

Karlsruher Institut für Technologie

Schriftenreihe

Kontinuumsmechanik im Maschinenbau

10

Bartholomäus Brylka

Charakterisierung und Modellierung
der Steifigkeit von langfaserverstärktem
Polypropylen

Bartholomäus Brylka

**Charakterisierung und Modellierung der Steifigkeit
von langfaserverstärktem Polypropylen**

Schriftenreihe
Kontinuumsmechanik im Maschinenbau
Band 10

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Technische Mechanik
Bereich Kontinuumsmechanik

Hrsg. Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Böhlke

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen Bände
finden Sie am Ende des Buchs.

Charakterisierung und Modellierung der Steifigkeit von langfaserverstärktem Polypropylen

von
Bartholomäus Brylka

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie
KIT-Fakultät für Maschinenbau

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Februar 2017
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Thomas Böhlke
Prof. Dr.-Ing. Markus Stommel

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2017 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 2192-693X
ISBN 978-3-7315-0680-5
DOI 10.5445/KSP/1000070061

Charakterisierung und Modellierung der Steifigkeit von langfaserverstärktem Polypropylen

Zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Bartholomäus Brylka

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Februar 2017

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Thomas Böhlke

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Markus Stommel

Zusammenfassung

Der thematische Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt auf der experimentellen Untersuchung sowie der semianalytischen Approximation der mechanischen Eigenschaften von im Fließpressverfahren hergestellten langfaserverstärkten Polypropylen. Die dynamisch mechanische Analyse wurde zur Untersuchung von Polypropylen und des anisotropen Verbundwerkstoffes angewendet. Eine Charakterisierung von Polypropylen im Zeit- und Frequenzbereich wird dokumentiert, wobei auf temperaturabhängige, nichtlinear viskoelastische Eigenschaften und die physikalische Alterung eingegangen wird. Die temperaturabhängige Charakterisierung des langfaserverstärkten Thermoplasten im Frequenzbereich wurde an drei unterschiedlichen Faservolumengehalten unter Berücksichtigung der durch den Fließprozess bedingten Inhomogenitäten durchgeführt. Neben der Untersuchung von physikalischen Alterungsphänomenen wird eine Analyse der schädigungsinduzierten Steifigkeitsdegradation unter Berücksichtigung nichtlinear viskoelastischer Eigenschaften vorgestellt.

Basierend auf Mikro-Computertomographiedaten wird die Approximation linear elastischer Eigenschaften unter Verwendung der Mori-Tanaka-Methode dargestellt. Die Symmetrieeigenschaften des mit der Mori-Tanaka-Methode approximierten Steifigkeitstensors werden für den Sonderfall isotroper Fasern in einer isotropen Matrix detailliert diskutiert. Unterschiede in den Steifigkeitsapproximationen basierend auf Orientierungstensoren 2.Stufe und 4.Stufe werden dargestellt. Abschließend werden alle Einflussfaktoren für die Identifikation sowie Approximation der Steifigkeit langfaserverstärkten Polypropylens diskutiert.

Summary

The experimental investigation and the mean-field based approximation of the mechanical properties of compression molded long fiber reinforced polypropylene is in the focus of the following thesis. Dynamical mechanical analysis is used to investigate polypropylene and the anisotropic composite. Polypropylene has been investigated experimentally in time as well as the frequency domain, under consideration of the temperature dependent, non-linear visco-elastic behavior and physical aging. Long fiber reinforced polypropylene with different fiber volume fractions is investigated in the frequency domain under consideration of the compression molding process induced inhomogeneity. The temperature dependent, anisotropic visco-elastic stiffness, damage induced stiffness degradation as well as physical aging are documented.

Based on fiber orientation distribution statistics from micro computer tomography data, the approximations of the linear elastic properties using the Mori-Tanaka method are presented. For the case of isotropic fibers in an isotropic matrix, the symmetry conditions of the Mori-Tanaka estimate based stiffness tensor is discussed in detail. Differences of the approximations based on 2nd and 4th-order orientation tensors are evaluated. In the conclusion, the relevance of the investigated dependencies on the stiffness identification and approximation of long fiber reinforced polypropylene is discussed.

Danksagung

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Thomas Böhlke für die Möglichkeit, die vorliegende Doktorarbeit erstellen zu dürfen. Zudem bedanke ich mich für seine Betreuung, die wissenschaftliche Diskussion sowie das entgegengebrachte Vertrauen. Herrn Prof. Markus Stommel danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Bei Pascal Pinter vom Institut für Angewandte Materialien - Werkstoffkunde bedanke ich mich an dieser Stelle für die Durchführung und Auswertung der Mikro-Computertomographiemessungen. Ohne diese fruchtbare Kooperation wäre die vorliegende Arbeit in der Form nicht möglich gewesen.

Für die Bereitstellung des Probenmaterials bedanke ich mich bei Dr.-Ing. Sascha Fliegener (Fraunhofer IWM, Freiburg), Timo Müller (FAST, Lehrstuhl für Leichtbautechnologie, KIT), Manfred Grigo (IAM-WK, KIT) sowie Dr.-Ing. Benjamin Hangs und Dr. Christoph Hübner (Fraunhofer ICT, Pfinztal).

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am Lehrstuhl danke ich herzlich für die freundliche Atmosphäre sowie die fachlichen und außerfachlichen Diskussionen. Nicht zuletzt danke ich allen Studentinnen und Studenten, die an den experimentellen Untersuchungen beteiligt waren, für die Unterstützung und gute Zusammenarbeit.

Dem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) finanzierten internationalen Graduiertenkolleg "Integrierte Entwicklung kontinuierlich-diskontinuierlich langfaserverstärkter Polymerstrukturen" (GRK 2078) danke ich für die wissenschaftliche Kooperation.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Forschung	4
1.3	Nomenklatur	11
2	Theoretische Grundlagen	17
2.1	Kontinuumsmechanik	17
2.1.1	Elastizitätstheorie	17
2.1.2	Viskoelastizitätstheorie	23
2.1.3	Grundlagen der Homogenisierung linear elastischer Eigenschaften	25
2.1.4	Homogenisierung linear elastischer Eigenschaften von Faserverbundwerkstoffen	33
2.1.5	Statistische Mikrostrukturbeschreibung	40
2.1.6	Homogenisierung basierend auf Orientierungstensoren 4.Stufe	43
2.2	Werkstoffkunde	45
2.2.1	Thermoplaste	45
2.2.2	Diskontinuierlich faserverstärkte Kunststoffe	53
3	Experimentelle Charakterisierung von PP und LFT	57
3.1	Materialkonfiguration und Prüfverfahren	57
3.2	Viskoelastische Charakterisierung von Polypropylen	63
3.2.1	Charakterisierung im Zeitbereich	63
3.2.2	Charakterisierung im Frequenzbereich	66

3.3	Viskoelastische Charakterisierung von LFT	75
3.3.1	Prozessinduzierte Inhomogenität und Anisotropie	75
3.3.2	Temperatur- und Frequenzabhängigkeit	79
3.3.3	Temperaturabhängiges Schädigungsverhalten	84
3.3.4	Nichtlinear viskoelastisches Verhalten	95
4	Anwendungen	97
4.1	Linear elastische Homogenisierung an künstlich generierten Datensätzen	97
4.2	CT-Daten basierte Mikrostrukturbeschreibung	103
4.3	Linear elastische Homogenisierung	110
4.3.1	Vergleich der effektiven Steifigkeitsapproximationen mit Experimenten	117
4.3.2	Einfluss der Faserlängenverteilung	124
4.3.3	Einfluss der physikalischen Alterung	126
4.3.4	Approximation der temperaturabhängigen Steifigkeit	129
5	Diskussion	133
5.1	Charakterisierung der viskoelastischen Steifigkeit von PP und LFT mittels DMA	133
5.2	Modellierung der effektiven Steifigkeit von LFT	140
5.3	Charakterisierung des Schädigungsverhaltens von LFT	145
A	Analytische Herleitungen	149
B	Verläufe der Orientierungstensorkomponenten	151
C	Verläufe der lokalen Steifigkeitsapproximationen	159
D	Temperaturabhängige Steifigkeitsapproximationen	167
	Literaturverzeichnis	171

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Leichtbau und die daraus folgende Energieeinsparung ist das übergeordnete Ziel der vorliegenden Arbeit. Dieses Thema ist eng verbunden mit der globalen Aufgabe der künftigen Generationen, die Energieprobleme sowie die mit der CO₂-Emission verbundenen Umweltprobleme zu lösen. Bei der ganzheitlichen Betrachtung des Leichtbaus wird deutlich, dass neben der Argumentation, durch Leichtbau im Transportwesen Treibstoff einzusparen, auch die gewichtsbezogenen Energieaufwendungen im gesamten Herstellungsprozess reduziert werden können. Von der Rohstoffgewinnung über die zahlreichen Transportschritte und die üblicherweise energieintensiven Verarbeitungsverfahren bis hin zum Recycling lässt sich durch eine präzise und robuste Dimensionierung der Materialeinsatz und damit Energie einsparen.

Bauteile aus langfaserverstärkten Thermoplasten (LFT) bieten hierbei aufgrund der vielfältigen Verarbeitbarkeit, geringer Dichte und der verhältnismäßig guten mechanischen Eigenschaften ein großes Leichtbaupotential. Durch das Fließpressverfahren bildet das eingesetzte Plastifikat weitestgehend die Endgeometrie ab und minimiert damit den Materialeinsatz, da weder Angüsse noch Halbzeugverschnitt anfallen. Die thermoplastische Matrix des Verbundwerkstoffes ermöglicht zudem eine gute Recyclingfähigkeit (Brast, 2001). Nicht zuletzt wegen dieser

Vorteile liegt in Europa die jährliche Wachstumsrate von LFT bei ca. 8 % bei einem Jahresumsatz von ca. 88000 Tonnen. Damit liegt der Anteil von LFT am gesamten Umsatz glasfaserverstärkter Kunststoffe bei ca. 4 % (Berechnung basierend auf Zahlen nach Witten (2015)).

Bei Bauteilen, die im Bereich Mobilität eingesetzt werden, sind zur Dimensionierung die mechanischen Eigenschaften Steifigkeit, Dämpfungsverhalten, Belastbarkeit und Beständigkeit im gesamten Temperaturbereich des Einsatzes relevant. Besonders Polypropylen weist in dem relevanten Temperaturbereich von -40°C bis 80°C deutliche Temperaturabhängigkeiten aller Eigenschaften auf. Im Herstellprozess führt das Fließpressen von LFT zu inhomogenen Faserverstärkungen, die an das Strömungsfeld während der Formfüllung gekoppelt sind. Aus der lokalen Faserorientierungsverteilung und dem Faservolumengehalt resultiert eine inhomogene Anisotropie aller mechanischer Eigenschaften. Folglich kann nur durch eine mikrostrukturbasierte Materialmodellierung eine Dimensionierung erfolgen. Dies wird in der Praxis durch eine Simulationskette realisiert, bei der die lokale Mikrostruktur durch eine Formfüllsimulation approximiert wird, welche in die darauf aufbauende FE-basierte Struktursimulation überführt wird. Unabhängig von der Approximationsgenauigkeit der Formfüllsimulation stellt sich die Frage, wie genau mit den übergebenen Mikrostrukturparametern die Materialeigenschaften für die Struktursimulation approximiert werden können. Hierbei kann Mikro-Computertomographie (μCT) effektiv genutzt werden, um als Schnittstelle einerseits Formfüllsimulationsergebnisse zu validieren und andererseits die volle Mikrostrukturstatistik für mikro-mechanische Materialmodelle in der Struktursimulation bereitzustellen. Mikrostrukturinformationen basierend auf μCT werden in dieser Arbeit in Kombination mit einem semianalytischen Ansatz genutzt, um herauszufinden, welche Abweichungen der effektiven Steifigkeit auftreten, wenn die volle Mikrostrukturorientierungsinformation auf die Mikrostrukturparameter der Formfüllsimulation reduziert wird. Die

Mikrostrukturstatistik wird hierbei hinsichtlich ihrer Inhomogenität sowohl über die Probendicke als auch auf der Probenskala untersucht. Um den Abgleich mit temperaturabhängigen Steifigkeitsmessungen auf der Probenskala durchführen zu können, wurde die dynamisch mechanische Analyse (DMA) verwendet. Da die temperaturabhängige Steifigkeit nicht entkoppelt von physikalischen Alterungsphänomenen betrachtet werden kann, wurde der Einfluss der physikalischen Alterung auf die Steifigkeit ebenfalls untersucht.

Nichtlinear viskoelastische Eigenschaften der Matrix sowie die im Verbundwerkstoff auftretenden Schädigungsphänomene sind ebenfalls relevante Einflussgrößen auf die Steifigkeitsmessung. Aus diesem Grund wird auch auf die Identifikation schädigungsinduzierter Steifigkeitsdegradation bei nichtlinear viskoelastischen Materialien eingegangen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, exemplarisch an einem semi-analytischen Modell die inhomogenen und anisotropen Steifigkeitsapproximationen darzustellen und mit Experimenten abzugleichen. Untersuchungen der relevanten Einflussfaktoren bei der mechanischen Charakterisierung der temperaturabhängigen viskoelastischen Steifigkeit werden eingehend diskutiert. Die Ergebnisse aus dieser Arbeit sollen bei der Steifigkeitsdimensionierung von LFT-Bauteilen unterstützen. Zudem sollen die experimentellen Ergebnisse dazu dienen, Konzepte zur Identifikation von Modellparametern an das thermomechanische Belastungsszenario des Bauteils auszurichten. Zudem können die Ergebnisse in der Forschung als Basis für die Entwicklung mikromechanischer Modelle zur Approximation der temperatur-, raten- und zeitabhängigen Materialeigenschaften dienen.

1.2 Stand der Forschung

Im Folgenden wird auf diskontinuierlich faserverstärkte Verbundwerkstoffe, insbesondere diskontinuierlich faserverstärkte Thermoplaste und semikristalline Polymere eingegangen.

Bei der Diskussion der Forschung an unverstärkten Kunststoffen liegt die Konzentration auf Polypropylen (PP) sowie Polypropylen basierten Copolymeren.

Die Prozess-Eigenschaftsbeziehungen fließgepresster langfaserverstärkter Thermoplaste wurden in Radtke (2008) mit Fokus auf die inhomogenen, anisotropen Materialeigenschaften und in Brast (2001) hinsichtlich des Einflusses der Extrusion untersucht. Auf experimentelle Untersuchungen der lokalen Inhomogenitäten und der daraus resultierenden lokalen Steifigkeiten langfaserverstärkter Thermoplaste wurde in Szymikowski (2007) eingegangen. Der Prozesseinfluss spritzgegossener langfaserverstärkter Thermoplaste wurde von Rhode-Tibitzl (2015) mit dem Fokus auf Ermüdung behandelt. Das Kristallisationsverhalten verstärkter semikristalliner Thermoplaste wurde in Moneke (2001) untersucht.

Nichtlineares Materialverhalten von kurzfaserverstärkten Thermoplasten wurde mit semianalytischen Ansätzen unter Berücksichtigung von plastischen Effekten (Kaiser, 2013) und Schädigung (Kammoun, 2011) modelliert. Eine mikromechanische FE-basierte Modellierung von langfaserverstärkten Thermoplasten wurde in Fliegener (2015) unter Berücksichtigung viskoser Effekte und Schädigung realisiert. Eine Analyse ausgewählter semianalytischer Ansätze sowie der Mikrostrukturbeschreibung wurde in Müller (2015) dargestellt. In Schoßig (2011) wurde das Schädigungs- und Versagensverhalten von verstärkten Kunststoffen unter Verwendung von Schallemissionsanalyse erforscht. Das Kriechverhalten von kurzfaserverstärkten spritzgegossenen Thermoplasten wurde in Pflamm-Jonas (2001) experimentell untersucht und mit semianalyti-

schen Ansätzen modelliert. Experimentelle Untersuchungen sowie eine phänomenologische Modellierung mit einem visko-elasto-plastischen Materialmodell wurde in Rieger (2004) dokumentiert. Der Temperatureinfluss auf den Spannungs-Dehnung-Verlauf kurzfaserverstärkten Polypropylens wurde in Eftekhari und Fatemi (2016) untersucht.

Materialmodelle, die für die Simulation des mechanischen Bauteilverhaltens eingesetzt werden können, basieren auf einer Beschreibung der lokalen Mikrostruktur durch die Orientierungsverteilung bei konstant angenommenen Faserlängen und Faservolumenfraktionen. Hierzu wird eine durchgängige Simulationskette angestrebt, bei der die inhomogene Orientierungsverteilung durch eine Formfüllsimulation approximiert wird (Bartus et al., 2006). Ergebnisse derartiger Simulationsketten wurden z.B. in Lasपालas et al. (2008) für spritzgegossenes, kurzfaserverstärktes Polypropylen (PP) oder in Buck et al. (2015) für fließgepresstes, langfaserverstärktes PP vorgestellt. Ein Überblick über die am häufigsten verwendeten mikromechanischen Modellierungsansätze für elastische Materialeigenschaften wurde in Tucker III und Liang (1999) und Mlekusch (1999b) vorgestellt. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Mori-Tanaka-Ansatz wurde in Benveniste (1987) ausführlich dargestellt und in Pettermann (1997) am Beispiel einer definierten Orientierungsverteilungsfunktion für die Materialkonfiguration PPGF20 angewendet. Neben linear elastischen Approximationen wurden die auf semianalytischer Homogenisierung basierenden Ansätze für viskoelastisches Materialverhalten von Verbundwerkstoffen (Mareau et al., 2009; Seiichi und Tsu-Wei, 1985) oder plastisches Materialverhalten kurzfaserverstärkter Thermoplaste (Doghri und Tinel, 2005; Kammoun, 2011; Kaiser und Stommel, 2014) verwendet.

Die lokal approximierte Mikrostruktur wird in der Formfüllsimulation üblicherweise durch Orientierungstensoren 2.Stufe beschrieben (Advani und Tucker III, 1987; Cintra und Tucker III, 1995), wobei eine konstante Faservolumenfraktion und Faserlänge angenommen wird. Durch mikro-

skopische Analyse von Schlifffbildern (wie in Hine et al. (2014); Laspalas et al. (2008)) beziehungsweise in den letzten Jahren zunehmend verwendete zerstörungsfreie Messung mittels Mikro-Computertomographie (μ CT) können die realen Mikrostrukturinformationen erfasst und ausgewertet werden. Die Fehler des Schlifffbildauswerteverfahrens wurden z.B. in Mlekusch (1999a) sowie Eberhardt et al. (2001) untersucht und ein Vergleich beider Verfahren wurde in Bernasconi et al. (2012) dokumentiert. Zur Auswertung der Voxeldaten aus den μ CT-Messungen wird entweder kommerzielle Software (Sun et al., 2015; Thi et al., 2015) oder nicht-kommerzielle Software verwendet (Bernasconi et al., 2012).

Neben der rein experimentellen Untersuchung lokaler Inhomogenitäten (Thi et al., 2015) und der Validierung der Formfüllsimulation ermöglichen μ CT-Daten eine direkte Basis zur Modellierung der inhomogenen Materialeigenschaften. Die Grauwertinformationen können direkt zur FE-basierten Berechnung herangezogen werden, wie in Ayadi et al. (2016) zur Berechnung der effektiven Steifigkeit an nicht periodischen Mikrostrukturen. In den meisten Fällen werden lediglich die extrahierten Mikrostrukturparameter in semianalytischen Ansätzen oder Voxel-basierten Methoden verwendet. Ein Vergleich der berechneten Steifigkeiten mit Voxel-basierten Methoden und semianalytischen Methoden wurde in Müller et al. (2015) dargestellt.

Die aus dem μ CT-Daten generierten Mikrostrukturinformationen können unterschiedlich ausgewertet werden. Werden die einzelnen Fasern detektiert, dann können auch diskrete Fasern mit ihren Faserlängen z.B. in semianalytischen Ansätzen berücksichtigt werden (Müller et al., 2016). Wird lediglich die Orientierungsstatistik der Grauwerte über einem definierten Schwellwert ausgewertet, so können Materialmodelle basierend auf Orientierungstensenoren angewendet werden (Buck et al., 2015; Garesci und Fliegner, 2013). Die gewonnenen Orientierungstensenoren dienen auch als Eingangsdaten zur Generierung statistisch äquivalenter 3D-Mikrostrukturen. Dadurch konnten unter Verwendung

Voxel-basierter Methoden periodische Randbedingungen (Sliseris et al., 2014) oder die Vernetzbarkeit der Mikrostruktur bei Verwendung von FE-basierten Methoden (Fliegener et al., 2014) realisiert werden. Die gemessenen und generierten Mikrostrukturen werden dabei über Orientierungstensoranteile verglichen. Auftretende Faserkrümmungen können bei dieser Auswertemethode nicht korreliert werden (Fliegener et al., 2014). Hierzu müsste, wie in Abdin et al. (2014) am Beispiel einer μ CT-Auswertung gekrümmter Stahlfasern, die Faserkrümmung modelliert werden.

Ansätze zur Verwendung Voxel-basierter Methoden zur Berechnung des Schädigungsverhaltens diskontinuierlich verstärkter Verbunde wurden in (Spahn et al., 2014) vorgestellt. Unter Verwendung von vereinfachten Einheitszellenmodellen wurde das Schädigungsverhalten gekoppelt an Orientierungen aus Formfüllsimulation beschrieben (Lutz et al., 2009). In einigen Veröffentlichungen wurde Schädigungsmodellierung in semi-analytische Ansätze integriert (Jain et al., 2015; Schjødt-Thomsen und Pyrz, 2000b; Derrien et al., 2000). In Schjødt-Thomsen und Pyrz (2000b) wurde das Kriechverhalten von Verbunden mit geschwächter und intakter Grenzfläche modelliert. Mittels FE-Simulationen an Einheitszellenmodellen wurden in Jain et al. (2015) äquivalente intakte Einschlüsse berechnet und in linear elastischen semianalytischen Ansätze gegen die geschädigten Einschlüsse ersetzt. Durch Anpassen von Versagenswahrscheinlichkeitsfunktionen der Einschlüsse und der Grenzflächen an experimentelle Messungen wurden die Steifigkeitsdegradation und das Versagen von diskontinuierlich verstärkten Verbunden in Derrien et al. (2000) approximiert.

Speziell bei einer viskoelastischen Matrix ist die experimentelle Identifikation der Steifigkeitsdegradation durch Schädigung nicht eindeutig. Fritsch et al. (2009) stellten ein Identifikationsverfahren zur Messung der durch Schädigung degradierten Steifigkeit von langfaserverstärkten Thermoplasten vor. Durch Schallemissionsanalyse wurde in Schmidt

et al. (2006) das Schädigungsverhalten von kurzfaserverstärkten Verbundwerkstoffen untersucht. Auch bei der Schädigungscharakterisierung konnte Computertomographie bereits eingesetzt werden. Das Porenwachstum in Ermüdungsversuchen wurde in Cosmi und Bernasconi (2013) mittels μ CT-Analyse untersucht. Die Korrelation von Materialversagen mit lokalen Faserkonzentrationen in holzfaserverstärkten Polymeren konnte in Joffre et al. (2014) unter Verwendung der μ CT belegt werden.

Da die komplex gekoppelten mechanischen Eigenschaften und Mechanismen verstärkter Thermoplaste aus den Eigenschaften unverstärkter Polymere resultieren, sollten auch die folgenden Arbeiten berücksichtigt werden. In Woicke (2006) wurde das viskoelastische Verhalten von PP experimentell untersucht und eindimensional modelliert. Keuerleber (2006) korrelierte den E-Modul bei hohen Dehnraten mit mittels dynamisch mechanischer Analyse (DMA) generierten Masterkurven. Das bei Polypropylen beobachtete viskoelastisch nichtlineare Materialverhalten wurde in Schapery (1969) diskutiert und modelliert. Dehnratenabhängige Schädigungsentwicklung wurde in Yudhanto et al. (2016) an impact PP untersucht.

Die mechanischen Eigenschaften des semikristallinen isotaktischen Polypropylens hängen stark vom Kristallisationsgrad ab (Menyhárd et al., 2015; Pukánszky et al., 1997). Das Kristallisationsverhalten von PP unter Druck wurde in Ohneiser (2011) untersucht. Alterung und Nachkristallisation von PP dokumentierte Pongratz (2000). Mit dem Schwerpunkt auf der physikalischen Alterung wurde PP in Agarwal und Schultz (1981); Fiebig et al. (1999) und Gahleitner et al. (2002) untersucht. Neben PP konnten in Gahleitner et al. (2002) physikalische Alterungseffekte an einem PP-Copolymer festgestellt werden. Bei faserverstärktem PP können sich deutlich andere Kristallisationsmorphologien und Kristallisationsgrade als im unverstärkten PP einstellen. Ein Ansatz zur Modellierung von Sphärolithwachstum in unidirektionalen Faserverbunden

wurde von Benard und Advani (1998) vorgestellt. Durch Scherbelastung konnten in Thomason und Van Rooyen (1992) transkristalline Zonen im Polypropylen um Glasfasern unter dem Mikroskop induziert werden. Diese radial wachsenden Zonen wurden in Lutz (2006) in Schlifflen von spritzgegossenen glasfaserverstärktem PP festgestellt. Scherinduzierte Kristallisation konnten auch in Tribout et al. (1996) an einem Impact PP-Copolymer beobachtet werden. Die semikristalline Morphologie sowie die temperaturabhängigen Eigenschaften von Impact PP-Copolymeren wurden in Hongjun et al. (1999) untersucht. Neben dem Kristallinitätsgrad hat auch die Modifikation der Polymerkettenanordnung einen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften. Der Einfluss der Kristallanteile der α - und β -Modifikation auf die mechanischen Eigenschaften untersuchte Tordjeman et al. (2001) an PP und Papageorgiou et al. (2012) an einem PP-Copolymer. Der Einfluss von β Nukleierungsmitteln auf reines und partikelgefülltes PP ist in Varley et al. (2013) dokumentiert. An PP und langfaserverstärkten PP konnte in Geng et al. (2014) die Korrelation der über eine spezielle Temperaturführung gezüchteten β -Anteile mit der Zähigkeitszunahme hergestellt werden.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete dynamisch mechanische Analyse (DMA) ist bereits ein etabliertes Verfahren zur Charakterisierung der temperaturabhängigen viskoelastischen Materialeigenschaften diskontinuierlich faserverstärkter Polymere (Schledjewski und Karger-Kocsis, 1994; Tjong et al., 2002). Unter Verwendung einer DMA wurde die Abhängigkeit der temperaturabhängigen Steifigkeit und des Dämpfungsverhaltens von der Faservolumenfraktion in He et al. (2016) und Fung und Li (2006) bzw. der Probenorientierung im Falle kontinuierlicher Verstärkung (Thomason, 1990) untersucht. An dieser Stelle ist zu bedenken, dass deutliche Unterschiede in den gemessenen Steifigkeiten vorliegen können, je nachdem welcher Belastungsmodus bei der Charakterisierung verwendet wird (Deng et al., 2007). DMA-Messungen an PP basierten Copolymer veröffentlichten Karger-Kocsis und Kiss

(1987). Zur Untersuchung von Schädigung wurde in (Kostka et al., 2012; 2016) die DMA an kontinuierlich verstärkten Duromeren verwendet. Ein Überblick über das Dämpfungsverhalten von Faserverbundwerkstoffen wurde in (Chandra et al., 1999) vorgestellt.

Ergänzend zu dem aktuellen Stand der Forschung wird im Rahmen dieser Arbeit die Mori-Tanaka-Approximation für langfaserverstärkte Thermoplaste angewendet. Hierbei geht die vollständige Beschreibung der Faserorientierungsverteilung basierend auf Orientierungstensoren 4. Stufe direkt aus der μ CT-Analyse ein. Dabei wird die approximierten Steifigkeit auf zwei Skalen dargestellt. Einerseits werden die anisotropen inhomogenen Steifigkeitsapproximationen über der Dicke diskutiert. Andererseits werden Approximationen basierend auf gemittelten Orientierungstensoren mit Experimenten verglichen. Die in die Approximation eingehende Steifigkeit der Polypropylen-Matrix sowie die für den experimentellen Abgleich benötigte Charakterisierung des anisotropen Verbundwerkstoffes wird mittels dynamisch mechanischer Analyse temperaturabhängig durchgeführt. Um auf die Einflussfaktoren bei der Bestimmung der effektiven Steifigkeit von Polymer und LFT detailliert einzugehen, werden Untersuchungen der nichtlinearen viskoelastischen Eigenschaften, der physikalischen Alterungsphänomene sowie der Steifigkeitsdegradation durch Schädigung vorgestellt.

1.3 Nomenklatur

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Symbole, Operationen und Abkürzungen werden im Folgenden aufgelistet.

Skalare Größen

E', E''	Speicher- bzw. Verlustmodul
$\tan \delta$	Dämpfungsfaktor
δ	Versatzwinkel
σ_0, ε_0	Grundspannung bzw. -dehnung
$\Delta \sigma, \Delta \varepsilon$	Spannungs- bzw. Dehnungsamplitude
ω	Winkelgeschwindigkeit
f	Belastungsfrequenz
τ_k, η_k, E_k	Relaxationszeit, Viskosität und Federsteifigkeit eines Maxwell-Elementes
$\varepsilon_k^e, \varepsilon_k^v$	Elastische bzw. viskose Dehnung eines Maxwell-Elementes
E_R	Relaxationsmodul
E_C	Kriechmodul
E	E-Modul
D	Schädigungsvariable
ν	Querkontraktionszahl
K	Kompressionsmodul
G	Schubmodul
E_f, ν_f, G_f, K_f	Elastische Konstanten der isotropen Fasern
E_m, ν_m, G_m, K_m	Elastische Konstanten der isotropen Matrix
$E_{ }, E_{\perp}, \nu_{\perp }, \nu_{\perp\perp}, G_{ \perp}$	Tranversalisotrope Ingenieurskonstanten
a_α	Aspektverhältnis einer Faser
\bar{a}	Volumengewichtetes Aspektverhältnis der Fasern
l_α	Länge einer Faser

d_α	Durchmesser einer Faser
v_g, v_f, v_m	Gesamt-, Faser- und Matrixvolumen
c_f, c_m	Faser- und Matrixvolumenanteil
$c_{f,\alpha}$	Volumenanteil einer Faser am Gesamtfaservolumen
$c_{f,\beta}$	Volumenanteil einer Faserlängenklasse am Gesamtfaservolumen
λ_i	Eigenwerte
b_i	Koeffizienten zur Zerlegung transversalisotroper Tensoren $i = 1 \dots 5$
$\delta_{\alpha\beta}$	Kroneckersymbol
$E^{(4)}, E^{(2)}$	Richtungsprojektion der approximierten Steifigkeit basierend auf Orientierungstensor 4.Stufe bzw. 2.Stufe
$\zeta^{(4)}, \zeta^{(2)}$	Intensität des Orientierungstensors 4.Stufe bzw. 2.Stufe in eine bestimmte Projektionsrichtung d

Vektoren

0	Nullvektor
n_α	Richtungsvektor einer Faser
d	Projektionsvektor
p^i	Eigenvektoren

Tensoren 2.Stufe

I	Einheitstensor
B_i	Basistensoren der normierten Voigt Notation
Q, Q_α	Rotationstensor
H	Verschiebungsgradient
ε	Verzerrung, Dehnung
σ	Cauchy-Spannung
$\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}$	Volumenmittelwert der Spannung bzw. Dehnung
$\hat{\sigma}(\mathbf{x}), \hat{\varepsilon}(\mathbf{x})$	Lokale Fluktuation der Spannung bzw. Dehnung
ε^*	Eigendehnung
$\tau(\mathbf{x}), \tau$	Ortsabhängige bzw. phasenweise konstante Spannungspolarisation
N_α	Orientierungstensor einer Faser des Index α
\bar{N}	Effektiver Orientierungstensor aus Volumenmittelwert über das Faservolumen

Tensoren 4.Stufe

$\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2$	Isotrope Projektoren
\mathbb{I}^S	Symmetrischer Anteil der Identität
$\mathbb{C}, \mathbb{C}(\mathbf{x})$	Steifigkeit bzw. ortsabhängige Steifigkeit
$\bar{\mathbb{C}}$	Effektive Steifigkeit
\mathbb{C}_0	Vergleichssteifigkeit
$\mathbb{C}_f, \mathbb{C}_{f,\alpha}$	Homogene bzw. inhomogene Steifigkeit der Fasern

\mathbb{C}_m	Steifigkeit der Matrix
$\delta\mathbb{C}$	Isotrope Steifigkeitsdifferenz zwischen Faser- und Matrixmaterial
$\bar{\mathbb{C}}^{MT}$	Effektive Steifigkeit nach der Mori-Tanaka-Approximation
$\bar{\mathbb{C}}^{DD}$	Effektive Steifigkeit nach der Dünne-Defekt-Approximation
$\bar{\mathbb{C}}^V, \bar{\mathbb{C}}^R$	Steifigkeit nach der Voigt- bzw. Reuss-Schranke
$\mathbb{S}, \mathbb{S}(\mathbf{x})$	Nachgiebigkeit bzw. ortsabhängige Nachgiebigkeit
$\mathbb{A}(\mathbf{x}), \mathbb{B}(\mathbf{x})$	Ortsabhängige Dehnungs- bzw. Spannungslokalisierung
$\mathbb{A}_\alpha, \mathbb{B}_\alpha$	Phasenweise konstante Dehnungs- bzw. Spannungslokalisierung
$\mathbb{A}_{f,\alpha}$	Phasenweise konstante Dehnungslokalisierung in eine Faser
$\mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP}$	Phasenweise konstante Dehnungslokalisierung in eine Faser in unendlich ausgedehnter Matrix (single inclusion problem)
$\mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT}$	Phasenweise konstante Dehnungslokalisierung in eine Faser nach dem Mori-Tanaka-Ansatz
\mathbb{P}_0	Polarisationstensor für Einzeleinschluss
$\mathbb{P}_{0,\alpha}$	Polarisationstensor einer Faser des Index α
\mathbb{E}	Eshelby-Tensor
\mathbb{H}_0	Transversalisotroper Referenztensor
\mathbb{H}_α	Gedrehter Referenztensor
\mathbb{N}_α	Orientierungstensor einer Faser des Index α
$\bar{\mathbb{N}}$	Effektiver Orientierungstensor aus Volumenmittelwert über das Faservolumen

Operationen

\cdot	Skalarprodukt: $\alpha = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
\otimes	Dyadisches Produkt: $\mathbf{A} = \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$
$[\cdot]$	Lineare Abbildung: $\mathbf{B} = \mathbb{C}[\mathbf{A}]$
\mathbf{AB}	Hintereinanderschaltung: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$
\square	Box-Produkt: $(\mathbf{A} \square \mathbf{B})[\mathbf{C}] = \mathbf{ACB}$
\star	Rayleigh-Produkt
$\text{div}(\cdot)$	Divergenzoperator
$\text{grad}(\cdot)$	Gradientenoperator
$\text{sym}(\mathbf{D})$	Symmetrischer Anteil von \mathbf{D}
$\mathbf{D}', \mathbf{D}^\circ$	Symmetrisch deviatorischer bzw. sphärischer Anteil von \mathbf{D}
\mathbf{A}^T	Transposition von \mathbf{A}
$\mathbb{A}^{TH}, \mathbb{A}^{TR}, \mathbb{A}^{TL}$	Haupt-, Rechts- bzw. Linkstransposition von \mathbb{A}
$\langle \cdot \rangle$	Volumenmittelwert
$\langle \cdot \rangle_f, \langle \cdot \rangle_m$	Volumenmittelwert über das Volumen der Fasern bzw. der Matrix
$\langle \cdot \rangle_{f,\alpha}$	Volumenmittelwert über das Volumen einer Faser
$\langle \langle \cdot \rangle \rangle_\alpha$	Volumenmittelwert über phasenweise konstante Werte der einzelnen Phasen. Entspricht: $\sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \langle \cdot \rangle_\alpha$

Abkürzungen

PP	Polypropylen
LFT	Langfaserverstärkter Thermoplast
D-LFT/ILC	Direktverarbeitetes LFT im „in-line compounding“-Verfahren
SFRP	Short fiber reinforced plastic
PPGF30	Polypropylenmatrix Verbundwerkstoff mit 30 vol.% Glasfasern
PPGF20	Polypropylenmatrix Verbundwerkstoff mit 20 vol.% Glasfasern
PPGF10	Polypropylenmatrix Verbundwerkstoff mit 10 vol.% Glasfasern
EB, FB	Einlege- bzw. Fließbereich
SMC	Sheet moulding compound
BMC	Bulk moulding compound
R00, R30, R45, R60, R90	Richtungsbezeichnung im Winkel von 0°, 30°, 45°, 60°, 90° zur Hauptfließrichtung
μ CT	Mikro-Computertomographie
DMA	Dynamical mechanical analysis
DSC	Differential scanning calorimetry

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Kontinuumsmechanik

Im Rahmen der hier dargestellten kontiuumsmechanischen Grundlagen werden die anisotrope Elastizitätstheorie sowie die linear elastische Homogenisierung von Matrix-Einschlussgefügen behandelt. Ausgehend von einer allgemeinen Betrachtung wird kurz auf die Dünne-Defektverteilung eingegangen und der Mori-Tanaka-Ansatz inklusive der Anwendung für Faserverbundwerkstoffe im Detail beschrieben. Zum besseren Verständnis der Charakterisierung viskoelastischer Materialeigenschaften wird die Viskoelastizität im eindimensionalen Kontext eingeführt.

2.1.1 Elastizitätstheorie

Die lineare anisotrope Elastizitätstheorie wird im Folgenden im Kontext kleiner Deformationen eingeführt. Hierbei wird der Verzerrungstensor ε als symmetrischer Anteil des Gradienten \mathbf{H} des Verschiebungsfeldes \mathbf{u} definiert

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T \right) \quad , \quad \mathbf{H} = \text{grad}(\mathbf{u}) . \quad (2.1)$$

Über das Hooke'sche Gesetz wird die Cauchy-Spannung σ durch die lineare Abbildung des Verzerrungstensors mit dem Steifigkeitstensor \mathbb{C} bestimmt

$$\sigma = \mathbb{C}[\varepsilon]. \quad (2.2)$$

Der Nachgiebigkeitstensor \mathbb{S} als Inverser des Steifigkeitstensors $\mathbb{C}^{-1} = \mathbb{S}$ bildet wiederum die symmetrische Cauchy-Spannung auf den Verzerrungstensor ab

$$\varepsilon = \mathbb{S}[\sigma]. \quad (2.3)$$

Unter Verwendung der Einstein'schen Summationskonvention über die Indizes i, j, k, l werden in den Gleichungen (2.2) und (2.3) symbolisch dargestellten linearen Abbildungen vom R^6 auf R^6 analog in der Indexnotation dargestellt

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\sigma_{kl}, \quad \text{für } i, j, k, l = 1..3 \quad \forall \quad \varepsilon, \sigma \in \text{Sym}, \quad (2.4)$$

wobei der Nachgiebigkeits- sowie der Steifigkeitstensor im linear hyperelastischen Fall die Hauptsymmetrie $C_{ijkl} = C_{klij}$ aufweisen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann die linke Untersymmetrie $C_{ijkl} = C_{jikl}$ angenommen werden, aus der unter Berücksichtigung der Hauptsymmetrie die rechte Untersymmetrie $C_{ijkl} = C_{ijlk}$ folgt. Für den Sonderfall der elastischen Isotropie kann der Steifigkeitstensor über zwei Konstanten, den Kompressionsmodul K und den Schubmodul G , unter Verwendung der isotropen Projektoren \mathbb{P}_1 und \mathbb{P}_2 vollständig beschrieben werden

$$\mathbb{C} = 3K\mathbb{P}_1 + 2G\mathbb{P}_2. \quad (2.5)$$

Die isotropen Projektoren \mathbb{P}_1 und \mathbb{P}_2 bilden jeden symmetrischen Tensor D auf seinen sphärischen Anteil D° und seinen deviatorischen Anteil D' ab

$$D^\circ = \mathbb{P}_1[D] \quad , \quad D' = \mathbb{P}_2[D]. \quad (2.6)$$

Die Projektoren sind wie folgt definiert

$$\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \quad , \quad \mathbb{P}_2 = \mathbb{I}^S - \mathbb{P}_1. \quad (2.7)$$

Der symmetrische Anteil des Identitätstensors 4.Stufe \mathbb{I}^S ist über

$$\mathbb{I}^S = \frac{1}{2} (\mathbf{I} \square \mathbf{I} + (\mathbf{I} \square \mathbf{I})^{Tr}) \quad (2.8)$$

definiert. Das hierbei verwendete Box-Produkt \square ist bei zwei beliebigen Tensoren zweiter Stufe \mathbf{D} und \mathbf{E} durch

$$\mathbf{D} \square \mathbf{E} = D_{ik} E_{lj} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l, \quad (2.9)$$

definiert. Unter Verwendung der experimentell gut zugänglichen Ingenieurskonstanten, des Elastizitätsmoduls E und der Querkontraktionszahl ν , lassen sich K und G mit den Gleichungen

$$3K = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad , \quad 2G = \frac{E}{1 + \nu} \quad (2.10)$$

berechnen. Hierbei gilt ein Steifigkeitstensor als isotrop, wenn er invariant bezüglich einer beliebigen Drehung mit einem Rotationstensor \mathbf{Q} ist

$$\begin{aligned} \mathbb{C} &= \mathbf{Q} \star \mathbb{C} \\ &= C_{ijkl} (\mathbf{Q} \mathbf{e}_i) \otimes (\mathbf{Q} \mathbf{e}_j) \otimes (\mathbf{Q} \mathbf{e}_k) \otimes (\mathbf{Q} \mathbf{e}_l) \quad \forall \mathbf{Q} \in Orth \subset SO(3). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Zur Darstellung anisotroper Symmetrieklassen wird zunächst die normierte Voigt-Notation mit den biorthonormalen Basistensoren \mathbf{B}_ι ($\iota, \xi = 1 \dots 6$) definiert, für die gilt

$$\mathbf{B}_\iota \cdot \mathbf{B}_\xi = \delta_{\iota\xi}. \quad (2.12)$$

Bezogen auf ein beliebiges orthonormales Basissystem $\{e_i\} (i = 1 \dots 3)$ im R^3 können die Basistensoren folgendermaßen dargestellt werden

$$\begin{aligned}
 B_1 &= e_1 \otimes e_1 \quad , \quad B_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} (e_2 \otimes e_3 + e_3 \otimes e_2) , \\
 B_2 &= e_2 \otimes e_2 \quad , \quad B_5 = \frac{\sqrt{2}}{2} (e_1 \otimes e_3 + e_3 \otimes e_1) , \quad (2.13) \\
 B_3 &= e_3 \otimes e_3 \quad , \quad B_6 = \frac{\sqrt{2}}{2} (e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1) .
 \end{aligned}$$

Die Komponenten der bezogen auf diese Basis dargestellten Spannungstensoren, Dehnungstensoren, Steifigkeitstensoren und Nachgiebigkeitstensoren werden aus den folgenden Skalarprodukten bestimmt

$$\sigma_\iota = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_\iota, \quad \varepsilon_\iota = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{B}_\iota, \quad C_{\iota\xi} = \mathbb{C} \cdot \mathbf{B}_\iota \otimes \mathbf{B}_\xi, \quad S_{\iota\xi} = \mathbb{S} \cdot \mathbf{B}_\iota \otimes \mathbf{B}_\xi. \quad (2.14)$$

Damit kann das Hooke'sche Gesetz aus Gleichung (2.4) folgendermaßen dargestellt werden

$$\sigma_\iota = C_{\iota\xi} [\varepsilon_\xi], \quad \varepsilon_\iota = S_{\iota\xi} [\sigma_\xi]. \quad (2.15)$$

Ausgehend von diesem Basissystem können im Folgenden die für diese Arbeit relevanten Materialsymmetrien der Steifigkeitstensoren in Komponentenschreibweise dargestellt werden. Liegt in einem Material keine materielle Symmetrieebene vor, so wird von der triklinen Symmetrie gesprochen. Hierbei werden 21 unabhängige elastische Konstanten, bezogen auf ein definiertes Koordinatensystem, benötigt, um den Steifigkeitstensor vollständig zu beschreiben

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{1113} & \sqrt{2}C_{1112} \\ & C_{2222} & C_{2233} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{2213} & \sqrt{2}C_{2212} \\ & & C_{3333} & \sqrt{2}C_{3323} & \sqrt{2}C_{3313} & \sqrt{2}C_{3312} \\ & & & 2C_{2323} & 2C_{2313} & 2C_{2312} \\ & \text{sym.} & & & 2C_{1313} & 2C_{1312} \\ & & & & & 2C_{1212} \end{bmatrix} \mathbf{B}_\iota \otimes \mathbf{B}_\xi. \quad (2.16)$$

Bei einer orthotropen Symmetrie liegen drei zueinander orthogonale Symmetrieebenen vor, wobei neun unabhängige elastische Konstanten benötigt werden. Die folgende Darstellungsform der Komponenten des Nachgiebigkeitstensors gilt im Hauptachsensystem der materiellen Symmetrie. Bei diesem Koordinatensystem sind die drei Basisvektoren senkrecht zu den drei Symmetrieebenen

$$\mathbb{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \mathbf{B}_\iota \otimes \mathbf{B}_\xi. \quad (2.17)$$

Da ein orthonormales Rechtssystem relativ zu einem anderen Basissystem mit drei Eulerwinkeln eindeutig beschrieben werden kann, werden zusätzlich drei weitere Parameter benötigt, wenn die Koordinatenachsen nicht mit den Symmetrieachsen übereinstimmen. Somit werden insge-

samt 12 Konstanten benötigt, um einen orthotropen Nachgiebigkeits- bzw. Steifigkeitstensor vollständig zu beschreiben.

Bei der transversalisotropen Symmetrie existieren eine Symmetrieebene und eine Symmetrieachse. Die Symmetrieachse ist hierbei senkrecht zur Symmetrieebene, wobei fünf unabhängige elastische Konstanten benötigt werden, um den Nachgiebigkeitstensor in einem beliebigen orthonormalen Koordinatensystem zu beschreiben, bei dem eine der Achsen in Richtung der Symmetrieachse liegt. In der folgenden Komponentendarstellung des transversalisotropen Nachgiebigkeitstensors entspricht die e_1 -Richtung der Symmetrieachse

$$\mathbb{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\perp}} & \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & \frac{-\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\perp}} & \frac{-\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{\perp\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{\parallel\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix} \mathbf{B}_{\iota} \otimes \mathbf{B}_{\xi}. \quad (2.18)$$

Die unabhängigen Ingenieurskonstanten lauten E_{\parallel} , E_{\perp} , $\nu_{\perp\parallel}$, $\nu_{\perp\perp}$, $G_{\parallel\perp}$, wobei das Symbol \parallel der Richtung der Symmetrieachse entspricht und \perp für eine beliebige Richtung, die senkrecht zur Symmetrieachse ist, steht. In der isotropen Ebene, die durch die beiden senkrecht zu e_1 stehenden Koordinatenachsen aufgespannt wird, liegt eine Kopplung von Schubmodul mit E-Modul und Querkontraktionszahl vor

$$2G_{\perp\perp} = \frac{E_{\perp}}{1 + \nu_{\perp\perp}}. \quad (2.19)$$

Da zur Beschreibung eines der möglichen Koordinatensysteme ein Normalenvektor ausreicht, der durch zwei Polarwinkel beschrieben werden

kann, sind insgesamt sieben Koeffizienten notwendig, um einen transversalisotropen Nachgiebigkeits- bzw. Steifigkeitstensor in einem beliebigen Koordinatensystem eindeutig zu beschreiben.

Die graphische Darstellung der anisotropen Steifigkeit erfolgt im Folgenden über den E-Modulkörper (Böhlke und Brüggemann, 2001). Hierbei wird der richtungsabhängige E-Modul des anisotropen Materials bei einer einachsigen Zugbelastung in Richtung \mathbf{d} über

$$E(\mathbf{d}) = (\mathbb{S} \cdot (\mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}))^{-1} \quad (2.20)$$

bestimmt und beispielweise in Polarkoordinaten dargestellt.

2.1.2 Viskoelastizitätstheorie

Viskoelastische Materialien können über Kriech- bzw. Relaxationsverhalten im Zeitbereich oder über ihr Dämpfungsverhalten im Frequenzbereich analysiert werden. Im Falle der eindimensionalen, linear viskoelastischen Beschreibung kann für den Zeitbereich das zeitabhängige Materialverhalten über einen Relaxationsmodul $E_R(t)$ bei sprunghaft aufgebrachten konstanten Dehnungen ε_0 oder durch einen Kriechmodul $E_C(t)$ bei sprunghaft aufgebrachten konstanten Spannungen σ_0 beschrieben werden mit

$$E_R(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}, \quad E_C(t) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon(t)}. \quad (2.21)$$

Zur Beschreibung im Frequenzbereich wird ein sinusförmiger, eingeschwungener Belastungszustand mit einer konstanten Spannungsamplitude $\Delta\sigma$, einer konstanten Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon$ und einer konstanten Kreisfrequenz ω betrachtet. Unter der Annahme, dass in dem betrachteten Zeitbereich die zeitliche Änderung der Grunddehnung und Grundspannung vernachlässigbar ist, ergeben sich mit der konstanten Grunddehnung ε_0 und der konstanten Grundspannung σ_0 folgende

zeitlichen Verläufe für die Dehnung $\varepsilon(t)$ und Spannung $\sigma(t)$ (Shaw und MacKnight, 2005)

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \sin(\omega t), \quad \sigma(t) = \sigma_0 + \Delta\sigma \sin(\omega t + \delta). \quad (2.22)$$

Hierbei beschreibt der Winkel δ den Phasenversatz zwischen der Dehnung und der Spannung (Wetton et al., 1991). Der elastisch gespeicherte Anteil wird durch den Speichermodul E' und der durch Dämpfung dissipierte Anteil durch den Verlustmodul E'' beschrieben

$$E' = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \cos(\delta), \quad E'' = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \sin(\delta). \quad (2.23)$$

Die Dämpfungseigenschaft des Materials wird mit dem Dämpfungsfaktor $\tan(\delta)$ ausgedrückt

$$\tan(\delta) = \frac{E''}{E'}. \quad (2.24)$$

Verallgemeinertes Maxwell-Modell

Zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens wird im Folgenden das Verallgemeinerte Maxwell-Modell eingeführt (siehe Abbildung 2.1), das aus einer Parallelschaltung eines Federelementes der Steifigkeit E_∞ mit einer Anzahl von n Maxwell-Elementen besteht, welche wiederum aus Reihenschaltungen von Federelementen der Steifigkeiten E_k und Dämpferelementen mit Viskositäten η_k bestehen (mit k von 1 bis n) (Middendorf, 2002). Mit den elastischen Federdehnungen ε_k^e und den viskosen Dämpferdehnungen ε_k^v gilt für die Spannungen in den einzelnen Maxwell-Elementen $\sigma_k = E_k \varepsilon_k^e = \eta_k \dot{\varepsilon}_k^v$. Zur Identifikation eines verallgemeinerten Maxwell-Modells mit n Maxwell-Elementen müssen im eindimensionalen Fall $1 + 2n$ freie Parameter bestimmt werden. Dies sind die Federsteifigkeit E_∞ und für jedes Maxwell-Element jeweils eine Federsteifigkeit E_k und eine Relaxationszeit τ_k mit $\tau_k = \eta_k / E_k$.

