

Saskia Melanie Meißner

---

# **Dynamik atomarer Tunnelsysteme in dünnen, ungeordneten $\text{AlO}_x$ -Schichten**

**Einzelne Tunnelsysteme in Josephson-Kontakten und  
Zustandsdichte in Al- $\text{AlO}_x$ -Al-Kondensatoren**

---



# **Dynamik atomarer Tunnelsysteme in dünnen, ungeordneten $\text{AlO}_x$ -Schichten**

## **Einzelne Tunnelsysteme in Josephson-Kontakten und Zustandsdichte in Al- $\text{AlO}_x$ -Al-Kondensatoren**

Zur Erlangung des akademischen Grades  
DOKTOR DER NATURWISSENSCHAFTEN  
von der Fakultät für Physik des  
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

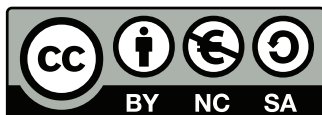
von

Dipl.-Phys. Saskia Melanie Meißner  
aus Herrenberg

Tag der mündlichen Prüfung: 28. April 2017

REFERENT: Prof. Dr. Georg Weiß

KORREFERENT: Prof. Dr. Alexey V. Ustinov



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz (CC BY-NC-SA 4.0):

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.de>



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Tiefe Temperaturen</b>	<b>3</b>
2.1	Verdünnungskryostaten . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Spektroskopie einzelner Tunnelsysteme</b>	<b>5</b>
3.1	Tunnelsysteme . . . . .	5
3.2	Phasen-Qubit als Tunnelsystem-Detektor . . . . .	8
3.2.1	Tunnelsystem-Spektroskopie . . . . .	10
3.2.2	„Langsame“ Fluktuatoren . . . . .	16
3.2.3	„Schnelle“ Fluktuatoren . . . . .	18
3.2.4	Statistische Analyse . . . . .	21
3.2.5	Ultraschall-Experimente . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Dielektrische Eigenschaften von ungeordnetem <math>\text{AlO}_x</math></b>	<b>29</b>
4.1	Dynamik der Tunnelsysteme . . . . .	30
4.1.1	Resonante Wechselwirkung mit dem äußeren Feld . . . . .	33
4.1.2	Relaxations-Wechselwirkung mit dem äußeren Feld . . . . .	35
4.1.3	Verteilung der Tunnelsystemparameter . . . . .	35
4.2	Planare Hochfrequenz-Resonatoren . . . . .	37
4.2.1	Simulation der Eigenfrequenzen und Güten . . . . .	39
4.2.2	Herstellung der Resonatoren . . . . .	40
4.2.3	Transmissions-Messung . . . . .	43
4.2.4	Signatur eines individuellen TS im Resonator . . . . .	49
4.3	Dielektrischer Verlust des $\text{AlO}_x$ . . . . .	51
4.3.1	Nichtlineare Absorption durch Tunnelsysteme im $\text{AlO}_x$ . . . . .	56
4.3.2	Relaxations-Wechselwirkungen . . . . .	59
4.3.3	Oberflächenimpedanz des supraleitenden Aluminium . . . . .	64
4.4	Realteil der dielektrischen Antwort des $\text{AlO}_x$ . . . . .	68
4.4.1	Kinetische Induktivität des supraleitenden Aluminium . . . . .	72
4.5	Erweiterte Diskussion des Tunnelmodells . . . . .	74
4.6	Vorbereitung von Polarisations-Echo Experimenten . . . . .	77
4.7	Vorbereitung auf resonante Ultraschall-Experimente . . . . .	79

<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>81</b>
<b>6 Conclusions and Outlook</b>	<b>83</b>
<b>A Experimentelles und Software</b>	<b>85</b>
A.1 Probenherstellung . . . . .	85
A.2 Hochfrequenz-Messtechnik . . . . .	88
A.3 Weitere Messungen verschiedener Resonatoren . . . . .	92
A.4 Ultraschall und piezoelektrisches ZnO . . . . .	94
A.5 Skripte und Software . . . . .	98
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Danksagung</b>	<b>XI</b>

# 1 Einleitung

Eine große Bandbreite von verschiedenen Experimenten zur Untersuchung ungeordneter Material-Systeme wird derzeit in der Arbeitsgruppe unter Leitung von Professor Weiß betrieben. Dazu zählen die niederfrequenten akustischen Experimente an metallischen Gläsern mit der sogenannten „vibrating reed“ Technik und Ultraschallmessungen im GHz Bereich am gleichen Material. Die Eigenschaften dieser Materialien sind bei tiefen Temperaturen hauptsächlich durch ihre Unordnung bestimmt, die anhand von atomaren Tunnelsystemen durch das Standard-Tunnelmodell beschrieben werden können. Darüber hinaus können deren dynamische Eigenschaften durch ihre Wechselwirkung mit Phononen, Elektronen oder benachbarten Tunnelsystemen charakterisiert werden.

In dieser Arbeit werden dünne ungeordnete  $\text{AlO}_x$ -Schichten mit zwei verschiedenen Detektor-Systemen genauer betrachtet, da  $\text{AlO}_x$  ein gebräuchliches Material zur Herstellung von Josephson-Kontakten supraleitender Qubits ist. Es ist bekannt, dass in den meist ungeordneten dünnen  $\text{AlO}_x$ -Schichten atomare Tunnelsysteme enthalten sind.

Einzelne kohärente Tunnelsysteme koppeln stark über ihr elektrisches Dipolmoment resonant an das Qubit und bilden eine Energieaufspaltung in dessen Spektrum. Auch langsam fluktuierende Tunnelsysteme sind beobachtbar, wenn sie sich in der Nähe von kohärenten Tunnelsystemen befinden und eine lokale Verzerrung deren Potentiale verursachen. Sie sind damit als Telegrafengeräusche der Energieaufspaltung des resonanten Tunnelsystems auf Zeitskalen von Stunden bis Minuten messbar. Die Fluktuationsrate auf einer Zeitskala von Millisekunden wird in dieser Arbeit mit einer speziellen statistischen Analyse der Messungen des Qubit-Zustands bestimmt. Ein kohärentes, resonant an das Qubit gekoppelte TS, wird somit zum Detektor einzelner atomarer Fluktuatoren, deren Fluktuationsraten sich über eine Zeitskala von sechs Größenordnungen erstrecken.

Für dielektrische Messungen der Verteilung von Tunnelsystemen in  $\text{AlO}_x$  werden in Anlehnung an die Josephson-Kontakte in supraleitenden Quanten-Systemen dünne  $\text{AlO}_x$  Schichten in Form von Plattenkondensatoren hergestellt. Integriert in supraleitende planare Hochfrequenz-Resonatoren werden sie zum Detektor für die dielektrische Suszeptibilität der Tunnelsysteme vom MHz bis in den GHz Bereich. Zusammen mit niederfrequenten Messungen der Kapazitäten im kHz Bereich (Dissertation Arnold Seiler) ermöglicht die große Bandbreite der Anregungsfrequenzen (aus beiden Arbeiten) zu prüfen, ob die angenommene Verteilung der Parameter des Standard-Tunnelmodells auch für die dünnen ungeordneten dielektrischen Schichten eine gute Beschreibung liefert.



## 2 Tiefe Temperaturen

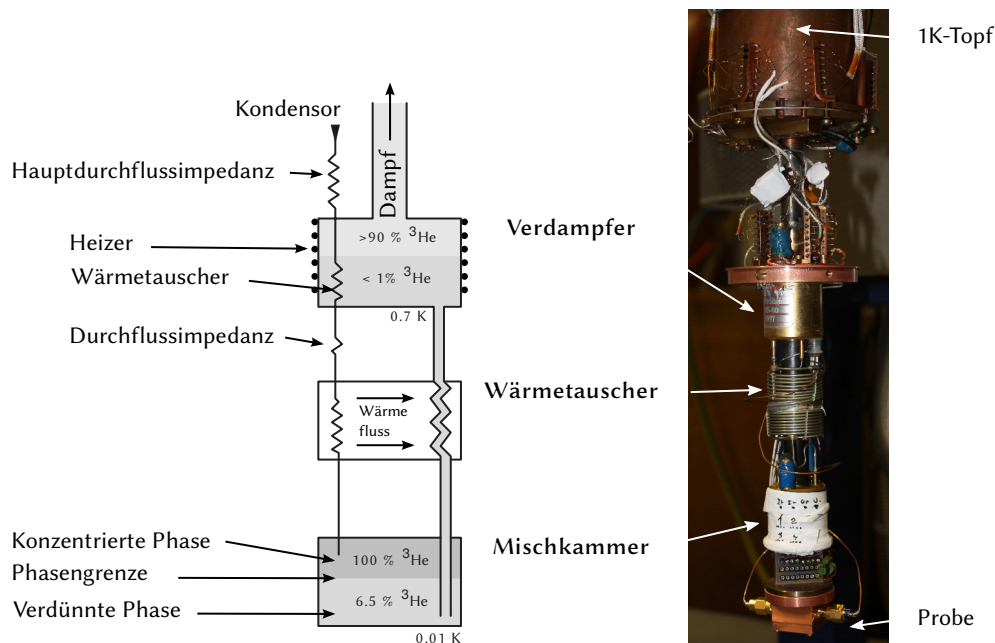
Das Frequenz-Fenster der Experimente liegt im Bereich von einigen GHz, welches einen Temperaturbereich durch  $E = k_B T$  für z.B.  $\approx 1$  GHz von  $\approx 50$  mK bestimmt. Kalte Flüssigkeiten wie Stickstoff mit einer Temperatur von 77 K oder flüssiges  $^4\text{He}$  mit 4 K sind allein nicht ausreichend. Mit Verdünnungskryostaten ist es jedoch möglich die Experimente auf Temperaturen von einigen 10 mK abzukühlen.

### 2.1 Verdünnungskryostaten

Das Kühl-Prinzip basiert auf der Kombination einer Fermi- ( $^3\text{He}$ ) und einer suprafluiden Flüssigkeit ( $^4\text{He}$ ) [29]. Unterhalb einer kritischen Temperatur der Mischung bilden sich zwei Phasen aus. Eine „konzentrierte“,  $^3\text{He}$ - reiche und eine „verdünnte“,  $^4\text{He}$ - reiche Phase. Die Konzentration des  $^3\text{He}$  in beiden Phasen ist temperaturabhängig. Die Differenz zwischen der Enthalpie der beiden Phasen ermöglicht das „Verdampfen“ (es handelt sich um Flüssigkeiten) von  $^3\text{He}$  aus der „konzentrierten“ in die „verdünnte“ Phase. Dieser Prozess benötigt Energie aus der Umgebung und kühlt die Mischkammer bis in den mK Bereich ab.

Die technische Umsetzung (siehe Abb. 2.1) beginnt beim Kondensieren der Gas Mischung, die zunächst in Kühlfallen ( $\text{N}_2(\text{l})$  und  $^4\text{He}(\text{l})$ ) gereinigt wird. In Kontakt mit dem sogenannten 1K-Topf, der seinerseits durch Verdampfung von  $^4\text{He}$  gekühlt wird, wird die Mischung verflüssigt. Das ganze System ist durch Vakuumisolation und durch Strahlungsschilde an den einzelnen Temperaturstufen, sowie dem  $^4\text{He}(\text{l})$ -Bad und gegebenenfalls zusätzlich mit einem  $\text{N}_2(\text{l})$ -Bad von der warmen Umgebung abgeschirmt. Die Separation der beiden Phasen der Mischung findet erst unterhalb der kritischen Temperatur von  $T_c = 0,86$  K statt, welche im Verdampfer (Still) durch Verdampfungskühlung von  $^3\text{He}$  aus der Mischung erreicht wird. Bei laufender Zirkulation der Mischung im Kreislauf wird im Verdampfer mit Hilfe einer Heizung bei 0,7 K  $^3\text{He}$  abdestilliert, sodass  $^3\text{He}$  aus der „verdünnten“ Phase aus der Mischkammer diffundieren muss.  $^4\text{He}$  verdampft aufgrund seines niedrigen Dampfdrucks bei  $\approx 0,7$  K etwa tausend mal langsamer als  $^3\text{He}$ . Das  $^3\text{He}$  wird anschließend wieder kondensiert und über Wärmetauscher der konzentrierten Phase zugeführt. Die minimale Temperatur  $T$  entspricht etwa  $1/3$  der Temperatur des letzten Wärmetauschers vor der Mischkammer mit einer Kühlleistung  $\propto T^2$ . Außerdem sind durch den Kapitza-Widerstand zwischen dem flüssigen Helium und Festkörpern sehr große Flächen in den Gegenstrom-Wärmetauschern zur Thermalisierung nötig.

Die Temperatur der Mischkammer wird meist mit sekundären Widerstandsthermometern, die durch ein primäres Thermometer (z.B. ein Rausch-Thermometer) kalibriert werden, bestimmt und kann auf etwa 5 – 10% genau im Bereich von 300 K – 10 mK gemessen werden.



**Abbildung 2.1:** Verdünnungskryostat als Prinzipskizze nach [29] des Mischkreislaufes und am Beispiel des Mischeinsatzes von MINIFRIDGE.

Die Experimente wurden in verschiedenen Kryostaten durchgeführt, da zu Beginn dieser Arbeit in der Arbeitsgruppe von Georg Weiß noch keine hochfrequenztauglichen Koaxialkabel in den Kryostaten MINIFRIDGE und MAMMUTFRIDGE eingebaut waren und keine Messgeräte für Frequenzen größer 2 GHz zur Verfügung standen. Dank dem guten Kontakt zur Arbeitsgruppe von Alexey V. Ustinov direkt im Hause fanden Gastmessungen in Zusammenarbeit mit Jürgen Lisenfeld, zur Charakterisierung einzelner atomarer Tunnelsysteme in Josephson-Kontakten eines supraleitenden Qubits statt. Außerdem ermöglichte der Kontakt zu Hannes Rotzinger, Martin Weides und der „fabgroup“ die Herstellung selbst entworfener planarer Hochfrequenz-Resonatoren und deren Messung bei tiefen Temperaturen im Kryostaten SILVERFRIDGE mit Anregungsfrequenzen im GHz-Bereich.

Mittlerweile sind die Kryostaten MINIFRIDGE und MAMMUTFRIDGE unserer Gruppe für die entsprechenden Messungen ausgestattet und für hochfrequente Ultraschall-Messungen an metallischen Gläsern im Einsatz.

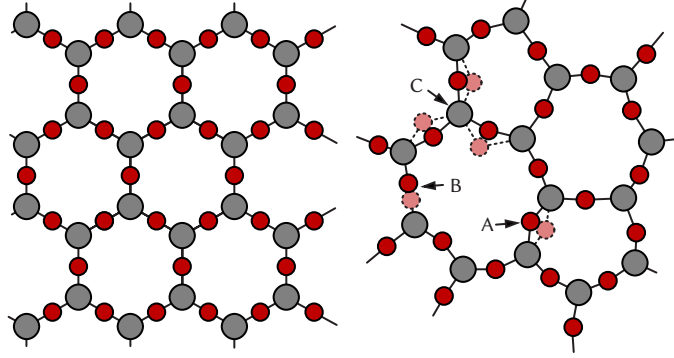
# 3 Spektroskopie einzelner Tunnelsysteme

Gläser sind ungeordnete bzw. amorphe Festkörper. Kristalline Materialien haben eine sich wiederholende Anordnung im regelmäßigen Gitter, die durch die elementare und chemische Zusammensetzung vorgegeben wird. Ungeordnete Systeme haben keine Fernordnung wie im Kristallgitter. Amorph heißt aber nicht, dass die Ordnung im Chaos endet. Die lokale Ordnung ist immer noch durch die chemische Bindung der Atome oder Moleküle vorgegeben.

Die atomare Struktur der Oberfläche eines dünnen Silizium-Glases  $\text{SiO}_x$  wurde 2014 [8] durch Raster-Tunnel- und Raster-Kraft-Mikroskopie aufgelöst, und passt zur vorhandenen Vorstellung über Gläser. Bereits 1971 entdeckten Zeller und Pohl [79] eine Anomalie bei tiefen Temperaturen im Temperaturverlauf der spezifischen Wärme von amorphen Festkörpern, die nicht wie bei Kristallen der Theorie von Debye folgt, sondern etwa linear proportional zur Temperatur ist. Phillips [76] und Anderson [3] stellen das sogenannte Tunnelmodell vor, welches diesen Verlauf der spezifischen Wärme beschreibt. Es gibt auch alternative Beschreibungen durch das „Soft-Potential-Modell“ zusammengefasst von Ramos und Buchenau [83, 84], sie werden hier jedoch nicht genauer betrachtet. Im Tunnelmodell wird angenommen, dass bei tiefen Temperaturen unter 1 K in ungeordneten Festkörpern noch strukturelle Umlagerungen möglich sind. Die Dichte dieser Tunnelsysteme (TS) liegt etwa bei  $10^{18}$  pro  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$  (z.B. aus Ultraschall-Absorptions-Messungen an Gläsern [101]). TS reagieren auf eine mechanische Verzerung des Festkörpers und wenn sie ein elektrisches Dipolmoment besitzen, besteht auch die Möglichkeit, dass sie an elektrische Felder koppeln.

## 3.1 Tunnelsysteme

Eine Grundidee ist, dass Atome oder Gruppen von Atomen in ungeordneten Festkörpern mehrere energetisch günstige Lagen haben können (Abb. 3.1). Die einfachste Annahme ist eine Beschreibung mit zwei benachbarten harmonischen Potentialen mit dem Abstand  $d$  entlang einer Konfigurationskoordinate, mit der die Bewegung der Atomgruppe beschrieben wird. Die Energiedifferenz der Minima der Potentiale wird als Asymmetrieenergie  $\varepsilon$  bezeichnet. Bei tiefen Temperaturen sind nur die Grundzustände der beiden Mulden mit der Energie  $E_0/2$  besetzt. Je kleiner der Abstand der Mulden ist, umso größer wird der Überlapp der Wellenfunktionen und es gibt eine endliche Wahrchein-



**Abbildung 3.1:** 2D-Projektion von kristallinem  $\text{SiO}_2$  (links) und Glas (rechts) nach [29]. Die Vorstellung des Glases ist in guter Übereinstimmung mit der gemessenen Struktur aus [8]. Atome oder Gruppen von Atomen haben im Glas metastabile Gleichgewichtslagen zwischen denen sie mit endlicher Wahrscheinlichkeit unterhalb einer bestimmten Temperatur auch durch quantenmechanisches Tunneln wechseln können, hier am Beispiel der Konfigurationen A, B und C.

lichkeit, dass die Barriere zwischen den beiden Mulden durch quantenmechanisches Tunneln überwunden werden kann.

Die Grundzustände der harmonischen Potentiale (siehe Abb. 3.2(a)) bilden einen gemischten Zustand im Doppelmuldenpotential (Abb. 3.2(b)) mit der Energieaufspaltung  $E = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2}$  und der Tunnelenergie  $\Delta = E_0 e^{-\lambda}$  (siehe Abb. 3.2(c)). Der Tunnelparameter

$$\lambda \approx d \sqrt{\frac{2mV}{\hbar^2}} \quad (3.1)$$

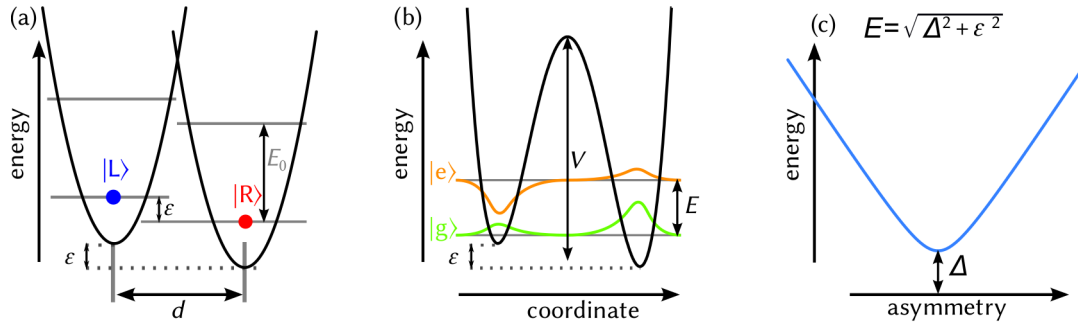
kann mit der Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) Näherung [91] aus dem Abstand  $d$  der Mulden, der Masse  $m$  des Teilchens und der Potential-Barriere  $V$  berechnet werden. Die Dynamik dieser Tunnelsysteme ist in der Ortsbasis der lokalen Zustände  $|L\rangle$  der linken, und  $|R\rangle$ , der rechten Potentialmulde, durch  $\mathcal{H}_0^{LR}$  gegeben. In der Energiebasis folgt mit  $\mathcal{H}_0^{ge}$  die Beschreibung der Zustände anhand einer symmetrischen  $|g\rangle$  und antisymmetrischen  $|e\rangle$  Wellenfunktion:

$$\mathcal{H}_0^{LR} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \varepsilon & -\Delta \\ -\Delta & -\varepsilon \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathcal{H}_0^{ge} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Eine Ankopplung an äußere Felder wird durch eine kleine Variation der Asymmetrieenergie  $\varepsilon = \varepsilon + \delta\varepsilon$  und der Tunnelenergie  $\Delta = \Delta + \delta\Delta$  eingeführt. Anschaulich führt jede Störung zu einer Verzerrung des Materials mit einer kleinen Längenänderung  $\delta d$ . Mit dem Deformationspotential  $\gamma$  und dem Verzerrungsfeld  $\mathbf{S}$  ist die Änderung der Asymmetrieenergie gegeben

$$\varepsilon(\mathbf{S}) = \varepsilon + \gamma \mathbf{S} = \varepsilon \left( 1 + \frac{\gamma \mathbf{S}}{\varepsilon} \right) \quad (3.3)$$





**Abbildung 3.2:** Die Beschreibung der TS in amorphen Materialien nach dem Standard Tunnel Modell: (a) In erster Näherung werden diese Defekte mit zwei harmonischen Potentials der möglichen Konfigurationen der Atome beschrieben. Bei tiefen Temperaturen sind nur die Grundzustände mit der Energie  $E_0/2$  der Potentials besetzt. (b) Der gekoppelte Zustand der beiden Mulden bildet das Doppelmulden-Potential eines TS mit der Energieaufspaltung  $E$  und wird durch den Abstand  $d$  der Mulden, die Asymmetrieenergie  $\varepsilon$  und die Tunnelenergie  $\Delta$  charakterisiert. (c) In der Auftragung der hyperbolischen Energieaufspaltung  $E$  des TS als Funktion der Asymmetrie  $\varepsilon$  findet man die Tunnelenergie am Symmetriepunkt.

die für kleine  $\varepsilon$  nicht verschwindet und mit  $\gamma\mathbf{S}/\varepsilon$  variiert, wobei  $\mathbf{S} \propto \delta d$  ist. Bei der Tunnelenergie führt die Längenänderung mit einer Variation des Abstandes  $d = d_0 + \delta d$  mit

$$\Delta(d) = E_0 e^{-(d_0 + \delta d) \sqrt{\frac{2mV}{\hbar^2}}} \quad (3.4)$$

zu

$$\Delta(d) \approx \Delta(0) + \frac{\partial}{\partial d} \Delta(d) \delta d = \Delta \left( 1 - \sqrt{\frac{2mV}{\hbar^2}} \delta d \right). \quad (3.5)$$

Man findet somit, dass die Energieaufspaltung der TS nahe ihres Symmetriepunktes bei  $E(\varepsilon \approx 0)$  nur durch die Änderung der Asymmetrieenergie beschrieben wird, da mit  $\varepsilon \approx 0$  das Verhältnis  $\gamma/\varepsilon$  beliebig groß wird und  $\sqrt{2mV/\hbar^2} \ll \gamma/\varepsilon$  ist. Die folgenden Experimente bestätigen diese Annahme.

Die Wechselwirkung eines TS mit mechanischen oder elektrischen Feldern wird somit durch eine kleine Störung der Asymmetrieenergie  $\varepsilon$  mit  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$  beschrieben:

$$\mathcal{H}_1^{\text{LR}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta\varepsilon & 0 \\ 0 & -\delta\varepsilon \end{pmatrix}; \quad \delta\Delta \approx 0 \quad (3.6)$$

$$\text{damit folgt } \mathcal{H}_1^{\text{ge}} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \varepsilon & -\Delta \\ -\Delta & -\varepsilon \end{pmatrix} (\vec{p}\vec{E} + \gamma\mathbf{S}) \quad (3.7)$$

Äquivalent zu der Kopplung an die mechanische Verzerrung von  $\delta\varepsilon = 2\gamma\mathbf{S}$  mit dem Deformationspotential  $\gamma$  und dem Verzerrungsfeld  $\mathbf{S}$  erfolgt die Beschreibung der Kopplung an elektrische Felder  $\vec{E}$  durch  $\delta\varepsilon = 2\vec{p}\vec{E}$  mit dem Dipolmoment  $\vec{p}$ . An Stelle der

vektoriellen bzw. tensoriellen Größen werden im Folgenden nur die effektiven skalaren Werte angegeben, da im Experiment meist keine Aussage über die Abhängigkeit der verschiedenen Komponenten des Deformationspotentials von der mechanischen Verzerrung und die Orientierung des Dipolmomentes getroffen werden kann. Deshalb ist die Koordinate in Abbildung 3.2 auch als Konfigurationskoordinate dargestellt.

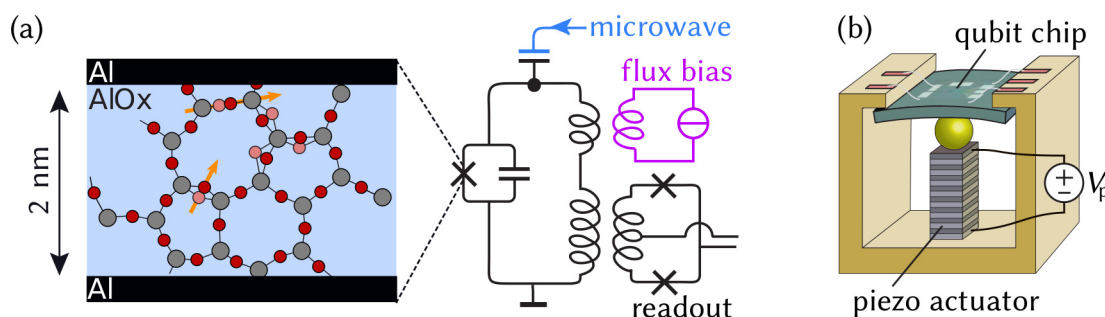
Das vorgestellte, einfache quantenmechanische Modell eines Zweiniveau-Systems beschreibt mit Gleichung 3.7 sowohl resonante als auch Relaxationsmechanismen der kohärenten TS bei der Wechselwirkungen mit ihrer Umgebung, die in Kapitel 4.1 noch genauer betrachtet werden. Im Falle einer starken Wechselwirkung mit der Umgebung ist es auch möglich, dass das betrachtete TS lokalisiert wird. Semiklassisch entspricht dies dem inkohärenten Tunneln zwischen der linken und rechten Potentialmulde des TS.

Weitere Aspekte des Tunnelmodells im Hinblick auf die dielektrischen Experimente mit supraleitenden Resonatoren zur Messung einer Verteilung von TS folgt in Kapitel 4.1. Zunächst werden einzelne TS in Wechselwirkung mit einem supraleitenden Qubit genauer betrachtet.

## 3.2 Phasen-Qubit als Tunnelsystem-Detektor

Qubits können im Gegensatz zu normalen Bits, die ausschließlich die Werte 0 oder 1 annehmen, als quantenmechanische Objekte in einer beliebigen Superposition der beiden Werte vorliegen. Eine mögliche Realisierung eines Festkörper-Qubits basiert auf einem Josephson-Kontakt („Josephson Junction“, JJ) benannt nach [48]. Diese makroskopischen Qubits bestehen aus zwei Supraleitern, die zum Beispiel durch eine dünne Oxidschicht schwach aneinander gekoppelt sind, wie von J. Clarke und F. K. Wilhelm zusammengefasst [20]. Dabei ist Al-AlO<sub>x</sub>-Al ein gebräuchliches Materialsystem zur Herstellung der JJs mit der kritischen Temperatur  $T_C \approx 1,1$  K des Al. Bei entsprechender Beschaltung dieses JJs entsteht ein quantenmechanisches Zweiniveau-System, das analog zu Kapitel 3.1 ohne die Kopplung an mechanische Felder, beschrieben wird. Der supraleitende Zustand von Al allein reicht noch nicht um ein Qubit zu definieren. Zur gezielten Präparation der Qubit-Zustände und deren Manipulation durch hochfrequente Mikrowellen, muss die Besetzungszahldifferenz groß sein und erfordert tiefe Temperaturen  $T \approx 10 - 40$  mK, da  $k_B T \ll E_q$  im Vergleich zur Energieaufspaltung  $E_q/h \approx 6 - 10$  GHz des Qubits sein muss.

Das Phasen-Qubit (Abb. 3.3) ist prinzipiell vergleichbar mit einem LC-Resonator (Kap. 4.2). Ein einfacher „Oszillator“ ist aber kein Qubit, da die Energieniveaus äquidistant sind und somit nicht als separat adressierbare Zustände fungieren können. Eine nicht-lineare Induktivität des JJ die aus [49] abgeleitet werden kann, dargestellt durch das symbolische Schaltzeichen  $\times$  in Abbildung 3.3(a), schafft Abhilfe, sodass die Übergänge von  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  und  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  verschieden sind. Das harmonische Potential des Schwingkreises erhält somit eine zusätzliche Modulation durch den JJ, welches anhand eines



**Abbildung 3.3:** Phasen-Qubit: (a) Ersatzschaltbild des Qubits (nach [59]) mit der kapazitiven Einkopplung der Mikrowelle (blau), der induktiven Fluss-Stromschleife (magenta) zur Variation der Energieaufspaltung und dem dc-SQUID zum Auslesen des Qubit Zustandes. Exemplarische Darstellung des JJ mit TS im  $\text{AlO}_x$  (orange Pfeile, als Andeutung des Dipolmoments der TS). (b) Skizze des Probenhalters (nach [59]): zur mechanischen Deformation des Qubit-Chips drückt ein Piezoaktuator mit einer vergoldeten Zirkon-Kugel gegen den Chip.

einfachen Modells wie z.B. in der Übersicht supraleitender Qubits [20], beschrieben werden kann.

Die induktive Kopplung an den magnetischen Fluss einer Stromschleife ermöglicht die Variation der Energieaufspaltung des Qubits mit Hilfe des Flussstromes  $I_\phi$ . Die hochfrequente Mikrowelle für Qubit-Operationen wird kapazitiv angekoppelt. Ein empfindliches Magnetometer („superconducting quantum interference device“, SQUID), hier ein DC-SQUID, ein supraleitender Ring mit zwei JJ, wird zum Auslesen des Qubit-Zustandes verwendet [20]. Eine zusätzliche mechanische Deformation ist durch das Verbiegen des Chips nach [40] mit einem DC-Piezoaktuator möglich (Abb. 3.3(c)). Weitere Details zum verwendeten Phasen-Qubit sind in der Dissertation von G. J. Grabovskij [39] zu finden.

In der Oxidbarriere des JJs treten wiederum TS auf, die in Abbildung 3.3(a) skizziert sind. Sie sind eine bekannte Quelle von Dekohärenz, und verkürzen damit die Lebensdauer des Qubits. Hier gibt es bereits andere Gruppen, die auf der Suche nach TS-freien Materialien sind [61, 72]. TS, die resonant an die Josephson-Qubits koppeln, sind in der Spektroskopie des Qubits als zwei gekoppelte Zweiniveau-Systeme sichtbar [93, 65].

Die Messmethode zur Charakterisierung einzelner TS wurde in Kooperation mit der Arbeitsgruppe von Prof. Ustinov bereits in früheren Arbeiten um die mechanische Verzerrung des Qubits erweitert [74, 40]. Spektren des Qubits mit zusätzlicher Abhängigkeit von der mechanischen Deformation zeigen die hyperbolische Energieaufspaltung der TS. Eigenschaften wie die Energierelaxation oder Dephasierung der TS lassen sich sehr genau mit Hilfe des Qubits als Detektor bestimmen [60]. Außerdem ist es möglich, die Kopplung zweier kohärenter TS untereinander zu charakterisieren [59]. Einige der TS haben potentiell längere Lebensdauern als das Josephson-Qubit und könnten möglicherweise einen Fortschritt in der Entwicklung von Quanten-Speichern bringen. Der-

zeit ist es jedoch noch nicht möglich die Defekte, welche die TS bilden, gezielt in den dünnen Oxid-Schichten der JJs herzustellen. Sie müssen nach jedem Abkühlvorgang neu charakterisiert werden, da sich die Defekte beim Aufwärmen neu konfigurieren. Andere Gruppen beschäftigen sich in diesem Umfeld mit der Simulation der Entstehung der TS [73].

In dieser Dissertation wird ein Detektor-System, das aus einem Phasen-Qubit und einem kohärent TS besteht, zur Charakterisierung weiterer einzelner, inkohärenter TS [103], sogenannter Zwei-Niveau-Fluktuatoren („two level fluctuators“, TLF), verwendet. Es werden sowohl „langsame“ TLF, die auf Zeitskalen von Stunden bis Minuten ihren Zustand wechseln, als auch „schnelle“ TLF, die im Millisekundenbereich umschalten, betrachtet. Das verwendete Phasen-Qubit wurde in der Gruppe von J. M. Martinis an der University of California, Santa Barbara auf einem Substrat aus Saphir mit Al-Elektroden und JJs mit thermisch oxidiertem  $\text{AlO}_x$  hergestellt [95].

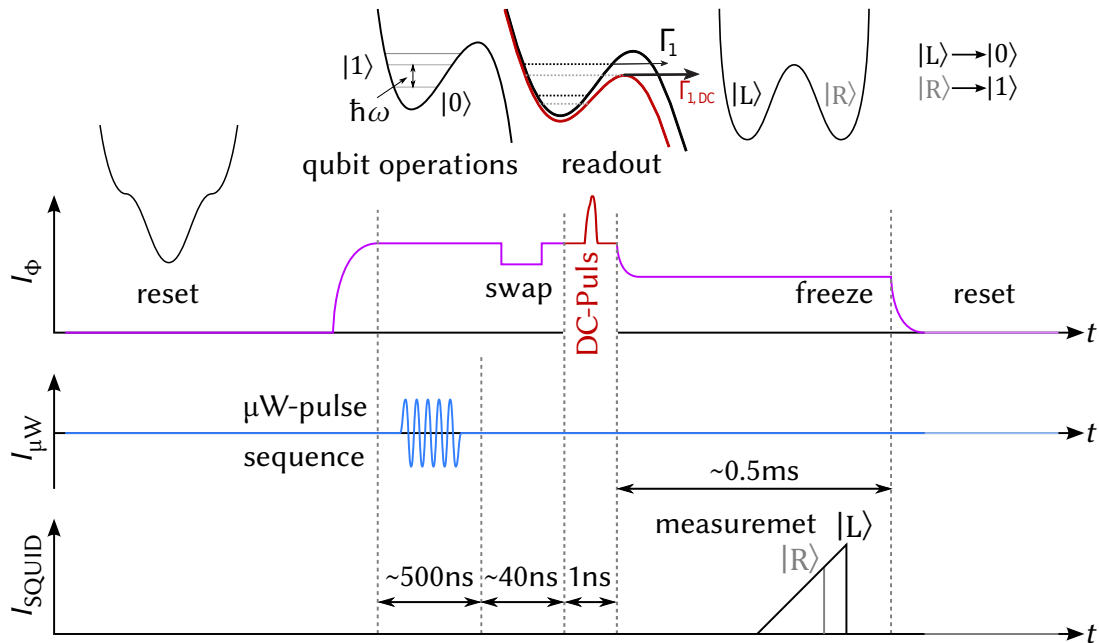
#### 3.2.1 Tunnelsystem-Spektroskopie

Die zeitliche Abfolge einer einzelnen Qubit-Messung ist mit den Skizzen des Qubit-Potentials dargestellt (Abb. 3.4). Das Qubit wird mit einem Flussstrom initialisiert (reset), sodass es zu Beginn jeder Messung im Grundzustand präpariert ist. Danach wird ein Flussstrom angelegt, bei dem eine Potentialmulde mit den gewünschten Zuständen entsteht. Der Übergang zwischen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  wird resonant mit der Mikrowelle getrieben. Mit dem Flussstrom kann die Energieaufspaltung  $E_q = h \cdot f_q$  des Qubits in einem bestimmten Frequenzbereich, hier  $E/h \approx 6 - 10$  GHz verstimmt werden. Findet bei einer bestimmten Frequenz  $f_q$  eine Wechselwirkung zwischen dem Qubit und einem kohärenten TS statt, kann die Anregung des Qubits mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf das TS umgeladen werden (swap).

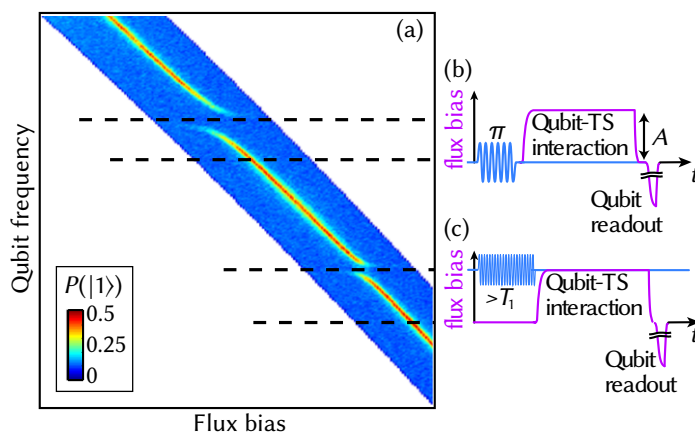
Am Ende einer Pulsabfolge der Qubit-Operationen wird der Zustand des Qubits mit einem DC-Puls auf die Fluss-Zustände der supraleitenden Qubit-Schleife projiziert. Der DC-Puls erniedrigt die Potentialbarriere soweit, dass der Fluss-Zustand  $|R\rangle$  resultiert, wenn das Qubit im angeregten Zustand war. Die Fluss-Zustände  $|R\rangle$  und  $|L\rangle$  koppeln an das DC-SQUID indem sie dessen kritischen Strom beeinflussen. Dieser wird anhand einer Strom-Rampe durch das DC-SQUID bestimmt.

Mehrere einzelne Messungen, etwa 800 bis zu 50000, ergeben ein Histogramm der kritischen Ströme zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit  $P(|1\rangle)$ , des angeregten Zustands und  $P(|0\rangle)$ , des Grundzustands des Qubits.

Kohärente Tunnelsysteme koppeln stark über ihr elektrisches Dipolmoment an das Qubit und bilden eine Energieaufspaltung in dessen Spektrum [93, 65], wobei die Aufspaltung ein Maß für die Kopplungsstärke  $g$  von einigen 10–100 MHz ist (Abb. 3.5(a)). In dieser Arbeit werden zwei Messprotokolle verwendet, die Einzel-Photon-Spektroskopie nach Lisenfeld et. al. [60] (Abb. 3.5(b)) und die TS-Sättigungsspektroskopie (Abb. 3.5(c)). Bei der Einzel-Photon-Spektroskopie wird das Qubit mit einem  $\pi$ -Puls im angeregten Zustand präpariert und anschließend dessen Energieaufspaltung  $E_q = h \cdot f_q$  für eine ge-

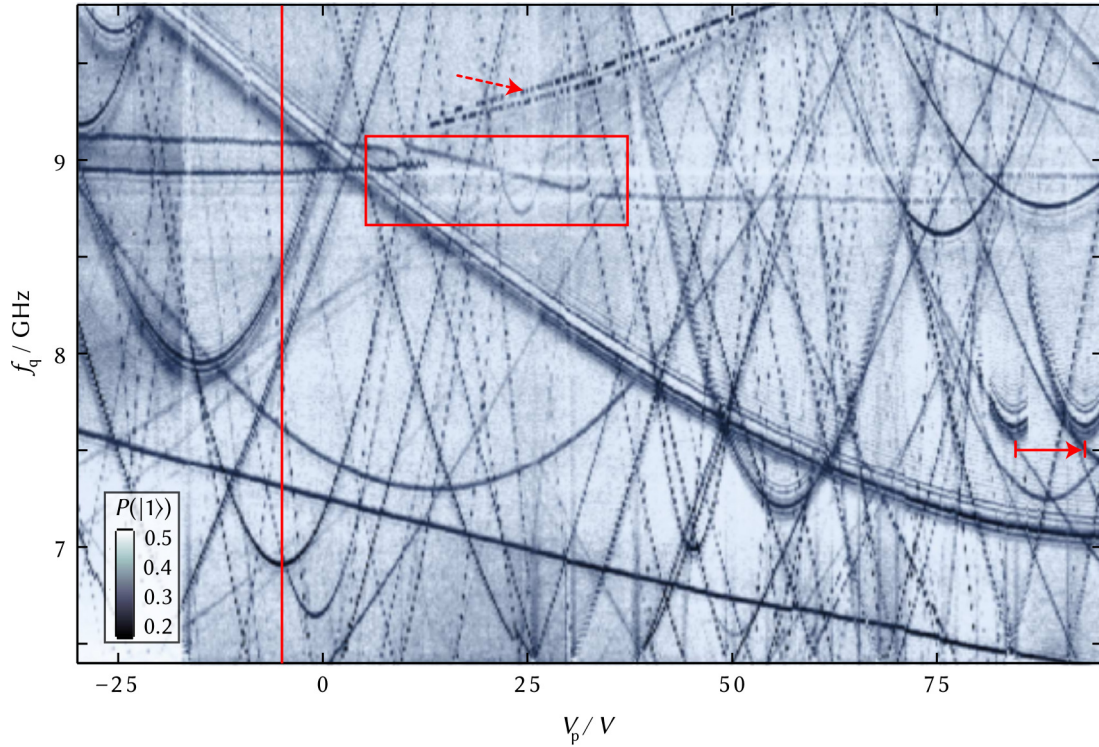


**Abbildung 3.4:** Zeitliche Abfolge einer Qubit Messung nach [58]: Initialisierung des Qubits im Grundzustand (reset). Mit dem Fluss-Strom wird die Resonanzfrequenz des Qubits verschoben. Die Anregung des Qubits kann auf ein kohärentes TS umgeladen werden (swap). Die Qubit-Operationen werden mit Mikrowellen-Pulsen realisiert. Ein sehr empfindliches Magnetometer, das DC-SQUID, misst anhand der Stromrampe die magnetische Flussdichte im Qubit.



**Abbildung 3.5:** (a) Qubit-Resonanzkurven als Funktion des Fluss-Stromes. Die Aufspaltung der Resonanzkurven wird von kohärenten TS verursacht. (b) Einzel-Photon-Spektroskopie: Das Qubit wird angeregt und seine Energie  $E = h \cdot f_q$  mit dem Fluss-Strom verstimmt, sodass die Anregung auf ein TS übertragen werden kann (swap). (c) TS-Sättigungsspektroskopie: Das TS wird mit einer Mikrowelle angeregt und anschließend durch die Übertragung der Anregung auf das Qubit detektiert.

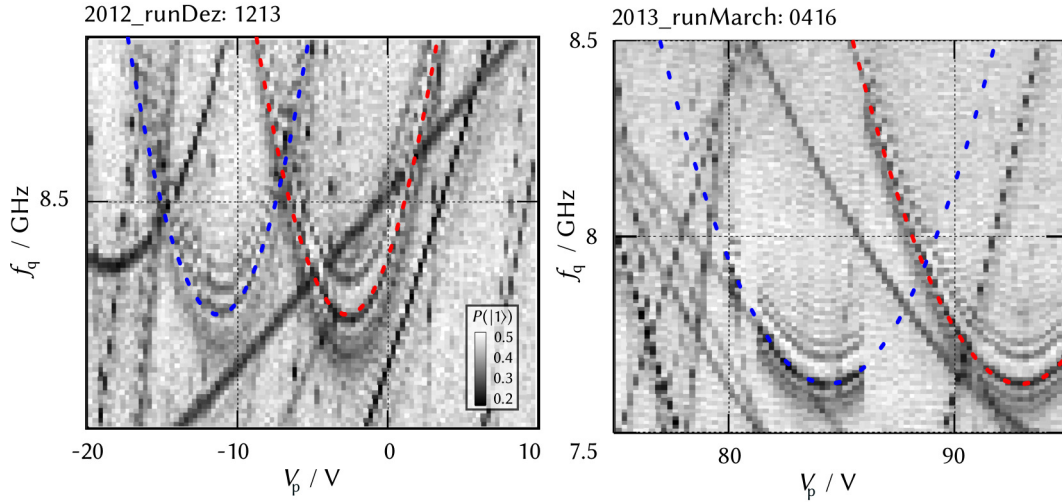




**Abbildung 3.6:** Einzel-Photon-Spektroskopie der TS nach [59]: Die TS erscheinen als dunkle Spuren, das heißt als Minima in der Wahrscheinlichkeit  $P(|1\rangle)$ , das Qubit im angeregten Zustand zu Messen. Das Spektrum der TS-Resonanzen ist über der mechanischen Deformation in Einheiten der Piezospannung  $V_p$  aufgetragen und wird vertikal z.B. entlang der roten Linie durch die Variation der Qubit-Frequenz  $f_q(I_\phi)$  bei fester Verzerrung gemessen. Wechselwirkungen einzelner TS untereinander sind hier als zufälliges Schalten oder einer Verschiebung der TS-Resonanz (Pfeile), sowie in Form von nicht hyperbolischen Spuren (Kasten) beobachtbar.

wisse Zeit („swap-Zeit“) mit dem Flussstrom  $I_\phi$  verstimmt. Findet bei einer bestimmten Frequenz  $f_q(I_\phi)$  eine Wechselwirkung mit einem kohärenten TS statt, kann das Qubit durch die resonante Kopplung an das TS mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit seine Anregung auf dieses übertragen. Minima in der Wahrscheinlichkeit das Qubit im angeregten Zustand zu finden, sind deshalb die „Spuren“ der kohärenten TS.

Durch die mechanische Deformation wird die Energieaufspaltung  $E_{TS} = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2}$  der TS mit der Asymmetrieenergie  $\varepsilon$  variiert, sodass der hyperbolische Verlauf einiger TS-Resonanzfrequenzen im gemessenen Frequenzbereich sichtbar ist (Abb. 3.6). Der Stellweg des Piezoaktuators und die Rückstellkraft des verbogenen Chips bei tiefen Temperaturen wurde von G. J. Grabovskij [39] und T. Peichl [74] für einen Chip aus Silizium bestimmt und beträgt etwa  $\delta d \approx 12,5 \text{ nm}/V$  und führt zur Verzerrung als Funktion der Spannung am Piezoaktuator  $S(V_p) = (7,5 \pm 0,6) \cdot 10^{-7} \text{ 1}/V \cdot (V_p - V_0)$ . Mit  $\delta\varepsilon = 2\gamma S$



**Abbildung 3.7:** Verschiedene TLF aus dem Archiv von J. Lisenfeld der letzten Jahre. Links: Ein schneller TLF, dessen Wechselwirkung mit dem kohärenten, resonant an das Qubit gekoppelten TS zu zwei (blau und rot) markierten Hyperbeln führt. Deren Parameter sind identisch bis auf eine Verschiebung um 8,5 V zueinander. Rechts: Eine TS-Resonanz schaltet bei einer bestimmten Piezospannung von einer Hyperbel (blau) auf eine andere Hyperbel (rot) um, die zufällig auch lediglich um 8,5 V zueinander verschoben sind.

kann aus der Energieaufspaltung

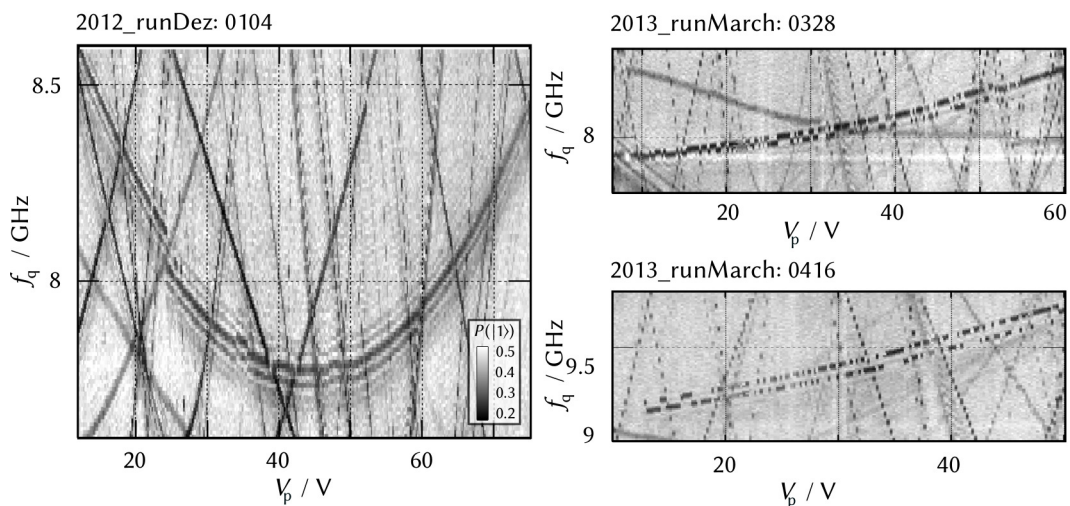
$$E_{\text{TS}}(V_p) = \sqrt{\Delta^2 + \zeta(V_p - V_0)^2} \quad (3.8)$$

das Deformationspotential  $\gamma$  durch  $\zeta = (2\gamma S)^2$  bestimmt werden, wobei  $V_0$  der Spannung am Symmetriepunkt des TS bei  $E_{\text{TS}}(V_0) = \Delta$  entspricht.

