

# **Entwicklung eines trackingfähigen optischen Messsystems zur Posenbestimmung**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**DOKTOR-INGENIEURS**

von der Fakultät für

Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften

des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Christoph Herrmann**

aus Dresden

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Februar 2016

Referentin: Prof. Dr.-Ing. Maria Hennes, KIT

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann, LUH



## Kurzfassung

Die Herausforderung des Bestimmens einer Pose – das ist die Position und Orientierung eines Objektes im dreidimensionalen Raum – stellt sich in einer Vielzahl von Anwendungsbereichen. Dazu gehören u. a. die automatisierte Produktion, Medizintechnik, Large Volume Metrology, Reverse Engineering, Laserscanning, Photogrammetrie und Mobile Mapping. Dabei werden für das Spektrum von Anwendungen unterschiedliche Herangehensweisen für das Ermitteln der sechs die Pose definierenden Parameter (6DOF) verwendet. Anhand der näheren Beschreibung einer Auswahl von Anwendungen systematisiert die Arbeit zunächst verschiedene Methoden zur Posenbestimmung mit den spezifischen Stärken und Risiken. Mit dem Fokus auf den Bereich der industriellen Messtechnik bzw. Large Volume Metrology wird das Konzept eines Adapters für trackingfähige optische Messsysteme für die Posenbestimmung im Detail diskutiert. Ziel ist die Klärung der Frage, ob mit low-cost Komponenten ein System entworfen werden kann, das in Konkurrenz zu kommerziellen Produkten treten kann. Gleichzeitig soll der Messadapter im Kontext der verwendeten Messmethode plattformunabhängig funktionieren. Dieser Aspekt hebt das System von den kommerziellen Lösungen ab und erschließt potentiell einen größeren Anwenderkreis.

In dem diskutierten Konzept beobachtet ein polares Messsystem (Lasertracker) einen auf einer Trajektorie geführten Retroreflektor. Aus dieser Trajektorie werden die sechs Parameter der Pose abgeleitet. Dabei werden Fragen nach der Gestalt der Trajektorie, dem Modus der Reflektorbewegung (kontinuierlich oder schrittweise), der Anzahl und Verteilung der Punkte entlang der Trajektorie sowie die Orientierung der Trajektorie gegenüber dem polaren Messsystem und deren jeweilige Auswirkungen auf die erreichbare Genauigkeit der daraus abgeleiteten Pose untersucht. Weiter werden zwei Methoden zur Ableitung der Posenparameter angewendet und verglichen. Zum einen wird die Pose aus der Schätzung der Form der Trajektorie erhalten. Diese Auswertemethode liegt aufgrund der regelmäßigen Gestalt der Trajektorie nahe. Zum anderen wird die Pose per Transformation erhalten. Hierzu werden im Body-System des Messadapters identische Punkte definiert, die im übergeordneten Koordinatensystem mit dem polaren Messmittel beobachtet werden. Die so bestimmten Transformationsparameter können direkt als die Parameter der Pose interpretiert werden. Im Zuge der angestrebten Unabhängigkeit vom Hersteller des polaren Messsystems sind diese zwei Auswertestrategien notwendig, weil nicht gewährleistet ist, dass das jeweilige Messsystem die entsprechenden Voraussetzungen für die eine oder andere Methode aufweist.

Weiterer zentraler Aspekt der Arbeit ist eine ausführliche Diskussion und Untersuchung der Komponenten des Messadapters. Dazu gehören die Art und Eigenschaften des Antriebs sowie der Mimik, die den Retroreflektor entlang der Trajektorie führt. Gesichtspunkte wie die Wiederholbarkeit, die Laufruhe, die Steifigkeit sowie die Referenzierung zwischen Messadapter und Messsystem wirken sich auf abzuleitende Posen aus. Auch der Reflektortyp und dessen spezifische Attribute wirken sich im Zusammenhang mit dem Messsystem signifikant auf die Messergebnisse aus. Im Rahmen der Untersuchung wird ein Vollwinkelreflektor modelliert und validiert. Die Analyse der Komponenten des Messadapters liefert die Systematisierung der sich teilweise gegenseitig beeinflussenden Effekte und deren Auswirkung auf die Posenbestimmung.

Mit der Kenntnis über das Verhalten der einzelnen Komponenten erfolgt zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems aus Messadapter samt Reflektor und polarem Messsystem ein Absolutvergleich. Als Referenz wird dasselbe polare Messsystem in Verbindung mit einem kommerziellen System zur Posenbestimmung sowie einer simplen Bestimmungsmethode verwendet. Der Vergleich offenbart, dass die Genauigkeitsforderungen nur teilweise eingehalten werden. Gleichzeitig wird das Potential der hier diskutierten Lösung deutlich, dass durch weitere Entwicklungen bzw. andere Komponenten eine Genauigkeitssteigerung erreicht werden kann, um das System voll konkurrenzfähig zu machen.

**Stichworte:** Pose, 6DOF, Lasertracker, Large Volume Metrology, Trigger, kinematisch



## Abstract

The challenge of determining the pose – that is the position and orientation of an object in 3D space – is a task of a variety of applications. Amongst others are automated manufacturing, medical technology, large volume metrology, reverse engineering, laser scanning, photogrammetry and mobile mapping. The six degrees of freedom (6DOF) defining a pose are estimated according to the range of applications with a number of different methods. With a detailed description of a selection of those methods, the present work systemizes the specific strengths and risks of the methods. Focusing on the field of large volume metrology the concept of an adapter for optical measurement systems that can track objects is discussed in detail. The aim of the analysis is to determine, whether a system design with low-cost components can compete with off-the-shelf solutions. Furthermore, this adapter should work independently of the brand of the optical measurement system. This aspect distinguishes the discussed low-cost-system from the commercially available systems and potentially opens up the application to a wider range of customers.

The present concept incorporates a polar measurement system (laser tracker) observing a moving retroreflector on a specific trajectory. The six degrees of freedom of the object pose are deduced from said trajectory. Parameters like the shape of the trajectory, the movement (continuously or stop & go) of the retroreflector, number and distribution of the points on the trajectory as well as the orientation of the trajectory with reference to the measurement system are discussed in detail in order to determine their effects on the accuracy of the estimated pose. For the pose estimation two methods are used. On the one hand, the form of the trajectory is estimated and the six parameters of the pose are deduced. On the other hand, the parameters of the pose are the result of a transformation. For this purpose, tie points are defined in the body system of the adapter. The optical measurement system observes these tie points in the reference system. The transformation between these systems provides the six degrees of freedom. The analysis, which of the methods is used best, included an assessment of the achieved accuracy. Further, the prerequisites for both the adapter and the measurement system to be used with one or the other method were discussed. If those are fulfilled, the transformation method provides slightly better results.

Another main aspect of the present work is a detailed analysis of the adapter's components, e. g. what kind of motor and mechanism move the retroreflector along the trajectory. Aspects like the repeatability, running smoothness, rigidity as well as the referencing between measurement system and the discussed adapter influence the estimated pose. The type of reflector and its characteristics have an influence, too. Therefore, a whole-viewing-angle retroreflector is modelled and validated. The analysis of the adapter's components provides the systematization of the partly interacting effects influencing the estimation of the pose.

With the knowledge of the components effects and characteristics, a comparison with a reference system is carried out in order to benchmark the performance and accuracy of the entire setup consisting of a laser tracker, the discussed adapter and a retroreflector. As a reference, the same laser tracker is used in combination with an off-the-shelf 6DOF system. The result shows that the accuracy requirements (0,1 mm for position and 175  $\mu$ rad for angles) are only met with restrictions concerning the distance between the measurement system and the adapter. I. e., up to a working space of ten meters the results for 6DOF lie within the specified values. At the same time, the potential of the present solution to determine a pose is clearly shown. By applying advanced components and models, an increase in accuracy can be achieved to raise the performance to the level of commercial systems.

**Keywords:** pose, 6DOF, laser tracker, large volume metrology, trigger, kinematic



# Inhalt

1.	Einleitung	1
2.	Stand der Technik	3
2.1	Einleitung	3
2.2	Anwendungsfelder Posenbestimmung	4
2.2.1	Roboterkalibrierung	4
2.2.2	Georeferenzierung	5
2.2.3	Mobile Mapping	5
2.2.4	Posenbestimmung von (handgeführten) Werkzeugen	6
2.2.5	Anforderungen	8
2.3	Verfahren und Technologien zur Posenbestimmung	9
2.3.1	Geometrische Verfahren	9
2.3.2	nicht geometrische Verfahren	17
2.3.3	Kombination	20
2.3.4	Resümee	25
3.	Konzept A-TOM	26
3.1	Prinzip	26
3.1.1	Koordinatensysteme	26
3.1.2	Pose aus Kreistrajektorie	30
3.2	Mathematische Grundlagen	33
3.2.1	Posenparameter aus Transformation	34
3.2.2	Posenparameter aus Kreisgleichung	37
3.3	Simulation	40
3.4	Systemkomponenten	51
3.4.1	Dreharm und notwendige Eigenschaften	51
3.4.2	Messmittel und verfügbare Eigenschaften	53
3.4.3	Verfügbare Reflektoren	57
3.4.4	Herausforderungen und notwendige Detailuntersuchungen	63
4.	Realisierung	65
4.1	A-TOM	65
4.1.1	Dreharm	65
4.1.2	Motor und Antrieb	68
4.1.3	Encoder und Triggersignal	84
4.2	Lasertracker	88
4.2.1	Triggerung	88
4.2.2	Regelung und Vignettierung	89
4.3	Reflektoren	95
4.3.1	Geometrische Betrachtungen	95
4.3.2	Wellenoptische Betrachtungen	98
4.3.3	Validierung	111
4.4	Software	115
4.4.1	Motorsteuerung	115
4.4.2	Posenbestimmung und Validierung	116
5.	Validierung Gesamtsystem	118
5.1	Referenz	118
5.2	Innere Genauigkeit	120
5.2.1	3D-Punkte und Pose	120
5.2.2	Abweichungen von der Kreisbahn	131
5.2.3	Referenz	142
5.3	Äußere Genauigkeit	143
5.3.1	Position	143
5.3.2	Orientierung	146
5.3.3	Bewertung	149
6.	Fazit und Ausblick	150
	Literaturverzeichnis	152

Anlage I	Dreharm und Nabe .....	162
Anlage II	Wiederholbarkeit 3D-Punkte .....	163
Anlage III	Umlaufzeiten.....	167
Abbildungsverzeichnis	.....	168
Abkürzungen und Formelzeichen.....		173

## 1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Konzept, der Realisierung und Validierung eines Messadapters für trackingfähige optische Messsysteme (A-TOM) zur Posenbestimmung. Die Herausforderung der Posenbestimmung – das ist das Ermitteln der Position und Orientierung eines Objektes im dreidimensionalen Raum – stellt sich dabei in einer Vielzahl unterschiedlicher Anwendungsfelder. Dazu gehört u. a. der Bereich der automatisierten Produktion. Hier ist z. B. die Pose von eingesetzten Industrierobotern für deren Kalibrierung oder Aufgaben wie Bohren und Fräsen oder die Pose von Bauteilen und Werkstücken relativ zueinander oder im übergeordneten Koordinatensystem von Interesse. In der Medizin gibt es Verfahren, bei denen Instrumente und Sensoren für optimale Behandlungsergebnisse korrekt ausgerichtet werden müssen. In den Feldern der Large Volume Metrology (LVM), des Reverse Engineering und des Mobile Mapping werden Objekte u. a. für Zwecke der Qualitätssicherung, Bestandserfassung, Planung und Visualisierung erfasst. Die Ausdehnung der Objekte überschreitet in vielen Fällen den Arbeitsbereich der für die Erfassung eingesetzten Sensoren. In der Konsequenz werden die Objekte dann von mehreren Standpunkten aus beobachtet. Für ein konsistentes Modell des Objektes besteht in der Folge die Notwendigkeit, die einzelnen Aufnahmestandpunkte zu verknüpfen. Zu diesem Zweck wird die Pose der eingesetzten Sensoren bestimmt. So vielfältig die Anwendungen sind, so vielfältig sind die Methoden der Posenbestimmung. Für eine Einordnung des in der Arbeit diskutierten Messadapters und die Definition der Anforderungen, werden die Methoden zur Posenbestimmung hier nach geometrischen und nicht geometrischen Verfahren bzw. eine Kombination aus beiden systematisiert.

Mit dem Augenmerk auf dem Bereich der LVM und der dort eingesetzten Messmittel wird die Aufgabe formuliert, den Messadapter als zu kommerziellen Lösungen konkurrenzfähiges low-cost (< 1000 €) System zu gestalten. Weiter soll das System im Gegensatz zu am Markt erhältlichen Produkten herstellerunabhängig eingesetzt werden können, um sich einen potentiell größeren Anwenderkreis zu erschließen. Zudem soll mit dem System nicht nur die Pose von zu vermessenden Objekten, sondern auch die Pose von anderen Messmitteln erfasst werden können. Das diskutierte Konzept baut dabei auf einer Entwicklung des Geodätischen Instituts Karlsruhe auf. Die Pose wird aus den Beobachtungen eines polaren Messsystems eines auf einer kreisförmigen Trajektorie geführten Retroreflektors abgeleitet. Der Mittelpunkt des Kreises repräsentiert die Position. Zwei der drei Orientierungswinkel werden durch den Normalenvektor der Kreisebene festgelegt. Der sechste Freiheitsgrad, die Rotation um den Normalenvektor, stellt den kritischen Parameter dar, der nicht ohne weiteres aus der Trajektorie abzuleiten ist. Ein zentraler Aspekt der Arbeit ist daher die Bestimmung dieses Freiheitsgrades.

Besteht eine Referenzierung zwischen dem Messadapter und dem verwendeten Messsystem, eröffnet sich neben dem Ableiten der Pose aus Schätzung der Geometrie eine weitere Möglichkeit, die Pose zu bestimmen. Mit der Definition von identischen Punkten im Body-System des Messadapters (z. B. durch die Synchronisation mit einem Winkelencoder), die dann im übergeordneten Koordinatensystem beobachtet werden, lässt sich die Posenbestimmung auch per Transformation realisieren. Ein weiterer Aspekt der vorliegenden Arbeit ist der Vergleich der Leistungsfähigkeit der beiden Methoden für das Bestimmen einer Pose.

Die Beobachtung der kreisförmigen Trajektorie ist durch den Akzeptanzwinkel herkömmlicher Retroreflektoren auf einen bestimmten Winkelbereich begrenzt, indem der Normalenvektor der Kreisebene näherungsweise in Richtung des polaren Messsystems zeigen muss. Ein Vollwinkelreflektor bietet das Potential, den begrenzten Winkelbereich deutlich zu erweitern. Aufgrund spezieller optischer Eigenschaften des Reflektors sind dessen Leistungsfähigkeit und die erreichbare Posengenauigkeit fraglich. Ein weiterer zentraler Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung und Analyse dieses Vollwinkelreflektors.

Die Führung des Reflektors auf der kreisförmigen Trajektorie leistet einen Beitrag zur erreichbaren Genauigkeit der Pose. Sie hat darüber hinaus das Potential, die Bestimmung des kritischen sechsten Freiheitsgrades vorteilhaft zu beeinflussen bzw. vor dem Hintergrund des low-cost Anspruchs auf

einfache Weise zu realisieren. Die Eigenschaften einer geeigneten Führung des Retroreflektors entlang der kreisförmigen Trajektorie stellen einen weiteren wesentlichen Gesichtspunkt der Arbeit dar.

Die Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems, bestehend aus Messadapter und polarem Messsystem, gelingt mit einem absoluten Vergleich. Dabei werden zwei der zu Beginn vorgestellten Methoden zur Posenbestimmung als Referenz herangezogen. Die direkte Gegenüberstellung zu einem der kommerziell erhältlichen Systeme erlaubt außerdem die Bewertung und Einordnung der Vor- und Nachteile der hier getroffenen Realisierung.

## 2. Stand der Technik

### 2.1 Einleitung

Für eine eindeutige Beschreibung der Position und Lage von Objekten im Raum werden Koordinaten- bzw. Referenzsysteme genutzt. Ein Koordinatensystem wird durch seinen Ursprung und seine Orientierung, d. h. die Ausrichtung der Koordinatenachsen, definiert (vgl. [Hofmann 2003], [Torge 2003], [Hesse 2007]). Diese Arbeit beschäftigt sich hauptsächlich mit Fragestellungen der Koordinatenmesstechnik in einem dreidimensionalen Raum. Die gebräuchliche und hinlänglich bekannte Notation „3D“ könnte theoretisch beliebig belegt sein. Bei den drei Parametern müsste es sich nicht zwangsläufig um die Translationen entlang der Koordinatenachsen handeln. Bei einer geodätischen Lagenetzmessung mit Tachymetern sind die Instrumente beispielsweise durch das Horizontieren an der Lotrichtung ausgerichtet. Ein Tachymeterstandpunkt im Lagesystem der Gauß-Krüger oder UTM-Koordinaten könnte also – weil durch den Anschluss an die Lotrichtung die Freiheitsgrade der Drehungen um die Abszisse und Ordinate als fest angesehen werden können – mit zwei Koordinaten und einer Drehung um die Lotachse eindeutig beschrieben werden. In diesem Fall könnten unter „3D“ folglich je eine Translation entlang der Abszisse und Ordinate und ein Drehwinkel um die Lotachse verstanden werden. Den in der Mathematik üblichen Konventionen folgend, soll hier unter „3D“ jedoch klassisch die Angabe der drei Koordinaten X, Y, und Z verstanden werden.

Der Begriff Pose wird als eindeutige und konkrete Beschreibung der Position und der Ausrichtung eines Objektes in einem dreidimensionalen Raum definiert (vgl. [ISO 8373], [VDI 2860]). Eine Pose wird durch sechs Parameter charakterisiert. Das sind drei Koordinaten X, Y, und Z, die die Position beschreiben und die drei Drehwinkel  $r_x$ ,  $r_y$ , und  $r_z$  um die drei Koordinatenachsen. Die Winkel werden auch als Roll-, Nick- und Gierwinkel bzw. roll, pitch und yaw bezeichnet. Im Vergleich zu einer Pose stellen die sechs Freiheitsgrade (6DOF – six degrees of freedom) die Unbekannten Bewegungsrichtungen dar, die das Objekt beschreiben kann (vgl. [VDI 2861]). Sie werden durch geeignete Verfahren bestimmt, um die Pose bzw. deren Änderung zu erhalten.

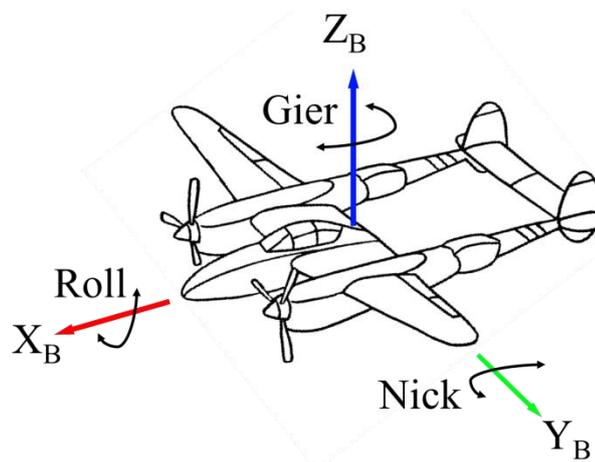


Abb. 1: Bodysystem, [Color 2014]

In der Industrievermessung werden in der Regel lokale Koordinatensysteme verwendet, die sich direkt auf das Messsystem (z. B. Koordinatenmessgeräte) oder den Messplatz (z. B. Produktionsstätte, Werkhalle, Bauteilvorrichtung o. ä., vgl. [Calkins 2002], [Juretzko 2009], [Herrmann 2010], [Neumann 2011]) beziehen. Die Koordinatenachsen sind häufig an den Gegebenheiten des Messplatzes orientiert. Es handelt sich meist um orthogonale Systeme. Neben diesen lokalen Koordinatensystemen werden außerdem sogenannte Bodysysteme verwendet, die sich auf ein Objekt oder verwendete Sensoren beziehen. Sie sind in rechtshändiger kartesischer Form definiert. Beispielhaft dient das in Abb. 1 dargestellte kartesische Bodysystem zur Veranschaulichung. Für die Festlegung des Ursprungs und der Orientierung der Koordinatenachsen dienen beispielsweise der

Massenschwerpunkt des Objektes, Symmetrieachsen oder auch rotierende Achsen [Hesse 2007]. In dem Flugzeugkoordinatensystem entspricht die Drehung um die  $X_B$ -Achse dem Rollwinkel, die Drehung um die  $Y_B$ -Achse dem Nickwinkel und die Drehung um die  $Z_B$ -Achse dem Gierwinkel. Änderungen der Position und Orientierung des Bodysystems bezogen auf ein übergeordnetes Koordinatensystem werden über Translationen entlang der Koordinatenachsen und die Drehwinkel um die jeweiligen Achsen beschrieben.

## 2.2 Anwendungsfelder Posenbestimmung

Das exakte Ermitteln der Pose eines Objektes im Raum ist in einer Vielzahl industrieller Bereiche eine Voraussetzung für die Qualität der Produkte und für eine erfolgreiche Automatisierung der Fertigungsprozesse. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf Industriemesstechnik für den Nahbereich mit Messvolumen von deutlich unterhalb 100 m. Folgende Abschnitte stellen exemplarisch Anwendungen vor, die helfen, die Anforderungen an ein System zur Posenbestimmung zu spezifizieren.

### 2.2.1 Roboterkalibrierung

Als Industrieroboter sollen hier Bewegungsautomaten mit mehreren Achsen verstanden werden, die mit Fertigungsmitteln wie Greifern, Bohrern und anderen Werkzeugen ausgestattet werden können. Im industriellen Umfeld übernehmen sie sich wiederholende Aufgaben in der Fertigung. Es zeigt sich dabei, dass die Wiederholbarkeit deutlich besser ist, als die Fähigkeit eine absolute Position mit derselben Genauigkeit zu erreichen [Beyer 2004]. Durch manuelles Programmieren der Robotersteuerung kann die Genauigkeit der absoluten Positionierung zwar gesteigert werden aber im Falle häufig wechselnder Bauteile und Abläufe ist diese Methode nicht wirtschaftlich (vgl. [Koll 2013]), weil für jedes neue Bauteil neue Korrekturdaten für die Positionen eingegeben werden müssen. Außerdem bezieht diese Kalibrierung lediglich die Position der Tool-Center-Points (TCP), also des Bezugspunkts des jeweiligen Roboters, bzw. Werkzeugs in Betracht, lässt jedoch die Pose des Werkzeugs außen vor (vgl. [Xiaoping 2012]). Für das Ermitteln eines umfassenden Kalibriermodells für Industrieroboter ist es also notwendig, neben der Position auch die Orientierung zu erfassen. [Lightcap 2008] und [Nubiola 2013] zeigen, wie die Bestimmung der Pose zum Kalibrierprozess beiträgt. Die dort vorgestellten Kalibrierverfahren und Modellierungen reduzieren die mittleren Positionsabweichungen von 1,80 mm auf 0,33 mm [Lightcap 2008] bzw. von 0,968 mm auf 0,364 mm [Nubiola 2013]. Die Bestimmung der Pose liefert also einen signifikanten Beitrag in der Kalibrierung von Robotern, sodass deren Einsatz bei Anwendungen mit Genauigkeitsforderungen in der Größenordnung von wenigen Zehnteln eines Millimeters möglich wird. Dazu gehören unter anderem die Fertigung von Flugzeugen (z. B. [Koll 2013], [Hubler 2000], [Kyle 1997]) oder Anwendungen in der Medizin: In der Strahlentherapie ist die korrekte Ausrichtung der beweglichen Strahlquelle bzw. des Patienten ausschlaggebend, um das Risiko für den Patienten zu senken. Forderungen von 0,5 mm und weniger sind üblich [Mavroidis 1998]. Daraus lässt sich eine Anforderung an die Orientierung von ca. 0,5 mrad bis 1 mrad ableiten. Auch bei orthopädischen Operationen an Hüfte (siehe [Howe 1999]) und Knie (siehe [Park 2007], [Siebert 2002]) zeigt die Verwendung von Robotern eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse, die durch entsprechende Kalibrierung weiter optimiert werden können [Korb 2004].

Eine Herausforderung der Roboterkalibrierung besteht darin, dass die durch die Kalibrierung erreichbare Absolutgenauigkeit i. d. R. nur für statische Lastzustände zutrifft (vgl. [Kihlman 2003]). Dies ist auch der Tatsache geschuldet, dass die Roboterkalibrierung meist statisch verläuft, indem der TCP von Punkt zu Punkt bewegt und jeweils kurz pausiert wird, um die Messung abzuschließen. Verändern sich die auf den Roboter wirkenden Kräfte, z. B. durch Bewegung, Reibung oder Arbeitsvorgänge wie etwa Bohren, kann diese absolute Genauigkeit der Pose nicht länger gewährleistet werden [Kihlman 2004]. Von diesen Autoren wird als Lösung vorgeschlagen, ein 6DOF-Messsystem in den Fertigungsprozess zu integrieren, welches auf die Steuerung des Roboters zugreift, indem die Pose des TCP durch das 6DOF-System korrigiert wird, um eine höhere Absolutgenauigkeit zu erreichen. Dieses Beispiel wird mit notwendiger Hardware und Kalibrierschritten u. a. in [Kleinkes 2011], [Kihlman 2004] und [Kihlman 2003] näher beschrieben.

Dabei muss das Messvolumen des verwendeten Messsystems mindestens den Arbeitsbereich des zu kalibrierenden Roboters abdecken. Die Messunsicherheit darf höchstens in der Größenordnung der geforderten Posenunsicherheit, besser aber darunter liegen. Für die Einbindung in die Robotersteuerung ist außerdem eine ausreichend große Datenrate und schnelle –übertragung notwendig, sofern die Bewegungen des Industrieroboters kontinuierlich verfolgt und verbessert werden sollen.

### 2.2.2 Georeferenzierung

Messdaten verschiedener Sensoren wie z. B. Laserscanner, Video- und Photokameras für z. B. 3D Stadtmodelle und Anwendungen in der Architektur und Archäologie müssen i. d. R. auf ein übergeordnetes Koordinatensystem referenziert werden. Diese Anforderung besteht, weil entweder die mit dem jeweiligen Sensor gewonnenen Daten das Objekt nicht umfassend beschreiben (vgl. [Schuhmacher 2005]) und weitere Messsysteme ergänzend eingesetzt und zueinander orientiert werden müssen. Des Weiteren ist es durch die räumliche Ausdehnung der Objekte häufig notwendig, mehrere Standpunkte zu deren Vermessung zu benutzen, wobei mehrere Datensätze, auch unterschiedlicher Sensoren, einem gemeinsamen Referenzrahmen zugeordnet werden müssen. Dieser Prozess wird als Georeferenzierung bezeichnet. Die gewonnenen Daten können so in bereits bestehende Produkte wie etwa digitale Karten, digitale Geländemodelle, 3D Stadtmodelle oder allgemein Geoinformationssysteme integriert werden. Gelingt die Georeferenzierung während oder direkt im Anschluss an die Messung vor Ort, ist es möglich die Daten z. B. direkt auf Vollständigkeit zu prüfen. Für die Georeferenzierung ist die Bestimmung der sechs Freiheitsgrade des Messmittels, also dessen Pose, notwendig. [Schuhmacher 2005] stellt Methoden zum Bestimmen der Pose eines Laserscanners vor, die auf zusätzliche Messmittel wie Tachymeter, globale Navigationssatellitensysteme (Kapitel 2.3.1) und Inklinometer (Kapitel 2.3.2) zurückgreifen sowie die Aufgabe algorithmisch lösen. Abhängig vom eingesetzten Messmittel bzw. Methode werden Genauigkeiten der Position zwischen 3 mm bei der Verwendung von Totalstationen und bis zu rund 4 m bei der Verwendung einfacher GPS Empfänger und lokaler Verknüpfungspunkte erreicht. [Paffenholz 2012] greift diese Methoden auf und entwickelt ein Multisensorsystem, aus dessen Trajektorie beim Scanvorgang an einem Standpunkt die sechs Freiheitsgrade der Pose des Scanners bestimmt werden. Mit diesem Verfahren werden Genauigkeiten der Position im Bereich von 1 cm bis 3 cm und der Orientierung von  $0,06^\circ$  bis  $0,3^\circ$  erreicht. Auch bei Deformationsmessungen mit Laserscannern ist das Bestimmen der Pose, um die Messdaten der einzelnen Epochen und Standpunkte in ein gemeinsames Koordinatensystem zu überführen, notwendig (vgl. [Mechelke 2012], [Große 2014]).

### 2.2.3 Mobile Mapping

Die Aufgabe eines Systems für Mobile Mapping ist die zwei- oder dreidimensionale Erfassung der Umgebung des Systems über die Reichweite der verwendeten Aufnahme-Sensoren hinaus. Der Begriff Mobile Mapping findet sowohl für statische als auch kinematische Systeme Anwendung (vgl. [Strübing 2013]), soll hier jedoch als kinematische Anwendung verstanden werden. Mobile Mapping Systeme zeichnen sich durch eine bewegliche Plattform aus, die entlang des zu erfassenden Objektes bewegt wird. Auf der Plattform sind sowohl die die Umgebung abbildenden Sensoren als auch die Sensoren zur Navigation montiert. Wie bei der Georeferenzierung im statischen ist es notwendig, die an unterschiedlichen Zeitpunkten und Orten von unterschiedlichen Sensoren aufgenommenen Daten in ein übergeordnetes System zu überführen. Unter der Voraussetzung einer relativen Kalibrierung der verwendeten Sensoren zueinander heißt das, dass zu jedem Zeitpunkt bzw. an jedem Ort die Pose des Mobile Mapping Systems bestimmt werden muss. Die Navigation des Systems wird i. d. R. von einem Multisensorsystem bestehend z. B. aus Empfängern für Navigationssatellitensysteme (Kapitel 2.3.1), inertialen Messeinheiten (Kapitel 2.3.2), mikroelektronisch-mechanischen Systemen (MEMS), Inklinometern (Kapitel 2.3.2) und/ oder Odometern übernommen. Prinzipiell besteht auch die Möglichkeit, die Position und Orientierung des Systems aus den Messdaten der Sensoren zur Aufnahme der dann als lokales Referenzsystem dienenden Umgebung, abzuleiten. Dieses Verfahren ist unter Simultaneous Localization And Mapping (SLAM) bekannt. Das Mobile Mapping System erfasst dabei die Umgebung, bildet sie z. B. in Form einer Karte oder eines 3D-Modells ab und nutzt

die Umgebung gleichzeitig, um seine Pose in diesem lokalen Bezugssystem zu bestimmen. Eine anschauliche Beschreibung von SLAM inklusive Beispielen für die Anwendung ist z. B. in [Durrant 2006] zu finden.

[Talaya 2004] stellt die Erweiterung des ursprünglich als photogrammetrisch konzipierten Mobile Mapping Systems GeoVAN mit einem Laserscanner vor. Die Bestimmung der Position und Orientierung erfolgt über eine Kombination aus Inertialmesseinheit, Empfänger für GPS (Global Positioning System) und Odometer. Das auf einem Kleintransporter montierte System kann Nick- und Rollwinkel mit einer Genauigkeit von  $0,005^\circ$ , und Gierwinkel mit einer Genauigkeit von  $0,02^\circ$  erfassen [Hesse 2007]. Der Vergleich mit Koordinaten bekannter Punkte für eine Abschätzung der Positioniergenauigkeit lieferte Abweichungen in der Größenordnung von 20 cm. Mit der verwendeten hochwertigen Sensorik und den erreichbaren Genauigkeit kann GeoVAN in den Bereich der High-end Mobile Mapping Systeme eingeordnet werden. Ein weiterer Vertreter dieser Kategorie ist das Mobile-Straßen-Erfassungssystem MoSES (siehe [Gräfe 2001], [Heister 2004]). [Strübing 2013] stellt eine Methode basierend auf einer Ausgleichung mit einem Gauss-Helmert-Modell zur 6DOF-Kalibrierung von Sensoren zur optischen Entfernungsmessung (light detection and ranging, LIDAR) auf einer Multisensorplattform vor. Beispielhaft für die Methode werden vier Profillaserscanner mit Hilfe einer Referenzgeometrie auf einer Multisensorplattform kalibriert. Die Genauigkeit der Position beträgt rund 0,05 mm und der Orientierung  $0,09^\circ$ . Die Kombination von Laserscanner, GPS und Inklinometer für Mobile Mapping beschreibt [Hesse 2007] ausführlich. Die Bestimmung der Pose dieses Multisensorsystems gelingt über die Beschreibung des Systems in einer Zustandsraumdarstellung und dem Verwenden kinematischer bzw. dynamischer Modelle in einem Kalmanfilter. Bis zu einer Entfernung von maximal zehn Metern beträgt die aus der Positionierung resultierende Punktgenauigkeit im Objektraum rund 5 cm und die Genauigkeit der Orientierung bestenfalls rund  $0,2^\circ$ . Auch [Vennegeerts 2011] stellt ausführlich eine Methode zur kinematischen Posenbestimmung – und damit Georeferenzierung – eines Multisensorsystems bestehend aus Laserscanner, Inklinometer und inertialer Messeinheit vor, die ebenfalls Kalmanfilter zur Schätzung der Pose des Systems nutzt. Die erreichten Genauigkeiten liegen in derselben Größenordnung wie bei [Hesse 2007].

Neben fahrzeug-basierten Systemen für Mobile Mapping finden auch luftgestützte Systeme Anwendung. [Turner 2013] stellt eine Methode vor, bei der von einem sogenannten unmanned aerial vehicle (UAV) aufgenommene digitale Bilder direkt georeferenziert werden. Für die Bestimmung der Pose des UAV bzw. der digitalen Kamera zu jedem Zeitpunkt einer Bildaufnahme werden ein Empfänger für GPS (Kapitel 2.3.1) und eine Inertialmesseinheit (Kapitel 2.3.2) verwendet. Mit diesem Ansatz können die aufgenommenen Bilder direkt ohne Verwendung von vorher zu vermessenden Bodenpunkten in einem übergeordneten Koordinatensystem referenziert werden. Eine weitere Anwendung, die die Notwendigkeit und Herausforderung der Posenbestimmung eines bewegten Objektes in den Vordergrund rückt, wird in [Klingbeil 2014] und [Eling 2014] vorgestellt, die ebenfalls ein UAV als Sensorplattform nutzt. Für das direkte Georeferenzieren von Fernerkundungsdaten wird ein Multisensorsystem bestehend aus einem geodätischen Empfänger für GPS, einem einfachen Empfänger für GPS und einer Inertialmesseinheit mit Verfahren dynamischer Modellierung verwendet. Die dort gestellten Anforderungen an die Genauigkeit der Pose betragen  $< 5$  cm für die Position und  $< 1^\circ$  für die Orientierung.

#### 2.2.4 Posenbestimmung von (handgeführten) Werkzeugen

In den Aufgabenfeldern Reverse Engineering sowie Bauteilprüfung bzw. Dokumentation als auch in der Medizin, werden u. a. handgeführte Werkzeuge eingesetzt. Das Ermitteln deren Position und Orientierung ist häufig Voraussetzung, um die gewünschten Daten zu erhalten. Beispielsweise werden verschiedene handgeführte Taster eingesetzt. Wie in Abb. 2 beispielhaft veranschaulicht, handelt es sich um taktile oder optische, berührungslos arbeitende Sensoren. Diese handgeführten Werkzeuge stellen hierbei entweder eine Hauptkomponente des Messsystems oder eine Erweiterung (vgl. Kapitel 2.3.3) dar. Sie erlauben, wenn es sich um die Erweiterung eines Messsystems handelt, nicht direkt in der Sichtlinie des Messsystems befindliche Objektpunkte zu erfassen. Der Bediener ist so in der Lage, u. a. die Rückseite des Objekts, von Kanten verdeckte Punkte, Innenseiten von Bohrungen und dergleichen überhaupt – im Gegensatz zu bildgebenden Verfahren wie der Photogrammetrie

(siehe Kapitel 2.3.1) - bzw. ohne einen Standpunktwechsel des Messsystems oder Bewegen des Objekts zu erfassen. Die Ausprägung der Taster ist vielfältig (z. B. Aicon MI Probe, siehe Abb. 2 links, Nikon K-Series, Creaform Handyprobe, API IntelliProbe; Leica T-Probe). In jedem Fall muss die Pose des handgeführten Werkzeugs zu jedem Messzeitpunkt bestimmt werden, um die aufgenommenen Daten in einem gemeinsamen System zusammenführen zu können. [Luhmann 2010] gibt eine Übersicht über im industriellen Bereich eingesetzte Systeme, deren Posenbestimmung hauptsächlich auf photogrammetrischen Verfahren (Kapitel 2.3.1) beruht. Allen Tastern gemein ist i. d. R. ein definiertes Bodysystem, in dem die Tastspitze in räumliche Beziehung zu den die Pose bestimmenden Elementen gesetzt wird. Bei der MI Probe von Aicon (Abb. 2 links) sind das beispielsweise sechs weiße Zielmarken. Mit der Posenbestimmung wird also die Position und Orientierung des Tasters im Raum ermittelt und damit schlussendlich die Position der Tastspitze.



Abb. 2: links: Aicon MI Probe [Aicon 2014]; rechts: Creaform Handyscan [Creaform 2014]

Sollen nicht nur einzelne Punktmerkmale bestimmt, sondern das Objekt im Ganzen erfasst und abgebildet werden, wie u. a. in der Archäologie (vgl. [Loriot 2007]), Freiformflächenmodellierung (vgl. [Bethmann\_2010]) oder Deformationsanalyse (vgl. [Holst 2014]), gibt es die Option handgeführter Scanner (z. B. Creaform Handyscan, siehe Abb. 2 rechts, Leica T-Scan, David Laserscansystem). Wie bei den oben erwähnten handgeführten Tastern, ist auch hier die Ausprägung vielfältig, genauso wie die Verfahren der Messwerterfassung (u. a. Triangulation, Streifen-scanner, Musterprojektion). Der Arbeitsbereich ist auf ein kleines Messvolumen von nur wenigen Metern beschränkt und ist damit deutlich kleiner als das herkömmlicher terrestrischer Laserscanner. Bei der Vermessung großer Objekte, deren Dimensionen den Arbeitsbereich des Scanners überschreiten, ist es daher unabdingbar, die Pose des Scanners zu ermitteln, um die vom Objekt erfassten Teilbereiche zu einem Modell zusammenzuführen oder die Messdaten in das Objektsystem zu überführen. Handgeführte Scanner können Einzelpunktgenauigkeiten von weniger als 0,1 mm (vgl. z. B. [Creaform 2014], [Artec 2014]) aufweisen. Diese Genauigkeit ist jedoch nicht nur von der inneren Genauigkeit des verwendeten Scanners, sondern auch von der Güte der Posenbestimmung abhängig. Die Unsicherheit der Position des Scanners darf bei der eben genannten Genauigkeit höchstens in derselben Größenordnung liegen. Das Unsicherheitsbudget sollte jedoch durch die Unsicherheit der Positionsbestimmung noch nicht voll ausgeschöpft sein, weil auch die Unsicherheit der Orientierung einen Beitrag zur Einzelpunktgenauigkeit im übergeordneten System liefert. Eine Entfernung vom handgeführten Scanner zum Objekt von 0,5 m fordert für die Orientierung eine Unsicherheit von besser als rund  $0,01^\circ$  bzw.  $175 \mu\text{rad}$ , um höchstens eine Abweichung von 0,1 mm zu verursachen.

Auch in der computerassistierten Chirurgie (CAS) kommen Systeme zur Posenbestimmung zum Einsatz, die den Chirurgen bei minimalinvasiven operativen Eingriffen unterstützen. Das Bestimmen der Pose der Operationswerkzeuge trägt zu gleichbleibender Qualität der Ergebnisse bei und verringert das Risiko für den Patienten. [Bethmann 2012] zeigt das Potential eines kamerabasierten Systems zur Posenbestimmung eines handgeführten Messtasters. Die aus der Pose abgeleitete Position der Tasterspitze konnte mit einer Genauigkeit von bis zu  $\pm 0,3$  mm ermittelt werden. Bezogen auf die Länge des Tasters von ungefähr 150 mm, bedeutet dies eine Orientierungsgenauigkeit von besser als ca.  $0,1^\circ$ . In [MacLachlan 2012] wird ein handgeführtes Chirurgiewerkzeug vorgestellt, dessen Spitze durch eine in eine Regelung integrierte Messung der Pose stabilisiert wird.

Die Posenbestimmung der hier handgeführten Werkzeuge lässt sich leicht auf z. B. Werkzeuge an Automatisierungseinrichtungen adaptieren, sodass die Verfahren nicht nur wie schon gezeigt zur Kalibrierung (siehe Kapitel 2.2.1), sondern auch für andere Messaufgaben und zukünftige Entwicklungen eingesetzt werden können. Z. B. ist die klassische Ingenieurvermessungsaufgabe der Absteckung heute immer noch kaum automatisiert. Vor dem Hintergrund der hier aufgezeigten Möglichkeiten eine Pose zu ermitteln wäre es denkbar, einen autonom agierenden Wagen für Absteckungen im Aufgabenfeld der Ingenieur- oder Industrievermessung zu entwerfen – beispielweise für die Absteckung von Maschinen und Maschinenfundamenten in großen Fertigungshallen. Das Anfahren der abzusteckenden Position ist in zwei Teilschritten, einer Grob- und einer Feinposition denkbar. Eine potentielle Lösung besteht aus einer Methode zur Grobpositionierung, die eine solche Positioniergenauigkeit gewährleistet, sodass die angefahrene Position sicher im Arbeitsbereich der auf dem Wagen befindlichen Feinpositionier-mimik liegt. Die grobe Absteckposition lässt sich z. B. mit etablierten Methoden des Mobile Mapping (siehe Kapitel 2.2.3) autonom erreichen. Vereint die Feinpositionierung eine Methode zur Posenbestimmung, lässt sich der gesamte Positioniervorgang automatisieren. Dabei ist durch die Kontrolle bzw. Regelung der Pose der Feinpositionierungs-Mimik gewährleistet, dass der korrekte Punkt unabhängig von der Orientierung des Wagens signalisiert wird und abgesteckt werden kann. Die erreichbare Genauigkeit ist hier maßgeblich von der Unsicherheit des eingesetzten Messsystems und der Methode für das Signalisieren der abgesteckten Punkte abhängig.

### 2.2.5 Anforderungen

Die Anforderungen, die an ein System zum Bestimmen von Posen gestellt werden, richten sich direkt nach der jeweiligen Anwendung. Geforderte Genauigkeiten der Position erstrecken sich wie in den vorangegangenen Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.4 dargestellt, in einem Bereich von der Größenordnung weniger Meter bei Aufgaben des Mobile Mapping bzw. Georeferenzierung bis hin zu unterhalb eines Millimeters in den Bereichen der Industrievermessung, Fertigung und Medizin. Ein ähnlich großer Wertebereich ist bei den Forderungen der Orientierungsgenauigkeit zu finden, wobei hier die anspruchsvollste Forderung bei  $0,01^\circ$  bzw. rund  $175 \mu\text{rad}$  liegt. Neben den Forderungen an die Genauigkeit des Systems gibt es bei der Vielzahl an Anwendungen weitere Kriterien, die die Leistungsfähigkeit eines Systems zur Posenbestimmung näher charakterisieren. Dazu gehören neben der Genauigkeit u. a. der Arbeitsbereich, die Mobilität, die Vielseitigkeit, die Zeit und nicht zu Letzt der Preis, die folgend näher erläutert werden.

Der Arbeitsbereich ist das Messvolumen, in dem das System zur Posenbestimmung innerhalb spezifizierter Genauigkeitsgrenzen arbeitet. Häufig können Messsysteme auch über den angegebenen Arbeitsbereich hinaus genutzt werden, wobei dann die spezifizierte Genauigkeit nicht mehr vom Hersteller gewährleistet ist. Abhängig von der eingesetzten Methode zur Bestimmung der Pose ergeben sich eine minimale und maximale Entfernung vom eigentlichen Messgerät. Eng mit diesem Kriterium ist auch die Sichtbarkeit der Zielmarken bzw. Reflektoren, die zum Ermitteln der Pose beobachtet werden müssen, verbunden. Im Beispiel der geführten Werkzeuge (Abb. 2 links, Abb. 13) müssen diese zumindest grob in Richtung des Messsystems ausgerichtet sein, damit ausreichend viele Messelemente zum Berechnen der 6DOF beobachtet werden können. Mit dem Fokus auf industrielle Anwendungen kann als Anforderung für den Arbeitsbereich eine Entfernung von bis zu 25 m formuliert werden. Bezüglich der Ausrichtung bzw. Sichtbarkeit sollte das Konzept des Systems einen möglichst großen Winkelbereich zum Ziel haben.

Mobilität und Vielseitigkeit sind benachbarte Anforderungen. Es spielen Kriterien wie die Größe und das Gewicht, notwendige Komponenten wie ggf. Kabel und Spannungsversorgung und die Option einer möglichst einfachen Adaption für eine Reihe von Anwendungen und Messmitteln ein Rolle. Unter Adaption ist einerseits der Einsatz für unterschiedliche Anwendungen gemeint, sodass das System beispielsweise sowohl für das Kalibrieren von Industrierobotern als auch für die Posenbestimmung von Messmitteln wie Laserscannern geeignet ist. Andererseits ist die Funktionalität unabhängig vom Hersteller des eingesetzten Messmittels zur Bestimmung der 6DOF wünschenswert. Das hier diskutierte System lässt sich somit als Erweiterung bzw. Adapter für bestehende Messsysteme verstehen, um deren Funktionalität auf kostengünstige Weise um die Bestimmung der

sechs Freiheitsgrade im Raum zu erweitern. Mit dieser Anforderung erschließt sich das System einem größeren Anwenderkreis und kann plattformunabhängig betrieben werden. Plattformunabhängig bedeutet dabei, dass das System nicht nur mit Messmitteln eines Herstellers betrieben werden kann, sich jedoch auf ein Messkonzept beschränkt. So ist bei entsprechender Konzeptionierung (Kapitel 3.1) der Einsatz mit einer Vielzahl polar messender Systeme denkbar. Ein modularer Aufbau, der es z. B. erlaubt, unterschiedliche Zielmarken bzw. Reflektoren zu verwenden, hilft diese Anforderung zu erfüllen und erlaubt ggf. auch den Einsatz weiterer Messmethoden.

Das Kriterium Zeit umfasst zwei Parameter: Die Zeit für die Installation am Objekt, dessen Pose ermittelt werden soll, und die Dauer der Messung und Auswertung. Für die Installation am Objekt ist eine mindestens für die Dauer der Messung stabile mechanische Verbindung gefordert. Daneben müssen vor der Messung die Transformationsparameter zwischen dem Bezugspunkt des Objekts und dem Bezugspunkt des Systems zur Posenbestimmung kalibriert werden. Die Dauer der Messung wird von der verwendeten Messmethode beeinflusst und kann zwischen mehreren Sekunden für eine Pose bis hin zu 1000 Messungen pro Sekunde (vgl. [Hexagon 2013a]) betragen. Soll die Pose eines sich bewegenden Objektes ermittelt werden, muss die Bestimmung so schnell erfolgen, dass die durch die Bewegung und die Messdauer hervorgerufenen Abweichungen (Diskretisierung) kleiner als die Messunsicherheit der Pose sind. Dies spielt insbesondere bei Anwendungen mit handgeführten Tastern (vgl. Kapitel 2.2.4) eine signifikante Rolle, weil die vom Bediener hervorgerufenen Handbewegungen unvermeidlich sind, jedoch keinen Einfluss auf das Messergebnis bzw. dessen Unsicherheit haben sollten. Für eine Basisstufe des in der vorliegenden Arbeit diskutierten Systems, in der Posen im Statischen bestimmt werden sollen, wird die Forderung von einer Sekunde pro Pose gestellt.

Parameter	Forderung
Genauigkeit der Position	$\leq 0,1 \text{ mm}$
Genauigkeit der Orientierung	$\leq 0,01^\circ \cong 175 \mu\text{rad}$
Dauer der Posenbestimmung	1 s
verwendete Hardware	low cost
verwendetes Messsystem	möglichst herstellerunabhängig

Tabelle 1: Systemanforderungen

Neben den funktionalen Anforderungen, ist auch der Preis eines Systems ein für den Anwender entscheidendes Kriterium. Im Allgemeinen steigt der Preis eines Systems mit den Forderungen an die Genauigkeit. Nicht nur wenn bereits hochpreisige Systeme zur Datenerfassung wie Laserscanner im Bereich des Mobile Mapping eingesetzt werden besteht der Wunsch nach einer kostengünstigen und wirtschaftlichen Methode die Aufgabe der Positionierung und Orientierung zu lösen. Vor diesem Hintergrund wird hier ein preisgünstiges System gefordert, was trotzdem mindestens bei dem Kriterium Genauigkeit gegenüber kommerziell erhältlichen Systemen konkurrenzfähig ist. In Verbindung mit der Forderung, das System zur Posenbestimmung mit mehreren Messmitteln, also herstellerunabhängig einsetzen zu können, entstehen im Vergleich zu den kommerziellen Lösungen wirtschaftliche Vorteile, die das System für einen weiten Anwenderkreis interessant machen. In der Tabelle 1 sind die aus den in Kapitel 2.2 vorgestellten Anwendungen abgeleiteten Mindestanforderungen zusammengefasst.

## 2.3 Verfahren und Technologien zur Posenbestimmung

### 2.3.1 Geometrische Verfahren

Die Pose eines Objektes kann durch drei Punkte  $P_i$  ( $i = 1 \dots 3$ ), die nicht auf einer Geraden liegen, eindeutig beschrieben werden. Zwei Punkte im Raum definieren eine Gerade und legen fünf der sechs

Freiheitsgrade der Pose eindeutig fest – die Position in X, Y und Z und zwei der drei Orientierungswinkel. Der dritte Punkt definiert den Rollwinkel um diese Gerade.

Die Bestimmung dieser drei Punkte kann mit einer Reihe von Messsystemen erfolgen. Folgend werden relevante Verfahren und Messsysteme kurz erläutert, die für die Bestimmung von drei Punkten im Raum geeignet sind, aus denen sich wiederum die Pose ableiten lässt. Die in diesem Abschnitt aufgeführten Verfahren haben gemeinsam, dass die Koordinaten aus geometrischen Beziehungen zwischen dem Messsystem und dem Zielpunkt abgeleitet werden. Bei den Messgrößen handelt es sich um Distanzen, Winkel und Laufzeiten.

### Polarverfahren

Aus der klassischen Geodäsie sind polare Messmittel wie z. B. Tachymeter bekannt. Prinzipiell wird dort eine Entfernung zu einem Zielpunkt mit elektronischer Distanzmessung bestimmt. Zwei Winkelencoder bestimmen zusätzlich die Richtungen zum Ziel. Aus den polaren Elementen können dann die Koordinaten des Zielpunktes näherungsweise zu

$$\begin{aligned} X &= d \cos \theta \sin \phi \\ Y &= d \sin \theta \sin \phi \\ Z &= d \cos \phi \end{aligned} \quad (2-1)$$

berechnet werden.  $d$  ist die Distanz,  $\theta$  ist der Gier- und  $\phi$  ist der Nickwinkel. Die in der Geodäsie üblichen Bezeichnungen Horizontal- bzw. Vertikalwinkel sind nur dann zutreffend, wenn das Messgerät per Horizontierung an die Lotrichtung angeschlossen werden kann. Ausführliche Beschreibungen der Messprinzipien sind z.B. in [Joeckel 2008], [Kahmen 2005] und [Deumlich 2002] zu finden.

Präzisionstachymeter wie der Leica TDRA6000 sind mit einer 3D-Punkt Unsicherheit  $u_{3D}$  von  $\pm 0,5$  mm bis zu einer Entfernung von 30 m spezifiziert. Diese Unsicherheit ist hier als Maximum Permissible Error (MPE) angegeben, der als Extremwert eines durch Spezifikationen des Instruments zulässigen Fehlers verstanden werden soll (vgl. [VIM 2012]). Typischerweise beträgt der Unsicherheit bei Messungen die Hälfte des angegebenen MPE (vgl. [Hexagon 2013b]). Die Unsicherheit wird im Messmodus „Precise“ erreicht. Die Messung dauert mehrere Sekunden und ist damit für kinematische Anwendungen nicht geeignet. Der TDRA6000 wie auch andere Robottachymeter (z. B. Trimble S8, Leica TCRA 1201, Leica TS30) sind in der Lage, bewegte Ziele zu verfolgen und in Bewegung zu messen. Die Messfrequenz liegt in der Größenordnung von wenigen Hertz. Die Unsicherheit eines 3D-Punktes in diesem Messmodus beträgt dann laut Herstellerangaben wenige Millimeter. Ein weiteres polares Messgerät wird in Kapitel 3.4.2 vorgestellt.

### GNSS

Eine weitere, auch in der Geodäsie weit verbreitete Möglichkeit zur Bestimmung von Koordinaten sind Verfahren der Satellitennavigation. Der Begriff globales Navigationssatelliten-System (GNSS) steht für aktuelle und zukünftige Systeme. Dazu gehören das Global Positioning System (GPS) der USA, das Globalnaja Nawigazionnaja Sputnikowaja Sistema (GLONASS) der russischen Föderation, sowie das in Europa entstehende Galileo System und das in China entstehende BeiDou System. Eine umfassende Betrachtung der Systemarchitektur der bereits etablierten Systeme und der Mess- bzw. Auswerteverfahren ist in der Literatur, z. B. [Hofmann 2008], [Grewal 2007], [Seeber 2003] zu finden.

Die Bestimmung der Koordinaten eines Punktes mit einem GNSS gelingt vom Prinzip mit dem Schnitt dreier Kugeln (Trilateration, vgl. [Langley 1991]). Der Radius der Kugeln wird aus Laufzeitmessung der Signale zwischen jeweiligem Satellit und Empfänger bestimmt. Für eine eindeutige Lösung werden mindestens drei Satelliten mit bekannter Position benötigt. Tatsächlich werden jedoch mindestens vier Satelliten verwendet, um Synchronisationsfehler zwischen Satelliten- und Empfängeruhren zu bestimmen. Je nach Mess- und Auswerteverfahren können Genauigkeiten der

Koordinaten im Bereich von wenigen Zentimetern bis wenigen Millimetern erreicht werden (vgl. [Luo 2014]).

Mit dem Fokus dieser Arbeit auf den industriellen Messbereich spielen GNSS jedoch eine untergeordnete Rolle, weil sie nur außerhalb von Gebäuden genutzt werden können. Der folgende Abschnitt stellt eine ähnliche Methodik (indoor GPS) vor, die die bekannte Position einer Zahl von Sendern (sogenannte Pseudolites) nutzt, um die Position eines Empfängers in Innenräumen zu bestimmen.

### iGPS

Die Verwendung von GNSS ist auf die Nutzung außerhalb von Gebäuden beschränkt. Für die Bestimmung der drei Punkte in Innenräumen, um eine Pose abzuleiten, kann das aktuell von Nikon vertriebene iGPS System (indoor GPS) verwendet werden. Das System besteht aus einem Netzwerk von Transmittern (siehe Abb. 3 links A). Mit Triangulationsverfahren kann innerhalb dieses Netzwerks die Position einer beliebigen Anzahl von Empfängern (siehe Abb. 3 links B zeigt einen Empfänger mit zwei Sensoren, eine sogenannte Vector Bar, dessen Spitze im Bodensystem des Empfängers bekannt ist, um diskrete Punkte zu erfassen) bestimmt werden. Typischerweise besteht das Netzwerk aus mindestens zwei Transmittern. Diese dienen als Referenzpunkte mit bekannter Position und senden drei Signale aus: Zwei Laserfächer, die um den Kopf des Transmitters rotieren und ein LED Impuls. Die Laserebenen sind um  $30^\circ$  bzw.  $-30^\circ$  gegenüber der Rotationsachse geneigt und haben ein Winkeloffset von nominell  $90^\circ$  zueinander. Abb. 3 rechts veranschaulicht den Aufbau. Die Laserebenen werden kontinuierlich ausgesendet. Die Rotationsgeschwindigkeit der Laserfächer liegt in einem Bereich zwischen 40 Hz und 50 Hz und ist für jeden Transmitter verschieden, um die Transmitter voneinander eindeutig zu identifizieren. Der LED Impuls dient als Referenzmarke und wird zum Beginn jeder zweiten Umdrehung des Transmitterkopfes ausgestrahlt. Als Messgröße, um die Position des Empfängers zu bestimmen, dienen die Zeitdifferenzen  $\Delta t$  mit denen der Empfänger die drei Signale registriert. Aus den Zeitdifferenzen werden „Azimut“ und „Elevation“ des Empfängers gegenüber dem Transmitter bestimmt. Mit den bekannten Positionen der Transmitter lässt sich daraus die Position des Empfängers ableiten. Weitere notwendige Größen für die Bestimmung der Position sind die Winkel zwischen den Laserebenen und zur Rotationsachse, die aus Spezifikationen bekannt sind, und die Winkelgeschwindigkeit, mit der der Transmitterkopf rotiert.

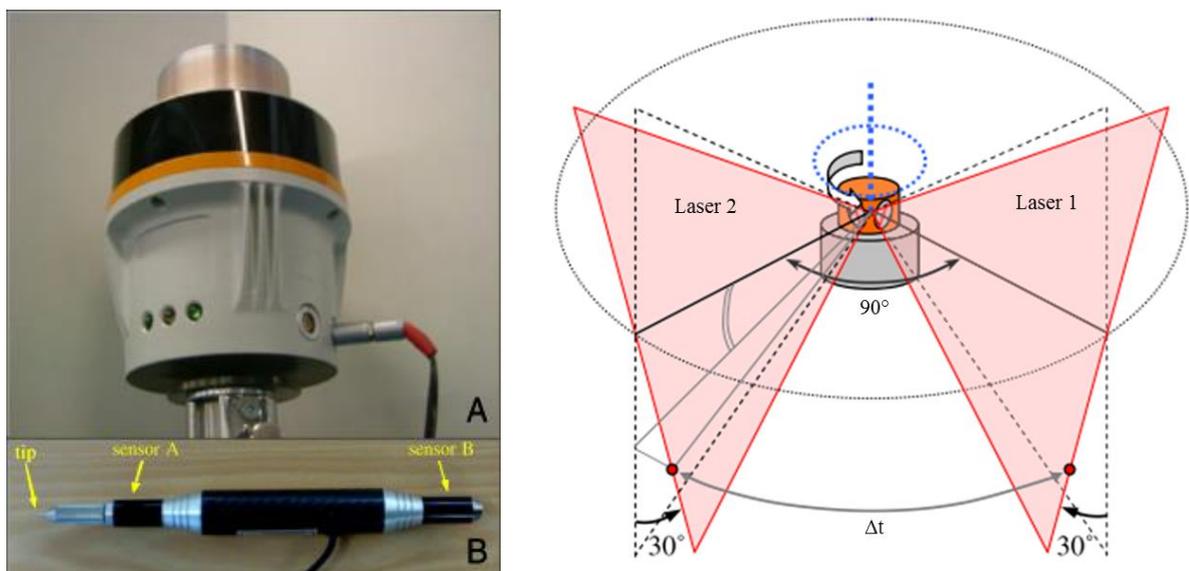


Abb. 3: links A: Transmitter; B: Empfänger mit zwei Sensoren; rechts: Prinzip der Laserebenen [Wang 2011]

Die Unsicherheit einer statisch gemessenen 3D-Position ist mit kleiner  $0,2 \text{ mm} + 10 \text{ ppm}$  spezifiziert [Nikon 2010]. Voraussetzung ist eine Konstellation mit vier Transmittern und Schnittbedingungen am Empfänger zwischen  $60^\circ$  und  $120^\circ$  jeweils zwischen zwei Transmittern. [Arcsecond 2002] und [Depenthal 2009] gehen von einer Mess- bzw. Mittelungszeit von ca. zwei Sekunden aus.

[Depenthal 2010] hat für kinematische Messungen mit dem iGPS eine von der Bewegungsgeschwindigkeit abhängige 3D-Unsicherheit von kleiner 0,5 mm bei 1 m/s ermittelt. Weiter Informationen zu Aufbau, Funktionsweise und Performance von iGPS sind u. a. in [Wang 2011], [Depenthal 2010], [Schmitt 2010], [Muelaner 2008] und [Arcsecond 2002] zu finden.

Befindet sich die in Abb. 3 B dargestellte ca. 200 mm lange Vector Bar mit zwei Sensoren beispielsweise in einem Abstand von zehn Metern zu den Transmittern, so beträgt die Unsicherheit der Sensorposition jeweils 0,3 mm. Aus diesem Wert resultiert in erster Näherung eine Unsicherheit in der Orientierung von rund 0,1 °, die sich entsprechend (ca. 0,35 mm) auf die mit der Tastspitze bestimmte Position auswirkt.

### Multilateration

Das den GNSS prinzipiell zugrunde liegende Verfahren der Multilateration kann auch im Bereich der industriellen Messtechnik eingesetzt werden. Dafür hat die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) und das National Physical Laboratory (NPL) den sogenannten Lasertracer (Abb. 4 links) entwickelt. Bei dem von der etalon AG vertriebenen Gerät handelt es sich um ein zielverfolgendes Interferometer. Zentraler Bestandteil des Lasertracers ist eine mechanisch entkoppelte, ortsfeste Präzisionsstahlkugel, deren Formabweichung mit kleiner 0,1 µm spezifiziert ist [Schwenke 2010]. Das Laserinterferometer dreht um das Zentrum der Kugel. Der Laserstrahl wird an der Kugel reflektiert, bevor er den Tracer verlässt (Abb. 4 rechts). Alle Messungen beziehen sich auf den Mittelpunkt dieser Kugel. Die Messgröße ist die interferometrisch gemessene Streckenänderung zu einem geeigneten Retroreflektor. Dabei wird ein Teil des reflektierten Signals auf eine positionssensitive Diode gelenkt. Die Ablage des Signals vom Zentrum der Diode fließt als Größe in eine Regelung ein, die diese Ablage minimiert und damit dem Retroreflektor im Raum folgt. Um nun die Koordinaten eines Ziels im Raum zu erhalten, werden mindestens drei Lasertracer mit bekannter Position benötigt. Sind die Positionen unbekannt, werden vier Tracer benötigt. Es kann näherungsweise nach demselben Prinzip wie schon bei GNSS verfahren werden. Der funktionale Zusammenhang ergibt sich zu

$$e_i = \sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 + (Z - Z_i)^2} - (d_i - d_{0,i}). \quad (2-2)$$

mit	$e_i$	Residuum $i$
	$X, Y, Z$	Koordinaten des Zielpunktes
	$X_i, Y_i, Z_i$	Koordinaten des Lasertracers $i$
	$d_i$	Distanz vom Lasertracer $i$ zum Zielpunkt
	$d_{0,i}$	Initialdistanz des Lasertracers $i$ zum Zielpunkt

Für die Anwendung der Lasertracer ist ein Retroreflektor mit möglichst großem Öffnungs- bzw. Akzeptanzwinkel sinnvoll, sodass bei einer großräumigen Verteilung der Tracer-Standpunkte zu jeder Zeit alle Laserstrahlen vom Reflektor empfangen werden können. Die großräumige Verteilung der Tracer, um günstige Schnittbedingungen am Zielpunkt zu gewährleisten, ist wiederum ein Kriterium für die erreichbare Genauigkeit. Die Messunsicherheit wird von [Etalon 2014] mit 0,2 µm + 0,3 µm/m (2 σ) in einem Messbereich bis 15 m Entfernung für eine gemessenen Entfernungsänderung spezifiziert. Eine auf dieser Messunsicherheit basierende pauschale Aussage zur Unsicherheit eines im Raum bestimmten 3D-Punktes lässt sich nicht treffen. Die Verteilung der Tracer im Raum beeinflusst die Güte der Schnittbedingungen und damit direkt die erzielbare Genauigkeit (vgl. [Blankenbach\_2009]). Basierend auf den Untersuchungen von [Norrdine 2008] und [Wendt 2012] kann von einer 3D-Punkt Unsicherheit  $u_{3D}$  in der Größenordnung 5 µm bis zu einer Entfernung von 2 m ausgegangen werden.

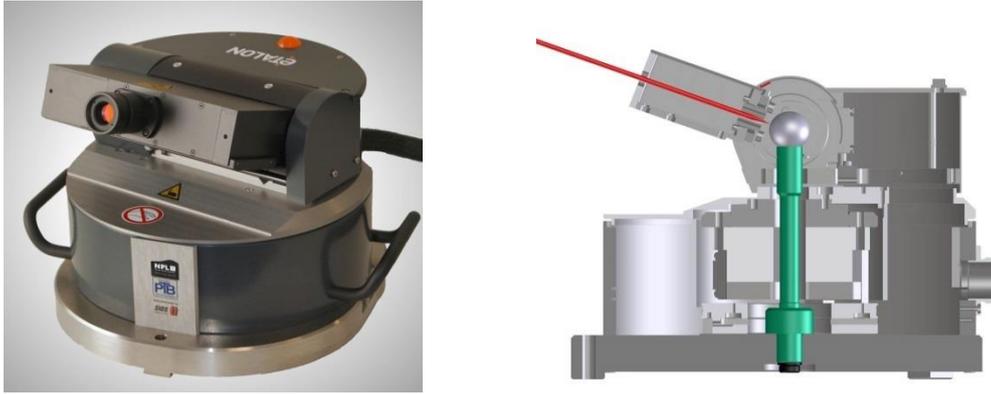


Abb. 4: links: Lasertracer; rechts: schematischer Aufbau, [Etalon 2014]

Neben der statischen Messung ist durch den Nachführmechanismus auch die Beobachtung eines bewegten Reflektors möglich. Notwendige Voraussetzung ist eine gemeinsame Zeitbasis für alle an der Messung beteiligten Lasertracer. Nur wenn alle Tracer zum exakt selben Zeitpunkt Messwerte erfassen, können durch die Bewegung des Ziels hervorgerufene Unschärfen klein gehalten werden. Bei einer Geschwindigkeit des Reflektors von z. B. 0,5 m/s darf eine Latenzzeit zwischen den Lasertracern nicht größer als 10  $\mu$ s sein, um eine Streckenänderung von weniger als 5  $\mu$ m zu verursachen. Weitere Ausführungen zu Lasertracern sind in [Sladek 2013], [Wendt 2012], [Schwenke 2010], [Härtig 2004], [Hughes 2000], [Takatsuji 1998] zu finden.

### Koordinatenmessgeräte (KMG)

Kartesische Koordinatenmessgeräte sind physische Repräsentationen rechtwinkliger kartesischer Koordinatensysteme. Sie werden in der Koordinatenmesstechnik eingesetzt. Ihre wesentliche Funktion ist die Bestimmung der tatsächlichen Form eines Werkstücks zum Vergleich mit der Sollform und somit die Untersuchung geometrischer Merkmale. Die Gestalt des Werkstücks wird durch Antasten diskreter Punkte erfasst. Jeder Messpunkt wird mit den von dem KMG erfassten Koordinaten charakterisiert. Ein klassisches KMG besteht aus einem mechanischen Aufbau mit drei Achsen und entsprechenden Wegaufnehmern und einer Tasteinheit, mit der das Werkstück erfasst werden kann. Die drei Achsen bilden ein rechtwinkliges kartesisches Koordinatensystem. Mit den Geradführungen und Wegaufnehmern, die die Maßverkörperung bzw. den Maßstab darstellen, wird jede Position des Tasters innerhalb des Messvolumens erfasst. Wenn der Taster das Werkstück berührt, wird ein Schaltsignal erzeugt. Zum Zeitpunkt des Schaltsignals wird in den Längenmesssystemen die Position der jeweiligen Achse ermittelt. Aus der Stellung der drei Achsen ergibt sich die Position des Tasters. Bezugspunkt ist dabei i. d. R. die Mitte der Spitze des Tastelements. Neben KMG mit taktilen Sensoren gibt es auch berührungslose Tastsysteme, die das Werkstück mit z. B. Scannern erfassen.

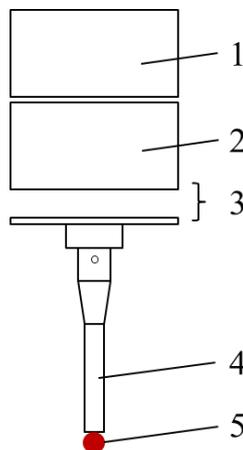


Abb. 5: Messkopfsystem mit Messtaster, 1 Pinole, 2 Messkopf, 3 Tasterwechselsystem, 4 Taster, 5 Tastelement, Schema nach [ISO 10360]

Abb. 5 zeigt schematisch einen Messkopf (2) mit Taster (4) für taktile Messungen. Das Tasterwechselsystem (3) ermöglicht das Anbringen einer Vielzahl von Tastern mit unterschiedlichen Längen, Tastelementen (5), Anzahl und Ausrichtung von Tastern.

KMG gibt es in verschiedenen Bauweisen, die sich durch die Anordnung und Beweglichkeit der Verschiedenen Bauteile und Achsen unterscheiden. Beispielhaft zeigt Abb. 6 schematisch drei übliche Konfigurationen. Weitere Unterkategorien dieser drei Bauweisen zeichnen sich z. B. dadurch aus, dass nicht der Messkopf, sondern der Tisch mit dem zu prüfenden Bauteil an den Taster herangeführt wird. Weitere Bauweisen und Begriffsdefinitionen im Zusammenhang mit kartesischen KMG sind in der Richtlinie DIN EN ISO 10360-1 zu finden.

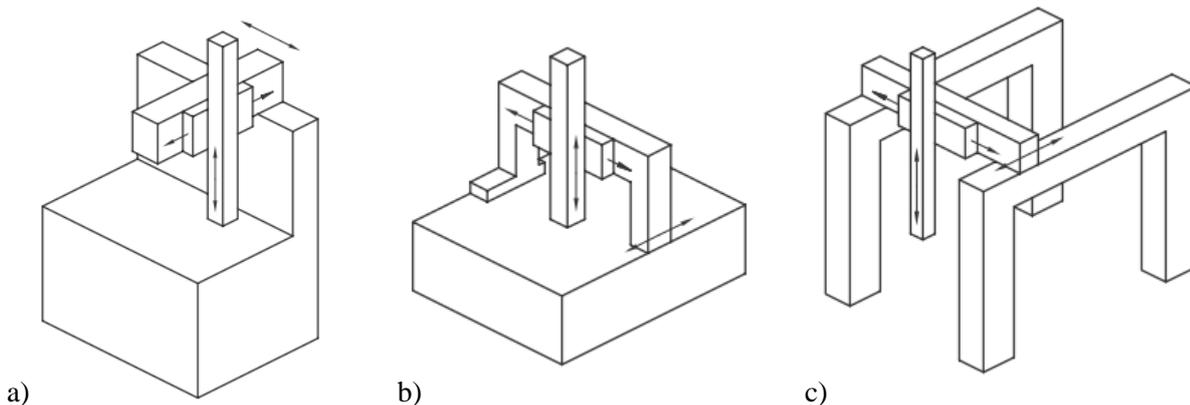


Abb. 6: KMG in a) Ausleger-, b) Portal- und c) Brückenbauweise, [ISO 10360]

Die Unsicherheit kartesischer KMG liegt in der Größenordnung von wenigen Mikrometern. Die Längenmessabweichung eines Portalmessgeräts der Firma Zeiss wird z. B. mit  $1,2 \mu\text{m} + L/350$  in einem Messvolumen bis  $2,0 \text{ m} \times 4,2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$  spezifiziert [Zeiss 2014]. Damit bieten KMG, neben dem Verfahren der Multilateration mit Lasertracern, die höchste Genauigkeit für die Bestimmung eines 3D-Punktes. Wegen der vergleichsweise geringen Messvolumina sind KMG für die in 2.2 vorgestellten Anwendungen jedoch nur bedingt geeignet und dienen daher der Qualitätsprüfung (Formhaltigkeit, Abmaße, etc.) von innerhalb ihres Messvolumens platzierten Werkstücken. Als Referenz dienen i. d. R. CAD-Modelle, auf die das Werkstück entsprechend transformiert werden muss, was wiederum über die Bestimmung dessen Pose gelingt.

### Gelenkarm-KMG

Unter der häufig anzutreffenden, jedoch nicht einheitlich auf einen Gerätetyp definierten Bezeichnung „mobile KMG“ sind u. a. Gelenkarm-KMG zu verstehen, mit denen dreidimensionale Punktkoordinaten erfasst werden können. Sie bestehen aus einer Kette von Gliedern bekannter und fester Länge, die untereinander durch eine Anzahl von Drehachsen verbunden sind (vgl. [VDIVDE 2617 B9]). Am Ende der Kette befindet sich ähnlich den bereits beschriebenen KMG ein Messkopfsystem (vgl. Abb. 5) mit einem taktilen und/oder einem optischen Sensor. In den Drehachsen befinden sich Winkelgeber aus deren Messungen in Verbindung mit den bekannten Längen der Glieder die dreidimensionalen Koordinaten eines Messpunktes abgeleitet werden können. Üblicherweise werden den Nutzern lediglich diese Koordinaten bereitgestellt. Streng betrachtet wird dazu die Pose des Messkopfsystems über fortgesetzte Transformationen entlang der Glieder des Gelenkarms bestimmt. Auf diese Weise ist, im Falle der Kombination des Gelenkarm-KMG mit einem scannenden Messkopfsystem, dessen Pose bekannt, aus der dann im weiteren den scannend erfassten Punkten Koordinaten im System der Gelenkarm-KMG zugeordnet werden können. Voraussetzung, die jedoch für alle verwendeten Messkopfsysteme gilt, ist die entsprechende Kalibrierung des Messkopfsystems in Bezug zum Bodensystem des Gelenkarm-KMG.

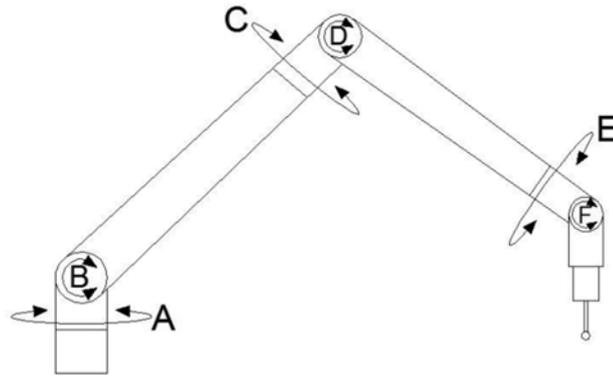


Abb. 7: Gelenkarm-KMG mit sechs Achsen, [VDIVDE 2617 B9]

Die Abb. 7 zeigt schematisch ein Gelenkarm-KMG mit den sechs Drehachsen A bis F. Im direkten Vergleich mit kartesischen KMG weisen Gelenkarm-KMG wegen ihres Aufbaus ein anderes Fehlerverhalten auf (siehe [VDIVDE 2617 B9]). U. a. muss den Faktoren Stabilität der Montagebasis und Einflüsse durch den Bediener besonderes Augenmerk geschenkt werden, weil im Gegensatz zu kartesischen KMG der Messkopf per Hand bedient wird. Die händische Führung des Messkopfes ist nicht in der Lage, eine Wiederholbarkeit wie kartesische KMG zu leisten. Die nicht exakt einheitlichen Messkräfte beim Antasten sowie die Möglichkeit, ein und dieselbe Position im Raum mit einer Vielzahl unterschiedlicher Armstellungen zu erreichen, beeinflussen die erreichbare Genauigkeit im Vergleich zu kartesischen KMG negativ. Zudem wächst die Unsicherheit mit zunehmender Länge der Gelenkarm-KMG. Typische 3D-Punkt Genauigkeiten liegen in der Größenordnung von  $< 0,1$  mm und erreichen bestenfalls rund  $0,02$  mm (z. B. [Hexagon 2015], [FARO 2013]) in einem Messvolumen bis  $1,2$  m. Das Messvolumen von Gelenkarm-KMG ist auf annähernd die Länge des Armes beschränkt und kann nur durch die Wahl mehrerer Standpunkte erweitert werden.

Die Einordnung der Gelenkarm-KMG könnte aufgrund der Art und Weise der Bedienung auch in dem Anwendungsbereich der handgeführten Werkzeuge (vgl. Kapitel 2.2.4) erfolgen. Der Richtlinie VDI/VDE 2617 Blatt 9 entsprechend, werden Gelenkarm-KMG hier als Werkzeuge bzw. Methode zur Koordinatenmessung systematisiert. Bei der Aufgabe die Pose eines Objektes zu bestimmen dient diese Art der KMG zur Erfassung repräsentativer Punkte, aus denen die Pose abgeleitet werden kann. Ist ein Nahbereichsscanner mit dem Gelenkarm verbunden, so wird wie oben beschrieben dessen Pose bestimmt. Der Arbeitsbereich des Scanners ist dann auf das Messvolumen des Gelenkarms und damit aufgrund der Handhabung im Vergleich zu rein handgeführten Sensoren (vgl. Kapitel 2.2.4) begrenzt.

### Photogrammetrie

In der Photogrammetrie legt die äußere Orientierung die Lage und Ausrichtung des Bildkoordinatensystems im übergeordneten Koordinatensystem fest. Die Parameter der äußeren Orientierung sind die Koordinaten des Projektionszentrums  $O$  (Eintrittspupille)  $X_O$ ,  $Y_O$ , und  $Z_O$  und die drei Drehwinkel um die Koordinatenachsen  $r_x$ ,  $r_y$ ,  $r_z$  (vgl. [Gerbeth 2007]). Die mathematische Verbindung zwischen Objektpunkten im 3D-Raum und deren Abbildungen in der Bildebene wird als Kollinearität bezeichnet. Die Kollinearitätsbedingung - Bildpunkt, Projektionszentrum  $O$  und Objektpunkt liegen auf einer Geraden - wird bei der Aufnahme eines Bildes erfüllt. Sie beschreibt geometrisch den Vorgang einer zentralprojektiven Bildentstehung (vgl. [Luhmann 2003]). Abb. 8 veranschaulicht den Zusammenhang graphisch.

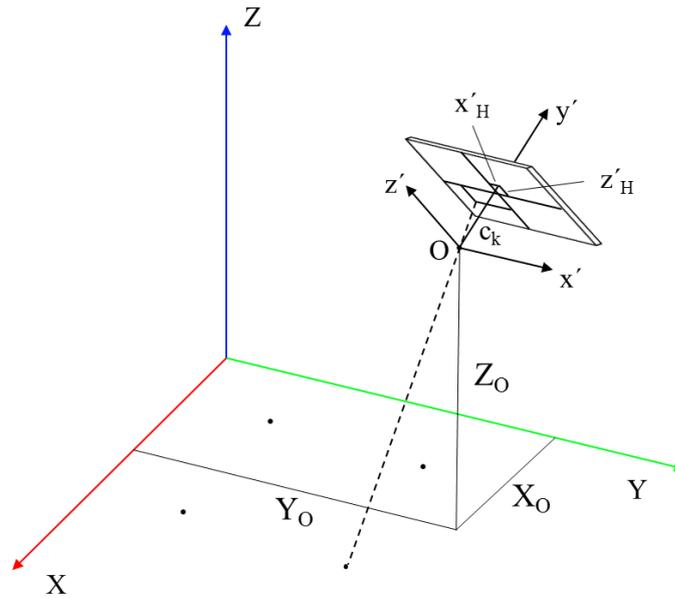


Abb. 8: Bildebene und Projektionszentrum O im übergeordneten Koordinatensystem

Neben der äußeren Orientierung spielt für das Ermitteln der 6DOF auch die innere Orientierung eine Rolle. Sie beschreibt ein spezifisches Modell für die Aufnahmekamera. Die Parameter der inneren Orientierung geben Auskunft über die Lage des Projektionszentrums O im kamerafesten Bildkoordinatensystem und über die Abweichungen vom mathematischen Modell der zentralperspektiven Abbildung (vgl. [Luhmann 2003]). Die Parameter der inneren Orientierung sind die Lage  $x'_H, z'_H$  des Bildhauptpunktes H, die Kamerakonstante  $c_k$  und die Korrekturen der radial-symmetrischen Verzeichnung  $\Delta x'$  und  $\Delta z'$ . Der Bildhauptpunkt H ist der Lotfußpunkt des Projektionszentrums O auf die Bildebene. Die Kamerakonstante  $c_k$  ist eine Rechengröße und entspricht bei Fokussierung auf unendlich in etwa der Brennweite. Die radial-symmetrische Verzeichnung ist ein Abbildungsfehler, der zu einer scharfen Abbildung am geometrisch falschen Ort führt. Bei der Kalibrierung der verwendeten Kamera werden Parameter für eine Korrekturfunktion bestimmt. Die zentralperspektive Abbildung mit innerer und äußerer Orientierung wird mit den Kollinearitätsgleichungen nach [Gerbeth 2007]

$$\begin{aligned} x' - x'_H &= c_k \cdot \frac{r_{11}(X - X_O) + r_{12}(Y - Y_O) + r_{13}(Z - Z_O)}{r_{21}(X - X_O) + r_{22}(Y - Y_O) + r_{23}(Z - Z_O)} \\ z' - z'_H &= c_k \cdot \frac{r_{31}(X - X_O) + r_{32}(Y - Y_O) + r_{33}(Z - Z_O)}{r_{21}(X - X_O) + r_{22}(Y - Y_O) + r_{23}(Z - Z_O)} \end{aligned} \quad (2-3)$$

mit	$x', z'$	Bildkoordinaten eines Objektpunktes
	$x'_H, z'_H$	Bildkoordinaten des Bildhauptpunktes H
	$c_k$	Kamerakonstante
	$X_O, Y_O, Z_O$	Koordinaten des Projektionszentrums O im übergeordneten System
	$X, Y, Z$	Koordinaten des Objektpunktes im übergeordneten System
	$r_{11}$ bis $r_{33}$	Elemente der Drehmatrix

ausgedrückt. Der Zusammenhang (2-3) beschreibt die Transformation der Objektkoordinaten  $X, Y, Z$  in die Bildkoordinaten  $x', z'$  vorausgesetzt, die innere Orientierung  $x'_H, z'_H, c_k$  und die äußere Orientierung  $X_O, Y_O, Z_O, \omega, \varphi, \kappa$  sind bekannt. Im Umkehrschluss dienen die Kollinearitätsgleichungen im Verfahren des räumlichen Rückwärtsschnitts für die Berechnung der äußeren Orientierung aus einem Bild. Sie können als Beobachtungsgleichungen für eine Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen genutzt werden, weil die Bildkoordinaten  $x', z'$  als Funktion der Unbekannten Parameter der Pose formuliert werden können ([Luhmann 2003]). Jeder gemessene Passpunkt liefert zwei Beobachtungsgleichungen (nämlich (2-3)). Es werden mindestens drei Passpunkte, die nicht auf

einer Geraden liegen, für die Bestimmung der 6DOF benötigt, wenn die innere Orientierung bekannt ist. Im Fall einer unbekannt inneren Orientierung lassen sich die drei Parameter der Kamera  $x'_H, z'_H, c_k$  in der Ausgleichung mitbestimmen. Die Anzahl der benötigten Passpunkte erhöht sich dann um zwei.

Die mit der Photogrammetrie erreichbare Genauigkeit ist von einer Vielzahl unterschiedlicher Faktoren abhängig. Dazu gehören neben den Eigenschaften der verwendeten Kamera(s) auch die Aufnahmekonfiguration (Anzahl der aufgenommenen Bilder, Aufnahmeentfernung, Schnittwinkel am Objekt bei Mehrkamerasystemen), die Beschaffenheit des Objektes bzw. die Identifizierbarkeit der Zielpunkte (aufgeklebte Zielmarken oder markante Punkte am Objekt) und die Auswertemethode. Allgemein gilt, die Genauigkeit ist proportional zum Bildmaßstab, die wie die Genauigkeit der Tiefeninformation, mit zunehmender Aufnahmeentfernung schlechter wird (vgl. [Kraus 2004]). Umfassen die vom Objekt aufgenommene Bilder beispielsweise nur eine Seite des Objekts, wie es bei der Stereoaufnahme der Fall ist, ist die Genauigkeit in Aufnahmerichtung schlechter als in der den beiden Richtungen parallel zum Bild. Die Quantifizierung der erreichbaren Genauigkeit gelingt nur bei hinreichender Kenntnis über das Messobjekt, die Aufnahmekonfiguration und die Auswertemethoden (vgl. [Luhmann 2003]).

### **Zur räumlichen Verteilung der Punkte**

Für die Unsicherheit einer Pose aus drei koordinatenmäßig bestimmten Punkten ist neben Einflussfaktoren wie den Umgebungsbedingungen, die Messunsicherheit des Messsystems maßgebend. Wird z. B. die Position des Objekts auf nur einen der drei erfassten Punkte bezogen, spiegelt dessen Messunsicherheit direkt die Unsicherheit der Position wieder. Für die Bestimmung der Orientierungswinkel spielt zudem die Lage der Punkte zueinander eine Rolle. Die durch die Positionsunsicherheit hervorgerufene Winkelunsicherheit bzw. -abweichung wird kleiner, je weiter die Punkte auf dem Objekt voneinander entfernt sind. Eine Unsicherheit eines 3D-Punktes von 60  $\mu\text{m}$  verursacht – unter der Annahme eines fehlerfreien zweiten Punktes - bei einem Punktabstand auf dem Objekt von 100 mm eine Winkelabweichung von rund 0,034  $^\circ$ . Wird der Punktabstand auf z. B. 500 mm vergrößert, resultiert aus derselben 3D-Unsicherheit eine Winkelabweichung von nur noch rund 0,007  $^\circ$ . Die Pauschalisierung, je weiter die Punkte auf dem Objekt voneinander entfernt sind, desto sicherer gelingt die Bestimmung der Orientierung, ist jedoch kritisch, weil zudem die Lage zum Messgerät einen weiteren Einflussfaktor darstellt. Bei den eben vorgestellten geometrischen Verfahren ist die Messunsicherheit häufig eine entfernungsabhängige Größe. Sich nicht in derselben Entfernung zum Messgerät befindliche Punkte weisen dann unterschiedliche Unsicherheiten auf, die nicht gleiche Genauigkeiten für die drei Orientierungswinkel zur Folge haben. Aus diesen Gegebenheiten folgt, dass die Verteilung der für die Bestimmung der Pose herangezogenen Punkte einen Einfluss auf die Güte der Pose hat. Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2.2 beleuchten diese Sachverhalte weiter im Detail.

### **2.3.2 nicht geometrische Verfahren**

In dem vorangegangenen Abschnitt wurden Technologien und Verfahren zur Punktbestimmung vorgestellt, mit deren Hilfe die Pose eines Objektes indirekt abgeleitet werden kann. Der folgende Abschnitt zeigt Verfahren, mit denen die Orientierung eines Objektes im Raum direkt bestimmt werden kann. Die Systematisierung „nicht geometrische Verfahren“ beruht darauf, dass die hier beschriebenen Verfahren nicht auf der Bestimmung einzelner Punkte im 3D-Raum und deren Beziehungen zueinander beruhen.

#### **Inklinometer**

Ein Neigungssensor erfasst die Neigung oder Neigungsänderung eines Objektes im Bezug zur Lotrichtung. [Schlemmer 1996] systematisiert die Auswahl an Inklinometern nach der Bauform oder der Methode der Messwerterfassung wie in Abb. 9 dargestellt.

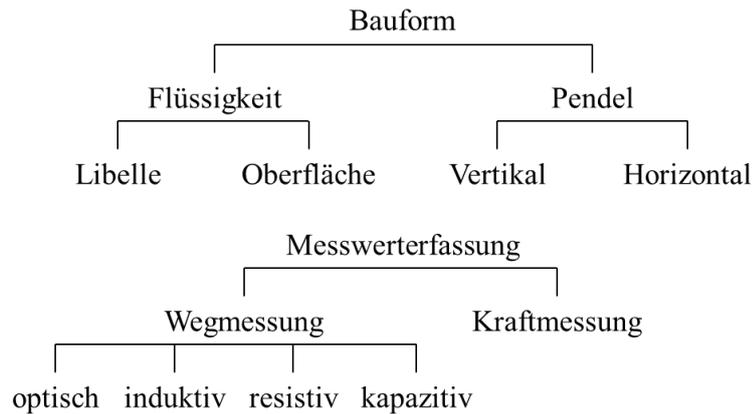


Abb. 9: Inklinometer Klassifizierung nach [Schlemmer 1996]

Folgend wird eine Bauform von Inklinometern mit Flüssigkeitshorizont und optischem Abgriff kurz vorgestellt. Diese Inklinometer sind vorteilhaft, weil keine beweglichen Teile für die Messung der Neigung notwendig sind. Die Hauptbestandteile sind (siehe Abb. 10) eine Lichtquelle (1), ein Flüssigkeitshorizont (2) und ein positionempfindlicher Detektor (3). Die Flüssigkeit richtet sich stets an der Lotrichtung aus. Der totalreflektierte Lichtstrahl trifft bei horizontaler Ausrichtung des Sensors auf einen definierten Bezugspunkt auf dem positionempfindlichen Detektor (PSD). Erfährt der Sensor eine Neigung, wird der Lichtstrahl um den doppelten Neigungswinkel abgelenkt und trifft auf einen anderen Punkt des PSD. Aus der relativen Lage dieses Auftreffpunktes zum Bezugspunkt wird der Neigungswinkel ermittelt [Joeckel 2008].

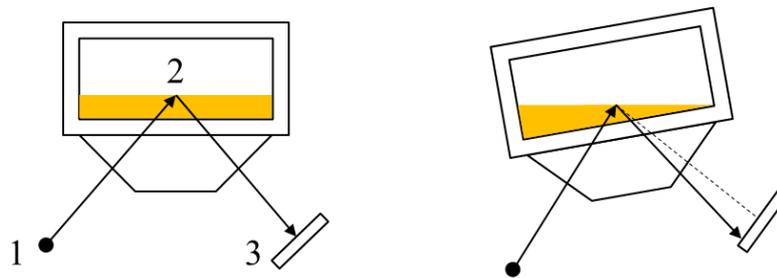


Abb. 10: Funktionsprinzip (schematisch) Neigungssensor mit Flüssigkeitshorizont

Als PSD können u. a. Lateraleffekt-Photodioden [Joeckel 2008] oder CCD Arrays [Leica 2009b] genutzt werden. Bei einer Lateraleffekt-Photodiode (Abb. 11) beispielsweise wird der von einem auftreffenden Strahlenbündel erzeugte Strom zu vier die Diode einfassenden Elektroden ( $I_1 - I_4$ ) geleitet. Die an den Elektroden verzeichneten Stromstärken sind proportional zum Abstand des Auftreffpunktes des Strahlenbündels zu den Elektroden und geben die Ablage in zwei rechtwinklig zueinander liegenden Richtungen wider. Diese Art von Dioden bzw. Neigungssensoren wird z. B. als Kompensator in Tachymetern, als Detektor zur Nachführung eines Laserstrahls auf einen Reflektor (vgl. Kapitel 3.4.2) oder eben zu Bestimmung von Neigungsänderungen in Inklinometern verwendet. Die Auflösung beträgt z. B. beim Leica Nivel 210  $1 \mu\text{rad}$  mit einer Genauigkeit von rund  $5 \mu\text{rad}$  [Leica 2005] und beim Kompensator des Leica TS30 beträgt die vom Hersteller angegebene Genauigkeit rund  $2 \mu\text{rad}$  [Leica 2009b]. Eine Neigungsänderung des Objektes, die als Änderung der Orientierung zu sehen ist, kann mit der entsprechenden Unsicherheit direkt erfasst werden.

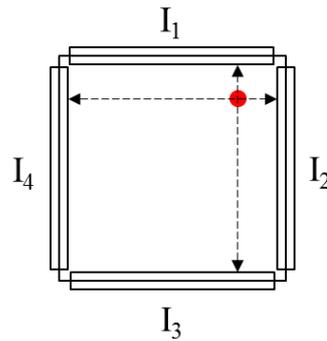


Abb. 11: Lateraleffekt-Photodiode (nach [Joeckel 2008])

Inklinometer weisen jedoch eine Empfindlichkeit gegenüber Störbeschleunigungen auf. Eine gemessene Neigung ist nur dann auf den Vektor der Erdbeschleunigung bezogen, wenn keine weiteren Beschleunigungen auf das System wirken. Führt z. B. ein mobiles Messsystem eine beschleunigte Bewegung wie etwa eine Kurvenfahrt aus, werden die gemessenen Neigungsänderungen durch die auftretenden Störbeschleunigungen verfälscht. Neigungsänderungen, die schneller als die Abtastrate des Sensors ablaufen, werden nur unvollständig oder stark fehlerbehaftet erfasst. Es sind zusätzliche bzw. alternative Sensoren (Inertiale Messsysteme) nötig, die die Störbeschleunigungen erfassen (z. B. [Hesse 2007]). Im Fall kinematischer Messungen werden also häufig keine Inklinometer, sondern inertielle Messsysteme eingesetzt. Ausführliche Darstellungen zu Aufbau und Funktion weiterer Arten von Neigungssensoren bieten u. a. [Piske 1992], [Nakamura 1995], [Schlemmer 1996], [Deumlich 2002] oder [Monz 2010].

### Inertiale Messsysteme

Inertiale Messsysteme finden Anwendung in der Navigation von Schiff-, Luft- und Raumfahrt und messen Beschleunigungen und Drehraten eines bewegten Systems. Generell kann unter Navigation die Bestimmung von Position, Geschwindigkeitsvektor und Orientierung im Raum (Winkel zu bzw. um vorgegebene Achsen) verstanden werden. Das 2. Newton'schen Gesetz:

$$f_I = m a_I \quad (2-4)$$

ist die Grundlage für die auch als Trägheitsnavigation bezeichnete Inertiale Navigation. Dabei ist  $f_I$  der Kraft-,  $a_I$  der Beschleunigungsvektor und  $m$  die Masse. Die inertielle Navigation ist ein relatives Messverfahren. Zu Beginn der Messung muss das System mit bekannten Werten für Position, Geschwindigkeit und Orientierung initialisiert werden. Bei kontinuierlicher Beobachtung des Beschleunigungsvektors  $a_I$  erhält man dann aus der Integration über die Zeit den Geschwindigkeitsvektor

$$v_I = v(t_0) + \int_{t_0}^t a_I dt \quad (2-5)$$

und aus der Integration des Geschwindigkeitsvektors  $v_I$  den Positionsvektor

$$x_I = x(t_0) + \int_{t_0}^t v_I dt. \quad (2-6)$$

$t_0$  ist hierbei der Zeitpunkt der Initialisierung.

Für die inertielle Navigation werden neben Beschleunigungs- auch Drehratensensoren eingesetzt. In der mechanischen Ausführung rotiert eine Masse mit hoher Winkelgeschwindigkeit. Eine von außen senkrecht auf die Rotationsachse angreifende Kraft führt zu einer Präzessionsbewegung, die eine Änderung der Orientierung darstellt und erfasst werden kann. In der heute häufig eingesetzten optischen Ausführung wird der Sagnaceffekt ausgenutzt. Ein Laserstrahl wird aufgeteilt und in zwei gegensätzlichen Richtungen in ein ringförmiges planares optisches System eingespeist. Erfährt das

System eine Rotation um den Normalenvektor der Ebene, verändert sich das im Vergleich zur Ruhelage beobachtete Interferenzmuster der wieder zusammengeführten Strahlen. Aus der veränderten Interferenzerscheinung wird dann auf die Rotation bzw. die Orientierungsänderung geschlossen.

Die Montage von jeweils einem dreiaxigen Beschleunigungs- und Drehratensensor auf einer Plattform bilden eine sogenannte Inertialsensoreinheit (Inertial Measurement Unit, IMU). Es werden zwei grundlegende Typen unterschieden. Kreiselstabilisierte kardanisch gelagerte Plattformen halten ihre Orientierung zu einem vorher gewählten Koordinatensystem stets bei, wodurch diese Systeme von der Dynamik des Objektes, dessen Orientierung bestimmt werden soll, entkoppelt sind. Aus den nötigen Rotationen zur Beibehaltung der Plattformentorierung wird dann auf die Orientierung des Objektes geschlossen. Im Gegensatz dazu sind sogenannte Strap-Down-Systeme (siehe [Titterton 2004]) mit dem Objekt fest verbunden (vgl. [Hofmann 2003], [Kahmen 2005]). Beschleunigungsmesser bestimmen die Kräfte, die auf eine aufgehängte Masse wirken. Dabei wird entweder die Auslenkung der Masse durch die einwirkenden Kräfte erfasst oder ein Aktor hält die Masse in einer Ruhelage, indem eine der von außen einwirkenden Kraft entgegengesetzte erzeugt wird [Hofmann 2003]. Der Betrag dieser Kraft ist dann ein Maß für die Orientierungsänderung.

Inertiale Navigationssysteme (INS) stellen Informationen zur Pose des Objektes mit einer hohen Datenrate (50 Hz und mehr) zur Verfügung. Sie sind nicht auf Sichtverbindungen angewiesen und weisen eine hohe Verfügbarkeit auf. Je nach Güte des INS sind diese jedoch nur kurzzeitig stabil. Ungünstige Fehlerfortpflanzung bei den Integrationsprozessen lässt die Messfehler der Beschleunigungen und Drehraten quadratisch und kubisch mit der Zeit wachsen (vgl. [Kahmen 2005]). Signifikante Driftraten der Sensoren verschlechtern die Genauigkeit einer Pose schon nach kurzer Zeit. Die in zivilen und militärischen Anwendungen verwendeten hochwertigen INS, die Ringlaser und Faser-Optische Kreisel nutzen, weisen auch nach mehreren Minuten Positionsabweichungen von unter einem Meter auf [Klingbeil 2014]. Entwicklungen in der Mikroelektronik haben immer kleinere und kostengünstigere Inertialsensoren in Form von mikroelektronisch-mechanischen Systemen (MEMS) hervorgebracht (z. B. [Kourepinis 1998]). Diese Sensoren finden sich heute nahezu in jedem Smartphone, weisen jedoch im Vergleich zu hochwertigen INS erheblich größere Driftraten auf. Je nach Güte des INS betragen Driftraten der Orientierungswinkel zwischen  $0.005 \text{ }^\circ/\text{h}$  und  $50 \text{ }^\circ/\text{h}$  und mehr (vgl. [Wendel 2011]). Positionsabweichungen können nach zehn Minuten schon 100 m betragen. Die Stützung durch weitere Sensoren ist dann unabdingbar. Ausführungen zu hochwertigen Drehratensensoren wie Ringlaser und Faser-Optischen Kreiseln sowie mechanischen Kreiseln lassen sich u. a. in [Jekeli 2001], [Hofmann 2003], [Joeckel 2008] und [Wendel 2011] finden.

### 2.3.3 Kombination

Die in 2.3.1 und 2.3.2 vorgestellten Verfahren weisen spezifische Stärken und Risiken auf, die ggf. durch eine Kombination mehrerer Verfahren vorteilhaft genutzt werden können. Es besteht die Chance, die einzelnen Komponenten einer Pose aus der Kombination verschiedener Methoden effizienter zu erhalten. Folgend werden zwei Methoden bzw. Geräte vorgestellt, die aus einer Kombination bereits vorgestellter Technologien bestehen, um die sechs Freiheitsgrade zu bestimmen.

### Polarverfahren und Photogrammetrie

Eine Position eines Objektpunktes mit einem geometrischen Ansatz wie dem Polarverfahren oder der Multilateration zu bestimmen, gelingt leicht mit hoher Genauigkeit (deutlich unterhalb von 0,1 mm). Aus nur einem Punkt die Orientierung des Objektes abzuleiten, gelingt dagegen nicht. Dazu ist die Messung von mindestens zwei Punkten für 5DOF und mindestens drei Punkten für 6DOF notwendig. Wünschenswert ist, diese Mindestanzahl von Punkten möglichst schnell, besser gleichzeitig, zu erfassen, um den Anforderungen einer kinematischen Messung gerecht werden zu können und die Dauer der Messung zu minimieren (wirtschaftlicher Aspekt). Diese Forderung wird von bildgebenden Verfahren wie der Photogrammetrie erfüllt. In einem Bild lassen sich eine Vielzahl von Punkten gleichzeitig bestimmen, aus denen dann die Orientierung eines Objektes abgeleitet werden kann. Das unter dem Stichwort Photogrammetrie kurz beschriebene Verfahren des Rückwärtsschnitts ist in der Lage, die äußere Orientierung (die Pose) eines Einzelbildes und folglich der darin enthaltenen Punkte

bei bekannter innerer Orientierung der Aufnahmekamera und ausreichender Zahl von Passpunkten (siehe 2.3.1) aus nur einem Bild abzuleiten. Seitens des Objekts, dessen Pose bestimmt werden soll, sind also sowohl Zielmarken/Reflektoren für ein polar messendes System, als auch für die Photogrammetrie geeignete Ziele marken notwendig. Bei dem Messsystem ist eine zumindest für die Dauer der Messung feste Verbindung von Kamera und polar messender Einheit Voraussetzung. Ideal ist die mechanische Adaption dergestalt, dass bei erneuter Zusammenführung der Sensoren keine neue Kalibrierung erforderlich ist. Soll auch kinematisch gemessen werden, ist eine entsprechend leistungsfähige Synchronisation zwischen den Sensoren zu gewährleisten. Sind diese Konditionen erfüllt, ist beispielsweise auch die Posenbestimmung von handgeführten Geräten (siehe Kapitel 2.2.4) realisierbar.

Die Firma Leica Geosystems AG nutzt dieses Prinzip und erweitert die Funktion eines Lasertrackers (siehe 3.4.2) durch die Kombination mit einer Kamera und einem handgeführten Taster. Die als T-Cam (Abb. 12 rechts) bezeichnete Kamera ist mit einem sogenannten Vario Objektiv ausgestattet (vgl. [Dold 2004], [Loser 2003]). Das Objektiv hält in einem Bereich von 1,5 m bis 15 m Abstand zur Kamera den Bildmaßstab konstant. Der sonst bei einem Objektiv mit fester Brennweite durch größer werdende Entfernung zur Kamera verursachte geometrische Genauigkeitsverlust der photogrammetrischen Auswertung tritt so nicht auf. Die T-Cam hat einen 1024 Pixel mal 1024 Pixel großen CMOS Chip und kann Bilder mit einer Frequenz von 100 Hz erfassen.

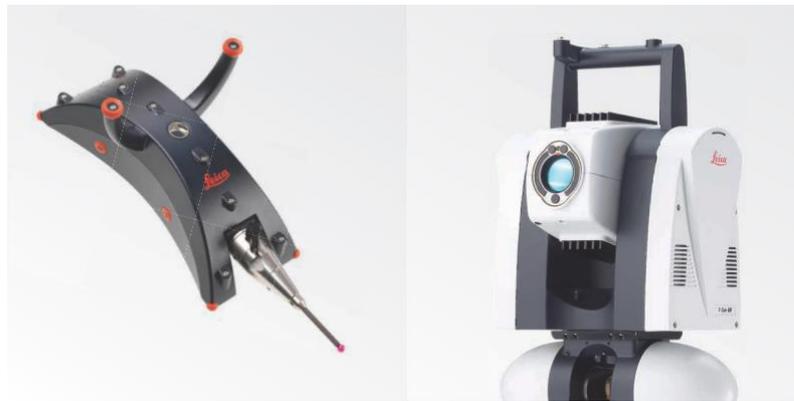


Abb. 12: links Leica T-Probe; rechts Leica T-Cam auf dem Kopf eines Lasertrackers [Hexagon 2013a]

Die T-Probe ist ein kabelloser handgeführter Messtaster (Abb. 12 links), der Merkmale eines Objekts erfasst, die nicht in direkter Sichtverbindung zum Lasertracker liegen (vgl. Abb. 13), sodass Objekte ohne Standpunktwechsel des Lasertrackers erfasst werden können. Der Taster besteht aus einem Retroreflektor, zehn räumlich verteilten LED und zwei Aufnahmen für unterschiedliche Tasterpitzen. Die LED verteilen sich über die T-Probe mit einer Ausdehnung in der Tiefe von 95 mm und in der Ebene von 200 mm. Während die Kamera die Orientierung des LED Feldes per Rückwärtsschnitt ermittelt (siehe [Loser 2003], [Luhmann 2009]), bestimmt der Lasertracker die Position des Retroreflektors. Die Positionen der Elemente auf der T-Probe zueinander sind in einem Bodysystem bekannt (siehe Abb. 13), woraus der mit der Tasterpitze bestimmte 3D-Punkt abgeleitet werden kann. Die Kommunikation zwischen T-Probe und Kamera bzw. Lasertracker wird auf zwei Arten realisiert. Auf den Messstrahl der Absolut-Distanz-Messeinheit des Lasertrackers ist ein Signal aufmoduliert. Der Schnittpunkt der Spiegelflächen des retroreflektierenden Prismas in der T-Probe ist über einen kleinen Bereich unverspiegelt. Dahinter befindet sich ein Lichtdetektor, der die aufmodulierten Signale interpretiert und die entsprechenden Befehle weitergibt, wie z. B. eine bestimmte LED zu beleuchten. Über diese Signale wird auch die Synchronisation zwischen T-Cam und T-Probe gewährleistet. Die Kommunikation von T-Probe zur Kamera gelingt über die gepulste Ansteuerung der LED. Untergruppen der zehn Dioden werden gemeinsam beleuchtet, um Informationen wie etwa welche Tasterpitze gerade verwendet wird oder um z. B. eine Messung auszulösen, an die Kamera bzw. den Lasertracker zu übertragen (vgl. [Loser 2003]).

Neben dem handgeführten Taster T-Probe bietet Leica den handgeführten Scanner T-Scan und den Messadapter T-Mac für Werkzeugmaschinen und Industrieroboter an. Diese Produkte folgen demselben Prinzip der 6DOF Bestimmung. T-Scan ist ein Laserscanner zur berührungslosen

Erfassung von Objekten und T-Mac ein Adapter zur lasertracker-gestützten, automatisierten Maschinen- und Robotersteuerung (vgl. [Kihlman 2004]).

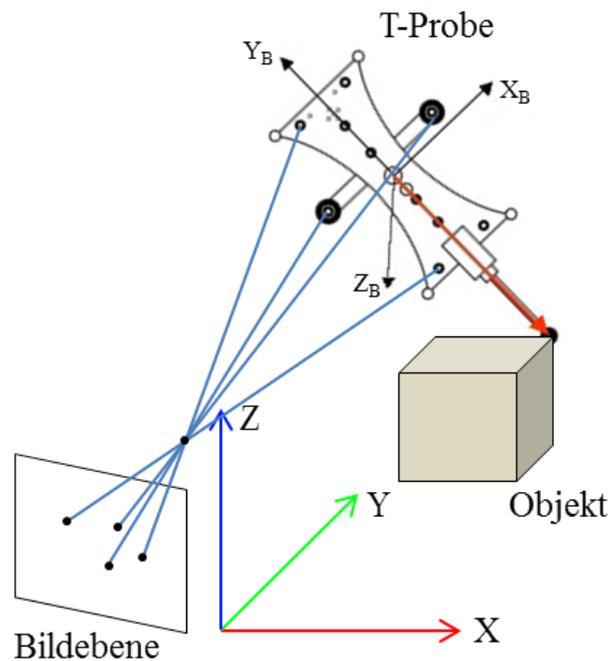


Abb. 13: Bestimmung der 6DOF aus einem Bild (Schema nach [Luhmann 2010])

In den Systemspezifikationen [Hexagon 2013c] wird die Messunsicherheit eines mit der T-Probe erfassten 3D-Punkts mit  $u_{3D} = 100 \mu\text{m}$  bis zu einer Entfernung von 7 m bzw. mit  $u_{3D} = 30 \mu\text{m} + 10 \mu\text{m/m}$  ab einer Entfernung von 7 m angegeben. Die Unsicherheit der Rotationswinkel beträgt  $0.01^\circ$  bzw.  $175 \mu\text{rad}$ . Diese Unsicherheitsangaben sind als Maximum Permissible Error (vgl. [VIM 2012]) definiert. Die Größenordnung dieser Unsicherheiten wurden in [Luhmann 2009] diskutiert und per Simulation untersucht. [Hennes 2008] hat die Wiederholgenauigkeit der Position mit rund  $60 \mu\text{m}$  in einer Entfernung von 15 m und [Dold 2004] eine Längenmessunsicherheit bis zu einer Entfernung von 8 m von kleiner als 0.1 mm ermittelt.

### Polarverfahren und Neigungsmessung

Die sogenannte IntelliProbe (Abb. 14 links) von API bietet eine ähnliche Funktionalität wie die Leica T-Probe. Sie ist ein handgeführter Messtaster zum Erfassen von Merkmalen des Objektes, die nicht in direkter Sichtverbindung des Lasertrackers gelegen sind. Die Position der IntelliProbe wird dabei über einen Retroreflektor bestimmt, dessen Position im Bodensystem der Probe bekannt ist. Die Orientierungswinkel werden mit zwei Methoden ermittelt. Das Zentrum des Retroreflektors weist einen kleinen unverspiegelten Bereich auf, der einfallende Signale vom Lasertracker auf ein CCD weiterleitet. Aus der Position des Signals auf dem CCD leitet die IntelliProbe zwei Orientierungswinkel ab (vgl. [Peggs 2009]). Der dritte Winkel wird von einem in der Probe befindlichen Neigungssensor erfasst. Die Position der Tastspitze ist im Bodensystem der IntelliProbe bekannt. Aus der Orientierung des Bodensystems der Probe wird dann die Position der Tastspitze im übergeordneten System (des Lasertrackers) ermittelt.