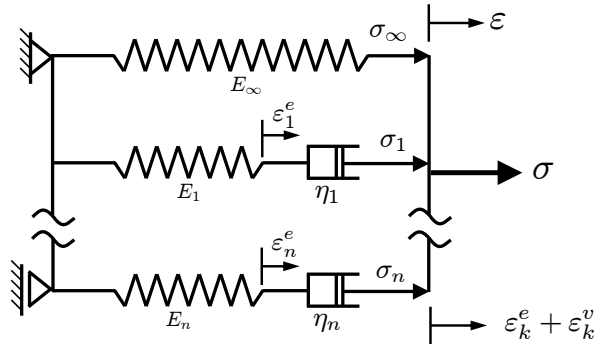


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Verallgemeinerten Maxwell-Modells

Diese viskoelastischen Parameter können im Zeitbereich mit dem Relaxationsverlauf (Haupt, 2002)

$$E_R(t) = E^\infty + \sum_{k=1}^n E_k e^{-t/\tau_k} \quad (2.25)$$

und im Frequenzbereich mit dem Verlauf des Speichermoduls und des Verlustmoduls

$$E'(\omega) = E^\infty + \sum_{k=1}^n E_k \frac{(\omega\tau_k)^2}{1 + (\omega\tau_k)^2} \quad \text{und} \quad E''(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega\tau_k}{1 + (\omega\tau_k)^2} \quad (2.26)$$

identifiziert werden.

2.1.3 Grundlagen der Homogenisierung linear elastischer Eigenschaften

Die Approximationen der effektiven Steifigkeit sowie der lokalen Spannungen und Dehnungen eines mehrphasigen Verbundwerkstoffes ste-

hen im Fokus der im Folgenden beschriebenen Homogenisierungsmethoden. Hierbei stellt die Definition, dass sich die effektiv im Unendlichen auf den Verbundwerkstoff wirkenden Spannungen $\bar{\sigma}$ und Dehnungen $\bar{\varepsilon}$ exakt über den arithmetischen, volumengewichteten Mittelwert $\langle \cdot \rangle$ der lokalen Spannungen $\sigma(\mathbf{x})$ und Dehnungen $\varepsilon(\mathbf{x})$, mit

$$\bar{\sigma} = \langle \sigma(\mathbf{x}) \rangle \quad \text{und} \quad \bar{\varepsilon} = \langle \varepsilon(\mathbf{x}) \rangle, \quad (2.27)$$

bestimmen lassen, die Grundlage für weitere Relationen von der Makroskala auf die Mikroskala dar (Walpole, 1981). Diese Gleichheit gilt, sofern keine Poren und Risse im Material vorliegen. Somit kann die lokale Spannung und Dehnung über die Mittelwerte $\bar{\sigma}$ bzw. $\bar{\varepsilon}$ und die Fluktuationen $\hat{\sigma}(\mathbf{x})$ bzw. $\hat{\varepsilon}(\mathbf{x})$ ausgedrückt werden

$$\sigma(\mathbf{x}) = \bar{\sigma} + \hat{\sigma}(\mathbf{x}) \quad , \quad \varepsilon(\mathbf{x}) = \bar{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}(\mathbf{x}). \quad (2.28)$$

Unter einer weiteren Annahme, dass sowohl die lokalen als auch die effektiven Materialeigenschaften linear hyperelastisch sind, kann das Hooke'sche Gesetz für Verbundwerkstoffe wie folgt formuliert werden

$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbb{C}}[\bar{\varepsilon}] = \langle \mathbb{C}(\mathbf{x})[\varepsilon(\mathbf{x})] \rangle \quad , \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\mathbb{S}}[\bar{\sigma}] = \langle \mathbb{S}(\mathbf{x})[\sigma(\mathbf{x})] \rangle. \quad (2.29)$$

Die lokalen Spannungen und Dehnungen werden im linearen Fall ohne Eigendehnungen durch die Dehnungs- bzw. Spannungslokalisierungsrelation mit dem ortsabhängigen Dehnungslokalisierungstensor $\mathbb{A}(\mathbf{x})$ sowie Spannungslokalisierungstensor $\mathbb{B}(\mathbf{x})$ bestimmt

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \mathbb{A}(\mathbf{x})[\bar{\varepsilon}] \quad , \quad \sigma(\mathbf{x}) = \mathbb{B}(\mathbf{x})[\bar{\sigma}]. \quad (2.30)$$

Da die Volumenmittelwerte von Dehnungen und Spannungen den effektiven Größen entsprechen

$$\bar{\sigma} = \langle \sigma(\mathbf{x}) \rangle = \langle \mathbb{B}(\mathbf{x})[\bar{\sigma}] \rangle \quad , \quad \bar{\varepsilon} = \langle \varepsilon(\mathbf{x}) \rangle = \langle \mathbb{A}(\mathbf{x})[\bar{\varepsilon}] \rangle, \quad (2.31)$$

folgt für die Volumenmittelwerte von Spannungs- sowie Dehnungslokalisierungstensoren die Nebenbedingung

$$\langle \mathbb{B}(\mathbf{x}) \rangle = \mathbb{I}^S \quad , \quad \langle \mathbb{A}(\mathbf{x}) \rangle = \mathbb{I}^S. \quad (2.32)$$

Der Spannungslokalisierungstensor ist mit dem Dehnungslokalisierungstensor über

$$\mathbb{B}(\mathbf{x})[\bar{\boldsymbol{\sigma}}] = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbb{C}(\mathbf{x})[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})] = \mathbb{C}(\mathbf{x})\mathbb{A}(\mathbf{x})[\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] = \mathbb{C}(\mathbf{x})\mathbb{A}(\mathbf{x})\bar{\mathbb{S}}[\bar{\boldsymbol{\sigma}}] \quad (2.33)$$

bei gegebener bzw. approximierter effektiver Nachgiebigkeit $\bar{\mathbb{S}}$ durch folgende Relation

$$\mathbb{B}(\mathbf{x}) = \mathbb{C}(\mathbf{x})\mathbb{A}(\mathbf{x})\bar{\mathbb{S}} \quad (2.34)$$

verknüpft. Unter Verwendung der Definition für die effektiven Spannungen und Dehnungen

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \bar{\mathbb{C}}[\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] = \langle \mathbb{C}(\mathbf{x})\mathbb{A}(\mathbf{x}) \rangle [\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] \quad , \quad \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\mathbb{S}}[\bar{\boldsymbol{\sigma}}] = \langle \mathbb{S}(\mathbf{x})\mathbb{B}(\mathbf{x}) \rangle [\bar{\boldsymbol{\sigma}}] \quad (2.35)$$

ergibt sich für die effektive Steifigkeit $\bar{\mathbb{C}}$ bzw. Nachgiebigkeit $\bar{\mathbb{S}}$

$$\bar{\mathbb{C}} = \langle \mathbb{C}(\mathbf{x})\mathbb{A}(\mathbf{x}) \rangle \quad \text{und} \quad \bar{\mathbb{S}} = \langle \mathbb{S}(\mathbf{x})\mathbb{B}(\mathbf{x}) \rangle. \quad (2.36)$$

Wird ein n-phasiges Material betrachtet, so lassen sich die effektiven Spannungen und Dehnungen aus den diskreten Phasenmittelwerten $\langle \cdot \rangle_\alpha$ und den Phasenvolumenfraktionen c_α bestimmen (Hill, 1963)

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \rangle_\alpha = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \bar{\boldsymbol{\sigma}}_\alpha = \langle \bar{\boldsymbol{\sigma}}_\alpha \rangle, \quad (2.37)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle_\alpha = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha = \langle \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha \rangle. \quad (2.38)$$

Hierbei wird im Folgenden nicht über die griechischen Indizes α und β summiert. Wird im Folgenden angenommen, dass in jeder Phase

homogene Materialeigenschaften vorliegen, können die effektiven Spannungen und Dehnungen wie folgt formuliert werden

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \langle \mathbb{C}_{\alpha} [\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})] \rangle_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \mathbb{C}_{\alpha} [\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle_{\alpha}] = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \mathbb{C}_{\alpha} [\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\alpha}], \quad (2.39)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \langle \mathbb{S}_{\alpha} [\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})] \rangle_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \mathbb{S}_{\alpha} [\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \rangle_{\alpha}] = \sum_{\alpha=1}^n c_{\alpha} \mathbb{S}_{\alpha} [\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\alpha}]. \quad (2.40)$$

Da die phasenweise homogenen Steifigkeiten \mathbb{C}_{α} bzw. Nachgiebigkeiten \mathbb{S}_{α} in der Regel bekannt sind, wird zur Bestimmung der effektiven Spannung und Dehnung eine Approximation der Phasenmittelwerte $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\alpha}$ und $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\alpha}$ benötigt, die über die Dehnungs- bzw. Spannungslokalisierungsrelation bestimmt wird. Der Phasenmittelwert des Dehnungslokalisierungstensors $\mathbb{A}_{\alpha} = \langle \mathbb{A}(\mathbf{x}) \rangle_{\alpha}$ bzw. des Spannungslokalisierungstensors $\mathbb{B}_{\alpha} = \langle \mathbb{B}(\mathbf{x}) \rangle_{\alpha}$ verknüpft die effektiven Dehnungen und Spannungen mit den Phasenmittelwerten der Dehnungen und Spannungen

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\alpha} = \mathbb{A}_{\alpha} [\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] \quad , \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\alpha} = \mathbb{B}_{\alpha} [\bar{\boldsymbol{\sigma}}]. \quad (2.41)$$

Unter Verwendung der phasenweise homogenen Lokalisierungsrelation lässt sich die effektive Steifigkeit $\bar{\mathbb{C}}$ bzw. Nachgiebigkeit $\bar{\mathbb{S}}$ analog bestimmen (Walpole, 1981) mit

$$\bar{\mathbb{C}} = \langle \mathbb{C}_{\alpha} \mathbb{A}_{\alpha} \rangle \quad , \quad \bar{\mathbb{S}} = \langle \mathbb{S}_{\alpha} \mathbb{B}_{\alpha} \rangle. \quad (2.42)$$

Da die Steifigkeiten und Volumenfraktionen der Einzelphasen in aller Regel bekannt sind, ist die Güte der Approximation der Dehnungs- bzw. Spannungslokalisierung für die Güte der Approximation der effektiven Steifigkeit ausschlaggebend.

Schrankenapproximationen nach Voigt und Reuss

Zur Bestimmung der oberen Schranke für die Steifigkeit (Voigt-Schranke) wird angenommen, dass die Dehnungen in allen Phasen gleich sind und der makroskopischen Dehnung entsprechen. In diesem Fall folgt für den Dehnungslokalisierungstensor $\mathbb{A}_\alpha = \mathbb{I}^S$. Die effektive Steifigkeit berechnet sich hierbei aus dem Volumenmittelwert der lokalen Steifigkeitstensoren $\bar{\mathbb{C}}^V = \langle \mathbb{C}_\alpha \rangle$. Analog wird zur Bestimmung der unteren Schranke für die Steifigkeit (Reuss-Schranke) angenommen, dass die Spannungen in allen Phasen gleich sind und der makroskopischen Spannung entsprechen. Der Spannungslokalisierungstensor wird in diesem Fall auf $\mathbb{B}_\alpha = \mathbb{I}^S$ gesetzt und aus der volumengewichteten Mittelung der Nachgiebigkeiten $\bar{\mathbb{S}}^R = \langle \mathbb{S}_\alpha \rangle = \bar{\mathbb{C}}^{R-1}$ folgt eine untere Schranke für die Steifigkeit (Walpole, 1981). Aus den Schrankenapproximationen folgt eine strikte obere und untere Schranke für die Formänderungsenergie (Hill, 1963). Hierbei wird keine Mikrostrukturmorphologie berücksichtigt. Alle Steifigkeitsprojektionen einer effektiven Steifigkeit $\bar{\mathbb{C}} \cdot (\mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d})$ werden von den Schranken eingegrenzt. Da diese Schranke speziell bei hohen Phasenkontrasten weit auseinanderliegen, sind sie zur Approximation der effektiven Steifigkeit nicht geeignet.

Einschlussproblem

Die folgenden Approximationen der effektiven Steifigkeit, welche die durch die Mikrostrukturmorphologie induzierte Anisotropie beschreiben, basieren auf dem Einschlussproblem (Eshelby, 1957; 1959). Im Folgenden wird ein einzelner Einschluss in einer unendlich ausgedehnten Matrix betrachtet, auf den die effektiven Spannungen $\bar{\sigma}$ und Dehnungen $\bar{\varepsilon}$ im Unendlichen wirken. Durch die bekannte inhomogene Steifigkeit $\mathbb{C}(\mathbf{x})$ stellen sich inhomogene Spannungen $\sigma(\mathbf{x})$ und Dehnungen $\varepsilon(\mathbf{x})$ ein, die vom Phasenkontrast der Steifigkeiten sowie der Einschlussmorphologie abhängen. Da die lokalen Spannungen und Dehnungen über

das Hooke'sche Gesetz gekoppelt sind, wird nur die Approximation eines der beiden Felder zur exakten Beschreibung benötigt. Um die lokalen Dehnungen zu approximieren, wird das Problem in ein Vergleichsproblem überführt, bei dem nach wie vor die Gleichgewichtsbedingung $\text{div}(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})) = 0$, sowie die Volumenmittelwerte $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \langle \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) \rangle$, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) \rangle$ erfüllt werden. Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, wird ein homogenes Vergleichsmaterial mit der Vergleichssteifigkeit \mathbb{C}_0 eingeführt und das Spannungsfeld in ein Vergleichsspannungsfeld $\boldsymbol{\sigma}_0(\boldsymbol{x})$, das sich bei den gesuchten lokalen Dehnungen in einem Material bei der homogenen Vergleichssteifigkeit einstellen würde, und ein Polarisationsfeld $\boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{x})$ aufgeteilt

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbb{C}(\boldsymbol{x})[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})] = \mathbb{C}_0[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})] + (\mathbb{C}(\boldsymbol{x}) - \mathbb{C}_0)[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})] = \mathbb{C}_0[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})] + \boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{x}). \quad (2.43)$$

Die Spannungspolarisation

$$\boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{x}) = (\mathbb{C}(\boldsymbol{x}) - \mathbb{C}_0)[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})] \quad (2.44)$$

stellt damit die lokale Spannungsdifferenz zu dem Ausgangsproblem mit inhomogenen Steifigkeiten dar. Um diese Spannungsdifferenz im Vergleichsproblem zu erreichen, müssen die Eigendehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ eingeführt werden, die sich über die Vergleichsnachgiebigkeit \mathbb{C}_0^{-1} aus der Spannungspolarisation berechnen lassen

$$\boldsymbol{\varepsilon}^*(\boldsymbol{x}) = -\mathbb{C}_0^{-1}[\boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{x})]. \quad (2.45)$$

Werden die lokalen Spannungen und Dehnungen über Mittelwert und Fluktuation ausgedrückt, folgt aus Gleichung (2.43) und (2.45)

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = \mathbb{C}_0[\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] + \mathbb{C}_0[\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})] - \mathbb{C}_0[\boldsymbol{\varepsilon}^*(\boldsymbol{x})]. \quad (2.46)$$

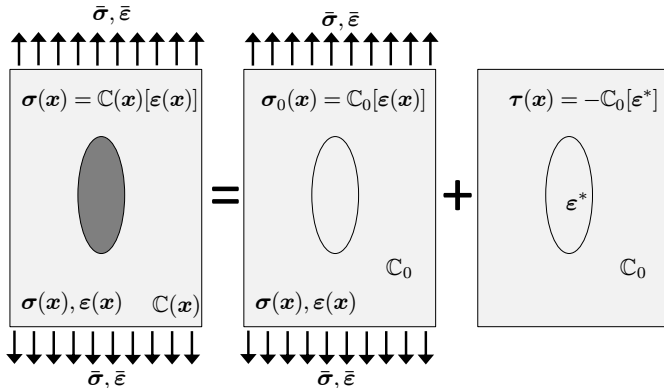


Abbildung 2.2: Aufspaltung des Spannungsfeldes für ein Einschlussproblem unter äußerer Last im Vergleichsspannungsfeld und im Polarisationsfeld

Da im Vergleichsproblem die effektive Steifigkeit der Vergleichssteifigkeit entspricht, folgt mit der effektiven Spannung $\bar{\sigma} = C_0[\bar{\epsilon}]$ für die Spannungsfuktuation

$$\hat{\sigma}(\mathbf{x}) = C_0[\hat{\epsilon}(\mathbf{x}) - \epsilon^*(\mathbf{x})]. \quad (2.47)$$

Im Ersatzproblem muss weiterhin gelten

$$\operatorname{div}(\hat{\sigma}(\mathbf{x})) = \operatorname{div}(C_0[\hat{\epsilon}(\mathbf{x})]) + \operatorname{div}(\tau(\mathbf{x})) = 0. \quad (2.48)$$

Darum muss unter Annahmen eines Dehnungsfuktuationfeldes die Spannungspolarisation bestimmt werden. Mit geeigneten Ansätzen, auf die hier nicht näher eingegangen wird, kann ein Dehnungsfeld approximiert und über das Volumenintegral der Phasenmittelwert bestimmt werden (Jöchen, 2013). Hierbei werden die Phasenmittelwerte der Spannung und Dehnung sowie deren Fluktuationen im Einschluss mit dem Index "I" gekennzeichnet

$$\sigma_I = \bar{\sigma} + \hat{\sigma}_I, \quad \epsilon_I = \bar{\epsilon} + \hat{\epsilon}_I. \quad (2.49)$$

Wird die Matrixsteifigkeit als Vergleichsmaterial gewählt ($\mathbb{C}_0 = \mathbb{C}_m$), so verschwindet nach Gleichung (2.44) die Spannungspolarisation in der Matrix und der Polarisationsensor 4. Stufe \mathbb{P}_0 bildet die Spannungspolarisation auf die Dehnungsfluktuation im Einschluss ab

$$\hat{\varepsilon}_I = -\mathbb{P}_0[\boldsymbol{\tau}]. \quad (2.50)$$

Bei Betrachtung der phasengemittelten Größen von Gleichung (2.47) wird ersichtlich, dass das Teilproblem des mittelwertfreien Dehnungsfeldes dem Eigendehnungsproblem entspricht. Damit kann analog der Eshelby-Tensor \mathbb{E} verwendet werden, um die mittlere Dehnungsfluktuation im Einschluss mit den Eigendehnungen in Relation zu setzen (Gross und Seelig, 2011)

$$\hat{\varepsilon}_I = \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}^*]. \quad (2.51)$$

Mit Gleichung (2.45) und (2.50) folgt die Relation zwischen dem Eshelby-Tensor und dem Polarisationsensor

$$\mathbb{P}_0 = \mathbb{E}\mathbb{C}_m^{-1}. \quad (2.52)$$

Unter Verwendung des Phasenmittelwertes der Spannungspolarisation in den Gleichungen (2.44) und (2.50) folgt aus den effektiven Dehnungen

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_I - \hat{\varepsilon}_I = \varepsilon_I + \mathbb{P}_0[\boldsymbol{\tau}] = (\mathbb{I}^S + \mathbb{P}_0(\mathbb{C}_I - \mathbb{C}_m)) [\boldsymbol{\varepsilon}_I], \quad (2.53)$$

womit sich der Dehnungslokalisierungstensor für den Sonderfall eines einzelnen Einschlusses in einer isotropen Matrix ableiten lässt

$$\mathbb{A}_I^{SIP} = (\mathbb{I}^S + \mathbb{P}_0(\mathbb{C}_I - \mathbb{C}_m))^{-1}, \quad (2.54)$$

mit der Steifigkeit im Einschluss \mathbb{C}_I und in der Matrix \mathbb{C}_m .

2.1.4 Homogenisierung linear elastischer Eigenschaften von Faserverbundwerkstoffen

Die bisher eingeführte Relation für die Dehnungslokalisierung ist für einen einzelnen Einschluss in einer unendlich ausgedehnten Matrix gültig. Zur Beschreibung eines mehrphasigen Werkstoffs wird eine Approximation benötigt, welche die Interaktion der Einschlüsse beschreibt. Zwei mögliche Ansätze, die Approximation für eine Dünne-Defekt-Verteilung sowie das Mori-Tanaka-Schema vorzunehmen, werden im Folgenden eingeführt. Zudem wird auf eine Beschreibung der Mikrostrukturmorphologie eingegangen. Die Materialklasse der diskontinuierlich verstärkten Faserverbunde wird im Folgenden als Zweiphasenmaterial aufgefasst, bestehend aus einer Matrixphase m und einer Faserphase f , wobei die Einschlüsse wiederum aus n Einzelfasern (f, α) bestehen. Die Volumenanteile der beiden Phasen bezogen auf das Gesamtvolumen v_g sind $c_m = v_m/v_g$ und $c_f = v_f/v_g$ für die Matrix und die Fasern, mit dem Matrixvolumen v_m und dem Faservolumen v_f . Wobei immer gilt $c_m = 1 - c_f$. Die Krümmungen der Fasern werden im Folgenden vernachlässigt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass im Fließpressverfahren hergestellte langfaserverstärkte Thermoplaste deutliche Faserkrümmungen aufweisen (siehe Kapitel 4.3). Da weder die Krümmungen aus den Mikrostrukturdaten extrahiert werden konnten, noch Modelle bekannt sind die deren Berücksichtigung ermöglichen, wird im Folgenden mit dieser Vereinfachung gearbeitet. Die Fasern eines diskontinuierlich verstärkten Faserverbundes werden als sphäroide Einschlüsse mit dem Aspektverhältnis $a_\alpha = l_\alpha/d_\alpha$ modelliert. Hierbei entspricht l_α der Länge und d_α dem Durchmesser des jeweiligen Einschlusses. Unter diesen Annahmen wird im Weiteren die Mikrostruktur eines aus n Fasern bestehenden diskontinuierlich verstärkten Faserverbundes mit den Aspektverhältnissen der Fasern $a_{\alpha f}$, den Faserorientierungen \mathbf{n}_α und den Volumenanteile der einzelnen Fasern $c_{f,\alpha} = (l_\alpha \pi d_\alpha^2 / 4) / v_f$ bezogen auf das Faservolumen beschrieben.

Die phasenweise homogen angenommenen Spannungen und Dehnungen sowie die Fluktuation bezogen auf die Effektivgrößen werden für jede einzelne Faser mit

$$\boldsymbol{\sigma}_{f,\alpha} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{f,\alpha}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{f,\alpha} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{f,\alpha}, \quad (2.55)$$

sowie in der Matrix

$$\boldsymbol{\sigma}_m = \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_m, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_m = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_m. \quad (2.56)$$

gekennzeichnet. Für den Sonderfall der sphäroiden Einschlussform und eines isotropen Vergleichsmaterials können die Komponenten des für diesen Sonderfall transversalisotropen Polarisationsensors in analytischer Form in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses a_α und der Elastizitätskonstanten der Matrix (G_m und K_m) angegeben werden (Walpole, 1969)

$$\mathbb{P}_{0,\alpha} = \begin{bmatrix} r & m & m & 0 & 0 & 0 \\ & k+p & k-p & 0 & 0 & 0 \\ & & k+p & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2p & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & 2q & 0 \\ & & & & & 2q \end{bmatrix} \mathbf{B}_\iota \otimes \mathbf{B}_\xi. \quad (2.57)$$

Diese Komponentendarstellung bezieht sich auf ein Koordinatensystem, bei dem der Basisvektor e_1 entlang der transversalen Achse \mathbf{n}_α der Faser orientiert ist. Für den Fall, dass für ein beliebiges Aspektverhältnis $a > 1$ gilt, können die Koeffizienten k, m, r, p, q folgendermaßen berechnet werden (Walpole, 1969; Ponte Castañeda und Suquet, 1998):

$$\begin{aligned}
h(a) &= \frac{a(a\sqrt{a^2-1} - \operatorname{arccosh}(a))}{(a^2-1)^{3/2}}, \\
k &= \frac{G_m(7h(a) - 2a^2 - 4a^2h(a)) + 3K_m(h(a) - 2a^2 + 2a^2h(a))}{8(1-a^2)G_m(4G_m + 3K_m)}, \\
m &= \frac{(G_m + 3K_m)(2a^2 - h(a) - 2a^2h(a))}{4G_m(1-a^2)(4G_m + 3K_m)}, \\
r &= \frac{G_m(6 - 5h(a) - 8a^2 + 8a^2h(a)) + 3K_m(h(a) - 2a^2 + 2a^2h(a))}{2G_m(1-a^2)(4G_m + 3K_m)}, \\
p &= \frac{G_m(15h(a) - 2a^2 - 12a^2h(a)) + 3K_m(3h(a) - 2a^2)}{16G_m(1-a^2)(4G_m + 3K_m)}, \\
q &= \frac{2G_m(4 - 3h(a) - 2a^2) + 3K_m(2 - 3h(a) + 2a^2 - 3a^2h(a))}{8G_m(1-a^2)(4G_m + 3K_m)}.
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Unabhängig von der verwendeten Approximation kann bezugnehmend auf die Gleichung (2.36) die effektive Steifigkeit wie folgt bestimmt werden

$$\bar{\mathbb{C}} = c_m \mathbb{C}_m \mathbb{A}_m + c_f \langle \mathbb{C}_{f,\alpha} \mathbb{A}_{f,\alpha} \rangle_f. \tag{2.59}$$

Da nur für die Fasern eine explizite Dehnungslokalisierungsrelation vorliegt, wird unter Verwendung von Gleichung (2.32) die effektive Dehnungslokalisierung in die Matrix in Abhängigkeit der Dehnungslokalisierungen in die Fasern ausgedrückt

$$\mathbb{A}_m = \frac{1}{c_m} (\mathbb{I}^S - c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha} \rangle_f). \tag{2.60}$$

Damit lässt sich für beliebige materielle Symmetrien der Fasern die effektive Steifigkeit für ein Matrix-Einschlussgefüge wie folgt formulieren

$$\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_{f,\alpha} \rangle_f. \tag{2.61}$$

Ist die Steifigkeit der Fasern isotrop und homogen ($\mathbb{C}_{f,\alpha} = \mathbb{C}_f \quad \forall \alpha$), lässt sich der Ausdruck vereinfachen zu

$$\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C}_m + c_f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \langle \mathbb{A}_{f,\alpha} \rangle_f. \quad (2.62)$$

Approximation nach der Dünne-Defektverteilung

Die Lokalisierungsrelation für einen einzelnen Einschluss in einer unendlich ausgedehnten isotropen Matrix (SIP=single inclusion problem) wird bei der Approximation für eine Dünne-Defektverteilung verwendet, um die effektive Steifigkeit zu berechnen (Benveniste et al., 1991; Tucker III und Liang, 1999). Hierbei wird angenommen, dass keine Interaktion der Einschlüsse stattfindet

$$\varepsilon_{f,\alpha} = \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} [\bar{\varepsilon}] = (\mathbb{I}^S + \mathbb{P}_{0,\alpha}(\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m))^{-1} [\bar{\varepsilon}]. \quad (2.63)$$

Damit folgt für die effektive Steifigkeit mit Gleichung (2.54) unter Berücksichtigung mehrerer Einschlüsse

$$\bar{\mathbb{C}}^{DD} = \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) (\mathbb{I}^S + \mathbb{P}_{0,\alpha}(\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m))^{-1} \rangle_f. \quad (2.64)$$

Nach einer Umformulierung zu der Darstellung

$$\bar{\mathbb{C}}^{DD} = \mathbb{C}_m + c_f \langle ((\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m)^{-1} + \mathbb{P}_{0,\alpha})^{-1} \rangle_f. \quad (2.65)$$

wird deutlich, dass dieser Ansatz ohne Annahmen für die materielle Symmetrie der Fasern immer zu einer symmetrischen Steifigkeit führt, wie bereits in (Benveniste et al., 1991) diskutiert. Für den Sonderfall isotroper und homogener Fasern ergibt sich aus Gleichung (2.64) auch die folgende Form für die effektive Steifigkeit

$$\bar{\mathbb{C}}^{DD} = \mathbb{C}_m + c_f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \langle (\mathbb{I}^S + \mathbb{P}_{0,\alpha}(\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m))^{-1} \rangle_f. \quad (2.66)$$

Da diese Approximation bei anwendungsrelevanten Faservolumenfraktionen und Phasenkontrasten je nach Faserorientierungsverteilung die Reuss-Schranke verletzt, wird der Ansatz im Folgenden nicht näher betrachtet.

Mori-Tanaka-Approximation

Der Mori-Tanaka-Ansatz (Mori und Tanaka, 1973) wird im Folgenden für ein Composite bestehend aus zwei Phasen eingeführt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass im Allgemeinen für ein mehrphasiges Material bei diesem Ansatz die Symmetrieeigenschaften der effektiven Steifigkeit nicht sichergestellt sind (Benveniste et al., 1991). Ausgehend vom Ansatz für ein zweiphasiges Matrix-Einschlussgefüge mit beliebig anisotropen Fasern wird auf den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sonderfall isotroper Fasern eingegangen und die Symmetrieeigenschaft für diesen Fall bewiesen. Die grundlegende Annahme bei der Mori-Tanaka-Approximation ist, dass die Dehnung im Einschluss mit der Matrixdehnung und dem Lokalisierungstensor aus dem SIP abgeschätzt werden kann (Benveniste, 1987; Benveniste und Dvorak, 1990; Norris, 1989)

$$\varepsilon_{f,\alpha} = \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP}[\varepsilon_m] = \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \mathbb{A}_m^{MT}[\bar{\varepsilon}] = \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT}[\bar{\varepsilon}]. \quad (2.67)$$

Hierbei ist aufgrund der Relation aus Gleichung (2.60) eine Interaktion der Einschlüsse über die Matrixlokalisierung gegeben. Mit der Dehnungslokalisierung in die einzelnen Fasern $\mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} = \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \mathbb{A}_m^{MT}$ ergibt sich die effektive Steifigkeit für beliebige materielle Symmetrien der Fasern $\mathbb{C}_{f,\alpha}$ nach Gleichung (2.61) zu

$$\begin{aligned} \bar{\mathbb{C}}^{MT} &= \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} \rangle_f \\ &= \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \mathbb{A}_m^{MT} \rangle_f. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Da im Allgemeinen die Dehnungslokalisierung in die Matrix \mathbb{A}_m nach Gleichung (2.60) vom Volumenmittelwert der Faserlokalisierungen abhängt und nicht von den einzelnen Fasern folgt

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f \mathbb{A}_m^{MT}. \quad (2.69)$$

Die Dehnungslokalisierung in die Matrix \mathbb{A}_m^{MT} folgt aus der Bedingung in Gleichung (2.32)

$$\mathbb{I}^S = c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \mathbb{A}_m^{MT} \rangle_f + c_m \mathbb{A}_m^{MT} \quad \text{zu} \quad \mathbb{A}_m^{MT} = (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1}. \quad (2.70)$$

Nach Einsetzen in Gleichung (2.69) folgt die verbreitete Darstellung (Benveniste et al., 1991; Benveniste, 1987; Norris, 1989)

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f \langle (\mathbb{C}_{f,\alpha} - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1}. \quad (2.71)$$

Für den Fall anisotroper Fasern lässt sich aus dieser Gleichung keine Aussage über die Hauptsymmetrie von \mathbb{C}^{MT} machen. Wird angenommen, dass die Fasern homogen und isotrop sind, folgt mit $\mathbb{C}_{f,\alpha} = \mathbb{C}_f$ für die effektive Steifigkeit

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1} \quad (2.72)$$

beziehungsweise nach einer Umstellung

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S \right)^{-1}. \quad (2.73)$$

Mit $\delta\mathbb{C} = \mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m$ folgt bei Einsetzen von $\mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} = (\mathbb{P}_{0,\alpha} \delta\mathbb{C} + \mathbb{I}^S)^{-1}$ nach kurzer Zwischenrechnung

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f \left(c_m \langle (\mathbb{P}_{0,\alpha} + \delta\mathbb{C}^{-1})^{-1} \rangle_f^{-1} + c_f \delta\mathbb{C}^{-1} \right)^{-1}. \quad (2.74)$$

Aus dieser Gleichung wird ersichtlich, dass für den Sonderfall isotroper und homogener Steifigkeit der Einschlüsse und der Matrix die Hauptsymmetrie des effektiven Steifigkeitstensors $\bar{\mathbb{C}}^{MT}$ direkt aus der Hauptsymmetrie des Polarisationstensors folgt. Hierbei muss die Steifigkeitsdifferenz $\delta\mathbb{C}$ invertierbar sein, also $K_f \neq K_m$ und $G_f \neq G_m$ gelten. Unter Verwendung weiterer Bedingungen wird in (Benveniste et al., 1991) ein alternativer Beweis für die Symmetrie der Steifigkeit beschrieben. Zur Formulierung der effektiven Steifigkeit für den Sonderfall isotroper Fasern existieren zwei weitere Zugänge. Ausgehend von Gleichung (2.32) kann neben dem bereits verwendeten Mittelwert der Faserdehnungslokalisierung

$$\langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} \rangle_f = \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f \mathbb{A}_m^{MT} \quad \text{alternativ} \quad \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} \rangle_f = \frac{1}{c_f} (\mathbb{I}^S - c_m \mathbb{A}_m^{MT}), \quad (2.75)$$

in Gleichung (2.61) eingesetzt werden, woraus die Darstellung folgt

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) (\mathbb{I}^S - c_m \mathbb{A}_m^{MT}), \quad (2.76)$$

beziehungsweise unter Verwendung von Gleichung (2.70)

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(\mathbb{I}^S - c_m (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1} \right). \quad (2.77)$$

Diese Darstellung lässt sich nach kurzer Zwischenrechnung in Gleichung (2.73) umformen. Damit wäre für den Rechenweg ebenfalls die Symmetrie sichergestellt. Alternativ kann unter Verwendung des Ausdrucks für die Matrixlokalisierung aus Gleichung (2.70) und der Relation $c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} \rangle_f = \mathbb{I}^S - c_m \mathbb{A}_m^{MT}$ die effektive Steifigkeit nach Gleichung (2.62) so dargestellt werden

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = c_m \mathbb{C}_m \mathbb{A}_m^{MT} + c_f \mathbb{C}_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{MT} \rangle_f = \mathbb{C}_f - c_m (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \mathbb{A}_m^{MT}. \quad (2.78)$$

Unter Verwendung von Gleichung (2.70) folgt für die effektive Steifigkeit

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_f - c_m (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1}. \quad (2.79)$$

Durch Auflösen der hinteren Klammern in Gleichung (2.76) erhält man Gleichung (2.79). Wird $\delta\mathbb{C}$ und $\mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP}$ in Gleichung (2.79) eingesetzt, so lässt sich der Ausdruck für die effektive Steifigkeit umformulieren zu

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_f - c_m \left(c_m \delta\mathbb{C}^{-1} + c_f \langle (\delta\mathbb{C} \mathbb{P}_{0,\alpha} \delta\mathbb{C} + \delta\mathbb{C})^{-1} \rangle_f \right)^{-1}. \quad (2.80)$$

In diesem Ausdruck wird ebenfalls deutlich, dass die Hintereinanderschaltung $\delta\mathbb{C} \mathbb{P}_{0,\alpha} \delta\mathbb{C}$ durch die Hauptsymmetrie von $\delta\mathbb{C}$ und $\mathbb{P}_{0,\alpha}$ ebenfalls die Hauptsymmetrie sicherstellt. Da sich alle drei Darstellungen aus den Gleichungen (2.73), (2.76) und (2.79) ineinander überführen lassen und sich die Hauptsymmetrie weder durch Invertieren noch durch die gewichtete Summation symmetrischer Tensoren ändert, führen alle drei Darstellungsformen immer zu einer hauptsymmetrischen effektiven Steifigkeit \mathbb{C}^{MT} .

2.1.5 Statistische Mikrostrukturbeschreibung

Zur effektiven Beschreibung der lokalen Mikrostruktur von diskontinuierlich faserverstärkten Verbundwerkstoffen müssen zunächst Annahmen getroffen werden, welche Parameter zur Beschreibung der einzelnen Fasern im betrachteten Volumen benötigt werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass in dem betrachteten Volumen n Fasern vorliegen, die als gerade Zylinder mit einem Durchmesser d_α , einer Länge l_α und einer Orientierung \mathbf{n}_α beschrieben werden. Da in den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Homogenisierungsansätzen keine Zweipunktstatistiken der Fasern betrachtet werden, wird die Lage der Fasern im Volumen nicht berücksichtigt. Die Faserstruktur in einem Volumen v_g wird im Folgenden mit einer Längenverteilung

und einer Orientierungsverteilung beschrieben. Zur Beschreibung der Orientierungsverteilung wird der Orientierungstensor 2.Stufe $\bar{\mathbf{N}}$ und 4.Stufe $\bar{\mathbb{N}}$ eingeführt (Kanatani, 1984; Advani und Tucker III, 1987). Für einen diskreten Datensatz von n Fasern sind diese wie folgt definiert

$$\bar{\mathbf{N}} = \sum_{\alpha=1}^n c_{f,\alpha} \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha, \quad \bar{\mathbb{N}} = \sum_{\alpha=1}^n c_{f,\alpha} \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha. \quad (2.81)$$

Hierbei entspricht $c_{f,\alpha} = v_{f,\alpha}/v_f$ der Faservolumenfraktion bezogen auf das gesamte Faservolumen v_f mit dem Volumen der Einzelfaser $v_{f,\alpha} = l_\alpha \pi d_\alpha^2/4$, wodurch gewährleistet wird, dass $\sum_{\alpha=1}^n c_{f,\alpha} = 1$ gilt. Diese Formulierung entspricht der gebräuchlichen Definition (Advani und Tucker III, 1987)

$$\bar{\mathbf{N}} = \int \psi(\mathbf{n}) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \, d\mathbf{n}, \quad \bar{\mathbb{N}} = \int \psi(\mathbf{n}) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \, d\mathbf{n}, \quad (2.82)$$

sofern die $\psi(\mathbf{n})$ als eine Wahrscheinlichkeitsdichte aufgefasst wird, Faservolumen zu finden, welches in Richtung \mathbf{n} orientiert ist. Der Orientierungstensor 2.Stufe lässt sich aus dem Orientierungstensor 4.Stufe über

$$\bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbb{N}}[\mathbf{I}] \quad (2.83)$$

berechnen, womit der Orientierungstensor 4.Stufe die vollständige Orientierungsinformation enthält. Des Weiteren weist des Orientierungstensors 2.Stufe folgende Eigenschaften auf

$$\text{sp}(\bar{\mathbf{N}}) = \bar{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{I} = 1 \quad \bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{N}}^T. \quad (2.84)$$

Damit werden fünf Koeffizienten benötigt, um einen Orientierungstensor 2.Stufe eindeutig zu beschreiben. Wird der Orientierungstensor 2.Stufe in sein Eigensystem überführt (Altenbach, 2012)

$$\bar{N} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{p}^i \otimes \mathbf{p}^i, \quad (2.85)$$

mit den Eigenwerten λ_i ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$) und den Eigenvektoren \mathbf{p}^i , so beschreibt der erste Eigenvektor \mathbf{p}^1 die Vorzugsorientierungsrichtung. Für den Fall, dass die drei Eigenwerte verschieden sind, hat der Tensor \bar{N} wegen $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ nur zwei unabhängige Eigenwerte. Die fünf Koeffizienten können in diesem Fall als zwei Eigenwerte und drei Eulerwinkel zur Beschreibung des Eigensystems interpretiert werden. Der Orientierungstensor 4.Stufe ist vollständig symmetrisch. Alle 24 Indexvertauschungen sind damit möglich. Daraus folgt, dass 15 unabhängige Koeffizienten benötigt werden, um den Tensor bezogen auf ein Koordinatensystem eindeutig zu beschreiben. Analog zur graphischen Darstellung des E-Modulkörpers in Gleichung (2.20) können Orientierungstensoren visualisiert werden, indem die Intensität $\zeta^{(4)}$ und $\zeta^{(2)}$ durch die sphärischen Projektionen in Richtung \mathbf{d} nach

$$\zeta^{(4)}(\mathbf{d}) = \bar{N} \cdot (\mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}) \quad \zeta^{(2)}(\mathbf{d}) = \bar{N} \cdot (\mathbf{d} \otimes \mathbf{d}) \quad (2.86)$$

dargestellt werden. An dieser Stelle sei erwähnt, dass die Orientierungen der Maxima und Minima von $\zeta^{(4)}$ und $\zeta^{(2)}$ für komplexe Orientierungsverteilungen nicht übereinstimmen müssen. Die Werte der Projektionen für ein gegebenes \mathbf{d} unterscheiden sich im Allgemeinen.

Bei der Mikrostrukturbeschreibung mit Orientierungstensoren geht die Information über die diskreten Faserlängen verloren. Für die Homogenisierung wird daher bei dieser verschmierten Betrachtung ein mittleres Aspektverhältnis benötigt, das wie folgt zu berechnen ist

$$\bar{a} = \sum_{\alpha=1}^n c_{f,\alpha} a_{\alpha}. \quad (2.87)$$

2.1.6 Homogenisierung basierend auf Orientierungstensoren 4.Stufe

In den bisher eingeführten Gleichungen zur Approximation der effektiven Steifigkeit diskontinuierlich verstärkter Faserverbundwerkstoffe wurden Volumenmittelwerte über das Faservolumen $\langle \dots \rangle_f$ verwendet (Gleichungen (2.61) bis (2.80)). Diese Form der gewichteten arithmetischen Mittelung lässt sich für den Sonderfall transversalisotroper uniformer Tensoren 4.Stufe effektiv über die im Folgenden dargestellte Zerlegung realisieren. Hierzu werden n transversalisotrope Tensoren \mathbb{H}_α 4.Stufe betrachtet, die als uniform gelten, wenn diese durch das Rayleigh-Produkt mit einem Rotationstensor \mathbf{Q}_α und einem transversalisotropen Referenz-Tensor \mathbb{H}^0 bestimmt werden können

$$\mathbb{H}_\alpha = \mathbf{Q}_\alpha \star \mathbb{H}^0. \quad (2.88)$$

Der Referenztensor \mathbb{H}^0 sei so orientiert, dass seine Symmetrieachse \mathbf{n}_0 dem ersten Basisvektor \mathbf{e}_1 des Basissystems \mathbf{e}_i entspricht. Damit beschreibt der Rotationstensor \mathbf{Q}_α die Drehung des Vektors \mathbf{e}_1 in die entsprechende Symmetrieachse \mathbf{n}_α mit $\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{Q}_\alpha \mathbf{e}_1$. In Abhängigkeit der Komponenten des Tensors \mathbb{H}^0 im Referenzsystem können fünf Koeffizienten b_i bestimmt werden,

$$\begin{aligned} b_1 &= H_{1111}^0 + H_{2222}^0 - 2H_{1122}^0 - 4H_{1212}^0 \\ b_2 &= H_{1122}^0 - H_{2233}^0 \\ b_3 &= H_{1212}^0 + \frac{1}{2}(H_{2233}^0 - H_{2222}^0) \\ b_4 &= H_{2233}^0 \\ b_5 &= \frac{1}{2}(H_{2222}^0 - H_{2233}^0) \end{aligned} \quad (2.89)$$

die zusammen mit der Symmetrieachsenorientierung \mathbf{n}_α den Tensor \mathbb{H}_α eindeutig beschreiben

$$\begin{aligned} \mathbb{H}_\alpha = & b_1 \mathbb{N}_\alpha + b_2 (\mathbf{N}_\alpha \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{N}_\alpha) \\ & + b_3 (\mathbf{N}_\alpha \square \mathbf{I} + (\mathbf{N}_\alpha \square \mathbf{I})^{Tr} + (\mathbf{I} \square \mathbf{N}_\alpha)^{Th} + (\mathbf{I} \square \mathbf{N}_\alpha)^{Tr}) \\ & + b_4 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) + 2b_5 \mathbb{I}^s, \end{aligned} \quad (2.90)$$

unter Verwendung der unidirektionalen Orientierungstensoren 4.Stufe und 2.Stufe $\mathbb{N}_\alpha = \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha$ und $\mathbf{N}_\alpha = \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha$.

Die mit c_α gewichtete, arithmetische Mittelung der Tensoren \mathbb{H}_α

$$\bar{\mathbb{H}} = \langle \mathbb{H}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \mathbb{H}_\alpha = \sum_{\alpha=1}^n c_\alpha \mathbf{Q}_\alpha \star \mathbb{H}^0, \quad (2.91)$$

kann alternativ unter Verwendung des gemittelten Orientierungstensors 4.Stufe $\bar{\mathbb{N}}$ und 2.Stufe $\bar{\mathbf{N}}$ folgendermaßen bestimmt werden

$$\begin{aligned} \langle \mathbb{H}_\alpha \rangle = & b_1 \bar{\mathbb{N}} + b_2 (\bar{\mathbf{N}} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \bar{\mathbf{N}}) \\ & + b_3 (\bar{\mathbf{N}} \square \mathbf{I} + (\bar{\mathbf{N}} \square \mathbf{I})^{Tr} + (\mathbf{I} \square \bar{\mathbf{N}})^{Th} + (\mathbf{I} \square \bar{\mathbf{N}})^{Tr}) \\ & + b_4 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) + 2b_5 \mathbb{I}^s. \end{aligned} \quad (2.92)$$

Die Gleichung (2.74) kann effizient implementiert werden, indem der Volumenmittelwert über das Faservolumen $\langle (\mathbb{P}_{0,\alpha} + \delta \mathbb{C}^{-1})^{-1} \rangle_f$ nach diesem Schema berechnet wird. Dazu muss allerdings ein mittleres Aspektverhältnis \bar{a} nach Gleichung (2.87) berechnet und der Polarisationsensor der einzelnen Fasern von dem jeweiligen Aspektverhältnis entkoppelt werden $\mathbb{P}_{0,\alpha}(\mathbf{n}_\alpha, a_\alpha) = \mathbb{P}_{0,\alpha}(\mathbf{n}_\alpha, \bar{a})$, was den Ausdruck in den Klammern uniform macht. Speziell bei Methoden zur Analyse der Mikrostruktur, bei denen die Orientierungsstatistik und die Längenstatistik in zwei unterschiedlichen Verfahren bestimmt werden und somit entkoppelt sind, kann dieses Verfahren ohne Verlust des Informationsgehaltes effizient genutzt werden. Dabei enthält der Ausdruck

zwischen den Volumenklammern $\langle \dots \rangle_f$ die volle Information über die Verteilung der Faserorientierungen für ein festes Aspektverhältnis. Um den Einfluss der Faserlängenverteilung auf die effektive Steifigkeit zu berücksichtigen, kann das Faservolumen geeignet in m Faserlängen aufgeteilt werden. Mit den jeweiligen mittleren Aspektverhältnissen \bar{a}_β können die Polarisationsensoren $\mathbb{P}_{0,\alpha\beta}(\mathbf{n}_\alpha, \bar{a}_\beta)$ unter der Annahme, dass alle diskreten Faserlängenvolumen die gleiche Orientierungsstatistik aufweisen mit $\bar{\mathbb{N}}_\beta = \bar{\mathbb{N}}$, berechnet werden. Gilt diese Annahme nicht, weil sich beispielsweise kurze Fasern anders im Herstellungsprozess orientieren als lange Fasern, können mit den zugehörigen Faservolumen $c_{f,\beta}$ Orientierungstensoren $\bar{\mathbb{N}}_\beta$ vorgegeben werden, die folgende Bedingung erfüllen müssen

$$\bar{\mathbb{N}} = \sum_{\beta=1}^m c_{f,\beta} \bar{\mathbb{N}}_\beta \quad \text{sowie} \quad \sum_{\beta=1}^m c_{f,\beta} = 1. \quad (2.93)$$

Somit kann der Faservolumenmittelwert aus Gleichung (2.74) unter den getroffenen Annahmen weiter zerlegt werden in

$$\langle (\mathbb{P}_{0,\alpha} + \delta \mathbb{C}^{-1})^{-1} \rangle_f = \sum_{\beta=1}^m c_{f,\beta} \langle (\mathbb{P}_{0,\alpha\beta} + \delta \mathbb{C}^{-1})^{-1} \rangle_{f,\beta} \quad (2.94)$$

um die Faserlängenverteilung zu berücksichtigen. Da hierbei lediglich eine andere gewichtete Mittelung symmetrischer Tensoren vorgenommen wird, bleibt die Hauptsymmetrie von $\bar{\mathbb{C}}^{MT}$ weiterhin erfüllt.

2.2 Werkstoffkunde

2.2.1 Thermoplaste

Thermoplaste bilden eine der drei Hauptgruppen der Kunststoffe. Im Gegensatz zu den zwei anderen Gruppen, den Elastomeren und Du-

romeren, sind thermoplastische Kunststoffe nicht vernetzt. Neben den Zusatzstoffen wie Füllstoffen, Farbstoffen, Stabilisatoren u.s.w. stellen die Polymerketten den Grundstoff der Kunststoffe dar. Jedes Kohlenstoffatom kann vier kovalente Bindungen eingehen. Im exothermen Polymerisationsprozess entstehen im Kettenprozess bei Anwesenheit von Initiatoren bzw. Katalysatoren aus Monomeren mit einer energiereichen Zweifachbindung zwischen den Kohlenstoffatomen Makromolekülketten mit einer energieärmeren Einfachbindung. In Abbildung 2.3 ist dieser Prozess an der Polymerisation von Propylen zu Polypropylen dargestellt. Die kovalenten Bindungen innerhalb einer Molekülkette weisen eine hohe Bindungsenergie auf und werden als Primärbindungen bezeichnet.

