

# Beiträge zur Optimierung der Offsetkorrektur bei der taktilen Erfassung von Freiformflächen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für  
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften

des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)  
genehmigte

DISSERTATION

von  
Dipl.-Ing. Christoph Naab  
aus Speyer

Tag der mündlichen  
Prüfung: 30.06.2016

Referentin: Prof. Dr.-Ing. Maria Hennes  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck  
PD Dr.-Ing. Boris Jutzi

Karlsruhe 2016



---

## Kurzfassung

---

**A**LLGEMEIN stellt die taktile Erfassung der Oberflächengeometrie im Bereich des Reverse Engineerings, der Formkontrolle oder des Objektmonitorings einen wesentlichen Bestandteil der messtechnischen Anwendungen dar. Infolge der taktilen Antastung wird der Messwert allerdings nie direkt auf der Oberfläche erfasst, sodass für jeden registrierten Messpunkt eine geeignete Offsetkorrektur durchzuführen ist. Durch die existierenden Deformationen oder Gestaltabweichungen am Objekt liegen allerdings immer Freiformgeometrien zu Grunde, was die Bestimmung einer repräsentativen Normalenrichtung zur Offsetkorrektur erschwert. Dieser signifikante Einfluss der Normalenrichtung wird im Rahmen dieser Arbeit beziffert. Des Weiteren wird eine allgemeine Grenzwellenlänge unter Berücksichtigung der mechanischen Filterung für die Gestaltabweichung festgelegt. Damit ist nun für großvolumige Anwendungen in der Messtechnik (LVM - Large Volume Metrology) ein geeignetes Maß zur Unterscheidung zwischen Welligkeit und Rauheit gegeben.

Eine taktile Erfassung ist mit vielen verschiedenen Messsystemen zu realisieren, für die kollektiv in dieser Arbeit Empfehlungen abgeleitet werden. Eingeschlossen sind hierbei Lasertracker, Gelenkmessarme, kartesische Koordinatenmessgeräte, Tachymeter, sowie Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme. Insbesondere werden die Messmittel, die den direkten Kontakt mit der zu erfassenden Oberfläche herstellen analysiert. Hierbei werden Kugelreflektoren, Taster sowie Prismen und Adapter, die die Gruppe der klassischen taktilen Messmittel bilden, separat hinsichtlich ihrer Eigenschaften bei der taktilen Antastung betrachtet. Für Präzisionsmessungen werden in der überwiegenden Mehrheit Kugelgeometrien zur taktilen Erfassung von Objektoberflächen eingesetzt, sodass insbesondere für solche Messmittel Modelle für die wesentlichen Einflüsse erarbeitet und die Unsicherheitsbeiträge daraus abgeleitet werden. Besondere Berücksichtigung erfahren hierbei Materialkenngrößen, die bei der Tasterbiegung, dem Verschleiß und der Flächenpressung nach Hertz zu materialtypischen Unterschieden führen.

Für die eigentliche Offsetkorrektur werden die vielfältigen Verfahren zur Einzelpunktkorrektur kategorisiert und untersucht, um sie anschließend bezüglich ihrer Unsicherheitsbeiträge zu bewerten. Einen Schwerpunkt stellt dabei die Nutzung von A-priori-Geometrien dar, die zur Offsetkorrektur angewandt werden. Da diese Geometrien lediglich die reale Oberflächenbeschaffenheit approximieren, werden mittels Simulation und für angenommene Gestaltabweichungen die resultierenden systematischen Abweichungen auf die Lage der abgeleiteten Oberflächenpunkte abgeschätzt.

Das zweite große Feld der Offsetkorrektur bilden die Verfahren für Punktverbände, die die Nachbarschaften der Messpunkte berücksichtigen und in dieser Arbeit näher betrachtet werden. Für die klassische Vermaschung werden bei der Generierung der Offsetgeometrie systematische Einflüsse aufgezeigt und es wird ein neues Verfahren konzipiert, das diesen

Effekten begegnet. Insbesondere werden Freiformgeometrien analysiert und ihre charakteristischen Schwierigkeiten dargelegt. Diesbezüglich wird ein alternativer neuartiger Ansatz zur Modellierung von Freiformgeometrien entwickelt, der direkt Messpunkte als Kontrollpunkte verwendet und für approximierende Geometrietypen anzuwenden ist sowie bedeutende Vorzüge in der Anwendung vorweist. Mittels Evaluation einer Fallstudie wird für typische Freiformgeometrien ferner gezeigt, dass sich der spezifische Charakter des gewählten Geometrietyps durch den alternativen Ansatz nicht ändert.

Die Prozesskette der Offsetkorrektur bei der taktilen Erfassung von Freiformgeometrien wird mit der Erzeugung der parallelen Objektgeometrie abgeschlossen. Eine eingehende Analyse dieser parallelen Geometrien zeigt auf, dass allein deren Form typischerweise zu Bereichen mit unterschiedlichen Unsicherheiten für die abgeleitete Objektgeometrie führt. Des Weiteren werden Schlussfolgerungen für spezielle Messaufgaben erarbeitet: Hierbei wird für den Bereich der taktilen Messtechnik durch das Entwickeln einer neuen Methode, die auf den Auswirkungen der mechanischen Filterung basiert, das Messen von unzugänglichen Spaltmaßen ermöglicht sowie im Bereich der optischen Antastung durch das Nutzen von parallelen Geometrien ein Modellansatz für die Eindringtiefenkorrektur realisiert.

---

## Abstract

---

GENERALLY, in the fields of reverse engineering, geometric inspection, and object monitoring, tactile determination of surface geometry is an essential component of metrology. Whenever surface measurements are performed through a tactile process, all measured values are not located directly on the surface of the object. Consequently, for each measured point, an appropriate offset compensation must be performed. The challenge in finding a representative normal reference for the offset compensation is that object surfaces possess inherent deformations or form deviations which are, in principle, always freeform geometries. Within the scope of this doctoral thesis the significant impact of the direction of the surface normal has been quantified and, in the context of form deviations, a general cutoff wavelength, considering the mechanical filtering, has been specified. Therefore, in large volume applications within metrology (LVM – Large Volume Metrology), a suitable threshold to distinguish between waviness and roughness has been provided.

Tactile metrology is accomplished with various measurement systems which are collectively considered within this thesis. For these measurement systems, the findings and the recommendations of this study are generally applicable. Included are laser trackers, articulated measuring arms, Cartesian coordinate measuring machines, tachymeters, as well as photogrammetric and fan-shaped light systems. In particular, tactile measuring equipment, which establishes the direct contact with the applicable surface, has been analyzed in the study. Ball-shaped reflectors, probes, prisms and adapters, which constitute classical tactile measuring equipment, are being considered with regard to their characteristics of tactile probing. For high-precision tactile measurements of object surfaces, primarily ball-shaped geometries are used. Hence, for spherical measuring equipment, models of the significant influencing factors have been developed and their uncertainty contributions have been quantified. Special attention was given to the material parameters which lead to intrinsic differences due to probe bending, probe wear and Hertzian contact stress.

For the offset compensation methods pertaining to the correction of a single point have been categorized, examined and subsequently evaluated with respect to their contribution to the uncertainty. Especially, a priori geometries which are commonly applied for offset compensation have been investigated. However, these geometries disregard the real surface conditions and, therefore, simulations have been used to estimate the systematic error in the position of the derived coordinates of the surface points for assumed form deviations.

The second major field of offset compensation uses point clusters, which take into account the neighborhood of the measured points. These techniques have been extensively examined within the scope of the thesis. In case of the classical meshing and creation of the offset geometry, systematic influences have been presented and a new approach, which counteracts these effects, has been conceptualized. As an essential group, freeform geometries have been

analyzed and their inherent difficulties have been presented as well. In this context a new and alternative approach for modeling freeform geometries has been developed, which is adaptable for geometric types with approximating characteristics. This new method uses the measured points as control points, directly, and shows significant advantages in the computation. Furthermore, by means of evaluation, it has been shown that for freeform geometries the typical characteristics of the selected type of geometry are not changed by the approach developed within this study.

The final step in the process of the offset compensation by the tactile determination of freeform surfaces is the generation of the parallel object geometry. Accordingly, the research is concluded with an in-depth analysis of the generation of parallel object geometry, which shows that the shape of the geometry, itself, typically determines sections with various uncertainties pertaining to the derived object geometry. Furthermore, conclusions for specific measuring tasks have been developed. In the context of tactile metrology, a new technique to measure inaccessible gap dimensions based on the effect of mechanical filtering has been formulated. Additionally, in the field of optical measuring, a new approach to compensate for the penetration depth using parallel geometries has been developed.

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<b>Kurzfassung</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<hr/>	
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Thematische Einführung</b>	<b>5</b>
2.1 Allgemeine Unterteilung . . . . .	5
2.1.1 Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche . . . . .	5
2.1.2 Offsetkorrektur zur Generierung der Oberflächengeometrie . . . . .	7
2.2 Messsysteme mit taktiler Antastung . . . . .	8
2.2.1 Lasertracker . . . . .	8
2.2.2 Gelenkmessarm . . . . .	11
2.2.3 Kartesische Koordinatenmessgeräte . . . . .	12
2.2.4 Tachymeter . . . . .	16
2.2.5 Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme . . . . .	17
2.2.6 Gegenüberstellung der Messsysteme . . . . .	19
2.3 Oberflächenbeschaffenheit . . . . .	20
2.3.1 Definition der Gestaltabweichung . . . . .	20
2.3.2 Festlegung der Grenzwellenlänge . . . . .	22
2.4 Messkonfiguration am Objekt . . . . .	24
2.4.1 Konstellation beim taktilen Messen . . . . .	24
2.4.2 Einfluss der Normalenrichtung . . . . .	26
2.5 Besondere Teilaspekte . . . . .	29
<b>3 Messmittel zur taktilen Antastung</b>	<b>31</b>
3.1 Kugelreflektoren . . . . .	31
3.1.1 SMRs bzw. CCRs . . . . .	31
3.1.2 Reflektor 160A . . . . .	37
3.1.3 Catye-Reflektor . . . . .	38
3.2 Taster . . . . .	39
3.2.1 Kugeltaster . . . . .	40
3.2.2 Scheibentaster . . . . .	44
3.2.3 Zylindertaster . . . . .	45
3.2.4 Halbkugeltaster . . . . .	51

3.3	Prismen und Adapter . . . . .	52
3.3.1	Tripel- und Rundumprismen . . . . .	52
3.3.2	Kanten- und Pin-Adapter . . . . .	55
3.3.3	Kugeladapter . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Analyse von Einflüssen auf den Messpunkt</b>	<b>63</b>
4.1	Mechanische Filterung . . . . .	63
4.1.1	Grundlagen . . . . .	63
4.1.2	Filterwirkung . . . . .	64
4.2	Fertigungstoleranzen der Messkugel . . . . .	69
4.2.1	Maßtoleranz . . . . .	69
4.2.2	Formtoleranz . . . . .	71
4.2.3	Auswirkung auf Antastungen . . . . .	73
4.3	Antastungsvarianten . . . . .	76
4.3.1	Unidirektionale Antastung . . . . .	77
4.3.2	Bidirektionale Antastung . . . . .	79
4.4	Biegung und Verschleiß . . . . .	81
4.4.1	Tasterbiegung . . . . .	81
4.4.2	Verschleiß . . . . .	87
4.5	Flächenpressung nach Hertz . . . . .	93
4.5.1	Abplattung nach Hertz . . . . .	93
4.5.2	Durchmesser der Abplattung nach Hertz . . . . .	96
4.6	Beurteilung der Einflüsse auf den Messpunkt . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Verfahren der Einzelpunktkorrektion</b>	<b>103</b>
5.1	Korrektion mittels Zusatzinformationen . . . . .	103
5.1.1	Dimensionelle Spezifikationen . . . . .	103
5.1.2	6DOF- bzw. 5DOF-Informationen . . . . .	104
5.1.3	Antastkraftrichtung . . . . .	106
5.2	Korrektion mittels lokaler geometrischer Modellierung . . . . .	106
5.2.1	Lokale Ebene . . . . .	107
5.2.2	Lokale Kugel . . . . .	107
5.3	Korrektion mittels A-priori-Geometrien . . . . .	108
5.3.1	Globale Regelgeometrie . . . . .	108
5.3.2	Zusammengesetzte Geometrien – CAD-Modell . . . . .	110
5.4	Beurteilung der Einzelpunktverfahren . . . . .	111
5.4.1	Anwendbarkeit der Verfahren der Einzelpunktkorrektion . . . . .	111
5.4.2	Eignungsbetrachtung für Einzelpunktantastung und taktiles Scanning	113
5.4.3	Besonderheiten beim Einpassen von Geometrien . . . . .	115
5.4.4	Einfluss der Gestaltabweichung bei A-priori-Geometrien . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Offsetkorrektur bei Punktverbänden</b>	<b>125</b>
6.1	Gebräuchliche Modellierung der Messpunkte . . . . .	125

---

6.1.1	Vermaschung . . . . .	126
6.1.2	Freiformgeometrien . . . . .	130
6.1.3	Beurteilung . . . . .	133
6.2	Alternativer neuartiger Ansatz zur Modellierung . . . . .	137
6.2.1	Modellierungsansatz . . . . .	137
6.2.2	Evaluation mittels Fallstudie . . . . .	138
6.2.3	Beurteilung . . . . .	141
6.3	Ableitung der Objektgeometrie . . . . .	144
6.3.1	Berechnung von Parallelgeometrien . . . . .	144
6.3.2	Artefakte bei parallelen Geometrien . . . . .	145
6.3.3	Beurteilung . . . . .	147
<b>7</b>	<b>Schlussfolgerungen für spezielle Messaufgaben</b>	<b>151</b>
7.1	Messen von unzugänglichen Spaltmaßen . . . . .	151
7.2	Adaption auf reflektorlose Messungen . . . . .	156
<b>8</b>	<b>Diskussion und Ausblick</b>	<b>163</b>
<hr/>		
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>169</b>
	<b>Variablenverzeichnis</b>	<b>171</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>181</b>



# KAPITEL 1

## Einleitung

Täglich sind wir von Produkten und Objekten umgeben, deren Gestalt Freiformflächen beinhalten. In erster Linie wird dabei an moderne Design- oder Kunstobjekte gedacht, die ein futuristisches Äußeres repräsentieren, allerdings stellen sie für gewöhnlich eine Minderheit dar. Im täglichen Umgang spielen Freiformflächen eine große Rolle im Bereich der Aerodynamik, der Fluidodynamik oder allgemein in der Strömungsmechanik. So werden beispielsweise Karosserieformen bei Kraftfahrzeugen oder die Trag-, Leit- und Rumpfwerke bei Flugzeugen aerodynamisch ausgelegt, was typischerweise mittels Freiformflächen erfolgt. Aber auch Schienenfahrzeuge oder hochwertige Fahrradrahmen sind bezüglich der Aerodynamik optimiert. Bei Wasserfahrzeugen finden sich Freiformflächen aufgrund der Fluidodynamik besonders in der Rumpfgeometrie, was für kleine Kajake sowie für große Containerschiffe oder Öltanker gleichermaßen gilt.

Zusätzlich zum Bereich des Transports und Verkehrs finden Freiformgeometrien ebenfalls bei anderen technischen Produkten Anwendung. So treten z.B. bei Turbinen zur Energieumwandlung, insbesondere bei den Turbinenschaufeln, vielfältige Freiformflächen auf, was ferner für die Rotorblätter bei Windkraftanlagen zutrifft. Außerdem weisen Gebrauchsgeräte, aus Designgründen sowie für eine bessere Ergonomie bei der manuellen Nutzung, Freiformgeometrien auf. Die größten Freiformflächen sind mitunter bei Bauwerken zu finden, was beispielsweise Wolkenkratzer, Brückenbauwerke oder Staumauern einschließt. Dies liegt einerseits an einer modernen Architektur, andererseits aber auch an statischen Gründen. Mit dem Einzug der Leichtbauweise und Adaption von organischen Formen aus dem Bereich der Bionik wird sich das Auftreten von Freiformflächen weiter steigern.

Grundsätzlich ist jedoch zu beachten, dass nicht jedes Objekt, selbst falls es den Anschein hat, Freiformgeometrien unterliegt. Klassische Konstruktionen bestehen oft aus unterschiedlichen zusammengesetzten Regelgeometrien, die durch ihre Vielzahl nicht mehr als solche erkennbar sind. Allgemein wären allerdings solche geometrischen Gefüge ebenfalls mit Freiformgeometrien zu beschreiben.

Umgekehrt ist festzustellen, dass aufgrund von Fertigungstoleranzen, Gestaltabweichungen, Verschleißerscheinungen oder Deformationen reale Objekte immer gewissen Variationen – typischerweise in unbekannter Ausprägung – unterworfen sind. Dies hat zur Folge, dass lediglich mit einer bestimmten Abstraktion Objekte als Regelgeometrie zu betrachten und allgemein immer Freiformgeometrien anzunehmen sind. Diese Tatsache stellt einen wesentlichen Faktor dar und wird als ein zentraler Ansatz in dieser Arbeit berücksichtigt.

Solche unbekanntes Freiformflächen werden beispielsweise im Bereich des Reverse Engineerings, der Formkontrolle oder des Objektmonitorings, zur Objektrekonstruktion, zur Prüfung, oder zu Dokumentationszwecken messtechnisch erfasst (vgl. z.B. [HM08]). Wird die Geometrie hierbei mittels taktile Antastung bestimmt, wird grundsätzlich immer ein physischer Kontakt mit der Objektoberfläche hergestellt, der zu einer Interaktion zwischen Messmittel und Objekt führt. Ferner bezieht sich der registrierte Messpunkt nicht auf den Berührungspunkt der Oberfläche, sondern wird um ein bestimmtes Offset davon entfernt ermittelt. Da typischerweise das Objekt mit einer Kugel erfasst wird und der gemessene Wert sich auf das Kugelzentrum bezieht, liegen die Messpunkte auf einer parallelen Fläche. Jedoch ist eine Offsetkorrektur für die einzelnen Messpunkte zwingend erforderlich, falls die Oberfläche direkt zu repräsentieren ist (vgl. z.B. [JRPV06] oder [JR06]). Allerdings ist hierzu der Normalenvektor im Berührungspunkt der Oberfläche notwendig, der allgemein nicht bekannt und zu approximieren ist. Hierbei stellt eine Modellierung der Messpunkte mittels Freiformgeometrien ein großes Potential dar, da durch die parametrische Beschreibung gleichzeitig Informationen zur Normalenrichtung abzuleiten sind. Bestimmte Methoden zur Offsetkorrektur sowie einzelne Schwierigkeiten, die hierbei auftreten, sind in [Hen06], [Hen07] oder [Wec12] genannt. Ferner zeigt eine erste Abschätzung mittels einer nach außen gerichteten Oberflächenvollkommenheit (vgl. Kapitel 2.3.1), dass Modellfehler bei der Offsetkorrektur mitunter einen genauigkeitslimitierenden Betrag annehmen (vgl. [Hen06]). Exemplarische Anwendungen von Freiformgeometrien für allgemein erfasste Messpunkte sind z.B. in [Ber05], [HM08], [HN15b] oder [HN15a] zu finden, während beispielsweise Freiformflächen zur Modellierung der Ionosphäre z.B. in [SDS15] oder [Lim15] genutzt werden. Eine erste Untersuchung, dass Freiformflächen zur Offsetkorrektur grundsätzlich als geeignet erscheinen, wird zusammen mit einem speziellen Softwaremodul in [Hen09] vorgestellt.

In dieser Arbeit wird in Kapitel 2 eine thematische Einführung gegeben, bei der die verschiedenen Messsysteme, mit denen eine taktile Erfassung von Freiformflächen möglich ist, inklusive ihrer Messgenauigkeiten vorgestellt werden. Hierbei werden ebenfalls optische Verfahren berücksichtigt, die beispielsweise mit einer Messprobe eine taktile Antastung ermöglichen. Es werden Begrifflichkeiten zur Oberflächenbeschaffenheit und zu der Messkonfiguration am Objekt in Anlehnung an verschiedene Normen eindeutig definiert. Ferner wird in diesem Zusammenhang eine allgemeingültige Grenzwellenlänge zur Trennung zwischen Welligkeit und Rauheit neu festgelegt. Weiterhin wird der Einfluss der Normalenrichtung grundsätzlich beziffert. In Kapitel 3 werden die verschiedenen Messmittel zur taktile Antastung mit ihren Besonderheiten erläutert, wobei für die unterschiedlichen SMRs (Spherically Mounted Retroreflectors) bzw. CCRs (Corner Cube Reflectors) zusätzlich eine einheitliche

Definition festgelegt wird. Ferner werden individuelle Abschätzungen von Unsicherheitsbeiträgen für spezielle Messmittel durchgeführt.

Kugelgeometrien werden überwiegend für präzise taktile Antastungen genutzt, weshalb in Kapitel 4 Modelle für die wesentlichen Einflüsse dieser Messmittel erarbeitet und der Unsicherheitsbeitrag jeweils approximiert wird. Hierbei werden geometrische, messstrategische, wie auch physikalische Faktoren eingehend untersucht, sowie materialspezifische Kenngrößen berücksichtigt. In Kapitel 5 werden die unterschiedlichen Verfahren zur Offsetkorrektur für einen einzelnen Punkt erläutert und kategorisiert, um sie darauf folgend unter verschiedenen Gesichtspunkten wissenschaftlich zu bewerten. Ein Fokus wird dabei auf die Verwendung von A-priori-Geometrien gelegt, da diese grundsätzlich Gestaltabweichungen nicht berücksichtigen und zu systematischen Abweichungen bei der Offsetkorrektur führen. Die Größenordnung dieser Systematiken wird hierbei mittels simulierten Gestaltabweichungen bestimmt. Die Offsetkorrektur bei Punktverbänden wird in Kapitel 6 ausführlich untersucht. Im Unterschied zu Kapitel 5 wird hierbei der Lage der einzelnen Messpunkte zueinander berücksichtigt. Der Einfluss der Nachbarschaften der Punkte verdeutlicht sich z.B. bei der Vermaschung nach den Bedingungen nach Delaunay. Weiterhin werden typische Freiformgeometrien vorgestellt und allgemein ihre charakteristischen Schwierigkeiten beschrieben. Darauf aufbauend wird ein alternativer neuartiger Modellierungsansatz für Freiformgeometrien entwickelt, der bedeutende Vorzüge in der Anwendung aufweist. Weiterhin wird mit einer ausgewählten Fallstudie der neue Ansatz für typische Freiformgeometrien evaluiert und eingehend bewertet. Dem folgt von einer detaillierten Untersuchung der Ableitung der Objektgeometrien, bei der besondere Artefakte aufgezeigt und bewertet werden. Zusätzlich wird für die Generierung der parallelen Geometrie bei vermaschten Messpunkten ein neuer sequentieller Ansatz vorgestellt, der bisher auftretenden Systematiken begegnet.

In Kapitel 7 werden, ausgehend von vorherigen Kapiteln, Schlussfolgerungen für spezielle Messaufgaben erarbeitet, die es einerseits nun ermöglichen unzugängliche Spaltmaße zu messen, wie auch andererseits, basierend auf parallelen Geometrien, einen Modellansatz zur Eindringtiefenkorrektur bereitstellen. Abschließend folgt in Kapitel 8 eine Diskussion der Ergebnisse, sowie ein Ausblick für geeignete Anwendungen. Zur leichteren Orientierung werden zuletzt ein Abkürzungs- sowie ein Variablenverzeichnis aufgeführt.



## Thematische Einführung

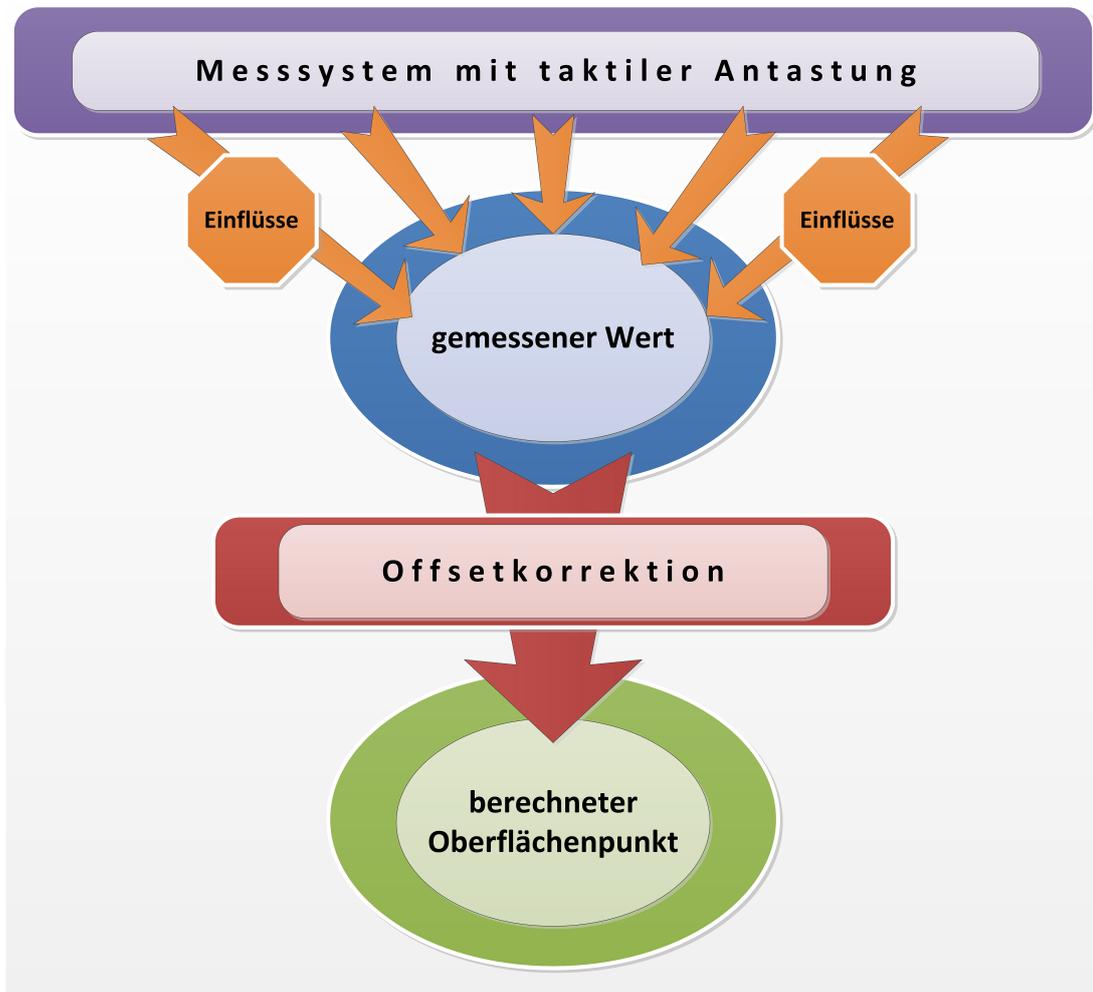
Zur thematischen Einführung wird in Kapitel 2.1 ein Überblick über das Themengebiet der taktilen Oberflächenerfassung und die allgemeine Unterteilung dieser Arbeit gegeben. Darauf aufbauend werden anschließend die vielfältigen Messsysteme zur taktilen Antastung unterschieden und ihre Besonderheiten herausgearbeitet (vgl. Kapitel 2.2). Darüber hinaus werden typische Genauigkeiten für die präzisen Ausführungen der jeweiligen Systeme dargelegt um einen Basis für die Einschätzung der Unsicherheitsbeiträgen zu geben, die durch systematische Abweichungen bedingt sind. Gesondert wird die Schwierigkeit herausgestellt, dass reale Oberflächen keinen idealen Geometrien unterliegen, was gleichzeitig einer der Kerngedanken dieser Arbeit ist. Darauf aufbauend wird in Kapitel 2.3.2 eine neue allgemeine Festlegung zur Trennung dieser Gestaltabweichungen getroffen, die insbesondere Gültigkeit für große Objektgeometrien und Messvolumina hat. Ferner wird in Kapitel 2.4 die generelle Messkonfiguration am Objekt analysiert und der Einfluss der Normalenrichtung mittels Modellbetrachtung auf das Unsicherheitsbudget beziffert. Schließlich werden ausgewählte besondere Teilaspekte, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht oder neu entwickelt wurden, aufgeführt (vgl. Kapitel 2.5).

### 2.1 Allgemeine Unterteilung

Die Generierung von Oberflächendaten mittels taktile Antastung lässt sich in zwei wesentliche Themenkomplexe unterteilen, an denen ebenfalls die Struktur dieser Arbeit orientiert ist. Mithilfe von Abbildung 2.1 werden im Folgenden diese beiden Gebiete näher erläutert.

#### 2.1.1 Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche

Bei dem Einsatz eines Messsystems mit taktile Antastung wird ein dreidimensionaler Messwert stets auf einen bestimmten Zielpunkt (gemessener Wert) bezogen. Dieser Zielpunkt liegt stets innerhalb der Messmittelgeometrie, die typischerweise Kugelreflektoren, Taster oder



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Generierung von Oberflächendaten mittels taktiler Antastung, die gleichzeitig die Themenkomplexe verdeutlicht, die in dieser Arbeit näher untersucht werden.

Prismen sind (vgl. Kapitel 3). Werden bei der Messaufgabe relative Informationen gefordert, die z.B. in zeitlichen Epochen zu erfassen sind – wie beispielsweise das Überwachen von Objekten oder Prozessen – ist es ausreichend die Änderung des Zielpunktes zu registrieren. Eine ähnliche Situation liegt bei dem Einrichten eines Festpunktfeldes bzw. bei dem Einmessen in ein solches Feld vor, das dauerhaft vermarktet ist. Bei solchen Anwendungen wirken hauptsächlich die Einflussfaktoren, wie die Umgebungsbedingungen, das Messsystem, der Anwender oder die Messstrategie auf den gemessenen Wert, die in Kapitel 2.2 aufgeführt werden. Allerdings sind aufgrund einer relativen Analyse und Auswertung der Daten, bezogen auf den Zielpunkt, bestimmte Einflüsse, wie z.B. die Formtoleranz oder der Radius des Tasters, zu vernachlässigen. Ist hingegen die Oberflächengeometrie eines Objektes von Interesse und es findet eine eigentliche taktile Antastung statt, ist die absolute Lage des

gemessenen Wertes bezogen auf die Objektgeometrie entscheidend, um auf die gesuchte Oberflächeninformation zu schließen (vgl. Kapitel 2.1.2). Durch den physischen Kontakt des Messmittels mit der zu erfassenden Oberfläche sowie durch die Oberfläche selbst (s. Kapitel 2.3 und Kapitel 2.4), wirken verschiedene Einflüsse, wie z.B. die mechanische Filterung, die Tasterbiegung oder der Verschleiß, auf die Lage des gemessenen Wertes (vgl. Abbildung 2.1 und Kapitel 4). Diese Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche wird insbesondere bei großvolumigen Anwendungen und der Mehrheit der Messsysteme gerne vernachlässigt, sodass dies im Rahmen dieser Arbeit genauer untersucht wird.

### 2.1.2 Offsetkorrektur zur Generierung der Oberflächengeometrie

Bei der taktilen Antastung findet keine relative Betrachtung der Messdaten bezogen auf den Zielpunkt statt (vgl. Kapitel 2.1.1), sondern es sind eigentliche Oberflächeninformationen gesucht, die aus den gemessenen Werten abzuleiten sind. Die während des physischen Oberflächenkontakts registrierten 3D-Punkte unterliegen nicht nur der Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche (vgl. Kapitel 2.1.1), sondern repräsentieren insbesondere indirekt die Geometrie des zu messenden Objekts. Daher ist, ausgehend von den gemessenen Werten, die Differenz zwischen Zielpunkt und angetastetem Oberflächenpunkt zu korrigieren – entsprechend eine Offsetkorrektur allgemein unerlässlich (vgl. Abbildung 2.1). Wie in Kapitel 2.4 erläutert, müssen hierzu für jeden gemessenen Wert die Richtung sowie der Abstand zum tatsächlichen Ist-Berührungspunkt mit der Oberfläche bekannt sein. Generell liegen diese Informationen allerdings nicht vor, sodass anhand von verschiedenen Strategien und Methoden versucht wird, die notwendigen Korrekturen zu erfassen oder zu approximieren um damit Oberflächenpunkte zu berechnen. Als zweiter Komplex dieser Arbeit werden die potentiellen Verfahren der Offsetkorrektur analysiert sowie die Möglichkeiten zur Generierung von Oberflächen betrachtet. Es ist hierbei zwischen den Verfahren der Offsetkorrektur für Einzelpunkte (vgl. Kapitel 5) und denen für Punktverbände (vgl. Kapitel 6) zu differenzieren. Ferner existieren unterschiedliche Verfahren um die Einzelpunktkorrektur durchzuführen, sodass diese zu kategorisieren, zu untersuchen sowie hinsichtlich ihrer Unsicherheitsbeiträge zu bewerten sind. Einen bedeutenden Einfluss üben Gestaltabweichungen auf die Bestimmung der Normalenrichtung bei der Nutzung von A-priori-Geometrien aus, sodass die Unsicherheitsbeiträge aufgrund dieser Einflüsse abzuschätzen sind. Für Punktverbände wird ein neues Verfahren bei der Vermaschung konzipiert und insbesondere wird ein alternativer neuartiger Ansatz für die Modellierung von Freiformgeometrien entwickelt (vgl. Kapitel 6.2), der direkt Messpunkte als Kontrollpunkte verwendet und wesentliche Vorzüge in der Anwendung vorweist. Die Schwierigkeiten bei der Freiformmodellierung sowie die der herkömmlichen Ansätzen werden in Kapitel 6.1.3 betrachtet, wohingegen die Besonderheiten und Unterschiede des alternativen Ansatzes in Kapitel 6.2.3 bewertet werden. Allerdings treten ebenfalls bei der Ableitung von Objektgeometrien Artefakte auf, sodass ferner die Parallelgeometrien zu untersuchen sind (vgl. Kapitel 6.3).

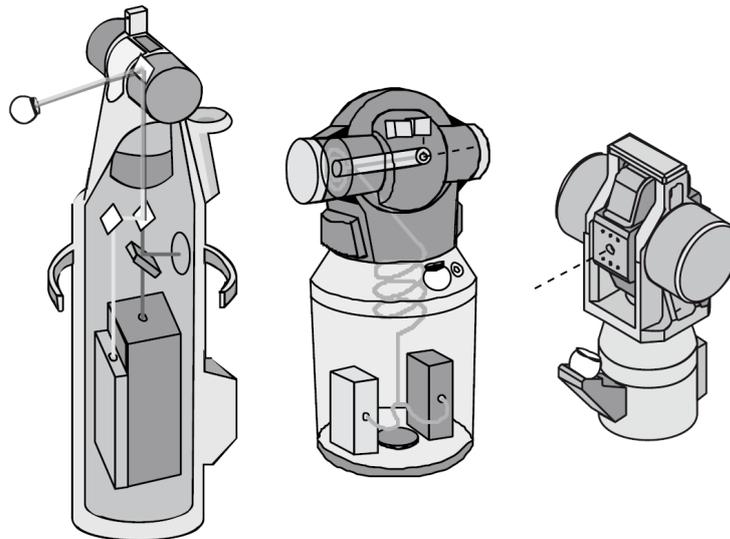
## 2.2 Messsysteme mit taktiler Antastung

Für das taktile Messen von Oberflächen werden die Messsysteme, Lasertracker, Gelenkmessarm, kartesische Koordinatenmessgeräte, Tachymeter sowie Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme angeboten, die auf unterschiedlichen Messkonzepten beruhen. Im Folgenden werden die verschiedenen Systeme in Hinblick auf taktilen Messen von Oberflächen betrachtet. Abhängig von der Anwendung oder der Messaufgabe, spielen z.B. die Portabilität, die Sichtbarkeitsbedingungen, die Genauigkeit oder das maximale Messvolumen eine wichtige Rolle und so hat jedes der Systeme seine Vor- und Nachteile. Abschließend werden in Kapitel 2.2.6 diese Eigenschaften der unterschiedlichen Messsysteme nochmals separat gegenübergestellt.

### 2.2.1 Lasertracker

Ein Lasertracker ist ein polares Messsystem, das grundsätzlich aus der Kombination von zwei Winkelinformationen und einer Streckenmessung zu einem Reflektor 3D-Koordinaten ableitet, die meist in einem Kugelkoordinatensystem ausgegeben werden. Die Berechnung basiert allerdings nicht auf einem einfachen polaren Modell, sondern abhängig von der Bauform (vgl. Abbildung 2.2) werden verschiedene komplexe Fehlermodelle zugrunde gelegt. Allgemein werden zwei Typen abhängig von der Strahlführung unterschieden: Zum Einen das Trackermodell mit kardanisch gelagertem Ablenkspiegel (vgl. z.B. Abbildung 2.2 (links)) und zum Anderen das Modell mit kardanisch gelagerter Strahlquelle (vgl. z.B. Abbildung 2.2 (Mitte und rechts)), bei dem das gesamte Messsystem nachgeführt werden muss (vgl. [Wec12]).

Für die Bestimmung der Elevation und des Azimuts werden Winkelencoder zusammen mit einem Flächensensor, der die Encoderwerte anhand der gemessenen Ablage des reflektierten Lichtflecks verbessert und zur Strahlnachführung dient, eingesetzt. Durch die teilweise Kombination mit einer elektronischen Libelle werden abhängig vom Messsystem 3D-Koordinaten in einem horizontalen Bezugssystem geliefert. Multilaterationssysteme, wie beispielsweise Lasertraccer, die eine 3D-Position lediglich durch Streckenmessungen bestimmen, sind für taktile Oberflächenmessungen durch den erhöhten Aufwand untypisch und werden nicht näher betrachtet. Bei Lasertrackern erfolgt die Streckenbestimmung entweder relativ mit einem Interferometer (IFM), oder absolut mit einem sogenannten Absolutdistanzmesser (ADM), wobei auch hybride Lösungen angeboten werden, die beide Verfahren vereinen. Bei dem handgeführten taktilen Scannen von Oberflächen handelt es sich allgemein immer um einen kinematischen Messvorgang, bei dem hohe Messfrequenzen bzw. geringe Integrationszeiten obligatorisch sind. Dies wird jedoch lediglich von Lasertrackern mit IFM bzw. mit hybridem Distanzmessmodul und PSD (Position Sensing/Sensitive Detector) erreicht. Hierbei beträgt die Datenausgaberate z.B. 1000 Hz (vgl. [HM13b]) und es liegt keine spezifische „Integrationszeit“ vor. Lasertracker mit einem ADM-Distanzmessmodul ermöglichen zwar das Verfolgen (Tracken) eines Reflektors aufgrund des eingebauten Flächensensors (z.B.



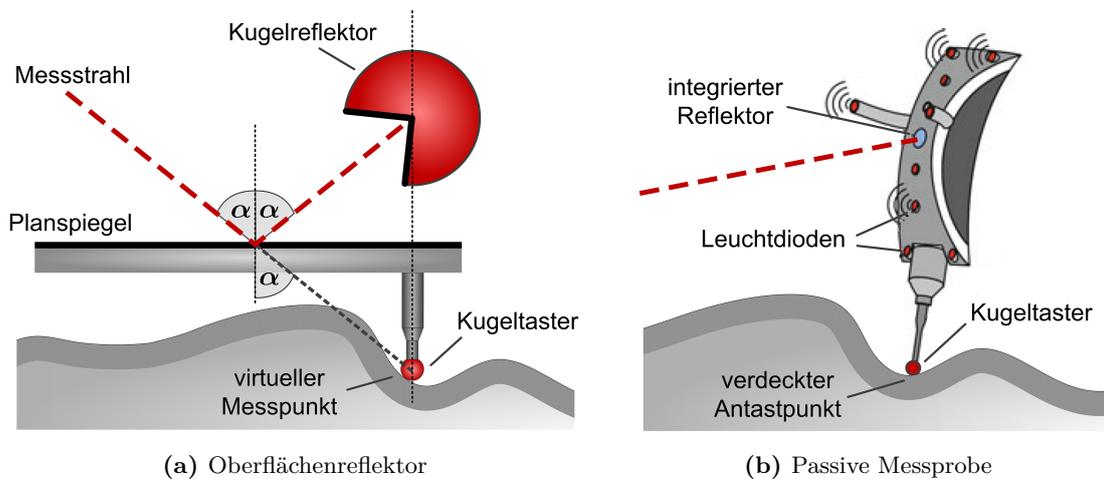
**Abbildung 2.2:** Exemplarische Lasertracker mit Interferometer und unterschiedlichen Strahlführungen ([Wec12]).

CMOS<sup>1</sup>), allerdings treten hierbei Abtastgeschwindigkeiten auf, die mitunter für taktilen Scannen zu gering sind (vgl. [FT12] und [LG10a]). Zusätzlich wird beispielsweise die maximale Genauigkeit für die Distanzbestimmung lediglich bei einer gewissen Integrationszeit erreicht (vgl. [GR11]). Die Integrationszeit von z.B. 2 s führt bei dem handgeführten taktilen Scannen mit einer typischen Geschwindigkeit von 0,1 m/s zu einer Unsicherheit allein durch die Bewegung von 20 cm, falls Messpunkte überhaupt erfassbar sind. Bei einer statischen Einzelpunktantastung wirkt sich hingegen die Integrationszeit der ADM-Messmodule durch die minimale Bewegung des Reflektors durch den Benutzer viel geringer aus. Allgemein werden die Messgenauigkeiten z.B. nach ASME B89.4.19:2006 oder zukünftig ebenfalls nach DIN EN ISO 10360-10:2014E spezifiziert. Als Messmittel werden die in Kapitel 3.1 beschriebenen Kugelreflektoren eingesetzt, mit denen typischerweise radiale Reichweiten bei IFM-Messungen zwischen 60 m bis 80 m erzielbar sind, die unter guten Bedingungen teilweise überschritten werden. Bei Systemen mit reinem ADM-Distanzmessmodul werden darüber hinaus radiale Reichweiten von bis zu 160 m angegeben (vgl. [LG10a]). Für die Lage eines 3D-Punktes (Zentrum Kugelreflektor) unter Verwendung eines IFMs wird beispielsweise bei einer Entfernung von 2 m eine Unsicherheit (MPE<sup>2</sup>) von 20  $\mu\text{m}$  bzw. bei 10 m ein Wert von 75  $\mu\text{m}$  ( $\pm 15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m}/\text{m}$ ) spezifiziert (vgl. [HM13b]).

Bei der Verwendung von Kugelreflektoren ist stets eine Sichtverbindung notwendig, sodass bei der Erfassung von verdeckten oder schwer zugänglichen Punkten ebenfalls sogenannte Oberflächenreflektoren zum Einsatz kommen (vgl. z.B. Abbildung 2.3a). Durch die Kombination eines Planspiegels mit einem Reflektor wird ein virtueller Messpunkt erzeugt, der

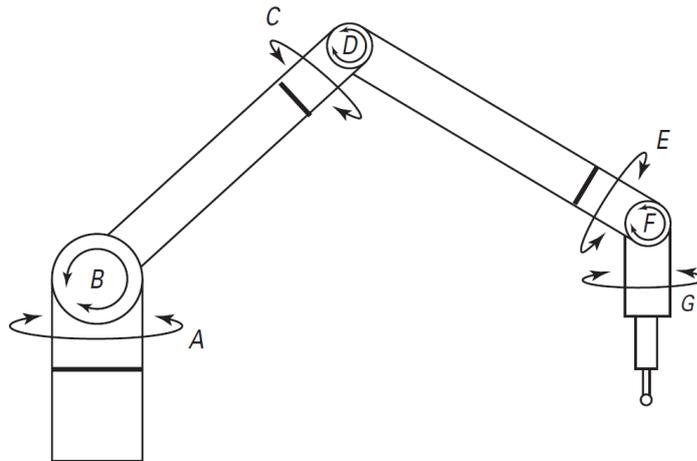
<sup>1</sup> Complementary Metal-Oxide-Semiconductor

<sup>2</sup> Maximum Permissible Error



**Abbildung 2.3:** Schematischer Aufbau eines Oberflächenreflektors in Verbindung mit einem Kugelreflektor und dem Einfallswinkel  $\alpha$  sowie Darstellung einer passiven Messprobe (nach [Los01] und [KM15]).

durch den mechanischen Aufbau im Zentrum eines Kugeltasters liegt (vgl. z.B. [Los01]). Gleichzeitig wird durch die Verwendung eines Kugeltasters anstatt eines SMRs zur taktilen Antastung der Radius für die Offsetkorrektur verkleinert und radiusabhängige systematische Effekte entsprechend reduziert (vgl. Kapitel 3.2.1). Wird eine größere Flexibilität gefordert oder ist zusätzlich zur reinen Bestimmung der Lage eines 3D-Punktes die Pose eines Objekts gesucht, besteht die Möglichkeit einen Lasertracker mit einer sogenannten Messprobe oder einem Handtaster mit bekannter Geometrie zu erweitern. Bei einer solchen Messprobe wird die 3D-Position weiterhin mit einem integrierten Reflektor gemessen. Die drei weiteren der sechs Freiheitsgrade (6DOF, Degrees Of Freedom) werden hingegen entweder mit aktiven Sensoren in der Messprobe (aktive Messprobe) bestimmt oder indem z.B. verbaute Leuchtdioden (vgl. Abbildung 2.3b) mit der integrierten bzw. einer additiven Kamera des Lasertrackers registriert werden (passive Messprobe). Zusätzlich zum Einsatz von verschiedenen Tastern (vgl. Kapitel 3.2) an der Messprobe ist optional das berührungslose Messen von Oberflächen durch einen integrierten oder adaptierten Linienscanner möglich. Abhängig vom 6DOF-Messprinzip werden unterschiedliche Reichweiten und Unsicherheiten erzielt. Während die aktive Messprobe lediglich durch die maximale Messdistanz des Lasertrackers limitiert ist, wird die radiale Reichweite einer passiven Messprobe höchstens mit 25 m angegeben (vgl. [HM13b]). Eine 3D-Punktunsicherheit (MPE) liegt bestenfalls bei geringen Messdistanzen (unter 7 m) bei  $75 \mu\text{m}$  und bei großen Entfernungen (über 15 m) bei  $40 \mu\text{m} + 5 \mu\text{m}/\text{m}$  (vgl. [AP13]). Die angegebenen Werte beziehen sich dabei auf statische Messungen bei idealen Messprobenkonfigurationen. Bei taktilen Scanning oder längeren Tastern ist die Messunsicherheit eines 3D-Punktes durch die zugrundeliegende Genauigkeit der 6DOF-Information größer.



**Abbildung 2.4:** Schematische Darstellung eines Messarms mit sieben Achsen (A bis G) und Kugeltaster (ASME B89.4.22:2004).

### 2.2.2 Gelenkmessarm

Ein Gelenkmessarm, oder kurz Messarm, ist ein portables, handgeführtes Messsystem, das die Erfassung von 3D-Koordinaten durch die Kombination von kalibrierten Längen mit Messwerten von Winkelencodern ermöglicht. Ein solches Messsystem ist ebenfalls unter dem Begriff Gelenkarm-Koordinatenmessgerät bzw. Gelenkarm-KMG bekannt und wird von diversen Herstellern in verschiedenen Längen mit Messvolumen zwischen rund 1 m bis 4,5 m (Durchmesser) sowie unterschiedlichen Genauigkeitsklassen angeboten. Durch die Verwendung von in der Regel sechs oder sieben Achsen (vgl. Abbildung 2.4), die typisch keine mechanischen Beschränkungen aufweisen, ist es möglich, dass ein identischer Punkt aus verschiedenen Richtungen und damit unterschiedlichen Armstellungen antastbar ist. Dadurch treten bei der Erfassung selbst von komplexen Geometrien nur geringe Abschattungseffekte auf. Objekte, die mit ihren Abmessungen innerhalb des Messvolumens eines Messarms liegen, sind dadurch typischerweise vollständig von einem Standpunkt aus messbar. Dieser flexible mechanische Aufbau der Messarme entspricht grundsätzlich dem der Mehrachsroboter aus der Industrie (Industrieroboter), sodass für die Fehlermodelle entsprechend gleichartige Beschreibungen eingesetzt werden.

Die verbauten Drehgeber in den Achsen arbeiten entweder nach einem inkrementellen oder absoluten Verfahren, sodass bei ersterem vor dem Einsatz des Messsystems eine Referenzierung bzw. Initialisierung durchzuführen ist, bei der für jede Achse der Nulldurchgang bestimmt wird. Durch den optionalen Anbau von externen Linienscannern oder die Nutzung von teilweise integrierten Scannern ist es zusätzlich zur taktilen Erfassung der Oberflächen ebenfalls möglich, Objekte berührungslos und flächig zu messen. Für die leichtere Handhabung werden hierbei stets Messarme mit sieben Achsen verwendet, die die äußere Orientierung für den Scanner bereitstellen. Bei der taktilen Antastung werden verschiedene

Taster, wie sie in Kapitel 3.2 beschrieben sind, mit unterschiedlichen Materialien eingesetzt. Dabei finden starre Kugeltaster mehrheitlich Verwendung, aber auch schaltende Taster (vgl. Kapitel 2.2.3) sowie Taster mit Aufnahmen für Kugelreflektoren (vgl. Kapitel 3.1.1) sind verfügbar. Die Ergonomie sowie die Portabilität eines Messarms werden typischerweise durch ein Dämpfungssystem, den möglichen Akkubetrieb und durch eine Funkverbindung unterstützt. Klassisch dient dem Messsystem als Fundament ein massives Stativ, oder es wird mittels Haltevorrichtung (magnetisch, pneumatisch, oder mit Verschraubung) auf einem stabilen Untergrund, wie z.B. einem optischen Tisch, montiert. Die Zertifizierung eines Messarms erfolgt in der Regel nach ASME B89.4.22:2004 oder nach VDI/VDE 2617:2009 Blatt 9, wobei in Ausnahmefällen DIN EN ISO 10360-2:2010 Anwendung findet. Ferner wird zukünftig DIN EN ISO 10360-12:2014E für die Zertifizierung zur Verfügung stehen. Bei aktuellen Modellen liegt beispielsweise die Reproduzierbarkeit eines einzelnen Messpunktes nach ASME B89.4.22:2004 bei einem Messarm der höchsten Genauigkeit mit sieben Achsen und einem Messvolumen von 2 m bei rund 20  $\mu\text{m}$  und nimmt mit ca. 25  $\mu\text{m}/\text{m}$  bis rund 90  $\mu\text{m}$  bei einem Messvolumen von 4,5 m zu.<sup>1</sup>

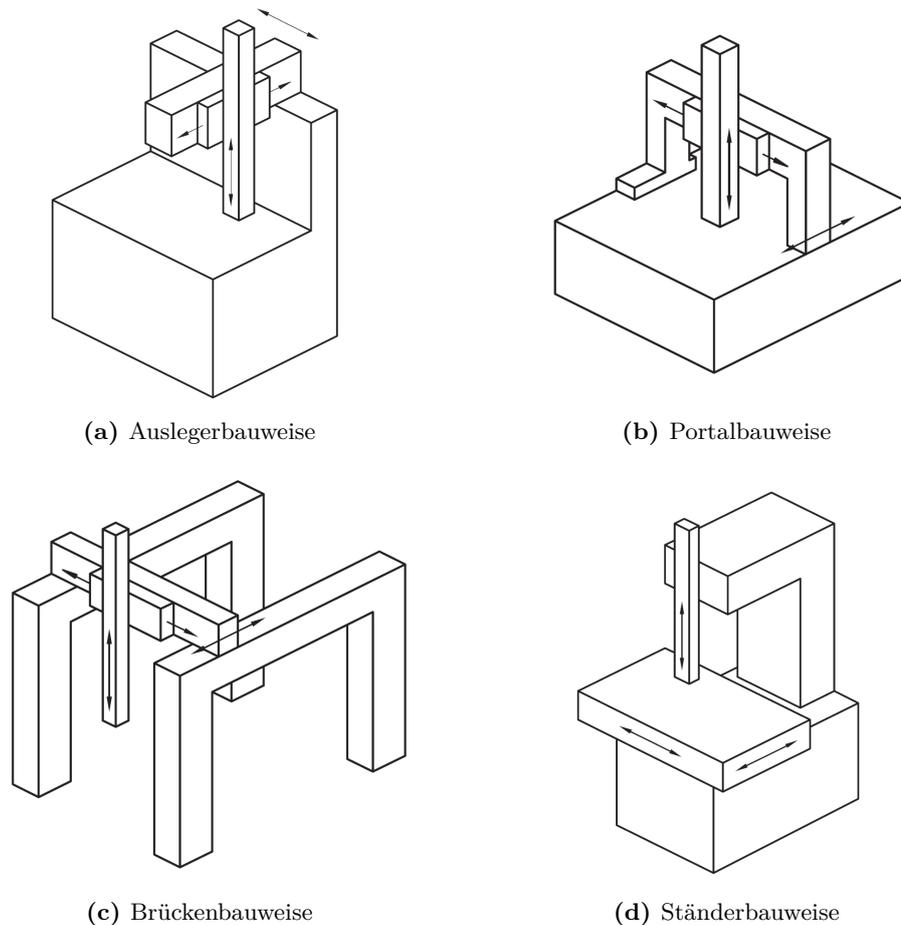
### 2.2.3 Kartesische Koordinatenmessgeräte

Eine große Gruppe für taktile Oberflächenerfassung sind kartesische Koordinatenmessgeräte, oder kurz kartesische KMGs, die Punkte im Raum anhand von drei zueinander senkrecht geführten Achsen erreichen. Außerdem werden sie als konventionelle Koordinatenmessgeräte bezeichnet (vgl. [Wec12]). Ebenfalls sind sie unter dem Namen stationäre Koordinatenmesssysteme bekannt, da sie im Unterschied zu allen andern Messsystemen nicht portabel sind und jeweils das zu messende Objekt in das Arbeitsvolumen des Messsystems zu bringen ist. Sind zusätzlich zu den taktilen Messungen durch die Erweiterung mit einem optischen Sensor berührungslose Oberflächenerfassungen möglich, werden diese Systeme ferner als kartesische Multisensor-Koordinatenmessgeräte bezeichnet.

Nach DIN EN ISO 10360-1:2003 werden zehn verschiedene Bauformen unterschieden, die sich jedoch in die vier grundsätzlichen Typen Ausleger-, Portal-, Brücken- und Ständerbauweise einteilen lassen (vgl. Abbildung 2.5). Abhängig davon welche Achsen sich bewegen oder starr sind, ergeben sich Varianten der vier typischen Bauformen. Allgemein lassen sich drei Fälle differenzieren: Ob das zu messende Objekt durch den Tisch bewegt wird, ob die Achsen des Koordinatenmessgeräts bewegt werden, oder ob Tisch und Achsen des KMGs beweglich sind. Der Tisch ist in der Regel aus Granit, Stahl oder Gusseisen gefertigt und bietet zum stabilen Aufspannen von Messobjekten typisch T-Nutenprofile oder Gewindeeinsätze bzw. -bohrungen, die in einem Raster angeordnet sind. Bei den Führungen der Achsen werden beispielsweise Luftlager eingesetzt, die aufgrund der Reibungseigenschaften gutes Ruckgleitverhalten zeigen, allerdings schwingungsempfindlich sind (vgl. z.B.

---

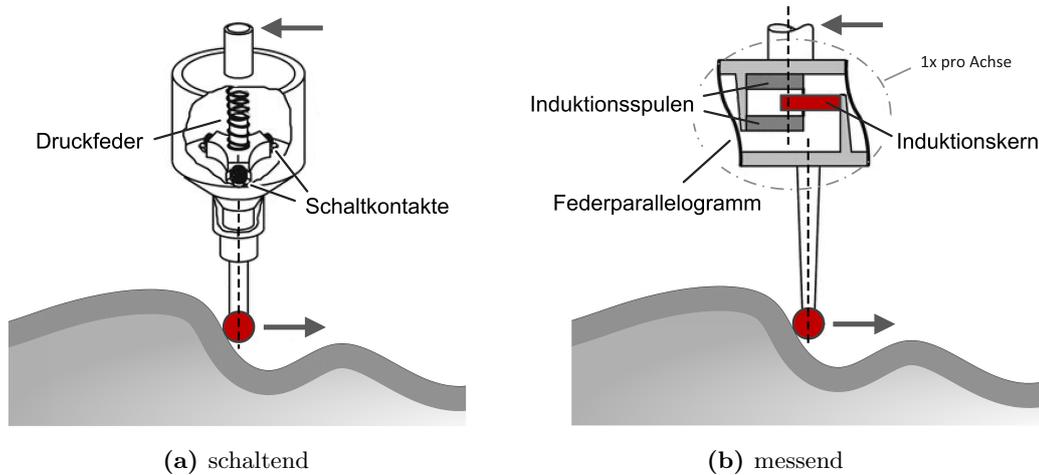
<sup>1</sup> Die Angaben zur Reproduzierbarkeit beziehen sich auf die Hälfte der maximalen Abweichung (3D) zwischen der Lage eines einzelnen Messpunktes zum entsprechenden Erwartungswert aus Wiederholungsmessungen zu einem identischen Punkt.



**Abbildung 2.5:** Exemplanische Bauformen kartesischer Koordinatenmessgeräte (DIN EN ISO 10360-1:2003).

[KM15]). Dies spielt insbesondere während des taktilen Scannens eine Rolle, da hierbei mitunter Kräfte auftreten, die zu einer harmonischen Anregung führen. Die Maßverkörperung an den kartesischen Achsen, auf deren Basis die 3D-Koordinaten abgeleitet werden, erfolgt mittels Linearmaßstab, der typischerweise in Form eines Glasmaßstabs umgesetzt ist.

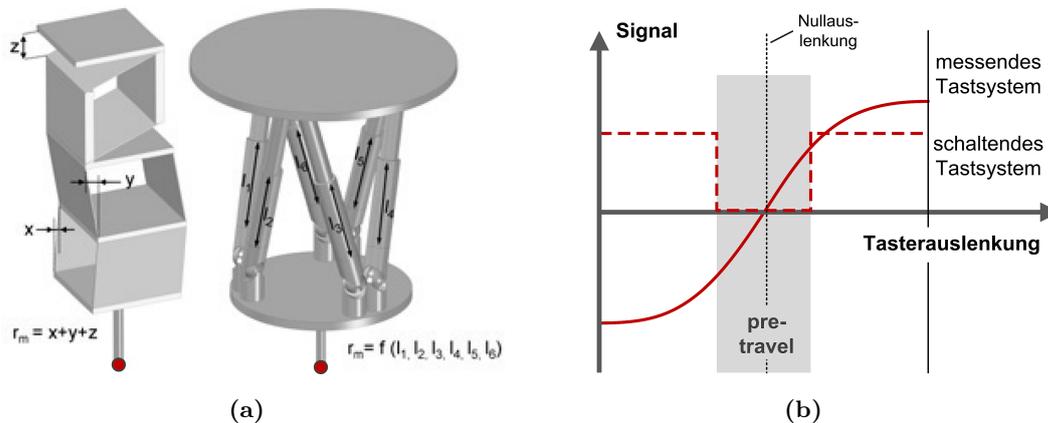
Jede der zuvor beschriebenen Bauformen hat ihre Vor- und Nachteile (vgl. Abbildung 2.5). Wesentliche Kriterien sind das Messvolumen, die erreichbare Unsicherheit, kombiniert mit der Messgeschwindigkeit, die Zugänglichkeit zum Messvolumen und die zulässigen Umgebungsbedingungen. Beispielsweise werden Baugrößen von Achsen über 10 m mit Ausleger-, Portal- oder Brückenbauweise erreicht, wobei spezifiziert wird, dass die Längenmessabweichung nach DIN EN ISO 10360-2:2010, die einen MPE-Wert darstellt, im kompletten Volumen z.B. stets unter dem Wert von  $12\ \mu\text{m}$  liegt (vgl. [CZIM11]). Bei einem Messvolumen von rund einem Kubikmeter und einer maximalen Raumlänge von knapp 2 m wird hingegen eine Längenmessabweichung von z.B. knapp  $2\ \mu\text{m}$  erreicht (vgl. [CZIM14]). Um diese



**Abbildung 2.6:** Darstellung des Prinzips eines messenden bzw. schaltenden Messkopfsystems (nach [KM15]).

geringen Unsicherheiten zu erzielen sind beispielsweise hohe Steifigkeiten erforderlich und in der Regel sind die ausgegebenen 3D-Koordinaten auf Basis eines umfangreichen Fehlermodells, bei dem beispielsweise 21 geometrisch bedingte Parameter eingehen, verbessert. Bei geringeren Messvolumen oder kleineren Objektgrößen werden darüber hinaus selbst Längenmessabweichungen von unter  $0,5\ \mu\text{m}$  bei taktilem Antasten angegeben.

Bei aktuellen kartesischen KMGs wird für taktiles Messen anstatt eines rein starren Tasters im Allgemeinen ein schaltendes oder messendes Messkopfsystem eingesetzt, das optional mittels Drehschwingsystem im Raum manuell oder automatisch positionierbar ist. Ferner kommen sie in Verbindung mit Werkzeugmaschinen (WZM) zum Einsatz, sodass beispielsweise zusätzlich zum Ausrichten von Werkstücken ebenfalls Oberflächen innerhalb des Arbeitsvolumens der WZM taktile messbar sind (vgl. z.B. [DJH15]). Bei dem Antasten einer Oberfläche wird bei einem schaltenden Messkopfsystem (Touch-Trigger Probes) (vgl. Abbildung 2.6a) die Punktmessung entsprechend registriert, wenn für die Antastkraft des Tasters ein gewisser Schwellwert überschritten und ein Auslösesignal erzeugt wird (vgl. z.B. [Wec12]). Hierbei wird die Antastkraft durch die stetige kinematische Bewegung des Messkopfs während des Messvorgangs größer. Der dabei entstehende Fahrweg wird als „pre-travel“ bezeichnet (vgl. Abbildung 2.7b) und ist abhängig von der gewählten Antastkraft, der Tasterlänge und dem Sensorprinzip. Beispielsweise beträgt der Fahrweg bei einem kinematisch resistiv schaltenden Messkopfsystem mit  $15\ \text{g}$  Antastkraft und einer Tasterlänge von  $50\ \text{mm}$  bis zu rund  $7,5\ \mu\text{m}$ . Durch den mechanischen Aufbau ist dieser Weg richtungsabhängig, was als „pre-travel variation“ (PTV), oder „Lobing“ (vgl. z.B. [Neu04]) bezeichnet wird und für das genannte Messkopfsystem mehrere Mikrometer, bezogen auf die Ebene senkrecht zu Tasterachse, annimmt (vgl. [Ren14a]). Dies ist gleichbedeutend mit unterschiedlichen Antastkräften, die ein verschiedenes mechanisches Verhalten des Tasters wie auch der Oberfläche bewirken (vgl. Kapitel 4). Zwischen seitlicher Antastung und Antastung mit dem



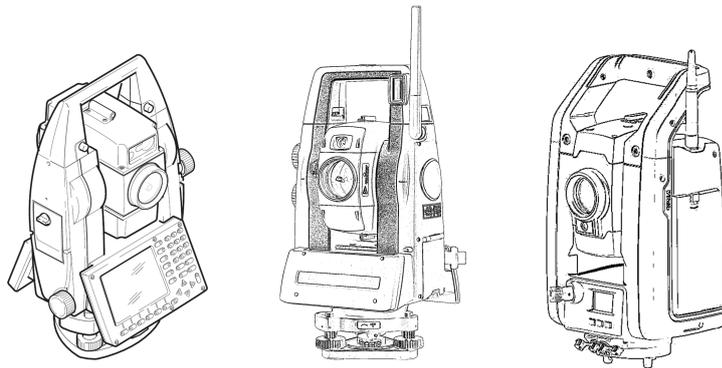
**Abbildung 2.7:** Schematischer Aufbau von messenden Messköpfen (a) und Abhängigkeit zwischen Signal und Tasterauslenkung (b) (nach [Wec12]).

Pol des Tasters sind die Unterschiede für die Kräfte zur Erzeugung eines Auslösesignals im Allgemeinen größer, für gängige schaltenden Messkopfsysteme unterscheiden sie sich sogar um ein Vielfaches. Diese PTV wird typisch mit einem richtungsunabhängigen, sphärischen Kalibriermodell berücksichtigt (vgl. [Ren14a]), sodass der mittlere „pre-travel“, allerdings nicht die Variation, kompensiert wird. Darüber hinaus ist hierbei zu berücksichtigen, dass sich abhängig von der Antastungsvariante (vgl. Kapitel 4.3) und dem gesuchten Objektmerkmal der Einfluss der PTV nicht auswirkt. Dies ist z.B. bei der unidirektionalen Antastung eines Differenzmaßes gegeben, was beispielsweise beim Einsatz eines Stufenendmaßes beim Prüfen oder Kalibrieren eines kartesischen KMGs auftritt.

Durch den Einsatz von mehreren Piezoelementen, Dehnungsmessstreifen (DMS) oder durch ein optisches System mit Differential-Photoelement bei schaltenden Messköpfen zur Erfassung der Tasterauslenkung bzw. Antastkraft ist es möglich, den Schwellwert zur Erzeugung des Auslösesignals niedriger festzulegen und insbesondere die Richtungsabhängigkeit der notwendigen Antastkraft zur Generierung eines solchen Signals erheblich zu minimieren. So reduziert sich beispielsweise bei dem Taster mit 50 mm Länge bei geringerer Antastkraft der „pre-tavel“ auf rund  $1,2\ \mu\text{m}$  und die PTV, bezogen auf die Ebene senkrecht zu Tasterachse, liegt bei ca.  $0,3\ \mu\text{m}$  (vgl. [Ren14a]) mit entsprechend homogenerem mechanischen Verhalten bei der Oberflächenantastung.

Während das Messen von Einzelpunkten meist mit schaltenden Messköpfen durchgeführt wird, werden in der Regel messende Messköpfe zum taktilen Scanning eingesetzt (vgl. [Ric10]). Anstatt der Überschreitung eines Schwellwertes zur Auslösung einer Messung wird bei messenden Messköpfen (vgl. Abbildung 2.6b) stetig die Auslenkung bzw. Antastkraft durch induktive, kapazitive, skalenbasierte oder optische Sensoren in die drei Raumrichtungen bestimmt (vgl. [Wec12]). Es liegen somit während der kinematischen Auslenkung des Tasters kontinuierlich die Messwerte der eingesetzten Sensoren vor (vgl. Abbildung 2.7b). Nach [Wec12] wird dabei die Raumrichtung ermittelt, indem drei Komponenten, die typischerwei-





**Abbildung 2.8:** Exemplarische Tachymeter bzw. Totalstationen mit höchster Genauigkeit (nach [LG09a], [Top14] und [TN15]).

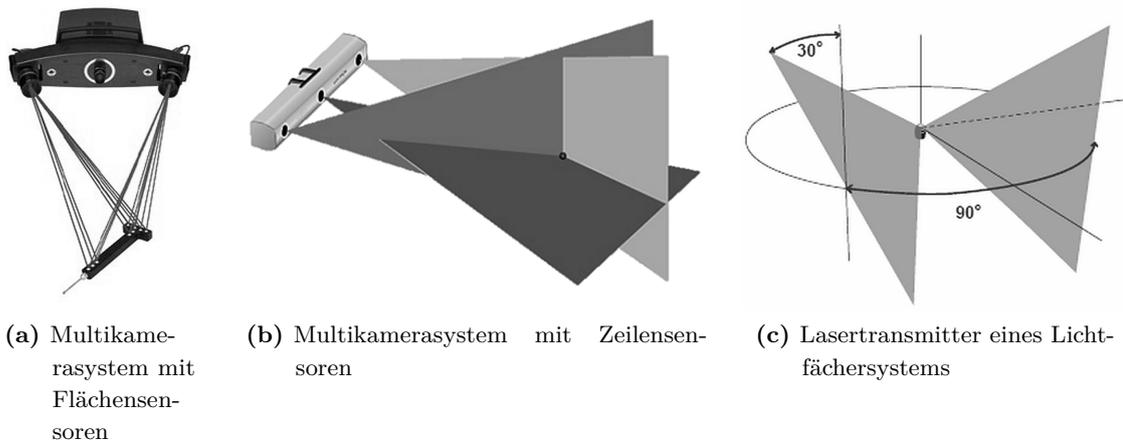
die Distanzmessgenauigkeiten ( $1\sigma$ ) bei 2 mm und darüber.<sup>1</sup> Höhere Streckengenauigkeiten ( $1\sigma$ ) sind mit Tripelprismen (vgl. Kapitel 3.3.1) zu erreichen und werden z.B. mit  $0,6\text{ mm} + 1\ \mu\text{m/m}$  (vgl. z.B. [LG09b]) unter idealen Bedingungen für Reichweiten über mehrere Kilometer spezifiziert. Taktile Messungen werden typischerweise ebenfalls mit Kugelreflektoren (vgl. Kapitel 3.1) durchgeführt. In Kombination mit einem Tachymeter, das für Reichweiten bis 600 m optimiert wurde, werden 3D-Punktgenauigkeiten (MPE) für das Kugelzentrum unter 30 m mit  $\pm 0,5\text{ mm}$  bzw. über 30 m mit  $\pm 0,3\text{ mm} + 13\ \mu\text{m/m}$  angegeben (vgl. [HM13a]).

### 2.2.5 Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme

Werden photogrammetrische Messsysteme mit Messproben kombiniert, ist zusätzlich zur klassischen optischen Oberflächenerfassung ebenfalls ein taktiler Antasten möglich und mitunter schwer zugänglichen oder sichtbaren Punkte sind messbar. Als weitere Variante ist der Taster alternativ durch einen Linienscanner ersetzbar, wodurch eine große Flexibilität gegeben ist. Werden passive Messproben ohne aktive Orientierungssensoren eingesetzt, sind alle 6DOF-Informationen photogrammetrisch zu bestimmen, wohingegen bei passiven Messproben in Kombination mit einem Lasertracker (vgl. Kapitel 2.2.1) die 3D-Position (3DOF) durch den integrierten Reflektor festgelegt und lediglich die Orientierung (3DOF) photogrammetrisch zu ermitteln ist. Bei passiven Messprobe in Verbindung mit einem Lasertracker werden nach [HM15a] bzw. [HM13b] beispielsweise radiale Reichweiten von 30 m sowie eine Messunsicherheit von 3D-Punkten bei unter 7 m mit  $100\ \mu\text{m}$  (MPE) angegeben (vgl. Kapitel 2.2.1).

Die 6DOF-Informationen lassen sich mit einem Ein- oder Multikamerasystem bestimmen (vgl. [Luh10]), indem beispielsweise mehrere Messmarken oder Leuchtdioden beobachtet

<sup>1</sup> Berührungslose Oberflächenerfassung ist außerdem mit speziellen Messstrategien wie dem räumlichen Vorwärtsschnitt möglich, bei dem eine bessere Unsicherheit erzielbar ist (vgl. z.B. [BFQS85]).



**Abbildung 2.9:** Exemplarische Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme für taktiles Antasten (schematisch) (nach [GOM08], [NM16] und [Arc06]).

werden. Aufgrund der bekannten Geometrie der Messprobe wird z.B. das Kugelzentrum eines eingesetzten Tasters abgeleitet. Bei einem Multikamerasystem ist die Basis meist fest (vgl. Abbildung 2.9a und Abbildung 2.9b), wobei ebenfalls frei positionierbare Systeme mit flexibler Basis zum Einsatz kommen. Als aktives Bauelement werden in den Kameras entweder Flächen- (vgl. Abbildung 2.9a) oder Zeilensensoren (vgl. Abbildung 2.9b) verwendet, wonach z.B. mittels räumlichen Vorwärtsschnitts die Lage der Referenzpunkte der Messprobe bestimmt werden. Laut Hersteller werden abhängig von der Messkonfiguration eine Einzelpunktgenauigkeit ( $2\sigma$ ) von bis zu ca.  $40\ \mu\text{m}$  erreicht (vgl. [NM16]) sowie ein mögliches Messvolumen von rund  $20\ \text{m}^3$  bzw. eine Objektgrößen von bis zu fünf Meter angegeben (vgl. [NM16] und [ADS12]).

Bei größeren Volumina ist ein Lichtfächersystem verfügbar, dass ebenfalls unter dem Namen iGPS<sup>1</sup> oder iSpace bekannt ist und aus vier oder mehr Lasertransmittern besteht, die ein Netzwerk bilden. Abhängig von der Anzahl der Transmitter werden Messvolumen von mehreren hundert Meter Ausdehnung erreicht. Innerhalb dieses Volumens wird die Messprobe mittels räumlichen Vorwärtsschnitts ausgehend von den Transmittern lokalisiert. Die dazu notwendigen Elevationswinkel und Azimute werden durch die Messprobe ermittelt, die selbst zwei oder mehr Receiver und die Spitze zur Antastung umfasst. Die beiden Lichtfächer der Transmitter rotieren mit unterschiedlichen, bekannten Frequenzen, wobei sie sich bezüglich des Azimuts um  $90^\circ$  unterscheiden; bezogen auf die Rotationsebene schneidet ein Lichtfächer diese unter dem Winkel von  $30^\circ$  (vgl. Abbildung 2.9c). Zusätzlich wird ein LED-Signal in Intervallen (vor jeder zweiten Umdrehung) abgestrahlt. Anhand des gemessenen Zeitunterschieds zwischen den beiden empfangenen Lichtfächern eines Transmitters sowie durch den zeitlichen Abstand zwischen dem ersten Fächer und dem LED-Signal wird die

<sup>1</sup> Der Begriff „iGPS“ steht hier für eine Produktbezeichnung und ist nicht als allgemeine Abkürzung für „Indoor-GPS“ zu sehen.

Elevation bzw. das Azimut zwischen Transmitter und Receiver bestimmt (vgl. [Arc06]). Mit dieser Methode werden laut Hersteller bei guter Konfiguration Unsicherheiten für einen 3D-Punkt im kompletten Messvolumen von unter  $200\ \mu\text{m}$  erreicht (vgl. [NM10]).

Bei dem Einsatz von passiven Messproben wird deutlich, dass abhängig vom Verfahren verschieden große Messvolumina und Unsicherheiten erzielt werden. In diesem Zusammenhang ist ein weiteres wesentliches Unterscheidungskriterium die Bedingung für die Sicht zwischen Messprobe und übrigen Messsystem, was sich unmittelbar auf die Flexibilität der taktilen Antastung auswirkt. Dies zeigt sich darin, ob beispielsweise eine Sichtverbindung zu mehreren Komponenten zu gewährleisten ist oder ob z.B. Sichtbeziehungen redundant vorhanden sind. Allgemein ist das taktile Scannen oder selbst das statische Antasten mit einer handgeführten Messprobe stets ein kinematischer Vorgang, sodass ebenfalls die zeitliche Synchronisierung der Kameras, die Belichtungszeit sowie die Messfrequenz einen wesentlichen Einfluss auf die erreichbare Unsicherheit haben. Allerdings ist es durch die Messprinzipien für die Photogrammetrie- und Lichtfächersysteme möglich, mehrere Messproben simultan zu erfassen oder beispielsweise die Bewegung des zu messenden Objekts zeitgleich zu registrieren und diese rechnerisch zu kompensieren, sodass gewisse Unsicherheitsbeiträge bei der taktilen Oberflächenerfassung reduziert werden.

### 2.2.6 Gegenüberstellung der Messsysteme

Anhand von Kapitel 2.2.1 bis Kapitel 2.2.5 wird deutlich, dass sich die Messsysteme mit taktiler Antastung in vielfältiger Art unterscheiden und entsprechend verschiedene Eigenschaften aufweisen. Im Folgenden werden auf Basis wesentlicher Beurteilungskriterien die einzelnen Systeme gegenübergestellt (vgl. Tabelle 2.1).

Beurteilungskriterium	Messsysteme mit taktiler Antastung				
	Laser-tracker	Gelenk-messarm	Kartesische KMGs	Tachy-meter	Photogram.- und Lichtfächersysteme
Messbereich in [m]	$10^2$	$10^0$	$10^1$	$10^3$	$10^2$
Beste 3D-Punktgenauigkeit im Messvolumen (MPE) in [m]	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$(10^{-7})$	$10^{-4}$	$(10^{-5})$
Portabilität	JA	JA	NEIN	JA	JA
Sichtbeziehung zum Messmittel	JA	NEIN	NEIN	JA	JA

**Tabelle 2.1:** Gegenüberstellung der unterschiedlichen Messsysteme mit taktiler Antastung anhand von wesentlichen Beurteilungskriterien, wobei sich der Messbereich auf den Durchmesser bzw. die Diagonale des Messvolumens bezieht und die Werte in Klammern interpretiert sind.

Es zeigt sich, dass sich der mögliche Messbereich der Systeme mit taktiler Antastung um mehrere Zehnerpotenzen unterscheidet. Allgemein sind Gelenkmessarme, kartesische

KMGs und Photogrammetriesysteme eher für kleine Messvolumina von wenigen Metern konzipiert, während Lasertracker, Lichtfächersysteme und insbesondere Tachymeter große Reichweiten von bis zu mehreren hundert Meter bieten. Der Messbereich bezieht sich dabei auf den Durchmesser bzw. auf die Diagonale des spezifizierten Messvolumens. Gleichmaßen werden bei der Angabe der besten 3D-Punktgenauigkeit im Messvolumen (MPE) mehrere Skalenbereiche überschritten. So liegen mehrheitlich die Genauigkeiten im zweistelligen Mikrometerbereich, wobei Tachymeter im besten Fall lediglich mehrere hundert Mikrometer erreichen. Hingegen werden für kartesische Koordinatenmessgeräte 3D-Punktgenauigkeiten im  $\mu\text{m}$ -Bereich angegeben, die bei geringen Messdistanzen bzw. kleinen Objektabmessungen im Submikrometerbereich liegen.

Ein weiteres wesentliches Kriterium stellt die mögliche Portabilität dar. Während die meisten Messsysteme die Chance bieten, ein Objekt direkt vor Ort taktil zu beobachten, so sind die kartesischen KMGs stationär und entsprechend ist jeweils das zu messende Objekt selbst in das Messvolumen der KMG zu transportieren. Allerdings ist bei der taktilen Antastung stets sicherzustellen, dass das zu messende Objekt ausreichend stabil gelagert oder aufgespannt ist um z.B. die Antastkräfte aufzunehmen, was bei den festen Unterbauten der kartesischen KMGs typischerweise gegeben ist. Bezüglich der Flexibilität ist ebenfalls die eventuell notwendige Sichtbeziehung zum Messmittel entscheidend. Insbesondere komplexe Geometrien mit beispielsweise Hinterschneidungen sind leichter mit Gelenkmessarmen oder kartesischen KMGs zu erfassen, da andere Messsysteme mitunter extra umzustationieren sind oder lediglich mit großen Verlängerungen die gewünschte Oberfläche anzutasten ist. Falls ein Objekt speziell mittels taktilem Scanning zu erfassen ist, ist die mögliche maximale Messfrequenz des Messsystems zu berücksichtigen – Tachymeter sind lediglich für Einzelpunktantastungen geeignet.