Bei dem hochauflösenden Messprotokoll, der Einzel-Photon-Spektroskopie werden einzelne Photonen des Qubits kohärent auf die TS übertragen und diese TS angeregt. Die Mehrfachspuren oder „Schatten“ einer TS-Frequenz in den Spektroskopie-Daten zeigen, dass das Qubit nach einer gewissen Zeit die Anregung vom TS wieder übernehmen kann, wobei das Qubit sich bereits bei einer anderen Frequenz befindet. Schwach angekoppelte TS haben dadurch weniger „Schatten“ als stark angekoppelte TS.

Wechselwirkungen der TS untereinander sind in den Daten der Spektroskopie auch zu finden (Abb. 3.6). Eine nicht hyperbolisch verlaufende TS-Energie im Kasten der Abbildung 3.6, lässt sich anhand der Wechselwirkung zweier kohärenten TS beschreiben [59]. Die Energie des sichtbaren  $\text{TS}_1$  weist zwei Aufspaltungen durch ein weiteres  $\text{TS}_2$  auf, welches seinen Symmetriepunkt  $E_{\text{TS}_2}(V_0)$  im betrachteten Deformationsbereich durchläuft. Das Telegrafengeräusch, ein sprunghafter Wechsel einer TS-Frequenz zwischen zwei diskreten Werten, lässt sich durch die Wechselwirkung des kohärenten TS mit einem TLF identifizieren.

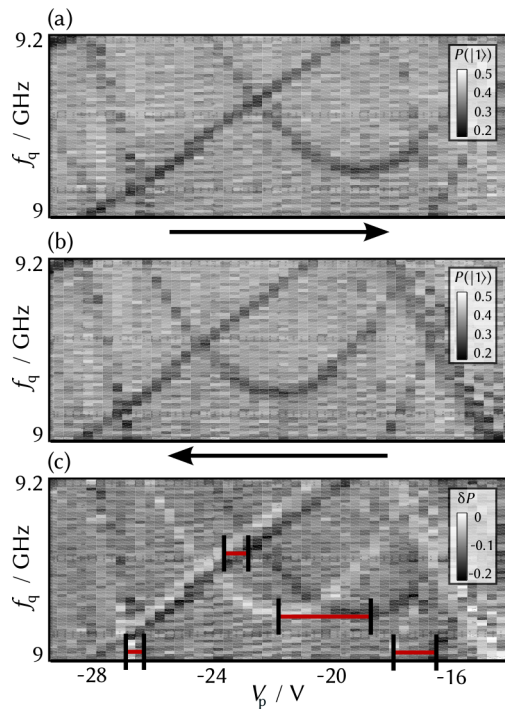
Nach jedem Abkühlvorgang bildet sich eine neue Konfiguration der TS, sodass weitere Spuren der Wechselwirkungen, zu finden sind (Abb. 3.7 und Abb. 3.8). Das Umschalten einer TS-Resonanz wird durch inkohärente TLF hervorgerufen, die eine lokale Verzerrung der TS-Energie verursachen. Wechselt der TLF seinen Zustand schnell im Vergleich zur Zeitskala des Messprotokolls, werden beide Frequenzen des TS gemessen, wie z.B. in Abbildung 3.7 durch zwei identische Hyperbeln die lediglich um  $\delta\varepsilon$  zueinander verschoben sind, erkennbar ist. „Langsame“ TLF verursachen das Telegrafentrauschen der TS-Resonanzen (Abb. 3.8). Die unterschiedlichen Grauwerte der gemessenen TS-Resonanzfrequenzen, die Wahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes des Qubits, sind ein Maß dafür, welcher Zustand des TLF mit einer größeren Wahrscheinlichkeit besetzt ist.



**Abbildung 3.8:** Verschiedene „langsame“ TLF aus dem Archiv von J. Lisenfeld der letzten Jahre. Das Telegrafentrauschen von TS-Resonanzen wird durch die lokale Verzerrung eines TLF verursacht und findet auf Zeitskalen von Minuten bis Stunden statt.

Eine Messung zur Bestimmung der Hysterese des Piezo-Stapels zur mechanischen Deformation des Qubit-Chips zeigt, dass außer der globalen Hysterese des Piezo verschiedene TS eine lokale Hysterese erfahren (Abb. 3.9). Die Differenz der beiden Messungen in Hin- und Rückrichtung der mechanischen Deformation zeigt, dass bestimmte TS-Resonanzfrequenzen nicht um den gleichen Betrag zueinander verschoben sind (Abb. 3.9(c)). Die lokale Hysterese ist ebenfalls ein Hinweis auf die Wechselwirkung der TS untereinander, da bei der mechanischen Deformation in Hin- und Rückrichtung irreversible Veränderungen der Potential-Landschaft sichtbar werden, durch die unterschiedlichen Zeitskalen der Relaxations-Mechanismen der TLF.





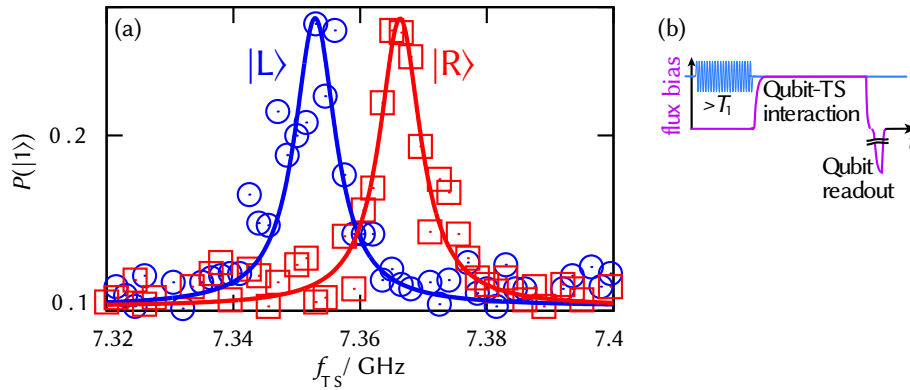
**Abbildung 3.9:** Lokale Hysterese der TS Energien in Abhängigkeit der mechanischen Verzerrung in (a) Hin- und (b) Rück-Richtung. (c) Die Differenz der Daten (a) und (b) zeigt die Verschiebung der TS-Energien mit verschiedenen Abständen (senkrechte Striche) der dunklen und hellen Kurven. Dunkel: beim Erhöhen der Spannung. Hell: beim Absenken der Spannung. Außer der globalen Hysterese des Piezo-Stapels führen lokale Umordnungen zu neuen Gleichgewichtslagen einzelner TS. Es ist nur ein kleiner Ausschnitt einer mechanischen Deformation von  $-30 \text{ V}$  bis  $80 \text{ V}$  Piezo-Spannung dargestellt. (Messung J. Lisenfeld)

Das Messprotokoll definiert die folgenden Zeitskalen: Um die Wahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes  $P(|1\rangle)$  des Qubits zu bestimmen, wird ein Histogramm aus 800 Einzel-Messungen erstellt. Die Wiederholrate der Puls-Sequenz zur Präparation des Qubits oder TS mit dem anschließenden Ausleseprozess über die Strom-Rampe am SQUID beträgt  $1,2 \text{ kHz}$ . Ein Datenpunkt aus 800 Einzelmessungen (ein Pixel der TS-Spektroskopie Daten Abb. 3.6) wird somit in  $\approx 0,7 \text{ s}$  aufgenommen. Die „schnellen“ TLF wechseln ihren Zustand schneller als  $0,7 \text{ s}$  und erzeugen damit zwei TS-Resonanzfrequenzen, die durch die Mittelung der einzelnen Qubit-Messungen gleichzeitig erscheinen.

Die Dichte der kohärenten TS, die resonant an das Qubit gekoppelt sind, folgt aus dem Abzählen der detektierten TS (wie in Abb. 3.6) im Frequenzbereich des Qubits von  $6,5 - 9,5 \text{ GHz}$  mit einem Volumen von  $1 \mu\text{m}^2 \times 2 \text{ nm}$  des  $\text{AlO}_x$  und beträgt mit 16 TS pro  $1 \text{ GHz}$  [39] etwa  $1,6 \cdot 10^{17} \text{ TS pro K} \cdot \text{cm}^3$ . Die „sichtbaren“ TLF, welche stark an ein kohärentes TS gekoppelt sind, werden mit etwa einem TLF pro  $1 \text{ GHz}$  im Vergleich dazu seltener gefunden.

### 3.2.2 „Langsame“ Fluktuatoren

Das Telegrafengeräusch der TS-Energie, welches durch „langsame“ TLF verursacht wird, kann bei einer festen mechanischen Deformation zeitabhängig analysiert werden. In dieser Arbeit wurden dazu die TS-Resonanzkurven (Abb. 3.10(a)) mit der TS-Sättigungsspektroskopie (Abb. 3.10(b)) gemessen. Das TS wird mit einem langen Mikrowellenpuls in Gleichbesetzung gebracht. Anschließend wird das Qubit mit einem Fluss-Strom zum Auslesen für eine kurze Zeit in Resonanz mit dem TS gebracht, sodass der Zustand des TS mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf das Qubit übertragen werden kann.



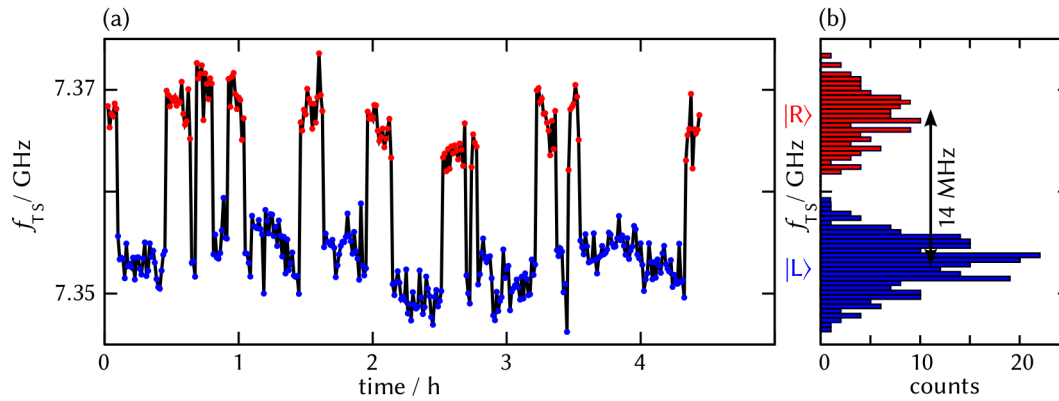
**Abbildung 3.10:** (a) Zwei Resonanzkurven des TS, wobei die beiden Energien des TS dem linken oder rechten lokalisierten Zustand eines TLF zugeordnet werden. (b) **TS-Sättigungsspektroskopie:** Das TS wird mit einem langen Mikrowellen Puls angeregt und mit Hilfe des Qubits ausgelesen. Das Qubit wird dazu mit einem Fluss-Strom in Resonanz mit dem TS gebracht.

Zur Bestimmung einer TS-Resonanzkurve wurde das TS bei 61 Frequenzen (Abb. 3.10(a)) im Bereich der beiden Resonanzfrequenzen in Gleichbesetzung gebracht. Die Resonanzfrequenzen werden durch eine Anpassung von Lorentzkurven ermittelt, über der Zeit aufgetragen und den beiden Zuständen des TLF zugeordnet (Abb. 3.11). Die Differenz der beiden Resonanzen ist ein Maß für die Kopplungsstärke zwischen TS und TLF von etwa 14 MHz. Außerdem lässt sich mithilfe des Telegrafengeräuschs, genauer aus dem Verhältnis der mittleren Lebensdauer des  $|L\rangle$  oder  $|R\rangle$  TLF-Zustandes, die Energieaufspaltung  $E_{\text{TLF}}$  des TLF bestimmen [13]:

$$\frac{\langle \tau_{|R\rangle} \rangle}{\langle \tau_{|L\rangle} \rangle} = e^{-\frac{E_{\text{TLF}}}{k_B T}} \quad (3.9)$$

mit einem Ergebnis  $E_{\text{TLF}} \approx h \cdot 0,6 \text{ GHz} = k_B \cdot 30 \text{ mK}$ . Das Telegrafengeräusch der TS-Resonanzfrequenzen tritt im Allgemeinen in einem begrenzten Bereich der mechanischen Deformation auf. Eine weitere Messung dieses TS bei einer anderen mechanischen Deformation ergibt eine Energieaufspaltung des TLF  $E_{\text{TLF}} \approx k_B \cdot 50 \text{ mK}$ , was

bedeutet, dass  $E_{\text{TLF}}$  ebenfalls abhängig von  $\varepsilon$  ist. Da das Telegrafengeräusch auf einer Zeitskala von Stunden stattfindet (Abb. 3.11), ist die Tunnelenergie vermutlich im Bereich von  $\Delta_{\text{TLF}} \approx h \cdot 1 \mu\text{Hz}$ , und die Energieaufspaltung  $E \approx \varepsilon$  wird hauptsächlich durch die Asymmetrieenergie bestimmt, wobei  $E \lesssim k_{\text{B}} \cdot T$  bei einer Temperatur von 40 mK der Mischkammer des Kryostaten.



**Abbildung 3.11:** Energie-Fluktuation eines TS durch den Einfluss eines langsamen TLF bei 40 mK. (a) Telegrafengeräusch der Energie des TS über Zeit. (b) Histogramm zur Bestimmung der Besetzungszahl der beiden TLF Zustände.

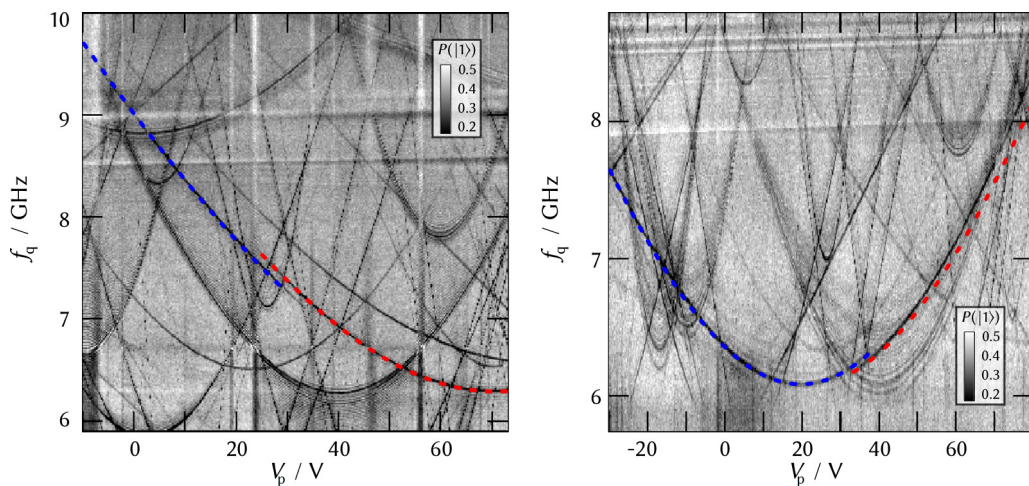
Ein Beweis, dass es sich um inkohärentes Tunneln handelt, könnte durch die Temperaturabhängigkeit der Übergangsraten der TLF-Zustände erbracht werden, wie schon bei früheren Messungen an Leitwertfluktuationen gezeigt wurde [19, 15]. Bei einem „langsamen“ Wechsel der TLF Zustände von  $|L\rangle$  nach  $|R\rangle$  würde diese Messung bei der jeweiligen Temperatur etwa 12 Stunden in Anspruch nehmen, um die Raten aus dem Telegrafengeräusch zu bestimmen und wurde in dieser Arbeit nicht unternommen.

Die Messung der TS-Resonanzkurven ermöglicht zwar eine eindeutige Bestimmung der TS-Resonanz, welche aber 40 s in Anspruch nimmt. Das Protokoll der TS-Sättigungsspektroskopie ermöglicht jedoch auch die Detektion von TLF die langsamer als 0,7 s ihren Zustand wechseln, wenn nur ein Datenpunkt der TS-Resonanzkurve als Funktion der Zeit gemessen wird. Ein Problem bei dieser Methode stellt aber das Rauschen der TS-Resonanzfrequenz dar, welches zunächst nicht genauer betrachtet wurde. Die Frequenz des TS ist zwischen den Sprüngen nicht stabil, sondern ändert sich um einige 1 – 5 MHz (Abb. 3.11). Eine Erklärung des Rauschens ist die Ankopplung an ein Bad von schwach gekoppelten TLF, wie von Müller et. al. [64] bereits betrachtet wurde.

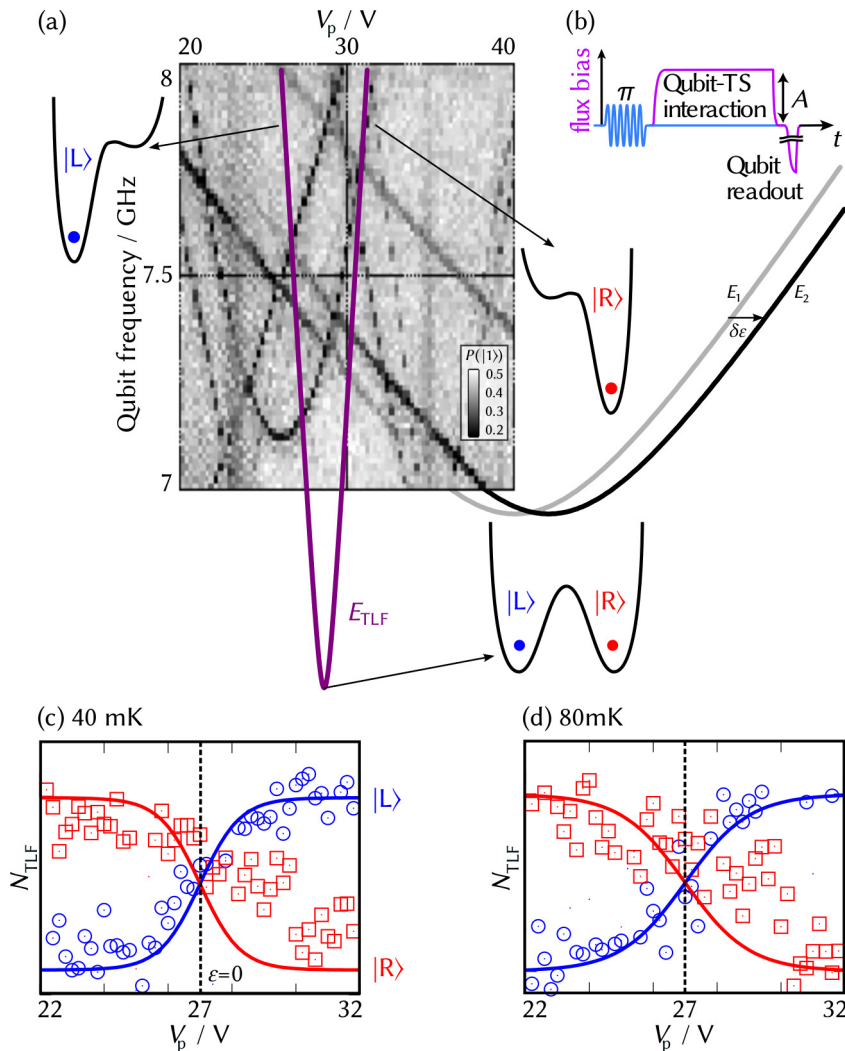
### 3.2.3 „Schnelle“ Fluktuatoren

Die „schnellen“ TLF wechseln ihren Zustand schneller als 0,7 s, sodass in einem bestimmten Bereich der mechanischen Deformation beide TS-Resonanzfrequenzen gleichzeitig erscheinen (Abb. 3.12 und Ausschnitt Abb. 3.13(a)). Die Detektion der „schnellen“ TLF erfolgt mit der Einzel-Photon-Spektroskopie (Abb. 3.13 (b)), da mit diesem Messprotokoll auch eine spezielle statistische Analyse der Daten möglich ist, die in diesem Kapitel vorgestellt wird.

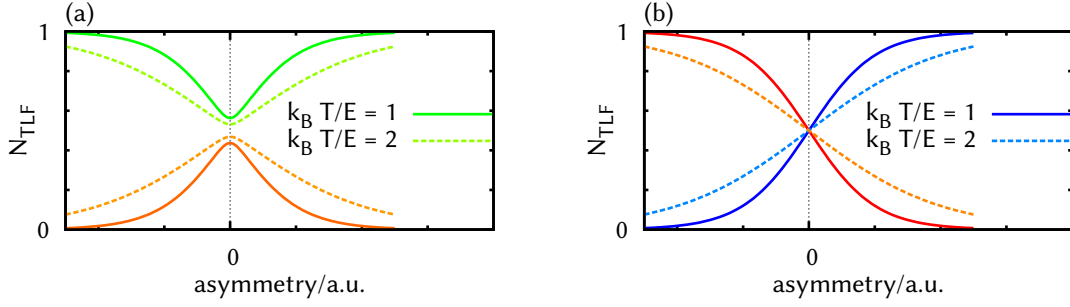
Für die beiden parallelen TS Resonanzen, die nur in einem kleinen Bereich der mechanischen Deformation sichtbar sind (Abb. 3.13(a)), hat das Potential des TLF wie skizziert offenbar eine starke Abhängigkeit von der mechanischen Verzerrung. Der TLF durchläuft von einer stark asymmetrischen Potentialkonfiguration (z. B. Links) seinen Symmetriepunkt und endet schließlich in der rechten asymmetrischen Konfiguration (Abb. 3.13(a)). Beide TS-Spuren werden durch die gleichen Hyperbeln beschrieben, die lediglich um eine mechanische Verzerrung  $\delta\varepsilon$  zueinander verschoben sind. Die Änderungen der Grauwerte der gemessenen TS-Resonanzfrequenzen, entsprechend der Wahrscheinlichkeit des angeregten Zustands des Qubits, beschreiben die Änderung der Besetzungszahl des TLF.



**Abbildung 3.12:** „schnelle“ TLF erscheinen als zwei TS-Resonanzen (blau und rot markierte Hyperbeln), die in einem kleinen Bereich der mechanischen Deformation gleichzeitig sichtbar sind: Links sind die beiden Hyperbeln der Resonanzen um 2,45 V der Spannung am Piezoaktuator zueinander verschoben. Rechts ist eine andere Konfiguration von TS nach einem weiteren Abkühlvorgang. Von der einen zur anderen Hyperbel ändert sich dort auch die Abhängigkeit der TS-Energie  $E$  von der mechanischen Verzerrung: Die Hyperbel verläuft auf der rechten Bildseite steiler als auf der linken.



**Abbildung 3.13:** (a) Ausschnitt der doppelten TS-Resonanz (Abb. 3.12 Links) und der mögliche Verlauf der TLF-Energie in Abhängigkeit der mechanischen Verzerrung (magenta). (b) **Einzel-Photon-spektroskopie:** das Qubit wird mit einem  $\pi$ -Puls angeregt und danach die Frequenz des Qubits mit dem Flussstrom verstimmt (Amplitude  $A$  des Fluss-Stromes). Findet bei einer Frequenz eine Wechselwirkung mit einem kohärenten TS statt, kann der Zustand des Qubits mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf das TS umgeladen werden ("Qubit-TS-interaction"). Anschließend wird der Zustand des Qubits ausgelesen. Besetzungszahl der beiden lokalisierten TLF-Zustände als Funktion der mechanischen Verzerrung bei (c) 40 mK und (d) 80 mK.



**Abbildung 3.14:** Besetzungszahl der TLF-Zustände als Funktion der mechanischen Verzerrung für je zwei Temperaturen: (a) In der Energiebasis mit  $|g\rangle$  (grün) und  $|e\rangle$  (orange). (b) In der Ortsbasis des  $|L\rangle$  (blau) und  $|R\rangle$  (rot) Zustands.

Weitere Messungen der beiden parallelen TS-Resonanzen in Abhängigkeit von der Temperatur (Abb. 3.13(c)) zeigen wie erwartet, dass die Besetzungszahl des TLF in Abhängigkeit von der mechanischen Verzerrung mit steigender Temperatur tendenziell flacher verläuft. Diese Temperaturabhängigkeit lässt sich mit der Boltzmann-Verteilung beschreiben [96]. Für ein quantenmechanisches Zweizustandssystem ist die Temperaturabhängigkeit und Abhängigkeit von der Energieaufspaltung der Besetzungszahl durch

$$N_{g/e}(E, T) = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \tanh \left( \frac{E}{2k_B T} \right) \right) \quad (3.10)$$

in der Basis der Energieeigenzustände gegeben (Abb. 3.14(a)). Der gemischte Zustand ist in der Darstellung mit der Dichtematrix  $\rho$

$$\rho = N_g |g\rangle\langle g| + N_e |e\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} N_g & 0 \\ 0 & N_e \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

gegeben und durch  $N_g + N_e = 1$  normiert. Da die beiden lokalisierten Zustände des TLF in der Ortsbasis mit  $N_{L/R} = \text{tr}(\mathbb{P}_{L/R}\rho)$  und dem Projektor  $\mathbb{P}_L = |L\rangle\langle L|$  (oder  $\mathbb{P}_R = |R\rangle\langle R|$ ) gemessen werden, kann man  $|L\rangle$  und  $|R\rangle$  durch  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  ausdrücken und erhält mit dem Normierungsfaktor  $\xi$  die Besetzungszahl des TLF in der Ortsbasis (Abb. 3.14(b)), in welcher der TLF auch gemessen wurde (Abb. 3.13):

$$N_{L/R}(E, T) = \frac{1}{\xi^2} \left( N_g(E, T) + \left( \frac{E \pm \varepsilon}{\Delta} \right)^2 N_e(E, T) \right) \quad (3.12)$$

Die starke Abhängigkeit von  $\varepsilon$  bleibt auch bei höheren Temperaturen erhalten, was auf ein großes Deformationspotential  $\gamma_{\text{TLF}}$  des TLF hin deutet, wie bereits in Abbildung 3.13 skizziert ist.



### 3.2.4 Statistische Analyse

Im Folgenden wird eine statistische Analyse einer zeitlichen Abfolge von  $N_0$  aufeinander folgenden Einzel-Messungen (Abb. 3.15(a)) des Qubit-Zustandes vorgestellt. Nach kurzzeitiger Resonanz mit einem TS bei  $f_q = 6,72$  GHz ist das Qubit nur mit einer Wahrscheinlichkeit  $P^*(|1\rangle) = 0,32$  im angeregten Zustand, da es die Anregung sehr häufig auf ein kohärentes, resonant an das Qubit gekoppelte TS übertragen hat. Bei einer Frequenz  $f_q = 6,82$  GHz, ohne den Einfluss durch das TS, ist das Qubit mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P(|1\rangle) = 0,45$  im angeregten Zustand (Abb. 3.15(b)). Nach der Anregung des Qubits mit einem  $\pi$ -Puls würde man erwarten, dass  $P(|1\rangle) = 1$  ist. Im Experiment konnte das Qubit nach dessen Präparation im angeregten Zustand bis zum Zeitpunkt  $t_0$  der Messung seines Zustandes bereits relaxieren. Die Wahrscheinlichkeit

$$P(|1\rangle)(t_0) = e^{-\frac{1}{\tau_1} t_0} \quad (3.13)$$

den angeregten Zustand zum Zeitpunkt  $t_0$  zu messen, hat somit einen Wert zwischen 0 und 1, je nachdem wie schnell das Qubit bis dahin in den Grundzustand mit der Relaxationszeit  $\tau_1$  zerfallen ist. Die insgesamt  $N_0$  aufeinander folgenden Messungen sind unabhängig voneinander, wenn das Qubit bei jeder Einzelmessung wieder im selben Zustand präpariert wird, und die Messung wieder zum gleichen Zeitpunkt  $t_0$  danach erfolgt. Die Wahrscheinlichkeiten den Grundzustand oder den angeregten Zustand des Qubits zu messen, ist durch die Bernoulli-Verteilung von 2 möglichen Zuständen mit  $P(|0\rangle) + P(|1\rangle) = 1$  gegeben [99].

Für eine „gute“ Statistik werden  $N_0 = 50000$  Einzelmessungen mit einer Wiederholrate von 1,2 kHz ausgeführt. Das Histogramm für zwei ausgewählte Frequenzen  $f_q$  der Häufigkeit  $N(m)$  von  $m$  identischen Ergebnissen der einzelnen Messung eines Qubit Zustandes (Abb. 3.15(c) und (d)) folgt aus

$$N(m) = N_0 \left( P^m - \sum_{j=m+1}^{\infty} P^j \right) \quad (3.14)$$

Hier werden nur die Ereignisse gezählt, wenn bei genau  $m$  aufeinander folgenden Messungen der gleiche Zustand gemessen wurde. Das heißt, alle Messungen die mehr als genau  $m$ -fach vorhanden sind, werden nicht gezählt. Die Häufigkeit für  $m = 2$  ist deshalb

$$N(2) = N_0 \left( P^2 - (P^3 + P^4 + P^5 \dots) \right) \quad (3.15)$$

Mit der geometrischen Reihe und deren Partialsumme

$$\sum_{j=0}^{\infty} P^j = \frac{1}{1-P} \quad \text{und} \quad \sum_{j=0}^m P^j = \frac{1-P^{m+1}}{1-P} \quad (3.16)$$

ist der geschlossene Ausdruck für die Häufigkeit durch

$$N(m) = N_0 \left( P^m \left( 1 - \frac{P}{1-P} \right) \right) \quad (3.17)$$

gegeben. In logarithmischer Auftragung der Häufigkeit

$$\ln(N(m)) = m \cdot \ln(P) + \ln(N_0) + \ln\left(1 - \frac{P}{1-P}\right) \quad (3.18)$$

kann man aus der Steigung der Geraden die Wahrscheinlichkeit  $P$  des Zustandes bestimmen. Der y-Achsen-Abschnitt ist durch die Anzahl  $N_0$  der Einzelmessungen und eine kleine Korrektur, die durch die Wahrscheinlichkeit  $P$  bestimmt ist, definiert (Abb. 3.15(c) und (d)). Dieser geschlossene Ausdruck gilt, solange die Einzelmessungen unabhängig voneinander sind. Somit stimmt die Steigung der Geraden in logarithmischer Auftragung mit den gemessenen Wahrscheinlichkeiten (Abb. 3.15(b)) für beide analysierten Frequenzen  $f_q$  überein.

Diese statistische Analyse wird nun auf ein gekoppeltes System, das Qubit und ein kohärentes TS, welches zusätzlich von einem inkohärenten TLF beeinflusst wird, angewandt. In dem Bereich der mechanischen Deformation, in dem zwei TS-Resonanzfrequenzen gleichzeitig sichtbar sind (Abb. 3.16(a)), wird eine vertikale Linie bei  $V_p = 39$  V mit den beiden TS-Frequenzen genauer betrachtet (Abb. 3.16(b)).

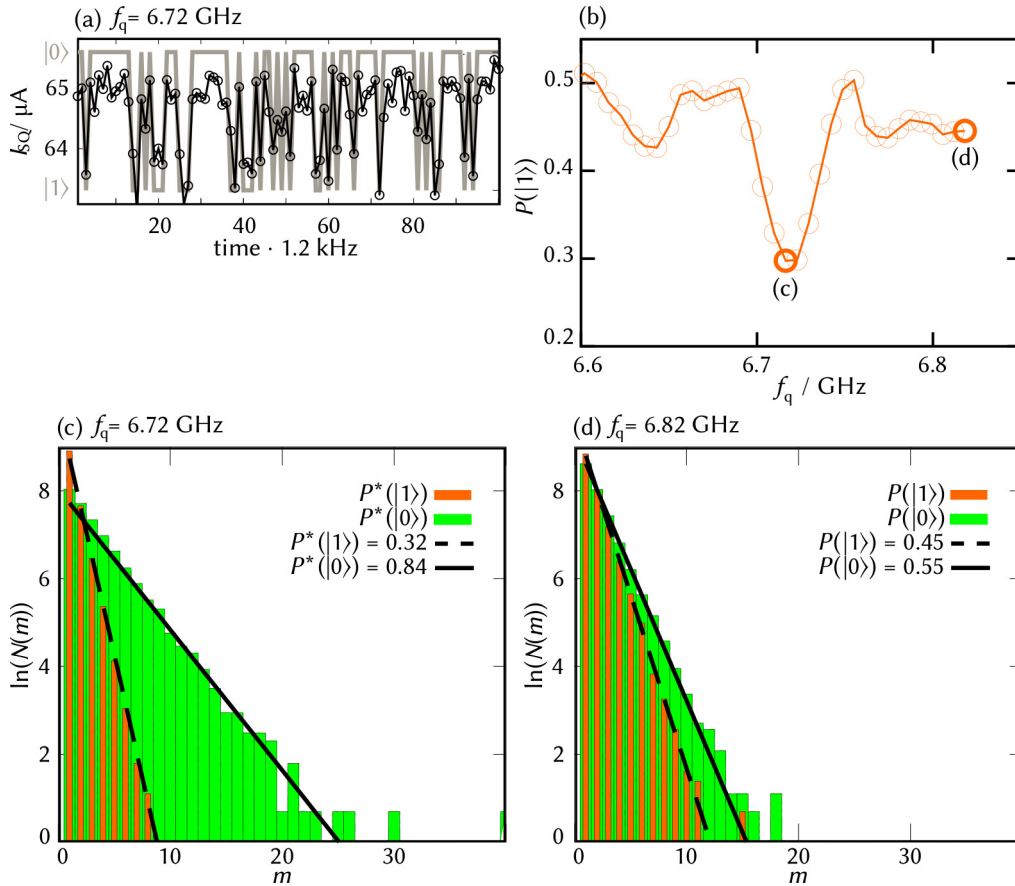
Die Histogramme aus den Messdaten der Qubit-Frequenz  $f_q = 8$  GHz zeigen abseits der Resonanz des TS die bereits vorgestellte Statistik und eine numerische, statistische Simulation des gleichen Sachverhaltes (Abb. 3.16(c)). Für die Qubit-Frequenz  $f_q = 7,81$  GHz ist im Histogramm der Messung des Grundzustandes des Qubits ein Knick vorhanden (Abb. 3.16(d)). Die Änderung der Steigung zeigt, dass der TLF nach einer gewissen Anzahl von Einzel-Messungen der Qubit-Zustände umschaltet, und damit die Wahrscheinlichkeit für  $P(|1\rangle)$  ändert.

Die Geraden in logarithmischer Auftragung der Histogramme dienen lediglich dem Vergleich der experimentellen und numerischen Daten. Anhand dieses Vergleichs kann die Umschaltwahrscheinlichkeit  $P_{\text{TLF}} = 0,022$  des TLF bestimmt werden, d.h. er wechselt zwischen zwei Messungen mit 0,22% seinen Zustand. Mit der Zeitskala durch die Wiederholrate der Einzel-Messungen des Qubit Zustandes von 1,2 kHz folgt eine Fluktuationsrate des TLF:

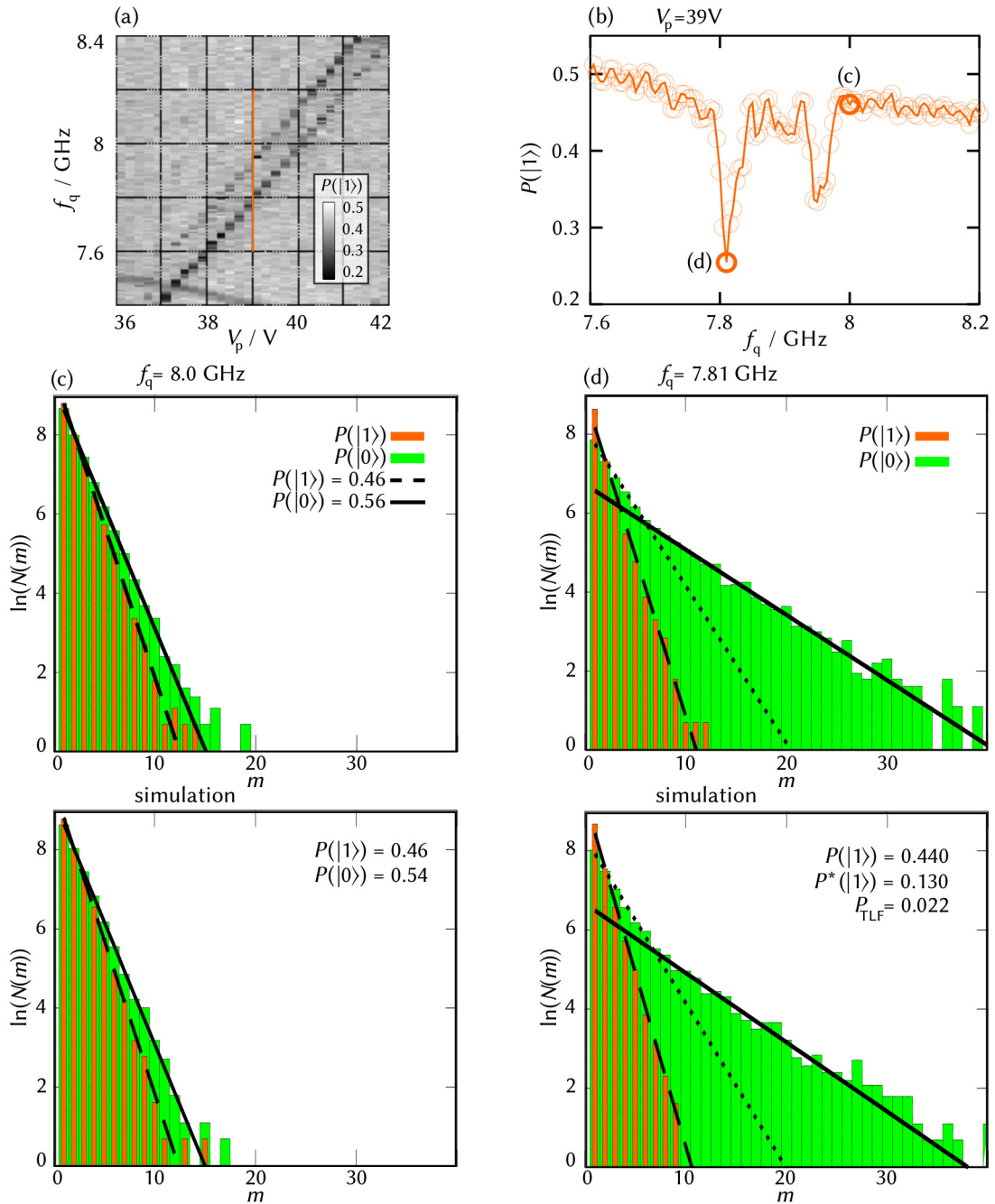
$$\tau_{\text{TLF}}^{-1} = 1,2 \text{ kHz} \cdot P_{\text{TLF}} = 26 \text{ Hz} = 1/38 \text{ ms}$$

Die numerische, statistische Simulation der Histogramme erfolgt in Analogie zum Zufalls-Experiment der „gezinkten“ Münze [107], welches sehr einfach modelliert werden kann. Die Messung des Qubits allein oder des Qubits kohärent an ein TS gekoppelt entspricht einem Münzwurf mit je einer gezinkten Münze. Eine zufällig erstellte Abfolge von  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  Zuständen der Münze erfolgt numerisch mit einer reellen Zufallszahl zwischen 0 und 1. Die Wahrscheinlichkeit  $|1\rangle$  zu erzeugen wird entsprechend der Wahrscheinlichkeit von  $P(|1\rangle) = 0,55$  mit der Schwelle von 0,55 festgelegt.





**Abbildung 3.15:** Statistische Analyse: (a) 100 der insgesamt 50000 Einzel-Messungen des SQUID Schaltstromes  $I_{SQ}$  und der zugeordneten Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  des Qubits anhand des Schwellwertes  $I_{thresh}$  des Stromes. (b) Das Qubit verliert bei  $f_q = 6,72$  GHz mit einer hohen Wahrscheinlichkeit seine Anregung an ein kohärentes TS. (c) und (d) Häufigkeit  $N(m)$  von  $m$  identischen Ergebnissen der einzelnen Messung des Grund- (grün) oder angeregten Zustands (orange) des Qubits für zwei Messpunkte. Die Wahrscheinlichkeit  $P^*|1\rangle$  in (c) gilt für das Qubit und ein kohärentes, resonant an das Qubit gekoppeltes TS und  $P(|1\rangle)$  in (d), wenn das Qubit nicht mit dem TS wechselwirkt.



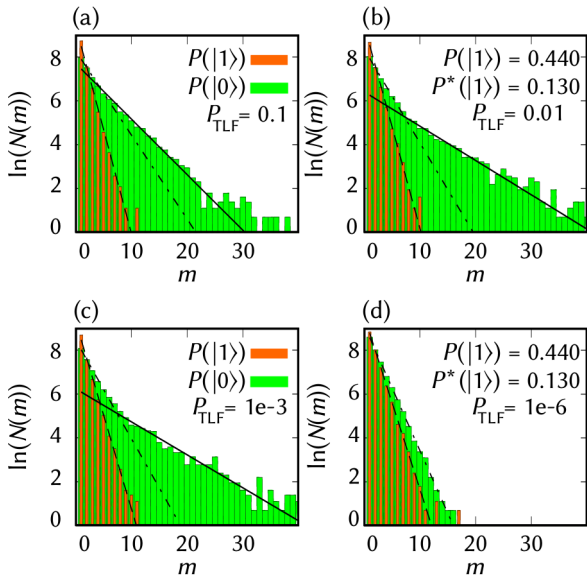
**Abbildung 3.16:** Häufigkeit  $N(m)$  von  $m$  identischen aufeinander folgenden Messungen des Grund- (grün) oder angeregten Zustands (orange) des Qubits aus 50000 Einzelmessungen. (a) Zwei parallele TS Resonanzen die durch einen TLF verursacht werden. (b) Ein Streifen aus (a) nahe des Symmetriepunktes des TLF mit beiden TS Resonanzen. (c) Statistik der Messung der Qubit-Zustände bei einer Frequenz  $f_q = 8$  GHz ohne Wechselwirkung mit dem TS und die numerische Simulation der Messung. (d) Statistik für einen Datenpunkt, an dem das Qubit mit dem kohärenten TS wechselwirkt, welches zusätzlich von einem TLF beeinflusst wird. Aus dem Vergleich des Messpunktes mit der numerischen Simulation, folgt die Wahrscheinlichkeit  $P(|1\rangle)$ , nur das Qubit zu messen oder  $P^*(|1\rangle)$ , das Qubit und das TS zu messen, sowie die Umschaltwahrscheinlichkeit  $P_{\text{TLF}}$  des TLF.

Das gekoppelte System des Qubits, des TS und des TLF entspricht einem Münzwurf mit zwei verschieden gezinkten Münzen., wobei der TLF mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{TLF}}$  die Münze zwischen zwei Messungen in der Reihe von  $N_0$  Einzelmessungen tauscht, sodass entweder  $P$  oder  $P^*$  gemessen wird. Im Vergleich der Messdaten (Abb. 3.16(d)) mit der numerischen, statistischen Simulation kann somit  $P$ ,  $P^*$  und die Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{TLF}}$  des Umschaltens des TLF bestimmt werden.

In Abbildung 3.17 sind beispielhaft 4 numerisch simulierte Zufallsexperimente mit verschiedenen Größenordnungen der Umschalt-Wahrscheinlichkeit des TLF dargestellt um zu zeigen, welche Zeitskala mit dieser Methode noch auflösbar ist.

Die statistische Analyse solch eines „schnellen“ TLF ist nur mit der Einzel-Photon-Spektroskopie (Abb. 3.5(b)) möglich. Die TS-Sättigungs-Spektroskopie (Abb. 3.5(c)) ist nicht dazu geeignet. Eine anschauliche Begründung folgt daraus, dass der TLF eine sehr kleine Störung der Asymmetrie des kohärenten TS verursacht. Wenn das besagte kohärente TS direkt mit einer großen Anzahl von Photonen in Gleichbesetzung getrieben wird, hat das auch eine Auswirkung auf die Fluktuationsrate des TLF. Die beiden TS-Resonanzfrequenzen können trotzdem mit beiden Messprotokollen gemessen werden. Bei der Einzel-Photon-Spektroskopie ist es aber möglich, anhand der Korrelation der Einzel-Messungen des Qubit-Zustandes die Fluktuationsrate des TLF zu bestimmen. Diese Korrelation wird mit dem Protokoll der TS-Sättigungs-Spektroskopie zerstört.

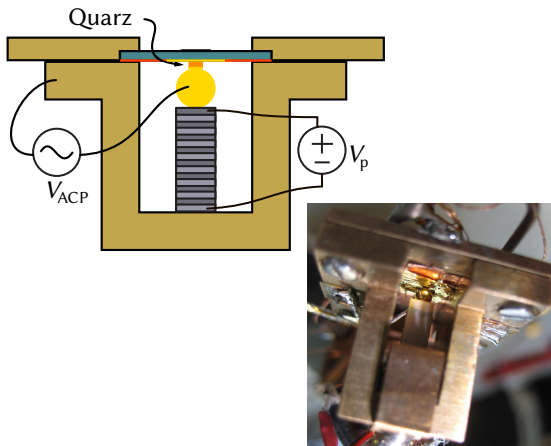
Interessant wäre es, Tunnelsysteme im Übergangsbereich vom kohärenten zum inkohärenten Tunnelprozess und die Bedingungen dafür zu untersuchen. Hier ist das Problem, dass zumindest die TLF noch nicht gezielt manipuliert werden können.



**Abbildung 3.17:** Numerische Simulation mehrerer Größenordnungen der Umschalt-Wahrscheinlichkeit des TLF. Die Wahrscheinlichkeiten den angeregten Zustand des Qubits zu messen, liegen bei  $P(|1\rangle) = 0,44$  und  $P^*(|1\rangle) = 0,13$ . Verschiedene Umschaltwahrscheinlichkeiten des TLF (a)  $P_{\text{TLF}} = 0,1$  (b)  $P_{\text{TLF}} = 0,01$  (c)  $P_{\text{TLF}} = 1 \cdot 10^{-3}$  (d)  $P_{\text{TLF}} = 1 \cdot 10^{-6}$  machen deutlich, dass nur Raten innerhalb dieser Größenordnungen mit dem verwendeten Messprotokoll auflösbar sind.

### 3.2.5 Ultraschall-Experimente

Die Kopplungsstärke der TS an das Qubit oder der TS untereinander liegt im MHz Bereich [65, 59] (siehe auch Abb. 3.5). In einem Gespräch mit Prof. A. Shnirman kam die Idee auf, einfach auszuprobieren ob Ultraschall im Frequenzbereich der Kopplungsstärke eine Auswirkung auf die TS hat. Für diesen Frequenzbereich gibt es kommerzielle piezoelektrische Ultraschallwandler aus Quarz [46].



