf Basis eines dynamischen Optimierungsproblems mit Bezug zur zukünftigen Strecke durchzuführen. In [Ter10] wurde eine solche prädiktive Getriebeführung erstmals für schwere Nutzfahrzeuge vorgestellt. Dieses Konzept wurde in Kombination mit einer autonomen Längsführung in der Abschlussarbeit [Rie12] auf PKW übertragen.

### 5.1.2. Fahrermodell Längsführung

Der Fahrer wird bei der Längsführung als vorausschauender Optimalregler mit gleitendem Horizont und quadratischer Gütefunktion  $J_F(\cdot)$  modelliert. Dieser Modellansatz wird in der Literatur bei Fahrermodellen üblicherweise für die Querführung verwendet, worauf in Abschnitt 3.1 eingegangen wurde. Unter der Annahme, dass

<sup>25</sup>Um den Wertebereich der Parameter später für die Gütemaße zu normieren, wird bei den Gütemaßen der Pedalwinkel  $\alpha$  (und entsprechend auch seine Ableitung  $\dot{\alpha}$ ) auf den Bereich 0 bis 100 (nicht 0 bis 1) normiert und die Drehzahl in der gängigen Einheit  $1/\text{min}$  betrachtet.

$u_A(t)$  und  $\ddot{u}_G(t)$  a-priori bekannt sind, ergibt sich das, den Fahrer beschreibende, dynamische Optimalsteuerungsproblem für den Zeithorizont  $t \in [t_0, T_p]$  zu:

$$u_F^\diamond(t) = \arg \min_{u_F(t)} \int_{t_0}^{t_0+T_p} (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t))^T \mathbf{Q}_F(t) (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t)) + (u_F(t))^2 \mathbf{R}_{FF}(t) dt \quad (5.14a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\ddot{u}_G(t)) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_z(v(t), \ddot{u}_G(t)) \quad (5.14b)$$

$$\alpha(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (5.14c)$$

$$\alpha(t) \leq 100\% \quad \forall t \quad (5.14d)$$

$$M_F(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (5.14e)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_{t_0}. \quad (5.14f)$$

Die Matrix  $\mathbf{Q}_F(t)$  und der Skalar  $\mathbf{R}_{FF}(t)$ <sup>26</sup> der Gütefunktion können auf Basis des inversen Optimierungsproblems (Abschnitt A.3) bestimmt werden. Die Systemdynamik (5.14b) wurde im vorhergehenden Abschnitt 5.1.1 hergeleitet.

## Referenzgeschwindigkeit

Der Referenzvektors  $\bar{\mathbf{x}}_F(t)$  enthält die Referenzmotordrehzahl  $\bar{\omega}_F(t)$ , die sich über (5.10) aus der Referenzgeschwindigkeit  $\bar{v}_F(t)$  ergibt.  $\bar{v}_F(t)$  vereint den Geschwindigkeitswunsch des Fahrers  $\bar{v}_{F,W}(t)$  und die Abstandregelung zu einem eventuell vorhandenen Führungsfahrzeugs.

Grundgedanke der Modellierung der Abstandregelung ist der Fahrerwunsch nach einer Mindestzeitlücke (Englisch: Time Headway)  $\tau_{F,HW}^\Delta$  bezogen auf ein vorausfahrendes Fahrzeug. Die Zeitlücke ist definiert als

$$\tau_{HW}(t) = \frac{d(t)}{v(t)}. \quad (5.15)$$

Dabei ist  $d(t)$  der Abstand vom Ego-Fahrzeug (vordere Stoßstange) zum vorausfahrenden Fahrzeug (hintere Stoßstange) im Straßenkoordinatensystem. § 4 Straßenverkehrs-Ordnung (StVO) fordert eine ausreichend große Zeitlücke zum vorausfahrenden Verkehr. Nähert sich das eigene Fahrzeug mit  $\tau_{HW}(t_0) \geq \tau_{F,HW}^\Delta$  dem vorausfahrenden Fahrzeug, kann mit der Geschwindigkeitstrajektorie  $v_L(t)$  des vorausfahrenden Fahrzeugs und dem Fahrzeugabstand zu Beginn des Horizonts  $d(t_0)$  die

<sup>26</sup>Für  $\mathbf{R}_{FF}$  wird weiterhin die Nomenklatur einer Matrix verwendet, um konsistent zu den anderen Kapiteln zu bleiben.

Geschwindigkeitstrajektorie  $\bar{v}_{F,HW}(t)$  berechnet werden, bei der die geforderte Zeitlücke eingehalten wird. Wird die geforderte Zeitlücke schon zu Beginn des Intervalls unterschritten, ergibt sich  $\bar{v}_{F,HW}(t)$  nach dem Regelgesetz

$$\bar{v}_{F,HW}(t) = v_L(t) - k_{F,HW} \frac{v(t_0)}{d(t_0)}. \quad (5.16)$$

In [Lee76] und [YW95] wurde gezeigt, dass Fahrer bei der Annäherung an ein Fahrzeug auch dessen Geschwindigkeit berücksichtigen und die Einhaltung einer Mindestzeit bis zur Kollision (Englisch: Time to Collision)  $\tau_{F,TC}^\wedge$  mit diesem Fahrzeug anstreben. Die Zeit bis zu Kollision  $\tau_{TC}$  berechnet sich mit der Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeuges  $v_L(t)$  als

$$\tau_{TC}(t) = \begin{cases} \frac{d(t)}{v(t) - v_L(t)} & \text{für } v(t) > v_L(t) \\ \infty & \text{für } v(t) \leq v_L(t) \end{cases}. \quad (5.17)$$

Analog zur Zeitlücke kann aus  $\tau_{F,TC}^\wedge$  die Geschwindigkeitstrajektorie  $\bar{v}_{F,TC}(t)$  berechnet werden, für die  $\tau_{F,TC}^\wedge$  gerade eingehalten wird. Das Regelgesetz, welches angewendet wird, falls die Mindestzeit zur Kollision bereits zu Beginn des Intervalls unterschritten wird, ist

$$\bar{v}_{F,TC}(t) = v_L(t) - k_{F,TC} \frac{v(t_0) - v_L(t_0)}{d(t_0)}. \quad (5.18)$$

Zusammengefasst ergibt sich das Modell der Geschwindigkeitsreferenz des Fahrers als

$$\bar{v}_F(t) = \min(\bar{v}_{F,W}(t), \bar{v}_{F,HW}(t), \bar{v}_{F,TC}(t)).^{27} \quad (5.19)$$

In der Abschlussarbeit [Mos15] wurde eine erweiterte Modellierung des Abstandregelverhaltens des Fahrers vorgeschlagen, in der sich der Fahrer langsam seinem Wunschabstand annähert. Es zeigte sich, dass mit der verfeinerten Modellierung keine besseren Ergebnisse erzielt werden konnten, weshalb diese hier nicht weiter betrachtet wird.

### 5.1.3. Fahrerassistenzsystem Längsführung

Das Längsführungs-FAS basiert auf dem *indirekten Ansatz* über das Nash-Gleichgewicht, der in den letzten beiden Kapiteln bereits allgemein diskutiert wurde. Für das hier vorgestellte FAS wird daher die Struktur des Optimierungsproblems des FAS-Reglers und dessen Gütefunktion  $J_A(\cdot)$  analog zum Fahrermodell (5.14) gewählt. Die Nebenbedingung (5.14e) ist dabei durch

$$M_A(t) \leq 0 \forall t \quad (5.20)$$

<sup>27</sup> $\bar{v}_F(t)$  ist zu jedem Zeitpunkt  $t$  der kleinste Wert der Trajektorien  $\bar{v}_{F,W}(t)$ ,  $\bar{v}_{F,HW}(t)$  und  $\bar{v}_{F,TC}(t)$ .

zu ersetzen. Die Geschwindigkeitsreferenz  $\bar{v}_A(t)$  des FAS ergibt sich, wie bei der Modellierung des Fahrers, aus einzelnen Komponenten. Dabei wird die maximale Kurvengeschwindigkeit berücksichtigt. Diese kann für einen gegebenen Kurvenradius  $r_K$  auf Basis der Haftschlussgrenze nach oben mit

$$\bar{v}_{A,P} < \sqrt{\mu g r_K} \quad (5.21)$$

abgeschätzt werden. Dabei ist  $\mu$  der Haftreibungskoeffizienten Fahrbahn-Reifen,  $r_k$  der Kurvenradius in m und  $g$  die Erdbeschleunigung. Des Weiteren wird die zulässige Höchstgeschwindigkeit  $\bar{v}_{A,B}(t)$  berücksichtigt. Die Geschwindigkeitskomponenten aus der Abstandsregelung  $\bar{v}_{A,HW}(t)$  und  $\bar{v}_{A,TC}(t)$  berechnen sich analog wie bei der Fahrermodellierung in Abschnitt 5.1.2 beschrieben. Damit ergibt sich die Geschwindigkeitsreferenz des Fahrers zu

$$\bar{v}_A(t) = \min(\bar{v}_{A,P}(t), \bar{v}_{A,B}(t), \bar{v}_{A,HW}(t), \bar{v}_{A,TC}(t)). \quad (5.22)$$

Die Geschwindigkeitsreferenz berücksichtigt in dieser Form nur Sicherheitsaspekte. Für den zweiten Anwendungsfall des FAS, eine energieoptimale Fahrweise, muss der Energieverbrauch in das Gütemaß des FAS einbezogen werden. Dazu wird die energieoptimale Geschwindigkeitstrajektorie  $\bar{v}_\xi(t)$  berechnet und bei der Geschwindigkeitsreferenz berücksichtigt. Diese ergibt sich aus der Minimierung der pro Strecke benötigten Energie. Auf diesen Aspekt wird in Abschnitt 6.4 noch eingegangen.

Für das FAS müssen zwei Teilaufgaben gelöst werden. Die erste ist die Bestimmung des idealen  $\hat{J}_A(\cdot)$  bzw. den beiden Elementen  $\mathbf{Q}_A, \mathbf{R}_{AA}$ . Die zweite Teilaufgabe ist dann, darauf aufbauend, die Berechnung des Nash-Gleichgewichts, um die Stellgröße  $u_A(t)$  des FAS zu bestimmen.

### Bestimmung von $\hat{J}_A(\cdot)$

Um  $\hat{J}_A(\cdot)$  des *stark kooperativen Regelkreises* bestimmen zu können, muss in einem ersten Schritt die in einer praktischen Anwendung unbekannte Fahrergütefunktion  $J_F(\cdot)$  bestimmt werden. Dies erfolgt über die Lösung des inversen Optimierungsproblems, welches in Kapitel A.3 diskutiert wurde, erfolgen. Mit dem daraus resultierenden Fahrergütemaß  $J_F(\cdot)$  und einer gegebenen globalen Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  kann die FAS-Gütefunktion des *stark kooperativen Regelkreises* mit dem in Kapitel 3.5 vorgestellten Vorgehen bestimmt werden. Da  $J_A(\cdot)$  auf Basis einer quadratischen Funktion modelliert wurde und die Struktur damit vorgegeben ist, wird das Vorgehen nach Kapitel 3.5.2 angewendet. Das Parameteroptimierungsproblem (3.56a) wird dabei mit einem Sequentiellen Quadratischen Programmierung (SQP) Algorithmus [NW06, Kapitel 18] gelöst. Als Nebenbedingung der Optimierung wird gefordert, dass  $\mathbf{Q}_A$  positiv semidefinit und  $\mathbf{R}_{AA} > 0$  ist. Die für die Parameteroptimierung notwendige Lösung von (3.56b) und (3.56c) erfolgt basierend auf dem folgenden Abschnitt. Trotz der quadratischen Struktur von  $J_A(\cdot)$  und  $J_F(\cdot)$  kann die globale Gütefunktion weiterhin beliebig, ohne Einschränkungen, vorgegeben werden.

### Berechnung des Nash-Gleichgewichts

Während die Bestimmung von  $\hat{J}_A(\cdot)$  nicht in Echtzeit erfolgen muss bzw. sogar offline vor Fahrtantritt durchgeführt werden kann, muss die Bestimmung des Nash-Gleichgewichtes  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  in Echtzeit erfolgen, da sich die FAS Stellgrößen  $u_A(t)$ ,  $t \in [t_0, T_c)$ , aus dem Differentialspiel ergeben. Um eine rechenzeitoptimale Berechnung des Nash-Gleichgewichts zu ermöglichen, wird das Problem auf den in Abschnitt 4.3 vorgestellten diskreten Algorithmus zurückgeführt. Die Idee ist dabei die Schaltstrategie und die nichtlinearen Terme der Systemfunktion iterativ zu berücksichtigen. Dieses Vorgehen ähnelt der Berücksichtigung von Beschränkungen in Abschnitt 4.3.3. Dazu wird angenommen, dass die Gangwechsel im Intervall  $[t_0, T_p)$  a-priori bekannt sind. Damit erhält man nach einer Linearisierung der Systemdynamik (5.9) die quadratisch affine Problemstellung 4.1. Es kann damit die, in Abschnitt 4.3 hergeleitete, Lösung für die Berechnung des Nash-Gleichgewichts verwendet werden. Der Ablauf des Algorithmus des Längsführungs-FAS ist in Abbildung 5.4 dargestellt und wird im Folgenden erläutert. Die Berücksichtigung der Nebenbedingungen ((5.11),(5.12) und (5.13)) erfolgt wie im Ablaufdiagramm 4.2 gezeigt und wird hier, um die Übersichtlichkeit zu wahren, nicht dargestellt. Für die erste Iteration wird angenommen, dass die Übersetzung des Fahrzeuggetriebes für den gesamten Prädiktionshorizont  $[t_0, T_p)$  konstant der aktuellen Übersetzung  $\ddot{u}_G(t_0)$  ist. Für die  $m$  betrachteten Zeitintervalle wird angenommen, dass ein Wechsel der Getriebestufe nur an den diskreten Zeitpunkten, nicht aber in den Zeitintervallen, stattfindet. Es ergibt sich damit der Vektor

$$\vec{\mathbf{u}}_G^{\{k\}} = \left[ \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k\}} \quad \dots \quad \ddot{u}_{G,(m)}^{\{k\}} \right]^T, \quad (5.23)$$

der die Getriebeübersetzung in den Intervallen angibt. Wie bereits erwähnt wurde sind für  $k = 0$  alle Einträge gleich  $\ddot{u}_G(t_0)$ . Das nichtlineare Systemmodell (5.9) wird um die Fahrzeuggeschwindigkeit  $v(t_0)$  linearisiert. Es ergibt sich das neue affine Zustandsraummodell

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left( \mathbf{A}(\ddot{u}_G(t_0)) + \mathbf{A}_z(v(t_0), \ddot{u}_G(t_0)) \right) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_z(v(t_0), \ddot{u}_G(t_0)) \quad (5.24)$$

wobei die Matrix  $\mathbf{A}_z(\cdot)$  eine Nullmatrix ist, bis auf das Element der letzten Zeile und Spalte, für das gilt

$$-\frac{\partial \left( F_L \left( \frac{\omega(t)r_R}{\ddot{u}_G(t_0)\ddot{u}_D} \right) + F_R \left( \frac{\omega(t)r_R}{\ddot{u}_G(t_0)\ddot{u}_D} \right) \right)}{\partial \omega(t)} \Bigg|_{\omega(t)=v(t_0) \frac{\ddot{u}_G(t_0)\ddot{u}_D}{r_R}}. \quad (5.25)$$

Die anderen Matrizen sind identisch zu (5.9). Das neue Systemmodell ist damit affin und die aggregierten Matrizen

$$\vec{\Phi}^{\{0\}}, \vec{\mathbf{H}}^{\{0\}}, \vec{\mathbf{H}}_z^{\{0\}}$$

können wie in Abschnitt 4.3 aufgestellt werden. Mit diesen Matrizen werden, ebenfalls analog zu Abschnitt 4.3, die Stellgrößentrajektorien des Nash-Gleichgewichts berechnet. Mit  $\vec{\mathbf{u}}^{\{k\}}$  werden anschließend die diskreten Zustandstrajektorien  $\vec{\mathbf{x}}^{\{k\}}$  ermittelt. Basierend auf  $\vec{\mathbf{x}}^{\{k\}}$  (bzw.  $\vec{\omega}^{\{k\}}$ ) und der verwendeten Schaltstrategie, wird die

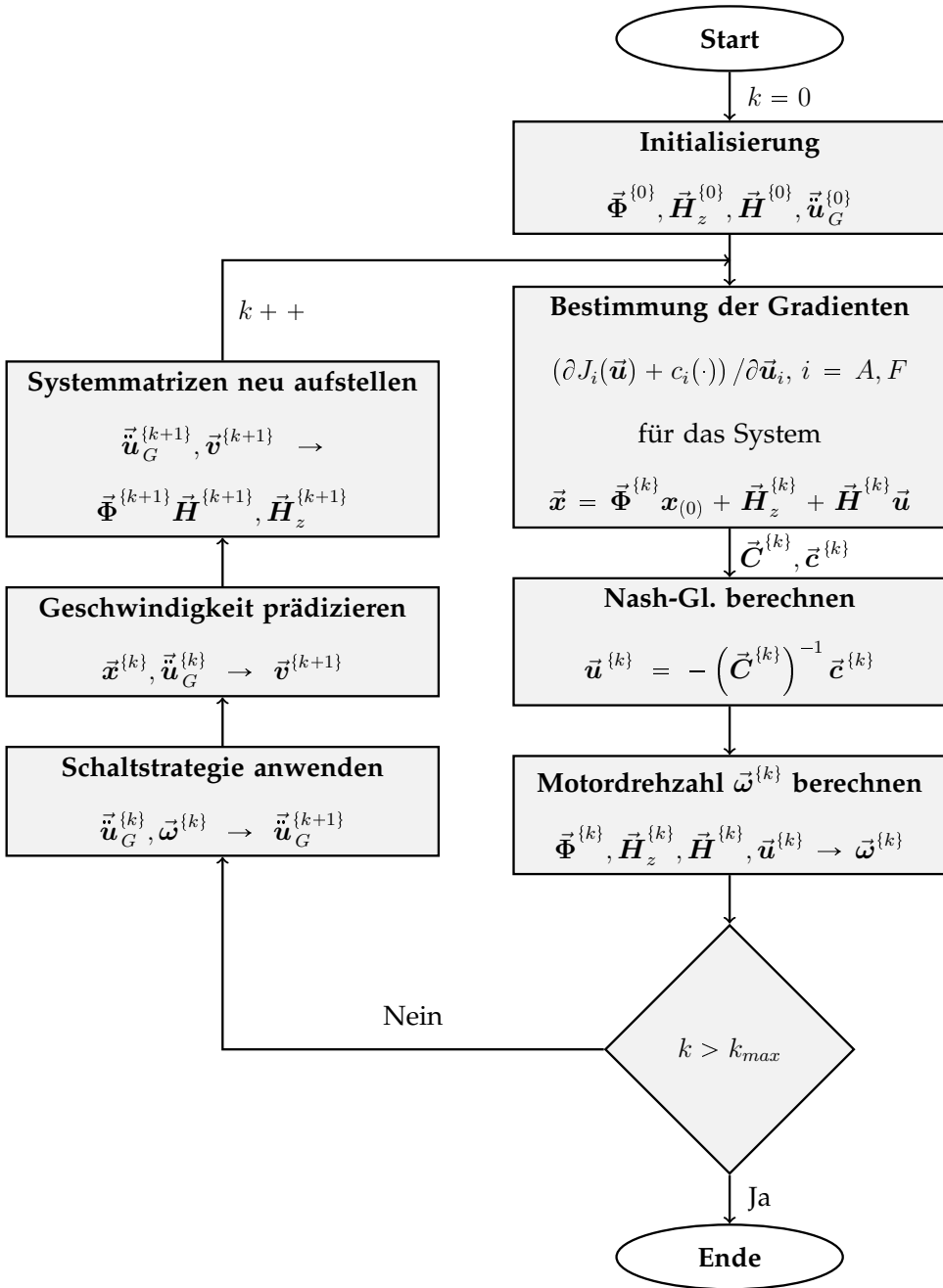


Abbildung 5.4.: Algorithmus zur diskreten Berechnung eines Nash-Gleichgewichts für das kooperative Längsführungs-FAS



Wahl der Getriebeübersetzung angepasst und es ergibt sich der neue Vektor  $\vec{u}_G^{\{k+1\}}$ . Die Schaltstrategie muss dafür bekannt sein, hat aber ansonsten keine Relevanz für den Algorithmus. Mit dem Vektor  $\vec{u}_G^{\{k+1\}}$  wird die Fahrzeuggeschwindigkeit  $\tilde{v}(t)$  an den Intervallgrenzen  $t_{(1)}$  bis  $t_{(m)}$  ohne Änderung der Approximation der nichtlinearen Terme neu berechnet. Da hierbei die anderen Zustände nicht direkt von der Fahrzeuggeschwindigkeit abhängen, kann dies über ein reduziertes Zustandsraummodell erfolgen [Den14]. Es ergibt sich der Vektor

$$\vec{v}^{\{k+1\}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} v(t_0) + \tilde{v}_{(1)}^{\{k+1\}} & \tilde{v}_{(1)}^{\{k+1\}} + \tilde{v}_{(2)}^{\{k+1\}} & \dots & \tilde{v}_{(m-1)}^{\{k+1\}} + \tilde{v}_{(m)}^{\{k+1\}} \end{bmatrix}^T \quad (5.26)$$

der Abschätzung der mittleren Fahrzeuggeschwindigkeit in den Zeitintervallen. Mit diesen Informationen kann die neue aggregierte Systemmatrix aufgestellt werden

$$\vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi(v_{(1)}^{\{k+1\}}, \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \ddot{U}(\ddot{u}(t_0), \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \\ \Phi(v_{(2)}^{\{k+1\}}, \ddot{u}_{G,(2)}^{\{k+1\}}) \ddot{U}(\ddot{u}_{G,(2)}, \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \Phi(v_{(1)}^{\{k+1\}}, \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \ddot{U}(\ddot{u}(t_0), \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \\ \vdots \\ \Phi(v_{(m)}^{\{k+1\}}, \ddot{u}_{G,(m)}^{\{k+1\}}) \ddot{U}(\ddot{u}_{G,(m)}, \ddot{u}_{G,(m-1)}^{\{k+1\}}) \dots \ddot{U}(\ddot{u}(t_0), \ddot{u}_{G,(1)}^{\{k+1\}}) \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Dabei ist

$$\Phi(v_{(l)}^{\{k+1\}}, \ddot{u}_{G,(l)}^{\{k+1\}})$$

die Zeitdiskretisierung (4.28) der Systemmatrix

$$\mathbf{A}(\ddot{u}_G(t)) + \mathbf{A}_z(v(t), \ddot{u}_G(t))$$

im Intervall  $l$ , wobei gilt

$$\ddot{u}_G(t) = \ddot{u}_{G,(l)}^{\{k+1\}} \wedge v(t) = v_{(l)}^{\{k+1\}}.$$

Im Weiteren ist  $v_{(l)}^{\{k+1\}}$  das  $l$ -te Element des Vektors  $\vec{v}^{\{k+1\}}$  und  $\ddot{u}_{G,(l)}^{\{k+1\}}$  das  $l$ -te Element von  $\ddot{u}_G^{\{k+1\}}$ . Die Matrix  $\ddot{U}(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II})$  beschreibt den Energieerhaltungssatz beim Wechsel der Fahrzeuggetriebeübersetzung von  $\ddot{u}_I$  nach  $\ddot{u}_{II}$ . Die Matrix ist definiert als

$$\ddot{U}(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II}) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \Delta g(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II}) \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

mit

$$\Delta g(\ddot{u}_I, \ddot{u}_{II}) = \frac{\Theta_G(\ddot{u}_I)}{\Theta_G(\ddot{u}_{II})}. \quad (5.29)$$

Mit der Matrix  $\vec{\Phi}^{\{k+1\}}$  kann nun die neue diskrete Eingangsmatrix  $\mathbf{H}^{\{k+1\}}$  aufgestellt werden (siehe (4.36)). Formal werden zwei Matrizen  $\mathbf{H}_A^{\{k+1\}}$  und  $\mathbf{H}_F^{\{k+1\}}$  aufgestellt, die aber für die Übersichtlichkeit im Ablaufdiagramm zusammengefasst wurden.

Entsprechend wird die neue Matrix  $\mathbf{H}_z^{\{k+1\}}$  der Fahrwiderstände aufgestellt. Dabei wird angenommen, dass Gang und Geschwindigkeit in den  $m$  Intervallen konstant sind.

Um die Terminierung des Algorithmus innerhalb des zur Verfügung stehenden Zeitfensters zu garantieren, wird nach einer festen Anzahl von  $k_{max}$  Iterationen abgebrochen. Simulationen, die im Zuge der Abschlussarbeiten [Mos15] und [Den14] durchgeführt wurden, zeigten, dass  $k = 10$  Iterationen ausreichen. Der Algorithmus wird wiederholt auf das jeweilige Optimierungsproblem des gleitenden Horizontes (vgl. Abschnitt 3.7) angewendet, um die Stellgrößen des Längsführungs FAS zu bestimmen. Der Algorithmus wurde auf dem Fahrsimulator des IRS implementiert. Die Ergebnisse werden im nächsten Kapitel vorgestellt.

## 5.2. Kooperative Querführung

Grundlage des kooperativen Querführungs-FAS ist, dass sowohl der Fahrer, als auch das FAS, ein Lenkmoment auf den Lenkstrang des Fahrzeugs geben können (siehe Abbildung 1.3). Über diese Momente erfolgen sowohl die Kommunikation zwischen den Partnern, wie auch die Steuerung des Fahrzeugs. Verglichen mit dem Längsführungssystem, welches nur gegen den Fahrerfuß wirken kann, gibt es keine solche Einschränkung für das Querführungs-FAS. Fahrer und FAS sind strukturell gleichberechtigt und beide Partner sind, ohne den jeweils anderen, in der Lage die Querführung autonom zu übernehmen. Eine vereinfachte Version des FAS wurde in [FFH16] veröffentlicht. Die Gliederung von 5.2 ist identisch zu 5.1. Zuerst wird auf das Modell der Regelstrecke eingegangen. Anschließend wird in 5.2.2 das Fahrermodell und abschließend in 5.2.3 die Berechnung der FAS-Stellgröße vorgestellt.

### 5.2.1. Systemmodell der Fahrzeugquerführung

Im Gegensatz zum Längsführungs-FAS wird das NMS im Fahrermodell berücksichtigt und nicht im Systemmodell. Das Systemmodell beschreibt daher ausschließlich die klassische Fahrzeugquerkinematik und das Lenksystem. Für das hier vorgestellte kooperative Querführungs-FAS wird angenommen, dass das Fahrzeugsystem allgemein durch die Zustandsdifferentialgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}_c = f(t, \mathbf{x}_c, M_A(t), M_F(t)) \quad (5.30)$$

mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_c$ , dem Lenkmoment des FAS  $M_A$  und dem Lenkmoment des Fahrers  $M_F$  beschrieben wird. Da die Modellierung eines solchen Fahrzeugsystems bereits intensiv erforscht und dokumentiert ist, sind die Details der Modellierung im Anhang B.1 dargestellt.

### 5.2.2. Fahrermodellierung Querführung

Für das Querführungs-FAS wurde ein neuartiger Ansatz für die Modellierung des Fahrers und dessen NMS entwickelt. Es ist bekannt, dass ein Fahrer während der Fahrzeugführung seine Handbewegungen, mit denen er das Lenkrad manipuliert, nicht bewusst steuert [Don99]. Für unterbewusste Bewegungen gibt es deutliche Anhaltspunkte, dass diese durch die Kombination von Elementen einer endlichen Menge von Bewegungsprimitiven realisiert wird [MIS04, FH05, Kal09, HG10]. Die biologisch motivierte Grundlage des Fahrermodells ist daher, das Bewegungssystem auf Basis einer endlichen Anzahl von Lenkbewegungsmustern zu beschreiben. In Anlehnung an die Arbeiten [DVMP03b] und [DVMP03a], in denen auf einer höheren Abstraktionsebene, Bewegungsbausteine beim Schreiben klassifiziert wurden, werden diese Muster Movemes genannt. Die Movemes werden aus aufgezeichneten Trajektorien des Fahrermoments  $M_F(t)$  identifiziert. Im Gegensatz zu den verbreiteten Modellen des neuromuskulären Systems auf Basis von Übertragungsfunktion bzw. Impedanzen (z.B. [Abb06]), erfordert die Identifizierung der Parameter des Moveme-Modells nicht die Applizierung eines, den Fahrer beeinträchtigenden, Anregungssignals (vgl. [KAV<sup>+</sup>14] und [CV14]). Die Movemes ersetzen eine Modellierung des NMS, beschreiben aber nicht das Regelverhalten des Menschen. Dieses wird durch einen Regler beschrieben, welcher die verschiedenen Movemes nacheinander ausführt um damit eine, im Sinne der Fahrzeugführung, zielführende Beeinflussung des Lenksystems zu erreichen. Das Moveme-Fahrermodell wurde in [FTDH13] und [FTDH14] veröffentlicht und ausführlich diskutiert. In Abbildung 5.5 ist die Grundstruktur des Moveme-Fahrermodells mit insgesamt  $q$  Movemes dargestellt. Das Fahrzeug und FAS sind zur besseren Einordnung ebenfalls eingezeichnet. Im Folgenden wird die mathematische Beschreibung der Movemes vorgestellt.

#### Modellierung der Movemes

Ein Moveme ist ein dynamisches System mit einer spezifischen Parametrierung und dient der Approximation des menschlichen NMS. Das Moveme beschreibt die Lenkmomententrajektorie  $M_F(t)$ , die vom NMS des Menschen realisiert wird. Mathematisch wird das Moveme als affines Zustandsraummodell der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{O}_l \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{h}_l \quad (5.31)$$

beschrieben. Dabei beschreibt  $\mathbf{O}_l \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$  und  $\mathbf{h}_l \in \mathbb{R}^{n_p}$  die spezifische Parametrierung des  $l$ -ten Movemes. Insgesamt wird der Fahrer durch eine Menge bzw. Datenbank von  $q$  Movemes beschrieben. Die Elemente des Zustandsvektors  $\mathbf{x}_p \in \mathbb{R}^{n_p}$  des Movememodells sind identisch für alle  $q$  Movemes. Das erste Element von  $\mathbf{x}_p$  ist das Fahrerlenkmoment  $M_F$ , auf die weiteren wird später eingegangen.

Um den Wechsel zwischen verschiedenen Movemes zu modellieren, wird der Vektor  $\lambda(t) \in \mathbb{W}^q$  mit  $\mathbb{W} = \{0, 1\}$  eingeführt. Die Funktion beschreibt, welches der Movemes zu einem spezifischen Zeitpunkt verwendet wird, um die Momententrajektorie zu

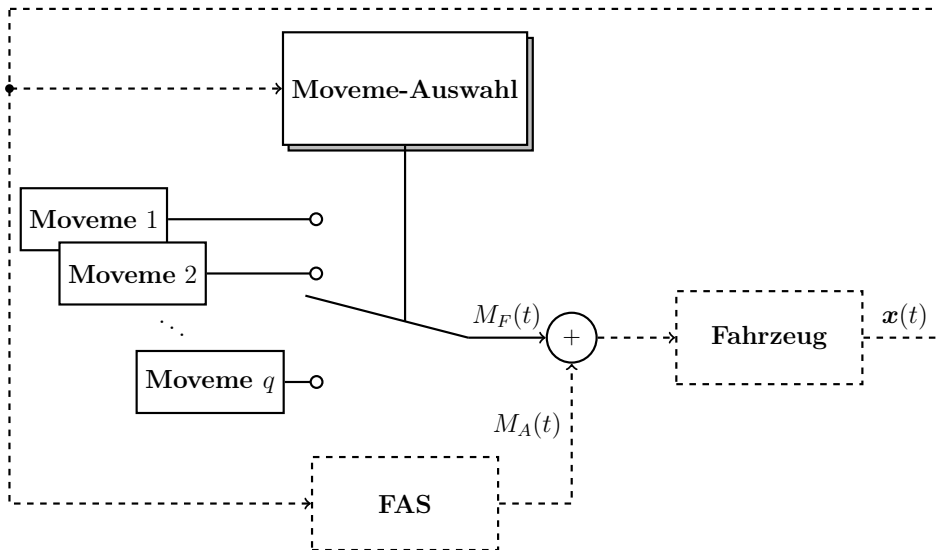


Abbildung 5.5.: Moveme-basiertes Fahrermodell. Die beiden anderen Bestandteile des kooperativen Regelkreises, das FAS und das Fahrzeug, sind gestrichelt dargestellt.

erzeugen. Dabei wird per Definition angenommen, dass immer nur ein Moveme zu einem Zeitpunkt aktiv ist. Es ergibt sich die Bedingung

$$\forall t \langle \lambda(t), \lambda(t) \rangle = 1. \quad (5.32)$$

Das Gesamtsystem aller Movemes kann dargestellt werden als

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \sum_{l=1}^q \lambda_l(t) (\mathbf{O}_l \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{h}_l), \quad (5.33)$$

dabei ist  $\lambda_l$  das  $l$ -te Element des Vektors  $\lambda$ . Der nächste Schritt der Fahrermodellierung ist die Beschreibung des Regelalgorithmus für die Moveme-Auswahl.

### Modellierung des Moveme-Wechsels

Die Modellierung des Moveme-Wechsels erfolgt auf Basis eines Optimierungsproblems, das iterativ auf einem gleitenden Horizont gelöst wird. Diese Modellform wurde bereit in Abschnitt 3.1 motiviert. Dabei wird zunächst angenommen, dass  $M_A(t)$  bekannt ist. Das Optimalsteuerungsproblem zu einem Zeitpunkt  $t = t_0$  ist:

$$\lambda^\diamond(t) := \arg \min_{\lambda(t)} J_F(\mathbf{x}_c(t), \mathbf{x}_p(t), \lambda(t)) \quad (5.34a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = f(t, \mathbf{x}_c(t), M_A(t), M_F(t)) \quad (5.34b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \sum_{l=1}^q \lambda_l(t) (\mathbf{O}_l \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{h}_l) \quad (5.34c)$$

$$\mathbf{x}_c(t_0) = \mathbf{x}_{c,t_0} \quad (5.34d)$$

$$\mathbf{x}_p(t_0) = \mathbf{x}_{p,t_0} \quad (5.34e)$$

$$\lambda(t_0) = \lambda_{t_0} \quad (5.34f)$$

$$\lambda(t) \in \mathbb{W}^q \quad \forall t \quad (5.34g)$$

$$1 = w(M_F(t), \lambda(t)) \quad \forall t \quad (5.34h)$$

$$1 = \langle \lambda(t), \lambda(t) \rangle \quad \forall t. \quad (5.34i)$$

Die Funktion (5.34h)  $w : \mathbb{R} \times \mathbb{W}^q \rightarrow \{0, 1\}$  beschränkt die Auswahl der Movemes. Es ist nicht bekannt, ob die von einem spezifischen Moveme beschriebene Dynamik des Lenkmoments, auch in einem anderen Momentbereich durch das NMS realisiert werden kann, als in demjenigen Momentbereich, in dem die Dynamik beobachtet wurde. Durch die Funktion (5.34h) werden daher alle Movemes auf Momentbereiche beschränkt, in denen die entsprechenden Dynamiken beobachtet werden konnten. Ist das aktuell gewählte Moveme  $\lambda(t)$  unter dem aktuellen Moment  $M_F(t)$  gültig, gilt  $w(\cdot) = 1$ , anderenfalls gilt  $w(\cdot) = 0$ . Für das Fahrgütemaß wird folgende Struktur verwendet

$$J_F(\cdot) = N(\lambda(t)) + h_F(\mathbf{x}_c(t_0 + T_p), \mathbf{x}_p(t_0 + T_p)) + \int_{t_0}^{t_0 + T_p} j_F(t, \mathbf{x}_c(t), \mathbf{x}_p(t), \lambda(t)) \, dt. \quad (5.35)$$

Die Funktion  $N(\lambda(t))$  zählt dabei die Wechsel zwischen den Movemes im Zeitintervall  $[t_0, t_0 + T_p]$ <sup>28</sup>. In Studien kann beobachtet werden, dass Fahrer keine ideale Querführung anstreben, sondern kleinere Regelabweichungen bis zum Überschreiten einer Schwelle ignorieren [God88]. Durch die Funktion  $N(\lambda(t))$  kann dieses Verhalten im Optimierungsproblem berücksichtigt werden. Durch die Bestrafung der Moveme-Wechsel im Gütemaß wird erreicht, dass nur unter der Voraussetzung der Verbesserung des Restgütemaßes ein Moveme-Wechsel erfolgt. Kleinere Regelabweichungen werden also toleriert. Der Rest der Gütefunktion entspricht der sehr allgemeinen Form (2.2) und unterliegt ansonsten keiner Einschränkung.

Durch  $\lambda \in \mathbb{W}^q$  ist (5.34) ein ganzzahliges, nichtlineares Optimierungsproblem. Zur Lösung wird das Problem analog zu dem in Abschnitt 3.4 vorgestellten Mehrfach-schießverfahren in  $m$  Zeitintervalle eingeteilt, für die jeweils  $\lambda = \text{const.}$  angenommen

<sup>28</sup> Das Intervall schließt den Anfangswert  $\lambda_{t_0} = \lambda(t_0)$  ein.

wird. Es ergeben sich im ungünstigsten Fall  $q^m$  mögliche Verläufe für  $\lambda(t)$ . Mit Bedingung (5.34h), durch welche sich die effektive Anzahl an Möglichkeiten deutlich reduziert, ist es in einer realen Anwendung dennoch nicht realistisch, das Problem durch direkten Vergleich zu lösen. Für die Lösung des Problems wird daher ein approximativer Lösungsansatz angewendet. Der Ansatz ist dabei das dynamische Optimierungsproblem abschnittsweise für die  $m$  Zeitintervalle zu lösen. Dazu werden, ausgehend von den bekannten Startzuständen  $x_{c,t_0}$  und  $x_{p,t_0}$ , die Zustandstrajektorien  $x_c(t)$  und  $x_p(t)$  für das erste Zeitintervall  $[t_0, t_0 + \Delta\tau_{(1)})$  und allen  $q$  möglichen Movemes berechnet. Durch einen direkten Vergleich aller Lösungen, wird das ideale Move für diesen Zeitabschnitt bestimmt. Auf den sich (unter der Annahme des idealen Move für den ersten Zeithorizont) ergebenden Zuständen  $x_p(t_0 + \Delta\tau_{(1)})$ ,  $x_c(t_0 + \Delta\tau_{(1)})$  wird dieses Vorgehen für das zweite Zeitintervall  $[t_0 + \Delta\tau_{(1)}, t_0 + \Delta\tau_{(1)} + \Delta\tau_{(2)})$  wiederholt. Das Vorgehen wird iterativ fortgesetzt bis zum Zeitpunkt  $t_0 + T_p$ . Der Rechenaufwand reduziert sich auf die Lösungen von  $mq$  Anfangswertproblemen der Systemdifferentialgleichung mit der jeweiligen Länge  $\Delta\tau_{(j)}$ . Es kann gezeigt werden, dass die Anwendung, des in den Wirtschaftswissenschaften weit verbreiteten B+B Verfahren (Englisch „Branch-and-Bound“) [DL60, Cla99], ebenfalls zu dem hier vorgestellten Lösungsansatz führt [Gre13]. Eine ausführliche Diskussion der Lösung des Optimierungsproblems (5.34) wurde in [FTDH14] veröffentlicht. In der Veröffentlichung wurde außerdem eine Weiterentwicklung des Lösungsansatzes vorgestellt, welcher durch weitere Vereinfachungen, die theoretische Rechenkomplexität um den Faktor  $\ln(q)/\ln(2)$  reduziert.

### Identifikation der Parameter des Fahrermodells

Die Parameter  $(O_l, h_l)$  der einzelnen Movemes können aus einer bekannten Momententrajektorie  $M_F(t)$  des Fahrers identifiziert werden. Dabei müssen sowohl die Schaltzeitpunkte, bei denen zwischen den Movemes gewechselt wurde, detektiert werden, als auch die Parameter der einzelnen Movemes bestimmt werden. Für die Aufgabe der Identifikation wurde am IRS in der Masterarbeit [Mai12] ein Algorithmus entwickelt, der in [DMFH13a] und [DMFH13b] veröffentlicht wurde. Im Vergleich zur kontinuierlichen Darstellung (5.31) wird bei diesem Algorithmus ein Move durch eine affine Differenzgleichung zweiter Ordnung der Form

$$M_{F,(m)} = a_l M_{F,(m-1)} + b_l M_{F,(m-2)} + c_l \quad (5.36)$$

beschrieben. Für die diskreten Parameter des Movemes  $l$  gilt  $a_l, b_l, c_l \in \mathbb{R}$ . Untersuchungen von Lenktrajektorien in [DMFH13b] zeigen, dass die Ordnung der Differenzgleichung (5.36) für die Modellierung von Lenkbewegungen ausreicht. Ein kontinuierliches Move-Modell der Form

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_F(t) \\ \dot{M}_F(t) \end{bmatrix}}_{x_p(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{p_{III}}{p_I} & -\frac{p_{II}}{p_I} \end{bmatrix}}_{O_l} \begin{bmatrix} M_F(t) \\ \dot{M}_F(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{4c_l}{p_I} \end{bmatrix}}_{h_l} \quad (5.37)$$

mit

$$p_{1/2} = \frac{a_l}{2} \pm \sqrt{\frac{a_l^2}{4} + b_l} \quad (5.38)$$

$$p_I = T_b^2 (p_1 p_2 + p_1 + p_2 + 1) \quad (5.39)$$

$$p_{II} = 4T_b (1 - p_1 p_2) \quad (5.40)$$

$$p_{III} = 4 (p_1 p_2 - p_1 - p_2 + 1) \quad (5.41)$$

kann mit der bilinear Transformation angenähert werden. Dabei ist  $T_b$  die Abtastzeit der Moveme Differenzgleichung. Alternativ kann die Differenzgleichung numerisch mit dem Matrizen-Exponential Ansatz transformiert werden [BV94].

Der Identifikationsalgorithmus erkennt keine wiederkehrenden Movemes im Momentensignal. Um einen nicht redundanten Datensatz an Movemes zu erhalten, müssen daher in einem Nachbearbeitungsschritt sich wiederholende Movemes aussortiert werden. In der Masterarbeit [Frö14] wurde ein Algorithmus hierfür entwickelt. Dabei wird durch direkten Vergleich der Moveme-Trajektorien eine minimale Basis an Movemes bestimmt, durch die sich die Trajektorien aller Movemes darstellen lassen. Zusätzlich zu den Moveme-Parametern wird der Gültigkeitsbereich der Movemes bei der Identifizierung erfasst (Nebenbedingung (5.34h)).

Die Validierung des Moveme-Modells wurde in [FTDH13] vorgestellt. Die Gütefunktion des Fahrers  $J_F(\cdot)$  kann mit den im Anhang A.3 vorgestellten Methoden der IDO bestimmt werden.

### 5.2.3. Fahrerassistenzsystem Querführung

Das Querführungs-FAS nutzt den *direkten Ansatz* (Optimierungsproblem (3.28)). Im Vergleich zum Längsführungs-FAS, welches auf dem *indirekten Ansatz* basiert, entfällt daher die explizite Anpassung des Assistenzsystems an den Fahrer. Einzig die Identifizierung von  $J_F(\cdot)$  ist weiterhin notwendig. Durch die Verwendung des Moveme-Modells ist es ferner notwendig die Movemes des Fahrers zu identifizieren. Das kann sowohl online wie auch offline erfolgen. Der entscheidende Schritt ist in diesem Ansatz die Bestimmung der *stark kooperativen Nash-Strategie* bzw. hier des *stark kooperativen Lenkmoments*  $\widehat{M}_A^*(t)$  des FAS.