## 2.3 Oberflächenbeschaffenheit

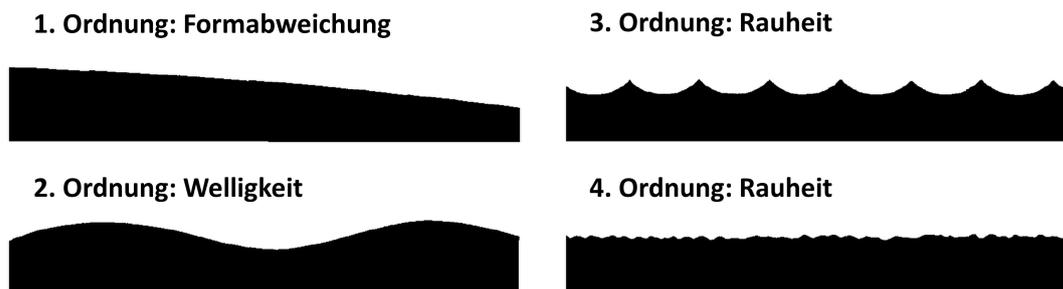
Im Kontext der Erfassung einer Geometrie treten unterschiedliche Begriffe auf, die teilweise verschieden interpretiert und eingesetzt werden. Daher wird im Folgenden die Bedeutung wesentlicher Begriffe in Anlehnung an unterschiedliche Normen definiert und erläutert.

### 2.3.1 Definition der Gestaltabweichung

Die gemessene Oberfläche eines eigentlich ebenen Objekts ist aufgrund von unterschiedlichen Umgebungs- oder Fertigungseinflüssen beispielsweise wie in Abbildung 2.10 geartet. Der hier gezeigte Profilschnitt ist überhöht dargestellt und macht deutlich, dass sich bei der Oberflächengeometrie eines realen Objektes verschieden lang- und kurzwellige Effekte überlagern. Zur begrifflichen Trennung und Ordnung dieser Effekte wird die Norm DIN 4760:1982 über Gestaltabweichungen herangezogen. Die Summe aller Abweichungen zwischen der Ist- und Solloberfläche wird als Gestaltabweichung definiert, die in sechs Ordnungen unterteilt ist.



**Abbildung 2.10:** Exemplarisch gemessene Oberfläche mit Gestaltabweichung der 1. bis 4. Ordnung (überhöht) (DIN 4760:1982).



**Abbildung 2.11:** Differenzierung der Gestaltabweichungen in die verschiedenen Ordnungen anhand der exemplarischen Oberfläche aus Abbildung 2.10 (nach DIN 4760:1982).

Die ersten vier Ordnungen sind schematisch in Abbildung 2.11 dargestellt, die fünfte und sechste Ordnung sind sehr hochfrequent und betreffen beispielweise die Gefügestruktur und den Gitteraufbau des Materials, sodass diese hier nicht näher betrachtet werden. Die erste Ordnung wird als Formabweichung bezeichnet und ist meist erst bei einer großflächigen Betrachtung des Objekts zu detektieren. Die höheren Ordnungen sind dagegen bei kleinräumigen Messungen bereits feststellbar. Es wird weiter zwischen Welligkeit (2. Ordnung), die meist periodische Abweichungen zeigt, und Rauheit (3. und höhere Ordnung), die mitunter in vermehrt unregelmäßigen Abweichungen auftritt, unterschieden. Durch Überlagerung der verschiedenen Gestaltabweichungen (vgl. Abbildung 2.11) lässt sich die exemplarische Oberfläche aus Abbildung 2.10 rekonstruieren. Die Ordnungen werden durch Verhältnisse zwischen Wellenlänge und Wellentiefe in DIN 4760:1982 unterschieden. So wird im Allgemeinen von Rauheit gesprochen, falls das Verhältnis unter 100:1 ist, von Welligkeit, falls es zwischen 100:1 und 1000:1 ist, und von Formabweichung, falls das Verhältnis entsprechend darüber liegt. Hierbei treten jedoch Schwierigkeiten auf, die in Kapitel 2.3.2 näher beschrieben sind.

Zur Vollständigkeit wird an dieser Stelle auf die Differenzierung zu den Begriffen der Oberflächenunvollkommenheit nach DIN EN ISO 8785:1999 hingewiesen, die sich nicht auf die Begriffe Welligkeit oder Rauheit der Oberfläche beziehen. In dieser Norm wird bei der nach innen gerichteten Oberflächenunvollkommenheit „Vertiefung“ z.B. zwischen „Riefe“ und „Kratzer“ oder „Einbeulung“ und „Delle“ unterschieden, die mitunter unabsichtlich

gleichgesetzt werden. Dies gilt ebenfalls für die nach außen gerichtete Oberflächenunvollkommenheit „Buckel“, bei der z.B. zwischen „Blase“, „Beule“ oder „Grat“ differenziert wird. Neben den kombinierten Oberflächenunvollkommenheiten und den Unvollkommenheiten des Aussehens werden in dieser Norm für alle Oberflächenunvollkommenheiten ferner Merkmale und Kenngrößen definiert, um diese meist lokal auftretenden Artefakte zu quantifizieren.

### 2.3.2 Festlegung der Grenzwellenlänge

Bei der Definition der Gestaltabweichung werden zur Trennung zwischen Formabweichung, Welligkeit und Rauheit verschiedene Verhältnisse zwischen Wellentiefe und Wellenlänge angegeben (vgl. Kapitel 2.3.1). Nach DIN EN ISO 4287:2010 ist die Wellentiefe  $W_t$  definiert als der senkrechte Abstand zwischen dem höchsten und tiefsten Punkt im Welligkeitsprofil. Bei der Annahme einer harmonischen Welle entspricht  $W_t$  der doppelten Amplitude  $A$ . Die Wellenlänge wird mit  $\lambda$  bezeichnet.

Wellentiefe $W_t$ in [mm]	Wellenlänge $\lambda$ in [mm]						
	Formabweichung	Welligkeit			Rauheit		
	Min (1000 : 1)	Max (1000 : 1)	Mittel 500 : 1	Min (100 : 1)	Max (100 : 1)	Mittel 50 : 1	Min (5 : 1)
<b>0,001</b>	1,0	1,0	0,5	0,1	0,1	0,05	0,005
<b>0,010</b>	10,0	10,0	5,0	1,0	1,0	0,5	0,05
<b>0,020</b>	20,0	20,0	10,0	2,0	2,0	1,0	0,1
<b>0,050</b>	50,0	50,0	25,0	5,0	5,0	2,5	0,25
<b>0,100</b>	100,0	100,0	50,0	10,0	10,0	5,0	0,5
<b>0,200</b>	200,0	200,0	100,0	20,0	20,0	10,0	1,0
<b>0,500</b>	500,0	500,0	250,0	50,0	50,0	25,0	2,5
<b>1,000</b>	1000,0	1000,0	500,0	100,0	100,0	50,0	5,0
<b>2,000</b>	2000,0	2000,0	1000,0	200,0	200,0	100,0	10,0
<b>5,000</b>	5000,0	5000,0	2500,0	500,0	500,0	250,0	25,0
<b>10,000</b>	10 000,0	10 000,0	5000,0	1000,0	1000,0	500,0	50,0

**Tabelle 2.2:** Exemplarische Übersicht der Gestaltabweichung, unterschieden in die Ordnungen nach DIN 4760:1982, wobei die Werte für „Min“ und „Max“ als Grenze zu interpretieren sind.

In Tabelle 2.2 sind DIN 4760:1982 bei exemplarischen Wellentiefen die Wellenlängen für die verschiedenen Ordnungen aufgeführt. Anhand von Tabelle 2.2 wird deutlich, dass bei großen Wellentiefen von z.B. über einem Millimeter bereits von Rauheit zu sprechen wäre, falls die Wellenlänge unter 100 mm liegt. Da eine solche Geometrie selbst von einem Lasertracker mit einem 1,5"-Kugelreflektor messbar ist (vgl. Tabelle 4.1), sind die genannten Verhältnisse aus Kapitel 2.3.1 nicht direkt auf großvolumige Anwendungen in der Messtechnik, der LVM (Large Volume Metrology), zu übertragen. Ein unmittelbares Anwenden der Definition nach DIN 4760:1982 führt zu einem Widerspruch zum allgemeinen sprachlichen Verständnis der Begriffe – die exemplarischen Zahlenwerte zeigen, dass es nach der genannten Norm mit

einem Lasertracker, trotz seiner im Vergleich zu kartesischen KMGs großen Messunsicherheit, möglich wäre, Rauheit zu erfassen.

Im Folgenden wird im Rahmen dieser Arbeit daher eine geeignete Trennung der Begrifflichkeiten für großvolumige Messanwendungen festgelegt. Nach [Vol13] gibt es keine absolute Definition für die Rauheit oder wann diese in die Welligkeit übergeht, sodass die Grenze zwischen Welligkeit und Rauheit willkürlich festlegbar ist. Im Bereich der Rauheitsmessung wird der Begriff der Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  bzw.  $\lambda_C$ -Profilfilter (vgl. DIN EN ISO 4287:2010) verwendet um den Übergang zwischen Rauheit und Welligkeit zu definieren. Hierbei werden verschiedene Grenzwellenlängen für periodische und aperiodische Profile festgelegt (vgl. DIN EN ISO 3274:1998 und DIN EN ISO 4288:1998). Diese sind jedoch nicht direkt übertragbar, da sich die Werte auf Tastschnittgeräte beziehen, die mit einer „Tastspitze“ arbeiten, die geometrisch aus der Form eines Kegels mit kreisförmigen Querschnitt, sowie einer sphärischen Spitze mit definiertem Radius mit einem Höchstwert von lediglich 10  $\mu\text{m}$  besteht. Ferner handelt es sich um keine harte Grenze, sondern den Filtern liegen unterschiedliche Übertragungsfunktionen für die Trennung zwischen Welligkeit und Rauheit zugrunde (vgl. z.B. DIN EN ISO 4287:2010 oder DIN EN ISO 16610-21:2013).

Ausgehend von den verschiedenen beschriebenen Normungen wird die Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  als geeignete Variable zur Trennung von Welligkeit und Rauheit ergänzend für den Bereich der LVM definiert. Anstatt  $\lambda_C$  als konstanten Wert mit 100  $\mu\text{m}$  festzusetzen, ist eine Definition abhängig von der Wellentiefe  $W_t$  klar zu bevorzugen, da dies eine automatische Skalierung der Grenzwellenlänge bedeutet und ferner die Definition über ein Verhältnis aus der DIN 4760:1982 aufgreift (vgl. Kapitel 2.3.1). Die Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  wird für den Bereich der LVM wie folgt definiert.

$$\lambda_C = 3 \cdot \sqrt{W_t} \quad (2.1)$$

Mit (2.1) wird gewährleistet (vgl. Kapitel 4.1.2), dass sich die Rauheit für typische Kugelradien der Messmittel von z.B. Lasertrackern, Messproben oder Messarmen über einen Bereich erstreckt, der der mechanischen Filterung unterliegt, gleichzeitig z.B. aber für kartesische Koordinatenmessgeräte mit kleinen Kugeltastern eine Rauheit erfassbar ist, die noch nicht von der mechanischen Filterung beeinflusst ist (vgl. Kapitel 4.1). Aufgrund der Definition von  $\lambda_C$  in (2.1) folgt für das Verhältnis der Wellenlänge zur Wellentiefe ( $\lambda : W_t$ ) und somit für die Grenze zwischen Welligkeit und Rauheit:

$$3 \cdot \sqrt{\frac{1}{W_t}} : 1 \quad (2.2)$$

Anhand von (2.2) lässt sich erkennen, dass mit zunehmender Wellentiefe  $W_t$  sich ebenfalls das Verhältnis ändert und kleiner wird, worin sich die automatische Skalierung der Grenzwellenlänge zeigt.

In Tabelle 2.3 sind für die Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  sowie für das Verhältnis zwischen Wellenlänge  $\lambda$  und Wellentiefe  $W_t$  die Werte bei exemplarischen Wellentiefen aufgeführt, sodass ein

Wellentiefe $W_t$ in [mm]	Grenzwellenlänge $\lambda_C$ in [mm]	Verhältnis (gerundet)
0,001	0,095	95 : 1
0,010	0,300	30 : 1
0,020	0,424	21 : 1
0,050	0,671	13 : 1
0,100	0,949	9 : 1
0,200	1,342	7 : 1
0,500	2,121	4 : 1
1,000	3,000	3 : 1
2,000	4,243	2 : 1
5,000	6,708	1 : 1
10,000	9,487	1 : 1

**Tabelle 2.3:** Übersicht über exemplarische Grenzwellenlängen  $\lambda_C$  und Verhältnisse für die Trennung der Welligkeit und Rauheit ( $\lambda : W_t$ ) nach der Definition von  $\lambda_C$  für die LVM (vgl. (2.1)).

direkter Vergleich mit Tabelle 2.2 gegeben ist. Es wird deutlich, dass mit der Definition von  $\lambda_C$  für die LVM die Wellenlänge mit zunehmender Wellentiefe weiterhin steigt und dass das Verhältnis bei einer Wellentiefe von  $1\ \mu\text{m}$  mit rund 95:1 dem Wert 100:1 aus Kapitel 2.3.1 sehr nahe kommt. Gleichzeitig ist mit der neuen Definition sichergestellt, dass beispielsweise mittels Lasertracker ohne Messprobe, selbst unter Verwendung eines 0,5"-Kugelreflektors, lediglich die Welligkeit und nicht die Rauheit einer Oberfläche direkt erfassbar ist (vgl. Kapitel 4.1.2).

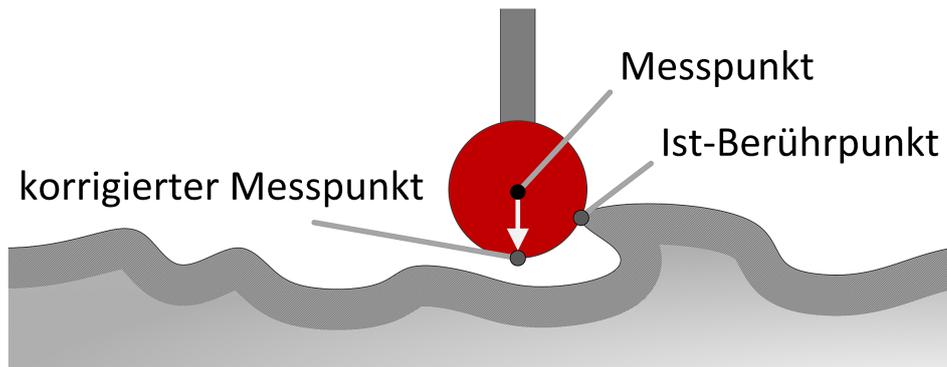
## 2.4 Messkonfiguration am Objekt

Bei dem taktilen Messen ist es stets notwendig, einen physischen Kontakt zwischen dem Messmittel und der zu messenden Oberfläche herzustellen. Aufgrund der beschriebenen Gestaltabweichungen und den daraus resultierenden Schwierigkeiten wird dieser Kontakt im Folgenden näher betrachtet.

### 2.4.1 Konstellation beim taktilen Messen

Die unterschiedlichen Kugelreflektoren, Taster, Prismen und Adapter, die bei der taktilen Oberflächenerfassung einsetzbar sind, werden mit ihren Eigenschaften ausführlich in Kapitel 3 beschrieben. Grundsätzlich wird bei allen berührenden Messmitteln ein Messpunkt<sup>1</sup>

<sup>1</sup> In DIN EN ISO 10360-1:2003 ebenfalls als „angezeigter Messpunkt“ bezeichnet.



**Abbildung 2.12:** Schematische Darstellung der Konstellation beim Antasten in Anlehnung an DIN EN ISO 10360-1:2003.

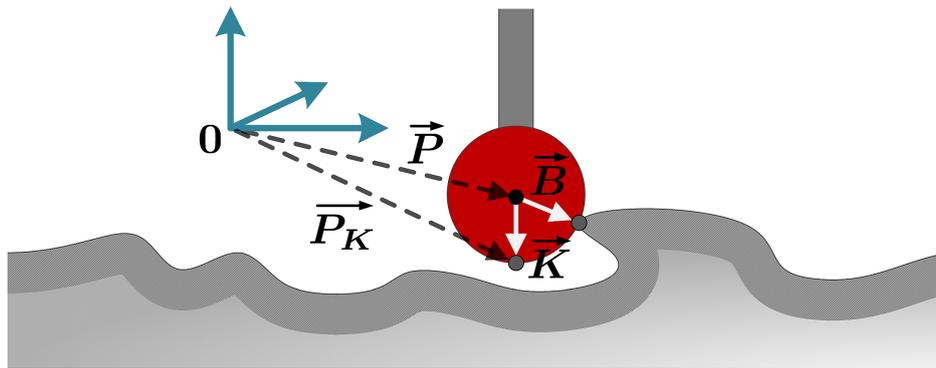
erfasst, der sich auf ein bestimmtes Geometrieelement bezieht. Im Wesentlichen sind dies Kugelgeometrien, sodass sich die Lage des Messpunktes das Zentrum der Kugel repräsentiert (vgl. Abbildung 2.12). Die verwendeten Begrifflichkeiten sind in Anlehnung an DIN EN ISO 10360-1:2003 definiert.

Da in der Regel nach der Oberfläche des zu messenden Objekts gesucht wird, ist der Messpunkt zu korrigieren. Bei Kugelgeometrien fließt hierbei direkt der Radius  $R$  der Kugel ein. Dieser korrigierte Messpunkt liegt in einer Vielzahl der Fällen nicht auf der gemessenen Oberfläche, da hierzu exakte Informationen über den Radius und die vorliegende Messkonstellation zwingend erforderlich sind. Allgemein ist dabei zu unterscheiden, ob bereits Informationen von dem zu messenden Objekt z.B. in Form eines digitalen Computermodells (CAD-Modell) vorliegen, oder ob keine Kenntnisse zur angetasteten Objektgeometrie vorhanden sind (vgl. Kapitel 5 und Kapitel 6). In allen Fällen wirkt sich die in Kapitel 2.3.1 beschriebene Gestaltabweichung auf die Messkonstellation aus, sodass sich ein oder mehrere Berührungspunkte mit der Oberfläche ergeben. Ein solcher Ist-Berührungspunkt ist grundsätzlich nicht bekannt. Durch verschiedene Messstrategien und Verfahren wird allerdings der Versuch unternommen diesen bestmöglich zu bestimmen (vgl. Kapitel 5 und Kapitel 6).

Die Gegebenheiten bei dem taktilen Messen einer Oberfläche lassen sich mittels Vektoren mathematisch beschreiben. Ausgehend von dem Koordinatenursprung des Messsystems oder des Referenzsystems wird die Lage des Messpunktes mittels des Ortsvektors  $\vec{P}$  beschrieben. Der Vektor vom Messpunkt zum Ist-Berührungspunkt sei  $\vec{B}$  und der Vektor vom Messpunkt zum korrigierten Messpunkt wird mit  $\vec{K}$  definiert (vgl. Abbildung 2.13). Somit ergibt sich für den Ortsvektor  $\vec{P}_K$  zum korrigierten Punkt.

$$\vec{P}_K = \vec{P} + \vec{K} \quad (2.3)$$

Wäre  $\vec{B}$  bekannt, so wäre durch die Kombination mit  $\vec{P}$  direkt der gesuchte Berührungspunkt der Oberfläche zu ermitteln. Anhand von (2.3) zeigt sich deutlich, dass der korrigierte Messpunkt von der Lage des Messpunktes wie auch von dem Korrekturvektor abhängig ist.



**Abbildung 2.13:** Schematische Darstellung mittels Vektoren der Situation beim Antasten in Anlehnung an DIN EN ISO 10360-1:2003, wobei der Normalenvektor dem negativen Vektor  $\vec{B}$  vom Mess- zum Ist-Berührungspunkt entspricht.

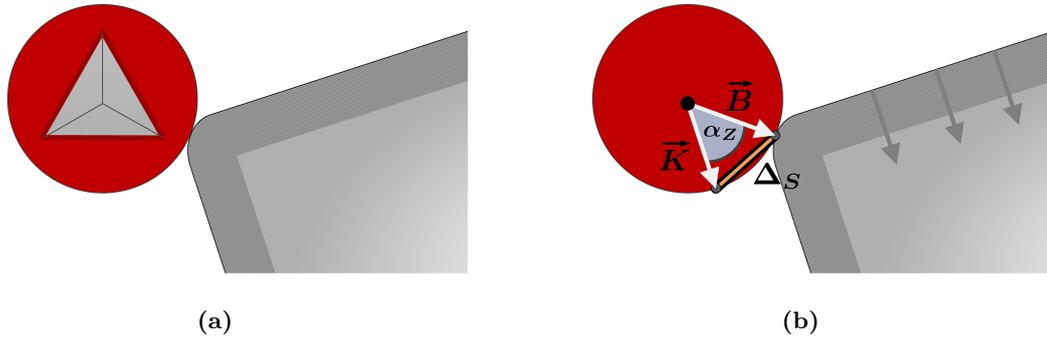
Systematische Abweichungen, die bei der Ermittlung des Messpunktes auftreten, wie auch systematische Einflussfaktoren, die auf  $\vec{K}$  wirken, haben folglich eine direkte Auswirkung auf die Lage des korrigierten Messpunktes. Im Rahmen dieser Arbeit werden für die taktilen Messsysteme verschiedene Einflüsse auf  $\vec{P}$  und auf  $\vec{K}$  erarbeitet, die Unsicherheitsbeiträge abgeschätzt, sowie untersucht, wie eine möglichst gute Approximation des Vektors  $\vec{B}$  zu erzielen ist.

#### 2.4.2 Einfluss der Normalenrichtung

Bei der Betrachtung von unterschiedlichen Oberflächenpunkten ist der dazugehörige Normalenvektor allgemein verschieden. Dies wird bereits durch die generelle Form des Objekts vorgegeben, oder, wie beispielsweise an einer theoretischen Ebene, durch die Gestaltabweichung der Oberfläche, die grundsätzlich immer vorhanden ist (vgl. Kapitel 2.3.1). Bei dem taktilen Messen mit einer Kugelgeometrie entspricht jeweils einer der zwei Normalenvektoren der Oberfläche in dem Berührungspunkt mit der Oberfläche (positiver oder negativer Normalenvektor) dem Vektor  $\vec{B}$ , der vom Messpunkt zum Ist-Berührungspunkt des Messobjektes festgelegt ist (vgl. Kapitel 2.4.1). Der positive Normalenvektor  $\vec{n}$  sei so definiert, dass er nach außen von der Oberfläche weg zeigt und die Länge  $R$  hat. Somit gilt folglich an dem Ist-Berührungspunkt  $\vec{n} = -\vec{B}$ .

Da die Lage des Berührungspunktes der Oberfläche grundsätzlich nicht bekannt ist, stellt die Richtung des Korrekturvektors  $\vec{K}$  lediglich eine Approximation der Richtung von  $\vec{B}$  dar. Der Winkel  $\alpha_Z$  zwischen diesen beiden Vektoren sei die Abweichung von der Normalenrichtung, der mittels Skalarprodukt (2.4) oder Vektorprodukt (2.5) bestimmt wird (vgl. z.B. [Mer01]).

$$\cos(\alpha_Z) = \frac{\vec{K} \cdot \vec{B}}{|\vec{K}| \cdot |\vec{B}|} \quad (2.4)$$



**Abbildung 2.14:** Schematische Darstellung des Antastpunktes an einer Außenkante (rechter Winkel), wobei die Richtung des Korrekturvektors durch die Normalrichtung einer der angrenzenden Flächen angenommen wird.

$$\sin(\alpha_Z) = \frac{|\vec{K} \times \vec{B}|}{|\vec{K}| \cdot |\vec{B}|} \quad (2.5)$$

Aufgrund von  $|\vec{K}| = |\vec{B}| = R$  ergibt sich für  $\alpha_Z$ :

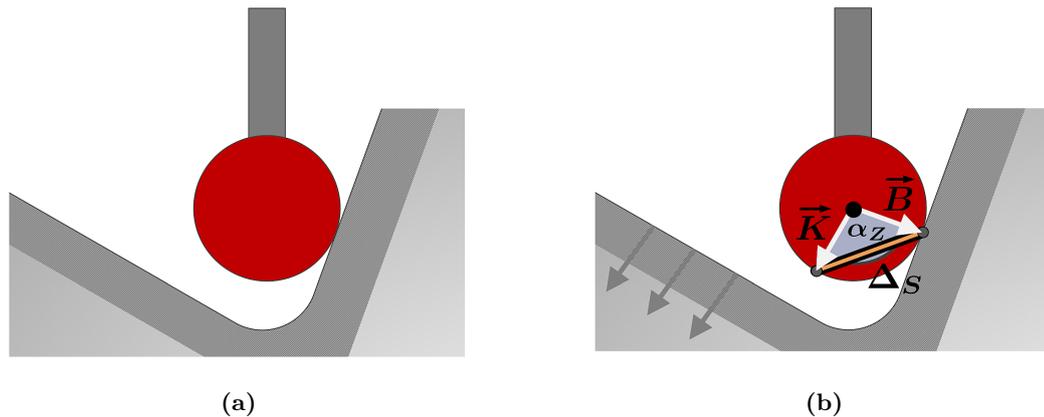
$$\alpha_Z = \arccos\left(\frac{\vec{K} \cdot \vec{B}}{R^2}\right) \quad (2.6)$$

bzw.

$$\alpha_Z = \arcsin\left(\frac{|\vec{K} \times \vec{B}|}{R^2}\right). \quad (2.7)$$

Im Folgenden wird betrachtet, wie die Auswirkung von  $\alpha_Z$  auf die Lage des korrigierten Messpunktes ist und welche Größenordnungen erreicht werden. Ein typisches Beispiel ist das Antasten einer Kante, bei der lediglich die Normalenrichtungen der angrenzenden ebenen Flächen, z.B. aufgrund eines CAD-Modells, bekannt sind (vgl. Abbildung 2.14a). Durch die Änderung der Normalenrichtung aufgrund der Abrundung folgt ein großer Wert für  $\alpha_Z$ , falls  $\vec{K}$  aus einer angrenzenden Fläche abgeleitet wird. Infolgedessen sind im Extremfall bei einer rechtwinkligen Kante Abweichungen von der Normalenrichtung von bis zu  $90^\circ$  erreichbar. Der sich daraus ergebende Abstand bzw. die Abweichung zwischen dem korrigierten Messpunkt und dem Ist-Berührungspunkt wird mit  $\Delta_S$  bezeichnet (vgl. Abbildung 2.14b).

Bei konkaven Geometrien, wie beispielsweise bei einer Innenkante mit spitzem Winkel (vgl. Abbildung 2.15a), ist es möglich, dass falls lediglich die Normalenrichtungen der angrenzenden ebenen Flächen bekannt sind, selbst größere Abweichungen von der Normalenrichtung auftreten (vgl. Abbildung 2.15b). Aufgrund der beengten Situation oder den vorliegenden Gestaltabweichungen wird die Richtung des Korrekturvektors fehlerhaft bestimmt, sodass mitunter der Berührungspunkt auf der gegenüberliegenden Fläche des Objekts liegt, anstatt auf



**Abbildung 2.15:** Schematische Darstellung des Antastpunktes an einer Innenkante (spitzer Winkel), wobei die Richtung des Korrekturvektors durch die Normalrichtung einer der angrenzenden Flächen angenommen wird.

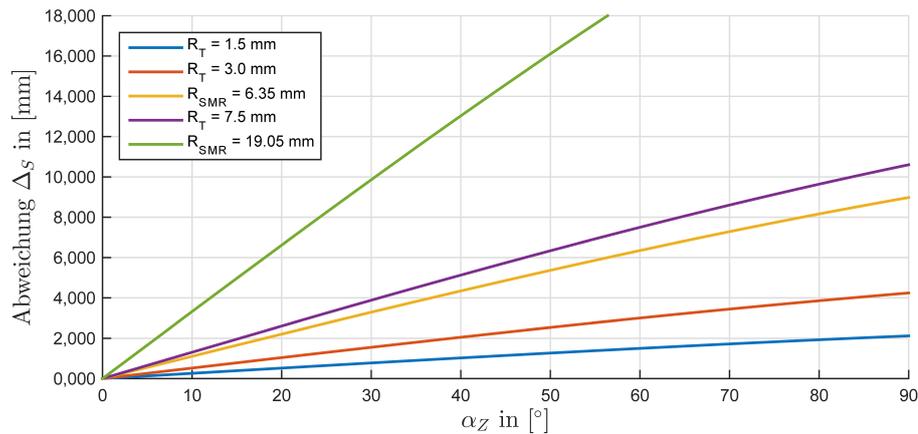
der angenommenen. In diesen Fällen treten Abweichungen von der Normalenrichtung von bis zu  $180^\circ$  auf.

Durch die Vektoren  $\vec{K}$  und  $\vec{B}$  wird eine Ebene aufgespannt, auf der die Abweichung  $\Delta_S$  liegt. Folglich ist die Abweichung zwischen dem korrigierten Messpunkt und dem Ist-Berührungspunkt mittels ebener Trigonometrie zu bestimmen. Mit  $|\vec{K}| = |\vec{B}| = R$  als Radius des Kreises und  $\Delta_S$  als Sehne des Kreisbogens mit dem Mittelpunktswinkel  $\alpha_Z$  folgt nach z.B. [Mer01]:

$$\Delta_S = 2R \cdot \sin\left(\frac{\alpha_Z}{2}\right). \quad (2.8)$$

Anhand von (2.8) ist es möglich die systematische Abweichung zu bestimmen, die aufgrund der Approximation der unbekanntenen Normalenrichtung resultiert. Das Maximum für  $\Delta_S$  wird bei  $\alpha_Z = 180^\circ$  erreicht und beträgt den doppelten Kugelradius. Eine etwas geringe maximale Abweichung zeigt sich bei Werten für  $\alpha_Z$  bis zu  $90^\circ$  (vgl. Abbildung 2.16). Hierbei nimmt  $\Delta_S$  mit größerem Kugelradius zu und es wird ein Maximum von  $\sqrt{2} \cdot R$  erreicht.

Für scheinbar geringe Werte für  $\alpha_Z$ , die beispielsweise aus der Gestaltabweichung resultieren, und die damit eine vermeintlich gute Approximation der Normalenrichtung darstellen, ergeben sich nach (2.8) dennoch signifikante Abweichungen für  $\Delta_S$ . Bei einem typischen Kugeltaster mit einem Radius von  $1,5 \text{ mm}$  (vgl. Kapitel 3.2.1) ergibt sich bei einer Abweichung von der Normalenrichtung von  $0,5^\circ$  bereits ein Wert für  $\Delta_S$  von rund  $13 \mu\text{m}$ . Für z.B. einen  $1,5''$ -Kugelreflektor ( $R = 19,05 \text{ mm}$ , vgl. Kapitel 3.1.1) liegt hingegen die Abweichung für  $\Delta_S$  bei rund  $166 \mu\text{m}$ . Selbst bei einem angenommenen Wert für die Abweichung der Normalenrichtung von  $0,1^\circ$  resultiert für denselben Kugelreflektor, was mithilfe der Kleinwinkelnäherung von (2.8) nachvollziehbar ist, für  $\Delta_S$  ein Wert von rund  $33 \mu\text{m}$ , sowie für den Kugeltaster mit  $R = 1,5 \text{ mm}$  ein Wert von rund  $3 \mu\text{m}$ . Die Werte zeigen dabei die räumliche Abweichung infolge von  $\alpha_Z$ , mitunter ist allerdings eine komponentenweise



**Abbildung 2.16:** Systematische Abweichung  $\Delta_S$  aufgrund der Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  für typische Kugeltaster und Kugelreflektoren.

Betrachtung z.B. in einem lokalen Objektkoordinatensystem notwendig, sodass hierfür der Differenzvektor zwischen  $\vec{B}$  und  $\vec{K}$  zu bestimmen ist. Ein typisches Beispiel hierzu, welches in Kapitel 5.4.4 analysiert wird, ist die Ebenheitsprüfung einer Oberfläche, die gewissen Gestaltabweichungen unterliegt.

Allgemein wird anhand von (2.8) allerdings deutlich, dass die Abweichungen von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  selbst bei geringen Werten für  $\alpha_Z$  einen erheblichen Einfluss auf die Differenz zwischen der Lage des korrigierten Messpunktes und der des Ist-Berührungspunktes haben. Insbesondere bei größeren Kugelradien und bei hohen Genauigkeitsanforderungen ist daher eine zuverlässige approximative Bestimmung der Lage des Berührungspunktes sowie des Normalenvektors unerlässlich.

## 2.5 Besondere Teilaspekte

Zusätzlich zu der bereits geschilderten allgemeinen Festlegung für die Trennung der Gestaltabweichungen bei großen Objektgeometrien und Messvolumina, die die mechanische Filterung berücksichtigen (vgl. Kapitel 2.3.2), werden folgende ausgewählte besondere Teilaspekte im Rahmen dieser Arbeit wissenschaftlich untersucht oder neu entwickelt:

Für den Einsatz von Zylindertastern bei unbekannter Werkstückausrichtung wird eine neue Mess- und Auswertestrategie entwickelt, die gleichzeitig die systematischen Abweichungen bei der Verwendung solcher Taster reduziert (vgl. Kapitel 3.2.3). Weiterhin werden Modelle für wesentliche Einflüsse erarbeitet und die Unsicherheitsbeiträge für unterschiedliche Messmittelausprägungen unter Berücksichtigung verschiedener Materialzusammensetzungen approximiert (vgl. Kapitel 4). Die Vielzahl unterschiedlicher Verfahren zur Korrektur des Offsets von einzelnen Messpunkten wird kategorisiert, analysiert und wissenschaftlich bewertet (vgl. Kapitel 5). Zusätzlich werden die systematischen Abweichungen durch die übliche

Verwendung einer A-priori-Geometrie zur Offsetkorrektur, die die Gestaltabweichungen der Objektoberfläche nicht berücksichtigt, mittels Simulation abgeschätzt (vgl. Kapitel 5.4.4).

Ein weiterer besonderer Teilaspekt dieser Arbeit ist die Entwicklung eines alternativen neuartigen Ansatzes zur Modellierung von Freiformgeometrien, der grundsätzlich auf alle approximierenden Freiformgeometrien anwendbar ist und der entscheidende Vorzüge in der Anwendung vorweist (vgl. Kapitel 6.2). Zusätzlich wird ein neuer sequentieller Ansatz für die Offsetkorrektur von vermaschten Messpunkten vorgestellt, der bisher auftretenden Systematiken entgegenwirkt (vgl. Kapitel 6.1.1). Ferner werden nicht zuletzt bedeutende Erkenntnisse aus der taktilen Oberflächenerfassung auf andere Bereiche der Messtechnik adaptiert, sowie neue Anwendungsfelder innerhalb der taktilen Messtechnik methodisch erschlossen (vgl. Kapitel 7).

## Messmittel zur taktilen Antastung

Als wichtiger Bestandteil der Prozesskette zwischen der Messpunkterfassung und der Berechnung der Oberflächengeometrie sind die Messmittel, die mit der Objektoberfläche bei der taktilen Antastung in Kontakt kommen. Die Vielfalt der unterschiedlichen geometrischen und mechanischen Ausprägungen der Kugelreflektoren, Taster, Prismen und Adapter werden im Folgenden strukturiert und mit dem Fokus auf die taktile Antastung analysiert. Verschieden Einflüsse und deren Auswirkung auf die Offsetkorrektion wie beispielsweise die Fertigungstoleranzen von Messkugeln oder Materialeigenschaften werden hierbei ausführlich in Kapitel 4 untersucht.

### 3.1 Kugelreflektoren

Als Kugelreflektoren werden Messmittel bezeichnet, deren geometrische Form praktisch eine Vollkugel darstellt, die zur Strahlerfassung jedoch optische Komponenten integriert haben. Es wird im Rahmen dieser Arbeit zwischen SMRs bzw. CCRs, dem Reflektor 160A und dem Cateye unterschieden.<sup>1</sup>

#### 3.1.1 SMRs bzw. CCRs

Insbesondere bei der Verwendung von Lasertrackern aber auch bei Tachymetern kommen Reflektorkugeln, sogenannte SMRs (Spherically Mounted Retroreflectors), zum Einsatz. Durch ihren allgemeinen Aufbau werden sie außerdem als CCRs (Corner Cube Reflectors) bezeichnet, da generell zur Reflexion die Geometrie ausgenutzt wird, die einer abgeschnittenen Würfecke gleicht. Hergestellt werden Kugelreflektoren typischerweise aus Edelstahl, der beispielsweise durch das American Iron and Steel Institute (AISI) (z.B. AISI 440C) näher spezifiziert ist.

---

<sup>1</sup> Zum Teil wird der Reflektor 160A ebenfalls zur Gruppe der Cateyes gezählt.



(a) SMR mit den Kugeldurchmessern 0,5 ", 7/8 " und 1,5 "



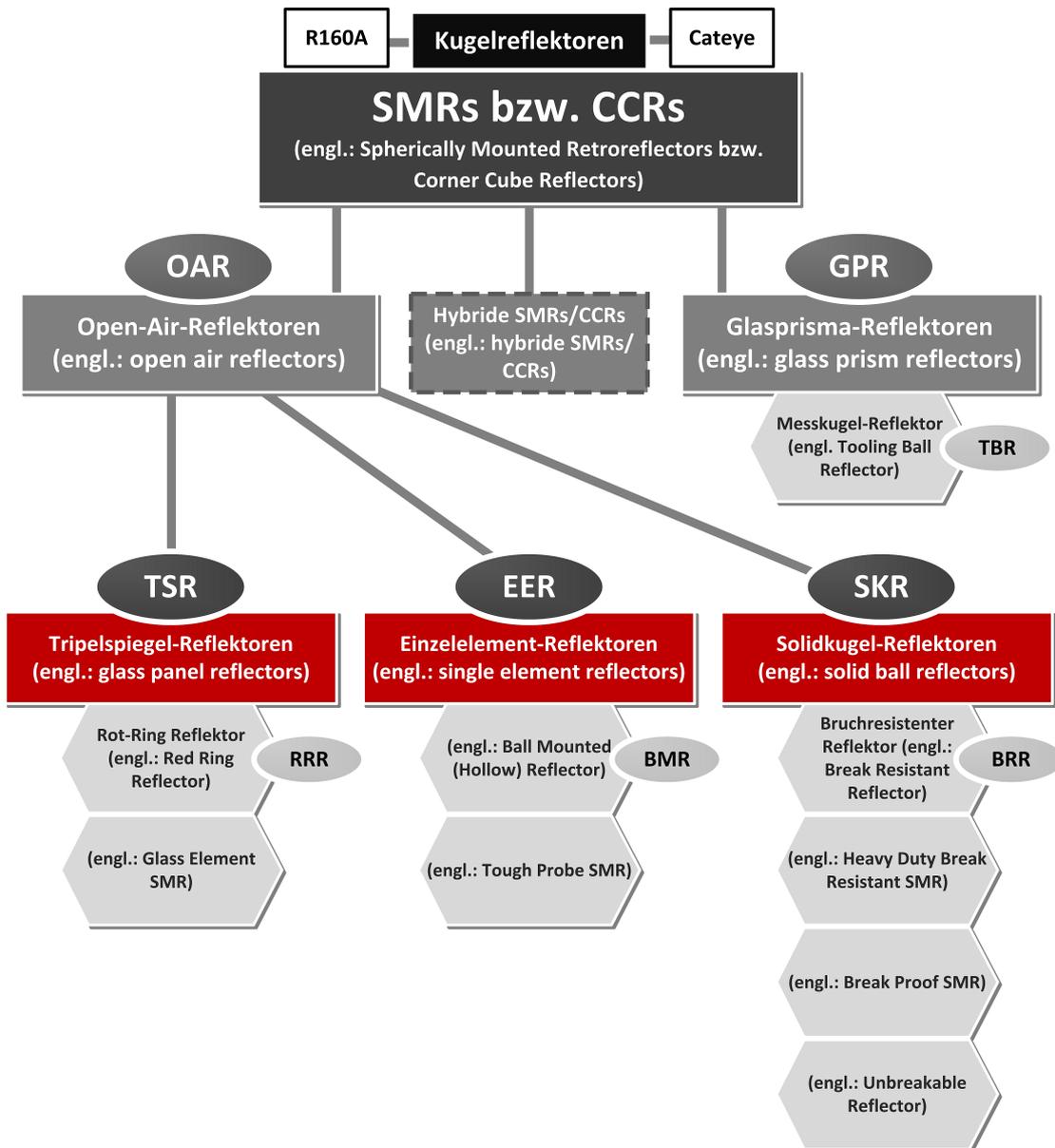
(b) Exemplarischer SMR in Keramikausführung

**Abbildung 3.1:** Übersicht exemplarischer SMRs in unterschiedlicher Größe und Material ([Ste10a] und [PLX16a]).

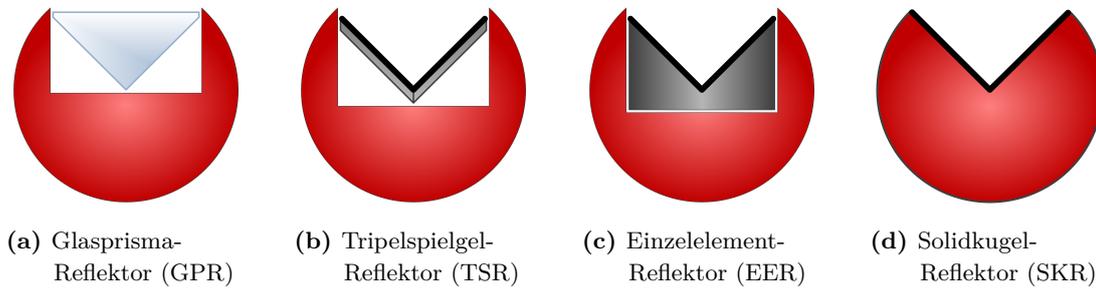
Grundsätzlich ist bei der Unterteilung der Reflektoren zwischen der stationären und der mobilen Anwendung zu unterscheiden. Soll beispielsweise ein Objekt über die Zeit überwacht werden, so werden teilweise Reflektoren dauerhaft angebracht und in den verschiedenen Epochen wird nur die relative Position beobachtet. Die Lage des Reflektors zum Kugelzentrum wie die äußere Form spielen folglich keine Rolle, lediglich die Stabilität. Daher gibt es kostengünstigere Reflektorvarianten, die teilweise mit einer einfacheren Fassung gefertigt oder in einer Aluminiumkugel gefasst sind (vgl. [Ste10a], [API16] und [LG06]). Wird das Objekt, respektive der Reflektor, mit unterschiedlichen Einfallswinkeln beobachtet und werden einfache Glasprismen eingesetzt, resultiert aus einer Winkelabweichung von rund  $6^\circ$  eine Lageabweichung des Messpunktes von rund  $50\ \mu\text{m}$  (vgl. [LG06]). Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich die SMRs für mobile Anwendungen näher betrachtet und versucht eine einheitliche Typisierung sowie eine eindeutige Bezeichnung unter Berücksichtigung von [Ste10a] bzw. [Ste10b] festzulegen (vgl. Abbildung 3.2).

Die SMRs werden unterteilt in zwei Hauptgruppen, die „Glasprisma-Reflektoren“ (GPR) (engl.: glass prism reflectors) und die „Open-Air-Reflektoren“ (OAR) (engl.: open air reflectors). Die Gruppe der Open-Air-Reflektoren wird weiter in drei Untergruppen abhängig vom ihrem Konstruktionsprinzip gegliedert. Die „Tripelspiegel-Reflektoren“ (TSR) (engl.: glass panel reflectors), die „Einzelelement-Reflektoren“ (EER) (engl.: single element reflectors) und die „Solidkugel-Reflektoren“ (SKR) (engl.: solid ball reflectors).

Die Reflektorkugeln werden standardmäßig mit den Durchmessern 0,5 ", 7/8 ", sowie 1,5 " hergestellt (entsprechend 12,7 cm,  $\sim 22,2$  cm bzw. 38,1 cm) und sind in der überwiegenden Mehrheit aus gehärtetem Stahl bzw. Edelstahl gefertigt (vgl. Abbildung 3.1a). Als Option werden SMRs allerdings ferner in Keramikausführung angeboten, die beispielsweise für Sonderanwendungen, in denen keine ferromagnetischen Materialien einzusetzen sind, konzipiert wurden (vgl. Abbildung 3.1b und [PLX16a]). In der Regel wird vom Hersteller



**Abbildung 3.2:** Übersicht der Kugelreflektoren und einheitliche Typisierung der unterschiedlichen Bauarten für SMRs bzw. CCRs, wobei typische Produktbezeichnungen (hellgraue Elemente) den entsprechenden Klassen zugeordnet sind.



**Abbildung 3.3:** Schematische Darstellung des Konstruktionsprinzips der unterschiedlichen Typen von SMRs bzw. CCRs als Schnittansichten ohne Klebeverbindungen.

die äußere Geometrie der Messkugel, wie Maß- oder Formtoleranzen, direkt angegeben bzw. in Anlehnung an die ABMA (American Bearing Manufacturers Association) mit dem Grad 25 oder Grad 50 spezifiziert (s. Kapitel 4.2). Die optischen Eigenschaften der SMRs sind der zweite wesentlicher Qualitätsfaktor und werden durch die Konstruktion und die Fertigungstoleranzen bedingt.

Die Hauptgruppe der Glasprisma-Reflektoren (vgl. Abbildung 3.3a) hat als optischen Einsatz ein Prisma und weist folgende typischen Eigenschaften auf: Starke Abhängigkeit vom Einfallswinkel, Medienübergang und Laufzeitveränderung, sowie Teilreflexion des Messstrahls an der Vorderseite des Prismas, was besonders bei ADM-Messungen mitunter zu fehlerhaften Distanzbestimmungen führt (vgl. [Ste10a]). Ausgehend von der Höhe des Glasprismas  $h_P = \frac{a_P}{\sqrt{3}}$ , wobei  $a_P$  die Kantenlänge des angenommenen Würfels darstellt, folgt nach z.B. [Pau69] für den Laufweg  $L$  im Prisma abhängig vom Ausfallswinkel  $\beta$ , dass  $L = \frac{h_P}{\cos(\beta)}$  gilt. Somit ergibt sich in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  unter Berücksichtigung des Brechungsindex  $n_P$  des Glasprismas sowie der Luft mit  $n_L = 1$  die Distanzabweichung  $\Delta_{GPR}$  zwischen senkrechtem und schräg einfallendem Messstrahl zu

$$\Delta_{GPR} = n_p \cdot h_P - n_p \cdot L = n_P \cdot \frac{a_P}{\sqrt{3}} \cdot \left( 1 - \frac{n_P}{\sqrt{n_P^2 - \sin^2(\alpha)}} \right). \quad (3.1)$$

Entspricht die Kantenlänge  $a_P$  dem Radius eines 1,5"-Kugelreflektors und liegt der Rotationspunkt in der Prismenspitze, treten nach (3.1) mitunter systematische Abweichungen für einen GPR in der Messdistanz auf, die im Millimeterbereich liegen und sich auf die Offsetkorrektur auswirken. Die Strahlbrechung führt ferner zu einer systematischen Abweichung in der Richtungsbeobachtung, die im Vergleich zu  $\Delta_{GPR}$  stärker ausgeprägt ist. Die GPRs sind allgemein etwas robuster als TSRs, zählen für mobile Anwendungen zu den kostengünstigsten Lösungen und sind mit größerem nutzbaren Einfallswinkel zu realisieren. Die TBRs (Tooling Ball Reflectors) mit einem Durchmesser von 0,5" weisen beispielsweise ohne Ring einen möglichen Einfallswinkel von bis zu  $\pm 50^\circ$  auf, wobei mit großem Einfallswinkel

winkel Positionsabweichungen von weit mehr als 500  $\mu\text{m}$  auftreten (vgl. [Mar00]), obwohl die Lage des Glaskörpers bezüglich des Rotationspunktes optimiert ist.

Bei allen Open-Air-Reflektoren entfällt der durch den Medienübergang bedingte Einfluss auf den Laserstrahl, weswegen die Abhängigkeit vom Einfallswinkel innerhalb des spezifizierten Toleranzbereiches zu vernachlässigen ist (vgl. z.B. [Los01]). Als Oberflächenbeschichtung der drei idealerweise zueinander senkrecht stehenden Ebenen wird auf der Vorderseite Gold oder Silber gewählt, die jedoch unterschiedliches Reflexionsverhalten und nach [Los01] in der Regel eine Ebenheitstoleranz von  $< \frac{\lambda}{10}$  aufweisen. Diese Eigenschaften wirken sich beispielsweise auf die maximale Distanz aus, die mit einem Kugelreflektor messbar ist. So ist nach [Hec14] der Reflexionsgrad von Silber im Vergleich zu Gold für Wellenlängen im Bereich des sichtbaren Lichts stets größer oder gleich, lediglich bei kürzeren Wellenlängen fällt er stark ab und für  $\lambda$  kleiner als ca. 330 nm zeigt Gold ein besseres Reflexionsvermögen. Jedoch neigt Silber zur Oxidation, sodass nach [Ste10a] zur Vermeidung bei Silber typischerweise eine zusätzliche transparente Schutzschicht aufgebracht wird, die allerdings vom Messstrahl zu durchlaufen ist. Somit gilt es sicherzustellen, dass der Kugelreflektor speziell für das Messinstrument und den Messmodus geeignet ist bzw. dass ein entsprechender Unsicherheitsbeitrag berücksichtigt wird.

Für die Fertigung von Tripelspiegel-Reflektoren (vgl. Abbildung 3.3b) werden drei separate Spiegelflächen im Vorfeld zusammengefügt, um sie anschließend im Verbund in die ausgesparte Kugel zu kleben. Durch die verschiedenen Komponenten ist der Reflektor wenig robust und nach einem Sturz meist nicht mehr einsetzbar. Weiterhin ist beim Einwirken von Vibrationen oder bei einer Dauernutzung die Geometrie regelmäßig zu prüfen. Die TSRs werden ebenfalls unter dem Namen Rot Ring Reflektor (RRR) vertrieben, jedoch variiert die Angabe der optischen Zentrierung um den Faktor zwei abhängig vom Produktionsjahr: Für die aktuelle Serie liegt sie nach [HM15b] bei  $\pm 3 \mu\text{m}$ , während sie zuvor nach [HM11] lediglich mit  $\pm 6 \mu\text{m}$  spezifiziert ist.

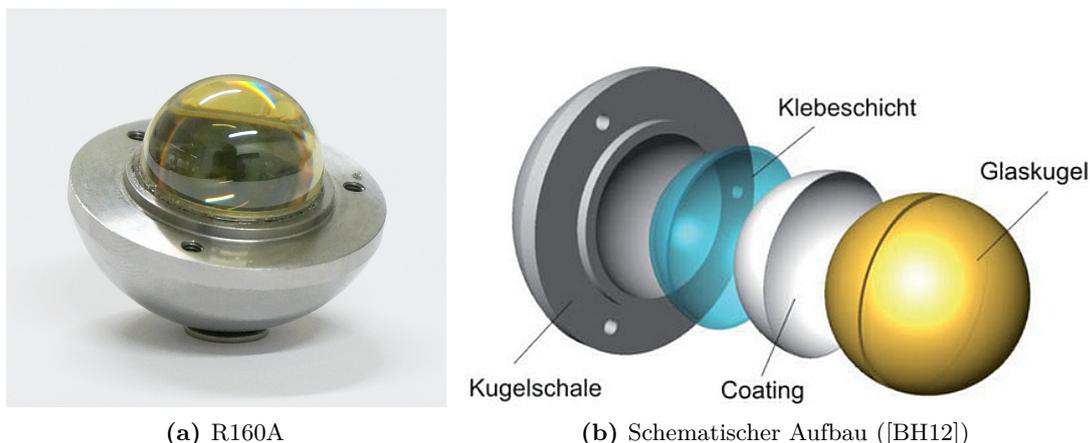
Die Einzelement-Reflektoren (vgl. Abbildung 3.3c) als Untergruppe der Open-Air-Reflektoren sind durch ihren Aufbau sehr viel robuster als TSRs, da auf die separaten Spiegelflächen verzichtet wird. Stattdessen werden die drei ebenen Flächen in massives Aluminium gefräst, oberflächenbeschichtet und als einzelnes zylinderförmiges Element zentrisch in die Stahlkugel eingeklebt. Die EERs werden ebenfalls unter dem Namen BRM (Ball Mounted (Hollow) Retroreflector) vertrieben und werden standardmäßig mit der bestmögliche Zentrierungsgenauigkeit von 0,1 Microzoll ( $\sim 2,5 \mu\text{m}$ ) spezifiziert (vgl. z.B. [PLX16b]). Nach [Ste10a] werden die Einzelement-Reflektoren ferner als bruchsicher bezeichnet, da Untersuchungen ergaben, dass sich der ganze Aluminiumkern entweder komplett löst und herausfällt, oder die geometrischen Toleranzen für Zentrierung und Winkelstellung auch nach mehreren Stürzen eingehalten werden.

Die dritte Untergruppe der Open-Air-Reflektoren sind die Solidkugel-Reflektoren (vgl. Abbildung 3.3d), die eine sehr aufwändige Herstellung bedingen und somit kostenintensiv sind. Anstatt die reflektierende Fläche in einen Aluminiumkern zu fertigen, um sie an-

schließlich einzukleben, wird die Eckgeometrie direkt in die Vollkugel gefräst und die entstehenden Flächen werden selbst oberflächenbeschichtet. Große Kugelgrößen erleichtern das Fertigungsverfahren, allerdings liegen die Zentrierungsgenauigkeiten mit bis zu  $\pm 10\ \mu\text{m}$  selbst bei 1,5"-Reflektoren meist über denen der anderen Open-Air-Reflektoren (vgl. z.B. [HM15b]). Teilweise werden allerdings bei SKRs Zentrierungsgenauigkeiten mit 0,15 Mikrozoll ( $\sim 3,8\ \mu\text{m}$ ) und besser angegeben (vgl. [Met16]). Durch das Konstruktionsprinzip sind SKRs die robustesten Reflektoren, die auf dem Markt verfügbar sind (vgl. [Ste10a]) und werden demgemäß ebenfalls unter dem Namen BRR (Bruchresistenter Reflektor) (vgl. [HM15b]) sowie mit ähnlichen Namensgebungen (vgl. Abbildung 3.2) vertrieben.

Als Variante sind SMRs mit transparenter Abdeckung zu nennen, die als hybride Lösung zwischen die Glasprisma-Reflektoren und Open-Air-Reflektoren einzuordnen sind. Einerseits sind die Spiegelflächen gegen Verschmutzung geschützt, andererseits kommt es allerdings zu einem Strahlversatz durch die Abdeckung, sowie zu einer Laufzeitveränderung durch das transparente Material bzw. durch das eingeschlossene Gasvolumen. Nach [Ste10a] wird diesem Einflussfaktor weitestgehend durch eine Additionskonstante („compensation factor“) softwaretechnisch begegnet, wobei zu prüfen ist, in welchem Maß die Einfallswinkelabhängigkeit sowie der entfernungsabhängige Einfluss auf die Richtungsmessung kompensiert wird.

Abgesehen von den bereits erwähnten Parametern – der Größe, dem Material, der Maß- und Formtoleranz, der Genauigkeit der optischen Zentrierung, der Bruchsicherheit, dem maximalen Einfallswinkel bzw. der Abhängigkeit von diesem, der Teilreflexion sowie der Laufzeitveränderung bei Glasprimen und der Wahl der Oberflächenbeschichtung – spielen weitere Faktoren eine wesentliche Rolle. Die Form und die Intensitätsverteilung des reflektierten Messflecks auf dem PSD des Messsystems bzw. die Welleneigenschaften an sich für das Distanzmodul beeinflussen das Messergebnis, sodass ferner ebenfalls die Rechtwinkligkeit, die Ebenheit und die Dicke der Spiegelflächen bzw. Beschichtung, die Schutzbeschichtung, die Abhängigkeit von der Wellenlänge, Polarisationsänderungen, die Reichweite, sowie die Temperaturbeständigkeit zu betrachten sind. Zusätzlich zu dem elastischen Verhalten durch Temperaturdifferenzen während der Lagerung, welches in [Ste10a] betrachtet wird, ist darüber hinaus interessant, wie sich die Geometrie eines SMR bei unterschiedlichen Temperaturen während einer Messung verhält. Die Bezugstemperatur beträgt typischerweise  $20\ ^\circ\text{C}$ , allerdings überträgt sich die Hauttemperatur von geschätzten  $30\text{--}35\ ^\circ\text{C}$  auf einen handgeführten Reflektor. Da kein SMR einen radialsymmetrischen Aufbau besitzt und zudem meist ein Materialmix verwendet wird, kommt es durch die entstehende Temperaturdifferenz von  $10\text{--}15\ \text{K}$  zu einer Verschiebung des optischen Zentrums. Als Einschätzung der Größenordnung dient folgendes Beispiel: Ein 2 cm langer Aluminiumzylinder mit dem linearen Wärmeausdehnungskoeffizient von  $22,69 \cdot 10^{-6}/\text{K}$  nach [Koh96] erfährt bei  $15\ \text{K}$  Temperaturdifferenz eine Längenänderung von rund  $7\ \mu\text{m}$ . Weiterhin sind die Auswirkung auf den Messpunkt und damit auf die Offsetkorrektur durch die Fertigungstoleranzen der SRMs in Kapitel 4.2.3 sowie die Größen- bzw. Materialabhängigkeit in Kapitel 2.4.2, Kapitel 4.1.1, Kapitel 4.4.2 und in Kapitel 4.5 analysiert. Die Auswirkung und Bestimmungsmöglichkeit



**Abbildung 3.4:** Kugelreflektor 160A sowie Darstellung des schematischen Aufbaus.

einzelner anderer Einflussfaktoren wie z.B. die Rechtwinkligkeit der Reflexionsflächen zueinander sind z.B. in ASME B89.4.19:2006 näher beschrieben.

### 3.1.2 Reflektor 160A

Für den Einsatz mit LaserTRACER wurde zur Erhöhung des Einfallswinkelbereichs der „Reflektor 160“ konzipiert, der nach [BH12] für einen Entfernungsbereich von 2,5 m spezifiziert ist und sich aus einer Glaskugel sowie einer Vorrichtung für eine feste Montage zusammensetzt. Auf Basis dieses Reflektors wurde unter Mitwirkung des Geodätischen Instituts des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) der „Reflektor 160A“ (R160A) entwickelt, der eine taktile Antastung gestattet (vgl. Abbildung 3.4b). Durch die Wahl eines speziellen Glases mit einem Brechungsindex von  $n_{R160} \cong 2$  für den Bereich der Messwellenlänge wird für den Reflektor 160 bzw. R160A ein möglichst paralleler Strahlverlauf erzeugt, wobei zusätzlich durch die halbseitige hochreflektierende Metallbeschichtung der Glaskugel eine hohe Intensität des zurückgesendeten Messstrahls gewährleistet wird.<sup>1</sup> Insgesamt führt dieser Aufbau zu dem enormen Einfallswinkel von  $\pm 80^\circ$ , wodurch sich beispielsweise ein großes Anwendungsspektrum im Bereich der kinematischen Vermessung ergibt.

Ein direktes Messen von Oberflächen ist allerdings erst mit der Entwicklung des R160A möglich. Hierzu wurde die Glaskugel mit der Metallbeschichtung (Coating) mithilfe einer Klebeschicht in eine Kugelschale aus rostfreiem magnetischen Stahl eingebracht (vgl. Abbildung 3.4a). Der Durchmesser der Kugelschale beträgt 1,5" wodurch der R160A ähnlich wie die in Kapitel 3.1.1 beschriebenen SMRs, jedoch mit dem größeren Einfallswinkel von  $\pm 80^\circ$ , einzusetzen ist. Um bestimmte kinematische Anwendungen zu ermöglichen, ist durch den gewählten Aufbau des neuen Reflektors die Masse mit rund 100 g gegenüber des Cateye-Reflektors (vgl. Kapitel 3.1.3) um das rund siebenfache kleiner und selbst

<sup>1</sup> Aufgrund der Bedeutung des Brechungsindex der eingesetzten Glaskugel wird der Reflektor ebenfalls als „n2-Reflektor“ bezeichnet.

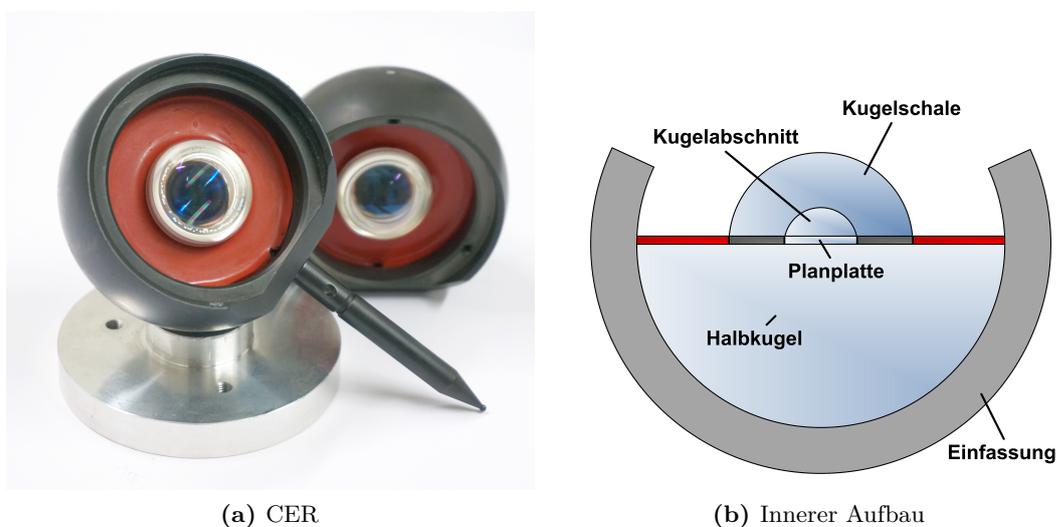
beispielsweise zu SKRs um rund die Hälfte reduziert, was allerdings mit einer geringeren Oberfläche der Kugelschale einher geht, sodass die Handhabbarkeit im Vergleich zu SMRs etwas erschwert ist. Bei der Untersuchung der Lage des optischen Zentrums zeigte sich für den ersten R160A eine exzentrische Lage der Glaskugel von rund  $36\ \mu\text{m}$  in der äquatorialen Ebene (laterale Zentrierung)<sup>1</sup>. Die dazu senkrechte Komponente wirkt sich abhängig von der Lage des Berührungspunktes auf der Oberfläche des R160A teilweise maßgeblich auf die Offsetkorrektur aus, sodass sie exemplarspezifisch durch vergleichendes Antasten mit einem Referenzreflektor zu bestimmen ist.

### 3.1.3 Cateye-Reflektor

Der Cateye-Reflektor (CER) (vgl. Abbildung 3.5a) zählt zu den Kugelreflektoren und ist ebenfalls als Katzenaugen-Reflektor bekannt. Nach [ZLK95] bzw. [Los01] setzt sich der CER aus einer Halbkugel mit einem Durchmesser von rund  $60\ \text{mm}$  und einem kleineren Kugelabschnitt, der nahezu einer Halbkugel entspricht, zusammen, die denselben Brechungsindex besitzen (vgl. Abbildung 3.5b). Der Kugelabschnitt wird durch eine weitere Kugelschale umgeben, die einen größeren Brechungsindex sowie einen Durchmesser von rund  $30\ \text{mm}$  aufweist. Zur Produktionserleichterung und Einhaltung der geforderten Toleranzen für den Stahlverlauf wird nach [Los01] zusätzlich eine planparallele Platte mit variabler Dicke zwischen der großen Halbkugel und dem kleineren Kugelabschnitt eingesetzt. Die optischen Elemente sind nach [HM15b] durch einer Stahlkugel mit gehärteter Oberfläche und einem Radius von  $37,5\ \text{mm}$  eingefasst, wobei die Maßtoleranz für den Radius mit  $\pm 0,025\ \text{mm}$  sowie die Formtoleranz mit kleiner  $\pm 0,005\ \text{mm}$  angegeben ist. Insgesamt wird laut Hersteller bei dem mehrschichtigen Aufbau eine optische Zentrierung von kleiner  $\pm 0,010\ \text{mm}$  erreicht und die Additionskonstante ergibt sich zu rund  $60\ \text{mm}$  bei  $\pm 0,020\ \text{mm}$ . Aufgrund der Größe des Cateyes (Durchmesser:  $75\ \text{mm}$ ) und des inneren Aufbaus beträgt die Masse rund  $730\ \text{g}$ . Das dadurch auftretende hohe Gewicht führt bei kinematischen Anwendungen mitunter zu Nachteilen, jedoch bietet die Reichweite bis  $25\ \text{m}$  sowie der große Einfallswinkel von bis zu  $\pm 60^\circ$  (vgl. [ZLK95]) besondere Vorteile z.B. bei Erfassung der Bahntrajektorie von Industrierobotern oder Werkzeugmaschinen. Hierbei, wie gleichermaßen bei der manuellen Antastung von Oberflächen in der Nähe des maximalen Einfallswinkels, ist darauf zu achten, dass der Messstrahl nicht durch die Kugeleinfassung abgeschnitten und somit der Intensitätsschwerpunkt auf dem PSD infolge der Teilreflexion fehlerhaft ausgewertet wird (vgl. [Ste10a]). Generell zeigt das CER durch den inneren Aufbau verschiedene optische Eigenschaften: Abhängig von der Messdistanz weist das reflektierte Signal eine ringförmige Intensitätsverteilung auf und aufgrund der sphärischen Aberration treten Verformungen der Wellenfront auf, sodass lediglich ein begrenzter Strahldurchmesser zur Distanzbestimmung geeignet ist (vgl. [ZLK95] bzw. [Los01]). Insgesamt führt mitunter die Verschiebung der Brennweite infolge der Dispersion bzw. des optischen Aufbaus bei unterschiedlichen Instrumenten dazu, dass der Messstrahl stark divergent reflektiert wird und

---

<sup>1</sup> Die äquatoriale Ebene liegt im optischen Zentrum der Glaskugel und ihre Normalenrichtung ist parallel zum Normalenvektor der ebenen Fläche der Kugelschale.



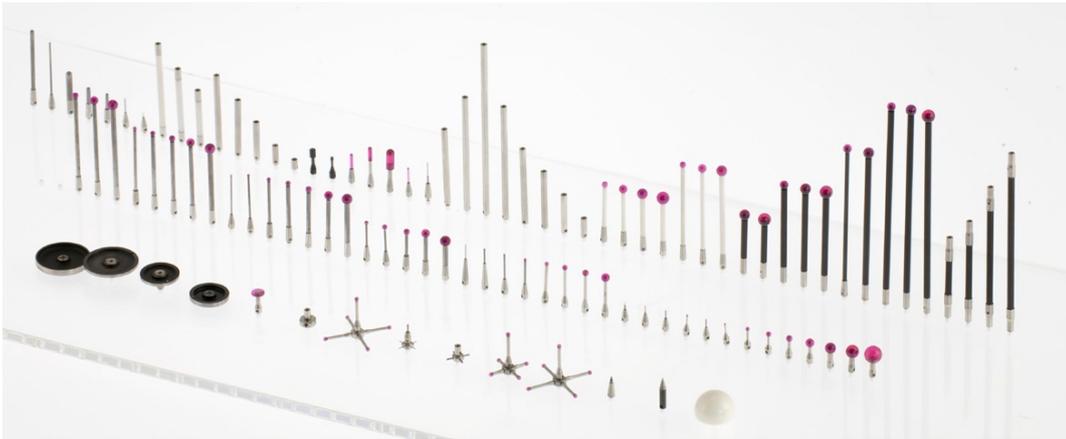
**Abbildung 3.5:** Cateye-Reflektor (CER) mit optionaler Tastspitze sowie schematische Darstellung des inneren Aufbaus mit Einfassung als Schnittansicht.

somit ein Messen erschwert wird. Ferner treten teilweise Schwierigkeiten bei Lasertrackern auf, falls die Wellenlängen des IFM- und ADM-Moduls stark voneinander abweichen und folglich unterschiedliche Divergenzwinkel auftreten (vgl. [Ste10a]). Zusätzlich wirken sich die Fertigungstoleranzen auf die Signalqualität aus. So führt nach [Ste10a] beispielsweise eine Dezentrierung der optischen Kugelelemente dazu, dass das reflektierte Signal im Querschnitt statt eines Kreises eine längliche Form annimmt.

Allgemein wird der Reflektor allerdings für die Erfassung von Oberflächen selten eingesetzt. Dies liegt weniger an dem etwas geringen Nutzungsbereich der Kugeloberfläche von  $230^\circ$ , sondern daran, dass er für die manuelle Beobachtung durch seine Größe bzw. das Gewicht auf Dauer schwer handhabbar ist und dass sich bei der Offsetkorrektur der große Radius von 37,5 mm negativ auswirkt (vgl. Kapitel 2.4). Es besteht allerdings die Möglichkeit dieser enormen Korrektur zu begegnen indem eine optionale Spitze mit kugelförmigem Ende, quasi ein Kugeltaster, an den CER montiert wird (vgl. Abbildung 3.5a). Mittels Modellierung einer lokalen Kugel als Verfahren der Einzelpunktkorrektur (vgl. Kapitel 5.2.2) wird der Radius bei der Offsetkorrektur z.B. mittels der Standardspitze auf einen Kugeldurchmesser von 2 mm reduziert. Darüber hinaus sind verdeckte Punkte bzw. kleinere Merkmale zusätzlich messbar.

## 3.2 Taster

Taster werden von allen Messsystemen mit taktilem Antastung bis auf das Tachymeter eingesetzt und bestehen im Vergleich zu Kugelreflektoren aus keinen optischen Komponenten. Sie stellen die zweite große Gruppe der Messmittel dar, die während des taktilen Messens zum Einsatz kommen und sind als Kugel-, Scheiben-, Zylinder- oder Halbkugeltaster verfügbar



**Abbildung 3.6:** Exemplarische Übersicht möglicher Tastervarianten ([Ren09]).

(vgl. Abbildung 3.6). Für die Montage der Taster finden typischerweise M2, M3, M4 und M5 Gewinde Verwendung, deren Einsatzmöglichkeit nochmals durch die Kombination von Gewindeadapter erweitert wird, sodass die Auswahl von Tastern für ein bestimmtes Messsystem allgemein nicht auf einen speziellen Hersteller beschränkt ist. Zusätzlich zu der Wahl des Tastertyps, die in den folgenden Kapiteln beschrieben werden, spielt die Erreichbarkeit des Messpunktes eine wesentliche Rolle. So ist neben der eigentlichen Schaftlänge die Reichweite des Tasters durch verschiedene Verlängerungen erweiterbar, wobei in diesem Zusammenhang auf die Stabilität und die zu erzielende Genauigkeit zu achten ist. Insbesondere bei handgeführten Systemen wirken große Antastkräfte auf den Taster (vgl. Kapitel 4.4.1). Für Verlängerungen, Schaft oder Halter stehen verschieden Werkstoffe, wie beispielsweise Aluminium, Hartmetall, „Keramik“, Kohlefaser, Stahl oder Titan zur Verfügung, sodass abhängig von den Umgebungsbedingungen oder Messanforderungen eine geeignete Auswahl möglich ist (vgl. z.B. [Ren09]). Taster sind bei Messarmen oder Messproben manuell zu montieren bzw. umzubauen sowie ggf. anschließend neu zu kalibrieren, was bei stationären Koordinatenmessgeräten nicht zwingend notwendig ist. Da bei diesen KMGs in der überwiegenden Regel autonome Steuerungen eingesetzt werden, sind hierbei automatische Tasterwechsel sowie ggf. direkte Neukalibrierungen durchführbar.

### 3.2.1 Kugeltaster

Kugeltaster zählen mit Abstand zu den meist eingesetzten Tastern für stationäre Koordinatenmessgeräte, Messarme und Messproben. Bei der Auswahl der verfügbaren Durchmesser werden mehrere Skalenbereiche abgedeckt. So liegt beispielsweise nach [CZDA15] zwischen dem kleinsten Durchmesser von  $120\ \mu\text{m}$  und dem größten von  $30\ \text{mm}$  ein Faktor von 250. Während bei stationären KMGs jegliche Taster eingesetzt werden, werden für handgeführte Messsysteme nur größere Radien verwendet. Bei Messarmen sind die typischen Durchmesser  $3\ \text{mm}$ ,  $6\ \text{mm}$  und  $15\ \text{mm}$  bzw. für nichtmetrische Größen  $1/8''$  ( $3,175\ \text{mm}$ ) und  $1/4''$  ( $6,35\ \text{mm}$ ). Bei der Verwendung einer Messprobe werden vergleichbare Kugeldurchmesser



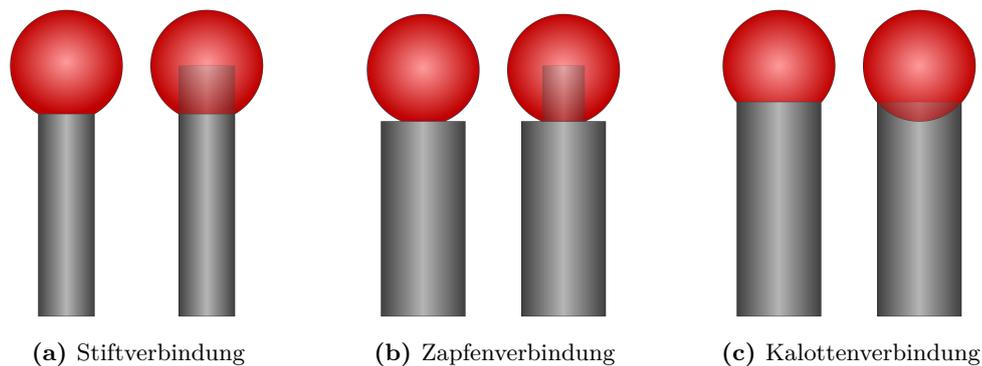
**Abbildung 3.7:** Exemplarische Übersicht von Kugeltastern mit verschiedenen Radien aus Rubin ([Ren09]).

genutzt, lediglich anstatt des 15 mm-Kugeltasters wird üblicherweise der korrespondierende 0,5"-Taster (12,7 mm) eingesetzt.

Neben der reinen Größe des Kugeltasters spielen bei der Offsetkorrektur die vorliegenden Fertigungstoleranzen der Kugel, die sich in unterschiedliche Klassen aufteilen, eine wichtige Rolle (vgl. Kapitel 4.2). Die Kugeltaster bis zu einem Durchmesser von 0,5" werden typischerweise in den Toleranzklassen G3 oder G5 nach DIN 5401:2002 angeboten, wobei der höhere Grad 3 durch die geringeren Maß- und Formtoleranzen für hochgenaue Anwendungen einzusetzen ist. Bei einem Durchmesser größer als 0,5" liegen die Kugeltaster hingegen in der maximalen Toleranzklasse G10.<sup>1</sup>

Als Material für die Tastkugeln – das typischerweise synthetisch hergestellt ist, wird in der Regel Rubin, Siliciumnitrid, Zirkoniumoxid, oder polykristallines Aluminiumoxid, Saphir, Hartmetall, Stahl und Diamant verwendet. Am häufigsten wird Rubin als Kugelmaterial eingesetzt, wobei es meist fertigungstechnisch bei großen Durchmessern über 12,7 mm keine Anwendung findet (vgl. Abbildung 3.7). Hingegen werden üblicherweise Kugeltaster unter einem 1 mm Durchmesser ausschließlich aus Rubin gefertigt (vgl. z.B. [CZDA15]). Bei den Bezeichnungen der Materialien ist gewisse Vorsicht geboten, da teilweise die Reinheit bzw. die Kristallstruktur für den Namen maßgeblich ist. So sind beispielsweise Rubin oder Saphir monokristalline Aluminiumoxide, die aus 99 % und mehr Aluminium(III)-oxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) bestehen (vgl. [Sap14]). Dabei besteht Rubin, im Unterschied zum hochreinen und transparenten Saphir, aus rund 1 % Chrom in Form von  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , woraus u.a. die rötliche Färbung resultiert. Ferner ist der Begriff Keramik, der für die Materialbezeichnung gängige Verwendung findet, zu vermeiden. Technische Keramik wird nach [Ver03] unter anderem in Oxidkeramik (z.B.

<sup>1</sup> Für Fertigungstoleranzen nach ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) wird bei der Angabe der Klasse der Buchstabe „A“ nachgestellt (z.B. „G5A“).



**Abbildung 3.8:** Varianten der Verklebung einer Tastkugel (schematisch und semitransparent).

Aluminiumoxid oder Zirkoniumoxid) und Nichtoxidkeramik (z.B. Siliciumnitrid) eingeteilt, womit alle der genannten Materialien für die Kugeltaster bis auf Hartmetall, Stahl und Diamant unter den Oberbegriff Keramik fallen. Im Folgenden wird polykristallines Aluminiumoxid lediglich als Aluminiumoxid bezeichnet und monokristallines Aluminiumoxid als Rubin bzw. Saphir. Da das eingesetzte Material erheblichen Einfluss auf die Eigenschaften beim Messen zeigt, wird dies näher in Kapitel 4.4 erläutert.