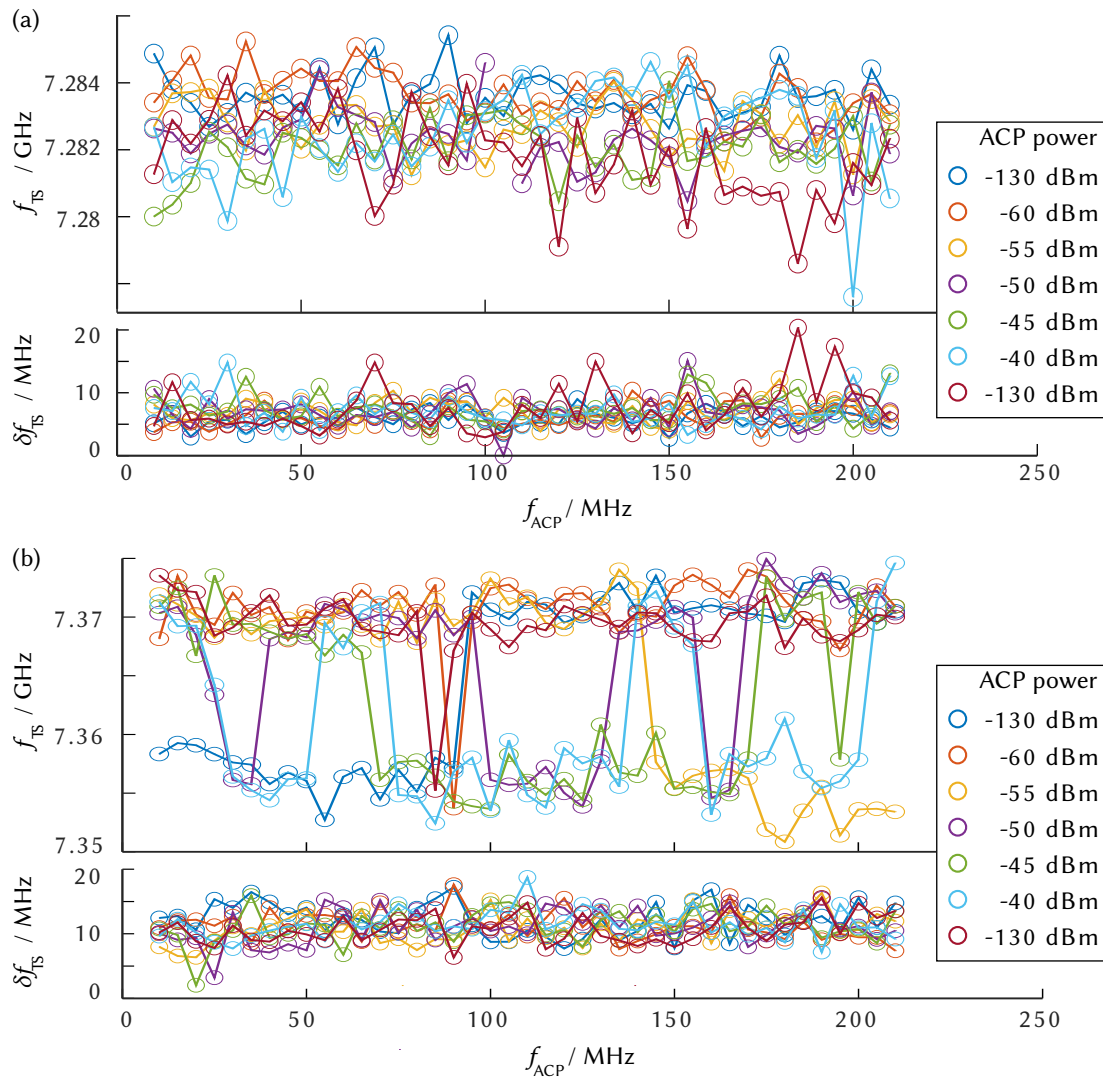
**Abbildung 3.18:** Experimenteller Aufbau für Ultraschall-Experimente mit einem piezoelektrischen Quarz im Frequenzbereich der Kopplungsstärke der TS von 10–210 MHz. Der Quarz ist als Plattenkondensator durch vergoldete Oberflächen elektrisch kontaktierbar. Die Fläche des Wändlers beträgt etwa  $1\text{ mm}^2$ . Die Kontaktierung findet über die vergoldete Zirkonkugel (Innenleiter des Koaxialkabels) und den Probenhalter (Kontakt zum Außenleiter des Koaxialkabels) statt.

Im experimentellen Aufbau wurde dazu ein piezoelektrischer Quarz mit Goldbeschichtung zur Kontaktierung verwendet. Um die Einkopplung des Ultraschalls in den Qubit-Chip zu ermöglichen, wurde Blattgold mit einem sehr dünnen Ölfilm<sup>1</sup> auf den Chip aufgebracht. Der Quarzwandler wurde ebenfalls mit einem sehr dünnen Ölfilm auf das Blattgold mit der Zirkonkugel gepresst. Somit ist zur statischen Deformation durch den trägen Piezoaktuator aus Keramik ein Ultraschallwandler (ACPiezo) im Frequenzbereich von 10 – 210 MHz (siehe Abb. 3.18) über den Probenhalter und die vergoldete Zirkonkugel kontaktiert. Die Ultraschallwandler aus Quarz wurden bereits im Rahmen einer Diplomarbeit [23] mit dieser Methode auf einem Messingzylinder aufgebracht und Ultraschall-Echos bis zu einer Frequenz von 258 MHz nachgewiesen.

Zunächst wurde das Übersprechen der zusätzlichen Mikrowellenleitung des Ultraschallwändlers auf die Qubit-Operationen mit dem Ausleseprozess überprüft, um den Bereich der Amplitude des Ultraschalls festzulegen. Dazu wurden Resonanzkurven eines kohärenten TS mit der TS-Sättigungsspektroskopie in Abhängigkeit der Ultraschallfrequenz bei verschiedenen Ultraschallleistungen gemessen. Die Auswirkung des Schalls auf ein kohärentes TS zeigt in der Auftragung der Energieaufspaltung des TS  $E_{\text{TS}} = h \cdot 7,283\text{ GHz}$  und der Linienbreite der Resonanz  $\delta f_{\text{TS}} \approx 5 - 15\text{ MHz}$  über der Frequenz des Ultraschalls (Abb. 3.19(a)) kein signifikantes Ergebnis. Auch die Spektroskopie eines kohärenten TS, das von einem TLF beeinflusst wird, wobei die Kopplung zwischen TS und TLF etwa 15 MHz beträgt, wird nicht vom Ultraschall im MHz Bereich beeinflusst (Abb. 3.19(b)).

<sup>1</sup>Öl für Öldiffusionspumpen, Diffilen Ultra

Diese Experimente können als Voruntersuchungen für Kreuzexperimente mit Ultraschall im GHz-Bereich gewertet werden. Dies bedeutet, dass die geplanten Ultraschall-Experimente im Bereich der Qubit-Frequenzen und den resonant mit ihnen wechselwirkenden TS statt finden werden.



**Abbildung 3.19:** Einfluss des niederfrequenten Ultraschall auf die Resonanz  $f_{TS}$  und Linienebreite  $\delta f_{TS}$  (a) eines kohärentes TS und (b) auf ein gekoppeltes System eines TS und TLF. Die TS werden mit der TS-Sättigungs-Spektroskopie, dem Mesprotokoll (1) in Abhängigkeit der ACP Frequenz und Amplitude mit dem Qubit detektiert. Es ist keine Signifikante Auswirkung des Ultraschalls festzustellen.



## 4 Dielektrische Eigenschaften von ungeordnetem $\text{AlO}_x$

Supraleitende Resonatoren werden als sehr empfindliche Detektorsysteme verwendet. Sie kommen sowohl in der Quanteninformationstechnologie als auch der Radioastronomie und weiteren Forschungsgebieten zum Einsatz. Trotz tiefer Temperaturen und der supraleitenden Eigenschaften der verwendeten Materialsysteme gibt es einige Verlustkanäle die das Auflösungsvermögen der Detektoren beschränken [110]. Andere Gruppen haben bereits gezeigt, dass das natürliche Oxid auf der Oberfläche von Resonatoren Tunnelsysteme enthält [32]. Wie bei den Quantenbits können Sarabi et. al. [89] und aktuell auch die Gruppe von A. V. Ustinov einzelne TS mit einem supraleitenden Resonator beobachten [14].

Eine theoretische Arbeit von Leggett et. al. [57] stellte bereits 2013 die provokative Frage „Are smoking gun experiments possible?“, in Bezug darauf, ob ein definitiver experimenteller Test des Tunnelmodells möglich ist. Die Antwort lautet, dass die breitbandigen Experimente Aufschluss darüber geben können. Mit Anregungsfrequenzen von 600 MHz bis 6 GHz, definiert durch die Resonatoren, wird hier  $\text{AlO}_x$ , hergestellt durch Sputterdeposition, untersucht. Zwei große Plattenkondensatoren für niederfrequente Experimente im kHz Bereich auf dem selben Chip erweitern die Bandbreite (Dissertation Arnold Seiler [92]). So soll neben dem Verständnis des Qubit-Materials auch überprüft werden, ob das Tunnelmodell selbst als Beschreibung zutreffend ist.

Das Design der LC-Resonatoren wurde mit Plattenkondensatoren und planaren Streifenleitungen aus Al auf einem Substrat aus intrinsischem Silizium realisiert. Ein großer Vorteil dieser Konfiguration ist die homogene und hohe Felddichte im zu untersuchenden Dielektrikum. Bei tiefen Temperaturen sind die dielektrischen Eigenschaften des  $\text{AlO}_x$ , wie in den JJs der supraleitenden Qubits, hauptsächlich durch Effekte der TS bestimmt.

Eine einfache Beschreibung der Dynamik dieser TS erfolgt zunächst in Analogie zu Spins, anhand der analytisch berechneten Suszeptibilität der Zwei-Niveau-Systeme (2NS) [5]. In der Nähe der Sprungtemperatur  $T_c$  des supraleitenden Al der dünnen planaren Streifenleitungen des Resonators können weitere Wechselwirkungen mit Quasiteilchen auftreten, und die Oberflächenimpedanz des supraleitenden Al spielt ebenfalls eine Rolle. Mit numerischen Berechnungen inklusive der Verteilung von TS laut dem Standard-Tunnelmodell (STM) [76, 3] werden auch Abweichungen der experimentellen Daten vom Modell der 2NS diskutiert.



## 4.1 Dynamik der Tunnelsysteme

Eine Beschreibung der Dynamik der TS anhand der Wechselwirkung mit elektrischen und mechanischen Feldern folgt Phillips und Anderson [2] sowie Arnold und Hunklinger [5]. In Kapitel 3.1 wurde bereits die Wechselwirkung der TS mit elektrischen oder mechanischen Feldern durch eine kleine Störung der Asymmetrieenergie der TS eingeführt. Die Diagonalelemente des Hamilton-Operators in Gleichung 3.6 skalieren mit  $\varepsilon/E$  und entsprechen dabei einer Variation der Energieaufspaltung  $E$  mit der Anregungsfrequenz  $\omega$ . TS, die durch ihre Relaxationsrate der äußeren Anregung teilweise folgen können, relaxieren Richtung des neuen thermischen Gleichgewichts und tragen zur Relaxations-Wechselwirkung bei. Für resonante Übergänge vom Grundzustand in den angeregten Zustand des TS muss das außerdiagonale Matrixelement mit  $\Delta/E$  groß sein, welches dem Überlapp der Wellenfunktionen durch die Potentialbarriere entspricht. Die maximale resonante Absorption findet für Anregungsfrequenzen  $\omega$ , die der Energieaufspaltung der TS entsprechen, statt. Zur Polarisation tragen jedoch alle TS mit  $E > \hbar\omega$  bei.

TS mit einem elektrischen Dipolmoment tragen zur dielektrischen Polarisation bei, äquivalent zur Magnetisierung  $\vec{M}$  von Spins im Magnetfeld  $\vec{H}$ . Ein wesentlicher Unterschied von TS zu den Spins ist, dass sie bereits eine Energieaufspaltung ohne externe Felder haben. Ihre Kopplung an die Umgebung im Dielektrikum wird durch die Wechselwirkung mit Phononen bestimmt, wie auch für Spins im Magnetfeld phänomenologische Relaxationszeiten eingeführt werden.

Die Polarisation  $\vec{P} = \chi\vec{E}$  der TS kann mit der komplexen Suszeptibilität  $\chi = \chi' + i\chi''$  beschrieben werden.  $\chi$  besteht aus zwei unabhängigen Lösungen für die Relaxations- und die resonante Wechselwirkungen eines Ensemble aus  $N_0$  gleichartigen TS mit der Energieaufspaltung  $E$ . Sie können äquivalent zu den Blochgleichungen [12] für Spins im Magnetfeld mit der Magnetisierung  $\vec{M}$ , der magnetischen Suszeptibilität  $\chi$  und Anregungsfrequenz  $\omega$  berechnet werden. Die Übersetzung der Notation der TS in die Notation des Spin-Systems folgt nach [5]. Der Spin  $\vec{S}$  oder Pseudo-Spin im Falle der TS wird durch die Pauli-Matrizen  $\sigma_i$  dargestellt:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Die Zuordnung der Parameter der Blochgleichungen zur Notation der TS ist durch

$$-\hbar\gamma_{\text{gy}}(0,0,B_0) = (0,0,E) \quad \text{und} \quad -\hbar\gamma_{\text{gy}}(B'_x(t),B'_y(t),0) = \left(-2\frac{\Delta}{E}\vec{p}\vec{E}, 0, 2\frac{\varepsilon}{E}\vec{p}\vec{E}\right) \quad (4.2)$$

mit dem gyromagnetischen Verhältnis  $\gamma_{\text{gy}}$  und der magnetischen Flussdichte  $B$  gegeben. Die zeitliche Entwicklung des Spins ist:

$$S_i(t) = \chi_i(\omega)\hbar\gamma_{\text{gy}}B'_i(t) \quad (4.3)$$



Die Lösung der Blochgleichungen wird mit  $S_{\pm} = S_x \pm S_y$  und  $\chi_x = \frac{1}{2}(\chi_+ + \chi_-)$  zu:

$$\chi_+ = -\frac{1}{\hbar} \frac{S_{\text{th}}(1 - S_z)}{(\omega_0 + \omega) + i\tau_2^{-1}} \quad \text{und} \quad \chi_- = -\frac{1}{\hbar} \frac{S_{\text{th}}(1 - S_z)}{(\omega_0 - \omega) - i\tau_2^{-1}} \quad (4.4)$$

$$\chi_z = \frac{d(S_{\text{th}})}{dE} \frac{1 - i\omega\tau_1}{1 + \omega^2\tau_1^2} \quad (4.5)$$

$$S_{\text{th}} = -\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \quad \text{und} \quad S_z = \pi f(\tilde{\tau}_2) \frac{\Omega^2 \tau_1 \tau_2}{\tau_2 \sqrt{1 + \Omega^2 \tau_1 \tau_2}} \quad (4.6)$$

mit der Anregungsfrequenz  $\omega$  und der Energierelaxationszeit  $\tau_1$ , der Linienbreite  $\tau_2$ , der Energieaufspaltung  $E = \hbar\omega_0$  und der „Rabi-Frequenz“

$$\Omega = \frac{2\vec{p} \cdot \vec{E}}{\hbar} \left(\frac{\Delta}{E}\right) \quad (4.7)$$

Die resonante Absorption eines TS wird durch die Lorentzfunktion  $f(\tilde{\tau}_2)$  mit der Intensitätsabhängigkeit ( $\propto$  Quadrat der Feldstärke des äußeren Feldes) der Linienbreite  $\tilde{\tau}_2$  beschrieben:

$$f(\tilde{\tau}_2) = \frac{\tilde{\tau}_2}{\pi} \frac{1}{1 + \tilde{\tau}_2^2 (\omega - \omega_0)^2} \quad \text{mit} \quad \tilde{\tau}_2^{-1} = \tau_2^{-1} \sqrt{1 + \Omega^2 \tau_1 \tau_2} \quad (4.8)$$

Die beiden Lösungen für die resonante Wechselwirkung  $\chi_{\text{res}}$  und die Relaxations-Wechselwirkung  $\chi_{\text{rel}}$  mit äußeren Feldern der TS lassen sich folgendermaßen darstellen:

$$\chi = -\frac{N_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left( \left(-2p \frac{\Delta}{E}\right)^2 \chi_x + \left(2p \frac{\epsilon}{E}\right)^2 \chi_z \right) \quad (4.9)$$

$$\chi_{\text{res}} = \frac{4N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \cdot \chi_x \quad \text{und} \quad \chi_{\text{rel}} = \frac{4N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 \cdot \chi_z \quad (4.10)$$

$N_0$  ist die Anzahl der gleichartigen TS pro  $1 \text{ m}^3$  mit dem effektiven Dipolmoment  $p$ . Die Relaxationszeiten der TS werden bei tiefen Temperaturen im Dielektrikum durch Phononen dominiert, die im folgenden beschrieben werden.

**Energierelaxation (longitudinale Relaxationszeit)** Die Relaxation ins thermische Gleichgewicht kann durch die resonante Wechselwirkungen von Phononen mit den TS stattfinden. Bei tiefen Temperaturen dominiert die Emission und Absorption einzelner Phononen. Anhand Fermis Goldener Regel kann die Übergangswahrscheinlichkeit der Zustände nach Jäckle [47] berechnet werden, und es folgt die Ein-Phonon-Energierelaxation  $\tau_{\text{ph}}^{-1}$  von TS, die nicht miteinander wechselwirken:

$$\frac{1}{\tau_{\text{ph}}} = a \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 E^3 \coth\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \quad \text{mit} \quad a = \left(\frac{\gamma_L^2}{v_L^5} + 2\frac{\gamma_T^2}{v_T^5}\right) \frac{1}{2\pi\rho\hbar^4} \quad (4.11)$$

**Tabelle 4.1:** Berechnete Energierelaxationszeit in Saphir, Aluminium und Silizium für eine Energieaufspaltung  $E = h \cdot 6 \text{ GHz}$  und ein Deformationspotential  $\gamma = 0,4 \text{ eV}$ .

Material	$v_L / (\text{m/s})$	$v_T / (\text{m/s})$	$v_{t\perp} / (\text{m/s})$	$\rho / (\text{kg/m}^3)$	$\tau_{\text{ph}} / \text{s}$
$Al_2O_3$ [21]	11100	6040		3990	$41 \cdot 10^{-6}$
Al [21]	6250	3100		2700	$1 \cdot 10^{-6}$
Si (berechnet aus [67])	8442	5846	4680	2329	$7 \cdot 10^{-6}$

Die schnellsten Relaxationszeiten  $\tau_{\text{ph}}^{-1} \propto E^3$  haben symmetrische TS mit  $E = \Delta$ , während asymmetrische TS im Verhältnis zu ihrer Energieaufspaltung langsamer relaxieren. Eine Abschätzung der Energierelaxation für TS mit der Energieaufspaltung von  $E = h \cdot 6 \text{ GHz}$  folgt mit der Dichte  $\rho$ , der transversalen Schallgeschwindigkeit  $v_T$  und dem Deformationspotential  $\gamma_{AlO_x} \approx 0,4 \text{ eV}$  (aus Messungen mit dem Phasen-Qubit [40]) bei tiefen Temperaturen  $T \rightarrow 0$ . Für die Abschätzung genügt der Beitrag der transversalen thermischen Phononen, da ihre Schallgeschwindigkeit viel kleiner als die longitudinale ist und somit den wesentlichen Beitrag zu  $\tau_{\text{ph}}^{-1}$  liefert. Phononen haben bei dieser Energieaufspaltung eine Wellenlänge von  $\approx 500 \text{ nm}$ , weshalb unklar ist, in welchem Material sich die Phononen ausbreiten können, das heißt welche Schallgeschwindigkeit sie haben. In Tabelle 4.1 sind berechnete Werte für  $\tau_{\text{ph}}$  von Saphir ( $Al_2O_3$ ), Aluminium (Al) und Silizium (Si) aufgelistet.

**Dephasierung (transversale Relaxationszeit)** Die Dephasierung mit der Rate  $\tau_2^{-1}$  entspricht der Relaxation der Präzession um die z-Achse des Pseudospins (der Polarisation des TS), bzw. der Linienbreite der Energieaufspaltung [77, 76]. Ein Vorschlag ist, dass sie durch zwei Prozesse bestimmt wird, einer Begrenzung durch die Energierelaxation von  $\tau_{2,\text{max}} \leq 2\tau_1$  und einer reinen Dephasierung  $\tau_\phi$  [2]:

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{\tau_\phi} \quad \text{mit} \quad \tau_\phi^{-1} = b \cdot T^2 \quad (4.12)$$

Die Temperaturabhängigkeit der reinen Dephasierung  $\tau_\phi^{-1}$  wird durch die spektrale Diffusion beschrieben [11, 55] und folgt aus der Wechselwirkung von TS untereinander.

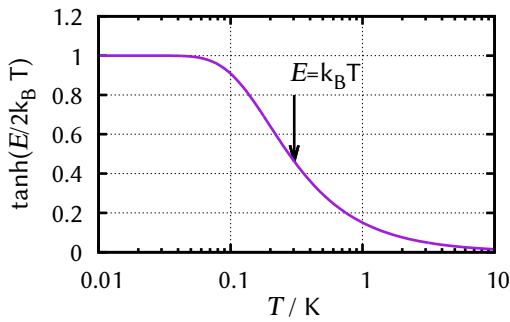
Aus Messungen der dielektrischen Absorption von Siliziumoxid sind Relaxationszeiten von  $\tau_{\text{ph}} \approx 10 \text{ ns}$  bis  $1 \mu\text{s}$  bei  $10 \text{ GHz}$  und einer Linienbreite von  $\tau_2 \approx 3 \text{ ns}$  bei  $1 \text{ GHz}$  bekannt [45, 101].

### 4.1.1 Resonante Wechselwirkung mit dem äußeren Feld

Nur TS mit nicht verschwindender Besetzungszahldifferenz

$$\delta N(E, T) = N_0 \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \quad (4.13)$$

(Abb. 4.1) tragen zur resonanten dielektrischen Antwort bei. Die maximale Änderung der Besetzungszahldifferenz in Abhängigkeit von der Temperatur findet für TS mit  $E \approx k_B T$  statt.



**Abbildung 4.1:** Temperaturabhängige Besetzungszahldifferenz eines TS. Nur TS mit nicht verschwindender Besetzungszahldifferenz tragen zur resonanten dielektrischen Antwort bei. Die maximale Änderung der Besetzungszahldifferenz ist wichtig für Relaxationsprozesse und findet für TS mit einer Energieaufspaltung von  $E \approx k_B T$  statt.

Aus der dielektrischen Antwort  $N_0$  identischer TS mit  $E = \hbar\omega_0$  folgt der Realteil der komplexen Suszeptibilität aus Gleichung 4.9:

$$\chi'_{\text{res}} = -\frac{N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{1}{\hbar} g'(\omega, \tau_2) (1 - S_z) \quad (4.14)$$

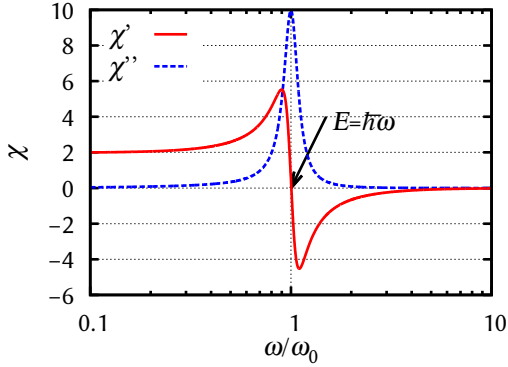
$$\text{mit } g'(\omega, \tau_2) = \left( \frac{(\omega - \omega_0) \tau_2^2}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \tau_2^2} - \frac{(\omega + \omega_0) \tau_2^2}{1 + (\omega + \omega_0)^2 \tau_2^2} \right) \quad (4.15)$$

Die resonante Absorption wird durch den Imaginärteil der Suszeptibilität beschrieben:

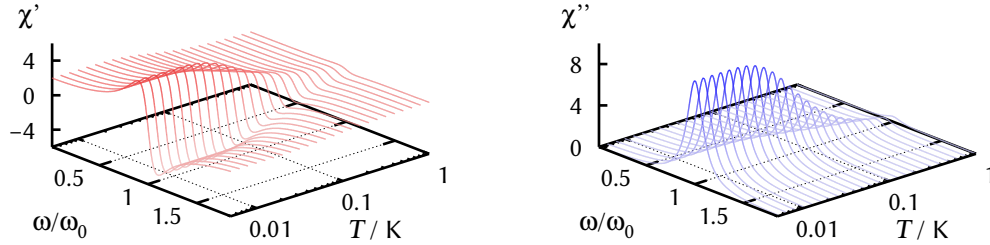
$$\chi''_{\text{res}} = \frac{N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{1}{\hbar} g''(\omega, \tau_2) (1 - S_z) \quad (4.16)$$

$$\text{mit } g''(\omega, \tau_2) = \left( \frac{\tau_2}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \tau_2^2} - \frac{\tau_2}{1 + (\omega + \omega_0)^2 \tau_2^2} \right) \quad (4.17)$$

Der größte Beitrag zur resonanten Wechselwirkung wird von den symmetrischen TS mit  $E = \Delta$  bestimmt (Abb.4.3 und Abb.4.2). Bei tiefen Temperaturen dominieren die resonanten Wechselwirkungen, falls die Energieaufspaltung  $E$  der TS vergleichbar oder größer als  $k_B T$  ist. Für eine Energieaufspaltung  $E = h \cdot 1 \text{ GHz}$  entspricht das einer Temperatur von 50 mK. Diese TS liefern anhand von  $g'(\omega, \tau_2)$  für  $E > \hbar\omega$  einen konstanten Beitrag zum Realteil der dielektrischen Antwort, der für  $E \ll \hbar\omega$  verschwindet und eine maximale Änderung bei  $E = \hbar\omega$  hat.



**Abbildung 4.2:** Realteil der resonanten dielektrischen Antwort  $\chi'_{res}(\omega, T)$  und Imaginärteil  $\chi''_{res}(\omega, T)$  in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz eines TS mit der Energieaufspaltung  $E = \hbar\omega_0$ . Das TS liefert für  $E > \hbar\omega$  einen konstanten Beitrag zum Realteil der Dielektrischen Antwort, der für  $E \ll \hbar\omega$  verschwindet. Der Imaginärteil beschreibt die Absorption des TS mit einem Beitrag zur Dielektrischen Antwort bei Energieaufspaltungen von  $E \approx \hbar\omega$ .



**Abbildung 4.3:** Realteil  $\chi'_{res}(\omega, T)$  und Imaginärteil der resonanten Prozesse  $\chi''_{res}(\omega, T)$  in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und der Temperatur. Die Temperatur bestimmt welche Energieaufspaltungen der TS eine nicht verschwindende Besetzungszahldifferenz haben.

Der Imaginärteil beschreibt die Absorption durch TS, dabei zeigt die Frequenzabhängigkeit  $g''(\omega, \tau_2)$  einen maximalen Beitrag bei  $E \approx \hbar\omega$ , wenn die Anregungsfrequenz  $\omega$  der Energieaufspaltung  $E$  entspricht.

Im Faktor  $(1 - S_z)$  (Gl. 4.14 und 4.16) kann durch die Intensität einer elektromagnetischen Welle im Dielektrikum  $I = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r c \left(\vec{E}\right)^2$  mit  $\Omega^2 \tau_1 \tau_2 = I/I_c$  eine kritische Intensität

$$I_c = \left(\frac{E}{\Delta}\right)^2 \frac{1}{\tau_1 \tau_2} \left(\frac{\hbar}{2p}\right)^2 \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r c \quad (4.18)$$

definiert werden, ab der die TS in Gleichbesetzung getrieben werden [5].

### 4.1.2 Relaxations-Wechselwirkung mit dem äußeren Feld

Ist die Energie-Relaxationsrate  $\tau_1^{-1}$  der TS vergleichbar mit der Anregungsfrequenz  $\omega$ , können die TS durch Relaxation der äußeren Anregung folgen und tragen zur dielektrischen Suszeptibilität bei (Abb. 4.4). Der größte Beitrag zur Relaxations-Wechselwirkung wird von den asymmetrischen TS mit  $E = \varepsilon$  getragen, die jedoch sehr lange Relaxationszeiten haben können. Der Realteil der komplexen Suszeptibilität aus Gleichung 4.10 der Relaxations-Wechselwirkungen lautet:

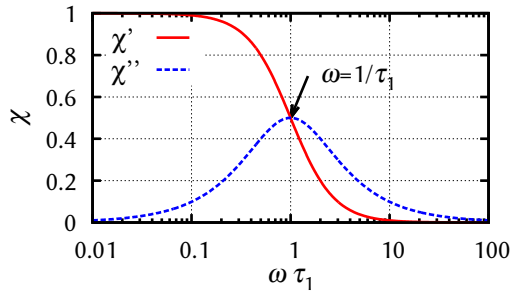
$$\chi'_{\text{rel}} = -\frac{2N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^2 \frac{\partial}{\partial E} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{1}{1 + (\omega\tau_1)^2} \quad (4.19)$$

Die Relaxationsabsorption ist durch den Imaginärteil der Suszeptibilität gegeben

$$\chi''_{\text{rel}} = \frac{2N_0 p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^2 \frac{\partial}{\partial E} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{\omega\tau_1}{1 + (\omega\tau_1)^2} \quad (4.20)$$

mit der Änderung der Besetzungszahldifferenz  $\frac{\partial}{\partial E} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right)$ . Der Verlust durch die TS wird zu

$$\frac{1}{Q_{\text{rel}}} = \frac{\chi''_{\text{rel}}}{\chi'_{\text{rel}}|_{T=T_0}} = -\frac{2N_0 p^2}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^2 \frac{\partial}{\partial E} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{\omega\tau_1}{1 + (\omega\tau_1)^2} \quad (4.21)$$



**Abbildung 4.4:** Realteil  $\chi'_{\text{rel}}(\omega)$  und Imaginärteil  $\chi''_{\text{rel}}(\omega)$  der dielektrischen Antwort durch Relaxation eines TS. Eine maximale Änderung der dielektrischen Antwort ist für den Realteil bei einer Anregungsfrequenz  $\omega$ , die vergleichbar mit der Relaxationsrate  $\tau_1^{-1}$  des TS ist. Zum Verlust tragen nur TS bei, deren Relaxationsrate vergleichbar mit der Anregungsfrequenz ist.

Im Experiment sind die dielektrischen Eigenschaften des  $\text{AlO}_x$  durch eine Verteilung von TS bestimmt, über die integriert werden muss.

### 4.1.3 Verteilung der Tunnelsystemparameter

Das Standard-Tunnelmodell schlägt eine Verteilungsfunktion  $f(\varepsilon, \lambda) d\varepsilon d\lambda = P_0 d\varepsilon d\lambda$  der TS vor. Dabei ist die Dichte der Tunnelsysteme  $P_0$  in der Asymmetrieenergie  $\varepsilon$  und dem Tunnelparameter  $\lambda$  gleich verteilt. Da die komplexe dielektrische Antwort (Kap. 4.1) bereits durch die Energieaufspaltung  $E$  und die Tunnelenergie  $\Delta$  ausgedrückt ist, wird

die Verteilung  $f(\epsilon, \lambda)$  mit der Jacobi-Transformation  $E = \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2} \implies d\epsilon = \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dE$  und  $\Delta = E_0 e^{-\lambda} \implies d\lambda = -\frac{1}{\Delta} d\Delta$  zu:

$$f(\Delta, E) dEd\Delta = \frac{E}{\Delta} \frac{P_0}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dEd\Delta \quad (4.22)$$

die in Abbildung 4.5 für eine Energieaufspaltung  $E$  dargestellt ist. Für asymmetrische TS mit  $\Delta \ll E$  ist die Verteilung  $f$  nicht integrierbar, was heißt, dass die Anzahl dieser TS divergiert. Im Falle symmetrischer TS mit  $\Delta = E$  ist die Verteilung  $f$  integrierbar.

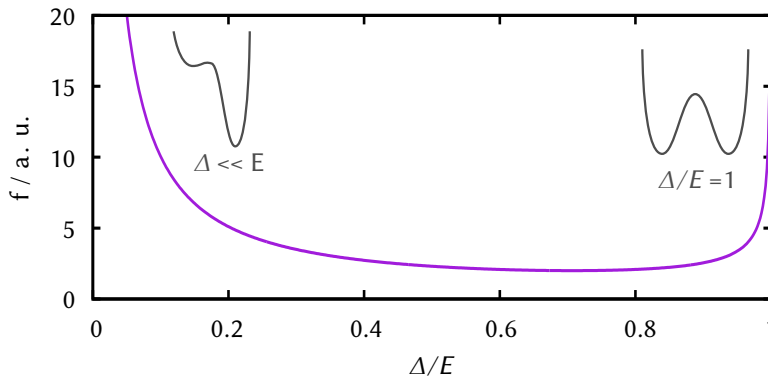
Im Experiment kann keine genaue Aussage über die Orientierung der Dipolmomente  $\vec{p}$  bezüglich dem elektrischen äußeren Feld  $\vec{E}$  getroffen werden, weshalb ein Integral über die Orientierung im Raum und somit ein effektives Dipolmoment der TS angenommen wird:

$$\langle \vec{p} \vec{E} \rangle = pE \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \Theta \sin \Theta d\Theta = \frac{1}{3} \cdot pE \quad (4.23)$$

Die dielektrische Antwort oder Permittivität  $\epsilon = (1 + \chi)$  (wobei  $\delta\epsilon = \delta\chi$ ) einer Verteilung von TS folgt aus der Integration über die komplexe dielektrische Antwort und der Dichte  $P_0$  verschiedener TS mit der Verteilung  $f(\Delta, E)$ , der Anregungsfrequenz  $\hbar\omega$  und der Energieaufspaltung der TS  $E = \hbar\omega_0$ :

$$\delta\epsilon(\omega) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \int_0^E \chi(\omega) f(\Delta, E) d\Delta dE = \delta\epsilon'(\omega) + \delta\epsilon''(\omega) \quad (4.24)$$

Details zur Integration über diese Verteilung werden in Kap. 4.5 ausgeführt, da die experimentellen Ergebnisse zunächst mit den analytisch berechneten Funktionen des Modells der Zwei-Niveau-Systeme für symmetrische TS  $E = \Delta$  mit einer konstanten Verteilung  $f(E) = \text{konst.}$  der TS verglichen werden.



**Abbildung 4.5:**  $f(\Delta, E)$ , Verteilungsfunktion der TS Parameter als Funktion der Tunnelenergie  $\Delta$  bei einer gegebenen Energieaufspaltung  $E$ .

## 4.2 Planare Hochfrequenz-Resonatoren

Die Hochfrequenz-Resonatoren bestehen aus diskreten Elementen, einem Plattenkondensator aus  $\text{Al-AlO}_x\text{-Al}$  und einer Induktivität, die durch eine einfache planare Leiterbahn definiert ist. Hierbei handelt es sich um die Bauform der Mikrostreifenleitung mit einer Leiterbahn auf der Oberfläche des Substrates und der Masse auf der Rückseite des Chips. Die geometrischen Parameter der Kondensatoren und Leiterbahnen wurden mit elektromagnetischer Simulation (EM-Simulation) für einen bestimmten Frequenzbereich optimiert, sodass 6 verschiedene Resonatoren einen Bereich von 0,6 – 6 GHz abdecken.

Die Güte der Resonatoren muss mindestens bei  $Q \approx 1000$  liegen, damit eine erwartete Frequenzverschiebung durch die TS von ca.  $10^{-5}$  noch aufzulösen ist. Die Abschätzung folgt aus Erfahrungswerten der Frequenzverschiebung dielektrischer Messungen an Gläsern, oder der Änderung der Schallgeschwindigkeit, bestimmt durch akustische Messungen [77].

Alle 6 Resonatoren sind an eine gemeinsame Streifenleitung kapazitiv und induktiv angekoppelt. Gemessen wird somit jeweils das gekoppelte System der Streifenleitung und dem Resonator, zusammengefasst zu einem Kerbfilter. Durch eine parametrische Anpassung der Transmissionsfunktion kann die Resonanz und die Güte des Resonators, sowie die Kopplung vom Resonator an die Streifenleitung bestimmt werden. Die mathematische Beschreibung der Resonatoren erfolgt durch einen gedämpften angetriebenen harmonischen Oszillator.

### Gedämpfter harmonischer Oszillator

Ein realer angetriebener elektrischer Resonator aus diskreten Elementen mit einer Kapazität  $C$ , einem resistiven Teil  $R$  und einer Induktivität  $L$  (Abb. 4.6(a)), lässt sich als getriebener gedämpfter harmonischer Oszillator mit der Differentialgleichung für die Spannung über dem Kondensator beschreiben [80]:

$$\frac{d^2}{dt^2}U + 2\alpha\frac{d}{dt}U + \omega_0^2U = \frac{1}{LC}e^{i\omega t} \quad (4.25)$$

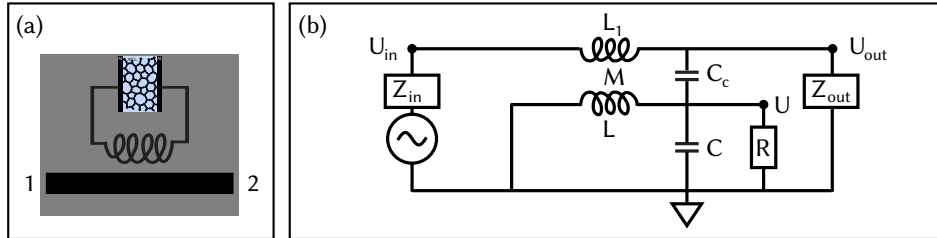
Die homogene Lösung folgt für den gedämpften Fall mit

$$U(t) = U_0 e^{-\omega_e t} \quad \text{und} \quad \omega_e = \omega'_e \pm i\omega''_e = \alpha \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (4.26)$$

der komplexen Resonanz  $\omega_e$ , die kleiner als die Eigenfrequenz  $\omega_0$  des ungedämpften Oszillators ist. Bei einer Anregungsfrequenz von  $\omega = \omega_0$  absorbiert der Oszillator die maximale Energie und seine Phase ist um  $\phi = \frac{\pi}{2}$  zur Anregung verschoben. Im Falle der kontinuierlichen Anregung des Resonators schwingt dieser mit der Anregungsfrequenz  $\omega_e = \omega$ . Die spezielle Lösung für den getriebenen Fall liefert noch die Amplitudenresonanz. Sie wird hier nicht weiter betrachtet, da bei der Messung der Resonatoren die



Resonanz  $\omega = \omega_0$  der maximalen Absorption des Resonators detektiert wird (Kap. 4.2.3). Der Dämpfungsfaktor ist durch  $2\alpha = (RC)^{-1}$  und die Eigenfrequenz durch  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  gegeben.



**Abbildung 4.6:** Kerbfilter („notch-type“ resonator) (a) Skizze der Streifenleitung und des Resonators mit einem Al- $\text{AlO}_x$ -Al-Plattenkondensator. Es wird sowohl die Absorption als auch Reflexion des Resonators bestimmt, da er die Impedanz der Streifenleitung beeinflusst. (b) Ersatzschaltbild der Diskreten Elemente des Resonators mit der Streifenleitung nach [52]. Der Resonator wird durch die Kapazität  $C$  und deren resistiven Teil  $R$  und der Induktivität  $L$  mit der Spannung  $U$  über  $C$  beschrieben. Die Ankopplung des Resonators an die Streifenleitung erfolgt induktiv durch die Gegeninduktivität  $M$  und kapazitiv über  $C_c$ . Zur Anregung des Resonators wird die Mikrowelle mit  $U_{in}$  durch die Streifenleitung mit der Impedanz  $Z_{in}$  und Induktivität  $L_1$  geleitet und über  $Z_{out}$  durch  $U_{out}$  detektiert.

Die intrinsische Güte  $Q_i$  des Resonators ist über das Verhältnis der gesamten Energie  $W$  im Resonator zum Energieverlust innerhalb einer Schwingung definiert [80]:

$$Q_i = 2\pi \frac{\text{Energie}}{\text{Verlust einer Schwingung}} = \omega_0 \frac{W_m + W_e}{P_{\text{loss}}} = \frac{\omega_0}{2\alpha} \quad (4.27)$$

$W_e$  ist die durchschnittliche gespeicherte Energie in der Kapazität,  $W_m$  die durchschnittlich gespeicherte magnetische Energie der Induktivität und  $P_{\text{loss}}$  die Verlustleistung durch den Widerstand  $R$ . Bei  $\omega = \omega_0$  ist  $W_m = W_e$  und die mittlere gespeicherte Energie im Resonator folglich  $W = 2W_e$ . Die durchschnittlich im Resonator gespeicherten Energie ist  $W \propto (\text{Amplitude})^2 \propto (\exp[-\alpha t])^2$  mit der Abklingkonstanten  $\alpha$ . Bei  $t = 2\pi Q_i / \omega$  ist die Amplitude nach  $Q_i$  Schwingungsperioden auf  $\exp[-\alpha t] = \exp[-\alpha(2\pi Q_i / \omega)] = \exp[-\pi]$  abgesunken.

Der Resonator wird mit einer Mikrowelle durch die Streifenleitung angetrieben. Im Experiment verwendet man reale Bauteile, die anhand eines Ersatzschaltbildes näherungsweise mit den idealen Komponenten beschrieben werden können. Bei der Interpretation der gemessenen Daten sollte man somit darauf achten, dass entsprechende Näherungen auch zutreffend sind. Anhand des Ersatzschaltbildes (Abb. 4.6(a)) kann man die komplexe Transmission durch die Streifenleitung, die im Zusammenhang der Transmissions-Messung (Kap. 4.2.3) beschrieben wird, und die Güte  $Q_L$  des Kerbfilters mit „Last“, dem Resonator der an die Streifenleitung angekoppelt ist, berechnen.

Der Verlust des Resonators ist auch über den Winkel in der Gaußebene mit  $\tan \delta = Q^{-1}$  mit der Güte verknüpft. Man findet außerdem, dass sich  $Q_L$  des Kerbfilters mit der

intrinsischen Güte des Resonators  $Q_i$  und der externen Güte der Kopplung des Resonators  $Q_c$  an die Streifenleitung wie folgt beschreiben lässt [80]:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \quad (4.28)$$

Im Experiment sollte dabei zum einen betrachtet werden, wie groß das Verhältnis der Kopplung zu der intrinsischen Güte ist, und ob die extrahierte Güte der Kopplung tatsächlich unabhängig von der Temperatur und Anregungsleistung ist.

Die Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  des Resonators wird aufgrund der geometrischen Anordnung (Kap. 4.2.1) hauptsächlich durch den dielektrischen Verlust des  $\text{AlO}_x$  bestimmt. Im Dielektrikum des Plattenkondensators herrscht eine homogene Feldverteilung und die Feldstärke ist wesentlich größer als im Dielektrikum des natürlichen  $\text{AlO}_x$  an der Oberfläche der planaren Streifenleitungen. Die Leistung  $P_{\text{feedline}} = P_{\text{loss}} + P_{\text{refl}} + P_{\text{trans}}$  durch die Streifenleitung des Kerbfilter setzt sich aus der Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$ , der reflektierten  $P_{\text{refl}}$  und transmittierten  $P_{\text{trans}}$  Leistung durch den Resonator zusammen.

### 4.2.1 Simulation der Eigenfrequenzen und Güten

Die elektromagnetische Abstrahlung der geometrischen Anordnung der Resonatoren wird mittels elektromagnetischer Simulation (EM-Simulation) mit Sonnet [85] durchgeführt. Das Ergebnis ist in Tabelle 4.2 aufgelistet, mit dem Vergleich der tatsächlichen Resonanzen der Messungen einer Probe (ResAl08).

Die Metallstrukturen werden als unendlich dünne Filme zwischen Vakuum und dem Silizium-Chip als Substrat modelliert. Die EM-Simulation wertet das elektrische Feld in jedem einzelnen Unterelement der Gesamtstruktur aus, und somit auch jede mögliche Kombination von Wechselwirkungen zweier benachbarter Elemente. Das supraleitende Metall wird als idealer Leiter modelliert. Der intrinsische Verlust der Resonatoren  $Q_i^{-1} \approx 10^{-6}$  ist somit nur durch die elektromagnetische Abstrahlung des Resonators bestimmt, da der Verlust des Dielektrikums nicht in der Simulation implementiert ist.

Der Verlust durch die Ankopplung an die Transmissionslinie von  $Q_c^{-1} \approx 10^{-4}$  ist bewusst in einer ähnlichen Größenordnung wie der erwartete intrinsische Verlust gewählt, um im Bereich der kritischen Kopplung zu messen, sodass sowohl der intrinsische Verlust des Resonators als auch der Verlust durch die Ankopplung bestimmt werden können. Ist der Resonator zu stark angekoppelt, wird die Güte des Gesamtsystems nur durch die Kopplung bestimmt. Im Falle einer schwachen Ankopplung ist die Güte nur durch den Resonator bestimmt.

Die Parameter der Resonatoren sind so gewählt, dass eine hergestellte  $\text{AlO}_x$  Schicht bei 6 verschiedenen Resonanzen im Bereich 0,6 – 6 GHz gemessen werden kann und auch Messungen zweier Kapazitäten im Bereich 0,1 – 20 kHz möglich sind (Messungen Arnold Seiler).

Eine Schicht von  $d_{\text{AlO}_x} = (26 \pm 3)$  nm  $\text{AlO}_x$ , bestimmt durch einen Schnitt mit „Focused Ion Beam“ (FIB) und Rasterelektronenmikroskopie (SEM) (siehe Anhang Abb. A.1)

**Tabelle 4.2:** EM-Simulation der Resonatoren einer Probe mit 26 nm  $\text{AlO}_x$  (ResAl08): ideale Kapazitäten  $C$  zur Berechnung der geometrische bzw. magnetische  $L_m^{(\text{EM})}$  Induktivität und Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}^{(\text{EM})}$  der EM-Simulation im Vergleich zu den tatsächlichen Resonanzen  $f_{\text{res}}$ . Der Fehler der berechneten Resonanzen  $\sigma_{f_{\text{res}}}$  steigt zu größeren Frequenzen an, mit einer Abweichung von 6% bis 20%. Die idealen Kapazitäten der Resonatoren wurden durch niederfrequenten Messungen der Kondensatoren  $C_{\text{large}}$  und  $C_{\text{small}}$  bestimmt.

	$A/\mu\text{m}^2$	$C/\text{pF}$	$L_m^{(\text{EM})}/\text{pH}$	$f_{\text{res}}^{(\text{EM})}/\text{GHz}$	$f_{\text{res}}/\text{GHz}$	$\sigma_{f_{\text{res}}}/\text{GHz}$	%
#1	$240 \times 120$	67	850	0,6673	0,6295	0,0378	6
#2	$240 \times 120$	67	570	0,8137	0,7515	0,0622	8
#3	$240 \times 120$	67	180	1,4334	1,299	0,1344	9
#4	$80 \times 40$	7,4	280	3,519	3,182	0,3370	10
#5	$80 \times 40$	7,4	180	4,334	3,806	0,5280	12
#6	$80 \times 40$	7,4	60	7,831	6,278	1,5530	20
$C_{\text{large}}$	$10^3 \times 10^3$	2007	Kapazitäts-		1 kHz		
$C_{\text{small}}$	$500 \times 500$	511,0	Messbrücke		1 kHz		

liefert mit der Messung zweier Kapazitäten (Arnold Seiler)  $C_{\text{large}}$  und  $C_{\text{small}}$  und deren Fläche  $A$  (Tab. 4.2) durch  $C = \epsilon_r \epsilon_0 A/d_{\text{AlO}_x}$  eine relative Permittivität von  $\epsilon_r = (6,8 \pm 0,4)$  des Oxids.

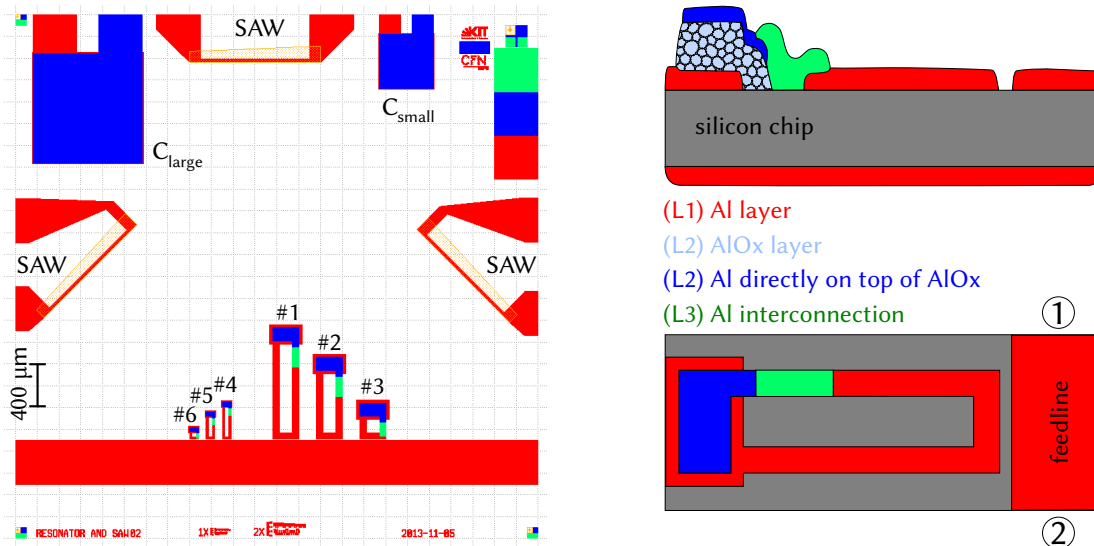
Die relativ gute Übereinstimmung der simulierten Resonanzen mit den tatsächlichen spricht für die bestimmte mittlere Permittivität des  $\text{AlO}_x$ . Mit zunehmender Frequenz steigt die Abweichung von 6% bis 20% an, welche möglicherweise auf die Vereinfachung der EM-Simulation durch idealen Kapazitäten anstelle der realen Plattenkondensatoren zurück zu führen ist. Dabei wird die „effektive“ Länge der Induktivität für die kleineren Strukturen unterschätzt, entsprechend deren größeren Abweichungen.

