

Steffen Rose

## Modellbildung und Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen

Untersuchungen zu systematischen  
Modellvereinfachungen in der Simulation  
von Antriebssystemen am Beispiel Bagger



Steffen Rose

## **Modellbildung und Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen**

Untersuchungen zu systematischen Modellvereinfachungen  
in der Simulation von Antriebssystemen am Beispiel Bagger

**Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik  
Band 56**

Herausgeber

**FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik**

Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin

Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer

Prof. Dr.-Ing. Peter Gratzfeld

Prof. Dr.-Ing. Frank Henning

Das Institut für Fahrzeugsystemtechnik besteht aus den Teilinstituten Bahnsystemtechnik, Fahrzeugtechnik, Leichtbautechnologie und Mobile Arbeitsmaschinen.

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen Bände finden Sie am Ende des Buchs.

# **Modellbildung und Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen**

Untersuchungen zu systematischen  
Modellvereinfachungen in der Simulation  
von Antriebssystemen am Beispiel Bagger

von  
Steffen Rose

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie  
KIT-Fakultät für Maschinenbau

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Januar 2017  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer  
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers

#### Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark  
of Karlsruhe Institute of Technology.  
Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed  
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License  
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons  
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2017 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 1869-6058

ISBN 978-3-7315-0684-3

DOI 10.5445/KSP/1000070887





# Vorwort des Herausgebers

Die Simulationstechnik und virtuelle Prototypen werden heute genutzt, um die Entwicklungszeit von Produkten zu reduzieren, somit ein Produkt schneller am Markt platzieren zu können und die Zuverlässigkeit der Produkte durch umfangreiche virtuelle Tests zu steigern. Diese Methoden werden daher einerseits in vielen unterschiedlichen Unternehmensbereichen eingesetzt. Andererseits muss die Modellierungstiefe der jeweiligen Fragenstellung angepasst werden. Dies stellt insgesamt eine Herausforderung für konsistente Modelle dar.

Die Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik leistet einen Beitrag, Fahrzeuge und die zu deren Entwicklung notwendigen Methoden zu verbessern. Für die Fahrzeuggattungen Pkw, Nfz, Mobile Arbeitsmaschinen und Bahnfahrzeuge werden in der Schriftenreihe Forschungsarbeiten vorgestellt, die Fahrzeugtechnik auf vier Ebenen beleuchten: das Fahrzeug als komplexes mechatronisches System, die Fahrer-Fahrzeug-Interaktion, das Fahrzeug im Verkehr und Infrastruktur sowie das Fahrzeug in Gesellschaft und Umwelt.

Der Problematik konsistenter Modelle mit unterschiedlicher Modellierungstiefe aufgrund anderer Entwicklungsfragestellungen widmet sich Herr Rose in seiner Dissertation. Er entwickelt eine Methode, bei der zunächst das zu simulierende System in unterschiedliche Ebenen eingeteilt wird. Anschließend definiert er die vier Ersatzelementtypen klassisch, reduziert dynamisch, stationär und ereignisorientiert und zeigt, wie Bauteile mit diesen Typen systematisch vereinfacht werden können. Für Bauelemente unterschiedlicher Ebenen schlägt er Ersatzelemente sowie deren Kopplung vor. Insgesamt ist Herr Rose so in der Lage, ein Simulationsmodell systematisch zu vereinfachen. Am Beispiel eines Baggers zeigt er die Anwendung der Methodik und die erreichbare Modellgenauigkeit für verschieden vereinfachte Strukturen.

Karlsruhe, im Januar 2017

*Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer*



# **Modellbildung und Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen**

-

Untersuchungen zu systematischen Modell-  
vereinfachungen in der Simulation von Antriebs-  
systemen am Beispiel Bagger

Zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**

der Fakultät für Maschinenbau

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte

**Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Steffen Rose

Tag der mündlichen Prüfung: 12.01.2017

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer

Koreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers

Vorsitzender : Prof. Dr.-Ing. Christoph Stiller



# Kurzfassung

Modellbildung und Simulation haben sich zunehmend zu einem unverzichtbaren Werkzeug in der Entwicklung mobiler Maschinen entwickelt und sind aus dem heutigen Entwicklungsprozess nicht mehr wegzudenken. Vor dem Hintergrund der Themen Erhöhung der Energieeffizienz und Kostenreduzierung steigt seit Jahren auch das Interesse und der Bedarf an alternativen Antriebskonzepten bzw. Antriebs- und Steuerungssystemen, welche eine effizientere Bearbeitung durch z.B. verbesserte Ergonomie, verbessertes Handling oder optimierte Leistungsausbeute zulassen. Da diese Anforderungen zumeist mit einer Steigerung der Komplexität des Antriebssystems einhergehen, erhöht sich in der Regel auch die Komplexität der entsprechenden Simulationsmodelle. Dieser Effekt geht sehr häufig mit einer Vergrößerung der Rechenzeit einher.

In der vorliegenden Arbeit wird eine systematische Vorgehensweise vorgestellt, um gezielt Vereinfachungen im Modellaufbau von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen vornehmen, jedoch das Betriebsverhalten bezüglich der geforderten Arbeitsaufgabe noch hinreichend genau beschreiben zu können. Ein wesentlicher Vorteil besteht hierbei in der Möglichkeit, sehr früh im Entwicklungsprozess das Betriebsverhalten von Systemen mit unterschiedlichen Systemtopologien und verschiedenen Betriebsstrategien modellieren, gegeneinander vergleichen und geeignete Konzepte zur Weiterverfolgung auswählen zu können.

Hierbei werden Definitionen zu Systemen, Systemabgrenzungen und Modellen bezogen auf Antriebssysteme mobiler Maschinen angegeben, um eine Struktur mit ganzheitlicher Beschreibungsform der Wirkbeziehungen zu entwickeln. Die getroffenen systematischen Vereinfachungen zielen hierbei im Wesentlichen auf die Reduzierung der Ordnung des Systems auf Grundlage der Beschreibung durch reduziert-dynamische, stationäre sowie ereignisorientierte Ersatzelemente. Die erarbeitete Vorgehensweise wird an einem konkreten Beispielsystem angewendet und die Ergebnisse dargestellt. Es können sowohl Vereinfachungen im Modellaufbau, als auch eine wesentliche Reduzierung der Rechenzeit erreicht werden.



# Abstract

Modelling and Simulation have increasingly become an indispensable tool in the development of mobile machines. Against the background of increasing the topics of energy efficiency and cost reduction the interest respectively the need of alternative power train concepts is one of the great issues of the future. Additionally there is a great demand of control systems, which allow more efficient processing by improving the human engineering and the handling or enabling an optimized power output. These requirements go along with an increase in the complexity of the power train system. For this reason the complexity of the corresponding simulation models is also rising. An increase in the computation time goes along with this effect as well.

In the present work a systematic approach is presented. With this approach it is possible to take concerted simplifications in building models of power train systems of mobile machines. In the other hand the operational behavior will be described adequately exactly with respect to the given task as well. One essential advantage is to model and to simulate systems with a large amount of different system topologies and various operating strategies in an early stage of a development process for comparing their operating behavior each other and choosing the optimal concepts for further work.

In this connection definitions of systems, system boundaries and models in relation to power train systems of mobile machines are given. Based on this definitions, a holistic mathematical description of the knit structures of the analyzed systems can be implemented. The adopted systematic simplifications are aimed essentially of reducing the order of the system. The basis for this is the introduction of hydraulic replacement elements. Their mathematical structure is based on reduced-dynamic, stationary and event-oriented considerations. The developed approach is applied to a concrete example and the simulated results are presented. Both simplifications in the model structure as well as substantial reduction in computing time can be achieved.



# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand im Zentralbereich Forschung und Vorausbildung der Robert Bosch GmbH und als externer Doktorand am Teilinstitut für Mobile Arbeitsmaschinen (MOBIMA) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Mein herzlicher Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer, Leiter des Teilinstituts für Mobile Arbeitsmaschinen, für die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit und die Übernahme des Hauptreferats. Herr Prof. Geimer stand mir während meiner Tätigkeit an dieser Arbeit stets mit großem Interesse an meinem Thema sowie mit seinem fachlichen Rat zur Seite und hat maßgeblich mit zahlreichen konstruktiven Diskussionen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers, Leiter des Instituts für Produktentwicklung (IPEK) am KIT, danke ich besonders für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Korreferats.

Weiterhin bedanke ich mich herzlich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Christoph Stiller, Leiter des Instituts für Mess- und Regelungstechnik (MRT) am KIT, für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Mein weiterer Dank gelten Herrn Dr. Hinrich Meinheit von der Robert Bosch GmbH sowie meinem Abteilungsleiter Herrn Dr. Boris Buchtala, welche mir die Anfertigung meiner Arbeit ermöglicht haben.

Ein besonders herzlicher Dank gilt all meinen derzeitigen und ehemaligen Kollegen der Abteilung Zukünftige Systeme der Industrietechnik im Zentralbereich Forschung und Vorausbildung der Robert Bosch GmbH. Stellvertretend für die vielen Kollegen, welche durch ihre moralische Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit maßgeblich beigetragen haben, möchte ich vor allem Dr. Philip Nagel, Nils Steker, Jochen Pfister, Dr. Christian Schmidt, Helge Böhm, Nicolas Houis, Markus Schleyer, Dr. Alejandro Lopez, Pablo Guarnizo, Martin Gustmann, Christian Eitner

## Danksagung

---

und Jochen Fehse für das immer konstruktive Arbeitsklima sowie die vielen fachlichen und nichtfachlichen Gespräche im ganz besonderem Maße danken.

Weiterhin bedanke ich mich sehr herzlich bei Stefan von Siegroth für die vor allem moralische Unterstützung in den letzten Jahren.

Besonders bedanke ich mich bei meinen Eltern und meiner Schwester, welche mir mein ganzes Leben und vor allem während meines Studiums und der Durchführung dieser Arbeit immer mit Rat und Tat unterstützend zur Seite standen.

Mein ganz besonders herzlicher Dank gilt jedoch vor allem meiner lieben Freundin Simone, deren mich entlastende Unterstützung und mich immer wieder aufbauende Ermutigungen den größten Anteil am Gelingen der vorliegenden Arbeit bilden, und unseren gemeinsamen Kindern Jakob und Felix, welche oft auf gemeinsame Stunden verzichten mussten.

Ludwigsburg, im Januar 2017

*Steffen Rose*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aufgabenstellung und Ziele der Arbeit .....</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Stand der Technik und Wissenschaft.....</b>	<b>15</b>
3.1	Modellbildung und Simulation technischer Systeme .....	15
3.1.1	Aufgaben und Ansatz der Modellbildung und Simulation.....	16
3.1.2	Grundsätzliche Angaben zu Systemen.....	27
3.1.3	Grundsätzliche Angaben zu Modellen und zur Modellbildung .....	52
3.1.4	Grundsätzliche Angaben zur digitalen Simulation .....	70
3.1.5	Einsatz von Modellbildung und Simulation bei der Entwicklung technischer Systeme .....	88
3.2	Modellbildung und Simulation im Bereich der mobilen Arbeitsmaschinen.....	95
3.3	Vereinfachungen von Simulationsmodellen technischer Systeme .....	115
3.3.1	Verfahren zur Reduzierung der Modellordnung.....	116
3.3.2	Methoden zur Modellvereinfachung.....	139
<b>4</b>	<b>Erarbeitung einer Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen in einem Ebenenmodell .....</b>	<b>143</b>
4.1	Abgrenzung der Systemstruktur von mobilen Arbeitsmaschinen .....	143
4.1.1	Typische Aufgaben von mobilen Arbeitsmaschinen .....	144
4.1.2	Das Arbeitsumfeld von mobilen Arbeitsmaschinen.....	152

4.2	Elementare Systemstruktur des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen .....	164
4.3	Ganzheitliche Beschreibungsform der Wirkbeziehungen .....	175
4.3.1	Einführung eines abstrakten Netzwerks zur Modellbeschreibung von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen.....	176
4.3.2	Transformationsmechanismen in abstrakten Netzwerken .....	187
4.3.3	Regeln des Dualismus zur Umwandlung gyratorischer Vierpole.....	202
4.4	Ebeneneinteilung und hydraulisches Ersatzelement .....	206
4.4.1	Einteilung hydraulischer Übertragungssysteme in Ebenen verschiedener Leistungsstufen .....	207
4.4.2	Vorstellung des hydraulischen Ersatzelements.....	210
4.4.3	Vorstellung eines strukturellen Ebenenmodells .....	216
<b>5</b>	<b>Möglichkeiten der Vereinfachung von Simulationsmodellen des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen .....</b>	<b>219</b>
5.1	Beschreibungsformen der hydraulischen Ersatzelemente.....	219
5.1.1	Klassische Beschreibung (D).....	219
5.1.2	Beschreibung mit reduziert-dynamischen Ersatzelementen (R).....	221
5.1.3	Beschreibung mit stationären Ersatzelementen (S).....	233
5.1.4	Beschreibung mit ereignisorientierten Ersatzelementen (E).....	238
5.1.5	Zusammenfassung und Gegenüberstellung .....	244
5.2	Beschreibungsformen der Verknüpfungen .....	248
<b>6</b>	<b>Ableitung eines maschinenbezogenen Referenzzyklus am Beispiel des 90°-Graben-Zyklus .....</b>	<b>253</b>
6.1	Versuchsbedingungen während der Ermittlung eines Referenzzyklus .....	255

6.2	Vorstellung des 90°-Graben-Zyklus und Versuchsdurchführung .....	257
6.3	Zyklusgenerierung aus einem kennwerteorientierten Verfahren (Kennwertezyklus) .....	262
6.4	Zyklusgenerierung aus einem bewegungsformorientierten Verfahren (Medianzyklus) .....	265
6.5	Zyklusgenerierung aus einem vereinfachten bewegungs- formorientierten Verfahren (Ähnlichkeitszyklus) .....	274
6.6	Abschließender Vergleich und Fazit .....	278
<b>7</b>	<b>Untersuchungen und Anwendungen der Vereinfachungen an einem konkreten Beispiel .....</b>	<b>285</b>
7.1	Beschreibung des mobilen Versuchsträgers .....	285
7.2	Vorstellung der untersuchten Vereinfachungsformen .....	290
7.3	Simulation der unterschiedlichen Modelltiefen und Modellvalidierung .....	297
7.3.1	Verifizierung des Simulationsmodells der Detaillierungsstufe 1 .....	298
7.3.2	Vergleich der Modelle mit unterschiedlichen Detaillierungsstufen .....	303
7.4	Abschließendes Fazit zu den beispielhaften Modellvereinfachungen .....	311
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>313</b>
<b>A1</b>	<b>Allgemeiner Knoten als bilaterales Kraftelement mit Volumenstromeinprägung und verlustbehafteten Abzweigungen .....</b>	<b>317</b>
<b>A2</b>	<b>Herleitung der Modellgleichungen des Arbeitsarms .....</b>	<b>324</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>333</b>



# Formelzeichen

Zeichen	Bedeutung	Einheit
<b>A</b>	Systemmatrix	-
<b>A<sub>r</sub></b>	Systemmatrix des reduzierten Modells	-
<b>A</b>	Fläche	m <sup>2</sup>
<b>B</b>	Eingangs- oder Steuermatrix	-
<b>B<sub>r</sub><sup>*</sup></b>	Eingangs- oder Steuermatrix (dominante Zustände)	-
<b>B<sub>n</sub><sup>*</sup></b>	Eingangs- oder Steuermatrix (vernachlässigbare Zustände)	-
<b>B<sub>r</sub></b>	Eingangs- oder Steuermatrix des reduzierten Modells	-
<b>B<sub>11</sub></b>	Ersatzmatrix	-
<b>B<sub>21</sub></b>	Ersatzmatrix	-
<b>B</b>	magnetische Flussdichte	T
<b>B</b>	turbulenter Blendenwiderstand	m <sup>3</sup> /sPa <sup>-1/2</sup>
<b>b<sub>ik</sub></b>	Steuerungskoeffizient	-
<b>C</b>	Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix	-
<b>C<sup>*</sup></b>	transformierte Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix	-
<b>C<sub>E</sub></b>	elektrische Kapazität	F
<b>C<sub>H</sub></b>	hydraulische Kapazität	Pa/m <sup>3</sup>
<b>c<sup>T</sup></b>	transponierter Beobachtungsvektor	-
<b>c</b>	Federsteifigkeit	N/m
<b>c<sub>ik</sub></b>	Beobachtungskoeffizient	-
<b>D</b>	Durchgangsmatrix	-
<b>D<sub>k</sub></b>	Dominanzmaß	-

<b>Zeichen</b>	<b>Bedeutung</b>	<b>Einheit</b>
d	geschwindigkeitsproportionaler Reibkraftkoeffizient	Ns/m
d	Durchmesser	-
<b>E</b>	Einheitsmatrix	-
E	elektrische Feldstärke	V/m
F	Kraft	N
f	Funktion	-
g	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
G <sub>R</sub>	Übertragungsfunktion des Reglers	-
{G <sub>R</sub> } <sup>-1</sup>	Inverse der Übertragungsfunktion des Reglers	-
G <sub>S1,2</sub>	Übertragungsfunktion der Strecken S1 bzw. S2	-
{G <sub>S1,2</sub> } <sup>-1</sup>	Inverse der Übertragungsfunktion der Strecken S1 bzw. S2	-
h	Simulationsschrittweite	s
i	Zählvariable	-
i	elektrischer Strom	A
<b>J</b>	Jacobimatrix	-
j	Zählvariable	-
k	geschwindigkeitsproportionaler Reibkraftkoeffizient	Ns/m
k	Zählvariable	-
<b>L</b>	angenäherte Zustandsmatrix der vernachlässigb. Zustände	-
<b>L</b>	Induktivitätsmatrix	-
L <sub>E</sub>	elektrische Induktivität	H
L <sub>H</sub>	hydraulische Induktivität	kg/m <sup>2</sup>
l	Länge	m
<b>M</b>	angenäherte Zustandsmatrix der dominanten Zustände	-
M	Drehmoment	Nm
m	Masse	kg

Zeichen	Bedeutung	Einheit
$p$	Druck	Pa
$\bar{p}$	einseitiger Druck	Pa
$\mathbf{Q}_u$	Gewichtungsmatrix	-
$Q$	Volumenstrom	$\text{m}^3/\text{s}$
$Q$	elektrische Ladung	C
$Q_L$	Leckagevolumenstrom	$\text{m}^3/\text{s}$
$Q_R$	Volumenstrom durch Rohrleitung	$\text{m}^3/\text{s}$
$\mathbf{R}$	Reduktionsmatrix	-
$R_e$	elektrischer Widerstand	$\Omega$
$R_H$	laminarer hydraulischer Widerstand	$\text{Pas}/\text{m}^3$
$R_m$	magnetische Reluktanz	$\text{A}/(\text{Vs})^{-1}$
$S_k$	Summendominanzmaß	-
$s$	Laplace-Koeffizient (differenzierender Operator)	-
$t$	Zeit	s
$t_0$	Zeitpunkt, Startzeitpunkt	s
$t_n$	Zeitpunkt zum Integrationsschritt n	s
$t_{n+1}$	Zeitpunkt zum Integrationsschritt n+1	s
$\mathbf{u}(t)$	Eingangs- oder Steuervektor	-
$u$	Spannung- bzw. Potentialdifferenz	V
$\ddot{u}$	Übertragungsfaktor	-
$\mathbf{V}$	Transformationsmatrix	-
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$\mathbf{v}$	Spaltenvektoren der Transformationsmatrix $\mathbf{V}$	-
$v$	Geschwindigkeit	m/s
$\mathbf{W}$	Projektionsmatrix	-
$\overline{\mathbf{W}}$	Projektionsmatrix für einseitige Bindungen	-

Zeichen	Bedeutung	Einheit
$w$	Anzahl der Wicklungen an einer Spule	-
$\mathbf{x}(t)$	Zustandsvektor	-
$\mathbf{x}_r(t)$	Zustandsvektor des reduzierten Modells	-
$\tilde{\mathbf{x}}(t)$	Vektor der wesentlichen Zustandsvariablen	-
$x_1$	Zustandsvariable	-
$x_2$	Zustandsvariable	-
$x_n$	Wert der Zustandsvariable zum Integrations-schritt $n$	-
$x_{n+1}$	Wert der Zustandsvariable zum Integrations-schritt $n+1$	-
$\mathbf{y}(t)$	Ausgangsvektor	-
$\mathbf{z}(t)$	Zustandsvektor in Modalkoordinaten	-
$\mathbf{z}_r(t)$	Zustandsvektor dominanter Zustände (Modalkoordinaten)	-
$\mathbf{z}_n(t)$	Zustandsvektor vernachlässigbarer Zustände (Modalkoord.)	-
$\alpha$	allgemeiner induktiver Widerstand	-
$\alpha$	Blendenzahl / Blendenkoeffizient	-
$\alpha$	Blendenverhältnis	-
$\beta$	allgemeiner kapazitiver Widerstand	-
$\delta$	Luftspalt an einem Magneten	m
$\varepsilon$	Fehler	-
$\Phi$	magnetischer Fluss	Wb
$\dot{\Phi}$	Zeitgradient des magnetischen Flusses / Induktion	Wb/s
$\gamma$	allgemeiner dissipativer Widerstand	-
$\kappa$	Zylinderflächenverhältnis	-
$\Lambda$	Systemmatrix des transformierten Systems	-
$\Lambda_r$	Systemmatrix (dominanten Zustände)	-
$\Lambda_n$	Systemmatrix (vernachlässigbare Zustände)	-
$\lambda$	allgemeine Flusskoordinate	-

---

<b>Zeichen</b>	<b>Bedeutung</b>	<b>Einheit</b>
$\lambda_i$	Eigenwert i	$s^{-1}$
$\lambda_{\max}$	maximaler Eigenwert	$s^{-1}$
$\lambda_{\min}$	minimaler Eigenwert	$s^{-1}$
$\mu$	allgemeine Differenzkoordinate	-
$\mu_0$	Vakuumpermeabilität	H/m
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$\rho_m$	Magnetischer Widerstand	As/Wb
$\theta$	magnetische Durchflutung / Spannung	A
$\omega$	Kreisfrequenz	rad/s



# Abkürzungen

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
A	Systemausgang
A	ausgangseitig
AE <sup>T</sup>	Ausgang in das eingangsseitige Netzwerk transformiert
AnE	Anschlag eingangseitig
AnA	Anschlag ausgangseitig
AP	Arbeitspunkt
Aus	Ausleger
aus	ausgangseitig
ausE <sup>T</sup>	Ausgang in das eingangseitige Netzwerk transformiert
BL	Blende
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CCS	Collaborative System Simulation
CCSL	Collaborative System Simulation Language
CFD	Computational Fluid Dynamics
corr	Korrelationsfunktion
D	dynamisch
DAE	Differential Algebraic Equation
DBV	Druckbegrenzungsventil
DW	Drehwerk
E	Systemeingang

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
E	ereignisorientiert
E	eingangseitig
e	elektrisch
ein	eingangseitig
ers	Ersatz
FE	Eisen
FEM	Finite Elemente Methode
FSR	Förderstromregler
GF	Grenzfläche
HIL	Hardware-in-the-Loop
h	hydraulisch
IDW	Individualdruckwaage
K	Kontakt
KS	Kolbenseite
KS <sup>T</sup>	Kolbenseite transformiert
L	Leiter
LS	Luftspalt
LS	Load Sensing
LUDV	<u>L</u> astdruck <u>u</u> nabhängige <u>D</u> urchfluss <u>v</u> erteilung
Loe	Löffel
lim	Limes
MKS	Mehrkörpersystem
magn	magnetisch
max	Maximum / maximaler Wert
mech	mechanisch
min	Minimum / minimaler Wert

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
ODE	Ordinary Differential Equations
P	Pumpe
R	Reduziert-dynamisch
RS	Ringseite
RS <sup>T</sup>	Ringseite transformiert
Reg	Regeneration
S	Systemelement
S	stationär
SP	Spule
Sbr	Schieber
Sti	Stiel
sign	Signumfunktion
T	Tank
T <sup>T</sup>	transformierter Tank(druck)
TCP	Tool Center Point
TZ	Teilzyklus
vor	Vorspannung / Vorspannkraft



# 1 Einleitung

Modellbildung und Simulation stellen ein bedeutendes Hilfsmittel des Ingenieurs zur Untersuchung des Verhaltens von komplexen Systemen der Umwelt, Wirtschaft und Technik dar und bilden einen wichtigen Bestandteil im heutigen CAE - Entwicklungsprozess. Der Einsatz von Modellbildung und Simulation, in Verbindung mit einer immer schneller werdenden Rechentechnik, ermöglicht es, ein genaueres Verständnis für die häufig komplexen inneren, teilweise auch nicht mess- und sichtbaren Abläufe in real existierenden Systemen zu erlangen. Darüber hinaus erlauben die Modellbildung und die Simulation im Vorfeld einer Entwicklung, das Verhalten eines zukünftigen Systems zu beschreiben und zu analysieren, bevor dieses in der Realität überhaupt existiert.

Auch im Umfeld der Entwicklung von mobilen Arbeitsmaschinen befinden sich heute eine Vielzahl von Vorgehensweisen bei der Modellerstellung und unterschiedliche Simulationsprogramme im Einsatz, um den Anforderungen jeweiliger Untersuchungsaufgaben gerecht zu werden. So benötigt zum Beispiel die Betrachtung des dynamischen Verhaltens (Reaktionszeiten auf eine Führungsvorgabe, Einschwingverhalten, etc.) zumeist einen detaillierteren Modellaufbau und der Anwender ein tiefer gehendes Verständnis über die Wirkmechanismen dynamischer Prozesse, als dies bei der Untersuchung des quasi stationären Verhaltens, zum Beispiel bei der Analyse des Wirkungsgrades bei bestimmten Systemtopologien, Betriebsstrategien und Arbeitsvorgaben, der Fall ist.

Vor dem Hintergrund stetig steigender Kraftstoffpreise, einer zunehmenden Verknappung fossiler Rohstoffe und weiteren zukünftig zu erwartenden Verschärfungen von Emissionsauflagen, rückt insbesondere in der Welt der Mobilien Arbeitsmaschinen das Interesse nach effizienteren Antriebssystemen immer stärker in den Mittelpunkt. Als wesentliche Maßnahmen zur Steigerung der Effizienz herauszustellen, sind dabei die Verlustoptimierung von Komponenten des Antriebsstrangs und eine intelligente Anordnung der Systemkomponenten in der Art, dass sich mit Hilfe einer auf das System- und Bedienerverhalten abgestimmten Betriebsstrategie Verbrauchsverbesserungen einstellen. Vor allem die zuletzt genannte Maßnahme kann eine Vielzahl unterschiedlicher Systemtopologien und Ansätze für eine Betriebsstrategie hervorbringen.

Eine Abschätzung der Effizienz dieser Antriebssysteme gestaltet sich mit zunehmender Komplexität der Anordnung von Systemelementen und den häufig nicht mehr sofort ersichtlichen Eingriffsmöglichkeiten auf die Ansteuerung, der maßgeblich an der Funktionserfüllung beteiligten Baugruppen, deutlich schwieriger. So können schlüssige Aussagen zu einem erwarteten Systemverhalten nur durch Methoden der Modellbildung und der anschließenden Simulation gewonnen werden. Zusätzliche Randbedingungen, wie das Bedienerverhalten und resultierende Belastungsdaten, welche bei der Durchführung einer konkreten Arbeitsaufgabe vorliegen, sind in die Simulationsumgebung einzubinden und können den Modellaufwand weiter erhöhen. So erhaltene Simulationsmodelle sind in der Regel sehr komplex und benötigen, bezogen auf das Ziel mehrere Systemtopologien miteinander vergleichen zu wollen, eine häufig zu hohe Modellerstellungs- und Berechnungszeit.

Um den Entwicklungsprozess effizienter zu gestalten und in angemessener Zeit eine Vielzahl von Systemen mit unterschiedlicher Systemstruktur vergleichen zu können, bieten sich Berechnungen mit vereinfachten Modellansätzen an. Dabei soll es ermöglicht werden, relativ schnell ein einfaches Simulationsmodell für die geforderte Untersuchungsaufgabe zu erstellen, um den Modellierungsaufwand zu verringern und Rechenzeiten einzusparen. Hierbei besteht die Möglichkeit einen Detaillierungsgrad, bzw. eine Modellierungstiefe, zu finden, welcher das Verhalten des Originalsystems bezüglich der Aufgabenstellung hinreichend genau beschreibt.

Zu Beginn der Arbeit werden die wichtigsten Ausführungen aus dem nachfolgend vorgestellten Stand der Technik zusammengefasst und Bedarfe bezüglich zu vereinfachender Modelle herausgebildet. Aus diesen Bedarfen werden die Ziele dieser Arbeit abgeleitet und zusammengetragen. Im dritten Kapitel wird der Stand der Technik und Wissenschaft bei Modellbildung und Simulation allgemein, bei Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen und bei Vereinfachungen von dynamischen Systemen vorgestellt. Es werden allgemeine Definitionen angegeben, was in der Systemtheorie als System und Modell zu verstehen ist und wie sich Systeme hinsichtlich ihrer Umwelt abgrenzen lassen. Die vorgestellten Definitionen werden anhand von Beispielen aus dem Bereich mobiler Arbeitsmaschinen illustriert und verständlich dargestellt.

Kapitel 4 beschäftigt sich detailliert mit der Abgrenzung der Systemstruktur von mobilen Arbeitsmaschinen. Typische Arbeitsaufgaben und das Umfeld von mobilen Maschinen werden vorgestellt und hieraus eine elementare Systemstruktur abgeleitet. Aus dieser elementaren Struktur wird eine ganzheitliche Beschreibungsform

der physikalischen Wirkbeziehungen gebildet, welche eine einheitliche Darstellung der Wirkungsweise und eine systematische Einteilung der Systemelemente zulässt. Hierauf aufbauend führt das fünfte Kapitel in die möglichen systematischen Modellvereinfachungen mathematischer Natur ein.

Um das simulierte Betriebsverhalten unter Zuhilfenahme realistischer Bedienvorgaben und Belastungen realitätsnah beschreiben zu können, erfolgt in Kapitel 6 die Ableitung eines standardisierten Referenzzyklus aus einer Vielzahl von Messungen. Hierbei wird zu Beginn ein typischer Arbeitszyklus am Beispiel eines Baggers vorgestellt und anschließend ein repräsentativer Belastungs- und Bedienvorgabezyklus anhand eines Vergleichs des Ergebnisses aus drei verschiedenen Generierungsverfahren ausgewählt. Die gemessenen Daten dienen zum einen als Vorgabe an das Modell und zum anderen zur Validierung der Simulationsmodelle.

Durch vergleichende Untersuchungen im abschließenden Kapitel 7 mit unterschiedlichen Modellierungs- bzw. Simulationstiefen und deren erreichbarer Simulationsgüte können die gewonnenen Ergebnisse, in Abhängigkeit der gewünschten Untersuchungsaufgabe, mit dem Verhalten des Realsystems gegenübergestellt werden. Notwendig ist dazu eine systematische Untersuchung, inwieweit die Modelltiefe bzw. die Komplexität betrieben werden muss, um mit einem vertretbaren Aufwand einen noch merklichen Erkenntnisgewinn aus den Simulationsergebnissen zu erzielen. Aus den dabei gefundenen Erkenntnissen können Rückschlüsse auf eine geeignete Modelltiefe angegeben werden, bei der sich die Simulationsergebnisse bezogen auf die jeweilige Untersuchungsaufgabe in einem vertretbaren Rahmen bewegen.



## 2 Aufgabenstellung und Ziele der Arbeit

Aus den sich anschließenden Ausführungen zum Stand der Technik und Wissenschaft im folgenden Kapitel können grundlegende Bedarfe in Entwicklungsbereichen abgeleitet werden, welche dahin zielen eine vereinfachte Darstellung der Modellstruktur, Vereinfachungen der mathematischen Beschreibungen der Wirkmechanismen von physikalischen Effekten und eine reduzierte Darstellung der Belastungs- und Sollwertvorgaben anzustreben. Einen großen Einfluss auf die Festlegung der Systemgrenzen hat die betrachtete Arbeitsaufgabe der mobilen Maschine. Aufgrund ihres im Allgemeinen komplexen Aufbaus [73] und der Tatsache, dass vor allem bei mobilen Maschinen mit einem hohen Grad der Generalisierung, siehe **Abbildung 2.1**, an ein Spektrum vieler Aufgabenstellungen (z.B. Traktor, Bagger) nicht alle Objektelemente an der Arbeitsaufgabe beteiligt sind, können von vornherein unwesentliche Objektelemente ausgeschlossen und nur die wesentlichen zur eigentlichen Systemstruktur abgegrenzt werden. Durch das breite Aufgabengebiet einzelner mobiler Maschinen mit variierenden Funktionen muss damit einhergehend auch eine Anpassung der Systemgrenzen bei sich ändernden Arbeitsaufgaben erfolgen.



**Abbildung 2.1:** Grad der Spezialisierung und Generalisierung mobiler Maschinen an eine bestimmte Aufgabe bzw. eines Aufgabenspektrums

Modelle des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen bilden sehr häufig das hydraulisch-mechanische Übertragungssystem und in einigen Fällen zusätzlich den Dieselmotor detailliert ab. Das hierbei in der Regel zu Grunde liegende bzw. genutzte physikalische Modell, erstellt aus konzentrierten Parametern, erlaubt es, das

Systemverhalten für dynamische und energetische Untersuchungen modellhaft sehr detailliert abzubilden. Jedoch besteht die Gefahr, das Modell hinsichtlich der geforderten Untersuchungsaufgabe zu komplex aufzubauen. Ein unübersichtlicher und zeitintensiver Modellaufbau und lange Rechenzeiten können die Folge sein. Es stellt sich gegebenenfalls als Vorteil dar, aufgrund der Kenntnis der jeweiligen Untersuchungsaufgabe (z.B.: Untersuchungen des Übergangsverhaltens bei Sollwertvorgaben, Untersuchungen des energetischen Verhaltens bei Bedienvorgaben, Reglerauslegung, etc.) eine Detaillierungstiefe einzelner Teilsysteme und deren Abgrenzung gegenüber dem Gesamtmodell in der Art gezielt anzustreben bzw. einstellen zu können, dass das zu simulierende Systemverhalten hinsichtlich der Untersuchungsaufgabe noch hinreichend genau beschrieben wird.

Um dieses Ziel der Verringerung der Modelkomplexität zu erreichen, können Methoden der Modellordnungsreduktion und / oder Methoden der Modellvereinfachung angewendet werden. Methoden der Modellordnungsreduktion verringern dabei die Anzahl der zu lösenden Differentialgleichungen. Hierbei handelt es sich um eine sehr systematische und methodische Vorgehensweise bei der ein bereits vorliegendes komplexes Modell durch mathematische Verfahren in der Ordnung reduziert wird, indem nur die langsamen Systemzustände oder die dominanten Eigenbewegungen in die Modellgleichungen des reduzierten Modells übernommen werden. Im Gegenzug zu dieser sehr methodischen Vorgehensweise strebt der Modellentwickler während des Modellaufbaus sehr häufig intuitiv und häufig auch unbewusst einen vereinfachten Aufbau von Teilmodellen oder Nebenfunktionen an. Diese Vereinfachungen beruhen zumeist auf dem Erfahrungsschatz des Anwenders und resultieren in der Regel nicht aus einer solch systematischen Herangehensweise, wie es bei den Methoden der Ordnungsreduktion der Fall ist.

Fraglich bleibt jedoch, ob die umgesetzten Vereinfachungen während der Simulation im Sinne der vorgegebenen Untersuchungsaufgabe auch die gewünschten Ergebnisse liefern oder diese doch zu sehr von den Ergebnissen von Simulationen mit komplexerem Modellaufbau oder Messwerten abweichen. Andererseits stellt sich die Frage, wie weit muss der Anwender sein Modell vereinfachen bzw. wie hoch muss der Komplexitätsgrad noch sein, damit überhaupt noch Änderungen der Simulationsergebnisse zwischen den jeweiligen Komplexitätsstufen ausgemacht werden können. Ein Ziel dieser Arbeit ist es somit, dem Anwender ein Hilfsmittel zur Verfügung zu stellen, welches einzelne Elemente der beiden Vorgehensweisen zu einer Systematik vereint. Lassen sich zum Beispiel die gewonnenen Erkenntnisse aus den Verfahren der Modellordnungsreduktion (Separation in langsame und

schnelle Zustände bzw. dominante und vernachlässigbare Eigenbewegungen) bereits während des Modellaufbaus für hydraulisch-mechanische Steueranordnungen vorteilhaft nutzen und in Verbindung mit den Verfahren der Modellvereinfachung (Auflösen der schnellen Zustände in algebraische Nebenbedingungen, Zusammenfassung der Unstetigkeiten als bilaterale bzw. unilaterale Nebenbedingungen) anwenden, um eine gezielte Einstellung der Modellkomplexität im Sinne der geforderten Untersuchungsaufgabe zu erlauben?

Auf Grundlage einer Auseinandersetzung mit dem Thema der digitalen Simulation bestätigt sich die Auffassung, dass die verschiedenen dynamischen Eigenschaften der betrachteten Systeme (Unstetigkeitsstellen, unterschiedliches dynamisches Verhalten einzelner Teilsysteme, etc.), die Auswahl des Modellansatzes und der sich anschließende Modellaufbau unterschiedliche Ergebnisse erwarten lassen können und diese somit ein für die Untersuchungsaufgabe angepasstes numerisches Lösungsverfahren erfordern. Dies hat somit einen Einfluss auf die Wahl eines optimalen Solvers und der Solverparameter. Die Berechnungszeit während der Simulation und die Genauigkeit der Ergebnisse sind demnach von der Wahl des Lösungsverfahrens und auch von der Art des Modellaufbaus abhängig. D.h. für die Untersuchung verschiedener Aufgabenstellungen (sowohl Untersuchungs- als auch Arbeitsaufgaben) entstehen unterschiedliche Anforderungen an das Modell und an die Güte der Simulationsergebnisse, demzufolge auch auf den angestrebten Detaillierungsgrad der Modelle hinsichtlich eines vereinfachten Modellaufbaus. Wenn nun diejenigen Effekte, welche zu einer besonders langen Rechenzeit und zu Fehlern in den Simulationsergebnissen führen, erkannt und von vornherein durch Vereinfachung oder durch gezielte Eliminierung modifiziert oder gar ausgeschlossen werden können, kann eine gezielte Einstellung der Detaillierungstiefe im Modellaufbau erreicht werden. Aus den Analysen zum Stand der Forschung zeigte sich besonders, dass die Behandlung von steifen Systemen, die Behandlung von Unstetigkeiten und die Berücksichtigung von algebraischen Bedingungen besonders kritisch bezüglich der Rechenzeit, des Modellieraufwands und der zu erwartenden Simulationsgüte sind. Andererseits besteht die Möglichkeit bei Kenntnis des umgesetzten Detaillierungsgrads einen hierfür geeigneten Solver mit den zweckmäßigen Solvereinstellungen auszuwählen<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Wird beispielsweise das schnelle Teilsystem bei steifen Differentialgleichungen durch algebraische Nebenbedingungen ausgedrückt, ist es ggfs. notwendig einem anderen, für die Lösung dieses Problems, geeigneten Solver auszuwählen.

Die einzelnen in diesem kurzen Abschnitt abgeleiteten Ziele und Aufgaben lassen sich in Form eines Grundprinzips nach [81] übersichtlich zusammenfassen, siehe **Tabelle 2-1**.

**Tabelle 2-1:** Grundprinzip nach [81] zur übersichtlichen Darstellung der Bearbeitungsziele

	Durch	<b>eine zu realisierende Systematik zur Reduzierung der Modellkomplexität</b>
<b>Gegebenheit</b>	sollen	während der Modellbildung und rechnergestützten Simulation von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen am Beispiel Bagger
<b>Bearbeitungsziel</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• die Rechenzeit während der Simulation verkürzt werden</li> <li>• der Aufwand zur Erstellung des Simulationsmodells reduziert werden</li> </ul>
<b>Eingrenzende Bedingungen</b>	und zwar	mit einem zu ermittelnden noch zulässigen Detaillierungsgrad, bzw. einer noch zulässigen Modellierungstiefe, welcher das Verhalten des vereinfachten Modells gegenüber dem Originalmodell bezüglich der geforderten Untersuchungsaufgabe hinreichend genau beschreibt,
<b>Erforderliche Maßnahmen</b>	wenn	<ul style="list-style-type: none"> <li>• eine systematische Abgrenzung der Objektparameter bezüglich der untersuchten Arbeitsaufgabe der mobilen Arbeitsmaschine erfolgen kann</li> <li>• eine systematische Wahl des Detaillierungsgrads einzelner Teilmodelle und deren Relationen aufgrund der Kenntnis der Untersuchungsaufgabe erfolgen kann</li> <li>• sich standardisierte Elemente reduzierter Ordnung oder verringerter Komplexität des jeweils gewählten Komplexitätsgrads bilden und verwenden lassen</li> <li>• die Wahl des Solvers und die Einstellung der Solverparameter aufgrund des gewählten Komplexitätsgrads erfolgen kann</li> </ul>

Als Begriff der Reduzierung der Modellkomplexität im Speziellen soll im weiteren Verlauf der Arbeit eine Zusammenfassung der Möglichkeiten verstanden werden, sowohl Vereinfachungen im mathematischen Modellaufbau als auch die Reduzierung der Modellordnung anzustreben. Modellvereinfachungen können beispielsweise die Linearisierung von nichtlinearen Systemgleichungen um einen Arbeitspunkt, der Einsatz von sogenannten Black-Box-Modellen (verhaltensbeschreibender Modellansatz) oder die Vermeidung von Unstetigkeitsstellen (z.B. Annäherung des Unstetigkeitsverhaltens durch differentiell stetige Übergangsfunktionen) sein. Zudem kann unter dem Begriff der Modellvereinfachung eine Einführung einer allgemeinen mathematischen Beschreibungsform (Netzwerkmethodik bzw. allgemeines abstraktes Netzwerk) aufgefasst werden. Als ordnungsreduzierende Verfahren sind die im Stand der Wissenschaft aufgeführten Methoden zu verstehen, wobei hier ebenso die von Borchsenius [12] eingeführte Vorgehensweise hinzugezählt werden kann.

**Abbildung 2.2** zeigt den eigentlichen wissenschaftlichen Kern dieser Arbeit, welcher aus den Angaben in **Tabelle 2-1** abgeleitet und wie dieser im weiteren Verlauf der Arbeit herausgearbeitet sowie an einem Beispiel umgesetzt werden soll. Das eigentliche Gerüst der herauszuarbeitenden Systematik bilden dabei die Methoden zur Ableitung eines physikalischen Ebenenmodells, die Anwendung der Netzwerkmethodik (allgemeines abstraktes Netzwerk) auf die erhaltenen Modelle unterschiedlicher physikalischer Domänen sowie die systematische Detaillierung der Modellgleichung auf Grundlage eines mathematischen Stufenmodells. Hierzu erfolgt in den Kapiteln 4 und 5 eine detaillierte Vorstellung der Herangehensweise, bei welcher ausführlich auf die zugrundeliegenden Methoden und Grundlagen zur Ableitung eines ganzheitlichen Ebenenmodells eingegangen wird.

Flankiert werden diese drei Kernmethoden aus **Abbildung 2.2** von Verfahren und Techniken aus verschiedenen Wissensgebieten, um ausgehend von der Aufgabenstellung und dem Objekt der mobilen Arbeitsmaschine in ihrem Arbeitsumfeld eine Methodik für einen vereinfachten Modellaufbau anzustreben. Hierzu zählt zum einen das Gebiet der Systemtheorie. Im Kapitel zum Stand der Technik und Wissenschaft werden hier in erster Linie die Begriffe System, Systemstruktur, Systemzweck und Systemidentität näher beleuchtet, um eine Grundlage für die eigentliche Abgrenzung des Objekts im Sinne der geforderten Untersuchungsaufgabe zu schaffen. In der Literatur gibt es eine Vielzahl von allgemeinen Angaben zu den Begrifflichkeiten der Theorie für dynamische Systeme, welche im Kapitel Stand der Technik und Wissenschaft zusammengetragen sind. Basierend auf diesen grund-

legenden Definitionen wird zudem eine Einordnung dieser Begriffsbestimmungen im Bereich der mobilen Arbeitsmaschinen angegeben.



**Abbildung 2.2** Wissenschaftlicher Kern dieser Arbeit

Als eigentliches Ergebnis sollen für den weiteren Verlauf der Arbeit die grundlegenden Methoden zum Herausarbeiten eines Modellzwecks sowie einer systematischen Abgrenzung des Systems mobile Arbeitsmaschine in ihrem natürlichen Arbeitsumfeld erarbeitet werden. Zudem erfolgen definierende bzw. unterscheidende Angaben zu dem Systemverhalten, dem Systemzustand und es werden aus den Objektgrößen Zustands- und Zwischengrößen herausgebildet. Darauf aufbauend, erfolgt in den nächsten Abschnitten des Kapitels Stand der Technik und Wissenschaft ein Überblick über die Methoden der Modellbildung bzw. Modellbeschreibung im Allgemeinen sowie im Speziellen für mobile Arbeitsmaschinen. Hierbei wird hauptsächlich auf die Wesensmerkmale der physikalischen und der mathema-

tischen Modellbeschreibung eingegangen. Aus diesem Abschnitt lassen sich bereits erste Möglichkeiten der Vereinfachung sowie eine Einordnung des Systems mobile Arbeitsmaschine in ihrer Systemumwelt hinsichtlich eines zu erarbeitenden Ebenenmodells angeben.

Den beiden ebenso in ihrem wissenschaftlichen Zusammenhang untersuchten Themengebieten Modellvereinfachung und Modellordnungsreduktion wird die wesentliche Aufgabe zuteil, das eigentliche Gerüst eines ganzheitlichen Ebenenmodells zu bilden. So werden ausgehend von der Theorie eines abstrakten Netzwerks nach [86] grundlegende Analogien zwischen den einzelnen physikalischen Domänen von Teilsystemen mobiler Arbeitsmaschinen sowie die Darstellung eines domänenübergreifenden Transformationsmechanismus herausgearbeitet bzw. vorgestellt. Ein wesentlicher im Stand der Technik und Wissenschaft herausgearbeiteter Aspekt zu den Verfahren zur Modellordnungsreduktion zielt letzten Endes auf die Herausbildung eines mathematischen Stufenmodells ab, bei dem wesentliche Systemzustände, welche das geforderte bzw. zu untersuchende Systemverhalten beschreiben, für die dynamische Beschreibung beibehalten sowie nichtwesentliche Systemzustände entfernt bzw. durch stationäre Ansätze ersatzweise beschrieben werden können.

Des Weiteren erfolgt im Kapitel zum Stand der Technik und Wissenschaft eine ausführliche Darstellung der Recherche zum Thema digitale Simulation. Diese schließt sich gleich den Ausführungen zur mathematischen Modellbildung an und soll vor allem einen grundlegenden Überblick über die Möglichkeit der numerischen Lösungsverfahren von gewöhnlichen Differentialgleichungen bieten. Mit dieser Zusammenfassung soll ein Zusammenhang zwischen den durch die Modellbildung entstandenen mathematischen Strukturen und der Eignung eines auszuwählenden Solvers dargestellt werden. Da beispielsweise einige der Methoden zur Reduzierung der Modellkomplexität darauf abzielen, Differentialgleichungen durch Nebenbedingungen zu ersetzen, müssen entsprechend geeignete Lösungsverfahren bzw. Solver ausgewählt werden, damit sich die zu erzielenden Modellvereinfachen auch signifikant in der Rechenzeit auswirken.

In Kapitel 6 wird ein Ansatz zur Ableitung eines maschinenbezogenen Referenzzyklus aus einer Vielzahl von Messungen zu einem 90°-Graben-Zyklus vorgestellt. Der hierbei ermittelte repräsentative Arbeitszyklus spiegelt dabei die während der Messungen vorherrschenden Arbeitsbedingungen und die Lage des Bedieners wieder, die spezifischen Eigenschaften des Antriebssystems zu erkennen und die Bewe-

gungen der Verbraucher somit an diese anzupassen. Ein so gewonnener Zyklus dient somit als Bindeglied zwischen dem eigentlichen System und der das System umgebenden Systemumwelt bzw. dem Arbeitsumfeld, da die von außerhalb des Systems in das System vorgegebenen Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen aus der Interaktion der Elemente der Systemumwelt mit den Systemelementen hervorgehen. Dem folgenden Kapitel 3 vorwegnehmend, soll der Stand der Wissenschaft der in **Tabelle 2-1** und **Abbildung 2.2** angegebenen wesentlichen Kernpunkte dieser Arbeit genauer präzisiert werden. So wird dem Gebiet der Systemtheorie ein wesentlicher Umfang zuteil. Wie bereits angedeutet, werden die Definitionen zu den Begrifflichkeiten der Systemtheorie angegeben, wobei der größte Augenmerk auf die Abgrenzung des eigentlichen Systems von den Elementen seiner Systemumwelt liegt. Hierzu gibt es sehr viele Literaturstellen, welche jedoch nur einen allgemeinen Sachverhalt darstellen. Auf die Belange einer mobilen Arbeitsmaschine erweiterte Darstellungen, vor allem die Herausarbeitung einer wesentlichen Identität, wodurch die Abgrenzung der Struktur des zu untersuchenden Systems erst ermöglicht wird, werden in dieser Arbeit vorgestellt.

Anhand einer Methode aus den linearen Zeitbereichsverfahren soll das Wesen einer systematischen Reduzierung der Ordnung eines dynamischen mathematischen Modells vorgestellt werden. Die Methoden der Modellordnungsreduktion bilden später eine Grundlage für die Herausarbeitung eines mathematischen Stufenmodells. Entgegen den Methoden der Modellordnungsreduktion, welche in der Regel erst nach der Modellerstellung eine Anwendung finden, soll das in dieser Arbeit zu erarbeitende Ebenen- und Stufenmodell bereits bei der Modellerstellung helfen, einen geeigneten Komplexitätsgrad auszuwählen. Eine mögliche Einteilung kann z.B. nach [1] und [96] geschehen, in welcher ein Teilsystem hierarchisch bezüglich der Funktionalität der Teilsysteme gegenüber seinem übergeordneten Teilsystem abgegrenzt wird. In der Literatur gibt es eine Vielzahl von Methoden der Modellordnungsreduktion, sowohl für lineare als auch für nichtlineare Systeme, auf welche im Kapitel Stand der Technik und Wissenschaft verwiesen wird. Eine Systematik, mit welcher bereits im Vorfeld des Modellaufbaus von Systemen mobiler Maschinen eine geeignete Modellkomplexität eingestellt werden kann, existiert derzeit noch nicht. Auch das in dieser Arbeit entwickelte physikalische Ebenen- und mathematische Stufenmodell liegt in der erarbeiteten Form bisher ebenso noch nicht vor. Es existieren zwar Ebenenmodelle, welche auf eine funktionsbezogene Abgrenzung von Teilsystemen bis hin zu ihren Komponenten abzielen (z.B. [51]). Diese werden in letzter Konsequenz jedoch nicht für einen vereinfachten Modellaufbau herangezogen.

Das streng systematische Vorgehen während der Generierung der Methoden zu den Modellvereinfachungen sowie während der Validierung der erstellten Simulationsmodelle bzw. der resultierenden Vereinfachungsmethoden in dieser Arbeit basiert, wie in **Tabelle 2-1** bereits angedeutet, auf Entwicklungsmethoden, welche den Methoden aus der Produktentstehung angelehnt sind. Im weitesten Sinne sind Simulationsmodelle und die abgeleitete Vereinfachungssystematik nichts weiter als Produkte, welche den gleichen Zyklen im Entstehungsprozess unterliegen. Beispielhaft für eine Methode, welche dieser Arbeit in Teilen zugrunde liegt, ist das SPALTEN – Modell von Albers [2]. Die Situationsanalyse beschreibt alle relevanten Informationen zu den Themen Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen und Modellvereinfachungen. Diese sind letztendlich im Kapitel Stand der Technik zusammengefasst. Die Problemeingrenzung erfolgt im Wesentlichen aus der Kenntnis des Standes der Technik und der Anforderungen an die eigentliche Vereinfachungssystematik. Das Ergebnis der Problemeingrenzung kann mit dem Grundprinzip in **Tabelle 2-1** zusammengefasst werden. Im weiteren Sinne umfasst die Problemeingrenzung auch die Abgrenzung des betrachteten Systems mobile Arbeitsmaschine bezüglich der geforderten Aufgabenstellung. Alternative Lösungen wurden während des Entwicklungsprozesses erarbeitet, diese sind in dieser Arbeit nicht dokumentiert. Eine Lösungsauswahl erfolgte auf Grundlage von gemeinsamen Vergleichen der erarbeiteten Lösungen.



# 3 Stand der Technik und Wissenschaft

So vielseitig die Menge und Arten der zu untersuchenden technischen Objekte und die dabei einhergehenden teilweise spezifischen Untersuchungsaufgaben sind, so umfangreich stellt sich auch die Auswahl an Simulationswerkzeugen und Methoden der Modellbildung technischer Systeme dar. So bedarf beispielsweise die Untersuchung des dynamischen Verhaltens anhand der Bestimmung charakteristischer Zustandsgrößen, eines aus mehreren Einzelkomponenten und Baugruppen aufgebauten Gesamtsystems, eine, gegenüber einer Berechnung der Verformung eines Bauteils, deutlich unterschiedliche Modellvorstellung und Systemabgrenzung des physikalischen Systems. Eine Darstellung unterschiedlicher Vorgehensweisen zur Abbildung realer Systeme, unter dem Gesichtspunkt das Verhalten bezüglich einer geforderten Untersuchungsaufgabe beschreiben zu können, soll in diesem Kapitel erfolgen. Ferner gibt es einen Überblick über die grundlegenden Begriffe zur Modellbildung und Simulation im Allgemeinen und des Bereichs der Modellbildung und Simulation von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen im Speziellen. Zusätzlich werden Arbeiten zum Thema des vereinfachten Strukturaufbaus und Verfahren der Modellordnungsreduktion von Simulationsmodellen vorgestellt.

## 3.1 Modellbildung und Simulation technischer Systeme

Einen guten Überblick über die allgemeinen Aussagen und Definitionen zur Thematik Modellbildung und Simulation, die Abgrenzung von Systemen und Subsystemen, den Aufbau von Simulationsmodellen, die Möglichkeiten der Parameterbestimmung und die Anwendung von Untersuchungs- und Auswertemethoden bieten Bossel [13] und Kramer/Neclau [80]. Weiterführende und ausführliche Beschreibungen zu Simulationswerkzeugen, Simulations- und Modellierungstechniken und der Modellbeschreibung von multidisziplinären Modellstrukturen, überwiegend technischer Systeme (mechatronische Systeme), können den Arbeit von Dronka [30] und Völker [142] entnommen werden. Die in diesem Kapitel zum Stand der Technik und Wissenschaft angegebenen Übersichten und Darstellungen der Thematik beziehen

sich im Wesentlichen auf den Bereich technischer Systeme, unter Einbeziehung der Belange für das Themengebiet der mobilen Arbeitsmaschinen.

### **3.1.1 Aufgaben und Ansatz der Modellbildung und Simulation**

#### **Gründe für Modellbildung und Simulation technischer Systeme**

Die vorwiegende Aufgabe der Modellbildung und Simulation liegt darin, das Verhalten eines existierenden oder zu entwickelnden Systems vorherzusagen zu können, ohne dass dies aufwendigen Vermessungen zu unterziehen ist oder bereits real vorliegen muss. Nach Dronka [30] liegt die wesentliche Bedeutung der Simulation darin, reale Systeme und deren Vorgänge durch Hilfsmittel nachzubilden. Das Ziel ist dabei die nachgebildeten Systeme zu verstehen, zu optimieren und – wie schon erwähnt – das Systemverhalten vorherzusagen. Hilfsmittel können dabei die computergestützte Simulationen auf der Basis einer mathematischen Beschreibung oder z.B. Simulationen von Vorgängen mittels Maßstabs- oder Ähnlichkeitsmodellen sein. Da der Fokus der vorliegenden Arbeit in der Untersuchung der Ergebnisse von computergestützten Simulationen liegt, wird im Folgenden auch nur auf die Aspekte der modelbasierten mathematischen Beschreibung eingegangen, nicht jedoch auf Untersuchungen anhand von Ähnlichkeitsmodellen. Hierfür muss für das Durchführen einer Simulation ein Modell des realen Systems erstellt werden, das in eine computergerechte Form überführt werden muss, um es anschließend mit numerischen Methoden untersuchen zu können [30].

Bossel [13] gibt die folgenden Gründe für die heute sehr weite Verbreitung der Modellbildung und Simulation an:

- *Es kann – völlig unabhängig von der Art des betrachteten Systems – mit einer einheitlichen Methodologie und vielseitig verwendbaren Softwareprogrammen gearbeitet werden.*
- *Die Kosten der Modellerstellung und Simulation sind im Allgemeinen nur ein Bruchteil dessen, was bei ähnlich umfassender Untersuchung mit realen oder analogen physikalischen Modellen aufzuwenden wäre.*

- *Der zeitliche Ablauf des dynamischen Verhaltens kann erheblich gerafft und verkürzt oder auch – bei sehr schnell ablaufenden Vorgängen – erheblich gedehnt werden, so dass genaue Beobachtungen möglich werden.*
- *Eine Dynamik, die zur Systemzerstörung führen würde, hinterlässt im Computer überhaupt keine Konsequenzen: Das Simulationsprogramm kann nach wie vor weiterverwendet werden. Damit wird auch und gerade eine umfangreiche Untersuchung gefährlicher Systementwicklungen möglich (z.B. simulierte Crashtests, instabiles Verhalten).*
- *Das reale System wird keinerlei Risiko unterzogen. Messungen oder Eingriffe am realen System sind nicht notwendig (Anmerkung vom Verfasser dieser Arbeit: ausgenommen sind Messungen zur Modellverifikation oder HIL<sup>2</sup>-Simulationen).*

Dronka [30] sieht vor allem die Vorteile in der Produktentwicklung für die häufige Anwendung von Modellbildung und Simulation technischer Systeme als ausschlaggebend. Vor allem durch die Kosten- und Zeiteinsparungen im Entwicklungs- und Vorentwicklungsprozess spielen die computergestützten Untersuchungen ihre Vorteile aus, vordergründig im Nachweis der Funktionsfähigkeit bei Neuentwicklungen oder Machbarkeitsstudien, wenn neue und komplexe funktionelle Konzepte umgesetzt werden sollen.

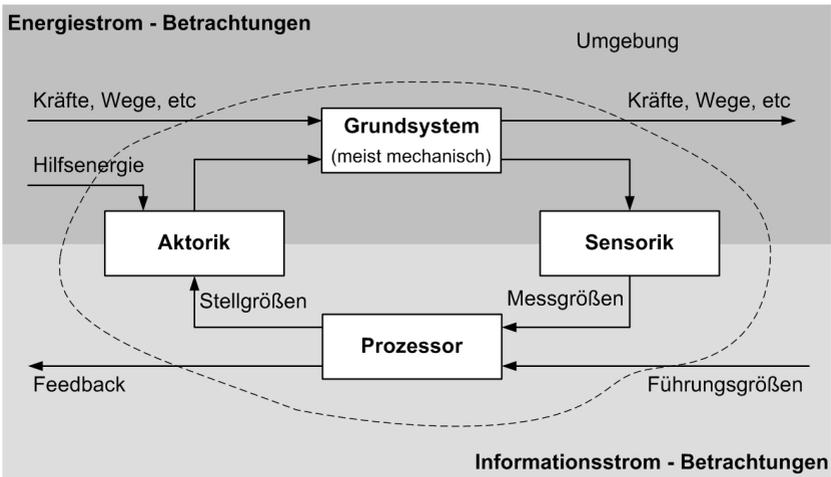
Durch die steigende Vernetzung vieler unterschiedlicher Ingenieursfachgebiete wie der Hydraulik, der Mechanik, der Steuerungs- und Regelungstechnik sowie der Elektrik und Elektronik erreichen moderne Produkte, Maschinen und Fahrzeuge eine höhere Leistungsfähigkeit [142], als Systeme deren struktureller Aufbau und die systeminterne Vernetzung aus Elementen und deren Relationen aus nur einer oder höchstens zwei physikalischen Disziplinen bestehen, z.B. elektrisch-mechanisch sowie hydraulisch-mechanisch. Des Weiteren führt der erhöhte Einsatz elektronischer Bausteine und informationsverarbeitender Komponenten dazu, bei der Entwicklung von Gesamtsystemen eine Vielzahl potentiell erfolgsträchtiger Lösungen zu generieren, welche miteinander verglichen und optimiert werden müssen. Hierbei treten sehr oft Wirkprinzipien unterschiedlicher Art auf. Das Systemverhalten wird darüber hinaus häufig entscheidend durch Software – z.B. adaptive Regelalgorithmen, Betriebsstrategien, o.ä. – bestimmt [137]. Der Entwurf die-

---

<sup>2</sup> HIL: Hardware-in-the-Loop

ser, im Folgenden „mechatronische Systeme“ genannten, Produkte stellt eine schwierige und komplexe Aufgabe dar. Vor allem die Beherrschung der nicht mehr mit einfachen Mitteln zu erfassenden inneren Vorgänge ist eine große Herausforderung für den Entwickler solcher vernetzten Systeme. So versucht man, wo immer dies möglich ist, das Systemverhalten in der frühen Entwurfsphase vorauszurechnen und simulatorisch zu untersuchen [137]. Der Trend der „Mechatronifizierung“ und der sich weiter verbreitenden Anwendung von Modellbildung und Simulation macht heute mehr denn je auch in der Entwicklung von Antriebs- und Steuerungssystemen von mobilen Arbeitsmaschinen einen großen Teil des Entwicklungsprozesses aus.

Der ursprünglich für den Einsatz von Mikroprozessoren zur Steuerung von Maschinen benutzte Begriff der „Mechatronik“ wird nach [102] heutzutage eher als eine Ingenieurwissenschaft verstanden, „die die Funktionalität eines technischen Systems durch eine enge Verknüpfung mechanischer, elektronischer und datenverarbeitender Komponenten erzielt“. Der typische Aufbau eines solchen mechatronischen Systems kann der folgenden **Abbildung 3.1** nach Wallaschek [143] entnommen werden:



**Abbildung 3.1:** Grundstruktur mechatronischer Systeme nach [143]

Durch Pfeile werden die Wechselwirkungen zwischen dem, meist mechanischen, Grundsystem und seiner Umgebung dargestellt, z.B. Kräfte, Geschwindigkeiten, Massenströme, o.ä. Neben diesen „Energieströmen“ tritt ein „Informationsstrom“ auf. Sensoren und Aktoren bilden die Schnittstellen zwischen diesen beiden Sichtweisen [143]. Gemein ist diesen Systemen die enge Verkopplung von Teilsystemen unterschiedlicher physikalischer Disziplinen zu einem Gesamtsystem, wobei im Mittelpunkt der Systembetrachtung mehr die Funktionalität als die Gestalt des Systems steht ([137], [143]). Da sich ebenso der Aufbau von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen weitestgehend aus Teilsystemen verschiedener physikalischer Disziplinen – Mechanik, Hydraulik, Thermodynamik- zusammensetzt und der „Informationsstrom“ anhand der Ansteuerung der „Energiestromelemente“ durch komplexe und interdisziplinäre Teilsysteme (hydraulisch-mechanische Steuerungssysteme, elektrohydraulische Steuerungssysteme) realisiert wird, wird im weiteren Verlauf der Arbeit eine mobile Arbeitsmaschine als mechatronisches System aufgefasst und im Sinne der Systemuntersuchung als solches betrachtet. Um die daraus entstehenden komplexen Wirkzusammenhänge verstehen und das Systemverhalten optimieren zu können, wird der zunehmende Einsatz von rechnergestützten Methoden zur Systembeschreibung und zur Verhaltenssimulation in der Entwicklungsumgebung von mobilen Arbeitsmaschinen mehr als gerechtfertigt.

Resch [109] kommt zusätzlich zu dem Schluss, dass sich mit der verstärkten Verwendung von „Computer Aided Engineering“ (CAE)-Werkzeugen, zu denen Simulationswerkzeuge gehören, zentrale Fragestellungen und Aufgaben bereits in sehr frühen Projektphasen erkennen und lösen lassen. Durch den gezielten Einsatz von Modellbildung und Simulation und einer damit verbundenen einfacher durchzuführenden Parallelisierung von Prozessen können Verkürzungen der Entwicklungszeit, Reduzierung der Kosten und eine Erhöhung der Qualitätsstandards erreicht werden. Insbesondere eine durchgängige Modellierung, in der Modelle aus früheren Phasen weiter genutzt und verbessert und innerhalb des Projektteams ausgetauscht werden, erscheint notwendig und vorteilhaft. Ein derartiger Ansatz wird als Collaborative System Simulation (CCS) bezeichnet [109], dessen Auswirkungen auf die Ergebnisse im industriellen Produktentwicklungszyklus der **Abbildung 3.2** entnommen werden können:

Collaborative System Engineering (CCS) kann im Grunde als eine Zusammenfassung aller simulativen Anwendungen in einem Produktentwicklungsprozess betrachtet werden. Dabei entstehen in den unterschiedlichen Phasen des Entwicklungsprozesses Simulationsmodelle mit verschiedenen Komplexitätsebenen, wel-

che bei fortschreitendem Entwicklungsstand zu komplexen Gesamtmodellen zusammengefasst werden können. Da in der Regel mit fortschreitendem Entwicklungsstand auch das Wissen um die Systemstruktur und die Systemparameter steigt, erhöht sich mit der Zeit auch die Komplexität der Modelle. Dass sich jedoch der Aufwand und die konsequente Anwendung von Modellbildung und Simulation im industriellen Entwicklungsprozess lohnen, kann aus **Abbildung 3.2** abgeleitet werden. So liegen schon zu Beginn des Entwicklungsprozesses, in der eigentlichen Konzeptphase, bereits Teillösungen vor, auf denen man in den folgenden Entwicklungsphasen aufbauen kann. So kann ein beschleunigter Produktentwicklungsprozess erreicht werden, an dessen Ende mit einer verbesserten Lösung zu rechnen ist.

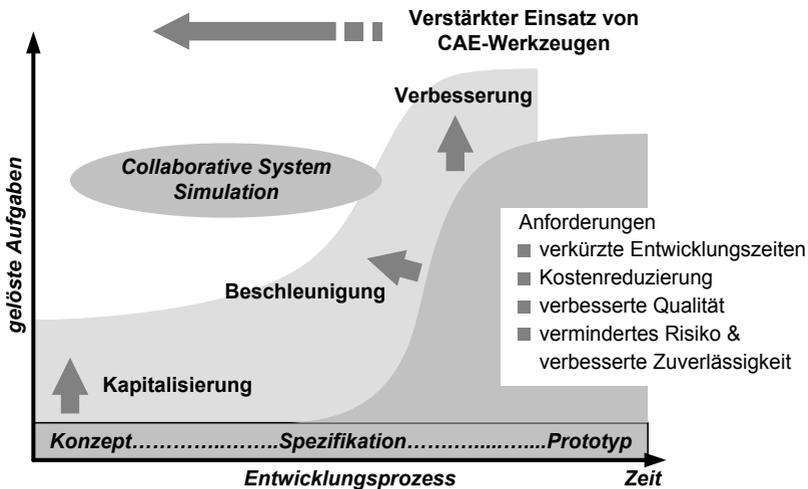


Abbildung 3.2: Anforderungen an den industriellen Produktentwicklungszyklus [109]

### Arten der Verhaltenssimulation

Das grundlegende Ziel von Modellbildung und Simulation ist die vorhersagende Beschreibung des System- bzw. Betriebsverhaltens eines, in diesem Fall, technischen Gebildes. Eine Verhaltenssimulation kann dabei prinzipiell auf zwei verschiedene Weisen erreicht werden [13]:

Zum ersten kann versucht werden, durch Beobachtungen des Verhaltens, möglichst unter unterschiedlichen Bedingungen, zu einer umfassenden **Verhaltensbeschreibung** zu gelangen. Hier ist also zu ermitteln, welches Systemverhalten (Output) sich als Reaktion auf gewisse äußere Einflüsse (Input) ergibt. Dieser Zusammenhang wird mit einer passenden mathematischen Funktion dargestellt, die aber meist mit den konkreten Prozessen im System nichts zu tun hat. Das System wird in diesem Fall als undurchsichtige „black box“ behandelt. Seine wirklich verhaltensbestimmenden Einzelheiten und Funktionen werden nicht ermittelt. Die Simulation ist offensichtlich auf das in der Vergangenheit beobachtete Verhalten beschränkt.

Eine zweite prinzipielle Möglichkeit der Verhaltenssimulation ergibt sich durch ein **Nachbilden der Wirkungsweise** des realen Systems, d.h. durch Entwicklung eines Modells, das die wesentlichen Wirkungsstrukturen des Realsystems abbildet, und die Untersuchung seines Verhaltens. In diesem Fall muss sehr viel über das System selbst bekannt sein: Aus welchen Teilen besteht es? Wie sind sie miteinander verknüpft? Wie beeinflussen sie sich gegenseitig? In diesem Fall ist das in der Vergangenheit beobachtete Verhalten von zweitrangigem Interesse und dient meist nur zur späteren Validierung der Simulationsergebnisse. Hier liegt der Untersuchungsschwerpunkt also bei der Systemstruktur und den Systemprozessen. Mit dieser Information lässt sich das Systemverhalten auch für Bedingungen simulieren, die in der Vergangenheit noch nicht beobachtet worden sind. Das System wird in diesem Fall als durchsichtige „glass box“ behandelt, die alle Elemente und Prozesse erkennen lässt, oder als halbdurchsichtige „opaque box“, wo zumindest die wichtigsten Elemente und Zusammenhänge bekannt sind.

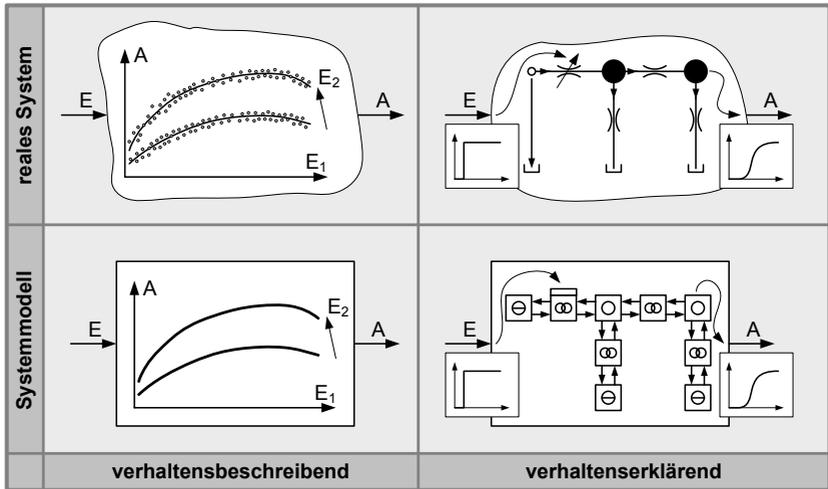
In der Regel werden verhaltensbeschreibende Modelle für Simulationen dann eingesetzt, wenn die inneren Wirkzusammenhänge eines Systems unbekannt oder noch gar nicht erforscht sind. Auch Gründe für einen effizienten Modellaufbau können als Motiv für die Auswahl eines verhaltensbeschreibenden Modells in Betracht kommen. Bei Systemen mit einer großen Anzahl an Elementen und komplexen Wirkzusammenhängen kann es durchaus vorkommen, dass sehr viel Zeit und ein hoher Aufwand in den Modellaufbau mit Nachbildung der Wirkstruktur gesteckt werden muss. Dieser Aufwand lässt sich gegebenenfalls durch die, aus den Simulationsergebnissen, gewonnen Erkenntnisse nicht immer rechtfertigen. Der fachliche Kenntnisstand und die persönlichen Fähigkeiten und Erfahrungen des Modellentwicklers haben ebenso einen entscheidenden Einfluss auf die Auswahl eines Modellansatzes für die Verhaltenssimulation.

Beispiele aus der Technik für verhaltensbeschreibende Modellansätze sind zum Beispiel die Beschreibung der Grabkräfte am Löffel in Abhängigkeit der Löffelgeschwindigkeit und der Löffelneigung oder die Beschreibung des Kraftstoffverbrauchs eines Dieselmotors in Abhängigkeit der Motordrehzahl und des aufzubringenden Moments. Des Weiteren kann die Beschreibung des Speicherzustands einer Batterie ebenso als verhaltensbeschreibendes Modell aufgebaut werden. In der Regel werden für die Bestimmung der Ausgangsgrößen bestimmte Arbeitspunkte durch die Ansteuerung der Eingangsgrößen angefahren und der Wert der Auswirkung aufgenommen. Die so ermittelten Werte werden bei technischen Systemen häufig in Tabellen hinterlegt und können somit in Simulationen genutzt werden. Zwischenwerte können mit Hilfe von Interpolationsverfahren bestimmt werden.

Der hauptsächliche Vorteil des verhaltensbeschreibenden Modellaufbaus liegt darin, mit überschaubarem Modellieraufwand und in verhältnismäßig kurzer Zeit ein vergleichsweise genaues Modell eines realen Systems zu erstellen. Vor allem bei komplexen Systemen mit vielen Einflussmöglichkeiten (z.B. bei der Bestimmung der Ölleckagen in hydraulischen Pumpen und Motoren) kommt dieser Vorteil zum Tragen. Dem gegenüber stehen aber auch einige Nachteile. So gelten die durch Verhaltensbeobachtung erhaltenen Modelle nur für die beobachteten Systeme in ihrer bei der Beobachtungszeit vorherrschenden Konstellation. Ändern sich die Systemstruktur oder die Umweltbedingungen und Einflussfaktoren, so gelten die erhaltenen Modelle nicht mehr für die neuen Systemkonstellationen. Somit lässt sich mit rein verhaltensbeschreibenden Modellen auch kein zukünftiges Verhalten bei Änderung der Systemstruktur ermitteln. Im Gegensatz dazu bilden verhaltens-erklärende Modellansätze die tatsächliche Wirkstruktur ab. **Abbildung 3.3** zeigt den unterschiedlichen Modellansatz zwischen einem verhaltensbeschreibenden und verhaltens-erklärenden Modellaufbau.

Die Untersuchung des Systems (Systemanalyse), seiner Komponenten und ihrer Relationen gestattet es prinzipiell, auch ausschließlich aus der Beschreibung der Wirkungsstruktur das Systemverhalten abzuleiten, ohne dass ein Verhalten je beobachtet worden ist. Ein großer Vorteil eines verhaltens-erklärenden Modellansatzes liegt in der Möglichkeit des „strukturtreuen“ oder „strukturgültigen“ Aufbaus der Modellstruktur [13]. Dies bedeutet, wenn alle relevanten Strukturelemente und deren Wirkbeziehungen im Modell korrekt dargestellt sind, kann auch ein Verhalten simuliert werden, dass sich bei ändernden Bedingungen, Umwelteinflüssen und Strukturänderungen ergibt. Dies ist bei Modellen, welche nach einem verhaltens-beschreibenden Ansatz aufgebaut sind, in der Regel nicht möglich. Mit nach verhal-

tenserklärenden Ansätzen erstellten Simulationsmodellen kann das zukünftige Verhalten eines zu entwickelnden Systems aus der Kenntnis seiner Systemstruktur abgeschätzt werden. Dies stellt eine grundlegende Voraussetzung in der Entwicklung von technischen bzw. mechatronischen Systemen dar.



**Abbildung 3.3:** Verhaltensbeschreibender und verhaltenserklärender Modellansatz erweitert nach [13]

Eine häufige Verwendung in der Simulation von technischen Systemen findet die Mischform aus verhaltensbeschreibenden und verhaltenserklärenden Modellansätzen. Hierbei beschränkt sich aber der Einsatz des verhaltensbeschreibenden Modellansatzes auf die Beschreibung des Verhaltens von denjenigen Teilsystemen, bei denen nicht mit einer gravierenden Änderung der Systemstruktur während des Entwicklungszyklus zu rechnen ist. Beispiele hierfür wären der Einsatz von Standardkomponenten (z.B. hydraulische Pumpen und Motoren) für die Entwicklung einer neuen hydrostatischen Getriebeanordnung. Das Modell des Gesamtsystems würde dabei mit einem verhaltenserklärenden Ansatz aufgebaut werden, welches die Struktur des zu entwickelnden Gesamtsystems hinreichend genau, gemäß dem Systemzweck, wiedergeben soll. Das Verhalten der Standardkomponenten kann durch die Nutzung von Kennlinienfeldern (verhaltensbeschreibend) abgebildet werden, wenn diese den Anforderungen an die zu erwartenden Ergebnisse des Ge-

samtsystemverhaltens genügen – dynamische Effekte lassen sich durch die Nutzung von Kennlinienfeldern allein nicht berücksichtigen. Der Vorteil einer solchen Vorgehensweise liegt in der effizienteren Abbildung des Gesamtsystemverhaltens, wobei die inneren Abläufe und Strukturen aller Teilsysteme nicht bekannt sein oder gar abgebildet werden müssen.

Der Schwerpunkt in dieser Arbeit liegt in der Untersuchung der erforderlichen Modellkomplexität von verhaltensklärenden Modellansätzen, aus welchen auf das Systemverhalten durch die strukturtreue Abbildung der Systemelemente mit ihren Wirkbeziehungen geschlossen werden kann. Aus diesem Grund wird der Fokus im weiteren Verlauf dieser Arbeit auf die Beschreibung und die Nutzung von verhaltensklärenden Modellansätzen gelegt.

#### **Anwendung und Nutzen von Modellbildung und Simulation in der Systementwicklung**

Nachdem in den vorangegangenen beiden Abschnitten ein Überblick über die Gründe der Anwendung von Modellbildung und Simulation gegeben wurde und eine Darstellung der grundsätzlichen Möglichkeiten der Verhaltenssimulation erfolgte, soll auf den gewonnenen Erkenntnissen aufbauend in diesem Abschnitt gezielt auf die Anwendung von Simulationswerkzeugen in der Systementwicklung eingegangen werden. Vorneweg erfolgt an dieser Stelle eine Einschränkung der Begrifflichkeiten Modellbildung und Simulation für diese Arbeit.

Nach Völker [142] umfasst der weitgefasste Begriff der computergestützten Simulation, und das vorangestellte Ableiten von computergerechten Modellen, einen großen Bereich von der CAD-Konstruktion, der Komponentenuntersuchung durch CFD- und FEM-Simulationen (Simulationen mit verteilten Parametern), den Systemsimulationen (Simulation mit konzentrierten Parametern) bis hin zur Unterstützung des Entwicklungsprozesses durch PLM-Systeme. Allen diesen computergestützten Verfahren ist die Tatsache gemein, dass mit der Unterstützung der Rechentechnik Modelle von (zukünftigen) realen Objekten - Komponenten, Systeme, Prozesse - entwickelt werden, welche computergestützt in ihrem Verhalten untersucht werden können. Hierbei bedient man sich spezieller sowie dem Charakter der Objekte gerecht werdender spezifischer Methoden und Analysewerkzeuge.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es nicht, den gesamten Modellbildungs- und Entwicklungsprozess des Antriebsstrangs mobiler Arbeitsmaschinen von der Konzept-

der Anforderungsmanagement-, über die Konstruktions- bis hin zur Prototypenphase zu begleiten und die Gesamtheit aller möglichen eintretenden Effekte abzubilden. Der Schwerpunkt der Arbeit wird in der Untersuchung des Systemverhaltens der Antriebssysteme von mobilen Arbeitsmaschinen liegen, wobei komponentenspezifische Effekte (z.B. bei Modellen mit verteilten Parametern) keine Berücksichtigung finden oder durch vereinfachte Annahmen (einfache mathematische Beschreibungen, Kennlinienfelder, etc.) abgebildet werden – z.B. mechanische Reibung, Kontaktkräfte bei mechanischen Anschlüssen, Strömungskräfte, Grabkräfte, etc. Unter den Begrifflichkeiten der Modellbildung und Simulation sollen im weiteren Verlauf der Arbeit die Modellerstellung von Systemen mit konzentrierten Parametern und diskreten Zustandsgrößen und deren quasi-zeitkontinuierliche Simulation verstanden werden. Diese Form der Modellbildung und Simulation der in den meisten Fällen nichtlinearen Dynamik von hydraulisch-mechanischen Antriebs- und Steuerungssystemen hat sich nach Helduser [64] in der Entwicklungsumgebung von hydraulischen Systemen etabliert und kann, dank der positiven Weiterentwicklung der gängigen Simulationswerkzeuge in den letzten Jahren, auch von einer breiteren Anwenderschaft unter Systementwicklern genutzt und muss nicht mehr ausschließlich von Simulationsspezialisten bedient werden.

Nach Unbehauen [138] bedeutet die Modellbildung mit konzentrierten Parametern, die Zusammensetzung eines gedachten Übertragungssystems aus vielen idealisierten einzelnen Elementen, wie z.B. ohmschen Widerständen, Kapazitäten, Induktivitäten, Federn, Massen, usw. Diese Art der Idealisierung und Modellerstellung führt zu einem System aus gewöhnlichen Differentialgleichungen, welche durch geeignete Simulatoren zu lösen sind. Die Modellbildung und Simulation von Systemen mit verteilten Parametern – diese Idealisierung führt zu einem System aus partiellen Differentialgleichungen – findet in dieser Arbeit keine Anwendung.

Traditionell hat die rechnergestützte Simulation von dynamischen Systemen mit konzentrierten Parametern ihren Schwerpunkt in der Systementwicklung technischer Produkte. Dies liegt vor allem daran, weil diese Systeme im Allgemeinen in Bezug auf ihre Wirkungsstruktur und Parameter präzise definierbar und über ihre physikalischen Zusammenhänge gut durch mathematische Modelle beschreibbar sind [13]. Vor allem das Systemverhalten von elektrischen, mechanischen und hydraulischen Strukturen - auch von komplexeren Systemen - lässt sich, abgebildet in idealisierter Form durch die Nutzung von konzentrierten Parametern, simulatorisch recht genau beschreiben. Nach Lenk [86] lassen sich zudem Methoden, die in einer physikalischen Disziplin – der Elektrotechnik – zu einer sehr hohen Reife entwickelt

wurden, auch teilweise auf andere physikalische Disziplinen übertragen. So können Analogien zwischen den verschiedenen physikalischen Modellen für eine vereinfachte Modellerstellung genutzt werden. Mit einer Modellvorstellung in der die Parameter als räumlich verteilt angenommen werden, lässt sich eine Analogiebetrachtung zwischen den einzelnen physikalischen Disziplinen nicht so leicht darstellen. Grund hierfür sind die teils doch sehr unterschiedlichen Modellvorstellungen zwischen elektrischen, mechanischen und fluiddynamischen Feldbetrachtungen.

Anwendungen für die Simulation von Systemen mit konzentrierten Parametern finden sich heute vor allem in der Regelungstechnik, der Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Anlagen und Maschinen, der Analyse und Optimierung der Steuerung und des Stabilitätsverhaltens unter der Berücksichtigung der wechselnden strukturellen, aerodynamischen oder hydrodynamischen Lasten bei Fahrzeugen, Flugzeugen und Schiffen und bis hin zur Untersuchung von Bewegungsabläufen vieler technischer Gebilde [13]. In der Systementwicklung helfen Modellbildung und Simulation günstige und sichere Lösungen zu finden, Verfahren für das Umgehen mit Gefahrenzuständen zu finden und Risiken weitgehend auszumerzen, bevor der Entwurf realisiert wird und auf den Markt kommt [13].

Vor allem in der Automobil-Branche, aber auch in der Entwicklung von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen, nimmt die Untersuchung von Zustandsgrößen mit quasi-stationären Änderungsverhalten, wie z.B. der Energieumsatz von elektrischen Antrieben oder der Kraftstoffverbrauch von Verbrennungsmotoren, einen sehr hohen Stellenwert ein. Diese Untersuchungen gehören zwar auch dem Gebiet der dynamischen Simulation mit konzentrierten Parametern an, aber der zu untersuchende Betrachtungszeitraum liegt in der Regel deutlich höher. Da hier meist in einer längeren Simulationszeit, im Gegensatz zu dynamische Untersuchungen wie z.B. Sprungantworten, ein Bewegungszyklus mit unterschiedlichen und den realen Bedingungen angepassten Belastungen simuliert wird, sinkt der Einfluss (hoch)dynamischer Effekte – z.B. Spitzen im Momentenverlauf, Druckspitzen, etc. – auf die zu untersuchende quasi-stationäre Zustandsgröße im Mittel über dem Betrachtungszeitraum der Untersuchungsaufgabe. Dieses Verhalten ermöglicht es, einige Vereinfachungen im Modellaufbau durch das Vernachlässigen der (hoch)dynamischen Effekte zu treffen.

Ein nicht zu unterschätzender Aspekt der Anwendung von Modellbildung und Simulation kommt der – für den Anwender teils unbewussten – Schulung und Steigerung des Kenntnstands für den Systementwickler über den Aufbau und das Verhalten

der zu untersuchenden Systeme zugute. Durch die genaue Analyse der einzelnen Systemelemente, ihrer physikalischen Eigenschaften und ihrer Wirkungsbeziehungen untereinander verschafft sich der Entwickler von Modellen nach verhaltensklärenden Ansatz, allein durch die intensive Auseinandersetzung mit dem Systemaufbau und der nachfolgenden Simulation seines Verhaltens, ein besseres Verständnis über das Systemverhalten auch von komplexen Systemen. Zusätzlich können sich aus der computergestützten Simulation eines dynamischen Systems neue Erkenntnisse ergeben, die aus der ursprünglichen Systemkenntnis nicht direkt folgen [13]: So kann ein System trotz konstanter Parameter und Umweltbedingungen beispielsweise ein unerwartetes, bzw. ungewünschtes, Verhalten aufweisen (Schwingungsverhalten, instabiles Verhalten<sup>3</sup>, chaotisches Verhalten<sup>4</sup>), ohne dass dies aus der Systemstruktur direkt ableitbar wäre. Für solche teils grundsätzlichen Untersuchungen haben sich Modellbildung und Simulation heute als ein wichtiges Analysewerkzeug etabliert.

### 3.1.2 Grundsätzliche Angaben zu Systemen

#### **Systembegriff, Systemstruktur, Systemzweck und Systemidentität**

Der Begriff System wurde in dieser Arbeit bereits des Öfteren benutzt, um eine Zusammenstellung von einzelnen Elementen und deren Verhaltensweise mit dem Ziel einer globalen Funktionserfüllung abzugrenzen, ohne dass der Systembegriff bisher einer genaueren Präzisierung unterworfen wurde. Nach Bossel [13] existieren viele Objekte in der Erfahrungswelt des Menschen, welche als System bezeichnet werden. Sie bestimmen durch Ihre Anwesenheit oder durch ihr Verhalten die Entwicklung des Menschen und seiner Umgebung, wobei viele Systeme vom Menschen geschaffen sind und von ihm als Werkzeuge benutzt werden. Eine Unterscheidung, wann ein solches Objekt ein System ist, nimmt Bossel [13] anhand des Vorhandenseins der folgenden Merkmale vor:

1. *Das Objekt erfüllt eine bestimmte Funktion, d.h. es lässt sich durch einen **Systemzweck** definieren, den der Anwender als Beobachter in ihm erkennt.*

---

<sup>3</sup> Bsp.: aufrecht stehendes (inverses) Pendel, Fahrzeug im Grenzbereich, Stab kurz vor Knickung [53]

<sup>4</sup> Bsp.: „Zahnradrasseln“ in Getrieben, Verkehrsfluss auf überlasteten Strecken [53]

2. *Das Objekt besteht aus einer bestimmten Konstellation von **Systemelementen** und **Wirkungsverknüpfungen** (Relationen, Struktur), welche seine Funktion bestimmen.*
3. *Das Objekt verliert seine **Systemidentität**, wenn seine **Systemintegrität** zerstört wird. Ein System ist daher nicht teilbar, d.h. es existieren Elemente und Relationen in diesem Objekt, nach deren Herauslösung oder Zerstörung der ursprüngliche Systemzweck, d.h. die Systemfunktion, nicht mehr erfüllt werden kann: Die Systemidentität hat sich verändert oder ist gänzlich zerstört.*

Die an ein bestimmtes Objekt gestellte Forderung nach Erfüllung einer gewünschten Funktionalität gibt letztendlich eine Systemstruktur vor, welche aus in der Regel mehreren Systemelementen und ihren Verknüpfungen mit- und untereinander besteht. Dabei ist die Anzahl möglicher Strukturen, welche dem gleichen Systemzweck dienen, nicht limitiert und es lässt sich, je nach geforderten Aufwand oder nach Erfahrung und Möglichkeiten des Entwicklers, eine unbestimmte Anzahl unterschiedlicher Strukturvarianten finden, welche die gewünschte Funktionalität erfüllen.

Allen möglichen Strukturvarianten aber ist die Tatsache gemein, dass die eingesetzten Strukturelemente mit ihren Relationen untereinander integrale Bestandteile der betrachteten Systemstrukturen sind und somit zu einer Systemidentität jener Strukturen bezüglich der geforderten Funktionalität führen. D.h. die Teilfunktionalitäten der eingesetzten Systemelemente dienen nur in einer bestimmten Zusammensetzung, bzw. einer bestimmten Verkopplung, dem Systemzweck und können nach Entnahme, bzw. Ausfall, oder einer bezüglich des Systemzwecks falschen Zusammensetzung zu einem ungewünschten Verhalten führen. Anders herum betrachtet, kann mit den gleichen Systemelementen, nur in einer anderen Verkopplung der Elemente untereinander oder dem zusätzlichen Einfügen weiterer Systemelemente, ein ganz anderer Systemzweck erreicht werden.

Die folgenden kurzen an Bossel [13] angelehnten Beispiele aus dem Bereich der mobilen Arbeitsmaschinen, sollen das eben Beschriebene in einer verständlichen Form nochmals darstellen:

Aus technischer Sicht betrachtet, stellt ein Kieshaufen, bzw. eine gelöste Menge an Schüttgut, kein System dar, siehe **Abbildung 3.4**. Hier dargestellt ist das Zusammenspiel aus der Definition des Zwecks, einer sich daraus ableitbaren Struktur und

der möglichen Eigenschaft, eine nur dem Zweck dienliche Identität der Struktur zu besitzen. Für das Beispiel Kieshaufen lassen sich die folgenden Aussagen treffen: Es ließe sich zwar ein gewisser Zweck des Objekts mit der Lagerung von Schüttgut definieren und eine, für den Zusammenhalt der aufgeschütteten Einheit verantwortliche, Verkoppelung der einzelnen Kieselemente untereinander gibt eine gewisse Struktur des Objekts vor (Kontakt- und Reibungskräfte). Aber das Abtragen einer bestimmten Menge an Schüttgut hat keinerlei Auswirkungen auf die Identität des Objekts. So bleibt auch nach der Entfernung einer großen Kiesmenge der Zweck des Objekts erhalten und ändert nichts an seiner Identität als Kieshaufen. D.h. die Wegnahme einzelner Elemente ändert in diesem Fall nichts am qualitativen Charakter des Objekts Kieshaufen (Zweck bleibt erhalten), es stellen sich aber dennoch Unterschiede in den quantitativen (messbaren) Eigenschaften ein. So sinkt beispielsweise die Gesamtmasse des aufgeschütteten Kieshaufens.

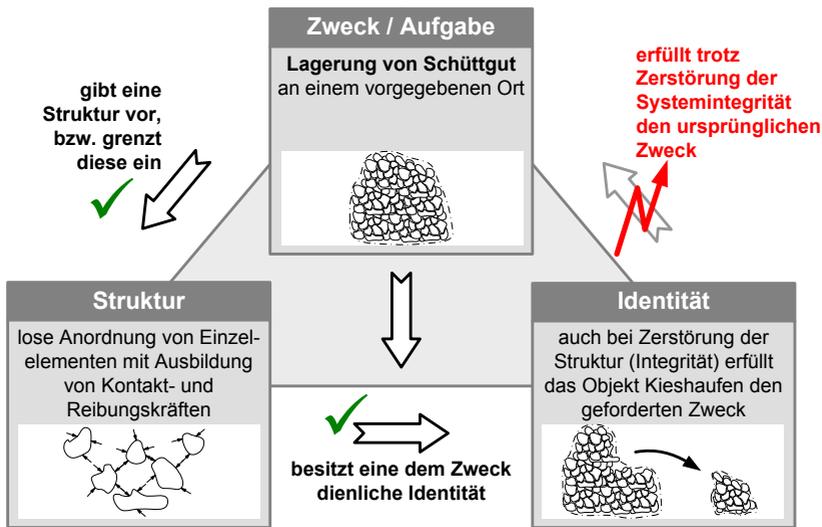


Abbildung 3.4: Zweck, Struktur und Identität des Objekts "Kieshaufen"

Gegengewichte, wie sie zum Beispiel zum Lastausgleich sowie zur Kippverhinderung bei Gabelstaplern, Baggern und zum Teil auch bei Traktoren eingesetzt werden, genügen aus technischer Sicht ebenso nicht der Definition des Systembegriffs.

Mit der Funktionalität ein bestimmtes Gegengewicht ausgleichend gegenüber einer mechanischen Belastung aufzubringen, besitzen sie einen klar zu benennenden Zweck, welcher bei Halbierung eines Gegengewichts auch nicht mehr erfüllt werden kann. Doch besteht, für die Belange dieser Betrachtung, das Gegengewicht aus einem einzigen Element ohne Relationen gegenüber sich selbst.

Für sich allein betrachtet stellt ein Gegengewicht aus technischer Sicht somit kein System dar, es kann aber durchaus als Systemelement ein Verbund mit anderen Elementen eingehen, wenn an dem Objekt Gegengewicht Merkmale für die Verkopplung mit anderen Elementen vorhanden sind (Bohrungen, Bolzen, Einhängvorrichtungen, Auflagepunkte, etc.). In **Abbildung 3.5** wird dieses Zusammenspiel verdeutlicht. Ein Gegengewicht für einen Stapler besitzt zwar eine Identität seiner Gestalt bezüglich der geforderten Aufgabe Lasten auf der Gabel auszugleichen und kann diese bei Zerstörung der Gestalt, seiner Objektidentität, nicht mehr erfüllen. Aber durch das Fehlen einer Systemstruktur mit Relationen untereinander kann das Objekt Gegengewicht in dieser Form nicht den Anforderungen an eine Systemdefinition genügen.

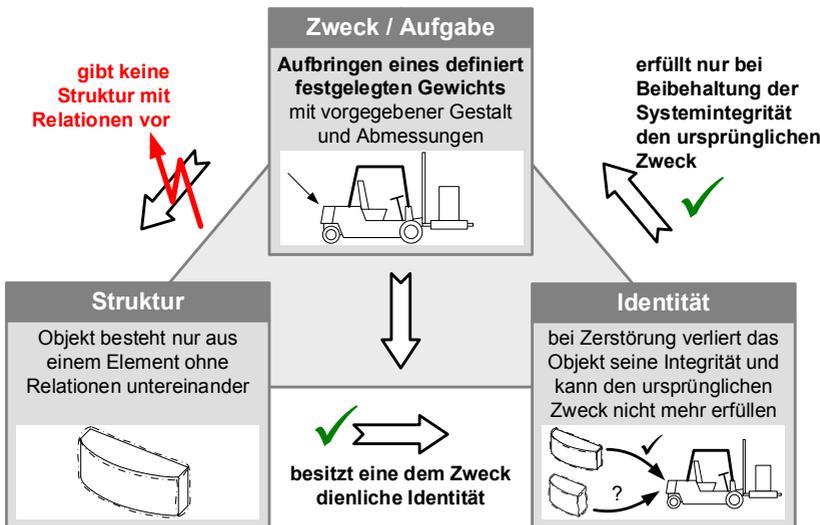


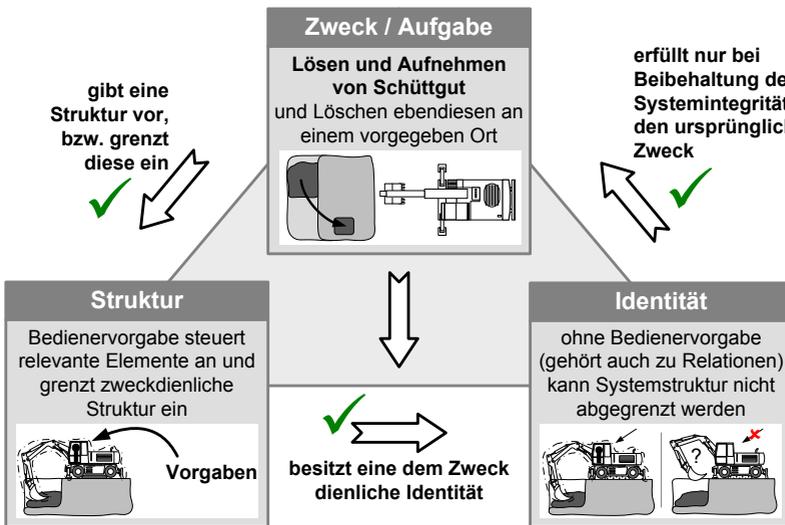
Abbildung 3.5: Zweck, Struktur und Identität des Objekts "Gegengewicht"

Während die beiden vorangegangenen Beispiele nachweislich, durch das Fehlen entweder einer Struktur oder einer zweckdienlichen Strukturidentität, nicht als Systeme nach der aufgeführten Definition gelten, soll das nächste Beispiel zeigen, wie ein eigentlich auf den ersten Blick als System erkanntes und allgemein bekanntes Objekt durch das Fehlen eines festgelegten Systemzwecks, bzw. einer Arbeitsaufgabe, in erster Betrachtung noch nicht den grundlegenden Anforderungen an eine Systemdefinition nach [13] genügt. So besitzt ein Hydraulikbagger beispielsweise eine Systemstruktur mit einzelnen Komponenten und Subsystemen, welche in Wechselwirkungen zueinander stehen. In einer gewissen Weise lässt sich auch eine grundlegende Systemidentität erkennen. Denn die die Struktur vorgebenden Elemente und Relationen in ihrer speziellen Zusammensetzung erfüllen eine grundsätzliche Funktionalität, z.B. Bewegen des Arbeitsarms in einer vorgegebenen Bahn, wobei durch Herausnehmen eines wesentlichen Systemelements diese Grundfunktionalität nicht mehr erreicht werden kann. Aber nur durch die genaue Definition einer Arbeitsaufgabe (temporärer Zweck) lässt sich erst eine eindeutige Systemidentität der Struktur erreichen. Vor allem bei technischen Objekten, welche nicht nur ausschließlich auf die Erfüllung einer Arbeitsaufgabe spezialisiert sind und sich somit eine Mehrdeutigkeit in ihren Strukturen erkennen lassen - häufig bei mobilen Arbeitsmaschinen der Fall - muss ein temporärer Zweck definiert werden (z.B. Hydraulikbagger: Lösen von Gestein, Aufnahme des Schüttguts und Abladen an einer definierten Position) um die für diese Funktion notwendigen Strukturen (Systemelemente und deren Relationen) erkennen und von nichtrelevanten Elementen abgrenzen zu können.

So kann im Beispiel aus **Abbildung 3.6** eine wesentliche Struktur nur abgegrenzt werden, wenn die Arbeitsaufgabe „Lösen und Aufnehmen von Schüttgut / Löschung an einem vorgegebenen Ort“ vorgegeben wird. Durch die Bedienervorgaben (Joysticksignale) werden die relevanten Systemelemente angesteuert, welche durch Relationen wiederum mit anderen Elementen verknüpft sind. Die Eingangssignale stellen wiederum auch Relationen dar, deren Fehlen die Systemidentität bezüglich der momentanen Arbeitsaufgabe zerstören würde und der Hydraulikbagger seinen Zweck in diesem Fall nicht mehr erfüllen kann.

Die Definition des Systemzwecks wird in der Regel außerhalb der Abgrenzung der Strukturelemente und deren Relationen getroffen. So gibt diese entweder eine genau definierte Struktur des Systems vor, um nur diesen einen Zweck zu erfüllen – bei bezüglich der Funktionserfüllung eindeutigen Strukturen. Oder legt die abzugrenzenden Systemelemente und deren Relationen fest, um den gegenwärtig ge-

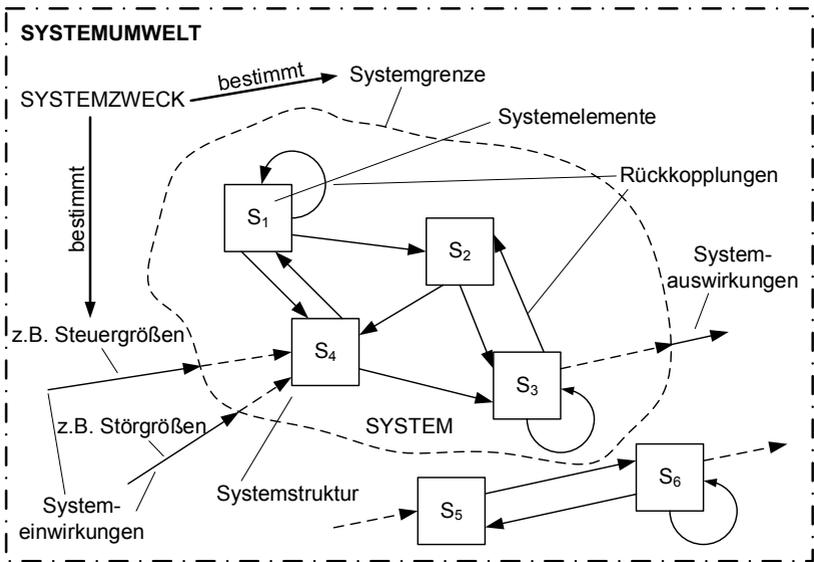
forderten Systemzweck zu erfüllen – bei mehrdeutigen Strukturen der Fall. Ein Beispiel ist hier die Ansteuerung verschiedener hydraulischer Verbraucher bei einem Bagger. Durch die Bedienung der Ansteuerelemente legt der Baggerführer den temporären Zweck der Maschine fest und grenzt somit – für ihn unwissentlich – die wesentliche Systemstruktur ein. Wie sich in einem späteren Abschnitt dieser Arbeit noch zeigen wird, ist zum einen die Abgrenzung eines zu untersuchendes Systems und zum anderen die Einbringung bestimmter äußerer Vorgaben an die Funktionalität (Zweckerfüllung) des Systems ein wichtiger Schritt, um ein zweckdienliches Simulationsmodell aufbauen zu können.



**Abbildung 3.6:** Zweck, Struktur und Identität des Objekts "Hydraulikbagger mit vorgegebener Arbeitsaufgabe"

Zusammenfassend kann der Systembegriff wie folgt gedeutet werden: Als Systeme für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit werden nur die Objekte aufgefasst, welche aus einzelnen Systemelementen aufgebaut sind, die in bestimmten Relationen zueinander stehen und die für einen definierten (temporären) Systemzweck eine Systemidentität der abgegrenzten Struktur vorgeben. Ein Objekt kann zwar aus einer Vielzahl von Elementen und Relationen bestehen, aber erst die Definition

des (temporären) Zwecks, z.B. Bearbeitungs- und Untersuchungsaufgaben, bestimmt die Identität der Objektstruktur bezüglich seines (temporären) Zwecks. Somit können für bestimmte Systemuntersuchungen Systemelemente und deren Relationen ausgeschlossen werden, wenn deren Existenz keinerlei Einfluss auf die Erfüllung der geforderten Arbeitsaufgabe hat. Dieses Vorgehen erklärt sich in der Definition der Systemidentität, denn die ausgeschlossenen Elemente zerstören nicht die Systemintegrität bezüglich des geforderten (temporären) Zwecks und können in der Folge aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden. Die somit vorgegebene Systemstruktur bezogen auf den (temporären) Systemzweck dient als Basis für den sich meist anschließenden Modellaufbau, um das gewünschte Verhalten des Systems simulativ untersuchen zu können. **Abbildung 3.7** zeigt beispielhaft eine grundsätzliche Systemstruktur in Anlehnung an Bossel [13]:



**Abbildung 3.7:** Bestandteile von Systemen, erweitert in Anlehnung an Bossel [13]

Das System existiert in einer bestimmten Systemumgebung („Systemumwelt“) in der ein bestimmter Systemzweck an das System definiert werden kann. Der Systemzweck – z.B. Arbeitsaufgabe einer mobilen Arbeitsmaschine – bestimmt die

Systemgrenze des Systems und grenzt die zur Erfüllung des Zwecks notwendigen Strukturelemente von der Systemumwelt ab. Die einzigen Relationen, welche die Systemgrenze durchdringen, sind die Systemein- und Systemauswirkungen. Diese stehen in direkter Verbindung mit der Systemumwelt. Zu den Systemeinwirkungen gehören auch die Vorgaben an das System, welche von einem Beobachter aus der Systemumwelt, z.B. Bediener, aufgebracht werden. Letztendlich ergeben diese sich aus dem Systemzweck, bzw. werden ebenso von dem Systemzweck bestimmt. Diese Größen werden auch Steuergrößen genannt und können im Prinzip beliebig vorgegeben werden [80], wobei eine gewisse Abhängigkeit gegenüber dem Systemzweck erhalten bleibt. Systemeinwirkungen, die darüber hinaus Änderungen der Systemauswirkungen (Ausgangsvariablen) bewirken, ohne aber vorgebar und häufig nicht einmal direkt messbar zu sein, werden als Störgrößen interpretiert [80]. Zu den Störgrößen können beispielsweise alle durch die Umweltbedingungen verursachten Einwirkungen auf das abgegrenzte System gezählt werden, wie z.B. Vibrationen, Temperatur, Feuchtigkeit, etc. Aber auch mechanische Belastungen und Prozessgrößen, welche sich infolge der Bearbeitung einstellen und in der Regel abhängig von den Systemauswirkungen sind, werden zu den Störgrößen gezählt. Ein Beispiel hierfür sind die sich einstellenden Grabkräfte an der Baggerschaufel eines Hydraulikbaggers bei der Durchführung einer typischen Grabaufgabe.

Die einzelnen Systemelemente sind durch eine charakteristische Systemstruktur miteinander verbunden, wobei einige dieser strukturellen Verknüpfungen Teile von Rückkopplungsschleifen sein können. Die Objektelemente  $S_5$  und  $S_6$  aus **Abbildung 3.7** gehören, ebenso wie deren Relationen, der Systemumwelt an, sind aber nicht an der Erfüllung des (temporären) Systemzwecks beteiligt. Aus diesem Grund gehören sie nicht zu dem betrachteten System und liegen außerhalb der Systemgrenze. Die hier dargestellten Systemelemente, bzw. Objektelemente, innerhalb der Systemumwelt können zweifelsohne für sich selbst betrachtet eigene Systeme sowie Subsysteme darstellen. Ein komplexes System kann somit aus Teilsystemen mit verschiedenen Komplexitätsstufen / -ebenen aufgebaut sein. Die Systemstruktur besitzt demzufolge einen modularen Charakter bezüglich ihres Aufbaus. Inwieweit eine Erhöhung der Komplexität der Teil- bzw. Subsysteme möglich ist oder für die Erfüllung einer bestimmten Aufgabe gar notwendig ist, soll im Fokus dieser Arbeit liegen.

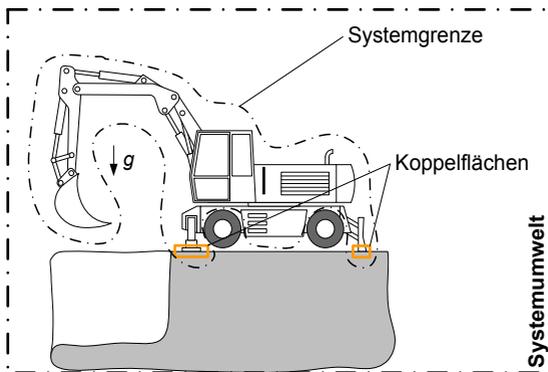
#### **Systemumwelt, Systemgrenzen, Ein- und Auswirkungen**

Ohne seine Systemumwelt oder Systemumgebung kann kein System existieren, bzw. es kann von einem Betrachterstandpunkt aus kein Zweck in einem Objekt erkannt werden, wenn dieses Objekt völlig isoliert von seiner Umgebung ist – es wäre schlicht nicht wahrnehmbar [13]: Größen der Systemumwelt können als äußere Einwirkungen (Steuergrößen, Störgrößen) Einfluss auf die Systementwicklung haben; umgekehrt können Systemgrößen (Systemauswirkungen) die Systemumwelt in der einen oder anderen Art beeinflussend verändern. Daher kann es strikt genommen keine undurchlässige Grenze zur Umgebung geben, sondern lediglich eine Oberfläche, durch die gewisse Kopplungen mit der Umgebung stattfinden – Systemeinträge und Systemauswirkungen [13]. Diese Betrachtungen korrespondieren mit den im vorigen Abschnitt getroffenen Aussagen zur Abgrenzung der Systemstruktur hinsichtlich des erkannten, bzw. definierten, Systemzwecks des betrachteten Objekts. So legt der Zweck (Grundfunktionalität des Objekts und/oder zusätzliche Bearbeitungsaufgabe) letztendlich die zur Erfüllung der geforderten Funktionalität notwendigen Einwirkungen von der Systemumwelt (z.B. Bedienvorgaben, Reaktions- und Bearbeitungskräfte) auf das System und die Auswirkungen (z.B. Bearbeitungsresultate, Bearbeitungswege) des Systems auf die Systemumwelt fest. Dabei muss aber zusätzlich berücksichtigt werden, dass die Unterscheidung zwischen den „unabhängigen“ Eingangsgrößen und den abhängigen Ausgangsgrößen, sowohl in der Realität als auch in der Modellvorstellung, eine idealisierende Abstraktion ist: In vielen Fällen wirken die als Ausgangsgrößen charakterisierten Variablen über die Systemumwelt auf die Eingangsgrößen zurück [80] – Beispiel mobile Arbeitsmaschine: Bearbeitungswege resultieren in Bearbeitungskräften, Bearbeitungskräfte haben wiederum einen Einfluss auf das Bewegungsverhalten und wirken sich als Störgrößen bezüglich der von den Bedienvorgaben gewünschten Bewegungsform der Arbeitsausrüstung aus (gegebenenfalls ist ein Gegensteuern notwendig).

Die Abgrenzung eines Systems gegenüber seinen Umweltbedingungen ist aufgrund der zweckrelevanten Abgrenzung der Strukturelemente in der Regel nicht starr und kann vom Beschreibungszweck des zu untersuchenden Systems abhängen. In Anlehnung und Erweiterung an Bossel [13] sollen die folgenden, einzeln oder in Kombination geltenden, Kriterien eine gültige Definition der Systemgrenze geben, innerhalb deren Systemoberfläche sich das System in relativer Autonomie verhalten kann – d.h. die für die Zweckerfüllung notwendigen Prozesse und Zustandsänderungen laufen innerhalb der Systemgrenzen ab; zwischen Systemaus-

wirkungen und Systemeinwirkungen bestehen nur die grundlegenden Abhängigkeiten, die aber außerhalb der Systemoberfläche stattfinden:

1. **Systemgrenzen sind an die Kontaktstellen zu legen, an denen die Kopplung zur Umgebung sehr viel schwächer ist als die Binnenkopplung im System.** Beispielhaft für dieses Kriterium ist die Abgrenzung eines Mobilbaggers, wie in **Abbildung 3.8** dargestellt. Hier kann die Arbeitsausrüstung bewegt werden, ein Kontakt der Schaufel mit dem Erdreich erfolgt im vorliegenden Fall jedoch noch nicht. Der Bagger und seine Arbeitsausrüstung sind den Bedingungen der Umgebung ausgesetzt – z.B. Erdschwerefeld – und es lässt sich demzufolge eine klare Abgrenzung der Systemoberfläche zur Systemumgebung ausmachen.

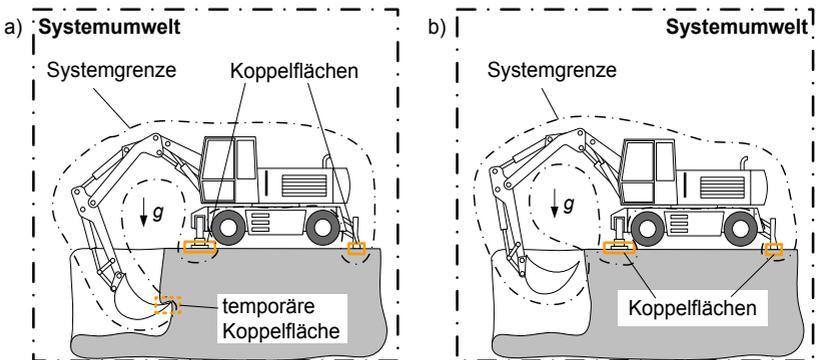


**Abbildung 3.8:** Systemabgrenzung an Kopplflächen mit schwächerer Bindung als Binnenkopplung

Über die ausgefahrenen Prätzen (Front) und das ausgefahrene Schild (Heck) stützt sich der Mobilbagger gegenüber der Oberfläche ab. Es entsteht somit eine Kopplfläche zwischen dem Unterwagen und dem Boden, auf dem sich der Bagger abstützt. Diese Kopplungen sind von deutlich schwächerer Natur, als die Verbindungen innerhalb der festgelegten Systemgrenzen und lassen sich auch einfach wieder trennen. Bewegungen des Baggers resultieren in Reaktionskräften an der Kontaktfläche zwischen Prätzen, bzw. Schild, und

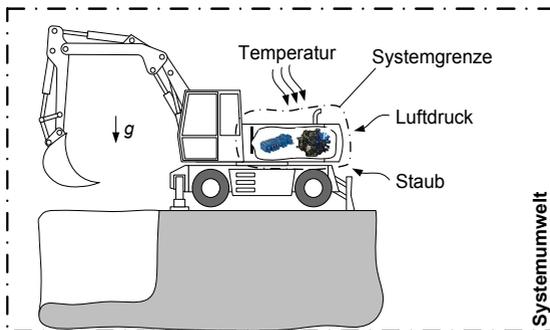
Erdreich und sorgen somit für eine zusätzliche Kopplung zwischen den Systemauswirkungen (Bewegung) und den Systemeinwirkungen (Reaktionskräfte) über die Schnittstellen der Systemumwelt. Als ein alternatives Beispiel für dieses Kriterium kann auch die Abgrenzung eines KFZ bei der Untersuchung der Kraftübertragung zwischen Reifen und Straße genannt werden.

