

# Ein modernes Welthöhensystem nach Bruns (1878)

**Reiner Rummel**

IAPG, Technische Universität München  
E-Mail: rummel@bv.tum.de

## Zusammenfassung

Heinrich Bruns erörterte 1878 in einer Denkschrift die Bestimmung der Figur der Erde. Ein die ganze Erde umspannendes Polyeder bildet den Geometrieteil. Die Berechnung des Schwerepotentials an den Polyederpunkten liefert die notwendige Höheninformation. Bruns zeigte auch, dass die Bestimmung der Erdfigur mit den damals zur Verfügung stehenden Messverfahren theoretisch zwar möglich, praktisch die Realisierung jedoch wegen der atmosphärischen Refraktion und der Unüberbrückbarkeit der Weltmeere stark eingeschränkt gewesen wäre. Die geodätischen Raumverfahren haben die Möglichkeiten der Geodäsie revolutioniert. Durch die Kombination der Raumverfahren SLR, VLBI, GNSS und DORIS wurde der Geometrieteil des Brunsschen Polyeders in Form des International Terrestrial Reference Frame (ITRF) bereits Wirklichkeit. Mit den gravimetrischen Satellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE wurde zudem die globale Bestimmung des Erdschwerepotentials entscheidend vorangetrieben. In Kombination mit terrestrischen Schwereanomalien, Schwereanomalien aus Altimetrie und topographischen Höhen ließe sich bereits heute ein relativ genaues globales Höhensystem realisieren. Es wird daher vorgeschlagen, im Rahmen der Arbeiten des Global Geodetic Observing System (GGOS) ein Konzept für die periodische Ergänzung des ITRF durch global einheitliche Potential- bzw. Höheninformation zu formulieren.

## 1 Einleitung

Potentialdifferenzen zwischen Geländepunkten sind ein eindeutiges und physikalisch sinnvolles Höhenmaß. Traditionell lassen sich Differenzen des Schwerepotentials aus nivellierten Höheninkrementen in Kombination mit Schweremessungen gewinnen. Dieses Verfahren ist sehr genau und wird seit mehr als 120 Jahren erfolgreich in der Geodäsie eingesetzt (Bomford, 1980, Kapitel 3). Potentialdifferenzen bezogen auf einen Nullpunkt, dem mittleren Meeresspiegel an einem sorgfältig ausgewählten Pegel liefern sogenannte Geopotentielle Koten, die wiederum sehr einfach in orthometrische Höhen oder Normalhöhen umgewandelt werden können (Heiskanen und Moritz, 1967; Heck, 2003). Es gehört zu den geodätischen Kernaufgaben, physikalische Höhen als Teil der Infra-

struktur für die vielfältigen Nutzer in Praxis und Wissenschaft bereit zu stellen. Bereits während der Zeit der Europäischen Gradmessung wurde so versucht, mit groß angelegten, transkontinentalen Nivellements die Mittelwasserstände der Bezugsmarken der verschiedenen, an Westeuropa und Zentraleuropa grenzenden Meere zu vergleichen (Seibt, 1883; Börsch u. a., 1891). Nachteile dieses klassischen Ansatzes sind insbesondere:

- Das Nivellement ist sehr arbeits- und daher zeitaufwändig;
- wegen des Zeitaufwands ist es auch schwierig, zeitlichen Veränderungen der Höhenwerte eindeutige Epochen zuzuordnen;
- die geringe Redundanz bei der Ausgleichung von Nivellementnetzen macht es schwer, systematische Fehler aufzudecken;

Erschienen bei KIT Scientific Publishing  
Schriftenreihe des Studiengangs  
Geodäsie und Geoinformatik 2018,1

DOI Einzelbeitrag:  
10.5445/KSP/1000080244

Festschrift zur Verabschiedung von  
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck  
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

DOI Festschrift:  
10.5445/KSP/1000080324



Dieses Werk ist lizenziert unter einer  
Creative Commons Namensnennung  
- Weitergabe unter gleichen Bedin-  
gungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): [https://  
creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en)

- grundsätzlich ist das Nivellement anfällig bezüglich systematischer Fehler (wiederum Bomford, 1980, Kapitel 3);
- wegen des Bezugs auf den Mittelwasserstand von Pegeln entstehen zwischen den Höhensystemen unbekannte Sprünge deren Größenordnung der Abweichung des Mittelwasserstands am Bezugspegel von einer gemeinsamen Niveaufläche des Erdschwerefelds entspricht.

In den achtziger und neunziger Jahren des zurückliegenden Jahrhunderts zeichnete sich das „Nivellement mit GPS“ als neues Verfahren zur Bestimmung physikalischer Höhen ab. Mit dieser Methode sollte es auch möglich werden, die genannten Systematiken der bestehenden Höhensysteme aufzudecken und die Sprünge zwischen den Höhensystemen zu beseitigen. Ein einheitliches globales Höhensystem ist nun in Sichtweite (Gruber u. a., 2012).

Vorbereitende Studien waren unter anderem (Colombo, 1980; Rummel und Teunissen, 1988; Rapp und Balasubramania, 1992; Rummel und Heck, 2001; Heck, 2004). Seit der Veröffentlichung dieser Arbeiten hat sich durch den Aufbau mehrerer globaler Navigationssatellitensysteme (insbesondere des amerikanischen GPS, aber auch des russischen Glonass, europäischen Galileo und chinesischen Beidou) und im Schwerefeldbereich durch die Missionen CHAMP, GRACE und GOCE die Ausgangslage für diesen neuen Ansatz beträchtlich verbessert. Auch innerhalb der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) wurde in Arbeitsgruppen intensiv über diese neue Möglichkeit und ihre Implementierung nachgedacht (Ihde und Sánchez, 2005; Sánchez, 2012; Ihde u. a., 2017).