## 4.2.2 Herstellung der Resonatoren

Die supraleitenden Resonatoren aus Al und  $\text{AlO}_x$ -Kapazitäten sind in Anlehnung an das gebräuchliche Materialsystem der Josephson-Kontakte und deren Herstellungsverfahren zur Anwendung in Qubits aufgebaut. Bei der Herstellung der Al- und der Oxid-Schichten gibt es verschiedene Verfahren. In dieser Arbeit wurden hauptsächlich Resonatoren, deren Schichten mit dem Sputter- und reaktivem Sputter-Prozess hergestellt wurden, analysiert.

Der reaktive Sputter-Prozess erfolgt in Anlehnung an die Herstellung von  $\text{AlO}_x$  durch H. Rotzinger [86] mit einer definierten Restleitfähigkeit. Die Al Schicht wurde auch durch die Zerstäubung von Al mit einem DC Argon-Plasma durchgeführt. Details zu den Anlagen (PLASMA 1 oder SAPHIR) mit den Herstellungsparametern sind im Anhang A zu finden. Für die Oxidschicht wird beim Zerstäuben des Al ein weiteres Gas, der reaktive Sauerstoff  $\text{O}_2$ , eingesetzt. Der  $\text{O}_2$ -Anteil wurde so hoch gewählt, sodass eine

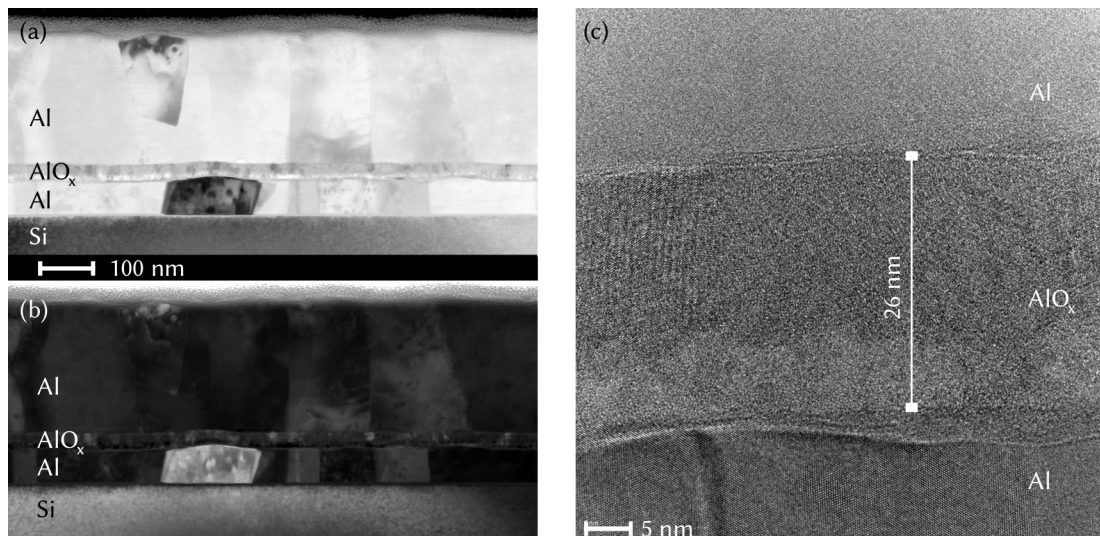
möglichst geringe Restleitfähigkeit der Schicht verbleibt. Das Herstellungsverfahren reagiert empfindlich auf geringe Unterschiede in den Prozessparametern, da zwei fast identisch hergestellte Proben ResAl06 und ResAl08 sehr verschiedene Restleitfähigkeiten der Oxid-Schichten aufweisen. Da in der verwendeten Anlage (PLASMA 1, Anhang A) auch Niob-Schichten hergestellt werden, ist auch nicht auszuschließen dass der Herstellungsprozess dadurch beeinflusst wird.



**Abbildung 4.7:** Skizze des Chip-Designs mit Aufriss eines Resonators: (L1) 50 nm Al (rot), (L2) 26 nm  $\text{AlO}_x$  und 217 nm Al-Schicht (blau), (L3) Verbindung der beiden Al Schichten (grün). Piezoelektrische Ultraschallwandler auf den Fingerkapazitäten (rot) aus Zinkoxid (ZnO) (gelb) sind zur Erzeugung von Oberflächenwellen (surface acoustic waves, SAW). Sie dienen der Vorbereitung von dielektrischen und akustischen Kreuz-Experimenten (siehe Kap.4.7). Die Rückseite des Silizium-Chips ist als Masse der planaren Leiterbahnen vollständig mit Al beschichtet.

Die Strukturgrößen der Resonatoren ermöglichen die Herstellung der einzelnen Schichten mittels optischer Lithografie. Die Strukturierung des gewählten Designs (Abb. 4.7) ist in vier Schichten unterteilt, der unteren Al-Elektrode (L1) inklusive der Interdigitalstrukturen für die Ultraschallwandler, der Oxidschicht mit der oberen Al-Elektrode (L2) und der Verbindung der ersten und zweiten Al-Elektroden um die Schleife der Resonatoren zu schließen (L3). Gegebenenfalls folgt eine piezoelektrische ZnO-Schicht für Oberflächenwellen. Um sicher zu stellen, dass die Kante von der oberen Elektrode (L2) zur Substratebene vollständig bedeckt ist, wurde (L2) wesentlich dicker als (L1) aufgetragen, wie in Abbildung 4.8 deutlich zu erkennen ist.

Es ist von Vorteil, eine Maske für die jeweiligen Schichten zu erstellen, die den Prozess der optischen Lithografie deutlich beschleunigt. Ein Fotolack auf der Maske (Cr auf Kalk-Natron-Glas) wird dazu mit einem direkten Laserschreiber belichtet, um die Struk-



**Abbildung 4.8:** Struktur der Al- $\text{AlO}_x$ -Al Schichten der Plattenkondensatoren auf intrinsischem Silizium (ResAl08). (a) Hellfeld, (b) Dunkelfeld und (c) hochauflösende Transmissions-elektronenmikroskopie (Messung: Stefan Fritz).

tur anschließend frei zu ätzen. Die einzelnen Masken der Schichten sind mit Fangkreuzen versehen, um die Ausrichtung und Belichtung des Fotolacks (AZ\_5214E) mit einem „Mask-Aligner“ zu ermöglichen. Die Masken sind für Substrate der Fläche  $20 \times 20 \text{ mm}^2$  angefertigt. Diese sind wiederum in neun  $5 \times 5 \text{ mm}^2$  große Abschnitte unterteilt, was der endgültigen Größe einer Probe entspricht.

Das Al wird auf ein gereinigtes Substrat aus intrinsischem Silizium [70] aufgebracht. Der Fotolack für die Strukturierung von (L1) wird invertiert verwendet, da das Al, das nicht von der belichteten Fotolack-Maske bedeckt ist, mit einem Ar:Cl-Plasma Ätzprozess entfernt wird. Für die  $\text{AlO}_x$ -Schicht mit Al-Deckelektrode wird der Fotolack für (L2) aufgebracht, belichtet und entwickelt. Ein Ar-Plasma entfernt das natürliche Oxid auf dem Al der ersten Lage. Anschließend wird die  $\text{AlO}_x$ -Schicht und eine Al-Schicht aufgebracht. Durch das Abheben des Lackes („lift-off“-Prozess) entsteht die gewünschte  $\text{AlO}_x$ -Al Struktur. Die Verbindung zwischen der ersten Al-Elektrode und der Deckelektrode des Kondensators wird mit der Struktur von (L3) erstellt. Vor der Deponierung von Al wird die natürliche Oxidschicht auf dem Al durch ein Ar-Plasma entfernt, sodass ein galvanischer Kontakt entsteht.

Für die Oberflächen-Ultraschallwandler wird die letzte Fotolackmaske für ZnO als „lift-off“-Prozess erstellt. Da die ZnO Schichten ca.  $0,5 - 1 \mu\text{m}$  dick sein können, wurde der Lack langsamer aufgeschleudert, um Lackdicken von  $> 1 \mu\text{m}$  zu erreichen. Die einzelnen Rezepte der Parameter für die hergestellten Proben ist im Anhang A zu finden.

Die Struktur der hergestellten Plattenkondensatoren einer Probe (ResAl08) mit reaktiv gesputtertem  $\text{AlO}_x$  wurde durch Transmissionselektronenmikroskopie (TEM) und die Stöchiometrie mit der analytischen Elektronenenergieverlustspektroskopie (EELS)

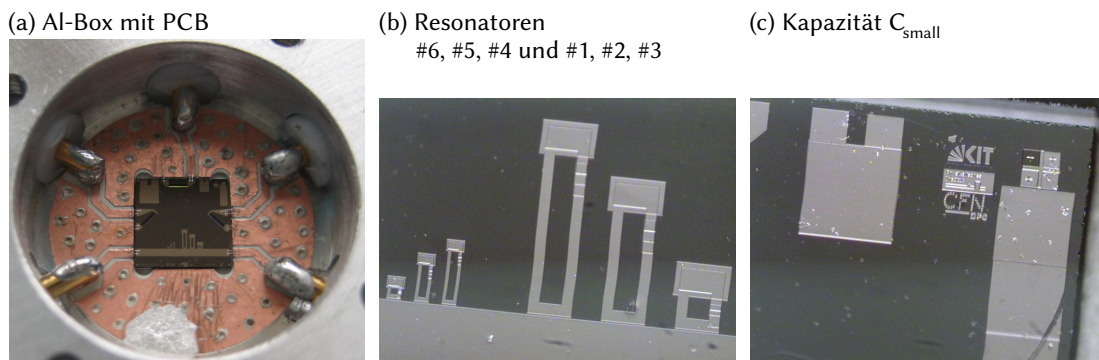


bestimmt (Stefan Fritz, Laboratorium für Elektronenmikroskopie des KIT). Für diese Messungen werden Lamellen mittels FIB aus einem Kondensator ausgeschnitten. Eine Übersicht eines etwa 700 nm breiten Streifens einer Hellfeld und Dunkelfeld TEM Messung des Schichtsystems zeigt die  $\text{AlO}_x$ -Schicht und die Al-Elektroden mit Korngrenzen zwischen deren kristallinen Bereichen (Abb. 4.8(a) und (b)).

Korngrenzen sind durch die Änderung des Kontrastes in der jeweiligen Schicht zu erkennen. In der  $\text{AlO}_x$ -Schicht fällt auf, dass sie über die ganze Breite zwei verschiedene Bereiche enthält (hell und dunkel). Mit der hochauflösenden TEM wird klar, dass es sich um einen ungeordneten Bereich zu Beginn des Schichtwachstums handelt und ab einer Schichtdicke von  $\approx 10$  nm ein dickerer kristalliner Bereich folgt (Abb. 4.8(c)). Eine analytische EELS der verschiedenen Bereiche liefert die Stöchiometrie für das ungeordnete Oxid  $\text{AlO}_{1,2}$ , das kristalline  $\text{AlO}_{1,5}$  (wie Saphir  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) und an den Übergängen der verschiedenen Bereiche sogar  $\text{AlO}_{1,8}$  mit einem Überschuss an Sauerstoff.

### 4.2.3 Transmissions-Messung

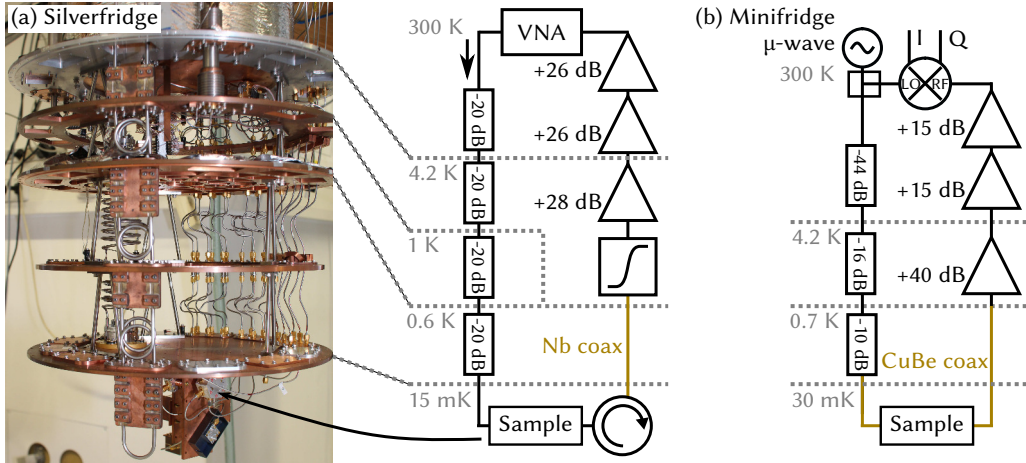
Zur Kontaktierung der Resonatoren wird der Chip in eine passend entworfene Keramik-Leiterplatte („printed circuit board“, PCB) mit Cu-Leiterbahnen eingeklebt und durch Bonddrähte aus Al mit dem PCB verbunden (siehe Abb. 4.9). Die Leiterbahnen des PCB sind in der Aluminiumbox direkt an Innenleiter von SMA Steckverbindern verlötet, sodass ab hier die Standard-Hochfrequenz-Stecker zum Einsatz kommen. Die geometrische Anordnung des Resonators und der Streifenleitung wird im Weiteren als Kerbfilter betrachtet.



**Abbildung 4.9:** (a) Resonatoren auf dem durch Al-Bonddrähte angeschlossenen Chip auf einer Keramik Leiterplatte mit Cu-Leiterbahnen („printed circuit board“ PCB) in einer Al-Box (hier ohne Deckel abgebildet). (b) und (c) sind Bilder der Strukturen auf dem Chip durch ein optischen Mikroskop.

Gemessen wird die volle Transmission durch die Streifenleitung neben der Resonanz des Resonators und die reduzierte Transmission in Resonanz mit dem Resonator wie in Abb. 4.6(a) dargestellt. Es wird somit sowohl die Absorption als auch Reflexion des

Resonators bestimmt, da er die Impedanz der Streifenleitung beeinflusst. Wie im Ersatzschaltbild (Abb. 4.6(b)) dargestellt, ist die Kopplung des Resonators an die Streifenleitung sowohl induktiv als auch kapazitiv. Die Mischung aus den beiden Kopplungen des Resonators an die Streifenleitung stellt kein Problem bei der Messung der Güte des Resonators dar [34]. Auch asymmetrische Resonanzkurven, die durch die Laufzeit, Dämpfung und Phasenverschiebung in den Zuleitungen zum Resonator entstehen, lassen sich mit der parametrischen Circle-Fit-Methode (siehe Kap. 4.2.3) analysieren.



**Abbildung 4.10:** Experimenteller Aufbau der Koaxialkabel in den Verdünnungskryostaten zur Messung der Transmission der Kerbfilter bei tiefen Temperaturen. (a) Aufbau mit vektoriellem Netzwerkanalysator (SILVERFRIDGE). (b) I&Q-Mischer als Demodulator zur Messung der Transmission durch die Streifenleitung (MINIFRIDGE).

Experimentell wird die Messung der Transmission der Kerbfilter bei tiefen Temperaturen in den Verdünnungskryostaten (SILVERFRIDGE und MINIFRIDGE) durchgeführt (Abb. 4.10). Die Koaxialkabel werden von Raumtemperatur bis zur Mischkammer durch Dämpfungsglieder bei den verschiedenen Temperaturstufen thermisch angekoppelt. Dadurch wird die Rauschleistung von Raumtemperatur stufenweise reduziert. Die letzte Dämpfung an der Mischkammer sollte etwa so groß sein wie das Verhältnis der eingehenden Rauschleistung zur Temperatur des Dämpfungsglieds. Die Antwort der Resonatoren wird bei 4 K rauscharm verstärkt, und bei Raumtemperatur noch weiter verstärkt bis zur Detektion. Gemessen wird der komplexe Streuparameter, die Transmission  $S_{21}$  durch die Streifenleitung (Abb. 4.6(b)). Eine Streumatrix mit den S-Parametern zur Transmissions-Messung mit dem ausgesendeten Signal an Anschluss 1 und dem detektierten Signal durch die Probe an Anschluss 2, folgt mit der Amplitude des Signals  $U_{in2} = 0$  nach [80]:

$$\begin{pmatrix} U_{out1} \\ U_{out2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{in1} \\ U_{in2} = 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} U_{in1} \\ S_{21} U_{in1} \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Die S-Paramter können wiederum durch die komplexe Impedanz  $Z$ , beschrieben durch



das Ersatzschaltbild (Abb. 4.6) des Kerbfilters ausgedrückt werden, wobei für das betrachtete System  $S_{11} = S_{22}$  und  $S_{21} = S_{12}$  ist. Da die Streifenleitung des Kerbfilters mit der charakteristischen Impedanz  $Z_0$  und einen Shunt  $Z_s$  zur Masse (Metall auf der Rückseite des Chips) beschrieben wird, folgt außerdem

$$S_{11} = \frac{-1}{1 + 2Z_s/Z_0} \quad S_{21} = \frac{1}{1 + 2Z_0/Z_s} \quad (4.30)$$

$$S_{21} = 1 + S_{11} \quad (4.31)$$

Zur Leistungsangabe ergibt sich das Dezibel mit seiner logarithmischen Skala der Leistung  $P$  und Signalamplituden  $U$  mit  $P = U^2/R$ :

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_1}{P_2} \right) \quad \text{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{U_1}{U_2} \right) \quad (4.32)$$

Im Zusammenhang der logarithmischen Skala kann die absolute Leistung  $x$  auch in dBm angegeben werden

$$x = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_1}{1 \text{ mW}} \right) \text{ dBm} \quad (4.33)$$

Durch das Aufaddieren der Dämpfungen der einzelnen Komponenten eines Messaufbaus kann man somit die Leistung an einer bestimmten Stelle berechnen. Die Umrechnung der Leistung  $x$  in eine Leistung  $P_1$  in mW ist:

$$P_1 = 10^{\frac{x}{10 \text{ dBm}}} \cdot 1 \text{ mW} \quad (4.34)$$

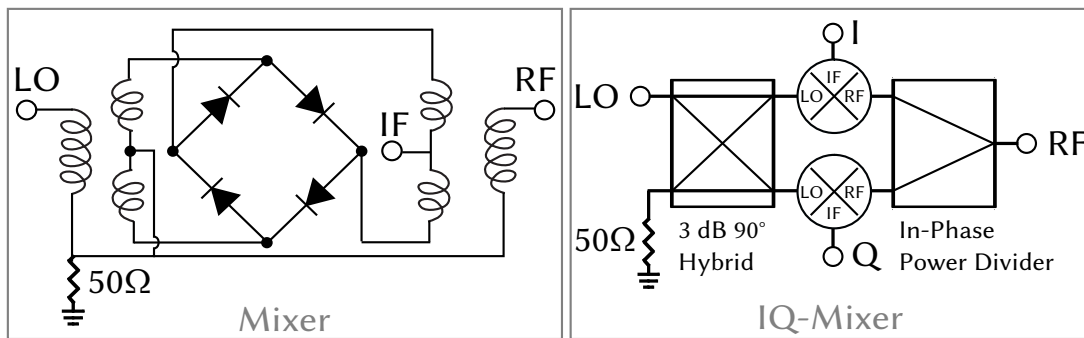


Abbildung 4.11: Mischer und IQ-Mischer als Demodulator

Die Messung des komplexen Streuparameters basiert auf dem In Phase und Quadratur-Verfahren (I&Q-Verfahren). Das RF-Signal von der Probe wird mit der ursprünglichen Anregung (LO-Eingang des Detektors) verglichen. Ein IQ-Mischer (Abb. 4.11)

mischt dazu das Signal auf zwei Wegen mit der Referenz, wobei der eine Pfad um  $90^\circ$  phasenverschoben zum anderen ist. Der Detektor liefert am Ausgang zwei Signale mit  $U_I = \hat{U} \cdot \sin \phi$  und  $U_Q = \hat{U} \cdot \cos \phi$ , das sowohl die Signalamplitude  $U$ , als auch die Phase  $\phi$  bezüglich der Referenz des lokalen Oszillators enthält, die durch

$$\hat{U} = \sqrt{U_I^2 + U_Q^2} \quad \text{und} \quad \phi = \arctan\left(\frac{U_Q}{U_I}\right) \quad (4.35)$$

gegeben sind. Ein vektorieller Netzwerkanalysator (VNA) verwendet ebenfalls das I&Q-Verfahren und gibt bereits die komplexen Streuparameter (Gleichung 4.29) an, sodass mit  $U_I = \Re(S_{21})$  und  $U_Q = \Im(S_{21})$  entsprechend die Amplitude und Phase berechnet werden kann. Verwendet man im experimentellen Aufbau „nur“ einen IQ-Mischer, muss die Dämpfung aus dem Verhältnis der gesendeten und detektierten Leistung noch berechnet werden. Beim I&Q-Verfahren gibt es außerdem zwei prinzipiell verschiedene Messmethoden:

**Homodyne-Detektion:** Das Referenzsignal  $f_0$  hat die gleiche Frequenz  $f_0$  wie das Anregungssignal. Der Detektor liefert am Ausgang eine Gleichspannung. Diese Methode wird zur Messung der komplexen Streuparameter des Kerbfilters verwendet.

**Heterodyne-Detektion:** Die Referenzfrequenz am lokalen Oszillator wird verschoben  $f_0 + \delta f$ , sodass der IQ-Detektor eine Wechselspannung mit der Differenzfrequenz  $\delta f$  liefert. Bei dieser im Allgemeinen niedrigeren Zwischenfrequenz ist noch eine rauscharme Nachverstärkung möglich.

**Die Circle-Fit-Methode** ist eine parametrische Anpassung der freien Parameter des berechneten komplexen Streuparameters anhand des Ersatzschaltbildes des Kerbfilters. Die Beschreibung der Methode folgt Petersan et. al. [75], erweitert für asymmetrische Resonanzkurven mit Durchmesser-Korrektur-Methode (DCM) nach Khalil et. al. [52] zur Bestimmung der Eigenfrequenz und Güte des Resonators (implementiert in python nach [82]). Der komplexe Streuparameter  $S_{21}$  enthält die Beschreibung der Zuleitungen zum Kerbfilter und dem Resonator, der an die Streifenleitung angekoppelt ist.

$$S_{21}(f) = a e^{i\alpha} e^{-i2\pi f\tau} \left( 1 - \frac{e^{i\phi}(Q_L/|Q_c|)}{1 + 2iQ_L(f/f_{\text{res}} - 1)} \right) \quad (4.36)$$

Die Umgebung wird mit dem Dämpfungsfaktor  $a$  der Zuleitungen inklusive der Verstärkung, der Laufzeit  $\tau$  die eine Phasenverschiebung von  $\exp[-i2\pi f\tau]$  erzeugt und einer zusätzlichen statischen Phasenverschiebung  $\exp[i\alpha]$  beschrieben. Der Kerbfilter hat eine Güte von  $Q_L$ , die Resonanz  $f_{\text{res}}$  und die Kopplung des Resonators an die Streifenleitung  $Q_c = |Q_c| \exp[-i\phi]$ , die durch den Absolutwert  $|Q_c|$  und den Phasenfaktor  $\phi$  bestimmt ist.

Zur Anpassung an die gemessenen Daten (Abb. 4.12) werden zunächst die Parameter zur Beschreibung der Umgebung bestimmt. Die Laufzeit  $\tau$  des Signals in der Zuleitung, die eine Verzerrung des Kreises in der Gaußebene bewirkt, wird grob durch eine lineare Anpassung der Phase  $phase(f)$  als Funktion der Anregungsfrequenz bestimmt und durch die Optimierung der Kreisform in der komplexen Ebene verfeinert. Unstetigkeiten der Phase bei  $f_{\text{sprung}}$  werden mit der Transformation von  $phase(f_i) \rightarrow phase(f_i) \pm 2n\pi$  mit der ganzen Zahl  $n$  und  $f_i > f_{\text{sprung}}$  behoben.

Die so kalibrierten Daten ermöglichen die Bestimmung eines Referenzpunktes, der in der Gaußebene radial gegenüber der Resonanz bei  $f \rightarrow 0$  und  $f \rightarrow \infty$  liegt. Der Betrag des Abstandes des Referenzpunktes zum Ursprung der komplexen Ebene ist gerade der Dämpfungsfaktor  $a$  und der Winkel des Referenzpunktes entspricht dem Phasenfaktor  $\alpha$ . Mit der Transformation  $a^{-1} \exp[-i\alpha]$  ist der Kreis in der kanonischen Position aber noch um den Phasenfaktor  $\phi$  verdreht. Für stark asymmetrische Resonanzkurven korrigiert die DCM noch den Durchmesser des Kreises um den Faktor  $1 / (\cos(\phi))$ . Der Radius  $r_0$  des Kreises ist ein Maß für den Verlust des Resonators. Mit

$$2r_0 = \frac{Q_L}{|Q_c|} \quad (4.37)$$

und Gleichung 4.28 kann der Verlust durch die Ankopplung des Resonators an die Streifenleitung, sowie der intrinsische Verlust des Resonators bestimmt werden. Dazu wird auch aus der Phase als Funktion der Anregungsfrequenz  $phase(f)$  die Resonanz  $f_{\text{res}}$ , die Güte  $Q_L$  und der Phasenfaktor  $\phi$  numerisch bestimmt.

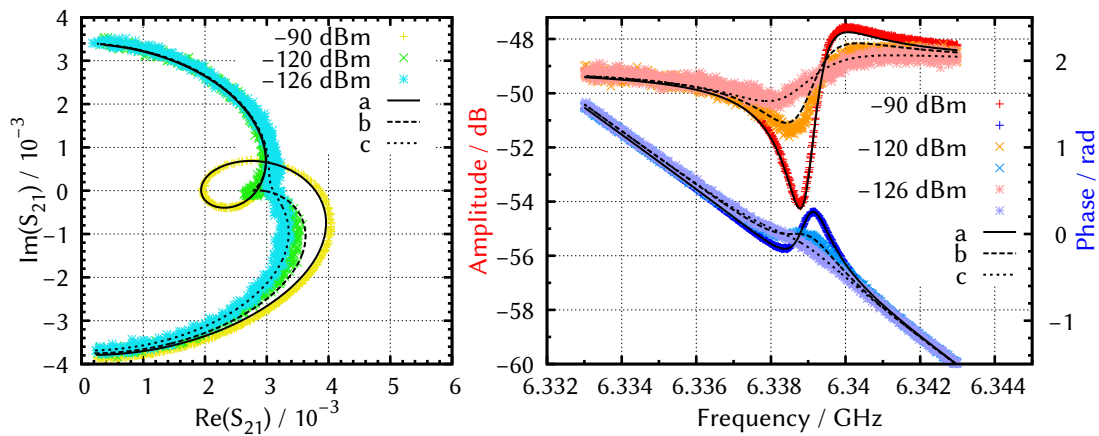
Die Verlustleistung  $P_{\text{loss}} = P_{\text{feedline}} - P_{\text{refl}} - P_{\text{trans}}$  wird mit der reflektierten Leistung  $P_{\text{refl}} = |S_{11}|^2 P_{\text{feedline}}$ , der transmittierten Leistung  $P_{\text{trans}} = |S_{21}|^2 P_{\text{feedline}}$  und den Gleichungen 4.36 und 4.31 zu:

$$P_{\text{loss}} = \frac{Q_L}{Q_c} P_{\text{feedline}} \quad (4.38)$$

Mit der Definition des intrinsischen Verlustes des Resonators (Gl. 4.27) kann damit auch die mittlere Anzahl von Photonen bei  $\omega_0$  bestimmt werden, der Übergang vom klassischen Oszillator zur quantenmechanischen Beschreibung des Oszillators. Die mittlere gespeicherte Energie im Resonator bei  $\omega_0$  ist  $W = \hbar\omega_0 (\langle n \rangle + \frac{1}{2})$ , entsprechend einer mittleren Anzahl von Photonen mit der Energie  $\hbar\omega_0$ , sodass

$$\langle n \rangle \approx \frac{2Q_L^2}{Q_c \hbar\omega_0} P_{\text{feedline}} \quad (4.39)$$

aus dem Verhältnis der Güte des Kerbfilters und der Ankopplung aus der Leistung durch die Streifenleitung berechnet werden kann.



**Abbildung 4.12:** Transmissions-Messung des komplexen Streuparameters  $S_{21}$  eines Kerbfilters der Probe (ResAl08) mit  $f_{res} = 6,3$  GHz bei 13 mK im Kryostaten (SILVERFRIDGE). Links:  $S_{21}$  in der Gaußebene (grün). Rechts:  $S_{21}$  in der Darstellung mit der Amplitude (rot) und Phase (blau) für drei verschiedene Leistungen (a)  $-90$  dBm (b)  $-120$  dBm und (c)  $-126$  dBm in der Streifenleitung. Die Datenpunkte wurden mit dem VNA mit einer Rate von 10 Hz und einer adaptiven Mittelung durch mehrfaches, bis zu 100-faches Messen der Resonanzkurve aufgenommen. Die Anpassungen (schwarz) sind das Ergebnis der parametrischen „Circle-Fit-Methode“ an die Daten. Die Kalibrierung der Daten, die Anpassung der Faktoren der Zuleitungen zum Kerbfilter, findet bei großer Anregungsamplitude statt, und wird für die Daten bei kleinen Amplituden verwendet.

#### 4.2.4 Signatur eines individuellen TS im Resonator

Bei sehr kleiner Anregungsamplitude ist die gemessene Resonanzkurve eines Resonators mit  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz, der Probe (ResAl08), bei einem der Abkühlvorgänge bis 13 mK in eine Doppel-Resonanz aufgespalten (Abb. 4.13). Die Aufspaltung ist keine einfache statistische Störung, da eine Resonanzkurve in 0,1 s pro Datenpunkt aufgenommen wurde und insgesamt bis zu 100-fach zur Mittelung gemessen wurde. Eine mögliche Erklärung für die Aufspaltung ist, dass ein einzelnes TS stark an den Resonator koppelt, wie bei der Untersuchung der Kopplung von quantisierten elektromagnetischen Feldern und atomarer Systeme. Die Aufspaltung der Transmission kann somit anhand „cavity quantum electrodynamics“ (CQED) [69, 102] charakterisiert werden (siehe auch J. Brehm [14]).

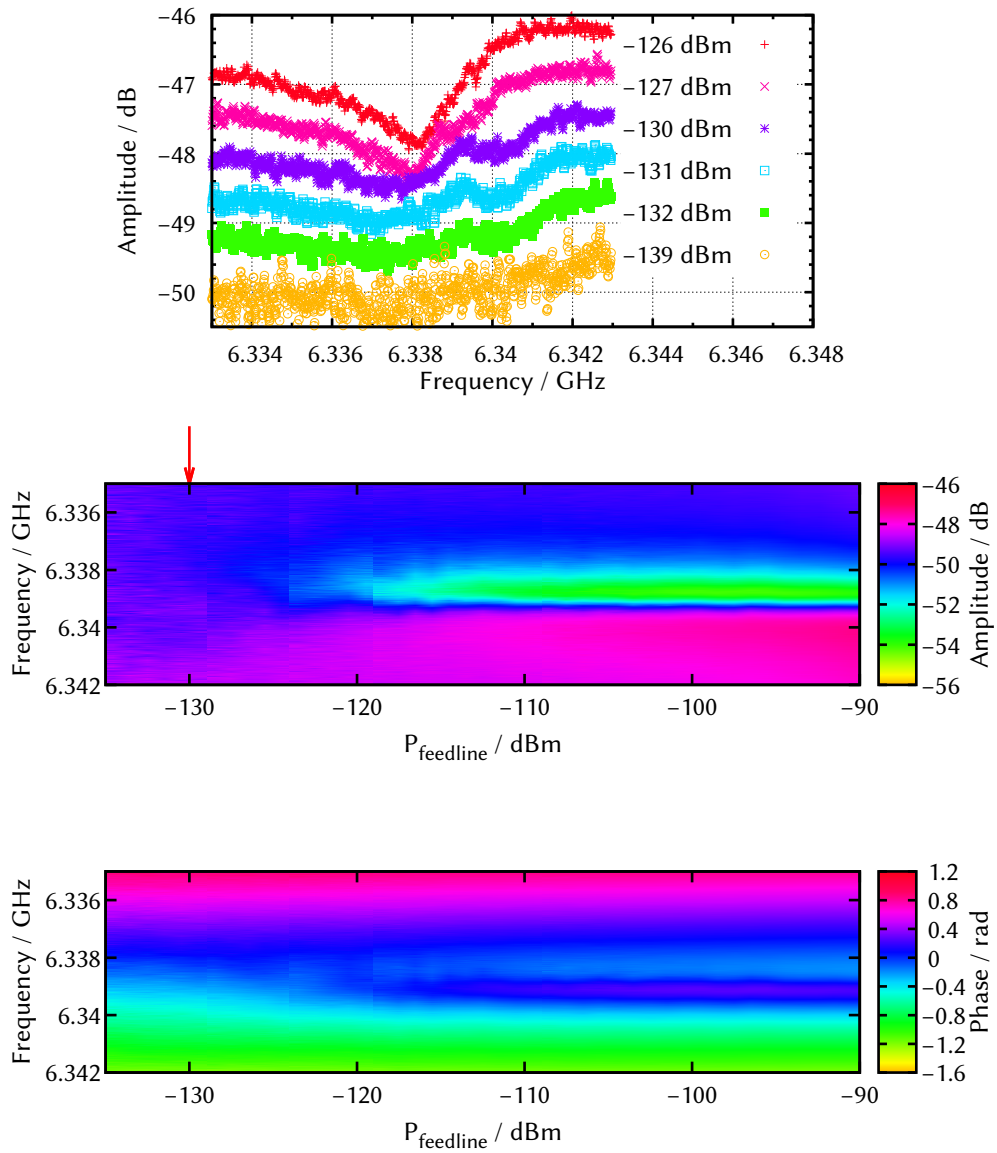
Von einer Quantisierung des elektromagnetischen Feldes im Resonator kann erst die Rede sein, wenn die gespeicherte Energie  $W$  im Resonator einer mittleren Anzahl  $\langle n \rangle$  von einzelnen Photonen entspricht. Für die Leistung  $P_{\text{feedline}} = -130$  dBm durch die Streifenleitung ist  $\langle n \rangle \approx 1$  für einen Resonator mit  $\omega_0 = 2\pi \cdot 6,3$  GHz (Abb. 4.13).

Aus der Größe  $g \approx h \cdot 2$  MHz der Aufspaltung der Resonanz in Abbildung 4.13 kann man einen maximalen Wert des Dipolmomentes des TS nach Martinis et. al. [65]

$$p = \frac{g}{2} \frac{d}{\sqrt{\frac{E}{2C}}} \approx 10 \text{ debye}$$

mit der Schichtdicke  $d_{\text{AlO}_x} = 26$  nm des  $\text{AlO}_x$ , der Kapazität  $C = 7,4$  pF und der Energie  $E = h \cdot 6,338$  GHz eines einzelnen Photons im Kondensator bei  $f_{\text{res}}$  abschätzen. Der Wert des Dipolmomentes ist in einer vergleichbaren Größenordnung wie bei Martinis et. al. [65] oder für Siliziumoxid [36, 101].

Im Anhang sind weitere Messungen von Resonatoren mit unterschiedlich hergestellten dielektrischen  $\text{AlO}_x$ -Schichten aufgeführt (Anhang A). In den folgenden Kapiteln werden die Daten einer Probe, mit einer reaktiv gesputterten  $\text{AlO}_x$ -Schicht (ResAl08) detailliert diskutiert.



**Abbildung 4.13:** Leistungsabhängige Messung des komplexen Streuparameters  $S_{21}$  eines Kerbfilters der Probe (ResAl08) bei 13 mK im Kryostaten SILVERFRIDGE. Gezeigt ist die Amplitude für eine Auswahl niedriger Anregungsleistungen  $P_{\text{feedline}}$  durch die Streifenleitung. Mit einem zusätzlichen laufenden Mittel über 5 Datenpunkte wird eine Doppelresonanz ab einer Leistung von  $-130$  dBm deutlich sichtbar. Darunter farbig kodiert, jeweils Amplitude und Phase in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz bei verschiedenen Leistungen  $P_{\text{feedline}}$  durch die Streifenleitung.

### 4.3 Dielektrischer Verlust des $\text{AlO}_x$

Die Messungen des komplexen Streuparameters  $S_{21}$  (Gleichung 4.36) der Kerbfilter liefern anhand der „Circle-Fit-Methode“ jeweils den intrinsischen Verlust  $Q_i^{-1}$  der Resonatoren, den Verlust  $Q_c^{-1}$  durch die Ankopplung an die Streifenleitung und die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$ . Die angegebenen Anregungsleistungen der gemessenen Daten entsprechen der Leistung  $P_{\text{feedline}}$  durch die Streifenleitung des Kerbfilters, mit einer Unsicherheit von  $\pm 3$  dB.

Die TS liefern grundsätzlich einen Beitrag zum intrinsischen Verlust  $Q_i^{-1}$  (bzw. Verlusttangens  $\tan(\delta)$ ) durch die resonante Absorption (Kap. 4.1.1) und Relaxationsabsorption (Kap. 4.1.2). Im Vergleich zu den mit diesen Güten verknüpften Linienbreiten ist die Anregung bei  $\omega$  durch den Resonator sehr scharf und kann durch eine Linienbreite von von etwa  $10^{-8}$  des Mikrowellengenerators charakterisiert werden.

Laut dem Modell der Zwei-Niveau-Systeme ist die resonante Absorption einer konstanten Verteilung  $f(E) = \text{konst.}$  symmetrischer TS mit  $E = \Delta$  bei gegebener Energieaufspaltung  $E$  nach [5, 76] mit Gleichung 4.14 und 4.16 gegeben:

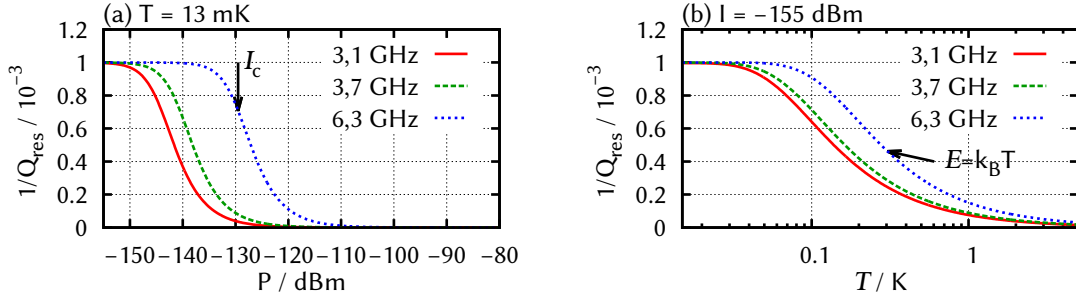
$$\frac{1}{Q_{\text{res}}}(I, T) = \frac{\int_0^{\infty} f(E) \cdot \chi''_{\text{res}} dE}{\epsilon'_{\text{res}}|_{T=T_0}} = \delta_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{I}{I_c}\right)^\beta}} \tanh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad \text{mit } \delta_0 = \pi \frac{P_0 p^2}{3\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (4.40)$$

Die effektive Dichte  $\delta_0$  der TS ist durch die Dichte  $P_0$  der TS und das mittlere Dipolmoment  $p/3$  (Gl. 4.23), bestimmt. (Abb. 4.14). Diese Gleichung hat die gleiche Form wie Gleichung 4.16 für einzelne TS, das heißt nur TS mit  $\omega = \omega_0$  dominieren die resonante Absorption. Damit ist  $S_z(\omega) = S_z(\omega_0)$  (Gl. 4.6) woraus die einfache Form der Intensitätsabhängigkeit folgt. Der Exponent  $\beta$  ist dabei eine experimentell eingeführte Größe, die bei inhomogenen Feldverteilungen in Streifenleitungs-Resonatoren [106] auftaucht. Für homogene Feldverteilungen, wie es im Plattenkondensator der Fall ist, folgt mit dem Modell der 2NS  $\beta = 1$ .

Bei tiefen Temperaturen werden die TS mit zunehmender Intensität  $I$  ab einer bestimmten kritischen Intensität  $I_c$  gesättigt (Abb. 4.14(a)). Die Intensität entspricht der Verlustleistung  $P$  pro Fläche  $A$  des Kondensators in den Resonatoren mit  $I = P/A$ . Außerdem sinkt die Besetzungszahldifferenz der TS mit steigender Temperatur, wie in Kapitel 4.1.1 für einzelne oder gleichartige TS bereits diskutiert wurde, was die Temperaturabhängigkeit liefert (Abb. 4.14(b)).

Der gemessene intrinsische Verlust  $Q_i^{-1}$  von vier Resonatoren bei 48 mK (Abb. 4.15(a)) und 13 mK (Abb. 4.16(a)) der Probe (ResAl08) wird durch einen von der Leistung unabhängigen Offset  $Q_{\text{offset}}^{-1}$  beschrieben, welcher eine Größenordnung größer als die elektromagnetische Abstrahlung aus der Simulation ist (Kap. 4.2.1). Mit abnehmender Anregungsleistungen steigt der Verlust, der durch die resonante Absorption der TS beschrieben werden kann.



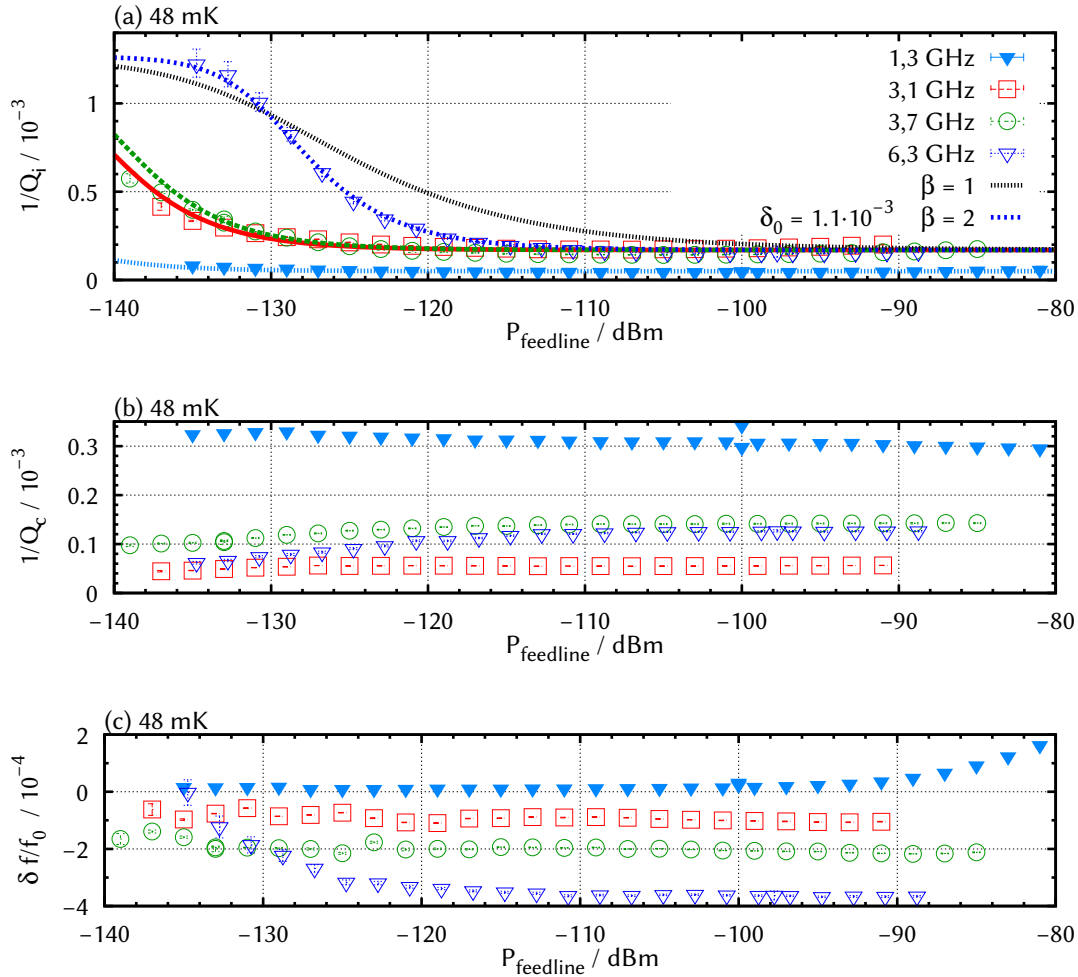


**Abbildung 4.14:** Resonante Wechselwirkung  $Q_{\text{res}}^{-1}$  einer Verteilung von TS für drei Energieaufspaltungen  $E = h \cdot f$ . (a) in Abhängigkeit der Anregungsleistung und (b) in Abhängigkeit der Temperatur bei kleiner Anregungsleistungen.

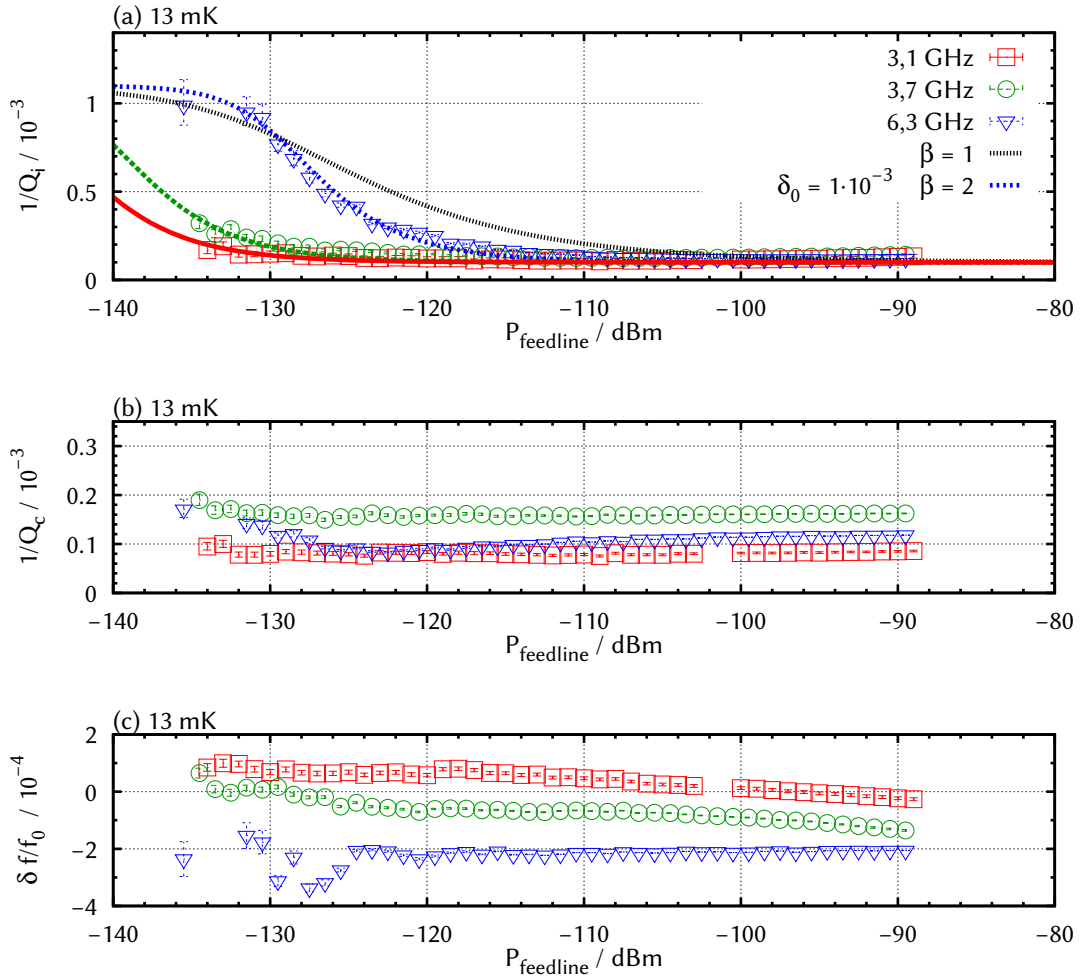
Die Daten weisen trotz der homogenen Feldverteilung im  $\text{AlO}_x$  der Plattenkondensatoren eine stärkere Leistungsabhängigkeit auf, als die Beschreibung des Modells der 2NS (Gl. 4.40), das für  $f_{\text{res}} = 6,3 \text{ GHz}$  dargestellt ist. Für die dünnen  $\text{AlO}_x$ -Schichten beschreibt ein Exponent von  $\beta = 2$  (Gl. 4.40) die gemessenen Daten und wird zur Bestimmung der kritischen Intensitäten  $I_c$  und der effektiven Dichte der TS  $\delta_0 = (1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$  verwendet. Für ein maximales Dipolmoment von 10 debye entspricht das  $8 \cdot 10^{15}$  TS pro  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$ , für  $p = 1$  debye, wie es in dielektrischen Gläsern angenommen wird [101], sind es  $8 \cdot 10^{17}$  TS pro  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$  TS.