Um die Tastkugel mit dem Schaft zu verbinden, kommen nach [Ren09] mit der Zapfen- und Kalottenverbindung zwei Varianten zum Einsatz, die grundsätzlich auf eine Klebeverbindung setzen. Aufgrund der Begrifflichkeit ist jedoch zusätzlich als dritte Ausführung die Stiftverbindung zu unterscheiden (vgl. Abbildung 3.8). Eine stabile und dauerhafte Verbindung ergibt sich dann, wenn die Klebefläche maximal und die Klebeschicht aufgrund des geringen Elastizitätsmoduls gleichzeitig möglichst dünn ist. Um eine Antastung mit dem Schaft zu vermeiden wird der Durchmesser des Schafts in der Regel immer kleiner als der der eingesetzten Kugel gewählt. Bei der ersten Verklebungsvariante wird vor dem Verkleben ein Sackloch in die Tastkugel gebohrt um den Schaft, der typischerweise den halben Kugeldurchmesser der Tastkugel als Durchmesser aufweist, aufzunehmen (vgl. Abbildung 3.8a). Bei der zweiten Variante wird ähnlich wie bei der Stiftverbindung ein Sackloch in die Tastkugel gebohrt, jedoch wird zusätzlich der Schaft mit einem entsprechenden Zapfen gefertigt (vgl. Abbildung 3.8b). Im Vergleich zur Stiftverbindung sind bei dieser Zapfenverbindung Schäfte mit größeren Durchmessern und damit einer erhöhten Stabilität realisierbar. Bei der dritten Verbindungsvariante ist der Schaft mit demselben Radius der Tastkugel ausgespart und wird direkt mithilfe einer Klebeschicht verbunden (vgl. Abbildung 3.8c). Hierbei dient aufgrund der Vermeidung der Schaftantastung weniger als die halbe Kugeloberfläche als Kontaktfläche für die Verklebung. Die Kontaktfläche selbst stellt eine Kugelkalotte dar, sodass die Verbindung Kalottenverbindung genannt wird. Im Vergleich zu dieser Verbindung ist die Klebefläche der Stift- oder Zapfenverbindung größer und Kräfte werden durch den innenliegenden Schaft dauerhafter aufgenommen. Dabei muss allgemein bei der Fertigung sichergestellt sein, dass durch den mechanischen Eingriff an

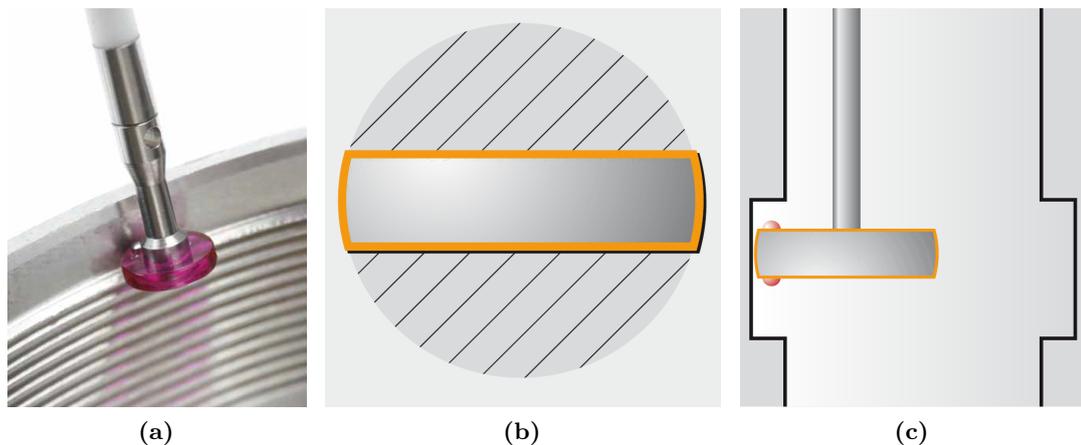


**Abbildung 3.9:** Exemplarische Kugeltasterkonfigurationen (sternförmig, mit Gelenk und komplex) ([Ren09]).

der Tastkugel keine Deformationen auftreten oder dass die Tiefe der Bohrung mit der Zapfenlänge harmoniert. Durch verschiedene Einflüsse bei der Fertigung wird der höchste Grad 3 (vgl. Kapitel 4.2) für Kugeltaster typischerweise erst ab einem bestimmten minimalen Kugeldurchmesser von z.B. 1 mm (vgl. [Ren09]), vertrieben.

Bei stationären Koordinatenmessgeräten werden teilweise mehrere Kugeltaster mithilfe eines Verbindungselements zusammengeführt. Diese wird nach [Ren09] als Tastereinsatzkonfiguration bezeichnet. Beispielweise werden mithilfe einer sternförmigen Konfiguration drei oder fünf Taster gleichzeitig genutzt (vgl. Abbildung 3.9), was insbesondere bei komplexen Geometrien eventuelle Tasterwechsel einspart. Daneben gibt es alternativ dreh- oder knickbare Verbindungselemente um speziell innenliegenden Merkmale zu erreichen. Grundsätzlich ist es möglich, solche Sterntaster oder Tasterbäume beliebig zu verzweigen, jedoch ist zur Vermeidung von systematischen Abweichung ein Kräftegleichgewicht herzustellen, sodass die Tasterkonfiguration symmetrisch aufzubauen ist, bzw. dass der Schwerpunkt unterhalb Aufnahme des Tastereinsatzes liegt. Auch ist zu berücksichtigen, dass mit seitlichem Antasten größere Kräfte auf das Messsystem wirken, was durch Verlängerungen nochmals verstärkt wird (vgl. Kapitel 4.4.1). Wird ferner bei stationären KMGs das durch den Hersteller spezifizierte zulässige Gesamtgewicht für den Tastereinsatz infolge der Masse der Tasterkonfiguration bzw. der eines einzelnen Kugeltasters überschritten, ist eine zuverlässige Datenerfassung nicht gegeben.

Bei dem Einsatz eines Messarmes oder einer Messprobe besteht ebenfalls die Möglichkeit „Tastspitzen“ anzubauen, die für handgeführte Taster einen besonders kleinen Kugelradius von z.B. 100  $\mu\text{m}$  (vgl. [HM15b]) bieten. Bei geringen Genauigkeitsanforderungen und Berücksichtigung der Messgenauigkeiten – die von Messproben mitunter erreicht werden, ist es teilweise effizient, auf eine Offsetkompensation gänzlich zu verzichten, den Messwert direkt als Oberflächenpunkt anzunehmen und beispielsweise den Kugelradius als Unsicherheitsbeitrag zu betrachten. Aufgrund der enormen Antastkräfte die bei einem Einsatz mit einer handgeführten Messprobe aufkommen, treten allerdings plastische Deformation der Oberfläche bei der Verwendung einer solchen „Tastspitze“ auf, was nicht nur zu verfälschten Messwerten führt, sondern das Objekt zusätzlich sichtbar beschädigt.

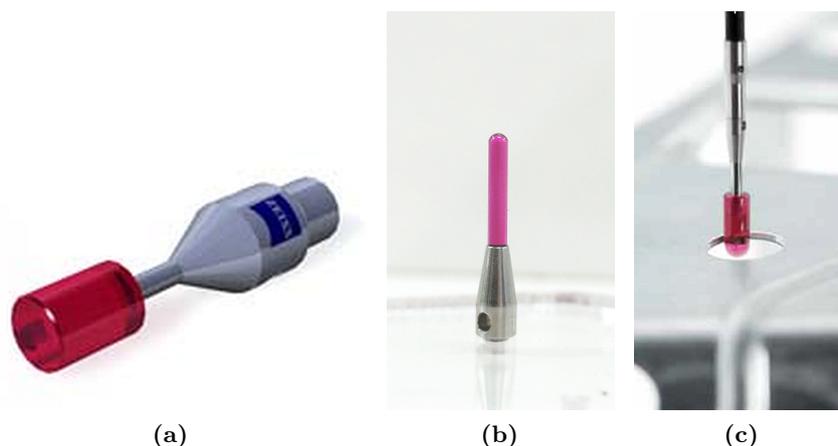


**Abbildung 3.10:** Exemplarischer Scheibentaster (a), die zugrundeliegende Geometrie (b) sowie ein Halbkugel-Scheibentaster (schematisch) (c) ([Ren09]).

### 3.2.2 Scheibentaster

Scheibentaster bzw. Kugelscheibentaster werden zum Messen von z.B. Nuten oder Rillen insbesondere in schwerzugänglichen Bohrungen verwendet ([Ren09]). Sie werden beispielsweise aus Rubin, polykristallinem Aluminiumoxid oder Stahl gefertigt (vgl. Abbildung 3.10a). Während Scheibentastern aus Aluminiumoxid bis zu einem Durchmesser von 45 mm angeboten werden, sind Taster aus Stahl bis zu einem Durchmesser von 100 mm verfügbar (vgl. [CZDA15]). Geometrisch betrachtet sind Scheibentaster Teil einer Kugel (vgl. Abbildung 3.10b): Ausgehend von einer präzisen Vollkugel wird auf Höhe des Äquators eine symmetrische Kugelschicht gebildet. Diese Kugelscheibe kann verschiedene Stärken annehmen und ist abhängig von dem gewählten Kugelradius. Da der Berührungspunkt beim Messen immer auf der Kugelzone, also dem gekrümmten Flächenteil, liegen muss, ist es bei dünnen Scheibentastern in der Regel notwendig, diese zur messenden Oberfläche auszurichten. Somit wird vermieden, dass versehentlich mit der Kante der Kugelscheibe angetastet wird. Da bei dieser Form von Tastern es nur möglich ist, in Richtung der gedachten Äquatorebene und nicht orthogonal dazu zu messen, gibt es eine besondere Variante, um senkrecht zur Ebene zu messen.

Bei diesen sphärischen Scheibentaster bzw. die Halbkugel-Scheibentaster sind die klassischen Scheibentaster um Halbkugeln auf der Ober- und/oder Unterseite ergänzt, sodass ein Antasten in quasi alle Raumrichtungen ermöglicht wird (vgl. Abbildung 3.10c). Für die folgende Offsetkorrektion muss zwischen Halbkugeln und Kugelscheibe unterschieden werden, da die Lage des Kugelmittelpunktes sowie der Radius der Halbkugel abweichende Kalibrierwerte bedingen. Scheibentaster oder Halbkugel-Scheibentaster sind für handgeführte Messsysteme in der Nutzung sehr schwierig, da leicht mit der Kante der Kugelscheibe die Antastung erfolgt und somit der kalibrierte Radius nicht mehr sichergestellt ist.



**Abbildung 3.11:** Exemplarischer Zylindertaster (a) ([CZDA15]) und Kugelzylindertaster (b) sowie exemplarische Antastung eines dünnen Werkstücks mittels Kugelzylindertaster (c) ([Ren09]).

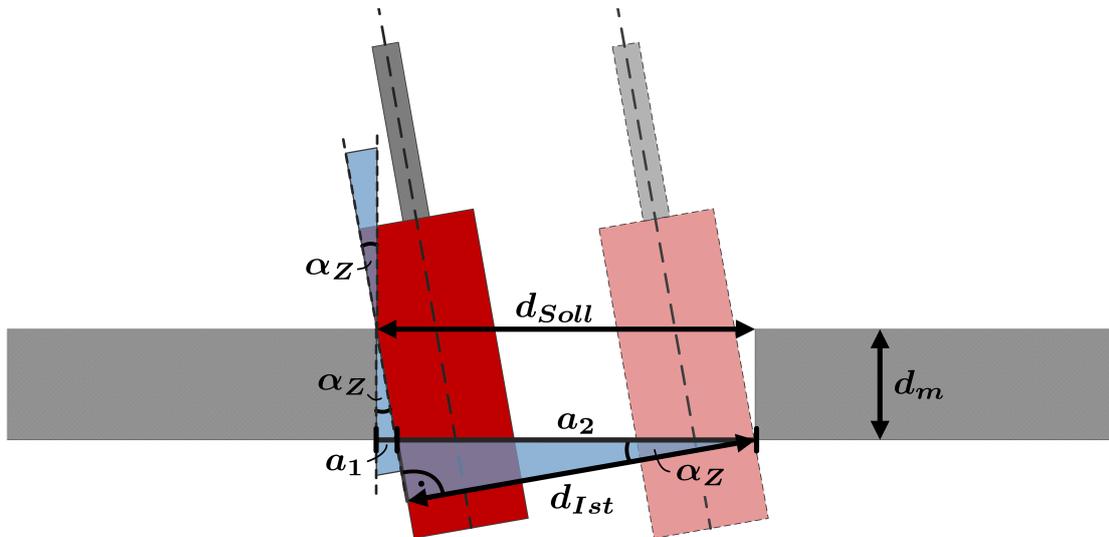
### 3.2.3 Zylindertaster

Zylindertaster oder Kugelzylindertaster sind aus Hartmetall, Rubin oder Keramik gefertigt und besitzen die Form eines Kreiszyinders – bzw. die eines Kreiszyinders kombiniert mit einer Halbkugel – mit unterschiedlicher Ausprägung von Radius und Höhe (vgl. Abbildung 3.11a und Abbildung 3.11b). Diese Taster, deren Durchmesser typischerweise von 0,5 mm bis 8 mm reichen, werden nach [Ren09] meist zum Messen von z.B. dünnen Werkstücken oder Metallblechen genutzt (vgl. Abbildung 3.11c). Hierbei erschwert die geringe Materialstärke den Einsatz eines klassischen Kugeltasters, da in solchen Fällen die vorhandene Kontaktfläche sehr klein ist. Die geometrische Form der Zylinder- oder Kugelzylindertaster führt jedoch dazu, dass die Taster beim Antasten exakt zum Messobjekt auszurichten sind. Wird dies nicht erreicht, tritt die systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  auf, die das Messergebnis verfälscht.

Um die Auswirkung der Ausrichtung des Zylindertasters und damit den Einfluss der Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  bezogen auf die Oberfläche zu analysieren, sei im Folgenden beispielhaft die Bestimmung eines Spaltmaßes sowie die Herleitung von  $\Delta_{SP}$  näher betrachtet<sup>1</sup>.

Wird mit einem Zylindertaster ein idealer, rechtwinkliger Spalt bidirektional angetastet (vgl. Kapitel 4.3.2) und ist der Taster um den Winkel  $\alpha_Z$  nicht perfekt zur Oberfläche bzw. zum Spalt ausgerichtet, was die Regel ist, liegt bei der Messung auf der ersten Seite beispielsweise der Berührungspunkt auf der Oberseite und bei dem Antasten auf der zweiten Seite auf der Unterseite des zu messenden Objekts (vgl. Abbildung 3.12). Der Nennabstand des Spaltmaßes sei  $d_{Soll}$  und setzt sich aus den Teildistanzen  $a_1$  und  $a_2$  zusammen:

<sup>1</sup> Ebenso ist das Vorgehen beispielsweise direkt auf die Ermittlung des Durchmessers einer Durchgangsbohrung mit doppelt punktuellen Antastung übertragbar.



**Abbildung 3.12:** Schematische Darstellung der bidirektionalen Antastung eines Spaltmaßes mit dem Nennabstand  $d_{Soll}$  sowie dem gemessenen Abstand  $d_{Ist}$  und der Materialstärke  $d_m$  mithilfe eines Zylindertasters, der um  $\alpha_Z$  nicht exakt zur Oberfläche ausgerichtet ist.

$$d_{Soll} = a_1 + a_2. \quad (3.2)$$

Mit dem gemessenen Spaltmaß  $d_{Ist}$ , das um den Radius des Zylindertasters kompensiert ist, der Materialstärke  $d_m$  sowie der unbekanntenen Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  lässt sich  $a_1$  bzw.  $a_2$  in (3.2) ersetzen und es ergibt sich:

$$d_{Soll} = d_m \cdot \tan(\alpha_Z) + \frac{d_{Ist}}{\cos(\alpha_Z)}. \quad (3.3)$$

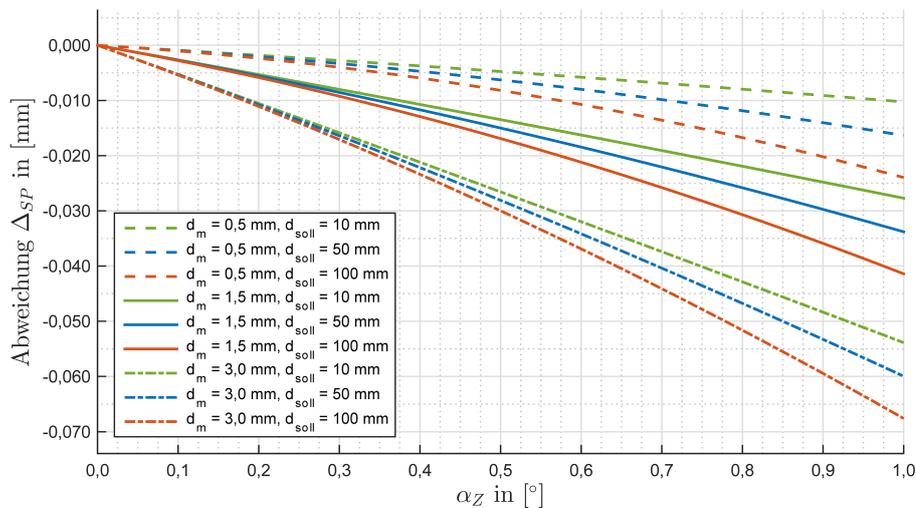
Für  $d_{Ist}$  erhält man:

$$d_{Ist} = d_{Soll} \cdot \cos(\alpha_Z) - d_m \cdot \sin(\alpha_Z). \quad (3.4)$$

Die systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  bedingt durch die fehlerhafte Normalenausrichtung ergibt sich zu:

$$\Delta_{SP} = d_{Ist} - d_{Soll} = d_{Soll} \cdot \left( \cos(\alpha_Z) - \frac{d_m \cdot \sin(\alpha_Z)}{d_{Soll}} - 1 \right) \quad (3.5)$$

und erreicht mitunter 0,1 mm. Diese systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  in Abhängigkeit von  $\alpha_Z$  zeigt Abbildung 3.13 für  $\alpha_Z \leq 1^\circ$  bei Materialstärken  $d_m$  zwischen 0,5 mm und 1,5 mm sowie Spaltmaßen zwischen 10 mm und 100 mm .



**Abbildung 3.13:** Systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  aus (3.5) bei der Spaltmaßmessung für Abweichungen von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  bis  $1^\circ$ , bei exemplarischen Materialstärken  $d_m$  von 0,5 mm (gestrichelt), 1,5 mm (durchgehend) bzw. 3,0 mm (strichpunkt) sowie den Spaltmaßen  $d_{Soll}$  von 10 mm (grün), 50 mm (blau) und 100 mm (rot).

Mithilfe der Kleinwinkelnäherung lässt sich (3.5) für geringe Abweichungen von der Normalenrichtung vereinfachen.

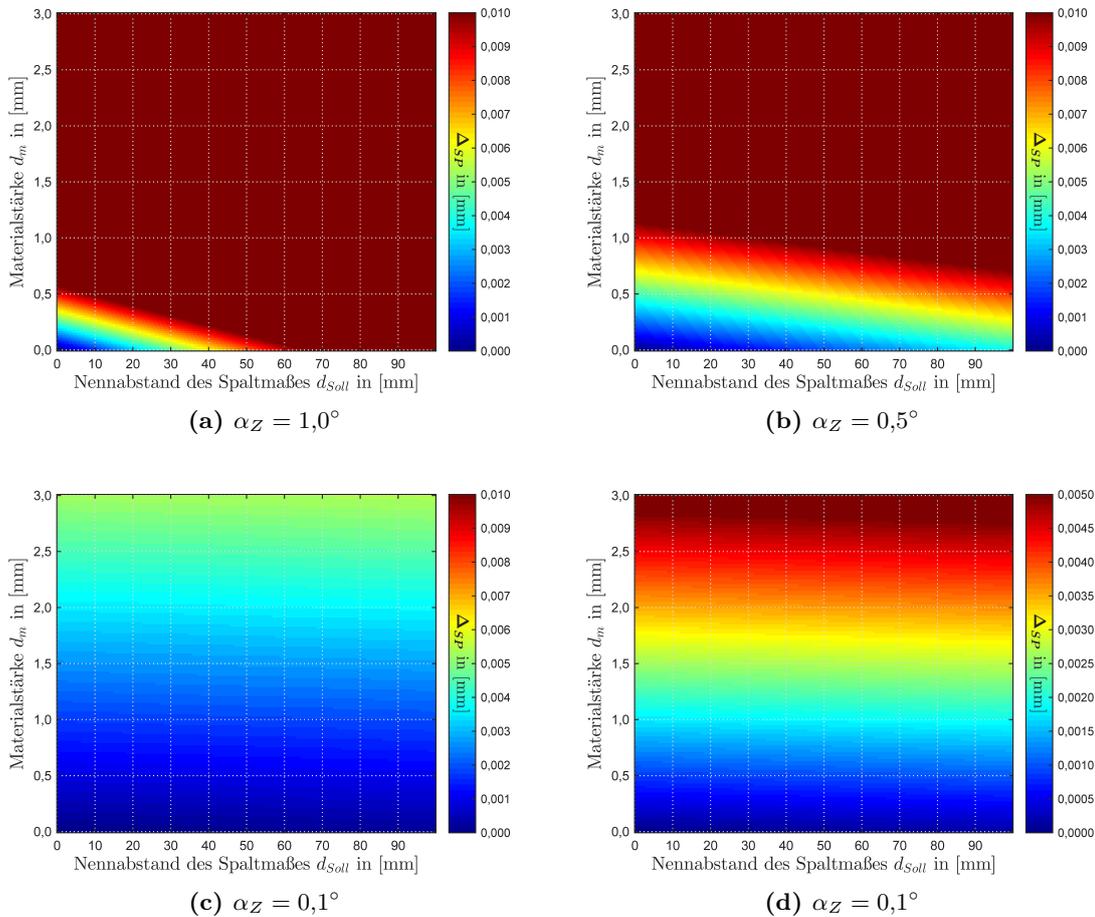
$$\Delta_{SPKW} = -d_m \cdot \alpha_Z \quad (3.6)$$

Anhand von (3.6) wird deutlich, dass der Einfluss der Materialstärke bei guter Ausrichtung des Tasters am größten ist.

Bei der Verwendung eines handgeführten Tasters wie bei einem Messarm oder einer Messprobe ist es offensichtlich, dass signifikante Abweichungen von der Normalenrichtung auftreten und ein manuelles exaktes Ausrichten nicht möglich ist. Daher ist der Einsatz eines Zylindertasters bei freibeweglichen Messarmen oder Messproben nicht zu empfehlen. Jedoch selbst bei kartesischen Koordinatenmessgeräten mit präzise ausgerichteter Messkopfführung in Bezug zur Granitauflage sind bei Blechen beispielsweise die Materialdurchbiegung oder leichte Höhenabweichungen bei den Distanzhaltern für die Objektaufnahme zu berücksichtigen<sup>1</sup>, sodass die Kleinwinkelnäherung nicht zweckmäßig ist.

Der Einfluss auf die systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  und der Zusammenhang zwischen der Materialstärke und dem zu messenden Abstand aus (3.5) wird in Abbildung 3.14 für feste Abweichungen von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  von  $1^\circ$ ,  $0,5^\circ$  und  $0,1^\circ$  veranschaulicht.

<sup>1</sup> Zum Erreichen von  $\alpha_Z \leq 0,1^\circ$  selbst bei großen Blechen von bspw. einem halben Meter Ausdehnung, unter Vernachlässigung der Durchbiegung, liegen die Anforderungen an die Objektträger bereits im Submillimeterbereich.



**Abbildung 3.14:** Systematische Abweichung  $\Delta_{SP}$  aus (3.5) bei der Spaltmaßmessung für feste Abweichungen der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  von  $1^\circ$ ,  $0,5^\circ$  und  $0,1^\circ$  in Abhängigkeit von der Materialstärke  $d_m$  und dem zu messenden Nennabstand des Spaltmaßes  $d_{Soll}$  mit  $10\ \mu\text{m}$  bzw.  $5\ \mu\text{m}$  als Grenzwert für die Farbskala.

Allgemein lässt sich aus (3.5) ableiten, dass ein Spaltmaß immer zu klein gemessen wird. Wird die Betrachtung auf ein Außenmaß übertragen, so zeigt sich, dass dessen Wert hingegen um denselben Betrag immer zu groß bestimmt wird. Zur Minimierung dieser systematischen Abweichungen ist es daher von zentraler Bedeutung, dass der eingesetzte Zylindertaster keine, oder zumindest eine bekannte, Abweichung von der Normalenrichtung aufweist. Da die Reduzierung der systematischen Abweichung durch das präzise Positionieren eines Objekts zum KMG oder alternativ das Ausrichten des Messkopfes zum Objekt im Subgradbereich sehr aufwändig und zeitintensiv ist, stellt sich die Bestimmung von  $\alpha_Z$  mit anschließender Kompensation anhand von (3.3) als die effizientere Methode dar.

Zur Ermittlung von  $\alpha_Z$  gibt es mehrere Varianten: Zum einen besteht die Möglichkeit in einer separaten Messung auf der flachen Oberfläche die Ausrichtung des Blechs zu bestimmen. Dies erfolgt z.B. mit einem Kugeltaster, was allerdings einen Tasterwechsel mit

zusätzlichem Unsicherheitsbeitrag nach sich zieht, oder durch einen in Abbildung 3.11b gezeigten Kugelzylindertaster. Durch die Kombination der geometrischen Form eines Zylinders und der einer Kugel ist es wie bei dem reinen Kugeltaster, jedoch ohne Tasterwechsel, direkt möglich die Ausrichtung des Bauteils zu bestimmen. Dabei muss bei der Zuordnung der Kalibrierwerte des Kugelzylindertasters jeweils die genutzte Regelgeometrie zu Grunde gelegt werden. Aufgrund von Deformationen, bedingt durch die Fertigung oder des Aufspannens, ist es teilweise notwendig für jedes Merkmal separat und lokal die Ausrichtung des Blechs zu bestimmen. Sollte die Möglichkeit der separaten Messung von  $\alpha_Z$  z.B. durch einen eingeschränkten Tastereinsatz nicht umsetzbar sein oder die Oberfläche sind nicht anzutasten, so bestehen Alternativen, die neu entwickelt wurden und im Folgenden erläutert werden.

Durch diese neue Mess- und Auswertestrategien ist es möglich, die unbekannt Abweichung von der Normalenrichtung indirekt aus Mehrfachmessungen mit einem einfachen Zylindertaster abzuleiten. Dabei wird in dem gewählten Beispiel das Spaltmaß erneut mit dem Taster gemessen, allerdings mit einer um den Wert  $\Delta_{\alpha_Z}$  abweichenden Normalenrichtung, sodass zur ersten Messung  $d_{Ist_1}$  der Wert  $d_{Ist_2}$  erfasst wird. Die bisher beschriebene bidirektionale Antastung (vgl. Kapitel 4.3.2) wird somit zu einer „doppelten bidirektionalen“ taktilen Messung erweitert. Die neu entwickelte Antaststrategie wird aufgrund der zweifachen bidirektionalen Antastung im Folgenden als „binibidirektionalen Antastung“ bezeichnet („bini“ lat.: „je zwei“). Infolge dieser Antastung lässt sich für  $d_{Soll}$  aus (3.3) zusätzlich (3.7) aufstellen.

$$d_{Soll} = d_m \cdot \tan(\alpha_Z + \Delta_{\alpha_Z}) + \frac{d_{Ist_2}}{\cos(\alpha_Z + \Delta_{\alpha_Z})} \quad (3.7)$$

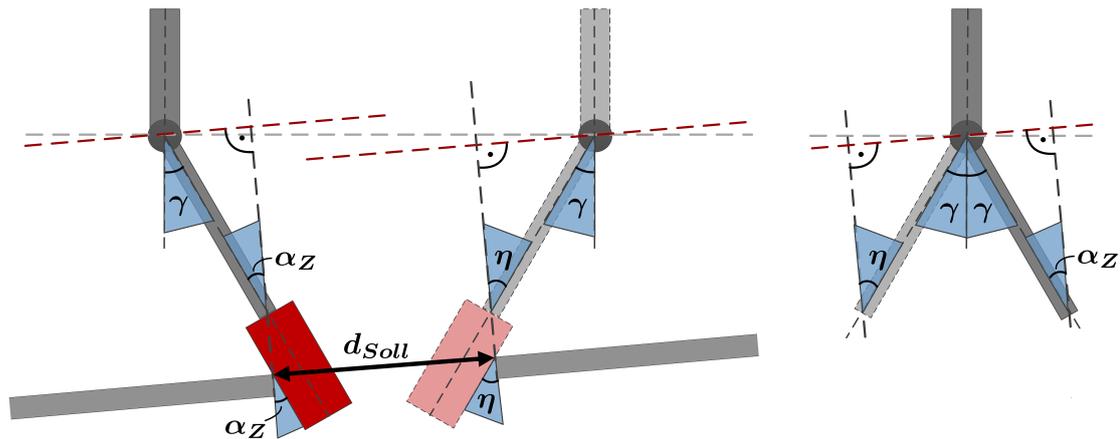
Nach Gleichsetzen von (3.3) ( $d_{Ist} \hat{=} d_{Ist_1}$ ) mit (3.7) und Umformen ergibt sich (3.8), die die Basis der neu entwickelten Auswertestrategie darstellt um  $\alpha_Z$  zu bestimmen.

$$-\sin(\Delta_{\alpha_Z}) \cdot d_m = \cos(\alpha_Z) \cdot d_{Ist_2} - \cos(\alpha_Z + \Delta_{\alpha_Z}) \cdot d_{Ist_1} \quad (3.8)$$

Bei bekanntem  $\Delta_{\alpha_Z}$  und gemessenen Werten  $d_{Ist_1}$  und  $d_{Ist_2}$  ist es mit (3.8) möglich, die bisher unbekannt Normalenrichtung  $\alpha_Z$  mittels iterativem Lösungsverfahren zu ermittelt. Durch Einsetzen von  $\alpha_Z$  in (3.3) oder (3.7) ergibt sich die gesuchte Größe  $d_{Soll}$ .

Um einen bekannten und konstanten Wert für  $\Delta_{\alpha_Z}$  zu erzielen, gibt es bei mechanisch geführten Messköpfen mehrere Möglichkeiten. So ist durch ein Gelenk manuell (vgl. Abbildung 3.9), bei einem Dreh-Schwenk-Messkopfsystem teilweise ebenfalls motorisch, ein Taster verschwenkbar um dessen Ausrichtung zum zumessenden Objekt anzupassen (vgl. [Ren09], [KM15]). Durch eine hohe Reproduzierbarkeit der Schwenkeinrichtung, z.B. durch eine Hirthverzahnung oder einen mechanischer Anschlag, ggf. kombiniert mit einer Kalibrier- oder Prüfroutine, wird dabei eine hohe Genauigkeit für  $\Delta_{\alpha_Z}$  erreicht.

Eine weitere Möglichkeit, den Wert für  $\Delta_{\alpha_Z}$  aus (3.8) für die neue Mess- und Auswertestrategie zu erzielen, ist die Ausnutzung geometrischer Bedingungen, die vergleichbar mit



**Abbildung 3.15:** Schematische Darstellung der neuen Messstrategie mittels binibidirektionaler Antastung eines Spaltmaßes mit Zylindertaster.

einer Zweilagennmessung in der klassischen Geodäsie sind. Anstatt den Taster während des Messprozesses zu verschwenken, wird der Zylindertaster um die Drehachse des Messkopffsystems um  $180^\circ$  rotiert, sodass folgend binibidirektional antastet wird. Der dabei entstehenden Zusammenhang für  $\Delta_{\alpha_Z}$  wird folgend anhand von Abbildung 3.15 erläutert, wobei in der Darstellung zur Übersichtlichkeit jeweils nur die Berührung von einer Seite des Spaltes pro Antastung gezeigt ist – real sind immer beide Seiten in beiden Tasterstellungen zu messen. Hierbei ist die Größe  $\alpha_Z$  die gesuchte Abweichung von der Normalenrichtung von der ersten Tasterstellung,  $\eta$  ist hingegen ein Hilfswinkel, der die Abweichung von der Normalenrichtung während der zweiten Tasterstellung repräsentiert. Für die Beziehung zwischen  $\alpha_Z$  und  $\eta$  wird  $\gamma$  zu Hilfe genommen. Der Winkel  $\gamma$ , um den der Zylindertaster von der Drehachse verschwenkt ist, liegt infolge der Kalibrierung des Tasters vor und ist daher bekannt. Der Zusammenhang zwischen  $\alpha_Z$  und  $\eta$  wird durch die visuelle Überlagerung der Gelenkachsen der beiden Tasterstellungen (vgl. Abbildung 3.15 (rechts)) ersichtlich. Da zwei rechtwinklige Dreiecke vorliegen, gilt an der Schwenkachse folgende Beziehung:

$$2\gamma + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_Z\right) = \pi. \quad (3.9)$$

Durch Umstellung ergibt sich:

$$2\gamma - \alpha_Z = \eta. \quad (3.10)$$

Mit  $\eta \stackrel{!}{=} \alpha_Z + \Delta_{\alpha_Z}$  folgt aus (3.10)

$$\Delta_{\alpha_Z} = 2(\gamma - \alpha_Z). \quad (3.11)$$

Wird der Spalt beidseitig in beiden Tasterstellungen gemessen, lässt sich durch Einsetzen von  $\Delta_{\alpha_Z}$  aus (3.11) in (3.8)  $\alpha_Z$  bestimmen und es gilt (3.12).

$$\sin(2 \cdot (\alpha_Z - \gamma)) \cdot d_m = \cos(\alpha_Z) \cdot d_{Ist_2} - \cos(\alpha_Z - 2\gamma) \cdot d_{Ist_1} \quad (3.12)$$

Ausgehend von (3.12) und bekanntem  $\gamma$  durch die Kalibrierung lässt sich, ohne ein zusätzliches Verschwenken des Tasters um  $\Delta_{\alpha_Z}$ , der Wert für  $\alpha_Z$  mittels iterativem Lösungsverfahren infolge der binibidirektionalen Antastung ermitteln. Durch das folgende Einsetzen von  $\alpha_Z$  in (3.3) ist damit  $d_{Soll}$  bestimmbar, obwohl keine Ausrichtung zwischen Zylindertaster und dem zu messenden Objekt erfolgt ist.

Alternativ ist die Realisierung der beiden Tasterstellungen der binibidirektionalen Antastung durch die Verwendung eines Drehtisches zu erzielen. Hierbei wird anstatt des Tasters das zu messende Objekt um  $180^\circ$  rotiert. Es ist dabei unerheblich, ob das Objekt dezentral zur Rotationsachse des Drehtisches positioniert ist, lediglich die Tasterstellung zur Rotationsachse muss bekannt sein.

Mit diesen drei beschriebenen Varianten ist es folglich möglich, durch binibidirektionale Antastung die zuvor unbekannte Abweichung von der Normalenrichtung zu bestimmen und die Auswirkung auf eine Innen- oder Außenmaßbestimmung zu kompensieren. Dabei ist die Lage des Objekts im Raum nebensächlich, lediglich die Stellung des Tasters zum Objekt muss sich jeweils bekannt ändern. In dem erläuterten Beispiel wird eine ideale und rechtwinklige Geometrie zugrunde gelegt, allerdings ist eine Übertragung der binibidirektionale Antastung als neue Mess- und Auswertestrategie beispielsweise ebenfalls auf abgerundete oder gefaste Kanten bei bekanntem Radius bzw. Winkel möglich. Die systematischen Abweichungen bedingt durch diese angepassten Geometrien würden dabei sogar in gegensätzlicher Richtung wirken, sodass trotz komplexerer Geometrie es zu einer Reduktion der systematischen Abweichung kommt.

### 3.2.4 Halbkugeltaster

Bei den in Kapitel 3.2.1 vorstellten Kugeltastern steigt mit zunehmender Größe das Gesamtgewicht der Taster, was sich gleichzeitig auf die dynamischen Eigenschaften des Messsystems auswirkt. Hierbei ist es möglich, dass durch den Einsatz bei stationären Koordinatenmessgeräten die vom Hersteller vorgegebene maximale zulässige Masse für eine Tasterkonfiguration überschritten wird. Bei einer solchen Überschreitung tritt mitunter eine Fehlfunktion des Messkopfes auf (vgl. [CZDA15]). Daher kommen für die Realisierung eines großen Kugeldurchmessers bei Minimierung der Masse anstatt massiver Vollkugeln von innen ausgesparte Halbkugeln (vgl. Abbildung 3.16) zum Einsatz. Aufgrund der geringen Dichte wird zudem als Material für deren Fertigung meist polykristallines Aluminiumoxid verwendet. Bei handgeführten Messtastern spielt das Gesamtgewicht eine untergeordnete Rolle, jedoch werden aufgrund der Verfügbarkeit auch hierbei die gewichtsreduzierten Halbkugeln eingesetzt. Die Hauptanwendungen der Halbkugeltaster liegen im Bereich von rauen Oberflächen (vgl. [Ren09] und [CZDA15]). Die großen Radien und die damit resultierende mechanische Filterwirkung infolge der Kugelgeometrie (vgl. Kapitel 4.1) werden dazu genutzt, um der Rauheit entgegen zu wirken. So ist es beispielsweise möglich gewisse Kernlochdurchmesser (lichte



**Abbildung 3.16:** Exemplarische Halbkugeltaster ([Ren09]).

Weite) von Gewindebohrungen zu erfassen, was mit einem kleinen Kugeltaster nur bedingt zu realisieren ist, da die systematischen Einflussfaktoren durch die Geometrie eines Gewindes zu groß sind. Halbkugeltaster werden ferner eingesetzt, um tieferliegende Merkmale zu erfassen ([Ren09]), da währenddessen besonders auf die Vermeidung einer Schaftantastung zu achten ist.

Allgemein ist die geometrischen Form des Halbkugeltasters so gewählt, dass der gedachte Schnitt durch die Vollkugel nicht durch den Kugelmittelpunkt erfolgt, sondern die realisierte Fläche des Tasters etwas größer als eine geometrische Halbkugel ist. Dies hat den Vorteil, dass beim Einsatz des Tasters Messungen am Rand leichter zu vermeiden sind – in diesem Bereich sind typischerweise aufgrund der Fertigung größere Formabweichungen zur Regelgeometrie zu erwarten. Allgemein erfolgt bei einem Halbkugeltaster die Offsetkorrektur äquivalent zu der bei Kugeltastern, da es sich faktisch um einen Kugelabschnitt handelt. Aufgrund des größeren Kugelradius ist jedoch zu beachten, dass die Auswirkung einer eventuell unbekannt oder ungenauen Normalenrichtung entsprechend größer ist (vgl. Kapitel 2.4.2).

### 3.3 Prismen und Adapter

Prismen und Adapter stellen eine weitere Gruppe an Messmitteln dar, die insbesondere für größere Entfernungen oder große Sichtbereiche konzipiert sind. Gleichwohl sind diese Messmittel auch für spezielle Aufgabenstellungen geeignet.

#### 3.3.1 Tripel- und Rundumprismen

Bei taktilen Messungen werden zusätzlich zu Kugelreflektoren bei der Verwendung von Tachymetern insbesondere Tripelprismen als Reflektoren eingesetzt. Diese Reflektoren sind ebenfalls als Rundprismen bekannt und bestehen aus einer dreiseitigen Pyramide, die aus



**Abbildung 3.17:** Exemplarische Tripel- und Rundumprismen mit optionaler Spitze und Verlängerung ([LG15]).

einem Glaswürfel herausgeschnitten wurde (vgl. z.B. [DS02]). Im Gegensatz zu den Kugelreflektoren sind Prismen nicht in eine radialsymmetrische Geometrie eingefasst, sondern weisen in verschiedenen Raumrichtungen unterschiedliche Abstände zwischen optischem Zentrum und Berührungspunkt der Oberfläche bzw. Fassung auf, was eine Offsetkorrektion bei einer taktilen Antastung erschwert. So variiert z.B. der zu kompensierende Abstand für das in Abbildung 3.17a gezeigte Prisma zwischen 21 mm und 86 mm, abhängig davon, ob mit der Rück- oder Unterseite angetastet wird (vgl. [LG12]). Dadurch, dass die Halterung auf Höhe des Bezugspunktes verkipptbar ist, besteht die Möglichkeit, dass folglich immer mit der Unterseite und somit mit 86 mm Abstand eine Oberfläche angetastet wird. Wenngleich hiermit immer der größte Abstand in die Offsetkorrektion eingeht, erhöht dies die Zuverlässigkeit, da grobe Fehler durch Verwechseln der Abstandsmaße entfallen. Wird alternativ mit dem kleinen Rundumprisma (vgl. Abbildung 3.17d) eine Oberfläche taktil angemessen, so beträgt der Abstand zur Unterseite lediglich 15 mm.

Abhängig von der Größe und Qualität des Reflektors wird eine maximale nutzbare Reichweite empfohlen. Bei dem in Abbildung 3.17a gezeigten Reflektor mit einem Durchmesser von 62 mm beträgt sie beispielsweise rund 3500 m. Rundumprismen bzw. 360°-Prismen besitzen den Vorteil, dass sie einen großen Einfallsbereich aufweisen (vgl. Abbildung 3.17c). Durch die Kombination von sechs Einzelprismen, die jeweils mit einer Winkelgenauigkeit von 2'' gefertigt sind (vgl. [Bul13]), ist es möglich in horizontaler Richtung das Prisma von allen Seiten anzumessen. Diese Eigenschaft wird insbesondere beim Verfolgen des Reflektors wie beispielsweise bei Automatisierungsaufgaben ausgenutzt. Allerdings geht dies einher mit größeren Fertigungstoleranzen sowie einfallswinkelabhängigen Richtungs- und Distanzabweichungen (vgl. [FH00]) die zu größeren Unsicherheitsbeiträgen für die Offsetkorrektion führen. Infolgedessen sind Tripelprismen für die taktile Antastung gegenüber den Rundumprismen zu bevorzugen. Als Zentriergenauigkeiten werden für die Reflektoren verschiedene Werte angegeben, die vom Typ des Prismas, der Größe, aber insbesondere von der Ausführungsqualität abhängig sind. So wird beispielsweise für die großen Präzisionstripelprismen

die höchste Genauigkeit von 0,3 mm angegeben, wobei bei den kleineren Rundprismen nur 1,0 mm erreicht werden. Durch den komplexeren Aufbau werden die Rundumprismen in großer Ausführung mit einer Zentriergenauigkeit von 2,0 mm spezifiziert, wobei für die kleineren sogar bessere Genauigkeiten von 1,5 mm angegeben werden (vgl. [LG15]).

Durch die Verwendung eines massiven Glaskörpers als Reflektor kommt es wie bei den GPRs durch den erhöhten Brechungsindex  $n_P$  im Material zu Laufzeitverzögerungen des Messstrahls. Allerdings wirkt sich bei den Tripelprismen im Vergleich zu den Kugelreflektoren der Abstand der Stehachse zur Vorderseite des Glaskörpers  $p$  sowie der Bezug zum Mittelpunkt des Prismas in Verlängerung der Stehachse auf die Additionskonstante aus (vgl. [Pau69]). Die resultierenden Prismenkonstanten zur Distanzverbesserung sind meist negativ und variieren von rund +10 mm bis -35 mm. Manche Hersteller führen hierbei intern eine numerische Distanzkorrektur durch, sodass die hauseigenen Reflektoren eine rechnerische Prismenkonstante von 0,0 mm aufweisen (vgl. [LG10b]), wengleich durch die Konstruktion bei Berücksichtigung der Laufzeitverzögerung eine physikalische Additionskonstante von 0,0 mm technisch realisierbar ist (vgl. [Rüe96]). Ähnlich wie bei Kugelreflektoren mit einem Glasprisma (vgl. (3.1)) besteht bei Tripelprismen bzw. bei Rundumprismen eine Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$ , die bei Rundprismen, unter Berücksichtigung der Prismenhöhe  $h_P$ , des Werts  $p$  sowie des Brechungsindex der Luft  $n_L = 1$  zur Distanzabweichung  $\Delta_D$  führt und systematisch die Position des Messpunktes beeinflusst (vgl. [Pau69]):

$$\Delta_D = -h_P \cdot \left( n_P - \sqrt{n_P^2 - \sin^2(\alpha)} \right) + p \cdot (1 - \cos(\alpha)). \quad (3.13)$$

Abhängig von der Prismenhöhe  $h_P$ , der Lage der Stehachse bzw.  $p$  ergibt sich nach (3.13) ein  $\Delta_D$  für Tripelprismen bzw. für Rundumprismen mitunter von mehreren Millimetern (vgl. z.B. [Pau69], [Rüe96] oder [FH00]), sodass die Abhängigkeit von dem Einfallswinkel  $\alpha$  grundsätzlich nicht zu vernachlässigen ist. Ferner tritt eine Lageabweichung  $\Delta_q$  auf, falls die Prismenspitze als Bezugspunkt, beispielsweise infolge der automatischen Zielerfassung, verwendet wird. Ausgehend von [Rüe96]<sup>1</sup> ergibt sich nach Umformung (3.14):

$$\Delta_q = \left( \frac{h_P \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{n_P^2 - \sin^2(\alpha)}} - p \right) \cdot \sin(\alpha). \quad (3.14)$$

Anhand von (3.14) zeigt sich, dass bei Prismen abhängig von deren Konstruktion Lageabweichungen mitunter von mehreren Millimeter auftreten, wobei neben der geometrischen Optik zusätzlich z.B. die Auswerterroutine zu berücksichtigen ist (vgl. [Rüe96] und [FH00]).<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Die Variable  $a$  ist hierbei als Prismenhöhe  $h_P$  aufzufassen

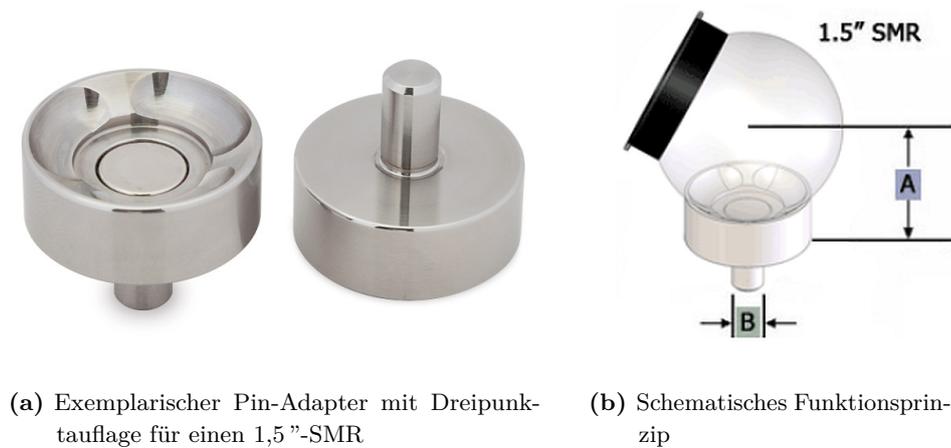
<sup>2</sup> Bei Verwendung einer automatischen Zielerfassung bei einem Tachymeter ist zu berücksichtigen, dass die Standardabweichung für die Winkelmessung von z.B. 0,5'' (0,15 mgon) die Genauigkeit der Zielerfassung von z.B.  $\pm 1$  mm erst ab einer Entfernung von mehreren hundert Metern überwiegt und folglich eine manuelle Anzielung des Prismas bei kurzen Distanzen allgemein zu einer geringeren Messunsicherheit führt (vgl. z.B. [LG09b]).

Zusätzlich zur Abweichung  $\Delta_D$  und  $\Delta_q$  treten weitere Schwierigkeiten auf, die sich mitunter auf die Lage des Messpunktes und damit auf die Offsetkorrektur auswirken. Beispielsweise wird nach [LG10b] an der Vorderseite des Prismas etwa 4% des Messsignals reflektiert, was sich bei einem ausgerichteten Tripelprisma besonders bei kurzen Entfernungen stark auswirkt. Zur Vermeidung von Fehlmessungen wird von Herstellern entweder eine Beschichtung aufgetragen, die die Reflexion für bestimmte Wellenlängenbereiche minimiert, oder das Diopter des Reflektors wird bei der Fertigung leicht verschwenkt eingerichtet. Bei Präzisionsprismen ist die zweite Variante zur Reduzierung der Messunsicherheit bevorzugt eingesetzt, da die Beschichtung die empfangene Wellenfront beeinflusst. Darüber hinaus ist aufgrund der wellenlängenabhängigen Oberflächenbehandlungen stets sicher zu stellen, dass das eingesetzte Distanzmessmodul mit dem Reflektor bzw. der Beschichtung harmonisiert. Zur Verbesserung der Reflexionseigenschaften wird weiterhin eine Beschichtung auf der Rückseite der Glaskörper aufgebracht. Beispielsweise wird hierbei nach einer Haftsicht eine Kupferschicht aufgetragen, die anschließend gegen Oxidation mit einer Deckschicht geschützt wird (vgl. [Bul13]). Eine solche Kupferschicht erzeugt nach [LG10b] bei einer Wellenlänge von 630 nm eine Reflexion von rund 65%, bei 850 nm beträgt sie hingegen rund 80% und führt entsprechend zur rötlichen Färbung des Prismas (vgl. Abbildung 3.17). Ein deutlich höherer Reflexionsgrad wird bei einer Silberbeschichtung erzielt, wie sie beispielsweise bei Kugelreflektoren verwendet wird (vgl. Kapitel 3.1.1). Hierbei wird ab einer Wellenlänge von rund 450 nm stets ein Reflexionsgrad von über 90% erreicht (vgl. z.B. [PLX16b]), was sich allgemein positiv auf die Bestimmung der Lage des Messpunktes und somit auf die Offsetkorrektur auswirkt.

Bei dem Einsatz eines Tripelprismas wird in der Praxis für taktile Messungen meist eine optionale Spitze montiert, die zusätzlich um eine Verlängerung erweiterbar ist (vgl. Abbildung 3.17b). Alternativ ist bei größeren Reflektoren ein Lotstab einsetzbar, der Verlängerungen um mehr als einen Meter ermöglicht. Durch die Konstruktion der Halterungen liegt der Bezugspunkt des Prismas idealerweise in direkter Verlängerung und damit in der Achse der angebauten Spitze bzw. des Lotstabs – wobei sich die entsprechenden Fertigungstoleranzen auf die Lage des Messpunktes auswirken. Durch diese Spitzen sind einerseits vermarktete Punkte messbar, insbesondere wird jedoch die berührende Auflagefläche stark verringert, sodass sich der Filtereffekt reduziert. Andererseits ist es mithilfe der Verlängerung möglich, verdeckte oder schwer zugängliche Punkte zu messen (vgl. Kapitel 5.1.2 und Kapitel 5.2.2), wobei sich allerdings gleichzeitig der Abstand, der bei der Offsetkorrektur eingeht sowie die zu erwartende Unsicherheit für einen abgeleiteten Oberflächenpunkt, bedingt durch den Einfluss der Normalenrichtung, enorm vergrößert (vgl. Kapitel 2.4.2).

### 3.3.2 Kanten- und Pin-Adapter

Als Zubehör für SMRs in den typischen Größen von 0,5", 7/8" und 1,5" gibt es eine Vielzahl an Adaptern die oft aus Aluminium oder Edelstahl gefertigt, aber auch aus Titan

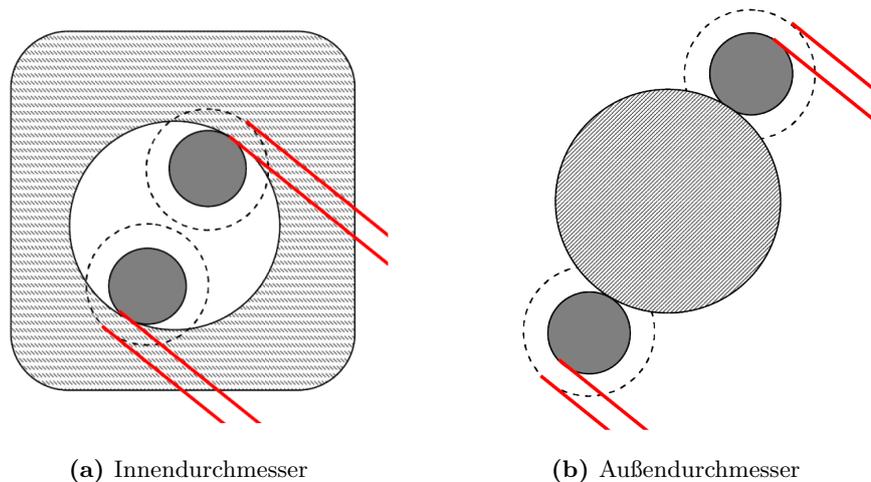


**Abbildung 3.18:** Pin-Adapter mit Aufnahme für einen SMR sowie Darstellung des Funktionsprinzips ([BI16d]).

angeboten werden. Exemplarisch seien hier der Pin-Adapter und der Kantenadapter näher betrachtet.

Der Pin-Adapter verfügt über eine magnetische Aufnahme für einen SMR sowie einen Schaft bzw. Pin (vgl. Abbildung 3.18a) und ist für das Abfahren von beispielsweise Bohrungs- oder Zylinderrändern konzipiert, bzw. dafür, dass der Mittelpunkt einer Bohrung eines bestimmten Durchmessers mit nur einer Messung erfassbar ist. Abhängig von der Ausführung der SMR-Aufnahme werden unterschiedliche Unsicherheiten erreicht: Infolgedessen sind bei präzise Anwendungen Adapter mit Dreipunktauflage im Vergleich zu welchen mit Rundaufnahme zu bevorzugen. Ferner liegt der Abstand  $A$  zwischen dem Kugelzentrum und der Auflage typischerweise bei 1'' bzw. 25 mm, der Durchmesser des Pins  $B$  wird hingegen meist anwendungsspezifisch definiert (vgl. Abbildung 3.18b).

Um den Einfluss eines solchen Pin-Adapters auf eine Messung zu beurteilen, werden im Folgenden die Fertigungstoleranzen näher betrachtet. Nach z.B. [BI16d] wird die Toleranz für  $B$  mit  $-0,0001''$  bis  $-0,0005''$  ( $-2,5\ \mu\text{m}$  bis  $-12,7\ \mu\text{m}$ ), die für  $A$  mit  $\pm 0,0005''$  ( $\pm 12,7\ \mu\text{m}$ ) und die für die Kugelzentrierung mit  $\pm 0,0005''$  ( $\pm 12,7\ \mu\text{m}$ ) angegeben. Wird ein Innenmaß ermittelt (vgl. Abbildung 3.19a), wird das lichte Maß um den Wert von  $2,5\ \mu\text{m}$  bis  $12,7\ \mu\text{m}$  zu groß gemessen. Ferner wirkt sich bei der Unsicherheitsbetrachtung des Innenmaßes die Toleranz der Kugelzentrierung mit  $\pm 12,7\ \mu\text{m}$  aus. Während der Bestimmung eines Außendurchmessers (vgl. Abbildung 3.19b) herrschen dieselben Bedingungen, mit dem Unterschied, dass sich der berechnete Durchmesser um  $2,5\ \mu\text{m}$  bis  $12,7\ \mu\text{m}$  zu klein ergibt. Ist mit dem Pin-Adapter z.B. ein Spaltmaß punktuell zu messen, wird dies aufgrund der Fertigungstoleranzen stets zu groß bestimmt, unabhängig ob die Antastung uni- oder bidirektional erfolgt (vgl. Kapitel 4.3). Hingegen wirkt sich bei der Ermittlung einer Zentrumslage aus mehreren Messpunkten die Toleranz von  $B$  nicht aus, falls die Antastung mit einem



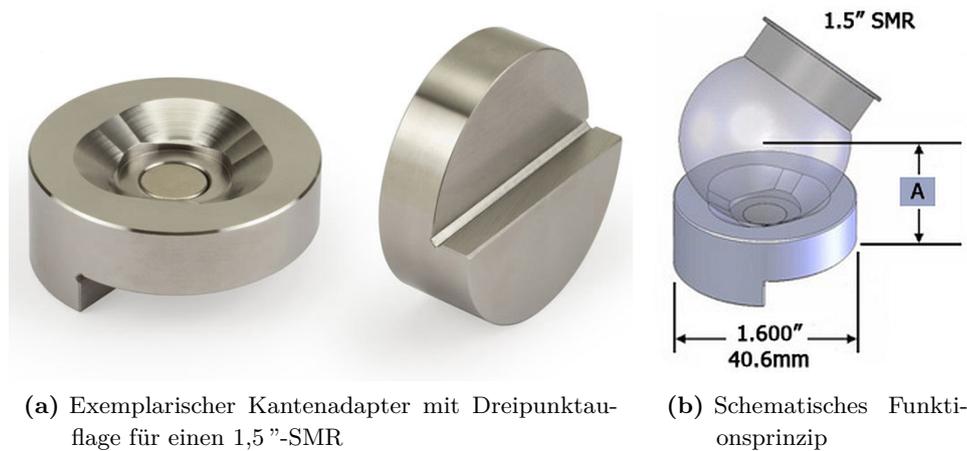
**Abbildung 3.19:** Auswirkung der Fertigungstoleranzen auf die Bestimmung eines Innen- oder Außendurchmessers ([Bai11]).

konstanten Radius erfolgt.<sup>1</sup> Allerdings verschleißt der Adapter während des Einsatzes in Abhängigkeit vom Material verschieden stark.<sup>2</sup> Liegt dieser Verschleiß regelmäßig vor, wird weiterhin eine Zentrumslage exakt bestimmt, hingegen bei z.B. einer einseitiger Abnutzung des Pins oder falls dieser deformiert ist, wirkt sich dies nicht allein auf die Bestimmung eines Durchmessers aus, sondern führt zusätzlich zu einer unbekanntem Verschiebung der Zentrumslage.

Bei Gestaltabweichungen an den zu prüfenden Objekten (vgl. Kapitel 2.3.1), zeigen sich weit größere systematische Abweichungen. Ist beispielsweise die Oberseite eines Zylinders leicht kegelförmig oder eine Bohrung schließt nicht rechtwinklig mit der die Oberfläche ab – sondern liegt in einem Konus – beträgt der Winkel an der Kante mehr als  $90^\circ$ . Liegt nun der Pin-Adapter auf der Oberseite auf, so liegt der Pin gleichzeitig nicht mehr parallel an der seitlichen Fläche an, sondern neigt sich von der Kante, mit einem virtuellen Drehpunkt am unteren Ende des Pins, weg. Bei einer Bohrung bewegt sich der SMR auf dem Pin-Adapter in Richtung der Mittelachse der Bohrung, bei einem Zylinder hingegen entfernt sich der SMR von der Zylinderachse. In diesem Zusammenhang wirkt nicht allein der Abstand  $A$  (vgl. Abbildung 3.18b) als „Hebel“, sondern zusätzlich die Länge des Pins, sodass sich beispielsweise für einen exemplarischen 1,5"-Adapter ein Gesamtabstand von rund 37 mm zwischen dem virtuellen Rotationspunkt am unterem Ende des Pins und dem Mittelpunkt des SMR ergibt. Bei einer angenommenen Abweichung des rechten Winkels von lediglich  $0,1^\circ$  verschiebt sich der Kugelmittelpunkt folglich bereits um rund  $65\ \mu\text{m}$  orthogonal vom

<sup>1</sup> Pin-Adaptoren werden typischerweise durch Zerspanen als Drehteil hergestellt, sodass grundsätzlich von einem rotationssymmetrischen Querschnitt des Pins auszugehen ist.

<sup>2</sup> Laut der Untersuchung eines Herstellers von über zweitausend Adaptern innerhalb von drei Jahren liegt jeder vierte Adapter außerhalb der zulässigen Toleranzen, wobei die genannte Stichprobe selbst eine unbekanntem Anzahl neu produzierter Adapter beinhaltet (vgl. [Bai11]).



**Abbildung 3.20:** Kantenadapter mit Aufnahme für einen SMR sowie Darstellung des Funktionsprinzips ([BI16e]).

Rand in Richtung Zentrum der Bohrung bzw. um diesen Wert weg von der Mittelachse des Zylinders. Somit würde ein Innendurchmesser durch ein reines Abkippen um rund  $130\ \mu\text{m}$  zu klein bestimmt, während der Außendurchmesser hingegen um den selben Betrag zu groß ermittelt wird. Ferner ist, wie bei Kugelgeometrien, bei allen Betrachtungen des Pin-Adapters der Einfluss der mechanischen Filterung zu beachten (vgl. Kapitel 4.1).

Der Kantenadapter wirkt ähnlich wie der Pin-Adapter, wird allerdings vorrangig zum direkten Abfahren von geraden Kanten eingesetzt (vgl. Abbildung 3.20a). Der Abstand  $A$  beträgt typischerweise  $1\ \text{''}$  bzw.  $25\ \text{mm}$  und standardmäßig wird der Adapter von den Herstellern mit einem Durchmesser bzw. einer Kantenlänge von  $1,6\ \text{''}$  ( $\sim 40,6\ \text{mm}$ ) gefertigt (vgl. Abbildung 3.20b). Anders als bei dem Pin-Adapter, mit dem eine Kante bei idealen Bedingungen mit einer Berührlinie angetastet wird, gibt es bei dem Kantenadapter eine theoretische Berührfläche. Vergleichbar mit den Kugelgeometrien findet hierbei eine mechanische Filterung der Oberfläche statt (vgl. Kapitel 4.1), mit dem Unterschied, dass z.B. eine Welligkeit ab einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  vollständig ausgefiltert wird. Ist beispielsweise die Welligkeit bei einer der anzutastenden Flächen an einer Kante sehr hochfrequent – genau genommen, die Welligkeit in einer Schnittebene parallel zu den kantenbildenden Oberflächen – liegt der Kantenadapter stets an den Wellenbergen an und die Messdaten beschreiben einen glatten Verlauf. Dieser Zustand wird erreicht, falls  $\lambda$  kleiner ist als die halbe Ausdehnung der Berührfläche des Kantenadapters. Für den betrachteten exemplarischen Adapter würde eine Welligkeit mit einem  $\lambda$  kleiner als rund  $20,3\ \text{mm}$  vollständig mechanisch ausgefiltert. Weiterhin wirken sich Formabweichungen der zu messenden Oberfläche systematisch auf das Messergebnis aus. Weicht wie zuvor bei den Betrachtungen zum Pin-Adapter exemplarisch die Kante von  $90^\circ$  um  $+0,1^\circ$  ab, verschiebt sich die Lage des SMRs um rund  $55\ \mu\text{m}$  orthogonal weg von der Kante. Der direkte Vergleich mit dem Pin-Adapter zeigt, dass aufgrund der

abweichenden Geometrie der Adapter die Drehachse vom Kugelzentrum lediglich um rund 32 mm entfernt liegt, woraus eine rund 10  $\mu\text{m}$  kleinere systematische Abweichung resultiert.

Obwohl bei dem Einsatz eines Adapters immer starke systematische Effekte wirken, so ist zu beachten, dass gleichzeitig der viel kostenintensivere SMR einem geringeren Verschleiß ausgesetzt ist. Darüber hinaus sind manche Geometrien lediglich mit einem Adapter messbar, nicht jedoch direkt mit einem SMR, oder womöglich einzig durch eine Umstationierung des polaren Messsystems. Der alternative Einsatz einer Messprobe bedeutet hingegen in der Regel einen größeren technischen Einsatz und es sind, im Vergleich zu einer Messung direkt auf einen SMR, andere Messgenauigkeiten zugrunde zu legen. Somit gilt es insbesondere bei sehr rauen bzw. verschmutzten Oberflächen oder bei schwer zugänglichen Objektmerkmalen abzuwägen, welches Instrumentarium effizient sowie effektiv einzusetzen ist bzw. welche Unsicherheiten zu erzielen sind.

### 3.3.3 Kugeladapter

Die Verwendung der in Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2 gezeigten Kugelreflektoren bzw. Kugeltaster ist durch die Kombination von Adaptern erweiterbar. Im Folgenden werden drei wesentliche Typen unterschieden.

Die erste Variante stellt einen Kugeladapter dar, der für die Verwendung von Kugeltastern konzipiert ist (vgl. Abbildung 3.21a). Geometrisch handelt es sich um eine 1,5"-Kugel, deren Zentrum konisch ausgespart ist, um einen Taster mit definiertem Durchmesser aufzunehmen (vgl. Abbildung 3.21b). Der Mittelpunkt der 1,5"-Kugel sowie der des Tasters sind unter idealen Bedingungen identisch und werden standardmäßig für Taster von einer Größe von 3 mm bis zu 8 mm Durchmesser angeboten (vgl. z.B. [BI16c] oder [Hub16]). Die Maßtoleranz für den Durchmesser eines solchen 1,5"-Kugeladapters wird z.B. nach [Hub16] mit  $\pm 0,1$  Mikrozoll ( $\sim 2,5 \mu\text{m}$ ) angegeben und das Kugelzentrum wird laut Hersteller mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,25$  Mikrozoll ( $\sim 6,4 \mu\text{m}$ ) erreicht. Wie bei klassischen SMRs wird als Material Edelstahl verwendet, welches teilweise als AISI 440C näher definiert ist (vgl. [BI16c]).

Werden für eine Messaufgabe unterschiedliche Messsysteme eingesetzt, ist es in der Regel notwendig die verschiedenen lokalen Koordinatensysteme über identische Punkte zu transformieren. Da, wie in Kapitel 3.1 geschildert, der Durchmesser von 1,5" für Kugelreflektoren typisch ist, besteht die Möglichkeit mit solchen Kugeladapters physikalisch identische Punkte zu realisieren und es sind z.B. keine virtuellen identischen Punkte über Hilfsgeometrien zu berechnen. Eine weniger typische Anwendung liegt in der Bestimmung des Zentrums einer Bohrung. Anstatt über mehrere Messpunkte das Zentrum abzuleiten, ist es durch Auflegen des Adapters möglich direkt das Zentrum einer Bohrung (Durchmesser kleiner 1,5") zu bestimmen. Allgemein ist mittels Taster in Kombination mit einem Kugeladapter eine Oberfläche anzutasten, allerdings ist hierbei der stetige Kontakt durch den Anwender zwischen Taster und Adapter sowie zur anzutastenden Oberfläche zu gewährleisten, was sich in der

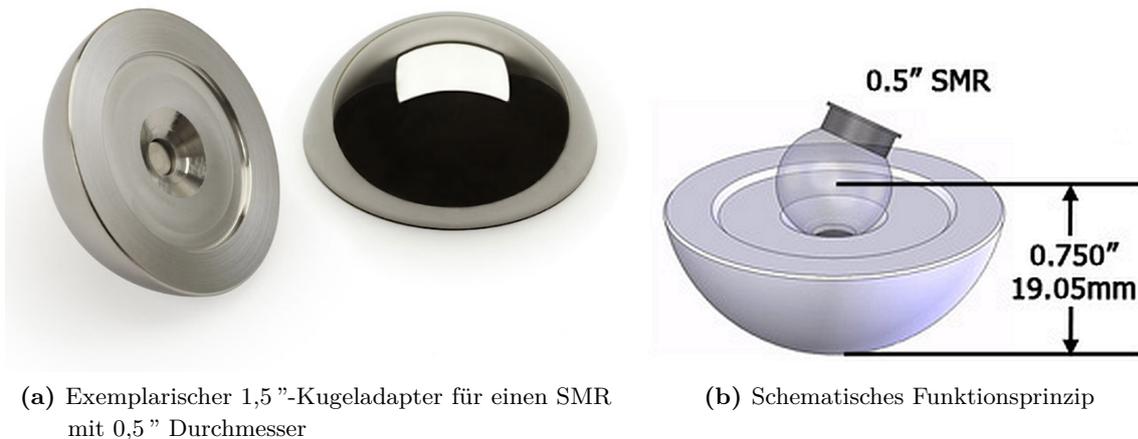


**Abbildung 3.21:** Kugeladapter mit Aufnahme für einen Kugeltaster sowie Darstellung des Funktionsprinzips ([BI16c]).

Praxis als aufwendig darstellt. Hingegen ist diese Methode in Einzelfällen mitunter nützlich, falls beispielsweise eine größere mechanische Filterung (vgl. Kapitel 4.1) erreicht, oder für den Fall, dass die Oberfläche anstatt z.B. mit Rubin oder Keramik mit einer Edelstahlkugel anzutasten ist. Generell ist allerdings in diesem Zusammenhang durch die einfachere Handhabung der Einsatz eines Halbkugeltasters (vgl. Kapitel 3.2.4) zur Oberflächenerfassung zu bevorzugen.

Kugeladapter mit Aufnahme für einen SMR bilden einen weiteren wesentlichen Typ der Kugeladapter (vgl. Abbildung 3.22a). Geometrisch liegt ebenfalls eine 1,5"-Kugel zugrunde, jedoch ist der Adapter für die Aufnahme für kleinere SMRs optimiert. Unterhalb der konischen Bohrung ist in der Regel ein Magnet eingelassen, sodass der Kontakt zwischen dem kleineren Kugelreflektor und der 1,5"-Kugel zuverlässig gewährleistet ist. Typischerweise ist der Kugeladapter konzipiert für die Aufnahme von einem 0,5"- oder 7/8"-Kugelreflektor und hat eine Maßtoleranz für den Radius von  $\pm 0,1$  Mikrozoll ( $\sim 2,5 \mu\text{m}$ ) sowie eine zulässige Abweichung der Lage vom Kugelzentrum von  $\pm 0,25$  Mikrozoll ( $\sim 6,4 \mu\text{m}$ ) (vgl. [Hub16]). Als Material kommt wiederum Edelstahl, bzw. das näher spezifizierte AISI 440C zum Einsatz (vgl. [BI16b]). Da der Kugeladapter für die Aufnahme von SMRs gefertigt wird, liegt das Hauptanwendungsgebiet bei Lasertrackermessungen. Ein typischer Einsatz ist beispielsweise die Netzmessung: Mit Hilfe des Adapters besteht die Möglichkeit Festpunkte die als 1,5"-Nest realisiert sind, gleichfalls mit einem kleineren Kugelreflektor zu messen und es ist ferner keine Radiuskompensation durchzuführen. Lediglich bei der Genauigkeitsbetrachtung ist der zusätzliche Adapter zu berücksichtigen. Sollte es vorteilhaft sein, ist die Messung einer Oberfläche direkt mit dem Kugeladapter möglich, da durch die magnetische Halterung der aufgenommene SMR vergleichsweise stabil in Position gehalten wird.

Eine etwas andere Variante eines Kugeladapters ist die in Zylinderform mit Aufnahme für einen SMR (vgl. Abbildung 3.23a). Entgegen den zwei vorherigen Versionen wird nicht auf

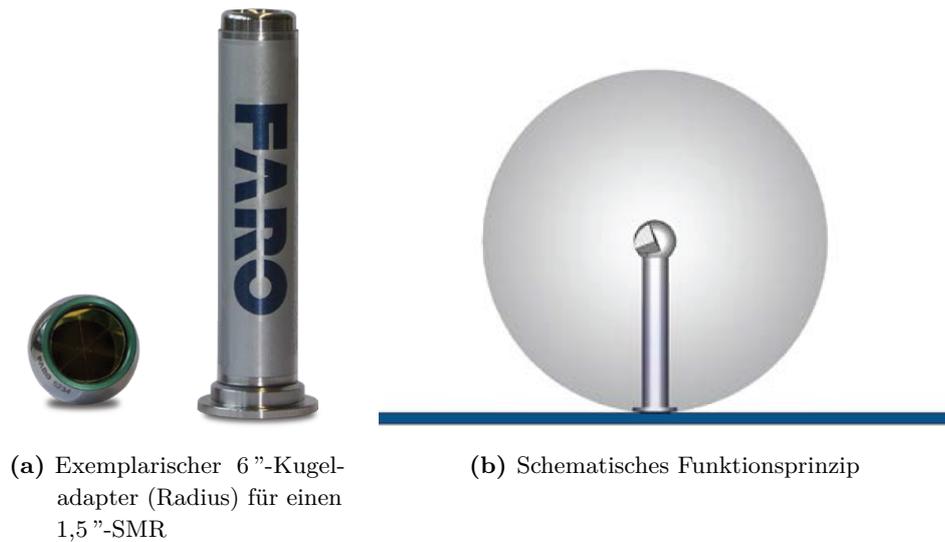


**Abbildung 3.22:** Kugeladapter mit Aufnahmen für einen SMR sowie Darstellung des Funktionsprinzips ([BI16b]).

einen Durchmesser von 1,5" vergrößert, sondern der Radius eines 1,5"-Kugelreflektors wird selbst technisch verlängert. Bei dem Adapter handelt es sich nach [FE15] um einen Ausschnitt einer Kugel mit dem Radius von 6" (15,24 cm) oder 12" (30,48 cm). Die Konstruktion des Adapters besteht aus einem Kreiszyylinder auf dessen einer Seite eine Kugelkappe sowie auf dessen anderer Seite eine 1,5"-Kugelaufnahme mit magnetischer Dreipunktlagerung montiert ist (vgl. Abbildung 3.23b). Die Kugelkappe ist dabei sphärisch geschliffen mit einem Schliffradius von 6" bzw. 12". Laut Hersteller wird die maximale Toleranz zwischen dem SMR-Mittelpunkt und der „Adapterunterseite“ mit  $\pm 0,013$  mm angegeben. Da der Adapter während der Nutzung durch den Anwender einen starken Wärmeeintrag erfährt, wurde der mittlere Schaft aus dem Material Invar, das einen geringe Ausdehnungskoeffizienten aufweist, gefertigt. Nach [Koh96] wird der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient für Invar mit  $-1,615 \cdot 10^{-6}/\text{K}$  angegeben. Überträgt sich nun die Hauttemperatur von geschätzten 30–35 °C auf den Adapter, ergibt sich bei einer Bezugstemperatur von 20 °C eine Temperaturdifferenz von 10–15 K. Dies würde bei dem kurzen 6"-Adapter eine Längenänderung von rund 2,5  $\mu\text{m}$  bis 3,7  $\mu\text{m}$  ergeben und bei dem langen 12"-Adapter eine Änderung des Radius von rund 4,9  $\mu\text{m}$  bis 7,4  $\mu\text{m}$ .<sup>1</sup> Wird dieser Einfluss bei der Offsetkorrektur nicht berücksichtigt, erfährt ein Oberflächenpunkt eine bis zu rund 7  $\mu\text{m}$  zusätzliche systematische Abweichung.

Die Hauptanwendung des Kugeladapters in Zylinderform liegt bei dem Messen von unzugänglichen Punkten, die mit einem 1,5"-Kugelreflektor nicht oder eventuell nur durch das Umstationieren des Messsystems zu messen wären. Der Kugeladapter kann somit als einfache Alternative zu den in Kapitel 2.2.1 beschriebenen Messproben gesehen werden, allerdings ist zu berücksichtigen, dass sich der effektiv wirkende Radius des Kugelreflektors

<sup>1</sup> Zum Vergleich: Bei z.B. Edelstahl (18CrNi8) beträgt nach [Koh96] der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient  $15,83 \cdot 10^{-6}/\text{K}$ , sodass sich bei diesem Material für den 12"-Adapter eine Längenänderung bis zu rund 72  $\mu\text{m}$  ergeben würde.



**Abbildung 3.23:** Kugeladapter in Zylinderform mit Aufnahme für einen SMR sowie Darstellung des Funktionsprinzips ([FE15]).

von ca. 2 cm auf rund 15 cm bzw. rund 30 cm vergrößert. Dies bedeutet hingegen gleichzeitig, dass sich eine eventuell vorhandene systematische Abweichung der Normalenrichtung um das 8fache bzw. 16fache stärker auswirkt (vgl. Kapitel 2.4.2).

Falls mit den betrachteten Kugeladaptern Oberflächen angetastet werden, wird bei der Kompensierung des Offsets in allen Fällen derart vorgegangen, als ob die Messpunkte direkt mit einem größeren Taster bzw. Kugelreflektor gemessen wurden. Lediglich bei der Unsicherheitsbetrachtung ist zu beachten, dass sich das Budget durch den zusätzlichen Adapter vergrößert. Insbesondere wirkt sich die Vervielfachung des Radius um das 3fache bis 16fache, abhängig vom eingesetzten Kugeladaptertyp, im Kontext der mechanischen Filterung (vgl. Kapitel 4.1) bzw. im Zusammenhang mit der Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  (vgl. Kapitel 2.4.2) merklich negativ aus.

## Analyse von Einflüssen auf den Messpunkt

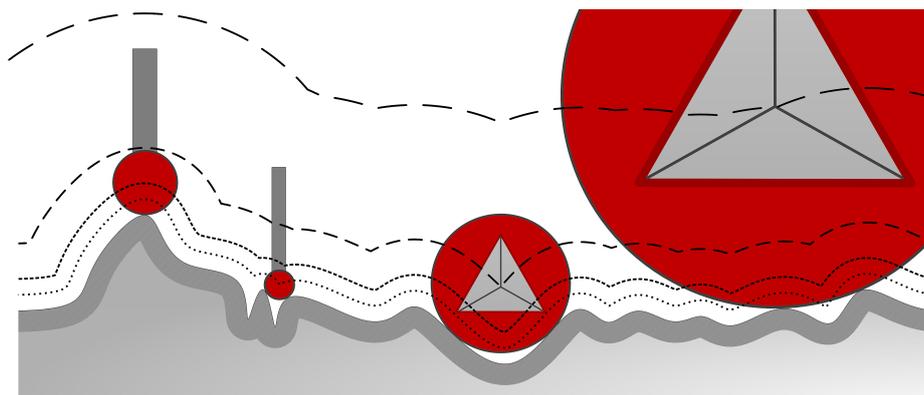
Bei dem physischen Kontakt zwischen Messmittel und Objekt entsteht eine Interaktion zwischen Kugelreflektor, Taster, Prisma oder Adapter und der Oberfläche. Diese Interaktion, sowie das Messmittel selbst, haben einen wesentlichen Einfluss auf den Messpunkt, bzw. die Lage des gemessenen Werts bezogen auf die Oberfläche. Nur bei konstanten Verhältnissen ist eine Offsetkorrektur mit z.B. konstantem  $R$  möglich. Aber selbst dieser Radius muss bekannt sein, der zahlreichen Einwirkungen unterworfen ist. Im Folgenden werden daher wesentliche Einflüsse auf den Messpunkt eines taktilen Messsystems analysiert, wobei der Fokus auf die weit verbreiteten Messmittel, die auf der Geometrie der Kugel basieren, liegt. Diese Messmittel werden in den weiteren Ausführungen ebenfalls mit Messkugeln bezeichnet.

### 4.1 Mechanische Filterung

Das taktilen Antasten einer Oberfläche ist stets einer mechanischen Filterung unterworfen, die als Tiefpassfilter wirkt (z.B. [Wec12] und [Roi14]). Dies ist gleichbedeutend mit einer geometrisch bedingten Generalisierung der Oberfläche: Rein technisch ist es aufgrund der Abmessungen einer Messkugel nicht möglich, jede geometrische Feinstruktur zu erreichen bzw. anzutasten. Allgemein wird auf diesen Einfluss ferner in VDI/VDE 2631:1999 Blatt 1 und VDI/VDE 2631:2015E Blatt 1 hingewiesen. Im Folgenden wird die mechanische Filterung anhand von Kugelreflektoren bzw. Kugeltaster dargestellt, wobei zuerst auf allgemeine Grundlagen (vgl. Kapitel 4.1.1) eingegangen wird, um anschließend die Filterwirkung konkret zu berechnen (vgl. Kapitel 4.1.2).

#### 4.1.1 Grundlagen

Die mechanische Filterung ist direkt abhängig von der Kugelgröße, wobei eine stärkere Filterung und somit eine ausgeprägtere Generalisierung der Oberfläche bei größeren Kugel-



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung der mechanischen Filterwirkung in Abhängigkeit vom Kugeldurchmesser exemplarisch für einen 3 mm- und 6 mm-Kugeltaster sowie für einen 0,5"- bzw. 1,5"-Kugelreflektor.

durchmessern auftritt (vgl. Abbildung 4.1). In VDI/VDE 2631:2007 Blatt 3 und VDI/VDE 2617:2000 Blatt 2.2 werden hierzu aus dem Bereich der Formmessung für geringe Wellentiefen von bis zu 20  $\mu\text{m}$  bzw. bis zu 50  $\mu\text{m}$  Kugeltasterdurchmesser bis 10 mm bzw. bis 1000  $\mu\text{m}$  für technische Oberflächen empfohlen.