2. **Systemgrenzen sind an die Kontaktstellen zu legen, an denen die vorhandenen Kopplungen zur Systemumwelt funktionsrelevant sind.** Ein praxisrelevantes Beispiel wird in **Abbildung 3.9** gezeigt. Hier ist der Bagger während des Grabvorgangs zu sehen, welcher stellvertretend eine typische Arbeitsaufgabe darstellt. Der temporäre Kontakt zwischen der Spitze des Löffels und des Erdreichs, stellt eine zeitlich begrenzte Kopplung zwischen den Elementen der Umwelt (Erdreich) und des abzugrenzenden Systems (Löffel) her. Diese schlüssige Verbindung hat ihren Bestand während der Ausführung der Funktion „Grabvorgang“ und wird nach Beendigung dieser Funktionalität wieder aufgelöst. Im Grunde gilt auch hier die erste Definition zur Systemabgrenzung. Denn auch der Kontakt zwischen Löffel und Erdreich beruht ebenso auf einem schwächeren Grad der Kopplung, als dies zwischen Elementen des abgegrenzten Systems der Fall ist. Eine Rückkopplung der Systemauswirkungen (Bewegung der Löffelspitze) auf die Systemeinwirkungen (Grabkräfte) existiert ebenfalls.



**Abbildung 3.9:** Systemabgrenzung mit funktionsrelevanter Umweltverkopplung:  
a) mit temporärer Kopplung während des Grabvorgangs  
b) Auflösung der temporären Kopplung nach dem Grabvorgang

3. **Systemgrenzen sind an den Oberflächen zu ziehen, an denen die Einwirkungen aus der Systemumwelt auf das System nicht durch das System selbst bestimmt oder durch Rückkopplungen von den Systemauswirkungen verändert werden.** Hierzu können alle Oberflächen von abzugrenzenden Systemelementen gezählt werden, die durch Einwirkungen aus der Umwelt beeinflusst werden, aber nur eine schwache Kopplung mit den Elementen der Systemumwelt eingehen. Es entstehen somit keine bzw. nur sehr schwache Rückwirkungen der Systemauswirkungen auf die Systemeinwirkungen. In **Abbildung 3.10** wird als stellvertretendes Beispiel die Abgrenzung des Systems Mobilbagger während der Untersuchung des Leerlaufverbrauchs des Dieselmotors gezeigt.



**Abbildung 3.10:** Systemabgrenzung mit nicht aus dem System rückwirkenden Umwelteinwirkungen

Da für diese Untersuchungen keine Verbraucher angesteuert werden und für die Leerlaufverluste hauptsächlich die inneren Verluste des Verbrennungsmotors (hauptsächlich Reibung), die Leerlaufverluste des hydraulischen Steuerungssystems (Leckagen, Aufrechterhaltung LS-Druckdifferenz) und die Versorgung der Nebenaggregate (Lüfter, Klimakompressor, Steuerdruckversorgung, etc.) verantwortlich sind, erfolgt die Abgrenzung direkt an den unmittelbar beteiligten Systemelementen, wie zum Beispiel dem Dieselmotor, der Hydraulikpumpe, dem hydraulischen Steuerblock, dem Lüfterantrieb, der Steueröldruckversorgung, etc. Eine Kopplung zwischen der Arbeitsausrüstung, bzw. Standelementen (Pratzen / Schild) mit Elementen der Systemumwelt (Boden) erfolgt nicht. Die auf das System einwirkenden Einflussgrößen

Temperatur, Luftdruck und Staub sind – bei genügend großem Reservoir – nicht von den Systemauswirkungen abhängig.

#### **Systemverhalten, Systemzustand, Zustandsgrößen und Zwischengrößen**

Ein System wirkt nach Bossel [13] über seine Verhaltensgrößen (i.d.R Ausgangsgrößen bzw. Systemauswirkungen) auf seine ihn umgebende Systemumwelt und ist auch nur über diese in seiner Systemumwelt bemerkbar. Das Systemverhalten setzt hierbei Veränderungen im System, bzw. des Systemzustands, in der Zeit voraus, welche als Zustandsänderungen bezeichnet werden. Diese Zustandsänderungen müssen nicht zwangsläufig als direkte Reaktionen auf Umwelteinwirkungen resultieren. In den meisten Fällen repräsentieren dabei die nach außen in die Systemumwelt dringenden Verhaltensgrößen nur einen Teil des Innenlebens des Systems, denn der tatsächliche Systemzustand ist in der Regel gar nicht oder nur mit sehr hohem messtechnischen bzw. sehr hohem regelungstechnischen Aufwand zu ermitteln. Für die Entwicklung eines Systems ist allerdings der Systemzustand, d.h. die Gesamtheit (der Vektor) seiner Zustandsgrößen entscheidend – selbst wenn sie äußerlich nicht in Erscheinung treten sollten [13]. Verhaltenserklärend aufgebaute Modelle bieten hierbei den großen Vorteil, dass nun auch die Zustände beobachtet werden können, welche z.B. in Prototypen nicht immer messtechnisch erfassbar sind. Dem Anwender bietet sich in der Folge ein wesentlich umfassenderes Bild der inneren Vorgänge in einem System und er kann somit viel schneller die auftretenden Ursachen für zum Beispiel ein mögliches Fehlverhalten erkennen und gegebenenfalls diesen optimierend gegensteuern. Voraussetzung hierfür ist jedoch eine hinreichend genaue Abbildung derjenigen Effekte, welche für das auftretende Fehlverhalten verantwortlich zeigen.

An diesem einfachen Beispiel zeigt sich auch das Wesen des Zustands eines Systems und vor allem seiner Zustandsgrößen. Diese sind zwar voneinander unabhängig, d.h. keine Zustandsgröße lässt sich aus einer beliebigen Kombination anderer Zustandsgrößen ableiten [13], aber durch ihre Verkopplung untereinander in Form ihrer Relationen beeinflussen diese sich jedoch gegenseitig. So gilt beispielsweise für ein einfaches mechanisches System aus einer Masse und einer mit ihr verbundenen Feder, dass sich der Zustand Geschwindigkeit nicht direkt aus dem Zustand Position schlussfolgern lässt, und umgekehrt. Erst durch ein Hinzufügen Ihrer Relationen (Wirkverknüpfungen) untereinander und der ganzheitlichen mathematischen Betrachtung und Auflösung (in diesem Falle Integration der Zu-

standsgröße Geschwindigkeit) kann auf den vollständigen Systemzustand geschlossen werden.

Häufig können ohne die Anwendung von Simulationen keine speziellen Aussagen zu dem Verhalten eines zu untersuchenden Systems getroffen werden, da die Verkopplungen der einzelnen Zustandsgrößen durch Ihre Relationen untereinander, vielfach zu einem unerwarteten Verhalten führen können, welches allein durch die Kenntnis der Systemstruktur nicht ableitbar wäre. Dieser Sachverhalt lässt sich durch die Feststellung weiter belegen, dass ein System mehr ist, als nur die Summe der Eigenschaften seiner Teile, bzw. seiner Teilsysteme. Diese Erkenntnis beruht eben genau auf der Tatsache, dass die Relationen zwischen den einzelnen Systemelementen dem Gesamtsystem eine zusätzliche Qualität verleihen, die nicht aus den Eigenschaften der Teilsysteme gefolgert werden kann [111]. Eine entsprechende Abgrenzung des Systems mit Hinblick auf die jeweilige Arbeitsaufgabe der mobilen Maschine und ein hinreichende Auswahl der abzubildenden Teilelemente und deren Relationen im Zusammenhang mit der Untersuchungsaufgabe an das Modell können helfen, das gewünschte Systemverhalten in einer geforderten Genauigkeit mit dem erstellten Modell darstellen zu können.

Als Beschreibungsform des Systemzustands hat sich in der Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme und vor allem in der Regelungstechnik die Zustandsraumdarstellung etabliert. Weitere Varianten der Beschreibung sind zum Beispiel Darstellungen des Signalfusses und als Bond-Graphen. Da nach Lenk [86] eine strukturelle Gleichheit der mathematischen Darstellungsformen zwischen den unterschiedlichen physikalischen Prinzipien (z.B. Mechanik, Elektrik, Magnetik, Hydraulik, etc.) hinsichtlich der Beziehungen zwischen ihren Zustandsgrößen besteht, eignet sich jedoch die Form der Zustandsraumdarstellung gleichermaßen für die allgemeine Beschreibung des Zustands vieler technischer Systeme. Ein weiterer wichtiger Grund für die Anwendung dieser Darstellungsform ist nach Unbehauen [139] die grundsätzliche Bedeutung des Begriffs des *Zustands eines dynamischen Systems*. Physikalisch betrachtet ist der Zustand eines dynamischen Systems durch den Energiegehalt der im System vorhandenen Energiespeicher bestimmt. Allein aus der Kenntnis des Zustands zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t = t_0$  folgt das Verhalten des Systems für alle anderen Zeiten. Zudem muss der Einfluss äußerer Größen, z.B. in der Form des Zeitverlaufs der Eingangsgrößen, bekannt sein [139]. Im Wesentlichen sind es nach Bossel [13] drei Systemelemente, mit denen sich das Verhalten eines Systems vollständig beschreiben lässt:

### 1. **Vorgabe- bzw. Eingabegrößen**

Hierzu zählen vor allem Umwelteinwirkungen (Steuer- und Störgrößen nach **Abbildung 3.7**), Systemparameter und Zustandsgrößen zum Zeitpunkt  $t = t_0$ . Diese Größen zeichnen sich dadurch aus, dass sie von der Entwicklung des Systems unabhängig bleiben, sich nur als Funktion der Zeit verändern – falls sie nicht ohnedies konstant bleiben – und keine Systemgrößen als Eingänge haben können. Ausnahmen bilden hierbei jedoch gewisse Systemparameter, welche durchaus von Systemzuständen abhängen können (z.B. Wert des Kompressionsmoduls von Öl ist abhängig von dem Systemzustand Druck). Typische Vorgabe- bzw. Eingabegrößen in der Welt der mobilen Arbeitsmaschinen können zum Beispiel sein: Bedienvorgaben anhand von Joysticksignalen, Temperatureinflüsse, Streckenprofile, usw. Viele dieser Größen können aus charakteristischen Messungen gewonnen werden. In Kapitel 6 wird ausführlicher auf die Herangehensweise zur Ableitung eines repräsentativen Lastzyklus aus einer Vielzahl von Messungen in Anlehnung an die Methode nach Deiters [22] eingegangen. Die Vorgabe- bzw. Eingabegrößen können in Form von Tabellenfunktionen oder mathematischen Funktionen mit der Zeit als Eingabevariable in das Simulationsmodell eingebracht werden, dies ist jedoch abhängig vom gewählten Modellaufbau.

### 2. **Zustandsgrößen**

Zustandsgrößen sind Speichergrößen („Gedächtnisgrößen“). Die Anzahl an Speichergrößen wird als Ordnung eines Systems bezeichnet. Zwei Arten von Speichergrößen sind in der Modellbildung und Simulation technischer Systeme von besonderer Bedeutung: Integrierten und Verzögerungen.

**Integrierten** stellen dabei die am weitaus häufigste Form der Darstellung von Systemzuständen dar. Sie haben die Aufgabe, ausgehend von einem vorgegebenen Anfangszustand aus den laufenden Veränderungen einer Zustandsgröße (Zugänge und Abgänge des Bestandes) ständig den aktuellen Zustand des Systems zu ermitteln. Hierfür sind die Zu- und Abflüsse im dazwischen liegenden Zeitintervall zum vorhergehenden Zustandswert zu addieren bzw. zu subtrahieren. Um den Einfluss des Zeitintervalls zu eliminieren, werden Zu- und Abflüsse als Flüsse pro Zeiteinheit ausgedrückt und als Raten bezeichnet. Ein einfaches Beispiel zur Darstellung der Funktion eines Integrators kann in einem hydraulischen Knoten („Kontrollvolumen“) gesehen werden. Über die zeitliche vorzeichenbehaftete Aufsummierung (zeitdiskretes

Modell) der in den Knoten ein- bzw. ausgebrachten Ölvolumina oder der vorzeichenbehafteten Integration (zeitkontinuierliche Modelle) der in den Knoten ein- bzw. ausfließenden Ölvolumenströme nach der Zeit kann mit Hilfe der die Speichereigenschaft des Knotens – im allgemeinen die Energieaufnahmekapazität des Speichers – beschreibenden Systemparameters auf den Systemzustand Druck geschlossen werden. Die in den Knoten ein- und ausfließenden Volumenströme geteilt durch die hydraulische Kapazität des Knotens stellen hierbei die Raten dar.

Ähnlich wie Integratoren müssen **Verzögerungen** (frühere) Systemzustände speichern und für zukünftige Zeitpunkte verfügbar halten. Die Dimensionen der Ein- und Ausgänge von Verzögerungen sind identisch, was für Integratoren nicht zutrifft. Von simulationstechnischer Bedeutung sind vor allem Haltespeicher, welcher die Aufgabe hat, einen ihm zum Zeitpunkt  $t$  gemeldeten Systemzustand erst zu einem späteren Zeitpunkt  $(t + T)$  weiterzugeben. Hierbei ist  $T$  die Verzögerungs-, bzw. Haltezeit. Der Haltespeicher ist zum Beispiel zur Darstellung von Transportverzögerungen wichtig, bei denen das Gut selbst keine Zustandsveränderung erfährt. In der modellhaften Abbildung von technischen Systemen spielen Haltespeicher vor allem dann eine große Rolle, wenn der betrachtete Systemzustand für einen Integrationsschritt zwischengespeichert werden soll, die Haltezeit also genau eine Integrationsschrittweite beträgt. Als Beispiele für die Anwendung seien an dieser Stelle vor allem die Änderung des Reibungszustands – von Gleitreibung zu Haftreibung und umgekehrt – genannt, wie sie bei der Modellierung zur Beschreibung des Kuppelungszustands oder des Reibungszustands einer Rad-Boden-Paarung in der Simulation von Kraftfahrzeugen verwendet werden [55].

### 3. **Zwischengrößen**

Alle Größen in einem System, welche nicht Vorgabe- oder Zustandsgrößen sind, können jederzeit aus den momentanen Werten von Vorgabe- und/oder Zustandsgrößen durch algebraische oder logische Rechenoperationen ermittelt werden. Diese Größen werden daher als Zwischengrößen (nach [86] auch Flusskoordinate oder Flussgröße) bezeichnet. In erster Linie stellen vor allem die Veränderungsraten der Zustandsgrößen Zwischengrößen dar. In der Elektrotechnik ist beispielsweise der elektrische Strom ein typisches Beispiel einer aus einer arithmetischen Rechenoperation ermittelten Zwischengröße. So kann nach dem Anlegen einer elektrischen Spannung – elektrische Poten-

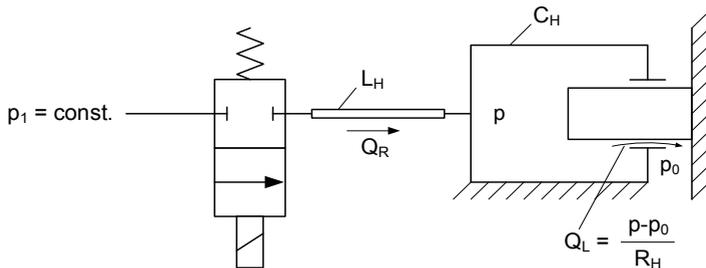
tialdifferenz zwischen Ein- und Ausgang – an den Klemmen eines elektrischen Widerstands auf die Zwischengröße elektrischer Strom geschlossen werden.

Mit dem aus [50] entnommenem Beispiel sollen anhand der Aufstellung der Gleichungen für den Druckaufbau des in **Abbildung 3.11** dargestellten einfachen hydraulischen Netzwerks eine einfache Systemstrukturdarstellung erstellt und die Ableitung des Zustandsraummodells exemplarisch durchgeführt werden. Das Netzwerk besteht dabei aus einer hydraulischen Kapazität, einer hydraulischen Induktivität und einem hydraulischen laminaren Widerstand. Der Druckaufbau in dem hydraulischen Knoten mit der hydraulischen Kapazität  $C_H$  soll für den Fall berechnet werden, dass zu Beginn der Betrachtung das 2/2-Wegeventil schlagartig geöffnet wird. Es wird idealisiert angenommen, dass der Druck  $p_1$  am Eingang des Ventils ohne Verzögerung nach Schalten des Ventils auch am Ausgang wirkt. Somit stellt sich über die Schlauchleitung – als idealisierte hydraulische Induktivität  $L_H$  betrachtet – eine Druckdifferenz ein. Die hieraus resultierende Kraft auf die Ölsäule in der Schlauchleitung bewirkt in der Folge eine verzögerte Bewegungseinleitung des Öls, d.h. die Masse des strömenden Öls muss beschleunigt werden. Nach [146] lässt sich die Beschleunigung des Ölstroms  $\dot{Q}_R$  – erste Ableitung des Ölstroms  $Q_R$  – anhand der folgenden Gleichungen bestimmen:

$$p_1 - p = L_H \cdot \dot{Q}_R \quad (3.1)$$

bzw.:

$$\dot{Q}_R = \frac{1}{L_H} \cdot (p_1 - p) \quad (3.2)$$



**Abbildung 3.11:** Darstellung des einfachen hydraulischen Netzwerks nach [50]

Durch die Integration von Gleichung (3.2) nach der Zeit lässt sich der Volumenstrom  $Q_R$  durch die Rohrleitung nach Öffnen des Schalters berechnen:

$$Q_R = \frac{1}{L_H} \cdot \int (p_1 - p) dt \quad (3.3)$$

Aus dem hydraulischen Knoten kann über das Spiel mit dem an der Wand befestigten Zylinder ein Leckageölstrom  $Q_L$  austreten. Aufgrund von geringen Spalthöhen (in **Abbildung 3.11** vergrößert dargestellt) und der relativ großen Spaltlänge ist die Strömung  $Q_L$  in derartigen Leckagestellen überwiegend laminar und kann mit Hilfe des hydraulischen Linearwiderstands  $R_H$  berechnet werden [146]:

$$Q_L = \frac{1}{R_H} \cdot (p - p_0) \quad (3.4)$$

Die Berechnung des Druckaufbaus für  $p$  erfolgt mit Hilfe der Druckaufbaugleichung [146]:

$$\dot{p} = \frac{1}{C_H} \cdot [Q_R - Q_L] \quad (3.5)$$

Nach dem Einsetzen von Gleichungen (3.3) und (3.4) in die Gleichung (3.5) für den Druckaufbau, entsteht der folgende Ausdruck:

$$\dot{p} = \frac{1}{C_H} \cdot \left[ \frac{1}{L_H} \cdot \int (p_1 - p) \cdot dt - \frac{1}{R_H} \cdot (p - p_0) \right] \quad (3.6)$$

Die Auflösung des Integrals durch die Ableitung von Gleichung (3.6) und das Umstellen der einzelnen Terme führt zu der folgenden Differentialgleichung:

$$\ddot{p} + \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p} + \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p = \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p_1 + \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p}_0 \quad (3.7)$$

Wenn der zeitliche Verlauf der Eingangsgröße  $p_1$  und die Anfangszustände von  $p$  und der Druckaufbaugeschwindigkeit  $\dot{p}$  bekannt sind, so kann die Lösung der Gleichung (3.7) sowohl analytisch als auch numerisch erfolgen. Bei diesem einfachen Beispiel ist ohne Weiteres ein analytischer Ansatz möglich, da die erhaltene Differentialgleichung (3.7) der Ordnung 2 linear und zeitinvariant ist. Zur Lösung dieser Gleichung stehen für den homogenen und den partikulären Teil mathematische Ansätze zur Verfügung, welche zu einer geschlossenen Lösung in einer expliziten

Gleichung führen. Die erhaltene Gleichung für den zeitlichen Druckverlauf hat dabei den Vorteil, dass mit relativ geringem Aufwand auch das Verhalten bei der Wahl von unterschiedlichen Systemparametern, Anfangszuständen oder Eingabegrößen untersucht werden kann. Tendenzen in wie weit sich die Wahl eines Systemparameters z.B. auf die Schwingungsfrequenz auswirkt, kann in der Regel direkt der Lösungsgleichung entnommen werden.

Bei linearen Systemen und Systemen mit einer geringen Ordnung (Anzahl der Zustände) ist der Ansatz, die Differentialgleichung analytisch zu lösen, noch relativ einfach handhabbar. Da reale technische Systeme aber meist aus einer Vielzahl von Systemelementen mit verschiedenen Relationen untereinander bestehen, ergeben sich hierdurch komplexere Wirkzusammenhänge, welche zusätzlich sehr oft nichtlineares Verhalten aufweisen. Auch ist die Ordnung des betrachteten Systems in der Regel um ein Vielfaches höher, als bei dem soeben betrachteten einfachen Beispiel aus **Abbildung 3.11**. Eine analytische Lösung der Modellgleichungen ist hierbei nur in sehr wenigen Fällen überhaupt möglich. In der Simulation technischer System geht man nun dazu über die aufgestellten Differentialgleichungen numerisch zu lösen, wobei für einige grundsätzliche Erläuterungen das Thema Simulation und die Abgrenzung zur Modellbildung betreffend auf die nächsten beiden Abschnitte dieses Kapitels verwiesen wird. An dieser Stelle soll eine Darstellung der Systemgleichung für das einfache Modell gezeigt werden, aus der die Beziehungen der jeweiligen Wirkverknüpfungen (Relationen) der einzelnen Systemzustände und Vorgabegrößen untereinander ersichtlich werden. Zudem eignet sich die gewählte Form der Darstellung auch zu einer direkten Ableitung des Signalfussplans, welcher eine Basis für eine spätere Simulation darstellen kann (z.B. Simulation mit Matlab/Simulink oder anderen signalfussorientierten Simulationsprogrammen). Ausgehend von Gleichung (3.7) wird ein Ausdruck für  $\ddot{p}$  durch Umstellen gefunden:

$$\ddot{p} = -\frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p} - \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p + \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p_1 + \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p}_0 \quad (3.8)$$

Durch das Einführen einer neuen Zustandsvariablen

$$x_1 = p \quad (3.9)$$

und der anschließenden Ableitung von Gleichung (3.9) nach der Zeit erhält man die eine zweite Zustandsvariable

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{p} \quad (3.10)$$

Die neuerliche Ableitung von Gleichung (3.10) führt zu der folgenden Formulierung:

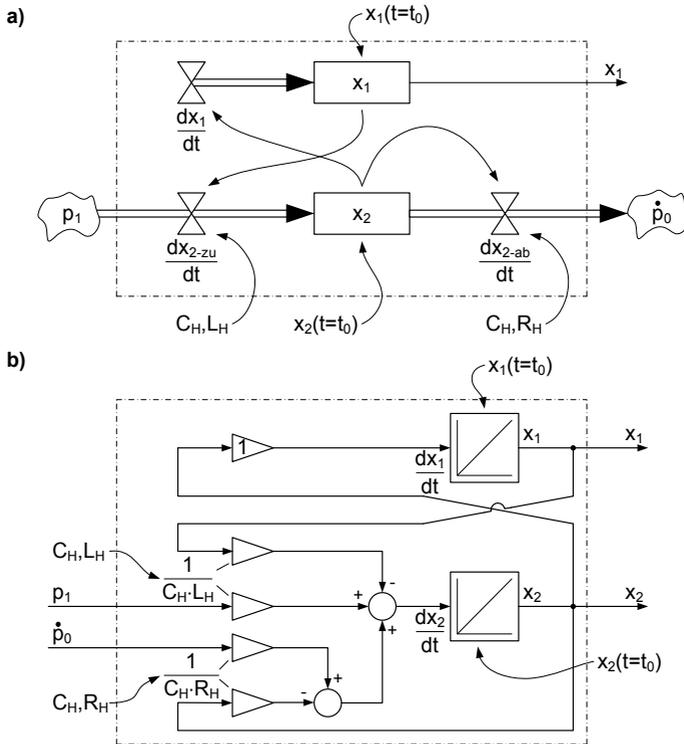
$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = \ddot{p} = & -\frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p} - \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p + \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p_1 \\ & + \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p}_0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Werden die beiden Zustände  $p$  und  $\dot{p}$  in Gleichung (3.11) durch die beiden Ersatzzustandsvariablen aus den Gleichungen (3.9) und (3.10) ersetzt, führt dies zu folgendem Ausdruck:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = & -\frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot x_1 - \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot x_2 + \frac{1}{C_H \cdot L_H} \cdot p_1 + \frac{1}{C_H \cdot R_H} \cdot \dot{p}_0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Aus der Differentialgleichung (3.7), bzw. (3.8), zweiter Ordnung folgt das Differentialgleichungssystem erster Ordnung in Gleichung (3.12) mit zwei Zustandsvariablen. Dabei stellt die Zustandsvariable  $x_1$  den Druck  $p$  in dem hydraulischen Knoten und  $x_2$  die Druckaufbaugeschwindigkeit  $\dot{p}$  des Drucks  $p$  dar. Aus Gleichung (3.12) wird die Verkopplung der beiden Zustandsvariablen untereinander deutlich. Ändert sich der Zustand der einen Variablen, so hat dies einen direkten Einfluss auf die andere Zustandsvariable zur Folge. Erhöht sich zum Beispiel der Druck  $p$  (Zustandsvariable  $x_1$ ), verringert sich die Druckaufbaugeschwindigkeit  $\dot{p}$  - gekennzeichnet durch eine Verringerung des Werts des Terms auf der rechten Seite der unteren Gleichung von (3.12). Dies hat wiederum eine Verringerung der zeitlichen Ableitung von  $x_1$  (Druckaufbaugeschwindigkeit) zur Folge und der untersuchte Druck  $p$  baut sich in Folge nur verzögert auf. **Abbildung 3.12** zeigt die mathematischen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Zuständen und den Vorgabengrößen.

Hierbei zeigt das Systemdiagramm ((a) in **Abbildung 3.12**) nach Bossel [13] eine Grundstruktur dynamischer Systeme. In dieser Grundstruktur werden Vorgabegrößen (in hiesigem Beispiel der Druck  $p_1$  am Eingang der Rohrleitung, der Umgebungsdruck  $p_0 = 0$ , die Anfangswerte der Zustände  $x_1(t = t_0)$  und  $x_2(t = t_0)$ ) und die Systemparameter  $C_H$ ,  $R_H$ ,  $L_H$ ) von anderen Systemelementen nicht beeinflusst. Die Eingänge der Zustandsgrößen (in **Abbildung 3.12** als Kästen dargestellt) sind immer die Veränderungsrate, welche sich vorwiegend aus den physikalischen Zwischengrößen, wie z.B. den ein- und ausfließenden Ölvolumenströmen, bilden lassen.



**Abbildung 3.12:** Systemdiagramm (a) nach [13] und Signalfussplan (b) nach [93] zur Darstellung der mathematischen Systemstruktur des einfachen hydraulischen Netzwerks

Die Zwischengrößen wiederum lassen sich als Funktionen von Vorgabe- und/oder Zustandsgrößen darstellen. In dem betrachteten Beispielsystem lässt sich der aus dem hydraulischen Knoten fließende Leckageölstrom  $Q_L$  als die Differenz des Druckes  $p$  im hydraulischen Knoten und des Umgebungsdruckes  $p_0 = 0$  ausdrücken, siehe Gleichung (3.4). Die Beeinflussung der Zwischengrößen kann also durch die Vorgabegrößen und die Zustandsgrößen erfolgen. Die Darstellung des Einflusses, bzw. der Relationen, der Zustandsgrößen auf die Zwischengrößen erfolgt in Form einer Anbringung von Pfeilen, ausgehend von den Zustandsgrößen, auf die jeweiligen Änderungsraten erfolgen. So hat beispielsweise die Zustandsgröße  $x_1$  (Druck  $p$ ) einen Einfluss auf die Beschleunigung des in den Knoten einfließenden Ölstroms

und somit auch auf die Änderungsrate für die Zustandsgröße  $x_2$  (Druckaufbaugeschwindigkeit  $\dot{p}$ )

Während mit der Darstellung des Systemdiagramms die grundlegende Systemstruktur abgebildet werden kann und somit die wesentlichen Beeinflussungen der Zustände untereinander zu erkennen sind, liefert aber erst die Darstellung der mathematischen Struktur in Form eines Signalfussplans ((b) in **Abbildung 3.12**) die notwendige Grundlage für den Aufbau eines Simulationsmodells. Zum einen können Signalfusspläne helfen die notwendigen Gleichungen zur Aufstellung eines mathematischen Modells zu erzeugen (z.B. bei sehr komplexen Systemen oder Systemen mit einer großen Anzahl an Systemelementen und Wirkverknüpfungen). Zum anderen, und das ist die weitaus häufigere Verwendung von Signalfussplänen, können diese direkt für den Modellaufbau in Simulationswerkzeugen genutzt werden, welche auf der sogenannten signalfuss-basierten Modellierung basieren [30]. Ein Beispiel für ein solches Simulationstool ist das Programm MATLAB in Verbindung mit seiner Erweiterung Simulink [10]. Dieses Tool ermöglicht es, die gewünschten mathematischen Formeln grafisch darzustellen. Aus einer sehr umfangreichen Bibliothek können für die Modellbildung die erforderlichen Funktionsblöcke ausgewählt und über Verbindungen entsprechend dem Informationsfluss miteinander verbunden werden [10]. Üblicherweise können die ermittelten Signalfusspläne eines Systems direkt und vollständig in Simulink aufgebaut werden.

Der Signalfussplan (b) in **Abbildung 3.12** stellt die schon im Systemdiagramm (a) gezeigten Relationen, bzw. Abhängigkeiten, zwischen den Systemzuständen und den jeweiligen Zwischengrößen, bzw. Veränderungsraten, detaillierter dar. Zum Beispiel kann der Einfluss der Zustandsgröße  $x_1$  (Druck  $p$ ) auf die Änderungsrate zur Bestimmung des Zustands  $x_2$  (Druckaufbaugeschwindigkeit  $\dot{p}$ ) in seiner mathematischen Formulierung wiedergegeben werden. Erhöht sich der Wert von  $x_1$ , so verringert sich die Veränderungsrate für die Bestimmung von  $x_2$  (aufgrund des größeren Drucks  $p$  im hydraulischen Knoten sinkt das Druckgefälle über der Rohrleitung, in dessen Folge sich die Beschleunigung des Ölstroms verringert und somit auch der in den Knoten einfließende Volumenstrom pro Zeit).

Eine weitere Möglichkeit der Beschreibung von dynamischen Systemen bietet die Darstellung in einem Zustandsraummodell. Eine sehr häufige Verwendung dieser Darstellungsform zur Beschreibung des Systemzustands findet man vor allem im Bereich der Regelungstechnik. Viele moderne Methoden zur Reglerauslegung und Reglerentwicklung nutzen moderne Entwurfsverfahren im Zeitbereich, da sich da-

mit auch nichtlineare und zeitvariante System sowie Systeme mit mehreren Ein- und Ausgangsvariablen untersuchen lassen [93]. Eine besondere Bedeutung erlangte die Zustandsraumdarstellung auch auf dem Gebiet der Modellbildung und Simulation, vor allem durch das Aufkommen des Digitalrechners. Viele numerische Lösungsverfahren in Simulationsprogrammen, z.B. die ode...-Funktionen in MATLAB, gehen davon aus, dass für die numerische Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen, egal ob linear oder nichtlinear, diese als eine Differentialgleichung bzw. als ein Satz von Differentialgleichungen erster Ordnung vorliegen [10]. Zudem stellt die Darstellung im Zustandsraummodell die Basis für viele ordnungsreduzierende Ansätze und Methoden bei der Anwendung von Zeitbereichsverfahren dar [62].

Nach Unbehauen [139] kann das Differentialgleichungssystem (3.12) in Matrixschreibweise dargestellt werden. Hierbei erhält man die folgende Formulierung (Annahme  $p_0 = 0$ ):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_H \cdot L_H} & -\frac{1}{C_H \cdot R_H} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_H \cdot L_H} \end{bmatrix} \cdot p_1(t) \quad (3.13)$$

oder

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot u(t) \quad (3.14)$$

mit

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_H \cdot L_H} & -\frac{1}{C_H \cdot R_H} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_H \cdot L_H} \end{bmatrix}, \quad u(t) = p_1(t)$$

Die Ausgangsgröße  $y(t)$  ist in dem betrachteten Beispiel der Druck in der Zylinderkammer  $p(t)$  und wird durch die Gleichung (3.9) vorgegeben. Eine vektorielle Schreibweise kann durch die folgende Beziehung angegeben werden:

$$y(t) = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}(t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{c}^T = [1 \quad 0] \quad (3.16)$$

Das soeben betrachtete Beispiel stellt ein System mit nur einer Eingangsgröße  $u(t)$ , für  $p_0 = 0$  und einer Ausgangsgröße  $y(t)$  dar. Es handelt sich hierbei also um ein

*Eingrößensystem* [139]. Da in vielen realen dynamischen Systemen in der Technik die Anzahl der Ein- und Ausgangsgrößen nicht auf eins beschränkt ist, wird das Zustandsraummodell in seiner allgemeinen Form als Mehrgrößensystem mit  $r$  Eingangsgrößen  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$  und  $m$  Ausgangsgrößen  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$  beschrieben. Die Ein- und Ausgangsgrößen bilden die einzelnen Elemente  $u_\nu(t)$  und  $y_\mu(t)$  der Vektoren  $\mathbf{u}(t)$  und  $\mathbf{y}(t)$ . Somit lautet die allgemeine Form der Zustandsraumdarstellung eines linearen, zeitinvarianten dynamischen Systems der Ordnung  $n$  [139]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.18)$$

Hierbei bedeuten nach [139] für die entsprechenden das Systemverhalten charakterisierenden bzw. beschreibenden Elemente:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \text{Zustandsvektor}$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \quad \text{Eingangs- oder Steuervektor}$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad \text{Ausgangsvektor}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (n \times n) - \text{Systemmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nr} \end{bmatrix} \quad (n \times r) - \text{Eingangs- oder Steuermatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix} \quad (m \times n) - \text{Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mr} \end{bmatrix} \quad (m \times r) - \text{Durchgangsmatrix}$$

Gleichung (3.17) ist dabei die (vektorielle) *Zustandsdifferentialgleichung* oder kurz *Zustandsgleichung*. Mit einem als Nullvektor gewähltem Eingangsvektor  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{0}$  ergibt sich das folgende homogene Differentialgleichungssystem

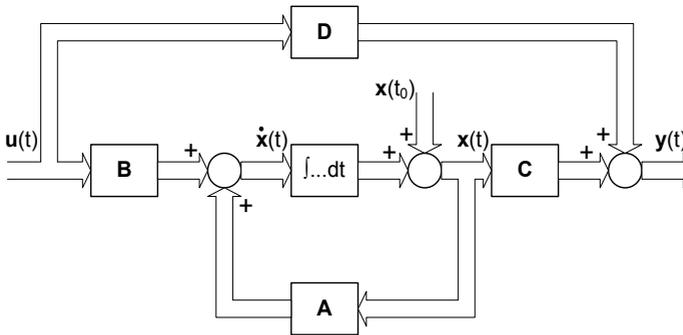
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.19)$$

die das Eigenverhalten des Systems kennzeichnet. Hierbei enthält die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  die vollständige Information über das Eigenverhalten des Systems. Wichtige dynamische Systemeigenschaften, z.B. das Stabilitätsverhalten, können durch Analyse der Matrixelemente oder durch Bestimmung der Eigenwerte der Matrix ermittelt werden. Durch die Steuermatrix  $\mathbf{B}$  wird die Art der äußeren Erregung, also die Wirkung der Eingangsgrößen auf das Systemverhalten, beschrieben [139]. Nach [139] wird die Gleichung (3.18) als *Ausgangs-* oder *Beobachtungsgleichung* bezeichnet. Sie gibt im Wesentlichen den Zusammenhang zwischen den Ausgangsgrößen und den Zustandsgrößen an, der durch die Matrix  $\mathbf{C}$  als (rein statische) Linearkombination der Zustandsgrößen gegeben ist. Bei manchen Systemen besteht zusätzlich ein direkter proportionaler Einfluss der Eingangsgrößen auf die Ausgangsgrößen über die Durchgangsmatrix  $\mathbf{D}$ . Solche Systeme werden als sprunghfähig bezeichnet. In **Abbildung 3.13** werden die Zusammenhänge anhand eines Blockschaltbilds, welches man aus den Gleichungen (3.17) und (3.18) erhält, unmittelbar ersichtlich. Erwähnt sei abschließend, dass die Zustandsraumdarstellung auch für lineare zeitvariante Systeme anwendbar ist [43]. In diesem Fall ist mindestens ein Element der Matrizen  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{D}$  eine Funktion der Zeit. Auch besteht die Möglichkeit lineare oder nichtlineare, zeitinvariante oder zeitvariante dynamische Systeme in der allgemeinen Form der Zustandsraumdarstellung abzubilden. Diese gliedert sich ebenso in eine Zustandsgleichung und eine Ausgangsgleichung und lautet nach [139]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.21)$$

$\mathbf{f}_1$  und  $\mathbf{f}_2$  sind hierbei beliebige lineare oder nichtlineare Vektorfunktionen der Dimension  $n$  bzw.  $m$  [139].



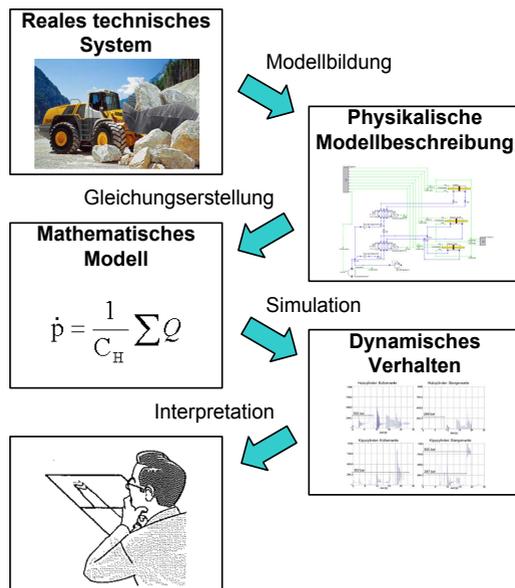
**Abbildung 3.13:** Blockschaltbild des Mehrgrößensystems nach [139]  
 (Gleichungen (3.17) und (3.18))

### 3.1.3 Grundsätzliche Angaben zu Modellen und zur Modellbildung

Nachdem in dem vorangegangenen Abschnitt vordergründig der Begriff des Systems eingeführt und eine Definition des Systembegriffs angegeben wird, soll hierauf aufbauend an dieser Stelle der Arbeit der Übergang von der abgegrenzten Systemstruktur hin zu einem das Systemverhalten beschreibenden Simulationsmodell erfolgen. Hierbei wird man sehr schnell feststellen, dass eine strikte Trennung der Begrifflichkeiten zu Systemen und Modellen nicht immer möglich ist, da in der Abgrenzung des Systems bzw. in der Vorstellung der zu untersuchenden Anforderungen an das Systemverhalten auch schon immer ein möglicher Modellansatz vorgegeben zu sein scheint. Die Wahl des Modellansatzes kann dabei von z.B. der Erfahrung oder den Vorkenntnissen des Modellentwicklers und hauptsächlich von der Art der Untersuchungsaufgabe abhängen, für welche das Simulationsmodell entwickelt werden soll.

So wird beispielsweise ein Regelungstechniker die Darstellung eines dynamischen Systems als Zustandsraummodell bevorzugen, da für die Analyse und Synthese von Regelungsstrukturen im Zeitbereich eine große Anzahl von Werkzeugen für die Behandlung von Zustandsraumdarstellungen zur Verfügung stehen. Der Entwickler einer Betriebsstrategie wird dagegen wahrscheinlich eher auf die Darstellung von

signalfluss-basierten Strukturen zur Beschreibung des Modellverhaltens eines dynamischen Systems zurückgreifen. Zum einen liegt in dieser Form der mathematischen Beschreibung eine relativ anschauliche Darstellung der Systemstruktur mit ihren Relationen vor und zum anderen kann der Entwickler direkt auf wichtige Zustands- oder Zwischengrößen zugreifen, deren Einfluss auf das Gesamtsystemverhalten erkennen und dadurch gegebenenfalls einfacher durch einen Eingriff der Betriebsstrategie optimierend auf das Systemverhalten einwirken. Formal wurde bereits am Ende des letzten Abschnitts der Übergang von einem System hin zu einem Modell vollzogen, da hier bereits die wesentlichen zur Funktionsbeschreibung notwendigen Systemelemente des abgegrenzten hydraulischen Beispielsystems aus **Abbildung 3.11** durch idealisierte Elemente, z.B. hydraulische Kapazität, ersetzt wurden und auf deren Basis ein mathematisches Modell erstellt werden konnte. **Abbildung 3.14** zeigt beispielhaft die einzelnen Schritte von Modellbildung und Simulation [142].



**Abbildung 3.14:** Allgemeines Vorgehen bei der Modellerstellung und der Simulation an einem hydraulischen Beispielsystem [142]

Unter Modellbildung können nach Dronka [30] dabei alle notwendigen Arbeitsschritte zusammengefasst werden, welche ausgehend vom realen technischen System bis zur computergerechten Darstellung des Modells notwendig sind, um mit dieser eine Simulation durchführen zu können. Deutlich wird hierbei vor allem die Unterscheidung zwischen der physikalischen Modellerstellung und auf deren Grundlage aufbauenden mathematischen Modellbeschreibung, siehe **Abbildung 3.14**.

#### **Physikalische Modellbeschreibung**

Die physikalische Modellbeschreibung beginnt bereits bei der Abgrenzung des Systems gegenüber den Elementen seiner Systemumwelt. Aus dem vorgegebenen oder vom Modellentwickler erkannten Systemzweck, werden die relevanten Systemelemente und deren Relationen untereinander in der Art eingegrenzt, dass das betrachtete System durch Abstraktion in ein physikalisches Ersatzmodell überführt werden kann. Der Prozess der Modellbildung befasst sich nach Cellier und Kofman [20] anschließend damit, mit Hilfe der Erfahrung des Modellentwicklers sowie anhand physikalischer Zusammenhänge Erkenntnisse aus dem real vorliegenden System zu gewinnen. Ziel ist es, dieses Wissen in einer geeigneten und eindeutigen Art und Weise so darzustellen und so zu formulieren, dass das Verhaltens des Systems anhand der darauf folgenden Simulation eindeutig beschrieben werden kann. Nach [30] liegt es nun vor allem an den Kenntnissen und Fähigkeiten des Modellentwicklers, einen geeigneten Modellierungsansatz auszuwählen und eine erforderliche Detailtiefe des aufzubauenden Modells festzulegen. Diese Eigenschaften an das Modell können in der Regel bereits anhand des Systemaufbaus (Systemzweck) und den Zielen der Simulation (Modellzweck) zum Teil vorgegeben sein und somit eine Richtung für die Wahl des Modells und der Detailtiefe festlegen.

In der Literatur ([13], [30], [111], [138], [142]) ist eine große Anzahl von Modellierungsansätzen zu finden, wobei im folgenden Abschnitt die wichtigsten und die die Formulierung des Modellbegriffs für diese Arbeit eingrenzenden Modellansätze näher vorgestellt werden sollen. Die Modellierungsansätze für systemdynamische Modelle unterscheiden sich dabei in Anlehnung an [13]:

- nach der Art der Abbildung des Verhaltens der Modellvariablen über der Zeit in **zeitkontinuierliche** oder **zeitdiskrete** Ansätze: Die meisten technischen Systeme sind in der Regel kontinuierlich, d.h. ihre Systemzustände sind zu jedem beliebigen Zeitpunkt definiert und messbar. Die Zustände zeitdiskreter Systeme sind dagegen nur zu bestimmten diskreten Zeitpunkten definiert

und feststellbar (z.B. in sämtlichen Regelsystemen, in denen ein Digitalrechner die Funktion eines Rechners übernimmt [138]). Für zeitkontinuierliche Systeme können die Zustandsänderungen als Differentialgleichungen formuliert werden (siehe Abschnitt 3.1.2), die zu jedem Zeitpunkt gelten. Bei zeitdiskreten Systemen dagegen kann die Zustandsänderung nur zu diskreten Zeitpunkten über Differenzgleichungen beschrieben werden.

- nach der Art, ob die Änderung der Werte der Systemzustände und der Zwischengrößen **wertekontinuierlich** oder **wertediskret** erfolgt: Auch hier gilt, dass die meisten realen technischen Systeme wertekontinuierlich beschrieben werden können und die gemessenen Größen generell jeden Wert in ihrem Wertebereich annehmen können. Kann das Signal nur gewisse diskrete Amplitudenwerte annehmen, dann liegt ein quantisiertes Signal vor. Als Beispiel hierfür kann auch wieder ein Regelsystem genannt werden, in dem ein Digitalrechner die Funktion eines Reglers übernimmt [138].
- nach der Art der Verteilung der Eigenschaften des Systems in Modelle mit **verteilten Parametern** oder in Modelle mit **konzentrierten Parametern**: Wie bereits angedeutet verfügen reale Systeme über eine gewisse Ausdehnung im Raum und können nicht punktförmig ausgeführt sein. In vielen Fällen hat aber diese räumliche Verteilung, bzw. Ausdehnung der Systemelemente, keinen entscheidenden Einfluss auf das dynamische Verhalten des betrachteten Systems. Bei Systemen, bei denen eine räumliche Ausdehnung der Systemelemente keinen Einfluss auf die Systemdynamik hat und sich die physikalischen Modelle durch idealisierte Elemente zusammensetzen lassen, spricht man von Systemen mit **konzentrierten Parametern**. Bei solchen Systemen treten keine räumlichen Gradienten auf und können daher mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben werden. In der Mechanik stellen z.B. Massen, Federn, Dämpfer und in der Hydraulik z.B. hydraulische Kapazitäten, hydraulische Induktivitäten, hydraulische Widerstände solche idealisierte Elemente dar. Andererseits gibt es Systeme, bei denen sich die Verteilung der einzelnen Systemgrößen im Raum auf die zeitliche und räumliche Dynamik auswirkt. So muss z.B. bei der Untersuchung von Spannungen in komplexen tragenden Teilen, von Flüssigkeitsströmungen in komplexen hydraulischen Verbindungskanälen oder von Feldausbreitungen bei komplexen elektromagnetischen Anordnungen das gesamte räumlich und zeitlich variierende Feld der Systemgrößen betrachtet

werden. Solche Systeme werden als Systeme mit *verteilten Parametern* bezeichnet und lassen sich durch partielle Differentialgleichungen beschreiben.

- nach der Art des Änderungsverhaltens der Systemstruktur in **deterministische** oder **stochastische** Modelle: Zufällige Veränderungen etwa der Parameter, der Wirkungsbeziehungen zwischen Systemelementen und/oder der Umwelteinwirkungen werden in *deterministischen Modellen* ausgeschlossen. Im Gegenzug hierbei werden in *stochastischen Modellen* sich verändernde Einflüsse explizit berücksichtigt, z.B. durch zufällige Schwankungen der Umwelteinwirkungen. Stochastische Modelle liefern daher für jeden Simulationslauf unterschiedliche Werte und nur eine große Anzahl an Simulationen kann dann einen Überblick verschaffen, mit welcher statistischen Verteilung von Verhalten zu rechnen ist. Grundsätzlich lassen sich mobile Arbeitsmaschinen auch als Systeme mit *stochastischen* Verhalten auffassen. Die Grundstruktur der Maschinen mit ihren inneren Relationen bleibt über den betrachteten Simulationszeitraum sicherlich frei von *stochastischen* Einflüssen, jedoch unterliegen die meist bei Versuchen ermittelten Eingangsgrößen (z.B. Bedienervorgaben, Belastungsvorgaben) *stochastischen* Beeinflussungen. So können sich z.B. durch ändernde Wetterbedingungen die Materialeigenschaften des Bodens ändern und sich somit auch auf die Eigenschaften anderer Prozessgrößen (Grabkraft, Masse des aufzunehmenden Schüttguts, etc.) auswirken. Zudem spielt auch der Bediener einer mobilen Maschine durch seine Vorgaben in Form von Ansteuersignalen eine entscheidende Rolle auf die Bestimmung der Eingangsgrößen und somit auch auf das Betriebsverhalten der zu untersuchenden Maschine. Um diese Beeinflussungen zu minimieren, werden Versuche bei gleichbleibenden, reproduzierbaren und der realen Anwendung angepassten Bedingungen aufgenommen. Zudem werden in der Regel professionelle Baumaschinenbediener für die Aufnahme von repräsentativen Versuchsreihen engagiert. Mit Hilfe von statistischen Methoden kann nun aus einer Vielzahl von aufgenommenen Messungen ein belastbarer typischer Zyklus generiert oder ausgewählt werden, z.B. nach [22], welcher die charakteristischen Eingangsgrößen repräsentiert. Die Zufälligkeiten die von den einzelnen Bedingungen auf die Systemelemente ausgehen, lassen sich somit durch statistisch belegte Modelle und Vorgaben ersetzen, so dass deterministische Modelle das **aggregierte Verhalten** des Realsystems gut annähern [13]. Das Vorgehen, wie beispielsweise aus einer Vielzahl von Messungen ein typischer Teilzyklus für die Arbeitsaufgabe Graben eines Baggers generiert

werden kann, ist in Kapitel 6 dieser Arbeit zu finden. Die Simulation des Systemverhaltens mit einem durch statistische Verfahren erhaltenen typischen Referenzzyklus erleichtert und verkürzt die Simulation und das simulierte Verhalten entspricht im Mittel auch dem realen Verhalten [22]. Jedoch können durchaus auch Bedingungen und Zustände auftreten, welche durch den repräsentativen Zyklus nicht mit abgedeckt werden. Um dieses **individuelle Verhalten**, welches durch die individuellen Fähigkeiten Kenntnisse und Entscheidungen des Bedieners (Menschen) geprägt wird, zu berücksichtigen, empfiehlt es sich, zusätzliche Simulationen mit Eingangsgrößen durchzuführen, welche auf ein gravierend unterschiedliches Verhalten bezogen auf das mit dem Referenzzyklus simulierte Verhalten schließen lassen.

- nach der Art des Änderungsverhalten der Systemparameter in Modelle mit **konstanten Parametern** oder in Modelle mit **zeitvarianten Parametern**: Bei Systemen mit *konstanten Parametern* verändern sich die Systemparameter nicht in Abhängigkeit der Zeit als einzige unabhängige Veränderliche – hierbei sind aber Parameter ausgenommen, welche sich auf Grund einer Abhängigkeit von Zustandsgrößen ändern, z.B. Kompressionsmodul des Öls ist abhängig vom wirkenden Druck. Systeme mit *konstanten Parametern* spielen in der Modellbildung und Simulation technischer Systeme die häufigste und wichtigste Rolle [138]. Diesen Systemen gegenüber stehen Systeme mit *zeitvarianten Parametern*, also mit Größen, die sich in allein nur in Abhängigkeit der Zeit als einzige unabhängige Variable ändern. Als Beispiele aus der Welt der Technik gelten z.B. vor allem die Eigenschaftsänderungen von Öl durch Alterung oder die Eigenschaftsänderungen von mechanischen Komponenten durch Abrieb und Verschleiß verursacht. Da bei der Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme in der Regel nur die Betrachtung von Kurzzeitprozessen interessiert, nimmt die Modellbildung mit *zeitvarianten Parametern* nur eine untergeordnete Stellung ein und spielt aus diesem Grund in der weiteren Bearbeitung dieser Arbeit auch keine Rolle.
- nach der Art des Einflusses auf das Systemverhalten in **autonom getriebene** oder **exogen getriebene** Modelle: Grundsätzlich existieren Systeme immer in einer sie umgebenden Systemumwelt, aus der Einflüsse auf sie einwirken und auf die sie reagieren. Ein wichtiger Teil der Systemdynamik, nämlich die Eigendynamik des Systems, wird aber durch die gegenseitige Beeinflussung der Zustandsgrößen in Rückkopplungsschleifen bestimmt.

Diese Beeinflussung zeigt sich vor allem darin, ob das dynamische Verhalten stabil ist, mit welcher Dynamik die gewünschte – durch von außerhalb der Systemgrenzen eingebrachten Vorgabegrößen – Änderungen der Werte von Zustandsgrößen erfolgt oder welcher stationäre Wert einer Zustandsgröße sich nach einer gewissen Zeit einstellt. Dieses Verhalten, bei dem die wesentlichen Eigenschaften durch die eigentliche Systemstruktur resultieren, wird als *autonom getrieben* bezeichnet. Rein *autonom getriebene* Systeme können in der Realität aber auch nicht vorkommen, da Energiespeicher wieder aufgefüllt werden müssen und ein System auch nur dann ein System sein kann, wenn der Betrachter einen Systemzweck in dem Objekt erkennen kann. Ohne Einwirkungen von außen, z.B. Vorgabegrößen durch einen Bediener, verharrt ein System in einer vormals eingenommenen Gleichgewichtslage und genügt strenggenommen nicht mehr der Systemdefinition (siehe Abschnitt 3.1.2). In der Welt der mobilen Arbeitsmaschinen stellt das sogenannte *exogen getriebene* Verhalten ein wichtiges Merkmal dar. Hierbei spielt die Beeinflussung des Systemverhaltens von außen eine wichtige Rolle, da zum einen unterschiedliche Systemzwecke – Arbeitsaufgaben – eine unterschiedliche Eingrenzung des Systems verursachen und zum anderen durch die Bedienvorgaben auch kritische Systemzustände erreicht werden können, die zu einem unerwarteten Verhalten führen können. Als Beispiel sei das Erreichen von Endanschlägen bei hydraulischen Linearantrieben oder der Zustand der Unterversorgung in hydraulischen Steuerungseinheiten genannt. Diese beiden Zustände werden zum einen durch die quantitativen Eigenschaften der entsprechenden Systemparameter, zum anderen aber auch maßgeblich durch das Bedienerverhalten bestimmt. Eine mobile Arbeitsmaschine kann aus diesen Gründen nie losgelöst von seiner Systemumwelt und den aus seiner Umwelt vorgegebenen Vorgabegrößen betrachtet werden.

Nach Dronka [30] wird in der Modellbildung realer technischer Systeme meist ein Ansatz gewählt, der immer eine Kombination der soeben aufgeführten Eigenschaften beinhaltet. Bei Mehrkörpersystemen (MKS-Systeme), hydraulischen Systemen aber auch zum Teil bei elektrischen und magnetischen Netzwerken [129] erfolgt in der Regel der Modellaufbau auf Grundlage zeit- und wertekontinuierlicher Ansätze mit der Abbildung der Struktur anhand von konzentrierten Parametern. Diese stellen bereits eine Idealisierung realer physikalischer Wirkprinzipien oder Gesetzmäßigkeiten dar. Die Struktur des Gesamtsystems einer mobilen Arbeitsmaschine für die Betrachtung des dynamischen Verhaltens besteht aus einer Vielzahl von solch

konzentriert aufgebauten Systemelementen oder Teilsystemen, welche durch Ihre Relationen miteinander verknüpft sind. Das Übertragungsverhalten der einzelnen Systemelemente oder Teilsysteme ist dabei losgelöst von der geometrischen Gestalt ihrer Koppelflächen, an denen meist die Wechselwirkungen stattfinden. Im Gegensatz hierzu zielen die Ansätze mit verteilten Parametern in der Regel auf die Untersuchungen des Komponentenverhaltens an diesen Koppelflächen, welches von den vorherrschenden physikalische Wirkprinzipien und der Gestaltung der entsprechenden Koppelflächen abhängt. Die Ergebnisse aus Simulationen mit verteilten Parametern können in Kennlinien oder Kennfeldern hinterlegt und diese für die Simulation des dynamischen Verhaltens eines Gesamtsystems mit konzentrierten Parametern genutzt werden. Als Beispiele seien hier die Simulation von Strömungskräften an Steuerschiebern oder die Berechnung der Magnetkraft eines Elektromagneten genannt. Die Betrachtung von Systemen mit verteilten Parametern spielt in dieser Arbeit nur eine untergeordnete Rolle.

Eine Unterteilung einzelner Systemelemente und ihrer Relationen untereinander in einzelne abgeschlossene Teilsysteme kann sinnvoll sein, wenn:

- Teilsysteme zu unterschiedlichen Fachdisziplinen gehören und mit unterschiedlichen Werkzeugen oder unterschiedlichen Modellierungsansätzen modelliert werden müssen [30]. In den einzelnen physikalischen Disziplinen haben sich auch auf Grund der verschiedenen spezifischen Wirkprinzipien unterschiedliche Verfahren und Methoden durchgesetzt, um zu den mathematischen Beschreibungen zur Beschreibung des Systemverhaltens zu gelangen. So werden in der Mechanik klassische bilanzorientierte Methoden, wie der Einsatz des Impuls-, Schwerpunkt- und /oder Drallsatzes, und energiebasierte Methoden (z.B. Lagrange-Formalismus) angewendet [108], während in der Elektrotechnik vor allem auf die Anwendung der Knoten- und Maschensätze nach Kirchhoff zurückgegriffen wird [79].
- eine verteilte Simulation durchgeführt wird, um Teilsysteme mit unterschiedlichen Methoden / Schrittweiten zu berechnen oder eine Parallelisierung der Berechnung zum Einsatz auf einem Mehrprozessorsystem zu erreichen [30]. Diese Anwendung zielt vor allem auf die Reduzierung der Rechenzeit bei besonders großen oder komplexen Modellen.
- eine Austauschbarkeit der einzelnen Teilmodelle oder ein modularer Aufbau eines Gesamtsystems angestrebt werden soll. Der Vorteil liegt darin, dass

eine umfangreiche Bibliothek an Teilsystemen aufgebaut werden kann und diese Teilsysteme durch geeignet festzulegende Schnittstellen miteinander verkoppelt werden können. Die einzelnen Teilmodelle der Bibliothek können in der Regel von Spezialisten in dem betreffenden Fachgebiet aufgebaut und von einem Systementwickler genutzt werden, ohne dass dieser selbst zu tief mit der speziellen Materie vertraut sein muss. Hierdurch lässt sich der Entwicklungsprozess von Gesamtsystemen wesentlich effizienter gestalten.

Nach Dronka [30] ist bei der Modellierung / Verwendung von Teilsystem besonders darauf zu achten, dass möglichst solche Teilsysteme gebildet werden, deren Dynamik schwach miteinander gekoppelt ist und zwischen denen somit möglichst wenig Daten ausgetauscht werden müssen.

Als Ergebnis der physikalischen Modellbeschreibung bestehen ein nach dem Systemzweck abgegrenztes System und eine abstrakte Vorstellung davon, mit welchen physikalischen Ansätzen sich die Wirkbeziehungen der einzelnen Teilsysteme beschreiben lassen und wie die einzelnen Teilsysteme miteinander zu verknüpfen sind, so dass das Modell das gleiche Verhalten zeigen kann, wie das Originalsystem. Nach Roddek [111] gelten für die Erstellung des Modells eines technischen Systems drei allgemeine Anforderungen:

- Die Modellelemente müssen klar definiert, eindeutig beschreibbar und in sich widerspruchsfrei sein (physikalische Transparenz).
- Die Folgerung über das Verhalten, die man aus den Verknüpfungen der Modellelemente zu einem Gesamtmodell ziehen kann, müssen im Rahmen des Modellzwecks (Gültigkeitsbereich) dem realen Systemverhalten entsprechen (Modellgültigkeit).
- Gibt es verschiedene Möglichkeiten zur Darstellung des Systems, die alle den ersten beiden Forderungen genügen, so sollte man die möglichst einfache auswählen (Effizienz)

Nach Bossel [13] umreißt die ursprüngliche Problemstellung bereits einen bestimmten Fragenbereich, auf den das Modell eine Antwort geben soll. Dieser Antwortbereich bestimmt den Zweck des Modells (Modellzweck), wobei die Beschränkung während der Modellbildung auf den tatsächlichen Modellzweck auch immer eine Frage der Effizienz ist. Als Beispiel wird angeführt, dass ein sehr detailliert aufge-

bautes Modell (Supermodell) nur mit sehr hohem Aufwand erstellbar ist und für spezielle Problemstellungen ineffizient wäre. Das beste Modell wäre damit jenes, welches seinen Zweck bei geringstmöglicher Komplexität voll erfüllt. Das Modell sollte also so einfach wie möglich, jedoch so komplex wie nötig sein. Der Modellzweck bestimmt somit die Art und den Umfang der notwendigen Modellformulierung. Hieraus folgt aber auch, dass das gleiche System für unterschiedliche Modellzwecke durch unterschiedliche Modelle abgebildet werden muss. Es wird eine Fokussierung auf diejenigen Aspekte erzwungen, welche eine knappe und effiziente Darstellungsweise des Modellverhaltens bezogen auf die ursprüngliche Problemstellung ermöglicht.

#### **Mathematische Modellbeschreibung**

Aus der abstrakten auf physikalischen Gesetzmäßigkeiten beruhenden Darstellung der Wirkungsstruktur eines abgegrenzten technischen Systems eine in sich geschlossene formelmäßige Formulierung zur Verhaltensbeschreibung zu entwickeln, gehört zu der Aufgabe der mathematischen Beschreibung während des Modellbildungsprozesses. Der Übergang von der physikalischen zur mathematischen Modellbeschreibung kann nach Dronka [30] unter dem Einsatz eines Modellierungswerkzeugs (automatische Gleichungsgenerierung) oder unter Verwendung der Gesetzmäßigkeiten der jeweiligen physikalischen Disziplin per Hand durchgeführt werden. Mit dem Einsatz eines Modellierungswerkzeugs werden die mathematischen Beschreibungsgleichungen auf Basis der physikalischen Modellbeschreibung und den in der Modellbibliothek enthaltenen Informationen unter Anwendung spezieller Algorithmen generiert. Eine Vorstellung der mathematischen Beschreibungsform von Modellen verschiedener physikalischer Disziplinen, wie sie in Systemen von mobilen Arbeitsmaschinen anzutreffen sind, und die Möglichkeit der Kopplung untereinander erfolgt in Kapitel 1, in dem eine ganzheitliche Beschreibungsform abgeleitet wird.

Das Ergebnis der mathematischen Beschreibung von dynamischen technischen Systemen in der modellhaften Abbildung mit konzentrierten Parametern führt in der Regel auf eine Beschreibung durch gewöhnliche Differentialgleichungen<sup>5</sup>. Die entstandenen Modellgleichungen lassen sich dabei in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung überführen und sind somit als Zustandsmodell darstellbar, siehe Abschnitt 3.1.2. Eine Erweiterung der Beschreibung durch gewöhnliche Differentialgleichungen stellt die Formulierung durch Differential-

---

<sup>5</sup> ODE – Ordinary Differential Equations [10]

Algebraische Gleichungen<sup>6</sup> dar. Hier werden zusätzliche Zwangsbedingungen eingeführt, um einzelne Zustandsgrößen miteinander und/oder mit den Änderungen der Zustandsgrößen (Raten) verknüpfen zu können [142].

Zwangsbedingungen entstehen immer dann, wenn der Wert einer Zustandsgröße durch sie selbst oder den Wert einer anderen Zustandsgröße infolge z.B. geometrischer oder konstruktiver Bindungen beschränkt wird. Als Beispiel für ein mechanisches System mit auftretenden Zwangsbedingungen sei ein auf einer geneigten Ebene beschleunigter Massepunkt genannt. Da sich der Massepunkt nur auf dieser Ebene bewegen kann, erfolgt die Bewegung der Masse nicht mehr nur in Richtung (y-Richtung) der eingepprägten Antriebskraft (Gewichtskraft). Aufgrund der Bildung von Zwangskräften, deren Orientierung von der Berührungsnormalen abhängt, entsteht eine zusätzliche Beschleunigung in x-Richtung. Borchsenius [12] führt zur Beschreibung von Zwangsbedingungen den Begriff der Mengenwertigkeit ein. Entgegen den klassischen Krafterelementen lässt sich die Kraft von mengenwertigen Krafterelementen nicht mehr nur als Funktion der Zustandsgrößen des umgebenden Systems ausdrücken.

Mengenwertige Krafterelemente entsprechen algebraischen Koppelbedingungen (Bindungsgleichungen) der Zustandsgrößen, wobei sich einer Bindungsgleichung eine skalare Kraft zuordnen lässt, die einer LAGRANGE'schen Zwangsgröße entspricht. Die Kraft kann dabei, im Gegensatz zu klassischen Krafterelementen, nicht direkt berechnet werden, sondern nur unter Einbeziehung der Systemgleichungen des umgebenden Systems [12]. Er unterscheidet weiterhin in bilaterale Bindungen (die Bindungskraft kann beliebige Werte im Wertebereich  $-\infty < F < \infty$  annehmen) und unilaterale Bindungen (die übertragbare Kraft ist in einer Richtung begrenzt). In [45] wird ein Überblick über Differential-Algebraische Gleichungen und ihre Lösung gegeben.

Abschließend finden sich in [29] einige zusätzliche Regeln und Bemerkungen, die sowohl für die physikalische als auch die mathematische Modellbildung hilfreich sein können, um in angemessener Zeit effizient ein Modell im Sinne des Modellzwecks zu erstellen. Die wichtigsten Anmerkungen sind in der folgenden Aufzählung zusammengefasst:

---

<sup>6</sup> DAE – Differential-Algebraic Equation [10]

- Man beginne mit der Modellbildung erst dann, wenn man die dynamischen Vorgänge am realen Objekt kennt und in der Lage ist, physikalisch begründete Hypothesen zu formulieren.
- Kein Modell bildet die Realität absolut richtig ab, die Genauigkeit jedes Parameterwertes ist begrenzt, und die Modellstruktur ist ein endlicher Ausschnitt aus der unbegrenzten Realität.
- Außerhalb des Geltungsbereichs eines Berechnungsmodells kann die Berechnung große Abweichungen von der Realität und sogar unsinnige Ergebnisse liefern.
- Man erweitere Berechnungsmodelle bei Bedarf und ziehe aus Modellstufen niederer Ordnung keine Schlussfolgerungen höherer Ordnung.
- Man überzeuge sich von den Parametereinflüssen einer Modellberechnung durch davon möglichst unabhängige Berechnungsmodelle und benutze zumindest Plausibilitätskontrollen
- Man kann von Computern in der Regel numerisch genaue Ergebnisse erwarten, aber man glaube nicht, dass im Vergleich zur Realität stets unbedingt richtige Lösungen gewonnen werden. Man prüfe deshalb das Modell durch Abgleich der Parameterwerte und der Simulationsergebnisse mit experimentellen Ergebnissen. Der „Praxisabgleich“ ist entscheidend.

#### **Möglichkeiten der Modellerstellung**

Auch wenn als Ergebniss des Modellerstellungsprozesses von dynamischen Systemen mit der Modellvorstellung konzentrierter Parameter in der Regel ein Gleichungssystem von gewöhnlichen Differentialgleichungen in Zustandsraumdarstellung steht, so kann der Weg zu diesem Ergebniss sehr häufig unterschiedlich ausfallen. Grundsätzlich kann man dabei die verwendeten Modellierungswerkzeuge in fachdisziplin-spezifische und fachdisziplin-übergreifende Werkzeuge unterteilen [30]. Da sich diese Arbeit hauptsächlich auf Modelle mit konzentrierten Parametern beschränkt, erfolgt eine Beschreibung der beiden Werkzeugausprägungen am Beispiel einer Block-orientierten Modellierung. Hierbei werden einzelne Systemelemente oder Teilsysteme in Blöcken zusammengefasst, welche über Verbindungen,

mit entweder signalflussbasiertem oder energief Flussbasierten Charakter, zu Gesamtmodellen verknüpft werden.

**Fachdisziplin-spezifische** Werkzeuge besitzen vorwiegend einen physikalisch-orientierten Modellierungscharakter und sind auf die spezielle Beschreibungsmethodik des Fachgebiets abgestimmt [30]. Ein Vorteil dieser Modellierungstechnik liegt vor allem im Erzeugen einer Modellstruktur, welche ähnlich der physikalischen Struktur des Systems aufgebaut ist. So kann beispielsweise mit dem Simulations-Tool AMESim ein hydraulisches Netzwerk aus einer Vielzahl von Komponenten generiert werden, welche über geeignete Energieflüsse miteinander zu verbinden sind. Die Ein- und Ausgänge der Blöcke stellen in der Regel physikalische Größen dar. So muss nach Lenk [86] ein Teilsystem in der Art herausgeschnitten werden, dass das Klemmenverhalten des Modells zwischen den Ein- und Ausgängen und das mathematisch formulierte Verhalten zwischen den Klemmen dem des Originalsystems entsprechen. Flussgrößen (z.B. Volumenstrom  $Q$ , elektrischer Strom  $i$ , mechanische Kraft  $F$ ) durchfließen die Klemmen, somit auch die Elemente des Teilsystems, und Potentialgrößen (z.B. Druck  $p$ , elektrische Spannung  $u$ , mechanische Geschwindigkeit  $v$ ) liegen über den Klemmen an, somit auch über allen Elementen des Teilsystems. Nach [30] werden die Blöcke über rückwirkungsbehaftete physikalische Verbindungen gekoppelt, über welche die Rückwirkungen zwischen den einzelnen Blöcken implizit berücksichtigt sind und somit nicht mehr gesondert modelliert werden müssen. An den Verbindungsklemmen werden alle Potentialgrößen gleichgesetzt und die Summe aller Flussvariablen zu Null addiert. Dieses Vorgehen folgt aus dem Energieerhaltungssatz, wenn für eine Verbindung keine Energie gespeichert werden soll und entspricht der Anwendung der Kirchhoff'schen Knoten- und Maschensätzen, wie sie aus der Elektrotechnik bekannt sind [79]. Die Fähigkeit eines Systems Energie speichern zu können, muss in dieser Abbildungsform durch die mathematische Verhaltensbeschreibung des Teilelements realisiert werden. Als Ergebnis dieses Modellbildungsprozesses stellt sich in der Regel ein grafisches Abbild des Modells dar, welches der eigentlichen Systemstruktur des zu untersuchenden Netzwerks sehr nahe kommt.

Diese Möglichkeit des Modellaufbaus gestaltet den Modellerstellungsprozess für den Anwender in der Regel deutlich einfacher und den Umgang mit dem Modell übersichtlicher, vor allem wenn mehrere Anwender das Modell nutzen und diese sich nicht erst in die eigentlichen Modellgleichungen einarbeiten müssen. Als nachteilig kann sich zum einen aber die Tatsache erweisen, dass der Anwender geneigt ist, das Modell wesentlich detaillierter aufzubauen, als es der Modellzweck erfor-

dem würde (Stichwort Effizienz beim Modellaufbau). Zum anderen besteht selten oder nur über Umwege die Möglichkeit direkt auf die Modellgleichungen der Teilmodelle zuzugreifen. Einem Modellaufbau mit einer definierten Detaillierungstiefe der mathematischen Beschreibungsmöglichkeiten steht dieser Umstand somit ungünstig gegenüber.

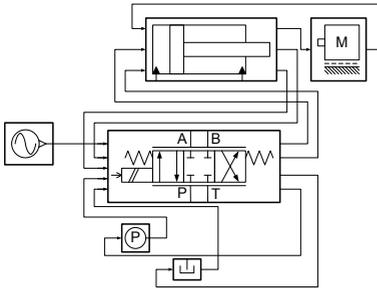
Entgegen dem besitzen **fachdisziplin-übergreifende** Werkzeuge in der Regel einen signalfuss-orientierten Charakter. Hierbei werden die einzelnen Blöcke, auch an dieser Stelle wieder einzelne Systemelemente oder Teilsysteme, anhand von Signalfüssen miteinander verbunden. Nach [10] besteht die Möglichkeit, aus sehr umfangreichen Bibliotheken die für die Modellbildung erforderlichen Funktionsblöcke auszuwählen und über signalbasierten Verbindungen zu den mathematischen Formulierungen oder logischen Verknüpfungen miteinander zu verkoppeln. Die einzelnen Funktionsblöcke bestehen zumeist aus mathematischen Funktionen (z.B. algebraische Funktionen, elementare Funktionen, etc.), mathematischen Operatoren (z.B. Blöcke für Additionen, Subtraktionen, Differentiationen, Integrationen, etc.) und logischen Operatoren (z.B. Vergleichsoperatoren) mit denen sich die mathematische Modellstruktur grafisch abbilden lässt. Zusätzlich stehen je nach Modellierungstool Werkzeuge bereit, die es dem Nutzer erlauben, selbstgeschriebene Funktionen mit einbinden und nutzen zu können. Nach [30] müssen für die zwischen den einzelnen Blöcken ausgetauschten Signale keine physikalischen Interpretationen zugrunde gelegt werden. Signale aus beliebigen Quellen und beliebiger Herkunft können unabhängig von ihrer physikalischen Einheit miteinander verknüpft werden. Dies schafft einerseits den Vorteil, direkt Werte von physikalischen Größen für z.B. eine Signalverarbeitung nutzen zu können, nötigt dem Anwender aber eine gewisse Sorgfalt bei der Modellerstellung ab, dass vor allem bei denen das reale Systemverhalten zu beschreibenden Blöcken nur physikalisch zueinander passende Signale miteinander verknüpft werden [30]. Zusätzlich müssen die Rückwirkungen der einzelnen Blöcke untereinander und auch die Rückkopplung des Blockausgangs auf den Blockeingang durch zusätzliche Signalfüsse dargestellt werden.

Im Sinne eines effizienten Modellaufbaus in Bezug auf eine gewünschte Modellgenauigkeit und dem hierfür notwendigen Aufwand für die Modellerstellung können signalfussorientiert aufgebaute Modelle durchaus widersprüchlich gesehen werden. Zum einen erhöht sich die Komplexität im Modellaufbau dadurch, dass die notwendigen Gleichungen erst einmal zu ermitteln und abzubilden sind (falls nicht auf bereits vorhandene Teilmodelle in der Modellbibliothek zurückgegriffen werden kann)

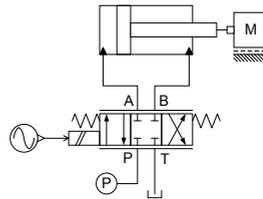
und dass wie bereits erwähnt alle Verknüpfungen und Rückführungen der Teilmodelle untereinander durch den Anwender zusätzlich modelliert werden müssen. Zum anderen steigt im Anwender aber das Bestreben die Modelle von vornherein so einfach wie möglich aufzubauen, da die Gleichungserstellung und Modellverknüpfung durchaus einen Mehraufwand bedeuten kann, wenn man diesem Sachverhalt den Modellaufbau mit energieflussbasierten Modellierungswerkzeugen gegenüberhält. Einen entscheidenden Vorteil bieten signalflussbasierte Modell mit der Möglichkeit, direkt die mathematischen Gleichungen abzubilden. Es lässt sich hierdurch gezielt auf den Detaillierungsgrad der mathematischen Modellbildung zugreifen und somit übersichtlicher Vereinfachungen im Modellaufbau erreichen, als dies mit energieflussbasierten Werkzeugen der Fall wäre. Aus diesem Grund zielt die in dieser Arbeit zu entwickelnde Methodik zur Untersuchung des Einflusses der Modelltiefe auf die Simulationsergebnisse auf signalflussbasierte Werkzeuge.

In Anlehnung an [30] sind in **Abbildung 3.15** für ein und dasselbe hydraulische System die beiden vorgestellten Modellierungskonzepte dargestellt.

a) signalflussbasierte Modellierung



b) energieflussbasierte Modellierung



**Abbildung 3.15:** Vergleich von signalflussbasierter (a) und energieflussbasierter (b) Modellierung [30]

Über ein Proportional-Wegeventil ist ein massebehafteter Hydraulikzylinder sowohl mit einem Pumpen- als auch einem Tankkanal verbunden. Die Ansteuerung des Ventilschiebers erfolgt über ein gesondertes Signalelement. Die Teilelemente der energieflussbasierten Variante (b) werden direkt über ihre physikalischen Ein- und Ausgänge (Klemmen) miteinander verknüpft. Als Beispiel fließt der Verbrauchervolumenstrom (Flussgröße) von dem Anschluss A zu dem hydraulischen Verbraucher

(Zylinder) und von dort (bereinigt durch das Zylinderflächenverhältnis) zurück zu dem Anschluss B. Die Druckdifferenz (Potentialgröße), welche über den beiden Anschlüssen (Klemmen) A und B abfällt, ist die gleiche, welche ebenso über den Anschlüssen des hydraulischen Verbrauchers anliegt. Die Rückkopplungen müssen nicht explizit modelliert werden. Über den modellinternen Signalaustausch im Energiefluss werden die jeweiligen Signalgrößen zwischen den Komponenten kommuniziert. So meldet zum Beispiel das Ventil einen Zulaufvolumenstrom an den Zylinder, während dieser den zur Bestimmung des Zulaufvolumenstroms notwendigen Lastdruck (Verbraucherdruck) an das Ventil meldet. Klar zu erkennen ist, dass mit energieflussbasierten Modellierungswerkzeugen ein deutlich übersichtlicheres und dadurch auch weniger fehleranfälligeres Modell erzeugt werden kann.

Dem gegenüber sieht man dem mit einem signalflussbasierten Werkzeug erstellten Simulationsmodell einen deutlich unübersichtlicheren und komplexeren Aufbau an, obwohl aus mathematischer Sicht die beiden Modelle äquivalent sind [30]. Die einzelnen Teilelemente werden, wie bereits beschrieben, nicht über ihre eigentlichen physikalischen Klemmen miteinander verbunden, sondern über spezielle Signaleingänge und Signalausgänge. Über Signalleitungen müssen die entsprechenden Verknüpfungen und Rückkopplungen realisiert werden. Die Kommunikation der einzelnen Signalwerte erfolgt gerichtet über die Signalleitungen, so dass das physikalische Klemmenverhalten über mindestens einen Ein- und einen Ausgang für Signalflüsse abgebildet werden muss. Als Beispiel wird der Wert des Zulaufvolumenstroms (Flussgröße) am Ausgang des Proportionalventils gerichtet an den Eingang des hydraulischen Verbrauchers weitergeleitet. Der dadurch resultierende Druck (Potentialgröße) in der Zulaufkammer wird andererseits über den Signalausgang des Proportionalventils an den betreffenden Signaleingang des Proportionalventils gemeldet. Trotz des scheinbaren Nachteils der signalflussbasierten Modellierung genießt diese dennoch einen sehr hohen Stellenwert in der Systementwicklung. Zum einen lassen sich Regelungsstrukturen einfach und anschaulich realisieren und in das zu untersuchende Modell des Systems integrieren und zum anderen lässt sich wesentlich einfacher auf die Signale der Simulationsgrößen zugreifen, was eine einfache Handhabung in der Verarbeitung dieser Signale zulässt. Aus diesem Grund besitzen auch viele energieflussbasierte Modellierungswerkzeuge zusätzliche Toolboxes zur Erzeugung von Signalfüssen.

Die beiden soeben vorgestellten Modellierungskonzepte gehören zu der Gruppe der Simulationswerkzeuge mit grafischen Beschreibungsmitteln und hier in eine Untergruppe der Block-orientierten Modellierung [30]. Ihre sehr große Verbreitung

und Akzeptanz in technischen Entwicklungsabteilungen verdanken diese Modellierungswerkzeuge nicht nur der Möglichkeit leistungsfähige Simulationsmodelle komplexer Systeme aus verschiedenen physikalischen Disziplinen in relativ kurzer Zeit zu erzeugen, sondern vor allem durch die Tatsache, dass durch ihr grafisches Bedienkonzept eine einfache, ergonomische und intuitiv erlernbare Handhabung ermöglicht wird. Diese Programme können in der Regel direkt von den Systementwicklern in den Entwicklungsabteilungen genutzt werden, ohne dass für die Erstellung von Simulationsmodellen, wie zu den Anfängen des industriellen Einsatzes von Modellbildung und Simulation, spezielle Simulationsexperten notwendig werden [127]. Dies spart zum einen Entwicklungskosten und kann zum anderen den Entwicklungsprozess deutlich effizienter gestalten, da der Systementwickler einerseits während des Modellaufbaus ein besseres Verständnis der Wirkzusammenhänge des Systems erlangt und er andererseits das System direkt nach einer Simulation auf Grundlage der gewonnenen Simulationserkenntnisse weiterführend optimieren kann. Heute sind grafische Modellierungstechniken Stand der Technik, welche sich beispielsweise am hydraulischen Schaltplan oder dem Signalfluss in einer Prozesssteuerung bzw. Betriebsstrategie und damit an der Denk- und Arbeitsweise eines Ingenieurs orientieren [75].

Eine spezielle grafische Modellierungsmethode stellt die Modellbildung mit **Bondgraphen** nach [134] dar. Diese bietet eine domänenunabhängige grafische Beschreibung für die Modellierung physikalischer Systeme auf der Basis eines Netzwerkansatzes mit der Abbildung von Energieflüssen zwischen den einzelnen Elementen. Die Verbindungen zwischen zwei Elementen werden durch zwei Variablen (eine effort- und eine flow- Variable) beschrieben, welche im Produkt eine Leistung ergeben. Diese Verbindungen werden als Bonds bezeichnet. Die Bonds beschreiben einen (gedachten) gerichteten Leistungsfluss zwischen den Elementen, wobei hierfür aber ein spezielles Modellierungswerkzeug notwendig ist. Die Erstellung von Systemmodellen mit Hilfe von Bondgraphen gehört aufgrund ihres Low-Level-Modellierungsansatz nicht zu den natürlichen Modellierungstechniken und besitzt daher nur eine geringe Verbreitung [30].

Die **textorientierten Beschreibungsvarianten** bilden einen weiteren großen Bereich in der Modellbildung dynamischer Systeme. Diese haben in der Regel einen eher fachdisziplin-übergreifenden Charakter, da die textorientierte Eingabe der Modellbeschreibung eine universelle Darstellung der Systemstruktur erlaubt. Letzten Endes basieren auch die soeben beschriebenen grafisch orientierten Modellerstel-

lungstechniken auf den sogenannten CSSL-Beschreibungssprachen. Mit CSSL<sup>7</sup> wurde 1967 nach [30] ein erster Standard für Simulationssprachen festgelegt. Hierunter fallen die Definitionen sowohl von Sprachelementen für die Beschreibung des Modells (Struktur- und Datenanweisungen) als auch für die Beschreibung der durchzuführenden Untersuchungen (Steueranweisungen). Auf diesen Standard bauen sehr viele Simulationssprachen auf [4]. Aus diesem Grunde ähneln sich auch der Aufbau der jeweiligen Simulationssprachen und die Prozesse, welche von der Modellerstellung, über die Simulation und bis hin zur Ergebnisauswertung durchlaufen werden. So lässt sich die Grundstruktur eines CSSL-Programms in die drei Bereiche Initialisierung (INITIAL), Dynamik (DYNAMIC) und für die abschließende Auswertung (TERMINAL) einteilen [4]. Die Modellbeschreibung im CSSL-Format dient dabei häufig als Ausgangspunkt für die entsprechenden Compiler, welcher die Modellbeschreibung in einen Programmquelltext übersetzt. Dieser wird anschließend zu einem lauffähigen Simulationsprogramm kompiliert und kann folgend für die numerischen Lösungsverfahren während der Simulation herangezogen werden [30]. CSSL-Sprachen sind prozedurale Programmiersprachen, ereignisorientierte Programmierungen und Vererbung von Eigenschaften im Modellaufbau sind nicht möglich [4]. In ihrem Wesen entsprechen CSSL-Sprachen den signalfloss-basierten blockorientierten Simulationssprachen [30].

Anders als in CSSL-Sprachen werden Modelle und Submodelle bei objektorientierten Beschreibungssprachen als Klassen definiert [30]. Viele objektorientierten Simulationssprachen, wie z.B. Modelica, basieren auf der grundlegenden Methodik von Elmqvist [34] und bieten gegenüber den prozeduralen Programmier- bzw. Simulationssprachen Vorteile vor allem im ereignisorientierten Ablauf eines Programms, der Gleichungsorientiertheit, der Vererbbarkeit von Objekten und deren Eigenschaften und der damit verbundenen Möglichkeit die einzelnen Objekte und damit auch die Simulationsmodelle hierarchisch aufzubauen. Ereignisorientiert bedeutet nach [4], dass die Behandlung von Ereignissen (z.B. Erreichen von Anschlägen, Überschreiten von Maximaldrücken in Druckbegrenzungsventilen, etc.) nicht mehr prozedural durch Schleifen oder Anweisen (If ... Then ... Else ...) realisiert wird, sondern durch erstellte Schaltfunktionen, deren Funktionswerte überprüft werden. Gehen diese zu Null, erfolgt der entsprechende Code zur Ereignisbehandlung. Während bei der prozeduralen Programmierung ein Programm aus der Folge Prozedur- und Funktionsaufrufen zusammengesetzt ist, besteht das Programm bei der objektorientierten Programmierung aus einer Ansammlung von Objekten (Klassen), welche miteinander durch Funktionsaufrufe kommunizieren [9].

---

<sup>7</sup> CSSL – Continuous System Simulation Language [4]

Gleichungsorientiert besagt, dass die zu entwickelnden Modelle durch mathematische Gleichungen beschrieben werden und nicht durch Zuweisungen, wie sie in prozeduralen Programmiersprachen Verwendung finden [4]. Es kommt hierbei nicht darauf an, nach welcher Variable eine Gleichung aufgelöst wird. Hierfür werden entsprechende Algorithmen bereitgestellt. Die Verknüpfung der jeweiligen Teilmodelle, hier Objekte, erfolgt über Verbindungsgleichungen auf Grundlage der bekannten Knoten- und Maschensätze nach Kirchhoff, da als Ein- und Ausgangsgrößen wiederum Potential- und Flussgrößen definiert werden [104]. Zur Gleichungserstellung werden die jeweiligen Gleichungen (sowohl Beschreibung der Größen zwischen den Ports als auch physikalische Wirkbeschreibung) der einzelnen zu verbindenden Komponenten durch die Verbindungsgleichungen (Knoten- und Maschensätze) ergänzt. Interne Algorithmen formen die Gleichungen zu handhabbaren DAEs um und substituieren mehrfach vorkommende Variablen. Das Vorgehen bei der Modellerstellung ist systematisch und für den Anwender genügt es, nur noch die lokalen Gleichungen einer Komponente zu verstehen [104]. Dieser Umstand ist ein großer Vorteil gegenüber den prozeduralen Simulationssprachen, bei denen der Anwender für die entsprechende Auflösung nach der richtigen Variablen und der korrekten (mathematischen) Verknüpfung mit den Gleichungen anderer in Beziehung stehender Teilmodelle selbst Sorge zu tragen hat.

Ein weiterer bedeutender Vorteil der objektorientierten Modellierungsmethodik liegt in der Möglichkeit des hierarchischen Modellaufbaus. Es können Modelle erstellt werden, aus denen sich mögliche Untermodelle erzeugen lassen. So müssen gemeinsame Eigenschaften nur einmal definiert werden und vererben sich in das neue aus einem hierarchisch über ihm stehenden „Elternmodell“ abgeleitete Objekt [105]. Es besteht somit die Möglichkeit hierarchisch strukturierte Bibliotheken aufzubauen und folglich einen modularen Aufbau eines Simulationsmodells anzustreben [4]. Die objektorientierte Beschreibungsform entspricht im Wesentlichen dem schon beschriebenen physikalisch-orientierten fachdisziplin-spezifischen Modellierungscharakter.

#### **3.1.4 Grundsätzliche Angaben zur digitalen Simulation**

Einen sehr guten Überblick und eine umfangreiche Zusammenfassung zur eigentlichen Simulation und zu den unterschiedlichen Simulationswerkzeugen bieten die Arbeiten von Dronka [30] und Völker [142]. Der nachfolgende Abschnitt fasst die

grundlegenden Angaben aus diesen beiden Quellen zusammen, wobei dieser mit Definitionen und Beschreibungen aus weiteren Quellen zum aktuellen Stand der Wissenschaft ergänzt wird.

Mit den bisher vorgestellten Klassifikationen, Methoden und unterschiedlichen Modellierungswerkzeugen lassen sich mathematische Formulierungen finden und aufstellen, mit denen das dynamische Verhalten technischer Systeme beschrieben werden kann. Da in der Regel Differentialgleichungen mit zum Teil sehr hoher Ordnung und auch nicht immer nach einer Variablen auflösbare (implizite) algebraische Gleichungen vorliegen, ist eine Auswertung der Gleichungen ohne Unterstützung durch einen Rechner kaum noch möglich. Durch die in der Regel nichtlinear auftretenden Differentialgleichungen und algebraischen Gleichungen ist auch mit Hilfe der Rechnerunterstützung das Auffinden einer geschlossenen mathematischen Formulierung als Lösung nur in den seltensten Fällen realisierbar. Sollte man doch eine geschlossene Formulierung gefunden haben, so sind die Gleichungen in der Regel so komplex, dass die eigentliche Analyse des Zeitverhaltens nicht direkt aus den Gleichungen interpretierbar wäre. Aus diesen Gründen bedient man sich numerischen Integrationsverfahren, über diese der folgende Abschnitt einen kurzen Einblick gewähren soll.

#### **Numerische Integration und Vorstellung wichtiger Integrationsverfahren**

Die Beschäftigung mit der Thematik numerischer Integrationsverfahren ist an dieser Stelle sinnvoll, auch wenn der Anwender heute nur noch in Ausnahmefällen mit Hilfe einer Hochsprache eigene Simulationsprogramme oder Integrationsroutinen schreiben wird. Über die Auseinandersetzung mit den wichtigen und gängigen Verfahren kann aber eine Entscheidungsbasis entstehen, aus der die Wahl eines für das vorliegende Modell optimale Berechnungsverfahren erleichtert wird [4]. Um die in der Regel zeitkontinuierlich aufgebauten mathematischen Modelle mit numerischen Näherungsverfahren lösen zu können, erfolgt nach der Modellbildung rechnerintern eine Umwandlung der Gleichungen in zeitdiskrete Modelle, in dem die zeitkontinuierlichen Gleichungen in diskrete Differenzgleichungen umgewandelt werden [142]. Nach Beater [4] ergibt sich aus den Eigenschaften des Systems das anzuwendende Lösungsverfahren, wobei hier auch Lösungsverfahren nicht numerischer Natur angegeben werden. Er klassifiziert dabei die System- bzw. Modelleigenschaften in die in **Tabelle 3-1** angegebene Einteilung von Differentialgleichungen.

Für *lineare, zeitinvariante* Differentialgleichungen können analytische Lösungen angegeben werden, welche mit Hilfe von Computer-Algebra-Programmen auch rechnergestützt, z.B. durch Anwenden der Laplace-Transformation, bestimmbar sind. Da die Rechenzeit wesentlich geringer und die Genauigkeit der Ergebnisse deutlich höher ausfallen, kann dieser Weg der numerischen Integration vorzuziehen sein. Bei *zeitvarianten* Systemen ändern sich die Koeffizienten als Funktion der Zeit, so dass sich nur für wenige Sonderfälle analytische Lösungen finden lassen [4].

Dies gilt ebenso für *stetig differenzierbare, nichtlineare* Differentialgleichungen. Auch hier lassen sich nur für sehr wenige Ausnahmefälle geschlossene analytische Lösungen erzeugen. Für diese Differentialgleichungen lassen sich aber für die verschiedenen numerischen Integrationsverfahren Fehlerabschätzungen und Stabilitätsbereiche angeben. Diese Angabe ist für nicht *stetig differenzierbare Systeme* im Allgemeinen nicht möglich [4].

**Tabelle 3-1:** Einteilung von Differentialgleichungen [4]

zeitinvariant	zeitvariant	
linear	nichtlinear	
	stetig differenzierbar	nicht stetig differenzierbar
steif	nichtsteif	

*Steife Systeme* sind vor allem dadurch gekennzeichnet, dass ihre Lösung deutlich unterschiedlich schnell abklingende Anteile besitzt. Als Kriterium findet bei *linearen Systemen* das Verhältnis des größten und des kleinsten Eigenwerts in Abhängigkeit der Systemordnung n Verwendung. Bei

$$\left| \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \right| > 10^{\min(5, n)} \tag{3.22}$$

Spricht man von einem steifen System. Bei *nichtlinearen Systemen* überprüft man die Eigenwerte der Jacobi-Matrix am interessierenden Arbeitspunkt. Die Steifheit einer Differentialgleichung kann arbeitspunktabhängig sein und sich während eines Simulationslaufs verändern [4]. Zu dem Thema der steifen Systeme und der sich

aus dieser Eigenschaft ergebenden Problematik bei der numerischen Integration befasst sich ein späterer Abschnitt in diesem Kapitel ausführlicher.

Gehört das zu untersuchende System nicht zu den wenigen Sonderfällen, so ist für die Verhaltenssimulation das Anwenden numerischer Integrationsmethoden unausweichlich. Die grundsätzliche Herangehensweise, viele Herleitungen und Aussagen zur numerischen Stabilität unterschiedlicher numerischer Integrationsverfahren und deren Genauigkeit ihrer berechneten Ergebnisse können einschlägiger Literatur entnommen werden, z.B. aus [14], [15], [20], [29], [44], [45], [46], [53], [59], [126], [128], [130], [142]. Allen verschiedenen Integrationsverfahren gemein ist aber das Zustandsmodell nach Gleichung (3.20) als Ausgangspunkt der numerischen Berechnung [20]. Dieses liegt zumeist als Anfangswertproblem in der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t = t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.23)$$

vor. Die bereits angesprochene zeitliche Diskretisierung erfolgt mit dem Übergang zu den Zeitschritten  $t_n$  und  $t_{n+1}$ . Der Zeitschritt  $t_n$  steht dabei für den momentanen Zeitpunkt im Zuge des Simulationslaufs, während der Zeitschritt  $t_{n+1}$  für den direkt nachfolgenden Zeitpunkt in der Simulation steht. Der Zeitraum zwischen diesen beiden Zeitpunkten wird als Integrations- oder Simulationsschrittweite bezeichnet. Da der Funktionswert  $\mathbf{x}(t_n)$  (Anfangswert und danach Ergebnis des letzten Integrationssschritts) und seine zeitliche Ableitung  $\dot{\mathbf{x}}(t_n)$  zum selben Zeitpunkt  $t_n$  bekannt sind, kann durch die zeitliche Integration der Funktion  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$  im Zeitintervall zwischen  $t_n$  und  $t_{n+1}$  nach

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \cdot dt \quad (3.24)$$

auf den Zustandswert  $\mathbf{x}(t_{n+1})$  zum Zeitpunkt  $t = t_{n+1}$  geschlossen werden [142]. Die Bestimmung des Integrals auf der rechten Seite von Gleichung (3.24) kann durch die Anwendung verschiedener numerischer Näherungsverfahren (Solver) bestimmt werden. Die Auswahl eines optimalen Solvers wird zum Teil auch durch das betrachtete Modell in Form der Gleichung  $\mathbf{f}_1$  vorgegeben. Zu unterscheiden sind diese unterschiedlichen Verfahren gemäß Dronka [30]:

- **nach der Art des Zeitfortschritts:** Die Verfahren mit *fester Schrittweite* verwenden unabhängig vom Ergebnis der letzten Berechnung eine konstante Schrittweite für den Zeitfortschritt. Da keine Fehlerauswertung erfolgt, muss die Schrittweite so klein gewählt werden, dass die Stabilität der In-

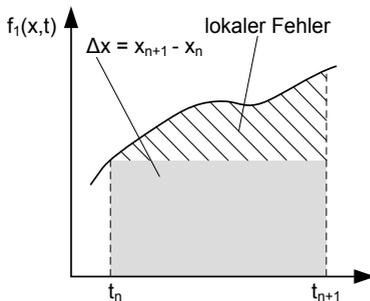
tegration zu jedem Zeitpunkt gewährleistet ist. Dem gegenüber stehen die Verfahren mit *variabler Schrittweite*, die für die Wahl des nächsten Zeitschritts eine Schrittweitensteuerung verwenden. Diese basiert auf der Berechnung eines Fehlers für den berechneten Zeitschritt. Der Vergleich dieses Wertes mit einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke bestimmt, ob der berechnete Zeitschritt akzeptiert wird oder die Schrittweite verkleinert und die Berechnung wiederholt wird.

- **nach der Verwendung zurückliegender schon berechneter Werte:** Hier können *Einschrittverfahren* und *Mehrschrittverfahren* unterschieden werden. Während Einschrittverfahren für die Berechnung des neuen Wertes nur den zuletzt berechneten Wert verwenden, werden bei Mehrschrittverfahren Lösungspunkte mehrerer zurückliegender Zeitpunkte verwendet. Einschrittverfahren sind daher Verfahren *ohne Gedächtnis*; Mehrschrittverfahren sind *Verfahren mit Gedächtnis*.
- **nach der Verwendung des zu berechnenden Wertes in der Diskretisierungsformel:** Die *expliziten Verfahren* verwenden ausschließlich bekannte, schon berechnete Werte (der vergangenen Zeitschritte) für die Berechnung des neuen Wertes. Dem gegenüber verwenden die *impliziten Verfahren* auch die aktuellen (zu berechnenden) Werte in der Diskretisierungsformel. Damit ist keine explizite Beschreibung für die Berechnung des neuen Wertes möglich. Es ergeben sich Gleichungen, die zu jedem Zeitpunkt iterativ gelöst werden müssen. Die Iteration wird nach Unterschreiten der vorgegebenen Fehlerschranke abgebrochen.
- **nach der Ordnung des Verfahrens:** Integrationsverfahren verwenden eine bestimmte Approximationsmethode für die Approximation der gesuchten Lösung und der Berechnung des neuen Wertes durch Extrapolation. Die Ordnung der Approximationsmethode entspricht der Ordnung des Verfahrens. Mit der Ordnung steigt die Genauigkeit des Verfahrens, bzw. sinkt der Diskretisierungsfehler. Die Berechnung eines Fehlers kann z.B. auf der Berechnung der Differenz der Ergebnisse zweier Verfahren unterschiedlicher Ordnungen erfolgen. Verschiedene Verfahren verwenden zusätzlich zur Schrittweitensteuerung eine Ordnungssteuerung, d.h. die Ordnung des Verfahrens wird an die lokalen Eigenschaften der zu berechnenden Gleichungen angepasst.

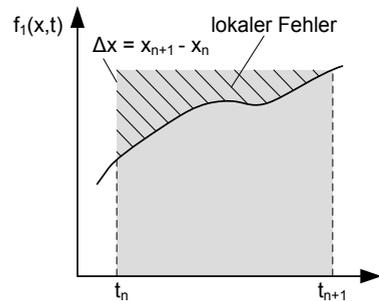
Mit Hilfe der folgenden beiden Beispiele von **Einschrittverfahren** in **Abbildung 3.16** soll der Begriff der expliziten und impliziten Verfahren noch einmal aufgegriffen und anhand zweier möglicher Integrationsverfahren, so wie in [4] beispielhaft vorgestellt, veranschaulicht werden. Ausgehend von Gleichung (3.24) wird der Wert der Zustandsgröße  $x_{n+1}$  zum Zeitpunkt  $t_{n+1}$  durch das Addieren der nach der Zeit integrierten Funktion  $f_1$  auf der rechten Seite von Gleichung (3.24) zu dem Wert der Zustandsgröße  $x_n$  zum Zeitpunkt  $t_n$  gewonnen. Nach [4] wird das Integral bei Verwendung des **expliziten Euler-Cauchy-Verfahrens** (linke Darstellung in **Abbildung 3.16**) durch Annäherung der Fläche unter der Funktion  $f_1(x, t)$  durch Rechtecke angenähert, wobei die Höhe des einzelnen Rechtecks durch den Funktionswert an der Stützstelle zum Zeitpunkt  $t_n$  bestimmt wird. Die Länge des Rechtecks wird durch den Zeitschritt  $h = t_{n+1} - t_n$  vorgegeben. Die rekursiv zu bestimmenden Zustandswerte  $x_{n+1}$  ergeben sich aus der nachfolgenden Gleichung:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h \cdot \mathbf{f}_1(t_n, \mathbf{x}_n) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \quad n = 0, 1, \dots, m-1 \quad (3.25)$$

a) explizites Verfahren



b) implizites Verfahren



**Abbildung 3.16:** a) explizites Euler-Cauchy-Verfahren und b) implizites Euler-Cauchy-Verfahren zur Veranschaulichung des Sachverhalts nach [4]

Anhand Gleichung (3.25) erkennt man einen explizit gegebenen Zusammenhang, da die gesuchte Größe  $x_{n+1}$  direkt und ohne Umwege durch die Werte der Größen, welche zum Zeitpunkt  $t = t_n$  vorliegen, berechnet werden kann. Der lokale Fehler in der Berechnung der Zustandsänderung, welcher aus der numerischen Integration im Zeitschritt  $h$  resultiert, wird aus der Differenz der Fläche unter der Kurve von Funktion  $f_1(x, t)$  und der durch das Rechteck angenäherten Fläche, welche die Zustandsänderung widerspiegelt, gebildet.

Bei Verwendung des **impliziten Euler-Cauchy-Verfahrens** wird nach [4] der Funktionswert  $f_1(x_{n+1}, t_{n+1})$  zum Zeitpunkt  $t_{n+1}$  als Stützstelle zum Aufspannen des Rechtecks bestimmt, siehe rechte Darstellung in **Abbildung 3.16**. Die Länge des Rechtecks wiederum ergibt sich durch den Zeitschritt  $h = t_{n+1} - t_n$ . Die durch Rekursion entstehenden Zustandswerte  $x_{n+1}$  lassen sich durch die folgende Gleichung berechnen:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h \cdot \mathbf{f}_1(t_{n+1}, \mathbf{x}_{n+1}) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=t_0), \quad n = 0, 1, \dots, m-1 \quad (3.26)$$

Dieses Verfahren heißt rückwärtsgenommenes Euler-Verfahren [4], da es sich um eine implizite Gleichung für  $x_{n+1}$  handelt, welche im Allgemeinen nicht nach  $x_{n+1}$  aufgelöst werden kann, sondern iterativ gelöst werden muss. Dies bedeutet, dass in jedem Integrationsschritt eine iterative Berechnung des Wertes für  $x_{n+1}$  erfolgen muss. Ein geeigneter Abbruchwert muss bei diesem Verfahren daher im Vorfeld angegeben oder definiert werden. Der lokale Fehler ergibt sich bei diesem Verfahren durch Abzug der Fläche unter der Kurve der Funktion  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}, t)$  von der Fläche des aufgespannten Rechtecks. Der Vorteil des impliziten Euler-Cauchy-Verfahrens gegenüber dem expliziten Euler-Cauchy-Verfahren liegt in der numerischen Stabilität der Berechnung bei der Analyse stabiler Systeme. Das Verfahren ist daher im Grunde auch für die Berechnung von steifen (stabilen) Systemen geeignet. Ein Nachteil ergibt sich aber aus dem Sachverhalt, dass Fälle auftreten können, dass bei eigentlich instabilen Systemen eine asymptotisch stabile numerische Lösung berechnet werden kann [4]. Nach [142] haben aber beide Euler-Cauchy-Verfahren den Nachteil, dass sie aufgrund ihrer geringen Konsistenzordnung (Ordnung der Schrittweite bei der Bestimmung des lokalen Fehlers) von  $p = 1$  nur bei sehr gering werdenden Schrittweiten  $h$  über eine hohe Genauigkeit verfügen. Kleine Schrittweiten erhöhen aber die Rechenzeit erheblich.

Ein Einschrittverfahren mit einer höheren Konsistenzordnung von  $p = 4$  stellt das klassische **Runge-Kutta-Verfahren** dar [4]. Bei diesem Verfahren handelt es sich um einen expliziten Integrationsalgorithmus, wobei hier zum Zeitpunkt  $t_n$  die Differentialgleichung viermal ausgewertet wird, um den Zustandswert  $x_{n+1}$  zum Zeitpunkt  $t_{n+1}$  zu bestimmen:

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_1 &= h \cdot \mathbf{f}_1(t_n, \mathbf{x}_n) \\
\mathbf{k}_2 &= h \cdot \mathbf{f}_1\left(t_n + \frac{h}{2}, \mathbf{x}_n + \frac{\mathbf{k}_1}{2}\right) \\
\mathbf{k}_3 &= h \cdot \mathbf{f}_1\left(t_n + \frac{h}{2}, \mathbf{x}_n + \frac{\mathbf{k}_2}{2}\right) \\
\mathbf{k}_4 &= h \cdot \mathbf{f}_1(t_n + h, \mathbf{x}_n + \mathbf{k}_3) \\
\mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n + \frac{1}{6} \cdot (\mathbf{k}_1 + 2 \cdot \mathbf{k}_2 + 2 \cdot \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \quad \text{mit } \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t = t_0), \quad n = 0, 1, \dots, m-1
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Der in Gleichung (3.27) angegebene Algorithmus beschreibt den Wunsch, die Taylor-Reihenentwicklung von  $\mathbf{x}_{n+1}$  bis zu einer möglichst großen Potenz der Zeitschrittweite  $h$  (hier 4. Ordnung) abzubilden. Ziel dabei ist es, den lokalen Diskretisierungsfehler zu minimieren [4]. Aufgrund der Realisierung eines kleineren Berechnungsfehlers während der numerischen Integration ist das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung (RK4) dem expliziten Euler-Cauchy-Verfahren vorzuziehen [35]. Auch wird ein größerer Stabilitätsbereich für die numerische Integration gegenüber dem expliziten Euler-Cauchy-Verfahren erreicht [20]. Bei den hier betrachteten Einschrittverfahren wird deutlich, dass die Wahl der Schrittweite einen Einfluss auf die Genauigkeit und die Stabilität der numerischen Lösung hat. Aus diesem Grund verfügen Solver mit variabler Schrittweite über eine Schrittweitensteuerung. Der über verschiedene Verfahren bestimmbare globale Fehler (Fehler zwischen zwei aufeinanderfolgend berechneten Zustandsgrößen) wird mit einem vor der Simulation festzulegenden Grenzwert verglichen. Weicht der Fehler zu stark von dem Grenzwert ab, wird die Schrittweite verringert und die Berechnung dieses Zeitschritts wiederholt ausgeführt. Auf weitere Ausführungen das Thema Schrittweitensteuerung sei auf die Literatur, z.B. [4], [20], [142], verwiesen.

Bei Einschrittverfahren mit fester Schrittweite ist nach [4] bei der Wahl der Schrittweite das Shannonsche Abtasttheorem zu beachten. Für die numerische Integration sollte  $h$  kleiner als die halbe Schwingungsdauer derjenigen höchsten Frequenzwerte im Spektralanteil der eigentlichen Lösungsfunktion gewählt werden, welche noch eine Aussage zur untersuchten Aufgabe zulassen oder welche sich noch entscheidend auf das Betriebsverhalten auswirken können, z.B. Reglerauslegung. Eine einzustellende Schrittweite von einem Zehntel der Periodendauer bzw. der Zeitkonstante der schnellsten Eigenbewegung wird in [130] angegeben.

Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Einschrittverfahren verwenden **Mehrschrittverfahren** auch zurückliegende Funktionswerte  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-1}, t_{i-1})$ ,  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-2}, t_{i-2})$ , ... zur

Bestimmung des Zustands  $x_{n+1}$  zum Zeitpunkt  $t_{n+1}$ . Hierbei wird die zu integrierende Funktion  $f_1(x(t), t)$  an den zuletzt errechneten Gitterpunkten durch ein Polynom  $p(t)$  approximiert, welches anschließend analytisch über das Zeitintervall  $[t_i, t_{i+1}]$  zu integrieren ist [4]:

$$x_{n+1} = x_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_1(x(\tau), u(\tau), \tau) \cdot d\tau \sim x_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} p(\tau) \cdot d\tau \quad (3.28)$$

Die Mehrschrittverfahren können in ihrer allgemeinen Form wie folgt angegeben werden, wobei auch hier wieder implizite und explizite Verfahren möglich sind [4]:

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot \sum_{k=1}^s a_k \cdot f_1(x_{n-s+k}, t_{n-s+k}) \quad \text{explizites Verfahren} \quad (3.29)$$

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot \sum_{k=2}^{s+1} a_k \cdot f_1(x_{n-s+k}, t_{n-s+k}) \quad \text{implizites Verfahren} \quad (3.30)$$

Die beiden zuletzt aufgeführten Gleichungen entstammen aus einer Bildungsvorschrift, dem ein Polynom mit dem gewünschten Grad  $g = s - 1$  zugrundeliegt und dessen Koeffizienten sich durch Einsetzen der Funktionswerte  $f_1(x_i, t_i)$ ,  $f_1(x_{i-1}, t_{i-1})$ ,  $f_1(x_{i-2}, t_{i-2})$ , ... zu den entsprechenden Zeitpunkten ermitteln lassen. Eine anschließende Integration des Polynoms im betrachteten Zeitintervall  $[t_i, t_{i+1}]$  führt zu Gleichungen in der Form von Gleichungen (3.29) und (3.30). Diese Vorgehensweise kann für beliebig viele zurückliegende Werte durchgeführt werden. Die resultierenden Algorithmen werden als explizite **Adams-Bashforth-Verfahren** bezeichnet [4]. Das Verfahren vierter Ordnung mit  $s = 4$  lautet beispielhaft:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{24} \cdot (55 \cdot f_1(x_i, t_i) - 59 \cdot f_1(x_{i-1}, t_{i-1}) + 37 \cdot f_1(x_{i-2}, t_{i-2}) - 9 \cdot f_1(x_{i-3}, t_{i-3})) \quad (3.31)$$

Da der lokale Diskretisierungsfehler einer Adams-Bashforth-Methode stets bedeutend größer als bei einem Runge-Kutta-Verfahren gleicher Ordnung ist, muss um einen vergleichbaren Fehler zu erhalten eine kleinere Schrittweite gewählt werden [120]. Eine Verwendung des expliziten Adams-Bashforth-Verfahrens findet sich mit der Lösung eines Schätzwerts  $x_{n+1}$  für die Lösung eines Anfangswertproblems mit einem impliziten **Adams-Moulton-Mehrschrittverfahren** (Prädiktor). Dieser berechnete Wert wird in die Adams-Moulton-Gleichung eingesetzt und verbessert (Korrektor). Diese Iteration wird so oft wiederholt, bis der vor der Simulation festzulegende zulässige Fehler unterschritten wird [4]. Das folgende Beispiel mit beiden Gleichungen zweiter Ordnung soll das Vorgehen verdeutlichen:

$$\mathbf{x}_{n+1}^{[0]} = \mathbf{x}_n + \frac{h}{2} \cdot (3 \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_i, t_i) - \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-1}, t_{i-1})) \quad \text{Prädiktor} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^{[k+1]} = \mathbf{x}_n + \frac{h}{12} \cdot (5 \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{n+1}^{[k]}, t_{i+1}) + 8 \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_i, t_i) - \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-1}, t_{i-1})) \quad \text{Korrektor} \quad (3.33)$$

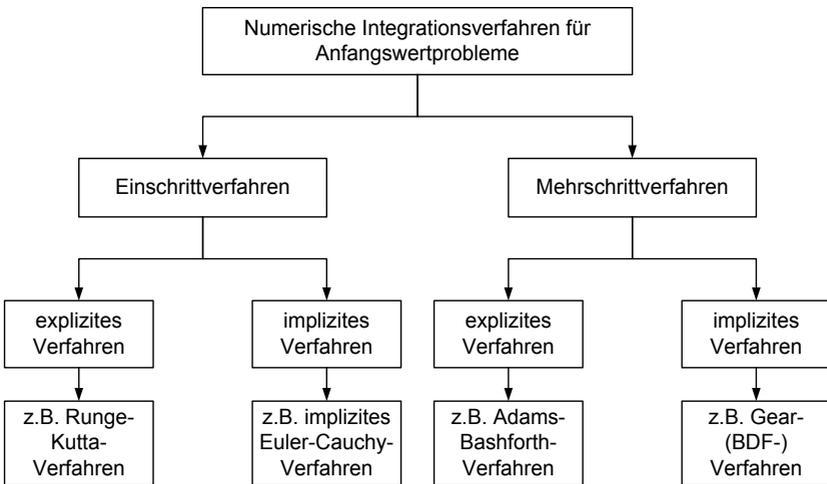
Nach [4] arbeiten die impliziten Adams-Moulton-Verfahren vorteilhaft, wenn die Zeitkonstanten des zu dem zu berechneten Anfangswertproblem gehörigen System eine ähnliche Größenordnung aufweisen und sich die Systemdynamik insgesamt verändert, also im Verlauf des Simulationslaufs schneller oder langsamer wird. Die bisher dargestellten Überlegungen gehen von einer konstanten Schrittweite aus. Diese Einschränkung lässt sich umgehen, wenn die Vorwerte  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_i, t_i)$ ,  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-1}, t_{i-1})$ ,  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i-2}, t_{i-2})$ , ... nicht abgespeichert und für die Berechnung von  $\mathbf{x}_{n+1}$  verwendet werden, sondern die Ableitungen des Interpolationspolynoms  $p_n(t)$ . Aufgrund der Tatsache, dass das Interpolationspolynom der Taylorentwicklung von  $p_n$  am Punkt  $t_n$  entspricht, sind die einzelnen Polynomkoeffizienten, deren Anzahl von der Ordnung des Polynoms abhängt, bekannt. Diese Koeffizienten beschreiben somit näherungsweise die Ableitungen der Lösung zum Zeitpunkt  $t_n$ . Aus diesen Koeffizienten lassen sich die einzelnen Terme für die Adams-Bashforth-Integrationsformel berechnen. Da diese Koeffizienten vorher mit der Schrittweite  $h$  normiert worden, kann durch Einfügen eines Faktors  $k$  eine gezielte Änderung der Schrittweite und auch der Koeffizienten zur Bestimmung der Integrationslösung vorgenommen werden. Eine Schrittweitensteuerung ist somit möglich. Für eine ausführlichere Beschreibung wird auf die entsprechende Literatur, z.B. [4] oder [20], verwiesen.