Ersetzt man die Leistung  $P_{\text{feedline}}$  in der Zuleitung durch die Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  durch den Resonator (Gl. 4.38), folgt ein Exponent  $\beta \approx 1,4$  und die kritische Intensität wird um  $(9,5 \pm 1,5) \text{ dB}$  kleiner, als bei der Auftragung über der Leistung  $P_{\text{feedline}}$  durch die Streifenleitung (Abb. 4.17). Die Änderung des Exponenten ist nicht überraschend, da die Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  (Gl. 4.38) abhängig vom Verhältnis des intrinsischen Verlustes  $Q_i^{-1}$  zur Stärke der Ankopplung  $Q_c^{-1}$  ist. Auch Deng et. al. [27] haben bei der Messung eines Resonators mit  $\text{AlO}_x$ -Plattenkondensatoren mit  $Q_i^{-1} \approx 2 \cdot 10^{-3}$  und  $Q_c^{-1} \approx 1 \cdot 10^{-4}$  festgestellt, dass der Exponent der Leistungsabhängigkeit über  $P_{\text{feedline}}$  mit  $\beta = 1,5$  von der berechneten Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  durch den Resonator mit  $\beta = 1,03$  verschieden ist. Die Abweichung zwischen den Exponenten wird für den überkoppelten Fall  $Q_i \gg Q_c$  kleiner. Auch dielektrische Messungen dünner  $\text{SiO}_x$ -Filme in Plattenkondensatoren eines Resonators aus Niob [94] zeigen eine steilere Abhängigkeit von der Anregungsleistung. Dennoch ist ein Exponent größer 1 nicht ohne weiteres zu verstehen. Im folgenden wird auf diese Abweichung noch näher eingegangen.

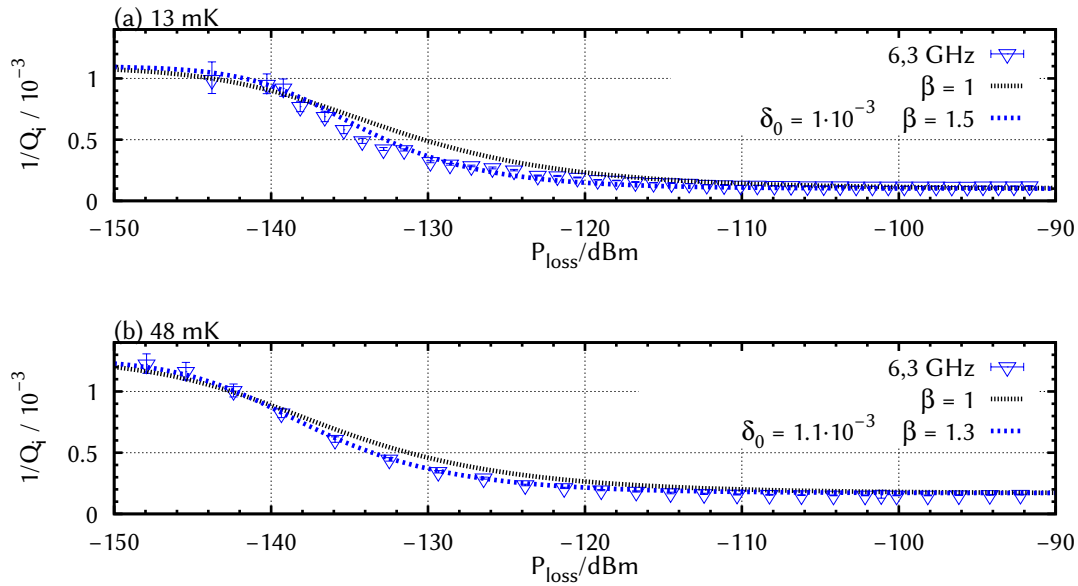
Der Verlust  $Q_c^{-1}$  wird durch die induktive und kapazitive Kopplung des LC-Resonators an die Streifenleitung beschrieben und ist im wesentlichen durch die Geometrie bestimmt und konsistent dazu unabhängig von der Anregungsleistung und Temperatur (Abb. 4.15(b) und 4.16(b), Abb. 4.21(b)). Dadurch wird auch experimentell bestätigt, dass der gemessene Verlust des Kerbfilters durch  $Q_L^{-1} = Q_i^{-1} + Q_c^{-1}$  beschrieben werden kann. Die Größenordnung  $Q_c^{-1} \approx 10^{-4}$  des Verlustes durch die Kopplung passt auch zur EM-Simulation (Kap. 4.2.1).



**Abbildung 4.15:** Messung der resonanten Absorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  durch vier Resonatoren einer Probe (ResAl08) bei 48 mK im Kryostaten MINIFRIDGE. Jeder Datenpunkt ist das Ergebnis der Auswertung einer Resonanzkurve mit der „Circle-Fit-Methode“ (Kap. 4.2.3). (a) Der intrinsische Verlust des Resonators  $Q_i^{-1}$  über der Leistung in der Streifenleitung  $P_{\text{feedline}}$  und (b) der Verlust durch die Ankopplung an die Streifenleitung  $Q_c^{-1}$ . Die Abweichung von der Beschreibung der resonanten Wechselwirkung Gleichung 4.40 des Modells der 2NS ist für  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz dargestellt. Ein Exponent von  $\beta = 2$  lieferte die angepasste Beschreibung der Leistungsabhängigkeit von  $Q_{\text{res}}^{-1}$  mit  $Q_{\text{offset}}^{-1}$ . (c) Frequenzänderung der Resonatoren: Für  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz steigt die Frequenz mit abnehmender Anregungsleistung an und für  $f_{\text{res}} = 1,3$  GHz steigt sie ab  $P_{\text{feedline}} = -90$  dBm mit zunehmender Leistung an.



**Abbildung 4.16:** Messung der resonanten Absorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  durch drei Resonatoren einer Probe (ResAl08) bei 13 mK im Kryostaten SILVERFRIDGE. (a) Der intrinsische Verlust des Resonators  $Q_i^{-1}$  über der Leistung in der Streifenleitung  $P_{\text{feedline}}$  und (b) der Verlust durch die Ankopplung an die Streifenleitung  $Q_c^{-1}$ . Die Abweichung von der Beschreibung der resonanten Wechselwirkung mit Gleichung 4.40 des Modells der 2NS ist für  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz dargestellt. Ein Exponent von  $\beta = 2$  lieferte die angepasste Beschreibung der Leistungsabhängigkeit von  $Q_{\text{res}}^{-1}$  mit  $Q_{\text{offset}}^{-1}$ . (c) Frequenzänderung der Resonatoren: Für  $f_{\text{res}} = 3,1$  GHz und  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz steigt die Frequenz mit abnehmender Anregungsleistung im Gegensatz zu Abb. 4.15 leicht an und für  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz ist sie konstant und schwankt ab  $P_{\text{feedline}} = -126$  dBm mit abnehmender Leistung aufgrund der Doppelresonanz (siehe Abb. 4.13).



**Abbildung 4.17:** Intrinsic Verlust  $Q_i^{-1}$  eines Resonators der Probe (ResAl08) über der berechneten Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  (Gleichung 4.38) durch den Resonator: (a) bei 13 mK im Kryostaten SILVERFRIDGE und (b) bei 48 mK im Kryostaten MINIFRIDGE. Die Verlustleistung ist  $\propto Q_L/Q_c$  und es folgt ein Exponent  $\beta = (1,4 \pm 0,1)$ .

Die Resonanzfrequenz der Resonatoren ist im wesentlichen unabhängig von der Anregungsleistung (Abb. 4.15(c) und 4.16(c)). Für den Resonator mit  $f_{\text{res}} = 1,3$  GHz nimmt sie bei großen Anregungsleistungen zu und wird asymmetrisch (vgl. Anhang Abb. A.6(c)), wie bei den Messungen von J. Brehm [14]. Eine mögliche Erklärung ist eine nicht ganz optimale Impedanzanpassung der Streifenleitung z.B. durch die Bonddrähte vom Chip zum PCB. Eine Beschreibung der dadurch entstehenden partiellen Reflexionen führen für eine bestimmte Anordnung zum Auftreten einer Fano-Resonanz [31], was solch eine Frequenzverschiebung erklären kann. Für den Resonator mit  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz steigt die Resonanzfrequenz dagegen bei kleinen Anregungsleistungen an, wofür es bisher noch keine plausible Erklärung gibt.

Ein Blick auf die Ergebnisse früherer Messungen makroskopischer  $SiO_x$ -Gläser mit Hohlraumresonatoren aus Kupfer von Schickfus et. al. [101] zeigt, dass das Modell der 2NS mit  $\beta = 1$  eine gute Beschreibung der Daten liefert. Die Güte dieser Resonatoren ist in der Größenordnung von  $Q \approx 10^4$  und somit vergleichbar mit den planaren Resonatoren dieser Arbeit. Zur Bestimmung der Absorption wurde damals jedoch die Änderung der Amplitude bei  $f_{\text{res}}$  des Resonators verwendet und nicht die Güte aus der Breite der Resonanzkurve bestimmt. Deshalb wird im folgenden noch genauer betrachtet, wodurch die Abweichung der Leistungsabhängigkeit der Absorption im Dielektrikum der Plattenkondensatoren zustande kommen kann.

### 4.3.1 Nichtlineare Absorption durch Tunnelsysteme im $\text{AlO}_x$

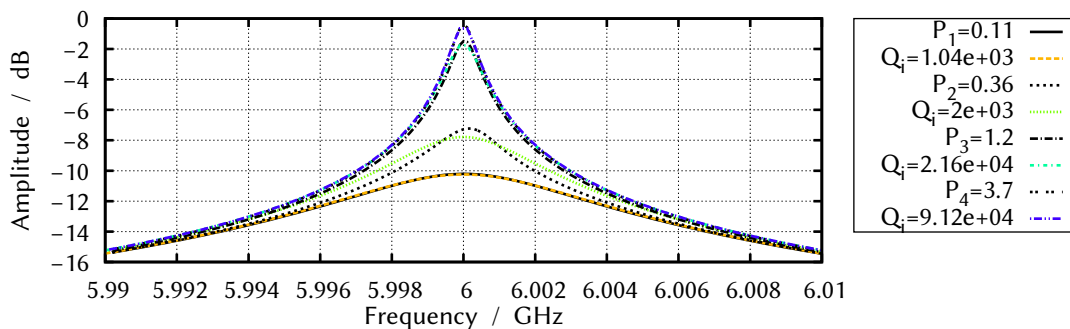
Ein Aspekt, der bisher bei der Messung einer Resonanzkurve nicht betrachtet wurde, ist die nichtlineare Absorption der TS. Bei jeder Frequenz der gemessenen Resonanzkurve kann die Besetzungszahldifferenz der TS mit der Leistung, die dort auf den Resonator übertragen wird, reduziert werden (Gl. 4.40). Das heißt, dass die TS bei  $f_{\text{res}}$  des Resonators die größte Feldüberhöhung sehen. Eine einfache iterative numerische Berechnung der „tatsächlichen“ Resonanzkurven im Falle der nichtlinearen Absorption der TS kann ausgehend von Gleichung 4.36 für den komplexen S-Parameter  $S_{21}$  mit einer von der Leistung abhängigen Güte  $Q_i(P)$  durch die TS nach Gleichung 4.40 mit

$$Q_i(P) \propto \sqrt{1 + \frac{P}{P_c}} \quad (4.41)$$

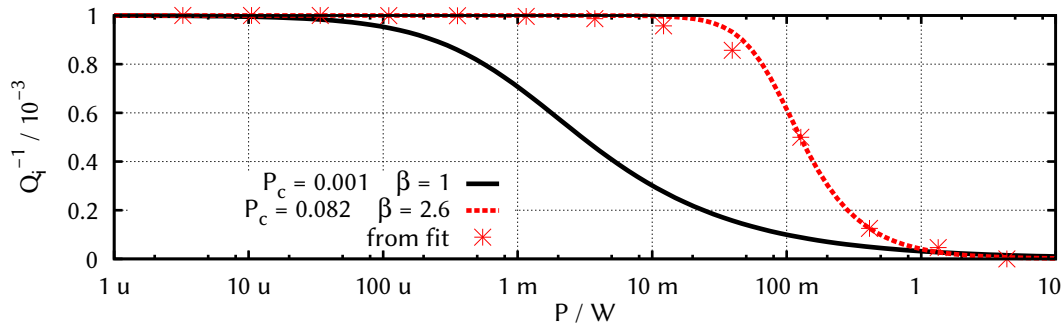
durchgeführt werden. Die Amplitude  $|S_{21}| = \sqrt{\Re(S_{21})^2 + \Im(S_{21})^2}$  wird iterativ mit der entsprechenden Leistung  $P = (1 - |S_{21}|)^2$  der vorangehenden Frequenz und einem Startwert  $1 - |S_{21}|(f_{\text{res}}) = 0$  berechnet:

$$|S_{21}|(f_i) = |S_{21}|(f_i, f_{\text{res}}, Q((1 - |S_{21}|(f_{i-1})))^2) \quad (4.42)$$

Eine genauere Berechnung ist durch das mehrfache iterative Einsetzen der leistungsabhängigen Güte bei einer Frequenz möglich. In guter Näherung wurde hier die Schrittweite  $\delta f$  ausreichend klein gewählt, sodass mit einer Iteration möglichst kleine Änderungen in  $P$  entstehen. Das Verhältnis der Güte  $Q_c = 10^4$  der Kopplung zur intrinsischen Güte  $Q_i(P \ll P_c) = 10^3$  des Resonators wurde entsprechend der experimentellen Werte des Resonators mit  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz gewählt.



**Abbildung 4.18:** Numerische Berechnung von Resonanzkurven: Sie werden iterativ mit einer leistungsabhängigen Absorption durch die TS berechnet (schwarz). Eine Anpassung der Amplitude nach Gleichung 4.36 des Resonators (farbig) zeigt, dass die Abweichung für große Leistungen am größten ist. Die Skala der Leistung ist in Watt, wobei der Absolutwert willkürlich gewählt wurde.

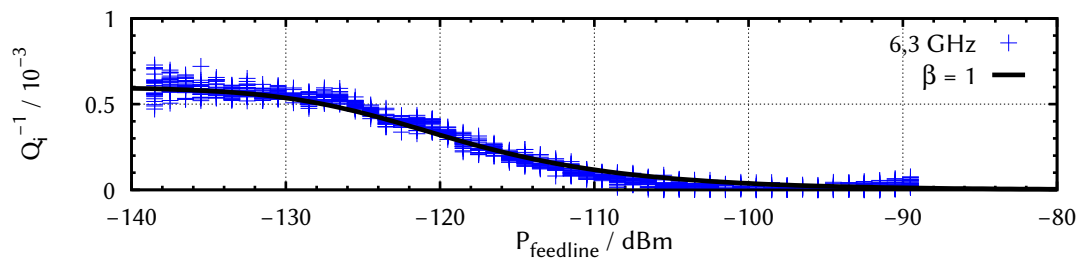


**Abbildung 4.19:** Leistungsabhängigkeit des Verlustes  $Q_i^{-1}$  durch die TS laut dem Modell (schwarz) und die Punkte (rot) des Verlustes aus den angepassten Resonanzkurven an die numerisch berechneten Resonanzkurven in Abbildung 4.18 bei verschiedenen Leistungen: Die Abweichung lässt sich mit einem Exponenten  $\beta = 2,6$  und einer etwas kleineren kritischen Leistung  $P_c$  (rot) im Vergleich zur vorgegebenen (schwarz) beschreiben.

Es zeigt sich, dass eine Abweichung der numerisch berechneten Resonanzkurven zur erwarteten Resonanzkurve existiert (Abb. 4.18), die aus der nichtlinearen Absorption der TS hervorgeht. Die numerisch berechneten Resonanzen sind im wahrsten Sinne des Wortes überspitzt, und je größer die Anregungsleistung  $P_1$  bis  $P_4$  wird, umso größer wird die Abweichung der angepassten Resonanzkurven von der numerisch berechneten (Abb. 4.18).

Bei den experimentellen Daten ist die Abweichung von den angepassten Resonanzkurven sehr klein (Abb. 4.12) oder sie wird von den Randbedingungen der Laufzeitverzögerung und Phasenverschiebung durch die Zuleitungen überdeckt. Wie bei der Auswertung der Messdaten wird der Verlust aus der Anpassung der Resonanzkurven an die numerisch berechneten Resonanzen bestimmt. Dieser hat eine steilere Leistungsabhängigkeit die durch  $\beta > 1$  beschrieben werden kann (Abb. 4.19). Die Größe von  $\beta$  ist abhängig vom Verhältnis der Kopplung zur intrinsischen Güte und steigt für den schwächer angekoppelten Fall an. Somit wird bestätigt, dass im Experiment diese Abweichung vom Modell der 2NS durch die nichtlineare Absorption der TS verursacht wird.

Alternativ wird in Anlehnung an die früheren Experimente von Schickfus [101] die Absorption anhand der Änderung der Amplitude des Resonators bei genau einer Frequenz, der Resonanz  $f_{\text{res}}$ , bestimmt. Mit  $|S_{21}|(f_{\text{res}}) \propto Q_c / (Q_i + Q_c)$  wird klar, dass die Absorption bei  $f_{\text{res}}$  proportional zur Güte ist und in Abhängigkeit der Anregungsleistung auch die erwartete Beschreibung des Modells der 2NS mit  $\beta = 1$  liefert (Abb. 4.20). Bei dieser Auswertung wird nicht die Breite der Resonanzkurve, sondern nur die Änderung der Amplitude bei  $f_{\text{res}}$  gemessen, sodass die nichtlineare Absorption der TS keine Auswirkung hat. Wird die Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  aus dem Verhältnis der Güten berechnet kann damit die nichtlineare Absorption der TS, die eine Verformung der idealen Resonanzkurven bewirkt, nicht kompensiert werden.



**Abbildung 4.20:** Intrinsic loss  $Q_i^{-1}$ : Bestimmt aus der Amplitude bei  $f_{\text{res}}$  in Abbildung 4.13. Die Beschreibung des Modells der 2NS (Gl. 4.40) mit einem Exponenten  $\beta = 1$  trifft zu.

Einige Experimente mit verschiedenen Streifenleitungs-Resonatoren mit sehr großer Güte, wie von Kahlil et. al. [53] und Burnett et. al. [17], finden eine „flachere“ Abhängigkeit von der eingebrachten Leistung. Dabei wird die Leistungsabhängigkeit erst für große Anregungsleistungen wesentlich flacher als die Beschreibung des Modells der 2NS. Es wird vermutet, dass diese Leistungsabhängigkeit aufgrund einer inhomogenen Feldverteilung im Dielektrikum der Oxidschichten auf der Oberfläche der Streifenleitungen entsteht. Stark angekoppelte TS werden bei kleineren Leistungen gesättigt als schwach angekoppelte TS. Auch nach der Korrektur mit der numerisch berechneten Feldverteilung im Dielektrikum ist die Leistungsabhängigkeit zu flach [51].

In Tabelle 4.3 sind Ergebnisse von Messungen dielektrischer  $\text{AlO}_x$ -Schichten in Plattenkondensatoren oder als Oxid auf Streifenleitungs-Resonatoren der bereits genannten Gruppen aufgeführt.

**Tabelle 4.3:** Verschiedene Messungen von  $\text{AlO}_x$  als Dielektrikum im Plattenkondensator eines Resonators oder als Oberflächenoxid von Streifenleitungs-Resonatoren. Die Exponenten  $\beta$  der leistungsabhängigen Absorption sind in Abhängigkeit (1) von der Leistung durch die Streifenleitung  $P_{\text{feedline}}$  und (2), dem berechneten Verlust durch den Resonator  $P_{\text{loss}}$  angegeben.

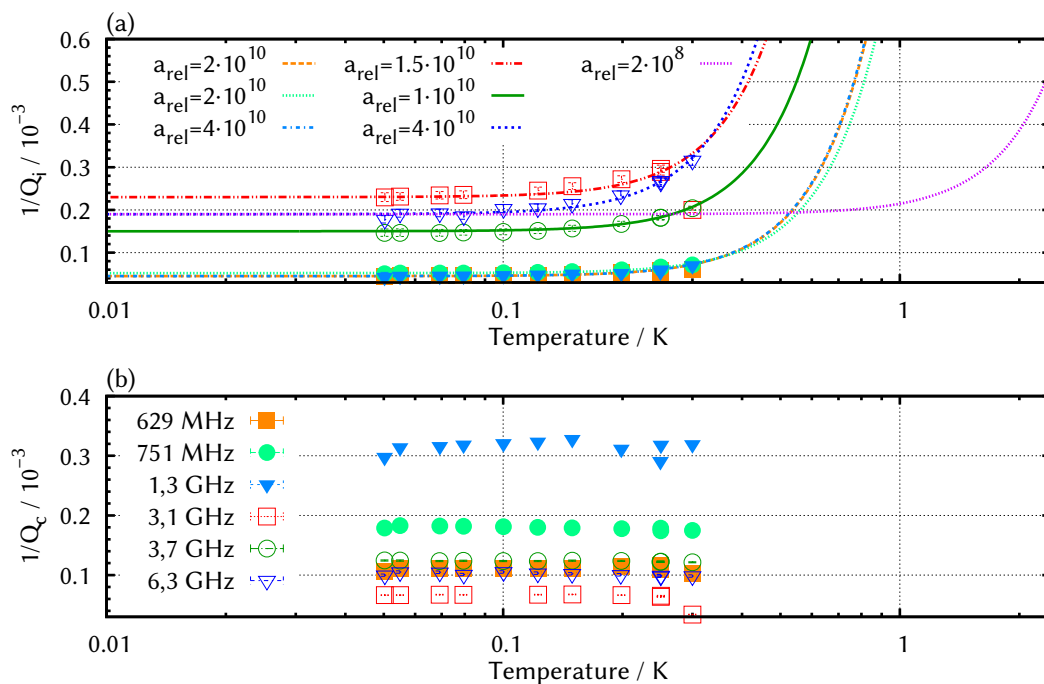
Resonator mit $\text{AlO}_x$ -Plattenkondensator						
	$f_{\text{res}} / \text{GHz}$	$Q_i^{-1} (P \ll P_c)$	$Q_i^{-1}$ gesättigt	$Q_c^{-1}$	$\beta(1)$	$\beta(2)$
ResAl08	6,3	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	2	1,4
Deng et. al. [27]	6	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$	1,5	1,03
J. Brehm [14]	5,6	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-5}$		1,17
Streifenleitungs-Resonator						
Khalil et. al [53]	6,01	$5 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-7}$			0,2



### 4.3.2 Relaxations-Wechselwirkungen

Mit steigender Temperatur wird die Anregungsfrequenz vergleichbar mit der Relaxationsrate  $\tau_1^{-1}$ , wodurch der intrinsische Verlust der Resonatoren mit steigender Temperatur aufgrund der Relaxationsabsorption  $Q_{\text{rel}}^{-1}$  der TS zunimmt [47]. Die Integration über die komplexe Suszeptibilität der Relaxations-Wechselwirkungen (Gl. 4.19 und Gl. 4.20) mit der Ein-Phonon-Energierelaxation  $\tau_1^{-1} = \tau_{\text{ph}}^{-1}$  (Gl. 4.11) führt nach [30, 29] zu:

$$\frac{1}{Q_{\text{rel}}} = \frac{\delta \epsilon''_{\text{rel}}}{\epsilon'_{\text{rel}}|_{T=T_0}} = \delta_0 \frac{a_{\text{rel}}}{\omega} T^3 \quad \text{mit} \quad a_{\text{rel}} = \left( \frac{\pi^3}{24} \right) \left( \frac{\gamma_{\text{L}}^2}{v_{\text{L}}^5} + 2 \frac{\gamma_{\text{T}}^2}{v_{\text{T}}^5} \right) \left( \frac{k_{\text{B}}^3}{\rho \hbar^4} \right) \quad (4.43)$$



**Abbildung 4.21:** Temperaturabhängige Relaxationsabsorption von 6 Resonatoren der Probe (ResAl08). (a) Die Beschreibung der Daten erfolgt anhand  $Q_{\text{rel}}^{-1}$  mit Gleichung 4.43 und einem Verlust  $Q_{\text{offset}}^{-1}$ . Die Anpassung erfolgt mit der effektiven Dichte  $\delta_0$  der TS aus der resonanten Absorption  $\delta_0 = (1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$ . Die Farben repräsentieren die verschiedenen Resonanzfrequenzen wie in (b). Die magenta Kurve ist die Temperaturabhängigkeit für ein erwartetes Deformationspotential  $\gamma \approx 0,4 \text{ eV}$  für  $f_{\text{res}} = 6,3 \text{ GHz}$ . (b) Der Verlust  $Q_c^{-1}$  durch die Kopplung der Resonatoren an die Streifenleitung ist durch die Geometrie der Resonatoren bestimmt und unabhängig von der Temperatur.

Die Messung der Relaxationsabsorption mit 6 Resonatoren erfolgt bei großer Anregungsleistung, sodass die resonante Absorption bei tiefen Temperaturen unterdrückt wird (Abb. 4.21 (a)). In dem gezeigten Temperaturbereich steigt der Verlust ab etwa

$\approx 200$  mK an und der angepasste Parameter  $a_{\text{rel}} = (2,3 \pm 1,5) \cdot 10^{10}$  der Relaxationsabsorption (Gl. 4.43), ist für alle 6 Resonatoren in der gleichen Größenordnung. Da die thermischen Phononen bei  $T = 0,2$  K eine Wellenlänge von etwa  $\lambda \approx 770$  nm haben, können sich diese nicht ausschließlich im  $\text{AlO}_x$  ausbreiten, sondern auch im Al oder dem Substrat aus Silizium. Die Abschätzung des transversalen Deformationspotentials erfolgt somit anhand der Schallgeschwindigkeit und Dichte des Substrates (Silizium) mit

$$\gamma_{\text{T}} \approx \sqrt{a_{\text{rel}} \left( \frac{24}{\pi^3} \right) \left( \frac{v_{\text{T}}^5}{2} \right) \left( \frac{\rho \hbar^4}{k_{\text{B}}^3} \right)} \quad (4.44)$$

Dies liefert einen Wert im Bereich  $\gamma_{\text{T}} \approx 3 - 5$  eV, welcher etwa eine Größenordnung größer ist als bei der Messungen einzelner TS im  $\text{AlO}_x$  der JJs des Phasen-Qubits [40]. Es könnte allerdings sein, dass aufgrund des Messprotokolls dort TS mit sehr großem  $\gamma$  „übersehen“ werden. In den Daten wie Abbildung 3.6 würden diese TS als fast vertikale dünne Linien erscheinen. Für ein Deformationspotential von  $\gamma \approx 0,4$  eV würde der Verlust erst um 1 K durch die Relaxationsabsorption ansteigen (Abb. 4.21 (a)) und nicht schon unterhalb von 300 mK.

Oberhalb einiger 100 mK könnte zur Relaxationsabsorption durch die Ein-Phonon-Rate  $\tau_{\text{ph}}^{-1}$  auch die Wechselwirkung der TS mit Quasiteilchen aus dem supraleitenden Aluminium, mit der Rate  $\tau_{\text{el}}^{-1}$  hinzu kommen [10]. Die niederfrequenten Messungen der  $\text{AlO}_x$ -Kapazitäten deuten ebenfalls auf eine Wechselwirkung der TS im Dielektrikum mit Elektronen hin [92]. Folglich addieren sich die Raten aus den beiden Prozessen, wobei hier  $\tau_{\text{el}}^{-1}$  nicht berücksichtigt wurde, da über die Kopplung zwischen den Elektronen und den TS bisher noch keine Aussage getroffen werden konnte.

Ein weiterer Verlustkanal, der ab einigen 100 mK zum Anstieg der Resonatordämpfung führt, wird direkt durch die Quasiteilchen im Supraleiter erzeugt. Für große Anregungsfrequenzen bewirkt der resistive Anteil der Oberflächenimpedanz des supraleitenden Al, welcher durch die temperaturabhängige Dichte der Quasiteilchen beschrieben werden kann, ebenfalls einen mit der Temperatur ansteigenden Verlust (Kap. 4.3.3).

Anhand der kritischen Intensität  $I_{\text{c}}$  können weitere Aussagen zu den Relaxationsraten der TS erfolgen. Aus der Beschreibung des Modells der Zwei-Niveau-Systeme (Kap. 4.1, Gl. 4.18) folgt für eine konstante Verteilung  $f(E)$  symmetrischer TS  $E = \Delta$ :

$$I_{\text{c}} = \left( \frac{E}{\Delta} \right)^2 \frac{1}{\tau_1 \tau_2} \frac{\epsilon_{\text{r}} \epsilon_0 c}{2} \frac{3 \hbar^2}{4 p^2} \quad (4.45)$$

Der Faktor 3 stammt aus der Mittelung über die Orientierung der Dipolmomente. Mit der Ein-Phonon-Relaxationsrate  $\tau_1^{-1} = \tau_{\text{ph}}^{-1}$  aus Gleichung 4.11 und der Rate der Dephasierung  $\tau_2^{-1}$  aus Gleichung 4.12 folgt:

$$I_{\text{c}}(T, E) = \frac{\epsilon_{\text{r}} \epsilon_0 c}{2} \frac{3 \hbar^2}{4 p^2} a \cdot E^3 \coth \left( \frac{E}{2 k_{\text{B}} T} \right) \left( \frac{a}{2} \cdot E^3 \coth \left( \frac{E}{2 k_{\text{B}} T} \right) + b \cdot T^2 \right) \quad (4.46)$$

$$\text{mit } a = \left( \frac{\gamma_L^2}{\nu_L^5} + 2 \frac{\gamma_T^2}{\nu_T^5} \right) \frac{1}{2\pi\rho\hbar^4} \quad (4.47)$$

Für die Temperaturabhängigkeit der kritischen Intensität erwarten man deshalb:

- (1)  $I_c(T) \propto E^6$  für  $T \rightarrow 0$ , bzw.  $I_c \propto \omega^6$
- (2)  $I_c(T) \propto T^2$  für  $T > E/k_B$
- (3)  $I_c(T) \propto T^2$ , weitere Temperaturabhängigkeit aufgrund der spektralen Diffusion

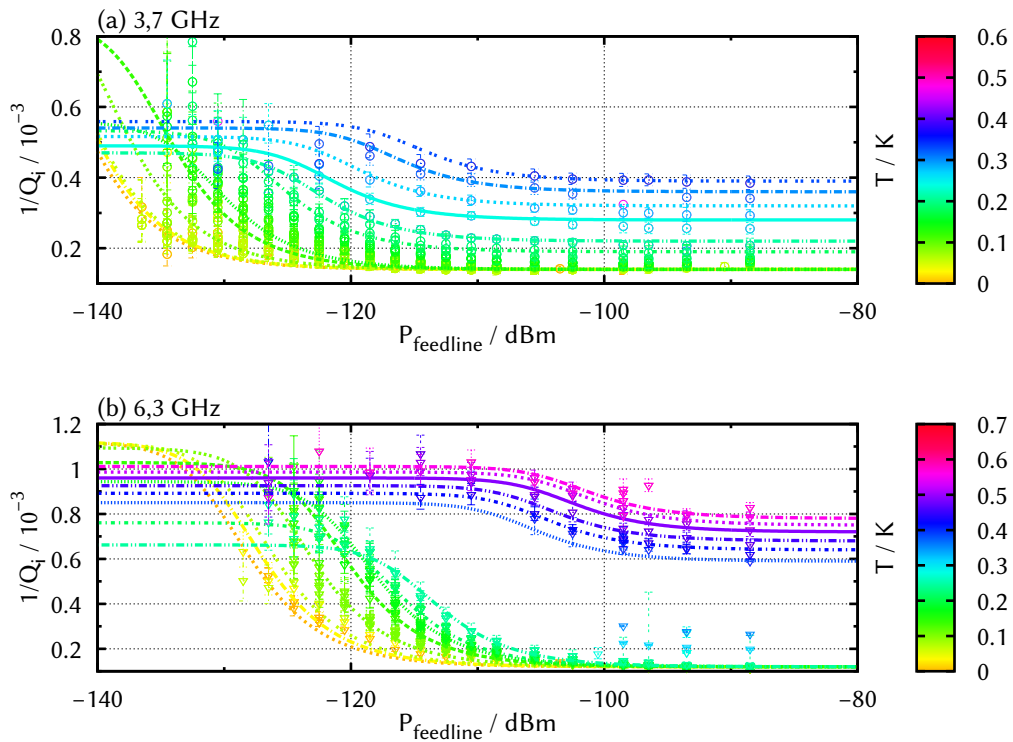
Die Messung der Resonanzabsorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  durch zwei Resonatoren mit  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz (Abb. 4.22(a)) und  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz (Abb. 4.22(b)) der Probe (ResAl08) in Abhängigkeit der Intensität und farbig kodierter Temperaturskala zeigt, dass mit steigender Temperatur auch die kritische Intensität zunimmt. Die Bestimmung der kritischen Intensität aus der resonanten Absorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  erfolgt mit dem experimentell bestimmten Exponenten  $\beta = 2$  (Abb. 4.15 & 4.16) und dem mit der Temperatur zunehmendem Verlust aus Abb. 4.22(c). Die angepasste effektive Dichte der TS ist für beide Resonatoren  $\delta_0 = (1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$ . Für große Anregungsamplituden findet man auch bei dieser Messung wieder den ansteigenden Verlust zu höheren Temperaturen, durch die Relaxationsabsorption  $Q_{\text{rel}}^{-1}$  (Abb. 4.22(c)). Ab etwa 350 mK steigt der Verlust durch die Quasiteilchen des supraleitenden Al stärker an, wie im folgenden Kapitel 4.3.3 noch betrachtet wird.

Die Temperatur- und Energieabhängigkeit der so bestimmten kritischen Intensitäten  $I_c(T, E)$  durch zwei Resonatoren mit  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz und  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz werden gut durch das Modell der Zwei-Niveau-Systeme beschrieben. An der Anpassung an die Temperaturabhängigkeit (Abb. 4.23(a)) findet man für beide Resonatoren einen Wert  $a = 1,6 \cdot 10^{78} \text{ 1/J}^3 \text{ s}$ , was für  $T \rightarrow 0$  einer Energierelaxationszeit  $\tau_1 \approx 86$  ns für  $E = \hbar \cdot 6,3$  GHz entspricht (Kap. 4.1, Gl. 4.11). Berücksichtigt man, dass der Absolutwert der Verlustleistung  $P_{\text{loss}}$  durch das Dielektrikum des Resonators etwa 10 dB kleiner als die Leistung durch die Streifenleitung (Gl. 4.38) sein kann, folgt ein Wert  $a = 4,9 \cdot 10^{77} \text{ 1/J}^3 \text{ s}$ . Daraus kann auch ein Deformationspotential

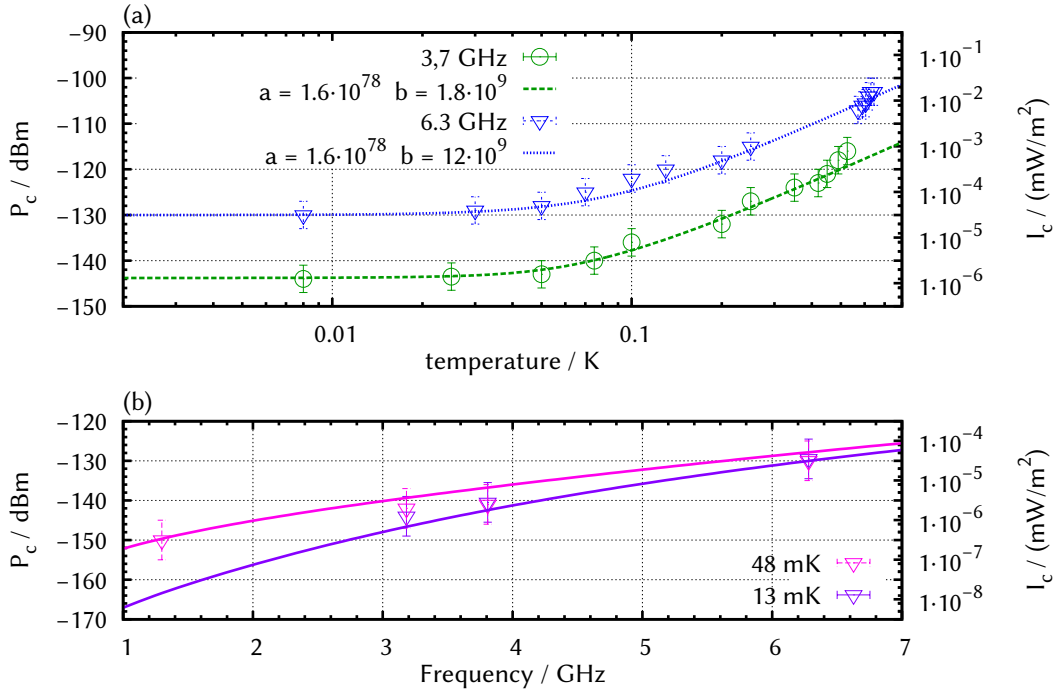
$$\gamma_T \approx \sqrt{a \cdot \pi\rho\hbar^5 \nu_T^5}$$

im Bereich von  $\gamma \approx 3 - 6$  eV abgeschätzt werden, welches in guter Übereinstimmung mit der Messung der Relaxationsabsorption ist.

Außer den absoluten Werten der Relaxationszeiten kann man über die Temperatur- und Energieabhängigkeit die Relaxationsmechanismen identifizieren. Die Differenz der beiden kritischen Intensitäten bei tiefster Temperatur ist wie erwartet durch  $I_c \propto E^6$  bestimmt. Dies zeigt auch die Auftragung der kritischen Intensität von vier Resonatoren über der Energieaufspaltung bei zwei Temperaturen (Abb. 4.23(b)).



**Abbildung 4.22:** Messung der Resonanzabsorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  durch zwei Resonatoren der Probe (ResAl08) im Kryostaten SILVERFRIDGE. Resonanzabsorption bei (a)  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz und (b)  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz in Abhängigkeit der Intensität und farbig kodierter Temperaturskala. Jeder Datenpunkt ist das Ergebnis der Auswertung einer ca. 100-fach gemittelten Resonanzkurve mit der „Circle-Fit-Methode“ (Kap. 4.2.3).



**Abbildung 4.23:** Temperatur und Energieabhängigkeit der kritischen Intensität der resonanten Absorption zur Identifikation der Relaxations-Mechanismen der TS: (a) Temperaturabhängigkeit der kritischen Leistung  $P_c$  aus den Messungen in Abb.4.22 für  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz und  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz. Es wird Gleichung 4.46 durch die Parameter  $a$  und  $b$  angepasst. Die kritische Intensität  $I_c = P_c/A$  entspricht der Leistung pro Fläche des Resonators. (b) Kritische Intensität als Funktion der Anregungsfrequenz (Gl. 4.46) für vier Resonatoren (aus Abb. 4.15, 4.16) bei zwei Temperaturen.

In der doppelt logarithmischen Auftragung (Abb. 4.23(a)) wird die Temperaturabhängigkeit im Bereich von 70 – 500 mK durch die reine Dephasierung  $\tau_\phi^{-1} = b \cdot T^2$  aufgrund der spektralen Diffusion, der Wechselwirkungen der TS untereinander (Kap. 4.1) bestätigt. Die bestimmten Vorfaktoren  $b$  aus den Messungen der beiden Resonatoren sind nicht identisch, was laut Black et. al. [11] auch schon bei Messungen an Gläsern beobachtet wurde und bisher noch nicht genauer beschrieben werden kann. Dass die Linienbreite  $\tau_2$  der TS durch die Energierelaxation beschränkt ist und eine reine Dephasierung  $\propto T^2$  hat, zeigen auch die Messungen von J. Lisenfeld [60] der Relaxationsraten einzelner TS in der  $\text{AlO}_x$ -Schicht der JJs des Phasen-Qubits im Temperaturbereich von 30 – 300 mK.

Oberhalb von 350 mK steigt die Relaxationsrate stärker an (Abb. 4.23(a)). Wie schon beim Verlust angedeutet wurde, kann dies vermutlich durch die zusätzliche Relaxationsabsorption aufgrund der Wechselwirkung von Quasiteilchen mit den TS an den Grenzflächen des  $\text{AlO}_x$  zum supraleitenden Al beschrieben werden. Die daraus resultierende

Relaxationsrate ins thermische Gleichgewicht wird nach Black und Fulde [10] durch

$$\frac{1}{\tau_{el}} = K \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\Delta}{E} \right)^2 k_B T \left( 1 + e^{\frac{\Delta_{BCS}}{k_B T}} \right)^{-1} \quad (4.48)$$

für  $E \ll \Delta$  beschrieben.  $K$  ist die Beschreibung der Kopplungsstärke der Elektronen und TS und  $\Delta_{BCS}$  [97, 98, 50], die temperaturabhängige Energielücke des supraleitenden Materials. Die Energierelaxationsrate kann dann aus beiden Relaxationraten kombiniert werden:

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_{el}} \quad (4.49)$$

wobei  $\tau_{el}$  erst ab etwa  $T_c/2$  eine Rolle spielt.

Der dielektrische Verlust des  $AlO_x$  wird aber auch direkt durch die Quasiteilchen des supraleitenden Al mit steigender Temperatur aufgrund der anwachsenden Dichte der Quasiteilchen erhöht.

### 4.3.3 Oberflächenimpedanz des supraleitenden Aluminium

Für das supraleitende Aluminium muss bei hohen Frequenzen nur die Impedanz  $Z_s = R_s + i\omega L_s$  oder Leitfähigkeit  $\sigma(\omega, T)$  der Oberfläche betrachtet werden, wie Max von Laue schreibt [100]:

Beim Normalleiter erfüllt die Strömung schneller Schwingungen nicht, wie ein Gleichstrom, das ganze Volumen mehr oder minder gleichförmig, sie zieht sich vielmehr mit wachsender Frequenz mehr und mehr auf eine dünne Schutzschicht an der Oberfläche zusammen; die Induktion des eigenen Magnetfeldes schützt das Innere vor dem Eindringen der Strömung. Darin besteht der Skineffekt. Beim Supraleiter besteht schon bei Gleichstrom eine Tendenz dazu infolge der Koppelung des Suprastroms mit dem Magnetfeld, welche speziell für den Supraleiter Gleichung IX ausspricht. Für schnellen Wechselstrom verstärken sich dieser Meißner- und der Skineffekt gegenseitig. Die Eindringtiefe des Feldes ist dann noch geringer, als beim Normalleiter für die gleiche Frequenz oder beim Supraleiter für Gleichstrom.

$R_s$  beschreibt den resistiven Anteil, den Ohmschen Verlust durch Quasiteilchen, wie bei Elektronen im Normalleiter. In der Nähe der Sprungtemperatur des supraleitenden Al brechen die Cooper-Paare auf. Dadurch wird das elektrische Feld mit steigender Temperatur weniger effizient von den Cooper-Paaren abgeschirmt und die Quasiteilchen verursachen einen weiteren Beitrag zum Verlust.

Der induktive Anteil  $L_s = L_m + L_k$  der Oberflächenimpedanz setzt sich aus der magnetischen  $L_m$  (bzw. geometrischen) und der kinetischen Induktivität  $L_k$  zusammen. Die kinetische Induktivität liefert einen verlustfreien Prozess, der über die Massenträgheit

der Cooper-Paare im Wechselfeld beschrieben wird. Bei tiefen Temperaturen  $T \ll T_c$  wird die Oberflächenimpedanz  $Z_s$  somit hauptsächlich durch die Induktivität beschrieben und der Verlust durch  $R_s$  verschwindet. Nach Day et. al. [25] kann  $Z_s$  durch die Dichte der Quasiteilchen beschrieben werden.

Die Oberflächenimpedanz kann wiederum auf die komplexe Leitfähigkeit  $\sigma(\omega, T) = \sigma_1(\omega, T) - i\sigma_2(\omega, T)$  zurückgeführt werden [66]. Dabei ist die Änderung der Oberflächenimpedanz proportional zur Änderung der komplexen Leitfähigkeit. Diese liefert eine Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens der Leitfähigkeit von Leitern [16, 98, 86, 26]

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \frac{\tau}{(1 + i\omega\tau)} \quad (4.50)$$

([63] S. 95) mit  $n$  Ladungsträgern der Ladung  $e$ , der effektiven Masse  $m$  und der Relaxationszeit  $\tau$  beschrieben. In Metallen sind die Relaxationszeiten im Bereich von  $\tau \approx 1$  ps, im Vergleich dazu wird die Relaxationszeit  $\tau \rightarrow \infty$  für Supraleiter sehr groß.

