

Hierarchisch durchströmte Wärmeübertrager mit offenporösen Faserstrukturen für instationäre Prozesse

zur Erlangung des akademischen Grades eines DOKTORS DER
INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)

bei der KIT-Fakultät für Maschinenbau des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
angenommene

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Emmerich Tempfli

Tag der mündlichen Prüfung: 19.12.2017

Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi
Korreferent :	Prof. Dr. rer. nat. Hans-Martin Henning
Korreferent :	Dr. rer. nat. Ferdinand P. Schmidt

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	5
Abstract	7
I. Einführung: Wärmeübertragungskonzepte	9
1. Überblick vielversprechender Techniken	15
1.1. Miniaturisierung und offenporöse Strukturen	15
1.2. Fraktale Kanalstrukturen	18
II. Hierarchische Wärmeübertragungssysteme	21
2. Hierarchische Plattenwärmeübertrager	23
2.1. Abschätzung der thermohydraulischen Leistungsfähigkeit	24
2.1.1. Hydraulische Effizienz	25
2.2. Thermischer Widerstand	28
2.3. Thermische Masse	29
2.4. Exemplarische Gegenüberstellung	30
3. Verteilersysteme	33
3.1. Einfache Verteilersysteme	33
3.1.1. Genetischer Algorithmus	33
3.1.2. Optimierungsproblem	35
3.1.3. Zwei-Schritt-Optimierung	35
3.1.4. Vergleichstopologie (VT)	37
3.1.5. Numerisches Modell und Optimierung	38
3.1.6. Parameterstudie	38
3.2. Biomimetisches Verteilungssystem	45
3.2.1. Optimale Fraktale Verteilersysteme	46
3.2.2. Multikriterielle Optimierung	47
3.2.3. Verzweigungsgrad	48
3.2.4. Strukturinitialisierung	49
3.2.5. Definition der Zielfunktionen	53
3.3. Sukzessive Optimierung	54

III. Charakterisierung von Faserstrukturen	61
4. Faserstrukturen	63
4.1. Struktur	63
4.1.1. Porosität	63
4.1.2. Anisotropie und Tortuosität	64
4.2. Synthetische 3D-Faserstruktur-Modelle	66
4.2.1. Generierung synthetischer Faserstrukturen	67
4.2.2. Parametrische Rekonstruktion der realen Faserstrukturen	69
4.3. Transportmechanismen: Methode der Volumenmittelung	72
4.3.1. Massentransport	73
4.3.2. Energietransport	74
4.4. Experimentelle Methodik zur Charakterisierung poröser Strukturen	74
4.4.1. Experimenteller Aufbau	75
4.5. Experimentelle Methodik: Infrarot-Thermographie	78
5. Hydraulische Untersuchungen	87
5.1. Makroebene: Massentransportmodellierung	88
5.2. Mikroebene: Analytische Permeabilitätsmodelle	89
5.2.1. Permeabilitätsmodell P1	89
5.2.2. Permeabilitätsmodell P2	93
5.3. Mikroebene: Numerische Modellstrukturuntersuchungen	95
5.3.1. Mikroskopische Grundgleichungen und numerische Konfiguration	95
5.3.2. Numerische Berechnungen	96
5.4. Numerische Validierung	100
5.5. Experimentelle Validierung	101
5.5.1. Test des Messaufbaus	101
5.5.2. Experimentelle Permeabilitätsbestimmung	103
6. Thermische Untersuchungen: Wärmeleitung	107
6.1. Makroebene: Wärmeleitung	108
6.2. Mikroebene	110
6.2.1. Wärmeübertragungsmodell W1	110
6.2.2. Wärmeübertragungsmodell W2	115
6.3. Modellstrukturuntersuchungen	117
6.4. Numerische und experimentelle Validierung	120
7. Thermische Untersuchungen: Wärmeübergang	123
7.1. Makroebene: Wärmeübergangsmodellierung	124
7.1.1. Schließung der volumengemittelten Energiegleichungen	124
7.2. Experimentelle Methode: Indirekte Methode	126
7.3. Analytisches Wärmeübertragungsmodell	130
7.3.1. Der äquivalente Wärmeübertragungskoeffizient	131

7.3.2.	Geometriespezifikationen der Modellstruktur	132
7.3.3.	Faserbündel mit variabler Durchströmung	133
7.3.4.	Wärmeübertragungsmodell T	135
7.3.5.	Modellvergleich	138
7.4.	Mikroebene: Wärmeübergangsmodellierung	140
7.4.1.	Modellstrukturuntersuchung	140
7.4.2.	Numerische Validierung	143

IV. Zusammenfassung und Ausblick 145

A. Hierarchischer Wärmeübertrager im Rahmen der Constructal Theory 151

A.1.	Druckabfall in den Hierarchieebenen	151
A.2.	Thermischer Widerstand	153

Danksagung 155

Literaturverzeichnis 157

Nomenklatur 165

Abbildungsverzeichnis

2.1. Wärmeübertragerkonzept HHX mit den Hierarchieebenen I, II, III.	24
2.2. Skizze: (a) RHX mit idealer Volumenstromaufteilung im Verteilerkanal (grau gestrichelt); (b) HHX mit den Hierarchieebenen (I, II, III).	25
3.1. Flussdiagramm des metaheuristischen Optimierungsalgorithmus GO.	34
3.2. Flussdiagramm der Zwei-Schritt-Optimierung mit den sukzessiven Optimierungsschritten 1 und 2.	36
3.3. Topologie der Hierarchieebenen I (a) und II (b).	37
3.4. Geschwindigkeitsfeld für $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min und $\epsilon = 0.83$ für die Hierarchieebenen <i>I</i> und <i>II</i>	39
3.5. Hierarchieebene <i>I</i> : Geglättete PDF [s/m ³] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min (rot) und $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min (blau) der verschiedenen Topologien.	41
3.6. Zielfunktion F [m ³ /s] für das Parameterfeld (Tab. 3.1) der der Hierarchieebene <i>I</i>	42
3.7. Hierarchieebene <i>II</i> : Geglättete PDF [s/m ³] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min der verschiedenen Topologien.	43
3.8. Zielfunktion F [m ³ /s] für das Parameterfeld (Tab. 3.1) der Hierarchieebene <i>II</i>	44
3.9. (a) Kopplung der Programme für die Optimierungsberechnungen. (b) Berechnete fraktale Strukturgeometrie.	46
3.10. Dichtefunktionen-Darstellung der dimensionslosen Zielfunktionen.	50
3.11. Darstellung der vektoriellen Zielfunktion \mathbf{F} im Funktionenraum.	51
3.12. (a) Baumstruktur der Verteilerstruktur von Init1; (b) Baumstruktur der Verteilerstruktur von Init2 mit Schnitt durch die zugehörige 3D-Kanalstruktur (xy-Ebene).	52
3.13. Diskrete Lösungen der MO mit der skizzierten Pareto Front (rote Linie).	54
3.14. Strukturänderung über die einzelnen Schritte der sukzessiven Optimierung.	55
3.15. Vergleich der Volumenstromverteilungen.	56
3.16. Geglättete PDF [s/m ³] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min der verschiedenen Topologien.	57
3.17. Volumenstrom- und Temperaturverteilung im hierarchischen Wärmeübertrager.	58

4.1.	(links) Isotrope Verteilung auf der Einheitssphäre; (rechts) Anisotroper Grenzfall $a_3 \rightarrow \infty$	68
4.2.	Topologieanalyse der Faserstruktur.	71
4.3.	Schematische Darstellung des porösen Mediums und dem zugehörigen repräsentativen Elementarvolumen (REV).	72
4.4.	Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur hydraulischen und thermischen Charakterisierung der Wärmeübertragerstrukturen.	75
4.5.	Schnittansicht in der xz-Ebene des Probenträgers mit der Positionierung der Probe und der Durchströmung.	76
4.6.	Explosionsdarstellung der CAD-Geometrie des Probenträgers mit der CT-Aufnahmen der Faserprobe.	77
4.7.	Spezifische spektrale Ausstrahlung eines schwarzen Körpers.	79
4.8.	Schematische Darstellung der Strahlungssituationen auf der Vorderseite (A) und Rückseite (B) des Messobjektes, mit den Abkürzungen (gl) Glas, (K) Körper und (u) Umgebung.	81
4.9.	2D Strahlungsfeld M auf der Vorderseite des Messobjektes (A).	85
4.10.	2D Strahlungsfeld M auf der Rückseite des Messobjektes (B).	86
5.1.	2D-Faserstruktur mit quadratischer Anordnung.	90
5.2.	Abbildung der ungeordneten Faserstruktur auf ein kubisches Fasergitter.	92
5.3.	SFS: Simulationsmodell für die Permeabilitätsberechnung.	94
5.4.	Dichtedarstellung der numerischen Permeabilitätsverhältnisse κ_{num} gegen theoretischen Permeabilitätsverhältnisse κ_{theo}	98
5.5.	Dichtedarstellung der interpolierten Permeabilitätsverhältnisse κ_{int} gegen die theoretischen Permeabilitätsverhältnisse κ_{theo}	99
5.6.	Dimensionslose Permeabilitäten in Anisotropierichtung gegen die Modell-Permeabilitäten.	100
5.7.	Re gegen Reibungsbeiwert f	102
5.8.	Re gegen den normierter Druckabfall $\Delta p/L$	104
6.1.	Geometrie zum Wärmeleitfähigkeitsmodell W1.	111
6.2.	Geometrie zum Wärmeleitfähigkeitsmodell W2: (links) Gesamtstruktur und (rechts) Elementarzelle mit Geometrieparametern.	116
6.3.	SFS: Simulationsmodell für die Wärmeleitfähigkeit.	118
6.4.	Effektive Wärmeleitfähigkeit λ in Abhängigkeit von der Anisotropie Ω_z für die Porositäten $\epsilon \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$	120
6.5.	Wärmeleitfähigkeit λ in Abhängigkeit von der Porosität ϵ	121
7.1.	Numerisches Modell: 2D Simulationsgebiet mit Randbedingungen.	127
7.2.	Die numerisch und experimentell bestimmten Temperaturerhöhungen auf der Fluid-Seite ΔT_A und auf der beheizten Seite ΔT_B	128

7.3.	Simulationsgitter: freie Tetraeder. Geschwindigkeitsfeld der Absolutgeschwindigkeit $ \mathbf{v} $, Temperaturverteilung im Wärmeübertragerabschnitt T_s (mit Temperaturerhöhungen auf der Fluid-Seite ΔT_A) und in der Kühlflüssigkeit T_f (mit Temperaturerhöhungen auf der beheizten Seite ΔT_B) im Simulationsgebiet.	129
7.4.	(Kreise) experimentelle Werte des Wärmeübergangs, bestimmt über die indirekte Methode (Gl. 7.9). (Schwarze Kurve) Approximationsfunktion Gl. 7.10 mit der Standardabweichung Std (grau).	130
7.5.	Wärmeübertragungsmodell: 3D Modellstruktur mit Schnitten in der xy-Ebene (h-Fasern) und der xz-Ebene (v-Fasern). Der Elementarzellenbereich (EZ) ist grau gekennzeichnet.	131
7.6.	Nu als Funktion der Reynolds-Zahl Re_d : (schwarz durchgezogen) Fit-Kurve an die experimentellen Werte Nu_{exp} (Gl. 7.10) mit der experimentellen Unsicherheit (grauer Schlauch); (grauer Bereich) Modell Nu_A (Gl. 7.35); (schwarz gestrichelt) Modell Nu_B (Gl. 7.36) und (schwarz gestrichpunktet) Modell Nu_C (Gl. 7.37).	139
7.7.	(a) Geometrie der SFS (blau) mit Füllmedium (grau); (b) unstrukturiertes Netz zur numerischen Berechnung; (c) Randbedingungen der Simulation; (d) Simulationsergebnis: Oberflächentemperatur T_s und Fluidtemperatur T_f entlang der Schnittebene.	141
7.8.	Nu der SFS als Funktion von Re_d für verschiedene Porositäten ϵ und Anisotropiewerte Ω_z	142
7.9.	Nu der RFS als Funktion von Re_d für verschiedene Porositäten ϵ . . .	143

Zusammenfassung

Die zunehmende Erschöpfung fossiler Energieträger erfordert immer effizientere Konversionskonzepte von Primärenergiequellen. Im Bereich der Gebäudeklimatisierung bilden thermisch angetriebene Wärmepumpen bzw. Kältemaschinen einen vielversprechenden Ansatz für eine effiziente Energiekonversion unter Nutzung von Umweltwärme bzw. Abwärme. Solche Systeme führen zu neuen Randbedingungen für die zugrundeliegenden Wärmeübertrager, z. B. für adsorptive Systeme mit einer starken Instationarität und Temperatursensibilität des Prozesses.

Im Hinblick auf diese Randbedingungen wird in dieser Arbeit ein kompaktes, planares Wärmeübertragungssystem entwickelt und untersucht, welches aus einem biomimetischen Ansatz resultiert. In zahlreichen natürlich vorkommenden Transportstrukturen findet man fraktale Verteiler- bzw. Sammelkanalstrukturen, welche über ein kapillares Geflecht verbunden sind. Dieser hierarchische Aufbau wird auch für den, in dieser Arbeit entwickelten Plattenwärmeübertrager angewendet. Des Weiteren erfolgt in natürlichen Wärmeübertragungsstrukturen der hauptsächliche Wärmeaustausch über kapillare Verbindungsgeflechte zwischen den Sammel- und Verteilerstrukturen. Für die technisch effiziente Nachbildung werden offenporöse Metallfaserstrukturen genauer untersucht. Bei der Entwicklung der Gesamtwärmeübertragerstruktur spielen neben den typischen Charakteristiken wie dem Gesamtdruckabfall und dem effektiven thermischen Widerstand der Struktur, die thermische Ansprechzeit (damit zusammenhängend die thermische Masse) und die Strömungsverteilung eine wichtige Rolle.

Die thermohydraulische Effizienz lässt sich über Abschätzungsrechnungen vereinfachter hierarchischer Strukturen demonstrieren, gegenüber häufig verwendeten, effizienten Planarstrukturen mit paralleler Kanalführung.