Bei der mechanischen Filterung ist zu beachten, dass die allgemeine Generalisierung der Oberfläche bei größeren Messkugelradien – entgegen der gängigen Annahme – nicht dazu führt, dass der Verlauf des Mittelpunkt des Messmittels beim Antasten, also die parallele Geometrie, immer „glatter“ wird. Das Gegenteil ist typischerweise der Fall: Ist die nominale Oberflächengeometrie „glatt“ – besitzt also z.B.  $C^1$ -Stetigkeit, so führt das Auftreten der mechanischen Filterung dazu, dass die parallele Geometrie „Knicke“ aufweist, also nicht mehr  $C^1$ -stetig ist. Lediglich beim Antasten von Außenkanten tritt die Umkehrung ein (vgl. Abbildung 4.1 und Kapitel 6.3).

Obwohl die mechanische Filterung unweigerlich bei jedem taktilen Messprozess auftritt, gibt es darüber hinaus die Möglichkeit sie gezielt einzusetzen. So besteht der Vorteil, dass bei geeigneter Kugelgröße die Rauheit einer Oberfläche (vgl. Kapitel 2.3.1) sich nur bedingt in den rohen Messdaten niederschlägt. Beispielsweise entstehen im Maschinenbau insbesondere bei Gussteilen bei dem Fertigungsverfahren des Gießens hohe Rauheitswerte. Aber auch beim Schalungsbau zur Herstellung von Betonbauteilen oder ganzer Bauwerke schlägt sich typischerweise die Maserung des verwendeten Holzes als Gestaltabweichung nieder. Bei solchen Anwendungen wirkt sich folglich der Einsatz großer Kugelradien positiv aus. So wird dieser Effekt besonders bei den in Kapitel 3.2.4 beschriebenen Halbkugeltastern ausgenutzt.

#### 4.1.2 Filterwirkung

Es wird nun im Folgenden betrachtet, welche Welligkeit auf einer theoretisch ebenen Oberfläche mit vorhandenen Kugeltaster oder Kugelreflektoren erfassbar ist, ohne dass eine mecha-

nische Filterung auftritt. Da die Welligkeit wie in Kapitel 2.3 beschrieben von der Wellentiefe  $W_t$  und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängt, muss differenziert werden: Welche Wellenlänge  $\lambda$  bei angenommener Wellentiefe  $W_t$  erfassbar ist sowie welche Wellentiefe  $W_t$  bestimmbar ist, falls die Wellenlänge  $\lambda$  bekannt ist, ohne dass eine mechanische Filterwirkung eintritt?

Hierzu wird der Verlauf der Krümmung der angenommenen Welligkeit im Profil betrachtet. Wird für jeden Oberflächenpunkt entlang des Profils der dazugehörige Krümmungskreis, der in diesem Punkt das Objekt bestmöglich anschmiegt, bestimmt, lässt sich daraus auf den maximalen Kugeldurchmesser schließen, bei dem während der Antastung keine mechanische Filterung wirkt. Die zu Grunde gelegte Welligkeit mit der Wellentiefe  $W_t$  und der Wellenlänge  $\lambda$  wird mit

$$y(x) = \frac{1}{2} W_t \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \quad (4.1)$$

definiert. Nach z.B. [Mer01] wird die Krümmung  $\kappa$  einer Kurve bestimmt durch

$$\kappa = \frac{f''(x)}{\sqrt{(1 + (f'(x))^2)^3}}. \quad (4.2)$$

Mit dem Einsetzen der ersten und zweiten Ableitung von (4.1) in (4.2) ergibt sich

$$\kappa = \frac{-\frac{2\pi^2}{\lambda^2} W_t \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{\pi}{\lambda} W_t\right)^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)\right)^3}}. \quad (4.3)$$

Während die Krümmung für die höchsten und tiefsten Stellen der Welle Extremwerte annimmt, ist die mechanische Filterung lediglich in den Wellentälern maximal. Somit berechnet sich, abhängig davon, ob die Welligkeit des theoretischen Objektes von „oben“ oder „unten“ angetastet wird, für  $\kappa$  mit  $x = \frac{1}{4}\lambda$  bzw.  $x = \frac{3}{4}\lambda$  ein Maximum, sodass für die maximale Krümmung  $\kappa_{max}$  folgt:

$$\kappa_{max} = \mp \frac{2\pi^2}{\lambda^2} W_t. \quad (4.4)$$

Der Radius des Krümmungskreises mit  $R_{KK} = \frac{1}{|\kappa_{max}|}$  nach z.B. [Mer01] zusammen mit (4.4) bestimmt sich ferner zu

$$R_{KK} = \frac{\lambda^2}{2\pi^2 \cdot W_t}. \quad (4.5)$$

Mit (4.5) wird der maximale Radius beschrieben, den ein Kugelreflektor oder Kugeltaster in Abhängigkeit von einer beliebigen Welligkeit annimmt, ohne dass eine mechanische Filterung auftritt. Durch Umformen ergibt sich:

<sup>1</sup> Da typischerweise  $W_t \ll x$  gilt, hat der Nenner praktisch keinen Einfluss, was sich ebenfalls in (4.4) zeigt.

Wellentiefe $W_t$ in [mm]	Durchmesser in [mm]				
	3,0	6,0	12,7	15,0	38,1
0,001	0,2	0,2	0,4	0,4	0,6
0,010	0,5	0,8	1,1	1,2	1,9
0,020	0,8	1,1	1,6	1,7	2,7
0,050	1,2	1,7	2,5	2,7	4,3
0,100	1,7	2,4	3,5	3,8	6,1
0,200	2,4	3,4	5,0	5,4	8,7
0,500	3,8	5,4	7,9	8,6	13,7
1,000	5,4	7,7	11,2	12,2	19,4
2,000	7,7	10,9	15,8	17,2	27,4
5,000	12,2	17,2	25,0	27,2	43,4
10,000	17,2	24,3	35,4	38,5	61,3

**Tabelle 4.1:** Exemplarische minimale Wellenlängen  $\lambda_{min}$  in [mm] aus (4.6), die bei einer angenommenen Wellentiefe  $W_t$  für typische Messkugeldurchmesser ohne mechanische Filterung erfassbar sind.

$$\lambda_{min} = \pi \cdot \sqrt{2R_{KK} \cdot W_t}, \quad (4.6)$$

womit die minimalen Wellenlängen  $\lambda_{min}$  in Abhängigkeit von der Wellentiefe  $W_t$  und dem Messkugeldurchmesser, der in diesem Zusammenhang dem Durchmesser des Krümmungskreises ( $2R_{KK}$ ) entspricht, bestimmbar ist.

Anhand von (4.6) zeigt sich, dass bei gleicher angenommener Wellentiefe  $W_t$  mit kleinerem Kugeldurchmesser eine kleinere minimale Wellenlänge  $\lambda_{min}$  der Welligkeit erfassbar ist. Zwischen den typischen Kugelreflektoren für Lasertracker mit 0,5" bzw. 1,5" Durchmesser liegt diesbezüglich der Faktor bei  $\sqrt{3}$ , während zwischen den typischen Kugeltastern für Gelenkmessarme mit 3 mm und 15 mm Durchmesser eine um den Faktor  $\sqrt{5}$  kürzere minimale Wellenlänge  $\lambda_{min}$  bestimmbar ist. Bei einer angenommenen Wellentiefe  $W_t$  von 1 mm bedeutet dies konkret, dass bei z.B. einem 3 mm-Taster erst ab einer Wellenlänge  $\lambda_{min}$  von rund 5,5 mm und bei einem 1,5"-Reflektor erst ab rund 19,5 mm keine mechanische Filterung mehr auftritt (vgl. Tabelle 4.1).

Deutlich wird dieser Zusammenhang durch das Verhältnis zwischen der minimalen Wellenlänge  $\lambda_{min}$  und der angenommenen Wellentiefe  $W_t$ :

$$\frac{\lambda_{min}}{W_t} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2R_{KK}}{W_t}}. \quad (4.7)$$

Bei der geringen Wellentiefe  $W_t$  von 1  $\mu\text{m}$  findet nach (4.7) bei dem Einsatz eines 1,5"-Kugelreflektors erst dann keine mechanische Filterung statt, falls die Wellenlänge  $\lambda_{min}$  das über 600fache bezogen auf die Wellentiefe  $W_t$  beträgt. Bei dem kleinen Kugeltaster von 3 mm

Wellentiefe $W_t$ in [mm]	Durchmesser in [mm]				
	3,0	6,0	12,7	15,0	38,1
0,001	172	243	354	385	613
0,010	54	77	112	122	194
0,020	38	54	79	86	137
0,050	24	34	50	54	87
0,100	17	24	35	38	61
0,200	12	17	25	27	43
0,500	8	11	16	17	27
1,000	5	8	11	12	19
2,000	4	5	8	9	14
5,000	2	3	5	5	9
10,000	2	2	4	4	6

**Tabelle 4.2:** Exemplarische Verhältnisse zwischen minimaler Wellenlänge  $\lambda_{min}$  und Wellentiefe  $W_t$  ohne mechanische Filterung aus (4.7), bei einer angenommenen Wellentiefe für typische Messkugeldurchmesser.

Durchmesser ist das Verhältnis besser, jedoch noch immer über 170. Erst mit zunehmender Wellentiefe  $W_t$  wird der Quotient aus (4.7) zwei- bzw. dreistellig, wobei absolut weiterhin große minimale Wellenlängen  $\lambda_{min}$  vorliegen müssen, damit keine mechanische Filterung eintritt (vgl. Tabelle 4.2).

Bei einer ebenen Oberfläche die einer Welligkeit unterliegt, lässt sich ferner aus dem Krümmungskreis an dem Punkt mit der maximalen Krümmung  $\kappa_{max}$  die maximale Wellentiefe  $W_{t,max}$  der Welligkeit bestimmen, die mittels Messkugel erfassbar ist, ohne dass eine mechanische Filterung wirkt. Aus (4.5) folgt für die maximale Wellentiefe:

$$W_{t,max} = \frac{\lambda^2}{\pi^2 \cdot 2R_{KK}}. \quad (4.8)$$

Anhand von (4.8) lässt sich bei einer angenommenen Wellenlänge  $\lambda$  die maximale Wellentiefe  $W_{t,max}$  für verschiedene Kugeltaster und Kugelreflektoren berechnen, bei denen keine mechanische Filterung auftritt. Hierbei zeigt sich, dass bei einer Wellenlänge  $\lambda = 0,1$  mm mit den gewählten typischen Messkugeldurchmessern nur maximale Wellentiefen  $W_{t,max}$  von kleiner als einem Mikrometer erfassbar sind. Bei den größeren Messkugeln trifft dies ferner bei einer angenommen Wellenlänge  $\lambda$  von 0,2 mm zu (vgl. Tabelle 4.3).

Weiterhin berechnet sich der Quotient der maximalen Wellentiefe  $W_{t,max}$  zur Wellenlänge  $\lambda$  wie folgt:

$$\frac{W_{t,max}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi^2 \cdot 2R_{KK}}. \quad (4.9)$$

Wellenlänge $\lambda$ in [mm]	Durchmesser in [mm]				
	3,0	6,0	12,7	15,0	38,1
<b>0,100</b>	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
<b>0,200</b>	0,001	0,001	<0,001	<0,001	<0,001
<b>0,500</b>	0,008	0,004	0,002	0,002	0,001
<b>1,000</b>	0,034	0,017	0,008	0,007	0,003
<b>2,000</b>	0,135	0,068	0,032	0,027	0,011
<b>5,000</b>	0,844	0,422	0,199	0,169	0,066
<b>10,000</b>	3,377	1,689	0,798	0,675	0,266
<b>20,000</b>	13,509	6,755	3,191	2,702	1,064
<b>50,000</b>	84,434	42,217	19,945	16,887	6,648
<b>100,000</b>	337,737	168,869	79,780	67,547	26,593

**Tabelle 4.3:** Exemplarische maximale Wellentiefen  $W_{t,max}$  in [mm] aus (4.8) die bei einer angenommenen Wellenlänge  $\lambda$  für typische Messkugeldurchmesser erfassbar sind, ohne dass eine mechanische Filterung auftritt.

Bei der Betrachtung der Verhältnisse aus (4.9) wird deutlich, dass die mechanische Filterung stets präsent ist. So ist bei einer angenommen Wellenlänge  $\lambda$  von zwei Millimeter für alle typischen gewählten Messkugeldurchmesser nur eine Wellentiefe zwischen rund 1 % und 7 % bezogen auf die Länge erfassbar. Bezogen auf den 1,5"-Reflektor bleibt dieses Verhältnis selbst bei einer Wellenlänge von 10 cm mit rund 27 % gering (vgl. Tabelle 4.4).

Anhand der beschriebenen Zusammenhänge besteht ferner die Möglichkeit sicherzustellen, dass mit einem gewählten Messsystem bzw. mit dem eingeplanten Kugeldurchmesser eine bestimmte (z.B. fertigungsbedingte) Welligkeit einer theoretisch ebenen Fläche an sich ohne mechanische Filterung zu erfassen ist. Allgemein ist dieses Vorgehen nach (4.1) bis (4.5) grundsätzlich auf Profile aller möglichen Geometrien zu übertragen, um festzustellen, ob ein gewisser Kugeldurchmesser geeignet ist, um das betreffende Profil ohne mechanische Filterung zu messen. Typischerweise ist ebenfalls der dreidimensionale Fall zu betrachten, bei dem jedem Punkt auf der Oberfläche zwei Hauptkrümmungen zugeordnet werden – wobei für die Beurteilung der mechanischen Filterung der Maximalwert von Interesse ist. Werden weiterhin die Hauptkrümmungen für alle Flächenpunkte bestimmt und darüber das globale Maximum ermittelt, lässt sich mit der maximalen Krümmung der größtmögliche Kugeldurchmesser für die Fläche bestimmen, bevor eine mechanische Filterung eintritt.

Es gilt jedoch darauf zu achten, dass bei der Angabe der minimalen Wellenlänge  $\lambda_{min}$ , der maximalen Wellentiefe  $W_{t,max}$  oder des maximalen Messkugelradius, der dem Krümmungsradius  $R_{KK}$  entspricht, außerdem z.B. die Auflösung oder die Messgenauigkeit des Messsystems zu berücksichtigen ist. Insbesondere bei geringen Wellentiefen oder kurzen Wellenlängen ist es möglich, dass die Welligkeit auflösungsbedingt nicht erfassbar oder durch das vorhandene Messrauschen nicht zu differenzieren ist.

Wellenlänge $\lambda$ in [mm]	Durchmesser in [mm]				
	3,0	6,0	12,7	15,0	38,1
<b>0,100</b>	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01
<b>0,200</b>	0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01
<b>0,500</b>	0,02	0,01	<0,01	<0,01	<0,01
<b>1,000</b>	0,03	0,02	0,01	0,01	<0,01
<b>2,000</b>	0,07	0,03	0,02	0,01	0,01
<b>5,000</b>	0,17	0,08	0,04	0,03	0,01
<b>10,000</b>	0,34	0,17	0,08	0,07	0,03
<b>20,000</b>	0,68	0,34	0,16	0,14	0,05
<b>50,000</b>	1,69	0,84	0,40	0,34	0,13
<b>100,000</b>	3,38	1,69	0,80	0,68	0,27

**Tabelle 4.4:** Exemplarische Verhältnisse zwischen maximaler Wellentiefe  $W_{t,max}$  und Wellenlänge  $\lambda$  ohne mechanische Filterung aus (4.9), bei einer angenommenen Wellenlänge für typische Messkugeldurchmesser.

## 4.2 Fertigungstoleranzen der Messkugel

Für Kugeln allgemein gibt es verschiedene Normen und Standards. In Deutschland findet die Norm DIN 5401:2002 verbreitet Anwendung. Für nichtmetrische Kugelgrößen, wie sie bei SMRs (vgl. Kapitel 3.1.1) eingesetzt werden, werden die Definitionen der ABMA zu Grunde gelegt (vgl. ANSI/ABMA 10A:2001(R2015)). Allgemein sind die beiden Regelwerke vergleichbar, jedoch gibt es Unterschiede in den einzelnen Güteklassen, sodass mit der Angabe der Klasse auch das dazugehörige Regelwerk genannt werden muss. Grundsätzlich gilt, dass je größer die Nummer einer Klasse, desto größer sind auch die dazugehörigen Toleranzen. Da eine Kugel beim Messen immer als einzelnes Objekt verwendet wird und nicht wie z.B. bei Wälzlagern in einem Verbund von vielen Kugeln, haben in diesem Zusammenhang die Begriffe Sorte und Los sowie die dazugehörigen Parameter eine nachstehende Bedeutung und werden im Folgenden nicht näher betrachtet. Konkrete Werte sowie die Auswirkung bei der Antastung bei Kugeltastern oder Kugelreflektoren inklusive des Einflusses der optischen Zentrierung sind in Kapitel 4.2.3 näher beschrieben.

### 4.2.1 Maßtoleranz

Nach DIN 5401:2002 bzw. ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) ist der Nenndurchmesser einer Kugel (engl.: nominal ball diameter)  $D_W$  die „allgemeine Bezeichnung einer Kugelgröße“. Jedoch wird dieser Durchmesser direkt zur Offsetkorrektur verwendet, wenn nicht für jeden Reflektor oder Kugeltaster separate Kalibrierwerte vorliegen und diese bei der Weiterverarbeitung auch genutzt werden. Nach den verschiedenen Güteklassen ist jedoch eine Abweichung vom Nenndurchmesser  $D_W$  um ein bestimmtes Grenzabmaß  $GA$  zulässig, was



um die halbe Spanne (vgl.  $V_{DWS}$  in Kapitel 4.2.2) zwischen dem größten und kleinsten gemessenen einzelnen Durchmesser der Kugel abweichen.

#### 4.2.2 Formtoleranz

Neben der Maßtoleranz, wie sie in Kapitel 4.2.1 erläutert ist, beeinflusst die Formtoleranz der Messkugel ebenfalls das Resultat der Offsetkorrektion. Laut DIN 5401:2002 bzw. ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) wird die Schwankung des Kugeldurchmessers  $V_{DWS}$  aus der Differenz zwischen dem kleinsten  $\min(D_{WS})$  und größten einzelnen Durchmesser  $\max(D_{WS})$  der Kugel nach (4.12) gebildet.

$$V_{DWS} = \max(D_{WS}) - \min(D_{WS}) \quad (4.12)$$

Liegt nun eine gleichmäßige Formabweichung vor und die Kugel entartet beispielsweise zu einem Ellipsoid, so lässt sich der geometrische Zusammenhang an der dazugehörigen Ellipse verdeutlichen (vgl. Abbildung 4.3).

Um abzuschätzen, wie sich die Schwankung des Messkugeldurchmessers  $V_{DWS}$  abhängig von der Berührungspunkt auf der Kugeloberfläche auswirkt, wird im folgenden diese Ellipse näher betrachtet. Hierbei gelten für die große Halbachse  $a_E$  sowie die kleine Halbachse  $b_E$  die Beziehungen:  $a_E = \max(D_{WS})/2$  und  $b_E = \min(D_{WS})/2$ . Ferner lässt sich mithilfe von Polarkoordinaten der Radius  $R_E$  der Ellipse mit dem positiven Winkel  $\phi_E$  bezogen auf die große Halbachse nach z.B. [Mer01] bestimmen:

$$R_E = \frac{b_E}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \cdot \cos^2(\phi_E)}} \quad (4.13)$$

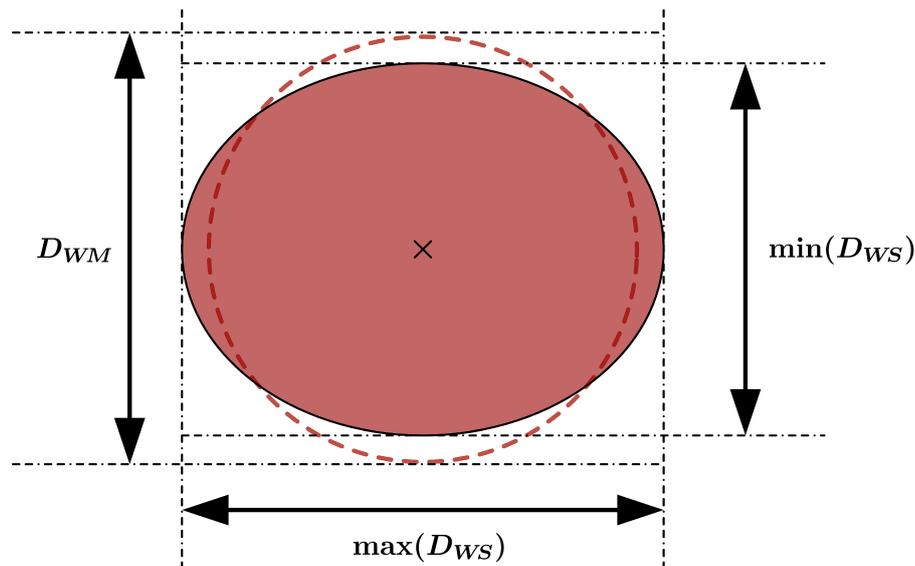
mit der numerischen Exzentrizität  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{\sqrt{a_E^2 - b_E^2}}{a_E}. \quad (4.14)$$

Die Abweichung vom nominellen Radius der Kugel  $R_W$ , der hier mit  $R_W = \frac{a_E + b_E}{2}$  angenommen wird, lässt sich somit aus (4.13) zusammen mit (4.14) durch

$$\Delta_{RE,RW} = R_E - R_W = \frac{b_E}{\sqrt{1 - \left( \left( 1 - \left( \frac{b_E}{a_E} \right)^2 \right) \cdot \cos^2(\phi_E) \right)}} - \frac{a_E + b_E}{2} \quad (4.15)$$

bestimmen. Mit  $\Delta_{RE,RW}$  aus (4.15) zeigt sich folglich, in welchem Umfang sich die Schwankung des Kugeldurchmessers  $V_{DWS}$  bei der Offsetkorrektion auswirkt. Hierbei ist zu beachten, dass für eine Berücksichtigung des Einflusses von  $\Delta_{RE,RW}$  eine umfassende Kalibrierung



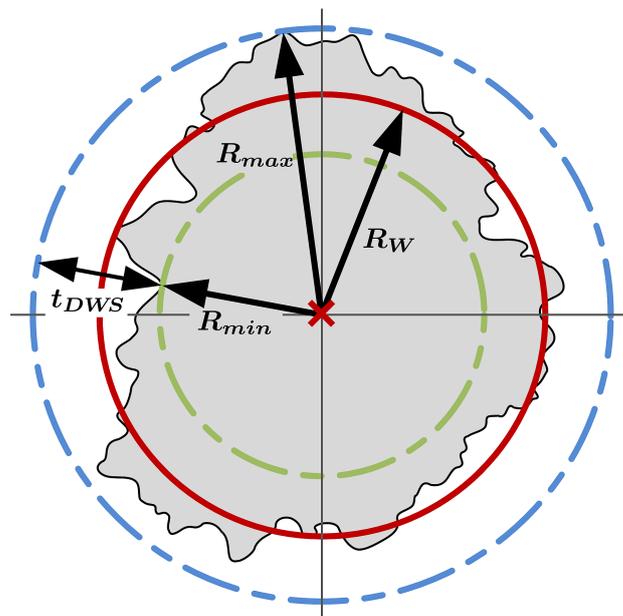
**Abbildung 4.3:** Exemplarische Darstellung des minimalen  $\min(D_{WS})$  bzw. maximalen einzelnen Durchmessers  $\max(D_{WS})$  einer Messkugel, was die Schwankung des Kugeldurchmessers  $V_{DWS}$  zeigt, sowie des mittleren Durchmessers  $D_{WM}$  der Messkugel.

der Messkugel vorliegen und der Berührungspunkt in Abhängigkeit von  $\phi_E$  auf der Kugeloberfläche bekannt sein muss, was ein ortsfestes lokales Koordinatensystem in dem Messmittel voraussetzt. Darüber hinaus ist ferner zu beachten, dass  $V_{DWS}$  typischerweise im einstelligen  $\mu\text{m}$ -Bereich bis Submikrometerbereich liegt (vgl. Kapitel 4.2.3).

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Abweichung von der Kugelform  $t_{DWS}$ , die nach DIN 5401:2002 bzw. ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) durch den radialen Abstand zwischen zwei konzentrischen Kreisen definiert (vgl. Abbildung 4.4) und mittels Rundheitsmessung bestimmt wird. Hierzu werden beispielsweise drei Profile in drei zueinander um jeweils  $90^\circ$  verschwenkten Ebenen durch das Kugelzentrum gemessen. Es werden quasi drei Großkreise der Kugel abgefahren, die sich jeweils rechtwinklig schneiden. In Bezug hierauf ist nach DIN 5401:2002 jedoch die Anzahl der Schnittebenen oder deren Lage – insbesondere die Bestimmung des erforderlichen Kugelzentrums – nicht näher definiert. Um  $t_{DWS}$  zu ermitteln wird für jedes gemessene Profil in der Ebene ein ausgleichender Kreis (rot) nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt, dessen berechneter Radius hier den nominellen Radius  $R_W$  darstellt. Ausgehend von dem bestimmten Kreismittelpunkt (rotes Kreuz) wird ein minimaler (grün) und ein maximaler (blau) Berührkreis ermittelt. Das gemessene Profil wird somit minimal durch zwei Kreise mit den Radien  $R_{min}$  und  $R_{max}$  bezogen auf den Mittelpunkt des ausgleichenden Kreises umschlossen.<sup>1</sup>

Die Abweichung von der Kugelform  $t_{DWS}$  berechnet sich nach

<sup>1</sup> In älteren Versionen der ANSI/ABMA-10A wird die „deviation from the spherical form“ hingegen als maximaler radialer Abstand der Kugeloberfläche zur umhüllenden Kugel definiert.



**Abbildung 4.4:** Schematische und überhöhte Darstellung der Abweichung von der Kugelform  $t_{DWS}$  für eine Schnittebene einer Messkugel, wobei der Radius des ausgleichenden Kreises (rot) den nominellen Radius  $R_W$  darstellt und auf Basis dessen Mittelpunktes (rotes Kreuz) ein minimaler (grün) sowie ein maximaler (blau) konzentrischer Berührkreis mit den Radien  $R_{min}$  bzw.  $R_{max}$  bestimmt sind (vgl. DIN 5401:2002).

$$t_{DWS} = R_{max} - R_{min}. \quad (4.16)$$

Für jede Schnittebene einer Kugel ergibt sich ein unterschiedlicher Wert für  $t_{DWS}$  nach (4.16), wobei für die Zuordnung in eine Klasse nur das Maximum der jeweiligen Kugel betrachtet wird.

### 4.2.3 Auswirkung auf Antastungen

Zum Erreichen optimaler Genauigkeiten werden Kugeltastern vorwiegend mit dem Grad 3 oder dem Grad 5 nach DIN 5401:2002 gefertigt. Diese Grade entsprechen den höchsten Güteklassen, sind aber nur bis zu einem Durchmesser von 12,7 mm definiert. Da der Tasterdurchmesser bei einem Messarm üblicherweise außerdem 15 mm beträgt, wird zudem der Grad 10, der einen Bereich bis 25,4 mm abdeckt, im Folgenden näher betrachtet.

In Tabelle 4.5 zeigt sich deutlich, dass wie in Kapitel 4.2.1 erläutert, signifikante Abweichungen vom Nenndurchmesser auch bei den höchsten Güteklassen zugelassen sind. Diese bewegen sich für den Radius im Bereich von rund  $3 \mu\text{m}$  bis  $5 \mu\text{m}$ . Eine Kalibrierung selbst bei neuen Kugeltastern ist daher obligatorisch. Liegt nach der Kalibrierung der Wert für den Ist-Durchmesser vor, wirken sich, bedingt durch die Kugelgeometrie, lediglich die

Güteklasse	Abweichung vom Nenndurchmesser – Grenzabmaß $GA$	Abweichung vom Nennradius $GA/2$	Schwankung des Kugeldurchmessers $V_{DWS}$	Schwankung des Kugelradius $V_{DWS}/2$	Abweichung von der Kugelform $t_{DWS}$ (radialer Abstand)	Oberflächenrauheit
<b>G3</b>	$\pm 5,32 \mu\text{m}$	$(\pm 2,66 \mu\text{m})$	$0,08 \mu\text{m}$	$(\pm 0,04 \mu\text{m})$	$0,08 \mu\text{m}$ ( $3,1 \mu\text{in}$ )	$0,010 \mu\text{m}$
<b>G5</b>	$\pm 5,63 \mu\text{m}$	$(\pm 2,82 \mu\text{m})$	$0,13 \mu\text{m}$	$(\pm 0,07 \mu\text{m})$	$0,13 \mu\text{m}$ ( $5,1 \mu\text{in}$ )	$0,014 \mu\text{m}$
<b>G10</b>	$\pm 9,75 \mu\text{m}$	$(\pm 4,88 \mu\text{m})$	$0,25 \mu\text{m}$	$(\pm 0,13 \mu\text{m})$	$0,25 \mu\text{m}$ ( $9,8 \mu\text{in}$ )	$0,020 \mu\text{m}$

**Tabelle 4.5:** Übersicht der Güteklassen für Kugeltaster nach DIN 5401:2002 (Auswahl).

Formtoleranzen und die Rauigkeit auf eine Messung aus. Die angegebenen Werte für die Oberflächenrauheit beziehen sich nach DIN 5401:2002 auf den arithmetischen Mittelwert der Abweichung des Rauheitsprofils von der mittleren Linie. Hierbei werden Formabweichung und Welligkeit für diesen Wert ausgenommen (vgl. Kapitel 2.3). Anhand Tabelle 4.5 wird sichtbar, dass mit einer Kalibrierung die verbleibenden Toleranzangaben, die auf eine Messung wirken, deutlich im Submikrometerbereich liegen. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass beispielsweise der Verschleiß oder die Abplattung, die um ein Vielfaches größer sind, nicht berücksichtigt sind (vgl. Kapitel 4.4.2 und Kapitel 4.5.1).

Da SMRs in nichtmetrischen Größen gefertigt sind, werden deren Spezifikationen typischerweise an die ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) angelehnt. Die Kugelreflektoren werden in der Regel nach „G25“ oder „G50“, die von Herstellern entsprechend in Anlehnung an ANSI/ABMA 10A:2001(R2015) angegeben werden, spezifiziert, während für RRRs, BRRs oder TBRs spezielle Herstellerspezifikationen verwendet werden (vgl. Tabelle 4.6)<sup>1</sup>. Die Angaben der Toleranzen für RRRs und BRRs stellen hierbei eine Kombination der Klassen „G50“ und „G60“ dar. Es fällt auf, dass die Werte für die Abweichung vom Nennradius sich zwischen rund  $1,3 \mu\text{m}$  und  $2,5 \mu\text{m}$  bewegen und trotz der weit höheren Klassennummer etwa halb so groß sind wie die der Kugeltaster (vgl. Tabelle 4.5). Lediglich die einfachen TBRs liegen mit rund  $4 \mu\text{m}$  darüber. Auch wenn die Maßtoleranzen bei den SMRs für die vorliegenden Fälle kleiner als bei den Kugeltastern gefasst sind, so ist dennoch die Kalibrierung jedes einzelnen SMRs zu empfehlen, da dadurch systematische Abweichungen im unteren einstelligen Mikrometerbereich vermieden werden können. Werden die Maß-, die

<sup>1</sup> RRRs und BRRs werden als xRRs bezeichnet

Güteklasse	Abweichung vom Nenndurchmesser – Grenzabmaß $GA$	Abweichung vom Nennradius $GA/2$	Schwankung des Kugelradius $V_{DWS}/2$	Abweichung von der Kugelform $t_{DWS}$ (radialer Abstand)	Oberflächenrauheit	Unsicherheitsbeitrag des Radius durch die Kugelgeometrie
„G25“	$\pm 100 \mu\text{m}$ ( $\pm 2,54 \mu\text{m}$ )	( $\pm 50 \mu\text{m}$ ) ( $\pm 1,27 \mu\text{m}$ )	( $12,5 \mu\text{m}$ ) ( $0,32 \mu\text{m}$ )	$25 \mu\text{m}$ ( $0,64 \mu\text{m}$ )	$2 \mu\text{m}$ ( $0,051 \mu\text{m}$ )	$\pm 1,4 \mu\text{m}$
„G50“	$\pm 200 \mu\text{m}$ ( $\pm 5,08 \mu\text{m}$ )	( $\pm 100 \mu\text{m}$ ) ( $\pm 2,54 \mu\text{m}$ )	( $25 \mu\text{m}$ ) ( $0,64 \mu\text{m}$ )	$50 \mu\text{m}$ ( $1,27 \mu\text{m}$ )	$3 \mu\text{m}$ ( $0,076 \mu\text{m}$ )	$\pm 2,8 \mu\text{m}$
xRR	( $\pm 200 \mu\text{m}$ ) ( $\pm 5,08 \mu\text{m}$ )	$\pm 100 \mu\text{m}$ ( $\pm 2,54 \mu\text{m}$ )	( $30 \mu\text{m}$ ) ( $0,76 \mu\text{m}$ )	$60 \mu\text{m}$ ( $1,52 \mu\text{m}$ )	na	$\pm 3,0 \mu\text{m}$
TBR	( $\pm 320 \mu\text{m}$ ) ( $\pm 8,13 \mu\text{m}$ )	$\pm 160 \mu\text{m}$ ( $\pm 4,06 \mu\text{m}$ )	( $60 \mu\text{m}$ ) ( $1,52 \mu\text{m}$ )	$120 \mu\text{m}$ ( $3,05 \mu\text{m}$ )	na	$\pm 5,1 \mu\text{m}$

**Tabelle 4.6:** Übersicht Güteklassen für SMRs interpretiert nach [FT10], [HM15b], [HM11], [API16], [PLX16b] und ANSI/ABMA 10A:2001(R2015).

Güteklasse	Unsicherheitsbeitrag der optischen Zentrierung						
	$\pm 0,000 10''$ ( $\pm 2,54 \mu\text{m}$ )	$\pm 3,0 \mu\text{m}$	$\pm 0,000 20''$ ( $\pm 5,05 \mu\text{m}$ )	$\pm 6,0 \mu\text{m}$	$\pm 0,000 30''$ ( $\pm 7,62 \mu\text{m}$ )	$\pm 10,0 \mu\text{m}$	$\pm 0,000 50''$ ( $\pm 12,70 \mu\text{m}$ )
Unsicherheitsbeitrag des Radius, inkl. der optischen Zentrierung							
G25	$\pm 2,9 \mu\text{m}$	—	$\pm 5,2 \mu\text{m}$	—	$\pm 7,8 \mu\text{m}$	—	$\pm 12,8 \mu\text{m}$
G50	$\pm 3,8 \mu\text{m}$	—	$\pm 5,8 \mu\text{m}$	—	$\pm 8,1 \mu\text{m}$	—	$\pm 13,0 \mu\text{m}$
xRR	—	$\pm 4,2 \mu\text{m}$	—	$\pm 6,7 \mu\text{m}$	—	$\pm 10,4 \mu\text{m}$	—
TBR	—	—	—	—	—	$\pm 11,2 \mu\text{m}$	—

**Tabelle 4.7:** Übersicht der Unsicherheitsbeiträge des Radius für SMRs, inklusive der unterschiedlichen Unsicherheitsbeiträge durch die optische Zentrierung nach [FT10], [HM15b], [HM11], [API16], [PLX16b] und ANSI/ABMA 10A:2001(R2015).

Formtoleranz und die Rauigkeit (soweit verfügbar) zusammen betrachtet, wird deutlich, dass sich der Unsicherheitsbeitrag des Radius durch die Kugelgeometrie mit  $\pm 1,4 \mu\text{m}$  bis  $\pm 3,0 \mu\text{m}$  für die hochwertige SMRs der verschiedenen Hersteller zwar um rund den Faktor zwei unterscheidet, jedoch absolut die Differenz bei  $1,6 \mu\text{m}$  liegt.

Für die die Gesamtbeurteilung der Kugelreflektoren spielen, wie in Kapitel 3.1.1 erläutert, die optischen Eigenschaften hingegen eine wesentliche Rolle, sodass in Tabelle 4.7 die typischen Werte für die optische Zentrierung von  $\pm 0,000 10''$  bis  $\pm 0,000 50''$  aufgeführt sind. Der berechnete Unsicherheitsbeitrag für den Radius ergibt sich aus der Kombination der optischen Zentrierung mit dem zuvor erläuterten Unsicherheitsbeitrag durch die Kugelgeometrie (vgl. Tabelle 4.6). Bei dem Vergleich der berechneten Werte in Tabelle 4.7 wird deutlich, dass die optische Zentrierung typischerweise den größten Einfluss für die Gesamtbeurteilung liefert, jedoch muss beachtet werden, dass es signifikante Unterschiede zwischen den Reflektortypen, aber auch zwischen den Herstellern gibt. So unterscheiden sich die SMRs der höchsten Qualität zwischen den Herstellern mit  $\pm 2,9 \mu\text{m}$  zu  $\pm 4,2 \mu\text{m}$  um den Faktor 1,5 bzw. zu den Vorserien ( $\pm 6,7 \mu\text{m}$ ) (s. Kapitel 3.1.1) um den Faktor von rund 2,3, was absolut rund  $4 \mu\text{m}$  bedeutet. Bei der Verwendung eines SKRs berechnet sich der Unsicherheitsbeitrag für den Radius mindestens zu  $\pm 10,4 \mu\text{m}$ , der eines EERs hingegen zu mindestens  $\pm 2,9 \mu\text{m}$ , was einem Unterschied um den Faktor von rund 3,5 und absolut einer Differenz von  $7,5 \mu\text{m}$  entspricht. Dies verdeutlicht die Bedeutung die der Auswahl eines SMRs für den Einsatz zuzumessen ist. Ferner wird daraus ersichtlich, dass sichergestellt sein muss, dass die Angabe der Fertigungstoleranzen bzw. Spezifikationen für SMRs vollständig und eindeutig durch den Hersteller vorliegen.

Es sei für die Einschätzung jedoch darauf hingewiesen, dass es sich bei den angegebenen Werten um die Unsicherheitsbeiträge für den Radius unter idealen Bedingungen handelt, die insbesondere bei der Offsetkorrektur eine wesentliche Rolle spielen. Es werden keine Punktgenauigkeiten angegeben, die entfernungsabhängigen Faktoren oder die eventuellen optischen Effekten, wie der Einfallswinkelabhängigkeit, unterliegen. Solche Unsicherheitsbeiträge sind weit größer (vgl. Kapitel 2.2.1).

### 4.3 Antastungsvarianten

Um einen gewünschten Messpunkt mit einem Taster oder Reflektor anzutasten, gibt es unzählige Varianten um diesen Punkt zu berühren. Zum einen steht ein Großteil der Oberfläche der Kugel zur Verfügung, zum anderen ist eine Rotation des Tasters oder des Reflektors um den jeweiligen Berührungspunkt möglich. Da Messsysteme sowie Taster oder Kugelreflektoren immer gewissen Systematiken unterworfen sind (vgl. Kapitel 2.2 bzw. Kapitel 4.2), gilt es dies bei der zu wählenden Messstrategie zu berücksichtigen. Im Folgenden wird zwischen den zwei grundsätzlichen Antastungsvarianten, unidirektional und bidirektional, unterschieden und deren Einfluss auf Messung zur Bestimmung von Differenz-, Außen- sowie Innenmaßen analysiert. Ausgehend von den drei betrachteten Anwendungsfällen, ist grundsätzlich auf

alle weiteren Geometrien zu schließen. Zur Analyse wird angenommen, dass die eingesetzte Messkugel auf einer Hälfte um  $\Delta_r$  deformiert ist und einen kleineren Radius als den Sollradius  $R$  aufweist. Ferner sind in den zur Verdeutlichung gezeigten Abbildungen jeweils die Seiten der Messkugeln ohne systematische Abweichung rot gefärbt, die mit der Deformation  $\Delta_r$  blau.

### 4.3.1 Unidirektionale Antastung

Bei der unidirektionalen Antastung wird mit dem Reflektor oder Taster das Objekt immer aus derselben Richtung in Relation auf das Bezugssystem der Messkugel angetastet, was bei allen drei betrachteten Fällen realisierbar ist. Die Ermittlung eines Differenzmaßes  $d_{Soll}$  liegt beispielsweise beim Messen von Stufennormalen während des Prüfens von kartesischen Koordinatenmessgeräten oder z.B. beim Antasten einer Oberfläche mit einer Messkugel zur Bestimmung der Wellentiefe einer Welligkeit vor. Erfolgt die Antastung hierbei immer mit dem identischen Berührungspunkt und die Antastrichtung wird beibehalten, wirken keine systematischen Effekte auf das abgeleitete Relativmaß  $d_{Ist}$  und es gilt:

$$\textbf{Differenzma\~{B}e:} \quad d_{Soll,Diff} = d_{Ist,Diff,uni}. \quad (4.17)$$

Absolut gesehen, findet hingegen partiell ein paralleler Versatz der Oberfläche statt, der ggf. zu berücksichtigen ist (vgl. Abbildung 4.5).

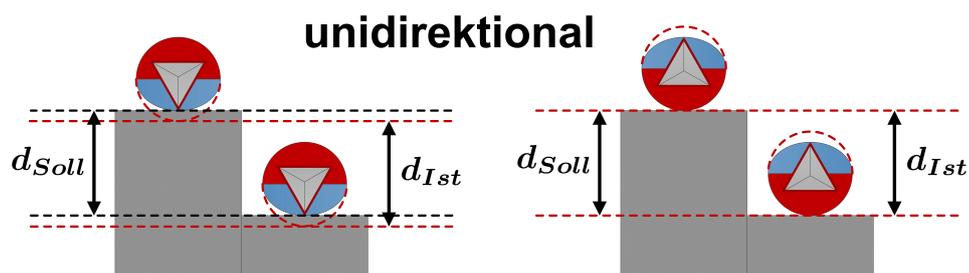
Wird hingegen ein Außenmaß bestimmt wirkt sich die systematischen Abweichungen der Messkugel  $\Delta_r$  mitunter doppelt aus und das Außenmaß wird selektiv zu klein gemessen (vgl. Abbildung 4.6). Infolgedessen lässt sich (4.18) aufstellen.

$$\begin{aligned} \textbf{Au\~{B}enma\~{B}e:} \quad & d_{Soll,Au\~{B}en} = d_{Ist,Au\~{B}en,uni} \\ \text{oder} \quad & d_{Soll,Au\~{B}en} = d_{Ist,Au\~{B}en,uni} + 2\Delta_r \end{aligned} \quad (4.18)$$

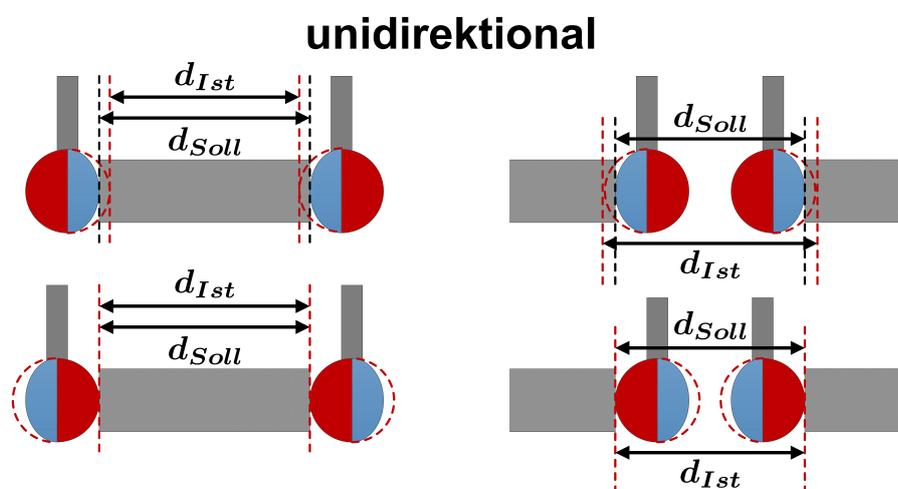
Bei der Ermittlung eines Innenmaßes wird beim Antasten mittels deformierter Messkugel-seite hingegen der Abstand des Innenmaßes um  $2\Delta_r$  selektiv zu groß bestimmt und es gilt entsprechend (4.19). Wie auch bei der Außenmaßbestimmung kommt es jedoch zu keiner Verschiebung bestimmter geometrischer Größen. So würde beispielsweise die Lage der Mittelachse eines Zylinders oder Bohrung infolge von mehreren Außen- bzw. Innenmaßmessungen trotz vorliegenden Deformationen durch die unidirektionale Antastung korrekt bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \textbf{Innenma\~{B}e:} \quad & d_{Soll,Innen} = d_{Ist,Innen,uni} \\ \text{oder} \quad & d_{Soll,Innen} = d_{Ist,Innen,uni} - 2\Delta_r \end{aligned} \quad (4.19)$$

Die drei beschriebenen Fälle der Differenz-, Außen- sowie Innenmaßbestimmung treten bei Messaufgaben wie z.B. dem Reverse Engineering (vgl. Kapitel 1) typischerweise in Kombination auf, sodass anhand von (4.17) bis (4.19) deutlich wird, dass beim unidirektionalen



**Abbildung 4.5:** Bestimmung eines Differenzmaßes mittels unidirektionaler Antastung (schematisch) bei systematischen Abweichungen der Messkugel.



**Abbildung 4.6:** Bestimmung eines Außen- (links) und Innenmaßes (rechts) mittels unidirektionaler Antastung (schematisch) bei systematischen Abweichungen der Messkugel.

Antasten sich systematische Abweichungen bis zum zweifachen Wert (additiv oder subtraktiv) auswirken.<sup>1</sup> Im Detail tritt selbst eine Kombination der drei genannten Fälle bei einer Ebenheitsprüfung und damit beispielsweise bei der Bestimmung der Welligkeit (vgl. Kapitel 2.3) auf, wobei der Fall des Differenzmaßes dominiert. Während der Vergleich von Wellentälern zu -bergen eine Differenzbestimmung darstellen, liegen in deren Übergangsbereichen (Flanken) ebenfalls die Fälle der Außen- bzw. Innenmaßbestimmung vor.

Für handgeführten Messungen ist zu beachten, dass bei unidirektionaler Antastung die geringe Variation des Berührungspunktes bei der Differenzmaßbestimmung leichter zu realisieren ist als bei Ermittlung eines Außen- oder Innenmaßes, da hierbei der Kugelreflektor bzw. der Taster zusätzlich um die entsprechende Achse um exakt 180° zu rotieren ist, was gleichzeitig

<sup>1</sup> Bei den Fallbeispielen und der angenommenen systematischen Abweichung  $\Delta_r$  führt ein mehrfaches Messen mittels unidirektionaler Antastung bei Umkehrung der Antastrichtung dazu, dass sich die maximalen systematischen Abweichungen auf den einfachen Betrag reduzieren.

einen Mehraufwand darstellt. Bei einer Variation des Berührungspunktes wirken sich zusätzlich beispielsweise Formtoleranzen der Messkugel (vgl. Kapitel 4.2.2) oder unterschiedliche Verschleißerscheinungen (vgl. Kapitel 4.4.2) aus.

Ein Nutzen der unidirektionalen Antastung liegt bei der Bestimmung von Differenzmaßen, da hierbei nicht nur das Rotieren des Tasters oder Reflektors wegfällt, sondern die gezeigten systematische Abweichungen sich nicht auswirken. Differenz-, Außen- oder Innenmaße, die allein während einer Prüfroutine mittels unidirektionaler Antastung ermittelt werden, geben jedoch beispielsweise keinen Aufschluss über die Gestaltabweichung der Messkugel und sind somit lediglich aussagekräftig für Messprozesse, die ebenfalls das jeweilige Maß mit unidirektionaler Antastung vorsehen.

### 4.3.2 Bidirektionale Antastung

Im Unterschied zur unidirektionalen Antastung (vgl. Kapitel 4.3.1) wird bei der bidirektionalen Antastung nicht mit demselben Punkt auf der Kugel das Objekt angemessen, sondern wechselseitig mit dem auf der gegenüberliegenden Seite des Tasters oder Reflektors – bezogen auf das Bezugssystem der Messkugel wird folglich die Antastrichtung umgekehrt. Für die drei Anwendungsfälle mit der Annahme der Deformation  $\Delta_r$  auf der Halbseite der Messkugel lassen sich die folgenden Beziehungen aufstellen.

Bei der Bestimmung eines Differenzmaßes treten im Unterschied zur unidirektionalen Antastung (vgl. (4.17)) zwei Varianten auf und es (vgl. Abbildung 4.7) gilt:

$$\begin{aligned} \text{Differenzmaß:} \quad & d_{Soll,Diff} = d_{Ist,Diff,bi} + \Delta_r \\ \text{oder} \quad & d_{Soll,Diff} = d_{Ist,Diff,bi} - \Delta_r \end{aligned} \quad (4.20)$$

Folglich wirkt sich  $\Delta_r$  immer aus und das Differenzmaß wird entweder zu kurz oder zu lang bestimmt. Während der bidirektionalen Antastung von Außen- oder Innenmaßen wirken sich, im Vergleich zur unidirektionalen Antastung (vgl. (4.18) bzw. (4.19)), stets die systematische Abweichung auf das abgeleitete Maß aus, sodass jeweils keine Fallunterscheidung zu treffen ist (vgl. Abbildung 4.8). Somit ergibt sich für die Bestimmung des Außen- bzw. Innenmaßes:

$$\text{Außenmaße:} \quad d_{Soll,Außen} = d_{Ist,Außen,bi} + \Delta_r \quad (4.21)$$

$$\text{Innenmaße:} \quad d_{Soll,Innen} = d_{Ist,Innen,bi} - \Delta_r. \quad (4.22)$$

Anhand von (4.21) und (4.22) zeigt sich, dass bei der bidirektionalen Antastung ein Außenmaß immer zu kurz und ein Innenmaß immer zu groß bestimmt wird. Es lässt sich somit feststellen, dass sich im Gegensatz zur unidirektionalen Antastung die angenommene systematische Abweichung  $\Delta_r$  bei der bidirektionalen Antastung immer auswirkt, jedoch nimmt

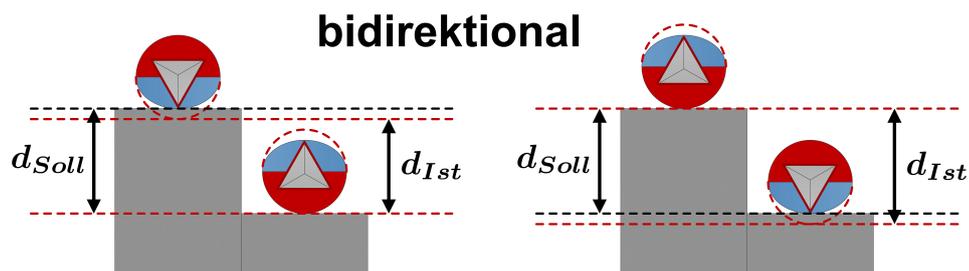


Abbildung 4.7: Bestimmung eines Differenzmaßes mittels bidirektionaler Antastung (schematisch) bei systematischen Abweichungen der Messkugel.

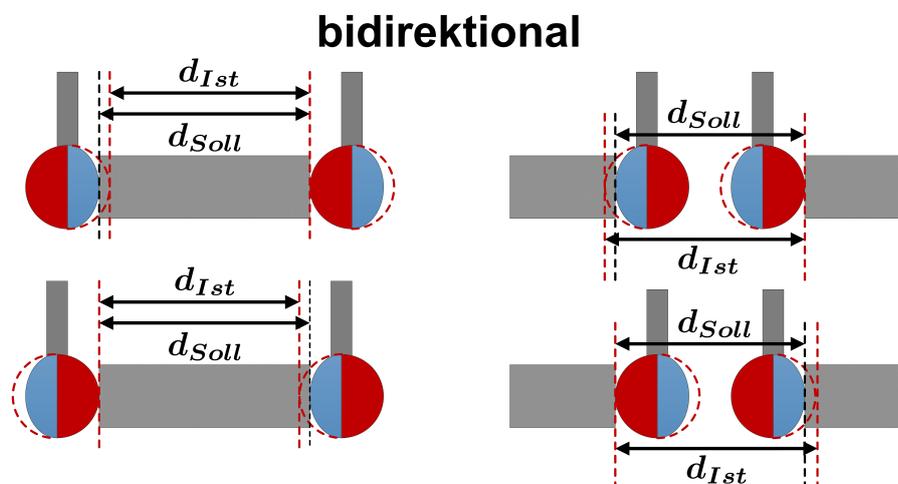


Abbildung 4.8: Bestimmung eines Außen- (links) und Innenmaßes (rechts) mittels bidirektionaler Antastung (schematisch) bei systematischen Abweichungen der Messkugel.

sie maximal den einfachen Wert (additiv oder subtraktiv) an und bleibt damit kleiner als die mögliche zweifache Abweichung bei der unidirektionalen Methode.<sup>1</sup> Dies gilt gleichermaßen für die Kombination der analysierten Fälle von Differenz-, Außen- sowie Innenmaßbestimmung. Allerdings ist ferner zu beachten, dass es zu einer Lagerverschiebung von bestimmten geometrischen Größen kommt. So würde beispielsweise die Lage der Mittelachse eines Zylinders oder Bohrung infolge von mehreren Außen- bzw. Innenmaßmessungen aufgrund der vorliegenden Deformationen durch die bidirektionale Antastung um den Wert  $\Delta_r$  fehlerhaft bestimmt werden. Allgemein wird bei einer bidirektionalen Antastung allerdings auf die Rotation um eine Achse verzichtet, sodass bei handgeführten Tastern oder Reflektoren die Anwendung erleichtert wird, jedoch besteht grundsätzlich die Möglichkeit, dass sich durch

<sup>1</sup> Bei der Differenzmaßbestimmung und der angenommenen systematischen Abweichung  $\Delta_r$  führt ein mehrfaches Messen und Mitteln bei der bidirektionalen Antastung bei Umkehrung der Antastrichtung dazu, dass sich die systematischen Abweichungen, wie bei der unidirektionalen Antastung, nicht auf das abgeleitete Relativmaß auswirkt.

die Umkehrung der Messrichtung eine eventuell vorhandene Hysterese auswirkt. Wie bei der unidirektionalen Antastung, sind Differenz-, Außen- oder Innenmaße, die allein während einer Prüfroutine mittels bidirektionaler Antastung ermittelt werden, lediglich aussagekräftig für Messprozesse, die ebenfalls das jeweilige Maß mit bidirektionaler Antastung vorsehen.

Beim Messen von z.B. Wellen oder Hohlzylindern wird in der Praxis zum Erreichen von hohen Punktdichten nicht nur ein einzelner Punkt auf dem Reflektor oder Taster verwendet, sondern die Berührung findet auf einem Großkreis der Kugel statt. Diese Fälle können somit auch als multidirektionale Antastung bezeichnet werden. Bei solchen Anwendungen ist es jedoch schwieriger, systematische Abweichungen zu differenzieren, da der Reflektor bzw. Taster großflächiger genutzt wird (vgl. Kapitel 4.2.2).

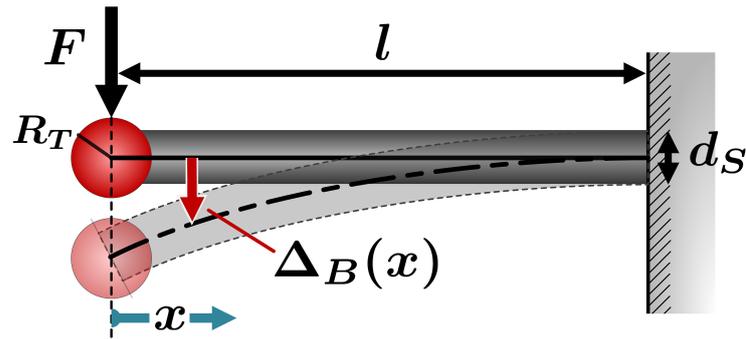
## 4.4 Biegung und Verschleiß

Da bei dem taktilen Messen immer ein Kontakt mit der zu messenden Oberfläche erzeugt werden muss, wirken abhängig vom dem gewählten Messsystem und dem Messprozess verschiedene Kräfte beim Messen. Zusätzlich zur Tasterbiegung zeigt der Verschleiß bei Messmitteln einen wesentlichen Einfluss bei der taktilen Oberflächenerfassung und wird im Folgenden näher untersucht.

### 4.4.1 Tasterbiegung

Bei der Nutzung von Messtastern treten insbesondere Deformationen innerhalb des Tasters auf. Diese Tasterbiegung ist stark abhängig von dem Berührungspunkt auf der Tastkugel und ist damit richtungsabhängig. Wird der Taster parallel zur Oberfläche geführt und mit dem Taster wird seitlich angetastet, kommt es zu einer maximalen Biegung. Wird hingegen mit dem Taster in Schaftrichtung, also mit dem Pol der Tastkugel, gemessen, wirken die Druckkräfte entlang der Achse. Auch muss die Variation des „pre-travel“ (PTV) bzw. das „Lobing“ (vgl. Kapitel 2.2.3 auf Seite 14) berücksichtigt werden, was zu unterschiedlichen Antastkräften selbst bei schaltenden Messköpfen führt. Allgemein werden die Kräfte in Achsrichtung besser kompensiert und die systematischen Abweichungen von der Solllage sind kleiner. Es muss jedoch beachtet werden, dass es zu einem Biegeknicken kommt und der Taster von der Symmetrieachse abweicht, falls die Druckkräfte zu groß sind (vgl. [GF07]). Um bestimmte Berührungspunkte näherungsweise herzustellen, ist es bei stationären Koordinatenmessgeräten durch verschiedenes Equipment, wie z.B. Winkeleinstellgeräte, möglich, den Taster zur Oberfläche auszurichten (vgl. z.B. [CZDA15], [Ren09]). Dies ist nicht zu verwechseln mit der Ermittlung der Normalenrichtung, sondern wäre lediglich eine Approximation.

Um die Auswirkung der Tasterbiegung zu beurteilen, wird im Folgenden die Einwirkung der Kräfte anhand eines Modells analysiert (vgl. Abbildung 4.9). Da nicht immer mit dem Pol eines Tasters gemessen werden kann, wird die seitliche Antastung und damit die maximale Abweichung des Kugelzentrums von der Solllage betrachtet. Zur Vereinfachung



**Abbildung 4.9:** Schematische Darstellung der Abweichung von der Solllage  $\Delta_B(x)$  bei der Tasterbiegung anhand der Biegelinie bei konstantem Querschnitt über die Tasterlänge  $l$  mit dem Schaftdurchmesser  $d_S$  und unter Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte bei Einwirkung der Antastkraft  $F$  (vgl. [GF07]).

wird die Tastkugel vernachlässigt und es wird allein der Schaft modelliert. Für einen einseitig eingespannten Körper mit konstantem Querschnitt und der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte unter Krafteinwirkung (Vernachlässigung der Schubspannung) ergibt sich nach [GF07] für die Gleichung der Biegelinie:

$$\Delta_B(x) = \frac{F \cdot l^3}{6E \cdot I_Y} \cdot \left[ 2 - 3\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]. \quad (4.23)$$

Dabei ist  $\Delta_B(x)$  die Abweichung von der Solllage,  $F$  die Antastkraft,  $l$  der Abstand zum Einspannpunkt,  $E$  das Elastizitätsmodul,  $I_Y$  das axiale Flächenmoment zweiten Grades und  $x$  die Position in X-Richtung. Der Nullpunkt der X-Achse fällt mit dem Angriffspunkt der Kraft zusammen bzw. ist um  $l$  vom Einspannpunkt entfernt und zeigt in Richtung der Einspannung. Da von einem konstanten und runden Querschnitt ausgegangen wird, folgt für  $I_Y$  nach [GF07]:

$$I_Y = \frac{\pi \cdot d_S^4}{64}. \quad (4.24)$$

Dabei ist  $d_S$  der Durchmesser des Schafts. Da die Antastkraft über die Kugel auf den Schaft wirkt und die Auslenkung des Kugelmittelpunktes gesucht ist, ist für  $x$  der Wert Null zu setzen. Damit wird erreicht, dass sich  $\Delta_B(x)$  auf das Zentrum der Kugel bezieht. Der Pol des Kugeltasters erfährt zwar aufgrund der zusätzlichen Auswirkung des Radius des Kugeltasters  $R_T$  eine größere Abweichung von der Solllage (hier gilt  $x = -R_T$ , vgl. Abbildung 4.9), jedoch beziehen sich alle gemessenen Werte auf das Kugelzentrum des Tasters. Mit (4.24) und  $x = 0$  ergibt sich für (4.23)

$$\Delta_B(x = 0) = \Delta_B = \frac{64 \cdot F \cdot l^3}{3\pi \cdot E \cdot d_S^4}. \quad (4.25)$$

Anhand von (4.25) lässt sich feststellen, dass die Abweichung von der Solllage (Biegung) umso größer ist,

- je größer die Antastkraft  $F$  ist.
- je kleiner das Elastizitätsmodul  $E$  des Schafts ist.
- je größer die Länge  $l$  des Tasters ist.
- je kleiner der Durchmesser des Schafts  $d_S$  ist.

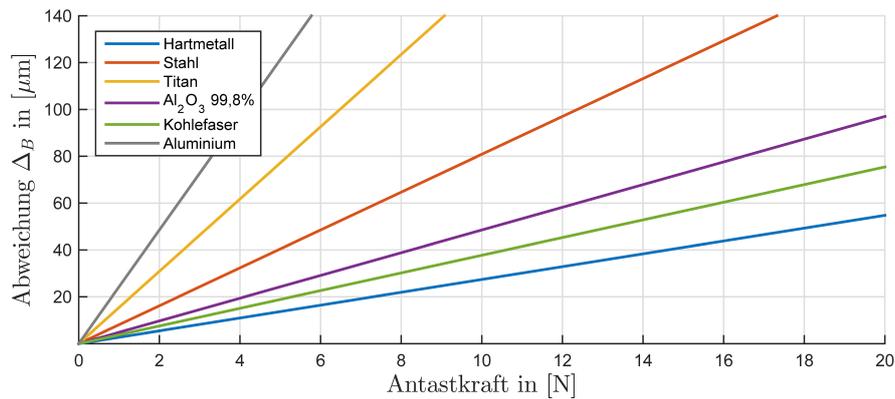
Demnach ist der ideale Taster möglichst kurz, hat einen großen Schaftquerschnitt und das verwendete Material weist eine hohe Steifigkeit auf. Zu beachten ist, dass sich die Länge des Schafts mit der Potenz von drei und die des Durchmessers mit der Potenz von vier auswirkt und sich damit weit wesentlicher auf die Biegung auswirkt als die Antastkraft oder das Elastizitätsmodul des Schafts. So spielt auch der Gewindehalter oder der Bereich des Tasterwechselsystems eine untergeordnete Rolle, da diese bei kurzen Längen gleichzeitig einen großen Durchmesser von z.B. 10 mm oder 25 mm aufweisen.

	Hartmetall	Stahl (Federstahl)	Aluminium	Titan	Aluminium- oxid (99,8%)	Kohlefaser
<b>Elastizitätsmodul <math>E</math> in [kN/mm<sup>2</sup>]</b>	620	210	70	110	350	450
<b>Linearer Wärmeausdehnungs- koeffizient in [10<sup>-6</sup>/K]</b>	5	16	22,7	8,1	8	-0,4

**Tabelle 4.8:** Elastizitätsmodul und linearer Wärmeausdehnungskoeffizient typischer Schaftmaterialien ([Koh96], [Ren09], [Sap14]).

Zur Einschätzung der Größenordnung sei im Folgenden die Biegung an exemplarischen Tastern betrachtet. Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, stehen verschiedene Materialien für den Schaft zur Verfügung, die jeweils unterschiedliche Eigenschaften aufweisen. In Tabelle 4.8 sind für typische Schaftmaterialien die Elastizitätsmodul sowie die linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten zusammengestellt. Die angegebenen Werte dienen zur Orientierung, die konkreten Werte sollten aus den Spezifikationen des jeweiligen Tasters entnommen werden. Beispielweise liegt der Elastizitätsmodul von Kohlefaser (bzw. CFK) abhängig von der Herstellung teilweise auch in dem Bereich des Elastizitätsmoduls von Stahl oder darunter.

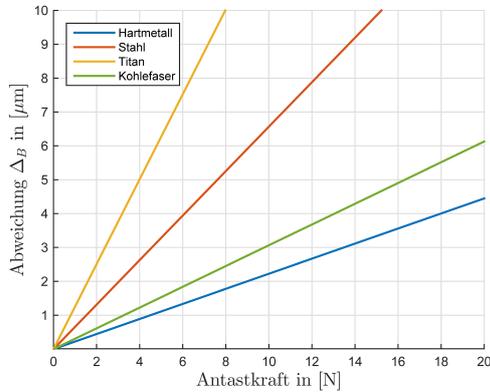
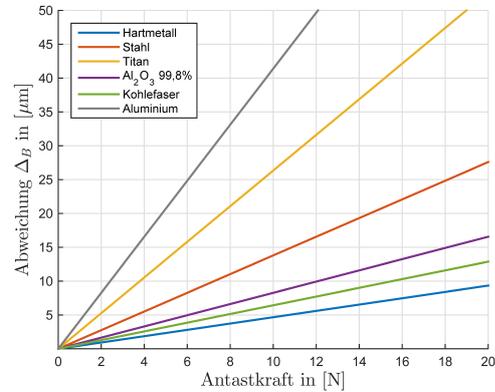
Ein typischer Taster, der bei stationären Koordinatenmessgeräten wie auch bei Messproben eingesetzt wird, ist ein 6 mm-Kugeltaster mit einer Schaftlänge von rund 40 mm und einem Schaftdurchmesser von 4 mm. Nach (4.25) ergeben sich bei kleinen Antastkräften, wie sie bei



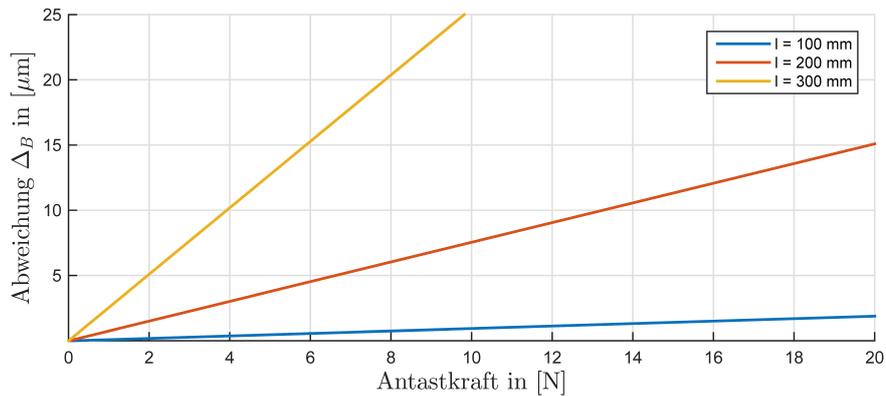
**Abbildung 4.10:** Abweichungen  $\Delta_B$  aus (4.25) aufgrund der Biegung eines exemplarischen Tasters mit  $d_S = 4$  mm und  $l = 40$  mm bei unterschiedlichen Materialien und variabler Antastkraft.

KMGs gewählt werden, abhängig vom Material signifikante systematische Abweichungen (vgl. Abbildung 4.10). So erfährt beispielsweise ein Taster bei einer Messkraft von 0,6 N eine Biegung von rund 9  $\mu\text{m}$  wenn dessen Schaft aus Titan gefertigt ist, aber selbst wenn der Schaft aus Hartmetall besteht, findet eine Abweichung von der Solllage von rund 1,5  $\mu\text{m}$  statt. Ist der Kugeltaster an eine Messprobe montiert, wirken aufgrund der manuellen Führung des Tasters weit größere Kräfte, die stark abhängig von dem Benutzer und dessen Erfahrung sind. Wird eine Oberfläche beispielsweise mit einer Messkraft von 10 N angetastet, biegt sich der Taster um rund 80  $\mu\text{m}$ , falls der Schaft aus Stahl, und um rund 30  $\mu\text{m}$ , falls der Schaft aus Hartmetall gefertigt ist. Auch wenn die 3D-Punktgenauigkeit von Messproben weit geringer als die von KMGs ist, so zeigt die Biegung der Taster einen signifikanten Einfluss.

Bei der Verwendung eines Messarms in Kombination mit einem optischen Scanner werden herstellerabhängig typisch Kugeltaster mit einer Gesamtlänge von rund 15 cm eingesetzt. Diese recht große Länge ist konstruktionsbedingt notwendig, sodass der montierte Taster über den Scanner hervorragt. Nach dem soliden Wechselsystem mit rund 25 mm Durchmesser folgt nach ca. 2 cm ein Schaft aus Kohlefaser mit rund 11 cm Länge und einem Durchmesser von rund 16 mm. Unter der Annahme des Elastizitätsmoduls aus Tabelle 4.8 für Kohlefaser und nach (4.25) zeigt sich, dass bei einer Kraft von 10 N, die direkt auf den Schaft wirkt, sich dieser nur um rund 3  $\mu\text{m}$  biegt (vgl. Abbildung 4.11a). Bei genauerem Betrachten des Tasters zeigt sich jedoch eine Schwäche. Beispielsweise wird die 3 mm-Tastkugel über einen Schaft mit einem Durchmesser von rund 1,5 mm gehalten, bevor dieser in den beschriebenen Schaft aus Kohlefaser übergeht. Dieser dünne Schaft hat mit einer Länge von rund 6 mm einen geringen Anteil an der Gesamtlänge des Tasters von rund 15 cm, jedoch tritt hier eine enorme Biegung auf. Bei derselben Kraft von 10 N biegt sich der Schaft um rund 14  $\mu\text{m}$ , wenn dieser aus Stahl gefertigt ist, und selbst bei dem Einsatz von Hartmetall würde eine Abweichung von der Solllage von rund 5  $\mu\text{m}$  auftreten, was noch immer um rund den

(a) Schaft eines Tasters mit  $d_S = 16$  mm und  $l = 110$  mm(b) Taster mit  $d_S = 1,5$  mm und  $l = 6$  mm

**Abbildung 4.11:** Abweichungen  $\Delta_B$  aus (4.25) aufgrund der Biegung typischer Taster bzw. des Schafts eines Tasters bei Messarmen bei unterschiedlichen Materialien mit jeweils einer Antastkraft bis 20 N.



**Abbildung 4.12:** Abweichung  $\Delta_B$  aus (4.25) aufgrund der Biegung von exemplarischen Tasterverlängerungen aus Kohlefaser der Längen  $l$  mit 100 mm, 200 mm und 300 mm sowie dem Schaftdurchmesser  $d_S = 20$  mm bei einer Antastkraft bis 20 N.

Faktor 1,5 größer ist als die verglichene Biegung durch den Schaft aus Kohlefaser (vgl. Abbildung 4.11b).

Bei dem Einsatz von Tastern ist es üblich, zum Erreichen von verdeckten oder schwer zugänglichen Punkten, Verlängerungen einzusetzen. Diese werden z.B. aus Kohlefaser gefertigt und weisen einen Schaftdurchmesser von rund 20 mm auf. Der große Querschnitt bewirkt eine vergleichsweise geringe Biegung. Für die exemplarische Länge von 100 mm tritt bei einer einwirkenden Kraft von 10 N nach (4.25) eine Abweichung von der Solllage von rund 1  $\mu\text{m}$  auf, die sich bei einer Länge von 200 mm auf rund 8  $\mu\text{m}$  vergrößert (vgl. Abbildung 4.12). Werden hingegen die zwei genannten Verlängerungen kombiniert oder wird eine Verlängerung von 300 mm eingesetzt, so zeigt sich eine Biegung von rund 25  $\mu\text{m}$ . Zu beachten ist, dass bei dieser Betrachtung die Verbindungselemente an sich, welche beispielsweise in einer Länge von je rund 5 mm aus Stahl oder Titan mit entsprechend geringerem Elastizitätsmodul als Kohlefaser gefertigt sind, wie auch die Schraubverbindung vernachlässigt sind, sodass von einer etwas größeren Biegung in der Praxis auszugehen ist.

Neben der Biegung, die wie gezeigt abhängig vom gewählten Material ist, muss ferner das thermische Verhalten des Werkstoffs berücksichtigt werden (vgl. Tabelle 4.8). Sind große Temperaturschwankungen während den Messungen zu erwarten, aber gleichzeitig wirken geringe Antastkräfte, so wäre Titan beispielsweise vor Stahl zu favorisieren, obwohl dieser einen etwa doppelt so großen Elastizitätsmodul im Vergleich zu Titan hat. Bezogen auf den Taster verursachen solche Temperaturschwankungen besonders eine Längenänderung des Schafts, sodass besonders in Achsrichtung des Tasters eine Positionsabweichung auftritt. Durch die Kombination des Werkstoffs Kohlefaser, der einen negativen linearen Wärmeausdehnungskoeffizient aufweist, mit anderen Materialien mit positiver Wärmeausdehnung im richtigen Verhältnis ist es möglich einen Schaft oder Verlängerungen zu fertigen, die praktisch keine Längenänderungen trotz Temperaturschwankungen erfahren (vgl. [Ren09]).

Auch muss das Verhalten der gewählten Materialien und Torsion beachtet werden. Insbesondere bei komplexen Tasterbäumen (vgl. Kapitel 3.2.1) spielt dies eine wichtige Rolle. Grundsätzlich ist speziell bei stationären Koordinatenmessgeräten zu berücksichtigen, dass schaltende und viele messende Messkopfsysteme eine bestimmte Auslenkung aus der Solllage benötigen um ein Messsignal zu erzeugen (vgl. z.B. [Wec12]). Dieses Verhalten zusammen mit der Tasterbiegung wird beispielsweise bei dem Einmessen des Tastsystems an einer Referenzkugel bestimmt, was vergleichbar mit einer Kalibrierung ist, sodass mit den so ermittelten Parametern der tatsächliche Berührungspunkt unter gleichen Bedingungen berechenbar ist (vgl. [KM15]). Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass abweichenden Eigenschaften beim Antasten eines anderen Oberflächenmaterials wie der Referenzkugel auftreten was in Kapitel 4.5 gezeigt ist. Wird ein Kugeltaster eines handgeführten Messsystems an einer Referenzkugel kalibriert und die Biegung wird nicht berücksichtigt, führt dies dazu, dass der Durchmesser der Tastkugel grundsätzlich zu klein bestimmt wird. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass wie zuvor beschrieben die Tasterbiegung richtungsabhängig ist und die auftretenden Kräfte stark vom Anwender abhängig sind. Die Abweichung von dem wahren Kugeldurchmesser, bedingt durch systematische Einflussfaktoren bei der Ka-

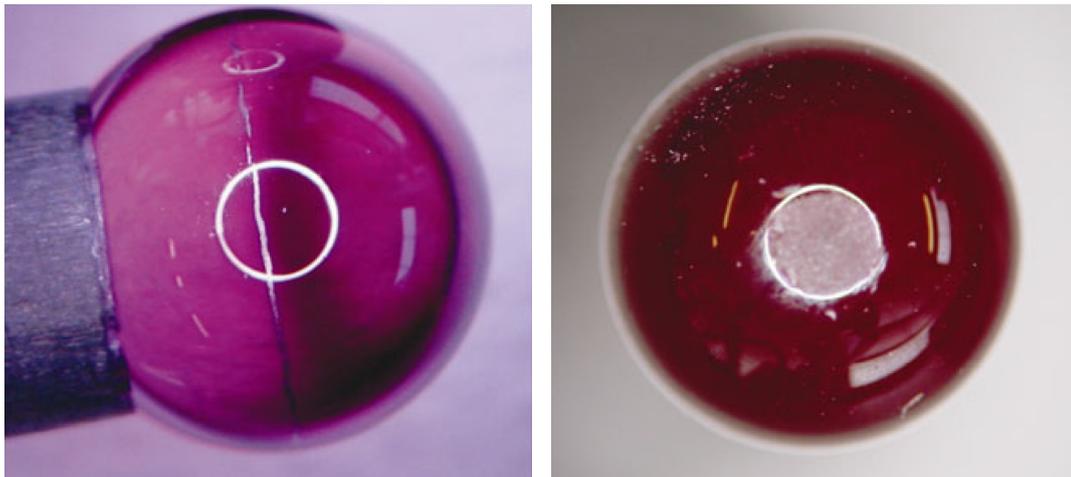
librierung, wirkt sich allerdings nicht vollständig auf eine folgende Oberflächenmessung aus, da an dem angetasteten Objekt bei vergleichbaren Bedingungen erneut entsprechende systematische Effekte auftreten, die dem zu kleinen Kugeldurchmesser entgegenwirken.

#### 4.4.2 Verschleiß

Bei dem Einsatz von Kugelreflektoren, Taster, Prismen und Adapter kommt es bei dem mechanischen Kontakt mit der Objektoberfläche immer zu Reibung, die infolge der Materialbeanspruchung typischerweise zu Verschleiß am Messmittel, wie auch an dem zu messenden Objekt, führt. Auf Grundlage der Reibungslehre (Tribologie) wird diese Wechselwirkung im Folgenden näher betrachtet (vgl. z.B. [CH15]).

Bei dem taktilen Antasten eines einzelnen Punktes oder während des taktilen Scannings findet meist ein unmittelbarer Kontakt zwischen Messmittel und Objekt statt, da typischerweise keine Schmierstoffe, wie Öle oder Fette, eingesetzt werden – folglich handelt es sich um Festkörperreibung. Aufgrund der Bewegungsarten wird bei der Einzelpunktantastung zwischen Stoßreibung und bei dem kontinuierlichen Antasten zwischen Gleitreibung weiter differenziert. Diese Reibungen haben die verschiedenen grundlegenden Verschleißmechanismen zur Folge, wobei die Gleitreibung beim taktilen Scanning mit den größten Beanspruchungen im Kontaktbereich verbunden ist.

Nach [CH15] wird zwischen den grundlegenden Verschleißmechanismen: Abrasion, Oberflächenzerrüttung, Adhäsion und tribochemischen Reaktionen unterschieden. Bei tribochemischen Reaktionen finden lokale Oxidationen im Kontaktbereich der Körper statt, besonders bei metallischen Werkstoffen, sodass bedingt durch die Sprödigkeit Verschleißpartikel aus der Oberfläche ausbrechen. Die Adhäsion tritt, wie auch die tribochemische Reaktionen, aufgrund von stofflichen Wechselwirkungen auf. Hierbei wird infolge hoher lokaler Pressungen punktuell die schützende Oberflächendeckschicht im Kontaktbereich durchbrochen und aufgrund von entstehenden Grenzflächenbindungen findet ein lokaler Materialübertrag zwischen der zu erfassenden Objektoberfläche und dem Messmittel statt. Dieser Materialauftrag bedingt durch den adhäsiven Verschleiß tritt meist am härteren Material auf und ist vermehrt an Messmitteln beim taktilen Antasten von weichen Materialien sichtbar (vgl. z.B. [Ren09]). Im Unterschied zur stofflichen Wechselwirkung tritt nach [CH15] die Oberflächenzerrüttung und die Abrasion infolge von kräftemäßigen Wechselwirkungen auf. Bei der Oberflächenzerrüttung kommt es aufgrund von Relativbewegungen zwischen Messmittel und zu erfassenden Oberfläche zu einer meist zyklischen Beanspruchung in und unterhalb Grenzflächenbereiche der Kontaktpartner, sodass eine Werkstoffermüdung auftritt, die sich in Form von Mikrorissen und Verschleißpartikeln zeigt. Abrasion entsteht hingegen, wenn harte oder raue Oberflächen gemessen werden. Infolge von beispielsweise kleinen harten Rückstandspartikel treten Materialabtrennprozessen, wie z.B. Mikropflügen oder Mikrospanen auf, wobei Oberflächenunvollkommenheiten wie Riefen oder Kratzer (vgl. Kapitel 2.3.1) entstehen und es zu einem Abrieb kommt. Bei Messkugeln ist die Folge eine Abplattung des Messmittels, die nicht mit der Abplattung aufgrund der Flächenpres-



(a) Adhäsiver Verschleiß (Adhäsion) am Äquator

(b) Abrasiver Verschleiß (Abrasion) am Pol

**Abbildung 4.13:** Typische exemplarische Verschleißmechanismen bei einem Kugeltaster aus Rubin ([Ric10]).

sung nach Hertz zu verwechselt ist (vgl. Kapitel 4.5), sodass der Begriff „Abplattung“ als Alternative für „abrasiver Verschleiß“ bzw. „Abrasion“ empfohlen wird zu vermeiden.