#### Bestimmung der *stark kooperativen Nash-Strategie*

Formal ergibt sich das *stark kooperative Lenkmoment*  $\widehat{M}_A^*(t)$  des FAS als Lösung des folgenden Optimierungsproblems:

$$\widehat{M}_A^*(t) := \arg \min_{M_A(t)} J_G(\mathbf{x}_c(t), \mathbf{x}_p^*(t), M_A(t)) \quad (5.42a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\boldsymbol{\lambda}^*(t) = \arg \min_{\boldsymbol{\lambda}(t)} J_F(\mathbf{x}_c(t), \mathbf{x}_p(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) \quad (5.42b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = f(t, \mathbf{x}_c(t), M_A(t), M_F^*(t)) \quad (5.42c)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_p^*(t) = \sum_{l=1}^q \lambda_l^*(t) (\mathbf{O}_l \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{h}_l) \quad (5.42d)$$

$$\mathbf{x}_c(t_0) = \mathbf{x}_{c,t_0} \quad (5.42e)$$

$$\mathbf{x}_p(t_0) = \mathbf{x}_{p,t_0} \quad (5.42f)$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\lambda}_{t_0} \quad (5.42g)$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t) \in \mathbb{W}^q \quad \forall t \quad (5.42h)$$

$$1 = w(M_F(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) \quad \forall t \quad (5.42i)$$

$$1 = \langle \boldsymbol{\lambda}(t), \boldsymbol{\lambda}(t) \rangle \quad \forall t. \quad (5.42j)$$

Die Nebenbedingungen (5.42c) bis (5.42j) gelten entsprechend auch für das innere Optimierungsproblem (5.42b). Bisher wurde davon ausgegangen, dass für die Stellgrößen  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_e}$  gilt und zusätzlich eventuelle Beschränkungen der Stellgrößen konvexe Mengen bilden. Kurz die Strategiemenge  $\mathbb{U}$  war konvex. Die Stellgröße des Fahrers ist hier jedoch der Auswahlvektor des Move-Modells  $\boldsymbol{\lambda}^*(t)$ , welcher nicht konvex ist. Die Erweiterung auf gemischt ganzzahlige Stellgrößen hat jedoch keine Auswirkungen auf die Definition eines Differentialspiels nach 2.3 und auch keine auf die formalen Aussagen und Ergebnisse der Kapitel 2 und 3. Insbesondere Abschnitt 3.3 gilt weiterhin unverändert. Die Abkehr von einer konvexen Strategiemenge  $\mathbb{U}$  hat aber erhebliche Auswirkungen auf die numerische Bestimmung eines Nash-Gleichgewichts  $\mathbf{u}^*(t)$  und einer *stark kooperativen Nash-Strategie*  $\hat{\mathbf{u}}^*(t)$  (vgl. Abschnitt 3.4), da jetzt keine NLP sondern gemischt-ganzzahlige nichtlineare Programme (MINLP) gelöst werden müssen.

In einer Implementierung des FAS ist die Problemstellung (5.42) entsprechend alle  $T_c$  zu lösen. Problematisch dabei ist der Rechenaufwand, der für das Fahrermodell - also die Lösung des Optimierungsproblems (5.42b) - aufgebracht werden muss. Bei gegebenen  $M_A(t)$  beträgt die Rechenzeit auf einem aktuellen Computersystem<sup>29</sup> in etwa  $T_c/3$  [FTDH14]. Da diese Berechnungen jedoch mehrfach ausgeführt werden muss ist eine exakte Lösung des Problems (5.42) in Echtzeit auf der zum jetzigen Zeitpunkt verfügbaren Hardware nicht möglich.

Durch die Vereinfachung des Konzepts der Stackelberg-Lösung ist es allerdings möglich eine approximative Lösung zu bestimmen. Dies wurde bereits in Abschnitt 4.1 allgemein diskutiert. Dazu wird angenommen, dass der Fahrer die Änderungen der FAS Lenkmomente  $M_A(t)$ , welche sich aus der aktuellen Lösung des Problems (5.42)

<sup>29</sup>Intel®Core i7-2600, 3,4 GHz, 8 GB RAM



ergeben, nicht für die Prädiktion seines Lenkmoments  $M_F(t)$  berücksichtigt. Stattdessen wird eine Approximation von  $\widehat{M}_A^*(t)$  verwendet. Folglich ergibt sich die Problemstellung:

$$\widehat{M}_A^*(t) := \arg \min_{M_A(t)} J_G(\mathbf{x}_c(t), \tilde{\mathbf{x}}_p^*(t), M_A(t)) \quad (5.43a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) = m(t, \mathbf{x}_{c,t_0}, \mathbf{x}_{p,t_0}, \boldsymbol{\lambda}_{t_0}, \widetilde{M}_A^*(t)) \quad (5.43b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = f(t, \mathbf{x}_c(t), M_A(t), \widetilde{M}_F^*(t)) \quad (5.43c)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_p^*(t) = \sum_{l=1}^q \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_l^*(t) (\mathbf{O}_l \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{h}_l) \quad (5.43d)$$

$$\mathbf{x}_c(t_0) = \mathbf{x}_{c,t_0} \quad (5.43e)$$

$$\mathbf{x}_p(t_0) = \mathbf{x}_{p,t_0}. \quad (5.43f)$$

Die Funktion  $m(\cdot)$  (5.43b) steht dabei abkürzend für die entkoppelte Lösung des Optimierungsproblems des Fahrermodells (5.34) unter der Annahme des a-priori bekannten Verlaufs von  $\widetilde{M}_A^*(t)$ . Die einfachste Annahme dabei ist  $\widetilde{M}_A^*(t) = M_{A,t_0}$ . Hier wird die Lenkmomententrajektorie  $\widehat{M}_A^*(t)$  des, in der vorausgehenden Iteration der gleitenden Optimierung, gelösten Optimalsteuerungsproblems (5.43) verwendet. Bei (5.43) handelt es sich um ein klassisches dynamisches Optimierungsproblem, welches mit bekannten Verfahren wie z.B. den Schießverfahren (siehe Anhang A.2) gelöst werden kann.

### Ablauf der Berechnungen

Zusammenfassend wird der Ablauf der einzelnen Berechnungen bei der Bestimmung von  $\widehat{M}_A^*(t)$  für den gleitenden Horizont mit dem Startzeitpunkt  $t_i$  vorgestellt. Der Ablauf ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Zu Beginn werden die Zustände des Fahrzeugs  $\mathbf{x}_c(t_i)$ , die Zustände des Moveme-Modells  $\mathbf{x}_p(t_i)$  und das vom Fahrer applizierte Moveme  $\boldsymbol{\lambda}(t_i)$  für den Zeitpunkt  $t_i$  bestimmt. Die Bestimmung des aktuellen Movemes erfolgt durch den direkten Vergleich der Movemes mit der aktuellen Historie der gemessenen Lenkmomententrajektorie des Fahrers. Um die Laufzeit  $T_r$  auszugleichen, wird mit der Berechnung zum Zeitpunkt  $t = t_i - T_r$  begonnen. Alle Anfangszustände der Optimierungsprobleme (Zeitpunkt  $t = t_i$ ) werden daher ausgehend von den Messwerten des Zeitpunktes  $t = t_i - T_r$  prädiziert. Dabei wird angenommen, dass der Fahrer sein aktuelles Moveme beibehält. Unter der Annahme der a-priori bekannten Approximation des FAS-Lenkmoments  $\widetilde{M}_A^*(t)$  wird das Optimierungsproblem (5.34), welches die Moveme-Auswahl des Fahrers beschreibt, gelöst. Aus der bekannten Movemeauswahl  $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^*$  werden die Verläufe der Zustände des Moveme-Modells  $\mathbf{x}_p$  und damit die Schätzung des Fahrerlenkmoments  $\widetilde{M}_F^*$  bestimmt. Final wird das

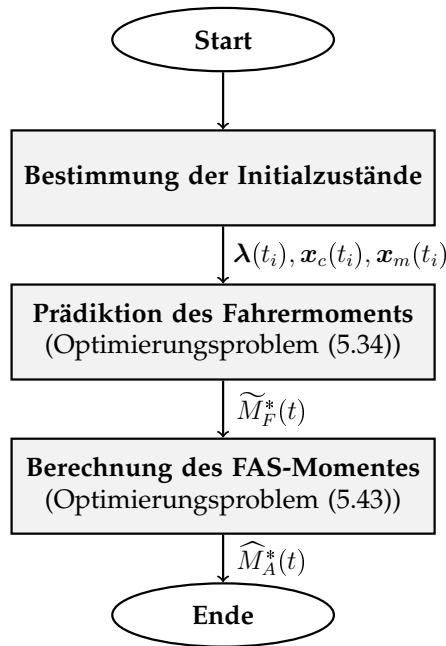


Abbildung 5.6.: Ablauf der Berechnung von  $\widehat{M}_A^*(t)$  für eine einzelne Iteration des gleitenden Horizontoptimierungsproblems zum Zeitpunkt  $t_i$  des kooperativen FAS für die Fahrzeugquerführung

Lenkmoment des FAS  $\widehat{M}_A^*(t)$  auf Basis des Optimierungsproblems (5.43) berechnet. Das Vorgehen wird für die folgenden Horizonte ( $t_i + T_c$ ,  $t_i + 2T_c$ , usw.) wiederholt.

Der Ansatz des Querführungs-FAS stellt keine besonderen Anforderungen an die Modellierung des Fahrzeugs, abgesehen von der sehr allgemeinen Strukturforderung (5.30). Da die beiden Problemstellungen entkoppelt gelöst werden, ist es auch möglich jeweils verschiedene Fahrzeugmodelle für die Berechnung des Fahrer- und FAS-Lenkmoments zu verwenden. Für die Implementierung im Zuge der vorliegenden Arbeit wurde für beide Problemstellungen ein lineares Modell verwendet, welches im Anhang B.1 vorgestellt wird. Die globale Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  kann ohne Einschränkungen beliebig gewählt und auch zur Laufzeit geändert werden. Ist  $J_G(\cdot)$  in der quadratischen Struktur (4.31) gegeben und das Systemmodell (5.43) linear, kann die Problemstellung verhältnismäßig einfach mit dem Algorithmus des Abschnitts 4.3 gelöst werden.

### Modifikationen des Querführungs-FAS

Abschließend sollen noch zwei Modifikationen des Querführungs-FAS erwähnt werden. Für das FAS ist es notwendig das Fahrermoment  $M_F(t)$  präzise und vor allem dynamisch messen zu können. Um den Aufwand und die Kosten für die entsprechende Messtechnik in einer Serienanwendung zu umgehen, ist es alternativ möglich die Movemes auf Basis des Lenkradwinkels  $\delta(t)$  zu definieren und daraus das Moment auf Basis eines inversen Lenkmomenten Modells zu berechnen. Dieser Ansatz wurde in der Abschlussarbeit [Frö14] verfolgt und in [FFH16] veröffentlicht.

Des Weiteren ist ein alternatives Vorgehen bei der Bestimmung des Fahrerlenkmoments  $\tilde{M}_F^*(t)$  denkbar. In der Masterarbeit [IC14] und den darauf aufbauenden Veröffentlichungen [IFDH15, IDFH16] wurde eine neue Hidden Markov Model (HMM) Klasse vorgestellt. Das sogenannte Autoregressive Ein-/Ausgang HMM (ARIOHMM) beschreibt ein System, dessen Ausgangstrajektorien sich aus der Kombination bekannter Subsysteme ergeben. Die Kombination dieser Subsysteme ist dabei abhängig von den Eingangsgrößen des Modells. Mittels des ARIOHMM kann das Fahrermodell approximiert werden. Ein explizites Identifizieren von  $J_F(\cdot)$  ist bei diesem Ansatz nicht notwendig. Das ARIOHMM kann auf Basis aufgezeichneter Fahrzeug- und Lenkmomententrajektorien individuell für einen Fahrer trainiert werden.

## 5.3. Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde die Anwendung der Theorie der kooperativen Regelung gezeigt. Basierend auf der Theorie der vorhergehenden Kapitel wurden zwei kooperative FAS vorgestellt. Ein FAS unterstützt den Fahrer bei der Längsführung, das Andere unterstützt bei der Querführung des Fahrzeuges.

Die Interaktion beim Längsführungs-FAS erfolgt über ein haptisches Fahrpedal. Die kooperative Fahrzeuglängsführung greift dabei den *indirekten* Ansatz auf (vgl. Abbildung 3.8). Eine Herausforderung stellen die Besonderheiten der Fahrzeuglängsführung dar (Getriebeübersetzung, nichtlineare Systemdynamik). Dazu wurde eine anwendungsspezifische Erweiterung des Algorithmus aus Kapitel 4 vorgestellt.

Die kooperative Fahrzeugquerführung basiert auf dem Konzept der *direkten* Kooperation. Die Interaktion zwischen Fahrer, FAS und Fahrzeug erfolgt über das Lenkrad. Für das Querführungs-FAS wurde ein neuartiges, biologisch inspiriertes Fahrermodell entwickelt. Für die Realisierung dieses Modells muss ein ganzzahliges Optimierungsproblem gelöst werden.

Die beiden in dieser Arbeit vorgestellten kooperativen FAS sind die ersten FAS die auf einer formalen, spieltheoretischen Grundlage basieren. Beide FAS wurden auf einem Fahrsimulator implementiert. Die Ergebnisse werden im nächsten Kapitel vorgestellt.



# 6. Ergebnisse

In diesem Kapitel werden Ergebnisse, d.h. sowohl Simulationen als auch Messungen, der beiden kooperativen FAS aus dem vorhergehenden Kapitel vorgestellt. Dazu wurden drei Fahrstudien durchgeführt in denen die kooperativen spieltheoretischen FAS mit realen Fahrern untersucht werden. Bevor die Fahrstudien vorgestellt werden, wird auf die simulative Validierung des Konzeptes eingegangen.

## 6.1. Simulation

Vor der Implementierung der spieltheoretischen FAS auf dem Fahrsimulatorsystem, mit dem die Fahrstudien durchgeführt werden, wurden verschiedene Simulationen durchgeführt. Mit Hilfe der Simulationen konnte vorab eine Plausibilisierung der FAS erfolgen und die entwickelten Algorithmen verifiziert werden. Im Weiteren diente der Programmcode der Simulationen als Grundlage für die Implementierung auf dem Fahrsimulator. Die einzelnen Modelle von Fahrer und Fahrzeugdynamik die den beiden FAS (vgl. Kapitel 5) zugrunde liegen, wurden vor der Simulation der Gesamtsysteme validiert. Diese Validierungen erfolgten im Zuge von Abschlussarbeiten oder wurden bereits in Veröffentlichungen vorgestellt. Eine Übersicht ist in Tabelle 6.1 gegeben.

Im Kontext der Mensch-Maschine-Interaktion sind der Aussagekraft von numerischen Simulationen jedoch Grenzen gesetzt. Ein Indiz für das Potential der beiden Systeme in der Realität und der Validität des Konzeptes der kooperativen Regelung kann nur in Studien mit realen Fahrern gewonnen werden. Die Vorstellung von Simulationsergebnissen ist daher kompakt gehalten. Nachfolgend wird exemplarisch auf eine Simulation des Längsführungs-FAS eingegangen. Für die Simulationen des Querführungs-FAS wird auf Veröffentlichungen verwiesen.

Modell	Validiert in
Streckenmodell Querführung	[Tra12]
Streckenmodell Längsführung	[Sau13, Den14, Mos15]
LQ-Fahrermodell Längsführung	[Den14]
Moveme-Fahrermodell Querführung	[Tra12, FTDH13]
LQ-Fahrermodell Querführung	[Kur15]

Tabelle 6.1.: Validierung der einzelnen, verwendeten Teilmodelle

### 6.1.1. Simulation Längsführungs-FAS

Da das Längsführungs-FAS auf dem *indirekten Ansatz* der kooperativen Regelung basiert, erfolgte die Simulation des Systems in zwei Schritten:

1. Bestimmung der *stark kooperativen* FAS-Gütefunktion  $\hat{J}_A(\cdot)$  aus den gegebenen Gütefunktionen  $J_G(\cdot)$  und  $J_F(\cdot)$  (siehe Abschnitt 3.5).
2. Simulation des Differentialspiels mit Fahrer  $J_F(\cdot)$  und FAS  $\hat{J}_A(\cdot)$  (siehe Abschnitt 4.3 und 5.1.3).

Der erste Schritt, die Bestimmung von  $\hat{J}_A(\cdot)$ , unterscheidet sich nicht von den entsprechenden Berechnungen im Zuge der Studien, die in den Abschnitten 6.3 und 6.4 vorgestellt werden. Für den zweiten Schritt (Bestimmung des Nash-Gleichgewichts zur Laufzeit des Reglers) wird eine exemplarische Simulation vorgestellt. Bei dem Szenario wird die Geschwindigkeitsanpassung der Fahrer-FAS-Kombination an eine a-priori gegebene Sollgeschwindigkeit untersucht. Das FAS und das Modell der Längsdynamik ist dabei wie in Abschnitt 5.1 beschrieben. Die beiden Gütemaße  $J_F(\cdot)$ ,  $J_A(\cdot)$  werden mittels quadratischer Funktionen modelliert. Die Parameter der Simulation sind im Abschnitt B.3 dargestellt.

In Abbildung 6.1 ist die Geschwindigkeitstrajektorie des Fahrzeugs für eine simulierte Fahrt ohne FAS-Unterstützung wie auch für eine Fahrt mit FAS abgebildet. Außerdem ist in der Abbildung die Referenz der Geschwindigkeit des Fahrers  $\bar{v}_F$  und des FAS  $\bar{v}_A$  dargestellt. Die Pedalmomente  $M_A$  und  $M_F$ , der Pedalwinkel  $\alpha$  und der Gang sind ebenfalls abgebildet. Bei Betrachtung der Abbildung 6.1 fällt auf, dass sich die beiden Simulationen mit und ohne FAS für die ersten 420 m Strecke nicht unterscheiden. In diesen Bereichen sind alle Trajektorien identisch. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Ziele von FAS und Fahrer in diesem Bereich gleich sind<sup>30</sup>. Wenn der Prädiktionshorizont den Bereich der unterschiedlichen Geschwindigkeitsreferenz erreicht, beginnen sich die Simulationen zu unterscheiden. Da die vom Fahrer angestrebte Beschleunigung, auf Grund der 30 km/h geringeren Referenzgeschwindigkeit, nicht optimal für das FAS ist wird von diesem ein Gegenmoment  $M_A(t)$  auf das Pedal ausgeübt. Der Fahrer reagiert darauf mit einer Erhöhung seines Momentes  $M_F(t)$  und überstimmt das FAS. Dazu ist anzumerken, dass die Bestrafung der Regelabweichung der Geschwindigkeit im Gütemaß deutlich größer ist als die der Stellgröße, welche dem Pedalmoment entspricht. Insgesamt ist das Fahrermoment  $M_F(t)$  bei der Simulation mit FAS höher als bei der Simulation ohne FAS. Die Simulation mit FAS ergibt im Bereich mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsreferenzen ( $\bar{v}_i$ ) eine geringere Geschwindigkeit verglichen mit der Simulation ohne FAS. Auffällig sind jedoch einige sprunghafte Änderungen in den Momentenverläufen. Dabei gibt es zwei sehr deutliche Momentenabfälle bei 450 m und 550 m und mehrere kleinere Sprünge der Momente in den Bereichen 100 m bis 250 m, 420 m bis 500 m und 1050 m bis 1300 m. Die Sprünge bei 450 m und 550 m ergeben sich dadurch, dass in den Gütemaßen

<sup>30</sup>Da FAS und Fahrer nur ein entgegengesetztes Moment aufbringen können, ist eine Verteilung des Stel-  
laufwandes hier nicht möglich. Zum Vergleich, bei der Querverführung ist diese Aufwandsaufteilung möglich  
[FOSH14b].

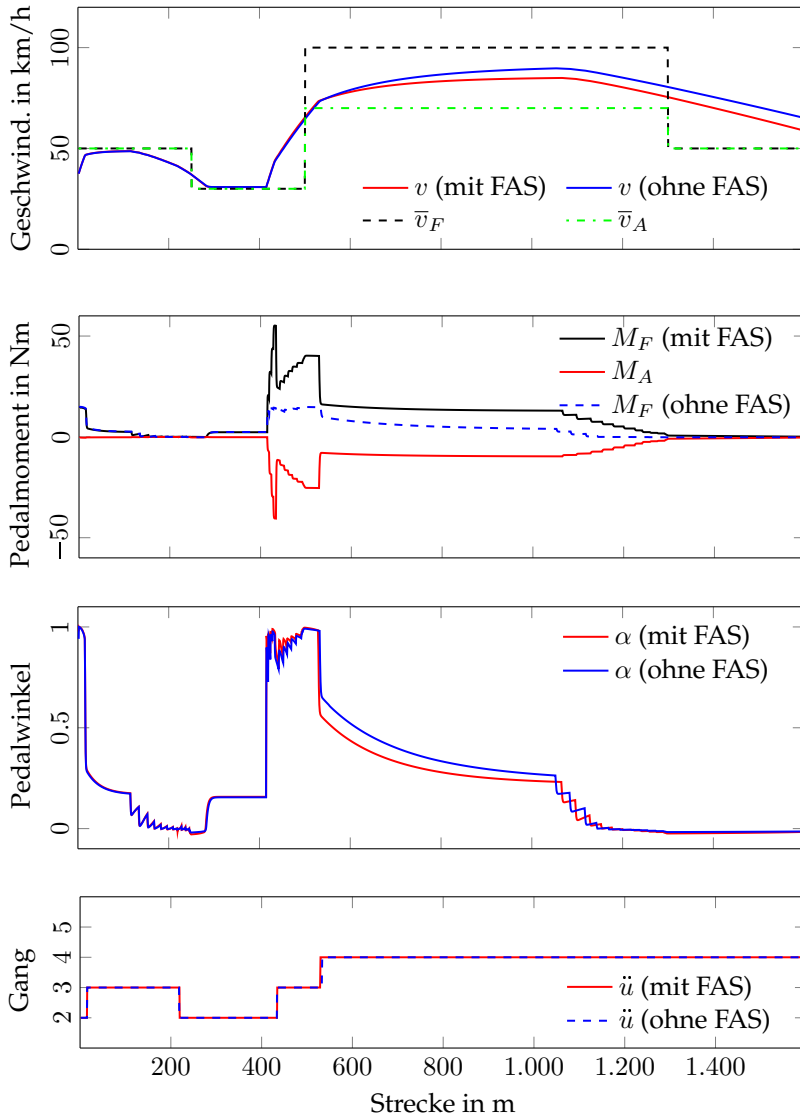


Abbildung 6.1.: Geschwindigkeit, Pedalmomente, Pedalwinkel und Gang bei der Simulation des Längsführungs-FAS und der Simulation des gleichen Szenarios ohne FAS

die Abweichung der Motordrehzahl ( $x_6$ ) bestraft wird und die Sollgeschwindigkeiten in eine Soll Drehzahl umgerechnet werden. Die Änderung des Gangs, welcher an diesen Stellen stattfindet, führt zu einer sprunghaften Verringerung des Drehzahlfehlers und damit, über die Gütemaße bzw. Optimierung, zu geringeren Pedalmomenten. Würde nicht in einen höheren, sondern einen in einen kleineren Gang geschaltet werden, würde sich die Abweichung im Gütemaß entsprechend vergrößern. Die kleineren Sprünge in  $M_A(t)$  und  $M_F(t)$  ergeben sich durch die un stetige Vorgabe der Geschwindigkeitsreferenz und der diskreten Betrachtung des Prädiktionshorizonts. Aus den Streckendifferenzen zwischen den sprunghaften Änderungen der Momente bzw. des Pedalwinkels in den drei Bereichen und der Fahrzeuggeschwindigkeit lässt sich die Diskretisierung des Prädiktionsintervalls (Tabelle B.3) ablesen.

Sollte dieser sprunghafte Momentenverlauf in einer realen Anwendung nicht gewünscht werden, kann das Verhalten durch die Anpassung des Gütemaßes umgangen werden. Wird die Gewichtung der Drehzahl  $q_\omega$  (Element der Matrix  $Q_i$ ) für jedes Intervall im Gütemaß gangabhängig gewählt

$$q_{\omega,(j)} = q_\omega \left( \frac{\ddot{u}_{ref}}{\ddot{u}_{(j)}} \right)^2, \quad (6.1)$$

kann indirekt die Fahrzeuggeschwindigkeit  $v(t)$  im Gütemaß berücksichtigt werden, ohne den Algorithmus abzuändern. Dabei ist  $\ddot{u}_{(j)}$  die Übersetzung im Zeitabschnitt  $j$  und  $\ddot{u}_{ref}$  eine Referenzübersetzung. Die kleineren Sprünge der Momententrajektorie können durch Interpolation der Geschwindigkeitsreferenzen  $\bar{v}_i(t)$  umgangen werden. In Abbildung 6.2 sind die Verläufe der Zustandsgrößen für den Prädiktionshorizont nach 450 m Fahrt mit FAS dargestellt<sup>31</sup>. Die sich bei der ersten Iteration des Algorithmus ergebenden Pedalwinkel verletzen die zulässigen Grenzen des Pedalwinkels ( $0 \leq \alpha \leq 100\%$ ). Über die Iterationen und der damit zunehmenden Einführung von Straftermen im Gütemaß, welche die Einhaltung der Pedalwinkel-Grenzen forcieren, nähert sich der Pedalwinkel den Grenzen an. Der größte Pedalwinkel für  $k = 10$  ist  $\alpha = 102\%$ . Für die Berechnung bei 450 m konvergiert der Algorithmus nach der zehnten Iteration. Auch die Untersuchung von anderen Stellen in der Simulation zeigt, dass der Algorithmus nach höchstens zehn Iterationen konvergiert ist<sup>32</sup>.

Zusätzliche Simulationen des Längsführungs-FAS sind in den beiden Abschlussarbeiten [Den14, Mos15] gegeben.

### 6.1.2. Simulation Querführungs-FAS

Erste Simulationen des Querführungs-FAS erfolgten in der Masterarbeit [Ott13]. Im Vergleich zum in Kapitel 5.2 vorgestellten Querführungs-FAS, verwendet dieses FAS kein Moveme-Fahrermodell, sondern ein weniger komplexes LQ-Fahrermodell, analog zum Fahrermodell des Längsführungs-FAS (Abschnitt 5.1.2). Dieses System basiert wie das Längsführungs-FAS auf dem *indirekten Ansatz* der kooperativen Rege-

<sup>31</sup>Der Ablauf des Algorithmus ist in den Abbildungen 4.2 und 5.4 dargestellt.

<sup>32</sup>Bei der Implementierung auf dem Fahrsimulator wird nach der fünfzehnten Iteration abgebrochen.



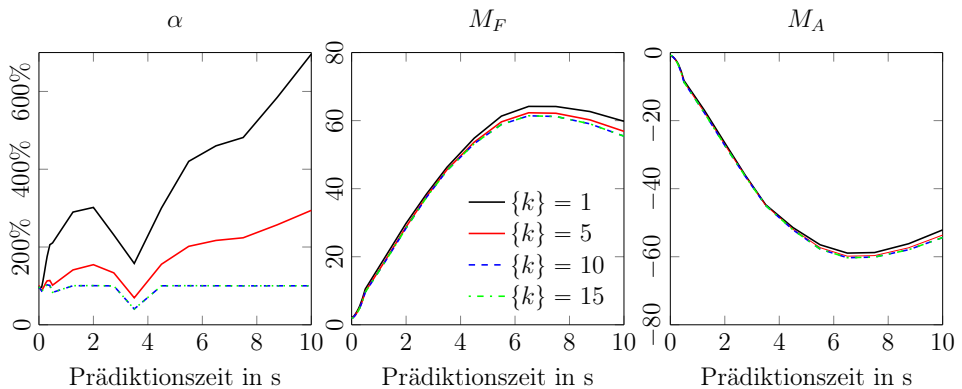


Abbildung 6.2.: Normierter Pedalwinkel  $\alpha$ , Fahrer-Pedalmoment  $M_F$  und FAS-Pedalmoment  $M_A$  über  $\{k\}$  die Iterationen des Algorithmus (vgl. Abbildung 4.2 und 5.4) für das Prädiktionsintervall bei 450 m Strecke

lung. Eine ausführliche simulative Validierung dieses FAS wurde in [FOSH14b] veröffentlicht. Ein Teil dieser Simulationen, nämlich die Simulation eines Differentialspiels, in dem ein Fahrer und ein FAS ein gemeinsames Fahrzeug lenken, ähneln den in [NC13, NC15] durchgeführten Simulationen. Auch wenn in diesen Veröffentlichungen durch die Verwendung einer aktiven Frontlenkung ein anderes Systemmodell und andere Lösungsverfahren für das Differentialspiel verwendet werden, sind die Ergebnisse der Simulationen qualitativ vergleichbar. In [NC15] wird ebenfalls ein Stackelberg-Gleichgewicht untersucht. Jedoch ist dort die Reihenfolge der Spieler im Vergleich zu dieser Arbeit vertauscht. In [NC15] ist der führende Spieler der Fahrer und der folgende Spieler das FAS. In dieser Arbeit ist der führende Spieler das FAS und der folgende Spieler der Fahrer (vgl. Abschnitt 3.6.1). Ein Vergleich der Bestimmung von  $J_A(\cdot)$  ist nicht möglich, da in [NC15] alle Gütemaße als gegeben angenommen werden. Die erste simulative Validierung des in Abschnitt 5.2 vorgestellten Querführungs-FAS (*direkten Ansatz* und *Moveme-Fahrermodell*) erfolgte in der Masterarbeit [Frö14]. Alle Simulationen des Querführungs-FAS zeigen, wie auch schon beim Längsführungs-FAS, durchgängig valide Ergebnisse.

## 6.2. Einführung Fahrstudien

Im weiteren Verlauf des Kapitels werden drei Fahrstudien mit den beiden kooperativen FAS aus Kapitel 5 vorgestellt. Das Ziel ist dabei ein Nachweis der Anwendbarkeit der Methodik der kooperativen Regelung in realen Systemen. Es ist nicht Ziel dieser Arbeit eine umfangreiche Applikation der beiden FAS durchzuführen. Auch ist

es nicht Ziel eine umfangreiche Studie der FAS unter ergonomischen bzw. psychologischen Gesichtspunkten durchzuführen. Dies wäre im gegebenen Rahmen dieser Arbeit nicht durchführbar. Die Ergebnisse der Studien sollen als erstes Indiz für den Nutzen der beiden kooperativen FAS verstanden werden. Um die beiden FAS testen zu können, wurden diese auf einem statischen Fahrsimulator implementiert. Auf die Studien wird im Folgenden eingegangen.

### 6.2.1. Fahrsimulator

Für die Validierung der beiden kooperativen FAS wurde ein statisches Fahrsimulatorsystem aufgebaut (siehe Abbildung 6.3 links). Eine Übersicht der Hardwarekomponenten des Simulatorsystems ist im rechten Bereich von Abbildung 6.3 dargestellt. Der Entwicklungsfokus des Systems lag auf den haptischen Komponenten, über welche die Interaktion zwischen Fahrer, FAS und Fahrzeug erfolgt.

Kern des Simulators ist ein Echtzeit-System des Herstellers *dSPACE*. Auf der *DS1006* Prozessorkarte des Systems wird sowohl die Simulation der Fahrzeugdynamik als auch alle Berechnungen der beiden Fahrerassistenzsysteme in Echtzeit durchgeführt. Das System ist mit einem *AMD Opteron 8387* 2,8 GHz Prozessor und 1 GB DDR2-RAM ausgestattet. Wobei jedoch auf Grund von Beschränkungen des Compilers nur einer der vier Prozessorkerne genutzt werden kann. Das System ist mittels eines CAN-Bus mit einem haptischen Lenkrad des Typs *SENSO-Wheel SD-LC* von *Sensodrive* verbunden. Das Lenkrad erlaubt das Stellen eines Moments bis  $\pm 16,6$  Nm bei einer Auflösung von 30 mNm. Es dient zur Darstellung des FAS-Lenkmoments, sowie der Rückstellkräfte und Dämpfung des simulierten Lenkstrangs. Für die Messung des Fahrer-Lenkmomentes und der Lenkradwinkelgeschwindigkeit wurde das Lenkrad um ein Messsystem erweitert. Zwei haptische Pedale sind ebenfalls über CAN mit dem System verbunden. Das Fahrpedal erlaubt die Nachbildung einer beliebigen

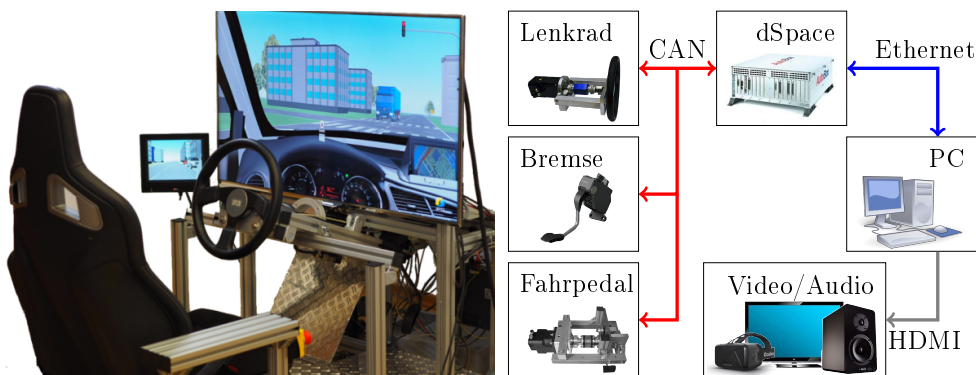


Abbildung 6.3.: Fahrsimulator des IRS

Pedal-Charakteristik. Dabei kann sowohl die statische Rückstellkraft über dem Pedalwinkel, als auch Dämpfung und Hystereseverhalten frei und nichtlinear vorgegeben werden. Zusätzlich zur Emulation eines klassischen Fahrpedals dient das System zur Darstellung des FAS-Pedalmoments. Das Pedal kann dauerhaft ein Moment von 133 Nm stellen. Orthogonal zur Pedalplatte entspricht dies einer Kraft von 400 N. Die Auflösung beträgt 3,3 mNm bzw. 10 mN. Ein Messsystem für das Fahrer-Pedalmoment ist integriert. Das Regelkonzept, welches entwickelt wurde um eine hoch dynamische Pedalkraft präzise stellen zu können, wurde in [FRDH14] vorgestellt. Die Integration in die Fahrsumulatorumgebung wurde in [RFDH14] veröffentlicht. Weitere Details zum Fahrpedal können den beiden Abschlussarbeiten [Stü12, Rot13] entnommen werden. Das Bremspedal des Simulators ist eine modifizierte Version eines Vorserienmodells eines haptischen Pedals<sup>33</sup>. Eine Messung des Fahrer-Pedalmoments ist damit jedoch nicht möglich. Das Lenksystem und das Fahrpedal sind in Abbildung 6.4 dargestellt.

Das Echtzeit-System ist über eine proprietäre Netzwerkverbindung mit einem PC-System verbunden. Dieser Leitreehner dient der Konfiguration und Steuerung der Simulation. Zusätzlich wird die Visualisierung der Fahrzene berechnet. Die Ausgabe erfolgt über einen zentralen Monitor mit 117 cm Bildschirmdiagonale und zwei kleineren Anzeigen für die Simulation der Seitenspiegel<sup>34</sup>.

Die Programmierung der Assistenzsysteme erfolgte in *Matlab/Simulink* 2010b und C. Die Übersetzung des zuvor in C umgewandelten Programmcodes sowie die Administration des Echtzeit-Systems erfolgt mit der Version 7.2 des *dSPACE* Softwarepakts. Für die Fahrzeugsimulation, deren Visualisierung und Integration wird die Software *CarMaker* 4.5.2 von *IPG Automotive* eingesetzt. Die Realisierung der auditiven Fahrzeugsimulation erfolgte mit *Adletec SoundMaker* 1.1.

Der Fahrsumulator simuliert die Fahrzeugdynamik eines Personenkraftwagens der Kompaktklasse. Das validierte Fahrzeugmodell wurde von *IPG Automotive* zur Verfügung gestellt. Die Kenndaten des Fahrzeuges sind in Tabelle 6.3 angegeben. Das nichtlineare IPG-Fahrzeugmodell ist deutlich detaillierter als die vereinfachten Modelle aus Abschnitt 5.1.1 und B.1, die den Berechnungen der beiden Fahrerassistenzsysteme zugrunde liegen [IPG14]. Die korrespondierenden FAS-Modell Parameter sind im Anhang B.2 zu finden.

### 6.2.2. Vergleichssysteme

Um eine Einordnung der Ergebnisse der im Zuge dieser Arbeit entwickelten FAS zu ermöglichen, ist ein Vergleich mit existierenden Systemen sinnvoll. Allerdings sind

<sup>33</sup>Das Pedal wurde dankenswerterweise von einem Automobilzulieferer zur Verfügung gestellt.

<sup>34</sup>Alternativ ist es möglich eine Virtual-Reality-Brille für die Visualisierung zu verwenden. Diese ermöglicht dem Fahrer die dreidimensionale Wahrnehmung der Szene mit voller Rundumsicht. Die Details der Integration des VR-Systems sind in der Bachelorarbeit [YB14] dargestellt. Bedingt durch das gehäufte Auftreten von Kinetose (Simulatorkrankheit) bei der Verwendung des VR-Systems wurde es jedoch nicht für die Validierung eingesetzt. Bei Verwendung des klassischen Visualisierungssystems sind keine derartigen Probleme aufgetreten.

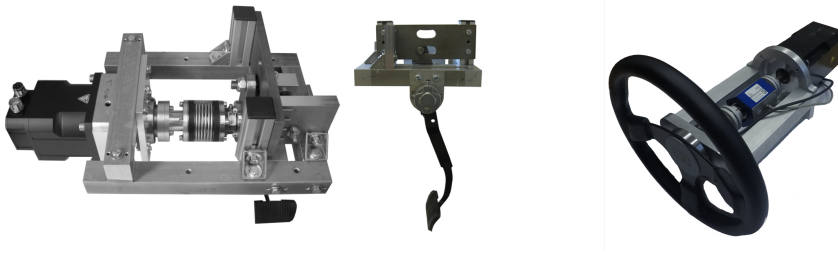


Abbildung 6.4.: Detailansicht des haptischen Pedal- und Lenksystems

die beiden hier vorgestellten FAS die bisher ersten FAS, die auf Basis der Spieltheorie entwickelt wurden, daher existieren keine direkten Vergleichssysteme. Es ist aber ein Vergleich mit den in Abschnitt 1.6.3 vorgestellten, heuristisch entwickelten Systemen möglich. Eine Übersicht über bisher veröffentlichte Studien, die mit diesen Systemen durchgeführt wurden, ist in [PAMW15] gegeben. Ein Vergleich zwischen den einzelnen Systemen erfolgte allerdings bisher nicht. Zwei Systeme ([MAvM11, dMA14]) dienen in einzelnen Szenarien als Vergleich zu den im Zuge dieser Arbeit entwickelten FAS. Bei den Systemen handelt es sich jeweils um ein haptisches Längsführungs- und Querführungs-FAS.

Fahrzeugtyp	VW Golf VI GTD
Gesamtmasse (inkl. Zuladung)	1634 kg
Bezugsfläche (Luftwiderstand)	2,15 m <sup>2</sup>
Luftwiderstandsbeiwert	0,30
Motortyp	Vierzylinder Diesel mit Turboaufladung
Hubraum	1968 cm <sup>3</sup>
Leistung	125 kW
Motormodell	Modellierung über Kennfeld
Getriebe	6 Gang Schaltgetriebe
Schaltstrategie	Autonomer Gangwechsel bei Grenzdrehzahl
Schaltgrenze (Gang 1)	↑: 2800 1/min
Schaltgrenzen (Gang 2-5)	↓: 1300 1/min, ↑: 2500 1/min
Schaltgrenze (Gang 6)	↓: 1500 1/min
Reifentyp	195/65R15
Reifenmodellierung	Modellierung über Kennfelder und [Soc08]

Tabelle 6.3.: Technische Daten des Validierungsmodells des Fahrsimulators

### Vergleichssystem Längsführung

Als Vergleich zum spieltheoretischen Längsführungs-FAS (Abschnitt 5.1) dient das FAS von Mulder et al. [MAvM11]. Dieses beschränkt sich auf die Unterstützung des Fahrers bei der Abstandshaltung zu einem vorausfahrenden Fahrzeug. Bei zu geringem Abstand zum vorausfahrenden Fahrzeug wird die Steifigkeit des Fahrpedals durch ein vom FAS aufgebracht Pedalmoment erhöht. Die formale Berechnungsvorschrift des Pedalmomentes bei diesem FAS ist in B.4.1 beschrieben.

### Vergleichssystem Querführung

Als Vergleich zum spieltheoretischen Querführungs-FAS (Abschnitt 5.2) dient das FAS von Abbink et al. [dMA14]. Dieses FAS basiert auf einer antizipatorischen Steuerung und einer Adaption der Lenkradsteifigkeit. Die Berechnung des Lenkmomentes ist im Anhang B.6.1 beschrieben. Das FAS versucht das, in empirischen Studien beobachtete, Regelverhalten eines Menschen nachzuahmen. Das FAS eignet sich nur für die Unterstützung in klassischen Spurhalteszenarien. Eine Unterstützung des Fahrers bei Manövern, die über die klassische Spurhaltung hinausgehen (z.B. ein Ausweichmanöver), ist aufgrund des Konzepts der Adaption der Lenkradsteifigkeit und der ausschließlichen Betrachtung eines zukünftigen Zeitpunktes nicht möglich.

## 6.2.3. Überblick über die Studien

In den folgenden Abschnitten werden die drei Studien vorgestellt, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführt wurden:

- Fahrstudie Längsführung (Abschnitt 6.3)
- Fahrstudie Energieverbrauch (Abschnitt 6.4)
- Fahrstudie Querführung (Abschnitt 6.5)

Der Fokus der beiden Studien in den Abschnitten 6.3 und 6.5 liegt in der Untersuchung des Einflusses des Längs- bzw. Querführungs-FAS auf Indikatoren mit Bezug zur Fahrsicherheit wie z.B. der Zeitabstand zum vorausfahrenden Fahrzeug, die Geschwindigkeitsüberschreitung und die Querablage. Für das kooperative Längsführungs-FAS wurde darüber hinaus eine weitere Studie durchgeführt (Abschnitt 6.4). Fragestellung dieser Studie ist, ob das FAS zu einer verbrauchsoptimierten Fahrweise beitragen kann. Außerdem wurde eine Fahrstudie durchgeführt, um die in Abschnitt 5.2.3 vorgestellte, vereinfachte Version des Querführungs-FAS, ebenfalls mit Fokus auf Sicherheitsaspekten, zu validieren. Diese wurde in [FFH16] veröffentlicht und wird daher hier nicht wiederholt.

## Probanden

Die Probanden wurden überwiegend aus der Gruppe der Studierenden des KIT angeworben und entsprechen damit einer relativ jungen Fahrergruppe. Diese Fahrergruppe ist überproportional häufig in Unfälle verwickelt [Sta14, Seite 17]. In einer realen Anwendung ist daher zu erwarten, dass diese Gruppe besonders von den hier vorgestellten Systemen profitiert. Alle Probanden haben mindestens die Fahrerlaubnis der Klasse B. Die Teilnahme an den Studien war stets freiwillig und es erfolgte keine finanzielle Kompensation. Es stand den Probanden frei, den Versuch jederzeit und ohne Angabe von Gründen abzubrechen. Keiner der Probanden hatte zum Zeitpunkt der Studien Vorwissen über das zu untersuchende System oder die Ziele der Studie.

## 6.3. Fahrstudie Längsführung

In diesem Abschnitt wird die erste Fahrstudie vorgestellt, mit welcher das Längsführungs-FAS untersucht wurde. Die Durchführung der Studie erfolgte im Zuge der Bachelorarbeit [Mos15]. Der Fokus der Studie lag auf der Fahrsicherheit. Es nahmen zehn Probanden an der Studie teil. Detaillierte Informationen zu den Probanden sind in Tabelle B.4 zusammengefasst. Der Abschnitt gliedert sich wie folgt: Zuerst wird in 6.3.1 eine Übersicht der Studie gegeben, anschließend wird die Parametrisierung des FAS vorgestellt (6.3.2). Im Weiteren werden die Szenarien und Ergebnisse vorgestellt (6.3.3 bis 6.3.5), abschließend erfolgt deren Diskussion (6.3.6).