Im ersten Teil der Arbeit liegt der Fokus in der numerischen Optimierung der höchsten Hierarchieebenen des Wärmeübertragers, insbesondere der Entwicklung optimaler Strömungsverteiler-Systeme. Dabei steht die Methodik zur Erzeugung optimaler Strukturen im Vordergrund. Für vereinfachte Verteilerkanalsysteme konnte eine leistungsfähige Optimierungsmethodik entwickelt werden und zudem gezeigt werden, dass vereinfachte Strömungsannahmen zu nicht-optimalen Verteilertopologien führen. Somit ist eine numerische 3D-Berechnung für die Bestimmung von Optimaltopologien notwendig. Für komplexere Verteilerstrukturen fraktaler Gestalt konnte eine leistungsfähige numerische Optimierungsmethodik mit einer sukzessiven Abfolge und einer effizienten Initialisierung entwickelt werden, mit welcher kompakte Verteilerstrukturen mit günstiger Strömungsaufteilung generiert werden können.

Im zweiten Teil liegt der Fokus auf der niedrigsten Hierarchiestufe des Wärmeübertragers, der offenporösen Verbindung zwischen Verteiler- und Sammelstruktur. Diese offenporösen Metallfaserstrukturen sind aussichtsreich hinsichtlich ihrer thermohydraulischen Leistungsfähigkeit, jedoch bislang wenig untersucht. Die Untersuchungen der thermohydraulischen Charakteristiken erfolgen numerisch und experimentell. Für die experimentelle Ermittlung der lokalen Wärmeübertragungseigenschaften wurde eine thermographiebasierte Methode angewendet. Die numerischen Berechnungen wurden über eine Abbildung der realen Faserstrukturen auf 3D-Modellstrukturen durchgeführt. Mithilfe dieser synthetischen Modellstrukturen konnte eine parametrische Untersuchung vorgenommen, und der Einfluss auf die für die Effizienz maßgebenden Größen der Permeabilität K , der effektiven Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{th,eff}$ und des Wärmeübergangskoeffizienten h_{sf} ermittelt werden. Durch einen Vergleich dieser Ergebnisse mit numerischen Berechnungen der realen Faserstrukturen - welche aus CT-Daten gewonnen wurden - und der experimentellen Ergebnisse war eine Modellvalidierung möglich. Für die charakterisierenden Größen der realen Faserstrukturen, welche keine geordnete Struktur aufweisen, wurden vereinfachte analytische Modelle - basierend auf geordneten Strukturen - hergeleitet. Eine adäquate Vorhersage der thermohydraulischen Größen dieser Modelle konnte gezeigt werden.

Abstract

The increasing depletion of fossil fuels requires increasingly efficient conversion concepts for primary energy sources. In the field of building climate control, thermally driven heat pumps or chillers are a promising approach for efficient energy conversion using the heat of the environment or waste heat. Such systems lead to new boundary conditions for the underlying heat exchangers, e.g. adsorptive systems with a strong instationarity and temperature sensitivity of the process.

In view of these boundary conditions, a compact, planar heat transfer system is developed and investigated, which results from a biomimetic approach. In numerous naturally occurring transport structures, fractal distribution or collecting channel structures are found, which are connected via a capillary network. This hierarchical structure is also applied to the plate heat exchanger developed in this work. Furthermore, the main heat exchange takes place in natural heat transfer structures via capillary connecting networks between the collecting and distributing structures. For the technically efficient emulation, open-pore metal fiber structures are investigated more closely. Beyond the typical characteristics such as the total pressure drop and the effective thermal resistance of the structure, the thermal response time (and the thermal mass) and the flow distribution play an important role in the development of the overall heat exchanger structure.

Thermohydraulic efficiency can be demonstrated by means of estimation calculations of simplified hierarchical structures in comparison to frequently used, efficient planar structures with parallel channels.

In the first part, the focus is on the numerical optimization of the highest hierarchical levels of the heat exchanger, in particular the development of optimal flow distribution systems. The main emphasis here is on the methodology for generating optimal structures. An efficient optimization methodology has been developed for simplified distribution channel systems and furthermore it could be shown, that simplified flow assumptions lead to non-optimal distribution topologies. Consequently, a numerical 3D calculation is necessary in order to obtain optimal topologies. For more complex distribution structures of fractal shape, an efficient numerical optimization methodology with a successive sequence and a sophisticated, quick initialization was developed, with which compact distribution structures with favorable flow distribution can be generated.

In the second part, the focus is directed to the lowest hierarchy level of the heat exchanger, the open-porous connection between the manifold structures. These

open-pore metal fiber structures are promising with regard to their thermohydraulic performance but has only been investigated to a very limited extent. The thermohydraulic characteristics are studied numerically as well as experimentally. A thermography-based method was used for the experimental determination of the local heat transfer properties. The numerical computations were carried out with three-dimensional reconstructed fiber structure models. With the aid of these synthetic model structures, a parametric investigation could be performed and the influence on the parameters, which are determining the efficiency, could be obtained which are: the permeability K , the effective thermal conductivity $\lambda_{th,eff}$ and the heat transfer coefficient h_{sf} . By comparing these results with numerical calculations of the real fiber structures - which were obtained from CT data - and the experimental results, model validation was possible. For the characterizing quantities of the real fiber structures, which do not have an ordered structure, simplified analytical models were derived, which are based on ordered structures. An adequate prediction of the thermohydraulic quantities by these models could be shown.

Teil I.

Einführung: Wärmeübertragungskonzepte

In den letzten Jahrzehnten wurden unzählige Wärmeübertragungstechnologien entwickelt [51]. Hierbei gewinnt die Flüssigkeitskühlung wegen der höheren Wärmeübergangskoeffizienten gegenüber der Luftkühlung zunehmend an Bedeutung. Eine grobe Unterteilung lässt sich in *direkte* und *indirekte* Wärmeübertragungskonzepte vornehmen, d. h. das wärmeübertragende Medium und das zu kühlende bzw. zu beheizende Objekt stehen im direkten thermischen Kontakt oder – getrennt durch eine wärmeübertragende Trennschicht – im indirekten Kontakt. In dieser Arbeit werden nur indirekte Wärmeübertrager betrachtet.

Die Effizienz der Wärmeübertragung in einem Strömungssystem lässt sich über den Wärmeübergangskoeffizienten h [W/m²K] ausdrücken:

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda_f}{d_h} . \quad (0.1)$$

Hierin lässt sich die theoretische Möglichkeit der Verbesserung der Wärmeübertragung des Systems gut einsehen: Für Fluidströmungen ohne Phasenwechsel liegen die Verbesserungsmöglichkeiten in der Erhöhung der Eigenleitfähigkeit λ_f , beispielsweise über den Zusatz von Nanopartikeln, über die Miniaturisierung des Systems (d_h) (vgl. Abschnitt 1.1) und durch Optimierung des Fluidkanal-Netzwerkes, was mit der Nusselt-Zahl Nu zusammenhängt (vgl. Abschnitt 1.2).

Als Maß für die thermohydraulische Effizienz eines Wärmeübertragers lässt sich das Verhältnis der Wärmeübertragungsrate auf das Kühlmedium \dot{Q} zu der aufzuwendenden Pumpleistung $\dot{W} = \Delta p_{tot} \cdot \dot{V}_{tot}$ angeben:

$$\eta_{eff} = \frac{\dot{Q}}{\dot{W}} = \frac{hA\Delta T_m}{\dot{V}_{tot}\Delta p_{tot}} , \quad (0.2)$$

mit der Bezugsfläche der Wärmeübertragung A , der mittleren Temperaturdifferenz zwischen Quelle und Wärmeübertragerfluid ΔT_m , dem Gesamtvolumenstrom \dot{V}_{tot} und dem Gesamtdruckabfall Δp_{tot} im Wärmeübertrager.

Eine weitere wichtige, die Kompaktheit des Wärmeübertragers quantifizierende Effizienzgröße ist die Wärmeübertragungsrate pro Volumen [W/m³]:

$$\eta_{komp} = \frac{\dot{Q}}{V} , \quad (0.3)$$

mit dem Volumen des Wärmeübertragers V .

Tuckerman und Pease [98] zeigten das große Potential der Fluidkühlung integrierter (elektrischer) Schaltkreise mit Mikrokanalstrukturen auf. Mikrokanalwärmeübertrager gehören wegen des hohen Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnisses, des hohen Wärmeübergangskoeffizienten und der geringen Menge an benötigtem Wärmeübertragungsfluid zu den effizientesten Wärmeübertragungsstrukturen. Diese kompakten Wärmeübertragerstrukturen haben durch ihre geringere thermische Masse zudem eine deutlich verringerte thermische Trägheit bzgl. Temperaturänderungen.

Die Kombination solcher Mikrokanalströmungen mit wärmeübergangsverstärkenden Techniken führt zu thermohydraulisch effizienten Wärmeübertragern mit Einphasenströmungen, welche ähnliche Effizienzen wie vergleichbare Wärmeübertrager mit Phasenwechselmedien besitzen, jedoch ohne den Nachteil der schlechten hydraulischen Effizienz letzterer.

In praktischen Anwendungen sind die Vorteile dieser Mikrokanalnetzwerke wünschenswert, aber ohne die Nachteile des Druckabfalls (und damit erhöhtem Pumpaufwand) und die ungleichförmige Temperaturverteilung. Zur Lösung dieser Problematik ist ein Blick auf biologische Transportsysteme lohnenswert, um eine optimale Lösung des Problems zu erhalten. Durch nähere Betrachtung der in der Natur vorkommenden Strömungssystem-Designs zeigt sich, dass diese in einer fraktalen (baumartigen) Struktur auf den höchsten Hierarchieebenen angeordnet sind. Diese Strukturen ermöglichen eine höhere Wärmeübertragungsdichte und eine gleichmäßigere volumetrische Verteilung der Transportprozesse.

Im Falle von Wärmeübertragern ohne Phasenwechsel des Fluids schränken konventionell eingesetzte Wärmeübertragerfluide wie Wasser, Öl oder Ethylene Glycol usw. durch ihre mäßige Eigenleitfähigkeit die Effizienz des Gesamtwärmeübertragungssystems ein.

Eine Möglichkeit, die Eigenleitfähigkeit λ_f der Fluide zu erhöhen, liegt in dem Zusatz von Schwebeteilchen. Neuere Forschungsarbeiten untersuchen Suspensionen von Nanopartikeln in herkömmlichen Wärmeübertragerfluiden, sogenannte Nanofluide. Hierdurch können die Hauptnachteile von Suspensionen in den Fluidkanälen wie Sedimentation und Kanalverstopfung vermieden werden. Interessante Nanopartikel sind Teilchen mit großer Oberfläche, geringer Trägheit und damit hoher Teilchenmobilität. Die erwarteten Vorteile sind, neben der signifikanten (teilweise abnormalen) Erhöhung der Eigenleitfähigkeit des Nanofluids schon bei geringen Nanopartikelkonzentrationen, die Partikelstabilität und die Korrosions- und Sedimentationsvermeidung. Zudem wird das Newton'sche Verhalten der Fluide nicht geändert.

Struktur der Arbeit

In Kapitel 1 werden relevante Techniken für die Erhöhung der thermohydraulischen Effizienz von Wärmeübertragern diskutiert.

Auf dieser Grundlage wird in Kapitel 2 das Konzept des hier erarbeiteten hierarchischen Wärmeübertragers dargestellt und in Abschnitt 2.1 eine Abschätzung des thermohydraulischen Potezials vorgenommen über eine Gegenüberstellung mit einer Vergleichsstruktur, welche dem aktuellen Stand der Technik entspricht.

Die hierarchische Wärmeübertragerstruktur lässt sich in zwei Teilstrukturen mit unterschiedlichen Effizienzcharakteristiken unterteilen: das Verteilersystem bzw. Sammlersystem (Teil II) und die offenporösen Übergänge zwischen diesen (Teil III).

In Kapitel 3 werden die Verteilersysteme genauer untersucht mit Fokus auf Uniformität der Strömungsverteilung und thermische Masse, als maßgebenden Größen für die thermohydraulische Effizienz des Gesamtwärmeübertragers. In Abschnitt 3.1 wird zunächst die Optimierung einfacher hierarchische Verteilersysteme untersucht. In Abschnitt 3.2 liegt der Fokus auf der Entwicklung optimaler biomimetischer Verteilersysteme mit komplexerer Struktur.

Die zweite Teilstruktur des hierarchischen Wärmeübertragers: offenporösen Übergänge, wird in Teil III genauer untersucht. Da bislang wenige Untersuchungen zu den offenporösen metallischen Kurzfaserverstrukturen vorliegen, werden die thermohydraulisch relevanten Größen in drei Abschnitten über verschiedene Methoden erforscht. Die theoretische Grundlage der Untersuchungsmethoden ist in Abschnitt 4 dargestellt. In Kapitel 5 wird die hydraulische Effizienz (Permeabilität) betrachtet. In den Kapiteln 6 und 7 wird die thermische Effizienz hinsichtlich der effektiven Wärmeleitung bzw. Wärmeübergang untersucht.

1. Überblick über vielversprechende Techniken zur Erhöhung der thermohydraulischen Effizienz

1.1. Miniaturisierung und offenporöse Strukturen

Miniaturisierung

Seit Tuckerman und Pease [98] zum ersten Mal die Idee von parallelen Mikrokanalwärmeübertragern zur Kühlung elektrischer Schaltkreise eingeführt habe, wurden zahlreiche Untersuchungen an einzelnen und parallelen, geraden Mikrokanälen in Wärmeübertragern durchgeführt. Unter diesen Untersuchungen haben Sobhan und Garimella [94] und Obot [74] eine systematische Zusammenstellung der experimentellen Daten bis zum Jahr 2000 geliefert. Aus den Untersuchungen kann die allgemeine Schlussfolgerung gezogen werden, dass Mikrokanäle deutlich bessere Wärmeübertragungseigenschaften aufzeigen als makroskopische Kanäle.

Verglichen mit konventionellen Wärmeübertragern liegt der Hauptvorteil der miniaturisierten Wärmeübertragerstrukturen in ihren extrem großen Wärmeübergangsflächen bezogen auf das eingenommene Volumen. Damit sind Wärmeübergangskoeffizienten im Bereich von bis zu $10^6 \text{ W/m}^2\text{K}$ theoretisch möglich, was zwei Größenordnungen über den konventionellen Wärmeübertragern liegt. In den Bereichen von 3 mm bis $200 \mu\text{m}$ des hydraulischen Durchmessers wird in der Regel von Minikanälen gesprochen. Mikrokanäle bezeichnen Durchmesser von weniger als $200 \mu\text{m}$.