Abb. 14: links: API IntelliProbe I-360; rechts: API SmartTrack; [API 2014]

Daneben bietet API mit dem sogenannten SmartTrack (Abb. 14 rechts) einen aktiven Adapter zur Bestimmung der 6DOF an. Es handelt sich um einen kardanisch gelagerten Retroreflektor mit Servomotoren und zwei Winkelencodern, die den Reflektor stets zum Laserstrahl des Lasertrackers ausrichten und die Nick- und Gierwinkel bestimmen (vgl. [Madhavan 2013], [Peggs 2009]). Ein Neigungssensor ermittelt den Rollwinkel. Die Position wird wie bei Leica über einen Retroreflektor erfasst.

Die Genauigkeit eines mit der IntelliProbe gemessenen 3D-Punktes wird mit  $\pm 65 \mu\text{m} + 5 \mu\text{m}/\text{m}$  angegeben (vgl. [API 2013]). Die Winkelauflösung des SmartTrack beträgt  $\pm 3$  Bogensekunden bzw.  $15 \mu\text{rad}$  und die Zentrierung der Optik wird mit  $\pm 25 \mu\text{m}$  (vgl. [API 2014]) spezifiziert.

### Trajektorie

[Markendorf 2004] und [Madhavan 2013] stellen Methoden vor, die die Position und Orientierung eines Messadapters über die Trajektorie eines beweglichen Zielpunktes bestimmen. Die vorgestellten Methoden haben einerseits zum Ziel, ähnlich wie die bereits erwähnte T-Probe und IntelliProbe, Punkte die nicht in direkter Sichtverbindung zum Messmittel stehen, indirekt zu bestimmen. Andererseits besteht die Möglichkeit, die Pose eines Objektes abzuleiten. Prinzipiell bestehen die von [Markendorf 2004] vorgestellten Messadapter aus einem für Lasertracker (siehe Kapitel 3.4.2) geeigneten Retroreflektor (siehe Kapitel 3.4.3), der auf einer präzise definierten Bahnkurve von einem Startpunkt zu einem Endpunkt bewegt wird. Die Position und Orientierung der Trajektorie ist im Bezug zu einem Referenzpunkt des Adapters bekannt, der mechanisch z. B. als Tastspitze oder auch virtuell definiert sein kann. Bei der Trajektorie handelt es sich um Geometrien wie Gerade, Kreis oder Kugel, die mathematisch einfach beschrieben werden können [Markendorf 2004].

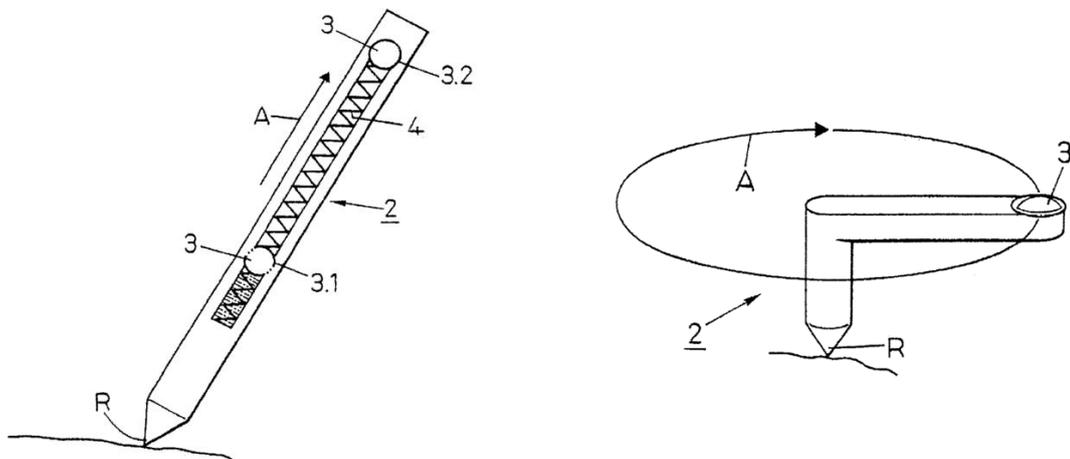


Abb. 15: Mögliche Ausgestaltung eines Messadapters nach [Markendorf 2004]

Die Abb. 15 zeigt schematisch mögliche Formen von Messadaptern entsprechend wie in [Markendorf 2004] beschrieben. Der Retroreflektor 3 wird entlang der Bahnkurve A von einem Startpunkt 3.1 zu einem Endpunkt 3.2 durch einen Federmechanismus 4 bewegt und von einem Lasertracker (nicht in der Abbildung enthalten) beobachtet. Start- und Endpunkt sind in Relation zum Referenzpunkt R des Adapters 2 definiert, sodass sich z. B. die Position des Referenzpunktes R im Raum über das Modell einer Geraden durch die Punkte 3.1 und 3.2 ermitteln lässt. In der Ausprägung wie in Abb. 15 rechts dargestellt, gibt es keinen definierten Start- oder Endpunkt. Die Trajektorie A ist geschlossen und symmetrisch und in Relation zum Referenzpunkt R bekannt. Die Informationen zu Position bzw. Pose können aus der kontinuierlichen, kreisförmigen Trajektorie A bzw. Teilen davon, die der Retroreflektor 3 beschreibt, abgeleitet werden. Der Antrieb ist in Abb. 15 rechts nicht dargestellt, befindet sich aber vorzugsweise direkt auf dem Adapter 2. Es wird davon ausgegangen, dass sich der Adapter, während die Trajektorie des Retroreflektors erfasst wird, nicht bewegt. Prinzipiell besteht die Möglichkeit, den Adapter fest mit einem Objekt zu verbinden und über Position und Orientierung der Trajektorie die Pose des Objektes abzuleiten. Bei den in Abb. 15 dargestellten Realisierungen bleibt ohne weitere Hilfsmittel oder zusätzliche Messungen der sechste Freiheitsgrad, die Drehung um die Gerade bzw. die Drehung um die Rotationsachse jedoch unbestimmt. Potentielle Lösungen dieser Aufgabenstellung werden in Kapitel 3.1 diskutiert und eine Realisierung in den Kapiteln 4.1 und 4.2 im Detail betrachtet.

Eine Erweiterung der von [Markendorf 2004] besprochenen Methode, die die Herausforderung der Bestimmung des sechsten Freiheitsgrads adressiert, stellt [Madhavan 2013] vor. Es werden die 6DOF und die Geschwindigkeit eines Objektes über die Zeit ermittelt, indem die Position eines Reflektors mit einem Lasertracker (Kapitel 3.4.2) beobachtet wird. Dabei wird der Reflektor durch eine am Objekt angebrachte Mimik in Bezug zu diesem entlang einer Trajektorie bewegt. In der Ruhelage des Objektes wird die sogenannte „statische“ Trajektorie des Reflektors erfasst, die später als Referenz dient (vgl. [Madhavan 2013]). Setzt sich das Objekt in Bewegung, weicht die Bahnkurve, die der Reflektor während der Bewegung beschreibt, von der Referenztrajektorie ab. Diese nun als „dynamisch“ bezeichnete Bahnkurve wird als Funktion räumlicher Variablen und der Zeit parametrisiert bzw. modelliert und in Beziehung zur statischen Trajektorie gesetzt. Die durch die Bewegung des Objektes und der Mimik erzeugte Bahnkurve des Reflektors wird – z. B. im Sinne eines Best Fit – geschätzt und mit der Referenz-Bahnkurve („statische“ Trajektorie), während sich das Objekt in Ruhe befand, verglichen. Aus diesem Vergleich lassen sich nach [Madhavan 2013] einerseits die Pose und andererseits die Geschwindigkeit des Objektes ableiten, unter der Voraussetzung, dass das Objekt eine geradlinig gleichförmige Bewegung ausführt und die Geschwindigkeit, mit der die Mimik den Reflektor auf der Trajektorie bewegt, bekannt ist oder ein Encoder für die Bestimmung der Position des Reflektors auf der Trajektorie verwendet wird. Die funktionale Modell der Schätzung der dynamischen Bahnkurve in Bezug zur erfassten Referenztrajektorie wird jedoch nicht näher definiert, sondern allgemein als Methode nicht-linearer Optimierungsverfahren beschrieben. Die in [Madhavan 2013] präsentierten Ergebnisse einer Simulation der vorgestellten Methodik sind daher nicht nachvollziehbar.

Im Unterschied zur Methode nach [Markendorf 2004] mit der kreisförmigen Trajektorie bei fester Rotationsachse (vgl. Abb. 15 rechts) ist die Referenzbahnkurve des Reflektors nicht punktsymmetrisch ausgeprägt. [Madhavan 2013] schlägt unter anderem vor, bei einer kreisförmigen Trajektorie den Reflektor an einem Punkt aus der Rotationsebene heraus zu bewegen, um einen eindeutigen Bezug für den Freiheitsgrad um die Rotationsachse herzustellen. Der Rollwinkel könnte dabei beispielsweise aus dem Vektor zwischen dem Kreismittelpunkt und dem aus der Kreisebene abweichenden Punkt abgeleitet werden. Der Autor dieser Arbeit bewertet diese Lösung im Hinblick auf die Genauigkeit des so aus nur einem Bezugspunkt erhaltenen Winkels als kritisch, wie in Kapitel 3.2.2 noch gezeigt wird. Ein weiterer Vorschlag umfasst eine Trajektorie, deren Gestalt (vgl. Abb. 16 links) die eindeutige Bestimmung der Orientierung der Trajektorie zulässt. Dazu wird ebenfalls das oben nicht näher definierte Schätzverfahren eingesetzt. Vorteil dieser Methode ist, dass zwischen dem Lasertracker und dem Messadapter (exemplarische Realisierung siehe Abb. 16 rechts) keine Kabelverbindung bestehen muss.

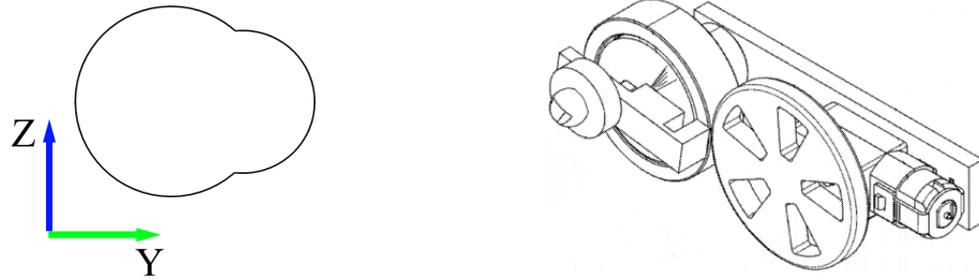


Abb. 16: links: Beispieltrajektorie nach [Madhavan 2013], rechts: exemplarische Realisierung einer Mimik für die Bewegung eines Reflektors entlang einer Trajektorie (vgl. [Madhavan 2013])

#### 2.3.4 Resümee

Mit dem Überblick über die verschiedenen Verfahren und Technologien, mit denen Orientierungen sowie Punkte im Raum erfasst und daraus Posen abgeleitet werden können, zeigen sich entsprechende Stärken und Risiken der Methoden. Prinzipiell lassen sich mit Polarverfahren in einem vergleichsweise großen Arbeitsbereich flexibel genaueste Messwerte generieren. Die Beispiele aus Kapitel 2.3.3 zeigen außerdem, dass das Polarverfahren mit verschiedenen Technologien kombiniert werden kann. Das Ziel, einen möglichst kostengünstigen Messadapter zur Posenbestimmung zu realisieren, erscheint besonders in Anbetracht der Ausführungen von [Markendorf 2004] und [Madhavan 2013] in Verbindung mit einem polar messenden System realistisch. Um dabei die im Bereich der industriellen Koordinatenmesstechnik bzw. Large Volume Metrology üblichen Größenordnungen der Genauigkeitsforderungen zu erreichen und das Genauigkeitspotential einer solchen Lösung beurteilen zu können, ergeben sich für das zu verwendende polare Messsystem entsprechend hohe Anforderungen. Die Betrachtung der Spezifikationen zur Verfügung stehender polarer Messsysteme, die signalisierte Punkte erfassen können, liefert das System Lasertracker als die Art von Messinstrumenten mit der potentiell kleinsten Messunsicherheit. Gleichzeitig haben sich Lasertracker im Bereich des Flugzeugbaus als beliebtes und weit verbreitetes Messmittel etabliert, sodass eine hohe Verfügbarkeit und ein potentiell großer Anwenderkreis bestehen. Zudem besteht durch die für Lasertracker kommerziell erhältlichen 6DOF Systeme die Möglichkeit, den hier diskutierten Messadapter direkt dagegen zu vergleichen und die Leistungsmerkmale zu bewerten. Das folgende Kapitel führt im Bezug zu dieser Überlegung die Diskussion zum Konzept und den Komponenten eines low-cost Messadapters zur Posenbestimmung.

### 3. Konzept A-TOM

#### 3.1 Prinzip

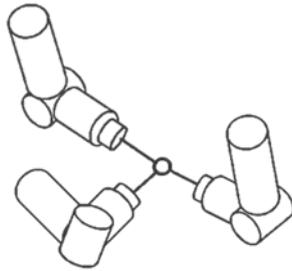


Abb. 17: Unterschiedliche Orientierungen des Messstasters, jedoch identische Position (nach [VDIVDE 2617 B9])

Die Position eines Objektes im Raum kann im simpelsten Fall durch die Messung eines einzelnen Punktes bestimmt werden. Dies gelingt jedoch lediglich unter der Prämisse, dass der erfasste Punkt für die Position des Objektes hinreichend repräsentativ ist. Hat das Objekt eine endliche Ausdehnung, gibt es i. d. R. einen die Position repräsentierenden Bezugspunkt (bei Industrierobotern z. B. der TCP, vgl. Kapitel 2.2.1). Der zu erfassende Messpunkt muss für eine adäquate Positionsbestimmung dann in diesem Bezugspunkt liegen. Wegen den nicht vermeidbaren zufälligen Abweichungen von Fertigungsmitteln bzw. der Anbringung von Reflektorhalterungen ist es in der Realität kaum möglich, eine direkte, mechanische Verbindung zu diesem Bezugspunkt zu schaffen. Die Orientierung des Objektes bzw. dessen Bodysystems muss also erfasst werden, um auf dessen Position schließen zu können. Beispielhaft sind mehrere Orientierungen eines Messtasters, die jedoch dieselbe Position des Bezugspunkts repräsentieren, in Abb. 17 dargestellt. Gelingt es nicht, den Bezugspunkt direkt zu erfassen, muss die Orientierung des Messtasters bestimmt und über z. B. Transformation die Verbindung zum Bezugspunkt geschaffen werden. Geeignete Verfahren zum Ermitteln von Orientierungen und Positionen hat Kapitel 2.3 bereits vorgestellt.

##### 3.1.1 Koordinatensysteme

Bevor die Verteilung der Punkte und die Art und Weise deren Erfassung diskutiert wird, soll zunächst die grundlegende Thematik des Übergangs verschiedener Koordinatensysteme dargestellt werden. Generell sind bei der Aufgabe der Posenbestimmung mehrere Koordinatensysteme involviert. Im Umfeld der Large Volume Metrology handelt es sich dabei u. a. um das System der Werkhalle, eines großen Objekts (z. B. Schiffsrumpf, Flugzeugrumpf) oder eines Messmittels selbst (z. B. KMG). Diese Systeme dienen als Referenz und sind durch permanent vermarkte Punkte, Schnittlinien von Flächen oder Objekt- bzw. Geräteachsen realisiert. Mit der Aufgabe die Pose eines Objektes im Bezug zu diesen Referenzsystemen zu ermitteln, wird der Einsatz eines Messmittels nötig. Dieses Messmittel hat ein eigenes Koordinatensystem (Bodysystem), das entlang von Rotationsachsen, Schnittpunkten von Achsen, Sensorpositionen oder virtuellen Bezugspunkten und -achsen definiert bzw. realisiert ist. Die Referenzierung des Bodysystems auf das übergeordnete System gelingt per Transformation (siehe Kapitel 3.2.1), was letztendlich die Posenbestimmung dieses Messmittels darstellt. Die Posenparameter sind dabei die drei Translationskomponenten  $T_x$ ,  $T_y$  und  $T_z$  zwischen den Ursprungspunkten des übergeordneten Systems und des Bodysystems des Messmittels sowie die drei Drehwinkel  $r_x$ ,  $r_y$ ,  $r_z$  um die Koordinatenachsen. Das Messsystem ist somit auf das übergeordnete System referenziert, sodass beispielsweise die bei polar messenden Systemen erfassten 3D Punkte direkt in diesem erhalten werden.

Mit diesem so referenzierten Messsystem soll nun die Pose eines Objektes, wobei es sich auch um ein weiteres Messsystem wie beispielsweise einen Nahbereichsscanner handeln kann, ermittelt werden. Wie auch das eingesetzte Messsystem, weist das zu bestimmende Objekt in aller Regel ein eigenes Bodysystem auf. Bei Bauteilen aus dem Maschinenbau wird dieses System u. a. anhand von Kanten oder Flächen des Objekts oder über Bohrungen bzw. andere markante Merkmale definiert und realisiert. Für das Bestimmen der Pose dieses Objekts ist es nötig, dessen Bodysystem zu erfassen. Der Bezug zwischen den von dem eingesetzten Messsystem erfassbaren Merkmalen und dem Bodysystem des Objekts muss also bekannt und über die Dauer der Messung stabil sein. Unter der Voraussetzung eines wie oben beschriebenen, zum übergeordneten Koordinatensystem lokalisierten Messsystems, wird die Pose in eben diesem System erhalten. Die Posenparameter sind dann die Komponenten der

Translation  $T_x$ ,  $T_y$  und  $T_z$  zwischen dem Ursprung des Objektbodensystems und dem Ursprung des übergeordneten Systems sowie die drei Drehwinkel  $r_x$ ,  $r_y$ ,  $r_z$  um die jeweiligen Koordinatenachsen.

Wird für die Posenbestimmung des Objekts ein Messadapter eingesetzt, kommt ein weiteres Bodensystem dazu, nämlich das des Messadapters. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Bezug zwischen den Bodensystemen des Messadapters und des Objekts bekannt bzw. ermittelbar ist, was entsprechende Kenntnis über die jeweiligen Bodensysteme voraussetzt. Die Pose des Objektes wird dann über eine Kette von Transformationen vom Bodensystem des Objekts in das Bodensystem des Messadapters, dann in das Bodensystem des eingesetzten Messmittels und dann in das übergeordnete System erhalten. Die Herausforderung, den Bezug zwischen Objektsystem und Bodensystem des Messadapters zu ermitteln, besteht bei allen Anwendungen nach diesem Prinzip. In der vorliegenden Arbeit wird dieses Thema nicht behandelt, weil die Zielstellung hauptsächlich die Entwicklung und Beurteilung der Methode zur Posenbestimmung ist.

Wie in 2.3.1 erwähnt, werden für das Bestimmen einer Pose mindestens drei Punkte benötigt, die nicht auf einer Geraden liegen. Sie realisieren nach vorheriger Konzeption des Referenzsystems den Referenzrahmen für die Pose. Bei der Erfassung dieser Punkte und der sich daraus ergebenden Pose spielen die Art und Weise der Messung sowie die Verteilung der Punkte eine Rolle. Quantitative Betrachtungen zur Punktverteilung und deren Auswirkung auf die zu bestimmenden Posenparameter liefern Kapitel 3.2.1 und Kapitel 3.2.2.

Zunächst soll eine zufällige Verteilung der mindestens drei benötigten Punkte  $P_i$  (mit  $i = 1 \dots 3$ ) auf dem Objekt betrachtet werden. Dabei definiert, wie zu Beginn des Abschnitts 2.3.1 erläutert, einer der drei Punkte die Position des Objekts. Eine Aussage zur Wiederholgenauigkeit dieser Position gelingt u. a., indem dieser Punkt mehrfach erfasst wird. Selbiges gilt für die verbleibenden Parameter der Pose. Indem auch die anderen beiden Punkte mehrfach gemessen werden, wird eine statistische Aussage zur Varianz, die als Wiederholgenauigkeit interpretiert werden kann, möglich.

Bei einem polaren Messverfahren mit elektrooptischer Streckenmessung auf einen Retroreflektor (vgl. Kapitel 3.4.3) besteht eine Variante darin, die mindestens drei benötigten Punkte  $P_i$  mit nur einem Reflektor wiederholt sequentiell zu erfassen. Die Vorteile dieser Methode bestehen in einer sich nicht ändernden Additionskonstante und der immer gleichen optischen Zentrierung (siehe Tabelle 9), weil eben genau ein Reflektor verwendet wird. Beim im industriellen Umfeld häufig anzutreffenden Einsatz eines Lasertrackers (Kapitel 3.4.2) kann dabei prinzipiell ohne Strahlunterbrechung, d. h. ohne Wechsel zwischen Absolutdistanzmesser (ADM) und Interferometer (IFM) verfahren werden. Damit werden Auswirkungen von Abweichungen zwischen den Distanzmesseinheiten (wie z. B. ein Nullpunktoffset zwischen den Distanzmesssystemen) ausgeschlossen. Nachteilig wirkt sich aus, dass der Reflektor vor jeder Messung umgesetzt werden muss. Formabweichungen des Reflektors (siehe Tabelle 9) sowie die Zentriergenauigkeit der Reflektorhalterung (z. B.  $\pm 0,013$  mm [Brunson 2014]) kommen so zum Tragen. Der Zeitaufwand für das händische Umsetzen des Reflektors muss beachtet werden. Zudem besteht die Gefahr, dass die Position des Objektes, noch bevor die Messung der drei Punkte abgeschlossen ist, durch Berührung oder die durch das Einsetzen des Reflektors verursachten Kräfte, verändert werden kann. Eine deutliche Reduktion des Aufwandes ergibt sich, indem erst alle Messungen des Punktes  $P_1$  erfasst werden, im Anschluss alle Messungen auf  $P_2$  und dann  $P_3$ . Das Risiko, das Objekt durch das Umsetzen des Reflektors zu bewegen, bleibt jedoch bestehen.

Als Gegenmaßnahme werden in einer nächsten Variante drei fest auf dem Objekt installierte Reflektoren genutzt. Die Messung kann so ohne physischen Kontakt zwischen Bediener und Objekt erfolgen. Das polare Messsystem zielt und misst, idealer Weise automatisiert, nacheinander alle Reflektoren an. Die Zentrierunsicherheit der Reflektorhalterungen durch das wiederholte Einsetzen der Reflektoren entfällt nun ebenso wie der Einfluss vom Berühren der Reflektoren bzw. des Objektes. Jedoch kommen unterschiedliche Additionskonstanten der Reflektoren zum Tragen. Lasertracker müssten bei dieser Variante beide Distanzmesseinheiten ADM und IFM nutzen, was ggf. zu einer erhöhten Unsicherheit im Gegensatz zur Verwendung nur eines der Systeme führt (vgl. Kapitel 3.2.2). Zudem ist der für eine Mehrzahl von Reflektoren erforderliche finanzielle Aufwand zu berücksichtigen. Der Preis für Standardreflektoren für Tachymeter liegt in einer Größenordnung von

rund 400 € pro Stück. Der Preis für Präzisionsreflektoren für Lasertracker liegt in der Größenordnung von etwa 1500 € pro Stück.

Die Betrachtung der Stärken und Risiken einer zufälligen Verteilung der Mindestanzahl an Punkten auf dem Objekt wirft die Frage auf, ob eine definierte Verteilung vorteilhaft ist bzw. damit eine optimale Genauigkeit erreicht werden kann. In der klassischen Geodäsie wird diese Thematik unter dem Begriff Netzoptimierung behandelt (z. B. [Niemeier 2008]).

Mit dem mehrmaligen Erfassen der Anordnung der Punkte auf dem Objekt lässt sich eine gewisse statistische Sicherheit ableiten. Dabei stellt sich die Frage, welches Kriterium muss die räumliche Verteilung der Punkte auf dem Objekt erfüllen, sodass mehrmaliges Messen eines Punktes nicht mehr notwendig ist, sondern alle einmalig gemessenen Punkte gemeinsam sowohl für das Ermitteln der Pose als auch für eine Genauigkeitsaussage verwendet werden können? Das mehrmalige Messen kann den Einfluss einer schlechten Wiederholgenauigkeit statistisch verringern. Eine geschickte räumliche Verteilung der Punkte kann die Wirkung systematischer Abweichungen des Messsystems aufdecken und damit reduzieren. Beispielsweise erlaubt eine symmetrische Positionierung einer Menge von Punkten um einen (Mittel-)punkt, den arithmetischen Mittelwert aller Punktkoordinaten als adäquate Repräsentation der Position des Objektes zu nutzen. Bei dieser technisch kaum realisierbaren Variante würden Abweichungen von der Symmetrie den Mittelwert systematisch in Richtung der Abweichung verschieben. Der prinzipiellen Forderung nach einer Vielzahl von Punkten steht der damit verbundene erhöhte Aufwand entgegen. Entweder muss der Reflektor entsprechend häufig umgesetzt werden, oder es muss eine entsprechende Anzahl von Reflektoren bereit stehen. Beide Alternativen sind wegen des zeitlichen Aufwands bzw. der oben beschriebenen Risiken und des finanziellen Aufwands für die Zahl von Reflektoren nicht tragbar. Eine Diskussion zur Anzahl und Verteilung der Punkte mit quantitativen Auswirkungen führt Kapitel 3.2.2.

Eine heute beliebte und verhältnismäßig simple Methode bildet eine Kombination aus den eben angestellten Überlegungen. Die verwendeten Reflektoren befinden sich dabei auf einem stabilen Rahmen und sind eher willkürlich darauf verteilt, bilden also keine notwendigerweise exakt symmetrische, jedoch zumindest gute räumliche Verteilung. In den Ausführungen von [Xiaoping 2012] und [Lightcap 2008] wurde sich auf drei zu erfassende Punkte beschränkt. [Nubiola 2013] verwendet zwar insgesamt acht Reflektoren, von denen i. d. R. jedoch nur drei sichtbar sind. Wegen des entsprechenden Aufwandes beim Verwenden einer deutlich größeren Anzahl von Reflektoren wird hier Potential verschenkt. Es wird die Aussage getroffen, dass das Einbeziehen von mehr als drei Reflektoren nicht zu einer besseren Genauigkeit führte (vgl. [Nubiola 2013]). Die Notwendigkeit einer deutlich größeren Stichprobe zur Reduktion zufälliger Abweichungen wurde dabei völlig außer Acht gelassen.

Die diskutierten Varianten bieten spezifische Vor- und Nachteile, stellen insgesamt jedoch keine zufriedenstellende Lösung dar. In der Praxis ist es kaum realisierbar, den Bezugspunkt des Objektes mit nur einem Messpunkt direkt zu erfassen. Folglich wird es nötig, die Pose des Objektes zu bestimmen, was wiederum die Messung von mindestens drei Punkten erfordert. Dazu einzelne statisch gemessene Punkte zu verwenden, ermöglicht zwar das Ableiten der Pose, lässt aber von Seiten der statistischen Sicherheit, Messgeschwindigkeit und beim Potential zur Genauigkeitssteigerung zu wünschen übrig (Zusammenhang zwischen Anzahl der Punkte und Güte der Posenparameter aus Gl. (3-5) ableitbar). Zudem ist der finanzielle Aufwand für z. B. mehrere Reflektoren nicht unerheblich. Folglich ist also eine Methode gefragt, die in kurzer Zeit eine große Anzahl Punkte mit nur einem Reflektor erfasst, sodass alle Parameter einer Pose mit einer hinreichend großen statistischen Sicherheit bestimmt werden können.

Eine räumliche Verteilung von Messpunkten unter Nutzung nur eines Reflektors kann erreicht werden, indem der Reflektor bewegt wird. Eine Variante ist die Führung eines Reflektors entlang einer Geraden mit einem Linearantrieb (siehe Abb. 18 links). Dieser ruft im Rahmen der Genauigkeit der Linearführung eine rein translatorische Bewegung hervor. Liegen Anfangs- und Endpunkt der Bahn des Reflektors hinreichend weit auseinander, kann eine Vielzahl von Punkten auf der Bahn erfasst werden. Der Reflektor bewegt sich somit entlang einer Trajektorie. Damit wird an dieser Stelle die in Kapitel 2.3.3 beschriebene, von [Markendorf 2004] motivierte Idee aufgegriffen, die Trajektorie als

Ganzes für die Auswertung heranzuziehen. Bereits eine geradlinige Trajektorie liefert fünf der sechs gesuchten Parameter einer Pose. Beispielsweise dient der Anfangspunkt der Trajektorie als Bezug für die Position. Die von dort vom Reflektor beschriebene Gerade lässt sich als Vektor interpretieren. Gier- und Nickwinkel können dann als Winkel zwischen diesem Vektor und den Koordinatenachsen des übergeordneten Koordinatensystems abgeleitet werden. Als letzter Freiheitsgrad verbleibt die Rotation um die Trajektorie, die noch bestimmt werden muss. Von Seiten der Genauigkeit einer angefahrenen Position bieten Linearführungen eine Größenordnung vergleichbar mit der von Koordinatenmessgeräten (vgl. Kapitel 2.3.1). Wiederholgenauigkeiten, Absolutpositioniergenauigkeiten sowie Abweichungen der Geradheit bzw. Ebenheit von nur wenigen Mikrometern sind möglich (vgl. [THK 2014a], [THK 2014b]). Beschränkt sich die Betrachtung der erreichbaren Genauigkeit zunächst auf die der Linearführung, werden zwei Aspekte deutlich. Für die Unsicherheit der Position ist die Wiederholgenauigkeit bei der Bestimmung des Bezugspunkts ausschlaggebend. Es muss gewährleistet sein, dass bei wiederholtem Anfahren der Reflektor dieselbe Position erreicht, unabhängig von der Orientierung der Linearführung im Raum. Für das Bestimmen der Orientierungswinkel hingegen ist die Geradheit der kritische Faktor. Alle auf der Trajektorie erfassten Punkte sollten tatsächlich auf einer Geraden liegen, sodass theoretisch jedes beliebig gewählte Paar von Punkten auf der Geraden den Vektor hinreichend repräsentiert. Eine elegantere Methode, als eine Vielzahl einzelner Vektoren zu betrachten, nutzt alle erfassten Punkte gemeinsam und berechnet daraus eine „bestmögliche“ Gerade – die sogenannte Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate (MkQ, siehe Kapitel 3.2). Davon losgelöst, ist die Bestimmung des letzten Freiheitsgrads noch nicht erfolgt.

Die Rotation um die von der Linearführung beschriebene Gerade muss festgelegt werden, um den letzten verbliebenen Freiheitsgrad zu fixieren. In der einfachsten Variante wird ein zweiter Reflektor auf dem Objekt angebracht. Die bereits diskutierten Nachteile einer Lösung mit mehreren Reflektoren sind ebenso zutreffend, wie wenn derselbe Reflektor von der Linearführung genutzt und umgesetzt werden müsste. Für eine bessere räumliche Verteilung von Messpunkten ist in einer weiteren Variante denkbar, eine zweite Linearführung zu nutzen, sodass die beiden Führungen eine Ebene aufspannen, die dann die Rotation um die Trajektorie der ersten Führung festlegt. Beide Führungen könnten z. B. auf einer Halterung befestigt werden, die am entsprechenden Objekt angebracht werden kann. Die Unsicherheiten der beiden Trajektorien entsprächen denen der jeweiligen Führung (die Einflüsse der Umgebung und des Messsystems hier außen vor gelassen). Das dadurch entstehende Zweiachssystem beschränkte sich jedoch auf lediglich zwei Geraden und liefert damit noch keine gleichmäßige räumliche Verteilung von Messpunkten. Zudem müsste, um die Forderung nach der Nutzung von nur einem Reflektor zu erfüllen, selbiger von der einen auf die andere Führung übergeben werden, was bei Konstruktionen wie in Abb. 18 links nur umständlich bzw. kaum realisierbar ist. Darüber hinaus würde die Übergabe mit einem weiteren Mechanismus eine signifikante Zeit dauern, sodass die Forderung nach einer schnellen Bestimmung der Pose von ca. einer Sekunde (vgl. Tabelle 1) gefährdet ist.

Eine in der Industrie tatsächlich verfügbare Variante (z. B. [Velmex 2014], [MK 2008]) ist die Kombination zweier Linearführungen dergestalt, dass beide miteinander mechanisch verbunden werden und so ein zweiachsiges System aufbauen (siehe Schema Abb. 18 rechts). Dabei wird eine Linearführung von der zweiten bewegt. Ein auf der zweiten Linearführung befestigter Reflektor wäre so in der Lage, im Rahmen der Verfahwege beider Führungen beliebig viele Positionen zu erreichen. Die erfassten Messpunkte verteilen sich dann auf einer Ebene. Damit ergeben sich zwei Optionen für die Auswertung. Der bereits beschriebene Weg steht nach wie vor zur Verfügung, indem der Reflektor nur durch Bewegung eines Linearantriebs eine Gerade parallel zur in Abb. 18 rechts dargestellten X- bzw. Y-Achse beschreibt. Diese Gerade bestimmt fünf der sechs Parameter der Pose. Mit der Translation durch den zweiten Linearantrieb wird eine Ebene definiert, die dann den Rollwinkel um die eben bestimmte Gerade festlegt. Die zweite Option der Auswertung ist über die Translation des Reflektors durch beide Linearantriebe Punkte auf einer Ebene zu erfassen – im gewählten Beispiel der Abb. 18 rechts die XY-Ebene. Die Menge der erfassten Punkte stellt die Beobachtungen für die Schätzung einer Ebene bzw. deren Normalenvektors nach der MkQ dar (siehe Kapitel 3.2.1). In Verbindung mit einem Stützpunkt, der die Position repräsentiert, legt dieser Vektor fünf Parameter der Pose fest. Theoretisch ließe sich jeder der in der Ebene erfassten Messpunkte zum Festlegen des

Rollwinkels um den Normalenvektor der Ebene nutzen. Um einen im System der Linearantriebe festen Bezug zu schaffen, ist es jedoch sinnvoll, in jeder Pose stets denselben Punkt zu verwenden. Vorstellbar ist beispielsweise die Nullposition beider Antriebe. Vor dem Hintergrund der mit KMG vergleichbaren Wiederholbarkeit von Linearantrieben ist auch eine entsprechende Unsicherheit dieser Punktposition und folglich der des Rollwinkels gewährleistet. Die Definition von Stützpunkt des Normalenvektors der Ebene und Referenzpunkt für den Rollwinkel sollte die Forderung nach einer großen räumlichen Verteilung beachten, um den Einfluss der 3D-Punkt Unsicherheit auf die Rollwinkelgenauigkeit zu verkleinern. Eine höhere Redundanz für den Rollwinkel ließe sich durch Erfassen mehrerer Referenzpunkte bzw. einer geraden Trajektorie erreichen.

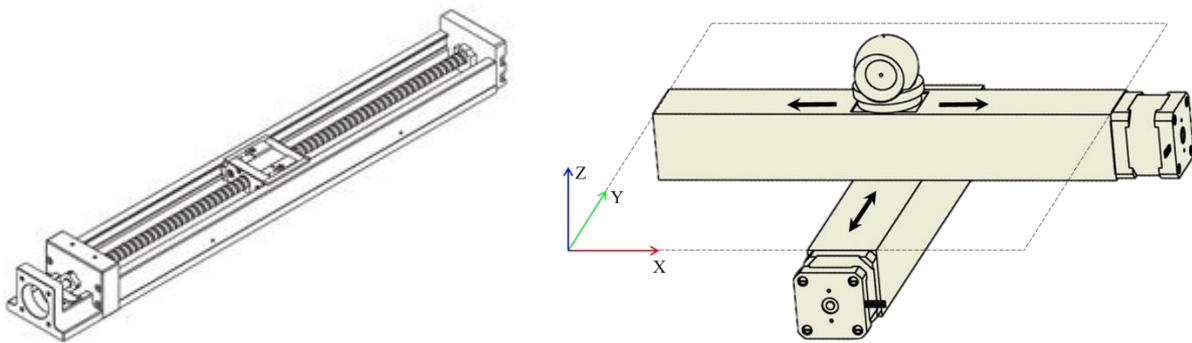


Abb. 18: links: Linearführung, schematisch [THK 2014a]; rechts: 2-Achs-Linearführung, schematisch

Bei dieser Konstruktion ist jedoch fraglich, wie stabil die Verbindung der Linearantriebe realisierbar ist. Zudem wirken sich Führungsabweichungen, besonders wenn sich der Reflektor an den jeweiligen Endpunkten der Führung befindet, ggf. negativ auf die Ebenheit der zu bestimmenden Ebene und damit auf die Orientierung des Normalenvektors aus<sup>1</sup>. Weiteres Kriterium ist die zu erwartende Dauer für das Erfassen der notwendigen Messungen abhängig davon, mit welcher Geschwindigkeit die Translationsbewegungen ausgeführt werden können. Anhand von Abb. 18 rechts erscheint die Lösung mit zwei Linearantrieben zusätzlich wenig kompakt. Ideal wäre eine mit einer Mimik realisierbare Trajektorie, auf der eine ausreichende Anzahl von Punkten vorhanden ist, um die Posenparameter mit hinreichender Redundanz bzw. Genauigkeit abzuleiten.

### 3.1.2 Pose aus Kreistrajektorie

Unter Beachtung der von [Markendorf 2004] vorgestellten Methodik ergibt sich eine potentielle Lösung der Aufgabe Posenbestimmung über eine kreisförmige Trajektorie, die prinzipiell bei [Wöllner 2007] und [Hennes 2008] bereits Anwendung fand, dort als Funktionsmuster umgesetzt wurde und deren Erkenntnisse für die vorliegende Arbeit genutzt werden können. Ein Kreis ist eindeutig durch seinen Mittelpunkt  $P_M$  und seinen Radius  $r_K$  festgelegt. Die Parameter eines Kreises lassen sich eindeutig aus drei Punkten, die nicht auf einer Geraden liegen, ermitteln. Werden mehr als drei Punkte auf der Kreisbahn gemessen, liefert die MkQ (Kapitel 3.2) Schätzwerte für die Kreisparameter inklusive Varianzen. Die Pose leitet sich aus den bestimmten Größen beispielsweise (siehe [Hennes 2008]) wie folgt ab: Der Kreismittelpunkt legt die Position im Raum fest. Punkte, die auf einer Kreisbahn liegen, liegen gleichzeitig in einer Ebene. Wie im vorher beschriebenen Fall der Linearantriebe legt der Normalenvektor dieser Ebene zwei weitere Parameter der Pose, den Nick- und Gierwinkel, fest. Die Frage nach dem Rollwinkel um diesen Normalenvektor wird mit verschiedenen Methoden beantwortet. Dazu wird zunächst in der Kreisebene ein kartesisches Bodysystem definiert, dessen Ursprung dem Mittelpunkt des Kreises entspricht. Die Richtung des Normalenvektors der Kreisebene stellt die X-Achse dar. Der Drehwinkel  $r_X$  um diese Achse ist der Rollwinkel. Die Y- bzw. Z-Achse liegen in der Kreisebene. Die Drehwinkel  $r_Y$  und  $r_Z$  entsprechen Nick- bzw. Gierwinkel.

<sup>1</sup> Eine Betrachtung der Auswirkungen von Variationen der Ebenheit auf die Schätzung des Normalenvektors und der daraus abgeleiteten Orientierungswinkel erfolgt in Kapitel 3.2.2.

Eine wiederholgenaue Positionierung eines Reflektors auf der Kreisbahn ist eine mögliche Variante, den Rollwinkel festzulegen. Gelingt es, eine bestimmte bekannte Position auf der Kreisbahn in jeder Pose exakt wieder zu erreichen, legt diese Position im Sinne einer Referenzmarke den Winkel  $r_x$  fest. Die Redundanz bei nur einem Punkt ist nicht ausreichend. Die Aufnahme mehrerer, akkurat positionierter Punkte auf der Kreisbahn, ist daher erstrebenswert, konkurriert aber mit der geforderten maximal zulässigen Bestimmungszeit für eine Pose (vgl. Kapitel 2.2.5). Trotzdem sind mindestens drei Punkte notwendig, um die Parameter des Kreises bzw. der Pose zu ermitteln. Als Kompromiss ergibt sich eine Methode, die nur wenig mehr Zeit in Anspruch nimmt und mindestens drei Positionen wiederholgenau auf der Kreisbahn erreicht. Der Reflektor des verwendeten polaren Messmittels wird in einer Art Stop & Go-Betrieb von einer bekannten Position zur nächsten auf der Kreisbahn bewegt.

Der Vorteil der Stop & Go-Methode besteht in der potentiell besseren Genauigkeit der auf der Kreisbahn erfassten Messpunkte. Latenzzeiten (siehe [Stempfhuber 2004]) zwischen den einzelnen Komponenten eines Messsystems (bei polaren Messsystemen, die verschiedenen Sensoren für die Winkel- und Streckenmessung) wirken sich bei statischer Messung nicht aus. Auch ein prinzipiell für kinematische Messungen ausgelegtes Messsystem wie Lasertracker, weist für die Beobachtung sich bewegender Ziele eine schlechtere Genauigkeit als im statischen Messmodus auf (statisch:  $\pm 10$  ppm; kinematisch:  $\pm 20-40$  ppm, [Leica 1999]). Diese Angabe stammt von einem frühen Lasertracker Modell und ist in den Spezifikationen aktueller Lasertracker nicht mehr zu finden. Ob die kinematische Unsicherheit der statischen entspricht, ist zu bezweifeln. Für die hier angestellten Überlegungen wird von dem schlechteren Fall ausgegangen. Aus dieser Gegebenheit folgt die Vermutung, dass statisch gemessene Punkte eine kleinere Unsicherheit als kinematisch gemessene aufweisen. Eine Aussage über die tatsächliche kinematische Unsicherheit von Lasertrackern ist Gegenstand aktueller Forschung (vgl. [Ulrich 2013]).

Der Betrieb des Systems zur Posenbestimmung im Stop & Go-Modus erfordert darüber hinaus nicht zwingend eine (Kabel-)Verbindung zum Messsystem, weil theoretisch keine Kommunikation notwendig ist. Auf der Seite des Messsystems ist lediglich eine einfach zu realisierende Stillstandsdetektion notwendig, die automatisch zwischen Phasen der Bewegung des Reflektors und Erreichen einer Position auf der Kreisbahn unterscheidet und dort die Position des Punktes registriert. Trotz der günstigeren Genauigkeit im statischen Modus ist in dieser Variante die aus den nur wenigen aufgenommenen Punkten resultierende mangelhafte Redundanz aller Parameter der Pose kritisch. Das Messen einer Vielzahl von Punkten in der in Kapitel 2.2.5 geforderten Zeit ist nur durch die Beobachtung und Registrierung eines bewegten Reflektors möglich. Mit der Bewegung des Reflektors auf der Kreisbahn geht jedoch, ohne weitere Hilfsmittel, die Information für den Rollwinkel verloren. Folglich lassen sich zwar fünf der sechs Freiheitsgrade aus der Trajektorie ableiten, für den Rollwinkel werden aber zusätzliche Informationen benötigt. Beschreibt der Reflektor einen vollständigen Kreis, erfasst das polare Messsystem eine Vielzahl von Punkten für eine höhere Redundanz aller Parameter der Pose. Um aus dieser Punktwolke den Rollwinkel abzuleiten, müssen zwei Rahmenbedingungen erfüllt sein. Einerseits müssen die einzelnen Punktpositionen auf der Kreisbahn im Bodysystem des Messadapters definiert bzw. bekannt sein. Andererseits muss zwischen diesen Positionen und dem polaren Messsystem ein Bezug geschaffen werden, weil das Messsystem ohne diese Zusatzinformation zunächst nicht in der Lage ist, die Position des Reflektors im Bodysystem des Adapters zu erkennen. Ein gemeinsamer Bezug lässt sich theoretisch über eine Zeitbasis durch das Verwenden von Uhren und Zeitstempeln realisieren. Vergleichbar mit dem Prinzip von Satellitennavigationssystemen werden eine Uhr im Adapter, eine Uhr im Messsystem und eine Möglichkeit zur Kommunikation zwischen beiden inklusive der Registrierung der Zeitstempel benötigt. Die Ereignisse im System des Adapters lassen sich so mit einem Bezug im System des Messmittels registrieren. Weil es sich bei dem Messadapter im einfachsten Fall lediglich um einen Dreharm mit einem Antrieb handelt, erscheint der Einsatz einer Uhr nicht optimal. Ferner sind dabei Phänomene wie unterschiedliche Uhrdriften zu erwarten, die in angemessener Weise beachtet bzw. kompensiert werden müssen. Zusätzlich fehlt bei dieser Variante noch die Kenntnis über die Position des Reflektors auf der Kreisbahn. Als praktikable Lösung, die beide Bedingungen der bekannten Reflektorposition und des gemeinsamen Zeitbezugs erfüllt, bietet sich die Montage eines Winkelencoders auf der Welle des Dreharms an. Der Drehgeber liefert die Position des Reflektors auf der Kreisbahn über Zählung von Inkrementen oder codierten Absolutpositionen und liefert damit einen

Teil der notwendigen Information für den Rollwinkel. Die Zahl der Inkremente ist beliebig wählbar und reicht von z. B. 32 Inkrementen bis zu 36000 Inkrementen pro Umdrehung. Quantitative Betrachtungen zur Anzahl der Punkte auf dem Kreis folgen in Kapitel 3.2.2. Der zweite Teil, der raumzeitliche Bezug, wird durch die Signale des Drehgebers hergestellt. Üblicherweise gibt es drei Kanäle, über die Transistor-Transistor-Logik Rechteck- oder Sinus/Cosinus-Signale ausgegeben werden. Der erste Kanal gibt im Fall einer TTL-Schaltung ein Rechtecksignal bei jedem Überfahren eines Inkrements aus. Der zweite Kanal ist um  $90^\circ$  elektrisch gegenüber dem ersten Kanal phasenverschoben. Aus der zeitlichen Differenz zwischen der Registrierung der Signale der beiden Kanäle bestimmt die Auswerteeinheit die Drehrichtung, in Abhängigkeit davon ob die Flanken des ersten oder zweiten Kanals zuerst registriert werden. Auf dem dritten Kanal wird beim Überfahren einer Referenzmarke ein einzelner Impuls erzeugt, der den Nullpunkt bzw. den Anfang der nächsten Umdrehung codiert. Diese Signale des Winkelencoders werden in der Folge genutzt, um das polare Messsystem zu triggern. Eine steigende Flanke löst so eine Messung aus, dass dem erfassten 3D-Punkt ein exakter Winkelwert aus dem Drehgeber zugeordnet wird. Die Winkelinformation für das Bestimmen des Rollwinkels des Adapters steht auf diese Weise bei kinematischer Messung zur Verfügung. Voraussetzung für die Realisierung dieses Verfahren ist die Fähigkeit des Messsystems, externe Triggersignale verarbeiten zu können.

Folgend wird zur Veranschaulichung der Risiken dieser Variante ein Encoder mit 36000 Inkrementen, also entsprechend vielen steigenden Flanken auf einem Kanal, angenommen. Diese Zahl ergibt sich als Auflösung<sup>2</sup> bei der Forderung der Unsicherheit der Orientierungswinkel von  $0,01^\circ$ . Unter der Maßgabe einer gleichmäßigen Verteilung der Messpunkte auf der kreisförmigen Trajektorie und dem Wunsch, eine Pose innerhalb ca. einer Sekunde zu bestimmen, muss der Dreharm mit einer Umdrehung pro Sekunde rotieren. Werden alle steigenden Flanken eines Kanals des Encoders als Triggersignale genutzt, resultiert daraus eine Messfrequenz von 36 kHz. Diese Frequenz liegt deutlich über den Messfrequenzen von Messsystemen wie Tachymetern (wenige Hz) und Lasertrackern (1 kHz, vgl. Kapitel 3.4.2). Als Konsequenz muss entweder ein digitaler Teiler dazwischen geschaltet werden oder die Winkelgeschwindigkeit des Dreharms soweit verringert werden, dass die Messfrequenz des Messmittels nicht überschritten wird. Aus letzterem folgt wiederum ein deutlich erhöhter Zeitbedarf für die Posenbestimmung. Im gewählten Beispiel würde eine Umdrehung 36 Sekunden in Anspruch nehmen, um die maximale Messfrequenz des Trackers nicht zu überschreiten. Dieser Zeitbedarf ist inakzeptabel und verdeutlicht hier den Vorteil der Stop & Go Methode. Alternativ werden entsprechend der zeitlichen Forderung nur eine Sekunde lang Messwerte erfasst. Der Dreharm überschreitet dann lediglich ein Kreissegment von zehn Grad. Dieses Segment besteht dann aus 1000 Punkten. Die ungleichmäßige Verteilung der Punkte ist für die Bestimmung der Parameter der Pose als kritisch zu bewerten (siehe dazu Kapitel 3.2.2). Die Verwendung eines Drehgebers mit deutlich weniger Inkrementen begegnet diesem Problem, birgt jedoch das Risiko ungenügender Auflösung für den Rollwinkel. Die erreichbare Genauigkeit wird weiter von der Güte der Signalfanken (Anstiegszeit, Wiederholbarkeit, siehe Kapitel 4.1.3) beeinflusst und muss folglich Gegenstand der Untersuchungen sein.

Ein weiteres Risiko stellt die kinematische Messung an sich dar. Wie bereits erwähnt, wird eine schlechtere Genauigkeit kinematisch erfasster 3D-Punkte im Vergleich zu statisch erfassten erwartet. Im Gesamtsystem gibt es Latenzzeiten, die sich einerseits im aus mehreren Sensoren bestehenden polaren Messsystem ergeben und andererseits aus der Übertragung und Verarbeitung der TTL Signale des Drehgebers im Messsystem resultieren. In der Bewegung verursacht eine Latenzzeit ein Offset, sodass der Winkelwert des Encoders nicht mehr exakt mit dem dazugehörigen 3D-Punkt korrespondiert. Bei einer Winkelgeschwindigkeit von  $2\pi/s$  verursacht eine Latenzzeit von  $5\mu s$  eine Abweichung von rund  $30\mu rad$ . Die Auswirkung der Latenzzeiten lässt sich mit kleineren Winkelgeschwindigkeiten des Dreharms verringern, steht aber der Forderung nach einer schnellen

---

<sup>2</sup> Dem Autor ist bewusst, dass Auflösung und Unsicherheit bzw. Genauigkeit verschiedene Parameter zur Beschreibung der Leistungsfähigkeit eines Messsystems sind. Die Zahl wurde an dieser Stelle gewählt, um die Risiken im Vergleich zur Ausführung des Adapters im Stop & Go-Modus anschaulich darzustellen. Eine detailliertere Betrachtung des Encoders liefert Kapitel 4.1.3

Posenbestimmung entgegen. Ein weiterer, untergeordneter Punkt bei der Verwendung eines Encoders zu Rollwinkelbestimmung ist die notwendige (Kabel-) Verbindung zwischen Messadapter und -system.

Neben der infolge der Kreistrajektorie naheliegenden Auswertung über die Schätzung der Kreisparameter ist unter der Voraussetzung wiederholbarer definierter Punkte auf der Trajektorie die Bestimmung der Posenparameter auch über eine Transformation möglich (siehe Kapitel 3.2.1). Dazu werden zunächst Punkte im Bodysystem des Messadapters definiert, die sich z. B. aus der Geometrie der Soll-Kreisbahn und der Anzahl der Inkremente bzw. verwendeten Flanken des Encoders ergeben. Die aus der Transformation zwischen den Punkten im Bodysystem und den im übergeordneten System beobachteten identischen Punkten erhaltenen Transformationsparameter können dann direkt als Pose interpretiert werden. Prinzipiell ist die Auswertung über eine Transformation auch ohne die Verwendung eines Encoders möglich, sofern gewährleistet ist, dass in jeder Pose identische Punkte erfasst werden. Neben dem schon diskutierten Stop & Go-Modus ist ebenfalls eine Realisierung mit ausgeprägten Gleichlaufeigenschaften denkbar. Rotiert der Dreharm mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und erfasst das verwendete Messsystem Punkte mit konstanter Messfrequenz, liegen im Ergebnis theoretisch äquidistante 3D-Punkte vor. Aus Kenntnis über die eingestellte Winkelgeschwindigkeit und die Messfrequenz lassen sich im Bodysystem von A-TOM entsprechende Soll-Punkte definieren, mit denen die Posenbestimmung per Transformation gelingt. Wie bei der Variante über die Kreisausgleichung ist dann noch der Bezug für den Rollwinkel nötig.

Nach der qualitativen Betrachtung der Stärken und Risiken verschiedener Realisierungs- und Auswertekonzepte diskutiert das folgende Kapitel 3.2 die mathematischen Grundlagen zur Posenbestimmung per Transformation bzw. Kreisausgleichung. Dabei werden sowohl bereits diskutierte Punktverteilungen als auch systematische Auswirkungen der geometrischen Relation zwischen Messadapter und Messsystem quantitativ analysiert.

## 3.2 Mathematische Grundlagen

Dieses Kapitel stellt die beiden in dieser Arbeit zur Posenbestimmung genutzten Verfahren vor. Zur Hinführung erfolgt zu Beginn eine kurze Diskussion zum Thema Mehrfachmessung vor dem Hintergrund der Bestimmung einer Position eines Objektes im Raum.

Die Qualität bzw. Unsicherheit und Zuverlässigkeit einer Objektposition im Raum, die anhand der Messung eines Punktes bestimmt wurde, wird u. a. von dem verwendeten Messverfahren, der Güte der Signalisierung des Punktes, der Güte der Verknüpfung des gemessenen Punktes mit dem Referenzsystem des Objektes, den Umgebungsbedingungen und deren Einfluss auf das Verfahren bedingt. Wird von einer einzelnen Messung ausgegangen, kann die Unsicherheit der erhaltenen Position mit der Messunsicherheit  $u$  des verwendeten Messgerätes abgeschätzt werden. Die wahre Position befindet sich nun mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in einem Intervall um den gemessenen Wert. Unter Annahme einer Normalverteilung der zufälligen Messabweichungen geben die Hersteller von Messgeräten die Messunsicherheit  $u$  meist mit den Wahrscheinlichkeiten 68,3 % ( $\sigma$ ), 95,5 % ( $2\sigma$ ) oder 99,7 % ( $3\sigma$ ) an. Bei dieser Unsicherheit handelt es sich um die durch normalverteilte, zufällige Abweichungen verursachten Streuungen. Wurde die Messunsicherheit unter konkreten Bedingungen (z. B. bei einer festgelegten Umgebungstemperatur) oder mit bestimmten Verfahren (z. B. [ASME 2006], [ISO 10360], [ISO 17123], [VDIVDE 2634] etc.) ermittelt, so sollte diese Information dem Unsicherheitswert beigeordnet sein. Daneben auftretende systematische Abweichungen sind nach Möglichkeit zu kalibrieren oder zu reduzieren, haben jedoch keinen Einfluss auf die zufälligen Abweichungen bzw. die Streuung der Messwerte. Prinzipiell lassen sich durch Mehrfachmessungen die zufälligen Abweichungen verringern. Es gilt: mit wachsender Zahl  $j$  von Einzelmessungen  $z$  mit demselben Messgerät unter Wiederholbedingungen nähert sich deren Mittelwert  $\bar{z}$  dem wahren Wert bzw. dem Erwartungswert  $z_E$  der Messgröße an. Im empirischen Fall wird aus der Zahl  $j$  von Einzelmessungen  $z$  das einfache arithmetische Mittel  $\bar{z}$  und die Standardabweichung  $s_z$  des Einzelwertes gebildet. Diese Standardabweichung bzw. deren Quadrat (die Varianz) ist ein Maß für die zufälligen Abweichungen. Diese wiederum lässt sich theoretisch durch Mehrfachmessungen um den Faktor  $1/\sqrt{j}$  verringern, woraus die Standardabweichung des

Mittels  $s_{\bar{z}}$  erhalten wird. Folglich weicht ein einzelner Messwert um  $\pm s_z$ , und der Mittelwert um die um  $1/\sqrt{j}$  kleinere Standardabweichung  $\pm s_{\bar{z}}$  vom wahren Wert ab. Ob der zusätzliche Aufwand sinnvoll und wirtschaftlich ist, muss vor dem Hintergrund der Leistungsfähigkeit des verwendeten Messsystems und den Anforderungen an das Messergebnis entschieden werden. Kritisch zu hinterfragen ist der tatsächliche Mehrwert von Wiederholungsmessungen. In diesem Fall vernachlässigt das Bilden des Mittelwerts etwaige Korrelationen und Systematiken und ist daher nur bedingt für eine realistische und umfassende Aussage zur Genauigkeit geeignet (vgl. [Hennes 2007]).

### 3.2.1 Posenparameter aus Transformation

Ist die Verteilung der Punkte im Bodysystem von A-TOM bekannt, sodass diese als identische Punkte betrachtet werden können, kann die Bestimmung der sechs Parameter einer Pose über eine Transformation erfolgen. Diese Transformation bestimmt dann den Übergang vom Bodysystem von A-TOM in das (übergeordnete) System des jeweils eingesetzten Messsystems und liefert direkt alle sechs Parameter. Als zweckmäßige Art der Transformation wird eine 3D-Transformation ohne Maßstäbe zwischen den Systemen vorgeschlagen. Die zu bestimmenden Parameter sind dann drei Translationen  $T_X$ ,  $T_Y$  und  $T_Z$  entlang der Koordinatenachsen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  sowie drei Drehungen  $r_X$ ,  $r_Y$  und  $r_Z$  um die Achsen.

Für das Festlegen der Punkte im Bodysystem von A-TOM werden folgende Annahmen getroffen. Alle Punkte befinden sich auf derselben Ebene, die durch die Rotation des Dreharms vorgegeben ist. Der Abstand der Punkte zur Drehachse ist durch die mechanische Konstruktion konstant (abgesehen von Änderungen des Radius durch Temperaturunterschiede). Der Abstand der Punkte zueinander ist z. B. bei der Variante mit einem Encoder durch dessen Teilungsintervall  $\beta$  (Abstand der zum Triggern genutzten Flanken) vorgegeben und ebenfalls konstant. Die Koordinaten der Punkte im Bodysystem ergeben sich demnach zu

$$X_i = 0; Y_i = r \cdot \sin(i \cdot \beta); Z_i = r \cdot \cos(i \cdot \beta). \quad (3-1)$$

Der Vollständigkeit halber kann hier auch noch das Modell für die ungetriggerte Variante aufgestellt werden mit einem Maßstab  $m_\omega$  für die unbekannte aber konstante Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und einem Offset  $\beta_0$  für den Bezug zum Rollwinkel.

$$X_i = 0; Y_i = r \cdot \sin(m_\omega \cdot \omega + \beta_0); Z_i = r \cdot \cos(m_\omega \cdot \omega + \beta_0) \quad (3-2)$$

In diesem Fall müssen jedoch weiter Annahmen getroffen bzw. Voraussetzungen erfüllt sein, die in der Realität nur schwer umzusetzen sind. Zunächst ist erforderlich, dass die Winkelgeschwindigkeit des Dreharms hochgradig konstant ist. Im Fall einer veränderlichen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  müssen die Schwankungen wiederholbar sein. Weiter muss die Messfrequenz des polaren Messsystems ebenfalls konstant sein. In Summe dieser Voraussetzungen wäre es zumindest theoretisch möglich, an jeder Pose von A-TOM identische (oder zumindest gleichverteilte) Punkte zu beobachten. Dabei wird aber außer Acht gelassen, dass bei einer kontinuierlichen Rotation des Dreharms der Bezug für den Rollwinkel verloren geht. Dieser Bezug muss dann wie in Kapitel 3.1 diskutiert, durch eine geeignete Methode hergestellt werden, was zusätzliche Zeit kostet oder wenn z. B. nur ein Bezugspunkt genutzt wird, sich entsprechend auf die Genauigkeit des Rollwinkels auswirkt (siehe Kapitel 5.2.1, Abb. 77 rechts). Der ungetriggerte Ansatz ist für die Bestimmung von nur 5DOF sofort geeignet, wobei keine der Voraussetzungen hinsichtlich  $\omega$  und Messfrequenz erfüllt sein müssen und die 5DOF mit der in Kapitel 3.2.2 vorgestellten Methode der Kreisausgleichung ohne weiteres gewonnen werden können.

Sind nun für die Transformation notwendigen identischen Punkte realisiert, lassen sich mit der Beobachtung der Koordinaten der identischen Punkte im übergeordneten System dann die (nicht-linearen) Transformationsgleichungen aufstellen, die bei ausreichender Anzahl von Punkten über Ausgleichung mit dem Gauß-Helmert-Modell (GHM, siehe Kapitel 3.2.2) gelöst werden. In [Bleich\_1989] wird der allgemeine und umfangreichste Fall der Affintransformation mit neun Parametern (drei Translationen, drei Rotationen und drei Maßstäbe) beschrieben, der durch entsprechende Restriktionen auf den Fall mit sechs Parametern reduziert werden kann. Eine Darstellung der Transformation mit Repräsentation der Drehungen durch Eulerwinkel lautet

$$\mathbf{K}_A = \mathbf{T}_E^A + \mathbf{D}_E^A \cdot \mathbf{K}_E \quad (3-3)$$

mit den Koordinatenvektoren  $\mathbf{K}_E$  und  $\mathbf{K}_A$  im Eingangs- (E) bzw. Ausgangskoordinatensystem (A), sowie dem Translationsvektor  $\mathbf{T}_E^A$  und der Drehmatrix  $\mathbf{D}_E^A$ . Als Eulerwinkel sind drei Rotationswinkel um die drei Achsen eines kartesischen Koordinatensystems zu verstehen. Die Drehungen um die jeweiligen Achsen werden entsprechend durch drei Rotationsmatrizen (Definition z. B. nach [NRK 2015], [Craig 1989])

$$\mathbf{D}_{r_x} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(r_x) & -\sin(r_x) \\ 0 & \sin(r_x) & \cos(r_x) \end{vmatrix}; \quad \mathbf{D}_{r_y} = \begin{vmatrix} \cos(r_y) & 0 & \sin(r_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(r_y) & 0 & \cos(r_y) \end{vmatrix}; \quad \mathbf{D}_{r_z} = \begin{vmatrix} \cos(r_z) & -\sin(r_z) & 0 \\ \sin(r_z) & \cos(r_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

abgebildet. Die Verkettung der drei Matrizen führt dann zu der Gesamtrotation. In dieser Darstellung der Rotation ist zu beachten, dass die Reihenfolge der Drehungen nicht kommutativ ist. In Abhängigkeit davon, welche Rotation auf welche folgt, verändert sich das Ergebnis. Eine diesbezüglich günstigere Darstellung einer Rotation sind beispielsweise Quaternionen (detaillierte Darstellung in [Nüchter 2009], [Kuipers 1999]), bei der um nur eine im Raum liegende Achse und einen Winkel um diese Achse rotiert wird. Im Folgenden Beispiel wird auf diese Darstellung jedoch verzichtet, weil einerseits der Datensatz so gewählt wird, dass es zu keinen Fehlinterpretationen kommt. Andererseits wird, weil der Zweck hier nur die anschauliche Darstellung eines Sachverhaltes ist, das Bilden der Design- bzw. Kovarianzmatrix einfacher. Die Achsen sind dabei wie im A-TOM Bodysystem definiert (X-Achse entspricht der Rotationsachse, Y- und Z-Achse liegen in der Rotationsebene).

Die in Kapitel 3.1 diskutierten Anordnungen der Punkte, die sich aus der jeweiligen Realisierung der den Reflektor bewegenden Mimik ergeben, haben einen Einfluss auf die Genauigkeit der Transformationsparameter. Die folgende Abschätzung zeigt, welche Verteilung der Punkte die potentiell genaueren Transformationsparameter liefert. Dazu wird das Modell (3-3) im Sinne der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen (vgl. [DIN 18709]) analysiert, um zu einer Kovarianzmatrix zu gelangen, aus der die Genauigkeiten der Transformationsparameter abgeleitet werden können. Die Designmatrix  $\mathbf{A}$  ergibt sich aus der Ableitung von (3-3) nach den Unbekannten Parametern  $T_x, T_y, T_z, r_x, r_y$  und  $r_z$ . Die Drehmatrix  $\mathbf{D}$  wird für die Veranschaulichung unter der Annahme infinitesimaler Drehungen gebildet. Die Reihenfolge der Rotationen wird hier zuerst mit Drehung um die X-Achse, dann der Drehung um die Y-Achse und zuletzt der Drehung um die Z-Achse festgelegt.  $\mathbf{A}$  für einen Punkt  $P_i$  und  $\mathbf{D}$  lauten dann:

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 1 & r_z & -r_y \\ -r_z & 1 & r_x \\ r_y & -r_x & 1 \end{vmatrix}; \quad \mathbf{A}_i = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_{Ei} & Y_{Ei} \\ 0 & 1 & 0 & Z_{Ei} & 0 & -X_{Ei} \\ 0 & 0 & 1 & -Y_{Ei} & X_{Ei} & 0 \end{vmatrix} \quad (3-4)$$

Die Kovarianzmatrix folgt aus der Inversen von  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ , wenn die Gewichtsmatrix die Einheitsmatrix ist. Für eine Anzahl  $n$  von erfassten 3D-Punkten, die zur Bestimmung der Transformationsparameter herangezogen wird, ergibt sich  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  gemäß (3-5).

Mit geschickter Anordnung der Punkte bezüglich des übergeordneten Koordinatensystems reduziert sich  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  auf eine Diagonalmatrix, die dann einfach invertierbar ist. Die Punkte liegen dabei in einer Ebene, deren Normalenvektor parallel zu einer der Koordinatenachsen verläuft. Der Schwerpunkt der Punkte liegt im Koordinatenursprung. Durch die gleichmäßige Verteilung um diesen Schwerpunkt werden alle Summen außer auf der Hauptdiagonalen der  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  zu Null<sup>3</sup>. Zur Lösung der Ausgleichungsaufgabe wird die  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  invertiert und stellt dann die Kovarianzmatrix dar, deren Hauptdiagonale die Varianzen der geschätzten (Transformations-)Parameter enthält.

<sup>3</sup> Beispiel: vier Punkte  $P_i(X, Y, Z)$ :  $P_1(0, 1, 1)$ ,  $P_2(0, -1, 1)$ ,  $P_3(0, -1, -1)$ ,  $P_4(0, 1, -1)$  liefern bei symmetrischer Verteilung um den Ursprung für alle Nebendiagonalelemente der  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  gleich 0. Dies gilt dann entsprechend auch für eine höhere Punktzahl.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{pmatrix}
 n & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^n -Z_{Ei} & \sum_{i=1}^n Y_{Ei} \\
 0 & n & 0 & \sum_{i=1}^n Z_{Ei} & 0 & \sum_{i=1}^n -X_{Ei} \\
 0 & 0 & n & \sum_{i=1}^n -Y_{Ei} & \sum_{i=1}^n X_{Ei} & 0 \\
 0 & \sum_{i=1}^n Z_{Ei} & \sum_{i=1}^n -Y_{Ei} & \sum_{i=1}^n (Y_{Ei}^2 + Z_{Ei}^2) & \sum_{i=1}^n -Y_{Ei}X_{Ei} & \sum_{i=1}^n -X_{Ei}Z_{Ei} \\
 \sum_{i=1}^n -Z_{Ei} & 0 & \sum_{i=1}^n X_{Ei} & \sum_{i=1}^n -Y_{Ei}X_{Ei} & \sum_{i=1}^n (X_{Ei}^2 + Z_{Ei}^2) & \sum_{i=1}^n -Z_{Ei}Y_{Ei} \\
 \sum_{i=1}^n Y_{Ei} & \sum_{i=1}^n -X_{Ei} & 0 & \sum_{i=1}^n -X_{Ei}Z_{Ei} & \sum_{i=1}^n -Z_{Ei}Y_{Ei} & \sum_{i=1}^n (X_{Ei}^2 + Y_{Ei}^2)
 \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

Für die Betrachtung der Genauigkeit der Transformationsparameter, insbesondere der Orientierungswinkel, werden zwei Punktanordnungen verglichen: Zum einen eine beispielsweise mit der Verwendung zweier Linearantriebe (vgl. Kapitel 3.1) realisierbare kreuzförmige Anordnung der Punkte. Auf jedem „Arm“ des Kreuzes der Länge  $r$  befinden sich äquidistant voneinander entfernt 125 Punkte, sodass sich eine Gesamtanzahl  $n = 500$  Punkte ergibt. Zum anderen wird die ebenfalls diskutierte kreisförmige Anordnung derselben Anzahl von 500 gleichabständigen Punkten mit dem Kreisradius  $r$  betrachtet. Mit den so verteilten Punkten leiten sich aus den Diagonaleinträgen der Kovarianzmatrix Genauigkeiten der Orientierungswinkel ab, die im Fall der kreisförmigen Verteilung der Punkte um einen Faktor von etwa  $\sqrt{3}$  kleiner als bei der kreuzförmigen Verteilung sind. Das Ergebnis zeigt den Vorteil der kreisförmigen Trajektorie für die Posenbestimmung. Neben der besseren Genauigkeit der Orientierungswinkel ist außerdem das Aufdecken von systematischen Abweichungen des Messsystems anhand einer kreisförmigen Trajektorie (Abweichungen zu einem ausgleichenden Kreis) leicht möglich, sodass hier sowohl die Pose als auch Kenntnisse über das Gesamtsystem erhalten werden können. Die Beobachtung einer Kreisbahn ist ein in unterschiedlichen Anwendungsbereichen eingesetztes, bekanntes und erprobtes „Werkzeug“, um z. B. Messsysteme oder Roboter zu beurteilen. Anhand der Kreisformprüfung für Werkzeugmaschinen [ISO 230 4] wird die Genauigkeit eines Industrieroboters beurteilt. Die Abweichungen zu einem idealen Sollkreis dienen hier als Maß für die Leistungsfähigkeit des eingesetzten Industrieroboters. Bei polar messenden Systemen wie Tachymetern oder Lasertrackern kann die Beobachtung einer Kreistrajektorie ebenfalls zur Analyse der Genauigkeit des Gesamtsystems dienen. Darüber hinaus ist es auch möglich, einzelne Systematiken, wie z. B. die Latenzzeit zwischen den einzelnen Sensoren zur Richtungs- und Streckenmessung zu ermitteln. Mit der Positionierung des Messsystems exakt in der Verlängerung der Rotationsachse der kreisförmigen Trajektorie gelingt es beispielsweise weiter, die Komponente der Streckenmessung auszuschließen, weil bei dieser Anordnung die Strecken zu allen Punkten auf der Trajektorie nominell identisch sind. Darstellungen verschiedener Anwendungen einer Kreistrajektorie zur Prüfung sind u. a. in [Santolaria 2013], [Hennes 2010], [Stempfhuber 2004], [Hefele 2001], [Loser 2001] und [ISO 230 4] zu finden. Mit dem Ziel die in der Arbeit diskutierte Methode der Posenbestimmung zu beurteilen, wird von einer ausführlichen Prüfung des Messsystems abgesehen und nur zu erwartende Besonderheiten näher betrachtet (siehe dazu Kapitel 3.4.2, Kapitel 3.4.3, Kapitel 4.2 sowie Kapitel 4.3).

Anhand der Kovarianzmatrix wird weiter ersichtlich, dass mit steigender Punktzahl die Koordinaten des Mittelpunkts besser bestimmt werden. Die Anzahl und Verteilung der Punkte auf der kreisförmigen Trajektorie wird im nächsten Abschnitt detaillierter untersucht.

### 3.2.2 Posenparameter aus Kreisgleichung

Aufgrund der regelmäßigen Geometrie eines Kreises liegt der Ansatz nahe, die Pose von A-TOM über diese Geometrie zu definieren, wie bereits in Kapitel 3.1 diskutiert wurde. Im Vergleich zum eben besprochenen Ansatz der Posenbestimmung über Transformation werden dazu zunächst keine identischen Punkte benötigt, sondern lediglich eine (mindest-)Anzahl von Punkten, die den Kreis repräsentieren. Weiter müssen die sechs Freiheitsgrade sinnvoll mit der Geometrie verknüpft werden, sodass deren Berechnung effizient möglich wird. Für die Position, also X-, Y- und Z-Koordinate der Pose, ist es naheliegend den Kreismittelpunkt  $P_M$  zu verwenden. Damit ein Kreis entsteht, müssen die Punkte in einer Ebene liegen. Von dieser Kreis- bzw. Rotationsebene lässt sich ein Normalenvektor  $\mathbf{n}_K$  bestimmen, aus dem wiederum Gier- und Nickwinkel von A-TOM abgeleitet werden können. Der Normalenvektor entspricht dann der Rotationsachse des Dreharms. Für den Rollwinkel, also die Drehung um diese Rotationsachse, benötigt es mindestens einen Bezugspunkt auf der Trajektorie. Die Pose kann also wie folgt definiert werden:  $P_M$  repräsentiert die Position. Der Gierwinkel ergibt sich als Winkel zwischen der X-Achse  $([1, 0, 0])$  und den Anteilen  $n_x$  und  $n_y$  des Normalenvektors als Winkel zwischen zwei Vektoren. Der Nickwinkel folgt analog aus dem Anteil  $n_z$  und der Z-Achse  $([0, 0, 1])$ . Für den Rollwinkel wird die Kreisebene zunächst so rotiert, dass Normalenvektor und X-Achse des übergeordneten Systems parallel verlaufen. Aus dem Vektor zwischen  $P_M$  und dem Bezugspunkt für den Rollwinkel auf der Kreistrajektorie und der Z-Achse ergibt sich der Rollwinkel.

Es müssen also die den Kreis beschreibenden unbekannt Parameter (Mittelpunkt  $P_M(X_M, Y_M, Z_M)$ , Radius  $r_k$ , Normalenvektor  $\mathbf{n}_K(n_x, n_y, n_z)$ ) bestimmt werden. Zur deren Bestimmung genügt eine mathematisch definierte Mindestanzahl von erfassten Messpunkten, die sich aus der Zahl der Unbekannten ergibt. Wird tatsächlich nur diese Mindestzahl zur Berechnung verwendet, unterliegt die Auswahl der repräsentativen Punkte geometrischen Restriktionen. Im Falle einer Ebene dürfen die mindestens drei notwendigen Punkte nicht auf einer Geraden liegen. Die Berechnung eines geometrischen Elements ist mathematisch direkt lösbar, solange die Zahl der erfassten Punkte der Zahl der mindestens notwendigen Punkte entspricht. Das Gleichungssystem ist nicht überbestimmt. In der Theorie gelingt dieses Verfahren unter der Voraussetzung fehlerfreier Messungen und fehlerfreier Objekte. In der Realität indes unterliegen diese mindestens zufälligen Abweichungen. Die bestimmte Geometrie wird dann ebenso zufällige Abweichungen von der realen Geometrie aufweisen. Wird lediglich die Mindestanzahl an Beobachtungen verwendet, besteht keine Option etwaige Beobachtungsfehler aufzudecken. Wie in Kapitel 3.1 bereits diskutiert, eröffnet das Messen einer über die Mindestanzahl an Bestimmungselementen hinausgehende Menge an Punkten den Vorteil, das Ergebnis statistisch zu bewerten. Weil nun das oben erwähnte Gleichungssystem überbestimmt ist, muss die gesuchte Geometrie in die Menge an Punkten bestmöglich eingepasst werden. Eine Standardmethode in der Geodäsie, die auf dieses Problem angewandt wird, ist die Ausgleichsrechnung. Diese Methode wird ebenso in der Koordinatenmesstechnik verwendet und findet u. a. in der Normenreihe zum Bereich „Geometrische Produktspezifikationen“ Anwendung. Das unter dem Begriff „Methode der kleinsten Quadrate“ bekannte Verfahren minimiert bei der Schätzung von geometrischen Elementen die Summe der Quadrate der senkrechten Abstände  $d_i$  der gemessenen Punkte  $P_i$  vom Geometrieelement, also  $\sum d_i^2 \rightarrow \min$ . Unter der Voraussetzung normalverteilter zufälliger Abweichungen vom gewählten Modell, liefert die MkQ erwartungstreue Schätzwerte der Parameter der Geometrie mit minimaler Varianz (vgl. [Drixler 1993]).

Der Beschreibung des Prinzips zur Posenbestimmung aus der Beobachtung einer kreisförmigen Trajektorie folgend, müssen also mindestens drei Punkte erfasst werden. Handelte es sich lediglich im einen Kreis im zweidimensionalen Raum, könnte das funktionale Modell direkt mit der Gleichung

$$(X_j - X_M)^2 + (Y_j - Y_M)^2 - r_K^2 = 0 \quad (3-6)$$

beschrieben werden, in dem aus  $j$  Punkten  $P_j(X_j, Y_j)$  auf der Kreisbahn der Kreismittelpunkt  $P_M(X_M, Y_M)$  und der Kreisradius  $r_K$  geschätzt werden. Im dreidimensionalen Raum kann ein Kreis nur aus dem Schnitt zweier Geometrien entstehen. Die zu schätzenden Parameter unterliegen dann verschiedenen Bedingungen, die mit entsprechenden funktionalen Beschreibungen umgesetzt werden (vgl. (3-17) und (3-18)). Für diese Beschreibung ist der als Gauß-Helmert-Modell (GHM) bezeichnete

Allgemeinfall der Ausgleichsrechnung geeignet, der z. B. in der [DIN 18709] beschrieben und u. a. in [Neitzel 2010], [Niemeier 2008] und [Lenzmann 2004] diskutiert wird. Den genannten Beschreibungen folgend, soll das GHM hier kurz dargestellt werden, weil es der in der Arbeit verwendeten Auswertung zugrunde liegt. Der Beobachtungsvektor  $\mathbf{O}$  (die erfassten 3D-Punkte auf der Kreistrajektorie), die Verbesserungen  $\mathbf{v}$  der Beobachtungen  $\mathbf{O}$  und die unbekannt Parameter  $\mathbf{x}$  (die Kreisparameter) sind über  $j$  differenzierbare Bedingungsgleichungen

$$\psi_i(\mathbf{v}, \mathbf{x}) = h_i(\mathbf{O} + \mathbf{v}, \mathbf{x}) = 0, \quad i = 1 \dots j \quad (3-7)$$

miteinander verknüpft. Mit den Lagrangeschen Multiplikatoren  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_i)$  mit  $i = 1 \dots j$  wird die zu minimierende Lagrange-Funktion

$$\Omega(\mathbf{v}, \mathbf{x}) := \mathbf{v}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v} - 2\mathbf{k}^T \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}, \mathbf{x}) \quad (3-8)$$

gebildet, um  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{x}$  im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate mit der Nebenbedingung (3-7) zu bestimmen.  $\mathbf{Q}^{-1}$  ist die Gewichtsmatrix von  $\mathbf{O}$ . Es wird angenommen, dass die Funktion  $\Omega$  ein eindeutiges Minimum besitzt, sodass das Verschwinden der ersten Ableitungen eine hinreichende Bedingung darstellt. Mit der Jakobimatrix  $\mathbf{A}$  (Designmatrix mit den partiellen Ableitungen nach den unbekannt Parametern) und der Bedingungsmatrix  $\mathbf{B}$  (Matrix partieller Ableitungen nach den Beobachtungen) und den Nebenbedingungen (3-7) ergibt sich folgendes System von Gleichungen, welches die geschätzten Verbesserungen  $\hat{\mathbf{v}}$  der Beobachtungen und die Schätzung der unbekannt Parameter  $\hat{\mathbf{x}}$  erfüllen müssen.

$$\mathbf{A}(\mathbf{v}, \mathbf{x}) := \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{v}, \mathbf{x}) := \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{v}} \quad (3-9)$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Q}\mathbf{B}^T(\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{x}})\mathbf{k} \quad (3-10)$$

$$\mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{x}})\mathbf{k} = 0 \quad (3-11)$$

$$\boldsymbol{\psi}(\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{x}}) = 0 \quad (3-12)$$

Bei nichtlinearen Zusammenhängen muss durch geeignete Linearisierungsverfahren und Iteration versucht werden, die Problemstellung auf diesen linearen Fall zurückzuführen. Z. B. lässt sich  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}, \mathbf{x})$  an der Stelle  $(\mathbf{v}_0, \mathbf{x}_0)$  linearisieren und die Nebenbedingungen durch die lineare Funktion

$$l_l(\mathbf{v}, \mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}_0, \mathbf{x}_0) = 0 \quad (3-13)$$

approximieren. Die Jakobimatrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  sind jeweils an der Stelle  $(\mathbf{v}_0, \mathbf{x}_0)$  zu bilden. Aus (3-13) ergibt sich der Widerspruchsvektor  $\mathbf{w}$ , mit dem sich das Gleichungssystem folgendermaßen darstellt

$$\mathbf{w} = -\mathbf{B}\mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}_0, \mathbf{x}_0) \quad (3-14)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \\ \mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ 0 \end{bmatrix} = 0. \quad (3-15)$$

Im sogenannten strengen GHM (vgl. [Lenzmann 2004], [Neitzel 2010], [Herrmann 2015]) werden die eingeführten Näherungswerte  $\mathbf{x}_0$  in jeder Iteration aktualisiert und als neue Eingangswerte für den nächsten Iterationsschritt genutzt, sodass gilt

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + d\mathbf{x} \quad (3-16)$$

Als funktionales Modell für die Kreisausgleichung werden eine Kugel und eine Ebene im 3D-Raum verwendet, weil sich ein Kreis in 3D nicht direkt parametrieren lässt. Die Bedingungsgleichung für die Kugel mit den Koordinaten eines Punktes  $P_j (X_j, Y_j, Z_j)$  auf der Kugeloberfläche, dem Mittelpunkt  $P_M (X_M, Y_M, Z_M)$  und dem Kugelradius  $r_K$  lautet

$$(X_j - X_M)^2 + (Y_j - Y_M)^2 + (Z_j - Z_M)^2 - r_K^2 = 0 \quad (3-17)$$

Die Ebene ist mit der Hesseschen Normalform mit dem Normalenvektor  $(n_x, n_y, n_z)$  und deren Abstand  $d_E$  vom Koordinatenursprung mit

$$n_x X_j + n_y Y_j + n_z Z_j - d_E = 0 \quad (3-18)$$

definiert, wobei hier die Restriktion eingeführt wird, dass der Betrag des Normalenvektors gleich eins ist. Eine weitere Restriktion betrifft die Lage des Kugel- bzw. Kreismittelpunktes  $P_M$ , der Ebenfalls in der Kreisebene liegen muss. Die Bedingungsgleichung lautet analog zu (3-18)

$$n_x X_M + n_y Y_M + n_z Z_M - d_E = 0 \quad (3-19)$$

Die gesuchten Unbekannten in diesem Modell sind die Koordinaten des Kreismittelpunktes  $P_M$ , dessen Radius  $r_K$ , der Normalenvektor der Kreisebene und deren Abstand vom Koordinatenursprung  $d_E$ . Die Designmatrix  $A$  (siehe (3-9)) ergibt sich aus der Linearisierung von (3-17) und (3-18) durch Bilden der partiellen Ableitungen nach den Unbekannten an der Stelle der Näherungswerte. Die Bedingungsmatrix  $B$  ergibt sich analog aus den partiellen Ableitungen nach den Beobachtungen  $O$ . Eine weitere Bedingungsmatrix  $R$  ergibt sich aus den partiellen Ableitungen von (3-19) nach den Unbekannten, mit dem folgendem funktionalen Zusammenhang mit den unbekanntem Verbesserungen der Näherungswerte  $dx$  und dem Absolutgliedvektor  $b$

$$Rdx + b = 0 \quad (3-20)$$

Entsprechend (3-8) ergibt sich mit den Nebenbedingungen die mit der MkQ zu minimierende Zielfunktion, bei der wegen der Einführung der Näherungswerte  $x_0$  deren Verbesserungen  $dx$  geschätzt werden

$$\Omega(v, dx) = v^T Q^{-1} v - 2k_1^T (Bv + Adx + w) - 2k_2^T (Rdx + b) \quad (3-21)$$

Das System der Normalgleichungen folgt aus dem totalen Differential und lautet

$$\begin{bmatrix} BQ_{ll}B^T & A & 0 \\ A^T & 0 & R^T \\ 0 & R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ dx \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w \\ 0 \\ -b \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

Neben den Unbekannten  $x$  bzw. den Verbesserungen  $dx$  für die eingeführten Näherungswerte  $x_0$  liefert die Ausgleichung auch die Verbesserungen  $v$  der Beobachtungen  $O$ . Dabei wird die Genauigkeit des Ergebnisses von der Genauigkeit der Beobachtungen beeinflusst und in Ergänzung zum funktionalen Modell im stochastischen Modell

$$C_{ll} = \sigma_0^2 Q_{ll} = \sigma_0^2 Q^{-1} \quad (3-23)$$

mit der a-priori Standardabweichung  $\sigma_0$ , der Kofaktorenmatrix  $Q_{ll}$  und der Kovarianzmatrix  $C_{ll}$  dargestellt. Die aus den Varianz- bzw. Kovarianzmatrizen abgeleiteten Genauigkeitsaussagen beziehen sich lediglich auf die im Datenmaterial vorhandenen Redundanzen. Einflüsse, die sich dadurch nicht abbilden lassen, bleiben unberücksichtigt und können z. B. mit der Betrachtung nach GUM (vgl. [JCGM 2008]) abgeschätzt werden.

Die Verknüpfung des Bodysystems des Messadapters mit dem System des angeschlossenen Objekts hängt von der Art des Objektes ab, dessen Pose bestimmt werden soll. Das prinzipielle Verfahren wurde eingangs Kapitel 3.1.1 beschrieben. Prinzipiell werden die beiden Systeme per Transformation (siehe Kapitel 3.2.1) miteinander in Bezug gesetzt. Handelt es sich bei dem Objekt selbst um ein Messsystem, muss gewährleistet sein, dass das den Adapter beobachtende Messsystem und das zu bestimmende Messsystem die zur Verknüpfung nötigen identischen Punkte erfassen können.

Wie in Kapitel 3.1.2 erläutert, nimmt der Rollwinkel eine Sonderstellung ein, weil er sich nicht direkt eindeutig aus der Kreistrajektorie ableiten lässt. Für die sich anschließende Simulation, um die zu erwartende Genauigkeit der Methode zu ermitteln, soll hier noch der Zusammenhang zwischen Punktunsicherheit und Unsicherheit des Rollwinkels erläutert werden.

Eine Transformation des Bodysystems überführt den Rollwinkel in das übergeordnete Koordinatensystem. Der Rollwinkel ergibt sich dann aus einer der Koordinatenachsen und dem Vektor zwischen Position des Punktes auf der Kreisbahn und dem Kreismittelpunkt. In der konzeptionellen Betrachtung liegen alle Punkte des Kreises exakt in einer Ebene. Folglich lässt sich die durch die Punktunsicherheit bedingte Rollwinkelgenauigkeit mit der Varianzfortpflanzung des aus der klassischen Geodäsie bekannten Richtungswinkels approximieren. Im nun ebenen Fall ergibt sich dieser Winkel zu

$$\alpha = \arctan \frac{X_j - X_M}{Y_j - Y_M} \quad (3-24)$$

mit den Koordinaten des Kreismittelpunkts  $P_M$  und den Koordinaten eines Punktes  $P_j$  auf der Kreisbahn. Aus den partiellen Ableitungen folgt die Genauigkeit  $\sigma$  des Winkels  $\alpha$  in zwei Fällen mit unterschiedlich genauen bzw. gleichgenauen Punkten. Im ersten Fall lässt sich die Genauigkeit  $\sigma$  des Winkels  $\alpha$  mit

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{d_{Mj}} \sqrt{\cos^2 \alpha (\sigma_{X_M}^2 + \sigma_{X_j}^2) + \sin^2 \alpha (\sigma_{Y_M}^2 + \sigma_{Y_j}^2)} \quad (3-25)$$

berechnen.  $d_{Mj}$  ist der Abstand zwischen Mittelpunkt  $P_M$  und dem Punkt  $P_j$  auf der Kreisbahn und entspricht somit näherungsweise dem Radius. Unter der Annahme gleichgenauer Punkte vereinfacht sich der Zusammenhang zu

$$\sigma_\alpha = \frac{\sqrt{\sigma_{X_j}^2 + \sigma_{Y_j}^2}}{d_{M1}} \sqrt{2}. \quad (3-26)$$

Im übergeordneten Koordinatensystem ist die Messunsicherheit des Rollwinkels einerseits von der Messunsicherheit des verwendeten polaren Systems und andererseits von dem Radius des Dreharms beeinflusst. Wie bereits in Kapitel 3.1 bzw. Kapitel 3.4.1 diskutiert, in der vorangegangenen Simulation nachgewiesen und in (3-25) verdeutlicht, ist für die Genauigkeit im übergeordneten System ein möglichst großer Radius des Dreharms günstig. Der Zusammenhang (3-25) berücksichtigt die potentiell unterschiedlichen Unsicherheiten des Kreismittelpunkts  $P_M$  und der Punkte  $P_j$  auf dem Kreis, weil der Mittelpunkt aus einem Schätzverfahren mit hoher Redundanz aus den jeweils nur einmal gemessenen Punkten auf der Kreisbahn bestimmt wird.

### 3.3 Simulation

Wie in Kapitel 3.4 noch diskutiert wird, sind auf die Messungen systematische Einflüsse zu erwarten, die sich aus den Eigenschaften des Messsystems, des verwendeten Reflektors sowie der Umgebung ergeben. Weiter wurde bereits gezeigt (siehe Kapitel 3.1.2), dass auch Anzahl und Verteilung der Punkte eine Auswirkung auf die erreichbare Genauigkeit haben. Eine Simulation ist eine effiziente Methode, die Auswirkung verschiedener Einflüsse auf eine Pose zu ermitteln. Für die Quantifizierung der erreichbaren Genauigkeiten vor dem Hintergrund der Parameter Anzahl und Verteilung der Punkte sowie dem Radius des Kreises und der Orientierung der Kreisebene gegenüber dem Messsystem werden verschiedene Konstellationen simuliert. Das Ziel der Simulation ist, Abhängigkeiten von den genannten Parametern zu quantifizieren und das Optimum für den jeweiligen Parameter zu eruieren. Die Simulation ist notwendig, weil die Auswirkungen der untersuchten Parameter auf die Genauigkeit sich nicht notwendigerweise aus der aus der Ausgleichung erhaltenen Kovarianzmatrix ableiten lassen. Als Eingangsgröße für die Simulation des Einflusses durch das Messsystem werden Punktunsicherheiten anhand der Spezifikation eines polaren Messsystems, was in Kapitel 3.4.2 näher betrachtet wird, eingeführt. Die die Genauigkeit betreffenden Systematiken dieses Messsystems werden als Voraussetzung zum Beurteilen der Simulationsergebnisse folgend kurz erläutert.

Bei dem Messsystem handelt es sich um einen Lasertracker, in dem zwei Distanzmessmodule (Interferometer und Absolutdistanzmesser) mit unterschiedlichen Spezifikationen verbaut sind. Laut

Herstellerangabe ergibt sich aufgrund der Distanzabhängigkeit der Genauigkeit des Interferometers (IFM) eine Distanz, ab der der Absolutdistanzmesser (ADM) potentiell eine bessere Genauigkeit für die Entfernungsmessung aufweist. Abb. 19 links stellt diesen Sachverhalt dar.

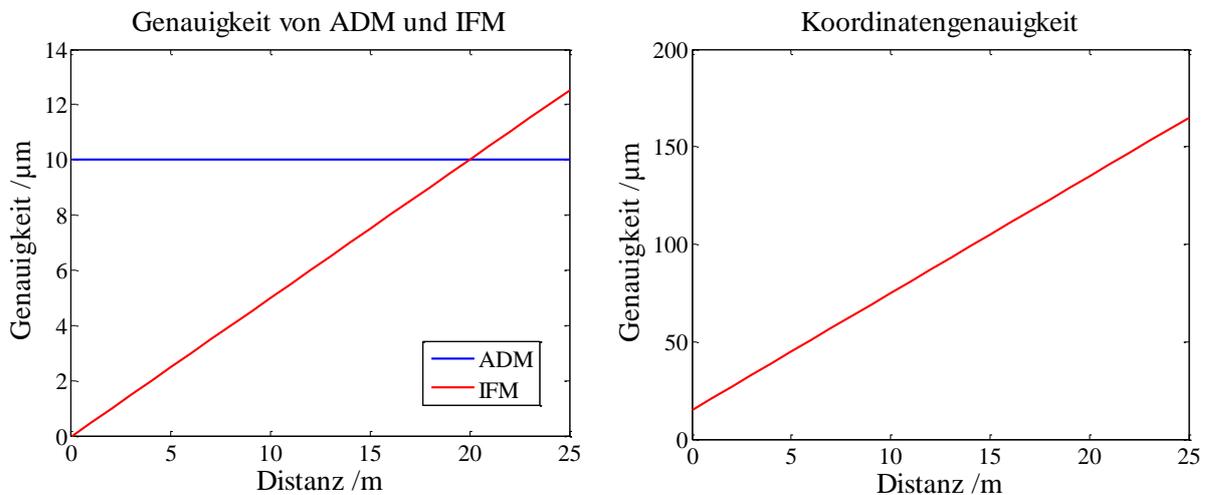


Abb. 19: links: Genauigkeit von ADM und IFM des AT901; rechts: Koordinatengenauigkeit des AT901

Ab einer Entfernung von 20 m zum Reflektor weist eine mit ADM gemessene Distanz eine kleinere Unsicherheit auf. Mit der spezifizierten Genauigkeit der Richtungsmessung des AT901 von  $\pm 15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m}/\text{m}$  (vgl. [Leica 2009a] bzw. Kapitel 3.4.2), der Genauigkeit des IFM und der Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes auf das polare Modell (2-1) ergibt sich die in Abb. 19 rechts dargestellte, entfernungsabhängige Genauigkeit für eine Koordinate. Auf die zusätzliche Darstellung der Ergebnisse der Genauigkeit einer Koordinate mit Streckenmessung durch ADM wird verzichtet, weil der Unterschied in der 3D-Genauigkeit in dem betrachteten Entfernungsbereich maximal  $1,6 \mu\text{m}$  beträgt und in den Unsicherheiten von Strecken- bzw. Winkelmessung untergeht. Die Berechnungen machen deutlich, dass der größte Einfluss auf die Unsicherheit einer Koordinate von Seiten des Lasertrackers aus der Richtungsmessung der Winkelencoder herrührt und die verschiedenen Genauigkeiten von IFM und ADM im Rauschen der Richtungsinformation partiell untergehen.

Aus den Erkenntnissen zu den verschiedenen Unsicherheiten der Distanzmessmodule und dem Richtungsabgriff (siehe auch Kapitel 3.4.2), ergeben sich für die Anwendung zur Posenbestimmung entsprechende Auswirkungen, die folgend näher betrachtet werden. Die Vermutung, dass je nach Ausrichtung der Kreisebene zum Lasertracker, auch Qualitätsunterschiede für die zu bestimmenden Orientierungsparameter zu erwarten sind, liegt nahe. Daher wird der Einfluss der unterschiedlichen Koordinatengenauigkeit auf die sechs Zielparame-ter einer Pose in Abhängigkeit von der Orientierung und Position des Messadapters zum Lasertracker untersucht. Im Hinblick auf die Optimierung der Messanordnung werden auch die Parameter Radius  $r$  des Dreharms sowie Anzahl  $n_p$  und Verteilung der auf der Kreistrajektorie erfassten Punkte variiert. Für die Unsicherheit der Punktkoordinaten  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  wurde das totale Differential von (2-1) mit den spezifizierten Unsicherheiten des Lasertrackers für Richtungsmessung und Distanzmessung mit dem IFM (vgl. [Leica 2009a]) verwendet. Die in einer Voruntersuchung (vgl. Kapitel 3.4.2) ermittelte Genauigkeit ist für eine allgemein gültige Betrachtung ungeeignet, weil sie sich auf die dort verwendete Konfiguration und Messumgebung bzw. -bedingungen bezieht. Mit der Verwendung der Herstellerangaben ist eine weitreichende Gültigkeit gewährleistet.

Die Simulation wurde jeweils für 100 Kreise derselben Pose durchgeführt, um aus der Standardabweichung der einzelnen Komponenten eine Aussage zur Genauigkeit der Pose auch im Vergleich der simulierten Zielgröße zum Referenzwert abzuleiten. Für jede Pose wurde eine entsprechende Anzahl und Verteilung von Punkten entlang einer kreisförmigen Trajektorie generiert. Mit dem Pseudozufallszahlengenerator von MATLAB wurde in Verbindung mit den spezifizierten Unsicherheiten des Lasertrackers ein normalverteiltes Rauschen auf die Koordinaten der Punkte modelliert. Die Simulation betrachtet zunächst eine Orientierung der Rotationsebene des Reflektors,

bei der der Normalenvektor der Ebene in Richtung des Lasertrackers zeigt, also parallel zum einfallenden Laserstrahl verläuft. In dieser Konfiguration wirkt sich die Qualität der Streckenmessung positiv auf die Planheit aus (vgl. Abb. 25), sodass der mit der MkQ (siehe Kapitel 3.2) bestimmte Normalenvektor und damit Nick- und Gierwinkel eine minimale Unsicherheit aufweisen. In der Folge wird der Winkel zwischen Normalenvektor und Laserstrahl in einer horizontalen Ebene schrittweise vergrößert – anders formuliert, der Gierwinkel wird bei gleichbleibendem Nickwinkel schrittweise verändert – bis im Extremfall Normalenvektor der Kreisebene und einfallender Laserstrahl rechtwinklig aufeinander stehen. Mit zunehmendem Winkel wirkt sich die Unsicherheit der Richtungsmessung des Lasertrackers ungünstig auf die Planheit der Rotationsebene aus, sodass die Genauigkeit der Orientierungswinkel zunehmend schlechter erwartet wird. Dabei ist die Systematik für Gier- und Nickwinkel von der Systematik des Rollwinkels zu unterscheiden. Als für den Rollwinkel günstigste Orientierung wird der zuletzt genannte Extremfall vermutet. Hier wirkt sich die Unsicherheit einer der beiden Richtungsmesser der Lasertrackers – in der gewählten Beispielerorientierung die Horizontalkomponente – weniger aus. Gleichzeitig beeinflusst die bessere Distanzmessung die Genauigkeit des Rollwinkels positiv. Dieser Extremfall der Verschwenkung des Normalenvektors von  $90^\circ$  gegenüber dem einfallenden Laserstrahl dient zur eindrucklichen Veranschaulichung der Systematiken. Vor dem Hintergrund der zur Verfügung stehenden Reflektoren (vgl. Kapitel 3.4.3) ist diese Konfiguration nicht ohne weiteres zu realisieren. Es ist denkbar, an dem Dreharm eine Reflektornachführung zu installieren (vgl. [Bernhart 2011]). Unabhängig von der Realisierung der Nachführung ist, z. B. durch deren Lagerung, jedoch mit zusätzlichen signifikanten Unsicherheitsbeiträgen zu rechnen, die in keinem Verhältnis zur Vergrößerung des Arbeitsbereichs des Messadapters stehen.

Den Überlegungen aus 3.1 zu dem Betriebsmodus Stop & Go folgend, umfasst die erste Simulation vier gleichmäßig auf dem Kreis verteilte Punkte. Der Radius des Kreises beträgt 0,08 m bzw. 0,16 m. Die Entfernungen betragen 1 m, 5 m, 10 m, 15 m und 20 m. Zunächst werden die beiden Grenzfälle der Orientierung der Rotationsebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl betrachtet, um die Spannweite der zu erwartenden Genauigkeiten zu quantifizieren. Die Abb. 20 links zeigt die 3D-Standardabweichung des Kreismittelpunkts  $P_M$  jeweils für die unterschiedlichen Ausrichtungen des Normalenvektors parallel und  $90^\circ$  (quer) zum einfallenden Laserstrahl für die beiden Kreisradien 0,08 m und 0,16 m. Die Standardabweichung der einzelnen Posenparameter wird hier über die 100 für jede Konfiguration (Radius und Ausrichtung) simulierten Posen gebildet (also z. B.  $\sigma_{PM,4,100}$  für die Standardabweichung des Mittelpunkts über 100 Posen, die aus 4 Punkten auf dem Kreis ermittelt wurden). Diese Standardabweichung ist der sich aus den Spezifikationen des Messsystems abgeleiteten 3D-Genauigkeit eines Einzelpunkts gegenübergestellt. Der Radius des Dreharms spielt für die Güte der Position, also des Kreismittelpunkts, nur eine untergeordnete Rolle. Bei identischer Orientierung der Kreisebene ist die Differenz der Standardabweichung des Mittelpunkts zwischen den beiden untersuchten Radien marginal (max.  $14 \mu\text{m}$  bei der Entfernung von 15 m). Zumindest im Nahbereich bis ca. zehn Meter hat die Orientierung der Kreisebene einen etwas größeren Effekt auf die Genauigkeit des Kreismittelpunkts als der Radius. Die Differenz der Standardabweichung zwischen den beiden Orientierungen beträgt maximal  $19 \mu\text{m}$ . Die im direkten Vergleich beste Genauigkeit weisen die Positionen auf, die aus den Kreisen mit 0,08 m Radius, deren Normalenvektor quer zum Laserstrahl orientiert war, abgeleitet wurden.

Diese Simulation zeigt, dass sich die Ausrichtung des Normalenvektors der Kreisebene quer zum Laserstrahl positiv auf die Genauigkeit der Position auswirkt. Ein kleinerer Radius liefert vergleichbare oder leicht bessere Ergebnisse. Die eben aufgeführten Differenzen der Standardabweichungen liegen jedoch im Grenzbereich der Signifikanz. Damit ist hier gemeint, dass aufgrund des in MATLAB verwendeten Zufallszahlengenerators Variationen auftreten. Theoretisch sollten die in Abb. 20 gezeigten Graphen Geraden sein. Aufgrund der statistisch kleinen Stichprobe von 100 Kreisen in derselben Pose weichen die bestimmten Standardabweichungen jedoch geringfügig von der sich theoretisch aus der Systematik des Messsystems ergebenden Geraden ab. Die Größenordnung dieser Variationen der 3D-Standardabweichung für den Mittelpunkt wurde aus weiteren Simulationen abgeleitet und beträgt rund  $\pm 8 \mu\text{m}$ . Die dargestellten Kurven geben also im Rahmen dieser Variationen nur ungefähre Werte wider, sind aber trotzdem in der Lage die Größenordnung der zu erwartenden Genauigkeiten zu quantifizieren. Ungeachtet dieser Tatsache wird

die zulässige Genauigkeit der Position im Vergleich zu den in 2.2.5 gestellten Anforderungen bis zu einer Entfernung von ca. 15 m eingehalten. Damit wäre jedoch das Unsicherheitsbudget komplett erschöpft (vor dem Hintergrund weiterer Unsicherheiten, die beachtet werden müssen), sodass weiter Bedarf nach Optimierung besteht. Im Vergleich zur Genauigkeit eines Einzelpunkts zeigt sich aber schon hier der Vorteil der in Kapitel 3.1 diskutierten „Mehrfachmessung“ – bereits mit vier Punkten auf der Kreistrajektorie gelingt eine signifikant bessere Bestimmung der Position. Das Zerlegen der 3D-Standardabweichung des Mittelpunkts in die einzelnen Koordinatenkomponenten offenbart dieselbe Systematik wie bei der Beobachtung eines Einzelpunkts (vgl. Kapitel 3.4.2): Die Komponente in Strahlrichtung wird aufgrund der im Vergleich zur Richtungsmessung des Lasertrackers deutlich besseren Streckenmessung mit besserer Genauigkeit bestimmt. Diese Systematik ist für alle Entfernungen und Orientierungen der Rotationsebene gleich, und ändert sich nur betragsmäßig entsprechend der entfernungsabhängigen Spezifikationen des Lasertrackers. In der Folge werden die 3D-Standardabweichungen des Mittelpunkts betrachtet.

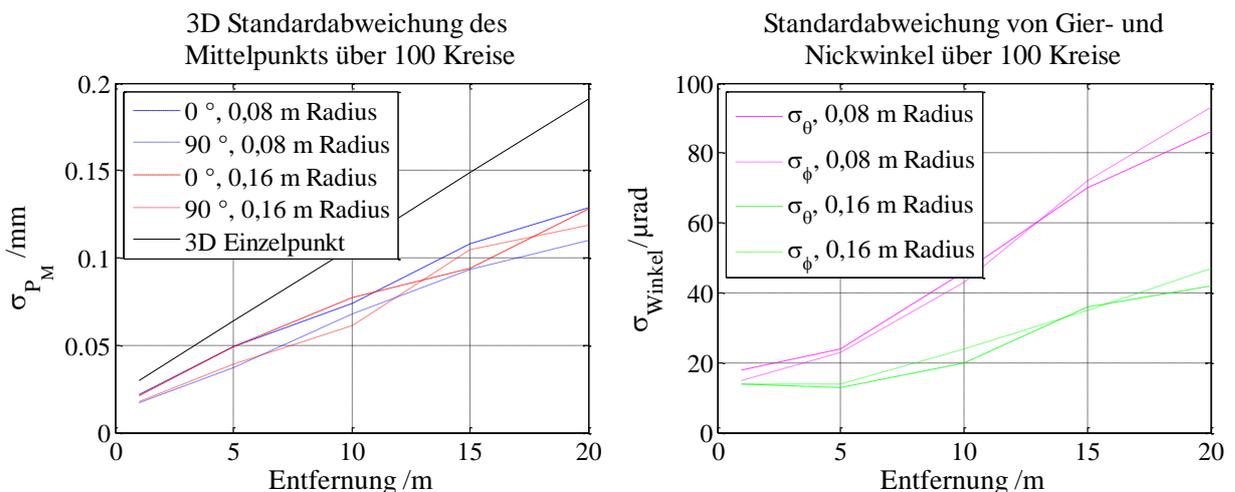


Abb. 20: Standardabweichung der Posenparameter über die Posen aus 100 simulierten Kreisen mit jeweils vier gleichmäßig verteilten Punkten

Bei identischer Ausrichtung der Kreisebene zum Messsystem zeigt die Abb. 20 rechts die Abhängigkeit der Güte der Orientierungswinkel vom Radius des Kreises. Gier- und Nickwinkel werden jeweils – für dieselbe Orientierung und denselben Radius – gleichgenau bestimmt. Wird der Radius um den Faktor zwei vergrößert, verringert sich die Standardabweichung der Winkel um etwa die Hälfte. Die Werte in Abb. 20 rechts wurden aus denselben, aus vier gleichmäßig auf dem Kreis verteilten Punkten bestehenden 100 Kreisebenen, deren Normalenvektor parallel zum Laserstrahl des Trackers orientiert war, abgeleitet. Die Standardabweichung des Nick- und Gierwinkels beträgt beim kleineren Radius von 0,08 m maximal rund 90  $\mu$ rad bei einer Entfernung von 20 m. Beide Orientierungswinkel bzw. deren Standardabweichungen erfüllen damit die Anforderung aus Kapitel 2.2.5 von max. 175  $\mu$ rad und schöpfen das Unsicherheitsbudget nicht komplett aus. Aufgrund der Eigenschaften des Lasertrackers, Richtungen im Vergleich zu Strecken mit einer größeren Unsicherheit zu bestimmen, wurde bereits vermutet, dass die Güte der Orientierungswinkel von der Ausrichtung des Normalenvektors der Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl abhängt. Diese Hypothese wird zunächst mit dem Extremfall der Verschwenkung des Normalenvektors um 90° gegenüber dem einfallenden Laserstrahl veranschaulicht (siehe Abb. 21 links). Die aus den quer zum Tracker orientierten Normalenvektoren abgeleiteten Gier- und Nickwinkel weisen eine deutlich größere Standardabweichung auf. Das Maximum beträgt für die Kreise mit dem Radius 0,08 m rund 1,3 mrad für den Gier- und Nickwinkel und verringert sich durch den doppelten Radius bei identischer Orientierung auf rund 0,6 mrad. Die Standardabweichung liegt damit um ein Vielfaches über der Forderung aus Kapitel 2.2.5. Wie bereits bei der Auswertung der Standardabweichung des Mittelpunkts sollten die Kurven in Abb. 20 rechts bzw. Abb. 21 links Geraden sein. Aufgrund des statistisch kleinen Umfangs der Stichprobe in Verbindung mit dem Pseudozufallszahlengenerator von MATLAB weichen die ermittelten Standardabweichungen geringfügig von der Theorie ab. Wie groß diese Abweichungen sind bzw. wie repräsentativ die so ermittelten Standardabweichungen sind, muss

für eine Beurteilung der hier erzielten Ergebnisse ermittelt werden. Die Quantifizierung der Größenordnung der auftretenden Variationen wurde über mehrmaliges Wiederholen der Simulation realisiert. Es wurden also 100 Posen simuliert. Über diese 100 Posen wurde die Standardabweichung der Posenparameter gerechnet (z. B.  $\sigma_{PM,200,100}$  für die Standardabweichung des Mittelpunkts aus 100 Posen mit je 200 Punkten auf dem Kreis). Dieser Ablauf wurde dann 100 Mal wiederholt, sodass 100 Standardabweichungen vorlagen. Über diese 100 Standardabweichungen wurde erneut eine Standardabweichung ( $\sigma_{SIM}$ ) gebildet, um die Variationen der Simulation zu ermitteln.

Bei der Orientierung der Kreisebene ohne Verschwenkung des Normalenvektors gegenüber dem einfallenden Laserstrahl betragen die Variationen maximal  $\sigma_{SIM} \approx 8 \mu\text{rad}$ , bei der maximalen Verschwenkung von  $90^\circ$  ist  $\sigma_{SIM} \approx 90 \mu\text{rad}$ . Die mit der Simulation ermittelten Standardabweichungen sind folglich vor dem Hintergrund der Variation in den Simulationsergebnissen nur ungefähre Werte, die jedoch in der Lage sind, die Größenordnung der zu erwartenden Genauigkeiten zu quantifizieren.