Heute hat die Geodäsie – vor allem auch durch die geodätischen Satellitenverfahren – bei der Bewältigung ihrer zwei großen Aufgaben einen bemerkenswerten Stand erreicht, sowohl bei der Bestimmung der Geometrie des Erdkörpers und dessen zeitlicher Veränderung als auch bei der Ermittlung des globalen Schwerefelds und dessen Zeitvariationen. In dieser Arbeit wollen wir diskutieren, ob durch die Verschmelzung dieser beiden Aufgaben – Geometrie und Schwere – ein geodätisches Weltsystem höchster Güte geschaffen werden könnte, so wie dies Heinrich Bruns bereits 1878 in seiner Schrift „Die Figur der Erde“ angedacht hatte.

## 2 Die Figur der Erde nach Bruns

Im Jahr 1878 erschien die Publikation „Die Figur der Erde“ von Heinrich Bruns (1878). Zu dieser Zeit war die von General Baeyer (1861) initiierte Mitteleuropäische Gradmessung bereits angelaufen, die Geodäsie entwickelte sich zu einer selbstständigen Wissenschaftsdisziplin und etliche namhafte Gelehrte beschäftigten sich mit der flächenhaften Ermittlung der Erdfigur. Bruns gelang es in der genannten Arbeit, auf nur 49 Seiten eine umfassende und genaue Antwort auf die Frage der Bestimmung der Erdfigur zu geben. Er analysierte die damals der Geodäsie zur Verfügung stehenden fünf Messverfahren:

- astronomische Ortsbestimmung (Breite, Länge, Azimut),
- Zenitwinkel,
- Horizontalwinkel und Länge einer Basislinie,
- geometrisches Nivellement und
- Schwere.

Es gelang ihm nachzuweisen, dass diese fünf Verfahren theoretisch notwendig und hinreichend waren, um frei von Hypothesen die Erdfigur durch ein die Erde umspannendes Polyeder festzulegen, ergänzt durch die notwendige Höheninformation in Form von Schwerepotential und Schwere an allen Polyederpunkten und einschließlich der Orientierung des Polyeders bezüglich der Erdachse. Bruns zeigte auch die praktischen Grenzen dieses Ansatzes auf. Zum einen waren die Ozeane zu Bruns' Zeiten ein unüberbrückbares Hindernis für die geodätischen Messverfahren. Es wären also nur die auf die Landmassen beschränkten Teile eines die Erde umspannenden Polyeders realisierbar gewesen. Folglich hätte man auch die Werte des Schwerepotentials, d. h. die Höheninformation, für jedes dieser Teilsysteme auf „seine“ Höhennullmarke beziehen müssen, üblicherweise das mittlere Meeresniveau eines geeigneten Pegels, mit als Konsequenz unbekanntem Höhendifferenzen zwischen diesen Teilsystemen. Bruns erläutert auf Seite 5 seiner Veröffentlichung die Ursache dieser Höhendifferenzen, nämlich die Abweichung der mittleren Meeresoberfläche von einer Niveaufläche des Schwerefelds und er diskutiert die möglichen atmosphärischen und ozeanographischen Ursachen dieser Abweichungen. Zum anderen war auch der Einfluss der atmosphärischen Refraktion ein nicht überwindbares Hindernis.

Er resultiert in fehlerhaften Zenitwinkeln und damit in zu großen Unsicherheiten der Geometrie des Polyeders in  $z$ -Richtung.

Wie müsste man sich den Aufbau des Brunsschen Polyeders aus den genannten fünf Messverfahren vorstellen? Ausgangspunkt wäre als geodätisches Grundelement ein Dreieck eines Triangulationsnetzes, das drei Geländepunkte mit einander verbindet. Aus den Horizontalwinkeln und der Länge der Basislinie ergibt sich ein maßstabgerechtes horizontales Dreieck. Aus den jeweils zwei Zenitwinkeln an den Dreieckspunkten zu den Nachbarpunkten resultieren die geometrischen Höhenunterschiede im Dreieck und die Festlegung der Lotrichtung an den drei Eckpunkten bezüglich der Dreiecksfläche. Es entsteht ein geometrisches Formelement im Sinne von Baarda u. a. (1956). Die Form liegt fest, sie ist jedoch frei verschieb- und drehbar. Wird ein größerer Geländeausschnitt mit einer derartigen räumlichen Triangulation erfasst, so teilen sich benachbarte Formelemente jeweils eine Seite und das Lot der beiden Endpunkte dieser Seite. Es entsteht ein wesentlich größeres dreidimensionales geometrisches Formelement, das sich an das Gelände anpasst aber grundsätzlich noch stets als Ganzes frei verschieb- und drehbar ist. Mit Hilfe der astronomischen Ortsbestimmung an mehreren Punkten erfolgt die Orientierung des Formelements bezüglich der Erdachse und der Meridianebene von Greenwich. Der Abstand zur Erdachse oder zum Geozentrum bleibt unbekannt. Im globalen Limit einer Erde ohne Ozeane ließe sich so ein erdumspannendes Polyeder mit bekannter Orientierung bezüglich Erdachse und dem Meridian von Greenwich konstruieren. Physikalisch relevante Höheninformation (d. h. eine Aussage zur Fließrichtung von Wasser zwischen den Polyederpunkten) entstünde in diesem rein geometrischen Gebilde durch Hinzunahme von Schwerepotentialdifferenzen zwischen allen Polyederpunkten. Geopotentielle Konten ergäben sich durch Einführung einer Nullmarke auf Meeresniveau. Alternativ ließe sich mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie ein Referenzpotentialwert  $W_0$  ermitteln. Die Potentialdifferenzen ergeben sich aus dem geometrischen Nivellement ergänzt durch Schwere. Die fundamentalen Hindernisse waren damals, wie bereits erläutert, einerseits die Ozeane, zu jener Zeit noch unüberbrückbares geodätisches Niemandsland und andererseits die atmosphärische Refraktion, die wegen