### 6.3.1. Ablauf der Studie

Die Studie setzt sich aus drei Szenarien zusammen, welche von den Probanden an zwei aufeinander folgenden Tagen absolviert wurden:

- (A) **Identifikation:** Ziel des Szenarios ist die Aufzeichnung von Daten für die Identifizierung von  $J_F(\cdot)$ .
- (B) **Abstandsregelung:** In diesem Szenario wird der Einfluss des FAS auf das Abstandsregelverhalten des Fahrers untersucht.
- (C) **Reale Fahrt:** Untersuchungsgegenstand dieses Szenarios ist das Abstands- und Geschwindigkeitsregelverhalten in einer realitätsnahen Fahrt.

Szenario A wurde am ersten Tag, die Szenarien B und C am zweiten Tag durchgeführt. Die Abfolge der zu untersuchenden FAS Einstellungen wurde in den Szenarien variiert, um einen möglichen Trainingseffekt auszugleichen. Die Probanden wurden nicht über Funktionsweise und jeweilige Parametrierung des FAS informiert. Nach jeder Fahrt wurden die Probanden gebeten, einen Fragebogen (siehe Anhang B.4) zu beantworten. Damit sollte die subjektive Bewertung des FAS ermittelt werden. Die Probanden beeinflussen die Längsdynamik ausschließlich über das Fahrpedal. Das Bremspedal des Simulators wird in dieser Studie nicht benutzt.

### 6.3.2. Konfiguration Längsführung-FAS

Für die Modellierung des Fahrers wurde eine quadratische Gütefunktion der Form

$$J_F(\cdot) = \int_{t_0}^{t_0+T_P} (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t)) \mathbf{Q}_F (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t))^T + (u_F(t))^2 \mathbf{R}_{FF} + (\dot{u}_F(t))^2 \Delta \mathbf{R}_{FF} dt \quad (6.2)$$

gewählt<sup>35</sup>. Die Referenz der Motordrehzahl  $\bar{\omega}_F(t)$  ergibt sich aus der Referenz der Geschwindigkeit  $\bar{v}_F(t)$ . Diese setzt sich wie in Kapitel 5.1.2 beschrieben aus der Geschwindigkeitsbegrenzung und der Abstandsregelung für ein gegebenenfalls vorausfahrendes Fahrzeug zusammen. Die Mindestzeitabstände wurden für die Kollisionszeit  $\tau_{TC}^{\hat{}} = 1,5$  s und für die Zeitlücke  $\tau_{HW}^{\hat{}} = 1,5$  s gewählt. Die Referenz für die weiteren Zustandsgrößen in  $\bar{\mathbf{x}}_F(t)$  ist konstant Null. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{Q}_F$  und die beiden Skalare  $\mathbf{R}_{FF}$  und  $\Delta \mathbf{R}_{FF}$  werden individuell für jeden der Probanden mit dem in [Kur15] vorgestellten inversen Optimierungsalgorithmus auf Basis der Daten von Szenario A identifiziert.

Die Updaterate  $T_c$  der gleitenden Optimierung ist 50 ms und der Prädiktionshorizont ist  $T_p = 10$  s. Die Abtastzeiten der Zeitdiskretisierung des Algorithmus (vgl. Kapitel 4.3) sind in Tabelle B.3 dargestellt. Es wurde eine nicht äquidistante Einteilung gewählt, um einen guten Trade-off zwischen Auflösung im Kontrollintervall, Länge des Prädiktionshorizonts und Rechenzeit zu erreichen. Die globale Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  wurde mit

$$J_G(\cdot) = \int_0^T (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_G(t)) \mathbf{Q}_G (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_G(t))^T + (u_A(t))^2 \mathbf{R}_{GA} + (\dot{u}_A(t))^2 \Delta \mathbf{R}_{GA} dt \quad (6.3)$$

und den Parametern

$$\mathbf{Q}_G = \text{diag}([0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3,125 \ 0,55]) \quad \mathbf{R}_{GA} = 0,75 \quad \Delta \mathbf{R}_{GA} = 7,50 \quad (6.4)$$

vorgegeben. Die Bestimmung der *stark kooperativen Gütefunktion*  $\hat{J}_A(\cdot)$  erfolgt auf Basis der Methode aus Abschnitt 3.5.2. Die Struktur der FAS Gütefunktion ist analog zu (6.2) gewählt, der Index  $F$  ist dabei durch  $A$  zu ersetzen. Die Parameter der Gütefunktion ( $\mathbf{Q}_A$ ,  $\mathbf{R}_{AA}$ ,  $\Delta \mathbf{R}_{AA}$ ) wurden für jeden der Probanden auf Basis des vorgegebenen  $J_G(\cdot)$  und den identifizierten, individuellen  $J_F(\cdot)$  bestimmt. In Szenario B dient das haptische Längsführungs-FAS von Mulder et al. [MAvM11] als Vergleich.

### 6.3.3. Szenario A

Ziel des Szenarios ist die Gewöhnung der Probanden an den Simulator und die Aufzeichnung von Daten für die Identifizierung von  $J_F(\cdot)$ . Die 2100 m lange Strecke setzt sich aus mehreren Beschleunigungs- und Verzögerungsphasen sowie Abschnitten mit

<sup>35</sup>Die Ableitung von  $\dot{u}_F(t)$  wird nicht explizit berechnet, sondern durch (4.32d) angenähert.

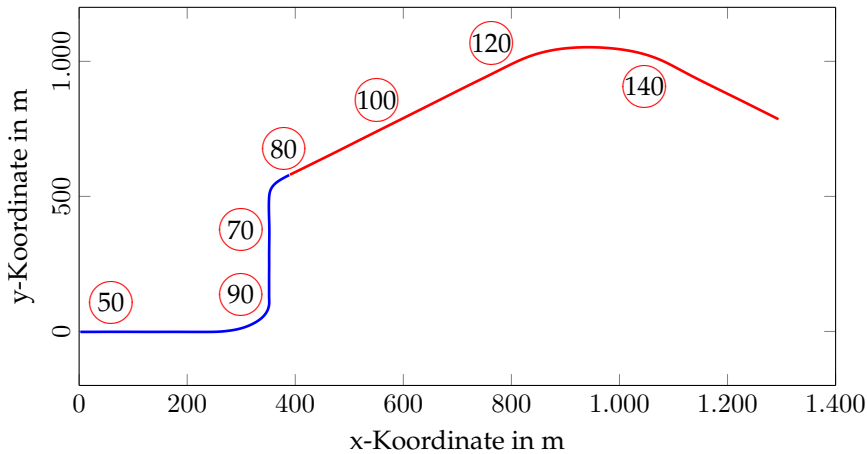


Abbildung 6.5.: Strecke von Szenario A (Identifikation) mit Geschwindigkeitsbeschränkungen in km/h. In Rot ist der für die Identifizierung verwendete Streckenabschnitt markiert.

konstanter Geschwindigkeit (80 km/h, 100 km/h und 120 km/h) zusammen (siehe Abbildung 6.5). Die Bestimmung der Gütefunktionen erfolgte in dem markierten Bereich nach einer Trainingsphase. Ergebnisse von [MLR<sup>+</sup>04] zeigen eine sehr schnelle Gewöhnung der Probanden an ein Fahrsimulatorsystem. Die 1000 m lange Trainingsphase ist daher ausreichend. Aufgabe der Probanden ist die Einhaltung der vorgegebenen Geschwindigkeit. Das Längsführungs-FAS ist in diesem Szenario nicht aktiv. Die Querführung des Fahrzeugs erfolgte manuell durch die Probanden.

## Ergebnisse

Die identifizierten Gütefunktionen der Probanden  $J_F(\cdot)$  sind in der Tabelle B.5 und die zugehörigen *stark kooperativen* Gütefunktionen des FAS  $\hat{J}_A(\cdot)$  sind in Tabelle B.6 im Anhang dargestellt. Die Berechnung der  $\hat{J}_A(\cdot)$  dauerte 2,7 bis 3,2 Stunden pro Fahrer<sup>36</sup>.

### 6.3.4. Szenario B

Dieses Szenario dient der Validierung des Einflusses des FAS auf das Abstandregelverhalten des Fahrers. Dem eigenen Fahrzeug fährt in diesem Szenario ein weiteres Fahrzeug voraus. Die Probanden übernahmen die Längsführung unter Berücksichtigung des vorausfahrenden Fahrzeugs. Die Geschwindigkeit des vorausfahrenden

<sup>36</sup>Es wurde ein virtualisiertes Rechnersystem mit statisch zugewiesenen Ressourcen verwendet (4 Gbit RAM und ein Kern des Intel Xeon E5-2630v2 Prozessors).



	kein FAS	FAS [MAvM11]	FAS nach 5.1
RMS von $\tau_{HW}(t)$ in s	0,49	0,61	0,69
RMS von $M_A(t)$ in Nm	-	4,57	18,33
RMS von $M_F(t)$ in Nm	11,44	15,30	20,2
Ist das FAS hilfreich? (Frage F11) 0 (Nein) bis 10 (Ja)	3,1	5,2	6,3
Bewertung des FAS (Frage F12) 1 (sehr gut) bis 6 (ungenügend)	4	3,8	2,9

Tabelle 6.4.: Mittelwerte über die Ergebnisse aller Probanden einer Fahrt bei der Abstandshaltung zu einem vorausfahrenden Fahrzeug. Es sind alle drei Fahrten dargestellt.

Fahrzeugs ist über die Strecke vorgegeben. Durch entsprechende Manöver dieses Fahrzeuges wird der Fahrer bei der Abstandregelaufgabe herausgefordert. Für die Berechnung der Geschwindigkeitsreferenz werden die gleichen Zeitlücken wie beim Fahrermodell verwendet (1,5 s). Die Querführung des Fahrzeuges erfolgt in diesem Szenario durch einen autonomen Regler. Das Lenkrad hat keine Funktion. Die Strecke wird von jedem Probanden dreimal absolviert. Dabei erfolgt bei einer Fahrt keine Unterstützung des Fahrers durch ein FAS, eine Fahrt erfolgt mit dem FAS nach [MAvM11] und eine Fahrt mit dem kooperativen FAS. Die Abfolge dieser Konfigurationen wurde dabei zwischen den Probanden variiert.

## Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Für den Zeitabstand und die Momente sind dabei die Mittelwerte über die Effektivwerte aller zehn Probanden dargestellt, für die subjektiven Bewertungen jeweils die Mittelwerte über alle Antworten. Bei der Fahrt mit dem FAS nach [MAvM11] vergrößert sich der Zeitabstand im Mittel um 24 % im Vergleich zu der Fahrt ohne FAS Unterstützung ( $p = 0,025$ )<sup>37</sup>. Bei der Fahrt mit dem kooperativen FAS beträgt die Vergrößerung 39 % ( $p = 0,006$ ). Das Pedalmoment  $M_A(t)$  des spieltheoretischen FAS ist um das Vierfache höher als beim Vergleichssystem von Mulder.

<sup>37</sup>Der p-Wert gibt die Wahrscheinlichkeit die gegebenen Ergebnisse zu erhalten unter der Annahme, dass die Nullhypothese korrekt ist, an (Fehler 1. Art). Hier entspricht die Nullhypothese der Aussage „Der Zeitabstand ist bei der Fahrt mit dem FAS nicht größer im Vergleich zur Referenzfahrt“. Ein niedriger p-Wert ist ein Indiz, dass die Nullhypothese unwahrscheinlich ist. In der vorliegenden Arbeit wird der p-Wert mittels des einseitigen t-Tests berechnet [BD09]. Der Berechnung des p-Wertes liegt die Annahme zugrunde, dass die beiden zu betrachtenden Verteilungen normalverteilt sind oder sich die Verteilungen durch einen ausreichend großen Stichprobenumfang einer Normalverteilung annähert (Zentraler Grenzwertsatz). Durch die relativ kleine Probandenzahl ist diese Annahme hier allerdings formal nicht gesichert. Per Definition wird bei einem p-Wert von kleiner als 0,05 eine Hypothese als signifikant, ab einem p-Wert von 0,01 als stark signifikant bezeichnet [BD09, Seite 740].

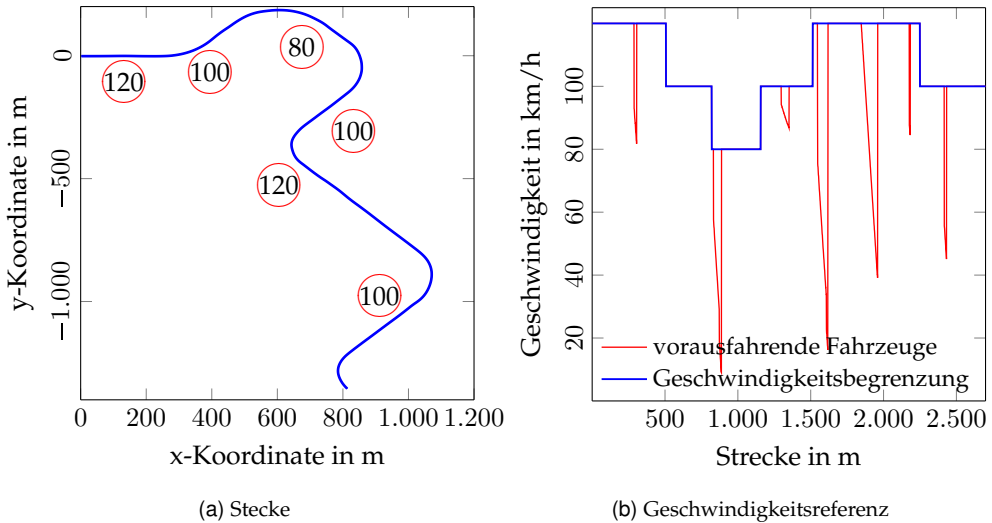


Abbildung 6.6.: Stecke und Geschwindigkeitsbegrenzung von Szenario C

### 6.3.5. Szenario C

Ziel von Szenario C ist sowohl die Untersuchung des Abstand- wie auch des Geschwindigkeitsregelverhaltens auf einer realitätsnahen Strecke. Die 2700 m lange Fahrstrecke und die, über Verkehrszeichen vorgegebene, Geschwindigkeitsbegrenzung sind in Abbildung 6.6a dargestellt. Abschnittsweise wird die mögliche Geschwindigkeit durch ein vorausfahrendes Fahrzeug begrenzt, dessen Manöver von der Position des eigenen Fahrzeugs getriggert werden. Anders als bei Szenario B können diese Fahrzeuge an einigen Stellen überholt werden oder biegen von der Fahrspur ab. Die Referenzgeschwindigkeit aus der Geschwindigkeitsbegrenzung (Beschilderung) und aus der Abstandsregelung nach Abschnitt 5.1.2 ist in Abbildung 6.6b dargestellt. Die gewünschten Zeitabstände sind wieder 1, 5 s. Die Probanden absolvierten das Szenario mit dem kooperativen Längsführungs-FAS sowie ohne FAS Unterstützung. Die Querführung des Fahrzeugs erfolgte manuell durch die Probanden über das haptische Lenkrad. Eine Unterstützung der Probanden bei der Querführung erfolgte nicht.

### Objektive Ergebnisse

Tabelle 6.5 fasst die objektiven Ergebnisse des Szenarios zusammen. Dabei beschreibt  $v_{\Delta B}(t)$  die Überschreitung der durch die Beschilderung vorgegebenen Höchstgeschwindigkeit  $\bar{v}_B(t)$ :

$$v_{\Delta B}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } v(t) \leq \bar{v}_B(t) \\ v(t) - \bar{v}_B(t) & \text{für } v(t) > \bar{v}_B(t) \end{cases} \quad (6.5)$$

RMS von Einheit	Referenz			FAS			
	$v_{\Delta B}(t)$ km/h	$\tau_{HW}(t)$ s	$M_F(t)$ Nm	$v_{\Delta B}(t)$ km/h	$\tau_{HW}(t)$ s	$M_F(t)$ Nm	$M_A(t)$ Nm
<b>P1</b>	14,04	1,10	12,42	7,39	0,93	13,70	2,13
<b>P2</b>	3,84	1,14	12,83	3,53	1,58	15,39	3,64
<b>P3</b>	6,50	0,92	12,27	7,53	1,05	13,44	0,81
<b>P4</b>	3,23	1,13	12,43	3,81	1,00	20,31	18,22
<b>P5</b>	5,33	0,97	12,02	3,54	1,04	26,00	19,38
<b>P6</b>	4,45	1,09	12,00	1,24	1,03	19,67	12,92
<b>P7</b>	9,17	0,83	12,60	6,13	1,30	16,17	5,35
<b>P8</b>	9,94	1,22	12,90	15,24	1,11	15,92	4,27
<b>P9</b>	22,15	1,07	13,30	8,10	1,24	10,67	6,07
<b>P10</b>	8,40	1,05	12,01	6,45	1,02	13,57	1,88
<b><math>\sigma</math></b>	8,71	1,05	12,48	6,30	1,13	16,48	7,47

Tabelle 6.5.: Objektive Ergebnisse von Szenario C (Realfahrt) für alle 10 Probanden

Der Zeitabstand  $\tau_{HW}(t)$  wurde nur für Bereiche des Szenarios mit vorgelagertem Verkehr berechnet. Der Zeitabstand  $\tau_{HW}(t)$  bei der Fahrt mit Assistenzsystem ist im Mittel um 80 ms bzw. 8% größer verglichen mit der Fahrt ohne FAS ( $p = 0,156$ ). Im Mittel ist die Geschwindigkeitsüberschreitung bei der Fahrt mit dem FAS 28 % geringer als bei der Referenzfahrt ( $p = 0,087$ ). Der absolute Unterschied beträgt 2,41 km/h. Der Effektivwert des Fahrermoments  $M_F(t)$  ist bei der Fahrt mit dem FAS um 4 Nm bzw. 32 % größer. In Abbildung 6.7 sind die resultierenden Geschwindigkeitstrajektorien des Fahrzeugs für den Durchlauf mit und ohne FAS für je zwei der Probanden dargestellt. Die zugehörigen Trajektorien der Pedalmomente der Fahrer und des FAS sind ebenfalls abgebildet.

### Subjektive Ergebnisse

Die Ergebnisse der subjektiven Bewertung sind im Anhang in der Tabelle B.7 dargestellt. Im Mittel wird bei Frage F12 die Fahrt mit FAS um eine Schulnote besser bewertet als die Fahrt ohne FAS ( $p = 0,064$ ). Acht der zehn Probanden bewerteten die Fahrt mit FAS-Unterstützung besser als die Referenzfahrt. Der Boxplot für Frage F12 ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

### 6.3.6. Diskussion der Ergebnisse

Bei der Betrachtung der identifizierten Fahrergütefunktionen (Tabelle B.5) zeigt sich, dass die Systemzustände  $M_F$ ,  $\alpha$  und  $\dot{\alpha}$  kaum in den Regelzielen berücksichtigt werden. Das wesentliche Regelziel ist, wie aus regelungstechnischer Sicht zu erwarten,

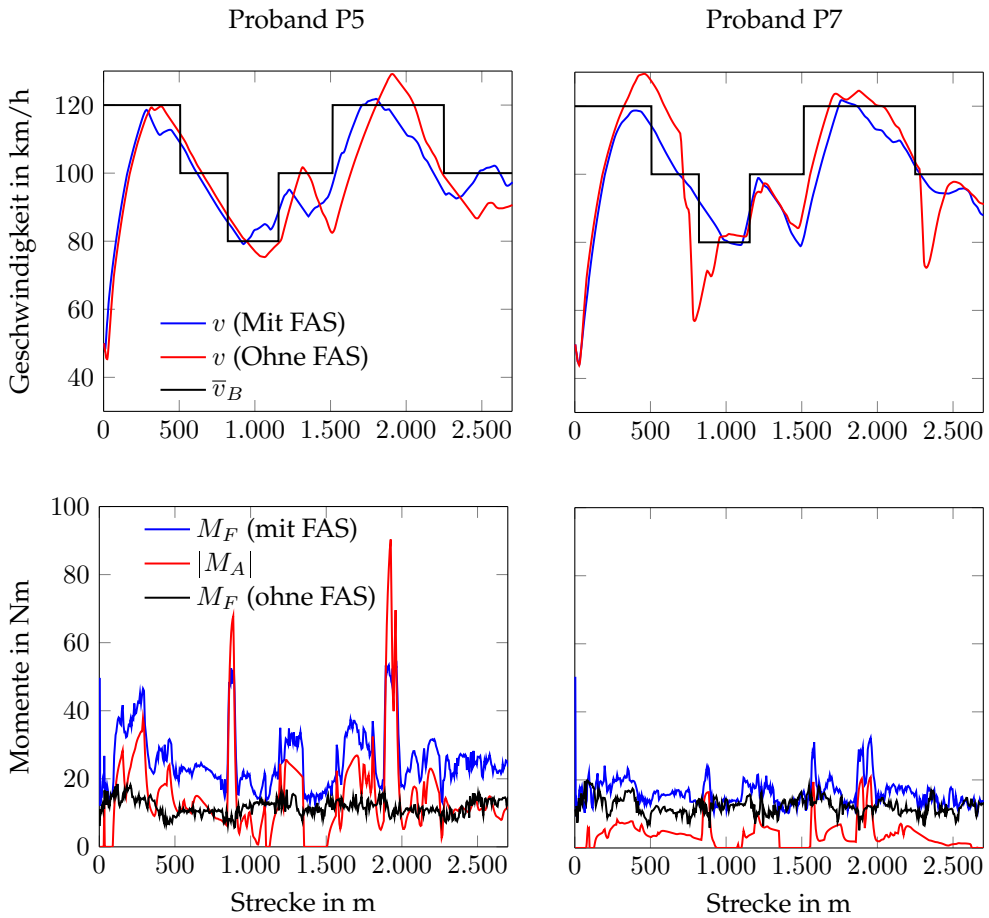


Abbildung 6.7.: Geschwindigkeitsverlauf (oben) und Pedalmomente (unten) von Proband P5 (links) und Proband P7 (rechts) für Szenario C (Realfahrt)

Bewertung des FAS durch die Probanden

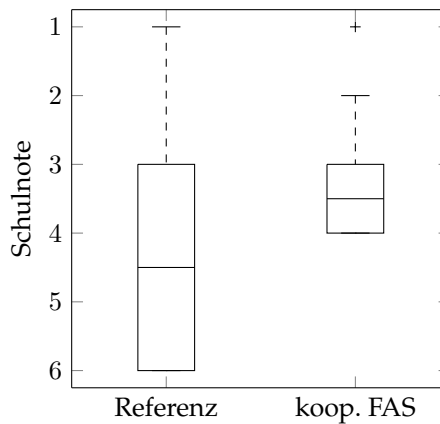


Abbildung 6.8.: Boxplot der subjektiven Beurteilung des Längsführungs-FAS (Die Box zeigt das 25 und 75 % Perzentil und den Median, die Whisker die Extrema, Kreuze Ausreißer). Die Detailergebnisse sind in Tabelle B.7 dargestellt.

die Einhaltung der Geschwindigkeit bei gleichzeitiger Minimierung des Aufwands ( $\mathbf{R}$  und  $\Delta\mathbf{R}$ ). Ein Nebenziel des Fahrers ist die Minimierung des Motormomentes. Die einzelnen Probanden unterscheiden sich in ihrer Gewichtung der jeweiligen Teilziele.

Um die Fahrergütemaße  $J_F(\cdot)$  mit den FAS-Gütefunktionen  $\tilde{J}_A(\cdot)$  (Tabelle B.6) in Relation setzen zu können, bietet sich der Quotient  $q_\omega/\mathbf{R}$  an. Dieser beschreibt (stark vereinfacht) das Verhältnis von Geschwindigkeitsregelung zu Regelaufwand. Je größer  $q_\omega/\mathbf{R}$ , desto geringer die Regelabweichung im Bezug zur Fahrzeuggeschwindigkeit. Vergleicht man die Gütemaße  $J_F(\cdot)$  und  $\tilde{J}_A(\cdot)$  zeigt sich, dass das Verhältnis der Quotienten  $q_\omega/\mathbf{R}$  in  $J_F(\cdot)$  und  $\tilde{J}_A(\cdot)$  für einen Fahrer umgekehrt proportional ist. D.h. kleinere  $q_\omega/\mathbf{R}$  in  $J_F(\cdot)$  führen in der Tendenz zu größeren  $q_\omega/\mathbf{R}$  bei  $\tilde{J}_A(\cdot)$  und vice versa. Das FAS ergänzt damit den Fahrer im Bezug zu  $J_G(\cdot)$ . Insgesamt zeigt sich in den Gütemaßen eine verhältnismäßig starke Gewichtung des Motormomentes  $M_M$ , wie sie auch im globalen Gütemaß 6.4 vorgegeben ist.

Bei der Abstandshaltung (Tabelle 6.4) wird, trotz des objektiv deutlich höheren FAS-Moments, das kooperative FAS von den Probanden subjektiv deutlich besser bewertet als das FAS von Mulder (Frage F11 und F12 in Tabelle 6.4). Im Weiteren ist die Verbesserung des Zeitabstandes durch das kooperative FAS deutlich größer als beim Vergleichssystem [MAvM11] (39 % gegenüber 24 %). Die Verbesserung durch das FAS von Mulder ist signifikant, die durch das kooperative FAS stark signifikant. Der Zeitabstand in Szenario B ist vergleichsweise gering (0,49 s bis 0,69 s). Zum Vergleich: Der gesetzlich gewünschte Zeitabstand liegt bei  $\tau_{HW} = 1,8$  s und eine rechtliche

Maßregelung erfolgt bei einer Unterschreitung eines Zeitabstandes von  $\tau_{HW} = 0,9$  s<sup>38</sup>. Das Szenario entspricht keiner typischen Verkehrssituation, da bewusst durch entsprechende Manöver des vorausfahrenden Fahrzeugs, das Abstandregelverhalten des Fahrers herausgefordert wurde. In Sachen Verkehrssicherheit ist die Vergrößerung des Zeitabstands um 200 ms durch das kooperative FAS eine klare Verbesserung.

Im Szenario C, welches eine realistischere Verkehrssituation als Szenario B beschreibt, sind die Zeitabstände größer (Tabelle 6.5). Die Verbesserung durch das FAS ist dort jedoch geringer (im Durchschnitt 8 %). Dabei ist zu berücksichtigen, dass ein Eingriff des FAS erst ab einem Zeitabstand von  $\tau_{HW} = 1,5$  s erfolgt. Die Unterstützung durch das FAS in Szenario C führt zu einer Verringerung der Überschreitung der Geschwindigkeitsbegrenzung (im Durchschnitt um 28 %). Deutlich interessanter und aufschlussreicher als die Betrachtung der Mittelwert ist die individuelle Betrachtung der Probanden. Der Effekt des FAS ist bei den meisten Probanden, deren Fahrverhalten man in der Vergleichsfahrt ohne FAS als angemessen bezeichnen kann, gering. Betrachtet man aber die Probanden P1 und P9, welche zu einer ausgeprägten Überschreitung der Geschwindigkeitsbegrenzung neigen (Tabelle 6.5), zeigt sich eine deutliche Verbesserung durch das FAS. Das gleiche Bild ergibt sich, wenn man die individuellen Verbesserungen der Zeitabstände betrachtet.

Allgemein zeigt die Fahrt mit dem FAS deutlich weniger starke Beschleunigungs- und Verzögerungsphasen. Dieser Effekt des FAS konnte bei den meisten Probanden beobachtet werden. Ein exemplarisches Beispiel dazu ist der Proband P7 in Szenario C (Abbildung 6.7). Dieser musste bei 600 m und 2200 m sein Fahrzeug stark abbremsen, um nicht mit einem vorausfahrenden Fahrzeug (vgl. Abbildung 6.6b) zu kollidieren. Durch die angepasste Geschwindigkeit mit dem FAS konnten diese deutlichen Verzögerungsphasen vermieden werden.

Grundsätzlich ist zu erkennen, dass alle Probanden mit einer Erhöhung des Pedalmoments  $M_F$  auf ein FAS-Moment  $M_A$  reagieren. Dies ist besonders ersichtlich in den durch die Abstandsregelung induzierten Momentenspitzen (Abbildung 6.7 bei 800 m und 1900 m). Abhängig von diesem Gegenmoment erhöht wiederum das FAS sein Moment. Es stellt sich ein Nash-Gleichgewicht zwischen Fahrer- und FAS-Moment ein. Die Stärke der resultierenden Momente variiert stark zwischen den Probanden (vgl. Proband P5 und P7 in Abbildung 6.7). Das Level der Nash-Momente hängt von der Gewichtung der Stellgröße der Gütemaße der Partner ab. Die Abhängigkeit vom FAS-Gütemaß konnte in [Mos15] durch die explizite Vorgabe verschiedener  $J_A(\cdot)$  gezeigt werden.

Die Bewertung, ob die FAS Eingriffe als störend empfunden werden (Frage F5), deckt sich mit den RMS Werten des FAS-Moments (Tabelle 6.5). Je größer  $M_A$ , desto mehr fühlten sich die Probanden gestört und desto mehr fühlten sie sich vom FAS bevormundet (Frage F6). Die Antworten der Fragebögen (insbesondere Frage F6) lassen erkennen, dass nach Meinung der Probanden mit der gegebenen Konfiguration des kooperativen FAS eine ausgeglichene Autoritätsverteilung zwischen der Automation und dem Fahrer erreicht wurde.

<sup>38</sup>BKatV (Bußgeldkatalog-Verordnung) Version April 2015

## 6.4. Fahrstudie Energieverbrauch

In diesem Abschnitt wird die zweite Fahrstudie zum Längsführungs-FAS vorgestellt. Intention der Konfiguration des FAS in diesem Abschnitt ist es, den Fahrer zu einer energieoptimalen Fahrweise anzuleiten. Es nahmen zehn Probanden an der Studie teil. Detaillierte Informationen zu den Probanden sind in Tabelle B.8 zusammengefasst. Die Struktur des Abschnittes orientiert sich an der Struktur des vorausgehenden Abschnittes 6.3. Zuerst wird in 6.4.1 eine Übersicht der Studie gegeben und anschließend die Parametrisierung des FAS vorgestellt (6.4.2). Im Weiteren werden die Szenarien und Ergebnisse erläutert (6.4.3 und 6.4.4). Abschließend erfolgt die Diskussion (6.4.5).

### 6.4.1. Ablauf der Studie

Die Studie setzt sich aus zwei Szenarien zusammen, welche von den Probanden an zwei aufeinander folgenden Tagen absolviert wurden.

- (A) **Identifikation:** Aufzeichnen von Daten für die Identifizierung von  $J_F(\cdot)$ .
- (B) **Energieverbrauch bei Überlandfahrt:** In diesem Szenario wird der Einfluss des FAS auf den Energieverbrauch bei einer Überlandfahrt untersucht.

Szenario A wurde am ersten Tag, Szenario B am zweiten Tag absolviert. Die Abfolge der zu untersuchenden FAS Einstellungen wurde in Szenario B variiert um einen möglichen Trainingseffekt auszugleichen. Die Probanden wurden nicht über Funktionsweise und jeweilige Parametrierung des FAS informiert. Nach jeder Fahrt wurden die Probanden gebeten einen Fragebogen zu beantworten. Damit sollte die subjektive Bewertung des FAS ermittelt werden. Der Fragebogen ist im Anhang B.5 gegeben.

### 6.4.2. Konfiguration des FAS

Die Modellierung des Fahrers erfolgt auf Basis des quadratischen Gütemaßes (6.2). Die Parameter der Fahrergütemaße werden individuell für jeden Fahrer auf Basis der Daten der Identifikationsfahrt (Szenario A) identifiziert. Die Zeitkonstanten des Algorithmus entsprechen denen der vorhergehenden Studie<sup>39</sup>. Die Struktur des globalen Gütemaßes wurde als

$$J_G(\cdot) = \int_0^T (\omega(t) - \bar{\omega}_G(t))^2 q_{\omega,G}(\ddot{u}(t)) + (u_A(t))^2 \mathbf{R}_{GA} dt \quad (6.6)$$

gewählt. Die Referenzdrehzahl  $\bar{\omega}_G(t)$  berechnet sich dabei nach (5.10) aus der energieoptimalen Fahrzeuggeschwindigkeit  $\bar{v}_\xi(t)$ . Das Ziel des Gütemaßes ist die Bestrafung

<sup>39</sup> $T_c = 50$  ms,  $T_p = 10$  s und Abtastzeiten nach Tabelle B.3

einer Abweichung von der energieoptimalen Geschwindigkeit  $\bar{v}_\xi(t)$ . Für die Berechnung wird dies indirekt über die Motordrehzahl  $\omega(t)$  implementiert. Die Gewichtung der Drehzahlabweichung  $q_{\omega,G}(\ddot{u}(t))$  ist vom entsprechenden Gang abhängig (vgl. Abschnitt 6.1.1). In diesem Abschnitt wird die Gewichtung immer in Bezug zum dritten Gang angegeben und als  $q_{\omega(3)}$  bezeichnet. Für die anderen Gänge ergeben sich die jeweiligen Gewichtungen aus (6.1). Die gangabhängige Gewichtung der Motordrehzahl im Gütemaß wurde auch bei der Modellierung des Fahrers berücksichtigt<sup>40</sup>.

Auf Basis der Struktur (6.6) und  $\bar{v}_\xi(t)$  wurden zwei globale Gütemaße aufgestellt. Das erste  $J_G(\cdot)$  beschreibt das Ziel, den Fahrer durch vergleichsweise geringe FAS-Momente zu einer energieoptimalen Fahrweise anzuleiten. Die Bestrafung der FAS-Momente ist beim zweiten  $J_G(\cdot)$  geringer wodurch sich entsprechend größere FAS-Momente einstellen werden. Die beiden Zielstellungen, bzw. die daraus resultierenden FAS, werden im Folgenden als *anleitend* bzw. *unterstützend* bezeichnet. Die Parameter der beiden  $J_G(\cdot)$  sind:

- Anleitende Zielstellung

$$q_{\omega(3),G} = 1, \mathbf{R}_{GA} = 2$$

- Unterstützende Zielstellung

$$q_{\omega(3),G} = 1, \mathbf{R}_{GA} = 0,5$$

Auf Basis der beiden globalen Zielstellungen und der identifizierten  $J_F(\cdot)$  werden für jeden der Probanden die Parameter der beiden *stark kooperativen* Gütefunktionen  $\hat{J}_A(\cdot)$  bestimmt. Die Struktur ist analog zum globalen Gütemaß (6.6) gewählt. Die Referenz wird für die beiden FAS aus der verbrauchsoptimalen Geschwindigkeitstrajektorie  $\bar{v}_\xi(t)$  berechnet.

### 6.4.3. Szenario A

Ziel des Szenarios ist neben der Gewöhnung der Probanden an den Fahr Simulator die Aufzeichnung von Daten für die Identifizierung von  $J_F(\cdot)$ . Die Strecke mit der Gesamtlänge von 8000 m und die geltenden Geschwindigkeitsbeschränkungen sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Aufgabe der Probanden ist die Einhaltung der vorgegebenen Geschwindigkeit. Im schwarz markierten Bereich führten die Probanden einige Bremsstests durch, wie z.B. Abbremsen an einem Stoppschild oder ein Notbremsmanöver bei einem plötzlich auftauchenden Hindernis. Diese wurden durchgeführt, um die Probanden an das Bremsverhalten des Fahrzeugs zu gewöhnen, da das Fahrzeugmodell über kein Antiblockiersystem verfügt. Das Längsführungs-FAS ist in diesem Szenario nicht aktiv. Die Querführung des Fahrzeugs erfolgte manuell durch die Probanden. Anschließend wurden die Parameter der Gütefunktionen  $J_A(\cdot)$  des Fahrers und darauf aufbauend die Parameter der beiden *stark kooperativen* Gütefunktionen  $\hat{J}_A(\cdot)$  der Assistenzsysteme bestimmt.

<sup>40</sup>Die Berechnung der energieoptimalen Geschwindigkeit  $\bar{v}_\xi(t)$  ist im Anhang B.5.1 dargestellt. Die Geschwindigkeit  $\bar{v}_\xi(t)$  ist ebenfalls ein elementarer Bestandteil des FAS das auf der unbewussten Kooperationsform aufbaut und im Abschnitt 1.6.2 vorgestellt bzw. in [SFH14] veröffentlicht wurde.



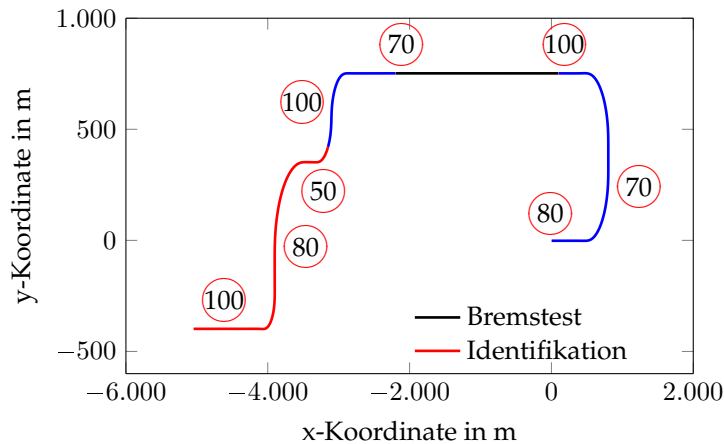


Abbildung 6.9.: Stecke von Szenario A (Training und Identifikation) mit Geschwindigkeitsbeschränkungen in  $\text{km/h}$ . In Rot ist der für die Identifizierung verwendete Streckenabschnitt markiert. In Schwarz ist der Abschnitt markiert in dem die Bremstests durchgeführt werden.

## Ergebnisse

Die identifizierten Parameter der Gütefunktionen der Probanden  $J_F(\cdot)$  sind in Tabelle B.9 dargestellt. Die *stark kooperativen Gütefunktionen*  $\hat{J}_A(\cdot)$  des anleitenden FAS und des unterstützenden FAS sind in Tabelle B.10 im Anhang dargestellt. Die vollständige Berechnung dauerte drei bis vier Stunden pro Fahrer.

### 6.4.4. Szenario B

In diesem Szenario wird untersucht, ob durch die Unterstützung des FAS eine Reduktion des Treibstoffverbrauchs möglich ist. Die Strecke entspricht einer realen knapp 25 km langen Landstraße südlich von Karlsruhe, die in Abbildung 6.10 dargestellt ist<sup>41</sup>. Die Strecke wurde für den statischen Fahr Simulator als eben modelliert. Es wurde Gegenverkehr auf der Gegenfahrspur simuliert. Die auf dieser Strecke zulässige Höchstgeschwindigkeit ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Um die Streckengeometrie (Kurven) auch in dieser Darstellung zu veranschaulichen, wird die Geschwindigkeit dargestellt, die bei einer maximalen Querbesehleunigung von  $5 \text{ m/s}^2$  gefahren werden kann, sofern diese kleiner als die zulässige Höchstgeschwindigkeit ist. Für die Strecke wurde die energieoptimale Geschwindigkeit  $\bar{v}_\xi(t)$  berechnet (siehe Abbildung 6.11). Die Fahrtzeit bei  $\bar{v}_\xi(t)$  beträgt 30,25 Minuten, der Kraftstoffverbrauch für eine energieoptimale Fahrweise mit dem VW ist 2,325 l (9,3 l/100 km). Die Strecke wurde von den

<sup>41</sup>Von Waldbronn nach Bad Herrenalb über Schöllbronn, Marxzell und Schielberg.

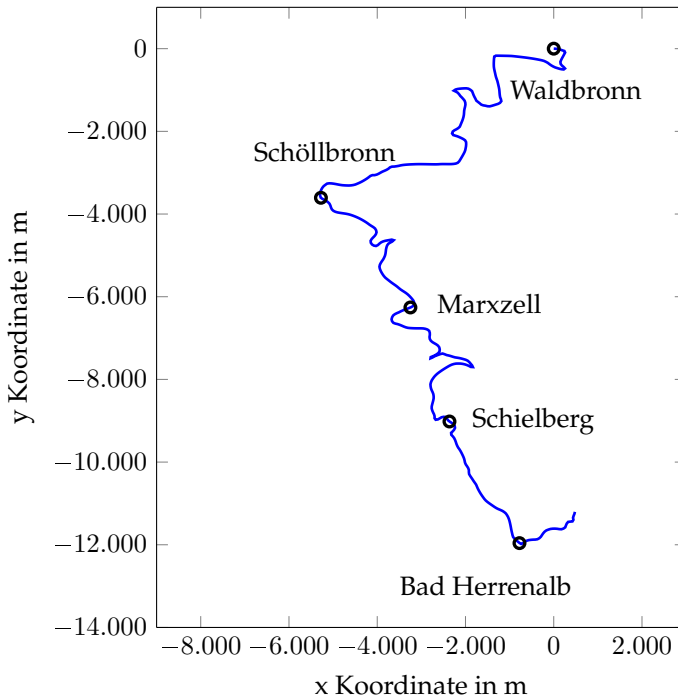


Abbildung 6.10.: Strecke von Szenario B (Überlandfahrt)

Probanden insgesamt drei Mal gefahren; einmal zur Referenz ohne Unterstützung durch das FAS, einmal mit dem anleitenden FAS und einmal mit dem unterstützenden FAS. Die Abfolge wurde zwischen den Probanden variiert. Die Querführung des Fahrzeugs erfolgte manuell durch die Probanden. Die Probanden erhielten die Anweisung gemäß der StVO zu fahren.

### Objektive Ergebnisse

In Tabelle 6.6 ist der kumulierte Kraftstoffverbrauch für die gesamte Strecke, die Fahrtzeit  $T_s$  und die Effektivwerte des Fahrer- und FAS-Pedalmoments für alle Fahrten dargestellt. Der Kraftstoffverbrauch ist bei den Fahrten mit FAS im Mittel um 10,3 bzw. 6,6 % geringer. Am geringsten ist er bei der Fahrt mit dem unterstützenden FAS (-0,3 l bzw. -10,3 %). Der p-Wert für die Aussage einer Reduktion des Kraftstoffverbrauchs durch das FAS ist 0,007 für das anleitende FAS und 0,004 für das unterstützende FAS. In Abbildung 6.12 sind die resultierenden Fahrzeuggeschwindigkeits-, Fahrer-Pedalmoment- und FAS-Pedalmomenttrajektorien sowie die Verbrauchstrajektorien für die drei Fahrten exemplarisch für Proband P7 und P9 und den Streckenabschnitt zwischen 2500 und 5000 m dargestellt. Eine Darstellung der gesamten Fahrt ist in Abbildung B.3 zu sehen.

	kein FAS			anleitendes FAS			unterstützendes FAS			
	$\xi$ I	$T_s$ min	$M_F$ Nm	$\xi$ I	$T_s$ min	$M_F$ Nm	$\xi$ I	$T_s$ min	$M_F$ Nm	$M_A$ Nm
<b>P1</b>	2,90	23,95	4,39	2,69	25,88	5,02	2,82	25,25	9,82	7,75
<b>P2</b>	3,27	25,42	4,76	3,07	27,63	5,93	2,39	25,76	10,96	10,67
<b>P3</b>	2,62	26,94	3,70	2,64	27,78	6,25	2,41	29,35	6,17	4,79
<b>P4</b>	2,88	28,12	5,67	2,35	30,03	6,12	2,01	29,65	8,95	7,55
<b>P5</b>	2,48	27,59	5,73	2,38	26,26	6,35	3,55	27,46	9,15	10,48
<b>P6</b>	3,00	24,02	3,25	2,57	26,24	5,26	2,59	27,62	6,35	4,95
<b>P7</b>	2,92	27,07	4,66	2,65	27,04	6,28	2,78	27,30	8,22	5,97
<b>P8</b>	2,48	25,67	3,63	2,51	26,50	4,97	2,69	26,91	10,88	10,59
<b>P9</b>	2,59	29,34	4,99	2,36	29,63	7,11	1,07	30,91	5,29	1,61
<b>P10</b>	2,88	27,41	6,78	2,94	28,93	7,65	2,19	29,81	7,53	3,39
<b><math>\sigma</math></b>	2,80	26,55	4,76	2,62	27,59	6,09	2,45	28,00	8,33	6,78

Tabelle 6.6.: Objektive Ergebnisse aller Probanden. Zum Vergleich: der Kraftstoffverbrauch  $\xi$  bei der energieoptimalen Fahrweise beträgt 2,33 l.