Der Einfluss der Variationen von Orientierung der Kreisebene und Größe des Radius auf den Rollwinkel, wurde ebenfalls untersucht. In der Simulation wurde der Rollwinkel zunächst aus nur einem der Kreispunkte abgeleitet. Das Ergebnis zeigt Abb. 21 rechts. Die Orientierung der Kreisebene hat im Vergleich zum Radius bis zu einer Entfernung von zehn Metern nur einen geringen Einfluss. Ab einer Entfernung von zehn Metern erweist sich die Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene parallel zum Laserstrahl als optimal. Die Genauigkeit eines aus einer Einzelmessung abgeleiteten Rollwinkels ist jedoch vergleichen mit der Genauigkeit von Gier- bzw. Nickwinkel bedeutend schlechter und kann hier im besten Fall, bei einem Radius von 0,16 m, mit rund 1 mrad bei einer Entfernung von 20 m bestimmt werden. Eine Genauigkeitssteigerung durch geometrische Maßnahmen ist nur durch weiteres Vergrößern des Radius möglich, was nicht nur der Kompaktheit des Messadapters entgegensteht, sondern auch das Risiko von mechanischen Instabilitäten und Schwingungen erhöht. Demzufolge ist es erforderlich, mit einer der in 3.1 diskutierten Methoden die Güte des Rollwinkels zu verbessern.

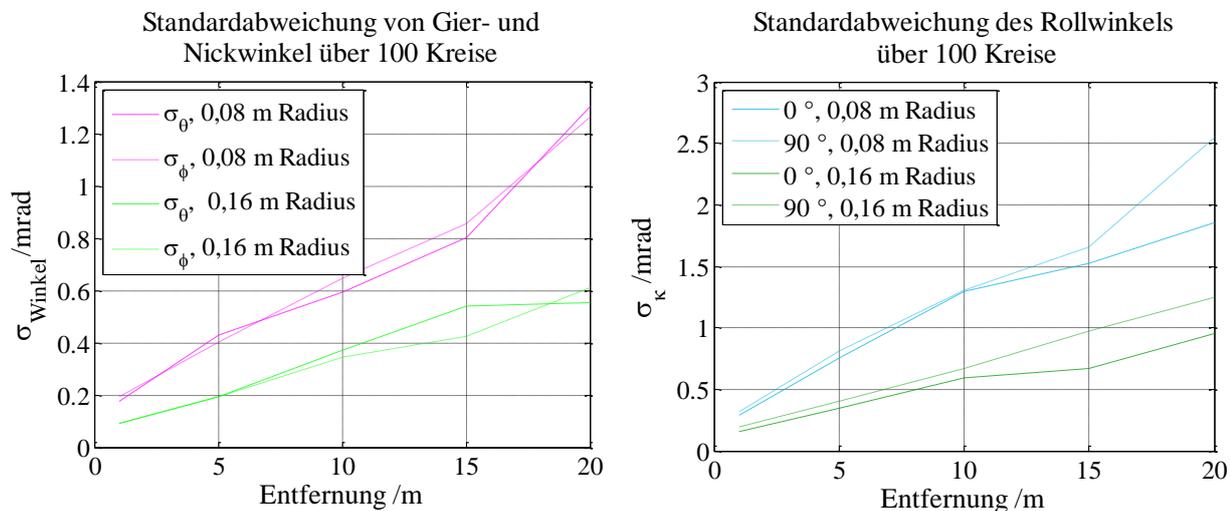


Abb. 21: Standardabweichung der Posenparameter aus Simulation von 100 Kreisen mit jeweils vier Punkten; Gier- und Nickwinkel aus um  $90^\circ$  gegenüber dem einfallenden Laserstrahl verschwenktem Normalenvektor

Diese ersten Simulationen bestätigen bereits getroffene Vermutungen über die Auswirkungen der Systematiken des Lasertrackers auf das Ergebnis der Posenbestimmung. Die Orientierung der Rotationsebene des Reflektors wirkt sich signifikant auf die Güte der Orientierungswinkel aus. Nach der ersten Untersuchung der beiden Extremfälle der Verschwenkung werden folgend unterschiedliche Orientierungen betrachtet, um eine optimale Ausrichtung des Messadapters zu ermitteln. Zudem wird

das Potential der Genauigkeitssteigerung durch Mehrfachmessung in weiteren Simulationen mit 200<sup>4</sup> gleichmäßig auf dem Kreis verteilten Punkten untersucht. Es werden folglich die Standardabweichungen über jeweils 100 Kreise (Posen) mit dem Radius 0,08 m, in den Entfernungen 5 m, 10 m, 15 m und 20 m, und mit Verschwenkung des Normalenvektors in 15 °-Schritten von 0 ° Verschwenkung bis 90 ° gegenüber dem einfallenden Laserstrahl untersucht. Die Darstellung der Simulationsergebnisse für den doppelten Radius erfolgt nur exemplarisch für ausgewählte Orientierungen der Kreisebene, weil die bereits festgestellte Systematik der Standardabweichung von Gier- und Nickwinkel durch Vergrößern des Dreharmradius auf alle Orientierungen in gleichem Maß zutrifft.

Nachdem die Abb. 20 und Abb. 21 die Zusammenhänge graphisch verdeutlicht haben, werden folgend die Ergebnisse tabellarisch dargestellt. Tabelle 2 zeigt die Standardabweichung  $\sigma_{\text{Pose},200,100}$  der Posenparameter für die Orientierung des Normalenvektors parallel zum Laserstrahl (0 ° Verschwenkung) bei einem Kreisradius von 0,08 m und 200 Punkten auf dem Kreis.

Distanz	Std.-abw. Mittelpunkt /mm	Std.-abw. Gierwinkel /mrad	Std.-abw. Nickwinkel /mrad	Std.-abw. Rollwinkel /mrad
5 m	0,006	0,003	0,003	0,5
10 m	0,010	0,006	0,006	1,0
15 m	0,017	0,010	0,009	1,3
20 m	0,018	0,013	0,012	1,6

Tabelle 2: Standardabweichung der Posenparameter über 100 Kreise mit je 200 gleichmäßig verteilten Punkten, 0,08 m Radius, Normalenvektor gegenüber dem einfallenden Laserstrahl um 0 ° verschwenkt

Im Vergleich zu den Ergebnissen der Kreise mit nur vier Punkten (vgl. Abb. 20) fällt auf, dass der Mittelpunkt mit einer deutlich besseren Genauigkeit bestimmt werden kann. Der Maximalwert liegt hier bei lediglich rund 0,02 mm im Vergleich zu 0,13 mm bei nur vier Punkten auf dem Kreis (vgl. Abb. 20 links). Auch Gier- und Nickwinkel werden besser bestimmt und weisen maximal Standardabweichungen von rund 13  $\mu\text{rad}$  im Vergleich zu rund 90  $\mu\text{rad}$  (vgl. Abb. 20 rechts) auf. Weil der Rollwinkel auch hier zunächst nur von einem Punkt auf dem Kreis abgeleitet wurde, ist dessen Standardabweichung ähnlich wie bei der Simulation mit nur vier Punkten (vgl. Abb. 21 rechts für 0,08 m Radius und 0 ° Verschwenkung). Die Differenzen der Standardabweichungen des Rollwinkels in Abb. 21 rechts und Tabelle 2 sind wie folgt zu begründen. Wie Eingangs Kapitel 3.2.2, S. 37, erläutert, wird der Rollwinkel aus dem Vektor zwischen Mittelpunkt  $P_M$  und dem Bezugspunkt auf der Trajektorie abgeleitet. In der Variante mit nur vier Punkten auf dem Kreis streut  $P_M$  im Vergleich zu der Bestimmung aus 200 Punkten auf dem Kreis stärker (Abb. 20 links vs. Tabelle 2). In der Konsequenz ergeben sich auch in Verbindung mit der an sich schon großen Streuung des Rollwinkels (vgl. Fehlerbalken in Abb. 77) die hier aufgeführten größeren Standardabweichungen (bei 20 m Entfernung 1,9 mrad, Abb. 21 rechts vs. 1,6 mrad, Tabelle 2).

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über den Einfluss der Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl auf die Standardabweichung der Posenparameter. Die eingangs geäußerten Vermutungen über den Zusammenhang der Güte der Orientierungswinkel  $\theta$  und  $\phi$  mit der Orientierung der Kreisebene wird bestätigt. Zunächst verschlechtert sich die Standardabweichung dieser Winkel mit zunehmender Entfernung zum Lasertracker wie in den bereits betrachteten Fällen mit vier gleichmäßig auf dem Kreis verteilten Punkten. Wird nun die Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl schrittweise verschwenkt, vergrößert sich die Standardabweichung der Orientierungswinkel mit größer werdendem Winkel zwischen Normalenvektor der Rotationsebene und Laserstrahl. Beide Winkel werden dabei unter

<sup>4</sup> Die Anzahl der Stützstellen muss durch den auszuwählenden Encoder generierbar sein. Eine Simulation mit geringer Stützstellenanzahl, die trotzdem brauchbare Resultate für die Zielparameter ermittelt, liefert mehr Auswahlmöglichkeiten für den Encoder. Der daraufhin gewählte Encoder erlaubt es, 500 Stützstellen zu erfassen, womit die in der Simulation ermittelten Standardabweichungen unterschritten werden sollten.

Berücksichtigung der Variationen der Simulation gleichgenau bestimmt. Der Ursache ist der folgende Zusammenhang: Mit zunehmender Verschwenkung des Normalenvektors gegenüber dem einfallenden Laserstrahl nimmt der Einfluss der Winkelmessunsicherheit des Lasertrackers auf die Ebenheit der Kreisebene zu. Damit wird der Normalenvektor zunehmend schlechter bestimmt. Weil sowohl Nick- als auch Gierwinkel aus dem Normalenvektor abgeleitet werden (siehe Kapitel 3.2.2, S. 37), werden sie mit gleicher Genauigkeit bestimmt.

Für die Verschwenkungen von  $15^\circ$  bis  $90^\circ$  sind die 3D-Standardabweichung des Mittelpunkts und die Standardabweichungen von Gier- und Nickwinkel, abgeleitet aus jeweils 100 Kreisen mit 200 gleichmäßig verteilten Punkten, in Tabelle 3 aufgeführt. Von der in der Tabelle 2 gezeigten Standardabweichungen der beiden Winkel bei  $0^\circ$  Verschwenkung, die in der Größenordnung von maximal  $< 15 \mu\text{rad}$  liegen, nimmt die Standardabweichung bei zunehmender Verschwenkung bis auf mehr als das Zehnfache, ab einem Winkel von  $60^\circ$  bei der größten untersuchten Entfernung von 20 m, zu (Standardabweichung des Nickwinkels von  $173 \mu\text{rad}$  bei  $90^\circ$  Verschwenkung vs.  $12 \mu\text{rad}$  bei  $0^\circ$  Verschwenkung). Damit wird die bereits bei vier Punkten auf dem Kreis beobachtete Systematik bestätigt. Die Standardabweichung  $\sigma_{PM,200,100}$  des Mittelpunkts und damit der Position wird bei 200 auf dem Kreis verteilten Punkten von der Orientierung der Kreisebene nicht beeinflusst. Bei allen simulierten Orientierungen erfüllen die Standardabweichungen der aus den 100 Kreisen mit je 200 Punkten abgeleiteten Posenparameter die in Kapitel 2.2.5 gestellten Anforderungen. Ausnahme bildet der Rollwinkel, dessen Standardabweichung nicht von der Orientierung der Kreisebene beeinflusst wird und bei allen simulierten Orientierungen dieselbe Größenordnung wie in Tabelle 2 aufweist. Der Rollwinkel wird später gesondert betrachtet.

15 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.	30 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.
	Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel		Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel
Distanz	/mm	/μrad	/μrad	Distanz	/mm	/μrad	/μrad
5 m	0,006	17	15	5 m	0,006	27	28
10 m	0,010	26	28	10 m	0,010	41	53
15 m	0,014	32	35	15 m	0,016	61	68
20 m	0,019	43	39	20 m	0,018	90	92

45 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.	60 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.
	Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel		Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel
Distanz	/mm	/μrad	/μrad	Distanz	/mm	/μrad	/μrad
5 m	0,006	39	38	5 m	0,006	48	47
10 m	0,009	67	71	10 m	0,009	91	81
15 m	0,014	92	98	15 m	0,013	117	106
20 m	0,018	122	124	20 m	0,017	147	141

75 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.	90 °	Std.-abw.	Std.-abw.	Std.-abw.
	Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel		Mittelpunkt	Gierwinkel	Nickwinkel
Distanz	/mm	/μrad	/μrad	Distanz	/mm	/μrad	/μrad
5 m	0,005	56	58	5 m	0,006	55	57
10 m	0,010	83	80	10 m	0,009	94	98
15 m	0,013	106	126	15 m	0,012	126	118
20 m	0,016	165	156	20 m	0,017	165	173

Tabelle 3: Abhängigkeit der Standardabweichung der Posenparameter von der Orientierung der Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl, 200 Punkte auf dem Kreis, Radius 0,08 m

Das Ermitteln der Standardabweichung über 100 Posen in derselben Konfiguration kann als Wiederholungsmessung betrachtet werden. Den so erhaltenen Standardabweichungen lassen sich für eine weitere Beurteilung der zu erwartenden Genauigkeit die aus der Kovarianzmatrix der Kreisausgleichung ableitbaren Standardabweichungen der Posenparameter gegenüberstellen. Die Betrachtung des aus der Ausgleichung erhaltenen Genauigkeitsmaß für den Mittelpunkt  $\sigma_{PM,200,GHM}$  der

eben diskutierten Konfiguration zeigt eine identische Größenordnung zu  $\sigma_{PM,200,100}$ . Auch bei allen weiteren untersuchten Konfigurationen (also geänderter Radius sowie geänderte Verschwenkung) weisen die aus der Ausgleichung abgeleiteten Standardabweichungen eine zu den über 100 Posen derselben Konfiguration erhaltenen Standardabweichungen identische Größenordnung auf.

Um die beobachteten Systematiken zu untermauern, beinhalten Tabelle 4 und Tabelle 5 die aus 100 Kreisen mit jeweils 200 gleichmäßig verteilten Punkten und einem Radius von 0,16 m abgeleiteten Posenparameter für die beiden bereits verwendeten Extremfälle der Orientierungen des Normalenvektors der Kreisebene parallel und quer zum Laserstrahl.

0 °	Std.-abw. Mittelpunkt	Std.-abw. Gierwinkel	Std.-abw. Nickwinkel	Std.-abw. Rollwinkel
Distanz	/mm	/mrad	/mrad	/mrad
5 m	0,006	0,002	0,002	0,3
10 m	0,010	0,003	0,003	0,5
15 m	0,015	0,005	0,005	0,6
20 m	0,019	0,005	0,06	0,9

Tabelle 4: Standardabweichung der Posenparameter über 100 Kreise mit je 200 Punkten, 0,16 m Radius, Normalenvektor gegenüber dem einfallenden Laserstrahl um 0 ° verschwenkt

90 °	Std.-abw. Mittelpunkt	Std.-abw. Gierwinkel	Std.-abw. Nickwinkel	Std.-abw. Rollwinkel
Distanz	/mm	/mrad	/mrad	/mrad
5 m	0,005	0,032	0,030	0,3
10 m	0,009	0,046	0,047	0,5
15 m	0,014	0,068	0,068	0,6
20 m	0,017	0,080	0,083	0,9

Tabelle 5: Standardabweichung der Posenparameter über 100 Kreise mit je 200 Punkten, 0,16 m Radius, Normalenvektor gegenüber dem einfallenden Laserstrahl um 90 ° verschwenkt

Im Vergleich zu den Kreisen mit 0,08 m Radius, wirkt sich der doppelte Radius von 0,16 m nicht signifikant auf die Unsicherheit der Position des Kreismittelpunkts aus. Bei der Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene quer zum Laserstrahl des Lasertrackers liegt die Unsicherheit der Position in derselben Größenordnung (17  $\mu\text{m}$ , siehe Tabelle 5, im Vergleich zu 15  $\mu\text{m}$  bei 0,08 m Radius in derselben Orientierung, siehe Tabelle 3) und wird nur marginal besser als in der Orientierung des Normalenvektors parallel zum Laserstrahl bestimmt (19  $\mu\text{m}$ , siehe Tabelle 4). Auf die Bestimmung aller Orientierungswinkel wirkt sich der doppelte Radius positiv aus und verringert die Standardabweichung von Gier-, Nick- bzw. Rollwinkel auf ca. die Hälfte des jeweiligen Wertes (z. B. die Standardabweichung von 165  $\mu\text{rad}$  beim Gierwinkel aus Kreisen mit 0,08 m Radius in Orientierung der Normalen quer zum Lasertracker verringert sich auf 80  $\mu\text{rad}$  in derselben Orientierung mit dem doppelten Radius 0,16 m). Aus der Änderung der Orientierung der Kreisebene um einen Gierwinkel von 90 ° resultiert wie bei dem kleineren Radius eine um mehr als zehnmals so große Standardabweichung bei Gier- (5  $\mu\text{rad}$  vs. 80  $\mu\text{rad}$ ) und Nickwinkel (6  $\mu\text{rad}$  vs. 83  $\mu\text{rad}$ ). Die Standardabweichung des Rollwinkels ändert ihre Größenordnung durch die verschiedenen Orientierungen der Kreisebene nicht. Sie wird hauptsächlich vom Radius beeinflusst und verringert sich durch den doppelten Radius von rund 1,6 mrad in der parallelen Orientierung des Normalenvektors auf rund 0,9 mrad (vgl. Tabelle 2 und Tabelle 4). Liegt der Normalenvektor der Kreisebene quer zum Laserstrahl, verringert sich die Standardabweichung des Rollwinkels von 1,7 mrad auf 0,9 mrad durch die Verdopplung des Radius.

Nach der Betrachtung der inneren Genauigkeit dieser Systemkonfiguration, bestehend aus Lasertracker und Messadapter zur Posenbestimmung, anhand der Simulation mehrmals gemessener Posen schließt sich noch eine Aussage zur absoluten Genauigkeit an. Hierzu werden die Daten aus denselben Simulationen herangezogen. Zunächst wird im Sinne eines worst-case Szenarios die Variante mit dem Radius 0,08 m in der größten untersuchten Entfernung von 20 m betrachtet. Dazu

werden die per Ausgleichung erhaltenen Posenparameter der 100 Posen mit den Sollwerten verglichen, also z. B.  $X_{PM,i} - X_{PM,Soll} = \Delta_{XPM,Soll-Ist,i}$  für den Soll-Ist-Vergleich der Mittelpunktskoordinaten. Über diese 100  $\Delta$  wird dann gemittelt und die Standardabweichung gebildet. Dabei betragen die Abweichungen der Position vom Soll in allen Ausrichtungen der Kreisebene im Mittel über die jeweils 100 simulierten Posen ca. 2  $\mu\text{m}$  mit den in Tabelle 2 und Tabelle 3 angegebenen Standardabweichungen. Ist die Kreisebene so orientiert, dass der Normalenvektor in Richtung des Lasertrackers zeigt, betragen die mittleren Abweichungen von Gier- und Nickwinkel vom Soll weniger als 10  $\mu\text{rad}$ . Die entsprechenden Standardabweichungen wurden bereits diskutiert und sind Tabelle 2 zu entnehmen. In der extremen Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene  $90^\circ$  verschwenkt zum Laserstrahl wächst die Abweichung zum Soll von Gier- und Nickwinkel auf maximal ca. 20  $\mu\text{rad}$  an und liegt damit wie bereits die Position unterhalb der Genauigkeitsforderung aus Kapitel 2.2.5. Der Rollwinkel weist eine größere mittlere Abweichungen zum Soll auf, die in der Größenordnung von 120  $\mu\text{rad}$  liegt. Aufgrund der hohen Standardabweichung des Rollwinkels (siehe Tabelle 2) ist diese mittlere Abweichung jedoch nicht als repräsentativ zu bewerten, sodass der Rollwinkel nach wie vor der kritische Parameter der Posenbestimmung ist und durch Zusatzinformationen verbessert werden muss.

Die vorangegangene Simulation hat in allen Konfigurationen vollständige Kreise ausgewertet. In Kapitel 3.1 wurde vor dem Hintergrund der für eine Posenbestimmung benötigten Zeit eine Variante diskutiert, bei der lediglich ein Kreissegment für die Auswertung genutzt wird. Zur Beurteilung des in dieser Variante vorhandenen Genauigkeitspotentials wurde dieselbe Simulation mit einer veränderten Punktverteilung auf dem Kreis herangezogen. Die Punktzahl wurde auf 50 beschränkt. Die Punkte verteilen sich gleichmäßig, jedoch lediglich auf einem Kreissegment mit einem Öffnungswinkel von  $\pi/2$ . Vergleichbar mit einer ungünstigen Konfiguration beim (räumlichen) Bogenschnitt stellt eine ungleichmäßige Verteilung der Punkte auf der Kreisbahn eine schlechte Voraussetzung für die akkurate Bestimmung der Kreisparameter dar. Aus dieser Überlegung heraus werden im Vergleich zu einem vollständig beschriebenen Kreis hier signifikant schlechtere Ergebnisse erwartet, was mit der Simulation nachgewiesen werden konnte. In Tabelle 6 und Tabelle 7 sind für die beiden Extremfälle der Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene die Standardabweichungen der Position und der Orientierungswinkel über die Simulation von je 100 Kreisen, Radius 0,08 m, mit je 50 Punkten, die sich über ein Viertel des Kreises gleichmäßig verteilen, aufgeführt. Sofort ersichtlich sind die im Vergleich zu aus den vollständigen Kreisen abgeleiteten Posen größeren Standardabweichungen aller Parameter. Der Kreismittelpunkt wird bei einer Entfernung von 20 m mit einer Standardabweichung über 100 Kreise von 0,22 mm bestimmt und weist damit eine Differenz von rund 0,2 mm im Vergleich zur Standardabweichung einer aus einem Kreis mit 200 gleichmäßig verteilten Punkten bestimmten Position auf. Diese Standardabweichung ist doppelt so groß wie die Forderung aus Kapitel 2.2.5. Die mittlere Abweichung der ermittelten Position vom Soll beträgt zwar lediglich 16  $\mu\text{m}$ , ist aber aufgrund der großen Streuung als nicht signifikant zu werten. Mit der Orientierung des Normalenvektors der Kreisebene in Richtung des Lasertrackers werden Gier- und Nickwinkel bei einer Entfernung von 20 m mit einer Standardabweichung von 170  $\mu\text{rad}$  bestimmt (vgl. Tabelle 6). Diese Standardabweichung, die aus der günstigen Orientierung der Kreisebene abgeleitet wurde, ist mit der Genauigkeit aus der ungünstigen Ausrichtung des Normalenvektors quer zum Laserstrahl bei einem Kreis mit 200 Punkten und dem Radius 0,08 m vergleichbar (siehe Tabelle 3). Der Rollwinkel wird mit einer vergleichsweise noch schlechteren Genauigkeit (2,7 mrad) bestimmt, was auf die größere Unsicherheit des Kreismittelpunkts zurückzuführen ist (siehe dazu Formel (3-25)). In der ungünstigen Ausrichtung des Normalenvektors quer zum Laserstrahl vergrößern sich die Standardabweichungen der Parameter weiter. Der bereits beobachtete Effekt auf Gier- und Nickwinkel einer mehr als zehnfachen Standardabweichung zwischen günstiger und ungünstiger Orientierung des Normalenvektors, trifft auch hier zu. So beträgt die Standardabweichung des Gier- bzw. Nickwinkels mehr als 2 mrad (vgl. Tabelle 7). Die mittleren Abweichungen der Parameter vom Soll weisen keine Systematiken auf und sind vor dem Hintergrund der Standardabweichungen als nicht signifikant einzuordnen.

Distanz	Std.-abw. Mittelpunkt /mm	Std.-abw. Gierwinkel /mrad	Std.-abw. Nickwinkel /mrad	Std.-abw. Rollwinkel /mrad
5 m	0,077	0,039	0,039	0,8
10 m	0,116	0,078	0,073	1,2
15 m	0,180	0,122	0,120	2,0
20 m	0,221	0,167	0,154	2,7

Tabelle 6: Standardabweichung der Posenparameter über 100 Kreise mit je 50 Punkten, verteilt auf einem Viertel des Kreises, 0,08 m Radius, Normale parallel zum Laserstrahl

Distanz	Std.-abw. Mittelpunkt /mm	Std.-abw. Gierwinkel /mrad	Std.-abw. Nickwinkel /mrad	Std.-abw. Rollwinkel /mrad
5 m	0,083	0,627	0,670	0,9
10 m	0,143	1,087	1,142	1,5
15 m	0,201	1,539	1,534	1,8
20 m	0,257	2,014	2,003	3,0

Tabelle 7: Standardabweichung der Posenparameter über 100 Kreise mit je 50 Punkten, verteilt auf einem Viertel des Kreises, 0,08 m Radius, Normale quer zum Laserstrahl

Die Simulation zeigt, dass die Auswertung eines Kreissegments für die erreichbare Genauigkeit der Posenparameter ungünstig ist und nicht mit der Auswertung eines vollständigen Kreises konkurrieren kann. Das Argument, bei der Auswertung von Kreissegmenten Zeit einzusparen, verliert bei einer kontinuierlichen Rotation des Dreharms mit einer hohen Winkelgeschwindigkeit an Gewicht.

Bei der Vorstellung des Funktionsprinzips des Messadapters zur Posenbestimmung in Kapitel 3.1 wurde bereits beschrieben, dass die Bestimmung des Rollwinkels eine gesonderte Herausforderung darstellt. Dieser Parameter lässt sich nicht eindeutig aus der Kreistrajektorie ableiten und erfordert zusätzliche Informationen. Mit den Simulationen mit verschiedenen Kreisradien und Orientierungen der Kreisebene wurde weiter verdeutlicht, dass auch die Unsicherheit des Rollwinkels im Vergleich zu den fünf anderen Parametern der Pose eine Sonderrolle einnimmt und im Detail untersucht werden muss.

In der vorangegangenen Simulation wurde der Rollwinkel zunächst aus nur einem Punkt auf der Kreisbahn abgeleitet. In allen untersuchten Orientierungen und Entfernungen erfüllte die Standardabweichung des Rollwinkels nicht die in Kapitel 2.2.5 gestellten Anforderungen. Das Verdoppeln des Radius des Dreharms von 0,08 m auf 0,16 m halbiert zwar die Standardabweichung, zum Erfüllen der Genauigkeitsforderungen wäre demnach jedoch ein Radius in der Größenordnung von rund einem Meter notwendig, was in keiner Weise einer praktikablen Lösung entspricht. Wie in Kapitel 3.1 diskutiert und mit der Simulation gezeigt, werden durch Erhöhen der Redundanz bei normalverteilten Abweichungen die gesuchten Parameter einer Pose mit besserer Genauigkeit bestimmt. Folglich lässt sich in dem gewählten Beispiel aus jedem der 200 auf der Kreisbahn verteilten Punkte ein Rollwinkel bestimmen<sup>5</sup>. Über die Position der Punkte zueinander können alle so gewonnen Rollwinkel auf einen der Punkte referenziert werden. Im Sinne der in Kapitel 3.1 diskutierten Mehrfachmessung verbessert sich somit die Genauigkeit des Rollwinkels des Messadapters im übergeordneten Koordinatensystem. Für eine Abschätzung der maximal zu erwartenden Standardabweichung des Rollwinkels wurden alle bereits verwendeten Orientierungen und Distanzen der Rotationsebene des Dreharms betrachtet. Die Standardabweichung ergibt sich wie gehabt aus der Simulation von 100 Kreisen in derselben Pose mit dem Unterschied, dass alle 200 Punkte auf dem Kreis für das Ableiten des Rollwinkels genutzt wurden. Im Vergleich zu Nick- und

<sup>5</sup> Hierbei ist die Wiederholbarkeit der Encoderflanken zu berücksichtigen, was im Rahmen der Untersuchung des Encoders diskutiert wird.

Gierwinkel kehrt sich die Systematik für den Rollwinkel um. Weist der Normalenvektor der Kreisebene in Richtung des Lasertrackers, liegt also näherungsweise parallel zum Laserstrahl, wird der Rollwinkel am schlechtesten bestimmt. Mit zunehmender Verschwenkung des Normalenvektors wird die Standardabweichung des Rollwinkels kleiner, bis sie bei dem Maximum von  $90^\circ$  im direkten Vergleich am kleinsten ist. Somit wird die zu Beginn des Kapitels 3.2.2 getroffene Vermutung über die Systematiken der Orientierungswinkel bestätigt. Der Sachverhalt wird in Tabelle 8 noch einmal übersichtlich anhand der ermittelten Werte dargestellt und kann als Grundlage für eine optimierende Betrachtung herangezogen werden. Die Größenordnung der durch die Simulation resultierenden Variationen in den ermittelten Standardabweichungen des Rollwinkels beträgt rund  $10 \mu\text{rad}$ . Die Differenzen zum Sollwert des Rollwinkels betragen maximal  $20 \mu\text{rad}$ . Den Standardabweichungen des Rollwinkels sind die Standardabweichungen des Gierwinkels, stellvertretend auch für den Nickwinkel, weil beide mit gleicher Genauigkeit bestimmt werden (siehe. S 45), gegenübergestellt (vgl. Tabelle 8). Die Orientierung der Kreisebene gegenüber dem Lasertracker hat auf die erreichbare Genauigkeit von Gier- und Nickwinkel einen deutlich größeren Einfluss ( $>$  Faktor 10 zwischen der kleinsten und größten Standardabweichung in derselben Entfernung) als auf die Genauigkeit des Rollwinkels ( $<$  Faktor 1,5 zwischen kleinster und größter Standardabweichung bei selber Entfernung). Zudem erfüllen die Standardabweichungen des Rollwinkels auch in der ungünstigsten Orientierung die Genauigkeitsforderungen aus Kapitel 2.2.5 ohne das Unsicherheitsbudget komplett auszuschöpfen. Im Gegensatz dazu ist die Standardabweichung von Gier- und Nickwinkel in der ungünstigsten Orientierung der Kreisebene im Vergleich zu den Genauigkeitsforderungen mindestens als grenzwertig zu beurteilen. Mit  $165 \mu\text{rad}$  (vgl. Tabelle 8) ist das Unsicherheitsbudget fast ausgeschöpft. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass der Grenzfall der Verschwenkung des Normalenvektors gegenüber dem Laserstrahl von  $90^\circ$  in der Realität nur schwer umzusetzen ist. Jedoch ist bereits der nächst kleinere simulierte Verschwenkungswinkel von  $75^\circ$  mit einem Kugelreflektor wie dem R160A (vgl. Kapitel 3.4.3 und Kapitel 4.3) realisierbar. Auch in dieser Orientierung liegt die zu erwartende Standardabweichung bereits in der Größenordnung der Genauigkeitsforderung. Im Sinne einer optimalen Orientierung der Rotationsebene des Reflektors muss ein Kompromiss zwischen der Genauigkeit von Gier- bzw. Nickwinkel und des Rollwinkels getroffen werden. Liegt die Priorität auf den beiden erstgenannten ist die optimale Orientierung offensichtlich in der Parallelität von Normalenvektor der Kreisebene und des Laserstrahls gegeben. Haben alle drei Orientierungswinkel dieselbe Priorität bzw. sollen sie mit ungefähr gleicher Genauigkeit bestimmt werden, wird eine ähnliche Standardabweichung bei einer Verschwenkung zwischen  $30^\circ$  und  $45^\circ$  erreicht. Diese Überlegungen sind selbstverständlich nur theoretischer Natur. In der tatsächlichen Anwendung des Messadapters für das Bestimmen von Posen eines Objektes im Raum ist nicht davon auszugehen, dass die Orientierung der Rotationsebene gegenüber dem eingesetzten polaren Messmittel in jedem Fall in dem jeweils optimalen Bereich liegt. Folglich entspricht die Genauigkeit der resultierenden Orientierungswinkel in Abhängigkeit von Entfernung und Verschwenkung der Größenordnung wie in Tabelle 8 aufgeführt. Wie bereits festgestellt, wirkt sich die Orientierung der Kreisebene nur in geringem Maße auf die Genauigkeit der Position aus (vgl. Tabelle 3), sodass dies im Vergleich zu den Orientierungswinkeln nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Distanz	5 m	10 m	15 m	20 m
Winkel	Standardabweichung Roll / $\mu\text{rad}$			
$0^\circ$	40	64	91	117
$15^\circ$	44	63	90	108
$30^\circ$	38	52	81	102
$45^\circ$	34	53	73	94
$60^\circ$	27	50	74	98
$75^\circ$	27	52	77	91
$90^\circ$	26	44	71	85

Distanz	5 m	10 m	15 m	20 m
Winkel	Standardabweichung Gier / $\mu\text{rad}$			
$0^\circ$	3	6	10	13
$15^\circ$	17	26	32	46
$30^\circ$	27	41	61	92
$45^\circ$	39	67	92	109
$60^\circ$	48	91	117	121
$75^\circ$	56	92	106	169
$90^\circ$	55	94	126	165

Tabelle 8: Standardabweichungen aller Orientierungswinkel für alle untersuchten Posen der Kreisebene

Diese Betrachtung des Rollwinkels beschränkt sich auf das übergeordnete Koordinatensystem und lässt die Zusammenhänge im Bodysystem des Messadapters außen vor. Die Akkuratess der Position des Retroreflektors auf der Kreisbahn im Bodysystem wird von der verwendeten Methode bedingt und wird in den beiden in Kapitel 3.1 diskutierten Modi verschieden realisiert. Beiden Varianten gemeinsam sind die Auswirkungen der Rundlauf- bzw. Lagergenauigkeit des Dreharms, deren prinzipielle Anforderungen Kapitel 3.4.1 diskutiert.

Mit dieser quantitativen Betrachtung verschiedener Einflüsse auf die Posenbestimmung werden im folgenden Abschnitt der Arbeit für die Realisierung wesentliche Überlegungen zu notwendigen und verfügbaren Eigenschaften potentieller Systemkomponenten angestellt. Deren tatsächliche Eigenschaften und Auswirkungen werden dann in Kapitel 4 und bei der Analyse des Gesamtsystems in Kapitel 5 diskutiert.

### **3.4 Systemkomponenten**

Das Konzept A-TOM lässt sich mit drei Hauptkomponenten systematisieren, deren spezifische Eigenschaften die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems definieren. Als wesentliche Bestandteile ergeben sich der Dreharm und dessen Antrieb, das verwendete Messsystem sowie in enger Relation dazu, die Art des eingesetzten Retroreflektors. Die folgenden drei Abschnitte stellen notwendige bzw. verfügbare Eigenschaften der Komponenten vor, die als Grundlage für die Realisierung dienen.

#### **3.4.1 Dreharm und notwendige Eigenschaften**

Aus den Überlegungen in Kapitel 3.1.2 ergeben sich eine Reihe von Anforderungen an die Mimik, die den Reflektor auf der Kreisbahn bewegt, die bei der Wahl der Komponenten beachtet werden müssen. Zunächst muss überhaupt eine geeignete Mimik gefunden werden, den Reflektor auf einer Kreisbahn zu bewegen. Ein erprobtes und bei der Kalibrierung von Lasertrackern eingesetztes Werkzeug ist ein mechanischer Dreharm (vgl. [Loser 2001], [Leica 2009d]). Die auch als „ball bar“ bezeichnete Konstruktion besteht aus einer Welle, auf der ein Rotor aufgesetzt ist, der sowohl einen Retroreflektor als auch eine entsprechende Ausgleichsmasse trägt. Weist die Konstruktion eine hinreichende Qualität auf, ist eine Lagergenauigkeit in der Größenordnung von  $1\ \mu\text{m}$  möglich. Damit bewegt sich der Reflektor annähernd auf einer perfekten Kreisbahn mit geringen planaren ( $1\ \mu\text{m}$ ) und radialen ( $2,2\ \mu\text{m}$ ) Abweichungen (vgl. [Hennes 2010]). Folglich erscheint es sinnvoll, dieses Konzept zu adaptieren und einen mechanisch angetriebenen Dreharm zu verwenden, um einen Retroreflektor auf einer kreisförmigen Trajektorie zu verfahren bzw. zu positionieren. Die Simulationen in Kapitel 3.3 haben gezeigt, dass die Untersuchung der tatsächlichen Leistungsfähigkeit der beiden Betriebsarten (kontinuierliche Rotation und Stop & Go-Betrieb) sinnvoll erscheint – besonders auch im Hinblick darauf, welche Genauigkeiten mit einem nicht triggerfähigen polaren Messsystem zu erreichen sind.

Für die Realisierung einer möglichst idealen Kreistrajektorie werden kleine planare bzw. radiale Abweichungen durch ein entsprechend akkurates Lager, eine feste Montage des Reflektors am Rotor und eine dem Reflektor angepasste Ausgleichsmasse gewährleistet. Zudem garantieren die Konstruktion des Rotors und das verwendete Material eine hinreichende Steifigkeit. Die Forderung nach einer Höchstdauer der Posenbestimmung bedingt eine bestimmte Leistungsfähigkeit des Dreharmantriebs, wenn gleichzeitig zu einer kontinuierlichen Rotation auch die Möglichkeit zum Stop & Go-Betrieb untersucht werden soll. Es muss ein ausreichendes Drehmoment zur Verfügung stehen, um den Rotor samt Reflektor und Ausgleichsmasse in einer vorgegebenen Zeit um ein vorgegebenes Inkrement zu verfahren und akkurat an einer bestimmten Position wieder anzuhalten. Bei dieser Aufgabenstellung gilt allgemein, je größer der Radius des Rotors ist, desto größer ist das Massenträgheitsmoment, das der Motor beim Anfahren bzw. Bremsen überwinden muss. Für einen möglichst schnellen und schwingungsfreien Betrieb dürfen also keine großen Massen mit signifikantem Abstand von der Drehachse angebracht sein, um das Massenträgheitsmoment klein zu halten.

In der Entwicklung eines Dreharms für ein zeitreferenziertes Prüfsystem (vgl. [Depenthal 2009]) und einem Funktionsmuster zur Posenbestimmung eines Objekts aus der Beobachtung einer Trajektorie im

Raum (vgl. [Hennes 2008], [Wöllner 2007]) sowie bei der Nutzung einer „ball bar“ zur Kalibrierung von Lasertrackern (vgl. [Hennes 2010], [Leica 2009d], [Loser 2001]) wurden am GIK bereits Erfahrungen mit Dreharmen gesammelt. Aus diesen Erfahrungen lassen sich notwendige Eigenschaften für den Dreharm und dessen Antrieb ableiten, die folgend zusammengefasst werden.

Bei der Konstruktion des Dreharms für den Messadapter zur Posenbestimmung stehen sich bezüglich dessen Radius konträre Forderungen gegenüber. Einerseits sollte der Radius möglichst klein gewählt werden, um das System kompakt zu halten. Eine geringe Größe wirkt sich außerdem positiv auf die Stabilität aus denn auch bei hohen Winkelgeschwindigkeiten soll der Dreharm nicht in Schwingung geraten. Ein kürzerer Dreharm weist darüber hinaus eine höhere Steifigkeit auf, sodass die Durchbiegung durch die an den jeweiligen Enden befindlichen Massen (Retroreflektor auf der einen und Ausgleichsmasse auf der anderen Seite) idealer Weise vernachlässigbar klein ist. Die Größenordnung der zu erwartenden Biegung sollte folglich kleiner als die Messunsicherheit des verwendeten polaren Messsystems (vgl. Kapitel 3.4.2) sein. Mit einer hohen Steifigkeit ist auch gewährleistet, dass unabhängig von der Orientierung des Systems, die Lage der Trajektorie des von dem Dreharm bewegten Reflektors gegenüber dem mechanischen Referenzsystem des Messadapters identisch bleibt. Im Sinne des in Kapitel 3.1 diskutierten Stop & Go-Modus ist ein kürzerer Radius ebenfalls sinnvoll. Je kleiner der Abstand der Massen von der Rotationsachse ist, desto kleiner sind die Massenträgheitsmomente, die vom Antrieb des Dreharms überwunden werden müssen, was sich direkt auf dessen notwendige Dimensionierung bzw. auf die Performanz des Systems auswirkt (u. a. die Fähigkeit zum Beschleunigen und Abbremsen in sehr kurzen Zeiten). Diesen Forderungen bzw. Vorteilen eines kleinen Radius steht gegenüber, dass die Orientierungswinkel der Pose mit zunehmendem Radius mit einer entsprechend besseren Genauigkeit bestimmt werden können, sodass der Radius für eine hohe Genauigkeit möglichst groß sein sollte. Dieser Zusammenhang wurde in Kapitel 3.2.2 ausführlich diskutiert und quantitativ belegt.

Mit dem Ziel, beide Betriebsarten realisieren zu können, sind die Anforderungen an den Antrieb des Dreharms entsprechend vielfältig. Für den Stop & Go-Modus muss der Antrieb ein ausreichend hohes Drehmoment zur Verfügung stellen können, um dem Massenträgheitsmoment des Dreharms samt Massen an dessen Enden entgegenzuwirken und in der vorgegebenen Zeit die Anzahl von Positionen auf der Kreistrajektorie anzufahren. Hier besteht weiter die Anforderung, dass beim raschen Abbremsen bzw. Anhalten des Dreharms möglichst kein Überschwingen auftritt, was sonst die Dauer der Posenbestimmung unnötig verlängert. Gleichzeitig besteht die Forderung für den kontinuierlichen Betrieb nach gleichmäßigen Laufeigenschaften.

Im Sinne der elektrischen Antriebe (u. a. [Merz 2014], [Teigelkötter 2012], [Schröder 2007]) ist die Realisierung dieser beiden Forderungen mit einem Antrieb kritisch und erfordert mehrere Sensoren zur Erfassung des Zustands des Motors sowie eine Regelung aufgrund dieser Messwerte. Unter dem Oberbegriff Servomotoren gibt es jedoch Antriebe, die diese Forderungen erfüllen. Gebräuchliche Varianten sind u. a. Drehstromasynchronmotoren, Drehstromsynchronmotoren, elektronisch kommutierte Motoren sowie Schrittmotoren, die ihre Anwendung bei komplexen Bewegungsabläufen wie z. B. bei Werkzeug- oder Verpackungsmaschinen finden (vgl. [Merz 2014]). In jedem Fall hat die Art der Kraftübertragung von Motor auf die zu bewegende Mechanik systematische Effekte zur Folge. Bei der Verwendung von Motoren mit Kopplungen wie Getriebe, Riemen, Zahnrädern oder Spindeln zur Übertragung der Rotation auf die zu bewegende Mechanik, müssen auftretende Systematiken beherrscht oder mit der Wahl eines alternativen Antriebs vermieden werden. Dazu gehören z. B. Spiel (auch Backlash) bzw. Totwege oder die Elastizität bzw. Dehnung eines Antriebsriemens, die sich signifikant auf die Genauigkeit der Positionierung des Dreharms für die Bestimmung des Rollwinkels auswirken. Wird der Messadapter in beiden Drehrichtungen betrieben, sollte keine Hysterese auftreten oder das Verhalten so wiederholbar bzw. systematisch sein, dass eine Kalibrierung möglich ist.

Für die Bestimmung des Rollwinkels wurde in Kapitel 3.1 die Option eines Winkelencoders diskutiert. Dessen spezifische Systematiken tragen zur Unsicherheit des Rollwinkels bei. Kritischer Punkt ist dabei die Verbindung zwischen Encoder und dem zu vermessenden Objekt im Sinne von Stabilität, Orientierung und Exzentrizität. Die Anforderungen an Genauigkeit und Reproduzierbarkeit kann ein Winkelencoder erfüllen, wenn er folgende Eigenschaften aufweist: Das Zentrum des Winkelencoders bzw. des Teilkreises muss so nah wie möglich am Scheitelpunkt des zu messenden Winkels liegen

(d. h. minimale Exzentrizität  $\varepsilon$ ; max. Auswirkung der Exzentrizität auf den Winkel ist  $\Delta\alpha = \arctan(\varepsilon/r)$  mit dem Radius der Encoderscheibe  $r$ ). Relativbewegungen zwischen dem Encoder und dem zu vermessenden Objekt sind zu vermeiden. Die Codierung der Winkel (z. B. Teilstriche) soll äquidistant über den gesamten Kreis verteilt sein. Die Ableseeinheit sollte in Normalenrichtung der Teilkreisebene orientiert sein, um Parallaxenfehler zu vermeiden. Verändert sich z. B. der Abstand zwischen Encoderscheibe und Lesekopf, führt die Verkippung des Lesekopfs zu Ablese- bzw. Parallaxenfehlern, die bei kleinen Winkeln proportional zur Winkelabweichung zur Normalenrichtung sind. Wird unabhängig vom Antrieb des Dreharms die Kombination von Encoder, Welle und Dreharm betrachtet, bedeuten diese Forderungen bei der Realisierung im Detail eine feste Verbindung von Winkelencoder und Dreharm mit der Welle, um Relativbewegungen zwischen diesen drei Bauteilen unter allen Umständen zu vermeiden. Weiter sollen die Zentren von Dreharm und Teilkreis des Encoders auf einer Geraden liegen, die der gemeinsamen Rotationsachse entspricht. Die Normalenvektoren der Rotationsebene des Dreharms und der Ebene des Teilkreises sollen dabei parallel sein. Eine quantitative Betrachtung der eben genannten Abweichungen ist z. B. in [Renishaw 2009] zu finden.

Weitere Anforderungen gelten der Lagerung und Rundlaufgenauigkeit der Rotationsachse des Dreharms. Die Voraussetzung für die Parameterschätzung der kreisförmigen Trajektorie (siehe Kapitel 3.2) ist, dass sich der beobachtete Reflektor auf einer möglichst idealen Kreisbahn bewegt. Mit einer entsprechenden Genauigkeit des Lagers werden Taumelbewegungen des Dreharms begrenzt, die sich sonst auf die Planheit der Rotationsebene und in der Folge auf die Genauigkeit der Orientierungswinkel auswirken.

### 3.4.2 Messmittel und verfügbare Eigenschaften

Prinzipiell sind polare Messmittel geeignet, die Pose nach den in Kapitel 3.1 diskutierten Methoden zu bestimmen. Auch mit einem Multilaterationssystem (siehe Kapitel 2.3.1) ist die Verwendung des Messadapters vorstellbar. Aus der klassischen geodätischen Anwendung liegt das Verwenden einer Totalstation nahe. Aktuelle Modelle wie etwa Leica TS50 oder Trimble S9 können bewegte Ziele verfolgen und Punkte im sogenannten Tracking-Modus mit einer geringen Datenrate von nur wenigen Hertz registrieren. Die Genauigkeit der erfassten Punkte liegt je nach Messmodus in der Größenordnung zwischen  $1\text{ mm} + 1\text{ ppm}$  und  $4\text{ mm} + 1\text{ ppm}$  (vgl. [Trimble 2015], [Leica 2013]). Diese und vergleichbare Systeme sind jedoch nur eingeschränkt - wenn überhaupt - triggerfähig. Die Beurteilung der beiden Betriebsmodi des Messadapters fällt damit schwer. Die Abschätzung der generellen Leistungsfähigkeit bzw. der erreichbaren Genauigkeit mit A-TOM setzt ein Messsystem mit höherer Messfrequenz und kleinerer Messunsicherheit voraus. In der Klasse der polaren Messsysteme bieten Lasertracker die höchste Genauigkeit bei gleichzeitig hoher Messfrequenz. In Verbindung mit Lasertrackern stehen überdies kommerziell erhältliche Systeme zur Posenbestimmung (vgl. Kapitel 2.3.3) zur Verfügung, an deren Leistungsfähigkeit sich der in der Arbeit diskutierte Messadapter orientiert. Folglich wird, auch und besonders für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse, ein Lasertracker für die Posenbestimmung mit A-TOM eingesetzt. Die prinzipiellen Eigenschaften werden folgend und in Kapitel 4.2 ausführlich behandelt.

Lasertracker sind polare Messsysteme (siehe Kapitel 2.3.1). Prinzipiell bestehen sie aus einer Distanzmesseinheit, die einen Laserstrahl erzeugt, der auf einen Zielpunkt gerichtet wird und von dort mit einem Retroreflektor zurück zum Lasertracker reflektiert wird. Auf dem Markt haben sich drei Hersteller (Automated Precision Inc. (API), FARO Technologies und Leica Geosystems) etabliert, deren Lasertracker für den Einsatz in Frage kommen. Voruntersuchungen haben gezeigt, dass sowohl Lasertracker von API als auch von Faro nicht mit allen in Kapitel 3.4.3 beschriebenen Retroreflektoren funktionieren; insbesondere die Weitwinkelreflektoren konnten nicht erfasst werden. Zudem sind Lasertracker von API nur eingeschränkt in der Lage, externe Triggersignale zu verarbeiten. Damit A-TOM auch mit solchen Systemen eingesetzt werden kann, wurde und wird die Posenbestimmung per Kreisausgleichung diskutiert. Mit der Methode erhält man aus einer beobachteten Kreistrajektorie sofort mindestens 5DOF. Entsprechend den in Kapitel 3.1.2 bzw. Kapitel 3.2.2 besprochenen Ansätzen kann dann auch mit einem nicht triggerfähigen System der sechste Freiheitsgrad ermittelt werden. Damit jedoch das Potenzial der Lösung mit Triggersignalen analysiert werden kann, kommt

ein triggerfähiges System zum Einsatz. Folglich betrachtet dieser Abschnitt insbesondere die Eigenschaften eines Lasertrackers von Leica, der sowohl Messungen mit allen Retroreflektoren ausführen als auch externe Triggersignale verarbeiten kann. Die Besonderheiten, die dabei auftreten, werden in Kapitel 3.4.3, Kapitel 4.2 und Kapitel 4.3 im Detail betrachtet.

Für die Distanzmessung kommen Interferometer (IFM) und/oder Absolut-Distanz-Messer (ADM), (vgl. [Leica 2008]), zum Einsatz. Die beiden Distanzmesser im Lasertracker AT901 arbeiten zusammen, indem nach einer Strahlunterbrechung der ADM die absolute Distanz zum Retroreflektor bestimmt. Dieser Wert wird im Anschluss an das IFM übertragen, sodass nach erfolgreicher Absolutdistanzmessung mit dem potentiell genaueren IFM weitergemessen werden kann. Der Initialisierungsfehler entspricht dann der Unsicherheit des ADM ( $\pm 10 \mu\text{m}$ ). Aufgrund dieser Funktionsweise tritt der Begriff Absolutinterferometer (AIFM) auf. Dieses Prinzip beinhaltet weiterhin, dass der Reflektor während der Absolutdistanzmessung durch den ADM nicht stationär sein muss. Sobald der Laserstrahl auf den Reflektor trifft, beginnt das Interferometer dessen relative Bewegungen zu erfassen und als Information über die Integrationszeit des ADM zur Verfügung zu stellen. Dieses Prinzip ist in [Leica 2008] ausführlich beschrieben. Die Initialisierung der Distanzmessung kann auch über den sogenannten „home point“ des Lasertrackers erfolgen. Es handelt sich um eine feste und bekannte Distanz zwischen dem Umlenkspiegel und einer Reflektorhalterung am Gehäuse des Lasertrackers. Diese Distanz weist ebenso wie die Initialisierung der Streckenmessung durch das ADM eine Unsicherheit auf, die der Unsicherheit der Streckenmessung des IFM zuzuschlagen ist. Die Initialdistanz wird zu jedem Reflektor spezifisch mit einem in [Leica 2009d] beschriebenen Verfahren durch Messungen mit dem Lasertracker ermittelt. Eine Abschätzung mit  $< 10 \mu\text{m}$  ist laut [Leica 2009a] realistisch und unterscheidet sich damit nicht von der Unsicherheit einer mit dem ADM gemessenen Distanz.

Daneben besitzen Lasertracker eine Regelung, um den ausgesendeten Laserstrahl automatisch auf das Zentrum des Retroreflektors auszurichten, sodass Bewegungen des Reflektors verfolgt werden können. Diese Ausrichtung wird mit zwei Winkelencodern erfasst, die die Richtungen vom Laserstrahl zum Zielpunkt bestimmen. Ein Teil des reflektierten Signals wird im Lasertracker auf einen Positionsdetektor (PSD) gelenkt. Laterale Bewegungen des Reflektors verursachen eine Ablage zum bei der Initialisierung des Lasertrackers bestimmten Nullpunkt auf dem PSD. Diese Ablage dient als Eingangsgröße der Regelung, um den Laserstrahl auf das Zentrum des Retroreflektors auszurichten und die Messwerte der Winkelencoder zu korrigieren. Aus den polaren Messelementen werden dreidimensionale kartesische Koordinaten näherungsweise nach (2-1) berechnet. Die in (2-1) eingeführten Messwerte sind jedoch keine Rohwerte, sondern um die spezifischen Modellparameter des jeweiligen Lasertrackers korrigierte Größen. Abb. 22 zeigt schematisch die unterschiedlichen Klassen.

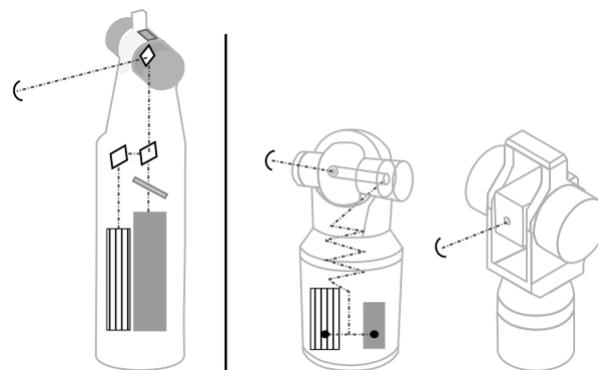


Abb. 22: Lasertracker mit kardanisch gelagertem Umlenkspiegel (links) und mit kardanisch gelagerter Strahlquelle (rechts). ADM gestreift, IFM in grau, [Ulrich 2013]

Lasertracker können in zwei sich vom Aufbau unterscheidende Klassen unterteilt werden. Zum einen jene, mit einem kardanisch gelagertem Umlenkspiegel und zum anderen jene mit einer kardanisch gelagerten Strahlquelle. Für beide Klassen wurden Modelle zur Kalibrierung veröffentlicht, die der

geometrischen Ausrichtung der opto-elektronischen Bauteile zueinander Rechnung tragen (vgl. [Hughes 2011], [Muralikrishnan 2009], [Loser 1998]) und mit denen die Rohmesswerte der Encoder bzw. Distanzmesser korrigiert werden. Neben der Korrektur der geometrischen Abweichungen der Bauelemente vom Ideal, muss die gemessene Distanz  $d$  um die atmosphärischen Parameter Temperatur, Luftdruck, relative Feuchte,  $\text{CO}_2$ -Gehalt sowie um die Änderung der Wellenlänge des Laserstrahls korrigiert werden (vgl. [Joeckel 2008], [IUGG 1999]). Lasertracker bieten die Option, Sensoren für die Erfassung der Umgebungsparameter anzuschließen. Die Korrektur erfolgt intern, bei Leica Lasertrackern nach dem von [Markendorf 2007] beschriebenen Modell.

Die Mess-, Regelungs- und Datenausgabe-Frequenzen unterscheiden sich von Hersteller zu Hersteller. Der Leica Lasertracker AT901 beispielsweise, regelt und misst mit einer Frequenz von 3 kHz. Messwerte können maximal mit einer Frequenz von 1 kHz ausgegeben werden. Die Messwerte des Distanzmessers, der Winkelencoder und des PSD werden mit einem Zeitstempel registriert, der mit einer Frequenz von 1 MHz erzeugt wird (vgl. [Ulrich 2013], [Leica 2009c], [Kihlman 2004]). Ein extern an den Lasertracker angelegtes Triggersignal beeinflusst die interne Taktrate nicht. Der Zeitpunkt des Triggerereignisses wird im Systemtakt mit einem Zeitstempel registriert. Zu exakt diesem Zeitstempel wird dann ein Messwert aus den mit 3 kHz erzeugten Werten interpoliert, weil nicht gewährleistet ist, dass das Triggerereignis mit einer Messung zusammenfällt. Die Abb. 23 stellt den Zusammenhang dar. Der interpolierte Wert wird zusammen mit dem Zeitstempel des Triggerereignisses (verzögert) ausgegeben (vgl. [Leica 2009c], [Kihlman 2004]). Die Genauigkeit bzw. Dauer, mit der extern getriggerte Messungen erfasst und verarbeitet werden können wird mit  $\pm 5 \mu\text{s}$  spezifiziert (vgl. [Leica 2009c]). Diese Zeitspanne enthält die Erfassung des Triggersignals und der Messwerte. Bewegt sich der Reflektor mit einer Geschwindigkeit von beispielsweise 500 mm/s, hat diese Totzeit eine Abweichung der Reflektorposition von  $2,5 \mu\text{m}$  zur Folge.

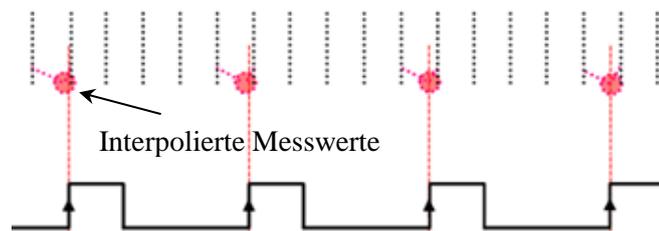


Abb. 23: Schema des 3 kHz Messtakts des Lasertrackers und den zu Triggerereignissen interpolierten Messwerten, nach [Leica 2009c]

[Leica 2009a] gibt die Genauigkeit als Maximum Permissible Error (siehe auch Kapitel 2.3.1 bzw. [VIM 2012]) an, der als Extremwert eines durch Spezifikationen des Instruments zulässigen Fehlers verstanden werden soll. Typischerweise beträgt der Fehler bei Messungen mit dem AT901 die Hälfte des angegebenen MPE [Leica 2009a]. In einem Messvolumen von 0 m bis 40 m beträgt der MPE des IFM laut Handbuch 0.5 ppm und des ADM  $\pm 10 \mu\text{m}$ . Die Unsicherheit  $u_{XYZ}$  einer Koordinate wird mit  $\pm 15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m/m}$  [Hexagon 2013c] spezifiziert. In diese Unsicherheit fließen u. a. die Unsicherheit der Winkelencoder sowie die Unsicherheit der Distanzmessung mit ein. Weitere Komponenten sind die Abweichungen der opto-elektronischen Komponenten, deren Zusammenspiel bzw. Auswirkungen in von z. B. [Hughes 2011], [Muralikrishnan 2009] und [Loser 1998] beschriebenen Lasertrackermodellen abgebildet werden.

Die maximal zulässige Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung eines zu verfolgenden Ziels wird bei einer Entfernung von 2,5 m mit 4 m/s bzw.  $19,6 \text{ m/s}^2$  (2 g) spezifiziert [Leica 2009a]. Bei der Beobachtung eines Reflektors auf einer kreisförmigen Trajektorie führen die Servomotoren zur Nachführung des Laserstrahls ständig beschleunigte Bewegungen aus. Aus dieser Spezifikation leitet sich für den Trackerkopf eine maximal zulässige Winkelbeschleunigung von rund  $450 \text{ }^\circ/\text{s}^2$  ab, die bei der Drehzahl des Dreharms entsprechend zu beachten ist. Aus der Winkelbeschleunigung leitet sich in Abhängigkeit der Entfernung des Messadapters vom Lasertracker, dessen Orientierung und des Radius des Dreharms, dessen maximal zulässige Drehzahl ab. Die Kreisebene ist für die folgende Betrachtung mit ihrem Normalenvektor in Richtung des Lasertrackers orientiert. Der Lasertracker wird als horizontalisiert angenommen, sodass der Gierwinkel  $\theta$  dem klassischen Horizontalwinkel entspricht. In

dieser Orientierung des Dreharms treten am Kopf des Lasertrackers die größten Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen auf, weil der zu beobachtende Winkel zwischen den Umkehrpunkten am größten ist. Zur Veranschaulichung der Systematik wird das Verhalten des Gierwinkels  $\theta$  bei der Beobachtung des Dreharms zwischen der 3-Uhr und 9-Uhr Position (vgl. Abb. 47) analysiert. Unter der Annahme einer konstanten Drehzahl des Dreharms führt der Trackerkopf bei der Beobachtung des Reflektors am Dreharm eine pendelnde Bewegung zwischen diesen beiden Umkehrpunkten aus. Die Verläufe der Winkelgeschwindigkeit bzw. -beschleunigung des Trackerkopfes sind dabei sinusförmig mit einer Phasenverschiebung von einer viertel Periode zueinander. An den Umkehrpunkten erreicht die Winkelgeschwindigkeit ihr Minimum während die Winkelbeschleunigung ihr Maximum erreicht. Abhängig von der Entfernung von A-TOM zum Lasertracker sind dann verschiedene maximale Drehzahlen zulässig. Die aus der Drehzahl des Dreharms und dem Abstand zum Lasertracker resultierenden Winkelbeschleunigungen des Trackerkopfes sind in Abb. 24 für die beiden Drehzahlen 1 U/s (links) und 2 U/s (rechts) und einen Dreharmradius von  $r = 0,08$  m dargestellt. Im Nahbereich übersteigt die auftretende Winkelbeschleunigung bei der Drehzahl von 2 U/s die maximal zulässige, sodass eine Mindestentfernung von  $> 1,5$  m eingehalten werden sollte. Wird die Drehzahl auf z. B. 4 U/s erhöht, wächst der Mindestabstand auf 5 m an. Auch die für die Bestimmung der Orientierungswinkel sinnvolle Vergrößerung des Radius des Dreharms ist hier kontraproduktiv, weil dann proportional zum größeren Radius die am Trackerkopf auftretenden Winkelbeschleunigungen wachsen.

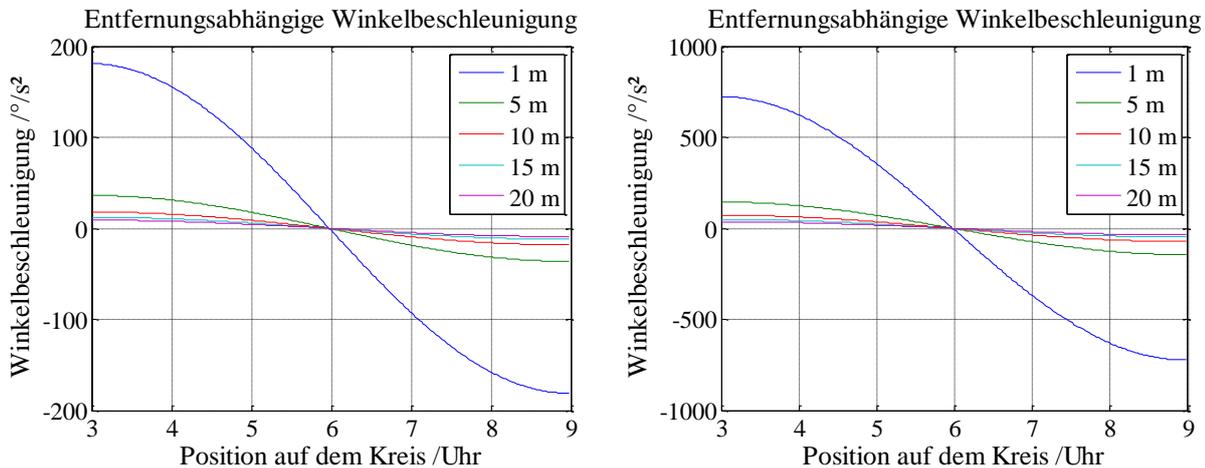


Abb. 24: Am Trackerkopf auftretende Winkelbeschleunigungen in Abhängigkeit der Entfernung zum Messadapter und der Drehzahl des Dreharms mit dem Radius  $r = 0,08$  m, links: 1 U/s, rechts: 2 U/s

Für den praktischen Einsatz muss ein Kompromiss für die Parameter Radius und Drehzahl des Dreharms gefunden werden. Die Simulation zur Auswirkung verschiedener Orientierungen der Kreisebene gegenüber dem Lasertracker auf die Genauigkeit der Pose hat gezeigt, dass bereits mit einem Radius von  $0,08$  m Ergebnisse im Rahmen der Genauigkeitsforderungen erzielt werden können. Eine Steigerung der Genauigkeit durch einen größeren Radius erscheint zwar vorteilhaft, schafft aber bei derselben Drehzahl des Dreharms eine größere Dynamik am Kopf des Lasertrackers. Mit der geforderten Dauer der Posenbestimmung von höchstens einer Sekunde muss die Drehzahl mindestens 1 U/s betragen. Wird die Mindestentfernung eingehalten, ist auch eine Drehzahl von 2 U/s unkritisch. Dabei sind jedoch weitere Systematiken des Lasertrackers und ggf. des verwendeten Antriebs des Dreharms zu beachten. Frühere Untersuchungen (z. B. [Wöllner 2007]) haben gezeigt, dass mit zunehmender Dynamik der mit dem Lasertracker zu beobachtenden Bewegung sich die Genauigkeit verschlechtert (siehe dazu auch Kapitel 4.1.3). Eine möglichst langsame, gleichmäßige Bewegung erscheint zunächst vorteilhaft, was jedoch der Forderung nach der Dauer der Posenbestimmung entgegensteht.

Im Sinne einer Voruntersuchung, die die Streuung experimentell untersucht, dient die Mehrfachmessung eines einzelnen Punktes in einer Entfernung von ca. acht Metern zum Lasertracker AT901. Als Reflektor diente ein BRR (vgl. Tabelle 9 und Abb. 28 c). Der Punkt befand sich auf der Höhe des Trackerkopfes. Das Koordinatensystem bezieht sich auf den Lasertracker, wobei die X-

Achse näherungsweise parallel zum Laserstrahl verläuft. Es wurden 1200 Einzelmessungen erfasst - im Gegensatz dazu bietet der Lasertracker die Option, bis zu 1000 Messungen pro Punkt intern zu mitteln, um die Genauigkeit zu steigern. Die Streuung der Messpunkte verteilt sich entsprechend der unterschiedlichen Unsicherheiten für Distanz- und Richtungsmessung in einer Ebene, deren Normalenvektor in Richtung des Lasertrackers zeigt. Die Abb. 25 zeigt die Messpunkte aus Sicht des Lasertrackers (Abb. 25 links) und aus Blickrichtung parallel zur Z-Achse (Abb. 25 rechts). Die Standardabweichung der Koordinaten in Y- und Z- Richtung beträgt  $17\ \mu\text{m}$  respektive  $13\ \mu\text{m}$ . In Richtung der Distanzkomponente beträgt die Standardabweichung lediglich  $2\ \mu\text{m}$ . Folglich werden, aufgrund der ungleichen Qualität der Sensoren im Lasertracker, die drei Koordinaten einer Punktposition mit verschiedenen Genauigkeiten bestimmt. Im Vergleich zu den aus Herstellerspezifikationen abgeleiteten Genauigkeiten für diese Konfiguration zeigt sich, dass die Wiederholgenauigkeit der Querkomponenten ca. zwei Drittel besser ist und die Wiederholgenauigkeit der Distanzkomponente der Größenordnung der IFM-Genauigkeit entspricht – in dem Bewusstsein, dass die aus dem Versuch ermittelten Werte nur Wiederholbarkeiten sind. Weitere Erfahrungen mit dem AT901 (u. a. [Herrmann\_2012], [Herrmann 2010]) lassen die Vermutung zu, dass die erreichbare Genauigkeit besser als die von Leica angegebenen Spezifikationen ist.

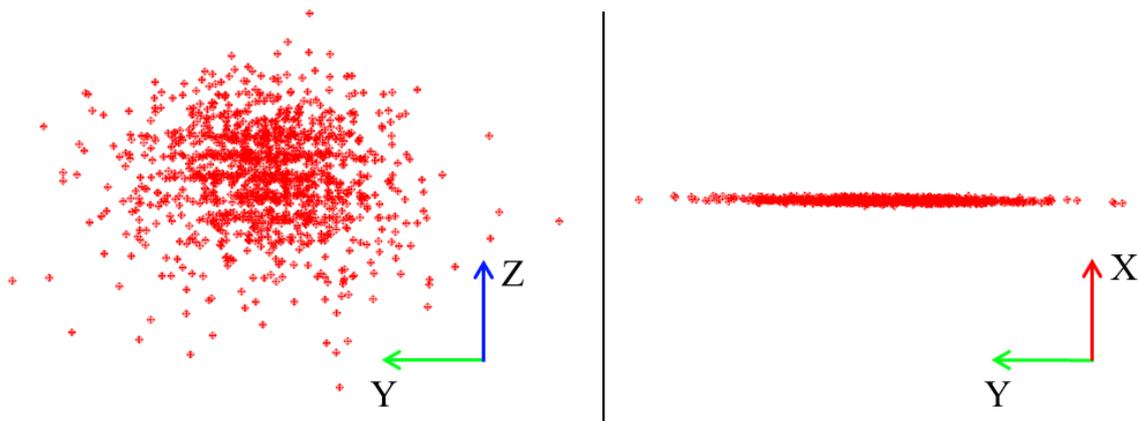


Abb. 25: Streuung einer mehrfach gemessenen Punktposition in einer Entfernung von ca. 8 m

### 3.4.3 Verfügbare Reflektoren

Bei Messungen mit einem Lasertracker werden meist sogenannte Corner-Cube-Retroreflektoren (CCR) eingesetzt. Eine weitere gebräuchliche Bezeichnung lautet Spherically Mounted Retroreflectors (SMR). Drei rechtwinklig zueinander stehende Spiegelebenen reflektieren einen einfallenden Lichtstrahl parallel zu seiner Einfallsrichtung. Die Spiegel sind in einer Stahlkugel eingefasst. Die Spiegelebenen werden so angeordnet bzw. ausgerichtet, dass das optische Zentrum dabei mit dem geometrischen Zentrum der einfassenden Kugel zusammenfällt. Es gibt verschiedene Ausführungen der SMR, die sich einerseits in ihrer Größe (Durchmesser der Kugel  $1.5\ \text{''}$  oder  $0.5\ \text{''}$ ) und andererseits in ihrer Bauform unterscheiden. Eine Ausführung ist der sogenannte Red Ring Reflector (RRR), der sich u. a. durch einen den Akzeptanzwinkel einschränkenden Ring an der Reflektoröffnung unterscheidet (vgl. Abb. 28 a). Drei gläserne Spiegelebenen werden zunächst miteinander verbunden und im Anschluss in die Stahlkugel eingesetzt. Die Ausrichtung der Ebenen zueinander stellt höchste Anforderungen an die Fertigung, weil bereits kleinste Abweichungen zu signifikanten Änderungen der Reflexionseigenschaften führen (vgl. [Steffey 2010]). Eine abweichende Lage einer Spiegelebene von  $5\ \mu\text{m}$  ruft bei einem  $1.5\ \text{''}$  Reflektor eine Abweichung von der Orthogonalität von rund einer Bogenminute hervor. Trotz dieser Herausforderung weist diese Bauform im Vergleich zu den anderen die kleinste Unsicherheit bei der optischen Zentrierung auf (vgl. Tabelle 9), weil die drei Spiegelebenen bei der Fertigung optimal aufeinander ausgerichtet werden können.

Reflektortyp	RRR 1.5 "	BRR 1.5 "	TBR 0.5 "
optische Zentrierung	$\leq \pm 0.003 \text{ mm}$	$\leq \pm 0.010 \text{ mm}$	$\leq \pm 0.010 \text{ mm}$
Radius	$19.05 \text{ mm} \pm 0.0025 \text{ mm}$	$19.05 \text{ mm} \pm 0.0025 \text{ mm}$	$6,35 \text{ mm} \pm 0.004 \text{ mm}$
Formtoleranz	$< \pm 0.0015 \text{ mm}$	$< \pm 0.0015 \text{ mm}$	$< \pm 0.003 \text{ mm}$
ADM Additionskonstante	$0.00 \text{ mm} \pm 0.006 \text{ mm}$	$0.00 \text{ mm} \pm 0.01 \text{ mm}$	$5,30 \text{ mm} \pm 0.03 \text{ mm}$
Akzeptanzwinkel	$\leq \pm 30^\circ$	$\leq \pm 30^\circ$	$\leq \pm 22^\circ$
Gewicht	170 g	195 g	7 g
Material	rostfreier, oberflächen-gehärteter Stahl, magnetisch		

Tabelle 9: Reflektortypen und ihre Parameter, [Bernhart 2011] und [Leica 2014]

Die robustere, bruchresistente Ausführung dieses Reflektortyps (sog. Break Resistant Reflector, BRR) besteht wie der RRR aus einer Stahlkugel, aus der die oben beschriebene Würfecke herausgefräst wird. Die so entstandenen Ebenen dienen direkt als Träger, auf die eine reflektierende Schicht mit einem Kleber aufgebracht wird (vgl. [Steffey 2010]). Die Herstellung aus einem Stück verringert die Empfindlichkeit, vergibt aber die Möglichkeit, die Spiegelebenen auszurichten und weist daher eine etwas größere Unsicherheit auf (vgl. Tabelle 9). Diesen offenen Varianten, d. h. der Laserstrahl durchläuft lediglich das Medium Luft, ist ihre Anfälligkeit der Spiegelebenen gegenüber Verschmutzung und Verkratzen gemein. Deswegen gibt es eine weitere Ausführung eines SMR, bei dem in die Stahlkugel ein Glasprisma eingesetzt wird. Analog zum Prinzip CCR, besteht die Rückseite des Glasprismas, des bei Leica Geosystems unter der Bezeichnung Tooling Ball Reflector (TBR) geführten SMR, aus drei rechtwinklig aufeinander stehenden Ebenen, die verspiegelt sind. Beim Übergang des Laserstrahls von Luft in das Glas des Prismas treten abhängig vom Auftreffwinkel Abweichungen in den Messelementen Richtung und Strecke auf (vgl. [Markendorf 2000]). Eine laterale Abweichung entsteht bei der Refraktion des Laserstrahls an der Vorderseite des Glasprismas. Eine Abweichung der gemessenen Distanz tritt durch die veränderte Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb des Prismas in Abhängigkeit des Brechungsindex  $n$  der verwendeten Glassorte auf. In Abb. 26 sind die von [Markendorf 2000] ermittelten lateralen und Distanzabweichungen dargestellt. Ab einem Eintrittswinkel von etwa  $22^\circ$  nehmen die Beträge der lateralen Abweichungen eine Größenordnung an, die vor dem Hintergrund der Messunsicherheit eines Lasertrackers nicht mehr zu vernachlässigen sind. Bei  $22^\circ$  Eintrittswinkel beträgt die laterale Abweichung bereits  $30 \mu\text{m}$  und steigt bis auf  $0,4 \text{ mm}$  bei  $42^\circ$  an. Ein zylindrischer Aufsatz (siehe Abb. 28 d) beschränkt den Akzeptanzwinkel des TBR auf  $\leq \pm 22^\circ$ , um diese Effekte zu minimieren. Die Veränderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit im TBR dem Medium Luft wird mit einer Additionskorrektion (siehe Tabelle 9) Rechnung getragen. Weil der TBR durch den zylindrischen Aufsatz keinen größeren Akzeptanzwinkel als RRR bzw. BRR aufweist bzw. ohne diesen Aufsatz bei größeren Einfallswinkeln signifikante Abweichungen in den Messelementen Winkel und Strecke verursacht, wird auf die Nutzung dieses Reflektortyps in der Arbeit verzichtet.

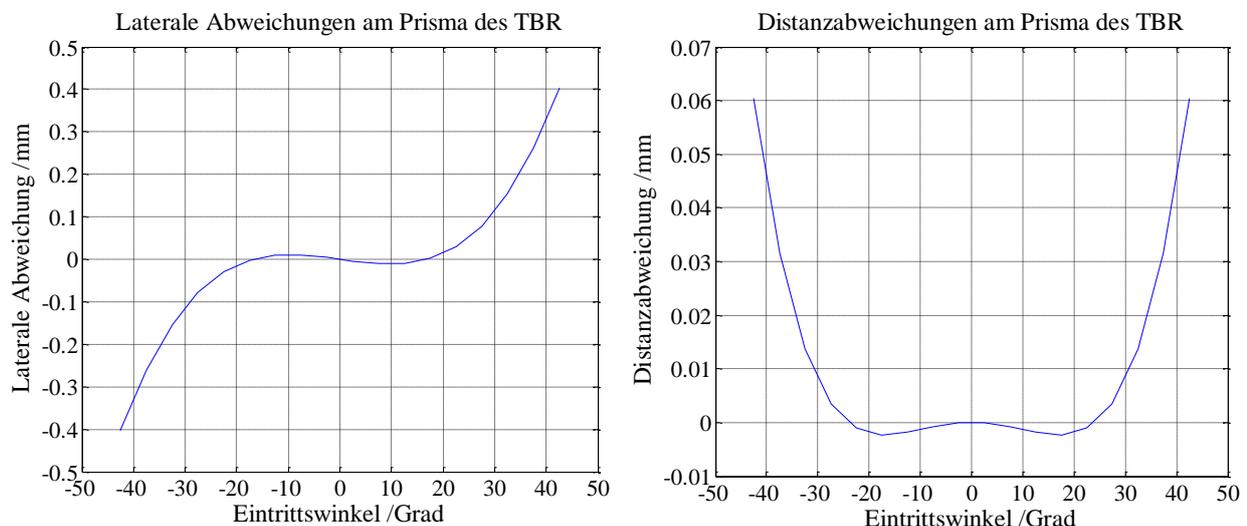


Abb. 26: Laterale und Distanzabweichungen des TBR in Abhängigkeit des Eintrittswinkels [Markendorf 2000]

Die konstruktionsbedingten Eigenschaften der SMR beeinflussen die Güte bzw. die erreichbare Genauigkeit einer Messung. Die Rundheit und Formtoleranz wirken sich bei antastenden Messungen dahingehend aus, dass der Radius zur Reduktion der Messung auf die angetastete Fläche mit dieser Unsicherheit bestimmt ist. Bei häufigem Einsatz können sich an der Stahlkugel Abnutzungsstellen bilden, an denen der Radius nicht mehr dem nominellen Wert entspricht. Bei der hier diskutierten Anwendung (vgl. Kapitel 3.1) spielt diese Eigenschaft jedoch keine Rolle unter der Voraussetzung, dass der verwendete Retroreflektor fest mit dem Dreharm verbunden ist und sich relativ zu diesem nicht bewegt.

Die Rechtwinkligkeit der Spiegelebenen zueinander beeinflusst die Richtung des reflektierten Signals und stellt ein weiteres Gütekriterium der SMR dar. Im Idealzustand beträgt der Winkel zwischen benachbarten Ebenen exakt  $90^\circ$ , sodass der einfallende Strahl parallel zu sich selbst reflektiert wird. Tatsächlich weicht der Winkel zwischen benachbarten Spiegelebenen von diesem idealen Wert ab. Die Folgen des sogenannten „dihedral angle error“ (DAE)<sup>6</sup> sind in [ASME 2006] und [Steffey 2010] ausführlich beschrieben und werden hier wegen der potentiellen Auswirkung bei der Posenbestimmung in Anlehnung an die genannten Quellen dargestellt. Wegen des DAE entsteht eine scheinbare Abweichung des optischen Zentrums des Reflektors von seinem geometrischen Zentrum. In Verbindung mit einem fehlerhaft bestimmten Bezugspunkt des PSD bei der Initialisierung des Lasertrackers bewirkt der DAE, dass einfallender und reflektierter Strahl nicht exakt übereinander liegen. Auf der PSD trifft der reflektierte Strahl mit einer Ablage zu deren Nullpunkt auf, was eine Nachführung des Laserstrahls veranlasst. Daraus resultiert eine veränderte Ableseung der Richtungsencoder, die nun falsch ist und von der Richtung zum tatsächlichen geometrischen Zentrum des CCR abweicht. Normalerweise minimieren Kompensationsmechanismen im Lasertracker diese potentiellen Fehler [ASME 2006]. Verändert sich der Rollwinkel des SMR – das ist der Winkel um die Symmetrieachse des Reflektors – verursacht der DAE jedoch Messfehler, die als „runout“-Fehler bezeichnet werden (vgl. [Steffey 2010] und [ASME 2006]). Bei einer Drehung des SMR um seine Symmetrieachse verändert sich die Position des scheinbaren Zentrums des Reflektors mit der Drehung. Das Bewegungsmuster wiederholt sich, sofern nur DAE wirken, einmal pro  $360^\circ$  Drehung um die Symmetrieachse. Tritt zusätzlich eine tatsächliche Abweichung des optischen Zentrums vom geometrischen Zentrum auf, wiederholt sich bei bestimmten Kombinationen der gemeinsam auftretenden Abweichungen das Muster zweimal alle  $360^\circ$  Drehung um die Symmetrieachse [ASME 2006]. Die Auswirkungen des Fehlers können unterbunden werden, sofern der Rollwinkel des Reflektors für alle Messungen konstant bleibt. Bei dem hier (siehe Kapitel 3.1) vorgestellten Prinzip der Posenbestimmung aus dem Beobachten einer kreisförmigen Trajektorie lässt sich, sofern der Reflektor fest mit dem Dreharm verbunden ist, eine Rotation des Reflektors um dessen Symmetrieachse nicht vermeiden. Nur in dem Fall, dass alle drei Spiegelebenen paarweise exakt rechtwinklig aufeinander stehen, ist die Reihenfolge der Ebenen auf welche der einfallende Strahl trifft, unerheblich (vgl. [Scholl 1995]). Liegen Abweichungen, also DAE vor, ist die Reihenfolge ausschlaggebend. Dabei unterteilen sich bei Betrachtung des Retroreflektors entlang seiner Symmetrieachse die möglichen Auftreffbereiche in sechs Segmente (vgl. [ASME 2006], [Scholl 1995], [Thomas 1977], Abb. 27 links). Entsprechend der Sequenz der Segmente auf die der einfallende Strahl trifft, ergeben sich unterschiedliche (Winkel-)Abweichungen des reflektierten Strahls zur Einfallrichtung. In Folge der Rotation des Dreharms beschreibt der Reflektor pro Umdrehung eine volle Rotation um die Symmetrieachse. Im Verlauf dieser Rotation überstreicht der einfallende Strahl alle sechs Segmente. Die aus der Reflektionsreihenfolge resultierenden Abweichungen betreffen hauptsächlich die Richtungsmessung des Lasertrackers und zeigen sich bei der Beobachtung einer kreisförmigen Trajektorie als radiale Abweichungen (in der Rotationsebene des Dreharms in Richtung des Radius) zum ausgeglichenen Kreis.

---

<sup>6</sup> Für „dihedral angle“ ist die direkte Übersetzung Diederwinkel unpassend, weil sie in der Chemie zur Beschreibung geometrischer Beziehungen in chemischen Verbindungen genutzt wird. Eine treffendere Beschreibung ist Orthogonalitätsabweichung, die hier trotzdem in Bezug zum englischen Begriff mit DAE abgekürzt wird.

Diese Auswirkungen des DAE nehmen mit der Entfernung des Reflektors zum Lasertracker zu. Zur Veranschaulichung dient das Schema in Abb. 27 rechts bei zwei Spiegelebenen. Die Abweichung der Richtung des reflektierten Strahls zum einfallenden Strahl entspricht der doppelten Abweichung von  $\gamma$  zu  $90^\circ$ . Je weiter der Reflektor entfernt ist, desto größer wird die durch den DAE verursachte Ablage des reflektierten Signals am Lasertracker, was dessen PSD registriert. Die Regelung zur Nachführung des Laserstrahls will dann diese Ablage korrigieren. Gleichzeitig erfolgt eine Richtungskorrektur der Encoderablesungen (siehe Kapitel 4.2.2, Gleichung (4-12)) die in der Folge zu einer Abweichung des resultierenden 3D-Punkts führt. Dem DAE ist zu begegnen, indem die Orientierung des Reflektors (Rotation um die Achse des einfallenden Laserstrahls) beibehalten wird. Dazu wäre am Dreharm eine zusätzliche Mechanik notwendig, die die Orientierung des Reflektors über die Rotation des Arms festhält. Diese Mechanik enthält zwangsweise rotierende bzw. drehbar gelagerte Teile, die zusätzliche Unsicherheiten einführen. Auch vor dem Hintergrund der bei hohen Winkelgeschwindigkeiten auftretenden Beschleunigungskräften erscheint eine technisch simple Lösung, die z. B. mit einem drehbar gelagerten Reflektorhalter lediglich über die Gravitation (vgl. System GERD [Bernhart 2011]) die Orientierung beeinflusst, wenig aussichtsreich. Folglich ist eine aktive Reflektornachführung (active hub) notwendig, die zusätzliche (steuerungs-)Elektronik sowie Verkabelung fordert und die Komplexität des Systems erhöht. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit eine solche Lösung nicht verfolgt.



Abb. 27: links: schematische Segmentierung der Spiegelebenen eines SMR; rechts: Schema Auswirkung des DAE bei zwei Spiegelebenen

Die Abb. 28 a) bis d) zeigen die eben beschriebenen Reflektortypen und schematisch den Aufbau und Strahlengang. CCR haben einen eingeschränkten Akzeptanzwinkel von maximal  $\pm 30^\circ$ . Dies führt besonders in kinematischen Anwendungen zu Einschränkungen. Bei der Bewegung eines Objektes passiert es schnell, dass der Akzeptanzwinkel des Reflektors überschritten wird, der Laserstrahl „abreißt“ und damit die Messung unterbrochen wird. Das Ausrichten des Reflektors und das erneute Einkoppeln des Strahls sind notwendig. Kommt das häufig vor, macht das den Messprozess mühsam und kostet Zeit. Der Wunsch nach einem größeren Akzeptanzwinkel ist die logische Konsequenz.

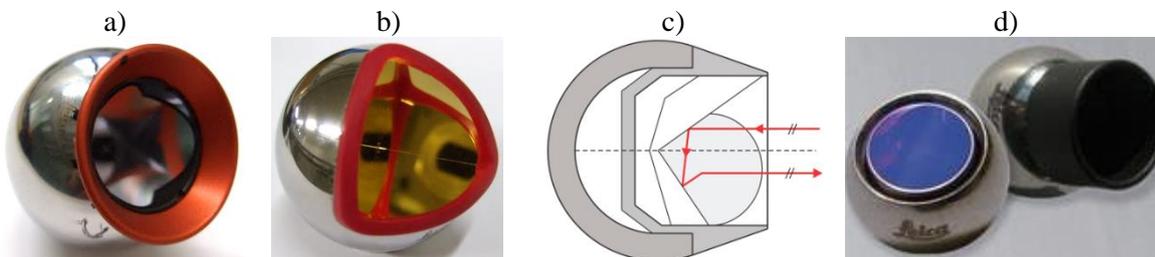


Abb. 28: Reflektoren. a) RRR, b) BRR, c) Schema CCR, [Bernhart 2011], [Yang 1999], d) TBR, [Leica 2014]

Der Aufbau eines Reflektors mit einem entsprechend größeren Akzeptanzwinkel von  $\pm 60^\circ$  gleicht einem Linsensystem. Im Prinzip besteht der Reflektor aus zwei Kugelhälften unterschiedlicher Radien. Die Dimensionen sind so gewählt, dass die kleinere Kugel eintreffende Strahlenbündel auf die Rückseite der größeren Kugel fokussiert. Diese Außenfläche ist spiegelnd beschichtet. So wird in Verbindung mit der Geometrie der Linsen ein auftreffender Lichtstrahl parallel zu seiner

Einfallsrichtung reflektiert. Näherungsweise gilt der folgende funktionale Zusammenhang zwischen den Kugelradien  $r_1$  und  $r_2$  und dem Brechungsindex  $n$  des verwendeten Materials:

$$r_2 = \frac{r_1}{n - 1} \quad (3-27)$$

Eine ausführliche Beschreibung des Aufbaus vom sogenannten Cat Eye-Reflektor gibt u. a. [Loser 2001]. Auf die detaillierte Ausführung wird hier verzichtet, weil das Cat Eye den in 3.1 definierten Anforderungen - besonders im Hinblick auf Größe (75 mm Radius) und Gewicht (730 g) - nicht genügt. Im Kapitel 4.3 werden Arten des Cat Eye-Reflektors zur Betrachtung von Strahlverläufen und optischen Eigenschaften herangezogen, um die von dem folgenden Reflektordesign zu erwartenden reflektierten Signale zu beurteilen.

Eine Reihe unterschiedlicher Anwender (u. a. [Bernhart\_2012], [Anheier\_2009], [Oakley 2007], [Shargorodsky 2006], [Yongbing 2003], [Loser 2001], [Takatsuji 1999], [Yang 1999], [Goldman 1996]) haben sich auf der Basis des Cat Eye Gedanken über alternative bzw. verbesserte Reflektorkonzepte gemacht. Die Kriterien Größe, Gewicht, Akzeptanzwinkel und Rückstrahleigenschaften sind dabei von Interesse. Ein Blick auf die Gleichung (3-27) führt schnell auf die Idee, ein Material mit einem Brechungsindex  $n$  von zwei zu verwenden. Der Reflektor wäre dann eine volle Kugel. Die Herausforderungen, die aus der Kombination von verschiedenen Linsen bzw. Kugelradien wie beim Cat Eye entstehen, würden sich dann erübrigen. Darunter fallen z. B. die Zentrierung und die feste Verbindung der Linsen (siehe dazu u. a. [Loser 2001], [Zürcher 1995]). Die Firma ETALON AG hat diesen Weg beschritten und für das Laser Tracer-System (siehe 2.3.1) einen kugelförmigen Reflektor mit dem Brechungsindex  $n \approx 2$  entwickelt. In Kooperation hat [Bernhart 2011] diesen Reflektor für die Anwendung in der Geodäsie erweitert und dessen Eigenschaften untersucht.

Der Reflektor 160A (R160A) besteht aus einer Kugel S-LAH79 Glas mit einem Nennbrechungsindex von  $n = 1,99613$  (vgl. [Ohara 2014]) bei einer Temperatur von  $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ , einem Luftdruck von  $p = 1013,25 \text{ hPa}$  und einer relativen Luftfeuchte  $rf = 45\%$ , für Licht der Wellenlänge  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Aufgrund der Dispersion ändert sich der Brechungsindex mit der Wellenlänge. Die entsprechenden Werte für andere Wellenlängen sind dem Datenblatt [Ohara 2014] zu entnehmen bzw. über das Cauchy-Modell oder die Sellmeier-Gleichung zu bestimmen. Die Glaskugel hat einen Durchmesser von  $2r_K = 21,000 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}$  mit einer optischen Rundheit von 100 nm bis 200 nm. Zur Anwendung im geodätischen Umfeld mit taktilen Messaufgaben wurde die Reflektorkugel in eine stählerne Halbschale mit dem Durchmesser 38,1 mm eingeklebt (siehe [Bernhart 2011]). Diese Dimensionierung entspricht den 1,5 " SMR, sodass identische Reflektorhalterungen genutzt werden können. Die Abb. 29 zeigt den Reflektor und schematisch dessen Aufbau mit der Glaskugel, der reflektierenden Beschichtung (Coating), der Klebeschicht und der Fassung.

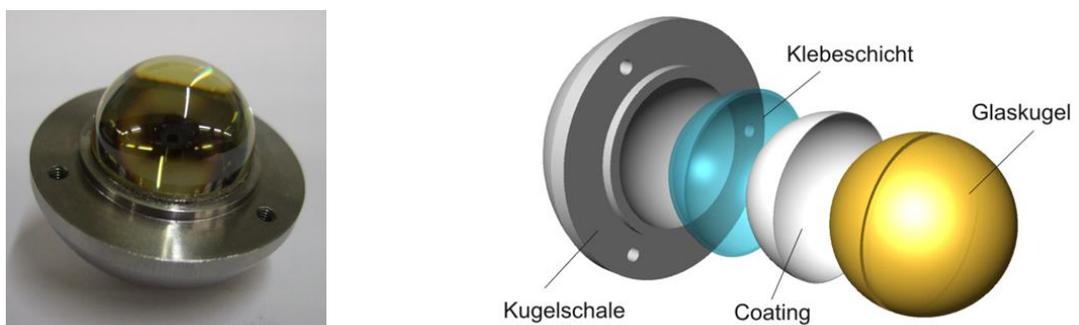


Abb. 29: Reflektor 160A und schematischer Aufbau, [Bernhart 2011]

Im Vergleich zu den bereits beschriebenen Reflektoren, weist der R160A den größten Akzeptanzwinkel von  $\leq \pm 80^\circ$  auf und erleichtert somit theoretisch den Einsatz für größere Verschwenkungen von A-TOM. Dem stehen jedoch Besonderheiten der optischen Eigenschaften gegenüber, die in [Bernhart 2011] bzw. [Bernhart\_2012] beschrieben, hier in Auszügen wiedergegeben und durch weitere Betrachtungen in Kapitel 4.3 vervollständigt werden.

Im Idealfall entspricht das geometrische Zentrum der Glaskugel auch dem geometrischen Zentrum der umfassenden Kugelhalbschale, sodass für z. B. antastende Messungen anzubringende Korrekturen sich auf denselben Punkt beziehen. Der für die Fixierung der Glaskugel in der Fassung verwendete Kleber wies jedoch einen signifikanten Schwund auf. Folglich besteht zwischen Glaskugel und Fassung eine Exzentrizität  $\varepsilon_{R160A}$ , die [Bernhart\_2012] mit  $\varepsilon_{R160A} = 36 \mu\text{m}$  bestimmt hat. Für antastende Messungen ist, um den Einfluss von  $\varepsilon_{R160A}$  zu minimieren, die Orientierung des Reflektors gegenüber dem polaren Messgerät konstant zu halten. Bei dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Verfahren der Posenbestimmung aus einer kreisförmigen Trajektorie eines Reflektors hat die Exzentrizität keinen Einfluss. Der Reflektor ist fest mit dem Rotor verbunden, sodass der Abstand zwischen Zentrum der Glaskugel – das als Bezugspunkt für die polare Messung dient – und dem Zentrum der beschriebenen Kreisbahn konstant ist. Die Exzentrizität ändert lediglich den durch die Geometrie des Rotors festgelegten Radius der Kreisbahn, der sich jedoch bei der Ausgleichung (vgl. Kapitel 3.2) mitbestimmen lässt.

Im Vergleich zu den offenen Tripelspiegelreflektoren muss der Laser eines Lasertrackers oder Lasertracers (vgl. Kapitel 2.3.1) das Glas der Kugel des R160A durchlaufen. Innerhalb des Glases breitet sich die elektromagnetische Welle entsprechend des Brechungsindex mit einer anderen Geschwindigkeit aus. Das Messgerät registriert diesen Medienübergang jedoch nicht. Die zum Reflektor gemessene Strecke ist wegen der größeren optischen Dichte des S-LAH79 Glases im Vergleich zur umgebenden Atmosphäre systematisch zu lang und muss daher mit einer Additionskorrektur verbessert werden. Die Korrektur umfasst zusätzlich einen geometrischen Anteil, der sich durch die Lagerung der Glaskugel in der Fassung ergibt und angebracht werden muss, um den gemessenen Punkt auf den tatsächlichen Antastpunkt zu reduzieren. Für die Kombination der im Datenblatt des Glases angegebene Atmosphäre und einer Referenzwellenlänge  $\lambda_{ADM}$  des Absolutdistanzmessers eines Lasertrackers AT901 von 795 nm hat [Bernhart\_2012] eine theoretische Additionskonstante  $add_{ADMAT901} = 32,259 \pm 0,007 \text{ mm}$  bestimmt. Die theoretische  $add_{ADMAT901}$  wurde auch praktisch nachgewiesen. Ein Verfahren, bei dem die Exzentrizität  $\varepsilon_{R160A}$  die bestimmte Additionskonstante nicht signifikant beeinflusst, ermittelt mit einer Unsicherheit  $u_{ADD} = \pm 0,028 \text{ mm}$  einen Wert von  $add_{ADMAT901} = 32,261 \text{ mm}$  und weicht damit nur  $2 \mu\text{m}$  vom theoretisch ermittelten Wert ab (vgl. [Bernhart\_2012]). Diese Additionskonstante ist folglich bei Messungen mit dem R160A und der Verwendung eines Distanzmessers mit der Wellenlänge  $\lambda = 795 \text{ nm}$  anzuwenden. Unter strenger Betrachtung ist  $add_{ADMAT901}$  jedoch keine Konstante, sondern eine Funktion der Wellenlänge  $\lambda$  der verwendeten elektromagnetischen Strahlung sowie der atmosphärischen Parameter Temperatur  $t$ , Luftdruck  $p$  und relativer Luftfeuchte  $rf$ , weil der Brechungsindex des S-LAH79 Glases eine Funktion dieser Parameter ist. Bei Posenbestimmung aus einer Trajektorie nach Kapitel 3.1 und der Kombination von IFM und ADM, wie in Kapitel 3.4.2 beschrieben, müssen die Änderungen der Parameter erfasst und berücksichtigt werden. Wird der Veränderung der Additionskonstante  $add_{ADMAT901}$  während des Messprozesses keine Rechnung getragen, verändert sich auch der Bezug zwischen Bodensystem des Messadapters und dem System des Objekts, dessen Pose bestimmt werden soll. Bei abweichenden Bedingungen werden die Strecken vom Messsystem zu den einzelnen Punkten auf der Trajektorie zu lang oder zu kurz bestimmt. Näherungsweise verschiebt sich so die Pose um den Betrag der Abweichung in Richtung des Laserstrahls

Weiter hat [Bernhart\_2012] experimentell die Intensität  $I_{R160A}$  des vom R160A reflektierten Signals über verschiedene Entfernungen  $d$  im Vergleich zu einem BRR (vgl. Tabelle 9) untersucht. Bei der kürzesten Entfernung von rund 20 cm hat das vom R160A reflektierte Signal ca. 90 % der Intensität des Signals von einem BRR. Die Intensität nimmt mit zunehmender Entfernung linear ab und erreicht bei der größten untersuchten Entfernung von 24 m nur noch rund 40 % im Vergleich zum Signal des BRR. Den Empfehlungen aus [Leica 2009d] folgend, sollte ein Mindestmaß an Intensität vorhanden sein, um erfolgreiche Messungen zu gewährleisten. Dieses Maß ist bis zu einer maximalen Entfernung von rund 20 m erreicht (vgl. [Bernhart\_2012]).

Bereits in [Loser 1993] wird auf die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals als Voraussetzung für erreichbare Genauigkeit der Messergebnisse eingegangen. Dabei wurde beobachtet, dass kugelförmige Reflektoren wie das Cat Eye ähnlich wie Sammellinsen die Wellenfronten des Laserstrahls verformen. Daraus resultieren im Vergleich zu offenen Tripelspiegelreflektoren wie RRR oder BRR (vgl. Tabelle 9) veränderte Intensitätsverteilungen und geringere Messgenauigkeiten. Die

Abweichungen von der von einem Laser ausgesendeten, auf den Reflektor einfallenden ebenen Wellenfront konkretisiert [Loser 2001] qualitativ. Weiter wurde beschrieben, dass bei einem lediglich zweiteiligen Aufbau des Cat Eye Reflektors mit Kugelhalbschalen unterschiedlicher Radien  $r_K$  aber identischem Brechungsindex  $n$  eine Intensitätsverteilung des reflektierten Signals in konzentrischen Kreisen beobachtet wurde. Der R160A weist vergleichbare Eigenschaften auf (vgl. Gl. (3-27)), sodass auch hier eine ähnliche Verteilung und ein entsprechender Einfluss auf das Messergebnis erwartet werden.

Mit dem Ziel, vom Messsystem verursachte Systematiken aufzudecken bzw. auszuschließen, sollte in einer Voruntersuchung das Verhalten des R160A in Kombination mit Lasertrackern verschiedener Hersteller untersucht werden. Dazu wurden Versuche mit dem API Lasertracker T3 [API 2010] und dem Faro Lasertracker X [FARO 2005] unternommen. Ein expliziter Test mit dem Leica AT901 fand nicht statt, weil dieser Lasertracker für die Versuche in [Bernhart\_2012] bereits erfolgreich eingesetzt wurde, sodass die prinzipielle Funktionalität in Kombination mit dem R160A gegeben ist. Der T3 war zwar in der Lage den R160A als Reflektor zu erkennen und Bewegungen prinzipiell zu verfolgen, jedoch konnten weder im statischen noch kinematischen Modus Messwerte akquiriert werden. Die Kombination von R160A und Faro Lasertracker war nicht möglich. Mit diesem Ergebnis wird die Vermutung weiter bekräftigt, dass die auf den R160A treffenden Wellenfronten einer signifikanten Änderung unterliegen und die Funktionalität an sich sowie das Messergebnis hinsichtlich Genauigkeit beeinflussen. Die Untersuchung von Systematiken des R160A gelingt folglich im Vergleich mit anderen Reflektoren unter Nutzung desselben Lasertrackers und ist in Kapitel 4.3 beschrieben.

### 3.4.4 Herausforderungen und notwendige Detailuntersuchungen

Aus den Überlegungen der vorangegangenen Abschnitte des Kapitels 3 lässt sich eine Übersicht (siehe Abb. 30) zusammenstellen, die wesentliche Einflussgrößen auf das Bestimmen der Pose darlegt. Anhand der Kategorisierung werden Potentiale für notwendige Detailuntersuchungen deutlich.

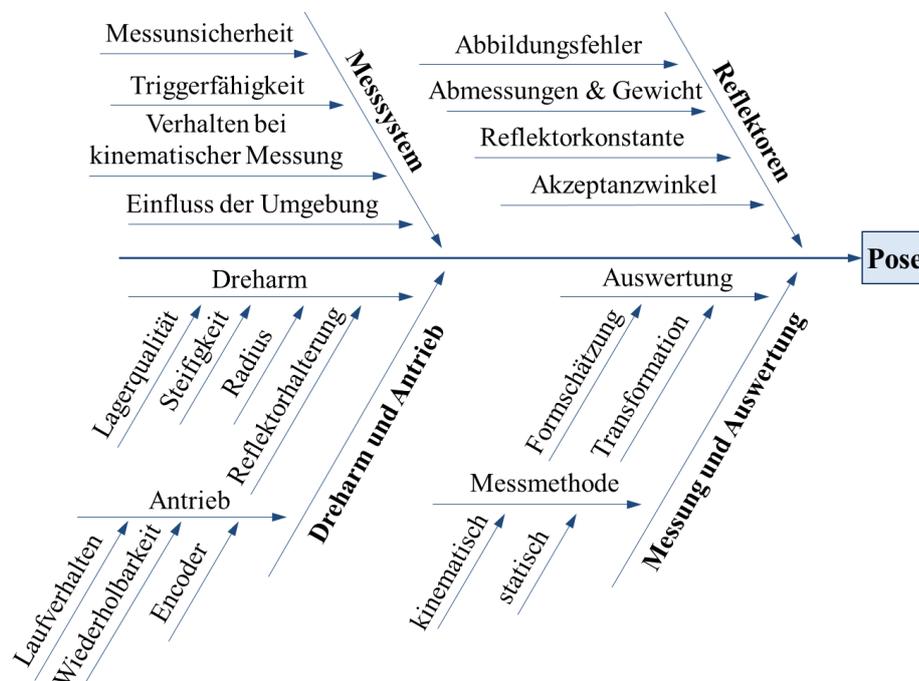


Abb. 30: Übersicht der Einflussfaktoren auf die Posenbestimmung

Die Kombination aus Art des Antriebs und Konstruktion des Dreharms hat Auswirkungen auf die Posenbestimmung, was Kapitel 3.1 und Kapitel 3.4.1 bereits andiskutiert haben. Hauptsächlich für die Bestimmung des Rollwinkels  $\kappa$  besteht die Herausforderung darin, eine wiederholgenaue und reproduzierbare Referenz zu erzeugen. Die Realisierung ist einerseits durch eine bestimmte Referenzstellung des Dreharms möglich. Andererseits kann ein Winkelencoder auf der Welle des

Dreharms diese Referenz liefern. Bei der letzten Variante ist dann nicht nur die Güte des Winkelencoders von Bedeutung, sondern auch die Kombination mit dem Messsystem und dessen spezifischen Eigenschaften im Zusammenhang mit der Verarbeitung von externen Triggersignalen. Eine detaillierte Betrachtung der Komponenten des Messadapters (Dreharm, Eigenschaften des Antriebs sowie des Encoders) erfolgt in Kapitel 4.1. Das Zusammenspiel des Winkelencoders bzw. der damit erzeugten Triggerimpulse in Kombination mit dem Messsystem wird in Kapitel 4.2 beleuchtet.

In Verbindung mit dem kontinuierlichen Betriebsmodus des Messadapters steht die Fähigkeit des Lasertrackers, im Sinne einer Zielverfolgung den Laserstrahl auf das Zentrum des Reflektors nachzuführen. Ist die Regelung nicht in der Lage die Nachführung zu gewährleisten, sind Restablagen durch den PSD zu korrigieren. In wieweit das System mit den vorgeschlagenen Reflektoren (vgl. Kapitel 3.4.3) kooperiert und welche Einschränkungen ggf. zu erwarten sind, untersucht Kapitel 4.2 ebenfalls.

Aufgrund seiner theoretischen Eigenschaften erscheint der R160A wegen des signifikant größeren Akzeptanzwinkels die erste Wahl für den Einsatz mit A-TOM. Die im Vergleich zu den anderen diskutierten Reflektoren (Kapitel 3.4.3) komplexeren optischen Eigenschaften sind jedoch näher zu analysieren. Bisher wurden die Veränderungen der Wellenfront eines ausgesendeten Laserstrahls beim Auftreffen und Durchlaufen eines solchen Kugelreflektors nur qualitativ bewertet (vgl. [Herrmann 2014], [Bernhart 2011], [Loser 2001], [Loser 1993], siehe Kapitel 3.4.3). Dabei wurde die Hypothese geäußert, dass diese Veränderungen das Messergebnis bzw. dessen Genauigkeit beeinflussen. Eine Bestätigung dieser Vermutungen bzw. das Ergründen der Ursache erfordert eine detaillierte Betrachtung der optischen Eigenschaften des R160A und deren Auswirkungen auf das eingesetzte Messsystem. In Kapitel 4.3 werden diese Untersuchungen angestellt.

Wie bereits mit der Simulation in Kapitel 3.2.2 gezeigt, haben der Radius des Dreharms und die Orientierung der Rotationsebene gegenüber dem verwendeten Messsystem einen Einfluss auf die Güte der Pose, der mit den (entfernungsabhängigen) Eigenschaften des Messsystems Lasertracker begründet ist. Demzufolge ist es für die Validierung notwendig, A-TOM in verschiedenen Entfernungen und Orientierungen zum Messsystem zu betrachten. Die Simulation, die sich auf die entfernungsabhängigen Effekte des Lasertrackers und die Performanz des Auswertalgorithmus per Formschatzung konzentrierte, hat etwaige Einflüsse durch die verwendeten Reflektoren nicht mit in Betracht gezogen. In der Konsequenz ist bei der Interpretation erzielter Messergebnisse auf durch den jeweils eingesetzten Reflektor verursachte Systematiken zu achten. Im Zusammenhang mit dem verwendeten Reflektor stehende Effekte werden in Kapitel 5.2.2 im Rahmen der Betrachtung des Gesamtsystems diskutiert.

## 4. Realisierung

### 4.1 A-TOM

#### 4.1.1 Dreharm

Der Dreharm wurde entsprechend der Bilanzierung aus Kapitel 3.2.2 mit einem Radius  $r = 80$  mm zwischen Drehachse und Reflektoraufnahme gefertigt. Die Befestigung an der Motorwelle erfolgt über eine Nabe. Der Dreharm ist aus Aluminium gefertigt. Die Bemaßung ist der technischen Zeichnung im Anhang zu entnehmen. Die Bohrung für die Reflektoraufnahme wurde so gestaltet, dass sowohl eine Halterung für einen BRR (siehe Tabelle 9 und Abb. 28 b) als auch die stählerne Einfassung des R160A (siehe Abb. 29) verschraubt werden können. Entsprechend dem Gewicht der beiden Reflektoren wurden passende Ausgleichsmassen gefertigt. Die Realisierung mit Halterung für einen 1,5'' BRR und entsprechendem Ausgleichsgewicht ist in Abb. 31 gezeigt.



Abb. 31: Zeichnung und Realisierung des Dreharms

Der gewählte Radius ist für die Steifigkeit des Dreharms von Vorteil. Die Abschätzung der zu erwartenden Biegung aufgrund des Gewichts des Reflektors gelingt mit der modellhaften Betrachtung des Dreharms als Biegebalken. Die maximale Biegung tritt auf, wenn der Normalenvektor der Kreisebene parallel zur Lotrichtung orientiert ist. Aufgrund des rechteckigen Querschnitts des Dreharms bewirkt in dieser Orientierung die Gewichtskraft des Reflektors (in X-Richtung) eine Biegung um die Z-Achse (vgl. Abb. 32 links), die das kleinere Flächenträgheitsmoment  $J_{Fz}$  aufweist. Je größer das Flächenträgheitsmoment  $J_F$  ist, desto kleiner ist die Biegung  $b$ . Der Zusammenhang für einen rechteckigen Querschnitt ist mit

$$J_{Fx} = \frac{d_x \cdot d_z^3}{12}; J_{Fz} = \frac{d_z \cdot d_x^3}{12} \quad (4-1)$$

gegeben, wo  $d_x$  und  $d_z$  die jeweiligen Kantenlängen des rechteckigen Querschnitts (siehe Abb. 32 links) sind. Die Konfiguration des Dreharms, der mit einer Nabe an der Motorwelle befestigt ist, lässt sich als Biegebalken mit fester Einspannung approximieren, indem eine Seite des Dreharms von der Befestigung an der Nabe in Richtung Reflektor betrachtet wird. Der Zusammenhang inklusive der wirkenden Kräfte ist schematisch in Abb. 32 rechts dargestellt.