Bei den bisher vorgestellten Integrationsverfahren lag der Herleitung zumeist eine begründbare Vorgehensweise, wie zum Beispiel die Fehlerminimierung durch eine Annäherung an eine Taylor-Reihenentwicklung (Runge-Kutta-Verfahren) oder die Berechnung des folgenden Zustandwert durch Extrapolation mit Hilfe der vorangegangenen Ergebnisse (Adams-Verfahren), zugrunde [4]. Eine Bestimmung der Stabilitätsgebiete erfolgte erst im Nachhinein. Für steife Systeme, deren Eigenwerte in der Regel sehr weit auseinander liegen können, ist es erforderlich, ein Verfahren mit einem großen Stabilitätsgebiet zu verwenden, da die kleinste Zeitkonstante im Allgemeinen die Integrationsschrittweite bestimmt und die größte Zeitkonstante die Größenordnung der Dauer des Simulationslaufs. Idealerweise würde man für die Integration ein Verfahren verwenden, bei dem das Stabilitätsgebiet die gesamte linke Halbebene einschließt. Hierdurch kann die den Rechenaufwand bestimmende Schrittweite nach dem für den Anwendungsfall interessierenden Zeitmaßstab festgelegt werden und muss aus Stabilitätsüberlegungen nicht zu klein zu wählen sein

[4]. Von Gear [46] wurde dahingehend ein implizites Verfahren entwickelt, bei dem die Koeffizienten des Integrationsalgorithmus in der Art ausgelegt wurden, eine weitestgehend von der Schrittweite  $h$  unabhängige stabile numerische Integration zu ermöglichen. Aufgrund ihres hohen Rechenaufwands (keine Verwendung eines Prädiktors, Verwendung des Newton-Verfahrens zur Iteration (hierfür muss Jacobi-Matrix bekannt sein, welche für bestimmte Zeitpunkte numerisch bestimmt werden muss)) sollten die Gear-Verfahren auch nur für steife Systeme eine Verwendung finden. Ein Beispiel einer Bestimmungsvorschrift für die numerische Integration mit einem Gear-Verfahren vierter Ordnung kann [20] entnommen werden:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \frac{48}{25} \cdot \mathbf{x}_n - \frac{36}{25} \cdot \mathbf{x}_{n-1} + \frac{16}{25} \cdot \mathbf{x}_{n-2} - \frac{3}{25} \cdot \mathbf{x}_{n-3} + \frac{12}{25} \cdot h \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{i+1}, t_{i+1}) \quad (3.34)$$

**Abbildung 3.17** zeigt eine Einteilung der soeben vorgestellten Integrationsverfahren nach den Klassifizierungsmerkmalen der Verwendung zurückliegender schon berechneter Werte (Einschritt- bzw. Mehrschrittverfahren) und der Verwendung des zu berechnenden Wertes in der Diskretisierungsformel in explizite und implizite Verfahren:



**Abbildung 3.17:** Beispiele von Integrationsverfahren nach Einteilung in Ein- bzw. Mehrschrittverfahren und explizite bzw. implizite Verfahren (in Anlehnung an [30])

#### **Anforderungen an das Integrationsverfahren**

Durch das betrachtete System mit seinem zu untersuchenden Betriebsverhalten und seinen Systemeigenschaften oder der Art der Untersuchungsaufgabe entstehen unterschiedliche Anforderungen an den Integrationsalgorithmus bezogen auf die Genauigkeit und die numerische Stabilität der erhaltenen Simulationsergebnisse. Aber auch die Handhabung von Unstetigkeiten oder algebraischen Gleichungen in Differential-Algebraischen-Gleichungssystemen erfordert es, einen für ein ausreichend genaues Simulationsergebnis notwendigen Solver auszuwählen. In den Arbeiten von Beater [4], Dronka [30] und Völker [142] sind einige wichtige Aussagen, die Beurteilung von Integrationsalgorithmen betreffend, angegeben:

Der **Genauigkeit der Simulationsergebnisse** kommt dabei eine sehr große Aufmerksamkeit zu. Zum einen gibt es den sogenannten Diskretisierungsfehler, welcher durch die näherungsweise numerische Lösung der Anfangswertprobleme im Zusammenhang mit der Zeitdiskretisierung auftritt. Dieser Fehler wird noch einmal in einen lokalen und einen globalen Diskretisierungsfehler unterschieden. Der lokale Diskretisierungsfehler beschreibt dabei den Fehler der durch die numerische Integration der Funktion  $f_1(x, t)$  entsteht, also der Abweichung der tatsächlichen Differenz der Zustandswerte  $x_{n+1}$  und  $x_n$  bei gedachter analytischer Lösung des Anfangswertproblems. Der lokale Diskretisierungsfehler ist entscheidend vom Wert der gewählten oder eingestellten Schrittweite  $h$  abhängig. Bei Verwendung von Integrationsverfahren mit fester Schrittweite sollte, wie schon beschrieben, die Wahl der Schrittweite  $h$  um ein Zehntel kleiner als der Wert der Zeitkonstante der schnellsten Eigenbewegung gewählt werden. Bei Integrationsverfahren mit veränderlicher Schrittweite übernehmen Kontrollmechanismen die Einstellung der Schrittweite in der Form, dass bei Überschreiten einer vorher festzulegenden Fehlertoleranz der Integrationsschritt mit einer geringeren Schrittweite noch einmal durchgeführt wird. Der globale Diskretisierungsfehler ergibt sich aus der Summe der einzelnen lokalen Diskretisierungsfehler und einem Fortpflanzungsfehler. Dieser berücksichtigt die bei der Berechnung des lokalen Fehlers getroffene Annahme, dass zum Zeitpunkt  $t_n$  (Vergleichswert) der exakte Wert  $x_n$  zur Bestimmung des Fehlers für die Berechnung des Wertes  $x_{n+1}$  vorlag. Auch der globale Fehler ist von der Schrittweite  $h$  abhängig.

Zusätzlich tritt bei der digitalen Simulation mit dem Rechner ein Rundungsfehler auf ([4], [130]). Dieser entsteht dadurch, dass sich rechnerintern nur eine endliche Zahl an Stellen abbilden lässt. Dieser Fehler nimmt mit abnehmender Schrittweite  $h$  so-

gar zu (nach [126] proportional zu  $1/h$ ). Für die Wahl der Schrittweite bedeutet dies, eine optimale Schrittweite auszuwählen, welche zu einem Minimalwert für den Gesamtfehler aus der Summe des Diskretisierungsfehlers und des Rundungsfehlers führt.

Ein weiteres wichtiges Kriterium zur Beurteilung eines Integrationsverfahrens ist die **numerische Stabilität** des ausgewählten Algorithmus. Bei großen Schrittweiten neigen die meisten expliziten Verfahren zu einer instabilen numerischen Lösung, auch wenn die exakte analytische Lösung des Differentialgleichungssystems stabiles Verhalten aufweisen würde. Hier wird der bei jedem Simulationsschritt entstehende Abbrechfehler zu einem wachsenden Gesamtfehler aufgebaut. Umgangen werden kann dieser Umstand, durch eine genügend klein gewählte Schrittweite oder einer Schrittweitensteuerung.

Da das Problem des instabilen numerischen Verhaltens sehr häufig bei **steifen Systemen** auftritt, empfiehlt es sich für diese Systeme – zumeist implizite – Integrationsverfahren zu verwenden, die auf Grundlage eines Stabilitätskriteriums heraus entwickelt wurden ([4], [46]). Der Berechnungsaufwand erhöht sich zwar durch die Notwendigkeit durch Iterationsverfahren auf den Zustandswert  $x_{n+1}$  zu schließen, aber in den meisten Fällen kann die Schrittweite verhältnismäßig groß gewählt werden. In [147] wird ein Verfahren (Weighted-Average-Verfahren) vorgestellt, dass basierend auf einer impliziten Integrationsvorschrift, mit welchem durch Gewichtung einzelner Faktoren unterschiedliche Verfahren (z.B. explizites und implizites Euler-Cauchy-Verfahren, Trapezregel) abgebildet werden können und einem für steife Systeme ausgelegten Iterationsverfahren zur Bestimmung des Wertes  $x_{n+1}$ , eine rechenzeitgünstige und numerisch stabile Integration erreicht. Das Iterationsverfahren nutzt hierbei eine Taylorentwicklung zur Berechnung des Funktionswerts der iterativ zu bestimmenden Zustandsgröße  $x_{n+1}$ , wodurch mit Hilfe der impliziten Integrationsvorschrift der Korrekturwert des Iterationsschritts durch Lösen eines linearen Gleichungssystems bestimmt wird.

Aber auch nach der Wahl eines speziellen Integrationsalgorithmus gilt für steife Systeme, dass ihre Rechenzeit während der Simulation meist über der Berechnung von nichtsteifen Systemen liegt. Häufig interessiert den Anwender aber die die Integrationsschrittweite bestimmende Eigenbewegung in den wenigsten Fällen. Vor allem in der Modellbildung von hydraulischen Systemen überwiegen bei klassisch aufgebauten Modellen steife Systeme durch die notwendige Verknüpfung von Elementen an speicherbehafteten Volumenstromknoten. Da diese Knoten sehr wichtig

für den strukturellen Aufbau und somit notwendig für die Beschreibung des Systemverhaltens sind, jedoch durch ihre geringe hydraulische Kapazität gegenüber den hydraulischen Verbrauchern sehr geringe Zeitkonstanten besitzen, entstehen sehr häufig Modelle mit unterschiedlichen dynamischen Zeitkonstanten, de facto steife Systeme. In der Arbeit von Borchsenius [12] wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie mit Hilfe von algebraischen Gleichungen zur Beschreibung des Volumenstromverhaltens an einem unendlich steifen Knoten (dynamischer Druckaufbau wird in unendlich kurzem Zeitintervall realisiert), ähnlich wie bei Zwangskräften in der Mechanik, die zur Steifheit des Systems beitragenden Volumenstromknoten eliminiert werden können. Diese entstehenden Gleichungssysteme gehen nun nicht mehr in den rekursiven Integrationsalgorithmus ein, sondern müssen während eines jeden Integrationsschritts gesondert iterativ berechnet werden. Es entsteht somit ein Differential-Algebraisches-Gleichungssystem (DAE). Nach [147] kann sich diese Trennung jedoch lohnen, da die Steifheit des zu untersuchenden Systems nach Herausnahme derjenigen Knoten mit den besonders geringen Zeitkonstanten systemabhängig teils um einige Größenordnungen verringert wird und somit die Werte der Zeitschritte  $h$  des ausgewählten Integrationsverfahrens erhöht werden können. Die Rechenzeit nimmt hierbei ab. Die Wahl des Iterationsverfahrens fällt nach [147] meist auf ein Newton-Verfahren, da es bei Wahl des richtigen Startpunkts in der Regel sehr schnell zu dem zu bestimmenden Näherungswert konvergiert. Untersuchungen mit anderen Iterationsverfahren (z.B. Picard-Iterationsverfahren) zeigten eine geringe bis gar keine Konvergenz, so dass bei Verwendung solcher Verfahren keine Vorteile hinsichtlich der Stabilität der numerischen Lösung und einer geringeren Rechenzeit zu erwarten sind.

Nach Dronka [30] stellt die Güte der numerischen Lösung von **Differential-Algebraischen-Gleichungen (DAE)** ein weiteres Beurteilungskriterium an die auszuwählenden Integrationsverfahren dar. Zumeist werden DAE's mit impliziten Integrationsverfahren gelöst, da diese in der Lage sind, iterativ Gleichungssysteme in jedem Integrationsschritt zu lösen. Dies kann aber je nach Formulierung der Gleichungen zu zusätzlichen numerischen Schwierigkeiten führen, da die Lösungen mit zunehmender Integrationsdauer von der wahren Lösung abweichen. Es kommt hierbei zu Driftproblemen. Um diesen Problemen Herr zu werden, sind verschiedene Stabilisierungsmethoden entwickelt und realisiert worden. Es wird auf die entsprechende Literatur [1], [32] verwiesen.

Problematisch für alle numerischen Integrationsverfahren ist die **Behandlung von Unstetigkeitsstellen** [30]. Verfahren mit fester Schrittweite übergehen Unstetig-

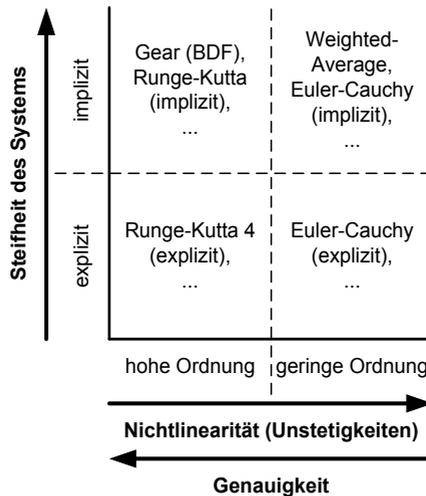
keitsstellen dadurch, dass sie „einfach weiterrechnen“. Durch eine genügend klein zu wählende Schrittweite ist die Stabilität der numerischen Berechnung zu gewährleisten. Verfahren mit variabler Schrittweite können sich unter Verwendung spezieller Unstetigkeitsindikatoren an die Unstetigkeitsstelle „heran rechnen“ und die Berechnung an dieser Stelle neu beginnen. Mit der Neuinitialisierung des Verfahrens haben allerdings die Mehrschrittverfahren durch die fehlenden Stütz- bzw. Vergangenheitswerte einige Schwierigkeiten. Für diese Verfahren ist eine Startrechnung notwendig [30]. An solchen Unstetigkeitsstellen entstehen in der Regel numerisch bedingte Schwingungen um den vom Modell limitierten Zustandswert (z.B. mechanische Anschläge bei Hydraulikzylindern, Öffnungsdruck eines Druckbegrenzungsventils, Umschaltvorgang zwischen Haft- und Gleitreibung). Bei sehr kleinen Schrittweiten treten an diesen Stellen Schwingungen mit kleinen Amplituden und sehr hohen Frequenzen auf. Diese Schwingungen sind auf einem Plot in der Regel zwar nicht sichtbar, haben aber eine deutliche Erhöhung der Rechenzeit zur Folge.

In der Literatur werden verschiedene Möglichkeiten angegeben, wie die Berechnung von Unstetigkeitsstellen vermieden, bzw. vereinfacht werden kann. In [147] wird angeführt, dass die Unstetigkeitsstelle durch ein Polynom ersetzt bzw. geglättet beschrieben werden kann. Es können zwar wieder größere Schrittweiten zugelassen werden, jedoch erfordert die Glättung der Übergangsstelle einen Aufwand, welcher sich in einer Erhöhung der Rechenzeit auswirkt. Zudem wird in [12] angegeben, dass die Glättung von manchen Effekten, speziell die Betrachtung des Übergangs von Haft- zu Gleitreibung, zu Drifterscheinungen im Bewegungsverlauf führen kann. Dieser Effekt kann beispielsweise dadurch verursacht werden, dass bei kleinen Kraftänderungen schon eine Bewegung einsetzen kann, ohne dass die Haftgrenze überschritten wäre. In dieser Arbeit wird die durch die Unstetigkeit entstehende unilaterale Bindung als lineares Komplementaritätsproblem aufgefasst, welches mit speziellen Solvern gelöst werden kann.

#### **Auswahl eines geeigneten Integrationsverfahrens**

Für den Anwender steht bei der Wahl des Integrationsverfahrens der Wunsch nach einer geringen Rechenzeit während des gesamten Simulationslaufs im Vordergrund. Vorausgesetzt wird hierbei, dass der Fehler zwischen der exakten Lösung und der numerischen Näherung geringer ist, als die Auswirkungen der bei jedem technischen Prozess auftretenden Parameterschwankungen [4].

Zhang und Ulrich geben in [147] einige Möglichkeiten an, einen für das jeweilige Anfangswertproblem günstigen Integrationsalgorithmus auszuwählen. Diese Möglichkeiten sind zusammenfassend in **Abbildung 3.18** dargestellt. Bei geringer Steifheit ist ein explizites Verfahren zu wählen, da es einfach ist und eine geringe Rechenzeit pro Zeitschritt benötigt. Dabei sind die expliziten Verfahren hoher Ordnung mit entsprechend kleineren Schrittweiten die zuverlässigsten Verfahren. Bei Systemen mit großen Steifheiten sollten implizite Verfahren vorgesehen werden. Wenn ausgeprägte Nichtlinearitäten vorliegen, aber nur geringe Genauigkeiten erforderlich sind, kann auf die Einschrittverfahren zurückgegriffen werden. Da Nichtlinearitäten bei sehr vielen hydraulischen Systemen stark ausgeprägt sind, stellt bezüglich der Rechenzeit ein Einschrittverfahren geringer Ordnung die optimale Lösung dar.



**Abbildung 3.18:** Auswahl eines geeigneten Integrationsverfahrens [147]

Sinnvoll für den Anwender ist es, sich anhand der Eigenwerte des linearisierten Systems einen Überblick über die Größe der Zeitkonstanten und das Verhältnis von größter zu kleinster Zeitkonstante zu verschaffen. Bei einem steifen System sollte ein dafür geeigneter Algorithmus verwendet werden (z.B. ein Gear-

Verfahren) [4]. Desweiteren werden hier weitere Hinweise für die Wahl eines geeigneten Integrationsalgorithmus für nicht steife Systeme gegeben:

- Sofern keine Kenntnisse über das System vorliegen bildet das Runge-Kutta-Verfahren mit einer Fehlberg-Stabilisierung eine gute Wahl, da sie bei vielen Aufgabenstellungen zufriedenstellend arbeiten. Da die Schrittweitensteuerung einen zusätzlichen Aufwand bedeutet, kann es sinnvoll sein, später zu einem anderen Verfahren zu wechseln.
- Diskontinuitäten, wie z.B. Nichtlinearitäten im Modell oder äußere Störungen, beeinflussen Mehrschrittverfahren wesentlich stärker als Einschrittverfahren mit fester Schrittweite.
- Sofern im Modell ein konstanter, hochfrequenter Takt auftritt, z.B. durch einen digitalen Regler oder durch die gepulste Ansteuerung eines Magneten, ist ein Verfahren mit fester Schrittweite häufig vorzuziehen, da der Aufwand der Schrittweitensteuerung entfällt.
- Bei sehr schwach gedämpften Systemen treten beim Gear-Verfahren unter Umständen Stabilitätsprobleme auf. Hingegen sind die Adams-Moulton-Verfahren gut geeignet für derartige Systeme

Matlab, ein Simulationswerkzeug, welches sich auf die Simulation dynamischer Systeme spezialisiert und eine weite Verbreitung in den Systementwicklungsabteilungen vieler Unternehmen gefunden hat, stellt für Anfangswertprobleme nichtsteife ODEs die Solver ode45, ode23 und ode113; steifer ODEs die Solver ode15s, ode23s und ode23tb; von DAEs wenn sie steif sind den Solver ode15s und bei mäßig steifen den Solver ode23t zur Verfügung. Für Differenzialgleichungen (DDEs) mit konstanter Totzeit  $\tau$  kommt für Anfangswerte als Solver dde23 zum Einsatz. Zu Beginn einer Simulation wird Solver ode45 empfohlen, er beruht auf dem Verfahren nach Runge-Kutta-Fehlberg [10].

#### **Simulationsfehler und Fehler im Modellaufbau**

Das berechnete Verhalten eines dynamischen Modells kann immer nur so gut und nah am wirklichen Verhalten des realen Systems sein, wie es zum einen die Wahl des physikalischen Modellansatzes und zum anderen die Art und Detailtiefe der zu untersuchenden Effekte erlauben. Beide Maßnahmen haben einen direkten Ein-

fluss auf die Struktur des Modells und seiner Parameter und sind somit direkt verhaltensbestimmend. Der Entwickler des Modells hat nun dahingehend einen Einfluss auf die Modellgüte, dass er mit seiner Erfahrung und seinen Fähigkeiten für die Abgrenzung des Systems, der Auswahl des Modellansatzes und die für die Untersuchungsaufgabe notwendige Tiefe der Beschreibung der physikalischen Effekte die Verantwortung trägt. In [30] und [56] werden einige wichtige und häufig in der Modellbildung und Simulation antreffende Fehler vorgestellt:

- Modellfehler
  - Effekte (fehlende, fehlerhafte oder ungenügende Abbildung aller aus-sagerelevanten physikalisch-technischen Wirkungsmechanismen)
  - Systemstruktur / Systemtopologie (unzureichende oder fehlerhafte Auflösung in der Abstraktion und Elementarisierung bezüglich der Ziele der Simulation)
  - Parameter (häufig ist auch nur eine Abschätzung einzelner Parameter möglich, da wichtige Modellparameter vielfach nur unter hohem Aufwand oder gar nicht messtechnisch erfasst werden können)
  
- Berechnungsfehler
  - Lösungsverfahren (explizit / implizit, Einschritt- / Mehrschritt-Methoden, geeignet für ODE / DAE)
  - Lösungsbedingungen (vorgegebene Fehlertoleranzen, Schrittweiten, Anfangsbedingungen)
  
- Auswertungsfehler
  - Verarbeitung (Filterung, Skalierung, Transformation)
  - Interpretation der Ergebnisse

Diese Aufzählung zeigt, dass in allen Phasen des Modellbildungs- und Simulationsprozesses Fehler, teils berücksichtigt und so einkalkuliert im Sinne der Untersuchungsaufgabe und teils auf mangelnde Erfahrung, mangelnden Kenntnissen, mangelnder Sorgfalt des Anwenders und die vorherrschenden Rahmenbedingungen im Arbeitsumfeld des Entwicklers (vorhandene Software-Tools, vorhandene Mittel zu experimentellen Untersuchungen) zurückzuführen sind, auftreten und das Simulationsergebnis verfälschen können. An den Erfahrungen bzw. Kenntnissen

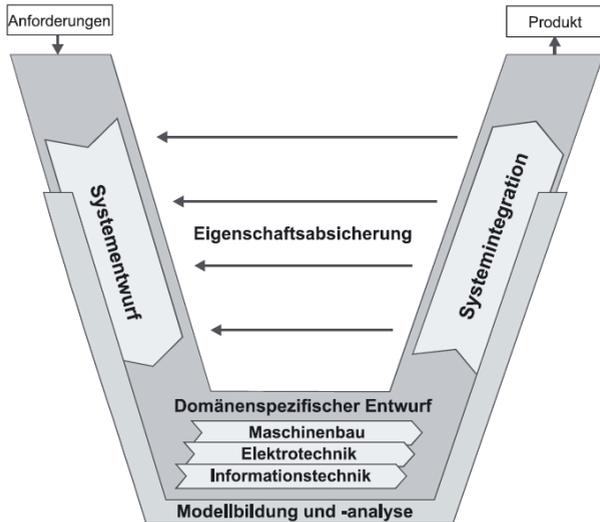
des Anwenders / Entwicklers liegt es jetzt, die gewonnen Ergebnisse richtig einordnen und interpretieren und somit die richtigen Schlussfolgerungen für den weiteren Entwicklungsprozess ziehen zu können. Man sieht, dass die Methoden der Modellbildung und Simulation nur ein, zugegebenermaßen, sehr hilfreiches Werkzeug im Entwicklungsprozess sein können, dem Menschen als Entwickler, Anwender und Nutznießer aber immer noch die entscheidende Entscheidungs- und Deutungshoheit abverlangen. Deutlich wird dies vor allem bei Anwendungen und Auswahl von Modellvereinfachungen, bei denen gezielt Effekte vernachlässigt werden und der entstehende Fehler schon im Vorfeld der Modellierung abgeschätzt werden sollte.

### **3.1.5 Einsatz von Modellbildung und Simulation bei der Entwicklung technischer Systeme**

Das Entwickeln neuer Komponenten, Produkte und Systeme stellt den Entwickler in der heutigen Zeit vor anhaltend neue Herausforderungen. So müssen technische Neuerungen in immer kürzeren zeitlichen Abständen zur Marktreife entwickelt werden, um mit dem aktuellen Stand der Technik, den speziellen Kundenanforderungen, aber auch den gesellschaftlichen oder gesetzlichen Vorgaben, sowie dem Wettbewerbsdruck stand zu halten. Auch werden die Anforderungen an technische Produkte und Systeme, und somit auch an mobile Arbeitsmaschinen, zunehmend komplexer [73], wobei hier ständig eine Erhöhung der Antriebs- und Arbeitsleistung gefordert wird, um die Maschinenproduktivität zu steigern. Zudem müssen Neuentwicklungen Verbesserungen bezüglich des Wirkungsgrads, der Verfügbarkeit, der Ergonomie und der Bedienbarkeit erbringen [70].

Aus den scheinbar gegensätzlichen Forderungen, die an die Entwicklung gestellten Bedürfnisse an eine Neuentwicklung zu befriedigen aber gleichzeitig Entwicklungskosten gering zu halten sowie Produktionskosten einzusparen, stellt sich die Aufgabe, mit einem vertretbaren Aufwand optimale, bzw. bestmögliche, Ergebnisse zu erhalten. Da die Kosten der Modellerstellung eines zu entwickelnden Systems und die sich anschließende Simulation des zu untersuchenden Betriebsverhaltens im Allgemeinen nur einen Bruchteils dessen betragen, welche bei ähnlich umfassenden Untersuchungen mit realen oder analogen physikalischen Modellen aufzuwenden wären [13], besteht über die Bedeutung von Modellbildung und Simulation im Entwicklungsumfeld technischer Systeme kein Zweifel mehr. Der Stellenwert, den Modellbildung und Simulation auch vor allem im Frühstadium eines methodischen Entwicklungsprozesses einnehmen, ist im Vorgehensmodell der Entwicklung me-

chatronischer Systeme nach der VDI-Richtlinie 2206 zu erkennen, in dem die Modellbildung und die Simulation einen wesentlichen Bestandteil des Systementwurfs und der Systemintegration bilden [103]. **Abbildung 3.19** zeigt die generische Vorgehensweise des Entwicklungsprozesses eines mechatronischen Systems nach VDI 2206 [103]:



**Abbildung 3.19:** Vorgehensmodell der Entwicklung mechatronischer Systeme nach VDI 2206 [103]

Hierbei bilden die Anforderungen den Ausgangspunkt eines konkreten Entwicklungsauftrags. Die Aufgabenstellung wurde präzisiert und in Form von Anforderungen beschrieben, welche gleichzeitig den Maßstab bilden, anhand deren das spätere System zu bewerten ist. Ziel des sich anschließenden Systementwurfs ist die Festlegung eines domänenübergreifenden Lösungskonzepts, welches die wesentlichen physikalischen und logischen Wirkungsweisen des zukünftigen Systems beschreibt. Dabei erfolgt eine Zerlegung der Gesamtfunktion eines Systems in wesentliche Teilfunktionen, denen geeignete Wirkprinzipien bzw. Lösungselemente zugeordnet werden. Die weitere Ausarbeitung eines konkreten Lösungskonzepts erfolgt in der Regel getrennt in den beteiligten Domänen, welche zu einer Gesamt-

funktionalität am Ende des Entwicklungsprozesses zusammengeführt werden (Systemintegration). Die dabei im Systementwurf auf die jeweiligen Teilfunktionen herunter gebrochenen spezifischen Teilanforderungen dienen im Entwurfsfortschritt der Eigenschaftsabsicherung des spezifizierten Lösungskonzepts. Die Teilanforderungen, welche sich aus den Anforderungen der Aufgabenstellung ableiten, werden im fortschreitenden Systementwurf und mit einhergehender genauerer Kenntnis der Teilaufgaben immer detaillierter, aber das dadurch adressierte geforderte Systemverhalten physikalisch in der Realität nicht durchgehend überprüfbar. Aufgrund dieser Tatsache und ebenso zu einer vorausschauenden Systemauslegung bedient man sich Methoden der Modellbildung und Simulation, welche die Phasen des Systementwurfs und der Systemintegration flankieren und es ermöglichen die Systemeigenschaften mit rechnerunterstützten Werkzeugen vorab zu untersuchen [103].

Aus der beschriebenen Vorgehensweise des methodischen Entwicklungsprozesses und aus Erfahrungen aus der Praxis, ergeben sich nach dem Vorgehensmodell nach VDI 2206 [103] auch gewisse Einschränkungen und Forderungen an die Modellbildung und Simulation technischer Systeme:

1. Je nach Reifegrad des zu entwickelnden Systems oder Produkts während des Entwicklungsprozesses stehen unterschiedlich detaillierte Kenntnisse über Parameter, Wirkstrukturen, Systemgrenzen sowie Ein- und Ausgangsgrößen des Gesamtsystems und seiner Teilsysteme zur Verfügung. Auch ändern sich mit zunehmender Konkretisierung der Lösung die Untersuchungsaufgaben bezüglich des zu ermittelnden Betriebsverhaltens. Zu Beginn eines Entwicklungsprozesses gilt es, vorwiegend aus einer Vielzahl möglicher Lösungsansätze, und somit einhergehend aus einer großen Anzahl von Systemtopologien, eine geeignete Struktur auszuwählen, welche das geforderte globale Systemverhalten beschreibt. Die Anforderungen an ein Simulationsmodell liegen hier vor allem in einem schnellen Modellaufbau, in einer möglichst schnellen Rechenzeit und in der Möglichkeit, mit einem begrenzten Parametersatz, ein möglichst genaues Simulationsergebnis zu erhalten. Mit dem weiteren Entwicklungsfortschritt ändern sich jedoch auch die Anforderungen an ein Simulationsmodell. In dieser Phase liegt in der Regel ein Lösungskonzept in der Art vor, von dem die Wirkstruktur und ein Großteil der das Verhalten beeinflussender Parameter bekannt sind. Die Untersuchungen zielen jetzt größtenteils auf die Optimierung bestimmter Zustände des Betriebsverhaltens (z.B. dynamische Kennwerte) und regelungstechnische Aspekte (z.B. Reglerauslegung mit Optimierung von Reglerparametern, Stabilitätsüberprüfungen).

Die Modelle in diesem Abschnitt des Entwicklungsprozesses verfügen zu meist über eine höhere Modellkomplexität. Auch an diese Modelle werden Bedingungen an einen verhältnismäßig schnellen Modellaufbau und eine schnelle Berechnungszeit gestellt.

2. Die während des Systementwurfs formulierten Teilanforderungen an die, aus den entsprechenden Teilaufgaben zu entwickelnden, Untersysteme werden mit zunehmendem Reifegrad des Systementwurfs immer ausführlicher und adressieren die Bedarfe aus der Gesamtanforderung an die gewünschte Funktionalität der entsprechenden Teilfunktionen. Die Überprüfung der Anforderungen am realen Objekt (System oder Komponente) erfolgt in der Realität in der umgekehrten zeitlichen Reihenfolge im Pfad der Systemintegration. Das heißt, die zuletzt gestellten Anforderungen an eine Subsystemebene können während der sich anschließenden Systemintegration direkt auf ihr Betriebsverhalten hin untersucht werden, während die vorangestellten Anforderungen, hier vor allem die Anforderung an das Gesamtsystem, erst später bzw. ganz am Ende des Entwicklungsprozesses auf ihre Einhaltung hin nachgeprüft werden können. Dies bedeutet wiederum für den Prozess des Systementwurfs, je besser das Betriebsverhalten der Teilmodelle, bzw. Teilkomponenten, abgeschätzt werden kann oder gar bekannt ist, umso genauer lässt sich das Betriebsverhalten des Gesamtsystems vorhersagen. Um mehrere Systemvarianten hinsichtlich eines bestimmten Betriebsverhaltens des zukünftigen Gesamtsystems vergleichen zu können, sollten die zu erwartenden Fehler, welche nicht nur aus den Abweichungen der Teilmodelle sondern auch aus der Verknüpfung der Teilmodelle zu einem Gesamtsystem mit entstehenden Wirkbeziehungen untereinander entstehen, je nach entsprechender Untersuchungsaufgabe in etwa abgeschätzt werden können.

Die Aussagen, die sich hieraus ableiten lassen, zielen zum einen darauf, dass zu Beginn einer Entwicklung nur beschränkt Aussagen zu der Struktur, den abgebildeten Effekten und den Werten der berücksichtigten Parameter vorliegen. Ein verhaltenserklärendes Modell kann demzufolge nur mit Abstrichen das Verhalten des realen zu entwickelnden Systems beschreiben. Ein Ansatz mit verhaltenserklärenden Modellen (z.B. Kennfelder) ist gegebenenfalls in der Systementwicklung möglich, jedoch müssen auch an dieser Stelle Einschränkungen hingenommen werden, da die Teilkomponenten und Subsysteme in der Regel noch nicht in ihrer endgültigen Gestalt oder Größe vorliegen und sich physikalische Effekte auch nicht immer normieren oder skalieren lassen. Eine genügend genaue Abbildung der Realität ist in

dieser Anfangsphase des Entwicklungsprozesses meist auch noch nicht notwendig, da in dieser Phase zumeist unterschiedliche Konzepte miteinander verglichen werden sollen und dafür in der Regel Tendenzen zwischen den Simulationsergebnissen der unterschiedlichen untersuchten Konzepte ausreichen, um eine Auswahl für die weitere Entwicklung zu treffen.

Dass aber nicht nur der Stand des zeitlichen und des entwicklungstechnischen Fortschritts einen Einfluss auf die Auswahl des Modellansatzes und die ausgeführte Detaillierungstiefe haben, zeigt [127]. Es wird angegeben, dass der für die simulativen Untersuchungen umgesetzte Modellaufwand einen direkten Bezug zur jeweiligen Entwicklungsaufgabe hat. In **Abbildung 3.20** wird eine Bibliotheksstruktur angeführt, aus der die unterschiedlichen Modelleigenschaften eine Modellebene definieren und teilweise auch nur durch verschiedene Simulationswerkzeuge abgebildet werden können.

Anwendungsabhängige Modellvereinfachungen				
Modell-kategorie	Produktent-wicklung	Applikation	Funktionsent-wicklung	Wirkungsgrad
Modellebene	****	***	**	*
Software [Bsp.]	AMESim	AMESim (Simulink, dSpace)	AMESim Simulink, dSpace	AMESim Simulink
Modelleigen-schaften	detailliertes physikalisches Modell mit konzentrierten Parametern	teilweise physikalisches und teilweise abstrahiertes Modell	abstrahierte Dynamik, Wirkungsgrad-kennfelder	stationäre Modelle, Wirkungsgrad-kennfelder

**Abbildung 3.20:** Darstellung einer Bibliotheksstruktur mit Modellen unterschiedlicher Detaillierungstiefe (- - niedrig / .... - hoch) für verschiedene Anwendungen (nach [127])

So wird auf Grundlage geeigneter Modelle der Konstruktionsprozess in der Produktentwicklung durch die Simulation des funktionalen Verhaltens unterstützt. Die Simulation auf Komponentenebene findet hierbei anhand physikalischer Modelle mit konzentrierten Parametern statt und hat die Aufgabe das Zusammenwirken einzelner Teile innerhalb einer Komponente (z.B. Pumpeneinheit) zu beschreiben.

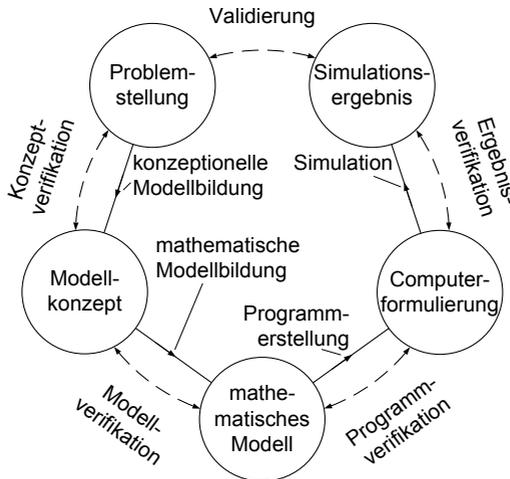
Diese Modelle sind in der Regel sehr detailliert aufgebaut und lassen sich effizient nur mit einem Werkzeug für die detaillierte Hydrauliksimulation auf der Grundlage physikalischer Modelle realisieren. Unterstützend im Entwicklungsprozess von Produkten auf Komponentenebene (Produktentwicklung) finden Simulationen aus dem Bereich der Finiten Elemente (FEM) und der computergestützten Strömungsdynamik (CFD) Verwendung (Simulationen mit verteilten Parametern). Die Modellkategorien Applikation, Funktionsentwicklung und Wirkungsgrad lassen sich zu Untersuchungen auf Systemebene einordnen. In [128] wird hierzu die Entwicklung von hydraulischen Antrieben bis hin zu vollständigen Fahrzeugen betrachtet. Einzelne Komponenten werden in der Regel durch Kennlinien und eine abstrahierte Dynamik beschrieben. Der Schwerpunkt der Simulation liegt in erster Linie auf der Funktion des Gesamtsystems. Die hierbei eingesetzten Modelle werden hauptsächlich eingesetzt, wenn die wesentliche Dynamik und die Wirkungsgradkennfelder eine ausreichende Genauigkeit bieten, um Wirkungsgradstudien, Reglerentwürfe oder Vorbestimmungen wichtiger Applikationsparameter durchführen zu können. Diese Modelle zur Systemintegration und Bewertung der Energieeffizienz werden in der Regel in signalflussbasierten Simulationstools erstellt.

In der Modellkategorie Wirkungsgrad kommt es eher auf eine einfache Modellerstellung in relativ kurzer Zeit an, da in diesem Entwicklungsschritt sehr häufig das energetische Verhalten verschiedener Systemtopologien miteinander verglichen werden soll. Ein schneller aber für die Untersuchungen hinreichend genauer Modellaufbau ist zu diesem Zeitpunkt meist höher zu bewerten als nur schnelle Rechenzeiten mit den Modellen erreichen zu müssen. In der Modellkategorie Funktionsentwicklung und zumeist auch in der Funktionskategorie Applikation wird ein höherer Wert auf das Erreichen einer (sehr) geringen Rechenzeit gelegt. Das Modell soll das Verhalten zwar auch hier hinreichend genau beschreiben aber für eine Parameteroptimierung, wie sie sehr häufig in der Reglerauslegung oder in der Applikation vorkommt, muss das Modell eine teils sehr niedrige Rechenzeit aufweisen.

Allen Modellen, egal welcher Detaillierungstiefe, gemein sollte jedoch immer eine einheitliche Vorgehensweise während der Modellbildung sein. Das grundsätzliche Vorgehen von der Problemstellung bis zu den Simulationsergebnissen zeigt **Abbildung 3.21** [8].

In den Kreisen sind die wesentlichen Stationen dargestellt, die ausgezogenen Pfeile bilden die notwendigen Arbeitsschritte ab. Das Ergebnis eines jeden Arbeitsschritts muss in geeigneter Form dokumentiert werden, so dass jeder Entwick-

lungsschritt (Kreis) in **Abbildung 3.21** einem „Phasendokument“ entspricht [8]. Jedes dieser Dokumente stellt die Basis bzw. die Anforderung für den nachfolgenden Arbeitsschritt dar. Die Verifikationsschritte dienen als Kontrolle einzelner Arbeitsschritte an Hand der Phasendokumente der jeweils benachbarten Stationen. Am Ende des Modellbildungsprozesses und der simulativen Untersuchung sollte immer die Validierung der Simulationsergebnisse stehen, welche eine Überprüfung des tatsächlichen Anwendungs- und Gültigkeitsbereiches der Systemsimulation darstellt. Da in vielen Fällen in der frühen Phase des Entwicklungsprozesses, in der unterschiedliche Konzepte miteinander verglichen und gegeneinander bewertet werden sollen, keine Untersuchungsergebnisse vorliegen, mit denen der Anwender seine Modelle validieren kann, obliegt den jeweiligen Verifikationen zwischen den einzelnen Stationen Problemstellung, Modellkonzept, mathematisches Modell, Computerformulierung und Simulationsergebnis eine sehr große Bedeutung. Auch hier bedarf es einer gewissen Fähigkeit und Erfahrung des Anwenders die gewonnenen Ergebnisse richtig zu interpretieren. Einen Einblick in die manöverbasierte Validierung bzw. dem Pull-Prinzip der Validierung als Gegenmodelle zu den phasenorientierten Validierungsmodelle geben [1] und [96].



**Abbildung 3.21:** Vorgehensweise bei der Modellbildung und Simulation (nach [8])

Nach [84] und [97] lohnt sich der Einsatz von Werkzeugen der Modellbildung und Simulation in der Entwicklung von technischen Systemen und Produkten vor allem hinsichtlich der Verkürzung der Entwicklungszeit und der Senkung der Produktionskosten. Vor allem baut sich durch Nutzung von Modellbildung und Simulation im Gegensatz zur klassischen Entwicklung ohne Modellbildung und Simulation über den gesamten Entwicklungszeitraum ein stetig wachsendes Wissen über das Systemverhalten auf, welches direkt in den nächsten Entwicklungsschritten zur Verfügung steht und ohne teure und zeitaufwendige Messungen experimentell ermittelt werden muss. In der Regel sinkt zwar die Produktivität bei Einführung eines Simulationstools durch Installationstätigkeiten, Schulungsmaßnahmen, Systemanpassungen und Studium von Handbüchern. Da jedoch nach dieser Phase immer mit einer deutlich höheren Produktivität als ohne die Nutzung von Simulationstools gerechnet werden kann, lohnt sich der Einsatz von Modellbildung und Simulation vor allem auch wirtschaftlich für Unternehmen [84] und ist aus heutiger Sicht im Umfeld der Entwicklung von technischen Systemen und Produkten diesbezüglich nicht mehr wegzudenken.

## **3.2 Modellbildung und Simulation im Bereich der mobilen Arbeitsmaschinen**

Während in der Analyse und der Vorhersage des Betriebsverhaltens von Kraftfahrzeugen Methoden der Modellbildung und Simulation sowohl in der Betrachtung von querdynamischen Untersuchungen (i.d.R. fahrdynamische Stabilitätsuntersuchungen) als auch in der Betrachtung von längsdynamischen Untersuchungen (i.d.R. Untersuchungen des Antriebs- bzw. Traktionssystems) in einem gleichberechtigten Maße und in ähnlicher Häufigkeit Verwendung finden, beschränkt sich die Vielzahl der Untersuchungen bei mobilen Arbeitsmaschinen auf längsdynamische Aspekte, bzw. auf Untersuchungen, die den längsdynamischen Betrachtungen in der Welt der Kraftfahrzeuge noch am Nächsten erscheinen. So finden sich in der Literatur eine Vielzahl von Untersuchungen die Energieeffizienz und das dynamische Verhalten von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen im Zusammenspiel mit den einzelnen Komponenten betreffend, wie z.B. in [7], [26], [36], [37], [40], [41], [69], [78], [98], [107], [121].

Zu den Antriebssystemen von mobilen Arbeitsmaschinen werden in der Regel auch die hydraulischen Steuerungs- und Übertragungssysteme zur Versorgung der Hyd-

raulischen Verbraucher der Arbeitsausrüstung und in den letzten Jahren zunehmend auch elektrische Antriebssysteme gesehen. Untersuchungen zur Fahrdynamik lassen sich im Bereich der mobilen Arbeitsmaschinen in einer wesentlich geringeren Anzahl finden. Hierzu trägt im Besonderen der Charakter einer mobilen Maschine Rechnung, welche hauptsächlich für die Verrichtung von Arbeiten und weniger für den Transport von A nach B konzipiert sind. Eine Ausnahme bildet hierbei allerdings der Traktor, bzw. der Ackerschlepper, welcher zum Teil auch mit relativ hohen Geschwindigkeiten (bis / über 50 km/h) auf öffentlichen Straßen fahren darf und somit auch für diesen speziellen Fall Untersuchungen und Entwicklungen von Systemen zur Erhöhung der Fahrsicherheit immer mehr in den Vordergrund rücken. An dieser Stelle sei die Arbeit von Ferhadbegović [38] erwähnt. Ferhadbegović entwickelt in seiner Arbeit ein instationäres Reifenmodell für querdynamische Untersuchungen, wie z.B. Slalomfahrt, Spurwechsel, Kurvenfahrten und Lenkmanöver, an einem Ackerschlepper und nutzt dieses für eine Analyse des Einflusses einer Wankausgleichsregelung am Heckkraftheber eines Traktors auf die Fahrsicherheit.

Der Großteil der Untersuchungen beschränkt sich jedoch auf das Antriebs- und Steuerungssystem von mobilen Arbeitsmaschinen. Vor dem Hintergrund stetig steigender Energie- als auch Personalkosten, gewinnt der Aspekt der Arbeits- und Energieeffizienz einer mobilen Arbeitsmaschine vor allem für den Endanwender zunehmend an Bedeutung. Die Bedeutung der Effizienz beschränkt sich dabei nicht nur auf eine Erhöhung des energetischen Wirkungsgrads, sondern dient als Motivation auch für die Entwicklung neuer Konzepte zur effizienteren Bearbeitung. Als Beispiel genannt, seien die Entwicklung einer effizienteren Steuerung der Arbeitsausrüstung von Hydraulikbaggern [63] oder die Entwicklung einer elektronischen Kopplung zweier oder mehrerer Landmaschinen (z.B. Ackerschlepper oder Mähdrescher), wodurch es ermöglicht wird, dass eine oder mehrere bedienerlose Landmaschinen (Slave) einer von einem Bediener bewegten Landmaschine (Master) folgen [148]. Beide Systeme dienen dazu, die Arbeitsproduktivität zu steigern und somit auch für einen effizienteren Betrieb bei der Nutzung mobiler Arbeitsmaschinen zu sorgen. Für die Modellbildung und Simulation bedeutet dies, dass auch immer mehr das Verhalten von exogenen Einflüssen (Bedienerverhalten, vorhandene Umweltbedingungen) auf das Betriebsverhalten des untersuchten Systems an Bedeutung gewinnt. Dies gilt sowohl für die Untersuchungen der Konzepte zur Steigerung der Arbeitsproduktivität als auch für die Konzepte zur Steigerung der energetischen Effizienz des Antriebssystems einer mobilen Maschine, die den

größten Anteil der Entwicklungen auf dem Gebiet der mobilen Arbeitsmaschinen derzeit abdecken.

Der Trend zum aktuellen Stand der Forschungen geht augenblicklich einerseits in Richtung der Entwicklung von Betriebsstrategien und Systemen, bei denen die Drehzahl der Dieselmotoren an die tatsächliche Belastung der Verbraucher angepasst wird, wodurch vor allem Kraftstoffeinsparungen im Teillastbereich erwartet werden können (z.B. [25], [41], [121]). Andererseits lassen sich aus den letzten Jahren eine große Anzahl von Arbeiten finden, die das Ziel einer energieeffizienteren Übertragung der Leistung durch ein hydraulisches Übertragungssystem haben, sowohl aus Sicht der Entwicklung einer geeigneten Anordnung von einzelnen Systemkomponenten und deren geschickter Ansteuerung, als auch aus Sicht der Komponentenentwicklung hinsichtlich Optimierung der Bauteile (verbesserte Reibung, geringere Leckagen, kleinere Stellkräfte) für einen energieeffizienteren Betrieb (z.B. [24], [26], [37], [40], [78], [107]). Zudem hat in etwa seit den letzten acht bis zehn Jahren die Sicht auf hybride Antriebssysteme, sowohl elektrisch als auch hydraulisch, stark zugenommen. Der entscheidende Vorteil hybrider Systeme liegt dabei in der Möglichkeit potentielle Energie (z.B. beim Absenken des Auslegers bei Materialumschlaggeräten [11]) oder kinetische Energie (z.B. beim Bremsen des Oberwagens bei Hydraulikbaggern [125]) während eines Betriebs- oder Bearbeitungszyklus zurückzugewinnen und dem System anschließend wieder zuzuführen, um den primären Antriebsmotor zu entlasten und somit letzten Endes Energie einzusparen. Nach Geimer [49] zielen die Forschungsergebnisse derzeit auf die Systemauslegung und die Entwicklung von Betriebsstrategien (z.B. [132]) sowie zur Potentialabschätzung von mobilen Maschinen mit hybridisierten Antriebssträngen (z.B. [116]).

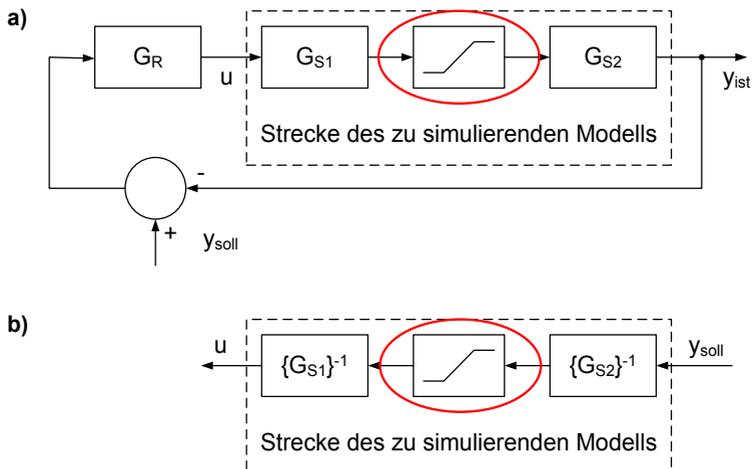
Alle hier genannten Beispiele zur optimalen Systemauslegung und zur Entwicklung von geeigneten Betriebsstrategien führen letzten Endes zu einer Ermittlung der Potentialabschätzung der generierten Antriebsstrangtopologien in Verbindung mit ihren Ansteuerkonzepten. Die Nutzung von Modellen, welche einen einfachen Aufbau und einen einfachen Austausch von Teilsystemen ermöglichen, sowie geringe Rechenzeiten erfordern, helfen hierbei dem Anwender in kürzerer Entwicklungszeit eine Vielzahl unterschiedlicher Konzepte bewerten zu können. Auffällig ist, dass in vielen Arbeiten, die eine Systementwicklung oder eine Analyse des Systemverhaltens zum Inhalt haben, grafisch-orientierte und signalfuss-basierte Werkzeuge für die Modellbildung und Simulation verwendet werden. Die vermuteten Vorteile diese Art der Modellbildung den energiefluss-basierten Werkzeugen vorzuziehen, kann

zum einen daran liegen, dass der Anwender einen gezielten Einfluss auf die Detaillierungstiefe des Modells hat und zum anderen werden die für die Entwicklung der Betriebsstrategie zur Ansteuerung der entsprechenden Systemelemente notwendigen Algorithmen und Regelungsstrukturen in der Regel mit einem signalffluss-orientierten Werkzeug (z.B. Simulink) erstellt, so dass für die Systementwicklung in den meisten Fällen ein Simulationswerkzeug ausreicht. Auch entstehen zusätzliche Kosten durch Anschaffung und Lizenzen bei der Nutzung mehrerer Simulationswerkzeuge.

In der Modellbildung und Simulation technischer Systeme finden, wie in **Abbildung 3.22** dargestellt, als Modellierungstechniken grundsätzlich zwei verschiedene Methoden bzw. Techniken Verwendung. Nach [55] lassen sich die Berechnungsmethoden in Rückwärtssimulationen (Wirkung-Ursache-Prinzip) und Vorwärtssimulationen (Ursache-Wirkung-Prinzip) unterscheiden. Im ersten Fall, Darstellung (b) in **Abbildung 3.22**, werden die eigentlichen Bewegungs- bzw. Zustandsgrößen des Systems den invertierten (Teil)Strecken des Systemmodells eingeprägt. Die Bewegungsgrößen müssen hierfür allerdings bekannt sein. Sie können entweder direkt durch ein Sollprofil, resultierend aus einer an das System gestellten Forderung, erstellt werden oder müssen durch Versuche an einem Referenzsystem erst einmal ermittelt werden. Die zeitlichen Verläufe der Bewegungsgrößen sollten mindestens so oft stetig differenzierbar sein, wie die Ordnung des zu untersuchenden Systemmodells hoch ist. Dieser Umstand kann mit der Invertierung der (Teil)Strecken des Systemmodells erklärt werden. Ist die Modellordnung höher als Anzahl der stetig zu differenzierenden Bewegungsverläufe, so folgen Sprünge und Stöße aus den höheren Ableitungen, welche das berechnete Ergebnis verfälschen können.

Aus den inversen Modellen lassen sich nach Einprägung der Bewegungsgrößen (Zustandsgrößen) die hierfür notwendigen Eingangsgrößen berechnen. Je nach Systemstruktur können dies wiederum Zustandsgrößen des topologisch vor dem soeben betrachteten Teilsystem liegenden Teilsystems sein oder auch die Eingangs- bzw. Steuergrößen aus der Systemumwelt. Da durch diese Methode die Modellgleichungen nicht integriert werden, demzufolge auch kein Solver benötigt wird, kann von einer sehr geringen Rechenzeit während der eigentlichen Simulation ausgegangen werden. Jedoch sollte zu bedenken sein, dass diese Berechnungsmethode nicht die Kausalitätsbedingung – die Wirkung tritt bereits ein, bevor eine Ursache diese ausgelöst hat – erfüllt und somit ein Verhalten vorhersagen kann, dass dem realen System nicht zwangsläufig genügen muss. Ein Grund hierfür kann in einer nicht konsistenten Beziehung der eingepprägten Zustandsgrößen und der

Topologie des Systems, bzw. seines Modells, gesehen werden. Genügt beispielsweise die Systemdynamik nicht den Anforderungen der Vorgabegrößen oder kann das System gar nicht mehr leisten, was durch die Vorgaben gefordert wird, da wichtige Teilsysteme in Anschlag fahren oder in ihrer Stellgröße anderweitig beschränkt sind, so resultieren aus den Berechnungen Ergebnisse in der Form von Eingangs-, Zwischen- oder Stellgrößen, welche niemals in der Realität erreicht werden können. Auch die Handhabung von Schaltzuständen, generellen Unstetigkeiten oder gar Rückführungsschleifen (Regelkreise oder auch Regenerations-schaltungen) erfordern eine spezielle Herangehensweise für die Berechnung. So müssen Zwischengrößen bei Rückführungsstrukturen iterativ bestimmt werden. Die Notwendigkeit der iterativen Berechnung kann wiederum aber wieder zu einem Anstieg der Rechenzeiten führen.



**Abbildung 3.22:** Vorwärtssimulation (a) und Rückwärtssimulation (b) als grundsätzliche Methoden die Modellgleichungen auszuwerten

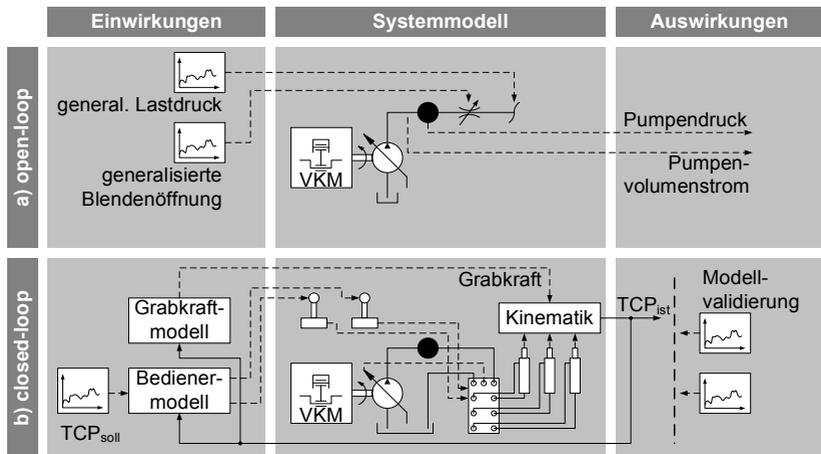
Aus den inversen Modellen lassen sich nach Einprägung der Bewegungsgrößen (Zustandsgrößen) die hierfür notwendigen Eingangsgrößen berechnen. Je nach Systemstruktur können dies wiederum Zustandsgrößen des topologisch vor dem soeben betrachteten Teilsystem liegenden Teilsystems sein oder auch die Eingangs- bzw. Steuergrößen aus der Systemumwelt. Da durch diese Methode die Modell-

gleichungen nicht integriert werden, demzufolge auch kein Solver benötigt wird, kann von einer sehr geringen Rechenzeit während der eigentlichen Simulation ausgegangen werden. Jedoch sollte zu bedenken sein, dass diese Berechnungsmethode nicht die Kausalitätsbedingung – die Wirkung tritt bereits ein, bevor eine Ursache diese ausgelöst hat – erfüllt und somit ein Verhalten vorhersagen kann, dass dem realen System nicht zwangsläufig genügen muss. Ein Grund hierfür kann in einer nicht konsistenten Beziehung der eingepprägten Zustandsgrößen und der Topologie des Systems, bzw. seines Modells, gesehen werden. Genügt beispielsweise die Systemdynamik nicht den Anforderungen der Vorgabegrößen oder kann das System gar nicht mehr leisten, was durch die Vorgaben gefordert wird, da wichtige Teilsysteme in Anschlag fahren oder in ihrer Stellgröße anderweitig beschränkt sind, so resultieren aus den Berechnungen Ergebnisse in der Form von Eingangs-, Zwischen- oder Stellgrößen, welche niemals in der Realität erreicht werden können. Auch die Handhabung von Schaltzuständen, generellen Unstetigkeiten oder gar Rückführungsschleifen (Regelkreise oder auch Regenerations-schaltungen) erfordern eine spezielle Herangehensweise für die Berechnung. So müssen Zwischengrößen bei Rückführungsstrukturen iterativ bestimmt werden. Die Notwendigkeit der iterativen Berechnung kann wiederum aber wieder zu einem Anstieg der Rechenzeiten führen.

Aufgrund ihres Charakters durch die Einprägung der Zustandsgrößen die Wirkung der Ursache vorwegzunehmen und somit eine schnellere Rechenzeit zu ermöglichen, eignen sich Modelle die nach der rückwärtssimulierten Methode berechnet werden zwar für Durchführung von Potentialabschätzungen von einfachen Systemstrukturen. Für die detaillierte Analyse und der Auslegung der Parameter von komplexen Systemen ist diese Methode aber ungeeignet. Zum einen kann das dynamische Verhalten des Systems kaum erfasst werden und zum anderen lassen sich komplexe Systemzustände nicht wirklichkeitsgetreu berechnen und provozieren somit gegebenenfalls nicht konsistentes Verhalten gegenüber den Vorgaben.

Der Methode der Rückwärtssimulation steht die gebräuchlichere Form der vorwärtssimulierten Berechnungen gegenüber, siehe obere Darstellung (a) in **Abbildung 3.22**. Zu den Ergebnissen des simulierten Verhaltens gelangt man durch die (numerische) Lösung der System-Differentialgleichungen, in dem die Eingangs- bzw. Steuergrößen dem System eingepprägt werden. Diese Form der Berechnung orientiert sich in ihrem Lösungscharakter eher an der Realität, da Beschränkungen im System sich direkt auf die simulierten Zustandsgrößen auswirken und somit einen Einfluss auf das Systemverhalten haben. Die Berechnungsmethode genügt

dabei der Kausalitätsbedingung, das Systemverhalten (Wirkung) resultiert aus seinen Eingangsgrößen (Ursache). Interessieren die aufzubringenden Eingangsgrößen bei vorgegebenen Ausgangs- bzw. Zustandsgrößen, so kann ein etwaiger Bediener (z.B. Baggerführer) durch einen Regelkreis abgebildet werden. Die Ausgangsgrößen müssen hierbei erfasst und mit den vorgegebenen Sollwerten verglichen werden. Die entstandene Regelabweichung wird durch einen geeigneten Regler modifiziert und als Stell- bzw. Eingangsgröße dem Systemmodell übergeben. In **Abbildung 3.23** sind die open-loop-Simulation und die closed-loop-Simulation als die beiden Ausprägungen der Vorwärtssimulation dargestellt.



**Abbildung 3.23:** open-loop-Modell (a) und closed-loop-Modell (b) bei der Vorwärtssimulation am Beispiel eines Simulationsmodells von einem Hydraulikbagger

Als open-loop-Simulation bezeichnet man die Simulation mit Modellen, bei denen keine Rückführung der Ausgangsgrößen auf die Eingangsgrößen erfolgt. Die Kommunikation mit der Systemumwelt findet folgerichtig nur in eine Richtung statt (von der Systemumwelt in das zu simulierende Modell). Der Vorteil von Simulationen ohne Rückführung der Ausgangsgrößen liegt in der Möglichkeit, die Systemelemente soweit ein- und abzugrenzen, dass am Ende nur noch die relevanten Elemente betrachtet werden, welche für eine Aussage des zu untersuchenden Verhaltens von Bedeutung sind. Als Beispiel hierfür wird in der oberen Darstellung (a) in **Abbildung 3.23** das Systemmodell nur durch die Teilmodelle der Verbren-

nungskraftmaschine (VKM), der in ihrem Schluckvolumen verstellbaren Hydraulikpumpe und des hydraulischen Knotens des Pumpenkanals samt einer generalisierter Blende gebildet. Als Eingangsgrößen in das Modell werden der resultierende höchste Lastdruck aller Verbraucher und ein resultierender bzw. generalisierter Blendenöffnungsquerschnitt eingebracht. Da die übrigen Teilsysteme des Gesamtmodells nicht mit abgebildet sind, dienen Signale, welche meist aus Messwerten hervorgehen, als Eingangsgrößen für die Simulation. Stimmt die Modellstruktur mit der Systemstruktur überein und entsprechen die Modellparameter den Beschreibungen der Systemeffekte, so kann mit diesen Modellen das Systemverhalten sehr genau abgebildet werden. Der Vorteil liegt dabei in einem relativ einfachen und schnellen Modellaufbau, da wie bereits erwähnt nur die für die Untersuchung notwendigen Teilsysteme abgebildet werden müssen, und in einer sehr oft daraus resultierenden Reduzierung der Rechenzeit. Somit eignen sich diese Modelle für einfache Potentialabschätzungen ebenso, wie zur Auslegung von systemeigenen Reglern mit ihren Regelungsstrukturen. Von Vorteil erweisen sich an dieser Stelle die Umstände, dass durch die Rückführung der Ausgangsgrößen des Modells keine zusätzliche Rückkopplung entsteht und dass bei einfachen Sollwertvorgaben (z.B. Sollwertsprung) das Verhalten des Modells ausreicht, um einen Regler entwerfen zu können.

Für detailliertere Betrachtungen zum energetischen Verhalten, oder auch zum generellen Betriebsverhalten, des Antriebssystems bei der Durchführung unterschiedlicher Arbeitsaufgaben und für die Entwicklung einer allgemein gültigen Betriebsstrategie eignen sich die open-loop-Modelle in der Regel weniger. Zum einen müssten für Betrachtungen bei unterschiedlichen Arbeitsaufgaben, für jede dieser Arbeitsaufgaben die notwendigen Eingangsgrößen (sowohl Vorgabegrößen, als auch Belastungsgrößen) aus Messungen bestimmt werden, sofern diese Effekte nicht durch entsprechende Modelle (z.B. Verbraucher, Interaktionen mit der Systemumwelt) abgebildet werden. Dies spräche jedoch dem eigentlich zu beschränkenden Modellaufwand entgegen. Zum anderen gelten die aus den Messwerten extrahierten Eingangssignale nur für das System, mit welchem sie aufgenommen wurden. D.h. bei Systemen mit Änderungen an der Systemstruktur und der Systemparameter (das eigentliche Ziel einer Entwicklung) ist das zu simulierende Betriebsverhalten nicht konsistent zu den Eingangsgrößen. Bei Simulationen zur Potentialabschätzung sollte daher mit Abweichungen zu einem realen Verhalten gerechnet werden. Ein Trend zwischen den einzelnen Systemen bezüglich des untersuchten Betriebsverhaltens sollte aber auszumachen sein.

Je genauer das Verhalten eines realen Systems mit einem Simulationsmodell beschrieben werden soll, desto detaillierter muss das Modell aufgebaut und alle möglichen auftretenden und das Betriebsverhalten beeinflussende Effekte realitätsgetreuer abgebildet werden. Bei diesen Modellen werden in der Regel alle an der zur Durchführung der betrachteten Arbeitsaufgabe beteiligten Systemelemente und Teilsysteme mit verhaltenserklärenden Modellansätzen modelliert. Lässt sich das Verhalten der Interaktionen mit der Systemumwelt (z.B. Grabkräfte an der Löffelspitze beim Graben, Zugkräfte an den Rädern / Reifen beim Fahren) nur durch Verwendung der Ausgangsgrößen des Systemmodells validierbar beschreiben, so kann ein allgemein gültiges Simulationsmodell einer mobilen Arbeitsmaschine erzeugt werden. Dies ermöglicht es, auch das Verhalten des Systems bei der Durchführung von Arbeitsaufgaben zu beschreiben, deren Werte der Vorgabe- und Belastungsgrößen nicht aus aufwendigen Messkampagnen hervorgegangen sind. Voraussetzung hierfür ist aber, dass die unterschiedlichen Arbeitsaufgaben der gleichen Systemabgrenzung genügen.

Entspräche das Simulationsmodell in seinem Verhalten dem Verhalten des realen Systems, so dürfte bei Einprägung der Stellgrößen (z.B. Joystickvorgaben des Bedieners) kein Unterschied zwischen den simulierten Werten des Modells und den messtechnisch erhaltenen Werten des realen Systems festzustellen sein. Aufgrund der Komplexität des Antriebs- und Steuerungssystems einer mobilen Arbeitsmaschine mit all seinen zusätzlichen Effekten aus der Interaktion mit seiner Systemumwelt wird eine solch genaue modellhafte Abbildung der Realität aber kaum möglich zu realisieren sein. Um auch mit kleineren Modellschwächen realitätsgetreuerere Ergebnisse durch die Simulation zu erreichen, behilft sich der Anwender mit der Rückführung der Ausgangsgrößen auf den Modelleingang. Bei den sogenannten closed-loop-Modellen, siehe untere Darstellung (b) in **Abbildung 3.23**, werden die Ausgangsgrößen mit den Sollwerten (z.B. aus Messungen) verglichen, die entstandenen Abweichungen durch einen Regler modifiziert und als Stellgrößen dem Systemmodell als Eingangsgrößen übergeben.

Ein weiterer Vorteil besteht in der Handhabung der Simulation bei der Untersuchung auch anderer Arbeitsaufgaben oder bei vorgenommenen Änderungen im System(modell) – sowohl die Änderung der Systemstruktur, als auch der Systemparameter. Hierbei müssen die Stellgrößen nicht umständlich ermittelt werden, z.B. durch inverse Streckenmodelle. Die als closed-loop-Modelle aufgebauten Systemmodelle eignen sich vor allem für detailliertere Betrachtungen zum energetischen Verhalten oder auch zum generellen Betriebsverhalten des Antriebssystems bei

der Durchführung unterschiedlicher Arbeitsaufgaben sowie für die Entwicklung einer allgemein gültigen Betriebsstrategie. Aufgrund ihres kausalen Zusammenhangs wirken sich die durch das System verursachten Einschränkungen (Verbraucheranschläge, Stellgrößen- und Leistungsbeschränkungen, „Downsizing“, etc.) auf das Systemverhalten und die simulierten Ausgangsgrößen aus. Die verbleibenden Regelabweichungen würden auch so in der Realität vorkommen, wenn versucht wird, die Sollvorgaben mit einem veränderten System zu erreichen. Bei Verwendung von detaillierten closed-loop-Modellen kann eine sehr genaue Abbildung des realen Verhaltens erreicht werden. Nachteilig stehen diesen Vorteilen aber der wesentlich komplexere Modellaufbau und die damit einhergehenden längeren Simulationszeiten gegenüber. **Tabelle 3-2** zeigt eine Gegenüberstellung der vorgestellten Simulationsmethoden für die Verwendung bei unterschiedlichen Untersuchungsaufgaben und gibt Vor- und Nachteile an.

**Tabelle 3-2:** Gegenüberstellung der vorgestellten Simulationsmethoden

	Rückwärts-simulation	Vorwärtssimulation	
		open-loop	closed-loop
Potentialabschätzung (Energie)	☑	(☑)	(☑)
Betriebsstrategieentwicklung	☒	(☑)	☑
Reglerauslegung	☒	☑	(☑)
detaillierte Verhaltensuntersuchung	☒	(☑)	☑
geringe Rechenzeit	☑	(☑)	☒
Verhaltensabweichungen bei Änderungen im System	☒	(☑)	☑
Autom. Anpassung der Stellgrößen bei Veränderungen im System oder der Arbeitsaufgaben	☒	☒	☑

Das bisher als Regler bezeichnete Teilmodell zur Generierung der Stellsignale für den Modelleingang nach Rückführung der Ausgangsgrößen und Vergleich mit den Vorgabegrößen bei Verwendung von Modellen nach der closed-loop-Methode

muss nicht zwangsläufig nur als klassischer Regler im Sinne der Regelungstechnik-Theorie interpretiert werden. Die Nutzung eines Reglers (häufig einfacher PID-Regler) stellt zwar die einfachste Möglichkeit dar, um auf die Stellgrößen zu schließen. Jedoch zeigen sich Schwächen, wenn die Systemelemente aufgrund der sich aus veränderten Sollwerten oder durch eine geänderte Systemstruktur ergebenden Stellgrößen ihre Beschränkungen erreichen und somit das eigentlich darzustellende Sollwert-Profil der unterschiedlich angesteuerten Achsen nicht mehr durch die Trajektorien der momentanen Bewegung erreicht werden kann. Durch die zusätzliche Entkopplung der Bedienvorgabe auf die einzelnen Ansteuersignale der Verbraucher, aufgrund der individuellen Sollpositionsvorgaben an die jeweils anzusteuern den Verbraucher, wird der Einfluss des Bedieners auf Änderungen im System kaum berücksichtigt. In der Regel wird das Verhalten eines einfach geregelten Simulationsmodells eher in die Richtung tendieren, dass diejenigen Verbraucher ihre Sollwerte erreichen, bzw. deren Ausgangsgrößen in der Nähe ihrer eigentlichen Sollwertvorgaben liegen, welche beispielsweise weniger belastet werden (z.B. hydraulischer Verbraucher mit geringerem Lastdruck in LS-Systemen). Dieses Verhalten muss aber nicht unbedingt dem Betriebsverhalten entsprechen, welches durch den Bediener in der realen Welt ursprünglich vorgegeben wird. Dieser kann seine Vorgaben in der Wirklichkeit auch an die sich ändernden Bedingungen, resultierend aus einer modifizierten Systemstruktur, anpassen. Wären an dieser Stelle Anpassungen von größerer Natur notwendig, kann die Nutzung einfacher Regler zur Abbildung des Bedienerverhaltens eine faire und gleichwertige Bewertung unterschiedlicher Systeme erschweren. Vor allem dann, wenn mehrere Bewegungsachsen gleichzeitig angesteuert und unterschiedliche Zielpunkte zeitlich abhängig von einander der Reihe nach angefahren werden sollen.

Da aussagekräftige Belastungsgrößen während der Durchführung einer Arbeitsaufgabe in der Welt der mobilen Arbeitsmaschinen sehr häufig nur aus dem Versuch gewonnen werden können, stehen am Anfang eines Entwicklungsprozesses in der Regel nur Daten zur Verfügung, welche mit einem konventionellem Antriebsstrang aufgezeichnet wurden. Da geänderte Antriebsstrangkonfigurationen, welche im Laufe einer Entwicklung generiert werden, Betriebszustände annehmen können, welche mit konventionellen Maschinen nicht zu erreichen sind. Da andererseits Betriebszustände nicht erreicht werden können, die von konventionellen Maschinen eingenommen werden, können die aus den Messungen gewonnenen Daten nicht direkt als Signale in die Modelle mit geändertem Antriebsstrang gespeist werden. Nach [133] führt das veränderte Leistungsvermögen der zu untersuchenden Maschine (z.B. mit hybridisierten Antriebsstrang) dazu, dass die Weg-, Geschwindig-

keits- und Belastungsverläufe aus Messwerten prinzipbedingt nicht nachgefahren werden können. So können beispielsweise an den aktuellen Positionen Sollgeschwindigkeiten erreicht werden, welche an anderen Positionen gefahren werden sollen. Die Abweichungen in den Positionen und Geschwindigkeiten haben wiederum aber einen Einfluss auf die wirkenden Belastungsgrößen auf das System. Da beispielsweise Zug- und Grabkräfte positions- und/oder geschwindigkeitsabhängig sind, können an bestimmten Positionen ebenso Kräfte oder generell Belastungen wirken, an denen diese in der Realität eigentlich noch gar nicht vorliegen. Vor allem bei gleichzeitigen und abhängigen Bewegungen mehrerer Verbraucherachsen kann dieser Umstand zu Verfälschungen in den Simulationsergebnissen führen. Zur Verbesserung der Simulationsgüte wird in [133] ein Ansatz für ein neues Bedienermodell vorgestellt, das auf der Kombination eines Bewerter und eines Reglers basiert. Hierbei soll die ursprüngliche Arbeitsaufgabe, welche hinter den Messwerten steht, nach wie vor ausgeführt werden. Der Unterschied, gegenüber der Nutzung eines einfachen Reglers, besteht nun in einer dem Verhalten des Bedieners eher entsprechenden Ansteuerung des Verbrauchers. Der Bewerter wird in der Art ausgelegt, dass bei kleinen Geschwindigkeiten gegenüber der Maximalgeschwindigkeit vordem auf eine vorgegebene Soll-Position geregelt wird und bei großen Geschwindigkeiten auf eine vorgegebene Soll-Geschwindigkeit. Somit wird dem Verhalten des Bedieners Rechnung getragen, welcher sich bei langsamen (Rangier)Arbeiten nicht nach seiner Geschwindigkeit, sondern an seiner Position und deren Änderung orientiert [133]. Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der besseren Vergleichbarkeit verschiedener Simulationen, da einerseits die gesamte Wegstrecke abgefahren werden kann und andererseits somit auch die vorgegebenen Zugkräfte tatsächlich wegababhängig auftreten.

Mit einer Verbesserung der Modellgenauigkeit durch eine genauere Beschreibung des Verhaltens des Maschinenbedieners im Zusammenhang des Zusammenspiels aus den Reaktionen des Bedieners, resultierend aus der Leistungsfähigkeit der Maschine, und der Interaktion des Bedieners mit der Systemumwelt, beschäftigen sich die Arbeiten von Filla [39], Sturm [131] und Voigt [140]. Um ein genaueres Abbild des Bedieners für eine ganzheitliche Simulation des Betriebsverhaltens mobiler Maschinen im Verbund mit ihrem Bediener (Maschine als technisches System – Arbeitsprozess – Bedienerverhalten) zu schaffen, bedient man sich in [140] Methoden aus der Simulation im KFZ-Bereich, um Anforderungen für ein Fahrermodell für mobile Arbeitsmaschinen abzuleiten. Die bisher vorgestellten regelungstechnischen Ansätze sind für anspruchsvollere Fragestellungen der Fahrermodellierung weniger geeignet, da sie eine Reihe von Nachteilen mit sich bringen [140]:

- Mathematisch-physikalisches Modell des menschlichen Verhaltens erforderlich
- Anwendungsbereich auf spezielle Probleme beschränkt
- Individualität des Fahrers wird nicht berücksichtigt
- Der gesamte Bereich der menschlichen Wahrnehmung wird außen vor gelassen

Aus diesen Gründen werden neben den Theorien aus den Ingenieurwissenschaften unter anderem auch Methoden der Kognitionspsychologie, der Psychomotorik und der Handlungs- und Entscheidungstheorie für die Beschreibung der menschlichen Wahrnehmung und der menschlichen Informationsverarbeitung adaptiert [140]. Hierbei haben sich hybride Bedienermodelle durchgesetzt, um die Fülle der bei der Modellbildung des Bedieners auftretenden Effekte besser berücksichtigen zu können. Das menschliche Verhalten wird dabei systematisch in besser handhabbare Subsysteme zerlegt, welche mit den jeweils geeigneten Methoden beschrieben werden können. Untersucht wurden dabei:

- **Kognitive Modelle:** Erfassung der Individualität des Menschen / Beschreibung der Prozesse der menschlichen Informationsverarbeitung
- **Lernfähige Systeme:** ermöglichen die multidimensionale Verknüpfung von Beobachtungsdaten anhand bestimmter Merkmale, um Entscheidungsbaum- oder Entscheidungstabellen zu erstellen
- **Fuzzy-Techniken:** Versuch, die binäre Logik derart zu erweitern, dass eine dem Menschen ähnliche Entscheidungsstrategie nachgebildet werden kann
- **Statistische Klassifikationen:** Objekte werden anhand mehrdimensionaler Merkmalsvektoren klassifiziert, welche physikalische bzw. messbare Eigenschaften der Objekte darstellen – z.B. Joystick mit den von den Bedienern abhängigen unterschiedlichen Auslenkungssignalen
- **Künstliche neuronale Netze:** universelle Approximationsverfahren, um die Informationsverarbeitung des menschlichen Gehirns vereinfacht nachbilden zu können

Ziel dieser aufwendigen Modellierung des Bedieners kann die Anwendung in Modellen für die Entwicklung von Bedienerassistenzsystemen, der Entwicklung von ergonomischen Benutzerschnittstellen und die Bestimmung von Lastkollektiven sein. Im Bereich der Modellbildung und Simulation von Kraftfahrzeugen (KFZ) werden diese sogenannten hybriden Fahrer-Fahrzeug-Modelle bereits eingesetzt, um unterschiedliche Fahrertypen und ihr Verhalten bei bestimmten Fahraufgaben zu untersuchen [94]. Vor allem im Entwurf von aktiven Sicherheitssystemen (ABS, ESP, etc.) kommen diese komplexen und spezialisierten Modelle zum Einsatz. Dass die Entwicklung von hybriden Bediener-, bzw. Fahrermodellen, bisher hauptsächlich auf den KFZ-Bereich beschränkt war, liegt zum einen daran, dass die Unterschiede vom absoluten Fahranfänger bis zum professionellen Fahrer zwischen den einzelnen Fahrern deutlich größer sind, als dies bei Bedienern von mobilen Arbeitsmaschinen der Fall ist. Zum anderen haben sich Forderungen für die Entwicklung von aktiven Sicherheitssystemen bei mobilen Arbeitsmaschinen erst in den letzten Jahren durchgesetzt.

Einen guten Kompromiss zwischen einem möglichst einfachen Aufbau eines Fahrermodells und einer entsprechend ausreichenden Simulationsgüte bei Berücksichtigung des Verhaltens des Bedieners, bei Erreichen von Stell- und Leistungsgrenzen seiner mobilen Maschine während der Durchführung einer Arbeitsaufgabe, stellen ereignisbasierte Bedienermodelle dar. Ein Beispiel eines solchen ereignisgetriebenen Fahrermodells wird in [39] bzw. [131] vorgestellt. Hierbei wird der gesamte Arbeitszyklus in einzelne Teilzyklen bzw. Teilprozesse unterteilt. Voraussetzung dafür ist, dass sich bestimmte Zustände innerhalb verschiedener Gesamtzyklen wiederholen und sich somit die Teilzyklen durch markante Endpunkte der betrachteten Zustände eingrenzen lassen, z.B. Löffel im Anschlag nach dem Grabvorgang beim Bagger oder Erreichen der Endposition beim Zurückfahren aus dem Schüttgut bei einem Y-Zyklus eines Radladers.

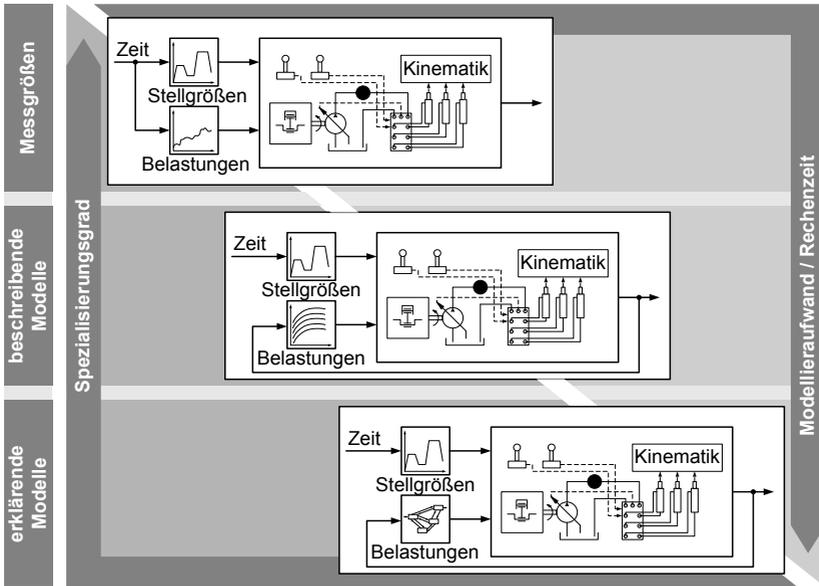
Ziel des Bedienermodells soll es nun sein, möglichst die vorgegebenen Endpunkte der einzelnen Zustände zu erreichen. Je nach Leistungsfähigkeit oder Steuerbarkeit der Maschine können die Endzustände unterschiedlich erreicht werden. So kann zum Beispiel eine Maschine mit hohem Drehmoment beim Anfahren in Verbindung mit einem aggressiveren Fahrer den Endzustand der vorgegebenen Sollposition (Beispiel Radlader) schnell erreichen oder gar überfahren. Ein feinfühligere Fahrer in Verbindung mit einer vielleicht nicht so drehmomentstarken Maschine wird gegebenenfalls zwischen den Zuständen Beschleunigen und Bremsen den Zustand des Fahrens mit konstanter Geschwindigkeit einnehmen. Diese unter-

schiedlichen Zustände zu bewerten, ist die Aufgabe des Fahrermodells, wobei man sich hier der Hilfe von Zustandsautomaten bedient, z.B. Stateflow unter Matlab/Simulink. Aufgabe der Zustandsautomaten ist es, die jeweiligen Zustände zu bewerten und sie durch, vom Anwender festzulegende, Übergangsbedingungen in die nachfolgenden Zustände zu überführen. Der Vorteil dieser Modellierung besteht zum einen darin, dass durch geeignete Maßnahmen (z.B. durch Fuzzyifizierung von Steuergrößen / Schaltbedingungen) ein unterschiedliches Bedienerverhalten vorgegeben werden kann und dass andererseits eine Unabhängigkeit der Bedienervorgabe von der Leistungsfähigkeit der Maschine besteht.

Schlussfolgernd lässt sich beurteilen, dass das Ziel der Entwicklung und daraus resultierend der Aufbau des Modells einen Einfluss auf die Wahl des Fahrermodells haben. Ändern sich die Leistungsfähigkeit und die Beschränkungen der Stellgrößen unter den zu untersuchenden Systemen gegenüber dem Referenzsystem (zugrundeliegende Messwerte für Signaleinprägung in das Modell) nur marginal oder ist mit einer ähnlichen Dynamik der dominierenden Eigenwerte zu rechnen, kann auf einfache Regler als Fahrermodell zurückgegriffen werden. Verbesserungen in der Abbildungsgüte sind durch die Nutzung von den sogenannten Bewerter-Reglern nach [133] zu erwarten. Durch den Gebrauch eines solchen Modells wird die Arbeitsaufgabe auch dann abgefahren, wenn die oben genannten Effekte (leistungs- und Stellgrößenbeschränkungen gegenüber dem Referenzsystem) eintreten bzw. vorliegen. Haben Änderungen in den zu untersuchenden Systemen gegenüber dem Referenzsystem große Beschränkungen in der Leistungsentfaltung, des dynamischen Verhaltens oder der Stellgrößen zur Folge, sollte auf Fahrermodelle für die Stellgrößengenerierung zurückgegriffen werden. Diese sollten weiterhin Verwendung finden, wenn die Aufnahme haptischer und visueller Reize und deren Umsetzung in Reaktionen durch den Bediener eine große Auswirkung auf das Betriebsverhalten des Gesamtsystems haben, z.B. bei der Entwicklung von Assistenzsystemen oder Elementen / Systemen zur Verbesserung der Bedienergonomie.

Ähnliche Auswirkungen auf die resultierenden Simulationsergebnisse hat die Auswahl der Darstellungsform der auf das Modell der mobilen Arbeitsmaschine wirkenden Interaktionen mit der Systemumwelt aufgrund der vorherrschenden Belastungen, siehe **Abbildung 3.24**. An den Grenzen des betrachteten Systems der mobilen Arbeitsmaschine mit seiner Systemumwelt kommt es aufgrund der Auswirkungen der Ausgangsgrößen des Systems zu Reaktionen mit den Elementen der Systemumwelt. Erreicht beispielsweise die Position der Löffelspitze eines Baggers das abzutragende Material, so kommt es zu einer Reaktion zwischen Löffelspitze

und Grabgut, welche sich als Gegenkraft auf die Löffelspitze auswirkt. Die wirkende Kraft im Speziellen, bzw. die Belastungswirkungen im Allgemeinen, kann durch drei mögliche Darstellungsformen ausgedrückt werden.



**Abbildung 3.24:** Unterschiedliche Arten der Darstellung der Belastungsgrößen

In der ersten Darstellungsform (obere Darstellung in **Abbildung 3.24**) können die Belastungsgrößen wiederum aus dem Versuch mit einer Referenzmaschine bestimmt und direkt als Funktion der Zeit dem Systemmodell aufgeprägt werden. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass kein arbeitsintensives und zeitaufwendiges Modell der Belastungsmechanismen aufgebaut werden muss. Zudem ergeben sich geringe Rechenzeiten während der Simulation. Die genannten Vorteile sprechen zwar für die Möglichkeit in geringer Zeit viele unterschiedliche Systemmodelle aufzubauen und ihr Verhalten untereinander zu vergleichen (Potentialabschätzung zwischen Modellen mit verschiedenen Systemtopologien), jedoch muss ähnlich wie bei der Auswahl des Fahrermodells auch an dieser Stelle beachtet werden, dass bei zu unterschiedlichen Systemstrukturen kein fairer Simulationsvergleich geführt

werden kann. Erreicht das System in der vorgegebenen Zeit aufgrund von Stellgrößen- oder Leistungsbeschränkungen nicht die vorgegebenen Zustände (Ausgangsgrößen), bei denen in der Realität die Belastungsgrößen auftreten, so werden die Signale der zeitlich aufgeprägten Belastungsgrößen bei Systemzuständen in das Modell eingebracht, bei denen diese eigentlich gar nicht wirken. Dies kann Verfälschungen in den Simulationsergebnissen zur Folge haben. Diese Art der von der Simulationszeit abhängigen Signaleinprägung beschränkt die Art des Modells, dessen Struktur im schlechtesten Fall kaum von der Struktur des Referenzsystems abweichen darf. Daher sollte vor Simulationen genau geprüft werden, inwieweit sich Änderungen an den zu untersuchenden Systemen gegenüber dem Referenzsystem auf die Einprägung der Belastungsgrößen auswirken.

Deiters [22] schlägt in seiner Arbeit eine Methodik vor, wie aus einer Vielzahl von Messungen mit einem Referenzsystem (hier Radlader bei der Durchführung eines Y-Zyklus zur Beladung eines LKW mit Schüttgut) ein standardisierter Zyklus mit Hilfe von statistischen Methoden generiert werden kann. Hierbei werden sowohl typische Vorgabewerte (Positionen und Geschwindigkeiten) und Belastungsgrößen (Zugkraft) ermittelt. Die ermittelten Messdaten nutzt er für die Simulation unterschiedlicher Systeme. Kohmäscher [78] und Forche [41] nutzen für die Simulationen in Ihren Arbeiten eine ähnliche Herangehensweise.

Erweisen sich die Unterschiede im Verhalten zwischen den zu untersuchenden Systemen und dem Referenzsystem aufgrund von Leistungs- und Stellgrößenbeschränkungen als zu groß, bieten sich Simulationen mit beschreibenden Belastungsmodellen (mittlere Darstellung in **Abbildung 3.24**) an. Hierbei wird untersucht, inwieweit sich das Verhalten der Belastungsmechanismen durch Kennlinien, Gleichungen, logische Verknüpfungen oder Mischungen der soeben genannten Effekte in Abhängigkeit der relevanten Ausgangsgrößen des Systemmodells beschreiben lässt. Dies hat zum Vorteil, dass die in das Systemmodell eingepprägten Signale nun nicht mehr von der Simulationszeit abhängig sind, sondern von denen sie eigentlich bestimmenden Ausgangs- / Zustandsgrößen des Modells. Die Belastungsgrößen im Modell wirken somit auch nur noch bei den Zuständen, bei denen sie auch in der Realität wirken würden. Der Grad des universellen Einsatzes steigt somit, da nun auch solche Modelle simuliert werden können, bei denen die Leistungs- und Stellgrößenbeschränkungen einen großen Einfluss auf das Verhalten der relevanten Zustandsgrößen haben. Voraussetzung für dieses Verfahren ist jedoch, dass sich die Belastungsgrößen auch für die während des Simulationslaufs ändernden Werte der Zustandsgrößen ermitteln lassen. Da mit diesem verhaltensbe-

schreibenden Ansatz aber nur die Effekte wiedergegeben werden können, die bei Messungen auch zu ermitteln bzw. zu „beobachten“ sind, müssen für die während der Simulation auftretenden Zustandswerte möglichst alle Werte der Belastungsdaten messtechnisch erfasst und anschließend für die Simulation aufbereitet werden. Dies erhöht aber den messtechnischen Aufwand beträchtlich. In der Praxis behilft sich der Anwender durch die Interpolation zwischen gemessenen „Stützwerten“. In der Regel reicht die Genauigkeit für die Simulation bei Nutzung von interpolierten Werten aus. Als Beispiele können generell Reifenkennfelder (z.B. [67]), aus denen mit Kenntnis des Radschlupfs die Zugkraft des Reifens in Abhängigkeit des Reibwerts hervorgeht, oder die Bestimmung der Zugkraft beim Pflügen in der Arbeit von Seeger [121] angegeben werden.

Einen detaillierteren Einblick in die Mechanismen der wirkenden Belastungsgrößen bietet die Möglichkeit, verhaltenserklärende Modelle für die Beschreibung der Interaktion zwischen den relevanten Ausgangsgrößen des Systems und den wirkenden Elementen der Systemumwelt zu verwenden. Wie das eigentlich zu untersuchende System der mobilen Arbeitsmaschine wird auch das Modell der Belastungsgrößen auf Grundlage einer physikalisch-mathematischen Beschreibungsform aufgebaut. Hierbei muss allerdings sehr häufig auf sehr spezielles Wissen über die Wirkmechanismen der Belastungsgrößen zurückgegriffen werden. Der Vorteil verhaltenserklärende Teilmodelle zu nutzen, liegt in der Möglichkeit, Effekte für die Simulation zu nutzen oder ein noch nicht aufgetretenes Verhalten zu erkennen, welche so im Versuch noch nicht ermittelt worden sind. Des Weiteren können gegebenenfalls nicht alle in der Realität auftretenden Effekte effektiv messtechnisch erfasst werden, wobei aber nun die Chance der physikalischen Beschreibung von Teileffekten / mikroskopischen Effekten besteht.

Es lässt sich somit ein sehr universelles Verhalten auch von Bearbeitungszyklen abbilden, welche gegebenenfalls vor der Modellbildung nicht von einer Referenzmaschine in aufwendigen und teuren Versuchen aufgenommen werden müssen. Dies hilft Kosten und Zeit im Entwicklungsprozess zu sparen. Als Nachteile sind eine erhöhte Rechenzeit, ein erhöhter Modellieraufwand und eine etwaig notwendige Zuhilfenahme von Spezialisten zu erwähnen. Beispiele finden sich in [38], [52] (Reifenmodelle) und [47], [48], [72], [119] (Beschreibung von Grabprozessen). Anhand von Messwerten aus nach der Methode von Deiters [22] ermittelten standardisierten Zyklen können verhaltenserklärende sowie verhaltensbeschreibende Modelle validiert werden.

Auffällig im Bereich der Modellbildung und Simulation von Antriebsystemen mobiler Arbeitsmaschinen ist die teils deutlich erkennbare Aufteilung der Nutzung von signalflussbasierten und energiestromflussbasierten Methoden der Modellbildung, siehe **Abbildung 3.15**. Werden hauptsächlich das Komponentenverhalten und das Gesamtbetriebsverhalten von Systemen mit einer kleinen Anzahl von Systemelementen untersucht, sind die Modelle sehr häufig mit energiestromflussbasierten Werkzeugen (z.B. AMESim, DSHplus) aufgebaut ([37], [78], [110]). Wird das Gesamtbetriebsverhalten von Systemen mit einer größeren Anzahl von Systemelementen untersucht oder ist das Ziel der Entwicklung eine Regelungs- oder Betriebsstrategie, so werden in der Regel signalflussbasierte Werkzeuge (z.B. Matlab/Simulink) bei der Modellerstellung genutzt ([26], [36], [40], [41], [69], [98], [118], [121]). Immer häufiger setzt sich jedoch die Verwendung der gekoppelten Simulation durch ([30], [31], [57], [112], [142]).

Der Modellaufbau erfolgt meistens mit blockorientierten Methoden, weniger mit reinen textorientierten Simulationssprachen. Häufig sind aber textbasierte Teilmodelle in blockorientierten Gesamtmodellen anzutreffen. Der weitaus größte Teil der Modelle von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen wird zeitkontinuierlich, wertkontinuierlich, als Modell mit konzentrierten Parametern, deterministisch und exogen betrieben aufgebaut. Eine grundlegende Darstellung der physikalischen und mathematischen Modellbildung von Elementen mobiler Arbeitsmaschinen unterschiedlicher physikalischer Domänen erfolgt im Kapitel 1. In jüngerer Zeit werden mobile Arbeitsmaschinen in ihrer Gänze, bzw. einzelne Komponenten und Systemelemente, sehr häufig als mechatronische Systeme aufgefasst und deren Modellverhalten durch den Einsatz von domänenübergreifenden Methoden und Beschreibungsformen untersucht ([5], [57], [58], [75]). **Tabelle 3-3** zeigt hierbei ein Beispiel, welche domänenspezifischen Effekte mit den gleichen physikalisch-mathematischen Modellansätzen beschrieben werden können. In erster Näherung können die Angaben bereits für eine erste Einteilung für die Auswahl einer Detaillierungsstufe herangezogen werden.

Der Inhalt dieser Arbeit lässt sich zum größten Teil in die physikalischen Domänen Mechanik, Hydraulik und Elektrotechnik einordnen, wobei eine analoge Betrachtung des mathematischen Verhaltens der unterschiedlichen Grundprinzipien die spätere Anwendung formaler Vereinfachungsmethoden erleichtert. Ein weiterer Fokus liegt in der Reduzierung der Ordnung von nichtlinearen Differentialgleichungen. Partielle Differentialgleichungen (Systeme mit verteilten Parametern) werden nicht betrachtet.

**Tabelle 3-3:** Mathematische Ebenen und darstellbare Effekte bei der Modellierung ([5])

	<b>Mechanik</b>	<b>Hydraulik</b>	<b>Elektrotechnik</b>	<b>Regelungstechnik</b>
<b>algebraische Gleichungen</b>	Kinematik	Verhalten einfacher Komponenten	Gleichstromkreise	Komponentenverhalten
<b>lineare Differentialgleichungen</b>	Dynamik in Näherung um den Betriebspunkt	Leitungsmodelle und Verhalten nichtelastischer hydraulischer Kammern	Wechselstromkreise mit konstanten Bauteilwerten	Komponentenverhalten
<b>nichtlineare Differentialgleichungen</b>	Dynamik	höherwertige Leitungsmodelle und Verhalten elastischer hydraulischer Kammern	Wechselstromkreise	Analyse- und Syntheseverfahren
<b>differential-algebraische Gleichungen</b>	Berücksichtigung von Nebenbedingungen bei nichtlinearer DGL	komplexe hydraulische Netzwerke	komplexe Netzwerke	
<b>partielle Differentialgleichungen</b>	FEM	detaillierte Modelle, z.B. kontinuierliche Leitungsmodelle	exakte Modellierung von Bauteilen (Maxwell-Gleichungen)	

## 3.3 Vereinfachungen von Simulationsmodellen technischer Systeme

Nach [62] verlangt die Untersuchung eines dynamischen Systems im Hinblick auf eine Reglerauslegung oder zur theoretischen Analyse – z.B. für die Entwicklung einer Betriebsstrategie, der Untersuchung des dynamischen Verhaltens allgemein oder für die Untersuchung der energetischen Effizienz – als Grundlage Modelle, die das Systemverhalten in Bezug auf die geforderte Aufgabenstellung ausreichend genau beschreiben. Hierbei ist jedoch eine möglichst einfache Abbildung des zu untersuchenden Systems als Modell erwünscht. An dieser Stelle handelt es sich um widersprüchliche Zielsetzungen nach zum einen realistischer zum anderen einfacher Systembeschreibung.

Das Ziel eines Ansatzes zur Modellvereinfachung besteht nun darin, diejenigen Effekte zu identifizieren, welche keine signifikanten Auswirkungen auf das Systemverhalten im Hinblick der entsprechenden Untersuchungsaufgabe haben, zumeist aber für einen komplexen Modellaufbau und lange Rechenzeiten verantwortlich sind. Bei einfachen Modellen mit geringer Ordnung oder einer geringen Anzahl von Verkopplungen / Rückkopplungen der Systemelemente untereinander kann der Anwender / der Modellentwickler zumeist durch sein Wissen und seine Erfahrung erkennen, welche Effekte er im weiteren Modellaufbau vernachlässigen kann. Werden die betrachteten Systeme in ihrem Aufbau komplexer – deutlich höhere Ordnung oder deutlich größere Anzahl von komplexeren Rückkopplungen – so können diejenigen zu vernachlässigenden Effekte in der Regel nicht mehr durch einen solch subjektiven Ansatz durch den Anwender eindeutig erkannt werden. Nach [42] genügt bereits eine Modellordnung von 20, so dass Schwierigkeiten beim klaren Erkennen des Systemverhaltens bestehen.

Ziel von Verfahren zur Vereinfachung des Modellaufbaus technischer Systeme sollte es demzufolge auch sein, dem Anwender ein Werkzeug zur Verfügung zu stellen, das es ihm erlaubt, gezielt diejenigen Effekte zu vereinfachen, welche sich nicht auf das Untersuchungsergebnis bei der geforderten Aufgabenstellung bedeutend auswirken würden. Die zumeist mathematisch orientierten Verfahren zur Reduzierung der Modellordnung (Ordnungsreduktionsverfahren) bieten zwar zum Teil die Möglichkeit Modelle zu vereinfachen und die nichtrelevanten Effekte zu vernachlässigen, ohne jedoch auf die subjektiven Erfahrungen des Anwenders zurückgreifen zu müssen. Die hierfür notwendigen Algorithmen sind zum Teil mathematisch sehr

anspruchsvoll. Zudem muss das vollständige mathematische Modell des zu untersuchenden Systems vor der Vereinfachung erst einmal vorliegen, bevor die unterschiedlichen Algorithmen zur Reduzierung der Modellordnung angewendet werden können. Da die ordnungsreduzierenden Verfahren aber einen bedeutenden Anteil im Bereich der Modellvereinfachung annehmen, sollen einige wichtige Methoden und Ansätze in diesem Abschnitt der Arbeit vorgestellt werden. Der Vorstellung der ordnungsreduzierenden Verfahren schließt sich die Vorstellung weiterer Möglichkeiten zur Vereinfachung von dynamischen Modellen an.

## 3.3.1 Verfahren zur Reduzierung der Modellordnung

Als Methoden der Ordnungsreduktion werden nach [62] Verfahren und Strategien zusammengefasst, welche entweder auf physikalischen Annahmen oder auf bestimmten mathematischen Vorgehensweisen zur Modellreduktion beruhen. Eingeteilt werden diese Verfahren in Zeitbereichsverfahren, in Frequenzbereichsverfahren und in Verfahren für nichtlineare Systeme. Da, wie so häufig in der Analyse und Auslegung von dynamischen Systemen vorkommend, auch bei den Methoden zur Ordnungsreduktion viele Verfahren für lineare Systeme existieren und diese hinsichtlich ihrer Entwicklung auch sehr fortgeschritten sind, finden viele der Verfahren für lineare Systeme auch bei der Ordnungsreduktion von nichtlinearen Systemen Verwendung. Eine notwendige Bedingung für dieses Vorgehen setzt aber die Linearisierung um einen Arbeitspunkt bzw. um eine Gleichgewichtslage des nichtlinearen Systems voraus. Nach [62] verschieben sich die Forschungsschwerpunkte immer mehr in Richtung nichtlinearer Verfahren zur Ordnungsreduktion, da mit linearisierten Modellen gefundene Vereinfachung häufig nur an den Arbeitspunkten gelten und z.B. für die Betrachtung von Folgeprozessen (z.B. Reglerauslegung bei Folgeregelungen oder Regelungen mit wechselnden Arbeitspunkten) zu unzureichenden Ergebnissen führen würden.

### Zeitbereichsverfahren

Nach [42] liegt den Zeitbereichsverfahren ein lineares bzw. ein linearisiertes dynamisches Modell in Zustandsdarstellung als Basis zugrunde, siehe Gleichung (3.17):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.35)$$

wobei  $\mathbf{A}$  bzw.  $\mathbf{B}$  eine konstante  $(n,n)$ - bzw.  $(n,p)$ -Matrix ist. Es handelt sich somit um ein lineares und zeitinvariantes System der Ordnung  $n$ . Nach [42] sind die Zu-

standsgrößen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  im Hinblick auf ihre technische Aufgabenstellung nicht alle von gleicher Wichtigkeit. Es gibt Zustandsgrößen, deren zeitliches Verhalten wesentlich ist, und andere von geringerer Bedeutung. Es kommen als wesentliche Zustandsvariablen vor allem in Frage (nach [42]):

- Die *Aufgabengrößen*, das heißt diejenigen Zustandsgrößen, denen ein gewünschter Zeitverlauf aufgeprägt werden soll (Führungs- und Sollgrößen, auf die direkt aus dem geforderten Betriebsverhalten geschlossen werden kann, z.B. Zylinderpositionen, Arbeitsdrücke, Pumpendruck, Verbrauchergeschwindigkeiten, etc.).
- Die *Messgrößen*, also solche Größen, die mit vertretbarem Aufwand gemessen und daher unmittelbar zur Regelung benutzt werden können (z.B. Schieberpositionen, Steuerdrücke, Schwenkwinkel an Verstellpumpen / -motoren, etc.).
- *Kritische Größen*, nämlich Größen, die schwierige Systemzustände verursachen können und deshalb unter Kontrolle zu halten sind (z.B. Begrenzung von Verbraucherdrücken, Leistungsbegrenzung, etc.).

Die Auswahl der wesentlichen Zustandsvariablen hängt jedoch von der konkreten Aufgabenstellung ab und ist daher nicht starr festgelegt. Nach [42] werden die wesentlichen Zustandsvariablen zu einem Vektor  $\tilde{x}$  mit der Ordnung  $r$  zusammengefasst:

$$\tilde{x}(t) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (3.36)$$

Die Dimension  $r$  des reduzierten Zustandsvektors  $\tilde{x}$  ist bei Systemen hoher Ordnung wesentlich kleiner als die Ordnung  $n$  des Originalsystems. Der Vektor der wesentlichen Zustände  $\tilde{x}$  ist dabei noch nicht der Zustandsvektor des reduzierten Systems, sondern bildet einen Teil des gesamten Zustandsvektors  $\mathbf{x}$  des Originalsystems ab und ist mit diesem durch die Reduktionsmatrix  $\mathbf{R}$  verknüpft, welche nur aus Nullen und Einsen besteht. Man kann  $\tilde{x}$  als Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$  des Originals ansehen und hat in (3.36) dessen Ausgangsgleichung, in dem die wesentlichen Variablen abgebildet werden. Gesucht und somit Ziel eines Modellordnungsreduktionsverfahrens ist es, eine Beschreibungsform in der Art zu finden, um den Verlauf der wesentlichen Zustandsvariablen  $\tilde{x}$  des Originalsystems möglichst genau wiederzugeben. Hierzu wird für das reduzierte Modell eine Zustandsdifferentialgleichung erster Ordnung in der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{A}_r \cdot \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_r \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.37)$$

angesetzt. Nach [42] ist  $\mathbf{u}$  der Eingangsvektor des Originals und  $\mathbf{x}_r$  stellt einen  $r$ -dimensionalen Vektor dar, welcher den Vektor  $\tilde{\mathbf{x}}$  der wesentlichen Zustandsvariablen möglichst gut approximieren soll. In der Art, wie dieses Ziel zu erreichen ist, unterscheiden sich die verschiedenen Reduktionsmethoden für lineare Systeme. Eine realistische Forderung besteht nach [42] jedoch darin, dass  $\mathbf{x}_r$  und  $\tilde{\mathbf{x}}$  im stationären Zustand übereinstimmen sollten und das reduzierte Modell also „stationär genau“ wäre. Im Folgenden werden die eigenwertspezifischen Verfahren als Beispiel einer wichtigen Reduktionsmethode im Zeitbereich vorgestellt:

*a) Eigenwertspezifische Verfahren bzw. modale Verfahren*

Nach [62] stellen eigenwertspezifische Verfahren sicher, dass bestimmte (dominante) Eigenwerte in das reduzierte Modell übernommen werden. Hierbei wird versucht, diejenigen Eigenwerte des Originalsystems auszuwählen, welche die physikalischen Eigenschaften des Systems für die anstehende Systemuntersuchung am besten beschreiben. Das lineare, zeitinvariante System liegt dabei in Zustandsraumdarstellung nach Gleichungen (3.38) und (3.39) vor (ohne direkten Durchgriff von  $\mathbf{u}(t)$  auf den Ausgang  $\mathbf{y}(t)$ , o.E.d.A.):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.38)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (3.39)$$

Vor der eigentlichen Ordnungsreduktion wird das Originalsystem mittels einer Transformation in Modalform überführt. Hierfür wird auf das Originalsystem die Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{z} = \begin{bmatrix} V_{11} & \cdots & V_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{n1} & \cdots & V_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

angewendet. Die Transformationsmatrix  $\mathbf{V}$  wird als Modalmatrix und der Vektor  $\mathbf{z}$  als Modalkoordinaten bezeichnet. Die Transformationsvorschrift (3.40) auf die Gleichungen (3.38) und (3.39) angewandt, führt zu

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}^* \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.41)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{z}(t) \quad (3.42)$$

mit den transformierten Matrizen:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C} \cdot \mathbf{V} \quad (3.45)$$

Das Ziel dieser Transformation soll es nach [139] sein, auf der Hauptdiagonalen der Systemmatrix  $\mathbf{\Lambda}$  des transformierten Systems die Eigenwerte des Originalsystems (da es sich hierbei um eine Ähnlichkeitstransformation handelt, entsprechen die Eigenwerte des transformierten Systems denen des Originalsystems) zu platzieren, einfache Eigenwerte vorausgesetzt. Nach [62] wird durch diese Vorgehensweise das Originalsystem in eine Parallelschaltung von  $n$  entkoppelten Subsystemen transformiert. Hierfür für muss nach [139] für  $\mathbf{\Lambda}$

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

gelten. Um die Modalmatrix  $\mathbf{V}$  zu bestimmen wird Gleichung (3.46) wie folgt umgeformt:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Lambda} \quad (3.47)$$

Im Anschluss werden für die Spalten von  $\mathbf{V}$  die Spaltenvektoren  $\mathbf{v}_i$  eingeführt.

$$\mathbf{A} \cdot [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \dots \quad \mathbf{v}_n] = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \dots \quad \mathbf{v}_n] \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

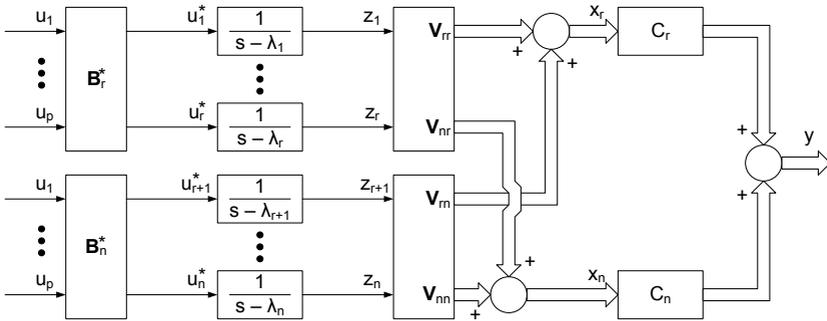
Gleichung (3.48) wiederum zerfällt in  $n$  unabhängige Teilgleichungen für die einzelnen Spaltenvektoren

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{v}_i = \lambda_i \cdot \mathbf{v}_i \quad (3.49)$$

Umgeformt erhält man aus dieser Beziehung n Gleichungen, welches jede von sich ein lineares homogenes Gleichungssystem von n Gleichungen für die n unbekannt Elemente des Vektors  $\mathbf{v}_i$  darstellt. Dieses System besitzt genau dann nichttriviale Lösungen, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix zu Null wird. Dies ist aber genau die Bedingung zur Bestimmung der Eigenwerte  $\lambda_i$ . Aus Gleichung (3.50) können somit die n Eigenwerte und die n Eigenvektoren des Systems ermittelt werden. Die n Eigenwerte des Systems stellen somit die n Spaltenvektoren der Modalmatrix  $\mathbf{V}$  dar.

$$(\mathbf{A} - \lambda_i \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{v}_i = 0 \tag{3.50}$$

Separiert man in der Folge die Zustände des transformierten Systems in einen Vektor mit den reduzierten Koordinaten  $\mathbf{z}_r$  mit den Elementen  $z_1, \dots, z_r$  und einem Vektor mit den zu vernachlässigenden Koordinaten  $\mathbf{z}_n$  mit den Elemente  $z_{r+1}, \dots, z_n$ , so ergibt sich die in **Abbildung 3.25** dargestellte mathematische Struktur des transformierten Originalsystems.



**Abbildung 3.25:** Struktur des transformierten Originalsystems nach [62] mit Aufteilung der Koordinaten in wesentliche (1 bis r) und vernachlässigbare (r+1 bis n) transformierte Koordinaten

In **Abbildung 3.25** stellt der Koeffizient s den differenzierenden Operator dar, der nach einer Laplace-Transformation im Bildbereich als Faktor auftritt [62]. Im Fall von einfachen Eigenwerten lassen sich somit die transformierten Zustandsvariablen  $z_i$  für  $i = 1 \dots n$  anhand von Übertragungsfunktionen zeitverzögerter Glieder ers-

ter Ordnung nach dem Aufbringen der jeweiligen Eingangsgrößen  $u_i^*$  für  $i = 1 \dots n$  beschreiben. Nach [62] werden bei Verfahren der modalen Ordnungsreduktion die dominanten Eigenwerte  $\lambda_1, \dots, \lambda_r$  des Originalsystems in das reduzierte Modell übernommen. Die übrigen Eigenwerte  $\lambda_{r+1}, \dots, \lambda_n$  werden vernachlässigt. Die  $r$  dominanten Zustandskoordinaten werden in einem Vektor  $\mathbf{z}_r$  und die  $n$  zu vernachlässigenden Zustandskoordinaten werden in einem Vektor  $\mathbf{z}_n$  zusammengefasst. Auf Basis von Gleichungen (3.41) und (3.42) erhält man nach Neuordnung das in dominante und nicht dominante Zustandsvariablen partitionierte Zustandsdifferentialgleichungssystem [62], siehe auch **Abbildung 3.25**:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_r \\ \dot{\mathbf{z}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_r^* \\ \mathbf{B}_n^* \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{z} \quad (3.52)$$

mit den einzelnen Größen:

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_n \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_r^* \\ \mathbf{B}_n^* \end{bmatrix} = \mathbf{B}^* = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (3.54)$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_2 \end{bmatrix} = \Lambda = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C} \cdot \mathbf{V} \quad (3.56)$$

Um eine Entscheidung zu treffen, welche Eigenwerte in das reduzierte Modell übernommen werden sollen, sind einige Überlegungen notwendig. Nach [42] liegt der Gedanke nahe, nur die dominanten Eigenwerte, das heißt die für das dynamische Verhalten maßgebenden Eigenwerte, in das reduzierte Modell zu übernehmen. Eine mögliche Antwort wäre, die am nächsten zur imaginären Achse liegenden, also die mit den betragsmäßig kleinsten Realteilen ausgestatteten, Eigenwerte für das reduzierte System in Betracht zu ziehen. Nach [42] kann jedoch bei Eingrößensystemen der Fall eintreten, dass der Einfluss des Eigenwerts (Polstelle) durch eine nahegelegene Nullstelle der Übertragungsfunktion weitestgehend kompensiert wird. Ein trotz seiner Nähe zur imaginären Achse gelegener Eigenwert würde das dynamische Verhalten somit nur unwesentlich beeinflussen. Bei Mehrgrößensystemen, bei denen in der Regel erheblich kompliziertere Systemstrukturen vorliegen,

erscheint eine Dominanzanalyse nur auf Grundlage der Lage des Eigenwerts bezogen auf die imaginäre Achse noch fehleranfälliger und kann nach [42] zu eklatanten Fehleinschätzungen seines Dominanzverhaltens führen. In [88], [89] und [90] wird daher ein Verfahren (*Verfahren nach Litz*) vorgeschlagen, welches ein bereinigtes Dominanzmaß einführt, das nicht nur den Stabilitätsgrad des Eigenwerts, also seinen Abstand zur imaginären Achse, sondern zusätzlich seine Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitseigenschaften berücksichtigt. Hierbei bedeutet die Anordnung der einzelnen Matrixelemente der Steuermatrix  $\mathbf{B}^*$ , wie sich die einzelnen Zustände  $x_i$  durch die jeweiligen Eingangsgrößen des Steuervektors  $\mathbf{u}$  beeinflussen bzw. steuern lassen. Hierunter zählen auch die auf das System einwirkenden Störgrößen. Durch die Anordnung und Beschaffenheit der Elemente der Beobachtungsmatrix  $\mathbf{C}^*$  kann eine Aussage zu denjenigen Zuständen getroffen werden, deren Verhalten außerhalb der (Teil)Systemgrenzen beobachtet werden können. Nach [62] kann bei modaltransformierten Systemen direkt auf die Steuerbarkeit von Eigenbewegungen (Eigenwerte) geschlossen werden. Ähnlich verhält es sich mit der Beobachtbarkeit der betroffenen Eigenbewegungen. Für das modaltransformierte Zustandsmodell denke man sich nun einen Eingangsvektor mit Einheitssprüngen auf das System einwirkend. Als Ergebnis für die einzelnen Ausgangsvariablen  $y_i$  ergäbe sich:

$$y_i = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p \frac{c_{ik}^* \cdot b_{kj}^*}{\lambda_k} \cdot (e^{\lambda_k \cdot t} - 1) \quad \text{für } t > 1 \quad (3.57)$$

Hierdurch lassen sich als mögliche Maßzahlen für den Einfluss eines bestimmten Eigenwerts  $k$  auf das dynamische Verhalten des Systems ableiten:

$$D_k = \max_{\{i,j\}} \left| \frac{c_{ik}^* \cdot b_{kj}^*}{\lambda_k} \right| \quad \text{oder} \quad S_k = \sum_{i,j} \frac{c_{ik}^* \cdot b_{kj}^*}{\lambda_k} \quad (3.58)$$

Die angegebenen Ausdrücke der Gleichungen (3.58) gelten für Systeme mit mehreren Eingangs- und Ausgangsgrößen. Wählt man  $D_k$  als Maßzahl, so wird eine Maßzahl angegeben, welche sich aus einer Paarung einer dominanten Ein- und Ausgangskombination ergibt. Das Summenmaß  $S_k$  mittelt eher das Dominanzverhalten über alle möglichen Ein- und Ausgangskombinationen. Dies gilt es für die Auswahl eines Dominanzmaßes zu beachten. Für eine zu entwickelnde systematische Vorgehensweise zur Vereinfachung der Modellstruktur im Sinne dieser Arbeit können aus den soeben aufgeführten Betrachtungen einige wichtige Aussagen abgeleitet werden. Zum einen stellen sich als reduzierte Zustände jene Zustände heraus, welche im Sinne einer Aufgabenstellung überhaupt beobachtet werden sollen.