der daraus resultierenden großen Unsicherheiten von Zenitwinkeln die Realisierung eines räumlichen Polyeders unmöglich machte.

### 3 Brunssches Polyeder heute: ITRF kombiniert mit einem hochauflösenden Geopotentialmodell

In den 140 Jahren seit dieser fundamentalen Arbeit von Heinrich Bruns entstanden großartige neue Möglichkeiten für die Geodäsie. Neben dem Aufkommen neuer Mess- und Rechenmöglichkeiten bedeutet insbesondere der Eintritt ins Raumfahrtzeitalter einen Quantensprung. Für die punktweise Bestimmung der Erdfigur stehen heute vier sich ergänzende Raumverfahren zur Verfügung:

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI),
- Satellite Laser Ranging (SLR),
- die Globalen Navigationssatellitensysteme, zusammengefasst unter der Bezeichnung GNSS
- und das französische DORIS-System.

Unter dem Dach der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) entstand für jedes dieser vier Raumverfahren ein wissenschaftlicher Dienst, der die weltweit anfallenden Messungen sammelt und einer einheitlichen Auswertung zuführt. Aus einer kombinierten Auswertung aller vier Verfahren entsteht dann unter der Regie des Internationalen Erdrotationendienstes (IERS) das Internationale Terrestrische Referenzsystem (ITRS), (Petit und Luzum, 2010). Die Realisierung dieses Systems auf dem Erdkörper ist der sogenannte Referenzrahmen (International Terrestrial Reference Frame = ITRF), ein Verzeichnis von Koordinaten und Geschwindigkeiten von Beobachtungspunkten und von deren Genauigkeiten. Bei diesem Rechenprozess wird eine Vielzahl von Einflussfaktoren und geophysikalischen Effekten, wie Gezeitendeformation oder Auflasteffekte mit aufwändigen Reduktionsmodellen berücksichtigt. In Abständen von ca. 5 Jahren wird eine Neuberechnung vorgenommen (Altamimi u. a., 2011; Seitz u. a., 2017). Die Koordinaten werden in einem geozentrischen kartesischen Koordinatensystem gegeben und erreichen heute eine Genauigkeit von wenigen Millimetern. Diese ca. 1500 Beobachtungspunkte kommen

der Idee des Brunsschen Polyeders sehr nahe. Sie werden ergänzt und verdichtet durch eine Hierarchie von kontinentalen und nationalen Systemen, meist basierend auf GNSS-Beobachtungen. Im Zeitalter der Satellitengeodäsie formen die Ozeane keine Hindernisse mehr. Parallel zum ITRS entstand durch das Verfahren der Satellitenaltimetrie in den zurückliegenden 30 Jahren eine ununterbrochene zentimetergenaue Erfassung der Geometrie der Meeresoberfläche und ihrer zeitlichen Veränderung (Fu und Cazenave, 2001; Stammer und Cazenave, 2017). In gewisser Weise bleibt die atmosphärische Refraktion, d. h. der störende Einfluss der Troposphäre ein Schwachpunkt, allerdings ist durch die steilen Visuren der Satellitenpositionierung die  $z$ -Komponente der Beobachtungspunkte heute nur unwesentlich ungenauer als die beiden horizontalen Komponenten. Der Geometrieteil des Brunsschen Polyeders ist also Wirklichkeit, wenngleich nicht realisiert mit den klassischen geodätischen Messverfahren des 19. Jahrhunderts sondern mit den modernen Raumverfahren der geodätischen Gegenwart.

Offen ist jedoch noch die Ergänzung der Koordinaten der Polyederpunkte durch physikalisch relevante Höheninformation, oder wie Bruns es vorschlägt, die Vervollständigung durch die Werte des Schwerepotentials und zusätzlich evtl. durch Schwere und Lotabweichungen.