Bei dem taktilen Messen führen diese grundlegenden Verschleißmechanismen, die meist in Kombination auftreten, zu einer stetigen Änderung der Kugelgeometrie, was sich direkt auf die den gemessenen Wert bzw. bei der Offsetkorrektion auswirkt. In diesem Zusammenhang stellt [Ren09] besonders den abrasiven sowie adhäsiven Verschleiß in den Vordergrund. Hierbei ist einmal der tatsächliche Kugelradius größer (abrasiver Verschleiß), sodass bei der Kompensation der reduzierte Punkt anstatt auf der angetasteten Oberfläche außerhalb des gemessenen Objekts bestimmt wird und einmal ist der tatsächliche Kugelradius kleiner (abrasiver Verschleiß), sodass nach der Offsetkorrektion der ermittelte Punkt innerhalb des Objekts liegt.

Beispielsweise wird bei kartesischen Koordinatenmessgeräten meist mit dem Pol des Kugeltasters oder mit dem Äquator gemessen, sodass in diesen Bereichen vermehrter Verschleiß auftritt. In Abbildung 4.13a ist z.B. der Materialauftrag am Äquator der Tastkugel durch das taktilen Scannen einer Aluminiumoberfläche sichtbar, während in Abbildung 4.13b deutlich die Abplattung an dem Pol des Kugeltasters zu erkennen ist, die durch Abrasion entstanden ist. Die rechnerische Berücksichtigung des Verschleißes während des Messens ist schwierig, da dieser neben der zurückgelegten Messdistanz (Gleitweg)  $s_{TS}$  von verschiedenen Faktoren, wie z.B. Antastkraft  $F$ , Messgeschwindigkeit, Luftfeuchtigkeit oder Materialtemperatur abhängig ist. Es ist daher wichtig, die Taster oder Kugelreflektoren regelmäßig auf ihre Tauglichkeit zu prüfen und sie ggf. auszutauschen. Aufgrund der Komplexität des Verschleißes ist es ferner nicht möglich, einzelne Parameter bzw. Kenngrößen theoretisch zu bestimmen, lediglich mittels spezieller Messverfahren (Tribometrie) sind diskrete Werte

experimentell für konkrete Anwendungsfälle zu bestimmen (vgl. [CH15]). Als Verschleißreferenzgröße ist jedoch  $k_V$  gebräuchlich, welche nach (4.26) definiert ist, sodass ein gewisser Vergleich ermöglicht wird (vgl. [Com92]). Hierzu wird das Verschleißvolumen  $W_V$  in  $[\text{mm}^3]$  mit der Antastkraft  $F$  in  $[\text{N}]$  und der zurückgelegten Messdistanz  $s_{TS}$  in  $[\text{m}]$  normiert.

$$k_V = \frac{W_V}{F \cdot s_{TS}} \quad (4.26)$$

Für einen unmittelbaren Gegenüberstellung ist jedoch u.a. auf die Material-Paarung zu achten, also dass z.B. das Material des Messmittels wie auch das der zu erfassenden Objekt-oberfläche mit der experimentell bestimmten Kombination übereinstimmt. Auch existieren tribologische Ringversuche, bei denen unter definierten Prüf- und Laborbedingungen der Verschleiß verschiedener Werkstoffpaarungen zwischen Kugel und ebener Fläche ermittelt wurde (vgl. [CH15]).

Allgemein werden von Herstellern für Kugeltaster jedoch auch gewisse Materialien empfohlen, die grundsätzlich für bestimmte Oberflächenmaterialien besonders oder weniger geeignet sind (vgl. z.B. [Ren09], [Roi14], [Ric10]). Als weiches Material, was insbesondere zu adhäsivem Verschleiß bei Tastern führt, wird Aluminium aufgelistet, wohingegen Gusseisen vornehmlich abrasiven Verschleiß an der Tastkugel erzeugt. Stahl führt allgemein zu keinem besonderen Verschleiß (vgl. Tabelle 4.9)

Oberflächenmaterial	Tastermaterial					
	Rubin	Siliciumnitrid	Zirkoniumoxid	Aluminiumoxid	Saphir	Diamant
Aluminium	NEIN	JA			NEIN	JA
Gusseisen	NEIN		JA	JA	NEIN	JA
Stahl	JA	NEIN			JA	JA

**Tabelle 4.9:** Empfehlungen für die Kombination verschiedener Taster- und Oberflächenmaterialien (vgl. z.B. [Ren09], [Roi14], [Ric10]).

Rubin als Standardmaterial für Kugeltaster, wie auch Saphir sind für die meisten Anwendungen empfohlen, zeigen aber insbesondere bei Aluminium und Gusseisen die typischen Verschleißerscheinungen. Auch wenn polykristallines Aluminiumoxid aus ähnlichen chemischen Bestandteilen wie Rubin und Saphir besteht (vgl. Kapitel 3.2.1), so wird dies zusammen mit Zirkoniumoxid besonders zum Antasten von rauen Gusseisenoberflächen angeraten. Kugeltaster aus Siliciumnitrid gelten als ideal zum Messen von Oberflächen aus Aluminium, da sich Aluminiumpartikel nicht an der Kugel ablagern. Hingegen ist Siliciumnitrid ungeeignet für das Antasten von Stahlflächen, da hierbei Abrasion entsteht. Eine Ausnahme stellen Kugeltaster aus industriellem Diamant dar. Laut Hersteller zeigen sie nahezu keinen Verschleiß und sind daher für alle Oberflächenmaterialien empfohlen – durch ihre rund 30fachen höheren Anschaffungskosten im Vergleich zu Rubintastern muss

die Wahl von Diamanttastern jedoch auch unter ökonomischen Aspekten betrachtet werden (vgl. [Ric10]).

Da ein allgemeiner Zusammenhang für theoretische Kenngrößen nicht besteht, wird anhand der folgenden Untersuchungen exemplarisch die Auswirkung des Verschleißes auf die Kugel und damit auf die Offsetkorrektur gezeigt.<sup>1</sup> Bei dem wiederholenden taktilen Scannen des Außendurchmessers eines Werkstücks aus Aluminium wird kontinuierlich der adhäsive Verschleiß an dem eingesetzten Rubintaster bzw. Diamanttaster mit 2 mm Durchmesser durch Vergleichsmessungen bestimmt. Während der Diamanttaster keine Änderungen zeigt, stellt sich heraus, dass der Rubintaster bis zu einer Messdistanz von rund 15 m, bei der der Radius rechnerisch rund  $3\ \mu\text{m}$  vergrößert ist, stetig Aluminium anlagert. Nach weiteren 10 m (insg. 25 m) reduziert sich die ermittelte Abweichung auf  $2\ \mu\text{m}$ . Durch eine gleichzeitige Rundheitsmessung des Tasters wird festgestellt, dass die Aluminiumanlagerung nicht gleichmäßig sondern zufällig erfolgt (vgl. [Ric10]). Teilweise ist es möglich, einen solchen Aluminiumauftrag, wie er beispielsweise auch in Abbildung 4.13a gezeigt ist, durch die Verwendung eines sauberen, faserfreien Tuches wieder zu entfernen (vgl. [Ren09]). Bei diesem Reinigen sollte die Tastkugel immer nur einseitig behandelt und nicht komplett umfasst werden, da so das Zerstören des Tasters vermieden wird.

Um das Verhalten von Tastern bei Oberflächen mit abrasiven Eigenschaften zu bestimmen, wird z.B. nach [Ric10] eine Bremsscheibe mit verschiedenen Kugeltastern aus unterschiedlichen Materialien taktil mit dem Pol gescannt, während stetig der Verschleiß durch Vergleichsmessungen bestimmt wird. Das Material der Bremsscheibe aus dem Bereich des Motorsports besteht dabei aus einer Kohlenstoffmatrix, in die Siliciumkarbid und Silicium eingebettet ist.

	Rubin ( $\varnothing$ 5 mm)	Saphir ( $\varnothing$ 5 mm)	Silicium- nitrid ( $\varnothing$ 8 mm)	Zirkonium- oxid ( $\varnothing$ 6 mm)	Diamant ( $\varnothing$ 1 mm)
Abrasiver Verschleiß nach 20 m (Werte gerundet)	50 $\mu\text{m}$	45 $\mu\text{m}$	15 $\mu\text{m}$	15 $\mu\text{m}$	0 $\mu\text{m}$

**Tabelle 4.10:** Abrasiver Verschleiß verschiedener Kugelmateriale nach 20 m taktiler Scanning der Oberfläche einer Bremsscheibe (nach [Ric10]).

Es stellt sich heraus, dass kontinuierlich ein abrasiver Verschleiß bei den Tastern mehrheitlich auftritt (vgl. Tabelle 4.10). Nach 20 m ist der Radius am Pol bei den Kugeln aus Siliciumnitrid und Zirkoniumoxid um rund  $15\ \mu\text{m}$  zu klein während sich bei den Kugeltastern aus Saphir und Rubin ein abrasiver Verschleiß von  $45\ \mu\text{m}$  bzw.  $50\ \mu\text{m}$  zeigt. Bei dem verwendeten Diamanttaster konnte kein signifikanter Verschleiß ermittelt werden. Zu beachten ist, dass Saphir und Rubin mit 2300 HV eine rund 1,4 bis 1,9fach höhere Härte als Siliciumnitrid

<sup>1</sup> Die genauen Versuchsbedingungen, wie z.B. Antastkraft, Scanngeschwindigkeit, sind nicht näher spezifiziert.

bzw. Zirkoniumoxid besitzen (vgl. [Sap14]), sodass nicht unmittelbar gilt, dass eine geringere Härte mit einem höheren abrasiven Verschleiß verbunden ist. Allgemein tritt bei dem taktilen Scanning, also während des elastischen Kontaktes der Messkugel mit Tangentialbewegung, im Randbereich (Kreisring) der Kontaktfläche Mikroschlupf auf, der aufgrund der oszillierenden Relativbewegungen mit kleinen Schwingungsamplituden zu Schwingungverschleiß, der eine Kombination der grundlegenden Verschleißmechanismen zur Folge hat, führt (vgl. [CH15]).

Nicht nur bei dem taktilen Scannen entsteht Abrieb, sondern auch bei der Einzelpunktantastung tritt signifikanter abrasiver Verschleiß auf (vgl. [Sim10]). Nach der Ebenheitsbestimmung einer Schleifplatte zur Linsenbearbeitung, die mithilfe eines Rubintasters mit einem Durchmesser von 5 mm sowie der Antastkraft von 6 N diskret erfolgt, wird der eingesetzte Taster auf systematische Abweichungen untersucht. Infolge des Antastens von 300 einzelnen Messpunkten auf der Schleifplatte mit dem Pol des Kugeltasters wird in diesem Bereich ein abrasiver Verschleiß festgestellt, der mit rund 10  $\mu\text{m}$  zu beziffert ist und systematisch auf den Radius einwirkt.

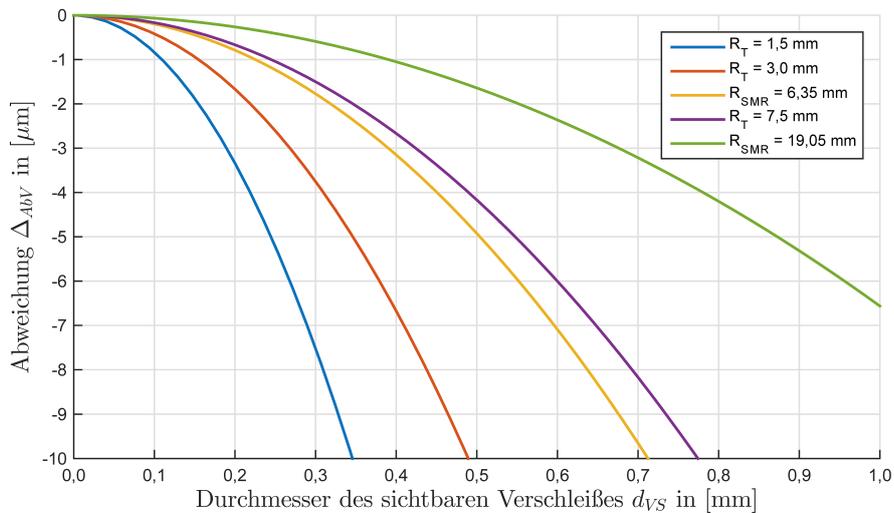
Wie bereits angedeutet, sind das Auftreten und die Intensität von Verschleiß von vielen Einflussfaktoren abhängig und theoretisch nur bedingt zu beschreiben. Nach der Methodik der Systemanalyse wird Verschleiß als Verlustgröße eines Tribosystems betrachtet (vgl. z.B. [GF07]). Durch die tribologische Kenngrößen Reibungskraft und Verschleißbetrag, die von dem Beanspruchungskollektiv (z.B. Normalkraft, Geschwindigkeit, Temperatur) und der Systemstruktur (z.B. Grundkörper, Gegenkörper, Stoffeigenschaften) abhängen, wird versucht den Verschleiß quantitativ und qualitativ abzubilden. Verschiedene Modellansätze sind z.B. auch in [CH15] beschrieben.

Da diese Modelle verschieden komplex und unterschiedlichen Modellannahmen unterworfen sind, wird im Folgenden ein einfaches Modell in Anlehnung an [Sim10] aufgestellt, welches sich an der Kugelgeometrie orientiert und eine leichte Beurteilung der Auswirkung des aufgetretenen abrasiven Verschleißes an einem Kugelreflektor oder Kugeltaster auf die Offsetkorrektur ermöglicht.

Wird die Messkugel stets mit einem ähnlichen Berührungspunkt über ein Objekt geführt, wird bei abrasivem Verschleiß ein Kugelabschnitt abgetragen, wobei entsprechend auf der Oberfläche der Kugel einen kreisförmigen Bereich des Abriebs erkennbar ist (vgl. Abbildung 4.13b). Der Durchmesser dieser Kreisfläche  $d_{VS}$  lässt sich per Sichtprüfung bestimmen und unter Annahme einer idealen Kugel mit dem Radius  $R$  gleicht die Höhe des Kugelabschnitts der maximalen Abweichung vom Nennradius  $\Delta_{AbV}$ . Nach z.B. [Mer01] berechnet sich  $\Delta_{AbV}$  durch (4.27) und ist immer negativ.

$$\Delta_{AbV} = \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - d_{VS}^2} - R \quad (4.27)$$

Anhand von (4.27) ist es damit möglich, die Auswirkung des abrasiven Verschleißes auf die Offsetkorrektur abzuschätzen. Bei genauerer Betrachtung von (4.27) zeigt sich, dass



**Abbildung 4.14:** Änderung des Kugelradius  $\Delta_{AbV}$  aus (4.27) aufgrund des abrasiven Verschleißes bezogen auf den Durchmesser des sichtbaren Verschleißes  $d_{VS}$  für exemplarische Kugeltaster und Kugelreflektoren.

bereits kleine  $d_{VS}$  von z.B. 0,2 mm bei einem Taster mit 3 mm Durchmesser eine Abweichung vom Radius von rund  $3 \mu m$  bedeuten (vgl. Abbildung 4.14). Jedoch selbst bei einem 0,5"-Reflektor führt ein Verschleiß mit  $d_{VS}$  von 0,5 mm zu einem  $\Delta_{AbV}$  von rund  $5 \mu m$ . Daran wird deutlich, dass ein Prüfen der Kugeltaster oder Kugelreflektoren allein mit dem Auge nicht ausreichend ist. Aufgrund des geringen Kontrastes des abrasiven Verschleißes sowie des eingeschränkten Auflösungsvermögens des menschlichen Auges sind schätzungsweise  $d_{VS}$  ab 0,5 mm zu erfassen, womit insbesondere bei kleinen Kugeltastern systematische Abweichungen vom Kugelradius erst über  $10 \mu m$  erfassbar sind. Mithilfe von optischen Vergrößerungen ist es jedoch möglich den Wert auf unter  $1 \mu m$  zu reduzieren.

Weiterhin lässt sich mit  $\Delta_{AbV}$  aus (4.27) und dem Zusammenhang für das Volumen des Kugelabschnitts eine Approximation für  $k_V$  aus (4.26) aufstellen.

$$k_V = \frac{\pi \cdot \Delta_{AbV}^2 (3R - \Delta_{AbV})}{3F \cdot s_{TS}} \quad (4.28)$$

Mittels (4.28) ist somit ein direkter Bezug und eine die Möglichkeit der Gegenüberstellung der Auswirkung des abrasiven Verschleißes auf die Offsetkorrektion  $\Delta_{AbV}$  zur gebräuchlichen Verschleißreferenzgröße  $k_V$  gegeben.

Beim taktilen Messen tritt Verschleiß grundsätzlich immer an dem Messmittel wie auch an der Objektoberfläche auf, sodass allgemein zu prüfen ist, ob bzw. in welchem Umfang an dem zu messenden Objekt Verschleiß zu tolerieren ist, um ggf. die Kugelgröße, das Material oder die Antastkraft anzupassen. Sollte dieser Verschleiß eine untergeordnete Rolle spielen, so ist der Verschleiß an Taster oder Kugelreflektor zu minimieren. Dies begründet sich damit, dass immer ein neuer Bereich an dem zu messenden Objekt angetastet wird, wohingegen die

Oberfläche der eingesetzten Kugel in der Regel viel kleiner ist und zudem nicht gleichmäßig zum Antasten verwendet wird. Der Nachteil hierbei ist, dass sich der Verschleiß kumuliert und sich als systematische Abweichung bei allen folgenden Messungen auswirkt.<sup>1</sup>

Durch eine minimale Antastkraft oder mittels angepasster Messstrategie, indem z.B. gezielt die verfügbare Oberfläche der Messkugel vollständig ausgenutzt wird, würde der Auswirkung des Verschleißes begegnet werden. Letzteres geschieht bei handgeführten Messsystemen meist unbewusst, da typischerweise durch den Anwender der Antastpunkt automatisch variiert. Jedoch ist die Reduzierung des Verschleißes anderen Einflüssen gegenüberzustellen. Bei einer geringen Antastkraft besteht die Gefahr, dass während des taktilen Messens nicht stetig der Kontakt mit dem zu erfassenden Objekt gewährleistet wird, was insbesondere bei handgeführten Messsystemen ohne Kraftsensoren gegeben ist. Im Bereich von kartesischen KMGs sind diese sogenannten Luftantastungen nach [Wec12] durch individuelle Plausibilitätsprüfungen bei bestimmten schaltenden Sensoren zuverlässig zu detektieren. Bei der Optimierung der Messstrategie ist ferner zu beachten, dass sich die Tasterbiegung bei Polantastungen minimal, hingegen bei seitlicher Antastung maximal auswirkt (vgl. Kapitel 4.4.1). Auch führt bei Kugelreflektoren z.B. ein stetiges Rotieren dazu, dass sich typischerweise der komplette Unsicherheitsbeitrag des Radius (vgl. Kapitel 4.2.3) auf die Offsetkorrektur niederschlägt, da beispielsweise das optische Zentrum nicht auf der Rotationsachse liegt. So gilt es abzuwägen, ob der Verschleiß der Messkugel durch den Messprozess minimal zu gestalten ist und damit ein langer Einsatz des Messmittels gewährleistet wird, oder ob ein geringer Unsicherheitsbeitrag im Vordergrund steht und somit ggf. ein schnellerer Austausch der Messkugel akzeptiert wird.

## 4.5 Flächenpressung nach Hertz

Bei der Berührung der Taster oder Kugelreflektoren mit der zu messenden Oberfläche verursachen die auftretenden Druckkräfte Verformungen und Spannungen, die mit der Theorie von Hertz beschreibbar sind (vgl. [GF14]). Dieser Bereich aus der Kontaktmechanik wird als Hertzische Pressung oder Hertzische Formeln bezeichnet. Im Folgenden wird dieser wichtige Einfluss näher analysiert und die Auswirkungen bei typischen taktilen Messmitteln und verschiedenen Materialkonfigurationen untersucht.

### 4.5.1 Abplattung nach Hertz

Die nach der Theorie von Hertz auftretende elastische Deformation von Messmittel und Oberfläche wird auch Abplattung genannt und ist nicht zu verwechseln mit der Abplattung infolge von abrasivem Verschleiß (vgl. Kapitel 4.4.2). Voraussetzung für die Berechnung

<sup>1</sup> Tritt fortlaufend Verschleiß an einem neuen Oberflächenbereich des Gegenkörpers auf, der eine untergeordnete Rolle spielt, und ist dagegen besonders der Verschleiß des Grundkörpers von Interesse, so wird dies auch als offenes Tribosystem bezeichnet (vgl. z.B. [GF07])

nach Hertz ist hierbei, dass es sich um homogene, isotrope Werkstoffe handelt, bei denen das Hookesche Gesetz gilt, die also linear-elastisch sind (vgl. [GF14]). Für viskoelastische Materialien, wie beispielsweise Polymerwerkstoffe, ist das Modell nach Hertz um rheologische Komponenten, also zeitabhängige Anteile, zu erweitern. Auch handelt es sich um eine makroskopische Betrachtung, bei der rein glatte Körper zugrunde gelegt sind. Bei mikroskopischen Modellansätzen, bei der die Rauheit der Oberflächen Berücksichtigung findet, ist beispielsweise die reale Kontaktfläche, die sich aus der Summe von Mikrokontaktflächen zusammensetzt, meist viel kleiner als die geometrische bzw. nominelle Kontaktfläche der makroskopischen Betrachtung (vgl. [CH15]). Ferner werden bei der Theorie von Hertz reine Normalspannungen vorausgesetzt, es dürfen also nur Kräfte senkrecht zur Fläche wirken (vgl. [GF14]). Dies ist jedoch lediglich beim punktuellen taktilen Messen gewährleistet, bei kontinuierlichem, scannendem taktilen Messen entstehen durch die Reibung bei der Bewegung (Gleiten, vgl. Kapitel 4.4.2) tangential zur Oberfläche wirkende Kräfte, die Schubspannungen erzeugen, sodass die Hertzische Pressung lediglich eine Approximation darstellt. Weiterhin muss die auftretende Abplattung im Verhältnis klein zum gemessenen Objekt bzw. zur Messkugel sein.

Die auftretende elastische Verformung ist abhängig von der Geometrie der Oberfläche und des Kugelreflektors bzw. Kugeltasters, der Kraft sowie von den Materialeigenschaften. Nach [GF14] ergibt sich die Abplattung aufgrund der Hertzischen Pressung  $\Delta_H$  für zwei sich berührende Kugeln für den Allgemeinfall wie folgt:

$$\Delta_H = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \cdot \frac{F^2}{r_H} \cdot \left(\frac{1 - \nu_H^2}{E_H}\right)^2} \quad (4.29)$$

Die senkrecht zur Oberfläche wirkende Kraft sei die Antastkraft  $F$ ,  $\nu_H$  ist die repräsentative Querkontraktionszahl oder Poissonzahl,  $E_H$  ist der repräsentative Elastizitätsmodul und  $r_H$  der repräsentative Radius. Für eine konkrete Bestimmung der Abplattung nach (4.29) sind die repräsentativen Parameter zu spezifizieren: Zum einen ist  $r_H$  von dem Radius der Messkugel  $R$ , sowie von dem der zu messenden Oberfläche  $r_{OF}$  abhängig.

$$r_H = \frac{R \cdot r_{OF}}{R + r_{OF}} \quad (4.30)$$

Zum anderen ist aufgrund der unterschiedlichen Materialien bei der Paarung zwischen Elastizitätsmodul  $E_{H_1}$  und  $E_{H_2}$ , sowie den Poissonzahlen  $\nu_{H_1}$  und  $\nu_{H_2}$  für die Messkugel bzw. für die Oberfläche zu differenzieren.<sup>1</sup>

$$\frac{1 - \nu_H^2}{E_H} = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \nu_{H_1}^2}{E_{H_1}} + \frac{1 - \nu_{H_2}^2}{E_{H_2}} \right) \quad (4.31)$$

<sup>1</sup> Die gängige Vereinfachung  $E_H = \frac{2 \cdot E_{H_1} \cdot E_{H_2}}{E_{H_1} + E_{H_2}}$ , bei der die Querkontraktionszahlen für beide Materialien als identisch angenommen werden, wird vermieden, da sich  $\nu$  abhängig vom Material bis um den Faktor zwei oder mehr unterscheidet (vgl. z.B. Tabelle 4.11)

Für die konkrete Ermittlung von  $\Delta_H$  ergibt sich mit (4.30) und (4.31):

$$\Delta_H = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \cdot \frac{F^2 \cdot (R + r_{OF})}{R \cdot r_{OF}} \cdot \left( \frac{1 - \nu_{H_1}^2}{E_{H_1}} + \frac{1 - \nu_{H_2}^2}{E_{H_2}} \right)^2}. \quad (4.32)$$

Es ist somit anhand von (4.32) möglich, die Abplattung aufgrund der Hertzchen Pressung  $\Delta_H$  unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Materialeigenschaften von Messkugel und Oberfläche zu bestimmen.

Um die Auswirkung der Abplattung auf den gemessenen Wert bzw. auf die Offsetkorrektion abzuschätzen, sei im Folgenden das Antasten einer ebenen Oberfläche mit einem Kugeltaster oder einem Kugelreflektor betrachte. Die dabei auftretende Abplattung wird mit  $\Delta_{H_E}$  bezeichnet. Um dies zu erreichen wird der Kugelradius  $r_{OF}$  des angetasteten Objekts gegen Unendlich betrachtet (Krümmung gegen Null), sodass  $r_H = R$  resultiert. Somit entspricht der repräsentative Radius  $r_H$  direkt dem Radius der Messkugel  $R$  und es folgt:

$$\Delta_{H_E} = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \cdot \frac{F^2}{R} \cdot \left( \frac{1 - \nu_{H_1}^2}{E_{H_1}} + \frac{1 - \nu_{H_2}^2}{E_{H_2}} \right)^2}. \quad (4.33)$$

Für die Berechnung der Auswirkung werden als Oberflächenmaterial typische Werkstoffe aus der Automobil- und Zulieferungsindustrie, wie Stahl (40 %), Aluminium (22 %), Gusseisen (6 %), Kunststoff (14 % davon 47 % Polypropylen) betrachtet (vgl. [Sac10]), sowie zusätzlich die mineralischen und keramischen Stoffe Granit bzw. Quarzglas (vgl. Tabelle 4.11).

	Stahl (Federstahl)	Aluminium	Gusseisen	Kunststoff (Polypropylen)	Granit	Quarzglas	Rubin	Edelstahl (AISI 440C)
<b>Elastizitätsmodul <math>E</math> in [kN/mm<sup>2</sup>]</b>	210	70	90 – 145	3,5	47	73	430	210
<b>Poissonzahl <math>\nu</math> in [-]</b>	0,28	0,34	0,21 – 0,30	0,34	0,27	0,17	0,25	0,28

**Tabelle 4.11:** Übersicht der Elastizitätsmoduln  $E$  sowie den Poissonzahlen  $\nu$  von exemplarischen Oberflächen- und typischen Messkugelmaterien (nach [Koh96], [Sap14] und [Wri14]).

Repräsentativ für Kugeltaster und Kugelreflektoren wird als Material Rubin ( $R_T = 1,5$  mm und  $R_T = 3,0$  mm) und Edelstahl (AISI 440C) ( $R_{SMR} = 6,35$  mm,  $R_T = 7,5$  mm und  $R_{SMR} = 19,05$  mm) gewählt, aus dem mehrheitlich die Messkugeln gefertigt sind. Mit den

Werten für Elastizitätsmoduln und Poissonzahlen aus Tabelle 4.11 zusammen mit (4.33) lässt sich die Abplattung  $\Delta_{HE}$  abhängig von der Antastkraft und den typischen Kugelradien bestimmen (vgl. Abbildung 4.15).<sup>1</sup>

Es zeigt sich, dass mit zunehmendem Kugelradius die Abplattung  $\Delta_{HE}$  kleiner ist und dass sie mit steigender Antastkraft größer wird. Bei gleichbleibendem Radius und Kraft dominiert der Elastizitätsmodul des anzutastenden Objekts, sodass die auftretende Abplattung mit steigendem E-Modul der zu messenden Oberfläche grundsätzlich abnimmt. Bei Quarzglas, das einen höheren Elastizitätsmodul als Aluminium besitzt, ist jedoch die Abplattung geringfügig größer, was sich auf der um den Faktor zwei unterschiedlichen Poissonzahl begründet. Anhand der exemplarischen Berechnung mit unterschiedlichen Materialien, Kugelreflektoren und Kugeltastern wird deutlich, dass sich die Abplattung abhängig von der Antastkraft und den Eigenschaften der angetasteten Oberfläche signifikant auf den gemessenen Wert bzw. auf die Offsetkorrektur auswirkt. Da der Analyse ein ideales Modell mit Normalspannungen zugrunde liegt, werden in der Praxis gewisse Abweichungen von den berechneten Werten aufgrund von Gestaltabweichungen der Kugel und der Oberfläche sowie bei dem taktilen Scannen erwartet.

#### 4.5.2 Durchmesser der Abplattung nach Hertz

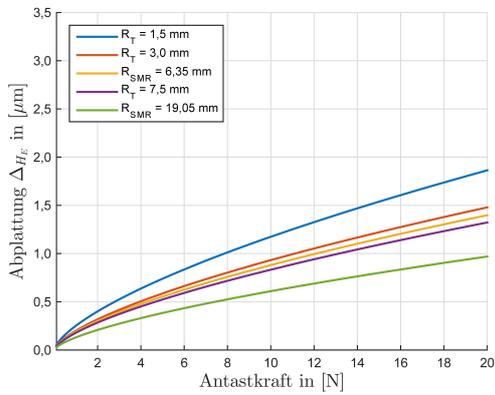
Neben der Abplattung bedingt durch die Flächenpressung nach Hertz, die zu einer lokalen Änderung des Kugelradius führt, findet gleichzeitig eine Generalisierung der Oberfläche statt. Anstatt mit einem Berührungspunkt wird aufgrund der Abplattung das Objekt mit einer kreisförmigen Berührfläche angetastet. Nach [GF14]) zusammen mit (4.30) und (4.31) sowie der Betrachtung an einer ebenen Fläche folgt für den Durchmesser der Abplattung aufgrund der Hertzischen Pressung  $d_{HE}$ :

$$d_{HE} = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \cdot F \cdot R \cdot \left( \frac{1 - \nu_{H_1}^2}{E_{H_1}} + \frac{1 - \nu_{H_2}^2}{E_{H_2}} \right)} \quad (4.34)$$

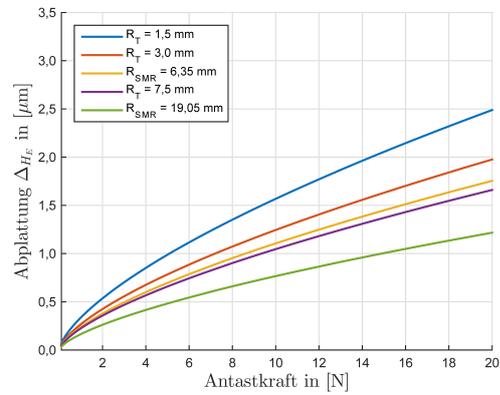
Anhand von (4.34) lässt sich der Durchmesser der Abplattung an der Messkugel berechnen, mit dem die Oberfläche angetastet wird. Es zeigt sich, dass die Berührfläche mit zunehmender Antastkraft und zunehmender Kugelgröße größer wird. Wird beispielsweise eine Stahloberfläche taktil mit 10 N gemessen, so ist der Durchmesser der Abplattung bei einem Rubinkugeltaster mit einem Radius von 1,5 mm nur rund 26  $\mu\text{m}$ , wohingegen der eines 1,5"-SMRs rund 68  $\mu\text{m}$  zeigt (vgl. Abbildung 4.16a). Bei dem Antasten einer Granitoberfläche mit derselben Kraft und 1,5"-SMR, beträgt der Durchmesser der Abplattung bereits rund 95  $\mu\text{m}$  (vgl. Abbildung 4.16b).

Wird eine Oberfläche mit einer Antastkraft gemessen, die über einem bestimmten Schwellwert liegt, treten neben den beschriebenen elastischen Deformationen auch plastische De-

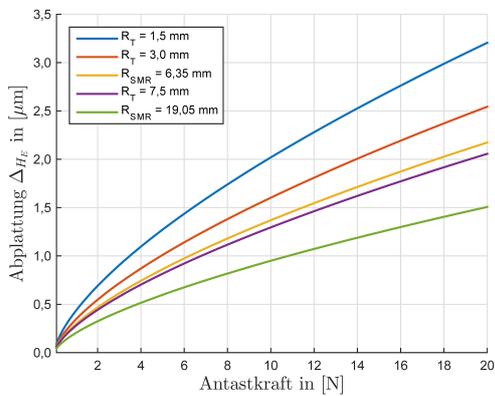
<sup>1</sup> Für Gusseisenoberflächen fließt jeweils der mittlere Wert in die Berechnung ein, während es sich bei Polypropylen um ein viskoelastisches Material und damit um eine gesonderte Approximation handelt.



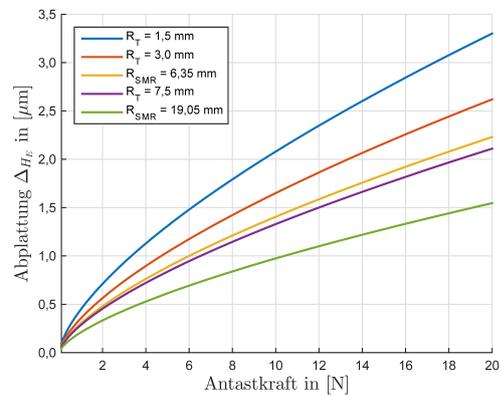
(a) Stahloberfläche



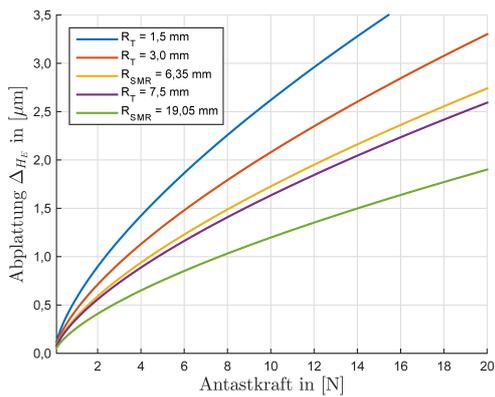
(b) Gusseisenoberfläche



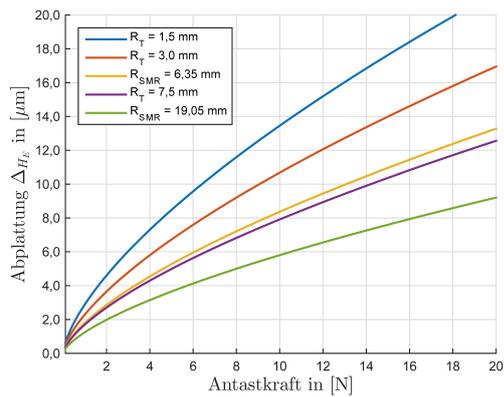
(c) Aluminiumoberfläche



(d) Quarzglasoberfläche

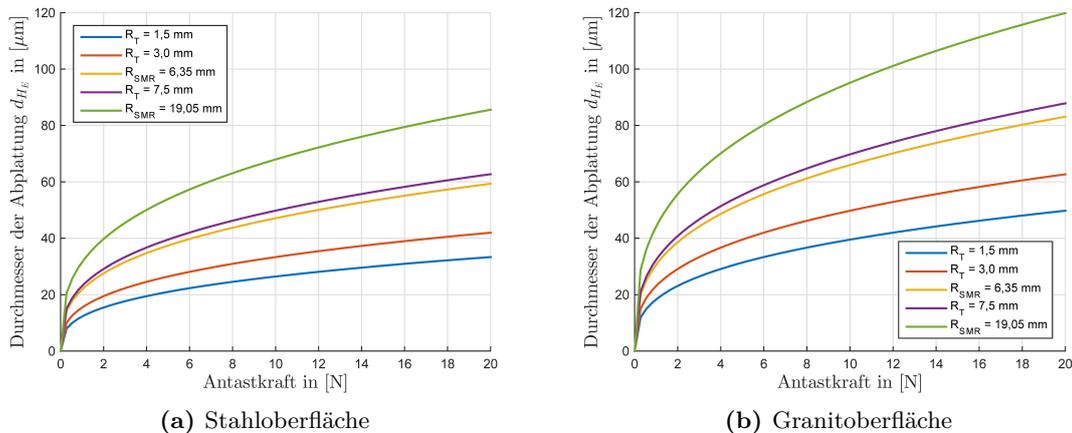


(e) Granitoberfläche



(f) Polypropylenoberfläche

**Abbildung 4.15:** Exemplarische Abplattung  $\Delta_{H_E}$  aus (4.33) aufgrund der Hertzischen Pressung für ausgesuchte Materialien bei der Antastung mit typischen Kugeltastern aus Rubin und Kugelreflektoren aus Edelstahl (AISI 440C).



**Abbildung 4.16:** Exemplarische Durchmesser der Abplattung  $d_{H_E}$  aus (4.34) aufgrund der Hertzschen Pressung für ausgesuchte Materialien bei typischen Kugeltastern und Kugelreflektoren.

formationen auf. So hinterlässt beispielsweise ein 1,5 mm-Kugeltaster an einer Aluminiumoberfläche mit einer Antastkraft von nur 0,2 N bereits einen kugelförmigen Abdruck mit einer Tiefe von rund 3  $\mu\text{m}$  (vgl. [Wec12]).

## 4.6 Beurteilung der Einflüsse auf den Messpunkt

Wie in den vorherigen Kapiteln dargelegt, wirken unterschiedliche Einflüsse, die verschiedenen Größenordnungen unterliegen, auf den Messpunkt bzw. auf die Offsetkorrektur. Zum Vergleich und zur Beurteilung der unterschiedlichen Einflussfaktoren ist allerdings zwischen dem Kugeltaster und dem Kugelreflektor zu differenzieren (vgl. Tabelle 4.12), wobei ferner das eingesetzte Messsystem wesentlich ist. Durch den physischen Kontakt zwischen Messmittel und Objektoberfläche wirkt die mechanische Filterung stetig – bei theoretisch unbegrenztem Einfluss. Dabei ist sie lediglich vom Anwender durch z.B. die Wahl der Mess- oder Auswertestrategie zu beeinflussen. So ist sie beispielsweise beliebig groß, falls mit der Messkugel über einen Spalt oder eine Bohrung hinweg gemessen wird ohne dies zu beachten. Jedoch wirkt die mechanische Filterung ebenso signifikant, falls z.B. Riefen, Kratzer oder Innenkanten angetastet werden. Durch die Wahl eines kleinen Kugelradius sowie die Berücksichtigung der neuen Definition der Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  im Bereich der LVM (vgl. Kapitel 2.3.2) wird diesem Effekt allerdings begegnet.

Die mögliche Variation des Kugelradius  $R$ , die typischerweise bei SMRs den Faktor drei zwischen dem kleinsten und größten Kugelradius beträgt und bei Kugeltastern bei dem Faktor 250 liegt, wirkt sich durch die Messmittelwahl direkt aus, da beispielsweise  $R$  bei der Offsetkorrektur linear einfließt. Als Faktor geht ferner die Wahl der Antastungsvariante ein, der sich maximal bei der unidirektionalen Antastung als Verdoppelung zeigt. Der

Wesentliche Einflüsse	Kugeltaster	Kugelreflektor
Mechanische Filterung	„∞“	„∞“
Antastungsvariante	0x – 2x	0x – 2x
Kugelradius	250x	3x
Maßtoleranz	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup>
Formtoleranz	10 <sup>-8</sup> – 10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-6</sup>
Optische Zentrierung	—	10 <sup>-6</sup> – 10 <sup>-5</sup>
Tasterbiegung	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-4</sup>	—
Materialzusammensetzung	10 <sup>-5</sup> – 10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-6</sup>
Adhäsiver Verschleiß	10 <sup>-6</sup>	(10 <sup>-6</sup> )
Abrasiver Verschleiß	10 <sup>-5</sup>	(10 <sup>-6</sup> )
Variation Antastkraft	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-6</sup>
Flächenpressung nach Hertz	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-6</sup>
Normalenrichtung	10 <sup>-7</sup> – 10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-6</sup> – 10 <sup>-2</sup>

**Tabelle 4.12:** Übersicht wesentlicher Einflüsse und ihre Auswirkung auf den Messpunkt bzw. die Offsetkorrektur, wobei sich die Angaben der Größenordnungen auf [m] beziehen, „x“ einen Faktor anzeigt und gewichtige Einflüsse in Grau hervorgehoben sind.

Einfluss der Fertigungstoleranzen ist insbesondere bei den Kugelreflektoren zu beachten. Während die Maßtoleranz bei Messkugeln allgemein im einstelligen Mikrometerbereich liegt, ist die Formtoleranz bei SMRs typischerweise größer als bei den meist kleineren Kugeltastern. Darüber hinaus wirkt sich der Einfluss der optischen Zentrierung, der im unteren zweistelligen Mikrometerbereich liegt, bei Kugelreflektoren gesondert aus. Durch eine Kalibrierung wird meist die Auswirkung infolge der Maßtoleranz minimiert, wohingegen die Berücksichtigung der Formtoleranz bzw. der optischen Zentrierung ein richtungsabhängiges Kalibriermodell voraussetzt.

Die Tasterbiegung tritt nur beim Einsatz von Kugeltastern auf und lässt sich bei definierten Antastkräften rechnerisch berücksichtigen, bei handgeführten Messsystemen, wie bei Gelenkmessarmen oder bei Systemen mit Kombination einer Messprobe, sind die Kräfte in der Regel unbekannt und zudem meist relativ groß, sodass sich diese typischerweise bis über 100 Mikrometer als Systematik in einer Messung niederschlagen. Hierbei spielt ebenfalls die Materialzusammensetzung eine wesentliche Rolle. Wird beispielsweise Hartmetall dem Material Titan bevorzugt, ergeben sich bei der Tasterbiegung durch die manuelle Antastung Unterschiede im dreistelligen Mikrometerbereich. Ebenso wirkt sich das Material der anzutastenden Objektfläche aus, wobei dessen Einfluss typischerweise um eine Potenz

reduziert ist. Bei SMRs ist infolge der relativen großen Kugelradien die Auswirkung des Oberflächenmaterials nochmals weiter reduziert.

Hingegen ist die Materialpaarung bei den Verschleißmechanismen maßgeblich, allerdings lässt sich die Auswirkung bei einzelnen Experimenten nicht global übertragen. Grundsätzlich wirkt sich die Abrasion jedoch stärker als die Adhäsion auf die Offsetkorrektion aus, welche jeweils abhängig von der zurückgelegten Messdistanz  $s_{TS}$  bzw. von der Anzahl der durchgeführten Einzelantastungen sind und im zwei- oder einstelligen Mikrometerbereich liegen. Eine große Messkugel wirkt sich hierbei durch die größere Oberfläche positiv auf den Verschleiß aus, sodass für Kugelreflektoren der typische Einfluss mit wenigen Mikrometern angenommen wird. Durch eine regelmäßige optische Sichtprüfung und ggf. das Austauschen des Messmittels ist allgemein die Auswirkung durch den Verschleiß gering zu halten.

Bei kartesischen Koordinatenmessgeräten wird die Antastkraft in der Regel voreingestellt, sodass beispielsweise bei der Einzelpunktantastung lediglich die PTV im Bereich von mehreren Mikrometern wirkt, wohingegen bei dem taktilen Scanning durch die kinematische Bewegung weitere dynamische Effekte auftreten. Die Variation der Antastkraft ist jedoch insbesondere bei handgeführten Messsystemen mit Taster signifikant, da der Gelenkmessarm oder die Messprobe leicht als „Hebel“ eingesetzt wird und somit abhängig von der geometrischen Konstellation sowie der Tasterbiegung die Kräfte unterschiedlich auf die Objekt Oberfläche wirken. Dieser Einfluss ist nicht nur verbunden mit der Erfahrung des Anwenders, sondern variiert typischerweise ebenfalls abhängig von der Messdauer. Durch die einfachere geometrische Konstellation, die geringere Masse und das Fehlen der Tasterbiegung, ist der Einfluss auf die Offsetkorrektion durch die Variation der Antastkraft bei dem Einsatz von Kugelreflektoren in der Regel weniger ausgeprägt.

Die Abplattung, die infolge der Flächenpressung nach Hertz auftritt, ist abgesehen von den Materialkennzahlen insbesondere abhängig von der Antastkraft und dem Messkugelradius, sodass die größeren Kräfte bei handgeführten Messsystemen mit Tastern zu deutlicheren systematischen Effekten führen, während der meist größere Kugelradius bei der Verwendung von SMRs zusätzlich zu einer Reduzierung der Abplattung führt. Die Auswirkung der Flächenpressung nach Hertz ist dabei besonders bei weichen Oberflächenmaterialien zu beobachten und nimmt Größenordnungen bei handgeführten Kugeltastern im zweistelligen Mikrometerbereich an.

Für die Offsetkorrektion bei der taktilen Erfassung von Objektgeometrien ist einerseits der exakte Kugelradius zwischen Messpunkt und Berührungspunkt wesentlich, zum anderen die Normalenrichtung der Oberfläche im Berührungspunkt, die allerdings im allgemeinen unbekannt ist. Die Abweichung von der Normalenrichtung, die infolgedessen typischerweise auftritt, führt abgesehen von der mechanischen Filterung zu dem größten systematischen Einfluss bei der Offsetkorrektion und erreicht mitunter Größenordnungen im Millimeterbereich. Durch spezielle Verfahren, wie sie in Kapitel 5 und Kapitel 6 analysiert und wissenschaftlich beurteilt werden, ist dieser Einfluss jedoch zu minimieren.

Allgemein ist bei der Beurteilung der Einflüsse allerdings zu beachten, dass die untersuchten Größen immer gemeinschaftlich auftreten und die Optimierung hinsichtlich eines bestimmten Einflusses oftmals zur Verstärkung eines anderen führt. Beispielsweise wirkt sich ein großer Kugelradius positiv auf den Verschleiß und die Flächenpressung nach Hertz aus, jedoch nimmt die Auswirkung der mechanische Filterung zu, die Fertigungstoleranzen sind größer und es ist ein größeres Offset zu korrigieren. Andererseits wird z.B. nur durch eine Tasterverlängerung mit den entsprechenden Nachteilen – beispielsweise durch die vergrößerte Biegung – ein gesuchter Messpunkt erreicht oder eine weitere Aufstellung des Messsystems bzw. das Umlagern des Objekts eingespart, womit andere Unsicherheitsbeiträge wiederum vermieden werden. Somit gilt es immer den kompletten Messprozess zu betrachten und zu optimieren sowie zusätzlich zu den aufgeführten Einflüssen ebenfalls z.B. zeitliche und wirtschaftliche Faktoren zu berücksichtigen.



## Verfahren der Einzelpunktkorrektion

In den vorherigen Kapiteln wurde die Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche sowie die dadurch resultierenden Einflüsse auf den Messpunkt und damit auf  $\vec{P}$  (vgl. Kapitel 2.4.1 bzw. (2.3)) analysiert, sodass im Folgenden die Offsetkorrektion und damit  $\vec{K}$  der Messpunkte betrachtet wird. In diesem Kapitel wird die Approximation der Richtung des Normalenvektors  $\vec{n}$  im Ist-Berührungspunkt der Oberfläche untersucht, wobei hier der einzelne Messpunkt anstatt mehrere Messpunkte im Punktverband (vgl. Kapitel 6) im Vordergrund steht und die Offsetkorrektion für jeden Messpunkt einzeln durchgeführt wird. Dies ist eine deutliche Abgrenzung zu Kapitel 6, indem ganze Punktgruppen im Verband kollektiv kompensiert werden. Bei der Einzelpunktkorrektion wird unterschieden, ob sie mittels Zusatzinformationen, durch lokale geometrische Modellierung oder mit Hilfe von A-priori-Geometrien erfolgt. Anschließend werden die einzelnen Verfahren auf Basis von wesentlichen Kriterien insgesamt beurteilt.

### 5.1 Korrektion mittels Zusatzinformationen

Eine typische Methode um einen Messpunkt zu korrigieren ist die Approximation der Normalenrichtung mittels zusätzlichen Informationen. Diese Zusatzinformationen stammen beispielsweise aus dimensionellen Spezifikationen oder werden mit ergänzenden Sensoren erfasst, anhand dessen sich auch die folgende Gliederung orientiert. Grundsätzlich ist jedoch eine scharfe Trennung der Teilbereiche nicht immer möglich, sodass die Einteilung nach dem wesentlichen Charakter erfolgt.

#### 5.1.1 Dimensionelle Spezifikationen

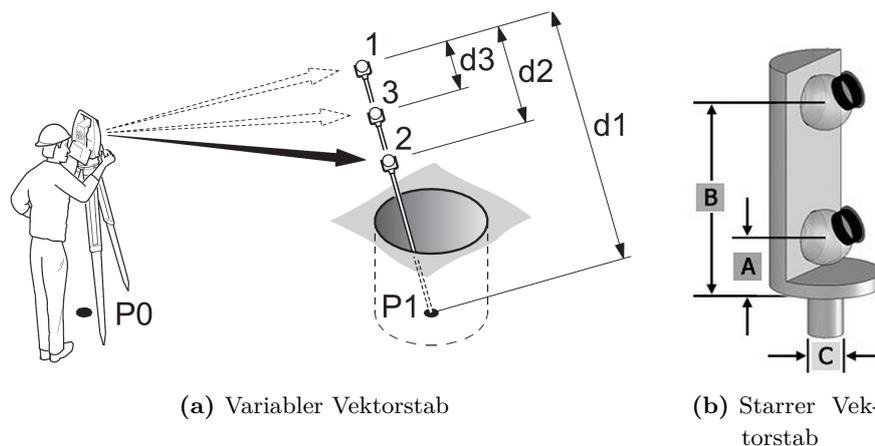
Bei Adaptern, wie beispielsweise Kanten- oder Pin-Adaptern für SMRs (vgl. Kapitel 3.3.2), spielen die dimensionellen Spezifikationen zusammen mit den aufgeführten Toleranzen eine wesentliche Rolle. Bei dem Abfahren von z.B. einer Kante oder einer Bohrung ist es nur mit

bekanntes äußeres Abmessungen der Adapter möglich, auf Oberflächenpunkte zu schließen. Auf Basis der vorliegenden geometrischen Zwangsbedingungen (z.B. Rechtwinkligkeit), die beim Antasten wirken und abhängig vom Adaptertyp sind, ist es bei bekannter Ausrichtung des zu untersuchenden Objekts möglich, für jeden einzelnen Messpunkt das Offset zu kompensieren.

Eine ähnliche Situation ergibt sich bei der Verwendung eines Tripel- oder Rundumprismas ohne Spitze, wenn damit direkt die zu messende Oberfläche flächig angetastet wird (vgl. Kapitel 3.3.1). Eine Besonderheit liegt bei Tachymetermessungen vor, falls der zu messende Oberflächenpunkt eine markante Geometrie, wie beispielsweise die Kante in einem Profil repräsentiert, oder der gesuchte Punkt aus anderen markanten Geometrien abzuleiten ist (z.B. Mittelpunkt einer Fläche). Dadurch, dass mit einem Tachymeter Richtungen und Strecke für einen 3D-Punkt separat erfassbar sind, ist es möglich, die Offsetkorrektur für einen solchen Oberflächenpunkt bei der Streckenmessung zu berücksichtigen. Bei dem Einsatz eines Prismas ohne Spitze wird dies erreicht, indem eine repräsentative Strecke erfasst und anschließend die Richtung zum Objektpunkt registriert wird (z.B. seitliches Anhalten eines Prismas an einer Kante). Durch die Montage einer Spitze auf der Rückseite eines mini Tripelprismas (vgl. z.B. Abbildung 3.17b), oder äquivalent durch das Verschwenken eines Tripelprismas mit Drehachse und Spitze (vgl. z.B. Abbildung 3.17a), ist die Einsatzmöglichkeit erweitert und die Offsetkorrektur wird in Form einer Additionskonstante berücksichtigt. Um dies zu erreichen, wird der zu messende Oberflächenpunkt mit dem Strichkreuz des Tachymeters angezielt, anschließend die Spitze auf dem Punkt positioniert und festgehalten, um dann das Tripelprisma in Strahlrichtung auszurichten. Das Offset zum Oberflächenpunkt in Form des bekannten Abstands zwischen Prismenzentrum und Ende der Spitze wirkt nun nur in Strahlrichtung und die gemessene Strecke ist entsprechend zu korrigieren.

### 5.1.2 6DOF- bzw. 5DOF-Informationen

Die Richtung des Normalenvektors im Berührungspunkt der Oberfläche lässt sich durch das Erfassen von 6DOF bzw. 5DOF-Informationen für jeden einzelnen Messpunkt approximieren. Bei kartesischen Koordinatenmessgeräten mit beispielsweise einem schaltenden Messkopfsystem (vgl. Kapitel 2.2.3), bei denen die Antastkrafttrichtung nicht hinreichend bekannt ist (vgl. Kapitel 5.1.3), lässt sich mit einem definierten Rück- oder Anfahrweg der Normalenvektor annähern. Hierbei wird die Bewegung gezielt durch den Anwender auf Basis seiner visuellen Informationen, auch bei unbekanntem CAD-Modell, manuell vorgegeben, sodass der Weg jeweils die lokale Normalenrichtung der zu messenden Objektgeometrie repräsentiert. Dieses Vorgehen ist grundsätzlich bei Gelenkmessarmen oder Messproben (vgl. Kapitel 2.2) ebenfalls realisierbar. Bei handgeführten Messsystemen ist es zudem möglich, die Offsetkorrektur durch die gezielte Antastung mit dem Pol des Kugeltasters zu erreichen, da dessen Lage bezogen auf den berechneten Messpunkt und damit die Richtung des Normalenvektors im Oberflächenpunkt bekannt ist. Im Fall des Gelenkmessarms lässt



**Abbildung 5.1:** Schematische Darstellung der Messprinzipien eines variablen und starren Vektorstabs bei der Einzelpunktkorrektur mittels 5DOF-Informationen ([LG09a], [BI16a]).

sich der Vektor  $\vec{n}$  im Berührungspunkt durch die Stellung der letzten Achse (vgl. Achse G in Abbildung 2.4) approximieren. Bei der aktiven oder passiven Messprobe (vgl. Kapitel 2.2.1 bzw. Kapitel 2.2.5) entspricht die Näherung des Normalenvektors der 6DOF-Information, die gleichermaßen zur Berechnung des Messpunktes im Zentrum des Kugeltasters zugrunde gelegt wird.

Bei dem Einsatz eines Prismas mit Lotstab oder mit Spitze und Libelle erfolgt die Offsetkorrektur durch die typische Messprozedur und wird daher oftmals als solche nicht wahrgenommen. Durch das Horizontieren eines Prismas wird die Lotrichtung in dem angemessenen Oberflächenpunkt hergestellt und es wird erzielt, dass die Antastung mit dem Ende der Spitze erfolgt. Diese Bezugsrichtung ist bei einem horizontalen Referenzsystem allgemein dazu geeignet um bei bekannter Reflektorhöhe den Offset zum Objektpunkt auf z.B. der Erdoberfläche zu kompensieren. Ist ein zu messender Oberflächenpunkt hingegen nicht aus der Vertikalen anzutasten, nicht zugänglich oder nicht direkt einsehbar, werden sogenannte Vektorstäbe eingesetzt (vgl. Abbildung 5.1). Diese Vektorstäbe sind auch unter den englischen Begriffen „vector bar“ oder „hidden point bar“ bekannt. Bei diesen Stäben liegt das Ende der Spitze, mit der die Antastung erfolgt, auf der Geraden, die durch die Zentren von zwei oder mehr angemessenen Kugelreflektoren oder Prismen definiert wird. Durch den Stütz- und Richtungsvektor der Geraden zusammen mit der Vektorstablänge liegt eine 5DOF-Information für die Korrektur des Offsets vor. Diese Geometrie ist entweder starr und wird typischerweise mit mehreren montierten Reflektoren realisiert (vgl. Abbildung 5.1b), oder der Vektorstab ist variabel und die geometrische Konstellation wird durch das Verlängern oder Verkürzen des Stabs entlang der Geraden erreicht, wobei in der Regel lediglich ein Prisma eingesetzt wird (vgl. Abbildung 5.1a).<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Die Methode die 5DOF-Information mit Hilfe eines variablen Vektorstabs zu bestimmen wird auch als Messprinzip „Kanalmessstab“ bezeichnet.

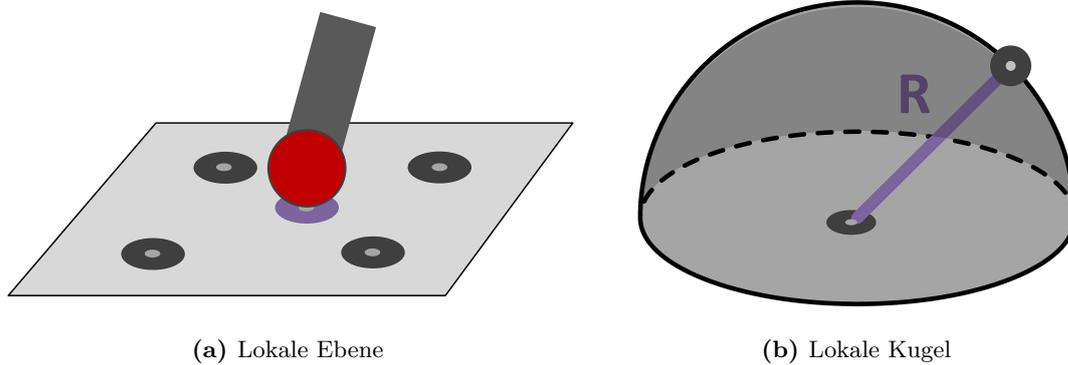
### 5.1.3 Antastkraftrichtung

Wird bei der taktilen Oberflächenerfassung ein messendes Messkopfsystem eingesetzt (vgl. Kapitel 2.2.3), liegen Informationen über den Vektor  $\vec{B}$  zwischen Messpunkt und Ist-Berührungspunkt durch die Antastkraftrichtung vor. Bei solchen Messkopfsystemen wird zwischen aktiven und passiven Ausführungen unterschieden (vgl. Kapitel 2.2.3), die beide anstatt einen Schwellwert zu registrieren, grundsätzlich die Auslenkung des Tasters erfassen (vgl. Abbildung 2.7). Durch den Messkopfaufbau wird die Antastkraftrichtung bzw. die Auslenkung des Tasters durch unterschiedliche Verfahren (vgl. Kapitel 2.2.3) räumlich bestimmt, sodass dies ein eigenes lokales Messsystem darstellt, welches in das übergeordnete Koordinatensystem der kartesischen KMG eingebunden ist, um deren Messwerte zu verbessern. Wird die Auslenkung bedingt durch die Antastkraft zur Nullstellung des Tastsystems in alle drei Raumrichtungen gemessen, lässt sich aufgrund der Dualität zwischen Berührungspunkt und Antastkraftrichtung der gesuchte Ist-Berührungspunkt auf der Tastkugeloberfläche approximieren. Eine Abschätzung der hierbei erreichbaren Größenordnung der Unsicherheit wird in Kapitel 5.4.2 getroffen.

Bei einem schaltenden Messkopfsystem wird hingegen allgemein die Meinung vertreten, dass es nicht möglich ist, die Antastkraftrichtung zu bestimmen. Betrachtet man jedoch den mechanischen Aufbau genauer, ist eine gewisse Approximation der Lage auf der Tastkugel erreichbar (vgl. Abbildung 2.6a). In der Regel sind drei Kontakte bzw. drei Sensoren verbaut, die lediglich zwischen Signal und kein Signal unterscheiden (vgl. Abbildung 2.7b). Bei der Beurteilung als logische Schaltung sind insgesamt acht verschiedene Zustände der Kontakte zu differenzieren. Aufgrund des mechanischen Aufbaus reduzieren sich die unterscheidbaren Zustände bei der taktilen Antastung allerdings auf vier, die jedoch andererseits jeweils einem Bereich auf der Tastkugeloberfläche zuzuordnen sind. Drei Sektoren liegen dabei auf dem Äquator des Kugeltasters während der Vierte den Bereich um den Pol beschreibt. Ohne weitere Auswertestrategien wird mit dieser, wenn auch groben, Approximation die maximale Abweichung  $\Delta_S$  (vgl. Kapitel 2.4.2 bzw. (2.8)) bedingt durch die Abweichung der Normalrichtung  $\alpha_Z$  mindestens halbiert.

## 5.2 Korrektion mittels lokaler geometrischer Modellierung

Eine weitere Möglichkeit für die Offsetkorrektion ist eine lokale geometrische Modellierung für jeden zu messenden Punkt. Hierzu werden zusätzlich bzw. alternativ zum gesuchten Oberflächenpunkt weitere Messpunkte mit demselben Messsystem erfasst. Die geometrische Modellierung ist zu unterscheiden in die Modellierung mittels lokaler Ebene und in die mittels lokaler Kugel (vgl. Abbildung 5.2).



**Abbildung 5.2:** Schematische Darstellung der Einzelpunktkorrektur mittels lokaler geometrischer Modellierung.

### 5.2.1 Lokale Ebene

Liegen keinerlei Informationen über die Normalenrichtung im Ist-Berührungspunkt am Objekt vor, ist es möglich eine Ersatzfläche zu messen, die die Objektoberfläche um den Berührungspunkt approximiert. Als Näherung wird hierbei eine lokale Ebene bestimmt, die aus drei oder mehr zusätzlichen Messpunkten berechnet wird (vgl. Abbildung 5.2a). Damit die Ebene die Oberfläche des Objekts hinreichend repräsentiert sind die Punkte gleichverteilt um den zu messenden Berührungspunkt zu wählen. Der berechnete Normalenvektor der ausgeglichenen lokalen Ebene dient folgend als Approximation der Normalenrichtung im Ist-Berührungspunkt der Oberfläche, anhand dessen bei der Antastung mit einer Kugelgeometrie der Radius kompensiert wird. Eine weitergehende Beurteilung erfolgt in Kapitel 5.4.3.

### 5.2.2 Lokale Kugel

Bei der Verwendung von Prismen und Kugelreflektoren besteht eine weitere Möglichkeit der lokalen geometrischen Modellierung. Wird der Oberflächenpunkt mit einer zusätzlich am Prisma montierten Spitze angetastet, oder wird ein Adapter für einen Kugelreflektor eingesetzt, wodurch dieselbe grundsätzliche Antastgeometrie resultiert, ist allgemein derselbe Oberflächenpunkt aus beliebig vielen Richtungen antastbar. Diese Gegebenheit wird zur lokalen Modellierung genutzt, indem der Berührungspunkt festgehalten wird und mit dem Prisma bzw. dem Reflektor aktiv eine möglichst große Variation der Antastrichtung durch kreisende Bewegungen erzielt wird, wobei währenddessen stetig die 3D-Koordinaten registriert werden. Durch den konstanten Radius beschreiben die Messpunkte die Oberfläche einer Kugel, bei der der gesuchte bzw. festgehaltene Berührungspunkt bei idealen Bedingungen im Zentrum dieser Kugel liegt (vgl. Abbildung 5.2b). Mit einer Kugelausgleichung bei bekanntem oder geschätztem Radius lässt sich die Lage des Kugelzentrums bzw. des

Berührungspunktes berechnen.<sup>1</sup> Insbesondere durch die Wahl der Länge der Spitze, durch optionale Verlängerungen oder beispielsweise durch das Anpassen der Lotstablänge ist es mit dieser lokalen geometrischen Modellierung möglich, schwer zugänglich oder verdeckte Punkte bzw. Oberflächen zu erfassen. Eine weitergehende Beurteilung der lokalen Modellierung mit Hilfe einer Kugel erfolgt in Kapitel 5.4.3.

## 5.3 Korrektur mittels A-priori-Geometrien

In der Regel wird eine Oberfläche nicht nur mit einem einzigen Messpunkt angetastet, sondern es liegt eine Vielzahl an Messdaten vor, die die Geometrie der Oberfläche repräsentieren. Zusammen mit der Vorinformation über die allgemeine Gestalt des zu messenden Objekts, oder einer dreidimensionalen Konstruktionszeichnung in Form eines CAD-Modells, lässt sich die Normalenrichtung in dem Ist-Berührungspunkt approximieren.

### 5.3.1 Globale Regelgeometrie

Eine gewisse Anzahl von Objekten unterliegt einfachen geometrischen Bedingungen und lässt sich daher mit Regelgeometrien beschreiben, die global für das ganze Objekt Gültigkeit besitzen. Zu den Regelgeometrien werden im Folgenden Flächen erster und zweiter Ordnung sowie einfache Rotationskörper gezählt, die allesamt einem geschlossenen Berechnungsmodell unterliegen.<sup>2</sup> Die Ebene ist die Fläche der ersten Ordnung, wobei typische Flächen zweiter Ordnung Kugel, gerader Kreiszylinder, gerader Kreiskegel, Ellipsoid und elliptisches Paraboloid sind. Die genannten Flächen Kugel, Zylinder und Kegel sind zwar rotations-symmetrisch, als einfacher Rotationskörper für die Menge der Regelgeometrie sei jedoch beispielsweise der Rotationstoros aufgeführt.

Für das Verfahren der Ausgleichsrechnung (vgl. z.B. [Nie02]) zur Bestimmung der globalen Regelgeometrie dienen folgende funktionale Modelle, die nach [Mer01] in impliziter Darstellungen aufgeführt sind.

$$\begin{array}{ll} \mathbf{Ebene:} & ax + by + cz = d \\ \mathbf{Kugel:} & x^2 + y^2 + z^2 = r_K^2 \end{array} \quad (5.1)$$

---

<sup>1</sup> Ein ähnliches Vorgehen lässt sich beim Bestimmen der Mittelpunkte von Stahlkugeln (Wälzlager oder Toolingballs) anwenden. Hierbei ist die Verlängerung nicht in Form einer Spitze ausgeführt, sondern das Ende ist konkav mit dem entsprechenden Krümmungsradius der Stahlkugel ausgespart (vgl. z.B. [BI16f]).

<sup>2</sup> Kurven erster und zweiter Ordnung sind grundsätzlich ebenfalls Regelgeometrien, im dreidimensionalen Raum beschreiben sie jedoch ein Objekt unvollständig, sodass sie als globale Regelgeometrie nicht weiter betrachtet werden.

$$\begin{aligned}
\text{Gerader Kreiszyylinder:} & \quad x^2 + y^2 = r_Z^2, \quad z \in [0, h_Z] \\
\text{Gerader Kreiskegel:} & \quad x^2 + y^2 = \left( \frac{r_{KE}}{h_{KE}} \cdot z \right)^2, \quad z \in [0, h_{KE}] \\
\text{Ellipsoid:} & \quad \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 + \left( \frac{z}{c} \right)^2 = 1 \\
\text{Elliptisches Paraboloid:} & \quad \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 = z \\
\text{Rotationstor:} & \quad \left( \sqrt{x^2 + y^2} - r_{TZ} \right)^2 + z^2 = r_{TR}^2 \quad (5.2)
\end{aligned}$$

Hierbei sind  $a, b, c$  und  $d$  Skalare,  $h_i$  die Zylinder- bzw. Kegelhöhen und  $r_i$  die Radien der Kugel, des Zylinders bzw. des Kegels. Für den Torus ist  $r_{TZ}$  der Radius im Zentrum des Torus, während sich  $r_{TR}$  auf den Ring des Torus bezieht und innerhalb des Körpers liegt. Neben den in (5.1) und (5.2) genannten geometrischen Beschreibungen zählen ebenfalls weniger gängige Flächen zweiter Ordnung wie Hyperboloide zu den Regelgeometrien, die allerdings als reale Körper selten auftreten. Hierzu zählt ferner der parabolische Zylinder, der beispielsweise bei Untersuchungen zu planaren Wellenfronten Anwendung findet. Für die Offsetkorrektur nennt [Hen06] bzw. [Hen07] in diesem Zusammenhang die Möglichkeit des Einsatzes des geraden Kreiszyinders als Ersatzfläche, wobei die damit einhergehende Abweichung von der Normalenrichtung in der Messunsicherheitsbetrachtung des korrigierten Messpunktes zu berücksichtigen ist.

Im Bereich der Koordinatenmesstechnik sollen viele Objekte bzw. Werkteile bestimmte Funktionen (z.B. Passung) erfüllen, sodass insbesondere funktionsorientierte Auswerteverfahren unterschieden werden (vgl. z.B. [Wec12] und [KM15]). Als Auswertekriterien dienen Hüllbedingung, Pferchbedingung und Minimumszonenbedingung, die jeweils einen direkten Einfluss auf die Approximation des Normalenvektors für jeden einzelnen Messpunkt und somit auf die Offsetkorrektur haben. Die Bedeutung wird bei der exemplarischen Betrachtung einer Zylinderberechnung deutlich.

Bei der Hüllbedingung werden alle Messpunkte minimal umschlossen, sie liegen folglich alle innerhalb des oder auf dem Zylinder, während bei der Pferchbedingung der Zylinder so bestimmt wird, dass er innerhalb der Punktwolke liegt, also alle Messpunkte außerhalb oder auf dem Zylinder liegen. Insbesondere bei der Passung von zwei Werkteilen z.B. Bohrung und Welle findet diese beiden Auswerteverfahren Anwendung. Die Minimumszonenbedingung, die den Kriterien von Tschebyscheff genügt, dient vor allem der Formprüfung und Beurteilung, ob gewisse Toleranzen eingehalten sind, da der maximale Abstand zwischen Messpunkt und der zu berechnenden Regelgeometrie minimiert wird.<sup>1</sup> Diese funktionsori-

<sup>1</sup> Die Minimumszonenbedingung wird auch Tschebyscheff-Anpassung oder  $L_\infty$ -Norm-Schätzung genannt. (vgl. z.B. [Jäg05]).

entierten Auswerteverfahren unterliegen besonderen Eigenschaften, die in Kapitel 5.4.3 auf Seite 115 näher untersucht sind.

### 5.3.2 Zusammengesetzte Geometrien – CAD-Modell

Zu vielen Objekten sind globale Beschreibungen der Gestalt verfügbar, die beispielsweise bei Bauwerken und Gebäuden in Form von Bauplänen und bei Werkteilen bzw. technischen Produkten in Form einer Konstruktionszeichnung vorliegen. Für die Approximation des Normalenvektors im Berührungspunkt sind solchen Informationen nutzbar und werden typischerweise in Form von CAD-Modellen angewendet. Diese Modelle beschreiben in der Regel die Soll-Geometrie und dienen insbesondere zur Bauwerkskontrolle oder zur Prüfung von Toleranzen. Die virtuellen Modelle der Objekte setzen sich allgemein aus vielen verschiedenen Geometrien zusammen, die zumeist Teile von globalen Regelgeometrien (vgl. Kapitel 5.3.1) sind, aber auch Freiformgeometrien beinhalten können (vgl. Kapitel 6.1.2). Wichtig ist hier zu unterscheiden, dass keine Modellierung des gemessenen Objekts auf Basis der Messpunkte wie in Kapitel 6 erfolgt, sondern, dass ein a priori festgesetztes digitales Modell aus zusammengesetzten Geometrien verwendet wird, das das reale Objekt aufgrund des beabsichtigten Designentwurfs approximiert.

Zur Nutzung der Normaleninformationen des CAD-Modells ist es notwendig, die beiden Koordinatensysteme der Messdaten und des digitalen Modells ineinander zu überführen. Die Bestimmung der Transformationsparameter wird nach [Wec12] im Bereich der Koordinatenmesstechnik auch als Ausrichten bezeichnet. Liegen identische Punkte in beiden Systemen vor, ist es möglich, die Parameter der Transformation mit klassischen Methoden der Ausgleichsrechnung in der Geodäsie zu bestimmen (vgl. z.B. [Nie02]). In der Regel liegen jedoch immer gewisse Abweichung zwischen den Punktpaaren bedingt durch die Oberflächenbeschaffenheit oder der Positionierabweichung des kartesischen KMGs vor, was sich negativ auf die Bestimmung der Transformationsparameter auswirkt. Wie bereits in Kapitel 5.3.1 erwähnt, unterliegen Werkteile in der Regel bestimmten Funktionen, sodass eine Ausrichtung typisch auch nach funktionsbestimmenden Bezugsflächen oder Achsen (z.B. Planflächen, Bohrungen) erfolgt (vgl. [Wec12]). Als weitere Varianten zur Bestimmung der Transformationsparameter wird häufig die Bedingung eingeführt, dass der maximale Abstand, oder die Summe der Abstände, zwischen CAD-Oberfläche und Messpunkte minimal ist, was insbesondere bei komplexen Geometrien einen gewissen rechnerischen Aufwand bedeutet. Zu beachten ist hierbei, dass die eigentliche Offsetkorrektur für jeden gemessenen Punkt separat erfolgt und kein Punktverband zugrunde gelegt wird.

Da die Messpunkte grundsätzlich nicht auf der idealen Oberfläche des CAD-Modells liegen, sind für die Offsetkorrektur der Messpunkte, bzw. für den Vergleich zwischen Soll- und Ist-Werten, eine Approximation der Normalenrichtung durchzuführen. Diese Näherung erfolgt nach [Wec12], in dem entweder der Normalenvektor des anzutastenden Soll-Punktes dem Messpunkt zugeordnet wird, oder indem der (Lot-)Fußpunkt zusammen mit dem Normalenvektor in diesem Punkt auf der A-priori-Soll-Geometrie berechnet wird.

## 5.4 Beurteilung der Einzelpunktverfahren

Im Folgenden werden spezielle Aspekte bei der Durchführung von Einzelpunktkorrektur näher untersucht. Hierbei wird besonders betrachtet, welches Verfahren mit welchem Messsystem anwendbar ist und die Eignung für Einzelpunktantastung bzw. taktilen Scanning unterschieden. Ein besonderes Augenmerk stellen die dabei auftretenden dynamischen Kräfte dar, sowie die Abschätzung der Unsicherheit bei der Bestimmung der Antastkraft-richtung. Ein weiterer Fokus liegt auf dem Einpassen von Geometrien und auf der Analyse des Einflusses der Gestaltabweichungen bei A-priori-Geometrien, die gebräuchlich zur Offsetkorrektur eingesetzt werden.

### 5.4.1 Anwendbarkeit der Verfahren der Einzelpunktkorrektur

Die Vielzahl an Verfahren, wie sie in Kapitel 5.1 bis Kapitel 5.2 dargestellt sind, sind nicht von jedem der in Kapitel 2.2 beschriebenen Messsystemen anwendbar. Während dimensionelle Spezifikationen bei Lasertrackern, Tachymeter und photogrammetrischen Systemen genutzt werden, ist der An- bzw. Rückfahrweg besonders bei Gelenkmessarmen, kartesischen KMGs und Messproben nutzbar (vgl. Tabelle 5.1). Hierbei ist jedoch bei den handgeführten Varianten zu beachten, dass bei geringen Messfrequenzen schnelle Bewegungen nur unzureichend erfasst werden. Die Methode, die Oberfläche gezielt mit dem Pol der Tastkugel anzumessen, entspricht allgemein der Verwendung eines Vektorstabs mit Spitze, sodass dieses Verfahren bei allen Messsystemen einsetzbar ist. Bei den autonomen kartesischen KMGs ist dies jedoch nicht zu verwechseln mit dem Verfahren, die Normalenrichtung aus einem CAD-Modell abzugreifen und entsprechend näherungsweise das Objekt mit dem Pol anzutasten. Bei der manuellen Antastung mit dem Pol eines Kugeltasters oder der Spitze des Vektorstabs werden vom Anwender durch das gezielte Ausrichten des Messmittels zur Oberfläche und damit dem manuellen approximieren der Normalenrichtung im Berührungspunkt zusätzliche Informationen bereitgestellt. Dies hat insbesondere bei unbekanntem Objekten den Vorteil, dass keine Vorinformationen über die vorhandene Geometrie vorliegen müssen. Dieses manuelle Approximieren der Normalenrichtung findet ebenfalls bei dem Einsatz eines Prismas mit Libelle statt, wenn dieses in das horizontale Bezugssystem ausgerichtet wird. Folglich findet in der Regel diese Methode nur bei Messsystemen wie dem Tachymeter Anwendung bei denen ein Bezug zum Erdschwerefeld hergestellt wird. Hierbei sind bekannte Einflussfaktoren wie z.B. die Lotabweichung (vgl. z.B. [Tor03]), unter Berücksichtigung der zu erzielenden Messunsicherheit, zu beachten. Das Verfahren mit Nutzung der Antastkraft-richtung findet nur bei kartesischen KMGs Anwendung, wobei es auch bei handgeführten Messproben oder Gelenkmessarmen grundsätzlich möglich ist, wenn die einzusetzenden messenden Messköpfe für größere Kräfte und Auslenkungen konzipiert sind.

Die Offsetkorrektur mittels Modellierung einer lokalen Ebene ist mit allen Messsystemen durchführbar, wobei die Modellierung einer lokalen Kugel nur von handgeführten Verfahren nutzbar ist. Effizient lässt sich die geometrische Modellierung einer Kugel besonders mit

Verfahren der Einzelpunktkorrektion	Messsysteme mit taktiler Antastung				
	Laser-tracker	Gelenk-messarm	Kartesische KMGs	Tachy-meter	Photogram.- und Lichtfächersysteme
Dimensionelle Spezifikationen	JA	(JA)	NEIN	JA	JA
6DOF- bzw. 5DOF-Informationen	JA	JA	JA	JA	JA
Antastkraftrichtung	NEIN	NEIN	JA	NEIN	NEIN
Lokale Ebene	JA	JA	JA	JA	JA
Lokale Kugel	JA	JA	NEIN	JA	JA
Globale Regelgeometrie	JA	JA	JA	JA	JA
Zusammengesetzte Geometrien – CAD-Modell	JA	JA	JA	JA	JA

**Tabelle 5.1:** Übersicht der Anwendbarkeit der Verfahren der Einzelpunktkorrektion für die unterschiedlichen Messsysteme mit taktiler Antastung.