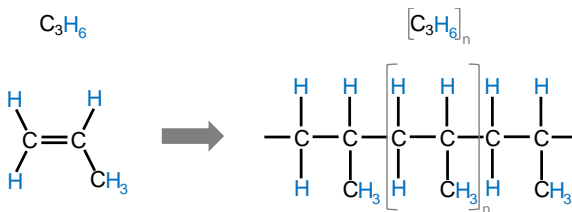


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Polymerisation von Propylen zu Polypropylen

Zwischen den Atomen benachbarter Moleküle treten die Sekundärbindungen (Nebervalenzkräfte) mit einer Bindungsstärke zwischen 1% und 5% bezogen auf die Bindungsstärke der Primärbindungen auf. Da die Sekundärbindungen stark abstands- und temperaturabhängig sind, bestimmen sie im Wesentlichen die mechanischen Eigenschaften des Kunststoffes (Domininghaus und Elsner, 2008). Neben den amorphen Anordnungen mit größeren Molekülabständen treten dichter gepackte kristalline Anordnungen auf. Die Entstehung und das Wachstum der kristallinen Anordnung werden bei Polypropylen durch regelmäßigen Aufbau der Moleküle begünstigt. Die während der Polymerisation ent-

stehende Anordnung der Seitenarme der Kohlenstoffgruppe wird über die Taktizität klassifiziert. Dabei werden die drei Anordnungsmöglichkeiten isotaktisch, syndiotaktisch und ataktisch unterschieden. Beim isotaktischen Aufbau sind die Seitenkohlenstoffatome regelmäßig angeordnet, im syndiotaktischen Fall abwechselnd und im ataktischen Fall ungeordnet. In Abbildung 2.4 ist dies in einer schematischen Darstellung verdeutlicht.

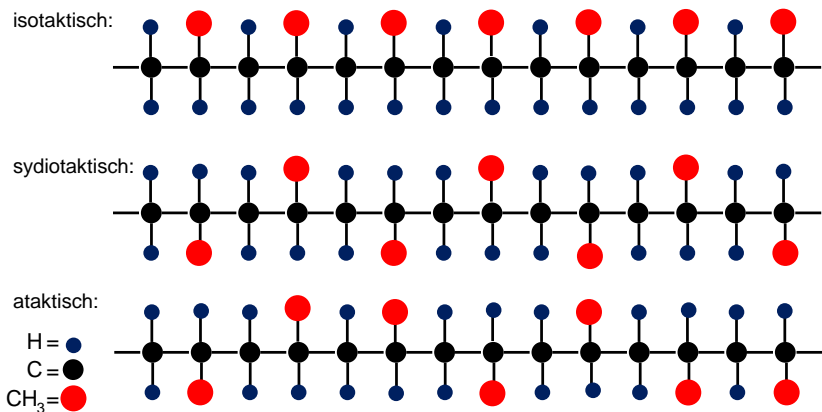


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung möglicher Anordnungen der Seitenarme von Polypropylen

Kristallisation

Aufgrund der regelmäßigen Anordnung kann isotaktisches Polypropylen (iPP) kristallisieren und ist aufgrund der damit verbundenen Eigenschaftsvorteile am weitesten verbreitet. Hierbei hängt das Kristallisationsverhalten auch von der Taktizität, sprich dem Anteil der isotaktischen Kettenanteile, ab. Bei modernen iPP werden Taktizitäten von über 95% erreicht (Menges, 2002). Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass isotaktisches Polypropylen eine gewendelte Anordnung

der Atome in der Molekülkette aufweist (Pasquini und Addeo, 2005). Da bei kristallisierfähigen Thermoplasten neben dem kristallinen immer ein amorpher Anteil vorhanden ist, werden diese als teilkristallin bezeichnet. Der Massenanteil kristallin angeordneter Polymerketten wird als Kristallinitätsgrad bezeichnet. Bei isotaktischen Polypropylen kann der Kristallinitätsgrad zwischen 30% und 70% liegen (Menges, 2002) und ist stark von den Prozessparametern wie z. B. der Kühlrate abhängig (Gradys et al., 2005). Der Kristallisationsprozess beginnt in der amorphen Phase ausgehend von einem Keim, an dem sich die Molekülketten in Lamellen anordnen. Diese Lamellen wachsen im ungestörten Zustand durch Anordnungen weiterer Polymerkettensegmente mit einer Lamellenbreite in eine bevorzugte Wachstumsrichtung. Ihre Seitenflächen dienen als Keime für ein tangenciales Wachstum, wodurch Verzweigungen der Lamellen entstehen. Hierbei werden Kristallisationskeime nach Menges (2002) in Primär-, Sekundär- und Tertiärkeime eingeteilt. Die Lamellen ordnen sich in Lamellenpaketen an und wachsen leicht spiralförmig. Durch die entstehenden Verzweigungen fächern die Lamellenpakete auf, bis letztendlich durch das Zusammenstoßen wachsender Keime die bekannten Sphärolithe entstehen. Zwischen den Lamellen sowie den Sphärolithen liegen amorphe Bereiche vor, in denen die Polymerketten zwischen den kristallinen Bereichen verlaufen. In Abbildung 2.5 sind die Erläuterungen zum Sphärolithwachstum nach Menges (2002), Domininghaus und Elsner (2008); Mills (2005) und Padden und Keith (1973) visualisiert. Wenn das Sphärolithwachstum durch angrenzende Sphärolithe gestoppt wurde, ist die primäre Kristallisation abgeschlossen. Weitere Kristallisationsvorgänge werden als sekundäre Kristallisation oder Nachkristallisation bezeichnet. Dieser Vorgang kann sich über mehrere Jahre hinziehen (Menges, 2002). Bei iPP können drei kristalline Modifikationen α , β und γ entstehen (Karger-Kocsis, 1995a). Die ersten beiden treten am häufigsten auf, wobei die β -Modifikation geringerer Ordnung deutlich duktiler als die α -Modifikation ist (Geng et al., 2014). Die α -Modifikation kann neben der bereits diskutierten radialen

Anordnung der Lamellen auch in der so genannten „cross-hatched“ Anordnung der Lamellen kristallisieren. Dabei wachsen senkrecht zu den radial verlaufenden Lamellen tangential zur Molekülorientierung weitere kleinere Lamellen. Speziell bei geringeren Kristallisationstemperaturen tritt dieses Phänomen verstärkt auf. Bei der β -Modifikation wurde dieser Effekt hingegen nicht beobachtet. Falls bei der Kristallisation das Material zusätzlich geschert wird, kann scherinduzierte Kristallisation begünstigt werden, die sich hinsichtlich der Anordnung der Lamellen grundsätzlich von der Kristallisation im ruhenden Zustand unterscheidet (Thomason und Van Rooyen, 1992; Karger-Kocsis, 1995a).



Abbildung 2.5: Darstellung der Polymerkettenanordnung in Sphärolithen

Da auch die Oberflächen der Formwerkzeuge als Keime dienen, können bei ausreichend langsamer Abkühlung kristalline Strukturen vom Rand aus ins Innere wachsen (Domininghaus und Elsner, 2008). Dieses Wachstum kann aufgrund der hohen Scherraten an der Werkzeugoberfläche mit scherinduzierter Kristallisation überlagert werden (Tribout et al., 1996). Das führt zu Eigenschaftsgradienten über die Bauteildicke, die in der Praxis unerwünscht sind (Katti und Schultz, 1982). Durch Zugabe von Nukleierungsmitteln wird darum eine feinkörnigere Sphärolithstruktur eingestellt (Menges, 2002). Zudem lassen sich damit bei gleicher Kühlrate höhere Kristallisationsgrade erzielen oder bevorzugt β -Kristallmodifikationen erreichen (Tordjeman et al., 2001). Aufgrund

der geordneten und energetisch günstigen Anordnung bleiben die kristallinen Sphärolithe bis zur Schmelztemperatur stabil.

Glasübergang

Zwischen den einzelnen Sphärolithen sowie den einzelnen Lamellen liegen amorphe Bereiche vor, die im Wesentlichen die Eigenschaften des Kunststoffes beeinflussen. Die viskoelastischen Vorgänge spielen sich nur in diesen amorphen Bereichen ab (Menges, 2002). Beim Unterschreiten des Glasübergangsbereiches wird die Beweglichkeit der Molekülketten deutlich eingeschränkt und die Abgleitvorgänge der Polymerketten im amorphen Bereich können nicht mehr stattfinden. Da damit nur noch die nebenvalenten Bindungen gedehnt werden können, wird dieser Zustand als energieelastisch bezeichnet. Wegen der regellosen Anordnung der Moleküle im amorphen Bereich liegt eine Verteilung der Molekülabstände vor. Im Glasübergangsbereich werden mit sinkender Temperatur Molekülsegmente mit zunehmenden Abständen am Abgleiten gehindert.

Die Glasübergangstemperatur kann hierbei lediglich als Maximum des Glasübergangsbereiches hinsichtlich eines bestimmten Kriteriums charakterisiert werden. So können als Charakterisierungsmethoden dynamisch-mechanische-Analyse (DMA), Dilatometrie, differential-scanning-calorimetrie (DSC) sowie dielektrische Messungen verwendet werden (Rickey, 1994). Bei der DMA-Messung wird unter anderem der Hochpunkt der Dämpfung als charakteristisches Maß für den Glasübergangspunkt herangezogen. Dieser Hochpunkt ist damit zu erklären, dass bei dieser Temperatur die Molekülbeweglichkeit ausreichend groß ist für Abgleitvorgänge, diese aber durch die geringen Molekülabstände beim Abgleiten aufgrund der Molekülinteraktion einen hohen Widerstand überwinden müssen. Mit abnehmender Temperatur sinkt die Beweglichkeit der Molekülketten. Damit reduzieren sich die die Dämpfung verursachenden Abgleitvorgänge. Bei zunehmender

Temperatur nimmt die Beweglichkeit der Moleküle und damit die Intensität der Abgleitvorgänge zu. Durch höhere Beweglichkeit der Moleküle sinkt mit dem ebenfalls zunehmenden Molekülabstand auch der Widerstand ab, den die Moleküle beim Abgleiten überwinden müssen, was wiederum zu einer geringeren Dämpfung führt. Da das Dämpfungsverhalten auch von der Belastungsfrequenz abhängt, ist die auf diesem Weg ermittelte Glasübergangstemperatur auch belastungsfrequenzabhängig. Bei der Bestimmung des Glasübergangspunktes mittels der Dilatometrie wird hingegen die Änderung der thermischen Ausdehnungskoeffizienten detektiert. Diese Änderung wird damit erklärt, dass ab der Glasübergangstemperatur ein freies Volumen entsteht, welches mit weiterer Temperaturerhöhung zunimmt. Während der Bestimmung des Glasübergangspunktes mittels DSC wird die Änderung der Wärmekapazität ermittelt. Diese Änderung ist mit der Zunahme der Molekülbeweglichkeit infolge der Zunahme des freien Volumens im amorphen Bereich zu erklären. Dies führt dazu, dass mehr Wärme in Form von Molekülschwingungen gespeichert werden kann.

Physikalische Alterung und Nachkristallisation

Nachdem das Sphärolithwachstum zum Erliegen gekommen ist, entweder durch die Behinderung benachbarter Sphärolithe oder durch schnelles Abkühlen, ist die primäre Kristallisation abgeschlossen. Lediglich die sekundäre Kristallisation bzw. Nachkristallisation kann in diesem Zustand noch ablaufen (Menges, 2002). Dabei können in den amorphen Bereichen zwischen den Lamellen und Sphärolithen weiterhin Kristallisationen stattfinden. Die Nachkristallisation wird auch als eine Form der physikalischen Alterung eingeordnet (Pongratz, 2000), da hierbei lediglich Strukturänderungen auftreten, aber keine chemischen Reaktionen. Die physikalische Alterung kann oberhalb der Glasübergangstemperatur über Jahre hinweg ablaufen. Durch die Reduktion der amorphen Anteile werden mit der Zeit eine Abnahme des Dämpfungsfaktors $\tan(\delta)$ und

des freien Volumens (Agarwal und Schultz, 1981) sowie eine Zunahme der Steifigkeit (Fiebig et al., 1999) festgestellt. Mit zunehmender Steifigkeit nimmt hingegen die Schlagzähigkeit ab (Gahleitner et al., 2002). In amorphen Polymeren wurde physikalische Alterung auch unterhalb der Glasübergangstemperatur festgestellt (Struik, 1977). Dabei wird die Mobilität der Polymerketten bei abnehmendem freiem Volumen eingeschränkt. Mechanische Alterungserscheinungen können je nach Prozessführung in der Probenherstellung auch durch Relaxationsprozesse der inhomogenen Eigenspannungen über die Probendicke verursacht werden (Coxon und White, 1980). Diese Überlagerung der Alterungsphänomene sollte bei der Interpretation von Messergebnissen stets berücksichtigt werden.

Copolymere und Polymer-Blends

Um die Eigenschaften eines Polymers für einen anwendungsrelevanten Temperaturbereich zu optimieren, werden während der Polymerisation neben dem Hauptmonomer weitere Monomere in die Molekülketten eingebunden. Somit kann zum Beispiel bei Polypropylen-Copolymeren die Zähigkeit unterhalb der Glasübergangstemperatur verbessert werden (Domininghaus und Elsner, 2008). Hierbei wird zwischen statistischen, alternierenden, blockweisen und pfpfenartigen Anordnungen der Monomere unterschieden (Abbildung 2.6).

Bei Polymer-Blends werden hingegen bereits polymerisierte Polymere miteinander vermischt. Hierbei bestehen keine primären Bindungen zwischen den Ketten der unterschiedlichen Polymere.

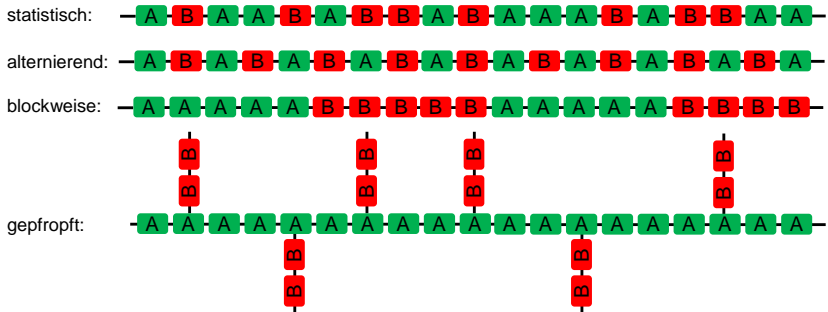


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung möglicher Anordnungen der Monomere in Copolymeren

2.2.2 Diskontinuierlich faserverstärkte Kunststoffe

Diskontinuierlich faserverstärkte Kunststoffe haben gemeinsam, dass Fasern und Matrix vor dem endgültigen Verarbeitungsprozess miteinander vermischt werden. Die häufigsten Verarbeitungsverfahren sind das Fließpressverfahren und das Spritzgussverfahren. Durch Faserspritzformen hergestellte Faserverbunde gehören ebenfalls zu dieser Materialklasse. Da sich bei diesem Verfahren die prozessabhängigen Materialeigenschaften grundlegend vom Fließpress- und Spritzgussverfahren unterscheiden, wird dieser Prozess im Folgenden nicht näher betrachtet. Als Matrixsysteme werden für diskontinuierlich faserverstärkte Kunststoffe Duroplaste oder Thermoplaste eingesetzt. In Abbildung 2.7 ist eine Klassifikation der Materialvarianten der diskontinuierlich faserverstärkten Kunststoffe dargestellt. Die Bezeichnungen der Materialien richten sich hierbei entweder nach der Faserverstärkungsvariante, wie bei „long fiber reinforced thermoplastics“ (LFT) und „short fiber reinforced plastics“ (SFRP), oder nach der Form des verarbeiteten Halbzeugs, wie bei „sheet moulding compound“ (SMC), „bulk moulding compound“ (BMC) und „glass matt thermoplastic“ (GMT).



Abbildung 2.7: Klassifikation der diskontinuierlich faserverstärkten Kunststoffe

Im Folgenden wird der Fokus auf kurz- und langfaserverstärkte Thermoplaste gelegt. Wie in Abbildung 2.7 zu sehen ist, können langfaserverstärkte Thermoplaste im Spritzgussverfahren oder im Fließpressverfahren hergestellt werden. Die Faserlängen in den beiden Varianten unterscheiden sich deutlich. Eine eindeutige Abgrenzung zwischen Kurz- und Langfaserverstärkung ist bisher nicht etabliert. Beim Spritzgussverfahren werden üblicherweise auf eine bestimmte Länge zugeschnittene Pellets verarbeitet. Da die Fasern sowohl bei der Verarbeitung im Extruder (Gupta et al., 1989; Brast, 2001) als auch beim Einspritzvorgang aufgrund der hohen Scherraten brechen (Wang et al., 2011), führt dies zu einer breiten Faserlängenverteilung im Bauteil (Kumar et al., 2007; Lafranche et al., 2005). So wird beispielsweise in Brast (2001) eine Abgrenzung bei einer mittleren Faserlänge im Bauteil von 4,5 mm vorgenommen. Bei der Verwendung von Pelletlängen über 10 mm wird üblicherweise von langfaserverstärkten Thermoplasten gesprochen (Kumar et al., 2007; Thomason, 2005; Lafranche et al., 2005). Da die sich dabei einstellende mittlere Faserlänge unterhalb von 1,5 mm liegen können, ist diese Abgrenzung nicht eindeutig. Bei der Verarbeitung von LFT im Fließpressverfahren können wesentlich höhere Faserlängen im Bauteil erreicht werden. Hierbei können die Fasern vor dem Zuführen in den Mischextruder auf bestimmte Faserlängen wie z.B. 25 mm zugeschnitten (Radtko, 2008) oder endlos dem Extruder zugeführt und dort gebrochen werden. Bei der zweiten Variante können im Bauteil Faserlängen von über 50 mm mit einer breiten Faserlängenverteilung vorkommen

(Zaiß, 2012). Diskontinuierlich faserverstärkte Thermoplaste können Gradienten in der Faserorientierung über die Dicke aufweisen. Bei spritzgegossenen faserverstärkten Thermoplasten entstehen bei einer einseitigen Durchströmung durch das sich einstellende Strömungsfeld deutlich ausgeprägte Rand- und Kernschichten mit dazwischenliegenden Übergangsbereichen (Toll und Andersson, 1993). Während sich in der Randschicht die Fasern hauptsächlich in die Fließrichtung orientieren, sind die Fasern in der Kernschicht senkrecht zur Fließrichtung orientiert (Lasपालas et al., 2008; Sun et al., 2015; Hine et al., 2014). Dabei sind das Verhältnis der Schichtdicken zueinander sowie die daraus resultierenden anisotropen mechanischen Eigenschaften von der Proben Dicke abhängig (Stokes et al., 2000). Da derartige Orientierungsgradienten z.B. beim Gegentaktspritzgießen (Lutz, 2006) oder dem Einsatz von Fließbehinderungen (Teixeira et al., 2013) nicht erkennbar sind, ist davon auszugehen, dass die Dickeninhomogenitäten sehr an den Herstellungsprozess und die Bauteilgeometrie gekoppelt sind. So unterscheiden sich beispielweise die dickenabhängigen Faserorientierungsverteilungen beim Clinch-Prozess (Behrens et al., 2014) deutlich von den Beobachtungen beim Spritzgießen. Zudem sind die Ausprägungen der Orientierungsverteilungen bei einer einfachen spritzgegossenen Platte von der Plattenposition abhängig (Thi et al., 2015). Bei den im Pressverfahren hergestellten langfaserverstärkten Thermoplasten liegen im Einlegebereich des Plastifikats deutliche Orientierungsunterschiede über die Dicke vor. Im Fließbereich sind keine markanten Unterschiede über die Dicke zu erkennen (Radtko, 2008; Garesci und Fliegerer, 2013), was impliziert, dass sich die dickenabhängige Faserorientierungsverteilung über den Fließweg ändert.

Einen großen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften faserverstärkter Thermoplaste hat die Grenzflächen zwischen Fasern und der Matrix. Aufgrund der relativ schlechten Anbindung zwischen Glasfasern und Thermoplasten werden die Fasern mit einer Schlichte versehen, die

eine gute Anbindung an die Fasern gewährleistet und die Schädigung der Glasfasern im Herstellungsprozess reduziert (Schmidt, 1972). Die Dicke der Schlichte liegt bei ca. $1 \mu\text{m}$ (Lutz, 2006). Durch spezielle Additive in der Matrix kann die Anbindung zwischen Schlichte und Polymer und somit die Festigkeit verbessert werden (Kumar et al., 2007). Durch das Brechen der Fasern während des Herstellungsverfahrens entstehen an den Faserenden Grenzflächen ohne Beschichtung und damit mit einer schlechten Anbindung. Unter Vernachlässigung der Anbindungsproblematik an den Faserenden wird die Faserlängsspannung in diskontinuierlichen, geraden Fasern über das Integral der auf die Fasermantelfläche wirkenden Schubspannungen bestimmt (Kelly und Tyson, 1965; Van Hattum und Bernardo, 1999; Ehrenstein, 2006). Unter stark vereinfachten Annahmen kann damit eine Faserlänge bestimmt werden, bei der die über die Mantelfläche eingeleiteten Schubspannungen eine Faserlängsspannung induzieren, die zum Faserbruch führen können. Nach diesem anschaulichen Modell findet unterhalb der kritischen Faserlänge schubinduzierte Grenzflächendelamination gefolgt von Faserauszug statt und bei längeren Fasern infolge kritischer Längsspannungen Faserbrechen. Diese beiden Phänomene werden als die wesentlichen Schädigungs- und Versagensmechanismen diskontinuierlich faserverstärkter Verbunde angesehen. Für eine detaillierte Darstellung wird auf (Hull und Clyne, 2003) verwiesen. In der Realität hängen, insbesondere bei semikristallinen thermoplastischen Verbunden, die zur Schädigung und Versagen führenden dreidimensionalen Spannungszustände in den Fasern und an den Grenzflächen von den im Herstellungsprozess induzierten Eigenspannungen, den Grenzflächendefekten an den Faserenden, den Interfaceeigenschaften sowie den Inhomogenitäten der semikristallinen Matrix ab.

Kapitel 3

Experimentelle Charakterisierung von PP und LFT

3.1 Materialkonfiguration und Prüfverfahren

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Prüfplatten wurden am Institut für Chemische Technologie in Pfinztal (ICT) von Benjamin Hangs hergestellt. Bei dem untersuchten Polypropylen handelt es sich um das Copolymer der Firma DOW (DOW C711-70 RNA). Da in den Polypropylen-Platten keine Anisotropie festgestellt wurde, wurden alle Versuchsreihen unter der Voraussetzung einer Isotropie durchgeführt. Das Polypropylen lag hierbei als weißes (PP-W) und schwarzes (PP-S) Polypropylen vor. In dem schwarzen Polypropylen wurden die ebenfalls in der LFT-Matrix verwendeten Zusatzstoffe wie Farbstoffe und weitere Additive zur Verbesserung der Grenzflächenanhaftung zugemischt, wohingegen das weiße Polypropylen im Auslieferungszustand von DOW verarbeitet wurde. Die Prüfplatten für die Probekörper wurden am ICT mit zwei unterschiedlichen Plattenwerkzeugen hergestellt. Im Spritzgießverfahren wurden Probeplatten der Größe 60 mm x 60 mm x 1 mm aus weißen Polypropylen hergestellt. Durch Extrusion und anschließendes Fließpressen von weißem und schwarzem Polypropylen wurden Prüfplatten der Größe 500 mm x 500 mm x 4 mm gefertigt. Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, wurden darum zwei unterschiedliche Probekörperformen A und B verwendet. Die Probekörper (PP-W-A) wurden hauptsächlich

für Relaxationsversuche verwendet. Lediglich in der größeren Probenplattenform wurde weißes und schwarzes Polypropylen verwendet. Die größeren Proben mit einer Dicke von 4 mm wurden für alle Referenzversuche verwendet, die auch an den LFT-Proben durchgeführt wurden. Die Messungen am schwarzen Polypropylen (PP-S-B) wurden als Matriceigenschaften definiert und als Parameter in der Homogenisierung verwendet. Die Referenzversuche an den 4 mm dicken weißen Proben (PP-W-B) wurden zusätzlich durchgeführt, um den Bezug zu den Messungen an den dünnen Proben (PP-W-A) herzustellen.

Plattenwerkzeug	Probenform	Materialvariante	
		PP-W	PP-S
60 mm *60 mm	A:	PP-W-A	X
500 mm *500 mm	B:	PP-W-B	PP-S-B

Abbildung 3.1: Verwendete Polypropylen-Probenformen

Bei den langglasfaserverstärkten Thermoplasten handelt es sich um ein im Fließpressverfahren hergestelltes Verbundmaterial. Hierbei wurde das LFT direkt in-line compounding Verfahren (D-LFT/ILC) verwendet (Henning et al., 2005). Die verwendeten E-Glasfasern (TufRov 4575) mit einem mittleren Durchmesser von $17 \mu\text{m}$ werden hierbei direkt in den Doppelsextruder zugeführt, dort gebrochen und mit dem Polypropylen (DOW C711-70 RNA) vermischt. Dadurch wird eine sehr breite Faserlängenverteilung induziert (Zaiß, 2012). Es wurden Platten mit den Faseranteilen von 10% (PPGF10), 20% (PPGF20) und 30% (PPGF30) hergestellt. Bei einer Dichte der Glasfasern von $\rho_f = 2,53 \text{ g/cm}^3$ und

der Polypropylenmatrix von $\rho_m = 0,9 \text{ g/cm}^3$ ergeben sich Faservolumenfraktionen c_f von 3,8 %, 8,2 % und 13,2 %. Das Plastifikat wurde im heißen Zustand, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, im Einlegebereich des Presswerkzeugs eingelegt und in Form gepresst. Bezüglich detaillierter Angaben zu den Pressverfahren wird auf (Fliegerer, 2015) verwiesen.

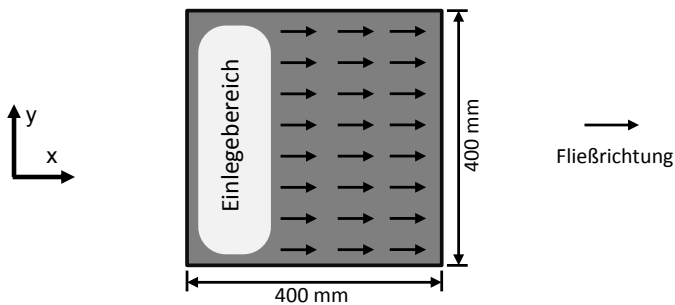


Abbildung 3.2: Einlegeplan der am ICT im D-LFT/ILC-Verfahren hergestellten LFT-Prüfplatten

Alle Probekörper wurden aus den LFT- sowie den PP-Prüfplatten bei geringer Schnittgeschwindigkeit mit einer Dekupiersäge herausgetrennt, um die Erwärmung des Materials während der Probenpräparation so gering wie möglich zu halten. Die Probengeometrie der LFT-Proben entsprach in Anlehnung an die Probenform PP-B 83 mm x 10 mm x 3 mm. Analog zur Probenform PP-B lag auch bei den LFT-Proben die freie Messlänge bei 60 mm. Alle verwendeten Prüfplatten wurden nach der Herstellung mindestens drei Monate bei Raumtemperatur gelagert, bevor sie geprüft wurden.

Dynamisch-mechanische Analyse

Die im Folgenden dokumentierten Experimente wurden mit einer DMA der Firma GABO (EPLEXOR 500N) im Prüflabor des Instituts für Techni-

sche Mechanik (ITM) durchgeführt (Abbildung 3.3 links). Hierbei befindet sich die Probe in einer Temperaturkammer, die auf bis zu 500°C beheizt und mittels Stickstoffkühlung auf –150°C gekühlt werden kann. Um die hohen Belastungen in Faserverbundprüfkörper einleiten sowie eine Zentrierung der Proben in Dickenrichtung gewährleisten zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit eigens ein Probenhaltersystem entwickelt und gefertigt (Abbildung 3.3 mittig und rechts).

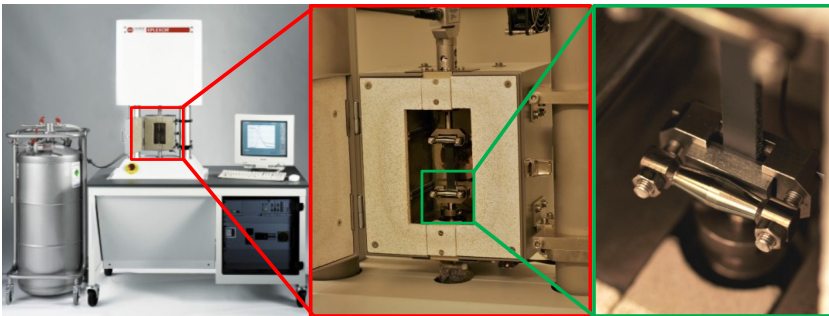


Abbildung 3.3: GABO EPLEXOR 500N Gesamtsicht (links)(Quelle: GABO), Temperaturkammer (mittig) und Probeneinspannung (rechts)

Im Gegensatz zu den meisten anderen DMA-Prüfmaschinen verfügt die EPLEXOR über zwei Antriebe zur Probenbelastung: einen weggeregelten Spindelantrieb mit einer Maximalkraft von 1500 N zum Aufbringen der statischen Last an der Oberseite der Probe und einen kraftgeregelten elektromagnetischen Antrieb (Shaker) mit einer Maximalkraft von 500 N zum Aufbringen der dynamischen Last an der Unterseite der Probe. In der detaillierten Darstellung des Messaufbaus und der Messgrößen ist zu sehen, dass die Längenänderung der Probe nicht direkt an der Probe, sondern außerhalb der Temperaturkammer gemessen wird (siehe Abbildung 3.4). Hierbei kommen ein induktiver Wegsensor mit einer maximalen Auslenkung von 50 mm und einer Auflösung von 1 μm zur Messung der Traversenverschiebung $u_t(t)$ und ein kapazitiver Wegsen-

sor mit einer maximalen Auslenkung von $\pm 1,5$ mm und einer Auflösung von 10 nm zur Messung der Shaker-Auslenkung $u_s(t)$ zum Einsatz. Während der Prüfmaschinenkalibrierung zum Zeitpunkt t_0 werden die Referenzlänge l_0 sowie die Referenzkammertemperatur T_0 erfasst. Die aktuelle Probelänge $l_p(t)$ zwischen den Probeneinspannungen wird unter Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung und der Nachgiebigkeit des Messstranges bestimmt. Hierbei gehen der thermische Ausdehnungskoeffizient der temperaturbelasteten Prüfmaschinenelemente A_m und der Probeneinspannung A_e proportional zur Temperaturdifferenz in der Temperaturkammer ΔT_k , sowie die Nachgiebigkeit der Prüfmaschine S_m , der Kraftmessdose S_k und der Probeneinspannung S_e proportional zur Belastungskraft in die Berechnung ein.

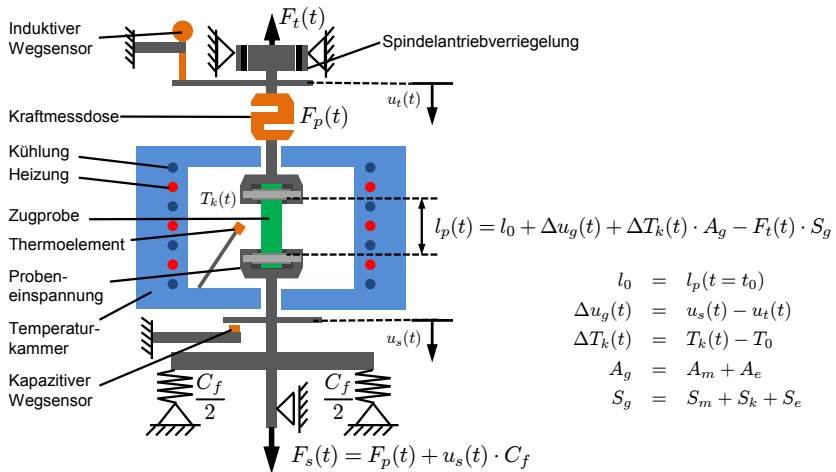


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des DMA-Messstranges

Zur Erfassung eines dynamischen Messpunktes bei einem festgehaltenen Belastungsparametersatz, bestehend aus der Temperatur T_k , der Belastungsfrequenz f , der statischen und dynamischen Belastung, wird

zunächst mit dem Spindeltrieb die statische Belastung aufgebracht. Anschließend wird der Spindeltrieb verriegelt, um die hohe Präzision des kapazitiven Wegsensors ohne Störungen durch die grobe Auflösung des induktiven Wegsensors nutzen zu können. Ausgehend von diesem Zustand, bei dem die Reaktionskraft des Spindeltriebs von dem Blattfedersystem der Federsteifigkeit C_f getragen wird, beginnt die schwingende Belastung durch den Shaker. Für den Fall einer Zugbelastung ist in Abbildung 3.5 der zeitliche Verlauf von Spannungen und Dehnungen dargestellt. In diesem Fall wird eine statische Grundspannung σ_0 aufgebracht, anschließend wird die dynamische Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon$ bis zum Erreichen des Toleranzbereiches eingeregelt und 40 Messzyklen werden für die FFT-Auswertung erfasst. Neben dem Belastungsparametersatz werden unter Berücksichtigung der Probendimensionen der Speichermodul und Verlustmodul ausgegeben. Die beiden Belastungseinheiten können auch separat für Charakterisierungen im Zeitbereich genutzt werden.

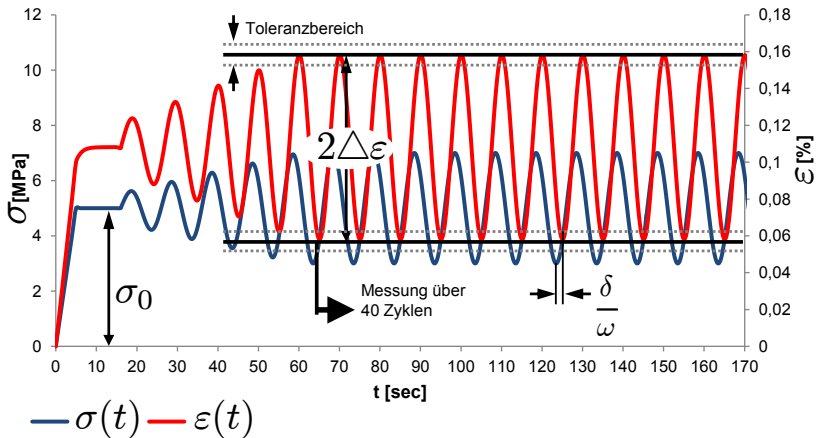


Abbildung 3.5: Zeitlicher Verlauf von Spannungen und Dehnungen während der dynamischen Messung im Zugbelastungsmodus

Wird nur der Spindelantrieb genutzt, können mit dem Softwaremodus „Universal Tester“ quasi-statische Zugversuche bei einer Belastungsrate, die als Krafrate, Spannungsrate, Dehnrate oder Verschiebungsgeschwindigkeit definiert werden kann, durchgeführt werden. Das Belastungsziel kann in Form von Kräften, Spannungen, Dehnungen oder Verschiebungen definiert werden. Wird der Shaker isoliert genutzt, so können Relaxations- bzw. Retardationsversuche durchgeführt werden. Hierbei wird der Spindelantrieb lediglich zum Aufbringen der Kontaktkraft genutzt und danach verriegelt. Die Dehnung wird danach schlagartig durch den Shaker aufgebracht und geregelt gehalten.

3.2 Viskoelastische Charakterisierung von Polypropylen

Die Ergebnisse der experimentellen Charakterisierung der temperaturabhängigen viskoelastischen Eigenschaften des semikristallinen Thermoplasten Polypropylen werden im Folgenden eingehend erläutert. Hierbei wird zwischen der Charakterisierung im Zeit- sowie Frequenzbereich unterschieden, wobei in beiden Fällen die nichtlinear viskoelastischen Effekte untersucht werden.

3.2.1 Charakterisierung im Zeitbereich

Um geeignete Belastungsparameter für die folgenden Relaxationsversuche sowie die dynamischen Messungen im Frequenzbereich zu bestimmen, wurden exemplarisch Zugversuche mit konstanten Dehnraten (monotone Belastungsversuche) durchgeführt. Hierbei wurde die Probenkonfiguration PP-W-A verwendet. In Abbildung 3.6 (links) sind die Spannungs-Dehnungsverläufe bei drei unterschiedlichen Dehnraten dargestellt. Es ist zu erkennen, dass ab einer Spannung von ca. 12 MPa bei der geringsten Dehnrate deutlich nichtlineare Effekte auftreten, die

im weiteren Verlauf zu Spannungsabsättigung und Dehnungslokalisierung führen. Um eine dynamisch-mechanische Charakterisierung zu ermöglichen, müssen die Belastungen derart gering gehalten werden, dass einer Dehnungsänderung eine messbare Spannungsänderung gegenüber steht. Aus diesem Grund wurden die in der nachfolgenden Charakterisierung aufgebrauchten Belastungen auf maximal 12 MPa begrenzt. In der Auswertung der Sekantenmodule in Anlehnung an die DIN 527 (Deutsches Institut für Normung, 2012) zwischen 0,05% und 0,25% Dehnung (Abbildung 3.6 (rechts)) ist zu sehen, dass die Sekantensteifigkeit wie erwartet mit der Dehnrates zunimmt.

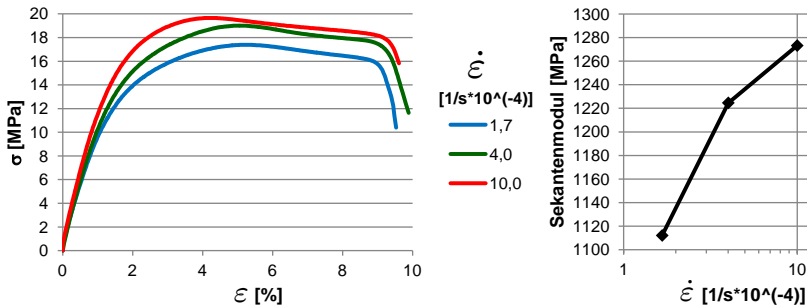


Abbildung 3.6: Spannungs-Dehnungsverläufe von PP bei unterschiedlichen Dehnrates (links), Sekantenmodul über der Dehnrates (rechts)

Untersuchung des Relaxationsverhaltens

Zur Untersuchung des viskoelastisch nichtlinearen Relaxationsverhaltens von Polypropylen wurden bei Raumtemperatur Relaxationsversuche bei unterschiedlichen Grunddehnungen ϵ_0 durchgeführt. In Abbildung 3.7 ist zu sehen, dass mit zunehmenden Grunddehnungen der Relaxationsmodul sinkt. Die beobachtete Abhängigkeit von der Grunddehnung weist auf ein nichtlinear viskoelastisches Materialverhalten hin, welches in dynamisch-mechanischen Messungen ebenfalls

beobachtet wurde. Analog wurde in Naumann (2012) eine Abhängigkeit der Kriechmodulverläufe von der Belastungsspannung an Polypropylen festgestellt.

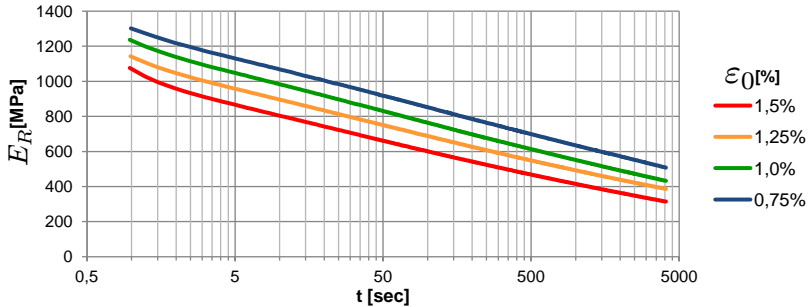


Abbildung 3.7: Relaxationsmodulverläufe von PP bei Raumtemperatur und unterschiedlichen Grunddehnungen

In Abbildung 3.8 sind die Relaxationsverläufe bei unterschiedlichen Temperaturstufen von 0°C bis 80°C in Abständen von 20°C bei einer Grunddehnung von 0,5% dargestellt nach Tuschen (2012).

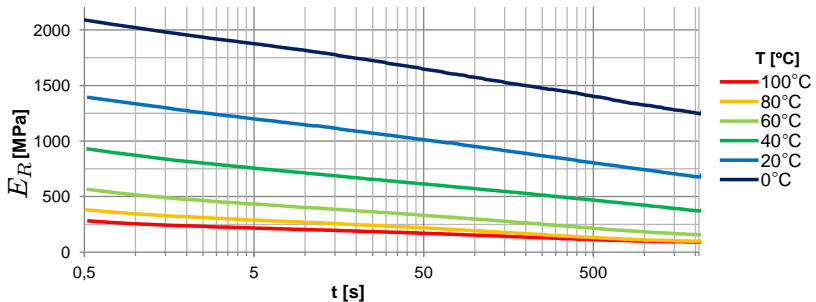


Abbildung 3.8: Relaxationsmodulverläufe von PP bei unterschiedlichen Temperaturen und einer Grunddehnung von 0,5% nach Tuschen (2012)

3.2.2 Charakterisierung im Frequenzbereich

Bevor im Folgenden auf die dynamischen Charakterisierungsergebnisse eingegangen wird, wird auf den Unterschied zwischen den beiden Materialkonfigurationen des Polypropylens eingegangen. Zur Untersuchung der Mittelwerte und Streuungen der Probenkonfigurationen PP-W-B und PP-S-B wurden jeweils zehn Proben einem Time-Sweep bei Raumtemperatur und den Belastungsparametern $\varepsilon_0 = 0,1\%$, $\Delta\varepsilon = 0,05\%$ und $f = 5$ Hz unterzogen. Hierbei wurde festgestellt, dass der mittlere Speichermodul bei der Probenkonfiguration PP-S-B um 3,4% höher ist als bei PP-W-B. Die Standardabweichung liegt in den beiden Materialkonfigurationen unterhalb von 1,5% bezogen auf den Mittelwert, bei einer Streuung von maximal 2,6% bezogen auf den Mittelwert. Damit können die Eigenschaften des Polypropylens als relativ homogen eingeschätzt werden.

Im Folgenden werden die dynamisch-mechanischen Untersuchungen der viskoelastischen Eigenschaften von Polypropylen bei variierender Belastungsfrequenz, Temperatur und Grundlast diskutiert. Um die Temperaturabhängigkeit des Polypropylens eingehend zu untersuchen, wurde an den Probenkonfigurationen PP-W-B und PP-S-B ein Temperatur-Sweep von -100°C bis 150°C bei einer Belastungsfrequenz von 10 Hz, einer statischen Last von $\sigma_0 = 2$ MPa und einer dynamischen Last von $\Delta\sigma = 1,5$ MPa durchgeführt. Am Verlauf des Dämpfungsfaktors ist an den beiden Hochpunkten erkennbar, dass es sich bei dem untersuchten Polypropylen um ein Copolymer mit zwei Glasübergangspunkten handelt (Abbildung 3.9). Der Hochpunkt bei -53°C ist bei beiden Materialvarianten gleich und weist auf den Glasübergangspunkt der copolymeren Anteile hin. Der zweite Hochpunkt kennzeichnet den Glasübergangspunkt des Polypropylens. Hierbei sind leichte Unterschiede zwischen den beiden Materialkonfigurationen erkennbar. Bei der Variante PP-S-B liegt der Hochpunkt bei $8,8^\circ\text{C}$ und bei der Variante PP-W-B bei $5,7^\circ\text{C}$. Die Verläufe von Speichermodul und Dämpfungs-

faktor sind für beide Materialkonfigurationen bei hohen und tiefen Temperaturen sehr ähnlich. Lediglich zwischen -50°C und 50°C sind Unterschiede erkennbar. So liegt der Unterschied im Speichermodul oberhalb von 50°C und unterhalb von -50°C bei weniger als 1%. Der größte Unterschied liegt mit 4,4% bei $1,5^{\circ}\text{C}$ vor.

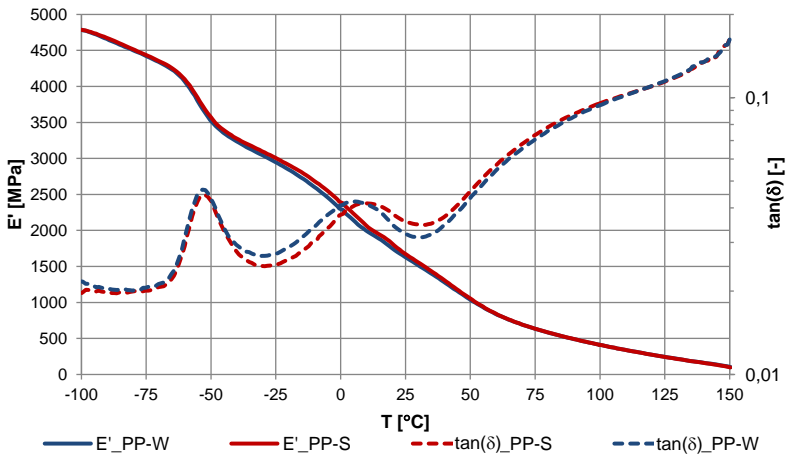


Abbildung 3.9: Verläufe von Speichermodul und Dämpfungsfaktor über der Temperatur von den Polypropylen-Materialkonfigurationen PP-S und PP-W bei $\sigma_0 = 2 \text{ MPa}$, $\Delta\sigma = 1,5 \text{ MPa}$ und $f = 10 \text{ Hz}$

Im Unterschied zu dem Temperatur-Sweep bei konstanter Heizrate und einer Belastungsfrequenz wurde beim folgenden Temperatur-Frequenz-Sweep die Temperatur jeweils in 5 K-Schritten erhöht und dann konstant gehalten, während ein Frequenz-Sweep von 0,1 Hz bis 100 Hz durchgeführt wurde. In den Abbildungen 3.10 und 3.11 sind die gemessenen Speicher- und Verlustmodule über der Temperatur und Belastungsfrequenz dargestellt (Brylka et al., 2013).

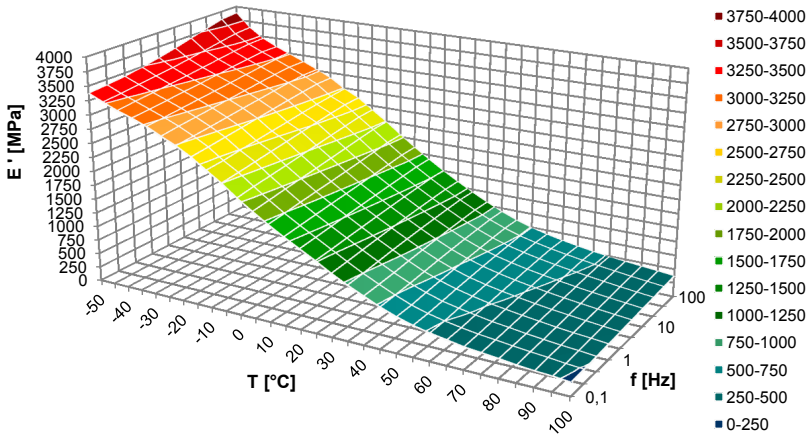


Abbildung 3.10: Verlauf des Speichermoduls von Polypropylen über der Temperatur und der Frequenz bei $\sigma_0 = 3$ MPa und $\Delta\varepsilon = 0,075\%$

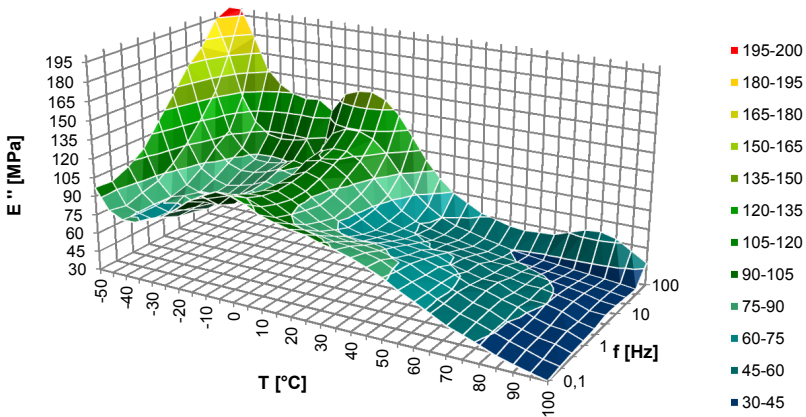


Abbildung 3.11: Verlauf des Verlustmoduls von Polypropylen über der Temperatur und Frequenz bei $\sigma_0 = 3$ MPa und $\Delta\varepsilon = 0,075\%$

Während die Speichermodule bei allen Temperaturen mit steigender Belastungsfrequenz zunehmen, sind die frequenzabhängigen Verläufe der Verlustmodule von der Temperatur abhängig.

Nichtlinear viskoelastisches Verhalten im Frequenzbereich

Wie zuvor schon bei den Relaxationsversuchen erörtert, ist auch in den dynamisch-mechanischen Messungen ein nichtlinear viskoelastisches Materialverhalten zu beobachten. In Abbildung 3.12 sind Speichermodule (links) und Dämpfungsfaktoren (rechts) aus Frequenz-Sweep-Messungen bei unterschiedlicher statischer Belastung σ_0 einer Probe der Probenkonfiguration PP-S-B zu sehen.