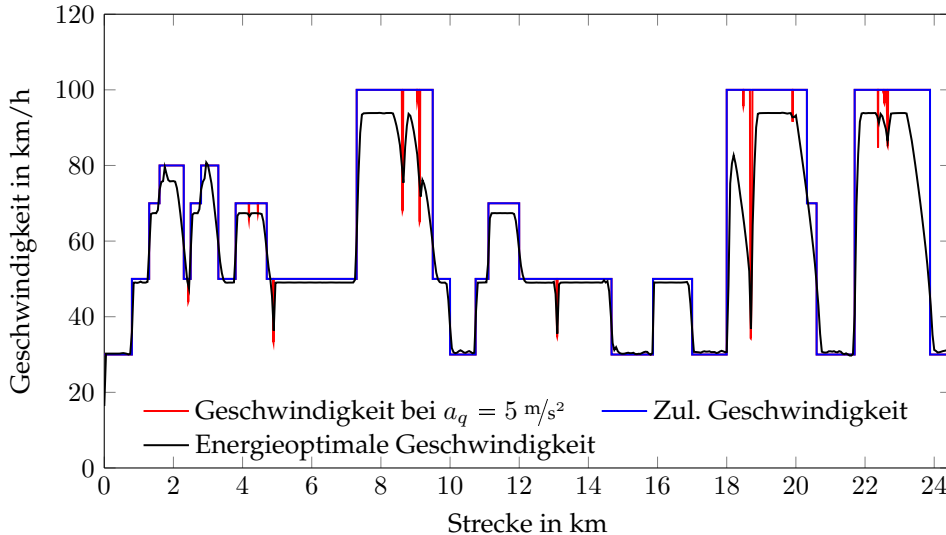


Abbildung 6.11.: Zulässige Höchstgeschwindigkeit, mögliche Geschwindigkeit bei einer Querbeschleunigung von maximal  $5 \text{ m/s}^2$  (zur Veranschaulichung der Streckenführung) und energieoptimales Geschwindigkeitsprofil für Szenarios B (Überlandfahrt)

### Subjektive Ergebnisse

Die Antworten der Probanden auf den Fragenkatalog sind in Tabelle B.11 im Anhang dargestellt. Das anleitende FAS wurde von den Probanden insgesamt 0,6 Notenstufen besser als die Referenzfahrt ohne FAS-Unterstützung bewertet (Frage F11: Bewerten Sie das FAS in Schulnoten,  $p = 0,172$ ). Das unterstützende FAS wurde von den Probanden 0,6 Notenstufen schlechter als die Referenz bewertet ( $p = 0,155$ ).

### 6.4.5. Diskussion der Ergebnisse

Im Gegensatz zur Studie aus Abschnitt 6.3 wurden hier die optimalen FAS-Gütemaße  $\hat{J}_A(\cdot)$  für zwei globale Gütemaße  $J_G(\cdot)$  bestimmt. Das Verhältnis zwischen der Gewichtung der Motordrehzahl bzw. Geschwindigkeit  $q_{\omega(3)}$  der beiden FAS-Gütemaße  $J_A(\cdot)$  ist im Mittel näherungsweise vier. Dies entspricht dem Verhältnis zwischen den Gewichtungen der beiden vorgegebenen globalen Gütemaße  $J_G(\cdot)$ . Die beiden FAS-Gütemaße sind damit plausibel.

Es konnte in der Studie, trotz der kleinen Probandenzahl, eindeutig nachgewiesen werden, dass mit den beiden kooperativen FAS eine Reduktion des Kraftstoffverbrauchs erreicht werden kann. Für das anleitende FAS ergibt sich im Mittel eine Einsparung von 6,6 % und für das unterstützende FAS eine Einsparung von 10,3 %. Ver-

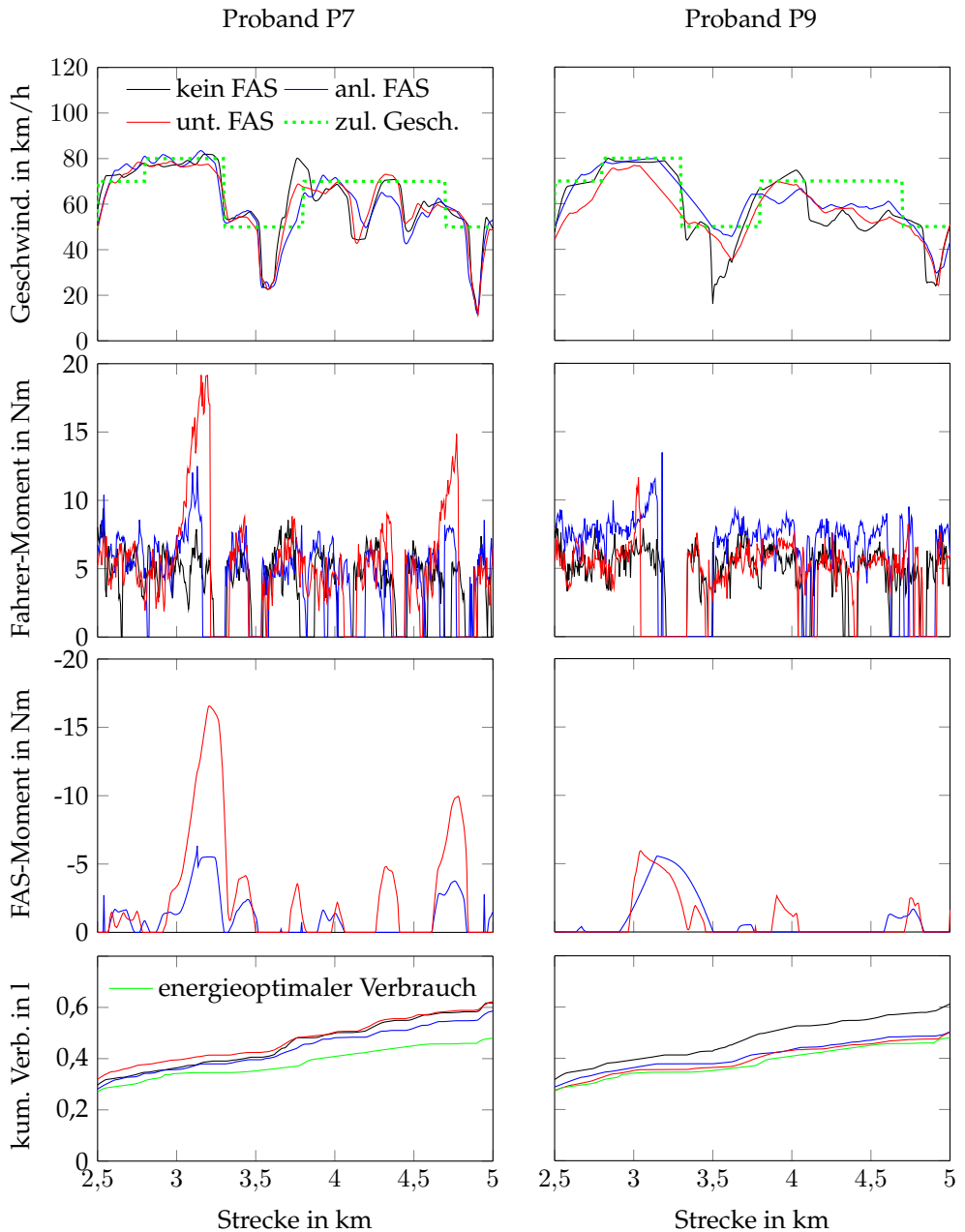


Abbildung 6.12.: Trajektorien zweier Probanden bei der Überlandfahrt für den Streckenabschnitt bei 2500 bis 5000 m. In Schwarz ist die Fahrt ohne FAS, in Blau die Fahrt mit anleitendem FAS und in Rot die Fahrt mit unterstützendem FAS dargestellt.

gleichet man die erzielten Einsparungen mit der theoretisch erreichbaren, also dem Verbrauch bei  $\bar{v}_\xi$ , entspricht die Reduktion 39 % bzw. 60 % des maximal erreichbaren Potentials. Die Einsparungen durch die kooperativen FAS sind dabei umso größer, je weniger energieoptimal die Probanden ohne FAS-Unterstützung fahren. So konnte mit den beiden FAS eine überproportionale Verbesserung bei den Probanden P2, P6 und P7 erreicht werden, jedoch nur eine unterproportionale bei den Probanden P5 und P9. Die Tendenz, dass weniger vorbildliche Fahrer mehr von der FAS-Unterstützung profitieren, zeigte sich auch in der Studie im Abschnitt 6.3. Zur besseren Einordnung der Einsparung sei das ebenfalls im Zuge dieser Arbeit entwickelte Assistenzsystem, welches auf einer unbewussten Kooperationsform aufbaut, erwähnt. Dieses konnte eine Reduktion des Verbrauchs von ca. 2,5 % erreichen [SFH14]. Die Einsparung durch das hier vorgestellte und auf aktionsbasierter Kooperation aufbauende System ist damit vier Mal so groß. Ein Nachteil des anleitenden und des unterstützenden FAS ist, dass sich bei Fahrten mit diesen die Fahrzeit erhöht. Die Erhöhung der Fahrzeit ist, prozentual betrachtet, allerdings nur halb so groß wie die erreichte Kraftstoffersparnis.

Bei der Betrachtung der Trajektorien von Proband P7 (siehe Abbildung B.3 links) zeigt sich, dass es in Bereichen, in denen der Fahrer nicht energieoptimal fährt, zu einer Überhöhung der Pedalmomente von Fahrer und FAS kommt. Dies zeigt sich vor allem in den Abschnitten mit Kurven oder bei einer Änderung der zulässigen Geschwindigkeit. Gut zu erkennen ist dieser Effekt bei 3,25 km in Abbildung 6.12. Derselbe Effekt ist auch bei der im vorhergehenden Kapitel vorgestellten Studie zu beobachten (vgl. Abbildung 6.7) und zeigt sich ebenso in der Simulation (vgl. Abschnitt 6.1.1). Proband P9 (siehe Abbildung B.3 rechts) lässt sich von beiden FAS Konfigurationen zu einer energieoptimalen Fahrweise anleiten. Die resultierende Fahrweise ist annähernd verbrauchsoptimal, die FAS-Momente gering.

Bei der subjektiven Bewertung der beiden FAS-Konfigurationen durch die Probanden wird das anleitende FAS gegenüber dem unterstützenden FAS bevorzugt (siehe Tabelle B.11 Frage F11: Bewerten Sie das FAS in Schulnoten). Die unterstützende FAS-Konfiguration wird in dieser verallgemeinerten Fragestellung durch die Probanden schlechter bewertet als die Referenzfahrt ohne FAS-Unterstützung (siehe ebenfalls Frage F11 in Tabelle B.11). Bei genauerer Betrachtung geht aus Frage F6 hervor, dass die Pedaleingriffe des unterstützenden FAS als störend wahrgenommen wurden. Das unterstützende FAS wird von den Probanden aber immer noch hilfreicher als die Referenz bewertet (Frage F10). In der Praxis muss in der Applikation eine zweckmäßige Abstimmung zwischen der objektiven Verbrauchsreduktion und der subjektiven Akzeptanz des FAS durch die Fahrer erreicht werden. Für diese Abstimmung existiert mit dem Skalar  $R_{GA}$  im Gütemaß  $J_G(\cdot)$  ein spezifischer Applikationsparameter.

Über die Ergebnisse der Studie hinausgehend, soll an dieser Stelle noch auf einen praktischen Aspekt eingegangen werden. Im Gegensatz zu den Konfigurationen der Systeme, die in den Abschnitten 6.3 und 6.5 gezeigt werden, wird für das verbrauchsoptimierende FAS nicht zwingend eine Umfeldsensorik benötigt. Für die notwendige Bestimmung der Position auf der aktuellen Route reicht die, in Zukunft ohnehin se-

rienmäßig vorhandene, Sensorik aus<sup>42</sup>. Mit einer Umfeldsensorik können zusätzlich auch Verkehrsobjekte berücksichtigt werden, wodurch sich weiteres Potential für die Verbrauchsoptimierung ergibt.

## 6.5. Fahrstudie Querführung

In diesem Abschnitt wird die Fahrstudie vorgestellt, in der das Querführungs-FAS untersucht wurde. Die Studie wurde im Zuge der Bachelorarbeit [EH15] durchgeführt. Es nahmen zwölf Probanden an der Studie teil. Detaillierte Informationen zu den Probanden sind in Tabelle B.12 zusammengefasst. Struktur und Vorgehen orientiert sich an den beiden bereits vorgestellten Studien. Zuerst wird in 6.5.1 eine Übersicht der Studie gegeben und anschließend die Parametrisierung des FAS vorgestellt (6.5.2). Im Weiteren werden die Szenarien und Ergebnisse vorgestellt (6.5.3 bis 6.5.5). Abschließend erfolgt die Diskussion (6.5.6).

### 6.5.1. Ablauf der Studie Querführung

Die Studie setzt sich aus drei Szenarien zusammen.

- (A) **Identifikation:** Ziel ist die Aufzeichnung von Daten für die Identifikation der Movemes und der Fahrer-Gütefunktion.
- (B) **Spurhaltung:** Überlandfahrt mit dem Ziel die Unterstützung des FAS bei der Spurhaltung zu untersuchen.
- (C) **Ausweichmanöver:** In diesem Szenario wird die FAS Unterstützung bei einem kritischen Fahrmanöver betrachtet.

Die Strecken der Szenarien B und C wurden jeweils mit verschiedenen FAS-Konfigurationen absolviert, die im Folgenden vorgestellt werden. Die Reihenfolge der Testdurchläufe mit den verschiedenen FAS-Konfigurationen wurde zwischen den Probanden variiert. Die Probanden wurden nach jeder Fahrt gebeten einen Fragebogen zu beantworten. Der Fragebogen ist im Anhang B.6 abgebildet.

### 6.5.2. Konfiguration Querführung

Für die Modellierung des Fahrers wurde eine quadratische Gütefunktion der Form

$$J_F(\cdot) = q_N N(\lambda(t)) + \int_{t_0}^{t_0+T_p} (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t))^T \mathbf{Q}_F (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_F(t)) + q_M (M_F(t))^2 dt \quad (6.7)$$

<sup>42</sup>Das ab 2018 für neue Fahrzeugmodelle in der EU vorgeschriebene eCall Notrufsystem erfordert ein System zur Positionsbestimmung.

mit

$$\mathbf{Q}_F = \text{diag}([0 \quad q_{\dot{\psi}} \quad q_{\psi} \quad q_y \quad q_{\omega} \quad q_{\delta}]) \quad (6.8)$$

gewählt<sup>43</sup>. Die Referenz der lateralen Position  $\bar{y}(t)$  ist die Mitte der rechten Fahrspur. Die Referenz des Gierwinkels  $\bar{\psi}(t)$  ergibt sich aus dem Fahrbahnverlauf der rechten Fahrspur. Die Referenz aller anderen Zustandsgrößen ist konstant null. Die Parameter des Gütemaßes ( $q_N, q_M, q_{\dot{\psi}}, q_{\psi}, q_y, q_{\omega}, q_{\delta}$ ) wurden individuell für jeden der Probanden mit dem in [Kur15] vorgestellten inversen Optimierungsalgorithmus identifiziert. Der Parameter  $q_{\delta}$  wurde dabei zur Normierung zu 1 gewählt.

Die Strukturen der Movemes des Fahrermodells sind in (5.36) bzw. (5.37) gegeben. Die Parameter der Movemes wurden, mit den in Abschnitt 5.2.2 diskutierten Algorithmen, individuell für jeden Fahrer identifiziert. Die Identifikation der Gütefunktion und der Movemes erfolgt auf Basis der Daten von Szenario A. Der Prädiktionshorizont ist  $T_p = 1,5$  s und  $T_c$  ist 50 ms. Dies gilt sowohl für das Fahrermodell (5.34) als auch für die FAS-Regelung (5.43). Die kontinuierlichen Modelle wurden für das Fahrermodell mit einer Abtastzeit von 50 ms und für den FAS-Regelalgorithmus mit einer Abtastzeit von 10 ms diskretisiert. Die Struktur der globalen Gütefunktion ist gegeben durch

$$J_G(\cdot) = \int_{t_0}^{t_0+T_p} \left(1 - \frac{0,7(t-t_0)}{T_p}\right) \left( (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_G(t))^T \mathbf{Q}_G (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_G(t)) + (M_A(t))^2 \mathbf{R}_{GA} \right) dt \quad (6.9)$$

mit der Referenz analog zu (6.7). Mit dem ersten geklammerten Term wird dabei modelliert, dass weiter in der Zukunft liegende Regelabweichungen weniger stark im Gütemaß berücksichtigt werden. Es wurden zwei verschiedene Konfigurationen des Gütemaßes untersucht. Für die Matrix  $\mathbf{Q}_G$  gilt in beiden Fällen

$$\mathbf{Q}_G = \text{diag}([0 \quad 2 \quad 5 \quad 10 \quad 0 \quad 0]). \quad (6.10)$$

Die beiden Konfigurationen unterscheiden sich im Skalar  $\mathbf{R}_{GA}$ :

- Assistierende Konfiguration:  $\mathbf{R}_{GA} = 3$
- Dominante Konfiguration:  $\mathbf{R}_{GA} = 1,5$

In der assistierenden Konfiguration ist das FAS nicht in der Lage die Spurhaltung ohne Mitwirkung des Fahrers auszuführen, da die FAS-Lenkmomente nicht ausreichen. Ohne zusätzliche Lenkbewegungen des Fahrers verlässt das Fahrzeug die Fahrspur. In der dominanten Konfiguration sind allein die FAS-Lenkmomente für die Spurhaltung ausreichend, d.h. auch ohne Eingriffe des Fahrers bleibt das Fahrzeug innerhalb der Fahrspurbegrenzungen. In Szenario B der Studie dient das haptische FAS von Abbink et al. [dMA14] als Vergleich.

<sup>43</sup>Der Zustandsvektor bezieht sich dabei nur auf das Fahrerzeugmodell (Anhang B.1), d.h.  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_c$ . Von den Zuständen des Moveme-Modell geht nur das Lenkmoment  $M_F$  in das Gütemaß ein.



### 6.5.3. Szenario A

Ziel dieses Szenarios ist die Identifizierung der Movemes und Gütefunktionen des Fahrers. Die Strecke wurde dahingehend ausgelegt den gesamten Lenkmomentbereich des Fahrers auszunutzen. Die Strecke besteht aus insgesamt vier ISO 3888-1 Doppelspurwechsel [Int99] und drei Klothoiden (Abbildung 6.13a). Die Gesamtlänge der Strecke ist 2,3 km. Es erfolgt keine Unterstützung des Fahrers bei der Querführung. Die Längsführung des Fahrzeugs erfolgt autonom auf Basis eines vorgegebenen Geschwindigkeitsprofils. Die ersten drei Spurwechsel wurden mit 50, 80 bzw. 100 km/h absolviert. Die Geschwindigkeit der restlichen Strecke ist 80 km/h.

Die Identifikation der einzelnen Movemes erfolgt, wie in Abschnitt 5.2.2 diskutiert, mit dem Algorithmus aus [DMFH13a]. Die Identifikation der Fahrergütemaße erfolgt mit dem Algorithmus aus [Kur15]. Durchschnittlich dauert die Identifikation der Movemes 2,5 Stunden und die Lösung des Inversen Optimierungsproblems 5 Stunden für jeden der Probanden<sup>44</sup>.

### Ergebnisse

Im Mittel wurden für jeden Probanden 65 unterschiedliche Movemes identifiziert, die als Grundlage für dessen Fahrermodell verwendet werden. Die Parameter der identifizierten Fahrergütemaße  $J_F(\cdot)$  sind im Anhang in Tabelle B.13 dargestellt.

### 6.5.4. Szenario B

In diesem 7,5 km langen Szenario wird die Spurhaltung in einem Landstraßenszenario untersucht. Die Strecke ist in Abbildung 6.13b dargestellt. Der Querschnitt der Fahrbahn entspricht dem Regelquerschnitt einer deutschen Landstraße (RQ 9,5) nach [For96]. Die Breite einer Fahrspur ist 3 m. Die Probanden wurden angewiesen sich auf der rechten Fahrspur zu halten. Die Längsführung des Fahrzeugs erfolgte durch einen autonomen Regler. Die Pedale des Fahrersimulators wurden dabei nicht verwendet. Es wurde ein Geschwindigkeitsprofil mit 60, 80 und 100 km/h vorgegeben. Die Strecke des Szenarios wurde mit vier Konfigurationen absolviert: Keine FAS-Unterstützung des Fahrers, das kooperative FAS mit der assistierenden Einstellung von  $J_G(\cdot)$ , das kooperative FAS mit der dominanten Einstellung von  $J_G(\cdot)$  und das nicht-spieltheoretische Referenz-FAS nach [dMA14].

---

<sup>44</sup>Berechnet auf einem virtualisierten Rechnersystem mit 4 Gbit RAM und einem Kern des Intel Xeon E5-2630v2 Prozessors.

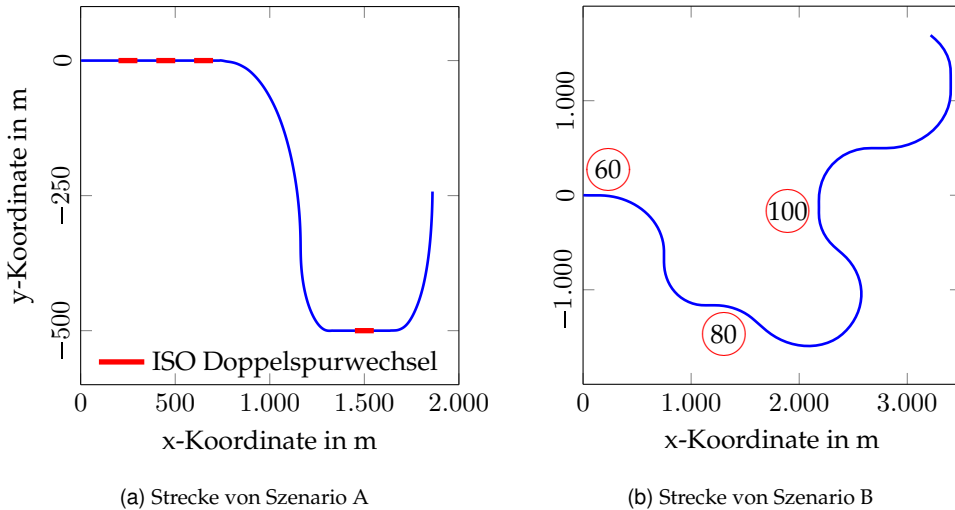


Abbildung 6.13.: Strecken von Szenario A (Identifikationsfahrt) und B (Spurhaltung)

## Ergebnisse

Die subjektiven und objektiven Ergebnisse des Szenarios sind in zusammengefasster Form in Tabelle 6.7 dargestellt.  $\Delta y(t)$  bezeichnet dabei die Abweichung der Querkoordinate  $y$  von der Referenz nach

$$\Delta y(t) = \bar{y}(t) - y(t). \quad (6.11)$$

Im Mittel ist  $\Delta y(t)$  bei der Fahrt mit dem assistierenden FAS 2 cm (8 %) geringer als bei der Referenzfahrt ohne FAS ( $p = 0,13$ ). Bei der Fahrt mit dem Referenz-FAS nach [dMA14] ist die Querablage 2 cm größer (8 %) verglichen mit der Referenzfahrt ohne FAS-Unterstützung ( $p = 0,08$ ). Das dominante FAS unterscheidet sich in Bezug auf  $\Delta y(t)$  nicht von der Referenz. Die Variable  $T_{\otimes}$  gibt die kumulierte Zeit an, in der das Fahrzeug die Fahrspurbegrenzung verletzt. Eine Verletzung der Fahrspur ist dabei dann gegeben, wenn sich ein Teil der simulierten Fahrzeuggeometrie außerhalb der rechten Fahrspur befindet. Das Verhältnis  $T_{\otimes}/T$  gibt damit die Dauer der Verletzung der Fahrspur in Prozent der Gesamtfahrzeit an.

### 6.5.5. Szenario C

Ziel des Szenarios ist die Untersuchung eines Ausweichmanövers. Dazu wurde eine Strecke bestehend aus drei, an den ISO Doppelspurwechsel [Int99] angelehnten, Ausweichmanövern entworfen. Die Aufgabe ist einem Fußgänger auf der Straße auszuweichen. Die dafür zur Verfügung stehende linke Fahrspur ist durch stehende Fahr-

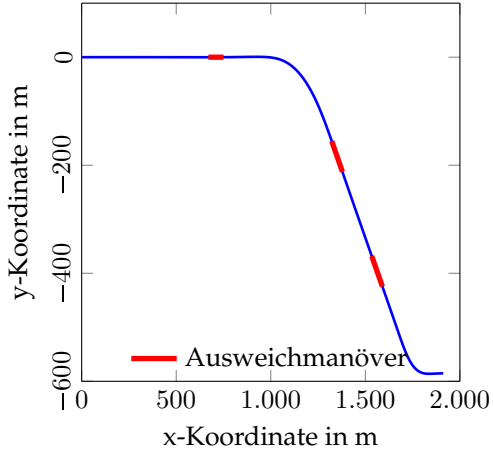
	kein FAS	Assis. FAS	Domi. FAS	Referenz FAS
RMS von $\Delta y(t)$ in m	0,25	0,23	0,25	0,27
$T_{\otimes}/T$ in %	5,16	4,17	6,57	7,67
RMS von $M_A(t)$ in Nm	-	0,52	0,71	0,69
RMS von $M_F(t)$ in Nm	0,80	0,95	1,08	1,31
Waren die Eingriffe störend? <i>Nicht störend(0) - Sehr störend(10)</i>	0,75	2,67	4,58	1,67
Unterstützte Sie das FAS? <i>Überhaupt nicht(0) - Sehr(10)</i>	3,08	5,25	6,42	3,75
Wünschen Sie sich das FAS? <i>Nein(0) - Ja(10)</i>	7,00	6,00	5,67	6,83

Tabelle 6.7.: Mittelwerte der objektiven Ergebnisse und subjektiven Ergebnisse (Frage F4, F5 und F8) der Spurhalte-Aufgabe über alle Probanden

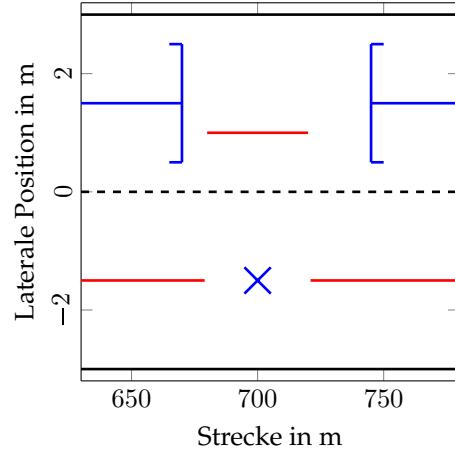
zeuge begrenzt. Die Fahrbahngeometrie entspricht der Norm RQ 9,5. In Abbildung 6.14a ist die Strecke dargestellt. Abbildung 6.14b zeigt den Fahrbahnausschnitt eines Manövers. Die Position des Fußgängers ist mit einem Kreuz markiert, die Begrenzung der Gegenfahrbahn durch Verkehrsobjekte ist in blau dargestellt. In Rot ist die Referenztrajektorie für das Manöver eingezeichnet. Eine Darstellung des Manövers aus der Verfolgerperspektive ist in Abbildung 6.15 gegeben. Im Bereich des Fußgängers verlagert sich die Referenz (Sollposition des Fahrzeugschwerpunkts) von der Mitte der rechten Fahrspur auf die linke Fahrspur. Bei einer Fahrzeugbreite von 2,05 m beträgt dabei der gewünschte Sollabstand zum Fußgänger etwa 1,5 m. Da eine Unstetigkeit der Referenztrajektorie  $\bar{y}(t)$  für das vorgestellte Regelkonzept unproblematisch ist, wird ein abrupter Wechsel der Fahrspur vorgegeben. Das Szenario wurde mit beiden Konfigurationen des kooperativen FAS und zum Vergleich ohne FAS Unterstützung absolviert. Das FAS nach [dMA14] kann in diesem Szenario nicht verwendet werden (vgl. B.6.1), weil es nur für die Spurhaltung konzipiert wurde.

## Objektive Ergebnisse

In Tabelle 6.8 sind die objektiven Ergebnisse der Probanden dargestellt. Es werden jeweils die Effektivwerte für die einzelnen Probanden aufgeführt.  $\Delta y(t)$  beschreibt dabei die laterale Abweichung im gesamten Szenario und  $\Delta y_w(t)$  die laterale Abweichung für die drei Ausweichmanöver. Beim maßgeblichen Ausweichmanöver verringert sich im Mittel  $\Delta y_w(t)$  um 14 cm (19 %,  $p = 0,034$ ) beim assistierenden und um 22 cm (30 %,  $p = 0,004$ ) beim dominanten FAS verglichen mit der Referenzfahrt. Detaillierte Ergebnisse des Probanden P4 sind in Abbildung 6.16 dargestellt. Die laterale Position bezieht sich dabei auf die Mitte der rechten Fahrspur.



(a) Strecke des Ausweichszenarios



(b) Manöver des Ausweichszenarios

Abbildung 6.14.: Strecke und Manöver von Szenario C (Ausweichmanöver)



Abbildung 6.15.: Ausweichmanöver aus der Verfolgerperspektive

RMS von Einheit	kein FAS			assistierendes FAS			dominantes FAS				
	$\Delta y(t)$ m	$\Delta y_W(t)$ m	$M_F(t)$ Nm	$\Delta y(t)$ m	$\Delta y_W(t)$ m	$M_F(t)$ Nm	$\Delta y(t)$ m	$\Delta y_W(t)$ m	$M_F(t)$ Nm	$M_A(t)$ Nm	
P1	0,49	0,89	1,46	0,41	0,49	2,06	1,38	0,38	0,49	2,38	1,66
P2	0,65	0,95	1,37	0,53	0,72	1,75	1,06	0,48	0,52	2,13	1,45
P3	0,48	0,68	1,30	0,54	0,54	1,74	1,05	0,50	0,60	2,17	1,46
P4	0,71	0,77	1,45	0,45	0,61	1,74	1,03	0,43	0,45	2,19	1,48
P5	0,49	0,85	1,50	0,44	0,69	2,03	1,31	0,37	0,66	2,03	1,37
P6	1,09	1,16	1,78	0,48	0,60	1,94	1,18	0,49	0,49	2,25	1,52
P7	0,52	0,64	1,47	0,64	0,91	2,45	1,55	0,40	0,58	2,74	1,85
P8	0,43	0,75	1,36	0,43	0,60	2,04	1,25	0,43	0,47	1,94	1,29
P9	0,39	0,35	1,20	0,40	0,61	2,14	1,33	0,32	0,58	2,68	1,84
P10	0,33	0,54	1,38	0,30	0,35	2,13	1,39	0,47	0,47	2,05	1,39
P11	0,44	0,74	1,47	0,40	0,62	2,20	1,48	0,37	0,53	2,48	1,73
P12	0,40	0,52	2,24	0,34	0,45	2,33	1,64	0,32	0,40	2,88	2,11
$\sigma$	0,53	0,74	1,50	0,45	0,60	2,05	1,31	0,41	0,52	2,33	1,60

Tabelle 6.8.: Objektive Ergebnisse von Szenario C (Ausweichmanöver)  
für alle Probanden

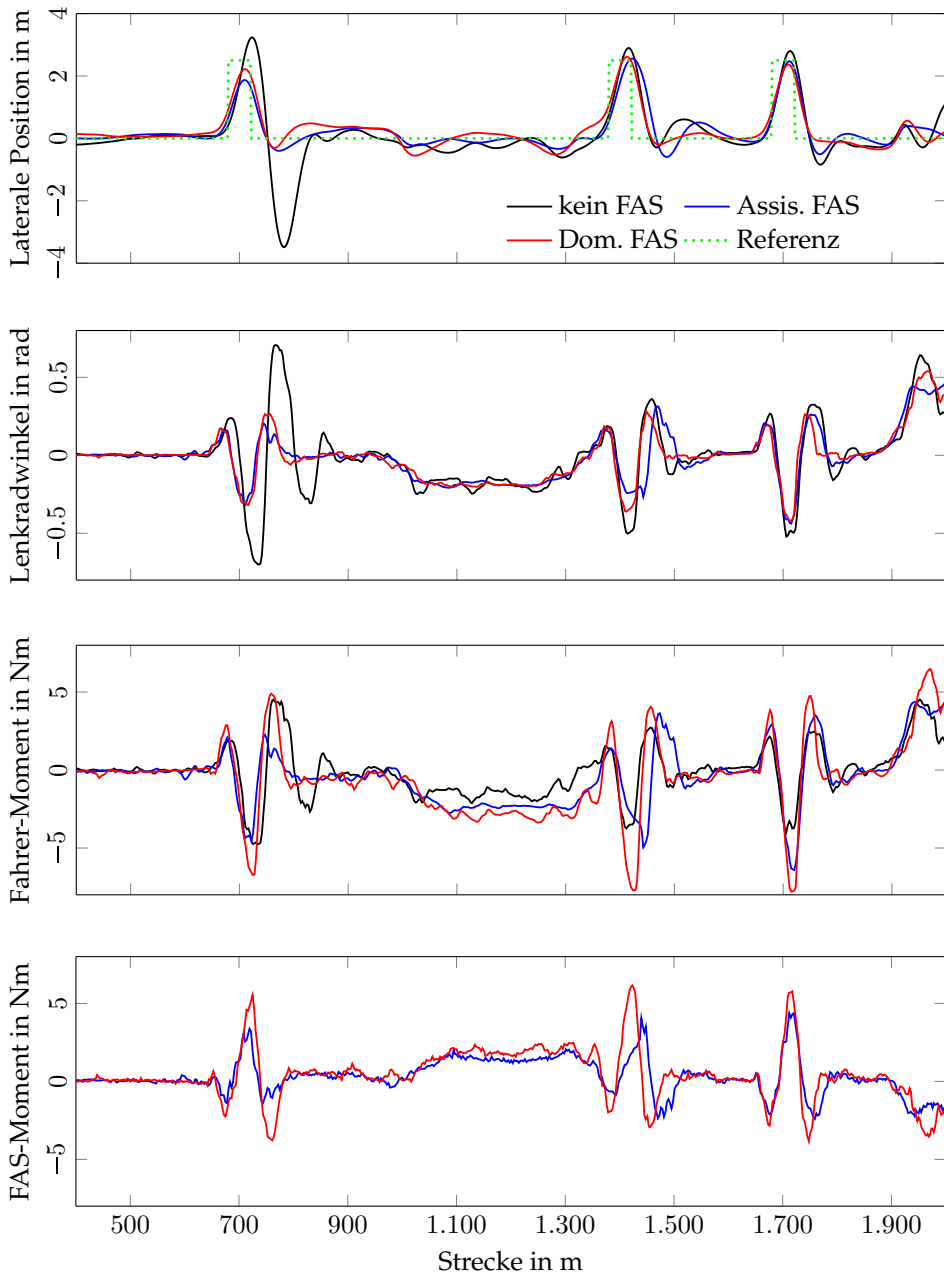


Abbildung 6.16.: Positions-, Lenkradwinkel- und Momententrajektorien des Probanden P4 beim Ausweichmanöver

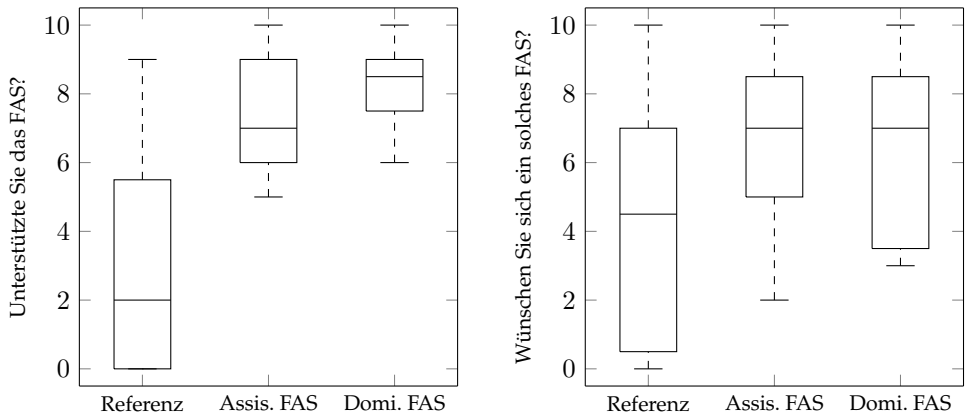


Abbildung 6.17.: Boxplot der Antworten der fünften und achten Frage der subjektiven Beurteilung des Ausweichmanövers. Der Antwortbereich der Frage F5 ist überhaupt nicht(0) bis sehr unterstützt(10), der von Frage F8 Nein, auf keinen Fall(0) bis Ja, auf jeden Fall(10). Die Detailergebnisse sind in Tabelle B.14 dargestellt.

### Subjektive Ergebnisse

Die subjektive Beurteilung der FAS Konfigurationen durch die Probanden mittels der Fragebögen ist in Tabelle B.14 des Anhangs im Detail dargestellt. In Abbildung 6.17 sind die Ergebnisse zusammengefasst. Beide FAS Konfigurationen wurden als sehr hilfreich erachtet (Frage F5) und von den Probanden gegenüber der Abwesenheit eines FAS bevorzugt (Frage F8). Die p-Werte für die Hypothese, dass die FAS-Konfigurationen als hilfreicher empfunden werden als kein FAS, liegen bei 0,05 für das assistierende FAS und bei 0,001 für das dominante FAS. Die p-Werte für die Hypothese, dass kooperative FAS-Konfigurationen gegenüber der Referenzfahrt bevorzugt werden, liegen jeweils bei 0,01.

### 6.5.6. Diskussion der Ergebnisse

Betrachtet man nur den absoluten Zahlenwert der Gewichtung der Fahrergrütfunktion (Tabelle B.13), scheint die Fahrzeugstabilisierung, mathematisch formuliert  $\dot{\psi}(t) = 0$ , das wichtigste Fahrerziel zu sein. Berücksichtigt man aber die unterschiedlichen physikalischen Einheiten der Gierwinkeländerung (in  $\text{rad/s}$ ) und der Querablage (in m) zeigt sich, dass die Fahrzeugstabilisierungs- und die Querführungsaufgabe etwa gleichbedeutend sind<sup>45</sup>. Der Lenkradwinkel  $\delta$  und die Lenkradwinkelgeschwindigkeit  $\omega$  gehen, wie zu erwarten, bei den meisten Probanden überhaupt nicht bzw. nicht

<sup>45</sup> $\dot{\psi} = 1$  bedeutet eine Drehrate von  $57,3^\circ/\text{s}$ ,  $y = 1$  eine Abweichung von 1 m.

entscheidend in die Gütefunktion ein. Bei der Spurhalteaufgabe von Szenario B würde man eigentlich eine Verbesserung mit zunehmender Unterstützung durch das FAS erwarten. In der Tat verbessert das kooperative FAS in der assistierenden Konfiguration die Querablage. Das dominante FAS kann aber keine Verbesserung im Bezug zu  $\Delta y$  erreichen. Im Gegenteil, die Probanden verlassen mit dem dominanten FAS die Fahrspur sogar etwas häufiger als ohne Unterstützung. Das Referenz FAS nach [dMA14] führt zum objektiv schlechtesten Fahrerergebnis aller Durchläufe (siehe  $\Delta y$  und  $T_{\otimes/T}$ ). Dies steht zunächst im Widerspruch zu der von den Autoren des FAS selbst durchgeführten Studie [dMA14], welche eine klare Verbesserung des Fahrerergebnisses durch das FAS nachweisen konnten. Allerdings bemerkt man schnell, dass in dieser Studie nur ein sehr spezifisches und eingeschränktes Anwendungsszenario betrachtet wurde.

In der Studie [FFH16], die mit dem technisch leicht vereinfachten Querführungs-FAS (vgl. Abschnitt 5.2.3) durchgeführt wurde, führte eine Erhöhung der Unterstützung durch das kooperative FAS, wie zu erwarten, zu einer Verbesserung von  $\Delta y$ . Die RMS-Fehler von  $\Delta y$  waren dort größer (0,67 m bis 0,44 m). Die Strecke dieses Szenarios ist dabei dynamischer, d.h. es gibt mehr Kurven und die Kurvenradien sind geringer. Für das hier dargestellte Szenario B zeigen die Ergebnisse, dass die Probanden die Querführungsaufgabe auch gut ohne die unterstützenden Momente des FAS durchführen konnten. Durch hohe Unterstützungsmomente scheint es zu einer Ablenkung des Fahrers oder einem Konflikt mit diesem zu kommen und dadurch zu einer Verschlechterung der Fahrerergebnisse. Das deckt sich auch mit der subjektiven Aussage, dass die Probanden in diesem Szenario das Fahrzeug ohne FAS vorziehen (Frage F8). Obwohl die Momente des FAS von [dMA14] objektiv die gleiche Stärke (vgl. RMS von  $M_A(t)$ ) wie die des dominanten FAS haben, werden die Eingriffe des dominanten FAS von den Probanden als deutlich störender wahrgenommen. Den größten Anteil (in diesem Szenario ca. 80%) an  $M_A(t)$  des Referenz FAS hat die statische Erhöhung der Lenkgradsteifigkeit (vgl. (B.22)), die unabhängig vom Fehler der Querposition ist. Dieser Momentenanteil verändert jedoch nur das Lenkgefühl der Probanden. Das im Bezug zu  $\Delta y$  zielgerichtete Moment ist bei diesem FAS-Ansatz mit einem Effektivwert von ca. 100 bis 200 mNm aber im Verhältnis gering. Dies wirkt sich entsprechend auch auf die subjektive Bewertung der Unterstützung durch das FAS aus (Frage F5). Alle Aspekte zusammengefasst werden die beiden kooperativen FAS von den Probanden subjektiv besser bewertet, als das Referenzsystem nach [dMA14]. In ihrer eigenen Studie sind die Autoren nicht auf subjektive Aspekte eingegangen. Der Vergleich der objektiven Ergebnisse stützt die Präferenz der Probanden für die spieltheoretischen FAS. Im Gegensatz zum Spurhaltemanöver zeigt sich bei dem Ausweichmanöver (Szenario C), dass die laterale Abweichung, wie zu erwarten, mit zunehmendem unterstützenden Moment des kooperativen FAS, abnimmt (Tabelle 6.8). Betrachtet man die individuellen Ergebnisse der Probanden (Tabelle 6.8), zeigt sich, dass Probanden, die ohne FAS Unterstützung schlechte Fahrleistungen aufweisen (z.B. Proband P6), am meisten vom FAS profitieren. Dieser Effekt zeigt sich analog auch bei den anderen



Studien. Betrachtet man die Trajektorien des vierten Probanden (Abbildung 6.16)<sup>46</sup>, wird ersichtlich, dass die Schwierigkeit des Ausweichszenarios der Spurwechsel zurück auf die rechte Fahrbahn ist. Ohne die FAS Unterstützung ist der Proband beim ersten Spurwechsel nicht in der Lage das Fahrzeug rechtzeitig abzufangen. In der Konsequenz überfährt er die rechte Fahrbahnbegrenzung und verlässt die Fahrbahn. Durch ein entsprechend gegen gerichtetes Moment wird ein Verlassen der Fahrbahn in den Fahrten mit FAS Unterstützung verhindert.