Kugelreflektoren oder Prismen realisieren, die um eine entsprechenden Spitze bzw. Adapter erweitert wurden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Messfrequenz ausreichend groß ist und dass das Drehzentrum in der Regel nur näherungsweise auf der Objektoberfläche liegt, da aufgrund der mechanischen Ausführung die Spitzen einen geringen Kugelradius aufweisen, der auch das Rotationszentrum festlegt. Mit einem neuartigen Vorgehen bestehend aus einer aufgelegten präzisen Halbkugel und einem passend konkav ausgesparten Adapterstab mit Messmittelaufnahme wird diesem Einfluss begegnet. Während die kreisförmige ebene Fläche der Halbkugel an das Objekt angehalten, oder befestigt ist, wird mit dem Adapterstab ein möglichst großer Kugelausschnitt für die lokal geometrische Modellierung abgefahren, während stetig die konkave Fläche des Adapters Kontakt mit der gekrümmten Fläche der Halbkugel behält. Das Rotationszentrum dieses Verfahrens liegt somit direkt auf der planaren Fläche der Halbkugel und da diese die Kontaktfläche mit der zu untersuchenden Geometrie darstellt, liegt abhängig von z.B. Gestaltabweichungen der Drehpunkt gleichzeitig auf der Objektoberfläche. Der Einsatz von A-priori-Geometrien zu Offsetkorrektion (vgl. Kapitel 5.3) ist unabhängig von dem taktilen Messsystem und ist damit allgemein von allen Systemen anwendbar, solange Vorinformationen zur Oberflächengeometrie verfügbar sind.

Ist die Anforderung an die zu erzielende Messunsicherheit gering, oder bietet das Messsystem eine eher geringe Messgenauigkeit, so besteht unter Umständen die Möglichkeit auf eine Offsetkorrektion zu verzichten. Ist beispielsweise der Kugelradius kleiner als die geforderte Punktgenauigkeit oder ist die Unsicherheit des Messpunktes größer als der Kugelradius ordnet sich die zusätzliche systematische Abweichung aufgrund des Ausbleibens der Offsetkorrektion als Unsicherheitsbeitrag unter.

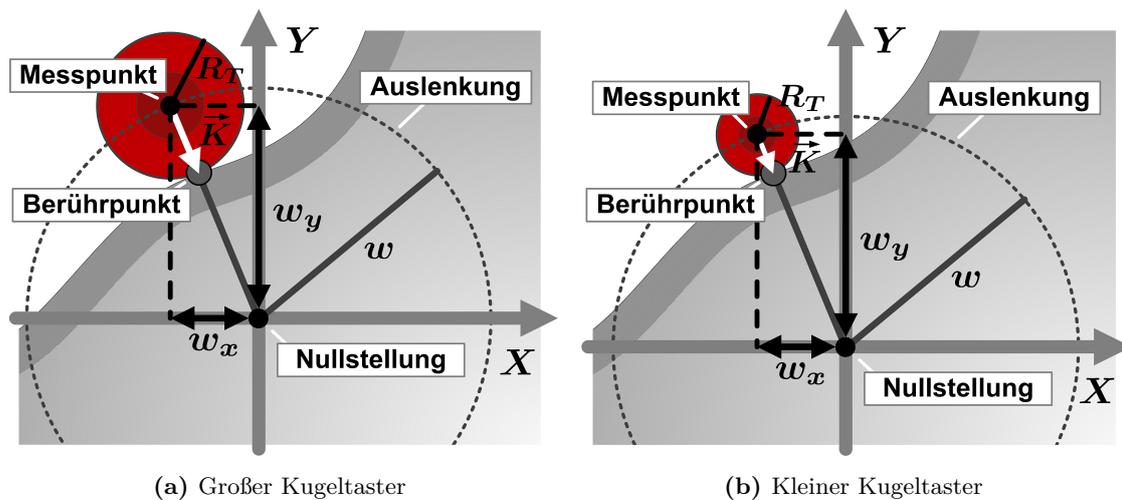
### 5.4.2 Eignungsbetrachtung für Einzelpunktantastung und taktiles Scanning

Inwiefern die unterschiedlichen Verfahren der Einzelpunktkorrektur durch das taktile Scanning oder durch die separate Antastung eines jeden Messpunktes begünstigt werden, hängt maßgeblich von der Anzahl der Punkte ab, die für die Kompensierung notwendig sind. Sonderfälle stellen hierbei die geometrische Modellierung mittels lokaler Kugel sowie der Einsatz von Kanten- oder Pin-Adaptoren dar, bei denen zwar eine Großzahl an Messpunkten gefordert ist, jedoch liegen diese jeweils in signifikanter Entfernung zur eigentlichen Objektgeometrie und ein klassisches taktiles Scanning ist ferner nicht durchführbar. Die geometrische Modellierung mittels lokaler Ebene, wie auch die Verfahren mittels A-priori-Geometrien setzen hingegen die Erfassung von mehreren Messpunkten auf der Oberfläche voraus, um folgend die Offsetkorrektur für jeden Messpunkt einzeln durchzuführen. Die schnelle und kontinuierliche Punktregistrierung während dem taktilen Scanning wirkt sich hierbei positiv aus. Das manuelle Verfahren der Polantastung mit Gelenkmessarmen sowie Messproben ist hingegen gleichermaßen für einen einzelnen Punkt sowie beim taktilen Scanning einsetzbar. Diese Flexibilität ist ebenfalls bei der Approximation des Normalenvektors mittels Antastkrafttrichtung bei messenden Messköpfen gegeben. Dieses Verfahren wird im Folgenden zwischen Einzelpunktantastung und taktilen Scanning differenziert, da besondere Eigenschaften zu berücksichtigen sind.

Wird ein einzelner Messpunkt nach dem Verfahren mittels Antastkrafttrichtung angetastet, liegt quasi eine statische Messung vor, da die Auslenkung des Tasters gemessen wird. Auch sind hierbei sehr geringe und definierte Antastkräfte realisierbar, unabhängig ob ein aktiver oder passiver messender Messkopf eingesetzt wird (vgl. Kapitel 2.2.3), da durch die Eigenschaften der kartesischen KMGs eine Nachregelung möglich ist, sodass der eingesetzte Taster sich nahezu in Ruhelage bzw. in der Nullstellung befindet, wenn die Messung ausgelöst wird (vgl. [Neu04]). Die Reproduzierbarkeit einer solchen Nullstellung liegt im Bereich von  $0,3\ \mu\text{m}$  (vgl. z.B. [Ren14c], [Neu04]). Ferner ist aufgrund der gemessenen Kräfte allgemein eine präzise Bestimmung der Antastkrafttrichtung und damit eine gute Näherung des Berührungspunktes auf der Kugeloberfläche bzw. genaue Offsetkorrektur möglich (vgl. Kapitel 5.1.3).

Im Folgenden soll abgeschätzt werden, welche Genauigkeitsanforderungen an ein messendes Messkopfsystem eines kartesischen Koordinatenmessgeräts gestellt werden, bzw. welche Genauigkeiten zu erreichen sind. Wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben, sind beispielsweise induktiv arbeitenden Sensoren in drei Raumrichtungen verbaut, die nach [KM15] typisch eine Linearitätsabweichung von 1% aufweisen. Bei der taktilen Messung erfährt ein Taster eine räumliche Auslenkung  $w$ , die proportional zu Antastkraft ist und sich nach (5.3) in die drei Raumrichtungen  $w_x$ ,  $w_y$  und  $w_z$  des lokalen Koordinatensystems des Messkopfsystems aufteilt (vgl. Abbildung 5.3).

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} \quad (5.3)$$



**Abbildung 5.3:** Schematische Darstellung der Bestimmung des Berührungspunktes mittels Antastkraftrichtung als Draufsichten bezogen auf die Nullstellung (lokales Koordinatensystem) des messenden Messkopfsystems eines kartesischen Koordinatenmessgerätes für unterschiedliche Kugeltaster, wobei der Berührungspunkt sowie die Auslenkung  $w$ , welche sich proportional zur Antastkraft verhält, jeweils identisch sind.

Bei einer räumlichen Auslenkung aus der Nullstellung von z.B.  $w = 1,5 \text{ mm}$  ergibt dies eine Genauigkeit im Messpunkt  $P_i$  von  $15 \text{ }\mu\text{m}$ , die sich abhängig von der Lage des Berührungspunktes auf die drei Komponenten  $w_x$ ,  $w_y$  und  $w_z$  verteilt. Unter idealen Bedingungen ist diese räumliche Auslenkung  $w$  bei gleich gewählter Antastkraft unabhängig vom Tasterradius  $R_T$  – ein unterschiedlicher Radius führt lediglich zu einer Verschiebung der Nullstellung des lokalen Koordinatensystems des Messkopfsystems (vgl. Abbildung 5.3). Ausgehend von der Genauigkeit der Nullauslenkung im Messpunkt  $P_i$  wird weiter mit Hilfe der Richtung der Antastkraft der Berührungspunkt der Tastkugel mit der zu erfassenden Oberfläche ermittelt. Die Richtungsgenauigkeit  $\sigma_{2D}$  in einer zweiachsigen Betrachtung ergibt sich mittels Varianzfortpflanzung und den Genauigkeiten  $\sigma_{w_x}$  sowie  $\sigma_{w_y}$  für die Komponenten der Auslenkung  $w_x$  bzw.  $w_y$  zu:

$$\sigma_{2D} = \left(\frac{w_y}{w}\right)^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{w_y}\right)^2 \sigma_{w_x}^2 + \left(\frac{w_x}{w_y^2}\right)^2 \sigma_{w_y}^2}. \quad (5.4)$$

Unter der Annahme der Linearitätsabweichung von 1% für die induktiven Sensoren beträgt die Richtungsgenauigkeit  $\sigma_{2D}$  nach (5.4) bei symmetrischer Auslenkung der zwei Achsen, womit  $w_x = w_y$  bzw.  $\sigma_{w_x} = \sigma_{w_y}$  gilt, rund 7 mrad. Dies führt bei einem Kugelradius von z.B.  $R_T = 1,5 \text{ mm}$  zu einer geschätzten Unsicherheit der Lage des Berührungspunktes auf der Oberfläche der ausgelenkten Kugel von rund  $R_T \cdot 7 \text{ mm/m} + 15 \text{ }\mu\text{m} \approx 26 \text{ }\mu\text{m}$ .

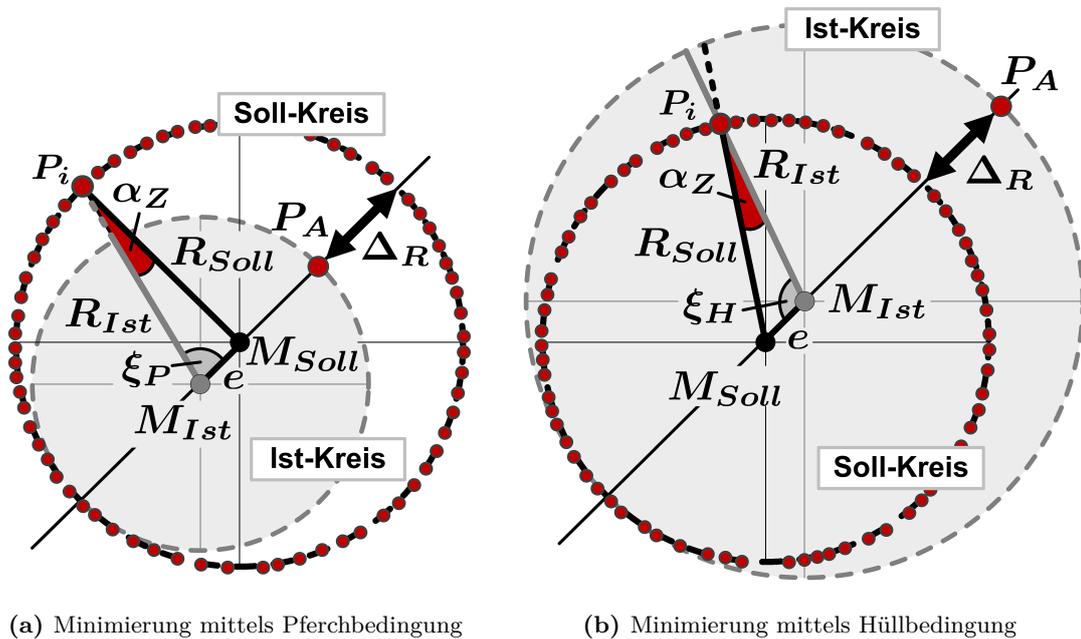
Hingegen für einen kleinen Messbereich von 0,4 mm erreichen nach [KM15] induktive Wegaufnehmer eine Messunsicherheit von nur  $0,07 \mu\text{m} + 0,4 \mu\text{m}/\text{mm}$ , was bei maximaler Auslenkung einer Linearitätsabweichung von rund 0,06 % entspricht. Wird der Kugeltaster aus der Nullstellung beispielsweise um 0,2 mm räumlich ausgelenkt, führt dies zu einer Genauigkeit im Messpunkt von  $0,15 \mu\text{m}$ . Wird weiterhin die Genauigkeit der Antastrichtung für den symmetrischen zweiachsigen Fall betrachtet, zeigt sich nach (5.4), dass  $\sigma_{2D}$  bei Wegaufnehmer mit kleinem Messbereich und geringer Auslenkung lediglich rund 0,53 mrad beträgt. Bei demselben 3 mm-Kugeltaster mit  $R_T = 1,5 \text{ mm}$  lässt sich folglich mit  $R_T \cdot 0,53 \text{ mm/m} + 0,15 \mu\text{m} \approx 0,95 \mu\text{m}$  eine geschätzte Unsicherheit von rund  $1 \mu\text{m}$  für die Lage des Berührungspunktes auf der Kugeloberfläche ermitteln.

Hieran zeigt sich deutlich, dass die Genauigkeit der Antastkrafttrichtung abhängig von der Tasterauslenkung und von der Größe des eingesetzten Kugeltasters ist: Eine stärkere Auslenkung, wie auch ein größerer Tastkugeldurchmesser führen zu einem erhöhten Messunsicherheitsbeitrag durch die Offsetkorrektur. Zu beachten ist ferner, dass die Oberfläche nicht mit einem zu spitzen Winkel angetastet wird, da sich die damit einhergehende Reibung auf die Bestimmung der Antastkrafttrichtung auswirkt.

Bei dem taktilen Scanning findet hingegen ein signifikanter kinematischer Messvorgang statt, bei dem durch Scangeschwindigkeiten von bis zu mehreren 100 mm/s (vgl. [Ren15]) enorme dynamische Kräfte auftreten. Diese auftretenden Kräfte, die ferner vom Scanpfad und der Objektgeometrie abhängig sind, stellen hohe Anforderungen an die Regelung des kartesischen KMGs, insbesondere wenn eine gleichbleibende Antastkraft trotz der einwirkenden dynamischen Kräfte gefordert ist. Vorteile bietet hierbei ein aktives Messkopfsystem, da es nahezu unabhängig von der Tasterauslenkung die Antastkraft regelt (vgl. z.B. [Neu04]), [Wec12]). Für die Bestimmung des Berührungspunktes auf der Kugeloberfläche bei dem taktilen Scanning ist es notwendig, die Antastkrafttrichtung wie auch die Auslenkung der Bahnregelung zu berücksichtigen. Gleichzeitig treten auch weitere Effekte wie Tasterschwingungen ([Wec12]) oder Reibung auf, die sich systematisch auf die Ermittlung der Normalenrichtung auswirken. Präzise Offsetkorrekturen sind daher insbesondere mit geringen Scangeschwindigkeiten bzw. mit Hilfe von Einzelpunktantastungen zu erreichen.

### 5.4.3 Besonderheiten beim Einpassen von Geometrien

Bei der Berechnung von globalen Regelgeometrien, der lokalen geometrischen Modellierung oder der Bestimmung der Transformationsparameter bei der Verwendung von CAD-Modellen sind die Ergebnisse nicht eindeutig, sondern hängen von unterschiedlichen Faktoren ab. Wie bereits in Kapitel 5.3 beschrieben, sind dies beispielsweise die Minimierungsfunktion, oder die Auswahl des Schätzers, aber auch z.B. die Messpunktanzahl, die Verteilung der Messpunkte oder ob bestimmte Parameter fest vorgegeben werden. Auch wirken sich Messpunkte die systematisch verfälscht sind bzw. Ausreißer die als solche nicht erkannt werden, auf das berechnete Ergebnis aus. Dieser Einfluss wird im Folgenden näher für typische funktionsorientierte Auswertefahren untersucht.

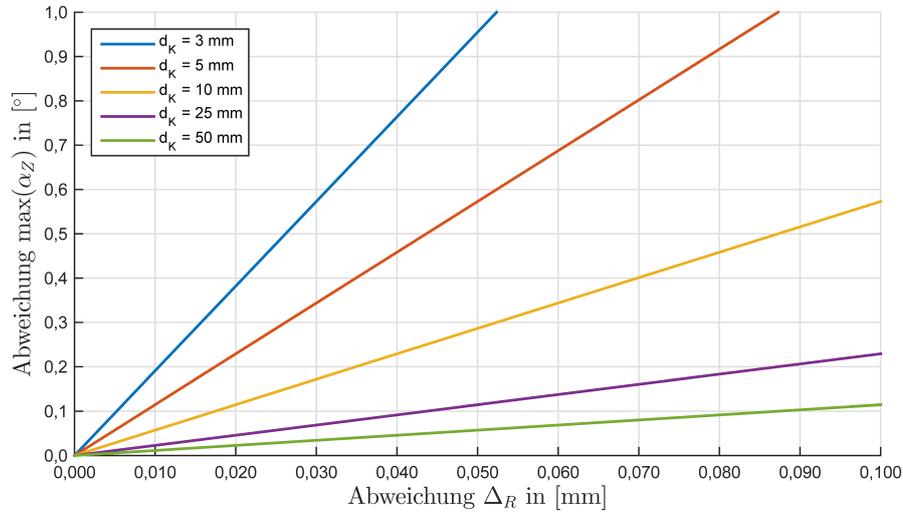


**Abbildung 5.4:** Schematische Darstellung exemplarischer Kreisausgleichungen mittels unterschiedlichen Minimierungsbedingungen und deren Einfluss auf die Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  bei einem nicht erkannten Ausreißer  $P_A$ .

Liegt bei der Ausgleichung und Minimierung mittels Pferch- oder Hüllbedingung neben den taktil erfassten Punkten  $P_i$  ein systematisch verfälschter Messpunkt oder nicht erkannter Ausreißer  $P_A$  vor, besteht die Möglichkeit, dass sich beispielsweise bei der 2D-Kreisausgleichung der geschätzte Kreis signifikant ändert (vgl. Abbildung 5.4). Abhängig ob sich  $P_A$  innerhalb oder außerhalb des Soll-Kreises befindet und ob ein maximal umschließender oder ein minimal einschließender Kreis zu bestimmen ist, verschiebt sich der geschätzte Ist-Mittelpunkt  $M_{Ist}$  um  $e$  gegenüber dem Soll-Mittelpunkt  $M_{Soll}$  sowie der Soll-Radius  $R_{Soll}$  wird geschätzt mit  $R_{Ist}$ . Die Verschiebung oder Kreisexzentrizität  $e$  liegt dabei auf der Geraden die von  $P_A$  und  $M_{Soll}$  gebildet wird und ist aufgrund  $e = \frac{\Delta_R}{2}$  halb so groß wie der Abstand zwischen  $P_A$  und dem Soll-Kreis, der mit  $\Delta_R$  bezeichnet ist und der Differenz zwischen  $R_{Ist}$  und  $R_{Soll}$  entspricht. Findet nun die Bestimmung der Normalenrichtung für die Offsetkorrektur eines Messpunktes  $P_i$  auf Basis des ausgeglichenen Kreises statt, tritt die Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  auf. Bei der Minimierung mittels Pferchbedingung (vgl. Abbildung 5.4a) lässt sich durch den Hilfswinkel  $\xi_P$  folgender funktionaler Zusammenhang für  $\alpha_Z$  aufstellen.

$$\frac{\sin(\alpha_Z)}{e} = \frac{\sin(\xi_P)}{R_{Soll}} \quad (5.5)$$

Durch die Wahl des Hilfswinkels  $\xi_H$  bei der Minimierung mittels Hüllbedingung (vgl. Abbildung 5.4b) ergibt sich:



**Abbildung 5.5:** Auswirkung eines Ausreißers  $P_A$  mit  $\Delta_R$  auf die maximale Abweichung von der Normalenrichtung  $\max(\alpha_Z)$  bei der Ausgleichung mit verschiedenen Schätzern und unterschiedlichen Soll-Durchmessern  $d_K$  aus (5.7).

$$\frac{\sin(\alpha_Z)}{e} = \frac{\sin(\xi_H)}{R_{Soll}} \quad (5.6)$$

Die Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  aus (5.5) oder (5.6) ist maximal, falls  $\xi_P = \frac{\pi}{2}$  bzw.  $\xi_H = \frac{\pi}{2}$  und somit falls  $\overrightarrow{M_{Ist}P_i}$  senkrecht zu  $\overrightarrow{M_{Soll}P_A}$  steht. Zusammen mit der Kreisexzentrizität  $e$  folgt daher:

$$\max(\alpha_Z) = \arcsin\left(\frac{\Delta_R}{2 \cdot R_{Soll}}\right). \quad (5.7)$$

Aus (5.7) geht hervor, dass solange  $P_A$  sich auswirkt die maximale Abweichung von der Normalenrichtung unabhängig von der Wahl der beiden Minimierungsbedingungen ist. Ferner zeigt sich, dass in  $P_A$  selbst  $\alpha_Z = 0$  gilt und damit lediglich in diesem bzw. dem diametralen Messpunkt bei der Offsetkorrektur keine weitere Systematik wirkt. Bei allen weiteren Messpunkte  $P_i$  werden hingegen die Korrekturen verfälscht und abhängig von  $\Delta_R$  sowie dem vorliegenden Soll-Durchmesser  $d_K$  ist das Maximum von  $\alpha_Z$  signifikant (vgl. Abbildung 5.5).

In Kombination mit (2.8) wird unterdessen deutlich, wie sich  $\alpha_Z$  in Abhängigkeit von dem vorliegenden Radius des Messmittels auf die systematische Abweichung  $\Delta_S$  auswirkt. Bei dieser Betrachtung wird erkennbar, dass typische funktionsorientierte Auswerteverfahren nur bedingt für die Approximation der Normalenrichtung zur Offsetkorrektur geeignet sind solange vorab systematischen Abweichungen von Messpunkten nicht aufgedeckt oder Ausreißer detektiert werden.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Die getroffene Untersuchung lässt sich direkt auf Situationen mit mehreren systematisch verfälschten Messpunkten übertragen, solange deren Konstellation in dem aufgespannten Schnittbereich der Soll-

Ferner ist beispielsweise bei der geometrischen Modellierung einer lokalen Kugel in der Regel maximal nur die halbe Kugeloberfläche messtechnisch erfasst, sodass die Lage des berechneten Kugelzentrums, was dem theoretischen Berührungspunkt der Oberfläche entspricht, richtungsabhängige Genauigkeiten aufweist. So hat der Koordinatenwert in Richtung der Höhe der Halbkugel bei einer gleichmäßigen Verteilung der Messpunkte bezogen auf ein Winkelraster über die Oberfläche näherungsweise einen um den Faktor 1,4 größere Unsicherheit (vgl. [Her07]). Auch wirkt sich die Anzahl der gleichmäßig verteilten Messpunkte  $N$  mit dem Faktor  $\sqrt{\frac{2}{N}}$  aus, sodass mit zunehmender Messpunktanzahl die Unsicherheit für die Lage des Zentrums besser wird. Durch das Einführen des bekannten Abstands zwischen Messpunkte und Ende der Spitze als festen Radius in die Kugelausgleichung lässt sich die richtungsabhängige Genauigkeit angleichen und allgemein die Unsicherheit ebenfalls verbessern. Grundsätzlich sollte versucht werden, die Abdeckung der Kugeloberfläche zu maximieren, sodass bei eingeschränkter Zugänglichkeit zu einem Oberflächenpunkt die Verlängerung möglichst kurz zu wählen ist. Dies für dazu, dass bei gleichbleibenden Platzverhältnissen der Öffnungswinkel des Kugelausschnitts faktisch größer wird und die prozentuale Abdeckung der Kugeloberfläche steigt.

Nach [Wec12] kommen bei dem Ausrichten eines CAD-Modells an die Messpunkte die räumliche Ähnlichkeitstransformation bzw. 3D-Helmerttransformation oder die räumliche Affintransformation zum Einsatz. Hierbei werden entweder sieben Parameter (3x Translation, 3x Rotation und 1x Maßstab) oder zwölf Parameter (3x Translation, 3x Rotation, 3x Maßstab und 3x Scherung) bestimmt (vgl. z.B. [Nie02]). Da in der Regel bei der Verwendung eines CAD-Modells auch ein Vergleich mit selbigem durchgeführt wird, sollte die Auswirkung durch die Wahl der Freiheitsgrade bei der Transformation beachtet werden. Soll ein zuverlässiger Vergleich des Objekts mit den angetasteten Messdaten erfolgen, muss das eingesetzte Messsystem auf das internationale Einheitensystem rückgeführt und kalibriert sein, sodass neben dem Verschieben und Verdrehen der Koordinatensysteme jeder weiterer Freiheitsgrad eine Überparametrisierung darstellt. Gerade wenn ein objektiver Soll-Ist-Vergleich zu erfolgen hat, dürfen systematische Abweichungen rechnerisch nicht kaschiert werden.

Es wird daher dringend empfohlen eine räumliche Orthogonaltransformation (3x Translation und 3x Rotation) oder eine räumliche Ähnlichkeitstransformation (3D-Helmerttransformation) durchzuführen, bei der jedoch der Maßstab mit dem Wert eins festzusetzen ist. Sollte dennoch beispielsweise eine Temperaturkompensation notwendig sein, da Messsystem oder Objekt nicht die korrekte Bezugstemperatur von z.B. 20 °C einhalten, sollte dies immer ursachenspezifisch erfolgen und nicht mittels eines isotropen, linearen Transformationsparameters. Auf Seiten des Messsystems wäre dies beispielsweise eine meteorologische Kompensation und auf Seiten des CAD-Modells ist hierzu beispielsweise eine Finite-Elemente-Methode (FEM) einzusetzen. In der Regel sind solche Kompensationen nicht linear und durch einen Materialmix oder einen modernen Werkstoff (z.B. CFK) dazu richtungsabhängig. Auch

---

und Ist-Kreise liegt (vgl. Abbildung 5.4), oder die weiteren Ausreißer sich grundsätzlich nicht auf die Minimierungsbedingungen auswirken.

falls für die Ausrichtung eines CAD-Modells immer mehrere Messdaten notwendig sind, so wird bei der Offsetkorrektur letztlich jeder registrierte Messpunkt einzeln kompensiert, wohingegen bei den Verfahren in Kapitel 6 die taktil erfassten Messpunkte geschlossen im Verband korrigiert werden.

#### 5.4.4 Einfluss der Gestaltabweichung bei A-priori-Geometrien

In Kapitel 2.4 wurde aufgezeigt, welche systematischen Abweichungen aufgrund der Abweichung von der Normalenrichtung auftreten und welche Größenordnungen diese abhängig vom Kugelradius dabei annehmen. Bei einem Vergleich gegen ein CAD-Modell oder auch einer globalen Regelgeometrie spielt in der Regel lediglich der Anteil der Abweichung in Normalenrichtung der A-priori-Geometrie eine Rolle, da eine Verschiebung orthogonal zur lokalen Normalenrichtung der Regelgeometrie oder des CAD-Modells sich nicht als Abweichung auswirkt. Dies führt dazu, dass sich die Abweichung  $\Delta_S$  (vgl. Kapitel 2.4.2 bzw. (2.8)) nur teilweise als Systematik zeigt. Diese Betrachtung ist zu vergleichen mit dem projektiven Abstand, wie er in [Wec12] aufgeführt ist. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 5.6 eine typische Antastung einer theoretisch ebenen Geometrie gezeigt, die aufgrund der Gestaltabweichung (vgl. Kapitel 2.3) keiner Ebene mehr entspricht. Hierbei ist  $\delta_H$  die genannte projektive Abweichung von  $\Delta_S$  während  $\delta_L$  die parallel Komponente von  $\Delta_S$  ist, die typischerweise keine Auswirkung zeigt. Für nachfolgende Betrachtungen ist ferner die Wellentiefe  $W_t$  und die Wellenlänge  $\lambda$  der Welligkeit sowie der Luftspalt  $\delta_{Air}$  bzw. die Abweichung  $H$  bezeichnet.

Der Wert für  $\delta_H$  berechnet sich nach (5.8) unter Annahme einer bekannten Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$ . Exemplarische Werte für  $\delta_H$  bei typischen Kugeltastern und Kugelreflektoren sind in Abbildung 5.7 dargestellt.

$$\delta_H = R \cdot (1 - \cos(\alpha_Z)) \quad (5.8)$$

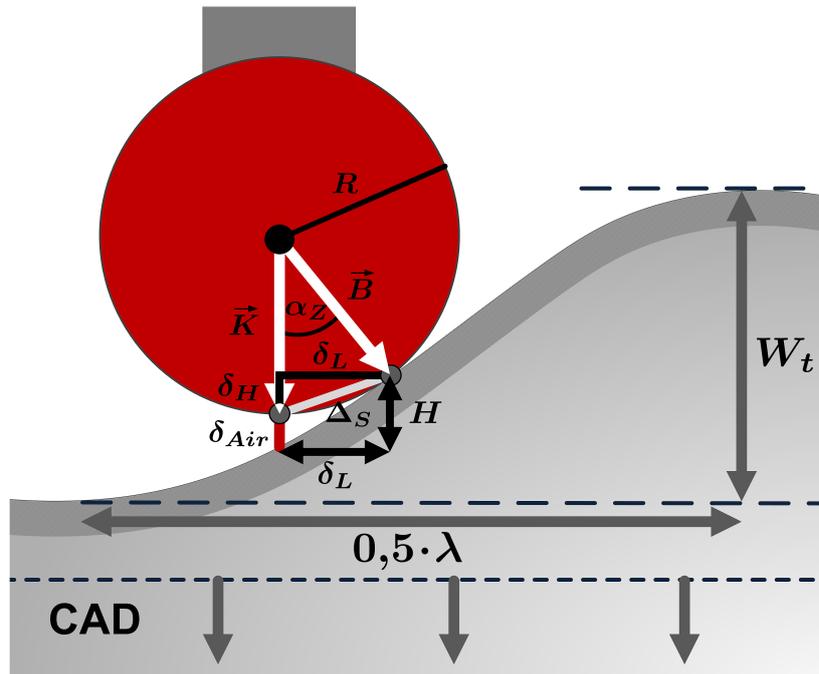
Um  $\delta_H$  mit  $\Delta_S$  bzw. (5.8) mit (2.8) direkt zu vergleichen, folgt nach Umformung (5.9)<sup>1</sup>.

$$\delta_H = 2R \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha_Z}{2}\right) \quad (5.9)$$

Die Gegenüberstellung der Abweichung  $\Delta_S$  zwischen dem korrigierten Messpunkt und dem Ist-Berührungspunkt (vgl. (2.8)) sowie (5.9) zeigt, dass es durch den Übergang des Ist-Berührungspunktes zur Ebene als Bezugsfläche zu einer Reduzierung der systematischen Abweichung kommt. Dies drückt sich ferner in dem Verhältnis  $\frac{\Delta_S}{\delta_H} = \frac{1}{\sin\left(\frac{\alpha_Z}{2}\right)}$  aus, was zeigt, dass  $\delta_H$  um den Faktor  $\sin\left(\frac{\alpha_Z}{2}\right)$  kleiner als  $\Delta_S$  ist.

Absolut lässt sich diese Reduzierung der systematischen Abweichungen zwischen  $\delta_H$  und  $\Delta_S$  mit  $\Delta_{\delta_H, \Delta_S}$  beschreiben.

<sup>1</sup> Umformung mit  $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$  nach z.B. [Mer01].



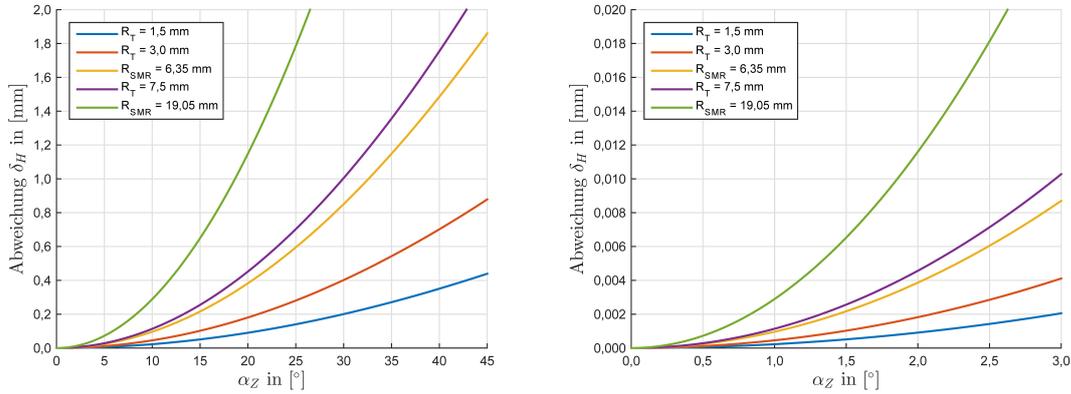
**Abbildung 5.6:** Schematische Darstellung einer planaren A-priori-Geometrie (CAD-Modell) die durch den Einfluss der Welligkeit verfälscht ist zusammen mit der daraus resultierenden Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$ .

$$\Delta_{\delta_H, \Delta_S} = \delta_H - \Delta_S = 2R \cdot \left( \sin^2 \left( \frac{\alpha_Z}{2} \right) - \sin \left( \frac{\alpha_Z}{2} \right) \right) \quad (5.10)$$

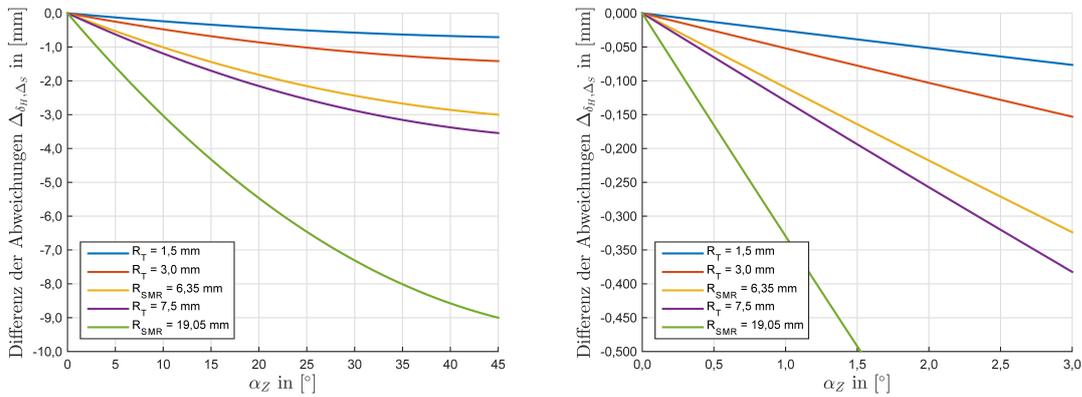
Anhand von (5.10) wird ersichtlich, dass insbesondere große Kugelradien wie auch große Abweichungen von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  zu deutlichen Werten im Millimeterbereich für  $\Delta_{\delta_H, \Delta_S}$  führen. Diese Reduzierung der Abweichung zwischen  $\delta_H$  und  $\Delta_S$  im Zusammenhang mit einer A-priori-Geometrie ist bereits bei geringen Werten für  $\alpha_Z$  signifikant und zeigt welchen Einfluss die Berücksichtigung einer vorgegebenen Geometrie einnimmt (vgl. Abbildung 5.8).

Die Betrachtung von  $\delta_H$  erfolgte unter der Annahme eines bekannten  $\alpha_Z$  und ist somit quasi unabhängig von der Welligkeit wie sie in Abbildung 5.6 gezeigt ist. Aufgrund einer vorliegenden Gestaltabweichung ist jedoch zu berücksichtigen, dass ein kleiner Luftspalt zwischen Kugeltaster bzw. Kugelreflektor in Richtung des Normalenvektors des CAD-Modells entsteht, der mit  $\delta_{Air}$  bezeichnet ist. Dieser Abstand ist direkt abhängig von der vorliegenden Welligkeit und addiert sich mit der Abweichung  $\delta_H$  zur Gesamtabweichung  $H$  in Normalenrichtung der A-priori-Geometrie, wohingegen  $\delta_L$  keinen Beitrag erfährt.

Um eine Abschätzung zu treffen, welche Größenordnung für  $H$  auftritt, werden als Gestaltabweichungen periodische systematische Abweichung von einer Ebene simuliert, womit ebenfalls  $\delta_{Air}$  definiert wird (vgl. Abbildung 5.6). Bei der Simulation der verschiedenen



**Abbildung 5.7:** Systematische Abweichung  $\delta_H$  aus (5.8) bzw. (5.9) aufgrund der Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  für typische Kugeltaster und Kugelreflektoren.

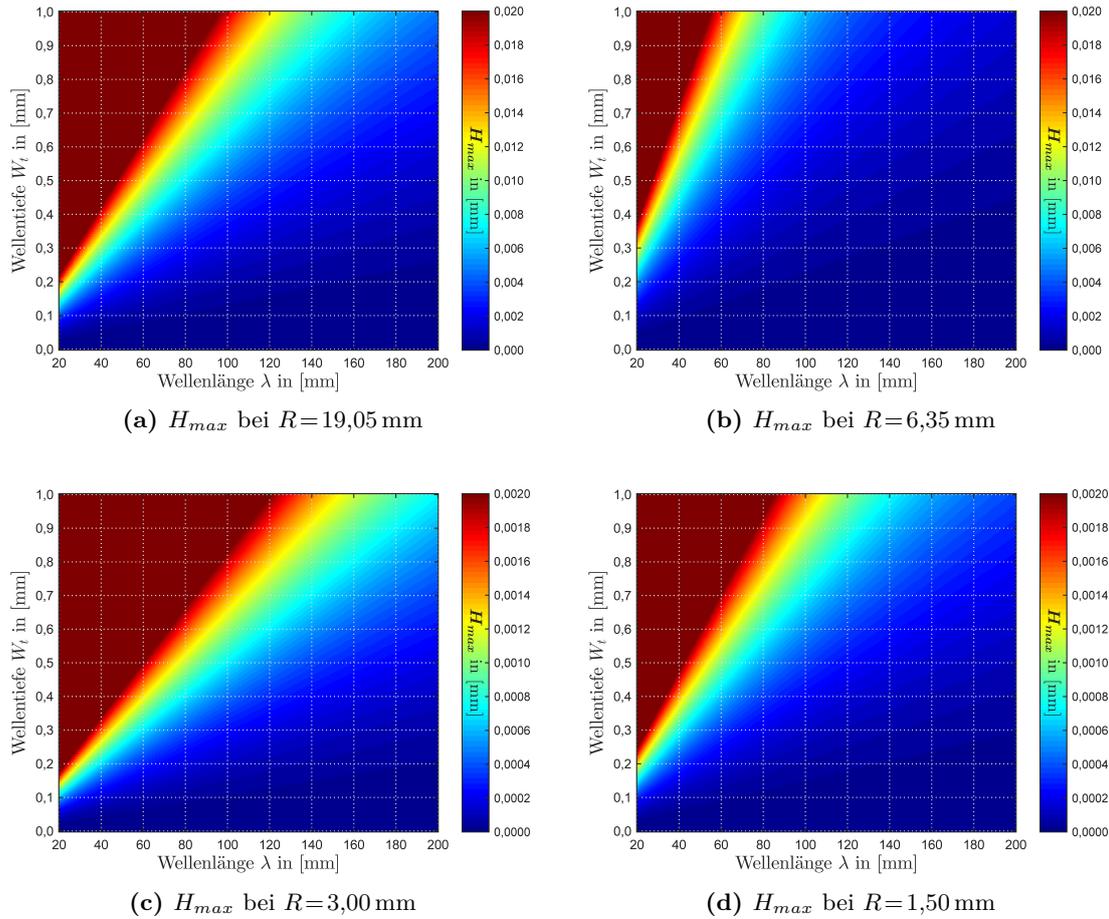


**Abbildung 5.8:** Differenz der systematischen Abweichungen  $\Delta_{\delta_H, \Delta_S}$  aus (5.10) bedingt durch die Abweichung von der Normalenrichtung  $\alpha_Z$  für typische Kugeltaster und Kugelreflektoren.

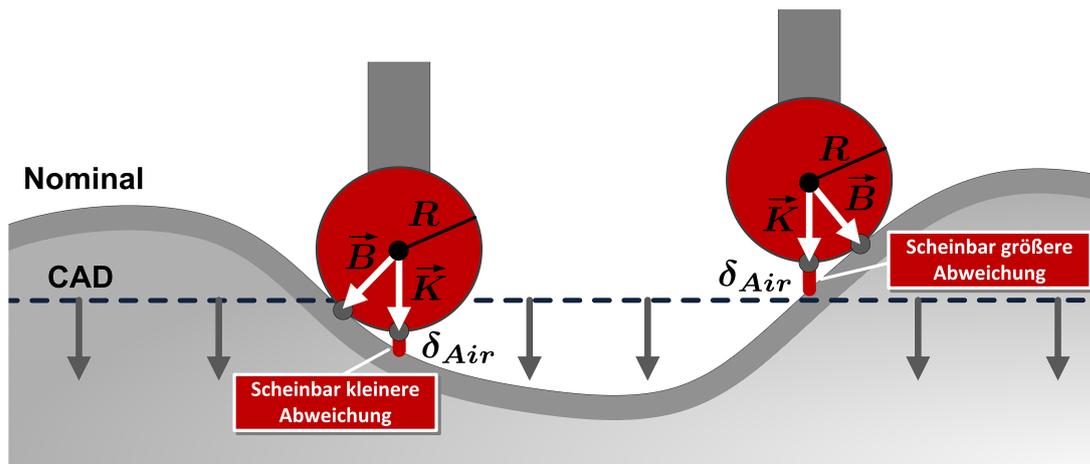
Welligkeiten werden unterschiedliche Wellenlängen  $\lambda$  sowie Wellentiefen  $W_t$  angenommen, um auf Basis derer die maximale Abweichung für  $H$  nach (5.11) zu bestimmen.

$$H_{max} = \max(H) = \max(\delta_H + \delta_{Air}) \quad (5.11)$$

Es zeigt sich, dass die maximale Abweichung  $H_{max}$  zwischen dem korrigierten Messpunkt und der tatsächlichen Ist-Oberfläche selbst bei kleinen Wellentiefen signifikante Werte annimmt (vgl. Abbildung 5.9). Diese Abweichung ist umso größer, je kleiner die Wellenlänge und damit je größer die Steigung der simulierten Ist-Oberfläche ist. Auch wenn auf den Wellenbergen und in den Wellentälern  $\alpha_Z = 0$  und damit  $H = 0$  ist, sollte für eine Messunsicherheitsbetrachtung  $H_{max}$  herangezogen werden, da die Lage des taktil erfassten Messpunktes zur Welligkeit der Ist-Oberfläche nur bedingt abzuschätzen ist.



**Abbildung 5.9:** Darstellung der maximalen Abweichung  $H_{max}$  aus (5.11) aufgrund der Gestaltabweichung in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  und der Wellentiefe  $W_t$  der Welligkeit für typische Kugelradien mit  $20\ \mu\text{m}$  bzw.  $2\ \mu\text{m}$  als Grenzwert für die Farbskala.



**Abbildung 5.10:** Schematische Darstellung der Auswirkung von  $\delta_{Air}$  bei einer nominalen Geometrie die einer Gestaltabweichung unterliegt und eines CAD-Modells.

Die teilweise vertretene Annahme, dass die Abweichung  $\delta_{Air}$  immer zu einer zusätzlichen positiven Abweichung zwischen Ist- und Soll-Oberfläche führt, greift zu kurz, da  $\delta_{Air}$  abhängig von der Lage der A-priori-Geometrie wirkt. Bei der Ausrichtung nach der Bedingung der  $L_2$ -Norm alterniert die Ist-Oberfläche bezogen auf die Soll-Geometrie. Stückweise liegt die tatsächliche Oberfläche folglich innerhalb, oder außerhalb des CAD-Modells. Dies führt dazu, dass abhängig von dem Flächenbereich, teilweise eine zu kleine Abweichung zwischen korrigiertem Messpunkt und Soll-Oberfläche und partiell eine zu große Abweichung bestimmt wird (vgl. Abbildung 5.10).



## Offsetkorrektur bei Punktverbänden

Im Unterschied zu Kapitel 5, in dem die Offsetkorrektur für jeden Messpunkt einzeln erfolgt, werden in diesem Kapitel die taktil erfassten Messpunkte als Punktverband behandelt. Folglich wird hierbei die räumliche Lage der Messpunkte zueinander bzw. werden die Nachbarschaften zwischen den Messpunkten miteinbezogen. Die Bestimmung des Korrektionsvektors  $\vec{K}$  bzw. die Approximation der Richtung des Normalenvektors  $\vec{n}$  ist somit abhängig von benachbarten Antastungen. Allgemein werden diese räumlichen Beziehungen bzw. die Betrachtung der Messpunkte als Punktverband zur Offsetkorrektur im Vergleich zur Einzelpunktkorrektur (vgl. Kapitel 5) trotz ihres Potentials wenig berücksichtigt (vgl. Kapitel 1). Im Folgenden wird zuerst die Modellierung der Messpunkte vorgestellt, die bei Beachtung der Nachbarschaften allgemein gebräuchlich ist, um anschließend einen neuen alternativen Ansatz zur Modellierung von Freiformgeometrien vorzustellen und diesen ausführlich zu beurteilen. Abschließend erfolgt eine detaillierte Betrachtung der Ableitung der Objektgeometrie, bei der die Parallelgeometrien mit ihren Artefakten und Eigenschaften eingehend untersucht werden.

### 6.1 Gebräuchliche Modellierung der Messpunkte

Falls eine Offsetkorrektur mit Hilfe von Punktverbänden – und nicht wie häufig mittels A-priori-Geometrie für einzelne Messpunkte (vgl. Kapitel 5.3) – erfolgt, kommen zwei gebräuchliche Modellierungen zum Einsatz. Im Folgenden werden diese beiden Methoden – Vermaschung und Anwendung von Freiformgeometrien – in ihren klassischen Formen erläutert, um anschließend die Schwierigkeiten herauszustellen und sie wissenschaftlich zu bewerten. Weiterhin wird eine neu entwickelte Methode zur Generierung einer Offsetgeometrie bei der Vermaschung vorgestellt und analysiert, die den systematischen Abweichungen der herkömmlichen Berechnung der parallelen Geometrie begegnet.

### 6.1.1 Vermaschung

Liegen taktil erfasste Messwerte als Punktmenge vor, gibt es eine Vielzahl an Möglichkeiten, um aus den einzelnen Messpunkten ein Netz zu bilden, das aus geraden Kanten besteht. Die Erstellung eines solchen Netzes wird im Folgenden Vermaschung bezeichnet. Da bei einem solchen Vermaschen in der Regel Dreiecke (Dreiecksnetz) gebildet werden, ist ebenfalls der Begriff Triangulierung verbreitet. Da dies allerdings leicht mit der Triangulation aus der klassischen Geodäsie zu verwechselt ist, ist dieser Ausdruck zu vermeiden. Gleiches gilt für den Begriff des Polygonnetzes, der historisch ebenfalls lange geprägt ist. Selbst falls diese Bezeichnungen auf den ersten Blick einen ähnlichen Sachverhalt beschreiben, so liegt u.a. ein fundamentaler Unterschied darin, dass zwischen Polygon- oder Triangulationspunkten<sup>1</sup> reale Messungen und nicht nur Koordinatentripel für die einzelnen Punkte vorliegen. Ein weiterer Gegensatz ist, dass in der Regel solche Netze aus sich stark überschneidenden Sichten bestehen, und dass solche Messpunkte in hierarchische Ordnungen eingeteilt sind, die die Berücksichtigung von Messunsicherheiten als grundlegender Bestandteil des Konzepts beinhalten. Eine Ausprägung bei der Vermaschung ist die Generierung von Vierecksnetzen oder sonstigen polygonalen Geometrien, die jedoch allesamt auf die elementare Geometrie von Dreiecken zurückzuführen sind.<sup>2</sup>

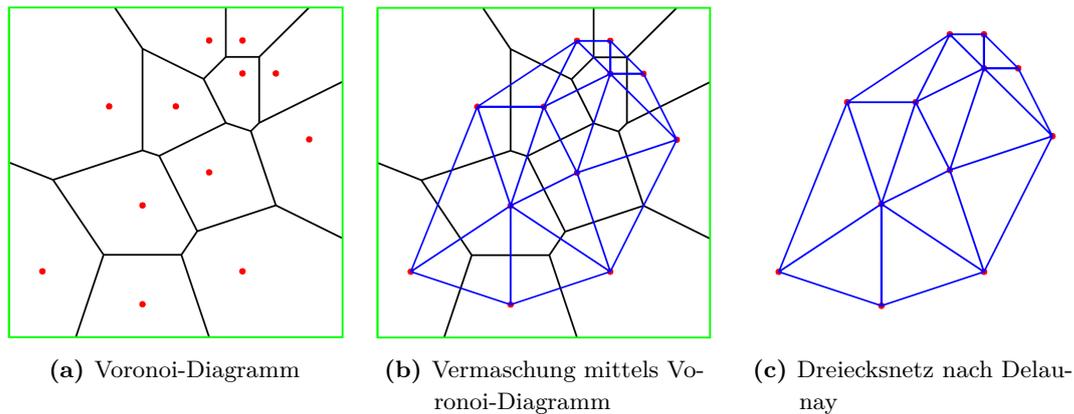
Eine eindeutige Vermaschung wird erreicht, falls die Bedingungen nach Delaunay zu Grunde gelegt werden (vgl. z.B. [Sal99]). Bei einer ebenen Vermaschung nach Delaunay ist die Forderung, dass sich Dreiecke nicht überlappen und dass keine weiteren Messpunkte innerhalb des Umkreises eines Dreiecks liegen. Bei der Übertragung in den dreidimensionalen Raum bedeutet dies, dass keine Messpunkte innerhalb der Umkugel eines Tetraeders liegen (vgl. z.B. [Sal99]). Die Vorteile einer Vermaschung nach Delaunay sind, dass die erfassten Messpunkte nicht sortiert und die Punktverteilung nicht homogen sein müssen, was typischerweise bei der taktilen Antastung der Fall ist. Ferner ist es leicht möglich, nachträglich Punkte, beispielsweise infolge einer ergänzenden Messung, in das Dreiecksnetz einzubinden, ohne eine komplette Neuberechnung des bisherigen Netzes durchzuführen. Ebenfalls wird bei einer ebenen Vermaschung erreicht, dass „maximal gleichseitige Dreiecke“ erzeugt werden, sodass möglichst keine spitzen Winkel auftreten (vgl. z.B. [Sal99]). Hingegen sind die Bedingungen nach Delaunay nicht zu erfüllen, falls zwei identische, oder drei kollinearen Punkte vorhanden sind, sowie falls vier Punkte auf einem Kreis liegen (vgl. z.B. [Sal99]). Theoretisch stellt dies bei der taktilen Antastung keine Schwierigkeit dar, aufgrund der begrenzten Auflösung der Messsysteme ist dies allerdings bei hoher Punktdichte in Ausnahmefällen nicht vollständig auszuschließen.

Die Vermaschung mit den Bedingungen nach Delaunay wird rechentechnisch meist mit inkrementellen Verfahren bestimmt (vgl. [Sal99]), da diese besonders leicht zu implementieren sind (vgl. [Kle05]). Einen wesentlichen Bestandteil stellt hierbei die Dirichlet-Zerlegung bzw.

---

<sup>1</sup> Hierin sind Trigonometrische Punkte und Aufnahmepunkte als Lagefestpunkte beinhaltet.

<sup>2</sup> Werden die einzelnen Maschen der Vermaschung als Flächen aufgefasst und sind diese eben, wird ebenfalls von einem Polyeder gesprochen.



**Abbildung 6.1:** Exemplarische Darstellung der Generierung der Vermaschung nach Delaunay (c) auf Basis eines Voronoi-Diagramms (a) über den Zwischenschritt (b) ([Gal11]).

das Voronoi-Diagramm dar, welche den geometrischen Raum in Regionen untergliedert, in denen jeweils ein taktile erfasster Messpunkt den größten Einfluss hat. Diese Zerlegung erfolgt nach [Kle05] und [Gal11] z.B. mittels Sweep-Verfahren oder mithilfe von Bisektions-Ebenen bzw. Halbräumen (3D). In Abbildung 6.1a ist eine solche zweidimensionale Unterteilung mit zwölf exemplarischen Messpunkten (rot) dargestellt. Die Regionen (schwarz) sind im 2D-Raum konvexe Polygone, wohingegen sie sich in 3D als Polyeder darstellen und Bereiche umschließen, in denen der innenliegende Messpunkt den nächstgelegenen Messwert für den Raum darstellt (vgl. z.B. [Ede87] oder [Gal11]). Die Ränder, also die Kanten (2D) bzw. die ebenen Flächen (3D), solcher Regionen sind die Bereiche, in denen der Abstand zu zwei gemessenen Punkten der beiden jeweils benachbarten Region identisch ist. Die Schnittpunkte oder Knoten stellen hingegen die Punkte dar, in denen die räumliche Distanz zu drei Messwerten der jeweils drei benachbarten Regionen kongruent ist und repräsentieren damit die Zentren der Umkreise bzw. der Umkugeln nach den Bedingungen von Delaunay. Werden nun die Messpunkte mit gemeinsamen Rändern verbunden (vgl. Abbildung 6.1b), ergibt sich die Vermaschung, die die Bedingungen nach Delaunay erfüllt, worin sich die wechselseitige Beziehung (Dualität) zwischen Voronoi-Diagramm und Vermaschung nach Delaunay zeigt (vgl. z.B. [Gal11], [Kle05], oder [Sal99]).

Eine direkte und effiziente Methode, die Vermaschung nach Delaunay zu erzeugen, ist das Erweitern bzw. das Transformieren der taktile Messpunkte in den mathematischen Raum, der um eine Dimension höher ist, um anschließend bestimmte Teile der berechneten konvexen Hülle der Messpunkte erneut in den ursprünglichen Raum zu projizieren (vgl. z.B. [Gal11] oder [Kle05]). Während ein vierdimensionaler Körper schwer vorzustellen ist, ergibt die konvexe Hülle eines ebenen Punktverbands im dreidimensionalen Raum ein Paraboloid.

Auf Basis der erfolgten Vermaschung (vgl. Abbildung 6.1c), bestehen im Weiteren mehrere Möglichkeiten, eine Offsetkorrektur durchzuführen. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierbei

unterschieden, ob die erfassten Messpunkte in dem Punktverband jeweils separat korrigiert werden, oder ob die berechneten Kanten bzw. Dreieckselemente als parallele Approximation der realen Objektgeometrie interpretiert werden. Die sich daraus ergebende Schwierigkeit und Berechnungsvarianten werden mit Hilfe von Abbildung 6.2 erläutert. Zu jedem Messpunkt  $P_i$ , falls er sich nicht auf dem Rand der Vermaschung befindet, liegen bei einem Profil zwei, ansonsten drei und mehr Vektorinformationen zur Normalenrichtung (graue Pfeile) aufgrund der benachbarten Kanten bzw. Flächen vor. Weiterhin wird deutlich, dass der Ist-Berührungspunkt auf dem weißen gestrichelten Kreissegment liegen muss. Hierbei sind zusätzlich die Artefakte, die bei parallelen Geometrien – beispielsweise an Kanten – entstehen, zu berücksichtigen (vgl. Kapitel 6.3.2).

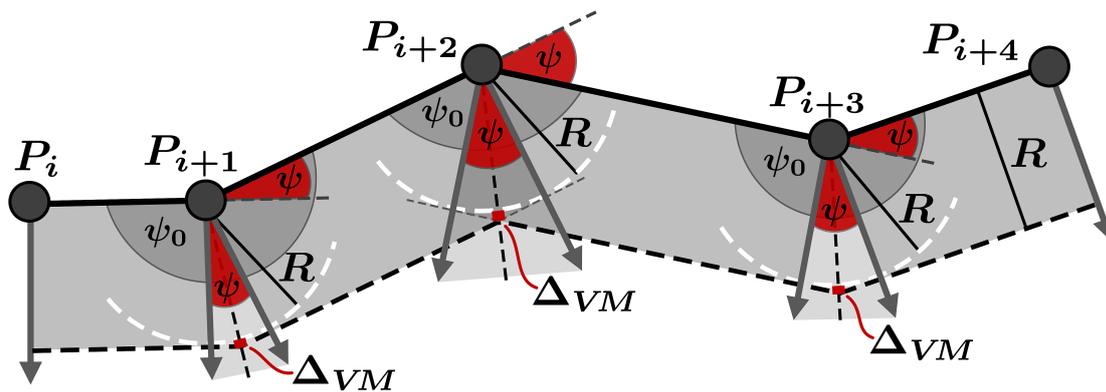
Die Korrektur des Offsets eines separaten Punktes erfolgt typischerweise, indem die benachbarten Normalenvektoren direkt gemittelt werden, sodass bei einem Profil die Normalenrichtung der Richtung der Winkelhalbierenden am Knickpunkt (schwarze gestrichelte Linie) entspricht. Alternativ lässt sich die Verteilung der Messpunkte berücksichtigen und ein gewichtetes arithmetisches Mittel bilden. In der Regel ist die Verteilung der Messpunkte bei der taktilen Antastung, insbesondere bei dem taktilen Scanning, allerdings inhomogen, sodass keine ausgewogene Vermaschung vorliegt bzw. die Dreiecke nicht annähernd gleichseitig sind. Hierbei repräsentieren kleine Dreiecke die angetastete Oberfläche besser, während große bzw. sehr spitze (langgestreckte) Dreiecke zu einer Generalisierung führen. Diesem Sachverhalt ist beispielsweise mit einem normierten reziproken Flächenfaktor, basierend auf dem Flächeninhalt für jedes benachbarte Dreieck, als Gewicht bei der Mittelbildung zu begegnen, allerdings berücksichtigt dies nicht sehr spitze oder nahezu entartete Dreiecke.

Als neue Alternative wird daher der normierte reziproke Abstand des Messpunktes zum geometrischen Schwerpunkt eines benachbarten Dreiecks als jeweiliger Gewichtungsfaktor bei der Berechnung des arithmetischen Mittels für die Normalenrichtung vorgeschlagen.<sup>1</sup> Dieser Ansatz basiert auf folgender Schlussfolgerung: Wird eine Oberfläche erfasst, zu der keine Informationen über deren Geometrie oder Gestaltabweichungen vorliegen, repräsentiert – unter Vernachlässigung der Messunsicherheit – jeder taktile Messpunkt gleichermaßen das Objekt. Da es sich allerdings stets um eine diskrete Beschreibung der Oberfläche handelt, sind ebenfalls die Zwischenbereiche ohne Information zu berücksichtigen. Wie in Kapitel 5.1.2 beschrieben, liegt in der Regel keine Information zur Normalenrichtung in einem einzelnen Messpunkt vor. Da es sich bei der taktilen Erfassung hingegen um reale Oberflächen mit einer gewissen Gleichförmigkeit handelt, unterliegt ein benachbarter Messpunkt in kurzer Entfernung eher demselben Normalvektor, als ein benachbarter Messpunkt in großer Entfernung<sup>2</sup>. Dieser Zusammenhang bildet sich in den generierten Dreiecksflächen im geometrischen Schwerpunkt der Fläche ab: Wird der normierte reziproke Abstand des betrachteten taktilen Messpunktes zum geometrischen Schwerpunkt jedes benachbarten Dreiecks als Gewichtung für den entsprechenden Normalenvektor gewählt, ist die zuvor

---

<sup>1</sup> Abhängig von der Anzahl der benachbarten Dreiecke am betrachtenden Messpunkt ist eine entsprechende Anzahl an Gewichtungsfaktoren zu bestimmen.

<sup>2</sup> Nachbarschaften sind nach den Bedingungen von Delaunay betrachtet



**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung der Generierung der Offsetgeometrie (Profil) bei der Vermaschung ausgehend von den Messpunkten  $P_i$  mit den entsprechend unterschiedlichen Knickwinkeln  $\psi_0$  bzw. den verschiedenen  $\psi$ , wobei die grauen Pfeile Normalenrichtungen repräsentieren, die weiß gestrichelten Kreissegmente die mögliche Lage des Ist-Berührungspunktes zeigt, die roten Markierungen die systematischen Abweichungen  $\Delta_{VM}$  verdeutlichen und die nominale Geometrie nicht dargestellt ist.

geschilderte Entfernungsbeziehung der Messpunkte berücksichtigt. Eine direkte arithmetische Mittelbildung der Normalenrichtung berücksichtigt die Entfernung benachbarter Messpunkte nicht, es ist allerdings möglich, dass in Sonderfällen bei idealen Geometrien mitunter lokal bessere Approximationen erfolgen. Allgemein ist allerdings zu berücksichtigen, dass der vorgeschlagene neue Ansatz die direkte arithmetische Mittelbildung beinhaltet und bei einer gleichabständigen Messpunktanordnung als solche fungiert. In weiteren Untersuchungen ist hingegen zu evaluieren, ob eine angepasste Gewichtung des normierten reziproken Abstands, z.B. als normierter quadratischer reziproker Abstand, zu einer optimierten Approximation der Normalenrichtung führt.

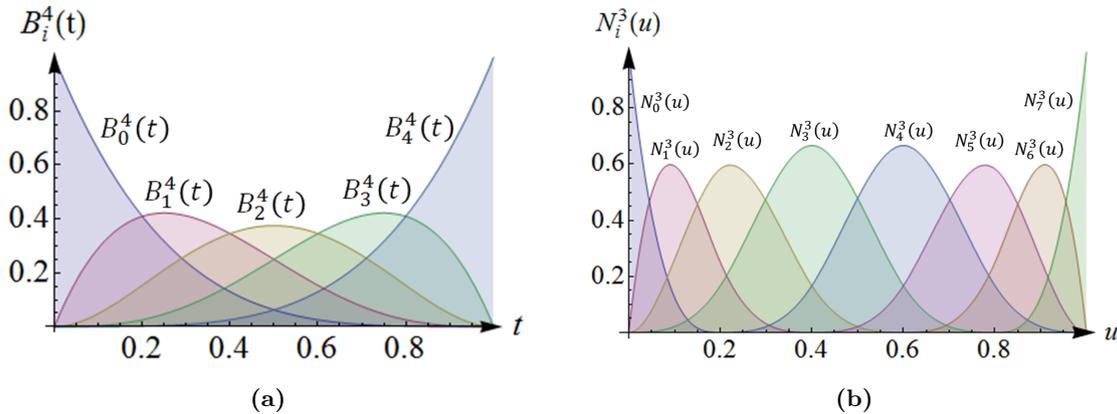
Werden hingegen die Messpunkte nicht separat korrigiert, sondern die Kanten bzw. Dreiecksflächen werden parallel um den Kugelradius  $R$  versetzt (vgl. Abbildung 6.2, grauer Bereich), entstehen an jedem erfassten Messpunkt bzw. bei Dreiecksflächen zusätzlich an jeder innenliegenden Kante Schwierigkeiten, die in zwei Fälle zu unterscheiden sind. Ist der Knickwinkel  $\psi_0$  größer  $180^\circ$  ( $P_{i+1}$  und  $P_{i+3}$ ), entsteht quasi eine Lücke, wohingegen bei  $\psi_0 < 180^\circ$  ( $P_{i+2}$ ) ein Widerspruch hervorgerufen wird. Im Bereichen der Lücken müsste ein Kreisabschnitt bzw. bei Dreiecksflächen ein Kugelausschnitt sowie an den jeweiligen Kanten ein Teilzylinder mit dem Radius  $R$  ergänzt, oder alternativ die Kanten bzw. Dreiecksflächen ausgedehnt werden, sodass die Lücken geschlossen werden. Im Bereich des Widerspruchs überschneiden sich die Kanten bzw. Dreiecksflächen hingegen, sodass diese zu verkürzen (zu trimmen) sind. Diese beiden Fälle treten praktisch permanent auf, da  $\psi_0 = 180^\circ$  aufgrund von Gestaltabweichung und stochastischem Messanteil sehr unwahrscheinlich ist. Dies führt dazu, dass stets bei der Berechnung der Offsetgeometrie Systematiken eingepreßt werden, deren Größenordnung in Kapitel 6.1.3 näher abgeschätzt wird.

Um diesen Systematiken entgegenzuwirken, wird im Folgenden eine neue Auswertestrategie entwickelt, die anstatt die Offsetgeometrie direkt aus der Vermaschung abzuleiten, diese mithilfe eines sequentiellen Verfahrens bestimmt. Hierbei wird zuerst mittels der taktile erfassten Messpunkte eine Vermaschung erzeugt, die die Bedingungen nach Delaunay erfüllt (vgl. Kapitel 6.1.1) und die anschließend im zweiten Schritt als Basis dient, um jeden Messpunkt im Punktverband separat zu korrigieren. Diese Korrektur erfolgt dabei mit dem in Kapitel 6.1.1 auf Seite 128 erläuterten neuen Verfahren zur Approximation der Normalenrichtung mittels jeweiliger Gewichtung über den normierten reziproken Abstand des taktilen Messpunktes zum geometrischen Schwerpunkt eines benachbarten Dreiecks – wobei abhängig von der Anzahl der benachbarten Dreiecke entsprechend viele Gewichtungsfaktoren zu bestimmen sind. In dem dritten und letzten Schritt werden die korrigierten Messpunkte entweder erneut mit den Bedingungen nach Delaunay vermascht (vgl. Kapitel 6.1.1), oder es erfolgt z.B. eine Modellierung mittels Freiformgeometrien (vgl. Kapitel 6.1.2 oder Kapitel 6.2.1). Eine weitere Beurteilung des neuen sequentiellen Verfahrens erfolgt in Kapitel 6.1.3.

### 6.1.2 Freiformgeometrien

Freiformgeometrien sind allgemein eine parametrische, kontinuierliche Beschreibung einer Kurve oder Fläche, die im Vergleich zu Regelgeometrien (vgl. Kapitel 5.3.1) eine Vielfalt an Gestaltungsmöglichkeiten bieten. Generell werden zur mathematischen Beschreibung solcher Freiformgeometrien gewisse Stützpunkte benötigt, die als Kontrollpunkte  $Q_i$  bezeichnet werden und deren Lage beispielsweise mit kartesischen Koordinaten beschrieben werden. Sind diese Punkte linear verbunden, wird bei Kurven von einem Kontrollpolygon und bei Flächen von einem Kontrollpunktenetz gesprochen. Typischerweise, insbesondere bei der gebräuchlichen Modellierung, sind die Anzahl und die Lage dieser Kontrollpunkte zusätzlich zu den bereits erfassten taktilen Messpunkten so zu bestimmen, dass die angetastete Oberfläche geeignet repräsentiert wird. Die dabei auftretenden Schwierigkeiten werden in Kapitel 6.1.3 auf Seite 135 näher betrachtet.

Für die Offsetkorrektion existiert eine Vielzahl an unterschiedlichen Typen von Freiformgeometrien, die sich grundsätzlich allerdings in zwei Klassen unterteilen lassen: Zum einen Freiformkurven bzw. Freiformflächen, die einen interpolierenden Charakter aufweisen und zum anderen Geometrien mit einem approximierenden Charakter. Bei der Interpolation sind die Kontrollpunkte  $Q_i$  Bestandteil der erzeugten Freiformgeometrie, wohingegen bei der Approximation die Kontrollpunkte  $Q_i$  angenähert werden und im Allgemeinen nicht auf der neu berechneten Geometrie liegen. Werden Freiformgeometrien eingesetzt um beispielsweise Datenlücken zwischen Messwerten zu schließen, findet eine Interpolation zwischen den gemessenen Datenpunkten statt, sodass die Messpunkte selbst Bestandteil der Freiformgeometrie sind. Grundsätzlich ließe sich eine solche Interpolation zur Offsetkorrektion einsetzen, allerdings kommt es bei der Modellierung der Geometrie mitunter zu Überschwingern und darüber hinaus wird der stochastische Anteil in den taktilen Messpunkten zwingend abgebildet. Für die Offsetkorrektion mittels gebräuchlicher Modellierung sind daher aus-



**Abbildung 6.3:** Exemplarische Bernsteinpolynome vom Grad 4 (a) und kubische B-Splinefunktionen bei acht Kontrollpunkten (b) ([Naa13]).

schließlich Methoden geeignet, bei denen die Interpolation bzw. Approximation durch die Kontrollpunkte  $Q_i$  erfolgt, sodass im Folgenden lediglich hierzu typische Freiformgeometrien betrachtet werden.<sup>1</sup>

Ein weiterer wesentlicher Faktor bei Freiformgeometrien ist die Unterscheidung, ob die Geometrie sich aus mehreren einzelnen Segmenten (Kurven oder Flächen) zusammensetzt, für deren Übergangsbereiche (Endpunkte bzw. Randkurven) bestimmte Stetigkeitsbedingungen ( $C^k$ -Stetigkeit) definiert sind, oder ob die Freiformgeometrie aus einem ganzheitlichen Element besteht. Entsprechend werden die Freiformgeometrien als segmentierte parametrische Geometrien oder parametrische Geometrien bezeichnet (vgl. z.B. [Ber05]). Ausgehend von Freiformkurven lassen sich Freiformflächen erzeugen, womit die Eigenschaften dieser Flächen aus den zugrundeliegenden Kurven bestimmt werden (vgl. z.B. [PBP02]). Im Folgenden werden daher zwei typische Freiformkurven erläutert, die zur geometrischen Modellierung genutzt werden.

Die Bézierkurve  $U(t)$  (vgl. (6.1)) ist eine parametrische Kurve des  $\mathbb{E}^3$ , die mit  $t \in [0; 1]$  normiert ist sowie einen approximierenden Charakter besitzt. Die Kurve stellt eine globale Polynomfunktion vom Grad  $n$  dar, wobei  $n$  sich direkt von der Anzahl  $(n+1)$  der gewählten Kontrollpunkte  $Q_i$ , deren Lage z.B. mittels kartesischen Koordinaten zu bestimmen sind, ableitet (vgl. z.B. [Ber05], [Naa13] und [Sal11]).

$$U(t) = U_0^n(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot Q_i \quad \text{mit} \quad U(t), Q_i \in \mathbb{E}^3; \quad t \in [0; 1] \quad (6.1)$$

Die Funktionen  $B_i^n(t)$  in (6.1) repräsentieren die Bernsteinpolynome, die nach (6.2) definiert sind (vgl. z.B. [Far93] und [PT97]).

<sup>1</sup> Bei der gebräuchlichen Modellierung von Freiformgeometrien werden diese Kontrollpunkte  $Q_i$  nicht gemessen, sondern ihre Anzahl und Lage sind separat zu bestimmen.

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad (6.2)$$

Die Bernsteinpolynome wirken als Gewichtsfunktionen für die Kontrollpunkte  $Q_i$  und sind im Intervall von  $t$  von null verschieden, womit sie einen globalen Einfluss zeigen. Eine weitere Eigenschaft der Polynome ist, dass sie ein Maximum besitzen und dass die Summe aller Bernsteinpolynome für ein festen Wert  $t$  immer eins beträgt (vgl. Abbildung 6.3a).

Im Unterschied zur Bézierkurve ist die Basis-Splinekurve, oder kurz B-Splinekurve (vgl. z.B. [Sal11]),  $V(u)$  eine typische Freiformkurve, die eine segmentierte parametrische Geometrie darstellt und ebenfalls einen approximierenden Charakter aufweist (vgl. (6.3)). Der Grad  $K$  der Kurve  $V(u)$  wird in Abhängigkeit von der geforderten Glattheit der Freiformgeometrie individuell gewählt. Hierbei ist die Geometrie umso glatter, je größer  $K$  festgesetzt wird. Weiterhin hängt  $V(u)$  selbst von dem globalen Parameter  $u$  ab, der auf den Bereich  $[0; 1]$  normiert ist und andererseits mittels Knotenparameter  $u_i$  in Intervalle eingeteilt ist. Diese Knotenparameter sind wiederum in dem Knotenvektor bzw. Trägervektor zusammengefasst. Im Kontext von B-Splinekurven werden die Kontrollpunkte  $Q_i$  ebenfalls als de-Boor-Punkte bezeichnet und haben die gewählte Anzahl  $(N_B + 1)$ , wobei  $N_B \geq K$  gelten muss (vgl. z.B. [Ber05] und [Far93]).

$$V(u) = \sum v_i(t_i) = \sum_{i=0}^{N_B} N_i^K(u) \cdot Q_i \quad \text{mit} \quad V(u), v_i(t_i), Q_i \in \mathbb{E}^3; \quad u, t_i \in [0; 1] \quad (6.3)$$

Die B-Splinefunktion  $N_i^K(u)$  wird nach (6.4) definiert und ist für  $K > 0$  rekursiv (vgl. z.B. [Ber05] und [PBP02]).

$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1,0 & \text{für } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für } i = 0, \dots, N_B + K$$

$$N_i^j(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+j} - u_i} N_i^{j-1}(u) + \frac{u_{i+j+1} - u}{u_{i+j+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{j-1}(u)$$

$$\text{für } \begin{matrix} j = 1, \dots, N_B + K \\ i = 0, \dots, N_B + K - j \end{matrix} \quad (6.4)$$

Wie die Bernsteinpolynome wirken ebenfalls die B-Splinefunktionen als Gewichtsfunktionen für die Kontrollpunkte  $Q_i$ , wobei sie lokale Auswirkungen zeigen, da sie für  $u \in [0; 1]$  nur teilweise von null verschieden sind. Ferner ist die Summe der B-Splinefunktionen allgemein lediglich bei  $u \in [u_K; u_{N_B+1}]$  für einen festen Wert von  $u$  gleich eins (vgl. z.B. [Ber05]), durch die Realisierung einer Endpunkteinterpolation wird dies allerdings auf das ganze Intervall  $[0; 1]$  erweitert. In Abbildung 6.3b ist eine solche Endpunkteinterpolation für exemplarische kubische B-Splinefunktionen bei acht de-Boor-Punkten dargestellt, die allgemein

die Eigenschaften von (6.4) verdeutlichen und außerdem einen direkten Vergleich mit den Bernsteinpolynomen (vgl. Abbildung 6.3a) ermöglichen. Dabei führt die Endpunkteinterpolation einer B-Splinekurven dazu, dass die Knotenparameter  $u_i$  für  $V(u)$  nicht uniform verteilt sind.

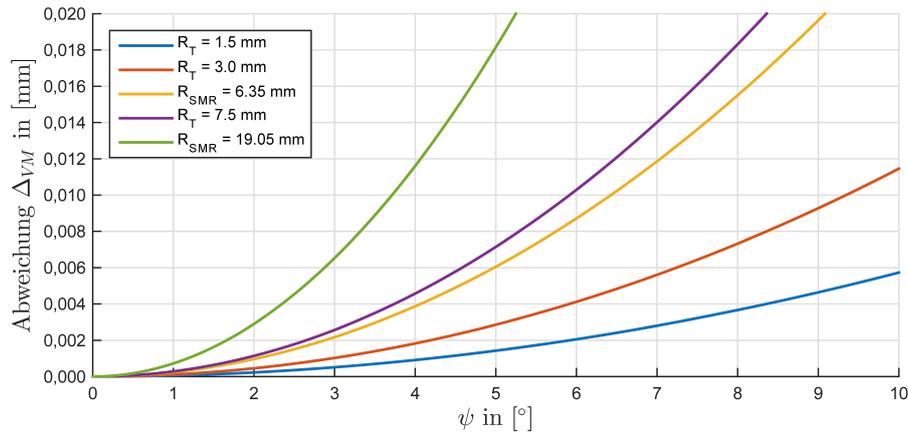
B-Splinegeometrien sind in ihrer Anwendung sehr flexibel, sodass durch spezielles Wählen der eingehenden Parameter ferner das Verhalten von Béziergeometrien nachempfunden ist. Es ist daher möglich, Bézierkurven gleichfalls als nicht-uniforme nicht-rationale B-Splinekurven aufzufassen (vgl. z.B. [Far93]). Durch das Einführen von zusätzlichen Gewichtstermen in die Definitionen der erläuterten Freiformgeometrien lässt sich der Einfluss der Kontrollpunkte steuern, sodass infolge der Gewichte sich rationale Bézierkurven bzw. rationale B-Splinekurven ergeben. Beispielsweise lassen sich dadurch Geometrien erzeugen, die mitunter direkt durch die festgelegten Kontrollpunkte verlaufen. Sind ferner die Knotenparameter nicht gleichmäßig verteilt, wird von nicht-uniformen rationalen B-Splinegeometrien (NURBS) gesprochen (vgl. z.B. [Far93], [PT97] und [Sal11]). Die Schwierigkeiten, die sich bei der gebräuchlichen Modellierung von Freiformgeometrien – beispielsweise durch das Bestimmen der Kontrollpunkte – ergeben, sind in Kapitel 6.1.3 näher beschrieben.

### 6.1.3 Beurteilung

Die Vermaschung, wie sie in Kapitel 6.1.1 beschrieben ist, stellt eine gebräuchliche Modellierung der Messpunkte dar, wobei der räumliche Abstand bzw. die Nachbarschaften der einzelnen taktilen Antastungen berücksichtigt werden und folglich ein Punktverband vorliegt. Wie ausführlich erläutert, treten abhängig von dem vorliegenden Knickwinkel  $\psi_0$  beim parallelen Versetzen der Geometrieelemente (Kante bzw. Dreiecksfläche) Lücken oder Widersprüche auf (vgl. Abbildung 6.2). Werden die Lücken ( $\psi_0 > 180^\circ$ ) durch einen Kugelausschnitt oder Teilzylinder geschlossen, findet allgemein keine zusätzliche Einprägung von Systematiken statt, da in diesen Fällen der Abstand  $R$  stets eingehalten wird.<sup>1</sup> Allerdings führt diese Vorgehen zu einer Änderung des allgemeinen Geometrietyps, da durch das Einfügen von parametrischen Regelgeometrien keine reine kantenbasierte Beschreibung mehr vorliegt (vgl. Kapitel 6.3.2). Dieser Schwierigkeit wäre zu begegnen, indem eine Approximation der einzufügenden Geometrie mittels linearen bzw. ebenen Beschreibungen erfolgt, was andererseits jedoch eine Zunahme der Knoten in der abgeleiteten Vermaschung zur Folge hätte. Wie sich in einer stichprobenartigen Evaluation hingegen zeigte, werden bei kommerziellen Softwarepaketen bei Lücken die Geometrie ausgedehnt und bei Bereichen mit Widerspruch ( $\psi_0 < 180^\circ$ ) die entstehenden Überlappungen getrimmt. Bei diesem Vorgehen bleibt die Knotenanzahl mit der Messpunktanzahl identisch, allerdings werden mitunter systematische Abweichungen  $\Delta_{VM}$  eingepreßt.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Fehlende Oberflächeninformationen aufgrund der mechanischen Filterung können hierbei nicht kompensiert werden (z.B. bei Innenkanten).