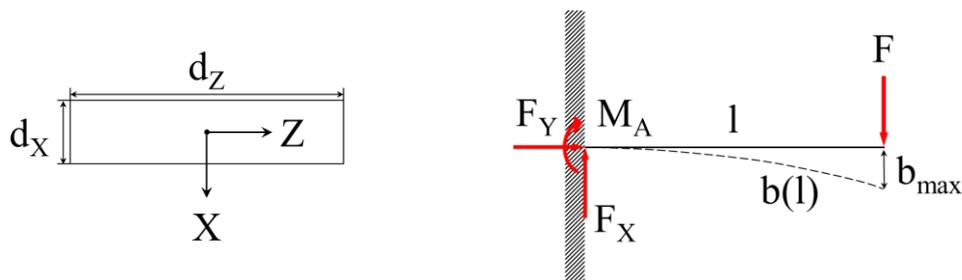


Abb. 32 links: rechteckiger Querschnitt für Flächenträgheitsmoment; rechts: Biegelinie bei fester Einspannung

Ist der Normalenvektor der Kreisebene parallel zur Lotrichtung ausgerichtet, wirkt die Gewichtskraft des Reflektors am Ende des Dreharms in Richtung der Kraft  $F$  aus Abb. 32. Diese Kraft bewirkt eine Durchbiegung in Form der Biegelinie  $b(l)$ , die hier als Funktion des Abstands vom Auflagepunkt verstanden wird. Aus der technischen Mechanik lässt sich die Biegung  $b$  nach [Ettemeyer 2006] aus der zweifachen Integration der Krümmung

$$b''(l) = \frac{-M_B(l)}{E \cdot J_F} \quad (4-2)$$

mit dem Biegemoment  $M_B$  und dem Elastizitätsmodul  $E$  des verwendeten Materials berechnen. Für die Berechnung des Biegemoments sind die am Auflagepunkt wirkenden Kräfte von Interesse. Aus der Bedingung des am Auflagepunkt vorherrschenden Kräftegleichgewichts ergibt sich, dass die in horizontaler Richtung wirkende Kraft  $F_Y$  null ist,  $F_X$  gleich  $F$  ist und das um den Auflagepunkt wirkende Moment  $M_A$  aus Hebelarm  $l$  und wirkender Kraft  $F$  resultiert. Das Biegemoment  $M_B$  am Angriffspunkt der Kraft  $F$  ergibt sich dann zu

$$M_B = -M_A + F_x \cdot l \quad (4-3)$$

Mit den oben beschriebenen Gleichgewichtsbedingungen lässt sich Gl. (4-2) nach Einsetzen von Gl. (4-3) und dem Ort der Krafteinleitung, der hier die Position des Reflektors auf dem Dreharm darstellt und mit dem Kreisradius  $r$  dargestellt werden kann zu

$$b''(l) = \frac{F}{E \cdot J_F} (r - l) \quad (4-4)$$

umschreiben. Dieser Zusammenhang wird zwei Mal integriert, um die Auslenkung  $b_{max}$  (siehe Abb. 32) am Punkt der Krafteinleitung zu erhalten. An dieser Stelle gilt  $l = r$  sodass sich

$$b_{max} = \frac{F \cdot r^3}{3 \cdot E \cdot J_F} \quad (4-5)$$

ergibt. Mit dem E-Modul von Aluminium ( $70 \text{ kN/mm}^2$ ), dem Radius  $r = 80 \text{ mm}$ , den Dimensionen  $d_z = 65 \text{ mm}$  und  $d_x = 8 \text{ mm}$  und der Masse des Reflektors inklusive Halterung von rund  $300 \text{ g}$  ergibt sich rein rechnerisch eine maximale Durchbiegung  $b_{max}$  von rund  $3 \text{ }\mu\text{m}$ . Würde ein größerer Radius von  $r = 160 \text{ mm}$  wie in Kapitel 3.2.2 diskutiert verwendet, wächst die Durchbiegung auf rund  $21 \text{ }\mu\text{m}$  an, sodass die Wahl des kleineren Radius begründet ist. Dabei ist zu beachten, dass dieser Wert unter der vereinfachten Annahme einer Punktmasse berechnet wird. Tatsächlich verteilt sich durch die Dimensionen des Reflektors und dessen Halterung am Dreharm die Gewichtskraft weiter, sodass mit kleinerer Durchbiegung zu rechnen ist. Zudem tritt diese Durchbiegung nur in der oben erwähnten Orientierung des Dreharms auf, die durch die Beschränkung des Nickwinkels ( $\pm 45^\circ$  um den Horizont) des Lasertrackers für den praktischen Einsatz als eher unwahrscheinlich eingestuft wird.

Neben der Durchbiegung des Dreharms ist eine Dehnung aufgrund der durch die Rotation auftretenden Zentrifugalkraft  $F_Z$  möglich. Mit dem Radius  $r = 80 \text{ mm}$ , der Masse  $m = 300 \text{ g}$  von Reflektor und Halterung und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2 \pi/\text{s}$  ergibt sich  $F_Z \approx 0,9 \text{ N}$ . Mit dem sich aus den oben genannten Dimensionen des Dreharms ergebenden Querschnitt und dem E-Modul von Aluminium folgt eine Dehnung von  $\Delta l = 2 \text{ nm}$ . Bei doppelter Winkelgeschwindigkeit ist  $\Delta l = 8 \text{ nm}$  und vor dem Hintergrund der Messunsicherheit des Lasertrackers vernachlässigbar.

Eine weitere Eigenschaft des Dreharms, dessen Massenträgheit, wurde mit Autodesk Inventor ermittelt. Das Massenträgheitsmoment des Dreharms ohne jegliche angebauten Teile, also wie in Abb. 31 links dargestellt, beträgt rund  $770 \text{ kg mm}^2$ . Mit der Reflektorhalterung, einem BRR und der entsprechenden Ausgleichsmasse beträgt das Massenträgheitsmoment rund  $1920 \text{ kg mm}^2$ . Für die Dimensionierung des Antriebs und die Fähigkeit, den Dreharm möglichst schwingungsfrei im Stop & Go-Modus zu betreiben, ist ein möglichst kleines Massenträgheitsmoment erstrebenswert, wie bereits in Kapitel 3.1 und Kapitel 3.4.1 diskutiert. Bei der massiven Ausführung ist es naheliegend, das Massenträgheitsmoment des Dreharms durch zusätzliche Bohrungen bzw. Aussparungen zu

verringern. Im Verhältnis zu den Beiträgen von Reflektor und Ausgleichsmasse ist die mögliche Verringerung (auf rund 660 kg mm<sup>2</sup>) jedoch vernachlässigbar. Zudem birgt dieser Schritt das Risiko, die Steifigkeit des Dreharms zu verringern, sodass auf diese Maßnahme verzichtet wird.

Bei der Ausführung des Dreharms in Aluminium ist die Temperatur aufgrund des Ausdehnungskoeffizienten von  $23,1 \cdot 10^{-6}$  pro Kelvin ein Einflussfaktor auf die Geometrie. Der Radius des Dreharms kann entweder als bekannter bzw. fester Parameter (als Restriktion) in die Routine zur Posenbestimmung eingeführt werden oder bei jeder Kreisausgleichung mitgeschätzt werden. Im ersten Fall muss der Radius zunächst auf geeignete Weise bestimmt und anschließend mit einer temperaturabhängigen Korrekturfunktion versehen werden. In Anbetracht der Option unterschiedliche Reflektoren zu verwenden, was eine Ummontage erfordert, können wegen der Fertigungstoleranz des Dreharms und der Anbauteile zum Soll von  $< 0,1$  mm entsprechende Varianzen im Radius auftreten. Für jede erneute Montage bzw. für jeden Reflektorwechsel müsste dann der Radius neuerlich bestimmt werden. In diesem Zusammenhang ist die Methode der Bestimmung diskutierbar. Für die Unabhängigkeit zum für die Posenbestimmung verwendeten polaren Messsystem ist es denkbar, ein KMG oder einen Messarm einzusetzen. Dazu ist es nötig, den Dreharm sowie die Reflektorkugel so weit abzutasten, dass das Zentrum der Kugel und die Rotationsachse des Arms abgeleitet werden können. Neben der Herausforderung, das Zentrum der Reflektorkugel aus einer hinreichenden Anzahl von Antastpunkten zu schätzen, ist nicht gewährleistet, dass das geometrische Zentrum dem optischen Zentrum des Reflektors entspricht. Auch wenn mit einem KMG potentiell eine vergleichsweise hohe Genauigkeit erreicht werden kann (vgl. Kapitel 2.3.1), wird der Aufwand einer solchen Messung, besonders vor dem Hintergrund der Variabilität des Radius durch die Montage unterschiedlicher Reflektoren, jedoch als unwirtschaftlich bewertet. Wenn also folglich das für die Posenbestimmung eingesetzte polare Messsystem auch für die Bestimmung des Radius genutzt wird, erscheint das von der Posenbestimmung losgelöste Ermitteln des Radius als zusätzlicher Aufwand. Darüber hinaus wirkt sich ein leicht veränderlicher Radius nur marginal auf die Bestimmung bzw. die Unsicherheit des Rollwinkels aus. Bei der gegebenen Messgenauigkeit des Lasertrackers und einer angenommenen maximalen Veränderung des Radius um 0,1 mm, verändert sich die Unsicherheit eines aus einem Punkt auf der Kreistrajektorie abgeleiteten Rollwinkels um weniger als ein Mikrorad. Zudem macht die Schätzung von einem Parameter mehr keinen signifikanten Unterschied auf die Berechnungszeit (vgl. [Wöllner 2007]), sodass der Radius für jede Pose mitbestimmt wird. Bei der Transformation macht sich ein veränderlicher Radius als systematische Abweichung zwischen den (nominellen) Punkten im Bodysystem und den tatsächlich erfassten Punkten bemerkbar.

Die Größenordnung der Veränderlichkeit des Radius wurde aus einer Vielzahl von Messungen auf einen BRR (siehe Abb. 31 rechts) ermittelt. Veränderte Einflussfaktoren waren der Betriebsmodus von A-TOM (Stop & Go mit  $<$  zehn Punkten auf der Trajektorie bzw. kontinuierlicher Modus mit 500 Punkten auf der Trajektorie und unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten) sowie Entfernung und Orientierung gegenüber dem eingesetzten Lasertracker. Letztere verändern natürlich nicht den mechanischen Abstand des Reflektors von der Drehachse, wirken sich aber durch die Reflektoreigenschaften in Form von Abweichungen zum geschätzten Kreis aus (siehe Kapitel 5.2.2) und haben somit einen Einfluss auf den aus der Schätzung resultierenden Radius. Die Wiederholbarkeit des bestimmten Radius in einer Konfiguration in derselben Pose über mehrere Umdrehungen des Dreharms beträgt rund 1  $\mu$ m. Entsprechend der entfernungsabhängigen Genauigkeit des Lasertrackers verschlechtert sich die Wiederholbarkeit mit der Entfernung – jedoch nur geringfügig. Tendenziell wird der Radius im Stop & Go-Betrieb kleiner geschätzt als im kontinuierlichen Modus. Dort ist eine leichte Tendenz zu einem mit höherer Drehzahl größer werdenden Radius zu erkennen. Eine weitere Tendenz ist bei der Orientierung der Kreisebene gegenüber dem Lasertracker zu erkennen. Der Radius wird, entgegen den Ergebnissen der Simulation in Kapitel 3.2.2, mit zunehmender Verschwenkung (Winkel zwischen Normalenvektor und einfallendem Laserstrahl wird größer) tendenziell größer geschätzt. Die Ursache sind Abweichungen, die auftreten, wenn der Laserstrahl Randbereiche des BRR trifft, wie in Kapitel 5 noch gezeigt wird. Die Differenzen über alle Konfigurationen liegen jedoch nur in der Größenordnung von  $< 15$   $\mu$ m. Der mittlere Radius beträgt 80,130 mm. Die Standardabweichung des ermittelten Radius über alle untersuchten Konfigurationen beträgt rund 5  $\mu$ m.

### 4.1.2 Motor und Antrieb

Mit der zeitlichen Anforderung an die Posenbestimmung von einer Sekunde (vgl. Kapitel 2.2.5) und den beiden diskutierten Betriebsmodi (vgl. Kapitel 3.1) wurden in Kapitel 3.4.1 für den Antrieb des Dreharms notwendige Eigenschaften festgestellt. In Verbindung mit der Zielstellung, ein low cost-System zu realisieren, ist die Verwendung eines Schrittmotors eine zielführende Lösung. Im Vergleich zu der Vielzahl anderer Antriebskonzepte elektrischer Maschinen (siehe Kapitel 3.4.1 sowie u. a. [Merz 2014], [Teigelkötter 2012], [Schröder 2007]) ist mit einem Schrittmotor eine akkurate Positionierung der angekoppelten Mechanik bereits im gesteuerten Betrieb (im Vergleich zu anderen Antrieben, die eine Regelung benötigen) möglich. Damit besteht theoretisch die Option, abgesehen von der Steuerelektronik des Motors, ohne weitere elektronische Komponenten wie u. a. Winkelgeber den Stop & Go-Modus für die Posenbestimmung direkt umzusetzen. Voraussetzungen hierfür sind einerseits eine im System von A-TOM feste und wiederholbare Bezugsposition des Dreharms als Referenz für den Rollwinkel und andererseits eine für die geforderte Genauigkeit des Rollwinkels hinreichende Positionierfähigkeit des Dreharms. Die Beurteilung dieser Eigenschaften folgt in diesem Kapitel.

Die neben der Positionierfähigkeit geforderten Gleichlaufeigenschaften, die z. B. Servomotoren bieten, sind mit einer Überwachung der Position des Rotors und einer feldorientierten Regelung der Bestromung der Ständer des Motors auch mit Schrittmotoren zu erreichen. Bevor in der Folge die tatsächlichen Eigenschaften des verwendeten Antriebs untersucht werden, soll einführend die theoretische Leistungsfähigkeit diskutiert und damit die Auswahl des Antriebs begründet werden.

Heute am weitesten verbreitet sind sogenannte Hybrid-Schrittmotoren (HSM). Sie bieten eine feine Schrittauflösung bei gleichzeitig hohem Drehmoment bei geringen Drehzahlen. HSM bestehen aus einem in axialer Richtung angeordneten Permanentmagneten, der zwischen zwei gezahnten Weicheisenkränzen liegt. Die Zahnscheiben sind gegeneinander um eine halbe Zahnteilung versetzt und bilden Nord- bzw. Südpole des Rotors (auch Läufer, Schema siehe Abb. 33). Der Ständer (auch Stator) des Motors ist als Blechpaket ausgeführt. Er hat ebenfalls gezahnte Pole und je nach Ausführung eine unterschiedliche Anzahl von Ständerwicklungen. Gebräuchliche Bauformen haben zwei bis fünf dieser Wicklungen (vgl. [Schröder 2007]). Die Abb. 33 zeigt schematisch den Aufbau eines zweiphasigen Hybrid-Schrittmotors im Vollschrittbetrieb. Der Rotor folgt sprunghaft der Weiterschaltung des Stator magnetfelds mit dem mechanischen Schrittwinkel  $\beta_S$  von  $30^\circ$ , der aus den zwei Ständerphasen und den drei Rotor-Polpaaren resultiert. Pro Umpolung bzw. Weiterschaltung der Ständerphasen führt der Rotor einen (Voll-) Schritt aus. Bei einer entsprechend hohen (Schritt-) Frequenz der Umpolungen dreht sich der Rotor dann kontinuierlich.

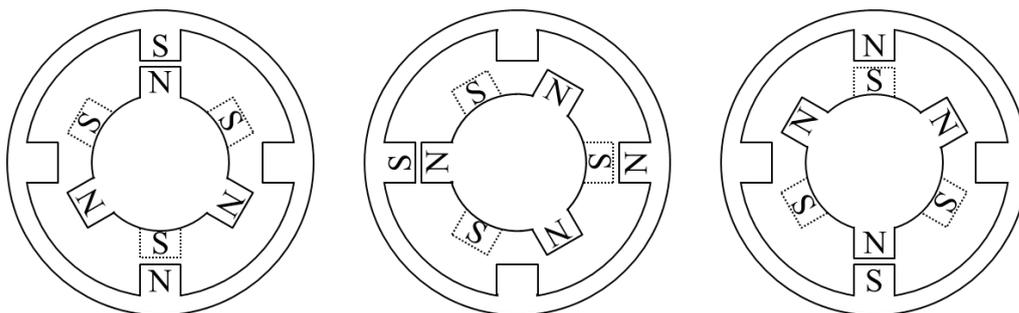


Abb. 33: Schema eines 2-phasigen Hybrid-Schrittmotors mit drei Rotor-Polpaaren, nach [Schröder 2007]

Im Sinne einer Synchronmaschine folgt der permanentmagnetisierte Läufer dem sich durch die Veränderung der Bestromung der Ständerphasen (Weiterschaltung sowie Umpolung) drehenden Magnetfeld (Drehfeld). Die Schrittauflösung hängt von der Anzahl der Ständerphasen sowie der Anzahl der Polpaare des Rotors ab. Verschiedene Ansteuerungen, die die Ströme in den Ständerphasen verändern, erlauben eine Vergrößerung der Schrittauflösung, sodass anstatt von sogenannten Vollschritten auch Halb- oder Mikroschritte ausgeführt werden können. Bei einem beispielhaft betrachteten zweiphasigen Hybrid-Schrittmotor bedeutet Vollschrittbetrieb, dass jeweils in abwechselnder Polung nur ein Strang Strom führt. Im Halb- bzw. Mikroschrittbetrieb führen beide

Stränge elektrisch phasenverschoben Strom, der für letzteren sinusförmig geregelt wird. Dabei wird der Ist-Strom der Ständerphasen erfasst und entsprechend der Drehzahl des Motors an die Sollwerte eines idealen sinusförmigen Stromverlaufs angepasst (als Sinuskommutierung bezeichnet).

Neben dem Schrittwinkel  $\beta_S$  ist das Haltemoment  $M_H$  eine weitere charakteristische Größe eines Schrittmotors. Sie gibt an, wie groß das maximal zulässige Drehmoment ist, mit dem ein erregter Motor statisch belastet werden kann, ohne dass er sich dreht.  $M_H$  ist das Moment des Motors, was einem am in Ruhe befindlichen Rotor angreifenden Lastmoment  $M_L$  entgegenwirkt. Im Falle eines permanentmagnetisierten Rotors gibt es zusätzlich ein Selbsthaltemoment  $M_{HS}$ . Dieses wirkt auch im nicht stromdurchflossenen Zustand des Motors der durch ein äußeres Lastmoment  $M_L$  angeregten Drehung des Rotors entgegen. Greift ein genügend großes Lastmoment  $M_L$  am Rotor an, wird dieser um den sogenannten Lastwinkel  $\vartheta$  aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt. Das maximale Haltemoment erreicht der Motor nur im Stillstand.

Das vom Motor bereitgestellte Drehmoment ist von der Schrittfrequenz abhängig und nimmt mit zunehmender Frequenz ab. Bei hohen Schrittfrequenzen (schnelle Umpolung der Ständerphasen) kann sich der Strom  $I$  in den Statorwicklungen nicht mehr vollständig ausbilden und folglich das Drehmoment nicht mehr in Gänze aufbauen. Der Zusammenhang zwischen Strom  $I$ , Widerstand  $R$  der Spule, Induktivität  $L$  und der als konstant angenommenen induzierten Spannung  $U_i$  lautet:

$$I(t) = \frac{U - U_i}{R} \cdot (1 - e^{-tR/L}) \quad (4-6)$$

Dem notwendigen schnellen Stromanstieg  $I(t)$  zum Aufbau des Magnetfelds stehen die Induktivität  $L$  der Spulen sowie induzierte Gegenspannungen  $U_i$  und entstehende Wirbelströme bei den Umpolvorgängen entgegen. Mit einer erhöhten Spannung  $U$  kann dem entgegengewirkt werden. Bei der Wahl des Motors für den Antrieb des Dreharms ist demnach eine höhere Spannung von Vorteil (z. B. 48 V anstatt 12 V bei identischer Motorkonfiguration).

Die Betrachtung lediglich einer einzelnen Schrittfortschaltung offenbart, dass der Schrittmotor die Reaktion eines gedämpften Schwingungssystems aufzeigt (vgl. [Schröder 2007]), in dem der Rotor die finale Position erst nach einem Ausschwingvorgang erreicht. Der sich bewegende Rotor mit seinem Trägheitsmoment und das Stator magnetfeld, das eine Rückstellkraft auf den Rotor erzeugt, können als Komponenten eines Masse-Federsystems interpretiert werden (vgl. [Beckhoff 2010]). Bei der Umpolung der Ständerphasen wird der Rotor durch das weiterschaltete Magnetfeld um den resultierenden Lastwinkel  $\vartheta$  wie eine Feder ausgelenkt, was in der Folge zu einer durch das Haltemoment  $M_H$  gedämpften Schwingung führt. Im Stop & Go-Betrieb für die Posenbestimmung (siehe Kapitel 3.1) muss der Motor den Dreharm in kurzer Zeit (bei vier Punkten auf dem Kreis beträgt die Zeit, um die nächste Dreharmstellung zu erreichen, weniger als 250 ms) beschleunigen und wieder anhalten. Diese Gegebenheiten führen zu der Vermutung, dass im Stop & Go-Betrieb mit Ausschwingvorgängen mit kritischer Dauer für jede Rotor- bzw. Dreharmposition aufgrund des Massenträgheitsmoments des Dreharms inklusive Reflektor und Ausgleichsgewicht zu rechnen ist. Mit kritischer Dauer ist hier gemeint, dass der Ausschwingvorgang so lange andauert, dass die Posenbestimmung in der vorgegebenen Zeit nicht mehr erfolgen kann.

Als potentielle Gegenmaßnahme besteht die Option von Schrittmotoren mit Drehgebern, die die Rotorposition gegenüber dem sich drehenden Magnetfeld (sog. Drehfeld) erfassen und deren Messwerte in eine Regelung einfließen, die die Ströme in den Ständerphasen steuert. Üblicher Weise fließt in den Ständerphasen ein vom Anwender vorher festgelegter maximaler Strom. Mit der Begrenzung des Stroms wird verhindert, dass der Motor sich zu stark erwärmt. Steht der Motor, erfolgt automatisch eine Stromabsenkung aus demselben Grund – auch weil bei einem Hybridschrittmotor aufgrund des vorhandenen Selbsthaltemoments  $M_{HS}$  des permanentmagnetisierten Rotors im Stillstand kein großes Motorhaltemoment  $M_H$  notwendig ist. Mit einer Überwachung der Rotorposition durch einen Drehgeber und angeschlossener Stromregelung sollte es möglich sein, die Ströme in den Ständerphasen derart einzustellen, dass zum Zeitpunkt des Anhaltens des Dreharms ein möglichst hohes Drehmoment entsteht, das den Dreharm ohne Überspringen in dieser Position hält. Die Kombination von Drehgeber und Regelung des Schrittmotors hat darüber hinaus den Vorteil, dass

potentiell die Laufruhe des Motors verbessert werden kann. Durch auftretende Schwankungen des Stroms in den Ständerphasen sowie durch die schrittweise Fortschaltung des Magnetfelds schwankt das abgegebene Drehmoment, sodass der Rotor des Motors dem Drehfeld in unterschiedlichen Abständen (unterschiedliche Lastwinkel  $\vartheta$ ) folgt bzw. teilweise auch vorausschleift. Die auch als Drehmomentrippel (vgl. [Rösmann 2012], [Schröder 2007]) bezeichnete Welligkeit des Drehmoments führt besonders bei geringen Schrittfrequenzen zu Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit und einem generell unrunder Lauf. Bei mehreren aufeinanderfolgenden Schritten werden dabei die Einschwingvorgänge von den direkt folgenden Schrittfortschaltungen überlagert, sodass sich mit zunehmender Schrittfrequenz der Verlauf der Winkelgeschwindigkeit glättet. Eine möglichst hohe Schrittfrequenz sollte folglich zu einem gleichmäßigeren Lauf führen. Hier kann jedoch das Potential eines Schrittmotors, auch z. B. 10 U/s oder mehr zu fahren, nicht ausgenutzt werden, weil damit die maximal zulässige Dynamik des Messsystems überschritten und zusätzlich die erzielbare Messgenauigkeit negativ beeinflusst werden (siehe Kapitel 3.2.2 und Kapitel 4.1.3). An dieser Stelle greift die Regelung ein. Der Drehgeber überwacht die Rotorposition gegenüber dem sich drehenden Magnetfeld des Ständers. In Abhängigkeit des Lastwinkels wird der Strom in den Ständerphasen so geregelt, dass zu jedem Zeitpunkt ein möglichst konstantes Drehmoment auf den Rotor wirkt. In der Folge verringert sich die Drehmomentwelligkeit und der Motor läuft vergleichbar konstant wie ein Servomotor. Die Verwendung eines Drehgebers und einer Regelung ist jedoch nicht zwingend erforderlich, sondern stellt eine Maßnahme zum Verringern potentiell auftretender Geschwindigkeitsschwankungen dar. Abgesehen von der Voraussetzung für nicht triggerfähige Messsysteme (siehe Kapitel 3.1.2) ist dies ein weiterer Grund, die Laufeigenschaften des verwendeten Antriebs zu untersuchen. Gleichzeitig muss für die Untersuchung der Rollwinkelbestimmung aus Triggersignalen ohnehin ein Drehgeber verbaut werden.

Neben den potentiell verbessernden Effekten auf die Positionierfähigkeit und den Gleichlauf des Motors durch die Überwachung der Rotorposition mit einem Drehgeber ist eine integrierte Stromregelung weiter sinnvoll, um sogenannte Schrittverluste des Motors zu detektieren. Wie bereits erwähnt, ist der Schrittmotor schon im gesteuerten Betrieb in der Lage, Positionieraufgaben zu erfüllen. Bei hoher Dynamik, wie sie für die hier geforderte Posenbestimmung notwendig ist, besteht jedoch die Gefahr von Schrittverlusten. Dabei überschreiten auftretende Lastmomente  $M_L$  in Verbindung mit dem Lastträgheitsmoment  $J_L$  und der eingestellten Schrittfrequenz  $f_s$  die charakteristische Motor- bzw. Betriebskennlinie. Die Abb. 34 zeigt schematisch zwei Betriebskennlinien eines Schrittmotors. Die als Lauffrequenzkurve (1) bezeichnete Kennlinie zeigt den Verlauf des möglichen Drehmoments  $M$  in Abhängigkeit der Schrittfrequenz  $f_s$ . Die zweite Kurve (2) ist die Grenzkennlinie für eine kontinuierliche Schrittfrequenzänderung, die die maximal zulässige Schrittfrequenz beim Anfahren bzw. Anhalten des Motors bei einem gegebenen Lastmoment bzw. Massenträgheitsmoment zeigt. Unterhalb der Kennlinien folgt der Motor jeder Schrittfrequenzänderung ohne Schrittverlust. Beim Überschreiten der Kennlinien folgt der Rotor des Motors der Drehung des Statormagnetfelds nicht mehr. Ist z. B. die zu erreichende Schrittfrequenz zu hoch, wird der Lastwinkel  $\vartheta$  derart groß, dass der Rotor stehen bleibt. Man sagt, der Motor fällt außer Tritt. Im anderen Fall führt der Motor wegen des Trägheitsmoments des Rotors beim abrupten Anhalten mit einer größeren Schrittfrequenzänderung als zulässig, mehr Schritte als angesteuert aus. Um trotz ungünstiger Verhältnisse von Massenträgheitsmoment des Motors und der zu bewegenden Last beim Anfahren bzw. Anhalten die Grenzkurven nicht zu überschreiten, werden Frequenzrampen eingesetzt. Häufig eingesetzte Rampen sind linear oder sinusförmig. Sie legen die maximale Schrittfrequenzänderung pro Zeiteinheit fest, sodass die Motorgrenzkennlinie nicht überschritten wird. Mit einer geeigneten Frequenzrampe ist es außerdem theoretisch möglich, den Schrittmotor samt Last auf dessen Motorwelle mit nur minimalem bzw. ganz ohne Überspringen anzuhalten. Die Grenzkurven sind neben dem Massenträgheitsmoment des Rotors und der angebrachten Last (im vorliegenden Fall der Dreharm) auch von der leistungselektronischen Ansteuerung des Motors beeinflusst. Je schneller der Stromanstieg in den Ständerphasen realisiert werden kann, desto schneller steht das Drehmoment zur Verfügung (weil das Drehmoment proportional zum Strom ist), was mit einer entsprechend hohen Spannung umgesetzt werden kann.

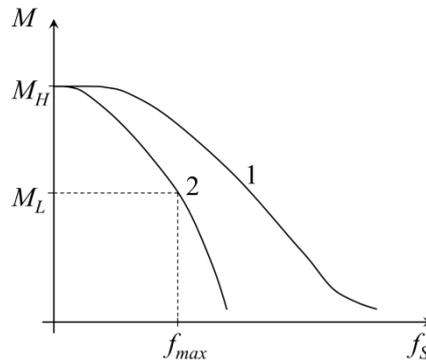


Abb. 34: Schema der Lauf- (1) und Start-Stop-Frequenzkennlinie (2) eines Schrittmotors, nach [Schröder 2007]

Ein Beispiel einer Regelung ist bei Schrittmotoren der Firma Nanotec gegeben. Zusätzlich zur Sinuskommutierung werden mit einem Drehgeber die Lage des Rotors und damit die Lage dessen Magnetfelds gegenüber dem Statormagnetfeld erfasst. Mit der Einstellung des Raumzeigers (der Orientierung) des sich drehenden Statormagnetfelds durch Anpassen der Strangströme wird ein größtmögliches Drehmoment mit geringster Welligkeit erreicht. Der Schrittmotor verhält sich in der Folge wie ein Servomotor. Das sogenannte Closed Loop erkennt und kompensiert dabei auftretende Schrittwinkelfehler bzw. Schrittverluste. Diese theoretischen Eigenschaften eines Schrittmotors mit Drehgeber und feldorientierter Regelung haben das Potential, die diskutierten Betriebsarten des Messadapters in einer kompakten und kostengünstigen Lösung zu realisieren. Als renommierter Hersteller elektrischer Antriebe bietet die Firma Nanotec eine Reihe Schrittmotoren an, die die eben diskutierten Eigenschaften aufweisen sollen.

Der untersuchte Motor ist ein PD4-N6018 der Firma Nanotec. Es handelt sich um einen bürstenlosen 48 V DC-Servomotor, dessen Basis ein ST6018 2-Phasen Hybrid-Schrittmotor mit  $1,8^\circ$  Schrittwinkel und einem maximalen Haltemoment von 3,54 Nm ist (vgl. [Nanotec 2014]). Im Vergleich zu herkömmlichen Schrittmotoren ist hier die Leistungsendstufe direkt am Motor verbaut, sodass sich der Aufwand für die Inbetriebnahme auf die Stromversorgung und die Datenverbindung zum steuernden Rechner beschränkt. Weiterer Bestandteil des PD4-N ist der auf der Motorwelle montierte Winkelencoder (siehe Kapitel 4.1.3) mit 500 Inkrementen, der für die Positionsüberwachung bzw. -regelung verwendet wird. Weil standardmäßig keine Möglichkeit besteht, die Signale des Encoders außerhalb der herstellereigenen Steuerungssoftware NanoPro zu nutzen, wurde nachträglich ein Signalabgriff installiert. Damit ist die Voraussetzung geschaffen, den Encoder für die Analyse der Leistungsfähigkeit des Antriebs sowie für die in Kapitel 3.1 diskutierte Methode der Synchronisation über ein Triggersignal für die Bestimmung des Rollwinkels zu nutzen. Abweichend zu [Wöllner 2007], wird der Dreharm direkt angetrieben, weil sich im Vergleich zu der Realisierung mit Gleichstrommotor und Antrieb per Zahnriemen für die beiden Betriebsarten (siehe Kapitel 3.1) Vorteile ergeben. Zunächst sind keine verschleißbehafteten Verbindungselemente zwischen Motor und Dreharm verbaut, sodass die hier vorgestellte Umsetzung weitgehend wartungsfrei ist. Weiter werden Verluste durch z. B. Reibung verringert. Mit der direkten Kombination von Motor und Dreharm auf der Motorwelle verringert sich zudem die Baugröße erheblich. Typische Systematiken von Riemenantrieben wie Totwege bzw. Spiel und die Längung des Antriebsriemens aufgrund dessen Elastizität werden ebenso vermieden. Die wichtigste Option, die der Direktantrieb gegenüber einem konventionellen Antrieb mit Getriebe bietet, ist die schnelle, akkurate und wiederholbare Positionierfähigkeit (siehe S. 84), die für den Stop & Go-Betrieb Voraussetzung ist. Bei Anwendungen mit geringen Drehzahlen und geforderten hohen Drehmomenten für die Überwindung großer Massenträgheitsmomente, wie das hier der Fall ist, ist der Direktantrieb also das bevorzugte Mittel.

Für die angedachten beiden Betriebsmodi des Antriebs sind verschiedene Fragestellungen von Interesse. Im Fall der Nutzung des Encoders für Triggersignale, um Messungen des Lasertrackers zu veranlassen, ist Kenntnis über die Lage der Encoderstriche (bzw. der Flanken) zueinander für die spätere Bestimmung des Rollwinkels wichtig. Theoretisch sollten die Teilstriche äquidistant sein. Auch und besonders wenn die Verteilung der Teilstriche eine andere ist, ist deren relative Lage zu

bestimmen. Zumindest theoretisch sollte sich auf diese Bestimmung die (Winkel-)Geschwindigkeit des Antriebs nicht auswirken, weil die Lage der Teilstriche auf der Encoderscheibe fest ist. Demzufolge ist auch ein schlecht ausgeprägter Gleichlauf unerheblich, der im Gegensatz dazu, beim Betrieb ohne Winkelencoder unerwünscht ist. Die folgenden Untersuchungen dienen also dem Zweck, Kenntnis über den Winkelencoder sowie die Laufeigenschaften des Antriebs zu erlangen.

Für das Urteil über die tatsächliche Leistungsfähigkeit des Motors im Vergleich zu dessen theoretischen Eigenschaften wird der Antrieb mit Hilfe eines Logic Analyzers (siehe [Agilent 2014]), einem Lasertracker (vgl. Kapitel 3.4.2 und Kapitel 4.2) und dem auf der Welle des Schrittmotors montierten Winkelencoders untersucht. Ziel ist es, Kenntnisse über die Wiederholbarkeit und die Laufeigenschaften zu erlangen. Wie bei dem diskutierten Konzept zur Posenbestimmung stellt der Winkelencoder für einen Teil des Experiments Triggersignale zur Verfügung. Der Logic Analyzer (LA) registriert die vom Winkelencoder des Antriebs kommenden TTL-Rechtecksignale. Dabei fungieren die steigenden und fallenden Flanken der einzelnen Rechteckimpulse als Trigger für die Zeiterfassung des LA. Registriert der LA einen Logikwechsel, wird diesem ein Zeitstempel des im LA erzeugten Taktes zugeordnet, dessen Genauigkeit in der Größenordnung von wenigen Nanosekunden liegt (vgl. [Agilent 2014]). Zusätzlich werden die entsprechenden Logik-Werte erfasst und abgespeichert. Aus diesen Zeitmessungen lassen sich Aussagen zur Güte des Winkelencoders bzw. zu den Eigenschaften des Antriebs treffen. Unter der Annahme äquidistant verteilter Inkremente auf dem Encoder und dem Erreichen der nominellen Winkelgeschwindigkeit sollten sich entsprechende Periodendauern zwischen aufeinanderfolgenden Inkrementen ergeben. Ein Vergleich der erfassten Zeitpunkte steigender Flanken mit sich aus Encoderteilung und Winkelgeschwindigkeit ergebenden Sollzeitpunkten deckt potentiell vorhandene Systematiken auf. Bei der Interpretation dieser Ergebnisse fehlt jedoch ein absoluter, vom Motor bzw. dessen Encoder unabhängiger Bezug, ohne den eine eindeutige Beurteilung, ob auftretende Phänomene von den Systematiken des Encoders bzw. des Antriebs verursacht werden, nicht möglich ist. Deswegen kommt der Lasertracker zum Einsatz. Weil dessen Zeitstempel bzw. Taktrate eine verhältnismäßig große Drift aufweist (10  $\mu\text{s/s}$  – 20  $\mu\text{s/s}$ , vgl. [Leica 2009c]), werden die Messungen des Lasertrackers mit einem externen Funktionsgenerator [Agilent 2003] getriggert, dessen Uhr bzw. Taktrate eine kleinere Drift als die Uhr des Lasertrackers aufweist. Für die Messungen mit dem Lasertracker stellt der Funktionsgenerator also den zeitlichen Bezug dar, sodass die Systematiken des Antriebs, vorbehaltlich der 3D-Messunsicherheit des Lasertrackers und der zeitlichen Unsicherheit in der Verarbeitung der Triggersignale beobachtet werden können. Weiter wird entsprechend des in Kapitel 3.1 diskutierten Konzepts, der Antrieb auch in seiner statischen Leistungsfähigkeit, das bedeutet die Fähigkeit eine Position mehrfach wiederholgenau anzufahren, untersucht.

Zusammengefasst bedeutet das: Der LA erfasst die Flanken der Signale des Winkelencoders zeitlich. Im Vergleich zu den Sollzeiten können die Eigenschaften des Antriebs beurteilt werden. Eine eindeutige Trennung von Abweichungen der Encoderteilung und z. B. Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs ist dabei jedoch nicht möglich. Deswegen wird die Winkelgeschwindigkeit der Rotation zusätzlich aus Lasertrackermessungen abgeleitet, die aufgrund der Drift der Taktrate des Lasertrackers mit einem höherwertigen Funktionsgenerator getriggert werden.

Der Antrieb wird zunächst kontinuierlich mit 200 Hz Schrittfrequenz bzw. mit einer Umdrehung pro Sekunde angesteuert (in Anlehnung an die Forderung<sup>7</sup> aus Kapitel 2.2.5). Aus der Anzahl der Inkremente auf dem Encoder folgt eine Triggerfrequenz von 500 Hz. Die mit dem LA erfassten Zeiten der steigenden Flanken von Kanal A des Encoders werden einerseits gegen eine Sollzeitskala und andererseits relativ zueinander mit

$$\Delta t_{i,j} = t_{\text{Soll},i,j} - t_{\text{LA},i,j} \quad (4-7)$$

---

<sup>7</sup> Diese Geschwindigkeit beruht auf der Verwendung aller aus dem Encoder resultierenden Punkte für die Posenbestimmung. Prinzipiell ist auch eine höhere Winkelgeschwindigkeit, wie später noch gezeigt wird, möglich.

$$\tau_{i,j} = t_{LA,i+1,j} - t_{LA,i,j} \quad (4-8)$$

ausgewertet.  $t_{LA,i,j}$  ist der mit dem LA erfasste Zeitstempel für die Flanke des  $i$ -ten Inkrements der  $j$ -ten Rotation der Motorwelle und  $t_{Soll,i,j}$  ist die sich theoretisch ergebende Soll-Zeit für dieses Inkrement. Die Sollzeiten resultieren aus der Annahme einer konstanten und bekannten Winkelgeschwindigkeit sowie einer äquidistanten Verteilung der Teilstriche auf dem Encoder und stellen den theoretisch fehlerfreien Optimalfall dar. Für die Soll-Ist-Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  wird das Modell um Fehlereinflüsse wie die Exzentrizität der Encoderscheibe sowie die Abweichung der tatsächlichen Winkelgeschwindigkeit vom Soll erweitert. Die Exzentrizität wird mit einer Schwingung modelliert, die unter Abwesenheit weiterer Abweichungen mit einer Periode pro Umdrehung eingeführt wird. Die Abweichung der Winkelgeschwindigkeit wird hier zunächst mit einem linearen Faktor  $m_\omega$  modelliert, sodass sich mit einem zusätzlichen zeitlichen Offset  $t_{off}$

$$\Delta t_i = -m_\omega \cdot t_{Soll,i} - t_{off} - a_1 \sin\left(i \frac{2\pi}{500} + \gamma_1\right), i = 1 \dots 500 \quad (4-9)$$

für jedes Inkrement  $i$  ergibt. Dieses funktionale Modell wird genutzt, um aus den beobachteten Soll-Ist-Abweichungen  $\Delta t$  die unbekannt Parameter  $m_\omega$ ,  $t_{off}$ ,  $a_1$  und  $\gamma_1$  per Ausgleichung zu schätzen, mit dem Ziel, die Exzentrizität des Encoders zu bestimmen. Der Anteil der Schwingung in Gl. (4-9) liefert die Auswirkungen der Exzentrizität und der Schwankungen von  $\omega$  zunächst auf die mit dem LA erfassten Zeiten. Anhand des geschätzten Parameters  $m_\omega$  wird die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit abgeleitet. Mit diesem Wert ergeben sich aus den Zeiten die Winkel und in Verbindung mit dem aus dem Datenblatt (siehe [Nanotec 2014]) entnommenen Radius der Kreisscheibe des Encoders von  $r = 10,45$  mm dessen Exzentrizität  $\varepsilon (= r \tan(\beta))$ .

In der ersten Betrachtung ist der Dreharm nicht auf der Motorwelle montiert, um grundlegende Eigenschaften des Antriebs zu überprüfen. Dabei zeigt sich eine hohe Wiederholbarkeit im Laufverhalten des Motors. Über mehrere Umdrehungen  $j$  bleiben der qualitative Verlauf der Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  zur Sollzeitskala identisch sowie die Lage der einzelnen Inkremente zueinander. Damit weist der Antrieb potentiell die für den Stop & Go-Modus benötigte Wiederholbarkeit auf. Die Abb. 35 links zeigt den Verlauf der Soll-Ist-Zeitdifferenz  $\Delta t_{i,j}$  über einen kompletten Kreis bestehend aus den 500 Inkrementen  $i$  des Encoders über drei Umdrehungen  $j$ . Der vergrößerte Ausschnitt des Verlaufs in Abb. 35 rechts macht die Systematik des Antriebs deutlich. Die Standardabweichung über die Messung mehrerer Umdrehungen  $j$  der Soll-Ist-Zeitdifferenz  $\Delta t_{i,j}$  eines Inkrements  $i$  beträgt rund  $3 \mu\text{s}$  und liegt für alle Inkremente in derselben Größenordnung.

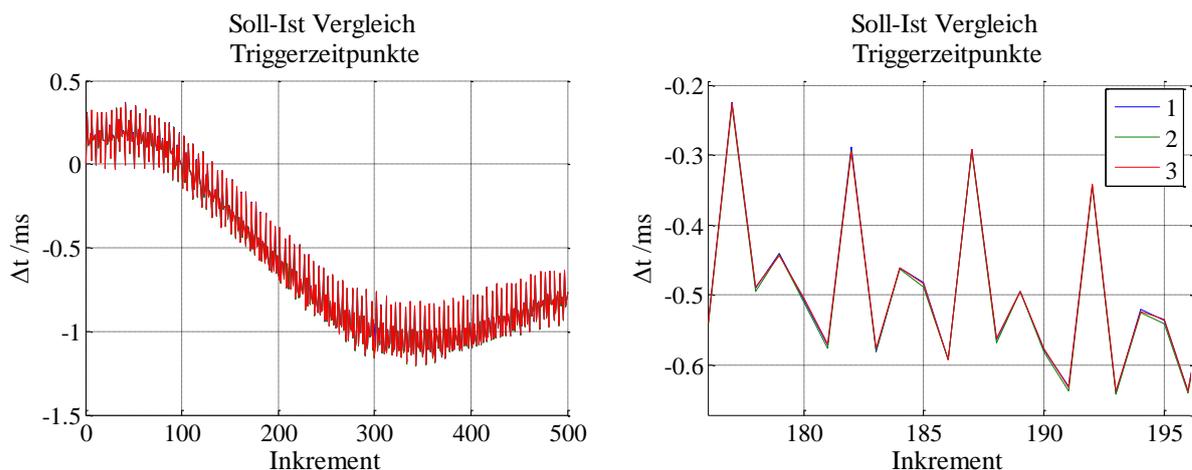


Abb. 35: Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte drei aufeinanderfolgender Runden bei  $\omega = 360$  °/s

In dem Verlauf der Kurve in Abb. 35 links sind ein linearer Trend und eine Sinuskurve zu erkennen. Der lineare Trend ist mit der abweichenden Winkelgeschwindigkeit des Antriebs zu begründen. Die tatsächliche Umlaufdauer für eine Umdrehung  $j$  weicht um rund 1 ‰ vom Soll ab und ist unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit – bei einer anderen Winkelgeschwindigkeit weicht die Umlaufdauer ebenfalls um ungefähr diesen Prozentwert vom Soll ab. Die Geschwindigkeitsunterschiede bzw. -

abweichungen zur theoretischen Umlaufdauer treten zufällig auf – bei einer Umdrehung ist die Abweichung mal kleiner, bei einer anderen Umdrehung mal größer (siehe Anlage III Umlaufzeiten) als der eben genannte Wert – und wirken sich zum Teil auf die Wiederholbarkeit der beobachteten Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte aus. Durch die veränderliche Umlaufzeit entstehen Differenzen zwischen den  $\Delta t_{i,j}$  verschiedener Umdrehungen  $j$ . Der Verlauf ( $i = 1 \dots 500$ ) aufeinanderfolgender  $\Delta t_{i,j}$  (Abb. 35) bleibt für dieselbe Konfiguration (Schrittfrequenz bzw. Winkelgeschwindigkeit, Drehrichtung und Massenträgheitsmoment) gleich. Der sinusförmige Verlauf ist mit der Encoderexzentrizität zu erklären, die später noch untersucht wird. Die Betrachtung der Differenzen  $(\Delta t_{i+1,j} - \Delta t_{i,j}) - (\Delta t_{i+1,j+1} - \Delta t_{i,j+1})$  zwischen aufeinanderfolgenden Triggerzeitpunkten über mehrere Umdrehungen  $j$  dient der Beurteilung in wie weit sich der Antrieb auch über mehrere Umdrehung gleich verhält. Sie liegen in der Größenordnung von rund  $10 \mu\text{s}$ . Die vom LA erfassten Zeitpunkte sind dabei maßgeblich von der aktuellen Winkelgeschwindigkeit des Antriebs abhängig sowie von der Kreisteilung des Encoders. Für ein Urteil über die Güte des Winkelencoders bzw. über die Winkelgeschwindigkeit ist wie bereits erwähnt, ein weiteres Messsystem notwendig. Von den hier mit dem LA über Triggersignale festgehaltenen Zeitstempeln auf die Güte des Encoders zu schließen ist nur in Teilen möglich. Sowohl die Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Zeitstempel vom Soll als auch die Periodendauern  $\tau_{i,j}$  sagen noch nicht endgültig etwas über die Lage der Inkremente auf dem Encoder aus, weil nicht klar trennbar ist, ob die erfassten Zeiten ein Resultat der Lage der Inkremente oder die Auswirkung der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs ist. Aus der Wiederholbarkeit lässt sich jedoch erkennen, dass das Verhalten des Antriebs zusammen mit der Definition der Flanken eine für die Bestimmung des Rollwinkels hinreichende Reproduzierbarkeit aufweist (bei  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  entsprechen  $10 \mu\text{s}$  Wiederholbarkeit rund  $63 \mu\text{rad}$ ).

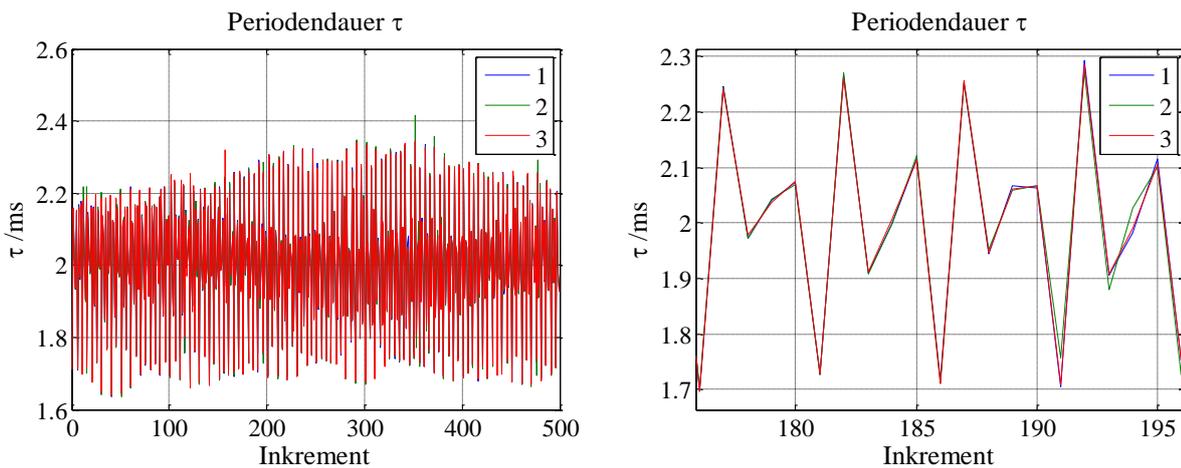


Abb. 36: Periodendauern  $\tau_{i,j}$  über drei aufeinanderfolgende Umdrehungen mit  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$

Mit der Annahme einer idealen, äquidistanten Verteilung der Inkremente auf dem Winkelencoder sowie einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  beträgt die theoretische Zeitdifferenz bzw. Periodendauer  $\tau_{i,j}$  zwischen zwei benachbarten Inkrementen 2 ms. Tatsächlich treten, wie in Abb. 36 erkennbar, Schwankungen der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  über eine Umdrehung auf. Im Mittel beträgt die Periodendauer rund 2 ms und entspricht damit dem theoretischen Wert. Dabei weist das Mittel eine leichte Tendenz zu einem größeren Wert als 2 ms auf, sodass die tatsächliche Periodendauer etwas größer als die nominelle ist und die eingestellte Schrittfrequenz nicht exakt erreicht wird. Dieser Umstand spiegelt sich auch in dem Vergleich der Triggerzeitpunkte zur Soll-Zeitskala wider (vgl. Abb. 35 links). Die Schwankung bzw. die Standardabweichung der Periodendauer  $\tau_{i,j}$  über die 500 Inkremente  $i$  einer Umdrehung  $j$  beträgt 0,2 ms. Soll anhand einer bekannten und konstanten Winkelgeschwindigkeit in Verbindung mit einer bekannten und konstanten Messfrequenz eines nicht triggerfähigen Messsystems der Rollwinkel bestimmt werden, sind diese Schwankungen zu groß. Für das Erfassen von 5DOF sind die Schwankungen unerheblich, solange genügend Punkte über die Trajektorie verteilt sind. Auch wenn der sechste Freiheitsgrad z. B. anhand der Ruheposition des Dreharms abgeleitet wird, sind die Schwankungen nicht von Bedeutung.

Die Wiederholbarkeit dieser Beobachtungen liegt wie bei den Differenzen zum Soll in der Größenordnung von wenigen Mikrosekunden. Ein systematischer Verlauf der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  über eine Umdrehung  $j$  (Abb. 36) ist im Vergleich zu den Soll-Ist-Differenzen (vgl. Abb. 35) nicht erkennbar. Jedoch wird bei der Betrachtung der  $\Delta t_{i,j}$  eine in Abb. 35 rechts erkennbare Systematik deutlich, die aufgrund der Eigenschaften des gewählten Antriebs bereits vermutet wurde. Alle vier Schritte, d. h. alle zehn Inkremente wiederholen sich die beobachteten Abweichungen, was mit der Ausführung des Antriebs in 2-Phasen-Bauweise zu begründen ist. Nach vier Schritten wurden beide Ständerphasen je zwei Mal umgepolt, sodass sich wieder gleiche Pole von Ständer und Rotor gegenüberstehen. Damit ist mechanisch der gleiche Zustand (Ausrichtung der Bauteile innerhalb des Motors) wieder hergestellt wie vor vier Schritten. Minimale, produktionsbedingte unvermeidbare Abweichungen der Bauteile von der optimalen Ausrichtung sind wieder gegeben, sodass eine sich alle vier Schritte wiederholende Systematik möglich ist. In wieweit die Schwankung auf eine ungleichmäßige Winkelgeschwindigkeit oder eine ungleichmäßige Verteilung der Inkremente auf dem Encoder zurückzuführen sind, kann mit einem vom Winkelencoder des Antriebs unabhängigen (Zeit-) Bezug ermittelt werden, der später noch folgt.

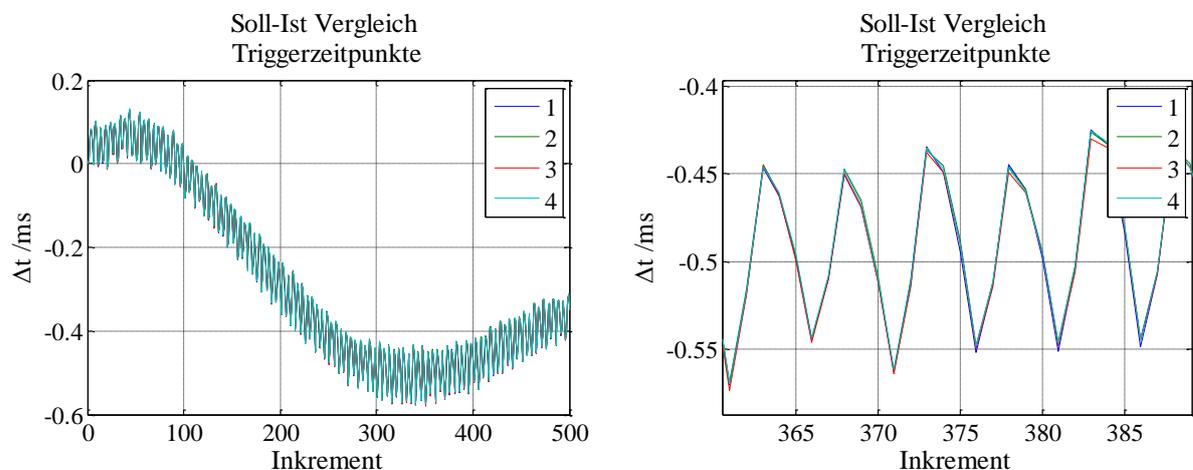


Abb. 37: Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte vier aufeinanderfolgender Runden bei  $\omega = 720$  °/s

Wird  $\omega$  verdoppelt, ändert sich an der prinzipiellen Gestalt der Kurve über den Verlauf der 500 Inkremente einer Umdrehung verglichen mit Abb. 35 auf den ersten Blick nichts. Die Amplitude der Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  verringert sich jedoch auf ca. die Hälfte (siehe Abb. 37; die zu Abb. 35 abweichende Einteilung der Ordinate beachten). Die Gestalt der Schwankungen von Inkrement zu Inkrement hat sich geändert, jedoch ist wieder ein sich alle zehn Inkremente wiederholendes Muster zu erkennen (Begründung siehe oben). Bei der Betrachtung der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  von Inkrement zu Inkrement entspricht das Mittel dem theoretischen Wert von 1 ms mit Tendenz zu einer etwas größeren Periodendauer und damit zu einer geringeren als nominellen Schrittfrequenz. Die Standardabweichung über alle 500 Inkremente einer Umdrehung beträgt rund 0,05 ms und ist damit deutlich geringer als bei  $\omega = 360$  °/s. Dies ist einerseits mit dem bei höherer Schrittfrequenz abnehmenden Drehmoment des Antriebs zu erklären. Mit dem geringeren Drehmoment steht bei höherer Schrittfrequenz nicht mehr so viel Kraft zur Verfügung, um den Rotor bei Abweichungen von der eingestellten Sollgeschwindigkeit zu beschleunigen bzw. abzubremesen. Ein weiterer Faktor ist die kleinere Wirkdauer der Kraft. Durch die höhere Schrittfrequenz ist die Zeit zwischen zwei Umpolvorgängen verkürzt. Das geringere Drehmoment kann entsprechend nur für eine kürzere Zeit wirken, sodass die Beschleunigung geringer ausfällt. Infolgedessen verringern sich die Geschwindigkeitsschwankungen, was in der geringeren Standardabweichung über alle Periodendauern  $\tau_{i,j}$  einer Umdrehung resultiert. Der Vergleich von einer Periodendauer  $\tau_{i,j}$  über mehrere Umdrehungen  $j$  untermauert dabei jedoch die bereits festgestellte hohe Wiederholbarkeit mit einer Standardabweichung von rund 2  $\mu$ s.

Auch ein Umkehren der Drehrichtung verändert an dem allgemeinen Verlauf der Abweichungen der erfassten Triggerzeitpunkte über eine Umdrehung gegenüber einer theoretischen Sollzeit nichts Grundlegendes. In der Abb. 38 links sind die  $\Delta t_{i,j}$  für jeweils drei Umdrehungen  $j$  für beide

Drehrichtungen gegenübergestellt. Im Detail betrachtet ändert sich jedoch der Verlauf der Schwankungen aufeinanderfolgender Inkremente. Der Sachverhalt wird in Abb. 38 rechts deutlich. Dort ist eine vergrößerte Ansicht der  $\Delta t_{i,j}$  aus jeweils einer Umdrehung pro Drehrichtung gegenübergestellt. Beim Vergleich der beiden Drehrichtungen war insbesondere darauf zu achten, tatsächlich identische Inkremente gegenüberzustellen, weil sich die Aufzeichnung der Logik mit dem LA beim Richtungswechsel entsprechend umkehrt. Auf Basis dieser Beobachtungen (vgl. Abb. 38 rechts) ist eine systematische Veränderung der  $\Delta t_{i,j}$  festzustellen, die auf ein unterschiedliches Verhalten des Antriebs abhängig von der Drehrichtung hinweist. Tendenziell ist die Ursache für diese systematische Abweichung nicht im Encoder begründet, weil dessen Teilstriche unabhängig von der Drehrichtung ihre Lage zueinander beibehalten. Die Wiederholung einer Sequenz von  $\Delta t_{i,j}$  alle zehn Inkremente bzw. alle vier Motorschritte ist ein weiteres Indiz dafür. Die hier diskutierten Beobachtungen wurden im Vollschrittbetrieb des Motors gewonnen. In der Theorie (vgl. [Schröder 2007]) sollten durch einen feiner aufgelösten Stromverlauf die Schwankungen im Drehmoment und damit die Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit verringert werden, indem der Motor nicht im Vollschritt, sondern im Mikroschrittbetrieb gefahren wird. An den Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit hat sich jedoch weder bei der Verwendung von 16tel noch von 32tel Schritten etwas geändert.

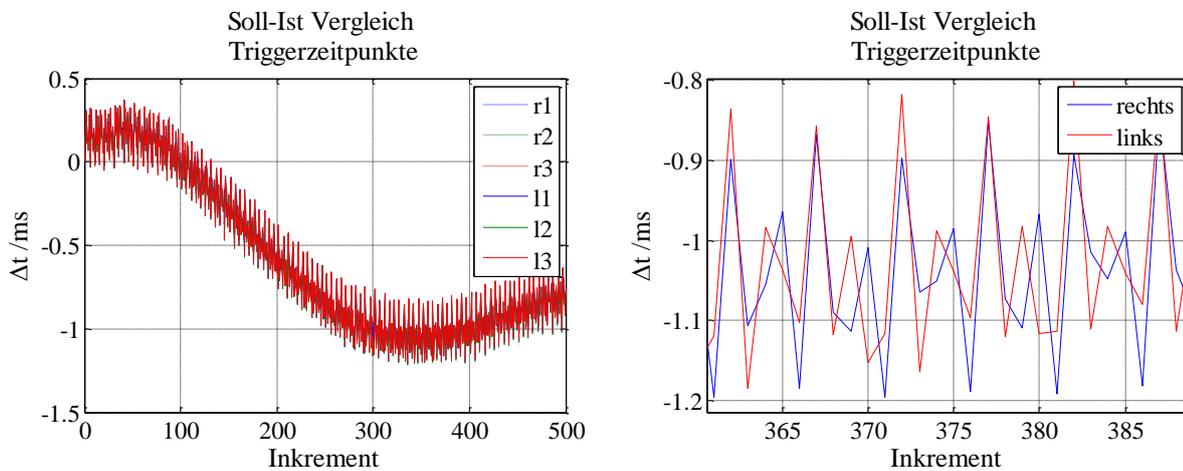


Abb. 38: Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte bei  $\omega = 360$  °/s bei Drehrichtungsumkehr

Bei den hier dargestellten Verläufen der Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  fällt auf, dass sich keine ganze Periode über eine Rotation ergibt, was vor dem Hintergrund der Motorbauweise und der Verwendung des Encoders eigentlich zu erwarten wäre. Wirkte sich als einziger Effekt auf die  $\Delta t_{i,j}$  eine Exzentrizität des Encoders aus, würde sich über die 500 Inkremente einer Rotation genau eine Periode ergeben. Es wurde jedoch festgestellt, dass die tatsächlich vom Antrieb realisierte Winkelgeschwindigkeit von der eingestellten Sollgeschwindigkeit abweicht, was in der Folge zu mit der Dauer der Rotation anwachsenden Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  führt. Mit dem Modell (4-9) und dem Radius der Encoderscheibe von 10,45 mm wird die Exzentrizität zu  $\varepsilon = 22$   $\mu\text{m}$  ermittelt (sowohl bei  $\omega = 360$  °/s als auch bei  $\omega = 720$  °/s). Die Standardabweichung der so bestimmten Exzentrizität beträgt rund 1  $\mu\text{m}$ , in die die aus der Kovarianzmatrix entnommenen Genauigkeiten von  $m_\omega$ ,  $a_1$  und  $\gamma_1$  einfließen.

Die Ansteuerung des verwendeten Antriebs erlaubt es, die Signale des Winkelencoders zur Beobachtung der Position des Rotors heranzuziehen und in einer Regelung zu verwenden. Der sogenannte „Closed Loop“ Modus sollte theoretisch (vgl. Kapitel 3.4.1) in der Lage sein, die Laufruhe des Antriebs zu verbessern, indem abhängig von der Position des Rotors gegenüber dem Magnetfeld die Bestromung der Ständerphasen geregelt, damit ein optimales Drehmoment eingestellt und folglich die beobachteten Schwankungen verringert werden. Die versprochene Funktionalität (vgl. [Nanotec 2014]) wird zunächst mit demselben Versuchsaufbau, bestehend aus Logic Analyzer und Antrieb ohne Dreharm, untersucht. Exemplarisch sind die Ergebnisse (Soll-Ist Abweichung  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte) für eine Drehung mit der Schrittfrquenz von 200 Hz (entspricht  $\omega = 360$  °/s) in Abb. 39 dargestellt. Der gewünschte Effekt tritt nicht ein. Der Motorlauf ist nicht konstanter. Auch die

Umlaufzeit entspricht nicht dem Soll und ist zu groß, weicht aber etwas weniger als im unregulierten Modus ab (vgl. Anlage III Umlaufzeiten).

Die Standardabweichung der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  über eine Umdrehung  $j$  beträgt rund 0,2 ms und ist damit genauso groß wie im unregulierten Modus. Zusätzlich ist die Wiederholbarkeit jedoch deutlich schlechter. Bei Betrachtung der Standardabweichung derselben Periode  $\tau_i$  über mehrere Umdrehungen  $j$  zeigt sich ein im Vergleich zum unregulierten Modus größerer Wert (0,1 ms vs.  $< 10 \mu\text{s}$  im unregulierten Modus). Die schlechtere Wiederholbarkeit lässt auf stärkere Geschwindigkeitsschwankungen schließen, die insbesondere für den ungetriggerten Modus von A-TOM ungünstig sind. Inwieweit sich das auch auf die Wiederholbarkeit der aus den Triggersignalen resultierenden 3D Punkte auswirkt, wird später noch untersucht (siehe Kapitel 4.1.3 und Kapitel 5.2.1).

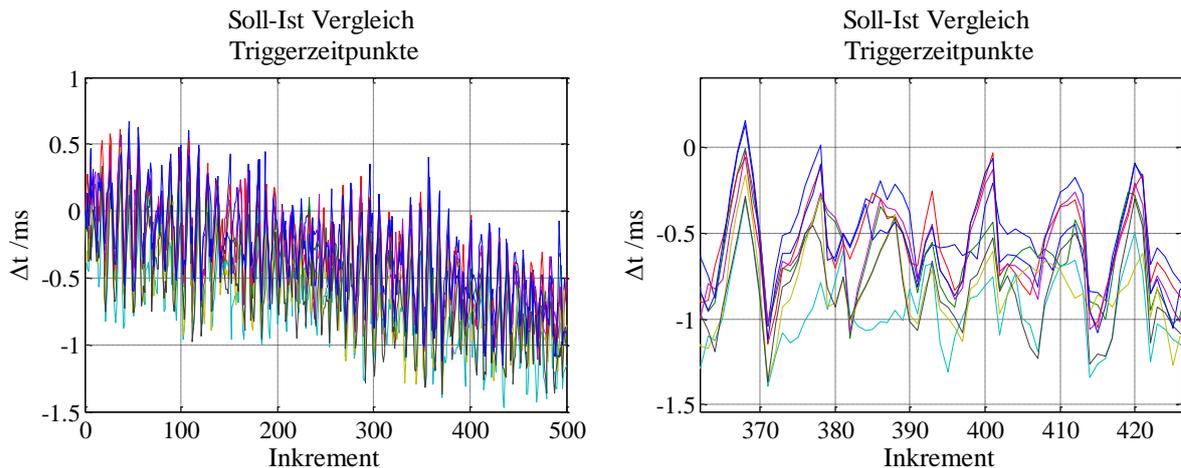


Abb. 39: Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte bei  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  im Closed Loop

Die bei  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  beobachtete Systematik bei dem Vergleich zwischen Closed Loop und Open Loop Betrieb des Antriebs trifft ebenfalls bei der doppelten Winkelgeschwindigkeit zu. Die Streuung der  $\Delta t_{i,j}$  bzw. der  $\tau_{i,j}$  bleibt im Vergleich zum unregulierten Modus gleich und verringert sich wider Erwarten nicht. Jedoch verschlechtert sich auch hier die Wiederholbarkeit. Die Standardabweichung einer Periodendauer  $\tau_{i,j}$  über mehrere Umdrehungen  $j$  beträgt im Mittel 0,03 ms (im Vergleich zu  $< 10 \mu\text{s}$  im unregulierten Modus). Der sinusförmige Verlauf der  $\Delta t_{i,j}$  tritt im Closed Loop nicht auf, weil hier die Signale des Encoders zur Regelung der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs verwendet werden. Die Effekte der Encoderexzentrizität  $\varepsilon$  werden als Abweichung der Geschwindigkeit interpretiert und durch die Regelung entsprechend kompensiert.

Die Regelung ist bereits bei der günstigen Betriebsbedingung ohne signifikantes Massenträgheitsmoment nicht in der Lage, die Laufeigenschaften des Antriebs positiv zu beeinflussen. Theoretisch sollte eine Masse auf der Antriebswelle, deren Massenträgheitsmoment in einem günstigen Verhältnis zum Motormassenträgheitsmoment steht, die Laufeigenschaften positiv beeinflussen. Laut [Nanotec 2015] ist ein Verhältnis Motormassenträgheitsmoment zu Massenträgheitsmoment zwischen 1:10 bis 1:15 für die optimale Funktion des Antriebs zulässig. Mit der Kombination eines Massestücks auf der Antriebswelle, was in diesem günstigen Verhältnis zum Motormassenträgheitsmoment steht, wurden die Versuche im unregulierten und geregelten Betriebsmodus wiederholt. Grundlegende Veränderungen der Antriebscharakteristik waren dabei nicht zu beobachten. Wie bereits festgestellt, weicht die eingestellte Schrittfrquenz bzw. Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um rund 1 ‰ vom Soll ab, sodass die tatsächliche Geschwindigkeit um diesen Wert kleiner ist als  $\omega_{\text{Soll}}$ .

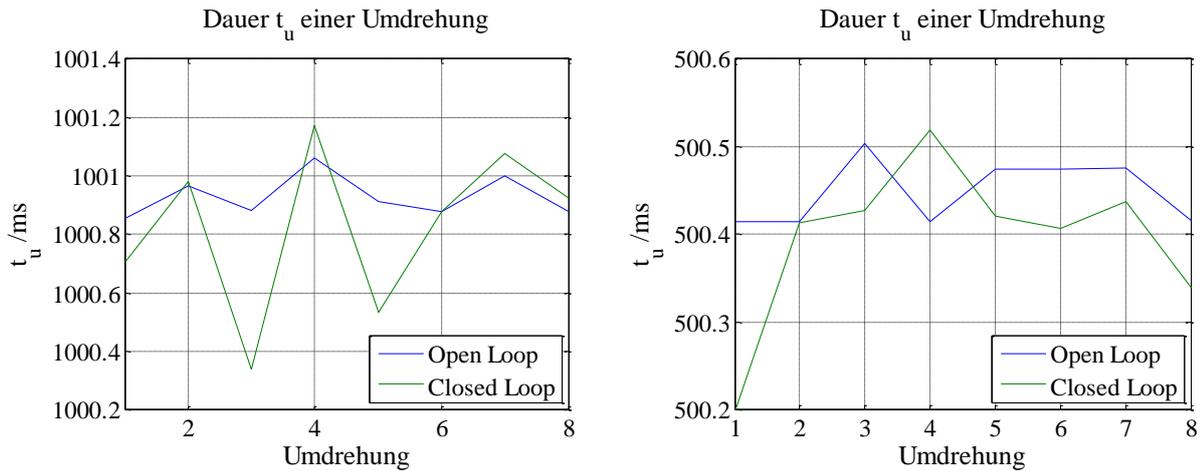


Abb. 40: Umdrehungsdauer  $t_U$  von acht aufeinanderfolgenden Umdrehungen bei  $\omega = 360$  °/s bzw.  $\omega = 720$  °/s

Die Abb. 40 stellt die Umdrehungsdauern  $t_U$  von je acht aufeinanderfolgenden Rotationen für die beiden Winkelgeschwindigkeiten von 1 U/s bzw. 2 U/s dar. Die Dauer einer Umdrehung wurde hier aus der Differenz der Zeitstempel des jeweils ersten Inkrements gebildet. Bei beiden  $\omega$  sind die Schwankungen im Open Loop geringer als im Closed Loop. Im Mittel über die beobachteten Umdrehungen weicht die tatsächliche Geschwindigkeit wie bereits erwähnt um rund 1 % vom Soll ab.

Aufgrund des mit dem Massestück nun zu überwindenden Massenträgheitsmoments wird die Frequenz der Variationen aufeinanderfolgender Periodendauern geringer. Es zeigt sich ein deutliches Einschwingverhalten, bis die angesteuerte Solldrehzahl aus dem Stillstand erreicht ist. Auch in diesem Einschwingverhalten verhält sich der Antrieb hochgradig reproduzierbar. Die Differenzen der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  bei der wiederholten Beobachtung des Anfahrverhaltens aus dem Stillstand auf die Solldrehzahl von einer Umdrehung pro Sekunde weisen eine Standardabweichung von rund  $7 \mu\text{s}$  auf. Derselbe Versuch mit der Solldrehzahl von zwei Umdrehungen pro Sekunde liefert für die Standardabweichung der Differenzen der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  aus wiederholten Beobachtungen rund  $2 \mu\text{s}$ . Die Abfolge der  $\tau_{i,j}$  für die erste Umdrehung nach Start des Antriebs aus dem Stillstand ist exemplarisch für zwei getrennte Durchläufe in Abb. 41 für die beiden Drehzahlen dargestellt. Die Reproduzierbarkeit ist dabei so hoch, dass die Kurven zusammenfallen.

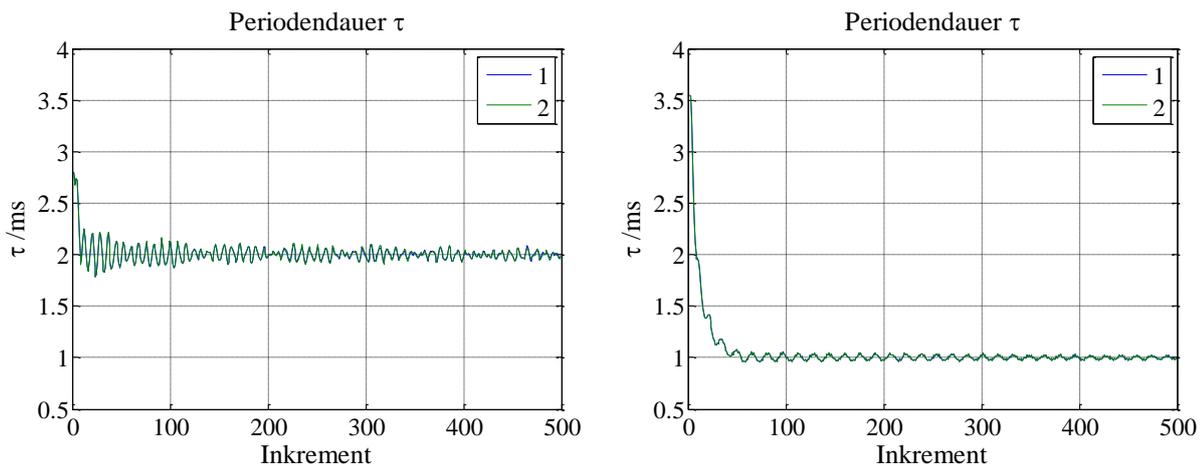


Abb. 41: Einschwingverhalten nach Start des Antriebs, links:  $\omega_{\text{Soll}} = 360$  °/s, rechts:  $\omega_{\text{Soll}} = 720$  °/s

Die Betrachtung der Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der erfassten Triggerzeitpunkte gegenüber einer Sollzeitskala aus beiden Betriebsmodi (geregelt und ungeregelt) liefert keine neuen Erkenntnisse bezüglich der Charakteristik des Antriebs. Die makroskopische Qualität der Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  über den Verlauf der 500 Inkremente einer Umdrehung unterscheidet sich im Vergleich zu Abb. 35 links bzw. Abb. 37 links nicht. Der Unterschied besteht lediglich in den Variationen aufeinanderfolgender

Abweichungen (siehe eben genannte Abbildungen rechts), die mit der geänderten Massenträgheit auf der Antriebswelle zu begründen sind. Entgegen den Erwartungen verbessert sich das Laufverhalten im geregelten Modus nicht. Wie im ersten Nachweis ohne signifikantes Massenträgheitsmoment auf der Antriebswelle, verschlechtert sich die Wiederholbarkeit gegenüber dem unregelmäßigen Betriebsmodus erheblich.

Die beobachteten Effekte werden stärker, wenn dem System durch Montage des Dreharms mit Reflektor und Ausgleichsgewicht ein großes Massenträgheitsmoment (vgl. Kapitel 4.1.1) zugefügt wird, welches zudem das von [Nanotec 2015] genannte günstige Verhältnis der Momente übersteigt. Es konnten keine geeigneten Regelparameter ermittelt werden, die einen näherungsweise stabilen bzw. kontinuierlichen Lauf ermöglichen. Bereits nach kurzer Zeit nach dem Start der Rotationsbewegung war ein größer werdendes, unkontrolliertes Überschwingen zu beobachten, was zur Vermeidung von potentiellen Schäden am System zum Abbruch des Versuchs führte (der Antrieb stoppte aufgrund auftretender Schrittverluste automatisch). Auslöser ist das ungünstige Verhältnis zwischen Motormassenträgheitsmoment und Massenträgheitsmoment des Dreharms inklusive Reflektor und Ausgleichsgewicht. Der geregelte Modus wird daher in der Folge nicht weiter verwendet.

Nach diesen Voruntersuchungen wird abschließend der Antrieb in der Konfiguration der beabsichtigten Anwendung untersucht, indem der komplette Dreharm inklusive BRR Retroreflektor (vgl. Abb. 28 b) für den Lasertracker und entsprechender Ausgleichsmasse verwendet wird. Das Laufverhalten wird zunächst mit dem LA bei verschiedenen  $\omega$  im unregelmäßigen Betriebsmodus untersucht. In jedem beobachteten Fall zeigt sich ein sehr deutliches Einschwingverhalten, was über die Dauer mehrerer Umdrehungen kontinuierlich im Sinne einer gedämpften Schwingung abnimmt. Die Amplitude der Schwingung sowie die Dauer des Abklingens sind von der Winkelgeschwindigkeit abhängig und verringern sich mit zunehmendem  $\omega$ . Die bereits beobachtete Wiederholbarkeit ist auch mit Dreharm gegeben. Die Abb. 42 zeigt die Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte von der theoretischen Sollzeit über den Verlauf von jeweils zwei aufeinanderfolgenden Umdrehungen (1-1 und 1-2, Umdrehungen 1 und 2 des ersten Durchgangs, 2-1 und 2-2 die 1. und 2. Umdrehung des 2. Durchgangs). Diese Verläufe wurden für zwei Winkelgeschwindigkeiten  $\omega = 360$  °/s (Abb. 42 links) bzw.  $\omega = 720$  °/s (Abb. 42 rechts) mehrmals erfasst und exemplarisch für jeweils zwei Messungen dargestellt. Die Verläufe sind systematisch und höchst ähnlich. Differenzen der  $\Delta t_{i,j}$  sind durch unterschiedliche tatsächliche Winkelgeschwindigkeiten begründet. Der zu Abb. 41 abweichende Verlauf der abklingenden Schwingung ist mit dem unterschiedlichen Massenträgheitsmoment erklärt (Abb. 41 nur Massestück, Abb. 42 mit Dreharm, Reflektor und Ausgleichsgewicht auf der Antriebswelle).

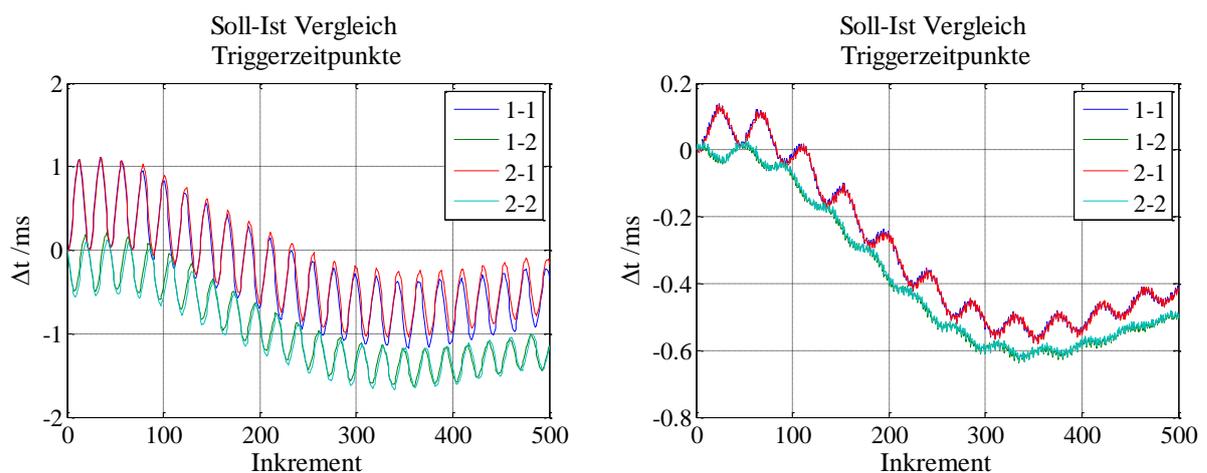


Abb. 42: Soll-Ist Abweichung  $\Delta t_{i,j}$  der Triggerzeitpunkte bei  $\omega = 360$  °/s (links) und  $\omega = 720$  °/s (rechts) mit am Antrieb montiertem Dreharm

Noch deutlicher wird das Einschwingverhalten anhand der Periodendauer  $\tau$  aufeinanderfolgender Inkremente. Bei  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  ist über den gesamten Verlauf von acht aufeinanderfolgenden Umdrehungen nach dem Start des Antriebs aus dem Stillstand der Abklingvorgang zu beobachten (siehe Abb. 43). In diesem Verhalten ist der Antrieb, wie bereits mit Abb. 41 und Abb. 42 gezeigt, hochgradig wiederholbar. Mit der Tatsache, dass die Amplitude und Dauer des Abklingens sowie die Variationen der  $\Delta t_{ij}$  abhängig von der gewählten Drehzahl sind, liegt die Vermutung nahe, dass die Ursache in der Charakteristik des Antriebs und nicht des verbauten Winkelencoders gegeben ist.

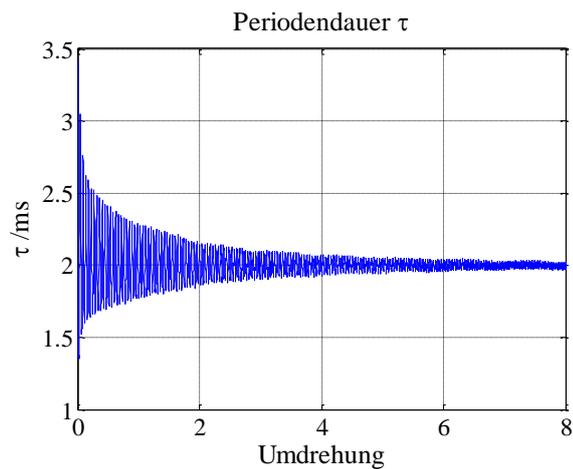


Abb. 43: Einschwingvorgang bei  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$

Konfiguration des Antriebs	Darstellung in	$f_{\Delta t}$ [1/s]
Ohne Masse, $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$	Abb. 35	$\approx 100$
Mit Masse, $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$	Abb. 41	$\approx 60$
Mit Dreharm und Reflektor, $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$	Abb. 42 links	$\approx 23$
Mit Dreharm und Reflektor, $\omega = 720 \text{ }^\circ/\text{s}$	Abb. 42 rechts	$\approx 23$
Mit Dreharm und Reflektor, $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$	Abb. 80, links	$\approx 23$

Tabelle 10: Genäherte Oberschwingung  $f$  des Einschwingverhaltens in Abhängigkeit des Massenträgheitsmoments an der Antriebswelle

In den Experimenten zeigte sich eine Abhängigkeit der Variation der Triggerzeitpunkte von der Massenträgheit bzw. von der zu bewegenden Lasten des Motors in Form einer Oberschwingung mit der Frequenz  $f_{\Delta t}$ . Für gleiche Lasten bleibt diese jedoch ausreichend konstant, so dass eine hohe Reproduzierbarkeit zu erwarten ist.

Wie eingangs der Untersuchungen des Antriebs angekündigt, folgt für die Trennung der Systematiken eine vom Winkelencoder unabhängige Betrachtung. Die bisher beobachteten Schwankungen der Periodendauern in Verbindung mit deren Wiederholbarkeit können als Ursachen eine entsprechend variierende Verteilung der Inkremente auf dem Encoder oder aber eine entsprechende Variation der vom Antrieb realisierten Winkelgeschwindigkeit haben. Die Winkelgeschwindigkeit muss also losgelöst von den Triggersignalen des Encoders bestimmt werden. Dies gelingt mit der Beobachtung der Rotation des Dreharms mit einem Lasertracker. In Kombination mit einem externen Funktionsgenerator [Agilent 2003], der einen akkuraten Zeitbezug darstellt, werden unabhängig von etwaigen Driften des Lasertrackertaktes ( $10 \text{ } \mu\text{s}/\text{s} - 20 \text{ } \mu\text{s}/\text{s}$  laut [Leica 2009c]), tatsächlich beobachtet  $10 \text{ } \mu\text{s}/\text{s}$ ) sowie unabhängig von der Kreisteilung des Encoders zeitlich äquidistante Triggersignale bereitgestellt. Diese vom externen Funktionsgenerator erzeugten Trigger lösen Messungen des Lasertrackers aus. Mit einer Frequenz von 1000 Hz wird die Trajektorie des vom Dreharm geführten BRR beobachtet, um die maximale Messfrequenz des Trackers auszunutzen. Als Maß für den Vergleich dient die Winkelgeschwindigkeit, die hier direkt aus den beobachteten Punktabständen zu den vom Funktionsgenerator bereitgestellten Zeiten abgeleitet wird.

Die Berechnung erfolgt unter der vereinfachenden Betrachtung, die hier lediglich eine mittlere Winkelgeschwindigkeit zwischen zwei Messzeitpunkten ermittelt und die tatsächlich stattfindende beschleunigte Bewegung vernachlässigt. Mit dem Ziel einer Plausibilitätskontrolle des beobachteten Verhaltens des Antriebs, ist dieser Modellansatz hinreichend, mit dem Bewusstsein einer hohen Unsicherheit. Ein alternativer, aber ungleich aufwändigerer Ansatz mit Bayes-Filtern, wird in [Ulrich 2015] diskutiert.

Die Winkelgeschwindigkeit mit dem hier verwendeten direkten Ansatz zu ermitteln, hat eine vergleichsweise hohe Unsicherheit zur Folge. Im einfachen Fall einer konstanten Winkelgeschwindigkeit lässt sich diese aus dem pro Zeitintervall  $\Delta t$  überstrichenen Winkel  $\beta$  mit

$$\omega = \frac{\beta}{\Delta t} \quad (4-10)$$

berechnen. Mit dem Varianzfortpflanzungsgesetz wird sofort ersichtlich (Gleichung (4-11)), dass die Unsicherheit der so bestimmten Winkelgeschwindigkeit nicht nur von der Genauigkeit der Messung des Winkels  $\beta$ , sondern auch von der Abtastrate bzw. dem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  zweier Messzeitpunkte abhängt. Im Hinblick auf kinematische Messungen ist dieser Ansatz entsprechend kritisch zu bewerten. Die Analyse muss jedoch bei rotierender Motorwelle erfolgen, weil sonst weder der verbaute Winkelencoder Triggersignale liefert, noch eine Aussage zur Winkelgeschwindigkeit getroffen werden kann.

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\beta}}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\beta \cdot \sigma_{\Delta t}}{\Delta t^2}\right)^2} \quad (4-11)$$

Für das Experiment und dessen Auswertung sind verschiedene Annahmen und damit verbundene Unsicherheiten zu beachten. Im Falle der vom Encoder losgelösten Messung mit dem Funktionsgenerator als Triggerquelle für den Lasertracker ist dessen 3D-Messunsicherheit ein Beitrag zur Genauigkeit der ermittelten Winkelgeschwindigkeit. Weitere Beiträge liefern die Unsicherheit in der (zeitlichen) Verarbeitung der Triggersignale im Lasertracker (siehe Kapitel 3.4.2), die sich ebenfalls als Unsicherheit der bestimmten 3D-Koordinaten niederschlägt, sowie die Genauigkeit des aus der Ausgleichung bestimmten Radius  $r$  der Kreisbahn ( $5 \mu\text{m}$ , siehe Kapitel 4.1.1). Die systematische Abweichung des Funktionsgenerators kann aufgrund der Spezifikation von  $2 \text{ ppm/Jahr}$  (vgl. [Agilent 2003]) vernachlässigt werden. Obwohl sein stochastisches Rauschen über die Abtastrate ( $\sigma_{\Delta t}$ ) wirkt, lässt sich durch möglichst groß gewählte  $\Delta t$  und häufige Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit der Einfluss des stochastischen Rauschens auf eine vernachlässigbare Größe minimieren. Mit der Annahme der Genauigkeit des gemessenen Punktabstandes von  $15 \mu\text{m}$  und einem Messintervall  $\Delta t = 0,001 \text{ s}$  ergibt sich daraus eine Unsicherheit der ermittelten Winkelgeschwindigkeiten von  $\sigma_{\omega,FG\&LT} = 11 \text{ }^{\circ}/\text{s}$  für die Ansteuerung des Antriebs mit einer Umdrehung pro Sekunde. Im Hinblick auf die Abschätzung der Unsicherheit der Kombination von Lasertracker und Funktionsgenerator ist das Verringern der Abtastrate sinnvoll. Gleichzeitig hat die Analyse der Soll-Ist Abweichungen  $\Delta t_{i,j}$  bzw. der Periodendauern  $\tau_{i,j}$  erhebliche Schwankungen von Inkrement zu Inkrement gezeigt, sodass bei einer geringen Abtastfrequenz die Gefahr besteht, die (Geschwindigkeits-)Schwankungen nicht adäquat abbilden zu können.

Zum Vergleich dieser ohne den Encoder ermittelten Winkelgeschwindigkeiten werden aus den zuvor per LA und Encoder gewonnenen Zeitstempeln ebenfalls Winkelgeschwindigkeiten abgeleitet. Vor dem Hintergrund der Genauigkeit der Zeitmessung des LA (vgl. [Agilent 2014]) wird dessen Unsicherheitsbeitrag ebenfalls als vernachlässigbar bewertet. Die Winkelgeschwindigkeit ergibt sich aus dem Sollinkrement des Encoders und der Zeitdifferenz  $\Delta t$  aufeinanderfolgender Zeitstempel. Eine Angabe zur Genauigkeit des Encoders aus den Spezifikationen des Herstellers ist nicht vorhanden. Die beobachtete zeitliche Wiederholbarkeit des Verhaltens des Antriebs ( $10 \mu\text{s}$  bzw.  $63 \mu\text{rad}$  bei  $\omega = 360 \text{ }^{\circ}/\text{s}$ ) wird für eine erste Betrachtung der aus LA-Messungen abgeleiteten Winkelgeschwindigkeit als Maß für die Genauigkeit des Encoders verwendet. Daraus folgt eine Genauigkeit der beobachteten Winkelgeschwindigkeit von  $\sigma_{\omega,LA} = 2 \text{ }^{\circ}/\text{s}$  für die Ansteuerung des Antriebs mit einer Umdrehung pro Sekunde.

Zusätzlich werden noch zwei weitere Winkelgeschwindigkeiten aus der Kombination von Lasertracker und Winkelencoder des Antriebs als Triggerquelle abgeleitet. Zum einen kann wie bei der Betrachtung mit dem Funktionsgenerator  $\omega$  aus dem vom Lasertracker beobachteten Punktabstand sowie dem Radius des Kreises und dem Zeitstempel der Messung (hier von der Uhr des Trackers) berechnet werden. Die Unsicherheitsbeträge sind dann die Unsicherheit des Abstandes, der sich aus der 3D-Messunsicherheit des Lasertrackers ergibt, die Genauigkeit des Kreisradius und die Unsicherheit des

Zeitstempels. Aus diesen Größen ergibt sich die Unsicherheit  $\sigma_{\omega,LT} = 6 \text{ }^\circ/\text{s}$  für die Ansteuerung des Antriebs mit einer Umdrehung pro Sekunde. Der Wert unterscheidet sich von den  $11 \text{ }^\circ/\text{s}$  (siehe oben) aufgrund der sich durch die Encoderteilung ergebenden geringeren Abtastrate von 500 Hz.

Wie bei der Auswertung der Messungen des LA kann die Winkelgeschwindigkeit zum anderen auch aus dem Soll-Inkrement des Encoders und dem Zeitstempel des Triggersignals ermittelt werden. Dabei fällt die Unsicherheit der Koordinatenmessung nicht mehr ins Gewicht. Es besteht jedoch dieselbe Problematik der fehlenden Genauigkeitsangabe des Encoders. Analog zur Auswertung der LA Messungen wird die Wiederholbarkeit als Genauigkeitsmaß für den Encoder eingeführt. Mit der Unsicherheit des Zeitstempels beträgt die so abgeleitete Genauigkeit  $\sigma_{\omega,WE} = 2 \text{ }^\circ/\text{s}$  für die Ansteuerung des Antriebs mit einer Umdrehung pro Sekunde.

Nach dieser Betrachtung wird exemplarisch wie zuvor der Motor mit den beiden Winkelgeschwindigkeiten  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  und  $\omega = 720 \text{ }^\circ/\text{s}$  angesteuert. Die Abb. 44 zeigt den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  über die erste Umdrehung nach dem Start des Antriebs aus dem Stillstand und stellt verschieden bestimmte Winkelgeschwindigkeiten gegenüber. Aus Gründen der Sichtbarkeit sind nur zwei der vier abgebildet – die Detailansicht in Abb. 45 zeigt alle Verläufe. Die Größenordnung der Geschwindigkeitsschwankungen ist bei allen verwendeten Beobachtersystemen gleich. Die Gegenüberstellung macht deutlich, dass die beobachteten Schwingungen der Charakteristik des Antriebs und nicht des Encoders zuzuordnen sind.

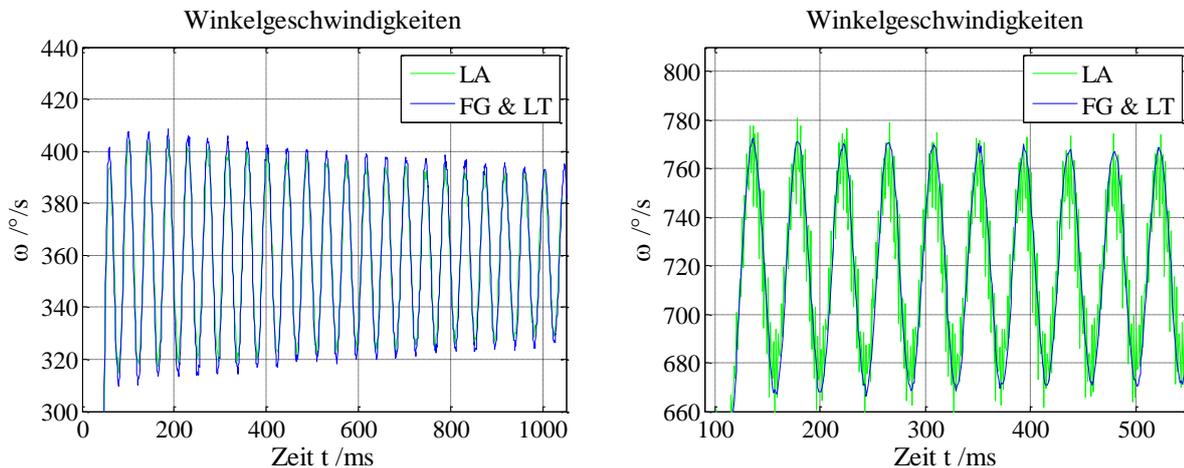


Abb. 44: Aus den Messungen mit Logic Analyzer (LA), Funktionsgenerator (FG) und Lasertracker (LT) abgeleitete Winkelgeschwindigkeiten über die erste Umdrehung nach Start aus dem Stillstand. links:  $\omega_{Soll} = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$ , rechts:  $\omega_{Soll} = 720 \text{ }^\circ/\text{s}$

Die Tabelle 11 zeigt die mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\omega}$  sowie deren Standardabweichung  $s_{\omega}$  über die erste Umdrehung des Dreharms nach dem Start aus dem Stillstand (um die Geschwindigkeitsschwankungen zu veranschaulichen) für die verschiedenen Methoden der Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit, die theoretisch mit den oben abgeschätzten Genauigkeiten bestimmt wurde.

	$\bar{\omega} \text{ [}^\circ/\text{s]}$	$s_{\omega} \text{ [}^\circ/\text{s]}$	$\bar{\omega} \text{ [}^\circ/\text{s]}$	$s_{\omega} \text{ [}^\circ/\text{s]}$
1. Funktionsgenerator und Lasertracker (FG & LT)	359	28/ 2	718	36/ 6
2. Logic Analyzer und Winkelencoder (LA)	361	25/ 2	721	32/ 6
3. Encoder & Distanz & Zeitstempel Tracker (WE & LT)	361	26/ 2	721	34/ 6
4. Encoder & Inkrement & Zeitstempel Tracker (WE)	361	22/ 2	721	32/ 6

Tabelle 11: Mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\omega}$  und deren Standardabweichung  $s_{\omega}$  über die erste Umdrehung nach Start aus dem Stillstand des Antriebs; kursiv:  $s_{\omega}$  nach Abklingen des Einschwingvorgangs

Die Abb. 45 zeigt eine Detailansicht der in Abb. 44 dargestellten Geschwindigkeitsverläufe. Die Kurven mit demselben Bezug (Soll-Inkrement oder Punktabstand) sind vor dem Hintergrund der Genauigkeit identisch. Die Unterschiede zwischen grüner und schwarzer Kurve, die aus dem Soll-Inkrement des Winkelencoders und des jeweiligen Zeitstempels von LA bzw. Lasertracker ermittelt wurden, sind auf die unterschiedliche Güte eben dieser zurückzuführen.

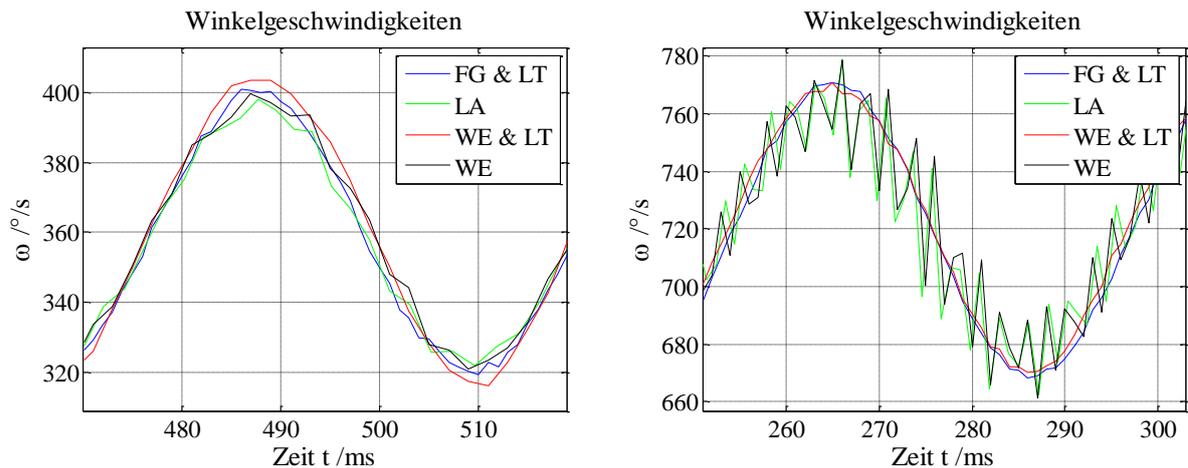


Abb. 45: Detailansicht der Winkelgeschwindigkeiten aus Abb. 44

Die Standardabweichungen in Tabelle 11 beziffern die Größenordnung der Geschwindigkeitsschwankungen. Im Vergleich zu den vom Encoder unabhängigen Messungen zeigt sich deutlich, dass diese Schwankungen vom Antrieb und nicht etwa aus der Verteilung der Inkremente auf dem Encoder resultieren. Dieser Punkt wird durch die in Abb. 43 dargestellten Periodendauern weiter untermauert. Wird die in Tabelle 11 aufgeführte Standardabweichung  $s_\omega$  nicht über die erste Umdrehung nach dem Start sondern die letzte Umdrehung gebildet, liegt deren Wert mit rund 2 % in der Größenordnung der abgeschätzten Genauigkeit. Die Variationen haben sich also verringert, was nicht mit der Encoderteilung zu erklären ist. Daraus ergibt sich die Variante, vor der eigentlichen Messung einer Pose den Antrieb bereits mit einer kontinuierlichen Rotation zu starten, sodass die Einschwingvorgänge bis zum Messzeitpunkt abgeklungen sind.

Weiter haben die Untersuchungen gezeigt, dass sich der Antrieb zeitlich höchst wiederholbar verhält. Daraus leitet sich zunächst die Hypothese ab, dass die aus den Triggersignalen resultierenden 3D-Punkte des Lasertrackers eine entsprechende Wiederholbarkeit aufweisen sollten, weil die Lage der Teilstriche des Encoders unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit ist. Ob und inwieweit die Geschwindigkeitsschwankungen eine Auswirkung auf die Leistungsfähigkeit des Lasertrackers haben und die getriggerten Messungen tatsächlich so wiederholbar sind, untersucht Kapitel 4.1.3 näher. Sollte sich diese Hypothese nicht bewahrheiten, ist mit der hier beobachteten zeitlichen Wiederholbarkeit des Antriebsverhaltens die Grundlage für die Modellierung der Phänomene gegeben.

Nach der Betrachtung des Antriebs mit ständig rotierendem Dreharm, die bereits eine akkurate Wiederholbarkeit des Antriebs an sich gezeigt hat, soll abschließend die Positionierfähigkeit für den in Kapitel 3.1 diskutierten Stop & Go-Modus untersucht werden. Zu diesem Zweck wurden zunächst fünf Reflektorpositionen und im Anschluss 100 Positionen gleichmäßig über den Kreis verteilt, nacheinander angefahren und statisch erfasst. Die unterschiedlichen Positionen dienen dem Aufdecken ggf. auftretender, durch den Antrieb verursachter Systematiken wie z.B. von der Dreharmstellung abhängige Wiederholbarkeiten. Die Messungen wurden mehrfach wiederholt. Die Güte der Positionierung wird pro Reflektorposition  $i$  auf der Trajektorie anhand der Punktabstände  $d_{P_i}$  zwischen den aus mehrmaligem Anfahren derselben Dreharmstellung resultierenden 3D-Punkten beurteilt.

Auch in dieser Betriebsart zeigt der Antrieb eine hohe Wiederholbarkeit. Die Spannweite der dreidimensionalen Abstände von wiederholt erfassten Punkten  $P_i$  an derselben Position  $i$  beträgt maximal 15  $\mu\text{m}$  (entspricht bei dem verwendeten Dreharmradius rund 190  $\mu\text{rad}$  für den Rollwinkel). Die Standardabweichung dieser Abstände aus Wiederholungsmessungen beträgt 5  $\mu\text{m}$  (entspricht rund 60  $\mu\text{rad}$  für den Rollwinkel). Über die 100 auf einer Umdrehung verteilten Punktpositionen ist keine Systematik zu erkennen, die nicht durch den Lasertracker zu erklären wäre (in Strahlrichtung kleinere Varianzen als quer dazu, siehe Kap. 3.4.2 und Abb. 25). Die beobachteten Differenzen liegen in der Größenordnung der Genauigkeit des Lasertrackers, sodass theoretisch eine belastbare Aussage zur Positioniergenauigkeit des Antriebs nicht möglich ist. Andererseits zeigt die Untersuchung, dass die Positioniergenauigkeit mindestens gleichwertig wie die Messgenauigkeit des Lasertrackers ist. Für die

Aufgabe der Posenbestimmung wirkt sich die Positionierung eines Punktes auf der Kreisbahn lediglich auf die Güte des zu bestimmenden Rollwinkels um die Rotationsachse aus (wie in Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2.2 bereits diskutiert). Der für diesen Orientierungswinkel primäre Unsicherheitsbeitrag im Stop & Go-Betrieb ist die Genauigkeit der Punktbestimmung, die maßgeblich vom eingesetzten Messsystem bedingt wird. Trotz der nachgewiesenen Wiederholbarkeit offenbaren sich Systematiken, die kritisch zu bewerten sind. Die eben erzielten Größenordnungen sind das Ergebnis der Beobachtung einer Drehrichtung. Bei der Richtungsumkehr verändern sich die Punktpositionen in Bahnrichtung systematisch. Die Abstände von Punkten aus unterschiedlichen Drehrichtungen erfasst, betragen bis zu rund 0,1 mm. Die Wiederholbarkeit für eine Drehrichtung ist jedoch mit der oben genannten Standardabweichung gegeben. Für den praktischen Einsatz folgt, dass nur eine Drehrichtung verwendet werden sollte. Vor dem Hintergrund der in Kapitel 2.2.5 definierten Anforderungen und den der Simulation in Kapitel 3.2.2 zugrunde liegenden Überlegungen zeigt sich hier, dass trotz der Wiederholbarkeit des Antriebs die Genauigkeit der Bestimmung des Rollwinkels durch die Messunsicherheit der Lasertracker beschränkt ist. Eine nach Kapitel 3.2.2 entsprechend große Anzahl von Punkten auf der Trajektorie ist demnach für das Steigern der Genauigkeit des Rollwinkels notwendig.

Nun stellt sich noch die Frage nach einer festen Bezugsposition auf der Kreisbahn, die die Null-Lage des Rollwinkels um die Rotationsachse im System des Messadapters für den Betrieb mit Stop & Go arretiert. Theoretisch ist die Indexmarkierung des Encoders geeignet. Mit der Ansteuerung des Antriebs lässt sich eine sogenannte „interne Referenzfahrt“ ausführen, die den Rotor in die Nähe der Indexmarkierung positioniert. Ausgehend von der beobachteten Wiederholbarkeit des Antriebs wird vermutet, dass auch diese Referenzposition reproduzierbar angefahren werden kann. Praktisch kann jedoch tatsächlich nur von „in der Nähe“ die Rede sein. Die Stellung des Dreharms nach erfolgter Referenzfahrt wird von der Ausgangsstellung des Dreharms und damit direkt verbunden der Richtung, aus der der Referenzpunkt angefahren wird, bedingt. Die zuvor beobachtete Hysterese bei der Richtungsumkehr schlägt sich direkt auf die Wiederholbarkeit der Referenzposition nieder. Zudem wurde eine Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit beobachtet, die bei unterschiedlichen  $\omega$  zu differierendem Ausschwingverhalten des Dreharms und in der Folge zu Variationen der Referenzposition führt. Als Hauptursache ist das in der vorliegenden Konfiguration ungünstige Verhältnis der Trägheitsmomente von Dreharm und Motor zu benennen. So bietet der Antrieb bei einheitlicher Drehrichtung zwar die für den Stop & Go-Betrieb nötige Positioniergenauigkeit bzw. Wiederholbarkeit einzelner Positionen auf der Kreistrajektorie. Ohne eine präzise und wiederholt erreichbare Referenzposition des Dreharms für die Bestimmung des Rollwinkels ist der Einsatz im Stop & Go-Modus jedoch nicht möglich bzw. nur mit der Einschränkung der für den Rollwinkel erreichbaren Genauigkeit. Aus diesem Grund wird der Ansatz nicht weiter verfolgt.

### 4.1.3 Encoder und Triggersignal

Der Winkelencoder ist ein optischer Impulsgeber der WEDS/WEDL Serie (vgl. [Nanotec 2014]), die von Nanotec vertrieben wird. Er ist direkt mit dem Antrieb verbunden und auf der Motorwelle befestigt. Er besitzt 500 Inkremente und gibt auf drei Kanälen TTL-Rechtecksignale aus. Auf einem der Kanäle gibt es nur einen Impuls, der als Index für den Beginn einer Umdrehung dient. Die beiden anderen Kanäle liefern entsprechend der Anzahl der Inkremente Rechteckimpulse. Der Ausgangsstrom beträgt bis zu 5 mA und wird als Trigger für das Auslösen einer Messung mit dem Lasertracker verwendet. Dazu wurde nachträglich ein zusätzlicher Signalabgriff installiert, um die Rechteckimpulse über ein Logikgatter (siehe Kapitel 4.2.1) an den Lasertracker weiterzuleiten.

Die Flankensteilheit eines Rechteckimpulses definiert seine Güte mit Bezug auf die Zeit. Zusätzliche Unsicherheiten entstehen durch unbekannte und bekannte Zeitdifferenzen bzw. -dauern in der Übertragung und Verarbeitung eines Impulses zwischen den Messsystemen. Die Summe dieser Beiträge ist abzuschätzen bzw. aus Herstellerangaben zu ermitteln und ggf. in einer Kalibrierung und/oder im Unsicherheitsbudget zu berücksichtigen. Die Unsicherheit bzw. die Dauer der Signalverarbeitung durch das Logikgatter und die Verarbeitung von Triggersignalen durch den Lasertracker sind bekannt (siehe [NXP 2012] und [Leica 2009c] sowie Kapitel 3.4.2 und Kapitel 4.2.1).

Mit einem Oszilloskop wurden die Flanken der vom Encoder des Antriebs erzeugten Signale detaillierter betrachtet. Die Spannweite der Spannungsanstiege über der Zeit für alle 500 Inkremente des Encoders ist in der Abb. 46 abgebildet (grauer Bereich um die gelbe Kurve). Die Signalanstiegszeit beträgt 240 ns bei der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 360$  °/s. Die dargestellte Spannweite ist für die Bewertung der Güte des Signals aus Sicht des Lasertrackers unerheblich, weil erst ab einer Spannung von rund 2,5 V eine logische „1“ bzw. „high“ erkannt wird. Zum Schutz vor Fehlregistrierungen durch Signalschwankungen muss der Pegel für fünf Mikrosekunden anliegen, um als Trigger erkannt zu werden.

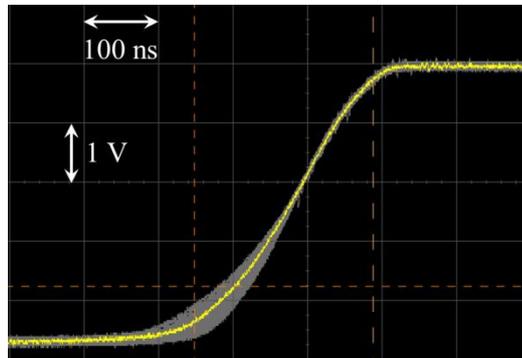


Abb. 46: Flankensteilheit der vom Encoder erzeugten Signale, Spannungsanstieg pro Zeit

Die Wiederholbarkeit der Triggersignale soll in Verbindung mit dem Lasertracker betrachtet werden. Zu deren Beurteilung werden die vom Lasertracker beobachteten Punktpositionen herangezogen. Theoretisch sollten sich durch die Referenzierung der Stellungen des Dreharms durch den Winkelencoder des Antriebs identische Punktpositionen zu dem jeweiligen Inkrement  $i$  auf der Kreistrajektorie ergeben. Die Abweichungen zwischen wiederholt erfassten Positionen von Punkten haben in der (kinematischen) 3D-Messunsicherheit des Lasertrackers sowie in der Genauigkeit des Winkelencoders und der Übertragung/Verarbeitung der Triggersignale ihre Ursachen.