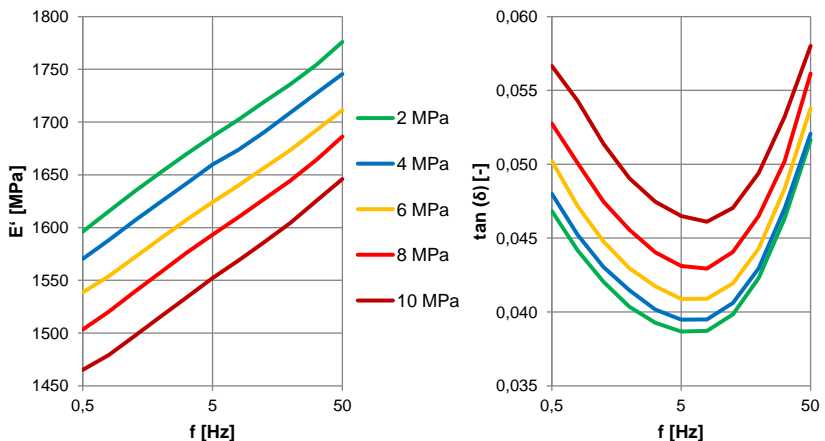


Abbildung 3.12: Verlauf von Speichermodul (links) und Dämpfungsfaktor (rechts) von Polypropylen über der Frequenz für unterschiedliche Grundspannungen

Bei Raumtemperatur, einer gleichbleibenden Dehnungsamplitude von $\Delta\varepsilon = 0,1\%$ und jeweils über das Frequenzband von 0,5 Hz bis 50 Hz konstant gehaltenen Grundspannungen von $\sigma_0 = 2$ MPa bis 10 MPa

ist zu sehen, dass mit steigender Grundspannung der Speichermodul abnimmt und der Dämpfungsfaktor zunimmt. Bei gleicher Belastungsfrequenz liegt der Steifigkeitsunterschied zwischen der Grundlast von 2 MPa und 10 MPa bei ca. 8%. Mit zunehmender Belastungsfrequenz nimmt der Speichermodul je Dekade in der Belastungsfrequenz um ca. 6% zu.

Steifigkeitsänderung durch physikalische Alterung

Wie bereits erwähnt wurden für alle Versuchsreihen Proben verwendet, die über mindestens drei Monate oder länger nach der Herstellung gelagert wurden. Um herauszufinden, welchen Einfluss die von den Autoren Agarwal und Schultz (1981), (Fiebig et al., 1999), (Gahleitner et al., 2002) und (Struik, 1977) diskutierte physikalische Alterung auf die temperaturabhängige Charakterisierung des hier verwendeten Polypropylens hat, wurden verschiedene Messreihen durchgeführt. In Abbildung 3.13 ist der zeitliche Verlauf der Temperatur während einer thermischen Hysterese bei einer Belastungsfrequenz von 10 Hz, einer Grundlast von $\sigma_0 = 2$ MPa und einer dynamischen Last von $\Delta\varepsilon = 0,1$ % zu sehen. Ausgehend vom ausgelagerten Zustand wurde in einem Time-Sweep die Steifigkeit und Dämpfung einer PP-Probe der Probenkonfiguration PP-W-A bei 20°C gemessen und danach wurde die Temperatur in Temperatur-Sweeps mit konstanter Heizrate von 1 K/min stufenweise um 10°C nach dem in Abbildung 3.13 dargestellten zeitlichen Ablauf erhöht. Nach einer Haltezeit von 5 Minuten wurde mit einer Kühlrate von 1 K/min auf 20°C abgekühlt und die Steifigkeit sowie die Dämpfung wurden erneut über 5 Minuten gemessen. Die gemessenen Speichermodule und Dämpfungsfaktoren nach der Haltezeit von 5 Minuten bei 20°C sind in Abbildung 3.14 über der maximalen vorangegangenen Temperaturbelastung T_{max} dargestellt.

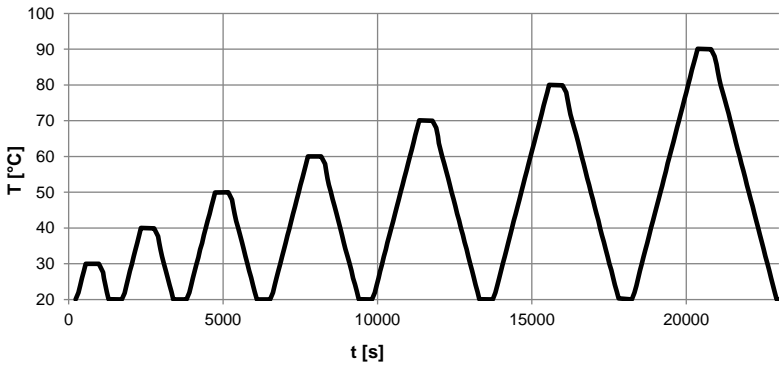


Abbildung 3.13: Verlauf der Temperatur über der Versuchszeit während Temperatur-Hysterese-Versuch

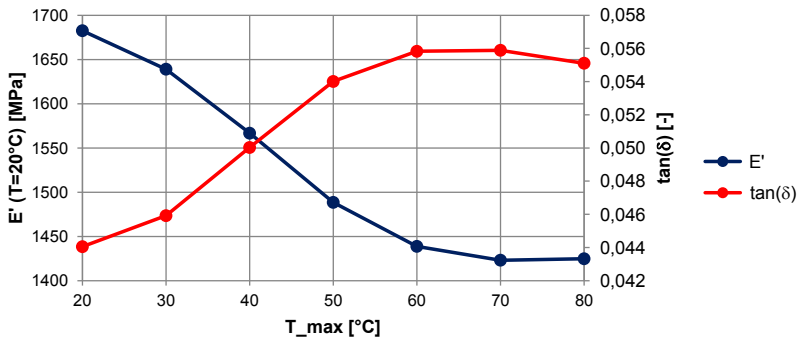


Abbildung 3.14: Verlauf von Speichermodul und Dämpfungsfaktor über der maximalen Temperaturvorbelastung

Hierbei ist zu sehen, dass mit zunehmender Temperaturbelastung nach der Abkühlung auf 20°C der Speichermodul abnimmt und der Dämpfungsfaktor zunimmt. Ab $T_{max} = 60^{\circ}\text{C}$ sind keine deutlichen Änderungen in beiden Verläufen zu sehen. Dieser Verlauf lässt sich dadurch

erklären, dass mit steigender Temperaturbelastung die durch physikalische Alterung bzw. Nachkristallisation entstandenen Änderungen der Polymermikrostruktur aufgelöst werden, was zu einem geringeren Speichermodul und einer höheren Dämpfung führt. Dieses Phänomen wurde bereits in Struik (1977) diskutiert.

Um den Bezug zu Messungen am LFT herzustellen, wurde an einer Polypropylenprobe der Konfiguration PP-S-B eine Temperaturhysterese-Messung durchgeführt. Hierbei wurde die Probe ausgehend von 20°C in einem Temperatur-Sweep direkt auf ein Temperaturniveau von 80°C erwärmt, bei dieser Temperatur über 60 min gehalten und wieder auf 20°C abgekühlt. An den Verläufen der Speichermodule während der Aufheiz- und Abkühlphase ist erkennbar, dass nach dem Abkühlen ein deutlicher Speichermodulunterschied von –18% vorliegt, begleitet von einer Zunahme des Dämpfungsfaktors um 27% (siehe Abbildung 3.15). Ausgehend von diesem Zustand wurde die Temperatur für ca. 3,5 Tage bei 20°C gehalten und in variablen Zeitabständen von 60 bis 500 Sekunden wurde der Speichermodul und die Dämpfung gemessen.

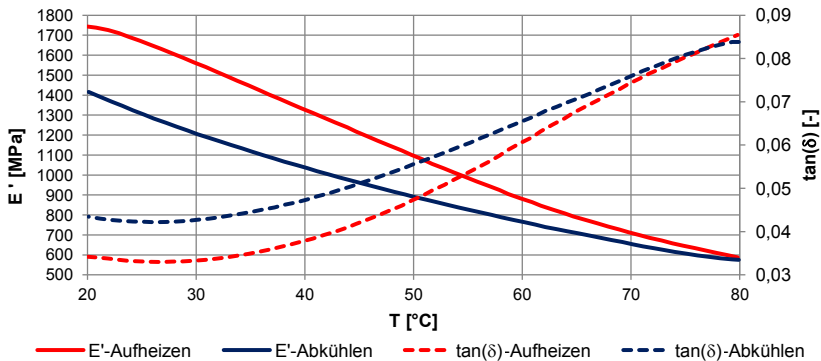


Abbildung 3.15: Verlauf von Speichermodul und Dämpfungsfaktor von Polypropylen über der Temperatur während der Aufheiz- und Abkühlphase

Nach 3,5 Tagen wurde die Probe aus der Prüfmaschine ausgespannt und bei Raumtemperatur gelagert. Nach sechs Tagen sowie zehn Wochen wurden erneut Messungen bei 20°C durchgeführt. In Abbildung 3.16 ist der Verlauf des Speichermoduls sowie des Dämpfungsfaktors über der Haltezeit nach dem Abkühlen dargestellt. Als Vergleichswert sind zudem der Ausgangsspeichermodul sowie die Ausgangsdämpfung vor dem Erhitzen als horizontale Linien eingezeichnet. Hierbei ist zu sehen, dass die Steifigkeitszunahme nach dem Abkühlen annähernd linear über der logarithmischen Zeit verläuft. Nach zehn Wochen entspricht der Speichermodul dem Anfangswert vor der Erwärmung. Die Dämpfung ändert sich in den ersten 1000 s unwesentlich, nimmt aber im weiteren Verlauf deutlich ab und bewegt sich ebenfalls gegen den Anfangswert vor dem Aufheizen.

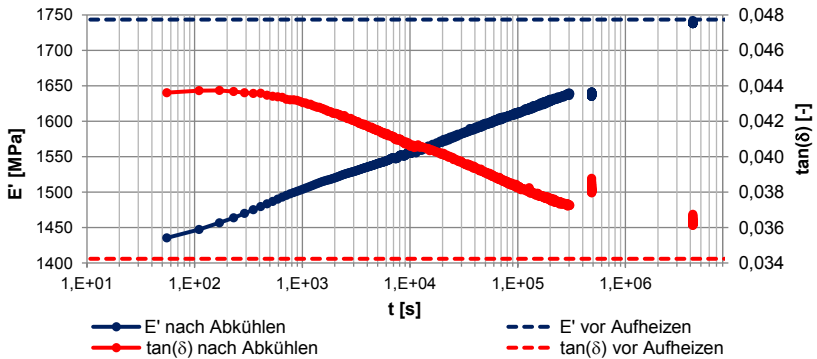


Abbildung 3.16: Verlauf von Speichermodul und Dämpfungsfaktor von PP über der Zeit nach der Abkühlung von 80°C

Nach dem Abkühlen wurde auch die Probendehnung aus der Probenlänge bei Kontaktkraft ausgewertet. Am Verlauf der Dehnung in Abbildung 3.17 ist zu sehen, dass die Probe um ca. $-0,16\%$ kontrahiert. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass aufgrund des thermischen

Ungleichgewichts der Prüfmaschine erfahrungsgemäß in den ersten 3000 Sekunden nach dem Abkühlen noch thermische Kontraktionen des Messstranges auftreten können, welche sich mit den gemessenen Probenkontraktionen überlagern. Aus diesem Grund sind die Dehnungen in den ersten 3000 Sekunden nicht belastbar. Zudem ist der Knick bei 100000 Sekunden darauf zurückzuführen, dass sich durch die Änderung der Abtastzeit die zeitlich gemittelte Probenbelastung reduziert, was zu einer viskosen Probenkontraktion führt. Unabhängig von diesen Phänomenen lassen sich die Zunahme des Speichermoduls sowie die Abnahme der Dämpfung, begleitet mit einer Probenkontraktion, durch physikalische Alterungs- bzw. Nachkristallisationsvorgängen erklären. Derartige Phänomene wurden an PP in Agarwal und Schultz (1981), Fiebig et al. (1999) sowie an PP und PP-Copolymeren in Gahleitner et al. (2002) dargestellt. Unter der Annahme, dass die Probenkontraktion volumetrisch abläuft, würde eine Volumenabnahme von ca. 0,6% stattfinden. Für genauere Aussagen müssten diese Messungen ohne Überlagerung mechanischer Belastungen unter Verwendung eines Dilatometers durchgeführt werden.

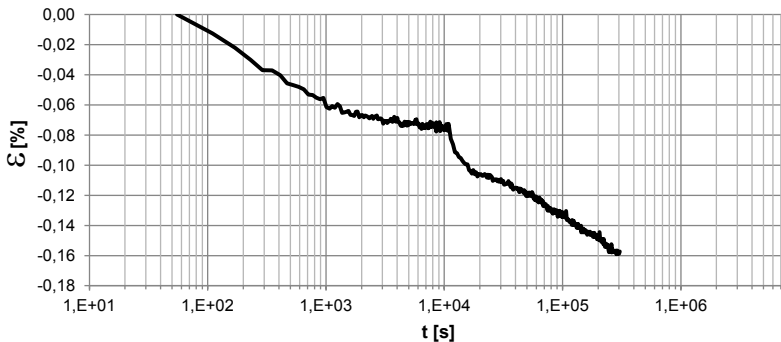


Abbildung 3.17: Verlauf der Probendehnung von PP über der Zeit nach der Abkühlung von 80°C

3.3 Viskoelastische Charakterisierung von LFT

Im Folgenden wird die Charakterisierung der temperatur- und belastungsfrequenzabhängigen viskoelastischen Eigenschaften von LFT im anisotropen Kontext dokumentiert. Hierbei wurden alle Messungen im dynamisch-mechanischen Messmodus durchgeführt. Ausgehend von den Untersuchungen der Steifigkeitsinhomogenitäten über den Fließweg wird auf die anisotrope Frequenz- und Temperaturabhängigkeit, Schädigungsphänomene sowie Einflüsse physikalischer Alterung bzw. Nachkristallisation eingegangen.

3.3.1 Prozessinduzierte Inhomogenität und Anisotropie

Die Steifigkeitsentwicklung über den Fließweg im Herstellungsprozess wurde an zwei unterschiedlichen Schnittplänen untersucht. Für die Untersuchung des Schädigungsverhaltens wurde der Schnittplan in Abbildung 3.18 verwendet mit dem Ziel, vor der Untersuchung einen Plattenbereich zu identifizieren, in dem ähnliche Steifigkeiten vorliegen. Um Schädigungsinitiierungen zu vermeiden, wurden die Belastungsparameter auf $f = 10$ Hz, $\sigma_0 = 1,5$ MPa und $\Delta\sigma = 1$ MPa gesetzt. Hierbei wurden Proben in den vier Orientierungen 0° (R0), 30° (R30), 60° (R60) und 90° (R90) bezogen auf die Hauptfließrichtung untersucht. Ausgehend vom Plattenrand im Einlegebereich ist zu erkennen, dass die Steifigkeit in die 90° -Richtung (R90) abnimmt und gegen Fließwegende wieder zunimmt. Die Zunahme der Steifigkeit am rechten Plattenrand lässt sich mit Änderung der Fließrichtung erklären, wenn die Fließfront inhomogen am Plattenende auftritt. Dieses Phänomen wurde bereits in Radtke (2008) beschrieben. Eine leichte Abnahme der Steifigkeit ist auch an der 60° -Probenorientierung (R60) erkennbar. Die Steifigkeit der 30° -Proben (R30) nimmt zunächst dezent zu und gegen Plattenende

wieder ab. Dies weist ebenfalls auf eine Fließrichtungsänderung am Plattenende hin. An den Mittelwerten der Steifigkeiten der 0°-Proben (R0) über die gleiche x -Koordinate ist ausgehend vom Einlegebereich eine Zunahme der Steifigkeit zu sehen.

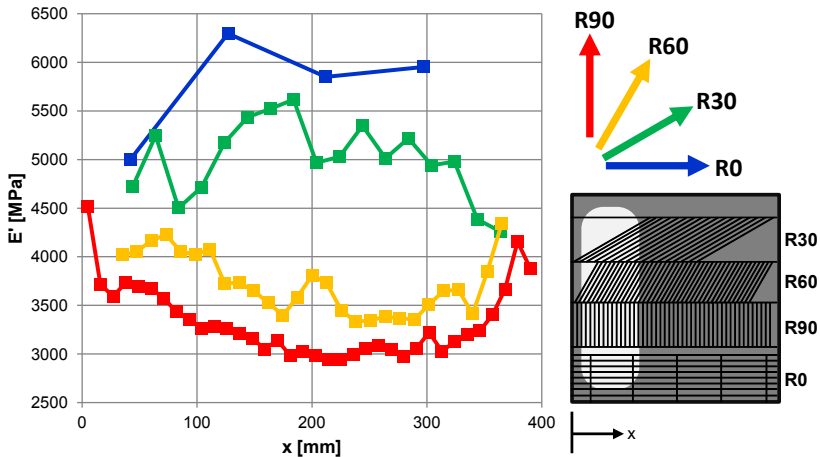


Abbildung 3.18: Verlauf des Speichermoduls über den Fließweg für unterschiedliche Probenorientierungen (links) und den Schnittplan (rechts)

Bei der folgenden Untersuchung wurde gezielt auf die anisotropen Eigenschaften im Einlegebereich und Fließbereich eingegangen. Hierzu wurden drei Probenorientierungen 0° (R00), 45° (R45) und 90° (R90) bei drei angestrebten Faservolumenfraktionen PPGF10 (3,8 vol.%), PPGF20 (8,2 vol.%) sowie PPGF30 (13,2 vol.%) untersucht. Im Schnittplan in Abbildung 3.19 (links) wurde darum lediglich die 90°-Richtung entlang des gesamten Fließwegs vorgesehen. Die Verläufe der Speichermoduli in die 90°-Richtung über den Fließweg sind für die drei Faservolumenfraktionen in Abbildung 3.19 (rechts) dargestellt. Hierbei stellt sich die größte Steifigkeitsänderung unerwarteterweise bei PPGF20 ein. Auf

diese Beobachtung wird später bei der Darstellung der Mikrostruktur eingegangen. Plausibel erscheint hingegen, dass im Fließbereich die Steifigkeit mit zunehmender Faservolumenfraktion steigt.

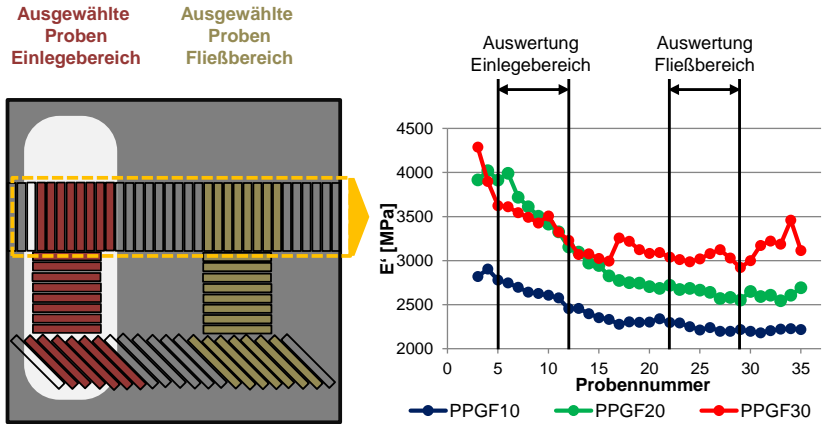


Abbildung 3.19: Schnittplan an LFT-Platte mit gekennzeichnetem Einlege- und Fließbereich (links), Verlauf der Speichermodule der 90°-Proben (rechts)

Ausgehend von diesen Erkenntnissen wurden Proben im Einlege- und Fließbereich ausgewählt und für den in Kapitel 4 folgenden Vergleich mit semianalytischen Steifigkeitsapproximationen basierend auf μ CT-Daten statistisch ausgewertet. Während der Versuche lag die Raumtemperatur in einem Temperaturbereich von 18,4°C und 22°C. Die Belastungsparameter der dynamischen Messungen waren $\varepsilon_0 = 0,1\%$, $\Delta\varepsilon = 0,05\%$ und $f = 5$ Hz. Aus der Darstellung der über den Einlegebereich (EB) und Fließbereich (FB) gemittelten Speichermodule (siehe Abbildung 3.20) geht hervor, dass bei der Faservolumenfraktion PPGF10 eine sehr geringe Anisotropie zu beobachten ist. Auffällig ist im Einlegebereich von PPGF20, dass die Steifigkeit in die 45°-Richtung (R45) geringer ausfällt als die Steifigkeit in die 90°-Richtung (R90). Bei allen anderen

Daten ist der erwartete Trend zu erkennen, dass die Steifigkeiten mit der Orientierung in Fließrichtung zunehmen. Mit zunehmender Faservolumenfraktion nehmen die Steifigkeiten zu. Bei allen Faservolumenfraktionen ist die Anisotropie im Fließbereich stärker ausgeprägt ist als im Einlegebereich. An den Standardabweichungen der Speichermoduli in Abbildung 3.21 ist zu erkennen, dass bei steigendem Faservolumengehalt auch die Standardabweichung zunimmt.

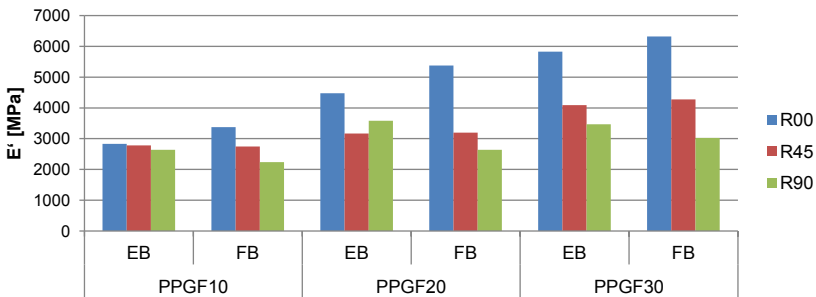


Abbildung 3.20: Mittlere Speichermoduli aus Einlegebereich (EB) und Fließbereich (FB) für unterschiedliche Faserkonzentrationen

Hohe Standardabweichungen des Speichermoduls sind besonders im Einlegebereich bei PPGF10 und PPGF20 zu erkennen. In Abbildung 3.22 sind die maximalen und minimalen Abweichungen vom Mittelwert zu sehen. Hierbei ist im Einlege- sowie im Fließbereich von PPGF20 zu sehen, dass sich die Streuung nach oben und unten unterscheiden. Damit lässt sich schlussfolgern, dass der Mittelwert der R45-Proben im Einlegebereich und der R00-Proben im Fließbereich durch Ausreißer mit sehr hoher Steifigkeit beeinflusst wurde. Umgekehrt wurde bei den R00-Proben im Einlegebereich der Mittelwert durch Ausreißer mit sehr geringer Steifigkeit beeinflusst.

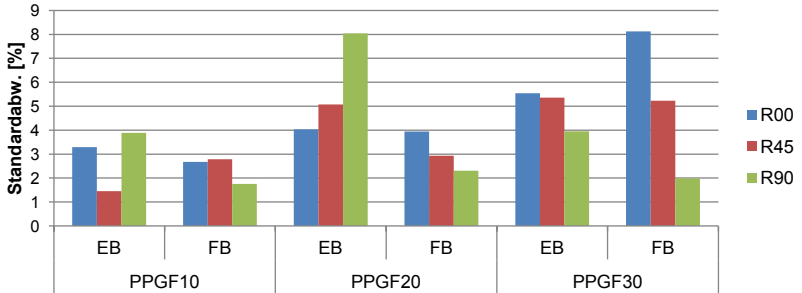


Abbildung 3.21: Standardabweichung der Speichermoduli aus Einlegebereich (EB) und Fließbereich (FB) für unterschiedliche Faserkonzentrationen

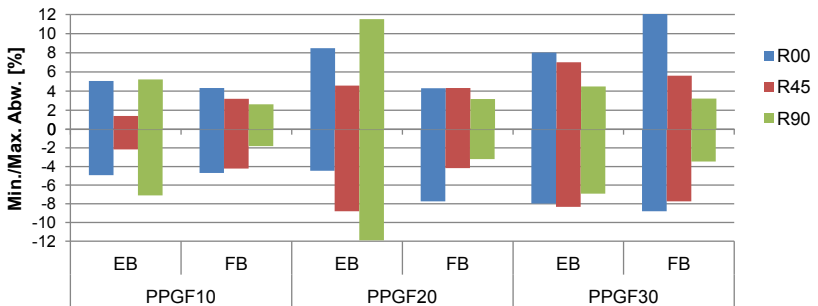


Abbildung 3.22: Maximal- und Minimalabweichung der Speichermoduli vom Mittelwert aus Einlegebereich (EB) und Fließbereich (FB) für unterschiedliche Faserkonzentrationen

3.3.2 Temperatur- und Frequenzabhängigkeit

Aus den vorangegangenen Untersuchungen zur Streuung der Speichermoduli wurde für jede Faservolumenfraktion und Probenorientierung jeweils für den Einlegebereich und Fließbereich die Probe ausgewählt, deren Speichermodul am nächsten am jeweiligen Mittelwert lag. An allen 18 Proben (je 3 Orientierungen aus 6 Bereichen) wurden

zunächst Frequenz-Sweeps von $f = 0,5$ Hz bis $f = 50$ Hz bei einer statischen Belastung von $\varepsilon_0 = 0,1\%$ und einer dynamischen Belastung von $\Delta\varepsilon = 0,05\%$ durchgeführt. Anschließend wurde ein Temperatur-Sweep von -40°C bis 80°C bei einer Belastungsfrequenz von 5 Hz und den gleichen statischen und dynamischen Belastungsparametern durchgeführt. Nach Abkühlung auf 20°C wurde eine einzelne Messung bei 5 Hz durchgeführt, um die ebenfalls am PP gemessene Steifigkeitsabnahme am Faserverbund zu untersuchen. Zunächst sind beispielhaft in Abbildung 3.23 aus den Frequenz-Sweeps die Verläufe der Speichermoduli und der Verlustfaktoren über der Belastungsfrequenz dargestellt. Hierbei sind die drei Probenorientierungen R00, R45 und R90 aus dem Fließbereich der PPGF10-Platten sowie der Polypropylenprobe der Konfiguration PP-B-S zu sehen. Bei allen LFT-Proben ist im Vergleich zur PP-Probe mit abnehmendem Orientierungswinkel eine Zunahme des Speichermoduls und eine Abnahme des Verlustfaktors festzustellen. Bei höheren Faservolumengehalten ist dieser Effekt noch deutlicher ausgeprägt, wie in Abbildung 3.24 an den Ergebnissen aus dem Fließbereich der PPGF30-Proben zu sehen ist. Analog sind in Abbildung 3.25 die Verläufe der Speichermodule über der Temperatur für die drei Proben aus dem Fließbereich der PPGF10-Platten dargestellt. Mit zunehmender Orientierung nimmt die Steifigkeit über den gesamten Temperaturbereich zu. Der Hochpunkt des Dämpfungsfaktors bei ca. 10°C ist mit zunehmender Steifigkeit immer schwächer ausgeprägt. Deutlicher sind diese Effekte im Fließbereich von PPGF30 in Abbildung 3.26. Hier ist der Hochpunkt von $\tan \delta$ speziell bei der R00-Probe sehr schwach ausgeprägt.

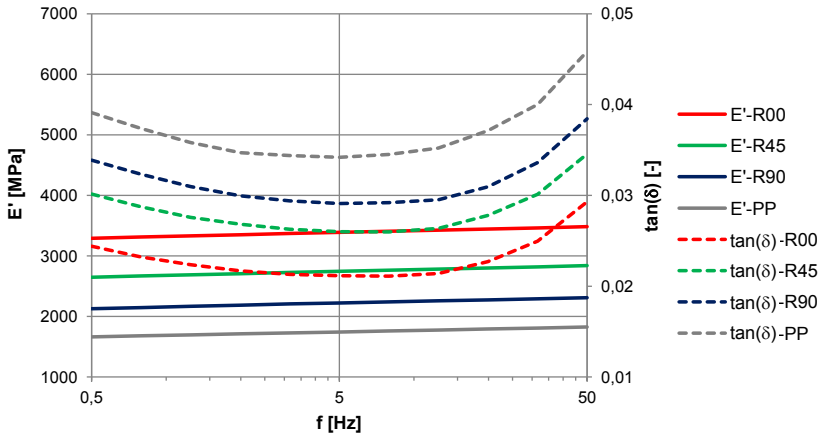


Abbildung 3.23: Verläufe des Speichermoduls und des Dämpfungsfaktors über der Belastungsfrequenz von PPGF10 im Fließbereich und PP

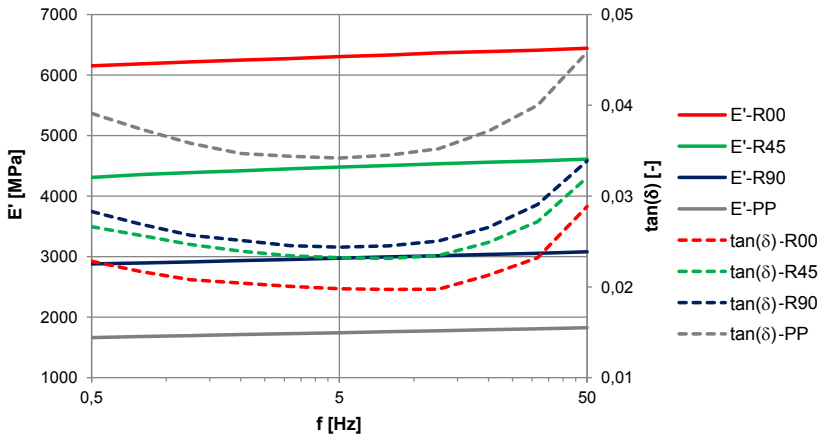


Abbildung 3.24: Verläufe des Speichermoduls und des Dämpfungsfaktors über der Belastungsfrequenz von PPGF30 im Fließbereich und PP

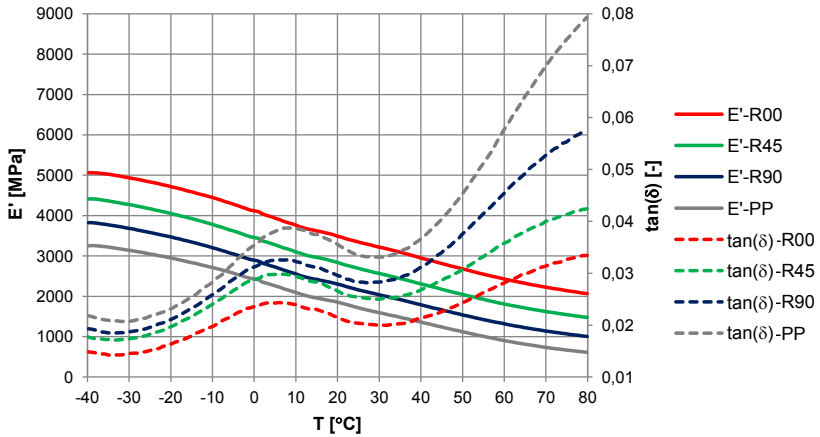


Abbildung 3.25: Verläufe des Speichermoduls und des Dämpfungsfaktors über der Temperatur von PPGF10 im Fließbereich und PP

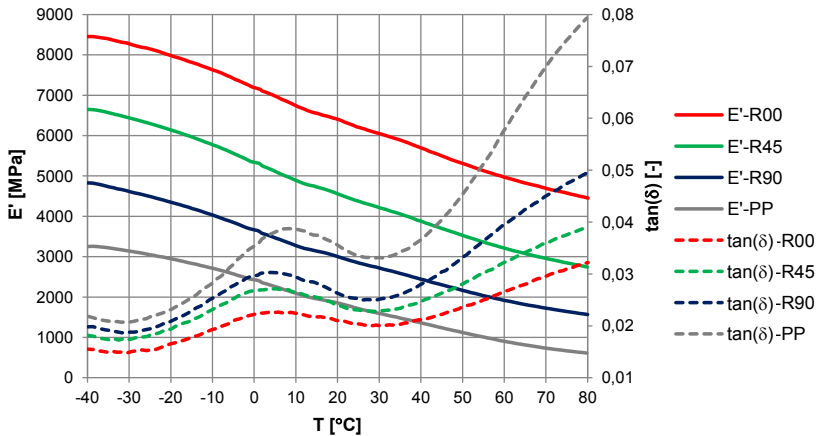


Abbildung 3.26: Verläufe des Speichermoduls und Dämpfungsfaktors über der Temperatur von PPGF30 im Fließbereich und PP

Hierbei ist zu erkennen, dass die Verläufe der Steifigkeit von LFT über der Temperatur näherungsweise parallel nach oben verschoben sind. Damit wird durch die Faserverstärkung nicht nur die Steifigkeit erhöht, sondern auch die Temperaturabhängigkeit der Steifigkeit verringert. Deutlicher ist dies an den Verläufen der relativen Steifigkeitsänderung bezogen auf die Steifigkeit bei 20°C zu sehen (Abbildung 3.27).

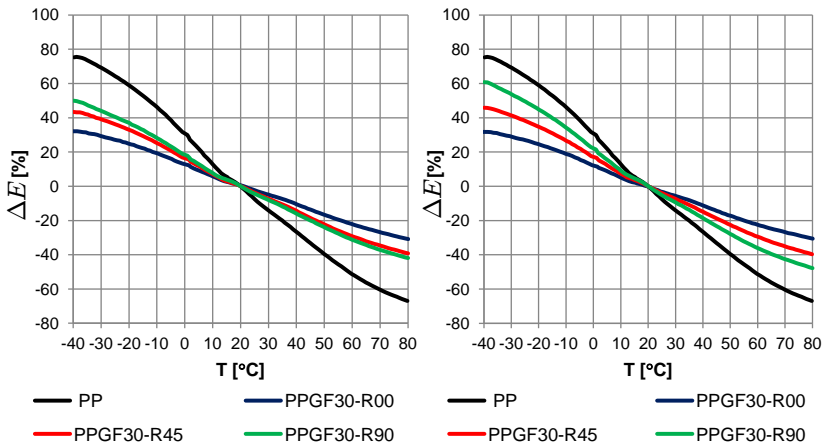


Abbildung 3.27: Verläufe der Speichermoduländerung über der Temperatur von PP und PPGF30 im Einlegebereich (links) und Fließbereich (rechts)

Bereits bei der Darstellung der Charakterisierungsergebnisse von Polypropylen wurde auf die Änderung des Speichermoduls nach einer thermischen Belastung eingegangen. Diese Untersuchungen wurden ebenfalls in einem reduzierten Messprogramm mit LFT-Proben durchgeführt, um den Einfluss der physikalischen Alterung bzw. Nachkristallisation an LFT nachzuweisen. Hierbei wurde lediglich die Steifigkeitsänderung nach einem Temperatur-Sweep bis 80°C erfasst. Zum Vergleich wurde das gleiche Messprogramm auch am Polypropylen der

Probenkonfiguration PP-S-B durchgeführt, was zu einer Speichermoduländerung von $-18,5\%$ führte. In Abbildung 3.28 sind die Verläufe der Speichermoduländerung über den Probenorientierungswinkel für die drei Faserkonzentrationen PPGF10, PPGF20 und PPGF30 dargestellt. Das linke Diagramm zeigt die Änderungen im Einlegebereich. Hierbei ist zu sehen, dass die Änderungen der Steifigkeit mit abnehmendem Faservolumenanteil zunehmen. Im Fließbereich ist zudem zu sehen, dass der Steifigkeitsabfall bei kleineren Probenorientierungswinkeln aufgrund der ausgeprägten Anisotropie deutlich geringer ist.

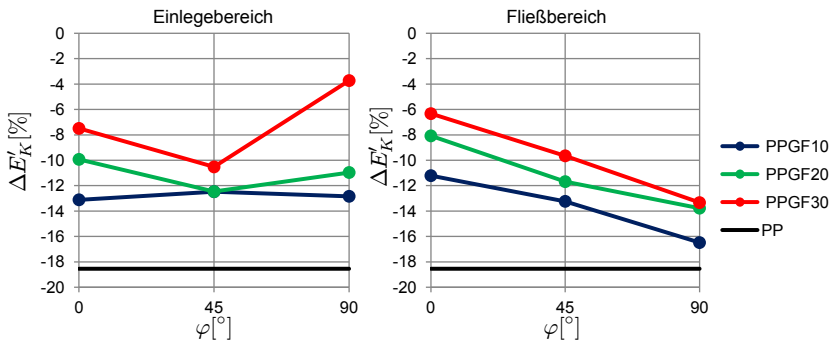


Abbildung 3.28: Verläufe der Speichermoduländerungen nach Abkühlung von 80°C über den Probenorientierungswinkel φ für den jeweiligen Einlegebereich (links) und Fließbereich (rechts)

3.3.3 Temperaturabhängiges Schädigungsverhalten

Bei der Identifikation der Steifigkeitsdegradation durch Schädigung wird die Änderung der Steifigkeit bezogen auf einen Referenzzustand ausgewertet. Hierbei kann die Steifigkeit auf unterschiedliche Weisen bestimmt werden: durch die Auswertung der Sekantensteifigkeit bei einer Wiederbelastung mit konstanter Dehnrage oder durch eine dynamische Messung. Da die Spannungsänderung infolge einer Dehnungsände-

rung bei viskoelastischen Materialien auch von der vorhergehenden Belastungsgeschichte abhängt, muss die durch die Belastungsgeschichte induzierte Steifigkeitsänderung von der durch Schädigungseffekte induzierten Steifigkeitsdegradation separiert werden. Um die reine Steifigkeitsänderung durch Schädigungsphänomene im dynamischen Kontext zu bestimmen, wurde ein spezieller DMA-Messablauf entwickelt. Zunächst wurde die Steifigkeit in Form des Speichermoduls bei einem Belastungsniveau gemessen, bei dem keine Schädigungseffekte zu erwarten sind ($\sigma_0 = 2 \text{ MPa}$ und $\Delta\sigma = 1,5 \text{ MPa}$). Um sicherzustellen, dass die Steifigkeit einen stationären Wert angenommen hat, bei dem die Einflüsse der Belastungsvorgeschichte abgeklungen sind, wird die dynamische Messung über eine Zeit von 45 Minuten bei einer Belastungsfrequenz von 10 Hz durchgeführt. Diese Phase wird im Folgenden als Stabilisierungsphase bezeichnet. Vor der Schädigungsinitiiierung wurde die Frequenzabhängigkeit über einen Frequenz-Sweep bei gleichbleibender Belastung von 0,5 Hz bis 50 Hz bestimmt. Nach dieser Phase wird die Probe in einem monotonen Zugversuch bei einer quasistatischen Dehnrates von 10^{-4} 1/s (angelehnt an die DIN 527-1 (Deutsches Institut für Normung, 2012)) auf ein sequenziell gesteigertes Spannungsniveau belastet und sofort wieder entlastet. Danach wird die dynamische Messung über 45 Minuten in der Stabilisierungsphase erneut durchgeführt mit einer anschließenden Messung des frequenzabhängigen Speichermoduls und Dämpfungsfaktors. Der Messablauf ist in Abbildung 3.29 grafisch dargestellt.

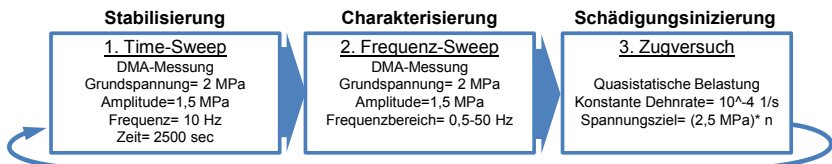


Abbildung 3.29: Prüfablauf der Schädigungsuntersuchung im viskoelastischen Kontext

Um die anisotrope Schädigungsinitiierung und -entwicklung zu untersuchen, wurden Proben in vier Orientierungen relativ zur Hauptfließrichtung nach dem Schnittplan in Abbildung 3.18 verwendet. Alle vier Richtungen wurden bei vier Temperaturen (20°C, 40°C, 60°C und 80°C) untersucht. Bevor auf die Ergebnisse der Verbundproben eingegangen wird, werden die Ergebnisse an der Referenzmessung am unverstärkten PP bei Raumtemperatur diskutiert. In der Stabilisierungsphase ist an der PP-Probe zu erkennen, dass mit zunehmendem Niveau der Vorbelastung die Zeit zum Erreichen einer zeitlich konstanten Steifigkeit (Abbildung 3.30) und Dämpfung (Abbildung 3.31) zunimmt. Lediglich nach der letzten Belastungsstufe von 20 MPa ist eine deutliche Steifigkeitsdegradation von 3 % zu erkennen. Bei der PP-Probe ist zu erkennen, dass die Steifigkeit direkt nach der Entlastung selbst bei kleineren Belastungsniveaus wesentlich geringer ausfällt. An den zeitlichen Verläufen der statischen Probendehnung während der Stabilisierungsphasen ist zu erkennen, dass die durch die quasistatische Belastung induzierten Dehnungen mit zunehmendem Belastungsniveau über eine längere Zeit zurück kriechen (siehe Abbildung 3.32). Des Weiteren ist zu erkennen, dass sich zunehmend irreversible plastische Anteile aufbauen. Analog werden beispielhaft die Ergebnisse der LFT-Probe mit einer Orientierung von 90° zur Hauptfließrichtung bei 20°C dargestellt. In Abbildung 3.33 ist an den Verläufen des Speichermoduls über der Zeit nach den jeweiligen Belastungsstufen zu erkennen, dass nach der Schädigungsinitiierungsphase trotz konstanter Belastungsbedingungen ein instabiler Zustand vorliegt, der eine geringere Steifigkeit aufweist. Über die Zeit stabilisiert sich die Steifigkeit wieder auf einem höheren Niveau. Dabei nimmt mit zunehmender Belastungsspannung die für die Stabilisierung der Steifigkeit notwendige Zeit zu. Im Vergleich zum unverstärkten Polypropylen ist zu erkennen, dass die Steifigkeit bei geringeren Belastungen nicht auf das Ausgangsniveau zurückgeht. Dies zeigt deutlich, dass bei einer direkten Wiederbelastung zu hohe Schädigungsfaktoren identifiziert werden.

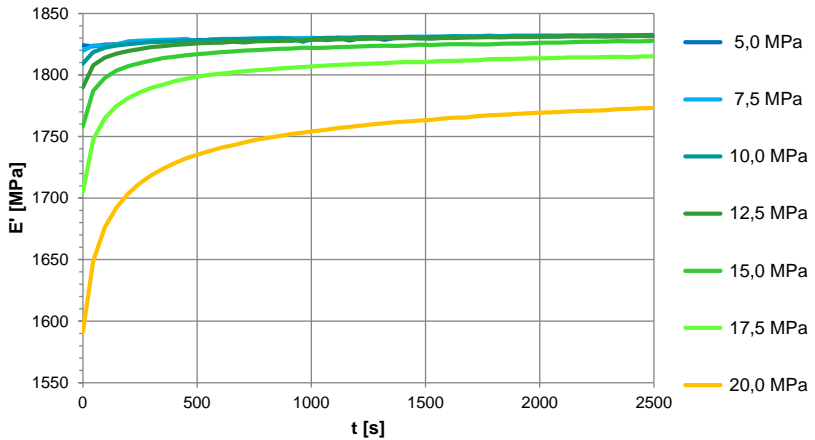


Abbildung 3.30: Zeitliche Verläufe des Speichermoduls einer PP-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

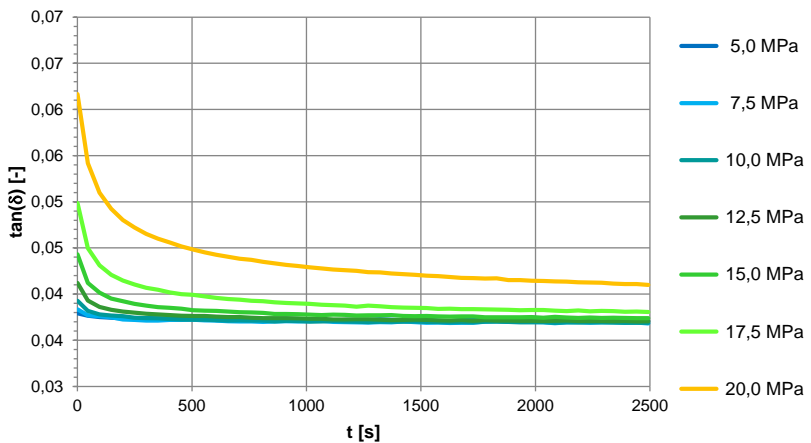


Abbildung 3.31: Zeitliche Verläufe des Dämpfungsfaktors einer PP-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

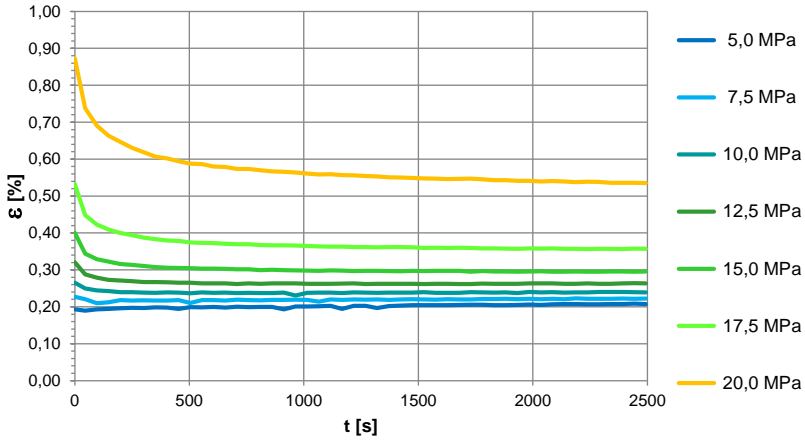


Abbildung 3.32: Zeitliche Verläufe der statischen Dehnung an einer PP-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

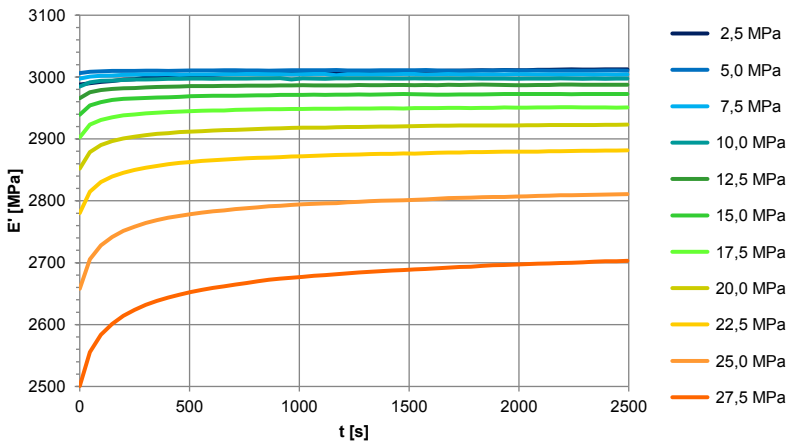


Abbildung 3.33: Zeitliche Verläufe des Speichermoduls einer R90-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

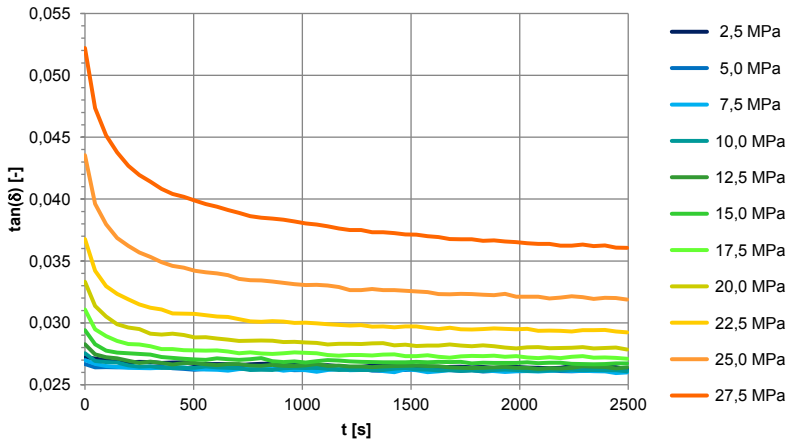


Abbildung 3.34: Zeitliche Verläufe des Dämpfungsfaktors einer R90-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

Die wahre Steifigkeitsdegradation durch Schädigungseffekte ist wesentlich geringer. So würde sich beispielweise bei Heranziehen der Steifigkeitsmessung direkt nach der Schädigungsinitiierung mit 27,5 MPa eine Steifigkeitsdegradation von 17% ergeben. Die tatsächliche Steifigkeitsdegradation nach einer Wartezeit von 45 Minuten liegt lediglich bei 10,3%. Damit würde der Einfluss der Steifigkeitsdegradation durch Schädigungseffekte um 65% überschätzt. Analog ist auch in Abbildung 3.34 zu sehen, dass durch die Schädigungsinitiierung die Dämpfung deutlich zunimmt und sich ebenfalls mit der Zeit auf einem geringeren Niveau stabilisiert. Würde die Steifigkeitsänderung durch das Auswerten des Sekantenmoduls bei einer Wiederbelastung ausgewertet werden, wäre ebenfalls zu erwarten, dass deutliche Unterschiede auftreten. Bei einer quasi-statischen Wiederbelastung würde das in Abbildung 3.35 dargestellte Phänomen zu tragen kommen. Hierbei ist zu erkennen, dass während der Stabilisierungsphase die statische Probendehnung bei der konstant gehaltenen statischen Grundspannung nach jeder Schädigungs-

initiierung wieder abnimmt. Diese Effekte wurden in Fritsch et al. (2009) bereits beobachtet. Somit liegt bei konstanter Spannung eine negative Dehnrate vor. Dagegen würde sich bei festgehaltener Dehnung eine Spannung aufbauen, was mit einer Spannungsrate verbunden wäre. Würde in diesem instabilen Zustand die Probe mit einer konstanten positiven Dehnrate wiederbelastet werden, so würde sich die gemessene Spannungsrate aus einer Superposition von zwei Spannungsraten ergeben. Die Spannungsrate aus dem instabilen Zustand erhöht damit die Spannungsrate, die sich im stabilen Zustand ergeben würde. Dieses Phänomen führt dazu, dass bei der Auswertung des Sekantenmoduls eine höhere Steifigkeit gemessen wird. Bei einer dynamischen Messung mit einer Belastungsfrequenz von 10 Hz ist die Belastungsgeschwindigkeit um ca. drei Größenordnungen höher als während der quasistatischen Zugversuche. Dadurch spielt der Einfluss der aus der Belastungsgeschichte resultierenden Spannungsraten eine untergeordnete Rolle. Dies zeigt, dass nur durch dynamische Messungen eine Separation der wirkenden Effekte realisiert werden kann. Bei quasistatischen Wiederbelastungsversuchen ist nach einer Schädigungsinitiierung weder die Steifigkeit noch die Messgröße (Probendehnung bzw. Spannung) in einem stabilen Zustand. Es ist zu beachten, dass auch bei der dynamischen Schädigungsidentifikation für eine Belastungsgeschichte der Schädigungsfaktor von den zugrunde gelegten Versuchsparametern während der Steifigkeitsmessung abhängt. Als wesentlichste Faktoren seien die Belastungsfrequenz, die Temperatur und die Belastungsgrundspannung genannt. Im Folgenden liegt der Fokus auf dem Einfluss der Belastungsfrequenz. In Abbildung 3.36 ist der Vergleich des nach den jeweiligen Stabilisierungsphasen aufgenommenen frequenzabhängigen Speichermoduls zu sehen. Hierbei ist ebenfalls zu erkennen, dass die frequenzabhängige Steifigkeit nach jedem weiteren Schädigungsinitiierungsschritt weiter abnimmt. Im stabilisierten Zustand ist bei den gewählten Belastungsparametern und bei konstant gehaltener Temperatur somit der Speichermodul $E'(f, \sigma_{max})$ von der Belastungsfrequenz f

und der maximalen aufgetragenen Schädigungsinitiierungsspannung σ_{max} abhängig. Ein Schädigungsfaktor $D(f, \sigma_{max})$ wird im Folgenden wie folgt rechnerisch aus den experimentellen Daten bestimmt

$$D(f, \sigma_{max}) = \frac{E'(f, \sigma_{max} = \sigma_0) - E'(f, \sigma_{max})}{E'(f, \sigma_{max} = \sigma_0)}. \quad (3.1)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.1) ergibt sich der in Abbildung 3.37 dargestellte Verlauf des frequenzabhängigen Schädigungsparameters.