Eine einfache Dimensionsbetrachtung zeigt den Vorteil der Miniaturisierung von Wärmeübertragern. Zugrunde liegt die Tatsache, dass die physikalischen Grundgleichungen, welche das makroskopische Regime beschreiben, auch für das mikroskopische Regime ihre Gültigkeit behalten, solange die Kontinuumshypothese gilt. (Für Fluide ist diese Anforderung bis zu einer Skala von 10 nm erfüllt; sie wird damit in dieser Arbeit angenommen.) Betrachtet man die Korrelationen, welche für makroskopische Kanäle hergeleitet wurden, so erhält man für eine exemplarische Struktur bestehend aus n parallel durchströmten Röhren der Durchmesser d und Längen L mit einer vollentwickelten laminaren Strömung ($Nu = konst.$) folgende Zusammenhänge [76]

für den Wärmeübergangskoeffizienten:

$$h \sim 1/d , \quad (1.1)$$

und für den Wärmestrom \dot{Q} [W] bei einer mittleren Temperaturdifferenz ΔT_m entlang des Kanals:

$$\frac{\dot{Q}}{\Delta T_m} \sim Ln . \quad (1.2)$$

Dabei ist mittlere Temperatur definiert durch die integrale Differenz der Temperaturen zwischen den beiden Wärmeübertragermedien bzw. dem Wärmeübertragermedium und der Kanalwand entlang des Kanals $\Delta T_m = 1/A \int_L (T_w - T_f) dA$.

Für den Druckabfall Δp erhält man die Proportionalität:

$$\Delta p \sim L/(nd^4) . \quad (1.3)$$

Bei Konstanzhaltung des Druckabfalls und der mittleren Temperaturdifferenz würde die Halbierung der Rohrdurchmesser ($d \rightarrow d/2$) den Wärmeübergangskoeffizienten verdoppeln ($h \rightarrow 2h$) und die notwendige Oberfläche zur Wärmeübertragung würde bzgl. der Ursprünglichen halbiert. Hält man die übertragene Wärmemenge pro mittlerer Temperaturdifferenz konstant ($Ln = konst.$), so reduziert sich die Rohrlänge L auf ein Viertel ($L \rightarrow L/4$) bei gleichbleibendem Gesamtdruckabfall und damit würde das interne Volumen ($V_i = n (d/2)^2 \pi L$) auf ein Viertel des Originals reduziert ($V_i \rightarrow V_i/4$). Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass durch eine Miniaturisierung (hier des Rohrdurchmessers d) bei gleichbleibender thermohydraulischer Effizienz kompaktere Wärmeübertragerstrukturen möglich sind.

Für den speziellen Fall eines konstanten Wärmestromes \dot{Q} über eine vorgegebene äußere Oberfläche A führt die Miniaturisierung ($d \rightarrow d/2$) zwar weiterhin zu einer Verbesserung der thermischen Effizienz ($h \rightarrow 2h$), jedoch mit einer deutlichen Reduktion der hydraulischen Effizienz ($\Delta p \rightarrow 4\Delta p$). Somit führt die Miniaturisierung alleine nicht für jede Randbedingung zu einer gesamteffizienten Wärmeübertragerstruktur.

Eine den Strömungszustand charakterisierende Größe ist die Reynolds-Zahl:

$$Re = \frac{v \cdot D_h}{\nu} . \quad (1.4)$$

Diese unterteilt die Strömung in zwei Zustände, den laminaren Zustand, in welchem viskose Kräfte dominieren, und den turbulenten Strömungszustand, in welchem Trägheitskräfte überwiegen. Die Längenskala L bildet bei Kanalströmungen der hydraulische Durchmesser $L \equiv D_h$. Da die Reynolds-Zahl proportional zu dieser

Längenskala ist, führt die Miniaturisierung zu einer Laminarisierung der Strömung. Da in diesem Strömungszustand keine signifikante Fluidbewegung quer zur Strömungsrichtung vorliegt, erfolgen Mischungsvorgänge vorwiegend durch molekulare Diffusion. Tuckerman und Pease [98] kamen schon am Anfang der 1980er Jahre zu dem Ergebnis, dass der Wärmeübergang für spezielle Mikrokanalstrukturen mit laminarer Durchströmung den Wärmeübergang turbulenter Strömung in makroskopischen Kanälen vergleichbarer Gesamtausdehnung übertreffen. Diese Erhöhung des Wärmeüberganges lässt sich zum einen durch die Betrachtung der thermischen Diffusion verstehen. Die Zeitskala τ_D der Temperaturangleichung eines Fluidvolumens, welches sich im thermischen Kontakt zu einem Wärmereservoir befindet, ist gegeben durch [96]:

$$\tau_D \sim \frac{L^2}{\kappa_{th}}, \quad (1.5)$$

mit der thermischen Diffusivität $\kappa_{th} = \lambda/\rho c_p$ [W/mK]. Somit wird die Thermalisierungszeit und damit die thermische Trägheit über die Miniaturisierung signifikant verringert.

Zum anderen führt die Miniaturisierung zu einem hohen Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis, wodurch der thermische Kontakt zwischen Kanalwand und Fluid deutlich erhöht wird. Das Verhältnis skaliert umgekehrt proportional zu der Längenskala $A_{sf}/V \sim L^{-1}$. Zusammen mit der verkürzten Thermalisierungszeit erhält man hohe Wärmeübergänge durch die Miniaturisierung.

Um dem nachteiligen Effekt der Strömungslaminarisierung und Druckabfallserhöhung durch die Systemminiaturisierung entgegenzuwirken, wurden weitere Maßnahmen zur Steigerung der thermohydraulischen Effizienz von Mikrostrukturen untersucht.

Verstärkungstechniken für laminare Einphasenströmungen

Grob lassen sich die Techniken zur Verstärkung der thermohydraulischen Effizienz in die Kategorien *passive* und *aktive* Verstärkungstechniken unterteilen. Die zugrundeliegenden Mechanismen sind: 1. die Verringerung der thermischen Grenzschicht, 2. die Störung der Strömung und 3. die Erhöhung der Geschwindigkeitsgradienten nahe der beheizten Wände.

Passive Verstärkung ist möglich über die Erhöhung der Oberflächenrauigkeit, wodurch die thermische Grenzschichtdicke verkleinert und zudem der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung begünstigt wird. Eine kontrolliertere Möglichkeit ist das Einbringen von Störstellen in die Strömung, wodurch die Mischung verstärkt und auch der Übergang zu turbulenter Strömung begünstigt wird. Verschlungene Kanalführungen und die Erzeugung von Sekundärströmungen sind weitere Möglichkeiten zur Verstärkung. Eine spezielle Art dieser passiven Verstärkung wurde von

Escher et al. [35, 33] vorgestellt, bei welcher über kleine Prallströmungen die thermische Grenzschichtdicke verkleinert und damit der Wärmeübergang erhöht wird.

Zu den aktiven Verstärkungstechniken zählt die Zufuhr von Vibrationen an den Kanälen bzw. von Pulsationen an die Strömung, die Erzeugung externer elektrostatischer Felder und adaptierbare Rauheitsstrukturen.

Der Nachteil der aktiven Techniken liegt in der Notwendigkeit einer externen Energiequelle bzw. Aktivierung. In Anbetracht des energetischen Aufwandes sind passive Techniken den aktiven Techniken vorzuziehen.

Offenporöse Strukturen

Aus Sicht der vorher dargestellten Miniaturisierung mit geordneten bzw. gezielt gestalteten Strukturen stellen offenporöse Metallstrukturen (wie metallische Schäume und Faserstrukturen) einen weiteren Weg der Wärmeübertragerminiaturisierung mit ungeordneter Struktur dar.

Die Herstellung solcher Strukturen über Metallsinterung ist deutlich günstiger als die Herstellung geordneter Mikrostrukturen, besitzen aber die oben aufgeführten vorteilhaften Eigenschaften letzterer.

Wie bei den geordneten Mikrostrukturen liegt der Hauptvorteil in dem großen Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis (mit bis zu $10^4 \text{ m}^2/\text{m}^3$) und der damit zusammenhängenden Kompaktheit. Eine weitere effizienz erhöhende Eigenschaft liegt in der Verstärkung der Fluidmischung durch die tortuosen Fluidpfade innerhalb dieser Strukturen.

Wegen der interessanten Eigenschaften werden offenporöse Metallstrukturen als sehr vielversprechende Materialien für effiziente Wärmeübertrager betrachtet [16, 107, 52].

1.2. Fraktale Kanalstrukturen

Wie in Abschnitt 1.1 gezeigt, führt eine Verbesserung der thermischen Effizienz über die Miniaturisierung mit parallelen Mikrokanälen (bei konstantem Wärmeeintrag) zu einer Erhöhung der hydraulischen Widerstandes und damit zu einer Verschlechterung der hydraulischen Effizienz. Zudem liegt ein Nachteil in der inhomogenen Temperaturverteilung, d. h. den Temperaturgradienten auf der Wärmeübertragungsoberfläche, was zu lokalem Wärmestau (hot spots) oder lokalen Hemnissen (in der Adsorption) führt.

Um diesen Nachteil konventioneller gerader Mikrokanäle zu lösen, schlug Bau [9] Mikrokanäle mit variablen Querschnitten vor, um den Temperaturgradienten entlang der Kanäle zu minimieren. Durch Verjüngung der Kanäle in Flussrichtung konnte zwar eine Reduktion der maximalen Oberflächentemperatur gezeigt werden, jedoch

führt dies wiederum zu dem Problem einer Druckabfallserhöhung durch die Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit. Somit führt dies nicht zu einem besseren Gesamtsystem, wodurch weitere Ansätze notwendig sind.

Die Strukturen lebender Organismen können Inspiration für die Gestaltung optimaler (Mikrokanal-)Wärmeübertragungssysteme liefern. Bejan und Errera [12] haben als Erste verzweigende Netzwerke für die Kühlung elektronischer Schaltkreise diskutiert. Sie schlugen eine Architektur für den Volumen-zu-Punkt-Pfad vor, bei welcher sowohl der Druckabfall als auch die thermischen Widerstandspfade minimiert werden.

Basierend auf diesen Arbeiten hat Bejan eine universelle Gesetzmäßigkeit, das sog. *constructal law* postuliert, welche besagt, dass Systeme endlicher Abmessung in der Zeit nur dann bestehen bleiben können, wenn sie eine leichtere Zugänglichkeit für die Ströme bieten, die sie durchfließen. Er konnte zeigen, dass sich aus dieser Gesetzmäßigkeit die natürlich auftretenden Strukturen deduzieren lassen. Durch Anwendung der *constructal theory* [12] auf einfache Wärmeübertragungsprobleme zeigte Bejan, dass sich die Gleichmäßigkeit der Temperatur verbessern lässt bei gleichzeitiger Verringerung des Druckabfalls. Die *constructal theory* [11], basierend auf thermodynamischen Annahmen, kann für die Optimierung zahlreicher Transportphänomene herangezogen werden, beispielsweise die Wärmeübertragung, die Fluidströmung und Elektrizität. Konstruktale Verästelungen sind insbesondere wichtig, da zahlreiche natürlich auftretende Ströme eine verästelnde Charakteristik aufzeigen, wie die Atemwege, Gefäßgewebe oder auch Blitze. Die Gemeinsamkeit in der Strömungsstruktur liegt in der Fraktalität und der hierarchischen Anordnung der multiplen Skalen. Obwohl die *constructal theory* Gesetzmäßigkeiten zur Konstruktion optimaler Strukturen auf jeder Skala vorgibt, ist dieser Weg der optimalen Strukturbestimmung für die technische Anwendung nur beschränkt anwendbar, da vielfältige Randbedingungen berücksichtigt werden müssen, welche gegenläufige Effekte zeigen. Zudem ist ohne a priori Beschränkung der Geometrie und stark vereinfachende Strömungsannahmen eine praktikable Optimierung nicht durchführbar. Jedoch ist diese theoretische Grundlage wegweisend für die zu optimierende Initialstruktur der konkreten technischen Problemstellung.

Senn und Poulikakos [90] untersuchten auch numerisch die laminare konvektive Wärmeübertragung und den Druckabfall in fraktalen Mikrokanalnetzwerken. Ihr Vergleich mit serpentinartigen Strömungsmustern mit gleichen Grenzflächengrößen und Reynolds-Zahlen zeigte, dass fraktale Strukturen den Druckabfall halbieren und gegenüber Serpentinaustritten bessere Wärmeübertragungseigenschaften aufweisen.

Die Forschungsarbeiten zu fraktalen Wärmeübertragerstrukturen mit bifurkativen Verzweigungen [77], [21], [90] konnten zeigen, dass nicht nur höhere Wärmeübergangseffizienzen, sondern auch eine Verringerung des Gesamtdruckabfalls, auch im Vergleich zu paralleler Kanalordnung, erreicht werden können.

Teil II.

**Hierarchische
Wärmeübertragungssysteme**

2. Hierarchische Plattenwärmeübertrager

In der Regel bestimmt der Anwendungsfall das Design eines Wärmeübertragers. Eine Übersicht der möglichen Designs findet sich in [55]. Die in dieser Arbeit entwickelten Wärmeübertrager haben folgende Anforderungen:

- indirekte Wärmeübertragung von einem Einphasenfluid an eine Oberfläche einfacher Geometrie
- geringe thermische Ansprechzeit durch geringe thermische Masse
- hohe thermische Effizienz durch Kompaktheit und eine hohe wärmeübertragende Oberfläche
- hohe hydraulische Effizienz durch parallele Strömungsführung

Das Anwendungsgebiet solcher Wärmeübertrager sind Prozesse, bei denen die zu übertragende Wärmemenge zeitlich stark variiert und der schnelle (Ab-)Transport für die Effizienz des Prozesses essentiell ist, wie im Falle eines Adsorptionsprozesses. Wenn größere Kontaktflächen beheizt bzw. gekühlt werden müssen und die hydraulische Effizienz des Wärmeübertragersystems - als Teil der Gesamteffizienz des Systems - von Bedeutung ist, ist eine Parallelisierung der Strömung notwendig. Somit sind die Rahmenbedingungen für die Anwendung in Systemen wie einer Adsorptionswärmepumpe geeignet und allgemein in Prozessen, in denen alle oben genannten Anforderungen gleichberechtigt vorliegen.