Die Rotation des Dreharms wurde in einer geringen Entfernung von rund 1,5 m beobachtet, um die entfernungsabhängigen Unsicherheitseinflüsse des Lasertrackers zu minimieren. Für die Beurteilung der Wiederholbarkeit wurden all 500 Inkremente des Encoders verwendet. Die Rotation wurde ab dem Start aus dem Stillstand für mehrere (etwa zehn) kontinuierlich aufeinanderfolgende Umdrehungen beobachtet und die Wiederholstandardabweichung für jede Punktposition über alle Umdrehungen ermittelt. Die Orientierung der Kreisebene wurde mit den Erkenntnissen aus Kapitel 3.2.2 so gewählt, dass Normalenvektor der Kreisebene und einfallender Laserstrahl näherungsweise parallel verlaufen, um die Systematiken der Winkel- und Streckensensoren des Lasertrackers deutlich zu machen. Werden die Standardabweichungen betrachtet, zeigen sich keine auffälligen Systematiken in Abhängigkeit der Punktposition auf der Kreistrajektorie. Bei der Drehzahl von einer Umdrehung pro Sekunde liegt die Größenordnung der Standardabweichungen für die 500 Punkte bei rund  $15 \mu\text{m}$ . Bei der doppelten Drehzahl erhöht sich diese Standardabweichung auf rund  $25 \mu\text{m}$ . Die Analyse der einzelnen Koordinatenkomponenten offenbart die Systematiken des Lasertrackers, die in Kapitel 3.2.2 bereits diskutiert wurden. Die Abweichungen der Punkte zueinander in Strahlrichtung bzw. senkrecht zur Kreisebene sind mit  $< 5 \mu\text{m}$  minimal (Ursache ist die geringe Messunsicherheit des Distanzmessers der Lasertrackers). Der größere Teil der Abweichungen ist in Richtung entlang der Trajektorie gegeben, was durch die vergleichsweise große Messunsicherheit der Richtungsmesser des Lasertrackers bedingt ist. Die Spannweite an einer Punktposition beträgt bei der geringeren Drehzahl beispielsweise bis zu  $25 \mu\text{m}$ . Weiter wird deutlich, dass kinematische Messungen die mit dem Lasertracker erreichbare Genauigkeit negativ beeinflussen. Dieser Zusammenhang wird anhand der Koordinatenkomponenten, die in der Kreisebene liegen, klar. Die Standardabweichung einer Komponente ist umso größer, je größer die Geschwindigkeit in dieser Richtung ist. Bei der oben gewählten Orientierung liegt die Kreisebene näherungsweise in der XZ-Ebene. Die Geschwindigkeit in X-Richtung ist folglich in den Bereichen um die 12-Uhr- und 6-Uhr-Position am größten. Für die Z-Richtung gilt derselbe Zusammenhang, lediglich um  $\pi/2$  phasenverschoben (3-Uhr- und 9-Uhr-Position).

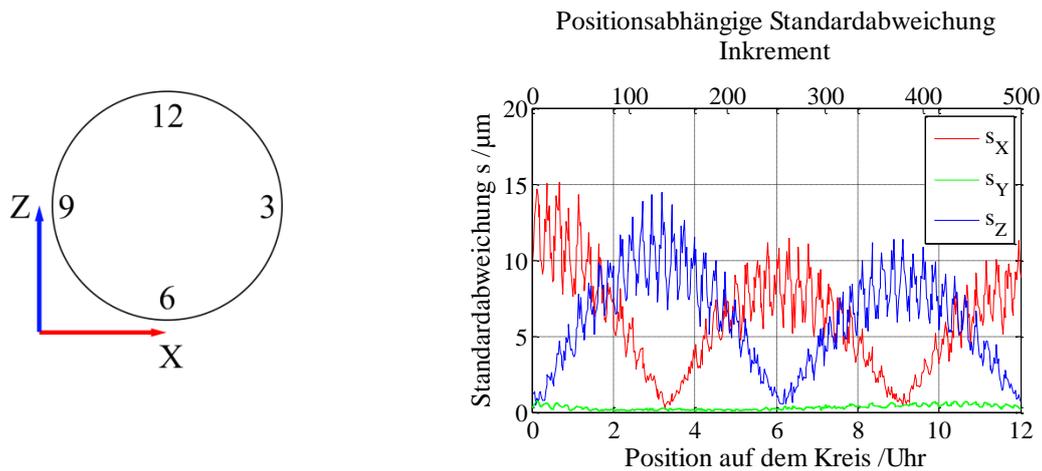


Abb. 47: Von der Position auf der Kreisbahn bzw. der Orientierung der Kreisebene abhängige Standardabweichung der einzelnen Koordinatenkomponenten X, Y und Z bei 1 U/s

Die Größenordnung der Standardabweichungen der einzelnen Koordinatenkomponenten für die Positionen entlang der Kreistrajektorie ist in Abb. 47 für die Drehzahl 1 U/s dargestellt. Das Verhältnis der Systematiken von Strecken- und Richtungsmesser des Lasertrackers wird deutlich. Außerdem zeigt sich die vermutete (vgl. Kapitel 3.2.2) Verschlechterung der Genauigkeit der Lasertrackermessungen mit zunehmender Dynamik der beobachteten Bewegung. Als Ursache kann die Qualität der Triggersignale ausgeschlossen werden, weil deren Wiederholbarkeit im Zuge der Untersuchung der Eigenschaften des Antriebs bereits nachgewiesen wurde. Mit diesem Ergebnis wird die in Kapitel 3.2.2 geführte Diskussion zu einer für die Bestimmung des Rollwinkels optimale Orientierung der Rotationsebene gegenüber dem Lasertracker untermauert. Idealerweise sollte der Normalenvektor der Ebene also näherungsweise rechtwinklig zur Ausbreitungsrichtung des Lasers orientiert sein, weil somit hohe Geschwindigkeiten lediglich bei einer Richtungskomponente und der Distanzkomponente auftreten. Dass diese Überlegung jedoch für die Praxis kaum umsetzbar ist, wurde bereits diskutiert (vgl. Kapitel 3.2.2).

Das in Kapitel 4.1.2 beobachtete Einschwingverhalten (siehe z. B. Abb. 43 und Abb. 44) wirkt sich auf die Genauigkeit bzw. Wiederholbarkeit der mit den Triggersignalen des Encoders ausgelösten Messungen des Lasertrackers aus. Bei dem eben angestellten Vergleich einer Punktposition  $P_{i,j}$  über mehrere kontinuierlich aufeinanderfolgende Umdrehungen  $j$  verringert sich die Standardabweichung mit der Abnahme der Schwingungsamplitude (vgl. Abb. 43). Bei der Analyse der ersten vier Umdrehungen nach dem Start aus dem Stillstand beträgt für den Fall  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  die Standardabweichung einer Punktposition über die vier Umdrehungen rund  $15 \text{ } \mu\text{m}$  (siehe Abb. 47 rechts). Die Standardabweichung über die darauffolgenden vier Umdrehungen, bei denen sich die Amplitude der Schwingung um mehr als die Hälfte verringert hat, beträgt rund  $5 \text{ } \mu\text{m}$ . Dieser Zusammenhang ist auch die Ursache für den in Abb. 47 rechts dargestellten (abnehmenden) Verlauf der Standardabweichungen.

Mit dieser Erkenntnis, in Verbindung mit der auch im Einschwingverhalten hohen Wiederholbarkeit des Antriebs, ergeben sich für den praktischen Einsatz vor dem Hintergrund der in Kapitel 2.2.5 definierten Anforderungen für die Posenbestimmung zwei Varianten. Zum einen wird im Sinne einer Initialisierung die Rotation vor der eigentlichen Messung gestartet, sodass der Einschwingvorgang zum Zeitpunkt der Messung sicher abgeschlossen ist. Die vom Lasertracker zu beobachtende Dynamik verringert sich somit, weil keine kurzzeitigen Geschwindigkeitsschwankungen mehr auftreten, was sich wiederum positiv auf die Genauigkeit der erfassten Punkte auswirkt. Theoretisch sollte die Winkelgeschwindigkeit des Dreharms keine Auswirkungen auf die aus den Triggersignalen resultierenden 3D-Punkte haben. Aufgrund der Verarbeitungszeit (Latenzzeit) eingehender Triggersignale am Lasertracker (vgl. Kapitel 3.4.2 bzw. [Leica 2009c]) wirken sich die Geschwindigkeit bzw. die Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs auf die Messungen des Lasertrackers aus, was in Kapitel 5.2.1 (z.B. Abb. 80) noch gezeigt wird – was dann zu der hier beobachteten, von den Geschwindigkeitsschwankungen abhängigen Wiederholbarkeiten führt.

Die zweite Variante nutzt das wiederholbare Verhalten des Antriebs aus, indem an jeder zu bestimmenden Pose lediglich eine kontinuierliche Umdrehung aus dem Stillstand gefahren wird (Stillstand, dann kontinuierliche Rotation bis der Dreharm in der Ausgangsposition wieder zum Stillstand gebracht wird). Hier ist die Kombination von Antrieb, Encoder und Lasertracker (inklusive Latenzzeit) so wiederholbar und stabil, dass sich im Vergleich zu der Beobachtung mehrerer kontinuierlich erfasster Rotationen noch kleinere Standardabweichungen ergeben. Im Gegensatz zum Stop & Go-Betrieb wird hier eine ausreichend akkurate Referenz für den Rollwinkel aus der Indexposition des Winkelencoders des Antriebs generiert.

Die in dieser Betriebsart (einzelne kontinuierliche Rotationen) erreichbare Genauigkeit wird mit dem folgenden Versuch, der an die Simulation aus Kapitel 3.2.2 angelehnt ist, nachgewiesen. Die Rotationsebene wird wie in den vorangegangenen Versuchen gegenüber dem Lasertracker positioniert und orientiert. Danach werden mehrere Rotationen erfasst, wobei der Dreharm aus dem Stillstand jeweils nur eine Umdrehung ausführt, bis die Ausgangsposition wieder erreicht ist. Der Ablauf wird mehrfach wiederholt und die Standardabweichung einer einzelnen Punktposition  $P_i$  über alle Umdrehungen ermittelt.

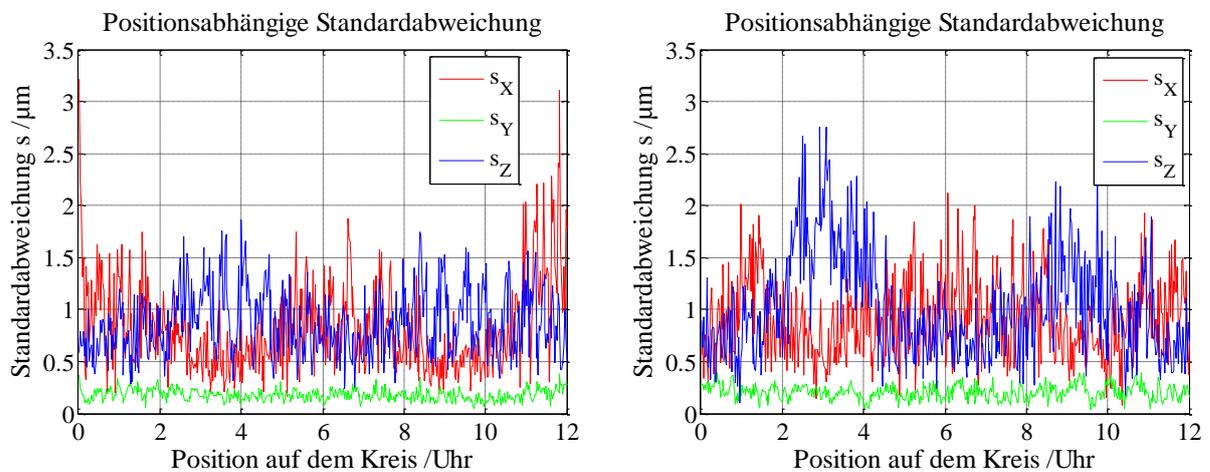


Abb. 48: Standardabweichung der Koordinatenkomponenten in Abhängigkeit von der Position auf der Kreistrajektorie; über mehrere, einzeln erfasste kontinuierliche Umdrehungen, links: 1 U/s, rechts: 2 U/s

Das Ergebnis für die Soll Drehzahlen 1 U/s und 2 U/s ist in der Abb. 48 dargestellt. Die zuvor bestätigte Systematik (vgl. Abb. 47) ist hier, wenn auch in deutlich geringerer Ausprägung, wieder erkennbar. In Verbindung mit der Wiederholbarkeit des Antriebs zeigt sich eine Koordinatengenauigkeit, mit der die Genauigkeit eines aus einem Punkt der Trajektorie abgeleiteten Rollwinkels, der den kritischen Parameter einer Pose darstellt (vgl. Kapitel 3.1 und 3.2.2), bereits die gestellten Anforderungen erfüllt. Die Wiederholbarkeit wird anhand der aus jeder einzelnen Umdrehung abgeleiteten Pose untermauert. Für die untersuchten Soll-Winkelgeschwindigkeiten von bis zu 720 °/s gibt es keinen Unterschied in der Wiederholbarkeit. Die Posenparameter werden pro einzeln erfasste vollständige Rotation des Dreharms abgeleitet und über die Anzahl (fünf) der Rotationen in einer Pose betrachtet. Der Mittelpunkt des Kreises wird mit einer Standardabweichung von 1 μm bestimmt. Gier- und Nickwinkel weisen eine Standardabweichung von 1 μrad auf. Die Standardabweichung des Rollwinkels, der hier aufgrund der in Abb. 48 gezeigten Wiederholbarkeit der einzelnen Punkte zunächst aus nur einem Punkt ermittelt wurde, beträgt rund 10 μrad. Auf weitere Ausführungen zur Wiederholbarkeit bzw. Genauigkeit der ermittelten Posen (siehe Kapitel 5) wird hier verzichtet, weil dieser Abschnitt die Beschaffenheit und Güte der Triggersignale fokussiert.

## 4.2 Lasertracker

### 4.2.1 Triggerung

Die vom Lasertracker erfassten Messpunkte der kreisförmigen Trajektorie müssen für die Bestimmung des Rollwinkels in zeitliche Beziehung mit den Winkelwerten des Encoders des Dreharms gesetzt werden, wenn A-TOM nicht im Stop & Go-Modus betrieben wird (vgl. Kapitel 3.1). Ein Teil der Genauigkeit des Rollwinkels (vgl. Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2.2) wird von der Güte der (zeitlichen) Synchronisation zwischen Winkelencoder des Dreharms und Lasertracker bestimmt. Die zeitliche Referenzierung muss gewährleisten, dass durch die Kombination des unvermeidbaren<sup>8</sup> Zeitunterschieds zwischen den Systemen und der Bewegung des Dreharmes verursachte Unschärfen unterhalb eines vorher festgelegten Maximums bleiben (vgl. Kapitel 3.4.1). Eine ideale Lösung zur Synchronisation stellt die Verwendung eines Triggersignals dar (vgl. [Herrmann 2010], [Juretzko 2008], [Gläser 2004]). Dieses Signal stammt entweder von einem übergeordneten Taktgeber oder einem der im System verwendeten Sensoren, der dann im Sinne eines Masters die Zeitskala vorgibt. Haben die unterschiedlichen Sensoren jeweils eigene Uhren bzw. Takte, sind deren unterschiedliche Driftraten unerheblich, weil der Trigger den gemeinsamen Bezug herstellt.

In der vorliegenden Konfiguration agiert der Winkelencoder von A-TOM als Master bzw. Taktgeber. Der zusätzlich installierte Abgriff am Encoder des Steppers liefert prinzipiell drei Signale, die für die Triggerung des Lasertrackers genutzt werden können: Ein Rechteckimpuls pro Umdrehung aufgrund der Indexmarkierung und jeweils 500 Rechteckimpulse auf Kanal A und Kanal B entsprechend der Anzahl der Inkremente auf dem Winkelencoder. Für eine robustere Auswertung der mit den Triggersignalen erfassten Messwerte ist es sinnvoll, sowohl alle Inkremente mindestens von Kanal A als auch den Index einer Umdrehung zu erfassen. So ist einerseits die Redundanz für das Ermitteln der Posenparameter ausreichend hoch (vgl. Kapitel 3.2.2) und andererseits ist es im Falle einer kontinuierlichen Rotation des Dreharms leichter möglich, die Messdaten in einzelne Umdrehungen aufzuteilen sowie allen voran für jede Umdrehung einen eindeutigen Referenzpunkt für den Rollwinkel zu generieren. Würde nur das einzelne Signal des Index genutzt und im Anschluss mit dem internen Takt des Lasertrackers Punkte der Trajektorie erfasst, stünde für die Bestimmung des Rollwinkels nur ein Punkt zur Verfügung mit der in Kapitel 3.2.2 diskutierten Konsequenz für die Genauigkeit. Umgekehrt ergibt sich die Problematik eines fehlenden Referenzpunkts, wenn nur die Signale eines Kanals für die Triggerung genutzt würden. Folglich muss eine weitere (elektronische) Komponente die Kombination der Signale des Encoders umsetzen, weil der Lasertracker eben nur einen Triggereingang hat. Dazu wurde ein Logikgatter (NXP 74HC32-Serie) verbaut, was das Signal (steigende Flanke) des Index und des Kanals A in einem logischen „oder“ zusammenfasst. Der Lasertracker erhält demnach ein Triggersignal zur Ausgabe eines Messwerts (vgl. Kapitel 3.4.2), sobald entweder Kanal A oder der Index oder beide einen Rechteckimpuls senden. Aus der festen Lage des Index auf der Encoderscheibe gegenüber den umliegenden Inkrementen folgt eine veränderte Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen den Signalen, die entsprechend in der Auswertung detektiert werden kann, um den Indeximpuls eindeutig von den übrigen Pulsen zu unterscheiden und einem Messpunkt zuzuordnen. Dieser Zusammenhang ist schematisch in Abb. 49 dargestellt. Die steigenden Flanken der Rechteckimpulse werden vom Lasertracker als Trigger registriert. Das Zeitintervall zwischen der Flanke des 500. Impulses und der Indexmarkierung ist im Vergleich zum Intervall zwischen den steigenden Flanken auf Kanal A signifikant kürzer und ist demnach für die Detektion des Referenzpunktes geeignet. Für den Referenzpunkt ist die Winkelgeschwindigkeit des Dreharms in Verbindung mit der maximalen Mess- bzw. Triggerfrequenz des Lasertrackers ausschlaggebend. Bei 720 °/s ist in der vorliegenden Konfiguration mit einem Encoder mit 500 Inkrementen (vgl. Kapitel 4.1.3) die maximale Frequenz von 1000 Hz erreicht. Der Abstand zwischen dem 500. Impuls und der Indexmarkierung ist dann nicht mehr groß genug, sodass die steigende Flanke des Index vom

<sup>8</sup> Zeitunterschiede zwischen den Systemen sind nicht vermeidbar. Unbekannte sind u. a. Zeiten, wie lange es dauert, den Messwert eines Sensors anzufordern, zu erzeugen, abzufragen und zu übertragen (vgl. [Gläser 2004]).

Lasertracker nicht mehr erfasst werden kann, weil der Mindestabstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Triggerereignissen eine Millisekunde beträgt. Das nächste Triggersignal stammt dann von der steigenden Flanke des zweiten Inkrements, weil das Intervall zwischen steigender Flanke des Index und des ersten Inkrements ebenfalls zu kurz ist. Für den Betrieb von A-TOM muss dieser Umstand entsprechend berücksichtigt werden, weil die Zuordnung des Referenzpunkts folglich von der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms abhängt.

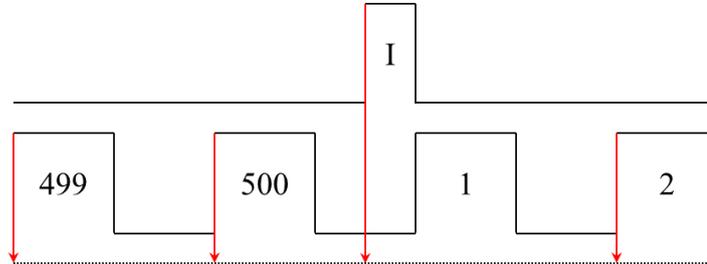


Abb. 49: Schema des Index- und Triggersignals des Encoders

Zur Umgehung dieser Gegebenheit ist eine umfangreichere zusätzliche Elektronik notwendig. Mit dem Einsatz mehrere Gatter bzw. von einem Field Programmable Gate Array (FPGA) oder einer sogenannten State Machine ließe sich die Robustheit weiter steigern. Diese Hard- bzw. Software ist in der Lage, durch die Beobachtung aller drei Kanäle des Encoders u. a. Drehrichtung (von welchem Kanal wird die steigende Flanke zuerst registriert) und –geschwindigkeit zu detektieren. Daraus sind Entscheidungen ableitbar, wie etwa welche Flanken als Triggersignal genutzt werden sollen. Wird der Dreharm in beiden Drehrichtungen betrieben ändert sich entsprechend der Bezug zu den Flanken der einzelnen Inkremente. Die steigenden Flanken der einen Drehrichtung sind die fallenden Flanken der umgekehrten Drehrichtung. Bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten fällt die Entscheidung ob nur ein Teil der Inkremente des Encoders (z. B. jedes 2. oder jedes 5.) als Trigger verwendet wird, um bei entsprechend hoher Winkelgeschwindigkeit die maximale Triggerfrequenz des Lasertrackers nicht zu überschreiten. Vor dem Hintergrund der hier untersuchten Methodik der Posenbestimmung an sich und für die Evaluation der Systemperformance, soll die verbaute simple Elektronik jedoch genügen. Der Unsicherheitsbeitrag auf den durch die Verarbeitung der Signale hervorgerufenen Zeitunterschied beträgt 9 ns (siehe [NXP 2012]) und ist im Vergleich zur spezifizierten Verarbeitungszeit von Triggersignalen durch den Lasertracker von  $\pm 5 \mu\text{s}$  (vgl. [Leica 2009c]) vernachlässigbar.

#### 4.2.2 Regelung und Vignettierung

Erfasst der Lasertracker AT901 einen Reflektor, wird die interne Regelstrecke aktiv. Die Eingangsgrößen für die Regelung sind die Ablagen  $\Delta X_{\text{PSD}}$  und  $\Delta Y_{\text{PSD}}$  des auf den PSD treffenden reflektierten Signals vom bei der Initialisierung des Lasertracker bestimmten Nullpunkt im lokalen orthogonalen Koordinatensystem des PSD. Dabei wird das ankommende Signal auf den PSD fokussiert, der sich in ca.  $\frac{3}{4}$  der Brennweitendistanz befindet [Lüthi 2013]. Der PSD ermittelt für die Bestimmung der Ablagen den Schwerpunkt des auftreffenden Lichtflecks. Befindet sich der Laser im Zentrum des Reflektors, trifft der reflektierte Strahl auf den Nullpunkt des PSD. Bewegt sich der Reflektor quer zum Laserstrahl, entstehen die Ablagen  $\Delta X_{\text{PSD}}$  und  $\Delta Y_{\text{PSD}}$ . Je nach Ausmaß der Ablage ändern sich die registrierten Spannungswerte. Am Ende der Produktion wird die Empfindlichkeit des PSD bestimmt, indem mit einem Kreuzschlitten ein Reflektor über den Arbeitsbereich des PSD bewegt wird. In Verbindung mit den Distanzinformationen des Interferometers und den Ableseungen am Kreuzschlitten ergeben sich Linearität, Winkelabweichungen und Maßstab des Detektors, um die Messwerte des PSD den Bewegungen des Reflektors präzise zuzuordnen [Loser 2004]. Die Ausgangsgrößen der Regelung sind Befehle an die Servomotoren des Trackerkopfes, um den erfassten Reflektor zu verfolgen, indem die Ablagen  $\Delta X_{\text{PSD}}$  und  $\Delta Y_{\text{PSD}}$  minimiert werden und der Laser wieder auf das Zentrum des Reflektors trifft. Dabei ist die Regelung auch dann aktiv, wenn sich der Reflektor nicht bewegt, weil sich die Lage des Signals auf dem PSD aufgrund von Turbulenzen der Luft und der Streuung der Winkelencoder ständig minimal ändert. Auch und besonders beim Messen eines sich bewegenden Reflektors gibt es immer Ablagen zum PSD-Nullpunkt, weil die Regelung bzw. die

Servomotoren nur endlich schnell sind – bei optimaler Einstellung der Regelparameter werden 90 ms benötigt, um einen Störimpuls vollständig zu kompensieren (vgl. [Loser 2004]).

Nach [Loser 2001] und [Loser 1998] sollte die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals idealerweise gauförmig sein, um eine optimale Funktion der Regelung zu gewährleisten. Die Form der Verteilung der Intensität ist jedoch unerheblich, solange die Bedingung erfüllt ist, dass der Schwerpunkt des auf den PSD treffenden Signals das Zentrum des Reflektors repräsentiert [Lüthi 2013]. Mit anderen Worten, die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals muss punktsymmetrisch sein. Ist das nicht der Fall (siehe Kapitel 4.3), können Abweichungen entstehen.

Neben der Verwendung als Eingangsgröße für die Regelung zur Nachführung von Reflektorbewegungen, werden die Ablagen  $\Delta X_{PSD}$  und  $\Delta Y_{PSD}$  auch als Korrektur der Ableseung der beiden Winkelencoder für Nick- und Gierwinkel entsprechend dem in [Loser 1998] vorgestellten Lasertrackermodell angebracht. Ohne näher auf das Modell einzugehen, soll anhand des funktionalen Zusammenhangs zwischen Messwert des PSD und Ableseung der Richtungsencoder, der Beitrag des PSD quantifiziert werden. Nach [Loser 1998] setzt sich der korrigierte Gierwinkel des Lasertrackers

$$\theta_{LT\ korr} = \theta_{LT} - \frac{i \sin\left(\frac{\phi_{LT}}{2}\right) + c}{\cos\left(\frac{\phi_{LT}}{2}\right)} + \varepsilon_x \sin \theta_{LT} - \varepsilon_y \cos \theta_{LT} \quad (4-12)$$

$$+ \frac{1}{\sin \phi_{LT}} \left( I_x \cos \theta_{LT} - I_y \sin \theta_{LT} + \frac{O_{1x} \cos \theta_{LT} - O_{1y} \sin \theta_{LT} + O_{2x} + \theta_{off}}{d} \right)$$

aus der Encoderablesung  $\theta_{LT}$  und der Korrektur um die Modellparameter Neigung  $I_x$  und  $I_y$  des Laserstrahls gegenüber der Stehachse des Lasertrackers, laterales Offset  $O_{1x}$  und  $O_{1y}$  des Lasers von der Stehachse, das von der Cover Plate verursachte Offset  $O_{2x}$ , Kippachsfehler  $i$ , Neigung  $c$  des Umlenkspiegels gegenüber der Kippachse, Exzentrizitäten  $\varepsilon_x$  und  $\varepsilon_y$  des Winkelencoders sowie die aus der PSD-Messung stammenden Korrektur  $\theta_{off}$  zusammen.  $\phi_{LT}$  ist der Nickwinkel und  $d$  die gemessene Distanz zum Reflektor. Unter der Annahme sonst fehlerfreier Messungen, lässt sich mit (4-12) die Auswirkung der von der PSD-Messung stammenden Korrektur  $\theta_{off}$  auf den Gierwinkel  $\theta_{LT}$  und mit (2-1) auf die 3D-Koordinate eines Punktes  $P(X, Y, Z)$  abschätzen. Bei sonst unveränderten Parametern ändert sich die räumliche Position in gleichem Maße, wie sich die metrische Korrektur  $\theta_{off}$  durch die Messung des PSD ändert. Vor dem Hintergrund dieser Erkenntnis wurde der folgende experimentelle Nachweis unternommen.

Mit einem einachsigen Mikrometerschlitten wurde ein Reflektor in  $i$  Schritten um  $i\Delta X = i \cdot 0,1$  mm orthogonal zur Ausbreitungsrichtung des Lasers bewegt, sodass der Reflex des Laserstrahls auf verschiedene Positionen  $X_{PSD,i}$  auf den PSD traf. Um den beschriebenen Regelmechanismus zur Reflektornachführung zu umgehen, wurden die Servomotoren am verwendeten Lasertracker deaktiviert. Für jede Position wurden die 3D-Koordinaten  $(X_i, Y_i, Z_i)$  registriert. Der Reflektor wurde so weit schrittweise verschoben, bis der Tracker die Reflexion nicht mehr erfasste, d. h. bis der Laserstrahl unterbrochen wurde. Der Mikrometerschlitten wurde horizontalisiert, sodass für eine Messreihe die Vertikalkomponente näherungsweise konstant war. Der Versuch wurde in selber Weise auch für die vertikale Richtung wiederholt und mit drei Reflektortypen (BRR, Cat Eye und R160A) durchgeführt.

Zunächst wurde der Mikrometerschlitten so angeordnet, dass dessen Achse parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lasers lag. So konnte experimentell eruiert werden, ob das Deaktivieren der Servomotoren einen Einfluss auf die Funktion des Interferometers bzw. des ADM des Lasertrackers hat. Die gemessenen Punkte entsprachen im Rahmen der Messunsicherheit des Lasertrackers und des verwendeten BRR der Sollgröße. Folglich konnte der Versuch mit der Verschiebung des Reflektors quer zum Laser unternommen werden.

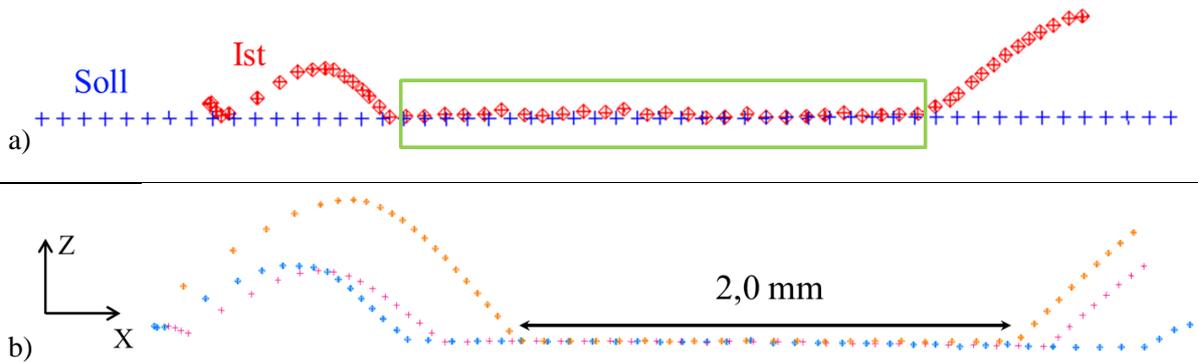


Abb. 50: a) Gegenüberstellung von Solltrajektorie und mit BRR erfasster Isttrajektorie; b) weitere Isttrajektorien unabhängiger Wiederholungsmessungen (zwecks Veranschaulichung übereinander gelegt)

Die Abb. 50 a) zeigt die Gegenüberstellung einer theoretischen Solltrajektorie und der tatsächlich mit einem BRR erfassten Isttrajektorie. Diese Messreihe umfasst  $i = 56$  Punkte. Der Reflektor konnte also um  $\pm 2,8$  mm aus der Mittellage verschoben werden, bis das reflektierte Signal nicht mehr vom Lasertracker erfasst werden konnte. In dem mittleren Bereich (grüner Kasten, etwa 2,5 mm breit) betragen die Abweichungen zum Soll rund 5 %, was hier als Maßstab des PSD interpretiert werden kann. Außerhalb dieses Bereichs weicht die Isttrajektorie deutlich vom Soll ab. In den Randbereichen beträgt  $\Delta X$  im Mittel 0,05 mm. Die Abweichungen zum Soll in der vertikalen Komponente  $\Delta Z$  wachsen bis auf 0,4 mm an. Die Korrektur der Encoderablesung durch die Messung des PSD war hier also nicht in der Lage, die Bewegung des Reflektors adäquat zu kompensieren. Unabhängige Wiederholungen des Experiments auch mit anderen Reflektoren derselben Bauart zeigen prinzipiell vergleichbare Ergebnisse (vgl. Abb. 50 b). In den mittleren Bereichen der Trajektorien entsprechen die Isttrajektorien mit geringfügigen Abweichungen wie bei Abb. 50 a) dem Soll. Der direkte Vergleich von Hin- und Rückwegen zeigt Wiederholbarkeiten in der Größenordnung von  $10 \mu\text{m}$ , die plausibel mit der Unsicherheit des Lasetrackers zu erklären sind. Die Variationen in den Randbereichen bzw. die verschiedenen Breiten der mittleren Bereiche sind durch den Auftreffpunkt des Lasers auf dem Reflektor begründet. Variiert zu Beginn der Messreihe der Auftreffpunkt des Lasers in vertikaler Richtung bezogen auf das Zentrum des Reflektors wie in Abb. 51 links veranschaulicht, verändert sich die Breite des Bereichs, in welchem die Bewegung des Reflektors adäquat durch die Messung des PSD kompensiert wird. Je weiter der Auftreffpunkt vom Reflektorzentrum abweicht, desto kleiner ist dieser Bereich. Die Abb. 51 rechts zeigt, wie sich die Variation des Auftreffpunkts in vertikaler Richtung auf die Messreihe der  $i$  Translationen in horizontaler Richtung auswirkt. Die obere, grüne Trajektorie wurde mit dem Auftreffpunkt näherungsweise im Zentrum des Reflektors erfasst; die untere, magentafarbene Trajektorie mit dem Auftreffpunkt etwa 1,5 mm vom Zentrum entfernt. Eine exakte Angabe über den Abstand zum Reflektorzentrum ist nicht möglich, weil das ohne die Funktion der Servomotoren bzw. der Reflektornachführung nur per Augenmaß abgeschätzt werden kann. Die Ausrichtung des Reflektors ist für das Ergebnis unerheblich, d. h. eine Rotation um die Achse des einfallenden Strahls verändert an der erfassten Trajektorie nichts.

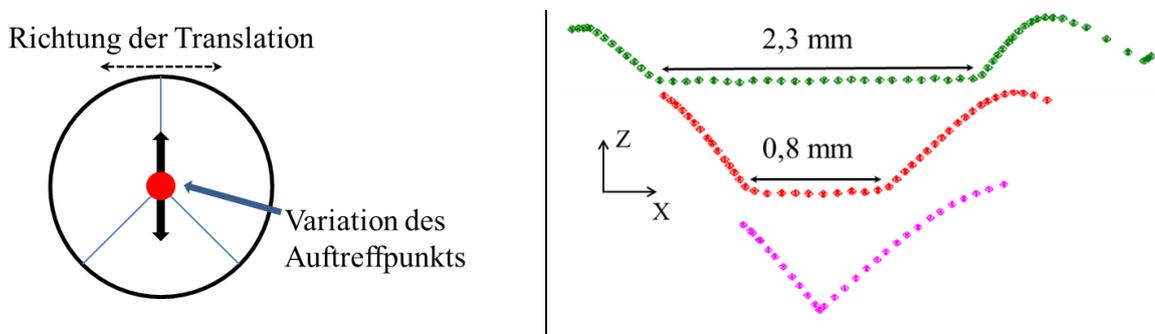


Abb. 51: links: Variation des Auftreffpunkts; rechts: aus dieser Variation resultierende Isttrajektorien durch Kompensation der Encoderwerte mit PSD-Messungen, jeweils kompletter Verfahrensweg von links nach rechts

Derselbe Versuch wurde mit dem R160A durchgeführt. Die Ergebnisse unterscheiden sich deutlich von denen des BRR. Die Korrektur der Encoderablesungen durch die Messung des PSD ist bei dem R160A nicht in der Lage, die Bewegung des Reflektors angemessen zu kompensieren. Die Gestalt der Isttrajektorie weicht erheblich von der geraden Solltrajektorie ab, wie in Abb. 52 links dargestellt. Den mit dem R160 erfassten Punkten (rot) sind im Vergleich zu Abb. 50 a) lediglich fünf Punkte (blau) einer Solltrajektorie mit  $\Delta Z = 0,1$  mm gegenübergestellt, um zu veranschaulichen, wie sehr diese Trajektorie vom Soll abweicht. Auch die unabhängige Wiederholung des Experiments zeigt prinzipiell dasselbe Phänomen. Bei der Verschiebung des Reflektors in  $i$  Schritten in vertikaler Richtung um  $\Delta Z = 0,1$  mm pro Schritt, verändert sich lediglich die Orientierung, nicht aber die prinzipielle Gestalt der erfassten Trajektorie. Dabei ist wie bei dem Versuch mit dem BRR der Auftreffort des Lasers in Bezug zum Zentrum des Reflektors ein Einflussfaktor.

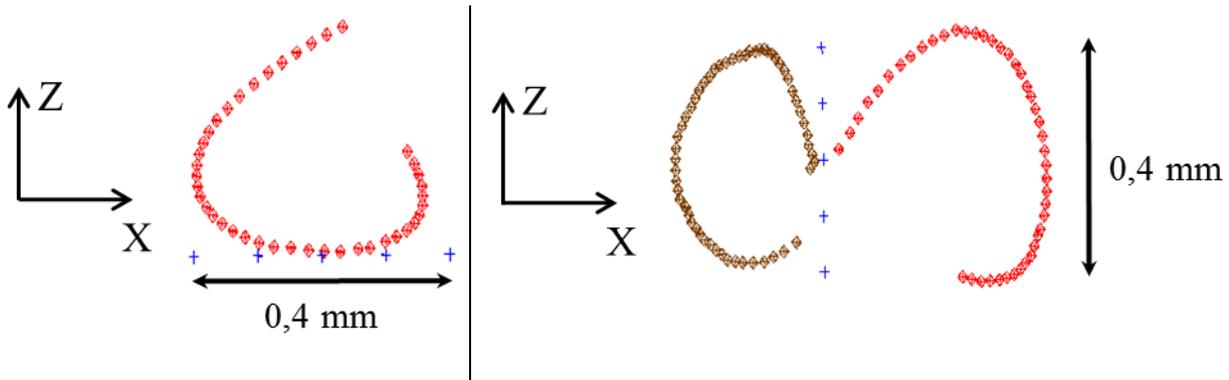


Abb. 52: Solltrajektorie (+) und Isttrajektorie mit R160A erfasst, links) horizontale Translation; rechts) vertikale Translation mit unterschiedlichen Auftreffpunkten des Laserstrahls im Bezug zum Zentrum des Reflektors

Die Abb. 52 rechts zeigt die mit dem R160A erfasste Trajektorie über die gesamte Spannweite der Translation des Reflektors in vertikaler Richtung. Den tatsächlich erfassten Punkten (rote und braune Punkte) sind wieder Punkte der Solltrajektorie mit der Schrittweite von  $\Delta Z = 0,1$  mm gegenübergestellt, um die eklatanten Abweichungen zu veranschaulichen. Die Größenordnung der Punktabstände  $d_{p,i}$  und deren Standardabweichung ist mit  $0,02$  mm, respektive  $10 \mu\text{m}$  mit den Werten der horizontalen Translation ähnlich. Die Orientierung der Trajektorien in Abb. 52 rechts ist mit dem Auftreffpunkt des Lasers begründet, der sich für die Trajektorie in braun links und für die Trajektorie in rot rechts vom Zentrum des R160A befand. Diese Systematik wirkt beim BRR ebenfalls. Die prinzipielle Gestalt der resultierenden Trajektorien wird durch Rotation um  $180^\circ$  der in Abb. 51 rechts dargestellten Bahnkurven erhalten, weswegen auf eine gesonderte Darstellung verzichtet wird. Wie in Kapitel 3.4.3 bereits erwähnt, ist durch die Untersuchungen von [Bernhart\_2012] die prinzipielle Funktionalität des R160A als Reflektor für den AT901 gegeben. Zur Bestätigung wurde der Reflektor mit dem Mikrometerschlitten bei aktivierten Servomotoren des Trackers in der bereits erwähnten Schrittweite verschoben. Auf den Verlauf der Translationen wurde eine lineare Regression angewendet um die Korrektur der erfassten Punkte durch den PSD in Zusammenhang mit der Nachführung im Vergleich zu den Sollpunkten zu bewerten. Im Ergebnis zeigt sich über den untersuchten Bereich von  $2,5$  mm ein Maßstab von rund  $1,04$  mit einer Standardabweichung von  $0,007$ . Die Korrektur bzw. Nachführung durch den PSD ist in der Lage, die Bewegung des R160 in ausreichender Genauigkeit zu erfassen, solange der Reflektor während der Messung statisch ist.

Aus den eben gewonnen Beobachtungen lassen sich folgende Schlüsse ziehen bzw. Hypothesen aufstellen. Wie bereits erläutert, ist für die korrekte Funktion der Regelung zur Nachführung bzw. zur Korrektur der Encoderablesungen eine bestimmte Signalqualität notwendig. Die beobachteten Isttrajektorien des R160A führen zu der Hypothese, dass das reflektierte Signal sich erheblich von dem eines BRR, bzw. allgemein eines offenen Tripelspiegelreflektors unterscheidet. Diese These wird in Kapitel 4.3 belegt. Zusätzlich sind in den Einstellungen des Lasertrackers bestimmte Parameter des jeweils verwendeten Reflektors, wie z. B. eine Additionskonstante oder ggf. für den jeweils verwendeten Reflektortyp geänderte Einstellungen der Regelung, hinterlegt. Für den R160A ist das nicht der Fall, sodass auch dies einen potentiellen Einfluss darstellt. Bei den mit einem BRR

beobachteten Trajektorien wird als Einfluss Vignettierung vermutet, was der folgende Abschnitt diskutiert.

Bevor der vom Reflektor kommende Strahl auf die PSD trifft, passiert er eine Apertur mit einem Radius  $r = 6,5$  mm, die auch als Cover Plate bezeichnet wird (z. B. [Loser 1998], [Leica 2009a]). Es handelt sich dabei um ein Schutzglas unterhalb des Umlenkspiegels. Der vom Lasertracker kommende Strahl ist zwar laut [Leica 2009a] kollimiert und hat keine Divergenz, weitet sich aber mit der Entfernung  $d$  vom Tracker trotzdem sichtbar auf. Diese Aufweitung kann sich durch die optischen Eigenschaften des verwendeten Reflektors ggf. noch vergrößern (vgl. Divergenzwinkel  $\nu$ , siehe Kapitel 4.3). Damit ist es vorstellbar, dass Teile des reflektierten Signals von der Apertur abgeschnitten werden. Der Schwerpunkt des Signals auf der PSD stimmt dann nicht mehr mit dem Zentrum des Reflektors überein. Dieser Zusammenhang wird mit einer Simulation verdeutlicht. Dazu wird der Laser mit einer gaußförmigen Intensitätsverteilung durch eine entsprechende Dichte von Einzelstrahlen simuliert. Die Dimensionen orientieren sich an den in [Leica 2009a] aufgeführten Parametern des Lasers. Befindet sich der Laserstrahl im Zentrum des Reflektors, trifft unter Annahme fehlerfreier Reflexion das reflektierte Signal auf die Mitte der Cover Plate (siehe Abb. 53 links). Wandert der Strahl aus dem Zentrum, wie im vorangegangenen Experiment demonstriert, verschiebt sich auch der Auftreffort auf der Cover Plate. Ist die Verschiebung so groß, dass Teile des Signals von der Apertur abgeschnitten werden (vgl. Abb. 53 rechts), entstehen durch die auf den Schwerpunkt bezogene Messung des PSD Abweichungen, weil dieser nicht mehr dem Reflektorzentrum entspricht.

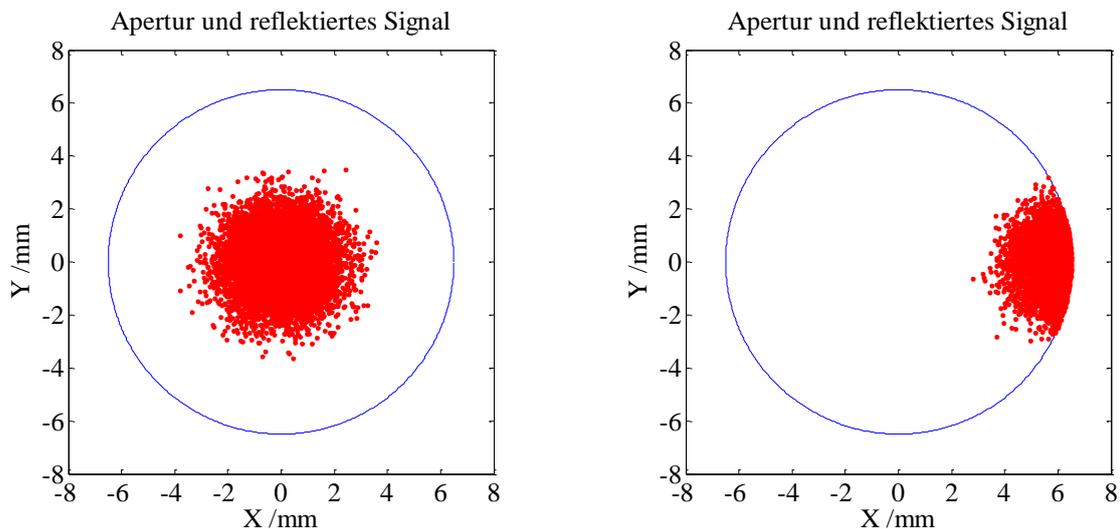


Abb. 53: links: reflektiertes Signal in der Mitte der Apertur; rechts: reflektiertes Signal bei maximaler Verschiebung des Reflektors

Um zu überprüfen, welche Größenordnung der durch die Apertur verursachte Vignettierungseffekt auf eine gemessene Koordinate haben kann, wird der durch die Vignettierung verschobene Schwerpunkt des auf den PSD auftreffenden Lichtstrahls berechnet und dessen Abweichung  $\Delta_{SZ}$  von der Position des Zentrums des Reflektors bestimmt. Für eine Strahlverschiebung  $\Delta X$  auf dem PSD in  $i$  Schritten zu  $0,1$  mm mit  $\Delta Y = 0$  ergeben sich die in der Abb. 54 gezeigten, durch die Vignettierung bedingten Abweichungen  $\Delta_{SZ}$  auf die mit der PSD ermittelten Korrektur des Gierwinkels  $\theta_{LT}$  bzw. – wie mit (4-12) und (2-1) belegt – direkt auf die resultierende X-Koordinate. Diesen aus der Simulation bestimmten Abweichungen  $\Delta_{SZ}$  zwischen Schwerpunkt und Reflektorzentrum werden die Abweichungen zwischen Soll- und Isttrajektorie  $\Delta_{Soll-Ist}$  für die Koordinatenkomponente der Verschiebungsrichtung des Mikrometerschlittens gegenübergestellt – exemplarisch für die linke und rechte Seite der Trajektorie aus Abb. 50 a). Die prinzipielle Gestalt der dargestellten Kurven des tatsächlichen Soll-Ist-Vergleichs und der Simulation ist ähnlich. Der PSD scheint jedoch einen Maßstab von etwa 4 % aufzuweisen, sodass die mit dem Mikrometerschlitten hervorgerufenen

Verschiebungen  $\Delta X$  nicht in Gänze kompensiert werden<sup>9</sup>. Dass die Vignettierung einen deutlichen Einfluss auf die resultierenden Koordinaten des Reflektors hat, zeigt sich eindrucksvoll. Werden noch einmal die in Abb. 50 und Abb. 51 dargestellten Trajektorien betrachtet, lässt sich deren Gestalt jedoch nicht vollständig mit Vignettierung erklären. In der Theorie sollten durch die Abweichung von tatsächlichem Reflektorzentrum und auf dem PSD bestimmten Schwerpunkt keine Abweichungen von der geradlinigen Trajektorie, sondern lediglich vom Soll abweichende Punktabstände folgen. Die in den oben genannten Abbildungen gezeigten Abweichungen von der Geradlinigkeit konnten nicht abschließend begründet werden.

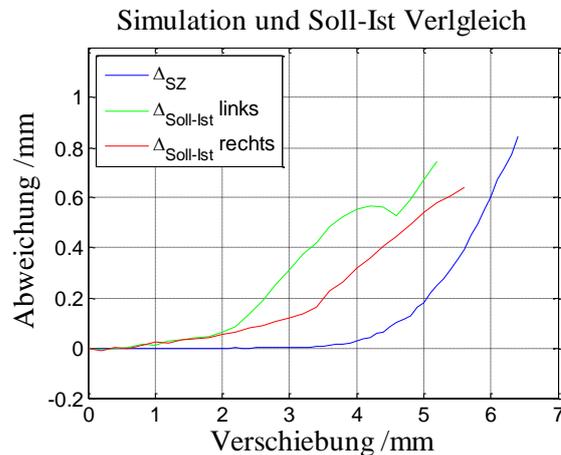


Abb. 54: Gegenüberstellung von simulierten Abweichungen  $\Delta_{SZ}$  zwischen Schwerpunkt und Reflektorzentrum und den gemessenen Soll-Ist-Abweichungen  $\Delta_{Soll-Ist}$

Die in Abb. 53 dargestellte Simulation des mit der Verschiebung des Reflektors wandernden Auftreffpunkts des reflektierten Signals auf der Cover Plate des Lasertrackers AT901 konnte in dem geschilderten Experiment mit dem Mikrometerschlitten und deaktivierten Servomotoren beobachtet werden. Über die maximal erzielte Verschiebung des Reflektors von etwa 2,9 mm wandert der Auftreffpunkt bis an den Rand der Apertur, wo dann Vignettierung auftritt (siehe Abb. 55, links: Strahl im Zentrum des Reflektors; Mitte: mittlere Verschiebung; rechts: kurz vor Strahlverlust). Dabei ist zu beachten, dass eine Verschiebung des Reflektors zu etwa der doppelten Verschiebung des Reflexes auf der Cover Plate führt.



Abb. 55: Position des von einem BRR reflektierten Signals auf der Cover Plate des Lasertrackers AT901 bei zunehmender Verschiebung des Reflektors in horizontaler Richtung quer zum Laserstrahl

<sup>9</sup> Der Maßstab ergibt sich hier aus der Betrachtung des jeweils mittleren Bereichs der Messreihe (vgl. Abb. 50). Die Abschnitte, wo die Isttrajektorie deutlich von der Geradlinigkeit abweicht, werden nicht mit einbezogen, weil einerseits hier die Vignettierung wirkt. Diese hat auf den Maßstab des PSD keinen Einfluss. Andererseits konnte die Ursache der Abweichungen von der geraden Trajektorie nicht abschließend geklärt werden.



Abb. 56: Vom R160A reflektiertes Signal auf der Cover Plate (ohne Verschiebung)

Im Fall des R160A zeigt sich, dass bei der Ausrichtung des Strahls auf das Zentrum des Reflektors das reflektierte Signal neben dem deutlich ausgeprägten Intensitätsmaximum im Zentrum einen großen Bereich mit signifikanter Intensität aufweist. Der gesamte Bereich um den Umlenkspiegel wird vom reflektierten Signal beleuchtet (vgl. Abb. 56). Dies gilt auch bei der Verschiebung des R160A mit dem Mikrometerschlitten. Der Unterschied ist im direkten Vergleich zum Signal des BRR (vgl. Abb. 55) deutlich. Der Effekt der Vignettierung wirkt sich hier potentiell stärker aus, sodass die Beobachtung bei dem Versuch mit dem Mikrometerschlitten plausibel erscheinen. Die Verwendung des R160A mit A-TOM wird hier als kritisch eingestuft. Das folgende Kapitel untersucht die optischen Eigenschaften des R160A im Detail.

## 4.3 Reflektoren

### 4.3.1 Geometrische Betrachtungen

Kapitel 3.4.3 hat potentiell für den Einsatz geeignete Reflektoren vorgestellt. Das Cat Eye wurde wegen Größe und Gewicht für die beabsichtigte Anwendung ausgeschlossen. Andere Reflektoren wie RRR oder BRR werden seit langer Zeit zusammen mit Lasertrackern eingesetzt und weisen zunächst keine Auffälligkeiten oder unbekannte Besonderheiten auf, die gegen die Verwendung mit dem in der vorliegenden Arbeit diskutierten Messadapter sprechen. Wegen der im Vergleich besonderen optischen Eigenschaften des R160A und den damit verbunden potentiell zu erwartenden Phänomenen widmet sich dieser Abschnitt einer detaillierten Untersuchung dieses Kugelreflektors, um dessen Eignung für die Anwendung mit dem Messadapter zu prüfen.

Der Laserstrahl des Lasertrackers durchläuft im Hin- und Rückweg den Reflektor und erfährt an den jeweiligen Mediengrenzen Refraktion, Reflexion und Absorption. Der Grad der Reintransmission gibt das Verhältnis von der tatsächlich in das Material einfallenden Leistung, das beutet der nach Reflexion an der Mediengrenze verbleibenden Leistung, und der transmittierten Leistung an. Der Reintransmissionsgrad wird von Glasherstellern zur Beschreibung optischer Materialien verwendet und beträgt bei S-LAH79 Glas in einem Wellenlängenbereich zwischen  $\lambda = 600 \text{ nm}$  und  $\lambda = 800 \text{ nm}$  0,95 bis 0,98 [Ohara 2014]. Von der in den Reflektor gelangten Signalenergie geht durch Absorption also nur ein geringer Anteil verloren. Ein weitaus größerer Anteil der Signalenergie wird durch Reflexion und Divergenz abgelenkt.

Mit den fresnelschen Gleichungen (siehe z. B. [Hecht 2009]) lässt sich der sogenannte Amplituden-Reflexionskoeffizient  $k_a$  als Funktion des Einfallswinkels  $\alpha_i$  (siehe Abb. 57) und der Brechungsindizes der Medien, die der Strahl durchläuft, bestimmen. In Anlehnung an die Darstellungen in [Hecht 2009] ist der Brechungsindex des Mediums vor dem Medienübergang  $n_i$  und der Brechungsindex des Mediums, in das der Strahl übergeht,  $n_t$ . Abhängig von der Orientierung des elektrischen Feldes der einfallenden Welle (Betrachtung der zwei Fälle: elektrischer Feldvektor parallel oder rechtwinklig zur Einfallsebene) unterscheidet sich das Ergebnis der fresnelschen Gleichungen durch das Vorzeichen. In diesen beiden Orientierungen ist bei einem Einfallswinkel  $\alpha_i$  von rund null Grad der Betrag des Reflexionskoeffizienten identisch, weswegen die Angabe eines funktionalen Zusammenhangs ohne Fallunterscheidung genügt. Auch bei größeren Einfallswinkeln unterscheidet sich der abgeleitete Reflexionsgrad nur marginal. Die Betrachtung dient dem Ermitteln der Größenordnung der zu erwartenden Reflexionsverluste und wird daher nicht weiter vertieft. Die Herleitung der fresnelschen Gleichungen in Abhängigkeit der Orientierung des elektrischen Feldes der einfallenden Welle wird in [Hecht 2009] detailliert dargestellt. Der Amplituden-Reflexionskoeffizient

$$k_a = \frac{n_i \cos \alpha_i - n_t \cos \alpha_t}{n_i \cos \alpha_i + n_t \cos \alpha_t} \quad (4-13)$$

dient in der Folge zur Bestimmung des Anteils der Strahlung, der an der Mediengrenze beim Übergang reflektiert wird, um ein umfassenderes Bild über die insgesamt potentiell auftretenden Intensitätsverluste bei der Verwendung des R160A zu zeichnen. Dabei ist  $\alpha_t$  der sich nach dem Brechungsgesetz nach Snellius ergebende Brechungswinkel. Der Reflexionsgrad RK ergibt sich nach [Hecht 2009] dann aus dem Quadrat von  $k_a$ . Für die Berechnung der Größenordnung von RK des Reflektors wird noch der Brechungsindex  $n_i$  der Atmosphäre benötigt. In [IUGG 1999] wird ein Formelsatz für diese Aufgabe empfohlen. Ein aus diesem abgeleitetes Modell wird auch als Korrekturmodell der Streckenmessung im Lasertracker verwendet (siehe dazu Kapitel 3.4.2 bzw. [Markendorf 2007]). Das Einsetzen der im Datenblatt des SLAH79 Glases angegebenen atmosphärischen Parameter ergibt einen Brechungsindex  $n_i$  von 1,000267. Mit dieser Größe ergibt sich der Reflexionsgrad RK bei einem Einfallswinkel  $\alpha_i$  von null Grad zu rund 11 %. Bei jedem Medienübergang, also sowohl von der Atmosphäre in den Reflektor als auch beim Austritt aus dem Reflektor, werden 11 % des Signals an der Grenzfläche reflektiert. Nach den beiden Medienübergängen und den Verlusten durch Transmission bleiben schlussendlich rein rechnerisch noch rund 78 % der Signalintensität. Die Ergebnisse einer Untersuchung zur tatsächlich beobachteten Intensität des reflektierten Signals folgen später.

Streng betrachtet, werden im Gebiet der Optik nach der Theorie der ersten Ordnung (vgl. [Hecht 2009]) nur Strahlen mit infinitesimalem Abstand zur optischen Achse, sodass für den Einfallswinkel  $\alpha$

$$\sin \alpha \approx \alpha \quad (4-14)$$

gilt, fehlerfrei von einem optischen System abgebildet. Dieser Bereich um die Optische Achse wird auch als gaußsches Gebiet bezeichnet. Der in dieser Näherung ermittelte Brennpunkt eines optischen Systems heißt dann gaußscher oder paraxialer Fokus. Bei Kugelreflektoren werden damit nur Strahlen auf bzw. nahe der optischen Achse parallel zur ihrer Einfallrichtung reflektiert. Abhängig von der Distanz  $d_{OA}$  des einfallenden Strahls von der optischen Achse, werden nach [Yang 1999] alle Strahlen mit einem Divergenzwinkel

$$v = 4 \operatorname{asin} \left( \frac{\sin \alpha}{n} \right) - 2\alpha \quad (4-15)$$

reflektiert. Dabei ist der Einfallswinkel  $\alpha$  eine Funktion des Abstands  $d_{OA}$  zur optischen Achse und des Kugelradius  $r_K$ , wie aus Abb. 57 links ersichtlich. Strahlen nahe der optischen Achse werden divergent, weiter von der optischen Achse entfernte Strahlen werden konvergent reflektiert. Dieser durch die sphärische Aberration bedingte Divergenzeffekt ändert den Radius und die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals. Die Änderung des Divergenzwinkels  $v$  mit dem Abstand der einfallenden Strahlen zur optischen Achse ist für die Parameter (Radius  $r_K$  und Brechungsindex  $n$ ) des Reflektors R160A und die Wellenlänge des im Lasertracker verwendeten Interferometers (siehe Kapitel 3.4.2) in Abb. 57 rechts dargestellt.

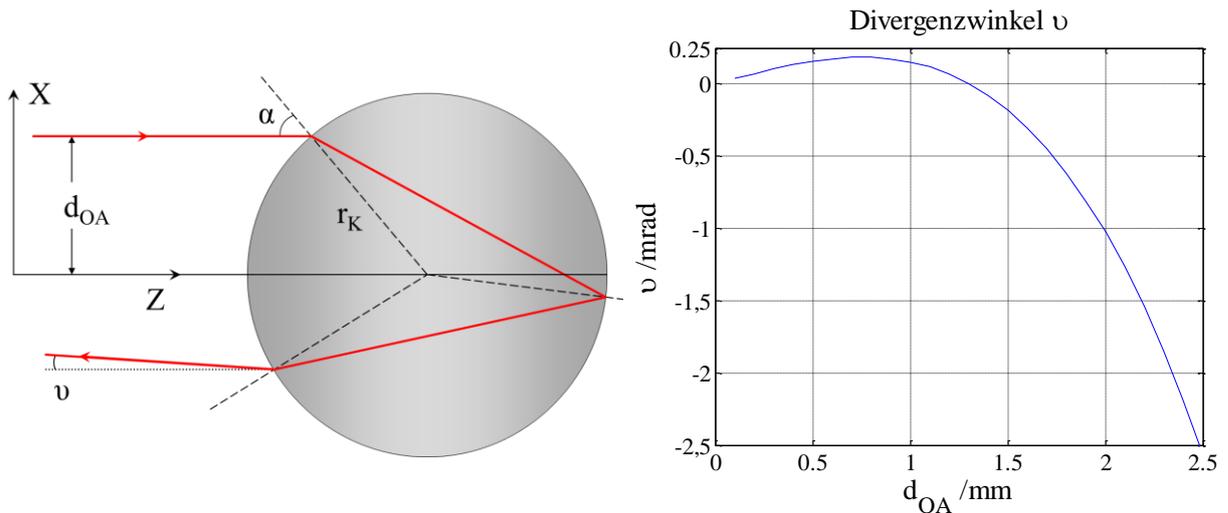


Abb. 57: links: Schema des Strahlengangs in einer Kugel und rechts: daraus resultierender Divergenzwinkel  $v$ , nach [Yang 1999]

Das vom Reflektor reflektierte Signal ist durch den vom Kugelreflektor verursachten Divergenzwinkel  $v$  ein sich mit der Entfernung zum Reflektor weiter öffnender Lichtkegel. Ist der Reflektor beispielsweise zehn Meter vom Empfänger entfernt, gibt es bei einem nicht divergent auf den Reflektor einfallenden Laserstrahl mit einem Durchmesser von 2,5 mm Strahlanteile des reflektierten Signals, die bis zu 23 mm entfernt von der optischen Achse auftreffen (vgl. Tabelle 12). Es kommt dann zu Vignettierung, indem Teile des reflektierten Signals von der Apertur des Lasertrackers (Durchmesser 13 mm) abgeschnitten werden (siehe dazu Kapitel 4.2.2). Zur Quantifizierung des Phänomens wird ein Koordinatensystem definiert, bei dem die X-Achse senkrecht zur optischen Achse (Z-Achse) steht (vgl. Abb. 57 links). Mit dieser Definition lassen sich die von der Entfernung zum Reflektor und von dem Einfallswinkel  $\alpha$  bzw. dem Abstand zur Z-Achse  $d_{OA}$  abhängigen Auftrefforte der reflektierten Strahlen veranschaulichen. Die Tabelle 12 stellt diese Größen gegenüber und verdeutlicht den Zusammenhang zwischen  $v$  und  $d_{OA}$ .

$d_{OA}$ /mm	Austritt bezogen auf Z-Achse /mm	$v$ /mrad	Auftreffort /mm in einer Entfernung von		
			1 m	5 m	10 m
0,0	0	0	0	0	0
0,1	-0,100	0,037	-0,137	-0,284	-0,468
0,5	-0,502	0,158	-0,659	-1,290	-2,078
1,0	-1,002	0,153	-1,154	-1,765	-2,528
1,5	-1,498	-0,182	-1,316	-0,588	0,322
2,0	-1,989	-1,022	-0,968	3,120	8,229
2,5	-2,474	-2,556	0,082	10,307	23,087

Tabelle 12: Exemplarische Auftrefforte der reflektierten Signalanteile abhängig vom Abstand zur optischen Achse und Distanz zum Reflektor

Die in der Tabelle 12 exemplarisch aufgeführten Auftrefforte machen die durch den Divergenzwinkel  $v$  hervorgerufene Veränderung der Intensitätsverteilung nur partiell deutlich. Zu diesem Zweck wird ein Strahlenbündel von 5001 parallelen Strahlen simuliert, die in einem Bereich von  $\pm 2,5$  mm um die optische Achse auf den Reflektor R160A treffen. Der Übersichtlichkeit wegen handelt es sich dabei lediglich um einen „Fächer“ und nicht um ein kreisrundes Strahlprofil. In den Abständen 1 m, 5 m und 10 m zum Reflektor werden die Auftrefforte auf eine imaginäre Detektorebene beobachtet, deren Normalenvektor parallel zur optischen Achse des Reflektors orientiert ist. Als qualitatives Maß für die Intensitätsverteilung wird die Häufigkeit der Auftrefforte betrachtet. Die dabei entstehenden Intensitätsprofile können als rotationssymmetrisch um die in

Abb. 57 links definierte X-Achse betrachtet werden (vgl. [Hecht 2009]), sodass eine Rotation um diese Achse die Intensitätsverteilung im Querschnitt des Laserstrahls repräsentiert. Die dargestellte, aus Häufigkeitsverteilung abgeleitete Intensitätsverteilung kann hier nur als qualitativer Anhaltspunkt verstanden werden, weil zunächst nur die geometrische Optik ohne Interferenzen betrachtet wird.

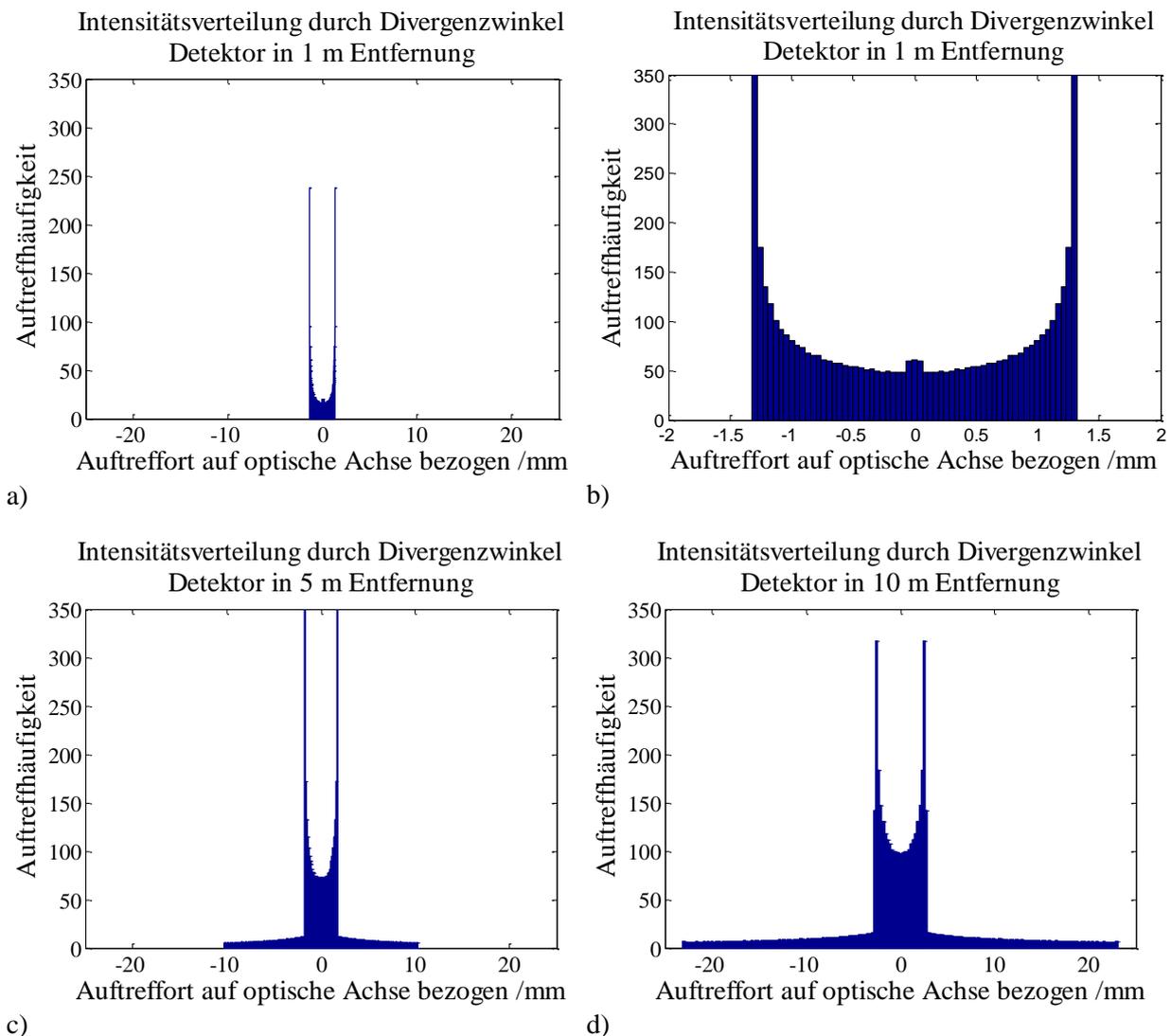


Abb. 58: Durch Divergenzwinkel verändertes Intensitätsprofil

Die Abb. 58 a) bis d) bekräftigen die Vermutung, dass die Intensitätsverteilung des vom Lasertracker ausgesendeten Strahls durch den Divergenzwinkel stark verändert wird. Das Intensitätsmaximum befindet sich nicht mehr im Zentrum, sondern in einem Ring um den Strahlmittelpunkt. Dieser Effekt kann zu Störungen in der Regelung zur automatischen Ausrichtung des Laserstrahls auf das Zentrum des Reflektors (siehe Kapitel 3.4.2) führen, weil die Auswertung der PSD eine gaußverteilte Intensität voraussetzt (vgl. [Zürcher 1995], [Loser 2001]). Das Diagramm Abb. 58 d) zeigt außerdem, dass bei größeren Entfernungen der Strahlkegel derart geweitet wird, dass Vignettierung an der Apertur des Lasertrackers auftritt, was die von [Bernhart 2011] beobachtete Verringerung der Intensität bei Entfernungen über 10 m erklärt. In Abb. 58 b) ist die Intensitätsverteilung bei 1 m Entfernung noch einmal vergrößert dargestellt. In dieser Konfiguration gibt es, im Gegensatz zu den anderen dargestellten Entfernungen auch noch einen Intensitätspeak im Strahlzentrum.

### 4.3.2 Wellenoptische Betrachtungen

Bei der Betrachtung der Auftrefforte der Teilstrahlen aus dem simulierten Strahlenbündel wurde lediglich der geometrische Strahlverlauf herangezogen. Eine umfassendere Analyse bezieht auch die

Wellencharakteristik des Lichts mit ein. Die Veränderungen einer Wellenfront beim Auftreffen auf die sphärische Mediengrenze des R160 zu beschreiben ist Voraussetzung, um die Bestrahlungsstärke bzw. die Intensitätsverteilung im reflektierten Signal abzuleiten (siehe Gl. (4-29)). Das Phänomen des Divergenzwinkels  $\nu$ , dass achsferne Strahlen konvergent und Strahlen nahe der optischen Achse divergent abgelenkt werden, lässt sich als Veränderung der einfallenden Wellenfront darstellen. In [Zürcher 1995] wird die bei dem bereits beschriebenen, aus nur zwei Kugelhalbschalen identischen Brechungsindizes  $n$  aufgebauten Cat Eye stattfindende Verformung der Wellenfront illustriert. Diese Systematik ist wegen des prinzipiell identischen Aufbaus des einfachen Cat Eye ebenso auf den R160A anwendbar. Die ebene Wellenfront wird deutlich verformt, wie in Abb. 59 beispielhaft schematisch dargestellt. Den Quellen dieses Schemas fehlen jedoch funktionale Zusammenhänge. Im Verlauf dieses Kapitels wird die zu erwartende Verformung der Wellenfront beim Auftreffen auf den R160A modelliert, mit dem Ziel, eine Aussage über die vermutete veränderte Intensitätsverteilung im reflektierten Signal zu treffen. Zur Begründung der Erwartungshaltung wird kurz die Untersuchung eines artverwandten Reflektors umrissen.

[Beer\_1966] hat anhand eines frühen Typs von Cat Eye die Veränderungen der Wellenfronten analysiert. Das Reflektordesign unterscheidet sich auf den ersten Blick zwar deutlich von dem zuvor vorgestellten Cat Eye, aufgrund der vergleichbaren Eigenschaften der optischen Bauelemente können die Effekte auf die Wellenfronten für den R160A jedoch abstrahiert werden. Das Cat Eye von [Beer\_1966] besteht aus einem primären Spiegel, in dessen Brennpunkt ein sekundärer Spiegel angeordnet ist. Zur Untersuchung der Effekte auf die Wellenfronten wurden die Abhängigkeiten von den folgenden Parametern untersucht: Blendenzahl (Verhältnis von Brennweite  $f$  und Durchmesser  $2r_A$  der Apertur), Akzeptanzwinkel, Abstand  $d$  zwischen primärem und sekundärem Spiegel und Form des primären Spiegels (parabolisch bzw. sphärisch). Der schematische Aufbau des untersuchten Cat Eye ist in Abb. 59 rechts dargestellt. In den Ausführungen von [Beer\_1966] fehlt der funktionale Zusammenhang, der den Berechnungen zugrunde lag und konnte auch nicht aus den angegebenen Quellen erschlossen werden. [Beer\_1966] kommt zu dem Ergebnis, dass die Verformung der Wellenfront bei sphärischen Grenzflächen gegenüber asphärischen Grenzflächen deutlich größer ist und leicht bis in die Größenordnung von ganzen Wellenlängen reicht. Für den R160A wird die Hypothese aufgestellt, dass es durch die Verformung der Wellenfront an den sphärischen Grenzflächen zu Gang- bzw. Phasenunterschieden kommt, die Interferenz ermöglichen. Anders ausgedrückt, je nach Abstand  $d_{OA}$  eines Strahls zur optischen Achse legt dieser einen verschiedenen langen Weg innerhalb des R160A zurück, wo sich das Licht langsamer bewegt als außerhalb der Kugel. Dadurch entstehen Phasenunterschiede gegenüber Strahlanteilen mit anderem Abstand  $d_{OA}$ , sodass Interferenzen entstehen können.

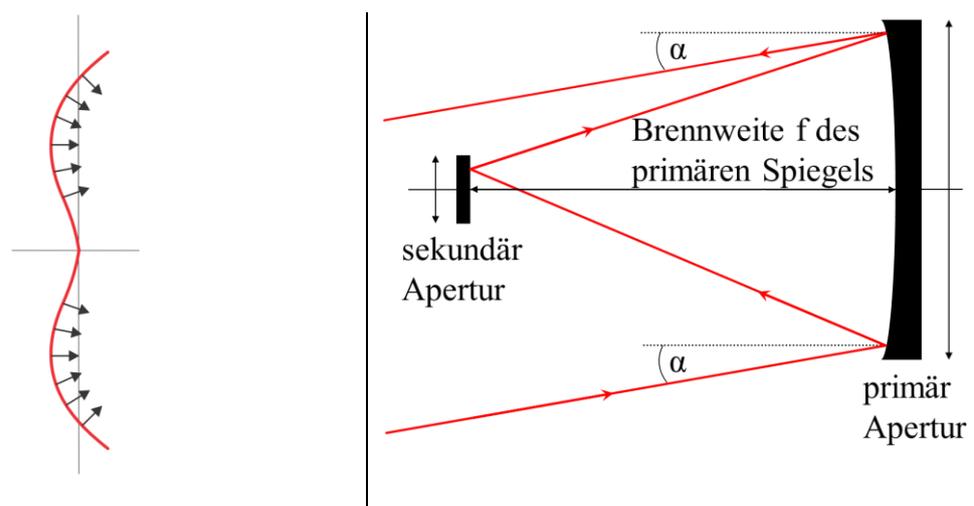


Abb. 59: links: Schema der aus dem Divergenzwinkel resultierenden Wellenfront, [Bernhart 2011], [Zürcher 1995]; rechts: schematischer Aufbau des aus zwei Spiegeln bestehenden Cat Eye, [Beer\_1966]

Die Betrachtung ist um weitere Parameter zu ergänzen, um die Modellierung der Realität näher zu bringen und zu einer realistischeren Einschätzung der zu erwartenden Effekte zu gelangen. Zu diesem Zweck wurden u. a. von [Asakura 1968], [Gupta 1971], [Lowenthal 1975] und [Mahajan 1986] die

Eigenschaften von kohärentem Licht, Strahlen mit Gaußscher Intensitätsverteilung im Strahlquerschnitt, und weitere Effekte wie Beugung und Koma bei sphärischen Grenzflächen untersucht. Zunächst soll hier die sphärische Aberration detaillierter betrachtet werden, um einen Eindruck über die bei der Verwendung des R160A zu erwartenden Phänomene zu gewinnen. Es handelt sich um einen Abbildungsfehler. Er entsteht wenn die Geometrie der Oberfläche der Optik nicht der Gestalt der Wellenfront entspricht, indem z. B. eine ebene Wellenfront auf eine sphärische Grenzfläche trifft, wie es bei der Kombination aus Laserstrahl und dem Reflektor R160A der Fall ist. Die sphärische Aberration beeinflusst die gesamte Bildebene, indem die Gestalt der Wellenfront verändert wird. Tritt sphärische Aberration auf, weisen einfallende Strahlen in Abhängigkeit ihres Abstandes  $d_{OA}$  zur optischen Achse entsprechend des bereits diskutierten Divergenzwinkels  $\nu$  nicht denselben Brennpunkt auf. Dadurch entstehen ein unscharfes Bild und eine veränderte Helligkeitsverteilung, die später noch betrachtet wird. Das Phänomen der unterschiedlichen Brennpunkte wird auch als sphärische Longitudinal- oder Längsaberration oder auch Defokussierung bezeichnet. Der Bereich dieser Aberration erstreckt sich zwischen dem gaußschen (paraxialen) Fokus und dem Brennpunkt der Randstrahlen (vgl. Abb. 61). Nach [Hecht 2009] lässt sich die Veränderung des Brennpunktes aus dem Zusammenhang

$$\frac{n_i}{d_i} + \frac{n_t}{d_t} = \frac{n_t - n_i}{r_K} + d_{OA}^2 \left( \frac{n_i}{2d_i} \left( \frac{1}{d_i} + \frac{1}{r_K} \right)^2 + \frac{n_t}{2d_t} \left( \frac{1}{r_K} - \frac{1}{d_t} \right)^2 \right) \quad (4-16)$$

mit den bereits bekannten Parametern Kugelradius  $r_K$  und den Brechungsindizes  $n_i$  und  $n_t$  der Atmosphäre, respektive des Glases, ableiten. Wird als Strahlquelle ein Laser verwendet, so sind die einfallenden Strahlen näherungsweise parallel. Die Objektweite  $d_i$  kann damit als unendlich angenommen werden und der Zusammenhang vereinfacht sich, weil die Terme mit dieser Gegenstandsweite im Nenner mit null approximiert werden können. Daraus abgeleitet wurde die in Abb. 60 dargestellte Verschiebung des Brennpunktes (die Bildweite  $d_t$ ) als Funktion der Einfallshöhe  $d_{OA}$  für die Parameter des R160A.

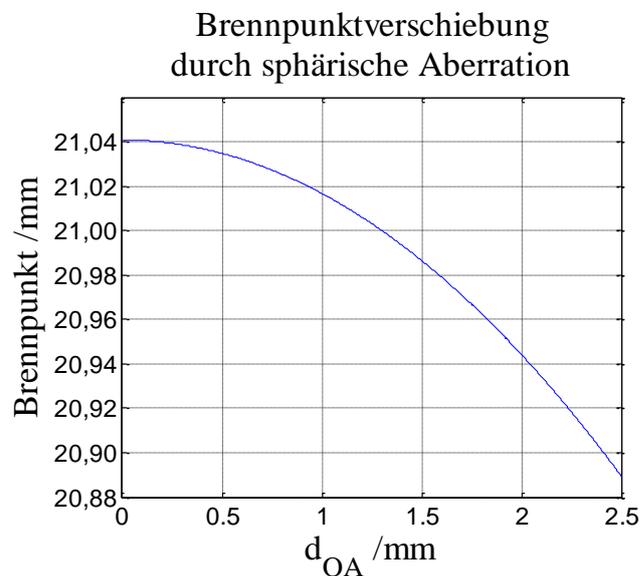


Abb. 60: Verschiebung des Brennpunktes einfallender Strahlen abhängig von deren Einfallshöhe  $d_{OA}$

Die Werte für den Brennpunkt sind als Abstand vom Scheitelpunkt der Reflektorkugel auf der optischen Achse in Ausbreitungsrichtung des Lichts entlang der Z-Achse zu verstehen (vgl. Abb. 57). Es ist sofort ersichtlich, dass mit zunehmendem Abstand zur optischen Achse Strahlen stärker gebrochen werden und der Brennpunkt weiter in das Kugellinnere wandert. Die entstehende Wellenfront ist dabei im Bereich der Randstrahlen stärker gekrümmt als die Oberfläche des Reflektors. Der gaußsche Fokus (paraxialer Brennpunkt) liegt beim R160A außerhalb der Kugel, sodass die Reflexion an der rückseitigen Hemisphäre des Reflektors im Bereich der Longitudinalaberration stattfindet. Der Sachverhalt ist schematisch in Abb. 61 dargestellt. Die von

rechts einfallenden Strahlen werden abhängig von ihrer Einfallshöhe an der Mediengrenze (graue Farbe steht für das optisch dichtere Medium) unterschiedlich stark gebrochen, was zur Longitudinalaberration führt. Die tatsächliche Wellenfront ist im Randbereich stärker gekrümmt als eine ideale, als Referenz für die Beschreibung der Abweichungen dienende Front einer Kugelwelle<sup>10</sup>. Dargestellt ist außerdem ein Strahlquerschnitt in den jeweiligen Brennebenen. Bei den so schematisch dargestellten Helligkeitsverteilungen repräsentiert eine dunklere Farbe eine höhere Intensität.

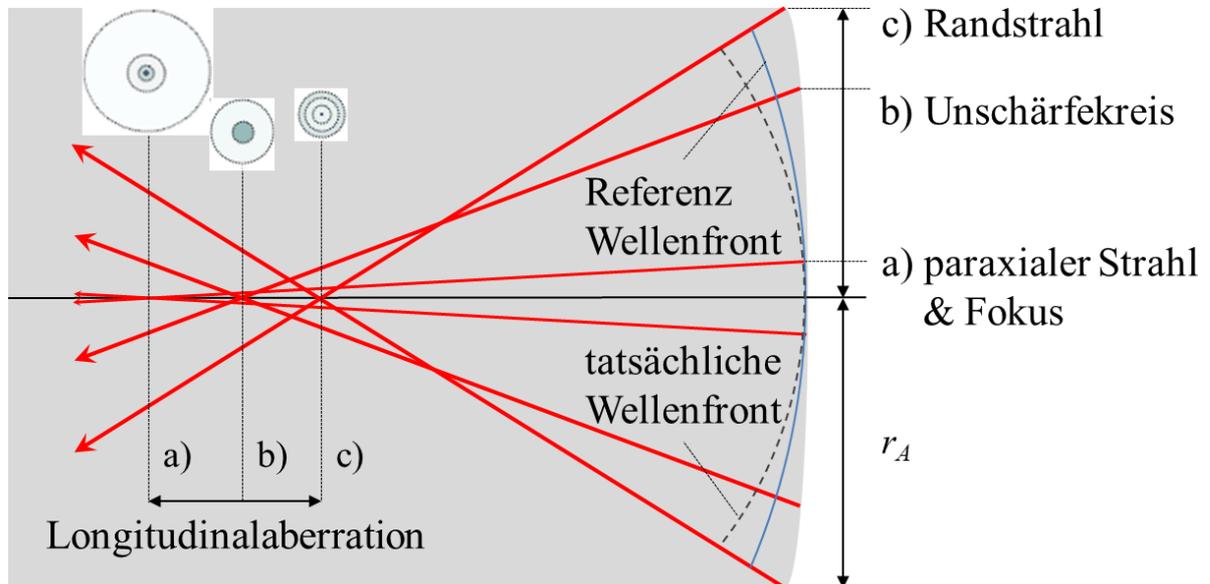


Abb. 61: Schema der von sphärischer Aberration verursachten Defokussierung mit Intensitätsverteilung im Strahlquerschnitt in den jeweiligen Brennebenen. Abstand zwischen dem Brennpunkt der Randstrahlen c) und dem paraxialen Fokus a) ist die Longitudinalaberration, nach [Sacek 2006]

In Abb. 59 links ist schematisch eine durch sphärische Aberration verformte Wellenfront dargestellt. Nachdem die Longitudinalaberration mit Gl. (4-15) und Abb. 60 quantifiziert wurde, soll nun auch die Wellenfront im Detail analysiert werden. Die Verformung lässt sich mit dem sogenannten Aberrationskoeffizienten  $w_S$  quantifizieren, der die Abweichung zwischen Wellenberg und -tal einer Wellenfront in Ausbreitungsrichtung in Vielfachen von Wellenlängen  $\lambda$  beschreibt. Der Index steht dabei für die Art der Aberration. Weist ein optisches System weitere Abbildungsfehler (Aberrationen) wie Koma oder Astigmatismus auf, lassen sich entsprechende Aberrationskoeffizienten  $w_K$  und  $w_A$  ermitteln (vgl. [Sacek 2006]). Im Sinne des von Lord Rayleigh formulierten Kriteriums zur Beurteilung der Güte eines optischen Systems, dass ein scharfes Bild entsteht, solange diese Abweichung kleiner als  $\lambda/4$  ist (vgl. [Hecht 2009]), lässt sich aus  $w_S$  die Güte der Wellenfront beurteilen. Eine ausführliche Herleitung und Darstellung der Funktionen ist u. a. in [Born\_2003], [Wyant 1992], [Mahajan 1998], [Mahajan 2001], [Wyant 2003] und [Sacek 2006] zu finden. Die Betrachtungen der Abbildungsfehler sind auf Ludwig von Seidel zurückzuführen, der im 19. Jh. diese erstmals im Detail untersuchte. Die fünf markantesten Abbildungsfehler dritter Ordnung<sup>11</sup> sphärische Aberration, Koma, Astigmatismus, Bildfeldwölbung und Verzeichnung werden daher auch als „Seidelaberrationen“ bezeichnet (vgl. die oben angegebenen Referenzen). Der aufgeführte Aberrationskoeffizient ist eine relative Größe, die die Aberration unabhängig vom Einfallswinkel des Lichts auf die Grenzfläche des R160A beschreibt und relativ zum Öffnungsradius der Pupille  $r_A$  (vgl.

<sup>10</sup> Als Referenz dient eine ideale Kugelwelle, weil unter Abwesenheit von Abbildungsfehlern eine ebene Wellenfront beim Auftreffen auf eine sphärische Grenzfläche in eine Kugelwelle umgeformt wird.

<sup>11</sup> Sollen Strahlen, die einen signifikanten Abstand  $d_{OA}$  von der optischen Achse haben, in die Betrachtungen mit einbezogen werden, ist die Näherung der Theorie der ersten Ordnung (vgl. Gl. (4-14)) nicht hinreichend. Die Reihenentwicklung wird fortgeführt und lautet dann:  $\sin \alpha \approx \alpha - \alpha^3/3!$ . Aus der dritten Potenz leitet sich die Bezeichnung Abbildungsfehler dritter Ordnung ab. Diese beschreiben nun die Abweichungen von der Theorie der ersten Ordnung.

Abb. 61) bzw. dem Abstand zur Optischen Achse  $d_{OA}$  angegeben wird (vgl. [Sacek 2006]). Die Aberrationsfunktion wird mit den Aberrationskoeffizienten dargestellt. Der Aberrationskoeffizient  $s$  für die sphärische Aberration lautet nach [Sacek 2006]

$$s = -(NJ^2 + Q)/8 \quad (4-17)$$

und die Abweichung zwischen Wellenberg und -tal in der gaußschen bzw. paraxialen Brennebene

$$w_s = sd_{OA}^4 \quad (4-18)$$

die hier als metrische Größe erhalten wird und mit Division durch die Wellenlänge  $\lambda$  anschaulich als ein Vielfaches derselben dargestellt werden kann (vgl. Abb. 62). Dabei ist

$$N = \left( \frac{1}{n_t d_t} - \frac{1}{n_i d_i} \right) n_i^2 \quad (4-19)$$

$$J = \frac{1}{d_i} - \frac{1}{r_k} \quad (4-20)$$

$$Q = \frac{(n_t - n_i)K}{r_k^3} \quad (4-21)$$

mit der konischen<sup>12</sup> Konstante  $K$  des R160A und dessen (Krümmungs-)Radius  $r_k$ . Mit der Annahme paralleler Strahlenbündel wird die Gegenstandsweite  $d_i$  unendlich und die Zusammenhänge für  $N$  und  $J$  vereinfachen sich. Aus der kugelförmigen Geometrie des R160A folgt  $K = 0$  sodass  $Q$  wegfällt. Mit den Parametern des Retroreflektors ergibt sich der Aberrationskoeffizient  $w_s$  in Abhängigkeit des Abstands zur optischen Achse  $d_{OA}$  in Vielfachen der verwendeten Wellenlänge  $\lambda$  von 633 nm wie in Abb. 62 links dargestellt.  $d_{OA}$  orientiert sich dabei an der Dimension des maximalen Strahlquerschnitts laut Handbuch des AT901 (vgl. [Leica 2009a]).

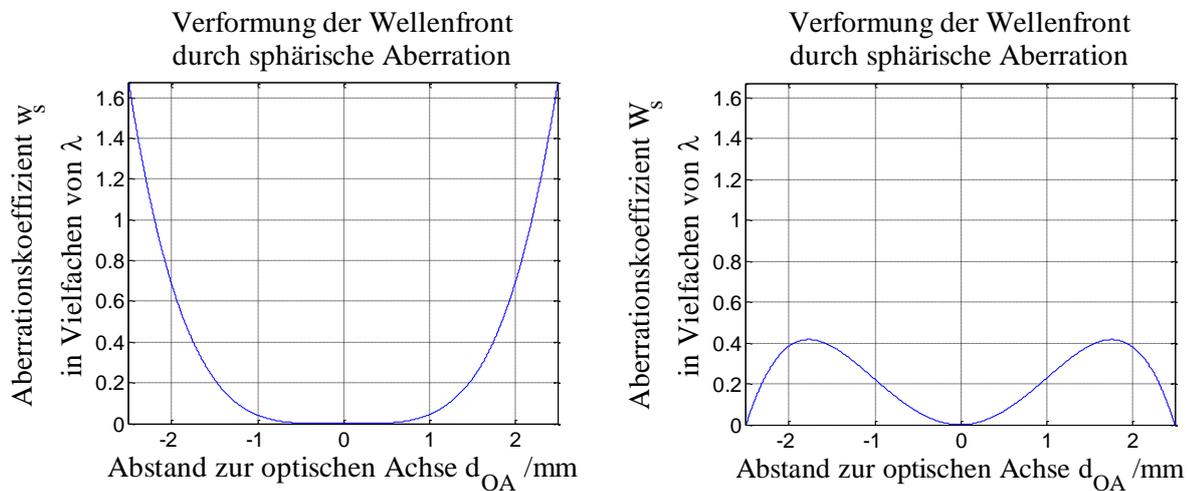


Abb. 62: Deformation der Wellenfront durch sphärische Aberration als Funktion von  $d_{OA}$ , links: im paraxialen Fokus (siehe Gl. (4-18)), rechts: in der Brennebene mit den kleinsten Abweichungen (siehe Gl. (4-26))

Die ebene Wellenfront wird also beim Auftreffen auf die Grenzfläche des R160A entsprechend verformt und weist im paraxialen Brennpunkt die in Abb. 62 links dargestellten Abweichungen  $w_s$  auf. Die Abweichungen beziehen sich dabei auf eine imaginäre Referenzkugel, die die Gestalt einer perfekten Kugelwelle mit Ursprung im paraxialen Brennpunkt repräsentiert. Die Formunterschiede zu

<sup>12</sup> Die konische Konstante ist ein Parameter zur Beschreibung von Kegelschnitten, der hier für die Charakterisierung der geometrischen Form der Oberfläche des Reflektors dient.

der in Abb. 59 links schematisch illustrierten Wellenfront stammen von der Betrachtung in unterschiedlichen Fokusebenen. Neben dem paraxialen Brennpunkt kann die Wellenfront z. B. auch im Brennpunkt der Randstrahlen oder im Brennpunkt mit den kleinsten Abweichungen<sup>13</sup> betrachtet werden. Als Referenz, zu der die Abweichungen gebildet werden, dient dann eine in dem jeweiligen Brennpunkt zentrierte Kugelwelle.

Die Ermittlung der Aberration der Wellenfront in einem anderen Punkt als dem paraxialen Brennpunkt gelingt mit den orthogonalen Kreispolynomen nach Zernike. Sie beschreiben die Abweichungen der verformten Wellenfront von einer idealen Kugelwelle, die in dem zu untersuchenden Punkt im Bereich der Longitudinalaberration (vgl. Abb. 61) zentriert ist. Die Polynome sind Funktionen des auf eins normierten Abstands  $d_{OA}$  ( $0 \leq r_O \leq 1$ ) eines Punktes von der optischen Achse und des polaren Kreiswinkels  $\zeta$  in der Ebene der Optik, die senkrecht auf der optischen Achse steht. Die geraden Zernike-Polynome, die bei der Beschreibung symmetrischer optischer Systeme zum Einsatz kommen (vgl. [Wyant 2003]), werden nach

$$Z_l^k(r_O, \zeta) = R_l^k(r_O) \cos(k\zeta) \quad (4-22)$$

gebildet. Dabei sind  $k$  und  $l$  nichtnegative ganze Zahlen für die gilt:  $l \geq k$ . Der Index  $l$  der Funktion  $Z_l^k(r_O, \zeta)$  steht für die Ordnung der Polynome und repräsentiert den Abbildungsfehler (eben die sphärische Aberration, sowie Koma und Astigmatismus, um nur einige zu nennen). Der radiale Anteil  $R_l^k(r_O)$  kann in einer Reihenentwicklung entwickelt werden, während der Winkelanteil  $\cos(k\zeta)$  aufgrund der Rotationssymmetrie der sphärischen Aberration vernachlässigt werden kann. Das für die Beschreibung der sphärischen Aberration verwendete Polynom lautet nach [Born\_2003]

$$R_4^0(r_O) = 6r_O^4 - 6r_O^2 + 1. \quad (4-23)$$

Eine Übersicht über die weitere Abbildungsfehler beschreibenden Zernike Polynome liefert u. a. [Wyant 1992]. Für die Berechnung der Verformung der Wellenfront gegenüber einer Kugelwelle, die so gelegen ist, dass die Summe der Abweichungen gleich null ist, wird Gl. (4-23) um einen Koeffizienten  $z_{40}$  erweitert, der die Parameter des zu untersuchenden optischen Systems berücksichtigt und zur Zuordnung zur sphärischen Aberration dieselben Indizes  $k$  und  $l$  hat, wie das Zernike-Polynom  $Z_l^k(r_O, \zeta)$ . Nach [Sacek 2006] ergibt sich  $z_{40}$  mit (4-18) zu

$$z_{40} \cdot \sqrt{5} = \frac{|w_s|}{6} \quad (4-24)$$

Mit der Normalisierung der Varianz der Abweichungen der verformten Wellenfront von der idealen Referenzwellenfront auf eins (durch den Normalisierungsfaktor  $\sqrt{5}$ ) und dem Koeffizienten  $z_{40}$  ergeben sich die Abweichungen der durch sphärische Aberration deformierten Wellenfront von einer Kugelwelle, die so gelegen ist, dass das Mittel der Abweichungen zu dieser Referenzwellenfront null ist, zu

$$W_S(r_O) = \frac{|w_s|}{6} (6r_O^4 - 6r_O^2 + 1) \quad (4-25)$$

Die Deformation der Wellenfront in dem Brennpunkt, in dem die Abweichungen  $W_S(r_O)$  gegenüber der dort zentrierten Referenzkugelwelle am geringsten sind, ergibt sich aus (4-25) mit (4-18) zu

---

<sup>13</sup> Die sphärische Aberration erzeugt ein unscharfes Bild, indem Randstrahlen einen anderen Brennpunkt aufweisen, als Strahlen auf der optischen Achse des Systems. In der Realität gibt es kein optisches System, das ein Objekt exakt in einem Punkt fokussiert. Im Bereich der Longitudinalaberration (Verschiebung des Brennpunktes in Abhängigkeit der Einfallshöhe  $d_{OA}$ , wie in Abb. 60 dargestellt) gibt es jedoch eine Fokusebene, in welcher das Bild des Objekts die kleinste Unschärfe aufweist. Nach [Hecht 2009] heißt der Ort, an dem der Durchmesser des Bildes am kleinsten ist, der Unschärfekreis. In der englischsprachigen Literatur handelt es sich um den „circle of least confusion“ (vgl. [Born\_2003]). In dieser Fokusebene sind die Abweichungen  $W_S(r_O)$  von der Referenzwellenfront am geringsten.

$$W_S(r_0) = sd_{0A}^4(r_0^4 - r_0^2 + 1/6) \quad (4-26)$$

was in der Abb. 62 rechts dargestellt ist. Die maximale Abweichung beträgt hier nur ein Viertel der maximalen Abweichung im paraxialen Brennpunkt. Die unterschiedlichen Faktoren in den Gl. (4-25) und (4-26) verschieben den Brennpunkt bzw. Mittelpunkt der Referenzkugelwelle im Bereich der Longitudinalaberration (siehe Abb. 61) für die differenzierte Betrachtung der Wellenfrontabweichungen.

Mit der so ermittelten Auswirkung der sphärischen Aberration auf die Gestalt der Wellenfront lässt sich nun auf die Intensitätsverteilung schließen. Zu diesem Zweck wird die Punktantwort (in der Literatur zu findenden Begriffe heißen auch Bestrahlungsstärke, Intensitätsverteilung, Punktspreizfunktion, Beugungsmuster oder Point Spread Function bzw. diffraction pattern) des optischen Systems berechnet. Vom Prinzip ist die Betrachtung auf die Beugungs- bzw. Interferenzerscheinungen an einer kreisrunden Öffnung zurückzuführen (vgl. [Hecht 2009], [Born\_2003]). Ein Laserstrahl mit kreisförmigem Querschnitt formt bei der Brechung an einer Linse ein sogenanntes Beugungsscheibchen (auch Airy-Pattern) in der Brennebene der Linse. Ist die Intensitätsverteilung gaußförmig, weist auch das zentrale Intensitätsmaximum eine solche Verteilung auf. Mit Hilfe der Bessel-Funktion kann nach den Prinzipien bei der Beugung an einer kreisrunden Öffnung die Intensitätsverteilung bzw. das Beugungsmuster berechnet werden. Der funktionale Zusammenhang betrachtet die Intensitätsverteilung auf einer senkrecht zur optischen Achse der Optik stehenden Beobachtungsebene, die sich in einer Entfernung  $d$  von ihr befindet. Nach [Hecht 2009] ergibt sich bei Abwesenheit von Abbildungsfehlern eine allgemeine Form für die nominelle Bestrahlungsstärke

$$I(d_{0A}) = \frac{2q_A^2 A_A^2}{d^2} \left( \frac{J_1(k r_A d_{0A}/d)}{k r_A d_{0A}/d} \right)^2 \quad (4-27)$$

als Funktion des Abstands  $d_{0A}$  eines Punktes von der optischen Achse in der Beobachtungsebene mit  $q_A$  Quellstärke pro Flächeneinheit,  $A_A$  Fläche der kreisförmigen Apertur,  $J_1$  Bessel-Funktion der 1. Ordnung,  $k$  der Kreiswellenzahl und  $r_A$  Radius der Apertur. Treten keine optischen Abbildungsfehler auf, ist die Intensitätsverteilung rotationssymmetrisch um die optische Achse, sodass in der Gl. (4-22) keine Winkelparameter enthalten sind. Diese theoretische Intensitätsverteilung muss um die Auswirkungen der Abbildungsfehler erweitert werden. [Wyant 1992] definiert dazu eine Funktion  $P(r_0)$ , die die Abbildungsfehler der Optik beschreibt. Für die hier betrachtete sphärische Aberration ergibt sich  $P(r_0)$  mit dem Aberrationskoeffizienten aus Gl. (4-18) zu

$$P(r_0) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} w_s(r_0^4 - r_0^2)\right) \quad (4-28)$$

Mit dieser Funktion wird die Bestrahlungsstärke nach [Wyant 1992]

$$I(d_{0A}) = \frac{q_g \pi}{\lambda^2 f_B^2} \left( \int_0^1 P(r_0) J_0 \left[ \left( \frac{\pi d_{0A}}{\lambda f_B} \right) r_0 \right] r_0 dr_0 \right)^2 \quad (4-29)$$

berechnet. Dabei ist  $q_g$  die gesamte auf die Optik treffende Bestrahlungsstärke und  $f_B$  die Blendenzahl, also der Quotient aus Brennweite  $f$  und Durchmesser  $2r_A$  des optischen Systems. Mit den Parametern des R160A und der He-Ne-Laser Wellenlänge  $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$  wird die auf eins normierte Intensitätsverteilung in Leistung pro Fläche über den auf eins normierten Abstand  $r_0$  zur optischen Achse in der Beobachtungsebene, wie in Abb. 63 dargestellt, erhalten. Bei Betrachtung dieser um die optische Achse rotationssymmetrischen Verteilung in Strahlrichtung, zeigen sich die aus dem Haupt- und den Nebenmaxima bildenden konzentrischen Kreise, wie in Abb. 63 rechts dargestellt (nach [Wyant 2015]).

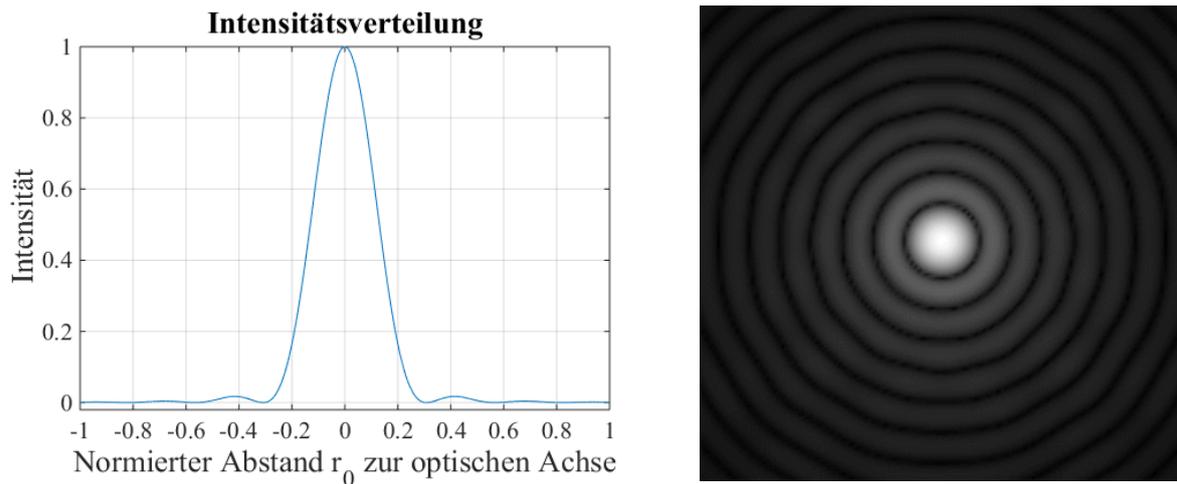


Abb. 63: links: Aus sphärischer Aberration resultierende Intensitätsverteilung über den auf 1 normierten Abstand zur optischen Achse, rechts: Intensitätsverteilung in konzentrischen Kreisen im Strahlquerschnitt [Wyant 2015]

Mit diesen Betrachtungen ist es gelungen, die Effekte der sphärischen Aberration zu quantifizieren und die zu erwartenden Veränderungen des Intensitätsprofils bei der Verwendung des R160A zu beschreiben.

[Asakura\_1968] betrachtet die Auswirkungen von sphärischer Aberration und Koma (dieser Abbildungsfehler wird später noch näher diskutiert) an einer kreisförmigen Apertur in deren Mitte ein kreisförmiges Hindernis angeordnet ist. Die Anwendung einer solchen Optik ist bei Spiegelteleskopen (vgl. [Hecht 2009]) zu finden. Die Anordnung ist mit der in Abb. 59 rechts dargestellten zu vergleichen, mit dem Unterschied, dass die primäre Apertur eine Öffnung in deren Mitte aufweist. Im Ergebnis zeigt [Asakura\_1968] die vom Verhältnis des Radius der Apertur  $r_A$  zu Radius des Hindernisses  $r_H$  abhängigen Auswirkungen der Koma auf die Intensitätsverteilung des beobachteten Signals. Die Ausführungen beschreiben, wie sich die Intensitätsverteilung ändert, wenn Strahlenbündel und optische Achse nicht parallel sind bei gleichzeitigem Einfluss von sphärischer Aberration und Koma. Von den Parametern der Apertur und den die sphärische Aberration und Koma repräsentierenden, durch Zernike-Polynome dargestellten Koeffizienten abgesehen, folgt die Intensitätsverteilung prinzipiell einer Bessel-Funktion. Bei den Berechnungen wurde festgestellt, dass wie bereits gezeigt, durch die aus der sphärischen Aberration resultierenden Verformungen der Wellenfronten eine Intensitätsverteilung in konzentrischen Kreisen resultiert. Mit zunehmender Auswirkung des Abbildungsfehlers Koma (siehe Abb. 64), vermindert sich jedoch die Rotationssymmetrie des reflektierten Signals. In der Folge entspricht dessen Schwerpunkt nicht mehr dem Zentrum des Reflektors, sodass durch die im Lasertracker angewendete Regelung zur Nachführung des Laserstrahls auf den sich bewegenden Reflektor bzw. zur Korrektur der Winkelencoderwerte Abweichungen entstehen.

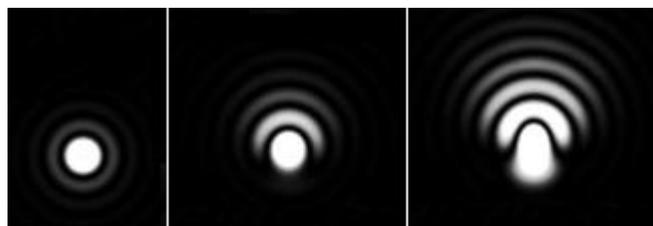


Abb. 64: Intensitätsverteilungen mit zunehmender Auswirkung durch Koma, [Sacek 2006]

Eine umfassende Betrachtung der unterschiedlichen Eigenschaften von Strahlen mit gaußförmigem bzw. gleichverteiltem Intensitätsprofil hat [Mahajan 1986] unternommen. Mit dem Ziel, die resultierenden Intensitätsverteilungen zu beurteilen, wurde eine kreisförmige Apertur simuliert, die der jeweilige Strahl durchlaufen musste. Veränderliche Eingangsparameter betrafen sowohl die Apertur als auch die Lichtquelle. In diesem Fall, wie auch bereits bei [Asakura\_1968], gehört zu den

Parametern der Apertur das Verhältnis zwischen Aperturradius  $r_A$  und Radius des kreisförmigen Hindernisses im Zentrum der Apertur. Weitere Parameter sind die Größenordnungen der auftretenden Abbildungsfehler sphärische Aberration, Koma und Astigmatismus. Die Eingangsparameter der Lichtquelle beschreiben u. a. deren Intensitätsverteilung (gaußförmig oder gleichverteilt) und das Verhältnis von Durchmesser des Strahls zum Durchmesser der Apertur.

Bei dem vorliegenden Kugelreflektor R160A ist die sphärische Aberration als primärer Einfluss auf die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals zu bewerten. Mit dem so gesetzten Interesse ergeben die Ausführungen von [Mahajan 1986] folgenden Schluss. Wird dieselbe Optik bzw. Apertur mit einem bestimmten Ausmaß sphärischer Aberration von entweder einem Strahl mit gleichverteiltem oder gaußverteiltem Intensitätsprofil beleuchtet, entstehen marginale Unterschiede in der Intensität des Hauptmaximums. Bei dem von [Mahajan 1986] gewählten Beispiel, das auf eine Quantifizierung einer Apertur verzichtet und lediglich Verhältnisse der Eingangsgrößen spezifiziert, ist die Intensität des durch sphärische Aberration entstehenden zentralen Maximums der Intensitätsverteilung bei einem gleichverteilten Intensitätsprofil des Eingangsstrahls um 3 % höher, als bei einem Strahl mit gaußförmigem Intensitätsprofil. Für die folgende Simulation ist es daher unerheblich, ob die Strahlquelle eine gaußförmige oder gleichverteilte Intensität aufweist.

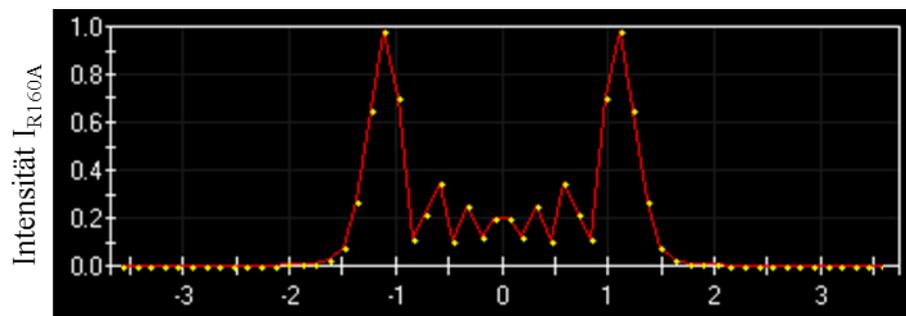
Alle vorangegangenen Untersuchungen zu den Auswirkungen der sphärischen Aberration treffen die Annahme, dass das Licht nur eine Apertur, die durch die Näherung einer dünnen Linse repräsentiert wird, durchläuft. Folglich ist somit zunächst nur der Übergang des vom Lasertracker kommenden Laserstrahls in das Innere des R160A modelliert. Nachdem mit den vorangegangenen Betrachtungen bereits eine quantitative Eindruck über die zu erwartenden Veränderungen der vom Lasertracker kommenden ebenen Wellenfront beim Auftreffen auf den Reflektor gewonnen wurde, soll nun auf effizientere Weise der Strahlenverlauf im R160A modelliert werden. Mit dem Ziel, etwaige Einflüsse des Reflektors auf die Performance des Lasertrackers zu ergründen, jedoch nicht ein umfassendes, den Reflektor beschreibendes funktionales Modell zu entwickeln, wird folglich eine Software für Entwurf und Analyse optischer Systeme herangezogen. Mit dieser Software gelingt es, die zu erwartende Intensitätsverteilung des vom R160A reflektierten Signals vorherzusagen. Zu diesem Zweck stand die Software FRED von Photon Engineering LLC zur Verfügung. Die zunächst naheliegende Modellierung des R160A samt aller Parameter (Geometrie, optische Eigenschaften des Glases, reflektierende Beschichtung einer Hemisphäre, vgl. Abb. 29) mit einer vollen Kugel war auch nach intensiver Diskussion mit dem Support von FRED nicht in adäquater, der Realität angemessener Weise möglich. Der in FRED modellierte Reflektor besteht demnach aus zwei Halbkugeln vom selben Material, wobei die Außenseite einer der Halbkugeln Reflektion als Eigenschaft hat. Die Berührungsfläche zwischen den beiden Hemisphären stellt dabei jedoch keine optische Grenzschicht dar, sodass in den Reflektor einfallende Strahlen ohne weiteren Medienübergang die Rückseite des Reflektors erreichen.