Beide spieltheoretischen FAS Konfigurationen werden subjektiv als positiv und hilfreich erachtet (Abbildung 6.17 und B.14). Die Unterschiede in der Wertung durch die Probanden sind signifikant (vgl. p-Werte Abschnitt 6.5.5). Interessant ist der Vergleich der Bewertung zwischen Szenario C (Ausweichmanöver) und Szenario B (Spurhaltung). Im anspruchsvolleren Ausweichmanöver werden die FAS von den Probanden deutlich positiver wahrgenommen als im Spurhaltemanöver. Am deutlichsten wird dies beim Vergleich der Fragestellung, ob sich die Probanden ein entsprechend konfiguriertes Fahrzeug wünschen (Frage F8). Während bei der Spurhaltung eine Konfiguration ohne FAS bevorzugt wird, bevorzugen die Probanden im Ausweichszenario die Konfigurationen mit FAS. Dies indiziert, dass die Akzeptanz eines FAS mit steigender Schwierigkeit der Fahrsituation zunimmt. Auch im Bezug zur Lösung dieses Zielkonfliktes ermöglicht das kooperative FAS ein besseres Herangehen als die heuristisch entworfenen FAS, da auch hier ein eindeutiger Applikationsparameter zur Verfügung steht.

## 6.6. Zusammenfassende Diskussion

Die experimentellen Ergebnisse in diesem Kapitel zeigen klar einen Nutzen der entwickelten FAS, die auf dem spieltheoretischen Ansatz der kooperativen Regelung basieren. In den kritischen Fahrsituationen der Studien (Abschnitt 6.3: Abstandshaltung und Abschnitt 6.5: Ausweichmanöver) zeigt sich jeweils ein objektiver Sicherheitsgewinn durch die kooperativen FAS im Vergleich zu Referenzfahrten ohne FAS. In einer eher alltäglichen Fahrsituation (Abschnitt 6.3: Fahrt auf Landstraße und Abschnitt 6.5: Spurhaltung) ist der objektive Sicherheitsgewinn durch die FAS gering. Die entwickelten FAS würden allerdings auch in diesen Szenarien bei Fahrfehlern, z.B. durch Übermüdung oder Ablenkung des Fahrers, eingreifen. Um diesen Effekt nachzuweisen wären jedoch umfangreichere Studien notwendig. Es konnte ebenfalls ein deutlicher, über Sicherheitsaspekte hinausgehender, Nutzen der FAS gezeigt werden. So kann im Mittel eine Reduktion des Kraftstoffverbrauchs um 10 % erreicht werden (Abschnitt 6.4). Die Probanden bevorzugen subjektiv in den anspruchsvollen Szenarien die Konfiguration mit Unterstützung durch das entwickelte FAS; in weniger anspruchsvollen Szenarien (Abschnitt 6.4 und Unterabschnitt 6.5.4) wird von den Probanden aber keine FAS-Unterstützung gewünscht. Eine Nützlichkeit des FAS wird von den Probanden allerdings in jedem Szenario gesehen.

<sup>46</sup>Dieser wurde ausgewählt, weil sein Verhalten repräsentativ für ca. 50 % der Probanden ist, die Schwierigkeiten mit dem Ausweichmanöver hatten. Die positive Auswirkung des FAS ist bei Proband P2 und P6 sogar noch deutlicher.

Grundsätzlich zeigt sich ein Zielkonflikt zwischen objektiven Regelzielen und der subjektiven Bewertung des FAS durch die Probanden. Dies wurde auch in [RH15] identifiziert. Es ist leicht nachzuvollziehen, dass eine größere Amplitude der eingreifenden Momente des FAS zu einer geringeren Regelabweichung führt, die Probanden sich aber zunehmend gestört und bevormundet fühlen. Diese Aussage wird von [FFH16] gestützt.

Die durchgeführten Studien zeigen klare Vorteile der in dieser Arbeit entwickelten, spieltheoretischen FAS gegenüber bisherigen FAS! Die objektiven Ergebnisse sind signifikant besser, verglichen mit den FAS nach [dMA14] und [MAvM11]. Zusätzlich wurde das spieltheoretische FAS bei der Längsführung von den Probanden klar präferiert. Bei der Querführung bevorzugten die Probanden zwar unwesentlich das FAS nach [dMA14], dieses führt hier aber zu einer Verschlechterung des Fahrerergebnisses. Insgesamt zeigen die Ergebnisse der vier<sup>47</sup> Studien zweifelsfrei, dass das in Kapitel 3 vorgeschlagene Konzept der kooperativen Regelung auf Basis eines Differentialspiels erfolgreich auf die Problemstellung der Fahrerassistenz, sowohl bei Quer- wie auch Längsführung, angewendet werden kann und dass ein solches System mit Standardhardware umsetzbar ist.

---

<sup>47</sup>Drei dieser Studien wurden in dieser Arbeit vorgestellt, eine wurde in [FFH16] veröffentlicht.

## 7. Zusammenfassung

Aktuell existiert eine Vielzahl von technischen Prozessen, die nicht vollständig automatisiert werden können, um gänzlich auf einen menschlichen Bediener als Rückfallebene zu verzichten. Dies gilt im Besonderen für den Bereich des „Autonomen Fahrens“. Die Überwachung und vor allem das adäquate Eingreifen im Fehlerfall ist paradoxerweise für den Menschen umso fordernder, je umfassender die Automation eines Prozesses ist. Anstelle den Menschen durch die Automatisierung seines Umfeldes immer mehr in eine Rolle zu zwingen, die er im Grunde nicht erfüllen kann, ist eine Zusammenarbeit von Mensch und Automation erstrebenswert und notwendig. Selbst bei hohen Automatisierungsgraden sind auf absehbare Zeit Übergabeszenarien zwischen Mensch und Automation notwendig. Bisher ist dieser Teil der Kooperation nur unzureichend untersucht worden. Diese Arbeit beschäftigt sich daher mit Strukturen in denen Mensch und Automation gemeinsam die Aufgabe der Regelung übernehmen. In dieser Arbeit wird dabei eine spezifische Form von Kooperation zwischen Mensch und Automation betrachtet, die als „aktionsbasierte Kooperation“ klassifiziert wurde. Bisher wurden in diesem Bereich nur heuristische Ansätze verfolgt.

Kern dieser Arbeit ist die modellbasierte Herangehensweise an diese Klasse von Regelungssystemen, die auf der Modellierung der Regelstruktur als Differentialspiel basiert. Dieses Vorgehen grenzt diese Arbeit gegenüber den heuristischen Ansätzen aus der Literatur ab. Das Ziel ist es, mit der Automation ein möglichst gutes Regelergebnis, unter Berücksichtigung des Menschen, zu erreichen. Aus der mathematischen Formulierung der Zielstellung konnten formale Bedingungen für die Stellgrößen der Regelung und in der Folge für die Regelung selbst aufgestellt werden. Es wurden zwei Ansätze abgeleitet. Bei dem *direkten Ansatz* werden die Reglerstellgrößen direkt aus der globalen Zielstellung des Gesamtregelkreises berechnet. Der *indirekte Ansatz* berechnet in einem ersten Schritt explizit ein Gütefunktional für die Automation und in einem zweiten Schritt die Stellgrößen als Nash-Gleichgewicht zwischen Automation und Mensch. Der *indirekte Ansatz* wirkt auf den ersten Blick umständlich, zeigt sich aber in der Umsetzung als vorteilhaft. Aus einer praktischen Perspektive entsprechen beide Wege einer modellprädiktiven Regelung, bei der die Reglerstellgrößen jedoch auf Grundlage einer jeweils spezifischen spieltheoretischen Problemstellung anstatt eines klassischen dynamischen Optimierungsproblems berechnet werden. Für sowohl den *direkten* als auch den *indirekten Ansatz* wurden Algorithmen entwickelt, mit denen die mathematischen Teilschritte für den allgemeinen Fall gelöst werden können.

Im Weiteren wurden Lösungen für, in der Regelungstechnik besonders relevante Problemstellungen, untersucht. Für den *indirekten Ansatz* wurde ein neuer Algorithmus

entwickelt, der effizient ein Nash-Gleichgewicht berechnen kann<sup>48</sup>. Eine Erweiterung dieses Algorithmus für die Berücksichtigung von Stell- und Zustandsgrößenbeschränkungen wurde ebenfalls entwickelt. Aus regelungstechnischer Sicht kann, bei weiteren Annahmen, formal die Stabilität des Gesamtregelkreises bei Anwendung dieses Algorithmus garantiert werden. Für den *direkten Ansatz* wurden Vereinfachungen vorgeschlagen. Damit können die beiden Konzepte der kooperativen Regelung auf, in der Praxis relevante, Problemstellungen angewendet werden. D.h. die jeweiligen Problemstellungen können in Echtzeit gelöst werden und das auch mit abseits der akademischen Welt vertretbaren Rechenressourcen.

Auf diesen theoretischen Grundlagen aufbauend, wurden zwei, auf Spieltheorie basierende, kooperative Fahrerassistenzsysteme entwickelt und implementiert. Das erste FAS basiert auf dem *indirekten Ansatz* und unterstützt den Fahrer bei der Längsführung. Die Interaktion dieses Längsführungs-FAS erfolgt über ein haptisches Fahrpedal. Das FAS unterstützt den Fahrer sowohl in der Geschwindigkeitsregelung als auch bei der Abstandsregelung zu einem evtl. vorausfahrenden Fahrzeug. Zudem kann das System den Fahrer zu einer energieoptimalen Fahrweise anleiten. Für das Längsführungs-FAS wurde ein Modell der Fahrzeuglängsdynamik und des neuromuskulären Systems aufgestellt. Die nichtlineare Systemdynamik, die wechselnde Getriebeübersetzung und Zustandsbeschränkungen stellen eine Herausforderung für die Berechnung der Pedalmomente dar. Für die Lösung wird die Problemstellung iterativ auf eine affine zeitvariante Systemdynamik reduziert, wodurch sich die ergebende Unterproblemstellung effizient lösen lässt. Darüber hinaus wurde ein variabler Zeitabstand für die Zeitdiskretisierung des Modells vorgeschlagen, womit gleichzeitig ein langer Prädiktionshorizont und eine gute Zeitauflösung des Steuerhorizonts bei vertretbarem Rechenaufwand realisiert werden kann.

Das zweite FAS basiert auf dem *direkten Ansatz* der kooperativen Regelung und unterstützt den Fahrer bei beliebigen Quermanövern. Grundlage des Quersführungs-FAS ist ein haptisches Lenkrad. Für das FAS wurde ein neuartiges, neuromuskulär motiviertes Fahrermodell entwickelt. Die Idee ist dabei das Fahrerlenkmoment aus individuellen Bewegungsbausteinen zusammensetzen. In verschiedenen Veröffentlichungen konnte gezeigt werden, dass sich mit diesem Modell das menschliche Lenkverhalten gut beschreiben und vor allem präzisieren lässt. Dieser Modellansatz führt auf ein wertdiskretes Optimierungsproblem. Bezüglich des Rechenaufwands stellt dies ein Nachteil, verglichen mit klassischen Optimierungsproblemen, dar. Um dieses Fahrermodell für das FAS verwenden zu können, wurden daher Vereinfachungen vorgeschlagen, woraus sich ein zweistufiger Ablauf ergibt. Zuerst wird das Lenkmoment des Fahrers präzisiert. Anschließend wird das Lenkmoment des FAS auf Basis eines klassischen modellprädiktiven Regelungsproblems bestimmt.

Als abschließender Schritt wurde ein Fahrsimulator aufgebaut, die beiden FAS implementiert und insgesamt vier Studien durchgeführt. Für den Fahrsimulator mussten die entsprechenden haptischen Komponenten entwickelt bzw. erweitert werden. Die Ergebnisse der Studien, die in Kapitel 6 diskutiert wurden, sind bei beiden Systemen

---

<sup>48</sup>Unter der Annahme einer affinen, zeitvarianten Systemdynamik und einer quadratischen zeitvarianten Modellierung der Spielergütemaße.

sowohl objektiv, als auch in der subjektiven Bewertung durch die Probanden, vielversprechend. Beispielsweise konnte eine mittlere Kraftstoffersparnis von über 10 % nachgewiesen werden. Ein Vergleich mit den aktuell maßgeblichen haptischen FAS, die jeweils heuristisch entworfen wurden, zeigt für die Längs- und die Querverführung substantielle und messbare Verbesserungen der in dieser Arbeit entwickelten Systeme.

Ein weiterer entscheidender Vorteil ist, dass für die Parametrisierung der entworfenen FAS, im Vergleich zu den klassischen Ansätzen, keine umfangreichen Experimente und Studien notwendig sind. Beim *direkten Ansatz* entfällt die Parametrierung und beim *indirekten Ansatz* erfolgt diese auf Grundlage der (numerischen) Lösung einer mathematischen Problemstellung. Notwendig sind die Identifizierung des Fahrers und die Vorgabe eines globalen Ziels. Es gibt dabei keinerlei Einschränkung für das globale Ziel, sofern dieses mathematisch als Gütemaß formuliert werden kann. Mit den hier vorgestellten Regelkonzepten ist es grundsätzlich möglich, dass FAS online an die jeweiligen Eigenschaften des Fahrers anzupassen und damit z.B. Unaufmerksamkeit, Erschöpfung oder akute medizinische Probleme des Fahrers zu kompensieren. In der Praxis scheitert die dynamische Anpassung aber aktuell noch daran, dass keine echtzeitfähigen Ansätze für die Identifizierung des Fahrers existieren. Diese sind Gegenstand aktueller Arbeiten.

Die im Zuge dieser Arbeit entwickelte Methodik stellt erstmals ein durchgängiges, formales Werkzeug für die Modellierung und Regelung von aktionsbasierten kooperativen Regelkreisstrukturen bereit. Im Weiteren wurden in der Arbeit alle notwendigen Algorithmen entwickelt, um eine praktische Anwendung der Methodik zu ermöglichen. Neben dem in der Arbeit gezeigten Anwendungsbeispiel Fahrerassistenz, gibt es ein breites Spektrum weiterer Anwendungen, so z.B. Flugführung, Robotik oder in der Medizintechnik.



# A. Mathematische Ergänzungen

## A.1. Definitionen für allgemeine Spiele

In diesem Abschnitt werden die Definitionen aus dem Abschnitt 2.2 für allgemeine Nichtdifferentialspiele in Normalform nach Def. 2.1 angegeben. Da Spiele in Normalform in dieser Arbeit nur als veranschaulichendes Beispiel für den Fall  $N = 2$  verwendet werden, beschränkt sich dieser Abschnitt darauf.

### **Definition A.1 (Nash-Gleichgewicht im allgemeinen Spiel)**

Ein Nash-Gleichgewicht im allgemeinen Spiel ist eine Gesamtstrategie des Spiels  $U^* = (U_1^*, U_2^*) \in \mathbb{U}$ , für die gilt

$$J_1(U_1, U_2^*) \geq J_1(U_1^*, U_2^*) \quad \forall U_1 \in \mathbb{U}_1 \quad \wedge \quad J_2(U_1^*, U_2) \geq J_2(U_1^*, U_2^*) \quad \forall U_2 \in \mathbb{U}_2. \quad (\text{A.1})$$

### **Definition A.2 (Stackelberg-Strategie im allgemeinen Spiel)**

Eine Strategie  $U^s = (U_1^s, U_2^s) \in \mathbb{U}$  ist eine Stackelberg-Strategie mit einem dominierenden Spieler 1 und einem dominierten Spieler 2, wenn gilt

$$J_1(U_1, U_2^s(U_1)) \geq J_1(U_1^s, U_2^s) \quad \forall U_1 \in \mathbb{U}_1 \quad (\text{A.2})$$

mit

$$U_2^s(U_1) = \arg \min_{U_2 \in \mathbb{U}_2} J_2(U_1, U_2). \quad (\text{A.3})$$

**Definition A.3 (Pareto-Optimum im allgemeinen Spiel)**

Eine Strategie  $\mathcal{U}^p \in \mathbb{U}$  ist ein Pareto-Optimum, wenn keine andere zulässige Strategie  $\mathcal{U} \in \mathbb{U}$  existiert, für die gilt

$$J_1(\mathcal{U}) \leq J_1(\mathcal{U}^p) \wedge J_2(\mathcal{U}) \leq J_2(\mathcal{U}^p) \quad (\text{A.4})$$

und

$$J_1(\mathcal{U}) < J_1(\mathcal{U}^p) \vee J_2(\mathcal{U}) < J_2(\mathcal{U}^p). \quad (\text{A.5})$$

Das Nash-Gleichgewicht  $\mathcal{U}^*$ , die Stackelberg-Strategie  $\mathcal{U}^s$  und das Pareto-Optimum  $\mathcal{U}^p$  können auch für Spiele in Normalform, in Analogie zu den in Abschnitt 2.2 vorgestellten Konzepten, berechnet werden. Davon ausgenommen ist die indirekte Lösung zur Bestimmung des Nash-Gleichgewichts.

## A.2. Einfach- und Mehrfachschießverfahren

Direkte Einfach- und Mehrfachschießverfahren sind bekannte und verbreitete Verfahren zur numerischen Lösung von dynamischen Optimierungsproblemen. Eine gute Einführung in diese Verfahren ist in [DBDW06, Rao09a, KBSS11] gegeben. Mit ihnen können dynamische Optimierungsprobleme nachfolgender Form gelöst werden:

$$\hat{\mathbf{u}}(t) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in \mathbb{U}} J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (\text{A.6a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (\text{A.6b})$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (\text{A.6c})$$

Dabei gilt  $\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_e} \rightarrow \mathbb{R}^n$  mit  $n_e$  die Dimension von  $\mathbf{u}(t)$ . Es wird angenommen, dass Beschränkungen von  $\mathbf{u}(t)$  über die Menge  $\mathbb{U}$  beschrieben sind (vgl. Kapitel 2.1).

### A.2.1. Einfachschießverfahren

Grundlage der Anwendung von direkten Einfachschießverfahren für die Lösung von dynamischen Optimierungsproblemen ist, die zu optimierende Trajektorie (hier  $\mathbf{u}(t)$ ) durch eine parametrisierbare Funktion  $\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})$  zu approximieren. Dies kann beispielsweise durch den Ansatz

$$\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q}) := \sum_{j=1}^m \mathbf{q}_j \phi_j(t) \quad (\text{A.7})$$



erfolgen. Dabei sind  $\phi_j(t)$  bekannte, zueinander orthogonale Funktionen, die mit dem Faktor  $\mathbf{q}_j \in \mathbb{R}^{n_e}$  gewichtet werden.  $\mathbf{q}$  ist der Vektor aller Koeffizientenvektoren  $\mathbf{q}_j$ . Eine gängige Wahl für die Funktionen  $\phi_j(t)$  ist es, diese als abschnittsweise konstant zu definieren.

Mit  $\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})$  kann nun das ursprüngliche dynamische Optimierungsproblem (A.6) durch das nachfolgende Parameteroptimierungsproblem approximiert werden:

$$\min_{\mathbf{q}} J(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})) \quad (\text{A.8a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})) \quad (\text{A.8b})$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\text{A.8c})$$

$$\mathbb{U} \ni \tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q}). \quad (\text{A.8d})$$

Da für jede Iteration der Optimierung ein Parametervektor  $\mathbf{q}$  bekannt ist, kann mittels numerischer Integration von (A.8b) die Zustandstrajektorie  $\mathbf{x}(t)$  berechnet und dann die Gütefunktion ausgewertet werden. Unter der Annahme von stetiger Differenzierbarkeit der Gütefunktion  $J(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q}))$  nach  $\mathbf{q}$  kann das Optimierungsproblem (A.8) mit Sequentieller Quadratischer Programmierung (SQP) gelöst werden. Nachteil des Einfachschießverfahren ist, dass dieses bei instabilen Systemen nur beschränkt anwendbar ist, da die Bestimmung eines initialen Parametersatzes  $\mathbf{q}$ , welcher zu einer finiten (und damit berechenbaren) Systemtrajektorie  $\mathbf{x}(t)$  führt, schwierig sein kann. Ebenso kann bei diesem Ansatz evtl. vorhandenes Wissen über den Verlauf der idealen Systemtrajektorien nicht genutzt werden.

Für das Beispiel einer skalaren Steuergröße  $u(t)$  und der Parametrisierung dieser durch Anwendung einer abschnittswise konstanten Funktion, sind die Trajektorien  $\mathbf{x}(t)$  und  $\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})$  in Abbildung A.1 dargestellt.

## A.2.2. Mehrfachschießverfahren

Eine Weiterentwicklung von Einfachschießverfahren stellt das direkte Mehrfachschießverfahren dar. Es wird hier angenommen, dass  $u(t)$  durch  $\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q})$  auf Basis von  $m$  abschnittsweise konstanten Funktionen (A.10) approximiert wird

$$\tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q}) = \sum_{j=1}^m \mathbf{q}_{(j)} \phi_{(j)}(t). \quad (\text{A.9})$$

Um den Unterschied zum allgemeineren Ansatz beim Einfachschießverfahren (A.7) zu verdeutlichen, wird der Index, der jetzt explizit ein Zeitintervall beschreibt, in runden Klammern dargestellt. Bei einer äquidistanten Unterteilung des Intervalls  $[0, T]$  in  $m$  abschnittsweise konstante Funktionen, ergeben sich die Funktionen zu

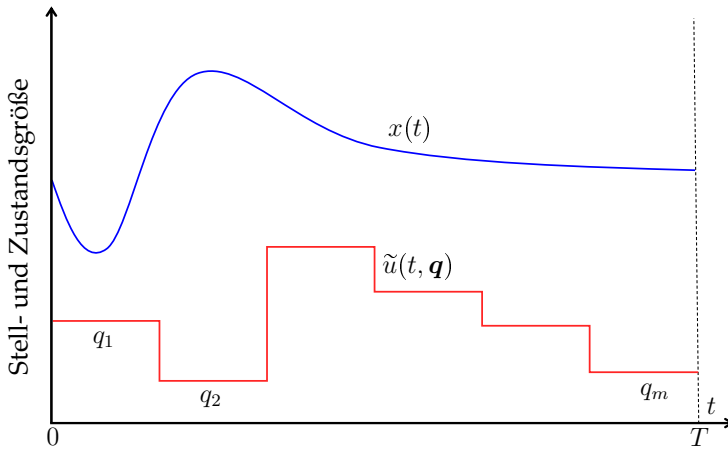


Abbildung A.1.: Einfachschießverfahren am Beispiel eines Systems mit einer skalaren Zustands- und einer Stellgrößentrajektorie. Die Stellgrößentrajektorie  $\tilde{u}(t, \mathbf{q})$  wurde hier durch abschnittsweise zeitlich konstante Funktionen mit dem Funktionswert  $q_j$  parametrisiert. Die Zustandstrajektorie  $x(t)$  ergibt sich weiterhin aus der Lösung der Systemdifferentialgleichung.

$$\phi_{(j)}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \in [j\Delta\tau - \Delta\tau, j\Delta\tau) \\ 0 & \text{für } t \notin [j\Delta\tau - \Delta\tau, j\Delta\tau) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

mit  $\Delta\tau = T/m$ .

Bei der Anwendung des Einfachschießverfahrens ist (A.10) ebenfalls eine (von vielen) Möglichkeit zur Parametrisierung der Trajektorien. Jedoch wird, verglichen mit dem Einfachschießverfahren, beim Mehrfachschießverfahren die Zustandstrajektorie  $x(t)$  für jedes der  $m$  Zeitintervalle  $t \in [j\Delta\tau - \Delta\tau, j\Delta\tau)$  unabhängig bestimmt, wodurch die Verwendung einer abschnittsweise definierten Funktion zwangsweise notwendig ist. Damit eine abschnittsweise Betrachtung der Intervalle möglich wird, wird der Vektor  $\mathbf{s}_{(j)} \in \mathbb{R}^n$  eingeführt, welcher die Startwerte der Zustandsgrößen für ein Intervall beschreibt. Entsprechend ist  $\mathbf{s}$  der zusammenfassende Vektor aller  $m$  Vektoren  $\mathbf{s}_{(j)}$ . Ein Vorteil dieses Ansatzes ist, dass sich so  $m$ , ausschließlich über die Nebenbedingungen gekoppelte, Optimierungsprobleme ergeben. Um eine Verwechslung mit den Spielergütemaßen zu verhindern, wird der Index des Zeitintervalls bei  $J_{(j)}(\cdot)$  in runden Klammern geschrieben. Die Zustandstrajektorien des Zeitintervalls  $j$  lassen sich mittels numerischer Integration der Systemdynamik mit den initialen Zuständen  $\mathbf{s}_{(j)}$  und den Parametern  $\mathbf{q}_{(j)}$ , welche die Steuertrajektorien in diesem Intervall approximieren, berechnen. Damit ist das Teil-Gütemaß  $J_{(j)}(\cdot)$  aus Optimierungssicht nur von diesen Parametern abhängig, weshalb diese Gütefunktion als  $J'_{(j)}(\mathbf{q}_{(j)}, \mathbf{s}_{(j)})$  bezeichnet wird. Es ergeben sich daher  $m$  gegenseitig unabhängige Op-

timierungsprobleme. Dies ist ein großer Vorteil, verglichen mit dem Einfachschießverfahren, bei dem Abhängigkeiten zwischen den einzelnen  $\mathbf{q}_{(j)}$  bestehen, welche die Lösung des Optimierungsproblems erschweren. Die Stetigkeit der Zustandstrajektorie an den Grenzen der Zeitintervalle, muss allerdings über Nebenbedingungen erzwungen werden. Formal ergibt sich beim Mehrfachschießverfahren das folgende Optimierungsproblem:

$$\min_{\mathbf{q}, \mathbf{s}} \sum_{j=1}^m J'_{(j)}(\mathbf{q}_{(j)}, \mathbf{s}_{(j)}) \quad (\text{A.11a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{0} = \mathbf{s}_{(j+1)} - \mathbf{x}_{(j)}(\mathbf{q}_{(j)}, \mathbf{s}_{(j)}) \quad \forall j = 1, \dots, m-1 \quad (\text{A.11b})$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{x}_0 - \mathbf{s}_{(1)} \quad (\text{A.11c})$$

$$\mathbb{U} \ni \tilde{\mathbf{u}}(t, \mathbf{q}). \quad (\text{A.11d})$$

Die Nebenbedingung (A.11b) erzwingt die Stetigkeit der Zustandstrajektorie. Dabei steht  $\mathbf{x}_{(j)}(\mathbf{q}_{(j)}, \mathbf{s}_{(j)})$  abkürzend für den Zustandsvektor zum Zeitpunkt  $t = j\Delta\tau$ . Dieser wird über numerische Integration der Systemgleichung (A.6b) ausgehend von dem Startzeit  $t = (j-1)\Delta\tau$ , dem Startwert  $\mathbf{s}_{(j)}$  und dem Steuervektor, beschrieben durch  $\mathbf{q}_{(j)}$ , berechnet.

Das Optimierungsproblem kann ebenfalls mit Hilfe von SQP Ansätzen gelöst werden, sofern  $J'_{(j)}(\mathbf{q}_{(j)}, \mathbf{s}_{(j)})$  stetig nach den Parametern differenzierbar ist. Die Lösung mittels SQP ist hier im Besonderen sinnvoll, da nur beschränkt Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Einträgen von  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{s}$  bestehen. Anschaulich stellt das Mehrfachschießverfahren eine  $m$ -fache, abschnittsweise Anwendung des Einfachschießverfahrens unter der Forderung von Stetigkeit zwischen den Teillösungen dar. Das Konzept ist in Abbildung A.2 dargestellt.

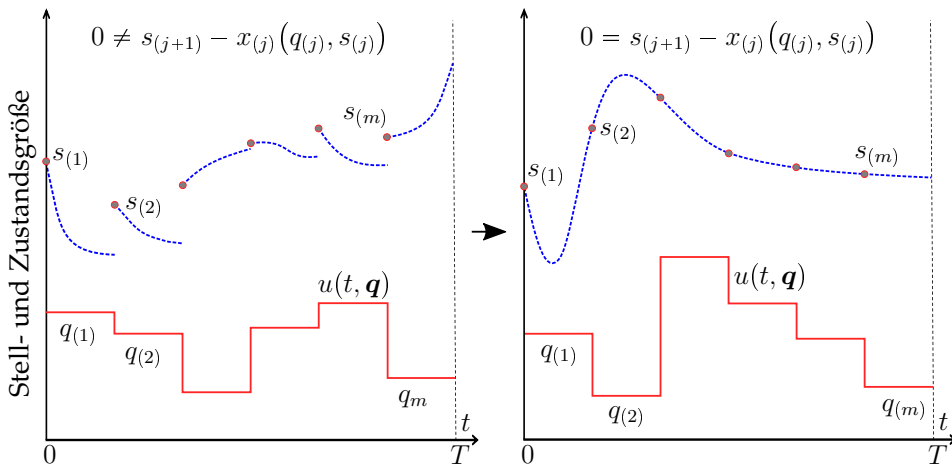


Abbildung A.2.: Mehrfachschießverfahren am Beispiel einer skalaren Zustands- und Stellgrößentrajektorie. Die Stellgrößentrajektorie  $\tilde{u}(t, (\mathbf{q}))$  wurde durch abschnittsweise zeitlich konstante Funktionen mit dem Funktionswert  $q_j$  parametrisiert. Die blau gestrichelten Trajektorienabschnitte zeigen die Zustandstrajektorie die jeweils auf Basis der Startwert  $s_j$  berechnet wurden. Die linke Abbildung zeigt das Ergebnis nach der ersten Iteration des zugrundeliegenden Parameteroptimierungsproblems. Hier sind die Stetigkeitsbedingungen für die einzelnen Abschnitte der Systemtrajektorie noch nicht erfüllt. Die rechte Abbildung zeigt das Ergebnis am Ende der Optimierung bei erfüllten Stetigkeitsbedingungen.

## A.3. Inverse dynamische Optimierung

Die Inverse Optimierung ist notwendig, um einige essentielle Probleme bei der kooperativen Regelung zu lösen. Bevor auf diese spezifischen Problemstellungen eingegangen wird erfolgt eine kompakte Einführung in die Inverse Optimierung. Unter dem Begriff *Inverse Dynamische Optimierung* (IDO) versteht man die Identifizierung der Gütefunktion eines dynamischen Optimierungsproblems aus einem Satz gegebener optimaler Trajektorien. Die Randbedingungen der Optimierung, wie die Dynamik des zugrunde liegenden Systems und die Beschränkungen der Stellgrößen, werden als bekannt angenommen.

### Problemstellung A.1 (Inverses Dynamisches Optimierungsproblem)

#### Gegeben:

- $S$ , System
- $[0, T)$ , Zeithorizont
- $\check{u}(t), t \in [0, T)$ , optimale Stellgrößentrajektorien
- $\mathbb{U}$ , Beschränkung der Stellgrößen (sofern sie beschränkt sind)

#### Gesucht:

Eine Gütefunktion  $J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$  für die gilt

$$\check{u}(t) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in \mathbb{U}} J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (\text{A.12a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (\text{A.12b})$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (\text{A.12c})$$

Die IDO beschreibt die in Definition A.1 gegebene mathematische Problemstellung. Zur besseren Unterscheidung zwischen inverser Problemstellung und dynamischem Optimierungsproblem werden die gegebenen optimalen Trajektorien des inversen Problems mit „ $\check{\phantom{u}}$ “ gekennzeichnet. In der Regelungstechnik wurde die IDO erstmals von Kalman in [Kal64] diskutiert, der damit versuchte, eine Brücke zwischen der traditionellen Regelungstheorie und der damals neuen, optimalen Regelungstheorie zu bauen. Er zeigte, dass für jeden gegebenen, stabilisierenden linearen Regler immer ein entsprechendes optimales Regelungsproblem existiert. Im mathematischen Kontext wird das Problem der IDO bereits seit den Anfängen der Variationsrechnung diskutiert. Beispiele hierzu sind [Dou41] und [Fun62]. In jüngster Zeit wurde das Konzept verwendet, um Eigenschaften der menschlichen Bewegung

zu identifizieren, die als optimales Steuerungsproblem modelliert werden können [MTL10, BPC<sup>+</sup>06, Alb13, Hat14]. Eine weitere Anwendung von IDO ist die Identifizierung von Modellen für die Beschreibung von menschlichen Regelungsaufgaben, so z.B. bei der Fahrzeugführung [But04] und der Flugzeugführung [AGMS13].

Zu einem Optimierungsproblem existieren grundsätzlich unendlich viele Gütefunktionen, die bei einer ansonsten identischen Problemstellung zum gleichen Ergebnis führen. Um dies formal beschreiben zu können wurde die Eigenschaft der Äquivalenz von Gütefunktionen eingeführt (siehe Kapitel A.4). Die inverse Optimierung kann verwendet werden, um die Gütefunktion  $J_i(\cdot)$  eines Spielers in einem Differentialspiel zu identifizieren, sofern die Trajektorien des Spiels bekannt sind. Voraussetzung ist, dass bekannt sein muss, welches grundsätzliche Lösungskonzept (siehe Kapitel 2.2 z.B. Nash-Gleichgewicht, Stackelberg-Gleichgewicht) dem gekoppelten Entscheidungsproblem zugrunde liegt. Unter der Annahme einer Nash-Strategie kann die Gütefunktion eines Spielers auf Basis der folgenden Problemstellung bestimmt werden.

### Problemstellung A.2 (Inverses Spielerproblem)

#### Gegeben:

- $S$ , System
- $[0, T)$ , Zeithorizont
- $\check{u}_i^*(t), t \in [0, T)$ , Stellgrößentrajektorien des Nash-Gleichgewichts von Spieler  $i \in \mathbb{P}$
- $\check{u}_{-i}^*(t), t \in [0, T)$ , Stellgrößentrajektorien des Nash-Gleichgewichts aller anderen Spieler
- $\mathbb{U}_i$ , Beschränkung der Stellgrößen für Spieler  $i$  (sofern vorhanden)

#### Gesucht:

Eine Gütefunktion  $J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$  für die gilt

$$\check{u}_i^*(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \check{u}_{-i}^*(t)) \quad (\text{A.13a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \check{u}_{-i}^*(t)) \quad (\text{A.13b})$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (\text{A.13c})$$

Da die Trajektorien  $\check{u}_{-i}^*(t)$  bekannt sind, wird  $J_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{P} \setminus i$  und  $\mathbb{U}_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{P} \setminus i$  nicht für die Bestimmung der Gütefunktion  $J_i(\cdot)$  benötigt und es ist unerheblich wie viele

Spieler das Spiel hat. Auf Basis des Problems A.2 kann auch die Gütefunktion des dominierten Spielers eines Stackelbergspiels bestimmt werden. Dazu ist entsprechend  $\tilde{u}_i^*(t)$  und  $\tilde{u}_{-i}^*(t)$  durch  $\tilde{u}_i^s(t)$  und  $\tilde{u}_{-i}^s(t)$  zu ersetzen. Die Vorgehensweise zur Lösung der Problemstellung A.1 und A.2 ist identisch. Die im nächsten Abschnitt dargestellten Lösungsansätze eignen sich daher für beide Problemstellungen. Da die Nomenklatur der Problemstellung A.2 allgemeiner ist wird sie im Folgenden verwendet um die Lösungskonzepte der IDO vorzustellen, auch wenn die vorgestellten Ansätze in der Literatur nur für klassische inverse Optimierungsprobleme und nicht für spieltheoretische Probleme beschrieben werden.

### A.3.1. Lösung des Inversen Dynamischen Optimierungsproblems

Die Ansätze zur Lösung eines IDO lassen sich analog zur Lösung von dynamischen Optimierungsproblemen in indirekte und direkte Lösungsverfahren unterteilen.

#### Indirekte Lösungsverfahren

Die indirekten Lösungsverfahren basieren auf den, sich aus der Variationsrechnung ergebenden, notwendigen Bedingungen der optimalen Lösung eines Optimierungsproblems. Zuerst werden die notwendigen Bedingungen für das zugrunde liegende Optimierungsproblem (vgl. Abschnitt 2.2.1) aufgestellt. Aus diesem Differentialgleichungssystem werden dann die Gütefunktionen bestimmt. Der indirekte Ansatz wurde bereits von Kalman angewendet, um Gewichtungsmatrizen der Gütefunktion eines zeitinvarianten LQ-Reglers im SISO Fall zu bestimmen [Kal64]. Eine Erweiterung auf den Mehrgrößenfall erfolgte in [JK73, Cas80, FN84] und auf mehrere Regler in [FK88]. Alle diese Ansätze verwenden die algebraische Riccati-Gleichung (ARE) zur Bestimmung der Gütefunktion. Für dynamische Optimierungsprobleme mit linearer Systemdynamik und quadratischen Gütefunktionen wurde in [Tha67, MA73] gleichermaßen ein Vorgehen auf Basis der Hamilton-Jacobi-Bellman Differentialgleichung vorgeschlagen. Für die identische Problemklasse wurde in [JAB13] ein Algorithmus direkt auf Basis der Hamilton-Gleichungen (bzw. Pontryagins Minimum Prinzip) vorgestellt. Aufgrund des Ansatzes über die Optimalitätsbedingungen sind die sich ergebenden Lösungen bzw. Algorithmen der Indirekten Lösungsverfahren sehr problemspezifisch aber meist effizienter als direkte Methoden.

#### Direkte Lösungsverfahren

Bei den direkten Lösungsverfahren wird das Problem der IDO direkt als Optimierungsproblem gelöst. Dazu wird das IDO als hierarchisches Optimierungsproblem mit zwei Ebenen formuliert, weshalb das Konzept Zwei-Ebenen-Ansatz genannt wird. Bekannt wurde das direkte Lösungsverfahren durch die Anwendung in [MTL10]. Ursprünglich entwickelt wurde der Ansatz in [Hat08, HSB12] und [Hat14].

Um das IDO Problem lösen zu können, ist es notwendig eine parametrisierbare Struktur für die Gütefunktion mit

$$J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta}_i) \quad (\text{A.14})$$

vorzugeben. Die Bestimmung der Gütefunktion  $J_i(\cdot)$  reduziert sich daher auf die Bestimmung des Parametervektors  $\boldsymbol{\theta}_i$ . Auf den ersten Blick scheint die Notwendigkeit zur Vorgabe einer Struktur für die Gütefunktion ein Nachteil zu sein, verglichen mit den indirekten Lösungsverfahren. In den spezifischen Problemstellungen, auf denen die indirekten Lösungsverfahren angewendet werden können, ist aber die Struktur der Lösung a-priori bekannt und damit also implizit gegeben.

Das direkte Lösungsverfahren besteht aus zwei Optimierungsebenen. Die untere Ebene löst das grundlegende dynamische Optimierungsproblem für einen gegebenen Parametervektor  $\boldsymbol{\theta}_i$ . Die obere Ebene minimiert den Abstand zwischen den Stellgrößentrajektorien  $\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\theta}_i, t)$ , die sich für  $\boldsymbol{\theta}_i$  aus der unteren Ebene ergeben, und den a-priori gegebenen Trajektorien  $\check{\mathbf{u}}_i^*(t)$  durch Variation der Parameter  $\boldsymbol{\theta}_i$ . Formal ergibt sich die folgende Problemstellung:

$$\check{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_i} \int_0^T (\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\theta}_i, t) - \check{\mathbf{u}}_i^*(t))^T \mathbf{Z}(\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\theta}_i, t) - \check{\mathbf{u}}_i^*(t)) dt \quad (\text{A.15a})$$

mit

$$\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\theta}_i, t) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{U}_i} J_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \check{\mathbf{u}}_{-i}^*(t), \boldsymbol{\theta}_i) \quad (\text{A.15b})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_i(t), \check{\mathbf{u}}_{-i}^*(t)) \quad (\text{A.15c})$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (\text{A.15d})$$

Dabei ist  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$  eine beliebige aber positiv definite Matrix. Für eine Lösung  $\check{\boldsymbol{\theta}}_i$  des Optimierungsproblems (A.15) gilt

$$\mathbf{u}_i(\check{\boldsymbol{\theta}}_i, t) = \check{\mathbf{u}}_i^*(t) \quad \forall t \in [0, T] \quad (\text{A.16})$$

sofern sie

$$0 = \int_0^T (\mathbf{u}_i(\check{\boldsymbol{\theta}}_i, t) - \check{\mathbf{u}}_i^*(t))^T \mathbf{Z}(\mathbf{u}_i(\check{\boldsymbol{\theta}}_i, t) - \check{\mathbf{u}}_i^*(t)) dt \quad (\text{A.17})$$

erfüllt. Das Optimierungsproblem (A.15a) ist ein klassisches NLP und (A.15b) ein klassisches dynamisches Optimierungsproblem. Beide Optimierungsprobleme können numerisch gelöst werden. Die einfachste und allgemeinste Implementierung kann erreicht werden, wenn (A.15b) bei jeder Auswertung der Gütefunktion (A.17) gelöst wird. Dies ist auf der linken Seite von Abbildung A.3 dargestellt.



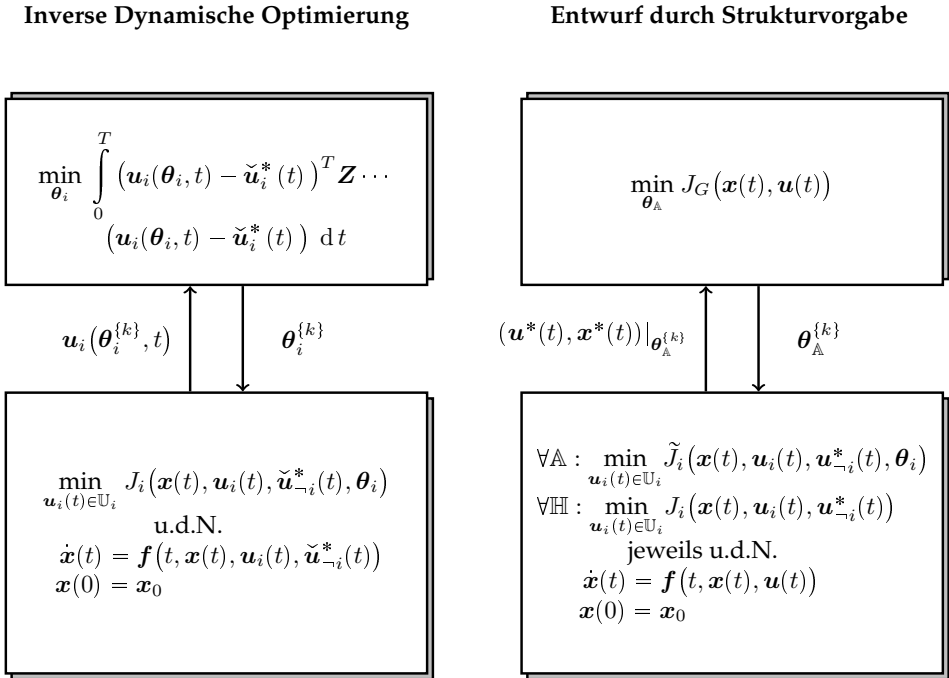


Abbildung A.3.: Vergleich der beiden Optimierungsebenen beim Zwei-Ebenen-Ansatz der IDO (links) und beim Entwurf durch Strukturvorgabe aus Abschnitt 3.5.2 (rechts)

Die Problemstellung (A.15) hat Parallelen zur Problemstellung (3.56) die im Zuge des Entwurfs der Automation vorgeschlagen wurde. In Abbildung A.3 sind sie gegenüber gestellt. Beide bestehen aus zwei logischen Optimierungsebenen, wobei die jeweils obere Ebene ein Parameteroptimierungsproblem ist. Die untere Ebene ist beim IDO ein klassisches dynamisches Optimierungsproblem, wohingegen beim Entwurf des Regelkreises durch Strukturvorgabe (Abschnitt 3.5.2) in der unteren Ebene ein Nash-Gleichgewicht bestimmt wird. Für den nicht kooperativen Spezialfall  $N = 1$  und  $|\mathbb{H}| = 0$  sind die auf der unteren Optimierungsebene zu lösenden Probleme identisch.