<sup>2</sup> Durch eine zusätzliche fehlerhafte Approximation der Normalenrichtung ist es an idealen Geometrien (z.B. Innen- oder Außenkanten) allerdings teilweise möglich, dass die systematische Abweichung  $\Delta_{VM}$



**Abbildung 6.4:** Darstellung der systematischen Abweichung  $\Delta_{VM}$  aus (6.5) in Abhängigkeit von  $\psi$  bei typischen Kugeltastern und Kugelreflektoren.

$$\Delta_{VM} = R \cdot \left( \frac{1}{\cos\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 1 \right) \quad \text{mit} \quad \psi = |180^\circ - \psi_0| \quad (6.5)$$

Diese systematische Abweichung  $\Delta_{VM}$  lässt sich mit (6.5) bestimmen und ist proportional zum Kugelradius  $R$  sowie führt abhängig von  $\psi$  dazu, dass die Offsetkorrektur an den Messpunkten  $P_i$  stets zu groß erfolgt (vgl. Abbildung 6.2 und Abbildung 6.4). An Kanten ergibt sich beispielsweise  $\psi_o = \psi = 90^\circ$  und führt nach (6.5) zu  $\Delta_{VM} = \sqrt{2} \cdot R - R$ , was deutliche systematische Abweichungen im Millimeterbereich zeigt. Die Näherung an den Grenzwert von  $\psi_0 = 360^\circ$  führt zu einer unbeschränkten systematischen Abweichung, wohingegen die Näherung an  $\psi_0 = 0^\circ$  geometrisch mittels Trimmen durch den Einfluss benachbarter Messpunkte nicht lösbar ist. Werden, wie bei der Betrachtung der mechanischen Filterung (vgl. Kapitel 4.1), Zwangsbedingungen berücksichtigt, zeigt sich, dass die Extremwerte selbst durch taktiles Antasten nicht zu erzielen sind, sondern vielmehr auf einen groben Fehler hinweisen. Allerdings selbst bei theoretisch ebenen Objekten, die nur einer geringen Gestaltabweichung unterworfen sind, führen kleine Werte für  $\psi$  zu signifikanten Abweichungen. Da sich bei der Vermaschung der stochastische Messanteil direkt abbildet, lässt sich durch den Quotienten aus Messunsicherheitsbeitrag und Messpunktabstand eine Abschätzung für  $\psi$  treffen und zeigen, dass selbst falls keine Gestaltabweichungen vorliegen, die systematische Abweichung  $\Delta_{VM}$  bei geringen Punktabständen zu berücksichtigen ist. Beispielsweise bedingt eine Messunsicherheit von  $20 \mu\text{m}$  bei einem Messpunktabstand von  $1 \text{ mm}$  einem Winkel  $\psi$  von rund  $2,3^\circ$ , was nach (6.5) für einen  $1,5 \text{ ''}$ -Kugelreflektor zu einem  $\Delta_{VM}$  von ca.  $4 \mu\text{m}$  führt und rund  $20 \%$  der ursprünglichen Messunsicherheit entspricht.

Ähnliche systematische Abweichungen ergeben sich, falls anstatt der Betrachtung der Vermaschung im Profil (vgl. Abbildung 6.2), direkt die räumliche Vermaschung bzw. die

---

nicht zu einer Abweichung zur Sollgeometrie führt, sondern dass sich die fehlerhafte Normalenrichtung und  $\Delta_{VM}$  vollständig kompensieren.

entsprechenden Dreiecksflächen analysiert werden – mit dem Unterschied, dass der repräsentative Wert für den Knickwinkel  $\psi_0$  sich aus mindestens drei Flächenelementen ableitet. Grundsätzlich liegt jedoch der Fall vor, dass insbesondere im Bereich der taktil erfassten Messpunkte die systematischen Abweichungen der Offsetgeometrie am größten sind. Dies steht in direktem Widerspruch zur Idee der Diskretisierung einer Oberfläche, da speziell in Bereichen, in denen Informationen über ein Objekt vorliegen, dieses insbesondere nicht bestmöglich repräsentiert wird.

Um diesem Widerspruch entgegenzuwirken, wurde die in Kapitel 6.1.1 auf Seite 129 vorgestellte sequentielle Methode neu entwickelt. Diese spezielle Methode führt zu einer Offsetgeometrie, bei der die Auswirkung der systematischen Abweichung  $\Delta_{VM}$  nach (6.5) auf die Knotenpunkte in dem abgeleiteten Dreiecksnetz allgemein reduziert werden.<sup>1</sup> Werden die korrigierten Messpunkte in dem dritten Schritt erneut vermascht, zeigt sich bei genauer Betrachtung, dass die jeweiligen Richtungen der Normalenvektoren zweier korrespondierender Dreiecksflächen allgemein nicht identisch sind, bzw. zwei sich entsprechende Kanten generell nicht parallel verlaufen. Lediglich falls die Knickwinkel an den involvierten Messpunkten (zwei bzw. drei) kongruent sind, sind die Kanten bzw. Dreiecksflächen parallel, wobei der Abstand zwischen den Kanten bzw. Dreiecksflächen kleiner als  $R$  ist. Aufgrund der genannten Besonderheit wird empfohlen für bei der Offsetkorrektur mittels Vermaschung nicht von einer abgeleiteten Parallelgeometrie, sondern von einer Offsetgeometrie zu sprechen.

Bei der komplexeren Modellierung mittels Freiformgeometrien gibt es verschiedene Schwierigkeiten, denen bei der Anwendung zur Offsetkorrektur zu begegnen ist. Dies fängt bei der Wahl der Geometrieklasse an, ob eine interpolierende oder approximierende Freiformgeometrie bevorzugt wird. Wie in Kapitel 6.1.2 geschildert, ist es generell für die Offsetkorrektur zielgerichtet, den stochastischen Anteil einer taktilen Antastung nicht abzubilden und die möglichen zusätzlichen Überschwinger durch die Modellierung zu vermeiden, sodass ein Interpolieren der erfassten Messpunkte für die Kompensierung des Radius allgemein ungeeignet ist. Für die zusätzlichen Kontrollpunkte die bei der gebräuchlichen Modellierung festzulegen sind, spielt es hingegen keine Rolle, ob sie Bestandteil der berechneten Freiformgeometrie sind, womit allgemein interpolierende und approximierende Freiformgeometrien zur Offsetkorrektur geeignet sind. Ist die Klasse nach den individuellen Interessen festgelegt, sind, abhängig von der gewählten Art der Freiformgeometrie, unterschiedliche Faktoren zu berücksichtigen. So ist beispielsweise der Grad der Geometrie festzusetzen, welcher sich erheblich auf die Eigenschaften sowie auf die minimale Kontrollpunktzahl auswirkt (vgl. z.B. [PBP02] oder [Sed11]). Daneben ist ferner die Anzahl der gewählten Kontrollpunkte wie auch deren Lage eine bestimmende Größe (vgl. z.B. [DB01], [Koc09] oder [SN15]). So ist nicht nur die Position jedes einzelnen Kontrollpunktes zu den erfassten Messpunkten ein wesentlicher Einflussfaktor, sondern zusätzlich beeinflussen die Lage der gewählten Kontrollpunkte zueinander die Eigenschaften der Freiformgeometrien erheblich. Darüber hinaus ist in der Regel der Knotenvektor festzusetzen, sodass ebenfalls die Anzahl der Knotenparameter und deren Verteilung zu bestimmen ist (vgl. z.B. [Far93], [Ber05]

<sup>1</sup> Hierbei ist der genannte Sonderfall bei idealen Geometrien zu berücksichtigen.

oder [Sal11]). In diesem Zusammenhang sind ferner Eigenschaften, wie beispielsweise die Endpunkteinterpolation, festzulegen (vgl. z.B. [Yam88] oder [BB06]). Eine ausgeprägte spezifische lokale Modellierung wird erreicht, indem rationale Freiformgeometrien, wie z.B. rationale Bézierflächen oder NURBS, zum Einsatz kommen, was durch die erweiterte Anpassungsmöglichkeit, insbesondere bei komplexen Objekten, zu Vorteilen bei der Erzeugung der parallelen Geometrie führt. Dies hat allerdings zur Folge, dass für jeden der festzulegenden Kontrollpunkte ein separate Gewichtung durchzuführen ist (vgl. z.B. [PT97], [XZYY12], [Koc09] oder [Koc10]). Dabei ist dazu beachten, dass verschiedene Steuerungsgrößen vergleichbare Einflüsse auf die Freiformgeometrie aufweisen. So führt beispielsweise eine starke Gewichtung eines Kontrollpunktes zu einem ähnlichen Verhalten der Freiformgeometrie wie das zusätzliche Einfügen eines weiteren Kontrollpunktes in unmittelbarer Umgebung des betreffenden Kontrollpunktes, oder wie das bestimmte Manipulieren des Knotenvektors.

Um diese Vielzahl an Parametern zu bestimmen, ist ein effektiver und effizienter Ausgleichungsansatz zu wählen. Hierbei ist wichtig, eine passende Abstandsfunktion zu bestimmen, die zu minimieren ist: In diesem Zusammenhang wird allgemein zwischen der algebraischen Distanz sowie der geometrischen Distanz unterschieden (vgl. z.B. [Ahn04]). Im Kontext der Offsetkorrektur bedeutet eine Minimierung der algebraischen Distanz, dass beispielsweise die Abstandsminimierung der Freiformgeometrie zu den Messpunkten durch Betrachtung einer Koordinatenkomponente erfolgt. Bei der Minimierung der geometrischen Distanz wird hingegen der senkrechte Abstand zwischen der zu bestimmenden Freiformgeometrie und den taktil erfassten Messpunkten minimiert. Entsprechend wird die geometrische Distanz ferner als orthogonale Distanz bezeichnet (vgl. z.B. [Ahn04]). Obwohl bei der Abstandsm minimierung die algebraische Distanz häufig eingesetzt wird, da sie eine effiziente Berechnung ermöglicht (vgl. z.B. [Ahn04]), so ist sie ungeeignet für die Anwendung bei der Offsetkorrektur. Dies liegt beispielsweise daran, dass die Abstandsfunktion physikalisch schwer zu interpretieren ist und Modellparameter nicht invariant gegenüber Transformationen (vgl. z.B. [Ahn04]) und somit von der Definition des Koordinatensystems abhängig sind. Für die Modellierung von Freiformgeometrien wird daher als Abstandsfunktion zwingend die geometrische Distanz empfohlen. Weiter ist festzusetzen, welches Kriterium für die Distanzfunktion zu minimieren ist (vgl. Kapitel 5.3.1). Unter der Annahme, dass die taktil erfassten Messpunkte keinen groben Fehlern unterliegen, ist eine Schätzung mittels  $L_2$ -Norm geeignet. Werden hingegen gewisse Ausreißer erwartet, eignet sich eine  $L_1$ -Normschätzung. Eine Anpassung nach Tschebyscheff ( $L_\infty$ -Norm) wird für die Modellierung von Freiformgeometrien für die Offsetkorrektur nicht empfohlen, da hierbei einzelne taktil erfasste Messpunkte maximalen Einfluss zeigen. Zudem unterliegt wie in Kapitel 4 analysiert, die taktile Antastung verschiedenen Einflüssen, die zu unterschiedlichen Messunsicherheiten für die Messpunkte führen. Wurden hierzu Abschätzungen getroffen, oder stehe diese Informationen konkret zur Verfügung, so sind sie in dem stochastischen Modell der Ausgleichung abzubilden.

Wird darüber hinaus ein Objekt mittels taktilen Scanning erfasst, liegt typischerweise eine Vielzahl an Messpunkten vor, die in die Berechnung der Freiformgeometrie eingeht. Bei großen Objekten, die mit einer hohen Messrate erfasst werden, wird hierbei teilweise eine

Anzahl von mehreren Millionen Punkten erreicht. Wenngleich es für die dabei auftretenden dünnbesetzten Matrizen optimierte Verfahren gibt, so ist die Berechnung komplex und beansprucht eine große Rechenzeit (vgl. z.B. [Ahn04]).

Dieser Ansammlung an Schwierigkeiten wird durch die Entwicklung eines alternativen neuartigen Ansatzes zur Modellierung von Freiformgeometrien, der in Kapitel 6.2 vorgestellt und analysiert wird, begegnet.

## 6.2 Alternativer neuartiger Ansatz zur Modellierung

Im Unterschied zu den in Kapitel 6.1 vorgestellten Methoden zur Bestimmung der Freiformgeometrie wird im Folgenden ein alternativer neuartiger Ansatz zur Modellierung vorgestellt, der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. Anhand von Fallstudien (vgl. Kapitel 6.2.2) wird der praktische Einsatz evaluiert sowie abschließend die Vorzüge und Grenzen beurteilt (vgl. Kapitel 6.2.3).

### 6.2.1 Modellierungsansatz

Wie in Kapitel 6.1.2 beschrieben, existieren zwei Klassen an Freiformgeometrien, die einmal interpolierende und einmal approximierende Eigenschaften aufweisen. Diese Geometrien sind, nur für die Offsetkorrektur zu empfehlen, falls die Interpolation bzw. Approximation auf Basis zusätzlich bestimmter Kontrollpunkte  $Q_i$  erfolgt. Der neu entwickelte Modellierungsansatz verzichtet grundsätzlich auf solche zusätzlichen Kontrollpunkte, sondern nutzt hierzu die Information der bereits erfassten Messpunkte  $P_i$ . Dieser allgemeine Ansatz ist generell auf alle Freiformgeometrien übertragbar, die einen approximierenden Charakter aufweisen. Es macht dabei keinen Unterschied, ob es sich bei der Generierung um segmentierte parametrische oder parametrische Freiformgeometrien handelt. Es ist lediglich die mathematische Beschreibung der entsprechenden Geometrie anzupassen. Dieses Vorgehen wird im Folgenden an den beiden typischen Freiformgeometrien repräsentativ dargelegt.

Die ursprüngliche Bézierkurve in (6.1) wird mit dem alternativen Modellierungsansatz mit der Funktion  $C(t)$  (vgl. (6.6)) beschrieben. Abhängig von der Anzahl  $N$  der taktilen Messpunkte  $P_i$  definiert sich der Grad der Bézierkurve, der um eins niedriger ist als  $N$ . Somit ergeben sich meist sehr hohe Grade für die eingehenden Polynomfunktionen.

$$C(t) = C_0^{N-1}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} B_i^{N-1}(t) \cdot P_{i+1} \quad \text{mit} \quad C(t), P_i \in \mathbb{E}^3; t \in [0; 1] \quad (6.6)$$

Da die Grenzen der Summenfunktion in (6.6) mit  $i=0$  bzw. mit  $i=N-1$  definiert werden, sind aufgrund der abweichenden Indizes die Bernsteinpolynome in (6.2) anzupassen (vgl. (6.7)). Die Wirkungsweise der Polynome ist dadurch allerdings nicht beeinflusst. Ferner wird die Zählung der Messpunkte mit  $P_1$  bis  $P_N$  festgesetzt – alternativ wäre ebenfalls eine

Zählung beginnend mit  $P_0$  möglich, was lediglich zu einer geringfügigen Anpassung von  $C(t)$  führt.

$$B_i^{N-1}(t) = \binom{N-1}{i} t^i (1-t)^{N-(i+1)} \quad (6.7)$$

Ebenso lässt sich die B-Splinekurve aus (6.3) für den neuen Modellierungsansatz adaptieren. Es ergibt sich folgende alternative Beschreibung  $G(u)$  für die Freiformkurve (vgl. (6.8)). Hierbei agieren die Antastpunkte  $P_i$  als de-Boor-Punkte, wodurch deren Anzahl mit  $N$  festgesetzt wird. Weiterhin erfolgt die Zählung der Messpunkte von  $P_1$  bis  $P_N$ .

$$G(u) = \sum_{i=0}^{N-1} g_i(t_i) = \sum_{i=0}^{N-1} N_i^K(u) \cdot P_{i+1} \quad \text{mit} \quad G(u), g_i(t_i), P_i \in \mathbb{E}^3; \quad u, t_i \in [0; 1] \quad (6.8)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Grenzen der Summenfunktion sind ferner ebenfalls die Basisfunktionen aus (6.4) anzupassen (vgl. (6.9)).

$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1,0 & \text{für } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für } i = 0, \dots, N+K-1$$

$$N_i^j(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+j} - u_i} N_i^{j-1}(u) + \frac{u_{i+j+1} - u}{u_{i+j+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{j-1}(u)$$

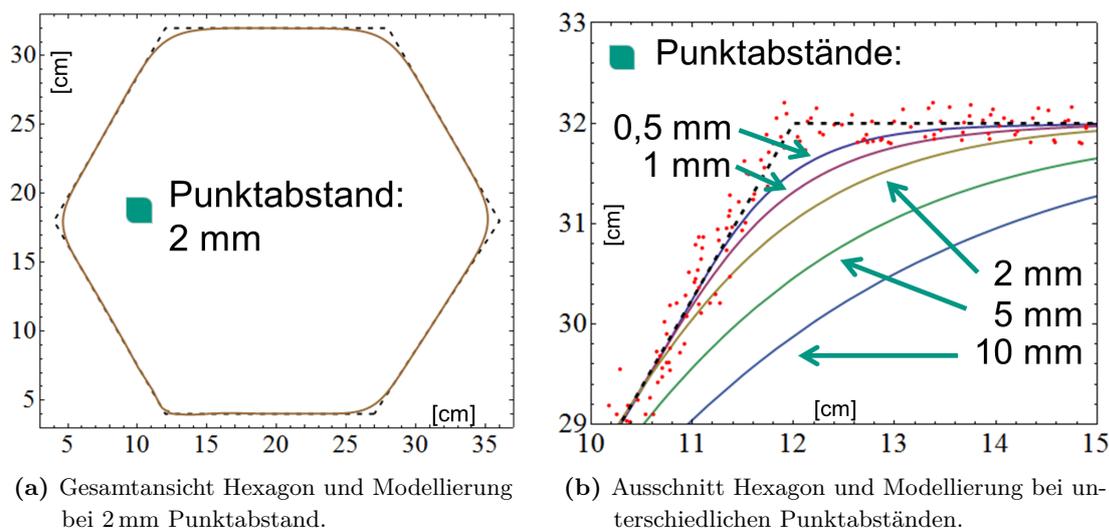
$$\text{für } \begin{cases} j = 1, \dots, N+K-1 \\ i = 0, \dots, N+K - (j+1) \end{cases} \quad (6.9)$$

Wie auch zuvor bei den Bernsteinpolynome werden durch die angepasste Indexierung die Eigenschaften der B-Splinefunktionen nicht beeinflusst. Weiterhin wird ebenfalls der bestimmende Grad  $K$  der B-Splinekurve individuell festgesetzt.

Wie exemplarisch an zwei typischen Freiformgeometrien gezeigt, ist der alternative Modellierungsansatz auf die weiteren approximierenden Kurven und Flächen übertragbar, sodass beispielsweise auch NURBS-Geometrien auf diese Weise darzustellen sind. Die wesentlichen Eigenschaften der neuen Methode werden mittels einer Fallstudie in Kapitel 6.2.2 und durch eine detaillierte Bewertung in Kapitel 6.2.3 verdeutlicht.

## 6.2.2 Evaluation mittels Fallstudie

Um die praktische Anwendbarkeit des in Kapitel 6.2 vorgestellten alternativen neuartigen Modellierungsansatzes zu demonstrieren, wird dieser mittels einer exemplarischen Fallstudie evaluiert. Diese Studie wird mittels Simulation durchgeführt, sodass eine wahre Soll-Geometrie bekannt ist und Einflussfaktoren bei der taktilen Antastung gezielt zu

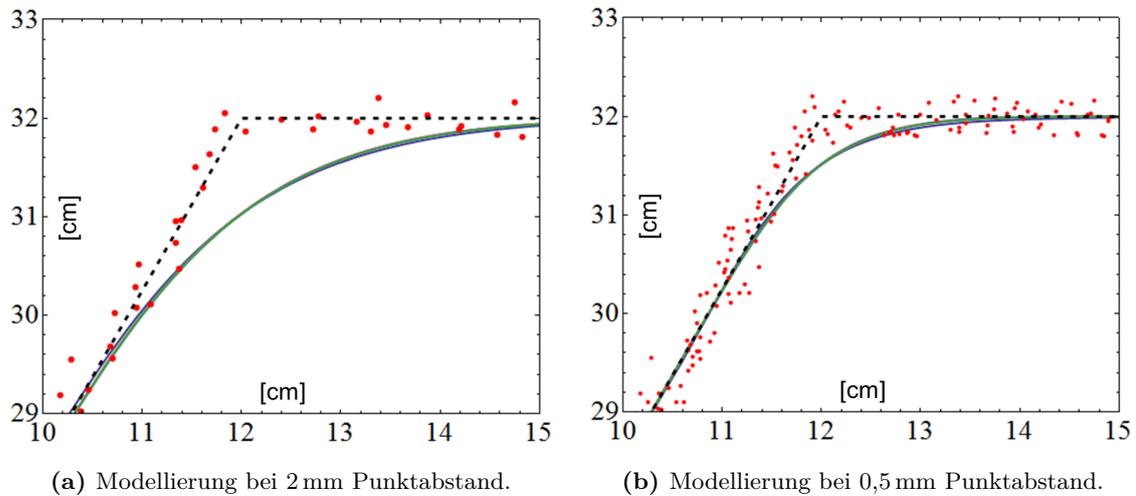


**Abbildung 6.5:** Darstellung des exemplarischen Hexagons und Modellierung der Objektgeometrie mittels Bézierkurven (alternativer Ansatz), bei unterschiedlichen Punktabständen sowie dem stochastischen Messanteil von  $3000\ \mu\text{m}$  ([Naa13]).<sup>1</sup>

steuern sind. Beispielsweise wirken so ebenfalls keine Fertigungstoleranzen, die bei der Herstellung eines realen Objekts zwangsläufig zu Gestaltabweichungen führen und lediglich durch größeren Aufwand mit einer übergeordneten Unsicherheit zu bestimmen sind. Allgemein stellen insbesondere ebene Flächen, scharfe Kanten oder Ecken eine besondere Herausforderung für die Modellierung mittels Freiformgeometrien dar und zeigen mitunter deutlich die Limitierungen eines Verfahrens bzw. die Grenzen eines Geometrietyps auf. Ebenso führen geschlossene Geometrien meist zu Schwierigkeiten in der Berechnung der Freiformgeometrie, da z.B. bezüglich der Objekt Oberfläche keine Normalenrichtung vorherrschend ist, sondern alle Raumrichtungen auftreten. Entsprechend wird für die Evaluation als Soll-Geometrie für die Simulation ein polygonaler Querschnitt in Form eines regelmäßigen Sechsecks (Hexagon) gewählt (vgl. Abbildung 6.5a, gestrichelte Linie), dessen Innenwinkel jeweils  $120^\circ$  und dessen Seitenlängen 15 cm betragen. Zur Generierung der Messpunkte wurde im Rahmen dieser Arbeit eine parametrische Darstellung entwickelt, die es ermöglicht, beliebige polygonale Querschnitte kontinuierlich zu beschreiben und diskrete Messdaten bei einem gewählten Punktabstand mit vorgegebenen stochastischen Messanteil zu erzeugen. Für die Evaluierung werden Punktabstände von 10 mm, 5 mm, 2 mm, 1 mm, sowie 0,5 mm, betrachtet bei jeweils einem stochastischen Messanteil (2D) von  $3000\ \mu\text{m}$ ,  $1000\ \mu\text{m}$ ,  $500\ \mu\text{m}$  und  $100\ \mu\text{m}$ .

Bei der Modellierung mittels Béziergeometrie unter Verwendung des alternativen Ansatzes zeigt sich deutlich der typische glatte Verlauf der Freiformgeometrie, und dass der Bereich der Ecken bzw. Kanten lediglich angenähert wird (vgl. Abbildung 6.5a). Ferner wird

<sup>1</sup> Die dargestellten Messpunkte (rot) sind exemplarisch für den Punktabstand von 0,5 mm bei einem stochastischen Messanteil von  $3000\ \mu\text{m}$ .

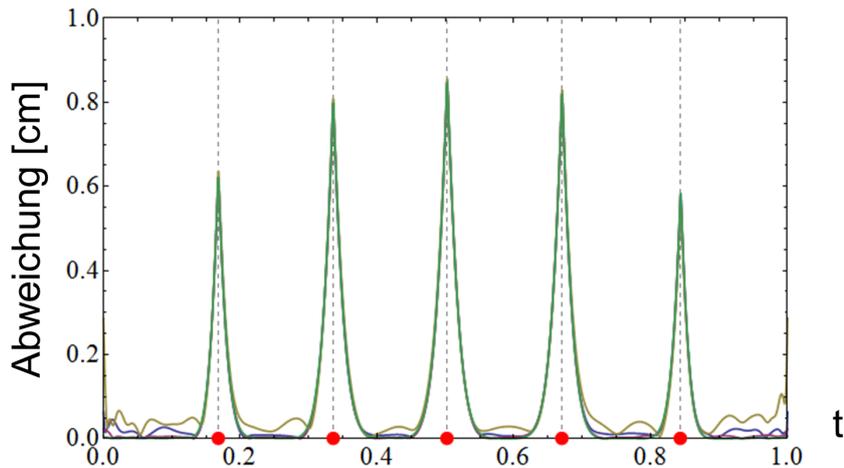


**Abbildung 6.6:** Modellierung der Objektgeometrie mittels Bézierkurven (alternativer Ansatz), bei konstanten Punktabständen sowie unterschiedlichen stochastischen Messanteilen von  $3000\ \mu\text{m}$ ,  $1000\ \mu\text{m}$ ,  $500\ \mu\text{m}$  und  $100\ \mu\text{m}$  ([Naa13]).<sup>1</sup>

sichtbar, dass mit zunehmender Punktdichte, die zu einer größeren Punktanzahl  $N$  sowie einem entsprechend höheren Grad  $n$  der Bézierkurve führt, unmittelbar eine bessere Approximation der Soll-Geometrie resultiert (vgl. Abbildung 6.5b). Darüber hinaus bleibt die Auswirkung des stochastischen Messanteils auf die Modellierung der Bézierkurve annähernd aus, obwohl sich dieser in (6.6) über die eingehenden Messpunkte  $P_i$  direkt abbildet. Dies zeigt sich beispielsweise daran, dass in Abbildung 6.6 die verschiedenen Modellierungsvarianten bei festem Punktabstand nahezu deckungsgleich sind, wengleich sich der stochastische Messanteil um bis zu Faktor 30 unterscheidet.

Da die Fallstudie auf Basis einer Simulation erfolgt, besteht weiterhin die Möglichkeit einen Analyse mittels Soll-Ist-Vergleich bzw. Differenzen durchzuführen. Hierzu ist ein eindeutiger Bezug zwischen den beiden Geometrien notwendig. Die entwickelte parametrische Beschreibung der polygonalen Soll-Geometrie ist, sowie die Freiformkurven, von einem Parameter abhängig, der im Intervall null bis eins definiert wird, sodass die Abweichung direkt über  $t$  zu ermitteln ist. Die offenbar auftretenden Geschwindigkeitsunterschiede, also die Kurvenlänge bezüglich  $t$ , der Geometrien sind hierbei zu vernachlässigen, da sie symmetrisch vorkommen. Bei der Analyse der daraus berechneten Differenzfunktion bestätigen sich, dass der stochastische Messanteils sich lediglich geringfügig auf die Modellierung der Bézierkurve auswirkt, was daran erkennbar ist, dass die entsprechenden Abweichungen nahezu deckungsgleich sind (vgl. Abbildung 6.7). Ebenso zeigt sich in der Differenzfunktion die Glattheit

<sup>1</sup> Die Messpunkte (rot) sind jeweils exemplarisch für den stochastischen Messanteil von  $3000\ \mu\text{m}$  dargestellt. Aufgrund der Kurveneigenschaften sind die modellierten Freiformgeometrien visuell nahezu deckungsgleich.



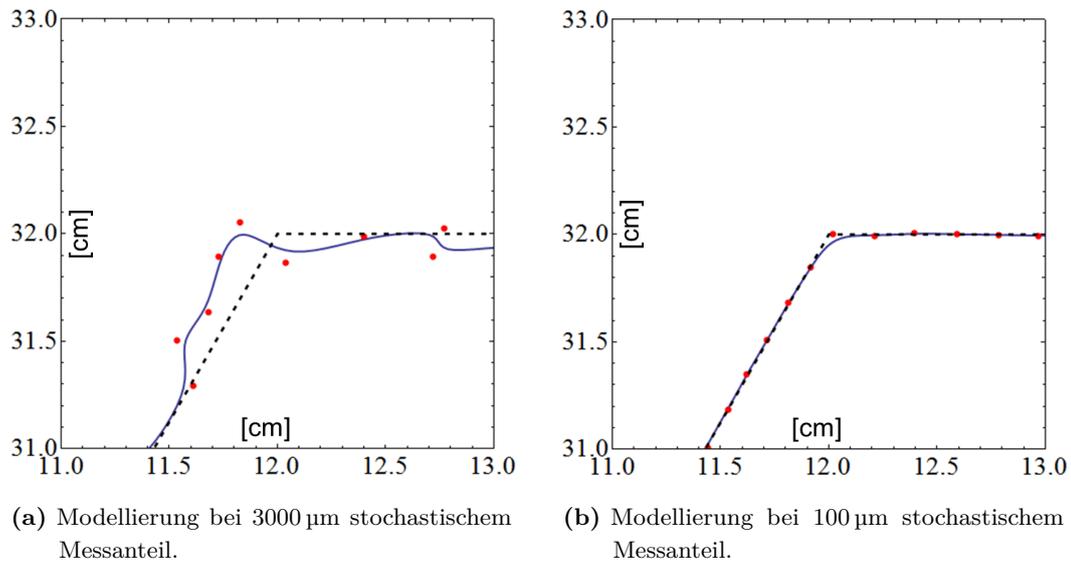
**Abbildung 6.7:** Differenzfunktionen zwischen Soll-Geometrie und modellierten Bézierkurven bei festem Punktabstand von 2 mm und unterschiedlichen stochastischen Messanteilen von 3000  $\mu\text{m}$ , 1000  $\mu\text{m}$ , 500  $\mu\text{m}$  und 100  $\mu\text{m}$  ([Naa12]).

der Bézierkurve, da im Bereich der Knicke die Abweichungen deutlich dominieren (vgl. Abbildung 6.7, rote Punktmarkierung).

Bei der Modellierung der simulierten Messpunkte mittels B-Splinekurve und Verwendung des alternativen Ansatzes, wie er in Kapitel 6.2.1 bzw. (6.8) und (6.9) erläutert ist, zeigt sich z.B. der Charakter der lokalen Modellierbarkeit als typische Eigenschaft der Freiformgeometrie. Für die Evaluation ist der Grad  $K=3$  gewählt, sodass es sich um eine kubische B-Splineapproximation handelt. Da die Splinefunktionen (vgl. Abbildung 6.3b) lediglich lokal wirken, beeinflusst im Unterschied zu den Bézierkurven der stochastische Messanteil, der über die Messpunkte  $P_i$  in (6.9) abgebildet wird, signifikant die Modellierung (vgl. Abbildung 6.8a). Erst bei dem geringen Anteil von 100  $\mu\text{m}$  zeigt sich eine geeignete Approximation, die darüber hinaus im Vergleich zur Béziergeometrie bessere Eigenschaften im Bereich der Knicke aufweist (vgl. Abbildung 6.8b). Bei einem hohen Messrauschen kombiniert mit einem geringen Punktabstand führt die Modellierung der B-Splinegeometrien mit dem alternativen Ansatz lediglich dann zu einem geeigneteren Resultat, falls gleichzeitig ein höherer Grad für  $K$  gewählt wird. Dies begründet sich darin, dass mit zunehmendem  $K$  ebenfalls die Glattheit der B-Splinegeometrien größer wird und entsprechend die Auswirkung des stochastischen Messanteils bei der Modellierung reduziert wird.

### 6.2.3 Beurteilung

Mit dem alternativen Modellierungsansatz, wie er in Kapitel 6.2.1 erläutert ist, besteht eine neuartige Methode, die vielfältige Einsatzmöglichkeiten bei der Approximation der erfassten Messpunkte erlaubt. Wie in (6.6) bis (6.9) exemplarisch aufgeführt, lässt sich dieser Ansatz grundsätzlich auf alle Freiformgeometrien mit approximierendem Charakter



**Abbildung 6.8:** Modellierung der Objektgeometrie mittels kubischer B-Splinekurve (alternativer Ansatz), bei einem Punktabstand von 2 mm ([Naa13]).

übertragen. Deutlich zeigt sich der Vorteil bei der Festlegung der Kontrollpunkte, denn weder die Anzahl noch deren Lage ist zu bestimmen. Somit sind durch die alternative Methode bereits wesentliche Faktoren mit der Wahl des Typs der Freiformgeometrie festgelegt. Bei der Modellierung mittels Béziergeometrie wird ferner, wie in Kapitel 6.2.1 gezeigt, der Grad der Freiformkurve dynamisch mit den eingehenden Messpunkten  $P_i$  bestimmt. Dies führt dazu, dass selbst bei einem kleinen  $N$  die Glattheit der Freiformgeometrie gewährleistet ist.

Bei der Modellierung mit B-Splinegeometrien ist hingegen klassisch der Grad  $K$  individuell festzusetzen (vgl. Kapitel 6.1.2). Bei der Evaluierung an der polygonalen Geometrie (vgl. Kapitel 6.2.2) zeigt sich anschaulich die Auswirkung des geringen Grads bei der kubischen B-Splinekurve und der taktilen Antastungen mit hohem stochastischem Messanteil. Hier führen allgemein Splinefunktionen mit höherem Grad zu einer besseren Approximation der Soll-Geometrie. Dabei wird grundsätzlich die Eigenschaft deutlich, dass der Grad  $K$  als „Glättungsfaktor“ wirkt und mit zunehmendem  $K$  generell der geometrische Abstand zwischen Messpunkten und modellierter Freiformgeometrie größer wird. Ein weiterer Vorteil der Verwendung des alternativen Ansatzes liegt beispielsweise bei nicht-uniformen Freiformgeometrien. So lassen sich die Knotenparameter des Knotenvektors, der bei segmentierten parametrischen Beschreibungen einen wesentlichen Bestandteil darstellt, gleichermaßen wie mittels Kontrollpunkte durch die Kopplung mit den erfassten Messpunkten in Anzahl und Verteilung definieren, um z.B. eine individualisierte Modellierungen zu erreichen.

Eine zusätzliche Möglichkeit, mit der alternativen Methode die Eigenschaften der Freiformgeometrien zu beeinflussen, ist das Hinzufügen von virtuellen Messpunkten, um beispielsweise eine Endpunkteinterpolation zu erreichen. Dies führt allerdings bei einer reinen Vervielfäl-

tigung von bestehenden Messpunkten zu einer Startpunktabhängigkeit der Freiformgeometrie (vgl. [Naa13]), da entsprechend die Geometrie zwingend durch einen Messpunkt, trotz stochastischen Messanteils, verläuft. Eine Schwierigkeit für die direkte Verwendung des alternativen Ansatzes entsteht mitunter, falls der Messpunktabstand kleiner als der vorliegende stochastisch Messanteil ist. Hierbei ist die räumliche Reihenfolge, die beispielsweise bei dem taktilen Scanning festgelegt wird, nicht mehr gewährleistet, was direkt in den erfassten Messdaten aufgrund ihrer chronologischen Ordnung festzustellen ist. Infolgedessen wäre die räumliche Reihenfolge mittels vorausgehender Sortierung herzustellen, was hingegen bei einem gebräuchlichen Ansatz nicht notwendig ist. Allerdings sind beispielsweise, wie in Kapitel 6.2.2 analysiert, Béziergeometrie im Vergleich zu B-Splinegeometrien mit geringen Grad  $K$  gegen diesen Einfluss robust. Ferner ist dieser Schwierigkeit mittels Filterfunktion während der Antastung zu begegnen, sodass direkt ein idealer Messpunktabstand bzw. eine geeignete räumliche Reihenfolge der Messpunkte für die Modellierung vorliegt.

Grundsätzlich ist es durch den alternativen Ansatz ebenfalls möglich, den stochastischen Messanteil der taktilen Antastungen, vergleichbar mit dem stochastischen Modell bei der klassischen Methode, während der Modellierung zu berücksichtigen. Da jeder Messpunkt selbst Bestandteil der parametrischen Beschreibung der Freiformgeometrie ist, lässt sich jedem Punkt jeweils ein einzelner Gewichtungsfaktor zuweisen, der sich beispielsweise aus der normierten reziproken Messunsicherheit des jeweiligen Antastpunktes ableitet. Die spezielle Gewichtung aufgrund des stochastischen Messanteils führt allgemein zu rationalen Freiformgeometrien und ist z.B. ebenfalls bei den klassischen rationalen Bézier- oder NURBS-Geometrien anwendbar.

Da in der Regel die Freiformgeometrie mit dem alternativen Ansatz mit einer Vielzahl an Messpunkten gebildet wird, führt dies mitunter zu hohen Polynomgraden bei der Generierung der Geometrie. Allerdings sind hierbei beispielsweise die Bernsteinpolynome oder B-Splinefunktion (vgl. (6.7) bzw. (6.8)) allgemein unabhängig von der Lage der Messpunkte, sodass z.B. die Koeffizienten im Vorfeld einmalig bestimmbar sind, um sie folgend bei der Modellierung effizient mithilfe einer Lookup-Tabelle abzurufen. Ferner relativiert sich der rechentechnische Aufwand der alternativen Methode bei dem Vergleich mit dem klassischen Ansatz: Jeder taktile Messpunkt stellt eine Beobachtung dar, für die der geometrische Abstand zur ermittelnden Freiformgeometrie zu bestimmen ist, um diese anschließend mittels geeigneter Norm zu minimieren (vgl. Kapitel 6.1.3). Allgemein ließe sich allerdings der Aufwand beispielsweise durch die Generierung einer Teilmenge der Messpunkte durch die Anwendung von räumlichen Filtern reduzieren, wobei in diesem Zusammenhang die sich ändernde Unsicherheit zu berücksichtigen ist.

Für die Weiterverarbeitung der Freiformgeometrien spielt ebenso der Speicherbedarf eine gewisse Rolle. Hier zeigt sich, dass die reinen Freiformgeometrien mit dem alternativen Ansatz typischerweise einen größeren Speicherplatz im Vergleich zur klassischen Methode beanspruchen. Grundsätzlich lässt sich allerdings jede Freiformgeometrie mit den etablierten Verfahren generalisieren, um eventuell Kapazitäten einzusparen (vgl. z.B. [Sed11]). Bei ganzheitlicher Betrachtung ergibt sich dagegen ein anderes Bild. Ist zusätzlich zu den

erfassten Messdaten ebenfalls die berechnete Freiformgeometrie zu speichern, so führt bei der klassischen Methode das zusätzliche Festsetzen der Kontrollpunkte  $Q_i$  sogar zu einem erhöhten Speicherbedarf im Vergleich zu dem alternativen neuartigen Ansatz.

## 6.3 Ableitung der Objektgeometrie

In Kapitel 6.1 und Kapitel 6.2 sind Varianten beschrieben, wie eine Modellierung durch die taktil erfassten Messpunkte durchführbar ist. Da allgemein die eigentliche Objektoberfläche von Interesse ist, gilt es nun, die Objektgeometrie aus der bisherigen Modellierung abzuleiten.

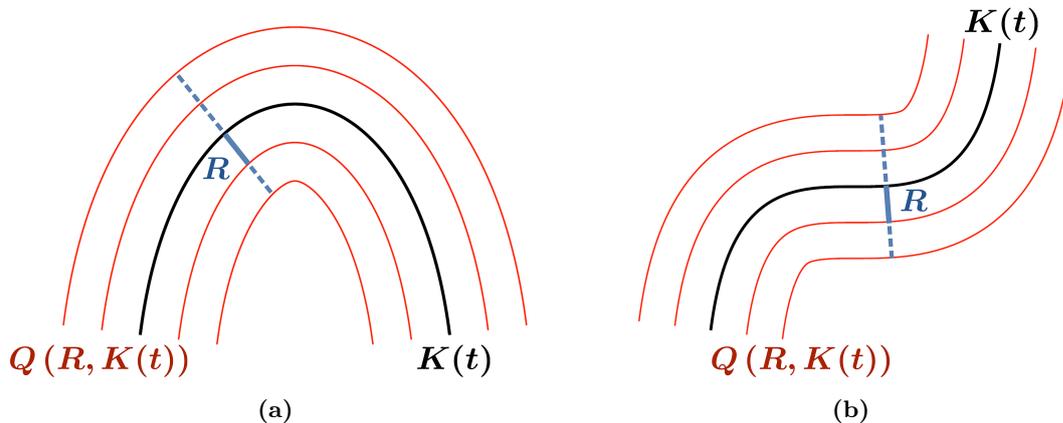
### 6.3.1 Berechnung von Parallelgeometrien

Beim taktilen Antasten mit einem Kugeltaster oder Kugelreflektor befinden sich die Positionen der Messpunkte unter gleichbleibenden Bedingungen (vgl. Kapitel 4) immer in einem konstanten Abstand zur Objektoberfläche. Ferner liegt infolge der geometrischen Modellierung mit Freiformgeometrien, anstatt einzelner diskreter Punkte, eine kontinuierliche, parametrische Beschreibung einer parallelen Geometrie vor, die indirekt die eigentliche Objektoberfläche repräsentiert. Aufgrund dieser parametrischen Beschreibung ist es möglich, in jedem Geometriepunkt den Normalenvektor zu berechnen und damit ebenfalls für jeden Messpunkt, mithilfe des entsprechenden Lotfußpunktes auf der Freiformgeometrie, die Richtung zum Ist-Berührungspunkt zu approximieren. Darüber hinaus ist es zusammen mit dem angenommenen Radius möglich, die Parallelgeometrie bzw. Offsetgeometrie zu berechnen und damit die gesuchte Oberfläche abzuleiten.

Im Folgenden sei dieser Zusammenhang an einer beliebigen ebenen Kurve  $K(t) = (x(t), y(t))$  veranschaulicht (vgl. [Sed11]). Einer der zwei Normalenvektoren der Kurve im Punkt  $K(t)$  ist  $(y'(t), -x'(t))$  und liegt auf der rechten Seite beim Durchlaufen der Kurve bei steigendem Parameterwert. Er stellt damit den äußeren Normalenvektor dar (vgl. [Fur04]). Für die Offsetkorrektion und das Anbringen des Kugelradius  $R$  ist es notwendig den Normalenvektor mit der Länge zu normieren und den Normaleneinheitsvektor zu bilden. Die Parallelgeometrie  $Q(R, K(t))$  lässt sich nach [Sed11] berechnen (vgl. (6.10)).

$$Q(R, K(t)) = K(t) + R \cdot \frac{(y'(t), -x'(t))}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}} \quad (6.10)$$

Nach (6.10) ist es somit möglich, für Kugelreflektoren bzw. Kugeltaster in Abhängigkeit von ihrem Radius die Offsetkorrektion durchzuführen. Dieser Zusammenhang ist ferner in Abbildung 6.9 an zwei exemplarischen Kurven veranschaulicht. Ausgehend von der Freiformgeometrie  $K(t)$  (schwarz) durch die Messpunkte werden verschiedene abgeleitete Objektoberflächen durch  $Q(R, K(t))$  (rot) dargestellt, die, abhängig vom Radius des Messmittels,



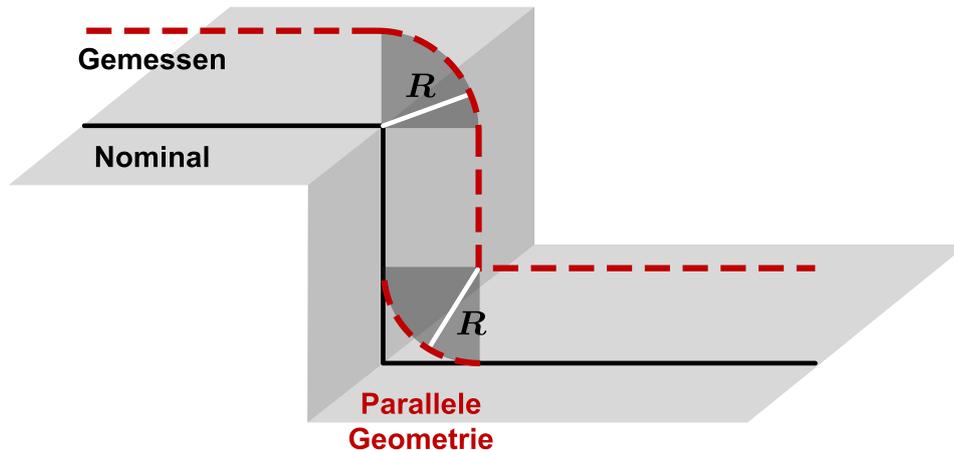
**Abbildung 6.9:** Darstellung von exemplarischen Parallelgeometrien  $Q(R, K(t))$  (rot) (vgl. (6.10)) ausgehend von einer ebenen Kurve  $K(t)$  (schwarz) sowie mit dem Kugelradius  $R$  (nach [Sed11]).

als Ist-Oberfläche angenommen werden. Weitere Eigenschaften und Besonderheiten der Parallelgeometrie sind in Kapitel 6.3.2 sowie in Kapitel 6.3.3 näher beschrieben.

### 6.3.2 Artefakte bei parallelen Geometrien

Bei dem taktilen Messen oder Ableiten der parallelen Geometrie treten Artefakte auf, die im Folgenden näher untersucht werden. Bei genauerer Betrachtung wird während des kompletten Vorgangs zwischen dem taktilen Erfassen der Oberfläche und dem Berechnen der Objektgeometrie, ausgehend von den Messpunkten mit anschließender Offsetkorrektur, zweimal eine parallele Geometrie beschrieben. Die hierbei auftretenden Artefakte werden an dem anschaulichen Beispiel einer Innen- und Außenkante erläutert (vgl. Abbildung 6.10).

Bei dem taktilen Messen einer nominalen Geometrie wird durch das Entlangführen oder das punktuelle Antasten mit der Kugel mechanisch eine parallele Geometrie beschrieben, die durch die erfassten Messpunkte repräsentiert wird. Wird nun eine rechtwinklige Außenkante abgefahren, beschreibt die Lage der Messpunkte hingegen einen Kreisbogen mit dem Öffnungswinkel von  $90^\circ$  und dem Radius  $R$ , der dem Kugelradius entspricht. Wird hingegen eine rechtwinklige Innenkante abgefahren, zeigt der Verlauf der Messpunkte ebenfalls einen rechten Winkel. Ist die geometrische Modellierung der mechanisch bedingten Parallelgeometrie auf Basis der Messpunkte abgeschlossen, erfolgt anschließend die Offsetkorrektur. Ausgehend von der kontinuierlichen Beschreibung der gemessenen Werte wird, wie in Kapitel 6.3.1 beschrieben, die Objektoberfläche abgeleitet. Es wird folglich eine zweite parallele Geometrie mathematisch beschrieben. Unter idealen Bedingungen wird die Außenkante exakt ermittelt, wobei die Innenkante mit dem Kugelradius abgerundet wird (vgl. Abbildung 6.10). Es ist zu beachten, dass diese Artefakte auftreten, selbst falls keinerlei Gestaltabweichungen dem Objekt zugrunde liegen und eine ideale Geometrie angenommen wird.



**Abbildung 6.10:** Schematische Darstellung der Situation an Kanten bei der Erfassung und Erzeugung von Parallelgeometrien mit dem Kugelradius  $R$ .

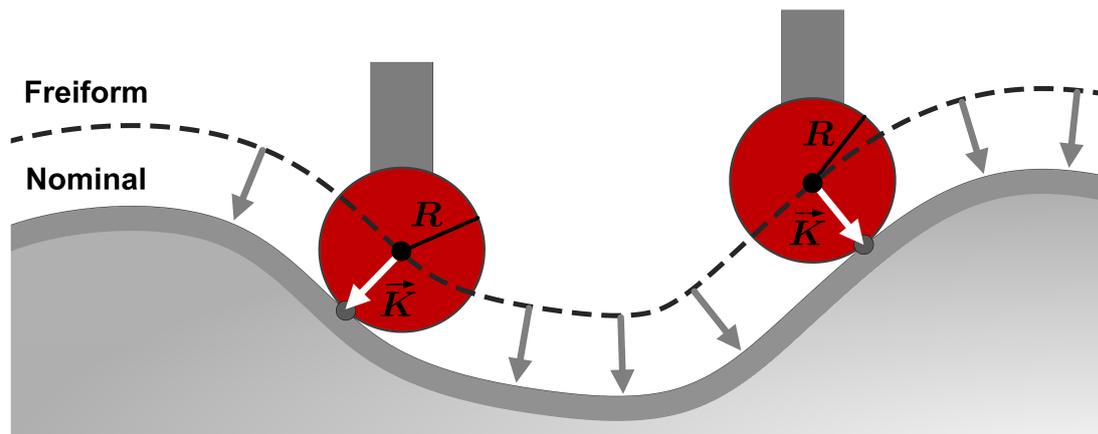
Die Schwierigkeit, die sich bei der Innenkante ergibt, ist, dass, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, ebenfalls eine mechanische Filterung erfolgt und so bereits bei der taktilen Erfassung der Oberfläche Objektinformationen verloren gehen. Eine weitere Eigenschaft zeigt sich bei dem Vergleich der beiden Weglängen der Geometrien. An der Außenkante ist die gemessene Strecke um  $\frac{\pi}{2} \cdot R$  länger, wohingegen die gemessene Strecke an der Innenkante um  $2R$  kürzer als die eigentliche abgefahrte Objektgeometrie ist. Dies bedeutet, dass die Außenkante aus einer Vielzahl von Messpunkten abgeleitet wird, wogegen die Innenkante aus sehr wenigen Messpunkten (theoretisch ein einzelner Messpunkt) zu generieren ist, was sich auf die Unsicherheit lokal auswirkt (vgl. Kapitel 6.3.3).

Dieser Zusammenhang lässt sich auf allgemeine Kurvengeometrien übertragen: Bei einem beliebig gekrümmten Oberflächenprofil, bei dem die Grenzwellenlänge eingehalten ist (vgl. Kapitel 2.3.2), berechnet sich die Streckendifferenz  $\Delta_L$  für den Bereich einer gleichmäßigen Krümmung nach

$$\Delta_L = b_M \cdot \kappa \cdot R. \quad (6.11)$$

Hierbei ist in (6.11)  $b_M$  das Bogenmaß für den Bereich der gleichmäßigen Krümmung  $\kappa$ , während  $R$  der Kugelradius ist. Liegt nun das Zentrum des Krümmungskreises innerhalb des Objekts bzw. in Richtung des Objektes (negative Normalenrichtung), so ist  $\Delta_L$  positiv; falls das Zentrum des Krümmungskreises außerhalb bzw. weg vom Objekt liegt (positive Normalenrichtung), ist die Streckendifferenz negativ.<sup>1</sup> Wird eine Oberfläche mit einem gleichbleibenden Messpunktabstand erfasst, z.B. indem beim taktilen Scanning eine bestimmte Punktdistanz vorausgewählt wird, und liegen alle Messpunkte mit derselben Genauigkeit vor, ergeben sich unterschiedliche lokale Unsicherheiten für die abgeleitete Oberflächengeometrie.

<sup>1</sup> Die Definition der positiven bzw. negativen Normalenrichtung erfolgt in Kapitel 2.4.2.



**Abbildung 6.11:** Schematische Darstellung der punktuellen Ableitung der Objektgeometrie mithilfe des Radius  $R$  bzw. des Korrekturvektors.

Da Erhebungen (z.B. Wellenberge) auf einer Oberfläche im Vergleich zu Vertiefungen (z.B. Wellentäler) unweigerlich mit mehr Messpunkten erfasst werden, nehmen allgemein die erzielten Unsicherheiten für die berechnete Objektoberfläche im Bereich von Erhebungen gegenüber denen mit Vertiefungen kleinere Werte an.

### 6.3.3 Beurteilung

Wie in Kapitel 6.3.1 erläutert, ist es durch die kontinuierliche parametrische Beschreibung auf Grundlage der Messpunkte möglich, jedem gemessenen Wert mithilfe seines Lotfußpunktes einen repräsentativen Normalenvektor zuzuordnen. Dies wird selbst dann erreicht, falls keine A-priori-Geometrieinformationen vorhanden sind und hat zusätzlich den Vorteil, dass vorliegende Gestaltabweichungen direkt modelliert werden. Auf Basis dieser Berechnungen sind, zusätzlich zu dem in Kapitel 6.3.1 beschriebenen Verfahren der Ableitung einer geschlossenen parallelen Geometrie, grundsätzlich zwei weitere Arten der Offsetkorrekturen realisierbar, falls beispielsweise für die weitere Prozessierung lediglich einzelne Punkte – mit kompensiertem Kugelradius – notwendig sind.

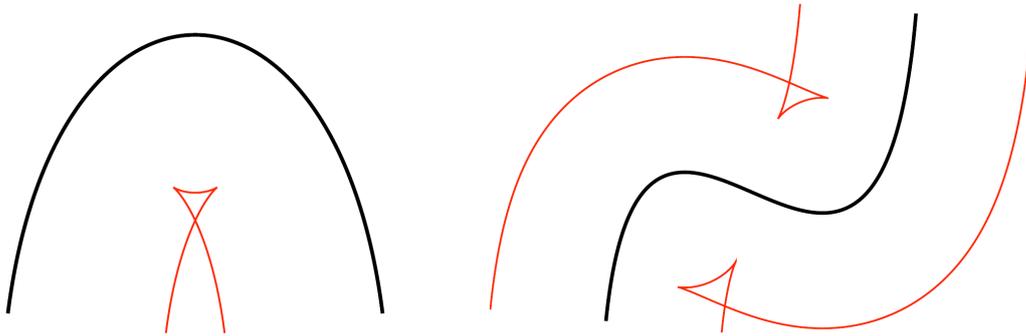
Diese beiden Methoden basieren darauf, den Lotfußpunkt eines Messpunktes auf der berechneten Freiformgeometrie zu nutzen. Dieser Punkt auf der Freiformgeometrie besitzt den kürzesten euklidischen Abstand zum gewählten Messpunkt, der aufgrund stochastischer Einflüsse selbst nicht Bestandteil der berechneten Geometrie ist. Die Bestimmung des Lotfußpunktes erfolgt hierbei beispielsweise mit der Hausdorff-Metrik, welche die maximale Distanz zwischen zwei Teilmengen bestimmt (vgl. z.B. [Sed11]), oder durch Einsetzen des Messpunktes in (6.10) und Bestimmung von  $t$  bzw.  $R$ , wobei in diesem Zusammenhang  $R$  den Ist-Abstand zwischen Messpunkt und Freiformgeometrie repräsentiert, der zu minimieren ist. Da jeder Lotfußpunkt selbst auf der parametrischen Freiformgeometrie liegt, ist der jeweilige Normalenvektor in einem solchen Punkt direkt bestimmbar und wird dem

entsprechenden Messpunkt zugeordnet. Somit liegt für jeden gemessenen Wert eine repräsentative Normalenrichtung vor.

Der Unterschied der beiden genannten weiteren Methoden zur Offsetkorrektur besteht nun darin, ob zum Anbringen des Kugelradius der Ortsvektor des Lotfußpunktes oder der des Messpunktes gewählt wird. Bei der Wahl des Messpunktes wirkt sich das Messrauschen unvermindert auf die Lage des korrigierten Messpunktes aus; wird hingegen der Kugelradius ausgehend vom Lotfußpunkt mit der bestimmten Normalenrichtung korrigiert (vgl. Abbildung 6.11), reduziert sich die Wirkung des stochastischen Anteils und die korrigierten Messpunkte zeigen einen gleichmäßigeren Verlauf. Hierbei stellt die letztere Methode eine Diskretisierung der in Kapitel 6.3.1 erläuterten parallelen Geometrie dar, wobei die Anzahl und die Verteilung der diskreten Punkte auf der abgeleiteten Objektgeometrie der erfassten Messpunkte entspricht. Grundsätzlich ist allerdings einmalig im Vorfeld die Richtung des positiven bzw. negativen Normalenvektors zu definieren (vgl. Kapitel 2.4.2) – unabhängig ob eine geschlossene parallele Geometrie abgeleitet wird oder ob aufgelöste Punkte aus dem Punkteverband separat korrigiert werden. Selbst bei der Erfassung einer geschlossenen Geometrie ist es typischerweise rein aus den Messdaten nicht eindeutig, in welcher Richtung der Punktvolke die gesuchte Objektoberfläche lag.

Ein wichtiger Faktor bei dem Erfassen von parallelen Geometrien oder dem Ableiten von Objektgeometrien liegt darin, dass sich allgemein bei dem jeweiligen Vorgang der Geometriotyp und die damit verbundenen Eigenschaften, wie beispielsweise die  $C^k$ -Stetigkeit, ändern (vgl. z.B. [Sed11]). Eine Ausnahme wäre beispielsweise eine ideale Kugel: Die Parallelgeometrie einer Kugel ist erneut eine Kugel – aufgrund von Gestaltabweichungen existiert real eine solche Form allerdings nur genähert. Entsprechend ist die Änderung des Geometrietyps bei realen Objekten bzw. bei der taktile Antastung allgegenwärtig, da eine angenommene Soll-Geometrie durch Gestaltabweichungen und ggf. durch die Wahl der Modellierung der Messpunkte bereits eine Änderung des Geometrietyps erfährt. Eine theoretisch planare Fläche – z.B. eine Ebene im CAD-Modell – wird beispielsweise aufgrund von systematischen Abweichungen zu einer Freiformgeometrie mit der entsprechend größeren Anzahl an Parametern und unterschiedlichen Eigenschaften. Dagegen ist die Änderung des Geometrietyps bei der Betrachtung von separaten Punkten, die zur Korrektur aus dem Verband gelöst werden, zu vernachlässigen. Ein anderes Bild ergibt sich bei der Erzeugung von Parallelgeometrien (vgl. Kapitel 6.3.1). Die genannte Typenänderung zeigt sich deutlich in (6.10) an dem additiven Term und den darin enthaltenen Differential- bzw. Potenzfunktionen. Insbesondere die Quadratwurzel mit der Folge von reellen Termen stellt eine Schwierigkeit dar, da in der Regel Freiformgeometrien als Summe von rationalen Funktionen definiert sind (vgl. Kapitel 6.1.2). Grafisch anschaulich wird die Änderung der Geometrietyps bei parallelen Geometrien exemplarisch beim Betrachten der Außenkante in Abbildung 6.10.

Rein mathematisch ist die abgeleitete Geometrie nach (6.10) eine exakte Beschreibung der parallelen Geometrie; die Weiterverarbeitung oder Speicherung der so erzeugten Oberflächensinformation wird allerdings typischerweise in einem allgemeinen CAD-Modell nicht unterstützt. Eine Möglichkeit dem zu begegnen, ist die Approximation der abgeleiteten Geometrie



**Abbildung 6.12:** Exemplarische Darstellungen von irrationalen abgeleiteten Objektgeometrien ([Sed11]).

mit einer gewünschten Freiformgeometrie ähnlich wie in Kapitel 6.1.2, mit dem Unterschied, dass statt einzelner Messpunkte nun eine kontinuierliche, parametrische Beschreibung zu Grunde liegt. Eine Alternative stellt die Verwendung der Pythagoreische-Hodograph-Kurven (PH-Kurven) dar, die konzipiert sind, dass  $\sqrt{(x'(t)^2 + y'(t)^2)}$  in (6.10) eine rationale Funktion darstellt (vgl. [Far08]). Diese speziellen Geometrien zeigen infolgedessen einen signifikanten Vorteil bei der Approximation von taktilen Messdaten bzw. bei der Generierung von parallelen Geometrien.

Darüber hinaus liegen, wie in Kapitel 6.3.2 dargestellt, in verschiedenen Bereichen der Gestaltabweichung oder bei Oberflächenunvollkommenheiten unterschiedliche lokale Punktverteilungen vor, die allgemein bei Wellentälern oder Vertiefungen zu einer Vergrößerung und bei Wellenbergen oder Buckeln zu einer Verkleinerung der Unsicherheit führen. Bei dem Abfahren eines idealen Oberflächenprofils einer rechtwinkligen, abgerundeten Außenkante mit dem Radius der Rundung von einem Millimeter ergibt sich nach (6.11) beispielsweise bei einem 1,5"-Kugelreflektor eine Wegdifferenz von rund 30 mm und selbst bei einem Kugeltaster mit  $r_T = 1,5$  mm beträgt sie rund 2,4 mm. Dies bedeutet, dass im Fall des SMRs die gemessenen Kugelmittelpunkte im Vergleich zur Rundung der Objektoberfläche eine rund 20-fache und bei dem Kugeltaster eine rund 2,5-fache Wegstrecke beschreiben. Bei einer äquidistanten Punktregistrierung entsprechen diese Faktoren gleichzeitig der Zunahme der Messpunktanzahl an einer Außenkante in Bezug zu einer idealen Ebene, was sich auf die Unsicherheit lokal auswirkt.

Das Ableiten einer Objektgeometrie ist zusätzlich zur reinen Generierung der Ist-Oberflächen darüber hinaus nutzbar als Kontrollinstanz bzw. Steuerparameter für die geometrische Modellierung der Freiformgeometrie. Wird in (6.10) für  $K(t)$  die Krümmung  $\kappa = \frac{1}{R}$  direkt erreicht, tritt eine Spitze in der abgeleiteten Objektgeometrie auf, in der sich gleichzeitig die Vektorrichtung umkehrt (vgl. z.B. ([Sed11])). Wird hingegen die Krümmung  $\kappa = \frac{1}{R}$  unterschritten, führt dies dazu, dass in diesen Bereichen der abgeleiteten Objektgeometrie Überschneidungen auftreten (vgl. Abbildung 6.12), was zu einem direkten Widerspruch mit

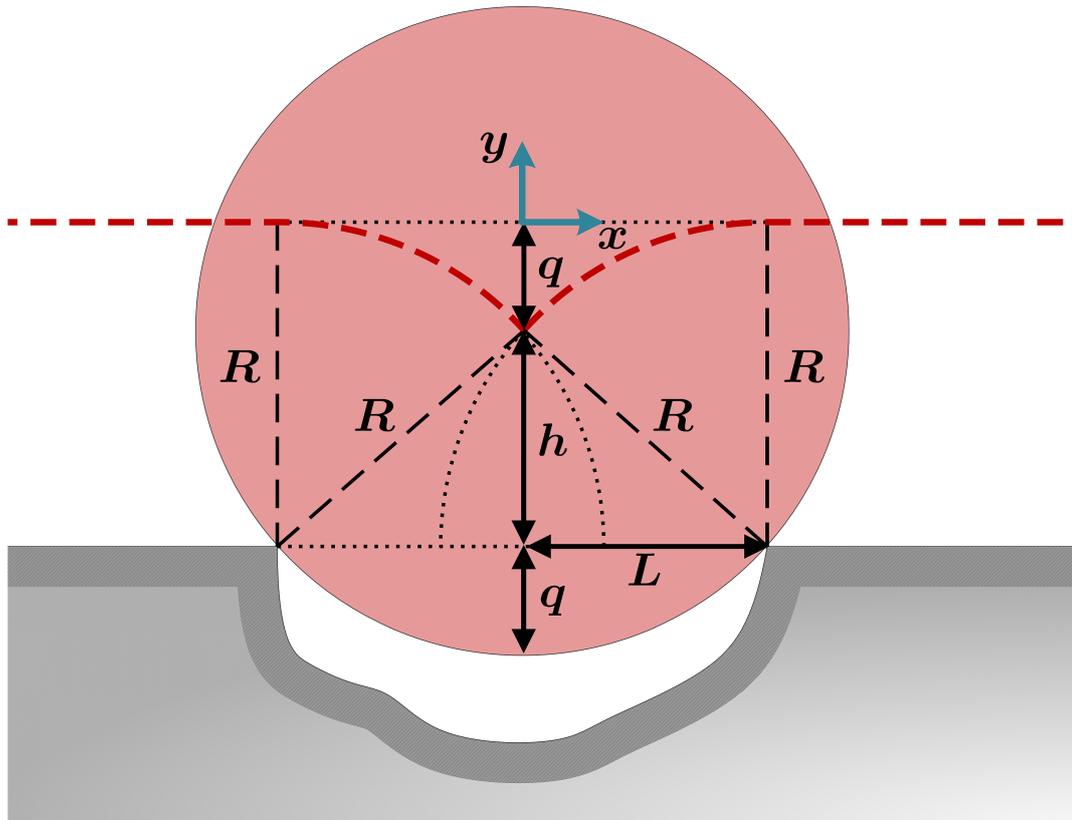
einer realen Oberfläche führt und somit einen groben Mess- oder Modellierungsfehler aufzeigt. Diese Erkenntnis lässt sich weiter als Voraussetzung für die Freiformflächenmodellierung (vgl. Kapitel 6.1.2 und Kapitel 6.2.1) nutzen, indem  $\kappa \leq \frac{1}{R}$  als Bedingung erfüllt sein muss.

## Schlussfolgerungen für spezielle Messaufgaben

Der bisherige Fokus der wissenschaftlichen Untersuchungen lag zum einen bei Interaktion zwischen dem Messsystem und der Oberfläche und zum anderen bei der Offsetkorrektur zur Generierung der Oberflächengeometrie. Wie bereits durch die Entwicklung der bidirektionalen Antastung bei der Verwendung von Zylindertastern als neue Mess- und Auswertestrategie (s. Kapitel 3.2.3) dargelegt, lassen sich durch die eingehende Analyse von Messkonfigurationen Messkonzepte optimieren, sowie neue erschließen. Aufbauend auf den bisherigen Untersuchungen werden im Folgenden Schlussfolgerungen für spezielle Messaufgaben entwickelt. Zum einen werden mit dem Messen von unzugänglichen Spaltmaßen neue Anwendungsfelder innerhalb der taktilen Messtechnik erschlossen (vgl. Kapitel 7.1). Zum anderen wird mit der Eindringtiefenkompensation die Nutzung von parallelen Geometrien auf reflektorlose Messungen adaptiert (vgl. Kapitel 7.2).

### 7.1 Messen von unzugänglichen Spaltmaßen

Wie ausführlich in Kapitel 6.3 untersucht, wird bei dem taktilen Antasten einer Oberflächengeometrie immer eine parallele Geometrie gemessen. Hierbei zeigen sich besondere Artefakte speziell bei extremen Krümmungsänderungen bzw. an Kanten (vgl. Kapitel 6.3.2). Da das auftretende Verhalten durch die vorliegende Oberflächengeometrie begründet ist, lassen sich durch weitere Analysen der erfassten Messpunkte neuartige Informationen zum angetasteten Objekt ableiten. Diese Situation liegt bei schmalen Spaltabmessungen vor. Während stark ausgeprägte Spaltmaße mit kleinen SMRs oder Kugeltastern zu erfassen sind, sind abhängig von dem Kugelradius schmale Spalte nicht mehr zugänglich. Jedoch entstehen auch in Grenzbereichen Schwierigkeiten. So liegen in der Regel beispielsweise schlechte Sichtbedingungen vor, oder es besteht die Gefahr der Schaftantastung bzw. der Berührungspunkt für die Offsetkorrektur ist nur schwer festzustellen (vgl. Kapitel 2.4.2). Mit dem im Rahmen dieser Arbeit neuentwickelten Verfahren lässt sich diesen Schwierigkei-



**Abbildung 7.1:** Schematische Darstellung des Eintauchverhaltens einer Messkugel bei taktilem Antastung eines Spalts mit scharfen Kanten.

ten begegnen und darüber hinaus sind sogar unzugängliche Spaltmaße bestimmbar. Im Folgenden wird dieses Verfahren für zwei typische Situationen an Oberflächen vorgestellt.

Wird bei dem taktilen Scanning auf einer Oberfläche über einen Spalt hinweg eine Messkugel geführt, entsteht aufgrund der mechanischen Filterung (vgl. Kapitel 4.1) ein charakteristischer Verlauf der Messpunkte. Liegt beispielsweise ein Spalt mit scharfen Kanten vor, so beschreiben die Messpunkte beim Erreichen der ersten Kante einen Kreisbogen mit dem Kugelradius  $R$  bis die Kugel die gegenüberliegende Seite erreicht. Unter idealen Bedingungen ist die Messkugel bei dem Berühren der beiden Kanten maximal in den Spalt eingetaucht, während gleichzeitig die mechanische Filterung greift. Wird nun der SMR bzw. Kugeltaster weiter über die zweite Kante geführt, beschreiben die Messpunkte erneut einen Kreisbogen mit dem Radius  $R$ . Dieser charakteristische Verlauf der Messpunkte ist in Abbildung 7.1 mittels rot gestrichelter Linie verdeutlicht.

Die Idee besteht nun darin, anhand der bekannten Kugelgeometrie und der bestimmbaren Eintauchtiefe der Messkugel  $q$  die unbekannte Spaltweite  $2L$  abzuleiten. Mit der Hilfsgröße

$h$ , die die verbleibende Höhe nach dem Eintauchen der Messkugel darstellt, lässt sich (7.1) aufstellen.

$$h = \sqrt{R^2 - L^2} \quad (7.1)$$

Die Eintauchtiefe  $q$  wird zusammen mit (7.1) gebildet.

$$q = R - \sqrt{R^2 - L^2} \quad (7.2)$$

In (7.2) zeigt sich hierbei deutlich, dass ein direkter Zusammenhang zwischen  $q$  und  $L$  besteht. Die Spaltweite ergibt sich mit (7.3).

$$L = \sqrt{q \cdot (2R - q)} \quad (7.3)$$

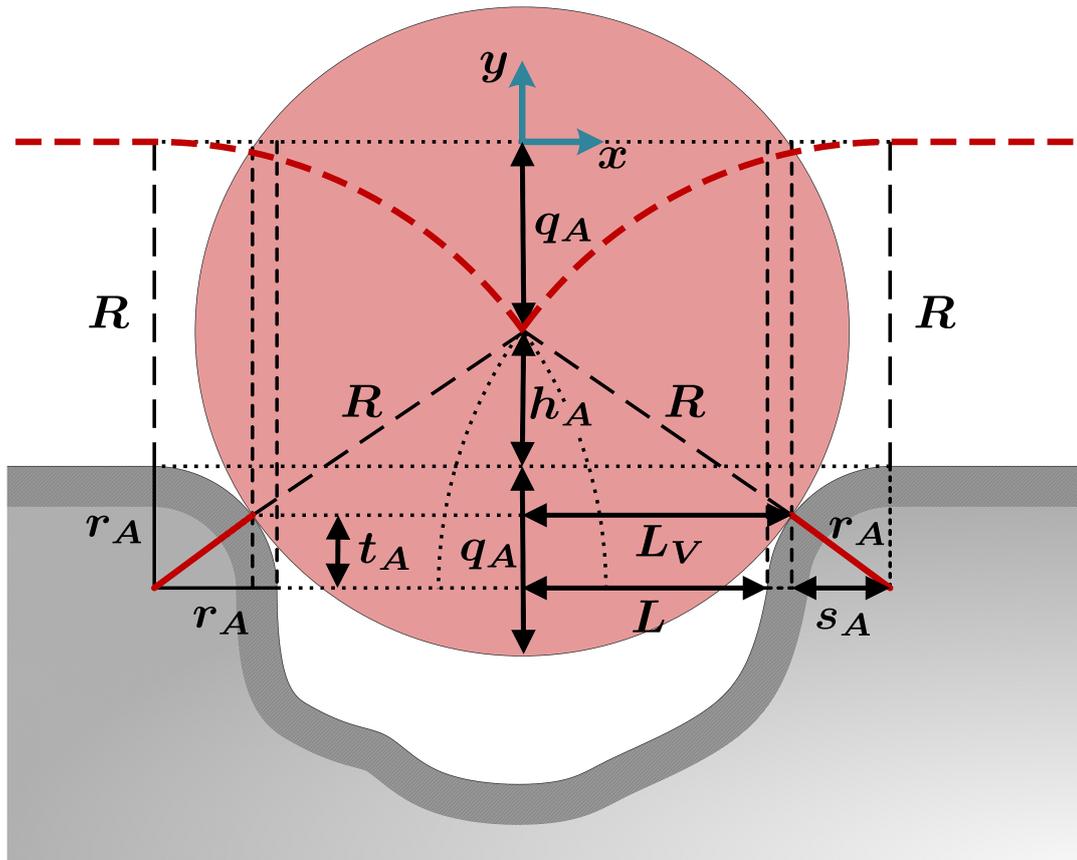
Ist die Eintauchtiefe  $q$  aus den Messdaten abgeleitet, lässt sich zusammen mit (7.3) und bekanntem  $R$  die Spaltweite direkt bestimmen. Für die Ermittlung von  $q$  besteht eine Vielzahl an Möglichkeiten: So ließe sich beispielsweise in eine lokalen Koordinatensystem (vgl. Abbildung 7.1) mittels Komponentenbetrachtung aus der Differenz der Maximalwerte  $q$  bestimmen. Hierbei wirkt sich jedoch insbesondere im tiefsten Punkt der stochastische Messanteil maximal aus. Durch die Verwendung eines gleitenden Mittelwertfilters ließe sich dieser Effekt jedoch reduzieren. Eine Alternative zur Bestimmung von  $q$  stellt die Ermittlung der Bogenlänge dar, die die Messpunkte bei dem Eintauchvorgang beschreiben. Allerdings ist der Übergang des Bogens in den geraden Verlauf der erfassten Messdaten fließend, sodass hierdurch eine exakte Berechnung von  $q$  schwierig ist. Eine bessere Methode stellt aus dem Bereich der Funktionsanalysis die Faltung bzw. Konvolution des zu erwartenden Kurvenverlaufs mit dem Verlauf der Messpunkte dar, was quasi eine Kombination der beiden zuvor genannten Verfahren darstellt. Hierzu ist der komplette ideale Verlauf der Messpunkte notwendig, der sich mittels (7.4) darstellen lässt.

$$y(x) = \sqrt{R^2 - (L - |x|)^2} - R \quad (7.4)$$

Hierbei beschreibt die Funktion  $y(x)$  den symmetrischen Verlauf in Abhängigkeit von  $x$ , wobei für die Faltung beispielsweise  $L$  festgesetzt wird, um anschließend aus dem Ergebnis der Faltung die tatsächliche Spaltweite abzuleiten.

Die bisher vorgestellte Methode erschließt bereits ein großes neues Einsatzspektrum, jedoch ist sie auf Spaltmaße beschränkt, die eine scharfe Kante aufweisen. Liegt hingegen eine Fase (abgeschrägte Kante) oder eine Abrundung vor, so führt das bisherige Verfahren zu gewissen Unsicherheiten. Daher wird im Folgenden das neue Verfahren bei Spaltmaßen mit einer bekannten Abrundung erläutert.

Grundsätzlich zeigt sich bei dem Eintauchvorgang der Messkugel ein vergleichbarer Verlauf der Messpunkte (vgl. Abbildung 7.1), jedoch setzt sich der Radius der Kreisbogen aus dem



**Abbildung 7.2:** Schematische Darstellung des Eintauchverhaltens einer Messkugel bei taktilem Kontakt eines Spalts mit abgerundeten Kanten.

Kugelradius  $R$  und dem Radius der Abrundung  $r_A$  zusammen und wird mit  $R_{KA}$  bezeichnet ( $R_{KA} = R + r_A$ ). Weiterhin tritt die Eintauchtiefe auf, die zur Unterscheidung hier als  $q_A$  definiert ist. Gleiches gilt für die verbleibende Höhe nach dem Eintauchen, die mit  $h_A$  gekennzeichnet ist. Mit  $L$  ist hier die halbe „lichte Weite“ des Spaltmaßes bezeichnet und bezieht sich wie zuvor auf den tatsächlichen Spaltabstand. Der Berührungspunkt der Kugel liegt selbst immer auf dem Bereich der Abrundung und erzeugt somit eine virtuelle Spaltweite, die mit  $L_V$  benannt ist.

Zur Bestimmung von  $L$  lässt sich durch die vorhandene Dreiecksgeometrie (7.5) aufstellen.

$$R_{KA}^2 = (L + r_A)^2 + (h_A + r_A)^2 \quad (7.5)$$

So lässt sich weiter mit (7.5)  $h_A$  bestimmen.

$$h_A = \sqrt{R_{KA}^2 - (L + r_A)^2} - r_A \quad (7.6)$$

Wie zuvor in (7.2) ergibt sich durch  $q_A = R - h_A$  mit (7.6) die Eintauchtiefe  $q_A$ .

$$q_A = R - \sqrt{R_{KA}^2 - (L + r_A)^2} + r_A \quad (7.7)$$

Auch hier zeigt sich, dass trotz der vorliegenden Abrundungen ein direkter Zusammenhang zwischen der halben Spaltweite  $L$  und der Eintauchtiefe  $q_A$  herzustellen ist (vgl. (7.7)). Für  $L$  erhält man durch Umstellen:

$$L = \sqrt{(R + r_A)^2 - (R + r_A - q_A)^2} - r_A \quad (7.8)$$

Um die virtuelle Spaltweite  $L_V$  zu bestimmen werden die Hilfsgrößen  $t_A$  und  $s_A$  definiert (vgl. Abbildung 7.2). Durch Verwendung des Strahlensatzes ergibt sich (7.9).

$$\frac{h_A + r_A}{t_A} = \frac{R + r_A}{r_A} \quad (7.9)$$

Die Hilfsgröße  $t_A$  wird durch (7.9) zusammen mit (7.6) berechnet.

$$t_A = r_A \cdot \sqrt{1 - \frac{(L + r_A)^2}{(R + r_A)^2}} \quad (7.10)$$

Die Hilfsgröße  $s_A$  mit  $s_A = \sqrt{r_A^2 - t_A^2}$  ergibt sich durch (7.10) zu:

$$s_A = r_A \cdot \left( \frac{L + r_A}{R + r_A} \right) \quad (7.11)$$

Somit lässt sich die virtuelle Spaltweite  $L_V$  mit  $L_V = L + r_A - s_A$  zusammen mit (7.11) in Abhängigkeit von  $L$  in (7.12) bestimmen.

$$L_V = \left( 1 - \frac{r_A}{R + r_A} \right) \cdot (L + r_A) \quad (7.12)$$

Durch Einsetzen von (7.8) lässt sich  $L_V$  in (7.13) allein in Abhängigkeit von  $R$ ,  $r_A$  und  $q_A$  darstellen.

$$L_V = \left( 1 - \frac{r_A}{R + r_A} \right) \cdot \sqrt{(R + r_A)^2 - (R + r_A - q_A)^2} \quad (7.13)$$

Für  $L$  oder  $L_V$  (vgl. (7.8) bzw. (7.13)) muss  $r_A$  im Vorfeld nicht bekannt sein, sondern lässt sich auch aus der Krümmung der Kreisbogen, die durch die Messpunkte beschrieben werden, ermitteln. Da die Krümmung im Idealfall konstant ist, ist nicht zwingend der maximale Kreisbogen mit den zuvor beschriebenen Schwierigkeiten abzugrenzen, sondern es genügt einen repräsentativen Teil zu bestimmen. Für die Bestimmung von  $q_A$  wird äquivalent zur Situation mit scharfen Kanten die Faltung bzw. Konvolution empfohlen, da so vollständig die sich ergebende Parallelgeometrie genutzt wird.