Elementen in der Regel um Elemente für Steuerungen (z.B. Bewegung eines Ventilschiebers) der eigentlich zu manipulierenden und zu untersuchenden Eigenbewegungen (z.B. Bewegung eines Verbraucherzylinders) handelt und ihre betragsmäßigen Realteile der Eigenwerte teils um ein Vielfaches höher sein können als die zu untersuchenden Eigenbewegungen, können die Eigenbewegungen der Manipulatorelemente für die Darstellung des dynamischen Verhaltens in der Regel vernachlässigt werden. Es sei denn eine spezielle Untersuchungs- bzw. Synthesaufgabe, z.B. Auslegung eines hydraulisch-mechanischen oder elektrohydraulischen Reglers, zwingt aus Gründen der Steuer- und Beobachtbarkeit, die wesentlichen Eigenbewegungen des Manipulators mit in den Vektor der reduzierten Zustände zu übernehmen. Vor allem durch ein zu entwickelndes Ebenenmodell kann die Möglichkeit der zusätzlichen Betrachtung der Steuer- und Beobachtbarkeit einzelner Teilelemente Vorteile schaffen, direkt von der Modellstruktur und der Verkopplung der Elemente untereinander und zwischen den einzelnen (Teil)Systemgrenzen auf die wesentlichen Eigenbewegungen bzw. Zustände zu schließen.

Die eigentliche Ordnungsreduktion nach dem Verfahren von Litz ([88], [89], [90]) besteht darin, die Eigenwerte so zu ordnen und zu nummerieren, dass die dominanten Eigenwerte an den Stellen 1, ..., r den Vektor  $\mathbf{z}_r$  der reduzierten bzw. dominanten Zustandskoordinaten bilden. Hierfür müssen die Dominanzmaße nach Gleichungen (3.58) zu allen Eigenwerten gebildet und diejenigen Eigenwerte in den Vektor  $\mathbf{z}_r$  übernommen werden, deren Dominanzmaß einen genügend hohen Wert einnehmen, um schlussendlich den Rang des Vektors  $\tilde{\mathbf{x}}$  der wesentlichen Zustandskoordinaten zu erreichen. Ist die Anzahl der wesentlichen Zustandsvariablen größer als die Anzahl der dominanten Eigenwerte, so werden die nächstdominanten Eigenwerte hinzugefügt. Ist umgekehrt die Anzahl der wesentlichen Zustandsvariablen kleiner als die Anzahl der dominanten Eigenwerte, so füllt man die Menge der wesentlichen Zustandsvariablen durch weitere Zustandsvariablen auf [42].

Anhand der Transformationsvorschrift, welche eine Unterscheidung in die wesentlichen und zu vernachlässigenden Zustandsgrößen bereits berücksichtigt (siehe auch **Abbildung 3.25**)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{rr} & \mathbf{V}_{rn} \\ \mathbf{V}_{nr} & \mathbf{V}_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_n \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

kann eine Umwandlung in die ursprünglichen Zustandskoordinaten erfolgen:

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{V}_{rr} \cdot \mathbf{z}_r + \mathbf{V}_{rn} \cdot \mathbf{z}_n \quad (3.60)$$

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{V}_{nr} \cdot \mathbf{z}_r + \mathbf{V}_{nn} \cdot \mathbf{z}_n \quad (3.61)$$

Da durch die Wegnahme des Vektors  $\mathbf{z}_n$  der zu vernachlässigenden Eigenwerte die ganzheitliche Bildung des Vektors  $\mathbf{x}_r$  der wesentlichen Koordinaten durch die lineare Kombination aus den Elementen von  $\mathbf{z}_r$  und  $\mathbf{z}_n$  nicht möglich ist, schlägt Litz ([88], [89], [90]) das folgende Vorgehen zur Erreichung der stationären Genauigkeit der Lösung des reduzierten Modells vor. Hierbei sollen die nicht dominanten Eigenbewegungen  $z_{r+1}, \dots, z_n$  als Linearkombination der dominanten Eigenbewegungen  $z_1, \dots, z_r$  angenähert und dem Ausgangsvektor hinzugefügt werden [62]:

$$\tilde{\mathbf{z}}_n = \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{z}_r \quad (3.62)$$

Gleichung (3.62) in Verbindung mit den Gleichungen (3.60) und (3.61) liefert die folgende Beziehung zur Darstellung der angenäherten Zustände des Originalsystems:

$$\tilde{\mathbf{x}}_r = (\mathbf{V}_{rr} + \mathbf{V}_{rn} \cdot \mathbf{E}^*) \cdot \mathbf{z}_r = \mathbf{M} \cdot \mathbf{z}_r \quad (3.63)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_n = (\mathbf{V}_{nr} + \mathbf{V}_{nn} \cdot \mathbf{E}^*) \cdot \mathbf{z}_r \quad (3.64)$$

Aus den beiden soeben genannten Gleichungen lässt sich eine Beziehung für den Vektor der reduzierten Zustandsvariablen des modaltransformierten Systems

$$\mathbf{z}_r = \mathbf{M}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_r \quad (3.65)$$

und einen angenäherten Vektor der zu vernachlässigenden Zustandsvariablen des Originalsystems angeben:

$$\tilde{\mathbf{x}}_n = (\mathbf{V}_{nr} + \mathbf{V}_{nn} \cdot \mathbf{E}^*) \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_r = \mathbf{L} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_r \quad (3.66)$$

Aus dem Differentialgleichungssystem zur Bestimmung des reduzierten Vektors des modaltransformierten Systems nach Gleichung (3.51)

$$\dot{\mathbf{z}}_r = \mathbf{A}_r \cdot \mathbf{z}_r + \mathbf{B}_r^T \cdot \mathbf{u} \quad (3.67)$$

kann mit Hilfe von Gleichung (3.65) das Differentialgleichungssystem des reduzierten Systems im Originalbereich als Ergebnis der Ordnungsreduktion aufgestellt werden:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_r = \mathbf{M} \cdot \Lambda_r \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_r + \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_r^* \cdot \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{u} \quad (3.68)$$

Zum Schluss bleibt nur noch die Bestimmung der Matrix  $\mathbf{E}^*$  für die angenäherte Darstellung der zu vernachlässigenden Zustände des transformierten Systems. Verwiesen auf die Literatur ([42], [62], [88], [89], [90]) wird der Fehler

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{z}_2 - \tilde{\mathbf{z}}_2 \quad (3.69)$$

zwischen Original und Näherung mit Hilfe eines quadratischen Kriteriums

$$J = \int (\boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) \cdot dt \rightarrow \min. \quad (3.70)$$

minimiert. Man erhält für die Matrix  $\mathbf{E}^*$  den folgenden Ausdruck:

$$\mathbf{E}^* = \Lambda_n^{-1} \cdot (\mathbf{B}_{21} + (\mathbf{B}_n^* - \mathbf{B}_{21} \cdot \mathbf{B}_{11}^{-1} \cdot \mathbf{B}_r^*) \cdot (\mathbf{B}_r^{*T} \cdot \mathbf{B}_{11}^{-1} \cdot \mathbf{B}_r) \cdot \mathbf{B}_r^{*T}) \cdot \mathbf{B}_{11}^{-1} \cdot \Lambda_r \quad (3.71)$$

mit den einzelnen Elementen der Matrizen  $\mathbf{B}_{21}$  und  $\mathbf{B}_{11}$ :

$$(\mathbf{B}_{21})_{ij} = -\frac{(\mathbf{B}_n^* \cdot \mathbf{Q}_u^2 \cdot \mathbf{B}_n^{*T})_{ij}}{\lambda_{r+1} + \lambda_j} \quad (i = 1, \dots, n-r; j = 1, \dots, r) \quad (3.72)$$

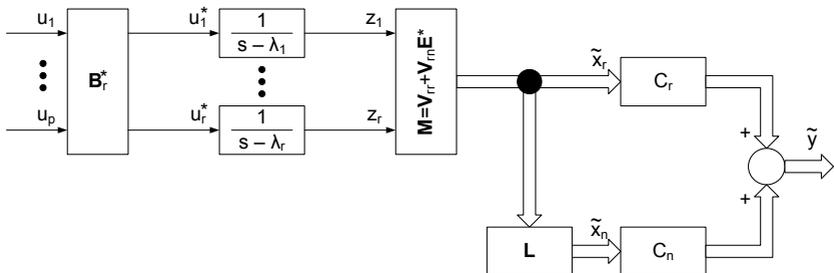
$$(\mathbf{B}_{11})_{ij} = -\frac{(\mathbf{B}_r^* \cdot \mathbf{Q}_u^2 \cdot \mathbf{B}_r^{*T})_{ij}}{\lambda_i + \lambda_j} \quad (i, j = 1, \dots, r) \quad (3.73)$$

$\mathbf{Q}_u$  stellt dabei eine Gewichtungsmatrix dar, deren Diagonalelemente frei bestimmbar sind. Die Modifikation zur Erhaltung der stationären Genauigkeit erfolgt hierbei am Systemausgang. **Abbildung 3.27** zeigt die mathematische Struktur des nach dem Verfahren von Litz reduzierten Systems.

Es existieren zwar weitere Verfahren der modalen Ordnungsreduktion (z.B. Vorgehensweisen nach Davison [21], Marshall [95] und Chidambara [18], [19]), diesen haften nach [42] jedoch in ihren ursprünglichen Fassungen erhebliche Mängel an (vor allem stationäre Ungenauigkeiten), so dass sie sich gegen andere Verfahren nicht so recht durchsetzen konnten. Das an dieser Stelle vorgestellte Verfahren nach Litz umgeht einige der Mängel und stellt aus diesem Grund das repräsentativste Verfahren der modalen Ordnungsreduktion dar. Nach [62] sind die folgend

aufgeführten Eigenschaften charakteristisch für die modalen Verfahren zur Ordnungsreduktion:

- Aus einem stabilen Originalsystem erhält man aufgrund der Übernahme der dominanten Eigenwerte in das reduzierte System ein stabiles reduziertes Modell.
- Stationäre Genauigkeit ist durch die beschriebene Modifikation nach Litz sichergestellt.
- Die Durchführung einer Dominanzanalyse erlaubt die gezielte Vorgabe der Ordnung  $r$  des reduzierten Systems.
- Die Modifikation nach Litz versucht den Zustandsvektor nachzubilden. Sie ist deshalb zur Beschreibung des gesamten Systemverhaltens und nicht nur zur Beschreibung des Ein- und Ausgangsverhaltens geeignet.



**Abbildung 3.27:** Struktur des reduzierten Modells nach der Methode von Litz (nach [62])

Modale Verfahren zur Reduzierung der Ordnung sind in erster Linie auch Verfahren, bei denen die Vernachlässigung der unwesentlichen Zustandsgrößen einen physikalischen Hintergrund besitzt. Zustände und (Teil)Systeme mit einem dynamischen Verhalten können in wesentliche (dominante) und unwesentliche Eigenbewegungen separiert werden. Die Separation erfolgt anhand einer Dominanzanalyse mit einem speziellen Dominanzmaß, welches die Eigendynamik, sowie die Steuer- und Beobachtbarkeit der jeweiligen Eigenbewegungen berücksichtigt. In erster Linie dient dieses Verfahren, wie alle Verfahren der Modellordnungsreduktion, ein bereits

vorhandenes mathematisches Modell in der Ordnung zu reduzieren und somit zu vereinfachen. Jedoch können für die weitere Bearbeitung in dieser Arbeit nützliche Erkenntnisse genutzt werden. Da die eigentliche Separierung der Eigenbewegungen physikalisch orientiert ist, kann ggfs. bereits während des Modellaufbaus aufgrund einer Dominanzanalyse und bei Kenntnis der weiteren (Teil)Systemeigenschaften auf einen möglichen Ausschluss des dynamischen Einflusses auf das dynamische Verhalten der dominanten Eigenbewegungen geschlossen werden. So lässt sich voraussichtlich ein Ebenenmodell definieren, aus dem eine Einteilung in relevante und nichtrelevante bzw. eine Einteilung in dominante und nichtdominante Zustände im Vorfeld des Modellaufbaus von hydraulisch-mechanischen Antriebssystemen ersichtlich wird. Nichtrelevante Zustände und deren Wirkbeziehungen können z.B. durch algebraische Gleichungen als zu formulierende Nebenbedingungen ersetzt werden.

#### *b) mathematisch orientierte Verfahren*

Diese Verfahren besitzen einen mathematisch-orientierten Hintergrund, wobei deren Vereinfachungen, entgegen Reduzierungen mit modalen Verfahren, weniger bzw. gar nicht auf einer physikalischen Basis beruhen. Dieser Umstand legt die Vermutung nahe, dass allein auf Grundlage der Kenntnis der Systemstruktur und der einzelnen Parameter der (Teil)Systemstrecken nicht auf eventuelle Vereinfachungsmöglichkeiten schon während des Modellaufbaus geschlossen werden kann. Aus diesem Grund erfolgt an dieser Stelle nur eine kurze Vorstellung der wichtigsten Verfahren. Den mathematisch orientierten Verfahren liegt dabei nach [62] die grundsätzliche Aufgabe zugrunde, ein lineares System  $n$ -ter Ordnung nach Gleichungen (3.38) und (3.39) mit den wesentlichen Komponenten von  $\mathbf{x}(t)$  durch ein System  $\mathbf{x}_r(t)$  mit  $r \ll n$  nach Gleichung (3.37) zu ersetzen, welches das Verhalten der wesentlichen Koordinaten / Zustände  $\tilde{\mathbf{x}}$  nach Gleichung (3.36) annähernd genau beschreibt.

In der Literatur (z.B. [42], [62]) werden hierfür zwei hauptsächliche Methoden angegeben, welche zu den **Verfahren mit optimaler Modellanpassung** zählen. Die unbekannt Parameter des reduzierten Modells werden hierbei so optimiert, dass die Differenz z.B. der Sprungantwort zwischen Original- und reduziertem Modell minimiert wird. Nun besteht die Möglichkeit den Fehler am Modellausgang zwischen dem Ausgangsvektor bzw. dem Vektor der wesentlichen Zustandsvariablen  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  des Originalmodells und dem Vektor der reduzierten Zustände  $\mathbf{x}_r(t)$  des reduzierten Modells möglichst gering werden zu lassen (**Ausgangsfehlerminimierung**).

Eine naheliegende Forderung ist es, den Fehler in Bezug auf das kleinste Fehlerquadrat zu minimieren, d.h. die folgende mathematische Formulierung

$$J = \int_0^{\infty} |(\mathbf{x}_r(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t))^T \cdot (\mathbf{x}_r(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t))| dt \rightarrow \min. \quad (3.74)$$

auf das Problem anzuwenden. Aus dieser Bedingung können die Systemmatrizen ( $\mathbf{A}_r$ ,  $\mathbf{B}_r$ ,  $\mathbf{C}_r$ ) des reduzierten Systems berechnet werden ([27], [28]). Die Ausgangsfehlerminimierung erfüllt die Forderung nach einem stabilen Modell des reduzierten Systems und liefert ein ausreichend stationär genaues Verhalten. Die Ausgangsfehlerminimierung besitzt jedoch den Nachteil, dass durch den nichtlinearen Zusammenhang zwischen dem Ausgangsfehler und den Systemmatrizen des reduzierten Modells der numerische Aufwand sehr groß wird. Zudem besitzt die zu minimierende Funktion  $J$  nach Gleichung (3.74) bei Mehrgrößensystemen zahlreiche Nebenminima, so dass es schwierig ist, das absolute Minimum während der numerischen Optimierung aufzufinden ([42], [62]).

Der Nachteil des Verfahrens zur Minimierung des Ausgangsfehlers kann durch die **Method**e der Minimierung des Gleichungsfehlers nach [33] vermieden werden. Ausgangspunkt nach [62] ist hierbei die Forderung, dass sich der Idealfall

$$\mathbf{x}_r(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (3.75)$$

verwirklichen ließe, d.h. dass sich der Vektor der Zustände des reduzierten Systems mit dem Vektor der wesentlichen Zustände eins zu eins abbilden ließe. Aus den Gleichungen (3.75) und (3.37) folgt

$$\mathbf{0} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) - \mathbf{A}_r \cdot \tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}_r \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.76)$$

Da diese Forderung aber kaum zu erfüllen sein wird, also Gleichung (3.76) nicht zu Null werden kann, definiert man mit

$$\mathbf{d}(t) = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) - \mathbf{A}_r \cdot \tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}_r \cdot \mathbf{u}(t) \quad (3.77)$$

den Gleichungsfehler  $\mathbf{d}(t)$ . Nach [62] kann ausgehend von einem Anfangszustand und einer sprungförmigen Eingangsgröße  $\mathbf{u}(t)$  der Gleichungsfehler  $\mathbf{d}(t)$  mit relativ geringem Aufwand berechnet werden. Durch die Minimierung eines quadratischen Fehlermaßes werden die linearen Beziehungen für  $\mathbf{A}_r$  und  $\mathbf{B}_r$  ermittelt. Der Gleichungsfehler  $\mathbf{d}(t)$  hängt von den gesuchten Größen  $\mathbf{A}_r$  und  $\mathbf{B}_r$  vorteilhafterweise linear ab. Das Verfahren der Minimierung des Gleichungsfehlers liefert ein stationär

genaues, reduziertes Modell. Eine grundsätzliche Aussage zur Stabilität konnte noch nicht getroffen werden, es ist jedoch anzunehmen, dass das reduzierte System auch stabil ist [42]. Das Verfahren unter Berücksichtigung des Gleichungsfehlers weist nach [62] folgende Eigenschaften auf:

- Die stationäre Genauigkeit des reduzierten Modells ist gewährleistet.
- Die Wahl der Ordnung  $r$  des reduzierten Modells ist nicht vorgegeben und kann vom Anwender beliebig gewählt werden.
- Es gibt keine Hinweise, welche Zustandsgrößen nachgebildet werden sollen.
- Die Eigenwerte des reduzierten Modells stimmen nicht mit den Eigenwerten des Originalmodells überein.
- Es wird das Ein- und Ausgangsverhalten nachgebildet. Ein tieferer Systemblick mittels reduzierter Modelle ist nicht möglich.

Die soeben aufgeführten Stichpunkte bestätigen die Vermutung vom Beginn diesen Abschnitts, dass die Vorgehensweise und die zu erwartenden Ergebnisse keine direkte Schlussfolgerung auf eine mögliche Vereinfachung / Reduzierung der Ordnung schon während des Aufbaus eines vereinfachten / in der Ordnung reduzierten Modells zulassen. Die Reduzierungen sind nicht physikalisch begründbar bzw. ableitbar und somit auch nicht anwendbar während der physikalischen Modellierung. Die mathematisch orientierten Verfahren zur Ordnungsreduktion können dementsprechend eher zu einem verhaltensbeschreibenden Ansatz der Modellerstellung zugerechnet werden.

#### *c) Physikalisch orientierte Verfahren*

Nach [62] werden unter dem Begriff der physikalisch orientierten Verfahren jene Methoden zusammengefasst, welche ohne eine Transformation des Originalsystems auskommen und deren Reduzierung der Ordnung physikalischer Natur sind. Im eigentlichen Sinne sind die bereits vorgestellten eigenwertspezifischen Verfahren der Gruppe der physikalisch orientierten Verfahren zuzuordnen, durch ihre Modaltransformation und der Betrachtung der Eigenbewegungen werden die eigenwertspezifischen Verfahren als eine eigenständige Gruppe der Modellordnungsreduktionen im Zeitbereich betrachtet.

Eine große Bedeutung hat als physikalisch orientiertes Verfahren die **singuläre Perturbation** erreicht. Die Voraussetzung nach [62] zur Anwendung der singulären Perturbation ist die Aufteilung des Originalsystems in ein schnelles und ein langsames Teilsystem. Hierbei findet diese Methode vor allem bei steifen Systemen eine große Verwendung, da der Unterschied zwischen den Elementen / Zuständen des schnellen und den Elementen / Zuständen des langsamen Teilmodells zum Teil sehr groß sein kann und die reduzierten Modelle trotz der spezifischen Nachteile dieses Verfahrens dennoch ein ausreichend genaues Verhalten abbilden können. Nach [62] vereinfacht die Vorgehensweise, ein System in ein „schnelles“ und ein „langsameres“ Teilsystem, repräsentiert durch die Teilzustandsvektoren  $\mathbf{x}_1$  und  $\mathbf{x}_2$ , aufzuspalten, die Lösung einer bestimmten Aufgabenstellung durch die Untersuchung von Teillösungen der gruppierten Untersysteme und lässt zusätzlich eine tiefere Systemeinsicht zu.

Ein Modell in Zustandsraumdarstellung nach den Gleichungen (3.38) und (3.39) kann in die folgenden Gleichungen für das „langsame“ ( $\mathbf{x}_1$ ) und „schnelle“ ( $\mathbf{x}_2$ ) Teilmodell aufgespalten werden [42]:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11} \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12} \cdot \mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{u} \quad (3.78)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}_{21} \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22} \cdot \mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{u} \quad (3.79)$$

Der Grundgedanke der singulären Perturbation ist nach [62] die Eigenschaft, dass während des Ablaufs der langsamen Übergangsvorgänge das schnelle Teilmodell [Gleichung (3.79)] bereits seinen stationären Endwert erreicht hat und nur noch mit den stationären Endwerten im langsamen Teilmodell [Gleichung (3.78)] vertreten ist. Umgekehrt wird angenommen, dass während des dynamischen Verlaufs des schnellen Teilmodells das langsame Teilmodell als konstant angenommen wird. Dies bedeutet die alleinige Betrachtung der Zustandsgrößen, zusammengefasst im Zustandsvektor  $\mathbf{x}_1$ , bei der Untersuchung des langsamen Teilmodells sowie die alleinige Betrachtung des Zustandsvektors  $\mathbf{x}_2$  bei der Untersuchung des schnellen Teilsystems. Im schnellen Teilmodell nach Gleichung (3.79) setzt man nun  $\dot{\mathbf{x}}_2(t)$  zu Null und geht somit zu einer algebraischen Gleichung über, wobei die Koordinaten  $\mathbf{x}_1$  und  $\mathbf{x}_2$  in die Koordinaten  $\tilde{\mathbf{x}}_1$  und  $\tilde{\mathbf{x}}_2$  aufgrund des zu erwartenden Fehlers überführt werden:

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}_{21} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{A}_{22} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{u} \quad (3.80)$$

Umgestellt nach dem Vektor der „schnellen“ Koordinaten  $\tilde{\mathbf{x}}_2$  ergibt sich:

$$\tilde{\mathbf{x}}_2 = -\mathbf{A}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{21} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{u} \quad (3.81)$$

Gleichung (3.81) eingesetzt in Gleichung (3.78) führt zu dem folgenden Ergebnis für das ordnungsreduzierte Modell:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \cdot \mathbf{A}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{21}) \cdot \tilde{\mathbf{x}}_1 + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_{12} \cdot \mathbf{A}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{u} \quad (3.82)$$

Bei diesem Verfahren ist nach [42] und [62] die Systemstabilität des reduzierten Modells nicht gewährleistet, so dass sich eine Vielzahl von Arbeiten mit der Frage der Stabilität des reduzierten Modells beschäftigen. Einige von ihnen geben zum Teil Bedingungen zur Stabilitätsüberprüfung und zur Bestimmung von Fehlergrenzen an (z.B. [76], [114], [124], [149]). In [77] wird eine Dominanzanalyse durchgeführt, um festzulegen, an welcher Stelle die Trennung in das „langsame“ und das „schnelle“ Teilmodell erfolgen kann. Nach [62] ist das Verfahren der singulären Perturbation im Hinblick auf die Problematik der Systemseparation mit den modalen Verfahren verwandt. Die Vorteile dieses Verfahrens liegen zum einen in der Einfachheit des Verfahrens und zum anderen darin, dass keine Koordinatentransformation oder komplexe mathematische Herleitungen notwendig sind. Die stationäre Genauigkeit ist zudem gewährleistet. Jedoch finden sich in der Literatur (vor allem in [42] und [62]) aber auch gravierende Nachteile bzw. Schwierigkeiten, so dass in der Regel die modalen und mathematischen Verfahren vorzuziehen sind. Als Nachteile werden die folgend aufgeführten Punkte gesehen:

- Eventuelle Schwierigkeiten bei der Zerlegung in ein schnelles und ein langsames Teilmodell. Das Verfahren lässt sich nur bei der Klasse der steifen Systeme gut anwenden (aufgrund der Möglichkeit die einzelnen Teilmodelle wegen der sehr weit auseinander liegenden Zeitkonstanten zu separieren)
- Aus einem stabilen Originalmodell kann ein instabiles reduziertes Modell entstehen
- Die Teilsystemmatrix  $\mathbf{A}_{22}$  muss invertierbar sein. Akademische und realistische Beispiele zeigen, dass diese Voraussetzung häufig nicht erfüllt ist [42].
- Die Reduktionsordnung ist nicht frei wählbar, sondern wird durch die Aufteilung in ein schnelles und ein langsames Teilmodell vorgegeben.

- Im Allgemeinen ergeben sich sprungfähige reduzierte Systeme. Diese Problematik ist verfahrensbedingt.

Vereinfachungen bzw. Reduzierungen der Ordnung mit Verfahren der singulären Perturbation sollten für Untersuchungen des Übergangsverhaltens (dynamisches Verhalten) nur dann genutzt werden, wenn die Stabilität des reduzierten Modells gewährleistet werden kann und das Übergangsverhalten der eliminierten Zustände (schnelles Teilmodell) keinen Einfluss auf die Dynamik der wesentlichen Zustände (langsameres Teilmodell) hat. Betrachtungen z.B. des energetischen Verhaltens von mobilen Arbeitsmaschinen unter der Beeinflussung von dynamischen Effekten (z. B. Druckspitzen bei Beschleunigungsbeginn, etc.) scheinen denkbar, aber nur dann, wenn die soeben aufgeführten Forderungen erfüllt sind. Dass mit den Verfahren der singulären Perturbation in vielen Fällen ein dynamisch nur schlecht approximierendes reduziertes Modell erzeugt werden kann (eine Ausnahme bilden steife Systeme), kann in der Tatsache liegen, dass entgegen den Verfahren der modalen Ordnungsreduktion direkt die Zustände der „schnellen“ Teilmodelle und nicht die „schnellen“ Eigenbewegungen eliminiert werden. Die „schnellen“ Teilmodelle der mit modalen Verfahren reduzierten Systeme verfügen über die Linearkombination der wesentlichen Eigenbewegungen  $\mathbf{z}_r$  noch über einen dynamischen Anteil und sind somit dynamisch genauer und das reduzierte Modell auch immer stabil (Voraussetzung: Originalmodell ist stabil).

#### **Frequenzbereichsverfahren**

Da auch die Verfahren zur Modellordnungsreduktion im Frequenzbereich vorrangig mathematischer Natur sind und ihre zu einer Vereinfachung der Modellbeschreibung führende Herangehensweise nicht unbedingt durch einen physikalischen Hintergrund zu erklären sind, soll an dieser Stelle nur ein kurzer Überblick der Frequenzbereichsverfahren zur Vorstellung genügen. Diese Verfahren werden nach [62] im Wesentlichen bei SISO<sup>8</sup>-Systemen, also bei Eingrößensystemen mit einem Systemeingang und einem Systemausgang, verwendet, um ein Modell in Form einer Übertragungsfunktion im Frequenzbereich der Ordnung  $n$  in eine Übertragungsfunktion der Ordnung  $r < n$  zu überführen. Bei Mehrgrößensystemen, welches im wesentlichen Modelle von mobilen Arbeitsmaschinen darstellen, sind die Zustandsraumdarstellungen (Zeitbereichsverfahren) den Frequenzbereichsverfahren vorzuziehen, da hier die Beibehaltung der wesentlichen physikalischen Größen im reduzierten System gelingt. Zudem sind die Fragen der Steuer- und Beobacht-

---

<sup>8</sup> SISO: Single Input - Single Output

barkeit (Dominanzanalyse) einfacher in Zustandsraumdarstellungen zu beantworten [62].

Die gebräuchlichste Anwendung der Frequenzbereichsverfahren findet sich in der Regelungstechnik (Reglerauslegung), da hier der klassische Reglerentwurf auf der Darstellung des Frequenzgangs beruht [62]. In Anlehnung an [136] können die Frequenzbereichsverfahren in die folgenden Grundmethoden unterschieden werden:

- Methoden der Kettenbruchentwicklung (z.B. [17], [54])
- Methoden der Zeitmomenten-Anpassung (z.B. [122], [136])
- Minimierung von Frequenzbereich-Gütefunktionalen (z.B. [74])
- Invariante Ordnungsreduktion mittels transparenter Parametrierung (z.B. [74])

Vorteile bieten Frequenzbereichsverfahren vor allem in der Auslegung von (linearen) Reglern mit in der Ordnung reduzierten Modellen der Regelstrecken. Da sie entgegen den Verfahren im Zeitbereich nicht nur auf die Beibehaltung von dominanten Eigenbewegungen zielen, sondern auch den Bereich von hohen Frequenzen stärker berücksichtigen. Als ein Verfahren für eine optimale Reglerauslegung erweist sich hierbei die Methode der Minimierung von Frequenzbereich-Gütefunktionalen. Dieses Verfahren ermöglicht es, die Güte der Approximation über den gesamten Frequenzbereich durch die Vorgabe von Frequenzstützstellen zu steuern [62]. Hierdurch können die höheren Frequenzen stärker berücksichtigt und es somit sichergestellt werden, dass die Phasenverschiebung von Originalmodell und reduziertem Modell in einem größeren Frequenzbereich übereinstimmen. Für die Regelung ist die Grenzfrequenz von Bedeutung [62].

Für die angestrebten Modellvereinfachungen im Sinne dieser Arbeit reichen im Allgemeinen aber Verfahren im Zeitbereich aus, da sie sich zum einen physikalisch begründen lassen und zum anderen reduzierte Modelle liefern, deren Ergebnisse im Zeitbereich eine genügend hohe Genauigkeit bezogen auf das Verhalten des Originalmodells versprechen. Zudem finden die Untersuchungen mit vereinfachten Modellen statt, auf die die im Sinne dieser Arbeit adressierten Vereinfachungen gerichtet sind, auf das Verhalten im Zeitbereich ab (z.B. energetische Betrachtun-

gen, dynamisches Verhalten der offenen Strecke unter Beeinflussung der dominanten Eigenbewegungen).

### **Verfahren für nichtlineare Systeme**

Durch die Einteilung der Nichtlinearitäten in verschiedene Klassen verlangen nicht-lineare Systeme mehr noch als lineare Systeme nach [62] die Entwicklung auf die Aspekte der Nichtlinearitäten bezogene Ordnungsreduktionsverfahren. Wichtige Verfahren sollen in der Folge kurz vorgestellt werden.

#### *a) Singuläre Perturbation*

Grundlegend unterscheidet sich dieses Verfahren nicht gegenüber der Variante, welche bei linearen Modellen Verwendung findet. Auch bei Verwendung des Verfahrens bei nichtlinearen Modellen liegt der primäre Zweck darin, die hohen Frequenzen des schnellen Teilsystems zu vernachlässigen, nachdem das Modell in ein schnelles und ein langsames Teilmodell aufgespalten wurde. Nach [62] interessiert letztlich das langsame Teilmodell, da es aufgrund seiner Eigenschaft den dominanten Anteil darstellt. Das schnelle Teilsystem wird wiederum ohne sein Übergangsverhalten betrachtet und der für den stationären Zustand errechnete Teilzustandsvektor in die Gleichung für das langsamere Teilmodell eingesetzt. Ausgangspunkt ist eine nichtlineare Modellbeschreibung:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{u}(t)) \\ \varepsilon \cdot \dot{\mathbf{x}}_2(t) &= \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{u}(t))\end{aligned}\tag{3.83}$$

$\mathbf{x}_1(t)$  stellt hierbei den Vektor der langsamen Teilzustände und  $\mathbf{x}_2(t)$  den Vektor der schnellen Teilzustände dar. Betrachtet man für den Vektor der schnellen Teilzustände den stationären Zustand ( $\varepsilon = 0$ ) und lässt sich die untere Gleichung von (3.83) explizit nach

$$\mathbf{x}_2(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{u}(t))\tag{3.84}$$

auflösen und in die obere Gleichung von (3.83) einsetzen, so ergibt sich als Ergebnis

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{h}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{u}(t)), \mathbf{u}(t))\tag{3.85}$$

Trotz der scheinbar relativ einfachen Vorgehensweise dieses Verfahrens ergeben sich Nachteile in der Anwendung. Zum einen gilt auch hier wieder die Frage, nach

welchen Kriterien die Zustandsgrößen nach „schnell“ und „langsam“ zu separieren sind. Zum anderen stellt sich zusätzlich die Frage, ob tatsächlich in allen Fällen nur der langsamere Teil des Modells von Interesse ist. Beispielsweise sind Fälle denkbar, in denen wesentliche Systemkomponenten schnelle Bewegungen aufweisen, welche dann aber langsam auf ihre Endwerte einschwingen [62]. Im Allgemeinen sind es aber die folgend aufgeführten wesentlichen Eigenschaften, welche das Verfahren der Singulären Perturbation für nichtlineare Modelle kennzeichnen:

- Die Zustandsgrößen behalten ihre physikalische Bedeutung bei.
- Das Reduktionsverfahren gewährleistet stationäre Genauigkeit.
- Durch die Aufteilung in ein schnelles/langsames Teilmodell ist die Ordnung des reduzierten Modells festgelegt.
- Das Verfahren ist nicht auf eine bestimmte Klasse von Nichtlinearitäten beschränkt, sondern erlaubt die Reduzierung von Modellen der allgemeinen Form  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$ , falls eine Aufspaltung des Modells in Teilmodelle möglich ist.
- Weiterhin ist bei nichtlinearen Systemen die explizite Bestimmung des stationären Anteils von  $\mathbf{x}_2(t)$  nicht garantiert.

#### *b) Transformation auf Modalform*

Nach [62] lassen sich bei großen steifen Systemen die Eigenwerte bezüglich ihrer Lage in der komplexen Ebene in Gruppen aufteilen und somit in wichtige und weniger wichtige bzw. weniger relevante Eigenwerte einteilen. Dieser Gedanke wurde in [71] und [106] aufgegriffen und auf nichtlineare Systembeschreibungen angewandt. Grundgedanke dieses Verfahrens der Ordnungsreduktion ist es, das nichtlineare Originalmodell mit Hilfe der Eigenvektormatrix  $\mathbf{W}$  zu transformieren und anschließend die unwichtigen Eigenwerte bzw. Eigenbewegungen zu vernachlässigen. Ausgangspunkt ist eine Systemdarstellung in der folgenden Form:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \quad (3.86)$$

Hiervon ausgehend wird eine Transformation

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_s) + \mathbf{W} \cdot \mathbf{z}(t) \quad (3.87)$$

angewandt, wobei  $\mathbf{x}(t_s)$  eine vorgegebene stationäre Lösung von Gleichung (3.86) ist. Der eingeführte neue Zustandsvektor  $\mathbf{z}(t)$  hat dieselbe Dimension wie  $\mathbf{x}(t)$ . Dabei lässt sich die Matrix  $\mathbf{W}$  in die jeweiligen Anteile der Teilsysteme von  $\mathbf{z}_1(t)$  und  $\mathbf{z}_2(t)$  aufspalten, wobei in  $\mathbf{z}_1(t)$  wiederum die dominanten Eigenbewegungen und in  $\mathbf{z}_2(t)$  die zu vernachlässigenden Eigenbewegungen zu separieren sind.

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{z}_1(t) + \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{z}_2(t) \quad (3.88)$$

Die Spaltenvektoren in der Matrix  $\mathbf{W}$  bilden sich aus den zu den Eigenwerten gekoppelten Eigenvektoren der Matrix  $\mathbf{M}$  (für deren Bildung werden in [92] verschiedene Verfahren vorgeschlagen):

$$\mathbf{M} = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_s)] \cdot [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_s)]^T dt \quad (3.89)$$

Die erhaltenen Eigenwerte  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  und deren dazugehörige Eigenvektoren  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n$  der durch Gleichung (3.89) erhaltenen „Systemmatrix“  $\mathbf{M}$  werden nach ihrer Größe sortiert. Die kleineren und vermeintlich unwichtigeren Eigenwerte werden abgeschnitten und nur doch die in ihrem Wert größeren betrachtet. Das System reduzierter Ordnung lautet dann:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_1(t) &= \mathbf{W}_1^T \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_N(t)) \\ \mathbf{x}_N(t) &= \mathbf{x}(t_s) + \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{z}_1(t) \end{aligned} \quad (3.90)$$

Nach [62] bildet die Matrix  $\mathbf{W}_1$  den neuen verkürzten Zustandsvektor  $\mathbf{z}_1(t)$  näherungsweise auf  $\mathbf{x}_N(t) - \mathbf{x}(t_s)$  ab. Die Funktion  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$ , welche die Nichtlinearitäten enthält, bleibt im reduzierten Teil voll erhalten. Probleme bereitet dieses Verfahren für Systeme, die nicht der Klasse der steifen Systeme zuzuordnen sind. Für diese Fälle ist es deutlich schwieriger die Eigenwerte richtig in dominante und zu vernachlässigende Eigenwerte einzuteilen, da nur für steife Systeme eine geringe Verkopplung zwischen den Teilsystemen mit den zusammengefassten schnellen Eigenbewegungen und den Teilsystemen mit den zusammengefassten langsamen Eigenbewegungen besteht. D.h. für steife Systeme spiegeln die schnellen Zustände auch die dominanten Eigenbewegungen wieder.

#### *c) Weitere Verfahren für nichtlineare Systeme*

Ein sehr großer Teil der Verfahren zur Ordnungsreduktion von nichtlinearen Systemen basiert auf mathematischen Methoden, wodurch deren ordnungsreduzierenden

de Maßnahmen nicht immer physikalische begründbar sind. Ein wichtiges Verfahren wird hierbei von Lohmann [91] vorgeschlagen. Ausgehend von der allgemeinen Darstellung eines nichtlinearen Differentialgleichungssystems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.91)$$

mit einem n-dimensionalen Zustandsvektor  $\mathbf{x}(t)$  und einem p-dimensionalen Eingangsvektor  $\mathbf{u}(t)$ , wird der nichtlineare Funktionenvektor  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$  in Funktionen und konstante Koeffizienten aufgetrennt:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.92)$$

Im Vektor  $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$  sind ausschließlich die nichtlinearen Komponenten von  $\mathbf{x}(t)$  und  $\mathbf{u}(t)$  zusammengefasst. Eventuell auftretende konstante Faktoren der nichtlinearen Komponenten sind der Matrix  $\mathbf{F}$  zuzuweisen. Ziel der Ordnungsreduktion ist es, die wesentlichen Zustandsgrößen durch ein System der Ordnung  $r < n$  nachzubilden. Ähnlich wie bei den linearen Systemen wird dies durch eine Minimierung des Gleichungsfehlers erreicht. Hierbei wird ein Vergleich zwischen den Ergebnissen des Systems der wesentlichen Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{do}(t)$  und der Zustandsgrößen  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  des zu reduzierenden Systems, bzw. deren Ableitungen, angestrebt:

$$\dot{\mathbf{x}}_{do}(t) = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{x}_{do}(t) + \tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{u}(t) + \tilde{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{W} \cdot \mathbf{x}_{do}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.93)$$

Tatsächlich wird dieses Ideal aber nicht erreicht werden, sodass der entstehende Gleichungsfehler

$$\mathbf{d}_1(t) = \dot{\mathbf{x}}_{do}(t) - \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{x}_{do}(t) - \tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{u}(t) - \tilde{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{W} \cdot \mathbf{x}_{do}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.94)$$

versucht wird zu minimieren. Unter der Annahme gleicher Zeitverläufe von ursprünglichem und reduziertem System wird versucht, den Fehler  $\mathbf{d}_1(t)$  der zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen durch geeignete Wahl von  $\tilde{\mathbf{A}}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}$ ,  $\tilde{\mathbf{F}}$  und  $\mathbf{W}$  möglichst klein zu halten. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Elemente des reduzierten Systems kann der Arbeit von Lohmann [91] entnommen werden. Der mathematische Aufwand kann aber als beträchtlich angenommen werden, da das nicht reduzierte Originalsystem zuerst modellhaft abgebildet und durch Einbringung von festgelegten Eingangsgrößen simuliert werden muss. Aus den erhaltenen Simulationsergebnissen für die Lösungen der Zustände werden die zeitlichen Verläufe der wesentlichen Zustandsvariablen als Basis für die mathematische Ordnungsreduktion (Minimierung des Gleichungsfehlers) genutzt. Die Auswahl der wesentli-

chen Zustandsgrößen kann in Anlehnung an die linearen Systeme anhand einer Dominanzanalyse geschehen. Die Vorgehensweise wird ebenso in [91] vorgestellt. Weitere Verfahren und Methoden zur Ordnungsreduktion von nichtlinearen Systemen finden sich beispielsweise in den Arbeiten und Veröffentlichungen [3], [99], [136] und [144].

#### 3.3.2 Methoden zur Modellvereinfachung

Nach [62] können Modellvereinfachungen bei nichtlinearen Systemen dazu verwendet werden, um die nichtlineare Systembeschreibung durch eine äquivalente lineare Modellbeschreibung zu ersetzen. Darauf aufbauend kann die gesamte Breite von linearen Verfahren zur Systemanalyse, zum Reglerentwurf und auch zur Ordnungsreduktion verwendet werden. Grundsätzlich wird in [62] und [136] zwischen Modellvereinfachung und Modellordnungsreduktion unterschieden. Zu Beginn steht hierbei zuerst die Modellvereinfachung, wobei an dieser Stelle hauptsächlich gemeint ist, die vorhandenen Nichtlinearitäten eines betrachteten Modells zu ersetzen. Hierbei stehen nach [62] und [136] unterschiedliche Methoden und Verfahren zur Verfügung (z.B. Linearisierung um einen Arbeitspunkt / eine Gleichgewichtslage, Exakte Linearisierung und Systementkopplung durch Zustandsrückführung, Quasilineares Systemverhalten (Gütevektororientierte Frequenzgangapproximation), Schätzung und Kompensation von Nichtlinearitäten, etc.). Verfahren zur Modellordnungsreduktion für lineare Systeme greifen die erhaltenen Ergebnisse der Linearisierung auf, um zumindest an wichtigen Arbeitspunkten reduzierte Modelle zu schaffen, mit denen eine hinreichend genaue Aussage zu dem zu erwartenden Betriebsverhalten möglich ist. Reicht dieses Vorgehen nicht aus, da eine Aussage zum Betriebsverhalten nicht nur an einem Arbeitspunkt notwendig ist, so muss der Anwender auf die nichtlinearen Verfahren zur Reduzierung der Modellordnung zurückgreifen. Allgemein können die Methoden zur Modellvereinfachung und die Methoden zur Ordnungsreduktion zu den Methoden und Verfahren zur Reduzierung der Modellkomplexität zusammengefasst werden.

Del Re [23] greift in seiner Arbeit drei verschiedene Ansätze zur Verringerung der Modellkomplexität auf und vergleicht die Simulationsergebnisse der vereinfachten Modelle mit den Simulationsergebnissen eines klassisch aufgebauten Modells an Hand des Beispiels eines hydrostatischen Getriebes. Als Methoden zur Reduzierung der Modellkomplexität führt er eine Linearisierung um die Gleichgewichtslagen, die Verwendung von „Black-Box“-Modellen und die Verwendung von Nominalwer-

temodellen an. Unter der „Black-Box“-Identifikation versteht del Re [23] die Ermittlung eines Modells aus Messungen von Ein- und Ausgangswerten auf Grund eines Ansatzes und einer numerischen Optimierung. Es handelt sich hierbei um einen verhaltensbeschreibenden Modellansatz, wodurch der physikalische Hintergrund verdeckt wird und das Modell somit nur für den Systemzustand gelten kann, mit den während der Messung vorherrschenden Systemparametern und aufgebrauchten Eingangsgrößen.

Unter dem Begriff der Nominalwertmodellierung fasst Del Re solche Modellierungsverfahren zusammen, um nur aus den Angaben der Lieferanten von Systemkomponenten ohne Messungen ein Simulationsmodell zusammenzustellen. Hierdurch lassen sich wesentliche Informationen über die Struktur des Systems beibehalten, einzelne Teile der Strecken werden aber sehr stark vereinfacht. Auch können Teile der Dynamik der Strecke bzw. von Teilstrecken nicht beschrieben werden. In Teilen ähneln die Vorgehensweisen zur Verringerung der Modellkomplexität im Ansatz zumindest in einem entfernteren Sinne an die Ergebnisse der Verfahren zur Modellordnungsreduktion. Zumindest kann eine physikalische Deutung der zumeist mathematischen Reduktionen angegeben werden. So werden hauptsächlich diejenigen Effekte ausgeschlossen, deren Einfluss auf die dominanten Pole zur Beschreibung der Eigendynamik als gering angenommen werden kann. Eine Dominanzanalyse im Sinne einer möglichen Auswahl der wesentlichen Zustandsgrößen nach dem Verfahren von Litz [88] stellt diese Ausschlussmethode jedoch nicht dar.

Diese erfolgt zwar auch in der Arbeit von Borchsenius [12] nicht, jedoch wird in dieser Arbeit ein mathematisches Verfahren angegeben, welches im Sinne ordnungsreduzierender Verfahren darauf abzielt, Modelle dahingehend zu vereinfachen, um steife Differentialgleichungssysteme und Unstetigkeiten während der numerischen Berechnung zu vermeiden. Für die Vermeidung von steifen Differentialgleichungen werden diejenigen Zustandsgrößen zu bilateralen (Kraft)Elementen (mengenwertig in beide Richtungssinne) zusammengefasst, welche eine deutlich höhere Dynamik aufweisen, als die als wesentlich angenommenen Zustandsgrößen. Zu den bilateralen (Kraft)Elementen lassen sich zum Beispiel hydraulische Knoten mit sehr kleinen hydraulischen Kapazitäten oder mechanische Komponenten mit sehr kleinen Massen zuordnen. Elemente, welche hauptsächlich für Unstetigkeiten im Bewegungsablauf sorgen, werden als unilaterale (Kraft)Elemente (mengenwertig in einem Richtungssinn) bezeichnet.

Zu diesen zählen unter anderem mechanische Anschläge, die Beschreibung von Gleit- und Haftreibung, in eine Richtung wirkende hydraulische Komponenten (Rückschlagventile, Druckbegrenzungsventile, etc.) oder einseitig wirkende elektrische Bauelemente (z.B. Dioden). Als Ergebnis führt die in der Arbeit von Borchsenius [12] vorgestellte Berechnungsvorschrift auf eine vereinfachte Darstellung des mathematischen Zusammenhangs für die Beschreibung des Systemverhaltens mit dem vorrangigen Ziel Rechenzeit einzusparen. Hierzu werden die bilateralen Elemente aus der Berechnungsgleichung (meist Kräftegleichgewicht) eliminiert und die verbleibende Gleichung wird als lineares Komplementaritätsproblem aufgefasst und mit speziellen Solvern gelöst. Hierbei wird davon ausgegangen, dass über dem betrachteten (Kraft)Element entweder nur die Potentialgröße abfallen oder nur die entsprechende Flussgröße dieses (Kraft)Element durchfließen kann. Die Gleichungen werden dem jeweiligen Zustand angepasst.

Eine weitere Möglichkeit der Verringerung der Modellkomplexität ist die Verwendung von Kennlinien zur Beschreibung von funktionalen Zusammenhängen (z.B. in [12] oder [135]). Ein großer Vorteil besteht in der deutlich reduzierten Rechenzeit. Auch müssen die physikalischen Wirkzusammenhänge nicht zwingend abgebildet werden. Nachteile bestehen in der Festlegung der verwendeten Daten. Diese gelten nur unter den Bedingungen, welche bei der Ermittlung der Kennlinien gewirkt haben. Sollen durch die Simulation Zustände untersucht werden, welche anderen Bedingungen entsprechen, können die vorhandenen Kennlinien gegebenenfalls nicht für die Simulation genutzt werden. Zudem sind die verwendeten Kennlinien sehr häufig nur durch aufwendige Messkampagnen zu gewinnen.



# **4 Erarbeitung einer Struktur- darstellung des Antriebs- systems mobiler Arbeitsma- schinen in einem Ebenenmodell**

## **4.1 Abgrenzung der Systemstruktur von mobilen Arbeitsmaschinen**

Eine eindeutige Zuordnung von technischen Objekten zu dem Begriff der mobilen Arbeitsmaschine ist nach Lang [83] in der Literatur nicht zu finden. Er gibt in seiner Arbeit [83] die Erfüllung zweier wichtiger Merkmale an, welche die Zuordnung einer Maschine des klassischen Maschinenbaus in die Gruppe der mobilen Arbeitsmaschinen zulässt. Zum einen müssen diese Maschinen primär eine Arbeit verrichten, und zum anderen müssen sie beweglich sein. Mobile Maschinen sind demnach gleichzeitig Fahrzeuge, zu deren Aufgaben neben der reinen Fahrt auch die Verrichtung von Arbeitsprozessen zählt. Ihr Einsatzort kann dabei durch eigenen oder fremden Antrieb gewechselt werden, während ihre Energieversorgung ebenfalls nicht stationär erfolgt [60].

Kautzmann orientiert sich in seiner Arbeit [73] sehr nahe an der Definition von Lang, wobei er mobilen Maschinen Belastungsprofile über alle für sie bestimmten Einsatzzwecke zuschreibt. Diese weisen signifikante Energieanteile sowohl innerhalb des Fahr- als auch des Arbeitsantriebs auf. Des Weiteren besitzen mobile Arbeitsmaschinen integrierte Energiequellen mit beschränkter Kapazität.

Nach Geimer und Pohlandt [51] schließt er hierbei jedoch nicht autark betriebene mobile Arbeitsmaschinen, wie z.B. an einem Kabel betriebene Elektrobagger, aus. Für diese Arbeit gilt aus diesen Gründen die sehr weit gefasste Definition einer mobilen Arbeitsmaschine nach Geimer und Pohlandt [51]:

***Mobile Arbeitsmaschinen haben die Aufgabe der Verrichtung eines Arbeitsprozesses; sie verfügen dazu über einen Fahr- und Arbeitsantrieb mit signifikanten Energieanteilen in beiden Antrieben.***

Aufgrund der gegebenen Vielfalt an unterschiedlichen Arbeitsmaschinen und ihrer vielfältigen Einsatzbedingungen und Arbeitsaufgaben kann an dieser Stelle der Arbeit nur eine grundlegende Möglichkeit angegeben werden, wie die Strukturelemente einer mobilen Arbeitsmaschine bezüglich ihres Arbeitsumfelds bzw. ihrer Systemumwelt abgegrenzt werden können. Die Betrachtung in den folgenden Abschnitten dieses Kapitels beschränken sich auf die Systemdefinition eines technischen Objekts nach **Abbildung 3.6** es Kapitels 3. Im Folgenden soll das Arbeitsumfeld von mobilen Arbeitsmaschinen näher durchleuchtet werden, damit hierauf resultierend eine allgemeine Systemstruktur einer mobilen Arbeitsmaschine und ihres Antriebssystems angegeben werden kann. Darauf aufbauend wird eine allgemeine Beschreibungsform für die Modellerstellung des Antriebssystems angegeben, welches die Systemelemente in einem Ebenenmodell abbildet.

### **4.1.1 Typische Aufgaben von mobilen Arbeitsmaschinen**

Wie bereits im Kapitel Aufgabenstellung und Ziele der Arbeit angeführt, lassen sich mobile Arbeitsmaschinen hinsichtlich der Anpassung an bestimmte Arbeitsaufgaben einteilen bzw. abstufen. Einige der eigentlichen Arbeitsaufgaben können hierbei aufgrund ihrer ähnlichen Auswirkungen auf das Bearbeitungsergebnis in Obergruppen von Arbeitsaufgaben eingeordnet werden, siehe auch **Abbildung 4.1**. Diese Aufgaben bzw. Aufgabengruppen entsprechen dem eigentlichen Systemzweck einer mobilen Arbeitsmaschine nach den Angaben in Kapitel 3.1.2:

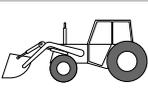
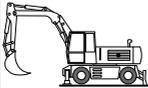
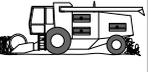
- **Zerstören von Strukturen:** Hierunter zählen alle Arbeitsaufgaben, welche Veränderungen an der Struktur des Bearbeitungsobjekts während des Bearbeitungsprozesses verursachen. Beim Traktor können dies z.B. die Bearbeitungsprozesse Pflügen (in der Agrartechnik eingesetzt) oder Fräsen (als Baumaschine eingesetzt) sein. Vor allem bei Baumaschinen (z.B. Bagger, Radlader, etc.) zählen zu dieser Obergruppe die für Baumaschinen so typischen Aufgaben, wie Graben, Bohren oder Hämmern. In der Regel zählen diese Tätigkeiten zu den Arbeiten, welche sehr häufig einer uneingeschränkten Leistungsentfaltung der mobilen Maschine bedürfen [69]. Hierzu kann

auch das Ernten von Getreide durch einen Mähdrescher gezählt werden. Durch das Schneiden sowie Dreschen des Getreides erfolgt auch eine Zerstörung der Struktur unter einer uneingeschränkten Leistungsentfaltung während des gesamten Prozesses vom Schneiden bis Löschung des Ernteguts.

- **Aufnahme / Ausbringung von Gut:** Auch hier lassen sich wieder unterschiedliche von verschiedenen Arten von mobilen Arbeitsmaschinen ausführbare Tätigkeiten in einer Obergruppe zusammenfassen. Einerseits können die Arbeiten hierunter gezählt werden, welche sich nachfolgend an das Ergebnis der Tätigkeiten aus der Obergruppe **Zerstören von Strukturen** anschließen, z.B. das Umsetzen und Verladen von Bodenmaterial bei Baggern, Radladern oder aber auch Traktoren mit Frontlader. Je nach Wunsch und Fähigkeiten des Bedieners und Beschaffenheit der Umgebung bedürfen diese Aufgaben sowohl der uneingeschränkten (Volllast) als auch der eingeschränkten (Teillast) Leistungsentfaltung der mobilen Maschine. Tätigkeiten, welche in der Regel nur einen Teil der maximal installierten Maschinenleistung abfordern, sind zum Beispiel das Ausbringen von Dung, Saatgut und Schutzmitteln in der Agrartechnik (hauptsächlich bei Traktoren / Acker-schleppern oder Spezialmaschinen).
- **Transportieren / Fahren / Umschlagen:** Nach der bereits vorgestellten Definition einer mobilen Arbeitsmaschine zählt die Aufgabe Fahren als eine eigentlich notwendige Bedingung, um ein Objekt als mobile Arbeitsmaschine klassifizieren zu können. Die Fähigkeit ihren Standort entweder selbstständig oder durch einen fremden Antrieb wechseln zu können, zeichnet zwar als Merkmal jede mobile Arbeitsmaschine aus, jedoch können unterschiedliche Aspekte zur regulären Anwendung des Fahrtriebs unterschiedlicher mobiler Maschinen angegeben werden. Zum einen dient bei vielen Baumaschinen (vor allem Raupen- aber z.T. auch Mobilbagger) der Fahrtrieb zum Großteil nur dazu, um die Maschine zur eigentlichen Bearbeitungsstelle über kurze Strecken zu bewegen. Größere Strecken (z.B. Überführungen zur Baustelle über mehrere Kilometer) werden in der Regel mit Lastkraftwagen bzw. Sattelschleppern zurückgelegt. D.h. bei diesen Maschinen ist die Tätigkeit Fahren sehr häufig gar nicht Bestandteil der eigentlichen Arbeitsaufgaben dieser Maschinen (Graben, Umsetzen, Bohren, Einebnen, etc.). Anders sieht es hingegen bei mobilen Maschinen aus, deren ursprüngliche Hauptaufgaben ohne den Fahrtrieb gar nicht zu realisieren wären. Fast

#### 4 Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen

ausnahmslos können hierzu alle Maschinen der Agrartechnik gezählt werden. Eine Sonderstellung nehmen hierbei der Traktor / Ackerschlepper, der Teleskoplader und der Gabelstapler ein, da hier für Umschlagarbeiten auch ein Großteil der installierten Antriebsleistung durch den Fahrtrieb übertragen werden kann. Bei Traktoren / Ackerschleppern kommen zusätzlich Transportfahrten zum Teil über etliche Kilometer hinzu, so dass die Aspekte Energieeffizienz und (dynamisches) Fahrverhalten / Fahrsicherheit auch in der Entwicklung neuer Lösungen einen großen Stellenwert einnehmen. Generell ergibt sich die Aussage, dass die Modellierung und Untersuchung des Betriebsverhaltens des Fahrtriebs mobiler Arbeitsmaschinen eine größere Bedeutung in der Modellbildung und Simulation erhält, wenn das Fahren einen Großteil der eigentlichen Bearbeitungsaufgabe ausmacht. Dies kann beispielsweise in den Arbeiten von [38], [70], [78] und [121] beobachtet werden.

Grad der Generalisierung bezüglich eines Aufgabenspektrums				
				
<b>Traktor</b>	<b>Mobilbagger</b>	<b>Minibagger</b>	<b>Gabelstapler</b>	<b>Mähdrescher</b>
Grad der Spezialisierung an bestimmte Arbeitsaufgaben				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zerstören von Strukturen</b> (Pflügen, Fräsen)</li> <li>• <b>Aufnahme / Ausbringung von Gut</b> (Frontlader, Ausrüstung zum Düngen, Sähen, etc.)</li> <li>• <b>Transportieren / Fahren / Umschlagen</b></li> <li>• Heben / Positionieren</li> <li>• Einebnen/Nivellieren (Frontlader)</li> <li>• Agrar- / Bautechnik</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zerstören von Strukturen</b> (Graben, Hämmern, Bohren, etc.)</li> <li>• <b>Aufnahme / Ausbringung von Gut</b> (Löffel, Greifer)</li> <li>• <b>Einebnen / Nivellieren</b> (Löffel, Rüttelverdichter)</li> <li>• Transportieren</li> <li>• Heben / Positionieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zerstören von Strukturen</b> (Graben, Hämmern, Bohren, etc.)</li> <li>• <b>Aufnahme / Ausbringung von Gut</b> (Löffel)</li> <li>• <b>Einebnen / Nivellieren</b> (Löffel)</li> <li>• Heben / Positionieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Transportieren / Fahren / Umschlagen</b></li> <li>• Heben / Senken von Ladegut</li> <li>• Positionieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zerstören von Strukturen</b> (Integration verschiedener Funktionen innerhalb einer Maschine: Schneiden, Dreschen, Trennen, Sortieren, Sammeln, Ablegen des Ernteguts)</li> <li>• <b>Fahren</b></li> </ul>

**Abbildung 4.1:** Typische Arbeitsaufgaben der unter dem Gesichtspunkt Spezialisierung / Generalisierung an bestimmte Arbeitsgebiete unterteilten mobilen Arbeitsmaschinen (fett – Hauptfunktionen der betrachteten Arbeitsmaschine / dünn – Nebenfunktionen der betrachteten Arbeitsmaschine)

- **Einebnen / Nivellieren:** Diese Tätigkeiten werden in der Regel sehr häufig von mobilen Maschinen durchgeführt, welche in der Bautechnik eingesetzt werden. Hier sind vor allem der Bagger und der Minibagger als Beispiele zu nennen. Durch eine integrierte Bewegung des Auslegers und des Stiels, bei gleichzeitiger Ausrichtung der Löffelspitzen in einem bestimmten Winkel zur Oberfläche, wird das einzuebende Gut in einem Arbeitsbereich gleichmäßig verteilt, so dass am Ende eine plane Oberfläche entsteht. Als Beispiel kann hierfür das Erstellen von Böschungen an Autobahnen gegeben werden. Da bei der Ausführung dieser Arbeit z.T. ein sehr feinfühliges Ansteuern der Verbraucher benötigt wird und die Verbrauchergeschwindigkeiten im Allgemeinen als gering anzunehmen sind, ist diese Arbeitsaufgabe eher den Aufgaben mit eingeschränkter Leistungsanforderung (Teillast) einzuordnen. Wird für das Einebnen von Gut ein Radlader oder auch ein Traktor / Acker-schlepper (mit Frontlader) eingesetzt, so kann ebenso mit einer eingeschränkten Leistungsentfaltung gerechnet werden, da die hierfür notwendigen Fahrzeuggeschwindigkeiten aufgrund der Genauigkeitsanforderung des zu erstellenden Profils eher als gering einzuschätzen sind.

In **Abbildung 4.1** sind für eine beispielhafte Auswahl von mobilen Maschinen die Spektren von typischen Arbeitsaufgaben dargestellt. Die Maschinen sind nach ihrer Möglichkeit eingeteilt, inwieweit sie aufgrund ihrer charakteristischen Struktur und Auslegung die Fähigkeit besitzen mehrere Arbeitsaufgaben oder Gruppen von Arbeitsaufgaben durchführen zu können. Die Arbeitsmaschine mit dem höchsten Generalisierungsgrad an verschiedene Arbeitsaufgaben stellt der Traktor / Acker-schlepper dar. Er kann sowohl in der Land- als auch in der Bautechnik eingesetzt werden und gilt vor allem auf Grund seiner Variabilität durch die Vielzahl von (mechanischen und hydraulischen sowie neuerdings elektrischen) Schnittstellen und der Möglichkeit eine große Anzahl unterschiedlicher Anbaugeräte anbringen und nutzen zu können als universell einsetzbares Arbeitsgerät. So kann er für das Zerstören von Strukturen (z.B. pflügen, grubbern, fräsen), für die Aufnahme und Ausbringung von Gut über den Frontlader (z.B. Mist, Stroh- und Heuballen) bzw. über Anbaugeräte am Heckkraftheber (z.B. Dung, Saatgut, Schutzmittel), für das Transportieren und Fahren und selbst für Positionieraufgaben eingesetzt werden. Für die meisten der aufgeführten Arbeitsaufgaben bedarf es aber immer unterschiedlicher Anbaugeräte.

Eine im Grad der Spezialisierung an mögliche (Gruppen von) Arbeitsaufgaben weniger universell einsetzbare Arbeitsmaschine kann im Beispiel eines Mobilbaggers

gesehen werden. Aufgrund seiner konstruktiven Struktur und der Möglichkeit die entsprechenden Anbaugeräte anzubringen, wird der Mobilbagger hauptsächlich in der Bautechnik zur Manipulation von Erdstrukturen eingesetzt. Dazu gehören vornehmlich das Lösen und der Aushub von Erdreich oder Schüttgut, z.B. durch einen Tief- oder Grabenlöffel, und der anschließende Abwurf des Aushubs an einem definierten Ziel (zumeist Ladefläche eines LKW). Der Fahrtrieb bei Mobilbaggern wird in der Regel dazu genutzt, um auf Baustellen relativ schnell die Bearbeitungsstelle wechseln zu können oder um kleinere Strecken auf öffentlichen Straßen zur Fortbewegung zurückzulegen. Der Fahrtrieb ist somit mit einem weitaus geringeren Verhältnis an den typischen Arbeitsaufgaben eines Mobilbaggers beteiligt, wie es zum Beispiel bei einem Ackerschlepper und dessen typischen Arbeitsaufgaben der Fall ist. Dennoch kann auch der Mobilbagger über kurze Distanzen und mit entsprechendem Anbaugerät für Transport- und Positionieraufgaben eingesetzt werden. Generell stellt der Mobilbagger aufgrund seiner (mechanischen und hydraulischen) Schnittstellen einer der am stärksten universell einsetzbaren mobilen Maschinen in der Baubranche dar. Durch den Einsatz der unterschiedlichen Anbaugeräte können mit einem Mobilbagger Bohrungen im Gestein durchgeführt, mit einem Hydraulikhammer festes Gestein gelöst und Schüttgut mit einem Rüttelverdichter eingeebnet und verdichtet werden.

Der Minibagger verfügt zwar strukturell über einen ähnlichen Aufbau wie der Mobilbagger, jedoch ist er aufgrund seiner geringeren Größe und eingeschränkten installierten Leistung nicht in der Art flexibel und universell einsetzbar, wie der Mobilbagger. Zudem verfügt er über einen Raupenantrieb, so dass Fahrten über öffentliche Straßen nicht möglich sind. Trotzdem kann er vor allem auf kleineren Baustellen und auch in Gebäuden flexibel z.B. für Erdaushubarbeiten oder Abrissarbeiten eingesetzt werden.

Der Gabelstapler wird in der Regel nur zu Transport- und Umschlagsarbeiten eingesetzt, wobei er, je nach Größe und Motorisierung, auch auf Baustellen zu Positionierarbeiten (z.B. Verlegung von Rohren bei Erstellung einer Kanalisation) verwendet werden kann. Für die Ausführung dieser Arbeiten ist seine Struktur und Gestalt (in der Höhe und Neigung verstellbare Gabel an der Front, Gegengewichte im Heck, schmale Bauweise, Hinterradlenkung) speziell ausgelegt worden, um vor allem auch in engen Baustellen, Lagern und Fertigungslinien effizient eingesetzt werden zu können. Somit steigt seine Spezialisierung an eine bestimmte Gruppe von Aufgaben (Transportieren / Fahren / Umschlagen), wodurch sein Einsatzgebiet eingeschränkt wird.

Eine nur an eine Oberaufgabe, bzw. Gruppe von Aufgaben, spezialisierte Maschine kann in dem Beispiel eines Mähdreschers gesehen werden. Die Hauptaufgabe besteht darin in der Regel Getreide auf einem Feld zu ernten und in der weiteren Folge so zu bearbeiten, dass das gewünschte Korn aus den Ähren gedroschen und vom Rest der Getreidepflanze (Stroh, Kurzstroh, Spreu) separiert wird. Die für diese Funktionserfüllung beteiligten Elemente sind zumeist fest in der Maschine installiert und durch die Vorgabe an ihre zu erfüllende Aufgabe, z.B. Dreschung durch Dreschtrommel und Dreschkorb, werden deren Gestalt und die Struktur der Systemelemente in ihrem Aussehen definiert. Das einzige Systemelement, welches normalerweise austauschbar ist, ist das Vorsatzgerät. Dieses unterscheidet sich je nach zu erntendem Gut in Aufbau und Aussehen.

Die so an ihre Aufgabe spezialisierten Maschinen können demzufolge kaum für andere Arbeiten eingesetzt werden, so dass die Darstellung ihrer Systemstruktur ersichtlicher erscheint und eine Eingrenzung des Systems für eine spätere Modellerstellung einfacher durchführbar ist. Im Ansatz begründbar ist dieser Umstand mit der Tatsache, dass sich aufgrund der gleichbleibenden Anforderung der hauptsächlichsten Arbeitsaufgabe die Struktur der Maschine nur marginal ändert (siehe Tausch des Vorsatzgeräts bei Mähdreschern). Letzten Endes lässt sich jedoch die Systemgrenze direkt aus dem Zweck der Maschine ableiten. Für mobile Maschinen mit einem höheren Grad der Generalisierung an ein Aufgabenspektrum gilt dieser Umstand nicht zwangsläufig.

Durch ihre universelleren Einsatzmöglichkeiten und der Tatsache, dass mit der selben Maschine aber mit wechselnden Anbaugeräten unterschiedliche Arbeitsaufgaben durchgeführt werden können, verlangt die Systemabgrenzung nach dem momentanen Zweck der Maschine, welcher sich durch die jeweils angebrachte Arbeitsausrüstung in Verbindung mit der geforderten Arbeitsaufgabe ergibt (siehe Angaben zu Systemen in Kapitel 3.1.2). So brauchen Systemelemente, welche für die Ausführung einer bestimmten Arbeitsaufgabe benötigt werden, für eine andere Arbeitsaufgabe möglicherweise nicht in Betracht gezogen werden. Generell kann zu solchen Systemelementen bei Maschinen mit einem hohen Generalisierungsgrad auch der den mobilen Maschinen definitionsgebende Fahrtrieb gezählt werden. In **Abbildung 4.2** ist die Art des Gebrauchs des Fahrtriebs an der Durchführung von typischen Arbeitsaufgaben mobiler Maschinen dargestellt. Zudem erfolgt eine Einteilung der typischen Arbeitsaufgaben hinsichtlich der Anforderung ihres Leistungsbedarfs.

Die intensivere Betrachtung des Fahrtriebs stellt sich für den späteren Modelaufbau aus mehreren Gründen als interessant dar. Zum einen verfügen die meisten mobilen Maschinen definitionsgemäß über zum Teil klar abtrennbare Systeme bzw. Subsysteme, welche dem Vortrieb der Maschine dienen. Zum anderen kann aus dem Wesen der Arbeitsaufgabe auf die Verteilung und die Art der Nutzung des Fahrtriebs während der Durchführung geschlossen werden. So gibt es Aufgaben, bei denen die Abfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen intermittierend erfolgt, d.h. die Maschine wird an ihre Bearbeitungsstelle gefahren, bleibt dort stehen, wenn die Fahrt bereits die eigentliche Aufgabe darstellt, oder beginnt mit der eigentlichen Bearbeitungsaufgabe. Das Graben und Umsetzen bei Baggern und Transportfahrten mit Traktoren / Ackerschleppern sind hierbei zu nennen.

		Anteil / Gebrauch des Fahrtriebs während der Durchführung	
Leistungsbedarf der Arbeitsaufgabe		intermittierend ablaufende Bearbeitungsabfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen	parallel ablaufende Bearbeitungsabfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen
	sehr niedriger Leistungsbedarf (Leerlauf)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Positionieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Markierungen setzen</li> </ul>
	mittlerer Leistungsbedarf (Teillast)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bohren</li> <li>• Planum erstellen</li> <li>• Hämmern</li> <li>• Verdichten</li> <li>• Transportieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mähen</li> <li>• Säen / Düngen</li> </ul>
	sehr hoher Leistungsbedarf (Vollast)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Umschlagen</li> <li>• Graben und Umsetzen</li> <li>• Heben</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ernten</li> <li>• Pflügen</li> <li>• Planieren / Verdichten</li> <li>• Asphaltieren</li> </ul>

**Abbildung 4.2:** Einteilung typischer Aufgaben von mobilen Maschinen bezüglich des Gebrauchs ihres Fahrtriebs und des von der Arbeitsaufgabe geforderten Leistungsbedarfs

Im Gegenzug dazu gibt es Arbeitsaufgaben, bei denen die Bearbeitungsfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen parallel abläuft und somit Fahrtrieb und die Elemente der Arbeitsausrüstung gleichzeitig angesteuert und belastet werden. Zu nennen sind hier typische Arbeitsaufgaben, wie z.B. Mähen (Traktoren, spezielle

Maschinen für Mäheinsätze in Straßenmeistereien), Ernten (Mähdrescher, spezielle Erntemaschinen) und Pflügen (Traktoren / Ackerschlepper). Die Kenntnis der Bearbeitungsabfolge und der Verteilung der unterschiedlichen Aufgaben kann bereits zu ersten Aussagen einer möglichen Modellvereinfachung führen, siehe **Abbildung 4.3**.

Typische Arbeitsaufgabe besteht aus ...		
	parallel ablaufender Bearbeitungsabfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen	intermittierend ablaufender Bearbeitungsabfolge aus Fahr- und Arbeitsbewegungen
und hauptsächlich aus <b>Fahrbewegungen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>auf die Modellierung der Elemente zur Darstellung der Arbeitsbewegungen kann ggfs. verzichtet werden, wenn diese keinen Einfluss auf das Untersuchungsergebnis haben</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sehr vereinfachte Abbildung der Elemente zur Darstellung der Arbeitsbewegungen möglich, wenn Einfluss auf Systemverhalten (Rückwirkungen) gering</li> </ul>
und nahezu aus gleich verteilten Anteilen aus <b>Fahr- und Arbeitsbewegungen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>keine getrennte Betrachtung von Elementen der Fahr- und Arbeitssysteme möglich</li> <li>Wechselwirkungen untereinander sind zu erwarten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Modellhafte Trennung der Wirkeinflüsse (Rückwirkungen) zwischen Systemelementen zur Abbildung der Fahr- und Arbeitsbewegungen möglich</li> </ul>
und hauptsächlich aus <b>Arbeitsbewegungen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sehr vereinfachte Abbildung der Elemente zur Darstellung der Fahrbewegungen möglich, wenn Einfluss auf Systemverhalten (Rückwirkungen) gering</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>auf die Modellierung der Elemente zur Darstellung der Fahrbewegungen kann ggfs. verzichtet werden, wenn diese keinen Einfluss auf das Untersuchungsergebnis haben</li> </ul>

**Abbildung 4.3:** mögliche Auswirkungen auf die Modellerstellung auf Basis der Gewichtung des Fährantriebs bei der Erfüllung einer typischen Arbeitsaufgabe

Besteht beispielsweise die durchzuführende Arbeitsaufgabe hauptsächlich aus der Fahrbewegung bzw. die Fahrbewegung verlangt nach dem größten Anteil der aufgebrachten Leistung, so ist es möglicherweise denkbar, dass die Systemelemente zur Realisierung der Arbeitsbewegungen (stark) vereinfacht oder überhaupt nicht modelliert werden. Einfluss nimmt hierbei zusätzlich die eigentliche Untersuchungsaufgabe. Stellt man sich zum Beispiel die Arbeitsaufgabe Pflügen bei einem Traktor / Ackerschlepper vor, so können mögliche Untersuchungsaufgaben wie folgt aussehen: Steht möglicherweise nur die reine Optimierung des Antriebsstrangs bzw. des Dieselmotors im Vordergrund, so reicht es gegebenenfalls aus, eine konstante Widerstandskraft vorzugeben, welches den Widerstand des Anbau-

geräts (z.B. Pflug) für diese Untersuchungsaufgabe ausreichend genau beschreibt. Anders kann es aussehen, wenn eine ganzheitliche Antriebsstrangstrategie entwickelt werden soll, in der die Anbaugeräte mit einzubeziehen sind. So wird der Modellentwickler nicht umher kommen, die relevanten Subsysteme der Elemente zur Darstellung der Arbeitsbewegungen in einer notwendigen Detaillierungstiefe zu modellieren. Generell gilt aber, umso höher die inneren Verkopplungen / Rückführungen zwischen den Elementen des Fahrtriebs und der Arbeitsausrüstung sind, desto größer ist der Einfluss der jeweiligen Teilsysteme auf die übrigen miteinander verkopplerten Teilsysteme einzuschätzen.

### **4.1.2 Das Arbeitsumfeld von mobilen Arbeitsmaschinen**

Im letzten Abschnitt wurden typische Arbeitsaufgaben von mobilen Maschinen vorgestellt. Einige dieser Arbeitsaufgaben sind hinsichtlich ihrer Bewegungsausführung klassifizierbar und können teilweise durch mehrere Maschinen mehr oder weniger effektiv erfüllt werden. Maschinen mit einem höheren Generalisierungsgrad verlangen daher nach einer dem momentanen Zweck dienlichen Abgrenzung der Systemstruktur. Der Zweck der Maschine wird dabei vor allem durch die betrachtete Arbeitsaufgabe vorgegeben (die Untersuchungsaufgabe bestimmt hauptsächlich den Detaillierungsgrad der modellhaften Abbildung) und kann somit die relevanten Systemelemente eingrenzen, welche an der Erfüllung der Arbeitsaufgabe beteiligt sind. An mehreren Beispielen, sowohl von den bereits betrachteten mobilen Maschinen aus dem vorhergegangenen Abschnitt, als auch von deren typischen Arbeitsaufgaben, soll die zweckgebundene Systemabgrenzung vollzogen und eine allgemeine Modellstruktur einer mobilen Maschine und ihres Arbeitsumfelds abgeleitet werden. Hierbei soll vor allem auch auf den Grundgedanken eingegangen werden, dass es keine undurchlässige Grenze zwischen den Systemelementen und den Elementen der Systemumwelt bzw. des Arbeitsumfelds gibt. Das Arbeitsumfeld einer mobilen Arbeitsmaschine stellt die in Abbildung 3.7 des Kapitels 3 allgemein vorgestellte Systemumwelt dar. Der Begriff des Arbeitsumfelds hebt hierbei den Charakter einer mobilen Arbeitsmaschine als Maschine zur Verrichtung von unterschiedlichen Arbeitsfunktionen in einem vielfältigen Umfeld nochmals hervor.

Wie in Kapitel 3 bereits vorgestellt, können Größen des Arbeitsumfelds als äußere Einwirkungen (Steuergrößen, Störgrößen) Einfluss auf das Systemverhalten neh-

men und andererseits können Systemauswirkungen auf bestimmte Elemente des Arbeitsumfelds beeinflussend wirken. Unter Umständen rufen die Reaktionen an den Elementen des Arbeitsumfelds wiederum Einwirkungen auf die Elemente des abgegrenzten Systems hervor. Um diese Rückwirkungen in ihrer Ganzheit erfassen und daraus Strategien für die Modellbildung ableiten zu können, müssen zuerst der Systemzweck definiert und somit die Systemidentität abgeleitet werden. Die Abgrenzung kann in der Folge nach den Angaben in Kapitel 3 erfolgen.

### **Traktoren / Ackerschlepper**

Der Traktor stellt eine universelle und ortsveränderliche Arbeitsmaschine zum Aufnehmen und Antreiben verschiedener Antriebs- und Arbeitseinrichtungen dar, um Aufgaben mit agrartechnischem und teils auch bautechnischem Hintergrund ausführen zu können. Aufgrund der Vielzahl von möglichen Anwendungen lässt sich auch eine Vielzahl von möglichen Abgrenzungen der Systemelemente angeben. An den in **Abbildung 4.4** dargestellten Beispielen sollen Möglichkeiten der Systemabgrenzung aufgezeigt werden. Die Darstellung (a) in **Abbildung 4.4** zeigt eine der bekanntesten Arbeitsaufgaben, welche von einem Traktor ausgeführt werden kann. Das Pflügen stellt eine Aufgabe mit sehr hoher Leistungsanforderung dar, welche vor allem auch aus den Reaktionen mit der Systemumwelt bzw. dem Arbeitsumfeld herrührt. Durch den Bediener, welcher als Bindeglied zwischen der eigentlichen Maschine und dem Arbeitsumfeld (Systemumwelt) fungiert und im Grunde eher zu den Elementen des Arbeitsumfelds zu zählen ist, wird eine Informationsvorgabe in Form der Sollgeschwindigkeit beim Pflügen und der Pflugtiefe (Sollwert) bzw. der Zugkraft (Sollwert) vorgegeben.

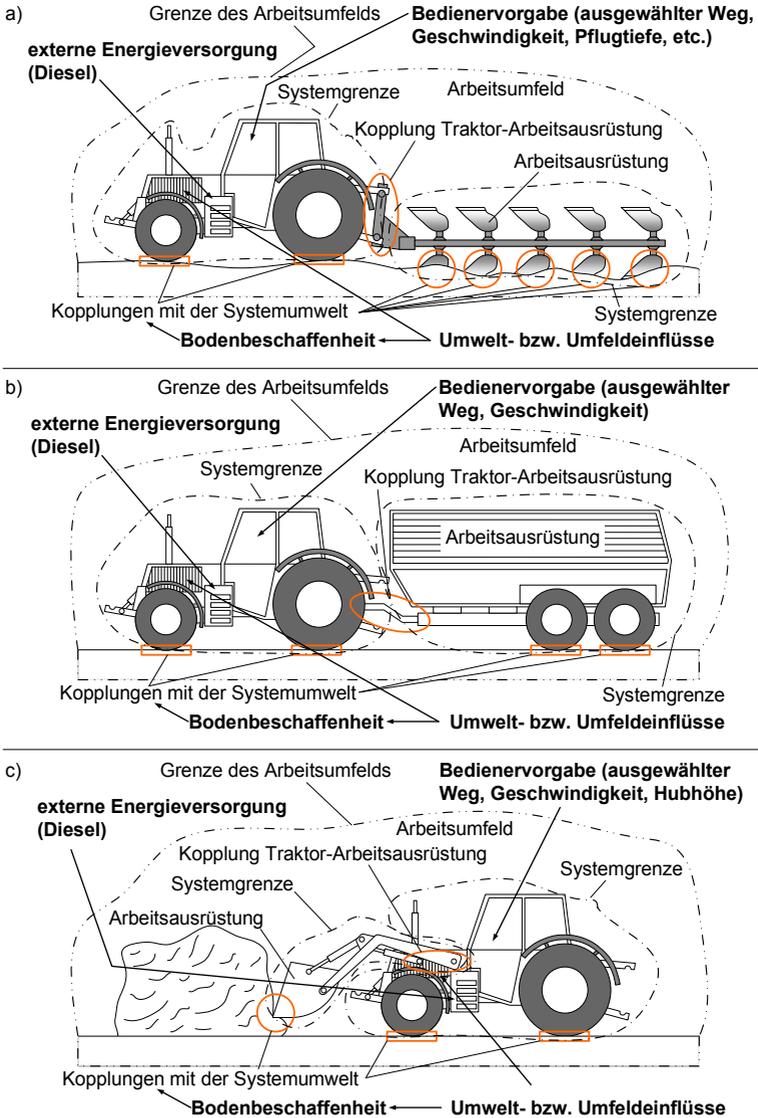
Die Einflüsse des Umfelds, wie z.B. die Lufttemperatur, die Beschaffenheit des zu bearbeitenden Bodens, beeinflussen sowohl direkt einzelne Systemelemente – beispielsweise beeinflusst die Umgebungstemperatur das Kühlverhalten aber auch die Leistungsausbeute des Dieselmotors – als auch indirekt Systemelemente über Koppelflächen mit dem Arbeitsumfeld. Die Beschaffenheit des Bodens gibt in diesem Fall sowohl die mögliche zu übertragende Zugkraft an den angetriebenen Rädern in Abhängigkeit des jeweiligen Schlupfes, aber auch die resultierende Pflugkraft in Abhängigkeit der Pflugtiefe und der Geschwindigkeit des Pflugs bzw. des Traktors vor. Da sowohl der Schlupf, als auch die Geschwindigkeit und die Pflugtiefe Systemgrößen bzw. Systemzustände sind, entsteht eine Rückführung über die Elemente des Arbeitsumfelds, welche über die Eingangsgrößen wieder in das abgegrenzte System rückgekoppelt werden.

Die Abgrenzung zwischen den Elementen des eigentlich betrachteten Systems und den Elementen der Systemumwelt bzw. des Arbeitsumfelds kann nach den im Kapitel 3 angegebenen Kriterien erfolgen. Da mobile Maschinen bei der Durchführung typischer Arbeitsaufgaben in der Regel immer durch Elemente des Arbeitsumfelds beeinflusst werden, sei es nur die Wirkung der Gewichtskraft beim Heben des Pfluges, gelten hauptsächlich die ersten beiden Kriterien zur Systemabgrenzung, siehe Seiten 36 und 37. So werden alle Elemente des Traktors innerhalb des Systems an den Kontaktstellen abgegrenzt, an denen die Kopplung zur Umgebung sehr viel schwächer ist, als die Binnenkopplung im System.

Hierzu zählen nach der Definition der Systemidentität aber auch nur die Elemente, welche für die direkte Umsetzung der zu erfüllenden Arbeitsaufgabe beteiligt sind. In diesem Falle zählen der Antriebsmotor, die Elemente zur Leistungsübertragung (Getriebe, Hydrauliksystem) und die Elemente zur Steuerung der jeweiligen Antriebs- und Übertragungseinrichtungen dazu. Je nach geforderter Untersuchungsaufgabe können zu diesem Punkt auch strukturelle Elemente, wie Aufhängungen, Lagerungen, Wellen und Karosserieteile, gezählt werden, wenn beispielsweise Festigkeitsuntersuchungen die treibenden Gründe für eine Untersuchung darstellen.

Erfolgen die Interaktionen mit den Elementen der Systemumwelt in Form von Rückkopplungen in das System (im betrachteten Beispiel die Interaktion zwischen Pflug und dem zu bearbeitenden Boden sowie zwischen den angetriebenen Rädern und dem zu bearbeitenden Boden), so müssen die Systemgrenzen an die Koppelstellen gelegt werden, an denen die vorhandenen Umweltverkopplungen funktionsrelevant sind. In der Regel zählen hierzu vor allem die Elemente der Arbeitsausrüstung, welche im direkten Kontakt mit den zu bearbeitenden Elementen des Arbeitsumfelds stehen. Diese Kopplung erfolgt sehr häufig temporär und kann während der Durchführung eines Bearbeitungszyklus aufgelöst werden. Als Beispiel kann hier das Ausfahren des Pflugs aus dem Boden am Ende des Feldes während des Wendevorgangs des Traktors genannt werden.

#### 4.1 Abgrenzung der Systemstruktur von mobilen Arbeitsmaschinen



**Abbildung 4.4:** Arbeitsumfeld und Systemgrenzen eines Ackerschleppers bei der Durchführung typischer Arbeitsaufgaben - Pflügen (a), Transportfahrt (b) und Umschlagen (c)

In diesem Fall ändert sich die Struktur des Systems, welche eine Änderung der Modellstruktur während eines Simulationslaufs zur Folge haben kann. Dies ist während des Modellaufbaus zu berücksichtigen. So sind gegebenenfalls zusätzliche Schaltbedingungen einzufügen und bei der Solverauswahl sollte berücksichtigt werden, dass der ausgewählte Solver für Unstetigkeiten ausgelegt ist.

Eine Besonderheit bei mobilen Arbeitsmaschinen gegenüber einer Systemabgrenzung im Bereich der Krafffahrzeuge oder stationär arbeitender Maschinen stellt die zusätzliche Kopplung der Maschine mit den Elementen der Arbeitsausrüstung dar. Diese Kopplung besteht in der Regel für den Zeitraum der Untersuchung und stellt das direkte Bindeglied zwischen den abgegrenzten Systemen der mobilen Maschine sowie seines Anbaugerätes und des zu bearbeitenden Elements der Systemumwelt dar. Bei einem geschickten und modularen Modellaufbau müssen somit für die Untersuchung anderer Untersuchungsaufgaben nur die Elemente der Arbeitsausrüstung ausgetauscht und die beteiligten Relationen zwischen den Elementen des betrachteten Systems und den Elementen des ihn umgebenden Arbeitsumfelds angepasst werden. Innerhalb der Grenze des Arbeitsumfelds findet somit der gesamte Informationsaustausch zwischen den Elementen des abgegrenzten Systems der mobilen Arbeitsmaschine und den Elementen des Arbeitsumfelds statt. Zu den Elementen des Arbeitsumfelds zählen sowohl der Maschinenbediener in Form von in das System eingepprägten Bedienervorgaben, als auch die während der Bearbeitungsaufgabe zu bearbeitenden Elemente. Die Umwelteinflüsse, wie z.B. die Temperatur, der Feuchtigkeitsgrad, etc., welche nicht direkt über die Rückkopplung der Arbeitsausrüstung in das System wirken, werden als Parameter für das Modell vorgegeben. Die in das System eingebrachte Energie, hier in Form von Diesekraftstoff, wird als ideale Quelle während des Modellaufbaus betrachtet.

Die Darstellungen (b) und (c) in **Abbildung 4.4** zeigen den Traktor bei der Durchführung weiterer typischer Arbeitsaufgaben. Darstellung (b) zeigt ihn während einer Transportfahrt. Der Anhänger stellt dabei die Arbeitsausrüstung dar. Mögliche Untersuchungsaufgaben können die Untersuchung des Kraftstoffverbrauchs bei definiertem Fahrprofil oder Untersuchungen der Fahrstabilität mit Anhänger sein. In Darstellung (c) wird der Traktor während des Umschlags von Mist oder Dung gezeigt, wobei das Hubwerk samt Löffel die Funktion der Arbeitsausrüstung übernimmt. Eine mögliche Untersuchungsaufgabe kann auch hier die Untersuchung des Kraftstoffverbrauchs sein. Die für Darstellung (a) gegebenen Kriterien zur Sys-

temabgrenzung lassen sich auch bei den beiden Darstellungen (b) und (c) anwenden.

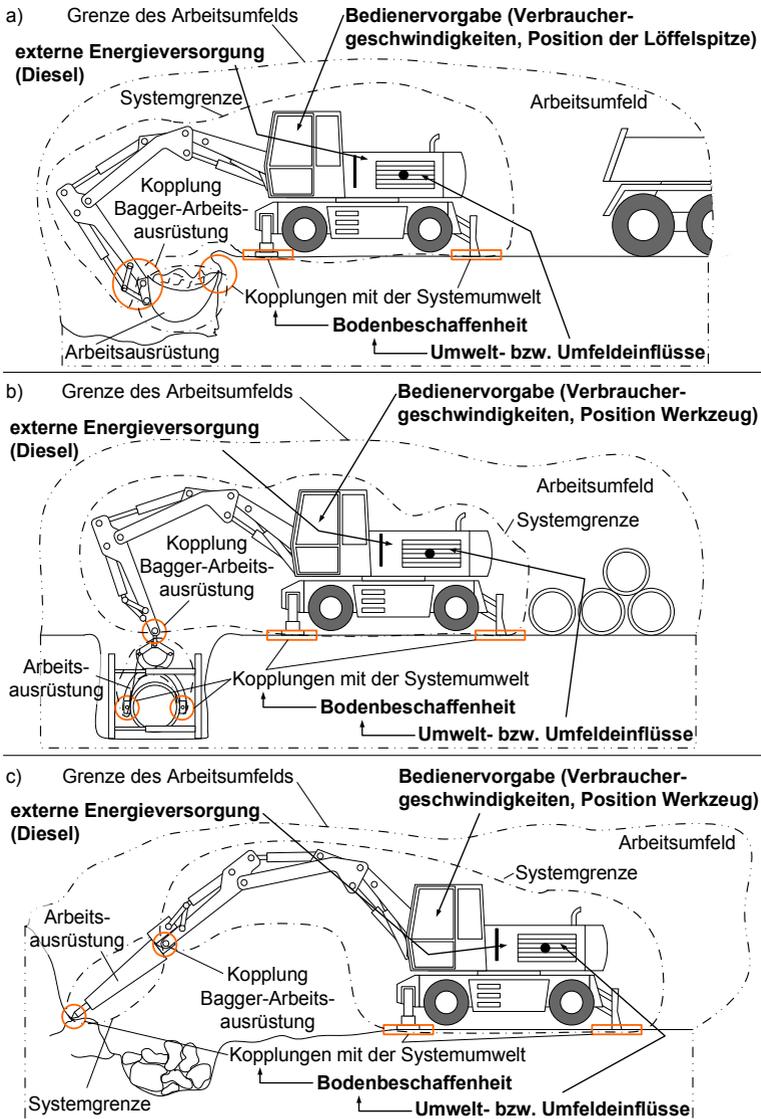
### **Mobilbagger / Minibagger**

In **Abbildung 4.5** ist ein weiterer Vertreter der Kategorie von universell einsetzbaren mobilen Arbeitsmaschinen in Form eines Mobilbaggers dargestellt. Seine charakteristische Struktur und Gestalt schränkt die Anzahl der durchzuführenden Aufgaben gegenüber eines Ackerschleppers zwar ein, jedoch lassen sich mit einem Mobilbagger deutlich mehr Arbeitsaufgaben durchführen, als nur das Aufnehmen und Umsetzen von Schüttgut (siehe Darstellung (a) in **Abbildung 4.5**). Auch kann der Mobilbagger nach einem Wechsel der Arbeitsausrüstung beispielsweise für Positionieraufgaben (siehe Darstellung (b) in **Abbildung 4.5**) oder Abrissarbeiten (siehe Darstellung (c) in **Abbildung 4.5**) eingesetzt werden. Auch diese Darstellungen lassen die gleiche Methodik der Abgrenzung zu, welche bereits am Ackerschlepper angewendet werden konnte. Hierzu zählt wiederum die Abgrenzung derjenigen an der Arbeitsaufgabe beteiligten Systemelemente an den Kontaktstellen, an denen die Kopplung zu Elementen der Umgebung sehr viel schwächer ist, als zu den Elementen innerhalb des Systems.

Des Weiteren trifft das Kriterium, Systemgrenzen an die Koppelstellen zur Systemumwelt zu verlegen, an denen die vorhandenen Umweltverkopplungen funktionsrelevant sind, wesentlich offensichtlicher zu. Vor allem bei den bodenmanipulierenden Arbeiten, wie z.B. Graben, Bohren, Fräsen, Hämmern, erfolgt eine direkte Kopplung über die Arbeitsausrüstung mit der Umwelt, wodurch es hierbei wiederum zu Reaktionen in Form von Reaktionskräften und Reaktionsmomenten kommt, welche beeinflussend auf das Systemverhalten in Form von Rückkopplungen einwirken.

Auch treten diese Kopplungen wiederum nur zeitlich begrenzt während eines Arbeitszyklus auf. Die in der Systembeschreibung auftretenden Unstetigkeiten müssen somit während der Modellbildung berücksichtigt werden. Gegebenenfalls lassen sich Methoden in Anlehnung an die Arbeit von Borchsenius [12] anwenden, bei denen zwischen den einzelnen Strukturen eindeutig unterschieden werden kann. So wirkt entweder eine Reaktionskraft von den Elementen der Systemumwelt auf die Elemente der Arbeitsausrüstung, dafür erfolgt keine Relativbewegung zwischen den betroffenen Elementen der Systemumwelt und den Elementen der Arbeitsausrüstung.

4 Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen



**Abbildung 4.5:** Arbeitsumfeld und Systemgrenzen eines Mobilbaggers bei der Durchführung typischer Arbeitsaufgaben – Graben (a), Positionieren (b) und Hämmern (c)

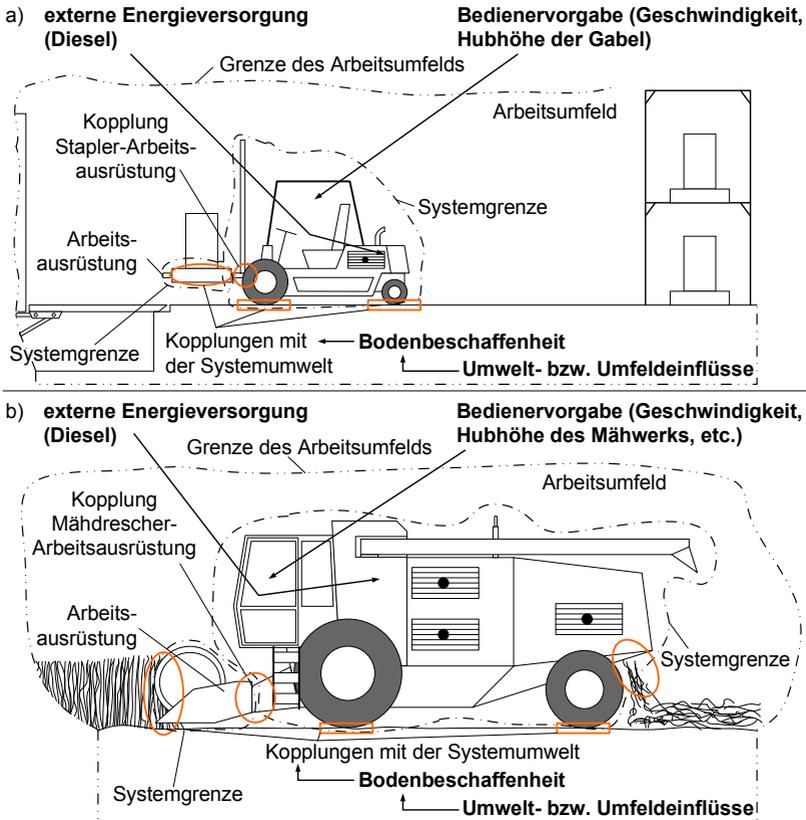
Im gegensätzlichen Fall besteht eine Relativbewegung der Elemente der Arbeitsausrüstung gegenüber den Elementen des Arbeitsumfelds (Systemumwelt), wobei nun jedoch keine Reaktionskräfte oder Reaktionsmomente auftreten. Mischformen dieser beiden extremen Zustände sind ebenfalls vorstellbar. Der bereits beim Ackerschlepper beschriebene Energie- und Informationsfluss zwischen den Elementen der Systemumwelt und den betroffenen Systemelementen erfolgt beim Beispiel Mobilbagger in gleicher Weise.

### **Gabelstapler / Mähdrescher**

**Abbildung 4.6** zeigt das jeweilige Arbeitsumfeld und die jeweiligen Systemgrenzen für eine typische Arbeitsaufgabe eines Gabelstaplers (a) und eines Mähdreschers (b). Die Arbeitsaufgabe des Gabelstaplers stellt eine repräsentative Transport- und Umschlagsfunktion dar, bei der ein bestimmtes Gut einer vorgegebenen Stelle entnommen und dieses nach einer definierten Transportfahrt an eine bestimmte Stelle übergeben wird. Hierbei kommen vor allem die Elemente des Fahrantriebs und die Elemente der Arbeitshydraulik (Hub- und Neigefunktion der Gabel) zum Einsatz. Der Mähdrescher wird seinerseits beim Ernten von Getreide dargestellt. Hierbei werden die Getreidehalme durch das Mähwerk in Bodenhöhe abgeschnitten und in der Maschine weiterverarbeitet. Das Korn kann in einem entsprechenden Behälter gespeichert werden, während die Spreu und das Stroh am Heck der Maschine nach außen der Systemumwelt wieder übergeben wird.

Wiederum lassen sich nach den beiden bereits angewendeten Kriterien die Systemgrenzen definieren. Zum einen erfolgt die Abgrenzung an den Koppelstellen mit geringerer Kopplung zu den Elementen der Systemumwelt und zum anderen an den Elementen, welche funktionsrelevant sind und dem derzeitigen Zweck der Maschine entsprechen, bzw. diesen gerade erfüllen. Diese Systemelemente lassen sich erneut in Form der Komponenten der Arbeitsausrüstung und der Verkopplung mit den Aufnahmeelementen der Maschine und der Verkopplung mit dem eigentlichen Bearbeitungsgegenstand in der Systemumwelt finden. Ein großer Unterschied gegenüber den bisher vorgestellten Maschinen liegt jedoch in der weitaus höheren Spezialisierung von Gabelstaplern und Mähdreschern an ihre Arbeitsaufgaben. In der Regel ändert sich der Zweck der Maschine nicht in dem Maße, wie es beispielsweise bei einem Bagger oder einem Ackerschlepper der Fall sein kann. So ist die Änderung der Bearbeitungsgegenstände eher quantitativer Natur, jedoch erfolgt in den allermeisten Fällen keine Änderung der Systemstruktur.

#### 4 Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen



**Abbildung 4.6:** Arbeitsumfeld und Systemgrenzen eines Gabelstaplers (a) und eines Mähdreschers (b) bei der Durchführung typischer Arbeitsaufgaben

Die Änderungen der Bearbeitungsgegenstände gehen vielmehr in Richtung anderer Getreidesorten (Mähdrescher) oder die Aufnahme von Gegenständen mit unterschiedlichen Abmessungen und Gewichten (Gabelstapler). Hierfür müssen gegebenenfalls auch verschiedene Arbeitsausrüstungen vorgehalten werden, jedoch unterscheiden sich diese in ihrer grundlegenden Struktur für die Erfüllung ihrer eigentlichen Arbeitsaufgabe nicht in dem Maße, so dass dies eine geänderte Modellvorstellung ihres Antriebssystems zur Folge hätte. Hierbei können Änderungen des Bearbeitungsgegenstands vor allem durch sich ändernde Parameter erfasst wer-

den (z.B. variierendes Gewicht der Gabel nach dem Abladen des Transportguts während eines typischen Arbeitszyklus des Gabelstaplers oder sich ändernde Schnittkräfte und Zugkraftparameter bei anderen Getreidesorten oder variierenden Bodenbedingungen beim Mähdrescher).

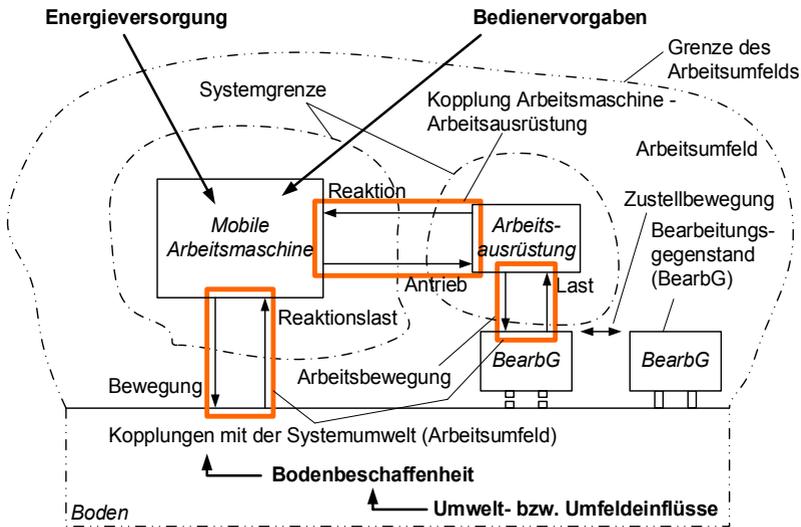
Für den Modellaufbau und die anschließende Simulation bringen Maschinen mit erhöhter Spezialisierung an eine Arbeitsaufgabe den Vorteil einer teils einfacheren Modellierung und schnelleren Berechnung mit, da gegebenenfalls Schaltvorgänge an den Verkopplungen mit der Systemumwelt entfallen können und somit auch die Behandlung von Unstetigkeiten umgangen werden kann. Dies ist aber von Fall zu Fall zu überprüfen.

### **Allgemeine Abgrenzung mobiler Arbeitsmaschinen**

**Abbildung 4.7** zeigt eine allgemein gültige Darstellung der Systemgrenzen und des Arbeitsumfelds einer mobilen Arbeitsmaschine sowie seiner abgegrenzten Arbeitsausrüstung bei der angedeuteten Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe. Die Ergebnisse aus den bisherigen Betrachtungen sind dabei berücksichtigt und verallgemeinert abgebildet. Die Abgrenzung der betrachteten Objekte kann in allen Fällen in eine Begrenzung des Arbeitsumfelds und in eine Begrenzung der eigentlichen Maschine erfolgen. Die Bestimmung des Arbeitsumfelds obliegt hierbei dem eigentlichen Zweck der Maschine, welcher hauptsächlich durch die durchzuführende Bearbeitungsaufgabe vorgegeben wird. Die Arbeitsaufgabe bestimmt vordergründig die Art und die Struktur des Bearbeitungsgegenstands und die relevanten Verkopplungen (Arbeitsbewegungen / (Reaktions)Lasten) mit den Elementen des Systems „mobile Arbeitsmaschine“ und den integralen Bestandteilen der direkten Arbeitsumgebung. Die Abgrenzung des Arbeitsumfelds kann in der Regel schnell erfasst werden, da die Systemgrenzen nach [13] an die Kontaktstellen gelegt werden können, an denen die Kopplung zu den Elementen der Umgebung sehr viel schwächer ist, als zu den Elementen des eigentlich betrachteten Systems (mobile Arbeitsmaschine). Zudem können die Systemgrenzen an die Koppelstellen zur Systemumwelt verlegt werden, an denen die vorhandenen Umweltverkopplungen funktionsrelevant sind. Dies sind vor allem die Elemente, welche im direkten Eingriff mit den Elementen des Arbeitsumfelds (Bearbeitungsgegenstand) zu finden sind.

Aus dem Arbeitsumfeld werden für das zu erstellende Modell des Weiteren Informationen über die Energieversorgung, die Bedienervorgaben und die Umwelt- und

Umfeldeinflüsse vorgegeben. Die Umwelt- und Umfeldeinflüsse können dabei direkt auf die jeweils abgegrenzten Teilelemente des Systems mobile Arbeitsmaschine wirken (z.B. Temperatur, Anteil an Staub in der Umgebungsluft) oder aber auf die Elemente des Arbeitsumfelds, welche sich in direkter Wechselwirkung mit den Elementen der mobilen Maschine befinden (z.B. Bodenbeschaffenheit). Die Energieversorgung kann in der Regel für das Modell als ideale Quelle angegeben werden. Sehr häufig interessiert in vielen Untersuchungsaufgaben der simulierte Energieverbrauch bei der Durchführung eines Arbeitszyklus. Hierbei werden idealerweise keine Limitierungen des Energiezuflusses in das Modell vorgegeben. Die Bedienvorgaben können in der Art erfolgen, wie dies bereits in Abschnitt 3.2 beschrieben wurde.



**Abbildung 4.7:** Allgemeines Arbeitsumfeld und allgemeine Systemgrenzen von mobilen Arbeitsmaschinen bei der Durchführung typischer Arbeitsaufgaben

Eine Besonderheit bei der Betrachtung von mobilen Arbeitsmaschinen gegenüber der modellhaften Abbildung anderer Maschinen besteht in der Vielseitigkeit der Anwendung und unterschiedlich durchzuführenden Arbeitsaufgaben. Dieser Aspekt spiegelt sich ebenso bei der Abgrenzung des eigentlichen Systems „mobile Ar-

beitsmaschine“ wieder. Somit geben vor allem universell einsetzbare Arbeitsmaschinen (z.B. Mobilbagger, Ackerschlepper) mit der Abgrenzung der Antriebseinheit im Verbund mit der direkt angrenzenden Koppel- und Kontaktstellen (Gehäusestruktur, Arbeitsausrüstung, Reifen, Raupen, etc.) eine Struktur vor, welche die grundlegenden Funktionen abbilden können (z.B. primäre und sekundäre Energieumwandlungen, Fahrtrieb, Elemente zur Steuerung und Regelung von Fahr- und Arbeitsaufgaben, etc.). Über geeignete Koppelmechanismen (Schnittstellen mit der Arbeitsausrüstung) findet zudem in der Regel ein Austausch von Energie und gegebenenfalls Information zwischen den jeweiligen Elementen der mobilen Maschine und den entsprechenden Komponenten des Systems Arbeitsausrüstung statt. Die Arbeitsausrüstung ist hierbei mehrheitlich austauschbar und in ihrer Struktur in der Art aufgebaut, den jeweiligen temporären Zweck der mobilen Arbeitsmaschine zu erfüllen, welchen die jeweilige und zu untersuchende Arbeitsaufgabe ihr vorgeben. Die Arbeitsausrüstung steht im direkten Kontakt mit dem Bearbeitungsgegenstand und über sie erfolgt somit indirekt die Rückkopplung über die Elemente des Arbeitsumfelds in die Koppellemente der mobilen Maschine.

Der Bearbeitungsgegenstand ist dabei kein dauerhafter Bestandteil des Systems. In den meisten Fällen handelt es sich um eine eher zusammenfassende (mathematische oder physikalische) Beschreibung der für die Modellbildung wichtigen Funktionen zur Erfüllung der geforderten Arbeitsaufgabe (temporärer Zweck) der Maschine. Sehr häufig kommt es hierbei zu einer Zerstörung von Strukturen (Lösen von Sand oder Gestein, etc.), der Aufnahme des / eines bestimmten Guts, dem Transport des Guts und der anschließenden Positionierung oder Ausbringung des Guts an einen definierten Ort. Bei einigen Maschinen kommen noch Funktionen der Weiterverarbeitung des Guts (z.B. Mähdrescher) und Zwischenspeicherung des Guts (z.B. Mähdrescher, Ackerschlepper) hinzu. Alle diese Bearbeitungsgegenstände haben die gemeinsame Eigenschaft, dass sie nach der Modellbildung während der Simulation ihre Systemstruktur nicht mehr ändern. Reaktionen zwischen dem Bearbeitungsgegenstand und der Arbeitsausrüstung lassen sich durch geeignete Modelle hinzu schalten, z.B. die Aufprägung der Grabkräfte bei einem Grabzyklus des Mobilbaggers. Änderungen an der Systemstruktur, z.B. durch Einlagerungen von Gut oder Änderungen der Funktionsweisen finden während der Simulation nicht statt. Die Möglichkeit, sich erhöhende Trägheiten auf Grund der Auswirkung der Speichermöglichkeit von Gut zu realisieren, kann mit zuschaltbaren Signalen im Modellaufbau erreicht werden.

Da in der Regel die inneren Wirkbeziehung zur Beschreibung der Funktionsweisen bei der Zerstörung von Strukturen sehr komplex sind, genügt man sich häufig mit einer verhaltensbeschreibenden Darstellung des Modellverhaltens (siehe mittlere Darstellung in **Abbildung 3.24**). Eine Methode, wie aus einer Vielzahl von gemessenen Teilzyklen ein standardisierter Zyklus für die Beschreibung des Modellverhaltens zur Darstellung der resultierenden Prozessgrößen aus der Interaktion zwischen der Arbeitseinrichtung und des Bearbeitungsgegenstands abgeleitet werden kann, kann der Arbeit von Deiters [22] entnommen werden. Vor dem Hintergrund des Ziels dieser Arbeit (Vereinfachung von Simulationsmodellen) wird im weiteren Verlauf der Arbeit auf verhaltensbeschreibende Modelle zur Abbildung der Prozessgrößen verwiesen und zurückgegriffen. Somit bildet die Vereinfachung der Systemstruktur des Antriebs- und Steuerungssystems einer mobilen Arbeitsmaschine, den wesentlichen Bestandteil dieser Arbeit.

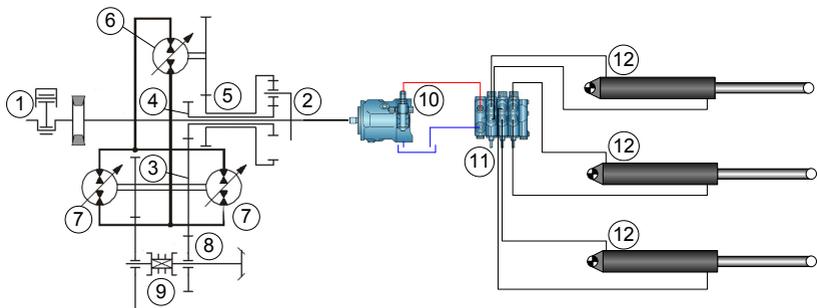
### 4.2 Elementare Systemstruktur des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen

In **Abbildung 4.8** ist schematisch das Antriebssystem eines Traktors mit leistungsverzweigtem Getriebe sowie angebautem Anbaugerät in Form von angedeuteten hydraulischen Verbrauchern dargestellt. Dieses soll im Folgenden zur Ableitung einer abstrakten Darstellung des Systems Traktor mit seinen Kopplungen zu seinem Anbaugerät im Speziellen und einer mobilen Arbeitsmaschine im Allgemeinen dienen. In Anlehnung an [51] gibt der Dieselmotor 1 seine durch Umwandlung der chemischen in mechanische Energie abgegebene Leistung in mechanischer Form über eine Antriebswelle auf den Steg 2 des Planetengetriebes und die Antriebswelle der hydraulischen Pumpe 10 ab. Der Steg 2 treibt dabei das Planetenrad an, welches wiederum mit dem Hohlrad 5 und dem Sonnenrad 4 verbunden ist. Das Sonnenrad 4 treibt das Zahnrad 3 an, welches direkt mit den Abtriebswellen der Hydromotoren 7 des hydrostatischen Getriebes verbunden ist und über das Zahnrad 8 und weiterer Übersetzungen direkt die Antriebsräder des Traktors antreibt. Das Hohlrad 5 wiederum treibt die Antriebswelle der Pumpe 6 des hydrostatischen Getriebes an. Bei Stillstand des Traktors ist die Pumpe 6 vollständig zurück- und die Hydromotoren sind vollständig ausgeschwenkt. Aufgrund des höheren (mechanischen) Widerstands bei stehendem Fahrzeug und zurückgeschwenkter Pumpe 6 wird das Hohlrad 5 nahezu widerstandslos – ausgenommen sind Reibung im Ge-

## 4.2 Elementare Systemstruktur des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen

triebe und der Pumpe – durch das Planetenrad 2 angetrieben, während das Sonnenrad 4 still steht.

Soll sich der Traktor über seine Antriebsräder in Bewegung setzen, so wird die Pumpe 6 ausgeschwenkt und es wird ein Ölstrom in dem hydrostatischen Getriebe von der Pumpe 6 zu den Motoren 7 gefördert. Diese beginnen sich zu drehen, wobei gleichzeitig über die Getriebestufe 3 das Sonnenrad 4 und der Abtrieb 8 mitbewegt werden. Soll sich die Geschwindigkeit des Fahrzeugs weiter erhöhen, so muss die Pumpe 6 weiter ausgeschwenkt werden. Erreicht sie ihren maximalen Schwenkwinkel, werden die Schwenkwinkel der Motoren 7 verringert, wodurch die Drehzahl des Abtriebs weiter erhöht werden kann. Das Druckgefälle über den Motoren 7 und somit auch über der Pumpe 6 steigt, wodurch das Widerstandsmoment an der Pumpe 6 und ebenso am Hohlrad 5 erhöht wird. Hierdurch wird nun bei sich erhöhender Drehzahl am Abtrieb 8 der durch das Sonnenrad 4 übertragene mechanische Leistungsanteil erhöht, bis die Motoren 7 vollständig zurückgeschwenkt sind und somit keine Leistung mehr über den hydraulischen Teil übertragen können. Die vom Dieselmotor 1 abgegebene Leistung für den Fahrtrieb wird nun vollständig mechanisch übertragen. Über die Kupplung 9 kann eine andere Getriebeübersetzung gewählt werden. Zudem wird über die gemeinsame Antriebswelle die Hydraulikpumpe 10 der Arbeitshydraulik mit Leistung versorgt. Über die hydraulischen Ventilsteuerblock 11 wird die Leistung an die jeweiligen Verbraucher 12 aufgeteilt und weitergeleitet.