Der Verlust kann durch die komplexe Leitfähigkeit nach Day et. al. [25] mit  $Q^{-1} \propto \sigma_1/\sigma_2$  bestimmt werden. Die Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der komplexen Leitfähigkeit kann anhand der Mattis-Bardeen-Theorie (MB-Theorie) berechnet werden und ist nach Zmuidzinas et. al. [110]:

$$Q_{MB}(\omega, T) \approx g \frac{\pi}{2} \frac{1}{\gamma_{EM}} \frac{\lambda_{RF}}{\lambda_{sc}} \frac{k_B T}{\hbar\omega} \frac{1}{\ln\left(\frac{4k_B T}{\hbar f}\right) - \gamma_{EM}} e^{\frac{\Delta_0}{k_B T}} \quad (4.51)$$

mit der Euler-Mascheroni-Konstante  $\gamma_{EM} = 0.577\dots$ , dem Faktor  $g = L_k/(L_m + L_k)$ , der London-Eindringtiefe  $\lambda_{sc} \approx 50$  nm des Al, der Vakuumwellenlänge  $\lambda_{sc}$  und der Energielücke  $\Delta_0$  des Supraleiters bei  $T = 0$ . Für dünne Aluminium-Filme ist die Energielücke im Bereich von  $2 \cdot \Delta_0 \approx 350 - 700$   $\mu$ eV abhängig von der Schichtdicke [18, 22] und laut BCS-Theorie<sup>1</sup> ist  $2 \cdot \Delta_0 \approx 3,5 \cdot k_B T_c = h \cdot 60$  GHz [9]. Zur Anpassung an den gemessenen Verlust der Resonatoren kann der geometrische Faktor  $g$  und die Energielücke  $\Delta_0$  des supraleitenden Al bestimmt werden (Abb. 4.24), wobei Gleichung 4.51 unter folgenden Bedingungen gilt:

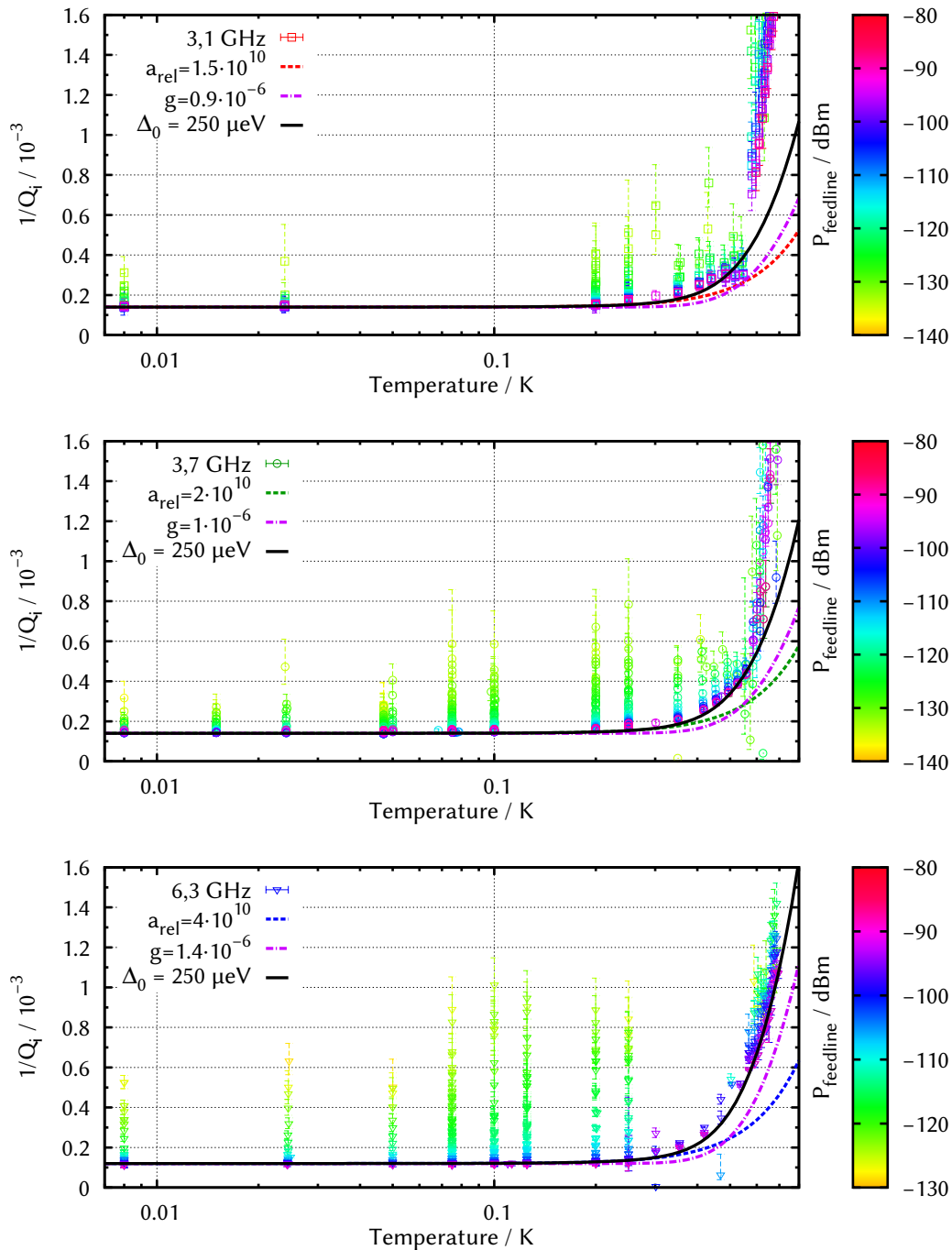
- (1)  $\hbar\omega \ll \Delta_0$ , gilt für die verwendeten Anregungsfrequenzen 0,6 – 6 GHz
- (2)  $k_B T \ll \Delta_0$ , gilt nur bis etwa  $T_c/2 \approx 550$  mK
- (3)  $\hbar\omega \ll k_B T$ , gilt für die verwendeten Frequenzen 0,6 – 6 GHz je ab  $T > 30 - 300$  mK

Es wurden in diesem Kapitel somit folgende Prozesse, die zum intrinsischen Verlust  $Q_i^{-1}$  des Resonators beitragen, identifiziert:

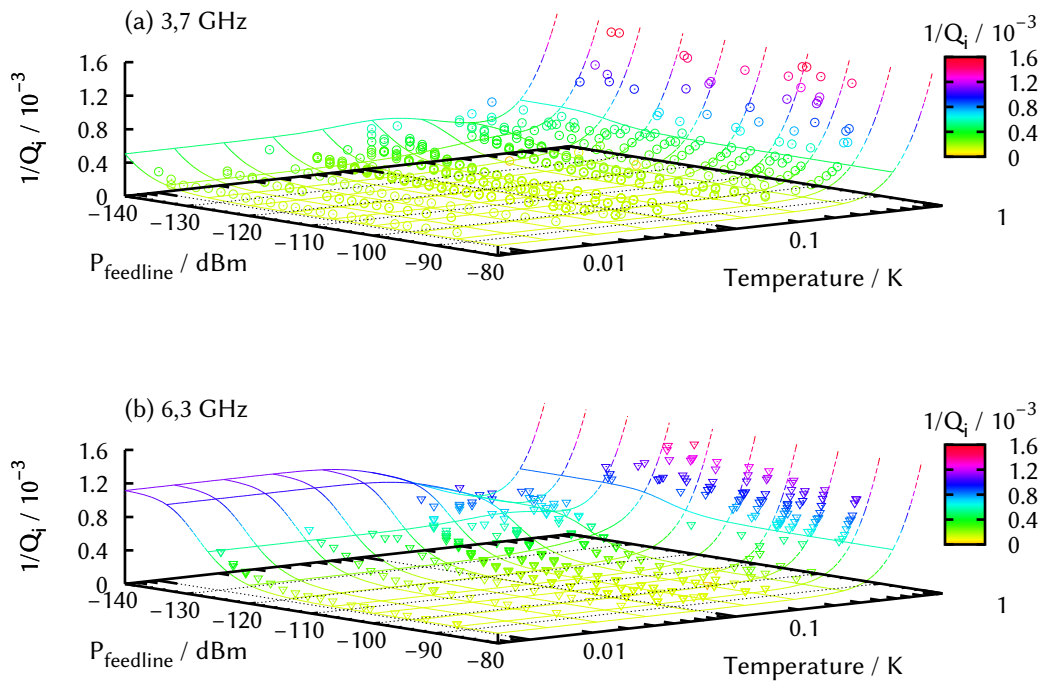
$$\frac{1}{Q_i} = \frac{1}{Q_{\text{offset}}} + \frac{1}{Q_{\text{res}}} + \frac{1}{Q_{\text{rel}}} + \frac{1}{Q_{MB}} \quad (4.52)$$

<sup>1</sup>Die BCS-Theorie zur Beschreibung der Supraleiter wurde 1957 von John Bardeen, Leon Neil Cooper und John Robert Schrieffer entwickelt.





**Abbildung 4.24:** Messung des intrinsischen Verlustes  $Q_i^{-1}$  von drei Resonatoren der Probe (ResAl08). Es handelt sich um die Daten aus Abb.4.22, hier in Abhängigkeit von der Temperatur und farbig kodierter Anregungsleistung. Der mit der Anregungsleistung zunehmende Verlust wird durch die resonante Absorption  $Q_{\text{res}}^{-1}$  der TS bestimmt. Der zunehmende Verlust ab  $\approx 200$  mK wird von der Relaxationsabsorption  $Q_{\text{rel}}^{-1}$  beschrieben (Farbe entsprechend der Resonanzfrequenz). Ab etwa 500 mK nimmt der Verlust weiter zu. Die schwarze Kurve ist die Kombination  $Q_i^{-1} = Q_{\text{offset}}^{-1} + Q_{\text{rel}}^{-1} + Q_{\text{MB}}^{-1}$ , mit der Beschreibung der MB-Theorie (magenta Kurve) und dem Temperatur- und Leistungsunabhängigen Offset.



**Abbildung 4.25:** Messung des intrinsischen Verlustes  $Q_i^{-1}$  zweier Resonatoren (a)  $f_{\text{res}} = 3,7$  GHz und (b)  $f_{\text{res}} = 6,3$  GHz der Probe (ResAl08). Es handelt sich um die Daten aus Abb.4.22, aufgetragen in Abhängigkeit von der Temperatur und der Anregungsleistung  $P_{\text{feedline}}$ . Das Netz zeigt die Kombination der einzelnen Verlustkanäle.

$Q_i^{-1}$  wird in Abbildung 4.24 durch die einzelnen Verlustkanäle, dem konstanten Verlust  $Q_{\text{offset}}^{-1} \approx \text{const.}$  durch die elektromagnetische Abstrahlung des Resonators, dem zunehmenden Verlust  $Q_{\text{res}}^{-1}$  zu kleinen Anregungsleistungen durch die resonante Absorption der TS, dem mit der Temperatur ansteigenden Verlust  $Q_{\text{rel}}^{-1}$  durch Relaxationsabsorption der TS und dem Verlust  $Q_{\text{MB}}^{-1}$  durch den resistiven Anteil der Oberflächenimpedanz des Al zusammen gesetzt. Die Relaxationsabsorption verursacht wie erwartet den mit der Temperatur  $\propto T^3$  zunehmenden Verlust wobei zunächst nur die Ein-Phonon-Relaxationsrate berücksichtigt wurde. Ein weitere Relaxationsmechanismus wäre noch die Wechselwirkung der TS mit den Quasiteilchen an den Grenzflächen des  $\text{AlO}_x$  zu den Al-Elektroden. Mit dem Modell von Matthis-Bardeen für die Oberflächenimpedanz wird die Energielücke des Supraleiters bestimmt und liegt bei etwa  $2 \cdot \Delta_0 \approx 500 \mu\text{eV}$  (Abb. 4.24), wobei  $\Delta_0$  aus den drei Messungen gleich ist.

Die Kombination der einzelnen Prozesse liefert eine gute Beschreibung der Daten, sollte aber mit Vorsicht betrachtet werden. Die Wechselwirkung der TS mit den Quasiteilchen wurde zunächst vernachlässigt und damit noch nicht alle Verlustkanäle betrachtet. Ab  $\sim 550$  mK weichen die Daten von der Beschreibung ab, da dort auch die Be-

schreibung der MB-Theorie endet. Je größer die Anregungsfrequenz wird, umso schlechter kann man die Relaxationsabsorption vom Effekt der Oberflächenimpedanz trennen. Die Kombination aller betrachteten Verlustkanäle ist für zwei Resonatoren in Abb. 4.25 dargestellt.

## 4.4 Realteil der dielektrischen Antwort des $\text{AlO}_x$

Der Realteil  $\epsilon'_{\text{res}}$  der resonanten Wechselwirkung der TS wird durch die Frequenzverschiebung der Resonatoren gemessen, da eine Änderung der dielektrischen Suszeptibilität eine Änderung der Kapazität bewirkt. Mit einer kleinen Änderung  $\delta C$  der Kapazität  $C$  im Modell der idealen Induktivität  $L$  und Kapazität  $C$  des Resonators folgt aus einer Taylorentwicklung von  $\delta f/f_0$  mit  $f_0 = 1/\left(2\pi\sqrt{LC}\right)$  um  $\delta C/C = 0$  mit  $\epsilon = (1 + \chi)$  (wobei  $\delta\epsilon = \delta\chi$ ) die Frequenz-Verschiebung:

$$\frac{\delta f}{f_0} = \frac{f - f_0}{f_0} = -\frac{1}{2} \frac{\delta C}{C} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\delta\epsilon'}{\epsilon_r}. \quad (4.53)$$

Im Falle von Streifenleitungs-Resonatoren müsste an dieser Stelle noch ein Füllfaktor  $F$  eingeführt werden, der angibt, wie groß der Anteil des elektrischen Feldes im Dielektrikum des Resonators ist. Dieser ist hier aufgrund des Designs der Resonatoren  $F = 1$  (Kap. 4.2.2).

Der Realteil der resonanten dielektrischen Antwort kann mit dem Modell der Zwei-Niveau-Systeme für kleine Anregungsamplituden und einer konstanten Verteilung der TS  $f(E) = \text{const.}$  analytisch berechnet werden [5]. Das Integral aus Gleichung 4.24 mit Gleichung 4.14 vereinfacht sich für den Realteil zu

$$\frac{1}{\epsilon_r} \int_0^{E_{\text{max}}} f(E) \delta\epsilon'_{\text{res}}(\omega) dE = -\frac{2\delta_0}{\pi} \left( \Re\Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar\tau_2^{-1}}{2\pi k_B T} + \frac{\hbar\omega}{2\pi i k_B T} \right) - \ln \left( \frac{E_{\text{max}}}{2\pi k_B T} \right) \right) \quad (4.54)$$

Bei tiefen Temperaturen ist  $(\hbar\tau_2^{-1}) / (2\pi k_B T) \ll 1/2$  da die Linienbreite  $\tau_2$  der TS noch nicht vergleichbar mit der Temperatur wird und es folgt:

$$\frac{\delta\epsilon'}{\epsilon_r} = -\frac{2\delta_0}{\pi} \left( \Re\Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar\omega}{2\pi i k_B T} \right) - \ln \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right) \right) \quad (4.55)$$

Ein weiterer Lösungsweg ist über den Zusammenhang des Imaginär- und Realteils einer komplexen Zahl, wie der Suszeptibilität  $\chi = \chi' + i\chi''$  durch die Kramers-Kronig Relation [1]:

$$\tilde{\chi}'(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi''(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad \text{und} \quad \tilde{\chi}''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi'(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (4.56)$$

wobei  $\mathcal{P}$  den Cauchy-Hauptwert über das Integral einer Funktion

$$\mathcal{P} \int_a^b f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left[ \int_a^{c-\epsilon} f(x) dx + \int_{c+\epsilon}^b f(x) dx \right] \quad (4.57)$$

darstellt mit  $c \in [a, b]$ . Aus der Beziehung  $\frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Psi\left(\frac{1}{2} + iy'\right)}{y' - y} dy' = \tanh(\pi y)$  folgt mit der Resonanzabsorption für kleine Anregungsamplituden

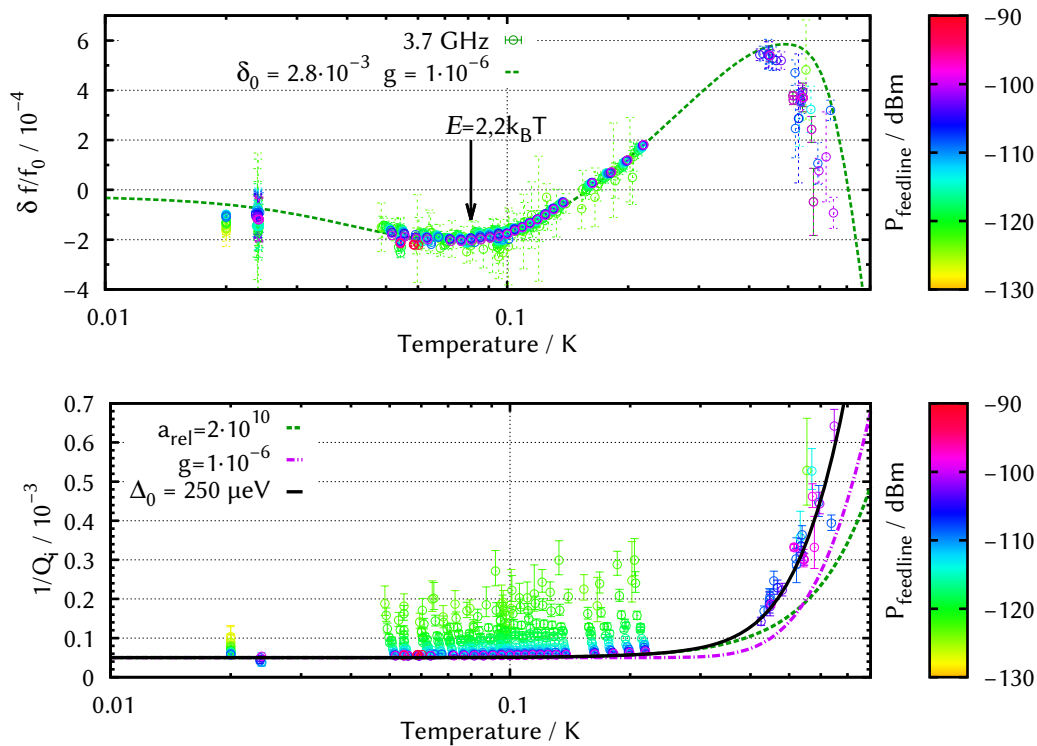
$$\frac{1}{Q_{\text{res}}}(T) = \delta_0 \cdot \tanh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad \text{mit} \quad \delta_0 = \pi \frac{P_0 p^2}{3\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (4.58)$$

direkt der Realteil, wie in Gleichung 4.54, der resonanten dielektrischen Antwort.

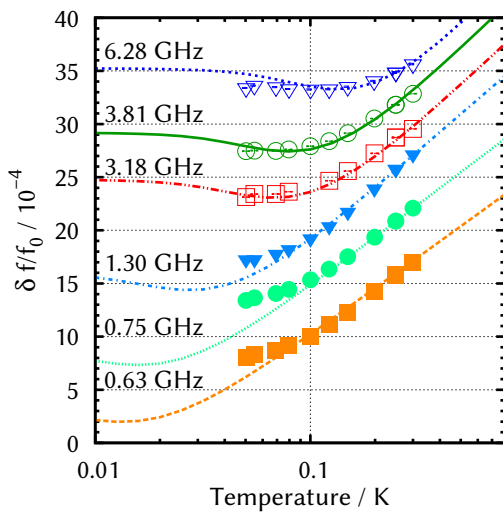
Im Vergleich zur Messung des Verlustes ist der Realteil der dielektrischen Antwort im Wesentlichen unabhängig von der Anregungsleistung (Abb. 4.26) und folgt der Beschreibung des Modells der 2NS nach Gleichung 4.54. Auch der Realteil wird ab etwa 350 mK durch weitere Prozesse neben der resonanten Wechselwirkung beeinflusst, die später noch betrachtet werden.

Die Frequenz-Verschiebung für 6 Resonatoren der Probe (ResAl08) (Abb. 4.26 und Abb. 4.27) zeigt ein Minimum bei  $E = \hbar\omega = 2,2 \cdot k_B T$ , welches durch die Digammafunktion  $\Psi$  beschrieben wird. Die Abweichung der Daten vom Modell bei tiefsten Temperaturen kann im Kryostaten MINIFRIDGE auf die nicht optimale thermische Ankopplung zurückgeführt werden. Mit zunehmender Temperatur dominiert der logarithmische Anstieg mit der Steigung  $\delta_0/\pi$ , da nur TS mit entsprechender Besetzungszahldifferenz einen Beitrag zur dielektrischen Antwort liefern können. Somit bleibt zur Anpassung an die Daten laut dem Modell nur die effektive Dichte  $\delta_0$  der TS mit den materialabhängigen Konstanten und der Dichte  $P_0$  der TS. Am Rande sei erwähnt, dass oft auch eine andere Notation mit dem Vorfaktor  $C$  verwendet wird, hier ist  $\delta_0 = \pi \cdot C$  (vgl. mit der Notation für niedrige Anregungsfrequenzen  $\delta\epsilon'_{\text{res}}/\epsilon' = 2C \cdot \ln\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)$  und  $\delta\epsilon''_{\text{res}}/\epsilon' = \pi \cdot C$  aus [30, 29]).

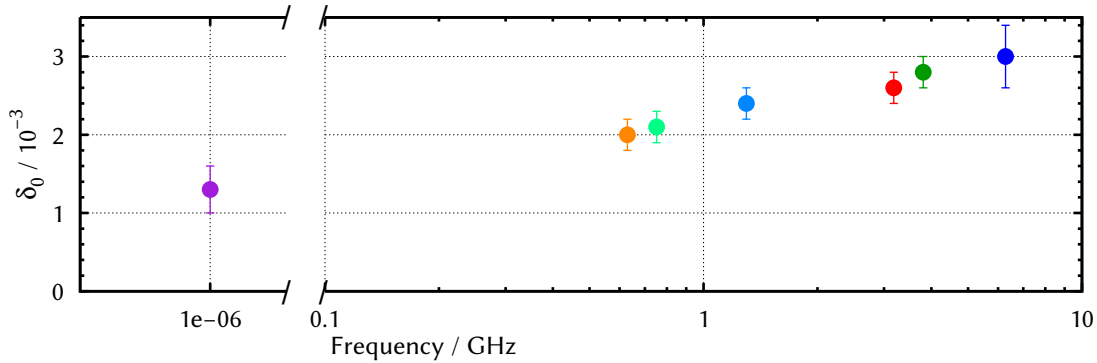
Experimentell fällt auf, dass die effektive Dichte  $\delta_0$  ab 1 GHz bis 6 GHz von  $2 \cdot 10^{-3}$  nach  $3 \cdot 10^{-3}$  ansteigt (Abb. 4.28). Dies könnte ein Anzeichen dafür sein, dass die Dichte der TS doch abhängig von der Energieaufspaltung ist, welche aber nicht direkt von der Messfrequenz abgeleitet werden kann. Zum logarithmischen Anstieg der Frequenz mit der Temperatur tragen nämlich die TS mit  $E \approx k_B T$  bei, die entsprechend der Temperatur ausgewählt werden. Außerdem liefert die Messung der Frequenz-Verschiebung (Abb. 4.27) eine effektive Dichte der TS  $\delta_0$ , die um einen Faktor 2 – 3 größer als bei der resonanten Absorption mit  $\delta_0 = (1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$  (Abb. 4.15) ist.



**Abbildung 4.26:** Temperaturabhängige Messungen der Frequenzverschiebung und des intrinsischen Verlustes eines Resonators der Probe (ResAl08) im Kryostaten (SILVERFRIDGE) in Abhängigkeit von der Temperatur und farbig kodierter Anregungsleistung. Unterhalb von 350 mK folgt die dielektrische Antwort des  $\text{AlO}_x$  dem Verlauf des Modells der 2NS (Gl. 4.54). Ab 350 mK wird die Frequenz stark erniedrigt und kann durch die kinetische Induktivität des Al beschrieben werden (Kap. 4.4.1). Der intrinsische Verlust wird analog zu Abb.4.24 beschrieben.



**Abbildung 4.27:** Der Realteil der dielektrischen Suszeptibilität gemessen durch die temperaturabhängige Frequenzänderung von 6 Resonatoren der Probe (ResAl08) im Kryostaten (MINIFRIDGE). Unterhalb von 350 mK tragen nur resonante Prozesse der TS im  $\text{AlO}_x$  bei. Hier wurde als einziger freier Parameter des Modells die effektive Dichte  $\delta_0$  der TS der den logarithmischen Anstieg zu hören Temperaturen bestimmt angepasst. Das Minimum bei tiefen Temperaturen wird durch die selektive Anregung der TS mit  $E = hf_0$  der Resonanz  $f_0$  des Resonators bestimmt.



**Abbildung 4.28:** Die effektive Dichte  $\delta_0$  der TS in  $\text{AlO}_x$  in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz der Probe (ResAl08): ab 1 GHz bis 6 GHz steigt  $\delta_0$  von  $2 \cdot 10^{-3}$  auf  $3 \cdot 10^{-3}$  an. Der Wert bei 1 kHz stammt aus der Messung einer Kapazität der Probe.

Andere Gruppen wie Pappas et. al. [71] haben für  $\text{AlO}_x$  einen 20–30 % (1,2 – 1,3 fach) größeren und frühere Messungen von Golding et. al. [35] an  $\text{SiO}_x$  einen 40 % (1,4 fach) größeren Faktor zwischen der effektiven Dichte  $\delta_0$  aus der Messung des Realteils der dielektrischen Antwort und der Messung der resonanten Absorption gefunden. Der Realteil der dielektrischen Antwort wird durch alle TS je nach Temperatur mit  $E > \hbar\omega$  und  $E > k_B T$  bestimmt. Im Vergleich dazu sind an der resonanten Absorption nur TS mit  $E \approx \hbar\omega$  beteiligt. Anthony und Anderson machten bereits 1979 [4] einen Vorschlag mit

$$P(E) = P_0 \left( 1 + 0,001E^2/k^2 \right) \quad (4.59)$$

mit  $E_{\text{max}}/k = 100 \text{ K}$  zur Beschreibung einiger experimentellen Daten andere Gruppen. Die Diskussion wird noch anhand der numerischen Berechnung der komplexen Suszeptibilität  $\chi$  in Kapitel 4.5 weiter ausgeführt.

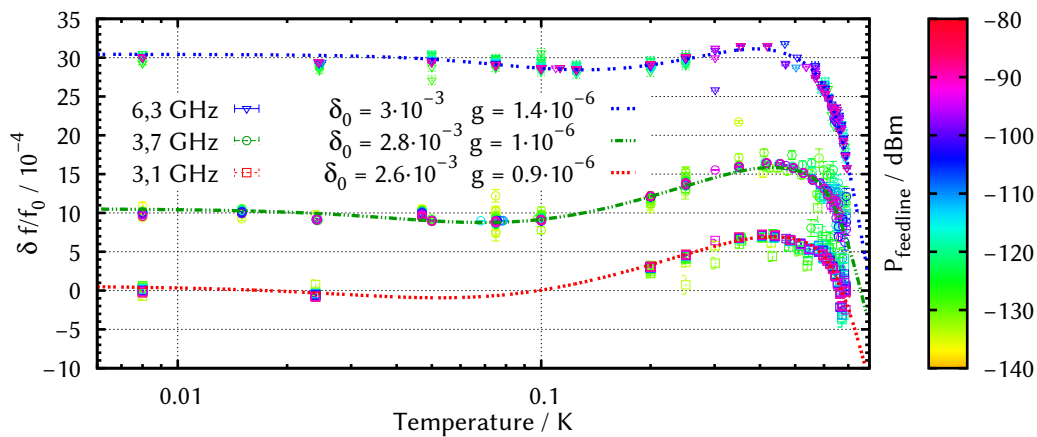
Ab etwa 350 mK wird die Frequenz aller Resonatoren durch eine weitere Wechselwirkung stark erniedrigt (Abb. 4.26 und Abb. 4.29), analog zum Verlust durch die kinetische Induktivität des supraleitenden Aluminiums (Kap. 4.4.1). Ultraschallmessungen an Gläsern von Piche und Maynard [78] zeigen, dass erst oberhalb von 1 K zu den resonanten Wechselwirkungen die Relaxation der TS für Anregungsfrequenzen im Bereich von 30 – 150 MHz in der Schallgeschwindigkeit sichtbar wird. Je größer die Anregungsfrequenz, umso höher ist die Temperatur ab der die Relaxation einsetzt und die Schallgeschwindigkeit oder hier die Frequenz erniedrigt. Für  $\omega = 2\pi \cdot 6,3 \text{ GHz}$  tragen im Falle der Ein-Phonon-Relaxation mit  $\gamma = 0,4 \text{ eV}$  erst TS mit der Energieaufspaltung von  $E \approx 360 \text{ GHz}$ , also ab einer Temperatur von  $\approx 17 \text{ K}$ , zur Relaxation bei.

#### 4.4.1 Kinetische Induktivität des supraleitenden Aluminium

Die Induktivität liefert im supraleitenden Fall keinen weiteren Beitrag zum Verlust. Die Frequenz-Verschiebung wird in der Nähe von  $T_c$  durch die steigende kinetische Induktivität  $L_k$  beeinflusst. Je mehr Cooper-Paare aufbrechen, desto schneller müssen sich die verbliebenen bewegen um den gleichen Strom durch die supraleitende Schleife (Spule) beizubehalten. Das Konzept der kinetischen Induktivität [68], auch für dünne supraleitende Metall-Filme [86, 26], folgt aus dem Vergleich der kinetische Energie eines Cooper-Paars

$$\zeta_{\text{kin}} = \frac{1}{2} (2m_e) v^2 = \frac{1}{2} L_k I^2 \quad (4.60)$$

mit einer äquivalenten Induktivität, die als kinetische Induktivität  $L_k$  eines Cooper-Paars mit  $I = (2e)n_c v A$  zu  $L_K = (m_e l) / (2 \cdot n_c e^2 A)$  wird. Dabei ist  $l$  die Länge des Supraleiters,  $A$  die Querschnittsfläche,  $v$  die Geschwindigkeit der Cooper-Paare und  $m_e$  die Elektronenmasse.  $n_c(T)$  ist die temperaturabhängige Dichte der Cooper-Paare.



**Abbildung 4.29:** Temperaturabhängige Messungen der Frequenzverschiebung dreier Resonatoren der Probe (ResAl08) im Kryostaten (SILVERFRIDGE) in Abhängigkeit von der Temperatur und farbig kodierter Anregungsleistung. Unterhalb von 350 mK folgt die dielektrische Antwort des  $\text{AlO}_x$  dem Verlauf des Modells der 2NS (Gl. 4.54). Ab 350 mK wird die Frequenz stark erniedrigt und kann durch die kinetische Induktivität des Al beschrieben werden (siehe auch Abb. 4.26). Die Kombination der Beschreibung des Modells der 2NS und der kinetischen Induktivität ist mit der angepassten effektiven Dichte  $\delta_0$  der TS und dem geometrischen Faktor  $g$  gezeigt.



Die gemessene Temperaturabhängigkeit der Frequenzverschiebung (Abb. 4.26) wird ab ca. 350 mK durch die kinetische Induktivität  $L_K$  beeinflusst. Für den Verlust  $Q_{\text{MB}}^{-1}$  und die Änderung der Induktivität, welche durch die Änderung der Resonanz der Resonatoren gemessen wird, folgt nach [33]:

$$\frac{1}{Q_{\text{MB}}} = g \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad \text{und} \quad \frac{\delta f}{f_0} = -\frac{g}{2} \frac{\delta \sigma_2}{\sigma_2} \quad (4.61)$$

Die temperaturabhängige Frequenzverschiebung der Resonanz des Resonators wird offenbar durch die kinetische Induktivität mit  $f_0 = 1 / \left( 2\pi \sqrt{(L_m + L_k) C} \right)$  beschrieben. Die Messdaten (Abb. 4.26) lassen sich mit der temperaturabhängigen Teilchendichte  $n_c(T) = n_n \left( 1 - (T/T_c)^4 \right)$  der Cooper-Paare, mit der Dichte  $n_n$  bei  $T = 0$ , laut dem Zwei-Flüssigkeitsmodell, dem Gorter-Casimir-Modell nach [37, 38, 98] beschreiben. Die Londonsche Eindringtiefe ist somit durch

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4}} \quad (4.62)$$

gegeben. Für die Änderung der Resonanzfrequenz der Resonatoren folgt mit Gleichung 4.62 und der effektiven Eindringtiefe  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_L \sqrt{1 + \xi_0 / l_0}$ , der BCS-Kohärenzlänge  $\xi_0 \approx 1600 \text{ nm}$  [16] des Al und der mittleren freien Weglänge der Elektronen im Al  $l_0 \approx 200 \text{ nm}$  (bestimmt durch die Schichtdicke und Kongröße des Al), nach Gao et. al. [26]:

$$\frac{\delta f}{f_0} = -\frac{g}{2} \frac{\delta \lambda_{\text{eff}}}{\lambda_{\text{eff}}} = -\frac{1}{2} g \sqrt{1 + \frac{\xi_0}{l_0}} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4}} \right) \quad (4.63)$$

Der einzige freie Parameter außer der Sprungtemperatur des Al, die auch aus anderen Messungen bestimmt werden kann, ist das Verhältnis der magnetischen zur kinetischen Induktivität, der geometrische Faktor  $g$ . In Detektoren, die auf eine große kinetische Induktivität ausgelegt sind, nimmt  $g$  Werte bis 0,3 ein [110]. Die Induktivität der hier verwendeten Resonatoren ist im wesentlichen durch die geometrische, bzw. magnetische Induktivität bestimmt, deshalb ist es auch nicht überraschend, dass der kinetische Anteil wesentlich kleiner ist (Abb. 4.26).

Die Kombination der Beschreibung des Modells der 2NS und der kinetischen Induktivität in Abbildung 4.29 beeinflusst die Anpassung der effektiven Dichte  $\delta_0$  der TS nicht. Diese wurde aus dem logarithmischen Anstieg zwischen dem Minimum bei tiefen Temperaturen und dem Maximum bei hohen Temperaturen angepasst. Zur kombinierten Anpassung beider Prozesse wurde anschließend der Faktor  $g$ , das Verhältnis der kinetischen und geometrischen Induktivität, bestimmt.

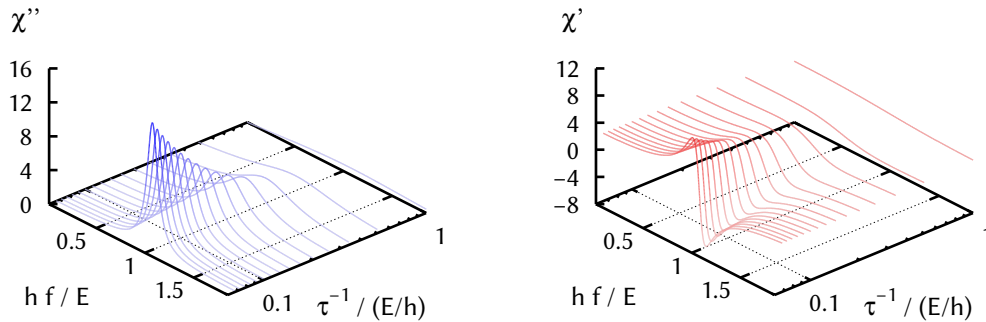
## 4.5 Erweiterte Diskussion des Tunnelmodells

In diesem Kapitel werden wichtige Details des Standard-Tunnelmodells und die Variation weitere Parameter vorgestellt, die mit dem Modell der Zwei-Niveau-Systeme aus den beiden vorherigen Kapiteln 4.3 und 4.4 verglichen werden. Die numerische Integration über eine Verteilung der TS wird für die komplexe Suszeptibilität der resonanten Wechselwirkungen  $\chi_{\text{res}}$  (Gl. 4.9) für den Imaginär- und den Realteil durchgeführt:

$$\delta\epsilon''_{\text{res}} = \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \int_0^E (f(E, \Delta) \chi''_{\text{res}}) d\Delta dE \quad (4.64)$$

$$\delta\epsilon'_{\text{res}} = \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \int_0^E (f(E, \Delta) \chi'_{\text{res}}) d\Delta dE \quad (4.65)$$

Aufintegriert werden der Imaginärteil  $\chi''_{\text{res}}$  aus Gleichung 4.16 und der Realteil  $\chi'_{\text{res}}$  aus Gleichung 4.14 für kleine Anregungsleistungen  $S_z \ll 1$  mit den gewählten Integrationsgrenzen:  $\Delta_{\text{min}} = 0$ ,  $\Delta_{\text{max}} = E$ ,  $E_{\text{min}} = 0.1 \cdot k_B T$  und  $E_{\text{max}} = 100 \cdot k_B T$ . Die Relaxations-Wechselwirkungen werden in Form der Linienbreite  $\tau_2(E, T)$  (Kap. 4.1) der Energieaufspaltung  $E$  berücksichtigt, wie in Abbildung 4.30 dargestellt.



**Abbildung 4.30:** Der Imaginär- und Realteil der komplexen Suszeptibilität bei konstanter Temperatur mit  $T < E/k_B$ , verschwindet für große Relaxationsraten.

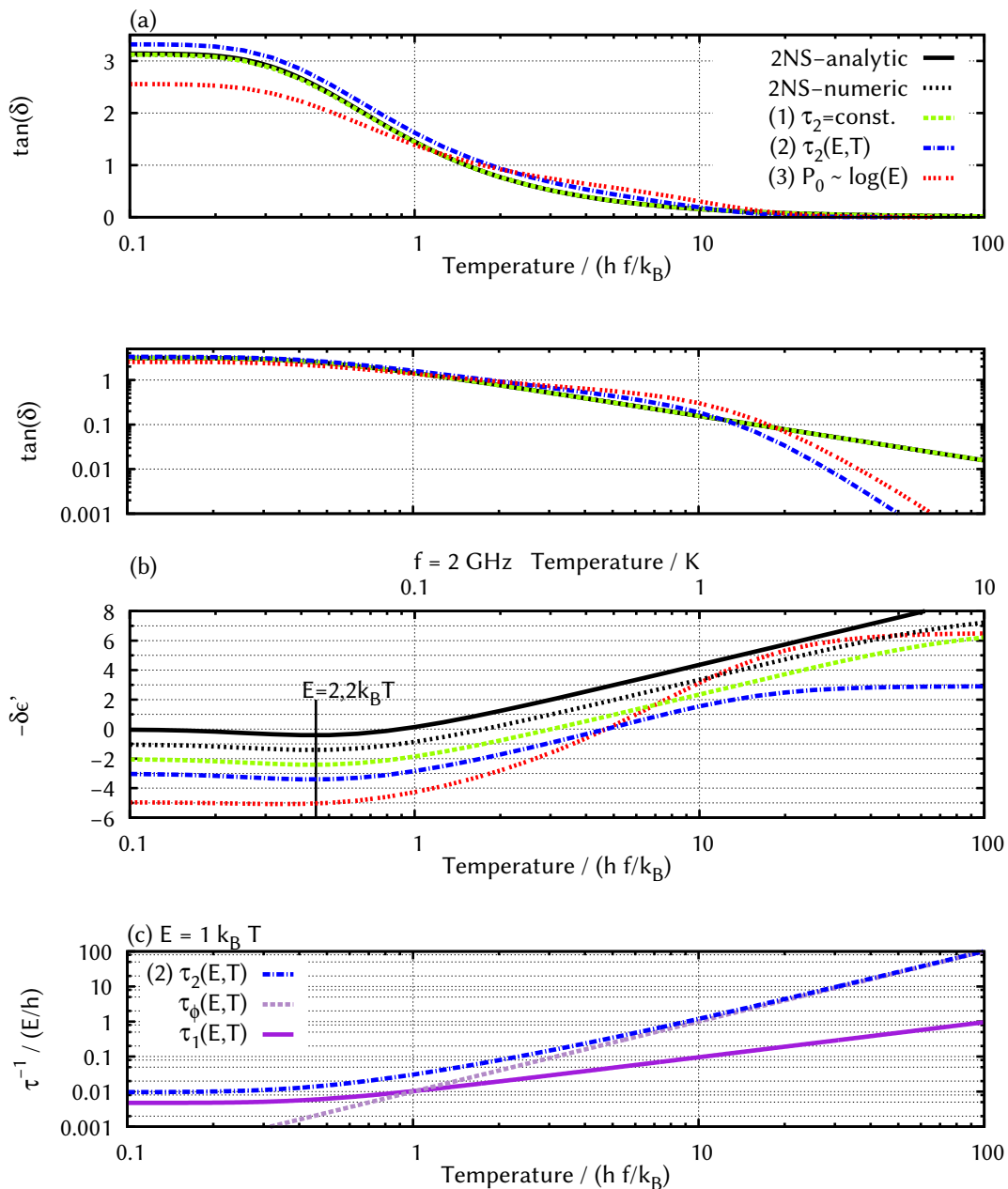
Obwohl die Verteilungsfunktion  $f(E, \Delta)$  für  $\Delta \rightarrow 0$  nicht integrierbar ist, kann ab 0 aufintegriert werden, da für  $(\Delta/E) \rightarrow 0$  die resonante Suszeptibilität ohnehin verschwindet. Die untere Integrationsgrenze  $E_{\text{min}}$  ist lediglich zur Beschleunigung der numerischen Berechnung und so klein gewählt, dass sie keinen weiteren Einfluss auf das Ergebnis hat. Eine obere Grenze, hier  $E_{\text{max}} = 100 \cdot k_B T$  schneidet für  $k_B T > E_{\text{max}}$  den

Beitrag der TS ab, ist aber gleichbedeutend mit dem physikalischen Prozess, wenn die Linienbreite  $\tau_2$  vergleichbar mit der Energieaufspaltung der TS wird  $h \cdot \tau_2^{-1} > E \approx k_B T$  (Abb. 4.30).

Zum Test des verwendeten numerischen Algorithmus (des Algebra-Programms maxima) und der gewählten Integrationsgrenzen wurden die Integrale für die Beschreibung des Modells der 2NS mit einer konstanten Verteilung  $f(E)$  symmetrischer TS ( $E = \Delta$ ) mit den analytischen Funktionen des Realteils  $\delta\epsilon'$  der dielektrischen Funktion aus Gleichung 4.40 und dem Imaginärteil oder Verlusttangens  $\tan(\delta)$  aus Gleichung 4.54 verglichen (Abb. 4.31). Die numerisch berechneten Daten sind fast vollständig deckungsgleich mit den analytischen Funktionen, nur die obere Grenze  $E_{max}$  lässt den Realteil der numerischen Berechnungen bei hohen Temperaturen abflachen. Folgende Berechnungen mit drei verschiedenen Annahmen wurden durchgeführt:

- (1) Die Integration über eine Verteilung der Tunnelsysteme laut Standard-Tunnelmodell (Gl. 4.22) mit einer konstanten Linienbreite  $\tau_2^{-1} = const. = 10^{-2}E/h$ , sodass  $\tau_2$  100 mal größer als  $h/E$  bei  $E = 1 \cdot k_B T$  ist. Die Größenordnung der Linienbreite beträgt somit  $\tau_2 \approx 100$  ns für  $E = h \cdot 1$  GHz. Das Ergebnis ist für den Imaginärteil und den Realteil ebenfalls deckungsgleich mit dem numerisch berechneten Modell der 2NS (Abb. 4.31(1)).
- (2) Bei der Integration über eine energie- und temperaturabhängige Linienbreite  $\tau_2^{-1}(E, T)$  (Kap. 4.1, Gl. 4.12), ist der Verlust bei tiefen Temperaturen etwa gleich groß wie für das Modell der 2NS. Mit zunehmender Temperatur wird der Verlust mit wachsender Linienbreite größer als für die 2NS und für  $h \cdot \tau_2^{-1} > E \approx k_B T$  wieder kleiner als im Modell der 2NS. Der Beitrag zum Realteil wird für  $h \cdot \tau_2^{-1} > E \approx k_B T$  durch die energie- und temperaturabhängige Linienbreite begrenzt (Abb. 4.31(2)).
- (3) In Kapitel 4.4 wurde bereits angedeutet, dass die Dichte der TS möglicherweise abhängig von der Energieaufspaltung der TS ist. Die numerische Lösung der Integration über eine Verteilung von TS mit einer energieabhängigen Dichte  $P_0 \propto \ln(E + 1)$  und  $\tau_2^{-1}(E, T)$  (Abb. 4.31(3)) zeigt, dass der absolute Wert des Verlustes kleiner wird und ähnlich wie das Ergebnis von (2) verläuft. Der Realteil hat einen mit steigender Temperatur zunehmenden Anstieg im Vergleich zum Modell der 2NS und das Minimum bei tiefen Temperaturen wird flacher. Für  $h \cdot \tau_2^{-1} > E \approx k_B T$  wird die dielektrische Funktion entsprechend durch die temperatur- und energieabhängige Linienbreite wie in (2) begrenzt.

Für den Vergleich der numerischen Berechnungen mit den experimentellen Daten ist außer der einheitenlosen Skala die Temperaturskala bei einer Anregungsfrequenz  $f = 2$  GHz dargestellt. Im Experiment wurde der Temperaturbereich von 0,08 – 0,8 K für Anregungsfrequenzen von 0,6 – 6 GHz betrachtet. Anhand der Energie- und Temperaturabhängigkeit der kritischen Intensität  $I_c(E, T) \propto (\tau_1 \tau_2)^{-1}$  (Gl. 4.46) wurde experimentell



**Abbildung 4.31:** Numerische Integration der resonanten Wechselwirkungen über eine Verteilung von TS mit den Integrations-Grenzen:  $\Delta_{\min} = 0$ ,  $E_{\min} = 0.1 \cdot k_B T$  und  $E_{\max} = 100 \cdot k_B T$ . (a) Imaginärteil in log-log Auftragung. (b) Die Änderung des Realteils der dielektrischen Suszeptibilität ( $\gamma$ -Offset der Kurven zur übersichtlichen Darstellung). Die analytischen Funktionen des Modells der 2NS (schwarz) sind zum Vergleich mit der numerischen Integration des Modells (schwarz gestrichelt) als Test des numerischen Algorithmus dargestellt. (1) Integration über die Verteilung  $f(E, \Delta)$  der TS laut STM mit einer konstanten Linienbreite  $\tau_2^{-1} = 10^{-2}$ , (2) mit der energie- und temperaturabhängigen Linienbreite  $\tau_2^{-1}(E, T)$ . (3) Integration über eine energieabhängige Dichte der TS  $P_0(E) \propto \log(E + 1)$  mit  $\tau_2^{-1}(E, T)$ . (c) Temperaturabhängigkeit der Linienbreite  $\tau_2$  und der beiden einzelnen Relaxationszeiten  $\tau_1$  und  $\tau_\phi$ , aufgetragen als Relaxationsraten  $\tau^{-1}$  für eine Energieaufspaltung  $E = 1 \cdot k_B T$ .

bestätigt, dass die Linienbreite durch  $\tau_2(E, T)$  (Gl. 4.12) beschrieben werden kann. Das Abschneiden des resonanten Prozesses bei hohen Temperaturen ist in den Experimenten praktisch nicht zu beobachten, da thermisch aktivierte Prozesse die Dynamik der TS dominieren. Im Falle der Resonatoren wird das AI bereits normalleiten bevor dieser Prozess einsetzen kann.

Die Vermutung, dass die Dichte der TS im  $\text{AlO}_x$  der Plattenkondensatoren der gemessenen Probe ResAl08 nicht dem Standard-Tunnelmodell entspricht, kann aber trotz des relativ kleinen Frequenz- und Temperaturfensters der Messung von je einer Dekade bestätigt werden. Die Tatsache, dass bei der Anpassung der effektiven Dichte der TS anhand der gemessenen Frequenzänderung ein Anstieg von  $\delta_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  bis  $3 \cdot 10^{-3}$  von 0,6 – 6 GHz auftritt, folgt daraus, dass nur anhand von wenigen Datenpunkten die Steigung ermittelt werden kann (Kap. 4.4). Laut dem numerischen Modell in (3) wird der Anstieg mit steigender Temperatur, unabhängig von der Frequenz, steiler, weshalb plausibler Weise beim Experiment in Abhängigkeit von der Anzahl der Messpunkte verschiedene Steigungen gefunden werden. Außerdem ist die effektive Dichte  $\delta_0 = 1 \cdot 10^{-3}$  aus der Messung des Verlustes (Kap. 4.3) bei tiefen Temperaturen bzw. kleinen Anregungsleistungen kleiner als die gemessenen Werte anhand der Frequenzänderung passend zum Ergebnis der numerischen Berechnung (3).

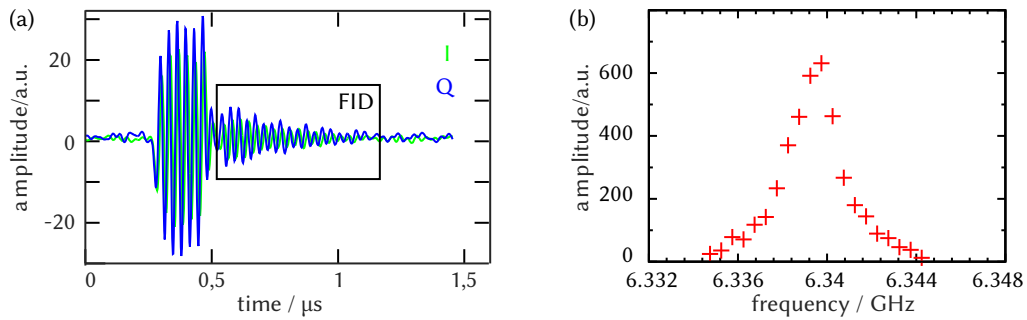
Bei den akustischen Messungen des Realteils durch die Schallgeschwindigkeitsänderung eines metallischen Glases haben wir experimentell gefunden, dass dort die Steigung des logarithmischen Anstiegs der transversalen Schallgeschwindigkeit zwischen  $T = 0,1 \text{ K}$  und  $T = 0,5 \text{ K}$  um ca. 25% variiert [81]. Auch das Minimum bei tiefen Temperaturen ist entsprechend der Berechnung von (3) flacher ausgeprägt.

Abschließend kann man sagen, dass die Zustandsdichte zwar nicht anhand des Standard-Tunnelmodells beschrieben werden kann, aber möglicherweise trotzdem eine universelle Eigenschaft der Gläser ist, da auch bei weiteren Gläsern ein ähnliches Verhalten gefunden wurde.

## 4.6 Vorbereitung von Polarisations-Echo Experimenten

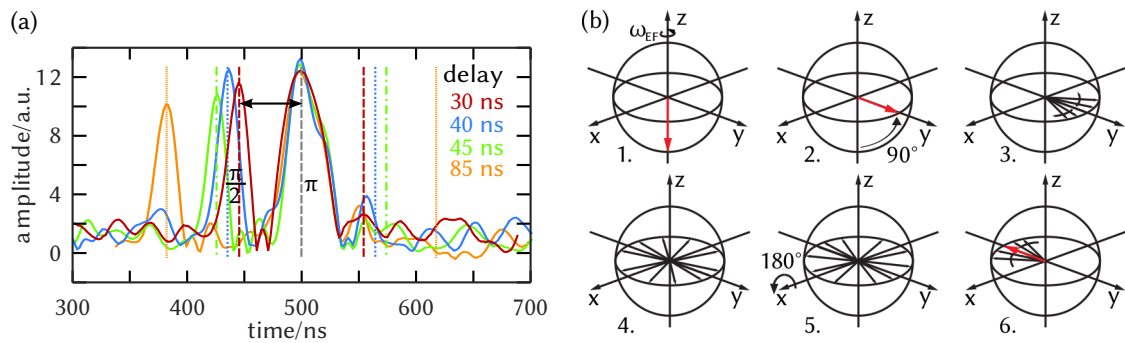
Eine direktere Messung der Relaxationszeiten der TS im  $\text{AlO}_x$  als über die kritische Intensität des Verlustes der Resonatoren (Kap. 4.3.2), kann ähnlich wie bei der gepulsten Kernspinresonanzspektroskopie (NMR-Spektroskopie) erfolgen [44]. Dazu wird der Resonator nicht mit einer kontinuierlichen Anregung durch die Mikrowelle betrieben, sondern gepulst (Anhang, Abb. A.2). Seine Resonanz kann in diesem Fall wie bei der NMR-Spektroskopie aus der Fouriertransformation (FFT) seines „free-induction-decay“ (FID) [90] (Abb. 4.32(a)) bei den gemessenen Frequenzen bestimmt werden (Abb. 4.32(b)).