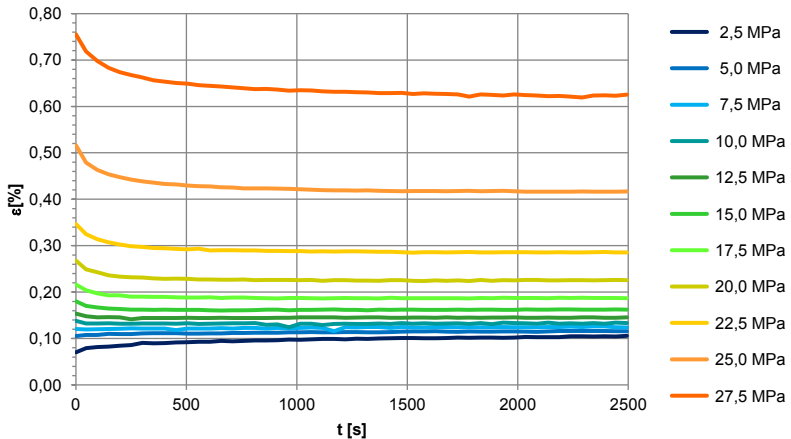


Abbildung 3.35: Zeitliche Verläufe der statischen Dehnung an einer R90-Probe bei 20°C nach sequenzieller Laststeigerung

Hierbei ist zu erkennen, dass bei kleineren Frequenzen die gemessene Schädigung höher ausfällt als bei hohen Frequenzen. Diese Frequenzabhängigkeit des Schädigungsfaktors lässt sich wie folgt erklären. Die Steifigkeit der Polymermatrix nimmt mit zunehmender Belastungsfrequenz zu. Da die Steifigkeit der Glasfasern in einem sehr geringen Maße von der Belastungsfrequenz abhängig ist, wird somit der Phasenkontrast zwischen Matrix und Fasersteifigkeit mit zunehmenden Belastungs-

frequenzen geringer. Schädigungseffekte wie Faserdelamination und Faserbruch führen dazu, dass weniger Spannungen von den Fasern und mehr von der Matrix getragen werden. Es kann geschlussfolgert werden, dass sich diese mikromechanischen Schädigungsphänomene bei einer niedrigeren Matrixsteifigkeit, d.h. bei niedrigeren Belastungsfrequenzen, stärker auf die Gesamtsteifigkeit auswirken als im Falle einer höheren Matrixsteifigkeit bei hohen Belastungsfrequenzen. In Abbildung 3.38 ist zu sehen, dass die frequenzabhängige Dämpfung nach jeder weiteren Schädigungsinitiierung zunimmt. Dies kann zum einen damit erklärt werden, dass die Polymermatrix stärker belastet wird, die an sich eine höhere Dämpfung aufweist. Zum anderen wurden durch die Schädigungsinitiierung Risse und Grenzflächendelaminationen ins Material eingebracht, die wiederum Grenzflächenreibungen mit sich bringen können. Um die Entwicklung der Schädigungsparameter $D(f, \sigma_{max})$ für vier Richtungen und vier Temperaturen vergleichen zu können, wurden aus den Verläufen des Schädigungsparameters für alle Proben und Temperaturen für jede Laststufe der mittlere Schädigungsparameter D und die Steigung der Regressionsgeraden ($dD/d\log(f)$) ausgewertet. In Abbildung 3.39 links ist zu sehen, dass in dem untersuchten Lastbereich lediglich die Probenorientierungen R90 und die R60 deutliche Schädigungsentwicklungen aufweisen. In Abbildung 3.39 rechts ist erkennbar, dass ebenfalls bei den Steigungen der Schädigung über der Frequenz deutliche Entwicklungen nur bei den Probenorientierungen R90 und R60 zu sehen sind. In Abbildung 3.40 werden die Verläufe für den Schädigungsparameter (links) und die Schädigungssteigung (rechts) für die Probenorientierung R90 bei unterschiedlichen Temperaturen gegenübergestellt. Hierbei ist zu sehen, dass mit zunehmender Temperatur sowohl die Entwicklung der mittleren Schädigung als auch der Schädigungssteigung früher einsetzt. Die maximal erreichbaren Schädigungsparameter und Schädigungssteigungen vor dem Einsetzen des Materialversagens werden allerdings bei niedrigeren Temperaturen erreicht.

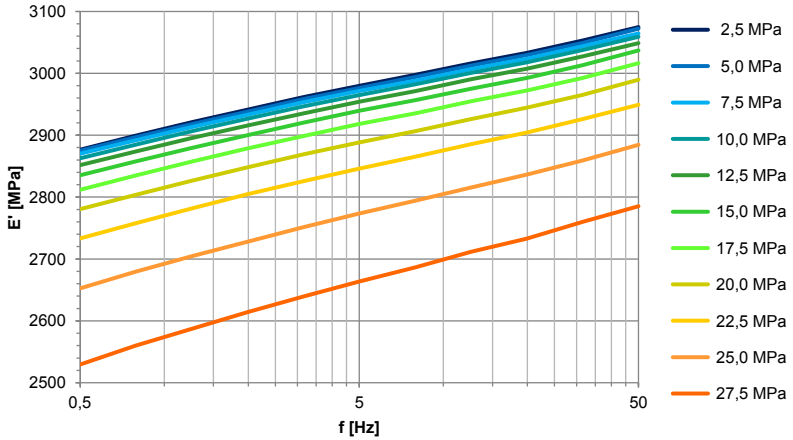


Abbildung 3.36: Verläufe der frequenzabhängigen Speichermoduli nach jeweiligen Schädigungsinitiiierungen an einer R90-Probe bei 20°C

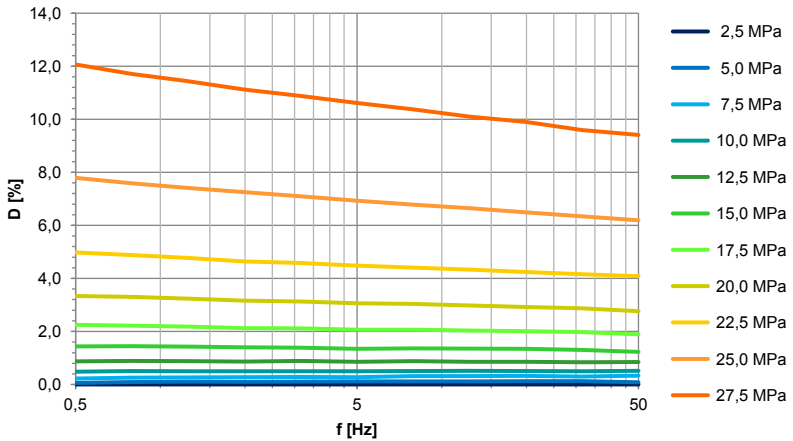


Abbildung 3.37: Verläufe der frequenzabhängigen Schädigungsfaktoren nach jeweiligen Schädigungsinitiiierungen an einer R90-Probe bei 20°C

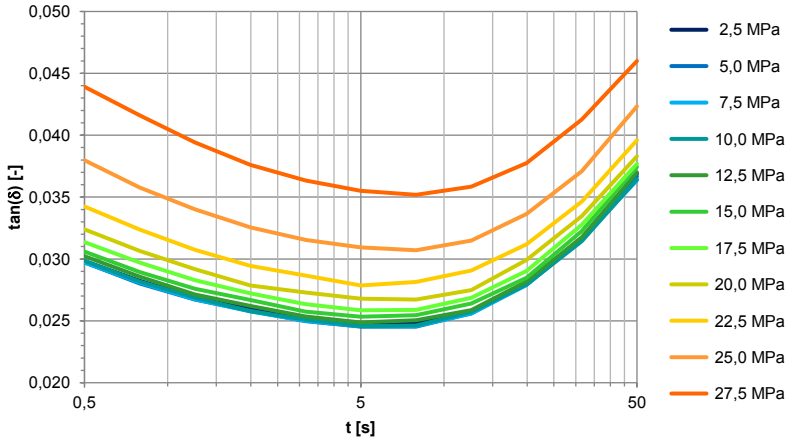


Abbildung 3.38: Verläufe der frequenzabhängigen Dämpfungsfaktoren nach jeweiligen Schädigungsinitierungen an einer R90-Probe bei 20°C

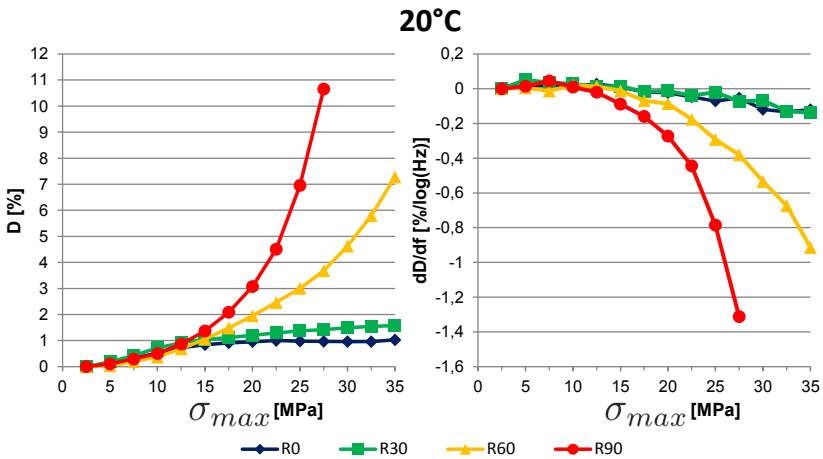


Abbildung 3.39: Verläufe der Schädigungsparameter (links) und der Schädigungssteigung (rechts) über der maximalen Spannung bei 20°C

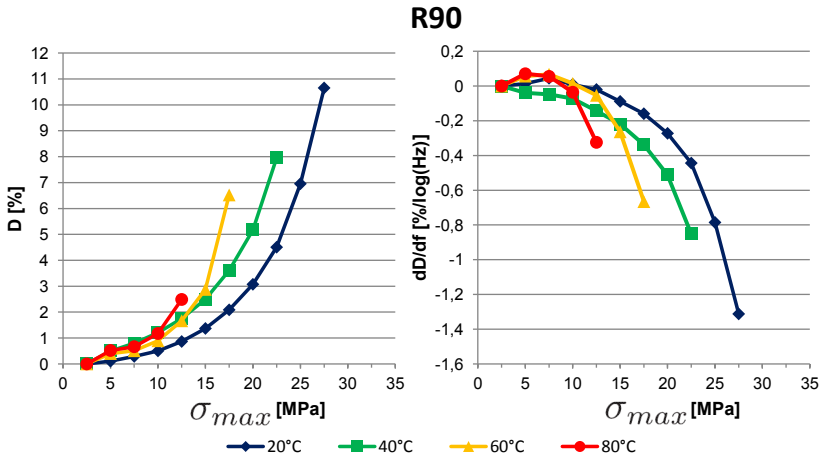


Abbildung 3.40: Verläufe der Schädigungsparameter (links) und der Schädigungssteigung (rechts) über der maximalen Spannung bei der Probenorientierung R90

3.3.4 Nichtlinear viskoelastisches Verhalten

Aus den Untersuchungen zum Schädigungsverhalten von LFT (PPGF30) ging hervor, dass ab einer Belastungsspannung von 12,5 MPa die ersten deutlichen Steifigkeitsdegradationen zu erkennen sind. Darum wurde die Untersuchung des nichtlinear viskoelastischen Materialverhaltens von LFT lediglich bis zu einer Grundspannung von $\sigma_0 = 10$ MPa durchgeführt. Um den Einfluss der Grundspannung auf den Speichermodul herauszuarbeiten, wurde die Grundspannung σ_0 von 2 MPa in Schritten von jeweils 2 MPa auf 10 MPa erhöht. Bei jedem Wert der Grundspannung wurde mit einer konstanten Belastungsfrequenz von $f = 5$ Hz und einer Belastungsamplitude von $\Delta\sigma_0 = 1,5$ MPa eine dynamische Messung durchgeführt. Die prozentuale Änderung des Speichermoduls $\Delta E'$, bezogen auf den Speichermodul bei $\sigma_0 = 2$ MPa, ist im Folgenden über der Grundspannung dargestellt (siehe Abbildung 3.41).

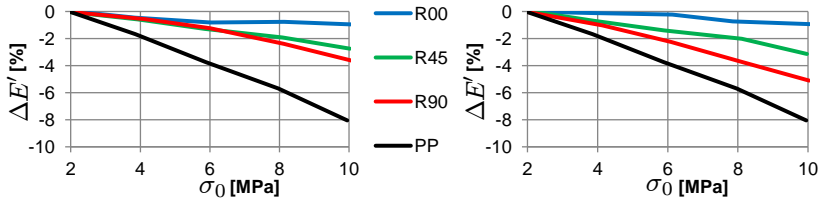


Abbildung 3.41: Verläufe der Änderungen des Speichermoduls über der Grundspannung für PPGF30 im Einlegebereich (links) und im Fließbereich (rechts) sowie Polypropylen

Hierbei ist erkennbar, dass die Abhängigkeit des Speichermoduls von der Grundspannung mit zunehmender Probenorientierung in die Fließrichtung abnimmt. Aufgrund der schwächer ausgeprägten Anisotropie im Einlegebereich liegen die Verläufe für alle drei Richtungen näher zusammen.

Kapitel 4

Anwendungen

Im folgenden Kapitel werden aus der Computertomographie gewonnenen Orientierungsinformationen der Fasern und die darauf basierende semianalytische Steifigkeitsapproximation dargestellt. Hierbei werden die über die Dicke inhomogenen Steifigkeiten analysiert und die effektiven Steifigkeiten über die gesamte Dicke mit den experimentell ermittelten Steifigkeiten gegenübergestellt. Um die Einflüsse der Mikrostrukturparameter auf die effektive Steifigkeit besser interpretieren zu können, werden im ersten Unterkapitel die wesentlichen Mikrostrukturparameter an künstlich generierten Datensätzen separat variiert und deren Einfluss auf die Steifigkeit wird diskutiert.

4.1 Linear elastische Homogenisierung an künstlich generierten Datensätzen

In diesem Unterkapitel wird der in Kapitel 2 dargestellte linear elastische Homogenisierungsansatz nach Mori-Tanaka an künstlich generierten Mikrostrukturen angewendet, um den Einfluss der Mikrostruktur auf die anisotrope Steifigkeit zu bestimmen. Da im Folgenden davon ausgegangen wird, dass die jeweiligen Mikrostrukturen aus zylindrischen Fasern der gleichen Faserlänge bestehen, reduziert sich die Mikrostrukturbeschreibung laut den Gleichungen (2.74) bis (2.80) und laut Gleichung (2.92) auf den Faservolumengehalt c_f , das Aspektverhältnis a und die

Orientierungsbeschreibung durch den Orientierungstensor 4.Stufe \bar{N} . Als isotrope elastische Konstanten werden für die Matrix der E-Modul und die Querkontraktionszahl von Polypropylen bei Raumtemperatur mit $E_m = 1750$ MPa und $\nu_m = 0,41$ sowie für die Fasern der Literaturwert (Sathishkumar et al., 2014; Schmidt, 1972; Ehrenstein, 2006) von $E_f = 73000$ MPa und $\nu_f = 0,2$ bei einem typischen Faservolumengehalt für PPGF30 von $c_f = 13\%$, sowie einem Aspektverhältnis von $a = 1000$ angenommen. Wie noch in den folgenden Abschnitten erläutert wird, weist die Faserorientierungsverteilung in gepressten LFT-Platten einen planaren Orientierungscharakter auf. Aus diesem Grund werden im Folgenden künstlich generierte, planare Faserorientierungsverteilungen betrachtet, wobei für jede Faserorientierung n_i gilt $n_i \cdot e_3 = 0$. Wie in Abbildung 4.1 zu sehen ist, wird im Folgenden der anisotrope E-Modulkörper nach Gleichung (2.20) und die Intensität der Orientierungstensenoren nach Gleichung (2.86) als Projektion in der e_1 - e_2 -Ebene über den Winkel φ dargestellt. In Abbildung 4.1 links ist das globale Koordinatensystem bezogen auf die betrachtete planare Geometrie dargestellt. Rechts ist am Beispiel eines Schnitts durch einen sphärischen Plot eines transversalisotropen E-Modulkörpers der Projektionspfad der Steifigkeit in die Zugrichtung $d(\varphi)$ mit $d \cdot e_3 = 0$ dargestellt. In den ersten beiden Beispielen wird der Einfluss des Aspektverhältnisses a und der Faservolumenfraktion c_f auf den Steifigkeitsverlauf nach der

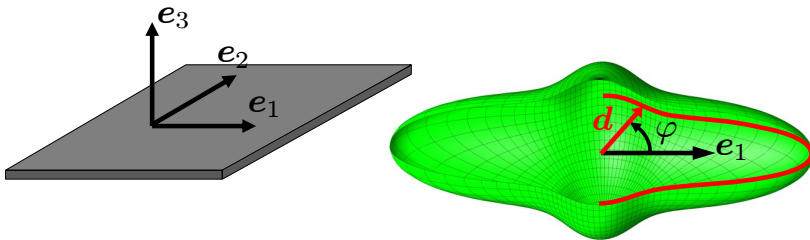


Abbildung 4.1: Globales Plattenkoordinatensystem (links) und Veranschaulichung der E-Modulprojektion (rechts)

Mori-Tanaka-Approximation für die zwei Orientierungszustände unidirektional und planar-isotrop mit den dazugehörigen Voigt- und Reuss-Schranken dargestellt. Im unidirektionalen Fall sind alle Fasern in die e_1 -Richtung orientiert und im planar-isotropen Fall ist die Orientierungswahrscheinlichkeit in der e_1 - e_2 -Ebene gleich verteilt. In Abbildung 4.2 (rechts) ist zu erkennen, dass für beide Orientierungszustände die Steifigkeit bis zu einem Aspektverhältnis von ca. $a = 100$ deutlich zunimmt. Zwischen $a = 100$ und $a = 1000$ nimmt die Steifigkeit nur noch geringfügig zu. An der Entwicklung des unidirektionalen Steifigkeitsverlaufes ist zu erkennen, dass sich die Steifigkeit in Faserrichtung ($\varphi = 0^\circ$) gegen die Voigt-Schranke und senkrecht zur Faserrichtung ($\varphi = 90^\circ$) gegen die Reuss-Schranke entwickelt.

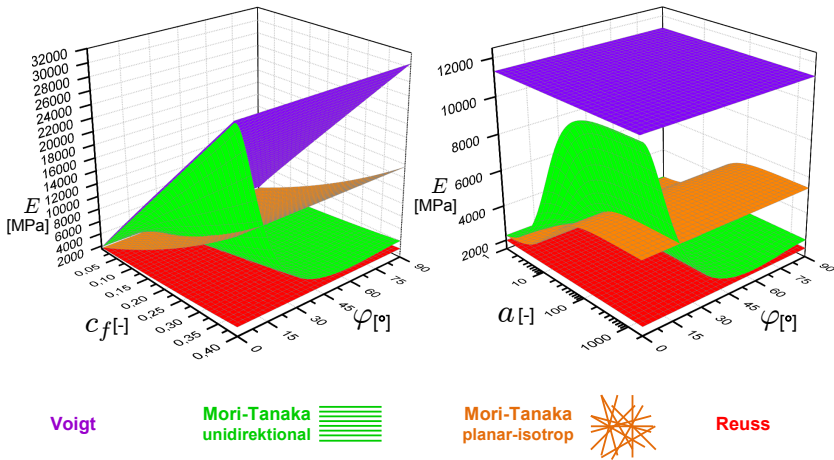


Abbildung 4.2: Darstellung der E-Modulprojektion über den Projektionswinkel φ und dem Faservolumengehalt (links) bzw. dem Aspektverhältnis (rechts)

Da das Aspektverhältnis nicht in die Schrankenapproximationen eingeht, bleiben diese über das Aspektverhältnis konstant. Bei einem konstanten Aspektverhältnis von $a = 1000$ wurde in Abbildung 4.2 (links) der Faser-

volumengehalt c_f variiert. Hierbei ist zu erkennen, dass die Steifigkeit der unidirektionalen Steifigkeit zunehmend anisotroper wird und in Faserrichtung ($\varphi = 0^\circ$) deutlich über der planar-isotropen Steifigkeit und senkrecht zur Faserrichtung ($\varphi = 90^\circ$) deutlich unter der planar-isotropen Steifigkeit liegt.

Im nächsten Beispiel wird der Einfluss der Beschreibung der Faserorientierungsverteilung durch Orientierungstensoren 2. und 4.Stufe auf die effektive Steifigkeit an einer planaren, bimodalen Orientierungsverteilung näher betrachtet. Hierzu wird angenommen, dass in den künstlichen Mikrostrukturen nur zwei Faserorientierungen mit den Richtungsvektoren $n_1 = e_1$ und $n_2 = Q(\beta)n_1$ vorliegen. Wie in Abbildung 4.3 dargestellt, wird der zwischen den Orientierungen eingeschlossene Winkel β inkrementell von 0° bis 90° variiert und zu jeder Winkelstufe jeweils ein Orientierungstensor 4.Stufe $\bar{N}(\beta)$ und 2.Stufe $\bar{N}(\beta)$ berechnet.

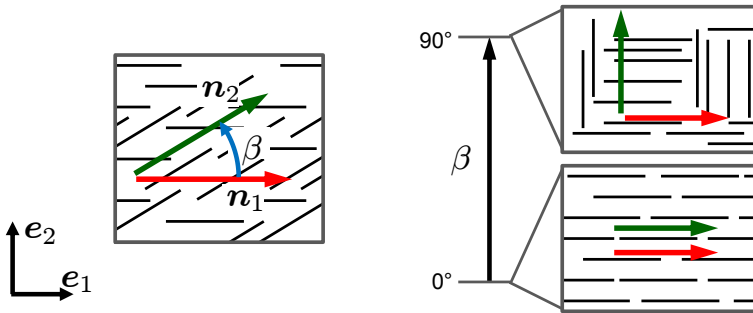


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der künstlich generierten bimodalen Faserorientierungsverteilung

In Abbildung 4.4 ist zu jeder Winkelstufe β , analog zu Veranschaulichung in Abbildung 4.1, der planare Schnitt durch die sphärischen Projektionen $\zeta^{(4)}$ (rechts) und $\zeta^{(2)}$ (links) von $\bar{N}(\beta)$ und $\bar{N}(\beta)$ mit dem Projektionsvektor $d(\varphi) \hat{=} (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$ über den Projektionswinkel φ

dargestellt. Wie erwartet, zeigt sich ein sehr ähnlicher Verlauf bei einer unidirektionalen Orientierung für $\beta = 0^\circ$ und ein deutlich unterschiedlicher Charakter bei einem orthogonalen Orientierungszustand bei $\beta = 90^\circ$.

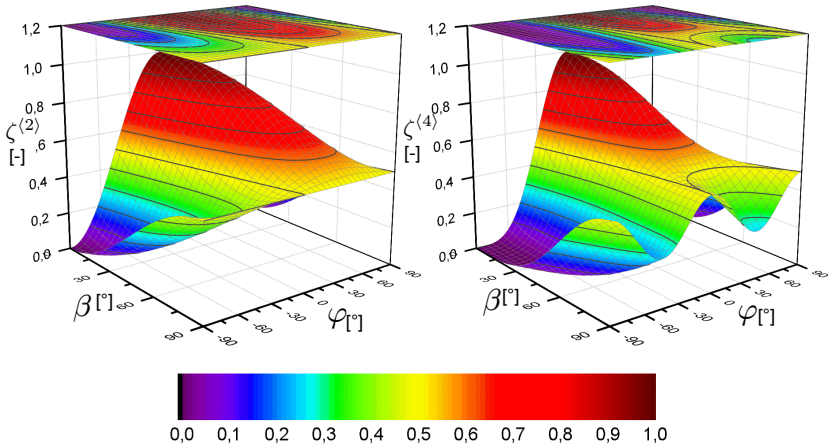


Abbildung 4.4: Verlauf der Intensität $\zeta^{(2)}$ (links) und $\zeta^{(4)}$ (rechts) der Orientierungstensen \bar{N} und \bar{N} über dem eingeschlossenen Winkel β und dem Projektionswinkel φ

An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die jeweiligen Beträge der Projektionen $\zeta^{(4)}$ und $\zeta^{(2)}$ lediglich für 0 und 1 gleich sind. In allen anderen Fällen unterscheiden sich die Beträge, da die Intensität $\zeta^{(4)}(\varphi)$ dem gewichteten Mittelwert von $(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{d}(\varphi))^4$ und die Intensität $\zeta^{(2)}(\varphi)$ dem gewichteten Mittelwert von $(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{d}(\varphi))^2$ entspricht. Das Augenmerk liegt hierbei nur auf dem Verlauf der Kurven und nicht auf dem lokalen Betrag. Aus den Orientierungstensen 4.Stufe können direkt Steifigkeitstensen nach den Gleichungen (2.74) und (2.92) berechnet werden, wohingegen bei der Beschreibung durch den Orientierungstensor 2.Stufe durch eine Approximation (Schließungsansatz) ein Orientierungstensor 4.Stufe bestimmt werden muss. Hierzu wird im Folgenden der weit

verbreitete „invariant based orthotropic fitted“ Ansatz (IBOF) verwendet (Chung und Kwon, 2002). Analog zu Abbildung 4.4 sind in Abbildung 4.5 die E-Modulprojektionen für die einzelnen Winkelstufen β aufbauend auf den direkt berechneten Orientierungstensoren 4.Stufe $E^{(4)}$ (rechts) und den auf den Orientierungstensoren 2.Stufe basierenden Approximationen $E^{(2)}$ (links) dargestellt.

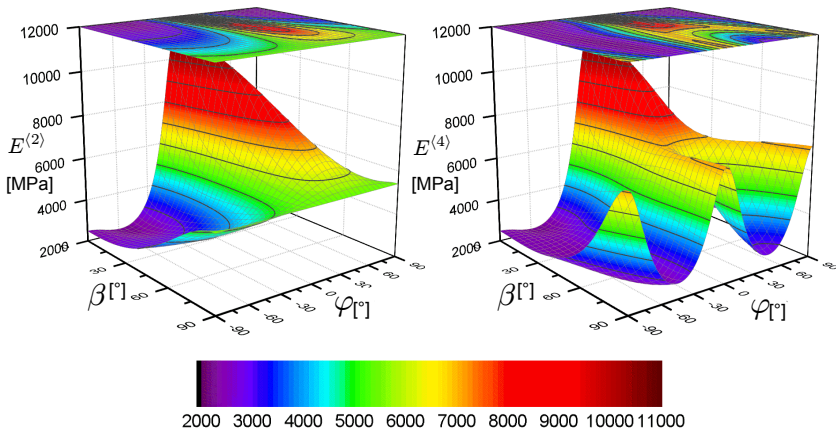


Abbildung 4.5: Verlauf des E-Moduls $E^{(2)}$ (links) und $E^{(4)}$ (rechts) basierend auf \bar{N} und \bar{N} über dem eingeschlossenen Winkel β und dem Projektionswinkel φ

Hierbei wird deutlich, dass auch bei den approximierten Steifigkeiten mit zunehmenden Einschlusswinkeln β immer deutlichere Unterschiede auftreten. In Abbildung 4.6 ist der prozentuale Unterschied zwischen den beiden E-Modulflächen in Abbildung 4.5 bezogen auf $E^{(4)}$ dargestellt. Der Fehler der Approximation basierend auf den Orientierungstensoren 2.Stufe liegt bei den gewählten Materialparametern und der Faservolumenfraktion zwischen -24% und 103% . An diesen Beispielen wird deutlich, dass speziell bei scharfen Texturen, wie es bei $\beta = 90^\circ$

der Fall ist, der Orientierungstensor 2.Stufe für die Approximation der effektiven Steifigkeit unzureichend ist. Derartige Orientierungsverteilungen liegen zum Beispiel in laminierten Faserverbundwerkstoffen vor. Im Bereich der diskontinuierlich verstärkten Polymere können auch Fasercluster wie z. B. Faserbündel zu einer schärferen Textur führen.

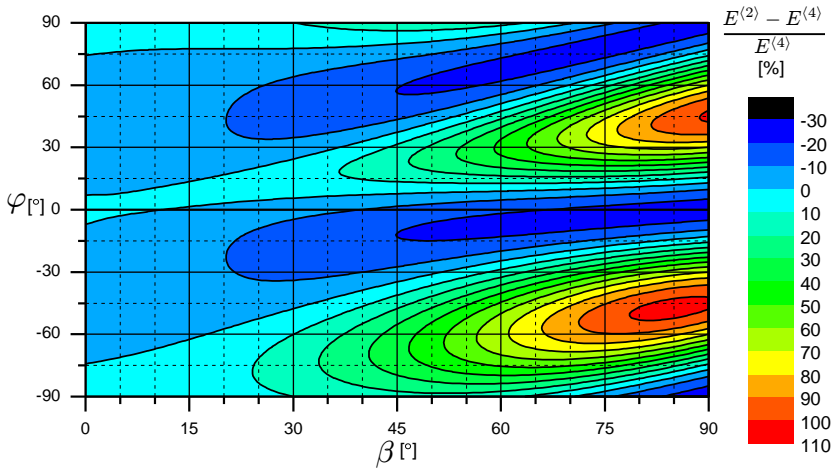


Abbildung 4.6: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über dem eingeschlossenen Winkel β und dem Projektionswinkel φ

4.2 CT-Daten basierte Mikrostrukturbeschreibung

Zur Bestimmung der lokalen Faserorientierungsverteilung wurden aus den drei Prüfplatten PPGF10, PPGF20 und PPGF30 jeweils zwei Proben für die computertomographische Analyse entnommen. Um aus dem Einlegebereich und dem Fießbereich jeweils eine repräsentative Probe auswählen zu können, wurden an allen Proben aus dem Schnittplan

in Abbildung 4.7 die dynamischen Steifigkeiten gemessen. Von den senkrecht zur Fließrichtung orientierten Proben wurde jeweils eine Probe ausgewählt, bei der die gemessene Steifigkeit am nächsten am Mittelwert aus dem jeweiligen Bereich lag. Aus den Probekörpern wurde ein Bereich von 10 mm Länge mit einem Mikro-Computertomographen am Institut für angewandte Materialien - Werkstoffkunde (IAM-WK) untersucht.

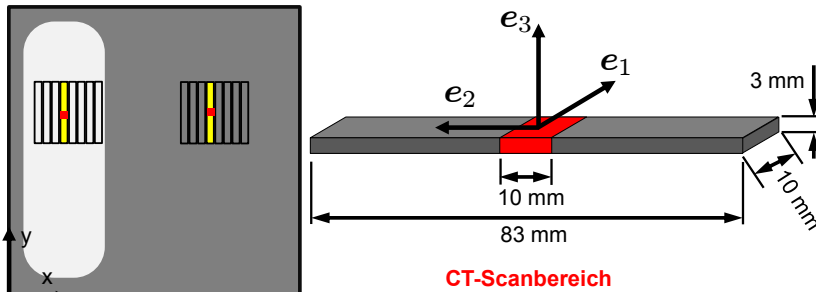


Abbildung 4.7: Darstellung der Probenpositionen für μ CT-Untersuchungen

Ausgehend von den aufgenommenen 3D-Grauwertdaten wurden am IAM-WK mittels eines hauseigenen Programms die lokalen Orientierungen für jedes einzelne Voxel berechnet. Bezüglich des Auswerteverfahrens zur Bestimmung der Voxelorientierung wird auf Pinter et al. (2015) verwiesen. Der Datensatz wurde anschließend über die Höhe in Schichten von 5 Voxeln eingeteilt. Schichtweise über die gesamte Breite und Länge des Datensatzes wurden unter Verwendung eines Grauwertschwellwertes die Orientierungstensoren 4.Stufe aus den Voxelorientierungen des Faservolumens berechnet. Für jede Schicht wurde auch die Faservolumenfraktion berechnet.

Aus den 572 Schichten über die Dicke wurden aus den Orientierungstensoren 4.Stufe die Orientierungstensoren 2.Stufe nach Gleichung (2.83) bestimmt. Die verbreitete Darstellungsform (beispielsweise in Ortman

et al. (2012), Mlekusch (1999a), Müller et al. (2016)) der Komponenten des Orientierungstensors 2. Stufe bezogen auf das globale Probensystem e_i über die Probendicke ist in Abbildung 4.8 dargestellt.

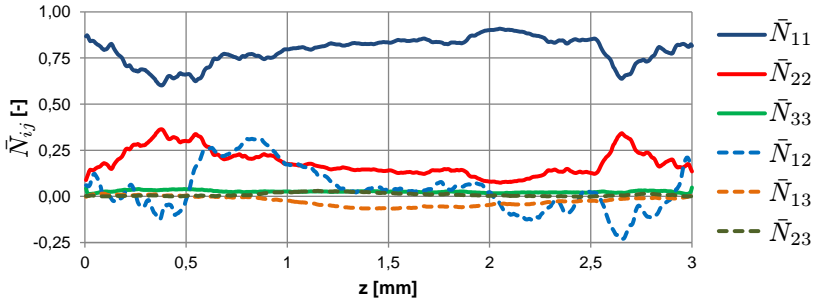


Abbildung 4.8: Komponenten des Orientierungstensors 2. Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Fließbereich

Über die gesamte Probendicke ist die Komponente in die Fließrichtung \bar{N}_{11} dominant, gefolgt von der Komponente senkrecht zur Fließrichtung \bar{N}_{22} . Die Komponente in die Dickenrichtung der Platte \bar{N}_{33} ist hingegen über die gesamte Plattendicke sehr gering ausgeprägt. An den Ausschlägen der nebendiagonalen Komponenten \bar{N}_{12} und teilweise im Kernbereich auch \bar{N}_{13} ist erkennbar, dass das globale Koordinatensystem nicht dem lokalen Eigenorientierungssystem entspricht. Die Darstellung der Eigenwerte der Orientierungstensenoren in Abbildung 4.9 zeigt, dass es sich über die gesamte Dicke um eine annähernd planare Orientierungsverteilung mit sehr kleinen λ_3 -Werten handelt. An der Oberseite und Unterseite ist zu erkennen, dass ca. 0,4 mm vom Rand die ersten beiden Eigenwerte etwas näher beieinanderliegen, was auf eine etwas geringere Anisotropie hinweist. Um die Orientierung des Eigensystems zu verdeutlichen, sind in Abbildung 4.10 die Komponenten des ersten Eigenvektors dargestellt. Hierbei ist zu erkennen, dass die 2-Komponente

ebenfalls knapp vor dem Probenrand und vor allem im Bereich von 0,6 mm bis 1,2 mm von 0 abweicht, was auf eine Drehung der Hauptorientierungsrichtung innerhalb der Plattenebene hinweist. Eine sehr geringfügige Drehung aus der Plattenebene heraus ist lediglich im Kernbereich an einem sehr geringen Anteil in der Komponente des ersten Eigenvektors in die Dickenrichtung p_3^1 zu erkennen. Ein ganz anderer Aufbau der Faserstruktur wird dagegen im Einlegebereich von PPGF30 erkennbar.

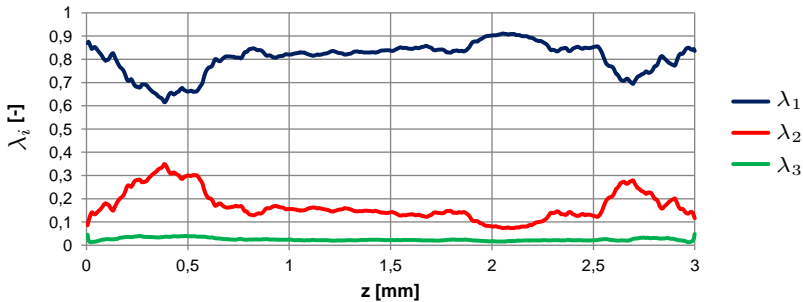


Abbildung 4.9: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Fließbereich

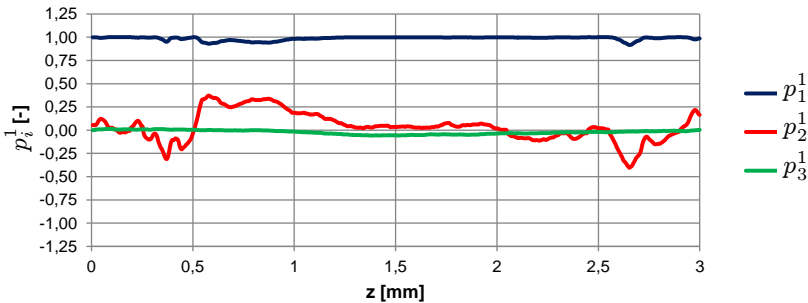


Abbildung 4.10: Erster Eigenvektor des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Fließbereich

An den Verläufen der Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über der Probendicke in Abbildung 4.11 ist zu sehen, dass ein deutlich ausgeprägter Rand- und Kernbereich vorliegt. Im Randbereich ist die \bar{N}_{22} -Komponente dominant, was auf einen hohen Anteil der Orientierung senkrecht zur Fließrichtung hinweist. Dagegen sind im Kernbereich die Orientierungen deutlich in Fließrichtung ausgeprägt. An den Verläufen der Eigenwerte in Abbildung 4.12 wird erkennbar, dass bei $z = 0,35$ mm ein planar-isotroper Zustand mit zwei gleichen Eigenwerten vorliegt. Am gegenüberliegenden Rand sind ebenfalls bei einem Randabstand von etwa 0,3 mm zwei Eigenwerte sehr ähnlich.

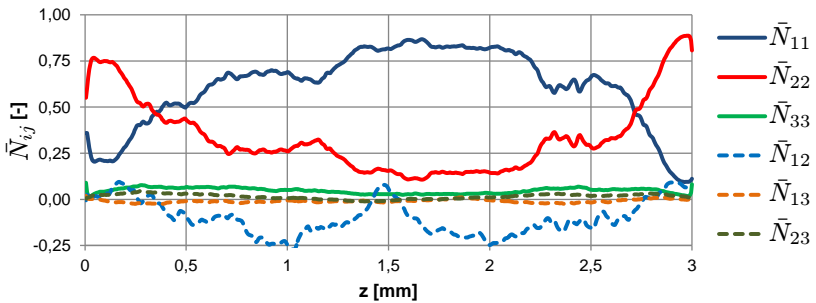


Abbildung 4.11: Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Einlegebereich

In Abbildung 4.13 ist die Drehung der Vorzugsrichtung vom Randbereich in den Kernbereich und wieder zurück in den Randbereich deutlich zu sehen. Bezüglich der Darstellungen der Orientierungstensor-komponenten, der Eigenwerte und der Vorzugsrichtung bei den jeweils zwei Proben von PPGF20 und PPGF30 wird auf den Anhang B verwiesen. Neben der Orientierungsstatistik wurden unter Verwendung eines Schwellwertes die Faservolumenfraktionen bestimmt. In Abbildung 4.14 sind für die Verläufe der Faservolumenfraktion über der Probendicke

für die Probe im Einlegebereich und im Fließbereich von PPGF30 (oben), PPGF20 (Mitte) und PPGF10 (unten) dargestellt.

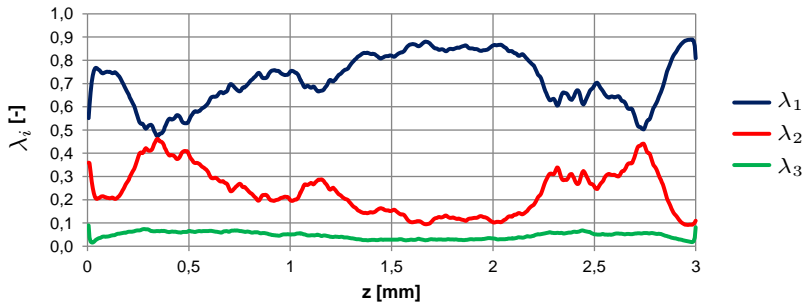


Abbildung 4.12: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Einlegebereich

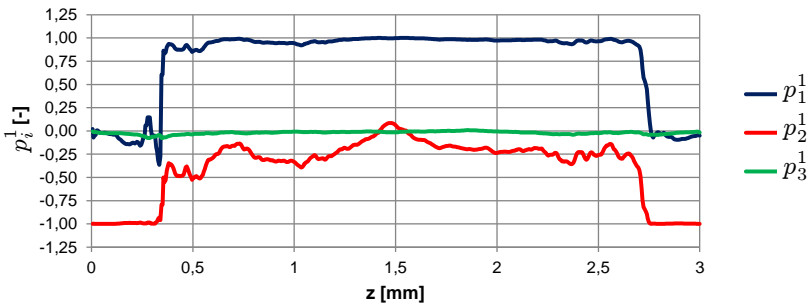


Abbildung 4.13: Komponenten des ersten Eigenvektors des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF30 im Einlegebereich

Abgesehen von lokalen Schwankungen, die durch Faserbündel verursacht werden könnten, sind auch größere Bereiche mit einer deutlich höheren und niedrigeren Faservolumenfraktion, wie z.B. für den Einlegebereich von PPGF30 in Abbildung 4.14 oben, zu erkennen.

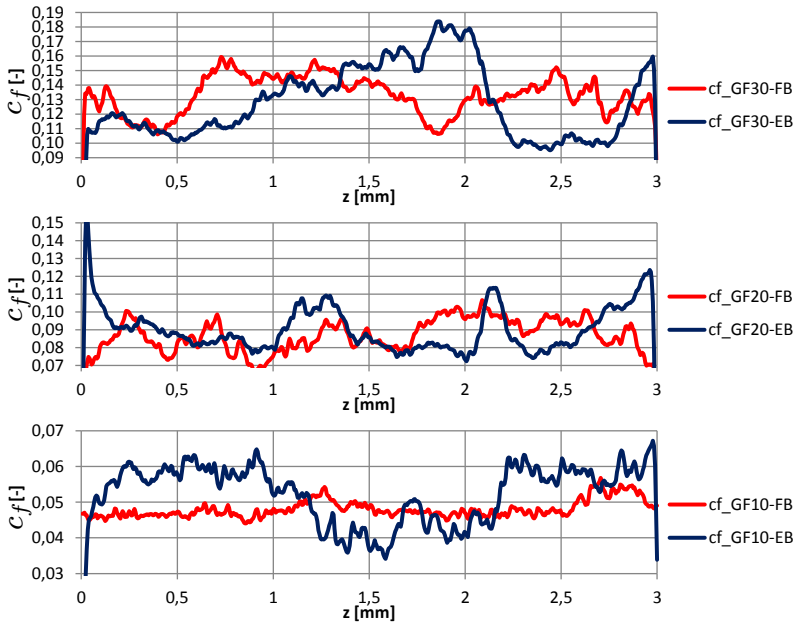


Abbildung 4.14: Mittels μ CT bestimmte Faservolumenfraktion über die Dicke in PPGF30 (oben), PPGF20 (Mitte) und PPGF10 (unten)

In Abbildung 4.15 ist zu sehen, dass die angestrebten Faservolumen-gehalte speziell bei PPGF30 gut erreicht wurden.

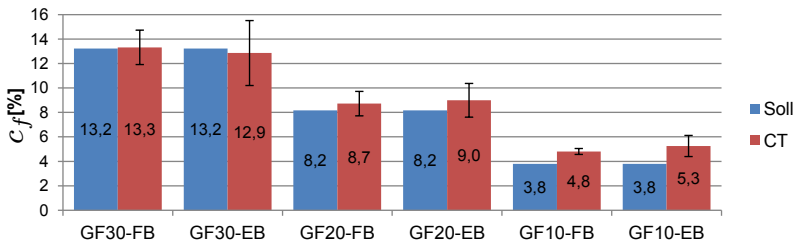


Abbildung 4.15: Vergleich der mittleren Faservolumen-gehalte und deren Standardab-weichung mit den angestrebten Faservolumen-gehalten

Die Standardabweichungen über die Probendicke sind bei der Probe PPGF30 im Einlegebereich am höchsten (siehe Abbildung 4.14). Bei den geringeren Faservolumenfraktionen treten immer höhere Abweichungen zum Sollwert auf, weswegen im Folgenden für die Steifigkeitsapproximation der jeweilige Faservolumengehalt aus der CT-Messung verwendet wird.

4.3 Linear elastische Homogenisierung

Im Folgenden werden die schichtweise vorliegenden Orientierungstensoren 4.Stufe und Faservolumenanteile dazu verwendet, um die effektive Steifigkeit für jede einzelne Schicht über die Dicke unter Verwendung des Mori-Tanaka-Ansatzes zu approximieren. In Anlehnung an die Beispiele mit künstlich generierten Datensätzen in Kapitel 6.1 werden aus den Orientierungs- bzw. Steifigkeitstensoren jeder Schicht lediglich eine planare Projektion in der Plattenebene über den Projektionswinkel φ sowie die Plattennormalenkoordinate z dargestellt (siehe Abbildung 4.1). Da die Darstellungen der Orientierungstensoranteile 2.Stufe in den Abbildungen 4.11 und 4.8 gezeigt haben, dass die Orientierungsanteile in Plattennormalenrichtung ($\bar{N}_{13}, \bar{N}_{23}, \bar{N}_{33}$) sehr gering sind und die Orientierungsverteilungen damit den Charakter einer planaren Orientierungsverteilung aufweisen, enthält diese Projektion in der Plattenebene die wichtigsten Orientierungsinformationen. Da das Weiteren das Beispiel in Kapitel 6.1 (siehe Abbildung 4.6) gezeigt hat, dass die Orientierungstensoren 2.Stufe je nach der vorliegenden Orientierungsverteilung ungeeignet sein können, um die effektive Steifigkeit zu approximieren, werden im Folgenden nur noch die Orientierungstensoren 4.Stufe dargestellt.

In den planaren Projektionen $\zeta^{(4)}$ der Orientierungstensoren 4.Stufe $\bar{\mathbb{N}}(z)$ über der Plattendicke in Abbildung 4.16 ist analog zu den Abbildungen 4.10 und 4.9 erkennbar, dass bei der PPGF30-Probe im Fließbereich

vor allem im Dickenbereich von $z = 0,8$ mm die Vorzugsrichtung von der Hauptfließrichtung ($\varphi = 0^\circ$) abweicht. Die geringeren Unterschiede in den ersten beiden Eigenwerten in Abbildung 4.10 bei einem Randabstand von 0,3 mm äußern sich hierbei durch einen geringeren Unterschied in der Intensität $\zeta^{(4)}$ über den Projektionswinkel φ . Basierend auf dem lokalen Orientierungstensor 4.Stufe und dem lokalen Faservolumengehalt (Abbildung 4.14) wurden die E-Modulprojektionen $E^{(4)}$ in Abbildung 4.17 approximiert. Darin ist erkennbar, dass sich der Bereich hoher Intensitäten $\zeta^{(4)}$ aufgrund der Schwankungen im Faservolumengehalt in mehrere Hochpunkte in den Verläufen der E-Modulprojektionen $E^{(4)}$ aufteilt.

Analog zu Kapitel 4.1 wurde auf dem Datensatz die Approximation der effektiven Steifigkeit $E^{(2)}$ basierend auf den Orientierungstensoren \bar{N} unter Verwendung des IBOF-Schließungsansatzes durchgeführt. Der prozentuale Fehler der so bestimmten Steifigkeit bezogen auf die E-Modulprojektion $E^{(4)}$ ist in Abbildung 4.18 zu sehen.