Auf der Grundlage dieser Rahmenbedingungen und der in Kapitel I dargestellten Konzepte der thermohydraulischen Effizienzsteigerung wird ein neuartiges Wärmeübertragerkonzept in dieser Arbeit erarbeitet und untersucht.

Hierarchisches Wärmeübertragerkonzept HHX

Das hier entwickelte Wärmeübertragerkonzept ist in Abbildung 2.1 skizziert. Um eine möglichst einfache Wärmeübertragergrenzfläche (außen) zu realisieren und um eine modulare und kompakte Bauweise (durch Stapelung) eines Gesamtwärmeübertragersystems zu erreichen, liegt der Fokus auf Plattenwärmeübertragern, d. h. auf Wärmeübertragerstrukturen mit einem geringen Ausdehnungsverhältnis ($\mathcal{O}(H_{HX}/W_{HX}) = 10^{-2}$). Die effektiv zweidimensionale Strömung durch den Wärmeübertrager zeigt eine Fraktalität (siehe Abschnitt 1.2), weshalb der Wärmeübertrager hier als *hierarchisch* bezeichnet wird. Diese Hierarchieebene der Verteiler-

bzw. Sammelkanalstruktur wird im Weiteren als *Hierarchieebene I* bezeichnet (vgl. Abb. 2.1). Die zweite *Hierarchieebene II* bilden die Endstücke der Verteilerkanäle, über welche die Verteilung der Strömung auf die offenporöse Zone erfolgt (*Hierarchieebene III*).

Der Hauptvorteil dieser hierarchischen Struktur liegt primär in der hydraulischen Effizienzsteigerung durch die verringerte aufzuwendende Pumpleistung und der indirekten thermischen Effizienzsteigerung durch die erhöhte Homogenisierung der zweidimensionalen Durchströmung der Plattenfläche.

Die thermohydraulische Wärmeübertragungssteigerung durch offenporöse Metallstrukturen wurde in Abschnitt 1.1 näher beleuchtet. In zahlreichen natürlich vorkommenden Transportstrukturen (beispielsweise der menschlichen Haut) findet man fraktale Verteiler- bzw. Sammelkanalstrukturen (Arterien bzw. Venen), welche über ein kapilläres Geflecht verbunden sind. Der Wärmeaustausch erfolgt im organischen Gewebe primär über das kapillare Verbindungsgeflecht ($5 - 15 \mu\text{m}$) von den Arterien zu den Venen [20]. Im Vergleich zu Kapillaren lassen sich in offenporigen Schwamm-/Faserstrukturen Porenabmessungen bis zu ca. $100 \mu\text{m}$ erreichen.

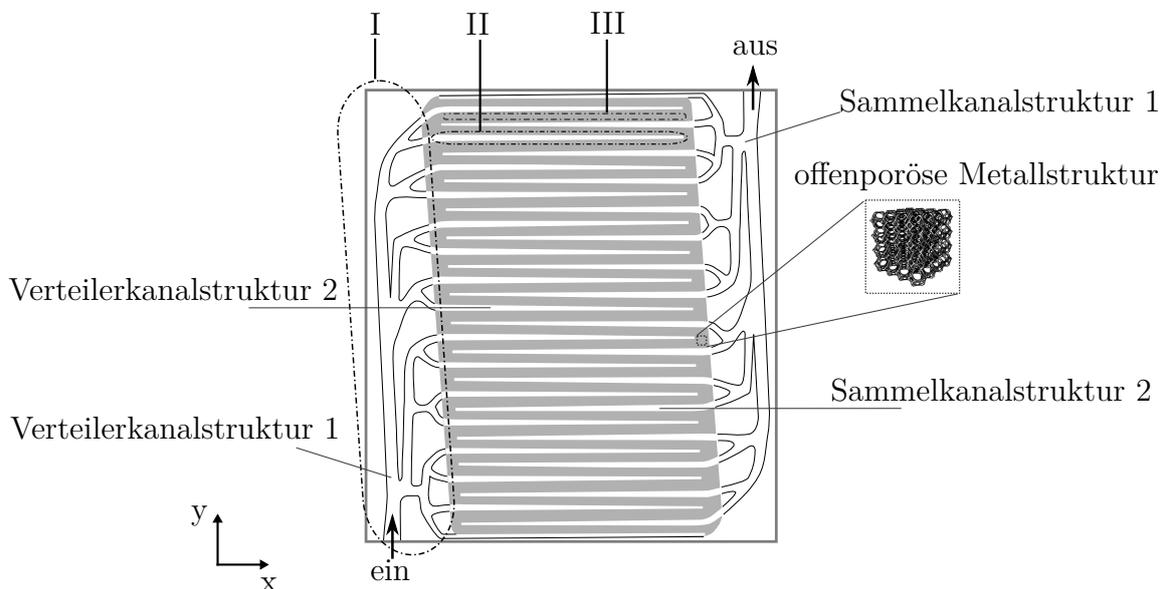


Abbildung 2.1.: Wärmeübertragerkonzept HHX mit den Hierarchieebenen I, II, III.

2.1. Abschätzung der thermohydraulischen Leistungsfähigkeit

Das Potential der hierarchischen Struktur zur Wärmeübertragung zeigt sich im direkten Vergleich mit einer harfenförmigen Struktur (siehe Abb. 2.2). Für den Vergleich werden die wärmeübertragenden Oberflächen $A_{HX} = W_{HX} \times L_{HX}$ und der

Gesamtvolumenstrom \dot{V}_{ges} gleich gewählt. Die verglichenen Strukturen (RHX und HHX) sind in Abbildung 2.2 dargestellt. Die hierarchische Struktur HHX wird in vereinfachter Form betrachtet. In den nachfolgenden Abschnitten sind die Berechnungen der Charakteristiken (hydraulische, thermische Effizienz und thermische Masse) zusammengefasst und im letzten Teilabschnitt einander konkret gegenübergestellt.

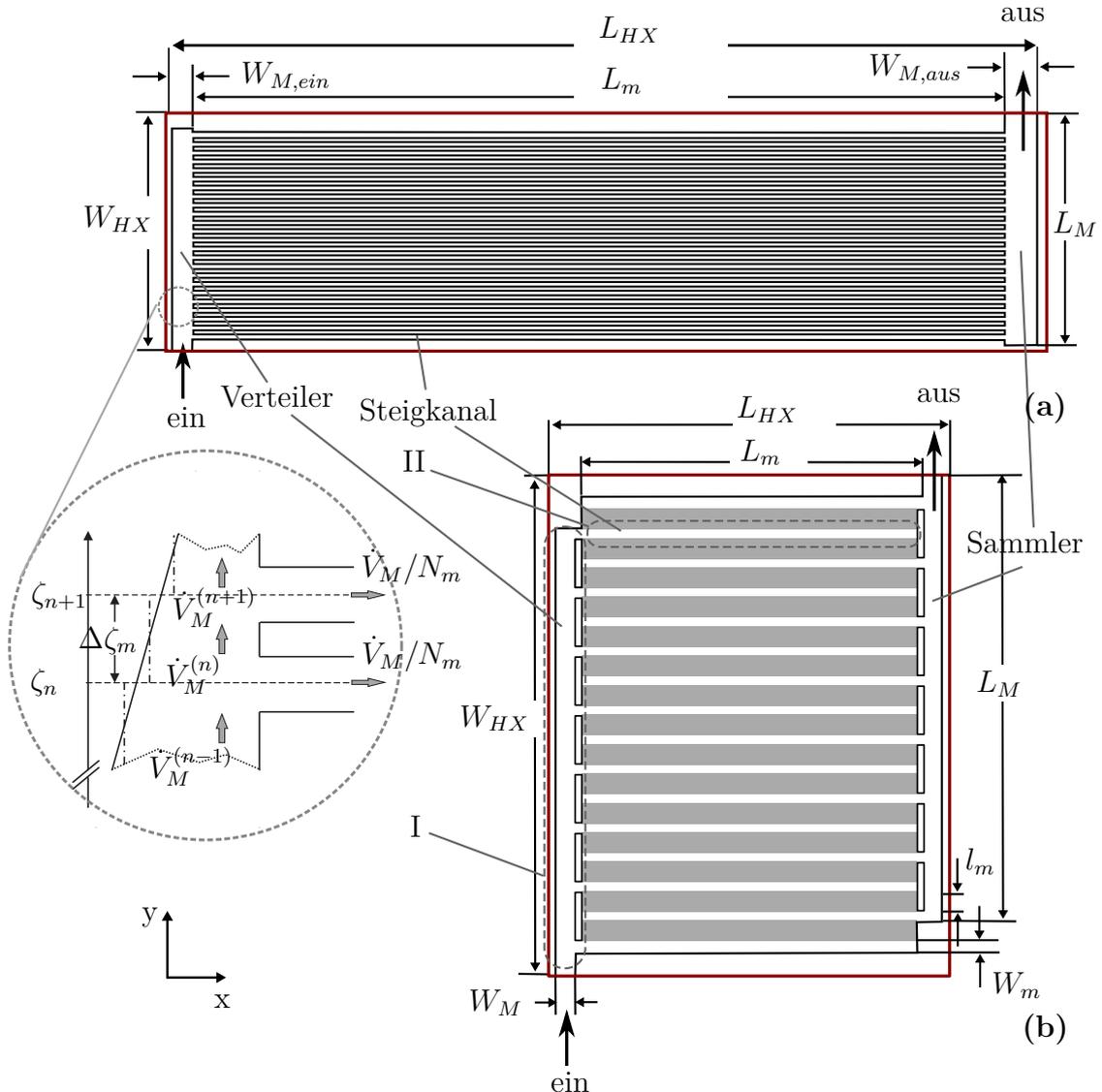


Abbildung 2.2.: Skizze: (a) RHX mit idealer Volumenaufteilung im Verteilerkanal (grau gestrichelt); (b) HHX mit den Hierarchieebenen (I, II, III).

2.1.1. Hydraulische Effizienz

Ein Hauptcharakteristikum der hydraulischen Effizienz eines Wärmeübertragers ist der Gesamtdruckabfall Δp_{tot} zwischen Ein- und Austritt des Wärmeübertragers. Die

damit zusammenhängende Energie zur Förderung des Volumenstromes ist die sog. Pumpleistung P [W], welche definiert ist durch:

$$P = \Delta p_{tot} \cdot \dot{V}_{tot} , \quad (2.1)$$

mit dem Volumenstrom \dot{V} . Der Gesamtdruckabfall in einem parallelen Netzwerk ist bestimmt durch die Reibungsverluste entlang des Zu- und Ableitungskanals und durch den Verlust in den parallelen Steigkanälen (und in der porösen Struktur bei HHX):

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_M + \Delta p_c . \quad (2.2)$$

Es wird eine optimale Durchströmung des Wärmübertragers angenommen, d. h. die Volumenströme in den parallelen Steigkanälen sind gleich.

A) Referenzstruktur RHX

Geht man theoretisch davon aus, dass durch jeden Steigkanal der gleiche Volumenstrom fließen soll, so muss der Volumenstrom entlang des Zuleitungskanals linear mit der axialen Position ζ abnehmen: $\dot{V}_M(\zeta) = (1 - \zeta/L_M)$. Um diese lineare Volumenstromabnahme im reibungsbehafteten Fall zu erreichen, ist eine Optimierung der Kanalform notwendig. Im realen Wärmeübertrager hat man eine diskrete Volumenstromabnahme entlang des (Zuleitungs-)Kanals, welche sich für eine optimale Gleichverteilung auf die Steigkanäle ausdrücken lässt:

$$\dot{V}_M^{(n)} = \dot{V}_M \left(1 - \frac{n}{N_m} \right) , \quad \text{für } 0 \leq n \leq N_m , \quad (2.3)$$

wobei n die Nummer des Steigkanals und N_m die Anzahl der Steigkanäle bezeichnen. Ganz allgemein gilt für den Druckabfall entlang eines geraden Kanals:

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = \frac{2f_F \rho_f \bar{v}_\zeta^2}{d_h} , \quad (2.4)$$

mit der mittleren Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung \bar{v}_ζ und dem Fanning Reibungsfaktor f_F , welcher mit der Rohrreibungszahl λ_F zusammenhängt: $f_F = 4 \cdot \lambda_F$. Muzychka und Yovanovich [68] haben ein allgemeines Modell für hydraulisch sich ausbildende laminare Strömungen in rechteckigen Kanälen entwickelt, welches hier eingesetzt wird.

Wenn man für die Steigkanäle eine vollständig ausgebildete Strömung annimmt und den hydraulischen Durchmesser der einzelnen Kanäle konstant setzt, lässt sich aus Gleichung 2.4 der Druckabfall in den Steigkanälen der Länge L_m angeben als:

$$\Delta p_c = \frac{2f_F \rho_f \bar{v}_\zeta^2}{d_h} \cdot L_m . \quad (2.5)$$

Für die Zu- bzw. Ableitungskanäle erhält man durch Integration der Gleichung 2.4 entlang des Kanals den Gesamtdruckabfall:

$$\Delta p_M = \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} \left[\int_0^{L_i} \frac{2f_F(\zeta, \bar{v}_{V,\zeta}) \rho_f \bar{v}_{V,\zeta}^2(\zeta)}{d_{V,h}(\zeta)} \cdot d\zeta + \int_{L_i}^{L_M} \frac{2f_F(\zeta, \bar{v}_{S,\zeta}) \rho_f \bar{v}_{S,\zeta}^2(\zeta)}{d_{S,h}(\zeta)} \cdot d\zeta \right], \quad (2.6)$$

dabei sind $d_{V,h}$ und $d_{S,h}$ die lokalen hydraulischen Durchmesser im Verteiler- bzw. Sammelkanal und $(\bar{v}_{V,\zeta}, \bar{v}_{S,\zeta})$ die mittleren Geschwindigkeiten in diesen Kanalabschnitten. L_i bezeichnet die Position des i -ten Steigkanals. Gemittelt wird über alle möglichen Strömungspfade durch den Wärmeübertrager (N_m).