Der einfallende Laserstrahl wurde als kohärente Strahlquelle mit der Wellenlänge eines He-Ne-Lasers mit  $\lambda = 633$  nm, ebener Wellenfront und dem in [Leica 2009a] angegebenen Strahldurchmesser modelliert. Im Gegensatz zum tatsächlichen Laserstrahl weist das Modell jedoch eine einheitliche Intensitätsverteilung auf. Der Aufwand, den Laser des AT901 realitätstreu mit einem gaußschen Intensitätsprofil durch den Entwurf einer entsprechend komplexen Optik in FRED nachzubilden, stand in keinem Verhältnis zum Erkenntnisgewinn. Zudem wurde bereits erwähnt, dass der Unterschied zwischen den Intensitätsprofilen lediglich eine Auswirkung auf die Intensität des zentralen Maximums des Beugungsmusters hat (vgl. [Mahajan 1986]). In FRED wird also eine Strahlquelle modelliert, die bis auf die Intensitätsverteilung im Strahlprofil weitestgehend dem tatsächlichen Laser des Lasertracker AT901 (vgl. [Leica 2009a]) entspricht. Zwecks Strahlverfolgung durch das Modell des R160A muss bei der Definition der Strahlquelle eine Anzahl von diskreten Teilstrahlen festgelegt werden. Im vorliegenden Fall befinden sich auf den beiden, rechtwinklig zueinander stehenden Hauptachsen in der Ebene der Quelle jeweils 100 Strahlen. Über die gesamte, kreisrunde Strahlquelle sind dann in einem gleichmäßigen Raster 7860 Teilstrahlen verteilt. Eine signifikante Erhöhung der Anzahl (z. B. um den Faktor 10 pro Achse) änderte an den erzielten Simulationsergebnissen nichts, verlängerte die Berechnungszeit jedoch von ca. einer Sekunde auf über eine Minute.

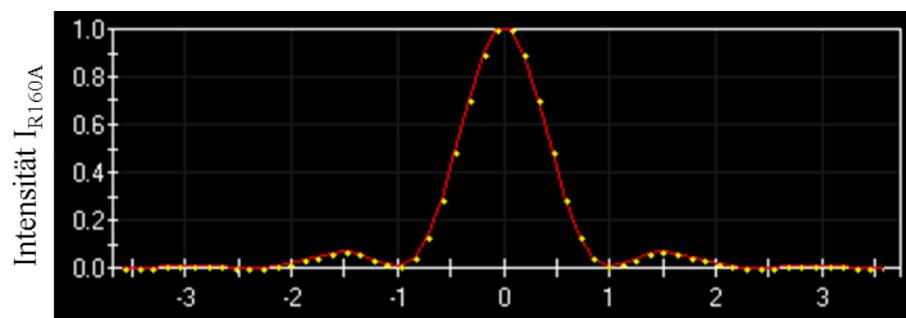
Den Auswirkungen des mit Gl. (4-15) beschriebenen Divergenzwinkels  $\nu$  folgend, wurde bereits vermutet, dass die Intensitätsverteilung des reflektierten Signals von der Entfernung  $d$  zum Reflektor abhängt (vgl. auch Abb. 58). Nach der nun folgenden theoretischen Betrachtung, wird die Intensität später auch experimentell untersucht. Für einen Vergleich der beobachteten Ergebnisse in der Simulation und dem Experiment sind ähnliche Randbedingungen notwendig. Damit sollen die verwendeten Distanzen  $d$  zunächst begründet sein.

Zur Analyse des reflektierten Signals wird in FRED ein Detektor modelliert, mit dem eine Vielzahl von Analyseschritten möglich ist. Einfache Analysen beinhalten z. B. ein Diagramm über die Schnittpunkte der verfolgten Strahlen mit der Detektorebene, was den Prinzipien der geometrischen Optik entspricht. Komplexere Analysen beziehen dann Phasenlagen und Auswirkungen optischer Abbildungsfehler auf die Wellenfronten mit ein. Mit einer solchen Analyse gelingt dann die Beobachtung der Intensitätsverteilung im vom R160A reflektierten Signal. Um der bereits bei der Modellierung des Divergenzwinkels  $\nu$  festgestellten Distanzabhängigkeit Rechnung zu tragen, wird die modellierte Detektorebene in Entfernungen von einem Meter und sechs Metern vom Reflektor platziert.

Die Abb. 65 zeigt die mit FRED ermittelten Intensitätsverteilung im Querschnitt durch das Zentrum des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen a) 1 m und b) 6 m vom Reflektor. Die Intensität  $I_{R160A}$  (Strahlungsleistung pro Fläche) wurde zur besseren Vergleichbarkeit auf eins normiert. Bei der kurzen Entfernung zeigt sich vom Prinzip ein in Ansätzen vergleichbares Bild wie in Abb. 58 b). Der überwiegende Teil der Intensität befindet sich auf einem Ring um das Zentrum des Signals. Zwischen diesem Ring und dem Zentrum befinden sich weitere konzentrische Kreise. Der Radius  $r$  des reflektierten Signals ist mit 1,5 mm in dieser Entfernung kleiner als der des in den Reflektor einfallenden Strahls (2 mm). Die Anzahl der in der Abbildung dargestellten Stützstellen konnte leider nicht eingestellt bzw. verändert werden.



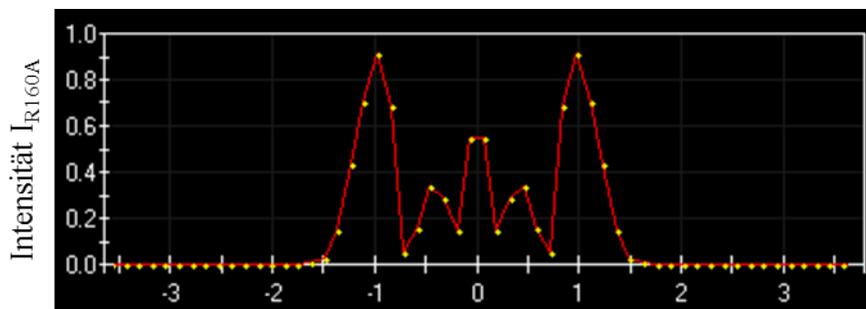
a)



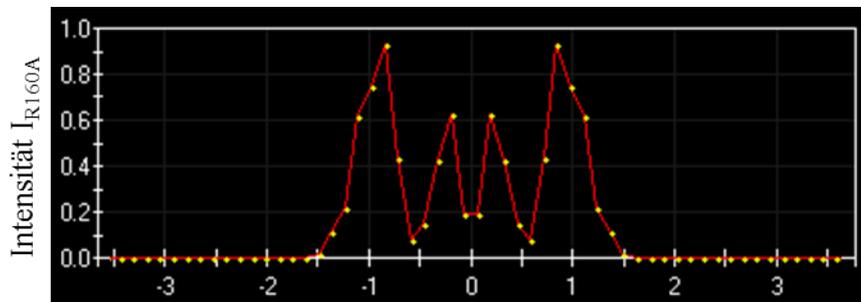
b)

Abb. 65: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen a) 1 m und b) 6 m vom Reflektor

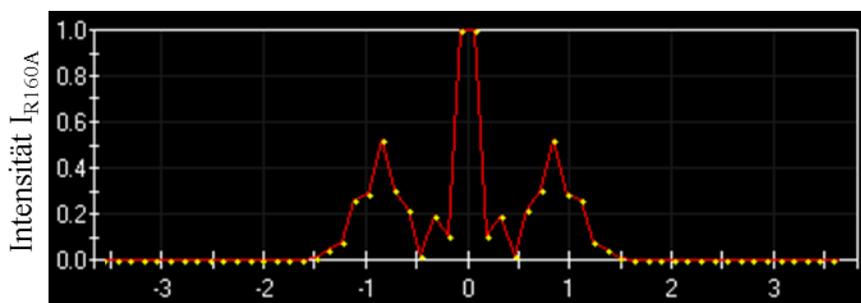
Die Abb. 65 b) zeigt die Intensitätsverteilung des vom R160A reflektierten Signals in einer Entfernung von 6 m. Das Intensitätsmaximum im Zentrum des Strahls ist von zwei, konzentrische Kreise formenden Nebenmaxima umgeben, wobei das zweite Nebenmaximum sehr schwach ausgeprägt ist. Wird das zweite Nebenmaximum mit einbezogen, so weist bei einer Entfernung von 6 m das reflektierte Signal einen größeren Radius auf als der in den Reflektor einfallende Laserstrahl. Die aufgrund des Divergenzwinkels  $\nu$  vermutete Veränderung (sowohl im Radius als auch in der Intensitätsverteilung) des Signals nach dem Durchgang durch den Reflektor konnte mit dieser Simulation bestätigt werden. Dabei zeigt sich besonders auffällig eine signifikante Änderung der Intensitätsverteilung im Nahbereich zwischen einem und zwei Metern Abstand zum Reflektor. Ab dieser Entfernung geht das Intensitätsprofil in das in Abb. 65 b) gezeigte über und verändert sich abgesehen vom Radius des zentralen Maximums nur noch geringfügig. Die Abb. 66 a) bis c) zeigt die sich mit der Entfernung zum Reflektor im Nahbereich bis unter zwei Meter rasch verändernde Intensitätsverteilung des reflektierten Signals. Im Vergleich dazu ergänzend die Intensitätsverteilung bei einer Entfernung von zehn Metern in Abb. 66 d), die vom Prinzip die gleiche Form wie Abb. 63 links bzw. Abb. 65 b) aufweist, mit dem Unterschied eines breiteren zentralen Maximums.



a)

Abstand  $d_{OA}$  zur optischen Achse /mm

b)

Abstand  $d_{OA}$  zur optischen Achse /mm

c)

Abstand  $d_{OA}$  zur optischen Achse /mm

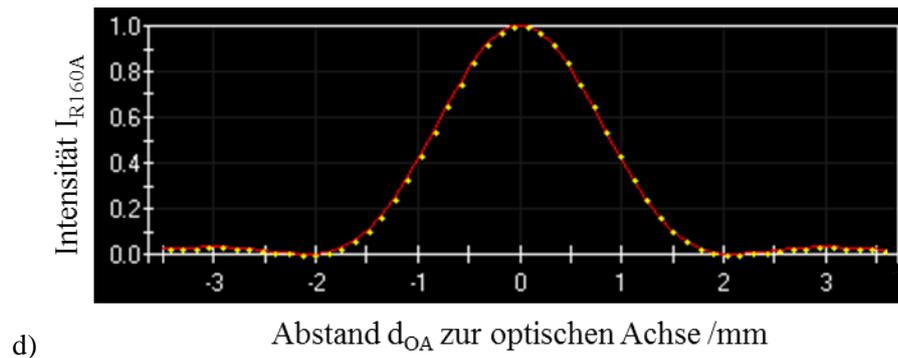


Abb. 66: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen a) 1,25 m; b) 1,50 m; c) 1,75 m; d) 10,00 m

Nachdem die Effekte der sphärischen Aberration auf das reflektierte Signal theoretisch untersucht wurden, soll nun ergänzend ein zweiter, potentiell wegen den optischen Eigenschaften des R160A und der Regelung im Lasertracker (vgl. Kapitel 4.2.2) auftretender optischer Abbildungsfehler mit FRED betrachtet werden, der auch bereits in diesem Abschnitt erwähnt wurde (siehe auch [Hecht 2009], [Mahajan 1986], [Asakura\_1968]). Sobald sich der vom Lasertracker angezielte Reflektor bewegt, entsteht eine Ablage des reflektierten Signals zum Nullpunkt der PSD. Diese Ablage versucht die Regelung wegzustellen. Dabei verläuft der Laser nicht mehr exakt durch das Zentrum des Reflektors. Bei dem Kugelreflektor R160A tritt dann Koma auf.

Die Koma ist wie die sphärische Aberration ein Abbildungsfehler, der eine Unschärfe im Bild erzeugt. Sie entsteht, wenn zwischen dem einfallenden Strahlenbündel und der optischen Achse des Systems ein Winkel besteht, bzw. wenn sowohl Objektpunkt als auch Bildpunkt nicht auf der optischen Achse liegen. Das entstehende Bild ist nicht mehr punktsymmetrisch und weist eine einem Kometenschweif ähnliche Figur auf (vgl. Abb. 64), woher sich auch der Name ableitet. Der Strahlengang ist schematisch in Abb. 67 dargestellt. Die Strahlen im gaußschen Gebiet schneiden sich in einem Brennpunkt auf der Bildebene b). Strahlen außerhalb werden entsprechend der verschiedenen Einfallswinkel am optischen System a) verschieden stark abgelenkt und weisen demnach vom paraxialen Brennpunkt abweichende Brennpunkte auf. Wie auch für die sphärische Aberration ist die einfachste Gegenmaßnahme, das optische System mit einer Blende auszurüsten, die den Einfall achsferner Strahlen unterbindet. Der Zielstellung des R160A einen im Vergleich zu anderen Reflektoren deutlich größeren Akzeptanzwinkel zu realisieren, steht die Verwendung einer Blende am Reflektor jedoch entgegen, sodass die Auswirkungen der Koma akzeptiert werden müssen.

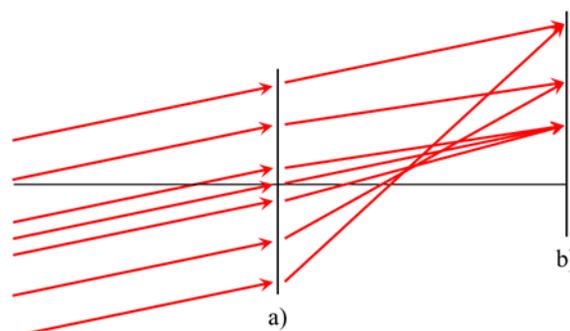


Abb. 67: Schema des Strahlengangs des Abbildungsfehlers Koma, nach [Hecht 2009]

Für die Beurteilung der Auswirkungen der Koma am R160A wird das bereits für die Untersuchung der sphärischen Aberration genutzte Modell in FRED verwendet. Dazu wird das Reflektormodell in Schritten von  $\Delta X = 0,5$  mm entlang der in Abb. 57 gezeigten X-Achse bis zu einem Wert von  $X = 3$  mm verschoben (der Wert wurde in Anlehnung an die Ergebnisse des Experiments mit dem Mikrometerschlitten, vgl. Kapitel 4.2.2, Abb. 50 ff. gewählt) und die resultierenden Intensitätsverteilungen berechnet. Je weiter der Reflektor aus seiner ursprünglichen Lage verschoben wird, desto größer wird der Winkel  $\alpha$  zwischen dem einfallenden Strahlenbündel und der Normalen

auf die Reflektoroberfläche am Auftreffpunkt (siehe Abb. 57 links, derselbe Effekt würde erzielt, indem anstatt des Reflektors, die Strahlquelle entlang der X-Achse verschoben würde). Daraus resultiert eine entsprechend größere Auswirkung des Abbildungsfehlers auf die ursprüngliche Gestalt der Intensitätsverteilung des Lasers. Die Effekte der sphärischen Aberration und der Koma sind hier nicht zu trennen. Bei beiden Phänomenen ist die Intensitätsverteilung ebenfalls abhängig von der Entfernung  $d$  der Beobachtungsebene vom Reflektor. Exemplarisch wird die Veränderung der Intensitätsverteilung des vom R160A reflektierten Signals mit zunehmend stärkerer Koma nur für eine Entfernung  $d$  gezeigt. Die Abb. 68 a) bis f) stellt die aus der Verschiebung  $\Delta X$  des Reflektors resultierenden Auswirkungen der Koma auf das reflektierte Signal dar.

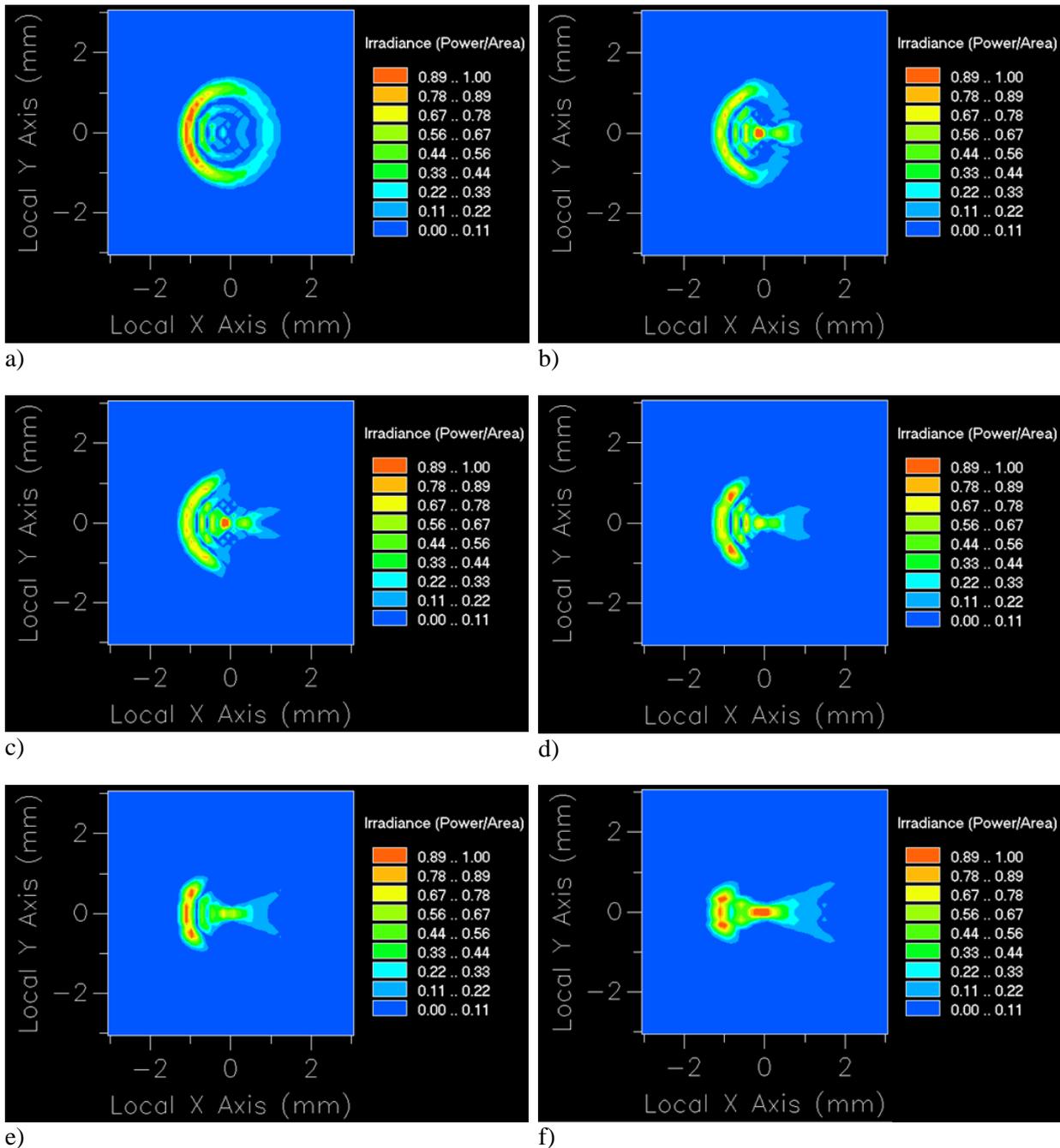


Abb. 68: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals bei gleichzeitiger Anwesenheit von sphärischer Aberration und zunehmender Koma durch Verschiebung des Reflektors von 0,5 mm (a) bis 3,0 mm (f) in Schritten von 0,5 mm quer zum einfallenden Strahl

Im Vergleich zur sphärischen Aberration weist die Koma keine Punktsymmetrie auf. Für die Regelung im Lasertracker (vgl. Kapitel 3.4.2 und Kapitel 4.2.2) wirkt sich diese Asymmetrie negativ aus. Die

PSD wertet die Position des Schwerpunkts des auftreffenden Signals aus, um die Ablage zum Nullpunkt der PSD zu minimieren, bzw. aus der Lage des Schwerpunkts die Encoderablesungen zu verbessern. Entspricht der Schwerpunkt des Signals nicht dem Reflektorzentrum, entstehen Abweichungen in den ausgegebenen Koordinaten. Aufgrund dieser Tatsache werden beim Einsatz des R160A mindestens im kinematischen Modus des in der Arbeit diskutierten Messadapters Ergebnisse erwartet, die sich von denen z. B. mit einem BRR gewonnenen Ergebnissen hinsichtlich Genauigkeit unterscheiden werden.

### 4.3.3 Validierung

In welchem Ausmaß die diskutierten Effekte tatsächlich auftreten, wurde experimentell ermittelt. Untersuchungen von [Bernhart 2011] zur tatsächlich verbleibenden Intensität des reflektierten Signals vom R160A zeigen in einem relativen Vergleich zu einem BRR (vgl. Abb. 28 b) und Tabelle 9) eine Intensität von 90 % ( $I_{R160A} = 0,9 I_{BRR}$ ; die Intensität war hier eine einheitslose, mit der Steuersoftware des Lasertrackers beobachtete Größe) bei der Distanz zum Home Point des Lasertrackers (ca. 20 cm). Der im Gegensatz zum theoretisch ermittelten hohe Wert (siehe Gl. (4-13),  $I_{R160A} = 78\%$ ) legt die Vermutung nahe, dass die Oberfläche des Reflektors mit einer reflexionshemmenden Beschichtung versehen ist. Dies konnte wegen Geheimhaltung bei ETALON aber nicht in Erfahrung gebracht werden. Die Intensität fällt auf 73 % bei einer Entfernung von 10 m und bei größeren Entfernungen weiter ab. Der starke Abfall bei größeren Entfernungen ist mit der Aufweitung des Signals durch den vom R160A verursachten Divergenzwinkel in Verbindung mit der Apertur des Lasertrackers erklärbar (Vignettierung, vgl. Kapitel 4.2.2, Abb. 56).

Für den Nachweis der vom R160A veränderten Intensitätsverteilung wurde der folgende Aufbau verwendet, um das vom Reflektor zurückkommende Signal zu bewerten. Der Laserstrahl vom Lasertracker durchläuft zunächst einen Membranstrahlteiler (Dicke der Membran: 2  $\mu\text{m}$ ) mit dem Verhältnis Transmission zu Reflexion von 92:8. Wegen der erwarteten und von [Bernhart 2011] beobachteten Verringerung der Intensität des Signals beim Durchlaufen des R160A konnte ein herkömmlicher Strahlteilerwürfel mit dem Verhältnis 50:50 nicht verwendet werden, weil sonst die Intensität des reflektierten Signals für die Funktion des Lasertrackers nicht ausreicht. Der Strahl trifft anschließend auf den R160A, wird dort reflektiert und vom Strahlteiler auf die vom Lichttechnischen Institut (LTI) des Karlsruher Instituts für Technologie bereitgestellte Strahlanalysekamera LaserCamHR von Coherent umgelenkt. Die Kamera registriert einfallende Strahlung ohne jegliche Optik auf einem 8,5 mm mal 6,8 mm großen CMOS Chip mit 1280 Pixel mal 1024 Pixel Auflösung. Die auf die Kamera treffende Intensität wurde mit einem Neutralschichtfilter reguliert, um Übersprechen bzw. Überlastung des CMOS Chips zu vermeiden. Es wurde bereits beschrieben, dass die Auswirkungen der sphärischen Aberration bei Beobachtung des reflektierten Signals in verschiedenen Entfernungen zum Reflektor die Gestalt des Signals verändern. Folglich wurde im Rahmen der am LTI gegebenen Laborgröße das Signal in verschiedenen Entfernung  $d$  (vgl. Abb. 69 links) bis hin zur maximal möglichen Entfernung von knapp sechs Metern beobachtet. Ein optischer Tisch diente als stabile Basis für die Aufnahme des Strahlteilers und der Strahlanalysekamera. Für den Lasertracker wurde ein entsprechendes Gestell gefertigt, um die Anpassung an die Tischhöhe vorzunehmen. Der Aufbau ist schematisch in Abb. 69 links mit der Strahlanalysekamera in Abb. 69 rechts dargestellt.

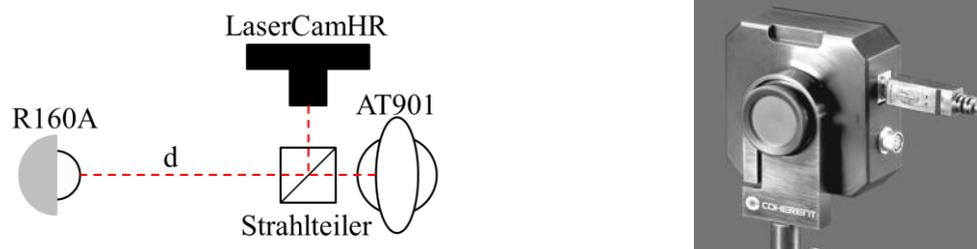


Abb. 69: links: Schema des Versuchsaufbaus zum Nachweis der Intensitätsverteilung mit Strahlquelle, Strahlanalysekamera, Strahlteiler und Reflektor 160A; rechts: LaserCamHR [Coherent 2009]

Im Ergebnis ist eine vorhergesagte Intensitätsverteilung in konzentrischen Kreisen um das Zentrum des Strahles festzustellen (siehe Abb. 70). Die Anzahl und der Abstand der Kreise zueinander ist von der Entfernung  $d$  zum Reflektor abhängig. Ein Maximum der Strahlintensität befindet sich zwar im Zentrum, jedoch weisen auch die Ringe um das Zentrum einen signifikanten Anteil an Intensität auf. Der äußerste Ring hat in Summe eine höhere Intensität als das Zentrum. Auf der linken Seite der Abb. 70 ist die mit der LaserCamHR beobachtete Intensitätsverteilung bei einer Entfernung zum Reflektor von ca. einem Meter illustriert. Der Querschnitt durch das Strahlprofil (Durchmesser des Lichtflecks 3,2 mm im Vergleich zu den 4 mm des einfallenden Lasers) durch den Mittelpunkt zeigt ein Intensitätsmaximum im Zentrum des Strahls und die durch die sphärische Aberration verursachte Verteilung in konzentrischen Kreisen. Dabei weist, wie auch schon in der Simulation (vgl. Kapitel 3.4.3, Abb. 58 a) bzw. b) vermutet, der äußerste Ring eine starke Intensität auf. Aus der Darstellung in Abb. 70 links ist auch zu erkennen, dass die Regelung des Lasertrackers zur Ausrichtung des Laserstrahls auf das Zentrum des Reflektors nicht 100%-ig in der Lage ist, das Zentrum zu erfassen und einen Randbereich als Zentrum interpretieren könnte. Der Effekt der sphärischen Aberration wird hier leicht von den Auswirkungen der Koma überlagert – zu erkennen an der nicht gleichmäßig verteilten Intensität auf dem äußersten Ring mit einer zum Rest des Rings verglichen, höheren Intensität im Bereich links unten. Die Gestalt des reflektierten Signals ändert sich aufgrund der Auswirkungen des Divergenzwinkels  $\nu$  (siehe Gleichung (4-15)) mit der Entfernung  $d$  der Beobachtungsebene zum Reflektor. Bei einer Entfernung von ca. sechs Metern ergibt sich die in Abb. 70 rechts dargestellte Intensitätsverteilung (Durchmesser des Lichtflecks 3,8 mm). 86,5 % der Signalintensität sind im Zentrum des Strahls und dem ersten Nebenmaximum verteilt. Weiter ist sehr schwach ein dritter Ring am Rand des Bildes zu erkennen. Wie auch bei der Entfernung von einem Meter tritt hier eine leichte Koma auf, die eine ungleichmäßige Intensitätsverteilung auf den Ringen erzeugt. Aus der Funktion der PSD des Lasertrackers und der angekoppelten Regelung werden dadurch Abweichungen für die Winkelmessungen vermutet. Wie in Kapitel 3.4.2 beschrieben, ist für eine fehlerfreie Regelung bzw. Korrektur der an den Encodern abgegriffenen Richtungen wichtig, dass der auf der PSD ermittelte Schwerpunkt des Signals mit dem Reflektorzentrum koinzidiert. Durch die Koma ist das nicht der Fall, sodass eine Winkelabweichung entsteht. Die in Abb. 70 gezeigten Intensitätsverteilungen sind dabei invariant gegenüber einer Rotation des Reflektors um die Achse des einfallenden Strahls. Auch eine Rotation des R160A um eine rechtwinklig zur Achse des einfallenden Strahls stehenden Achse, zeigt bis zum Erreichen des maximalen Akzeptanzwinkels keine Veränderung in der beobachteten Intensitätsverteilung.

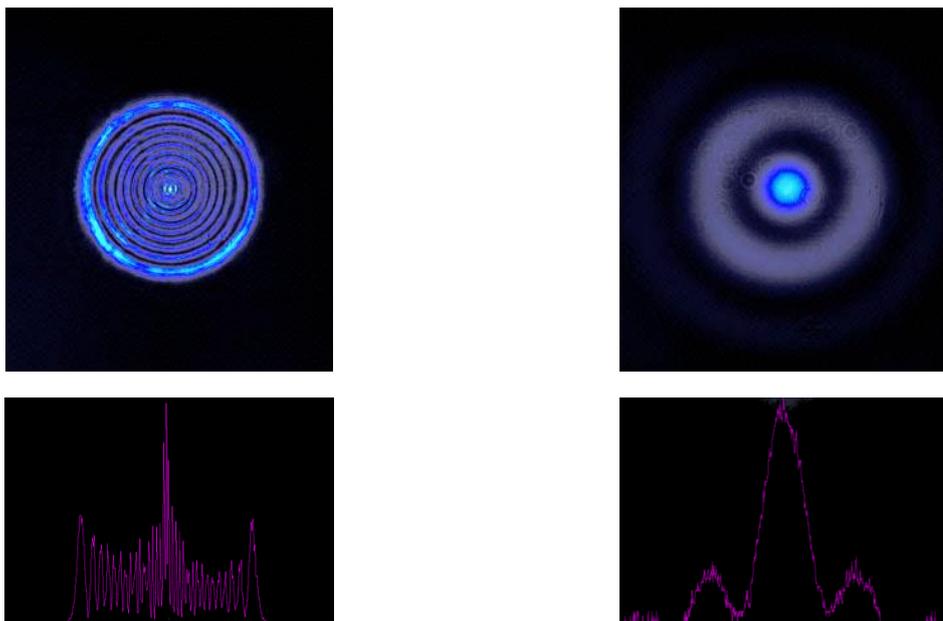


Abb. 70: Beobachtete Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen  $d$  1 m (links) und 6 m (rechts)

Der Nachweis auftretender Koma am R160A gelingt mit dem in Kapitel 4.2.2 beschriebenen Verfahren mit einem Mikrometerschlitten und deaktivierten Servomotoren am Lasertracker. Der Reflektor wird zusammen mit dem Mikrometerschlitten so ausgerichtet, dass der Laser durch das Reflektorzentrum verläuft. In Schritten von  $\Delta X = 0,1 \text{ mm}$  wird der Reflektor mit dem Mikrometerschlitten so weit in der horizontalen Richtung quer zum Laserstrahl bewegt, bis der Lasertracker den R160A nicht mehr registriert. Mit der LaserCamHR wurde für jeden Schritt die Intensitätsverteilung beobachtet. Bei der maximalen Auslenkung von  $X = 3 \text{ mm}$  aus dem Zentrum des Reflektors ergab sich die in Abb. 71 links dargestellte Verteilung der Intensität. Im Vergleich zur Abb. 68 f) sind die Grenzen der Kontur nicht so scharf ausgeprägt und verlaufen eher fließend. Zudem weist das Ringsegment auf der linken Seite des Bildes eine geringere Intensität als das Zentrum auf. Die Gestalt und Intensität des zentralen Lichtflecks sind aber weitestgehend vergleichbar. Der Ursprung weiterer Abweichungen zu der Simulation mit FRED wird in der unzureichenden Repräsentation der Realität durch die Modellierung sowohl des Reflektors als auch der Strahlquelle vermutet. So ist einer der Hauptunterschiede der scharf begrenzte Radius der simulierten Strahlquelle. Im Gegensatz zum realen Laser, der ein gaußförmiges Intensitätsprofil aufweist, dessen Intensität bei dem in [Leica 2009a] angegebenen Radius auf  $1/e$  absinkt, jedoch darüber hinaus noch Intensität vorhanden ist, ist die modellierte Strahlquelle auf den angegebenen Radius begrenzt, sodass außerhalb dieses Radius keine Strahlung mehr vorhanden ist. Darüber hinaus kann auch nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, dass die verwendeten optischen Komponenten (Membranstrahlteiler, Neutralsichtfilter vor der Strahlanalysekamera) einen Einfluss auf die beobachtete Verteilung der Intensität im reflektierten Signal haben. Ungeachtet dieser Punkte stimmen Simulation und Beobachtung in guter Näherung überein, sodass ein Eindruck über die bei der Verwendung des R160A zu erwartenden Phänomene gewonnen werden konnte. Besonders die Beobachtung des vom Reflektor veränderten Signals des für die Messungen mit dem Adapter zur Posenbestimmung verwendeten Lasertrackers ist hier hervorzuheben. Frühere Beobachtungen des reflektierten Signals verwendeten eine andere Strahlquelle mit deutlich größerem Radius ( $r = 55 \text{ mm}$ ), der die gesamte vordere Hemisphäre des R160A illuminierte (vgl. [Bernhart 2011]). Die resultierende Verteilung der Intensität im reflektierten Signal unterscheidet sich dann signifikant von den hier beobachteten (siehe Abb. 71 rechts).



Abb. 71: links: Beobachtete Intensitätsverteilung des vom R160A reflektierten Signals, sphärische Aberration und Koma; rechts: Reflektiertes Signal einer Strahlquelle mit  $r = 55 \text{ mm}$ , [Bernhart 2011]

Auf der Basis von (4-15) kann nach [Yang 1999] bzw. [Yongbing 2003] ein optimales Design für einen Kugelreflektor ermittelt werden, das den Divergenzwinkel  $\nu$  minimiert. Die beiden Designparameter sind der Radius  $r_k$  der Kugel und deren Brechungsindex  $n$ . Aus den Parametern eines Laserstrahls mit einem Durchmesser von maximal  $4 \text{ mm}$  ergibt sich nach [Bernhart 2011] und [Yongbing 2003] ein minimaler Kugelradius für das S-LAH79 Glas von  $13,9 \text{ mm}$ , wenn der Divergenzwinkel  $\nu$  nicht größer als  $0,2 \text{ mrad}$  sein soll. Der R160A weist jedoch nur einen Radius von  $10,5 \text{ mm}$  auf, sodass bei demselben Strahldurchmesser größere Divergenzwinkel  $\nu$  bis  $1 \text{ mrad}$  auftreten (vgl. Abb. 57 rechts). Prinzipiell ist ein größerer Radius vorteilhaft, weil mit dessen Größe die Einfallswinkel  $\alpha_i$  abnehmen. Die Effekte der sphärischen Aberration verringern sich, sofern der Durchmesser des einfallenden Laserlichts deutlich kleiner als der Durchmesser des Kugelreflektors ist und somit die Theorie der gaußschen Näherung erfüllt.

Außer der Vergrößerung des Reflektors, gibt es noch weitere Strategien, um die sphärische Aberration abzuschwächen. So schlagen u. a. [Zürcher 1995], [Loser 2001], [Shargorodsky 2006], [Oakley 2007] und [Anheier 2009] vor, den Reflektor aus mehreren konzentrisch angeordneten Kugelschalen unterschiedlicher Brechungsindizes aufzubauen. Dadurch entsteht ein stufenweiser, radialsymmetrischer Gradient des Brechungsindex. Wie bei einem Achromat besteht die vordere Hemisphäre aus einer äußeren, höherbrechenden, und einer inneren, niedrigbrechenden Kugelschale. Die hintere, reflektierende Hemisphäre weist denselben Brechungsindex wie die vordere kleine Halbschale auf (vgl. [Zürcher 1995]). Damit ist eine Form des bereits erwähnten Cat Eye Reflektor beschrieben, die schematisch in Abb. 73 links dargestellt ist. Der zweischalige Aufbau verhindert jedoch das Auftreten der sphärischen Aberration nicht, wie [Shargorodsky 2006] zeigt. Für die Aufgabe des Satellite Laser Ranging wurde ein aus zwei konzentrisch angeordneten Kugelschalen bestehender Retroreflektor mit einem Durchmesser von 17 cm entworfen (vgl. Abb. 72 links). Die äußere Kugelschale hat einen Brechungsindex  $n = 1,47$  und einen Radius  $r_K = 53,52$  mm und die innere Kugelschale einen Brechungsindex  $n = 1,76$  und einen Radius  $r_K = 85,11$  mm. Eine Hemisphäre des Kugelreflektors ist wie beim R160A mit einem reflektierenden Material beschichtet. Die Untersuchung des reflektierten Signals zeigte das in Abb. 72 rechts abgebildete Intensitätsprofil, was von Form und Größenordnung dem Profil des vom R160A reflektierten Signals bei größeren Entfernungen entspricht (siehe Abb. 70 rechts).

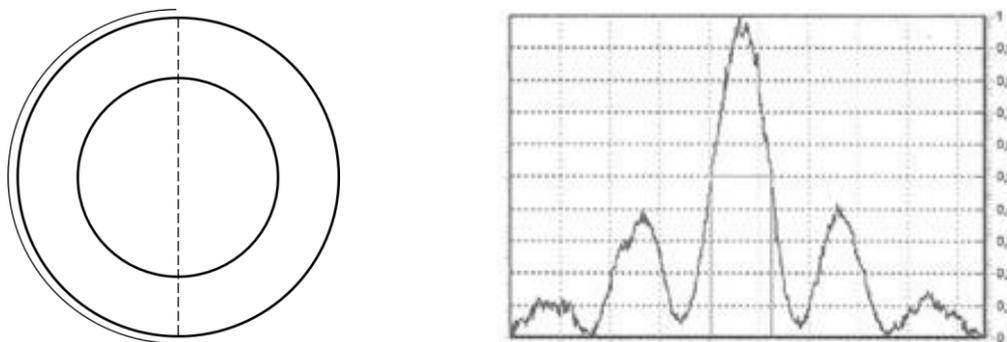


Abb. 72: links: Schema des zweischaligen Kugelreflektors nach [Shargorodsky 2006]; rechts: Intensitätsverteilung des reflektierten Signals, [Shargorodsky 2006]

Die zweite, u. a. in [Alhammadi 2006], [Shargorodsky 2006], [Oakley 2007] diskutierte Variante ist die sogenannte Lüneburg-Linse mit einem Brechungsindexgradient, der vom Zentrum der Kugel nach außen hin abnimmt. Das Prinzip ist schematisch in Abb. 73 rechts dargestellt. Mit diesem Konzept tritt keine sphärische Aberration auf und einfallende Strahlen werden unabhängig von ihrem Abstand zur optischen Achse exakt parallel zu ihrer Einfallsrichtung reflektiert. Wie beim R160A sollte eine Hemisphäre der Kugel spiegelnd beschichtet sein, um die Intensität des reflektierten Signals zu erhöhen. Die Herstellung ist in Ermanglung eines geeigneten optischen Materials bisher nicht möglich.

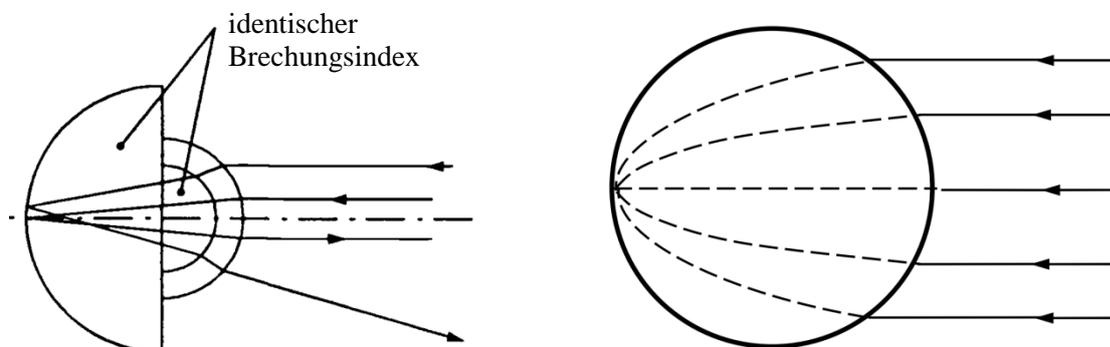


Abb. 73: Reflektordesign zur Minimierung der Auswirkungen von sphärischer Aberration; links: stufenweiser Gradient des Brechungsindex [Zürcher 1995]; rechts: Lüneburg-Linse [Shargorodsky 2006]

Die in diesem Kapitel angestellten Überlegungen und experimentellen Nachweise zeigen eine signifikante Veränderung des vom Lasertracker ausgesendeten Laserstrahls beim Durchlaufen des R160A sowohl in geometrischer als auch wellenoptischer Hinsicht. In Verbindung mit den

Beobachtungen aus Kapitel 4.2.2 folgt die Annahme, dass sich diese Abweichungen systematisch auf die Bestimmung der Pose bei kontinuierlicher Rotation des Dreharms auswirken, indem die Richtungsmessung des Lasertrackers beeinflusst wird. In dem Gesamtsystem Lasertracker sind jedoch Komponenten enthalten, über die keine umfassende Kenntnis vorliegt. Zu diesen Komponenten gehören der Umlenkspiegel, die Cover Plate (vgl. Kapitel 4.2.2) und die Fokussier-Optik vor dem PSD (vgl. Kapitel 4.2.2). Aufgrund der Unkenntnis der Auswirkungen dieser Bauteile auf das reflektierte Signal kann kein abschließender funktionaler Zusammenhang zum Einfluss auf die Richtungsmessung abgeleitet werden. Mit der Beobachtung des reflektierten Signals mit der Strahlanalysekamera konnte die Theorie der Wellenfrontverformung jedoch belegt werden. In Verbindung mit dem Experiment aus Kapitel 4.2.2 begründet sich deswegen die eben getroffene Annahme.

## 4.4 Software

### 4.4.1 Motorsteuerung

Der Anbieter des Schrittmotors (siehe Kapitel 4.1.2) stellt für dessen Steuerung eine für Windows Systeme geeignete Software namens NanoPro zur Verfügung. Mit der Software können auf alle relevanten Einstellungen des Schrittmotors zugegriffen und in Abhängigkeit der gewünschten Anwendung verschiedene Fahrprofile angelegt, gespeichert und ausgeführt werden. Eine Übersicht über die Funktionalität ist dem Handbuch [Nanotec 2013] zu entnehmen. Wie in Kapitel 4.1.2 gezeigt wurde, hat eine Veränderung der Steuerparameter im Zusammenspiel der Spezifikationen des Motors (z. B. Motormassenträgheitsmoment, Anzahl der Phasen und Polpaare etc. (vgl. Kapitel 4.1.2)) und der vom Motor angetriebenen Mechanik einen Einfluss auf die resultierenden Laufeigenschaften des Motors. Folgend werden grundlegende Einstellungen und deren Auswirkungen kurz zusammengefasst.

Ein wesentlicher Parameter ist die eingestellte Sollschrittfrequenz in Schritten pro Sekunde, die die zu erreichende Winkelgeschwindigkeit vorgibt. In engem Zusammenhang mit der Schrittfrequenz stehen die definierbaren Frequenzrampen, die in Hertz pro Millisekunde die Änderung der Schrittfrequenz beim Start bzw. Stopp des Motors vorgeben. Mit entsprechender Konfiguration der Frequenzrampen gelingt es, den Motor ohne Schrittverluste, das bedeutet ohne Überschreiten der Motorgrenzkennlinie (vgl. Kapitel 4.1.2) auf die gewünschte Schrittfrequenz zu beschleunigen bzw. aus der Fahrt anzuhalten. Die funktionalen Modelle der verfügbaren Rampen (Trapez, Sinus, Jerk Free) konnten nicht eruiert werden, sodass eine quantitative Beschreibung entfällt. Qualitativ führt die Nutzung von Frequenzrampen zu einer Begrenzung des auftretenden Rucks beim Übergang einer Beschleunigungsphase in die Phase einer Fahrt mit nominell konstanter Schrittfrequenz. In der Folge verringern sich durch den Übergang entstehende Schwingungen des Rotors.

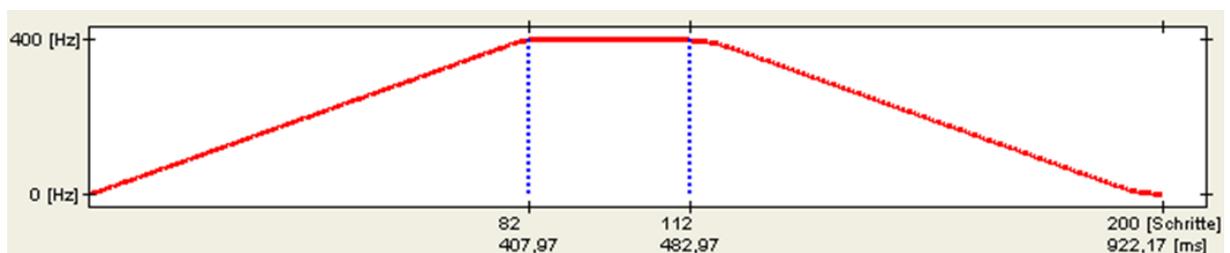


Abb. 74: graphische Darstellung eines Fahrprofils in NanoPro für eine Rotation (entspricht 200 Schritten) mit Sollschrittfrequenz 400 Hz und der Einstellung Jerk Free mit 1 Hz/ms Beschleunigung

Neben diesen Einstellungen der Fahrprofile, sind weiter grundlegende motorspezifische Einstellungen verfügbar. Dazu gehören die Wahl des Schrittmodus (Vollschritte oder Teilschritte) sowie die Begrenzung des Phasenstroms während der Fahrt und im Stillstand. Für diese beiden Motorzustände lassen sich getrennt voneinander Stromwerte definieren. Die Wärmeentstehung durch einen hohen Stromfluss und damit die Belastung des Motors lassen sich so begrenzen. Die Zeit für den Übergang zwischen Strom für die Fahrt und Strom im Stillstand ist ein vorgegebener aber unbekannter und nicht einstellbarer Wert [Nanotec 2015]. Im Hinblick auf den Stop & Go-Modus ist diese Gegebenheit

nachteilig. Ließe sich der Zeitpunkt, wann der Strom im Stillstand greift, näher definieren, hätte in Verbindung mit einer Regelung der Phasenstrom für den Stillstand exakt zu dem Zeitpunkt aktiviert werden können, wenn der Dreharm seine Sollstellung erreicht. Im Vergleich zu Verwendung von Frequenzrampen, hätte diese Variante das Potential gehabt, den Dreharm in kürzere Zeit anzuhalten und die Messdauer für die Posenbestimmung zu verringern. Vor dem Hintergrund eines instabilen bzw. nicht reproduzierbaren Referenzpunkts, der den Stop & Go-Betrieb in Frage stellt, ist dieser Punkt schlussendlich unerheblich.

#### 4.4.2 Posenbestimmung und Validierung

Die in Kapitel 3.2 besprochene Schätzung der Parameter der Pose aus der vom Reflektor beschriebenen kreisförmigen Trajektorie wurde in Form eines strengen Gauß-Helmert-Modells im Rahmen eines Software Vergleichs (siehe [Herrmann 2015]) in MATLAB realisiert. Diese Umsetzung der Schätzung eines 3D-Kreises wurde mit verschiedenen kommerziellen und Free-Ware Software Produkten auf der Basis eines einheitlichen Eingangsdatensatzes (vgl. [Späth 2000]) verglichen. Die erzielten Ergebnisse der Formschätzung waren mit denen des Vergleichsdatensatzes identisch. Wie in Kapitel 3.2.2, S. 37 bereits beschrieben, repräsentiert der Mittelpunkt des Kreises die Position. Aus dem Normalenvektor der Kreisebene ergibt sich der Gierwinkel von A-TOM gegenüber dem übergeordneten Koordinatensystem als Drehung um dessen Z-Achse. Der Winkel wird daher in der XY-Ebene des Referenzkoordinatensystems betrachtet, wobei die Nullrichtung mit der positiven X-Achse koinzidiert. Zur Berechnung dienen daher die Anteile  $n_x$  und  $n_y$  des Normalenvektors der Kreisebene, sodass sich der Gierwinkel  $\theta$  entsprechend (4-30) ergibt. Der Nickwinkel  $\phi$  entspricht dem Winkel zwischen Normalenvektor der Kreisebene und der Z-Achse des übergeordneten Koordinatensystems. Er ergibt sich analog aus dem Z-Anteil  $n_z$  des Normalenvektors und der projizierten Länge des Vektors, entsprechend (4-30).

$$\theta = \arctan\left(\frac{n_y}{n_x}\right); \phi = \arctan\left(\frac{n_z}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}\right) \quad (4-30)$$

Für die Bestimmung des Rollwinkels, der sich nicht direkt aus den Parametern des Kreises ableiten lässt, wird die Kreisebene so gedreht, dass deren Normalenvektor parallel zur X-Achse des übergeordneten Systems orientiert ist. Die Ebene ist dann parallel zur YZ-Ebene und der Rollwinkel, also die zuletzt verbleibende Rotation um die X-Achse, folgt aus dem Winkel zwischen Z-Achse und dem Vektor vom Kreismittelpunkt zum Bezugspunkt auf der Trajektorie.

Der Überlegung A-TOM mit verschiedenen polaren Messmitteln einsetzen zu können folgend, sowie der Zielstellung der Arbeit, die prinzipielle Methodik zur Posenbestimmung auf ihre Leistungsfähigkeit hin detailliert zu untersuchen, wurde zunächst kein durchgehender Datenfluss realisiert. Aufgrund der Erkenntnisse aus Kapitel 4.1.2 eines nicht hinreichend wiederholbaren Referenzpunktes für den Stop & Go Betrieb wurde die Auswertung für den kontinuierlichen Modus mit einem Triggersignal für die Synchronisation bzw. Bestimmung des Rollwinkels umgesetzt. Als Eingangsinformation dient daher eine Punktdatensatz, die die zu jedem Triggerzeitpunkt erfassten Zeitstempel und die zugehörigen Koordinaten X, Y und Z des jeweiligen 3D-Punktes enthält. Nutzerseitig muss vor der Auswertung die Entscheidung getroffen werden, ob für die Bestimmung der Pose nur eine oder mehrere Umdrehungen des Dreharms herangezogen werden sollen. Im letzten Fall nutzt die Routine den in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Zeitunterschied für die Aufteilung der einzelnen Umdrehungen und die Zuordnung des Referenzpunktes für die Bestimmung des Rollwinkels. Auch bei nur einer Umdrehung dient der Zeitunterschied der Zuordnung des Referenzpunktes  $P_0$  für den Rollwinkel  $\kappa$ . Für den Fall, dass die Pose aus nur einer Umdrehung abgeleitet wird, ist es vor dem Hintergrund der in Kapitel 4.1.3 diskutierten Effekte der Dynamik auf die Genauigkeit des Lasertrackers sinnvoll, A-TOM vor dem Beginn einer Messreihe zu „initialisieren“. Damit ist die in Kapitel 4.1.2 erwähnte Referenzfahrt gemeint, die den Dreharm in die Nähe der Indexmarkierung des Encoders bewegt. So ist gewährleistet, dass die Indexmarkierung zum Beginn der Umdrehung, also bei noch geringer Winkelgeschwindigkeit, überfahren wird und so der resultierende 3D-Punkte eine kleinere Unsicherheit aufweist. Der Ablauf der Auswertung gestaltet sich wie folgt:

- 
- 1 **Eingabe:** Punktdaten mit  $t_i, X_i, Y_i, Z_i, Q_{ll}$
  - 2 Kreisgleichung: Ergebnis  $X_M, Y_M, Z_M, r, n_x, n_y, n_z$  und  $Q_{xx}$
  - 3 Gierwinkel  $\theta$  und Nickwinkel  $\phi$  aus  $n_x$  und  $n_y$  zu  $[1,0,0]$  bzw.  $n_z$  zu  $[0,0,1]$
  - 4 Rotation der Kreisebene sodass Normalenvektor parallel zu  $[1,0,0]$
  - 5 Rollwinkel  $\kappa$  aus  $[0,0,1]$  und Vektor von  $P_M$  zu Bezugspunkt  $P_0$
  - 6 **Ausgabe:** Posenparameter mit Standardabweichungen
- 

Die Funktionalität von MATLAB basiert auf der zeilenweisen Interpretation der erstellten Skripte. Damit lassen sich zwar Fehler im Programmcode mit der komfortablen und übersichtlichen Debugging-Funktion einfach auffinden, jedoch ist die Verarbeitung im Vergleich zu Programmiersprachen die Compiler nutzen, deutlich langsamer. Mit dem Ziel, die diskutierte Methode zur Posenbestimmung auf ihre prinzipielle Leistungsfähigkeit hin zu untersuchen und der zunächst nur im Postprocessing stattfindenden Auswertung, ist dieser Fakt unschädlich. Für eine echtzeitnahe Auswertung ist eine Umsetzung in eine Hochsprache unabdingbar.

Neben der Routine in MATLAB kommt für die Validierung des Gesamtsystems (siehe Kapitel 5) auch SpatialAnalyzer (SA) von New River Kinematics zum Einsatz. Im Vergleich zu klassischen Ausgleichungsprogrammen (vgl. [Herrmann 2015]) lieferte SA bei der Schätzung von verschiedenen Geometrien identische Ergebnisse wie das strenge Gauß-Helmert-Modell. In Verbindung mit umfangreichen Visualisierungsoptionen ist SA für die Darstellung von z. B. den Abweichungen der gemessenen 3D-Punkte vom ausgeglichenen Kreis gut geeignet. Daneben liefert SA auch zu klassischer Ausgleichungssoftware identische Parameter bei der Berechnung von Transformationen, was im Rahmen der vorliegenden Arbeit getestet wurde. Leider liefert SA zu den ermittelten Parametern keine Genauigkeitsangaben.

## 5. Validierung Gesamtsystem

Für eine abschließende Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems bestehend aus den in Kap. 4 diskutierten Komponenten werden in diesem Kapitel die zu diesem Zweck vorgenommenen Untersuchungen und deren Ergebnisse vorgestellt.

### 5.1 Referenz

In Kapitel 2.3 wurden verschiedene Verfahren zur Posenbestimmung diskutiert. In Verbindung mit den vorgestellten Anwendungen aus Kapitel 2.2 bzw. der Definition der Anforderungen (vgl. Kapitel 2.2.5) an das in der Arbeit diskutierte System zur Posenbestimmung wurden als Referenz für die Validierung von A-TOM zwei Verfahren gegenübergestellt. Zum einen wird eine Pose aus räumlich verteilten Reflektoren abgeleitet. Zum anderen kommt Leicas T-Probe (siehe Kapitel 2.3.3) zum Einsatz. Die Verwendung von zwei Referenzsystemen eröffnet die Möglichkeit, etwaige systematische Einflüsse der Referenzen zu erkennen und bei der Beurteilung der Leistungsfähigkeit von A-TOM entsprechend zu berücksichtigen.

Als Messsystem für die Validierung wird der in Kapitel 3.4.2 bzw. Kapitel 4.2 diskutierte Lasertracker Leica AT901 eingesetzt. Damit besteht zwar einerseits keine umfassende Unabhängigkeit der Referenzposen zu den mit A-TOM bestimmten Posen, weil kein unabhängiges Messsystem zum Einsatz kommt. Andererseits ist so die Bewertung der Leistungsfähigkeit im direkten Vergleich zu einem vergleichbaren System zur Posenbestimmung (T-Probe) in Verbindung mit demselben Messsystem möglich. Darüber hinaus erübrigt sich die Notwendigkeit beim Einsatz mehrerer Messsysteme über entsprechende Transformationen einen gemeinsamen Bezug herstellen zu müssen, der in Abhängigkeit ggf. unterschiedlicher Messunsicherheiten der einzelnen Messsysteme zusätzliche Unsicherheiten aufweist. Die Bodysysteme von T-Probe und A-TOM sowie das durch die Reflektoren definierte System werden folglich gemeinsam in einem übergeordneten System, das sich auf den Lasertracker bezieht, beobachtet.

Alle Messungen fanden im Interferometerbahn-Labor des GIK statt. Zum einen bietet die Räumlichkeit eine ausreichende Größe, um auch größere Entfernungen zwischen Messsystem und Adapter zur Posenbestimmung zu realisieren. Zum anderen herrschen stabile klimatische Bedingungen (vgl. [Eschelbach 2007]). Entlang des näherungsweise horizontal verlaufenden Zielstrahls sind die Temperaturunterschiede kleiner als  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Die Erfassung der atmosphärischen Parameter zur Korrektur der Streckenmessung ist daher mit einem Sensor in der Nähe des Lasertrackers hinreichend.

Der Versuchsaufbau umfasst ein Schwerlaststativ, an dem alle Systeme fest angebracht sind (siehe Abb. 75 links). Die Validierung erfolgt dann unter der Annahme einer unveränderlichen räumlichen Beziehung zwischen den verwendeten Systemen am Stativ. Als Maß für den Vergleich werden die Transformationsparameter zwischen den Systemen - drei Translationen und drei Rotationen, die direkt aus den ermittelten Posen abgeleitet werden können - aus der Sicht jeweils eines der Bodysysteme betrachtet. Unter der oben getroffenen Annahme und einer korrekten Posenbestimmung durch A-TOM gibt der Vergleich der Transformationsparameter zwischen den Systemen über mehrere Posen Aufschluss über die Leistungsfähigkeit von A-TOM. Dazu wurden in einem Entfernungsbereich zwischen 1 m und 15 m mehrere Posen registriert, indem das Stativ sequentiell durch das Labor bewegt wurde. An jeder Position des Stativs wurde dann nacheinander die Pose jedes Systems mit dem Lasertracker erfasst. Der Lasertracker war dabei so orientiert, dass eine Achse des als Bezugssystem dienenden Tracker-Koordinatensystems näherungsweise parallel zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls liegt. Mit dieser Anordnung werden die Systematiken des Lasertrackers (vgl. Kapitel 3.4.2) deutlich und die Interpretation der erzielten Ergebnisse einfacher. Um den potentiellen Einfluss durch den Nutzer zu minimieren, wurde der Laserstrahl des Lasertrackers mit einem handgeführten Reflektor jeweils an den Reflektor von A-TOM, das Prisma der T-Probe sowie die am Stativ angebrachten Reflektoren „übergeben“ ohne das Stativ oder die Reflektoren zu berühren. Dazu wurde der handgeführte Reflektor mit eingekoppeltem Laserstrahl in die Nähe des jeweiligen Zielpunkts gebracht und der Strahl unterbrochen, sodass die automatische Zielerfassung des

Lasertrackers in der Folge nach dem Entfernen des handgeführten Reflektors den gewünschten Retroreflektor erfasst. Diese Methodik steht dabei nicht im Konflikt mit der optimalen Nutzung bzw. Genauigkeit des Lasertrackers, weil sowohl für A-TOM als auch die T-Probe die Initialisierung der Distanzmessung per IFM über die Distanz zum Home Point (vgl. Kapitel 3.4.2) nicht möglich ist und in jedem Fall der ADM genutzt werden muss. Die Messreihen wurden an unterschiedlichen Tagen wiederholt, um die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten.

Zur Vorbereitung der Messungen wurden folgende Voruntersuchungen die Stabilität des Stativs betreffend unternommen. Aufgrund der Konstruktion des Stativs ist es denkbar, dass aufgrund fehlender Verstrebung zwischen Ausleger und Mittelteil (siehe dazu im Vergleich ein Schwerlaststativ der Firma Brunson Abb. 75 rechts) durch das Absenken der Stativfüße die Ausleger verbiegen. Das verwendete Stativ wurde mehrmals von den Rollen für den Transport auf die Stativfüße gestellt und jeweils die Reflektoren (vgl. Abb. 75 links) erfasst. Im Anschluss wurde der Verband der Reflektoren im Sinne identischer Punkte aufeinander transformiert (6 Parameter) und die Residuen zwischen den Punkten nach der Transformation begutachtet. Dabei konnten keine systematischen Abweichungen, die auf eine Biegung der Ausleger hinweisen, festgestellt werden.

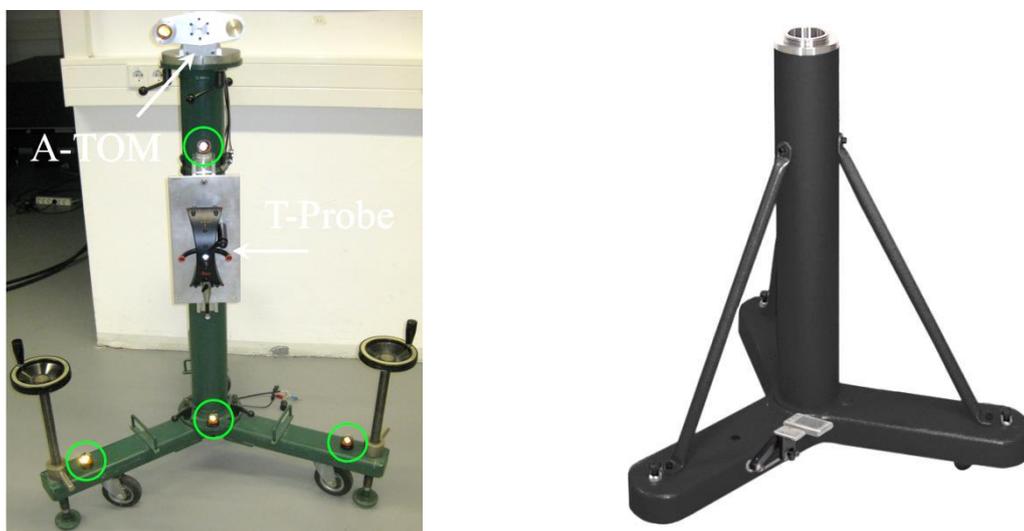


Abb. 75: links: Versuchsaufbau mit Schwerlaststativ, A-TOM, T-Probe und Reflektoren (siehe grüne Kreise), rechts: Schwerlaststativ von Brunson [Brunson 2015]

In Kapitel 4.1.3 wurde als günstigste Betriebsart für die Wiederholbarkeit der Triggersignale in Verbindung mit dem verwendeten Lasertracker AT901 der sequentielle Betrieb von A-TOM festgestellt. Bei der Bewegung der Dreharms aus dem Stillstand über eine Umdrehung bis zurück zum Ausgangspunkt werden ggf. Momente in das Stativ eingeleitet, die zu Schwingungen oder gar Positionsänderungen führen können. Für die Beobachtung der potentiell auftretenden Phänomene wurde während mehrerer sequentiell ausgeführter Rotationen des Dreharms der oberste der am Stativ angebrachten Reflektoren mit dem Lasertracker beobachtet. Damit ggf. auftretende Bewegungen dem Verlauf der Rotation des Dreharms zugeordnet werden können, wurde für die Beobachtung das vom Encoder des Schrittmotors gelieferte Triggersignal für das Auslösen der Messungen genutzt. Bei keiner der Messungen konnte aus der erfassten Punktwolke ein Rückschluss auf eine mit der Rotation korrelierte Bewegung des Stativs gezogen werden. Thermische Einflüsse auf das Stativ und damit verbunden die Position der Reflektoren auf dem Stativ wurden bei den Betrachtungen hier aufgrund der stabilen atmosphärischen Verhältnisse der Messumgebung vernachlässigt. Die Auswirkungen von Temperaturunterschieden auf die relative Position der Reflektoren zueinander betragen mit dem thermischen Ausdehnungskoeffizient von Stahl (11,5 ppm/K) und dem maximalen Abstand zwischen zwei Reflektoren rund 10  $\mu\text{m}$  pro Grad Temperaturänderung. Im Zusammenhang mit den atmosphärischen Bedingungen in der Messumgebung, der Unsicherheit der BRR und der Unsicherheit des Lasertrackers ist diese Entscheidung praktikabel. Dem Zusammenhang kann mit einer entsprechenden Berücksichtigung im Unsicherheitsbudget beim Posenvergleich (siehe Kapitel 5.3) Rechnung getragen werden.

Diese Voruntersuchungen haben die Stabilität des Stativs für die Methodik der Validierung gezeigt. Die Halterung der T-Probe ist ebenfalls als stabil zu bewerten, was die Erfahrungen aus [Herrmann 2010] gezeigt haben. Weitere Ergebnisse der für die vorliegende Arbeit unternommenen Messungen bestätigen den Sachverhalt. Unabhängig von der Rotation von A-TOM bleibt die Position der T-Probe in der Halterung stabil. Beobachtete Standardabweichungen nehmen entsprechend der Systematik des Lasertrackers mit der Entfernung zu und haben in der maximalen Entfernung von 15 m die Größenordnung von 80  $\mu\text{m}$ .

## 5.2 Innere Genauigkeit

In Kapitel 4.1 wurden die Eigenschaften des Antriebs und des Encoders untersucht. Im Ergebnis zeigte sich eine Wiederholbarkeit der Triggersignale im Bereich von wenigen Mikrosekunden. Dabei war das Verhalten des Antriebs in den Phasen der Beschleunigung und konstanter Fahrt hochgradig reproduzierbar. Aufgrund dieser Beobachtungen sollten die durch die wiederholbaren Triggersignale ausgelösten Messungen des Lasertrackers zu entsprechend wiederholgenauen 3D-Punkten führen, was in Ansätzen in Kapitel 4.1.3 bereits gezeigt wurde. Insbesondere sollte durch die feste Lage der Teilstriche auf dem Encoder die Position der aus den getriggerten Messungen resultierenden 3D-Punkte unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs sein. Eine Voraussetzung dafür ist eine konstante Latenzzeit zwischen Messadapter und Lasertracker. Im Fall einer schwankenden Latenzzeit überträgt sich diese Schwankung auf die Position der 3D-Punkte und damit auf den daraus abgeleiteten Rollwinkel. Mit der Herstellerangabe von  $\pm 5 \mu\text{s}$  (siehe Kapitel 3.4.2 bzw. [Leica 2009c]) ergibt sich bei der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 720 \text{ }^\circ/\text{s}$  eine Streuung von  $\pm 63 \mu\text{rad}$  – wobei hier unklar bzw. nicht in Erfahrung zu bringen ist, ob es sich bei dieser zeitlichen Genauigkeitsangabe um eine Standardabweichung oder beispielsweise einen Absolutbetrag oder eine Toleranz handelt. Die beobachteten Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs sind bei der angegebenen Latenzzeit vernachlässigbar (30  $^\circ/\text{s}$  entsprechen rund 3  $\mu\text{rad}$ ). Bei den nachfolgend diskutierten Ergebnissen sind diese Unsicherheiten in jedem Fall ein Anteil der Wiederholbarkeit.

Die Funktion des Antriebs des Dreharms und seine Eigenschaften sind losgelöst von dem verwendeten Messsystem zur Erfassung der 3D-Punkte. Das bedeutet, dass sich beispielsweise die Laufeigenschaften des Antriebs nicht ändern, unabhängig davon, mit welchem Messsystem der Reflektor beobachtet wird. Ebenso ist die Ausrichtung der Encoderscheibe im Bezug zur Motorwelle durch die feste Montage unveränderlich, sodass die Lage der aus Triggern resultierenden Punkte im System des Messadapters konstant ist. Folglich wird hier die Hypothese formuliert, dass auftretende Abweichungen von der beobachteten Wiederholbarkeit in Abhängigkeit von beispielsweise Entfernung oder Verschwenkung dem verwendeten Messsystem zuzuordnen sind. Vor dem Vergleich der mit A-TOM bestimmten Posen mit den Referenzposen wird zunächst die innere Genauigkeit des Gesamtsystems und auch der als Referenz dienenden Systeme aus Wiederholungsmessungen analysiert.

### 5.2.1 3D-Punkte und Pose

Der Lasertracker hat an jedem Standpunkt des Stativs  $j = 5$  sequentielle Rotationen des Dreharms von A-TOM erfasst. Das Erfassen der 3D-Punkte wurde von den Triggerimpulsen des Encoders ausgelöst. Aus diesen Messungen wurde die Wiederholbarkeit eines Punkte  $P_i$  über die  $j$  Umdrehungen betrachtet sowie die Wiederholbarkeit der an einem Standpunkt aus jeder Umdrehung abgeleiteten Posen.

Der entfernungsabhängigen Messunsicherheit des Lasertrackers folgend nimmt die Streuung eines Punktes  $P_i$  mit zunehmender Entfernung von A-TOM zum Lasertracker zu. In einem Entfernungsbereich bis 3,5 m liegt die 3D-Standardabweichung unterhalb von 20  $\mu\text{m}$ . Dabei zeigen sich die bereits in Kapitel 3.4.2 diskutierten Eigenschaften des Lasertrackers, indem die drei Komponenten X, Y und Z in Abhängigkeit der Orientierung zum Lasertracker unterschiedliche Wiederholbarkeiten aufweisen. Die Standardabweichung der Komponente parallel zur Richtung des Laserstrahls (hier die Y-Koordinate) ist bei allen beobachteten Entfernungen kleiner als 10  $\mu\text{m}$ . Die 3D-Standardabweichung steigt bei einer Entfernung von A-TOM zum Lasertracker von rund 15 m teilweise bis auf rund 0,1 mm an und liegt in der Größenordnung der Spezifikation des Lasertrackers

(vgl. Abb. 19 rechts sowie [Leica 2009a]). Die Abb. 76 zeigt exemplarisch die Standardabweichungen der aus den Triggern resultierenden Punkte  $P_i$  über 5 Rotationen des Dreharms für zwei Posen in 3,5 m bzw. 15 m Entfernung zum Lasertracker. Weitere Ergebnisse über verschiedene Entfernungen und Verschwenkungen sind Anlage II zu entnehmen. Ein systematischer Zusammenhang mit der Verschwenkung, also der Orientierung der Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl, ist dabei nicht zu erkennen.

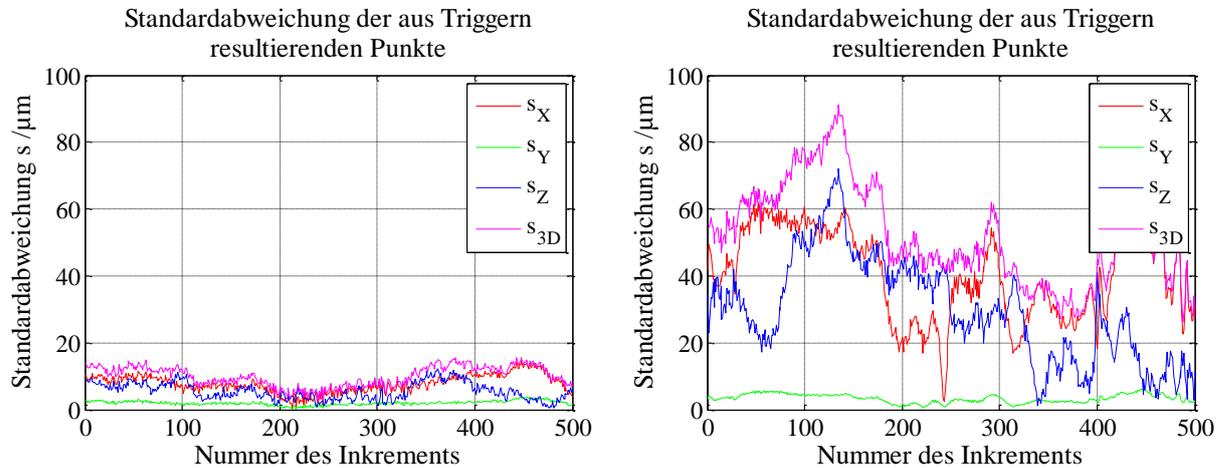


Abb. 76: Standardabweichung der aus Triggern resultierenden Punkte  $P_i$  über 5 sequentielle Rotationen des Dreharms, links: Entfernung 3,5 m, Verschwenkung  $3^\circ$ , rechts: Entfernung 15 m, Verschwenkung  $3,5^\circ$

Neben der Analyse der Wiederholbarkeit in unterschiedlichen Posen von A-TOM wurden in Anlehnung an Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.1.3, wo sich in Abhängigkeit der Antriebsparameter (hauptsächlich die Schrittfrequenz) unterschiedliche Laufeigenschaften zeigten, die Auswirkungen einiger Antriebsparameter auf die Punktwiederholbarkeit untersucht. Stark die Laufeigenschaften verändernde Parameter sind u. a. die nominelle Schrittfrequenz, die Beschleunigung (Frequenzrampe) sowie die Form der Frequenzrampe (vgl. Kapitel 4.4.1). Zur Minimierung etwaiger entfernungsabhängiger Effekte durch den Lasertracker wurde A-TOM in etwa einem Meter Entfernung, mit der Rotationsachse in Höhe des Trackerkopfes auf diesen zeigend orientiert. Dem in Kapitel 4.1.3 als günstig ermittelten Betriebsmodus mit der Beobachtung sequentiell ausgeführter einzelner Rotationen folgend, wurden so für jeden Parametersatz mindestens fünf Umdrehungen registriert. Über diese Anzahl wurde dann die entsprechende Standardabweichung für jeden Punkt  $P_i$  ermittelt. Eine Übersicht der Ergebnisse ist Anlage II zu entnehmen. Im Rahmen der untersuchten Parameter des Fahrprofils und der verwendeten Elektronik, die eine größere Schritt- bzw. Triggerfrequenz nicht zulässt (vgl. Kapitel 4.2.1) hat sich die Kombination von 400 Hz Schrittfrequenz und einer 1 Hz/ms ruckfreien (jerk free) Frequenzrampe (Anstieg der Motorschrittfrequenz, Kapitel 4.4.1) als günstig herausgestellt. Entgegen der Annahme aus Kapitel 3.2.2, dass eine möglichst gleichmäßige Rotation des Dreharms zu besseren Ergebnissen führt, weisen die vorliegenden Beobachtungen auf einen abweichenden Zusammenhang hin. Um diesen Umstand zu untermauern, wurde aufgrund des in Kapitel 4.1.1 beobachteten Einschwingverhaltens hinsichtlich der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms (z. B. Abb. 41) noch der kontinuierliche Betrieb untersucht. Dazu rotiert der Dreharm über mindestens zehn Umdrehungen, sodass der Einschwingvorgang abgeschlossen ist. Das Experiment (aus dem Stillstand anfahren, mindestens zehn Rotationen beobachten, dann wieder anhalten) wurde dann fünf Mal wiederholt. Aus jeder Wiederholung wurden die Daten einer Umdrehung im eingeschwungenen Zustand herangezogen, um die Wiederholbarkeit der so gemessenen bzw. erfassten 3D-Punkte zu analysieren. Für die Vergleichbarkeit wurde dieselbe Pose von A-TOM wie für die Daten aus Abb. 76 gewählt. Auch in diesem Modus ist die Wiederholbarkeit der Punkte in derselben Größenordnung wie bei der Beobachtung von einzelnen, sequentiell ausgeführten Rotationen. Es besteht also keine Notwendigkeit, den Antrieb kontinuierlich zu betreiben, was sich positiv auf den Verschleiß des Antriebs sowie die erhaltene Datenmenge auswirkt (eine Umdrehung pro Pose, sodass keine zusätzliche Datenauswahl oder -zuordnung nötig wird).

Die in Kapitel 4.1.3 beobachtete Wiederholbarkeit des Antriebs bzw. der aus Triggern resultierenden 3D-Punkte im sequentiellen Betrieb konnte hier in weiteren unabhängigen Versuchen nachgewiesen werden und bestätigt die eben gewonnenen Erkenntnisse. Folglich untermauern diese Beobachtungen die Hypothese weiter, dass auftretende, veränderliche Abweichungen der Wiederholbarkeit nur mit den Eigenschaften des Lasertrackers und der verwendeten Reflektoren zu begründen sind. Wenn nicht abweichend deklariert, erfolgen alle weiteren Messungen mit dem als günstig gefundenen Parametersatz ( $f_{s,Soll} = 400$  Hz, 1 Hz/ms jerk free Frequenzrampe).

Die Wiederholbarkeit der sechs Parameter der Pose ist von der Entfernung des Messadapters zum Lasertracker und teilweise von der Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl abhängig (siehe Kapitel 3.2.2). Wie bereits bei der Bestimmung von Einzelpunkten werden die drei Koordinatenkomponenten des Mittelpunkts  $P_M$  mit unterschiedlicher Wiederholbarkeit bestimmt. Die Komponente in Strahlrichtung weist nur tendenziell eine Entfernungsabhängigkeit auf, indem in mehreren Versuchsreihen die Standardabweichung von  $1 \mu\text{m}$  im Bereich bis 5 m bis auf  $5 \mu\text{m}$  im Bereich bis 15 m ansteigt. Die Standardabweichung beträgt jedoch bei allen untersuchten Posen weniger als  $10 \mu\text{m}$ . Bei den beiden verbleibenden Koordinatenkomponenten des Mittelpunkts ist der Zusammenhang mit der Entfernung deutlich. Die Größenordnung der Standardabweichung bei einer Entfernung von rund 15 m von A-TOM zum Lasertracker liegt zwischen  $20 \mu\text{m}$  und  $45 \mu\text{m}$ . Der Anstieg der Standardabweichung mit der Entfernung ist dabei linear. Ein Zusammenhang mit der Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl ist nicht erkennbar.

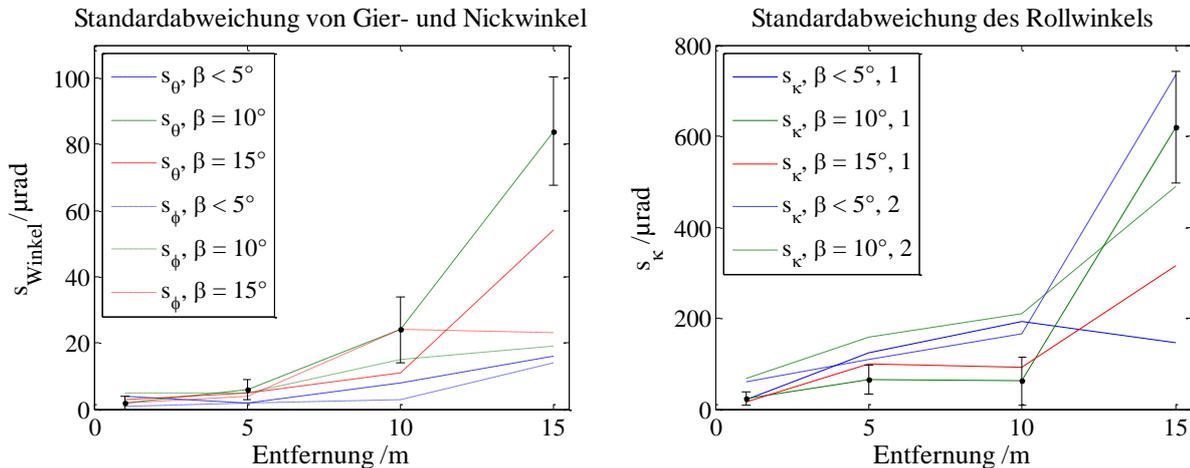


Abb. 77: links: Standardabweichung aus Wiederholungsmessungen von Gier-  $\theta$  und Nickwinkel  $\phi$  in Abhängigkeit von Entfernung und Verschwenkung  $\beta$ , rechts: Standardabweichung des Rollwinkels  $\kappa$  aus zwei Messreihen; jeweils mit Fehlerbalken als Indikator für die Streuung über mehrere Versuchsreihen

Die Betrachtung der Standardabweichung der Orientierungswinkel bestätigt die in der Simulation (vgl. Kapitel 3.2.2) prognostizierten Systematiken. Bei den aus dem Normalenvektor der Rotationsebene abgeleiteten Orientierungswinkeln Gierwinkel  $\theta$  und Nickwinkel  $\phi$  ist die Wiederholbarkeit stark von der Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem Laserstrahl abhängig (siehe Abb. 77 links). Sind Normalenvektor und einfallender Laserstrahl näherungsweise parallel (Größenordnung  $< 5^\circ$ ), ist die Standardabweichung bis zu einer Entfernung von 15 m kleiner als  $10 \mu\text{rad}$  und nicht deutlich mit der Entfernung korreliert. Vergrößert sich jedoch die Verschwenkung, verschlechtert sich die Wiederholbarkeit deutlich. In derselben Entfernung zum Lasertracker von beispielsweise 15 m hat sich die Standardabweichung von  $2 \mu\text{rad}$  bei  $0^\circ$  Verschwenkung vereinzelt bis auf rund  $80 \mu\text{rad}$  bei  $15^\circ$  Verschwenkung vergrößert. Ein allgemeingültiger funktionaler Zusammenhang zwischen der Verschwenkung, Entfernung und Wiederholbarkeit von Gier- und Nickwinkel ist aufgrund der großen Streuung nicht zu formulieren – auch weil im Gegensatz zur Simulation die Wiederholbarkeit der beiden Winkel nicht immer gleich groß ist. Diese Ergebnisse sind exemplarisch für den untersuchten Entfernungsbereich in Abb. 77 links dargestellt. Die Ergebnisse von anderen Messtagen weisen vergleichbare Größenordnungen und Streuungen auf. Zur Veranschaulichung der Größenordnung ist in Abb. 77 für eine Verschwenkung von rund  $10^\circ$  die Streuung über die Versuchsreihen per Fehlerbalken dargestellt. Für Gier- und Nickwinkel nimmt die Streuung mit der Entfernung von rund

4  $\mu$ rad bei unter 5 m auf rund 30  $\mu$ rad bei 15 m Entfernung zu. Diese Werte entsprechen damit der Wiederholbarkeit bei Mehrfachmessung und den aus der Kreisausgleichung erhaltenen Standardabweichungen der Unbekannten (als der Posenparameter). Für den Rollwinkel ergeben sich Streuungen über die Versuchsreihen, die ebenfalls mit der Entfernung größer werden. Unter 5 m Entfernung sind das rund 30  $\mu$ rad und bei 15 m rund 250  $\mu$ rad.

Neben der aus Wiederholungsmessung abgeleiteten Standardabweichung der Posenparameter wurden auch die von der Kreisausgleichung gelieferten Standardabweichungen betrachtet. Die Standardabweichungen der Mittelpunktskoordinaten (also der Position) weisen nur eine geringfügige Abhängigkeit von Entfernung und Orientierung der Rotationsebene zum Lasertracker auf. Über alle Entfernungen und Orientierungen beträgt die aus der Ausgleichung erhaltene Standardabweichung der Koordinatenkomponenten nicht mehr als 5  $\mu$ m. Bei den Orientierungswinkeln hingegen ist ein deutlicher Zusammenhang mit der Entfernung erkennbar. Bei der maximal untersuchten Distanz von 15 m beträgt die Standardabweichung max. rund 30  $\mu$ rad für Gier- und Nickwinkel, die aus der Standardabweichung der Komponenten des Normalenvektors abgeleitet wurde. Bei den aus der Ausgleichung stammenden Standardabweichungen wird das Ergebnis der Simulation, dass Gier- und Nickwinkel mit gleicher Genauigkeit bestimmt werden, bestätigt. Für den Rollwinkel sind die Genauigkeit der Punkte auf der Trajektorie sowie die Genauigkeit des Mittelpunkts ausschlaggebend. Weil die Genauigkeit des Mittelpunkts aus der Ausgleichung deutlich unter der Genauigkeit eines Einzelpunkts aus Lasertrackermessungen liegt, erfolgt hier keine gesonderte Aussage, sodass die Abschätzungen aus der Simulation bzw. aus den Wiederholungsmessungen als Charakterisierung dienen.

Vor dem Hintergrund vergleichbarer Umgebungsbedingungen aller Messungen sind diese Ergebnisse als charakteristisch für das Gesamtsystem aus Messadapter und Lasertracker zu bewerten, wobei unter Beachtung der Erkenntnisse zur Systematik bzw. Wiederholbarkeit des Dreharms (vgl. Kapitel 4.1) als Ursache für die Streuung die Kombination von Lasertracker und Reflektor vermutet wird.

Ausgehend von der beobachteten Wiederholbarkeit der Punkte  $P_i$  entlang der Kreistrajektorie wird für die Posenbestimmung mit der Methode der Kreisausgleichung (vgl. Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2) für den Rollwinkel  $\kappa$  eine der Punktwiederholbarkeit entsprechende Streuung erwartet, besonders wenn der Bezug für  $\kappa$  wie hier zunächst mit nur einem Referenzpunkt festgelegt ist. Mit der maximal beobachteten Standardabweichung von rund 0,1 mm folgt mit dem nominellen Radius  $r = 80$  mm des Dreharms als Abschätzung für die Wiederholbarkeit des Rollwinkels 1,25 mrad, was mit der in der Simulation in Kapitel 3.2.2 bestimmten Größenordnung (siehe Tabelle 2) übereinstimmt. Wie bereits mit der Simulation abgeschätzt, weist der Rollwinkel  $\kappa$  aufgrund der Methode der Definition eine schlechtere Wiederholbarkeit als die anderen beiden Orientierungswinkel auf. Die Wiederholbarkeit von  $\kappa$  steht dabei direkt im Zusammenhang mit der Wiederholbarkeit eines entlang der kreisförmigen Trajektorie erfassten Punktes, sodass sich die Abhängigkeit von der Entfernung von A-TOM zum Lasertracker deutlich zeigt. Ein einfach zu modellierender allgemeiner Zusammenhang mit der Verschwenkung der Rotationsebene ist dagegen nicht zu erkennen. Abb. 77 rechts zeigt den Verlauf der aus Wiederholungsmessungen abgeleiteten Standardabweichung des Rollwinkels  $\kappa$  abhängig von Entfernung und Verschwenkung exemplarisch. Bis zu einer Entfernung von 10 m liegt die Wiederholbarkeit in der Nähe der Forderung aus Kapitel 2.2.5, bei größerer Entfernung deutlich darüber. Nicht in jedem Fall bedeutet eine größere Verschwenkung auch eine schlechtere Wiederholbarkeit. Diese Ergebnisse untermauern (vgl. Kapitel 3.1), dass der Rollwinkel der kritische Parameter der 6DOF ist. Prinzipiell lassen sich alle aus den Triggersignalen resultierenden Punkte für die Bestimmung des Rollwinkels heranziehen. Aufgrund der höheren Zahl von Beobachtungen verringert sich die Varianz (was am Ende von Kapitel 5.3.2 gezeigt wird). Der Rollwinkel wird aber nicht direkt aus der Ausgleichung gewonnen, sondern aus den geschätzten Parametern und den Punkten auf der Trajektorie abgeleitet (siehe Kapitel 3.2.2, S. 37). Diese Berechnung ist also weniger effizient, verglichen mit dem Modell der Transformation (siehe Kapitel 3.2.1). Dort werden alle sechs Parameter direkt erhalten. Die Ergebnisse dieser Methode werden folgend diskutiert.

Ausgehend von der hier ermittelten Wiederholbarkeit der aus Triggern resultierenden 3D-Punkte sowie aus den Erkenntnissen zum reproduzierbaren Verhalten des Antriebs (siehe Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.1.3) ist die in Kapitel 3.1 diskutierte Variante der Auswertung über Transformation (vgl.

Kapitel 3.2.1) prinzipiell möglich. Die Parameter der jeweiligen Pose werden also aus der Transformation der Punkte im Bodysystem von A-TOM auf die mit dem Lasertracker erfassten Punkte abgeleitet. Als Datengrundlage für die Vergleichbarkeit werden dieselben Messungen wie oben genutzt. Eine Achse des übergeordneten Koordinatensystems ist somit näherungsweise parallel zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls orientiert. Als Maß für die Wiederholbarkeit dienen auch hier die Standardabweichungen der jeweiligen Posenparameter über die mehrfache Erfassung einzelner Rotationen des Dreharms in derselben Pose von A-TOM. Dabei zeigen sich auch mit dieser Variante der Posenbestimmung die mit der Entfernung und Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem Lasertracker verbundenen Systematiken. Die Analyse der Koordinatenkomponenten des Translationsvektors offenbart analoge Ergebnisse wie die Betrachtung der Koordinaten des Kreismittelpunkts  $P_M$  aus der Auswertung über die Kreisausgleichung. Das bedeutet, die Komponente in Strahlrichtung weist im Vergleich zu den beiden Komponenten quer dazu die beste Wiederholbarkeit auf ( $< 5 \mu\text{m}$ ), die sich in dem untersuchten Bereich bis 15 m Entfernung auch nicht ändert. Die Wiederholbarkeit der Komponenten quer zur Strahlrichtung verläuft linear mit der Entfernung und wächst bis zur Entfernung von 15 m auf eine Größenordnung von etwa  $35 \mu\text{m}$  an. Ein Zusammenhang mit der Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl besteht nicht.

Die Orientierungswinkel folgen derselben Systematik wie bei der Auswertung über den ausgeglichenen Kreis. Ist die Verschwenkung zwischen Rotationsebene und einfallendem Laserstrahl kleiner als  $5^\circ$ , beträgt die Standardabweichung von Nick- und Gierwinkel ( $\phi$  und  $\theta$ ) weniger als  $10 \mu\text{rad}$  über den gesamten untersuchten Entfernungsbereich. Mit größerer Verschwenkung wird die Standardabweichung größer, nimmt dann auch mit der Entfernung zu und erreicht bei der Distanz zwischen Lasertracker und A-TOM von 15 m einen Wert von bis zu rund  $90 \mu\text{rad}$ . Die Standardabweichungen von Gier- und Nickwinkel unterscheiden sich dabei kaum von den per Kreisausgleichung bestimmten Werten (vgl. Abb. 77 links). Die Werte abhängig von Entfernung zum Lasertracker und der Verschwenkung  $\beta$  sind in Tabelle 13 aufgeführt.

$\beta$	$s_\theta$ in $\mu\text{rad}$			$s_\phi$ in $\mu\text{rad}$			$s_\kappa$ in $\mu\text{rad}$		
	$< 5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$< 5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$< 5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$
1 m	2/4	2/2	3/3	4/1	5/5	2/2	6/20	13/23	12/17
5 m	2/2	6/6	5/5	2/2	5/5	4/4	6/123	18/65	16/99
10 m	8/8	23/24	11/11	3/3	14/15	24/24	30/193	53/62	65/92
15 m	2/2	86/84	54/54	2/2	18/19	23/23	7/145	103/619	31/316

Tabelle 13: Standardabweichungen der aus Transformation abgeleiteten Orientierungswinkel abhängig von Entfernung und Verschwenkung, zum Vergleich die Werte aus der Kreisausgleichung in kursiv

Im Vergleich zu Gier- und Nickwinkel wird der Rollwinkel  $\kappa$  auch bei der Posenbestimmung über Transformation schlechter bestimmt, trotz Verwendung aller Punkte auf dem Kreis. Wie auch bei den anderen Orientierungswinkeln wird die Wiederholbarkeit mit zunehmender Entfernung und Verschwenkung schlechter. Die maximal beobachtete Standardabweichung beträgt rund  $100 \mu\text{rad}$  und ist damit im Vergleich zur Methode mit Kreisausgleichung deutlich besser (vgl. Abb. 77 rechts), weil bei der Bestimmung alle Punkte auf der Trajektorie genutzt werden. Mit der beobachteten Reproduzierbarkeit (siehe Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.1.3 sowie Anlage II) sind die Anforderungen für die Betrachtung der erfassten 3D-Punkte als identische Punkte erfüllt, was die Auswertung per Transformation ermöglicht. Das theoretische Potential, die Genauigkeit des Rollwinkels durch das Einbeziehen einer deutlich höheren Anzahl von Punkten zu verbessern (siehe Kapitel 3.2), wird in der Realität nicht voll ausgeschöpft. Im Vergleich der Standardabweichungen des Rollwinkels  $\kappa$  aus Kreisausgleichung (vgl. Abb. 77 rechts, Rollwinkelbezug ein Punkt) und aus Transformation (vgl. Tabelle 13, Rollwinkelbezug 500 Punkte) sind letztere nicht um den Faktor  $1/\sqrt{500}$  kleiner. Werden auch bei der Kreisausgleichung alle Punkte auf der Trajektorie einer vollständigen Umdrehung für die Definition des Rollwinkels genutzt (z. B. als Mittel über alle Punkte, was dann im Gegensatz zum Bezug auf einen bestimmten Punkt bzw. auf ein bestimmtes Encoderinkrement einen „virtuellen“ Rollwinkel definiert), ergibt sich eine im Vergleich zum Einzelpunkt bessere Wiederholbarkeit von  $s_{roll} < 100 \mu\text{rad}$  in der größten Entfernung (15 m). Damit ist die Standardabweichung auch hier nicht

um den Faktor  $1/\sqrt{500}$  kleiner. Hier spielen Faktoren wie die Unsicherheit des Lasertrackers, Abweichungen durch den Reflektor sowie die Teilung und Exzentrizität des Encoders eine Rolle. Vor dem Hintergrund der Forderungen aus Kapitel 2.2.5 werden die Standardabweichungen, die sich aus der Auswertung per Transformation ergeben, jedoch als positiv bewertet.

Neben der Wiederholbarkeit der mit Transformation bestimmten Posen lassen sich bei der Betrachtung der Residuen zwischen identischen Punkten nach der Transformation weitere Erkenntnisse zu den Eigenschaften des Gesamtsystems gewinnen. Dazu wurde der eingangs Kapitel 5.1 beschriebene Entfernungsbereich in mehrere Grobintervalle bzw. Stützpunkte unterteilt ( $< 5$  m, 5 m, 10 m, 15 m). An jedem Stützpunkt wurden in näherungsweise der gleichen Entfernung mehrere Posen von A-TOM registriert, die sich in ihrer Orientierung gegenüber dem Lasertracker unterscheiden. Aus diesen Messungen können dann in der Folge die Effekte durch Verschwenkung und entfernungsabhängige Systematiken betrachtet werden. Als Maß für die Begutachtung dienen Residuen identischer Punkte nach der Transformation in Form von Koordinatendifferenzen bzw. 3D-Abständen zwischen den identischen Punkten. Es werden dabei sowohl Transformationen von Posen im selben Entfernungsintervall als auch Transformationen intervallübergreifend analysiert. Zunächst wird der Einfluss der Entfernung näher betrachtet. Dazu wurden die aus den Triggersignalen resultierenden Punkte einer Pose in einem Entfernungsintervall auf die Punkte einer anderen Pose in demselben Entfernungsbereich transformiert, was dann für die weiteren Entfernungsbereiche wiederholt wurde. Dabei ist in Übereinstimmung mit den entfernungsabhängigen Eigenschaften des Lasertrackers bzw. den bereits festgestellten Punktwiederholbarkeiten ein Anwachsen der Residuen mit der Entfernung zu verzeichnen. Für Posen in den Entfernungen von rund 3,5 m, 5 m, 10 m und 15 m zum Lasertracker sind die dreidimensionalen Residuen identischer Punkte in Abb. 78 links dargestellt.

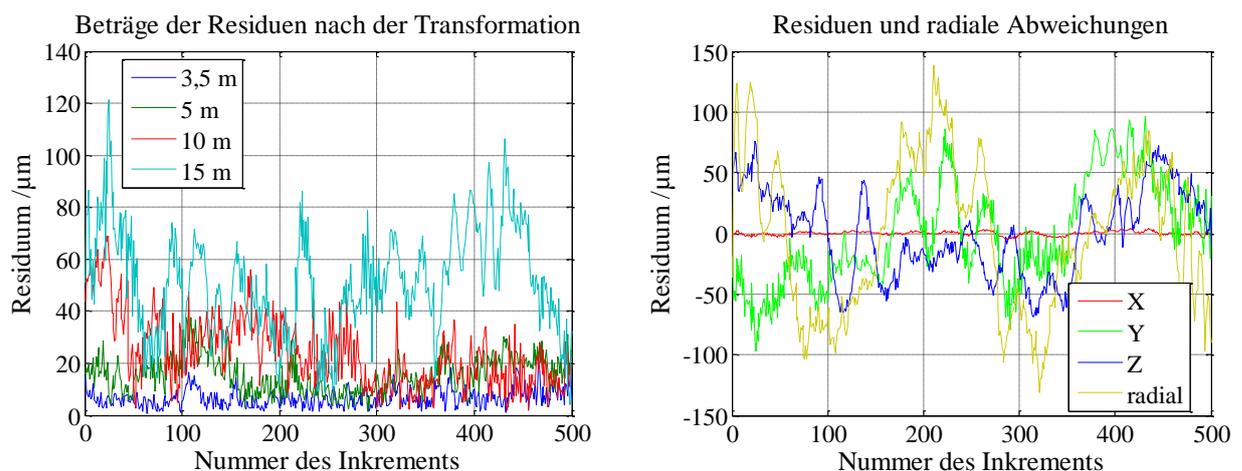


Abb. 78: links: 3D-Residuen identischer Punkte nach der Transformation zweier Posen im jeweils selben Entfernungsbereich von A-TOM zum Lasertracker; rechts: radiale Kreisabweichungen den Koordinatenkomponenten der Residuen gegenübergestellt für eine Pose in 15 m Entfernung und einer Verschwenkung von  $< 3^\circ$

Die Aufteilung der Residuen in die Koordinatenkomponenten zeigt erneut bereits beobachtete Systematiken. Als Beispiel werden die Residuen aus der Transformation zweier Posen in rund 15 m Entfernung zum Lasertracker betrachtet (Abb. 78 rechts). In dieser Pose war die Rotationsebene des Dreharms nur geringfügig ( $< 3^\circ$ ) verschwenkt, sodass deren Normalenvektor in Richtung Lasertracker zeigt. Wie auch bei der Betrachtung der Wiederholbarkeit der 3D-Punkte ist in dieser Orientierung die Systematik der Koordinatenkomponenten, bedingt durch die Eigenschaften des Lasertrackers deutlich. Die Analyse der Koordinatenkomponenten der Residuen zeigt: die Komponente parallel zur Strahlrichtung (in diesem Fall X) weist die geringsten Abweichungen auf. Die Größenordnung liegt hier bei rund  $5 \mu\text{m}$ . Die Komponenten quer zur Strahlrichtung (Y und Z) werden von der Richtungsmessung des Lasertrackers beeinflusst und weisen deutlich größere Abweichungen auf, die bis in die Größenordnung von  $1/10$  mm reichen und damit der zuvor beobachteten Wiederholbarkeit eines aus einem Triggersignal resultierenden 3D-Punkts entsprechen. Im Vergleich zu der vorher analysierten Wiederholbarkeit des Antriebs sowie der Encodersignale zeigt sich hier der ungünstige,

aber unvermeidbare entfernungsabhängige Einfluss des Lasertrackers. Die an sich gute Referenz wird durch die mit der Entfernung ansteigende 3D-Punktunsicherheit des Lasertrackers nicht optimal ausgenutzt.

Vor dem Hintergrund der Analyse der Eigenschaften des Gesamtsystems müssen hier auch weitere Einflüsse, die beispielsweise aus den Gegebenheiten des verwendeten Reflektors folgen, berücksichtigt werden. Aus diesem Grund sind den Residuen in Abb. 78 rechts die radialen Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis gegenübergestellt. Bei der Betrachtung fällt auf, dass die Größenordnung der Residuen quer zur Strahlrichtung mit den radialen Abweichungen scheinbar in Zusammenhang steht. Dieser Zusammenhang ist möglich indem bei unterschiedlichen Posen abhängig von Entfernung und Verschwenkung durch den Reflektor verschiedene Abweichungen zum Kreis auftreten. Aufgrund der sich unterscheidenden Abweichungen weisen die identischen Punkte entsprechende Residuen auf, wenn sie auf die identischen Punkte einer anderen Pose transformiert werden. In Kapitel 3.4.3 wurde die Erwartung formuliert, dass sich Abweichungen des Reflektors auf die Bestimmung der Trajektorie auswirken und sich potentiell als Abweichungen zum Kreis zeigen. Aus diesem Grund und den hier beobachteten Phänomenen untersucht Kapitel 5.2.2 die Thematik der Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis näher.

Nach der Betrachtung der Residuen der Transformation von Posen in näherungsweise derselben Entfernung folgen nun die Ergebnisse, wenn Posen in sich deutlich unterscheidenden Entfernungen aufeinander transformiert werden. Für diese Auswertung wurden beobachtete Punkte aus dem oben beschriebenen Entfernungsbereich jeweils auf die dem Lasertracker nächste Pose transformiert. In den Distanzen von rund 3 m, 5 m, 10 m und 15 m wurden Rotationen des Dreharms registriert. Die 500 identischen Punkte einer Pose in der jeweils größeren Entfernungen wurden dann auf die 500 Punkte der Pose in 3 m Entfernung transformiert. Auch bei dieser Betrachtung zeigt sich eine deutliche Entfernungsabhängigkeit indem die Residuen mit zunehmender Entfernung zwischen den Posen anwachsen. Sie erreichen bei Abständen von 12 m (Entfernung zum Lasertracker 15 m) eine Größenordnung von bis zu 2/10 mm. Die Residuen der Transformationen zeigt Abb. 79 links. Daneben sind wieder die radialen Abweichungen gegenübergestellt. Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass der Verlauf der Residuen und der radialen Abweichungen sehr ähnlich ist, jedoch unterschiedlich Beträge aufweist. Dieser Unterschied ist auf den bei der Kreisausgleichung mitgeschätzten Radius zurückzuführen. So wird der Kreis entsprechend bestmöglich in die Punkte eingepasst, sodass die radialen Abweichungen minimiert werden. Bei der Transformation der identischen Punkte einer Pose auf eine andere Pose wurde kein Maßstab mitgeschätzt. Im ungünstigsten Fall liegen die identischen Punkte im Rahmen ihrer Standardabweichung am weitesten auseinander, was dann im Vergleich zu den radialen Abweichungen zu den größeren Residuen führt.

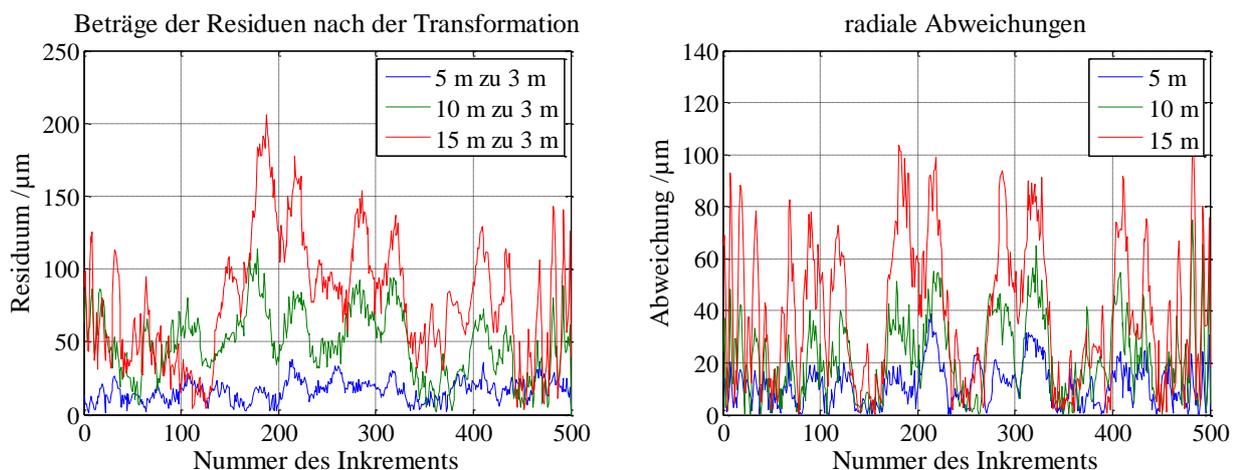


Abb. 79: links: Beträge 3D-Residuen der Transformation identischer Punkte von Posen mit unterschiedlichem Abstand zueinander; rechts: Betrag der radialen Abweichungen zu den ausgeglichenen Kreisen dieser Posen

Zur Diskussion der Ursachen dieser Residuen lässt sich folgende Überlegung anstellen: Unter der begründeten Annahme einer sich nicht verändernden Charakteristik des Antriebs samt Dreharms – der Standpunkt dieser Komponenten gegenüber dem Lasertracker hat keinen Einfluss auf die

Antriebseigenschaften, die nachweislich (siehe Kapitel 4.1) eine hohe Wiederholbarkeit aufweisen – ist die Ursache in der Kombination aus Lasertracker und Reflektor zu suchen. Ein Faktor ist die entfernungsabhängige Messunsicherheit des Lasertrackers, die für ein Anwachsen der Abweichungen mit der Entfernung verantwortlich ist, was sich auch deutlich bei der Wiederholbarkeit zeigte (vgl. Abb. 78 links). Ein weiterer potentieller Faktor ist die am Lasertracker auftretende Veränderung der Kinematik. Abhängig von der Entfernung von A-TOM zum Lasertracker verändern sich bei identischer Winkelgeschwindigkeit des Dreharms die am Trackerkopf auftretenden Beschleunigungen (vgl. Kapitel 3.2.2 und Abb. 24). Bei der Untersuchung der Wiederholbarkeit der aus Triggersignalen resultierenden 3D-Punkte wurde festgestellt, dass ein Fahrprofil des Antriebs mit langen Beschleunigungsphasen hin zu einer hohen Winkelgeschwindigkeit zu besseren Ergebnissen führt, als Fahrprofile mit kürzeren Beschleunigungsphasen bzw. geringeren Winkelgeschwindigkeiten (siehe Anlage II).

Dass die kinematischen Eigenschaften der Bewegung des Reflektors eine Auswirkung auf den Lasertracker haben, zeigt sich auch bei der Betrachtung der Punktabstände. Unter der Annahme äquidistant verteilter Inkremente auf dem Winkelencoder des Dreharms sind die Abstände  $d_p$  zwischen aufeinanderfolgenden mit dem Lasertracker erfassten, aus Triggersignalen resultierenden 3D-Punkten auf der Kreistrajektorie identisch. Sind die Inkremente nicht äquidistant, gibt es für unterschiedliche Punkte zwar unterschiedliche Abstände, die sich jedoch bei jeder Pose wiederholen bzw. in Bezug zu den jeweiligen Inkrementen konstant sind. In jedem Fall sollten die Punktabstände unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms sein, weil diese keinen Einfluss auf die relative Beziehung zwischen Encoderscheibe und Dreharm hat. Nachfolgend sind die dreidimensionalen Punktabstände  $d_p$  aufeinanderfolgender Punkte der Trajektorie den jeweiligen Bahngeschwindigkeiten  $v$  des Reflektors gegenübergestellt (siehe Abb. 80). Durch diese Betrachtungsweise treten Auswirkungen der Exzentrizität nicht in Erscheinung. Es werden die Ergebnisse zweier Fahrprofile des Antriebs (vgl. Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.4.1) verglichen. Es wurde jeweils eine Rotation, beginnend aus dem Stillstand des Dreharms erfasst. Die Profile unterscheiden sich in der Beschleunigungsrampe (3 Hz/ms und 1 Hz/ms) sowie in der Sollschritzfrequenz (200 Hz bzw. 400 Hz). Um den Zusammenhang zwischen  $d_p$  und  $v$  deutlich zu machen, sind bei einigen Schwingungmaxima Verbindungslinien zwischen Geschwindigkeitskurve und Graph der Punktabstände eingezeichnet (Abb. 80). So wird ersichtlich, dass in Bereichen mit höherer Geschwindigkeit auch die Punktabstände größer sind. Weiter zeigt sich, die Punktabstände sind nicht konstant in Bezug auf die jeweiligen Inkremente und verändern sich je nach Fahrprofil. Diese Beobachtung steht der eben getroffenen Hypothese entgegen, sodass als Ursache die Auswirkung der unterschiedlichen kinematischen Parameter auf die Messungen mit dem Lasertracker zu benennen ist. Dieser Schluss untermauert die Annahme weiter, dass bei der Posenbestimmung auftretende Abweichungen z. B. zur Kreistrajektorie in Abhängigkeit von Entfernung auf die Eigenschaften des Messsystems und nicht auf die Eigenschaften von A-TOM (Antrieb, Encoder und Dreharm) zurückzuführen sind.