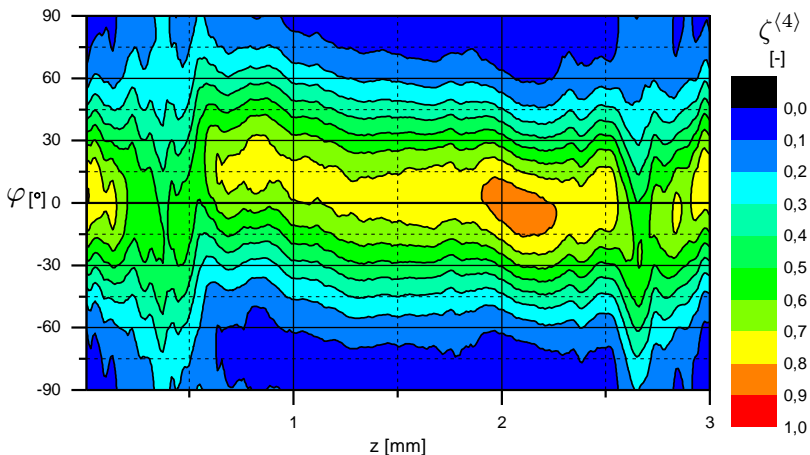


Abbildung 4.16: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF30

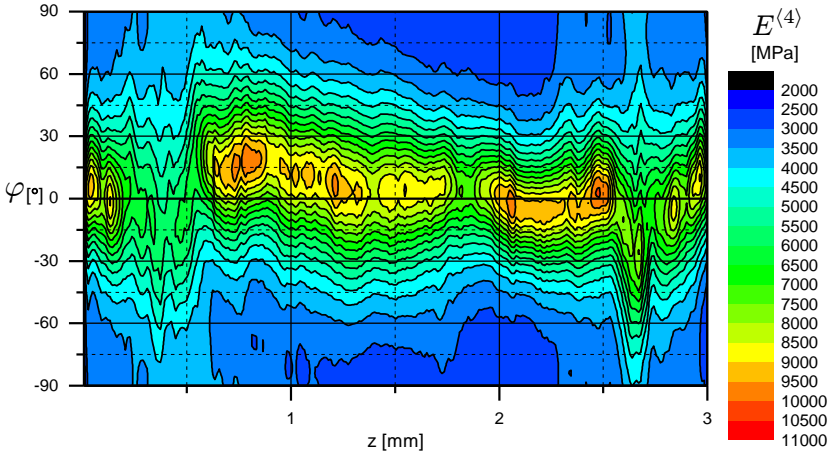


Abbildung 4.17: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF30

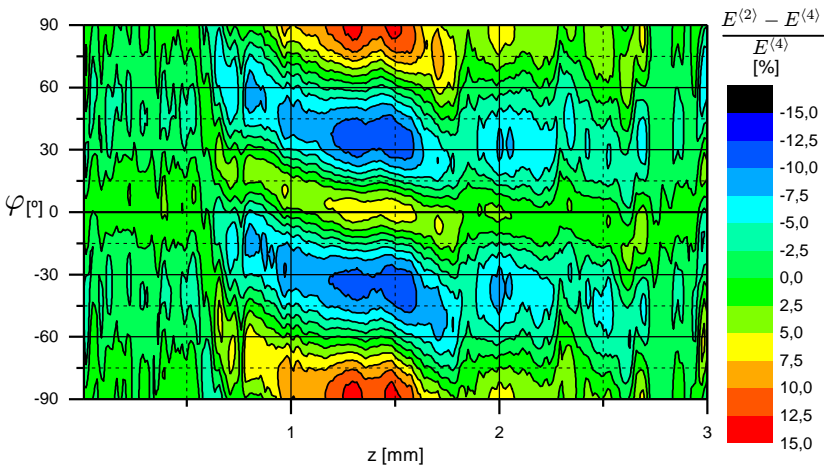


Abbildung 4.18: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF30

Hierbei wird deutlich erkennbar, dass im Kernbereich teilweise sehr hohe Fehler von bis zu 15% auftreten. Im Randbereich hingegen liegen die Abweichungen unter 5%. Beim Vergleich mit den Verläufen von $E^{(4)}$ in Abbildung 4.17 wird eine leichte Korrelation der Bereiche hoher Steifigkeiten mit hohen Fehlern in der Approximation erkennbar. In Abbildung 4.19 ist aus jeder Schicht über die Probendicke die Auswertung der maximalen und minimalen Abweichungen ΔE_{max} und ΔE_{min} aus Abbildung 4.17 sowie das Anisotropieverhältnis $E_{max}^{(4)}/E_{min}^{(4)}$ über der Probendicke dargestellt. Im Bereich von $z = 2,05$ mm wird das höchste Anisotropieverhältnis von 3,7 bei einer eher moderaten maximalen E-Modulabweichung von 6% erreicht.

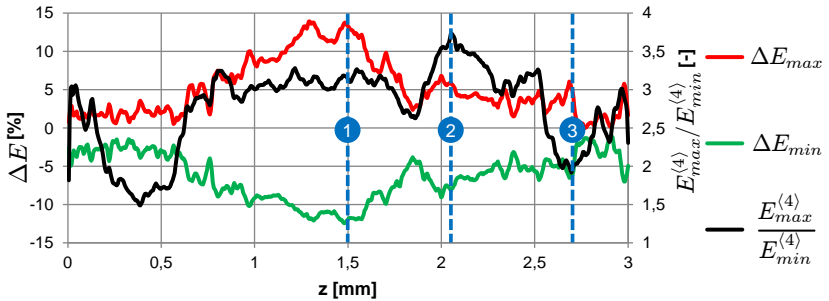


Abbildung 4.19: Verlauf maximalen und minimalen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ sowie des Anisotropieverhältnisses über der Probendicke im Fließbereich von PPGF30

Dies macht deutlich, dass die Ausprägung der Anisotropie nicht allein für die E-Modulabweichung ausschlaggebend ist. Vielmehr ist die Schärfe der Textur dafür entscheidend. Zu den in Abbildung 4.19 eingezeichneten Koordinatenpunkten 1, 2 und 3 sind in Abbildung 4.20 die drei zugehörigen Schnitte durch den μ CT-Datensatz zu sehen. Im Schnitt bei $z = 1,5$ mm (links) lag die höchste E-Modulabweichung vor. Hier ist ein Bereich von Faserbündeln zu erkennen, der nicht in die gleiche Richtung

orientiert ist wie die umgebenden, fein dispergierten einzelnen Fasern. Die höchste Anisotropie liegt bei der Struktur im mittleren Bild bei $z = 2,05 \text{ mm}$ vor. Hier sind eine dominante horizontale Vorzugsrichtung erkennbar sowie drei Faserbündel. Im Gegensatz zum linken Bild sind diese Faserbündel ähnlich orientiert wie die umliegenden Einzelfasern. Die geringste Texturschärfe weist das rechte Bild bei $z = 2,75 \text{ mm}$ auf. Hier wurden die geringsten E-Modulabweichungen festgestellt. Es sind keine Faserbündel zu sehen, die zu einer Konzentration der Orientierung führen. Zudem sind einige gekrümmte Fasern erkennbar. Bei der hier verwendeten Auswertemethode verursachen diese Krümmungen ein breites Spektrum an Orientierungen und führen somit zu einer weichen Orientierungsverteilung.

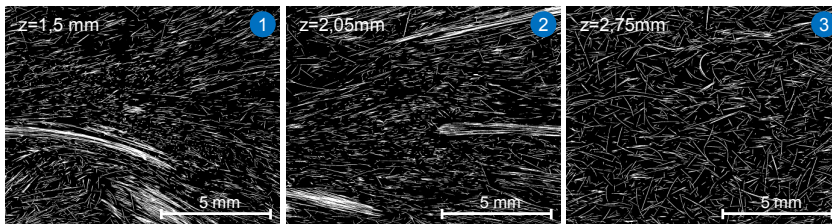


Abbildung 4.20: Schnitte durch den μ CT-Datensatz bei drei z -Koordinaten der PPGF30-Probe im Fließbereich

Analog ist in Abbildung 4.21 die Darstellung der Intensität des Orientierungstensors 4.Stufe $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke für die Probe im Einlegebereich von PPGF30 dargestellt. Wie auch an den Komponenten des ersten Eigenvektors des Orientierungstensor 2.Stufe in Abbildung 4.13 zu erkennen ist, liegt die Vorzugsrichtung der Faserorientierungen im Kernbereich der Probe zwischen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = -30^\circ$. Der Hochpunkt der Steifigkeit in Abbildung 4.22 bei $z = 1,85 \text{ mm}$ liegt im Bereich der höchsten Faservolumenfraktion (siehe Abbildung 4.14 oben). Deutlich ist der Unterschied im Steifigkeitsverlauf des Rand- und Kernbereiches mit

einem nahezu isotropen Übergangsbereich zu sehen. Die maximal auftretende Steifigkeit ist im Einlegebereich höher als im Fließbereich von PPGF30. Allerdings konzentrieren sich die hohen Steifigkeitswerte auf einen kleineren Bereich. Auch für den Datensatz wurde der Unterschied in der Approximation unter Verwendung der Orientierungstensoren 2.Stufe und 4.Stufe untersucht. In Abbildung 4.23 ist zu sehen, dass im Einlegebereich die prozentualen Abweichungen von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ geringer ausfallen als im Fließbereich.

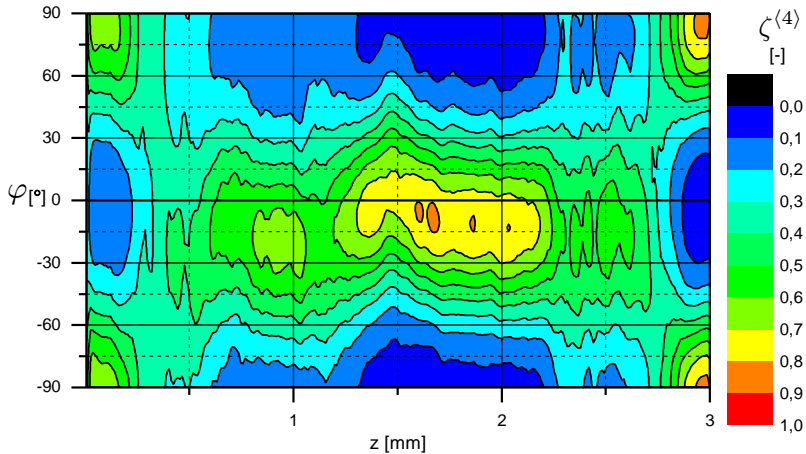


Abbildung 4.21: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF30

Die Verläufe der Abweichungen im Einlege- und im Fließbereich (Abbildungen 4.18 und 4.23) haben gemeinsam, dass die größten Abweichungen im Kernbereich auftreten. In Abbildung 4.24 sind für den μ CT-Datensatz aus dem Einlegebereich von PPGF30 drei Schnitte bei unterschiedlichen z -Werten dargestellt.

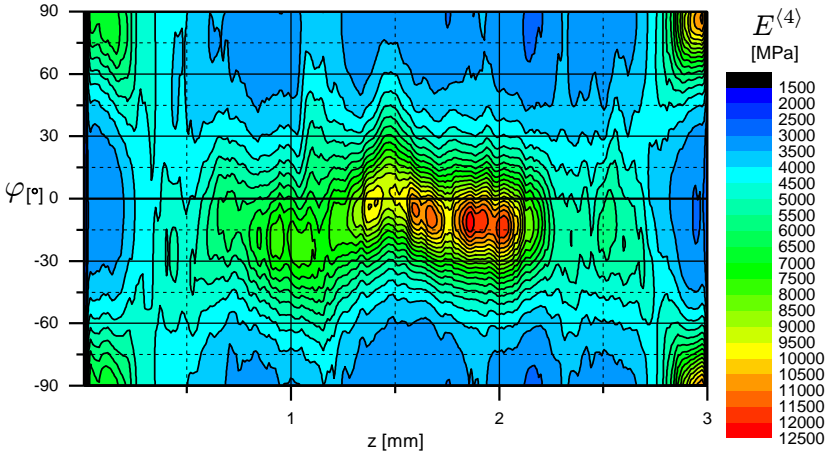


Abbildung 4.22: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF30

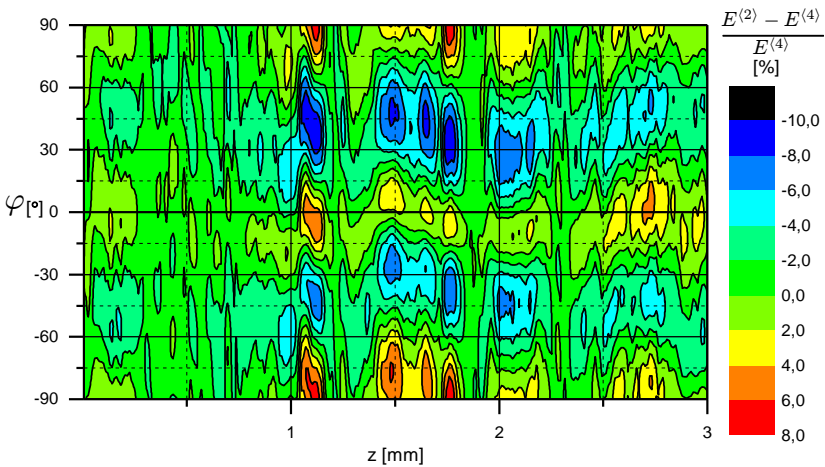


Abbildung 4.23: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF30

Bei $z = 0,3$ mm ist im Übergangsbereich von der Randschicht zur Kernschicht eine planar-isotrope Verteilung der Fasern zu erkennen, wobei die Fasern vereinzelt auftreten. Bündel sind deutlich im Kernbereich bei $z = 1,8$ mm zu sehen. Am Rand der Probe bei $z = 2,9$ mm sind die Fasern wiederum gut separiert und senkrecht zum Kernbereich orientiert. In beiden μ CT-Proben konzentrieren sich die Abweichungen der E-Modulverläufe in den Abbildungen 4.18 und 4.23 auf die Bereiche, in denen Faserbündel auftreten. Bezüglich der Darstellung der Verläufe der Intensitäten, der E-Modulprojektionen sowie der Approximationsabweichungen für PPGF20 und PPGF10 wird an dieser Stelle auf den Anhang C verwiesen.

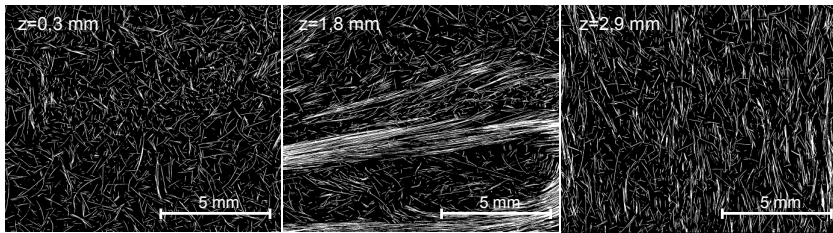


Abbildung 4.24: Schnitte durch den μ CT-Datensatz bei drei z -Koordinaten der PPGF30-Probe im Einlegebereich

4.3.1 Vergleich der effektiven Steifigkeitsapproximationen mit Experimenten

Für die folgenden Vergleiche wurden zunächst die Orientierungstensoren 4.Stufe und 2.Stufe aus den einzelnen Schichten über die Dicke gewichtet mit der jeweiligen Faservolumenfraktion gemittelt und die damit approximierten effektiven Steifigkeiten miteinander verglichen. Zudem werden die Approximationen den experimentell gemessenen Steifigkeiten gegenübergestellt. Wie in Abschnitt 3.3.1 erläutert, wurden die effektiven Steifigkeiten an jeweils 6 – 9 Proben bei Raumtemperatur

bestimmt. Beispielhaft sind für die beiden CT-Datensätze des PPGF30 aus Fließbereich (Abbildung 4.25) und Einlegebereich (Abbildung 4.26) die planaren Steifigkeitsprojektionen $E^{(2)}$ und $E^{(4)}$ sowie deren prozentuale Differenz ΔE mit den Mittelwerten und Streuungen der gemessenen Steifigkeiten bei Probenorientierungen von 0° , 45° und 90° gegenüber gestellt. Im Fließbereich ist zu erkennen, dass der Verlauf von $E^{(4)}$ besonders in Vorzugsrichtung unterhalb des Verlaufes von $E^{(2)}$ liegt. Trotz der hohen Abweichung zwischen den Experimenten und den Approximationen in 0° -Richtung ist erkennbar, dass die vollständigere Orientierungsbeschreibung zu geringeren Fehlern führt. Der umgekehrte Trend ist im Einlegebereich zu sehen. Hier liegt die Steifigkeit in die 0° -Richtung bei der ungenaueren Approximation basierend auf dem Orientierungstensor 2.Stufe unter der Approximation basierend auf dem Orientierungstensor 4.Stufe und damit auch näher an den Experimenten. Hierbei ist auffällig, dass der globale Steifigkeitsverlauf $E^{(4)}$ aufgrund der deutlich ausgeprägten Rand- und Kernschicht einen ähnlichen Charakter wie eine bimodale Orientierung aufweist, bei der die Steifigkeit in die 45° -Richtung unter der Steifigkeit in die 90° -Richtung liegt (siehe Abbildung 4.5 rechts bei $\beta = 90^\circ$). Bei der Approximation basierend auf \bar{N} ist dieses Verhalten nicht erkennbar.

In Abbildung 4.27 sind lediglich die Steifigkeitsprojektionen $E^{(4)}$ im Einlege- sowie im Fließbereich von PPGF10, PPGF20 und PPGF30 für die gesamte Probendicke gegenüber gestellt. Hierbei ist zu erkennen, dass die höchste Steifigkeit zwischen $\varphi = -15^\circ$ und $\varphi = 15^\circ$ liegt. Im Einlegebereich ist lediglich bei PPGF30 eine Vorzugsorientierung erkennbar. Bei PPGF20 und PPGF10 hingegen liegt im Einlegebereich eine geringe Anisotropie vor. Die Abweichungen zwischen den Steifigkeitsprojektionen $E^{(4)}$ und $E^{(2)}$ sind in Abbildung 4.28 dargestellt. Wie erwartet sinkt der Fehler mit abnehmendem Faservolumengehalt. Die größten Abweichungen von 5% und -7% wurden im Einlegebereich von PPGF30 festgestellt.

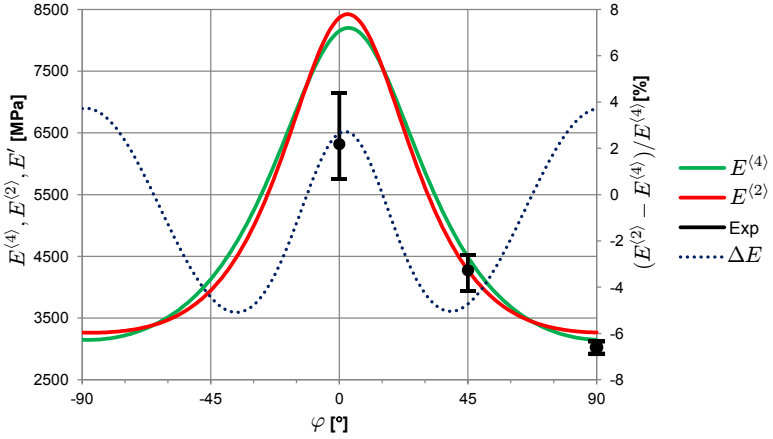


Abbildung 4.25: Verlauf der planaren Steifigkeitsprojektion $E^{(4)}$ und $E^{(2)}$ sowie deren prozentualen Abweichung und der experimentell gemessenen Steifigkeiten von PPGF30 im Fließbereich

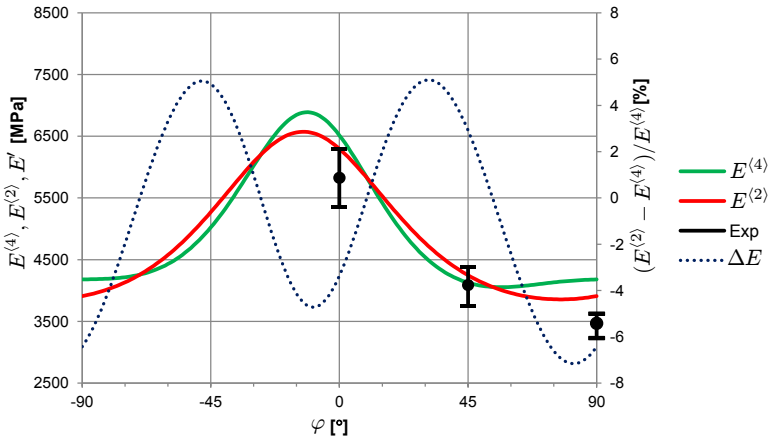


Abbildung 4.26: Verlauf der planaren Steifigkeitsprojektion $E^{(4)}$ und $E^{(2)}$ sowie deren prozentualen Abweichung und der experimentell gemessenen Steifigkeiten von PPGF30 im Einlegebereich

Aus den dargestellten Ergebnissen wird im Vergleich deutlich, dass die reduzierte Beschreibung der Orientierungsverteilung basierend auf Orientierungstensoren 2.Stufe zu nicht unerheblichen Abweichungen führt. Aus diesem Grund werden für die folgenden Vergleiche nur noch die Steifigkeitsapproximationen basierend auf Orientierungstensoren 4.Stufe herangezogen. In den Abbildungen 4.29 bis 4.31 werden die Mittelwerte der gemessenen Steifigkeiten in Form von Speichermodulen und den dazugehörigen Streuungen mit den homogenisierten Steifigkeitsprojektionen gegenübergestellt.

Die Abweichungen der E-Modulapproximationen von den Mittelwerten der Experimente sind in Abbildung 4.32 dargestellt. Hierbei kennzeichnen die Fehlerbalken die Differenz von den maximalen bzw. minimalen gemessenen Speichermoduli in dem jeweiligen Bereich.

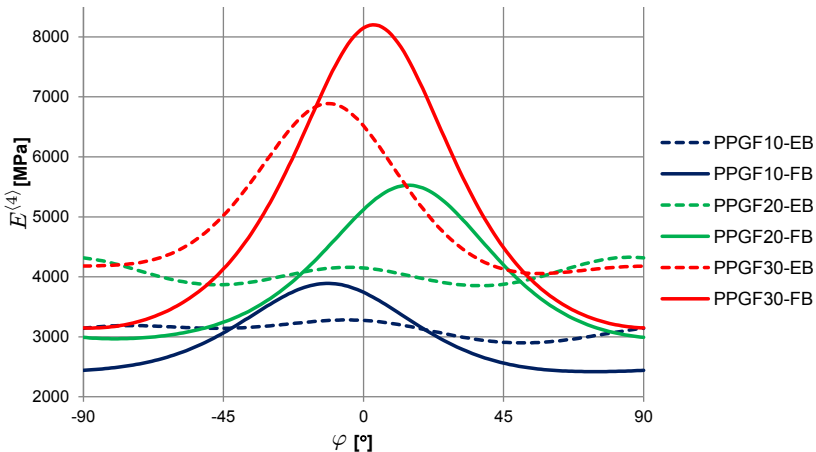


Abbildung 4.27: Verläufe der planaren Steifigkeitsprojektionen $E^{(4)}$ im Einlege- und im Fließbereich von PPGF30, PPGF20 und PPGF10

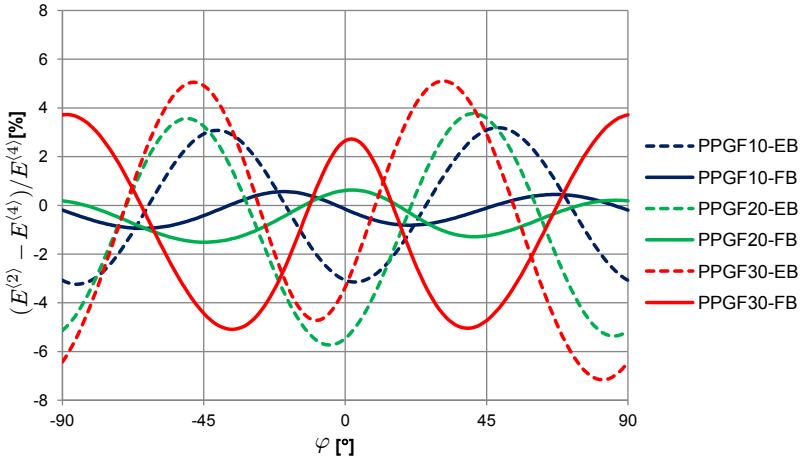


Abbildung 4.28: Verläufe der prozentualen Abweichungen zwischen $E^{(2)}$ und $E^{(4)}$ im Einlege- und im Fließbereich von PPGF30, PPGF20 und PPGF10

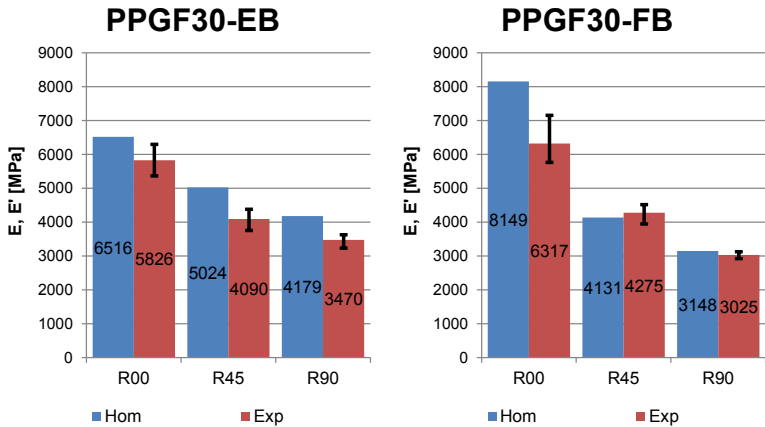


Abbildung 4.29: Vergleich der gemessenen Steifigkeiten und Streuungen (Exp) mit den Steifigkeitsapproximationen aus der Homogenisierung (Hom) für Einlegebereich und Fließbereich von PPGF30

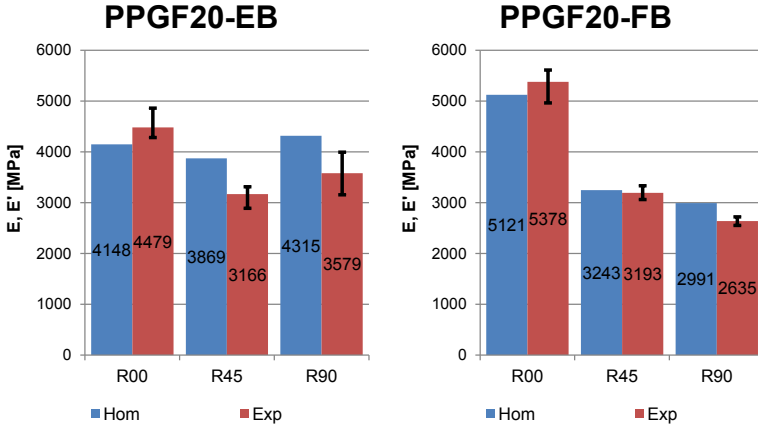


Abbildung 4.30: Vergleich der gemessenen Steifigkeiten und Streuungen (Exp) mit den Steifigkeitsapproximationen aus der Homogenisierung (Hom) für Einlegebereich und Fließbereich von PPGF20

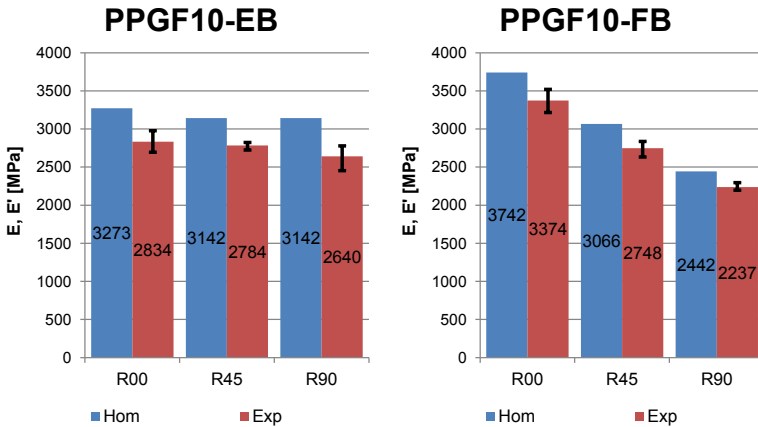


Abbildung 4.31: Vergleich der gemessenen Steifigkeiten und Streuungen (Exp) mit den Steifigkeitsapproximationen aus der Homogenisierung (Hom) für Einlegebereich und Fließbereich von PPGF10

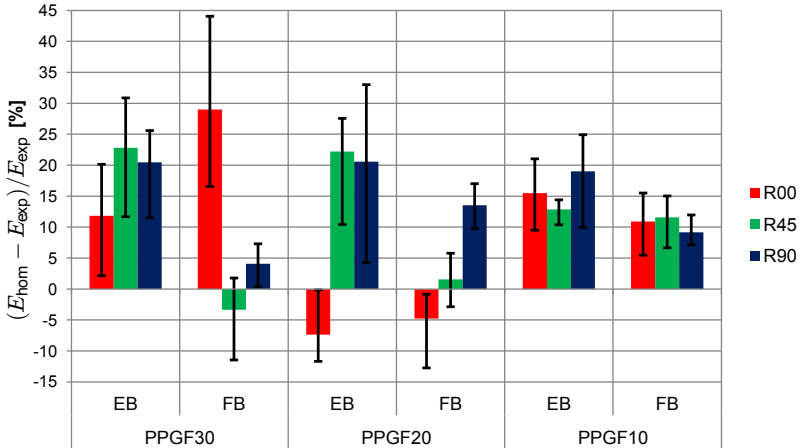


Abbildung 4.32: Prozentuale Abweichungen der Steifigkeitsapproximationen vom jeweiligen Mittelwert, Maximalwert sowie Minimalwert der gemessenen Steifigkeit an LFT

In der 0° -Richtung im Fließbereich von PPGF30 sind die größten Fehler zu erkennen. Die Streuung der Steifigkeit in den Experimenten weist darauf hin, dass in diesem Bereich recht inhomogene Materialeigenschaften vorliegen. Tendenziell überschätzt die Approximation den Mittelwert der Messungen. In einigen Fällen wie im Einlege- und Fließbereich von PPGF20 werden die Steifigkeiten in die 0° -Richtung unterschätzt und in die 45° - und 90° -Richtung überschätzt. Bei der moderaten Anisotropie von PPGF10 liegen hingegen alle Steifigkeitsapproximationen zwischen 9 % und 19 % über den Experimenten. Dies kann einerseits damit erklärt werden, dass ein systematischer Fehler bei der Berechnung des Faservolumengehaltes vorliegt, andererseits dadurch, dass die Mori-Tanaka-Approximation bei den getroffenen Modellannahmen prinzipiell die Steifigkeiten überschätzt.

4.3.2 Einfluss der Faserlängenverteilung

In allen bisherigen Approximationen wurde von einem konstanten Aspektverhältnis der Fasern ($a = 1000$) ausgegangen. Im Folgenden wird auf den Einfluss der Faserlängenverteilung auf die anisotrope Steifigkeit von D-LFT eingegangen. Speziell bei dem Direkt-LFT-Verfahren (D-LFT/ILC), bei dem die Fasern erst im Extruder gebrochen werden, entsteht ein sehr großes Spektrum an Faserlängen, das mit den gängigen Analysemethoden nicht sinnvoll erfasst werden kann (Zaiß, 2012). In Zaiß (2012) wurde ein Analyseverfahren entwickelt, bei dem die Längenverteilungen der langen Fasern und kurzen Fasern separat bestimmt und im nächsten Schritt überlagert wird. Die mit dieser Methode an D-LFT bestimmte Längenverteilung aus Zaiß (2012) wurde im Folgenden verwendet, um mit Gleichung (2.94) die effektive Steifigkeit unter Berücksichtigung der Faserlängenverteilung zu approximieren. Da der Verlauf der diskreten Faserlängenverteilung stark von der verwendeten Längendiskretisierung abhängt, wurde basierend auf dem Datensatz ein integraler Vergleichswert berechnet. Unter der Annahme einer homogenen Faserdicke wurden aus den m Faserlängenklassen l_β Aspektverhältnisklassen a_β berechnet (β von 1 bis m). Ausgehend vom kleinsten Aspektverhältnis wurden β integrale Faservolumenanteile aller Fasern bestimmt, deren Aspektverhältnis kleiner oder gleich der i -ten Faserlängenklasse ist

$$c_{f,a}^{1\dots i} = \sum_{\beta=1}^i c_{f,\beta}. \quad (4.1)$$

Hierbei liegt i zwischen 1 und m . In Abbildung 4.33 ist am Verlauf des integralen Faservolumenanteils $c_{f,a}^{1\dots i}$ über den Aspektverhältnisklassen a_i zu sehen, dass lediglich ein volumetrischer Faseranteil von 4,5% existiert, bei dem die Aspektverhältnisse kleiner 200 sind.

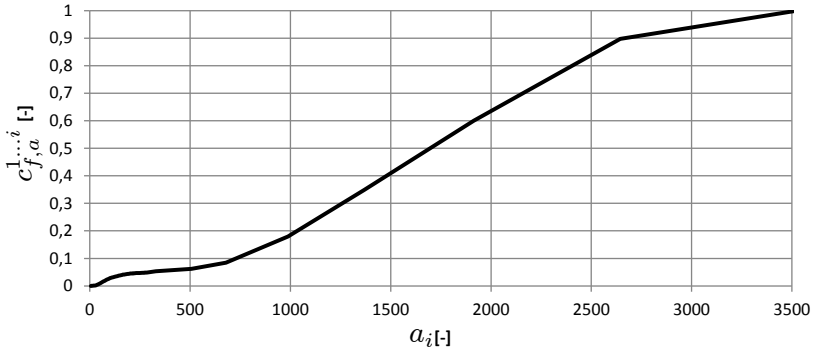


Abbildung 4.33: Verlauf des integralen Faservolumenanteils $c_{f,a}^{1...i}$ über den diskreten Aspektverhältnissen a_i (Datenquelle: Zaiß (2012))

Wie schon am generischen Beispiel in Abbildung 4.3 zu sehen war, ist ab einem Aspektverhältnis von 200 keine relevante Steifigkeitszunahme erkennbar. Bei beiden generischen Orientierungsverteilungen (planar isotrop und transversal isotrop) liegen die Steifigkeiten für beliebige Orientierungen bei $a = 200$ maximal 0,9% unter dem Absättigungswerten der Steifigkeiten bei unendlichen Aspektverhältnissen. Um den Einfluss der Verteilung der Aspektverhältnisse herauszuarbeiten, wurden nach der Mori-Tanaka-Approximation die Steifigkeiten bei einem konstanten Aspektverhältnis von 1000 sowie der diskreten Verteilung nach Zaiß (2012) (bestehend aus 57 Aspektverhältnisklassen) berechnet. Die Orientierungsstatistik aus der μ CT-Analyse wurde hierbei in Form von den über die Probendicke gemittelten Orientierungstensoren 4.Stufe verwendet. Da hierbei keine Kopplung der Orientierungsstatistik an die Längenstatistik möglich ist, wurde angenommen, dass alle diskreten Faserlängensklassen die gleiche Orientierungsstatistik aufweisen und damit alle \bar{N}_β dem effektiven \bar{N} entsprechen. Bezüglich der Approximation der effektiven Steifigkeit unter Berücksichtigung einer Längenverteilung wird auf Gleichung (2.94) verwiesen. Am Vergleich der

planaren Steifigkeitsprojektionen für den μ CT-Datensatz von PPGF30 im Fließbereich wird deutlich, dass bei dem geringen Anteil der kurzen Fasern die Faserlängenstatistik keinen relevanten Einfluss auf die effektive Steifigkeit hat (siehe Abbildung 4.34). Für diese Materialkonfiguration liegt der maximale Fehler bei 0,23%. Für alle anderen μ CT-Datensätze fiel der Unterschied aufgrund der geringeren Anisotropie und Faservolumenfraktion noch geringer aus. Aus diesem Grund wird die Faserlängenverteilung im Folgenden nicht mehr berücksichtigt.

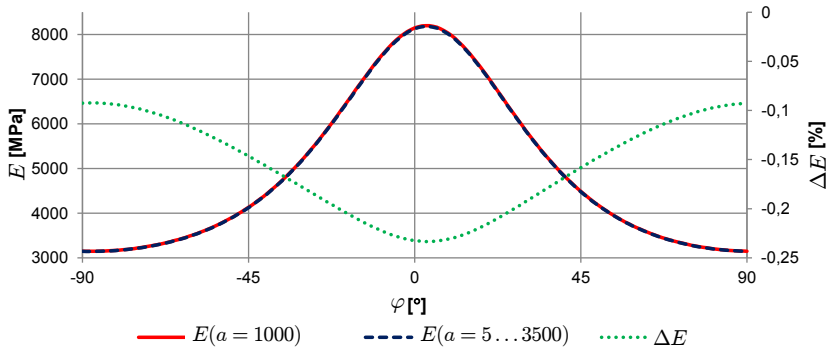


Abbildung 4.34: Verläufe der Steifigkeitsprojektionen bei konstantem Aspektverhältnis, unter Berücksichtigung der Faserlängenverteilung nach Zaiß (2012) sowie der prozentualen Abweichung für PPGF30 im Einlegebereich

4.3.3 Einfluss der physikalischen Alterung

Wie bereits in Kapitel 3.3.2 diskutiert ändert der Matrixwerkstoff bedingt durch physikalische Alterung bzw. Nachkristallisationsphänomene seine Steifigkeit mit zunehmender Auslagerungszeit nach Abkühlung von 80°C auf 20°C um 18,5%. Um den Einfluss dieser Steifigkeitsänderung auf die Approximationsgenauigkeit herauszuarbeiten, wurde die semi-analytische Steifigkeitsapproximation basierend auf den Matrixsteifigkeiten in beiden Zuständen vor und nach der Erwärmung durchgeführt und

mit den gemessenen Steifigkeiten von LFT vor und nach der Erwärmung verglichen. Der Vergleich in Abbildung 4.35 zeigt, dass bei PPGF30 die Abweichung zwischen Steifigkeitsapproximation und Experiment nach der Erwärmung in den meisten Fällen zunimmt. Lediglich im Einlegebereich nimmt die Steifigkeit in 90°-Richtung ab. Im Fließbereich bleibt die Abweichung in die 45°- und 90°-Richtung unverändert. Bei PPGF20 nimmt die Steifigkeit in beiden Entnahmebereichen in allen drei Richtungen zu (siehe Abbildung 4.36). Auch bei der geringsten Faservolumenfraktion ist eine Vergrößerung der Abweichungen bei allen Proben erkennbar (Abbildung 4.37).

Tendenziell ist zu erkennen, dass die Abweichung zwischen den Messungen und den Approximationen der Steifigkeit nach der Erwärmung zunimmt. In wenigen Fällen werden die Abweichungen geringer. Die höchste Differenz zwischen dem Approximationsfehler vor und nach dem Erwärmen liegt bei 6,8 %.

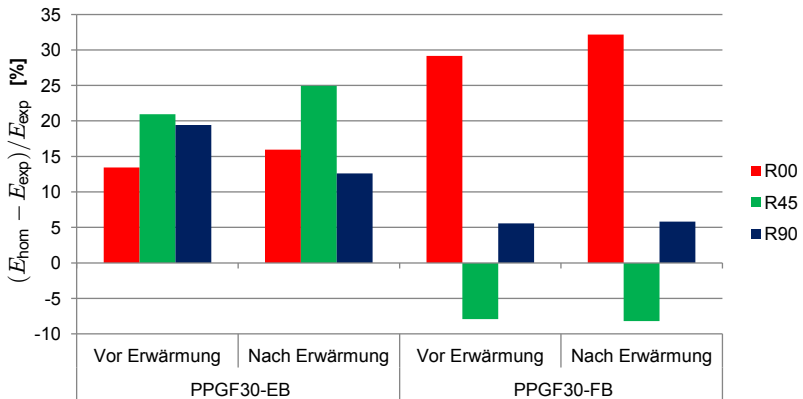


Abbildung 4.35: Abweichungen zwischen Approximation und Experiment jeweils im ausgelagerten Zustand vor Erwärmung der Probe und nach Erwärmung der Probe bei PPGF30 im Einlegebereich (links) bzw. im Fließbereich (rechts)

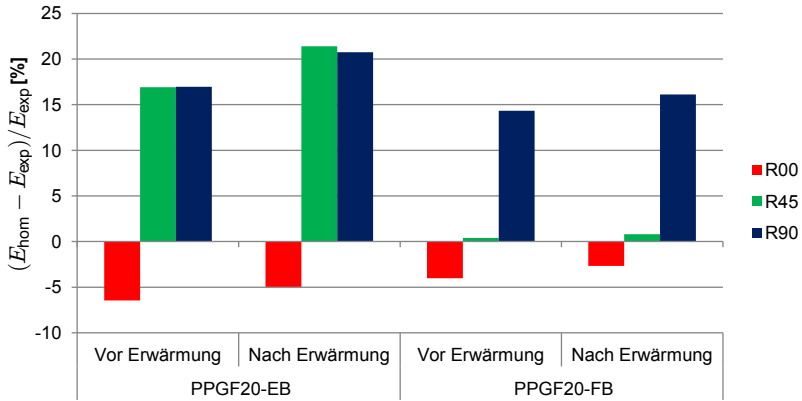


Abbildung 4.36: Abweichungen zwischen Approximation und Experiment jeweils im ausgelagerten Zustand vor Erwärmung der Probe und nach Erwärmung der Probe bei PPGF20 im Einlegebereich (links) bzw. im Fließbereich (rechts)

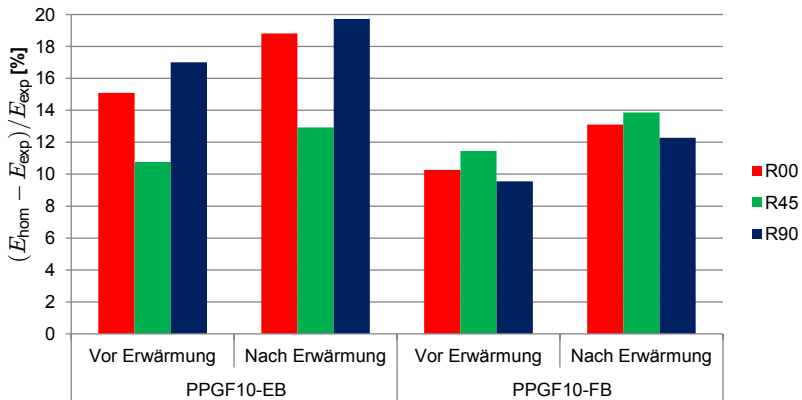


Abbildung 4.37: Abweichungen zwischen approximierter und gemessener Steifigkeit jeweils im ausgelagerten Zustand vor Erwärmung der Probe und nach Erwärmung der Probe bei PPGF10 im Einlegebereich (links) bzw. im Fließbereich (rechts)

4.3.4 Approximation der temperaturabhängigen Steifigkeit

Basierend auf den temperaturabhängigen Steifigkeitsmessungen an Polypropylen wird im Folgenden die effektive temperaturabhängige Steifigkeit von LFT approximiert. Hierzu wird angenommen, dass die Querkontraktionszahl von Polypropylen sowie der Glasfasern nicht von der Temperatur abhängt. Die Temperaturabhängigkeit der Glasfasersteifigkeit wird in Anlehnung an die in Spaude (1984) dargestellte Temperaturabhängigkeit von E-Glasfasern mit folgendem Ansatz

$$E_f(T) = E(T = T_0) - 18 \frac{\text{MPa}}{\text{K}} (T - T_0) \quad (4.2)$$

modelliert. Die angenommene Temperaturabhängigkeit der E-Glasfasern entspricht einer Steifigkeitsänderung von ca. 2,5 % bei einer Temperaturänderung von 100°C. Ausgehend von den temperaturabhängigen Steifigkeiten für Matrix und Fasern wurde für jede Temperaturstufe eine Steifigkeitsapproximation bestimmt. In Abbildung 4.38 ist die planare Steifigkeitsprojektion der nach diesem Schema berechneten Steifigkeit für PPGF30 im Fließbereich über der Temperatur dargestellt. Bezüglich der Darstellungen der übrigen Faservolumenfraktionen und Bereiche wird auf den Anhang D verwiesen. Ausgehend von den temperaturabhängigen Approximationen wurden für den Einlegebereich und den Fließbereich von PPGF30 die Abweichungen der Projektionen in die 0°-, 45°- und 90°-Richtungen von den Experimenten bestimmt (siehe Abbildung 4.39). Im Einlegebereich nehmen die Abweichungen für alle drei Richtungen mit geringeren Temperaturen ab und mit zunehmenden Temperaturen zu. Im Fließbereich hingegen ist dieser Trend lediglich in der 0°-Richtung deutlich erkennbar. An den Ergebnissen für PPGF20 in Abbildung 4.40 ist im Einlegebereich zu sehen, dass die Approximationsabweichungen in die 0°-Richtung mit der Temperatur nur leicht zunehmen.

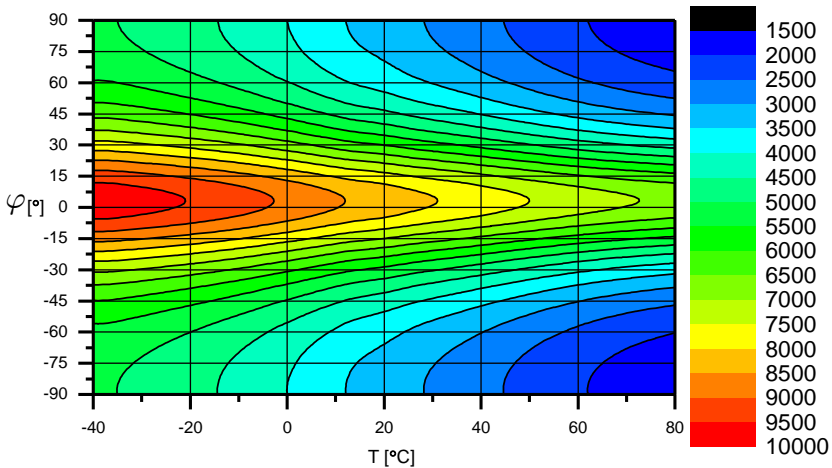


Abbildung 4.38: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF30 im Fließbereich

In die 45° - und 90° -Richtung sind hingegen deutliche Zunahmen zu verzeichnen. Die 90° -Richtung im Fließbereich zeigt hier eine deutliche Entwicklung der Abweichungen im Gegensatz zu der 45° - und 90° -Richtung.

Sowohl im Einlege- als auch im Fließbereich von PPGF10 in Abbildung 4.41 sind ähnliche Zunahmen der Abweichung zwischen Approximation und Experiment über der Temperatur zu sehen. Bei allen Faservolumenfraktionen lässt sich feststellen, dass mit zunehmenden Temperaturen auch die Approximationsabweichungen zunehmen. Je größer die Abweichung zwischen den Versuchen und den Experimenten ist, desto größer ist auch deren Temperaturabhängigkeit. Eine Erklärung dafür ist, dass mit zunehmender Temperatur der Phasenkontrast zwischen Matrix und Fasern zunimmt und sich dadurch die Approximationsabweichung vergrößert. Auffällig ist das z.B. beim Verlauf der Abweichung im Fließbereich von PPGF20 in die 45° -Richtung.

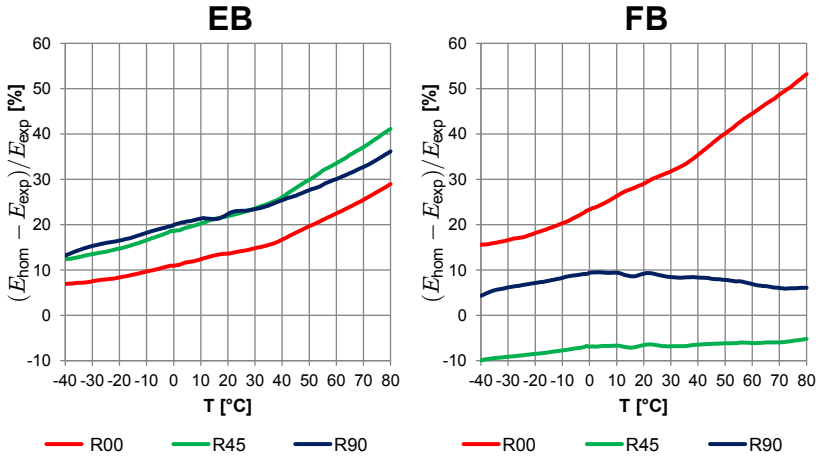


Abbildung 4.39: Verläufe der Differenz von Approximationen und Versuchen über der Temperatur an PPGF30 im Einlegebereich (links) und Fließbereich (rechts)

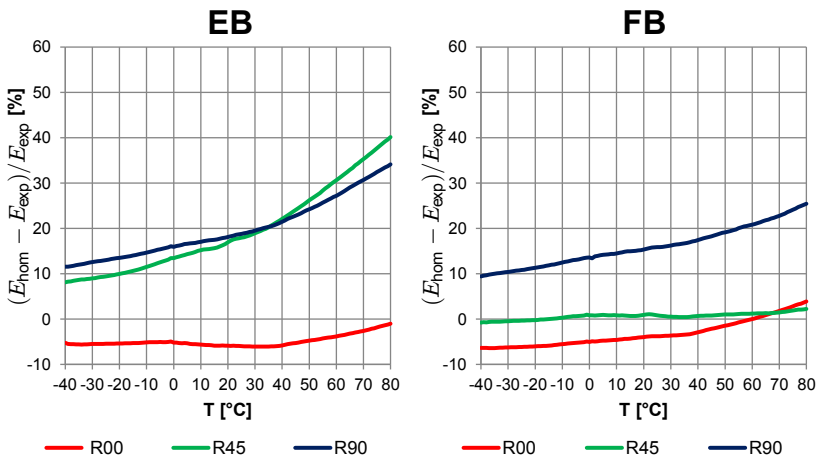


Abbildung 4.40: Verläufe der Differenz von Approximationen und Versuchen über der Temperatur an PPGF20 im Einlegebereich (links) und Fließbereich (rechts)

Hier liegt bei Raumtemperatur eine Abweichung unterhalb von 1 % vor und über den gesamten Temperaturbereich beträgt die maximale Abweichung 2,2 %. Im Gegensatz dazu liegt die größte Abweichung bei Raumtemperatur bei der Probe in die 0°-Richtung im Fließbereich von PPGF30 vor. Der Verlauf der Approximationsabweichung über der Temperatur weist auch die größte Zunahme auf.