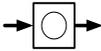
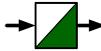


**Abbildung 4.8:** Schematische Darstellung des Antriebsstrangs eines Traktors basierend auf [61]

Bezogen auf die allgemeine Darstellung des Arbeitsumfelds und der Systemgrenzen einer mobilen Arbeitsmaschine nach **Abbildung 4.7** soll anhand der nun folgend vorgestellten abstrahierten Systemdarstellung des oben beschriebenen Beispielsystems eine systematische Zerlegung in Teilsysteme und Komponenten und deren Verkopplungen (Relationen) untereinander veranschaulicht werden. Die hierbei herauszuarbeitende Systemstruktur soll im weiteren Verlauf der Arbeit für ein allgemeines Ebenenmodell herangezogen werden, aus dessen Aufbau der Detaillierungsgrad des strukturbasierenden Ansatzes des Systemmodells hervorgeht. Hierfür ist es in diesem ersten Teil der Systemabstraktion wichtig, die einzelnen Teilelemente des Objekts abzugrenzen und für den Modellaufbau geeignete Teilsysteme und Komponenten sowie deren Strukturen zu erkennen und abzugrenzen. Dies erleichtert im Weiteren die Bildung von Ersatzelementen zur Modellvereinfachung.

Ausgehend von den Untersuchungen und Systemdarstellungen in der Arbeit von Wiesel [145] lassen sich die einzelnen Systemkomponenten und Strukturen in Prozesselemente in Form von konzentrierten Parametern unterschiedlicher Energieformen und untereinander den Prozesselementen kommunizierenden Flussgrößen ebenso unterschiedlicher Energieformen unterscheiden. Zudem besitzen heutige mechatronische bzw. domänenübergreifende Systeme sehr häufig Elemente mit Steuerungen, was eine Einteilung in passive und aktive Elemente notwendig erscheinen lässt. Die prozesselementbasierte Darstellung dient nach Schmidt [115] als eine zweckdienliche Beschreibungsform für die vorhandenen Leistungsflüsse (Energie-, Stoff- und Signalfluss) in technischen Systemen. In **Tabelle 4-1** werden die fünf allgemeingültigen Prozesselemente in Form von konzentrierten Parametern vorgestellt:

**Tabelle 4-1:** Symbole der Prozesselemente in Form von konzentrierten Parametern

Bezeichnung	Quelle	Senke	Speicher	Übertrager	Wandler
Symbol					

Das Prozesselement Quelle verfügt über keinen Eingang sondern idealerweise nur über einen Ausgang und gibt seine Energie aus einem unendlich großen Reservoir an die nachfolgenden bzw. angeschlossenen Prozesselemente ab. Eine reale verlustbehaftete Quelle kann durch eine zusätzliche Senke abgebildet werden. Im Gegensatz zu einer idealen Quelle besitzt eine Senke nur einen Eingang, jedoch keinen Ausgang. Eine Senke kann somit nur Energie aufnehmen, welche dem System bzw. den angeschlossenen Prozesselementen unwiderruflich entnommen wird und somit für weitere Umwandlungen und Übertragungen nicht mehr zur Verfügung steht. Speicher sind in der Lage sowohl Energie aufzunehmen (Eingang) als auch Energie wieder abzugeben (Ausgang), wobei diese auch (zwischen) gespeichert werden kann. Bei realen Speichern sind sowohl die Energieaufnahme als auch die Energieabgabe verlustbehaftet, so dass der eigentlich dem Speicher zugeführte Energiegehalt nicht wieder in das System abgegeben werden kann. Dieses Verhalten kann durch zusätzliche Übertragungselemente (Übertrager) abgebildet werden, welche die dem System entzogene (dissipierte) Energie in ideale Senken abführt.

Zudem können Speicher als Knotenelemente bzw. kapazitive Elemente verwendet werden. Hierin wird bei entsprechender Größe des Kapazitätswerts der Energiewert des kapazitiven Elements zwischengespeichert. Der zwischengespeicherte Wert stellt dabei die Zustandsgröße dar, welche durch das betrachtete Speicherelement abgebildet werden soll. Bei den zu speichernden Größen handelt es sich somit um Potentialvariablen nach [85] und [87] und der gespeicherten Energieform um potentielle Energie.

Als Übertragungselemente (Übertrager) können alle Elemente zusammengefasst werden, welche zur Bestimmung der Flussvariable ebenso nach [85] und [87] dienen. Hierunter zählen vor allem induktive Widerstände und dissipative Widerstände. Über dissipative Elemente fällt während der Änderung der sie durchfließenden Flussgröße eine der Änderung proportionale Potentialdifferenz ab. Bei den dissipativen Elementen führt ein irreversibler Vorgang zu einem unwiderruflichen Verlust an Energie, welche dem Gesamtsystem in der Folge nicht mehr zur Verfügung stehen kann. Ganz ohne Übertragungsverluste kommt jedoch der Wandler aus. Nach Wiesel [145] sind Wandler dadurch charakterisiert, dass sie eine Quantität in einer bestimmten Art bzw. Energieform aufnehmen und sie nach einer Wandlung der Quantität in eine andere Art bzw. Energieform abgeben. Ein möglicher Wandler kann beispielsweise die Stirnfläche des Kolbens eines hydraulischen Zylinders sein. An ihr wird der statisch wirkende Druck in eine Druckkraft und somit eine hydraulische

sche Potentialgröße in eine mechanische Flussgröße umgewandelt. Nach Lenk [86] stellt diese Form von Transformationsmechanismus ein Vierpol dar. Auf diese wichtigen Wandlungselemente wird im späteren Verlauf dieses Kapitels explizit eingegangen. Auch werden Varianten aufgezeigt und es erfolgt eine Vorstellung der bedeutenden Transformationsmechanismen.

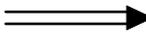
Schmidt [115] gibt durch eine farbliche Kennzeichnung der Prozesselemente eine Unterscheidungsmöglichkeit der unterschiedlichen Domänen. **Tabelle 4-2** gibt einen Überblick:

**Tabelle 4-2:** Energieformen der Prozesselemente am Beispiel einer Quelle

Energieform	Mechanisch	Hydraulisch	Elektrisch	Chemisch
Symbol				

Vor allem bei hydraulischen Systemen oder Teilsystemen macht eine weitere Einteilung der Flussgrößen in einen Energie- und einen Stofffluss bzw. einen Informationsfluss Sinn. Auch wenn neben dem Stofffluss immer auch ein Energiefluss zwischen den Prozesselementen vorherrscht, lässt sich eine eindeutige Abgrenzung der hydraulischen Systemelemente und deren Struktur realisieren. Eine Möglichkeit der Kennzeichnung bietet **Tabelle 4-3**:

**Tabelle 4-3:** Flussformen zwischen den einzelnen Prozesselementen

Flussform	Energie	Stoff	Information
Symbol			

Wie bereits beschrieben, bieten mechatronische Systeme häufig die Möglichkeit direkt auf eine Vielzahl von Prozesselementen und Teilsystemen zuzugreifen, daher kann nach Schmidt [115] in passive und aktive Elemente unterschieden werden, siehe **Tabelle 4-4**:

**Tabelle 4-4:** Typen von Prozesselementen

Elementtypen	passives Element	aktives Element
Symbol		

Somit wird in dieser Form der Darstellung von Systemstrukturen das Wesen heutiger moderner hydraulischer Antriebs- und Übertragungssysteme dargelegt, dass eine Vielzahl von Systemelementen bzw. Teilsystemen aktiv durch entsprechende Elemente angesteuert werden können. Zudem besitzen diese Teilsysteme bzw. Systemelemente ebenso die Möglichkeit über entsprechende Sensoren Werte von Systemzuständen an eine übergeordnete Steuerungsebene zu melden. Dies ist eine Grundvoraussetzung für moderne Antriebs- und Steuerungssysteme gezielt auf Betriebsgrößen zugreifen zu können, um zum einen Bearbeitungsergebnisse zu verbessern (Regelung der Position bzw. Geschwindigkeiten von Arbeitsausrüstungen und Anbaugeräten) oder entsprechende Teilsysteme bzw. Systemelemente so anzusteuern, dass ein energieeffizienterer Betrieb ermöglicht wird.

In **Abbildung 4.9** wird auf die in **Abbildung 4.8** abgebildete schematische Darstellung des Antriebssystems eines Traktors, bestehend aus Fahr- und Arbeitssystemen, zurückgegriffen. Hierbei wird eine Abstraktion des Systems in der Art durchgeführt, dass eine anschauliche und nachvollziehbare Zerlegung des betrachteten und abgegrenzten Gesamtsystems in Teilsysteme und Komponenten erfolgt und gegebenenfalls hier bereits Rückschlüsse auf die wirkenden Relationen der Teilelemente untereinander gezogen werden können. Hierfür dienen die in **Tabelle 4-1** bis **Tabelle 4-4** angegebenen Abstraktionselemente als Grundlage zum Aufbau einer elementaren Systemstruktur.

Über die Abgrenzung des Arbeitsumfelds und die eigentliche Systemgrenze werden Informationen bezüglich der Bedienvorgaben, der Energiezufuhr in das System und den Einflüssen aus der Umwelt und des abgegrenzten Umfelds der Maschine an die entsprechenden Systemelemente geleitet. Beispielhaft können dies die gewünschte Sollwertvorgabe der Abtriebsdrehzahl des angetriebenen Rades oder die Vorgaben der Zylindergeschwindigkeiten zur Verstellung der Elemente der Arbeitsausrüstung sein, in diesem Beispiel der Frontlader eines Traktors.

Die in das System eingebrachte Energie ist in Form von chemischer Energie des Diesels in einem entsprechenden Kraftstofftank gespeichert und dient im Folgenden als ideales Energiereservoir. Die Umwandlung des Dieselmotorkraftstoffs in mechanische Energie erfolgt über den Dieselmotor, wobei die umgewandelte mechanische Energie bzw. Leistung in einem ersten Zweig über die Abtriebswelle des Motors über ein Übersetzungsgetriebe an die Hydraulikpumpe der Arbeitshydraulik und über einem zweiten Zweig direkt über das Planetenrad bzw. des Stegs des Planetengetriebes aufgeteilt wird. Die Aufteilung der mechanischen Leistung erfolgt auf Grundlage der am Übersetzungsgetriebe und am Planetenrad bzw. am Steg wirkenden Belastungen, welche hauptsächlich aus den Übersetzungen des hydrostatischen Getriebes des leistungsverzweigten Getriebes und des wirkenden Pumpendrucks im Zusammenspiel mit den Volumenstromanforderungen der einzelnen hydraulischen Verbraucher der Arbeitshydraulik resultieren. Die Aufteilung der hydraulischen Leistung der Arbeitshydraulik in Form eines entsprechend angeforderten Volumenstroms geschieht in einem hydraulischen Steuerblock, wobei die Übertragungselemente hauptsächlich durch dissipatives Verhalten abgebildet werden und sich durch Veränderung der Widerstandswerte gemäß der Anforderung die Verbrauchervolumenströme aufteilen lassen. Über entsprechende Leitungen werden die relevanten hydraulischen Verbraucher, hier z.B. die hydraulischen Differentialzylinder des Frontladers, mit dem leistungsbehafteten Volumenstrom versorgt. Über eine mit Koppelmechanismen realisierte Verbindung zwischen den Zylindern und den Auslegergliedern erfolgt zuerst die Wandlung von hydraulischer in mechanische Leistung in den Zylindern und anschließend die Zusammenführung (Summation) der Leistungen durch die Koppelmechanismen bzw. die Gelenke der Glieder des Auslegers. Über die Frontladerschaufel erfolgt die Interaktion dieses Leistungspfades der Maschine mit den Elementen des Arbeitsumfelds.

Ähnlich verhält es sich mit der Leistungsübertragung des Fahrantriebs durch die Elemente des leistungsverzweigten Getriebes. Auch hier erfolgt eine Teilung bzw. eine Verzweigung des Leistungsflusses je nach wirkenden bzw. eingestellten Belastungen an den Getriebeelementen, vorrangig an den Elementen des hydrostatischen Getriebes. Je nach Verstellung der entsprechenden Schwenkwinkel dieser Einheiten wird ein großes Widerstandsmoment am Sonnenrad (Pumpe vollständig zurückgeschwenkt / Motor vollständig ausgeschwenkt) oder am Planetenrad (Pumpe vollständig ausgeschwenkt / Motor vollständig zurückgeschwenkt) erzeugt, wodurch letzten Endes der Leistungsfluss gesteuert und somit die Leistung für den hydraulischen und den mechanischen Pfad aufgeteilt werden. So erfolgt z.B. bei vollständig zurückgeschwenktem Hydraulikmotor der gesamte Leistungsfluss über

den mechanischen Teil des Getriebes, wodurch der Gesamtwirkungsgrad des Getriebes vor allem bei hohen Geschwindigkeiten gegenüber rein hydrostatischen Fahrtrieben erhöht werden kann. Die Summierung der beiden Leistungsflüsse erfolgt an der Abtriebswelle, an welche der Abtrieb des Hydraulikmotors und das Sonnenrad über eine zusätzliche Getriebeübersetzung fest miteinander verbunden sind. Letzten Endes erfolgt über die angetriebenen Räder die Interaktion dieses Leistungspfades der Maschine mit den entsprechenden Elementen des Arbeitsumfelds (i.d.R. Straße, Acker, etc.).

Die Umwandlung der Quantität bzw. der Qualität der oben beschriebenen Prozessgrößen erfolgt dabei in erster Linie durch Übertrager und Wandler. Dies stellt bei näherer Betrachtung zwar bereits eine gewisse Vereinfachung dar, jedoch kann auf Grund einer besseren Übersichtlichkeit und der Tatsache, dass die Speicherfähigkeit der meisten Knotenelemente (hydraulische Knoten in Schläuchen und Ventilen, Getriebewellen, etc.) relativ gering ist gegenüber der Speicherfähigkeit der Abtriebsselemente (Rad und reduzierte Trägheit des Fahrzeugs, Trägheit der Frontladerglieder, etc.), auf eine detaillierte Angabe aller Knoten- bzw. Speicherelemente in dieser die grundsätzliche Abstrahierung des Antriebssystems darstellende Abbildung verzichtet werden. Im Grunde spiegelt sich an dieser Stelle die Erfahrung des Konstrukteurs bzw. des Entwicklers wieder, die offensichtlichen Vereinfachungen im Sinne der Vernachlässigung derjenigen Knotenelemente zu treffen, deren Eigenwerte eine deutlich höhere Eigendynamik vermuten lassen als die langsamsten Eigenbewegungen des Gesamtsystems in einer Modellvorstellung mit konzentrierten Parametern. Da dieser Ansatz jedoch nicht immer zielführend sein muss, zeigt die Vorstellung des Dominanzmaßes nach Gleichung (3.58) in Abschnitt 3.3.1. Inhalt dieser Arbeit soll es demnach ebenso sein, eine mögliche Einteilung der Systemelemente eines hydraulischen Antriebs- und Steuerungssystems in der Art anzugeben, dass eine gezielte Reduzierung vernachlässigbarer Systemelemente zuverlässig während des Modellaufbaus ermöglicht werden kann.

In einem separaten Steuerungsblock werden die von außerhalb der Systemgrenze eingebrachten Bedienvorgaben innerhalb einer entsprechend auf die Anforderungen der Maschine und der Funktionserfüllung abgestimmten Betriebsstrategie in Sollwert- bzw. Stellgrößen umgewandelt und an die jeweiligen Steuerungsblöcke der steuerbaren Prozess- bzw. Systemelemente übergeben. Vom Aufbau her lässt sich auch in den Elementen der Prozesssteuerung ein gleicher Aufbau einer Struktur mit selbigen Prozesselementen finden.

#### 4 Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen

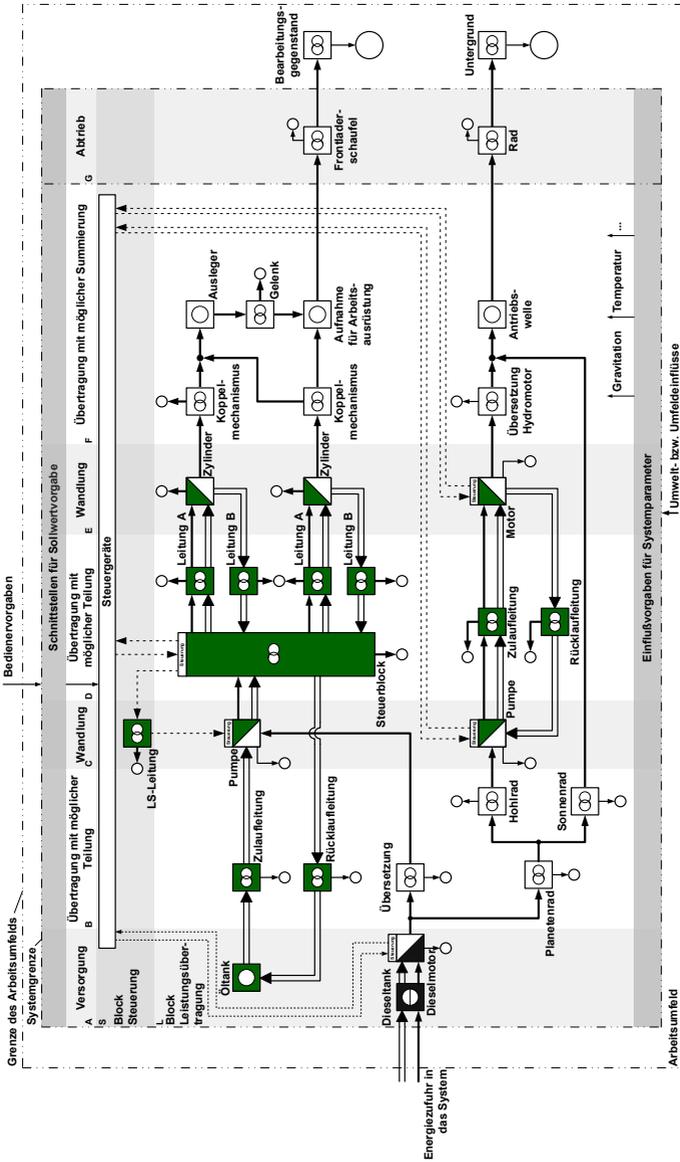


Abbildung 4.9: Elementare Systemstruktur des Antriebssystems am Beispiel Traktor

Zusammenfassend lassen sich stellvertretend aus der soeben betrachteten Abstraktion des Antriebssystems eines Traktors verschiedene Aussagen zu den elementaren Merkmalen der Struktur eines Antriebsstrangs von mobilen Maschinen formulieren. So wird eine in das System eingebrachte bzw. einzubringende Energie gespeichert und über verschiedene Stufen der Manipulation den eigentlichen Verbrauchern zur Verrichtung der vorgesehenen Arbeit zugeführt. Grob unterteilen lassen sich die verschiedenen Manipulationsstufen in einen generatorischen, einen konduktiven und einen motorischen Bereich. Der generatorische Bereich lässt sich vor allem in der Versorgungsstufe ausmachen. Hier wird das System mit seiner primären Energie (z.B. Dieseldieselfkraftstoff mitsamt seiner Speicherung) versorgt, wobei sich auch sekundäre Energieträger mitsamt ihren physischen Speicherelementen dieser Stufe zuordnen lassen können.

Dem konduktiven Bereich lassen sich meist alle Wandlungs- und Übertragungsstufen zur Steuerung bzw. Leitung des Leistungsflusses zu den eigentlichen Verbrauchern einordnen. Hierzu zählt zum einen die hydraulische Wegeventilanordnung zur Versorgung der hydraulischen Zylinder. Hier lässt sich die Funktion genau nach der Definition eines leitfähigen Teilsystems ableiten. Bei der Einteilung des leistungsverzweigten Getriebes kann eine genau abgrenzbare Einteilung in dieser Form nicht geschehen. Zum einen dient zwar das hydrostatische Zwischengetriebe zur Steuerung des Leistungsflusses des Fahrtriebs und bildet somit die Leitfähigkeit des Teilsystems *leistungsverzweigtes Getriebe* ab. Jedoch verhält sich die hydrostatische Pumpe wie ein generatorisches Element, sie wandelt demnach Leistung von einer physikalischen Domäne in die Leistung einer anderen Domäne und stellt sie anschließend dem weiteren (Sub)System zur Verfügung. Bei motorischen Elementen verhält es sich umgekehrt, zwar wandeln sie ebenfalls die Leistung von einer Domäne in eine andere, jedoch erfolgt die Übertragung in der Regel an ein Abtriebsselement des (Sub)Systems. Konduktive Elemente wandeln keine Leistung von einer in eine andere Form, sondern übertragen, teilen und vereinen Leistungen in Abhängigkeit der wirkenden Widerstände. Diese Einteilung kann demnach ebenso als eine mögliche Abgrenzung von (Sub)Systemen herangezogen werden.

Eine Summierung der verteilten Leistungen muss nicht zwingend innerhalb der festgelegten Systemgrenze erfolgen. Da mobile Maschinen häufig gleichzeitig fahren und mit unterschiedlichen Anbaugeräten und Arbeitsvorrichtungen Arbeit verrichten und somit Leistung auch über die Systemgrenzen übertragen, kann sehr häufig eine Summierung auch außerhalb der Systemgrenzen, jedoch innerhalb des

ebenso abgegrenzten Arbeitsumfelds, erfolgen. Innerhalb des Arbeitsumfelds der Maschine bleibt der Energieinhalt erhalten, wenn die in das System eingebrachte Energie bzw. Leistung zu einem großen Teil in Arbeit an den Kopplungen zwischen Systemgrenze und Arbeitsumfeld umgewandelt wurde. Die in den Systemelementen entstehenden Verlustleistungen werden in der Regel in Form von irreversibel umgewandelter Wärmeenergie an das Arbeitsumfeld abgegeben.

Nachdem im vorigen Abschnitt dieser Arbeit der Sachverhalt der eigentlichen Systemabgrenzung vorgestellt wurde, beschäftigen sich auf diesen Ergebnissen aufbauend die Ausführungen des soeben beschriebenen Teilabschnitts mit der Darstellung einer grundlegenden System- und Funktionsstruktur mit der Angabe einer gleichzeitigen Möglichkeit der Abgrenzung einzelner Subsysteme, aus denen sich bereits erste Aussagen zu den Wirkmechanismen des Antriebs- und Übertragungssystems ableiten lassen können. Hier zeigt sich vor allem, dass die Umsetzung der in das System eingebrachten Leistung vollständig über die Umwandlung in Energieformen unterschiedlicher physikalischer Domänen erfolgt. Bei dem gewählten Beispiel sind dies im Hauptleistungszweig die Umwandlung von chemisch-thermischer in mechanische Energie und der anschließende Wandel von mechanischer in hydraulische Energie. Zählt man die Wandlungen im Neben- oder auch Steuerleistungszweig mit, erfolgen sehr häufig Umwandlungen von mechanischer in elektromagnetische Leistung mitsamt der Rückwandlung von elektromagnetischer in wiederum mechanische Energie. Die Aufteilung und Summierung von Flussgrößen (Moment und Volumenstrom in obigem Beispiel) erfolgt in erster Linie im konduktiven Bereich, also in einem Bereich in dem es keine Domänenumwandlung gibt und die Flussgrößen durch Änderung bzw. Anpassung von Widerständen erfolgt. Dies legt den Schluss nahe, dass für die mathematische Darstellung des Systemverhaltens eine domänenübergreifende Beschreibungsform gewählt werden kann, mit der sich die Wirkmechanismen von Übertragungs- und Speicherelementen mit den gleichen mathematischen Formulierungen beschreiben lassen. Ein großer Wert wird hierbei auf die Formulierung der Wandlungselemente gelegt, da diese die Verknüpfungen der einzelnen Domänen darstellen. Der nächste Abschnitt dieser Arbeit gibt einen Einblick in eine für die mathematische Formulierung der Wirkmechanismen von mobilen Maschinen sinnvolle domänenübergreifende Beschreibungsform.

## 4.3 Ganzheitliche Beschreibungsform der Wirkbeziehungen

In mobilen Arbeitsmaschinen nach dem heutigen Stand der Technik finden sich Komponenten und Teilsysteme, deren Wirkmechanismen auf Übertragungen und Wandlungen von Leistungen unterschiedlicher physikalischer Prinzipien beruhen. **Abbildung 4.10** zeigt beispielhaft eine Darstellung dieser sehr häufig anzutreffenden physikalischen Prinzipien. Klassischerweise stellen Komponenten, welche nach hydraulischen und mechanischen Wirkprinzipien arbeiten, den Großteil der an der Verrichtung von Arbeit beteiligten Subsysteme des Antriebs- und Übertragungssystems einer mobilen Arbeitsmaschine dar. Das liegt zum einen an dem Charakter hauptsächlich mechanische Arbeit zu verrichten und der großen Kraftdichte hydraulischer Komponenten bezogen auf ihr Außenvolumen.



**Abbildung 4.10:** Physikalische Prinzipien in mobilen Arbeitsmaschinen

Im zunehmenden Maße lassen sich jedoch immer mehr Komponenten finden, welche nach den physikalischen Wirkprinzipien der Domänen Elektrik (Elektronik) und Magnetik arbeiten. Sieht man einmal von den elektrischen Teilsystemen des Antriebsmotors (Lichtmaschine, Anlasser, Steuergeräte, etc.) und der Beleuchtungsanlage ab, ziehen immer mehr elektrische und vor allem elektronische Bauteile in das Gesamtsystem des Antriebssystems einer mobilen Maschine ein. So werden zum Beispiel bei Traktoren schon seit vielen Jahren elektrisch bzw. elektrohydraulisch betätigte Ventile zur Steuerung der hydraulischen Verbraucher eingesetzt.

Dies bietet zum einen den Vorteil eines einfacheren Aufbaus in der Fahrerkabine durch die freie Wahl der Platzierung der Bedienelemente und zum anderen lassen sich durch elektronische Mess- und Regelprinzipien beispielsweise Verbesserungen hinsichtlich der Volumenstromeingangsgenauigkeit oder Verbesserungen von Komfort- und Sicherheitsfunktionen erreichen (z.B. aktive Schwingungskompensation des Heckhubwerks bei Straßenfahrt mit schwerem Anbaugerät), als dies mit rein mechanischer bzw. hydromechanischer Ansteuerung der hydraulischen Steuerungen möglich wäre.

Sollte sich der Trend der Hybridisierung [132] und der Elektrifizierung ([66], [68], [150]) von mobilen Arbeitsmaschinen weiter fortsetzen, kann mit einer gesteigerten Verwendung von elektrisch angesteuerten hydraulischen Verbrauchern und dem verstärkten Einsatz von direkt elektrisch angetriebenen Verbrauchern gerechnet werden. Diese Umstände rechtfertigen eine Einführung einer ganzheitlichen Beschreibungsform zur mathematischen Modellbeschreibung für eine spätere Ebenendarstellung zur Modellvereinfachung.

### **4.3.1 Einführung eines abstrakten Netzwerks zur Modellbeschreibung von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen**

Nach Beater [4] als auch nach Lenk [86] besteht die Möglichkeit die gesamte Modellstruktur eines technischen Systems mit ihren unterschiedlichen physikalischen Wirkprinzipien in einem Netzwerk oder einem Blockschaltbild schematisch darzustellen und somit eine einheitliche Beschreibungsform anzustreben. Dies bietet die Vorteile, dass die einzelnen Wirkmechanismen in den unterschiedlichen physikalischen Domänen ähnlich erfasst und dargestellt werden können, sowie einer besseren Vergleichbarkeit der Strukturen von Subsystemen unterschiedlicher Domänen. Im Sinne von späteren Vereinfachungsmöglichkeiten bieten sich weitere Vorteile hinsichtlich des Aufstellens der mathematischen Beziehungen und der Übertragbarkeit auf ähnlich aufgebaute Teilsysteme unterschiedlicher physikalischer Domänen an. Grundsätzlich lässt sich das dynamische Verhalten vieler realer technischer Systeme mit der gleichen mathematischen Struktur beschreiben. Nach Lenk [86] besteht eine strukturelle Gleichheit zwischen den unterschiedlichen physikalischen Prinzipien hinsichtlich der Beziehungen zwischen den Koordinaten, welche den Zustand eines Systems beschreiben, als auch hinsichtlich der Topologie der

Schemata. Mit den von Lenk getroffenen Aussagen und Erkenntnissen lässt sich ein *abstraktes lineares Netzwerk* einführen, wobei die beschriebenen Aussagen und ermittelten Beziehungen mit Einschränkung auch auf allgemeine nichtlineare Systeme – abstraktes Netzwerk – übertragen werden können. Es ergeben sich somit Vorteile in der Erfassung und der Beschreibung der Struktur dynamischer Systeme sowie in Folge eindeutiger Relationen die Möglichkeit, alle Ergebnisse der elektrischen Netzwerktheorie auf ein solches abstraktes Netzwerk zu übertragen. Dies sind zum Beispiel die Kirchhoff'schen Knoten- und Maschensätze sowie die Vierpoltheorie zur Kopplung zweier Strukturen unterschiedlicher physikalischer Prinzipien bzw. zur Beschreibung des Ein- und Ausgangsverhaltens bei komplexen Zusammenhängen.

Im Folgenden werden die Größen und Elemente eines abstrakten Netzwerks eingeführt, welche zur Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens zwingend notwendig sind. Hierbei handelt es sich vor allem um die Größen und Elemente, welche den Zustand eines Systems beschreiben. Dies sind zum einen die Differenz- bzw. Potentialkoordinaten und zum anderen die Flusskoordinaten. In der weiteren Beschreibung schließen sich die die Zustandskoordinaten bestimmenden konduktiven Elemente an, wobei hier in induktive, kapazitive und dissipative Elemente unterschieden werden kann. Um den Energieein- und -abtrag an den (Teil)Systemgrenzen beschreiben zu können, werden zusätzlich zwei Arten von Quellen und Senken eingeführt (Potential- und Flussquellen). Zur vollständigen Systembeschreibung erfolgt weiterhin die Einführung von zwei Transformationsmechanismen, welche die Kopplungs- und Umwandlungsbeziehungen zwischen den Zustandskoordinaten der unterschiedlichen physikalischen Domänen beschreiben.

#### **Differenzkoordinaten**

Differenzkoordinaten geben die Differenz zweier skalarer Größen zwischen den Endpunkten eines Elements an. Hierbei handelt es sich vordergründig um die in Kapitel 3.1.2 bereits vorgestellten Speichergrößen eines Systems, da sie den Zustand genau beschreiben und in der Regel durch Integratoren bzw. durch die Integration der sie durchsetzenden Flussgrößen ausgedrückt werden können. In der Darstellung in der Form eines abstrakten Netzwerks nach Lenk [86], wird die Differenzkoordinate verallgemeinert als  $\mu$  eingeführt. Hierbei stellen in den einzelnen betrachteten physikalischen Disziplinen die folgenden Größen Differenzkoordinaten im Sinne des abstrakten Netzwerks dar:

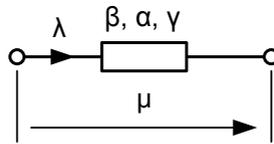
$\mu$	{	$u$ – Spannung bzw. Potentialdifferenz	(Elektrik)
		$v$ – Geschwindigkeit	(Mechanik)
		$p$ – Druck	(Hydraulik)
		$\Theta$ – Durchflutung / magn. Spannung	(Magnetik)

### Flusskoordinaten

Flusskoordinaten durchsetzen ein Systemelement von ihrem Wert her unverändert. Dies bedeutet, dass sie an den beiden Endpunkten eines Elements den gleichen Wert besitzen. Flusskoordinaten sorgen während des Flusses für den Abfall des Wertes einer Differenzkoordinate über das jeweilige Element. Folgende Darstellung gibt einen Überblick über die existierenden Flusskoordinaten der in dieser Arbeit betrachteten physikalischen Disziplinen:

$\lambda$	{	$i$ – elektrischer Strom	(Elektrik)
		$F$ – Kraft (auch Moment)	(Mechanik)
		$Q$ – Volumenstrom	(Hydraulik)
		$\dot{\Phi}$ – Zeitgradient des magn. Flusses	(Magnetik)

Die soeben vorgestellten Zustandskoordinaten werden durch drei verschiedene Systemelemente bestimmt. Die größte Unterscheidung betrifft hierbei das Zeitverhalten des Werts der Differenzgröße in Abhängigkeit der das Element durchsetzenden Flussgrößen. **Abbildung 4.11** zeigt eine allgemeine Darstellung eines abstrakten Elements in Form eines elektrischen Ersatzelements. Lenk [86] verwendet in seiner Darstellung zur Beschreibung der mathematischen Modellstrukturen generell elektrische Ersatzschaltbilder, da sich die aus der Elektrotechnik bekannten Formulierungen sehr schnell auf die durch Ersatzschaltbilder entstandenen Modelle anderer physikalischen Disziplinen übertragen lassen. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit an dieser Form der Darstellung festgehalten, wenn im späteren Verlauf eine allgemeine Modellstruktur des Antriebssystems abgeleitet wird.



**Abbildung 4.11:** Allgemeine Darstellung eines abstrakten Elements

In **Abbildung 4.11** wird das Ersatzelement mit den Parametern  $\beta$ ,  $\alpha$  oder  $\gamma$  (richtet sich nach Art des Elements) von der bereits beschriebenen Flusskoordinate  $\lambda$  durchflossen. Über dem Element fällt hierdurch verursachte die Differenzkoordinate  $\mu$  ab. Im Folgenden werden die einzelnen Elemente näher beschrieben:

### Kapazitive Elemente

In kapazitiven Elementen werden Erhaltungsgrößen (Integrale der Flusskoordinaten - Volumen (Hydraulik), Impuls (Mechanik), Ladungen (Elektrik), magnetischer Fluss (Magnetik)) gespeichert, nachdem sich eine Differenz aller relevanten ein- und ausfließenden Flussgrößen gebildet hat. Gleichung (4.1) zeigt das grundlegende mathematische Verhalten.

$$\mu = \int \frac{1}{\beta} \cdot \lambda \cdot dt \quad (4.1)$$

**Abbildung 4.12** stellt die Analogie der kapazitiven Grundelemente zwischen den einzelnen physikalischen Disziplinen dar. So wird beispielsweise in der Hydraulik der Druck über die Änderung des Volumens in einem abgegrenzten Knoten bestimmt. Alle in einem Zeitintervall in eine hydraulische Kapazität fließenden und aus einer hydraulischen Kapazität herausfließenden Volumenströme werden bilanziert und der resultierende Volumenstrom nach der Zeit integriert. Der Druckunterschied zu einem vorhergegangenen Zeitschritt in diesem Knoten bestimmt sich aus der Differenz des Volumens gegenüber des Volumens im vorhergegangenen Zeitabschnitts und der Elastizität des Volumens (Wert der Kapazität bzw. Speicherfähigkeit). In den physikalischen Disziplinen Mechanik und Elektrik werden die resultierenden Flussgrößen Kraft (wirkt auf eine Masse) und elektrischer Strom (fließt in einen Kondensator) zu den Integralgrößen mechanischer Impuls und elektrische Ladung integriert.

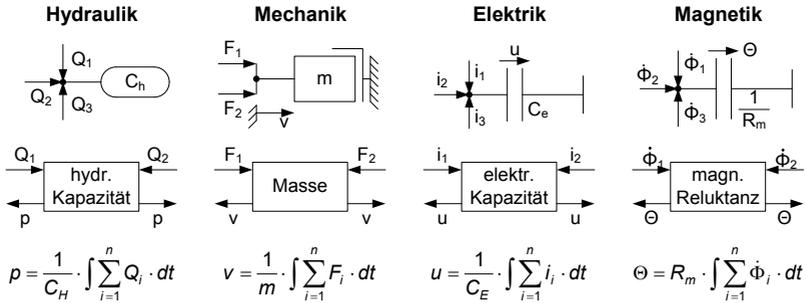


Abbildung 4.12: Analogie der kapazitiven Grundelemente (angelehnt an [85] und [87])

Über die Werte der die Speicherfähigkeit ausdrückenden Größen Trägheit und Kapazität kann wiederum auf die Änderung der Differenzgrößen Geschwindigkeit und Spannung geschlossen werden. In der Magnetik wird zur Beschreibung des kapazitiven Verhaltens nach [87] die zeitliche Ableitung des magnetischen Flusses  $\dot{\phi}$  als neue Größe eingeführt. Sie dient im Gegensatz zur der allgemein üblichen Beschreibung mit dem magnetischen Fluss  $\Phi$ , wie sie zum Beispiel in [129] zu finden ist, als Flusskoordinate sowie als Koppelgröße in ein Netzwerk aus der physikalischen Disziplin Elektrik. Ein weiterer Vorteil liegt in der Nutzung von kapazitiven Elementen in der Modellbeschreibung, wodurch dieses Modellierungskonzept von sich aus bereits Knotenelemente mitbringt.

### Induktive Elemente

Während der Änderung einer Flussgröße über der Zeit fällt an induktiven Elementen eine der zeitlichen Änderung proportionale Potentialdifferenz ab. Gleichung (4.2) beschreibt das grundlegende mathematische Verhalten eines allgemeinen induktiven Elements. Ändert sich die Flussgröße nach der Zeit, wird die in der Bewegung gespeicherte Energie in Form einer (kurzzeitigen) Potentialerhöhung umgewandelt.

$$\mu = \alpha \cdot \dot{\lambda} \tag{4.2}$$

Abbildung 4.13 stellt die Analogie der induktiven Grundelemente zwischen den einzelnen physikalischen Disziplinen dar. Nach [85] bilden die induktiven Elemente einen Teil der Maschenelemente zur Beschreibung des Modellaufbaus mittels abstrakten Netzwerken. Durch die anliegende Potentialdifferenz der an den Enden des

induktiven Elements wirkenden Differenzkoordinaten und dem Wert der Speicherefähigkeit kann durch zeitliche Integration direkt auf die dieses Element durchdringende Flussgröße geschlossen werden. So bewirkt der Druckunterschied an den Enden einer definierten Ölmasse für eine Beschleunigung ebendieser, wodurch sich nach zeitlicher Integration der Ölstrom bestimmen lässt.

Gleichsam verhält es sich mit den Elementen der mechanischen und elektrischen Teildisziplinen. Eine Ausnahme bildet wiederum das Element der Disziplin Magnetik. Da es in der Formulierung nach [87] kein induktives Element gibt, bei dem durch die zeitliche Änderungsrate der Flussgröße eine Potentialänderung erfolgt (Ummagnetisierungseffekte werden durch dissipative Widerstände beschrieben), wird dem speicherfähigen Maschenelement wiederum der Kondensator zugeordnet. In diesem Fall wird er jedoch nur von einer einzigen Flussgröße durchflossen, welche abhängig ist von den an seinen Enden anliegenden Potential- bzw. Differenzkoordinaten.

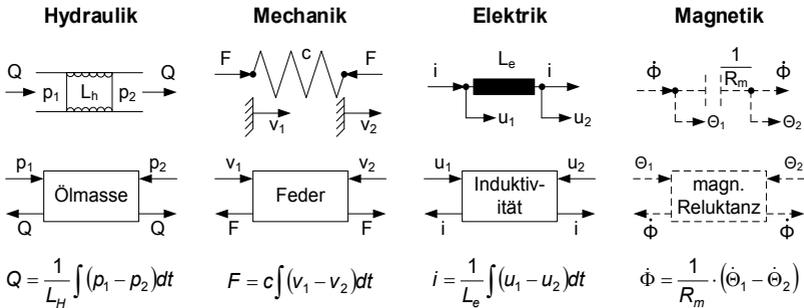


Abbildung 4.13: Analogie der induktiven Elemente (angelehnt an [85] und [87])

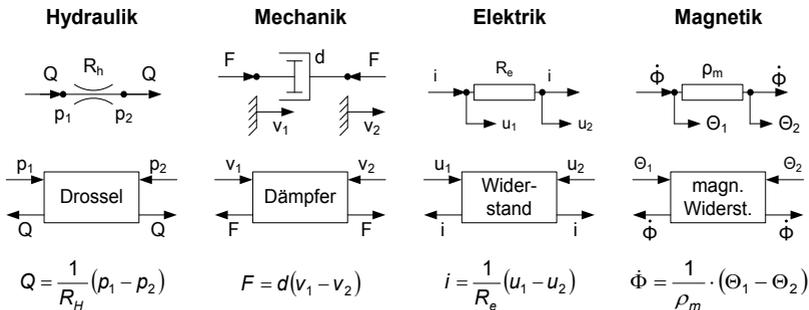
### Dissipative Elemente

In dissipativen Elementen findet ein irreversibler Vorgang statt, bei dem Energie unwiderruflich umgewandelt wird und somit nicht mehr dem abgegrenzten System zur Verfügung stehen kann. Ein Austausch findet nur in Richtung von der Systemgrenze in das Arbeitsumfeld statt. Die über dem Element umgesetzte Flussgröße bewirkt eine direkt proportionale Änderung der Differenz der Potentialgrößen an

den Enden des dissipativen Elements. Gleichung (4.3) beschreibt das grundlegende mathematische Verhalten eines dissipativen Elements

$$\mu = \gamma \cdot \lambda \tag{4.3}$$

**Abbildung 4.14** stellt die Analogie der dissipativen Grundelemente zwischen den einzelnen physikalischen Disziplinen dar. Die dissipativen Elemente bilden unter anderem nach [85] die zweite Gruppe der Maschenelemente eines abstrakten Modells zur Beschreibung des Verhaltens dynamischer Systeme. Sie speichern im Gegensatz zu den kapazitiven und induktiven Elementen keine Energie, sondern wandeln sie irreversibel zumeist in Wärme um. Aus diesem Grund werden sie auch häufig zur Stabilisierung des Betriebsverhaltens sowie zur Schwingungsminderung eingesetzt (Vergleiche Dämpfungsblenden in hydraulischen Systemen und Dämpfer zum Beispiel bei Kraftfahrzeugen). Wiederum am Beispiel eines hydraulischen Elements lässt sich die Wirkungsweise anschaulich beschreiben. Auf Grund der anliegenden Druckdifferenz (Differenz der Potentialkoordinaten) an den beiden Klemmen fließt ein vom Öffnungsquerschnitt der resultierenden Blendenfläche abhängiger Ölvolumenstrom durch das Element. Durch eine Änderung des Blendenquerschnitts kann der Widerstand modifiziert und somit der Ölvolumenstrom variiert werden. Ähnlich verhält es sich mit den Elementen der physikalischen Domänen Elektrik und Mechanik. Auch hier werden die Flussgrößen durch Änderung der Widerstände angepasst. In der physikalischen Disziplin Magnetik sind im magnetischen Widerstand vor allem die aus der Potentialänderung hervorgehenden Wirbelströme und Ummagnetisierungseffekte (Hysterese) zusammengefasst.

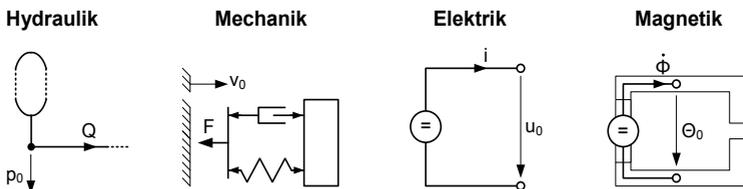


**Abbildung 4.14:** Analogie der dissipativen Elemente (angelehnt an [85] und [87])

**Potentialquellen**

An den Klemmen einer idealen Potentialquelle wirkt unabhängig von der sie durchfließenden Flussgröße  $\lambda$  die Potentialdifferenz  $\mu_0$ . **Abbildung 4.15** stellt die idealen Potentialquellen der in dieser Arbeit betrachteten physikalischen Domänen dar. In der Hydraulik kann dies beispielsweise ein Speicher mit unendlich großer Kapazität sein oder ein unendlich großes Tankreservoir mit definierter Füllhöhe. In der Mechanik stellt die Vorgabe der Geschwindigkeit bzw. der Relativgeschwindigkeit an den Enden der Maschenelemente eine Potentialquelle dar. Als Beispiel kann hier die Aufhängung eines idealisierten Rades eines KFZ ohne Masse aufgeführt werden, welches das Höhenprofil des Bodens in Form einer Geschwindigkeit in vertikaler Fahrzeughachse dem Feder-Dämpfer-Kinematik-System des KFZ aufprägt.

Als eine klassische Potentialquelle der Elektrik kann die elektrische Batterie in Form einer idealen Kapazität angesehen werden. Aber auch ein elektrischer Generator erzeugt an seinen Anschlussklemmen eine elektrische Spannung, welche dem nachfolgendem System aufgeprägt werden kann. Die durch eine Spulenwicklung in einem magnetisch leitenden Medium hervorgerufene magnetische Durchflutung ist eine Quelle der Potentialgrößen eines Netzwerks der Domäne Magnetik. Den Anspruch einer weiteren Potentialquelle in der Magnetik nehmen Dauermagnete ein.



**Abbildung 4.15:** Ideale Potentialquellen unterschiedlicher physikalischer Domänen

**Flussquellen**

Ideale Flussquellen liefern unabhängig von der an ihren Klemmen anliegenden Differenzgröße  $\mu$  die Flussgröße  $\lambda_0$ . **Abbildung 4.16** stellt die idealen Flussquellen der in dieser Arbeit betrachteten physikalischen Domänen dar.

Die klassische Flussquelle in der Hydraulik wird von der hydraulischen Pumpe verkörpert. Diese gibt es in verschiedenen Ausprägungen, jedoch ist allen Pumpen verschiedener Bauarten gemein, einen Ölstrom auf Grundlage des Verdrängerprinzips von einem Potential zu einem anderen Potential zu fördern. In der physikalischen Domäne Mechanik kann beispielsweise das Einprägen einer konstanten Gewichtskraft eine Flussquelle darstellen. Möglich ist es aber auch unter bestimmten Umständen Reibungskräfte den Flussquellen zuzuordnen.

In der Teildisziplin Elektrik zählt die Flussquelle zu den idealisierten Elementen, da ohne das Anlegen einer Spannung in der Regel auch kein elektrischer Strom fließen kann. Ausnahmen bilden hier gegebenenfalls ideale Modellvorstellungen von Elementen aus der Elektronik, welche sich aus den bekannten und hier vorgestellten Ersatzelementen abbilden lassen. Als eine mögliche Flussquelle in der Magnetik kann die zeitliche Ableitung des magnetischen Flusses angegeben werden, welche beispielsweise nach dem Trennen der magnetischen Spannung (Durchflutung) weiterhin im Magnetkreis verbleibt. Idealisiert kann hier die Remanenzflussdichte als eine Art Offset aufgefasst werden.

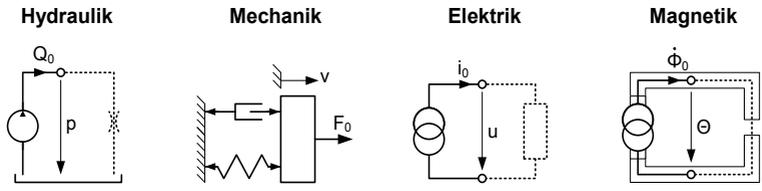


Abbildung 4.16: Ideale Flussquellen unterschiedlicher physikalischer Domänen

Die vorgestellten Potential- und Flussquellen sind in der Regel nur ein ideales Abbild der Realität. Reale Potentialquellen sind in den meisten Fällen immer von den sie durchfließenden Flussquellen abhängig. So nimmt beispielsweise in der Hydraulik der Druck eines Speichers ab, wenn in Summe ein größerer Ölstrom aus ihm herausfließt. Begründet ist dieses Verhalten mit der endlichen Kapazität bzw. Aufnahmefähigkeit dieses Speicherelements. In der Elektrik besitzen Batterien einen Innenwiderstand, wodurch bei Abnahme eines elektrischen Stroms die Spannung an den Klemmen in Abhängigkeit der Last abnimmt. In der Magnetik können

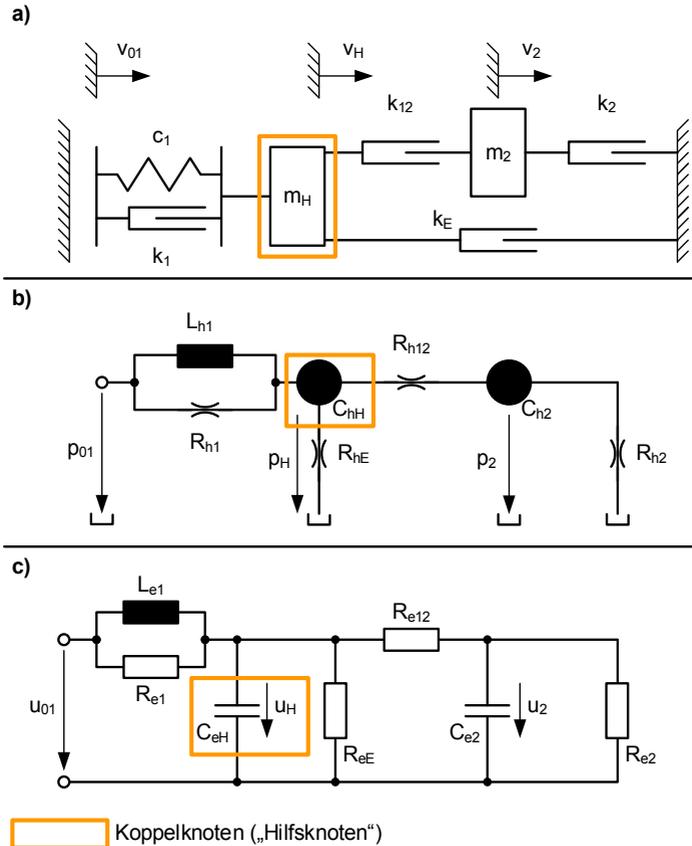
Streuflüsse direkt an der Spule die tatsächliche in dem magnetisch leitenden Werkstoff des Elektromagneten wirkende magnetische Durchflutung beeinträchtigen.

Reale Flussquellen sind unter wirklichkeitsnahen Bedingungen sehr häufig abhängig von den an ihren Klemmen anliegenden Potentialgrößen bzw. Differenzkoordinaten. So erhöhen sich zum Beispiel in hydraulischen Pumpen die internen Leckagen an Dichtspalten von der Hochdruck zur Niederdruckseite. Umso größer diese anliegende Druckdifferenz ist, desto höher fallen auch die Leckageölströme aus, wodurch dieser Verlustölstrom nicht dem eigentlichen Pumpenölstrom zur Verfügung stehen kann. **Abbildung 4.17** stellt exemplarisch die Analogien der Wirkbeziehungen anhand einfacher Netzwerke aus der Mechanik, Hydraulik und Elektrik dar.

Für die Darstellung wurden diese Teildisziplinen ausgewählt, da sich die das grundsätzliche dynamische Betriebsverhalten beschreibende mathematische Struktur der Wirkmechanismen in einer modellhaften Beschreibung mit konzentrierten Parametern nahezu durch dieselben Formulierungen ausdrücken lässt. Beispielhaft steht hierfür eine mechanische Struktur (Figur a) in **Abbildung 4.17**, in welcher einem parallel geschaltetem Feder-Dämpfer-Element eine Geschwindigkeit  $v_{01}$  aufgeprägt wird (Potentialquelle). Durch eine Geschwindigkeitsdifferenz am gegenüber liegenden Ende des Elements wirkt eine Kraft auf ein Koppellement  $m_H$ , welches die Feder-Dämpfer-Einheit mit jeweils zwei anderen Dämpferelementen verbindet. In dem Koppellement  $m_H$  wird die Masse der mit ihr verbundenen Elemente zusammengefasst. Über das Dämpferelement  $k_{12}$  ist das Koppellement  $m_H$  mit der Masse  $m_2$  verbunden, welche sich über das Dämpferelement  $k_2$  an einem Inertialsystem abstützt.

Übertragen auf ein hydraulisches Netzwerk ergibt sich die in Figur b) der **Abbildung 4.17** dargestellte Struktur. Der Koppelknoten  $C_{HH}$  wird hierbei durch die beiden parallel verschalteten Maschenelemente einer hydraulischen Induktivität (Ölmasse) und eines hydraulischen Widerstands (Drossel) gefüllt. Der diese Elemente durchfließende Volumenstrom ergibt sich aus der an ihren Klemmen anliegenden Potentialdifferenz aus dem Eingangsdruck  $p_{01}$  und dem Druck  $p_H$  im Knoten  $C_{HH}$ . Dieser Knoten ist weiterhin über den Widerstand  $R_{HE}$  mit dem Tankreservoir sowie über den Widerstand  $R_{H12}$  mit der hydraulischen Kapazität  $C_{H2}$  verbunden, deren angeschlossener Widerstand  $R_{e2}$  wiederum eine Verbindung zum Tankreservoir herstellt. Strukturbezogen unterscheiden sich das hydraulische Netzwerk und das elektrische Netzwerk (Figur c) in **Abbildung 4.17** nur an der anderen Darstellung

der Widerstände und dem Austausch der hydraulischen Knoten durch elektrische Kondensatoren.



**Abbildung 4.17:** Gegenüberstellung einfacher Netzwerke der Mechanik (a), der Hydraulik (b) und der Elektrik (c) zur Veranschaulichung der analogen Wirkbeziehung

Für alle drei in **Abbildung 4.17** gezeigten Netzwerke gelten dieselben Gleichungen zur Bestimmung ihrer Zustände (siehe Gleichungen (4.4) und (4.5)):

$$\dot{\mu}_H = \frac{1}{\beta_H} \left[ \frac{1}{\alpha_1} \int (\mu_{01} - \mu_H) \cdot dt + \frac{1}{\gamma_1} \cdot (\mu_{01} - \mu_H) - \frac{1}{\gamma_E} \cdot \mu_H - \frac{1}{\gamma_{12}} \cdot (\mu_H - \mu_2) \right] \quad (4.4)$$

$$\dot{\mu}_2 = \frac{1}{\beta_2} \left[ \frac{1}{\gamma_{12}} \cdot (\mu_H - \mu_2) - \frac{1}{\gamma_2} \cdot \mu_2 \right] \quad (4.5)$$

Dabei gelten für die abstrahierten Parameter und Zustandsgrößen die folgenden Zusammenhänge:

$$\mu_{01,H,2} = [v, p, u]_{01,H,2} \quad (4.6)$$

$$\beta_{H,2} = [m, C_h, C_e]_{H,2} \quad (4.7)$$

$$\alpha_1 = \left[ \frac{1}{c}, L_h, L_e \right]_1 \quad (4.8)$$

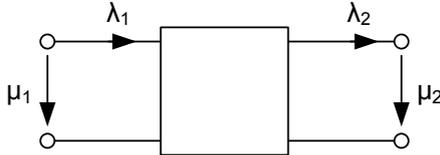
$$\gamma_{1,E,12,2} = \left[ \frac{1}{k}, R_h, R_e \right]_{1,E,12,2} \quad (4.9)$$

An den soeben aufgeführten Gleichungen lässt sich die Gleichheit der mathematischen Struktur zwischen den Netzwerken jeweils unterschiedlicher physikalischer Disziplinen zeigen. Die Bestimmung ihrer Zustandsgrößen erfolgt entsprechend für alle Domänen über die Integration der Bilanzgleichungen an ihren Knotenelementen. Zudem geben die Knotenelemente die Ordnung des Differentialgleichungssystems und somit die Anzahl der auszuwertenden Gleichungen an. Da sich im Grunde alle Elemente und Strukturen unterschiedlicher physikalischer Domänen sehr einfach in die Form eines elektrischen Netzwerks übertragen lassen, wird in der laufenden Arbeit eine einheitliche Darstellungsweise angestrebt, in der aus Gründen der Übersichtlichkeit und besseren Nachverfolgbarkeit alle vorgestellten Strukturen in Form von elektrischen Netzwerken dargestellt werden.

### 4.3.2 Transformationsmechanismen in abstrakten Netzwerken

Ein wichtiges Beschreibungselement bei der Anwendung von abstrakten Netzwerken bilden die Transformationsmechanismen. Vor allem in domänenübergreifenden Systemen kann mit ihnen anschaulich eine Beschreibungsform der Kopplungs- und

Umwandlungsmechanismen zwischen den Potential- und Flusskoordinaten der jeweils angrenzenden Teilsysteme unterschiedlicher physikalischer Disziplinen angegeben werden.



**Abbildung 4.18:** Darstellung eines allgemeinen Vierpols mit seinen Ein- und Ausgangsgrößen

Nach Lenk [86] sind die Transformationsmechanismen in Form von Vierpolen in zwei grundsätzliche Arten zu unterscheiden, nämlich den transformatorischen und den gyratorischen Vierpol. **Abbildung 4.18** zeigt einen Vierpol in allgemeiner Darstellung eines abstrakten Netzwerks mit seinen Ein- und Ausgangsgrößen, wobei die Potentialgrößen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  an den beiden Klemmen des Eingangs sowie des Ausgangs anliegen. Die Flussgrößen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  fließen dabei in den Vierpol hinein (Eingangsklemmen) bzw. heraus (Ausgangsklemmen).

**Transformatorischer Vierpol**

Für den transformatorischen Vierpol gilt die in Gleichung (4.10) angegebene Transformations- bzw. Übertragungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \lambda_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{u} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

Hierbei sind die Nebendiagonalen der Übertragungsmatrizen mit Nullen besetzt. Des Weiteren ist die Potentialgröße  $\mu_1$  am Eingang direkt mit der Potentialgröße  $\mu_2$  am Ausgang verknüpft, sowie die Flussgröße  $\lambda_1$  am Eingang direkt mit der Flussgröße  $\lambda_2$  am Ausgang. Hierdurch können die Werte der jeweils zu transformierenden Elemente zum Beispiel am Ausgang des Vierpols durch den Übertragungsfaktor  $\ddot{u}$  in die Domäne am Eingang des Vierpols übertragen werden. Der Vorteil des transformatorischen Vierpols liegt in der direkten Übertragbarkeit des Netzwerks einer physikalischen Domäne in ein Netzwerk einer anderen physikalischen Domä-

ne, ohne dass das zu transformierende Netzwerk einer Anpassung unterzogen werden muss.

### **Gyratorischer Vierpol**

Für den gyratorischen Vierpol gilt die in Gleichung (4.11) angegebene Transformations- bzw. Übertragungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \lambda_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \ddot{u} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

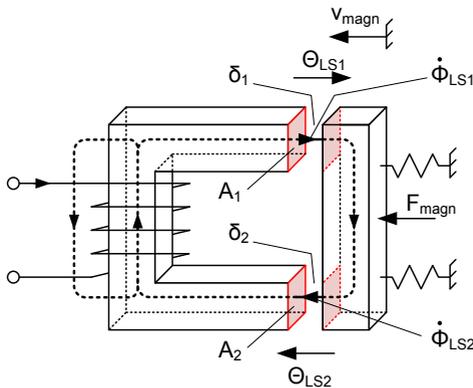
Im Gegensatz zu den Übertragungsmatrizen des transformatorischen Vierpols sind in den Übertragungsmatrizen des gyratorischen Vierpols die Hauptdiagonalen mit Nullen besetzt. Die Potentialgröße  $\mu_1$  am Eingang ist hierdurch mit der Flussgröße  $\lambda_2$  am Ausgang verbunden, sowie die Flussgröße  $\lambda_1$  am Eingang mit der Potentialgröße  $\mu_2$  am Ausgang. Aufgrund dieser gegensätzlichen Übertragungscharakteristik kann ein Netzwerk einer physikalischen Domäne beispielsweise am Ausgang des Vierpols nicht in ein Netzwerk der physikalischen Domäne am Eingang des Netzwerks übertragen werden. Um eine direkte Übertragung zu ermöglichen, muss das zu transformierende Netzwerk nach den Regeln des Dualismus [65] so umgeformt werden, bis es einen transformatorischen Charakter besitzt. Die Regeln des Dualismus und deren Anwendung werden zu einem späteren Zeitpunkt in diesem Abschnitt an einem Beispiel detailliert vorgestellt und erläutert.

In den folgenden Abschnitten werden die für mobile Anwendungen wichtigsten Transformationsmechanismen vorgestellt. Betrachtet werden hierfür vor allem die Kopplungscharakteristiken, welche in hydraulischen Ventilen, hydraulischen Pumpen, hydraulischen Verbrauchern (Zylinder) und in elektrischen Maschinen anzufinden sind. Hierzu zählen auch elektrohydraulische Ansteuerungen der verschiedenen hydraulischen Komponenten und Teilsysteme. Umwandlungs- bzw. Koppelmechanismen, welche zum Beispiel einen Einfluss auf hydraulische Zustandsgrößen durch das Anlegen von elektrischen oder magnetischen Feldern haben, werden in dieser Arbeit nicht betrachtet, da sie zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht zum Stand der Technik bei mobilen Arbeitsmaschinen zählen.

**Magnetisch-mechanischer Transformationsmechanismus**

In **Abbildung 4.19** wird ein einfacher Elektromagnet dargestellt. Über eine elektrische Spule wird ein magnetisches Feld erzeugt, welches in einer magnetischen Durchflutung des Eisenkerns resultiert. Die Kraftwirkung eines Magnets beruht dabei auf der Minimierung der magnetischen Reluktanzen, wobei die mechanischen Kräfte nach Ströbla [129] ausschließlich an den linearen Reluktanzen der Luftspalte erzeugt werden.

Die Darstellung des Transformationsmechanismus an einem Elektromagneten schränkt jedoch nicht die Allgemeinheit ein. Hauptsächlich verantwortlich für die Kraftbildung zeichnet der magnetische Fluss durch den Luftspalt. Die für den magnetischen Fluss (auch dessen zeitlicher Ableitung als abstrakte Flussgröße) notwendige magnetische Durchflutung kann auch durch einen oder mehrere in einem Eisenkern integrierte Dauermagnete eingepreßt werden.



**Abbildung 4.19:** Einfacher Elektromagnet zur Herleitung der Transformationsgleichungen

Allgemein lässt sich die Kraft durch die Änderung der magnetischen Co-Energie über der Änderung der Luftspatllänge beschreiben [129]. In verwiesener Arbeit wird jedoch eine vereinfachte Form der Beschreibung angegeben, in welcher die Nicht-linearitäten des Eisenkerns weiterhin berücksichtigt sind, jedoch die Längen und

Querschnitte der einzelnen Eisenelemente als konstant angenommen werden. Im Zuge einer möglichen Vereinfachung kann dies gegebenenfalls beim Modellaufbau von vereinfachten Modellen berücksichtigt werden. Für diesen Fall ergibt sich die Gleichung zur Berechnung des Betrags der Magnetkraft für einen Luftspalt der Länge  $\delta$  nach [129] zu:

$$F_{magn}(\delta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\lambda=1}^{N_{lin}} \Phi_{\lambda}^2 \cdot \frac{dR_{m\lambda}}{d\delta} \quad (4.12)$$

Hierbei stellt  $N_{lin}$  die Anzahl der linearen Reluktanzen  $R_{m\lambda}$  (also Luftspalte) da, welche von dem jeweiligen magnetischen Fluss  $\Phi_{\lambda}$  durchflossen werden. Für das in **Abbildung 4.19** gezeigte Beispiel bedeutet dies:

$$F_{magn}(\delta_{1,2}) = \frac{1}{2} \cdot \left( \Phi_1^2 \cdot \frac{dR_{m1}}{d\delta_1} + \Phi_2^2 \cdot \frac{dR_{m2}}{d\delta_2} \right) \quad (4.13)$$

Ersetzt man für den Ausdruck der magnetischen Reluktanz ihre mathematische Beschreibung für einen linearen Luftspalt

$$R_{m1,2} = \frac{\delta_{1,2}}{\mu_0 \cdot A_{1,2}} \quad (4.14)$$

und ersetzt aufgrund des symmetrischen Aufbaus des Magneten  $\delta_1$  und  $\delta_2$  mit  $l_0$  sowie die Querschnitte  $A_1$  und  $A_2$  mit  $A$ , ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$F_{magn}(l_0) = \frac{\Phi^2}{\mu_0 \cdot A} \quad (4.15)$$

Wobei  $\Phi$  den durch beide Querschnitte gleichermaßen fließenden magnetischen Fluss darstellt. Gleichung (4.15) beschreibt somit den Transformationsmechanismus, um die magnetische Flussgröße mit der mechanischen Flussgröße zu verknüpfen. Eine direkte Transformation des magnetischen Netzwerks in ein mechanisches Netzwerk kann jedoch nicht erfolgen, da das nichtlineare Verhalten eine unmittelbare Zuordnung der Knoten- und Maschenelemente verhindert. Durch die Bestimmung des magnetischen Flusses  $\Phi$  bleiben die Nichtlinearitäten des Eisenkreises weiterhin berücksichtigt, das dem magnetischen Fluss  $\Phi$  durch die Auswertung des magnetischen Netzwerks vorgegebenen wird. Um eine weitere Vereinfachung anzustreben, kann eine Linearisierung des magnetischen Kreises um einen sich ergebenden Arbeitspunkt durchgeführt werden:

$$\Phi|_{AP} = \Phi_0 = B_0 \cdot A \quad (4.16)$$

Hierdurch ergibt sich ein durch die Gleichgewichtslage des Luftspalts resultierender magnetischer Fluss  $\Phi_0$  im Arbeitsluftspalt, welcher nach Gleichung (4.16) durch die auf die Flächennormale projizierte Flussdichte im Arbeitsluftspalt  $B_0$  multipliziert mit der Fläche  $A$  ausgedrückt werden kann. Gleichung (4.16) eingesetzt in Gleichung (4.15) liefert:

$$F_{magn} = B_0 \cdot A \cdot \frac{B_0 \cdot A}{\mu_0 \cdot A} \quad (4.17)$$

Die Formulierung zur Bestimmung der magnetischen Durchflutung

$$\Theta_{LS1,2} = \Theta_{LS} = R_m \cdot \Phi = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot A} \cdot B_0 \cdot A \quad (4.18)$$

umgestellt nach  $B_0 \cdot A$  und eingesetzt in Gleichung (4.17) liefert für die Ermittlung der Kraft um die Gleichgewichtslage des Arbeitsluftspalts den Ausdruck:

$$F_{magn} = \frac{B_0 \cdot A}{l_0} \cdot \Theta_{LS} \quad (4.19)$$

Mit Gleichung (4.19) kann nun eine Beziehung zwischen der mechanischen Zustandsgröße Kraft und der magnetischen Zustandsgröße magnetische Durchflutung angegeben werden, welche es erlaubt, die beiden Größen für Abweichungen um einen Arbeitspunkt direkt miteinander zu verknüpfen. Für die Verknüpfung der mechanischen Geschwindigkeit mit dem im Arbeitsluftspalt wirkenden magnetischen Fluss kann folgende Gleichung (4.20) als Grundlage herangezogen werden. Die nachstehenden Beziehungen gelten wie soeben auch nur für kleine Abweichungen um einen sich einstellenden Arbeitspunkt.

$$\Theta_{LS} = \delta \cdot H_{LS} \quad (4.20)$$

Hier steht  $H_{LS}$  für die magnetische Feldstärke, welche multipliziert mit der eigentlich wirksamen Luftspalllänge  $\delta$  die über dem Luftspalt abfallende Potentialdifferenz in Form der magnetischen Durchflutung ergibt. Gleichung (4.20) rührt aus dem auf die Einzelemente des Magnetkreises diskretisierten Ringintegral der einzelnen Mag-

nefeldstärken. Ersetzt man die Feldstärke  $H_{LS}$  in Gleichung (4.20) mit dem Ausdruck

$$H_{LS} = \frac{B_0}{\mu_0} \quad (4.21)$$

und bildet die zeitliche Ableitung bei Annahme, dass die Flussdichte  $B_0$  am Arbeitspunkt konstant bleibt, ergibt sich für die zeitliche Änderung der Durchflutungsabweichungen:

$$\dot{\Theta}_{LS} = \frac{B_0}{\mu} \dot{\delta} \quad (4.22)$$

Mit der in **Abbildung 6.13** gezeigten Berechnungsvorschrift für die Ableitung des Flusses

$$\dot{\Theta}_{LS} = R_m \dot{\Phi}_{LS} \quad (4.23)$$

und dem Ausdruck zur Ermittlung der magnetischen Reluktanz

$$R_m = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot A} \quad (4.24)$$

lässt sich die folgende Formulierung zur Bestimmung der Ableitung des Flusses finden:

$$\dot{\Phi}_{LS} = \frac{B_0 \cdot A}{l_0} \cdot \dot{\delta} = \frac{B_0 \cdot A}{l_0} \cdot v_{magn} \quad (4.25)$$

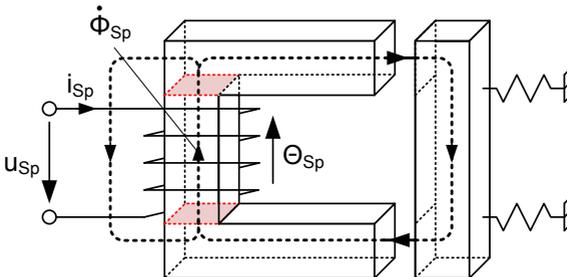
Unter der Annahme kleiner Verschiebungen um den Arbeitspunkt gibt Gleichung (4.25) eine Beziehung zwischen der mechanischen Potentialgröße Geschwindigkeit  $v_{magn}$  und der abstrakten magnetischen Flussgröße  $\dot{\Phi}$ . Gemeinsam mit Gleichung (4.19) bildet Gleichung (4.25) den Transformationsmechanismus für die Umwandlung von den mechanischen in magnetische Zustandsgrößen und umgekehrt. Gleichung (4.26) zeigt den mathematischen Sachverhalt in Form eines gyratorischen Vierpols [87]:

$$\begin{pmatrix} \dot{\Theta}_{LS} \\ \dot{\Phi}_{LS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{l_0}{B_0 \cdot A} \\ \frac{B_0 \cdot A}{l_0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{magn} \\ F_{magn} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Häufig reicht in Simulationen und regelungstechnischen Auslegungen die Betrachtung von kleinen Abweichungen um eine Gleichgewichtslage bzw. um einen Arbeitspunkt aus, so dass die in Gleichung (4.26) angegebenen Beziehungen für einen vereinfachten Modellaufbau mit der Transformation des mechanischen Netzwerks in ein magnetisches Netzwerk vielfach angewendet werden können.

**Elektrisch-magnetischer Transformationsmechanismus**

In Abbildung 4.20 ist wiederum ein einfacher Magnet zur Darstellung der Kopplung zwischen den elektrischen und den magnetischen Zustandsgrößen dargestellt. Über den Klemmen einer (idealerweise widerstandsfreien) Spule fällt die Spannung  $u_{Sp}$  ab. Hierfür muss durch die Spule der Spulenstrom  $i_{Sp}$  fließen, bzw. dessen zeitliche Ableitung, welches sich im folgenden Abschnitt noch zeigen wird.



**Abbildung 4.20:** Elektromagnet mit Spule zur Herleitung des elektrisch-magnetischen Transformationsmechanismus

Nach [79] wird nach dem Anlegen einer Spannung an den Anschlüssen einer stromdurchflossenen idealen Spule eine zeitliche Änderung des magnetischen

Flusses erreicht. Der Sachverhalt lässt sich mit der Gleichung (4.27) mathematisch beschreiben:

$$u_{sp} = w \cdot \frac{d\Phi_{sp}}{dt} = w \cdot \dot{\Phi}_{sp} \quad (4.27)$$

Die Konstante  $w$  stellt hierbei die Anzahl der Wicklungen der stromdurchflossenen Spule dar. Durch diese Gleichung lässt sich die Potentialgröße  $u_{sp}$  der Elektrik mit der Flussgröße der Magnetik koppeln. Die Kopplung der elektrischen Flussgröße  $i_{sp}$  mit der magnetischen Potentialkoordinate  $\Theta_{sp}$  wird nach [79] durch das Durchflutungsgesetz beschrieben. So ist die elektrische Durchflutung  $w \cdot i$  gleich der Summe der magnetischen Spannungsabfälle, welche in der magnetischen Durchflutung  $\Theta_{sp}$  zusammengefasst sind:

$$\Theta_{sp} = w \cdot i \quad (4.28)$$

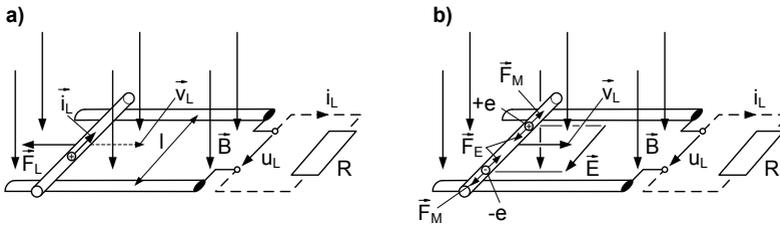
Formuliert man die Gleichungen (4.27) und (4.28) in Matrixnotation um, erhält man mit nachfolgender Gleichung (4.29)

$$\begin{pmatrix} u_{sp} \\ i_{sp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & w \\ \frac{1}{w} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Theta_{sp} \\ \dot{\Phi}_{sp} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

einen gyratorischen Transformationsmechanismus, wie er zum Beispiel auch in [87] angegeben ist.

### Elektrisch-mechanischer Transformationsmechanismus

An dieser Stelle soll auf einen für zukünftige mobile Maschinen wichtigen Transformationsmechanismus eingegangen werden, in welcher die Kraftwirkung nicht durch die Änderung der magnetischen Reluktanz, sondern infolge der Bewegung von elektrischen Ladungsträgern in einem magnetischen Feld hervorgerufen wird. Diese Form der Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie (motorischer Betrieb) bzw. umgekehrt (generatorischer Betrieb) findet vor allem in elektrischen Maschinen (z.B. Gleichstrommaschine oder Asynchronmaschine) statt, welchen vor dem Hintergrund der steigenden Elektrifizierung und Hybridisierung mobiler Maschinen eine steigende Rolle zukommt. Das elementare Koppelement zwischen den Disziplinen Elektrik und Mechanik stellt die in **Abbildung 4.21** dargestellte Leiterschleife in einem mit der Flussdichte  $\mathbf{B}$  durchsetzten Magnetfeld dar:



**Abbildung 4.21:** Bewegter Leiter im Magnetfeld nach [79] – zur Beschreibung der Kraftentstehung (a) und zur Beschreibung der Entstehung der induzierten Spannung (b)

Hierbei zeigt **Abbildung 4.21** jeweils einen Leiter im generatorischen Betrieb. Dieser wird auf zwei Kontakten bewegt, wobei der Abstand  $l$  die Lage der beiden parallel zueinander angeordneten Kontakte definiert. Die magnetischen Feldvektoren in Form der angegebenen Flussdichte  $\mathbf{B}$  stehen dabei sowohl senkrecht auf den beiden Kontakten als auch senkrecht zu dem eingezeichneten Leiter. Fließt in dem Leiter ein elektrischer Strom  $i_L$  (gerichtete Ladungsbewegung) kann nach [79] die Lorentzkraft auf einen geraden stromdurchflossenen Leiter mit folgender spezieller Formulierung angegeben werden:

$$\mathbf{F}_L = l \cdot (\mathbf{i}_L \times \mathbf{B}) \quad (4.30)$$

Der auf die Leiterschleife wirkende Kraftvektor  $\mathbf{F}_L$  (siehe Darstellung (a) in **Abbildung 4.21**), welcher durch den fließenden elektrischen Strom verursacht wird, wirkt somit der eigentlichen Bewegungsrichtung entgegen. Dies deutet auf den generatorischen Betrieb hin. Stehen die Vektoren  $\mathbf{F}_L$ ,  $\mathbf{i}_L$  und  $\mathbf{B}$  in oben genannter Konstellation zueinander und beachtet man die Richtungskonvention des die Leiterschleife durchfließenden Stroms bezogen auf die in ihr induzierte Spannung kann Gleichung (4.30) vereinfacht als skalare Formulierung wie folgt angegeben werden:

$$F_L = l \cdot B \cdot i_L \quad (4.31)$$

Für die induzierte Spannung gilt ebenso die Herleitung über die Kraft auf bewegte Ladungsträger. So wirkt nach [117] auf das Elektron (siehe Darstellung (b) in **Abbildung 4.21**) mit der Ladung  $Q = -e$  die Lorentzkraft  $\mathbf{F}_M$ :

$$\mathbf{F}_M = -e \cdot (\mathbf{v}_L \times \mathbf{B}) \quad (4.32)$$

Diese Kraft beschleunigt die Elektronen entlang des Leiters. Hierdurch sammeln sich Elektronen an einem Ende des Leiters (Minuspol) an und am anderen Ende des Leiters entsteht durch den Elektronenmangel ein Pluspol. Gleichzeitig wird durch die Ladungstrennung ein elektrisches Feld mit der Feldstärke  $\mathbf{E}$  erzeugt. Hierdurch wirkt auf die getrennten Ladungsträger die Coulombkraft

$$\mathbf{F}_C = -e \cdot \mathbf{E} \quad (4.33)$$

die der Ladungstrennung entgegenwirkt und somit der Lorentzkraft entgegen gerichtet ist. Im Gleichgewichtszustand addieren sich beide Vektoren zu Null:

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_C = 0 \quad (4.34)$$

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{v}_L \times \mathbf{B}) \quad (4.35)$$

Durch die Integration der beiden Seiten von Gleichungen (4.34) und (4.35) über den zurückgelegten Weg der Ladungen auf dem Leiter folgt der Zusammenhang:

$$\int_0^l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{x} = - \int_0^l (\mathbf{v}_L \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{x} \quad (4.36)$$

Da die entsprechenden Vektoren in zugrunde liegender **Abbildung 4.21** entweder alle senkrecht aufeinander stehen bzw. parallel zueinander angeordnet sind, vereinfacht sich Gleichung (4.36) ohne die Allgemeinheit bezogen auf die Wirkmechanismen in den eigentlichen elektrischen Maschinen einzuschränken zu:

$$E \cdot l = l \cdot B \cdot v_L \quad (4.37)$$

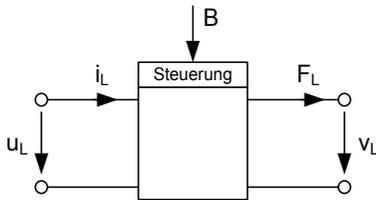
Fasst man die getrennten Ladungen als eine Art Kondensator auf, kann durch den Term  $E \cdot l$  auf die induzierte Leiterspannung  $u_L$  wie folgt geschlossen werden:

$$u_L = l \cdot B \cdot v_L \quad (4.38)$$

Formuliert man die Gleichungen (4.30) und (4.38) in Matrixnotation um, erhält man mit nachfolgender Gleichung (4.39)

$$\begin{pmatrix} u_L \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l \cdot B & 0 \\ 0 & \frac{1}{l \cdot B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_L \\ F_L \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

einen transformatorischen Vierpol zur Kopplung der mechanischen Zustandsgrößen in elektrische Zustandsgrößen. **Abbildung 4.22** zeigt das Schaltsymbol des entsprechenden Vierpols mit seinen Ein- und Ausgangsklemmen:

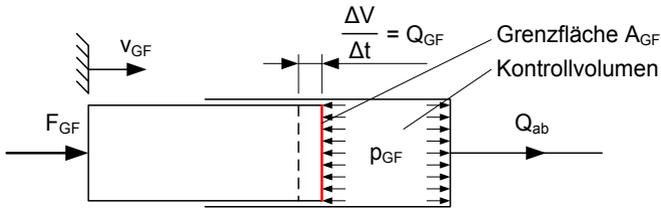


**Abbildung 4.22:** Koppelverhalten elektrischer und mechanischer Zustandsgrößen

Da die Einstellung der Leiterkraft  $F_L$  und der Leitergeschwindigkeit  $v_L$  nicht nur von der geometrischen Größe  $l$  abhängt, wird ein zusätzlicher Eingang zur Einbringung der Flussdichte  $B$  vorgeschlagen. Dies scheint notwendig, da die Flussdichte zum Beispiel durch ein entsprechendes Subsystem erzeugt und vor allem auch während des Betriebs und somit auch während der Simulation variiert werden kann. Wechselwirkungen unter den betreffenden Komponenten können in dieser vereinfachten Annahme bedingt abgebildet werden.

### Hydraulisch-mechanischer Transformationsmechanismus

**Abbildung 4.23** zeigt ein hydraulisches Kopelement, welches in dieser Form vor allem in linearen Antriebs- und Pumpenprinzipien anzutreffen ist. In der dargestellten Form erfährt das Element Pumpenverhalten, da die Bewegung des Kolbens in Form der Geschwindigkeit  $v_{GF}$  und die von außen aufzubringende Kraft  $F_{GF}$  den gleichen Richtungssinn aufweisen. Durch die Bewegung des Kolbens erfolgt eine Verschiebung der Grenzfläche, wodurch das Volumen  $V$  des Fluids verdrängt wird.



**Abbildung 4.23:** Mechanisch-hydraulische Kopplung an einem translatorischen Grundelement

Der dabei virtuell in das Kontrollvolumen eingebrachte Volumenstrom  $Q_{GF}$  an der Grenzfläche des Kolbens kann mit folgender Gleichung bestimmt werden:

$$Q_{GF} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \lim_{\Delta x_{GF} \rightarrow 0} \left( A_{GF} \cdot \frac{\Delta x_{GF}}{\Delta t} \right) = A_{GF} \cdot v_{GF} \quad (4.40)$$

Als Resultat der Verschiebung bzw. der Verdrängung des Fluids an der Grenzfläche des Kolbens stellt sich in Abhängigkeit des aus dem Kontrollvolumen herausfließenden Volumenstroms  $Q_{ab}$  die für den Druckaufbau notwendige Volumendifferenz ein. Der hierdurch entstehende Druck  $p_{GF}$  im Knoten wirkt direkt auf die Grenzfläche des Kolbens, welcher unmittelbar über die Fläche integriert in der Kraft  $F_{GF}$  aufgeht:

$$F_{GF} = A_{GF} \cdot p_{GF} \quad (4.41)$$

Formuliert man die Gleichungen (4.40) und (4.41) in Matrixnotation um, erhält man mit nachfolgender Gleichung (4.42)

$$\begin{pmatrix} v_{GF} \\ F_{GF} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ A_{GF} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{GF} \\ Q_{GF} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

einen gyratorischen Vierpol zur Transformation der hydraulischen Zustandsgrößen in mechanische Zustandsgrößen an einem linearen Verdrängerelement. Da sehr viele hydraulische Steuerungen, Antriebe und Pumpen auf diesem Prinzip der Verdrängung basieren (z.B. Schieberventile, Hydraulikzylinder, alle Arten von Kolbenmaschinen), gilt Gleichung (4.42) für die Beschreibung des Koppelverhaltens der meisten hydraulischen Übertragungssysteme. Eine vereinfachte Beschreibungs-



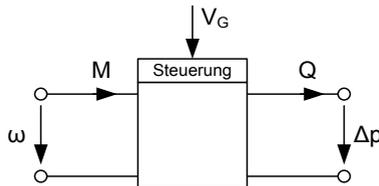
Hierin stellt das Schluckvolumen  $V_G$  das von der Maschine verdrängte Volumen pro Umdrehung dar. Im Gegensatz zu den meisten Darstellungen in der Literatur (z.B. [50] und andere) wird an dieser Stelle der Volumenstrom von der Winkelgeschwindigkeit und nicht von der Drehzahl abhängig gemacht. Dies ist eine Grundlage, dass sich die Koppelfaktoren in der späteren Übertragungsmatrix nur reziprok unterscheiden. Für das in die Pumpe einzubringende Moment gilt die nachfolgende Gleichung:

$$M = A \cdot \frac{d}{2} \cdot \Delta p = A \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} \cdot \Delta p = \frac{V_G}{2\pi} \cdot \Delta p \quad (4.46)$$

Aus den Gleichungen (4.45) und (4.46) lässt sich der nachstehende Koppelmechanismus ableiten:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2\pi}{V_G} \\ \frac{V_G}{2\pi} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta p \\ Q \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Hierbei handelt es sich in Gleichung (4.47) wiederum um einen gyratorischen Vierpol. Dessen Struktur ist mit seinen Ein- und Ausgangsklemmen in **Abbildung 4.25** dargestellt, wobei hier ähnlich dem elektrisch-mechanischen Mechanismus ein zusätzlicher Eingang vorliegt. Hierdurch lässt sich losgelöst von den eigentlich zu koppelnden Zustandsgrößen das Verhalten des Systems einfach durch eine veränderliche Größe beschreiben. So werden beispielsweise keine Rückwirkungen des Pumpendrucks auf den Verstellmechanismus betrachtet, es sei denn, diese Wirkbeziehungen werden durch ein eigenständiges Modell dieses Subsystems beschrieben.



**Abbildung 4.25:** Gyratorischer Vierpol für hydraulische Verdrängermaschinen

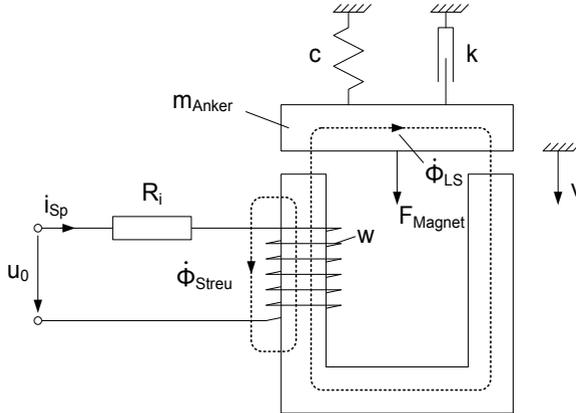
Des Weiteren bietet der in Gleichung (4.47) vorgestellte Transformationsmechanismus nur eine ideale Vorstellung des Systemverhaltens einer Pumpe. So werden durch Unstetigkeiten im Verdrängungsprozess verursachte Pulsationen oder Druckspitzen nicht berücksichtigt, welche entweder durch die diskrete Förderung (endliche Anzahl an Kolben bzw. Verdrängungsgeometrien) oder durch eine ungenügende Anpassung der Druckunterschiede am Steuerspiegel einer Axialkolbenmaschine entstehen. So ist der Transformationsmechanismus für Pumpen als eine geeignete Vereinfachung anzusehen, mit welchen das Pumpenverhalten für Untersuchungen des Betriebsverhaltens von Hydraulikverschaltungen sehr einfach beschrieben werden kann.

### 4.3.3 Regeln des Dualismus zur Umwandlung gyratorischer Vierpole

Wie zu Beginn des vorigen Abschnitts genannt, lässt sich bei einer Verkopplung der Zustandsgrößen unterschiedlicher physikalischer Prinzipien mit einem transformatorischen Vierpol eine Umwandlung der beschreibenden Elemente und Größen von einem physikalischen Prinzip in das andere physikalische Prinzip direkt durchführen. Anhand des folgenden einfachen Beispiels soll das Vorgehen beschrieben werden. **Abbildung 4.26** zeigt hierfür den Aufbau eines Hubmagneten mit stromdurchflossener Spule. An den Klemmen der Spule wird die Spannung  $u_0$  angelegt, in dessen Folge der Strom  $i$  durch die Spule getrieben wird. Der ohmsche Widerstand der Spule wird in dem Widerstand  $R_i$  zusammengefasst. Durch die Spulenwicklung mit  $w$  Windungen wird ein magnetisches Feld erzeugt, wodurch ein magnetischer Fluss  $\Phi$  bzw. dessen zeitliche Ableitung zu fließen beginnt. Dieser teilt sich auf in einen Streufluss durch die Spule selbst und in einen Fluss durch den Eisenkern sowie den eigentlichen Arbeitsluftspalt. Der Arbeitsluftspalt trennt den magnetischen Kreis in einen statischen Teil (Pol) und einen Anker. Der Anker ist beweglich ausgeführt und erfährt eine Federkraft bzw. eine geschwindigkeitsabhängige Reibkraft als Rückstell- bzw. Gegenkraft.

Dieses Beispiel vereint Teilsysteme aus den Bereichen der Elektrik, der Magnetik und der Mechanik. In **Abbildung 4.27** ist die Wirkstruktur des Magneten in Form von abstrakten Netzwerken dargestellt. Die Elemente und Größen in den Netzwerken der einzelnen Teildisziplinen werden in diesem Schritt noch mit ihren prinzipienspezifischen Benennungen gekennzeichnet, jedoch bereits mit den Elementen eines abstrakten Netzwerks, hier de facto eines elektrischen Netzwerks, dargestellt.

Die Strukturen des elektrischen und mechanischen Netzwerks lassen sich weitestgehend aus der Darstellung in **Abbildung 4.26** ableiten.

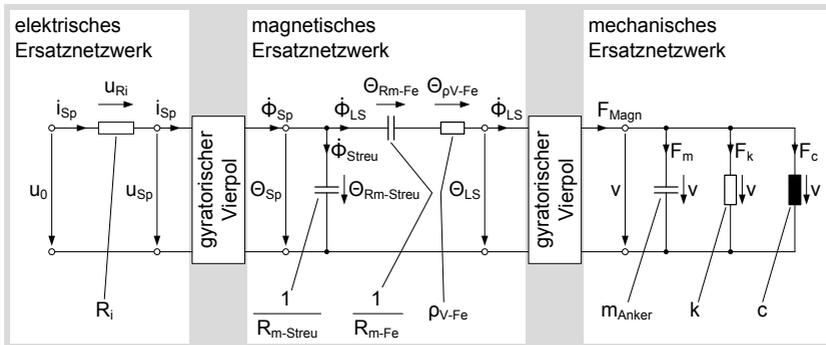


**Abbildung 4.26:** Einfacher Magnet als Beispiel für die Anwendung der Regeln des Dualismus

Das magnetische Ersatznetzwerk zeigt eine Aufteilung der zeitlichen Ableitung des Spulenflusses in einen Streufluss und einen Fluss durch den Luftspalt, welcher ebenso durch den Eisenkern fließt. Die Remanenz des Eisenkerns wird hierbei in einer Kapazität mit dem Wert  $R_{m-Fe}$  und die Ummagnetisierungsverluste in einem Widerstand mit dem Wert  $p_{V-Fe}$  zusammengefasst. Diese beiden Elemente sind in Reihe verschaltet.

Möchte man die Netzwerke unterschiedlicher physikalischer Prinzipien in einem Netzwerk zusammenfassen, müssen die gyratorischen Vierpole in transformatorische Vierpole umgewandelt werden. Diesem Vorgang muss jedoch der Vorgang der Umwandlung mindestens eines Netzwerks vorausgehen, bei dem die mathematische Struktur erhalten bleibt, jedoch die Fluss- und Potentialgrößen getauscht werden. Hierfür bietet sich eine Transformation nach den Regeln des Dualismus [65] an. **Tabelle 4-5** zeigt die entsprechenden Regeln in der Notation für ein abstraktes Netzwerk und stellt als mögliche Beispiele die entsprechenden Größen aus magnetischen und elektrischen Netzwerken gegenüber.

#### 4 Strukturdarstellung des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen



**Abbildung 4.27:** Darstellung der Wirkstruktur in Form von abstrakten Netzwerken

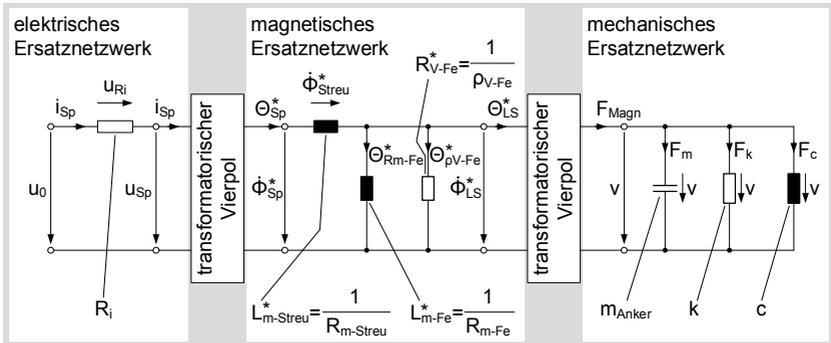
Um die Potential- und Flussgrößen tauschen zu können wird in [65] vorgeschlagen, Maschen in Knoten und umgekehrt Knoten in Maschen umzuwandeln. So wird konkret eine Parallelschaltung von Elementen zu einer Reihenschaltung von Elementen und umgekehrt werden in Reihe verschaltete Elemente zu parallel verschalteten Elementen. Des Weiteren werden kapazitive Widerstände zu induktiven Widerständen und dissipative Widerstände ändern ihren Wert reziprok, wenn sie von einem Maschen- in ein Knotenelement sowie umgekehrt transformiert werden.

**Tabelle 4-5:** Regeln und Wandlungsmechanismen des Dualismus nach [65]

	abstraktes Netzwerk	Beispiel elektrisches Netzwerk	Beispiel magnetisches Netzwerk
Zustandsgrößen	$\lambda \Leftrightarrow \mu^*$	$i \Leftrightarrow u^*$	$\Phi \Leftrightarrow \Theta^*$
Scheinwiderstände	$\beta \Leftrightarrow \alpha^*$	$C \Leftrightarrow L^*$	$R_m \Leftrightarrow \frac{1}{L_m^*}$
dissipative Widerstände	$\gamma \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma}$	$R \Leftrightarrow \frac{1}{R^*}$	$\rho_v \Leftrightarrow \frac{1}{R_v^*}$
Regel	Parallelschaltung $\Leftrightarrow$ Reihenschaltung*		
Regel	Masche $\Leftrightarrow$ Knoten*		
Regel	Flussquelle $\Leftrightarrow$ Potentialquelle*		

In **Tabelle 4-5** sind die transformierten Elemente und Größen mit einem Stern versehen. Mit Hilfe der soeben vorgestellten Regeln kann das magnetische Netzwerk

aus **Abbildung 4.27** umgewandelt werden. Es bietet sich die Umwandlung des magnetischen Netzwerks an, da dies an beiden Enden mit jeweils einem gyratorischen Vierpol verknüpft ist. **Abbildung 4.28** zeigt die Struktur des Magneten mit einem umgewandelten magnetischen Netzwerk:

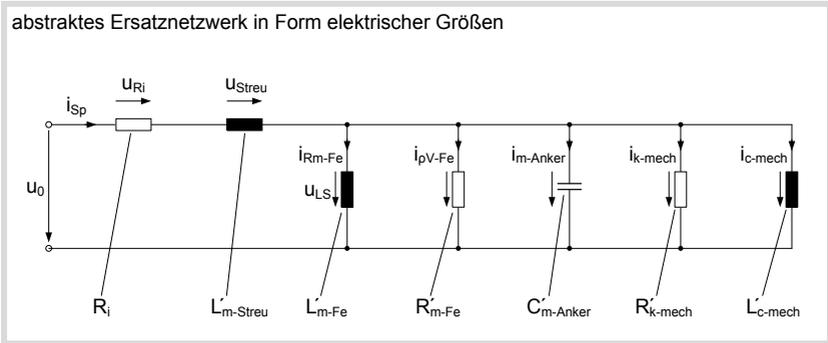


**Abbildung 4.28:** Anhand der Regeln des Dualismus umgeformtes Ersatznetzwerk

So wird aus der parallel zu den Klemmen des elektrisch-magnetischen Vierpols verschalteten Streukapazität (Reluktanz) eine in Reihe geschaltete Induktivität  $L_{m-Streu}$ . Die in Reihe geschalteten Elemente werden parallel zu den Klemmen angeordnet. So entsteht nach Vertauschen der Fluss- und Potentialgrößen an den magnetkreisseitigen Klemmen der Vierpole ein Netzwerk, welches eine direkte Transformation entweder in das mechanische oder in das elektrische Netzwerk (siehe **Abbildung 4.29**) zulässt.

Dabei wurde zuerst das mechanische Netzwerk in das magnetische Netzwerk transformiert. Eine weitere Transformation des neu entstandenen magnetischen Netzwerks in ein elektrisches Netzwerk liefert das in **Abbildung 4.29** gezeigte abstrakte Netzwerk. Für eine bessere Übersichtlichkeit sind die Zustandsgrößen und Elemente in Form elektrischer Größen und Elemente angegeben, da man diese mit den angegebenen Schaltzeichen eines abstrakten Netzwerks am ehesten identifiziert. Das Netzwerk beschreibt dabei das Verhalten des Magneten in seiner Gleichgewichtslage, da der magnetisch-mechanische Vierpol nach Gleichung (4.26) für ein an seiner Gleichgewichtslage linearisiertes System gilt. So fällt über die parallel angeordneten Widerstände die Spannung  $u_{LS}$  nur ab, wenn sich tat-

sächlich der Strom durch diese Elemente ändert. Nur dann erfährt der Anker eine Beschleunigung und nur dann finden Ummagnetisierungseffekte statt, welche mit dem Widerstand  $R'_{m-Fe}$  ausgedrückt werden.



**Abbildung 4.29:** Abstraktes Netzwerk in Form elektrischer Größen nach den durchgeführten Transformationen

Die folgenden beiden Gleichungen beschreiben die verwendeten Transformationsmechanismen:

$$\begin{pmatrix} v \\ F_{magn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{l_0}{B_0 \cdot A} & 0 \\ 0 & \frac{B_0 \cdot A}{l_0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Theta_{LS}^* \\ \Phi_{LS}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{l_0}{B_0 \cdot A} & 0 \\ 0 & \frac{B_0 \cdot A}{l_0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Phi_{LS} \\ \Theta_{LS} \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

$$\begin{pmatrix} \Theta_{Sp}^* \\ \Phi_{Sp}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{Sp} \\ \Theta_{Sp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ w & w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{Sp} \\ i_{Sp} \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

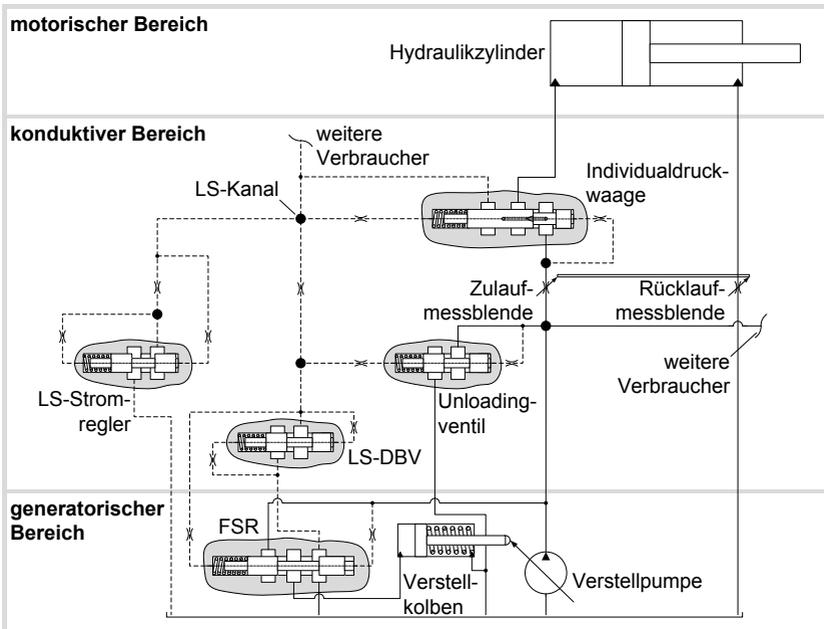
## 4.4 Ebeneneinteilung und hydraulisches Ersatzelement

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Möglichkeiten vorgestellt, wie das Antriebssystem einer mobilen Arbeitsmaschine gegenüber seinem Arbeitsumfeld

und zu seiner Systemgrenze gezielt abgegrenzt werden kann. Des Weiteren erfolgte eine Vorstellung möglicher Beschreibungsformen, um die Formulierungen unterschiedlicher physikalischer Disziplinen zu vereinheitlichen und in einer ganzheitlichen Formulierung anzugeben. Dieses Vorgehen wird nachfolgend angewendet, um aus einem typischen Beispiel eines hydraulischen Übertragungssystems einer mobilen Maschine ein Ebenenmodell abzuleiten. Dessen mathematische Struktur soll sich einheitlich beschreiben lassen. Dies schafft im weiteren Verlauf der Arbeit eine Übertragbarkeit auf gleichwertige Elemente unterschiedlicher Ebenen. Die Untersuchung beschränkt sich im folgenden Verlauf zwar auf hydraulische Übertragungssysteme, was aber keine Einschränkung der Allgemeinheit bedeutet, da auch beispielsweise in elektrischen Systemen ähnliche Grundelemente anzutreffen sind. Ohne die Allgemeinheit weiter einzuschränken, erfolgt die Erarbeitung des Ebenenmodells am konkreten Beispiel eines Steuerungssystems für einen Mobilbagger. Gegenüber dem in **Abbildung 4.8** und **Abbildung 4.9** angegebenen System ist die Funktionsweise sehr ähnlich und die gewonnenen Ergebnisse aus diesem Grunde übertragbar.

### 4.4.1 Einteilung hydraulischer Übertragungssysteme in Ebenen verschiedener Leistungsstufen

**Abbildung 4.30** zeigt den Ausschnitt eines hydraulischen Systems zur Umwandlung und zur Steuerung der in das System eingebrachten, hier mechanischen, Leistung. Dabei handelt es sich um einen Teil eines LS-Systems, wie es sehr häufig in Mobilbaggern aber auch Baggerladern anzutreffen ist. Charakteristisch für LS-Systeme ist die Bereitstellung bzw. Bemessung eines vom Lastdruck im Zulaufkanal des Verbrauchers unabhängigen Zulaufvolumenstroms. Erreicht wird dies im Zusammenspiel einer der Zulaufmessblende in Volumenstromrichtung nachgeschalteten Individualdruckwaage und einer Regelung des Pumpendruckes durch eine in ihrem Schluckvolumen variabel verstellbare Pumpe. Ist beispielsweise kein Verbraucher betätigt, sind sowohl Zu- als auch Rücklaufmessblende verschlossen und an der federbelasteten Stirnseite des Förderstromreglers (FSR) liegt der durch den LS-Stromregler weitergeleitete Tankdruck an. Durch die Federvorspannung wird dem Förderstromregler (FSR) ein Sollwert für den Pumpendruck vorgegeben, dessen Wert im Pumpenkanal durch Aus- bzw. Zurückschwenken des Verschwenkmechanismus der Pumpe eingeregelt wird.



**Abbildung 4.30:** Hydraulisches Steuerungs- und Übertragungssystem zur Ableitung einer Ebeneneinteilung

Wird nun ein Verbraucher betätigt (Elemente zur Positionierung des Hauptsteuerschiebers werden an dieser Stelle nicht betrachtet, lassen sich aber ebenso einteilen), öffnet sich die Zulaufblende und der Druck in Volumenstromrichtung nach der Zulaufblende kann die Individualdruckwaage vollständig öffnen. Der Lastdruck aus dem Verbraucher kann durch eine entsprechende Blende in den LS-Kanal gemeldet werden und wird an die federbehaftete Stirnfläche des Förderstromreglers (FSR) weiter geleitet. Hierdurch ändert sich der Sollwert des geforderten Pumpendrucks und der Schieber des Förderstromreglers variiert seine Position derart, dass aus einer dadurch vorgegebenen Änderung von Blendenquerschnitten ein Zwischendruck erzeugt wird, welcher auf die Stirnfläche des Verstellkolbens wirkt. Dieser bewirkt ein Nachführen des Verstellwinkels der Pumpe soweit, bis der Pumpendruck einen Wert erreicht hat, dass der Schieber des Förderstromreglers sein Kraftgleichgewicht erreicht. So folgt der Pumpendruck immer dem vorgegebenen (maximalen) Lastdruck aller Verbraucher mit einem nahezu konstanten Offset, wel-

cher der Druckdifferenz über der Zulaufblende entspricht. Somit ist der über die Zulaufmessblende fließende Volumenstrom nur noch von dem Wert ihres Blendenquerschnitts abhängig. Bei Parallelbetrieb mehrerer Verbraucher übernimmt die Individualdruckwaage die Aufgabe, eine konstante Druckdifferenz über der Zulaufblende einzuregeln, wenn ein weiterer angesteuerter Verbraucher den maximalen Lastdruck vorgeben sollte. Das LS-DBV begrenzt den maximal möglichen Pumpendruck und das Unloading-Ventil begrenzt Druckspitzen vor allem bei schnellen Änderungen der Lastdrücke. Über den LS-Stromregler wird sichergestellt, dass bei unbetätigten Ventilen der LS-Kanal zum Tank entlastet ist. Desweiteren begrenzt er die als Verluststrom abfließende Ölmenge bei Meldung eines Lastdrucks in den LS-Kanal.

**Abbildung 4.31** zeigt das soeben vorgestellte System mit einer Einteilung der wesentlichen Elemente in verschiedene Stufen, welche sowohl den Anteil ihrer Teilfunktionen an der Gesamtfunktion aber auch den Leistungsdurchsatz durch diese Elemente beschreiben. So lässt sich herausarbeiten, dass alle Steuerkolben aus **Abbildung 4.30** in je einem hydraulischen Ersatzelement zusammengefasst werden können. Dieses Element wird im sich anschließenden Abschnitt näher betrachtet. Zudem lassen sich diese Elemente unterschiedlichen Leistungsstufen zuordnen. So können die direkt an der eigentlichen Leistungsübertragung (Verstellpumpe, Hydraulikzylinder, entsprechende Messblenden des Hauptsteuerschiebers, der Individualdruckwaage und des Unloading-Ventils), an der Leistungssteuerung (Individualdruckwaage, Unloading-Ventil, Verstellkolben der Pumpe, Steuerblenden in den entsprechenden Signalleitungen) und der Signalsteuerung (LS-Stromregler, LS-DBV und Förderstromregler) beteiligten hydraulischen Ersatzelemente sowie die entsprechenden Mess- und Steuerblenden den entsprechenden Ebenen zugeordnet werden. Den eigentlichen Steuerstrom erhalten die hydraulischen Ersatzelemente immer aus der ihnen vorgelagerten Ebene.

In der Regel haben die betrachteten hydraulischen Ersatzelemente in der Ebene des geringeren Leistungsflusses (z.B. Leistungssteuerung) immer eine Veränderung der Steuer- und Messblendenquerschnitte bzw. des Verstellwinkels in der Ebene des nächsthöheren Werts der Leistungsübertragung (bezogen auf das Beispiel wäre dies die Ebene Leistungsübertragung) zur Folge. Unter Umständen und bei genügend großen Abständen der entsprechenden Zeitkonstanten (ergeben sich in erster Näherung aus den Knotenkapazitäten und Schieberträgheiten) kann die hier getroffene Ebeneneinteilung nach der Art der Leistungsübertragung bzw. -steuerung auch als Einteilung der Elemente in unterschiedliche Dynamikstufen ge-

wertet werden. Vor allem Elemente mit sehr kleinen Zeitkonstanten (z.B. Elemente der Signalsteuerung) in Verbindung mit Elementen mit sehr großen Zeitkonstanten (z.B. Hydraulikzylinder mit angeschlossener großer reduzierter Trägheit) können zu den in Kapitel 3.1.4 erwähnten steifen Differentialgleichungssystemen führen, sollte das Modell klassisch über Knoten-Elemente-Verbindungen aufgebaut werden.

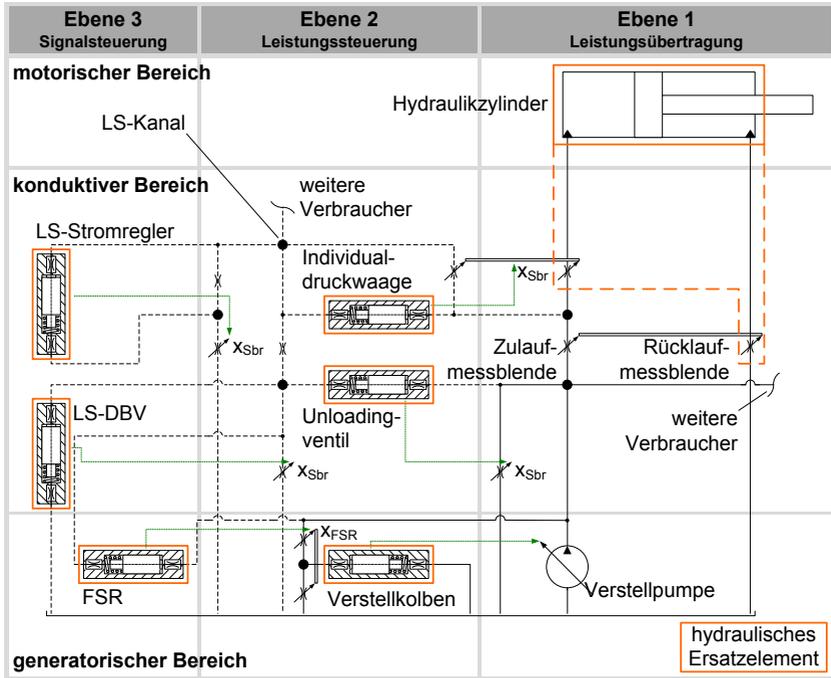
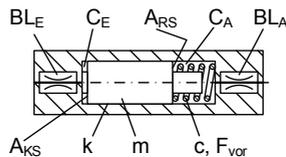


Abbildung 4.31: Ebeneneinteilung basierend auf unterschiedlichen Leistungsstufen

## 4.4.2 Vorstellung des hydraulischen Ersatzelements

Abbildung 4.32 zeigt die prinzipielle Darstellung des soeben herausgearbeiteten hydraulischen Ersatzelements. Im Wesentlichen sind in diesem Element die das Verhalten des Schiebers vorgegebenden Eigenschaften, wie seine Masse  $m$ , seine

geschwindigkeitsabhängige Reibung in Form des Faktors  $k$  und die Federsteifigkeit  $c$  mit entsprechender Federvorspannkraft  $F_{\text{vor}}$ , enthalten. Diese Angaben reichen in der Regel zur Beschreibung auf Systemebene aus. Sollten beispielsweise Coloumb'sche Reibungseinflüsse einen großen Einfluss auf das Bewegungsverhalten haben (z.B. Hydraulikzylinder), so können diese entsprechend modelliert werden. Des Weiteren werden dem hydraulischen Ersatzelement die Knotenvolumina bzw. Kapazitäten  $C_E$  und  $C_A$  an den Stirnflächen des Schiebers hinzugefügt, deren Volumenwerte durch die Bewegung des Schiebers variieren. Den Volumina an den Enden vor- bzw. nachgeschaltet, sind jeweils der Eingangswiderstand  $BL_E$  sowie der Ausgangswiderstand  $BL_A$  in Form von Blenden bzw. Drosseln je nach untersuchter Anwendung. Dabei können die Blenden sowohl Dämpfungsblenden (siehe z.B. Unloading-Ventil) oder auch Eingangswiderstände in Form von Querschnittsverengungen bei Kanalübergängen in Ventilblöcken bzw. in Form von Übergängen der Verrohrung zu den Anschlüssen des hydraulischen Verbrauchers sein. Bei Hydraulikzylindern bzw. allen anderen hydraulischen Verbrauchern bzw. Antrieben (z.B. hydraulisch vorgesteuerte Steuerkolben) können die den Volumenstrom bemessenden Blenden jedoch auch als Ein- und Ausgangswiderstände vorgesehen werden, so wie es die gestrichelt gezeichnete Markierung am Hydraulikzylinder in **Abbildung 4.31** andeutet.



**Abbildung 4.32:** Hydraulisches Ersatzelement in seiner prinzipiellen Darstellung

Die in Form eines abstrakten Netzwerks dargestellte Modellstruktur des hydraulischen Ersatznetzwerks zeigt **Abbildung 4.33**. Ein- und ausgangsseitig lässt sich das Modell in jeweils ein hydraulisches Ersatznetzwerk einteilen, welche im Wesentlichen aus einem dissipativen Widerstand (Blende / Drossel) und einem hierzu parallel verschalteten Kondensator (Knotenvolumen) besteht. Parallel zu den Kondensatoren sind die Klemmen der gyratorischen Vierpole angeordnet, welche die Zustandsgrößen der hydraulischen Netzwerke mit den Zustandsgrößen des mechanischen Netzwerks verknüpfen. Die mechanischen Elemente sind hierbei alle

parallel zu den Klemmen der Vierpole angeordnet, da die Bilanzierung der Flussgrößen über die in die Kapazität (Trägheit) ein- sowie ausfließenden Kräfte erfolgt.