Eine Messung der transversalen Relaxationszeit, der Dephasierung  $\tau_2$ , erfolgt mittels Zweipuls-Polarisationsechos der Puls-Abfolge eines  $\pi/2$ - und  $\pi$ -Pulses [88, 41, 62]. Die



**Abbildung 4.32:** Gepulste Messung des Resonators: (a) Der Resonator wird mit einem Mikrowellenpuls angeregt um seinen FID zu messen. Hier wurde die heterodyne Messung verwendet (Kap.4.2.3). (b) Die Resonanzkurve des Resonators kann durch eine FFT des FID bei den gemessenen Frequenzen bestimmt werden.

ersten Versuche (Abb. 4.33(a)) der Polarisations-Echos zeigen noch keine Antwort der TS im  $\text{AlO}_x$ , wobei die vertikalen Linien nach dem  $\pi$ -Puls andeuten, wann das Echo der TS erwartet wird. Anschaulich folgt die Antwort der TS in der Darstellung ihrer Pseudospins im mit  $\omega_{\text{EF}}$  rotierenden Bezugssystem (siehe Abb. 4.33(b)). Der  $\pi/2$ -Puls bringt die Polarisation der TS auf den Äquator der Blochkugel, wo sie mit der Rate  $\tau_2^{-1}$  dephasieren und nach einer bestimmten Zeit (delay) mit dem  $\pi$ -Puls refokussiert werden. Ist das „delay“ kleiner als die Relaxationszeit, so folgt ein Echo der TS.

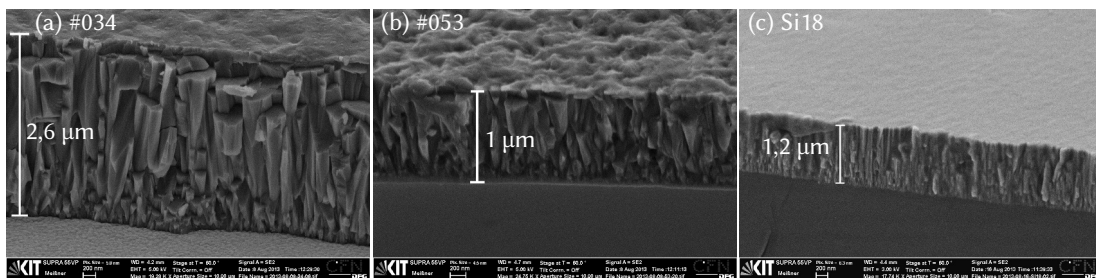


**Abbildung 4.33:** Zwei-Puls-Polarisationsechos (a) Messung des Resonators der Resonanz  $f_{\text{res}} = 6,3 \text{ GHz}$  mit einem  $\pi$ -Puls von 40 ns und zeitlich vorangehenden  $\pi/2$ -Puls bei verschiedenen Zeiten. (b) Beschreibung des Echos als Antwort der Verteilung von TS im  $\text{AlO}_x$ , Skizze nach [88]. **1.** Die TS sind im Grundzustand. **2.** Ende des ersten  $\pi/2$ -Pulses. **3.** FID der TS. **4.** Dephasierung der Pseudospins dargestellt durch die Verteilung in der x-y-Ebene. **5.** der zweite  $\pi$ -Puls bewirkt einen Vorzeichenwechsel der Phasenwinkel. **6.** Die Pseudospins sind refokussiert und erzeugen ein Echo.



## 4.7 Vorbereitung auf resonante Ultraschall-Experimente

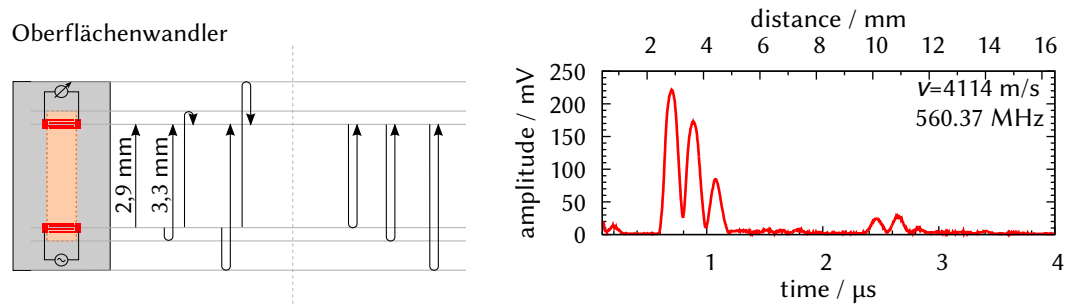
Piezoelektrische ZnO-Schichten sind derzeit in unserer Arbeitsgruppe für Messungen der Schallgeschwindigkeitsänderung oder Ultraschallabsorption in metallischen Gläsern in Verwendung. Sie dienen der Vorbereitung auf Kreuzexperimente mit Ultraschall, sowohl für die Messungen der einzelnen TS im JJ des supraleitenden Qubit, als auch der Verteilung von TS in den supraleitenden Resonatoren. Erste Tests zur Kombination des Ultraschalls mit den Experimenten zeigen, dass einige Vorkehrungen zur Vermeidung des elektrischen Übersprechens zur Anregung des Ultraschalls auf die elektrische Messungen getroffen werden müssen. Volumenwellen-Wandler („bulk acoustic wave transducer“, BAW-Wandler) werden auf die Rückseite der Probe angebracht und sind nur durch einen dünnen Metallfilm auf dem Silizium-Chip von den anderen Mikrowellenleitungen getrennt. Die kurze Ultraschalllaufzeit in der Probe ist außerdem ein Nachteil im Vergleich zu den viel längeren Laufstrecken der Oberflächenwellen („surface acoustic waves“, SAW) auf der Oberseite des Chips. Ein Vorteil der Oberflächenwellen ist somit, dass das Problem des elektrischen Übersprechens für die Kreuzexperimente durch zeitaufgelöste Messungen gelöst werden kann.



**Abbildung 4.34:** ZnO-Bruchkanten im Vergleich von schneller bis zu langsamer Aufwachsrate: (a) 90 W Plasmaleistung mit beheiztem Probenhalter auf 143°C (b) 40 W Plasmaleistung mit beheizter Probenhalter. (c) 40 W Plasmaleistung mit gekühlter Probenhalter auf 16°C.

Die Herstellung der piezoelektrischen ZnO Schichten erfolgt mit einem Niederdruck Argon-Plasma mit einem reaktiven Anteil von 8% Sauerstoff zur Zerstäubung des ZnO-Targets (Anhang A.4). Transparente und hochhohmige Schichten sind ein erstes gutes Zeichen dafür, dass die Schichten tatsächlich piezoelektrisch sind. Aufnahmen der Bruchkanten des ZnO mittels Rasterelektronenmikroskopie (SEM) zeigen detaillierter, dass eine langsame Aufwachsrate bei geringer Plasma-Leistung und einem gekühlten Probenhalter von Vorteil sind (Abb. 4.34). Die Facetten der ZnO-Säulen sollen möglichst parallel und gerade sein.





**Abbildung 4.35:** Oberflächenwellen Ultraschallwandler und deren Ultraschall-Echo-Folge bei einer ausgewählten Frequenz. Links ist die Skizze der Ultraschalllaufstrecken der gemessenen Ultraschall-Echos (Rechts) über der Laufzeit und Laufstrecke. Die Grundmode des Wandler liegt bei ca.160 MHz.

Eine interdigitale Teststruktur zur Erzeugung von SAW (Abb. 4.35) zeigt anhand der Ultraschall Puls-Reflektions-Messung, dass die vorbereiteten SAW-Ultraschallwandler ebenso wie die BAW-Wandler einsatzbereit sind. Ultraschall Absorptionsmessungen und die Änderung der Schallgeschwindigkeit von metallischen Gläsern werden bereits mit den hergestellten BAW Wandlern durchgeführt. Weitere Details zu den Vorbereitungen der Ultraschall-Messungen sind im Anhang A.4 zu finden.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden zwei experimentelle Techniken zum Studium der Dynamik atomarer Tunnelsysteme in ungeordneten  $\text{AlO}_x$ -Schichten angewandt. Einzelne Tunnelsysteme konnten dabei im etwa 2 nm dünnen  $\text{AlO}_x$  des Josephson-Kontaktes eines supraleitenden Qubits charakterisiert werden. Die Zustandsdichte der Tunnelsysteme wurde im 26 nm dünnen  $\text{AlO}_x$  der Plattenkondensatoren, integriert in supraleitende planare Hochfrequenz-Resonatoren, studiert.

Die Beschreibung einzelner mikroskopischer Tunnelsysteme anhand des Standard-Tunnelmodells erfolgt zunächst analog zum Modell der Zweiniveau-Systeme, wie makroskopische Qubits oder Spins im Magnetfeld. Tunnelsysteme können dabei sowohl an elektrische, als auch an mechanische Felder koppeln und ihre Relaxationsprozesse können dabei durch die Wechselwirkung mit Phononen, den TS untereinander und überraschenderweise auch durch Quasiteilchen des Al bestimmt werden.

Die Dynamik inkohärenter Fluktuatoren, die auf Zeitskalen von Stunden bis Millisekunden zwischen ihren beiden lokalisierten Zuständen wechseln, wurden mit einem gekoppelten Detektorsystem aus einem supraleitenden Qubit und einem kohärenten TS genauer betrachtet. Der Fluktuator beeinflusst das kohärente Tunnelsystem durch eine lokale mechanische Deformation, sodass die Resonanz des Tunnelsystems entsprechend des lokalisierten Zustandes des Fluktuatoren zwischen zwei diskreten Resonanzen wechseln kann. Aus dem Telegrafengeräusch der Resonanz des kohärenten Tunnelsystems, in Abhängigkeit der Zeit, kann die Energieaufspaltung des Fluktuatoren über das Verhältnis der beiden mittleren Aufenthaltszeiten in den lokalisierten Zuständen bestimmt werden. Sehr schnelle Fluktuationsraten, bei denen mit dem Messprotokoll des Qubits beide Resonanzen des Tunnelsystems „parallel“ gemessen werden, können anhand einer speziellen statistischen Analyse der Abfolge der einzelnen Messungen des Qubit-Zustandes bestimmt werden.

Die Zustandsdichte von TS in  $\text{AlO}_x$  wurde durch supraleitende planare Hochfrequenz-Resonatoren mit Resonanzen von 0,6 – 6 GHz untersucht. Eine Diskussion der komplexen dielektrischen Suszeptibilität erfolgte dabei zunächst analog zum Modell der Zweiniveau-Systeme. Der Verlust der Resonatoren, welcher durch den Imaginärteil der Suszeptibilität beschrieben wird, ist durch die große Feldstärke im Dielektrikum der Plattenkondensatoren durch das  $\text{AlO}_x$  dominiert. Trotz der homogenen Feldverteilung im  $\text{AlO}_x$  erscheint die Leistungsabhängigkeit der resonanten Absorption stärker als das Modell vorschlägt. Berücksichtigt man die nichtlineare Absorption der Tunnelsysteme, wird klar, dass die Auswertung der Resonanzkurven anhand idealer Lorentzkurven nicht korrekt ist. Bei jeder Frequenz der Resonanzkurve wird die Besetzungszahldiffe-

renz der Tunnelsysteme mit der Leistung, die dort auf den Resonator übertragen wird, reduziert. Trägt man nur die Änderung der Amplitude genau bei der Resonanzfrequenz über der Anregungsleistung auf, folgt die erwartete Leistungsabhängigkeit des Modells der Zweiniveau-Systeme.

Die Temperaturabhängigkeit der kritischen Intensität der resonanten Absorption ist außerdem ein Zugang zu den Relaxationsprozessen der Tunnelsysteme, da sie proportional zur Relaxationsrate und der Linienbreite der TS ist. Bei tiefen Temperaturen dominiert die Ein-Phonon-Relaxation. Die Linienbreite wird wiederum durch zwei Prozesse beeinflusst: Zum einen wird sie von der Ein-Phonon-Relaxation begrenzt und zum anderen mit steigender Temperatur durch eine temperaturabhängige, reine Dephasierung aufgrund der spektralen Diffusion dominiert. Direkte Messungen der Temperaturabhängigkeit der Relaxationsraten einzelner TS mit dem Phasen-Qubit von J. Lisenfeld haben dies ebenfalls bestätigt.

Eine breitbandige Bestimmung der effektiven Dichte der TS erfolgt durch die Messung der temperaturabhängigen Frequenzverschiebung der Resonatoren, die durch den Realteil der Suszeptibilität beschrieben wird. Die daraus bestimmte effektive Zustandsdichte der TS wirft noch Fragen auf, da sie für die Messfrequenzen von 0,6 – 6 GHz von  $2 \cdot 10^{-3}$  bis  $3 \cdot 10^{-3}$  ansteigt und nicht konstant ist, wie das Modell vorschlägt. Außerdem ist sie 2 – 3 mal größer als die effektive Dichte ermittelt aus der resonanten Absorption. Letzteres wurde bereits bei Messungen dielektrischer Gläser beobachtet.

Numerische Berechnungen der dielektrischen Antwort erlauben den Vergleich des Modells der Zweiniveau-Systeme mit der Verteilungsfunktion des Standard-Tunnelmodells. Für die betrachteten resonanten Wechselwirkungen mit den Tunnelsystemen sind beide Modelle nahezu deckungsgleich. Dies bestätigt, dass symmetrische Tunnelsysteme diesen Prozess dominieren. Berücksichtigt man außerdem die gemessene Temperaturabhängigkeit der Linienbreite, ergibt diese eine Begrenzung der resonanten Wechselwirkungen bei hohen Temperaturen. Eine weitere Variation des Modells wurde mit einer modifizierten energieabhängigen Dichte der TS, als Ansatz zur Beschreibung der experimentell bestimmten Variation der effektiven Dichte der TS gezeigt.

Abschließend wird deutlich, dass die ungeordneten  $\text{AlO}_x$ -Schichten ebenso wie makroskopische Gläser Defekte enthalten, deren Dichte im Josephson-Kontakt etwa  $1,6 \cdot 10^{17}$  pro  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$  beträgt, welche etwas kleiner als in den Plattenkondensatoren mit  $8 \cdot 10^{17}$  TS pro  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$  ist. Unklar ist bisher immer noch der Entstehungsprozess der Tunnelsysteme, wo sie sich tatsächlich befinden, und ob man die Stärke der Wechselwirkungen von Tunnelsystemen mit ihrer Umgebung durch verschiedene Herstellungsprozesse einstellen kann. In diesem Zusammenhang gibt es bereits Messungen, bei denen sowohl Struktur und Stöchiometrie mittels Transmissionselektronenmikroskopie, als auch dielektrische Messungen der  $\text{AlO}_x$ -Schichten durchgeführt werden.

Ein Ansatz zur gezielten Manipulation der bereits betrachteten Tunnelsysteme sind Kreuzexperimente mit hochfrequentem Ultraschall, sowohl bei der Detektion einzelner Tunnelsysteme mit dem Qubit, als auch bei der Messung der Zustandsdichte von Tunnelsystemen mit den Resonatoren.

## 6 Conclusions and Outlook

In this work, two different projects are presented to study the dynamics of atomic tunneling systems in disordered thin-film  $\text{AlO}_x$ . Single atomic tunneling systems in 2 nm thin-film  $\text{AlO}_x$  layers of Josephson contacts in phase qubits are studied. Probing the density of tunneling systems in 26 nm thick dielectric  $\text{AlO}_x$  is realized by the integration of plate capacitors into high frequency superconducting resonators. The description of individual microscopic tunneling systems based on the standard tunneling model is initially analogous to the model of the two-level systems, such as macroscopic qubits or spins in the magnetic field. Their relaxation processes are considered by the interaction with phonons, tunneling systems and quasiparticles from the Al electrodes.

Incoherent fluctuators toggling on time scales from hours to milliseconds between their two localized states are detected by a coupled system consisting of a phase qubit and a coherent tunneling system. The fluctuator influences the coherent tunneling system by a local mechanical deformation toggling the resonance of the tunneling system between two discrete resonances corresponding to the localized state of the fluctuator. From the telegraph noise of the resonance of the coherent tunneling system as a function of time, the energy splitting of the fluctuator can be determined by the ratio of the two mean periods of residence in the localized states. Very fast fluctuation rates where both resonances of the tunneling system are measured "parallel" on the time scale of the measurement protocol of the qubit, are determined by means of a special statistical analysis of the sequence of the individual measurements of the qubit state.

The density of tunneling systems in thin-film  $\text{AlO}_x$  has been investigated by superconducting planar high frequency resonators with resonances of 0,6 – 6 GHz, where the complex dielectric susceptibility is initially considered analogous to the model of two-level systems. The loss of the resonators, which is described by the imaginary part of the susceptibility, is predominantly dominated by the  $\text{AlO}_x$  due to the large field inside the dielectric of the plate capacitors. The power dependency of the resonant absorption appears to be stronger than the model predicts despite the homogeneous field distribution in  $\text{AlO}_x$ . If the non-linear absorption of the tunneling systems is taken into account, it is evident, that the evaluation of the resonance curves on the basis of ideal lorentzian shaped curves is not correct. The amplitude exactly at resonance versus the excitation power in contrast exactly follows the expected dependency.

The temperature dependence of the critical intensity of the resonant absorption also allows access to the relaxation processes of the tunneling systems, since it is proportional to the relaxation rate, and the dephasing rate. At low temperatures, the one-phonon relaxation dominates. The line width of the tunneling systems is limited by the energy

relaxation due to the one-phonon processes, and has a temperature-dependent pure dephasing, as also confirmed by J. Lisenfeld with the temperature dependence of the relaxation rates of individual tunneling systems, measured by the phase qubit.

A broadband determination of the effective density of the tunneling systems is made by measuring the temperature-dependent frequency shift of the resonators, which is described by the real part of the dielectric function. This effective density of tunneling systems still raises questions, since it increases in the range of 0,6 – 6 GHz from  $2 \cdot 10^{-3}$  to  $3 \cdot 10^{-3}$ , and is not constant, as suggested by the model. Furthermore, it is 2-3 times larger than the effective density from the resonant absorption, which has already been observed in measurements of dielectric glasses.

Numerical calculations of the dielectric response allow the comparison of the model of the two-level systems with the distribution of tunneling systems according to the standard-tunneling-model. For the resonant interactions with the tunneling systems considered, both models are almost identical, confirming that this process is dominated by symmetrical tunneling systems. Taking into account the measured temperature dependence of the line width, this results in a high temperature cutoff of the resonant process. An additional modification of the model in this context was introduced by an energy-dependent density of the tunneling systems, motivated by the experimental fact of an increasing effective density of TS with increasing frequency of measurement.

Finally, it becomes evident that the thin-film disordered  $\text{AlO}_x$  as well as macroscopic glasses, both contain defects, that can be identified using the tunneling model. The density of these defects inside the Josephson junction is of the order of  $1,6 \cdot 10^{17}$  per  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$ , which is less than the amount of  $8 \cdot 10^{17}$  TS per  $\text{K} \cdot \text{cm}^3$  inside the plate capacitors. It is still in progress, how the tunneling systems are formed, where they are located, and whether the interactions of tunneling systems with each other, with phonons and with electrons can be adjusted by different fabrication processes. In this context, there exists already a project, in which both the structure and stoichiometry will be examined by means of transmission electron microscopy as well as dielectric measurements of thin-film  $\text{AlO}_x$  will be performed.

One approach for the targeted manipulation of the tunneling systems, already considered, are cross-experiments with high-frequency ultrasound, both in the detection of individual tunnel systems with the Qubit as well as in the measurement of the distribution of tunneling systems with the resonators.

# A Experimentelles und Software

## A.1 Probenherstellung

Es wurden insgesamt drei verschiedene Herstellungsverfahren der dielektrischen  $\text{AlO}_x$ -Schichten betrachtet, das reaktive Sputtern, die Oxidation in  $\text{O}_2$ -Atmosphäre und die Oxidation in  $\text{O}_2$ -Atmosphäre mit zusätzlicher Bestrahlung durch UV-Licht. In der Arbeit selbst wurden die reaktiv gesputterten  $\text{AlO}_x$ -Schichten der Probe ResAl08 sehr detailliert ausgewertet, da bei den anderen Proben bisher entweder die Restleitfähigkeit des  $\text{AlO}_x$  zu hoch war und somit der Verlust von diesem Effekt dominiert wird, bzw. keine Messzeit in den Kryostaten mit der entsprechenden HF-Messtechnik zur Verfügung stand. Die Liste der hergestellten Proben in der folgenden Tabelle dient der Zuordnung der Chip-Bezeichnungen und den Herstellungsparametern. In Abbildung A.6 und A.7 sind auch Messergebnisse der verschiedenen  $\text{AlO}_x$ -Schichten gezeigt.

Chip	Al (Anlage)	$\text{AlO}_x$ (Anlage)	$d_{\text{AlO}_x}$ , $\text{AlO}_x$ Eigenschaft
ResAl06	Sputtern (PLASMA1)	Sputtern (PLASMA1)	26 nm, leitfähig
ResAl08	Sputtern (PLASMA1)	Sputtern (PLASMA1)	26 nm, dielektrisch
ResAl12	Thermisch (PLASSYS)	$\text{O}_2$ -Oxidiert (PLASSYS)	26 nm, leitfähig
ResAl15	Thermisch (PLASSYS)	Sputtern (SAPHIR)	60 nm, leitf./diel.
ResAl <sub>A</sub>	Thermisch (PLASSYS)	UV-Oxidiert (PLASSYS)	26 nm, dielektrisch

**Herstellungsparameter:** Im Folgenden wird die physikalische Gasphasenabscheidung der Al und  $\text{AlO}_x$ -Schichten in den verwendeten Vakuumanlagen vorgestellt. Der Enddruck der Anlagen ist zwischen  $8-30 \cdot 10^{-8}$  mbar, bei den Prozessen ist der Aufampfdruck (ggf. mit Gasfluss) angegeben. Das Gemischte Gas ( $\text{Ar}/\text{O}_2$ ) für die reaktiven Sputterprozesse ist im Verhältnis 9:1. Vor dem Schichtwachstum wurde das Substrat aus Silizium mit N-Methylaminobuttersäure (NMP), Isopropanol und Wasser gereinigt und bei  $120^\circ$  getrocknet.

**PLASMA1:** Sputterdeposition von Al und AlO<sub>x</sub>. Vor der Deposition des Al wird die Oberfläche mit einem Ar-Plasma gereinigt. Ein Nachteil in dieser Anlage war, dass sowohl Schichten mit Al, AlO<sub>x</sub> und Niob hergestellt wurden. Dies war vermutlich die Ursache dafür, dass zwei identisch hergestellte Proben, ResAl06 und ResAl08, unterschiedliche Eigenschaften der AlO<sub>x</sub>-Schichten aufwiesen.

Zeit in min / Leistung in W / Gasfluss in sccm / Aufdampfdruck in mbar			Rate nm/s
PLASMA1	<b>Ar-Plasma</b>	<b>Vor-Sputter</b>	<b>Rate</b>
Al (L1)	2/20/19/3 – 4 · 10 <sup>-2</sup>	2/300/19(Ar)/1,3 · 10 <sup>-3</sup>	0,63
AlO <sub>x</sub> (L2)	16/100/17/2,5 – 4 · 10 <sup>-2</sup>	5/299/33,5(Ar)10(Ar/O <sub>2</sub> )/4 · 10 <sup>-2</sup>	0,43
Al (L2)		2/300/19(Ar)/1,3 · 10 <sup>-3</sup>	0,52
Al (L3)	16/100/17/2,5 – 4 · 10 <sup>-2</sup>	5/300/19(Ar)/1,3 · 10 <sup>-3</sup>	0,52

**SAPHIR:** Sputterdeposition von Al und AlO<sub>x</sub>. In dieser Anlage werden nur Al und AlO<sub>x</sub>-Schichten hergestellt, aber es gab keine Reinigung mittels Ar-Plasma.

Zeit in min / Leistung in W / Gasfluss in sccm / Aufdampfdruck in mbar			Rate nm/s
SAPHIR	<b>Vor-Sputter</b>		<b>Rate</b>
AlO <sub>x</sub> (L2)	2/100/42,5(Ar)10(Ar/O <sub>2</sub> )/8,6 · 10 <sup>-3</sup>		0,14
Al (L2)	2/100/42,5(Ar)/8,6 · 10 <sup>-3</sup>		0,08

**PLASSYS:** Thermisches Verdampfen von Al mittels Elektronenstrahl. Dabei wird die AlO<sub>x</sub>-Schicht aus einer 5-fachen Oxidierung je einer 1 nm dicken Al-Schicht, entsprechend der aktuelleren Herstellungsverfahren von Josephson Kontakten, hergestellt. Für JJs ist nur ein Schritt der Oxidation nötig, da ein Tunnelstrom durch die sehr dünne Barriere erwünscht ist. Die Oxidation der aufgedampften Al Schichten kann zum einen durch eine reine Sauerstoffatmosphäre in der Anlage oder mit zusätzlicher Bestrahlung durch UV-Licht realisiert werden. Das aufeinander folgende Verdampfen von 1 nm Al und der anschließenden Oxidation ist nötig, da bei beiden Oxidationsverfahren nur eine endliche Zahl von Atomlagen des Al „durchoxidiert“ werden. Für die dielektrischen Messungen müssen dickere Schichten als 1 – 2 nm hergestellt werden, da die Verluste im Dielektrikum sonst von der Leitfähigkeit dominiert werden.

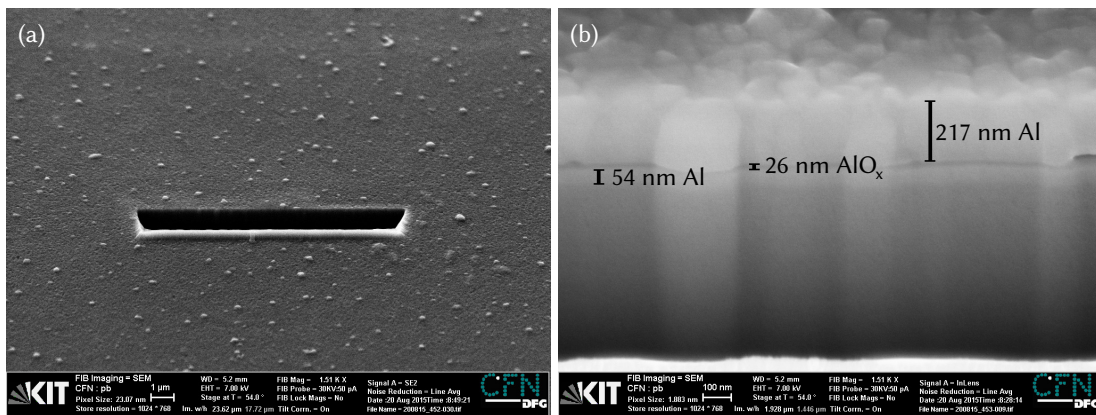
Zeit in min / Leistung in W / Gasfluss in sccm / Aufdampfdruck in mbar			Rate nm/s
PLASSYS	<b>Ar-Plasma</b>	<b>Elektronenstrahl-Verdampfen</b>	<b>Rate</b>
Al (L1)	10,5/6/4/1,1 · 10 <sup>-6</sup>	2,8 · 10 <sup>-8</sup> mbar	0,2
1 nm Al (L2)	10,5/6/4/1,1 · 10 <sup>-6</sup>	2,8 · 10 <sup>-8</sup> mbar	0,2
AlO <sub>x</sub> (L2)		13 min bei 0,0147 mbar O <sub>2</sub> (+UV-Licht)	
Al (L3)	10,5/6/4/1,1 · 10 <sup>-6</sup>	42 min bei 2,8 · 10 <sup>-8</sup> mbar	0,2



**Lithografie:** Die optische Litografie erfolgt mit einer Optischen Maske durch die der Fotolack AZ5214E, der sowohl positiv als auch invertiert (Backen und Flutbelichten) mit dem Entwickler MIF 726 verwendet wird, belichtet wird. Der Lack wird für die jeweilige Lage (L1,L2,L3,ZnO) mit 8,3 Hz für 5 s und bei voller Rotation mit 100 Hz für 60 s aufgeschleudert. Die Beschleunigung beträgt dabei 125<sup>Hz/s</sup>. Für ZnO-Schicht beträgt die volle Rotation nur 75 Hz. Das Al der ersten Lage (L1) wird durch physikalisches und chemisches Plasmaätzen („Inductively Coupled Plasma“, ICP) strukturiert. Das Ätzen erfolgt Schrittweise (15 + 15 + 10 + 5 s) mit einer Plasmaleistung 100 W und einer ICP Leistung 100 W mit 2 sccm Cl<sub>2</sub> und 20 sccm Ar Gasgemisch. Die weiteren Lagen (L2,L3,ZnO) werden durch Abheben des Lackes in Aceton für 20 min im Ultraschallbad strukturiert.

Schicht	Intensität	Zeit	Backen/Flutbelichtung	Entwickeln
(L1)	5 mW/cm <sup>2</sup>	5 s		50 s
(L2,L3,ZnO)	5 mW/cm <sup>2</sup>	3,5 s	50 s bei 120°C/50 s	50 s

**Schichtdicke:** die Dicke der hergestellten AlO<sub>x</sub>-Schichten in der Anlage PLASMA1 wurde grob kalibriert durch die Messung einer Schichtdicke der Probe ResAl06 und ResAl08 (Abb.A.1). In den anderen Anlagen wurde ein bereits kalibrierter Schwingquartz zur Bestimmung der Schichtdicke verwendet.

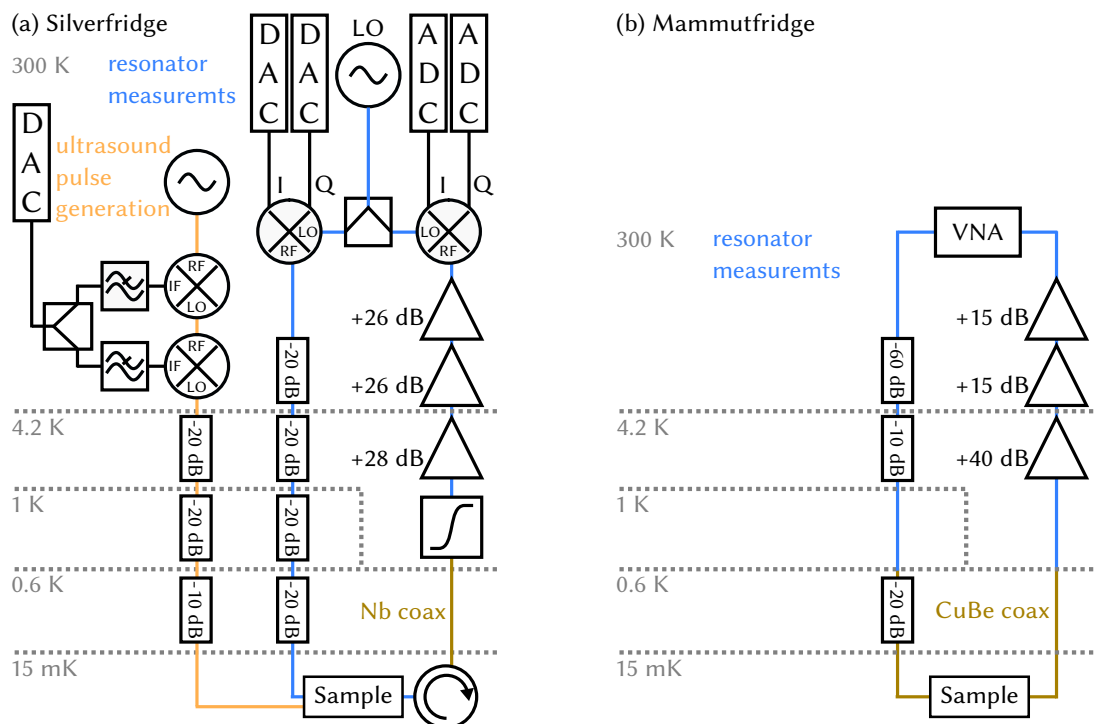


**Abbildung A.1:** Bestimmung der Schichtdicke AlO<sub>x</sub> der Probe (ResAl08) durch einen (a) Schnitt mit „Focused Ion Beam“ (FIB) und (b) Rasterelektronenmikroskopie (SEM) der Schnittkante. (Messung: Patrice Brenner, „Nanostructure Service Laboratory“ (NSL) des „Center for Functional Nanostructures“ (CFN) des KIT)

## A.2 Hochfrequenz-Messtechnik

**Tabelle A.1:** Liste der HF-Bauteile und Messgeräte der verschiedenen experimentellen Messaufbauten: (s) SILVERFRIDGE (mi) MINIFRIDGE (ma) MAMMUTFRIDGE.

	Hersteller	Typ	Eigenschaft
VNA <sup>(mi,ma)</sup>	Agilent	E5071B	300 kHz – 8,5 GHz
VNA <sup>(s,mi)</sup>	Agilent	E5071C	300 kHz – 8,5 GHz
HF-Generator <sup>(mi)</sup>	R&S	SMG845.4002.52	0,3 – 2 GHz
Dämpfungsglieder <sup>(s,mi,ma)</sup>	Radiall	R411.803.119	3/10/20 dB
HEMT <sup>(s)</sup>	Ukrainian	LNA060707	+28 dB Verstärkung
HEMT <sup>(mi,ma)</sup>	LowNoiseFactory	LNF-LNC1_12A	+40 dB Verstärkung
Isolator <sup>(s)</sup>	Pasternack	PE8301	
High Pass <sup>(s)</sup>	Mini-Circuits	VHF-3100+	
DC-Block <sup>(s)</sup>	Mini-Circuits	BLK-18+	
Verstärker <sup>(s)</sup>	Mni-Circuits	ZVA213	+26 dB Verstärkung
Verstärker <sup>(mi,ma)</sup>	Mini-Circuits	ZJL-6G+	+15 dB Verstärkung
IQ-Mischer <sup>(mi)</sup>	Miteq	IR0502LC1Q-R	0,5 – 2 GHz
Oszilloskop <sup>(mi)</sup>	Tektronix	TDS2024c	200 MHz



**Abbildung A.2:** (a) „TIME-Domain“ Experimenteller Aufbau zur zeitaufgelösten Messung der „Kerb-Resonatoren“ im Kryostaten SILVERFRIDGE. (b) HF-Kabel im MAMMUTFRIDGE.



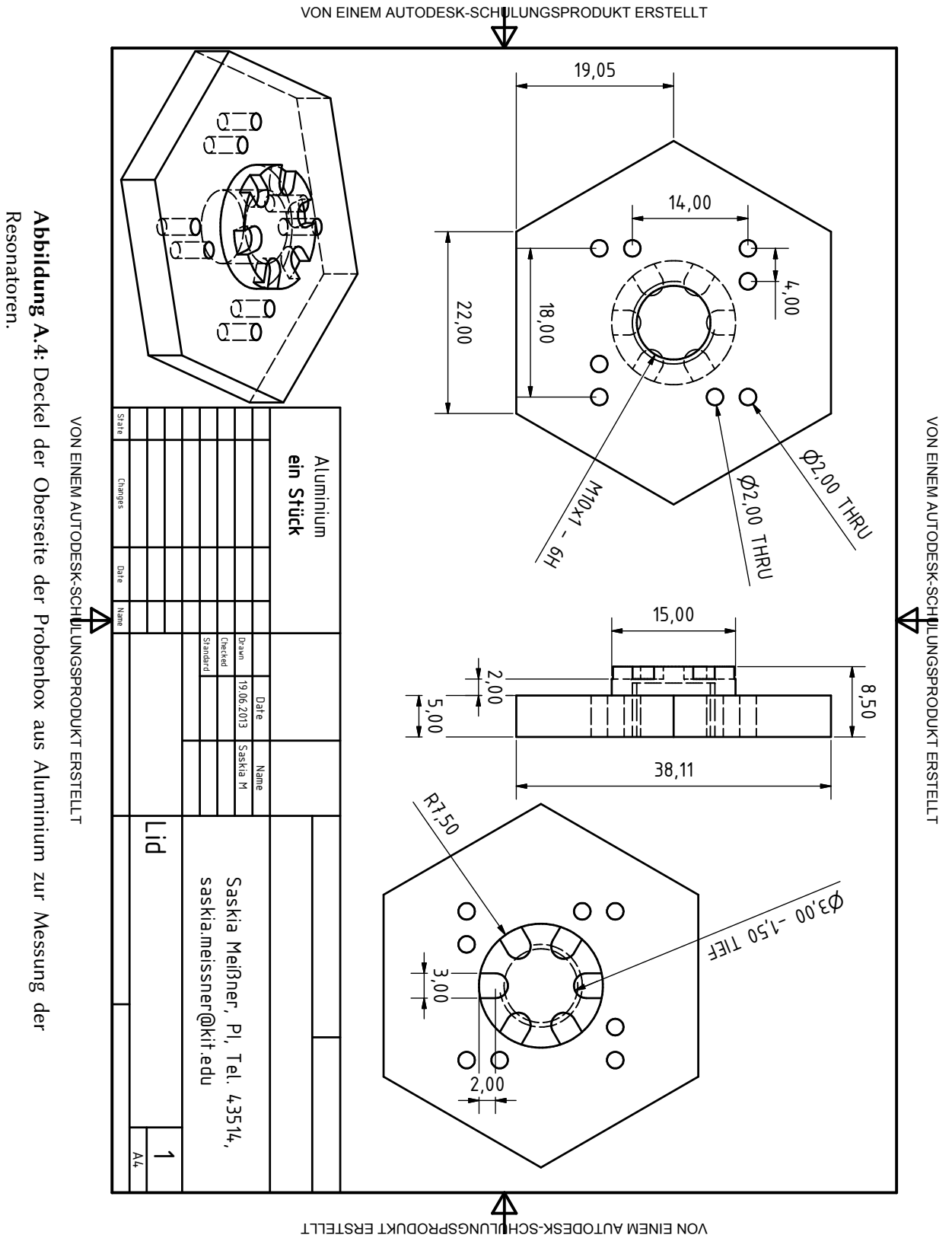


Abbildung A.4: Deckel der Oberseite der Probenbox aus Aluminium zur Messung der Resonatoren.

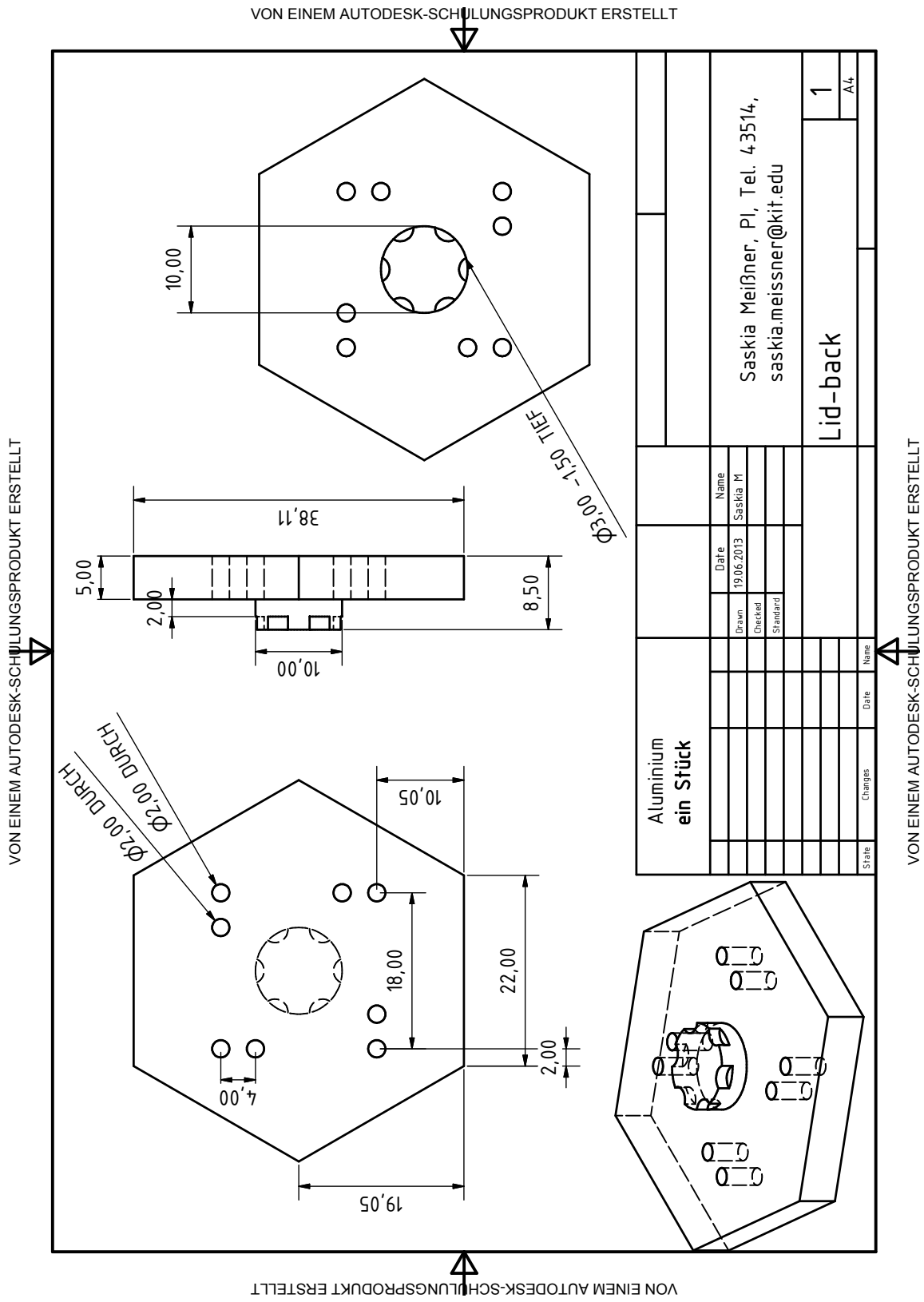
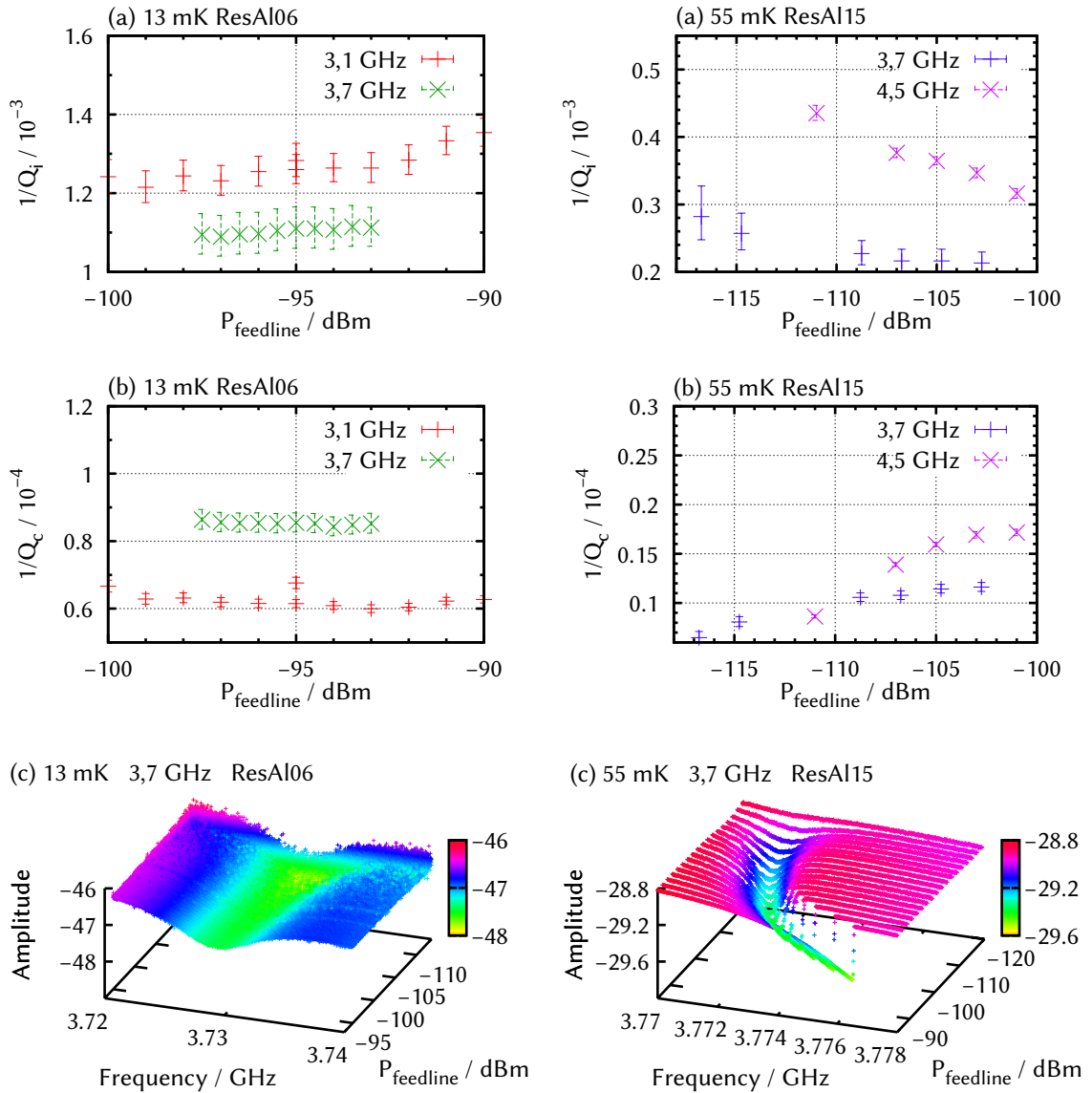
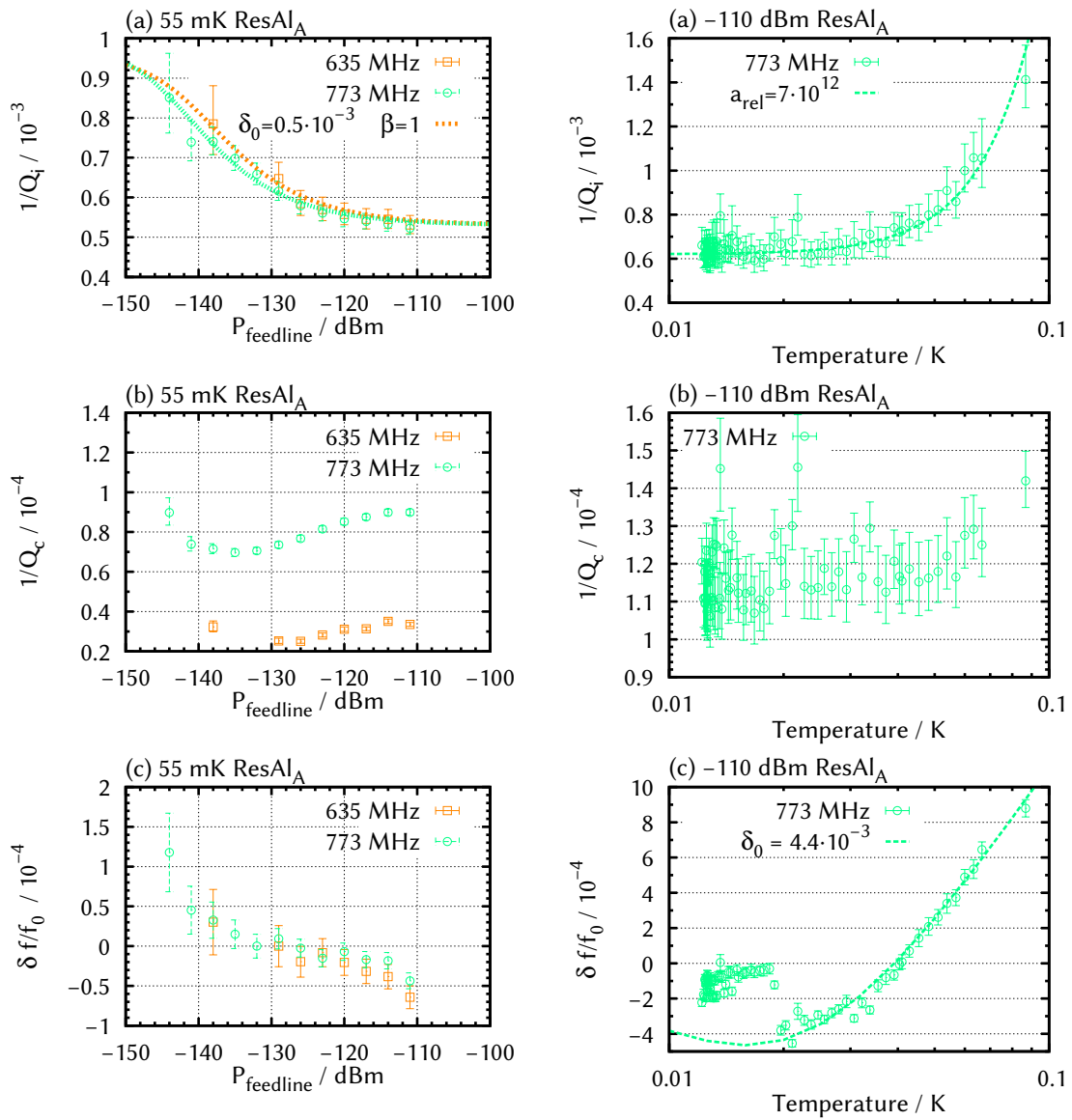


Abbildung A.5: Deckel der Rückseite der Probenbox aus Aluminium zur Messung der Resonatoren.