Parallel und teilweise Hand in Hand mit den Positionierungsverfahren wurde in der Satellitengeodäsie an der Entwicklung von Methoden zur Erdschwerefeldbestimmung gearbeitet. Eine neue Qualität erreichten diese Arbeiten mit gravimetrischen Satellitenverfahren, die eine direkte dreidimensionale Bahnverfolgung erdnahe Satelliten über GPS mit hochgenauen Beschleunigungsmessungen kombinieren. Es waren dies bisher die Missionen CHAMP (2000 – 2010), GRACE (2002 – 2017) und GOCE (2009 – 2013). Aus den Messreihen dieser Missionen konnten globale Schwerefeldmodelle gewonnen werden. Sie werden üblicherweise als ein Satz von dimensionslosen Entwicklungskoeffizienten einer Reihe von Kugelfunktionen dargestellt. So besteht zum Beispiel das Modell GOCE-TIM5 aus einem kompletten Satz von Koeffizienten bis Grad und Ordnung 280 oder das Modell GOCE-DIR5 bis Grad und Ordnung 300, (Brockmann u. a., 2014; Bruinsma u. a., 2014). Diese

Entwicklungsgrade entsprechen nach der Faustregel: Räumliche Auflösung =  $20\,000 \text{ km}/\text{Entwicklungsgrad}$  einer Auflösung auf der Erdkugel von ca. 71 km bzw. 66 km. Die Genauigkeit des Schwerepotentials bei Grad und Ordnung 200 (bzw. 100 km) entspricht für beide Modelle einer Höhengenaugigkeit von ungefähr 1 cm bis 3 cm. Mit diesen Modellen ließen sich die 3-D Koordinaten des ITRF global einheitlich durch Geopotentielle Koten oder Potentialwerte einschließlich den Werten der ersten und zweiten Ableitungen ergänzen. Das heißt, man könnte nun den Gedankengang von Bruns aufgreifen und seinem Vorschlag folgend, global konsistent die Geometrieinformation durch die Höhen bzw. Potentialinformation ergänzen. Im Sinne von Marussi (1985) entspräche dies einer Ergänzung der geometrischen Koordinaten durch sogenannte natürliche oder Schwerekoordinaten. Marussi (1977) sprach an anderer Stelle von einer „Geometrie in der Geometrie“. Leider entspricht jedoch die Begrenzung der Reihenentwicklung des Schwerepotentials, z. B. bis Grad und Ordnung 200, einer geglätteten und daher unvollständigen Darstellung der Potentialfunktion oder der daraus abgeleiteten physikalischen Höhen. Der vernachlässigte Teil der Kugelfunktionsdarstellung wird als spektraler Abbruchfehler bezeichnet. Bei einem Entwicklungsgrad 200 liefert als Abschätzung das Gradvarianzmodell von Tscherning und Rapp (1974) einen Abbruchfehler von ca. 48 cm, das einfachere Modell von Kaula (1966) 28 cm, beide Werte viel zu hoch für ein offizielles nationales Höhensystem. Der Abbruchfehler ist im Sinne einer globalen Standardabweichung zu verstehen, d. h. je nach Rauigkeit des Schwerefelds gibt es Regionen mit höherem und niedrigerem Abbruchfehler. Durch Hinzunahme von terrestrischer Schwerefeldinformation lässt sich der Abbruchfehler signifikant verringern, wobei es Regionen gibt mit sehr guten und flächendeckenden Schweredaten und andere mit sehr lückenhaftem bzw. schlecht dokumentiertem Datenmaterial. Am einfachsten ist die Verwendung von kombinierten Geopotentialmodellen, bei denen mit großem Aufwand die Kugelfunktionsentwicklung der Ergebnisse der Satellitengravimetrie mit der verfügbaren Schwerefeldinformation aus terrestrischer Gravimetrie oder abgeleitet aus Satellitenaltimetrie kombiniert wurde. Ein hervorragendes Beispiel ist das Modell EGM2008 (Pavlis u. a., 2012) mit einer lückenlosen Reihenent-

wicklung bis Grad und Ordnung 2159 und zusätzlichen Koeffizienten bis Grad 2190. Neuere Modelle sind GOCO05c-ogmoc des GeoForschungsZentrums in Potsdam, ebenfalls bis Grad 2190 oder GOCO05, das auf einer strengen Lösung der kombinierten Normalgleichungen bis Grad und Ordnung 720 beruht, (Fecher u. a., 2017). Bei letzterem ist der Abbruchfehler ca. 8 bis 9 cm, bei den hochauflösenden Modellen nur noch ca. 2 cm. Dies bedeutet, dass auch der gravimetrische Teil des Vorschlags von Bruns umgesetzt werden kann, wenn auch noch nicht global einheitlich mit der wünschenswerten Genauigkeit. Dennoch, die Grundidee von Heinrich Bruns (1878) könnte heute als Aufgabe des Global Geodetic Observing System (GGOS) unter dem Dach der IAG realisiert werden, (Beutler und Rummel, 2012).

Es scheint daher nun der Zeitpunkt gekommen, zu dem die Umsetzung der Grundidee von Bruns im obengenannten Sinn und damit auch die Realisierung eines global konsistenten Höhensystems angegangen werden sollte. Kernpunkte sind:

- Die Realisierung eines global vereinheitlichten Höhensystems durch die Ergänzung des Koordinatenregisters des ITRF mit Werten des Schwerepotentials (und/oder Geopotentiellen Koten, Normalhöhen, orthometrischen Höhen) ergänzt durch die ersten Ableitungen des Schwerepotentials in einem Nord, Ost, vertikal oben-Dreibein. Dies entspricht dem gravimetrischen Teil bzw. Höhentheil des Brunsschen Polyeders.
- Erweiterung des globalen geodätischen Punkteregisters durch ausgewählte terrestrische Bezugspunkte, Meerespegel und Bezugsmarken der nationalen Zeitdienste einschließlich der entsprechenden Potential-/Höheninformation. Die Gesamtheit dieser Punkte sei hier Polyeder genannt.
- Ergänzung auch der regionalen/nationalen GNSS-Punktfelder durch entsprechende Potential-/Höheninformation.
- Unter dem Dach von GGOS-IAG die Sammlung, Aufbereitung und Überprüfung aller weltweit verfügbaren Schwere- und zugehörigen Höhendaten als Datenquelle für eine bestmögliche Neuberechnung eines hochauflösenden Geopotentialmodells – als Nachfolgemodell von EGM2008 bzw. EIGEN-C4. Überprüfung der theoretischen und numerischen Grundlagen dieser Neuberechnung, Festle-

gung des Rechenmodells und aller Definitionsparameter als Teil des ITRS.