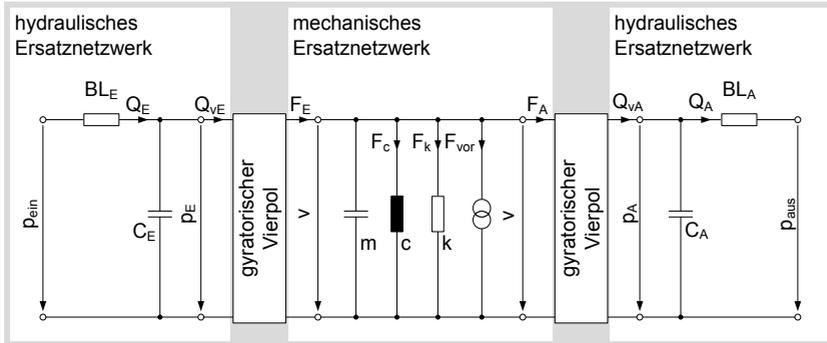


Abbildung 4.33: Abstraktes Netzwerk des hydraulischen Ersatzelements

Um die einzelnen Ersatznetzwerke miteinander verknüpfen bzw. ineinander umwandeln zu können, müssen die gyroskopischen Vierpole zur Kopplung der hydraulischen und mechanischen Flussgrößen wiederum in transformatorische Vierpole umgewandelt werden. Dies geschieht nach den Regeln des Dualismus (siehe Abschnitt 4.3.3) und führt zu dem in **Abbildung 4.34** dargestellten dualen mechanischen Netzwerk, bei dem die umgewandelten Elemente in Reihe verschaltet sind. Für die entstandene Masche gilt in dualen Koordinaten die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned}
 v_E^* &= v_c^* + v_m^* + v_k^* + v_{vor}^* + v_A^* \\
 &= \frac{1}{c^*} \cdot \dot{F}^* + \frac{1}{m^*} \cdot \int F^* \cdot dt + \frac{1}{k^*} \cdot F^* + v_{vor}^* + v_A^*
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

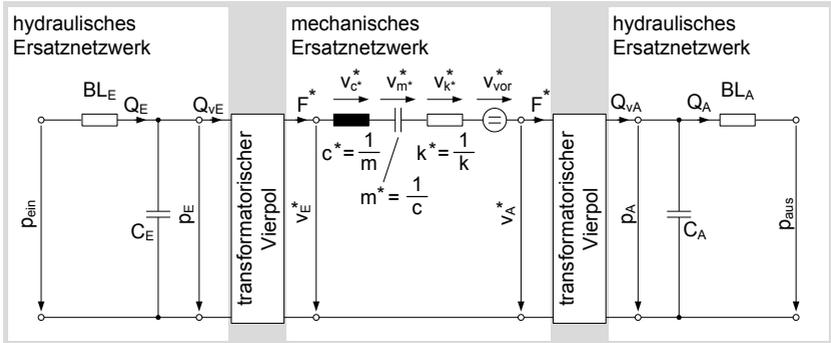
Ersetzt man die dualen Koordinaten mit den ursprünglichen Koordinaten, so werden die Fluss- und die Potentialgrößen vertauscht und aus Gleichung (4.50) lässt sich der folgende Ausdruck bilden:

$$F_E = \frac{1}{c^*} \cdot \dot{v} + \frac{1}{m^*} \cdot \int v \cdot dt + \frac{1}{k^*} \cdot v + F_{vor} + F_A
 \tag{4.51}$$

Um das in **Abbildung 4.34** dargestellte mechanische Ersatznetzwerk in das eingangsseitige hydraulische Ersatznetzwerk transformieren zu können wird der zu

einem umgewandelte Transformationsmechanismus nach Gleichung (4.52) angewendet. Dieser basiert im Wesentlichen aus Gleichung (4.42).

$$\begin{pmatrix} F_E \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_E^* \\ F^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{KS} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_{KS}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_E \\ Q_{vE} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$



**Abbildung 4.34:** Abstraktes Netzwerk mit Umwandlung des mechanischen Ersatznetzwerks in ein hierzu duales Netzwerk

Hieraus resultiert eine Gleichung mit hydraulischen Zustandsgrößen in der Form

$$p_E = \frac{1}{c^* \cdot A_{KS}} \cdot \frac{\dot{Q}_{vE}}{A_{KS}} + \frac{1}{m^* \cdot A_{KS}} \cdot \int \frac{Q_{vE}}{A_{KS}} \cdot dt + \frac{1}{k^* \cdot A_{KS}} \cdot \frac{Q_{vE}}{A_{KS}} + \frac{F_{vor}}{A_{KS}} + \frac{F_A}{A_{KS}} \quad (4.53)$$

Führt man auf Grundlage von Gleichung (4.53) die entsprechenden hydraulischen Größen ein, ergibt sich eine Formulierung, welche eine direkte Transformation des mechanischen Ersatznetzwerks in das hydraulische Ersatznetzwerk ermöglicht:

$$p_E = L_{Hm} \cdot \dot{Q}_{vE} + \frac{1}{C_{Hm}} \cdot \int Q_{vE} \cdot dt + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + p_{vor} + p_{AE^T} \quad (4.54)$$

mit 
$$L_{Hm} = \frac{1}{c^* \cdot A_{KS}^2} = \frac{m}{A_{KS}^2} \quad (4.55)$$

$$C_{Hm} = m^* \cdot A_{KS}^2 = \frac{A_{KS}^2}{c} \quad (4.56)$$

$$R_{Hm} = \frac{1}{k \cdot A_{KS}^2} = \frac{k}{A_{KS}^2} \quad (4.57)$$

Abbildung 4.35 zeigt das Resultat der Transformation nach Gleichung (4.54):

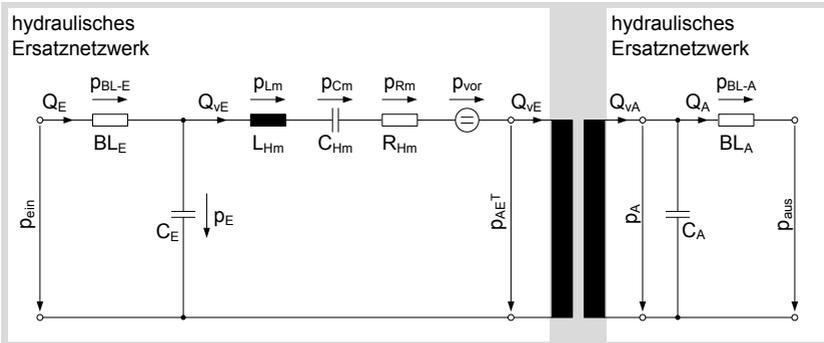


Abbildung 4.35: Transformation des mechanischen Ersatznetzwerks in das eingangsseitige hydraulische Ersatznetzwerk

Die in hydraulische Elemente umgewandelten mechanischen Größen liegen in Reihe verschaltet gemeinsam mit dem durch den Druck  $p_A$  auf der Ringseite verursachten Gegendruck  $p_{AE^T}$  (bereits auf den Wert der Kolbenseite transformiert) parallel zu dem in der Kapazität erzeugten Druck  $p_E$ . Durch die Flächenübersetzung des Zylinders ist eine direkte Auflösung des Ersatznetzwerks in ein durchgängiges Netzwerk ohne Transformationsmechanismus noch nicht möglich, obwohl nur noch Elemente einer physikalischen Domäne vorliegen. Aus diesem Grund wird ähnlich wie bei elektrischen Transformatoren das in **Abbildung 4.35** dargestellte Symbol eines Transformators eingeführt.

Über die durch die Geschwindigkeit des Kolbens verursachten Volumenströme

$$v = \frac{Q_{vE}}{A_{KS}} = \frac{Q_{vA}}{A_{RS}} \quad (4.58)$$

sowie dem auf die Fläche  $A_{KS}$  bezogenen Druck

$$p_{AE^T} = \frac{A_{RS}}{A_{KS}} \cdot p_A \quad (4.59)$$

lässt sich die Übersetzungsmatrix für die entsprechenden hydraulischen Größen der eingangs- und ausgangsseitigen hydraulischen Ersatznetzwerke aufstellen:

$$\begin{pmatrix} p_A \\ Q_{vA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & \frac{1}{\kappa} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{AE^T} \\ Q_{vE} \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Hierbei ist  $\kappa$  das Übersetzungsverhältnis der Zylinder- bzw. Schieberflächen:

$$\kappa = \frac{A_{KS}}{A_{RS}} \quad (4.61)$$

Für den Druckaufbau in der Kapazität  $C_A$  gilt die folgende Gleichung:

$$C_A \cdot \dot{p}_A = Q_{vA} - \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot A_A \cdot \sqrt{p_A - p_{aus}} \quad (4.62)$$

Werden  $p_A$  und  $Q_{vA}$  durch die in das eingangseitige Netzwerk zu übertragende Größen ersetzt, ergibt sich unter Zuhilfenahme von Gleichung (4.60):

$$\kappa \cdot C_A \cdot \dot{p}_{AE^T} = \frac{1}{\kappa} \cdot Q_{vE} - \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot A_A \cdot \sqrt{\kappa \cdot p_{AE^T} - p_{aus}} \quad (4.63)$$

Dies führt nach einigen Umformungen zu:

$$\kappa^2 \cdot C_A \cdot \dot{p}_{AE^T} = Q_{vE} - \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot A_A \cdot \sqrt{\kappa^3 \cdot \sqrt{p_{AE^T} - \frac{1}{\kappa} \cdot p_{aus}}} \quad (4.64)$$

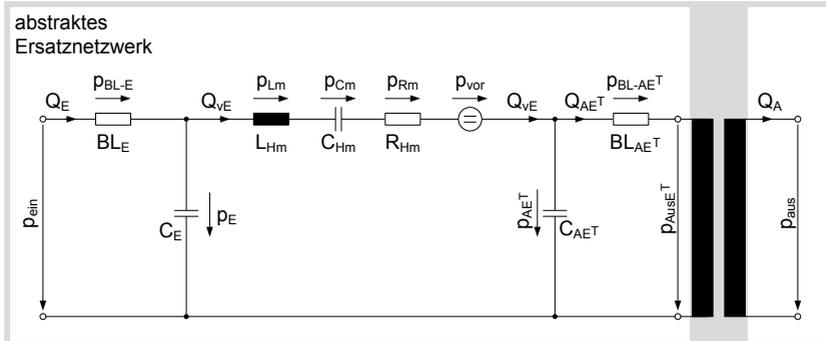
Anhand Gleichung (4.64) kann das ausgangsseitige hydraulische Ersatznetzwerk in das eingangsseitige abstrakte Ersatznetzwerk transformiert werden (siehe **Abbildung 4.36**). Für die transformierte Gleichung kann folgender Ausdruck mit den entsprechenden Ersatzelementen angegeben werden:

$$C_{AE^T} \cdot \dot{p}_{AE^T} = Q_{vE} - \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot A_{AE^T} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \quad (4.65)$$

mit  $C_{AE^T} = \kappa^2 \cdot C_A$  (4.66)

$A_{AE^T} = \sqrt{\kappa^3} \cdot A_A$  (4.67)

$P_{ausE^T} = \frac{1}{\kappa} \cdot P_{aus}$  (4.68)



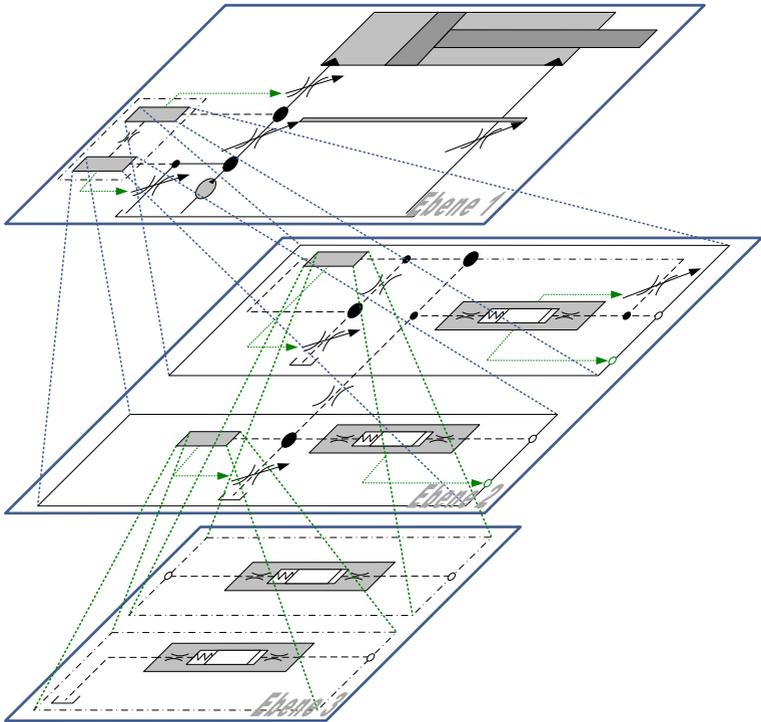
**Abbildung 4.36:** Transformation des ausgangsseitigen hydraulischen Ersatznetzwerks in das eingangsseitige hydraulische Ersatznetzwerk

Somit besteht die Möglichkeit einer durchgehenden Auswertung in einem Netzwerk, bestehend aus einheitlichen Elementen und Zustandsgrößen. Der Austausch ausgangsseitig mit anderen Elementen geschieht durch eine Verknüpfung anhand der Übersetzungsmatrix (4.60). Die in diesem Abschnitt erarbeitete mathematische Formulierung zur Verhaltensbeschreibung des hydraulischen Ersatzelements dient als zentraler Ausgangspunkt für eine im nächsten Kapitel vorgestellte mathematische Ebenenbildung.

### 4.4.3 Vorstellung eines strukturellen Ebenenmodells

Aus den bisherigen Untersuchungen und Erkenntnissen, aufbauend aus der Betrachtung des strukturellen Aufbaus von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen im Allgemeinen bzw. der Betrachtung von hydraulischen Steuerungs- und Übertragungssystemen im Speziellen, kann das in **Abbildung 4.37** gezeigte Eben-

enmodell abgeleitet werden. Dieses entspricht im Wesentlichen der Einteilung in Subsysteme, wie sie von Geimer und Pohland [51] vorgeschlagen wird.



**Abbildung 4.37:** Strukturelles Ebenenmodell von hydraulischen Systemen und Steueranordnungen

Es zeigt eine Verkopplung von Elementen und Relationen im Bereich gleicher Leistungsübertragungen und eine Zusammenfassung von Elementen sowie Relationen, deren Kopplung zu den anderen Systemelementen viel schwächer ist als die eigene Binnenkopplung. Stellvertretend hierfür können z.B unterschiedliche Leitungs-

querschnitte aufgeführt werden, welche sowohl verantwortlich für eine Begrenzung der an die abgegrenzten Elemente abgegebenen Energie als auch für unterschiedliche Zeitkonstanten zeigt.

Im Wesentlichen entspricht das strukturelle Ebenenmodell der Einteilung von Elementen und Relationen nach der in **Abbildung 4.31** gegebenen Ebenendarstellung, wobei die Aufteilung der jeweiligen Systemelemente in unterscheidbare Ebenen besser hervorgehoben wird. Die hydraulischen Ersatzelemente in den entsprechend unterschiedlichen Ebenen gleicher Leistungsübertragung beziehen ihre Flussgrößen zur Änderung ihrer Steuergrößen immer von der ihnen vorgelagerten bzw. der nächsthöheren Ebene. Hierdurch wird eine hierarchische Einteilung der entsprechenden Systemelemente deutlich, wodurch der Ebenencharakter der Einordnung noch einmal hervorgehoben wird. Aufbauend auf diesem Modell kann die Beschreibung und Verknüpfung von Elementen auf unterschiedlichen mathematischen Beschreibungsformen bzw. Ebenen erfolgen. Die Auswahl der Ebenen kann hierbei entweder durch den Anwender auf Grund seiner Erfahrung oder durch entsprechende Untersuchungen und Abschätzungen ausgewählt werden.

# 5 Möglichkeiten der Vereinfachung von Simulationsmodellen des Antriebssystems mobiler Arbeitsmaschinen

Ziel dieses Kapitels ist das Erzeugen einer Systematik, welche es erlaubt, sowohl das hydraulische Ersatzelement als auch die Verknüpfung dieser Elemente innerhalb einer strukturellen Ebene systematisch einer mathematischen Detailltiefe so zuzuordnen, dass bezogen auf die zu untersuchende Aufgabenstellung ein vertretbares Ergebnis im Sinne der Modellgüte und der zu erwartenden Rechenzeiten entsteht. Hierzu werden in den folgenden Abschnitten Möglichkeiten vorgestellt, wie das hydraulische Ersatzelement im Sinne möglicher Vereinfachungen modelliert werden und innerhalb der entsprechenden Ebenen sinnvoll mit den anderen Systemelementen verknüpft werden kann.

## 5.1 Beschreibungsformen der hydraulischen Ersatzelemente

Die folgenden Abschnitte beziehen sich jeweils auf das in **Abbildung 4.36** angegebene Ersatznetzwerk. Es werden Beschreibungsformen mit unterschiedlichen mathematischen Detailliefen angegeben, jedoch immer mit dem Resultat, die entsprechenden Zustandsgrößen an den Ein- und Ausgängen zu bestimmen.

### 5.1.1 Klassische Beschreibung (D)

Im Sinne der klassischen Beschreibungsform wird das Modell des hydraulischen Ersatzelements über die Bilanzierungsgleichungen der in einen hydraulischen Knoten ein- und ausfließenden Volumenströme aufgebaut. Für das in **Abbildung 4.36**

dargestellte Netzwerk bedeutet dies für die Bestimmung der Drücke in den hydraulischen Kapazitäten:

$$\dot{p}_E = \frac{1}{C_E} \cdot \left[ B_{BL-E} \cdot \sqrt{|p_E - p_{ein}|} \cdot \text{sign}(p_E - p_{ein}) - Q_{vE} \right] \quad (5.1)$$

$$\dot{p}_{AE^T} = \frac{1}{C_{AE^T}} \cdot \left[ Q_{vE} - B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{|p_{AE^T} - p_{ausE^T}|} \cdot \text{sign}(p_{AE^T} - p_{ausE^T}) \right] \quad (5.2)$$

Das Aufstellen der Bestimmungsgleichung der mittleren Masche liefert die folgende Formulierung:

$$0 = L_{Hm} \cdot \dot{Q}_{vE} + \frac{1}{C_{Hm}} \cdot \int Q_{vE} \cdot dt + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + p_{vor} + p_{AE^T} - p_E \quad (5.3)$$

Ersetzt man das zeitliche Integral des Volumenstroms durch die integrale Größe Volumen

$$\int Q_{vE} \cdot dt = V_{vE} \quad (5.4)$$

können die Gleichungen (5.1) bis (5.3) als ein gewöhnliches nichtlineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung angeordnet werden:

$$\begin{aligned} \dot{p}_E &= \frac{1}{C_E} \cdot \left[ B_{BL-E} \cdot \sqrt{|p_{ein} - p_E|} \cdot \text{sign}(p_{ein} - p_E) - Q_{vE} \right] \\ \dot{p}_{AE^T} &= \frac{1}{C_{AE^T}} \cdot \left[ Q_{vE} - B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{|p_{AE^T} - p_{ausE^T}|} \cdot \text{sign}(p_{AE^T} - p_{ausE^T}) \right] \\ \dot{V}_{vE} &= Q_{vE} \\ \dot{Q}_{vE} &= \frac{1}{L_{Hm}} \cdot \left[ -R_{Hm} \cdot Q_{vE} - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} + p_E - p_{AE^T} - p_{vor} \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Der Vorteil dieser Anordnung besteht darin, dass die Werte auf der rechten Seite der Gleichung als Vektor zusammengefasst und je nach verwendeter signalfluss-basierter Simulationssoftware direkt einem Integrator bzw. einem numerischen Solver nach Abschnitt 3.1.4 übergeben werden können. Auch bietet sich in der Darstellung als System erster Ordnung eine direkt realisierbare Linearisierung der Funktion auf der rechten Seite der Gleichungen (5.4) um einen Arbeitspunkt für regelungstechnische Auslegungen und Untersuchungen an.

Für einen Zusammenbau als Gesamtmodell im Sinne einer zu untersuchenden Simulationsaufgabe nach der Modellstruktur in **Abbildung 4.37** ist es jedoch notwendig, dass die Zustandsgrößen mit den Elementen in der jeweils betrachteten Ebene kommunizieren können. Hierfür müssen vordergründig die ermittelten Zustandsgrößen bekannt sein. Sind die einzelnen Elemente innerhalb einer Ebene über die Bilanzierungsgleichungen von Knoten miteinander verknüpft, müssen die eingangs- und transformiert ausgangsseitigen Volumenströme an den Klemmen des hydraulischen Ersatzelements wie folgt bestimmt werden:

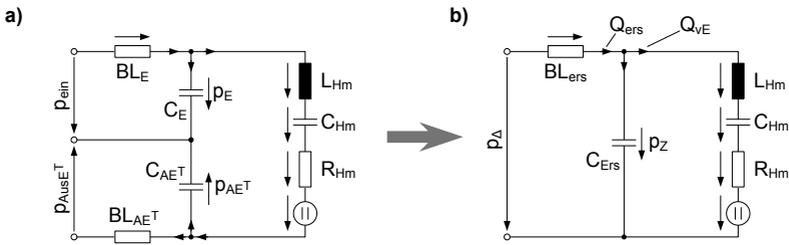
$$Q_E = B_{BL-E} \cdot \sqrt{|p_E - p_{ein}|} \cdot \text{sign}(p_E - p_{ein}) \quad (5.6)$$

$$Q_{AE^T} = B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{|p_{AE^T} - p_{ausE^T}|} \cdot \text{sign}(p_{AE^T} - p_{ausE^T}) \quad (5.7)$$

Die Zustandsgrößen Druck und Volumenstrom an den ausgangsseitigen Klemmen können mit Hilfe der Übersetzungsmatrix (4.60) bestimmt werden.

## 5.1.2 Beschreibung mit reduziert-dynamischen Ersatzelementen (R)

Da die Rechenzeit in einem hohen Maße von der Anzahl der zu integrierenden Zustände bzw. Differenzkoordinaten abhängt, kann eine Reduzierung der Ordnung eines Modells, welche mit einer Verringerung der Knoten bzw. der Kapazitäten einhergeht, zu einer Abnahme der Rechenzeit führen. Führen die Werte der Kapazitäten zu kleinen Zeitkonstanten, wie z.B. bei kleinen Kammervolumen in Ventilblöcken gegenüber großen Kammervolumens bei hydraulischen Zylindern, fällt die Argumentation für ein Eliminieren dieser Elemente einfach aus. Führen die Werte der betrachteten Kapazitäten jedoch zu großen Zeitkonstanten in Form von dominanten Eigenwerten, kann das Bilden von dynamischen Ersatzelementen nach [6] eine sinnvolle Form der Vereinfachung darstellen, ohne dass die Beschreibung des dominanten dynamischen Verhaltens zu sehr beeinträchtigt wird. **Abbildung 5.1** zeigt das Resultat der Vereinfachung.



**Abbildung 5.1:** Zusammenfassung der hydraulischen Kapazitäten und Widerstände in einzelne Ersatzelemente

In Ansicht a) wird das Ersatznetzwerk aus **Abbildung 4.36** (jedoch ohne Darstellung des Übersetzungsmechanismus) so umgeformt, dass das die mechanischen Elemente antreibende Potential als Differenz der an den Kapazitäten anliegenden Drücke veranschaulicht wird. Ansicht b) zeigt das Resultat der Vereinfachung in Form der Zusammenfassung der Ein- und Ausgangswiderstände sowie der beiden hydraulischen Kapazitäten in jeweils einem Ersatzelement. Im folgenden Verlauf wird die Herleitung beschrieben. Das auf die mechanischen Elemente wirkende Potential in Form eines Ersatzdrucks  $p_Z$  kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$p_Z = p_E - p_{AE^T} \quad (5.8)$$

Für den Druckaufbau gilt hierbei:

$$\dot{p}_Z = \dot{p}_E - \dot{p}_{AE^T} \quad (5.9)$$

Das Einsetzen der Gleichungen (5.1) und (5.2) führt zu:

$$\dot{p}_Z = \frac{1}{C_E} (B_{BL-E} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_e} - Q_{vE}) - \frac{1}{C_{AE^T}} (Q_{vE} - B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}}) \quad (5.10)$$

Ein Umformen liefert den folgenden Ausdruck:

$$C_E \cdot C_{AE^T} \cdot \dot{p}_Z = \boxed{B_{BL-E} \cdot C_{AE^T} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_e} + B_{BL-AE^T} \cdot C_E \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}}} - (C_E + C_{AE^T}) \cdot Q_{vE} \quad (5.11)$$

Mit den Ausdrücken für die beiden von der Position des Kolbens abhängigen Kapazitäten

$$C_E = \frac{V_{0E} + A_{KS} \cdot x}{E_{\dot{O}l}} \quad (5.12)$$

$$C_{AE^T} = \kappa^2 \cdot C_A = \kappa^2 \cdot \frac{V_{0A} - A_{RS} \cdot x}{E_{\dot{O}l}} \quad (5.13)$$

sowie der Tatsache, dass sich das konstante Restvolumen der Ausgangskapazität als ein reales Vielfaches des konstanten Restvolumens der Eingangskapazität verhält:

$$V_{0A} = \gamma \cdot V_{0E} = \gamma \cdot V_0 \quad (5.14)$$

lässt sich der hervorgehobene Term in Gleichung (5.11) wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} & \frac{B_{BL-E} \cdot \kappa^2 \cdot \gamma \cdot V_0}{E_{\dot{O}l}} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} + \frac{B_{BL-AE^T} \cdot V_0}{E_{\dot{O}l}} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \\ & + \left[ -\frac{B_{BL-E} \cdot \kappa^2 \cdot A_{RS} \cdot x_0}{E_{\dot{O}l}} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} + \frac{B_{BL-AE^T} \cdot A_{KS} \cdot x}{E_{\dot{O}l}} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

Eine weitere Umformung liefert den Term:

$$\begin{aligned} & \frac{V_0}{E_{\dot{O}l}} \left[ B_{BL-E} \cdot \kappa^2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} + B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \right] \\ & + \frac{A_{KS} \cdot x}{E_{\dot{O}l}} \cdot \left[ -B_{BL-E} \cdot \kappa \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} + B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

wobei die ausgangsseitige Stirnfläche  $A_{RS}$  durch

$$A_{RS} = \frac{1}{\kappa} \cdot A_{KS} \quad (5.17)$$

ersetzt wurde. Geht man im weiteren Verlauf von der Annahme aus, dass in das in Darstellung a) der **Abbildung 5.1** gezeigte Netzwerk der gleiche Volumenstrom herausfließt, wie hereingeflossen ist (zu treffende Vereinfachung nach [6]), kann die folgende Gleichung formuliert werden:

$$B_{BL-E} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} = B_{BL-AE^T} \cdot \sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} \quad (5.18)$$

Umgestellt nach

$$\sqrt{p_{AE^T} - p_{ausE^T}} = \frac{B_{BL-E}}{B_{BL-AE^T}} \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} \quad (5.19)$$

und eingesetzt in (5.16) liefert für den betrachteten Term:

$$\begin{aligned} & \frac{V_0}{E_{Öl}} \cdot B_{BL-E} \cdot (\kappa^2 \cdot \gamma + 1) \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} + \frac{V_{vE}}{E_{Öl}} \cdot B_{BL-E} \cdot (1 - \kappa) \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} \\ &= \frac{B_{BL-E}}{E_{Öl}} \cdot [V_0 \cdot (\kappa^2 \cdot \gamma + 1) + V_{vE} \cdot (1 - \kappa)] \cdot \sqrt{p_{ein} - p_E} \end{aligned} \quad (5.20)$$

wobei der eingangsseitig durch den Zylinder verdrängte Volumenstrom durch

$$A_{KS} \cdot x = V_{vE} \quad (5.21)$$

ersetzt wurde. Führt man die folgende Formulierung ein:

$$p_{ein} - p_E = \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha} \cdot (p_{ein} - p_E) = \frac{1}{1 + \alpha} (p_{ein} - p_E + \alpha \cdot (p_{ein} - p_E)) \quad (5.22)$$

und ersetzt  $p_{ein} - p_E$  mit dem Ausdruck aus Gleichung (5.19)

$$p_{ein} - p_E = \frac{1}{1 + \alpha} \left( p_{ein} - p_E + \alpha \cdot \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2} \cdot (p_{AE^T} - p_{ausE^T}) \right) \quad (5.23)$$

kann mit

$$\alpha = \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2} \quad (5.24)$$

die Druckdifferenz  $p_{ein} - p_E$  wie folgt ausgedrückt werden:

$$p_{ein} - p_E = \frac{1}{1 + \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2}} \cdot ((p_{ein} - p_{ausE^T}) - (p_E - p_{AE^T})) = \frac{1}{1 + \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2}} \cdot (p_{\Delta} - p_Z) \quad (5.25)$$

Die erhaltene Gleichung (5.25) eingesetzt in den betrachteten Term (5.20) liefert für die Ausgangsgleichung (5.11) den folgenden Zusammenhang (zur besseren Übersicht ohne Signum-Funktion dargestellt):

$$\frac{C_E C_{AE^T}}{C_E + C_{AE^T}} \dot{p}_Z = \frac{C_0}{C_E + C_{AE^T}} \left[ \frac{B_{BL-E} (\kappa^2 \gamma + 1)}{\sqrt{1 + \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2}}} + \frac{V_{vE}}{V_0} \frac{B_{BL-E} (1 - \kappa)}{\sqrt{1 + \frac{B_{BL-E}^2}{B_{BL-AE^T}^2}}} \right] \sqrt{p_\Delta - p_Z} - Q_{vE} \quad (5.26)$$

mit

$$C_0 = \frac{V_0}{E_{0l}} \quad (5.27)$$

Gleichung (5.26) beschreibt dabei den Druckaufbau in der Ersatzkapazität, wie sie in **Abbildung 5.1** dargestellt ist. Hierfür wird die Ersatzdruckdifferenz  $p_\Delta$  der beiden an den Außenklemmen anliegenden Drücke eingeführt (siehe Gleichung (5.26)). Mit den Ersatzelementen

$$C_{Ers} = \frac{C_E C_{AE^T}}{C_E + C_{AE^T}} \quad (5.28)$$

und

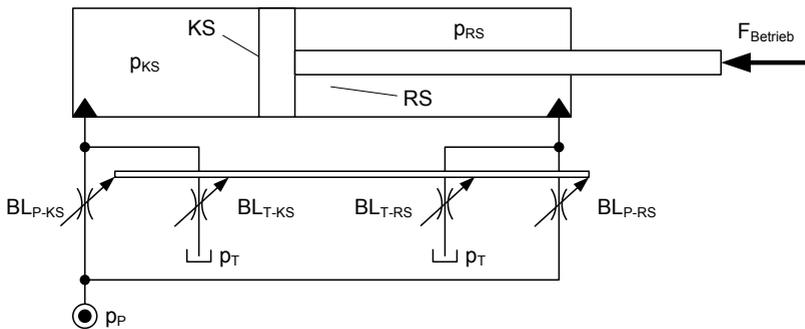
$$B_{BL-Ers} = \frac{C_0}{C_E + C_{AE^T}} \left[ \frac{B_{BL-AE^T} \cdot B_{BL-E} (\kappa^2 \gamma + 1)}{\sqrt{B_{BL-AE^T}^2 + B_{BL-E}^2}} + \frac{V_{vE}}{V_0} \cdot \frac{B_{BL-AE^T} \cdot B_{BL-E} (1 - \kappa)}{\sqrt{B_{BL-AE^T}^2 + B_{BL-E}^2}} \right] \quad (5.29)$$

kann die Druckaufbaugleichung für die Ersatzdruckdifferenz  $p_Z$  sehr übersichtlich angegeben werden:

$$C_{Ers} \cdot \dot{p}_Z = B_{BL-Ers} \cdot \sqrt{p_\Delta - p_Z} - Q_{vE} \quad (5.30)$$

Gleichung (5.30) bietet die Möglichkeit einer vereinfachten Berechnung des dynamischen Verhaltens des hydraulischen Ersatzelements. Zum einen reduziert sich wie bereits angegeben die Anzahl der zu integrierenden Zustandsgrößen. Zum anderen werden keine Elemente zur Limitierung des Drucks benötigt, da  $p_Z$  eine Druckdifferenz aus den Drücken an den Ein- und Ausgangsklemmen darstellt und diese sowohl positive (passive Betriebskräfte) als auch negative (aktive Betriebs-

kräfte) Werte annehmen kann. Dieser Umstand führt jedoch zu Nachteilen, da zum Beispiel keine Absolutdrücke berechnet werden. Sind diese für bestimmte Auswertungen notwendig oder deren Kenntnis als Informationsgrößen für Regelungen, Rückkopplungen zu anderen Systemelementen oder als Information für eine mögliche Betriebsstrategie erforderlich, können die entsprechenden Absolutdrücke über die Blendengleichung am Eingang bzw. am Ausgang der Strecke nach **Abbildung 4.36** bestimmt werden. Des Weiteren können ziehende Lasten bzw. aktive Lasten mit diesem Ersatzelement nur bedingt beschrieben werden. Vor allem, wenn die Zulaufseite kavieren würde (Druck in Zylinderkammer nahezu Null), ergibt sich mit hoher Wahrscheinlichkeit eine große Differenz zwischen Realitäts- und Modellverhalten. Sind die betrachteten realen Systeme jedoch so ausgelegt, dass ein Kavieren der Zulaufseite vermieden wird (z.B. Anpassung von Zu- und Rücklaufmessblende während der Inbetriebnahme eines Mobilbaggers bzw. Nutzung von Nachsaugventilen zum Volumenstromausgleich), kann die Modellgüte gegebenenfalls verbessert werden. Handelt es sich bei dem betrachteten bzw. zu untersuchenden hydraulischen Ersatzelement um einen hydraulischen Zylinder, welcher in beide Richtungen ausfährt, müssen beide Kapazitäten über Blendenwiderstände jeweils mit dem Pumpen- bzw. dem Tankkanal verbunden sein (siehe **Abbildung 5.2**).



**Abbildung 5.2:** In beide Richtungen steuerbarer hydraulischer Zylinder

Im Wesentlichen lässt sich die Struktur des erhaltenen Ersatzelements in einem abstrakten Netzwerk, wie es in Darstellung a) der **Abbildung 5.3** angegeben ist, zusammenfassen. Die ausgangsseitigen bzw. ringseitigen (RS) Systemelemente und Systemgrößen werden wiederum basierend auf den Gleichungen (4.65) bis

(4.68) in das eingangsseitige bzw. kolbenseitige (KS) Netzwerk transformiert. Analog zu der Herleitung des Ersatznetzwerks des einfachen hydraulischen Ersatzelements erfolgt die Ermittlung der dynamischen Ersatzelemente nach demselben Schema. Erneut wird über die Ersatzdruckdifferenz bzw. deren Ableitung

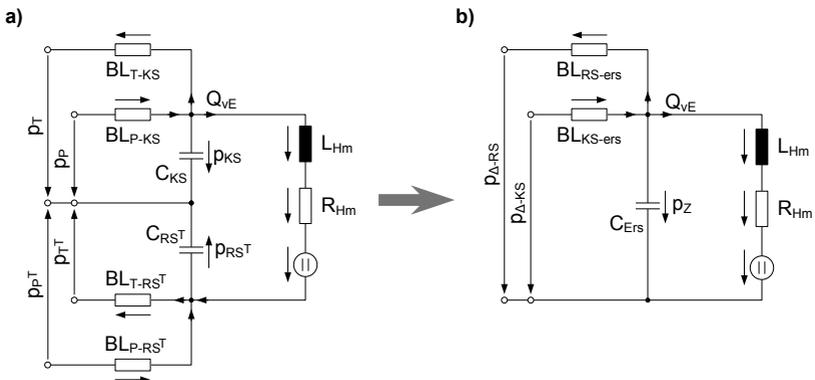
$$\dot{p}_Z = \dot{p}_{KS} - \dot{p}_{RS^T} \quad (5.31)$$

und mit den entsprechenden Druckaufbaugleichungen

$$\dot{p}_{KS} = \frac{1}{C_{KS}} \left( B_{P-KS} \cdot \sqrt{p_P - p_{KS}} - B_{T-KS} \cdot \sqrt{p_{KS} - p_T} - Q_{VE} \right) \quad (5.32)$$

$$\dot{p}_{RS^T} = \frac{1}{C_{RS^T}} \left( B_{P-RS^T} \cdot \sqrt{p_{P^T} - p_{RS^T}} - B_{T-RS^T} \cdot \sqrt{p_{RS^T} - p_{T^T}} + Q_{VE} \right) \quad (5.33)$$

eine Möglichkeit geschaffen, entsprechend der Herleitungen nach den Gleichungen (5.11) bis (5.26), das Ausgangsnetzwerk nach Darstellung a) in ein Ersatznetzwerk nach Darstellung b) in **Abbildung 5.3** zu überführen.



**Abbildung 5.3:** Zusammenfassung der hydraulischen Kapazitäten und Widerstände in einzelne Ersatzelemente für doppeltwirkende hydraulische Zylinder

Für den zeitlichen Druckdifferenzaufbau in Knoten  $C_{Ers}$  gilt dabei die folgende Differentialgleichung (zur besseren Übersicht ohne Signum-Funktion dargestellt):

$$C_{Ers} \cdot \dot{p}_Z = B_{KS-Ers} \cdot \sqrt{p_{\Delta-KS} - p_Z} - B_{RS-Ers} \cdot \sqrt{p_Z - p_{\Delta-RS}} - Q_{vE} \quad (5.34)$$

mit den Ersatzdifferenzdrücken:

$$p_{\Delta-KS} = p_P - p_{P^T} \quad (5.35)$$

und

$$p_{\Delta-RS} = p_T - p_{P^T} \quad (5.36)$$

sowie den Ersatzelementen

$$C_{Ers} = \frac{C_{KS} C_{RS^T}}{C_{KS} + C_{RS^T}} \quad (5.37)$$

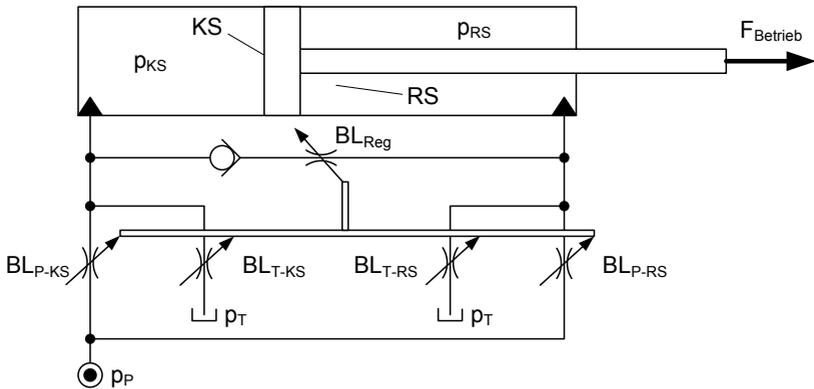
$$B_{KS-Ers} = \frac{C_0}{C_{KS} + C_{RS^T}} \left[ \frac{B_{T-RS^T} \cdot B_{P-KS} (\kappa^2 \gamma + 1)}{\sqrt{B_{T-RS^T}^2 + B_{P-KS}^2}} + \frac{V_{vE}}{V_0} \cdot \frac{B_{T-RS^T} \cdot B_{P-KS} (1 - \kappa)}{\sqrt{B_{T-RS^T}^2 + B_{P-KS}^2}} \right] \quad (5.38)$$

$$B_{RS-Ers} = \frac{C_0}{C_{KS} + C_{RS^T}} \left[ \frac{B_{P-RS^T} \cdot B_{T-KS} (\kappa^2 \gamma + 1)}{\sqrt{B_{P-RS^T}^2 + B_{T-KS}^2}} + \frac{V_{vE}}{V_0} \cdot \frac{B_{P-RS^T} \cdot B_{T-KS} (1 - \kappa)}{\sqrt{B_{P-RS^T}^2 + B_{T-KS}^2}} \right] \quad (5.39)$$

Alle übrigen Größen in Gleichungen (5.38) und (5.39) entsprechen den jeweils vergleichbaren Größen aus Gleichung (5.29), jedoch bezogen auf die Notation mit kolben- und stangenseitig relevanten Größen und nicht bezogen auf die ein- und ausgangsseitigen Teilnetzwerke des einfachen hydraulischen Ersatzelements. Eine häufig bei Baggern, Baggerladern und Radladern anzutreffende Verschaltungsanordnung für hydraulische Zylinder zeigt **Abbildung 5.4**.

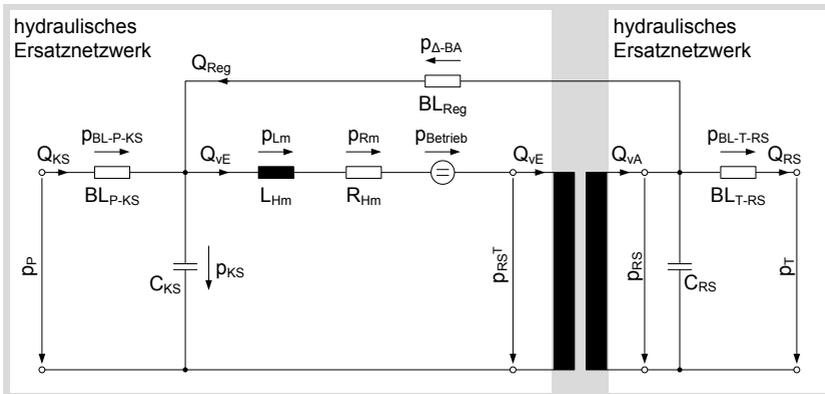
Hier wird die ringseitige Zylinderkammer RS mit der kolbenseitigen Zylinderkammer KS über eine Regenerationsblende  $BL_{Reg}$  verbunden. Ziel einer solchen Verschaltung ist es, bei antreibenden bzw. aktiven Lasten (Druck in der ringseitigen Zylinderkammer RS in Folge einer in Bewegungsrichtung wirkenden Betriebskraft ist größer als der Druck in Zylinderkammer KS) einen Teil des aus der ringseitigen Zylinderkammer fließenden Volumenstroms der Zulaufseite wieder direkt zuzuführen. Der Vorteil dieser Zuführung liegt entweder in einer höheren Ausfahrgeschwindigkeit des Verbrauchers (bei gleichbleibenden Zulaufvolumenströmen über die Zulaufblende) oder eines zu verringernden Zulaufvolumenstroms (bei gleich-

bleibender Verbrauchergeschwindigkeit gegenüber Verschaltungen ohne Regenerationsfunktion). Letzterer Punkt führt häufig zu einem effizienteren Betriebsverhalten des Gesamtsystems, da der Pumpenvolumenstrom ebenso reduziert werden kann und hierdurch bei gleichen Verbrauchergeschwindigkeiten die aufzubringende Leistung an der Hydraulikpumpe ebenfalls abgesenkt wird. Aufgrund der direkten Beeinflussung von kolben- und ringseitiger Zylinderkammer kann die allgemeine Ersatzstruktur des hydraulischen Ersatzelements nicht ohne Weiteres für die Ableitung der dynamischen Ersatzelemente herangezogen werden.



**Abbildung 5.4:** In beide Richtungen steuerbarer hydraulischer Zylinder mit Regenerationsblende

Aus diesem Grund findet sich basierend auf **Abbildung 5.5** eine Herleitung des hydraulischen Ersatzelements für Verschaltungen mit Regenerationsfunktion. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden im folgenden Verlauf jedoch nur die Elemente der Verschaltung für ein Ausfahren des Zylinders betrachtet, da bei dem gewählten Beispiel nur hier die Regeneration aktiv ist. Die erhaltenen Ergebnisse stellen jedoch keine Einschränkung der Allgemeinheit dar.



**Abbildung 5.5:** Abstraktes Netzwerk des hydraulischen Zylinders mit seiner Steueranordnung und Regenerationsfunktion

Für die beiden hydraulischen Kapazitäten lassen sich die folgenden Ausdrücke für den jeweiligen Druckaufbau formulieren:

$$\dot{p}_{KS} = \frac{1}{C_{KS}} \left( B_{P-KS} \cdot \sqrt{p_P - p_{KS}} + B_{Reg} \cdot \sqrt{p_{RS} - p_{KS}} - Q_{vE} \right) \quad (5.40)$$

$$\dot{p}_{RS} = \frac{1}{C_{RS}} \left( Q_{vA} - B_{Reg} \cdot \sqrt{p_{RS} - p_{KS}} - B_{T-RS} \cdot \sqrt{p_{RS} - p_T} \right) \quad (5.41)$$

Ergänzt man Gleichung (5.40) um den Ausdruck für den Druck  $p_{RS}$  aus Gleichung (4.60), ergibt sich nach diversen Umformungen eine transformierte Beziehung der Art:

$$\dot{p}_{KS^T} = \frac{1}{C_{KS^T}} \left( B_{P-KS^T} \cdot \sqrt{p_{P^T} - p_{KS^T}} + B_{RegKS^T} \cdot \sqrt{p_{RS^T} - p_{KS^T}} - Q_{vE} \right) \quad (5.42)$$

mit 
$$p_{KS^T} = \frac{p_{KS}}{\kappa} \quad (5.43)$$

$$p_{P^T} = \frac{p_P}{\kappa} \quad (5.44)$$

$$C_{KS^T} = \kappa \cdot C_{KS} \quad (5.45)$$

$$B_{P-KS^T} = \sqrt{\kappa} \cdot B_{P-KS} \quad (5.46)$$

$$B_{\text{Re}gKS^T} = \sqrt{\kappa} \cdot B_{\text{Re}g} \quad (5.47)$$

Verfährt man mit Gleichung (5.41) auf dieselbe Weise, ergibt sich ebenso nach Umformungen eine Beziehung für den zeitlichen Aufbau des transformierten Druckes auf der Ringseite:

$$\dot{p}_{RS^T} = \frac{1}{C_{RS^T}} \left( Q_{vE} - B_{T-RS^T} \cdot \sqrt{p_{RS^T} - p_{T^T}} - B_{\text{Re}gRS^T} \cdot \sqrt{p_{RS^T} - p_{KS^T}} \right) \quad (5.48)$$

mit 
$$p_{T^T} = \frac{P_T}{\kappa} \quad (5.49)$$

$$C_{RS^T} = \kappa^2 \cdot C_{RS} \quad (5.50)$$

$$B_{T-RS^T} = \sqrt{\kappa^3} \cdot B_{T-RS} \quad (5.51)$$

$$B_{\text{Re}gRS^T} = \sqrt{\kappa^3} \cdot B_{\text{Re}g} \quad (5.52)$$

Das auf die mechanischen Elemente wirkende Potential in Form eines Ersatzdrucks  $p_Z$  und dessen zeitliche Ableitung kann wie bei den vorgangegangenen Herleitungen wie folgt ausgedrückt werden:

$$p_Z = p_{KS^T} - p_{RS^T} \quad (5.53)$$

$$\dot{p}_Z = \dot{p}_{KS^T} - \dot{p}_{RS^T} \quad (5.54)$$

Setzt man die Gleichungen (5.42) und (5.48) in (5.54) ein und formt die erhaltene Gleichung nach dem gleichen Schema wie für das einfache hydraulische Ersatzelement um, so erhält man eine Differentialgleichungen mit den folgenden Ersatzelementen:

$$C_{Ers} \cdot \dot{p}_Z = B_{Ers} \cdot \sqrt{p_\Delta - p_Z} - Q_{vE} - B_{\text{Re}g-Ers} \cdot \sqrt{p_Z} \quad (5.55)$$

Für die Druckdifferenz  $p_\Delta$  gilt:

$$p_\Delta = p_{p^T} - p_{T^T} \quad (5.56)$$

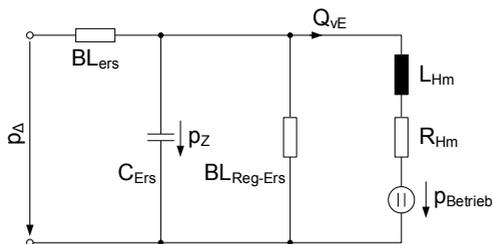
Die weiteren Ersatzelemente lassen sich durch die folgenden Gleichungen ermitteln:

$$B_{Ers} = \frac{C_0}{C_{KS^T} + C_{RS^T}} \left[ \frac{B_{T-RS^T} \cdot B_{P-KS^T} (\kappa^2 \gamma + 1)}{\sqrt{B_{T-RS^T}^2 + B_{P-KS^T}^2}} + \frac{V_{vE}}{V_0} \cdot \frac{B_{T-RS^T} \cdot B_{P-KS^T} (1 - \kappa)}{\sqrt{B_{T-RS^T}^2 + B_{P-KS^T}^2}} \right] \quad (5.57)$$

$$C_{Ers} = \frac{C_{KS^T} \cdot C_{RS^T}}{C_{KS^T} + C_{RS^T}} \quad (5.58)$$

$$B_{Reg-Ers} = \frac{C_{RS^T} \cdot B_{RegKS^T} + C_{KS^T} \cdot B_{RegRS^T}}{C_{RS^T} + C_{KS^T}} \quad (5.59)$$

Die mathematische Struktur von Gleichung (5.55) kann durch das in **Abbildung 5.6** abgebildete Ersatznetzwerk beschrieben werden. Parallel zu der hydraulischen Kapazität und der mechanischen Masche lässt sich eine Ersatzblende anordnen, welche für den betrachteten Zylinder die Regenerationsfunktion vereinfacht mit dynamischen Ersatzelementen abbildet. Dabei zeigt **Abbildung 5.6** wie erwähnt nur die hydraulischen Ersatzelemente, welche zum Ausfahren des Zylinders benötigt werden. Soll der Zylinder in seiner Gänze abgebildet werden, müssen die Blenden, welche die Einfahrgeschwindigkeit vorgeben, berücksichtigt werden. Da durch Gleichung (5.54) die mathematischen Formulierungen zur Beschreibung des Widerstandsverhaltens der einzelnen Messblenden summativ verknüpft werden, können die hydraulischen Ersatzelemente zur Beschreibung der Einfahrbewegung analog zu den Gleichungen (5.34) und (5.39) angegeben werden.



**Abbildung 5.6:** Abstraktes Ersatznetzwerk hydraulischer Zylinder mit Regeneration

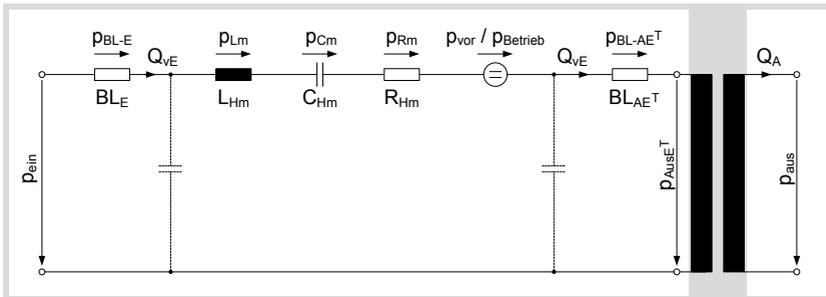
Die in diesem Abschnitt vorgestellten Vereinfachungen zielen vor allem auf die Zusammenfassung der hydraulischen Elemente des hydraulischen Ersatzelements nach **Abbildung 4.36** zu jeweils einer Ersatzgröße, um das dynamische Verhalten vereinfacht beschreiben zu können. Die mechanische Masse bleibt hiervon jedoch unberührt, d.h. die Beschreibung des Verhaltens kann auf klassische Weise durch Aufstellen der Maschengleichung erfolgen. Weiterhin bedarf es einer Limitierung des Minimalwerts der Öffnungsblenden, da der Nenner der Ersatzelemente, z.B. nach Gleichung (5.57) nach Null streben würde. Eine Limitierung auf einen kleinen Wert kann in der Realität mit immer auftretenden Leckagen begründet werden.

### 5.1.3 Beschreibung mit stationären Ersatzelementen (S)

Ausgehend von der Darstellung in **Abbildung 5.7** können für unterschiedliche Schieber- bzw. Kolbenvarianten mehrere Beschreibungsmöglichkeiten angegeben werden, um das Verhalten des entsprechenden Ersatzelements teilweise oder vollständig stationär beschreiben zu können. Allen Varianten gemeinsam ist jedoch die Annahme, dass die hydraulischen Kapazitäten vernachlässigt werden können, da sie im Gesamtverhalten des betrachteten Systemmodells nicht die dominanten Eigenbewegungen darstellen oder ihr Wert gegenüber der mechanischen Induktivität deutlich geringer ist. Im nachstehenden Abschnitt werden die Berechnungsvorschriften für folgende Schieber- bzw. Kolbenvarianten vorgestellt: Zylinder ohne durch eine Feder verursachte Rückstellkraft mit sehr hoher Trägheit im Vergleich hierzu und geringen hydraulischen Kapazitäten (**S1**). Dies kann beispielsweise ein Zylinder aus **Abbildung 4.31** sein, bei dem die Trägheit des Verbrauchers reduziert auf die Zylinderstangen einen größeren Einfluss auf das dynamische Verhalten hat, als die hydraulische Kapazität.

Dieser Zustand kann bei Anordnungen auftreten, bei dem das Wegeventil zur Steuerung des Zylinders direkt am Zylinder befestigt ist. Des Weiteren erfolgt die Darstellung eines Schiebers ebenso ohne Federkräfte und mit jeweils geringen Werten für die hydraulische Kapazität und die mechanische Trägheit (**S2**). Als letztes wird ein stationäres Ersatzelement vorgestellt, bei dem ebenso die Kapazität als auch die Trägheit vernachlässigt werden, jedoch eine Feder zur Rückstellkraftbereitstellung eingesetzt wird (**S3**). Diese beiden Kombinationen lassen sich sehr häufig in Ventilanordnungen oder als hydraulisch-mechanische Regler in hydraulischen

schen Pumpen und Motoren finden (S2: z.B. Individualdruckwaage nach **Abbildung 4.31** / S3: z.B. LS-Stromregler nach **Abbildung 4.31**).



**Abbildung 5.7:** Abstraktes Netzwerk des hydraulischen Ersatzelements zur Beschreibung seines Verhaltens mittels stationären Ansätzen

### Zylinderkolben ohne Rückstellfeder und mit großer Verbraucherträgheit (S1)

Für die Masche des Ersatzelements ohne Feder und mit wirkender Induktivität kann folgende Gleichung aufgestellt werden:

$$0 = \frac{1}{B_{BL-E}^2} \cdot Q_{vE}^2 + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + L_{Hm} \cdot \dot{Q}_{vE} + \frac{1}{B_{BL-AE^T}^2} \cdot Q_{vE}^2 + p_{Betrieb} + p_{ausE^T} - p_{ein} \quad (5.60)$$

Umgestellt nach der einzigen zeitlichen Ableitung des Volumenstroms  $Q_{vE}$  stellt sich die nachstehende Differentialgleichung dar:

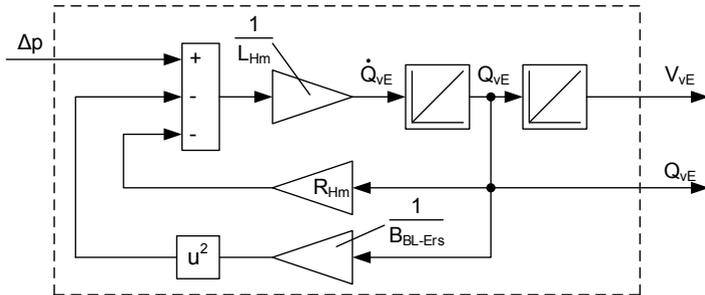
$$\dot{Q}_{vE} = \frac{1}{L_{Hm}} \left[ -\frac{1}{B_{BL-Ers}^2} \cdot Q_{vE}^2 \cdot \text{sign}(Q_{vE}) - R_{Hm} \cdot Q_{vE} + \Delta p \right] \quad (5.61)$$

mit

$$\Delta p = p_{ein} - p_{ausE^T} - p_{Betrieb} \quad (5.62)$$

$$B_{BL-Ers} = \frac{B_{BL-E} \cdot B_{BL-AE^T}}{\sqrt{B_{BL-E}^2 + B_{BL-AE^T}^2}} \quad (5.63)$$

Gleichung (5.61) stellt eine nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung dar, bei der sich der durch das Ersatzelement fließende Volumenstrom zeitlich verzögert gegenüber den einwirkenden äußeren Drücken bzw. Druckdifferenzen aufbaut. **Abbildung 5.8** zeigt den vereinfachten Signalflussplan der Differentialgleichung.



**Abbildung 5.8:** Signalflussplan bei Betrachtung der Trägheit (Induktivität)

Durch einen zusätzlichen Integrator kann aus dem Volumenstrom  $Q_{VE}$  das durch den Zylinder verdrängte Volumen  $V_{VE}$  bestimmt werden. Mit Kenntnis der Zylinderstirnflächen kann auf die Position des Zylinders zurückgeschlossen werden. Innerhalb des Ersatzelements hat die Gewinnung der Position keinen Einfluss, da keine interne Rückführung auf die Veränderungsrate existiert (Betrachtung ohne Feder). Außerhalb des Elements kann jedoch eine Beeinflussung auf andere Zustandsgrößen stattfinden. Die Vereinfachung gegenüber der rein dynamischen Betrachtung (**D**) und der Betrachtung mit reduziert-dynamischen Elementen (**R**) liegt vor allem an der Reduzierung der zu lösenden Differentialgleichungen (einer statt drei bzw. zwei), ohne dass zusätzliche algebraische Bedingungen gelöst werden müssen.

### **Schieber ohne Rückstellfeder und mit geringer Trägheit (S2)**

Für einen Schieber ohne Rückstellfeder, bei dem die Trägheit ( $L_{Hm} = 0$ ) auf Grund ihres geringen Werts vernachlässigbar scheint, vereinfacht sich die Maschengleichung (5.60) zu:

$$0 = \frac{1}{B_{BL-E}^2} \cdot Q_{vE}^2 + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + \frac{1}{B_{BL-AE^T}^2} \cdot Q_{vE}^2 + p_{Betrieb} + p_{ausE^T} - p_{ein} \quad (5.64)$$

Hierdurch entsteht eine algebraische Gleichung in nichtlinearer quadratischer Form, deren Lösung nach einigen Umformschritten sich zu

$$Q_{vE} = \left( -\frac{B_{BL-Ers}^2 \cdot R_{Hm}}{2} + \sqrt{B_{BL-Ers}^2 \cdot |\Delta p| + \frac{B_{BL-Ers}^4 \cdot R_{Hm}^2}{4}} \right) \cdot \text{sign}(\Delta p) \quad (5.65)$$

ergibt. Hierbei sind

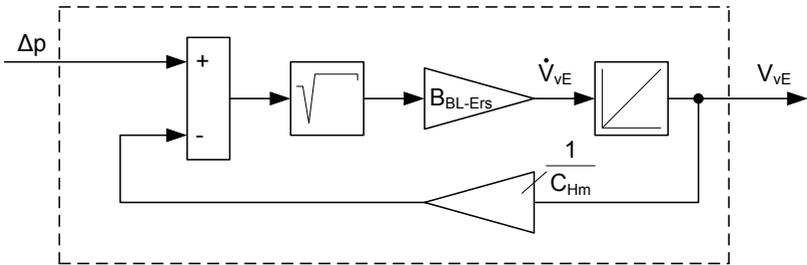
$$\Delta p = p_{ein} - p_{ausE^T} - p_{Betrieb} \quad (5.66)$$

$$B_{BL-Ers} = \frac{B_{BL-E} \cdot B_{BL-AE^T}}{\sqrt{B_{BL-E}^2 + B_{BL-AE^T}^2}} \quad (5.67)$$

Der resultierende Volumenstrom ergibt sich direkt und ohne Zeitverzug bei Anlegen einer Druckdifferenz über das Element. Die Beschreibungsform mit rein stationären Elementen kann bei klassischer Verknüpfung der Elemente untereinander angewendet werden, wobei die Limitierung der Position gesondert betrachtet werden muss. Hierbei wird sich die Struktur des Gesamtmodells ändern müssen, bei dem das betrachtete Element aus der Berechnung genommen wird. Die Position kann wiederum über einen zusätzlichen Integrator und der Kenntnis des Stirnflächenquerschnitts bestimmt werden. Zudem eignet sich dieses Modell auch für eine rein mengenwertige Verknüpfung mehrerer Elemente nach [12].

### **Schieber mit Rückstellfeder und mit geringer Trägheit (S3)**

Elemente mit einer Rückstellfeder, bei denen sehr häufig sowohl die hydraulischen Ein- und Ausgangskapazitäten und die Trägheit des Schiebers vernachlässigbar sind, lassen sich zahlreich in vielen hydraulischen Steueranordnungen finden (z.B. Druckwaagen, Pumpenregler, Druckregler, etc.). Hierbei stellt sich eine im Wesentlichen von der anliegenden Druckdifferenz und der Federsteifigkeit (mechanische Kapazität  $C_{Hm}$ ) abhängige Schieberposition ein, welche zeitlich verzögert erreicht wird. Die zeitliche Verzögerung resultiert vorrangig aus den Blendenquerschnitten der Ein- und Ausgangswiderstände. **Abbildung 5.9** zeigt einen vereinfachten Signalflussplan der die Position des Schiebers bestimmenden Differentialgleichung:



**Abbildung 5.9:** Signalfussplan der die Position des Schiebers bestimmenden Differentialgleichung eines Schiebers mit Rückstellfeder

Ausgehend von **Abbildung 5.7** kann für die Masche ohne Berücksichtigung der Induktivität  $L_{Hm}$  der folgende Ausdruck formuliert werden:

$$0 = \frac{1}{B_{BL-E}^2} \cdot Q_{vE}^2 + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + \frac{1}{C_{Hm}} \cdot \int Q_{vE} dt + \frac{1}{B_{BL-AE^T}^2} \cdot Q_{vE}^2 + p_{Betrieb} + p_{ausE^T} - p_{ein} \quad (5.68)$$

Ersetzt man das zeitliche Integral des Volumenstroms durch das Volumen  $V_{vE}$ , kann Gleichung (5.68) wie folgt umgestellt werden:

$$\dot{V}_{vE}^2 + B_{BL-Ers}^2 \cdot R_{Hm} \cdot \dot{V}_{vE} = B_{BL-Ers}^2 \cdot \left( \Delta p - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} \right) \quad (5.69)$$

mit

$$\Delta p = p_{ein} - p_{ausE^T} - p_{vor} \quad (5.70)$$

$$B_{BL-Ers} = \frac{B_{BL-E} \cdot B_{BL-AE^T}}{\sqrt{B_{BL-E}^2 + B_{BL-AE^T}^2}} \quad (5.71)$$

Wird Gleichung (5.69) in eine Form gebracht, welche eine Variablentrennung ermöglicht, kann die numerische Integration auf nachstehender Gleichungsbasis erfolgen:

$$\dot{V}_{vE} = \left( -\frac{B_{BL-Ers}^2 R_{Hm}}{2} + \sqrt{B_{BL-Ers}^2 \left| \Delta p - \frac{1}{C_{Hm}} V_{vE} \right| + \frac{B_{BL-Ers}^4 R_{Hm}^2}{4}} \right) \text{sign} \left( \Delta p - \frac{1}{C_{Hm}} V_{vE} \right) \quad (5.72)$$

Bei sehr kleinen Blendenquerschnitten für die Ein- und Ausgangswiderstände kann in der Regel der geschwindigkeitsproportionale Reibkraftanteil vernachlässigt werden, da die Dämpfung des Schiebers durch die Blendenanordnung an den Ein- und Ausgangsklemmen realisiert wird. Die Differentialgleichung vereinfacht sich hierdurch zu:

$$\dot{V}_{vE} = B_{BL-Ers} \cdot \sqrt{\left| \Delta p - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} \right|} \cdot \text{sign} \left( \Delta p - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} \right) \quad (5.73)$$

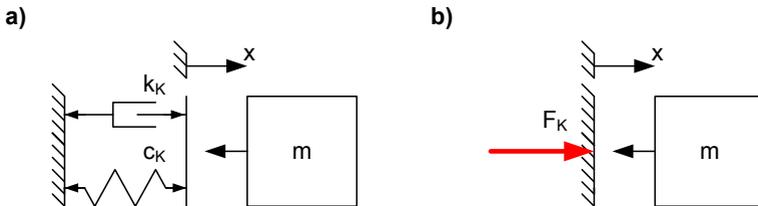
Diese vereinfachte Differentialgleichung ist als Signalfussplan in **Abbildung 5.9** dargestellt. Das betrachtete Element mit Vernachlässigung der Trägheit kann vordergründig eingesetzt werden, wenn unterschiedliche hydraulische Ersatzelemente klassisch miteinander verknüpft werden sollen. Aufgrund der zeitlichen Verzögerung der Positionierung des Schiebers kann ein Dämpfungsverhalten abgebildet werden. Für alle in diesem Abschnitt vorgestellten Berechnungsvorschriften gilt jedoch auch die im vorigen Abschnitt getroffene Einschränkung der Limitierung des unteren Werts der Blenden am Ein- und Ausgang, da eine geschlossene Blende den Wert Null darstellen würde und eine Division somit nicht möglich ist.

### 5.1.4 Beschreibung mit ereignisorientierten Ersatzelementen (E)

In vielen hydraulischen, mechanischen aber auch elektrischen Systemen existieren Elemente, deren Flussgrößen nur in eine Richtung wirken und von einer über ihr anliegenden Potentialgröße gesteuert werden. Potential- und Flussgröße liegen in vereinfachter Darstellung nur komplementär vor, d.h. wird das Element von einer Flussgröße durchflossen, fällt idealerweise keine Potentialdifferenz darüber ab. Ein Beispiel zeigt **Abbildung 5.10**.

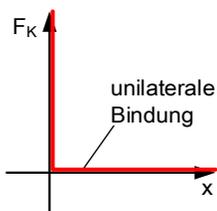
Das Beispiel zeigt eine mechanische Masse in Bewegung, deren Position durch einen mechanischen Anschlag begrenzt werden soll. Darstellung a) in **Abbildung 5.10** zeigt den Einsatz von klassischen Elementen mit Elastizitäts- und Dämpfungseigenschaften zum Aufbringen einer Gegenkraft, welche von der Potentialgröße Geschwindigkeit und der Integralgröße Position bestimmt wird. Erreicht der bewegte Körper eine festgelegte Position, werden die beiden Elemente der Berechnung hinzugefügt. Die plötzlich auftretende Änderung der Modellstruktur (mathematische Struktur), einhergehend mit meist sehr steifen Elastizitäten, bewirken

in der Regel einen teils signifikanten Anstieg der Rechenzeit. Diese ist jedoch abhängig von den Solvareinstellungen und den Parametern des Modells. Vor allem die vorhandenen Kapazitäten und Induktivitäten haben einen entsprechenden Einfluss, da diese die Steifheit des zu lösenden Differentialgleichungssystems vorgeben.



**Abbildung 5.10:** Gegenüberstellung der Möglichkeiten einen mechanischen Anschlag mit klassischen Kraftelementen (a) oder als unilaterale Bindung (b) zu beschreiben

Gegenüber der klassischen Beschreibungsform, kann das Kontaktproblem auch als unilaterale Bindung aufgefasst werden. Borchsenius hat in seiner Arbeit [12] eine grundlegende Möglichkeit vorgestellt, wie diese Elemente vereinfacht abgebildet werden können. Borchsenius führt daher den Begriff der Mengenwertigkeit ein. Im Gegensatz zu den nicht mengenwertigen Kraftelementen (klassische Kraftelemente) stellt sich die wirksame Kraft (Flussgröße) nicht als Funktion der Zustandsgrößen der dieses Element umgebenden Systemelemente dar. Mengenwertige Kraftelemente entsprechen algebraischen Koppelbedingungen (Bindungsgleichungen) der umgebenden Zustandsgrößen, wobei sich einer Bindungsgleichung eine skalare Kraft zuordnen lässt (Zwangs- bzw. Reaktionsgrößen). Die Besonderheit bei unilateralen Elementen liegt darin, dass diese Koppelbindung nur dann besteht, wenn die umgebenden Zustandsgrößen einen sie limitierenden Wert erreichen (z.B. geometrischer Anschlag bei mechanischen Systemen, Sperrspannung bei elektrischen Dioden, Sperrichtung der Druckdifferenz bei Rückschlagventilen). Bildhaft dargestellt ist diese Bindungsformulierung in **Abbildung 5.11**.



**Abbildung 5.11:** Darstellung der Kontaktkraft als unilaterale Bindung nach [12]

Hierbei wird der grafische Zusammenhang zwischen der Zustands- bzw. Integralgröße Position  $x$  und der Flussgröße Kontaktkraft  $F_K$  dargestellt, wobei diese beiden Größen nicht gleichzeitig einen Wert annehmen können. Ist die Position der mechanischen Masse größer als die Position  $x$  ihres geometrischen Anschlags, nimmt die Kontaktkraft  $F_K$  den Wert Null an und der Körper kann sich in Folge frei bewegen. Erreicht er jedoch seinen geometrischen Anschlag nimmt die Kontaktkraft  $F_K$  einen entsprechenden Wert an und der Körper verbleibt in dieser Position, bis die Summe aller resultierenden angreifenden Kräfte eine Verschiebung in die nicht limitierte Position zulassen.

Mathematisch anschaulich lässt sich diese Problematik nach [12] als lineares Komplementaritätsproblem auffassen:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_K &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} ; \mathbf{F}_K \geq \mathbf{0} ; \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{F}_K &= \mathbf{0} \end{aligned} \tag{5.74}$$

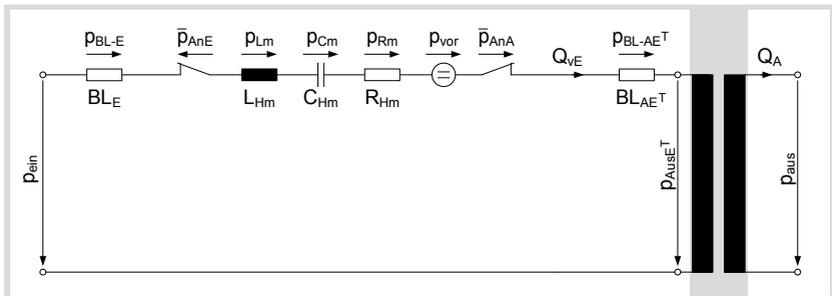
Hiermit wird in kompakter Weise ausgedrückt, dass die Elemente der Vektoren  $\mathbf{x}$  (Zusammenfassung mehrerer mechanischer Anschläge im Speziellen und unilateraler Elemente im Allgemeinen) und  $\mathbf{F}_K$  komplementär zueinander sind, d.h. wenn das Element einer Zeile  $i$  des Vektors  $\mathbf{x}$  größer Null ist ( $x_i > 0$ ), dann muss das zugeordnete Element des Vektors  $\mathbf{F}_K$  Null sein ( $F_{Ki} = 0$ ) und umgekehrt. Die Parameter  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{b}$  ergeben sich aus den Bestimmungsgleichungen des Systems. Um diese unilateralen Koppellemente deutlich zu kennzeichnen, wird die aus [12] vorgeschlagene Notation mit einem Querstrich über den mengenwertigen Größen im weiteren Verlauf übernommen.

Im Folgenden soll an Hand des Beispiels des eingeführten mechanischen Ersatzlements die Formulierung für mengenwertige Elemente vorgestellt werden. Die Darstellung in **Abbildung 5.12** zeigt die Struktur mit mengenwertigen Elementen

im mechanischen Teil des Netzwerks, welcher bereits in ein hydraulisches Netzwerk transformiert wurde.

Im Originalsystem (nicht dargestellt) werden die mechanischen Anschläge als Dioden parallel zu den Klemmen der Transformationsvierpole nach **Abbildung 4.33** ausgebildet, welche bei Erreichen eines bestimmten Werts der Integralgröße (geometrischer Anschlag) hinzugeschaltet werden. In aktiver Richtung (aktiver Kontakt) kann über ihr die Kraft als Flussgröße nahezu widerstandslos durchfließen, wodurch kein Potential über ihr abfällt (Geschwindigkeit entspricht dem Wert Null). In passiver Richtung (passiver Kontakt) fällt über der Diode eine Potentialdifferenz (Geschwindigkeit) ab und es kann keine Flussgröße durch sie hindurch fließen (Kontaktkraft entspricht dem Wert Null).

Um das mechanische System in ein duales System nach **Abbildung 4.34** umwandeln zu können, muss ein entsprechend analoges Element für die Dioden ermittelt werden. Nach den Regeln des Dualismus muss die Flussgröße in eine Potentialgröße und umgekehrt umgewandelt werden. Weiterhin führt die Transformation in ein duales System zu einer Änderung der Struktur, in welcher parallele Knotenelemente in serielle Maschenelemente umgebildet sind. Für das gewählte Beispielsystem lassen sich die mengenwertigen Elemente eines mechanischen Anschlags durch ideale Schalter beschreiben, siehe **Abbildung 5.12**.



**Abbildung 5.12:** Hydraulisches Ersatzelement mit mechanischen Anschlägen in Form unilateraler Bindungen

Sind die beiden Schalter geschlossen, kann die Flussgröße  $Q_{VE}$  fließen, welche die Bewegung des Schiebers bzw. Kolbens beschreibt. Eine Potentialdifferenz fällt in

diesem Fall über den jeweiligen Schaltern nicht ab. Erreicht der Kolben bzw. Schieber seinen jeweiligen Endanschlag wird der entsprechende Schalter geöffnet und es kann kein Volumenstrom durch die mechanische Masse fließen. Die Geschwindigkeit des Kolbens ist somit Null und über dem geöffneten Schalter fällt eine Potentialdifferenz ab, welche im Wesentlichen aus den an den Klemmen anliegenden Drücken und dem Betriebsdruck resultiert. Mit der Betrachtung der hydraulischen Kapazitäten als stationäre Knoten nach Abschnitt 5.1.3, ergibt sich für die drei Maschengleichungen in Analogie zu der im Anhang A1 vorgestellten Herangehensweise zu Beschreibung mengenwertiger Elemente:

$$\frac{Q_E^2}{B_{BL-E}^2} + p_E - p_{ein} = 0$$

$$L_{Hm} \cdot \dot{Q}_{vE} + R_{Hm} \cdot Q_{vE} + \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} + p_{vor} - \bar{p}_{AnE} + \bar{p}_{AnA} + p_{AE^T} - p_E = 0 \quad (5.75)$$

$$\frac{Q_{AE^T}^2}{B_{BL-AE^T}^2} + p_{ausE^T} - p_{AE^T} = 0$$

Umgewandelt in vektorielle Schreibweise ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{Hm} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{Q}_E \\ \dot{Q}_{vE} \\ \dot{Q}_{AE^T} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_E \\ p_{AE^T} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{p}_{AnE} \\ \bar{p}_{AnA} \end{bmatrix} = \mathbf{f} \quad (5.76)$$

mit

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} p_{ein} - \frac{Q_E^2}{B_{BL-E}^2} \\ -R_{Hm} \cdot Q_{vE} - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot V_{vE} - p_{vor} \\ -p_{ausE^T} - \frac{Q_{AE^T}^2}{B_{BL-AE^T}^2} \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

beziehungsweise:

$$\mathbf{L} \cdot \dot{\mathbf{Q}} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{p} - \bar{\mathbf{W}} \cdot \bar{\mathbf{p}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{Q}, \mathbf{V}) \quad (5.78)$$

Hierbei werden die Induktivitäten in der Matrix  $\mathbf{L}$ , die in diesem Fall bilateralen (mengenwertigen, statischen) Knotendrücke im Vektor  $\mathbf{p}$  und die unilateralen Elemente im Vektor  $\bar{\mathbf{p}}$  zusammengefasst. Alle anderen Größen und klassischen Kraftelemente gehen in der vektoriellen Funktion  $\mathbf{f}$  auf. Um die bilateralen Knotenelemente aus dieser Gleichung eliminieren zu können, muss nach [12] die Jakobi-

matrix  $\mathbf{J}$  bestimmt werden, welche die vektorielle Funktion der betrachteten Knotenvolumenströme in Abhängigkeit des Vektors der Minimalvolumenströme beschreibt, die notwendig sind, um das Volumenstromverhalten des Systems vollständig zu beschreiben. In dem betrachteten Fall lässt sich aus den beiden Knotengleichungen

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_E \\ Q_{vE} \\ Q_{AE^T} \end{bmatrix} = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{Q} = 0 \quad (5.79)$$

eine Formulierung für den Volumenstromvektor  $\mathbf{Q}$  finden, welcher sich nur noch durch den Minimalvolumenstrom (hier  $Q_{vE}$ ) beschreiben lässt:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_E \\ Q_{vE} \\ Q_{AE^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot Q_{\min} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{Q}_{vE} = \mathbf{J} \cdot \bar{Q}_{vE} \quad (5.80)$$

Bildet man aus Gleichung (5.80) die zeitliche Ableitung des Volumenstromvektors  $\mathbf{Q}$  und setzt diese in die mit der transponierten Jakobimatrix  $\mathbf{J}^T$  multiplizierten Gleichung (5.78) ein, erhält man den folgenden Ausdruck

$$\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{J} \cdot \dot{\bar{Q}}_{vE} - \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{p} - \mathbf{J}^T \cdot \bar{\mathbf{W}} \cdot \bar{\mathbf{p}} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{f}(t, \bar{Q}_{vE}, \bar{V}_{vE}) \quad (5.81)$$

In der Literatur [12] wird angegeben, dass die Multiplikation von  $\mathbf{W}^T$  mit der Jacobimatrix  $\mathbf{J}$  den Nullvektor ergibt. Da es sich bei  $\mathbf{W}^T$  um die Transponierte der Matrix  $\mathbf{W}$  aus Gleichung (5.78) handelt, muss im Umkehrschluss auch die Multiplikation der Transponierten der Jacobimatrix  $\mathbf{J}^T$  mit der Matrix  $\mathbf{W}$  den Nullvektor ergeben. Dieser Umstand wird im Folgenden ausgenutzt, um die bilateralen Knotendrucke aus der Gleichung (5.78), bzw. der Gleichung (5.81) zu eliminieren. Löst man Gleichung (5.81) nach  $\dot{\bar{Q}}_{vE}$  auf und setzt die entsprechenden Matrizen ein, kann mit

$$L_{Hm} \cdot \dot{\bar{Q}}_{vE} = (1 \quad -1) \cdot \begin{pmatrix} \bar{P}_{AnE} \\ \bar{P}_{AnA} \end{pmatrix} + F \quad (5.82)$$

$$\text{mit} \quad F = p_{ein} - \frac{\bar{Q}_{vE}^2}{B_{BL-E}^2} - R_{Hm} \cdot \bar{Q}_{vE} - \frac{1}{C_{Hm}} \cdot \bar{V}_{vE} - p_{vor} - \frac{\bar{Q}_{vE}^2}{B_{BL-AE^T}^2} - p_{ausE^T} \quad (5.83)$$

und den entsprechenden Komplementärbedingungen in Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsform

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_{vE} &\geq 0 ; \bar{p}_{AnE} \geq 0 ; \bar{V}_{vE} \cdot \bar{p}_{AnE} = 0 \\
 \bar{Q}_{vE} &\geq 0 ; \bar{p}_{AnE} \geq 0 ; \bar{Q}_{vE} \cdot \bar{p}_{AnE} = 0 \\
 \dot{\bar{Q}}_{vE} &\geq 0 ; \bar{p}_{AnE} \geq 0 ; \dot{\bar{Q}}_{vE} \cdot \bar{p}_{AnE} = 0
 \end{aligned} \tag{5.84}$$

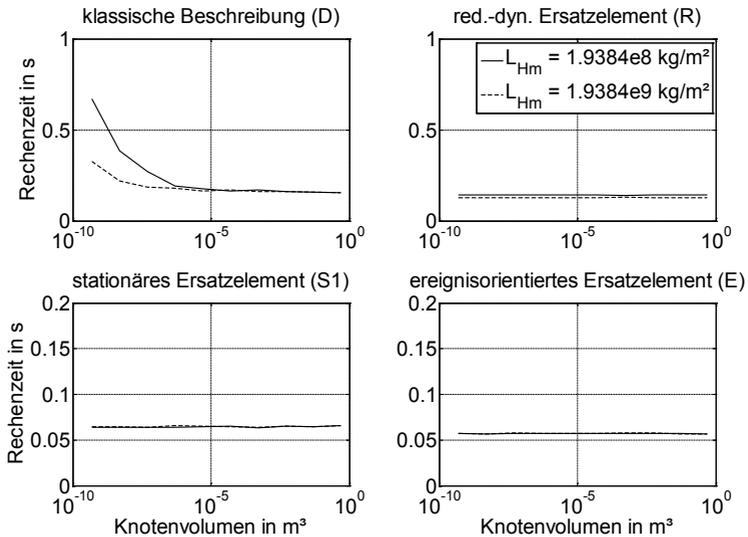
sowie

$$\begin{aligned}
 (V_{\max} - \bar{V}_{vE}) &\geq 0 ; \bar{p}_{AnA} \geq 0 ; (V_{\max} - \bar{V}_{vE}) \cdot \bar{p}_{AnA} = 0 \\
 \bar{Q}_{vE} &\leq 0 ; \bar{p}_{AnA} \geq 0 ; \bar{Q}_{vE} \cdot \bar{p}_{AnA} = 0 \\
 \dot{\bar{Q}}_{vE} &\leq 0 ; \bar{p}_{AnA} \geq 0 ; \dot{\bar{Q}}_{vE} \cdot \bar{p}_{AnA} = 0
 \end{aligned} \tag{5.85}$$

eine Lösung für die Kontaktbedingungen angegeben werden. Letzten Endes läuft die Lösung auf ein zu Null Setzen der Beschleunigung (zeitliche Ableitung des Volumenstroms  $Q_{vE}$ ) und der Geschwindigkeit (Volumenstrom  $Q_{vE}$ ) des Kolbens bzw. des Schiebers heraus, wenn der entsprechende geometrische Endanschlag erreicht ist. Man umgeht auf diese Weise die mathematische Formulierung der Kontaktphysik als elastischer Stoß und somit eine Erhöhung der Steifigkeit der entsprechenden Differentialgleichungssysteme. Jedoch ändert sich die Struktur der Gleichung, was wiederum einen Einfluss auf die Wahl eines geeigneten Solvers hat. Da die eigentliche Physik des Stoßes nur vereinfacht dargestellt wird, können real entstehende Druck- und Kraftspitzen nicht mit abgebildet werden. Die hierfür hauptsächlich verantwortliche Induktivität wird aufgrund des zu Null Setzens der Ableitung des Volumenstroms  $Q_{vE}$  bei gleichzeitigem zu Null Setzen des Volumenstroms  $Q_{vE}$  außer Kraft gesetzt.

### 5.1.5 Zusammenfassung und Gegenüberstellung

Um die in den vorigen Abschnitten vorgestellten Vereinfachungsmöglichkeiten hinsichtlich ihrer möglichen Rechenzeiteinsparungen vergleichen zu können, wurden ausgehend von dem in **Abbildung 4.36** gezeigten ursprünglichen hydraulischen Ersatzelement mathematische Modelle aller vier vorgestellten mathematischen Detaillierungstiefen aufgebaut und simuliert. Die Ergebnisse der Simulationen (Rechenzeit in s) in Abhängigkeit des Wertes der Volumina der hydraulischen Knoten, können den einzelnen Diagrammen in **Abbildung 5.13** entnommen werden.



**Abbildung 5.13:** Gegenüberstellung der Rechenzeiten in Abhängigkeit des Knotenvolumens und der Kolbeninduktivität der verschiedenen Beschreibungsformen

Hierbei galten die folgenden Randbedingungen: Die entstehenden Differentialgleichungen bzw. Anfangswertprobleme wurden allesamt in Matlab mit einem auf der Trapezregel basierendem Solver (ode23t) mit freier Interpolation berechnet. Nach [142] eignet sich dieser Solver besonders für mäßig steife Systeme. Dieser Solver wurde für eine vergleichbare Auswertung herangezogen, da mit zunehmendem Maße der Reduzierung auch der Einfluss der hydraulischen Kapazitäten sinkt und somit die Steifheit des Differentialgleichungssystems. Um eine Vergleichbarkeit zwischen den unterschiedlichen Systemen zu gewährleisten, fiel die Wahl auf einen Solver, welcher einen guten Kompromiss in der Möglichkeit darstellt Systeme mit unterschiedlichen mathematischen Eigenschaften zu berechnen. Die simulierte Zeit betrug 12 s, die maximale Schrittweite 10 ms bei variabler Schrittweite.

Wie erwartet, zeigt sich vor allem bei der Simulation des klassisch aufgebauten Modells (D) eine sehr starke Abhängigkeit der Rechenzeiten von den Werten der dynamischen Elemente hydraulische Kapazität und hydraulische Induktivität. Vor allem bei sehr kleinen Knotenvolumina entstehen steife Differentialgleichungen (große Abstände zwischen den einzelnen Zeitkonstanten der betrachteten System-

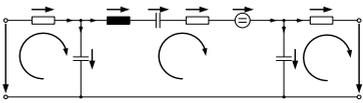
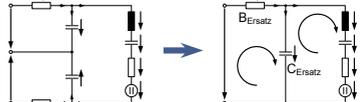
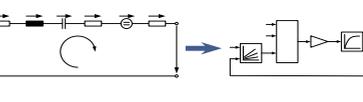
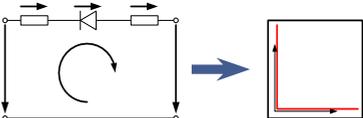
zustände), welche zu einem Anstieg der Rechenzeiten führen. Die Gründe hierfür sind im Abschnitt 3.1.4 ausführlich dargelegt.

Mit steigenden Werten der Knotenvolumina nimmt die Abhängigkeit der Rechenzeiten sowohl von der hydraulischen Kapazität als auch von der hydraulischen Induktivität ab. Verwendet man Modelle mit den reduziert-dynamischen Ersatzelementen (R) in Form der Zusammenfassung der hydraulischen Kapazitäten am Ein- und Ausgang, nimmt die Rechenzeit vor allem bei kleinen Werten der Knotenvolumina gegenüber dem klassisch aufgebauten Modell deutlich ab. Bei großen Werten der Knotenvolumina nehmen die Rechenzeiten in etwa den gleichen Wert an (ca. 0,2 s).

Eine deutliche Minimierung der Rechenzeiten gegenüber den Modellen mit der Betrachtung der Kapazität bieten die mit einer stationären Beschreibung aufgebauten Modelle (S und E), wobei das Modell mit ereignisorientierter Beschreibung geringfügige Vorteile in den Rechenzeiten (0,07 s zu 0,06 s) aufweist. Eine Abhängigkeit der Rechenzeit von den Induktivitäten ist bei diesen Modellen nicht zu erkennen.

Alle vier Modelle wurden wie beschrieben mit einem einheitlichen Solver für steife Differentialgleichungen und gleichen Solvareinstellungen berechnet. So bieten vor allem die stationär aufgebauten Modelle (S und E) gegebenenfalls noch Vorteile bei der Auswahl eines für sie geeigneteren Solvers. **Tabelle 5-1** zeigt eine Zusammenfassung der vier verwendeten Vereinfachungsmöglichkeiten:

**Tabelle 5-1:** Zusammenfassung der Möglichkeiten zur mathematischen Beschreibung und Vereinfachung des hydraulischen Ersatzelements

<p><b>klassische (dynamische) Beschreibung</b></p>	<p><b>D</b></p>
<p>klassische physikalische Beschreibung durch Anwendung von Maschen- und Knotensätzen und des Übertragungsverhaltens der abstrakten Elemente</p>	
<p><b>reduziert-dynamische Ersatzelemente</b></p>	<p><b>R</b></p>
<p>Bildung eines Ersatzwiderstands und einer Ersatzkapazität zur Reduzierung der Knotenanzahl, wobei dynamische Eigenschaften erhalten bleiben</p>	
<p><b>stationäre Ersatzelemente</b></p>	<p><b>S</b></p>
<p>Vernachlässigung der kapazitiven und induktiven Elemente, je nach Einschätzung des Einflusses - stationäre Beschreibung ist möglich</p>	
<p><b>ereignisorientierte Ersatzelemente</b></p>	<p><b>E</b></p>
<p>Anwendung sinnvoll bei Elementen mit Schaltvorgängen oder deren Verhalten durch Einbringen eines Grenzzustands (Ereignis) charakterisiert ist (Druckwaagen, DBV, etc.)</p>	

## 5.2 Beschreibungsformen der Verknüpfungen

Für die Entwicklung des Gesamtmodells innerhalb der durch die Arbeitsaufgabe festgelegten Systemgrenzen kann ausgehend von den in **Tabelle 5-1** dargestellten Abstraktionsniveaus der mathematischen Beschreibung des hydraulischen Ersatzelements eine Beschreibungsform ausgewählt und durch eine geeignete Relation innerhalb ihrer Ebene (z.B. Ebene 1 – Leistungsübertragung) nach **Abbildung 5.14** verknüpft werden. Sowohl die Auswahl der mathematischen Detaillierung des hydraulischen Ersatzelements, als auch die Auswahl der Verknüpfung der entsprechenden Elemente untereinander ist vom Modellentwickler zu treffen und ist in der Regel abhängig von der jeweiligen Untersuchungsaufgabe sowie von der Abschätzung der dynamischen Zeitkonstanten bzw. der Dominanzwerte (nach Gleichung (3.58)) der einzelnen Elemente innerhalb der ausgewählten Ebene.

Durch die geometrische Beschaffenheit sowie auf Grund der Dimensionen ihrer Parameter und ihrer eigentlichen Funktion können die strukturellen Ebenen bereits einen Aufschluss über die auszuwählende mathematische Detailtiefe der in ihnen angeordneten hydraulischen Ersatzelemente sowie der für die Verknüpfung notwendigen Knotenelemente geben. In der Regel können beispielsweise die hydraulischen Verbraucher in der Ebene 1 - Leistungsübertragung klassisch (D) mit dynamischen Elementen aufgebaut werden, da diese auf Grund ihrer hohen Trägheit und der hohen hydraulischen Kapazität meist die dominanten Eigenwerte eines Systems stellen.

Die Verknüpfung eines solch dynamisch (D) aber auch reduziert-dynamisch (R) aufgebauten hydraulischen Ersatzmodells kann sowohl dynamisch (D) über Bilanzgleichungen an einem kapazitiven Element (Knoten), als auch stationär (S) oder ereignisorientiert (E) erfolgen. Die Betrachtung der stationären Verknüpfung bzw. die Methodik für eine effiziente Modellierung kann dem Anhang A1 entnommen werden. Als eine ereignisorientierte Verknüpfung kann die Anbindung zweier Elemente innerhalb einer Ebene durch ein unilaterales Knotenelement betrachtet werden. In [12] wird zu diesem Fall ein Knotenelement vorgestellt, welches nur einen positiven Druck zulässt.

Erreicht der Druck einen festgelegten Grenzwert (i.d.R. der Wert Null) bzw. unterschreitet er diesen, bewirkt dies eine beliebig große Volumenausdehnung einer durch freie Expansion entstehenden Gasblase. Nach [12] können zum Beispiel weiterhin Elemente mit einseitigen Wirkbeziehungen ebenso als unilaterale Bindungen aufgefasst werden. So wäre es beispielsweise möglich, auf funktionaler Ebene ein Rückschlagventil als einseitiges Kraftelement zu formulieren, ohne das Element auf Komponentenebene zu betrachten (bei Betrachtung der Ebene 1 (Leistungsebene) wird auf die Formulierung des Elements in Ebene 2 (Leistungssteuerung) als hydraulisches Ersatzelement verzichtet). Alle oben genannten Abbildungsmöglichkeiten bzw. Kombinationsmöglichkeiten lassen sich auch bei der Nutzung von reduziert-dynamischen Ersatzelementen (R) anwenden.

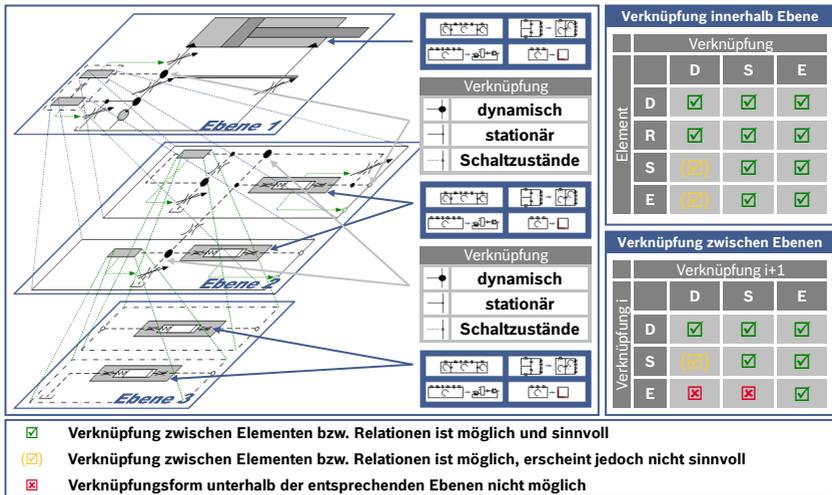
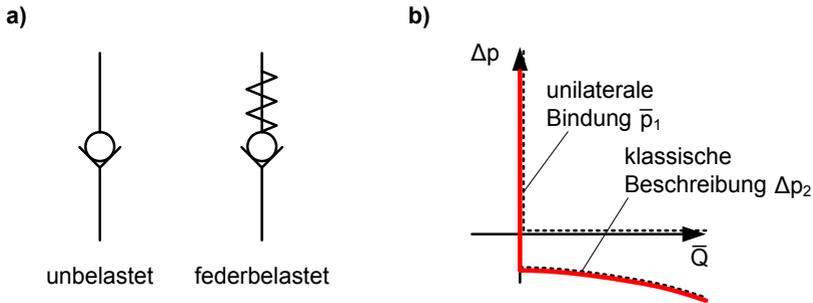


Abbildung 5.14: Ebenenmodell hydraulischer Steuerungen und mögliche Verknüpfungen

Abbildung 5.15 zeigt die Beschreibung der Funktion von Rückschlagventilen als unilaterale Kraftelemente. Darstellung a) in **Abbildung 5.15** zeigt hierbei ein unbelastetes sowie ein federbelastetes Rückschlagventil, welche beide den Volumenstrom in eine Richtung sperren und in die Gegenrichtung einen freien Durchfluss zulassen sollen. Für das Rückschlagventil mit Federbelastung und den entsprechenden Strömungskraftverlusten ist in Darstellung b) die Kennlinie  $\Delta p$  in Abhän-

gigkeit des Volumenstroms aufgetragen (rot dargestellte Kennlinie). Durch eine Aufspaltung des Verlaufs in zwei Teilkennlinien kann das einseitige Kraftgesetz auch an dieser Stelle mit Hilfe einer Komplementaritätsbeziehung kompakt beschrieben werden. Während der Teil  $\Delta p_2$  als gewöhnlicher Verlauf die Federvorspannung und Strömungsdruckverluste berücksichtigt, wird durch  $p_1$  der einseitige Charakter erfasst.



**Abbildung 5.15:** Rückschlagventile als einseitige Bindungen nach [12] bei der Nutzung der ereignisorientierten Beschreibungsform auf Funktionsebene

Die folgenden Gleichungen beschreiben nach [12] das komplementäre Bindungsverhalten:

$$\begin{aligned}
 \Delta p &= \bar{p}_1 + \Delta p_2 \\
 \Delta p_2 &= \Delta p_2(\bar{Q}) \\
 \bar{Q} &\geq 0 \ ; \ \bar{p}_1 \geq 0 \ ; \ \bar{Q} \cdot \bar{p}_1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{5.86}$$

Für unbelastete Rückschlagventile kann in erster Näherung nur der den einseitigen Charakter beschreibende Term gewählt werden. Bei ausreichend großen Strömungsquerschnitten eines Rückschlagventils sind die Strömungsdruckverluste weitestgehend vernachlässigbar.

Sind die hydraulischen Ersatzelemente stationär (S) oder mit Hilfe ereignisorientierter Beschreibungsformen (E) aufgebaut, kann auf Grund der Schnittstellen an den Ein- und Ausgangsklemmen zwar eine Verknüpfung mit dynamischen Knotenele-

menten erfolgen, jedoch geben in der Regel die in der betroffenen Ebene betrachteten hydraulischen Ersatzelemente die Dynamik bzw. die dominanten Eigenwerte vor, so dass eine dynamische Verknüpfung dieser Elemente sehr häufig keinen Sinn machen würde (Ausnahmen wären hier jedoch zum Beispiel sehr lange und flexible Signalleitungen, welche einen Einfluss auf die Steuerung der entsprechenden Elemente hat). Dies ist in der oberen Verknüpfungsmatrix in **Abbildung 5.14** mit einem in Klammer gesetzten gelb markierten Haken kenntlich gemacht.

Die untere Verknüpfungsmatrix in **Abbildung 5.14** stellt die sinnvollen Verknüpfungsmöglichkeiten zwischen den einzelnen Ebenen dar. Sind beispielsweise in der Leistungsebene (Ebene 1 bzw.  $i$ ) die Elemente untereinander mit dynamischen Knotenelementen (D) verknüpft, besteht die Möglichkeit in der Ebene Leistungssteuerung (Ebene 2 bzw.  $i+1$ ), die entsprechenden hydraulischen Ersatzelemente ebenso mit dynamischen Knotenelementen (D) als auch stationär (S) bzw. ereignisorientiert (E) zu verknüpfen. Sollten die Elemente in der übergeordneten Ebene  $i$  stationär (S) verknüpft sein, kann die Verknüpfung der relevanten Elemente in der unterlagerten Ebene  $i+1$  ebenso stationär (S) und ereignisorientiert (E) erfolgen (eine dynamische Verknüpfung kann mathematisch realisiert werden, ist technisch aus den bereits erwähnten Gründen jedoch meist nicht zielführend). Mit einer ereignisorientierten Verknüpfungsform aufgebaute Ebenenmodelle der überlagerten Ebenen schließen auf Grund ihrer mathematischen Struktur eine dynamische (D) sowie eine ereignisorientierte (E) Verknüpfungsform aus, da diese Elemente bereits vereinfacht als unilaterale Kraftelemente modelliert sind.

Zusammenfassend kann zum Aufbau der Ersatzelemente und deren Verknüpfungen die folgende Regel angegeben werden: Für Effizienzuntersuchungen können die großen hydraulischen Verbraucher dynamisch aufgebaut und mit den stationär oder gar ereignisorientiert aufgebauten Grundelementen der Leistungs- oder Signalsteuerung stationär bzw. ebenso ereignisorientiert miteinander verknüpft werden. Für dynamische Untersuchungen (z.B. Untersuchung von sprunghaften Sollwertvorgaben) sollten die Modellierung der Elemente der Steuersignalebene und die Verknüpfung der Elemente untereinander bzw. der Ebenen Leistungsübertragung und Leistungssteuerung ebenso dynamisch erfolgen. Eine entsprechende Vorgehensweise für elektromechanische und mechanische Elemente ist vorstellbar. Diese Aussagen spiegeln zudem den gängigen Vorgehensweisen aus dem Stand der Technik wider, z.B. in [127]. Jedoch wird mit der in dieser Arbeit vorgestellten Methodik eine Möglichkeit gegeben, systematisch eine gewünschte im Sinne des Leis-

tungsflusses orientierte Detailtiefe während des Modellaufbaus vorzugeben, welche sich vor allem in einer der Untersuchungsaufgabe angepassten Beschreibung des dynamischen Verhalten niederschlägt. Ein solcher Ansatz ist im Stand der der Wissenschaft bisher noch nicht bekannt.

## 6 Ableitung eines maschinenbezogenen Referenzzyklus am Beispiel des 90°-Graben-Zyklus

In diesem Abschnitt der Arbeit erfolgt eine Beschreibung der Herangehensweise zur Ableitung eines maschinenspezifischen Lastzyklus aus aufgenommenen Messwerten, in Anlehnung an die von Deiters entwickelte Methodik [22]. Diese herausgearbeiteten Zyklen sind für die Analyse des Betriebsverhaltens während der Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe einer mobilen Arbeitsmaschine von großer Bedeutung. Nach Holländer [69] wird durch eine Vielzahl von exogenen<sup>9</sup> und endogenen<sup>10</sup> Einflussfaktoren sowohl die Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe, als auch das resultierende Bearbeitungsergebnis, entscheidend beeinflusst: So hat zum Beispiel der Bediener einen sehr großen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit eines Baggers, da erst durch seine Fähigkeiten und Erfahrungen die Maschinenmöglichkeiten bezüglich der Arbeitsleistung und Qualität umgesetzt werden.

Auch lässt sich der Einfluss anderer, vor allem exogener, Einflussfaktoren nur unzureichend oder gar nicht mathematisch abbilden. So haben die Art des Grabmaterials, als auch die, durch die umfeldbedingten klimatischen Gegebenheiten, beeinflusste Bodenbeschaffenheit einen entscheidenden Einfluss auf die resultierenden Grabkräfte an den Spitzen des Löffels. Diese Eigenschaften und die daraus resultierenden Effekte bewirken aber wiederum ein mögliches Gegensteuern des Bedieners, um die gewünschten Bearbeitungsergebnisse zu erreichen. Ein solches Verhalten macht eine synthetische Generierung von entsprechenden belastbaren und realistischen Größen, welche später stellvertretend als Referenz für Simulationen des Betriebsverhaltens und somit als Vergleichsbasis nutzbar sind, sehr schwierig. Zusammenfassend ausgedrückt, sind die Wirkung und der Kraftbedarf während des Trennvorgangs nur sehr beschränkt vorauszusagen [47]. Aus diesem Grund entscheidet man sich häufig für den praktischen Versuch, bei dem aus einer Vielzahl von Einzelmessungen, entstanden während der Durchführung einer entspre-

---

<sup>9</sup> z.B.: Boden, Klima, Einsatzorganisation, Arbeitsaufgabe, Bediener

<sup>10</sup> z.B.: Fahrwerk, Antriebsmotor, Hydraulik, Ausrüstung, Komfort

chenden Arbeitsaufgabe, ein repräsentativer Lastzyklus herauszuarbeiten ist. Hierfür ist zu Beginn eine geeignete reproduzierbare Arbeitsaufgabe zu definieren, welche im übernächsten Abschnitt vorgestellt wird. Aus der Vielzahl der durchgeführten Messungen werden, anhand von verschiedenen methodischen Ansätzen, maschinenspezifische Lastzyklen generiert. Ein Verfahren bedient sich dabei einer Methode aus der Vielzahl der gemessenen Verläufe einen mittleren Verlauf synthetisch zu erzeugen und stellt den bisherigen Stand der Technik zur Ableitung eines standardisierten Referenzzyklus dar. Die Ermittlung dieses Standardzyklus basiert dabei auf der Analyse der Bewegungsform, im weiteren Verlauf als eine bewegungsformorientierte Methode bezeichnet.

Die beiden anderen angewendeten Verfahren zielen darauf ab, aus den gemessenen Daten jeweils einen standardisierten Zyklus zu extrahieren. Es wird dabei eine Möglichkeit vorgestellt, einen aus der Auswertung von Kennwerten, welche ein bestimmtes zu untersuchendes Betriebsverhalten repräsentieren, zugrundeliegenden Zyklus auszuwählen. Diese Form der Extrahierung wird in der Folge als kennwertorientiertes Verfahren angegeben. Dem so gewonnenen Teilzyklus wird ein aus einem vereinfachten bewegungsformorientierten Verfahren ermittelter Teilzyklus gegenübergestellt. Eine Aussage, inwieweit die mit den unterschiedlichen Methoden ermittelten standardisierten Teilzyklen für die Beurteilung verschiedener Kriterien, bezüglich bestimmter Untersuchungsaufgaben, herangezogen werden können, erfolgt nach einer Gegenüberstellung der Teilzyklen am Ende dieses Kapitels. Ziel dieser Untersuchungen ist es, ein effizient einsetzbares Verfahren auszuwählen, welches eine Bestimmung eines stellvertretenden maschinenspezifischen Zyklus für eine mobile Arbeitsmaschine aus einer Vielzahl von Messungen ermöglicht. Der somit gewonnene Zyklus muss das Betriebsverhalten der Maschine bezüglich einer konkreten Untersuchungsaufgabe repräsentativ beschreiben können. Gleichzeitig soll untersucht werden, ob die aus einem kennwerteorientierten Verfahren ermittelten Zyklen mit einem mittleren Bewegungsverhalten der Verbraucher korrelieren und somit stellvertretend ein typisches Betriebsverhalten des Baggers unter dem Einfluss seines Bedieners darstellen.

## 6.1 Versuchsbedingungen während der Ermittlung eines Referenzzyklus

Bei der betrachteten Arbeitsaufgabe handelt es sich um einen 90°-Graben-Zyklus, in Anlehnung an eine typische Arbeitsaufgabe, welcher in der Literatur [69] als Leistungseinsatz mit uneingeschränkter Leistungsentfaltung (Volllasteinsatz) eingestuft wird. Um den Bagger aber auch an seiner Leistungsgrenze betreiben zu können, sind gewisse Bedingungen während der Feldversuche einzuhalten. In Anlehnung an Holländer [69] sind die folgenden Restriktionen, bezüglich der Berücksichtigung der exogenen Einflüsse, zu erfüllen:

### ***Bediener***

Aufgrund der Komplexität der Ansteuerung der einzelnen Verbraucher und der sich daraus ergebenden großen Anzahl an Freiheitsgraden, bezüglich der Vorgabe- und Eingriffsmöglichkeiten, während der Durchführung einer Arbeitsaufgabe, ist eine leistungsoptimale Bedienung nicht intuitiv und infolgedessen nicht schnell erlernbar. Um reproduzierbare und belastbare Ergebnisse, vor allem auch an der Leistungsgrenze des Antriebssystems, zu erhalten, ist somit auf die Wahl eines, bzw. mehrerer, geeigneter und erfahrener Bediener ein besonderes Augenmerk zu legen. So sollte er über mehrere Jahre Berufserfahrung verfügen und bestenfalls mit dem Versuchsgerät vertraut sein.

### ***Arbeitsaufgabe und praxisrelevante Festlegung der Bewegungsform***

Ein typisches Arbeitsgebiet des Baggers stellt das Verformen und Umsetzen von Bodenmaterial dar. Ein daraus ableitbarer Arbeitszyklus, welcher in den folgenden Untersuchungen in dieser Arbeit umgesetzt wird, ist in seiner Form so zu gestalten, dass er sich in seiner Funktion und in seinen Bewegungsfolgen an eine typische Grabaufgabe anlehnt. Dabei soll in einer einfachen Bewegungsfolge eine große Menge an Bodenmaterial aufgenommen und nach einer Drehung an einem festgelegten Zielpunkt abgeworfen werden. Der Zyklus zählt dabei zu der Arbeitsgruppe „Abtragen, Umsetzen und Verladen von Bodenmaterial“ und bietet somit die Möglichkeit der uneingeschränkten Leistungsentfaltung [69]. Da die Bearbeitungsleistung und somit auch die Leistung des Antriebssystems entscheidend von den vorliegenden Arbeitsbedingungen und der Art der Durchführung abhängen, sind im

Vorfeld der Versuchsdurchführung Vorkehrungen zu treffen, um eine schnelle und flüssige Bewegungsfolge während der Versuche zu ermöglichen.

### ***Einsatzorganisation***

Auch spielen die Tagesform des Bedieners und seine kurze Eingewöhnungszeit an die Maschine zu Beginn der Versuchsdurchführung eine bedeutende Rolle auf das Bearbeitungsresultat, bzw. das Untersuchungsergebnis. Diesen Umständen kann entgegengewirkt werden, indem eine Vielzahl von Messungen über einem längeren Tagesabschnitt, bzw. Zeitraum, aufgenommen wird. Sind Versuche mit unterschiedlichen Arbeitsmodi zu fahren, so sollten die sich ändernden Parameter nach jedem Versuchsabschnitt alternierend eingestellt werden. So kann sichergestellt werden, dass sich der Eingewöhnungseffekt an die Maschine und an die, zugegebenermaßen monoton ablaufende, Durchführung der Arbeitsspiele auf die unterschiedlichen Messungen auswirkt und somit zu starke Unterschiede in den Ergebnissen zwischen den zeitlich früher und später am Tage durchgeführten Messungen vermieden werden können. Sollte der Eingewöhnungseffekt durch eine zu große Streuung der Messwerte, der in einem zeitlichen Abstand aufgenommenen Messzyklen, auffallend groß sein, so sollten diese später bei der Auswertung eventuell ausgeschlossen werden.

### ***Bodenbeschaffenheit***

Das Ziel reproduzierbare Messergebnisse, auch hinsichtlich einer annähernd gleichen Leistungsabgabe während der Durchführung der Arbeitsaufgabe, zu erhalten, bedingen nicht nur eine ähnliche Bewegungsform der Verbraucher, sondern auch gleichbleibende Grabkräfte und die Möglichkeit eine gleiche Menge an Schüttgut aufzunehmen. So hat vor allem auch die Beschaffenheit des Bodens einen entscheidenden Einfluss auf die direkt zur Schüttgutaufnahme beteiligten Prozessgrößen. Das am Versuchsgelände vorherrschende Grabmaterial wird in Anlehnung an [82] als leicht lösbare Bodenart mit einer geringen Grabfestigkeit eingestuft. Die Einstufung erfolgt nach einer Einschätzung, dass die Anteile von Korngrößen mit Durchmessern kleiner 0,06 mm weniger als 15 % und von Korngrößen mit Durchmessern größer 63 mm mehr als 30 % betragen. Hierbei handelt es sich um ein nichtbindiges Gemisch aus mitteldicht gelagerten Sanden und Kiesen mit mittlerer Plastizität, sowie deren Gemenge. Das verwendete Grabmaterial bietet gegenüber einem verfestigten Boden den Vorteil, dass es erstens mit Grabkräften trennbar ist, welche über den Versuchszeitraum konstant bleiben und zum zweiten, dass die

Grabkräfte verhältnismäßig gering ausfallen. So kann ein flüssiger und schneller Grab- und Aufnahmevorgang erreicht werden.

### ***Klimatische Verhältnisse***

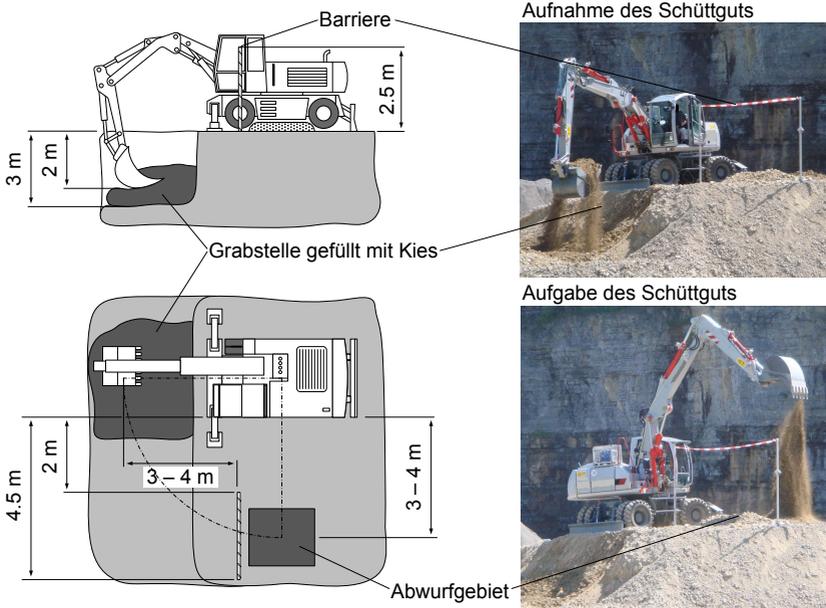
Die klimatischen Begebenheiten beeinflussen vor allem den Wassergehalt des Grabmaterials. Die witterungsbedingte Menge an Wasser im Boden hat im Besonderen einen Einfluss auf das Raumgewicht und die Lösbarkeit des Materials [69]. Letzterer Einfluss fällt bei den Messungen mit dem benutzten Sand-Kies-Gemisch als Grabmaterial weniger stark ins Gewicht, gegenüber Messungen mit Materialien, bei denen die Wasseraufnahmefähigkeit und die Plastizität höhere Werte aufweisen [48]. Andererseits spielt aber auch bei feuchtem Kies die bei den Messungen vorherrschende Temperatur eine Rolle. Bei Temperaturen um und unter dem Gefrierpunkt gefriert das Wasser in den Hohlräumen des Grabguts, wodurch die Grabkräfte erhöht werden können. Da, anders als in häufig automatisiert ablaufenden Laborversuchen, die in den Feldversuchen aufgenommenen Messgrößen entscheidend von den Fähigkeiten und der Motivation des Bedieners abhängen und auch die Sichtverhältnisse nicht zu vernachlässigen sind, wurden die Versuche bei niederschlagsfreien und verhältnismäßig warmen (frostfreien) Witterungsbedingungen durchgeführt.

## **6.2 Vorstellung des 90°-Graben-Zyklus und Versuchsdurchführung**

Wie bereits erwähnt, stellt der 90°-Graben-Zyklus einen Versuchszyklus als Abbild einer typischen Arbeitsaufgabe eines Baggers dar. Um den, an die im vorhergegangenen Abschnitt getroffenen, Aussagen zum Erreichen einer uneingeschränkten Leistungsentfaltung während des Zyklus Rechnung zu tragen, wurden Maßnahmen getroffen, um eine flüssige Abfolge der einzelnen Verbraucherbewegungen zu ermöglichen. So steht der Bagger auf einer Anhöhe, von wo aus der Bediener sowohl den Grabbereich, als auch das Abwurfgebiet gut im Blick hat. **Abbildung 6.1** zeigt eine Anordnung des Versuchsgeländes für den 90°-Graben-Zyklus.

Die Aufstellung des Versuchsgerätes, die Grabtiefe, in welcher das Schüttgut aufgenommen wird, die Höhe und die Anordnung einer Barriere, über welche der gefüllte Löffel während der Drehung zur Abwurfposition zu heben ist, sind an den Da-

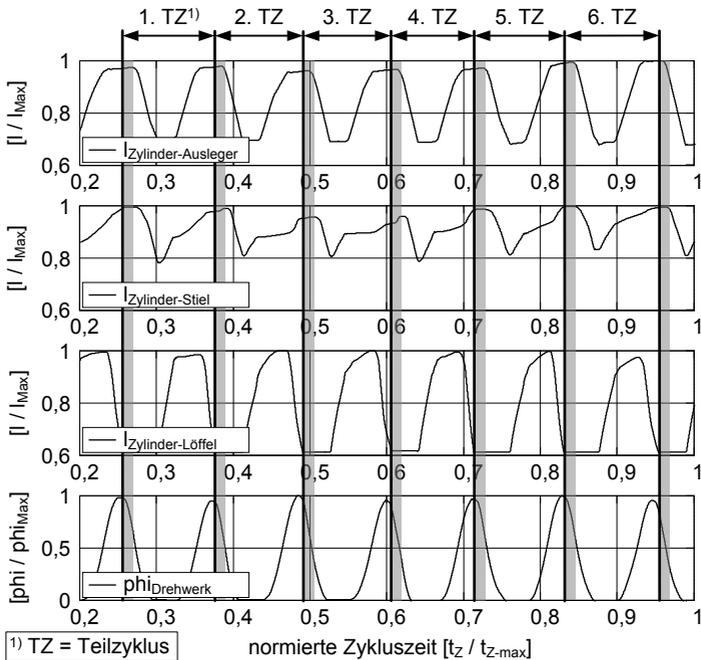
ten einer japanischen Normung [101] zur Festlegung von Versuchsabläufen zur Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs von hydraulischen Baggern angelehnt, bzw. aus ihr entnommen. Die übrigen festgelegten Daten sind, auch teilweise in Übereinstimmung mit dem Bediener, an die Dimensionen, bzw. Abmessungen, des Versuchsgerätes und an die Erfordernisse angepasst, einen fließenden Bewegungsablauf zu realisieren.