### A.3.2. Inverse Optimierung für kooperative Regelung

Im Kontext der kooperativen Regelung wird die IDO benötigt um folgende Fragestellungen zu lösen:

1. Identifikation der Gütefunktionen  $J_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{H}$  von den Modellen der Menschen im Regelkreis.
2. Entwurf der Gütefunktionen der Automation  $J_i(\cdot) \forall i \in \mathbb{A}$  auf Basis von Abschnitt 3.5.1.
3. Bestimmung einer globalen Gütefunktion  $J_G(\cdot)$ .

Die erste Fragestellung wurde bereits in der Problemstellung A.2 formalisiert. Dabei wurde die direkte Lösung der IDO vorgestellt. Um die mathematische Fragestellung lösen zu können, müssen entsprechende optimale Trajektorien  $\check{u}^*(t)$  in einem Versuch aufgezeichnet werden. Die zweite Fragestellung (formal das Problem (3.51)) ist aus mathematischer Sicht identisch mit Problemstellung A.2. Dabei ist entsprechend für  $\check{u}^*(t)$  die *stark kooperative Nash-Strategie*  $\hat{u}^*(t)$  zu verwenden. Die dritte Fragestellung behandelt die Frage, wie die globale Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  gewählt werden kann. Die globalen Zielstellungen können durch die geeignete Wahl einer Gütefunktion  $J_G(\cdot)$  direkt modelliert werden. Allerdings existieren in manchen Problemstellungen (z.B. in biologischen und sozialen) teilweise keine klaren Ziele. In diesem Fall kann die Identifikation von  $J_G(\cdot)$  auf Basis von vorgegebenen, gewünschten und idealen (oder zumindest von jeder beteiligten Partei akzeptierten) Lösungstrajektorien  $\check{u}(t)$  erfolgen. Dabei sind zwei Fälle bei der Bestimmung von  $J_G(\cdot)$  zu unterscheiden.

Im ersten Fall wird für den gesamten Regelkreis das idealisierte gewünschte Verhalten vorgegeben, d.h.  $\check{u}(t)$  beschreibt das gewünschte Verhalten aller  $N$  Regler bzw. Spieler. In diesem Fall ergibt sich  $J_G(\cdot)$  aus der folgenden IDO:

$$\mathbf{0} \stackrel{!}{=} \check{u}(t) - \arg \min_{u(t) \in \mathbb{U}} J_G(x(t), u(t)) \quad (\text{A.18a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{x}(t) = \mathbf{f}(t, x(t), u(t)) \quad (\text{A.18b})$$

$$x(0) = x_0. \quad (\text{A.18c})$$

Für die Spieler  $\mathbb{H}$  kann die Annahme von idealisiertem Verhalten aber irrational sein, da die Konsistenz mit den individuellen Zielen der Spieler nicht garantiert ist. Im zweiten Fall wird daher nur das idealisierte und gewünschte Verhalten der Automation mit den Stellgrößentrajektorien  $\check{u}_{\mathbb{A}}(t)$  vorgegeben werden. Das Verhalten der Partner  $\mathbb{H}$  ergibt sich dann entsprechend aus deren individuellen Zielstellungen. In diesem Fall folgt  $J_G(\cdot)$  aus dem zu (3.28) inversen Problem.

In zwei Abschlussarbeiten wurde IDO auf die Problemstellungen der kooperativen Regelung angewendet. In der Abschlussarbeit [Got13] wurde inverse Optimierung verwendet um die Gütefunktion eines Fahrers bei der Manöverplanung zu bestimmen. In der Arbeit [Kur15] wurde mit inverser Optimierung die Gütefunktion eines als Optimalregler modellierten Fahrers bei der Querführungsaufgabe identifiziert. Es konnte in beiden Arbeiten gezeigt werden, dass die Gütefunktionen mit dem in [MTL10] vorgeschlagenen Zwei-Ebenen-Ansatz identifiziert werden können. Die Bestimmung der Funktionen auf Basis eines Szenarios der Länge  $T = 15 \text{ s}$  dauert bei

Verwendung des nicht optimierten Zwei Ebenen Ansatzes unter den in [Kur15] gewählten Einstellungen ca. 60 min. Durch eigene, auf die Problemklasse spezialisierte Algorithmen konnte die Rechenzeit auf 20 s verkürzt werden.

## A.4. Äquivalenz von Gütefunktionen

In einer Anwendung (z.B. MPR), in der nur das Argument  $\theta$  des Extrema einer Gütefunktion  $J(\theta)$  von Relevanz ist, nicht aber der Funktionswert, ist der direkte Vergleich zweier Gütefunktionen

$$J_1(\theta) \equiv J_2(\theta) \quad (\text{A.19})$$

nicht zielführend, da auch für den Fall  $J_1(\theta) \neq J_2(\theta)$

$$\arg \min_{\theta} J_1(\theta) = \arg \min_{\theta} J_2(\theta) \quad (\text{A.20})$$

gelten kann. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn gilt

$$J_2(\theta) = aJ_1(\theta) + b \quad (\text{A.21})$$

mit  $a \in \mathbb{R}_{>0}, b \in \mathbb{R}$ . Um dies formal zu beschreiben, wird die Eigenschaft der Äquivalenz ( $\sim$ ) zweier Gütefunktionen mit Bezug zu einem Optimierungsproblem eingeführt.

### Definition A.4 (Äquivalenz Gütefunktion)

Zwei Gütefunktionen  $J_1(\cdot)$  und  $J_2(\cdot)$  werden als äquivalent

$$J_1(\cdot) \underset{(\mathcal{OP})}{\sim} J_2(\cdot) \quad (\text{A.22})$$

im Bezug zu einem Optimierungsproblem  $\mathcal{OP}$  bezeichnet wenn gilt

$$\mathcal{OP}(J_1(\cdot)) = \mathcal{OP}(J_2(\cdot)). \quad (\text{A.23})$$

Dies gilt sowohl für Funktionen wie auch Funktionale.

Dabei bezeichnet  $\mathcal{OP}$  ein beliebiges Optimierungsproblem und  $\mathcal{OP}(J_i(\cdot))$  die Menge aller Argumente des Minimums (oder der Minima) des Optimierungsproblems bei der Gütefunktion  $J_i(\cdot)$ . Entsprechend sind zwei Gütefunktionen nicht äquivalent ( $\not\sim$ ), wenn (A.23) nicht erfüllt ist. Zur Veranschaulichung wird ein Beispiel gezeigt.

### Beispiel A.1:

Gegeben sei das beschränkte Parameteroptimierungsproblem

$$\arg \min_{\theta} J(\theta) \quad (\text{A.24a})$$

mit der Nebenbedingung

$$\theta \leq 4 \quad (\text{A.24b})$$

$$\theta > 0 \quad (\text{A.24c})$$

und den Gütefunktionen

$$J_1(\theta) = (\theta - 2)^2 + \pi \quad (\text{A.25})$$

$$J_2(\theta) = |\sin(\theta - 2)| - \frac{\theta}{10} \quad (\text{A.26})$$

$$J_3(\theta) = (\theta - 2)^3 + (\theta - 2)^2. \quad (\text{A.27})$$

Es gilt

$$J_1(\theta) \underset{(\text{A.24})}{\sim} J_2(\theta) \quad (\text{A.28})$$

und

$$J_1(\theta) \underset{(\text{A.24})}{\not\sim} J_3(\theta) \wedge J_2(\theta) \underset{(\text{A.24})}{\not\sim} J_3(\theta). \quad (\text{A.29})$$

## A.5. Lösung der (unsymmetrischen) Algebraischen Riccati Gleichung

In diesem Abschnitt werden Lösungskonzepte für unsymmetrische ARE der Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \left( \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}^T \right) \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_N \end{bmatrix} \mathbf{A} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_N \end{bmatrix} [\mathbf{S}_1 \ \cdots \ \mathbf{S}_N] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

diskutiert, wie sie für die zeitinvariante Lösung des LQ-Differentialspiels in Kapitel 4 benötigt werden. Für den allgemeinen Fall gilt  $\mathbf{P}_i, \mathbf{A}, \mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n}$ .  $\otimes$  ist das Kronecker-Produkt.

Der in der Regelungstechnik gängige Ansatz der Lösung der ARE über die Hamilton Matrix (z.B. [AKFIJ12]) kann hier aufgrund der Dimensionen des gekoppelten Gleichungssystems (A.30) nicht verwendet werden. Ein anwendbarer Lösungsansatz für die ARE ist es, das zugrunde liegende Differentialgleichungssystem (4.15) zu verwenden und auf Basis eines angenommenen Anfangswertes (bzw. formal Endwert) numerisch zu integrieren, bis die Differentialgleichungen zu einer Lösung der ARE konvergieren. Als Alternative dazu wurde in [GL00] die Lösung der ARE auf Basis des Newton-Raphson-Verfahrens vorgeschlagen. Um die Konvergenzeigenschaften zu verbessern, wurden weitere iterative Verfahren vorgeschlagen, die in jedem Schritt eine Approximation des Originalproblems lösen und damit die Lösung verbessern (z.B. in [Guo01] auf Basis der Sylvester Gleichung und in [MXM05] auf Basis

der Lyapunov Gleichung). Nachteil aller dieser häufig eingesetzten iterativen Lösungsverfahren ist jedoch, dass nur jeweils eine Lösung der ARE bestimmt wird und es formal unmöglich ist, alle Lösungen zu bestimmen. Eine Lösung der ARE ist aber nicht zwangsweise auch ein Lösung des regelungstechnischen Problems (siehe Gleichung (4.20)). Es wird daher ein algebraischer Lösungsansatz verwendet der alle Lösungen einer ARE berechnen kann.

Basis ist die Arbeit von [AKF]93], welche die Verbindung der Eigenvektoren und Eigenwerten der Matrix

$$M = \begin{bmatrix} A & -S_1 & -S_2 & \cdots & -S_N \\ -Q_1 & -A^T & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ -Q_2 & \mathbf{0} & -A^T & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ -Q_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & -A^T \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

mit der Lösung der zugehörigen ARE aufzeigte. Der darauf aufbauende Algorithmus wurde von [MEP11] und [Eng13] vorgeschlagen und besteht aus drei wesentlichen Schritten:

1. Aufstellen der Matrix  $M$  und berechnen der Eigenwerte und Eigenvektoren.
2. Bestimmung aller  $M$  invarianten Unterräume  $\mathcal{P}_j$  unter Verwendung der Eigenwerte mit negativen Realteil.<sup>49</sup>
3. Sofern  $X_j$  invertierbar ist, ergibt sich aus jedem der im vorherigen Schritt bestimmten Unterräume  $\mathcal{P}_j$  eine Lösung der ARE (hier für  $N = 2$  gezeigt):

$$P_1 = Y_j X_j^{-1} \quad (\text{A.32})$$

$$P_2 = Z_j X_j^{-1} \quad (\text{A.33})$$

mit

$$\mathcal{P}_j = \text{im} \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix}.^{50} \quad (\text{A.34})$$

Auf Basis der stabilen Eigenwerte der Matrix  $M$  kann auf die Lösbarkeit bzw. die Anzahl der Lösungen einer ARE geschlossen werden.

<sup>49</sup>Bei ausschließlich einfachen Eigenwerten ergeben sich die Unterräume einfach als Kombination (ohne Wiederholung und ohne Betrachtung der Reihenfolge) von je  $n$  Eigenvektoren.

<sup>50</sup>im: mathematisch Bild siehe [BSM06, Seite 328]

## A.6. Gradienten der Gütefunktion Kapitel 4.3.1

In diesem Abschnitt wird die diskrete Gütefunktion (4.31) eines Spielers  $i$  mittels (4.35) umgeformt und anschließend analytisch die Gradienten bestimmt, mit dem Ziel, die Matrizen  $C_{ii}$ ,  $C_{il}$  und den Vektor  $c_i$  zu erhalten. Um die Übersichtlichkeit zu verbessern, werden jeweils die Berechnungen für die einzelnen Summanden von (4.32) getrennt durchgeführt. Für die vollständige Gütefunktion können die einzelnen Terme der folgenden Abschnitte einfach aufsummiert werden.

### Zustandsgrößen (4.32a)

$$\begin{aligned}
 J_i(\cdot) &= \sum_{j=1}^m (\mathbf{x}^{(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)})^T \mathbf{Q}_{i,(j)} (\mathbf{x}^{(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)}) \\
 &= (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i)^T \bar{\mathbf{Q}}_i (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i) \\
 J_i(\bar{\mathbf{u}}) &= (\bar{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \bar{\mathbf{H}}_z \bar{\mathbf{z}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i + \sum_{l=1}^N \bar{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{u}}_l)^T \bar{\mathbf{Q}}_i (\bar{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \bar{\mathbf{H}}_z \bar{\mathbf{z}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i + \sum_{l=1}^N \bar{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{u}}_l)
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

mit

$$\bar{\mathbf{Q}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{i,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{i,(2)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{i,(m)} \end{bmatrix} \tag{A.36}$$

$$\bar{\bar{\mathbf{x}}}_i = \left[ (\bar{\mathbf{x}}_{i,(1)})^T \quad \cdots \quad (\bar{\mathbf{x}}_{i,(m)})^T \right]^T. \tag{A.37}$$

Daraus ergeben sich die Ableitungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J_i(\bar{\mathbf{u}})}{\partial \bar{\mathbf{u}}_i} &= \underbrace{2\bar{\mathbf{H}}_i^T \bar{\mathbf{Q}}_i (\bar{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \bar{\mathbf{H}}_z \bar{\mathbf{z}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i)}_{\mathbf{c}_i} + \underbrace{2\bar{\mathbf{H}}_i^T \bar{\mathbf{Q}}_i \bar{\mathbf{H}}_i}_{\mathbf{C}_{ii}} \bar{\mathbf{u}}_i + \sum_{l \in \mathbb{P} \setminus i} \underbrace{2\bar{\mathbf{H}}_i^T \bar{\mathbf{Q}}_i \bar{\mathbf{H}}_l}_{\mathbf{C}_{il}} \bar{\mathbf{u}}_l \\
 \frac{\partial^2 J_i(\bar{\mathbf{u}})}{(\partial \bar{\mathbf{u}}_i)^2} &= 2\bar{\mathbf{H}}_i^T \bar{\mathbf{Q}}_i \bar{\mathbf{H}}_i.
 \end{aligned} \tag{A.38}$$

## Stellgrößen (4.32b)

$$\begin{aligned}
 J_i(\vec{\mathbf{u}}) &= \sum_{j=1}^m (\mathbf{u}_{i,(j)} - \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)})^T \mathbf{R}_{ii,(j)} (\mathbf{u}_{i,(j)} - \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)}) \\
 &= (\vec{\mathbf{u}}_i - \vec{\bar{\mathbf{u}}}_i)^T \vec{\mathbf{R}}_{ii} (\vec{\mathbf{u}}_i - \vec{\bar{\mathbf{u}}}_i)
 \end{aligned} \tag{A.39}$$

mit

$$\vec{\mathbf{R}}_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ii,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{ii,(2)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{ii,(m)} \end{bmatrix} \tag{A.40}$$

$$\vec{\bar{\mathbf{u}}}_i = \left[ (\bar{\mathbf{u}}_{i,(1)})^T \cdots (\bar{\mathbf{u}}_{i,(m)})^T \right]^T. \tag{A.41}$$

Daraus ergeben sich die Ableitungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J_i(\vec{\mathbf{u}})}{\partial \vec{\mathbf{u}}_i} &= \underbrace{-2\vec{\mathbf{R}}_{ii}\vec{\bar{\mathbf{u}}}_i}_{\mathbf{c}_i} + \underbrace{2\vec{\mathbf{R}}_{ii}\vec{\mathbf{u}}_i}_{\mathbf{c}_{ii}} \\
 \frac{\partial^2 J_i(\vec{\mathbf{u}})}{(\partial \vec{\mathbf{u}}_i)^2} &= 2\vec{\mathbf{R}}_{ii}.
 \end{aligned} \tag{A.42}$$

## Änderung der Zustandsgrößen (4.32c)

$$\begin{aligned}
 J_i(\vec{\mathbf{u}}) &= \sum_{j=1}^m (\Delta \mathbf{x}_{(j)} - \Delta \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)})^T \Delta \mathbf{Q}_{i,(j)} (\Delta \mathbf{x}_{(j)} - \Delta \bar{\mathbf{x}}_{i,(j)}) \\
 &= (\vec{\mathbf{V}}_{i,x} \vec{\mathbf{x}} - \Delta \vec{\bar{\mathbf{x}}}_i)^T \Delta \vec{\mathbf{Q}}_i (\vec{\mathbf{V}}_{i,x} \vec{\mathbf{x}} - \Delta \vec{\bar{\mathbf{x}}}_i) \\
 &= \left( \vec{\mathbf{V}}_{i,x} (\vec{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \vec{\mathbf{H}}_z \vec{\mathbf{z}} + \sum_{l=1}^N \vec{\mathbf{H}}_l \vec{\mathbf{u}}_l) - \Delta \vec{\bar{\mathbf{x}}}_i \right)^T \Delta \vec{\mathbf{Q}}_i \cdots \\
 &\quad \left( \vec{\mathbf{V}}_{i,x} (\vec{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \vec{\mathbf{H}}_z \vec{\mathbf{z}} + \sum_{l=1}^N \vec{\mathbf{H}}_l \vec{\mathbf{u}}_l) - \Delta \vec{\bar{\mathbf{x}}}_i \right)
 \end{aligned} \tag{A.43}$$

mit

$$\vec{\Delta Q}_i = \begin{bmatrix} \Delta Q_{i,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta Q_{i,(2)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \Delta Q_{i,(m)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.44})$$

$$\vec{V}_{i,x} = \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(n \times n)} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \ddots & & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.45})$$

$$\vec{\Delta \bar{x}}_i = \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}_{i,(1)} \\ \Delta \bar{x}_{i,(2)} \\ \vdots \\ \Delta \bar{x}_{i,(m)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}_{i,(0)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.46})$$

Dabei ist  $\Delta \bar{x}_{i,(0)}$  die Zustandsreferenz für die Differenz im ersten Zeitschritt. Es ergeben sich die Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}_i} &= 2\vec{H}_i^T \underbrace{\vec{\Delta Q}_i (\vec{V}_{i,x} \vec{\Phi} \mathbf{x}_{(0)} + \vec{V}_{i,x} \vec{H}_z \vec{z} - \vec{\Delta \bar{x}}_i)}_{\mathbf{c}_i} \\ &\quad + 2\vec{H}_i^T \underbrace{\vec{V}_{i,x}^T \vec{\Delta Q}_i \vec{V}_{i,x} \vec{H}_i \vec{u}_i}_{\mathbf{c}_{ii}} + \sum_{l \in \mathbb{P} \setminus \{i\}} \underbrace{2\vec{H}_i^T \vec{V}_{i,x}^T \vec{\Delta Q}_i \vec{V}_{i,x} \vec{H}_l \vec{u}_l}_{\mathbf{c}_{il}} \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

$$\frac{\partial^2 J_i(\vec{u})}{(\partial \vec{u}_i)^2} = 2\vec{H}_i^T \vec{V}_{i,x}^T \vec{\Delta Q}_i \vec{V}_{i,x} \vec{H}_i. \quad (\text{A.48})$$

**Änderung der Stellgrößen (4.32d)**

$$\begin{aligned} J_i(\vec{u}) &= \sum_{j=1}^m (\Delta \mathbf{u}_{i,(j)} - \Delta \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)})^T \Delta \mathbf{R}_{ii,(j)} (\Delta \mathbf{u}_{i,(j)} - \Delta \bar{\mathbf{u}}_{i,(j)}) \\ &= \left( \vec{V}_{i,u} \vec{u}_i - \vec{\Delta \bar{u}}_i \right)^T \vec{\Delta \mathbf{R}}_{ii} \left( \vec{V}_{i,u} \vec{u}_i - \vec{\Delta \bar{u}}_i \right) \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$



mit

$$\Delta \vec{R}_{ii} = \begin{bmatrix} \Delta R_{ii,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta R_{ii,(2)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \Delta R_{ii,(m)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

$$\vec{V}_{i,u} = \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(n_i \times n_i)} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \ddots & & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.51})$$

$$\Delta \vec{u}_i = \begin{bmatrix} \Delta \bar{u}_{i,(1)} \\ \Delta \bar{u}_{i,(2)} \\ \vdots \\ \Delta \bar{u}_{i,(m)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{u}_{i,(0)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.52})$$

Dabei ist  $\bar{u}_{i,(0)}$  die Stellgrößenreferenz für die Differenz im ersten Zeitschritt. Daraus ergeben sich die Ableitungen:

$$\frac{\partial J_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}_i} = \underbrace{-2\vec{V}_{i,u}^T \Delta \vec{R}_{ii} \Delta \vec{u}_i}_{c_i} + \underbrace{2\vec{V}_{i,u}^T \Delta \vec{R}_{ii} \vec{V}_{i,u} \vec{u}_i}_{C_{ii}} \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{\partial^2 J_i(\vec{u})}{(\partial \vec{u}_i)^2} = 2\vec{V}_{i,u}^T \Delta \vec{R}_{ii} \vec{V}_{i,u}. \quad (\text{A.54})$$

### Differenzen zwischen Spielerstellgrößen (4.32e)

Dieser Abschnitt betrachtet die Gewichtung zwischen den Stellgrößen der Spieler  $i$  und  $l$ . Sollten die Differenzen zu weiteren Spielern Teil der Gütefunktion des Spielers  $i$  sein, ergeben sich diese Terme analog und können entsprechend aufsummiert werden.

$$\begin{aligned} J_i(\vec{u}) &= \sum_{j=1}^m (\mathbf{N}_{il,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{N}_{il',(j)} \mathbf{u}_{l,(j)})^T (\mathbf{N}_{il,(j)} \mathbf{u}_{i,(j)} - \mathbf{N}_{il',(j)} \mathbf{u}_{l,(j)}) \\ &= (\vec{N}_{il} \vec{u}_i - \vec{N}_{il'} \vec{u}_l)^T (\vec{N}_{il} \vec{u}_i - \vec{N}_{il'} \vec{u}_l) \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

mit

$$\vec{N}_{il} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{il,(1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{il,(2)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{il,(m)} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.56})$$

Die Matrix  $\vec{N}_{il}$  setzt sich analog zusammen. Daraus ergeben sich die Ableitungen:

$$\frac{\partial J_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}_i} = 2 \underbrace{\vec{N}_{il}^T \vec{N}_{il}}_{C_{ii}} \vec{u}_i + \underbrace{-2 \vec{N}_{il}^T \vec{N}_{il}}_{C_{il}} \vec{u}_l \quad (\text{A.57})$$

$$\frac{\partial^2 J_i(\vec{u})}{(\partial \vec{u}_i)^2} = 2 \vec{N}_{il}^T \vec{N}_{il}. \quad (\text{A.58})$$

# B. Modellierung und Validierung

## B.1. Fahrzeugmodell der Querdynamik

In diesem Abschnitt wird das Fahrzeugmodell der Querdynamik vorgestellt, welches für die Implementierung des Querführungs-FAS auf dem IRS-Fahrsimulator verwendet wurde. Die Fahrzeugmodellierung ist ein bereits intensiv erforschter Bereich und Gegenstand einiger Lehrbücher [MW14, Pfe13, KN00, Jaz14].

Um eine lineare Beschreibung der Fahrzeugkinematik zu ermöglichen, wird das Fahrzeug in einem lokalen Koordinatensystem betrachtet, welches vor Beginn eines jeden Optimierungsproblems des gleitenden Horizont Ansatzes neu aufgestellt wird. Der Ursprung des lokalen Koordinatensystems (Index  $\mathcal{L}$ ) ist der Fahrzeugschwerpunkt zu dem Startzeitpunkt  $t_0$  des jeweiligen Prädiktionszeitpunktes. Die Orientierung des Koordinatensystems ist die Fahrzeugrichtung des Startzeitpunktes  $t_0$ . Dadurch gilt für den Gierwinkel  $\psi_{\mathcal{L}}(t_0) = 0$ . Der geometrische Bezug zwischen dem statischen globalen Koordinatensystem (Index  $\mathcal{G}$ ) ist in Abbildung B.1 dargestellt. Alle nachfolgend betrachteten Koordinaten sind grundsätzlich im lokalen Koordinatensystem, der Index  $\mathcal{L}$  wird daher nicht explizit angegeben.

### Einspurmodell

Um die Querdynamik des Fahrzeuges zu modellieren, wird das bekannte lineare Einspurmodell [MW14, Seite 613ff] verwendet. Durch die Verwendung des lokalen Koordinatensystems stellt dieses Modell einen sinnvollen Kompromiss zwischen Modellgenauigkeit und dem numerischen Aufwand zur Lösung dar. Ein detaillierter Vergleich mit dem nichtlinearem Einspurmodell und dem nichtlinearem Zweispurmodell findet in der Arbeit [Tra12] statt. Mit dem Lenkwinkel  $\delta_s(t)$  als Eingangsgröße kann das Modell als linearer Zustandsraum der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_v(t) = \mathbf{A}_v(t)\mathbf{x}_v(t) + \mathbf{b}_v(t)\delta_s(t) \quad (\text{B.1})$$

mit dem Zustandsvektor der Fahrzeugkinematik

$$\mathbf{x}_v(t) = [\beta(t) \quad \dot{\psi}(t) \quad \psi(t) \quad y(t)]^T \quad (\text{B.2})$$

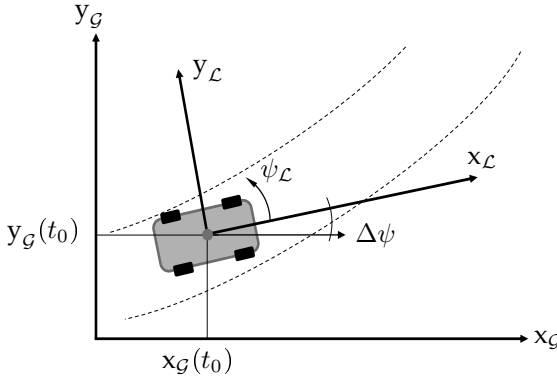


Abbildung B.1.: Definition des lokalen Fahrzeugkoordinatensystems für das Prädiktionsintervall beginnend zum Zeitpunkt  $t_0$

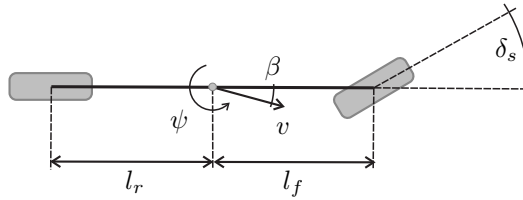


Abbildung B.2.: Geometrische Beziehungen im Einspurmodell

dargestellt werden. Dabei ist  $\psi$  der Gierwinkel und  $y$  die laterale Koordinate im lokalen Koordinatensystem (Abbildung B.1),  $\dot{\psi}$  die Gierrate und  $\beta$  der Schwimmwinkel (Abbildung B.2). Die Systemmatrix ist dabei

$$\mathbf{A}_v(t) = \begin{bmatrix} \frac{-C_f - C_r}{m_g v(t)} & \frac{C_r l_r - m_g v(t)^2 - C_f l_f}{m_g v(t)^2} & 0 & 0 \\ \frac{C_r l_r - C_f l_f}{\Theta_z} & \frac{-C_f l_f^2 - C_r l_r^2}{\Theta_z v(t)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v(t) & 0 & v(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

und der Eingangsvektor

$$\mathbf{b}_v(t) = \begin{bmatrix} \frac{C_f}{m_g v(t)} & \frac{C_f l_f}{\Theta_z} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.4})$$

Dabei ist  $m_g$  die Fahrzeugmasse,  $\Theta_z$  das Trägheitsmoment um den Massenschwerpunkt des Fahrzeuges,  $C_f$  die Seitensteifigkeit der Vorderachse,  $C_r$  die Seitensteifigkeit der Hinterachse,  $l_f$  und  $l_r$  der Abstand der Achsen zum Schwerpunkt (Abbildung B.2). Die Fahrzeuggeschwindigkeit  $v(t)$  wird als gegeben angenommen<sup>51</sup>.

<sup>51</sup>Eine entsprechende Modellierung dieser ist beim Längsführungs-FAS Abschnitt 5.1.1 gegeben.

## Lenksystem

Die Modellierung des Lenkstranges wurde aus den Abschlussarbeiten [Wen14, Frö14], die sich auf [MW14] und [Pfe13] stützen, übernommen. Es wird ein linearer Zusammenhang zwischen dem Lenkwinkel  $\delta_s(t)$  und dem Lenkradwinkel  $\delta(t)$  angenommen.

$$\delta_s(t)i_s = \delta(t) \quad (\text{B.5})$$

Dabei ist  $i_s$  das Übersetzungsverhältnis des Lenksystems. Die Dynamik des Lenksystems wird als System zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x}_s(t) = [\omega(t) \quad \delta(t)]^T. \quad (\text{B.6})$$

beschrieben. Dabei ist  $\omega(t)$  die Lenkradgeschwindigkeit. Das Zustandsraummodell ergibt sich damit zu

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{b}_r F_r(t) + \mathbf{b}_s (M_A(t) + M_F(t)) \quad (\text{B.7})$$

mit den Matrizen und Vektoren

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} -d_s \kappa - d_r & 0 \\ \frac{\Theta_s \kappa}{1} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_r = \begin{bmatrix} -1 \\ \kappa i_r \Theta_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_s = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Dabei ist  $\Theta_s$  die Zusammenfassung aller Massenträgheitsmomente des Lenksystems.  $\Theta_s$  beinhaltet die Trägheit des Lenkrades, und der damit verbundenen menschlichen Hände, die Trägheit des FAS-Aktors, der Lenkstange, der Vorderräder, sowie aller Verbindungselemente. Die Reibung des Lenksystems wird über zwei Dämpfungskoeffizienten modelliert. Dabei beschreibt  $d_s$  die Dämpfung der Lenksäule und  $d_r$  die Dämpfung der Zahnstange.  $i_r$  ist das Übersetzungsverhältnis zwischen Zahnstange und Lenkrad. Mit dem Faktor  $\kappa$  wird eine idealisierte Lenkunterstützung modelliert, indem die Rückstellkräfte mit diesem Faktor skaliert werden. Die von den Rädern auf die Zahnstange aufgebrauchte Kraft  $F_r(t)$  wird nach [MW14, Seite 47 in Kombination mit Seite 620] mit

$$F_r(t) = C_s \left( \delta_s(t) - \beta(t) - l_f \frac{\dot{\psi}(t)}{v(t)} \right) \quad (\text{B.8})$$

als Funktion des Schräglaufwinkels modelliert. Dabei ist  $C_s$  die effektive Schräglaufsteifigkeit. Der Zusammenhang zum Lenkwinkel  $\delta_s$ , der Eingangsgröße der Fahrzeugkinematik, ergibt sich über

$$\delta_s(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & i_s \end{bmatrix}}_{c_s} \mathbf{x}_s(t). \quad (\text{B.9})$$

## Gesamtmodell des Fahrzeugs

Das Modell der kooperativen Regelstrecke ergibt sich aus der Zusammenfassung der beiden vorgestellten Teilmodelle

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{b}_A M_A(t) + \mathbf{b}_F M_F(t). \quad (\text{B.10})$$

Mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x}_c(t) = [\beta(t) \quad \dot{\psi}(t) \quad \psi(t) \quad y(t) \quad \omega(t) \quad \delta(t)]^T, \quad (\text{B.11})$$

der Systemmatrix

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_v(t) & \mathbf{b}_v(t)\mathbf{c}_s \\ \mathbf{A}_r(t) & \mathbf{A}_s + \mathbf{C}_s\mathbf{b}_r\mathbf{c}_s \end{bmatrix},$$

mit

$$\mathbf{A}_r(t) = \begin{bmatrix} \frac{C_s}{\kappa i_r \Theta_s} & \frac{C_s l_f}{\kappa i_r \Theta_s v(t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

und den Eingangsvektoren

$$\mathbf{b}_A = \mathbf{b}_F = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{b}_s]^T.$$

Die Eingangsgrößen des Modells sind die Lenkmomente von Fahrer  $M_F(t)$  und FAS  $M_A(t)$ .

## B.2. Parameter der Systemmodelle der Validierung

In diesem Abschnitt sind die in der Validierung verwendeten Parameter der internen Systemmodelle der FAS angegeben (Abschnitt 5.1.1 und B.1).

Abkürzung	Beschreibung	Wert
$A$	Bezugsfläche	2,15 m <sup>2</sup>
$c_w$	Luftwiderstandsbeiwert	0,3
$\rho$	Luftdichte	1,205 kg/m <sup>3</sup>
$c_1$	Koeffizient 1 Rollwiderstand [Soc08]	-0,5
$c_2$	Koeffizient 2 Rollwiderstand [Soc08]	1,04
$c_3$	Koeffizient 3 Rollwiderstand [Soc08]	0,1
$c_4$	Koeffizient 4 Rollwiderstand [Soc08]	$2 \cdot 10^{-4}$
$c_5$	Koeffizient 5 Rollwiderstand [Soc08]	$4 \cdot 10^{-7}$
$F_z$	Gesamtstützlast	16,75 kN
$P_r$	Reifendruck	220 kPa
$r_R$	Dynamischer Radradius	0,297 m
$m_g$	Fahrzeugmasse	1634 kg
$\Theta_M$	Trägheitsmoment des Motors	0,168 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_K$	Trägheitsmoment der Kupplung	0,2 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_{G,ein}$	Trägheitsmoment des Getriebes (Motorseitig)	0,001 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_{G,aus}$	Trägheitsmoment des Getriebes (Abtriebsseitig)	0,037 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_{D,ein}$	Trägheitsmoment des Differentials (Eingangsseitig)	0,001 kg m <sup>2</sup>

$\Theta_{D,aus}$	Trägheitsmoment des Differentials (Ausgangsseitig)	0,001 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_{R,v}$	Trägheitsmoment eines Rades (Vorderachse)	1,661 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_{R,h}$	Trägheitsmoment eines Rades (Hinterachse)	1,609 kg m <sup>2</sup>
$\ddot{u}_D$	Übersetzungsverhältnis Differential	0,599
$\ddot{u}_{G,1}$	Übersetzungsverhältnis 1. Gang	3,769
$\ddot{u}_{G,2}$	Übersetzungsverhältnis 2. Gang	2,086
$\ddot{u}_{G,3}$	Übersetzungsverhältnis 3. Gang	1,323
$\ddot{u}_{G,4}$	Übersetzungsverhältnis 4. Gang	0,918
$\ddot{u}_{G,5}$	Übersetzungsverhältnis 5. Gang	0,714
$\ddot{u}_{G,6}$	Übersetzungsverhältnis 6. Gang	0,597
$k_M$	Faktor Motormodell	420,8 Nm
$k_r$	Reibung Antriebstrang (Geschwindigkeitsfaktor)	0 Nms/rad
$M_S$	Schleppmoment	-72,46 Nm
$M_R$	Reibung Antriebstrang (Offset)	0 Nm
$\tau_M$	Zeitkonstante Motor	100 ms
$\tau_A$	Zeitkonstante Momentaufbau FAS	2,5 ms
$\tau_F$	Zeitkonstante Momentaufbau Fahrer	100 ms
$k_p$	Verstärkung Pedal	$6,65 \cdot 10^{-3} \text{ 1/Nm}$
$d_p$	Dämpfung Pedal	$0,49 \text{ Nms/rad}$
$\omega_{0,P}$	Char. Frequenz Pedal	$5,34 \text{ rad/s}$

Tabelle B.1.: Modellparameter Längsführung

Abkürzung	Beschreibung	Wert
$C_r$	Seitensteifigkeit Hinterachse	75 kN/rad
$C_f$	Seitensteifigkeit Vorderachse	45 kN/rad
$m_g$	Fahrzeugmasse	1634 kg
$l_f$	Abstand Schwerpunkt/Vorderachse	0,91 m
$l_r$	Abstand Schwerpunkt/Hinterachse	1,67 m
$\Theta_z$	Trägheitsmoment um Fahrzeugschwerpunkt	1814,1 kg m <sup>2</sup>
$i_r$	Übersetzung Zahnstange	100 1/m
$i_s$	Lenkübersetzung	16,127
$\Theta_s$	Trägheitsmoment Lenksystem	0,26 kg m <sup>2</sup>
$\kappa$	Faktor Lenkunterstützung	2,2
$d_s$	Dämpfung Lenksäule	$0,0578 \text{ Nms/rad}$
$d_r$	Dämpfung Zahnstange (bezogen auf $\delta_s$ )	$17 \text{ Nms/rad}$
$C_s$	effektive Schräglaufsteifigkeit	$40 \text{ kN/rad}$

Tabelle B.2.: Modellparameter Querführung

### B.3. Parameter der Simulation

Die in der Simulation (Abschnitt 6.1.1) verwendete quadratische Struktur der Gütemaße  $J_A(\cdot)$  und  $J_F(\cdot)$  ist

$$J_i(\cdot) = \int_{t_0}^{t_0+10s} (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_i(t)) \mathbf{Q}_i (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}_i(t))^T + (u_i(t))^2 \mathbf{R}_{ii} + (\dot{u}_i(t))^2 \Delta \mathbf{R}_{ii} dt. \quad (\text{B.12})$$

Die Parameter des Fahrergütemaßes  $J_F(\cdot)$  sind

$$\mathbf{Q}_F = \text{diag}([0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0,5 \ 6]) \quad \mathbf{R}_{FF} = 0,75 \quad \Delta \mathbf{R}_{FF} = 2,5 \quad (\text{B.13})$$

und die des FAS-Gütemaßes  $J_A(\cdot)$  sind

$$\mathbf{Q}_A = \text{diag}([0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0,5 \ 6]) \quad \mathbf{R}_{AA} = 1,5 \quad \Delta \mathbf{R}_{AA} = 2,5. \quad (\text{B.14})$$

Die Sollwerte für den Zustand  $\mathbf{x}$  sind sowohl beim Fahrer ( $\bar{\mathbf{x}}_F(t)$ ) wie auch beim FAS ( $\bar{\mathbf{x}}_A(t)$ ) konstant null, ausgenommen die Motordrehzahl, welche durch die a-priori gegebene Fahrzeuggeschwindigkeit gegeben ist.

Die Parameter des verwendeten Längsführungsmodells (Abschnitt 5.1.1) sind in Tabelle B.1 gegeben. Der Prädiktionshorizont beträgt 10 s und  $T_c = 50$  ms. Die Diskretisierung des Prädiktionshorizonts ist nicht äquidistant um einen guten Trade-off zwischen der Länge des Prädiktionshorizonts, der Genauigkeit und der Rechenzeit zu erreichen. Die Abtastzeitpunkte sind in Tabelle B.3 gegeben.

$\Delta\tau_1 - \Delta\tau_5$	$\Delta\tau_6 - \Delta\tau_{10}$	$\Delta\tau_{11}, \Delta\tau_{12}$	$\Delta\tau_{13} - \Delta\tau_{16}$	$\Delta\tau_{17} - \Delta\tau_{20}$	$\Delta\tau_{21}, \Delta\tau_{22}$
10 ms	50 ms	100 ms	750 ms	1 s	1,25 s

Tabelle B.3.: Intervalle der Diskretisierung des Prädiktionshorizonts



## B.4. Daten Studie Längsführung

Alter	Geschlecht	Führerscheinkl.	Fahrleistung (km/Jr.)
21	M	B	8000
22	W	B	2000
24	M	B	3000
21	M	B	1000
23	M	A,B	1000
22	M	B	10000
23	M	B	8000
27	M	A,B	35000
55	M	A,B,C	17000
27	W	B	10000

Tabelle B.4.: Probanden der Studie Längsführung

### B.4.1. Referenzsystem Längsführungs-FAS

Als Vergleichssystem soll das von [MAvM11] vorgeschlagene FAS vorgestellt werden. Grundkonzept dieses FAS ist die Erhöhung der Pedalsteifigkeit. Das vom FAS gestellte Moment ergibt sich zu

$$M_A(t) = \alpha(t)K_v(t) \quad (\text{B.15})$$

mit

$$K_v(t) = \begin{cases} K_{max} & \text{für } P_v(t) > 1 \\ K_{max}(t)P(t) & \text{für } 0 < P_v(t) \leq 1 \\ 0 & \text{für } P_v(t) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

und

$$P_v(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{TC,max}}{\tau_{TC}(t)} & \text{für } 0 \leq \tau_{HW}(t) < \tau_{HW,min} \\ \tau_{HW,min} (\tau_{HW,max} - \tau_{HW}(t)) \frac{\tau_{TC,max}}{\tau_{TC}(t)} & \text{für } \tau_{HW,min} \leq \tau_{HW}(t) \leq \tau_{HW,max} \\ 0 & \text{für } \tau_{HW}(t) > \tau_{HW,max} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Für die Parameter gilt  $K_{max}, \tau_{TC,max}, \tau_{HW,min}, \tau_{TC,max} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Das Konzept und alle Parameter wurden von Mulder experimentell ermittelt. In der Bachelorarbeit [Bus12] wurden einige Erweiterungen für das FAS nach Mulder vorgeschlagen. In der hier vorliegenden Arbeit wird die ursprüngliche Version nach [MAvM11] verwendet.



### Fragebogen Längsführungs-FAS

1: Konnten Sie die gestellten Aufgaben nach eigener Einschätzung gut umsetzen?

<b>Aufgabenstellung exzellent erfüllt</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Aufgabenstellung ungenügend erfüllt</b>
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

2: Hatten Sie Schwierigkeiten der vorgegebenen Geschwindigkeit zu folgen?

<b>Große Schwierigkeiten</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Keine Schwierigkeiten</b>
----------------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------------------------

3: Wie häufig war ein Eingriff des Assistenzsystems am Gaspedal spürbar?  
(in 10% Schritten über der Zeit)

<b>Eingriffe kontinuierlich</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Keine Eingriffe spürbar</b>
-------------------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------------------

4: Wie stark waren diese Eingriffe am Gaspedal spürbar?

<b>Eingriffe sehr stark spürbar</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Keine Eingriffe spürbar</b>
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------------------

5: Vervollständigen Sie bitte den Satz durch Ankreuzen einer Bewertung:  
„Die Eingriffe haben mich beim Erreichen des Testziels insgesamt ....“:

<b>...stark gestört</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>...sehr hilfreich unterstützt</b>
-------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

6: Haben Sie jederzeit die Kontrolle über das Fahrzeug gehabt, oder fühlten Sie sich durch das Assistenzsystem bevormundet?

<b>Bevormundung</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Volle Kontrolle</b>
---------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------

7: Bewerten Sie das Assistenzsystem in Bezug auf vorausschauende Fahrweise:  
(Reaktion auf zukünftige Geschwindigkeitsbeschränkungen)

<b>zu sehr vorausplanendes Verhalten</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>deutlich vorausplanendes Verhalten wünschenswert</b>
--	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

8: Ist das Fahrzeug mit Assistenzsystem kontrollierbar?

<b>Voll kontrollierbar</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Nicht kontrollierbar</b>
----------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------------------



9: Hatten Sie Schwierigkeiten Ihren Sicherheitsabstand einzuhalten?

	<b>Große Schwierigkeiten</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Keine Schwierigkeiten</b>
--	------------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------------

10: War der vom Assistenzsystem präferierte Sicherheitsabstand angemessen?

	<b>Zu groß</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Zu klein</b>
--	----------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

11: Würden Sie das Assistenzsystem als hilfreich betrachten?

	<b>Ja</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Nein</b>
--	-----------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------------

12: Bewerten Sie das Assistenzsystem in Schulnoten:

	<b>Sehr gut</b>	1	2	3	4	5	6	<b>Ungenügend</b>
--	-----------------	---	---	---	---	---	---	-------------------

13: Wie viel würden Sie für so ein Assistenzsystem bezahlen? (in €)

\_\_\_\_\_

14: Wie empfanden sie die Schwierigkeit des Szenarios?