- Ebenfalls als Aktivität des GGOS-IAG: parallel zu der periodischen Neuberechnung des ITRF eine periodische Neuberechnung und Überprüfung der Werte des Schwerepotentialanteils und seiner Ableitungen.

Die Umsetzung dieser Vorschläge erfordert die Berücksichtigung bzw. Klärung einer Reihe von Einzelthemen:

Im Rahmen des IERS wird kontinuierlich an der Aktualisierung und Verfeinerung des ITRS und dessen Realisierung, dem ITRF gearbeitet, (Altamimi u. a., 2011; Seitz u. a., 2017). Es wäre daher nur logisch, parallel hierzu als Aktivität des GGOS-IAG an die Koordinaten der Polyederpunkte den ergänzenden Potential- bzw. Höhentheil hinzuzufügen. Auch diese Aufgabe sollte einer ausgewiesenen Institution anvertraut werden und von unabhängigen Expertengruppen überprüft werden. Die Berechnung sollte auf einem aktuellen und hochauflösenden Geopotentialmodell beruhen. Es könnte Aufgabe des GGOS sein, die für dieses Modell bestmögliche Datengrundlage zu schaffen. Ähnlich den sehr erfolgreichen Kampagnen in der Arktis und Antarktis, (Kenyon u. a., 2008; Scheinert u. a., 2016) könnte man mit abgestimmten Projekten vorhandene Lücken und Schwachstellen beseitigen. Dabei geht es nach den Satellitenmissionen GRACE und GOCE und der Neuberechnung des ozeanischen Schwerefelds unter Einbeziehung der CRYOSAT-2-Daten (Andersen und Knudsen, 2017) um eine Vervollständigung der terrestrischen Schweredaten und eine Identifizierung eines geeigneten hochauflösenden topographischen Höhenmodells.

Die terrestrischen Schwereanomalien beziehen sich auf das jeweilige Höhendatum der Region. Das heißt, aus den unbekanntem Höhendatumsdifferenzen resultieren unbekannt Sprünge in den Schwereanomalien. In Rummel und Teunissen (1988) wurde gezeigt, wie dieser Aspekt bei der Lösung der Geodätischen Randwertaufgabe berücksichtigt werden kann. Xu (1992) führte hierzu eine Modellsimulation durch. Kürzlich wurde in Gerlach und Rummel (2013) gezeigt, dass wegen des mittlerweile hohen Auflösungsgrads der Satellitenschwerefeldmodelle dieser indirekte Datumseffekt in den terrestrischen Schwereanomalien vernachlässigt werden kann.

Höchste Priorität muss die perfekte Konsistenz der Geometriedaten der Polyederpunkte im ITRF mit dem Potential- bzw. Höhenteil haben. Im Kern bedeutet dies die Berechnung des Potential- bzw. Höhentails im ITRS, d. h. die Verwendung der Systemparameter und Reduktionsmodelle des ITRS auch für das zu verwendende Geopotentialmodell. Dabei relevante Themen werden in Gerlach u. a. (2017) erörtert. Aspekte, die hierbei vielleicht besondere Aufmerksamkeit verdienen sind das Thema „permanente Gezeiten“ (Hughes und Bingham, 2008), die Frage des gemeinsamen Ursprungs des ITRS (nahe dem Massenzentrum) und des Schwerepotentialmodells (definitionsgemäß im Massenzentrum) und die Rolle der zeitlichen Veränderungen der Höhenwerte. Gerade wegen der heute hohen Relevanz der Geoidbestimmung, der Berechnung der mittleren Meeresoberfläche und der mittleren Ozeanographie für die Ozeanographie und Klimaforschung wäre es überlegenswert, die bisherige Empfehlung der IAG zum Zero-Tide-System zu überdenken und evtl. zum Mean-Tide-System überzugehen (vgl. auch Mäkinen und Ihde, 2009). Im Mean-Tide-System wäre ein natürlicher Übergang zu den Messreihen der Satellitenaltimetrie und der Meerespiegel gegeben.