B) Hierarchische Struktur HHX

Bei der hierarchischen Struktur kommt noch eine Hierarchieebene hinzu, sprich der Übergang von den Verteilerkanalenden auf die Sammelkanalenden über die offenporöse Faserstruktur (vgl. Abb. 2.2 III). Damit ergibt sich für den Steigkanalanteil des Druckabfalls als Summe der Druckabfälle in den Zu- und Ableitungen Δp_m und in den porösen Übergängen Δp_p

$$\Delta p_c = \Delta p_m + \Delta p_p. \quad (2.7)$$

Der Verteilerkanalterm Δp_m ergibt sich analog Gl. 2.6 durch Mittelung über alle möglichen Fluidpfade

$$\Delta p_m = \frac{1}{L_m} \int_0^{L_m} \left[\int_0^l \frac{2f_F(\zeta, \bar{v}_{v,\zeta}) \rho_f \bar{v}_{v,\zeta}^2(\zeta)}{d_{v,h}(\zeta)} \cdot d\zeta + \int_l^{L_m} \frac{2f_F(\zeta, \bar{v}_{s,\zeta}) \rho_f \bar{v}_{s,\zeta}^2(\zeta)}{d_{s,h}(\zeta)} \cdot d\zeta \right] dl, \quad (2.8)$$

wobei $d_{v,h}$ und $d_{s,h}$ die lokalen hydraulischen Durchmesser in den Verteiler- bzw. Sammelkanalenden und $\bar{v}_{v,\zeta}$ und $\bar{v}_{s,\zeta}$ die mittleren Geschwindigkeiten in diesen Kanalabschnitten sind.

Der Druckabfall über die poröse Struktur wurde durch eine Abbildung auf ein Kanalnetz bekannter Geometrie und der Annahme von Hagen-Poiseuille-Flüssen durch die einzelnen Kanäle bestimmt als:

$$\Delta p_p = \xi \cdot \frac{\tau l_m}{d_h \epsilon^2} \cdot \frac{\rho}{2} v^2, \quad (2.9)$$

mit der Porosität ϵ , dem hydraulischen Durchmesser $d_h = 4\epsilon/A_{sf}$ ($A_{sf} = A_i/V$ volumetrischen inneren Oberfläche der porösen Struktur), dem Reibungskoeffizienten ξ und der Tortuosität $\tau = s/L_{ref}$ (s Fluidpfad; L_{ref} Referenzlänge). Die konkreten Werte für die spätere Gegenüberstellung wurden der experimentellen Arbeit von Andersen et al. [3] entnommen.

2.2. Thermischer Widerstand

Eine weitere wichtige Charakteristik der Leistungsfähigkeit ist der thermische Widerstand R_{th} des Wärmeübertragers, welcher direkt mit dem Wärmeübergangskoeffizienten zusammenhängt $h \sim R_{th}^{-1}$.

Als Referenzgröße lässt sich der flächengemittelte thermische Widerstand \bar{R}_{th} angeben als:

$$\bar{R}_{th}^{-1} = \frac{1}{A_{proj}} \iint_{A_{proj}} \frac{1}{R_{th}^{spez}(\mathbf{x})} \cdot d\mathbf{A}. \quad (2.10)$$

Die Bezugsfläche ist dabei die projizierte Oberfläche des Wärmeübertragers A_{proj} . Für die hier behandelten Wärmeübertrager gilt $A_{proj} = A_{HX} = W_{HX} \times L_{HX}$.

A) Referenzstruktur RHX

Für die theoretische Bestimmung wurde approximativ von einer hydraulisch und thermisch vollständig ausgebildeten Rohrströmung ausgegangen, was sich mit den genaueren Simulationsuntersuchungen rechtfertigen lässt. Für den Ansatz wurden die analytischen Lösungen von Morini [64] in einer Taylor-entwickelten Form $Nu = \sum_{i=0}^5 c_i \beta^i$ nach dem Seitenverhältnis $\beta = H/W \leq 1$ des Kanals verwendet. Die Modelle der Nusselt-Zahl $Nu_{k,\infty}(\beta)$ werden gemäß den Randbedingungen klassifiziert. Die Klassifizierung erfolgt über die Anzahl k der Kanalseitenflächen mit konstanter Wärmestromdichte; dabei ist $k \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Für die Steigkanäle wurde die Randbedingung $k = 4$ angenommen, d. h. ein konstanter Wärmeeintrag über alle vier Kanalseiten. Wenn man es auf eine konstante mittlere Fluidtemperatur \bar{T}_f in den Kanälen und eine konstante mittlere Kanalausstemperatur \bar{T}_s bezieht, erhält man für den spezifischen lokalen thermischen Widerstand:

$$R_{th,m}^{spez} = R_{cond} + R_{conv} = \frac{d_b}{\lambda_{th,s}} + \frac{d_h}{Nu_{4,\infty} \cdot \lambda_{th,f}}. \quad (2.11)$$

Dabei bezeichnet d_b die Dicke der Wärmeübertrageraußenwand und den hydraulischen Durchmesser des Kanals $d_h = 4A/U$ mit dem Umfang U und der Querschnittsfläche A .

B) Hierarchische Struktur HHX

Für die Zuleitungskanäle werden gleiche, konstante Wärmestromdichten durch zwei (gegenüberliegende) begrenzende Kanalwände und zwei adiabate Wände angenommen, $Nu_{2,\infty}$. Die Annahme einer adiabatischen Wand ist auch bei innen liegenden

Kanalwänden gerechtfertigt, da der Wärmeübergang in den angrenzenden porösen Zonen dominiert. Damit ergibt sich für den spezifischen thermischen Widerstand in den Kanalabschnitten:

$$R_{th,M}^{spez,n} = \frac{d_b}{\lambda_{th,s}} + \frac{\bar{d}_h^{(n)}}{Nu_{2,\infty}^{(n)} \cdot \lambda_{th,f}}, \quad (2.12)$$

wobei $Nu_{2,\infty}^{(n)}$ die Nusselt-Zahl für die sich hydraulisch ausbildende Strömung im n -ten Kanalsegment bezeichnet. Dabei bezeichnet $n \in \{V, S, v, s\}$ die Teilabschnitte: Verteilerkanal (V), Sammelkanal (S) und Steigkanäle auf der Verteilerseite (v) bzw. auf der Sammlerseite (s).

Für den offenporösen Übergang wurde eine zweidimensionale Wärmeübertragung angenommen, da die Länge der porösen Struktur l_m viel kleiner ist als die Breite $L_m \gg l_m$. Der spezifische Widerstand in diesen Abschnitten ist gegeben durch

$$R_{th,p}^{spez} = \frac{d_b}{\lambda_{th,s}} + \frac{d_{h,p}}{\lambda_{eff} \cdot \bar{Nu}_{b,\epsilon=1}}, \quad (2.13)$$

mit der Nusselt-Zahl für einen Kanal ohne poröses Medium mit propfenförmiger Durchströmung [49]. Das poröse Medium wird über die effektive Wärmeleitfähigkeit berücksichtigt $\lambda_{eff} = (\lambda_{th,f}^{eff} + \lambda_{th,s}^{eff})$. Durch Einsetzen der Terme aus Gl. 2.12 und Gl. 2.13 in die Flächenmittelung Gl. 2.10 ergibt sich der Gesamtausdruck für den flächengemittelten Widerstand des HHX.

2.3. Thermische Masse

Eine weitere wichtige Größe hinsichtlich der thermischen Trägheit des Wärmeübertragersystems ist die thermische Masse $M_{th} = mc_p$. Für eine möglichst geringe thermische Ansprechzeit des Wärmeübertragers gilt es, diese Größe zu minimieren. Da der Wärmeübertrager in der Regel aus zwei Phasen besteht, ergibt sich der Ausdruck für die gesamtthermische Masse zu:

$$M_{th} = V_s \cdot \rho_s \cdot c_{p,s} + V_f \cdot \rho_f \cdot c_{p,f}, \quad (2.14)$$

mit c_p der spezifischen Wärmekapazität [J/kg·K] und V_s, V_f den Volumenanteilen der festen bzw. flüssigen Phase.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass im Falle der Anwendung der Wärmeübertragerstruktur als Adsorberelement noch die thermische Masse der adsorptionsaktiven Seite zu berücksichtigen wäre, jedoch kann diese für die hier vorgenommene Gegenüberstellung ohne Verfälschung der Aussage ausser Acht gelassen werden.

2.4. Exemplarische Gegenüberstellung

Für eine exemplarische Gegenüberstellung der zwei Wärmeübertragungskonzepte (RHX vs. HHX) betrachten wir ihre Anwendung in einem stark instationären Prozess in einer effizienten Adsorptionskältemaschine. Die Randbedingungen hierfür sind: angenommen werden eine Kälteleistung von $Q_{tot} = 2000 \text{ W}$ bei einer Effizienz $COP = 0.6$ und einer Leistung pro Wärmeübertragervolumen $\dot{P} = 100 \text{ W/l}$, ein Plattenwärmeübertrager mit einer projizierten Grundfläche von $A_{proj} = 640 \text{ cm}^2$.

Beschränkt man die Temperaturspreizung $\Delta T_{max} = T_{ein} - T_{aus} < 6 \text{ K}$ und den Gesamtdruckabfall $\Delta p_{max} = p_{ein} - p_{aus} = 0.2 \text{ bar}$ über den Wärmeübertrager bzw. das Adsorberelement, so erhält man für die Durchströmung einen Volumenstrom von $\dot{V}_{ges} = 11 \text{ l/min}$.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass für die in Abbildung 2.2 skizzierte Harfenstruktur ein anderes Breiten-zu-Längen-Verhältnis - hinsichtlich einer gleichmäßigen Durchströmung - optimal ist als für eine hierarchische Struktur. Somit wird bei der Referenzstruktur RHX (Abb. 2.2) für die Vergleichbarkeit mit der hierarchischen Struktur HHX die projizierte Fläche A_{proj} (über welche Wärme ausgetauscht werden kann) und der Gesamtvolumenstrom \dot{V}_{ges} zu letzterer gleich gewählt. Für die Spezifikation des porösen Mediums im HHX wurden die von Andersen et al. [3] vorgestellten Daten herangezogen. Das Wärmeübertragerfluid ist Wasser mit einer Eintrittstemperatur von $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Die Geometrieparameter der Beispielwärmeübertrager sind in der nachfolgenden Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Geometrieparameter [mm]	RHX	HHX
Länge des Wärmeübertragers L_{HX}	474	220
Breite des Wärmeübertragers W_{HX}	132	284
hydraulischer Durchmesser des Verteiler- bzw. Sammelkanals $D_{hyd,M}$	6 bzw. 8	4.9
hydraulischer Durchmesser der Steigkanäle $D_{hyd,m}$	1.4	3.3
Länge der Steigkanäle L_m	460	180
Anzahl Steigkanäle bzw. Verteilerkanäle N_c	24	16
Blechstärke d_b	0.4	0.4
Breite der porösen Verbindung l_m	-	4

Tabelle 2.1.: Geometrieparameter für RHX und HHX.

Für diese Randbedingungen sind die charakterisierenden Größen in Tabelle 2.2 zusammengefasst.

Wie die Gegenüberstellung in Tabelle 2.2 zeigt, führt der hierarchische Aufbau (HHX) zu einer deutlichen Verbesserung der hydraulischen Leistungsfähigkeit hin-

	Gesamtdruckabfall	therm. Widerstand	therm. Masse metallischer Anteil; Fluidanteil
	Δp_{ges} [Pa]	\bar{R}_{th} [K/W]	M_{th} [kJ/K]
RHX	$3.65 \cdot 10^3$	$9.1 \cdot 10^{-3}$	$0.22 \cdot 10^3$; $0.14 \cdot 10^3$
HHX	$0.66 \cdot 10^3$	$0.3 \cdot 10^{-4}$	$0.23 \cdot 10^3$; $0.87 \cdot 10^3$

Tabelle 2.2.: Vergleich der charakterisierenden Größen für RHX und HHX.

sichtlich des Gesamtdruckabfalls Δp_{ges} um den Faktor 5.5 gegenüber der Referenzstruktur (RHX). Dies resultiert aus der größeren Verzweigungstiefe der Strömung in der hierarchischen Struktur und damit verbunden der geringen Durchströmungsgeschwindigkeit des hydraulisch resistiven Teils (offenporöse Übergänge).

Der thermische Gesamtwiderstand ist in der RHX um den Faktor 300 höher gegenüber dem HHX. Dies liegt an den vorteilhaften Eigenschaften der offenporösen Metallstrukturen für die Wärmeübertragung (siehe auch Abschnitt 1.1).

Der metallische Anteil der thermischen Masse des HHX bleibt trotz der Einbringung der offenporösen Metallstruktur vergleichbar mit der thermischen Masse des RHX. Der Fluidanteil der thermischen Masse ist im HHX um den Faktor 6 erhöht, was aus der Sicht der Wärmerückgewinnung beim Einsatz der Wärmeübertragerstruktur als Adsorberelement vorteilhaft ist.

3. Verteilersysteme

Für die in Kapitel 2 gezeigte Potentialabschätzung der hierarchischen Wärmeübertragerstrukturen wurde eine uniforme Strömungsaufteilung angenommen. Ein zentrales Problem von Plattenwärmeübertragern mit zweidimensional ausgedehnter Durchströmung besteht jedoch in der Gleichmäßigkeit der Strömungsaufteilung und kann nur über spezielle Verteilertopologien annähernd erreicht werden. Diese uniforme Verteilung der Strömung ist für die Leistungsfähigkeit des Wärmeübertragers maßgebend, da sowohl die Pumpleistung als auch die Ungleichmäßigkeit der Temperaturverteilung auf der Wärmeübertrageroberfläche damit zusammenhängen. Eine Lösung dieser Problematik liegt in mehrfachverzweigenden (hierarchischen) Kanalstrukturen welche, im Folgenden genauer dargestellt werden.

3.1. Einfache Verteilersysteme

Die erste Optimierungsmöglichkeit liegt in der Formoptimierung rechteckiger Verteilerkanäle wie in Abb. 2.2 dargestellt. Hierbei kann die Optimierung in den Hierarchieebenen (*I* und *II*) getrennt durchgeführt werden. Da die Strömungszustände deutlich komplexer sind als in den Abschätzungsrechnungen (Kapitel 2) angenommen, ist für eine akkurate Gestaltoptimierung eine aufgelöste dreidimensionale Betrachtung mittels numerischer Berechnungen notwendig. Hier wurde eine Optimierung gewählt, bei welcher die Strömungszustände mit dem Simulationspaket COMSOL Multiphysics in dreidimensionaler, stationärer Form berechnet werden und die Steuerung der Gestaltoptimierung durch MATLAB mit einem genetischen Algorithmus erfolgt.