Diese Methodik ist ebenfalls übertragbar auf Spaltmaße mit Fase oder un stetiger Krümmung. Jedoch ist allgemein die Lösbarkeit der funktionalen Zusammenhänge zu beachten. So lässt sich das Verfahren grundsätzlich auf die Welligkeit (vgl. Kapitel 2.3.1) übertragen, allerdings muss hier das Vorgehen an die trigonometrischen Funktionen angepasst werden.

Wie bei allen taktilen Messverfahren wirken unterschiedliche dynamische bzw. kinematische Effekte auf die Messung. Bei ersten Untersuchungen hat sich diesbezüglich gezeigt, dass bei einem schnellen handgeführten taktilen Scannen eines Spaltes die Kugelgeometrie kurzzeitig den Kontakt mit der zu messenden Oberfläche verliert und der Kreisbogen beim Eintauchen in den Spalt unterschiedliche Krümmungsradien aufweist. Durch ein taktiler Scanning in beide Richtungen des Spalts lässt sich dieser Effekt detektieren und reduzieren, da bei dem gegensätzlichen Auftauchen aus dem Spalt ein gleichmäßiger Verlauf des Kreisbogens festgestellt wurde.

## 7.2 Adaption auf reflektorlose Messungen

Wie ausführlich erörtert, beschreiben die Messpunkte, die bei der taktilen Antastung von Oberflächen mit Kugeltastern oder SMRs registriert werden, stets eine parallele Geometrie, die außerhalb des zu erfassenden Objekts liegt (vgl. Kapitel 6.3.1). Wird hingegen ein optisches Verfahren eingesetzt, entsteht die Situation, dass bei bestimmten technischen Produkten eine parallele Geometrie, die innerhalb des Objekts vorhanden ist, zum Tragen kommt. Dies ist bei Erzeugnissen der Fall, die aus mehreren Schichten aufgebaut sind und die äußerste Schicht dabei aus einem optisch transparenten Material besteht, in die die Lichtwelle eindringt. Dies ist beispielsweise bei allen Objekten der Fall, die mit einem mehrschichtigen Lack beschichtet sind und der Decklack aus einem Klarlack besteht. Diese Lacke werden z.B. überwiegend bei der Beschichtung von Karosserieteilen im Fahrzeugbau verwendet. Aber auch bei dem Einsatz von Schutzfolien oder Schutzgläsern, wie beispielsweise bei Solarpanelen, findet die Reflexion des Messstrahls typischerweise an der innenliegenden parallelen Geometrie statt. Eine weitere Produktgruppe stellen die modernen Faserverbundwerkstoffe (z.B. CFK<sup>1</sup> oder GFK<sup>2</sup>) dar, deren äußere Schicht aus einem transparenten Kunstharz besteht. Bei diesen Mehrschichtsysteme ist die Schichtdicke, in die der Messstrahl eindringt, verschieden ausgeprägt. Bei Autolacken beträgt sie beispielsweise rund 40 µm (vgl. [DL16]), wohingegen z. B. bei CFK-Materialien typischerweise Stärken von mehreren hundert Mikrometer auftreten (vgl. [BN10]) – während die Schichtdicke bei Schutzgläsern sogar im Millimeterbereich liegt.

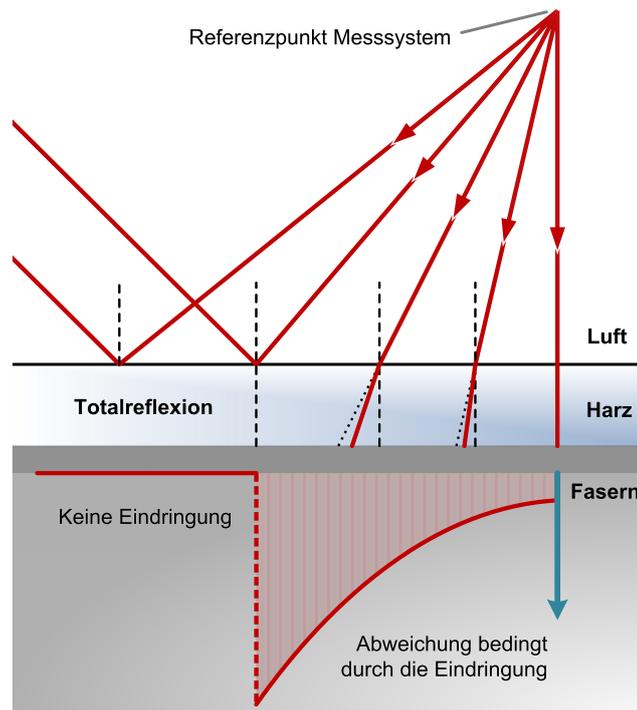
Aufbauend auf [Naa10] wird im Folgenden die Adaption der parallelen Geometrie anhand eines Modellansatzes auf reflektorlose Messungen erläutert. Zur Veranschaulichung dient ein Faserverbundwerkstoff, der in einem ersten Schritt als eine ideale ebene Oberfläche angenommen wird (vgl. Abbildung 7.3). Hierbei wird jeder Messstrahl, der mit dem Ein-

---

<sup>1</sup> Carbonfaserverstärkter Kunststoff

<sup>2</sup> Glasfaserverstärkter Kunststoff





**Abbildung 7.4:** Schematische Darstellung der Eindringtiefe und Totalreflexion nach Snellius bei einem Schichtaufbau (hier Verbundwerkstoff) mit qualitativem Verlauf der Abweichung (hier  $\Psi^*$ ).

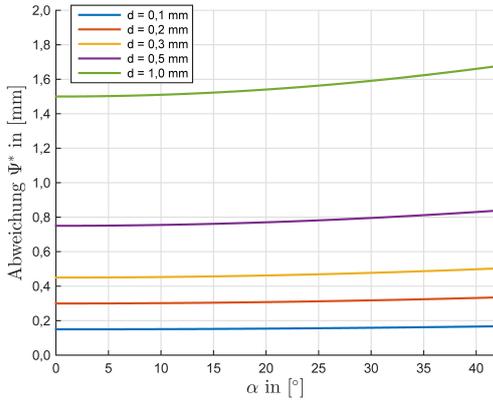
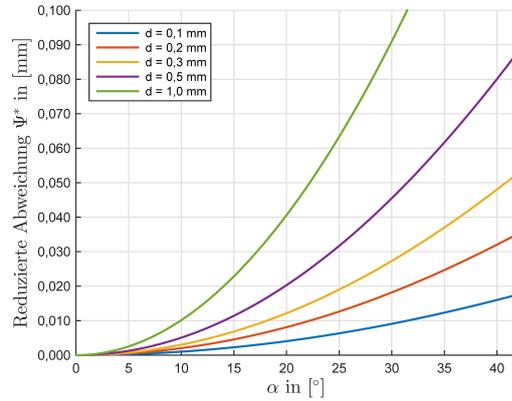
sich jedoch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichts innerhalb des technischen Produktes im Vergleich zur Luft aufgrund des dichteren Mediums, sodass anstatt des Soll-Messpunktes  $P_{Soll}$  der interpretierte Messpunkt  $P_{Int.}$  angenommen wird, falls keine Streckenkorrektion durchgeführt wird. Folglich ergibt sich damit die Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$ , die sich nach (7.16a) berechnet, zusammen mit der entsprechenden orthogonalen und parallelen Komponente  $a^*$  und  $b^*$ , die nach (7.16b) bzw. (7.16c) bestimmt werden.

$$\Psi^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d}{\cos(\beta)} \quad (7.16a)$$

$$a^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \quad (7.16b)$$

$$b^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\beta)} \quad (7.16c)$$

Wie in Kapitel 5.4.4 diskutiert, ist die Aufspaltung der Abweichung in Komponenten notwendig. So zeigt die parallele Komponente  $b^*$  beispielsweise bei der Bewertung einer Oberfläche keinen Einfluss, während die orthogonale Komponente  $a^*$  sich vollständig auswirkt (vgl. Abbildung 7.3). Ausgehend von (7.16a) bis (7.16c) zusammen mit (7.15) ergibt sich (7.17a)

(a) Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  absolut aus (7.17a).(b) Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  aus (7.17a) reduziert um die Auswirkung des senkrechten Lichteinfalls.

**Abbildung 7.5:** Darstellung der Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  bei exemplarischen Harzdicke  $d$  bis zum Grenzwinkel  $\alpha_G$  bei  $n_L = 1,0$  und  $n_H = 1,5$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$ .

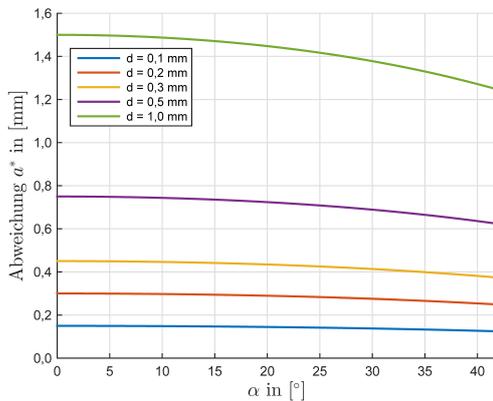
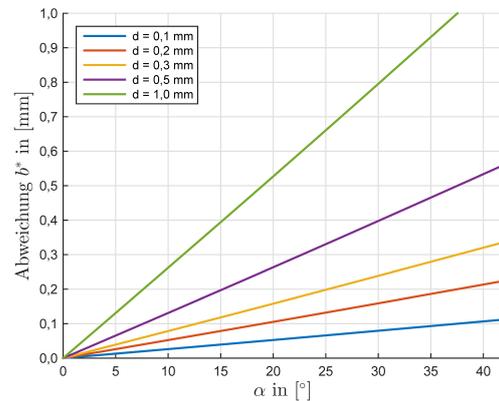
bis (7.17c), die die Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  zeigen.

$$\Psi^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d}{\sqrt{1 - \left(\sin(\alpha) \cdot \frac{n_L}{n_H}\right)^2}} \quad (7.17a)$$

$$a^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{1 - \left(\sin(\alpha) \cdot \frac{n_L}{n_H}\right)^2}} \quad (7.17b)$$

$$b^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d \cdot \sin(\alpha)}{\sqrt{1 - \left(\sin(\alpha) \cdot \frac{n_L}{n_H}\right)^2}} \quad (7.17c)$$

Nach (7.17a) dominiert für die Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  bei kleinen Einfallswinkeln die Harzdicke sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Medium und damit  $n_H$ . Mit zunehmendem  $\alpha$  wächst auch  $\Psi^*$ , wobei der Ausgangswert bei  $\alpha=0$  vorherrschend ist (vgl. Abbildung 7.5a). Soll beispielsweise der Instrumentenstandpunkt oder die Objektlage, bezogen auf den Einfallswinkel, optimiert werden, sind ausschließlich die relativen Änderungen der Auswirkung der Eindringtiefe relevant. Dies entspricht einer Betrachtung von  $\Psi^*$ , das um die Auswirkung des senkrechten Lichteinfalls bzw. um den Startwert (vgl. Abbildung 7.5b) reduziert ist. Hierbei wird deutlich, dass es bei der optischen Erfassung einer ebenen Oberfläche bei  $n_L = 1,0$ ,  $n_H = 1,5$  und  $d = 1$  mm zu einer Änderung der Auswirkung der Eindringtiefe von bis zu rund 20% der Harzdicke kommt.

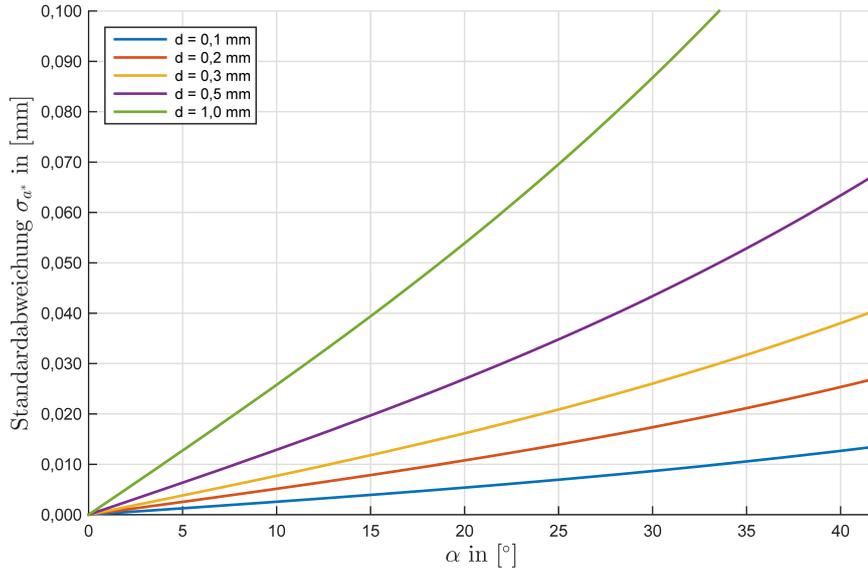

 (a) Orthogonale Komponente  $a^*$  aus (7.17b).

 (b) Parallele Komponente  $b^*$  aus (7.17c).

**Abbildung 7.6:** Darstellung der Komponenten der Auswirkung der Eindringtiefe  $\Psi^*$  bei exemplarischen Harzdicken  $d$  bis zum Grenzwinkel  $\alpha_G$  bei  $n_L = 1,0$  und  $n_H = 1,5$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$ .

Bei genauerer Untersuchung und Betrachtung der Komponenten in (7.17b) bzw. (7.17c) zeigt sich eine differenziertere Situation. Während die parallele Komponente  $b^*$  stark mit zunehmendem Winkel  $\alpha$  ansteigt (vgl. Abbildung 7.6b), nimmt der Wert für die orthogonale Komponente  $a^*$  hingegen stetig ab (vgl. Abbildung 7.6a). Diese Abnahme ist signifikant und beträgt bis zu rund 25 % von der Harzdicke bei  $n_L = 1,0$ ,  $n_H = 1,5$  und  $d = 1$  mm. Ist nun beispielsweise die relative Änderung einer theoretisch ebenen Oberfläche zu erfassen, greift die allgemeine Annahme zu kurz, dass ein Objekt möglichst senkrecht optisch anzutasten ist, um die Auswirkung der Eindringung zu minimieren. Wie zuvor eingehend erörtert, sollte die orthogonale Komponente  $a^*$  minimal sein, sodass infolgedessen ein möglichst großer Einfallswinkel, unter Beachtung eventueller Änderungen der Messunsicherheit abhängig vom eingesetzten Messverfahren, zu erzielen ist. Ferner steht dies im Einklang mit dem Grenzwinkel  $\alpha_G$ , da während der Totalreflexion nach dem verwendeten Modell keine Eindringung stattfindet. Wird  $\alpha$  maximal gewählt, tritt somit entweder keine Eindringung auf, oder die orthogonale Auswirkung ist minimal. Liegt ein größerer Brechungsindex als  $n_H = 1,5$  für das transparente Material vor, so verschärft sich die Situation, da das Abnahmeverhalten von  $a^*$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  stärker ausgeprägt ist. Allgemein ist jedoch der maximale Wert sogar geringer, da der Grenzwinkel  $\alpha_G$  kleiner ist und früher eine Totalreflexion eintritt.

Wie in Kapitel 2.3.1 erläutert, liegen realen Objekten jedoch immer Gestaltabweichungen zugrunde, die sich ebenfalls auf die orthogonale Komponente der Eindringtiefe  $a^*$  auswirken. Im Folgenden wird daher im Rahmen dieser Arbeit eine weitere Betrachtung für  $a^*$  aufgestellt, die diesen Einfluss berücksichtigt. Allgemein lässt sich hierfür  $a^*$  mit (7.18) ausdrücken.

$$f(a^*, \alpha, n_L, n_H, d) = a^* = \frac{n_H}{n_L} \cdot \frac{d \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{1 - \left(\sin(\alpha) \cdot \frac{n_L}{n_H}\right)^2}} \quad (7.18)$$



**Abbildung 7.7:** Darstellung des Einflusses einer Gestaltabweichung von  $\sigma_\alpha = 10^\circ$  auf die orthogonale Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe  $a^*$  bei exemplarischen Harzdicken  $d$  bis zum Grenzwinkel  $\alpha_G$  bei  $n_L = 1,0$  und  $n_H = 1,5$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  aus (7.20).

Zur Analyse der beeinflussenden Größen wird ausgehend von (7.18) der funktionale Zusammenhang in (7.19) aufgestellt. Die Größen  $\sigma_{a^*}$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_d$ ,  $\sigma_{n_L}$  und  $\sigma_{n_H}$  sind dabei die Standardabweichungen für die entsprechenden Variablen.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial a^*}\right)^2 \sigma_{a^*}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial n_L}\right)^2 \sigma_{n_L}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial n_H}\right)^2 \sigma_{n_H}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 \quad (7.19)$$

Unter der Annahme, dass eine Gestaltabweichung sich lokal lediglich auf den Einfallswinkel auswirkt und die Brechungsindizes sowie die Dicke konstant sind, lässt sich der Einfluss auf  $a^*$  mittels (7.20) ausdrücken.

$$\sigma_{a^*} = \frac{d \cdot \sin(\alpha) \cdot (n_H^2 - n_L^2)}{n_L \cdot n_H \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\sin(\alpha) \cdot \frac{n_L}{n_H}\right)^2\right)^3}} \cdot \sigma_\alpha \quad (7.20)$$

Bei der Analyse von (7.20) ist festzustellen, dass eine Variation des Einfallswinkels einen größeren Einfluss auf  $a^*$  bei größeren Werten für  $\alpha$  zeigt. Ebenfalls wirken sich zunehmende Harzdicken negativ auf die Standardabweichung von  $a^*$  aus (vgl. Abbildung 7.7). Der dargestellte Verlauf von  $\sigma_{a^*}$  für den exemplarischen Wert von  $\sigma_\alpha = 10^\circ$  ist ferner durch den linearen Zusammenhang in (7.20) proportional für weitere angenommene Gestaltabweichungen übertragbar. Für den betrachteten Wert für  $\sigma_\alpha$  zeigt sich, dass abhängig vom

Einfallswinkel  $\alpha$  die Abnahme der orthogonalen Komponente  $a^*$  (vgl. (7.17b) und Abbildung 7.6a) stärker ausgeprägt ist als der festgestellte Einfluss der Gestaltabweichung auf  $a^*$ . Somit wird auch bei unbekanntem geringen Gestaltabweichungen empfohlen einen möglichst großen Einfallswinkel, bei Berücksichtigung möglicher Messunsicherheitsänderungen bedingt durch das eingesetzte Messverfahren, zu wählen, um die orthogonale Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe zu minimieren.

Die vorgestellten Ergebnisse sind allgemein auf die optische Antastung anwendbar, jedoch muss zur durchgreifenden Bewertung das jeweilige Auswerteverfahren berücksichtigt werden. Bei der erläuterten Betrachtung fließen Modellannahmen ein, die die Realität nur bis zu einem bestimmten Grad approximieren. Beispielsweise findet bereits eine Teilreflexion des Messstrahls an der (äußeren) Oberfläche des Objekts statt, sodass z.B. systemabhängig durch eine vollständige Signalanalyse die Möglichkeit gegeben ist, zwischen Medienübergang und Hauptreflexion zu differenzieren. Auch muss beachtet werden, dass bei Verbundwerkstoffen die Orientierung der Fasern einen Einfluss auf das Reflexionsverhalten hat und bei gewebten Fasern kleinräumige Harzdickenänderungen auftreten (vgl. z.B. [BN10]).

Grundsätzlich wurde jedoch aufgezeigt, dass bei technischen Produkten aufgrund eines Schichtaufbaus mit transparenter Deckschicht ein Messstrahl bis zu einer parallelverlaufenden Oberfläche eindringt und dort reflektiert wird. Diese innenliegenden parallelen Geometrien entsprechen allgemein denen bei der taktilen Antastung, sodass grundsätzlich auch der Kugelradius  $R$  mit der Harzdicke  $d$  gleichzusetzen ist. Ebenfalls sind die genannten Einflussfaktoren übertragbar. Beispielsweise sind die Brechungsindizes mit den Materialeigenschaften bei der Flächenpressung nach Hertz (vgl. Kapitel 4.5) zu vergleichen. Einen Unterschied stellt jedoch die Auswirkung des Normalenvektors der Oberfläche dar. Während der Vektor bei der taktilen Antastung direkt auf die Kugelgeometrie wirkt, fließt bei der optischen Erfassung die Position des Messinstruments sowie das Brechungsgesetz nach Snellius zusammen mit dem Grenzwinkel  $\alpha_G$  mit ein.

## Diskussion und Ausblick

Die taktile Erfassung von Oberflächen stellt einen wesentlichen Teilbereich der Messtechnik dar und wird von einer Vielzahl von Messsystemen ermöglicht (vgl. Kapitel 2.2). Hierbei werden in zweierlei Hinsicht mehrere Skalenbereiche abgedeckt, die in dieser Arbeit Berücksichtigung finden. Einerseits beträgt das Messvolumen bei kartesischen Koordinatenmessgeräten teilweise nur wenige Kubikdezimeter, wohingegen bei Tachymetern Objekte ebenfalls in hundert Metern Entfernung und mehr weiterhin taktil angetastet werden. Andererseits variiert die zu erwartende Messunsicherheit um mehrere Dimensionen. Während die 3D-Punktgenauigkeit (MPE) bei Tachymetern im einstelligen Millimeter-, oder Submillimeterbereich angegeben wird, liegt der MPE-Wert für die Längenmessabweichung von kartesischen Koordinatenmessgeräten im unteren Mikrometerbereich und unterschreitet bei kleinen Objektgrößen selbst den Wert  $0,5\ \mu\text{m}$ . Diese große Spanne findet bei den zahlreichen Modellbildungen und Simulationen Berücksichtigung und spiegelt sich stest in den Analysen sowie den Schlussfolgerungen wieder.

Die verwendeten Messmitteln weisen spezielle Eigenschaften auf, die sich einerseits in den geometrischen Ausprägungen sowie Fertigungstoleranzen zeigen und andererseits, bei den unterschiedlichen Materialeigenschaften deutlich werden (vgl. Kapitel 3). Grundsätzlich lässt sich die überwiegende Mehrzahl an Messmitteln auf eine Kugelgeometrie oder Teile einer Vollkugel mit dem Radius  $R$  zurückführen. Für die Messmittel die nicht einer Kugelform unterliegen, sind in den entsprechenden Kapiteln gesonderte Betrachtungen der Messkonfigurationen durchgeführt. So entstehen beispielsweise bei dem Einsatz von Zylindertastern an dünnen Werkstücken wie z.B. Metallblechen bei einer unbekanntem Werkstückausrichtung signifikante systematische Abweichungen. Durch die Entwicklung der binibidirektionalen Antastung als neue Mess- und Auswertestrategie wird diesen Systematiken allerdings begegnet (vgl. Kapitel 3.2.3). Zusätzlich wird die Klasse der SMRs bzw. CCRs einheitlich typisiert und durch die Trennung zwischen Haupt- und Untergruppen, die auf dem physikalisch-technischen Aufbau der Kugelreflektoren beruht, auf eine solide Basis gestellt, was sich ferner in den berechneten Unsicherheiten ausdrückt. Die Materialeigenschaften der Messmittel bedingen nicht nur die mini- bzw. maximale Ausdehnung des Kugelradius, sondern

zeigen erheblichen Einfluss bei der Interaktion zwischen Messsystem und Oberfläche. Dieser Zusammenhang wurde durchgehend mittels geeigneten Materialkenngrößen bei allen eingehenden Betrachtungen in dieser Arbeit berücksichtigt und schließt hierbei ebenfalls die Objektmaterialien der angetasteten Oberflächen mit ein.

Viele Objekte unterliegen Freiformgeometrien – selbst eigentliche Regelgeometrien stellen, beispielsweise aufgrund von Fertigungstoleranzen, Gestaltabweichungen, Verschleißerscheinungen oder Deformationen, Freiformflächen dar. In diesem Zusammenhang wird für die Oberflächenbeschaffenheit eine neue Definition der Grenzwellenlänge  $\lambda_C$  zwischen Welligkeit und Rauheit für den Bereich der LVM getroffen, die eine automatische Skalierung von  $\lambda_C$  in Abhängigkeit von der Wellentiefe beinhaltet. Somit ist eine Trennung zwischen Rauheit und Welligkeit ebenfalls bei großen Objekten und ausgeprägten Wellentiefen gewährleistet, ohne dass beispielsweise der Widerspruch zum sprachlichen Verständnis entsteht, dass mit Lasertrackern oder etwa Tachymetern, trotz ihrer im Vergleich zu kartesischen KMGs großen Messunsicherheiten, die Rauheit von Oberflächen zu ermitteln ist. Durch den physischen Kontakt des Messmittels mit der Objektoberfläche begründen sich verschiedene Wechselwirkungen, die die Lage der Messpunkte beeinflussen. Aufgrund der Ausdehnung des Messmittels entstehen bei hochfrequenten Oberflächenbeschaffenheiten mechanische Filterwirkungen, die dazu führen, dass durch die Messpunkte keine parallele Geometrie mehr beschrieben wird (vgl. Kapitel 4.1). Mit der neuen Definition der Grenzwellenlänge ist allerdings ein Entscheidungskriterium gegeben, um die Welligkeit einer Oberfläche ohne mechanische Filterung zu erfassen. Zusätzlich führen die Maß- oder Formtoleranz des eingesetzten Messmittels, ggf. kombiniert mit Unsicherheit der optischen Zentrierung, zu signifikanten Unsicherheitsbeiträgen, die durch eine geeignete Kalibrierung zu reduzieren ist.

In den weiteren Untersuchungen zeigt sich, dass die Tasterbiegung, der Verschleiß und die Flächenpressung nach Hertz als wesentliche Einflüsse auf die erfassten Messpunkte wirken. Bei der taktilen Antastung handelt es sich stets um einen dynamischen Vorgang, bei dem die Antastkraft eine entscheidende Kenngröße darstellt. Es ist daher von zentraler Bedeutung, dass die Antastkraft einerseits minimal und andererseits der Kontakt mit der Oberfläche dennoch gewährleistet ist. Mit einer geeigneten Kompensierung mittels der erläuterten Modelle oder durch den geschickten Einsatz der geschilderten Antastungsvarianten (vgl. Kapitel 4.3) sind die jeweiligen Einflüsse bei bekannten bzw. konstanten Antastkräften zu reduzieren. Ein großer Nachteil zeigt sich bei handgeführten Messsysteme. Abhängig von der Erfahrung des Anwenders variieren die Antastkräfte durch das manuelle Antasten mitunter im zweistelligen Newtonbereich, mit der Folge, dass eine Kompensierung nicht zu realisieren ist. Bei kartesischen Koordinatenmessgeräten ist es hingegen möglich, geringe Antastkräfte zu definieren, oder die maximale Tasterauslenkung zu bestimmen. Allerdings treten selbst hierbei Variationen auf, die abhängig vom eingesetzten Messkopfsystem verschieden stark ausgeprägt sind (vgl. Kapitel 2.2.3). Die Schwierigkeit der Variation der Antastkraft verschärft sich jeweils für die taktilen Messsysteme, falls, anstatt einzelne Messpunkte zu messen, die Oberfläche mittels taktilem Scanning erfasst wird.

---

Die Auswirkungen der Materialeigenschaften der Messmittel sowie die der Objektoberfläche zeigen sich bei der Analyse der Einflüsse auf den Messpunkt. Während bei der Flächenpressung nach Hertz die wesentlichen Kenngrößen der Elastizitätsmodul und die Poissonzahl sind, ist die Tasterbiegung vom Elastizitätsmodul abhängig. Für den adhäsiven bzw. abrasiven Verschleiß wirkt sich die Materialkombination entscheidend aus. Hierbei gilt es, vor allem der Verschleiß an dem Messmittel zu reduzieren ist, da dieser sich dort kumuliert und zu einer großen Messunsicherheit führt, wohingegen der Verschleiß am Objekt sich auf den angetasteten Bereichen der Oberfläche verteilt. Da mitunter der Verschleiß nach wenigen Metern taktilen Scanning erheblich ist, wird zur direkten Prüfung und Abschätzen der Auswirkung des abrasiven Verschleißes ein einfaches Verfahren entwickelt, das auf Grundlage des kreisförmigen Abriebs basiert und mit geringem Aufwand durch den Anwender durchzuführen ist, sodass das Messmittel rechtzeitig ersetzt wird.

Diese vielfältigen Einflüsse die in dieser Arbeit eingehend untersucht sind, zeigen jeweils ihre Wirkung in den erfassten Messpunkten. Dies wird daran sichtbar, dass der einzelne Messpunkt systematisch nicht im Abstand  $R$  zur angetasteten Freiformfläche liegt, oder dass dessen Unsicherheit größer ist. Zusätzlich zu  $R$  ist zur Offsetkorrektur weiter die Normalenrichtung im Berührungspunkt notwendig. Da diese typischerweise nicht bekannt ist sondern approximiert wird, liegt eine Abweichung von der Normalenrichtung vor, die sich in Abhängigkeit des Abstands des Messpunktes zum Berührungspunkt auswirkt. Mit den verschiedenen Verfahren für Einzelpunkte oder Punktverbände, die in Kapitel 5 bzw. Kapitel 6 ausführlich untersucht sind, stehen allerdings zahlreiche Varianten zur Verfügung, die eine geeignete Korrektur ermöglichen. Grundsätzlich ist zu unterscheiden, ob ein, bzw. wenige Einzelpunkte für eine Oberfläche zu erfassen sind und ob die Geometrie dadurch ausreichend repräsentiert wird, oder ob hingegen eine Vielzahl an Messpunkten und damit in der Regel das taktile Scanning notwendig sind, um die Objektgeometrie geeignet zu beschreiben. Allerdings führt das taktile Scanning zusätzlich zur größeren Messunsicherheit durch die Kinematik bzw. Dynamik, gleichzeitig zu einer sehr inhomogenen Punktverteilung, da typischerweise die Punktdichte entlang der taktilen Scanlinie um ein vielfaches größer ist. Ferner ist die Messdauer ein wesentliches Entscheidungskriterium, da beispielsweise durch wechselnde Umgebungseinflüsse die Freiformgeometrie, das Messsystem oder die Lage des Objekts selbst beeinflusst werden. Ein leistungsstarkes Verfahren stellt die Korrektur mittels Antastkrafttrichtung dar, da hierbei die Normalenrichtung durch zusätzliche Sensoren quasi selbst gemessen wird. Allerdings ist das Verfahren in der Regel auf kartesische Koordinatenmessgeräte beschränkt und ferner ist die Genauigkeit der Normalenrichtung zu einem gewissen Grad limitiert, welche in Kapitel 5.4.2 approximiert wird. Sind solche Zusatzinformationen nicht verfügbar und hat bei der Formkontrolle ein Vergleich mit einem CAD-Modell zu erfolgen, werden in der Regel A-priori-Geometrien zur Offsetkorrektur eingesetzt. Hierbei werden allerdings z.B. Gestaltabweichungen nicht abgebildet und führen bei der Offsetkorrektur zu signifikanten systematischen Abweichungen (vgl. Kapitel 5.4.4).

Werden mehrere Messpunkte und deren Nachbarschaften zueinander berücksichtigt, stehen die Freiformflächenmodellierung und die Vermaschung zur Verfügung, um die Kompen-

sierung des Radius durchzuführen. Bei der Vermaschung wird allerdings ohne zusätzliche Glättung das Messrauschen direkt abgebildet und ein zusätzlicher Speicherbedarf für die Kanteninformationen wird benötigt. Ferner treten typischerweise Systematiken auf, die zu lokal unterschiedlichen Abständen führen, falls aus den Dreiecksflächen eine parallele Geometrie abgeleitet wird. Um diesen Systematiken zu begegnen, wird eine neue sequentielle Methode vorgestellt, die auf Grundlage von speziellen Gewichtungsfaktoren die Normalenrichtung approximiert und zu korrigierten Messpunkten führt, die einerseits erneut zu vermaschen sind, oder anhand derer eine Freiformflächenmodellierung erfolgt. Die Gewichtungsfaktoren sind jeweils aus dem normierte reziproke Abstand des Messpunktes zum geometrischen Schwerpunkt eines benachbarten Dreiecks gebildet, sodass die die Geometrie der einzelnen Dreiecksflächen bei der Offsetkorrektur berücksichtigt wird.

Erfolgt die Modellierung mittels Freiformgeometrien unmittelbar anhand der gemessenen Punkte, liegt eine kontinuierliche parametrische Beschreibung der Messpunkte vor, die zur Bestimmung der Normalenrichtung geeignet ist. Hierbei sind allerdings typischerweise vom Anwender eine Vielzahl an Steuerungsparametern festzulegen, die jeweils zu unterschiedlichen Ergebnissen bei der Modellierung führen. Ferner hat die Bestimmung der geometrischen Distanz zwischen Messpunkte und Freiformfläche sowie die Minimierung der Abstände eine große Rechenzeit zur Folge (vgl. Kapitel 6.1.3). Der alternative neuartige Ansatz zur Modellierung, der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde, zeigt hierbei spezielle Vorzüge in der Anwendung und ist grundsätzlich auf approximierende Freiformgeometrien anzuwenden (vgl. Kapitel 6.2). Dass durch den Einsatz des alternativen Ansatzes der typische Charakter des gewählten Geometrietyps erhalten bleibt, wurde an üblichen Freiformgeometrien evaluiert. Zusätzlich ist es möglich, durch die Zuweisung einzelner Gewichtungsfaktoren den stochastischen Messanteil bei der Modellierung zu berücksichtigen. Allgemein führt die Modellierung mittels Freiformflächen zu einer Reduktion des Speicherbedarfs, da eine Approximation der Messpunkte erfolgt und diese nicht mehr einzeln vorzuhalten sind. Falls die Lage der Messpunkte weiterhin von Interesse ist, ergibt sich ein reduzierter Speicherbedarf mit dem alternativen Ansatz, da hierbei keine zusätzlichen Kontrollpunkte für die Freiformflächenmodellierung notwendig sind.

Die abschließende Ableitung der Objektgeometrie ist auf Basis der Freiformflächenmodellierung direkt und exakt möglich, andererseits wird in der Regel die dabei bestimmte Geometrie nicht in klassischen CAD-Modellen unterstützt. Eine Alternative stellen hierbei allerdings Pythagoreische-Hodograph-Geometrien dar, die eine solche Unterstützung grundsätzlich ermöglicht. Darüber hinaus zeigen sich verschiedene Artefakte bei extremen Krümmungsänderungen sowie, dass allein die Form der Geometrie typischerweise zu Bereichen mit unterschiedlichen Unsicherheiten für die abgeleitete Objektgeometrie führt. Hierbei werden bei gleichbleibendem Messpunkt Abstand Erhebungen im Vergleich zu Vertiefungen mit einer besseren Unsicherheit erfasst, was bei großen Messkugeln im Vergleich zu Messmitteln mit kleinem Kugelradius stärker ausgeprägt ist (vgl. Kapitel 6.3). Die Schlussfolgerungen die anhand der Erkenntnisse aus den Untersuchungen und Modellanalysen erarbeitet sind, ermöglichen es unzugängliche Spaltmaße zu messen, sowie, basierend auf den paral-

---

lenen Geometrien, einen Modellansatz zur Eindringtiefenkorrektur bereitzustellen. Dieser Modellansatz zeigt beispielsweise, dass allein durch den unterschiedlichen Einfallswinkel auf ein Objekt mit einer Harzdicke von 1 mm die orthogonale Komponente der Strahleindringung um rund 25 % bei einer an sich ebenen Objektoberfläche variiert und dieser Effekt entsprechend zu kompensieren ist. Daran wird deutlich, dass aufgrund der Untersuchungen zu parallelen Geometrien selbst bei der optischen Antastung eine signifikante Optimierung zu erreichen ist.

Generell bietet die Arbeit durch die grundsätzliche Berücksichtigung aller typischen Messsysteme, die eine taktile Messung ermöglichen, kombiniert mit den typischen taktilen Messmitteln, eine Vielzahl an Feststellungen und Ergebnissen, die auf allgemeine taktile Messprozesse anzuwenden sind. Beispielsweise sind durch die Analyse der Einflüsse auf den Messpunkt optimierte Messstrategien für besondere Aufgaben abzuleiten, bzw. für bestehenden Prozesse wird eine einfache und ausführlichere Messunsicherheitsbetrachtung ermöglicht. Die detaillierte Übersicht zusammen mit den zahlreichen Analysen und Bewertungen zur Offsetkorrektur bietet eine umfangreiche Entscheidungsgrundlage, um für ein bestimmtes Anwendungsszenario das optimale Verfahren zu wählen und sogleich die charakteristischen Eigenschaften und Schwierigkeiten zu beurteilen.

Zur weiteren Erleichterung der Nutzung der Freiformgeometrien ist beispielsweise eine Methode zu entwickeln, die z.B. den Grad bei B-Splinegeometrien – global oder lokal – in Abhängigkeit von dem zu erwartenden stochastischen Messanteil und zu dem vorliegenden Punktabstand festlegt. Ferner wäre, ausgehend von den Betrachtungen bei der mechanischen Filterung, eine maximal zulässige Krümmung in Abhängigkeit von dem Kugelradius bei der Freiformflächenmodellierung zu berücksichtigen, was gleichbedeutend damit ist, dass das Berechnen der parallelen Geometrien zu keinen Überschneidungen führt. Außerdem ist eine Homogenisierung der Unsicherheiten der Objektoberfläche bei autonomen Koordinatenmessgeräten realisierbar, was bisher, aufgrund von Oberflächenerhebungen mit entsprechend besserer Unsicherheit im Vergleich zu Vertiefungen, nicht gegeben ist. Die Realisierung einer solchen Angleichung ist beispielsweise durch geeignete Abstandfilter oder Antastgeschwindigkeiten zu verwirklichen.

Weiterhin wird durch die neue Methode zum Messen von unzugänglichen Spaltmaßen ein großes Feld an Einsatzmöglichkeiten erschlossen. Zusätzlich zu der klassischen Spaltmaßbestimmung beispielsweise im Maschinen- oder Fahrzeugbau, lassen sich ebenfalls die Breiten von Oberflächenunvollkommenheiten, wie Riefen, Kratzern oder Rissen erfassen (vgl. Kapitel 2.3.1). Außerdem ist das neuentwickelte Vorgehen auf Bohrungen zu übertragen, sodass zur klassischen Ermittlung des Zentrums darüber hinaus der Durchmesser zu ermitteln ist. Überdies stellt die Methode eine mögliche Alternative zur Bestimmung von Kluftöffnungsweiten bei natürlichen Oberflächen, wie z.B. Bohrkernen von entnommenen Gesteinsproben, dar, sodass sich ein vielfältiges Anwendungsspektrum zeigt.



# Abkürzungsverzeichnis

---

<b>6DOF</b>	Degrees Of Freedom
<b>ABMA</b>	American Bearing Manufactures Association
<b>ADM</b>	Absolutdistanzmesser
<b>AISI</b>	American Iron and Steel Institute
<b>B-Spline</b>	Basis-Spline
<b>BMR</b>	Ball Mounted (Hollow) Reflector
<b>BRR</b>	Break Resistant Reflector
<b>CCR</b>	Corner Cube Reflector
<b>CFK</b>	Carbonfaserverstärkter Kunststoff
<b>CMOS</b>	Complementary Metal-Oxide-Semiconductor
<b>DMS</b>	Dehnungsmessstreifen
<b>EDM</b>	Elektronischer Distanzmesser
<b>EER</b>	Einzelement-Reflektor
<b>FEM</b>	Finite-Elemente-Methode
<b>GFK</b>	Glasfaserverstärkter Kunststoff
<b>GPR</b>	Glasprisma-Reflektor
<b>IFM</b>	Interferometer
<b>KMG</b>	Koordinatenmessgerät
<b>LVM</b>	Large Volume Metrology
<b>MPE</b>	Maximum Permissible Error

<b>NURBS</b>	Nicht-uniforme rationale B-Splinegeometrie
<b>ppm</b>	parts per million ( $10^{-6}$ )
<b>PH-Kurve</b>	Pythagoreische-Hodograph-Kurve
<b>PSD</b>	Position Sensitive Detector
<b>PTV</b>	Pre-Travel Variation
<b>OAR</b>	Open-Air-Reflektor
<b>RRR</b>	Rot-Ring Reflektor
<b>SKR</b>	Solidkugel-Reflektor
<b>SMR</b>	Spherically Mounted Retroreflector
<b>TBR</b>	Tooling Ball Reflector
<b>TSR</b>	Triplespiegel-Reflektor
<b>WZM</b>	Werkzeugmaschine
<b>xRR</b>	Gruppe: BRR + RRR

# Variablenverzeichnis

---

$a$	Orthogonale Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe ohne Berücksichtigung der geänderten Ausbreitungsgeschwindigkeit (optische Antastung)
$a_1$	Hilfsgröße bei der Zylinderantastung
$a_2$	Hilfsgröße bei der Zylinderantastung
$a^*$	Orthogonale Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe (optische Antastung)
$a_E$	Große Halbachse der Ellipse bei der Betrachtung der Auswirkung von $V_{DWS}$ (Formtoleranz)
$a_P$	Kantenlänge des angenommenen Würfels bei Glasprismen
$\alpha$	Einfallswinkel zur Oberfläche (optische Antastung)
$\alpha_G$	Grenzwinkel der Totalreflexion (optische Antastung)
$\alpha_Z$	Abweichung von der Normalenrichtung
$A$	Amplitude einer Welle
$b$	Parallele Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe ohne Berücksichtigung der geänderten Ausbreitungsgeschwindigkeit (optische Antastung)
$b^*$	Parallele Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe (optische Antastung)
$b_E$	Kleine Halbachse der Ellipse bei der Betrachtung der Auswirkung von $V_{DWS}$ (Formtoleranz)
$b_M$	Bogenmaß der Kurve bei Oberflächenprofilen für konstante Krümmungen

$\beta$	Ausfallswinkel bei der Lichtbrechung (optische Antastung)
$B_i^n(t)$	Bernsteinpolynome
$\vec{B}$	Vektor vom Messpunkt zum Ist-Berührungspunkt an der Objektoberfläche
$C(t)$	Bézierkurve (alternativer Ansatz)
$d$	Harzdicke (optische Antastung)
$d_{HE}$	Durchmesser der Abplattung aufgrund der Hertzschen Pressung
$d_{Ist}$	Gemessener Abstand eines Differenzmaßes (z.B. Spaltmaß)
$d_K$	Durchmesser des Soll-Kreises bei der Ausglei- chung
$d_m$	Materialstärke Blech
$d_S$	Durchmesser Schaft
$d_{Soll}$	Nennabstand eines Differenzmaßes (z.B. Spalt- maß)
$d_{VS}$	Durchmesser des kreisförmigen Abriebs durch abrasiven Verschleiß
$\delta_{Air}$	Systematische Abweichung (Luftspalt), bedingt durch Gestaltabweichungen bei A-priori-Geome- trien
$\delta_H$	Projektive Abweichung von $\Delta_S$ bei A-priori-Geo- metrien
$\delta_L$	Parallele Komponente der Abweichung $\Delta_S$ bei A-priori-Geometrien
$D_W$	Nenndurchmesser einer Kugel
$D_{WM}$	Mittlerer Durchmesser einer Kugel
$D_{WS}$	Einzelner Durchmesser einer Kugel
$\Delta_{\alpha Z}$	Konstanter Wert, um den $\alpha_Z$ abweicht
$\Delta_{AbV}$	Maximale Abweichung vom Kugelradius durch abrasiven Verschleiß
$\Delta_B(x)$	Abweichung von der Sollage bei der Biegung

---

$\Delta_{\delta_H, \Delta_S}$	Differenz der systematischen Abweichungen von $\delta_H$ und $\Delta_S$
$\Delta_D$	Distanzabweichung bei Tripelprismen abhängig vom Einfallswinkel
$\Delta_{GDR}$	Distanzabweichung zwischen senkrechtem und schräg einfallendem Messstrahl bei Glasprisma-Reflektoren
$\Delta_H$	Abplattung aufgrund der Hertzschen Pressung
$\Delta_{HE}$	Abplattung bezogen auf die ebene Oberfläche (Hertzsche Pressung)
$\Delta_L$	Differenz der Länge bei gekrümmten Oberflächenprofilen
$\Delta_q$	Lageabweichung bei Tripelprismen abhängig vom Einfallswinkel
$\Delta_r$	Systematische Abweichung der Messkugel bei Betrachtung der Antastungsvarianten
$\Delta_R$	Differenz zwischen $R_{Ist}$ und $R_{Soll}$ bei der Ausgleichung
$\Delta_{RE, RW}$	Abweichung vom Nennradius $R_W$ , falls ein Ellipsoid angenommen wird
$\Delta_S$	Abweichung zwischen korrigiertem Messpunkt und Ist-Berührungspunkt
$\Delta_{SP}$	Systematische Abweichung bei der Spaltmaßmessung bedingt durch $\alpha_Z$
$\Delta_{SPKW}$	Kleinwinkelnäherung von $\Delta_{SP}$
$\Delta_{VM}$	Abweichung infolge der Vermaschung
$e$	Kreisexzentrizität bei der Ausgleichung
$\epsilon$	Numerische Exzentrizität der Ellipse
$\eta$	Hilfswinkel bei der Zylinderantastung
$E$	Elastizitätsmodul
$E_H$	Repräsentativer Elastizitätsmodul (Hertzsche Pressung)

$E_{H_1}$	Elastizitätsmodul der Messkugel (Hertzsche Pressung)
$E_{H_2}$	Elastizitätsmodul der zu messenden Oberfläche (Hertzsche Pressung)
$F$	Antastkraft (senkrecht zur Oberfläche)
$\gamma$	Winkel um den ein Taster von der Drehachse verschwenkt ist (Zylinderantastung)
$GA$	Grenzabmaß
$G(u)$	B-Splinekurve (alternativer Ansatz)
$h$	Verbleibende Höhe nach dem Eintauchen (Spaltmaßmessung mit Kante)
$h_A$	Verbleibende Höhe nach dem Eintauchen (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$h_{KE}$	Höhe gerader Kreiskegel (globale Regelgeometrie)
$h_P$	Höhe des Glaskörpers eines Prismas
$h_Z$	Höhe gerader Kreiszyylinder (globale Regelgeometrie)
$H$	Gesamtabweichung (Komponente), bedingt durch $\alpha_Z$ bzw. Gestaltabweichungen bei A-priori-Geometrien
$H_{max}$	Maximale Gesamtabweichung (Komponente), bedingt durch $\alpha_Z$ bzw. Gestaltabweichungen bei A-priori-Geometrien
$I_Y$	Axiales Flächenmoment 2. Grades
$k_V$	Verschleißreferenzgröße beim Verschleiß
$\kappa$	Krümmung
$\kappa_{max}$	Maximale Krümmung bei simulierter Welligkeit (mechanische Filterung)
$K$	Gewählter Grad der B-Splinekurve
$K(t)$	Allgemeine ebene Kurve
$\vec{K}$	Korrektionsvektor (Vektor vom Messpunkt zum korrigierten Messpunkt)

---

$l$	Länge des Körpers bzw. Abstand zum Einspannpunkt bei der Biegung
$\lambda$	Wellenlänge allgemein
$\lambda_C$	Grenzwellenlänge (Trennung zwischen Welligkeit und Rauheit)
$\lambda_{min}$	Minimale Wellenlänge bei der keine mechanische Filterung auftritt
$L$	Halbe Spaltweite (Spaltmaßmessung)
$L_V$	Halbe Weite des virtuellen Spalts (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$M_{Ist}$	Geschätzter Ist-Mittelpunkt bei der Kreisausgleichung
$M_{Soll}$	Soll-Mittelpunkt bei der Kreisausgleichung
$n$	Grad einer Bézierkurve
$n_H$	Brechungsindex Harz
$n_L$	Brechungsindex Luft
$n_P$	Brechungsindex Glasprisma
$n_{R160}$	Brechungsindex Glaskugel Reflektor 160
$\vec{n}$	Positiver Normalenvektor (auf der Außenseite der Oberfläche)
$N$	Anzahl der Messpunkte
$N_B$	Anzahl der gewählten de-Boor-Punkte minus eins
$\nu$	Querkontraktionszahl bzw. Poissonzahl
$\nu_H$	Repräsentative Querkontraktionszahl bzw. Poissonzahl (Hertzsche Pressung)
$\nu_{H_1}$	Querkontraktionszahl bzw. Poissonzahl der Messkugel (Hertzsche Pressung)
$\nu_{H_2}$	Querkontraktionszahl bzw. Poissonzahl der zu messenden Oberfläche (Hertzsche Pressung)
$p$	Abstand der Stehachse zur Vorderseite des Glaskörpers bei Rundprismen

$\phi_E$	Positiver Winkel bezogen auf die große Halbachse der Ellipse bei der Betrachtung der Auswirkung von $V_{DWS}$ (Formtoleranz)
$\psi$	Abweichung des Knickwinkels von $180^\circ$ bei der Vermaschung
$\psi_0$	Knickwinkel bei der Vermaschung
$P_A$	Ausreißer (taktil erfasster Messpunkt)
$P_{Gem.}$	Physikalisch gemessener Messpunkt (optische Antastung)
$P_{Geo.}$	Geometrisch konstruierter Messpunkt (optische Antastung)
$P_i$	Taktile erfasster Messpunkt
$P_{Int.}$	Interpretierter Messpunkt (optische Antastung)
$P_{Soll}$	Soll-Messpunkt
$\vec{P}$	Ortsvektor zum Kugelmittelpunkt
$\vec{P}_K$	Ortsvektor zum korrigierten Messpunkt
$\Psi$	Auswirkung der Eindringtiefe ohne Berücksichtigung der geänderten Ausbreitungsgeschwindigkeit (optische Antastung)
$\Psi^*$	Auswirkung der Eindringtiefe (optische Antastung)
$q$	Eintauchtiefe der Messkugel (Spaltmaßmessung mit Kante)
$q_A$	Eintauchtiefe der Messkugel (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$Q_i$	Kontrollpunkte bei Freiformgeometrien
$Q(R, K(t))$	Ebene Parallelgeometrie
$r_A$	Radius der Abrundung der Kante (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$r_H$	Repräsentativer Radius (Hertzsche Pressung)
$r_{OF}$	Radius für die zu messende Oberfläche (Hertzsche Pressung)
$r_K$	Radius einer Kugel als globale Regelgeometrie

---

$r_{KE}$	Radius eines geraden Kreiskegels (globale Regelgeometrie)
$r_{TR}$	Radius Rotationstorus im Ring (globale Regelgeometrie)
$r_{TZ}$	Radius Rotationstorus im Zentrum (globale Regelgeometrie)
$r_Z$	Radius eines geraden Kreiszyinders (globale Regelgeometrie)
$R$	Radius Messkugel allgemein
$R_E$	Radius der Ellipse
$R_{Ist}$	Geschätzter Ist-Radius bei der Ausgleichung
$R_{KA}$	Radius des Verlaufs des Kugelmittelpunktes (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$R_{KK}$	Radius Krümmungskreis
$R_{SMR}$	Radius für SMR
$R_{Soll}$	Soll-Radius bei der Ausgleichung
$R_T$	Radius für Kugeltaster
$R_W$	Nomineller Radius einer Messkugel
$s_A$	Abstand des Kugelauflagepunktes vom Beginn der Abrundung (X-Komponente) (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$s_{TS}$	Messdistanz (Gleitweg) beim taktilen Scanning
$\sigma_{2D}$	Standardabweichung der Antastkrafttrichtung bei einer zweiachsigen Betrachtung von der Auslenkung $w$
$\sigma_{\alpha^*}$	Standardabweichung der orthogonalen Komponente der Auswirkung der Eindringtiefe (optische Antastung)
$\sigma_{\alpha}$	Standardabweichung des Einfallswinkels zur Oberfläche (optische Antastung)
$\sigma_d$	Standardabweichung der Harzdicke (optische Antastung)

$\sigma_{n_H}$	Standardabweichung des Brechungsindex des Harzes (optische Antastung)
$\sigma_{n_L}$	Standardabweichung des Brechungsindex der Luft (optische Antastung)
$\sigma_{w_x}$	Standardabweichung der X-Komponente der Auslenkung $w$ bei der Bestimmung der Antastkrafttrichtung
$\sigma_{w_y}$	Standardabweichung der Y-Komponente der Auslenkung $w$ bei der Bestimmung der Antastkrafttrichtung
$t$	Parameter bei univariaten Freiformgeometrien
$t_A$	Abstand des Kugelauflagepunktes vom Ende der Abrundung (Y-Komponente) (Spaltmaßmessung mit Abrundung)
$t_{DWS}$	Abweichung von der Kugelform
$u$	Parameter bei univariaten Freiformgeometrien
$u_i$	Knotenparameter bei segmentierten Freiformgeometrien
$U(t)$	Bézierkurve (klassisch)
$V_{DWS}$	Schwankung des Kugeldurchmessers
$V(u)$	B-Splinekurve (klassisch)
$w$	Auslenkung des Tasters einer KMG aus der Nullstellung
$w_x$	X-Komponente der Auslenkung des Tasters einer KMG aus der Nullstellung
$w_y$	Y-Komponente der Auslenkung des Tasters einer KMG aus der Nullstellung
$w_z$	Z-Komponente der Auslenkung des Tasters einer KMG aus der Nullstellung
$W_t$	Wellentiefe (2x Amplitude)
$W_{t,max}$	Maximale Wellentiefe bei der keine mechanische Filterung auftritt
$W_V$	Verschleißvolumen bei $k_V$

$\xi_H$	Hilfswinkel bei der Ausreißeranalyse (Ausgleichung mittels Hüllbedingung)
$\xi_P$	Hilfswinkel bei der Ausreißeranalyse (Ausgleichung mittels Pferchbedingung)
$x$	Position in X-Richtung



# Literaturverzeichnis

- [ADS12] AICON 3D SYSTEMS, GMBH: *MoveInspect Probing – Technische Spezifikationen*, 2012.
- [Ahn04] AHN, SUNG JOON: *Least Squares Orthogonal Distance Fitting of Curves and Surfaces in Space*. Doktorarbeit, University of Stuttgart, Berlin, Heidelberg, 2004.
- [ANS01] ANSI/ABMA 10A:2001(R2015): *Metal Balls for Unground Bearings and Other Uses*, 2001.
- [AP13] AUTOMATED PRECISION, INC: *Product Specification I-360 Hand-Held Probing & Scanning*, 2013.
- [API16] API, SERVICES: *SMR – 0.5"Diameter – Break Resistant Hollow Core 40m Standard – Website*, 03 2016. Technical specifications. Retrieved 2016/03/01. <http://www.apitechnical.com/>.
- [Arc06] ARC, SECOND: *IndoorGPS – WorkSpace – Advanced Metrology Edition – Benutzerhandbuch Version 6.0*, 2006.
- [ASM04] ASME B89.4.22:2004: *Methods for Performance Evaluation of Articulated Arm Coordinate Measuring Machines*, 2004.
- [ASM06] ASME B89.4.19:2006: *Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems*, November 2006.
- [Bai11] BAINES, CARL: *The Importance of Laser Tracker Targets – Part 2 – Presentation*, July 2011.
- [BB06] BENDER, MICHAEL und MANFRED BRILL: *Computergrafik: ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. Hanser, München, 2., überarb. Auflage, 2006.
- [Ber05] BERKHAHN, VOLKER: *Geometrische Modellierung in der Bauinformatik*. Doktorarbeit, Universität Hannover, Aachen, 2005. Zugl.: Hannover, Univ., Habil.-Schr., 2004.
- [BFQS85] BILL, R., G. FOHL, H. QUASNITZA und R. STAIGER: *Fehlertheoretische Untersuchung des elektronischen Meß- und Berechnungssystems ECDS 1 von KERN*. Zeitschrift für Vermessungswesen (zfv), 9:399–409, September 1985.

- [BH12] BERNHART, FRANZISKA und MARIA HENNES: *Leistungsfähigkeit eines „Reflektor 160“ in Kombination mit einem Lasertracker*. Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn), 2(119):63–69, Februar 2012.
- [BI16a] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *0.5THV Series – Vector Target Adapter – Technical Specifications*, 2016.
- [BI16b] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *1.5ADP-.5 – 1.5"to 0.5"SMR Adapter – Technical Specifications*, 2016.
- [BI16c] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *1.5ADP-RPR Series – Probe Adapters – Technical Specifications*, 2016.
- [BI16d] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *1.5TH1 Series SMR Adapters – Website*, 03 2016. Technical Specifications. Retrieved 2016/03/01. <http://www.brunson.us/>.
- [BI16e] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *1.5THE Series Edge Adapter – Technical Specifications*, 2016.
- [BI16f] BRUNSON INSTRUMENT, COMPANY: *TBA Series Tooling Ball Adaptors – Technical Specifications*, 2016.
- [BN10] BRENCHER, TIM und CHRISTOPH NAAB: *Vermessung von CFK-Oberflächen mit einem Laserradar – Präsentation*, Oktober 2010. 3. Fortbildungsseminar: Optische Messtechnik für Anwendungen im Maschinenbau, Karlsruhe.
- [Bul13] BULL, ROLF: *Das Interview im VDVmagazin – Warum ist ein 360°-Prisma so teuer?* VDVmagazin, 3:218–220, 2013.
- [CH15] CZICHOS, HORST und KARL-HEINZ HABIG (Herausgeber): *Tribologie-Handbuch: Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. SpringerLink: Bücher. Springer Vieweg, Wiesbaden, 4., vollst. überarb. u. erw. Auflage, 2015.
- [Com92] COMMITTEE, ASM INTERNATIONAL HANDBOOK: *ASM Handbook*, Band 18: Friction, Lubrication, and Wear Technology. ASM International, [Metals Park, Ohio], 1. print. Auflage, 1992.
- [CZDA15] CARL ZEISS 3D AUTOMATION, GMBH: *Taster Handbuch – Webseite*, 08 2015. Letzter Zugriff 10/08/2015. <https://taster.zeiss.de/de/Taster-Handbuch/>.
- [CZIM11] CARL ZEISS INDUSTRIELLE MESSTECHNIK, GMBH: *Koordinaten-Messtechnik – Große Portal- und Brückenmessgeräte – Technische Informationen*, 2011.
- [CZIM14] CARL ZEISS INDUSTRIELLE MESSTECHNIK, GMBH: *Industrielle Messtechnik – Portalmessgeräte – Technische Informationen*, 2014.
- [DB01] DE BOOR, CARL: *A practical guide to splines*. Applied mathematical sciences; 27. Springer, New York, Rev. ed., 1. hardcover print. Auflage, 2001.

- [DIN82] *DIN 4760:1982: Gestaltabweichungen – Begriffe Ordnungssystem*, Juni 1982.
- [DIN98a] *DIN EN ISO 3274:1998: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Nenneigenschaften von Tastschnittgeräten*, April 1998.
- [DIN98b] *DIN EN ISO 4288:1998: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Regeln und Verfahren für die Beurteilung der Oberflächenbeschaffenheit*, April 1998.
- [DIN99] *DIN EN ISO 8785:1999: Geometrische Produktspezifikation (GPS) Oberflächenunvollkommenheiten Begriffe, Definitionen und Kenngrößen (ISO 8785:1998) Deutsche Fassung EN ISO 8785:1999*, Oktober 1999.
- [DIN02] *DIN 5401:2002: Wälzlager – Kugeln für Wälzlager und allgemeinen Industriebedarf*, August 2002.
- [DIN03] *DIN EN ISO 10360-1:2003: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) – Teil 1: Begriffe*, Juli 2003.
- [DIN10a] *DIN EN ISO 10360-2:2010: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) – Teil 2: KMG angewendet für Längenmessungen*, Juni 2010.
- [DIN10b] *DIN EN ISO 4287:2010: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Benennungen, Definitionen und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit*, Juli 2010.
- [DIN13] *DIN EN ISO 16610-21:2013: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 21: Lineare Profilter: Gauß-Filter*, Juni 2013.
- [DIN14a] *DIN EN ISO 10360-10:2014 Entwurf: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Annahmeprüfung für und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) – Teil 10: Lasertracker*, August 2014.
- [DIN14b] *DIN EN ISO 10360-12:2014 Entwurf: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Annahme- und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmesssysteme (KMS) – Teil 12: Koordinatenmessgeräte (KMG) mit Gelenkausleger*, Oktober 2014.
- [DJH15] DR. JOHANNES HEIDENHAIN, GMBH: *Tastsysteme für Werkzeugmaschinen – Technische Informationen*, September 2015.
- [DL16] DEUTSCHES LACKINSTITUT, GMBH: *Dünn wie ein Haar – Der Aufbau einer Autolackierung – Webseite*, 03 2016. Letzter Zugriff 01/03/2016. <http://www.lacke-und-farben.de/magazin/automobil/>.

- [DS02] DEUMLICH, FRITZ und RUDOLF STAIGER (Herausgeber): *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*. Wichmann, Heidelberg, 9., völlig neu bearb. und erw. Auflage, 2002.
- [Ede87] EDELSBRUNNER, HERBERT: *Algorithms in combinatorial geometry*. EATCS monographs on theoretical computer science; 10. Springer, Berlin, 1987.
- [Far93] FARIN, GERALD E.: *Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide*. Computer science and scientific computing. Academic Pr., Boston [u.a.], 3. Auflage, 1993.
- [Far08] FAROUKI, RIDA T. (Herausgeber): *Pythagorean-Hodograph Curves: Algebra and Geometry Inseparable*. Geometry and Computing. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [FE15] FARO EUROPE, GMBH & CO. KG: *Factsheet – Kugeladapter für Laser Tracker*, Oktober 2015.
- [FH00] FAVRE, C. und M. HENNES: *Zum Einfluss der geometrischen Ausrichtung von 360°-Reflektoren bei Messungen mit automatischer Zielerfassung*. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik (VPK), 2:72–78, 2000.
- [FT10] FARO TECHNOLOGIES, INC.: *FARO Laser Tracker Targets – Technische Spezifikationen*, August 2010.
- [FT12] FARO TECHNOLOGIES, INC.: *FARO Laser Tracker Vantage – Technische Spezifikationen*, Juli 2012.
- [Fur04] FURLAN, PETER: *Das gelbe Rechenbuch*, Band 2: Integralrechnung, mehrdimensionale Differentialrechnung, mehrdimensionale Integralrechnung. Furlan, Dortmund, [Nachdr.]. Auflage, 2004.
- [Gal11] GALLIER, JEAN: *Geometric Methods and Applications: For Computer Science and Engineering*. Texts in Applied Mathematics 38; SpringerLink: Bücher. Springer, New York, NY, 2011.
- [GF07] GROTE, KARL-HEINRICH und JÖRG FELDHUSEN (Herausgeber): *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer, Berlin, 22., neubearb. und erw. Auflage, 2007.
- [GF14] GROTE, KARL-HEINRICH und JÖRG FELDHUSEN (Herausgeber): *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau*. SpringerLink: Bücher. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 24., aktualisierte Auflage, 2014.
- [GOM08] GOM, MBH: *Anwendungsbeispiel: Qualitätskontrolle – Online-Kalibrierung und Prüfung von Messaufnahmen, Vorrichtungen und Lehren*. Technischer Bericht, GOM, mbH, 2008.

- [GR11] GASSNER, G. und R. RULAND: *Instrument tests with the new Leica AT401*. Conference: Presented at 11th International Workshop On Accelerator Alignment (IWAA 10), DESY, 9/13/2010-9/17/2010, 03 2011.
- [Hec14] HECHT, EUGENE: *Optik*. Studium. De Gruyter, München, 6., verb. Auflage, 2014.
- [Hen06] HENNES, MARIA: *Zur Flächenrückführung mit Lasertrackern*. In: *Beitrag zum 72. DVW-Seminar Terrestrisches Laserscanning (TLS 2006) am 09. und 10. November 2006 in Fulda*, Band 51, Seiten 201–212. DVW-Schriftenreihe, 2006.
- [Hen07] HENNES, MARIA: *Flächenerfassung mit Lasertrackern als Alternative zu scannenden Verfahren.*, Juni 2007. 3. Dresdener Ingenieurgeodäsietag, Berufliche Weiterbildung (BWB) Industriemesstechnik.
- [Hen09] HENNES, MARIA: *Freiformflächenerfassung mit Lasertrackern – eine ergonomische Softwarelösung zur Reflektoroffsetkorrektur*. Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn), 5:188–194, Mai 2009.
- [Her07] HERNLA, MICHAEL: *Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen: Abschätzung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit mit Hilfe von Berechnungstabellen*. Haus der Technik – Fachbuch; Bd. 78. expert Verl., Renningen, 2007.
- [HM08] HERRMANN, J. und M. MÖSER: *Reverse Engineering – Vom Objekt zum Modell*. Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn), 5:185–187, Mai 2008.
- [HM11] HEXAGON METROLOGY, GMBH: *Leica Geosystems Metrology Products Catalog Version 1.1*, March 2011.
- [HM13a] HEXAGON METROLOGY, GMBH: *Leica TDRA6000 – Version 02/2013 – Produktbroschüre*, August 2013.
- [HM13b] HEXAGON METROLOGY, GMBH: *Systemspezifikationen für mobile KMG*, April 2013.
- [HM15a] HEXAGON METROLOGY, GMBH: *Leica Absolute Trackers – Messtaster-Lösungen – Produktbroschüre*, Mai 2015.
- [HM15b] HEXAGON METROLOGY, GMBH: *Leica Geosystems Metrology Products Catalog Version 1.3*, 2015.
- [HN15a] HARMENING, CORINNA und HANS NEUNER: *A constraint-based parameterization technique for B-spline surfaces*. Journal of Applied Geodesy, 9(3):143–161, 2015.
- [HN15b] HARMENING, CORINNA und HANS NEUNER: *Continuous modelling of point clouds by means of freeform surfaces*. Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation (VGI), 2+3(103):121–129, 2015.

- [Hub16] HUBBS MACHINE & MANUFACTURING, INC.: *Hubbs Machine & Manufacturing Inc. – Website*, 02 2016. Retrieved 2016/02/23. <http://hubbsmachine.com/>.
- [ISO01] *ISO 17123-3:2001: Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 3: Theodolites*, 12 2001.
- [Jäg05] JÄGER, REINER (Herausgeber): *Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren: ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern*. Wichmann, Heidelberg, 2005.
- [JR06] JURETZKO, MANFRED und EVA RICHTER: *Geometrical survey of compact antenna test ranges using laser tracker technology*. Proceedings 3rd IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering / 12th FIG Symposium on Deformation Measurement, May 2006.
- [JRPV06] JURETZKO, M., E. RICHTER, M. PAQUAY und V. J. VOKURKA: *Compact range calibration an alignment*. Proceedings AMTA Europe Symposium 2006, Munich, Seiten 270–275, May 2006.
- [Kle05] KLEIN, ROLF: *Algorithmische Geometrie: Grundlagen, Methoden, Anwendungen*. eXamen.press. Springer, Berlin, 2., vollst. überarb. Auflage, 2005.
- [KM15] KEFERSTEIN, CLAUS P. und MICHAEL MARXER: *Fertigungsmesstechnik: Praxisorientierte Grundlagen, moderne Messverfahren*. SpringerLink: Bücher. Springer Vieweg, Wiesbaden, 8., vollst. überarb. u. erw. Auflage, 2015.
- [Koc09] KOCH, KARL-RUDOLF: *Fitting Free-Form Surfaces to Laserscan Data by NURBS*. Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn), 4(116):134–140, April 2009.
- [Koc10] KOCH, KARL-RUDOLF: *Three-dimensional NURBS surface estimated by lofting method*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 49(9):1059–1068, 2010.
- [Koh96] KOHLRAUSCH, FRIEDRICH: *Praktische Physik: Band 3*. Teubner, Stuttgart, 24., neubearb. und erw. Auflage, 1996.
- [LG06] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Operating Instructions – Reflector for Fixed Installations 0.5"(RFI) – Technical Informations*, 2006.
- [LG09a] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Leica TPS1200+/TS30/TM30 – Technisches Referenzhandbuch*, 2009.
- [LG09b] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Leica TS30 – Technische Daten*, 2009.
- [LG10a] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Leica Absolute Tracker AT401 – White Paper*, 2010.
- [LG10b] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Vermessungsreflektoren – White Paper – Merkmale und Einflüsse*. Technischer Bericht, Leica Geosystems, AG, 2010.

- [LG12] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Product Information – Prism dimensions*, 02 2012.
- [LG15] LEICA GEOSYSTEMS, AG: *Leica Geosystems Original Accessories – Catalogue 2015*, 2015.
- [Lim15] LIMBERGER, MARCO: *Ionosphere Modeling from GPS Radio Occultations and Complementary Data Based on B-splines*. Doktorarbeit, Technische Universität München, 2015.
- [Los01] LOSER, RAIMUND: *Weiterentwicklung eines absoluten, hochpräzisen und tracking-fähigen Distanzmessers für industrielle Anwendungen*. Doktorarbeit, ETH Zürich, 2001.
- [Luh10] LUHMANN, THOMAS: *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. Wichmann, Berlin, 3., völlig neu bearb. u. erw. Auflage, 2010.
- [Mar00] MARKENDORF, ALBERT: *The Influence Of The Tooling Ball Reflector On The Accuracy Of Laser Tracker Measurements: Theory And Practical Tests*. Technischer Bericht, Leica Geosystems AG, August 2000.
- [Mer01] MERZIGER, GERHARD (Herausgeber): *Formeln + Hilfen zur höheren Mathematik*. Binomi, Springe, 4. Auflage, 2001.
- [Met16] METROLOGYWORKS, INC: *1.5' Laser Tracker Ball Probe Solid High Accuracy – Website*, 03 2016. Retrieved 2016/03/01. <http://www.metrologyworks.com/>.
- [Naa10] NAAB, CHRISTOPH: *Eigenschaften des Laser Radars*. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, Geodätisches Institut, unveröffentlicht, 2010.
- [Naa12] NAAB, CHRISTOPH: *Zur Parametrisierung bei der Modellierung von Objekten mit extremen Krümmungsänderungen – Präsentation*, Februar 2012. 11. Oldenburger 3D-Tage, Oldenburg.
- [Naa13] NAAB, CHRISTOPH: *Zur Parametrisierung bei der Modellierung von Objekten mit extremen Krümmungsänderungen*. Allgemeine Vermessungsnachrichten (avn), 3(120):98–105, März 2013.
- [Neu04] NEUMANN, HANS JOACHIM (Herausgeber): *Präzisionsmesstechnik in der Fertigung mit Koordinatenmessgeräten*. Kontakt + Studium; 646. expert-Verl., Renningen, 2004.
- [Nie02] NIEMEIER, WOLFGANG: *Ausgleichsrechnung: eine Einführung für Studierende und Praktiker des Vermessungs- und Geoinformationswesens*. De-Gruyter-Lehrbuch. de Gruyter, Berlin [u.a.], 2002.
- [NM10] NIKON METROLOGY, NV: *iSpace – Large volume metrology, tracking and positioning – Technical Informations*, 2010.

- [NM16] NIKON METROLOGY, NV: *K-Series – Optisches und Portables Messsystem – Webseite*, 04 2016. Letzter Zugriff 01/04/2016. <http://www.nikonmetrology.com>.
- [Pau69] PAULI, W.: *Vorteile eines kippbaren Reflektors bei der elektrooptischen Streckenmessung*. *Vermessungstechnik*, 11:412–415, 1969.
- [PBP02] PRAUTZSCH, HARTMUT, WOLFGANG BÖHM und MARCO PALUSZNY: *Bézier and B-spline techniques*. *Mathematics + visualization*. Springer, Berlin [u.a.], 2002.
- [PLX16a] PLX, INC.: *Ceramic Ball Mounted Hollow Retroreflectors (NMBMRs) – Website*, 03 2016. Retrieved 2016/03/01. <http://www.plxinc.com>.
- [PLX16b] PLX, INC.: *Stainless Steel Ball Mounted Hollow Retroreflectors (BMRs) – Website*, 03 2016. Retrieved 2016/03/01. <http://www.plxinc.com>.
- [PT97] PIEGL, LES A. und WAYNE TILLER: *The NURBS Book*. *Monographs in visual communications*. Springer, Berlin, 2. Auflage, 1997.
- [Rüe96] RÜEGER, J. M.: *Electronic Distance Measurement: An Introduction*. Springer, Berlin, 4. Auflage, 1996.
- [Ren09] RENISHAW, PLC: *Präzisions-Tastereinsätze – Technische Informationen*, 2009.
- [Ren14a] RENISHAW, PLC: *Renishaw touch-trigger probing technology – Rugged and flexible solutions for discrete point measurement on CMMs – Presentation*, November 2014.
- [Ren14b] RENISHAW, PLC: *SP80 ultra-high accuracy scanning probe – Technical Specifications*, 9 2014.
- [Ren14c] RENISHAW, PLC: *TP20 user’s guide – Technical Documentation*, 11 2014.
- [Ren15] RENISHAW, PLC: *White Paper – Erschließen Sie das versteckte Potenzial Ihrer KMGs*, 2015.
- [Ric10] RICHTER, FRANK: *Diamantkugeln verbessern Produktivität von 3D-Koordinatenmessgeräten*. In: BRAUN, STEFFEN, WALTHER MAIER und SIMONE ZIRKELBACH (Herausgeber): *Intelligent produzieren: Liber amicorum*, SpringerLink: Bücher. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [Roi14] ROITHMEIER, ROBERT (Herausgeber): *Messstrategien in der taktilen Koordinatenmesstechnik*. Eine Publikation der Carl Zeiss Metrology Academy. Opferkuch, Ellwangen, 3., vollst. überarb. Auflage, 2014.
- [Sac10] SACKEWITZ, MICHAEL: *Marktstudie 3-D-Messtechnik in der deutschen Automobil- und Zulieferindustrie*. Fraunhofer IRB Stuttgart, 2010.
- [Sal99] SALOMON, DAVID: *Computer graphics and geometric modeling*. Springer, New York, 1999.

- 
- [Sal11] SALOMON, DAVID: *The Computer Graphics Manual*. Texts in Computer Science – Springer Link: Bücher. Springer London, 2011.
- [Sap14] SAPHIRWERK, AG: *Eigenschaften der von Saphirwerk bearbeiteten Werkstoffe – Technische Daten*, August 2014.
- [SDS15] SCHMIDT, MICHAEL, DENISE DETTMERING und FLORIAN SEITZ: *Using B-Spline Expansions for Ionosphere Modeling*. In: FREEDEN, WILLI, M. ZUHAIR NASHED und THOMAS SONAR (Herausgeber): *Handbook of Geomathematics*, Seiten 939–983. Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [Sed11] SEDERBERG, THOMAS W.: *Computer Aided Geometric Design*, January 2011.
- [Sim10] SIMON, INGO: *Schäden an Rubin-Tastkugeln von taktilen Koordinatenmessgeräten*. Technischer Bericht, HAWK Hochschule für angewandte Wissenschaft und Kunst, 2010.
- [SN15] SCHMITT, C. und H.-B. NEUNER: *Knot estimation on B-Spline curves*. Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation (VGI), 2+3(103):188–197, 2015.
- [Ste10a] STEFFEY, KENNETH J.: *Understanding Laser Tracker Targets*. The Journal of the CMSC, 5(2):4–11, Autumn 2010.
- [Ste10b] STEFFEY, KENNETH J.: *Understanding Laser Tracker Targets – Presentation*, July 2010.
- [TN15] TRIMBLE NAVIGATION, LIMITED: *Kurzanleitung – Trimble S5,S7,S9,S9 HP Totalstation*, 2015.
- [Top14] TOPCON, CORPORATION: *Sokkia NET05AX II/NET1AX II – 3D Station*, 2014.
- [Tor03] TORGE, WOLFGANG: *Geodäsie*. de Gruyter, Berlin [u.a.], 2., vollst. überarb. und erw. Auflage, 2003.
- [VDI99] VDI/VDE 2631:1999 Blatt 1: *Formprüfung – Grundlagen zur Bestimmung von Form und Lageabweichungen*, Juni 1999.
- [VDI00] VDI/VDE 2617:2000 Blatt 2.2: *Genauigkeit von Koordinatenmeßgeräten Kenngrößen und deren Prüfung – Formmessung*, Juli 2000.
- [VDI07] VDI/VDE 2631:2007 Blatt 3: *Formprüfung – Eigenschaften und Auswahl von Filtern*, August 2007.
- [VDI09] VDI/VDE 2617:2009 Blatt 9: *Genauigkeit von Koordinatenmeßgeräten Kenngrößen und deren Prüfung – Annahme- und Bestätigungsprüfung von Gelenkarm-Koordinatenmessgeräten*, Juni 2009.

- [VDI15] VDI/VDE 2631:2015 Blatt 1 Entwurf: Formmesstechnik – Grundlagen, Mai 2015.
- [Ver03] VERBAND DER KERAMISCHEN INDUSTRIE, E.V.: *Brevier Technische Keramik*. Hans Fahner, Lauf, 4., überarb. Auflage, 2003.
- [Vol13] VOLK, RAIMUND: *Rauheitsmessung: Theorie und Praxis*. Beuth Praxis: Messwesen. Beuth, Berlin [u.a.], 2., überarb. Auflage, 2013.
- [Wec12] WECKENMANN, ALBERT (Herausgeber): *Koordinatenmesstechnik – Flexible Strategien für funktions- und fertigungsgerechtes Prüfen*. Hanser, München, 2., vollständig überarb. Auflage, 2012.
- [Wri14] WRITERS, STAFF: *Stainless Steel – Grade 440 (UNS S44000)*. Technischer Bericht, AZO Materials, 2014.
- [XZYY12] XIE, WEI-CHENG, XIU-FEN ZOU, JIAN-DONG YANG und JIE-BIN YANG: *Iteration and optimization scheme for the reconstruction of 3D surfaces based on non-uniform rational B-splines*. Computer-Aided Design, 44(11):1127–1140, 2012.
- [Yam88] YAMAGUCHI, FUJIO: *Curves and surfaces in computer aided geometric design*. Springer, Berlin, 1988.
- [ZLK95] ZÜRCHER, WALTER, RAIMUND LOSER und STEPHEN A. KYLE: *Improved reflector for interferometric tracking in three dimensions*. Optical Engineering, 34(9):2740–2743, September 1995.