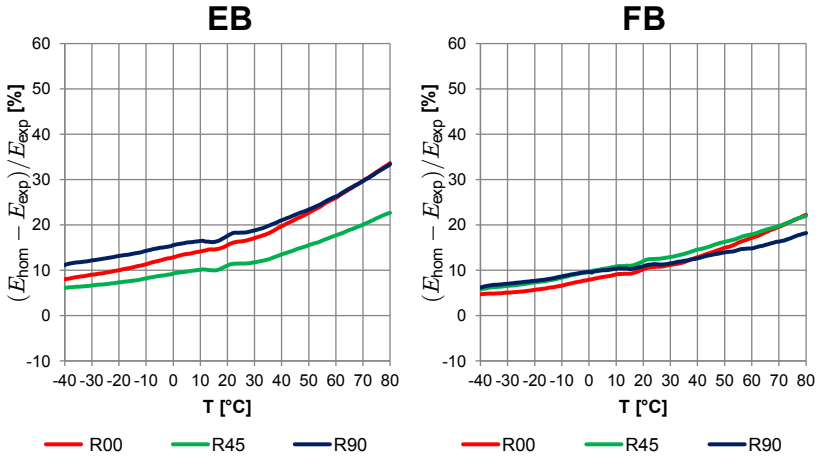


Abbildung 4.41: Verläufe der Abweichungen zwischen Approximationen und Versuchen über der Temperatur an PPGF10 im Einlegebereich (links) und Fließbereich (rechts)

Kapitel 5

Diskussion

5.1 Charakterisierung der viskoelastischen Steifigkeit von PP und LFT mittels DMA

Die dynamisch-mechanische Analyse (DMA) ist als Messverfahren darauf ausgerichtet, die Steifigkeit und Dämpfung von viskoelastischen Materialien temperaturabhängig zu ermitteln. Bei einigen Materialien ändert sich dabei die Steifigkeit um bis zu vier Dekaden. Genaue Ergebnisse werden hierbei durch eine an den Lastbereich angepasste Kraftmessdose sowie eine kapazitive Wegmessung mit einer sehr feinen Auflösung erreicht. In den dargestellten Messungen wurde die hohe Auflösung dazu genutzt, um sehr präzise die Steifigkeit und deren Änderungen messen zu können. Für eine zielorientierte Charakterisierung ist es wichtig, die Versuchsparameter an das Materialverhalten und den Prüfaufbau anzupassen. Die Belastungsparameter werden im Folgenden in eine thermische und mechanische Belastung unterteilt.

Der Einfluss der thermischen Belastung liegt hierbei immer vor, auch wenn keine Temperaturabhängigkeit untersucht wird. Bei Untersuchungen der Zeit-, Frequenz- oder Grundlastabhängigkeit sollte erfahrungsgemäß auch bei Raumtemperatur die Temperatur kontrolliert werden, da das untersuchte Polypropylen pro 1 K Temperaturänderung seine Steifigkeit um 1,7 % ändert. Somit kann es selbst innerhalb eines Tole-

ranzbereiches der Raumtemperatur von 2 K zu Steifigkeitsdifferenzen von 3,4 % kommen.

Wenn Versuche bei unterschiedlichen Temperaturen oder Temperaturraten durchgeführt werden, sollte bei der Interpretation der Messdaten berücksichtigt werden, dass die Proben­temperatur der gemessenen Kammertemperatur grundsätzlich zeitversetzt folgt. Durch die aus dem Prüfraum über den Messstrang abgeführte Wärme können über die Probenlänge geringfügige Temperaturgradienten auftreten.

Untersuchungen mit einer Probe, die über die Länge mit Thermoelementen versehen wurde, haben gezeigt, dass bei den verwendeten Probekörpern in dem betrachteten Temperaturbereich bis zu einer Temperaturrate von 1 K/min die Abweichung der Proben­temperatur von der Kammertemperatur unterhalb der Toleranz von 2 K liegt. Aus diesem Grund wurden alle Versuche mit einer Temperaturrate von 1 K/min durchgeführt.

Die verwendete Heiz- bzw. Abkühlrate hat jedoch nicht nur einen Einfluss auf das Temperaturfeld. Bei Faserverbundwerkstoffen mit großen Unterschieden in den thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Fasern und der Matrix können nach dem Abkühlen Eigenspannungen auf unterschiedlichen Skalen zurückbleiben. Da der thermische Ausdehnungskoeffizient von Polypropylen um den Faktor 22 bis 30 höher ist als der der Glasfasern, ist dieser Einfluss bei PPGF30 durchaus relevant (Karger-Kocsis, 1995b).

Neben den Eigenspannungen auf der Mikroskala in den einzelnen Fasern und der Matrix (Schjødt-Thomsen und Pyrz, 2000a) können sich auch Eigenspannungen auf der Makroskala aufbauen. Liegen Inhomogenitäten in der Faserorientierungsverteilung über der Dicke vor (siehe PPGF30 im Einlegebereich), so führt das neben der inhomogenen anisotropen Steifigkeit auch zu einem inhomogenen anisotropen thermischen Ausdehnungsverhalten (Pettermann et al., 1997; Fu et al., 2009). Daraus kann bei Temperaturänderung eine Verspannung der

Randschicht gegen die Kernschicht resultieren. Im linear elastischen Fall sind diese Eigenspannungen stabil und lediglich vom Kontrast der Steifigkeiten sowie der thermischen Ausdehnungskoeffizienten, der Mikrostruktur und der Temperaturdifferenz abhängig. Bei Materialien mit ausgeprägten temperaturabhängigen viskoelastischen Materialeigenschaften können diese Eigenspannungen während der Abkühlung sowie der darauffolgenden Auslagerung durch Relaxationsprozesse abgebaut werden.

Jedoch werden bei Raumtemperatur die thermisch induzierten Eigendehnungen von der Volumenkontraktion durch physikalische Alterungsphänomene überlagert (Abbildung 3.17). Dadurch entstehen weitere Eigenspannungen, die sich über die Zeit abbauen. Aus der Überlagerung dieser beiden Effekte kann geschlossen werden, dass die Zeit bis zum vollständigen Ausrelaxieren der Spannungen deutlich verlängert wird. Die Relation der beiden Effekte lässt sich dabei folgendermaßen herstellen. Ausgehend von der Vicat-Temperatur beträgt die Temperaturdifferenz zur Raumtemperatur 130 K. Bei einem als konstant angenommenen thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Polypropylens von $150 (10^6\text{K})^{-1}$ würden sich thermisch induzierte Eigendehnungen von $-1,95 \%$ ergeben. Je nachdem, welche Randbedingungen sich durch das Werkzeug und die Glasfasern im Verbundwerkstoff ergeben, können die sich daraus aufbauenden Eigenspannungen teilweise schon während der Abkühlung abbauen. Die in Verbindung mit der physikalischen Alterung gemessenen Längenänderungen von ca. $-0,16 \%$ sind damit um eine Größenordnung geringer. Allerdings setzen diese Kontraktionen erst bei einer Temperatur ein, bei der die Relaxationsfähigkeit des Materials deutlich geringer ausgeprägt ist.

Damit lässt sich annehmen, dass in einem Polypropylenmatrix-Verbundwerkstoff je nach Faserorientierungsverteilung sowie Inhomogenität und den Randbedingungen aus der thermischen Vorgeschichte Eigenspannungen existieren, die sich mit der Zeit abbauen. Es ist davon

auszugehen, dass dieser zeitlich veränderliche Spannungszustand in der Matrix aufgrund der nichtlinear viskoelastischen Materialeigenschaften des Polypropylens einen Einfluss auf die Steifigkeitsmessung hat. Die während der Messung aufgebrachte Grundspannung überlagert sich mit den Eigenspannungen und führt zu einem höheren Gesamtbelastungsniveau. Nach den Ergebnissen der grundlastabhängigen Charakterisierung von PP (Abbildung 3.12) würde durch eine höhere Belastung die Steifigkeit geringer ausfallen. Folglich müsste mit den abklingenden Eigenspannungen über die Zeit der Speichermodul zunehmen und die Dämpfung abnehmen.

Dieser Relaxationsprozess spielt sich im Faserverbund im gleichen Zeitraum ab wie die bereits diskutierte physikalische Alterung der Matrix. Darum lassen sich die überlagerten Ursachen für die Zunahme der Steifigkeit nicht separieren. Aus diesem Grund ist anzunehmen, dass die physikalischen Alterungseffekte im LFT über längere Zeit andauern als beim unverstärkten PP. Diese Interaktion ließe sich am Verbundwerkstoff nur durch langfristig angelegte Messungen der anisotropen Steifigkeit sowie Kontraktion nach Abkühlung von ca. 80°C untersuchen.

Neben dem Einfluss der thermischen Vorgeschichte und den damit verbundenen Eigenspannungen hat die Wahl der mechanischen Belastungsparameter einen Einfluss auf die Steifigkeit. Prinzipiell führt bei der Charakterisierung der Steifigkeit eines nichtlinear viskoelastischen Verbundwerkstoffes die Belastungsdefinition in Form einer Grundspannung zu geringeren Streuungen der Messwerte. Bei Verwendung einer Grunddehnung treten größere Schwankungen der Speichermodule auf, da sich nach jeder Entlastung der Probe eine neue Referenzlänge einstellt, auf die wiederum die Grunddehnung aufgebracht wird. Die daraus resultierende Spannung hängt damit von der Belastungsvorgeschichte (Belastungs- bzw. Entlastungszeit) ab. Da der Speichermodul und der Dämpfungsfaktor deutlich von der Belastungsspannung abhängig sind,

treten bei Veränderungen der Grundspannung auch Veränderungen des Speichermoduls und des Dämpfungsfaktors auf.

Bei der Charakterisierung von anisotropen Verbundwerkstoffen ist dagegen zu beachten, dass bei gleicher Belastung des Verbundmaterials in unterschiedliche Richtungen sehr unterschiedliche Spannungsniveaus in der Matrix vorliegen können. Besonders wenn die Steifigkeit am unverstärkten Polymer mit dem Ziel gemessen wird, einen Matrixkennwert für die semianalytische Homogenisierung zu bestimmen, sollte darauf geachtet werden, dass das aufgebrachte Spannungsniveau auf das unverstärkte Polypropylen und das durch Belastung des Faserverbundes induzierte Spannungsniveau in der Matrix zwischen den Fasern vergleichbar sind. Es stellt sich also die Frage, welche Spannung sich in der Matrix einstellt, wenn der anisotrope Verbundwerkstoff in einachsigen Zugversuchen in die Belastungsrichtung \mathbf{d} , mit dem makroskopischen Belastungszustand $\bar{\sigma} = \sigma_0 \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}$, belastet wird.

Um dieser Frage nachzugehen, wurde aus dem einachsigen Spannungszustand $\bar{\sigma}$ über die Steifigkeitsapproximation $\bar{\mathbb{C}}^{MT}$ die Dehnung $\bar{\varepsilon}$ bestimmt. Unter Verwendung der Dehnungslokalisierungsrelation \mathbb{A}_m^{MT} aus Gleichung (2.70) wurde die Matrixdehnung ε_m berechnet und daraus mit der Matrixsteifigkeit \mathbb{C}_m die Matrixspannung σ_m bestimmt. Die Belastungsrichtung wurde analog zur Steifigkeitsprojektion in der Plattenebene von $\varphi = -90^\circ$ bis $\varphi = 90^\circ$ variiert. Für jede Belastungsrichtung wurde aus der Matrixspannung die v.Mises-Vergleichsspannung σ_m^{vM} berechnet. Neben der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten dehnungsgesteuerten Belastung mit einer Grunddehnung von $\varepsilon_0 = 0,1\%$ wurde der Fall einer spannungsgeregelten Belastung von $\sigma_0 = 1,75\text{ MPa}$ bestimmt. Diese Spannung resultiert bei der Belastung des Polypropylen mit der Grunddehnung von $\varepsilon_0 = 0,1\%$ bei einer Steifigkeit von $E_m = 1750\text{ MPa}$. Die sich dabei einstellenden richtungsabhängigen Vergleichsspannungen in der Matrix sind für die Mikrostruktur von PPGF30 im Fließbereich und Einlegebereich in Abbildung 5.1 dargestellt.

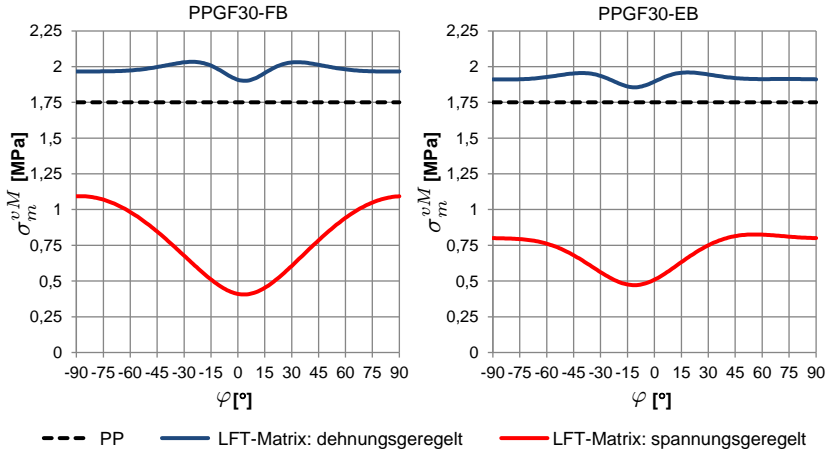


Abbildung 5.1: Verläufe der v.Mises-Vergleichsspannung in Polypropylen und der LFT-Matrix bei spannungs- bzw. dehnungsgeregelter Zugbelastung an PPGF30 im Einlegebereich (rechts) und Fließbereich (links)

Aufgrund der Tatsache, dass der Verbundwerkstoff steifer als das reine PP ist stellen sich bei gleicher Längsdehnung höhere Effektivspannungen und somit auch höhere Matrixspannungen als im unverstärkten PP ein (siehe Verlauf von „LFT-Matrix: dehnungsgeregelt“). In diesem Fall sind die Spannungen nur geringfügig über der konstanten Spannung des unverstärkten Polypropylens. Bei der Belastung des Verbundwerkstoffes mit einer konstanten Grundspannung von 1,75 MPa liegt die Vergleichsspannung in der Matrix dagegen wesentlich unter der Spannung, mit der das unverstärkte PP belastet wurde (siehe Verlauf von „LFT-Matrix: spannungsgeregelt“). Am deutlichsten ist der Unterschied beim PPGF30 im Fließbereich in der 0°-Richtung, mit einem Faktor von 4,3 zwischen den Vergleichsspannungen im unverstärkten PP und der LFT-Matrix. Unter Berücksichtigung der Charakterisierungsergebnisse der grundlastabhängigen Steifigkeit von Polypropylen (Abbildung 3.12) kann daraus geschlossen werden, dass bei einer vierfach geringeren Grund-

spannung die Steifigkeit der Matrix um ca. 6% höher ausfällt. Bei einer semianalytischen Homogenisierung mit einem bei 1,75 MPa ermittelten Matrixkennwert würde die Matrixsteifigkeit überschätzt werden und damit auch die approximierte Verbundsteifigkeit in diese Richtung zu hoch ausfallen. Da bei einer linear elastischen Approximation die Spannungsabhängigkeit der Polymersteifigkeit nicht berücksichtigt wird, sollten die Versuche am Verbundwerkstoff dehnungsgeregelt durchgeführt werden, um möglichst vergleichbare Charakterisierungsergebnisse zu erhalten. Speziell bei temperaturabhängigen Steifigkeitsmessungen bietet die dehnungsbasierte Belastungsdefinition den Vorteil, dass bei zunehmenden Temperaturen die Belastungsspannung proportional zur Steifigkeit abnimmt. Dadurch kann dem Einfluss der Steifigkeitsdegradation durch Schädigung bei höheren Temperaturen entgegengewirkt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde explizit darauf verzichtet, Zeit-Temperatur-Superpositionsansätze (ZTS), wie z. B. den Williams-Landel-Ferry-Ansatz (Williams et al., 1955), auf temperatur- und frequenzabhängige Messungen anzuwenden. Die dargestellten Untersuchungen bezüglich des Einflusses der physikalischen Alterungsphänomene auf die Steifigkeit von Polypropylen führen zur Schlussfolgerung, dass die nach Williams et al. (1955) getroffene Annahme eines einfach rheologischen Materials in dem betrachteten Temperaturbereich nicht erfüllt ist. Da das Material nach einer Abkühlung eine zeitabhängige Steifigkeitsänderung im unbelasteten Zustand erfährt, ist die Steifigkeit nicht nur von der Temperatur und der Belastungsgeschwindigkeit abhängig. Speziell bei der Verwendung des WLF-Ansatzes für Relaxations- oder Kriechversuche sollte beachtet werden, dass die mit der physikalischen Alterung verbundene Kontraktion auch den Verlauf der Messergebnisse beeinflussen kann, sofern die Probe nicht ausreichend lange bei Versuchstemperatur gelagert wurde. Beim Verbundwerkstoff hat zusätzlich zur physikalischen Alterung auch der zeitlich abklingende Eigenspannungszustand

einen Einfluss auf die temperaturabhängige Steifigkeit. Diese Aspekte sollten zum einen bei der Versuchsdurchführung und zum anderen bei der Interpretation der mittels ZTS-Ansätzen ermittelten Approximationen berücksichtigt werden.

5.2 Modellierung der effektiven Steifigkeit von LFT

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die effektive Steifigkeit von LFT basierend auf dem Mori-Tanaka-Ansatz approximiert. Dabei wird lediglich über die Bestimmung der Dehnungslokalisierung in der Matrix eine Interaktion der Fasern gewährleistet (Gleichung (2.70)). Alle weiteren Annahmen zur Bestimmung des phasenweise konstanten Dehnungszustandes beruhen auf den Annahmen eines Einschlusses in einer unendlich ausgedehnten Matrix. Es wird angenommen, dass die Fasern und die Matrix isotrop und homogen sind und die Fasern als homogen verteilte gerade Sphäroide angesehen werden können. An den μ CT-Aufnahmen (Abbildungen 4.24 und 4.20) ist zu sehen, dass im Kernbereich einige Faserbündel und im Randbereich einige gekrümmte Fasern vorliegen. Damit treffen die beiden Annahmen auf die Mikrostruktur von LFT nicht zu.

Durch die Schlichte der Fasern ist eine dritte Phase vorhanden, von der die mechanischen Eigenschaften nicht bekannt sind. Nach Lutz (2006) beträgt der Schlichteanteil bei einem PPGF30 bis zu 6 vol.%. Zudem ist anzunehmen, dass der Matrixbereich um die Fasern eine transkristalline Struktur aufweist, die durch die starke Polymerkettenorientierung deutlich anisotrop und inhomogen ist (Lutz, 2006; Thomason und Van Rooyen, 1992; Schöneich et al., 2015). Darum kann nicht sichergestellt werden, dass die mechanischen Eigenschaften der Matrix zwischen den Fasern mit Messungen am unverstärkten Polypropylen robust charakterisiert werden können. Der Einfluss dieser Inhomogenitäten müsste durch

mikromechanische Modellierung unter Berücksichtigung inhomogener Interfacebereiche (Qu und Cherkaoui, 2006) in Kombination mit der Modellierung der Schlichte und der Polymereigenschaften der transkristallinen Bereiche genauer untersucht werden. Experimentelle Methoden, um diese Inhomogenitäten auf der Mikroskala zu detektieren, wurden z. B. in Schöneich et al. (2015) vorgestellt. In Kaiser und Stommel (2013); Halpin und Kardos (1972) und Doghri (2000) wurden Ansätze zur Modellierung semikristalliner Polymereigenschaften vorgestellt und in Harel und Marom (1998) wurde die Morphologie der transkristallinen Zonen diskutiert.

Neben den Polymereigenschaften sind die Faservolumenfraktion und die Faserorientierungsstatistik für die effektive Steifigkeit ausschlaggebend. Der Einfluss der Faserlängenverteilung hat sich bei der zugrunde gelegten Faserlängenverteilung nach Zaiß (2012) als irrelevant herausgestellt.

Für den verwendeten Mori-Tanaka-Ansatz bei einer konstanten Faserlänge kann die Orientierungsverteilung durch den Orientierungstensor 4.Stufe vollständig beschrieben werden. Die reduzierte Beschreibung der Orientierungsverteilung durch Orientierungstensoren 2.Stufe führte bei Verwendung des IBOF-Schließungsansatzes zur Approximation des Orientierungstensors 4.Stufe zu maximalen Fehlern in der daraus resultierenden Steifigkeit von bis zu 7 % auf der Probenskala (Abbildung 4.28) bzw. 15 % in den Einzelschichten über der Dicke (Abbildung 4.18). Bei der Materialkonfiguration PPGF30 wurde durch die reduzierte Orientierungsbeschreibung die maximale Steifigkeit im Fließbereich überschätzt (Abbildung 4.25) und im Einlegebereich unterschätzt (Abbildung 4.25). Dies zeigt, dass der Charakter der Orientierungsverteilung im LFT sowohl auf der Probenskala als auch über eine Einzelschicht gemittelt sehr unterschiedlich sein kann. Damit ist zu erwarten, dass bei Verwendung des Mori-Tanaka-Ansatzes basierend auf Orientierungstensoren 2.Stufe, die beispielweise durch eine Formfüllsimulation

berechnet werden, Fehler bei der approximierten Probensteifigkeit in der Größenordnung von bis zu 7 % zu erwarten sind.

Neben der Orientierungsverteilung hat der Faservolumengehalt einen wesentlichen Einfluss auf die effektive Steifigkeit. In der Darstellung der mittels μ CT-Analyse bestimmten Faservolumengehalte über die Dicke war bei PPGF30 eine maximale Schwankung im Bereich von 10 vol.% bis 18 vol.% zu sehen (Abbildung 4.14). Integral über die Dicke lag die Abweichung in einer Platte zwischen Einlege- und Fließbereich bei 0,4 vol.% (Abbildung 4.15). In einer vergleichbaren Größenordnung wurden die Schwankungen des Faservolumengehaltes über ganze LFT-Platten von Radtke (2008) dokumentiert. Bei Formfüllsimulationen wird üblicherweise die Faservolumenfraktion als konstant angenommen und somit deren Streuung nicht berücksichtigt. Um diesen Einfluss herauszuarbeiten, wurde unter Verwendung der Orientierungstensoren 4.Stufe aus dem Einlege- und Fließbereich von PPGF30 die richtungsabhängige Steifigkeit für die beiden Faservolumengehalte von 12,9 % und 13,3 % berechnet. An der prozentualen Differenz der richtungsabhängigen Steifigkeit in Abbildung 5.2 ist zu sehen, dass die Streuung des Faservolumengehaltes in dieser Größenordnung einen relativ geringen Einfluss von maximal 2,5 % hat.

Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Mori-Tanaka-Homogenisierungsansatz in der Form nach Benveniste (1987) wird relativ selten für diskontinuierlich glasfaserverstärkte Thermoplaste verwendet. Unter Verwendung analytisch formulierter Orientierungsverteilungsfunktionen wurde in Pettermann (1997) und Schjødt-Thomsen und Pyrz (2001) der Ansatz für kurzfaserverstärktes PPGF30 verwendet. Die Aussagen bezüglich der Asymmetrie des Steifigkeitstensors in Schjødt-Thomsen und Pyrz (2001) widersprechen jedoch den analytischen Beweisen für die Symmetrie des Steifigkeitstensors in den Gleichungen (2.74) und (2.80) für den Sonderfall isotroper Fasersteifigkeit.

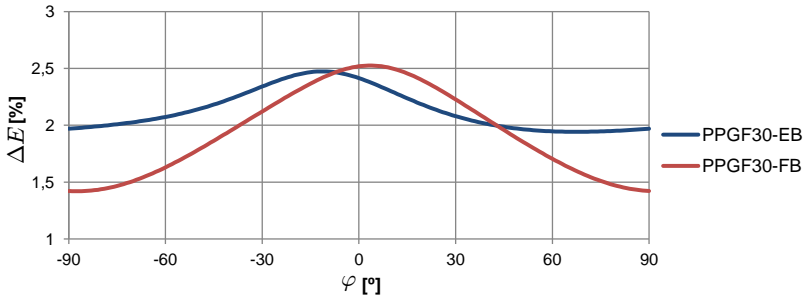


Abbildung 5.2: Verläufe der Steifigkeitsdifferenzen bei Approximation mit einem Faservolumengehalt von 12,9 % und 13,3 % im Einlegebereich und Fließbereich von PPGF30

In den meisten Fällen wird in der Literatur ein Zwei-Schritt-Verfahren (Domänenmodell) zur Approximation der effektiven Steifigkeit verwendet (Camacho et al., 1990; Laspalas et al., 2008; Radtke, 2008; Kammoun et al., 2011; Garesci und Fliegenger, 2013; Kaiser und Stommel, 2014; Hohe et al., 2015). Im ersten Schritt wird der Steifigkeitstensor für einen unidirektionalen Faserverbund beispielweise nach der Mori-Tanaka-Approximation bestimmt. Unter Verwendung des approximierten Orientierungstensors 4.Stufe wird dieser transversalisotrope Steifigkeitstensor im zweiten Schritt nach Gleichung (2.92) über den Orientierungsraum gemittelt. Der Mori-Tanaka-Ansatz für unidirektional orientierte Fasern entspricht der unteren Hashin-Shtrikman-Schranke (Tucker III und Liang, 1999) und die darauf folgende Orientierungsmittelung der Steifigkeit entspricht einer Abschätzung nach der Voigt-Approximation. Die Kombination einer unteren und einer oberen Schranke führt in der Praxis zu relativ guten Übereinstimmungen mit den Experimenten. Für beliebige viele Phasen und Orientierungsverteilungen führt dieser Ansatz zu einer symmetrischen Steifigkeit. Zudem hat die Implementierung in kommerzielle Software (z.B. DIGMAT (Kammoun, 2011)) zur Etablierung dieses Ansatzes geführt. Vergleiche der Steifigkeit nach dem Mori-Tanaka-Ansatz, dem Zwei-Schritt-Verfahren sowie der

Selbstkonsistenzmethode wurden basierend auf Orientierungstensenoren 2.Stufe aus Formfüllsimulation und μ CT-Analyse in Buck et al. (2015) für LFT dargestellt. Um den Bezug zur Literatur herzustellen, wurde für den Einlege- und Fließbereich von PPGF30 die richtungsabhängige Steifigkeit nach dem Zwei-Schritt-Verfahren E^{MT-V} basierend auf den Orientierungstensenoren 4.Stufe aus der μ CT-Analyse berechnet. Die prozentuale Abweichung zur bereits dargestellten Mori-Tanaka-Approximation E^{MT} ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

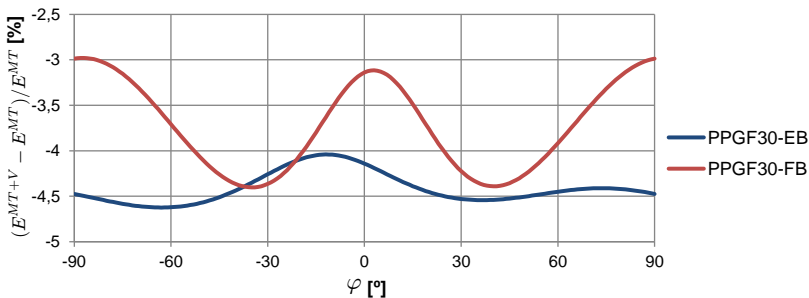


Abbildung 5.3: Verläufe der prozentualen Steifigkeitsdifferenzen bei Approximation mit dem Zwei-Schritt-Verfahren und dem Mori-Tanaka-Ansatz im Einlegebereich und Fließbereich von PPGF30

Hierbei ist zu erkennen, dass die Steifigkeitsapproximationen mit dem Zwei-Schritt-Verfahren zwischen 3 % und ca. 5 % geringer ausfallen und damit tendenziell näher an den experimentellen Ergebnissen liegen.

Bezüglich der Vergleiche der approximierten und der gemessenen Steifigkeiten sollte berücksichtigt werden, dass die hier verwendeten μ CT-Datensätze statistisch nicht abgesichert sind. Für die μ CT-Messung wurde jeweils eine Probe ausgewählt, die bezüglich der gemessenen Steifigkeit den Mittelwert aus dem Bereich am besten widerspiegelt. Von der freien Messlänge wurden jedoch lediglich 20% mittels μ CT

analysiert. Die Homogenität entlang der Probe sowie innerhalb der einzelnen Plattenbereiche wurde nicht untersucht.

5.3 Charakterisierung des Schädigungsverhaltens von LFT

Die im Rahmen dieser Arbeit dokumentierte Charakterisierung der Schädigungsentwicklung hat gezeigt, dass Schädigung als Mikrostrukturphänomen auch als solches beschrieben werden sollte. Schädigungsmechanismen wie Faserbrüche, Faserdelamination und Matrixrisse sind mit den Belastungen der Einzelphasen korreliert. Die Verteilung der Belastung in den Fasern und der Matrix ist hierbei genauso von der thermischen und mechanischen Vorbelastung abhängig wie die bereits diskutierte Steifigkeit. So wurde gezeigt, dass sich die gemessene Steifigkeitsdegradation erst nach einer Haltephase im entlasteten Zustand auf einem geringeren Niveau stabilisiert. Zudem sind die identifizierten Schädigungsparameter deutlich von den zugrunde gelegten Belastungsfrequenzen abhängig.

Neben der Belastungsdefinition während der Schädigungsinitiierung ist in dem vorgestellten Charakterisierungsschema die Definition der Belastung während der Stabilisierungsphase für die Steifigkeitsmessung relevant. Durch die in diesem Fall vorgegebene Grundspannung von 2 MPa sollte sichergestellt werden, dass die Probe nach allen Vorbelastungen stets unter Zug belastet wird. Da während der Stabilisierungsphase die Probendehnung abnimmt (siehe Abbildung 3.35), führt hierbei die Belastung durch eine definierte Grunddehnung wiederum zu schwankenden Grundspannungen und damit zu schwankenden Speichermodulen. Bei der Definition der Grundlast als Spannung kommt dagegen der bereits in Abbildung 5.1 visualisierte Zusammenhang der makroskopischen Spannung und der Matrixspannung zu tragen. Nach jeder weiteren Schädigungsinitiierung, die mit weiteren Faserbrüchen

und Matrixrissen verbunden ist, sinkt der volumetrische Anteil der Faserspannung und die noch intakten Matrixanteile werden im Mittel höher belastet. Diese Spannungsumlagerungen in der Matrix würden selbst bei einem linear elastischen Material zu einer Reduktion der effektiven Steifigkeit führen. Zudem nimmt die Matrixsteifigkeit durch die zunehmende Belastung der intakten Bereiche aufgrund des nichtlinear viskoelastischen Verhaltens des Polypropylens ab. So wird unabhängig von der Art der Belastungsdefinition die Steifigkeitsdegradation durch eine Überlagerung von Effekten, die aus den nichtlinear viskoelastischen Eigenschaften der Matrix resultieren, beeinflusst.

Die diskutierten Zusammenhänge machen deutlich, dass die Beschreibung der Schädigung durch Steifigkeitsdegradation nicht eindeutig ist (Krajcinovic, 1998). Neben den Versuchsparametern in der experimentellen Identifikation ist auch der Eigenspannungszustand für die Schädigungsentwicklung relevant (Schjødt-Thomsen und Pyrz, 2000a). Durch die Prozessparameter im Herstellprozess wie Kühlraten und Drücke wird neben der Polymermorphologie auch der Eigenspannungszustand auf mehreren Skalen beeinflusst. Die physikalischen Alterungsphänomene überlagern zudem diesen Eigenspannungen und erhöhen die Steifigkeit von Matrix sowie Faserverbund.

Folglich sind phänomenologisch definierte Schädigungsparameter sowie die darauf basierenden Schädigungsmodelle (Chow und Wang, 1987; Varna und Oldenbo, 2005) nur für einen Belastungsfall gültig. Dieser setzt sich aus der thermischen und der mechanischen Vorgeschichte ohne Schädigungsinitiierung, aus dem physikalischen Alterungszustand, der Temperatur und dem zeitlichen Belastungsverlauf während der Schädigungscharakterisierung zusammen. Lediglich mikrostrukturbasierte Beschreibungen von Schädigungsprozessen (Jendli et al., 2009; Derrien et al., 2000; Fitoussi et al., 1998; Taya, 1981) können langfristig in der Lage sein, die temperatur-, belastungsgeschwindigkeits- und zeitabhängigen Eigenschaftsänderungen diskontinuierlich faserverstärkter Verbunde

abzubilden. Diese Erkenntnis lässt sich ebenfalls auf Untersuchungen der Lebensdauer übertragen. Auch in diesem Forschungsfeld treten die stark gekoppelten Schädigungsphänomene auf (Mortazavian und Fatemi, 2015). Analog zu den festgestellten Steifigkeitszunahmen in der Stabilisierungsphase nach der Schädigungsinitiierung lässt sich vermuten, dass neben den Belastungsparametern während der schwingenden Belastung auch Entlastungsphasen einen Einfluss auf die Lebensdauer haben.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten LFT sind die in den μ CT-Messungen beobachteten Faserbündel im Kernbereich für eine statistische, mikromechanische Definition von Schädigungsparametern hinderlich. Experimentelle Untersuchungen in Joffre et al. (2014) haben gezeigt, dass solche zufälligen Faserkonzentrationen als Initiatoren für Schädigung und Versagen dienen. Ein weiteres Problem für mikromechanisch definierte Schädigungsentwicklung sind die im Randbereich deutlich auftretenden Faserkrümmungen. Neben der Problematik, dass diese Krümmung in der Dehnungslokalisierungsrelation bei den verwendeten Ansätzen nicht berücksichtigt wird, verursachen die Krümmungen Biegespannungen in den Fasern. Somit ist davon auszugehen, dass der Eigenspannungszustand zusätzlich von den Faserkrümmungen abhängig ist.

Anhang A

Analytische Herleitungen

Im Folgenden wird die Zwischenrechnung zur Umformulierung von Gleichung (2.77) in Gleichung (2.73) dargestellt. Ausgehend von der Darstellung der effektiven Steifigkeit nach der Mori-Tanaka-Approximation

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(\mathbb{I}^S - c_m (c_m \mathbb{I}^S + c_f \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1} \right). \quad (\text{A.1})$$

folgt unter Verwendung von $\mathbb{I}^S = \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f$

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(\mathbb{I}^S - c_m \left((c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f)^{-1} + c_f \mathbb{I}^S \right) \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} \right), \quad (\text{A.2})$$

beziehungsweise nach einer Umstellung

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(\mathbb{I}^S - c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S \right)^{-1} \right). \quad (\text{A.3})$$

Durch Einsetzen von $\left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S\right) \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S\right)^{-1}$ für das linke \mathbb{I}^S folgt

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S - c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} \right) \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S \right)^{-1}, \quad (\text{A.4})$$

woraus Gleichung (2.73)

$$\bar{\mathbb{C}}^{MT} = \mathbb{C}_m + c_f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) \left(c_m \langle \mathbb{A}_{f,\alpha}^{SIP} \rangle_f^{-1} + c_f \mathbb{I}^S \right)^{-1}. \quad (\text{A.5})$$

resultiert.

Anhang B

Verläufe der Orientierungstensor­komponenten

In den folgenden Darstellungen werden basierend auf μ CT-Daten die Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe, deren Eigenwerte sowie die Komponenten des ersten Eigenvektors über der Probendicke dargestellt. Ergänzend zu den bereits dargestellten Verläufen von PPGF30 im Fließbereich und Einlegebereich werden im Folgenden die Verläufe für den Fließ- und Einlegebereich von PPGF20 und PPGF10 dokumentiert.

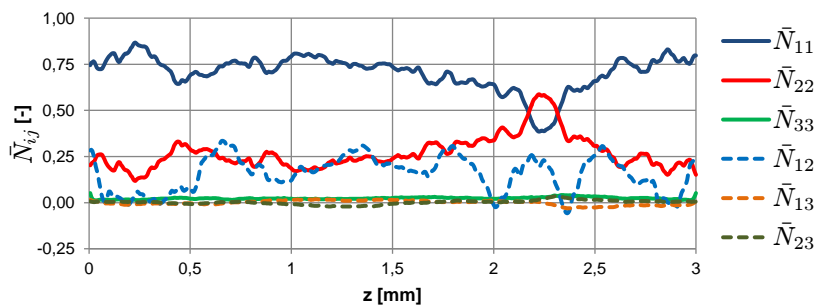


Abbildung B.1: Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Fließbereich

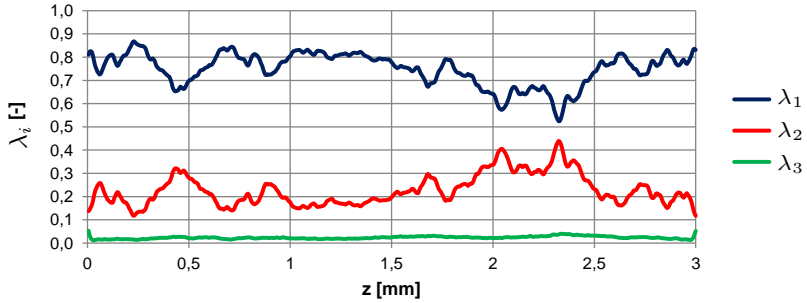


Abbildung B.2: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Fließbereich

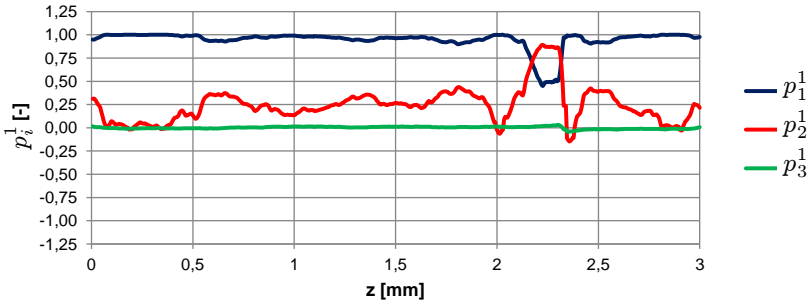


Abbildung B.3: Erster Eigenvektor des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Fließbereich

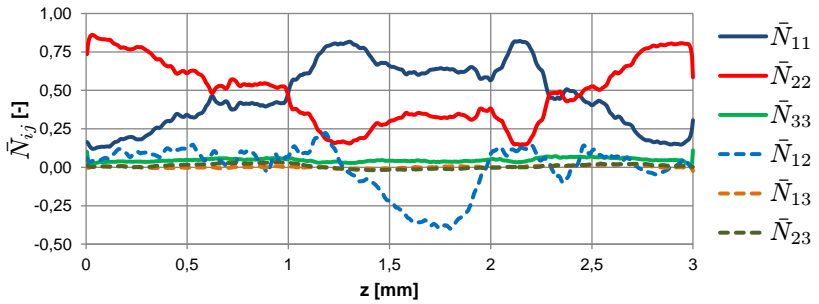


Abbildung B.4: Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Einlegebereich

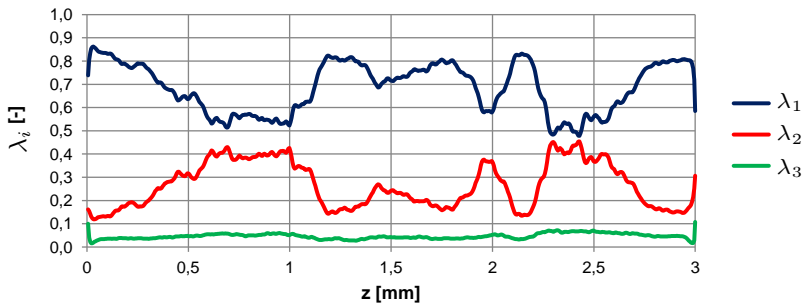


Abbildung B.5: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Einlegebereich

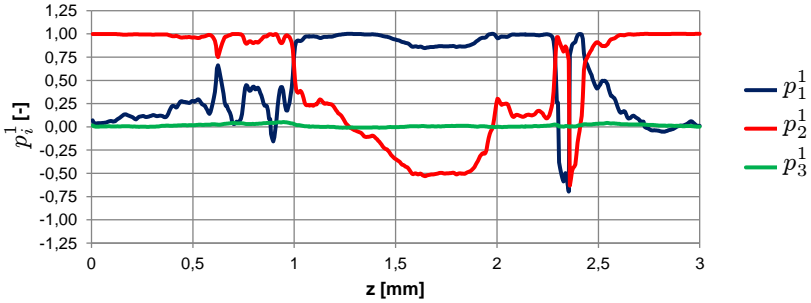


Abbildung B.6: Erster Eigenvektor des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF20 im Einlegebereich

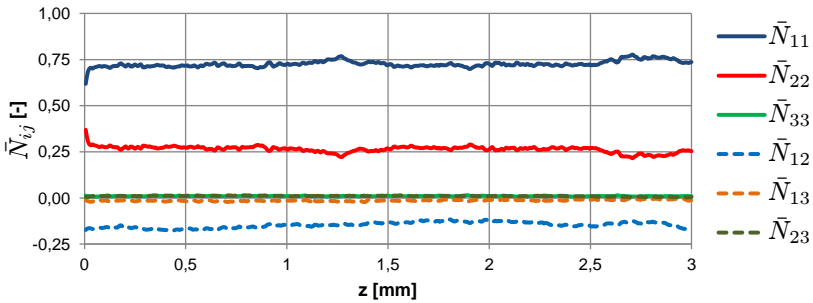


Abbildung B.7: Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Fließbereich

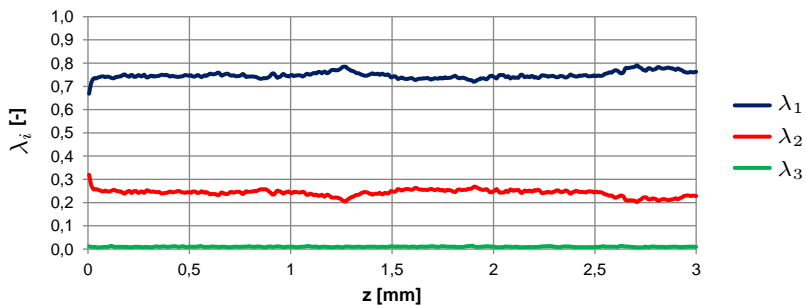


Abbildung B.8: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Fließbereich

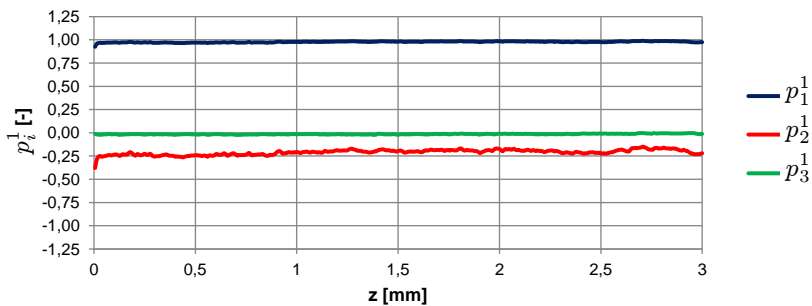


Abbildung B.9: Erster Eigenvektor des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Fließbereich

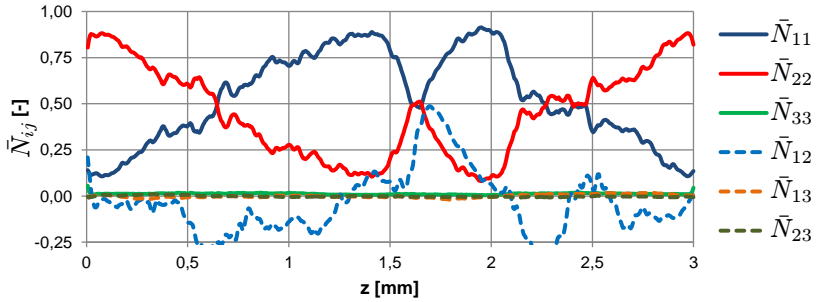


Abbildung B.10: Komponenten des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Einlegebereich

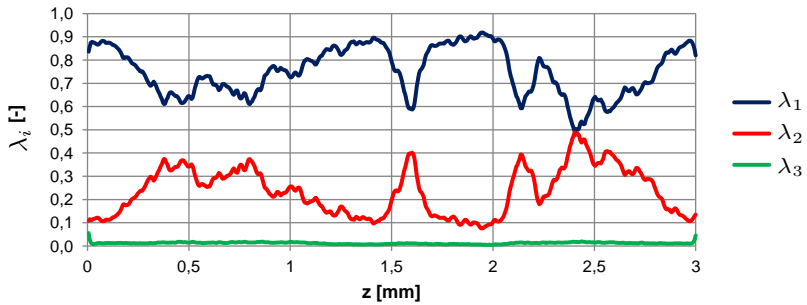


Abbildung B.11: Eigenwerte des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Einlegebereich

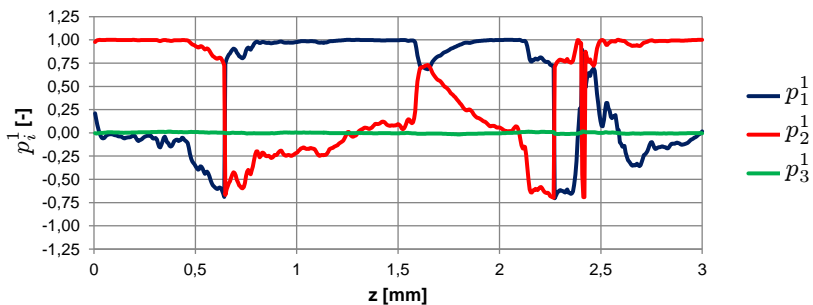


Abbildung B.12: Erster Eigenvektor des Orientierungstensors 2.Stufe über die Dicke für eine μ CT-Probe von PPGF10 im Einlegebereich

Anhang C

Verläufe der lokalen Steifigkeitsapproximationen

Basierend auf den schichtweise gemittelten μ CT-Daten werden im Folgenden die Projektionen der Intensität des Orientierungstensors 4.Stufe, der Steifigkeit sowie der prozentualen E-Modulabweichung über dem Projektionswinkel und der Probendicke dargestellt. Ergänzend zu den bereits dargestellten Verläufen von PPGF30 im Fließ- und Einlegebereich werden die Verläufe für den Fließ- und Einlegebereich von PPGF20 und PPGF10 dokumentiert.