3.1.1. Genetischer Algorithmus

Wie die meisten Probleme in der Praxis ist auch das vorliegende Problem höchst nicht-linear, nicht-glatt, nicht-differenzierbar und es ist nicht möglich eine gute Schätzung des Optimums schon zu Anfang der Optimierung zu geben.

Sogenannte *metaheuristische Optimierer* sind deshalb für diese Problemklasse gut geeignet. Ausgehend von einer zufälligen Anfangspopulation Pop werden über probabilistische Regeln neue Populationen Pop' erzeugt und auf diesem Wege wird sich einem globalen Optimum (bzw. Minimum) angenähert.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass metaheuristische Algorithmen - wie die *Genetische Optimierung* (GO) - nicht darauf abzielen, das Minimum (bzw. das Optimum) sehr genau zu bestimmen, sondern eine gute Approximation des globalen Minimums bzw. Pareto Fronts (vgl. Abschnitt 3.2.2) zu erzielen.

Für die Optimierungsrechnungen mit dem GO wurde der - in MATLAB zur Verfügung gestellte - Algorithmus *gaopt* verwendet [80]. Dieser Algorithmus, welcher auf der natürlichen Evolution basiert, ist hier kurz skizziert (siehe Abb. 3.1).

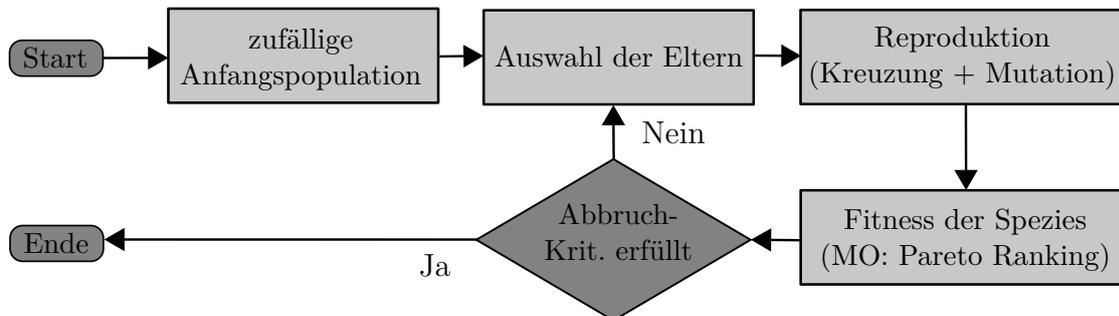


Abbildung 3.1.: Flussdiagramm des metaheuristischen Optimierungsalgorithmus GO.

Genetischer Algorithmus

1. Jeweils zwei Individuen aus der Population (Pop) werden zu Eltern umfunktioniert. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit, als Eltern gewählt zu werden (Sl), der Grad ihrer Fitness (Ft). Diese erzeugen jeweils über *Kreuzung* - welche über die Wahrscheinlichkeit $P_{\mu 1}$ gesteuert wird - zwei Kinder.
2. Schritt 1. wird solange wiederholt, bis die Populationsgröße der Kinder $|Pop_k| = |Pop|$ ist.
3. Die Kinder werden mit einer (kleinen) Wahrscheinlichkeit $P_{\mu 2}$ *mutiert*.
4. Die Zielfunktion wird für alle Kinder ausgewertet. Aus der Gesamtheit der Kinder und Eltern ($Pop \cup Pop_k$) werden die besten (bzgl. der Zielfunktion) in die neue Population Pop' eingesetzt.
5. Zurück zu Schritt 1., bis Konvergenz erreicht ist .

Das Konzept lässt sich in folgender Form funktional ausdrücken:

$$Pop' = Ma(Sl(Ft(Pop))) , \quad (3.1)$$

dabei bezeichnen Pop die alte Population, Pop' die neue Population, Ft die Fitness-Funktion, Sl die Selektionsfunktion und Ma die Manipulationsfunktion bestehend aus Kreuzung und Mutation.

3.1.2. Optimierungsproblem

Ganz allgemein lässt sich das Optimierungsproblem für die Designoptimierung in folgender kompakter Form ausdrücken:

$$\begin{array}{llll}
 \text{finde} & \mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)^\top & & \\
 \text{um} & F(\mathbf{a}) & \text{zu minimieren} & \\
 \text{unter der Einschränkung} & \begin{array}{ll} g_j(\mathbf{a}) \leq 0 & j = 1, M \\ h_k(\mathbf{a}) = 0 & k = 1, L \\ a_i^{\min} \leq a_i \leq a_i^{\max} & i = 1, N, \end{array} & & (3.2)
 \end{array}$$

dabei bezeichnet $F(\mathbf{a})$ die Zielfunktion, g_j und h_k die Un- bzw. Gleichheitsbeschränkungen und \mathbf{a} ist der Vektor der N Designvariablen a_i . Des Weiteren gilt $N, L, M \in \mathbb{N}$. Aus Sicht des Genetischen Algorithmus stellt \mathbf{a} ein Individuum dar.

Die Optimalität der Kanaltopologie wird charakterisiert durch die Gleichmäßigkeit der Volumenstromverteilung auf das Subkanal-Array. Allgemein lässt sich hierfür die Zielfunktion F - welche die Gleichmäßigkeit der Strukturdurchströmung quantifiziert - durch die Varianz der Volumenstromverteilung ausdrücken:

$$F_1(\mathbf{a}) = \text{var} [\dot{\mathbf{V}}_c(\mathbf{a})] = \sqrt{\frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} (\dot{V}_{c,i}(\mathbf{a}) - \bar{\dot{\mathbf{V}}}_c(\mathbf{a}))^2}. \quad (3.3)$$

Dabei bezeichnet $\dot{V}_{c,i}$ den Volumenstrom in dem i -ten Subkanal, $\bar{\dot{\mathbf{V}}}_c$ den Mittelwert der Volumenströme und N_c ist die Subkanal-Anzahl (siehe auch Abb. 2.2). Die Kanalgeometrie wird durch den vektoriellen Parameter \mathbf{a} festgelegt.

3.1.3. Zwei-Schritt-Optimierung

Eine Möglichkeit, um die Gestaltoptimierung effizienter zu gestalten, liegt in einem *Zwei-Schritt*-Verfahren. Die Idee liegt in der Aufteilung der Optimierung in eine Kanalsoptimierung mit linearer Gestalt (Optimierung 1) und, ausgehend von dieser voroptimierten Form, in einer weiteren Optimierung mit polygonaler Form (Optimierung 2). Dies stellt keine Einschränkung für das Optimierungsergebnis dar, da frei optimierte Kanäle auch eine verjüngende Form aufweisen und im zweiten Optimierungsschritt die Gestalt recht frei variiert werden kann. Das heißt, der erste Optimierungsschritt bringt die Kanalgestalt in die Nähe des globalen Optimums und der zweite Schritt ermöglicht eine weitere Annäherung dieses Optimums. In Abbildung 3.2 ist der Algorithmus schematisch dargestellt.

Optimierungsschritt 1

Im ersten Optimierungsschritt wird eine lineare Form-Funktion optimiert (Opt1). Um die Symmetrie zu wahren und die Subkanal-Längen konstant zu halten (insbes.

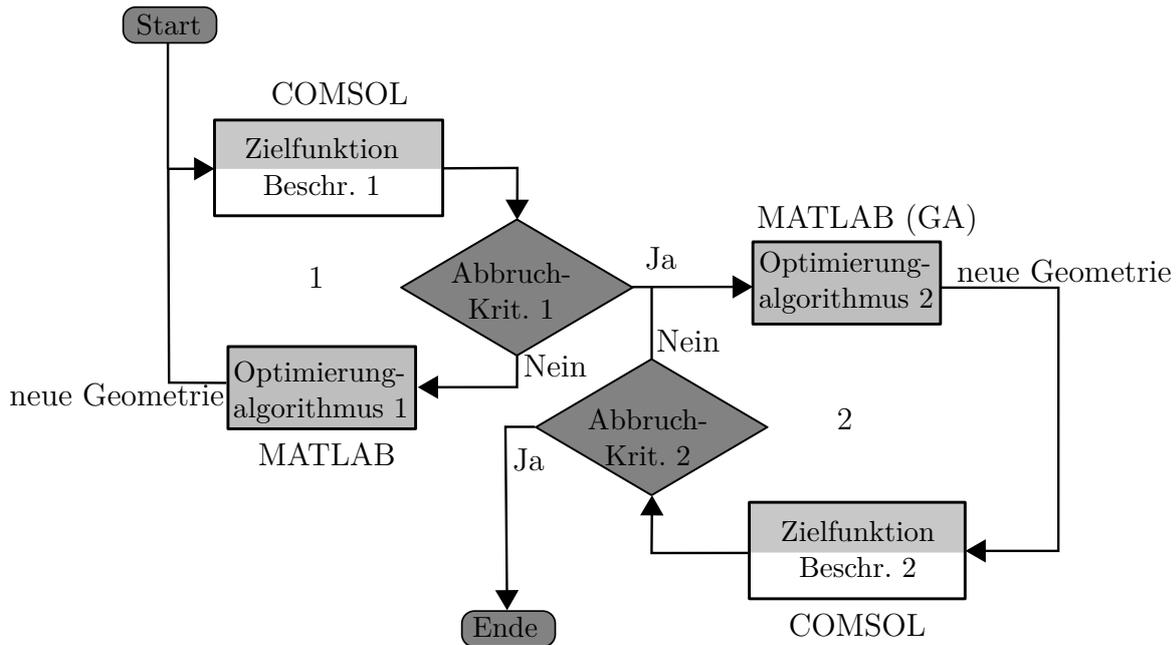


Abbildung 3.2.: Flussdiagramm der Zwei-Schritt-Optimierung mit den sukzessiven Optimierungsschritten 1 und 2.

die offenporösen Verbindungen), wurde folgende Formfunktion gewählt:

$$\xi_k(\zeta; a) = -\frac{2a}{l_k}\zeta + \left(\frac{w_k^0}{2} + a\right), \quad (3.4)$$

wobei ζ die Hauptströmungsrichtung in den jeweiligen Kanälen bezeichnet. Der Index $k \in \{I, II\}$ bezeichnet die Hierarchieebene. Die Optimierungsintervalle sind: $a \in \{0, w_I^0\}$ für die Ebene I und $a \in \{0, w_{II}^0/2\}$ für die Ebene II (siehe Abb. 3.3). Der Optimierungsalgorithmus für diesen Optimierungsschritt basiert auf dem Goldenen Schnitt und ist in MATLAB implementiert [25]. Diese ist eine robuste und schnell konvergierende Methode für konkave Zielfunktionen, was hier angenommen werden kann.

Optimierungsschritt 2

Im zweiten Optimierungsschritt (Opt2) wird - ausgehend von dem Ergebnis von Opt1 - ein Polynom höherer Ordnung optimiert. Dieser Optimierungsschritt wurde mit dem Genetischen Algorithmus (Abschnitt 3.1.1) durchgeführt. Um die Optimierung in einem angemessenen zeitlichen Rahmen zu halten, wurde die polynomiale Form auf kubische Bezier-Kurven beschränkt.

$$\xi(\zeta; \mathbf{a}) = \sum_{i=0}^3 \binom{3}{i} \left(\frac{\zeta}{l_k}\right)^i \left(1 - \frac{\zeta}{l_k}\right)^{3-i} P_i(\mathbf{a}), \quad (3.5)$$

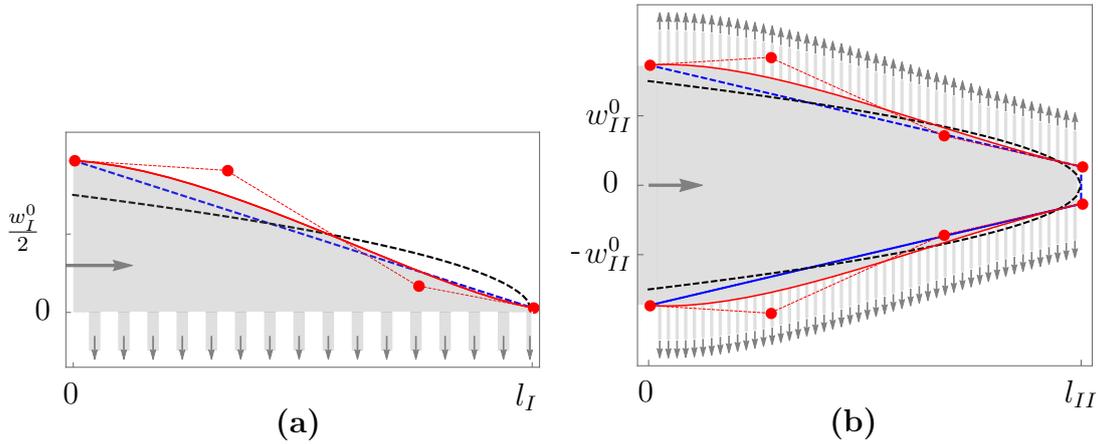


Abbildung 3.3.: Topologie der (a) Hierarchieebene I und der (b) Hierarchieebene II: (blau gestrichelt) optimierte Form aus Schritt 1 (Gl. 3.4); (rot durchgezogen) optimierte Form aus Schritt 2 (Gl. 3.5) mit zugehörigen Kontrollpunkten (rote Marker) der Bezierkurve P_i und (schwarz gestrichelt) Form der Vergleichstopologie (Gl. 3.6). (Die Gesamtkanalform mit den Subkanal-Ansätzen ist grau angedeutet.)

mit dem Vektorparameter $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ und den Kontrollpunkten P_i . An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Kontrollpunkte P_0 und P_3 durch Opt1 bestimmt sind (vgl. Abb. 3.3).