	<b>Sehr anspruchsvoll</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Sehr einfach</b>
--	---------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------------

	$q_{M_F}$	$q_{M_A}$	$q_\alpha$	$q_{\dot{\alpha}}$	$q_{M_M}$	$q_\omega$	$R$	$\Delta R$
<b>P1</b>	0,01	0,00	0,00	0,08	1,01	1,07	1,00	19,28
<b>P2</b>	0,01	0,00	0,00	0,00	0,02	1,57	1,00	0,46
<b>P3</b>	0,01	0,00	0,00	0,00	1,00	2,01	1,00	19,99
<b>P4</b>	0,02	0,00	0,02	0,02	1,01	2,00	1,00	20,16
<b>P5</b>	0,97	0,00	0,00	0,01	0,34	0,00	1,00	6,61
<b>P6</b>	0,00	0,00	0,00	0,03	3,42	6,82	1,00	68,67
<b>P7</b>	0,00	0,00	1,28	1,68	0,61	1,29	1,00	12,32
<b>P8</b>	0,00	0,00	0,01	0,00	0,74	1,66	1,00	14,81
<b>P9</b>	0,01	0,00	0,04	0,33	0,24	1,45	1,00	5,02
<b>P10</b>	0,00	0,00	2,45	0,24	0,65	1,90	1,00	13,13

Tabelle B.5.: Parameter der identifizierten Fahrergütemaße  $J_F(\cdot)$  der Gleichung (6.2) für alle Probanden

	$q_{M_F}$	$q_{M_A}$	$q_\alpha$	$q_{\dot{\alpha}}$	$q_{M_M}$	$q_\omega$	$R$	$\Delta R$
<b>P1</b>	0,01	0,01	0,01	0,01	10,00	0,90	1,00	730,1
<b>P2</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	1,25	0,06	1,00	12,50
<b>P3</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	1,25	0,04	1,00	12,58
<b>P4</b>	0,01	0,00	0,00	0,00	14,97	0,19	1,00	191,3
<b>P5</b>	0,01	0,09	0,00	0,02	12,06	0,65	1,00	120,5
<b>P6</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	5,43	0,06	1,00	54,57
<b>P7</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	5,55	0,28	1,00	55,55
<b>P8</b>	0,00	0,01	0,00	0,00	1,53	0,00	1,00	15,74
<b>P9</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	1,27	0,03	1,00	12,70
<b>P10</b>	0,00	0,01	0,00	0,01	1,51	0,00	1,00	15,19

Tabelle B.6.: Parameter der stark kooperativen FAS-Gütemaße  $\hat{J}_A(\cdot)$  für alle Probanden auf Basis der  $\hat{J}_F(\cdot)$  von Tabelle B.5

Referenz ohne FAS												
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	$\bar{\theta}$	$\sigma$
F1	4	6	7	8	8	9	2	4	10	3	6,1	2,72
F2	7	5	7	2	2	3	9	6	0	3	4,4	2,84
F3	2	0	1	2	0	0	0	0	0	3	0,8	1,14
F4	2	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0,5	0,85
F5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	4,5	0,70
F6	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0,5	1,60
F7	1	3	5	5	0	5	2	0	5	0	2,6	2,27
F8	8	10	10	10	10	10	6	10	10	9	9,3	1,34
F9	9	6	1	4	6	0	9	6	0	7	4,8	3,43
F10	1	4	5	5	5	5	0	0	5	1	3,1	2,28
F11	2	2	6	9	0	0	0	0	10	2	3,1	3,84
F12	4	5	3	1	6	6	6	6	1	4	4,2	1,99
F13	0	0	50	100	0	0	0	0	150	50	35	53
F14	8	4	4	2	7	1	9	7	8	8	5,8	2,82
Fahrt mit kooperativem FAS												
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	$\bar{\theta}$	$\sigma$
F1	6	7	6	6	9	7	8	7	7	3	6,6	1,58
F2	6	1	5	6	1	4	6	3	7	3	4,2	2,15
F3	4	8	2	7	10	6	1	6	9	4	5,7	2,95
F4	4	7	2	9	10	7	2	8	8	4	6,1	2,88
F5	5	8	2	6	9	7	4	3	7	5	5,6	2,22
F6	1	8	2	8	9	7	1	3	5	3	4,7	3,10
F7	3	5	5	8	10	7	2	7	8	4	5,9	2,51
F8	9	6	8	8	10	3	9	7	3	8	7,1	2,42
F9	8	3	2	8	2	0	7	3	4	5	4,2	2,74
F10	2	7	5	8	7	6	0	3	3	4	4,5	2,55
F11	4	8	9	7	6	3	2	5	1	3	4,8	2,66
F12	4	2	1	3	3	4	4	4	3	4	3,2	1,03
F13	50	400	400	50	50	200	50	50	10	100	136	148
F14	7	4	4	2	7	1	6	5	8	8	5,2	2,44

Tabelle B.7.: Ergebnisse der subjektiven Bewertung (Frage F1 bis F14) aller Probanden

## B.5. Daten Studie Energieverbrauch

Alter	Geschlecht	Führerscheinkl.	Fahrleistung (km/Jr.)
21	M	B	2000
21	M	B	1000
23	M	A,B	15000
22	M	B,BE	1000
21	W	B	300
22	M	B	2000
21	M	B	4000
20	M	B	1000
27	W	B	5000
23	M	A,B	750

Tabelle B.8.: Probanden Studie Energieverbrauch

### B.5.1. Berechnung der energieoptimalen Geschwindigkeit

Die verbrauchsoptimale Geschwindigkeitstrajektorie  $\bar{v}_\xi(t)$  ergibt sich aus dem folgenden Optimierungsproblem:

$$\min_{\alpha(t)} \left( J_v(v(t)) + \int_0^T k_4 \dot{M}_M(t) + k_5 \xi(v(t), M_M(t), \ddot{u}_G(t)) dt \right) \quad (\text{B.18a})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ \dot{\omega}(t) \\ \dot{M}_M(t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}_\xi(v(t), \omega(t), M_M(t), \alpha(t)) \quad (\text{B.18b})$$

$$v(0) = v_0 \quad (\text{B.18c})$$

$$M_M(0) = M_{M,0} \quad (\text{B.18d})$$

$$\omega(0) = \omega_0 \quad (\text{B.18e})$$

$$\alpha(t) \leq 100 \% \forall t \quad (\text{B.18f})$$

$$\alpha(t) \geq 0 \% \forall t. \quad (\text{B.18g})$$

$f_\xi(\cdot)$  beschreibt die Dynamik des Fahrzeuges und des Motors. Die Modellierung erfolgte analog zum Abschnitt 5.1.1, jedoch ohne die dort getroffene Annäherung der Nichtlinearitäten [Sau13].  $\alpha$  ist der Fahrpedalwinkel,  $\omega$  die Motordrehzahl,  $M_M$  das

Pedalmoment und die Schaltstrategie, aus der sich  $\ddot{u}_G$  ergibt, wird als bekannt angenommen. Die Funktion  $\xi(\cdot)$  beschreibt den Kraftstoffverbrauch pro Zeit und Strecke (Einheit  $10^{-3}$  kg/sm). Die Funktion  $J_v(v(t))$  des Gütemaßes ist

$$J_v(v(t)) = \int_0^T k_1 |\min(v^\nabla(t) - v(t), 0)| + k_2 (\min(v^\nabla(t) - v(t), 0))^2 + k_3 |\min(v(t) - v^\wedge(t), 0)| \, dt. \quad (\text{B.19})$$

Dieser Term dient der Anpassung der Geschwindigkeit an die Verkehrssituation. Der Term  $v^\nabla(t)$  berechnet sich dabei aus dem Minimum der zulässigen Geschwindigkeit + 10 % und der bei einer Querbesehleunigung von  $5 \text{ m/s}^2$  möglichen Geschwindigkeit (vgl. (5.21)). Der Term  $v^\wedge(t)$  ist das Minimum der zulässigen Höchstgeschwindigkeit - 15 % und der Geschwindigkeit auf Basis der Querbesehleunigung. Die Parameter des Gütemaßes zur Berechnung der optimalen Geschwindigkeit wurden gewählt zu  $k_1 = 5$ ,  $k_2 = 5$ ,  $k_3 = 4$ ,  $k_4 = 10$  und  $k_5 = 24$ . Eine detailliertere Diskussion dieser Berechnung erfolgt in [SFH14] und der Masterarbeit [Sau13].



## Fragebogen

Liebe Teilnehmerin, lieber Teilnehmer,  
bitte füllen Sie die nachfolgenden Fragen wahrheitsgemäß aus.

**Ziel: Fahren Sie das Szenario gemäß der StVO. Bleiben Sie dabei auf Ihrer Spur.**

1: Wie bewerten Sie selbst ihre Fahrweise?

	Sehr gut	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Ungenügend
--	----------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------

2: Hatten Sie Schwierigkeiten eine, ihrer Meinung nach, angemessene  
Geschwindigkeit einzuhalten?

	Keine Schwierigkeiten	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Große Schwierigkeiten
--	--------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------------------

3: Hatten Sie Schwierigkeiten die vorgeschriebenen Höchstgeschwindigkeiten nicht zu überschreiten?

	Keine Schwierigkeiten	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Große Schwierigkeiten
--	--------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------------------

4: Wie häufig war ein Eingriff des Assistenzsystems am Gaspedal spürbar?  
(in 10% Schritten über der Zeit)

	Eingriffe kontinuierlich	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Keine Eingriffe spürbar
--	-----------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------------------

5: Wie stark waren diese Eingriffe am Gaspedal spürbar?

	Eingriffe sehr stark spürbar	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Keine Eingriffe spürbar
--	---------------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------------------

6: Bewerten Sie die Eingriffe des Assistenzsystems als störend oder hilfreich?

	Hilfreich	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Störend
--	-----------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------

7: Haben Sie jederzeit die Kontrolle über das Fahrzeug gehabt oder fühlten Sie sich durch das  
Assistenzsystem bevormundet?

	Volle Kontrolle	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Bevormundung
--	-----------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------





8: Bewerten Sie das Assistenzsystem in Bezug auf vorausschauende Fahrweise: (Reaktion auf zukünftige Streckenführung/Geschwindigkeitsänderung)

<b>zu sehr vorausplanendes Verhalten</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>deutlich vorausplanendes Verhalten wünschenswert</b>
--	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

9: Ist das Fahrzeug mit Assistenzsystem kontrollierbar?

<b>Voll kontrollierbar</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Nicht kontrollierbar</b>
----------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------------------

10: Würden Sie das Assistenzsystem als hilfreich bewerten?

<b>Ja</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Nein</b>
-----------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------------

11: Bewerten Sie das Assistenzsystem in Schulnoten:

<b>Sehr gut</b>	1	2	3	4	5	6	<b>Ungenügend</b>
-----------------	---	---	---	---	---	---	-------------------

12: Wie viel würden Sie für solch ein Assistenzsystem bezahlen? (in €)

--	--

13: Wie empfanden sie die Schwierigkeit des Szenarios?

<b>Sehr anspruchsvoll</b>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	<b>Sehr einfach</b>
---------------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------------

14: Haben Sie sonstige Anmerkungen zum Fahrverhalten des Fahrzeugs?

---



---



---



---



---

	$q_{M_F}$	$q_\alpha$	$q_{M_M}$	$q_{\omega(3)}$	$R$	$\Delta R$
<b>P1</b>	0,00	0,01	0,03	1,02	1,00	5,02
<b>P2</b>	0,01	0,05	0,03	1,15	1,00	5,08
<b>P3</b>	0,00	0,00	0,03	1,00	1,00	5,00
<b>P4</b>	0,01	0,03	0,03	0,87	1,00	4,68
<b>P5</b>	0,01	0,04	0,03	1,07	1,00	4,06
<b>P6</b>	0,01	0,00	0,03	0,93	1,00	4,81
<b>P7</b>	0,03	0,02	0,03	1,02	1,00	5,12
<b>P8</b>	0,00	0,01	0,03	1,06	1,00	5,16
<b>P9</b>	0,02	0,09	0,03	1,10	1,00	5,24
<b>P10</b>	0,01	0,03	0,05	1,54	1,00	8,79

Tabelle B.9.: Parameter der identifizierten Fahrgütemaße  $J_F(\cdot)$  aus Gleichung (6.2) für alle Probanden. Die Parameter  $q_{M_A}$  und  $q_\alpha$  sind für alle Probanden 0.

	anl. FAS		unt. FAS	
	$q_{\omega(3)}$	$R$	$q_{\omega(3)}$	$R$
<b>P1</b>	0,25	1,00	0,79	1,00
<b>P2</b>	0,17	1,00	1,01	1,00
<b>P3</b>	0,25	1,00	0,81	1,00
<b>P4</b>	0,23	1,00	1,35	1,00
<b>P5</b>	0,29	1,00	1,49	1,00
<b>P6</b>	0,14	1,00	0,72	1,00
<b>P7</b>	0,13	1,00	0,71	1,00
<b>P8</b>	0,14	1,00	0,80	1,00
<b>P9</b>	0,12	1,00	0,91	1,00
<b>P10</b>	0,19	1,00	0,78	1,00

Tabelle B.10.: Parameter der *stark kooperativen* FAS-Gütemaße  $\hat{J}_A(\cdot)$  für alle Probanden auf Basis der  $\hat{J}_F(\cdot)$  von Tabelle B.9 für das anleitende und das unterstützende FAS

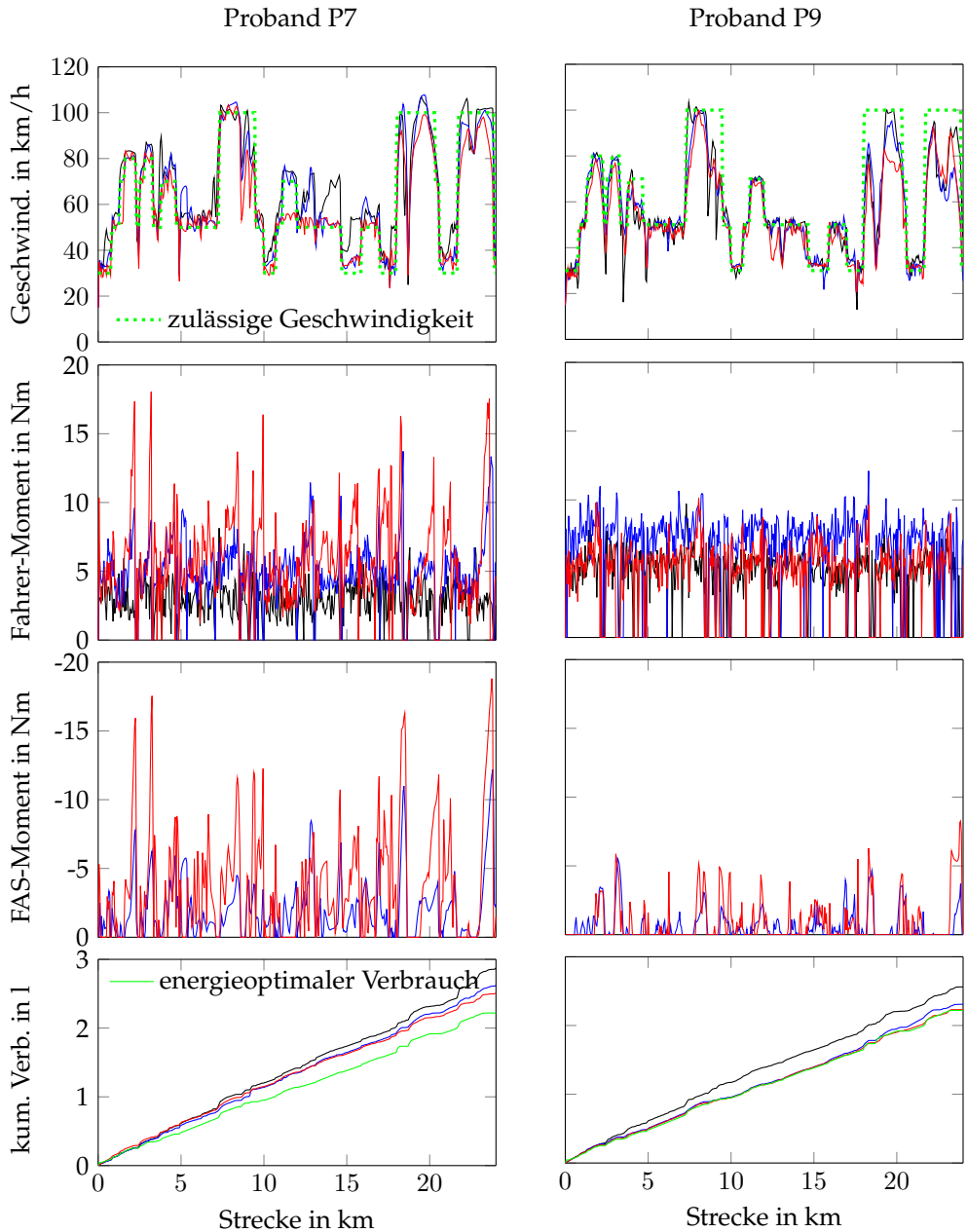


Abbildung B.3.: Trajektorien zweier Probanden bei der Überlandfahrt. In Schwarz ist die Fahrt ohne FAS, in Blau die Fahrt mit anleitendem FAS und in Rot die Fahrt mit unterstützendem FAS dargestellt.

Referenzfahrt ohne FAS												
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	$\sigma$	$\sigma$
F1	9	6	9	3	5	7	7	8	8	6	6,8	1,9
F2	9	6	8	4	9	9	6	7	8	6	7,2	1,7
F3	10	4	10	5	8	9	7	10	8	6	7,7	2,2
F4	0	1	0	2	4	0	0	0	0	1	0,8	1,3
F5	0	4	0	1	7	0	0	0	0	1	1,3	2,4
F6	5	8	9	5	7	5	7	5	6	5	6,2	1,5
F7	10	10	10	10	6	8	10	10	10	5	8,9	1,9
F8	0	3	5	0	4	5	5	5	0	3	3	2,2
F9	9	9	10	10	7	8	10	10	10	7	9	1,2
F10	2	6	10	0	8	5	0	0	0	3	3,4	3,7
F11	3	2	1	5	3	1	4	3	6	4	3,2	1,6
F12	25	100	200	0	250	0	0	50	0	0	63	92
F13	5	3	8	6	8	3	4	5	9	8	5,9	2,2
Anleitendes FAS												
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	$\sigma$	$\sigma$
F1	9	4	9	6	7	8	8	5	6	5	6,7	1,8
F2	8	2	8	8	9	10	8	7	6	7	7,3	2,2
F3	9	6	10	6	9	10	8	10	6	7	8,1	1,7
F4	6	2	1	5	6	6	5	2	8	2	4,3	2,4
F5	6	7	1	5	9	5	5	7	9	2	5,6	2,6
F6	7	3	10	10	9	8	7	3	2	5	6,4	3
F7	6	4	10	8	8	8	8	7	3	6	6,8	2,1
F8	8	5	6	5	3	7	6	3	8	3	5,4	2
F9	9	7	10	8	8	9	10	8	3	7	7,9	2
F10	7	3	10	9	9	9	7	3	6	2	6,5	2,9
F11	2	3	2	1	2	2	2	4	3	5	2,6	1,2
F12	250	0	200	200	400	600	890	100	100	0	270	280
F13	5	5	8	5	7	3	4	7	9	8	6,1	2
Unterstützendes FAS												
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	$\sigma$	$\sigma$
F1	9	4	7	7	7	8	7	6	8	5	6,8	1,5
F2	3	5	6	9	10	9	8	1	8	8	6,7	2,9
F3	2	10	10	8	10	10	9	10	8	8	8,5	2,5
F4	10	5	4	7	10	7	9	9	7	7	7,5	2
F5	10	10	5	10	10	9	9	10	8	8	8,9	1,6
F6	0	0	3	3	1	2	5	0	3	7	2,4	2,3
F7	2	0	9	3	3	7	3	1	4	8	4	3
F8	10	9	10	5	10	10	9	3	8	6	8	2,5
F9	3	3	10	4	3	7	5	0	4	9	4,8	3
F10	0	1	8	5	4	7	6	1	6	10	4,8	3,3
F11	5	5	3	4	4	4	3	5	3	3	3,9	0,88
F12	0	0	0	100	0	0	690	0	150	1	94	220
F13	5	6	7	6	7	3	4	6	9	8	6,1	1,8

Tabelle B.11.: Antworten des Fragenkatalogs Studie Energieverbrauch

## B.6. Daten Studie Querführung

Alter	Geschlecht	Führerschein	Fahrleistung (km/Jr.)
26	M	B	4800
22	W	B	2400
24	M	B	600
21	M	B	1200
20	W	B	240
25	M	B	720
32	M	B	2400
27	M	BE, CE	12000
23	M	B	12000
26	M	B	2400
23	M	A, BE	k.A.
26	M	B	9600

Tabelle B.12.: Probanden der Studie Querführung

### B.6.1. Referenzsystem Querführungs-FAS

Der Ansatz des Querführungs-FAS [dMA14] ist es, eine antizipatorische Steuerung mit einer Adaption der Lenkradsteifigkeit zu kombinieren. Das Lenkmoment des FAS ergibt sich zu

$$M_A(t) = M_{A,s}(t) + M_{A,a}(t). \quad (\text{B.20})$$

Das gesteuerte Moment ergibt sich dabei zu

$$M_{A,s}(t) = K_f(y(t + T_{AB}) - \bar{y}(t + T_{AB})).^{52} \quad (\text{B.21})$$

Für die Berechnung der zukünftigen lateralen Position  $y(t + T_{AB})$  wird dabei angenommen, dass das aktuelle Fahrermoment im Intervall  $[t, t + T_{AB})$  konstant bleibt. Die Referenz  $\bar{y}(t)$  ist in [dMA14] grundsätzlich die Mitte der Fahrspur. Der Momentenanteil der Adaption ist

$$M_{A,a}(t) = \alpha(t) \left( K_0 + K_s(y(t) - \bar{y}(t)) \right). \quad (\text{B.22})$$

Die Parameter wurden analog zu [dMA14] gewählt ( $K_F = 2$ ,  $K_0 = K_s = 4,2$  und  $T_{AB} = 0,7$ ).

<sup>52</sup>In der Veröffentlichung wird auch die Berücksichtigung des Gierwinkelfehlers vorgeschlagen. Da die Parameter in [dMA14] aber so gewählt wurden, dass dieser Term mit Null multipliziert wird, wird dieser Term hier nicht aufgeführt.



## Fragebogen

1: Hatten Sie Schwierigkeiten sich auf der Fahrbahn zu halten?

	Große Schwierigkeiten	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Keine Schwierigkeiten
--	-----------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------------

2: Wie stark haben sie Eingriffe auf das Lenkrad gespürt?

	Sehr stark	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Keine
--	------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------

3: Wie oft haben sie die Eingriffe auf das Lenkrad gespürt?

	Sehr oft	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	nie
--	----------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

4: Waren die Eingriffe störend?

	Sehr störend	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Nicht störend
--	--------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------

5: Haben sie die Eingriffe beim Erreichen des Ziels unterstützt?

	Sehr unterstützt	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	überhaupt nicht
--	------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

6: Fühlten sie sich durch die Eingriffe vom Assistenzsystem bevormundet?

	Vom AS bevormundet	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Nicht vom AS bevormundet
--	--------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------------------

7: Hatten sie die volle Kontrolle über das Fahrzeug?

	Volle Kontrolle	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Keine Kontrolle
--	-----------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

8: Würden sie sich ein solches Assistenzsystem in ihrem eigenen Auto grundsätzlich wünschen?

	Ja, auf jeden Fall	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Nein, auf keinen Fall
--	--------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------------

9: War die vorgegebene Geschwindigkeit zur Einhaltung der Testziele in Ordnung?

	Zu schnell	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Zu langsam
--	------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------

10: Wie empfanden sie die Schwierigkeit des Szenarios?

	Sehr anspruchsvoll	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	Sehr einfach
--	--------------------	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------

	$q_{\dot{\psi}}$	$q_{\psi}$	$q_y$	$q_{\omega}$	$q_M$	$q_N$
<b>P1</b>	7,20	3,70	0,33	4,42	4,79	0,1
<b>P2</b>	13,70	0,30	0,04	0	0	0,1
<b>P3</b>	2,04	1,85	0,19	2,61	2,32	0,1
<b>P4</b>	1,85	0	0,05	0	0	0,1
<b>P5</b>	1,77	0,96	0,16	2,80	1,51	0,1
<b>P6</b>	1,65	0,06	0,04	0	0	0,1
<b>P7</b>	1,64	0	0,04	0	0	0,1
<b>P8</b>	6,91	0,74	0,04	0	0	0,1
<b>P9</b>	377e3	8,72	10e3	0	656e3	0,1
<b>P10</b>	4,16	0	0,05	0	0	0,1
<b>P11</b>	2,35	0	0,04	0	0	0,1
<b>P12</b>	5,09	0	0,05	0	0	0,1

Tabelle B.13.: Parameter der identifizierten Fahrergütemaße  $J_F(\cdot)$  aus Gleichung (6.7) bei der Querführung

Referenz ohne FAS														
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	$\theta$	$\sigma$
F1	4	5	1	9	7	8	10	6	4	7	5	3	5,75	2,60
F2	2	0	1	0	2	0	1	0	3	6	3	10	2,34	2,99
F3	2	0	1	0	3	0	1	0	4	6	3	10	2,50	3,03
F4	2	0	0	0	2	0	1	0	2	4	3	5	1,58	1,73
F5	2	0	8	0	3	0	1	0	6	5	2	9	3,00	3,25
F6	2	0	0	0	1	0	1	0	2	3	2	9	1,67	2,53
F7	6	10	9	10	3	10	1	10	8	6	6	6	7,08	2,97
F8	2	5	10	0	6	0	1	0	8	5	4	8	4,08	3,50
F9	5	4	6	8	7	8	9	8	4	6	5	7	6,42	1,68
F10	6	5	6	9	8	7	9	8	4	5	6	7	6,67	1,61

Assistierendes FAS														
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	$\theta$	$\sigma$
F1	4	0	1	6	7	3	7	6	5	5	5	3	4,34	2,23
F2	5	10	8	5	6	7	7	9	7	8	8	10	7,50	1,68
F3	8	10	6	5	8	8	6	7	7	7	7	10	7,42	1,50
F4	4	8	0	3	6	3	6	7	5	5	5	5	4,75	2,10
F5	6	5	7	8	6	10	9	10	7	6	6	9	7,41	1,72
F6	6	7	0	5	5	10	9	8	2	6	5	9	6,00	2,92
F7	7	7	8	10	5	6	5	7	6	7	5	6	6,58	1,44
F8	7	2	10	7	4	10	6	9	7	5	5	8	6,67	2,42
F9	5	5	6	6	4	5	5	8	4	6	5	7	5,50	1,17
F10	7	2	6	9	7	5	8	9	4	5	6	7	6,25	2,05

Dominantes FAS														
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	$\theta$	$\sigma$
F1	4	0	0	6	6	6	0	6	4	4	7	2	3,75	2,63
F2	8	10	9	6	7	8	10	8	9	9	9	10	8,58	1,24
F3	8	9	6	9	9	8	10	7	8	8	9	10	8,42	1,16
F4	6	2	0	5	7	4	3	6	7	8	7	7	5,16	2,44
F5	8	9	10	8	8	10	9	9	7	6	7	9	8,33	1,23
F6	10	5	3	6	4	10	9	7	6	8	8	9	7,08	2,31
F7	4	7	4	10	7	4	9	6	3	6	4	6	5,83	2,16
F8	4	4	10	7	7	9	9	8	3	3	3	7	6,17	2,62
F9	5	5	5	7	7	5	9	8	4	6	5	7	6,08	1,50
F10	8	2	4	9	7	5	9	8	4	5	6	7	6,17	2,20

Tabelle B.14.: Antworten zum Fragenkatalog (Frage F1 bis F10) des Ausweichszenarios für alle zwölf Probanden für die drei Konfigurationen des FAS (Referenz, Unterstützendes FAS und Dominantes FAS)



# Quellenangaben

## Eigene Veröffentlichungen

- [DMFH13a] DIEHM, Gunter ; MAIER, Stefan ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: An identification method for individual driver steering behaviour modelled by switched affine systems. In: *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, 2013, S. 3547–3553
- [DMFH13b] DIEHM, Gunter ; MAIER, Stefan ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Online Identification of Individual Driver Steering Behaviour and Experimental Results. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 221–227
- [FFH16] FLAD, Michael ; FRÖHLICH, Lukas ; HOHMANN, Sören: Cooperative Shared Control Driver Assistance Systems based on Motion Primitives and Differential Games (zur Veröffentlichung angenommen). In: *IEEE Transactions on Human-Machine Systems* (2016)
- [FOSH14a] FLAD, Michael ; OTTEN, Jonas ; SCHWAB, Stefan ; HOHMANN, Sören: Necessary and sufficient conditions for the design of cooperative shared control. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 1253–1259
- [FOSH14b] FLAD, Michael ; OTTEN, Jonas ; SCHWAB, Stefan ; HOHMANN, Sören: Steering driver assistance system: A systematic cooperative shared control design approach. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3585–3592
- [FRDH14] FLAD, Michael ; ROTHFUSS, Simon ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Active Brake Pedal Feedback Simulator Based on Electric Drive. In: *SAE Int. J. Passeng. Cars – Electron. Electr. Syst.* 7(1) (2014), S. 189–200
- [FTDH13] FLAD, Michael ; TRAUTMANN, Clemens ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Experimental Validation of a Driver Steering Model Based on Switching of Driver Specific Primitives. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 214–220
- [FTDH14] FLAD, Michael ; TRAUTMANN, Clemens ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Individual Driver Modeling Via Optimal Selection of Steering Primitives. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 6276–6282

- [GFH14] GOTE, Christoph ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Driver characterization and driver specific trajectory planning: an inverse optimal control approach. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3014–3021
- [IDFH16] INGA, Jairo ; DIEHM, Gunter ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Identification of Multidynamic System Behavior With an Extended Switched Autoregressive System (zur Veröffentlichung vorgesehen). (2016)
- [IFDH15] INGA, Jairo ; FLAD, Michael ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Gray-Box Driver Modeling and Prediction: Benefits of Steering Primitives. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2015 IEEE International Conference on* (2015), S. 3054–3060
- [KAFT12] KESSLER, Christoph ; ASCHER, Christian ; FLAD, Michael ; TROMMER, Gert: Multi-sensor indoor pedestrian navigation system with vision aiding. In: *Gyroscopy and Navigation* 3 (2012), Nr. 2, S. 79–90. – ISSN 2075–1087
- [LDFH14] LUDWIG, Julian ; DIEHM, Gunter ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Optimal interaction structure of human drivers cooperation: A pilot study. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3593–3598
- [RFDH14] ROTHFUSS, Simon ; FLAD, Michael ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Integration of an Active Brake Pedal Simulator in the CarMaker Environment for Design and Evaluation of Haptic Driver Assistance Systems. In: *IPG Automotive apply and innovate*, 2014
- [SFH14] SAUTER, Patrick ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Subliminal optimal longitudinal vehicle control for energy efficient driving. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3001–3007

---

## Betreute Abschlussarbeiten

- [Bus12] BUSCH, Christian: *Entwicklung eines Fahrerassistenzsystems für eine kooperative Fahrzeuglängsführung auf Basis eines Force-Feedback-Pedals*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2012
- [CV14] CRUZ VARONA, Maria: *Online-Identifikation der Lenkimpedanz für die Entwicklung eines Systems zur fahreradaptiven Lenkunterstützung*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2014
- [Den14] DENSBOHN, Simon: *Spieltheoriebasierte Entwicklung eines Regelkonzepts für kooperative Fahrerassistenzsysteme*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2014
- [EH15] EL-HARRAK, Ayoub: *Validierung eines Fahrerindividuellen Kooperativen Assistenzsystems für die Spurhaltung*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2015
- [Frö14] FRÖHLICH, Lukas: *Entwicklung eines Assistenzsystems unter Einsatz eines Fahrermodells auf Basis von Bewegungsprimitiven*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2014
- [Fri12] FRIEDEL, Michael: *Aufbau eines HIL Fahrsimulators für die Untersuchung einer autonomen/kooperativen Querlenkung eines Fahrzeuges*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2012
- [Got13] GOTE, Christoph: *Entwicklung eines Konzeptes zur Bestimmung fahrerspezifischer Referenztrajektorien auf Basis von Streckendaten*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2013
- [Gre13] GREULICH, Nico: *Entwicklung eines Fahrzeugquerreglers auf Basis umschaltender Stellgrößentrajektorien*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2013
- [IC14] INGA CHARAJA, Jairo: *Prädiktion des zukünftigen Lenkverhaltens auf der Grundlage eines auf fahrerspezifischen Bewegungsprimitiven basierenden Fahrermodells*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2014
- [Kur15] KURZ, Stephan: *Onlineidentifizierung von individuellen Fahrereigenschaften bei der Fahrzeugquerführung*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2015
- [LM15] LONTIS MERLIN, Doumtsop: *Entwicklung und Implementierung eines kooperativen Fahrerassistenzsystems für die Fahrzeuglängsführung*, Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft, Bachelorarbeit, 2015
- [Mos15] MOSBACH, Simon: *Validierung eines Assistenzsystems zur Unterstützung des Fahrers bei der Geschwindigkeits- und Abstandsregelung*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2015

- [Ott13] OTTEN, Jonas: *Entwicklung eines optimalen Reglers für die kooperative Fahrzeugführung auf Basis der Spieltheorie*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2013
- [Pfl15] PFLÜGER, Julian: *Entwicklung und Umsetzung eines Konzeptes zur onlinefähigen Bestimmung des Fahrerlenkmoments*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2015
- [Rie12] RIEM, Katharina M.: *Entwurf einer modellprädiktiven Regelung für eine energieoptimale Längsregelung eines Fahrzeuges*, Karlsruher Institut für Technologie, Diplomarbeit, 2012
- [Rot13] ROTHFUSS, Simon: *Entwicklung einer Regelung für einen mechatronischen Bremspedalkraftsimulator*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2013
- [Sau13] SAUTER, Patrick: *Konzeption eines Fahrerassistenzsystems für die nichtwahrnehmbare Optimierung der Fahrzeuglängsdynamik*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2013
- [Stü12] STÜTZLE, Simon: *Entwicklung eines aktiven haptischen Bremspedals*, Karlsruher Institut für Technologie, Bachelorarbeit, 2012
- [Tra12] TRAUTMANN, Clemens: *Entwurf eines optimalen Reglers für die Querverführung eines Fahrzeuges auf Basis von realen Lenkbewegungen*, Karlsruher Institut für Technologie, Diplomarbeit, 2012
- [YB14] YZUSQUI BURKARD, Matthias D.: *Integration und Evaluation eines Head-Mounted-Display zur optischen Umgebungsdarstellung für einen Fahrsimulator*, Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft, Bachelorarbeit, 2014

## Literatur

- [Abb06] ABBINK, D.A.: *Neuromuscular Analysis of Haptic Gas Pedal Feedback during Car Following*, Delft University of Technology, Diss., 2006
- [ACK<sup>+</sup>12] ALIREZAEI, M. ; CORNO, M. ; KATZOURAKIS, D. ; GHAFFARI, A. ; KAZEMI, R.: A Robust Steering Assistance System for Road Departure Avoidance. In: *Vehicular Technology, IEEE Transactions on* 61 (2012), Nr. 5, S. 1953–1960
- [ACMv12] ABBINK, D.A. ; CLEIJ, D. ; MULDER, M. ; VAN PAASSEN, M.: The Importance of Including Knowledge of Neuromuscular Behavior in Haptic Shared Control. In: *2012 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2012, S. 3350–3355
- [AFN04] ALLGÖWER, F. ; FINDEISEN, R. ; NAGY, Z.K.: Nonlinear model predictive control: From theory to application. In: *J. Chin. Inst. Chem. Engrs* 35 (2004), Nr. 3, S. 299–315
- [AGMS13] AJAMI, A. ; GAUTHIER, J.P. ; MAILLOT, T. ; SERRES, U.: How humans fly. In: *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations* 19 (2013), Nr. 4, S. 1030–1054
- [AKFIJ12] ABOU-KANDIL, H. ; FREILING, G. ; IONESCU, V. ; JANK, G.: *Matrix Riccati equations in control and systems theory*. Birkhäuser, 2012
- [AKFJ93] ABOU-KANDIL, H ; FREILING, G ; JANK, G: Necessary conditions for constant solutions of coupled Riccati equations in Nash games. In: *Systems & control letters* 21 (1993), Nr. 4, S. 295–306
- [Alb13] ALBRECHT, S.: *Modeling and numerical solution of inverse optimal control problems for the analysis of human motion*, Technische Universität München, Diss., 2013
- [Alt99] ALTPETER, F.: *Friction modeling, identification and compensation*, Eidgenössische Technische Hochschule Lausanne, Diss., 1999
- [AM10] ABBINK, D.A. ; MULDER, M.: Neuromuscular Analysis as a Guideline in designing Shared Control. In: *Advances in Haptics* 1 (2010), S. 416–499
- [AMv<sup>+</sup>11a] ABBINK, D.A. ; MULDER, M. ; VAN DER HELM, F.C.T. ; MULDER, M. ; BOER, E.R.: Measuring Neuromuscular Control Dynamics During Car Following With Continuous Haptic Feedback. In: *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on* 41 (2011), Nr. 5, S. 1239–1249
- [AMv11b] ABBINK, D.A. ; MULDER, M. ; VAN PAASSEN, M.: Measurements of muscle use during steering wheel manipulation. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, S. 1652–1657

- [AS89] ANDERSON, R. ; SPONG, M.W.: Bilateral control of teleoperators with time delay. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 34 (1989), Nr. 5, S. 494–501
- [AvB04] ABBINK, D.A. ; VAN DER HELM, F.C.T. ; BOER, E.R.: Admittance measurements of the foot during 'maintain position' and 'relax' tasks on a gas pedal. In: *Systems, Man and Cybernetics, 2004 IEEE International Conference on*, 2004, S. 2519–2524
- [BA98] BOURHIS, G. ; AGOSTINI, Y.: Man-machine Cooperation for the Control of an Intelligent Powered Wheelchair. In: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 22 (1998), Nr. 3-4, S. 269–287
- [Bai83] BAINBRIDGE, L.: Ironies of Automation. In: *Automatica* 19 (1983), Nr. 6, S. 775–779
- [Bar13] BARRON, E.N.: *Game theory : an introduction*. 2. Wiley, 2013 (Wiley series in operations research and management science)
- [BB76] BARON, S. ; BERLINER, J.E.: The effects of deviate internal representations in the optimal model of the human operator. In: *Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes, 1976 IEEE Conference on*, 1976, S. 1055–1057
- [BBM14] BORRELLI, F. ; BEMPORAD, A. ; MORARI, M.: *Predictive Control for linear and hybrid systems*. E-Book: ([http://control.ee.ethz.ch/stdavid/BBMbook\\_Cambridge\\_newstyle.pdf](http://control.ee.ethz.ch/stdavid/BBMbook_Cambridge_newstyle.pdf)), 2014
- [BD09] BORTZ, J. ; DÖRING, N.: *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler*. 4., überarb. Aufl., Nachdr. 2009. Heidelberg : Springer Medizin Verl., 2009 (Springer-Lehrbuch)
- [Bie08] BIESTER, L.: *Cooperative Automation in Automobiles*, Humboldt-Universität zu Berlin, Diss., 2008
- [BMW06] BLUM, U. ; MÜLLER, S. ; WEISKE, A.: *Angewandte Industrieökonomik : Theorien — Modelle — Anwendungen*. Wiesbaden : Gabler, 2006
- [BNB13] BLUESCHKE, D. ; NECK, R. ; BEHRENS, D.A.: OPTGAME3: A Dynamic Game Solver and an Economic Example. In: *Advances in Dynamic Games* Bd. 13. Springer International Publishing, 2013, S. 29–51
- [BO99] BASAR, T. ; OLSDER, G.J.: *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999 (Classics in Applied Mathematics)
- [BOW09] BRAUN, D.A. ; ORTEGA, P.A. ; WOLPERT, D.M.: Nash Equilibria in Multi-Agent Motor Interactions. In: *PLoS Comput Biol* 5 (2009), Nr. 8

- 
- [BPC<sup>+</sup>06] BOTTASSO, C.L. ; PRILUTSKY, B.I. ; CROCE, A. ; IMBERTI, E. ; SARTIRANA, S.: A numerical procedure for inferring from experimental data the optimization cost functions using a multibody model of the neuromusculoskeletal system. In: *Multibody System Dynamics* 16 (2006), Nr. 2, S. 123–154
- [Bre10] BRESSAN, A.: Noncooperative Differential Game: A Tutorial / Penn State University. 2010. – Forschungsbericht
- [bro13] <http://www.brockhaus-encyklopaedie.de>. Abgerufen 06.08.2013
- [BSB07] BRANDT, T. ; SATTEL, T. ; BOHM, M.: Combining haptic human-machine interaction with predictive path planning for lane-keeping and collision avoidance systems. In: *Intelligent Vehicles Symposium, 2007 IEEE*, 2007, S. 582–587
- [BSM06] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G.: *Taschenbuch der Mathematik*. 6., vollst. überarb. und erg. Aufl., Nachdr. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 2006
- [But04] BUTZ, T.: *Optimaltheoretische Modellierung und Identifizierung von Fahreigenschaften*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2004
- [BV94] BINGULAC, S. ; VANLANDINGHAM, H.F.: Discretization and continuation of MIMO systems. In: *Yugoslav Journal of Operations Research* 4 (1994), Nr. 1, S. 27–34
- [BvMA14] BOINK, R. ; VAN PAASSEN, M.M. ; MULDER, M. ; ABBINK, D.A.: Understanding and reducing conflicts between driver and haptic shared control. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 1510–1515
- [CA98] CHEN, H. ; ALGOEWER, F.: A Quasi-Infinite Horizon Nonlinear Model Predictive Control Scheme with Guaranteed Stability. In: *Automatica* 34 (1998), Nr. 10, S. 1205 – 1217
- [Cas80] CASTI, J.: On the general inverse problem of optimal control theory. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 32 (1980), Nr. 4, S. 491–497
- [CD10] CARLSON, T. ; DEMIRIS, Y.: Increasing robotic wheelchair safety with collaborative control: Evidence from secondary task experiments. In: *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, S. 5582–5587
- [CD12] CARLSON, T. ; DEMIRIS, Y.: Collaborative Control for a Robotic Wheelchair: Evaluation of Performance, Attention, and Workload. In: *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on* 42 (2012), Nr. 3, S. 876–888