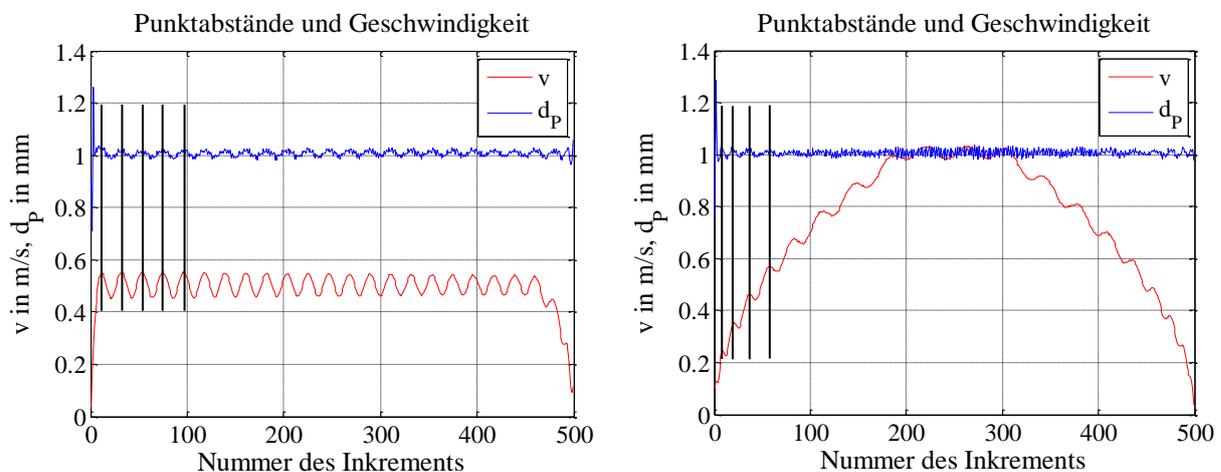


Abb. 80: Dreidimensionale Punktabstände  $d_p$  und Bahngeschwindigkeit des Reflektors; links: 3 Hz/ms Beschleunigungsrampe,  $\omega_{Soll} = 360$  °/s; rechts: 1 Hz/ms Beschleunigungsrampe,  $\omega_{Soll} = 720$  °/s

Zurück zur Analyse der Residuen nach der Transformation. Diese stehen in Zusammenhang mit den radialen Abweichungen zum ausgleichenden Kreis. Für die der Abb. 79 links zugrundeliegenden Posen sind in derselben Abbildung die radialen Abweichungen auf der rechten Seite gegenübergestellt. Die Ursache der mit der Entfernung zunehmenden radialen Abweichungen ist der DAE (vgl. Kapitel 3.4.3, S 60). Besonders bei der Entfernung von 15 m ist der Zusammenhang zwischen Residuen und radialen Abweichungen deutlich, wenn die Bereiche von Inkrement 0 bis 50 sowie die Bereiche um die Inkremente 200, 300 und 400 bis 500 verglichen werden (siehe Abb. 79). Daraus folgt zusammenfassend: die festgestellten Residuen zwischen identischen Punkten nach der Transformation sind ein Resultat aus der entfernungsabhängigen Genauigkeit des Lasertrackers sowie aus den entfernungsabhängigen Auswirkungen des DAE, die sich als radiale Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis zeigen.

Mit diesen Erkenntnissen folgt nun noch der Vergleich der mit dem Lasertracker erfassten Punkte zu den sich aus der Teilung des Encoders von A-TOM ergebenden Punkten des A-TOM Bodysystems (siehe Kapitel 3.2.1). Wie bei der vorangegangenen Betrachtung lassen sich aus der Transformation zwischen den beiden Systemen die Residuen der transformierten identischen Punkte im Sinne von Koordinatendifferenzen analysieren. Dabei liegt das A-TOM Koordinatensystem so, dass eine Achse näherungsweise parallel zu einer Achse des Koordinatensystems des Trackers liegt, und die Abweichungen quer zur Strahlrichtung auch als tangentielle Abweichungen interpretiert werden können. Exemplarisch werden zunächst die Residuen der Punkte einer Pose von A-TOM in 15 m Entfernung zum Lasertracker untersucht (siehe Abb. 81 links). Es fällt wieder die durch den Lasertracker bedingte Systematik unterschiedlicher Abweichungen der Koordinatenkomponenten X, Y (in Strahlrichtung) und Z auf. Die Komponenten quer zur Strahlrichtung weisen Abweichungen bis zu 140  $\mu\text{m}$  auf. Wird in Analogie zur Kreisausgleichung, bei der Radius mitgeschätzt wird, bei der Transformation ein Maßstab als Unbekannte eingeführt, ändert sich an den Abweichungen nichts Grundlegendes. Offensichtlich treten Effekte auf, die die Wirkung der vorgängig abgeschätzten Encoderexzentrizität von etwa 22  $\mu\text{m}$  überlagern, insbesondere aus der Anfahrabweichung. Die Abweichungen der Punkte über den Verlauf der Trajektorie einer beginnend aus dem Stillstand erfassten Umdrehung des Dreharms sind dabei nicht konstant in eine Richtung. Daraus folgt, dass die erfassten Punkte mit Blick entlang der Trajektorie bzw. in Bewegungsrichtung des Reflektors zeitweise vor bzw. hinter den Punkten im Bodysystem liegen. Mit der Kenntnis über die Schwankungen in der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms (vgl. Kapitel 4.1.2) sowie der sich mit Geschwindigkeit und Beschleunigung ändernden Messergebnisse des Lasertrackers, liegt die Vermutung nahe, dass ein Zusammenhang mit diesen Größen besteht. Bei der Betrachtung der Abweichungen zum Kreis in Kapitel 5.2.2 wird dieser Hypothese nachgegangen (z. B. Abb. 87 und Abb. 89).

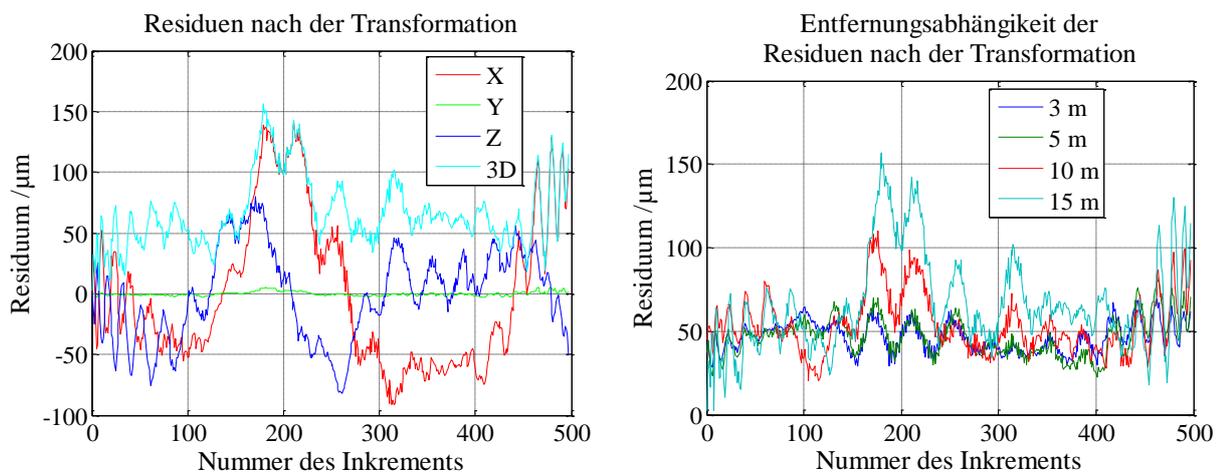


Abb. 81: links: Koordinatenkomponenten der Residuen nach der Transformation zwischen den identischen Punkten des A-TOM Bodysystems und den mit dem Lasertracker beobachteten Punkten einer Pose in 15 m Entfernung zum Lasertracker; rechts: 3D-Residuen in Abhängigkeit der Entfernung zwischen A-TOM und Lasertracker bei näherungsweise gleicher Orientierung ( $< 2^\circ$  Verschwenkung)

Für die entfernungsabhängige Systematik werden anstelle der einzelnen Koordinatenkomponenten die dreidimensionalen Residuen betrachtet (Abb. 81 rechts). Da hier Beträge betrachtet werden, ist die Wirkung der Exzentrizität nicht mehr deutlich als periodische Funktion erkennbar. Mit zunehmender Entfernung nehmen die Residuen zu und erreichen die Größenordnung bis über  $1/10$  mm. In der kürzesten Entfernung von rund 3 m beträgt die Größenordnung der Abweichungen rund  $40 \mu\text{m}$ . Mit den Erkenntnissen aus dem Vergleich von Posen ähnlicher Entfernungen liegt auch hier die Vermutung nahe, dass die Residuen bei der Transformation zwischen Bodysystem und übergeordnetem Koordinatensystem durch die Effekte des DAE beeinflusst sind, die sich als Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis zeigen. Für die Residuen in Abb. 81 rechts sind die radialen Abweichungen in Abb. 79 rechts schon gezeigt. Die Übereinstimmung ist nicht in allen Bereichen der Trajektorie gegeben, wird aber für die Inkremente von 0 bis 50 sowie in dem Abschnitt zwischen den Inkrementen 160 bis 240 sowie am Ende der Rotation ab Inkrement 450 deutlich. Für eine bessere Anschaulichkeit sind Residuen und radiale Abweichungen einer Pose aus Abb. 81 rechts (Entfernung 15 m) und einer Pose einer anderen Messreihe in einer ähnlichen Entfernung in Abb. 82 gegenübergestellt.

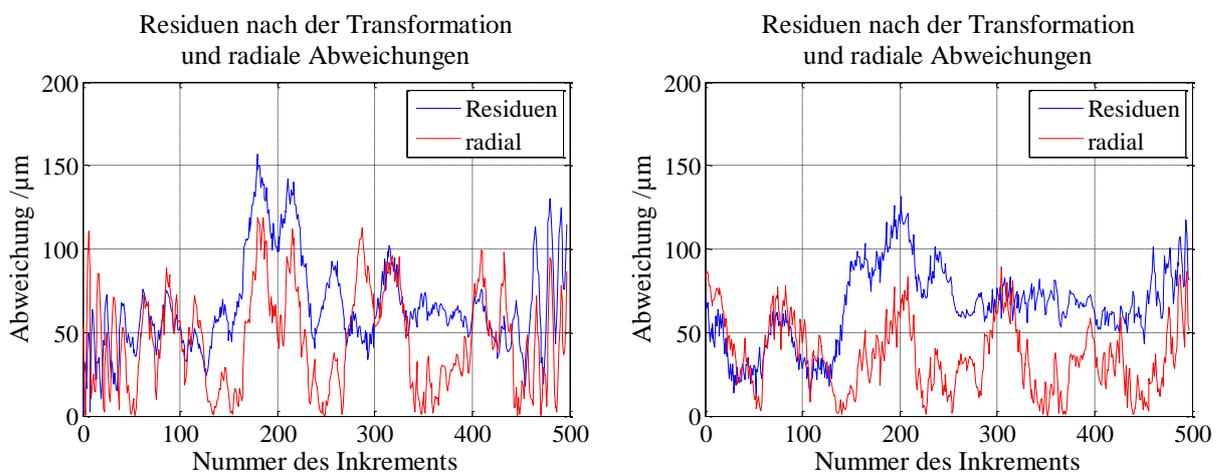


Abb. 82: Gegenüberstellung von Residuen nach der Transformation und radialen Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis derselben Pose

In Kapitel 4.1.2 wurde die Exzentrizität des Winkelencoders mit  $\varepsilon = 22 \mu\text{m}$  bestimmt. Die Exzentrizität führt gegenüber einer idealen, fehlerfreien Verteilung der Inkremente zu einer Winkelabweichung. Diese hat eine abweichende Verteilung der aus den Triggersignalen erhaltenen 3D-Punkte zur Folge. Im Vergleich der mit dem Lasertracker erfassten Punkt und dem Bodysystem von A-TOM spiegelt sich diese Abweichung als Versatz der Punkte in der Rotationsebene entlang der Trajektorie wider. Zur Veranschaulichung dieses Effektes wurden Punkte im Bodysystem von A-TOM erzeugt, die mit der Exzentrizität  $\varepsilon$  beaufschlagt wurden (zunächst ohne Beachtung der Phasenlage). Bei der Transformation zwischen diesen Punkten  $P_{i,ATOM,EXZ}$  und Punkten  $P_{i,ATOM}$  eines als fehlerfrei angenommenen Bodysystems ergeben sich die in Abb. 83 links dargestellten Differenzen.

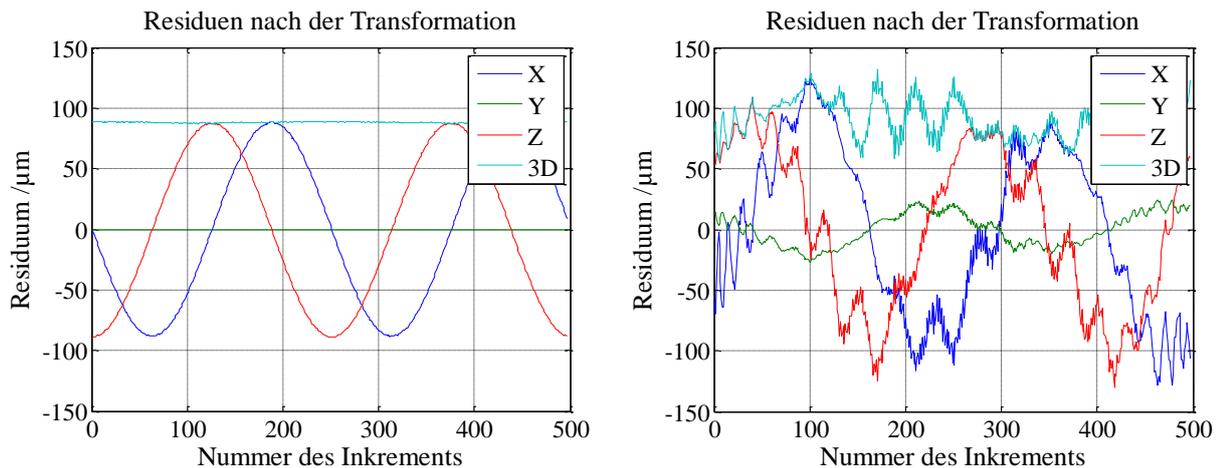


Abb. 83: links: Residuen der Transformation zwischen Punkten im fehlerfreien A-TOM Bodysystem und mit Exzentrizität beaufschlagten Punkten, rechts: Residuen der Transformation zwischen einer mit Lasertracker erfassten A-TOM Pose und den  $P_{i,ATOM}$

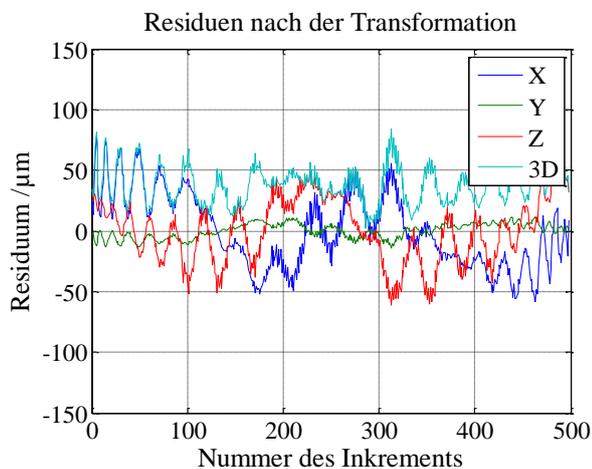


Abb. 84: Residuen nach der Transformation zwischen A-TOM Bodysystem und mit Lasertracker erfasster A-TOM Pose

Werden nun die mit dem Lasertracker erfassten Punkte einer Pose (als Beispiel eine Pose in rund 2,5 m Entfernung zum Lasertracker) auf die  $P_{i,ATOM}$  transformiert, ergeben sich die in Abb. 83 rechts gezeigten Residuen. Die Ähnlichkeit zum prinzipiellen Verlauf wie in Abb. 83 links ist offensichtlich. Erfolgt die Transformation der Punkte der A-TOM Pose auf die mit Exzentrizität (mit Beachtung der Phase) beaufschlagten Punkte  $P_{i,ATOM,EXZ}$ , sind die Residuen in Abb. 84 das Ergebnis. Damit zeigt sich deutlich der Einfluss der Encoderexzentrizität, der z. B. durch einen Encoder mit diametraler Ablesung beseitigt werden könnte. Als Abweichungen bzw. Effekte bleiben die Auswirkungen des DAE sowie die Einflüsse durch die periodischen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms übrig.

Die Exzentrizität und die daraus resultierende Lage der Punkte wirken sich dabei nur bedingt auf die Bestimmung des Rollwinkels aus. Indem sich die relative Beziehung zwischen Encoderstrichen und Dreharm nicht ändert und der Antrieb wie schon gezeigt eine hohe Wiederholbarkeit aufweist, ist die Auswirkung unter Abwesenheit weiterer Abweichungen an jeder Pose gleich. Im Vergleich zu einem exzentrizitätsfreien Encoder weisen die aus den Messpunkten in Bezug zum Referenzpunkt abgeleiteten Rollwinkel eine systematische Abweichung zum Soll auf, die sich in einer Kurve ähnlich dem zeitlichen Soll-Ist-Vergleich (siehe Abb. 35 links) zeigen würde. Mit dem Ermitteln der Exzentrizität (siehe Gl. (4-9)) sind die Auswirkungen bekannt und auch nur in dem Fall, dass unterschiedliche Punkte auf der Trajektorie für das Bestimmen des Rollwinkels herangezogen werden, mit einzubeziehen.

Mit der Betrachtung der Exzentrizität und deren Auswirkungen sowie der beobachteten hohen Ähnlichkeit zwischen radialen Abweichungen und Residuen nach der Transformation (siehe Abb. 79, Abb. 82) lohnt eine genauere Betrachtung der Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis, die der nächste Abschnitt vornimmt. Dort wird auch der vermutete Zusammenhang (siehe Abb. 80) zwischen den festgestellten Abweichungen und dem Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms näher untersucht. Wäre es möglich, einen allgemeingültigen funktionalen Zusammenhang für die Abweichungen abhängig von Entfernung, Verschwenkung und Geschwindigkeitsschwankungen zu modellieren, könnten damit die erfassten 3D-Punkte entsprechend verbessert werden und die Posenbestimmung potentiell mit höherer Genauigkeit erfolgen.

### 5.2.2 Abweichungen von der Kreisbahn

Wie bereits erwähnt, haben Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.1.3 die Wiederholbarkeit und stabile Systematik des Antriebs und der Encodersignale gezeigt, aus denen die Vermutung abgeleitet wurde, dass von der Entfernung bzw. Orientierung abhängige Veränderungen der Wiederholbarkeit einer Pose durch die Kombination von Lasertracker und Reflektor bedingt sind. Die Ausführungen aus Kapitel 4.3 lassen den Schluss zu, dass auch durch die verwendeten Reflektoren Abweichungen auftreten können. In Anlehnung an die Methodik bei der Kalibrierung von Lasertrackern (vgl. [Hennes 2010], [Leica 2009d], [Loser 2001]) zeigen sich diese als Abweichungen von der Kreisbahn. Folglich dienen als weiteres Kriterium für die Beschreibung der Leistungsfähigkeit bzw. der Eigenschaften des Gesamtsystems die Abweichungen von der Kreisbahn. Es wird zwischen Abweichungen rechtwinklig zur Rotationsebene (planare Abweichungen) und Abweichungen in der Ebene in radialer Richtung unterschieden. Mit der realisierten Konstruktion von A-TOM werden mechanischen Ursachen insbesondere für radiale Abweichungen, die den beobachteten Wert der Veränderlichkeit des Radius ( $< 15 \mu\text{m}$ , vgl. Kapitel 4.1.1) überschreiten ausgeschlossen. Im Rahmen dieser Größenordnung wird die Hypothese formuliert, dass aufgrund der in Kapitel 4.1.2 beobachteten kurzperiodischen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs und der Veränderlichkeit des beobachteten Radius durch minimales Spiel in der Reflektorhalterung ebenso kurzperiodische radiale Abweichungen mit maximal dieser Größenordnung auftreten können.

Die Abweichungen zur theoretisch idealen Kreisbahn sind bei der Betrachtung des Gesamtsystems von mehreren Faktoren beeinflusst. Wie bereits erwähnt, ist einer der Faktoren der am Dreharm montierte Reflektor: Besonders bei größerer Verschwenkung von A-TOM trifft der einfallende Laserstrahl auf unterschiedliche Bereiche (Spiegelebenen im Falle eines CCR) des Reflektors. In Verbindung mit dem beschränkten Akzeptanzwinkel des Reflektors kann das dazu führen, dass Teile des Laserstrahls durch den Rand des Reflektors abgeschnitten werden (Vignettierung) bzw. nicht mehr reflektiert werden können. In der Folge werden an diesen Stellen der Kreisbahn aufgrund der Veränderung des reflektierten Signals (wenn ein Teil abgeschnitten wird) größere Abweichungen erwartet. Weitere Einflussfaktoren stellen der Lasertracker und dessen Regelmechanismus dar. In engem Zusammenhang mit den Einstellungen des Antriebs bezüglich Sollwinkelgeschwindigkeit und Beschleunigungs- bzw. Bremsrampen (vgl. Kapitel 4.1.2 und Kapitel 4.4.1) besteht Potential, dass der Lasertracker der beschleunigten Bewegung des Reflektors in nur unzureichender Weise folgen kann. Ist dann, wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben der PSD nicht oder nur teilweise in der Lage die Reflektornachführung zu gewährleisten, entstehen weitere Abweichungen. Zusätzlich, der entfernungsabhängigen Messgenauigkeit des Lasertrackers entsprechend, nehmen die Abweichungen zum Kreis bzw. deren Streuung mit der Entfernung zu.

Die Auswirkungen der Parameter des Antriebs auf die beobachteten Abweichungen von einer idealen Kreisbahn zeigen die Abb. 85 a) bis d) exemplarisch für vier verschiedene Einstellungen der Sollwinkelgeschwindigkeit und der Beschleunigungsrampe. Es sind die radialen Abweichungen mit 1000-facher Überhöhung dargestellt sowie die Ausgangsposition des Dreharms. Die Rotation erfolgte im Uhrzeigersinn. Den Erkenntnissen aus Kapitel 4.1.3 zu einem günstigen Betriebsmodus folgend, wurde jeweils eine Rotation des Dreharms, beginnend aus dem Stillstand beobachtet. A-TOM befand sich in einer Entfernung von rund einem Meter zum Lasertracker mit der Rotationsachse auf Höhe des Trackerkopfes, um die Einflüsse der entfernungsabhängigen Unsicherheitsbeiträge möglichst gering zu halten. Der Stress auf den Trackerkopf der durch die geringe Entfernung auftretenden hohen Beschleunigungen wirkt sich dabei nicht negativ auf die Genauigkeit aus, wie die Wiederholbarkeit der Punkte zeigt (vgl. Abb. 48 und Anlage II Wiederholbarkeit 3D-Punkte). Weiter wurde die Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem Lasertracker möglichst klein eingestellt (rund  $1^\circ$ ), um den vermuteten Einfluss durch den verwendeten Reflektor (BRR) ebenfalls zu minimieren.

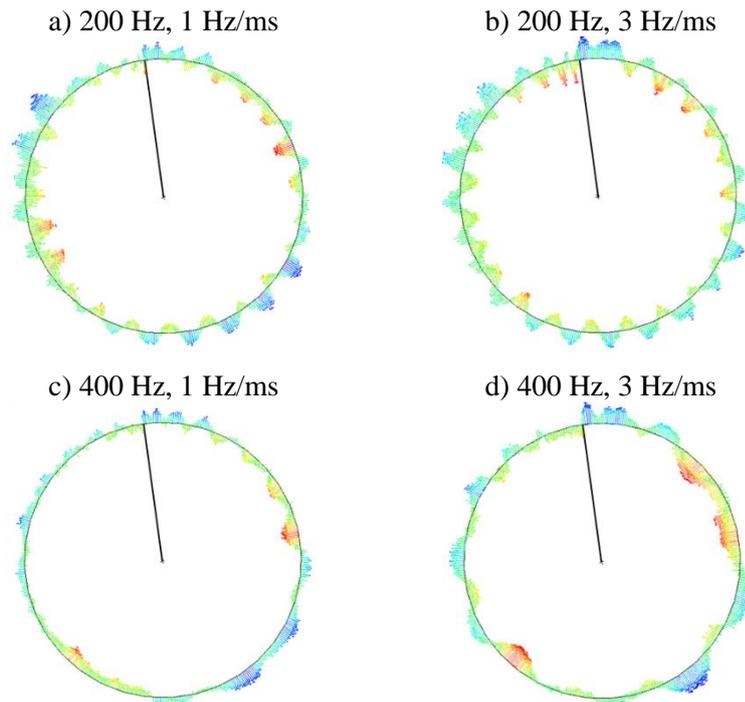


Abb. 85: beobachtete radiale Kreisabweichungen abhängig vom eingestellten Fahrprofil des Antriebs

Besonders bei der geringeren Schrittfrequenz von 200 Hz (entspricht nominell einer Umdrehung pro Sekunde) zeigen sich periodische radiale Abweichungen. In Verbindung mit den in Kapitel 4.1.2 ermittelten Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs liegt die Vermutung nahe, dass ein Zusammenhang zwischen den Phänomenen besteht. Dieser Gedanke wird untermauert, indem bei einer höheren Schrittgeschwindigkeit (400 Hz, entspricht 2 U/s), wo die Schwankungen der Geschwindigkeit geringer sind (vgl. Kapitel 4.1.2), auch geringere Abweichungen am Kreis auftreten. Der vermutete Zusammenhang wird weiter erhärtet, indem sowohl die hier gezeigten radialen Kreisabweichungen als auch die in Abb. 80 und Abb. 42 gezeigten Geschwindigkeitsschwankungen einer Spektralanalyse unterzogen wurden. Die Frequenz der Schwingung bei der nominellen Schrittfrequenz des Antriebs von 200 Hz ( $\omega = 360^\circ/\text{s}$ ) beträgt in allen Fällen rund 23 Hz. Unterschiede der ermittelten Frequenz von weniger als 0,5 Hz sind einerseits mit unterschiedlicher Länge der Zeitreihen, was sich auf die Frequenzauflösung niederschlägt, zu erklären. Andererseits ist die Abtastfrequenz durch die Beschleunigungsphasen bei der Fahrt von nur einer Umdrehung nicht konstant, sodass für die Spektralanalyse nur mit einer genäherten Abtastfrequenz gearbeitet werden konnte. Im Falle der Schrittfrequenz des Antriebs von 400 Hz beträgt die ermittelte Frequenz der Schwingungen über die radialen Abweichungen bzw. die Geschwindigkeitsschwankungen in allen Fällen rund 24 Hz. Der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeitsschwankungen und den radialen Abweichungen wird damit deutlich. Wie bei der Analyse der Wiederholbarkeit der aus Triggern resultierenden 3D-Punkte treten bei den untersuchten Parametern des Antriebs die geringsten Kreisabweichungen bei 400 Hz Schrittgeschwindigkeit mit einer Beschleunigungsrampe von 1 Hz/ms auf (Abb. 85 c)). Dort beträgt die Spannweite der radialen Abweichungen  $\pm 4 \mu\text{m}$ . Im Fall a) sind es  $\pm 11 \mu\text{m}$ , im Fall b)  $\pm 14 \mu\text{m}$  und im Fall d)  $\pm 13 \mu\text{m}$  (vgl. Abb. 85). Die Spannweite der planaren Abweichungen beträgt in allen Fällen  $\pm 5 \mu\text{m}$ . Die Wiederholbarkeit der beobachteten Abweichungen liegt in der Größenordnung von  $< 5 \mu\text{m}$ . Eine für alle Bereiche der Kreistrajektorie zutreffende Korrelation zwischen den radialen und planaren Abweichungen ist nicht vorhanden. Tendenziell zeigen am Ende der Umdrehung dort, wo die radialen Abweichungen zum Kreismittelpunkt zeigen (Abweichung  $< 0$ ), die planaren Abweichungen vom Lasertracker weg (Abweichungen  $< 0$ ) und umgekehrt (siehe Abb. 86).

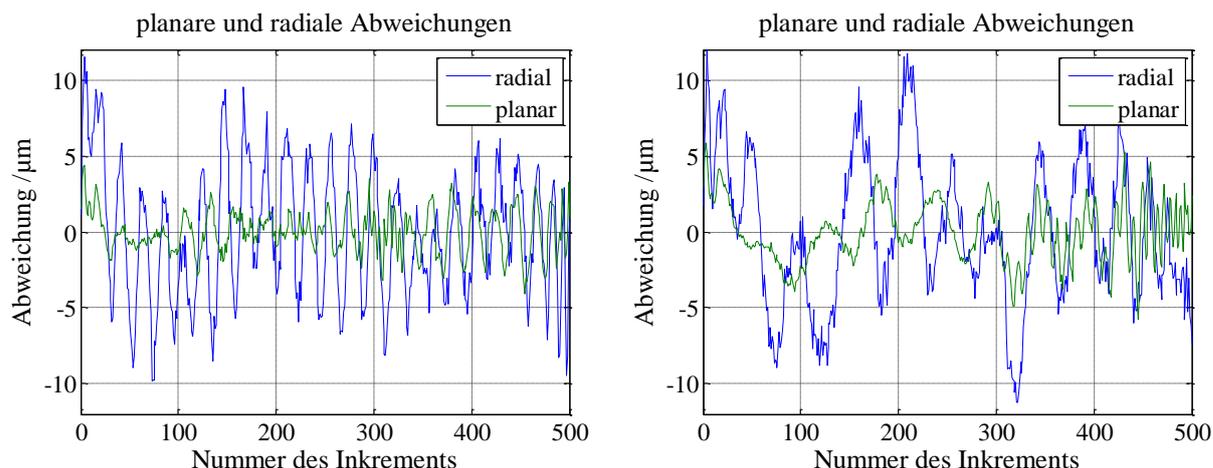


Abb. 86: planare und radiale Abweichungen, links: 200 Hz, Rampe 3 Hz/ms, rechts: 400 Hz, Rampe 3 Hz/ms

Wird den beobachteten Kreisabweichungen der Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms gegenübergestellt, bestätigt sich die Hypothese, dass ein Zusammenhang zwischen den Variationen der Winkelgeschwindigkeit und den Kreisabweichungen besteht. Vor allem bei der Sollgeschwindigkeit von 1 U/s sind die Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit und die radialen Kreisabweichungen phasengleich. Abb. 87 zeigt die radialen Abweichungen über eine Umdrehung sowie den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit (ohne Einheit dargestellt).

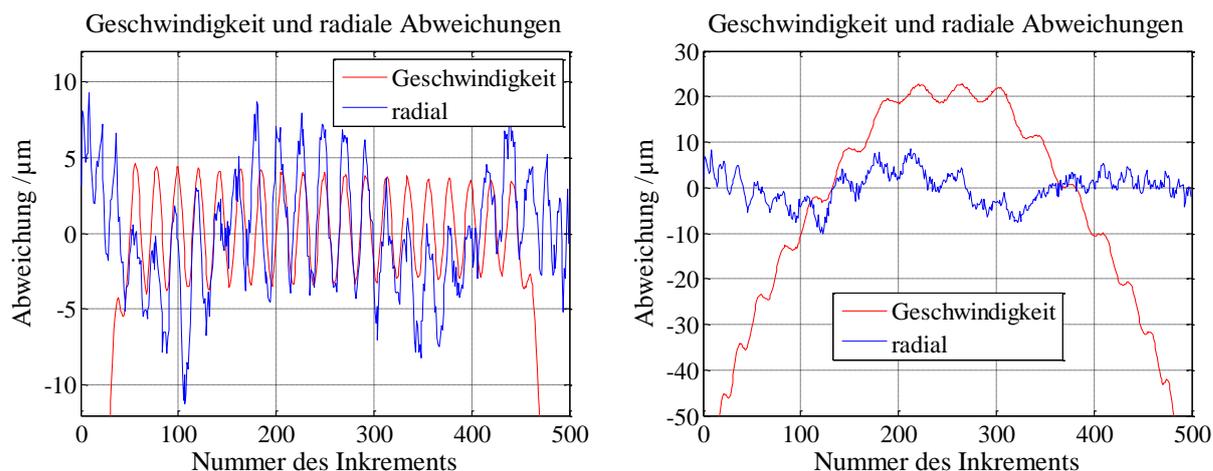


Abb. 87: Gegenüberstellung der radialen Abweichungen und dem Verlauf (einheitslos) der Winkelgeschwindigkeit einer Umdrehung. links: 200 Hz, Rampe 1 Hz/ms, rechts: 400 Hz, Rampe 1 Hz/ms

Bezüglich der Ursachen wurden folgende Überlegungen angestellt: Eine Längenänderung des Dreharms aufgrund auftretender Zentrifugalkräfte  $F_Z$  infolge der Rotation wird ausgeschlossen. Der Effekt wurde in Kapitel 4.1.1 quantifiziert und ist mit dem Lasertracker nicht messbar. Es ist hingegen denkbar, dass die Halterung des Reflektors minimales Spiel aufweist. Mit der periodischen Schwankung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ändert sich die auf den Reflektor wirkende Zentrifugalkraft  $F_Z$ , sodass sich der Abstand des Reflektors zur Rotationsachse im Rahmen des Spiels periodisch ändert. Wäre das der Fall, müssten sich jedoch zusätzlich durch die Gravitation hervorgerufene weitere systematische Abweichungen zeigen, weil die Gewichtskraft  $F_G$  des Reflektors deutlich größer als  $F_Z$  ist. Eine Überschlagsrechnung mit der Masse des Reflektors  $m = 0,2 \text{ kg}$ , dem Radius  $r = 0,08 \text{ m}$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \text{ s}^{-1}$  führt zu  $F_Z \approx 0,6 \text{ N}$  und  $F_G \approx 2 \text{ N}$ . Wird die Masse der Reflektorhalterung mit einbezogen ergibt sich  $F_Z \approx 0,9 \text{ N}$  und  $F_G \approx 2,9 \text{ N}$ . Bei den vorangegangenen Messungen war der Normalenvektor der Rotationsebene näherungsweise senkrecht zur Lotrichtung orientiert. Folglich müssten sich an der 6 Uhr Position des Dreharms (vgl. Abb. 47 links) deutliche radiale Abweichungen nach außen (weg vom Kreismittelpunkt) zeigen, weil dort Zentrifugalkraft  $F_Z$  und Gewichtskraft  $F_G$  in dieselbe Richtung wirken. An der 12 Uhr Position dürften

demnach keine, oder zumindest deutlich kleinere radiale Abweichungen nach außen auftreten, weil Zentrifugalkraft und Gravitation dort in entgegengesetzte Richtungen wirken. Mit Blick auf Abb. 85 ist eine solche Systematik nicht erkennbar. Bei genauer Betrachtung der abgebildeten radialen Abweichungen fällt auf, dass direkt nach dem Beginn der Rotation Abweichungen nach außen auftreten. Diese Beobachtung lässt die Argumentation zu, dass durch die beim Start der Rotation hervorgerufene Beschleunigung des Reflektors, bis die Soll-Winkelgeschwindigkeit erreicht ist, an dieser Stelle die Gravitation überlagert wird, sodass die eben diskutierte Systematik zwischen Fliehkraft und Gravitation in diesem Bereich nicht zum Tragen kommt. Eine Variante die Überlegungen zu verifizieren ist, die Rotation in einer anderen Stellung des Dreharms zu beginnen. In der Folge verschieben sich die Bereiche der Beschleunigung bzw. konstanten Fahrt entlang der Trajektorie, sodass sofern die Hypothese zutrifft, die Systematiken in der 6 Uhr bzw. 12 Uhr Stellung des Dreharms deutlich werden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Messreihen mit Startstellung des Dreharms auf ca. 3 Uhr und 9 Uhr ausgewertet. Für die Sollschriftfrequenzen von 200 Hz bzw. 400 Hz und die genannten Startstellungen des Dreharms sind die radialen Abweichungen in Abb. 88 dargestellt. Die diskutierte Systematik an den 6 Uhr bzw. 12 Uhr Stellungen des Dreharms aufgrund von  $F_Z$  und  $F_G$  ist nicht erkennbar.

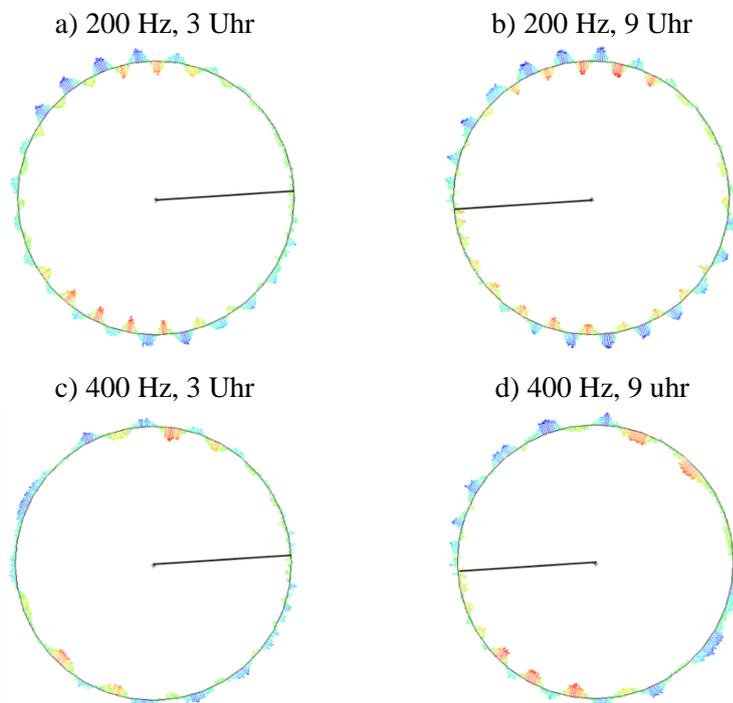


Abb. 88: radiale Abweichungen in Abhängigkeit von Startstellung des Dreharms und Soll-Schritzfrequenz

Zur weiteren Verifizierung, weil vor dem Hintergrund der eingestellten Fahrprofile (vgl. Abb. 74) der überwiegende Teil der Trajektorie unter dem Einfluss von Winkelbeschleunigungen des Antriebs beobachtet wird, wurden zusätzlich die radialen Kreisabweichungen bei kontinuierlicher Rotation untersucht. Dazu vollführte der Dreharm acht Umdrehungen direkt hintereinander, ohne zwischen den einzelnen Rotationen anzuhalten. In Kapitel 4.1.2 wurde beobachtet, dass bei kontinuierlicher Fahrt mit der Dauer der Bewegung die Schwankungen in der Winkelgeschwindigkeit abnehmen. Aus der hier gewonnenen Erkenntnis, dass die Kreisabweichungen mit den Geschwindigkeitsschwankungen korreliert sind, folgt die Vermutung, dass mit Abnahme der Geschwindigkeitsschwankungen auch die Abweichungen vom Kreis kleiner werden. Für die Sollschriftfrequenz von 200 Hz (entspricht 1 U/s bzw.  $\approx 0,5$  mm/s Bahngeschwindigkeit des Reflektors mit  $r \approx 80$  mm) sind die radialen Abweichungen sowie die Schwankungen der Geschwindigkeit des Antriebs in Abb. 89 für die jeweils erste und letzte Umdrehung nach dem Start der Rotation aufgeführt. Die Vermutung wird damit bestätigt. Wegen der Übersichtlichkeit wurde auf eine gemeinsame Darstellung von Kreisabweichungen und Geschwindigkeit verzichtet – es ergibt sich jedoch ein vergleichbares Bild wie Abb. 87, wo die Korrelation zwischen den Größen gezeigt wurde.

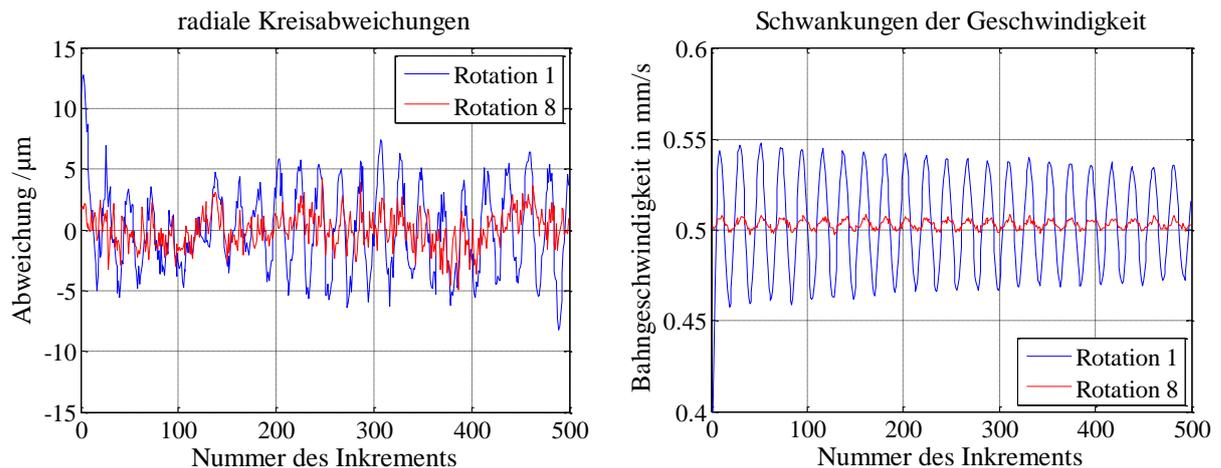


Abb. 89: Kreisabweichungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs bei 200 Hz Schrittfrequenz, links: radiale Abweichungen, rechts: Bahngeschwindigkeit

Auch bei der Untersuchung anderer Schrittfrequenzen ist der Zusammenhang zwischen Kreisabweichungen und Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit gegeben. Im Hinblick auf die Diskussion zur Ursache für die Kreisabweichungen hat sich jedoch auch bei der kontinuierlichen Fahrt keine Systematik im Bereich der 6 Uhr bzw. 12 Uhr Stellungen des Dreharms gezeigt, was gegen die formulierte Theorie von Spiel in der Reflektorhalterung spricht. Als weitere Ursache kommen die Eigenschaften des Lasertrackers bezüglich der Beobachtung von bewegten Objekten in Frage. Es ist denkbar, dass die Regelung zum Nachführen des Laserstrahls auf das Zentrum des Reflektors in Verbindung mit der Korrektur der Messwerte der Winkelencoder durch den PSD nicht in der Lage ist den kurzperiodischen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit adäquat zu folgen bzw. die entsprechenden Korrekturen zu liefern.

Zur Trennung der Systematiken wurde ein weiteres Messsystem eingesetzt. Der Lasertracker LTD500 von Leica (siehe [Leica 1999]) ist als unabhängiges Messsystem zu betrachten. Er gehört zwar in dieselbe Klassifizierung (vgl. Kapitel 3.4.2) wie der AT901, weist aber andere Regelparameter zur Nachführung des Laserstrahls auf das Zentrum des Reflektors auf, sowie eine unterschiedliche Anordnung der Hardwarekomponenten. Ausgehend von der Wiederholbarkeit des Antriebs müssten sich, wenn die Ursache für die radialen Abweichungen Spiel in der Reflektorhalterung ist, dieselben Abweichungen und zeitlichen Verläufe in Korrelation mit den Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit ergeben. Ist das nicht der Fall, so sind die Ursachen durch die verschiedenen Messsysteme gegeben, denn die Eigenschaften des Antriebs und des Dreharms sind unabhängig von dem beobachtenden Messsystem. Der LTD500 wurde unter Vergleichsbedingungen eingesetzt, um die Abweichungen vom Kreis zu untersuchen. Derselbe Bediener hat in derselben Messumgebung mit einer vergleichbaren Anordnung von A-TOM und Lasertracker mehrere Rotationen des Dreharms mit demselben Reflektor beobachtet. Die Einstellungen der Fahrprofile waren zu den vorangegangenen Versuchen mit dem AT901 ebenfalls identisch. Die Abb. 90 stellt die radialen Abweichungen, die aus den Messungen mit AT901 und LTD500 ermittelt wurden für zwei Fahrprofile des Antriebs gegenüber – links mit der Soll-Schrittfrequenz von 200 Hz und einer Beschleunigungsrampe mit 1 Hz/ms und rechts mit 400 Hz Schrittfrequenz und ebenfalls 1 Hz/ms Beschleunigungsrampe.

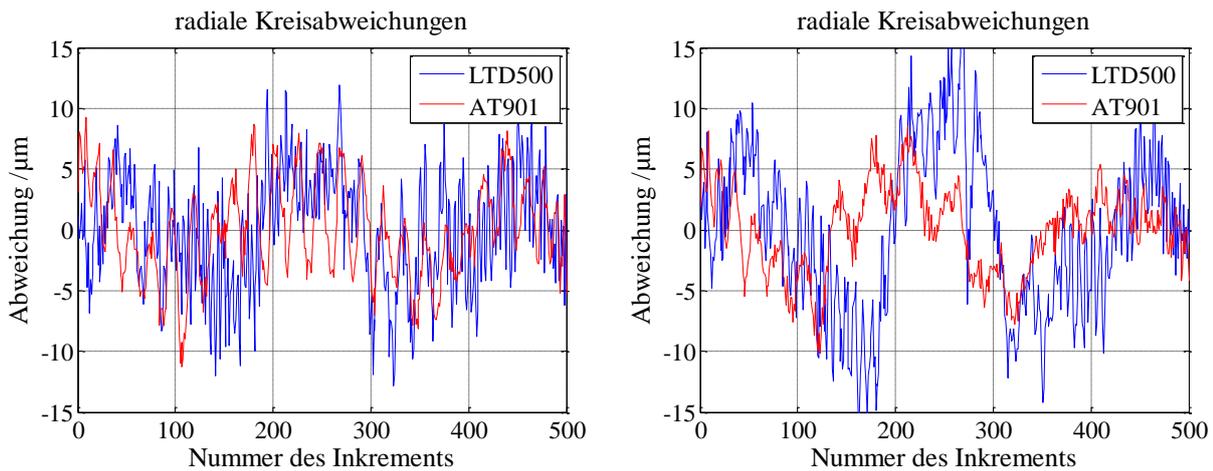


Abb. 90: Gegenüberstellung der mit AT901 und LTD500 ermittelten radialen Kreisabweichungen; links: 200 Hz, 1 Hz/ms, rechts: 400 Hz, 1 Hz/ms

Beide dargestellten Verläufe der radialen Abweichungen weisen Ähnlichkeit mit den aus den AT901 Messungen bestimmten Verläufen auf. Die deutliche Ausprägung der kurzperiodischen Schwankungen wird bei der Beobachtung mit dem LTD500 jedoch nicht so deutlich wiedergegeben. Besonders der als Phasenverschiebung interpretierbare Versatz der Kurven in Abb. 90 rechts ist vor dem Hintergrund der Wiederholbarkeit des Verhaltens des Antriebs unplausibel. Bei identisch eingestelltem Fahrprofil verhält sich der Antrieb reproduzierbar (wie in Kapitel 4.1.2 gezeigt), sodass Abweichungen bei gleichen Inkrementen gleiche Vorzeichen und gleiche Beträge aufweisen sollten. Diese Beobachtung ist ein Indiz dafür, dass zumindest Teile der ermittelten Abweichungen auf die Eigenschaften des Lasertrackers zurückzuführen sind. Ein weiteres Indiz dafür liefert die Spektralanalyse der radialen Abweichungen. Die auftretenden Frequenzen bei der Beobachtung der Rotationen mit dem AT901 wurden im Zusammenhang mit Abb. 85 diskutiert. Vor dem Hintergrund identisch gewählter Fahrprofile des Antriebs und dessen reproduzierbarem Verhalten, sollte die Spektralanalyse der Daten des LTD500 dieselben Frequenzen zum Ergebnis haben. Tatsächlich liefert die Spektralanalyse der Daten weder so scharf definierte Maxima, noch sind die ermittelten Frequenzen mit denen der Daten des AT901 exakt identisch. Weiter sind in den Daten des LTD500 Frequenzen enthalten, die es beim AT901 nicht gibt. Ob dies durch ein höheres Messrauschen oder eine erhöhte Sensitivität des LTD500 zu erklären ist, konnte nicht abschließend ermittelt werden.

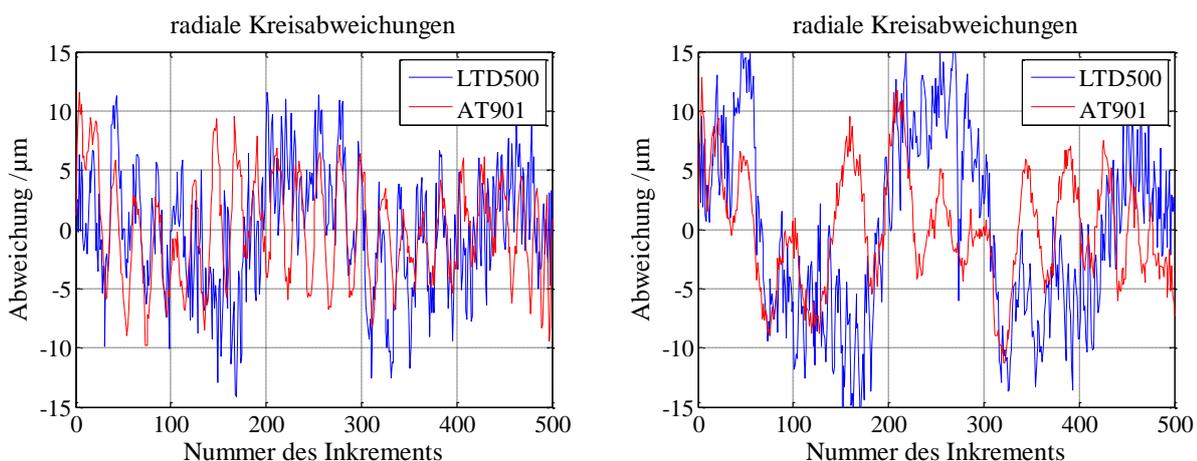


Abb. 91: Gegenüberstellung der mit AT901 und LTD500 ermittelten radialen Kreisabweichungen; links: 200 Hz, 3 Hz/ms, rechts: 400 Hz, 3 Hz/ms

Weitere mehrfach beobachtete Fahrprofile (vgl. Abb. 91) lassen auch keinen eindeutigen Rückschluss auf die diskutierte Systematik zu und zeigen bei nur einem geänderten Antriebsparameter vergleichbare Kurven wie Abb. 90. Jedoch gibt es auch hier Bereiche der Trajektorie, wo die Vorzeichen der radialen Abweichungen bei LTD500 und AT901 unterschiedlich sind. Dieser Umstand

ist ein weiteres Indiz dafür, dass die Abweichungen nicht durch den Dreharm bedingt sind. Neben der Untersuchung mit sequentiell erfassten Rotationen wurde auch das Verhalten bei kontinuierlicher Fahrt des Antriebs analysiert. Im Gegensatz zu den Beobachtungen beim AT901 (vgl. Abb. 89) verringern sich die aus den LTD500 Messungen ermittelten Kreisabweichungen mit dem Abklingen der Geschwindigkeitsschwankungen nur marginal (vgl. Abb. 92). Das lässt einerseits den Schluss zu, dass Änderungen der Dynamik des beobachteten Objekts das Verhalten des LTD500 nur wenig beeinflussen. Diese Überlegung wird dadurch unterstützt, dass die Kurven der aus LTD500 Messungen abgeleiteten Abweichungen bei allen untersuchten Fahrprofilen Ähnlichkeit aufweisen. Andererseits ist es ebenso denkbar, dass der LTD500 nicht in der Lage ist, eine Trajektorie mit kurzperiodischen Änderungen der Geschwindigkeit in allen Details zu erfassen.

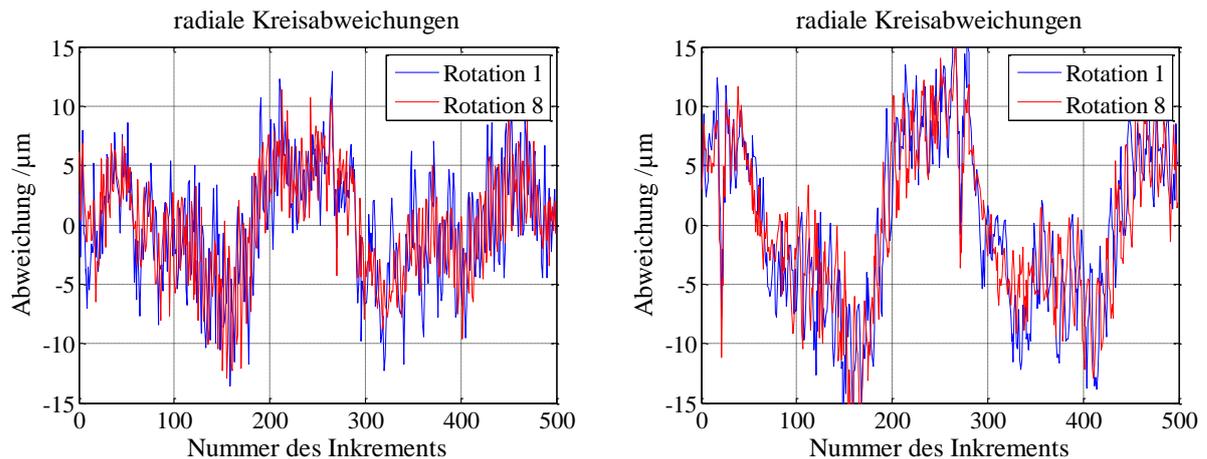


Abb. 92: Aus mit LTD500 beobachteter kontinuierlicher Rotation abgeleitete Kreisabweichungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs. links: 1 U/s, rechts: 2 U/s

Vor dem Hintergrund der ermittelten Wiederholbarkeit der aus den Beobachtungen abgeleiteten Posen, die letztendlich das Ziel der Messungen sind, werden keine weiteren Untersuchungen zur Trennung bzw. Bestimmung der Systematiken unternommen. Für den Vergleich der mit A-TOM bestimmten Posen gegen die Referenzsysteme (siehe Kapitel 5.1 und Kapitel 5.3) werden alle Messungen mit jeweils identischen Parametersätzen für den Antrieb durchgeführt.

Ein weiterer Faktor, der die Kreisabweichungen beeinflusst, ist die Verschwenkung der Rotationsebene des Dreharms gegenüber dem einfallenden Laserstrahl. Voruntersuchungen (siehe [Herrmann 2014], [Bernhart 2011]) haben gezeigt, dass die Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis mit größer werdender Verschwenkung zunehmen. Bei Tripelspiegelreflektoren ist die Ursache der DAE (siehe Kapitel 3.4.3, [ASME 2006] und [Steffey 2010]). Mit zunehmender Verschwenkung trifft der Laserstrahl nicht mehr gleichmäßig auf das Reflektorzentrum und somit in Abhängigkeit des Rollwinkels (Rotation um dessen Symmetrieachse) des Reflektors auf verschiedene Spiegelebenen. Daraus folgen in dieser Abhängigkeit stehende Abweichungen zwischen den Richtungen des einfallenden und reflektierten Strahls. Ist die Verschwenkung so groß, dass durch den Rand des Reflektors Teile des Signals abgeschnitten<sup>14</sup> werden, verändert sich dessen Querschnitt. Der Bezug zwischen Schwerpunkt des auf den PSD treffenden Signals und dem Reflektorzentrum geht verloren, sodass Abweichungen entstehen. Die Abb. 93 zeigt, wie sich die radialen Abweichungen mit zunehmender Verschwenkung vergrößern. Die Abweichungen sind in 1000-facher Überhöhung abgebildet. Die Verschwenkung betrug von links nach rechts 13 °, 23 ° und 25 °. Eine größere Verschwenkung konnte mit dem eingesetzten BRR nicht beobachtet werden, weil aufgrund des Akzeptanzwinkels sonst Strahlverlust aufgetreten ist. Bei der größtmöglichen Verschwenkung betragen die radialen Abweichungen bis zu 75 µm. Trifft der Laserstrahl Randbereiche des Reflektors

<sup>14</sup> Die Vignettierung tritt in diesem Fall nicht an der Apertur des Lasertrackers sondern am Rand des Reflektors auf. Der Effekt auf das Signal und die aus dem PSD resultierenden Richtungskorrekturen ist jedoch vergleichbar mit dem in Kapitel 4.2.2 beschriebenen.

treten auch signifikante Abweichungen in Strahlrichtung auf, die hier (im Vergleich zu Abb. 86) eindeutig mit den radialen Abweichungen korreliert sind. Im Fall der größten Verschwenkung von  $25^\circ$  betragen die planaren Abweichungen bis zu  $35\ \mu\text{m}$ . Generell gilt, je größer die Verschwenkung, desto größer werden auch die planaren Abweichungen, was sich dann wiederum negativ auf die Wiederholbarkeit der Orientierungswinkel auswirkt (vgl. Abb. 77 links). Dieses Ergebnis bestätigt somit die in Kapitel 3.2.2 getroffene Hypothese, dass eine möglichst kleine Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl günstig für die Bestimmung der Orientierungswinkel ist. Bei der systematischen Verteilung der hier beobachteten Abweichungen vom Kreis (insbesondere der radialen Abweichungen) ist es denkbar, dass eine systematische Verschiebung des Mittelpunkts auftritt. Ob das tatsächlich der Fall ist, konnte abschließend nicht ermittelt werden. Dazu müsste die bei der Verschwenkung der Kreisebene auftretende Translation des Mittelpunkts hochgenau bekannt sein. Eine zweite Variante ist die Änderungen zu einem weiteren, fest mit A-TOM verbundenen Bezugssystem zu beobachten. Dazu werden im Vergleich zu einem 6DOF-System als Referenz in Kapitel 5.3 die Änderungen gegenüber dieser Referenz bei zunehmender Verschwenkung betrachtet.

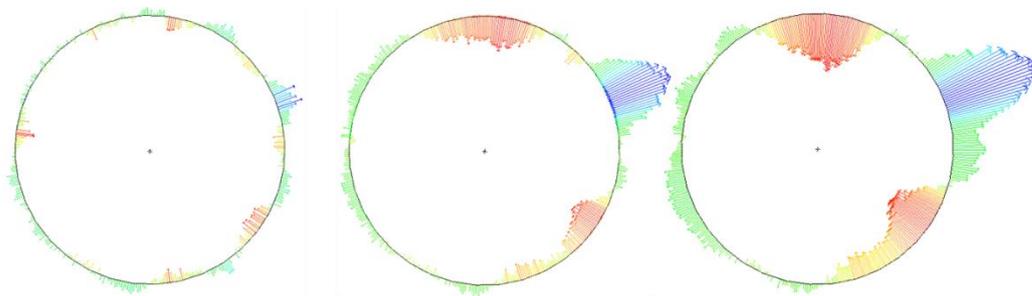


Abb. 93: radiale Kreisabweichungen (1000-fache Überhöhung) in Abhängigkeit der Verschwenkung; von links nach rechts  $13^\circ$ ,  $23^\circ$ ,  $25^\circ$ ; mit BRR gemessen

Anhand des Zusammenhangs zwischen Verschwenkung und Abweichungen am Kreis wäre es zumindest denkbar, eine in dieser Abhängigkeit stehenden Kalibrierfunktion für die Abweichungen zu entwickeln. Die Vielzahl von beobachteten unterschiedlichen Posen hat jedoch gezeigt, dass die Kreisabweichungen keine ausreichende Systematik aufweisen, um sie in einem funktionalen Zusammenhang abzubilden.

Nachdem die Auswirkungen unterschiedlicher Antriebsparameter, Geschwindigkeitsänderungen bzw. Winkelbeschleunigungen sowie unterschiedlicher Orientierungen der Rotationsebene auf die Kreisabweichungen diskutiert wurden, soll nun noch der Zusammenhang mit der Entfernung illustriert werden. Begründet durch die entfernungsabhängige Messunsicherheit des Lasertrackers, nehmen die Kreisabweichungen mit zunehmender Entfernung ebenfalls zu. Für die Reduzierung der bekannten Einflüsse durch die Verschwenkung wurde für den Nachweis der Entfernungsabhängigkeit die Verschwenkung der Rotationsebene des Dreharms möglichst klein gehalten. Der Normalenvektor zeigte in allen beobachteten Entfernungen näherungsweise (Abweichungen  $\leq 2^\circ$ ) in Richtung Lasertracker. Der Parametersatz für die Einstellungen des Antriebs wurde für alle Posen identisch gewählt. In den Entfernungen 5 m, 10 m und 15 m von A-TOM zum Lasertracker wurden sequentiell mehrere Rotationen erfasst. Die radialen und planaren Abweichungen sind quantitativ und qualitativ in der folgenden Abb. 94 gegenübergestellt. Der Vorzeichenwechsel der radialen Abweichungen in der Näher der 12 Uhr Position ist mit dem Startpunkt der Rotation begründet.

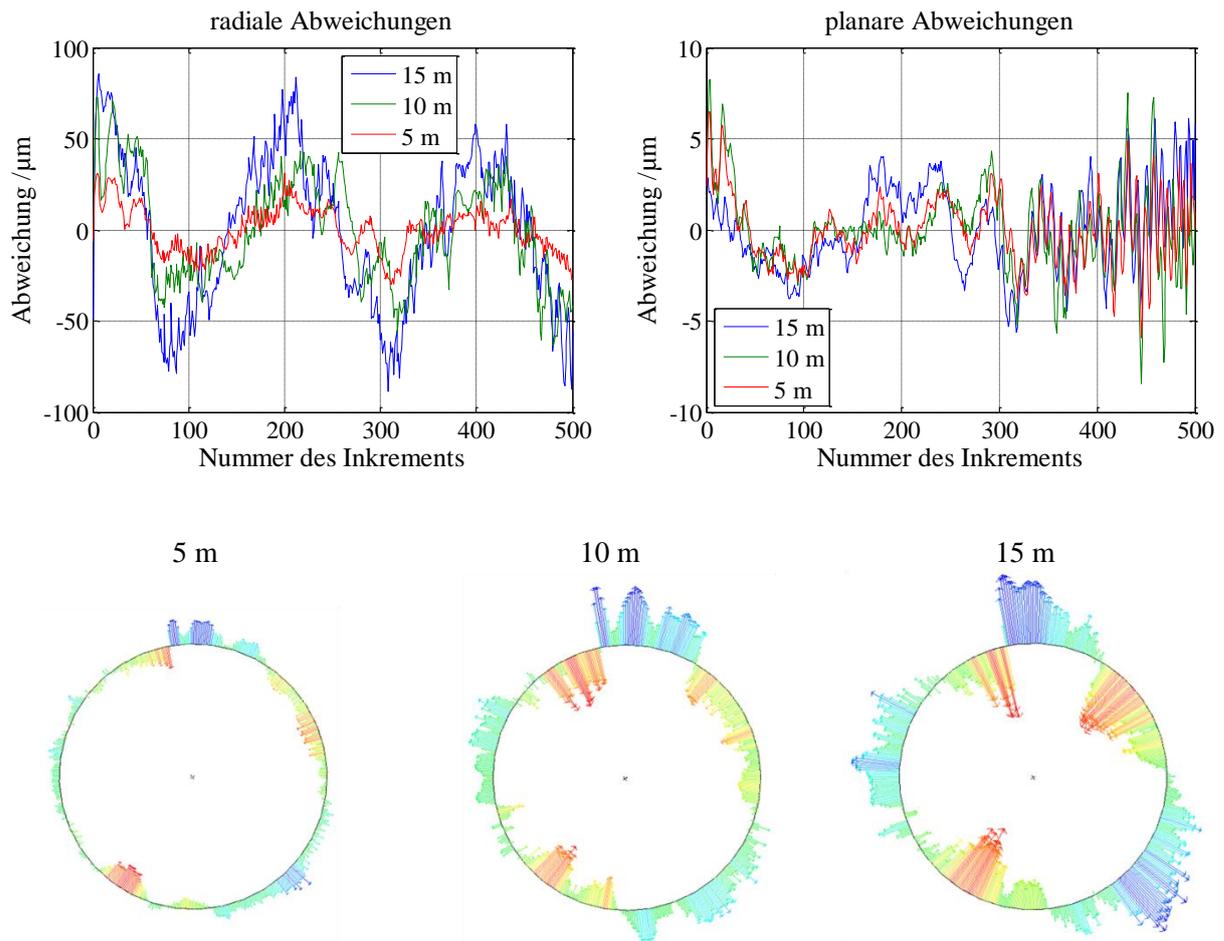


Abb. 94: radiale und planare Abweichungen in Abhängigkeit der Entfernung von A-TOM zum Lasertracker; qualitative Darstellung der radialen Abweichungen; Verschwenkung für alle Posen  $\leq 2^\circ$

Hauptsächlich bei den radialen Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis wird der Zusammenhang mit der Entfernung deutlich. Im Bereich der maximalen Abweichungen, die bei 15 m Entfernung bis rund  $90 \mu\text{m}$  betragen, verringern sich diese bei einem Drittel der Entfernung auf ca. ein Drittel des Betrags. Der theoretisch lineare Verlauf der Koordinatengenauigkeit des Lasertrackers (vgl. Kapitel 3.4.2, Kapitel 3.2.2 und Abb. 19) zeigt sich hier. Aufgrund der Orientierung der Kreisebene verlaufen die planaren Abweichungen näherungsweise parallel zum Laserstrahl, sodass sich hier die Genauigkeit des Interferometers widerspiegelt. Der Betrag der planaren Abweichungen ist auch in der Entfernung von 15 m stets kleiner als  $10 \mu\text{m}$ . Die Wiederholbarkeit der radialen und planaren Abweichungen ist entsprechend des reproduzierbaren Verhaltens vom Antrieb hoch und ebenso mit der Entfernung korreliert. Bei der Entfernung von 15 m beträgt die Standardabweichung einer radialen Abweichung über die Anzahl der erfassten Rotationen an einem Triggerpunkt  $P_i$  im Mittel  $9 \mu\text{m}$ . Bei der Entfernung von 5 m verringert sich dieser Wert auf  $3 \mu\text{m}$ . Die Abb. 95 zeigt die radialen Abweichungen von mehrere erfassten Rotationen in den Entfernungen 5 m und 15 m von A-TOM zum Lasertracker.

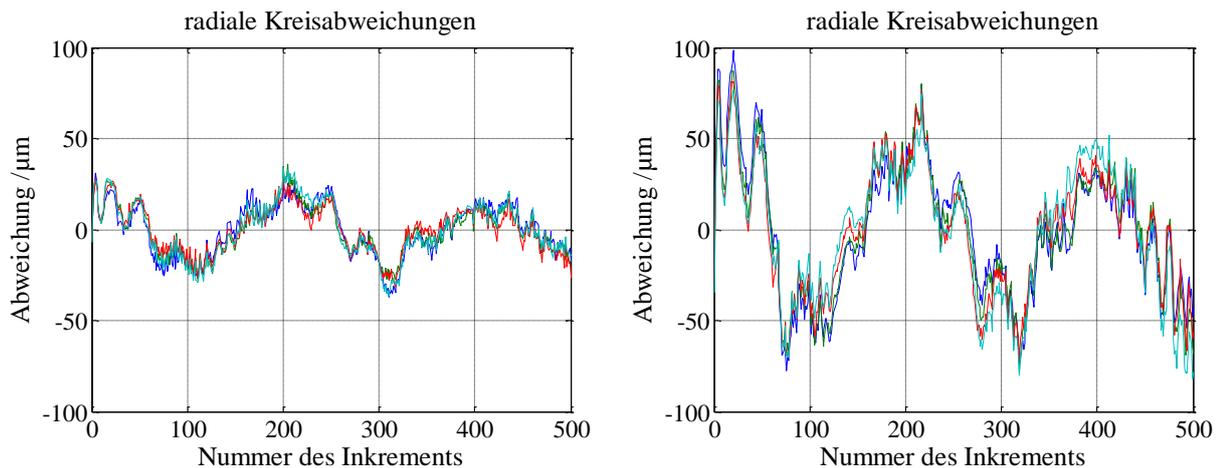


Abb. 95: radiale Kreisabweichungen über fünf sequentiell erfasste Rotationen; links: 5 m Entfernung zwischen A-TOM und Lasertracker; rechts: 15 m Entfernung

Die festgestellten Kreisabweichungen wurden alle aus Messungen mit einem BRR abgeleitet. In Kapitel 3.4.3 wurde der Reflektor R160A vorgestellt, der aufgrund seines deutlich größeren Akzeptanzwinkels für die Anwendung mit A-TOM theoretisch der optimale Reflektor ist. Weiter wurde in Kapitel 4.2.2 dargelegt, dass die Nachführung des Laserstrahls und die Richtungskorrektur durch den PSD nicht in der Lage sind, Bewegungen des R160A adäquat zu kompensieren. Folglich wurde die Erwartung formuliert, dass beim Beobachten des sich auf einer kreisförmigen Trajektorie bewegendes R160A große Abweichungen zur theoretisch idealen Form ergeben. [Bernhart 2011] hat dazu bereits Untersuchungen angestellt: Mit einer frühen Version von A-TOM (Gleichstrommotor mit Riemen zur Kraftübertragung auf den Dreharm, dessen Radius rund 175 mm beträgt) wurde der R160A auf einer kreisförmigen Trajektorie bewegt. Zur Untersuchung des Verhaltens bei verschiedenen Einfallswinkeln wurde die Verschwenkung der Kreisebene gegenüber dem verwendeten Lasertracker durch mehrere Standpunkte des Lasertrackers erreicht. Das Stativ, auf dem A-TOM montiert war, wurde dabei nicht bewegt. Über ein im Messlabor des GIK realisiertes Netz aus Festpunkten wurden die Standpunkte in dasselbe System transformiert mit einer maximalen Standardabweichung von  $32 \mu\text{m}$ . Die Auswertung der beobachteten Rotationen erfolgte über Kreisausgleichung per SA (siehe [NRK 2015]). In Abhängigkeit der Verschwenkung wurden radiale Abweichungen bis zu  $150 \mu\text{m}$  und planare Abweichungen bis zu  $40 \mu\text{m}$  beobachtet. Neben den Abweichungen zum Kreis wurden auch die Kreiszentren verglichen. Theoretisch sollte sich durch die Transformation der verschiedenen Lasertrackerstandpunkte in dasselbe Koordinatensystem und die unveränderte Position des Stativs jeweils derselbe Kreismittelpunkt ergeben – abgesehen von der Unsicherheit der Transformation. Tatsächlich wichen die Kreiszentren abhängig von der Verschwenkung um bis zu  $200 \mu\text{m}$  voneinander ab. Die enormen Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis, die eindeutig mit der Kombination aus Lasertracker und R160A zu begründen sind, führen demnach zu einer scheinbaren Veränderung der Pose. Aus diesem Grund wird der R160A in der vorliegenden Arbeit nicht mit in den Absolutvergleich (siehe Kapitel 5.3) mit einbezogen.

Zwecks Verifizierung dieser Ergebnisse wurden die Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis mit der aktuellen Realisierung von A-TOM (vgl. Kapitel 4.1) in Verbindung mit dem R160A erneut betrachtet. Wie in den Versuchen mit der Konfiguration mit dem BRR wurde A-TOM in ca. einem Meter Entfernung zum Lasertracker so orientiert, dass das Kreiszentrum näherungsweise auf der Höhe des Trackerkopfes ist und der Normalenvektor der Rotationsebene zum Lasertracker zeigt. In dieser Orientierung wurden sequentielle Rotationen des Dreharms beobachtet und zu jeder Umdrehung ein ausgleichender Kreis geschätzt. Im Anschluss wurden zwei weitere Orientierungen nach demselben Ablauf untersucht. Die Verschwenkung der drei Posen betrug rund  $1^\circ$ ,  $23^\circ$  bzw.  $53^\circ$ . Der Zusammenhang der Kreisabweichungen mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten des Dreharms sollte ebenfalls untersucht werden. Bei dem als günstig ermittelten Parametersatz des Antriebs mit 400 Hz Sollschrittfrequenz und einer 1 Hz/ms Beschleunigungsrampe konnte der Lasertracker bzw. die Regelung zur Nachführung des Laserstrahls auf das Zentrum des Reflektors der Bewegung nicht mehr folgen. Der Versuch beschränkt sich daher auf die Sollschrittfrequenz von 200 Hz. Mit dem Ziel,

die getroffenen Vermutungen über das Verhalten des Lasertrackers in Kombination mit dem R160A weiter zu untermauern, ist das hinreichend.

Wie bei den Messungen mit BRR zeigt sich eine vergleichbare Systematik. Eine zunehmende Verschwenkung führt zu größer werdenden Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis. Die Dimensionen sind dabei jedoch erheblich größer. Bereits in der prinzipiell günstigen Orientierung mit geringer Verschwenkung betragen die radialen Abweichungen betragsmäßig bis zu 150  $\mu\text{m}$  (im Vergleich zu rund 10  $\mu\text{m}$  bei Messungen auf einen BRR); die planaren Abweichungen betragen in dieser Orientierung maximal 15  $\mu\text{m}$ . In der zweiten Pose (Verschwenkung 23  $^\circ$ ) betragen die radialen Abweichungen bis zu 180  $\mu\text{m}$  und die planaren bis zu 100  $\mu\text{m}$ . In der letzten untersuchten Pose (Verschwenkung 53  $^\circ$ ) wachsen die radialen Abweichungen auf bis zu 840  $\mu\text{m}$  und die planaren Abweichungen auf bis zu 180  $\mu\text{m}$  an. Diese Größenordnungen zeigen deutlich, dass die Kombination von AT901 mit R160A erhebliche Unzulänglichkeiten aufweist und für einen Einsatz mit A-TOM zur Posenbestimmung vor dem Hintergrund der gestellten Anforderungen (vgl. Kapitel 2.2.5) nicht geeignet ist.

### Zwischenfazit

In den vorangegangenen Abschnitten des Kapitels 5.2 wurden zusammengefasst folgende Erkenntnisse gewonnen. Aus den Triggersignalen des Winkelencoders von A-TOM resultieren 3D-Punkte, deren Genauigkeit hauptsächlich von den (distanzabhängigen) Eigenschaften des Lasertrackers abhängt. Die Wiederholbarkeit der Punkte ist außerdem von dem eingestellten Fahrprofil des Antriebs und damit der kinematischen Belastung des Lasertrackers abhängig. Die Untersuchungen haben dabei gezeigt, dass die Erfassung einzelner Rotationen des eingelaufenen Dreharms die besten Ergebnisse erzielt.

Aus den so bestimmten 3D-Punkten entlang der Kreistrajektorie lassen sich dann per Kreisausgleichung und per Transformation die 6DOF einer Pose bestimmen. Die Genauigkeit der Posenparameter hängt dabei ebenso von der Distanzabhängigkeit der Genauigkeit des Lasertrackers ab. Posen in größerer Entfernung werden schlechter bestimmt als Posen in geringerer Entfernung zum Messsystem. Hinsichtlich der Wiederholbarkeit der Position zeigen beide Bestimmungsmethoden keinen Unterschied (max 45  $\mu\text{m}$  in 15 m Entfernung). Dies gilt auch für Gier- und Nickwinkel. Diese beiden werden mit deutlich unter 100  $\mu\text{rad}$  Wiederholgenauigkeit in der größten Entfernung bestimmt. Die Wiederholbarkeit des Rollwinkels ist bei der Methode der Transformation deutlich besser (vgl. Tabelle 13, worst case: 0,1 mrad vs. 0,6 mrad), sofern bei der Kreisausgleichung nur ein Punkt für die Referenz der Drehung um die Rotationsachse des Dreharms genutzt wird. Werden auch bei der Kreisausgleichung alle Punkte einer Rotation für die Definition des Rollwinkels genutzt, ist die Wiederholbarkeit in derselben Größenordnung wie bei der Transformation. Bei den Wiederholgenauigkeiten zeigen sich deutlich die mit der Simulation (vgl. Kapitel 3.3) prognostizierten Abhängigkeiten zur Verschwenkung der Kreisebene gegenüber dem einfallenden Laserstrahl. Zeigt der Normalenvektor der Kreisebene näherungsweise (Abweichung  $< 5^\circ$ ) in Richtung des Messsystems, liegt die Wiederholbarkeit von Gier- und Nickwinkel unter 10  $\mu\text{rad}$ . Position und Rollwinkel werden dadurch kaum beeinflusst.

Neben der Wiederholbarkeit wurde auch die Standardabweichung aus der Kreisausgleichung betrachtet. Die Koordinaten des Mittelpunkts weisen keine deutliche Abhängigkeit von der Entfernung oder der Orientierung auf und werden auch bei 15 m Entfernung mit maximal 5  $\mu\text{m}$  bestimmt. Bei Gier- und Nickwinkel zeigt sich die Abhängigkeit deutlicher. Beide Winkel werden im worst-case bei 15 m Entfernung mit rund 30  $\mu\text{rad}$  bestimmt. Eine signifikante Abhängigkeit von der Orientierung (Verschwenkung) der Kreisebene ist dabei im Vergleich zu den Wiederholbarkeiten nicht zu erkennen. Dieses Ergebnis zeigt, dass die Untersuchung der Wiederholbarkeit sinnvoll und notwendig ist, weil nicht alle Einflüsse Auswirkungen auf die aus der Ausgleichung erhaltenen Genauigkeiten haben. Ein Vergleich zu den Genauigkeiten aus der Transformation mit SpatialAnalyzer ist nicht möglich, weil die Software keine Genauigkeitsmaße zur Verfügung stellt.

Nach der Betrachtung der Genauigkeiten sollen noch die absoluten Differenzen der mit beiden Methoden (Kreisausgleichung und Transformation) bestimmten Posen diskutiert werden. Die

Koordinatenkomponente in Strahlrichtung weist einstellige Differenzen im  $\mu\text{m}$ -Bereich auf. Die Differenzen der anderen beiden Koordinatenkomponenten weisen Differenzen in der Größenordnung bis max.  $50 \mu\text{m}$  auf. Abhängigkeiten von Verschwenkung und Entfernung sind dabei nicht zu erkennen. Die Differenzen von Gier- und Nickwinkel betragen weniger als  $20 \mu\text{rad}$  über alle Entfernungen und Orientierungen. Die Differenzen des Rollwinkels sind (bei der Definition mit einem Punkt bei der Kreisausgleichung) stark entfernungsabhängig und wachsen entsprechend der Punktunsicherheit bis auf rund  $1 \text{ mrad}$  in der größten Entfernung an. Prinzipiell decken sich die hier festgestellten Differenzen mit den zuvor bestimmten (Wiederhol-)Genauigkeiten der beiden Methoden. Die Methoden sind folglich als näherungsweise Gleichwertig zu bewerten, sofern jeweils alle Punkte auf der Trajektorie genutzt werden. Die Methode der Kreisausgleichung hat dabei besonders im Falle eines ungetriggerten Messsystems ihre Daseinsberechtigung, weil dort die Methode der Transformation aus Mangel an identischen Punkten nicht angewendet werden kann.

### 5.2.3 Referenz

Bei den Messungen wurden für eine Aussage zur Wiederholbarkeit bzw. Unsicherheit der Referenzsysteme auch Mehrfachmessungen auf die T-Probe ausgeführt. In Tabelle 14 sind exemplarisch die Standardabweichung der Position  $s_{3D}$  und die Standardabweichungen  $s_{rx}$ ,  $s_{ry}$  und  $s_{rz}$  der Orientierungswinkel der T-Probe aus Mehrfachmessung der jeweiligen Pose für einen untersuchten Entfernungsbereich zwischen 5 m und der maximal möglichen Entfernung von rund 15 m aufgeführt. Die Entfernungsabhängigkeit der Wiederholbarkeit der Position ist deutlich zu erkennen und wie auch bei A-TOM mit der Systematik des Lasertrackers begründet. Es fällt jedoch auf, dass die bei Messungen auf einen Retroreflektor (vgl. Kapitel 3.4.2 bzw. Abb. 25) bzw. A-TOM beobachteten Unterschiede zwischen den einzelnen Koordinatenkomponenten (vgl. Abb. 76 und Anlage II Wiederholbarkeit 3D-Punkte) bei Messungen auf die T-Probe kaum ausgeprägt sind. Die Standardabweichungen der drei Koordinatenkomponenten über die Anzahl der Messungen ( $i = 250$ ) an einer Pose haben jeweils dieselbe Größenordnung. Die Wiederholbarkeit der drei Orientierungswinkel der T-Probe verschlechtert sich mit zunehmender Entfernung zum Lasertracker. Eine systematische Abhängigkeit von der Orientierung der T-Probe zum Lasertracker ist nicht gegeben. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass einer der Orientierungswinkel schlechter als die beiden anderen bestimmt wird. Zusätzlich kommt es vor, dass die Spezifikation der Unsicherheit der Orientierungswinkel von  $175 \mu\text{rad}$  (vgl. [Hexagon 2013c]) teilweise überschritten wird.

$\beta / ^\circ$	$< 5^\circ$			$10^\circ$			$15^\circ$					
	$s_{3D}$ / $\mu\text{m}$	$s_{3D}$ / $\mu\text{m}$	$s_{3D}$ / $\mu\text{m}$	$s_{rx}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{ry}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{rz}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{rx}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{ry}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{rz}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{rx}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{ry}$ / $\mu\text{rad}$	$s_{rz}$ / $\mu\text{rad}$
5	28	12	16	112	57	51	36	21	19	51	35	38
10	27	24	30	106	55	34	89	81	55	88	56	50
15	54	62	45	183	64	71	229	89	46	189	68	55

Tabelle 14: Standardabweichung  $s_{3D}$  der Position und Standardabweichungen  $s_{rx}$ ,  $s_{ry}$ ,  $s_{rz}$  der Orientierungswinkel der T-Probe aus Mehrfachmessung in Abhängigkeit von Entfernung und Verschwenkung  $\beta$  zum Lasertracker

Die aufgeführten Standardabweichungen sind bei der Bewertung der Ergebnisse des Absolutvergleichs entsprechend zu berücksichtigen. Üblicherweise werden zur Analyse der Genauigkeit eines Messsystems Referenzen oder Normale genutzt, die um mindestens den Faktor drei genauere Ergebnisse als der Prüfling liefern sollen. Im vorliegenden Fall ist die Realisierung einer solchen Referenz nicht ohne weiteres möglich, sodass hier für den Vergleich dasselbe Messsystem (Lasertracker) herangezogen wird.

Neben der T-Probe wird in Anlehnung an die in Kapitel 3.1.1 beschriebene und noch häufig angewandte Methode, die Pose aus der Beobachtung mehrere Reflektoren abzuleiten, ein weiteres Referenzsystem verwendet. Dazu wurden auf dem Stativ mehrere BRR Reflektoren befestigt. Diese werden in jeder Pose des Stativs erfasst und bilden ein Koordinatensystem, welches wie die T-Probe einen festen räumlichen Bezug zu A-TOM haben sollte. Die zu erwartende Genauigkeit dieser

Referenz ist durch die entfernungsabhängige Genauigkeit des Lasertrackers bedingt. Bei der Position sind in der größten Entfernung rund  $60\ \mu\text{m}$  und für die Winkel nicht mehr als  $70\ \mu\text{rad}$  zu verzeichnen.

Unter der Annahme, dass sich der räumliche Bezug zwischen den an dem Stativ fest montierten Systemen nicht ändert, wurde zunächst das Verhalten der beiden als Referenz fungierenden Systeme (T-Probe und System der Reflektoren) zueinander beobachtet. Der Translationsvektor  $T_R^T$  wird im Bodensystem der Reflektoren betrachtet. Die Variation der drei Koordinatenkomponenten  $s_X$ ,  $s_Y$  und  $s_Z$  über alle Entfernungen liegt in der Größenordnung von  $\pm 50\ \mu\text{m}$ , bis auf einen Wert bei 15 m Distanz (vgl. Abb. 96). Bei der Betrachtung in 3D ergibt sich aus diesen Standardabweichungen über alle Entfernungen und Verschwenkungen  $s_{3D}$  zu rund  $55\ \mu\text{m}$ . Dabei zeigt sich eine entfernungsabhängige Systematik. Bei mehreren Posen in ca. 15 m Entfernung, die sich durch ihre Verschwenkung unterscheiden, beträgt  $s_{3D}$  rund  $65\ \mu\text{m}$ . In der Entfernung von rund 10 m ist  $s_{3D}$  der dort erfassten Posen rund  $45\ \mu\text{m}$ . Bei den Posen der Entfernung von rund 5 m hat sich  $s_{3D}$  auf rund  $20\ \mu\text{m}$  weiter verringert. Mit diesen Erkenntnissen zum Verhalten der beiden Referenzen zueinander folgt nun der Vergleich von A-TOM zu den jeweiligen Referenzen, um die äußere Genauigkeit zu bewerten.

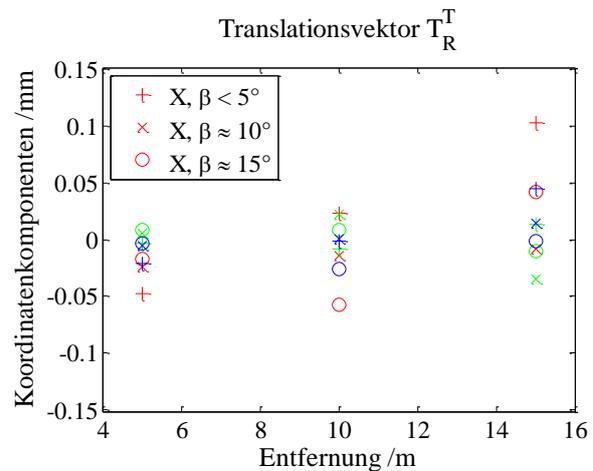


Abb. 96: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen System der Reflektoren und T-Probe abhängig von Entfernung und Verschwenkung zum Lasertracker

### 5.3 Äußere Genauigkeit

Der Absolutvergleich mit den in Kapitel 5.1 genannten Referenzsystemen beschränkt sich auf einen Entfernungsbereich bis maximal 15 m Distanz zwischen Lasertracker und A-TOM. Einerseits ist dies mit dem Arbeitsbereich der T-Probe begründet. Andererseits haben die Untersuchungen in Kapitel 5.2.1 gezeigt, dass besonders im Hinblick auf die mit A-TOM bestimmten Orientierungswinkel Streuungen zu verzeichnen sind, die die gestellten Anforderungen (vgl. Kapitel 2.2.5) bei größeren Entfernungen bereits überschreiten. Wie in Kapitel 5.1 bereits erwähnt, erfolgt der Absolutvergleich mit der Hypothese einer sich nicht verändernden räumlichen Beziehung zwischen den drei Referenzsystemen.

#### 5.3.1 Position

Entsprechend der in Kapitel 5.2.1 bei Mehrfachmessung derselben Pose festgestellten Streuung der Koordinaten des Kreismittelpunkts  $P_M$  (Größenordnung rund  $45\ \mu\text{m}$  bei 15 m Entfernung), der als Bezugspunkt für die Position von A-TOM dient, wird hier in Verbindung mit der Streuung des jeweiligen Referenzsystems eine entsprechende Variation im räumlichen Bezug zwischen den Systemen erwartet. Es werden die zwischen den Posen von A-TOM, T-Probe und System der Reflektoren bestimmten Translationsvektoren verglichen. Die zugrundeliegenden Posen von A-TOM wurden mit den beiden in Kapitel 3.2 vorgestellten Methoden über Kreisgleichung bzw. Transformation ermittelt, sodass hier ein direkter Vergleich gezogen werden kann. Der Translationsvektor zwischen zwei Systemen wird jeweils im Koordinatensystem des jeweiligen Referenzsystems betrachtet. Für den Vergleich der räumlichen Beziehung zwischen A-TOM (A) und T-Probe (T) wird der Translationsvektor  $T_T^A$  im System der T-Probe betrachtet. Der Vektor  $T_R^A$  zwischen A-TOM und dem System der Reflektoren (R) wird in letzterem betrachtet, ebenso wie der Vektor  $T_R^T$  zwischen diesem System und der T-Probe. Diese Vektoren werden für jede Position des Stativs (vgl. Kapitel 5.1) gebildet. Als Maß für die Veränderlichkeit dient die Standardabweichung der

Koordinatenkomponenten X, Y und Z der Translationsvektoren zwischen den Systemen über alle Posen (drei oder vier Entfernungen und je drei Verschwenkungen) einer Messreihe. Die Streuung der Vektoren ist dabei das Ergebnis aus der gemeinsamen Wirkung der in Kapitel 5.2 diskutierten Effekte. Die Veränderlichkeit wird hier abhängig von der Entfernung zum Lasertracker und der Verschwenkung  $\beta$  von A-TOM gegenüber dem einfallenden Laserstrahl betrachtet. Die in den nachfolgenden Abbildungen dargestellten Koordinatenkomponenten X (in rot), Y (in grün), und Z (in blau) der Translationsvektoren sind um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduziert. Mit diesem Schritt ist die Gegenüberstellung der drei Koordinatenkomponenten in einem Bereich um den Wert Null direkt möglich. Die unterschiedlichen Symbole (+, x, o) repräsentieren die Verschwenkungen  $\beta$  von A-TOM gegenüber dem einfallenden Laserstrahl.

Abb. 97 stellt die Koordinatenkomponenten der Translationsvektoren zwischen A-Tom und T-Probe für die beiden Posenbestimmungsmethoden gegenüber. Bis auf einen Wert bei der Entfernung von 5 m und zwei Werte bei der Entfernung von 15 m liegen die Variationen der Koordinatenkomponenten abhängig von Entfernung und Verschwenkung in der Größenordnung von  $\pm 50 \mu\text{m}$ . Im Vergleich der Ergebnisse zwischen den zwei Methoden zeigen sich kaum Unterschiede. Auch die Standardabweichungen zeigen das. So beträgt die Standardabweichung der X-Komponente  $s_x$  des Translationsvektors  $T_T^A$  über alle mit Kreisausgleich bestimmten Posen (neun Stück) der Abb. 97 zugrundeliegenden Messreihe  $36 \mu\text{m}$ , während die Standardabweichung der X-Komponente der mit Posen aus Transformation bestimmten Translationsvektoren  $T_T^A$   $44 \mu\text{m}$  beträgt. Für die Y-Komponente sind die Standardabweichungen  $s_y = 19 \mu\text{m}$  bzw.  $20 \mu\text{m}$  und für die Z-Komponente  $s_z = 62 \mu\text{m}$  respektive  $64 \mu\text{m}$  für die beiden Posenbestimmungsmethoden. Aus diesen Standardabweichungen ergibt sich folglich für eine Betrachtung in 3D ein Wert von  $s_{3D} \approx 80 \mu\text{m}$  als Maß für die Streuung des Translationsvektors  $T_T^A$  zwischen A-TOM und T-Probe, der unter der Annahme einer festen räumlichen Beziehung der beiden Systeme für alle Positionen des Stativs eigentlich identisch sein sollte.

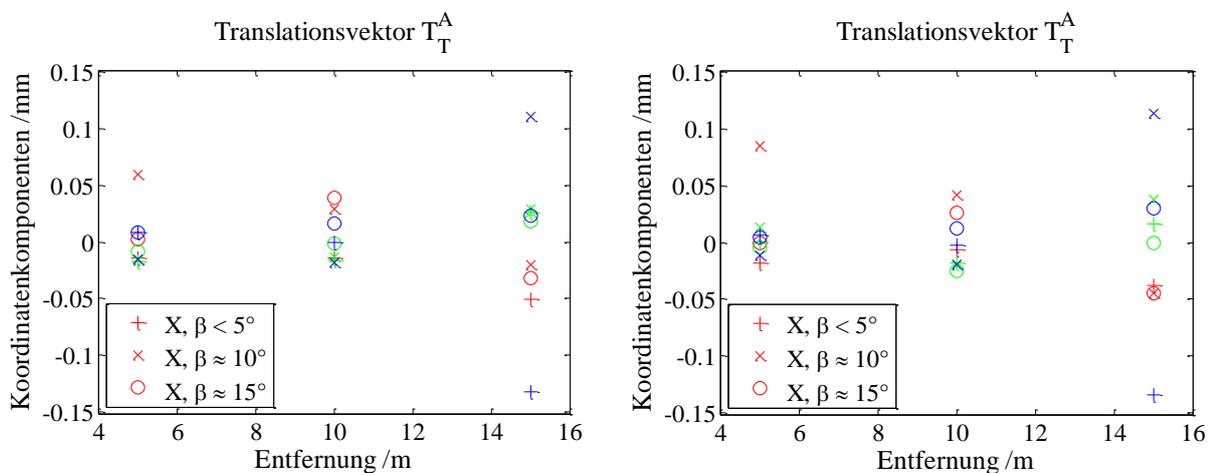


Abb. 97: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen T-Probe und A-TOM abhängig von Entfernung und Verschwenkung zum Lasertracker; links: A-TOM Posen aus Kreisausgleich; rechts: A-TOM Posen aus Transformation

Vor dem Hintergrund der in Kapitel 5.2.1 festgestellten Wiederholbarkeit der Position (des Mittelpunkts  $P_M$ ) von A-TOM von maximal  $45 \mu\text{m}$  in der Entfernung von 15 m und der in Kapitel 5.2.3 festgestellten Wiederholbarkeit der Position der T-Probe von maximal rund  $65 \mu\text{m}$  (vgl. Tabelle 14) in derselben Entfernung, spiegelt dieses Ergebnis die Streuung der Positionen der Systeme über den untersuchten Entfernungsbereich wider. Wie auch bei der Analyse der Wiederholbarkeit der Positionen besteht hier kein Zusammenhang mit der Verschwenkung  $\beta$ .

In Übereinstimmung mit Kapitel 5.2.1 zeigt sich außerdem, dass Posen in näherungsweise derselben Entfernung zum Lasertracker jeweils besser übereinstimmen. Das bedeutet: Werden die Translationsvektoren  $T_T^A$  in lediglich derselben Entfernung des Stativs zum Lasertracker betrachtet,

beträgt die Standardabweichung  $s_{3D}$  über diese  $T_T^A$  nur rund die Hälfte des oben aufgeführten Wertes. Diese Beobachtung deckt sich mit den jeweils mit der Entfernung auftretenden Systematiken (vgl. Kapitel 5.2.1 und Kapitel 5.2.2) – gleiche Entfernung, gleiche Auswirkung der Systematiken, geringe Streuung im Vergleich zur Analyse unterschiedlicher Entfernungen.

Nach der Analyse des Bezugs zwischen A-TOM und T-Probe schließt sich die Analyse des Bezugs zwischen dem System der Reflektoren und A-TOM an. Der Translationsvektor  $T_R^A$  wird im System der Reflektoren betrachtet. Wie auch bei  $T_T^A$  liegt die Veränderlichkeit bis auf drei Werte innerhalb des Intervalls  $\pm 50 \mu\text{m}$  (siehe Abb. 98). Die Standardabweichungen der Koordinatenkomponenten von  $T_R^A$  betragen  $s_X = 52 \mu\text{m}$ ,  $s_Y = 11 \mu\text{m}$  und  $s_Z = 14 \mu\text{m}$  bzw.  $s_{3D} = 55 \mu\text{m}$ , wenn die Posen von A-TOM per Kreisausgleich bestimmt werden. Mit der Bestimmung der Posen aus Transformation sind die Standardabweichungen um wenige Mikrometer größer, sodass  $s_{3D}$  rund  $60 \mu\text{m}$  beträgt.

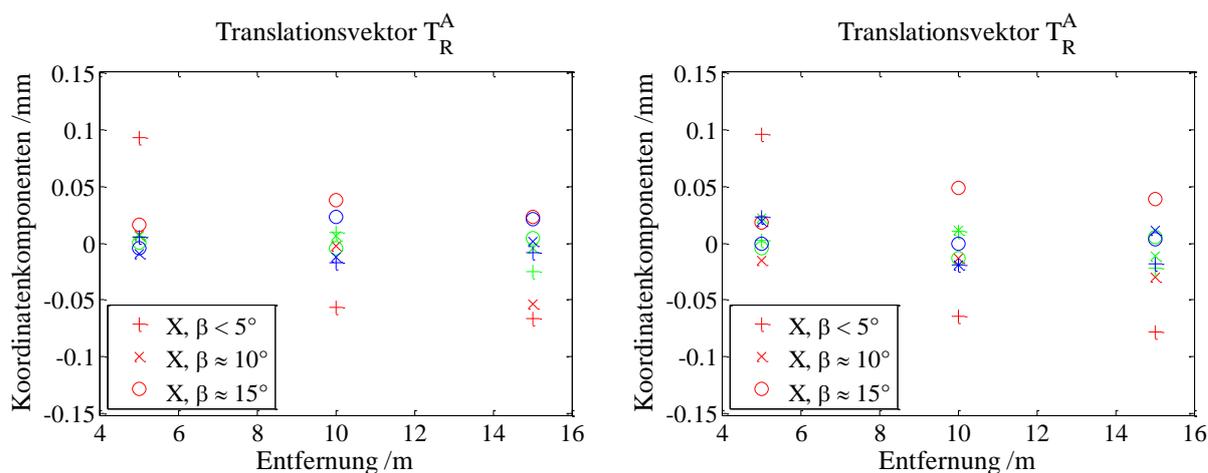


Abb. 98: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen System der Reflektoren und A-TOM abhängig von Entfernung und Verschwenkung von A-TOM zum Lasertracker; links: A-TOM Posen aus Kreisausgleichung; rechts: A-TOM Posen aus Transformation

Ein Zusammenhang mit der Verschwenkung besteht nicht. Werden hier die  $T_R^A$  von Posen in jeweils näherungsweise derselben Entfernung zum Lasertracker betrachtet, ist im Gegensatz zum Bezug zwischen A-TOM und T-Probe keine entfernungsabhängige Systematik zu verzeichnen. Die Standardabweichung der  $T_R^A$  der Posen in derselben Entfernung unterscheidet sich nicht zu der Standardabweichung der  $T_R^A$  über den gesamten Entfernungsbereich. Aus dieser Beobachtung lässt sich der Schluss ziehen, dass die Auswirkungen der entfernungsabhängigen Effekte weder bei A-TOM noch bei dem System der Reflektoren einen deutlichen Einfluss auf den räumlichen Bezug zwischen den Systemen haben. Damit ist der Translationsvektor im Rahmen der festgestellten Wiederholbarkeit der Position von A-TOM stabil, was die für die Validierung getroffene Annahme bestätigt. Die Summation der Translationen über die drei Systeme ist in jeder Pose gleich Null, sodass auch hier keine weiteren Widersprüche auftreten.

Wenn sich also im Vergleich zu den Standardabweichungen der  $T_R^A$ , die für jede Entfernung gleich waren, bei dem Bezug zwischen T-Probe und dem System der Reflektoren ein mit der Entfernung veränderlicher Wert zeigt, weist das auf die Auswirkung eines systematischen Effekts der Kombination von T-Probe und Lasertracker hin, der so bei A-TOM bzw. dem System der Reflektoren nicht auftritt. Dieser Effekt konnte jedoch nicht in allen Messreihen zweifelsfrei nachgewiesen werden, obwohl die Versuche unter Wiederholbedingungen (gleiche Anordnung der Systeme, gleiche Messumgebung und Umgebungsbedingungen, gleiche Messgeräte) stattfanden. Die hier exemplarisch dargestellte Streuung der Translationsvektoren hat sich jedoch in den weiteren Untersuchungen wiederholt, sodass die festgestellte Größenordnung als charakteristisch für das System A-TOM und AT901 bewertet werden kann (weiteres Beispiel siehe Abb. 99).

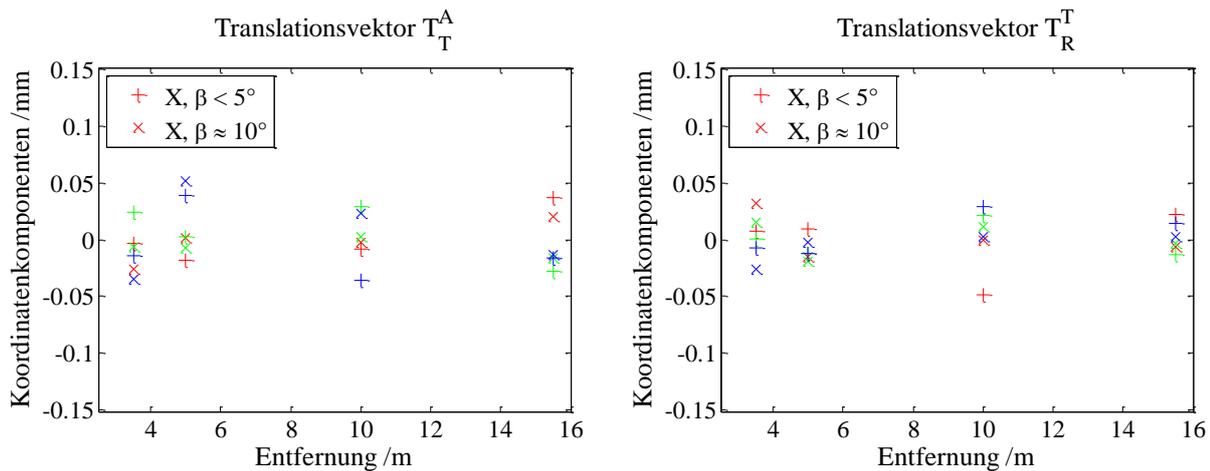


Abb. 99: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren  $T_T^A$  (links) und  $T_R^T$  (rechts) abhängig von Entfernung und Verschwenkung von A-TOM zum Lasertracker

Auf Basis der hier festgestellten Streuung der räumlichen Bezüge zwischen den Posen von A-TOM und den beiden als Referenz genutzten Systemen und der in Kapitel 5.2.1 beobachteten Wiederholbarkeit der Posen von A-TOM wird die Forderung der Positionsbestimmung aus Kapitel 2.2.5 als erfüllt angesehen. Dabei sind die Wiederholbarkeit und Streuung das Ergebnis der sich abhängig von Entfernung und Verschwenkung von A-TOM zum Lasertracker ergebenden Effekte, die wiederum durch die Charakteristika des verwendeten Reflektors (vgl. Kapitel 3.4.3) sowie den Auswirkungen der Dynamik des Dreharmtriebwerks auf den Lasertracker (vgl. Kapitel 4.1.2 sowie Kapitel 5.2.1 und Kapitel 5.2.2) bedingt sind. Das Resultat der Summe dieser Effekte sind zunächst die Positionen der 3D-Punkte entlang der kreisförmigen Trajektorie, die als Eingangsgrößen für die Ausgleichung (Kapitel 3.2.2) bzw. Transformation (Kapitel 3.2.1) dienen. Die beiden Methoden liefern dann die Pose von A-TOM, die im Vergleich zu den Bezugssystemen entsprechend variiert. Dabei wirken sich die Betriebsbedingungen auf den Referenzrahmen mit aus. Bei gleichen Gegebenheiten sind gleiche Systematiken zu beobachten. Gleichzeitig treten aufgrund der Fülle an Einflussfaktoren zufällige Abweichungen auf, die zu den aufgezeigten Standardabweichungen führen und deren allgemeingültige funktionale Zusammenhänge nicht ohne weiteres zu formulieren sind (siehe Kapitel 5.2.2). Die hier festgestellten Streuungen werden daher als Maß für die Unsicherheit der Position verwendet.

### 5.3.2 Orientierung

Nach demselben Prinzip wie die Analyse der Position im Vergleich zu den beiden als Bezug genutzten Systemen wird nun die Orientierung betrachtet. Es werden die Rotationswinkel  $r_X$ ,  $r_Y$  und  $r_Z$  der Posen von A-TOM gegenüber dem jeweiligen Bezugssystem aus der Sicht des Bezugssystems analysiert. Eine eindeutige Zuordnung von Gier-, Nick- und Rollwinkel ist hier nicht möglich, weil die Ausrichtung der Referenzkoordinatensysteme gegenüber dem System von A-TOM nur näherungsweise möglich war. In Bezug zur T-Probe ist der Rollwinkel näherungsweise  $r_Y$  zuzuordnen. Der Vergleich geschieht weiterhin unter der Annahme, dass sich an den geometrischen Beziehungen zwischen den zu untersuchenden Systemen durch die feste Montage am Stativ nichts ändert und deswegen die Transformationsparameter für alle Posen einer Messreihe im Rahmen der Streuung der Messsysteme gleich sind. Als Maß für die Variation der Orientierungen wird die Standardabweichung eines Rotationswinkels über alle Posen einer Messreihe gebildet. Zur Veranschaulichung der Spannweite der ermittelten Rotationswinkel werden diese in Abhängigkeit von Entfernung von A-TOM zum Lasertracker sowie der Verschwenkung  $\beta$  der Rotationsebene des Dreharms gegenüber dem einfallenden Laserstrahl dargestellt.

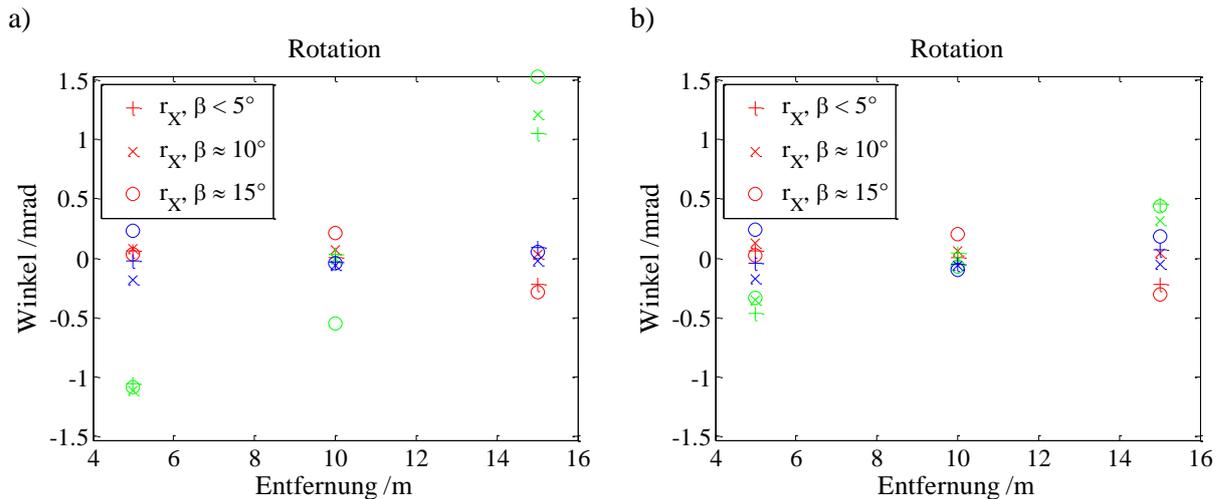
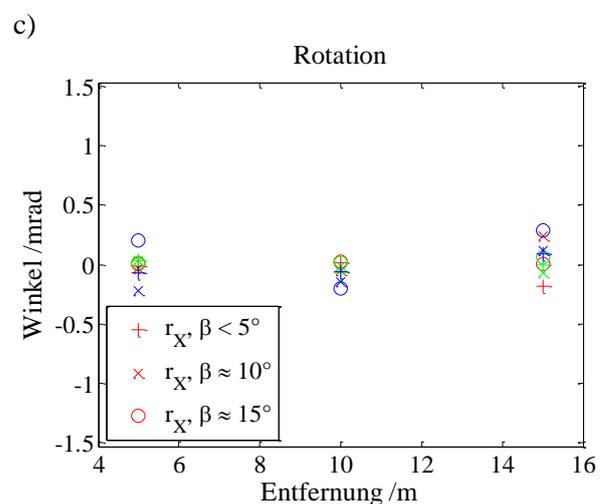


Abb. 100: Rotationswinkel  $r_x$  (rot),  $r_y$  (grün) und  $r_z$  (blau) zwischen T-Probe und A-TOM, a) A-TOM Posen aus Kreisausgleichung, b) A-TOM Posen aus Transformation, c) zwischen T-Probe und System der Reflektoren

Die Abb. 100 zeigt die um den jeweiligen Mittelwert reduzierten Rotationswinkel  $r_x$  (rot),  $r_y$  (grün) und  $r_z$  (blau) einer Messreihe für den Bezug zwischen A-TOM und T-Probe mit aus Kreisausgleichung (Abb. 100 a) und aus Transformation (Abb. 100 b) bestimmten Posen von A-TOM. Im Fall der aus Kreisausgleichung bestimmten Posen betragen die Standardabweichungen der Rotationswinkel über alle Posen der Messreihe (neun Stück)  $s_{r_x} = 0,15$  mrad,  $s_{r_y} = 1,04$  mrad und  $s_{r_z} = 0,12$  mrad. Die Betrachtung der aus Transformation abgeleiteten A-TOM Posen führt zu den Standardabweichungen von  $s_{r_x} = 0,16$  mrad,  $s_{r_y} = 0,34$  mrad und  $s_{r_z} = 0,13$  mrad.



Mit diesem Ergebnis zeigen sich Systematiken der beiden Auswertemethoden. Wie in der Simulation in Kapitel 3.2.2 abgeschätzt, werden zwei der Orientierungswinkel mit näherungsweise gleicher Genauigkeit bestimmt. Der dritte Winkel wird mit einer deutlich schlechteren Genauigkeit ermittelt, was mit der Methode der Winkeldefinition verbunden ist. Aufgrund der Wiederholbarkeit der aus Triggersignalen resultierenden 3D-Punkte wurde der Rollwinkel der A-TOM Pose aus Kreisausgleichung auf nur einen Punkt bezogen. Entsprechend der entfernungsabhängigen Wiederholbarkeit wird der Rollwinkel mit zunehmendem Abstand zwischen A-TOM und Lasertracker dann schlechter bestimmt. Die Bestimmung der A-TOM Pose mit Transformation bezieht im Gegensatz dazu alle auf der Trajektorie erfassten Punkte für den Rollwinkel mit ein. Im Ergebnis zeigt sich eine bessere Wiederholbarkeit, die mit der größeren Zahl von Beobachtungen begründet ist. Im dargestellten Beispiel beträgt die Streuung nur rund ein Drittel im Vergleich zur Methode der Kreisausgleichung. Trotz der höheren Anzahl von Beobachtungen sind die festgestellten Variationen dieses Orientierungswinkels zwischen A-TOM und T-Probe größer als die in Kapitel 2.2.5 gestellte Anforderung, wohingegen die beiden anderen Orientierungswinkel die Anforderung größenordnungsmäßig erfüllen bzw. eine mit der Streuung zwischen den Bezugssystemen vergleichbare Größenordnung aufweisen (vgl. Abb. 100 c).