3.1.4. Vergleichstopologie (VT)

Geht man von einer perfekt gleichmäßigen Strömungsverteilung auf die Subkanäle aus, so nimmt in diesem idealen Fall der Volumenstrom linear mit der axialen Position entlang des Verteilerkanals ab $\dot{V}(\zeta) = (1 - \zeta/l_k)$. So eine Volumenstromverteilung impliziert gleiche konstante Druckabfälle entlang der Subkanäle. Dies liegt vor, wenn der Druck entlang des Verteiler- und Sammelkanals linear mit dem gleichen Gradienten abnimmt. Diese Linearität lässt sich über eine nichtlineare Kanaltopologie erzeugen. Unter der Annahme von laminarer vollständig ausgebildeter Strömung und einem konstanten Reibungsbeiwert erhält man die Verteilerkanaltopologie (VT) der Form [34]:

$$w_k(\zeta) = \tilde{w}_k^0 \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{l_k}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.6)$$

Für die angenommene vereinfachte Strömungssituation stellt diese Kanaltopologie sicher, dass die Druckabfälle entlang der Subkanäle gleich sind und somit eine gleichmäßige Volumenstromaufteilung auf die Subkanäle vorliegt. In den hier betrachteten Kanaltopologien gilt: $\tilde{w}_k^0 = 1.5 \cdot w_k^0$ - mit der initialen Kanalweite des Rechteckkanals w_k^0 - um die Volumenanteile vergleichbar zu den optimierten Topologien zu halten. Diese Topologie ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

3.1.5. Numerisches Modell und Optimierung

Der numerisch modellierte Ausschnitt der Hierarchieebene II ist in Abbildung 3.4 (b) dargestellt. Der gewählte Ausschnitt resultiert aus den Symmetriebetrachtungen. Für die numerische Optimierung der Hierarchieebene I wurde die verbindende Hierarchieebene II durch eine poröse Zone modelliert (vgl. Abb. 3.4).

Im numerischen Modell wird die Strömung in den freien Kanälen durch die Navier-Stokes-Gleichung beschrieben:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \left\{ \mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top \right] \right\} \\ \nabla \mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (3.7)$$

mit der dynamischen Viskosität μ und der Fluidichte ρ . Die Strömung in den offenporösen Abschnitten wird durch die Brinkmann-Gleichung beschrieben:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\epsilon} \left((\mathbf{u} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{u}}{\epsilon} \right) &= -\nabla p + \nabla \cdot \left\{ \frac{\mu}{\epsilon} \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top \right] \right\} - \frac{\mu}{K} \mathbf{u} \\ \nabla \mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (3.8)$$

mit der Permeabilität K und der Porosität ϵ . Am Einlass wurde eine laminare Strömung und Scherspannungsfreiheit am Auslass gesetzt. Das Rechengebiet wurde mit ca. $2.5 \cdot 10^5$ tetrahedralen Elementen - für gitterunabhängige Lösungen - vernetzt. Die Wände wurden als hydraulisch glatt angenommen.

3.1.6. Parameterstudie

Konkrete Optimierungsberechnungen werden hier für die Anwendung des Wärmeübertragers als Adsorberelement in einer Adsorptionswärmepumpe durchgeführt. Die Dimensionierung ist analog Abschnitt 2.4 gewählt. Es sei angemerkt, dass die Methodik trotzdem allgemeiner, d. h. generischer Natur, ist. Die offenporösen Übergänge zwischen den Verteilerkanalenden sind hier in diskrete Kanaleinheiten unterteilt, was jedoch die Volumenstromverteilung auf diese Strukturen nicht beeinflusst. Des Weiteren sei angemerkt, dass das hierarchische Netzwerk symmetrisch aufgebaut ist, wodurch Verteiler- und Sammelkanäle vertauscht werden können. Darüber hinaus hält die Gestaltoptimierung die Volumenanteile der Hierarchieebenen näherungsweise konstant.

Ergebnisse für Hierarchieebene I

Für die Untersuchungen der Hierarchieebene I wurden die niedrigeren Hierarchieebenen auf eine poröse Zone - welche die Verteiler- und Sammelkanäle verbindet - mit der isotropen effektiven Permeabilität K_{eff} abgebildet (vgl. Abb. 3.4). Diese effektive poröse Zone wurde so gewählt, dass sie den gleichen Druckabfall wie die

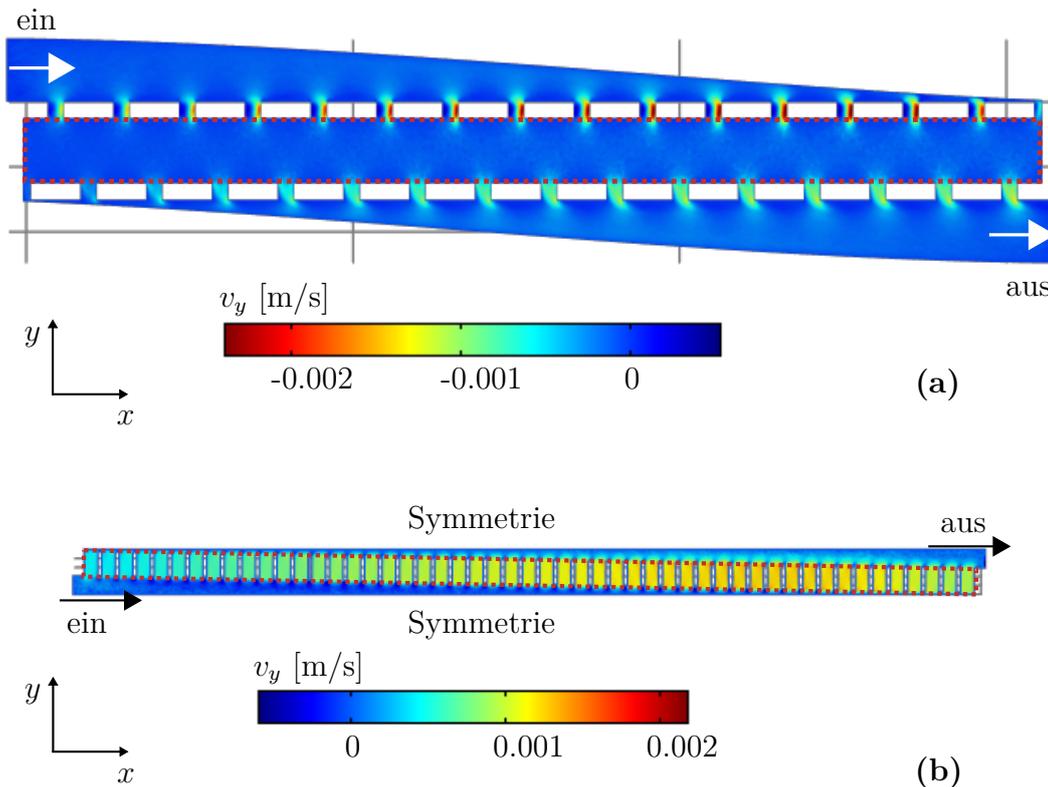


Abbildung 3.4.: Geschwindigkeitsfeld für $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min und $\epsilon = 0.83$ für die Hierarchieebene I (a) und Hierarchieebene II (b). Die Schnittebene ist $z = h/2$; (rot gepunktet) poröses Medium.

Hierarchieebene II erzeugt. Mit dieser vereinfachten Abbildung der Hierarchieebene II wird konkret eine offenporöse Struktur mit der Porosität $\epsilon = 0.7$ in den porösen Subkanälen modelliert. Die Gesamtvolumenströme durch die Struktur orientieren sich an der Anwendung der Adsorptionswärmepumpe.

Die untersuchten Volumenströme \dot{V}_{tot} sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Ein Ergebnis der Zwei-Schritt-Optimierung ist in Abbildung 3.4 gezeigt. Wie man sieht, sind die optimierten Kanalformen spitz zulaufend. Wegen des unvorteilhaften Länge-zu-Durchmesser-Verhältnisses der Kanäle lässt sich keine perfekt gleichmäßige Volumenstromaufteilung auf die Subkanäle erreichen.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass eine uniforme Volumenstromaufteilung auf die Subkanäle eine lineare Druckänderung (bzw. einen konstanten Druck) entlang der Verteiler-/Sammelkanäle impliziert. Für solche Druckverläufe sind große Querschnitt-zu-Längen-Verhältnisse vorteilhaft, jedoch wegen der geforderten Kompaktheit und thermischen Masse des Plattenwärmeübertragers nicht realisierbar.

Die Uniformität der Volumenstromaufteilung lässt sich am besten durch die Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion (PDF) der Subkanal-Volumenströme quantifizieren. Ein direkter Vergleich der geglätteten PDFs für $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min ist

in Abbildung 3.5 dargestellt. Die perfekte Uniformität würde einer Dirac-Verteilung entsprechen. Augenscheinlich zeigt der initiale Rechteckskanal eine schwache Uniformität verglichen zu der Grundtopologie (VT) und den Optimierungsergebnissen (Opt2).

Die geringe Uniformität der Volumenstromaufteilung ist für den Rechteckskanal sogar noch ausgeprägter als für die Hierarchieebene *II*. Der Volumenstrom geht fast ausschließlich durch den letzten (in Strömungsrichtung) Subkanal, was in dem PDF-Anteil im hohen Volumenstrombereich in Abbildung 3.5 sichtbar ist. Für geringe Volumenströme ($\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min) wird die Uniformität der optimierten Topologie und des VT vergleichbar, wie es sich in den PDF-Verläufen zeigt. Jedoch lässt sich für höhere Volumenströme ($\dot{V}_{tot} > 1$ l/min) der Strömungszustand nicht mehr entsprechend den Annahmen für VT approximieren. Dies spiegelt sich in der signifikanten Abweichung der PDFs wider.

Ein zusammenfassender Vergleich der Parameterstudie ist in Abbildung 3.6 gezeigt. In allen Fällen führt die Zwei-Schritt-Optimierung zu einer starken Verbesserung der Volumenstromverteilung bzgl. dem Rechteckskanal und der VT. Diese Annäherung an eine uniforme Verteilung wird zu niedrigerem Gesamtvolumenstrom ($\dot{V}_{tot} \rightarrow 0.5$ l/min) besser realisiert. Die Uniformität wird im ersten Optimierungsschritt (Opt1) deutlich verbessert, jedoch führt der zweite Schritt (Opt2) zu einer weiteren signifikanten Verbesserung.

Ergebnisse für Hierarchieebene II

Für die parametrischen Untersuchungen wurden als offenporöse Strukturen komprimierte offenporöse Schaumstrukturen mit hervorragenden thermohydraulischen Eigenschaften gemäß den Untersuchungen von Boomsma et al. [16] angenommen. Um den Einfluss der Permeabilität offenporöser Strukturen zu untersuchen wurden hier drei verschiedene offenporöse Strukturen im - für die Anwendung als Wärmeübertragerstrukturen interessanten Bereich - untersucht. Das berechnete Datenfeld ist in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

$\left(\begin{array}{c} \epsilon [\%] \\ K [10^{-10} \text{ m}^2] \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{c} 66.7 \\ 3.88 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{c} 82.5 \\ 23.0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{c} 87.4 \\ 36.7 \end{array} \right)$
$\dot{V}_{tot} [\text{l/min}]$	0.5	1	2

Tabelle 3.1.: Parameterliste der Optimierung der Hierarchieebene *II*.

Ein Ergebnis der Zwei-Schritt-Optimierung ist in Abbildung 3.4 gezeigt. Wie man sieht, sind die optimierten Kanalformen spitz zulaufend. Wegen des unvorteilhaften Länge-zu-Durchmesser-Verhältnisses der Kanäle lässt sich keine perfekt gleichmäßige Volumenstromaufteilung auf die Subkanäle erreichen (vgl. S. 39). Ein direkter Vergleich der geglätteten PDFs für den Volumenstromfall $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Augenscheinlich zeigt der initiale Rechteckskanal eine schwa-

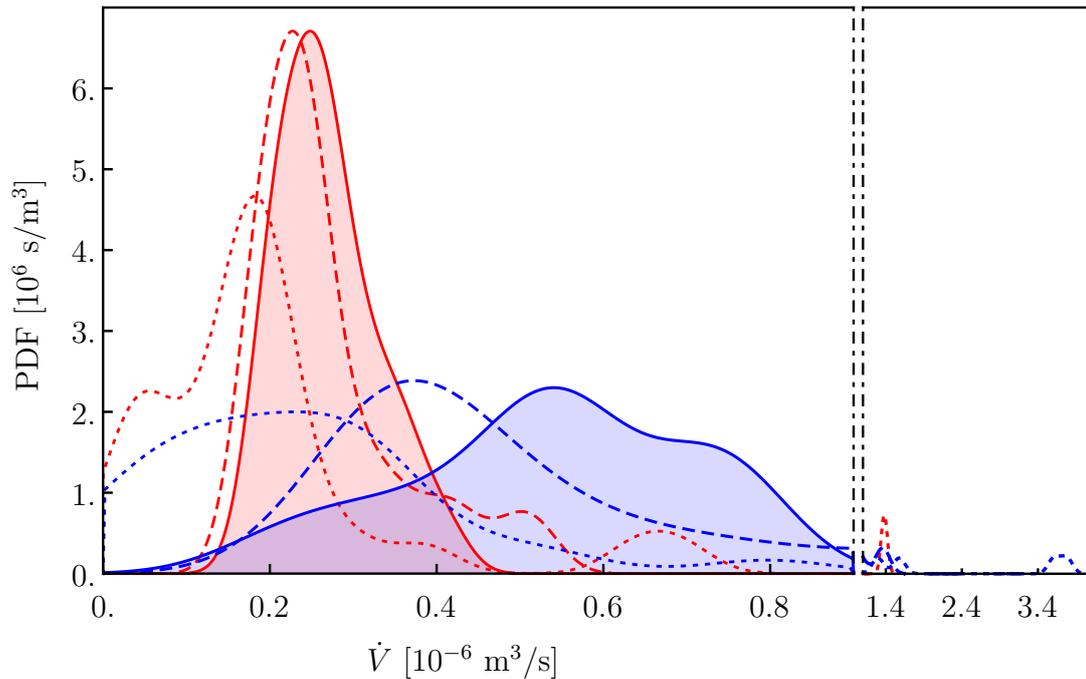


Abbildung 3.5.: Hierarchieebene I: Geglättete PDF [s/m³] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min (rot) und $\dot{V}_{tot} = 1$ l/min (blau) der verschiedenen Topologien: initialer Rechteckskanal (gestrichelt); VT Gl. 3.6 (gepunktet) und Opt2 Gl. 3.5. (durchgezogen).

che Uniformität verglichen zu der Grundtopologie (VT) und den Optimierungsergebnissen (Opt2). Im Falle der Rechteckgeometrie trifft die Strömung „ungebremst“ auf die Stirnfläche des Verteilerkanals und wird erst dort in die Subkanäle umgelenkt. Das ist in den PDF-Verläufen gut erkennbar durch den hohen prozentualen Anteil der niedrigen Volumenströme und einen kleinen prozentualen Anteil großer Volumenströme, welcher nahe dem Staupunkt der Hauptströmung auftritt. Deshalb ist eine verjüngende Kanalform essentiell. Es lässt sich weiterhin feststellen, dass die vereinfachenden theoretischen Annahmen, welche auf die Kanalform VT führen, nicht anwendbar sind. Ein direkter Vergleich der Uniformität der unterschiedlichen Topologien ist in Abbildung 3.8 gezeigt. Hier sind die Werte der Zielfunktion F (Gl. 3.3) dargestellt. Wie sich zeigt, wird die sich verjüngende Form der Kanäle zu höheren Volumenströmen \dot{V} und höheren Permeabilitäten K zunehmend wichtig. In allen Fällen zeigen die optimierten Topologien eine deutliche Verbesserung der Uniformität gegenüber der theoretisch optimalen Kanalform (VT).