### A.3 Weitere Messungen verschiedener Resonatoren



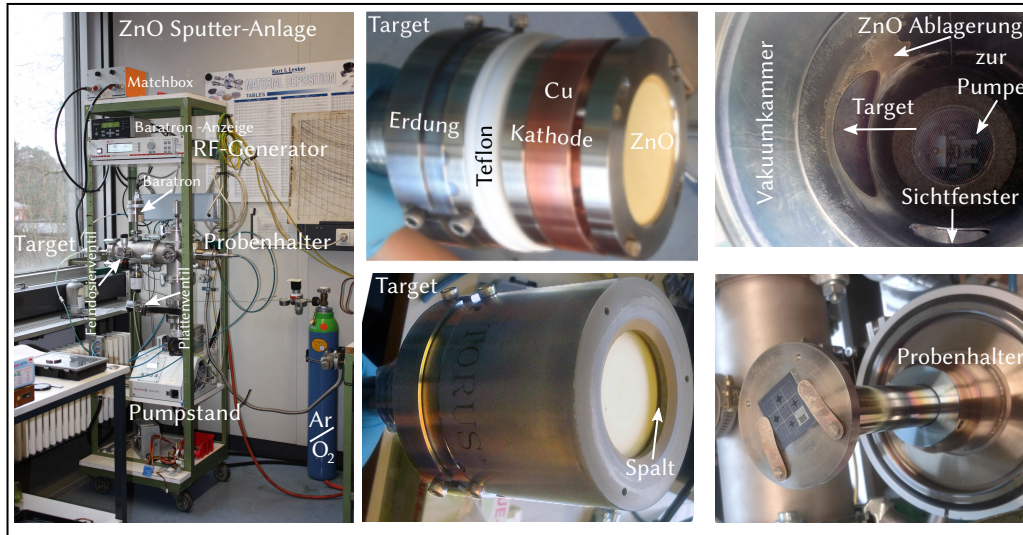
**Abbildung A.6:** Leistungsabhängige Messungen zweier unterschiedlich hergestellter Resonatoren. Links: Messung zweier Resonatoren der Probe (ResAl06) bei 13 mK im Kryostaten SILVERFRIDGE. Der Verlust ist so groß, wie er bei der Probe (ResAl08) erst bei kleinen Anregungen auftritt. Rechts: Messung zweier Resonatoren der Probe (ResAl15) bei 55 mK im Kryostaten MINIFRIDGE. Das  $\text{AlO}_x$  dieser Probe, mit einer Schichtdicke von etwa 60 nm, hat noch eine Restleitfähigkeit. Diese ist eine mögliche Erklärung für die Zunahme der Asymmetrie der Resonanzkurve mit zunehmender Anregungsleistung.



**Abbildung A.7:** Leistungs- und Temperaturabhängige Messung der Probe (ResAl<sub>A</sub>) im Kryostaten MAMMUTFRIDGE.

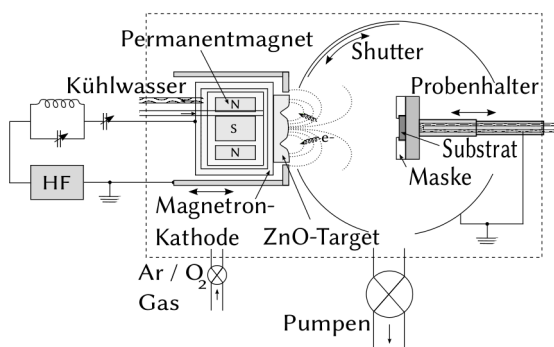


## A.4 Ultraschall und piezoelektrisches ZnO



**Abbildung A.8:** Aufbau der Magnetron-Sputteranlage zur Zerstäubung von ZnO.

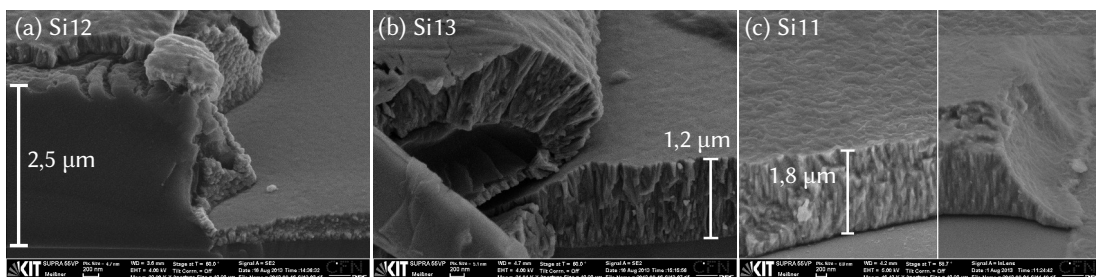
**Abbildung A.9:** Prinzipskizze der Magnetron-Sputter-Anlage: ZnO Target mit einem Durchmesser von 50,8mm und variabler Probe-Targetabstand von 2 – 5 cm, optimale Plasmaleistung bei 40 W, Enddruck der Vakuunkammer von  $6 \cdot 10^{-7}$  mbar, der Arbeitsdruck mit einem Gasfluss von 5/48 (in Einheiten des Feindosiventils) des Ar/O<sub>2</sub>-Gemisches (80%/20%) beträgt  $4 \cdot 10^{-3}$  mbar (Baratron). Der Probenhalter ist kontrolliert beheizbar auf 20–143 °C oder kühlbar auf 16 °C während des Prozesses. Der Edelstahlring mit drei Öffnungen hat einen Durchmesser von 10 cm. Die ZnO Depositionsrate liegt bei  $0,37 \mu\text{m/h}$ .



Zinkoxid (ZnO) bildet unter bestimmten Bedingungen eine doppelt hexagonale Struktur, speziell die piezoelektrische Wurzit Struktur aus [104, 42]. Durch die mechanische Deformation einer polykristallinen ZnO-Schicht, deren c-Achse bevorzugt senkrecht zur Substratoberfläche ausgerichtet ist, entsteht durch den Piezoeffekt eine makroskopische elektrische Polarisierung, das heißt eine Potentialdifferenz zwischen den Oberflächen. Eine wichtige Eigenschaft des Piezoeffektes ist, dass er auch invers durch Anlegen eines Potentials wiederum zur mechanischen Verformung des ZnO führt und die Ultraschallwandler gleichermaßen als Empfänger und Erzeuger verwendet werden können. Zur Erzeugung von Ultraschallwellen sind auch piezoelektrische Quarz-Kristalle

im Frequenzbereich von 10 – 200 MHz [46] kommerziell verfügbar. Die dünnen ZnO-Filme ermöglichen jedoch höhere Frequenzen bis zu  $\sim 4$  GHz [109] um Ultraschall in nicht piezoelektrische Substrate einzukoppeln. Volumenwellen werden durch eine ZnO Schicht als Plattenkondensator und Oberflächenwellen mit interdigitalen Fingerkapazitäten und einem piezoelektrischen ZnO-Film darauf realisiert [6, 24, 105].

Der Aufbau zur Abscheidung der ZnO-Schichten (Abb. A.8, A.9) ist recht kompakt: Er besteht aus einer Magnetron-Kathode mit ZnO-Target gegenüber des Probenhalters in einer evakuierten Kammer. Der Abstand zwischen Probenhalter und Magnetron-Kathode ist variabel einstellbar von 2 bis 5 cm durch den verstellbaren Probenhalter oder durch die Position der Magnetron-Kathode. In Abhängigkeit von der geometrischen Anordnung in der Anlage ändern sich auch die Eigenschaften des Plasma. Der Metallring mit Löchern, die jeweils mit dem Shutter verdeckt werden können, wirkt sich als Streulinse auf die Ionen im Plasma aus. Es ist also optimal, die Magnetron-Kathode so dicht wie möglich an diese Öffnung heran zu schieben. Der Rezipient erreicht einen Enddruck von  $\sim 6 \cdot 10^{-7}$  mbar. Über ein Feindosierventil wird das Gasgemisch zugeführt und auf einen konkreten Gasfluss<sup>1</sup> eingestellt. Der Pumpquerschnitt wird mit dem Plattenventil zur Turbomolekularpumpe so reduziert, dass mit Hilfe einer Feinddruckmessröhre ein Kammerdruck von  $4 \cdot 10^{-3}$  mbar herrscht. Beim Zünden des Plasma verdeckt der Shutter das ZnO-Target und wird erst nach 5-10 min geöffnet, um für das Schichtwachstum auf dem Substrat von Anfang an möglichst konstante Aufwuchsbedingungen zu erhalten. Eine Strukturierung der Filme ist mittels optischer Lithografie und dem „lift-off“-Prozess möglich (Abb. A.10).



**Abbildung A.10:** ZnO-Bruchkanten strukturierter ZnO Filme mit der „lift-off“-Technik. (a) Die Fotolackdicke beträgt  $2,5 \mu\text{m}$ , sodass auch ZnO-Filme im Bereich von  $1 - 2 \mu\text{m}$  ohne Probleme hergestellt werden können. (b) Hier ist deutlich zu sehen, dass die Ausrichtung der säulenartigen Wurzitstruktur des ZnO stark von der Oberflächenbeschaffenheit abhängig ist. Die Stufe des Fotolacks ist ein extremes Beispiel, da z.B. die Oberflächenrauheit der verschiedenen Substraten wesentlich geringer ist. (c) Abgehobene ZnO-Schicht.

Proben für Volumenwellen müssen zur Vermeidung von Ultraschall-Streuung zwei planparallele Oberflächen besitzen. Der Durchmesser  $d$  der aktiven Fläche  $A$  des Wandlers sollte viel größer als die Wellenlänge  $\lambda = (v_s/f)$  im Material sein zur Vermeidung

<sup>1</sup>Gasfluss in Einheiten des Feindosierventils.

von Beugungs-Effekten des Schalls. Das piezoelektrische ZnO wird für Volumenwellen als Platten-Kondensator (BAW-Wandler) oder der mit ZnO bedeckten interdigitalen Struktur für SAW-Wandler kontaktiert. Die elektrische Impedanz der Wandler ist durch

$$Z_{\text{el}}(f) = \frac{\hat{U}}{I} = \frac{1}{i2\pi f C_0} \quad (\text{A.1})$$

gegeben. Die akustische Impedanz  $Z = \rho v$  ist ein Maß zur Berechnung der Reflexions-Koeffizienten des Schalls an Grenzflächen

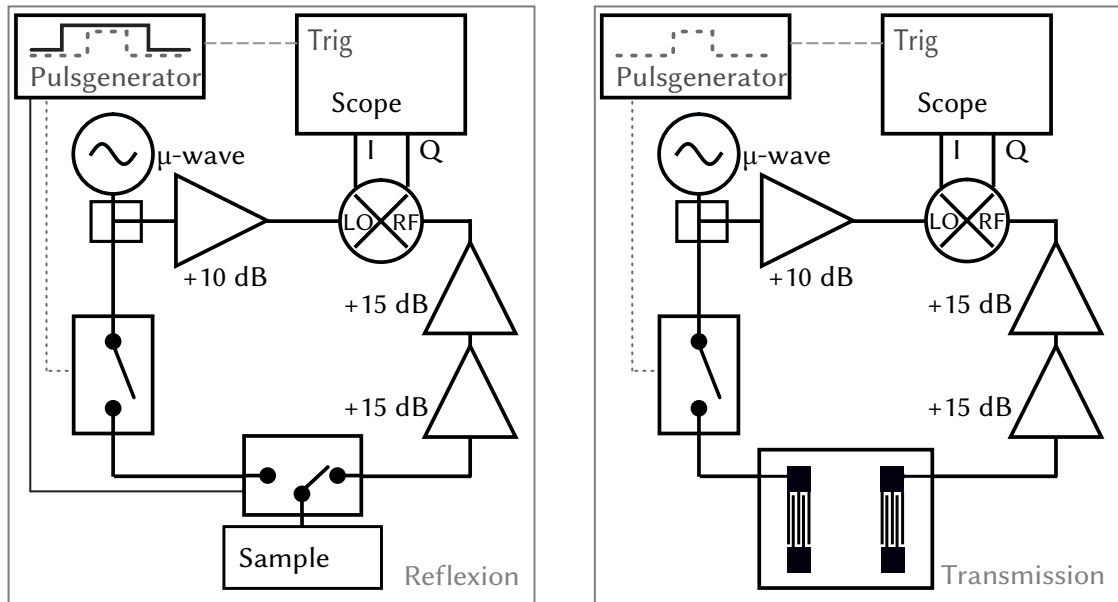
$$r = \frac{(Z_S - Z_M)}{(Z_S + Z_M)} \quad (\text{A.2})$$

mit der Dichte  $\rho$  und Schallgeschwindigkeit  $v$  im jeweiligen Medium. Außer der Impedanz spielt noch die Effizienz der Umwandlung des elektrischen in ein akustisches Signal eine Rolle.

Die akustischen Eigenschaften der BAW-Wandler sind durch die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  mit der Schichtdicke  $d_p = 1 - 4 \mu\text{m}$  und Schallgeschwindigkeit  $v_p = 6400 \text{ m/s}$  [87] im Piezoelektrikum gegeben:  $f_{\text{res}} = v_p / \lambda$  mit  $d_p = (2n + 1) \cdot (\lambda/4)$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  unterschiedliche Terminierung des Wandlers)  $d_p = n \cdot (\lambda/2)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$  gleichartige Terminierung des Wandlers). Die Terminierung ist nicht allein durch die akustische Impedanz bestimmt, auch die Massenbeladung zur Kontaktierung des Wandlers spielt eine Rolle (siehe auch Schwing-Quarz zur Bestimmung von Schichtdicken).

SAW-Wandler sind durch eine Interdigitalstruktur aus Metall mit dem ZnO als piezoelektrische Schicht darauf auf nicht piezoelektrischem Material hergestellt. Die Frequenzantwort des Wandlers ist durch die Anzahl der Fingerpaare  $N_p$ , Anregungsfrequenz  $f$ , der Verzögerung  $D$  der Interdigitalstruktur in Einheiten der Wellenlänge, der Resonanz  $f_0$  bestimmt durch die Periodizität  $a$  der Fingerstruktur und der Kapazität  $C_s$  pro Einheitslänge eines Fingerpaars beschrieben [108, 43]. Die maximale piezoelektrische Einkopplung und Anregung der verschiedenen Oberflächen-Moden ist Abhängig vom Verhältnis der piezoelektrischen Schichtdicke  $h_{\text{ZnO}}$  normiert auf die Wellenlänge  $\lambda$ , die durch die Interdigital-Struktur (IDT) definiert ist [54, 105] (IDT mit ZnO auf Si <100>). Die Impedanzanpassung für eine bestimmte Frequenz ist vor allem durch die Kapazität des Wandlers, das heißt den Überlapp der Fingerstruktur bestimmt. Solche Wandler können auch für sehr hohe Frequenzen  $> 20 \text{ GHz}$  [56] verwendet werden, die dann allerdings nicht mehr elektrisch sondern optisch detektiert werden können. Die Impedanzanpassung kann sowohl über die Geometrie des Wandlers als auch mit einer externen variablen Beschaltung realisiert werden [7].

## Ultraschall Messungen



**Abbildung A.11:** Ultraschall Experiment Reflexions Messungen und Transmissions-Messung für Volumenwellenwandler (BAW) und Oberflächenwellenwandler (SAW).

Steht nur ein Ultraschallwandler zur Verfügung, wird der elektrische Aufbau zur Reflexions-Messung, bei zwei Wandlern der Aufbau zur Transmissions-Messung verwendet (Abb. A.11). Mit der Ultraschall Puls-Echo-Methode wird ein kurzer HF-Puls von z.B. 100 ns mit einem Pulsgenerator und einem schnellen Schalter erzeugt (Abb. A.11). Ein zweiter Schalter leitet den HF-Puls zum Wandler und die Ultraschallantwort später weiter zur Detektion. Der Ultraschallpuls läuft im Substrat mehrmals hin und her durch die Reflexion an den Grenzflächen. Ein Teil des Ultraschalls wird im Transducer wieder in ein elektrisches Signal gewandelt, dieses wird verstärkt und Phasensensitiv mit einem I&Q-Mischer (Demodulator) gemessen. Die Messaufbauten werden derzeit für Ultraschallexperimente an metallischen Gläsern verwendet.

**Schallgeschwindigkeitsänderungen** Um hochpräzise kleine Änderungen der Schallgeschwindigkeit zu messen, kann einer der beiden Detektor-Ausgänge auf eine Amplitude von  $U_Q = 0$  V geregelt werden durch Variation der Anregungsfrequenz. Damit wird die Phase des Signals auf  $\phi = 0$  geregelt, da die Amplitude vollständig am  $U_I$  Detektor-Ausgang anliegt. Aus der Änderung der Frequenz kann die Änderung der Schallgeschwindigkeit  $\delta f/f_0 \propto \delta v/v_0$  bestimmt werden und zwar mit der Genauigkeit der Wellenlänge  $\lambda$  des Signals in der Probe. Hier wird angenommen dass die Ultraschall-Laufstrecke  $d$  konstant ist und somit  $d = n\lambda$  ein Vielfaches der Wellenlänge mit ganzzahligem  $n$  ist.

**Die Laufstreckendämpfung** Die Dämpfung ist über das Verhältnis der Leistungen  $P = \hat{U}^2 / Z_{\text{el}}$  und  $Z_{\text{el}} = 50 \Omega$  definiert und wird mit der gemessenen Amplitude  $\hat{U}(x) = U_0 e^{-\mu x}$  in Abhängigkeit der Laufstrecke  $x$  zu:  $a_{\text{lauf}} = -20 \cdot \mu \log_{10}(e)$  in dB/m. Der Dämpfungsfaktor  $\mu$  kann aus der exponentiellen Anpassung an die Amplitude  $\hat{U}(x)$  in Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke  $x$  im Material bestimmt werden. Die Umrechnung der gemessenen Amplitude in die inverse Güte, den „Verlust“ des Systems ist durch

$$Q^{-1} = \frac{2\alpha}{\omega} = \frac{2\mu}{\omega x_1} \ln \left( \frac{U_0^2}{\hat{U}^2(x_1)} \right) \quad (\text{A.3})$$

gegeben, mit dem Dämpfungsfaktor  $\alpha$  über der Zeit, wobei  $\mu = \alpha/v$  ist und  $\hat{U}(x_1)$  die Amplitude nach einer Laufstrecke  $x_1$ . Falls keine absolute Amplitude bestimmt werden kann, ist es möglich mit einer beliebigen Referenzamplitude  $U_0$  die relative Änderung des Verlustes darzustellen.

## A.5 Skripte und Software

Software	Projekt/Anwendung	Projekt Autoren
Tanner Ledit	Design der optischen Masken	
Klayout	Design der optischen Masken	
sonnet [85]	elektromagnetische Simulation	
matlab	„qrex 1.9“ Qubit-Messungen und Auswertung	J. Lisenfeld, A. Bilmes
octave [28]	„qsaskia“, Auswertung Qubit-Messungen (Erweiterung „qrex 1.9“)	S. Meißner
python	„Measure_resonant_circuits“ Resonator-Messungen und Auswertung	M. Weides Gruppe Ustinov
Qt/C++	„Messrechner“, Resonator-Messungen	Gruppe Weiß
bash	Skripte: Aufruf verschiedener Programme	
gnuplot	Grafische Darstellung der Daten	
inkscape	Vektorgrafik	
gimp	Bildbearbeitung	
maxima	Algebra und numerische Berechnungen	
TeX	Zur Verwendung des Textsatzsystems TeX	
git	Versionsverwaltung, der Software- entwicklung und sonstiger Ausarbeitungen	



# Literaturverzeichnis

- [1] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Applied Mathematics Series ; 55. U.S. Government Printing Office Washington, D.C. 220402, 1972. (auf Seite [68](#))
- [2] A. C. Anderson. *Ultrasonic Properties of Glasses at low Temperatures*. Topics in current physics ; 24. Springer, Berlin, 1981. (auf Seite [30](#), [32](#))
- [3] P. W. Anderson, B. I. Halperin, and C. M. Varma. Anomalous low-temperature thermal properties of glasses and spin glasses. *Philosophical Magazine*, 25(1):1–9, 1972. (auf Seite [5](#), [29](#))
- [4] P. J. Anthony and A. C. Anderson. Frequency and temperature dependence of dielectric and ultrasonic dispersion in amorphous materials at low temperatures. *Phys. Rev. B*, 20:763–767, Jul 1979. (auf Seite [71](#))
- [5] W. Arnold and S. Hunklinger. *Ultrasonic properties of Glasses at low temperatures*. Physical acoustics, 12, ch3. 1976. (auf Seite [29](#), [30](#), [34](#), [51](#), [68](#))
- [6] B. A. Auld. *Acoustic Fields and Waves in Solids Volume 1*. A Wiley-Interscience publication, USA, 1. edition, 1973. (auf Seite [95](#))
- [7] B. A. Auld and G. S. Gino. Normal Mode Theory for Acoustic Waves and its Application to the Interdigital Transducer. *IEEE Transactions on Electron Devices*, ED-18, Oktober 1971. (auf Seite [96](#))
- [8] Ch. Büchner, L. Lichtenstein, X. Yu, J. Anibal Boscoboinik, B. Yang, W. E. Kaden, M. Heyde, S. K. Shaikhutdinov, R. Włodarczyk, M. Sierka, J. Sauer, and H. Freund. Ultrathin Silica Films: The Atomic Structure of Two-Dimensional Crystals and Glasses. *Chemistry – A European Journal*, 20(30):9176–9183, 2014. (auf Seite [5](#), [6](#))
- [9] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.*, 108:1175–1204, Dec 1957. (auf Seite [65](#))
- [10] J. L. Black and P. Fulde. Influence of the Superconducting State upon the Low-Temperature Properties of Metallic Glasses. *Phys. Rev. Lett.*, 43(6):453–456, Aug 1979. (auf Seite [60](#), [64](#))

- [11] J. L. Black and B. I. Halperin. Spectral diffusion, phonon echoes, and saturation recovery in glasses at low temperatures. *Phys. Rev. B*, 16:2879–2895, Sep 1977. (auf Seite [32](#), [63](#))
- [12] F. Bloch. Nuclear Induction. *Phys. Rev.*, 70(7-8):460–474, Oct 1946. (auf Seite [30](#))
- [13] L. Boltzmann. Lectures on gas theory. 1964. (auf Seite [16](#))
- [14] J.D. Brehm. Towards superconducting quantum interfaces for tunneling systems. *Master Thesis*, 2016. (auf Seite [29](#), [49](#), [55](#), [58](#))
- [15] S. Brouër, G. Weiss, and H. B. Weber. Mechanically controlled tunneling of a single atomic defect. *EPL (Europhysics Letters)*, 54(5):654, 2001. (auf Seite [17](#))
- [16] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung: Grundlagen und Anwendungen*. Lehrbuch Physik. Wiley, 2013. (auf Seite [65](#), [73](#))
- [17] J. Burnett, L. Faoro, and T. Lindström. Analysis of high quality superconducting resonators: consequences for TLS properties in amorphous oxides. *Superconductor Science and Technology*, 29(4):044008, 2016. (auf Seite [58](#))
- [18] P. N. Chubov, V. V. Eremenko, and Yu. A. Pilipenko. Dependence of the Critical Temperature and Energy Gap on the Thickness of Superconducting Aluminum Films. *Soviet Physics JETP*, 28:389–395, March 1969. (auf Seite [65](#))
- [19] K. Chun and N. O. Birge. Dissipative quantum tunneling of a single defect in Bi. *Phys. Rev. B*, 48:11500–11503, Oct 1993. (auf Seite [17](#))
- [20] J. Clarke and F. K. Wilhelm. Superconducting quantum bits. *Nature*, 453:1031–1042, 2008. (auf Seite [8](#), [9](#))
- [21] Onda Corporation. Tables of Acoustic Properties of Materials, 2013. Online; Stand 2013. (auf Seite [32](#))
- [22] N. A. Court, A. J. Ferguson, and R. G. Clark. Energy gap measurement of nanostructured thin aluminium films for use in single Cooper-pair devices. *CondMat ArXiv*, Jun 2007. (auf Seite [65](#))
- [23] S. W. W. Craft. Niederfrequente akustische Messungen an amorphem  $Zr_{46.8}Ti_{8.2}Cu_{7.5}Ni_{10}Be_{27.5}$ . *Dipl.thesis*, 2017. (auf Seite [26](#))
- [24] J. David and N. Cheeke. *Fundamentals and applications of ultrasonic waves*. CRC Press LLC, 2000. (auf Seite [95](#))
- [25] P. K. Day, H. G. LeDuc, B. A. Mazin, A. Vayonakis, and J. Zmuidzinas. A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays. *Nature*, 425(6960):817–821, oct 2003. 10.1038/nature02037. (auf Seite [65](#))



- 
- [26] P.K. Day, H.G. Leduc, A. Goldin, T. Vayonakis, B.A. Mazin, S. Kumar, J. Gao, and J. Zmuidzinas. Antenna-coupled microwave kinetic inductance detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 559(2):561–563, 2006. Proceedings of the 11th International Workshop on Low Temperature DetectorsLTD-1111th International Workshop on Low Temperature Detectors. (auf Seite [65](#), [72](#), [73](#))
- [27] Ch. Deng, M. Otto, and A. Lupascu. An analysis method for transmission measurements of superconducting resonators with applications to quantum-regime dielectric-loss measurements. *Journal of Applied Physics*, 114(5):054504, 2013. (auf Seite [52](#), [58](#))
- [28] J. W. Eaton, D. B. S. Hauberg, and W. Rik. GNU Octave version 3.8.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations, 2014. ISBN 1441413006. (auf Seite [98](#))
- [29] C. Enss and S. Hunklinger. *Tiefemperaturphysik*. Springer Berlin Heidelberg, 2000. (auf Seite [3](#), [4](#), [6](#), [59](#), [69](#))
- [30] P. Esquinazi. *Tunneling Systems in Amorphous and Crystalline Solids*. Springer, 1 edition, 1998. (auf Seite [59](#), [69](#))
- [31] U. Fano. Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts. *Phys. Rev.*, 124:1866–1878, Dec 1961. (auf Seite [55](#))
- [32] J. Gao, M. Daal, A. Vayonakis, S. Kumar, J. Zmuidzinas, B. Sadoulet, B. A. Mazin, P. K. Day, and H. G. Leduc. Experimental evidence for a surface distribution of two-level systems in superconducting lithographed microwave resonators. *Applied Physics Letters*, 92(15):–, 2008. (auf Seite [29](#))
- [33] J. Gao, J. Zmuidzinas, A. Vayonakis, P. Day, B. Mazin, and H. Leduc. Equivalence of the Effects on the Complex Conductivity of Superconductor due to Temperature Change and External Pair Breaking. *Journal of Low Temperature Physics*, 151(1):557–563, 2008. (auf Seite [73](#))
- [34] S. Gladchenko, M. Khalil, C. J. Lobb, F. C. Wellstood, and K. D. Osborn. Superposition of Inductive and Capacitive Coupling in Superconducting LC Resonators. *CondMat ArXiv*, Aug 2010. (auf Seite [44](#))
- [35] B. Golding, J. E. Graebner, and R. J. Schutz. Intrinsic decay lengths of quasimono-chromatic phonons in a glass below 1 K. *Phys. Rev. B*, 14:1660–1662, Aug 1976. (auf Seite [71](#))
- [36] B. Golding, M. v. Schickfus, S. Hunklinger, and K. Dransfeld. Intrinsic Electric Dipole Moment of Tunneling Systems in Silica Glasses. *Phys. Rev. Lett.*, 43:1817–1821, Dec 1979. (auf Seite [49](#))

- [37] C. J. Gorter and H. B. G. Casimir. *Phys. Z.* 35, page 963, 1934. (auf Seite 73)
- [38] C. J. Gorter and H. B. G. Casimir. On supraconductivity I. *Physica* 1, page 306, 1934. (auf Seite 73)
- [39] G. J. Grabovskij. Investigation of coherent microscopic defects inside the tunneling barrier of a Josephson junction. *Ph.D.thesis*, 2014. (auf Seite 9, 12, 15)
- [40] G. J. Grabovskij, T. Peichl, J. Lisenfeld, G. Weiss, and A. V. Ustinov. Strain Tuning of Individual Atomic Tunneling Systems Detected by a Superconducting Qubit. *Science*, 338:232–234, 2012. (auf Seite 9, 32, 60)
- [41] J. E. Graebner and B. Golding. Phonon echoes in a glass at low temperatures. *Phys. Rev. B*, 19:964–975, Jan 1979. (auf Seite 77)
- [42] T. Hanada. *Basic Properties of ZnO, GaN, and Related Materials*, volume 12 of *Advances in Materials Research*. Springer Berlin Heidelberg, 2009. (auf Seite 94)
- [43] C. S. Hartmann, DeLamar T. Bell Jr., and R. C. Rosenfeld. Impulse model design of acoustic surface-wave filters. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 21(4):162–175, 1973. (auf Seite 96)
- [44] I. V. Hertel and C. Schulz. *Atome, Moleküle und optische Physik 1*. Springer. (auf Seite 77)
- [45] S. Hunklinger, W. Arnold, St. Stein, R. Nava, and K. Dransfeld. Saturation of the ultrasonic absorption in vitreous silica at low temperatures. *Physics Letters A*, 42(3):253–255, 1972. (auf Seite 32)
- [46] Roditi International. Piezoelectric Transducer Crystals, 1935. [Online; Stand 05. Dez 2016]. (auf Seite 26, 95)
- [47] J. Jäckle. On the ultrasonic attenuation in glasses at low temperatures. *Zeitschrift für Physik*, 257(3):212–223, 1972. (auf Seite 31, 59)
- [48] B.D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters*, 1(7):251–253, 1962. (auf Seite 8)
- [49] B.D. Josephson. Supercurrents through barriers. *Advances in Physics*, 14(56):419–451, 1965. (auf Seite 8)
- [50] Ch. Kaiser. High quality Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb Josephson junctions : technological development and macroscopic quantum experiments. pages XIX, 169, July 2011. (auf Seite 64)
- [51] N. Katz. Persönliches Gespräch, 2017. (auf Seite 58)

- 
- [52] M. S. Khalil, M. J. A. Stoutimore, F. C. Wellstood, and K. D. Osborn. An analysis method for asymmetric resonator transmission applied to superconducting devices. *Journal of Applied Physics*, 111(5):–, 2012. (auf Seite [38](#), [46](#))
- [53] M. S. Khalil, F. C. Wellstood, and K. D. Osborn. Loss Dependence on Geometry and Applied Power in Superconducting Coplanar Resonators. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 21(3):879–882, June 2011. (auf Seite [58](#))
- [54] G. S. Kino and R. S. Wagers. Theory of interdigital couplers on nonpiezoelectric substrates. *J.Appl.Phys.*, 44, 1973. (auf Seite [96](#))
- [55] J. R. Klauder and P. W. Anderson. Spectral Diffusion Decay in Spin Resonance Experiments. *Phys. Rev.*, 125:912–932, Feb 1962. (auf Seite [32](#))
- [56] I. V. Kukushkin, J. H. Smet, L. Hoppel, U. Waizmann, M. Riek, W. Wegscheider, and K. Von Klitzing. Ultrahigh-frequency surface acoustic waves for finite wave-vector spectroscopy of two-dimensional electrons. *Applied physics letters*, 85(19):4526–4528, 2004. (auf Seite [96](#))
- [57] A. J. Leggett and D. C. Vural. “Tunneling Two-Level Systems” Model of the Low-Temperature Properties of Glasses: Are “Smoking-Gun” Tests Possible? *The Journal of Physical Chemistry B*, 117(42):12966–12971, 2013. PMID: 23924397. (auf Seite [29](#))
- [58] J. Lisenfeld. Experiments on Superconducting Josephson Phase Quantum Bits. *Ph.D.thesis*, 2007. (auf Seite [11](#))
- [59] J. Lisenfeld, G. Grabovskij, C. Müller, J. H. Cole, G. Weiss, and A. V. Ustinov. Observation of directly interacting coherent two-level systems in an amorphous material. *Nat Commun*, 6:7182, Feb 2015. (auf Seite [9](#), [12](#), [13](#), [26](#))
- [60] J. Lisenfeld, C. Müller, J. Cole, P. Bushev, A. Lukashenko, A. Shnirman, and A. V. Ustinov. Measuring the Temperature Dependence of Individual Two-Level Systems by Direct Coherent Control. *Phys. Rev. Lett.*, 105:230504, Dec 2010. (auf Seite [9](#), [10](#), [63](#))
- [61] X. Liu, D. R. Queen, T. H. Metcalf, J. E. Karel, and F. Hellman. Hydrogen-Free Amorphous Silicon with No Tunneling States. *Phys. Rev. Lett.*, 113:025503, Jul 2014. (auf Seite [9](#))
- [62] S. Ludwig, P. Nagel, S. Hunklinger, and C. Enss. Magnetic Field Dependent Coherent Polarization Echoes in Glasses. *Journal of Low Temperature Physics*, 131(1-2):89–111, 2003. (auf Seite [77](#))
- [63] O. Madelung. *Festkörpertheorie II: Wechselwirkungen*. Springer Berlin Heidelberg, 1972. (auf Seite [65](#))

- [64] C. Müller, J. Lisenfeld, A. Shnirman, and S. Poletto. Interacting two-level defects as sources of fluctuating high-frequency noise in superconducting circuits. *Phys. Rev. B*, 92:035442, Jul 2015. (auf Seite [17](#))
- [65] J. M. Martinis, K. B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K. D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D. P. Pappas, R. W. Simmonds, and C. C. Yu. Decoherence in Josephson Qubits from Dielectric Loss. *Phys. Rev. Lett.*, 95:210503, Nov 2005. (auf Seite [9](#), [10](#), [26](#), [49](#))
- [66] D. C. Mattis and J. Bardeen. Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals. *Phys. Rev.*, 111:412–417, Jul 1958. (auf Seite [65](#))
- [67] H. J. McSkimin. Measurement of Elastic Constants at Low Temperatures by Means of Ultrasonic Waves-Data for Silicon and Germanium Single Crystals, and for Fused Silica. *Journal of Applied Physics*, 24(8):988–997, 1953. (auf Seite [32](#))
- [68] R. Meservey and P. M. Tedrow. Measurements of the Kinetic Inductance of Superconducting Linear Structures. *Journal of Applied Physics*, 40(5):2028–2034, 1969. (auf Seite [72](#))
- [69] R. Miller, T. E. Northup, K M Birnbaum, A Boca, A D Boozer, and H J Kimble. Trapped atoms in cavity QED: coupling quantized light and matter. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 38(9):S551, 2005. (auf Seite [49](#))
- [70] MIT OpenCourseWare. wafer orientation, 2013. Online; Stand 2013. (auf Seite [42](#))
- [71] D. P. Pappas, M. R. Vissers, D. S. Wisbey, J. S. Kline, and J. Gao. Two Level System Loss in Superconducting Microwave Resonators. *IEEE TransApplSupercond*, 21(3), Juni 2011. (auf Seite [71](#))
- [72] T. Pérez-Castañeda, C. Rodríguez-Tinoco, J. Rodríguez-Viejo, and M. A. Ramos. Suppression of tunneling two-level systems in ultrastable glasses of indomethacin. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111(31):11275–11280, Aug 2014. (auf Seite [9](#))
- [73] A. P. Paz, I. V. Lebedeva, I. V. Tokatly, and A. Rubio. Identification of structural motifs as tunneling two-level systems in amorphous alumina at low temperatures. *Phys. Rev. B*, 90:224202, Dec 2014. (auf Seite [10](#))
- [74] T. Peichl. Einfluss mechanischer Deformation auf atomare Tunnelsysteme – untersucht mit Josephson Phasen-Qubits. *Ph.D.thesis*, 2012. (auf Seite [9](#), [12](#))
- [75] P. J. Petersan and S. M. Anlage. Measurement of resonant frequency and quality factor of microwave resonators: Comparison of methods. *Journal of Applied Physics*, 84(6):3392–3402, 1998. (auf Seite [46](#))

- 
- [76] W. A. Phillips. Tunneling States in Amorphous Solids. *J. Low Temp. Phys.*, 7, Nov 1972. (auf Seite [5](#), [29](#), [32](#), [51](#))
- [77] W. A. Phillips. Two level states in glasses. *Rep. Prog. Phys.*, 50:1657–1708, 1987. (auf Seite [32](#), [37](#))
- [78] L. Piché, R. Maynard, S. Hunklinger, and J. Jäckle. Anomalous Sound Velocity in Vitreous Silica at Very Low Temperatures. *Phys. Rev. Lett.*, 32(25):1426–1429, Jun 1974. (auf Seite [71](#))
- [79] R. C. Zeller R. O. Pohl. Thermal Conductivity and Specific Heat of Noncrystalline Solids. *Phys. Rev. B*, 4(6):2029–2041, Sep 1971. (auf Seite [5](#))
- [80] D. M. Pozar. *Microwave Engineering*, volume fourth edition. John Wiley New York, 1998. (auf Seite [37](#), [38](#), [39](#), [44](#))
- [81] A. Prieschl. GHz-Ultraschall in ungeordnetem Zr<sub>59</sub>Ti<sub>3</sub>Cu<sub>20</sub>Ni<sub>8</sub>Al<sub>10</sub> bei tiefen Temperaturen. *Dipl.thesis*, 2017. (auf Seite [77](#))
- [82] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, and M. Weides. Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators. *Review of Scientific Instruments*, 86(2):024706, 2015. (auf Seite [46](#))
- [83] M. A. Ramos and U. Buchenau. Low-temperature thermal conductivity of glasses within the soft-potential model. *Phys. Rev. B*, 55:5749–5754, Mar 1997. (auf Seite [5](#))
- [84] M. A. Ramos and U. Buchenau. *Beyond the Standard Tunneling Model: The Soft-Potential Model*. Springer, 1 edition, 1998. (auf Seite [5](#))
- [85] Dr. J.C. Rautio and Sonnet Software Inc. High Frequency Electromagnetic Software, 2011. 100 Elwood Davis Road, North Syracuse, NY 13212. (auf Seite [39](#), [98](#))
- [86] H. Rotzinger, S. T. Skacel, M. Pfirrmann, J. N. Voss, J. Münzberg, S. Probst, P. Bushev, M. Weides, A. V. Ustinov, and J. E. Mooij. Sputter deposited aluminium-oxide for superconducting high kinetic inductance circuits. *CondMat ArXiv*, Sept 2014. (auf Seite [40](#), [65](#), [72](#))
- [87] D. Royer and E. Dieulesant. *Elastic Waves in solids II*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1. edition, 2000. (auf Seite [96](#))
- [88] G. Ruyters. Phasenkohärenz und Energierelaxation von Tunnelsystemen in Gläsern. Messung und Analyse von Polarisationsechos an BK7, Januar 2013. (auf Seite [77](#), [78](#))

- [89] B. Sarabi, A. N. Ramanayaka, A. L. Burin, F. C. Wellstood, and K. D. Osborn. Probing the TLS Density of States in SiO Films using Superconducting Lumped Element Resonators. *CondMat ArXiv*, Jan 2015. (auf Seite [29](#))
- [90] A. Schenzle, N. C. Wong, and R. G. Brewer. Oscillatory free-induction decay. *Phys. Rev. A*, 21:887–895, Mar 1980. (auf Seite [77](#))
- [91] A. Schlissel. The initial development of the WKB solutions of linear second order ordinary differential equations and their use in the connection problem. *Historia Mathematica*, 4(2):183–204, 1977. (auf Seite [6](#))
- [92] A. Seiler. [to be published]. *Ph.D.thesis*, 2017. (auf Seite [29](#), [60](#))
- [93] R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, S. Nam, D. P. Pappas, and John M. Martinis. Decoherence in Josephson Phase Qubits from Junction Resonators. *Phys. Rev. Lett.*, 93:077003, Aug 2004. (auf Seite [9](#), [10](#))
- [94] S. T. Skacel, Ch. Kaiser, S. Wunsch, H. Rotzinger, A. Lukashenko, M. Jerger, G. Weiss, M. Siegel, and A. V. Ustinov. Probing the density of states of two-level tunneling systems in silicon oxide films using superconducting lumped element resonators. *Applied Physics Letters*, 106(2):-, 2015. (auf Seite [52](#))
- [95] M. Steffen, M. Ansmann, R. McDermott, N. Katz, R. C. Bialczak, E. Lucero, M. Neeley, E. M. Weig, A. N. Cleland, and J. M. Martinis. State Tomography of Capacitively Shunted Phase Qubits with High Fidelity. *Phys. Rev. Lett.*, 97:050502, Aug 2006. (auf Seite [10](#))
- [96] K. Stierstadt and G. Fischer. Springer Berlin New York, 2010. (auf Seite [20](#))
- [97] D.R. Tilley and J. Tilley. *Superfluidity and Superconductivity*. Graduate Student Series in Physics. Taylor & Francis, 1990. (auf Seite [64](#))
- [98] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity: Second Edition (Dover Books on Physics) (Vol i)*. Dover Publications, second edition edition, jun 2004. (auf Seite [64](#), [65](#), [73](#))
- [99] V. Uspensky. *Introduction to Mathematical Probability*. McGraw-Hill New York, 1937. (auf Seite [21](#))
- [100] M. von Laue. *Der Hochfrequenzwiderstand der Supraleiter*, page 90–99. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1947. (auf Seite [64](#))
- [101] M. von Schickfus and S. Hunklinger. Saturation of the dielectric absorption of vitreous silica at low temperatures. *Physics Letters A*, 64(1):144–146, 1977. (auf Seite [5](#), [32](#), [49](#), [52](#), [55](#), [57](#))

- [102] H. Walther, B. T H Varcoe, B. Englert, and T. Becker. Cavity quantum electrodynamics. *Rep Prog Phys*, 69(5), April 2006. (auf Seite [49](#))
- [103] A. Würger, R. Weis, M. Gaukler, and C. Enss. Cross-over to incoherent tunneling of substitutional defects in alkali halide crystals. *EPL (Europhysics Letters)*, 33(7):533, 1996. (auf Seite [10](#))
- [104] K. Wasa, M. Kitabatake, and H. Adachi. *Thin Film Materials Technology*. Springer, Heidelberg, 2009. (auf Seite [94](#))
- [105] A.H. Weber, G. Weiss, and S. Hunklinger. Comparison of Rayleigh and Sezawa wave modes in ZnO-SiO<sub>2</sub>-Si structures. 1:363–366, Dec 1991. (auf Seite [95](#), [96](#))
- [106] J. Wenner, R. Barends, R. C. Bialczak, Yu Chen, J. Kelly, Erik Lucero, Matteo Mariantoni, A. Megrant, P. J. J. O’Malley, D. Sank, A. Vainsencher, H. Wang, T. C. White, Y. Yin, J. Zhao, A. N. Cleland, and John M. Martinis. Surface loss simulations of superconducting coplanar waveguide resonators. *Applied Physics Letters*, 99(11), 2011. (auf Seite [51](#))
- [107] H. Wiedemann. *Numerische Physik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004. (auf Seite [22](#))
- [108] W. C. Wilson and G. M. Atkinson. Frequency Domain Modeling of SAW Devices. *Modeling and Simulation of Microsystems, MSM*, page 20–24, 2007. (auf Seite [96](#))
- [109] Z. Yan, X. Y. Zhou, G. K. H. Pang, T. Zhang, W. L. Liu, J. G. Cheng, Z. T. Song, S. L. Feng, L. H. Lai, J. Z. Chen, and Y. Wang. ZnO-based film bulk acoustic resonator for high sensitivity biosensor applications. *Applied Physics Letters*, 90(14), 2007. (auf Seite [95](#))
- [110] J. Zmuidzinas. Superconducting Microresonators: Physics and Applications. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 3(1):169–214, 2012. (auf Seite [29](#), [65](#), [73](#))





# Danksagung

An erster Stelle danke ich Professor Georg Weiß für die Betreuung meiner Promotion und die gute Atmosphäre und Zusammenarbeit innerhalb der Gruppe, inklusive der inspirierenden Diskussion bei den Besprechungen. Meinen Bürokollegen, den Diplomanden, Bachelor- und Masterstudenten unserer Gruppe danke ich für die vielen Fragen und Anregungen, die selbstverständlich auch zu meinem eigenen Verständnis der Themen beigetragen haben. Torben Peichl danke ich für die Einführung, schon während meiner Diplomarbeit, in die Technik der Kryostaten und der ZnO-Zerstäubung. Arnold Seiler gilt sowohl im gemeinsamen Projekt in der Arbeitsgruppe, der dielektrische Eigenschaften dünner ungeordneter  $\text{AlO}_x$ -Schichten, sowie als Ehemann bei den privaten Projekten ein ganz besonderer Dank für die Arbeit, die meist Hand in Hand geht. Er hat stets ein offenes Ohr für mich und versteht auch meine manchmal etwas unverständlichen Gedanken.

Professor Alexey Ustinov danke ich für die Übernahme des Korreferates und die Kooperation mit seiner Arbeitsgruppe zur Herstellung der Proben, der Nutzung der HF-Messtechnik und den Gastmessungen in den dafür ausgestatteten Kryostaten. Jürgen Lisenfeld und Alexander Bilmes danke ich dabei für die Möglichkeit einzelne Tunnel-systeme mit Hilfe eines Phasen-Qubits zu charakterisieren. Hannes Rotzinger danke ich für die inspirierenden Diskussionen zum Design der Resonatoren und den hilfreichen Tipps zur Herstellung der Proben. Martin Weides danke ich für die Bereitstellung der Plasma-Zerstäubungs-Anlage (PLASMA1) zur Herstellung von dünnen  $\text{Al}/\text{AlO}_x$ -Schichten, der Bereitstellung von HF-Messgeräten und den Gastmessungen bei tiefen Temperaturen im Kryostaten SILVERFRIDGE. Jan Nicolas Voss danke ich für die Unterstützung beim reaktiven Sputter-Verfahren zur Herstellung von  $\text{AlO}_x$ . Lucas Radtke inklusive der „fabgroup“ und dem NSL des CFN danke ich für die technische Unterstützung und die gute Zusammenarbeit, bei der Nutzung der Geräte im Reinraum zur optischen Lithografie und dem thermischen Verdampfen von Aluminium.

Den feinmechanischen Werkstätten des Physikalischen Instituts unter Leitung von Michael Meyer danke ich für die Herstellung der Probenboxen, sowie der Teile für unsere Vakuumanlagen und Kryostaten etc. und die gute Rücksprache im Fall von „dringenden“ Aufträgen. Bei der elektronischen Werkstatt unter Leitung von Roland Jehle bedanke ich mich für die schnelle Umsetzung der elektronischen Projekte unserer Gruppe, z.B. beim Bau eines Pulsverstärkers für schnelle Pulse, die vielen individuellen Kabel und Adapter etc. Beiden Werkstätten gilt im Rahmen des Umzugs unseres Labors Ende 2016 ein ganz großer Dank für den zügigen Fortschritt, sodass bereits nach einem Monat fast alle Geräte wieder einsatzbereit waren. Willi Pensl danke ich für die Be-

reitstellung von flüssig Stickstoff und flüssig Helium und die technischen oder einfach aufmunternden Diskussionen in der Heliumhalle.

Meinem Kollegen Lars Behrens, dem IT-Beauftragten des Instituts, danke ich für die verschiedenen Diskussionen rund um die IT-Infrastruktur, auch in der Runde seiner IT-Kolleginnen und Kollegen. Ich hoffe, dass er wieder einen „wissenschaftlichen“ Kollegen an meiner Stelle findet, sodass der gute Kontakt im Umgang rund um die Arbeitsplatz und Labor-PCs weiterhin besteht.

Auch wenn ich selbst keinen Kaffee trinke, danke ich der regen Diskussionsrunde des Kaffeezimmers im 1.OG: Bernd Pilawa, Gerda Fischer, Regina Hoffmann-Vogel, Gernot Goll, Wolfram Kittler, Michael Marz und Christian Taubenheim über Themen rund um die Physik und darüber hinaus.

Zu guter Letzt danke ich meiner Familie, sowohl für die fachlichen Fragen und Diskussionen zu meiner Arbeit, als auch für die Einladungen zu den vielen musikalischen Projekten und allem Anderen. Meinen Schwiegereltern danke ich vorallem dafür, dass sie mir die Möglichkeit geben den Kontakt zum Boden nicht zu verlieren, sei es einfach, dass ich beim Heu laden als helfende Hand dabei sein kann oder wenn wir am Wochenende beim gemeinsamen Frühstück über Gott und die Welt philosophieren.