Noch eine Bemerkung zur Datumsdefinition des Potential- bzw. Höhentails und zur Bestimmung von  $W_0$ . Auch dieses Thema wurde bereits von Bruns (1878) behandelt, der sich sehr intensiv mit den Grundlagen der Potentialtheorie beschäftigte. Es sei auch auf Heiskanen und Moritz (1967, Abschnitte 2-19 und 2-20), Rummel und Heck (2001), Hipkin (2002) und Sacerdote und Sansò (2001) verwiesen. Messbar sind nur Potentialdifferenzen, nicht aber das Potential selbst, vollkommen analog zur Elektrostatik. In der Praxis werden auch nur Potential- oder Höhendifferenzen benötigt. In der Geodäsie wird das „absolute“ Potential nur durch die Einführung der Regularitätsbedingung bei der Lösung der Geodätischen Randwertaufgabe schätzbar, d. h. durch die Annahme, dass das Potential im Außenraum gegen Unendlich nach Null abklingt. Erst durch diese Annahme wird das Potential auf der Erdoberfläche und im Außenraum berechenbar. Es geht also auch hier um Potentialdifferenzen, nämlich um die Differenz des Potentials von Punkten auf der Erde oder im erdnahen Außenraum bezüglich „Unendlich“. Inwiefern lässt sich dann dennoch von einer Datums-

wahl sprechen? Die Regularitätsbedingung lässt natürlich noch offen, auf welche Niveaufläche des Schwerefelds sich die Geopotentialen Knoten oder physikalischen Höhen beziehen sollen. Man könnte zum Beispiel die durch einen tektonisch sehr stabilen und sorgfältig überwachten Pegel gehende Niveaufläche wählen, oder den Ensemblemittelwert aus einer Gruppe ausgewählter Meerespiegel oder den globalen Mittelwert der altimetrisch vermessenen Meeresoberfläche, mit den dazugehörigen Möglichkeiten der Transformation von einer Datumswahl zu einer anderen, (Baarda, 1973). Es gibt in diesem Sinne verschiedene Arbeiten zur Bestimmung eines bestmöglichen Wertes  $W_0$ , (Burša u. a., 1997, 1999, 2007; Grafarend und Ardalan, 1997).

Ein weiterer Punkt ist die Einbeziehung bestehender klassischer Nivellements (kombiniert mit Schwerewerten) in den vorgeschlagenen Prozess. Es ist bekannt, dass die klassischen Nivellements über kürzere Abstände sehr genau sind, über große Abstände sich jedoch systematische Fehler einschleichen können, die zu signifikanten Verformungen der bestehenden Höhensysteme geführt haben, siehe zum Beispiel Higginson u. a. (2015), Wang u. a. (2012) und Woodworth u. a. (2012). In der älteren Literatur werden höhenabhängige und breitenabhängige systematische Fehler diskutiert, zum Beispiel in Bomford (1980) und Jordan u. a. (1956, S.218-264). Es müsste demnach ein Verfahren entwickelt werden, das die Stärke des „GPS-Nivellements“ über große Abstände und global mit dem des klassischen Nivellements über kurze Abstände kombiniert.

## 4 Ausblick

Heinrich Bruns erörterte im Jahr 1878 in seiner berühmten Denkschrift „Die Figur der Erde“ das theoretische Konzept einer Bestimmung der Form der Erde mittels eines den Erdkörper umspannenden Polyeders. Teil seines Konzeptes war die Ermittlung des Schwerepotentials an den Polyederpunkten als physikalisch eindeutiges Höhenmaß. Bruns legte auch dar, dass die atmosphärische Refraktion eine genaue Messung der notwendigen Zenitwinkel zwischen den Polyederpunkten und die Beschränkung der terrestrischen Messungen auf die Landmassen die Realisierung dieses weltumspannenden Polyeders zu seiner Zeit un-

möglich machte. Mit dem Eintritt ins Raumzeitalter im Jahre 1957 wurden die genannten Beschränkungen überwunden. Heute, siebenzig Jahre nach Sputnik-1, dem ersten künstlichen Satelliten ist die zentimetergenaue Bestimmung der Geometrie des Erdkörpers Realität. Zudem bilden Ozeane und Eisoberflächen keine Hindernisse mehr. Das Brunssche Polyeder ist Wirklichkeit geworden, wenngleich in der abgewandelten Form des ITRS/ITRF. Mit den erfolgreichen Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE rückte auch die noch fehlende global einheitliche und genaue Ergänzung des ITRS/ITRF durch Geopotentielle Knoten bzw. physikalische Höhen in greifbare Nähe. Die beiden Missionen GRACE und GOCE waren so konzipiert, dass durch differentielle Messverfahren dem mit zunehmendem Abstand von den Erdmassen schnellen Abklingen des Gravitationssignals entgegen gewirkt werden konnte: bei GRACE durch eine Abstandsdifferenzmessung zwischen den beiden sich in einer erdnahen Umlaufbahn folgenden Satelliten, bei GOCE durch die Verwendung eines Gravitationsgradientometers. Die erforderliche hohe Genauigkeit der Höhenbestimmung erfordert jedoch auch heute noch eine Kombination der aus CHAMP, GRACE und GOCE entstandenen Geopotentialmodelle mit terrestrischen Schwerefelddaten, d. h. gravimetrischen Schwereanomalien auf Land und in einigen Eis- und Meeresregionen, auf den Ozeanen Schwereanomalien aus Satellitenaltimetrie und ergänzend, Topographiedaten. Die Qualitätsanalyse und optimale Kombination von Satellitengravimetrie mit den terrestrischen Datensätzen könnte als Projekt unter dem Dach von GGOS-IAG realisiert werden.

Die Realisierung eines global konsistenten und genauen Höhensystems gehört zu den Grundaufgaben der Geodäsie. Die Verwirklichung eines derartigen Internationalen Höhenreferenzsystems ist Voraussetzung für die Behebung von Verformungen in den bestehenden Höhennetzen, Grundlage für Länder oder Kontinente übergreifende Ingenieuraufgaben und Ausgangspunkt für die globale Untersuchung des mittleren Meeresspiegels und dessen Veränderungen.