**Abbildung 6.1:** Definierende Größen und Ansichten des 90°-Graben-Zyklus

Zum Startpunkt einer Versuchsreihe befindet sich der angehobene Arbeitsarm mit dem vollständig entleerten Löffel über dem Abwurfgebiet. Der Versuchszyklus beginnt mit einer Drehung des Oberwagens um 90° im Uhrzeigersinn, um die Arbeitsausrüstung zur Grabstelle hin auszurichten. Während der Drehbewegung senkt der Bediener nach dem Passieren der Barriere den Arbeitsarm soweit, bis sich der Löffel nach Beendigung der Drehbewegung des Oberwagens auf Höhe der Grabstelle befindet und ins das Material einfahren kann. Der Löffel wird mit dem Sand-Kies-Gemisch befüllt, um im Anschluss durch eine Anhebung des Arbeits-

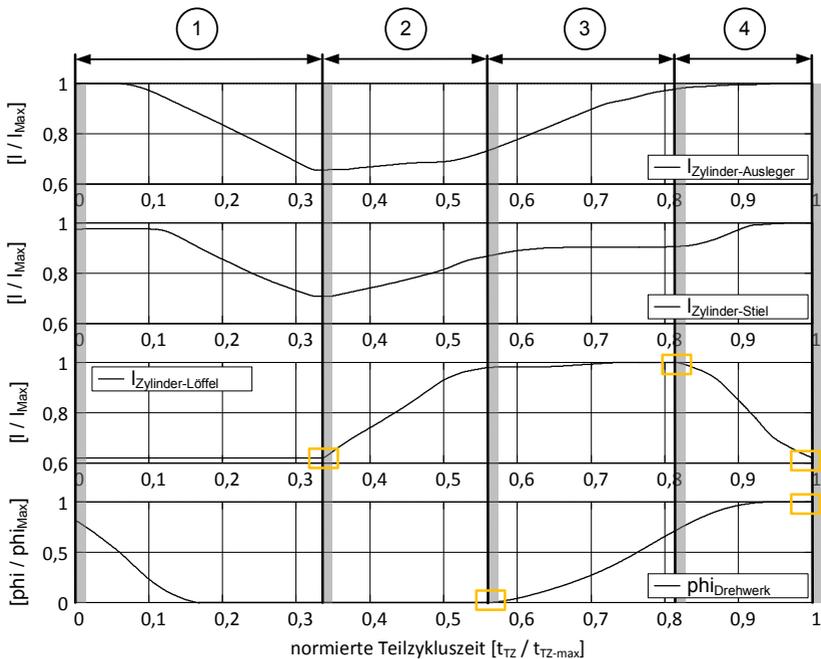
arms mit gleichzeitiger Drehung um 90° entgegen dem Uhrzeigersinn wieder über dem Abwurfgebiet positioniert zu werden. Nach der Überquerung der Barriere wird das Schüttgut entladen und der Bediener beginnt mit dem nächsten Teilzyklus durch die Rückdrehung zur Grabstelle. Um einen reproduzierbaren Arbeitsablauf zu gewährleisten, werden diese Bewegungsfolgen im Anschluss sechsmal wiederholt. Die Summe der einzelnen Bewegungsfolgen definiert schließlich einen vollständigen Arbeitszyklus. Das auf dem Abwurfgebiet aufgeworfene Material wird nach jedem Messzyklus wieder in die Grabstelle zurückgefördert, um für die sich anschließenden Messzyklen zur Verfügung zu stehen. **Abbildung 6.2** stellt die Bewegungsverläufe der vier an der Durchführung der Arbeitsaufgabe beteiligten Verbraucher in einer normierter Darstellung dar.



**Abbildung 6.2:** Bewegungsverläufe der vier Verbraucher während eines gesamten Messzyklus

Die Separierung der jeweiligen Einzelzyklen kann auf Grund des periodischen Verlaufs der Verbraucherbewegungen automatisch erfolgen. Als charakteristischer Punkt für die Zerschneidung des Gesamtzyklus in jeweils sechs Einzelzyklen wurde der Zeitpunkt ausgewählt, in dem der Löffel vollständig geöffnet ist. Die Öffnung des Löffels (Verringerung der Zylinderlänge) beginnt direkt nach der Überquerung der Barriere und endet abrupt nach Erreichen des Zylinderanschlags im eingefahrenen Zustand. Der entstehende Sprung im Geschwindigkeitsverlauf (in **Abbildung 6.2** nicht mit aufgeführt) kann folglich für die automatisierte Auswertung sehr gut erfasst werden.

In **Abbildung 6.3** ist ein separierter Teilzyklus mit dem typischen Bewegungsverlauf der vier an der Funktionserfüllung beteiligten Verbraucher dargestellt:



□ charakteristische Verlaufspunkte zur Abgrenzung der Teilzyklenübergänge

**Abbildung 6.3:** Verbraucherwege und -winkel eines separierten Teilzyklus

Die getrennten Teilzyklen lassen sich wiederum in einzelne Bewegungsabschnitte unterteilen. Im ersten Bewegungsabschnitt, siehe **Abbildung 6.3**, erfolgt der **Transfer zur Grabposition (1)**, in welcher sich der Oberwagen von der Abwurfposition zur Stelle der Schüttgutaufnahme dreht. Nach der Überquerung der Barriere beginnt sich der Ausleger zu senken (einfahrende Zylinderstange) und der Stiel vom Oberwagen weg zu bewegen (einfahrende Zylinderstange). Der erste Bewegungsabschnitt endet nach der Ausrichtung, bzw. Positionierung, der Arbeitsausrüstung (Löffel) an der Grabposition.

Durch das gleichzeitige Betätigen der Löffel-, Stiel- und Auslegerzylinder schließt sich der zweite Bewegungsabschnitt **Graben (2)** dem ersten an. Das gleichzeitige leichte Heben des Auslegerzylinders (ausfahrende Zylinderstange) und das Heranfahren des Stiels (ausfahrende Zylinderstange) bewirken eine nahezu parallele Bewegung der Arbeitsausrüstung, währenddessen der Löffel geschlossen wird (ausfahrende Zylinderstange) und somit das Grabmaterial aufnehmen und sichern kann. Im dritten Bewegungsabschnitt **Transfer zur Abladeposition (3)** hebt sich der Ausleger (ausfahrende Zylinderstange) mit dem gefüllten Löffel, während der Oberwagen zurück in seine Ausgangsposition gedreht wird. Sobald der angehobene Arbeitsarm die Barriere überquert hat, schließt sich der vierte Bewegungsabschnitt **Löschung des Schüttguts (4)** an. In diesem Abschnitt erreicht der Oberwagen seine Ausgangsposition und der Löffel wird komplett geöffnet (eingefahrene Zylinderstange), wodurch das Schüttgut vollständig abgeladen werden kann. Die Bewegung des Stiels sorgt für eine Korrekturbewegung der Arbeitsausrüstung, so dass der geöffnete Löffel zentral über der Mitte des Abwurfgebiets positioniert ist.

Für die Separierung der einzelnen Bewegungsabschnitte der Teilzyklen sind zunächst wieder charakteristische und hinsichtlich einer automatischen Abschnittszerschneidung reproduzierbar zu detektierende Bewegungsverläufe festzulegen. Die Anfangs- und Endzeitpunkte ergeben sich aus den schon ermittelten Dauern der Teilzyklen. Als zweite Abschnittszeit zu Beginn des Grabvorgangs wird der Zeitpunkt festgelegt, an der die Bewegung des Löffelzylinders einsetzt, da an dieser Stelle auch der tatsächliche Grabprozess beginnt. Der Bewegungsabschnitt Graben endet, sobald der Oberwagen anfängt sich in Bewegung zu setzen. Genau betrachtet ist an diesem Zeitpunkt der Grabvorgang eigentlich schon beendet, da der Ausleger bereits angehoben wird. Eine genaue Bestimmung eines Abschnittszeitpunkts ist an dieser Stelle aber nicht möglich, da aus den Zylinderlängen aller drei translatorischer Verbraucher (Ausleger, Stiel, Löffel) nicht bestimmt werden kann, ab wann der Löffel aus dem Bodenmaterial fährt. Den Zeitpunkt für den Be-

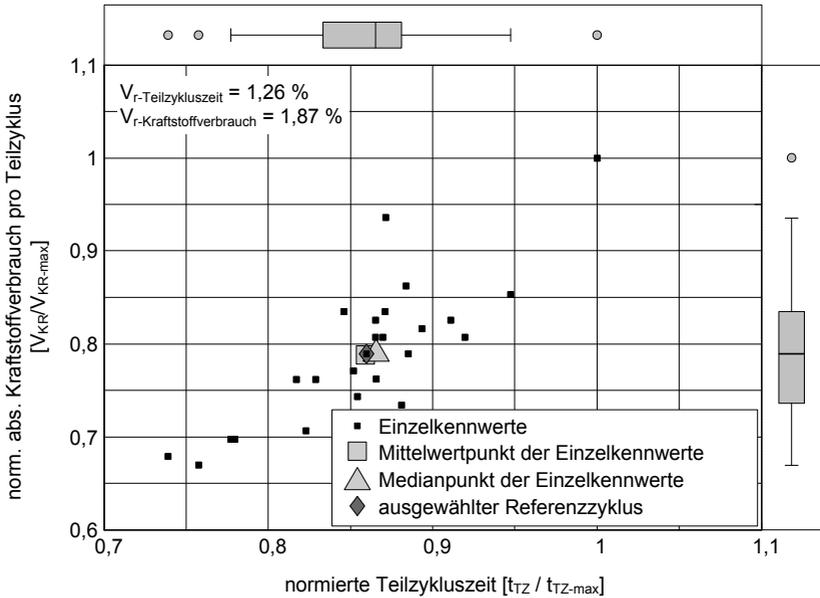
ginn des letzten Bewegungsabschnitts definiert erneut der Löffelzylinder, da zum einen der Löschvorgang durch das Öffnen des Löffels einsetzt und zum anderen die Bewegungseinleitung des Löffels wiederum mit einem Geschwindigkeitssprung einhergeht.

### 6.3 Zyklusgenerierung aus einem kennwerteorientierten Verfahren (Kennwertezyklus)

Ziel von Methoden zur Zyklengenerierung ist es, aus einer Vielzahl von gemessenen Einzelzyklen einen maschinenspezifischen Referenzzyklus mit belastbaren Daten für Simulationen bzw. für die Bewertung des Betriebsverhaltens der entsprechend zu untersuchenden Arbeits- und Untersuchungsaufgaben zu ermitteln. Eine relativ einfach durchzuführende Möglichkeit einen Referenzzyklus für eine typische Bearbeitungsfolge einer Mobilien Arbeitsmaschine zu ermitteln, kann in der Auswahl eines Zyklus erfolgen, welcher im direkten Umfeld der Mittelwerte, bzw. des Medians, typischer das Betriebsverhalten der Mobilien Arbeitsmaschine charakterisierender, Kennwerte liegt. Als Beispiel bietet sich eine Möglichkeit an, das energetische Verhalten der Umsetzungsleistung des Gesamtsystems **Mobile Arbeitsmaschine – Bediener – Umfeld** gegenüberzustellen, siehe **Abbildung 6.4**.

Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit bezüglich der durchzuführenden Arbeitsaufgabe bietet sich in diesem konkreten Fall die Bestimmung der Dauer des Durchlaufs eines Teilzyklus, kurz Teilzykluszeit, an. Zu erwähnen ist an dieser Stelle jedoch, dass hier nicht nur die Leistungsfähigkeit der Maschine alleine, sondern immer nur im Zusammenspiel mit dem Bediener, betrachtet werden kann. Jedoch gilt, dass mit sinkender Zykluszeit die umgesetzte Arbeitsleistung steigt. Als Maß für die Energieumsetzung während eines Bearbeitungsdurchlaufs lässt sich der absolute Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus angeben. Diese beiden Kennwerte sind im folgenden Diagramm, siehe **Abbildung 6.4**, gegenübergestellt aufgetragen. Da sowohl der Kraftstoffverbrauch, als auch die Zykluszeit, von mehreren Faktoren und Bedingungen, wie zum Beispiel die Beladung des Löffels, die Belastung während des Grabprozesses, der gleichzeitigen Ansteuerung mehrerer Verbraucher, etc., abhängen, können belastbare Daten, welche stellvertretend ein typisches Betriebsverhalten repräsentieren, nur aus dem Mittel der Ergebnisse aus einer Vielzahl von Versuchen abgeleitet werden. Um verschiedene Topologien eines Antriebsystems

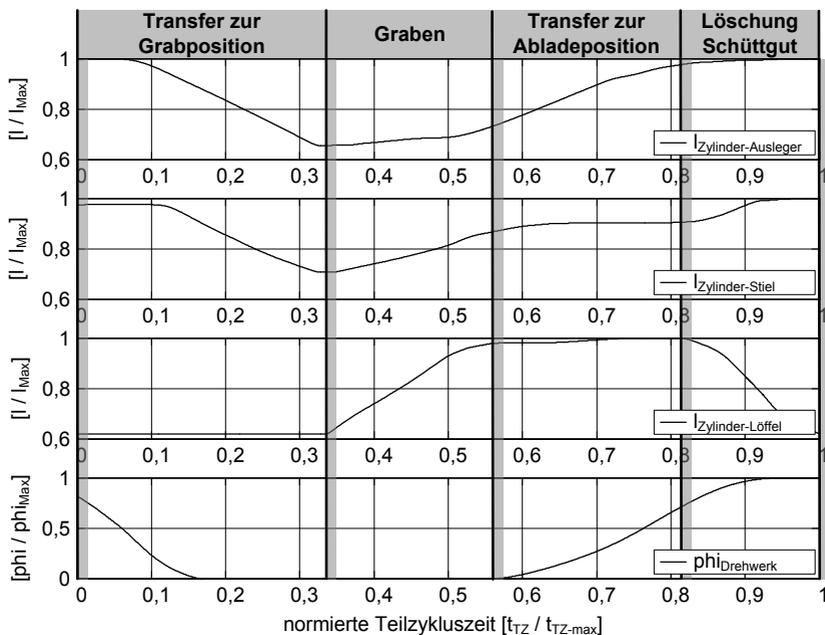
von Baggern, hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit und ihres Energieverhaltens, vergleichen zu können, bietet sich diese Darstellung ebenso an.



**Abbildung 6.4:** absoluter Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus gegenüber Teilzykluszeit und Auswahl eines Referenzzyklus (Kennwertezyklus)

Zur Überprüfung auf ihre statistische Aussagekraft hin, wurden zusätzlich zu den berechneten arithmetischen Mittelwerten der Teilzykluszeit und des absoluten Kraftstoffverbrauchs pro Teilzyklus die Mediane ihrer Messpunkte gebildet. Der Medianwert gibt dabei den beobachteten Wert an, welcher die Anzahl der Beobachtungen, hier Einzelkennwerte, in zwei gleich große Hälften teilt, so dass jeder Teil 50 % der Verteilung enthält [113]. Gegenüber der arithmetischen Mittelwertbildung ist die Medianbildung als Lagemaß dann bevorzugt zu verwenden, falls sich die Messdaten in ordinalskalierte Beobachtungen (Rangdaten) einteilen lassen, nur wenige Messwerte vorliegen und der Verdacht auf Ausreißer besteht [113].

In dem konkreten Fall der untersuchten Arbeitsaufgabe lagen sowohl relativ wenige abgeleitete Kennwerte, als auch der Verdacht auf einige Ausreißer dieser Kennwerte vor. Eine anschauliche Darstellung bietet sich in Form von Box-Plots an, welche in **Abbildung 6.4** für die Teilzykluszeit und dem absoluten Kraftstoffverbrauch dargestellt sind. Box-Plots enthalten den Minimalwert, den unteren Quartilwert, den Median, den oberen Quartilwert und den Maximalwert. Vor allem mögliche Ausreißer gehen erkennbar aus dieser Art der Darstellung hervor, wobei diese somit einfacher für weiterführende Auswertungen auszuschließen sind. Für die Definitionen und Funktionen der einzelnen statistischen Maßzahlen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [113].



**Abbildung 6.5:** Verbraucherlängen und -winkel während des 90°-Graben-Zyklus des aus einem kenn-werteorientierten Verfahren abgeleiteten Referenzzyklus (Kennwertezyklus)

Der in **Abbildung 6.4** gezeigte Mittelwertpunkt der Einzelkennwerte liegt sehr dicht am Median der Einzelkennwerte. Da auch die relativen Variationskoeffizienten  $V_r$

beider Kennwertedaten, nach [113], geringe Werte annehmen, kann ein aus dem Umfeld des Mittelwertpunkts gewählter Teilzyklus ein typisches energetisches Verhalten und eine typische Umsatzleistung eines Baggers bei der Durchführung des 90°-Graben-Zyklus repräsentieren. Recherchen zum Stand der Wissenschaft führten bisher zu keinen Aussagen, inwieweit ein in dieser Form extrahierter Referenzzyklus als maßgeblich für ein typisches Maschinenverhalten angesehen werden kann. Eine Gegenüberstellung mit einem aus einer Methodik nach dem Stand der Wissenschaft abgeleiteten Referenzzyklus folgt im nächsten Abschnitt. Das Bewegungsverhalten des ausgewählten Referenzzyklus kann der **Abbildung 6.5** entnommen werden.

### 6.4 Zyklusgenerierung aus einem bewegungsformorientierten Verfahren (Medianzyklus)

Der bisher mit einem kennwerteorientierten Verfahren ermittelte Referenzzyklus repräsentiert in seinem energetischen Verhalten und seinem Verhalten bezüglich der erreichten Umsatzleistung ein Mittel der untersuchten Messungen. Die bisher vorgestellte Herangehensweise bedient sich dabei der Auswertung klassifizierbarer sowie aus resultierenden Messwerten abgeleiteter Größen, welche beide zusammen ein Maß für eine Effizienzbetrachtung beim Durchführung der Arbeitsaufgabe 90°-Graben-Zyklus bilden. Letztendlich liefert der ermittelte Referenzzyklus aber keine Information, ob die Bewegungsform der Verbraucher in diesem Zyklus eine typische Bewegungsform darstellt. Die Möglichkeit einen Referenzzyklus aus der Form der Bewegung zu generieren, wird in der Arbeit von Deiters [22] vorgestellt. Die Generierung eines Standardzyklus hat hierin das Ziel, aus einer Vielzahl von gemessenen zeitabhängigen Größen, erfasst während der Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe eines Radladers, einen repräsentativen Lastzyklus zu generieren. Hierzu wurde eine Methode zur Standardisierung eines Y-Zyklus entwickelt. Im Wesentlichen handelt es sich bei dem Y-Zyklus um eine Transportaufgabe, bei der ein aus einem Haufwerk aufgenommenes Schüttgut über eine Distanz zu einer Entladestelle (z.B. Transportfahrzeug) transportiert und abgeworfen wird. Der Fahrantrieb übernimmt in dieser Aufgabe den größten Teil der Leistungsübertragung. Die Elemente der Arbeitshydraulik werden im Vergleich zur Fahrhydraulik nur in einem geringeren Zeitanteil genutzt. Aus diesem Grund beschränkt sich die Ab-

leitung eines Standardzyklus in dieser Arbeit auch nur auf die Elemente des Fahr-antriebs.

Aufgrund der hohen Zyklizität der durchgeführten Bewegungsfolgen, kann eine Separierung der Bewegungen mit den entsprechenden Belastungen in einzelne Teilzyklen erfolgen. Die einzelnen Teilzyklen werden, nach Deiters [22] wie folgt aufgeführt, in fünf Bewegungsabschnitte unterteilt:

1. Vorfahren zum Haufwerk
2. Beladen der Schaufel
3. Zurückfahren vom Haufwerk
4. Vorfahren zur Entladestelle
5. Zurückfahren in die Ausgangsposition

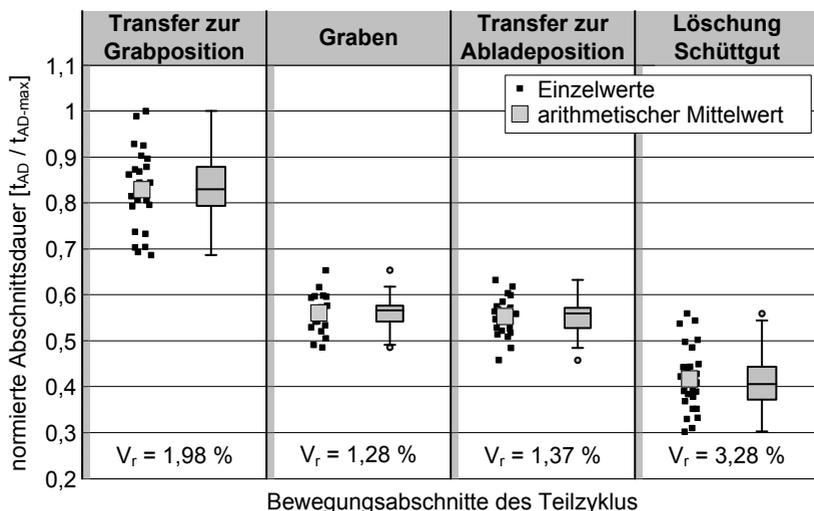
Nach der Separierung in die Bewegungsabschnitte werden die Anfangs- und Endpunkte der jeweiligen Abschnitte bestimmt und die Abschnittsdauern festgelegt. Die sich anschließende Mittelwertbildung der Abschnittsdauern bildet die Basis des folgenden Standardisierungsprozesses. Die Zeitverläufe der einzelnen Bewegungsabschnitte werden folgend auf die jeweiligen mittleren Abschnittszeiten auf der Zeitachse gestreckt, bzw. gestaucht. Zusätzlich erfolgt eine Skalierung der aufgenommenen Messgrößen, hier die Fahrgeschwindigkeit als Sollwertvorgabe und der resultierenden Zugkraft als Belastungsvorgabe für ein späteres Simulationsumfeld. Die Synchronisation der Abschnittszeiten auf eine mittlere Abschnittsdauer benötigt eine verfahrens- und messablaufbedingte Modifikation der gemessenen Größen Fahrgeschwindigkeit und Zugkraft. Durch die Verschiebung der Abschnittsdauern, ohne gleichzeitige Änderung der Fahrgeschwindigkeit, würde der berechnete zurückgelegte Fahrweg (Flächeninhalt unter der Fahrgeschwindigkeitskennlinie) nicht mehr dem tatsächlich zurückgelegten Fahrweg entsprechen. Eine Skalierung der Fahrgeschwindigkeitswerte an einen mittleren Fahrweg gleicht die, durch die Modifikation der Abschnittszeiten verursachten, Abweichungen wieder aus. Für die Zeitverläufe der Zugkraft wird eine ähnliche Modifikation durchgeführt, indem der Beschleunigungswiderstand an die sich ändernden Beschleunigungen, verursacht durch die skalierten Zeitverläufe der Geschwindigkeiten, skalierend angepasst wird. Die sowohl auf der x-Achse und y-Achse skalierten

und synchronisierten Zeitverläufe der einzelnen Bewegungsabschnitte werden im vorletzten Schritt zu mehreren synchronisierten Durchläufen wieder zusammengefügt. Abschließend erfolgt eine Medianbildung eines jeden Messpunkts, aus deren Folge der standardisierte Zeitverlauf der Bewegung, bzw. der Belastung, resultiert.

Die zu generierenden Standard- bzw. Referenzzyklen geben im Mittel das typische Bewegungsverhalten der Verbraucher wieder und eignen sich deshalb auch als Ausgangspunkt für einen Vergleich mit dem aus dem kennwerteorientierten Verfahren hervorgegangenen Referenzzyklus (Kennwertezyklus). Als Basis dienen die in **Abbildung 6.5** gezeigte Darstellung eines Teilzyklus und die Einteilung der Verbraucherbewegungen in einzelne Bewegungsabschnitte. Wie bereits erwähnt, erfolgte diese Einteilung unter der Berücksichtigung, dass ein möglichst reproduzierbar zu erkennender Zeitpunkt ermittelt werden kann.

Die signifikantesten Änderungen in den Zeitverläufen können dabei vor allem bei der Bewegung des Löffels und des Drehwerks beobachtet werden, da bei diesen beiden Verbrauchern Geschwindigkeitssprünge auszumachen sind und auch eine sinnvolle Einteilung in Bewegungsabschnitte, nach der in den jeweiligen Abschnitten durchzuführenden Funktion, möglich ist. Nach der Festlegung der Anfangs- und Endzeitpunkte der Bewegungsabschnitte erfolgt die Bestimmung der einzelnen Abschnittsdauern, deren Auswertung in **Abbildung 6.6** gezeigt wird. Zu erkennen ist eine Darstellung des Punktediagramms der einzelnen Abschnittsdauern mit dem jeweils berechneten arithmetischen Mittelwert. Der neben der Punktelwolke dargestellte Boxplot enthält wiederum den Minimalwert, den unteren Quartilswert, den Median, den oberen Quartilswert, den Maximalwert und mögliche Ausreißer.

Für alle Bewegungsabschnitte liegen die arithmetischen Mittelwerte der einzelnen Bewegungsabschnittsdauern in der Nähe ihrer Mediane. Wie in [22] beschrieben, bedient man sich in der Folge den durchschnittlichen Abschnittsdauern für die sich anschließende zeitliche Skalierung der Bewegungskurven und dem folgenden Zusammenfügen der einzelnen skalierten Bewegungsabschnitte zu einem skalierten Gesamtzyklus. Dies kann zum einem damit begründet werden, dass die Mediane der Abschnittsdauern zusammenaddiert nicht zwangsläufig den Median des gesamten, nicht aufgeteilten, Teilzyklus ergeben und zum anderen damit, dass sich trotz der vergleichsweise geringen Anzahl an Messungen eine relativ gute zeitliche Übereinstimmung der einzelnen Teilzyklen bezüglich der Bewegungsabschnittsdauern einstellt (siehe geringe Anzahl an Ausreißern und dem geringen Wert der einzelnen Variationskoeffizienten).

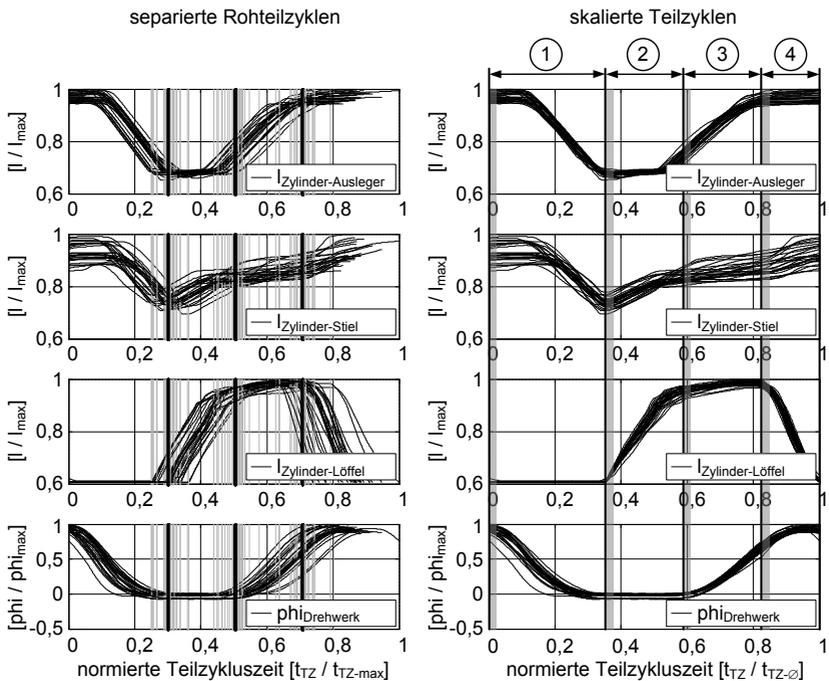


**Abbildung 6.6:** Auswertung der einzelnen Abschnittsdauern der aufgenommenen Teilzyklen

Die nachfolgende **Abbildung 6.7** zeigt das Bewegungsverhalten der vier Verbraucher in unskalierter (linke Seite) und in skalierten Darstellung (rechte Seite). Die in ihren Bewegungsabschnitten skalierten Bewegungskurven gehen aus einer Stauchung bzw. Streckung der Kurven hervor, indem ihre Endzeitpunkte auf die berechneten Durchschnittsdauern verschoben werden. Die aus dieser Verschiebung geänderten Abtastraten wurden nach der Skalierung auf ihren ursprünglichen Wert hin interpoliert.

Die unskalierten Rohteilzyklen in den linken Darstellungen von **Abbildung 6.7** sind zeitlich auf die Teilzyklusdauer des längsten Durchlaufs normiert. So entsprechen die in den Diagrammen aufgeführten Anfangs- und Endzeitpunkte der Bewegungsabschnitte (senkrechte schwarze Linien) anderen Verhältniszahlen, da die zeitliche Normierung der skalierten Teilzyklen auf die mittlere Durchschnittsdauer der Durchläufe basiert. Die Normierung der Messgrößen (y-Achse) erfolgt in beiden Darstellungen auf den jeweils maximalen Messwert des betrachteten Verbrauchers aller Teilzyklen. Bei den grau eingefärbten senkrechten Linien der Diagramme der separierten Rohteilzyklen handelt es sich um die jeweiligen Zeitpunkte der Bewegungsabschnitte der betrachteten Arbeitsdurchläufe. Anders, als in [22] vorgeschlagen,

wird bei den Bewegungsvorgaben keine Skalierung der Messgrößen (y-Achse) vorgenommen. Begründet wird dieses Vorgehen damit, dass die betrachteten Bewegungsvorgaben, anders als in der Arbeit von Deiters [22], nicht die Geschwindigkeit (Fahrgeschwindigkeit des Radladers), sondern mit dem zurückgelegten Weg (Zylinderlängen, Drehwinkel des Oberwagens) schon die absolute Position der Arbeitsausrüstung im Raum wiedergeben. Somit entfällt die Skalierung der Verbraucherwege auf einen mittleren Positionswert (Anpassung der Wegstrecke entfällt).

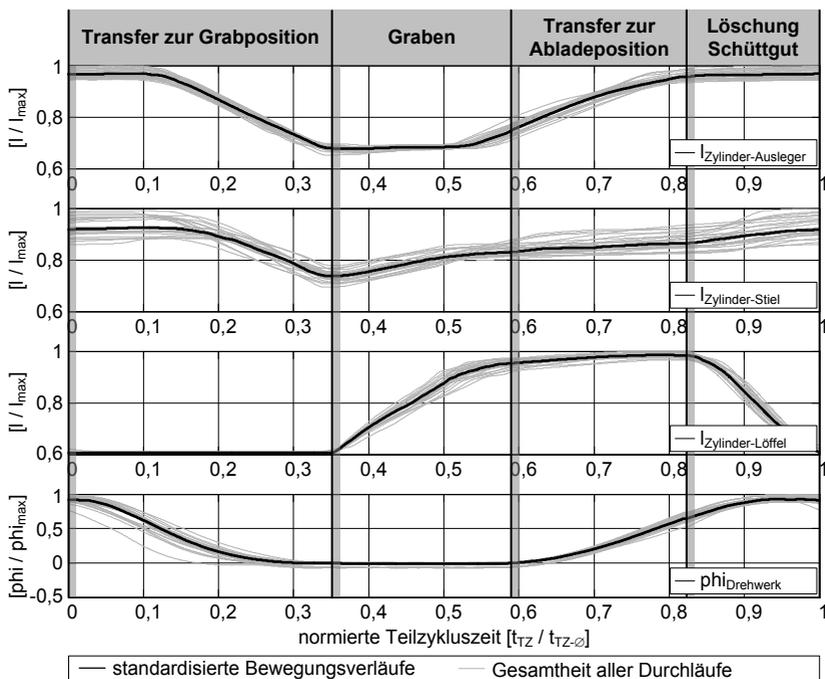


Bewegungsabschnitte:

- 1) Transfer zur Grabposition - 2) Graben - 3) Transfer zur Abladeposition - 4) Abladen

**Abbildung 6.7:** separierte Rohteilzyklen (links) und skalierte Teilzyklen (rechts)

Die Generierung eines standardisierten Teilzyklus aus einer Bewegungsfolge erfolgt aus der Ermittlung eines repräsentativen Verlaufs durch die Bildung der Mediane aller aufgenommenen Verläufe, über die gesamte Zeitdauer des Durchlaufs, siehe **Abbildung 6.8**. Ein Vorteil der Medianbildung aller Messwertpunkte, wie er auch in [22] angegeben ist, liegt in der geringeren Anfälligkeit in Bezug auf Ausreißer, gegenüber der Nutzung des arithmetischen Mittelwerts. Die in **Abbildung 6.8** gezeigten schwarzen Kurvenverläufe geben ein repräsentatives Bewegungsverhalten des Arbeitsarms, in Verbindung mit der Nutzung des Drehwerks, bei der Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe eines Baggers (90°-Graben-Zyklus) wieder. Um zu einer Aussage, bezüglich der sich in Folge der Bewegungsvorgabe einstellenden Belastungen, zu gelangen, sind die aufgenommenen Belastungsgrößen dem vorgestellten Verfahren zur Erzeugung von standardisierten Verläufen zu unterziehen. Exemplarisch soll dies im Folgenden am Beispiel des kolbenseitigen Auslegerdrucks durchgeführt werden.



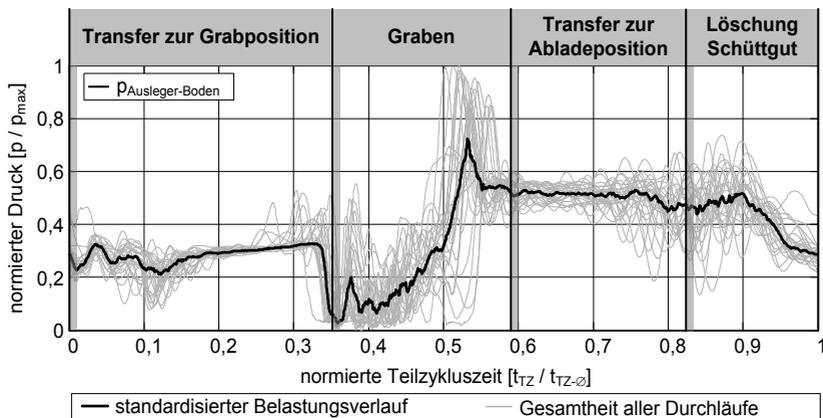
**Abbildung 6.8:** standardisierte Zeitverläufe der Verbraucherbewegungen (Medianzyklus)

Anfangs erfolgt eine Einteilung des Druckverlaufs in zeitliche Abschnitte mit den gleichen Zeitpunkten, welche die zeitlichen Bewegungsabschnitte der Bewegungsverläufe definieren. Die sich anschließenden Bearbeitungsschritte (Skalierung der einzelnen Druckverläufe an die jeweilige mittlere Abschnittsdauer durch Stauchung, bzw. Streckung, Aneinanderfügen der einzelnen Abschnitte zu einem Gesamtverlauf mit anschließender Anpassung der Abstraten, Medianbildung der Messwerte aller aufgenommenen Zeitpunkte) sind die gleichen, wie sie auch bei der Erzeugung der standardisierten Verläufe der Verbraucherbewegungen genutzt werden.

Unter Umständen kann eine Messgrößenskalierung derjenigen Belastungsgrößen notwendig werden, welche durch das Bewegungsverhalten beeinflusst sind. Durch die gestauchten bzw. gestreckten Zeitverläufe der Bewegungen resultieren auch Änderungen in den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufen der einzelnen Verbraucher. Da sich so verursachte Änderungen der Trägheitskräfte der Arbeitsausrüstung und der geschwindigkeitsabhängigen, in der Regel durch Reibung verursachten, Kräfte auf den betrachteten Druck auswirken, muss geprüft werden, ob die Messwerte an einen die Skalierung des Bewegungsverhaltens berücksichtigenden Wert anzupassen sind. In dem betrachteten Fall hatten die Änderungen des Bewegungsverlaufs nur einen minimalen Einfluss auf das Druckverhalten, da die Änderungen der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen wesentlich kleiner sind, als die statisch erzeugten Drücke durch das hohe Gewicht des Arbeitsarms. Aus diesem Grund entfällt eine Skalierung, bzw. Anpassung, der Druckwerte.

Das Ergebnis einer Standardisierung des Zeitverlaufs einer Belastungsgröße, am Beispiel des bodenseitigen Zylinderdrucks des Auslegers, kann der **Abbildung 6.9** entnommen werden. Anhand dieses Verlaufs kann abschließend das Druckverhalten im Zylinder bei der Durchführung der Arbeitsaufgabe analysiert werden. Der teils oszillierende Verlauf zu Beginn der Transferfahrt zur Grabposition resultiert noch aus der Anregung des vorher in den Anschlag gefahrenen Löffelzylinders und der gleichzeitigen Anregung durch die Entleerung des Schüttguts, wodurch sich die Masse der Arbeitsausrüstung ändert. Im weiteren Verlauf steigt der Druck ein wenig an, während sich der Ausleger senkt. Der Druckanstieg erfolgt aus der Verschiebung des Schwerpunkts und daraus folglich gleichzeitigen Erhöhung des Hebels, und somit des Moments, welches vom Zylinder aufgenommen wird. Nachdem die Grabposition erreicht ist, senkt sich der Druck auf seinen minimalen Wert während des gesamten Teilzyklus, um während des Grabprozesses wieder zu steigen. Bei dem sich anschließenden Heben des Auslegers steigt der Druck auf seinen höchsten Wert, um sich folgend auf dem Transfer zur Ablageposition auf einem

annähernd konstanten Wert einzustellen (die stetige Verringerung des Druckes in diesem Abschnitt resultiert wiederum aus der Verschiebung des Auslegerschwerpunkts). Im letzten Bewegungsabschnitt hat der Arbeitsarm die Abladeposition erreicht, wobei sich der Löffel öffnet und das Schüttgut löschen kann. Dies hat einen sinkenden Zylinderdruck zur Folge.

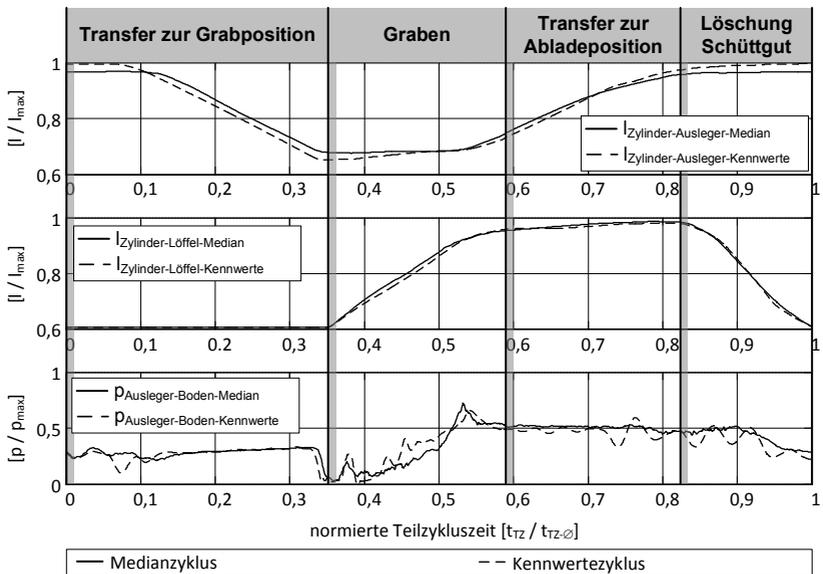


**Abbildung 6.9:** standardisierter Zeitverlauf des bodenseitigen Zylinderdruckes Ausleger

In **Abbildung 6.10** sind exemplarisch die Zylinderlängen des Auslegers und des Löffels, sowie der bodenseitige Zylinderdruck des Auslegers der beiden bisher generierten Referenzzyklen aufgeführt. Die Kurven in gestrichelter Darstellung entsprechen dem Referenzzyklus, welcher durch das in **Abschnitt 6.3** vorgestellte kennwerteorientiertem Verfahren erzeugt wurde. Die Verläufe mit durchgezogener Darstellung entstammen der in diesem Abschnitt vorgestellten bewegungsformorientierten Methodik nach Deiters [22] (Medianzyklus). Die Zeitverläufe der Bewegungen des Referenzzyklus aus dem kennwerteorientiertem Verfahren (Kennwertzyklus) sind in ihren Bewegungsabschnitten zeitlich skaliert dargestellt. Die zeitliche Normierung beider Verläufe orientiert sich an der mittleren Durchlaufzeit des gesamten Teilzyklus, da dieser als Basis zur Bestimmung des Kennwertzyklus herangezogen wurde.

Die zeitlichen Verläufe der Verbraucherbewegungen und der Verbraucherbelastung zeigen im Wesentlichen eine gute Übereinstimmung. Vor allem zwischen den Be-

wegungsverläufen der beiden gezeigten Verbraucher liegt ein hoher Überdeckungsgrad vor. Eine gute mittlere Übereinstimmung besteht auch zwischen den zeitlichen Verläufen der Belastungsgröße bodenseitiger Druck im Auslegerzylinder. Der Verlauf des skalierten Druckes aus dem bewegungsformorientierten Verfahren (durchgängige Linie) weist einen deutlich geglätteten Verlauf gegenüber dem Verlauf des dem kennwertorientierten entstammenden Referenzzyklus auf. Eine energetische Betrachtung ist bei der Nutzung dieser Referenzzyklen zweifelsohne möglich, wobei durch die Glättungseffekte des bewegungsformorientierten Zyklus bei einer konkreten und umfassenden Systemanalyse, auch dynamische Effekte untersuchend, mit Einschränkungen zu rechnen ist.



**Abbildung 6.10:** Gegenüberstellung der beiden Referenzzyklen (Kennwertezyklus und Medianzyklus)

## 6.5 Zyklusgenerierung aus einem vereinfachten bewegungsformorientierten Verfahren (Ähnlichkeitszyklus)

Das im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte bewegungsformorientierte Verfahren zur Erzeugung eines standardisierten Lastzyklus liefert hinsichtlich eines Vergleichs mit dem aus dem kennwerteorientiertem Verfahren abgeleiteten Lastzyklus eine gute Übereinstimmung der zeitlichen Verläufe von Verbraucherbewegungen und Verbraucherbelastungen. Es zeigen sich aber Nachteile hinsichtlich einer zeit- und aufwandseffizienten Gestaltung des Standardisierungsprozesses, vor allem für Mobile Arbeitsmaschinen bei denen mehrere Verbraucher gleichzeitig an der Durchführung der zu untersuchenden Arbeitsaufgabe beteiligt sind, z.B. 90°-Graben-Zyklus eines Baggers. Folgende Anforderungen an bzw. Gründe für ein, gegenüber der Generierung des Medianzyklus, vereinfachtes bewegungsformorientiertes Verfahren zur Ableitung eines Referenzzyklus können angegeben werden:

1. **Entfall der Abschnittseinteilung:** Die Zeitverläufe müssen während der Generierung des Medianzyklus in verschiedene Bewegungs- bzw. Verlaufsabschnitte eingeteilt werden, welche in der Regel gut untereinander abgrenzbare Teilaufgaben adressieren (hier z.B.: Transferfahrt zur Grabposition, Graben, Transferfahrt zur Abladeposition und Löschung des Schüttguts). Zur Detektierung der jeweiligen Anfangs- und Endzeitpunkte dieser unterschiedlichen Abschnitte sind signifikante, bzw. charakteristische, Verläufe oder Verlaufänderungen festzustellen, welche bestenfalls automatisiert erkannt werden können.
2. **Entfall der zeitlichen Skalierung:** Die Zeitverläufe müssen während der Generierung des Medianzyklus in jedem der definierten Zeitabschnitte an eine mittlere Abschnittsdauer skaliert werden.
3. **Entfall der Skalierung der Messgrößen:** Unter Umständen müssen während der Generierung des Medianzyklus die Werte der aufgenommenen Messgrößen an die sich geänderten zeitlich skalierten Bewegungsverläufe angepasst werden. So beeinflusst die Manipulation der Zeitfunktionen der Bewegungsgrößen deren folgende Differentiationsgrößen, hier die Zylindergeschwindigkeit und die Zylinderbeschleunigung. In diesen Fällen muss in der

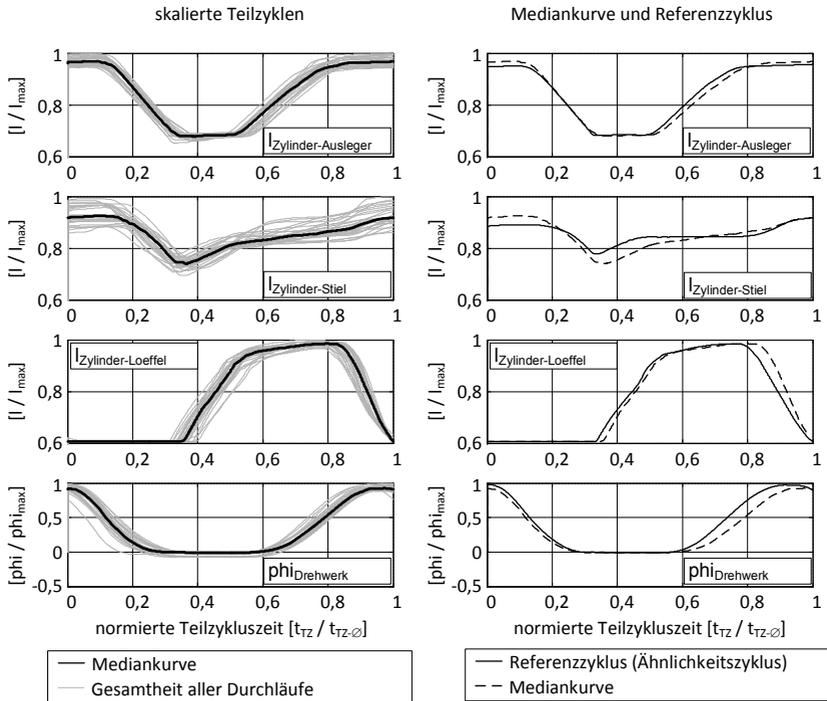
Folge untersucht werden, inwieweit sich diese geänderten Werte auf die zu standardisierenden Größen auswirken. So sind z.B. Reibungskräfte von der Geschwindigkeit und Trägheitskräfte von der Beschleunigung abhängig. Auch der, der Zylindergeschwindigkeit in etwa proportionale, durch das Ventil zurückfließende Rücklaufvolumenstrom kann einen Einfluss auf den eingespannten Druck in der Gegenseite des Zylinders zur Folge haben. Dieser beeinflusst auch den statischen Druck auf der Zulaufseite. Da die aufgeführten Einflussgrößen auch alle gleichzeitig bei der Bestimmung des zu standardisierenden Verlaufs einer Belastungsgröße vorliegen können, müssen ihre Wirkmechanismen bekannt sein und von den Termen der Bestimmungsgleichung, welche nicht von den Einflussgrößen abhängig sind, getrennt werden können. Somit sind bereits in diesem Stadium der Untersuchungen ein genaues Modellwissen und die Kenntnis einiger grundlegender Systemparameter notwendig.

4. **Verringerung der Anzahl der zu standardisierenden Größen:** Alle, für eine Analyse des Betriebsverhaltens und für eine Generierung von Kenngrößen, zur Darstellung des Erreichens von Zielen einer bestimmten Untersuchungsaufgabe, notwendigen Systemgrößen müssen der vorgestellten Methode nach Deiters [22] unterzogen werden, um während der Generierung des Medianzyklus ein repräsentatives Zeitverhalten zu ermitteln. Mit größer werdender Anzahl der beteiligten Verbraucher steigt auch die Anzahl an zu standardisierenden Bewegungs- und Belastungsgrößen.
5. **Vermeidung von Glättungseffekten:** Zusätzlich zu den eben genannten Einschränkungen können die im vorigen Abschnitt bereits erwähnten Glättungseffekte, je nach Untersuchungsaufgabe, zu Beschränkungen in den Aussagen einer umfassenderen Systembewertung und –analyse führen.

Aus den soeben genannten Anforderungen und Gründen wird im Folgenden ein weiteres Verfahren vorgeschlagen, welches einen repräsentativen Zyklus aus gemessenen Größen auswählt. Die Auswahl des repräsentativen Teilzyklus erfolgt in diesem Fall nicht auf Grundlage der Kennwerte Teilzykluszeit und absoluter Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus aus **Abschnitt 6.3**, sondern auf Basis der Ähnlichkeiten des zeitlichen Bewegungsverlaufs der Verbraucher beim Durchführen der zu untersuchenden Arbeitsaufgabe.

Ein weiterer Grund für die Auswahl eines Zyklus aus aufgenommenen Messwerten, welcher sich in seinem zeitlichen Verhalten an eine mittlere Bewegungsform der Verbraucher orientiert, betrifft die Überprüfung des aus dem kennwerteorientierten Verfahrens generierten Referenzzyklus (Kennwertezyklus) aus **Abschnitt 6.3**. Das erhaltene Ergebnis stellt eine Betrachtung des Systemverhaltens von Außen dar und zielt nur auf die Auswahl eines Referenzzyklus aus dem Mittel vorher definierter Kennwerte zur Bewertung des Betriebsverhaltens hinsichtlich einer vorgegebenen Untersuchungsaufgabe (hier energetisches Verhalten bei entsprechender Durchsatzleistung während einer typischen Arbeitsaufgabe). Eine innere Sicht auf das Systemverhalten, welches aber hauptsächlich durch die Bewegungsvorgaben des Bedieners und den sich einstellenden Belastungen vorgegeben wird, kann mit der kennwerteorientierten Methode nicht angegeben werden.

Für eine Überprüfung, ob dieser Zyklus aber auch einer inneren Sicht standhält, bzw. einem mittleren Bewegungsverhalten der Mobilien Arbeitsmaschine entspricht, wird durch das vorgestellte modifizierte bewegungsformorientierte Verfahren (Ähnlichkeitszyklus) ein Referenzzyklus aus realen Messwerten extrahiert. Es soll Folgend geprüft werden, ob der extrahierte Ähnlichkeitszyklus eine hohe Ähnlichkeit in einem mittleren zeitlichen Verlauf der Verbraucherbewegungen gegenüber den Verbraucherbewegungen des extrahierten Kennwertezyklus aufweist. Durch die Tatsache einen Zyklus aus Messwerten zu extrahieren, besteht zudem die Möglichkeit eines Vergleichs des quasi-stationären Betriebsverhaltens (Kennwerte) mit dem Kennwertezyklus (Vergleich der beiden Referenzzyklen, inwieweit sich der Kennwert normierter absoluter Kraftstoffverbrauch des Ähnlichkeitszyklus bezüglich des betrachteten Kennwerts des Kennwertezyklus ähnelt). Zu Beginn des Standardisierungsprozesses wird die mittlere Teilzykluszeit aller Durchläufe berechnet. Ähnlich wie im vorangegangenen Abschnitt werden auch hier anschließend für jeden der vier an der Durchführung der Arbeitsaufgabe beteiligten Verbraucher (Ausleger, Stiel, Löffel und Drehwerk) die zeitlichen Verläufe der Bewegungsgrößen durch Stauchung, bzw. Streckung, an diese mittlere Teilzyklusdauer zeitlich skaliert (Anpassung der unterschiedlichen Zyklendauern für die sich anschließende Medienbildung). Das Ergebnis der zeitlichen Skalierung kann den Darstellungen auf der linken Seite von **Abbildung 6.11** entnommen werden:



**Abbildung 6.11:** skalierte Teilzyklen (linke Darstellungen) und Auswahl eines Referenzzyklus (Ähnlichkeitszyklus; rechte Darstellungen)

Die Auswahl eines standardisierten Zyklus erfolgt durch einen Ähnlichkeitsvergleich zwischen den jeweiligen Bewegungsverläufen aller Teilzyklen und der Mediankurve des entsprechenden zeitlichen Bewegungsverlaufs für jeden der vier Verbraucher. Nach [16] bietet sich für einen Ähnlichkeitsvergleich die Anwendung der Kreuzkorrelationsmethode an:

$$\text{corr}\{k\} = \frac{\sum_{i=1}^N x[i] \cdot y[i+k]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x[i])^2 \cdot \sum_{i=1}^N (y[i+k])^2}} \quad (6.1)$$

Die Reihen  $x$  und  $y$  der **Gleichung (6.1)** sind mit den zeitdiskreten Verläufen der Mediankurve und der jeweiligen Messgrößenfolge der Verbraucherbewegungen zu

belegen und im Anschluss zu korrelieren. Dieser Vorgang wird für jeden einzelnen Teilzyklus aller vier Verbraucher durchgeführt. Legt man Aussagen aus [16] zugrunde, so liefern zwei identische Signale den Wert 1 für ein entsprechend beliebiges  $k$ . Da Werte von 1 in der Realität aber so gut wie nie erreicht werden können, beschränkt man sich auf das Finden des Maximalwerts der Korrelationsreihe (**Gleichung (6.1)**) für alle Teilzyklenverläufe der Verbraucherbewegungen. Die Maximalwerte der einzelnen Verbraucher werden in vier Reihen mit einer Indexanzahl, welche der Anzahl der einzelnen Teilzyklen entspricht, zusammengefasst, so dass jeder Verbraucher über eine eigene Maximalwertreihe verfügt.

$$z_{\max}(i) = \sqrt{z_{\text{Aus-max}}(i)^2 + z_{\text{Stl-max}}(i)^2 + z_{\text{Loe-max}}(i)^2 + z_{\text{DW-max}}(i)^2} \quad \text{für } i = 1..N \quad (6.2)$$

Das Maximum der nach **Gleichung (6.2)** gebildeten Reihe, aus den quadratischen Summen der einzelnen Maximalwerte der vier beteiligten Verbraucher, gibt ein Maß für eine größtmögliche Ähnlichkeit an, wenn mehr als nur ein Verbraucher untersucht wird. Der Zyklus mit dem Index  $i_{\max}$  des Maximalwerts von  $z_{\max}(i_{\max})$  wird als Referenzzyklus ausgewählt. Das Ergebnis ist im rechten Teil von **Abbildung 6.11** dargestellt. Der Grund dafür, dass sich nur eine teilweise Überdeckung der einzelnen Verbraucherverläufe gegenüber den Mediankurven einstellt, ist dem eben beschriebenen Auswahlverfahren geschuldet. Eine, jede eigenständig für sich betrachtete, Korrelationsanalyse je Verbraucherbewegung kann unter Umständen einen Teilzyklus mit größerer Überdeckung des zeitlichen Verlaufs zwischen der Mediankurve und der jeweils betrachteten Verbraucherbewegung hervorbringen.

## 6.6 Abschließender Vergleich und Fazit

Das Ziel der im vergangenen Abschnitt vorgestellten Methoden war die Generierung eines repräsentativen Lastzyklus aus einer Vielzahl von gemessenen Zyklen, während der Durchführung einer typischen Arbeitsaufgabe eines Baggers. Es wurden drei Methoden beschrieben und eine Standardisierung mit jeder der drei aufgeführten Methoden durchgeführt. Die erste Methode ist ein kennwerteorientiertes Verfahren, bei dem aus den aufgenommenen Messgrößen bestimmte, das Betriebsverhalten beschreibende, Kennwerte abgeleitet werden. In der Folge wird nun ein Zyklus als Referenzzyklus bestimmt, dessen Kennwertepunkt im unmittelbaren Umfeld des Kennwertemittelpunkts aller Durchläufe liegt.

Dieser Zyklus beschreibt zwar das Verhalten der Maschine bezüglich der zu untersuchenden Kennwerte (quasi-stationäres Verhalten), liefert aber keine Aussage, ob die Bewegungsverläufe des ausgewählten Zyklus auch einem mittleren Bewegungsverlauf der Maschine in Verbindung mit ihrem Bediener entsprechen. Eine bewegungsformorientierte Methode nach Deiters generiert einen synthetischen Zyklus aus den Medianwerten aller Zeitpunkte der entsprechenden Bewegungsverläufe für alle Verbraucher. Die Verläufe sind vor der Medianbildung in Bewegungsabschnitte zu unterteilen und an eine mittlere Abschnittszeit zu skalieren. Eine Ableitung eines repräsentativen Verlaufs von Belastungsgrößen geschieht in der gleichen Weise. Die so erhaltenen Zyklen der Sollwert- und Belastungsgrößen entsprechen einem mittleren Zeitverlauf, aus dem aber nicht alle das Betriebsverhalten beschreibende Kennwerte sofort abgeleitet werden können.

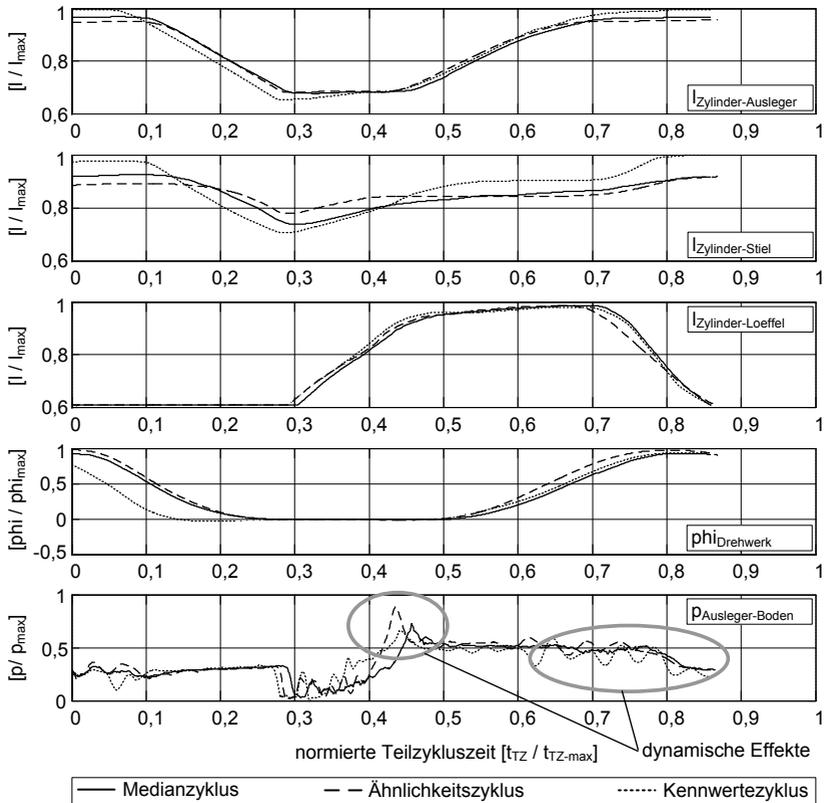
Da es das Ziel dieser Untersuchungen ist, den Zyklus aus dem kennwerteorientierten Verfahren hinsichtlich eines mittleren Bewegungsverhaltens zu verifizieren, ohne dass er seine Aussage bezüglich des Erreichens der Kennwerte zur Beurteilung des Betriebsverhaltens (quasi-stationäres Verhalten) verliert, wird ein modifiziertes bewegungsformorientiertes Verfahren angewendet. Zweck dieses Verfahrens ist es, einen real aufgenommenen Messzyklus als repräsentativen Lastzyklus auszuwählen. Dieser soll in seinem Bewegungsverhalten eine große Ähnlichkeit gegenüber einem mittleren Bewegungsverhalten aufweisen. Ein solch extrahierter Zyklus aus aufgenommenen Messwerten, lässt eine belastbare Aussage bezüglich des energetischen Verhaltens zu, da aus den Messgrößen Dichte und Kraftstoffvolumenstrom direkt auf den absoluten Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus geschlossen werden kann.

**Abbildung 6.12** zeigt die beiden Kennwerte des, sowohl aus dem kennwerteorientierten Verfahren abgeleiteten, als auch aus dem bewegungsformorientierten Verfahren mit anschließendem Ähnlichkeitsvergleich abgeleiteten, Referenzzyklus. Die das Betriebsverhalten beschreibenden Kennwerte liegen im engeren Umfeld des Kennwertmittelpunkts. Die Teilzyklusdauer des aus dem Ähnlichkeitsverfahren gewonnenen Referenzzyklus nimmt einen 1 % größeren Wert an, als die Dauer des aus dem kennwerteorientierten Verfahren extrahierten Zyklus. Der absolute Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus fällt bei dem Ähnlichkeitszyklus um 4,6 % geringer gegenüber dem des Kennwertezyklus aus.

Dieses Ergebnis legt die Vermutung nahe, dass ein Zyklus, dessen zeitlicher Verlauf seiner Verbraucherbewegungen einem mittleren Bewegungsverlauf entspricht,



den Vergleich des quasi-stationären Betriebsverhaltens (Kennwertediagramm) mit dem Kennwertezyklus genutzt. Eine Darstellung der zeitlichen Verläufe aller drei in diesem Abschnitt gewonnener Referenzzyklen können der folgenden **Abbildung 6.13** entnommen werden.



**Abbildung 6.13:** Gegenüberstellung der aus den drei vorgestellten Methoden generierten Referenzzyklen

Vor allem das Bewegungsverhalten des Ausleger- und des Löffelzylinders stimmen für alle drei Referenzzyklen recht gut überein. Für den Drehwinkel des Oberwagens

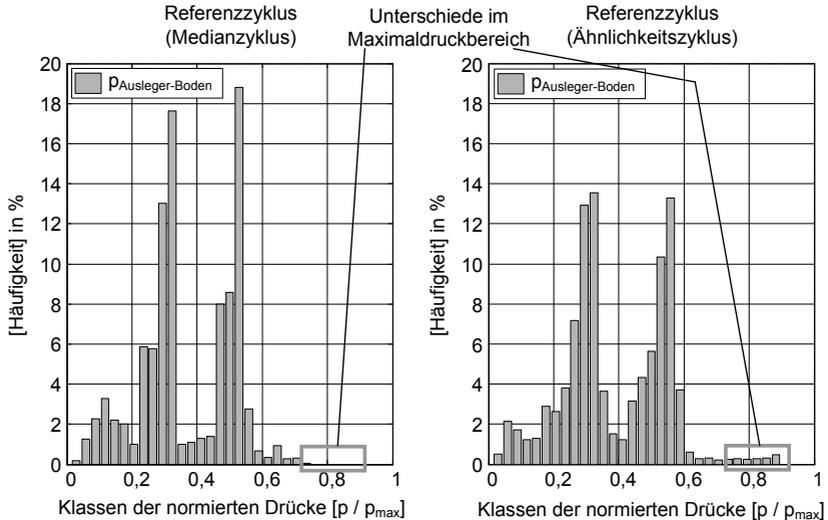
und der Bewegung des Stiels gibt es vor allem größere Abweichungen in der Verlaufsform zwischen dem Referenzzyklus aus dem kennwerteorientierten Verfahren (Kennwertezyklus) und den beiden aus einem bewegungsformorientierten Verfahren abgeleiteten standardisierten Zyklen (Median- und Ähnlichkeitszyklus). Die größten Abweichungen indes sind im Verlauf des exemplarisch aufgeführten Druckverlaufs in der bodenseitigen Zylinderkammer des Auslegers zu finden. Unterschiede zwischen allen drei Verläufen zeigen sich vor allem in dynamischen Effekten. So werden Schwingungsverläufe im Medianzyklus deutlich geglättet dargestellt und auch Druckspitzen fallen mit einem deutlich geringeren Wert aber auch mit einer signifikant geringeren Druckanstiegsgeschwindigkeit vor allem gegenüber dem Druckverlauf des Ähnlichkeitszyklus aus. Dieses Verhalten rührt hauptsächlich aus der Bildung der Mediane eines jeden aufgenommenen Messpunkts.

Der Druckverlauf des Kennwertezyklus zeigt ein ähnlich ungeglättetes Schwingungsverhalten wie der Druckverlauf des Ähnlichkeitszyklus, wobei jedoch die Druckspitze beim Anheben des Auslegers während des Grabvorgangs wesentlich moderater ausfällt. Dies kann individuelle Gründe haben, legt jedoch den Schluss nahe, dass ein entsprechender Kennwert formuliert werden muss, welcher die Charakteristik der Druckspitzen berücksichtigt, wenn mit einem Kennwerteverfahren ein entsprechender Teilzyklus extrahiert werden soll, um für entsprechende Untersuchungen von Lastspitzenauswirkungen genutzt werden zu können.

In ausreichender Näherung kann trotzdem eine positive Aussage bezüglich eines annähernd ähnlichen zeitlichen Verlaufs des Kennwertezyklus gegenüber einer durchschnittlichen Bewegungsfolge gegeben werden. Somit bilden alle drei abgeleiteten Zyklen eine repräsentative Basis als Sollwert- und Belastungsvorgabe für die Simulation und Bewertung einer durch Kennwerte definierten Analyse des Betriebsverhaltens. Für die weiterführenden Untersuchungen in dieser Arbeit wird in folgedessen, auch aus Gründen der einfacheren Handhabung, auf kennwerteorientierte Verfahren zur Ableitung von repräsentativen Lastzyklen zurückgegriffen.

Trotz dessen muss, für weiterführende konkretere Analysen des Betriebsverhaltens, vor allem dynamische Effekte untersuchende, und für detailliertere Auslegungsaufgaben, sowohl die Bauteilauslegung und Komponentendimensionierung, als auch die Entwicklung von Betriebsstrategien betreffend, eine umfassendere Analyse der aufgenommenen Messwerte erfolgen. So kann am Beispiel des bodenseitigen Zylinderdrucks des Auslegers gezeigt werden, dass nicht das gesamte Spektrum der möglichen Druckwerte durch einen standardisierten Medianzyklus abgedeckt wer-

den kann. In **Abbildung 6.14** sind die zeitlichen Häufigkeiten der in Klassen eingeteilten Druckbereiche dargestellt.



**Abbildung 6.14:** Häufigkeitsverteilung der in Klassen eingeteilten Druckbereiche des bodenseitigen Zylinderdrucks des Auslegers (rechts: Medianzyklus, links: Ähnlichkeitszyklus)

Das linke Diagramm zeigt die Verteilung der Häufigkeiten für den standardisierten Zyklus nach Deiters (Medianzyklus). Deutlich zu erkennen ist, dass ein Großteil der hohen Drücke (mehr als 20 % des oberen Druckbereichs) mit diesem Zyklus gar nicht abgedeckt werden, im Vergleich zur linken Darstellung, in der die Häufigkeiten der Druckbereiche des Ähnlichkeitszyklus abgebildet werden. Eine bessere Darstellung der Häufigkeiten kann mit der Nutzung der beiden Verfahren erreicht werden, bei denen Zyklen mit real hinterlegten Messwerten extrahiert werden (kennwerteorientierte Methode und bewegungsformorientierte Methode mit anschließendem Ähnlichkeitsvergleich). Bei diesen beiden Verfahren entfällt eine Glättung der Messwerte durch die direkte Nutzung der Mediankurve als Referenzverlauf (siehe dynamische Effekte in **Abbildung 6.13**).



# 7 Untersuchungen und Anwendungen der Vereinfachungen an einem konkreten Beispiel

Im abschließenden Kapitel wird die in dieser Arbeit entwickelte Systematik zur Reduzierung der Modellstruktur an einem konkreten Systembeispiel angewendet. Beispielhaft soll dabei gezeigt werden, inwieweit systematisch vereinfachte Modellstrukturen mit einer definierten Detailtiefe das Betriebsverhalten bei einer typischen Arbeitsaufgabe beschreiben, jeweils bezogen auf ein komplexes Modell hoher Detailtiefe, welches mit realen Messdaten abzugleichen ist. Dabei wird die fiktiv von dem Beispielsystem durchzuführende Arbeitsaufgabe, hier der in dem vorigen Kapitel vorgestellte 90°-Graben-Zyklus, einer überwiegend stationären als auch dynamischen Betrachtung unterzogen. Hierbei unterscheiden sich die beiden Typen der Betrachtungen (Untersuchungsaufgabe) vor allem in der Ermittlung von das Betriebsverhalten beschreibender Kennwerte. So wird für die stationäre Betrachtung der Kennwert absoluter Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus zur Beschreibung des stationären Verhaltens der Maschine bei der Durchführung dieser typischen Arbeitsaufgabe herangezogen. Für die dynamische Betrachtung während dieses Zyklus (ausgewählter Lastsprung) werden die Kennwerte Kennlinienübereinstimmung und Abweichung der Steigung der Sprungantwort ausgewählt. Im folgenden Abschnitt wird eine kurze Vorstellung des Versuchsträgers gegeben.

## 7.1 Beschreibung des mobilen Versuchsträgers

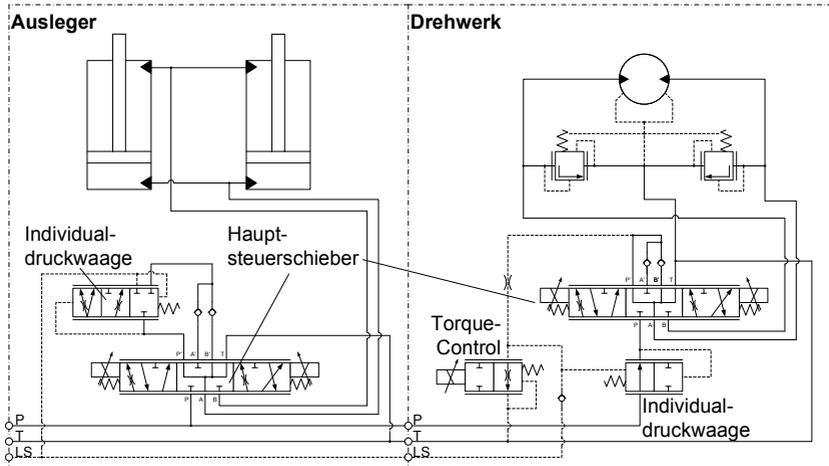
Als Grundlage für die Modellbildung und die sich anschließenden Untersuchungen hinsichtlich einer gewählten Detailtiefe dient der in Abbildung 6.1 dargestellte Mobilbagger TW170 der Firma Terex. Hierbei handelt es sich um einen Bagger der 18 t-Gewichtsklasse, dessen Elemente des Arbeitsarms hydraulisch durch ein 1-Kreis-LS-System M7 der Firma Bosch Rexroth versorgt und damit bewegt werden können. Die Bedienvorgaben werden durch einen hydraulischen Joystick in entsprechende Steuerdrücke umgewandelt und an die jeweils erforderliche Stirnfläche

der Hauptsteuerschieber (siehe **Abbildung 7.1**) weitergemeldet. Der jeweils anliegende Wert des Steuerdrucks ist ein Maß der Positionierung des Hauptsteuerschiebers und somit ebenso ein Maß für die freigegebenen Öffnungsquerschnitte der Zu- und Rücklaufmessblenden (ggfs. auch Regenerationsblende beim Stielzylinder) zur Steuerung der in den Verbraucher ein- und abfließenden Volumenströme.

**Abbildung 7.1** zeigt in einer prinzipiellen Darstellung einen Ausschnitt des LS-Steuerungssystems zur Volumenstromaufteilung. Dargestellt sind hier nur die Steuereinheiten für die Verbraucher Ausleger und Drehwerk. Im Prinzip gleichen sich die hydraulischen Strukturen bei den für die Bewegung des Arbeitsarms notwendigen Verbrauchern Ausleger, Stiel und Löffel, wobei die Steuereinheit für den Verbraucher Stiel eine weitere Regenerationsblende zwischen den beiden Verbraucheranschlüssen A und B aufweist, um beim Ausfahren des Zylinders (Absenken des Stiels) den unter Lastdruck stehenden Volumenstrom aus dem Rücklaufkanal in den Zulaufkanal einspeisen zu können. Die Regeneration bietet den Vorteil, die Geschwindigkeit des Stielzylinders zu erhöhen, ohne dabei den Zulaufvolumenstrom entsprechend vergrößern zu müssen. Dies hätte vor allem bei Parallelbetrieb mehrerer Verbraucher ein energetisch ineffizienteres Betriebsverhalten zur Folge, da durch den notwendigen Zusatzvolumenstrom die hydraulische Leistung an der Pumpe steigen würde. Zudem müsste ggfs. eine größere Pumpe installiert werden, um bei Parallelbetrieb den notwendigen Volumenstrom für den Stielzylinder bereitstellen zu können.

Die Steuereinheiten für die Verbraucher Ausleger-, Stiel- und Löffelzylinder sind wie in **Abbildung 7.1** angedeutet als LS-Ventileinheiten ausgebildet. Die Individualdruckwaagen sind in diesem Fall den Zulaufmessblenden in Reihe nachgeschaltet und regeln bei parallel betätigten Verbrauchern den maximalen Verbraucherdruck aller betätigten Verbraucher in den Knoten  $P'$  nach der Zulaufmessblende ein. Eine Ausnahme bildet der lastdruckhöchste Verbraucher, bei dem die Druckwaage vollständig geöffnet ist und einen zusätzlichen Querschnitt in den LS-Kanal freigibt. Über diesen kann der höchste Verbraucherdruck in den LS-Kanal gemeldet werden. Im Zusammenspiel mit dem durch die Ölpumpe im Pumpenkanal eingeregelt, um eine entsprechende Druckdifferenz höheren, Pumpendruck kann erreicht werden, dass über alle Zulaufmessblenden der LS-Steuereinheiten auch bei Unterversorgung des Systems die gleiche Druckdifferenz abfällt. Dies hat zum einen eine vom jeweiligen Verbraucherdruck unabhängige Einstellung der Zulaufvolumenströme und bei Unterversorgung eine gleichbleibende Bewegungsbahn des Ar-

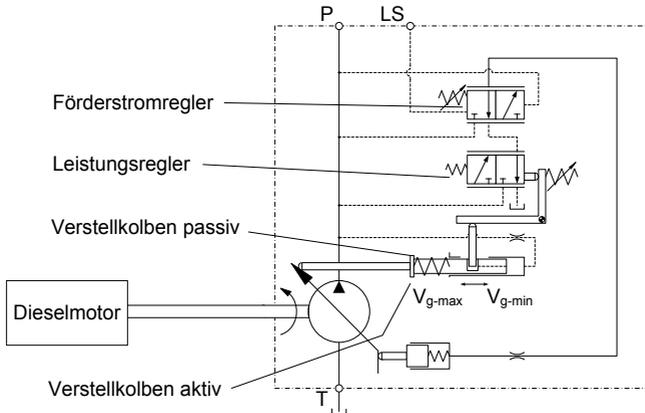
beitsams zur Folge, da sich die Verbrauchergeschwindigkeiten gleichmäßig verlangsamen.



**Abbildung 7.1:** Prinzipielle Darstellung der hydraulischen Steueranordnung

Die Steuereinheit zur Volumenstrombemessung für den Drehwerksmotor bildet in dem hydraulischen Steuerungssystem eine Besonderheit, da es sich hierbei um eine LS-Ventileinheit mit einer der Zulaufmessblende in Zulaufvolumenstromrichtung vorgeschalteten Individualdruckwaage handelt. Der Unterschied zu einer nachgeschalteten LS-Individualdruckwaage besteht in der Regelung eines durch die Federvorspannung der Individualdruckwaage vorgegebenen Druckgefälles über der Zulaufmessblende. Diese Anordnung wurde gewählt, da es sich bei dem Drehwerk um einen vergleichsweise sehr trägen Verbraucher handelt und er einen großen Teil seines Lastdrucks aus dem Widerstand des Beschleunigungsmoments bezieht. Um den Oberwagen des Mobilbaggers jedoch sanft beschleunigen zu können, ist es notwendig, den resultierenden Lastdruck im Zulaufkanal des Verbrauchers proportional einstellen zu können. Hierfür dient das in **Abbildung 7.1** dargestellte Torque-Control-Ventil. Es ist im unbetätigten Zustand geöffnet und gibt einen Querschnitt zwischen dem Drehwerkventil eigenen LS-Kanal und dem Tankkanal frei. In dieser Stellung kann sich kein Druck im Last- und somit auch im LS-Kanal aufbauen. Wird dieser Verbraucher betätigt, verringert sich der Querschnitt

zwischen LS- und Tankkanal und in Verbindung mit einer in Reihe geschalteten Blende vor dem Torque-Control-Ventil entsteht ein Druckteiler, welcher eine vom Öffnungsquerschnitt abhängigen Zwischendruck einstellt, da durch diese Struktur der LS-Kanal und der Pumpenkanal nicht direkt kurzgeschlossen werden können. Der Pumpendruck kann somit nicht auf Maximaldruck steigen. Eine stufenlose Einstellung des Beschleunigungs- bzw. Lastdrucks ist somit möglich. Durch diese Anordnung verteilt sich der Volumenstrom bei Unterversorgung des Systems in der Art, dass das Drehwerk immer seinen geforderten Zulaufvolumenstrom erhält, falls er nicht der lastdruckhöchste Verbraucher ist. Stellt das Drehwerk den lastdruckhöchsten Verbraucher, verhält sich das System wie ein normales LS-System, da die Individualdruckwaage der Drehwerkssektion vollständig geöffnet ist und nicht regeln kann. Der Lastdruck wird in den LS-Kanal gemeldet und kann von den Individualdruckwaagen der LS-Ventilsektionen als Sollwertvorgabe zur Regelung des Druckes nach den Zulaufmessblenden genutzt werden. **Abbildung 7.2** zeigt eine prinzipielle Darstellung der Einrichtung zur hydraulischen Ölstromversorgung des soeben beschriebenen Steuerungssystems:



**Abbildung 7.2:** Prinzipielle Darstellung der hydraulischen Versorgungseinrichtung

Hierbei wird eine Verstellpumpe A11 der Firma Bosch Rexroth von einem Dieselmotor TCD2012L062V der Firma Deutz angetrieben. Der Dieselmotor hat eine Leistung von 105 kW bei 2000 U/min und gibt ein maximales Drehmoment von 650 Nm bei 1400 U/min ab. Die hydraulische Verstellpumpe liefert einen maxima-

len Förderstrom von 260 l/min bei einer Drehzahl von 2000 U/min. Über einen Förderstromregler wird der aus dem Steuerblock gemeldete LS-Druck zuzüglich einer fest vorgegebenen Druckdifferenz infolge der Vorspannkraft der Feder mit dem Pumpendruck verglichen. Aus dem Kräftegleichgewicht an den Stirnflächen des Regelschiebers resultiert eine Position des Schiebers bei dem sich aus dem Resultat der Öffnungsquerschnitte zwischen dem Pumpenkanal und dem Kanal zwischen Förderstrom- und Leistungsregler ein Zwischendruck mit dem Wert einstellt, dass dieser ebenso am aktiven Stellkolben anliegende Zwischendruck den Schwenkwinkel der Pumpe auf einen Wert verstellt, um den geforderten Pumpendruck einregeln zu können.

Überlagert wird dieser Regler durch den Leistungsregler der Pumpe. Dieser sorgt dafür, dass die hydraulische Leistung der Pumpe nicht über einen vorgegebenen Wert überschritten werden kann. Hierdurch wird ein Abwürgen des Dieselmotors verhindert. Der Druck im Pumpenkanal wird über den passiven Stellkolben auf die Stirnfläche eines senkrecht angeordneten Stifts bzw. Bolzens und hieraus folgend als Kraft auf ein rechtwinkliges und an dem Kreuzungspunkt seiner Hebelarme gelagertes Hebelelement gemeldet. In Verbindung des Krafteinleitpunkts mit seinem Abstand zum Lagerpunkt ergibt sich ein resultierendes Moment, welches vom Pumpendruck und dem Schwenkwinkel der Pumpe abhängt (Position des passiven Verstellkolbens ist abhängig vom Schwenkwinkel). Da der Schwenkwinkel multipliziert mit der Drehzahl der Pumpe einen Volumenstrom ergibt, stellt sich das entstandene Moment an dem Hebelelement als Äquivalent der wirkenden hydraulischen Leistung der Pumpe dar. Das resultierende Moment wird mit dem aus einer definierten Vorspannkraft der Feder gewonnenen Moment am Hebelelement verglichen. Übersteigt der Wert der momentanen Leistung den eingestellten Wert, wird der Regelschieber des Leistungsreglers in eine Position verschoben, dass sich durch eine zusätzlich proportional öffnende Blende zum Pumpenkanal im Signalkanal zwischen Förderstrom- und Leistungsregler ein höherer Druck als Tankdruck einstellen kann. Hierdurch wird auch der Druck im Signalkanal auf die Stirnfläche des aktiven Verstellkolbens erhöht und der Schwenkwinkel der Pumpe kann weiter zurück genommen werden. Der Förderstromregler wird somit durch den Leistungsregler überlagert.

Da sich die in dieser Arbeit ausgearbeiteten Vereinfachungsmöglichkeiten mehr auf das hydraulisch-mechanische Antriebs- und Steuerungssystem beziehen, und weniger auf die mathematische Beschreibung der Mechanik des Arbeitsarms, wird auf den Anhang A2 verwiesen.

## 7.2 Vorstellung der untersuchten Vereinfachungsformen

Im folgenden Abschnitt werden die getroffenen Stufen der Vereinfachung des Antriebs- und Steuerungssystems vorgestellt, auf deren Grundlage die zu erstellen Modelle simuliert und deren Ergebnisse untereinander verglichen werden sollen. Ausgehend von dem Ebenenmodell in **Abbildung 5.14** wird die Detailtiefe der jeweiligen hydraulischen Ersatzelemente in den entsprechenden strukturellen Ebenen festgelegt auf deren Grundlage nachfolgend die Arten der Verknüpfungen der Elemente innerhalb einer Ebene, bzw. der Elemente innerhalb eines abgegrenzten Teilsystems der entsprechenden Ebene, auszuwählen sind. In den nachfolgenden Abbildungen **Abbildung 7.3** bis **Abbildung 7.10** werden die Vereinfachungen in prinzipieller Darstellung als Visualisierungshilfe für eine bessere Vorstellung angegeben.

In **Detailierungsstufe 1** nach **Abbildung 7.3** bzw. **Abbildung 7.4** erfolgt der Aufbau und die Verknüpfung der Elemente der Ebene Leistungsübertragung (Ebene 1) dynamisch (D). Hierbei werden nach **Tabelle 5-1** die hydraulischen Ersatzelemente klassisch mit ihren mechanischen Trägheiten und ihren hydraulischen Kapazitäten aufgebaut. Die Verknüpfung der jeweiligen Elemente erfolgt ebenso klassisch über die Bilanzierung der durch die Elemente in die und aus den entsprechenden hydraulischen Knoten fließenden Volumenströme. Vor allem in dieser Ebene entsteht somit ein großer Unterschied in Eigenwerten bzw. Zeitkonstanten der Elemente, welcher einige Zehnerpotenzen annehmen kann. Dies führt in der Regel zu steifen Differentialgleichungen, die mit entsprechenden Solvern zu lösen sind. Die Elemente sowie deren Verknüpfungen untereinander in den Ebenen Leistungssteuerung (Ebene 2) und Signalsteuerung (Ebene 3) werden ebenso dynamisch (D) aufgebaut. Somit bildet das Modell nach Detailierungsstufe 1 das hinsichtlich seines dynamischen Aufbaus maximal mögliche komplexe mathematische Modell, welches sich mit seinem Verhalten gegenüber dem Verhalten des realen Systems am ehesten vergleichen lässt. Aus diesem Grund erfolgt im nächsten Abschnitt 7.3.1 der Abgleich mit den gemessenen Daten des Referenzzyklus an diesem Modell.

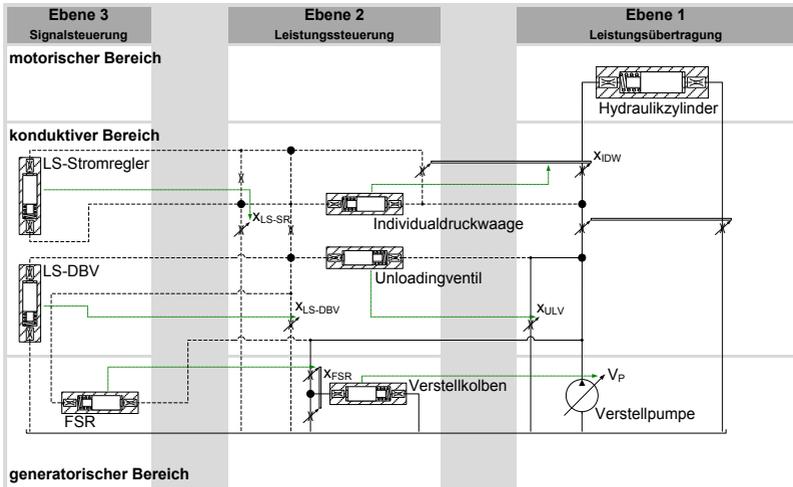


Abbildung 7.3: Modellstruktur in der Detaillierungsstufe 1 (klassische Modellbildung mit dynamischen Elementen und Verknüpfungen)

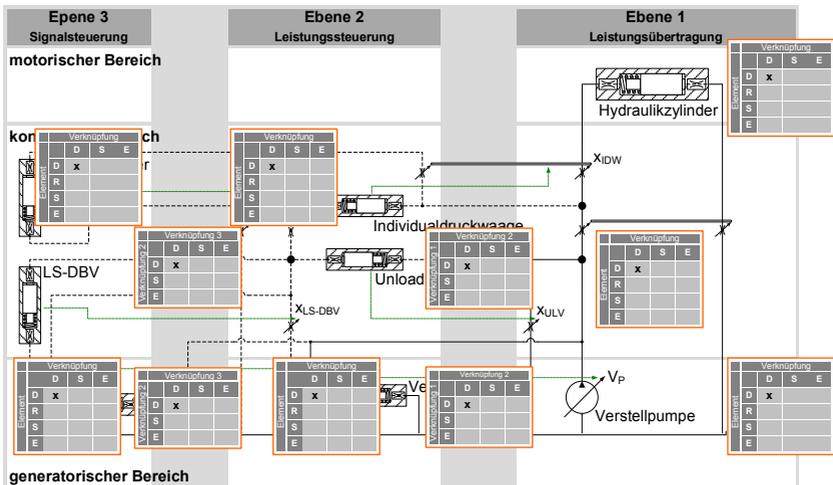
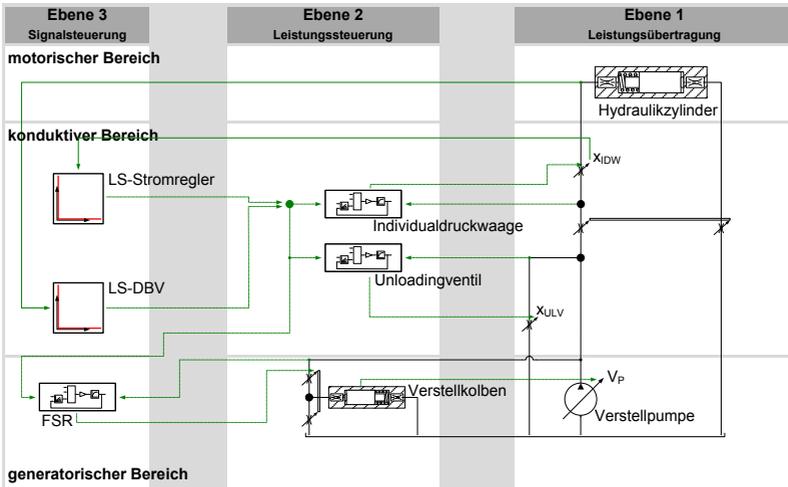
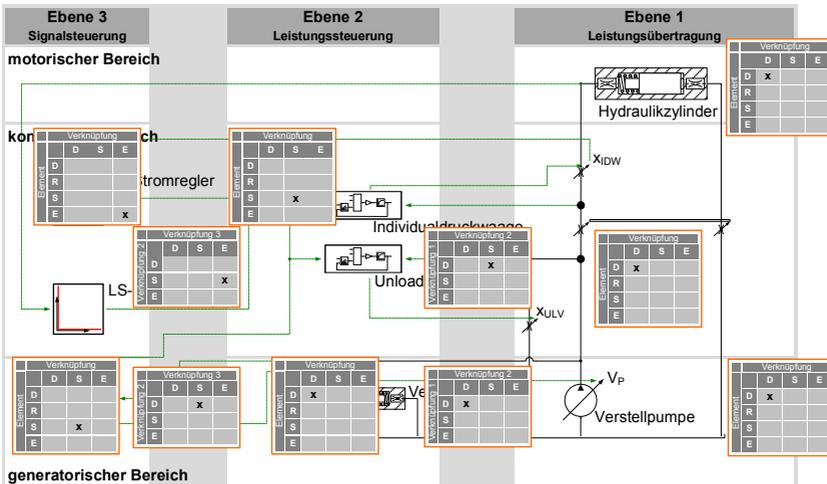


Abbildung 7.4: Darstellung der entsprechenden Auswahl der hydraulischen Ersatzelemente und deren Verknüpfungen untereinander bzw. der entsprechenden Ebenen untereinander der Detaillierungsstufe nach Abbildung 7.3

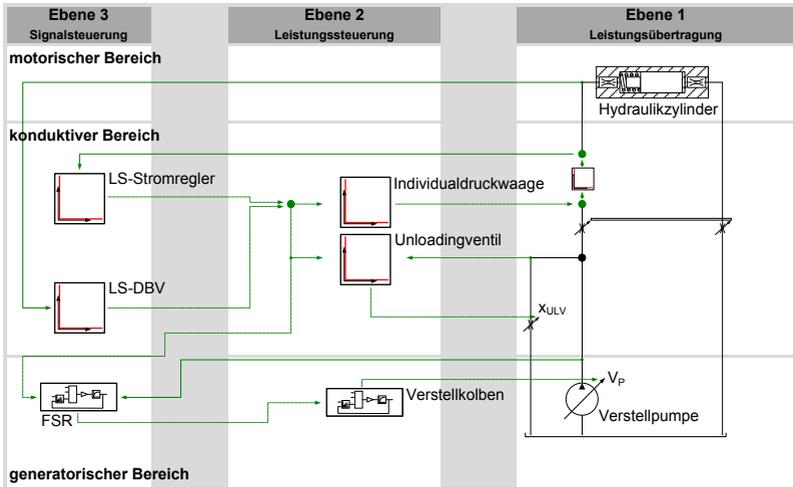


**Abbildung 7.5:** Modellstruktur in der Detaillierungsstufe 2 (klassische Modellbildung der Ebene Leistungsübertragung; Ebene Leistungssteuerung z.T. stationär; Ebene Signalsteuerung z.T. ereignisorientiert)

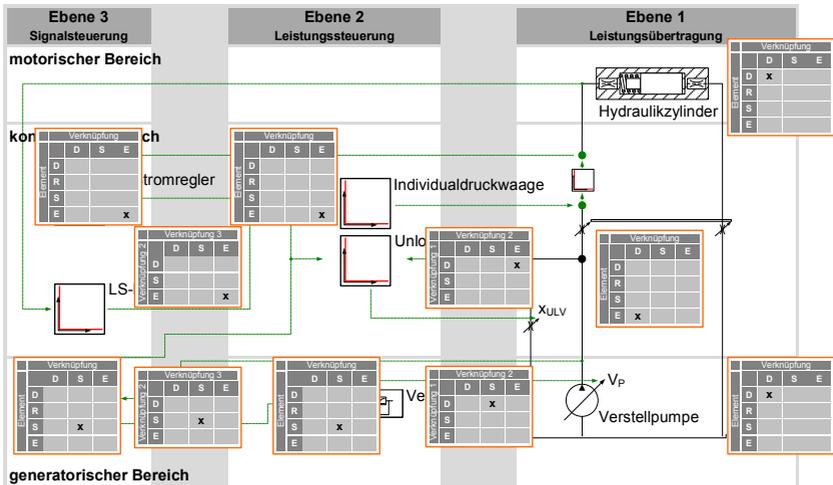


**Abbildung 7.6:** Darstellung der entsprechenden Auswahl der hydraulischen Ersatzelemente und deren Verknüpfungen untereinander bzw. der entsprechenden Ebenen untereinander der Detaillierungsstufe nach Abbildung 7.5

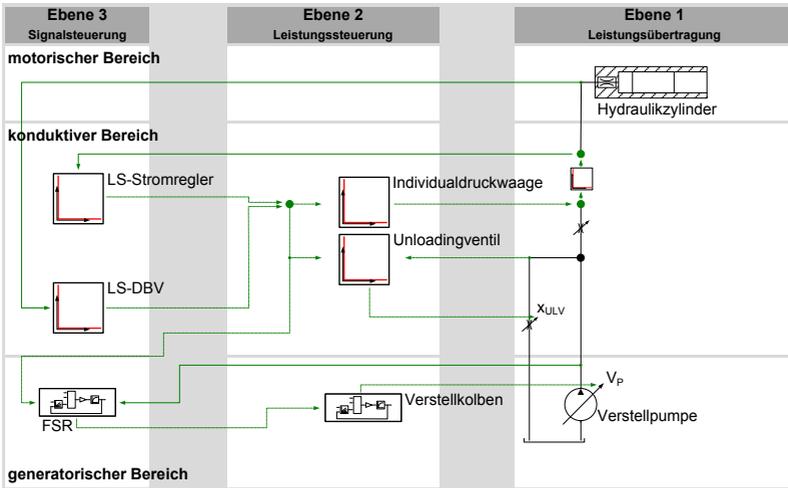
## 7.2 Vorstellung der untersuchten Vereinfachungsformen



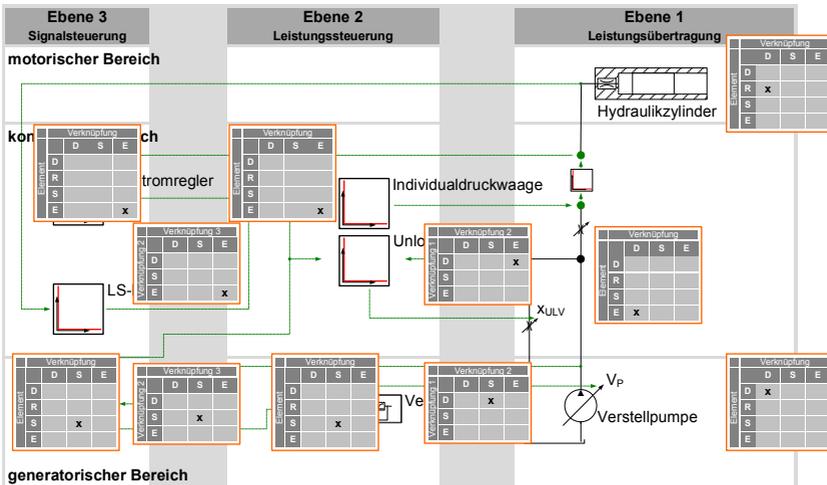
**Abbildung 7.7:** Modellstruktur in der Detaillierungsstufe 3 (klassische sowie ereignisorientierte Modellbildung der Ebene Leistungsübertragung; Ebene Leistungssteuerung z.T. stationär sowie ereignisorientiert; Ebene Signalsteuerung z.T. ereignisorientiert)



**Abbildung 7.8:** Darstellung der entsprechenden Auswahl der hydraulischen Ersatzelemente und deren Verknüpfungen untereinander bzw. der entsprechenden Ebenen untereinander der Detaillierungsstufe nach **Abbildung 7.7**

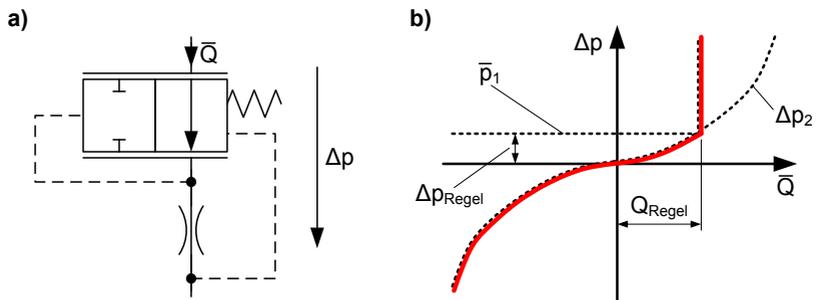


**Abbildung 7.9:** Modellstruktur in der Detaillierungsstufe 4 (reduziert-dynamische sowie ereignisorientierte Modellbildung der Ebene Leistungsübertragung; Ebene Leistungssteuerung z.T. stationär sowie ereignisorientiert; Ebene Signalsteuerung z.T. ereignisorientiert)



**Abbildung 7.10:** Darstellung der entsprechenden Auswahl der hydraulischen Ersatzelemente und deren Verknüpfungen untereinander bzw. der entsprechenden Ebenen untereinander der Detaillierungsstufe nach **Abbildung 7.9**

In **Abbildung 7.5** bzw. **Abbildung 7.6** sind die Auswahl der hydraulischen Ersatzelemente und entsprechenden Verknüpfungen der **Detailierungsstufe 2** schematisch dargestellt. Die Auswahl der Detaillierungen der Elemente sowie der Verknüpfungen untereinander erfolgt in dieser und in den nächsten Stufen individuell auf Basis einer absteigenden Dynamikmodellierung. Die Ausführungen in den Kapiteln 4 und 5 haben gezeigt, dass die drei Ebenen (Leistungsübertragung, Leistungssteuerung, Signalsteuerung) ein abgrenzbares dynamisches Verhalten besitzen und somit eine der Übertragungscharakteristik angepasste reduzierte Dynamikmodellierung zulassen. Der Aufbau und die Verknüpfung der Elemente der Ebene Leistungsübertragung (Ebene 1) erfolgen hierbei wiederum dynamisch (D). Die Elemente der Ebene Leistungssteuerung (Ebene 2) werden stationär (S) aufgebaut, die Verknüpfung dieser Elemente erfolgt ebenso stationär (S). In der Funktionalebene des konduktiven Bereichs des hydraulischen Systems resultiert das Teilmodell der Ebene Signalsteuerung (Ebene 3) aus einem Aufbau der Elemente und entsprechenden Verknüpfungen in ereigisorientierter Form (E) mit funktionalem Zusammenhang. **Abbildung 7.11** zeigt beispielhaft die Modellierung des LS-Stromreglers als unilaterales Kraftelement.



**Abbildung 7.11:** Volumenstromregler als einseitige Bindungen bei der Nutzung der ereigisorientierten Beschreibungsform auf Funktionsebene für Detailierungsstufe 2

Ähnlich wie bei der Modellvorstellung eines Rückschlagventils als unilaterales Kraftelement (siehe **Abbildung 5.15**) wird der Stromregler ebenso in zwei Funktionen zerlegt, wovon eine dieser Funktionen wiederum als lineares Komplementaritätsproblem aufgefasst werden kann. Darstellung a) in **Abbildung 7.11** zeigt das hyd-

raulische Schaltbild des Stromreglers. Einer konstanten Blende ist eine Druckwaage vorgeschaltet, deren Stirnflächen mit den entsprechenden Drücken vor und hinter der Blende in gewünschter Stromrichtung beaufschlagt werden. Über die Vorspannkraft einer Feder wird letztendlich die Druckdifferenz über der Messblende bestimmt, welche durch die Druckwaage eingeregelt werden kann. Dieser Wert kann aber nur dann eingeregelt werden, wenn der am Eingang der Druckwaage liegende Druck größer oder gleich dem Druckäquivalent der Federvorspannung (Regeldruckdifferenz) zuzüglich dem Druck am Ausgang des Stromreglers ist. Ist der Druck am Eingang des Stromreglers kleiner, so ist die Druckwaage vollständig geöffnet und das Druck-Volumenstrom-Verhalten wird nur durch die (in der Regel bezüglich der Druckwaagenblende viel kleinere) konstante Messblende bestimmt.

Ähnlich verhält es sich mit dieser Anordnung, falls der Stromregler in falscher Richtung durchströmt werden würde. Auch in diesem Fall wäre die Druckwaage vollständig geöffnet und das Strömungsverhalten würde wiederum durch die konstante Messblende vorgegeben werden. Ohne eine Druckwaage würde sich das in Darstellung b) der **Abbildung 7.11** gezeigte Verhalten der gestrichelt gezeichneten Funktion  $\Delta p_2$  einstellen. Steigt die Druckdifferenz  $\Delta p$  über dem Stromregler über die vorgegebene Druckdifferenz  $\Delta p_{\text{Regel}}$  wird ein annähernd konstanter Volumenstrom über dem Stromregler eingestellt. In der Realität ist dieser zwar abhängig von Strömungskräften und der der Federsteifigkeit, im Zuge dieser Vereinfachung wird jedoch von einem unabhängigen Verhalten ausgegangen, so dass ein lineares Komplementaritätsproblem wie folgt formuliert werden kann:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \bar{p}_1 - \Delta p_2 \\ \Delta p_2 &= \Delta p_2(\bar{Q}) \\ (\bar{Q} - Q_{\text{Regel}}) &\leq 0 ; (\bar{p}_1 - \Delta p_{\text{Regel}}) \geq 0 ; (\bar{Q} - Q_{\text{Regel}}) \cdot (\bar{p}_1 - \Delta p_{\text{Regel}}) = 0 \end{aligned} \quad (7.1)$$

Für das Druckbegrenzungsventil wird die Formulierung eines vorgespannten Rückschlagventils aus **Abbildung 5.15** als ereignisorientierte Formulierung (E) für den funktionalen Zusammenhang gewählt. Die Elemente und Verknüpfungen in den Ebenen Leistungs- und Signalsteuerung der Funktionalebene des generatorischen Bereichs werden beides stationär (S) aufgebaut.

**Detaillierungsstufe 3** entspricht dabei den Zusammenhängen, wie sie in **Abbildung 7.7** und **Abbildung 7.8** dargestellt sind. Hierbei wird die Druckwaage in ihrem funktionalen Zusammenhang als ereignisorientiertes Element (E), ähnlich nach **Abbildung 7.11**, abgebildet. Die Verknüpfung dieses Elements erfolgt hierbei

ebenso ereignisorientiert (E). Die übrigen Elemente der Ebene Leistungsübertragung (Ebene 1) werden klassisch (D) aufgebaut und über die Bilanzierung der Volumenströme in den Knotengleichungen ebenso klassisch (D) miteinander verknüpft.

Die Betrachtung der Individualdruckwaage in ihrer Funktion als ereignisorientiertes Element bedingt, dass die relevanten Elemente in den Ebenen Leistungssteuerung (Ebene 2) und Signalsteuerung (Ebene 3) ebenso ereignisorientiert aufgebaut werden müssen. Da in Ebene 1 (Leistungsübertragung) die Individualdruckwaagen nur noch in ihrem funktionalen Zusammenhang abgebildet sind, und nicht mehr an Hand der Wirkbeziehung der beteiligten Elemente untereinander, entfällt die Modellierung dieser Elemente. Dies wird in **Abbildung 7.8** dadurch deutlich gemacht, dass die Elemente in den Ebenen Leistungssteuerung und Signalsteuerung ebenso als ereignisorientiert (E) gekennzeichnet sind.

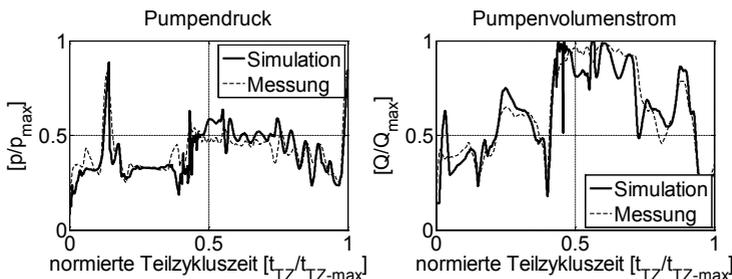
In **Abbildung 7.9** und **Abbildung 7.10** wird der Aufbau des Modells der **Detailierungsstufe 4** in abstrakter Form dargestellt. Im Wesentlichen gleicht er dem Modell der Detailierungsstufe 3, wobei die hydraulischen Verbraucher Ausleger, Stiel, Löffel und Drehwerk zusätzlich als reduziert dynamische Elemente (R) abgebildet werden. Hierfür werden hauptsächlich die beiden hydraulischen Kapazitäten der Verbraucher zu einer Ersatzkapazität sowie die Zu- und Rücklaufblenden zu einer Ersatzblende zusammengefasst. Für die Regelung der Druckdifferenz müssen jedoch die Zwischendrücke bzw. die absoluten Verbraucherdrücke zurückgerechnet werden. Dies kann vor allem bei kleinen Öffnungsquerschnitten zu großen Druckwerten führen, da der Blendenquerschnitt in den Nenner der rückwärtsgewandten Berechnungsgleichung eingeht.

## 7.3 Simulation der unterschiedlichen Modelltiefen und Modellvalidierung

In diesem Teilabschnitt der Arbeit erfolgt der Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen der einzelnen Modelle mit den unterschiedlichen Detailierungsstufen. Zu Beginn wird jedoch das komplex aufgebaute Modell (Detailierungsstufe 1) anhand eines Vergleichs der Simulationsergebnisse mit den gewonnenen Messergebnissen verifiziert.

### 7.3.1 Verifizierung des Simulationsmodells der Detaillierungsstufe 1

Die folgenden Abbildungen zeigen die zeitlichen Verläufe von ausgewählten Zustandsgrößen des Baggers bei einem durchgeführten 90°-Graben-Teilzyklus als typische Arbeitsaufgabe in gemessener und simulierter Form. Die den Messungen zugehörigen zeitlichen Systemgrößen sind einem Referenzzyklus entnommen, dessen Daten aus einer Vielzahl von Messungen auf Basis der Kennwertemethode (siehe Abschnitt 6.3) extrahiert wurden. Die betrachteten Kennwerte zur Auswahl des Referenzzyklus sind der absolute Kraftstoffverbrauch pro Teilzyklus und die Teilzykluszeit. **Abbildung 7.12** zeigt die zeitlichen Verläufe des Pumpendrucks und des von der Pumpe zu dem Ventilblock geförderten Pumpenvolumenstroms.

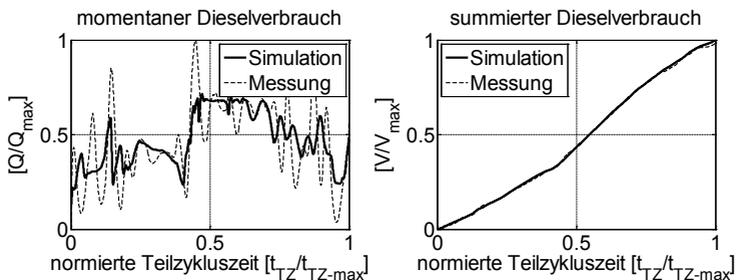


**Abbildung 7.12:** Gegenüberstellung der gemessenen und simulierten Zeitverläufe des Pumpendrucks (links) und des Pumpenvolumenstroms (rechts)

Hierbei ist zu bemerken, dass in den zeitlichen Bereichen ohne Grabvorgang vor allem der berechnete Pumpendruck sowie der berechnete Pumpenvolumenstrom nur wenig von den gemessenen Werten abweichen. Auch wird das dynamische Verhalten weitestgehend realistisch abgebildet, was sich vor allem an der Druckspitze (3% Abweichung im mittleren Anstiegsverlauf) bei ca. 20% der Maximalzeit und den Schwingungen im Druckverlauf (5% Abweichung der mittleren Frequenz) beim Heben des Auslegers nach dem Graben ab ca. 70% der Maximalzeit zeigt. Während des Grabprozesses (normierter Zeitbereich zwischen ca. 40 % und 70 % der Maximalzeit) sind die größten Abweichungen zwischen Simulations- und Messergebnissen festzustellen. Dies hat im Wesentlichen damit zu tun, dass die eigentlichen Wirkbeziehungen während des Grabprozesses nicht abgebildet sind. Hier

wird vereinfacht eine in einem bestimmten Winkel auf die Schaufelspitze wirkende Kraft angenommen, welche ihren Wert und ihre Richtung in Abhängigkeit der Grabtiefe und der Grabgeschwindigkeit ändern kann.

Aufgrund der eigentlichen Komplexität der einzelnen Wirkzusammenhänge (siehe z.B. [47], [48], [72]) lässt sich folglich das Verhalten des Grabprozesses mit Hilfe von Gleichungen und Kennfeldern nur annähernd genau beschreiben. Für Untersuchungen zur Beurteilung der Energieeffizienz ist diese Annäherung jedoch genau genug, so wie es in den Diagrammen der **Abbildung 7.13** zu sehen ist:

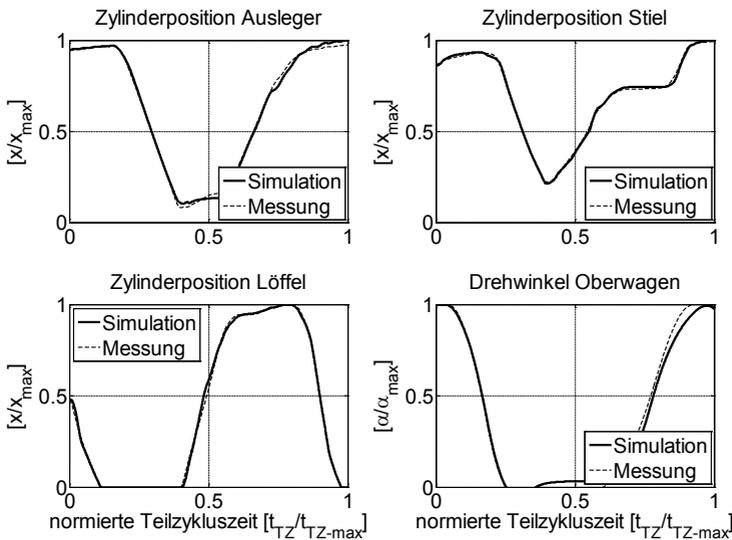


**Abbildung 7.13:** Gegenüberstellung der gemessenen und simulierten Zeitverläufe des momentanen Dieselverbrauchs (links) und des summierten Dieselverbrauchs (rechts)

An dieser Stelle werden der berechnete momentane Dieselverbrauch (linkes Diagramm) und der berechnete nach der Zeit integrierte bzw. summierte Dieselverbrauch (rechtes Diagramm) mit ihren gemessenen Größen verglichen. Vor allem für den summierten Dieselverbrauch ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den simulierten und gemessenen Werten (2% Abweichung des gesamt integrierten Kraftstoffverbrauchs). Im Mittel ergibt sich auch für den momentanen Dieselverbrauch eine recht genaue Überdeckung der beiden Werte, wobei jedoch ein wesentlich dynamischeres Verhalten in den gemessenen Werten zu erkennen ist. Dies spiegelt sich in erster Linie an den deutlichen Schwingungen bzw. höheren Amplituden des gemessenen zeitlichen Verlaufs wieder. Da sich ein solch schwingungsanfälliger Verlauf weder im zeitlichen Verlauf des Pumpendrucks noch im zeitlichen Verlauf des Pumpenvolumenstroms zeigt, kann der Grund in der Versuchseinrichtung zur Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs selbst zu finden sein (deutliche Erhöhung der hydraulischen Kapazität durch zusätzliche Schlauchleitun-

gen zwischen Messeinrichtung und Einspritzpumpe zur Messung des Kraftstoffverbrauchs).

**Abbildung 7.14** zeigt die zeitlichen Verläufe aller vier angesteuerten hydraulischen Verbraucher während des Grabvorgangs sowohl in gemessener als auch in simulierter Form. Zwischen den berechneten und gemessenen Werten sind kaum Unterschiede zu erkennen. Eine Ausnahme bildet jedoch der Drehwinkel des Oberwagens.

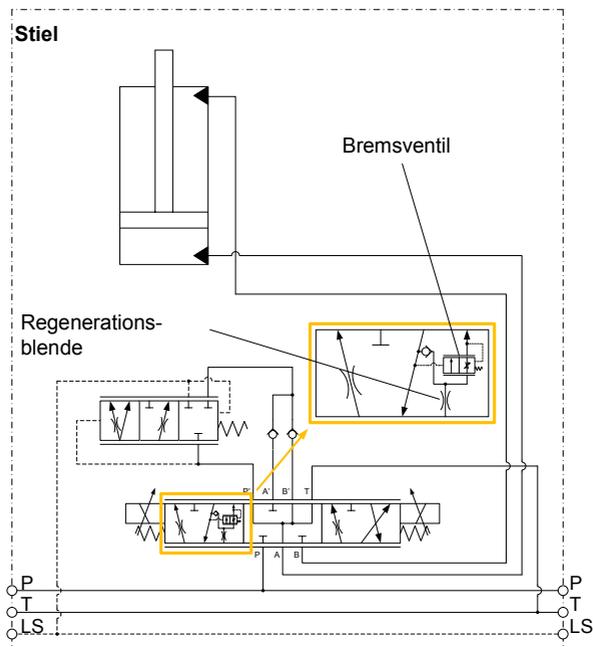


**Abbildung 7.14:** Gegenüberstellung der gemessenen und simulierten Zeitverläufe der Verbraucherpositionen bzw. Verbraucherwinkel (Oberwagen)

In **Abbildung 7.16** werden die zeitlichen Verläufe der gemessenen und simulierten Verbraucherdrücke an den Anschlüssen A und B vorgestellt. Die Verläufe der beiden Drücke im Auslegerzylinder erreichen dabei eine gute Annäherung aneinander, wenn man wiederum den eigentlichen Grabvorgang Außen vor lässt, wobei die Abweichungen gegenüber den anderen Verbrauchern zwischen gemessenen und simulierten Größen gering ausfallen. Hervorzuheben ist die gute Übereinstimmung der Werte beim Ausleger Heben direkt nach dem Grabvorgang. Die simulierten

Werte des Verbrauchers Stiel weichen von den gemessenen Verläufen schon sichtbar mehr ab ( $\Delta \approx 20\%$  während der ersten 20% der Teilzykluszeit). Ein Grund kann mit dem wesentlich komplexeren Aufbau der Steuereinheit für den Stiel und der Einspannung des Rücklaufdrucks gegenüber dem Ausleger angegeben werden.

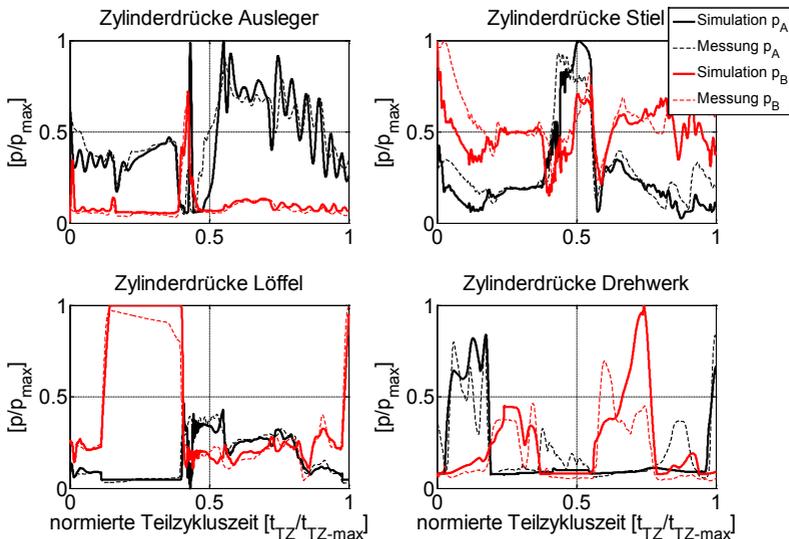
Um bei wirkenden aktiven Lasten während des Einfahrens des Stiels (Ausfahren des Stielzylinders) den Rücklaufvolumenstrom zu nutzen und dem Zulaufvolumenstrom zuzuführen, ist eine zusätzliche Steuerblende zwischen den beiden Verbraucherseiten im Hauptsteuerschieber der Ventileinheit integriert (siehe **Abbildung 7.15**).