- [CJ71] CHOW, C.K. ; JACOBSON, D.H.: Studies of human locomotion via optimal programming. In: *Mathematical Biosciences* 10 (1971), Nr. 34, S. 239 – 306
- [CJKT02] CAMPONOGARA, E. ; JIA, D. ; KROGH, B.H. ; TALUKDAR, S.: Distributed model predictive control. In: *Control Systems, IEEE* 22 (2002), Nr. 1, S. 44–52
- [Cla99] CLAUSEN, J.: Branch and bound algorithms-principles and examples / Department of Computer Science, University of Copenhagen. 1999. – Forschungsbericht
- [CP88] COOK, J.A. ; POWELL, B.K.: Modeling of an internal combustion engine for control analysis. In: *Control Systems Magazine, IEEE* 8 (1988), Nr. 4, S. 20–26
- [CPO06] COLE, D.J. ; PICK, A.J. ; ODHAMS, A.M.C.: Predictive and linear quadratic methods for potential application to modelling driver steering control. In: *Vehicle System Dynamics* 44 (2006), Nr. 3, S. 259–284
- [CRZV13] CLANTON, S.T. ; RASMUSSEN, R.G. ; ZOHNY, Z. ; VELLISTE, M.: Generalized virtual fixtures for shared-control grasping in brain-machine interfaces. In: *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on*, 2013, S. 323–328
- [CS82] CHEN, C.C. ; SHAW, L.: On receding horizon feedback control. In: *Automatica* 18 (1982), Nr. 3, S. 349 – 352
- [CSdL13] CHRISTOFIDES, P.D. ; SCATTOLINI, R. ; DE LA PENNA, D.M. ; LIU, J.: Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions. In: *Computers and Chemical Engineering* 51 (2013), Nr. 0, S. 21 – 41
- [DBDW06] DIEHL, M. ; BOCK, H.G. ; DIEDAM, H. ; WIEBER, P.-B.: Fast Direct Multiple Shooting Algorithms for Optimal Robot Control. In: *Fast Motions in Biomechanics and Robotics* Bd. 340. Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 65–93
- [dD11] DE WINTER, J.C.F. ; DODOU, D.: Preparing drivers for dangerous situations: A critical reflection on continuous shared control. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, S. 1050–1056
- [dHMS14] DE WINTER, J.C.F. ; HAPPEE, R. ; MARTENS, M.H. ; STANTON, N.A.: Effects of adaptive cruise control and highly automated driving on workload and situation awareness: A review of the empirical evidence. In: *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour* 27, Part B (2014), S. 196 – 217. – Vehicle Automation and Driver Behaviour
- [Dix94] DIX, A.J.: Computer supported cooperative work - a framework. In: *Design Issues in CSCW*. Springer Verlag, 1994, S. 23–37



- 
- [DL60] DOIG, A. G. ; LAND, Bya H.: An automatic method for solving discrete programming problems. In: *Econometrica* (1960), S. 497–520
- [dMA14] DE NIJS, S.Y. ; MULDER, M. ; ABBINK, D.A.: The value of haptic feedback in lane keeping. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3599–3604
- [DN11] DO, N.D. ; NAMERIKAWA, T.: Cooperative control based on Force-Reflection with four-channel teleoperation system. (2011), S. 4879 – 4884
- [Don82] DONGES, E.: Aspekte der Aktiven Sicherheit bei der Führung von Personenkraftwagen. In: *Automobil-Industrie* 27 (1982), Nr. 2, S. 183–190
- [Don99] DONGES, E.: A Conceptual Framework for Active Safety in Road Traffic. In: *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* Bd. 32, 1999, S. 113 –128
- [Dou41] DOUGLAS, J.: Solution of the inverse problem of the calculus of variations. In: *Transactions of the American Mathematical Society* 50 (1941), Nr. 1, S. 71–128
- [Dro10] DROOGENDIJK, C.G.I.: *A new neuromuscular driver model for steering system development*, TUDelft, Masterarbeit, 2010
- [DVMP03a] DEL VECCHIO, D. ; MURRAY, R.M. ; PERONA, P.: Decomposition of human motion into dynamics-based primitives with application to drawing tasks. In: *Automatica* 39 (2003), Nr. 12, S. 2085 – 2098
- [DVMP03b] DEL VECCHIO, D. ; MURRAY, R.M. ; PERONA, P.: Segmentation of human motion into dynamics based primitives with application to drawing tasks. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 2, 2003, S. 1816 – 1823
- [Eng05] ENGWERDA, J.C.: *LQ Dynamic Optimization and Differential Games*. John Wiley and Sons, 2005
- [Eng13] ENGWERDA, J.C.: A numerical algorithm to find all scalar feedback Nash equilibria. In: *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, 2013, S. 1738–1743
- [ESH13] ERHART, S. ; SIEBER, D. ; HIRCHE, S.: An impedance-based control architecture for multi-robot cooperative dual-arm mobile manipulation. In: *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on*, 2013, S. 315–322
- [FH05] FLASH, T. ; HOCHNER, B.: Motor primitives in vertebrates and invertebrates. In: *Current Opinion in Neurobiology* 15 (2005), S. 1–7
- [FK88] FUJII, T. ; KHARGONEKAR, P.P.: Inverse problems in H infin; control theory and linear-quadratic differential games. In: *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, 1988, S. 26–31

- [FKL<sup>+</sup>08] FLEMISCH, F. ; KELSCH, J. ; LÖPER, C. ; SCHIEBEN, A. ; SCHINDLER, J. ; HEESSEN, M.: Cooperative control and active interfaces for vehicle assistance and automation. In: *FISITA World automotive Congress; Munich, 2008*
- [Föl92] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik : Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 7.Aufl. Heidelberg : Hüthig, 1992. – ISBN 3-7785-2136-5
- [Föl94] FÖLLINGER, O.: *Optimale Regelung und Steuerung*. 3., verb. Aufl. München : Oldenbourg, 1994 (Methoden der Regelungs- und Automatisierungstechnik)
- [FM04] FAX, J.A. ; MURRAY, R.M.: Information flow and cooperative control of vehicle formations. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 49 (2004), Nr. 9, S. 1465–1476
- [FN84] FUJII, T. ; NARAZAKI, M.: A complete optimality condition in the inverse problem of optimal control. In: *SIAM journal on control and optimization* 22 (1984), Nr. 2, S. 327–341
- [Fon01] FONTES, F.A.C.C.: A general framework to design stabilizing nonlinear model predictive controllers. In: *Systems and Control Letters* 42 (2001), Nr. 2, S. 127 – 143
- [For96] FORSCHUNGSGESELLSCHAFT FÜR STRASSEN- UND VERKEHRSWESEN E. V.: *RAS-Q – Richtlinien für die Anlage von Straßen, Teil: Querschnitte (Ausgabe 1996)*. 1996
- [FP03] FANG, A.C. ; POLLARD, N.S.: Efficient Synthesis of Physically Valid Human Motion. In: *ACM Trans. Graph.* 22 (2003), Nr. 3, S. 417–426
- [Fra14] FRANZ, B.: *Entwicklung und Evaluation eines Interaktionskonzepts zur manöverbasierten Führung von Fahrzeugen*, Technischen Universität Darmstadt, Diss., 2014
- [Fri71] FRIEDMAN, A.: *Differential games*. New York : Wiley, 1971 (Pure and applied mathematics ; 25)
- [FTG<sup>+</sup>09] FETH, D. ; TRAN, B.A. ; GROTEN, R. ; PEER, A. ; BUSS, M.: Shared-Control Paradigms in Multi-Operator-Single-Robot Teleoperation. In: *Cognitive Systems Monographs, Human Centered Robot Systems*, Springer, 2009, S. 53–62
- [Fun62] FUNK, P.: *Variationsrechnung und ihre Anwendung in Physik und Technik*. Berlin : Springer, 1962 (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen ; 94)
- [GG04] GRIFFITHS, P.G. ; GILLESPIE, R.B.: Shared Control between Human and Machine: Haptic Display of Automation during Manual Control of Vehicle Heading. In: *Haptic Interfaces for Virtual Environment and*

- 
- Teleoperator Systems, 2004. HAPTICS '04. Proceedings. 12th International Symposium on*, IEEE Computer Society, 2004, S. 358–366
- [GHW<sup>+</sup>11] GEYER, S. ; HAKULI, S. ; WINNER, H. ; FRANZ, B. ; KAUER, M.: Development of a cooperative system behavior for a highly automated vehicle guidance concept based on the Conduct-by-Wire principle. In: *Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2011 IEEE*, 2011, S. 411–416
- [GL00] GUO, C.-H. ; LAUB, A.J.: On the iterative solution of a class of nonsymmetric algebraic Riccati equations. In: *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 22 (2000), Nr. 2, S. 376–391
- [GNL<sup>+</sup>08] GALAN, F. ; NUTTIN, M. ; LEW, E. ; FERREZ, P.W. ; VANACKER, G. ; PHILIPS, J. ; MILLAN, J.R.: A brain-actuated wheelchair: Asynchronous and non-invasive Brain-computer interfaces for continuous control of robots. In: *Clinical Neurophysiology* 119 (2008), Nr. 9, S. 2159–2169
- [God88] GODTHELP, H.: The limits of path error-neglecting in straight lane driving. In: *Ergonomics* 31 (1988), Nr. 4, S. 609–619
- [Goo15] GOOGLE AUTO LLC: Google Self-Driving Car Testing Report on Disengagements of Autonomous Mode. 2015. – Forschungsbericht
- [GPC05] GRIFFIN, W.B. ; PROVANCHER, W.R. ; CUTKOSKY, M.R.: Feedback Strategies for Telemanipulation with Shared Control Of Object Handling Forces. In: *Presence* 14(6) (2005), S. 720–731
- [GSFW06] GOODRICH, K.H. ; SCHUTTE, P.C. ; FLEMISCH, F.O. ; WILLIAMS, R.A.: Application of the H-Mode, A Design and Interaction Concept for Highly Automated Vehicles, to Aircraft. In: *25th Digital Avionics Systems Conference, 2006 IEEE/AIAA*, 2006, S. 1–13
- [Guo01] GUO, C.-H.: Nonsymmetric Algebraic Riccati Equations and Wiener-Hopf Factorization for M-Matrices. In: *SIAM journal on matrix analysis and applications* 23 (2001), Nr. 1, S. 225–242
- [Hat76] HATZE, H.: The complete optimization of a human motion. In: *Mathematical Biosciences* 28 (1976), Nr. 12, S. 99 – 135
- [Hat08] HATZ, K.: *Estimating parameters in optimal control problems*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2008
- [Hat14] HATZ, K.: *Efficient numerical methods for hierarchical dynamic optimization with application to cereval palsy gait modeling*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Diss., 2014
- [HAV02] HJAEMLDAHL, M. ; ALMQVIST, S. ; VARHELYI, A: Speed regulation by in car active accelerator pedal: effects on speed and speed distribution. In: *IATSS RESEARCH* 26 (2) (2002), S. 60 – 66
- [HG10] HART, C.B. ; GISZTER, S.F.: A Neural Basis for Motor Primitives in the Spinal Cord. In: *The Journal of Neuroscience* 27 (2010), S. 1322–1336

- [HI06] HOLLER, M.J. ; ILLING, G.: *Einführung in die Spieltheorie*. Springer, 2006
- [Hoc01] HOC, J.M.: Towards a cognitive approach to human-machine cooperation in dynamic situations. In: *International Journal of Human-Computer Studies* (2001)
- [Hog85] HOGAN, N.: Impedance control: An approach to manipulation: Part I - Theory. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107 (1) (1985), S. 1–7
- [Hog89] HOGAN, N.: Controlling impedance at the man/machine interface. In: *Robotics and Automation, 1989. Proceedings., IEEE International Conference on, 1989*, S. 1626–1631 vol.3
- [HS10] HANSSON, A. ; SERVIN, M.: Semi-autonomous shared control of large-scale manipulator arms. In: *Control Engineering Practice* 18 (2010), Nr. 9, S. 1069 – 1076
- [HSB12] HATZ, K. ; SCHLOEDER, J.P. ; BOCK, H.G.: Estimating parameters in optimal control problems. In: *Society for Industrial and Applied Mathematics: SIAM journal on scientific computing* 34 (2012), Nr. 3, S. A1707–A1728
- [HV89] HAYATI, S. ; VENKATARAMAN, S.T.: Design and implementation of a robot control system with traded and shared control capability. In: *Robotics and Automation, 1989. Proceedings., 1989 IEEE International Conference on, 1989*, S. 1310–1315 vol.3
- [HYR<sup>+</sup>10] HAYASHI, R. ; YIN, F. ; RAKSINCHAROENSAK, P. ; NAGAI, M. ; SANNO, S. ; HOSHINO, M.: Study on acceleration and deceleration maneuver guidance for driver by gas pedal reaction force control. In: *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2010 13th International IEEE Conference on, 2010*, S. 1428–1434
- [Int99] INTERNATIONALE ORGANISATION FÜR NORMUNG (ISO): *ISO/CD 3888-1: Passenger cars – Test track for a severe lane-change manoeuvre – Part 1: Double lane-change*. 1999
- [IPG13a] IPG AUTOMOTIVE GMBH: CarMaker Reference Manual Version 4.0.5. 2013. – Benutzerhandbuch
- [IPG13b] IPG AUTOMOTIVE GMBH: IPGDriver 6.4. 2013. – Benutzerhandbuch
- [IPG14] IPG AUTOMOTIVE GMBH: CarMaker Reference Manual Version 4.5. 2014. – Benutzerhandbuch
- [Isa65] ISAACS, R.: *Differential games : a mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization*. New York : Wiley, 1965 (The SIAM series in applied mathematics)

- 
- [IYD<sup>+</sup>04] IMAIDA, T. ; YOKOKOHI, Y. ; DOI, T. ; ODA, M. ; YOSHIKAWA, T.: Ground-space bilateral teleoperation of ETS-VII robot arm by direct bilateral coupling under 7-s time delay condition. In: *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* 20 (2004), Nr. 3, S. 499–511
- [JAB13] JOHNSON, M. ; AGHASADEGHI, N. ; BRETL, T.: Inverse optimal control for deterministic continuous-time nonlinear systems. In: *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, 2013, S. 2906–2913
- [Jaz14] JAZAR, R.N.: *Vehicle Dynamics : Theory and Application*. 2nd ed. 2014. New York, NY : Springer, 2014 (SpringerLink : Bücher)
- [JF09] JAGACINSKI, R.J. ; FLACH, J.M.: *Control theory for humans : quantitative approaches to modeling performance*. Erlbaum, 2009
- [JH05] JADBABAIE, A. ; HAUSER, J.: On the stability of receding horizon control with a general terminal cost. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 50 (2005), Nr. 5, S. 674–678
- [JK73] JAMESON, A. ; KREINDLER, E.: Inverse problem of linear optimal control. In: *SIAM J. Control* 11 (1973), Nr. 1, S. 1–19
- [JK01] JIA, D. ; KROGH, B.H.: Distributed model predictive control. In: *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001* Bd. 4, 2001, S. 2767–2772
- [JYH01] JADBABAIE, A. ; YU, J. ; HAUSER, J.: Unconstrained receding-horizon control of nonlinear systems. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 46 (2001), Nr. 5, S. 776–783
- [Kal60] KALMAN, R.E.: Contributions to the theory of optimal control. In: *Bol. Soc. Mat. Mexicana* 5 (1960), Nr. 2, S. 102–119
- [Kal64] KALMAN, R.E.: When is a linear control system optimal? In: *Journal of Fluids Engineering* 86 (1964), Nr. 1, S. 51–60
- [Kal09] KALASKA, J.F.: From Intention to Action: Motor Cortex and the Control of Reaching Movements. In: *Progress in motor control: a multidisciplinary perspective*, 2009 (Advances in Experimental Medicine and Biology), S. 139–178
- [KAV<sup>+</sup>14] KATZOURAKIS, D.I. ; ABBINK, D.A. ; VELENIS, E. ; HOLWEG, E. ; HAPPEE, R.: Driver's Arms' Time-Variant Neuromuscular Admittance During Real Car Test-Track Driving. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 63 (2014), Nr. 1, S. 221–230
- [Kaw99] KAWATO, M.: Internal models for motor control and trajectory planning. In: *Current Opinion in Neurobiology* 9 (1999), Nr. 6, S. 718 – 727

- [KBS<sup>+</sup>06] KIM, H.K. ; BIGGS, J. ; SCHLOERB, D.W. ; CARMENA, J.M. ; LEBEDEV, M.A. ; NICOLELIS, M.A.L. ; SRINIVASAN, M.A.: Continuous shared control for stabilizing reaching and grasping with brain-machine interfaces. In: *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on* 53 (2006), Nr. 6, S. 1164–1173
- [KBSS11] KIRCHES, C. ; BOCK, H.G. ; SCHLOEDER, J.P. ; SAGER, S.: Block-structured quadratic programming for the direct multiple shooting method for optimal control. In: *Optimization Methods and Software* 26 (2011), Nr. 2, S. 239–257
- [KC11] KIM, N. ; COLE, D.J.: A model of driver steering control incorporating the driver's sensing of steering torque. In: *Vehicle System Dynamics* 49 (2011), Nr. 10, S. 1575–1596
- [Kee08] KEEN, S.D.: *Modeling Driver Steering Behavior using Multiple-Model Predictive Control*, University of Cambridge, Diss., 2008
- [KFvA13] KUIPER, R.J. ; FRUMAU, J.C.L. ; VAN DER HELM, F.C.T. ; ABBINK, D.A.: Haptic Support for Bi-manual Control of a Suspended Grab for Deep-Sea Excavation. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 1822–1827
- [KH04] KOSUGE, K. ; HIRATA, Y.: Human-Robot Interaction. In: *Robotics and Biomimetics, 2004. ROBIO 2004. IEEE International Conference on*, 2004, S. 8–11
- [Kha96] KHALIL, H.K.: *Nonlinear systems*. Prentice Hall, 1996
- [KHF92] KIM, W.S. ; HANNAFORD, B. ; FEJCZY, A.K.: Force-reflection and shared compliant control in operating telemanipulators with time delay. In: *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* 8 (1992), Nr. 2, S. 176–185
- [KHZ10] KHADEMIAN, B. ; HASHTRUDI-ZAAD, K.: Unconditional stability analysis of dual-user teleoperation systems. In: *Haptics Symposium, 2010 IEEE*, 2010, S. 161–166
- [KHZ11] KHADEMIAN, B. ; HASHTRUDI-ZAAD, K.: Shared control architectures for haptic training: Performance and coupled stability analysis. In: *The International Journal of Robotics Research* 30 (2011), Nr. 13, S. 1627–1642
- [KKH01] KOSUGE, K. ; KAKUYA, H. ; HIRATA, Y.: Control algorithm of dual arms mobile robot for cooperative works with human. In: *Systems, Man, and Cybernetics, 2001 IEEE International Conference on* Bd. 5, 2001, S. 3223–3228 vol.5
- [KN00] KIENCKE, U. ; NIELSEN, L.: *Automotive control systems*. Berlin : Springer, 2000

- 
- [Kom08] KOMPASS, K.: Fahrerassistenzsysteme der Zukunft - auf dem Weg zum autonomen Pkw? In: *Forschung fuer das Auto von Morgen*. Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 261–285
- [KVHH14] KATZOURAKIS, D.I. ; VELENIS, E. ; HOLWEG, E. ; HAPPEE, R.: Haptic Steering Support for Driving Near the Vehicle's Handling Limits: Test-Track Case. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 15 (2014), Nr. 4, S. 1781–1789
- [KYF93] KOSUGE, K. ; YOSHIDA, H. ; FUKUDA, T.: Dynamic control for robot-human collaboration. In: *Robot and Human Communication, 1993. Proceedings., 2nd IEEE International Workshop on*, 1993, S. 398–401
- [LASC06] LIMON, D. ; ALAMO, T. ; SALAS, F. ; CAMACHO, E.F.: On the stability of constrained MPC without terminal constraint. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 51 (2006), Nr. 5, S. 832–836
- [Lat08] LATASH, M.L.: *Neurophysiological basis of movement*. 2. Human Kinetics, 2008
- [LCPC10] LIU, J. ; CHEN, X. ; PEÑA, D. M. I. ; CHRISTOFIDES, P. D.: Sequential and iterative architectures for distributed model predictive control of nonlinear process systems. Part I: Theory. In: *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, 2010, S. 3148–3155
- [Lee76] LEE, D.N.: A theory of visual control of braking based on information about time-to-collision. In: *Perception* 5 (1976), Nr. 4, S. 437–459
- [Lei74] LEITMANN, G.: *Cooperative and non-cooperative many players differential games*. Springer, 1974
- [Lew14] LEWIS, F.L.: *Cooperative Control of Multi-Agent Systems : Optimal and Adaptive Design Approaches*. London : Springer, 2014 (Communications and Control EngineeringSpringerLink : Bücher)
- [LHM02] LO, J. ; HUANG, G. ; METAXAS, D.: Human Motion Planning Based on Recursive Dynamics and Optimal Control Techniques. In: *Multibody System Dynamics* 8 (2002), Nr. 4, S. 433–458
- [Lja66] LJAPUNOV, A.M.: *Stability of motion*. New York : Acad. Press, 1966 (Mathematics in science and engineering ; 30)
- [LKRH13] LAWITZKY, M. ; KIMMEL, M. ; RITZER, P. ; HIRCHE, S.: Trajectory generation under the least action principle for physical human-robot cooperation. In: *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 4285–4290
- [LMH10] LAWITZKY, M. ; MORTL, A. ; HIRCHE, S.: Load sharing in human-robot cooperative manipulation. In: *RO-MAN, 2010 IEEE*, 2010, S. 185–191

- [LMv06] LAM, T.M. ; MULDER, M. ; VAN PAASSEN, M.M.: Haptic Feedback for UAV Tele-operation - Force offset and spring load modification. In: *Systems, Man and Cybernetics, 2006. SMC '06. IEEE International Conference on* Bd. 2, 2006, S. 1618–1623
- [LR71] LUKES, D.L ; RUSSELL, D.L: A global theory for linear-quadratic differential games. In: *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 33 (1971), Nr. 1, S. 96 – 123
- [LR01] LANKENAU, A. ; ROFER, T.: A versatile and safe mobility assistant. In: *Robotics Automation Magazine, IEEE* 8 (2001), Nr. 1, S. 29–37
- [Lun14] LUNZE, Jan [. (Hrsg.): *Control theory of digitally networked dynamic systems*. Cham : Springer, 2014
- [LWS07] LIU, J.F. ; WU, J.H. ; SU, Y.-F.: Development of an Interactive Lane Keeping Control System for Vehicle. In: *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2007. VPPC 2007. IEEE, 2007, S. 702–706*
- [LX02] LAW, C.K.-H. ; XU, Yangsheng: Shared control for navigation and balance of a dynamically stable robot. In: *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on* Bd. 2, 2002, S. 1985–1990 vol.2
- [MA73] MOYLAN, P.J. ; ANDERSON, B.: Nonlinear regulator theory and an inverse optimal control problem. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 18 (1973), Nr. 5, S. 460–465
- [MA11] MULDER, M. ; ABBINK, D.A.: Correct and faulty driver support from shared haptic control during evasive maneuvers. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on, 2011, S. 1057–1062*
- [MAB08] MULDER, M. ; ABBINK, D.A. ; BOER, E.R.: The Effect of Haptic Guidance on Curve Negotiation Behavior of Young Experienced Drivers. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2008, S. 804–809*
- [Mac81] MACADAM, C.C.: Application of an Optimal Preview Control for Simulation of Closed-Loop Automobile Driving. In: *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on* 11 (1981), Nr. 6, S. 393–399
- [Mac01] MACADAM, C.C.: Development of a Driver Model for Near / At-Limit Vehicle Handling / University of Michigan. 2001. – Forschungsbericht
- [Mac03] MACADAM, C.C.: Understanding and Modeling the Human Driver. In: *Vehicle System Dynamics* 40 (2003), Nr. 1-3, S. 101–134
- [Mai12] MAIER, S.: *Identifikation eines Bewegungsmodells anhand gemessener Trajektorien*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2012



- 
- [Mar71] MARTENSSON, K: On the matrix Riccati equation. In: *Information Sciences* 3 (1971), Nr. 1, S. 17–49
- [Mau15] MAURER, M.: *Autonomes Fahren: technische, rechtliche und gesellschaftliche Aspekte*. Springer-Vieweg, 2015
- [MAvM11] MULDER, M. ; ABBINK, D.A. ; VAN PAASSEN, M.M. ; MULDER, M.: Design of a Haptic Gas Pedal for Active Car-Following Support. In: *IEEE Transactions on intelligent transportation systems* 12 (2011), Nr. 1, S. 268–279
- [MBW14] MARKKULA, G. ; BENDERUS, O. ; WAHDE, M.: Comparing and validating models of driver steering behaviour in collision avoidance and vehicle stabilisation. In: *Vehicle System Dynamics* 52 (2014), Nr. 12, S. 1658–1680
- [MC11] MOON, C. ; CHOI, S.B.: A driver model for vehicle lateral dynamics. In: *Int. J. of Vehicle Design* 56 (2011), S. 49–80
- [Meh07] MEHLMANN, A.: *Strategische Spiele für Einsteiger: eine verspielt-formale Einführung in Methoden, Modelle und Anwendungen der Spieltheorie*. Vieweg, 2007
- [MEP11] MICHALAK, T. ; ENGWERDA, J. ; PLASMANS, J.: A Numerical Toolbox to Solve N-Player Affine LQ Open-Loop Differential Games. In: *Computational Economics* 37 (2011), Nr. 4, S. 375–410
- [MGV<sup>+</sup>09] MILLAN, J.d.R. ; GALAN, F. ; VANHOODYONCK, D. ; LEW, E. ; PHILIPS, J. ; NUTTIN, M.: Asynchronous non-invasive brain-actuated control of an intelligent wheelchair. In: *Engineering in Medicine and Biology Society, 2009. EMBC 2009. Annual International Conference of the IEEE, 2009*, S. 3361–3364
- [MIS04] MUSSA-IVALDI, F.A. ; SOLLA, S.A.: Neural primitives for motion control. In: *IEEE Journal of Oceanic Engineering* 29 (2004), Nr. 3, S. 640 – 650
- [MLK<sup>+</sup>12] MÖRTL, A. ; LAWITZKY, M. ; KUCUKYILMAZ, A. ; SEZGIN, M. ; BASDOGAN, C. ; HIRCHE, S.: The role of roles: Physical cooperation between humans and robots. In: *The International Journal of Robotics Research* 31 (2012), Nr. 13, S. 1656–1674
- [MLM<sup>+</sup>11] MEDINA, J.R. ; LAWITZKY, M. ; MORTL, A. ; LEE, D. ; HIRCHE, S.: An experience-driven robotic assistant acquiring human knowledge to improve haptic cooperation. In: *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on, 2011*, S. 2416 –2422
- [MLR<sup>+</sup>04] MCGEHEE, D.V. ; LEE, J.D. ; RIZZO, M. ; DAWSON, J. ; BATEMAN, K.: Quantitative analysis of steering adaptation on a high performance fixed-base driving simulator. In: *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour* 7 (2004), Nr. 3, S. 181 – 196

- [MM90] MAYNE, D.Q. ; MICHALSKA, H.: Receding horizon control of nonlinear systems. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 35 (1990), Nr. 7, S. 814–824
- [MM93] MICHALSKA, H. ; MAYNE, D.Q.: Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 38 (1993), Nr. 11, S. 1623–1633
- [MMT13] MOUSTRIS, G.P. ; MANTELOS, A.I. ; TZAFESTAS, C.S.: Shared control for motion compensation in robotic beating heart surgery. In: *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 5819–5824
- [MTL10] MOMBAUR, K. ; TRUONG, A. ; LAUMOND, J.-P.: From human to humanoid locomotion an inverse optimal control approach. In: *Autonomous Robots* 28 (2010), Nr. 3, S. 369–383
- [Mul07] MULDER, M.: *Haptic Gas Pedal Feedback for Active Car-Following Support*, Delft University of Technology, Diss., 2007
- [MVA<sup>+</sup>11] MULDER, M. ; VERSPECHT, T. ; ABBINK, D.A. ; VAN PAASSEN, M.M. ; BALDERAS S, D.C. ; SCHOUTEN, A. ; DE VLUGT, E. ; MULDER, M.: Identification of time variant neuromuscular admittance using wavelets. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, S. 1474–1480
- [MW14] MITSCHKE, M. ; WALLENTOWITZ, H.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer-Verlag, 2014
- [MXM05] MUKAIDANI, H. ; XU, H. ; MIZUKAMI, K.: Numerical Algorithm for Solving Cross-Coupled Algebraic Riccati Equations of Singularly Perturbed Systems. In: *Advances in Dynamic Games* Bd. 7. Birkhauser Boston, 2005, S. 545–570
- [Nas51] NASH, J.: Non-cooperative games. In: *Annals of Math.* 2 (1951), S. 286–295
- [NC13] NA, X. ; COLE, D.J.: Linear quadratic game and non-cooperative predictive methods for potential application to modelling driver AFS interactive steering control. In: *Vehicle System Dynamics* 51 (2013), Nr. 2, S. 165–198
- [NC15] NA, X. ; COLE, D.J.: Game-Theoretic Modeling of the Steering Interaction Between a Human Driver and a Vehicle Collision Avoidance Controller. In: *Human-Machine Systems, IEEE Transactions on* 45 (2015), Nr. 1, S. 25–38
- [Nel83] NELSON, W.L.: Physical principles for economies of skilled movements. In: *Biological Cybernetics* 46 (1983), Nr. 2, S. 135–147

- 
- [Neu28] NEUMANN VON, J.: Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. In: *Mathematische Annalen* 100 (1928), Nr. 1, S. 295–320
- [nev12] NEVADA DEPARTMENT OF MOTOR VEHICLES: Adopted Regulation of the Department of Motor Vehicles. 2012. – Rechtsvorschrift
- [NH06] NUHN, H. ; HESSE, M.: *Verkehrsgeographie*. Schöningh, 2006
- [nis14] <http://www.nissan-global.com/EN/NEWS/2001/STORY/010112-01.html>. Abgerufen 12.12.2014
- [nis15] <http://www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/OVERVIEW/-dcas.html>. Abgerufen 10.02.2015
- [NMG03] NUDEHI, S.S. ; MUKHERJEE, R. ; GHODOUSSI, M.: A haptic interface design for minimally invasive telesurgical training and collaboration in the presence of time delay. In: *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on Bd. 5, 2003*, S. 4563–4568 Vol.5
- [NMG05b] NUDEHI, S.S. ; MUKHERJEE, R. ; GHODOUSSI, M.: A shared-control approach to haptic interface design for minimally invasive telesurgical training. In: *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 13 (2005), Nr. 4, S. 588–592
- [NW06] NOCEDAL, J. ; WRIGHT, S.J.: *Numerical optimization*. 2. ed. New York, NY : Springer, 2006
- [OGGL06] O’MALLEY, M.K. ; GUPTA, A. ; GEN, M. ; LI, Y.F.: Shared control in haptic systems for performance enhancement and training. In: *Journal of dynamic systems measurement and control-transactions of the ASME* 128 (2006), Nr. 1, S. 75–85
- [OSFM07] OLFATI-SABER, R. ; FAX, J.A. ; MURRAY, R.M.: Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems. In: *Proceedings of the IEEE* 95 (2007), Nr. 1, S. 215–233
- [PAMW15] PETERMEIJER, S.M. ; ABBINK, D.A. ; MULDER, M. ; WINTER, J.C.F. de: The Effect of Haptic Support Systems on Driver Performance: A Literature Survey. In: *Haptics, IEEE Transactions on* 8 (2015), Nr. 4, S. 467–479
- [Pfe13] PFEFFER, P.: *Lenkungsbandbuch: Lenksysteme, Lenkgefühl, Fahrdynamik von Kraftfahrzeugen*. 2., überarb. u. erg. Aufl. 2013. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2013
- [PO12] POWELL, D. ; O’MALLEY, M.K.: The Task-Dependent Efficacy of Shared-Control Haptic Guidance Paradigms. In: *Haptics, IEEE Transactions on* 5 (2012), Nr. 3, S. 208–219
- [Pon86] PONTRJAGIN, L.S.: *The mathematical theory of optimal processes*. Repr. New York, NY : Gordon and Breach, 1986

- [PPA13] PROFUMO, L. ; POLLINI, L. ; ABBINK, D.A.: Direct and Indirect Haptic Aiding for Curve Negotiation. In: *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, S. 1846–1852
- [PSZ98] PARISINI, T ; SANGUINETI, M ; ZOPPOLI, R: Nonlinear stabilization by receding-horizon neural regulators. In: *International Journal of Control* 70 (1998), Nr. 3, S. 341–362
- [QCC<sup>+</sup>15] QU, T. ; CHEN, H. ; CAO, D. ; GUO, H. ; GAO, B.: Switching-Based Stochastic Model Predictive Control Approach for Modeling Driver Steering Skill. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 16 (2015), Nr. 1, S. 365–375
- [Rao09a] RAO, A.V.: A survey of numerical methods for optimal control. In: *Advances in the Astronautical Sciences* 135 (2009), Nr. 1, S. 497–528
- [Rao09b] RAO, S.S.: *Optimization: Theory and Practice*. 4. Wiley, 2009
- [Ras83] RASMUSSEN, J.: Skills, rules, and knowledge; signals, signs, and symbols, and other distinctions in human performance models. In: *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on* 13 (1983), Nr. 3, S. 257–266
- [RBA07] REN, W. ; BEARD, R.W. ; ATKINS, E.M.: Information consensus in multivehicle cooperative control. In: *Control Systems, IEEE* 27 (2007), Nr. 2, S. 71–82
- [RE14] REDDY, P.V. ; ENGWERDA, J.C.: Necessary and Sufficient Conditions for Pareto Optimality in Infinite Horizon Cooperative Differential Games. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 59 (2014), Nr. 9, S. 2536–2542
- [RH07] RICHARDS, A. ; HOW, J.P.: Robust distributed model predictive control. In: *International Journal of Control* 80 (2007), Nr. 9, S. 1517–1531
- [RH15] RYO, F. ; HIROYUKI, T.: Research on Driver Acceptance of LDA (Lane Departure Alert) System. In: *24th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles (ESV)* (2015)
- [RM93] RAWLINGS, J.B. ; MUSKE, K.R.: The stability of constrained receding horizon control. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 38 (1993), Nr. 10, S. 1512–1516
- [RS08] RAWLINGS, J.B. ; STEWART, B.T.: Coordinating multiple optimization-based controllers: New opportunities and challenges. In: *Journal of Process Control* 18 (2008), Nr. 9, S. 839 – 845
- [SC92] SCHNEIDER, S. ; CANNON, R.: Object Impedance Control for Cooperative Manipulation: Theory and Experimental Results. In: *IEEE Trans. Robot. Automat.* 8 (3) (1992), S. 383–384

- 
- [SCC<sup>+</sup>13] SALEH, L. ; CHEVREL, P. ; CLAVEAU, F. ; LAFAY, J.-F. ; MARS, F.: Shared Steering Control Between a Driver and an Automation: Stability in the Presence of Driver Behavior Uncertainty. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 14 (2013), Nr. 2, S. 974–983
- [Sch91] SCHMIDT, K.: Cooperative Work: A Conceptual Framework / Riso National Laboratory, Denmark. 1991. – Forschungsbericht
- [Sch11] SCHWARZ, H.R.: *Numerische Mathematik*. 8., aktualisierte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2011
- [SCJ73] SIMAAN, M. ; CRUZ JR, J.B.: On the Stackelberg strategy in nonzero-sum games. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 11 (1973), Nr. 5, S. 533–555
- [SCS00] SHARP, R.S. ; CASANOVA, D. ; SYMONDS, P.: A Mathematical Model for Driver Steering Control, with Design, Tuning and Performance Results. In: *Vehicle System Dynamics* 33 (2000), Nr. 5, S. 289–326
- [SF74] SHERIDAN, T.B. ; FERRELL, W.R.: *Man-Machine Systems: Information, Control, and Decision Models of Human Performance*. MIT Pr., 1974
- [SG01] STEELE, M. ; GILLESPIE, R.B.: Shared control between human and machine: Using a haptic interface to aid in land vehicle guidance. In: *Proceedings of the Human Factor and Ergonomics Society 45th Annual Meeting*, 2001, S. 1671–1675
- [SGH92] SCHUMANN, J. ; GODTHELP, J. ; HOEKSTRA, W.: An exploratory simulator study on the use of active control devices in car driving / Institute for Perception TNO. 1992. – Forschungsbericht
- [SH69] STARR, A.W. ; HO, Y.C.: Nonzero-sum differential games. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 3 (1969), Nr. 3, S. 184–206
- [SHB13] SCHRAMM, D. ; HILLER, M. ; BARDINI, R.: *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. 2., vollst. überarb. Aufl. 2013. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2013
- [She92] SHERIDAN, T.B.: *Telerobotics, automation and human supervisory control*. MIT Press, 1992
- [SHE<sup>+</sup>12] STEINBACH, E. ; HIRCHE, S. ; ERNST, M. ; BRANDI, F. ; CHAUDHARI, R. ; KAMMERL, J. ; VITTORIAS, I.: Haptic Communications. In: *Proceedings of the IEEE* 100 (2012), Nr. 4, S. 937–956
- [SKO12] SOHN, K. ; KIM, Y. ; OH, P.: Applying motion capture system for collaborative tasks with a human. In: *Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2012 9th International Conference on*, 2012, S. 12–17
- [SLB09] SHOHAM, Y. ; LEYTON-BROWN, K.: *Multiagent Systems Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations*. Cambridge University Press, 2009

- [SNW90] SEIF-NARAGHI, A.H. ; WINTERS, J.M.: Optimized Strategies for Scaling Goal-Directed Dynamic Limb Movements. In: *Multiple Muscle Systems*. Springer New York, 1990, S. 312–334
- [Soc08] SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS (SAE): *Stepwise Coastdown Methodology for Measuring Tire Rolling Resistance SAE J 2452*. 2008
- [Soc14] SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS (SAE): *Taxonomy and Definitions for Terms Related to On-Road Motor Vehicle Automated Driving Systems SAE J 3016*. 2014
- [SRJ05] SALMON, P.M. ; REGAN, M.A. ; JOHNSTON, I.: Human Error and Road Transport: Phase One - A framework for an error tolerant road transport system / Monash University Accident Research Centre. 2005. – Forschungsbericht
- [Sta52] STACKELBERG VON, H.: *The Theory of the Market Economy*. Oxford Univ. Press, 1952
- [sta13] STATISTISCHES BUNDESAMT: Unfallentwicklung auf deutschen Straßen 2012. 2013. – Forschungsbericht
- [Sta14] STATISTISCHES BUNDESAMT: Verkehrsunfälle: Unfälle von 18-24-Jährigen im Straßenverkehr. 2014. – Forschungsbericht
- [sta15] STATISTISCHES BUNDESAMT: Pressemitteilung Nr. 252: Unfallbilanz 2014. 2015. – Forschungsbericht
- [SV78] SHERIDAN, T.B. ; VERPLANK, W.L.: Human and computer control of undersea teleoperators / MIT Man-Machine Systems Laboratory Cambridge MA. 1978. – Forschungsbericht
- [TAT11] TAMADDONI, S.H. ; AHMADIAN, M. ; TAHERI, S.: Optimal vehicle stability control design based on preview game theory concept. In: *American Control Conference (ACC), 2011*, 2011, S. 5249–5254
- [Ter10] TERWEN, S.: *Vorausschauende Längsregelung schwerer Lastkraftwagen*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2010
- [TH12] TAN, H.-S. ; HUANG, J.: Experimental Development of a New Target and Control Driver Steering Model Based on DLC Test Data. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 13 (2012), Nr. 1, S. 375–384
- [Tha67] THAU, F.: On the inverse optimum control problem for a class of nonlinear autonomous systems. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 12 (1967), Nr. 6, S. 674–681
- [TMA10] TSOI, K.K. ; MULDER, M. ; ABBINK, D.A.: Balancing safety and support: Changing lanes with a haptic lane-keeping support system. In: *Systems Man and Cybernetics (SMC), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, S. 1236–1243

- 
- [TO07] TUMERDEM, U. ; OHNISHI, K.: Haptic Consensus in Bilateral Teleoperation. In: *Mechatronics, ICM2007 4th IEEE International Conference on, 2007*, S. 1 –6
- [Tre79] TREAT, J.R.: Tri-Level Study of the Cause of Traffic Accidents Executive Summary / Institute for research in Public Safety Indiana University. 1979. – Forschungsbericht
- [UP05] UNGOREN, A.Y. ; PENG, H.: An adaptive lateral preview driver model. In: *Vehicle System Dynamics* 43 (2005), Nr. 4, S. 245–259
- [VDA15] VERBAND DER AUTOMOBILINDUSTRIE: Automation From Driver Assistance Systems to Automated Driving. 2015. – Forschungsbericht
- [VMA<sup>+</sup>13] VENROOIJ, J. ; MULDER, M. ; ABBINK, D.A. ; VAN PAASSEN, M.M. ; VAN DER HELM, F.C.T. ; BÜLTHOFF, H.H. ; MULDER, M.: A New View on Biodynamic Feedthrough Analysis: Unifying the Effects on Forces and Positions. In: *IEEE Transactions on cybernetics* 43 (2013), Nr. 1, S. 129–142
- [Vor10] VORNDRAN, I.: Unfallstatistik – Verkehrsmittel im Risikovergleich / Statistisches Bundesamt. 2010. – Forschungsbericht
- [VRW05] VENKAT, A.N. ; RAWLINGS, J.B. ; WRIGHT, S.J.: Stability and optimality of distributed model predictive control. In: *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on, 2005*, S. 6680–6685
- [vSdB02] VAN DER HELM, F.C.T. ; SCHOUTEN, A.C. ; DE VLUGT, E. ; BROUWEN, G.G.: Identification of intrinsic and reflexive components of human arm dynamics during postural control. In: *Journal of Neuroscience Methods* 119(1) (2002), Nr. 1, S. 1–14
- [WC80] WIENER, E.L. ; CURRY, R.E.: Flight-deck automation: promises and problems. In: *Ergonomics* 23 (1980), Nr. 10, S. 995–1011
- [Wen14] WENZ, A.: *Prädiktion des zukünftigen Fahrerverhaltens unter Einbezug von Motion-Tracking-Sensoren*, Karlsruher Institut für Technologie, Masterarbeit, 2014
- [WH06] WINNER, H. ; HAKULI, S.: Conduct-by-Wire - Following a New Paradigm for Driving into the Future. In: *Proceedings of FISITA World Automotive Congress Bd. 22. 2006*
- [WHB<sup>+</sup>06] WINNER, H. ; HAKULI, S. ; BRUDER, R. ; KONIGORSKI, Ulrich ; SCHIELE, Bernt: Conduct-by-Wire - ein neues Paradigma für die Entwicklung der Fahrerassistenz. In: *4. Workshop Fahrerassistenzsysteme, 2006*
- [WHL16] WU, M. ; HE, Y. ; LIU, S.: Collaboration of Multiple Mobile Manipulators with Compliance based Leader/Follower Approach. In: *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT2016) (2016)*

- [WHW09] WINNER, H. ; HAKULI, S. ; WOLF, G.: *Handbuch Fahrerassistenzsysteme*. Vieweg+Teubner, 2009
- [XHWT14] XU, W. ; HUANG, J. ; WANG, Y. ; TAO, C.: A Collaborative Learning Optimization Strategy for Shared Control of Walking-Aid Robot. In: *Applied Methods and Techniques for Mechatronic Systems*. Springer Berlin Heidelberg, 2014, S. 411–423
- [XZC15] XU, J. ; ZHANG, H. ; CHAI, T.: Necessary and Sufficient Condition for Two-Player Stackelberg Strategy. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 60 (2015), Nr. 5, S. 1356–1361
- [YOHY92] YOKOKOHI, Y. ; OGAWA, A. ; HASUNUMA, H. ; YOSHIKAWA, T.: Operation modes for cooperating with autonomous functions in intelligent teleoperation systems. In: *Robot and Human Communication, 1992. Proceedings., IEEE International Workshop on*, 1992, S. 275 –281
- [YSD03] YU, H. ; SPENKO, M. ; DUBOWSKY, S.: An adaptive shared control system for an intelligent mobility aid for the elderly. In: *AUTONOMOUS ROBOTS* 15 (2003), Nr. 1, S. 53–66
- [YSH07] YOUNG, M.S. ; STANTON, N.A. ; HARRIS, D.: Driving automation: Learning from aviation about design philosophies. In: *International Journal of Vehicle Design* 45 (3) (2007), S. 323–338
- [YSN08] YOSHIDA, H. ; SHINOHARA, S. ; NAGAI, M.: Lane change steering manoeuvre using model predictive control theory. In: *Vehicle System Dynamics* 46 (2008), Nr. sup1, S. 669–681
- [YW95] YILMAZ, E.H. ; WARREN, W.H.: Visual control of braking: A test of the tau-dot hypothesis. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 21 (1995), Nr. 5, S. 996
- [ZL07] ZHANG, Y. ; LI, S.: Networked model predictive control based on neighbourhood optimization for serially connected large-scale processes. In: *Journal of Process Control* 17 (2007), Nr. 1, S. 37 – 50