Die Analyse der Variation der Orientierungswinkel zeigt darüber hinaus einen systematischen Einfluss auf den Rollwinkel, der diesen mit zunehmender Entfernung zwischen A-TOM und Lasertracker verändert. Der Einfluss tritt auch im Vergleich von A-TOM zum System der Reflektoren auf (siehe Abb. 101). Die Vermutung, dass dieser Effekt nur durch die Posenbestimmung per Kreisausgleichung

hervorgehoben wird, ist nicht zutreffend. Er tritt, wenn auch mit geringerer Auswirkung (Spannweite 1 mrad vs. Spannweite 2 mrad bei A-TOM Posen aus Kreisausgleichung), auch bei den per Transformation bestimmten Posen von A-TOM auf (Abb. 100 b und Abb. 101 rechts). Der unterschiedliche Verlauf von  $r_Y$  (grüne Symbole in Abb. 100 und Abb. 101) im Bezug zur T-Probe bzw. dem System der Reflektoren ist mit deren verschiedener Orientierung zu erklären. Auch eine systematische Veränderung der Bezugssysteme ist auszuschließen, wie der Vergleich zwischen diesen zeigt (vgl. Abb. 100 c)

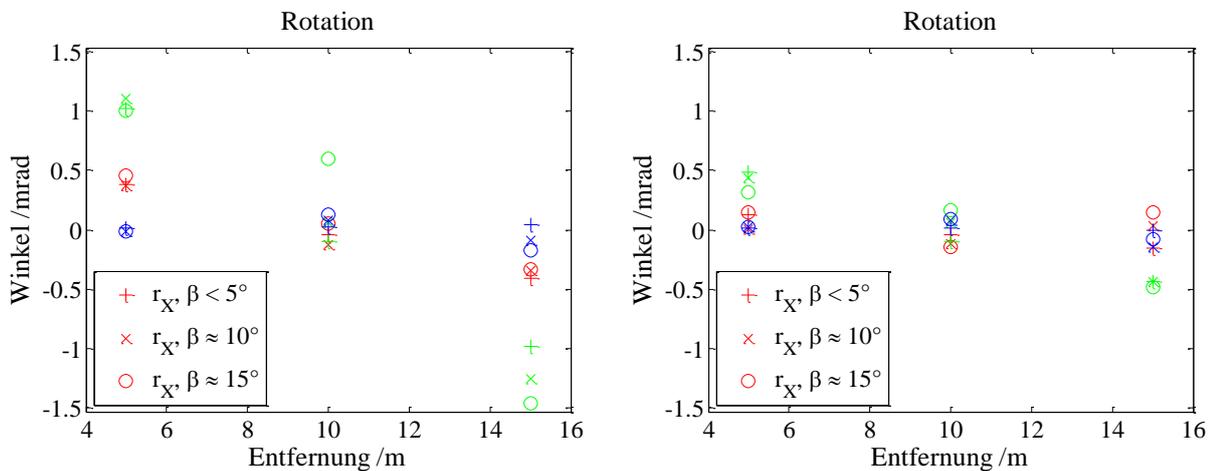


Abb. 101: Rotationswinkel  $r_X$  (rot),  $r_Y$  (grün) und  $r_Z$  (blau) zwischen System der Reflektoren und A-TOM, links: A-TOM Posen aus Kreisausgleichung, rechts: A-TOM Posen aus Transformation; die Orientierung der Bezugssysteme ist abweichend zu Abb. 100, was zum Vorzeichenwechsel führt

In Kombination der mit der Entfernung anwachsenden Messunsicherheit des Lasertrackers sowie mit dem festgestellten systematischen Verhalten des Rollwinkels sind, wie auch bei der Analyse der Position, Gemeinsamkeiten von Posen im selben Entfernungsbereich zu verzeichnen. Das bedeutet, beschränkt sich die Betrachtung auf Posen, die näherungsweise gleich weit vom Lasertracker entfernt sind, ist die Streuung kleiner, als wenn die Orientierungswinkel über alle Posen über den gesamten Entfernungsbereich betrachtet werden. Die nach Entfernungsbereichen getrennte Analyse offenbart Streuungen der Orientierungswinkel, die bis zu einer Entfernung von fünf Metern in jedem Fall die Größenordnung von  $60 \mu\text{rad}$  nicht überschreiten und so die Anforderung (vgl. Kapitel 2.2.5) erfüllen. Mit der Posenbestimmung von A-TOM per Transformation liegt die festgestellte Streuung der Orientierungen zwischen A-TOM und den beiden Bezugssystemen bis zu einer Entfernung von zehn Metern zumindest noch in der Nähe der Forderung (rund  $200 \mu\text{rad}$ ). Mit diesen Ergebnissen werden folgende Zusammenhänge deutlich. Die Vermutung, dass der Rollwinkel der kritische Parameter bei der Bestimmung einer A-TOM Pose ist, hat sich bestätigt. Der die Genauigkeit limitierende Faktor ist dabei der Lasertracker in Kombination mit den kurzperiodischen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs. Prinzipiell liefert, wie Kapitel 5.2.1 zeigt, die Kombination aus Antrieb, Encoder und Dreharm eine ausreichende Wiederholbarkeit, sodass der Rollwinkel im Rahmen der Anforderungsdefinition bestimmbar wäre. Tatsächlich wirken sich aber die Geschwindigkeitsschwankungen negativ auf den Lasertracker aus, sodass eine Korrelation zwischen den Kreisabweichungen und den Schwankungen von  $\omega$  besteht. Optimal wäre daher ein Antrieb, der diese Schwankungen nicht aufweist. Zusätzlich werden vor dem Hintergrund der entfernungsabhängigen Messunsicherheit des Lasertrackers die auf der Trajektorie erfassten Punkte mit zunehmendem Abstand von A-TOM zum Lasertracker entsprechend schlechter bestimmt – was zu einer höheren Unsicherheit des Rollwinkels führt. Aufgrund der Wiederholbarkeit der Punkte der Trajektorie im A-TOM System wurde die Bestimmung des Rollwinkels per Kreisausgleichung zunächst auf nur einen Punkt bezogen, was in der Folge zu den hier beobachteten Streuungen führt.

Die Posenbestimmung per Transformation, die alle Punkte auf der Trajektorie einer vollständigen Rotation des Dreharms für die Definition des Rollwinkels von A-TOM nutzt, liefert aufgrund der größeren Anzahl von Beobachtungen ein besseres Ergebnis. Trotzdem wird für den Rollwinkel die geforderte Genauigkeit nur unter Einschränkung der Entfernung erreicht.

Werden auch bei der Kreisausgleichung alle Punkte auf der Trajektorie einer vollständigen Umdrehung für die Definition des Rollwinkels genutzt (z. B. als Mittel über alle Punkte, was dann im Gegensatz zum Bezug auf ein bestimmtes Encoderinkrement einen „virtuellen“ Rollwinkel definiert), ergibt sich eine im Vergleich zum Einzelpunkt bessere Wiederholbarkeit von  $s_{roll} < 100 \mu\text{rad}$ . Im Vergleich zu den Posen der Referenzsysteme zeigt sich aber trotzdem die gleiche Streuung wie bei den aus Transformation abgeleiteten Posen von A-TOM.

### 5.3.3 Bewertung

Der Vergleich der mit A-TOM bestimmten Posen zu zwei Referenzsystemen hat gezeigt, dass die Position unabhängig von der Auswertemethode (Formschätzung bzw. Transformation) mit der in Kapitel 2.2.5 geforderten Genauigkeit bestimmt werden kann. Die Forderung ist für das untersuchte Messvolumen bis zu einer Distanz zwischen Messsystem und A-TOM von 15 m erfüllt. Ein Zusammenhang mit der Orientierung der Rotationsebene des Dreharms gegenüber dem einfallenden Laserstrahl ist dabei nicht zu erkennen. Die Unsicherheit der Position wird anhand der beobachteten Streuungen mit  $u_{pos} = 60 \mu\text{m}$  abgeschätzt. Dieser Wert zeigt, dass die lediglich aus der Kovarianzmatrix der Kreisausgleichung abgeleiteten Standardabweichungen (vgl. Kapitel 5.2.1, S. 124, etwa  $5 \mu\text{m}$  für die Koordinatenkomponenten über alle Posen) nicht in der Lage sind, Umgebungseinflüsse bzw. Auswirkungen der Systemkonfiguration adäquat widerzugeben. Lediglich aus diesen Werten auf die Unsicherheit des Messsystems zu schließen, würde hier ein deutlich zu optimistisches Bild zeichnen. Erst der Vergleich zu einem Referenzsystem erlaubt unter Einbeziehung aller auftretenden Betriebs- und Umgebungsbedingungen eine realistische Abschätzung der zu erwartenden Unsicherheit des Gesamtsystems.

Die Orientierungswinkel werden wie mit der Simulation in Kapitel 3.2.2 vorhergesagt, mit unterschiedlicher Genauigkeit bestimmt. Die Streuung von Gier- und Nickwinkel liegt dabei in derselben Größenordnung. Die Bestimmung der Posenparameter per Transformation liefert für diese beiden Winkel tendenziell etwas schlechtere Ergebnisse als die Kreisausgleichung. Entgegen den sich aus der Simulation (Kapitel 3.2.2) ergebenden Erwartungen, kann auch hier kein allgemein gültiger Zusammenhang mit der Verschwenkung der Rotationsebene hergestellt werden. Lediglich die Wiederholbarkeit nimmt mit zunehmender Verschwenkung der Rotationsebene gegenüber dem Messsystem ab (vgl. Abb. 77). Wie auch bei der Position sind die aus der Kovarianzmatrix der Ausgleichung abgeleiteten Genauigkeiten der geschätzten Parameter nicht in der Lage, eine umfassende Aussage zu deren Qualität zu liefern. Auch in der ungünstigsten Konfiguration (größte Entfernung von A-TOM zum Lasertracker und größte Verschwenkung der Rotationsebene) ist die aus der Ausgleichung abgeleitete Genauigkeit von rund  $30 \mu\text{rad}$  (vgl. Kapitel 5.2.1, S. 120) zur der im Vergleich mit dem Referenzsystem beobachteten Streuung von rund  $0,15 \text{ mrad}$  deutlich zu optimistisch.

Die Genauigkeit des dritten Orientierungswinkels wird maßgeblich von der Methode der Auswertung beeinflusst. Dient nur ein Punkt auf der Trajektorie als Bezug für den Rollwinkel, ist die Streuung über alle im gesamten Entfernungsbereich beobachteten Posen in der Größenordnung von  $1 \text{ mrad}$ . Das Ergebnis ist dabei in Übereinstimmung mit der entfernungsabhängigen Punktunsicherheit des Lasertrackers. Bezieht die Rollwinkelbestimmung alle Punkte auf der Trajektorie mit ein, liefert die höhere Anzahl von Beobachtungen ein besseres Ergebnis ( $\approx 0,3 \text{ mrad}$  bei Posen aus Transformation im Vergleich zu  $\approx 1,0 \text{ mrad}$  beim Bezug zu einem Referenzpunkt auf der Trajektorie, siehe Kapitel 5.3.2), liegt damit aber immer noch über der Forderung von  $175 \mu\text{rad}$ , sofern der gesamte Entfernungsbereich betrachtet wird. Mit der Einschränkung auf ca. zehn Meter Entfernung zwischen Adapter und Messsystem verringert sich die Streuung auf einen Wert, der mit etwa  $200 \mu\text{rad}$  in der Nähe der Forderung liegt und hier als Unsicherheitsangabe für die Orientierung verwendet wird.

Bei der Bewertung muss wie in Kapitel 5.2.3 schon angemerkt, die Unsicherheit der Referenz beachtet werden, die sich direkt auf die hier beobachtete Streuung der als fest angenommenen geometrischen Beziehung zwischen den Systemen auswirkt. Gemäß der Wiederholbarkeit der T-Probe können die Parameter nicht besser als die in Tabelle 14 angegebenen Werte bestimmt werden.

## 6. Fazit und Ausblick

Die Bestimmung der Position und Orientierung eines Objektes im Raum ist eine Aufgabe, die sich in einer Vielzahl von Anwendungen auch außerhalb des Arbeitsgebiets der Geodäsie stellt. Die Aufgabe wird mit einer Reihe von Verfahren gelöst, die spezifische Stärken und Risiken aufweisen. Mit dem Fokus auf Industrievermessung bzw. Large Volume Metrology analysiert die vorliegende Arbeit das Konzept und die Realisierung eines Messadapters für trackingfähige optische Messsysteme, die nach dem Polarverfahren arbeiten. Es wird das Ziel verfolgt, einen Messadapter umzusetzen, der mit vergleichbaren kommerziellen Systemen zur Posenbestimmung konkurrieren kann. Aus der Betrachtung verfügbarer Systeme wurden die Anforderungen von  $\leq 0,1$  mm für die Genauigkeit der Position und  $\leq 175$   $\mu$ rad für die Orientierung abgeleitet. Weitere Anforderungen betreffen die Zeitdauer für die Posenbestimmung, die mit höchstens einer Sekunde definiert wurde. Diese Begrenzung ergibt sich aus dem potentiellen Einsatz des Messadapters mit Nahbereichsscannern, für deren Scans diese Zeitdauer nicht unüblich ist. Das System soll als low-cost Lösung einen breiten Anwenderkreis erschließen und unabhängig vom Typ bzw. Hersteller des eingesetzten polaren Messsystems agieren können.

Die ausführliche Diskussion möglicher Messkonzepte hat als vorteilhafte Lösung das Beobachten einer kreisförmigen Trajektorie ergeben. Dabei stehen abhängig von den Eigenschaften des polaren Messsystems (Triggerfähigkeit) prinzipiell zwei Auswertemethoden zur Verfügung. Zum einen wird die Pose aus der Formschatzung der Trajektorie mit dem strengen Gauß-Helmert-Modell abgeleitet. Dabei entsprechen das Kreiszentrum der Position, die Winkel zwischen Normalenvektor und X- bzw. Z-Achse des übergeordneten Koordinatensystems Nick-, respektive Gierwinkel. Der Winkel zwischen der Z-Achse und dem Vektor zwischen Kreismittelpunkt und einem definierten Punkt auf der Trajektorie legt den Rollwinkel, also den Freiheitsgrad um die Rotationsachse des Kreises fest. Eine weitere Möglichkeit für die Definition des Rollwinkels besteht darin, die Anzahl der auf der Trajektorie befindlichen Punkte zu nutzen. Das Mittel über die Winkel zwischen Z-Achse und den Vektoren zwischen Kreismittelpunkt und den Punkten auf der Trajektorie definiert einen „virtuellen“ Rollwinkel, der aufgrund der höheren Zahl von Beobachtungen eine kleinere Unsicherheit als die Definition über nur einen Referenzpunkt liefert. Die dazu nötigen Voraussetzungen führen dann zu der zweiten Auswertemethode für die Posenbestimmung.

Sind die Punkte auf der Trajektorie als identische Punkte realisiert, kann die Pose zum anderen aus den Transformationsparametern einer 3D Helmert-Transformation ohne Maßstab (also sechs Parameter) abgeleitet werden. Der entscheidende Vorteil dieser Methode ist die aufgrund der deutlich höheren Anzahl von Beobachtungselementen bessere Genauigkeit des Rollwinkels (im Vergleich zu einer einzelnen, definierten Referenzposition), der den kritischen Parameter der Posenbestimmung bei der hier diskutierten Methode darstellt.

Neben der Diskussion der Auswertemethode kategorisiert die Arbeit grundlegende systematische Einflüsse auf die Posenbestimmung bei dem hier diskutierten Konzept. Maßgebliche Auswirkungen auf die Messungen bzw. die Pose haben die Ausprägung des Dreharms (Radius, Steifigkeit), die Eigenschaften des Antriebs in Verbindung mit den kinematischen Fähigkeiten des Messsystems, die Realisierung der identischen Punkte durch einen Encoder und die Beschaffenheit der Triggersignale sowie die Merkmale des mit dem polaren Messsystem eingesetzten Retroreflektors. Dabei wurden insbesondere die Eigenschaften eines Vollwinkelreflektors aus Glas mit dem Brechungsindex von rund zwei untersucht, der sich im Zuge der Analysen für die hier vorliegende Methode der Posenbestimmung jedoch als ungeeignet herausgestellt hat. Die Analyse der systematischen Einflüsse umfasst auch die Auswirkungen der relativen Orientierung des Messadapters A-TOM zum Messsystem, aus der sich Empfehlungen für die Verwendung ableiten.

Die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Messadapters, der mit einem Schrittmotor, einem Dreharm mit einem Radius von 80 mm, einem Winkelencoder mit 500 Inkrementen und einem bruchresistenten Corner-Cube-Reflektor in Verbindung mit einem Lasertracker als Messsystem realisiert wurde, geschieht im Vergleich zu zwei Referenzsystemen. Es handelt sich um die von Leica vertriebene kommerzielle Lösung zur Posenbestimmung T-Probe sowie der simplen aber weit verbreiteten

Methode des Ableitens einer Pose aus dem Erfassen von mehreren, räumlich verteilten 3D-Punkten. Der Vergleich zeigt, dass A-TOM die gestellten Anforderungen der Positionsgenauigkeit im untersuchten Messvolumen erfüllt. Die Unsicherheit der Position wird mit  $u_{Pos} = 60 \mu\text{m}$  abgeschätzt. Die Anforderungen an die Genauigkeit der Orientierung werden im Vergleich zu den Referenzsystemen nur bis zu einer Distanz zwischen Messsystem und Messadapter von rund 10 m näherungsweise erfüllt. Trotz der Verwendung aller auf der Trajektorie erfassten Punkte für die Bestimmung des Rollwinkels, wird das Ziel streng betrachtet nicht erreicht. Die Unsicherheit der Orientierung wird mit  $u_{Ori} = 200 \mu\text{rad}$  abgeschätzt. Die Angaben der Unsicherheit werden jedoch als tendenziell pessimistisch bewertet, weil in deren Bestimmung die Güte der Referenzsysteme direkt einfließt. Die gebräuchliche Maßgabe einer um mindestens den Faktor drei besseren Referenz als der Prüfling kann aufgrund der Verwendung eines Lasertrackers, der ein polares Messsystem mit einer der geringsten Unsicherheiten darstellt, nicht ohne weiteres erfüllt werden. Das vorgestellte Untersuchungsverfahren mit festen Referenzpunkten, das zur Ableitung der Posenmessgenauigkeit verwendet wurde, kann in modifizierter Form auch für Bestimmung der Transformationsparameter zwischen A-TOM und gekoppeltem Messkopf dienen.

Das Ziel einer low-cost Lösung ist erfüllt, in dem die Hardware für den Messadapter weniger als 350 Euro kostet. Das Argument der Reflektorkosten kann hier nicht angeführt werden, weil jeder Nutzer eines Lasertrackers einen entsprechenden Reflektor zur Hand hat. Der Dreharm bzw. die Reflektorhalterung ist so gestaltet, dass ein 1,5 '' Corner-Cube Reflektor problemlos immer wieder neu montiert werden kann, nachdem er z. B. für eine Andere Anwendung genutzt wurde. Dadurch ergibt sich eine Variabilität im Referenzrahmen von A-TOM. Die Vielzahl von Versuchen hat jedoch gezeigt, dass die Schwankungen des Radius einerseits sehr klein sind ( $< 10 \mu\text{m}$ ) und durch die Schätzung des Radius bei der Kreisausgleichung abgefangen werden. Andererseits ist der Radius nach der Montage stabil, sodass der Referenzrahmen für die Dauer dieser Montage als fest zu bewerten ist.

Auch ist die Anforderung an die Zeit der Posenbestimmung erfüllt, indem die Trajektorie in weniger als einer Sekunde mit dem Lasertracker beobachtet werden kann. Die Auswertung nimmt hier zwar noch eine signifikante Zeit in Anspruch, kann aber bei Umsetzung der Algorithmen in einer Hochsprache vernachlässigt werden. Prinzipiell ist der Messadapter mit jedem Trackertyp einsetzbar (unter dem Vorbehalt der Anpassung der Auswertemethode, wenn der jeweilige Tracker keine Triggersignale verarbeiten kann), sowie unter entsprechendem Genauigkeitsverlust mit jedem anderen polar messenden System wie z. B. Tachymeter.

Nachteilig sind die notwendigen Kabelverbindungen für Stromversorgung, Ansteuerung des Antriebs sowie Übertragung der Signale des Winkelencoders. Zudem ist das Gewicht des Messadapters durch den Antrieb, die Befestigung, den Dreharm und den verwendeten Retroreflektor mit insgesamt ca. 5 kg sehr hoch, sodass der Einsatz in Kombination mit handgeführten Sensoren, deren Pose bestimmt werden soll, ausgeschlossen ist. Davon abgesehen zeigt die Arbeit, dass auch mit kostengünstigen Komponenten die Posenbestimmung mit in Ansätzen vergleichbarer Genauigkeit wie bei kommerziell erhältlichen Systemen realisierbar ist. Vor dem Hintergrund der sehr häufig anzutreffenden Methode der Posenbestimmung über das Erfassen einzelner 3D-Punkte, bietet der hier diskutierte Messadapter signifikante Vorteile.

Zukünftige Betrachtungen der Methode bzw. von A-TOM sollten das Potential eines höherwertigen Encoders (mindestens zwei Ableseköpfe zur Kompensation der Exzentrizität), der sich ausreichend exzentrizitätsfrei mit der Antriebsachse verbauen lässt, in Verbindung mit einer höherwertigen Elektronik (z. B. automatische Drehrichtungserkennung, Kompensation von Signalschwankungen) ausschöpfen. Weiter sind mit der Kategorisierung der systematischen Effekte der Komponenten des Messadapters die Grundlagen geschaffen, diese Effekte in einem umfassenden Modell abzubilden, die Messergebnisse damit zu verbessern und folglich die Leistungsfähigkeit des Systems zu steigern. Ein weiterer Aspekt für zukünftige Betrachtungen ist die Analyse der notwendigen Voraussetzungen und potentiellen Lösungsstrategien, die Pose während der Bewegung des zu bestimmenden Objekts zu ermitteln.

## Literaturverzeichnis

- [Agilent 2014] Agilent Technologies, Inc. (2014). *Agilent 16800 Series Portable Logic Analyzers - Data Sheet*.
- [Agilent 2003] Agilent Technologies, Inc. (2003). *Agilent 33250A - 80 MHz Function/Arbitrary Waveform Generator - User's Guide*.
- [Aicon 2014] AICON 3d Systems. (2014). *aicon3d.de*. Abgerufen am 28. August 2014
- [Alhammadi 2006] Alhammadi, K. (2006). *Applying Wide Field Of View Retroreflector Technology To Free Space Optical Robotic Communications*. Raleigh, North Carolina, USA: North Carolina State University.
- [Anheier 2005] Anheier, N. C., Bernacki, B. E., Johnson, B. R., Riley, B. J., & Sliger, W. A. (2005). *FY 2005 Miniature Spherical Retroreflector Final Report*. Pacific Northwest National Laboratory.
- [Anheier 2009] Anheier, N. C., Bernacki, B. E., Klymyshyn, N. A., Krishnaswami, K., & Rodriguez, C. P. (2009). *FY 2008 Miniature Spherical Retroreflectors - Final Report*. Pacific Northwest National Laboratory.
- [Arcsecond 2002] Arcsecond. (2002). *Indoor GPS Technology For Metrology. White Paper 071502*.
- [Artec 2014] Artec Group. (2014). *artec3d.com*. Abgerufen am 28. August 2014
- [Asakura 1968] Asakura, T., & Mishina, H. (1968). Irradiance Distribution in the Diffraction Patterns of an Annular Aperture with Spherical Aberration and Coma. *Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 7, No. 7*, S. 751-758.
- [API 2013] Automated Precision Inc. (2013). *API Product Specifications I-360*.
- [API 2010] Automated Precision Inc. (2010). *API Product Specifications Tracker 3*.
- [API 2014] Automated Precision Inc. (2014). *apisensor.com*. Abgerufen am 02. Juli 2014
- [Beckhoff 2010] Beckhoff Automation GmbH. (2010). *Application Note DK9221-0210-0014*. beckhoff.com, [Zugriff am 05. Mai 2015].
- [Beer 1966] Beer, R., & Marjaniemi, D. (1966). Wavefronts and Construction Tolerances for a Cat's-Eye Reflector. *Applied Optics, Vol. 5, No. 7*, S. 1191-1197.
- [Bernhart 2011] Bernhart, F. (2011). *Eigenschaften von Kugelreflektoren. Diplomarbeit am Geodätischen Institut Karlsruhe, unveröffentlicht*.
- [Bernhart 2012] Bernhart, F., & Hennes, M. (2012). Leistungsfähigkeit eines 'Reflektor 160' in Kombination mit einem Lasertracker. *AVN Allgemeine Vermessungsnachrichten, 2*, S. 63-69.
- [Bethmann 2012] Bethmann, F. (2012). Entwicklung einer Monte-Carlo-Simulation zur Optimierung der 6DOF Navigation mit mikroskopintegriertem Einkamerasystem. *VDVmagazin 5/12*, S. 402-406.
- [Bethmann 2010] Bethmann, F., Herd, B., Luhmann, T., & Ohm, J. (2010). Experiences with 3D reference bodies for quality assessment of free-form surface measurements. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences (Part 5)*, S. 86-91.
- [Beyer 2004] Beyer, L. (2004). *Genauigkeitssteigerung von Industrierobotern*. Hamburg: Shaker Verlag.
- [Blankenbach 2009] Blankenbach, J., & Willert, V. (2009). Robuster räumlicher Bogenschnitt. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn) 8-9/2009*, S. 320-327.
- [Bleich 1989] Bleich, P., & Illner, M. (1989). Strenge Lösung der räumlichen Koordinatentransformation durch iterative Berechnung. *AVN Allgemeine Vermessungsnachrichten 96 (4)*, S. 133-144.
- [Born 2003] Born, M., & Wolf, E. (2003). *Principles of Optics, 7th edition*. Cambridge University Press.
- [Brunson 2014] Brunson Instrument Company. (2014). *1.5TH-M Series - Magnetic Base SMR Adapters*. Product Specifications.

- [Brunson 2015] Brunson Instrument Company. (2015). *www.brunson.us*. Abgerufen am 04. August 2015
- [Calkins 2002] Calkins, J. M. (2002). *Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement Systems*. Virginia: Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [Coherent 2009] Coherent, Inc. (2009). *User Manual LaserCam-HR*.
- [Craig 1989] Craig, J. (1989). *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- [Creaform 2014] Creaform. (2014). *creaform3d.com*. Abgerufen am 27. August 2014
- [Depenthal 2009] Depenthal, C. (2009). *Entwicklung eines zeitreferenzierten 4-D-Kalibrier- und Prüfsystems für kinematische optische Messsysteme*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 627.
- [Depenthal 2010] Depenthal, C. (2010). Path Tracking with IGPS. In: *Proceedings of the International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)* .
- [Deumlich 2002] Deumlich, F., & Staiger, R. (2002). *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*. Wichmann.
- [DIN 18709] Deutsches Institut für Normung. (2010). *DIN 18709-4: Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen in der Geodäsie - Teil 4: Ausgleichsrechnung und Statistik*. Berlin: Beuth.
- [ISO 10360] Deutsches Institut für Normung. (2003). *DIN EN ISO 10360-1: Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG)*. Berlin: Beuth.
- [ISO 8373] Deutsches Institut für Normung. (1996). *DIN EN ISO 8373:1996: Industrieroboter. Wörterbuch*. Berlin: Beuth.
- [ISO 230 4] Deutsches Institut für Normung. (2001). *DIN ISO 230-4: Prüfregeln für Werkzeugmaschinen - Teil 4: Kreisformprüfung für numerisch gesteuerte Werkzeugmaschinen*. Berlin: Beuth.
- [Dold 2004] Dold, J. (2004). Neue Laser-Technologien für die Industrievermessung. *Photogrammetrie Fernerkundung Geoinformation* 8 , S. 39-46.
- [Drixler 1993] Drixler, E. (1993). *Analyse der Form und Lage von Objekten im Raum*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 409.
- [Durrant 2006] Durrant-Whyte, H., & Bailey, T. (2006). Simultaneous localization and mapping: part I. *Robotics & Automation Magazine, IEEE, Vol. 13, No. 2* , S. 99-110.
- [Eling 2014] Eling, C., Klingbeil, L., & Kuhlmann, H. (2014). Development of an RTK-GPS system for the direct georeferencing of UAVs. *Géomatique Suisse, 6* , S. 264-267.
- [Eschelbach 2007] Eschelbach, C. (19.-20. April 2007). Störanfälligkeit geodätischer Präzisionsmessungen durch lokale Temperaturfeldschwankungen. *Brunner, F. (Hrsg.): Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs* , S. S. 169-180.
- [Etalon 2014] etalon AG. (15. Mai 2014). *www.etalon-ag.com*.
- [Ettemeyer 2006] Ettemeyer, A., Wallrapp, O., & Schäfer, B. (2006). *Technische Mechanik - Teil 2: Elastostatik*. München: Fachhochschule München.
- [FARO 2013] FARO. (2013). *FARO Gage, Features, Benefits & Technical Specifications*.
- [FARO 2005] FARO. (2005). *Laser Tracker X and Xi; Measuring at the speed of light; Operation, Technical Data & Applications*. Stuttgart.
- [Gerbeth 2007] Gerbeth, V. (2007). *Photogrammetrie*. Internes Manuskript der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden, 3. Auflage.
- [Gläser 2004] Gläser, A., & Schollmeyer, R. (2004). Messwerterfassung und -synchronisation in Multisensorsystemen. In *Kinematische Messmethoden "Vermessung in Bewegung", Beiträge zum 58. DVW Seminar, Schriftenreihe des DVW, Band 45* (S. 35-58). Wißner.

- [Goldman 1996] Goldman, M. A. (1996). *Ball Retroreflector Optics*. Green Bank Telescope Memo 148.
- [Gräfe 2001] Gräfe, G., Caspary, W., Heister, H., Klemm, J., & Sever, M. (2001). The Road Data Acquisition System MoSES - Determination and Accuracy of Trajectory Data Gained with the Applanix POS/LV. *Proceedings of the 3rd International Symposium on Mobile Mapping Technology*. Cairo, Egypt.
- [Grewal 2007] Grewal, M. S., Weill, L. R., & Andrews, A. P. (2007). *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. 2nd Edition. John Wiley & Sons.
- [Große 2014] Große-Schwiep, M., Hastedt, H., & Luhmann, T. (2014). Deformationsmessung mit terrestrischem Laserscanning und Photogrammerie. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 121*, S. 43-52.
- [Gupta 1971] Gupta, B. N., & Dubey, M. C. (1971). Effect of spherical aberration on the Fraunhofer diffraction of an optical system illuminated by partially coherent light. *Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 4*, S. 1675-1680.
- [Härtig 2004] Härtig, F., Keck, C., Kniel, K., Schwenke, H., Wäldele, F., & Wendt, K. (2004). Selbstnachführendes Laserinterferometer für die Koordinatenmesstechnik. *Technisches Messen 71 (4)*, S. 227-232.
- [Hecht 2009] Hecht, E. (2009). *Optik, 5. Auflage*. Oldenbourg Verlag München.
- [Hefele 2001] Hefele, J. (2001). On-Line Pose Messsystem für Roboter. *21. Wissenschaftlich-Technische Jahrestagung der DGPF*, S. 311-316.
- [Heister 2004] Heister, H., & Gräfe, G. (2004). Projekterfahrungen beim Einsatz der kinematischen Messsysteme KiSS und MoSES. In *Kinematische Messmethoden "Vermessung in Bewegung"*, Beiträge zum 58. DVW Seminar, Schriftenreihe des DVW, Band 45 (S. 95-112). Wißner.
- [Hennes 2007] Hennes, M. (2007). Konkurrierende Genauigkeitsmaße - Potential und Schwächen aus der Sicht des Anwenders. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 4*, S. 136-146.
- [Hennes 2010] Hennes, M. (2010). Zur Erweiterung des Mess- und Kalibrierlabors des Geodätischen Instituts des KIT (GIK) aufgrund des Paradigmenwechsels im neuen Jahrtausend. In G. I. (Hrsg.), *Vernetzt und Ausgeglichen* (S. 115-126). Karlsruher Institut für Technologie, Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik.
- [Hennes 2008] Hennes, M., & Richter, E. (2008). A-TOM - eine neuartige instrumentelle Lösung für die hochpräzise und echtzeitnahe 6DOF-Bestimmung. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (8-9)*, S. 301-310.
- [Herrmann 2014] Herrmann, C. (14.-17. Januar 2014, Zürich, CH). Retroreflektoren in der Industrievermessung. *Beiträge zum 17. Internationalen Ingenieurvermessungskurs*.
- [Herrmann 2010] Herrmann, C., & Hennes, M. (2010). Positioning and Synchronization of Industrial Robots. *Proceedings of the 2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation* (S. 436-440). Zürich: Mautz, R., Kunz, M., Ingensand, H., IEEE Xplore.
- [Herrmann 2015] Herrmann, C., Bähr, H., & Lösler, M. (2015). Comparison of SpatialAnalyzer and Different Adjustment Programs. In H. Kutterer, F. Seitz, H. Alkhatib, & M. Schmidt (Ed.), *Proceedings of the 1st International Workshop on the Quality of Geodetic Observation and Monitoring Systems (QuGOMS'11)* (S. 79-84). IAG Symp.
- [Herrmann 2012] Herrmann, C., Liebl, W., & Neumann, I. (2012). Lasertrackermessungen des KIT Karlsruhe und der UniBW München zur Bestimmung der Sollstrecken der Kalibrierbasis der UniBW München. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 119*, S. 309-313.
- [Hesse 2007] Hesse, C. (2007). *Hochauflösende kinematische Objekterfassung mit terrestrischen Laserscannern*. München: Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 608.
- [Hexagon 2013a] Hexagon Metrology. (2013). *Leica Geosystems Metrology Products Catalog 1.1*.

- [Hexagon 2013b] Hexagon Metrology. (2013). *Produktbroschüre Leica TDRA6000*.
- [Hexagon 2015] Hexagon Metrology. (2015). *Produktbroschüre ROMER ABSOLUTE ARM*.
- [Hexagon 2013c] Hexagon Metrology. (2013). *Systemspezifikationen für mobile KMG Leica Absolute Tracker AT901 und Leica T-Produkte*.
- [Hofmann 2003] Hofmann-Wellenhof, B., Legat, K., & Wieser, M. (2003). *Navigation - Principles of Positioning and Guidance*. Wien: Springer.
- [Hofmann 2008] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., & Wasle, E. (2008). *GNSS - Global Navigation Satellite Systems*. Springer.
- [Holst 2014] Holst, C., Dupuis, J., Paulus, S., & Kuhlmann, H. (2014). Flächenhafte Deformationsanalyse mit terrestrischen und Nahbereichslaserscannern - eine Gegenüberstellung anhand von Beispielen. *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, S. 260-272.
- [Howe 1999] Howe, R. D., & Matsuoka, Y. (1999). Robotics for Surgery. *Annual Review of Biomedical Engineering 1*, S. 211-240.
- [Hubler 2000] Hubler, D. A., Salerno, R. J., Calkins, J. M., & McLean, T. (2000). Using Real-Time, 6D Object Tracking to Assemble Large Aerospace Components. *Coordinate Metrology Systems Conference*. Detroit.
- [Hughes 2011] Hughes, B., Forbes, A., Lewis, A., Sun, W., Veal, D., & Nasr, K. (2011). Laser tracker error determination using a network measurement. *Measurement Science and Technology vol. 22*.
- [Hughes 2000] Hughes, E., Wilson, A., & Peggs, G. (2000). Design of a High-Accuracy CMM Based on Multi-Lateration Techniques. *Annals of the CIRP*, S. Vol. 49/1, 391-394.
- [ISO 17123] International Organization for Standardization. *ISO 17123: Optics and optical instruments - Field procedures for testing geodetic and surveying instruments - Parts 1 to 8*.
- [IUGG 1999] IUGG. (1999). *Proceedings of the XXII General Assembly*. Birmingham.
- [JCGM 2008] JCGM. (2008). *100:2008 Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM).
- [VIM 2012] JCGM. (2012). *200:2012 International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM).
- [Jekeli 2001] Jekeli, C. (2001). *Inertial navigation systems with geodetic applications*. Walter de Gruyter.
- [Joeckel 2008] Joeckel, R., Stober, M., & Huep, W. (2008). *Elektronische Entfernung- und Richtungsmessung und ihre Integration in aktuelle Positionierungsverfahren. 5., neu bearb. und erw. Auflage*. Heidelberg: Wichmann.
- [Juretzko 2009] Juretzko, M. (2009). Positionsbestimmung der Elektrodenmodule des KATRIN-Experiments mit Hilfe eines Lasertrackers. *AVN Allgemeine Vermessungsnachrichten*, 6, S. 220-230.
- [Kahmen 2005] Kahmen, H. (2005). *Angewandte Geodäsie: Vermessungskunde*. de Gruyter.
- [Kihlman 2003] Kihlman, H., & Loser, R. (2003). 6DOF Metrology-integrated Robot Control. *Aerospace Automated Fastening Conference & Exhibition*. Montreal, Quebec, Canada.
- [Kihlman 2004] Kihlman, H., & Loser, R. C. (2004). Metrology-integrated Industrial Robots - Calibration, Implementation and Testing. *Proceedings of the 35th International Symposium on Robotics (ISR)*.
- [Kleinkes 2011] Kleinkes, M. L. (2011). Laser Tracker and 6DoF measurement strategies in industrial robot applications. *Proceedings of the Coordinate Metrology Systems Conference 2011*.
- [Klingbeil 2014] Klingbeil, L. K. (2014). Sensoren für kinematische Anwendungen. *AVN Allgemeine Vermessungsnachrichten 121*, S. 186-191.

- [Koll 2013] Koll, S. (18. März 2013). Ausweichen gilt nicht. *Quality Engineering* .
- [Korb 2004] Korb, W. M. (2004). Robots in the operating theatre - chances and challenges. *International Journal of Oral and Maxillofacial Surgery* 33 , S. 721-732.
- [Kourepenis 1998] Kourepenis, A. B. (1998). Performance of MEMS Inertial Sensors. *IEEE Position Location and Navigation Symposium* , S. 1-8.
- [Kraus 2004] Kraus, K. (2004). *Photogrammetrie*. Band 1., 7. Auflage. de Gruyter.
- [Kuipers 1999] Kuipers, J. B. (1999). *Quaternions and Rotation Sequences - A Primer with Applications to Orbits, Aerospace, and Virtual Reality*. Princeton University Press.
- [Kyle 1997] Kyle, S. L. (1997). Automated part positioning with the laser tracker. *5th International Workshop on Accelerator Alignment*. Chicago.
- [Langley 1991] Langley, R. B. (1991). The mathematics of GPS. *GPS World*, 2(7) , S. 45-50.
- [Lehmann 2004] Lehmann, R. (2004). *Formelzusammenstellung für das Lehrgebiet Vermessungstechnik*. Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden.
- [Leica 2009c] Leica Geosystems AG. (2009). *emScon 3.5 Programmers Manual, Tracker Programming Interface*. CH - Unterentfelden.
- [Leica 2009d] Leica Geosystems AG. (2009). *emScon 3.5 Reference Manual*. CH - Unterentfelden.
- [Leica 1999] Leica Geosystems AG. (1999). *Leica Laser Tracker System - Portable Coordinate Measuring Maching for small and large objekts*. CH - Unterentfelden.
- [Leica 2005] Leica Geosystems AG. (2005). *Leica Nivel210/Nivel 220 Precision inclination sensor for structural monitoring*. Heerbrugg.
- [Leica 2013] Leica Geosystems AG. (2013). *Leica Nova TS50 Datenblatt*.
- [Leica 2009b] Leica Geosystems AG. (2009). *Leica TS30 Technische Daten*. Heerbrugg.
- [Leica 2008] Leica Geosystems AG. (2008). *The Leica Absolute Interferometer - A New Approach to Laser Tracker Absolute Distance Meters*. CH - Unterentfelden.
- [Leica 2009a] Leica Geosystems AG. (2009). *User Manual AbsoluteTracker*. CH- Unterentfelden.
- [Leica 2014] Leica Geosystems AG. (2014). [www.leica-geosystems.de](http://www.leica-geosystems.de). Abgerufen am 9. Oktober 2014
- [Lenzmann 2004] Lenzmann, L. L. (2004). Strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells. *Allgemeine Vermessungsnachrichten* , S. 68-73.
- [Lightcap 2008] Lightcap, C. H. (2008). Improved Positioning Accuracy of the PA10-6CE Robot with Geometric and Flexibility Calibration. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 2 , S. 452-456.
- [Loriot 2007] Loriot, B. F. (2007). 3d acquisition and modeling for flint artefacts analysis. *O3A: Optics for Arts, Architecture, and Archaeology* .
- [Loser 2004] Loser, R. (2004). Kinematische Messmethoden im industriellen Nahbereich. In *Kinematische Messmethoden "Vermessung in Bewegung"*, Beiträge zum 58. DVW Seminar, Schriftenreihe des DVW, Band 45. Stuttgart: Wißner.
- [Loser 1993] Loser, R. (1993). Laser-Tracking-System für 3D-Messungen bewegter Objekte. *tm - Technisches Messen* 5/93 , S. 198-202.
- [Loser 2001] Loser, R. (2001). *Weiterentwicklung eines absoluten, hochpräzisen und trackingfähigen Distanzmessers für industrielle Anwendungen*. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.
- [Loser 1998] Loser, R., & Kyle, S. (1998). Alignment and field check procedures for the Leica Laser Tracker LTD 500. *Boeing Large Scale Optical Seminar*. Seattle.
- [Loser 2003] Loser, R., & Kyle, S. (2003). Concepts and components of a novel 6DOF tracking system for 3-D metrology. In: *Gruen, A., Kahmen, H. (Eds.), Optical 3-D Measurement Techniques VI.* , S. 55-62.

- [Lowenthal 1975] Lowenthal, D. D. (1975). Far-field diffraction patterns for gaussian beams in the presence of small spherical aberrations. *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 65, No. 7, S. 853-855.
- [Luhmann 2010] Luhmann, T. (2010). Close range photogrammetry for industrial applications. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 65, S. 558-569.
- [Luhmann 2003] Luhmann, T. (2003). *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. 2. überarbeitete Auflage: Wichmann.
- [Luhmann 2009] Luhmann, T. (2009). Precision potential of photogrammetric 6DOF pose estimation with a single camera. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 64, 275-284.
- [Luo 2014] Luo, X. (2014). *GPS Stochastic Modelling - Signal Quality Measures and ARMA Processes*. Springer.
- [Lüthi 2013] Lüthi, T. (2013). *Persönliche Kommunikation*.
- [Juretzko 2008] M., J., & Hennes, M. (2008). Monitoring of the spatiotemporal movement of an industrial robot using a laser tracker. *1st International Conference on Machine Control & Guidance*.
- [MacLachlan 2012] MacLachlan, R., Becker, B., Tabarés, J., Podnar, G., Lobes, L., & Riviere, C. (2012). Micron: An Actively Stabilized Handheld Tool for Microsurgery. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 28, No. 1, S. 195-212.
- [Madhavan 2013] Madhavan, V. (2013). *Patentnr. 8612174 B2*. USA.
- [Mahajan 1998] Mahajan, V. N. (1998). *Optical Imaging and Aberrations: Part I*. Spie Press.
- [Mahajan 2001] Mahajan, V. N. (2001). *Optical Imaging and Aberrations: Part II*. Spie Press.
- [Mahajan 1986] Mahajan, V. N. (1986). Uniform versus Gaussian beams: a comparison of the effects of diffraction, obscuration, and aberrations. *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 3, No. 4, S. 470-485.
- [Markendorf 2007] Markendorf, A. (2007). *Formulas for Refraction Indices used in the Laser Tracker Measuring System of Leica Geosystems AG*.
- [Markendorf 2000] Markendorf, A. (2000). *The Influence Of The Tooling Ball Reflector On The Accuracy Of Laser Tracker Measurements: Theory And Practical Tests*. Leica Geosystems AG.
- [Markendorf 2004] Markendorf, A., Loser, R., & Hauri, B. (2004). *Patentnr. US 6675122 B1*.
- [MK 2008] Maschinenbau Kitz GmbH. (2008). *mk Lineartechnik*. Produktkatalog.
- [Mavroidis 1998] Mavroidis, C., Flanz, J., Dubowsky, S., Drouet, P., & Goitein, M. (1998). High performance medical robot requirements and accuracy analysis. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 14, S. 329-338.
- [Mechelke 2012] Mechelke, K., Lindstaedt, M., Sternberg, H., & Kersten, T. (2012). Bauwerksmonitoring mit terrestrischem Laserscanning - eine Machbarkeitsstudie. In T. L. (Hrsg.), *Photogrammetrie Laserscanning optische 3D-Messtechnik - Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2012* (S. 55-62).
- [Merz 2014] Merz, H., & Lipphardt, G. (2014). *Elektrische Maschinen und Antriebe*. VDE Verlag GmbH.
- [Möhlenbrink 1984] Möhlenbrink, W. (1984). *Zur Entwicklung eines Meßverfahrens für die Bestimmung von Bauwerksverformungen aus Neigungs- und Beschleunigungsmessungen*. München: Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 307.
- [Monz 2010] Monz, L., & Glimm, A. (2010). *Patentnr. US 7692777 B1*.
- [Muelaner 2008] Muelaner, J. E., Wang, Z., Jamshidi, J., Maropoulos, P., Mileham, A. R., Hughes, E. B., et al. (2008). iGPS - An Initial Assessment of Technical And Deployment Capability. In: *3rd International*

*Conference on Manufacturing Engineering*.  
Chalkidiki, Greece.

[Muralikrishnan 2009] Muralikrishnan, B., Sawyer, D., Blackburn, C., Phillips, S., Borchardt, B., & Estler, W. T. (Januar 2009). ASME B89.4.19 Performance Evaluation Tests and Geometric Misalignments in Laser Trackers. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, vol. 114, S. 21-35.

[Nakamura 1995] Nakamura, M. (1995). *Patentnr. US5392112A*.

[Nanotec 2013] Nanotec Electronic GmbH & Co KG. (2013). *Benutzerhandbuch NanoPro (gültig ab Version 1.7.0.0)*.

[Nanotec 2014] Nanotec Electronic GmbH & Co KG. (2014). *de.nanotec.com*. Abgerufen am 09. Oktober 2014

[Nanotec 2015] Nanotec Electronic GmbH & Co KG. (2015). Persönliche Kommunikation.

[Neitzel 2010] Neitzel, F. (2010). Generalization of total least-squares on example of unweighted and weighted 2D similarity transformation. *Journal of Geodesy* 84, S. 751-762.

[Neumann 2011] Neumann, I., & Dennig, D. (2011). Development of the Kinematic Crane-Track-Surveying-System 'RailControl' - Reducing Operational Interruption of Crane Tracks. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, 5, S. 162-169.

[NRK 2015] New River Kinematics, Inc. (2015). *SpatialAnalyzer User Manual 2015.06.12*. New River Kinematics Metrology Institute.

[Niemeier 2008] Niemeier, W. (2008). *Ausgleichsrechnung - Statistische Auswertemethoden*. 2. Auflage. Berlin: de Gruyter.

[Nikon 2010] Nikon Metrology. (2010). *iSpace - Large volume metrology, tracking and positioning*.

[Norrdine 2008] Norrdine, A. (2008). Direkte Lösung des Räumlichen Bogenschnitts mit Methoden der Linearen Algebra.

*Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn)* 1/2008, S. 7-9.

[Nubiola 2013] Nubiola, A., & Bonev, I. A. (2013). Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29, S. 236-245.

[Nüchter 2009] Nüchter, A. (2009). *3D robotic mapping: The simultaneous localization and mapping problem with six degrees of freedom*. Berlin, Heidelberg: Vol. 52 of Springer tracts in advanced robotics. Springer.

[NXP 2012] NXP. (2012). *74HC32; 74HCT32. Quad 2-input OR gate. Product data sheet*.

[Oakley 2007] Oakley, J. (2007). Whole-angle spherical retroreflector using concentric layers of homogeneous optical media. *Applied Optics Col.* 46, No. 7, S. 1026-1031.

[Ohara 2014] Ohara Corporation. (2014). *www.oharacorp.com*. Abgerufen am 14. November 2014

[Paffenholz 2012] Paffenholz, J. (2012). *Direct geo-referencing of 3D point clouds with 3D positioning sensors*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover, Nr. 302.

[Park 2007] Park, S. E., & Lee, C. T. (2007). Comparison of Robotic-Assisted and Conventional Manual Implantation of Primary Total Knee Arthroplasty. *The Journal of Arthroplasty Vol. 22 No. 7*, S. 1054-1059.

[Peggs 2009] Peggs, G. N., G., M. P., Hughes, E. B., Forbes, A. B., Robson, S., Ziebart, M., et al. (2009). Recent developments in large-scale dimensional metrology. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture No. 223* (S. 571-595). Sage.

[Piske 1992] Piske, W. (1992). *Patentnr. DE4110858A1*.

[Renishaw 2009] Renishaw plc. (2009). *The accuracy of angle encoders*.

[Rösmann 2012] Rösmann, T. (2012). *Ein mechanisches Kommutierungsverfahren zum direkten Betrieb von permanenterregten*

*Synchronmaschinen aus einer Gleichspannungsquelle*. Wuppertal.

[Sacek 2006] Sacek, V. (2006). *www.telesope-optics.net*. Abgerufen am 09. Januar 2015

[Santolaria 2013] Santolaria, J., & Ginés, M. (2013). Uncertainty estimation in robot kinematic calibration. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29 , S. 370-384.

[Schlemmer 1996] Schlemmer, H. (1996). *Grundlagen der Sensorik*. Wichmann.

[Schmitt 2010] Schmitt, R., Nisch, S., Schönberg, A., Demeester, F., & Renders, S. (2010). Performance Evaluation of iGPS for Industrial Applications. In: *Proceedings of the International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Zürich.

[Scholl 1995] Scholl, M. (1995). Ray trace through a corner-cube retroreflector with complex reflection coefficients. *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 12, No. 7 , S. 1589-1592.

[Schröder 2007] Schröder, D. (2007). *Elektrische Antriebe - Grundlagen*. Springer.

[Schuhmacher 2005] Schuhmacher, S., & Böhm, J. (2005). Georeferencing of terrestrial lasses scanner data for applications in architectural modeling. In: *El-Hakim, S., Remondino, F., Gonzo, L. (Eds.), 3D-ARCH Vol. XXXVI-5/W17 of ISPRS Archives*.

[Schwenke 2010] Schwenke, H., Neukirch, C., Weigel, M., & Wiedmann, W. (2010). *Prüfung und Korrektur von Koordinatenmessgeräten mit dem Lasertracer - Einsatz und Praxiserfahrungen*. Beitrag VDI-Fachtagung Koordinatenmesstechnik, Braunschweig.

[Seeber 2003] Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy*. 2nd Edition. Walter de Gruyter.

[Shargorodsky 2006] Shargorodsky, V. D., Visiliev, V. P., Belov, M. S., Gashkin, I. S., & Parkhomenko, N. N. (2006). Spherical Glass Target Microsatellite. *XV International Laser Ranging Workshop*. Canberra.

[Siebert 2002] Siebert, W., Mai, S., Kober, R., & Heeckt, P. F. (2002). Technique and first

clinical results of robot-assisted total knee replacement. *The Knee* 9 , S. 173-180.

[Skaloud 2008] Skaloud, J., & Legat, K. (2008). Theory and reality of direct georeferencing in national coordinates. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 63 , S. 272-282.

[Sladek 2013] Sladek, J., Gaska, A., Olszewska, M., Kupiec, R., & Krawczyk, M. (2013). Virtual Coordinate Measuring Machine Built Using Lasertracer System and Spherical Standard. *Metrology and Measurement Systems* , S. Vol. XX, No. 1, 77-86.

[Späth 2000] Späth, H. (2000). Ausgleich mit einem Kreis im Raum. *AVN Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 11-12* , S. 398-399.

[Steffey 2010] Steffey, K. (2010). Understanding Laser Tracker Targets. *The Journal of the CMSC*, Vol. 5, No. 2 .

[Stempfhuber 2004] Stempfhuber, W. (2004). Synchronisation von zielverfolgenden Servotachymetern für kinematische Anwendungen. In *Kinematische Messmethoden "Vermessung in Bewegung"*, Beiträge zum 58. DVW Seminar, Schriftenreihe des DVW, Band 45 (S. 151-163). wißner.

[Strübing 2013] Strübing, T., & Neumann, I. (2013). Positions- und Orientierungsschätzung von LIDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen. *zfv 3/2013* , S. 210-221.

[Takatsuji 1998] Takatsuji, T., Goto, M., Kurosawa, T., Tanimura, Y., & Koseki, Y. (1998). The first measurement of a three-dimensional coordinate by use of laser tracking interferometer system based on trilateration. *Measurement Science and Technology* , S. vol. 9, 38-41.

[Takatsuji 1999] Takatsuji, T., Goto, M., Osawa, S., Yin, R., & Kurosawa, T. (1999). Whole-viewing-angle cat's-eye retroreflector as a target of laser trackers. *Measurement Science and Technology* 10 , S. N87-N90.

[Talaya 2004] Talaya, J., Alamús, R., Bosch, E., Serra, A., Kornus, W., & Baron, A. (2004). Integration of a terrestrial laser scanner with GPS/IMU orientation sensors. *Proceedings of the XXth ISPRS Congress*. Istanbul, Turkey.

- [Teigelkötter 2012] Teigelkötter, J. (2012). *Energieeffiziente elektrische Antriebe*. Springer.
- [ASME 2006] The American Society of Mechanical Engineering. (2006). *ASME B89.4.19-2006: Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems*.
- [Color 2014] *thecolor.com*. (2014). Abgerufen am 1. Juli 2014
- [THK 2014b] THK CO., LTD. (2014). *Determining the Accuracy. Accuracy Standards*. THK CO., LTD.
- [THK 2014a] THK CO., LTD. (2014). *LM Guide Actuator*. KR. THK CO., LTD.
- [Thomas 1977] Thomas, D. A., & Wyant, J. C. (1977). Determination of the dihedral angle errors of a corner cube from its Twyman-Green interferogram. *Journal of the Optical Society of America, Vol. 67, No. 4*, S. 467-472.
- [Titterton 2004] Titterton, D., & Weston, J. (2004). *Strapdown Inertial Navigation Technology. 2nd edition*. The American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [Torge 2003] Torge, W. (2003). *Geodesy*. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Trimble 2015] Trimble Navigation Limited. (2015). *Trimble S9 und S9 HP Totalstationen Datenblatt*.
- [Turner 2013] Turner, D., Lucier, A., & Wallace, L. (2013). Direct Georeferencing of Ultrahigh-Resolution UAV Imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. Vol. 52, No. 5*, S. 2738-2745.
- [Ulrich 2013] Ulrich, T. (2013). Uncertainty estimation and multi sensor fusion for kinematic laser tracker measurements. *Metrologia 50*, S. 307-317.
- [Ulrich 2015] Ulrich, T. (2015). Uncertainty modelling of real-time observation of a moving object: photogrammetric measurements. *Metrologia 52*, S. 201-213.
- [Velmex 2014] Velmex Inc. (2014). *Motor Driven - Motorized BiSlide and XSlide*.
- [Vennegeerts 2011] Vennegeerts. (2011). *Objektraumgestützte kinematische Georeferenzierung für Mobile-Mapping-Systeme*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover, Nr. 290.
- [VDI 2860] Verein Deutscher Ingenieure. (1990). *VDI 2860. Montage- und Handhabungstechnik. Handhabungsfunktionen, Handhabungseinrichtungen; Begriffe, Definitionen, Symbole*. Berlin: Beuth.
- [VDI 2861] Verein Deutscher Ingenieure. (1988). *VDI 2861 Blatt 1. Montage- und Handhabungstechnik. Kenngrößen für Industrieroboter*. Berlin: Beuth.
- [VDIVDE 2617 B9] Verein Deutscher Ingenieure. (2009). *VDI/VDE 2617 Blatt 9. Annahme- und Bestätigungsprüfung von Gelenkarm-Koordinatenmessgeräten*. Berlin: Beuth.
- [VDIVDE 2634] Verein Deutscher Ingenieure. (2002). *VDI/VDE 2634. Optische 3D-Messsysteme - Bildgebende Systeme mit punktförmiger Antastung*. Berlin: Beuth.
- [Wang 2011] Wang, Z., Mastrogiacomo, L., Franceschini, F., & Maropoulos, P. (2011). Experimental comparison of dynamic tracking performance of iGPS and alser tracker. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, S. 56: 205-213.
- [Wendel 2011] Wendel, J. (2011). *Integrierte Navigationssysteme - Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation*. Oldenbourg.
- [Wendt 2012] Wendt, K., Franke, M., & Härtig, F. (2012). Measuring large 3D structures using four portable tracking laser interferometers. *Measurement*, S. vol. 45, 2339-2345.
- [Wöllner 2007] Wöllner, J. (2007). *Konzeption und Umsetzung eines neuartigen Orientierungssystems*. Diplomarbeit am Geodätischen Institut Karlsruhe, unveröffentlicht.
- [Wyant 2015] Wyant, J. C. (kein Datum). *webMathematica and LiveGraphics 3D*. Abgerufen am 15. Januar 2015 von <http://wyant.optics.arizona.edu/math.htm>

[Wyant 2003] Wyant, J. C. (2003). *Zernike Polynomials for the Web*. Abgerufen am 07. Januar 2015 von <http://fp.optics.arizona.edu/jcwyant>.

[Wyant 1992] Wyant, J. C., & Creath, K. (1992). Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology. *Applied Optics and Optical Engineering, Vol. XI*.

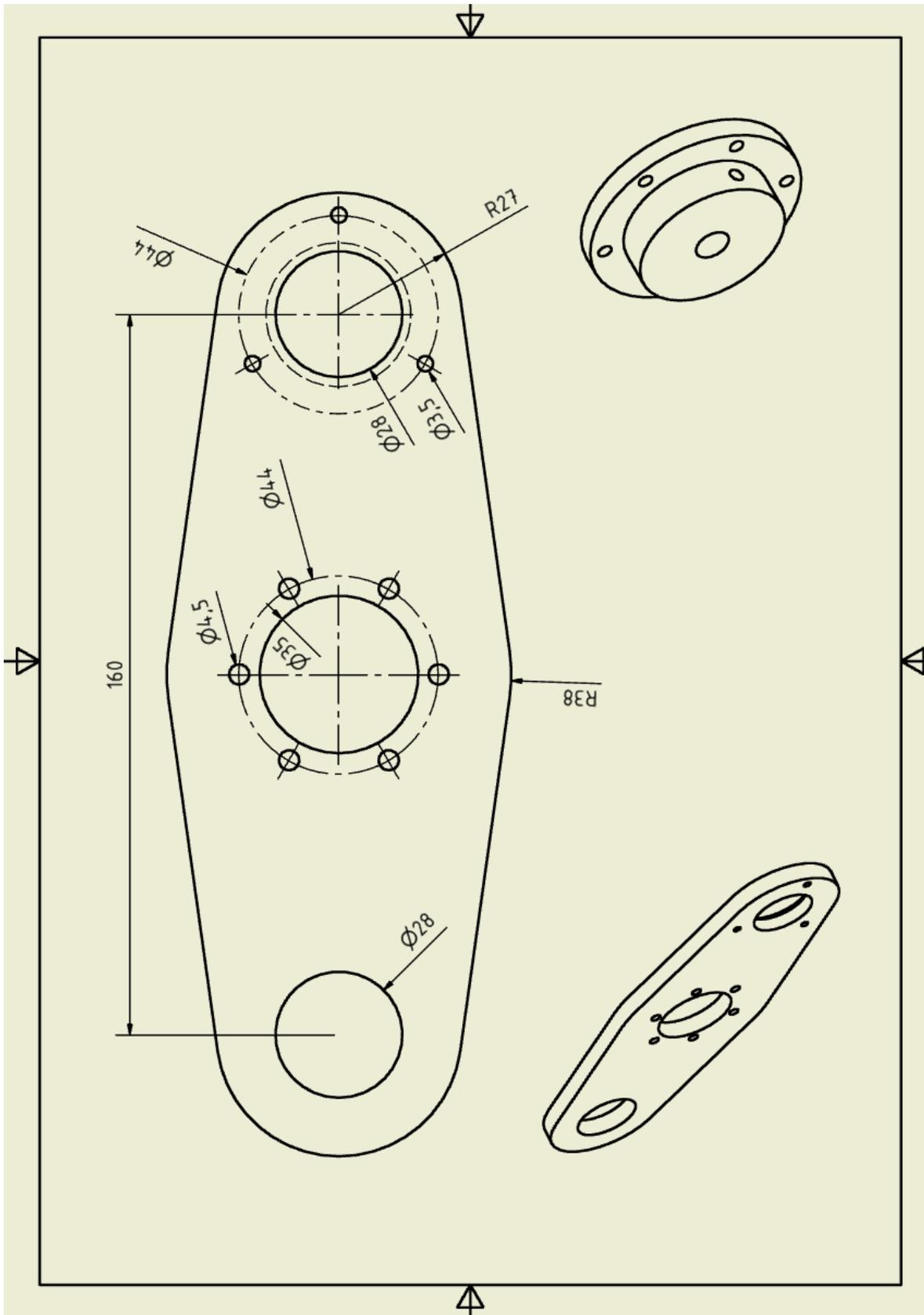
[Xiaoping 2012] Xiaoping, Z., Wanchun, Y., Wei, Z., & Tao, W. (2012). A Design of End Effector for Measuring Robot Orientation Accuracy and Repeatability. *Applied Mechanics and Materials Vol. 137*, S. 382-386.

[Yang 1999] Yang, B., & Friedsam, H. (1999). Ray-Tracing Studies for a Whole-Viewing-Angle Retroreflector. *International Workshop on Accelerator Alignment*.

[Yongbing 2003] Yongbing, L., Guoxiong, Z., & Zhen, L. (2003). An improved cat's-eye retroreflector used in a laser tracking interferometer system. *Measurement Science and Technology*. 14, S. 36-40.

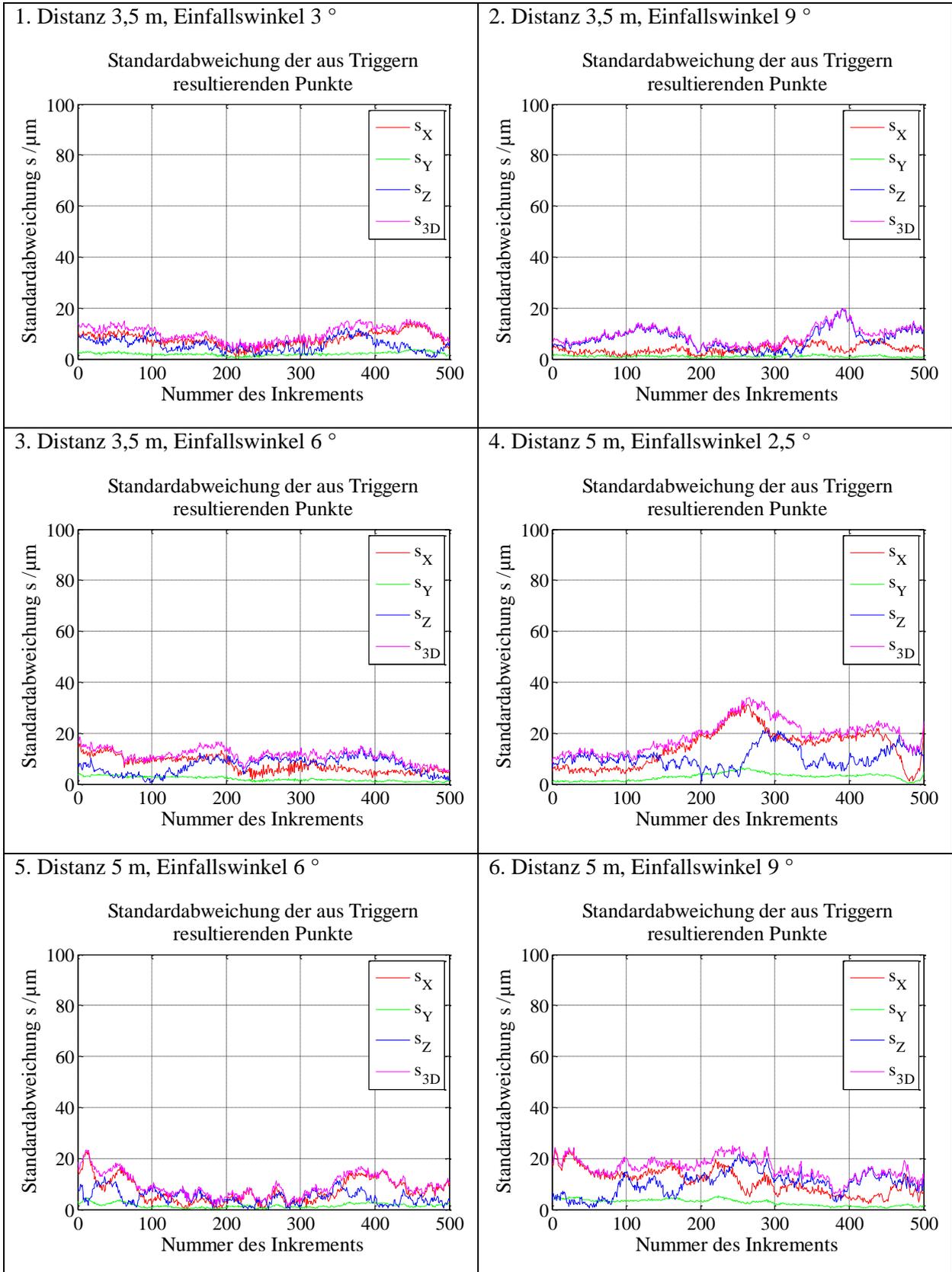
[Zeiss 2014] Zeiss. (27. Mai 2014). [www.zeiss.de](http://www.zeiss.de).

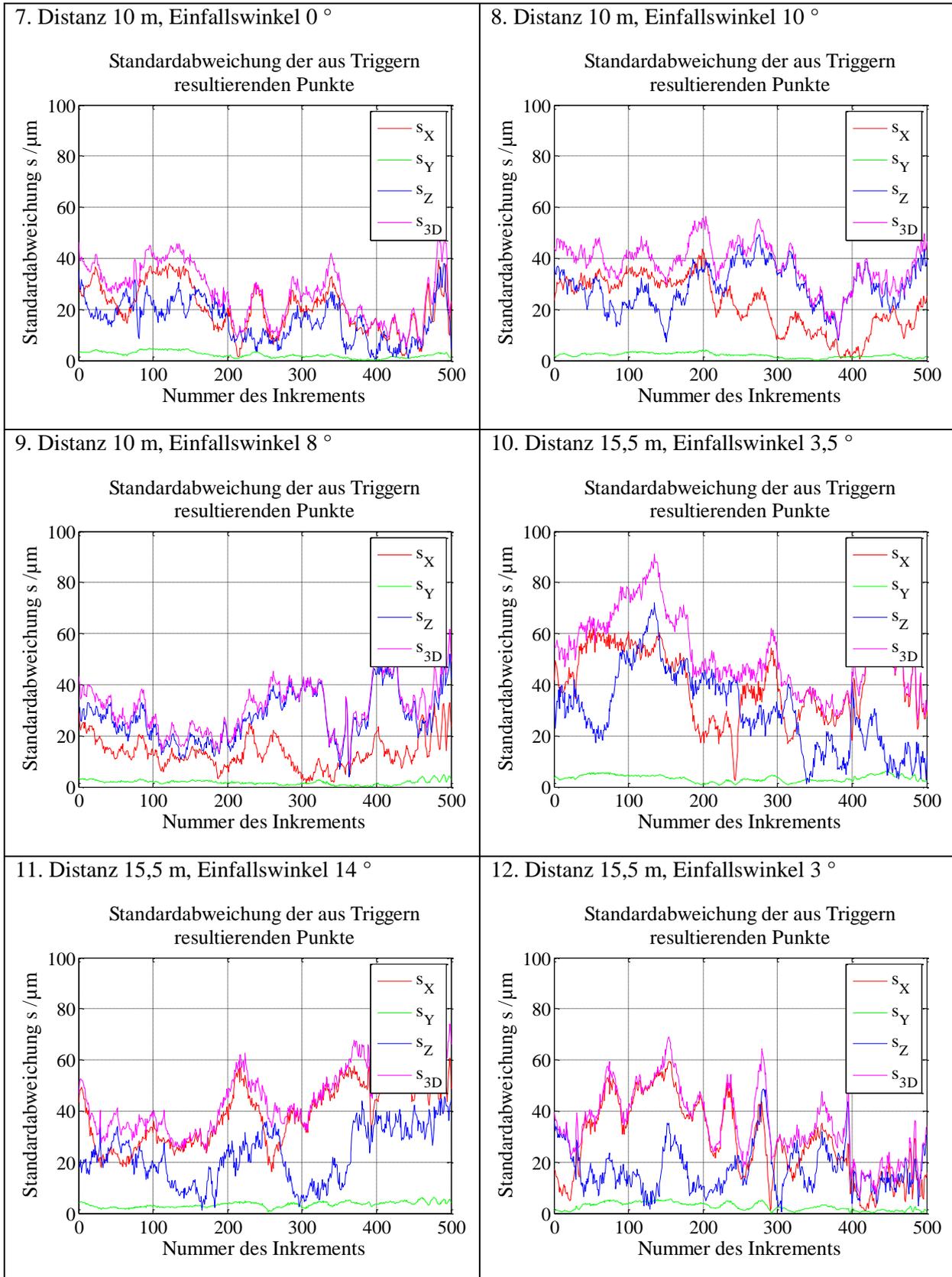
[Zürcher 1995] Zürcher, W., Loser, R., & Kyle, S. (1995). Improved reflector for interferometric tracking in three dimensions. *Optical Engineering*. 34, S. 2740-2743.

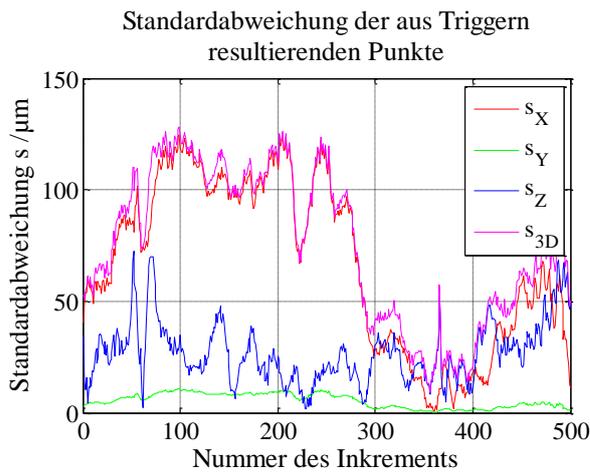
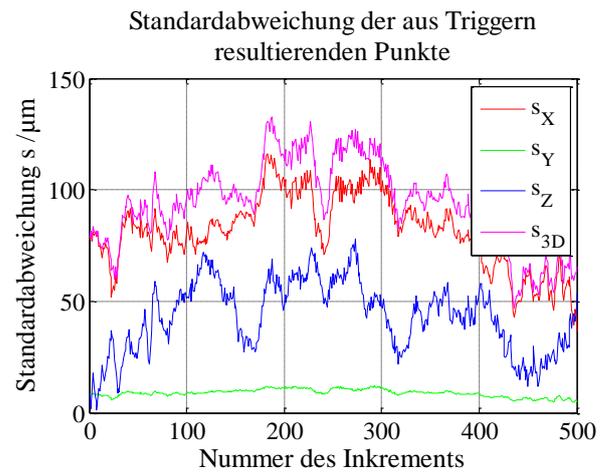
**Anlage I Dreharm und Nabe**

## Anlage II Wiederholbarkeit 3D-Punkte

Wiederholbarkeit der mit Triggersignalen des Encoders des Schrittmotors mit dem Lasertracker erfassten 3D-Punkte. An jeder Pose wurden mehrere Rotationen des Dreharms sequentiell erfasst (aus dem Stillstand, dann eine Rotation bis zum Stillstand wieder in der Ausgangsposition).

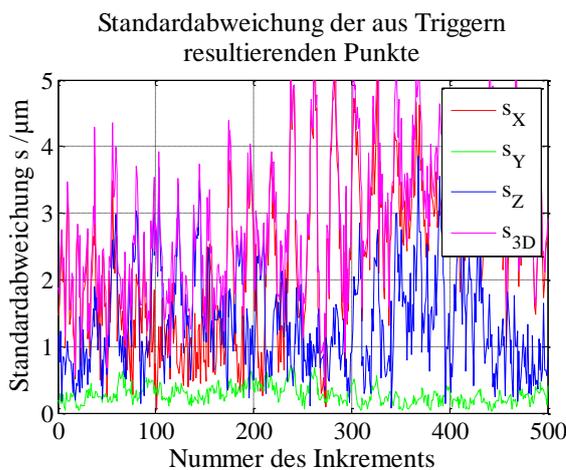




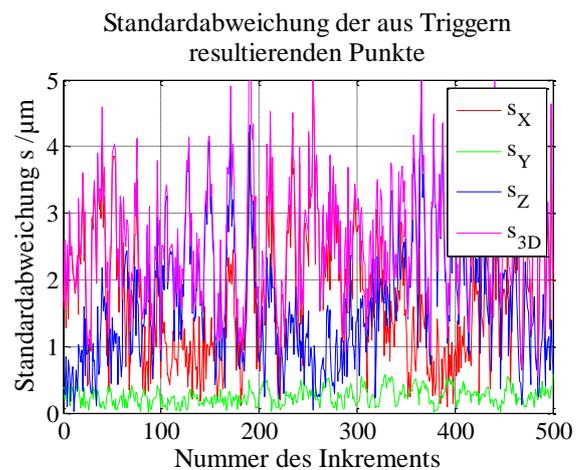
13. Distanz 21 m, Einfallswinkel  $2^\circ$ 14. Distanz 21 m, Einfallswinkel  $13^\circ$ 

Neben dem Einfluss der Pose auf die Wiederholbarkeit wurde weiter der Einfluss verschiedener Antriebsparameter untersucht. In Abhängigkeit von Schrittfrequenz, Beschleunigung und Form der Frequenzrampe ergeben sich folgende Standardabweichungen der 500 Punkte  $P_i$  über mehrere sequentiell beobachtete Rotationen.

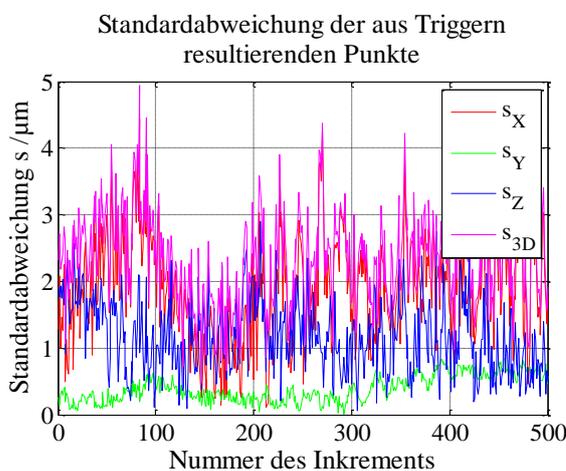
200 Hz, Rampe 1 Hz/ms, jerk free



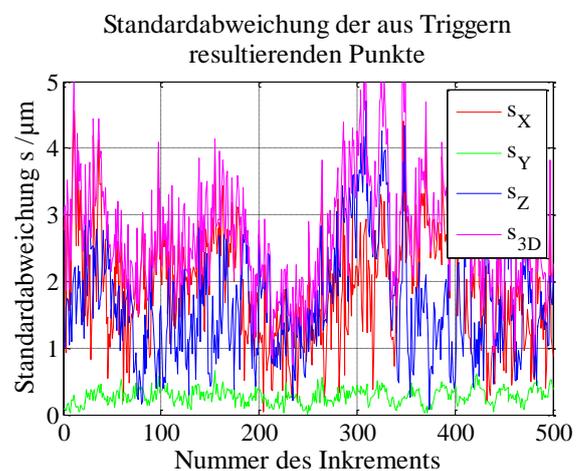
200 Hz, Rampe 1 Hz/ms, sinus

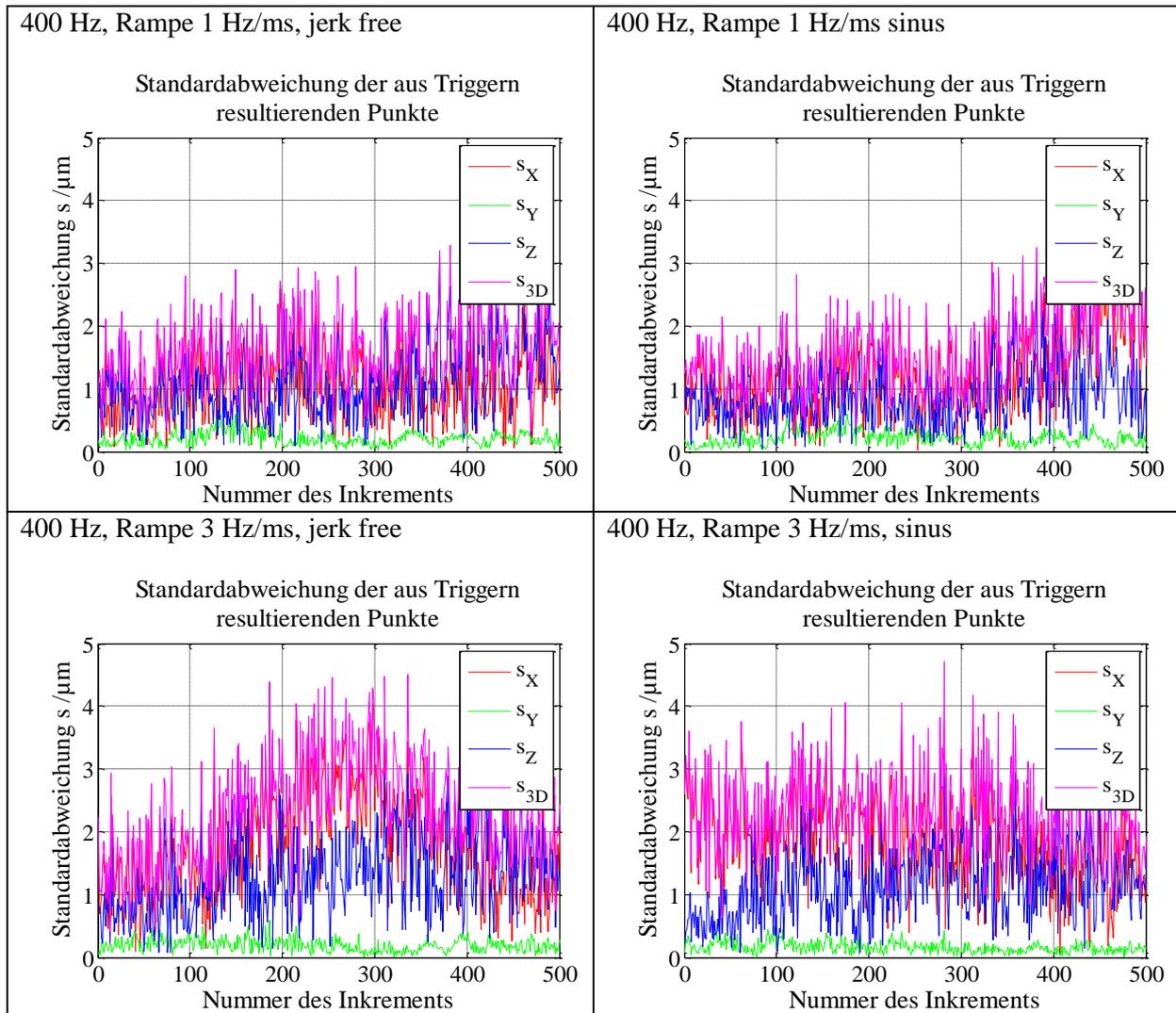


200 Hz, Rampe 3 Hz/ms, jerk free



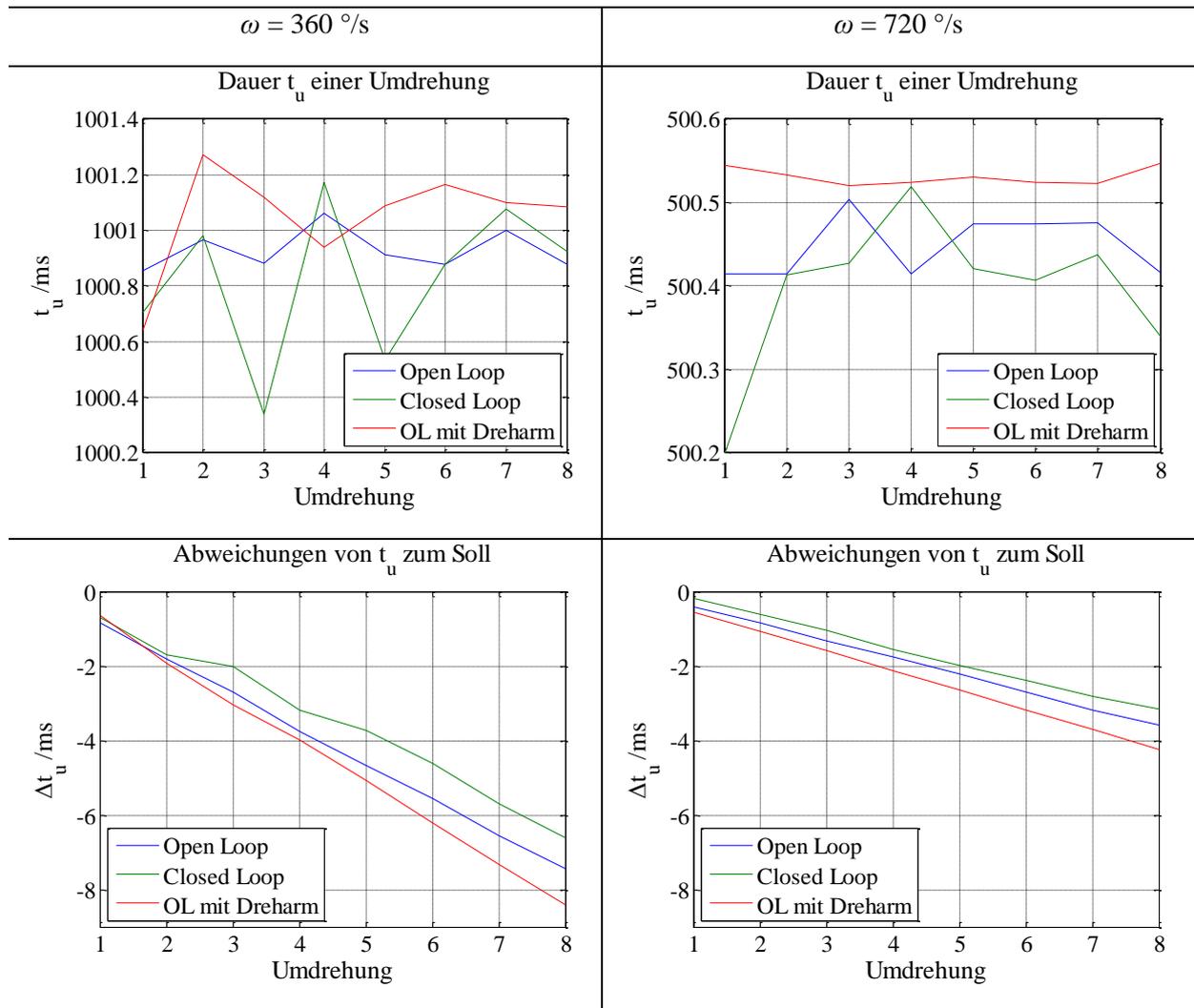
200 Hz, Rampe 3 Hz/ms, sinus





## Anlage III Umlaufzeiten

Die Dauer  $t_u$  einer Umdrehung  $j$  bei acht aufeinanderfolgenden Umdrehungen ist für die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega = 360 \text{ }^\circ/\text{s}$  und  $\omega = 720 \text{ }^\circ/\text{s}$  und die Betriebsmodi des Antriebs unregelt (Open Loop), geregelt (Closed Loop) und unregelt mit montiertem Dreharm dargestellt.  $t_u$  wurde aus den mit dem LA erfassten Zeitstempeln der steigenden Flanke der Indexmarkierung des Encoders ermittelt.  $\Delta t_u$  ist die Abweichung der Umdrehungsdauer zum Soll aufsummiert über die Dauer mehrerer Umdrehungen  $u$ .



## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Bodysystem, [Color 2014].....	3
Abb. 2: links: Aicon MI Probe [Aicon 2014]; rechts: Creaform Handyscan [Creaform 2014] .....	7
Abb. 3: links A: Transmitter; B: Empfänger mit zwei Sensoren; rechts: Prinzip der Laserebenen [Wang 2011].....	11
Abb. 4: links: Lasertracer; rechts: schematischer Aufbau, [Etalon 2014].....	13
Abb. 5: Messkopfsystem mit Messtaster, 1 Pinole, 2 Messkopf, 3 Tasterwechselsystem, 4 Taster, 5 Tastelement, Schema nach [ISO 10360] .....	13
Abb. 6: KMG in a) Ausleger-, b) Portal- und c) Brückenbauweise, [ISO 10360] .....	14
Abb. 7: Gelenkarm-KMG mit sechs Achsen, [VDIVDE 2617 B9] .....	15
Abb. 8: Bildebene und Projektionszentrum O im übergeordneten Koordinatensystem.....	16
Abb. 9: Inklinometer Klassifizierung nach [Schlemmer 1996].....	18
Abb. 10: Funktionsprinzip (schematisch) Neigungssensor mit Flüssigkeitshorizont.....	18
Abb. 11: Lateraleffekt-Photodiode (nach [Joeckel 2008]) .....	19
Abb. 12: links Leica T-Probe; rechts Leica T-Cam auf dem Kopf eines Lasertrackers [Hexagon 2013a] .....	21
Abb. 13: Bestimmung der 6DOF aus einem Bild (Schema nach [Luhmann 2010]).....	22
Abb. 14: links: API Intelliprobe I-360; rechts: API SmartTrack; [API 2014] .....	23
Abb. 15: Mögliche Ausgestaltung eines Messadapters nach [Markendorf 2004].....	23
Abb. 16: links: Beispieltrajektorie nach [Madhavan 2013], rechts: exemplarische Realisierung einer Mimik für die Bewegung eines Reflektors entlang einer Trajektorie (vgl. [Madhavan 2013]) ...	25
Abb. 17: Unterschiedliche Orientierungen des Messtasters, jedoch identische Position (nach [VDIVDE 2617 B9]).....	26
Abb. 18: links: Linearführung, schematisch [THK 2014a]; rechts: 2-Achs-Linearführung, schematisch .....	30
Abb. 19: links: Genauigkeit von ADM und IFM des AT901; rechts: Koordinatengenauigkeit des AT901.....	41
Abb. 20: Standardabweichung der Posenparameter über die Posen aus 100 simulierten Kreisen mit jeweils vier gleichmäßig verteilten Punkten.....	43
Abb. 21: Standardabweichung der Posenparameter aus Simulation von 100 Kreisen mit jeweils vier Punkten; Gier- und Nickwinkel aus um $90^\circ$ gegenüber dem einfallenden Laserstrahl verschwenktem Normalenvektor.....	44
Abb. 22: Lasertracker mit kardanisch gelagertem Umlenkspiegel (links) und mit kardanisch gelagerter Strahlquelle (rechts). ADM gestreift, IFM in grau, [Ulrich 2013] .....	54
Abb. 23: Schema des 3 kHz Messtakts des Lasertrackers und den zu Triggerereignissen interpolierten Messwerten, nach [Leica 2009c] .....	55

Abb. 24: Am Trackerkopf auftretende Winkelbeschleunigungen in Abhängigkeit der Entfernung zum Messadapter und der Drehzahl des Dreharms mit dem Radius $r = 0,08$ m, links: 1 U/s, rechts: 2 U/s .....	56
Abb. 25: Streuung einer mehrfach gemessenen Punktposition in einer Entfernung von ca. 8 m .....	57
Abb. 26: Laterale und Distanzabweichungen des TBR in Abhängigkeit des Eintrittswinkels [Markendorf 2000] .....	58
Abb. 27: links: schematische Segmentierung der Spiegelebenen eines SMR; rechts: Schema Auswirkung des DAE bei zwei Spiegelebenen .....	60
Abb. 28: Reflektoren. a) RRR, b) BRR, c) Schema CCR, [Bernhart 2011], [Yang 1999], d) TBR, [Leica 2014] .....	60
Abb. 29: Reflektor 160A und schematischer Aufbau, [Bernhart 2011] .....	61
Abb. 30: Übersicht der Einflussfaktoren auf die Posenbestimmung .....	63
Abb. 31: Zeichnung und Realisierung des Dreharms .....	65
Abb. 32 links: rechteckiger Querschnitt für Flächenträgheitsmoment; rechts: Biegelinie bei fester Einspannung .....	65
Abb. 33: Schema eines 2-phasigen Hybrid-Schrittmotors mit drei Rotor-Polpaaren, nach [Schröder 2007] .....	68
Abb. 34: Schema der Lauf- (1) und Start-Stop-Frequenzkennlinie (2) eines Schrittmotors, nach [Schröder 2007] .....	71
Abb. 35: Soll-Ist Abweichungen $\Delta t_{i,j}$ der Triggerzeitpunkte drei aufeinanderfolgender Runden bei $\omega = 360$ °/s .....	73
Abb. 36: Periodendauern $\tau_{i,j}$ über drei aufeinanderfolgende Umdrehungen mit $\omega = 360$ °/s .....	74
Abb. 37: Soll-Ist Abweichungen $\Delta t_{i,j}$ der Triggerzeitpunkte vier aufeinanderfolgender Runden bei $\omega = 720$ °/s .....	75
Abb. 38: Soll-Ist Abweichungen $\Delta t_{i,j}$ der Triggerzeitpunkte bei $\omega = 360$ °/s bei Drehrichtungsumkehr .....	76
Abb. 39: Soll-Ist Abweichungen $\Delta t_{i,j}$ der Triggerzeitpunkte bei $\omega = 360$ °/s im Closed Loop .....	77
Abb. 40: Umdrehungsdauer $t_U$ von acht aufeinanderfolgenden Umdrehungen bei $\omega = 360$ °/s bzw. $\omega = 720$ °/s .....	78
Abb. 41: Einschwingverhalten nach Start des Antriebs, links: $\omega_{Soll} = 360$ °/s, rechts: $\omega_{Soll} = 720$ °/s ..	78
Abb. 42: Soll-Ist Abweichung $\Delta t_{i,j}$ der Triggerzeitpunkte bei $\omega = 360$ °/s (links) und $\omega = 720$ °/s (rechts) mit am Antrieb montiertem Dreharm .....	79
Abb. 43: Einschwingvorgang bei $\omega = 360$ °/s .....	80
Abb. 44: Aus den Messungen mit Logic Analyzer (LA), Funktionsgenerator (FG) und Lasertracker (LT) abgeleitete Winkelgeschwindigkeiten über die erste Umdrehung nach Start aus dem Stillstand. links: $\omega_{Soll} = 360$ °/s, rechts: $\omega_{Soll} = 720$ °/s .....	82
Abb. 45: Detailansicht der Winkelgeschwindigkeiten aus Abb. 44 .....	83
Abb. 46: Flankensteilheit der vom Encoder erzeugten Signale, Spannungsanstieg pro Zeit .....	85

Abb. 47: Von der Position auf der Kreisbahn bzw. der Orientierung der Kreisebene abhängige Standardabweichung der einzelnen Koordinatenkomponenten X, Y und Z bei 1 U/s .....	86
Abb. 48: Standardabweichung der Koordinatenkomponenten in Abhängigkeit von der Position auf der Kreistrajektorie; über mehrere, einzeln erfasste kontinuierliche Umdrehungen, links: 1 U/s, rechts: 2 U/s.....	87
Abb. 49: Schema des Index- und Triggersignals des Encoders.....	89
Abb. 50: a) Gegenüberstellung von Solltrajektorie und mit BRR erfasster Isttrajektorie; b) weitere Isttrajektorien unabhängiger Wiederholungsmessungen (zwecks Veranschaulichung übereinander gelegt).....	91
Abb. 51: links: Variation des Auftreffpunkts; rechts: aus dieser Variation resultierende Isttrajektorien durch Kompensation der Encoderwerte mit PSD-Messungen, jeweils kompletter Verfahrensweg von links nach rechts .....	91
Abb. 52: Solltrajektorie (+) und Isttrajektorie mit R160A erfasst, links) horizontale Translation; rechts) vertikale Translation mit unterschiedlichen Auftreffpunkten des Laserstrahls im Bezug zum Zentrum des Reflektors .....	92
Abb. 53: links: reflektiertes Signal in der Mitte der Apertur; rechts: reflektiertes Signal bei maximaler Verschiebung des Reflektors .....	93
Abb. 54: Gegenüberstellung von simulierten Abweichungen $\Delta_{SZ}$ zwischen Schwerpunkt und Reflektorzentrum und den gemessenen Soll-Ist-Abweichungen $\Delta_{Soll-Ist}$ .....	94
Abb. 55: Position des von einem BRR reflektierten Signals auf der Cover Plate des Lasertrackers AT901 bei zunehmender Verschiebung des Reflektors in horizontaler Richtung quer zum Laserstrahl .....	94
Abb. 56: Vom R160A reflektiertes Signal auf der Cover Plate (ohne Verschiebung).....	95
Abb. 57: links: Schema des Strahlengangs in einer Kugel und rechts: daraus resultierender Divergenzwinkel $\nu$ , nach [Yang 1999].....	97
Abb. 58: Durch Divergenzwinkel verändertes Intensitätsprofil .....	98
Abb. 59: links: Schema der aus dem Divergenzwinkel resultierenden Wellenfront, [Bernhart 2011], [Zürcher 1995]; rechts: schematischer Aufbau des aus zwei Spiegeln bestehenden Cat Eye, [Beer 1966].....	99
Abb. 60: Verschiebung des Brennpunktes einfallender Strahlen abhängig von deren Einfallshöhe $d_{OA}$ .....	100
Abb. 61: Schema der von sphärischer Aberration verursachten Defokussierung mit Intensitätsverteilung im Strahlquerschnitt in den jeweiligen Brennebenen. Abstand zwischen dem Brennpunkt der Randstrahlen c) und dem paraxialen Fokus a) ist die Longitudinalaberration, nach [Sacek 2006].....	101
Abb. 62: Deformation der Wellenfront durch sphärische Aberration als Funktion von $d_{OA}$ , links: im paraxialen Fokus (siehe Gl. (4-18)), rechts: in der Brennebene mit den kleinsten Abweichungen (siehe Gl. (4-26)) .....	102
Abb. 63: links: Aus sphärischer Aberration resultierende Intensitätsverteilung über den auf 1 normierten Abstand zur optischen Achse, rechts: Intensitätsverteilung in konzentrischen Kreisen im Strahlquerschnitt [Wyant 2015] .....	105
Abb. 64: Intensitätsverteilungen mit zunehmender Auswirkung durch Koma, [Sacek 2006] .....	105

- Abb. 65: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen a) 1 m und b) 6 m vom Reflektor..... 107
- Abb. 66: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen a) 1,25 m; b) 1,50 m; c) 1,75 m; d) 10,00 m..... 109
- Abb. 67: Schema des Strahlengangs des Abbildungsfehlers Koma, nach [Hecht 2009] ..... 109
- Abb. 68: Mit FRED ermittelte, auf eins normierte Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals bei gleichzeitiger Anwesenheit von sphärischer Aberration und zunehmender Koma durch Verschiebung des Reflektors von 0,5 mm (a) bis 3,0 mm (f) in Schritten von 0,5 mm quer zum einfallenden Strahl..... 110
- Abb. 69: links: Schema des Versuchsaufbaus zum Nachweis der Intensitätsverteilung mit Strahlquelle, Strahlanalysekamera, Strahlteiler und Reflektor 160A; rechts: LaserCamHR [Coherent 2009] 111
- Abb. 70: Beobachtete Intensitätsverteilungen des vom R160A reflektierten Signals in den Entfernungen  $d$  1 m (links) und 6 m (rechts) ..... 112
- Abb. 71: links: Beobachtete Intensitätsverteilung des vom R160A reflektierten Signals, sphärische Aberration und Koma; rechts: Reflektiertes Signal einer Strahlquelle mit  $r = 55$  mm, [Bernhart 2011] ..... 113
- Abb. 72: links: Schema des zweischaligen Kugelreflektors nach [Shargorodsky 2006]; rechts: Intensitätsverteilung des reflektierten Signals, [Shargorodsky 2006] ..... 114
- Abb. 73: Reflektordesign zur Minimierung der Auswirkungen von sphärischer Aberration; links: stufenweiser Gradient des Brechungsindex [Zürcher 1995]; rechts: Lüneburg-Linse [Shargorodsky 2006] ..... 114
- Abb. 74: graphische Darstellung eines Fahrprofils in NanoPro für eine Rotation (entspricht 200 Schritten) mit Sollschrittfrequenz 400 Hz und der Einstellung Jerk Free mit 1 Hz/ms Beschleunigung ..... 115
- Abb. 75: links: Versuchsaufbau mit Schwerlaststativ, A-TOM, T-Probe und Reflektoren (siehe grüne Kreise), rechts: Schwerlaststativ von Brunson [Brunson 2015] ..... 119
- Abb. 76: Standardabweichung der aus Triggern resultierenden Punkte  $P_i$  über 5 sequentielle Rotationen des Dreharms, links: Entfernung 3,5 m, Verschwenkung  $3^\circ$ , rechts: Entfernung 15 m, Verschwenkung  $3,5^\circ$  ..... 121
- Abb. 77: links: Standardabweichung aus Wiederholungsmessungen von Gier-  $\theta$  und Nickwinkel  $\phi$  in Abhängigkeit von Entfernung und Verschwenkung  $\beta$ , rechts: Standardabweichung des Rollwinkels  $\kappa$  aus zwei Messreihen; jeweils mit Fehlerbalken als Indikator für die Streuung über mehrere Versuchsreihen ..... 122
- Abb. 78: links: 3D-Residuen identischer Punkte nach der Transformation zweier Posen im jeweils selben Entfernungsbereich von A-TOM zum Lasertracker; rechts: radiale Kreisabweichungen den Koordinatenkomponenten der Residuen gegenübergestellt für eine Pose in 15 m Entfernung und einer Verschwenkung von  $< 3^\circ$  ..... 125
- Abb. 79: links: Beträge 3D-Residuen der Transformation identischer Punkte von Posen mit unterschiedlichem Abstand zueinander; rechts: Betrag der radialen Abweichungen zu den ausgleichenden Kreisen dieser Posen..... 126
- Abb. 80: Dreidimensionale Punktabstände  $d_p$  und Bahngeschwindigkeit des Reflektors; links: 3 Hz/ms Beschleunigungsrampe,  $\omega_{Soll} = 360^\circ/s$ ; rechts: 1 Hz/ms Beschleunigungsrampe,  $\omega_{Soll} = 720^\circ/s$  ..... 127

- Abb. 81: links: Koordinatenkomponenten der Residuen nach der Transformation zwischen den identischen Punkten des A-TOM Bodysystems und den mit dem Lasertracker beobachteten Punkten einer Pose in 15 m Entfernung zum Lasertracker; rechts: 3D-Residuen in Abhängigkeit der Entfernung zwischen A-TOM und Lasertracker bei näherungsweise gleicher Orientierung ( $< 2^\circ$  Verschwenkung)..... 128
- Abb. 82: Gegenüberstellung von Residuen nach der Transformation und radialen Abweichungen zum ausgeglichenen Kreis derselben Pose ..... 129
- Abb. 83: links: Residuen der Transformation zwischen Punkten im fehlerfreien A-TOM Bodysystem und mit Exzentrizität beaufschlagten Punkten, rechts: Residuen der Transformation zwischen einer mit Lasertracker erfassten A-TOM Pose und den  $P_{i,ATOM}$  ..... 130
- Abb. 84: Residuen nach der Transformation zwischen A-TOM Bodysystem und mit Lasertracker erfasster A-TOM Pose..... 130
- Abb. 85: beobachtete radiale Kreisabweichungen abhängig vom eingestellten Fahrprofil des Antriebs ..... 132
- Abb. 86: planare und radiale Abweichungen, links: 200 Hz, Rampe 3 Hz/ms, rechts: 400 Hz, Rampe 3 Hz/ms..... 133
- Abb. 87: Gegenüberstellung der radialen Abweichungen und dem Verlauf (einheitslos) der Winkelgeschwindigkeit einer Umdrehung. links: 200 Hz, Rampe 1 Hz/ms, rechts: 400 Hz, Rampe 1 Hz/ms ..... 133
- Abb. 88: radiale Abweichungen in Abhängigkeit von Startstellung des Dreharms und Soll-Schritzfrequenz ..... 134
- Abb. 89: Kreisabweichungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs bei 200 Hz Schritzfrequenz, links: radiale Abweichungen, rechts: Bahngeschwindigkeit..... 135
- Abb. 90: Gegenüberstellung der mit AT901 und LTD500 ermittelten radialen Kreisabweichungen; links: 200 Hz, 1 Hz/ms, rechts: 400 Hz, 1 Hz/ms..... 136
- Abb. 91: Gegenüberstellung der mit AT901 und LTD500 ermittelten radialen Kreisabweichungen; links: 200 Hz, 3 Hz/ms, rechts: 400 Hz, 3 Hz/ms..... 136
- Abb. 92: Aus mit LTD500 beobachteter kontinuierlicher Rotation abgeleitete Kreisabweichungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen des Antriebs. links: 1 U/s, rechts: 2 U/s .... 137
- Abb. 93: radiale Kreisabweichungen (1000-fache Überhöhung) in Abhängigkeit der Verschwenkung; von links nach rechts  $13^\circ$ ,  $23^\circ$ ,  $25^\circ$ ; mit BRR gemessen..... 138
- Abb. 94: radiale und planare Abweichungen in Abhängigkeit der Entfernung von A-TOM zum Lasertracker; qualitative Darstellung der radialen Abweichungen; Verschwenkung für alle Posen  $\leq 2^\circ$  ..... 139
- Abb. 95: radiale Kreisabweichungen über fünf sequentiell erfasste Rotationen; links: 5 m Entfernung zwischen A-TOM und Lasertracker; rechts: 15 m Entfernung..... 140
- Abb. 96: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen System der Reflektoren und T-Probe abhängig von Entfernung und Verschwenkung zum Lasertracker ..... 143
- Abb. 97: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen T-

Probe und A-TOM abhängig von Entfernung und Verschwenkung zum Lasertracker; links: A-TOM Posen aus Kreisausgleichung; rechts: A-TOM Posen aus Transformation .....	144
Abb. 98: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren zwischen System der Reflektoren und A-TOM abhängig von Entfernung und Verschwenkung von A-TOM zum Lasertracker; links: A-TOM Posen aus Kreisausgleichung; rechts: A-TOM Posen aus Transformation.....	145
Abb. 99: Um den jeweiligen Mittelwert über alle Posen einer Messreihe reduzierte Koordinatenkomponenten X (rot), Y (grün) und Z (blau) der Translationsvektoren $TTA$ (links) und $TRT$ (rechts) abhängig von Entfernung und Verschwenkung von A-TOM zum Lasertracker .....	146
Abb. 100: Rotationswinkel $r_X$ (rot), $r_Y$ (grün) und $r_Z$ (blau) zwischen T-Probe und A-TOM, a) A-TOM Posen aus Kreisausgleichung, b) A-TOM Posen aus Transformation, c) zwischen T-Probe und System der Reflektoren .....	147
Abb. 101: Rotationswinkel $r_X$ (rot), $r_Y$ (grün) und $r_Z$ (blau) zwischen System der Reflektoren und A-TOM, links: A-TOM Posen aus Kreisausgleichung, rechts: A-TOM Posen aus Transformation .....	148

## Abkürzungen und Formelzeichen

$\alpha$	Einfallswinkel	$b$	Biegung
$\beta$	Winkel	$C_{II}$	Kovarianzmatrix
$\beta_S$	mechanischer Schrittwinkel	CCD	Charge Coupled Device
$\Delta l$	Dehnung	CCR	Corner Cube Reflector
$\Delta t$	Zeitdifferenz	$c_k$	Kamerakonstante
$\Delta X_{PSD}, \Delta Y_{PSD}$	Ablagen auf dem PSD	$D$	Drehmatrix
$\varepsilon_{ENC}, \varepsilon_{R160A}, \varepsilon_x, \varepsilon_y$	Exzentrizitäten	$d$	Distanz allgemein
$\theta$	Gierwinkel	$d_i$	Gegenstandsweite
$\vartheta$	Lastwinkel	$d_t$	Bildweite
$\kappa$	Rollwinkel	$d_{OA}$	Abstand zur optischen Achse
$\lambda$	Wellenlänge	$F_A$	Fläche der Apertur
$v$	Verbesserungen	$F_G$	Gewichtskraft
$\hat{v}$	Schätzung der Verbesserungen	$F_Z$	Zentrifugalkraft
$v_0$	Näherungswerte der Verbesserungen	$f$	Brennweite
$\sigma_i$	Genauigkeit der Größe $i$	$f_{\Delta t}$	Frequenz der Oberschwingung
$\sigma_{Pose,100}$	Standardabweichung aus 100 Posen	$f_S$	Schrittfrequenz
$\sigma_{SIM}$	Standardabweichung der Simulation	$f_I$	Kraftvektor
$v$	Divergenzwinkel	GHM	Gauß-Helmert-Modell
$\tau_i$	Periodendauer	GNSS	Global Navigation Satellite System
$\phi$	Nickwinkel	GPS	Global Positioning System
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	HSM	Hybrid-Schrittmotor
$A$	Jakobimatrix	$I$	elektrischer Strom
ADM	Absolutdistanzmesser	$I_{R160A}$	Intensität des reflektierten Signals
$a$	Amplitude	IFM	Interferometer
$a_I$	Beschleunigungsvektor	$J$	Trägheitsmoment
add <sub>ADMAT901</sub>	ADM Additionskonstante	$J_F$	Flächenträgheitsmoment
$B$	Bedingungsmatrix	$J_L$	Lastträgheitsmoment
BRR	Break Resistant Reflector	$k$	Kreiswellenzahl
		$k_a$	Amplituden-Reflexionskoeffizient
		$L$	Vektor der Beobachtungen
		LTI	Lichttechnisches Institut Karlsruhe
		LVM	Large Volume Metrology

$M_B$	Biegemoment
$M_H$	Haltemoment
$M_{HS}$	Selbsthalmoment
$M_L$	Lastmoment
MkQ	Methode der kleinsten Quadrate
$m$	Masse
$m_\omega$	Maßstab
$n$	Brechungsindex bzw. Anzahl
$n_x, n_y, n_z$	Komponenten des Normalenvektors
$P$	Pupillenfunktion
PSD	Positions-Sensitiver Detektor
$P_M$	Kreismittelpunkt
$p$	Luftdruck
$Q_{ll}$	Kofaktorenmatrix
$q_A$	Bestrahlungsstärke der Quelle
$q_g$	gesamte auftreffende Bestrahlungsstärke
$R$	Bedingungsmatrix
$R$	elektrischer Widerstand
RK	Reflexionsgrad
RRR	Red Ring Reflector
$r_A$	Radius der Apertur
$rf$	relative Luftfeuchte
$r_H$	Radius des zentralen Hindernis in der Optik
$r_K$	Kreis- bzw. Kugelradius
$r_0$	$d_{OA}$ auf eins normiert
$r_x, r_y, r_z$	Drehwinkel um die Achsen X, Y, Z
SA	SpatialAnalyzer
$s_z$	Standardabweichung des Einzelwerts $z$
$s_{\bar{z}}$	Standardabweichung des Mittelwerts $\bar{z}$
TCP	Tool Center Point
$T$	Translationsvektor
$t$	Temperatur
$t_0$	Zeitpunkt der Initialisierung
$t_{LA}$	Zeitstempel des Logic Analyzers
$t_{off}$	zeitliches Offset
$t_{Soll}$	Sollzeitpunkt
$t_U$	Umlaufdauer
$U$	elektrische Spannung
$U_i$	induzierte Spannung
$u_{3D}$	Unsicherheit eines 3D Punktes
$u_{Ori}$	Unsicherheit der Orientierung
$u_{Pos}$	Unsicherheit der Position
$u_{XYZ}$	Unsicherheit einer Koordinate
$v_I$	Geschwindigkeitsvektor
$W_S$	Wellenfrontabweichung abhängig von $r_0$
$w$	Vektor der Widersprüche
$w_S$	Wellenfrontabweichung abhängig von $d_{OA}$
$X_i, Y_i, Z_i$	Koordinaten des Punktes $P_i$
$x$	Unbekannte Parameter
$\hat{x}$	Schätzung der unbekannt Parameter
$x_0$	Näherungswerte der unbekannt Parameter
$x', z'$	Bildkoordinaten
$x'_H, z'_H$	Bildkoordinaten des Bildhauptpunkts
$z_E$	Erwartungswert der Größe $z$
$z_{40}$	Koeffizient der sphärischen Aberration