**Abbildung 7.15** Prinzipielle Darstellung der Ventileinheit zur Betätigung des Stielzylinders des betrachteten Mobilbaggers Terex TW170

Diese Regenerationsblende ist nur beim Ausfahren des Stielzylinders (Stiel einfahren bzw. Absenken) aktiv und wird bei passiven Lasten (Zulaufdruck ist größer als

Rücklaufdruck, z.B. beim Grabvorgang) durch ein Rückschlagventil verschlossen. Um einen hohen Rücklaufvolumenstrom bei aktiven Lasten generieren zu können, ist die eigentliche Zulaufmessblende in ihrem Flächenwert verhältnismäßig klein ausgelegt. Dieser kleine Flächenquerschnitt bewirkt bei passiven Lasten jedoch eine große Druckeinspannung im Rücklauf bei fließenden Volumenströmen. Um zu vermeiden, dass in diesem Fall die resultierende Antriebskraft des Zylinders zu stark sinkt, ist dem Rücklaufkanal ein Bremsventil zugeordnet, welches bei hohen Drücken im Zulaufkanal öffnet und den Rücklaufvolumenstrom nahezu widerstandsfrei in den Tankkanal umleitet (siehe **Abbildung 7.15**).



**Abbildung 7.16:** Gegenüberstellung der gemessenen und simulierten Zeitverläufe der Verbraucherdrücke

Da für den Modellaufbau nicht alle Daten der einzelnen Komponenten zur Verfügung standen, mussten einige abgeschätzt und über durchgeführte Optimierungen (Zielfunktion: summierte Abweichungen zwischen gemessenem und simuliertem Bewegungsverlauf), den gemessenen Werten angeglichen werden. Zudem hat der in seiner exakten Position unbekannte mechanische Schwerpunkt des Stiels einen

sehr großen Einfluss auf das Verhalten. Schon kleine Verschiebungen des Schwerpunkts haben eine große Veränderung der Druckverläufe zur Folge.

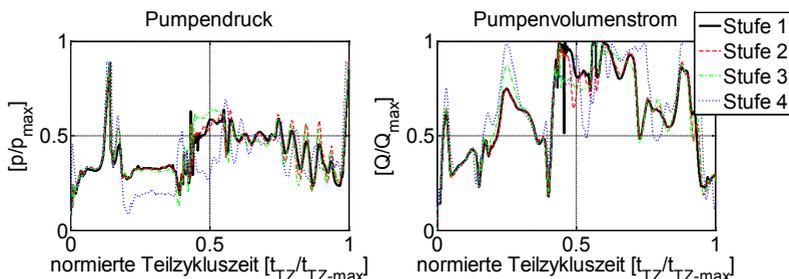
Die zeitlichen Druckverläufe des Löffels wiederum gleichen sich in gemessener als auch in berechneter Form relativ genau. Die Wirkmechanismen sind gegenüber der Ventileinheit für den Stielzylinder nicht so komplex. Die größten Abweichungen sind in der Endposition des Zylinders auszumachen, da Leckageeffekte über dem Ventilschieber (Druckabfall) im Simulationsmodell nicht berücksichtigt sind. Die größten Abweichungen jedoch sind in den zeitlichen Druckverläufen des Drehwerks zu finden. Bereits **Abbildung 7.1** zeigt einen Teil der Komplexität des Verbunds aus Ventileinheit und Drehwerksmotor. Zusätzlich zu dem Torque-Control-Ventil beeinflussen die beiden vom jeweiligen Steuerdruck beaufschlagten Druckbegrenzungsventile in den Verbraucherleitungen des Drehwerksmotors das Betriebsverhalten nachhaltig. Vor allem beim Bremsen und beim aktiven Gegensteuern sind diese zusammen mit dem Torque-Control-Ventil aktiv. Da auch für diesen Verbraucher nicht alle Komponentendaten vorliegen, sind diese teils aus Messungen von Einzelbewegungen der Verbraucher heraus bestimmt und abgeglichen worden. Jedoch lassen sich gegenüber dem Ausleger und dem Löffel größere Abweichungen nicht vermeiden, da auch hier der nicht exakt bekannte Schwerpunkt des Oberwagens einen großen Einfluss auf das Betriebsverhalten hat. Im Großen und Ganzen stellt sich jedoch vor allem für energetische Betrachtungen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem simulierten und dem gemessenen Verhalten des Baggers bei Durchführung seiner Arbeitsaufgabe dar.

### 7.3.2 Vergleich der Modelle mit unterschiedlichen Detaillierungsstufen

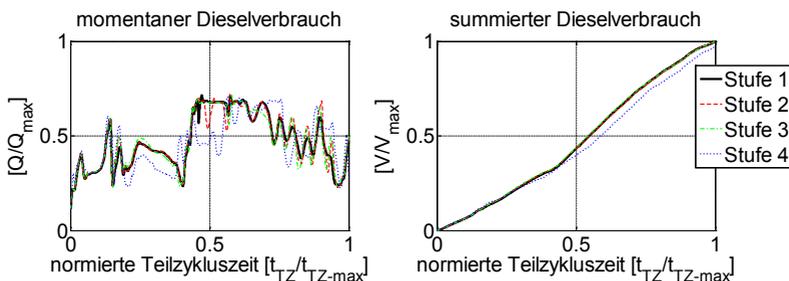
In diesem Abschnitt des Kapitels erfolgt der Vergleich der unterschiedlichen Detaillierungsstufen untereinander an Hand von sowohl stationären als auch dynamischen Kennwerten. Hierfür wurden die unterschiedlichen Modelle der jeweiligen Detaillierungsstufen simuliert, wobei für jede Stufe ein entsprechend geeigneter Solver eingestellt worden ist. Dies ist für eine vergleichbare Untersuchung notwendig, da sich die Modelle in ihrer mathematischen Struktur größtenteils stark ändern. So wird beispielsweise für die Detaillierungsstufe 1 (komplexes Referenzmodell) ein Solver für sehr steife Differentialgleichungen benötigt (z.B. ein implizites Euler-Cauchy-Verfahren), da dieses klassisch aufgebaut ist und auf Grund der teils sehr

unterschiedlichen Knotenvolumina der hydraulischen Kapazitäten einen sehr großen Abstand der Systemeigenwerte besitzt.

Da in den weiteren Detaillierungsstufen klassische Verknüpfungen durch algebraische Bedingungen ersetzt werden, muss für die Berechnung ebenso ein geeigneter Solver eingestellt werden. Diese Vorgehensweise, für jedes Modell einen idealen Solver zu verwenden, wurde gewählt, um das Potential des Modells hinsichtlich minimaler Rechenzeiten aufzuzeigen. Dies wäre bei Verwendung eines einheitlichen Solvers nicht möglich bzw. es liesen sich nicht alle Modellgleichungen lösen. In den folgenden beiden Abbildungen (**Abbildung 7.17** und **Abbildung 7.18**) werden die direkt das energetische Verhalten des Gesamtsystems beschreibenden Zustandsgrößen dargestellt.



**Abbildung 7.17:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe des Pumpendrucks (links) und des Pumpenvolumenstroms (rechts) für die betrachteten Detaillierungsstufen



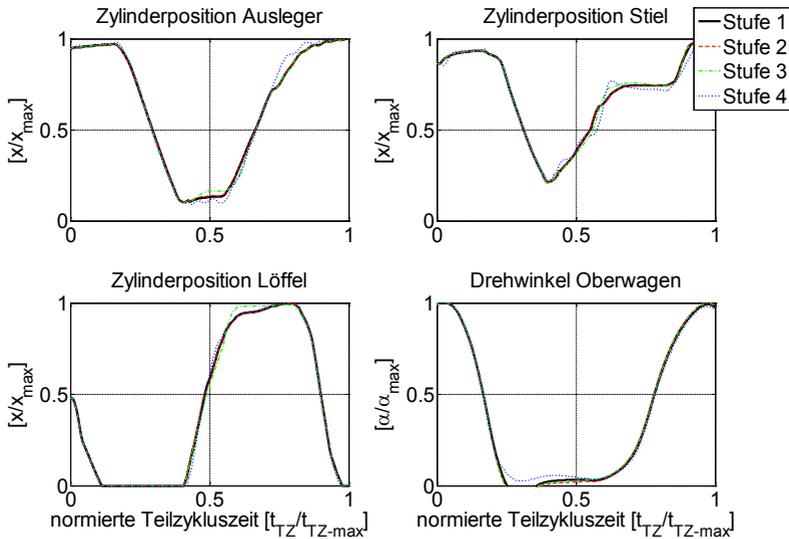
**Abbildung 7.18:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe des momentanen Dieselverbrauchs (links) und des summierten Dieselverbrauchs (rechts) für die betrachteten Detaillierungsstufen

Dieses Verhalten lässt sich auch in den zeitlichen Verläufen des momentanen und summierten Kraftstoffverbrauchs in **Abbildung 7.18** erkennen. Auch hier ist die Überdeckung der Kennlinien der Detaillierungsstufen 1, 2 und 3 am größten, wobei im Falle des summierten Kraftstoffverbrauchs kaum Unterschiede im zeitlichen Verlauf der Kennlinien auszumachen sind. Die deutlichen Unterschiede des stationären Verhaltens von Detaillierungsstufe 4 gegenüber den anderen Detaillierungsstufen spiegeln sich merklich im momentanen Kraftstoffverbrauch wieder. Hier weicht der Kennlinienverlauf und somit auch der stationäre Endwert am meisten von den anderen Verläufen ab. In **Tabelle 7-1** sind der normierte stationäre Endwert des summierten Kraftstoffverbrauchs sowie die Abweichungen des stationären Endwerts des summierten Kraftstoffverbrauchs gegenüber dem Referenzmodell der Detaillierungsstufe 1 aufgeführt. Die Abweichungen zwischen dem Referenzmodell und den Modellen der Detaillierungsstufen 2 und 3 liegen im Promillebereich, im Gegensatz zu der Abweichung des Modells der Detaillierungsstufe 4 gegenüber dem Referenzmodells. Hier liegt die Abweichung bei 2,84 %, was ungeäher der 20-fachen Abweichung von Stufe 2 gegenüber dem Referenzmodell entspricht. Den Untersuchungen des Kraftstoffverbrauchs unterschiedlicher Systemtopologien, bei denen schon Verbrauchersparnisse von 5 bis 10 % ein großer Schritt sind, kann ein Modell in Anlehnung an Detaillierungsstufe 4 gegebenenfalls bereits nicht mehr genügen, wenn die Abweichungen von der Wahl der Arbeitsaufgabe abhängen.

**Tabelle 7-1:** Vergleich des über dem Arbeitszyklus summierten Dieselerbrauchs

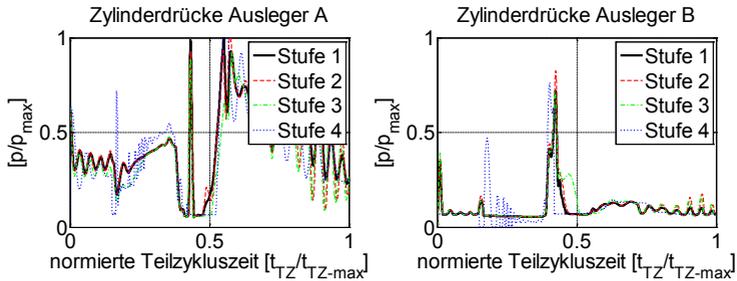
Detaillierungsstufe	summierter Dieselerverbrauch	Differenz zu Stufe 1 in %
Stufe 1	1	-
Stufe 2	1,0014	+0,14 %
Stufe 3	1,0017	+0,17 %
Stufe 4	0,9716	-2,84 %

**Abbildung 7.19** zeigt die zeitlichen Verläufe aller vier Verbraucherbewegungen in normierter Form. Auch an dieser Stelle zeigt sich das erwartete Bild, welches eine sehr geringe Abweichung zwischen den Modellen der Detaillierungsstufen 1, 2 und 3 zeigt. Das Modell der Detaillierungsstufe 4 bildet an dieser Stelle ebenso die Ausnahme und wartet vor allem bei der Zylinderposition des Stiels mit größeren Abweichungen auf.

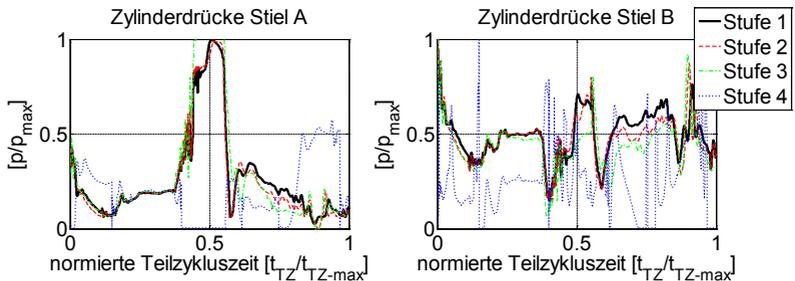


**Abbildung 7.19:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe der Verbraucherpositionen

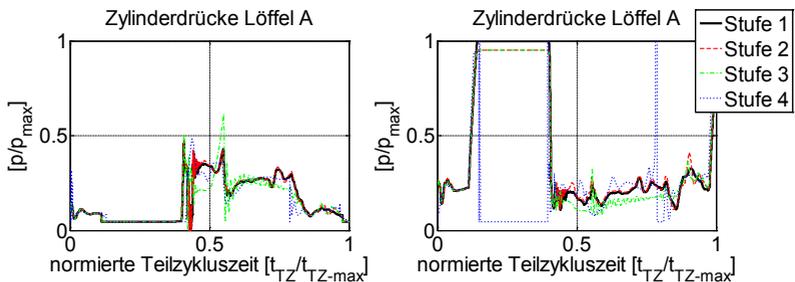
**Abbildung 7.20, Abbildung 7.21, Abbildung 7.22** und **Abbildung 7.23** zeigen die normierten simulierten Kennlinienverläufe aller berechneten Verbraucherdrücke. Hier sind die Abweichungen zwischen dem Referenzmodell und dem Modell der Detaillierungsstufe vor allem beim Verbraucher Stielzylinder am höchsten zu bewerten. Die Ursache ist dabei vor allem in der Nutzung des hydraulischen Ersatzlements mit einem dynamisch-reduzierten Ansatz (R) in der Ausprägung mit Regenerationsfunktionalität zu finden, da die Druckwerte bei den anderen Verbrauchern nicht in diesem Maße abweichen.



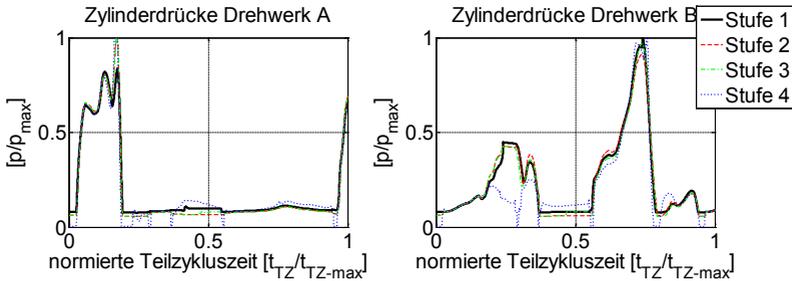
**Abbildung 7.20:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe der Verbraucherdrücke des Auslegers für die betrachteten Detaillierungsstufen



**Abbildung 7.21:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe der Verbraucherdrücke des Stiels für die betrachteten Detaillierungsstufen

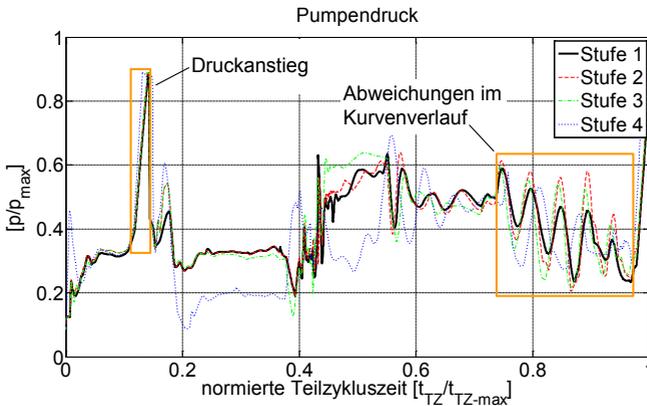


**Abbildung 7.22:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe der Verbraucherdrücke des Löffels für die betrachteten Detaillierungsstufen



**Abbildung 7.23:** Gegenüberstellung der simulierten Zeitverläufe der Verbraucherdrücke des Drehwerks für die betrachteten Detaillierungsstufen

Die nachstehende **Abbildung 7.24** zeigt eine vergrößerte Darstellung des zeitlichen Verlaufs des Pumpendrucks mit der Kennzeichnung von Bereichen zur Untersuchung von dynamischen Kennwerten. Untersucht wurden hierbei zwei Bereiche, bei denen typische Merkmale während der transienten Änderungen einer Zustandsgröße besonders zu beobachten sind. Dies ist zum einen der Druckanstieg im Bereich zwischen 10 und 15 % der normierten Teilzykluszeit und die Abweichungen der zeitlichen Verläufe der Detaillierungsstufen 2, 3 und 4 bezogen auf das Referenzmodell der Detaillierungsstufe 1 während des Hebens des Auslegers zwischen 75 und 98 % der normierten Teilzykluszeit.



**Abbildung 7.24:** Kennzeichnung der betrachteten Bereiche

Tabelle 7-2 stellt die jeweiligen Unterschiede der Druckanstiege und deren Abweichungen zum Referenzmodell gegenüber. Auch an dieser Stelle zeigt sich das erwartete Bild, dass das Modell der Detaillierungsstufe 4 den größten Wert der Abweichung aufweist. Dies kann mit der Zusammenfassung der hydraulischen Kapazitäten der Kammern auf der Kolben- und Ringseite zu einer hydraulischen Ersatzkapazität erklärt werden (Verringerung des Werts der Ersatzkapazität gegenüber den Originalkapazitäten). Somit ändert sich der Druck bei Einprägung eines Volumenstroms schneller als gegenüber den Modellen der übrigen Detaillierungsstufen.

**Tabelle 7-2:** Vergleich des Druckanstiegs des Pumpendrucks

Detaillierungsstufe	Druckanstieg	Differenz zu Stufe 1 in %
Stufe 1	20,8632	-
Stufe 2	22,8592	+9,57 %
Stufe 3	23,0711	+10,58 %
Stufe 4	32,9048	+57,71 %

In **Tabelle 7-3** werden die Abweichungen der Kennlinienverläufe der Modelle der Detaillierungsstufen 2, 3, und 4 bezogen auf den Kennlinienverlauf des Referenzmodells der Detaillierungsstufe 1 gegenübergestellt:

**Tabelle 7-3:** Vergleich der Kennlinienabweichungen während des Hebevorgangs des Auslegers

Detaillierungsstufe	Kennlinienabweichung
Stufe 1	-
Stufe 2	8,4944
Stufe 3	10,8325
Stufe 4	16,8186

Die Abweichungen wurden dabei mit der folgenden Formel berechnet:

$$\Delta F = \frac{1}{t_{B2} - t_{B1}} \cdot \int_{t_{B1}}^{t_{B2}} \frac{P}{P_{\max}} \cdot dt \quad (7.2)$$

Hierbei stellen die Zeiten  $t_{B1}$  und  $t_{B2}$  den Start- und den Endzeitpunkt des für die Bestimmung der Abweichungen im Kurvenverlauf abgegrenzten Bereichs aus **Abbildung 7.24** dar. Hierbei sind die Abweichungen des Modells der Detaillierungsstufe 4 wiederum am höchsten gegenüber dem Referenzmodell. Die Abweichungen der Modelle der Detaillierungsstufen 2 und 3 sind zum einen geringer gegenüber der Abweichung des Modells der Detaillierungsstufe 4 und zum anderen weicht die Frequenz der Schwingungen kaum von der Frequenz des Referenzmodells der Detaillierungsstufe 1 ab. An dieser Stelle wiederum sind vor allem große Abweichungen der Frequenz bei dem Modell der Detaillierungsstufe 4 gegenüber dem Referenzmodell auszumachen. Auch diese Abweichung lässt sich mit der Verringerung des Wertes der hydraulischen Ersatzkapazität gegenüber den Originalkapazitäten nach Gleichung (5.58) während der Umwandlung des hydraulischen Ersatzlements in ein reduziert-dynamisches Ersatzelement (R) erklären.

Die folgende **Tabelle 7-4** zeigt die Gegenüberstellung der Rechenzeiten der einzelnen Modelle, welche in Matlab/Simulink implementiert und anschließend simuliert wurden. Während der Berechnungen wurden keine weiteren zusätzlichen Anwendungen ausgeführt. Zudem wurden die Berechnungen mehrmals durchgeführt und ein Mittelwert der Berechnungen für jeweils jedes Modell gebildet. **Tabelle 7-4** zeigt nicht nur die Änderung der Rechenzeit gegenüber dem Referenzmodell, sondern auch die Rechenzeitunterschiede gegenüber den jeweils anderen Detaillierungsstufen.

**Tabelle 7-4:** Vergleich der Rechenzeiten

Detaillierungs- stufe	$t_{sim}$ in s	$\Delta t$ ggü. Stufe 1 in %	$\Delta t$ ggü. Stufe 2 in %	$\Delta t$ ggü. Stufe 3 in %
Stufe 1	987 ± 4,11	-	-	-
Stufe 2	102 ± 0,52	-89,66 %	-	-
Stufe 3	78 ± 0,17	-92,09 %	-23,53 %	-
Stufe 4	68 ± 0,38	-93,11 %	-33,33 %	-12,82 %

## 7.4 Abschließendes Fazit zu den beispielhaften Modellvereinfachungen

Die Vorstellung der Simulationsergebnisse der unerschiedlichen Detaillierungsstufen im vorigen Abschnitt zeigt einen eindeutigen Trend. Wie zu erwarten, benötigt das vollständig klassisch aufgebaute Referenzmodell zwar die mit Abstand längste Rechenzeit, bietet hierfür jedoch auch sehr gute Übereinstimmungen mit den gemessenen Kennlinienverläufen, vor allem bei dem stationären Kennwert summierter Kraftstoffverbrauch. Auch sind die Abweichungen im dynamischen Verhalten, vor allem im Schwingungsverhalten während des Ausleger-Heben-Vorgangs, als sehr gering zu betrachten (nur geringe Abweichungen im Amplituden- und Frequenzverhalten).

Das Modell der Detaillierungsstufe 2 (dynamischer Aufbau der Elemente der Ebene Leistungsübertragung, stationärer Aufbau der Elemente der Ebene Leistungssteuerung, ereignisorientierter Aufbau der Elemente der Ebene Signalsteuerung) erreicht deutlich geringere Rechenzeiten gegenüber dem Referenzmodell der Detaillierungsstufe 1 (ca. -90 %). Die Abweichungen des stationären Verhaltens gegenüber dem Referenzmodell sind dabei jedoch marginal (+0,14 %). Der Grund hierfür liegt daran, dass hauptsächlich die Elemente der Ebene Leistungsübertragung für das eher als stationär zu betrachtende Energieverhalten verantwortlich sind und das Betriebsverhalten maßgeblich vorgeben. Die dynamischen Abweichungen (Druckanstieg, Kennlinienabweichung im Schwingungsverhalten) sind hierbei schon deutlich größer als die Abweichung des stationären Kennwerts. Als Ursache kann die stationäre Abbildung der Reglerelemente (vorrangig Individualdruckwaagen und Förderstromregler) angenommen werden. Dies hat vor allem einen Einfluss auf die Druckanstieggeschwindigkeit und das Amplitudenverhalten, nicht jedoch auf das Frequenzverhalten).

Gegenüber dem Modell der Detaillierungsstufe 2 beträgt der Rechenzeitvorteil des Modells der Detaillierungsstufe 3 (dynamischer Aufbau der Elemente der Ebene Leistungsübertragung, ereignisorientierter Aufbau der Elemente der Ebene Leistungssteuerung, ereignisorientierter Aufbau der Elemente der Ebene Signalsteuerung) eine Ersparnis von ca 24 %. Die Abweichungen sowohl des stationären Kennwerts als auch der dynamischen Kennwerte gegenüber des Modells der Detaillierungsstufe 2 sind minimal größer, jedoch hinsichtlich der Rechenzeiterparnis nahezu vernachlässigbar. Der ereignisorientierte Aufbau entspricht in seinem Cha-

rakter eher einem Aufbau mit stationären Elementen, wobei seine Rechenzeitvorteile in der Beschreibung unilateraler Elemente (vorrangig mechanische Anschläge und Druckbegrenzungen) zu sehen sind.

Teils sehr große Unterschiede sowohl in den Kennlinienverläufen als auch in den stationären sowie den dynamischen Kennwerten gegenüber den Modellen der anderen Detaillierungsstufen ergeben sich hauptsächlich in der Simulation der Detaillierungsstufe 4 (reduziert-dynamischer Aufbau der Elemente der Ebene Leistungsübertragung, ereignisorientierter Aufbau der Elemente der Ebene Leistungssteuerung, ereignisorientierter Aufbau der Elemente der Ebene Signalsteuerung). Durch die Berechnung einer resultierenden Ersatzdruckdifferenz müssen die absoluten Drücke in den Verbraucherkammern durch die Blendengleichungen zurückgerechnet werden. Da der Wert des Öffnungsquerschnitts der Messblenden im Nenner steht, ergeben sich vor allem bei kleinen Blendenquerschnitten relativ hohe Abweichungen. Der Rechenzeitgewinn gegenüber dem Modell der Detaillierungsstufe 2 beträgt zwar ca. 33 %, jedoch ist abzuwägen, ob die damit verbundenen hohen Abweichungen in den stationären und dynamischen Kennwerten zu rechtfertigen sind. Gegebenenfalls sehen die Simulationsergebnisse bei LS-Ventilen mit vorgeschalteten Druckwaagen besser aus, da hier die Regelblende der IDW nicht Bestandteil des Ersatzquerschnitts ist. Die relativ gute Übereinstimmung der simulierten Verläufe der Verbraucherdrücke des Drehwerks lassen auf diese Annahme schließen.

Abschließend kann folgende Handlungsempfehlung gegeben werden: Soll das Simulationsergebnis für dynamische Untersuchungen, z.B. Verifizierung einer Reglerauslegung, verwendet werden, sollte eine Modellierung mit klassischen Elementen und klassischen Verknüpfungen angestrebt werden. Für Untersuchungen des energetischen Verhaltens, z.B. Untersuchung des Kraftstoffverbrauchs während eines typischen Arbeitszyklus, stellt sich eine Modellierung nach dem Beispiel der Detaillierungsstufe 3 als bester Kompromiss aus Rechenzeiterparnis und Genauigkeit der Simulationsergebnisse dar.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Die stetig steigenden Anforderungen an ein technisches Produkt, bezüglich der Erfüllung verschiedener an dieses Produkt gestellter Kriterien, wie beispielsweise die Erhöhung der Energieeffizienz oder der Arbeitseffektivität, die Steigerung der Ergonomie und Bedienbarkeit, die Senkung von Produktions- und Betriebskosten, erfordern heute im Umfeld der Entwicklung ein weitaus tiefer gehendes Verständnis über die teilweise sehr komplexen Strukturen und Wirkzusammenhänge der betrachteten technischen Systeme. Dieser Umstand erschwert es dem Entwickler zumeist, eine schnelle Vorhersage des Betriebsverhaltens zu treffen, da auf das Gesamtverhalten der einzelnen Teilmodelle im Zusammenspiel und deren Wechselwirkungen untereinander nicht ohne eine eingehende Analyse der Wirkmechanismen geschlossen werden kann. Um nach der Einbringung von Sollwertvorgaben bei der Bearbeitung einer Untersuchungsaufgabe auf das Betriebsverhalten eines solchen Systems schließen zu können, reichen in der Regel einfache überschlägige Berechnungen nicht mehr aus und man muss sich den Methoden der Modellbildung und der anschließenden Simulation bedienen.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Vorgehensweise für eine systematische Vereinfachung der Modelle von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen vorgestellt, welche es ermöglicht, den oben beschriebenen Entwicklungs- und Simulationsprozess effizienter zu gestalten. Es existiert zwar eine Vielzahl von Methoden zur Vereinfachung bzw. zur Reduzierung der Ordnung von Simulationsmodellen, jedoch finden diese in der Regel erst eine Anwendung nachdem ein komplexes Modell des technischen Systems erstellt wurde. Eine durchgängige Methodik zur Vereinfachung von Simulationsmodellen, bei der nichtrelevante Effekte bereits im Vorfeld des Modellaufbaus ausgeschlossen werden können, existiert bisher noch nicht. Dagegen bietet das in dieser Arbeit vorgestellte Vorgehen die Möglichkeit, nach dynamikrelevanten Gesichtspunkten eine vor dem eigentlichen Modellaufbau erforderliche Modelltiefe festzulegen.

Um dieses Vorgehen gewährleisten zu können, wurde in einem ersten Schritt das Umfeld einer mobilen Maschine charakterisiert. Repräsentative Arbeitsaufgaben wurden herausgearbeitet und die mobile Maschine in ihrem typischen Arbeitsumfeld mit diesen konfrontiert. Die aus diesem Arbeitsschritt hervorgegangene allgemeine Abgrenzung einer mobilen Maschine diente folgend zur Analyse der Wirkzu-

sammenhänge ihres Antriebsystems. Hierbei lässt sich das hydraulische Steuerungssystem vorrangig in drei Ebenen unterteilen. Das vordergründige Unterscheidungskriterium stellt hierbei das Maß der Flussgröße (Volumenstrom) dar und lässt eine Unterteilung der Systemelemente in die Ebenen Leistungsübertragung, Leistungssteuerung und Signalsteuerung zu. Diese Einteilung korreliert größtenteils mit einer Einordnung der relevanten Systemelemente in Bereiche abgegrenzter Zeitkonstanten, da in hydraulischen Steuerungs- und Übertragungssystemen die Zeitkonstanten maßgeblich von den Leitungsvolumina (Knotenvolumina) bestimmt werden, welche auch für die Limitierung des sie durchfließenden Volumenstroms verantwortlich zeigen.

Ein wesentlicher Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Herausbildung eines strukturellen und mathematischen Ebenenmodells, basierend auf der bereits beschriebenen Ebeneneinteilung des Steuerungssystems. Hierfür wird die mathematische Beschreibung auf Grundlage eines abstrakten Netzwerks eingeführt, welches eine ganzheitliche mathematische Formulierung der Wirkbeziehungen zwischen den Systemelementen unterschiedlicher physikalischer Domänen (Mechanik, Hydraulik, Elektrik, Magnetik) und ihren Relationen durch die Verwendung dualer Umwandlungsmöglichkeiten und eines geeigneten Transformationsmechanismus ermöglicht. Die Analyse des hydraulischen Antriebs- und Übertragungssystems führt zu dem Ergebnis, alle relevanten Aktor- und Steuerelemente (Schieber, Hydraulikzylinder, Hydraulikmotoren) als hydraulische Ersatzelemente mit der gleichen mathematischen Beschreibungsstruktur aufzufassen. Dieses Erkenntnis bildet die Grundlage für die sich anschließenden systematischen Vereinfachungsmöglichkeiten.

Die Möglichkeiten der Vereinfachung betreffen im wesentlichen die unterschiedliche Abbildung des dynamischen Verhaltens der hydraulischen Ersatzelemente. Das Modell mit dem das dynamische Verhalten am nächsten zu beschreibenden Charakter verfügt über einen klassischen Aufbau in der die Wirkelemente durch Knotenelemente verknüpft werden. In einer zweiten Detaillierungsstufe des hydraulischen Ersatzelements werden die vorhandenen zwei hydraulischen Knotenelemente sowie zwei Klemmenwiderstände zu jeweils einem Ersatzelement zusammengefasst. Diese Zusammenfassung ermöglicht eine einfachere Struktur des Elements und eine Reduzierung der Rechenzeit ohne gänzliche Vernachlässigung der dynamischen Effekte. In einer dritten Detaillierungsstufe wird das hydraulische Ersatzelement rein stationär ohne seine dynamischen Wirkbeziehungen beschrieben. Die Beschreibung einseitiger Wirkmechanismen (z.B. mechanischer An-

schlag) als unilaterale Bindung und der Formulierung als lineares Komplementaritätsproblem charakterisiert die vierte Detaillierungsstufe des hydraulischen Ersatzelements. Mit diesen vier gewonnenen Vereinfachungsstufen können die hydraulischen Ersatzelemente in den entsprechenden drei Funktionsebenen Leistungsübertragung, Leistungssteuerung und Signalsteuerung modellhaft abgebildet werden. Eine erarbeitete Regel legt die Verknüpfung der einzelnen Elemente innerhalb einer Ebene und zwischen den einzelnen Ebenen fest.

Um die in dieser Arbeit entwickelte Vorgehensweise zur systematischen Modellvereinfachung an einem realen Einsatzobjekt testen zu können, wurde aus einer Vielzahl von Messungen zu einem 90°-Graben-Zyklus als repräsentative Arbeitsaufgabe eines Baggers ein maschinenspezifischer Referenzzyklus ermittelt. Der ermittelte Arbeitszyklus spiegelt dabei die während der Messungen vorherrschenden Arbeitsbedingungen und die Lage des Bedieners wieder, die spezifischen Eigenschaften des Antriebssystems zu erkennen und die Bewegungen der Verbraucher an die während des Versuchs wirkenden Arbeitsbedingungen anzupassen. Hierfür wurde eine Methodik angewendet, welche durch die Hilfe einer Korrelation aus allen gemessenen Zyklenverläufen mit einem Medianzyklus, generiert aus allen gemessenen Zyklenverläufen, einen Ähnlichkeitszyklus auswählt. Der Vorteil hierbei liegt in der Nutzung eines nichtsynthetischen Referenzzyklus, der auf realen Messwerten basiert und keine Glättung in den Kennlinienverläufen aufweist. Der gewonnene Referenzzyklus ist somit auch für dynamische Betrachtungen geeignet. Die Bevorzugung eines maschinenbezogenen Referenzzyklus gegenüber der Vorgabe durch ein Bedienermodell ist mit einer einfacheren und schnelleren Ermittlung von Bedienervorgaben zu begründen, da für die Entwicklung eines Bedienermodells ebenso sehr viele Messzyklen hinsichtlich des Bedienerverhaltens analysiert und Bedienregeln aufgestellt werden müssen. Zudem entspricht ein maschinenspezifischer Referenzzyklus dem realen Bedienerverhalten, wogegen der Ansatz eines Bedienermodells nicht zwangsläufig die limitierten Möglichkeiten der Umfeldfassung eines realen Bedieners berücksichtigt. Jedoch birgt ein maschinenspezifischer Referenzzyklus den Nachteil, bei einer Untersuchung unterschiedlicher Systemtopologien durch seinen maschinenspezifischen Charakter keinen objektiven Vergleich zu ermöglichen.

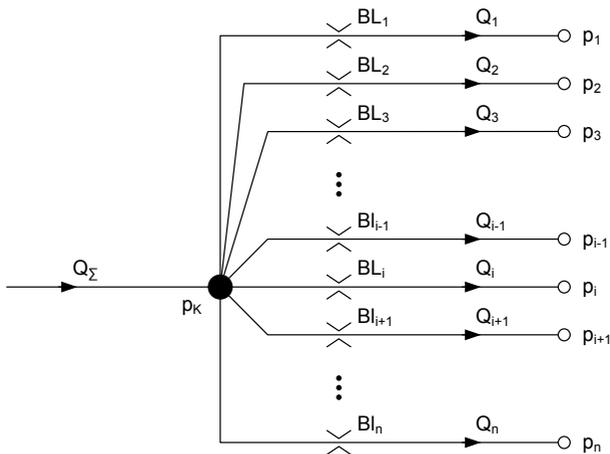
Der gewonnene maschinenspezifische Referenzzyklus wird im weiteren Verlauf der Arbeit genutzt, um Bedienervorgaben in das Modell zu einzubringen und um die simulierten Kennlinienverläufe des Modells mit dem höchsten Detaillierungsgrad zu validieren. Dieses Modell verfügt über hydraulische Ersatzelemente mit klassi-

schem Aufbau und Verknüpfungen über die Bilanzierung von Flussgrößen an einem hydraulischen Knoten. Die weiteren untersuchten Modelle setzen sich aus Kombinationen der unterschiedlichen Detaillierungsvarianten der hydraulischen Ersatzelemente und entsprechender sinnvoller Verknüpfungen zusammen. Als bester Kompromiss aus Rechenzeiterparnis, effizientem Modellaufbau und geringen Abweichungen in den Simulationsergebnissen stellt sich eine Modellierungsstufe heraus, bei der die hydraulischen Verbraucher der Ebene Leistungsübertragung klassisch aufgebaut sind. Die Elemente und deren Verknüpfungen in den Ebenen Leistungssteuerung sowie Signalsteuerung des hydraulischen Steuerungssystems sind ereignisorientiert aufgebaut, wogegen die entsprechenden Elemente des Verschwenkmechanismus der Pumpe stationär aufgebaut wurden.

Mit der in dieser Arbeit entwickelten Methodik steht dem Anwender ein Werkzeug zur Verfügung, bereits im Vorfeld des Modellaufbaus von überwiegend hydraulischen Antriebssystemen eine geeignete Detaillierungstiefe systematisch einstellen zu können. Die Auswahl orientiert sich hierbei an einem Ebenenmodell, welches die unterschiedlichen Dynamikbereiche von Antriebs- und Steuerungssystemen mobiler Arbeitsmaschinen berücksichtigt. Da elektrische Antriebs- und Steuerungssysteme häufig ebenso über ähnliche Bereiche der Leistungsübertragung, Leistungssteuerung und Signalsteuerung verfügen, scheint eine Übertragung der Systematik auf elektrische Systeme möglich. Eine sinnvolle Erweiterung der in dieser Arbeit erstellten Systematik wäre die direkte Auswahl der Detailltiefe aus der Vorgabe der Untersuchungsaufgabe der Simulation und den Arbeitsaufgaben der mobilen Maschine.

# A1 Allgemeiner Knoten als bilaterales Kraftelement mit Volumenströmeinprägung und verlustbehafteten Abzweigungen

Eine in hydraulischen Steuerungseinheiten häufig anzutreffende Verknüpfung von Elementen in der Darstellung mit konzentrierten Parametern stellt das in **Abbildung A 1** dargestellte Teilsystem dar. Hier verzweigen sich Volumenströmpfade in einem Knoten. In diesen Knoten fließen eingeprägte Volumenströme, welche durch  $Q_\Sigma$  darstellend vertreten werden. Die resultierenden Volumenströme  $Q_1$  bis  $Q_n$  sind abhängig von den Druckdifferenzen über den jeweiligen Widerständen, hier als Blenden  $BL_1$  bis  $BL_n$  zusammengefasst. Die Fluideigenschaften und die Eigenschaften der einzelnen Bauteile (z.B. Blenden) werden als bekannt vorausgesetzt. Eine gute Beschreibung der Eigenschaften kann [100] entnommen werden.



A 1 Knoten mit Volumeströmeinprägung und verlustbehafteten Abzweigungen

In Anlehnung an die in [12] vorgestellte Methode, bzw. Herangehensweise, zum Aufstellen der Systemgleichung und Eliminierung des Knotendruckes  $p_K$  mit Hilfe eines bilateralen Kraftgesetzes, werden zuerst die folgenden Maschengleichungen der einzelnen Volumenstromzweige aufgestellt (die Induktivitäten werden vorerst vernachlässigt). Zur Ableitung der gewünschten und für die Erfüllung der Aufgabenstellung erforderlichen Beziehungen werden nur die notwendigen Erläuterungen beschrieben. Eine detaillierte und gute Beschreibung der Vorgehensweise kann der angegebenen Literaturstelle [12] entnommen werden.

Die Maschengleichungen lauten wie folgt:

$$\begin{aligned} p_K &= \Delta p_{BL1} + p_1 \\ p_K &= \Delta p_{BL2} + p_2 \\ p_K &= \Delta p_{BL3} + p_3 \\ &\vdots \\ p_K &= \Delta p_{BLi-1} + p_{i-1} \\ p_K &= \Delta p_{BLi} + p_i \\ p_K &= \Delta p_{BLi+1} + p_{i+1} \\ &\vdots \\ p_K &= \Delta p_{BLn} + p_n \end{aligned} \tag{A.1}$$

Mit der Annahme, dass es sich bei den Gleichungen zur Bestimmung der Druckdifferenzen über den Widerständen um klassische Kraftgesetze handelt, welche nicht vollständig geschlossen werden (strukturinvariant), können diese Druckdifferenzen und die an den Ausgängen anliegenden „Randdrücke“ nach [12] zu der Vektorfunktion  $f$  zusammengefasst werden. Die bilateralen Anteile werden ebenfalls in Anlehnung an die in der Literatur vorgegebene Darstellungsform zusammengefasst:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \cdot p_K = \begin{pmatrix} \Delta p_{BL1} + p_1 \\ \Delta p_{BL2} + p_2 \\ \Delta p_{BL3} + p_3 \\ \vdots \\ \Delta p_{BLi-1} + p_{i-1} \\ \Delta p_{BLi} + p_i \\ \Delta p_{BLi+1} + p_{i+1} \\ \vdots \\ \Delta p_{BLn} + p_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_{i-1} \\ f_i \\ f_{i+1} \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Gleichung (A.2) kann nun in der folgenden Form dargestellt werden:

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (\text{A.3})$$

Im allgemeinen Fall (Betrachtung mehrerer inkompressibler Knoten mit der Darstellung als bilaterale Kraftelemente) stellt  $\mathbf{W}$  eine Matrix mit den Projektionsvektoren für die, zu den jeweiligen aktiven Bindungen korrespondierenden, Drücken dar. Im Vektor  $\mathbf{f}$  werden alle durch klassische Kraftgesetze (d.h. Elemente, welche keine mengenwertigen Bindungen aufweisen) beschreibbaren Funktionen zusammengefasst.

Die Aufgabe besteht nun darin, den Druck, bzw. im Allgemeinen die Drücke, des/der inkompressiblen Knoten(s) aus den Bestimmungsgleichungen zu entfernen. Ausgehend von der Volumenstrombilanz des Knotens K kann ein Volumenstromvektor mit einer für das jeweilige System geltenden minimalen Anzahl an Volumenströmen bestimmt werden. Diese reichen noch aus, um das Verhalten des Teilsystems exakt wiederzugeben. Für in **Abbildung A 1** dargestellten Knoten gilt die folgende Volumenstrombilanzierung:

$$0 = Q_2 - Q_1 - Q_2 - Q_3 - \dots - Q_{i-1} - Q_i - Q_{i+1} - \dots - Q_n \quad (\text{A.4})$$

In vektorielle Schreibweise umgeformt, ergibt sich für Gleichung (A.4) der folgende Ausdruck:

$$0 = (-1 \quad -1 \quad -1 \quad \dots \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad \dots \quad -1) \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_{i-1} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} + (Q_\Sigma) \quad (\text{A.5})$$

Im allgemeinen Fall kann für jeden Knoten eine Volumenstrombilanzierung (Knotengleichung) angegeben werden. Es entsteht somit ein lineares Gleichungssystem mit  $r$  Zeilenvektoren und  $n_Q$  Spaltenvektoren, wobei  $r$  die Anzahl der voneinander unabhängigen Bindungsgleichungen angibt und somit den Rang der Matrix bestimmt. Die Anzahl aller Volumenstromfreiheitsgrade wird mit  $n_Q$  bezeichnet. Die allgemeine Form ist in der unten stehenden Gleichung **(A.6)** angegeben:

$$0 = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{w} \quad \text{mit} \quad \mathbf{W}^T \in \mathbb{R}^{r \times n_Q}, \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n_Q}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^r \quad (\text{A.6})$$

Ist die Anzahl der Volumenstromfreiheitsgrade höher als der Rang der Matrix  $\mathbf{W}^T$ , so existiert eine Lösung  $\mathbf{Q}_{\min}$  des Gleichungssystem mit

$$\mathbf{Q}_{\min} \in \mathbb{R}^{n_{\min}} \quad \text{mit} \quad n_{\min} = n_Q - r \quad (\text{A.7})$$

$\mathbf{Q}_{\min}$  ist dabei der Vektor mit der minimalen Anzahl an unabhängigen Volumenströmen, mit dem sich das Systemverhalten exakt beschreiben, bzw. sich der Volumenstromvektor  $\mathbf{Q}$  durch eine Linearkombination der Minimalvolumenströme ausdrücken lässt. Im betrachteten Fall beträgt der Volumenstromfreiheitsgrad  $n_Q = 9$  und der Rang  $r = 1$ . Es ergibt sich  $n_{\min} = 8$ . Der Vektor  $\mathbf{Q}$  lässt sich somit durch acht voneinander unabhängige Volumenströme ausdrücken.

Setzt man im Folgenden  $Q_\Sigma$  als gegeben voraus, so lässt sich in diesem Fall nach Gleichung **(A.8)** ein abhängiger Volumenstrom durch acht unabhängige Volumenströme beschreiben. Exemplarisch, ohne Einschränkung der Allgemeinheit, wird in der folgenden Ableitung der Volumenstrom  $Q_i$  durch eine Linearkombination der

übrigen Volumenströme ersetzt. Es ergibt sich das nachstehende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_{i-1} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_{i-1} \\ Q_{i+1} \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ Q_\Sigma \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

In allgemeiner vektorieller Schreibweise kann Gleichung **(A.8)** in der unten stehenden Form angegeben werden und stellt eine Lösung des Gleichungssystems **(A.6)** dar:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q}_{\min} + \mathbf{b} \quad \text{mit} \quad \mathbf{J} \in \mathfrak{R}^{n_Q \times n_{\min}}, \mathbf{Q}_{\min} \in \mathfrak{R}^{n_{\min}}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^{n_Q} \quad (\text{A.9})$$

In der Literatur [12] wird angegeben, dass die Multiplikation von  $\mathbf{W}^T$  mit der Jacobimatrix  $\mathbf{J}$  den Nullvektor ergibt. Da es sich bei  $\mathbf{W}^T$  um die Transponierte der Matrix  $\mathbf{W}$  aus Gleichung **(A.3)** handelt, muss im Umkehrschluss auch die Multiplikation der Transponierten der Jacobimatrix  $\mathbf{J}^T$  mit der Matrix  $\mathbf{W}$  den Nullvektor ergeben. Dieser Umstand wird im Folgenden ausgenutzt, um die bilateralen Knotendrucke aus der Gleichung **(A.3)**, bzw. der Gleichung **(A.2)** zu eliminieren. Für den betrachteten Fall ergibt sich  $\mathbf{J}^T$  zu:

$$\mathbf{J}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & -1 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Die Transponierte der Jacobimatrix wird nun mit Gleichung **(A.2)** multipliziert. Der linke Teil der Gleichung wird durch die durchgeführte Multiplikation zum Nullvektor. Dem rechten Teil der Gleichung können die Gleichungen zur Bestimmung der Druckdifferenz entnommen werden. An dieser Stelle bleibt in der Regel ein algebraisches Gleichungssystem zurück (bei Vernachlässigung der Induktivitäten), welches sich ohne Integration lösen lässt:

$$\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{W} = \mathbf{0} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & -1 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_{i-1} \\ f_i \\ f_{i+1} \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 - f_i \\ f_2 - f_i \\ f_3 - f_i \\ \vdots \\ f_{i-1} - f_i \\ -f_i + f_{i-1} \\ \vdots \\ -f_i + f_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Als Ergebnis stellt sich für den in **Abbildung A 1** dargestellten Knoten eine Vorschrift zur Erzeugung der das Verhalten beschreibenden minimalen Anzahl an Gleichungen dar. Da nur eine unabhängige Bindungsgleichung für dieses Netzwerk existiert, reduziert sich die Anzahl der resultierenden Volumenströme um einen. So bleiben  $n_Q - 1$  unabhängige Volumenströme, mit denen sich der abhängige Volumenstrom bestimmen lässt. Dieser kann frei bestimmt werden. Als bestimmende Gleichungen ergeben sich nun  $n_Q - 1$  Gleichungen bei denen von der jeweiligen klassischen Funktion  $f_k$  der Masche  $k$  ( $k=1 \dots n$ ,  $k \neq i$ ) die klassische Funktion  $f_i$  der Masche  $i$ , in der der abhängige Volumenstrom auftritt, abgezogen wird (siehe Gleichung **(A.11)**)

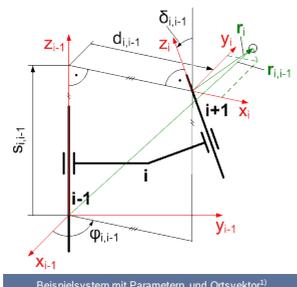
Als Ergebnis stellt sich eine vereinfachte mathematische Vorschrift zur Bestimmung der Gleichungen für die Aufteilung der von einem Knoten  $K$  ausgehenden verlustbehafteten Volumenströme dar, in dem die unter  $Q_{\Sigma}$  zusammengefassten eingepprägten Volumenströme ein- bzw. ausfließen. Der dargestellte Knoten wird dabei als inkompressibel betrachtet, d.h. seine kapazitiven Eigenschaften werden vernachlässigt (verschwindende hydraulische Kapazität und somit unendlich schneller Druckaufbau).

Der untersuchte Fall unterliegt aber einigen Einschränkungen, so sind die Verlustelemente als strukturinvariant anzusehen (keine geschlossenen Ventilquerschnitte), die Knotengleichung wird als bilaterales Kraftelement dargestellt (Maßnahme um negative Drücke zu vermeiden, sind hier noch nicht aufgeführt) und es befinden sich keine Elemente mit unilateralen Bindungen in dem Teilsystem. Diese obliegen einer gesonderten Betrachtung.

# A2 Herleitung der Modellgleichungen des Arbeitsarms

## Mechanisches System – Kompletmodell

- Ziel ist die Transformation der Koordinaten eines ortsfesten Punktes im Glied i in Koordinaten des Koordinatensystems von Glied i-1
- Hierfür sind definierte Gliedparameter festzulegen



Beispielsystem mit Parametern und Ortsvektor<sup>1)</sup>

### Festlegung der Gliedparameter<sup>1)</sup>:

- $d_{i,i-1}$ : Abstand zwischen den Gelenkachsen  $z_i$  und  $z_{i-1}$  auf ihrer Normalenachse
- $s_{i,i-1}$ : Abstand zwischen den Gelenkachsen  $x_i$  und  $x_{i-1}$  auf ihrer Normalenachse
- $\phi_{i,i-1}$ : positiv, wenn, in positiver  $z_{i-1}$ -Richtung gesehen, die Drehung der  $x_{i-1}$ -Achse in die  $x_i$ -Achse im Uhrzeigersinn erfolgt
- $\delta_{i,i-1}$ : positiv, wenn, in positiver  $x_i$ -Richtung gesehen, die Drehung der  $z_{i-1}$ -Achse in die  $z_i$ -Achse im Uhrzeigersinn erfolgt

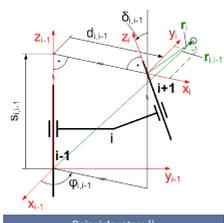
<sup>1)</sup> Volmer, J. et. al., „Getriebechnik - Grundlagen“, Verlag Technik Berlin, 1995

## A 2: Festlegung der Gliedparameter für eine Analyse nach Hartenberg-Denavit

## Mechanisches System – Kompletmodell

$$T_{j-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{j-1} \cdot \cos \varphi_{j-1} & \cos \varphi_{j-1} & -\cos \delta_{j-1} \cdot \sin \varphi_{j-1} & \sin \delta_{j-1} \cdot \sin \varphi_{j-1} \\ d_{j-1} \cdot \sin \varphi_{j-1} & \sin \varphi_{j-1} & \cos \delta_{j-1} \cdot \cos \varphi_{j-1} & -\sin \delta_{j-1} \cdot \cos \varphi_{j-1} \\ s_{j-1} & 0 & \sin \delta_{j-1} & \cos \delta_{j-1} \end{pmatrix}$$

allgemeine Transformationsmatrix zwischen Glied i und i-1<sup>1)</sup>



Beispielsystem <sup>1)</sup>

$$r_{j-1} = T_{j-1} \cdot r_i \quad \text{mit} \quad r_i = \begin{pmatrix} 1 \\ x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

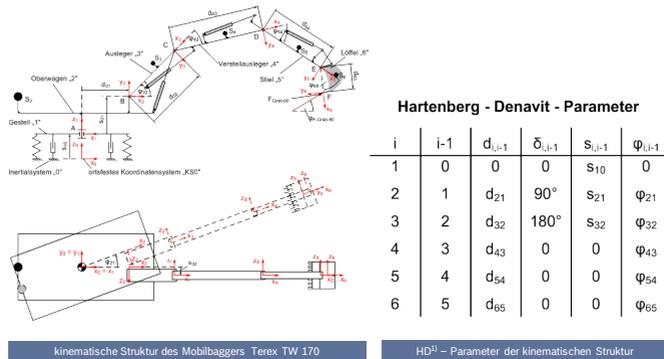
Beispiel für Kette mit mehreren Gliedern:  $r_{41} = T_{21} \cdot T_{32} \cdot T_{43} \cdot r_4$

Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Ortsvektoren<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Volmer, J. et. al., „Getriebechnik - Grundlagen“, Verlag Technik Berlin, 1995

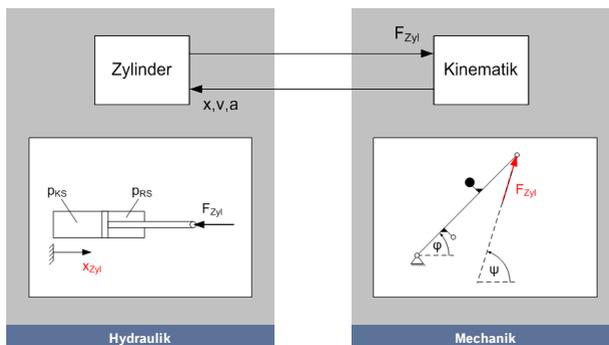
## A 3: Ortsvektor und Transformationsmatrix nach Hartenberg-Denavit-Notation

## Mechanisches System – Kompletmodell



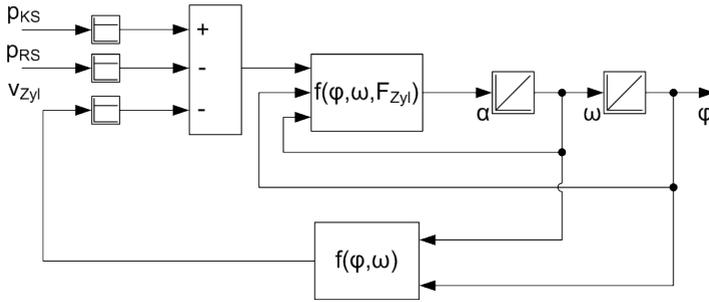
**A 4:** Hartenberg-Denavit-Parameter des Arbeitsarms, des Oberwagens sowie des Unterwagens

## Mechanisches System – Kompletmodell



**A 5:** Austausch der Zustandsgrößen zwischen hydraulischem und mechanischem Teilsystem

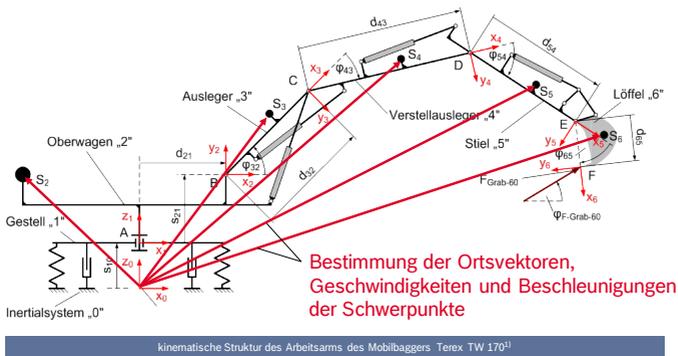
## Mechanisches System – Komplettmodell



Signalfloss der mathematischen Struktur zur Bestimmung der einzelnen Relativwinkelgeschwindigkeiten

**A 6:** Schematische Darstellung des Signalfusses zwischen mechanischen und hydraulischem Teilsystem

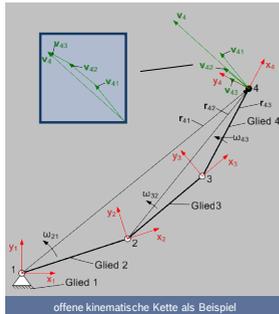
## Mechanisches System – Komplettmodell



**A 7:** Darstellung der für das Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen notwendigen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten der relevanten Schwerpunkte des Oberwagens sowie des Arbeitsarms

## Bestimmung der Absolutgeschwindigkeit (1/4)

- Nach Siciliano<sup>3)</sup> lässt sich die Absolutgeschwindigkeit eines beliebigen Punktes von kinematischen Ketten systematisch mit Hilfe der Jacobimatrix bestimmen
- zur Herleitung der Geschwindigkeitsberechnung soll das folgende Beispiel dienen:



- Die betrachtete kinematische Kette besteht aus 3 Gliedern, welche über Drehgelenke miteinander verbunden sind und eine Bewegung in der Ebene ausführen können
- Die Absolutgeschwindigkeit des Endpunktes von Glied 4 ergibt sich aus den 3 Relativgeschwindigkeiten, welche durch die Rotation des Endpunktes um die jeweiligen Drehgelenke entstehen

### Absolutgeschwindigkeit Punkt 4

$$\mathbf{v}_4 = \dot{\mathbf{r}}_4 = \dot{\mathbf{r}}_{41} + \dot{\mathbf{r}}_{42} + \dot{\mathbf{r}}_{43} \quad 1$$

$$\mathbf{v}_4 = \dot{\mathbf{r}}_4 = \boldsymbol{\omega}_{21} \times \mathbf{r}_{41} + \boldsymbol{\omega}_{32} \times \mathbf{r}_{42} + \boldsymbol{\omega}_{43} \times \mathbf{r}_{43} \quad 2$$

$$= \boldsymbol{\omega}_{21} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{11}) + \boldsymbol{\omega}_{32} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{21}) + \boldsymbol{\omega}_{43} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{31}) \quad 3$$

<sup>3)</sup> Siciliano, B., et al. „Robotics – Modelling, Planning and Control“, Springer-Verlag, London, 2009

**A 8:** Bestimmung der Absolutgeschwindigkeit eines beliebigen Punktes des Arbeitsarms mit Hilfe der Jacobimatrix

## Bestimmung der Absolutgeschwindigkeit (2/4)

$$\mathbf{v}_4 = \dot{\mathbf{r}}_4 = \dot{\varphi}_{21} \cdot \mathbf{e}_{z1} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{11}) + \dot{\varphi}_{32} \cdot \mathbf{e}_{z2} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{21}) + \dot{\varphi}_{43} \cdot \mathbf{e}_{z3} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{31}) \quad 4$$

$$\mathbf{v}_4 = \dot{\mathbf{r}}_4 = \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{21} \\ \dot{\varphi}_{32} \\ \dot{\varphi}_{43} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{z1} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{11}) & \mathbf{e}_{z2} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{21}) & \mathbf{e}_{z3} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{31}) \end{pmatrix} \quad 5$$

- in der Literatur (Siciliano<sup>3)</sup>) wird Gleichung 5 noch um die Elemente erweitert, um zusätzlich noch die absoluten Winkelgeschwindigkeiten der Glieder gegenüber dem Inertialsystem bestimmen zu können:

$$\dot{\mathbf{p}}_4 = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{4x} \\ \mathbf{v}_{4y} \\ \omega_{4x} \\ \omega_{4y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{z1} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{11}) & \mathbf{e}_{z2} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{21}) & \mathbf{e}_{z3} \times (\mathbf{r}_{41} - \mathbf{r}_{31}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{21} \\ \dot{\varphi}_{32} \\ \dot{\varphi}_{43} \end{pmatrix} = \mathbf{J}_4 \cdot \dot{\mathbf{q}}_4 \quad 6$$

- wobei  $\mathbf{J}$  als Jacobimatrix (in diesem Beispiel nur für rotatorische Gelenke) definiert wird und  $\dot{\mathbf{q}}$  den Vektor der einzelnen / generalisierten Relativgeschwindigkeiten des mechanischen Systems darstellt

<sup>3)</sup> Siciliano, B., et al. „Robotics – Modelling, Planning and Control“, Springer-Verlag, London, 2009

**A 9:** Jacobimatrix für einen beliebigen Punkt der Arbeitskinematik

## Bestimmung der Absolutgeschwindigkeit (3/4)

→ Allgemein ergibt sich nach Literatur (Siciliano<sup>1)</sup>) die Jacobimatrix, unter Berücksichtigung der nun folgend mit aufgeführten Notation für translatorische Gelenke, in der nachstehend aufgeführten Struktur:

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \begin{pmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{e}_{z,1} \times (\mathbf{r}_{i,1} - \mathbf{r}_{1,1}) & \dots & \mathbf{e}_{z,2} \times (\mathbf{r}_{i,1} - \mathbf{r}_{1,1}) & \mathbf{e}_{z,1} \times (\mathbf{r}_{i,1} - \mathbf{r}_{1,1}) \\ \mathbf{e}_{z,1} & \dots & \mathbf{e}_{z,2} & \mathbf{e}_{z,1} \end{array} \right] \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{z,1} \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_{z,i-1} \\ \dot{s}_{z,1} \\ \vdots \\ \dot{s}_{z,i-2} \\ \dot{s}_{z,i-1} \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \mathbf{J}_i \cdot \dot{\mathbf{q}}$$

rotatorische Gelenke

translatorische Gelenke

→ Die in Gleichung 7 angegebenen Einzelvektoren der Jacobimatrix zur Beschreibung der jeweiligen Relativgeschwindigkeiten können, je nach Aufbau der kinematischen Kette und folgend gegebener Anordnung von rotatorischen und translatorischen Gelenken, auch kombiniert angegeben werden

<sup>1</sup> Siciliano, B.; et. al. „Robotics - Modelling, Planning and Control“, Springer-Verlag, London, 2009

**A 10:** Allgemeine Notation der Jacobimatrix

## Bestimmung der Absolutgeschwindigkeit (4/4)

→ Beispielfhaft wird in der folgenden Ableitung die Herangehensweise zur Bestimmung der absoluten Position des Auslegerschwerpunkts im Koordinatensystem „1“ gezeigt. Zur rechnerinternen Bestimmung in Matlab/Simulink genügen die Matrixoperationen zu jedem Simulationsschritt (d.h. keine symbolische Umformung notwendig)

$$\mathbf{T}_{z1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{z1} \cdot \cos \varphi_{z1} & \cos \varphi_{z1} & 0 & \sin \varphi_{z1} \\ d_{z1} \cdot \sin \varphi_{z1} & \sin \varphi_{z1} & 0 & -\cos \varphi_{z1} \\ s_{z1} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8

$$\mathbf{T}_{z2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{z2} \cdot \cos \varphi_{z2} & \cos \varphi_{z2} & \sin \varphi_{z2} & 0 \\ d_{z2} \cdot \sin \varphi_{z2} & \sin \varphi_{z2} & -\cos \varphi_{z2} & 0 \\ s_{z2} & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

9

Transformation des Auslegerschwerpunktes (KS „3“) in KS „1“

$$\mathbf{r}_{s,31} = \mathbf{T}_{z2} \cdot \mathbf{T}_{z1} \cdot \mathbf{r}_{s,33}$$

10

Transformationsmatrizen

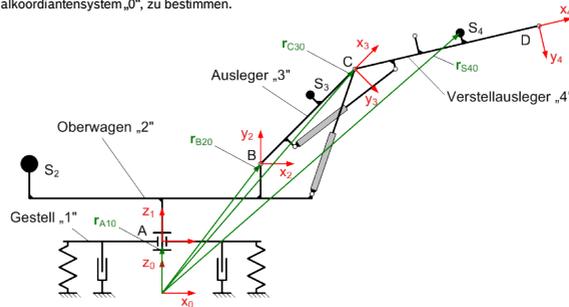
$$\begin{pmatrix} 1 \\ d_{z1} \cdot \cos \varphi_{z1} + (d_{z2} \cdot \cos \varphi_{z2} + x_{s,3} \cdot \cos \varphi_{z2} + y_{s,3} \cdot \sin \varphi_{z2}) \cdot \cos \varphi_{z1} + (s_{z2} - z_{s,3}) \cdot \sin \varphi_{z1} \\ d_{z1} \cdot \sin \varphi_{z1} + (d_{z2} \cdot \cos \varphi_{z2} + x_{s,3} \cdot \cos \varphi_{z2} + y_{s,3} \cdot \sin \varphi_{z2}) \cdot \sin \varphi_{z1} - (s_{z2} - z_{s,3}) \cdot \cos \varphi_{z1} \\ s_{z1} + d_{z2} \cdot \sin \varphi_{z2} + x_{s,3} \cdot \sin \varphi_{z2} - y_{s,3} \cdot \cos \varphi_{z2} \end{pmatrix} \text{ mit } \mathbf{r}_{s,33} \begin{pmatrix} 1 \\ x_{s,3} \\ y_{s,3} \\ z_{s,3} \end{pmatrix}$$

berechnete Schwerpunktkoordinaten im Koordinatensystem „1“

**A 11:** Bestimmung der für die Ermittlung der Geschwindigkeit notwendigen Positionskordinaten

## Bestimmung der Bewegungs-DGL'en (1/5)

- Am Beispiel des Auslegers soll die Herangehensweise zur Bestimmung der Bewegungsdifferentialgleichungen vorgestellt werden. Hierfür ist zuerst die Beschleunigung des Auslegerschwerpunktes, bezogen auf das Inertialkoordinatensystem „0“, zu bestimmen.



Ausschnitt der Geometrie der kinematischen Kette bis einschließlich des Auslegerzylinders

**A 12:** Beispielhaft dargestellter Ausleger zur Vorstellung der Herangehensweise bei der Bestimmung der Bewegungsdifferentialgleichungen

## Bestimmung der Bewegungs-DGL'en (2/5)

- Ausgehend von der Bestimmung der Absolutgeschwindigkeiten, liefern deren Ableitungen die Absolutbeschleunigung der Position des Schwerpunktes und die absolute Winkelbeschleunigung des Auslegers, bezüglich des festgelegten Inertialkoordinatensystems:

$$\ddot{\mathbf{p}}_4 = \begin{pmatrix} \ddot{x}_{S4} \\ \ddot{y}_{S4} \\ \ddot{z}_{S4} \\ \ddot{\varphi}_{SAx} \\ \ddot{\varphi}_{SAy} \\ \ddot{\varphi}_{SAz} \end{pmatrix} = (\mathbf{J}_{S4} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{S4})' = \mathbf{J}_{S4} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{S4} + \dot{\mathbf{J}}_{S4} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{S4}$$

11

→ mit:

$$\dot{\mathbf{q}}_{S4} = \begin{pmatrix} \dot{s}_{10} \\ \dot{\varphi}_{21} \\ \dot{\varphi}_{32} \\ \dot{\varphi}_{43} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \ddot{\mathbf{q}}_{S4} = \begin{pmatrix} \ddot{s}_{10} \\ \ddot{\varphi}_{21} \\ \ddot{\varphi}_{32} \\ \ddot{\varphi}_{43} \end{pmatrix}$$

**A 13:** Bestimmung der Schwerpunktbeschleunigung

## Bestimmung der Bewegungs-DGL'en (3/5)

→ und

$$\mathbf{J}_{S4} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{r0} & \mathbf{e}_{r1} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{A10}) & \mathbf{e}_{r2} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{B20}) & \mathbf{e}_{r3} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{C30}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{e}_{r1} & \mathbf{e}_{r2} & \mathbf{e}_{r3} \end{pmatrix}$$

→ sowie

$$\mathbf{J}_{S4} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{r0} & \dot{\mathbf{e}}_{r1} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{A10}) + \mathbf{e}_{r1} \times (\dot{\mathbf{r}}_{S40} - \dot{\mathbf{r}}_{A10}) & \dots \\ \mathbf{0} & \dot{\mathbf{e}}_{r1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dot{\mathbf{e}}_{r2} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{B20}) + \mathbf{e}_{r2} \times (\dot{\mathbf{r}}_{S40} - \dot{\mathbf{r}}_{B20}) & \dot{\mathbf{e}}_{r3} \times (\mathbf{r}_{S40} - \mathbf{r}_{C30}) + \mathbf{e}_{r3} \times (\dot{\mathbf{r}}_{S40} - \dot{\mathbf{r}}_{C30}) \\ \dots & \mathbf{e}_{r2} & \mathbf{e}_{r3} \end{pmatrix}$$

→ mit:

$$\mathbf{e}_{r3} = T_{10} \cdot T_{21} \cdot T_{32} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{r2} = T_{10} \cdot T_{21} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{r1} = T_{10} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Für den Einsatz in der Jacobimatrix und deren Ableitung werden nur die 3 letzten Koordinaten der berechneten Einheitsvektoren genutzt, die erste Koordinate ist eine „synthetische“ Koordinate, welche aus dem Formalismus der Hartenberg-Denavit-Notation entsteht und nur für die Transformation benötigt wird.

### A 14: Bestimmung der Ableitung der Jacobimatrix

## Bestimmung der Bewegungs-DGL'en (4/5)

- Die Einzelelemente der Jacobimatrix zur Bestimmung des Anteils der absoluten Beschleunigung des Schwerpunktes in Gleichung (11) können in einer Form ausgedrückt werden, so dass eine Auflösung der Gleichung nach den gesuchten relativen Beschleunigungen der generalisierten Koordinaten möglich ist

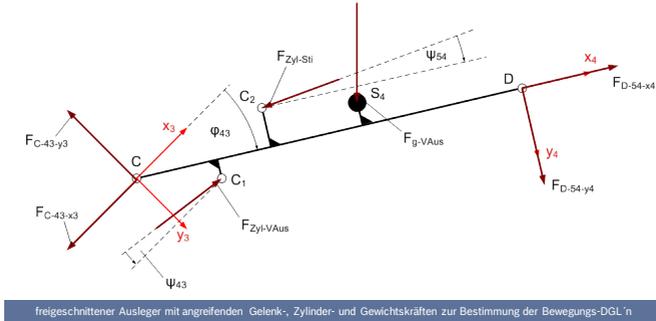
$$\ddot{\mathbf{p}}_4 = \begin{pmatrix} \ddot{x}_{S4} \\ \ddot{y}_{S4} \\ \ddot{z}_{S4} \\ \ddot{\varphi}_{S4x} \\ \ddot{\varphi}_{S4y} \\ \ddot{\varphi}_{S4z} \end{pmatrix} = \mathbf{J}_{S4} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{S4} + \dot{\mathbf{J}}_{S4} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{S4} = \begin{pmatrix} J_{S4\ 10x} & J_{S4\ 21x} & J_{S4\ 32x} & J_{S4\ 43x} \\ J_{S4\ 10y} & J_{S4\ 21y} & J_{S4\ 32y} & J_{S4\ 43y} \\ J_{S4\ 10z} & J_{S4\ 21z} & J_{S4\ 32z} & J_{S4\ 43z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{e}_{r1} & \mathbf{e}_{r2} & \mathbf{e}_{r3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{s}_{10} \\ \ddot{\varphi}_{21} \\ \ddot{\varphi}_{32} \\ \ddot{\varphi}_{43} \end{pmatrix} + \dot{\mathbf{J}}_{S4} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{S4} \quad \text{12}$$

- Die ersten 3 Stellen des Vektors von Gleichung (12) stellen die absoluten Koordinaten der Beschleunigung des Schwerpunktes im Raum dar und dienen als Basis für den Schwerpunktsatz (Impulssatz), bei welchem den Trägheitskräften die eingepägten Kräfte (Gewichtskraft, Zylinderkraft, Reibungskraft, Grabkraft) und die Zwangskräfte (Gelenkkräfte) gegenübergestellt werden.
- Die letzten 3 Stellen des Vektors aus Gleichung (12) ergeben die absoluten Winkelbeschleunigungen des betrachteten Glieds im Raum und dienen als Basis für die Anwendung des Drehimpulssatzes
- Aus den Impuls- und Drehimpulssätzen aller betrachteten Glieder ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, mit den unbekanntenen Größen „relative Beschleunigung der generalisierten Koordinaten“ und „Gelenkkräfte“
- Das Gleichungssystem kann nun nach den benötigten Relativbeschleunigungen aufgelöst und diese integriert werden, um die gesuchten Zustandsgrößen (gen. Koordinaten und deren Geschwindigkeiten) zu erhalten

### A 15: Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen

## Bestimmung der Bewegungs-DGL 'en (5/5)

→ Die folgende Abbildung zeigt den mechanisch freigeschnittenen Ausleger mit allen zur Bestimmung der Bewegungsdifferentialgleichungen benötigten Kräften, Winkel und Kraftangriffsstellen



**A 16:** Freigeschnittener Ausleger zur Anbringung der wirkenden Kräfte als Grundlage für die Anwendung des Impuls- und des Drehimpulssatzes

## Bestimmung der Zylindergrößen

- Aus den relativen Winkelgeschwindigkeiten der generalisierten Koordinaten für den Arbeitsarm können die einzelnen Zylinderpositionen und Zylindergeschwindigkeiten berechnet werden.
- Die Zylindergeschwindigkeit wird vor allem für die Berechnung des Druckaufbaus in den beiden Zylinderkammern des Hydraulikzylinders benötigt, wobei die Zylinderposition in die veränderliche Steifigkeit der Ölsäule des Zylinders mit eingeht und für die Bestimmung der Endanschläge der Zylinder benötigt wird
- Nachfolgend wird am Beispiel des Auslegerzylinders die Berechnung der gesuchten Größen gezeigt:

The diagram shows a closed kinematic chain with a hydraulic cylinder. It includes points S<sub>2</sub>, B, C, and B<sub>1</sub>. Distances l<sub>31</sub> and l<sub>32</sub> are marked. Angles φ<sub>32</sub> and α<sub>31</sub> are shown. A coordinate system (x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>) is at S<sub>2</sub>, and another (x<sub>3</sub>, y<sub>3</sub>) is at C.

Bestimmung der Zylinderposition bzw. -länge:

$$l_{Zyl-Aus}^2 = l_{31}^2 + l_{32}^2 - 2 \cdot l_{31} \cdot l_{32} \cdot \cos(\varphi_{32} + \alpha_{31}) \quad 13$$

$$l_{Zyl-Aus} = \sqrt{l_{31}^2 + l_{32}^2 - 2 \cdot l_{31} \cdot l_{32} \cdot \cos(\varphi_{32} + \alpha_{31})} \quad 14$$

Bestimmung der Zylindergeschwindigkeit:

$$\dot{l}_{Zyl-Aus} = \frac{l_{31} \cdot l_{32}}{l_{Zyl-Aus}} \cdot \sin(\varphi_{32} + \alpha_{31}) \cdot \dot{\varphi}_{32} \quad 15$$

geschlossene kinematische Kette Auslegerzylinder

**A 17:** Bestimmung der Zylindergrößen aus den Relativgrößen der Arbeitskinematik



# Literaturverzeichnis

- [1] Albers, A.; et. al.: *Das Pull-Prinzip der Validierung – Ein Referenzmodell zur effizienten Integration von Validierungsaktivitäten in den Produktentstehungsprozess*. Konstruktion, 6-2015, 2015
- [2] Albers, A.; et. al.: *15 Years of SPALTEN Problem Solving Methodology in Product Development*. NordDesign 2016, Trondheim, 2016
- [3] Anantharaman, M.: *Hybride Verfahren für komplexe Mehrkörpersysteme*. Dissertation, Fachbereich Maschinenbau der Gerhard-Mercator-Universität - Gesamthochschule Duisburg, 1999
- [4] Beater, P.: *Entwurf hydraulischer Maschinen – Modellbildung, Stabilitätsanalyse und Simulation hydrostatischer Antriebe und Steuerungen*. 1. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1999
- [5] Bernardi, M.: *Gestaltung eines mechatronikorientierten Entwicklungsprozesses für mobile Arbeitsmaschinen und des dazugehörigen Entwicklungsumfeldes*. Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, 2005
- [6] Bernzen, W.; Riege, B.: *Nichtlineare Modellbildung und Regelung eines hydraulischen Differentialzylinders*. Forschungsbericht Nr. 12/96, Gerhard-Mercator-Universität – GH Duisburg, Meß-, Steuer- und Regelungstechnik, Duisburg, 1996
- [7] Bliesener, M.: *Optimierung der Betriebsführung mobiler Arbeitsmaschinen – Ansatz für ein Gesamtmaschinenmanagement*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik Nr. 3, Karlsruhe, 2011
- [8] Bub, W.; Lugner, P.: *Systematik der Modellbildung – Teil 1: Konzeptionelle Modellbildung*. Modellbildung für Regelung und Simulation: Methoden – Werkzeuge – Fallstudien, VDI-Berichte Nr. 925, 1992
- [9] Budszuhn, F.: *Visual C++ - Windows-Programmierung mit den MFC*. 1. Auflage. Addison-Wesley Verlag, München, 2002

- [10] Bode, H.: *MATLAB-SIMULINK – Analyse und Simulation dynamischer Systeme*. 2. Auflage, Teubner Verlag, Wiesbaden, 2006
- [11] Bolz, G.: *Konzepte zur Erhöhung der Energieeffizienz von Mobilbaggern*. 5. Fachtagung Baumaschinentechnik 2012 – Energie, Mechatronik, Simulation, Dresden, 2012
- [12] Borchsenius, F.: *Simulation öhydraulischer Systeme*. Dissertation, Technische Universität München, 2003
- [13] Bossel, H.: *Systeme Dynamik Simulation – Modellbildung, Analyse und Simulation komplexer Systeme*. 1. Auflage, Verlag Books on Demand GmbH, Norderstedt, 2004
- [14] Brenan, K.E.; Campbell, S.L.; Petzold, L.R.: *Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations*. Elsevier Science Publishing, New York, 1989
- [15] Brychta, P.; Müller, K.: *Technische Simulation*. Vogel Fachbuch: Kamprath Reihe, Würzburg, 2004
- [16] Chaves, H.: *Die Kreuzkorrelation*.  
<http://tufreiberg.de/fakult4/imfd/lehre/fluid/MT/Kreuzkorrelation.pdf>. Abgerufen: 08.04.2011
- [17] Chen, C.F.; Shieh, L.S.: *A Novel Approach to Linear Model Simplification*. International Journal of Control 8, S.561 – 570, 1968
- [18] Chidambara, M.R.: *Further Remarks on Simplifying Linear Dynamic Systems*. IEEE Trans. AC-12, S. 213-214, 1967
- [19] Chidambara, M.R.: *Two Simple Techniques for the Simplifacation of Large Dynamic Systems*. Preprints Joint Automatic Control Conference, S. 669-674, 1969
- [20] Cellier, F.; Kofman, E.: *Continuous System Simulation*. 1. Auflage, Springer-Verlag, New York, 2006
- [21] Davison, E.J.: *A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems*. IEEE Trans. AC-11, S. 93-101, 1966

- 
- [22] Deiters, H.: *Standardisierung von Lastzyklen zur Beurteilung der Effizienz mobiler Arbeitsmaschinen*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2009
- [23] Del Re, L.: *Modellunsicherheit und digitale Zustandsregelung eines hydrostatischen Getriebes*. Dissertation, ETH Zürich, 1990
- [24] Dengler, P.; Geimer, M.: *Hybrider hydraulischer Antriebsstrang – Energieeffizienter Betrieb von Hydraulikzylindern in Konstantdrucksystemen*. O + P Ölhydraulik und Pneumatik, Heft Nr. 9, S. 16-21, 2012
- [25] Dengler, P.; Geimer, M.; Zahoransky, R.: *Kraftstoff sparen mit variabler Drehzahl – Potenzial dieselektrischer Zusatzaggregate in mobilen Maschinen*. Mobile Maschinen, 3/2011, S. 18-21, 2011
- [26] Djurović, M.: *Energiesparende Antriebssysteme für die Arbeitshydraulik mobiler Arbeitsmaschinen „Elektrohydraulisches Flow Matching“*. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2007
- [27] Doudoumas, N.: *Approximation linearer zeitinvarianter Systeme durch Systeme niedriger Ordnung*. Regelungstechnik 22, S. 217 – 221, 1974
- [28] Dourdoumas, N.: *Eine Methode zur Reduzierung von Systemen hoher Ordnung*. Regelungstechnik 23, S.133 – 139, 1975
- [29] Dresig, H.: *Schwingungen und mechanische Antriebssysteme – Modellbildung, Berechnung, Analyse, Synthese*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2005
- [30] Dronka, S.: *Die Simulation gekoppelter Mehrkörper- und Hydraulikmodelle mit Erweiterung für Echtzeitsimulation*. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2004
- [31] Eberle, C.: *Simulation mobiler Arbeitsmaschinen durch Kopplung der mechanischen und hydraulischen Teilsysteme*. IFK Internationales Fluidtechnisches Kolloquium, Heft 2, 1998
- [32] Eich-Soellner, E.; Führer, C.: *Numerical Methods in Multibody Dynamics*. Verlag B.G. Teubner, Stuttgart, 1998

- [33] Eitelberg, E.: *Modellreduktion linearer zeitinvarianter Systeme durch Minimieren des Gleichungsfehlers*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), Karlsruhe, 1979
- [34] Elmqvist, H.: *A Structured Model Language for Large Continuous Systems*. Dissertation, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Schweden, 1978
- [35] Engeln-Müllges, G.; Reutter, F.: *Formelsammlung zur Numerischen Mathematik mit Standard-FORTRAN 77-Programmen*. B I Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1988
- [36] Esders, H.: *Elektrohydraulisches Load Sensing für mobile Anwendungen*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, VDI Fortschrittberichte Reihe 14 Nr. 75, Braunschweig, 1995
- [37] Fedde, T.: *Elektrohydraulische Bedarfsstromsysteme am Beispiel eines Traktors*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Forschungsberichte des Instituts für Landmaschinen und Fluidtechnik, Braunschweig, 2008
- [38] Ferhadbegović, B.: *Entwicklung und Applikation eines instationären Reifenmodells zur Fahrdynamiksimulation von Ackerschleppern*. Dissertation, Universität Hohenheim, Forschungsbericht Agrartechnik VDI-MEG, Nr. 475, Stuttgart, 2009
- [39] Filla, R.: *Operator and Machine Models for Dynamic Simulation of Construction Machinery*. Dissertation, Linköpings universitet – Institute of Technology, Linköping, Schweden, 2005
- [40] Finzel, R.: *Elektrohydraulische Steuerungssysteme für mobile Arbeitsmaschinen*. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2011
- [41] Forche, J.: *Antriebsstrangmanagement eines Hydraulikbaggers*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Forschungsberichte des Instituts für Landmaschinen und Fluidtechnik, Braunschweig, 2007
- [42] Föllinger, O.: *Reduktion der Systemordnung*. Regelungstechnik 30, S. 367/377, 1982
- [43] Freund, E.: *Zeitvariable Mehrgrößensysteme*. Springer-Verlag, Berlin, 1971

- 
- [44] Freund, R.W.; Hoppe, H.W.: *Stoer/Burlisch: Numerische Mathematik 1*. 10.Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007
- [45] Gear, C.W.: *The simultaneous numerical solution of differential-algebraic equations..* IEEE Trans. Circuit Theory, CT-18, 1971
- [46] Gear, C.W.: *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*. Prentice-Hall, 1971
- [47] Gehbauer, F.; Beretitsch, S.: *Zum Kräftespiel im System Schneidwerkzeug-Boden*. Baumaschine und Bautechnik – BMT (41 / 1), S. 35-37, 1994
- [48] Gehbauer, F.; Beretitsch, S.: *Zum Kräftespiel im System Schneidwerkzeug-Boden*. Baumaschine und Bautechnik – BMT (41 / 2), S. 68-73, 1994
- [49] Geimer, M.: Vorwort zum Tagungsband „4. Fachtagung Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen“ der Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik Nr. 15, Karlsruhe, 2013
- [50] Geimer, M.: *Skript zur Vorlesung Fluidtechnik*. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Lehrstuhl für mobile Arbeitsmaschinen (Mobima), Stand 10.04.2010
- [51] Geimer, M.; Pohlandt, C.: *Grundlagen mobiler Arbeitsmaschinen*. Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik, Band 22, Karlsruhe, 2015
- [52] Gipser, M.: *FTire, a new Fast Tire Model for Ride Comfort Simulations*. 14<sup>th</sup> European ADAMS User Conference, Berlin, S1-11, 1999
- [53] Gipser, M.: *Systemdynamik und Simulation*. Teubner-Verlag Stuttgart Leipzig, 1999
- [54] Goldman, M.J.; Porras, W.J.; Leondes, C.T.: *Multivariable systems reduction via Caueer forms*. International Journal of Control 34, S. 623-650, 1981
- [55] Graaf, R.: *Simulation hybrider Antriebskonzepte mit Kurzzeitspeicher für Kraftfahrzeuge*. Dissertation, RWTH Aachen, 2002
- [56] Großmann, K.: *Zukunftspotential Simulation*. Dresdener Tagung – Simulation im Maschinenbau – Softwaretools und Anwendungen in Lehrer, Forschung und Praxis, Dresden, 2000

- [57] Grossmann, K.; Uhlig, A.: *Von der Hydrauliksimulation zur Systembewertung*. O + P Ölhydraulik und Pneumatik 40 Nr. 11-12, 1996
- [58] Hadwich, V.: *Modellbildung in mechatronischen Systemen*. Dissertation, Technische Universität München, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 8: Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik Nr. 704, Düsseldorf, 1998
- [59] Hairer, E.; Nørsett, S.P.; Wanner, G.: *Solving Ordinary Differential Equations I – Nonstiff Problems*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992
- [60] Harms, H.: *Hydraulik in mobilen Arbeitsmaschinen*. - Internet: <http://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ilf/unverlinkt/hydraulikarbeitsmaschinen.pdf>, Abgerufen: 27.04.2009
- [61] Harms, H.: *Skript zur Vorlesung Antriebstechnik WS 2006/2007*. Technische Universität Braunschweig, Institut für Land- und Fluidtechnik, Braunschweig, 2006
- [62] Harrer, H.: *Ordnungsreduktion – Vom komplexen Strukturmodell zur vereinfachten Beschreibung technischer Systeme*. 1. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2002
- [63] Hayn, H.: *Entwicklung eines haptisch unterstützten Bedienkonzepts für Hydraulikbagger*. Dissertation, Universität Siegen, Schriftenreihe der Arbeitsgruppe Mess- und Regelungstechnik – Mechatronik Department Maschinenbau, Siegen, 2012
- [64] Helduser, S.: *Simulation in der Fluidtechnik*. O+P Ölhydraulik und Pneumatik 46, Nr.1, S. 27-36, 2002
- [65] Herrmann, F.: *Physik – Mechanik*. Skripten zur Experimentalphysik. Abteilung für Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe, Auflage 1997
- [66] Heymann, P.: *Aufbau und Erprobung eines Hybridtraktors*. Tagungsband der 5. Fachtagung „Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen“, Karlsruhe, 2015
- [67] Hirschberg, W.; Rill, G.; Weinfurter, H.: *User-Appropriate Tyre-Modelling for Vehicle Dynamics in Standard and Limit Situations*. Vehicle System Dynamics 38, Heft 2, S. 103-125, 2002

- [68] Hoffmann, M.; Münt, T.: *Vergleich zwischen dem berechneten und dem messtechnisch erprobten Betriebsverhalten eines High-Speed Elektromotors für mobile Arbeitsmaschinen*. Tagungsband der 5. Fachtagung „Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen“, Karlsruhe, 2015
- [69] Holländer, C.: *Untersuchungen zur Beurteilung und Optimierung von Baggerhydrauliksystemen*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1998
- [70] Huber, A.: *Ermittlung von prozessabhängigen Lastkollektiven eines hydrostatischen Fahrtriebsstrangs am Beispiel eines Teleskopladers*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2010
- [71] Jung, C.: *Reduktion nichtlinearer Systeme am Beispiel Fahrzeugsimulation*. VDI-Fortschrittsberichte Reihe 8 Nr. 289, 1992
- [72] Katterfeld, A.; Mothes, M.; Deimel, T.: *DEM-Simulation von Grabprozessen*. Fachtagung Baumaschinentechnik 2009 – Energie, Ressourcen, Umwelt, Dresden, 2009
- [73] Kautzmann, T.: *Die mobile Arbeitsmaschine als komplexes System – Erörterungen, Konsequenzen und alternative Steuerungssysteme*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik Band 23, 2014
- [74] Kiendl, H.; Post, K.: *Invariante Ordnungsreduktion mittels transparenter Parametrisierung*. Automatisierungstechnik 36, S. 92 – 101, 1988
- [75] Klein, A.; et al.: *Mechatronik als neue Herausforderung für die Hydrauliksimulation*. O+P Ölhydraulik und Pneumatik, Nr 3, S. 160 – 164, 2005
- [76] Klimushev, A.I.; Krasovskii, N.N.: *Uniform asymptotic stability of systems of differential equations with a small parameter in the derivative terms*. Journal appl. Math. Mech. 25, S. 1011 – 1025, 1962
- [77] Klotz, R.: *Ein Beitrag zur digitalen Simulation von Turboluftstrahltriebwerken mit Hilfe vereinfachter Modelle*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, 1988

- [78] Kohmäscher, T. *Modellbildung, Analyse und Auslegung hydrostatischer Antriebsstrangkonzepete*. Dissertation, RWTH Aachen, 2008.
- [79] Kories, R.; Schmidt-Walter, H.: *Taschenbuch der Elektrotechnik – Grundlagen und Elektronik*. 7. Auflage, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2006
- [80] Kramer, U.; Neculau, M.: *Simulationstechnik*. 1. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, 1998
- [81] Krause, W.: *Gerätekonstruktion*. 1. Auflage, VEB Verlag Technik Berlin, 1982
- [82] Kunze, G.; Göhring, H.; Jacob, K.: *Baumaschinen – Erdbau- und Tagebaumaschinen*. 1. Auflage, Vieweg Verlag Braunschweig / Wiesbaden, 2002
- [83] Lang, T.: *Mechatronik für mobile Arbeitsmaschinen am Beispiel eines Dreipunktkrafthebers*. Dissertation, Forschungsberichte des Instituts für Landmaschinen und Fluidtechnik, Technische Universität Braunschweig, 2002
- [84] Lang, T.: *Wann ist der Einsatz eines Simulationswerkzeuges wirtschaftlich? – Eine grundsätzliche Betrachtung*. O+P Zeitschrift für Fluidtechnik 11-12, 2006
- [85] Lautner, E.; Röpke, F.: *Simulationsmodul Fluidtechnik für systemübergreifende dynamische Analysen*. O+P „Ölhydraulik und Pneumatik“, 41 (1997), Nr. 6
- [86] Lenk, A.: *Elektromechanische Systeme – Band 1: Systeme mit konzentrierten Parametern*. 3. Auflage, VEB Verlag Technik, Berlin, 1971
- [87] Littmann, W.; Schiedeck, F.: *Neue mechatronische Analogien in der Magnetik zur Modellierung elektromagnetomechanischer Systeme*, Springer Verlag, 2008
- [88] Litz, L.: *Ordnungsreduktion linearer Zustandsraummodelle durch Beibehaltung der dominanten Eigenbewegungen*. Regelungstechnik 27, S.80-86, 1979

- [89] Litz, L.: *Praktische Ergebnisse mit einem neuen modularen Verfahren zur Ordnungsreduktion*. Regelungstechnik 27, S. 273-280, 1979
- [90] Litz, L.: *Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren*. Hochschulverlag, Freiburg, 1979
- [91] Lohmann, B.: *Ordnungsreduktion und Dominanzanalyse nichtlinearer Systeme*. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 8: Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik, Nr.406, 1994
- [92] Löffler, H.-P.; Marquardt, W.: *Order Reduction of non-linear differential-algebraic process models*. J. Proc. Cont., S. 32-40, 1991
- [93] Lutz, H.; Wendt, W.: *Taschenbuch der Regelungstechnik – mit MATLAB und SIMULINK*. 7. Auflage, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2007
- [94] Majjad, R.: *Hybride Modellierung und Identifikation eines Fahrer-Fahrzeug-Systems*. Dissertation, Universität Fridericiana Karlsruhe (TH), Karlsruhe, 1997
- [95] Marshall, S.A.: *An Approximate Method for Reducing the Order of a Linear System*. Control, S. 642-643, 1966
- [96] Matros, K; et. al.: *Manöverbasierte Validierung von Hybridantrieben*. ATZ – Automobiltechnische Zeitschrift, 117. Jahrgang, 02/2015, Springer-Verlag, 2015
- [97] Melchinger, A.; Schmitz, E.-U.: *Schneller und effizienter in der Entwicklung durch Simulation und Optimierung*. Symposium „Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung“, Bremen, 2003
- [98] Melchinger, U.: *Simulation der Arbeitsbewegungen und Antriebssysteme von Hydraulikbaggern*. Dissertation, Technische Universität Berlin, VDI Fortschrittberichte Reihe 1 Nr. 212, Berlin, 1992
- [99] Mikelsons, L.; et. al.: *Symbolic Model Reduction Applied to Realtime Simulation of a Construction Machine*. Proceedings 7<sup>th</sup> Modelica Conference, Como, Italy, 2009

- [100] Murrenhoff, H.: Grundlagen der Fluidtechnik – Teil 1:Hydraulik. IFAS, RWTH Aachen, Umdruck zur Vorlesung, 1998
- [101] N.N.: *JCMAS H 020:2007 – (Japan construction mechanization Association) - „Earth-moving machinery – Fuel consumption on hydraulic excavator – Test procedures“* <http://www.cema.or.jp/general/news/pdf/17th/17thJapanese.pdf>, 2007. Abgerufen: 22.03.2011
- [102] N.N.: *Krafftfahrtechnisches Handbuch*. Robert Bosch GmbH (Hrsg.), 21. Auflage, Stuttgart, 1991
- [103] N.N.: *VDI-Richtlinie 2206 – Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Berlin, 2004
- [104] Otter, M.: *Objektorientierte Modellierung Physikalischer Systeme – Teil 1*. Automatisierungstechnik – at, Heft 47/1, 1999
- [105] Otter, M.: *Objektorientierte Modellierung Physikalischer Systeme – Teil 1*. Automatisierungstechnik – at, Heft 47/2, 1999
- [106] Pallaske, U.: *Ein Verfahren zur Ordnungsreduktion mathematischer Prozessmodelle*. Chem.-Ing.-Techn. 59, S. 604-605, 1987
- [107] Palmen, A.: *Untersuchungen zur Leistungssteigerung und Bewertung der Effizienz von hydrostatischen Verdrängereinheiten*. Dissertation, RWTH Aachen, 2009
- [108] Pfeiffer, F.: *Einführung in die Dynamik*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1992
- [109] Resch, R.: *Fortgeschrittene Modellierung und Simulation im Entwicklungsprozess von Hydrauliksystemen für Baumaschinen*. Fachtagung Baumaschinentechnik 2006, Dresden, 2006
- [110] Riedel, C.; Stamm, C.: *Sensitivitätsanalyse für fluidtechnische Systeme*. O + P Ölhydraulik und Pneumatik, S. 242 – 249, Nr. 5, 2007
- [111] Roddeck, W.: *Einführung in die Mechatronik*. 2. Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart, 2003
- [112] Rüdiger, F.; Klein, A.; Schütze, J.: *Gekoppelte Simulation in der Hydraulik*. O + P Ölhydraulik und Pneumatik, 47 Nr. 5, 2003

- 
- [113] Sachs, L.; Hedderich, J.: *Angewandte Statistik*. 12. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2006
- [114] Saydy, L.: *New Stability / Performance Results for Singularly Perturbed Systems*. Automatica 32, S. 807 – 817
- [115] Schmidt, M.: *Maßnahmen zur Reduktion des Energieverbrauchs von Nebenaggregaten im Kraftfahrzeug*. Dissertation, Institut für Automatisierungstechnik TU Darmstadt, VDI F-Bericht, Reihe 12, Nr. 537, Darmstadt, 2008
- [116] Scholler, C.; et.al.: *Modularer Simulationsbaukasten zur Potentialabschätzung hydraulischer und hybrider Konzepte*. Tagungsband „4. Fachtagung Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen“, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik Nr. 15, S. 61-71, 2013
- [117] Schröder, D.: *Elektrische Antriebe – Grundlagen*. 3. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2007
- [118] Schulte, H.: *Modellierung und Simulation hydrostatischer Getriebe in mobilen Arbeitsmaschinen mittels Takagi-Sugeno-Fuzzy-Systemen*. 16. Workshop Computational Intelligence, 2006
- [119] Schwabe, J.-H.; Krenzer, K.; Palzer, U.: *Verringerung des Energiebedarfs bei Verarbeitungsprozessen durch Modellbildung und Simulation mit DEM*. Fachtagung Baumaschinentechnik 2009 - Energie, Ressourcen, Umwelt, Dresden, 2009
- [120] Schwarz, H.R.: *Numerische Mathematik*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1993
- [121] Seeger, J.: *Antriebsstrangstrategien eines Traktors bei schwerer Zugarbeit*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Forschungsberichte des Instituts für Landmaschinen und Fluidtechnik, Braunschweig, 2001
- [122] Shamash, Y.: *Critical Review of Methods for Deriving Stable Reduced Order Models*. IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, 1982
- [123] Siciliano, B.; Sciavicco, L.; Villani, L.; Oriolo, G.: *Robotics – Modelling, Planning and Control*. 1. Auflage, Springer Verlag, London, 2009

- [124] Siljak, D.D.: *Singular perturbation of absolut stability*. IEEE Transactions on Automatic Control 17, S. 245 – 246, 1972
- [125] Späth, R.; Landmann, T.; Boehm, D.: *Energierückgewinnungskonzepte bei Hydraulikbaggern*. 5. Fachtagung Baumaschinentechnik 2012 – Energie, Mechatronik, Simulation, Dresden, 2012
- [126] Stoer, J.; Burlisch, R.: *Numerische Mathematik 2*. 5. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 2005
- [127] Stoll, S.; et al.: *Drei Beispiele aus der Praxis – Simulation hydraulischer Fahrtriebe aus dem Baukasten*. O+P Zeitschrift für Fluidtechnik 5, 2006
- [128] Strehmel, K.; Weiner, R.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen*. 1. Auflage, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1995
- [129] Ströhla, T.: *Ein Beitrag zur Simulation und zum Entwurf von elektromagnetischen Systemen mit Hilfe der Netzwerkmethod*. Dissertation, Technische Universität Ilmenau, 2002
- [130] Stummel, F.: *Praktische Mathematik*. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1982
- [131] Sturm, C.: *Bewertung der Energieeffizienz von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen am Beispiel Bagger*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik, Band 39, Karlsruhe, 2015
- [132] Thiebes, P.: *Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik, Band 10, Karlsruhe, 2011
- [133] Thiebes, P.; Vollmer, T.: *Modellierung des Fahrers zur Untersuchung von Antriebssträngen in der 1D-Simulation am Beispiel eines Radladers mit Hybridantrieb*. 3. VDMA-Fachtagung Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen, Karlsruhe, 2011
- [134] Thoma, J.U.: *Simulation by Bondgraphs – Introduction to a Graphical Method*. Springer-Verlag, Berlin, 1990

- 
- [135] Topcu, E.E., Kamis, Z., Yüksel, I.: *Simplified numerical solution of electro-mechanical systems by look-up tables*. In Mechatronics 18, S. 559-565, 2008
- [136] Troch, I.; Müller, P.C.; Fasol, K.-H.: *Modellreduktion für Simulation und Reglerentwurf*. Automatisierungstechnik 40, S. 45-53, 93-99, 132-141, 1992
- [137] Uebel, L.; Wallaschek, J.: *Das modulare Konzept der AEG Niederflur-Straßenbahn*. AEG – Technisches Presse-Kolloquium, Nürnberg, 1992
- [138] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik I – Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*. 14. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2007
- [139] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik II – Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. 9.Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2007
- [140] Voigt, S.: *Perspektiven und Methoden für die Integration des Bedienerverhaltens bei der Simulation mobiler Arbeitsmaschinen – Maschinenmodell als Grundlage für eine gesamtheitliche Simulation*. <http://www.baumaschine.de/wissensportal-archiv/2009-02/spezial>, Abgerufen am 24.03.2013, baumaschine.de – Wissensportal Wissensportal Bau- und Baustoffmaschinen, Fachtagung-Spezial, 2009
- [141] Volmer, J. (Hrsg.): *Getriebetechnik – Grundlagen*. 2. Auflage, Verlag Technik, Berlin, 1995
- [142] Völker, L.: *Untersuchung des Kommunikationsintervalls bei der gekoppelten Simulation*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik Nr. 6, Karlsruhe, 2011
- [143] Wallaschek, J.: *Modellierung und Simulation als Beitrag zur Verkürzung der Entwicklungszeiten mechatronischer Produkte*. VDI-Berichte, Band 1215, S. 35-50, 1995
- [144] Wichmann, T.: *Symbolische Reduktionsverfahren für nichtlineare DAE-Systeme*. Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2004

- [145] Wiesel, U.: *Hybrides Lenksystem zur Kraftstoffeinsparung im schweren Nutzfahrzeug – Technische und methodische Ansätze*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, 2009
- [146] Will, D.; Gebhardt, N.: *Hydraulik – Grundlagen, Komponenten, Schaltungen*. 4. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2008
- [147] Zhang, H.; Ulrich, H.: *Leistungsfähiges Integrationsverfahren zur dynamischen Simulation hydraulischer Systeme*. O + P Ölhydraulik und Pneumatik 33/9, 1989
- [148] Zhang, X.; Geimer, M.; Noack, P.; Ehrl, M.: *Elektronische Deichsel für landwirtschaftliche Arbeitsmaschinen – Auf dem Weg nach autonomen Landmaschinen*. LAND.TECHNIK 2010, Tagungsband 68. Internationale Tagung , 27./28. Oktober 2010, Braunschweig, 2010
- [149] Zien, L.: *An upper bound for the singular parameter in a stable, singularly perturbed system*. J. Franklin Inst. 295, S. 373 – 381, 1973
- [150] Zimantovski, D.: *Untersuchung der Effizienz eines Elektroradladers*. Tagungsband der 5. Fachtagung „Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen“, Karlsruhe, 2015





# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 1** Urs Wiesel  
**Hybrides Lenksystem zur Kraftstoffeinsparung im schweren Nutzfahrzeug.** 2010  
ISBN 978-3-86644-456-0
- Band 2** Andreas Huber  
**Ermittlung von prozessabhängigen Lastkollektiven eines hydrostatischen Fahrantriebsstrangs am Beispiel eines Teleskopladers.** 2010  
ISBN 978-3-86644-564-2
- Band 3** Maurice Bliesener  
**Optimierung der Betriebsführung mobiler Arbeitsmaschinen. Ansatz für ein Gesamtmaschinenmanagement.** 2010  
ISBN 978-3-86644-536-9
- Band 4** Manuel Boog  
**Steigerung der Verfügbarkeit mobiler Arbeitsmaschinen durch Betriebslastfassung und Fehleridentifikation an hydrostatischen Verdrängereinheiten.** 2011  
ISBN 978-3-86644-600-7
- Band 5** Christian Kraft  
**Gezielte Variation und Analyse des Fahrverhaltens von Kraftfahrzeugen mittels elektrischer Linearaktuatoren im Fahrwerksbereich.** 2011  
ISBN 978-3-86644-607-6
- Band 6** Lars Völker  
**Untersuchung des Kommunikationsintervalls bei der gekoppelten Simulation.** 2011  
ISBN 978-3-86644-611-3
- Band 7** 3. Fachtagung  
**Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen. 17. Februar 2011, Karlsruhe.** 2011  
ISBN 978-3-86644-599-4

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 8** Vladimir Iliev  
**Systemansatz zur anregungsunabhängigen Charakterisierung des Schwingungskomforts eines Fahrzeugs.** 2011  
ISBN 978-3-86644-681-6
- Band 9** Lars Lewandowitz  
**Markenspezifische Auswahl, Parametrierung und Gestaltung der Produktgruppe Fahrerassistenzsysteme. Ein methodisches Rahmenwerk.** 2011  
ISBN 978-3-86644-701-1
- Band 10** Phillip Thiebes  
**Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen. Grundlegende Erkenntnisse und Zusammenhänge, Vorstellung einer Methodik zur Unterstützung des Entwicklungsprozesses und deren Validierung am Beispiel einer Forstmaschine.** 2012  
ISBN 978-3-86644-808-7
- Band 11** Martin Gießler  
**Mechanismen der Kraftübertragung des Reifens auf Schnee und Eis.** 2012  
ISBN 978-3-86644-806-3
- Band 12** Daniel Pies  
**Reifenungleichförmigkeitserregter Schwingungskomfort – Quantifizierung und Bewertung komfortrelevanter Fahrzeugschwingungen.** 2012  
ISBN 978-3-86644-825-4
- Band 13** Daniel Weber  
**Untersuchung des Potenzials einer Brems-Ausweich-Assistenz.** 2012  
ISBN 978-3-86644-864-3
- Band 14** **7. Kolloquium Mobilhydraulik.**  
**27./28. September 2012 in Karlsruhe.** 2012  
ISBN 978-3-86644-881-0
- Band 15** 4. Fachtagung  
**Hybridantriebe für mobile Arbeitsmaschinen**  
**20. Februar 2013, Karlsruhe.** 2013  
ISBN 978-3-86644-970-1

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 16** Hans-Joachim Unrau  
**Der Einfluss der Fahrhahnoberflächenkrümmung auf den Rollwiderstand, die Cornering Stiffness und die Aligning Stiffness von Pkw-Reifen.** 2013  
ISBN 978-3-86644-983-1
- Band 17** Xi Zhang  
**Untersuchung und Entwicklung verschiedener Spurführungsansätze für Offroad-Fahrzeuge mit Deichselverbindung.** 2013  
ISBN 978-3-7315-0005-6
- Band 18** Stefanie Grollius  
**Analyse des gekoppelten Systems Reifen-Hohlraum-Rad-Radführung im Rollzustand und Entwicklung eines Rollgeräuschmodells.** 2013  
ISBN 978-3-7315-0029-2
- Band 19** Tobias Radke  
**Energieoptimale Längsführung von Kraftfahrzeugen durch Einsatz vorausschauender Fahrstrategien.** 2013  
ISBN 978-3-7315-0069-8
- Band 20** David Gutjahr  
**Objektive Bewertung querdynamischer Reifeneigenschaften im Gesamtfahrzeugversuch.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0153-4
- Band 21** Neli Ovcharova  
**Methodik zur Nutzenanalyse und Optimierung sicherheitsrelevanter Fahrerassistenzsysteme.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0176-3
- Band 22** Marcus Geimer, Christian Pohlandt  
**Grundlagen mobiler Arbeitsmaschinen.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0188-6
- Band 23** Timo Kautzmann  
**Die mobile Arbeitsmaschine als komplexes System.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0187-9

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 24** Roman Weidemann  
**Analyse der mechanischen Randbedingungen zur Adaption der oszillierenden Hinterschneidtechnik an einen Mobilbagger.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0193-0
- Band 25** Yunfan Wei  
**Spurführungsregelung eines aktiv gelenkten Radpaars für Straßenbahnen.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0232-6
- Band 26** David Schmitz  
**Entwurf eines fehlertoleranten Lenkventils für Steer-by-Wire Anwendungen bei Traktoren.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0264-7
- Band 27** Christian Schwab  
**Beitrag zu einer universellen Baggerschnittstelle zur Übertragung elektrischer und hydraulischer Leistung sowie elektronischer Signale für komplexe Anbaugeräte.** 2014  
ISBN 978-3-7315-0281-4
- Band 28** Peter Dengler  
**Untersuchung zum effizienten Betrieb von Hydraulikzylindern in Konstantdrucksystemen unter Verwendung einer Zwischendruckleitung.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0295-1
- Band 29** Manuel Bös  
**Untersuchung und Optimierung der Fahrkomfort- und Fahrdynamikeigenschaften von Radladern unter Berücksichtigung der prozessspezifischen Randbedingungen.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0310-1
- Band 30** 5. Fachtagung  
**Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen**  
**25. Februar 2015, Karlsruhe.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0323-1

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 31** Michael Eckert  
**Energieoptimale Fahrdynamikregelung  
mehrmotoriger Elektrofahrzeuge.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0332-3
- Band 32** Martin Scherer  
**Beitrag zur Effizienzsteigerung mobiler Arbeitsmaschinen.  
Entwicklung einer elektrohydraulischen Bedarfsstromsteuerung  
mit aufgeprägtem Volumenstrom.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0339-2
- Band 33** Rinaldo Arnold  
**Automatische Abstimmung der Sekundärseite eines  
dreiphasigen Systems zur berührungslosen induktiven  
Energieübertragung.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0355-2
- Band 34** Johannes Gültlinger  
**Kraftübertragung und Fahrbahnverschleiß durch Spikereifen.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0358-3
- Band 35** Thorsten Dreher  
**Energieeffizienz von Konstantdrucksystemen mit  
sekundärgeregelten Antrieben beim Einsatz in  
mobilen Arbeitsmaschinen.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0377-4
- Band 36** Steffen Kölling  
**Konzeptionelle Untersuchung zur Neigekompensation  
von Stromabnehmern.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0387-3
- Band 37** Michael Fritz  
**Entwicklungswerkzeuge für die Fahrzeugklimatisierung  
von Nutzfahrzeugen.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0384-2

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 38** Ralf Oberfell  
**Stochastische Simulation von Energieflüssen im Nutzfahrzeug. Ein einsatzorientiertes Bewertungs- und Optimierungsverfahren.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0403-0
- Band 39** Christoph Sturm  
**Bewertung der Energieeffizienz von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen am Beispiel Bagger.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0404-7
- Band 40** Florian Netter  
**Komplexitätsadaption integrierter Gesamtfahrzeugsimulationen.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0414-6
- Band 41** Markus Springmann  
**Auslegung eines asynchronen Langstatorlinearmotors mit großem Luftspalt als Straßenbahnantrieb.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0418-4
- Band 42** Alexander Basler  
**Eine modulare Funktionsarchitektur zur Umsetzung einer gesamtheitlichen Betriebsstrategie für Elektrofahrzeuge.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0421-4
- Band 43** Hans-Georg Wahl  
**Optimale Regelung eines prädiktiven Energiemanagements von Hybridfahrzeugen.** 2015  
ISBN 978-3-7315-0422-1
- Band 44** Jennifer Heck  
**Zur Simulation des Rad-Schiene-Verschleißes bei Straßenbahnen.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0443-6

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 45** Moritz Vaillant  
**Design Space Exploration zur multikriteriellen Optimierung elektrischer Sportwagenantriebsstränge: Variation von Topologie und Komponenteneigenschaften zur Steigerung von Fahrleistungen und Tank-to-Wheel Wirkungsgrad.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0452-8
- Band 46** Philip Nagel  
**Entwicklung einer Betriebsstrategie zur Energierückgewinnung in hybriden Mehrverbrauchersystemen.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0479-5
- Band 47** Matthias Pfriem  
**Analyse der Realnutzung von Elektrofahrzeugen in kommerziellen Flotten zur Definition einer bedarfsgerechten Fahrzeugauslegung.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0489-4
- Band 48** Mohanad El-Haji  
**Ontologie-basierte Definition von Anforderungen an Validierungswerkzeuge in der Fahrzeugtechnik.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0496-2
- Band 49** **9. Kolloquium Mobilhydraulik**  
**22./23. September 2016 in Karlsruhe.** 2016  
ISBN 978-3-7315-0573-0
- Band 50** 6. Fachtagung  
**Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen**  
**15. Februar 2017, Karlsruhe.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0601-0
- Band 51** Fabian Schirmaier  
**Experimentelle Untersuchung und Simulation des Umformverhaltens nähgewirkter unidirektionaler Kohlenstofffasergelege.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0620-1

# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

---

Herausgeber: FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik

- Band 52** Mathias Cabrera Cano  
**Neuronale Netze mit externen Laguerre-Filtern zur automatischen numerischen Vereinfachung von Getriebemodellen.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0621-8
- Band 53** Arwed Schmidt  
**Flottenbetrieb von elektrischen und autonomen Serviceagenten im städtischen Personennahverkehr.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0633-1
- Band 54** Katharina Knaisch  
**Untersuchung von Spulensystemen zur induktiven Energieübertragung von Elektrofahrzeugen. Vergleich von Topologien und Entwicklung einer Auslegungsmethodik.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0630-0
- Band 55** Frank Christof Stalter  
**Ansätze zur akustischen Optimierung von Reifen und Fahrbahnen für Elektrofahrzeuge unter Antriebsmoment.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0645-4
- Band 56** Steffen Rose  
**Modellbildung und Simulation von mobilen Arbeitsmaschinen. Untersuchungen zu systematischen Modellvereinfachungen in der Simulation von Antriebssystemen am Beispiel Bagger.** 2017  
ISBN 978-3-7315-0684-3



Die gesteigerten Anforderungen an heutige mobile Arbeitsmaschinen gehen zumeist mit einer steten Erhöhung der Komplexität des Antriebssystems einher, welche sich in der Regel auf die Komplexität der entsprechenden Simulationsmodelle auswirken.

In der vorliegenden Arbeit wird eine systematische Vorgehensweise vorgestellt, um gezielt Vereinfachungen im Modellaufbau von Antriebssystemen mobiler Arbeitsmaschinen vornehmen, jedoch das Betriebsverhalten bezüglich der geforderten Arbeitsaufgabe hinreichend genau beschreiben zu können.

Hierbei werden Definitionen zu Systemen, Systemabgrenzungen und Modellen bezogen auf Antriebssysteme mobiler Maschinen angegeben, um eine Struktur mit ganzheitlicher Beschreibungsform der Wirkbeziehungen zu entwickeln. Die getroffenen systematischen Vereinfachungen zielen hierbei im Wesentlichen auf die Reduzierung der Ordnung des Systems auf Grundlage der Beschreibung durch reduziert-dynamische, stationäre sowie ereignisorientierte Ersatzelemente. Die erarbeitete Vorgehensweise wird an einem konkreten Beispielsystem angewendet und die Ergebnisse dargestellt.