## Literatur

- Altamimi, Z., Collilieux, X. und Métivier, L. (2011): ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy* 85(8):457–473. DOI: 10.1007/s00190-011-0444-4.
- Andersen, O. B. und Knudsen, P. (2017): Deriving the DTU15 global high resolution marine gravity field from satellite altimetry. In: Abstract from ESA Living Planet Symposium 2016, Prague, Czech Republic.
- Baarda, W. (1973): S-transformations and criterion matrices. Publ. Netherlands Geodetic Commission 5-1.
- Baarda, W., Harkink, F. und de Groot, D. (1956): Handleiding voor de technische werkzaamheden van het kadaster. Ministerie van Financiën, Den Haag.
- Baeyer, J. J. (1861): Ueber die Grösse und Figur der Erde - Eine Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung, 111 Seiten. Georg Reimer, Berlin.
- Beutler, G. und Rummel, R. (2012): Scientific Rationale and Development of the Global Geodetic Observing System. In: *Geodesy for Planet Earth: Proceedings of the 2009 IAG Symposium, Buenos Aires, Argentina, 31 August 31 - 4 September 2009*. Hrsg. von S. Kenyon, M. C. Pacino und U. Marti. IAG-Symposia 136. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 987–993. DOI: 10.1007/978-3-642-20338-1\_123.
- Bomford, G. (1980): Geodesy. Forth Edition. Clarendon, Oxford.
- Börsch, A., Kühnen, F. und Helmert, F. R. (1891): Vergleich der Mittelwasser der Ostsee und Nordsee, des Atlantischen Ozeans und des Mittelmeeres auf Grund einer Ausgleichung von 48 Nivellements-polygonen in Central- und Westeuropa. Centralbureau der Internationalen Gradmessung, Berlin.
- Brockmann, J. M., Zehentner, N., Höck, E., Pail, R., Loth, I., Mayer-Gürr, T. und Schuh, W.-D. (2014): EGM\_TIM\_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission. *Geophysical Research Letters* 41(22):8089–8099. DOI: 10.1002/2014GL061904.
- Bruinsma, S. L., Förste, C., Abrikosov, O., Lemoine, J.-M., Marty, J.-C., Mulet, S., Rio, M.-H. und Bonvalot, S. (2014): ESA's satellite-only gravity field model via the direct approach based on all GOCE data. *Geophysical Research Letters* 41(21):7508–7514. DOI: 10.1002/2014GL062045.
- Bruns, H. (1878): Die Figur der Erde. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts, Berlin.
- Burša, M., Kenyon, S., Kouba, J., Šíma, Z., Vatrt, V., Vitek, V. und Vojtíšková, M. (2007): The geopotential value  $W_0$  for specifying the relativistic atomic time scale and a global vertical reference system. *Journal of Geodesy* 81(2):103–110. DOI: 10.1007/s00190-006-0091-3.
- Burša, M., Kouba, J., Kumar, M., Müller, A., Raděj, K., True, S. A., Vatrt, V. und Vojtíšková, M. (1999): Geoidal Geopotential and World Height System. *Studia Geophysica et Geodaetica* 43(4):327–337. DOI: 10.1023/A:1023273416512.
- Burša, M., Raděj, K., Šíma, Z., True, S. A. und Vatrt, V. (1997): Determination of the Geopotential Scale Factor from TOPEX/POSEIDON Satellite Altimetry. *Studia Geophysica et Geodaetica* 41(3):203–216. DOI: 10.1023/A:1023313614618.
- Colombo, O. (1980): A world vertical network. Report 296. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Fecher, T., Pail, R. und Gruber, T. (2017): GOCO05c: A New Combined Gravity Field Model Based on Full Normal Equations and Regionally Varying Weighting. *Surveys in Geophysics* 38(3):571–590. DOI: 10.1007/s10712-016-9406-y.
- Fu, L.-L. und Cazenave, A. (2001): Satellite Altimetry and Earth Sciences. Hrsg. von L.-L. Fu und A. Cazenave. Academic Press, San Diego.
- Gerlach, C. und Rummel, R. (2013): Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach. *Journal of Geodesy* 87(1):57–67. DOI: 10.1007/s00190-012-0579-y.