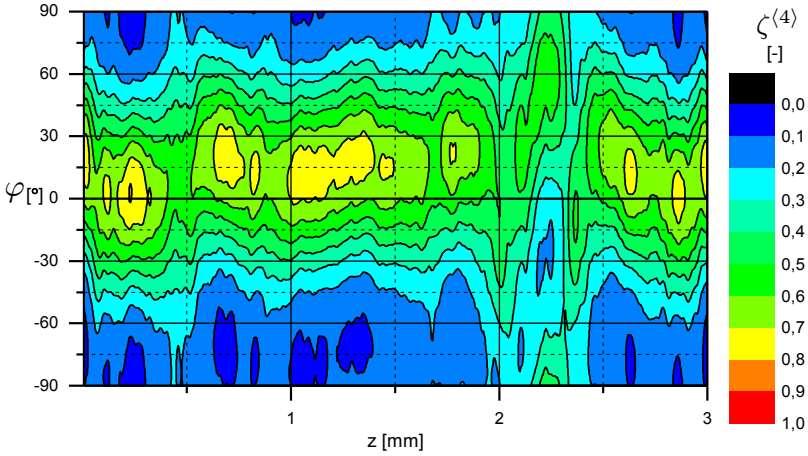


Abbildung C.1: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF20

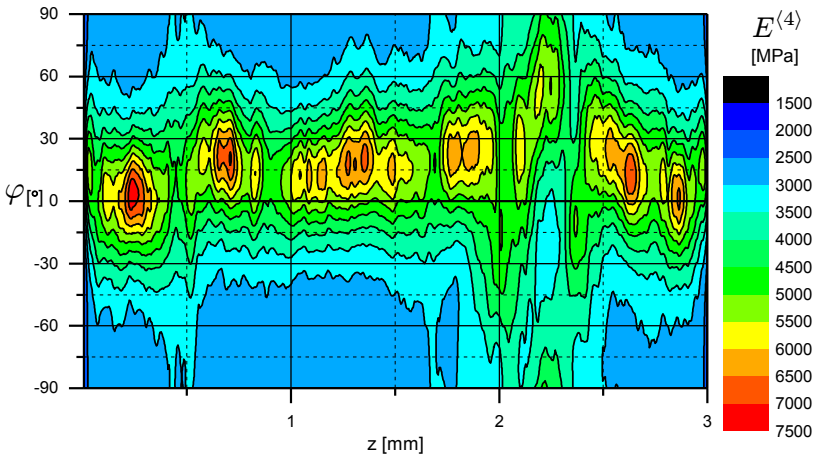


Abbildung C.2: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF20

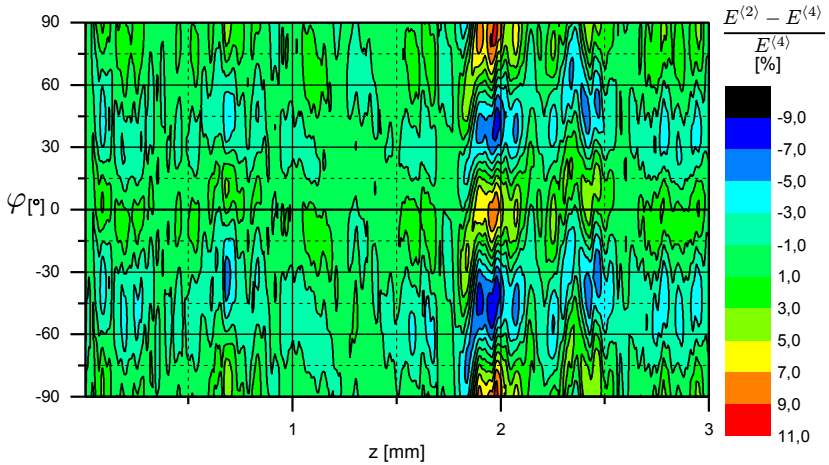


Abbildung C.3: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF20

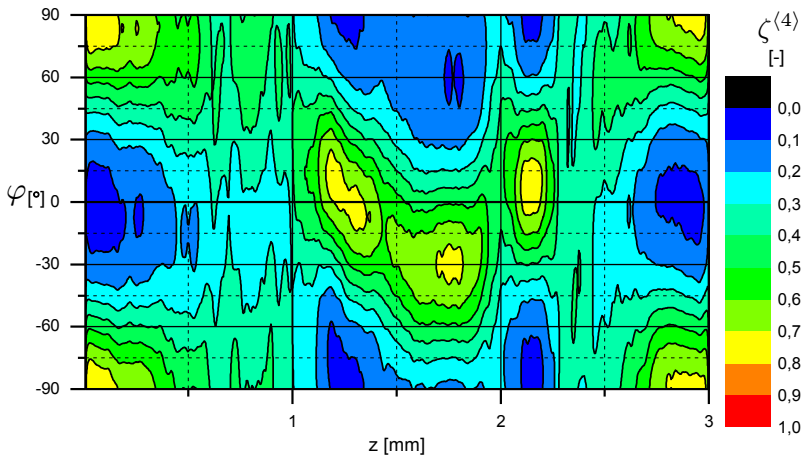


Abbildung C.4: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF20

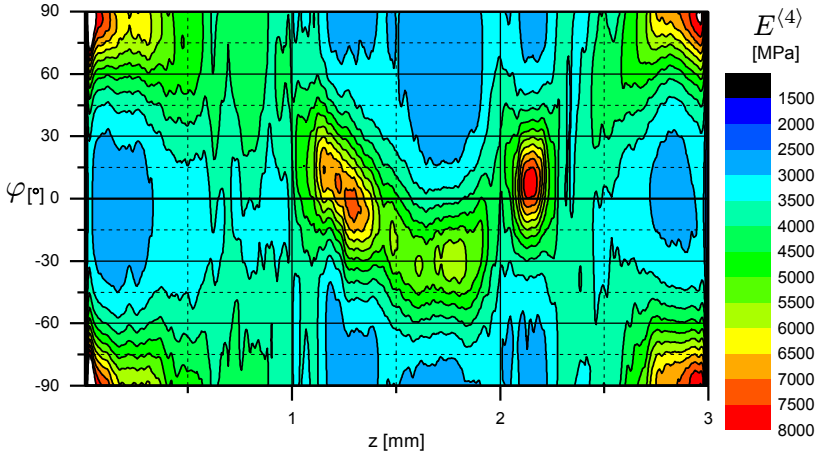


Abbildung C.5: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF20

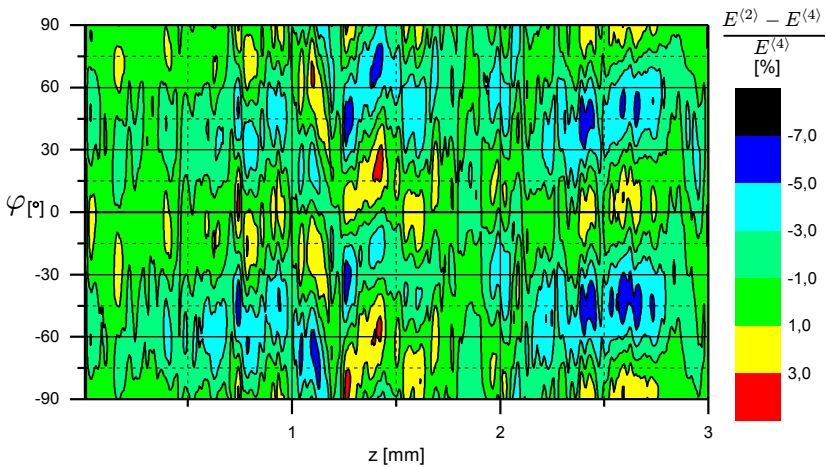


Abbildung C.6: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF20

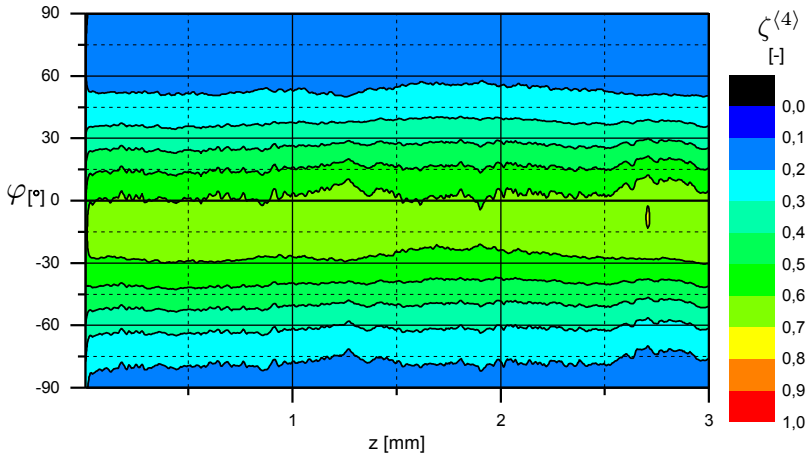


Abbildung C.7: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF10

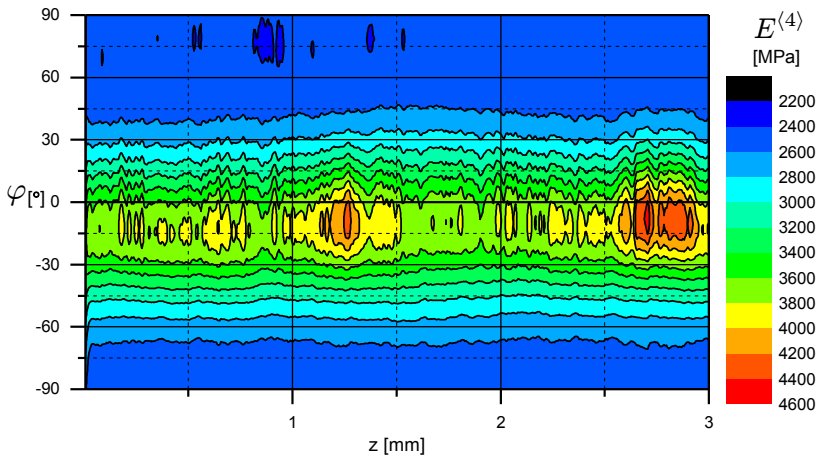


Abbildung C.8: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF10

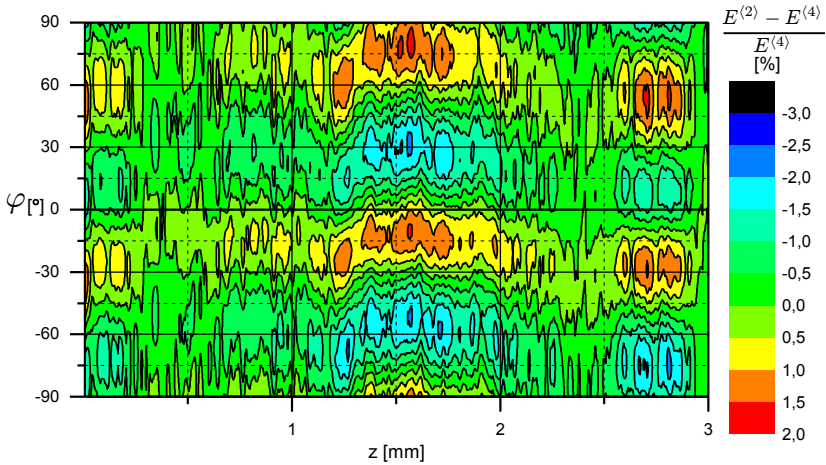


Abbildung C.9: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Fließbereich von PPGF10

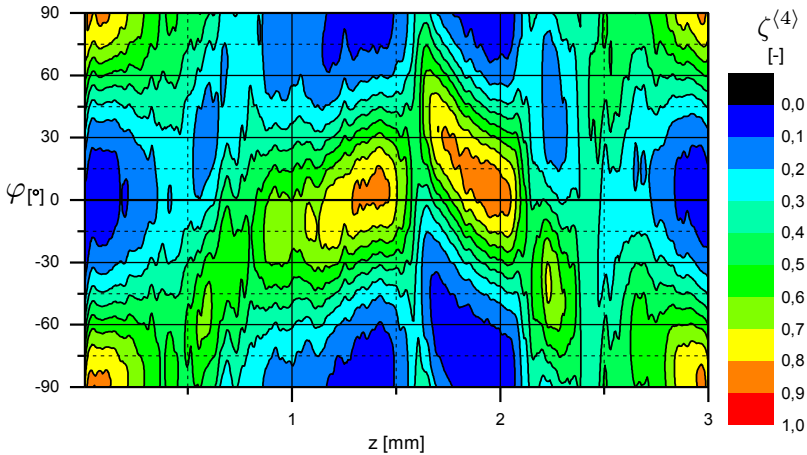


Abbildung C.10: Verlauf der Intensität $\zeta^{(4)}$ über der Probendicke und dem Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF10

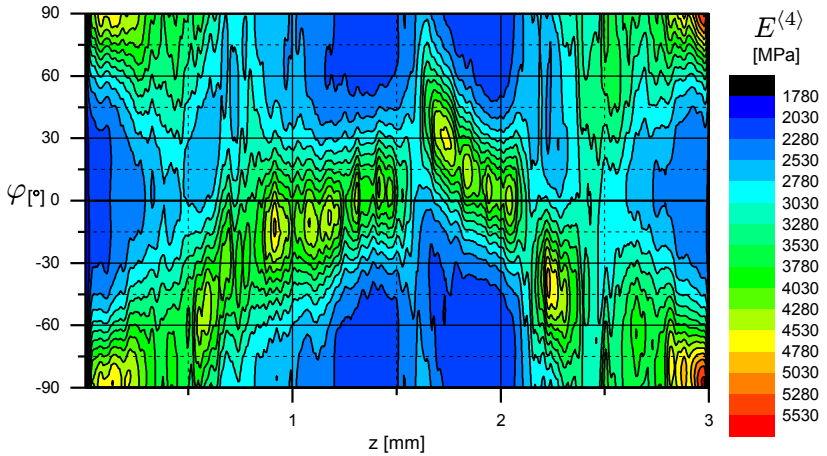


Abbildung C.11: Verlauf des E-Moduls $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF10

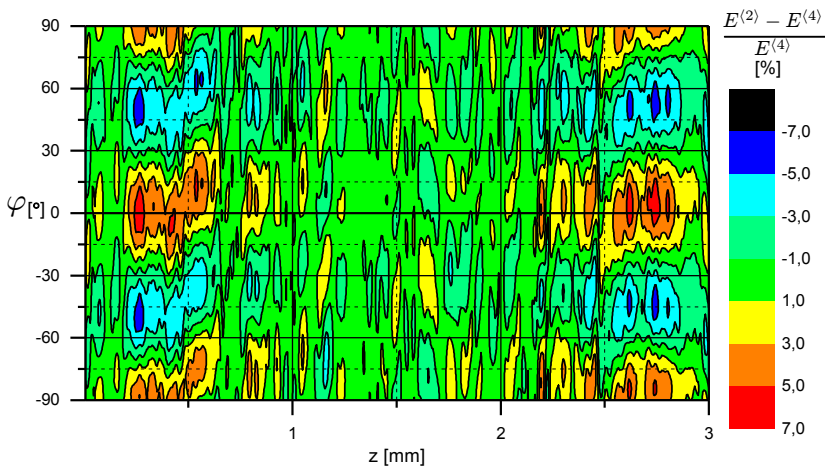


Abbildung C.12: Verlauf der prozentualen E-Modulabweichung von $E^{(2)}$ bezogen auf $E^{(4)}$ über der Probendicke und Projektionswinkel φ im Einlegebereich von PPGF10

Anhang D

Temperaturabhängige Steifigkeitsapproximationen

Ergänzend zu Abbildung 4.38 werden im Folgenden die temperaturabhängigen Steifigkeitsapproximationen über den Projektionswinkel für den Einlegebereich von PPGF30 sowie den Fließ- und Einlegebereich von PPGF20 und PPGF10 dargestellt.

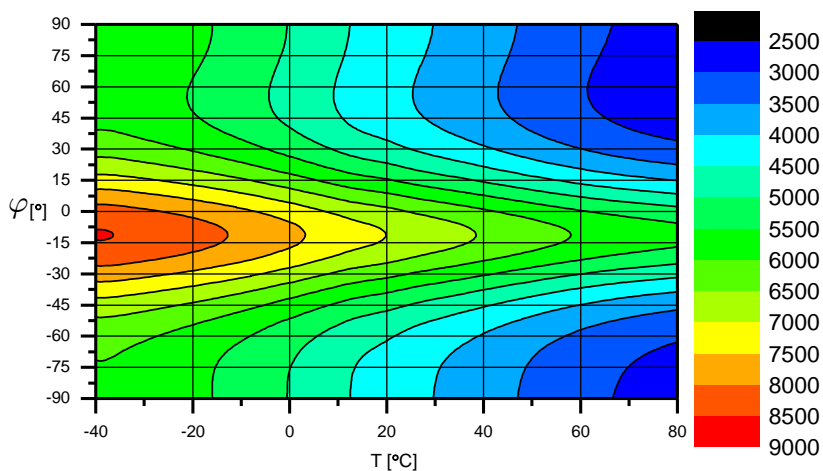


Abbildung D.1: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF30 im Einlegebereich

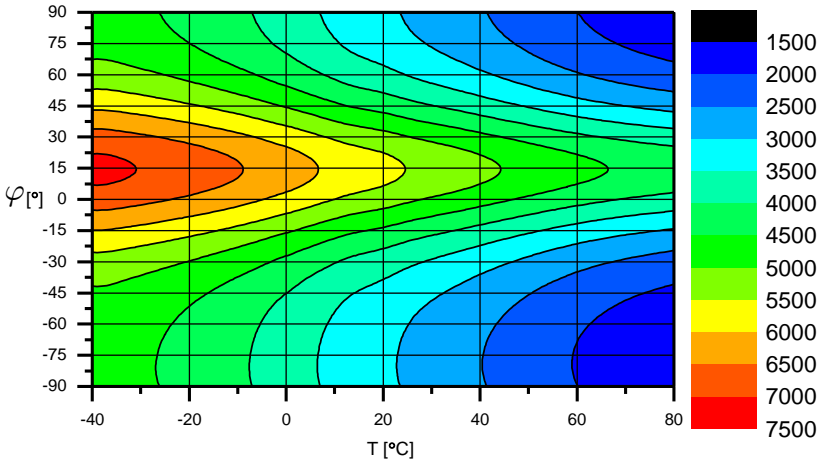


Abbildung D.2: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF20 im Fließbereich

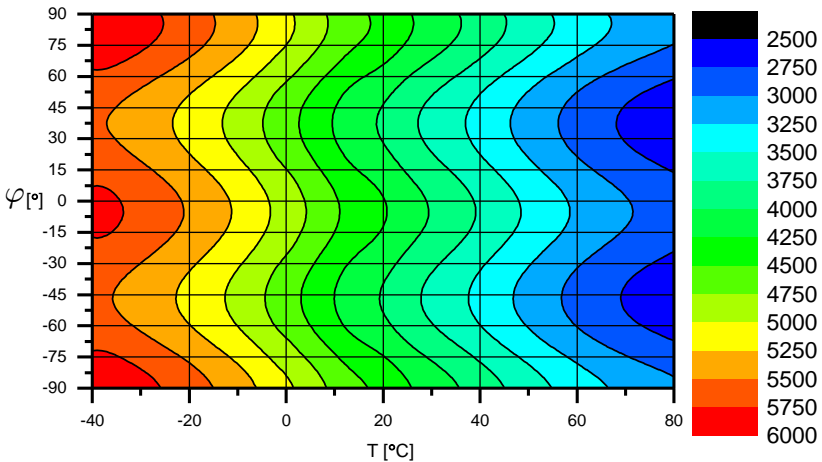


Abbildung D.3: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF20 im Einlegebereich

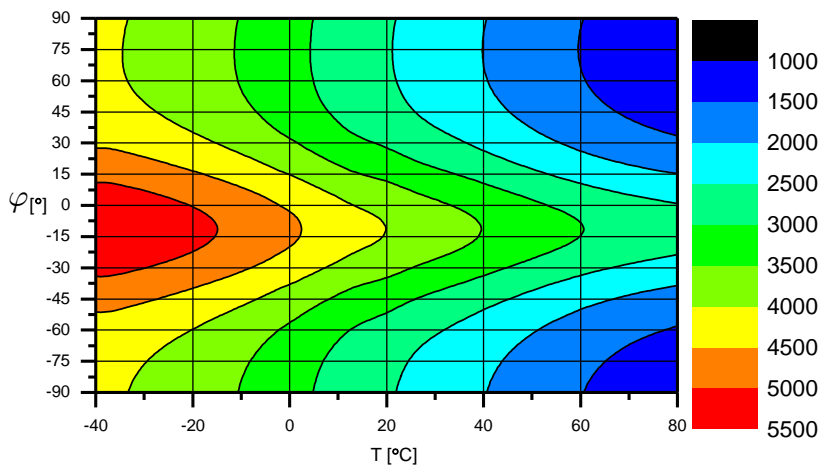


Abbildung D.4: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF10 im Fließbereich

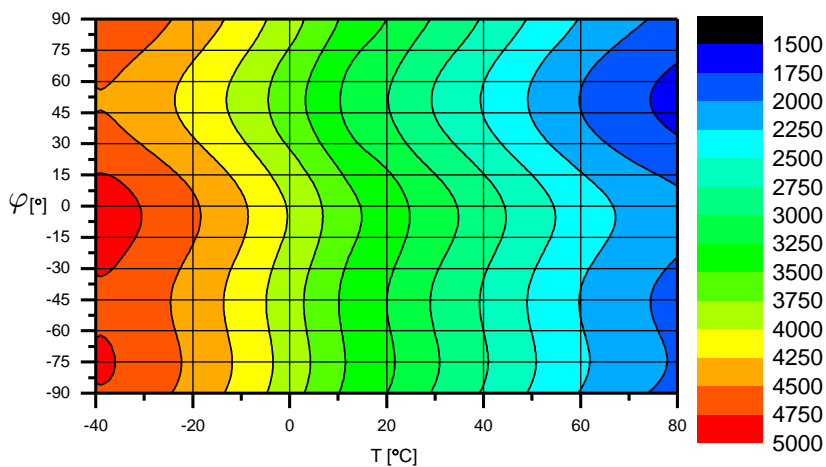


Abbildung D.5: Verlauf der approximierten Steifigkeit über den Projektionswinkel φ und der Temperatur für PPGF10 im Einlegebereich

Literaturverzeichnis

Abdin, Y., Lomov, S., Jain, A., van Lenthe, G., Verpoest, I., 2014. Geometrical characterization and micro-structural modeling of short steel fiber composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 67, 171 – 180.

Advani, S. G., Tucker III, C. L., 1987. The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *Journal of Rheology* 31 (8), 751–784.

Agarwal, M. K., Schultz, J. M., 1981. The physical aging of isotactic polypropylene. *Polymer Engineering and Science* 21 (12), 776–781.

Altenbach, H., 2012. *Kontinuumsmechanik : Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen*, 2nd Edition. SpringerLink : Bücher. Springer, Berlin, Heidelberg.

Ayadi, A., Nouri, H., Guessasma, S., Roger, F., 2016. Determination of orthotropic properties of glass fibre reinforced thermoplastics using X-ray tomography and multiscale finite element computation. *Composite Structures* 136, 635 – 649.

Bartus, S. D., Vaidya, U. K., Ulven, C. A., 2006. Design and development of a long fiber thermoplastic bus seat. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 19 (2), 131–154.

Behrens, B.-A., Rolfes, R., Vucetic, M., Reinoso, J., Vogler, M., Grbic, N., 2014. Material modelling of short fiber reinforced thermoplastic for the FEA of a clinching test. *Procedia CIRP* 18, 250 – 255, proceedings of the International Conference on Manufacturing of Lightweight Components - ManuLight 2014.

Benard, A., Advani, S. G., 1998. An analytical model for spherulitic growth in fiber-reinforced polymers. *Journal of Applied Polymer Science* 70 (9), 1677–1687.

Benveniste, Y., 1987. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of Materials* 6, 147–157.

Benveniste, Y., Dvorak, G. J., 1990. On a correspondence between mechanical and thermal effects in two-phase composites. In: *Micromechanics and inhomogeneity: The Toshio Mura 65th anniversary volume*, 65–81.

Benveniste, Y., Dvorak, G. J., Chen, T., 1991. On diagonal and elastic symmetry of the approximate effective stiffness tensor of heterogeneous media. *J. Mech. Phys. Solids*. 39, 927–946.

Bernasconi, A., Cosmi, F., Hine, P., 2012. Analysis of fibre orientation distribution in short fibre reinforced polymers: A comparison between optical and tomographic methods. *Composites Science and Technology* 72 (16), 2002 – 2008.

Böhlke, T., Brüggemann, C., 2001. Graphical representation of the generalized Hooke's law. *Technische Mechanik*, 21 (2), 145–158.

Brast, K., 2001. Verarbeitung von langfaserverstärkten Thermoplasten im direkten Plastifizier-/Pressverfahren. Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

Brylka, B., Böhlke, T., Henning, F., Wood, J., 2013. Anisotrope viskoelastische und temperaturabhängige Eigenschaften langfaserverstärkter Thermoplaste. DGM-Tagungsband zum 19. Symposium Verbundwerkstoffe und Werkstoffverbunde, 634–639.

Buck, F., Brylka, B., Müller, V., Müller, T., Weidenmann, K. A., Hrymak, A. N., Henning, F., Böhlke, T., 2015. Two-scale structural mechanical modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology* 117, 159–167.

Camacho, C. W., Tucker, C. L., Yalvac, S., McGee, R. L., 1990. Stiffness and thermal expansion predictions for hybrid short fiber composites. *Polymer Composites* 11 (4), 229–239.

Chandra, R., Singh, S., Gupta, K., 1999. Damping studies in fiber-reinforced composites - a review. *Composite Structures* 46 (1), 41 – 51.

- Chow, C., Wang, J., 1987. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics* 27 (5), 547 – 558.
- Chung, D. H., Kwon, T. H., 2002. Invariant-based optimal fitting closure approximation for the numerical prediction of flow-induced fiber orientation. *Journal of Rheology* 46 (1), 169–194.
- Cintra, J. S. J., Tucker III, C. L., 1995. Orthotropic closure approximations for flow-induced fiber orientations. *Journal of Rheology* 39 (6), 1095–1122.
- Cosmi, F., Bernasconi, A., 2013. Micro-CT investigation on fatigue damage evolution in short fibre reinforced polymers. *Composites Science and Technology* 79, 70 – 76.
- Coxon, L. D., White, J. R., 1980. Residual stresses and aging in injection molded polypropylene. *Polymer Engineering and Science* 20 (3), 230–236.
- Deng, S., Hou, M., Ye, L., 2007. Temperature-dependent elastic moduli of epoxies measured by DMA and their correlations to mechanical testing data. *Polymer Testing* 26 (6), 803 – 813.
- Derrien, K., Fitoussi, J., Guo, G., Baptiste, D., 2000. Prediction of the effective damage properties and failure properties of nonlinear anisotropic discontinuous reinforced composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 185 (2-4), 93 – 107.
- Deutsches Institut für Normung, 2012. Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 1: Allgemeine Grundsätze. DIN EN ISO 527-1.
- Doghri, I., 2000. *Mechanics of deformable solids: Linear, nonlinear, analytical and computational aspects*. Engineering online library. Springer, New York.
- Doghri, I., Tinel, L., 2005. Micromechanical modeling and computation of elasto-plastic materials reinforced with distributed-orientation fibers. *International Journal of Plasticity* 21 (10), 1919 – 1940.
- Domininghaus, H. B., Elsner, P. H. (Eds.), 2008. *Kunststoffe: Eigenschaften und Anwendungen*; 240 Tab., 7th Edition. VDI-Buch. Springer, Berlin.

Eberhardt, C., Clarke, A., Vincent, M., Giroud, T., Flouret, S., 2001. Fibre-orientation measurements in short-glass-fibre composites-II: A quantitative error estimate of the 2D image analysis technique. *Composites Science and Technology* 61 (13), 1961 – 1974.

Eftekhari, M., Fatemi, A., 2016. Tensile behavior of thermoplastic composites including temperature, moisture, and hygrothermal effects. *Polymer Testing* 51, 151 – 164.

Ehrenstein, G. W., 2006. *Faserverbund-Kunststoffe, Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften*. Hanser.

Eshelby, J. D., 1957. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 241 (1226), 376–396.

Eshelby, J. D., 1959. The elastic field outside an ellipsoidal inclusion. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 252 (1271), 561–569.

Fiebig, J., Gahleitner, M., Paulik, C., Wolfschwenger, J., 1999. Ageing of polypropylene: processes and consequences. *Polymer Testing* 18 (4), 257 – 266.

Fitoussi, J., Guo, G., Baptiste, D., 1998. A statistical micromechanical model of anisotropic damage for S.M.C. composites. *Composites Science and Technology* 58 (5), 759 – 763.

Fliegner, S., 2015. *Micromechanical finite element modeling of long fiber reinforced thermoplastics*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

Fliegner, S., Luke, M., Gumbsch, P., 2014. 3D microstructure modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology* 104, 136 – 145.

Fritsch, J., Hiermaier, S., Strobl, G., 2009. Characterizing and modeling the non-linear viscoelastic tensile deformation of a glass fiber reinforced polypropylene. *Composite Science and Technology* 69, 2460–2466.

- Fu, S.-Y., Lauke, B., Mai, Y.-W., 2009. Science and engineering of short fibre reinforced polymer composites. Woodhead publishing in materials. CRC Press, Boca Raton, Fla. [u.a.].
- Fung, K., Li, R. K., 2006. Mechanical properties of short glass fibre reinforced and functionalized rubber-toughened PET blends. *Polymer Testing* 25 (7), 923–931.
- Gahleitner, M., Fiebig, J., Wolfschwenger, J., Dreiling, G., Paulik, C., 2002. Post-crystallization and physical aging of polypropylene: Material and processing effects. *Journal of Macromolecular Science, Part B* 41 (4-6), 833–849.
- Garesci, F., Fliegner, S., 2013. Young modulus prediction of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology* 85, 142–147.
- Geng, C., Su, J., Zhou, C., Bai, H., Yang, G., Fu, Q., 2014. Largely improved toughness of polypropylene/long glass fiber composites by β -modification and annealing. *Composites Science and Technology* 96, 56 – 62.
- Gradys, A., Sajkiewicz, P., Minakov, A., Adamovsky, S., Schick, C., Hashimoto, T., Saijo, K., 2005. Crystallization of polypropylene at various cooling rates. *Materials Science and Engineering: A* 413-414, 442 – 446, International Conference on Advances in Solidification Processes.
- Gross, D., Seelig, T., 2011. Bruchmechanik: Mit einer Einführung in die Mikromechanik, 5th Edition. Springer, Berlin.
- Gupta, V. B., Mittal, R. K., Sharma, P. K., Mennig, G., Wolters, J., 1989. Some studies on glass fiber-reinforced polypropylene. Part I: Reduction in fiber length during processing. *Polymer Composites* 10 (1), 8–15.
- Halpin, J., Kardos, J., 1972. Moduli of crystalline polymers employing composite theory. *Journal of Applied Physics* 43 (5), 2235–2241.
- Harel, H., Marom, G., 1998. On crystalline interfaces in composite materials. *Acta Polymerica* 49 (10-11), 583–587.
- Haupt, P., 2002. Continuum mechanics and theory of materials, 2nd Edition. Advanced texts in physics Physics and astronomy online library. Springer, Berlin.

He, M., Zhang, D., Guo, J., Wu, B., 2016. Dynamic mechanical properties, thermal, mechanical properties and morphology of long glass fiber-reinforced thermoplastic polyurethane/acrylonitrile-butadiene-styrene composites. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 29 (3), 425–439.

Henning, F., Ernst, H., Brüssel, R., Geiger, O., Krause, W., 2005. LFTs for automotive applications. *Reinf. Plast.* 49, 24–33.

Hill, R., 1963. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 11 (5), 357 – 372.

Hine, P., Parveen, B., Brands, D., Caton-Rose, F., 2014. Validation of the modified rule of mixtures using a combination of fibre orientation and fibre length measurements. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 64, 70 – 78.

Hohe, J., Beckmann, C., Paul, H., 2015. Modeling of uncertainties in long fiber reinforced thermoplastics. *Materials & Design* 66, 390–399.

Hongjun, C., Xiaolie, L., Xiangxu, C., Dezhu, M., Jianmin, W., Hongsheng, T., 1999. Structure and properties of impact copolymer polypropylene. II. Phase structure and crystalline morphology. *Journal of Applied Polymer Science* 71 (1), 103–113.

Hull, D., Clyne, T. W., 2003. *An introduction to composite materials*, 2nd Edition. Cambridge solid state science series. Cambridge Univ. Press, Cambridge [u.a.], previous ed.: 1981 Erscheinungsjahr in Vorlageform: 2003.

Jain, A., Abdin, Y., Paepegem, W. V., Verpoest, I., Lomov, S. V., 2015. Effective anisotropic stiffness of inclusions with debonded interface for Eshelby-based models. *Composite Structures* 131, 692 – 706.

Jendli, Z., Meraghni, F., Fitoussi, J., Baptiste, D., 2009. Multi-scales modelling of dynamic behaviour for discontinuous fibre SMC composites. *Composites Science and Technology* 69 (1), 97 – 103, *mechanical Response of Fibre Reinforced Composites*.

Jöchen, K., 2013. Homogenization of the Linear and Non-linear Mechanical Behavior of Polycrystals. Vol. KIT Scientific Publishing, Karlsruhe. Dissertation at Karlsruhe Institute of Technology.

Joffre, T., Miettinen, A., Wernersson, E. L., Isaksson, P., Gamstedt, E. K., 2014. Effects of defects on the tensile strength of short-fibre composite materials. *Mechanics of Materials* 75, 125 – 134.

Kaiser, J., 2013. Beitrag zur mikromechanischen Berechnung kurzfaserverstärkter Kunststoffe - Deformation und Versagen. Dissertation, Universität des Saarlandes.

Kaiser, J.-M., Stommel, M., 2013. Inverse determination of modeling parameters to consider inhomogeneities of semicrystalline thermoplastics in structure simulations. *Archive of Applied Mechanics* 83 (6), 889–897.

Kaiser, J.-M., Stommel, M., 2014. Modified mean-field formulations for the improved simulation of short fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology* 99, 75 – 81.

Kammoun, S., 2011. Micromechanical modeling of the progressive failure in short glass-fiber reinforced thermoplastics. PhD-Thesis, Université catholique de Louvain.

Kammoun, S., Doghri, I., Adam, L., Robert, G., Delannay, L., 2011. First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 42 (12), 1892 – 1902.

Kanatani, K.-I., 1984. Distribution of directional data and fabric tensors. *International Journal of Engineering Science* 22 (2), 149 – 164.

Karger-Kocsis, J., 1995a. Polypropylene: Structure, blends and composites. Part 1: Structure and Morphology. Chapman & Hall.

Karger-Kocsis, J., 1995b. Polypropylene: Structure, blends and composites. Part 3: Composites. Chapman & Hall.

Karger-Kocsis, J., Kiss, L., 1987. Dynamic mechanical properties and morphology of polypropylene block copolymers and polypropylene/elastomer blends. *Polymer Engineering and Science* 27 (4), 254–262.

Katti, S. S., Schultz, M., 1982. The microstructure of injection-molded semicrystalline polymers: A review. *Polymer Engineering and Science* 22 (16), 1001–1017.

Kelly, A., Tyson, W., 1965. Tensile properties of fibre-reinforced metals: Copper/tungsten and copper/molybdenum. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 13 (6), 329 – 350.

Keuerleber, M., 2006. Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Kunststoffen bei hohen Dehnraten am Beispiel von PP. Dissertation, Universität Stuttgart.

Kostka, P., Holeczek, K., Filippatos, A., Langkamp, A., Hufenbach, W., 2012. In situ integrity assessment of a smart structure based on the local material damping. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* .

Kostka, P., Holeczek, K., Höhne, R., Filippatos, A., Modler, N., 2016. Extension and application of dynamic mechanical analysis for the estimation of spatial distribution of material properties. *Polymer Testing* 52, 184 – 191.

Krajcinovic, D., 1998. Selection of damage parameter - art or science? *Mechanics of Materials* 28 (1-4), 165 – 179.

Kumar, K., Ghosh, A., Bhatnagar, N., 2007. Mechanical properties of injection molded long fiber polypropylene composites, part 1: Tensile and flexural properties. *Polymer Composites* 28 (2), 259–266.

Lafranche, E., Krawczak, P., Ciolczyk, J.-P., Maugey, J., 2005. Injection moulding of long glass fiber reinforced polyamide 66: Processing conditions/microstructure/flexural properties relationship. *Advances in Polymer Technology* 24 (2), 114–131.

Laspalas, M., Crespo, C., Jiménez, M. A., García, B., Pelegay, J. L., 2008. Application of micromechanical models for elasticity and failure to short fibre reinforced composites. Numerical implementation and experimental validation. *Computers and Structures* 86, 977–987.

Lutz, W., 2006. Einfluss von Morphologie und struktureller Anisotropie auf die thermo-mechanischen Eigenschaften spritzgegossener PP- und PA6-Werkstoffe. Dissertation, Fachbereich Maschinenbau, Institut für Kunststoffprüfung und Kunststoffkunde Universität Stuttgart.

Lutz, W., Herrmann, J., Kockelmann, M., Hosseini, H., Jäckel, A., Schmauder, S., Predak, S., Busse, G., 2009. Damage development in short-fiber reinforced injection molded composites. *Computational Materials Science* 45 (3), 698 – 708, proceedings of the 17th International Workshop on Computational Mechanics of Materials IWCMM-17.

Mareau, C., Favier, V., Berveiller, M., 2009. Micromechanical modeling coupling time-independent and time-dependent behaviors for heterogeneous materials. *International Journal of Solids and Structures* 46 (2), 223 – 237.

Menges, G. (Ed.), 2002. *Werkstoffkunde Kunststoffe*, 5th Edition. Studentexte Kunststofftechnik. Hanser, München.

Menyhárd, A., Suba, P., László, Z., Fekete, H., Mester, O. A., Horiváth, Z., Vörös, G., Varga, J., Móczó, J., 2015. Direct correlation between modulus and the crystalline structure in isotactic polypropylene. *eXPRESS Polymer Letter* 9 (3), 308–320.

Middendorf, P., 2002. *Viskoelastisches Verhalten von Polymersystemen: Materialmodellierung und Finite Elemente Implementierung bei kleinen und finiten Deformationen*, als ms. gedr. Edition. Fortschrittberichte VDI : Reihe 5, Grund- und Werkstoffe, Kunststoffe ; 661. VDI-Verl., Düsseldorf, zugl.: München, Univ., Diss., 2002.

Mills, N. J., 2005. *Plastics : microstructure and applications*, 3rd Edition. Elsevier, Amsterdam [u.a.], includes bibliographical references and index. - Previous ed.: London: Edward Arnold, 1993.

Mlekusch, B., 1999a. Fibre orientation in short-fibre-reinforced thermoplastics II. quantitative measurements by image analysis. *Composites Science and Technology* 59, 547 – 560.

Mlekusch, B., 1999b. Thermoelastic properties of short-fibre-reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology* 59 (6), 911 – 923.

Moneke, M., 2001. *Die Kristallisation von verstärkten Thermoplaste während der schnellen Abkühlung unter Druck*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt.

Mori, T., Tanaka, K., 1973. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica* 21, 571 – 574.

Mortazavian, S., Fatemi, A., 2015. Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites: A literature review. *International Journal of Fatigue* 70, 297 – 321.

Müller, V., 2015. Micromechanical modeling of short-fiber reinforced composites. Dissertation, Karlsruher Institute für Technologie (KIT).

Müller, V., Brylka, B., Dillenberger, F., Glöckner, R., Kolling, S., Böhlke, T., 2016. Homogenization of elastic properties of short-fiber reinforced composites based on measured microstructure data. *Journal of Composite Materials* 50 (3), 297–312.

Müller, V., Kabel, M., Andrä, H., Böhlke, T., 2015. Homogenization of linear elastic properties of short-fiber reinforced composites - a comparison of mean field and voxel-based methods. *International Journal of Solids and Structures* 67-68, 56 – 70.

Naumann, T., 2012. Beitrag zur Beschreibung des mechanischen Langzeitdeformationsverhaltens von thermoplastischen Kunststoffen. Dissertation, Universität des Saarlandes.

Norris, A. N., 1989. An examination of the Mori-Tanaka effective medium approximation for multiphase composites. *Journal of Applied Mechanics* 56, 83–88.

Ohneiser, A., 2011. Kombination von Ultraschallspektroskopie und Dilatometrie zur Analyse der Strukturbildung während der Kristallisation von Polymeren unter Druck. Dissertation, Universität Darmstadt.

Ortman, K., Baird, D., Wapperom, P., Aning, A., 2012. Prediction of fiber orientation in the injection molding of long fiber suspensions. *Polymer Composites* 33 (8), 1360–1367.

Padden, F. J., Keith, H. D., 1973. Mechanism for lamellar branching in isotactic polypropylene. *Journal of Applied Physics* 44 (3), 1217–1223.

- Papageorgiou, D. G., Bikiaris, D. N., Chrissafis, K., 2012. Effect of crystalline structure of polypropylene random copolymers on mechanical properties and thermal degradation kinetics. *Thermochimica Acta* 543, 288 – 294.
- Pasquini, N. H., Addeo, A. (Eds.), 2005. Polypropylene handbook, 2nd Edition. Hanser, Munich.
- Pettermann, H., 1997. Derivation and finite element implementation of constitutive material laws for multiphase composites based on Mori-Tanaka approaches, als ms. gedr. Edition. Fortschrittberichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik; 217. VDI-Verl., Düsseldorf.
- Pettermann, H., Böhm, H., Rammerstorfer, F., 1997. Some direction-dependent properties of matrix-inclusion type composites with given reinforcement orientation distributions. *Composites Part B: Engineering* 28 (3), 253 – 265.
- Pflamm-Jonas, T., 2001. Auslegung und Dimensionierung von kurzfaserverärkten Spritzgussbauteilen. Vol. D17. Dissertation, Technische Universität Darmstadt.
- Pinter, P., Dietrich, S., Weidenmann, K. A., 2015. Algorithms for the determination of orientation-tensors from three dimensional μ -CT images with various microstructures. Proceedings, 20th International Conference on Composite Materials .
- Pongratz, S., 2000. Alterung von Kunststoffen während der Verarbeitung und im Gebrauch. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg.
- Ponte Castañeda, P., Suquet, P., 1998. Nonlinear composites. *Advances in Applied Mechanics* 34, 171–302.
- Pukánszky, B., Mudra, I., Staniak, P., 1997. Relation of crystalline structure and mechanical properties of nucleated polypropylene. *Journal of Vinyl and Additive Technology* 3 (1), 53–57.
- Qu, J., Cherkaoui, M., 2006. Fundamentals of micromechanics of solids. Wiley, Hoboken [u.a.], includes bibliographical references.

Radtke, A., 2008. Steifigkeitsberechnung von diskontinuierlich faserverstärkten Thermoplasten auf der Basis von Faserorientierungs- und Faserlängenverteilungen. Vol. 45. Dissertation, Wissenschaftliche Schriftenreihe des Fraunhofer ICT.

Rhode-Tibitzanl, M., 2015. Direct Processing of Long Fiber Reinforced Thermoplastic Composites and their Mechanical Behavior under Static and Dynamic Load. Dissertation, Lehrstuhl für Polymere Werkstoffe, Universität Bayreuth.

Rickey, J. S., 1994. Assignment of the glass transition. ASTM-STP-1249 .

Rieger, S., 2004. Temperaturabhängige Beschreibug visko-elasto-plastischer Deformationen kurzglasfaserverstärkter Thermoplaste: Modellbildung, Numerik und Experimente. Dissertation, Universität Stuttgart.

Sathishkumar, T., Satheeshkumar, S., Naveen, J., 2014. Glass fiber-reinforced polymer composites - a review. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 33 (13), 1258–1275.

Schapery, R. A., 1969. On the characterization of nonlinear viscoelastic materials. *Polymer Engineering and Science* 9 (4), 295–310.

Schjødt-Thomsen, J., Pyrz, R., 2000a. Non-linear creep modelling of single-fibre model composites. *Composites Science and Technology* 60 (9), 1791 – 1800.

Schjødt-Thomsen, J., Pyrz, R., 2000b. Overall creep modelling of short fibre reinforced composites with weakened interfaces and complex fibre orientation distributions. *Mechanics of Materials* 32 (6), 349 – 359.

Schjødt-Thomsen, J., Pyrz, R., 2001. The Mori-Tanaka stiffness tensor: diagonal symmetry, complex fibre orientations and non-dilute volume fractions. *Mechanics of Materials* 33 (10), 531 – 544.

Schledjewski, R., Karger-Kocsis, J., 1994. Dynamic mechanical analysis of glass mat-reinforced polypropylene (GMT-PP). *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 7 (3), 270–277.

Schmidt, J., Baran, I., Nowak, M., Ono, K., 2006. Acoustic emission detection of damage evolution in short-fiber composites. *Journal of Acoustic Emission* 24, 222–227.

- Schmidt, K. A. F., 1972. Textilglas für die Kunststoffverstärkung, 2nd Edition. Die Kunststoffbücherei. Zechner und Hüthig, Speyer (Rh.).
- Schöneich, M., Zamanzade, M., Stommel, M., 2015. Fiber-matrix interphase in applied short glass fiber composites determined by a nano-scratch method. *Composites Science and Technology* 119, 100 – 107.
- Schoßig, M., 2011. Schädigungsmechanismen in faserverstärkten Kunststoffen. Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg.
- Seiichi, N., Tsu-Wei, C., 1985. The viscoelastic behavior of short-fiber composite materials. *International Journal of Engineering Science* 23 (2), 193 – 199.
- Shaw, M. T., MacKnight, W. J., 2005. Introduction to polymer viscoelasticity, 3rd Edition. Wiley, Hoboken, NJ.
- Sliseris, J., Andrä, H., Kabel, M., Dix, B., Plinke, B., Wirjadi, O., Frolovs, G., 2014. Numerical prediction of the stiffness and strength of medium density fiberboards. *Mechanics of Materials* 79, 73 – 84.
- Spahn, J., Andrä, H., Kabel, M., Müller, R., 2014. A multiscale approach for modeling progressive damage of composite materials using fast fourier transforms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 268, 871–883.
- Spaude, R., 1984. Korrosion und Alterung von Glasfasern und glasfaserverstärkten Thermoplasten. Vol. D 34. Dissertation, Fachbereich Maschinenbau, Universität Kassel.
- Stokes, V. K., Inzinna, L., Liang, E., G.G., T., Woods, J., 2000. A phenomenological study of the mechanical properties of long-fiber filled injection-molded thermoplastic composites. *Polymer Composites* 21 (5), 696–710.
- Struik, L. C. E., 1977. Physical aging in amorphous polymers and other materials. Dissertation, TU Delft.
- Sun, X., Lasecki, J., Zeng, D., Gan, Y., Su, X., Tao, J., 2015. Measurement and quantitative analysis of fiber orientation distribution in long fiber reinforced part by injection molding. *Polymer Testing* 42, 168 – 174.

Szymikowski, R., 2007. Quasistatische und dynamische Eigenschaften von wirt- und gewebeverstärktem Polypropylen. Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern.

Taya, M., 1981. On stiffness and strength of an aligned short-fiber reinforced composite containing penny-shaped cracks in the matrix. *Journal of Composite Materials* 15 (3), 198–210.

Teixeira, D., Giovanella, M., Gonella, L., Crespo, J., 2013. Influence of flow restriction on the microstructure and mechanical properties of long glass fiber-reinforced polyamide 6.6 composites for automotive applications. *Materials and Design* 47, 287 – 294.

Thi, T. B. N., Morioka, M., Yokoyama, A., Hamanaka, S., Yamashita, K., Nonomura, C., 2015. Measurement of fiber orientation distribution in injection-molded short-glass-fiber composites using X-ray computed tomography. *Journal of Materials Processing Technology* 219, 1 – 9.

Thomason, J., 2005. The influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre reinforced polypropylene. 6: The properties of injection moulded long fibre PP at high fibre content. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36 (7), 995 – 1003.

Thomason, J. L., 1990. Investigation of composite interphase using dynamic mechanical analysis: Artifacts and reality. *Polymer Composites* 11 (2), 105–113.

Thomason, J. L., Van Rooyen, A., 1992. Transcrystallized interphase in thermoplastic composites Part II: Influence of interfacial stress, cooling rate, fiber properties and polymer molecular weight. *Journal of Materials Science* 27, 897–907.

Tjong, S. C., Xu, S.-A., Li, R. K.-Y., Mai, Y.-W., 2002. Mechanical behavior and fracture toughness evaluation of maleic anhydride compatibilized short glass fiber/sebs/polypropylene hybrid composites. *Composites Science and Technology* 62 (6), 831 – 840.

Toll, S., Andersson, P.-O., 1993. Microstructure of long- and short-fiber reinforced injection molded polyamide. *Polymer Composites* 14 (2), 116–125.

- Tordjeman, P., Robert, C., Marin, G., Gerard, P., 2001. The effect of α , β crystalline structure on the mechanical properties of polypropylene. *The European Physical Journal E* 4 (4), 459–465.
- Tribout, C., Monasse, B., Haudin, J., 1996. Experimental study of shear-induced crystallization of an impact polypropylene copolymer. *Colloid and Polymer Science* 274 (3), 197–208.
- Tucker III, C. L., Liang, E., 1999. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation. *Composites Science and Technology* 59, 655–671.
- Tuschen, R., 2012. Charakterisierung des nichtlinearen-viskoelastischen Materialverhaltens von Polypropylen. Studienarbeit, Institut für Technische Mechanik, Bereich Kontinuumsmechanik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT) .
- Van Hattum, F. W. J., Bernardo, C. A., 1999. A model to predict the strength of short fiber composites. *Polymer Composites* 20 (4), 524–533.
- Varley, R. J., Dell’Olio, M., Yuan, Q., Khor, S., Leong, K. H., Bateman, S., 2013. Different β nucleants and the resultant microstructural, fracture, and tensile properties for filled and unfilled iso polypropylene. *Journal of Applied Polymer Science* 128 (1), 619–627.
- Varna, J., Oldenbo, M., 2005. An incremental 2D constitutive model accounting for linear viscoelasticity and damage development in short fibre composites. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 64 (11), 1509–1528.
- Walpole, L., 1969. On the overall elastic moduli of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 17 (4), 235 – 251.
- Walpole, L., 1981. Elastic behavior of composite materials: Theoretical foundations. *Advances in Applied Mechanics* 21, 169–242.
- Wang, J., Geng, C., Luo, F., Liu, Y., Wang, K., Fu, Q., He, B., 2011. Shear induced fiber orientation, fiber breakage and matrix molecular orientation in long glass fiber reinforced polypropylene composites. *Materials Science and Engineering: A* 528 (7-8), 3169 – 3176.

Wetton, R., Marsh, R., de Velde, J. V., 1991. Theory and application of dynamic mechanical thermal analysis. *Thermochimica Acta* 175 (1), 1 – 11.

Williams, M. L., Landel, R. F., Ferry, J. D., 1955. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society* 77 (14), 3701–3707.

Witten, E., 2015. Composite-Marktbericht 2015, Marktentwicklung, Trends, Ausblicke und Herausforderungen. AVK-Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe , 3 –21.

Woicke, N., 2006. Viskoelastizität von Polypropylen im Glasübergang. Dissertation, Universität Stuttgart.

Yudhanto, A., Lubineau, G., Wafai, H., Mülle, M., Pulungan, D., Yaldiz, R., Verghese, N., 2016. Monotonic and cyclic responses of impact polypropylene and continuous glass fiber-reinforced impact polypropylene composites at different strain rates. *Polymer Testing* 51, 93 – 100.

Zaif, M., 2012. Bewertung bestehender Methoden und Erarbeitung neuer Ansätze zur Faserdispersion und Faserlängenbestimmung in LFT-D. Bachelorarbeit, Institut für Fahrzeugsystemtechnik, Lehrstuhl für Leichtbautechnologie, Karlsruher Institut für Technologie (KIT) .

**Schriftenreihe Kontinuumsmechanik im Maschinenbau
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
(ISSN 2192-693X)**

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Thomas Böhlke

- Band 1** Felix Fritzen
Microstructural modeling and computational homogenization of the physically linear and nonlinear constitutive behavior of micro-heterogeneous materials. 2011
ISBN 978-3-86644-699-1
- Band 2** Rumena Tsotsova
Texturbasierte Modellierung anisotroper Fließpotentiale. 2012
ISBN 978-3-86644-764-6
- Band 3** Johannes Wippler
Micromechanical finite element simulations of crack propagation in silicon nitride. 2012
ISBN 978-3-86644-818-6
- Band 4** Katja Jöchen
Homogenization of the linear and non-linear mechanical behavior of polycrystals. 2013
ISBN 978-3-86644-971-8
- Band 5** Stephan Wulfinghoff
Numerically Efficient Gradient Crystal Plasticity with a Grain Boundary Yield Criterion and Dislocation-based Work-Hardening. 2014
ISBN 978-3-7315-0245-6
- Band 6** Viktor Müller
Micromechanical modeling of short-fiber reinforced composites. 2016
ISBN 978-3-7315-0454-2

- Band 7** Florian Rieger
Work-hardening of dual-phase steel. 2016
ISBN 978-3-7315-0513-6
- Band 8** Vedran Glavas
**Micromechanical Modeling and Simulation
of Forming Processes.** 2017
ISBN 978-3-7315-0602-7
- Band 9** Eric Bayerschen
**Single-crystal gradient plasticity with an accumulated
plastic slip: Theory and applications.** 2017
ISBN 978-3-7315-0606-5
- Band 10** Bartholomäus Brylka
**Charakterisierung und Modellierung der Steifigkeit von
langfaserverstärktem Polypropylen.** 2017
ISBN 978-3-7315-0680-5

Im Fließpressprozess hergestelltes langfaserverstärktes Polypropylen weist eine ausgeprägte inhomogene Anisotropie der Steifigkeit auf, die maßgeblich von der lokalen Faserorientierungsverteilung und dem Faservolumengehalt abhängig ist. Wie in der Polypropylen-Matrix, treten an dem glasfaserverstärkten Thermoplast sowohl temperatur- und belastungsfrequenzabhängige als auch nicht-linear viskoelastische Eigenschaften und physikalische Alterungsphänomene auf. Zusätzlich reduzieren Schädigungsmechanismen im Verbundwerkstoff die Steifigkeit.

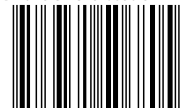
Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Phänomene und deren Zusammenhang mittels dynamisch mechanischer Analyse experimentell untersucht. Approximationen der linear elastischen Eigenschaften werden, basierend auf Mikrostrukturinformationen, aus computertomographischen Messungen abgeleitet. Die Anwendung der Mori-Tanaka-Methode im Zusammenhang mit Orientierungstensorsen zweiter und vierter Stufe wird erläutert. Die Symmetrie des effektiven Steifigkeitstensors nach der Mori-Tanaka-Methode wird für den Sonderfall isotroper Eigenschaften von Matrix und Faser analytisch nachgewiesen.

ISSN 2192-693X

ISBN 978-3-7315-0680-5

Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISBN 978-3-7315-0680-5



9 783731 506805 >