- Gerlach, C., Gruber, T. und Rummel, R. (2017): Höhensysteme der nächsten Generation. In: *Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie*. Hrsg. von R. Rummel. Springer Reference Naturwissenschaften, Kap. 9. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 349–400. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5\_7.
- Grafarend, E. W. und Ardalan, A. A. (1997):  $W_0$ : an estimate in the Finnish Height Datum N60, epoch 1993.4, from twenty-five GPS points of the Baltic Sea Level Project. *Journal of Geodesy* 71(11):673–679. DOI: 10.1007/s001900050134.
- Gruber, T., Gerlach, C. und Haagmans, R. (2012): Intercontinental height datum connection with GOCE and GPS-levelling data. *Journal of Geodetic Science* 2(4):270–280. DOI: 10.2478/v10156-012-0001-y.
- Heck, B. (2004): Problems in the Definition of Vertical Reference Frames. In: *V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy: Matera, Italy June 17–21, 2003*. Hrsg. von F. Sansò. IAG Symposia, Vol. 127. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 164–173. DOI: 10.1007/978-3-662-10735-5\_22.
- Heck, B. (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 3. Aufl., 473 S. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Heiskanen, W. A. und Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Higginson, S., Thompson, K. R., Woodworth, P. L. und Hughes, C. W. (2015): The tilt of mean sea level along the east coast of North America. *Geophysical Research Letters* 42(5):1471–1479. DOI: 10.1002/2015GL063186.
- Hipkin, R. G. (2002): Is there a need for a Geodetic Datum 2000? Discussion of a “Heiskanen & Moritz” Proposition”. In: *Vistas for Geodesy in the New Millennium: IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary September 2–7, 2001*. Hrsg. von J. Ádám und K.-P. Schwarz. IAG-Symposia 125. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 124–127. DOI: 10.1007/978-3-662-04709-5\_21.
- Hughes, C. W. und Bingham, R. J. (2008): An Oceanographer’s Guide to GOCE and the Geoid. *Ocean Science* 4(1):15–29. DOI: 10.5194/os-4-15-2008.
- Ihde, J. und Sánchez, L. (2005): A unified global height reference system as a basis for IGGOS. *Journal of Geodynamics* 40(4):400–413. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jog.2005.06.015>.
- Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., Liebsch, G., Marti, U., Pail, R. und Sideris, M. (2017): Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR5). *Surveys in Geophysics* 38(3):549–570. DOI: 10.1007/s10712-017-9409-3.
- Jordan, W., Eggert, O. und Kneissl, M. (1956): Handbuch der Vermessungskunde. Band III, 10. Auflage. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- Kaula, W. M. (1966): Theory of Satellite Geodesy. Blaisdell Publishing Comp, Waltham.
- Kenyon, S., Forsberg, R. und Coakley, B. (2008): New Gravity Field for the Arctic. *Eos, Transactions American Geophysical Union* 89(32):289–290. DOI: 10.1029/2008EO320002.
- Mäkinen, J. und Ihde, J. (2009): The Permanent Tide in Height Systems. In: *Observing our Changing Earth*. Hrsg. von M. G. Sideris. IAG-Symposia 133. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 81–87. DOI: 10.1007/978-3-540-85426-5\_10.
- Marussi, A. (1977): Geodäsie: Zwischen Wirklichkeit und Abstraktion. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie* 65(3–4):129–131.
- Marussi, A. (1985): Intrinsic Geodesy. (übersetzt von W. I. Reilly). Springer, Heidelberg.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. und Factor, J. K. (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research* 117:B04406. DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Petit, G. und Luzum, B. (2010): IERS Conventions (2010). 644 Seiten. Frankfurt/M: IERS Technical Note No. 36.
- Rapp, R. H. und Balasubramania, N. (1992): A conceptual formulation of a world height system. Report 421. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Rummel, R. und Heck, B. (2001): Some critical remarks on the definition and realization of the EVRS. *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung* 61:114–115.
- Rummel, R. und Teunissen, P. (1988): Height datum definition, height datum connection and the role of the geodetic boundary value problem. *Bulletin Géodésique* 62(4):477–498. DOI: 10.1007/BF02520239.
- Sacerdote, F. und Sansò, F. (2001):  $W_0$ : A story of the height datum problem. In: *Festschrift Wolfgang Torge*. Report No 241. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, S. 49–56.
- Sánchez, L. (2012): Towards a vertical datum standardization under the umbrella of Global Geodetic Observing System. *Journal of Geodetic Science* 2(4):325–342. DOI: 10.2478/v10156-012-0002-x.
- Scheinert, M., Ferraccioli, F., Schwabe, J., Bell, R., Studinger, M., Damaske, D., Jokat, W., Aleshkova, N., Jordan, T., Leitchenkov, G., Blankenship, D. D., Damiani, T. M., Young, D., Cochran, J. R. und Richter, T. D. (2016): New Antarctic gravity anomaly grid for enhanced geodetic and geophysical studies in Antarctica. *Geophysical Research Letters* 43(2):600–610. DOI: 10.1002/2015GL067439.
- Seibt, W. (1883): Gradmessungs-Nivellement zwischen Swinemünde und Amsterdam. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts, Berlin.
- Seitz, M., Angermann, D. und Bloßfeld, M. (2017): Geometrische Referenzsysteme. In: *Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie*. Hrsg. von R. Rummel. Springer Reference Naturwissenschaften, Kap. 8. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 325–348. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5\_17.
- Stammer, D. und Cazenave, A. (2017): Satellite Altimetry Over Oceans and Land Surfaces. Hrsg. von D. Stammer und A. Cazenave. 644 Seiten. CRC Press. ISBN: 9781498743457.
- Tscherning, C. C. und Rapp, R. H. (1974): Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. Report 208. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Wang, Y. M., Saleh, J., Li, X. und Roman, D. R. (2012): The US Gravimetric Geoid of 2009 (USGG2009): model development and evaluation. *Journal of Geodesy* 86(3):165–180. DOI: 10.1007/s00190-011-0506-7.
- Woodworth, P. L., Hughes, C. W., Bingham, R. J. und Gruber, T. (2012): Towards worldwide height system unification using ocean information. *Journal of Geodetic Science* 2(4):302–318. DOI: 10.2478/v10156-012-0004-8.
- Xu, P. (1992): A quality investigation of global vertical datum connection. *Geophysical Journal International* 110(2):361–370. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1992.tb00880.x.