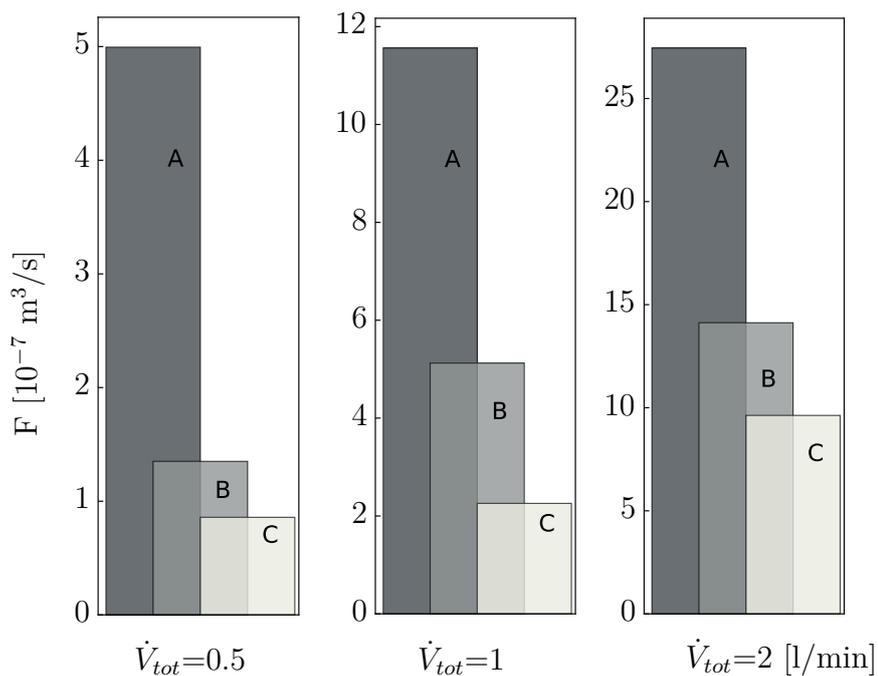


Abbildung 3.6.: Zielfunktion F [m^3/s] für das Parameterfeld (Tab. 3.1) der Hierarchieebene I : (A) initialer Rechteckskanal; (B) VT (Gl. 3.6) und (C) Opt2 (Gl. 3.5).

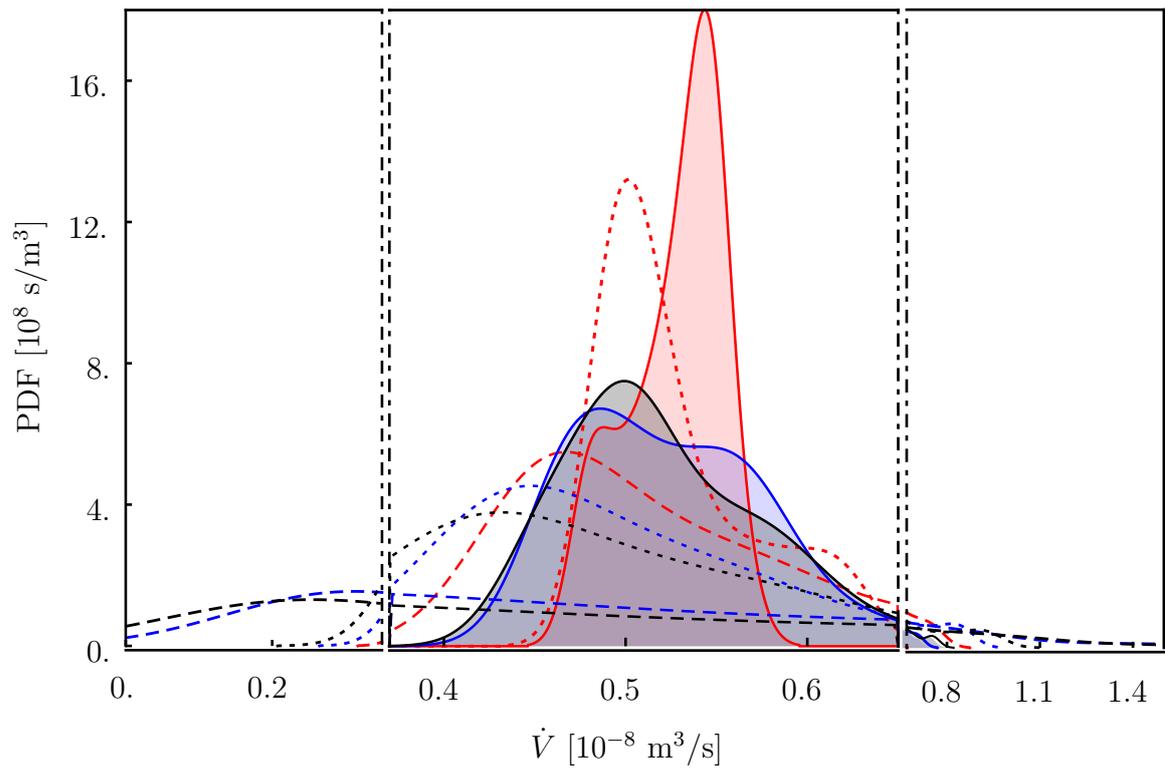


Abbildung 3.7.: Hierarchieebene *II*: Geglättete PDF [s/m³] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 0.5$ l/min der verschiedenen Topologien: initialer Rechteckskanal (gestrichelt); VT Gl. 3.6 (gepunktet) und Opt2 Gl. 3.5 (durchgezogen) für jeweils drei Porositäten: $\epsilon = 0.667$ (rot); $\epsilon = 0.825$ (blau) und $\epsilon = 0.867$ (schwarz).

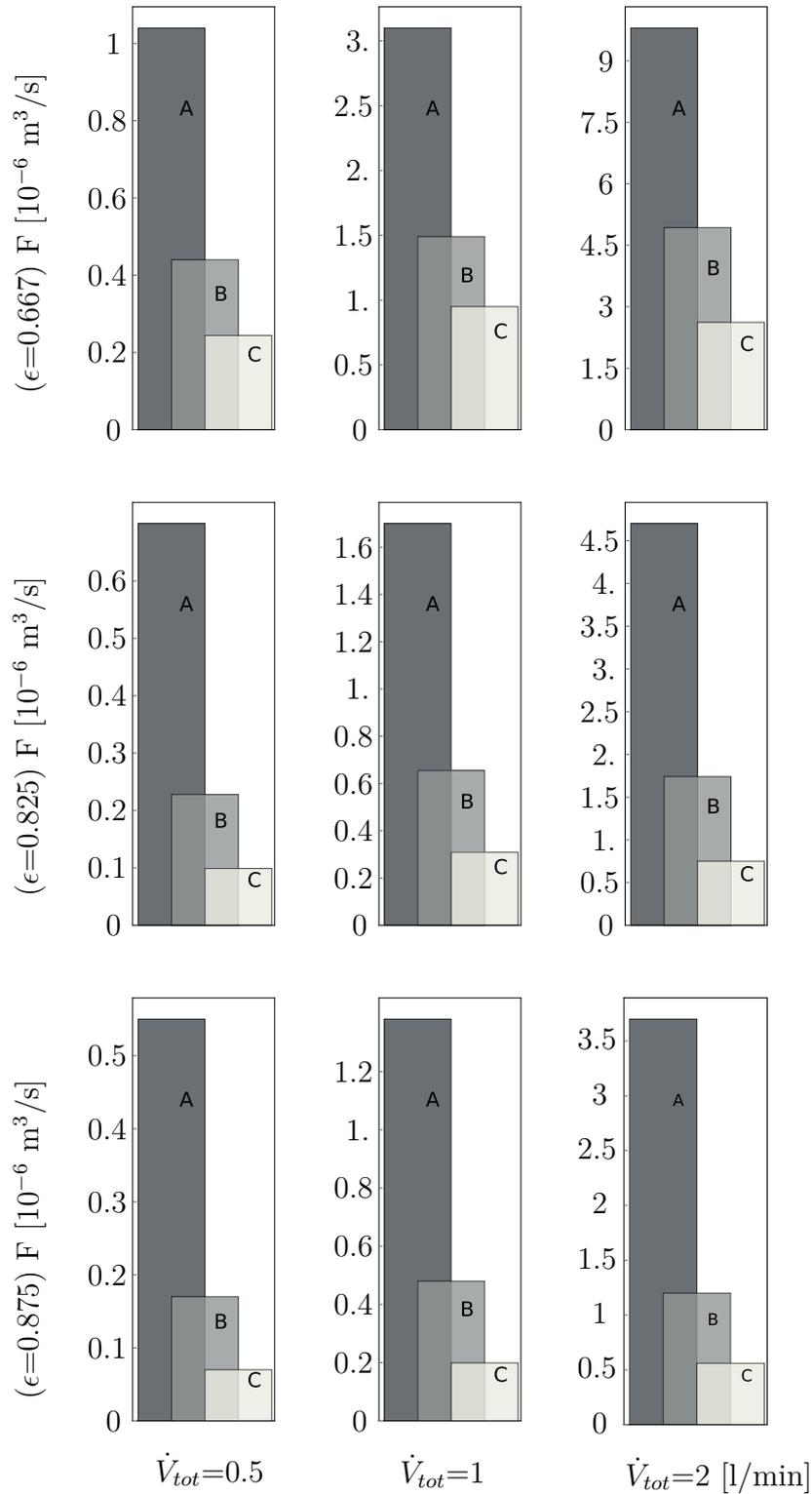


Abbildung 3.8.: Zielfunktion F [m^3/s] für das Parameterfeld (Tab. 3.1) der Hierarchieebene II: initialer Rechteckskanal (A); VT Gl. 3.6 (B) und Opt2 Gl. 3.5 (C).

3.2. Biomimetisches Verteilungssystem

Ein Feld, auf welchem biomimetische Prinzipien eine wichtige Rolle spielen können, ist das Nachbilden vaskulärer Baumstrukturen, um den Fluss durch (mikro)fluidische Kanalstrukturen zu verbessern [40]. Die Gefäße von Atemsystemen und kardiovaskulären Systemen von Säugetieren sind in der Regel hierarchisch aufgebaut mit *bifurkativen* Übergängen zwischen den *Hierarchieebenen*. Die im Folgenden etwickelten Strukturen weisen zu Anfang der Optimierungsberechnungen bifurkative Verzweigungen auf, d. h. die Kanäle teilen sich in genau zwei Subkanäle. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die hier verwendete Terminologie der *Hierarchieebenen* sich im Nachfolgenden *allein* auf die fraktale Verteiler-/Sammler-Struktur (VS) bezieht. Hier nimmt auf jeder Hierarchiestufe die charakteristische Dimension der Gefäßsegmente ab, wie im Folgenden näher erläutert wird.

Eine erste Beziehung zwischen den optimalen Durchmessern der Kanäle aufeinanderfolgender Hierarchieebenen wurde zuerst von Murray untersucht [67], basierend auf dem Prinzip der minimalen Arbeit. Ein biologisches Verteilungssystem muss Energie aufwenden, um die viskosen Verluste im Kreislauf zu kompensieren und um Stoffwechselprozesse aufrechtzuerhalten.

Wenn man die Teilabschnitte der Struktur als zylindrisch mit einem Durchmesser d und einer Länge L annimmt, dann lässt sich die Strömungsleistung P_v [W] ausdrücken durch:

$$P_v = \Delta p \cdot \dot{V} = \frac{128 \cdot \mu_f}{\pi \cdot d^4} \cdot \dot{V}^2 \cdot L, \quad (3.9)$$

wobei der letzte Ausdruck aus der Annahme einer ausgebildeten laminaren Strömung resultiert. In der Arbeit von Murray wurde die Energie, welche zur Aufrechterhaltung metabolischer Prozesse benötigt wird, über den Zusammenhang ausgedrückt:

$$P_m = k_m \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot L, \quad (3.10)$$

wobei k_m [kg/m s³] die Stoffwechselkonstante darstellt.

Als skalare Zielfunktion wird die Summe beider Leistungsanteile $P_{tot} = P_v + P_m$ gewählt. Unter der Annahme eines konstanten Volumenstroms lässt sich aus der Minimierung von P_{tot} ein optimales Verhältnis zwischen den Durchmessern aufeinanderfolgender Hierarchieebenen n und $n + 1$ bestimmen zu:

$$d_n^3 = d_{n+1,1}^3 + d_{n+1,2}^3. \quad (3.11)$$

Dies ist auch als *Gesetz von Murray* bekannt. Interessant hier ist der konzeptionelle Vergleich mit dem vorliegenden Problem. In der optimalen Verteilerkanalstruktur

liegt ein analoges Problem vor. Zum einen soll die hydraulische Effizienz möglichst groß sein, d. h. die von der Pumpe aufzuwendende Energie, um die viskosen Verluste in der Wärmeübertragerstruktur zu kompensieren, sollen möglichst gering sein. Zum anderen lässt sich die Energie, welche zur Aufrechterhaltung der Stoffwechselprozesse erforderlich ist, auf die thermische Masse der Wärmeübertragerstruktur abbilden. Auch im vorliegenden Fall besteht die gleiche Proportionalität $M_{th} \sim d^2$, weshalb das Gesetz von Murray auch für das vorliegende Problem als Ausgangspunkt annehmbar ist.

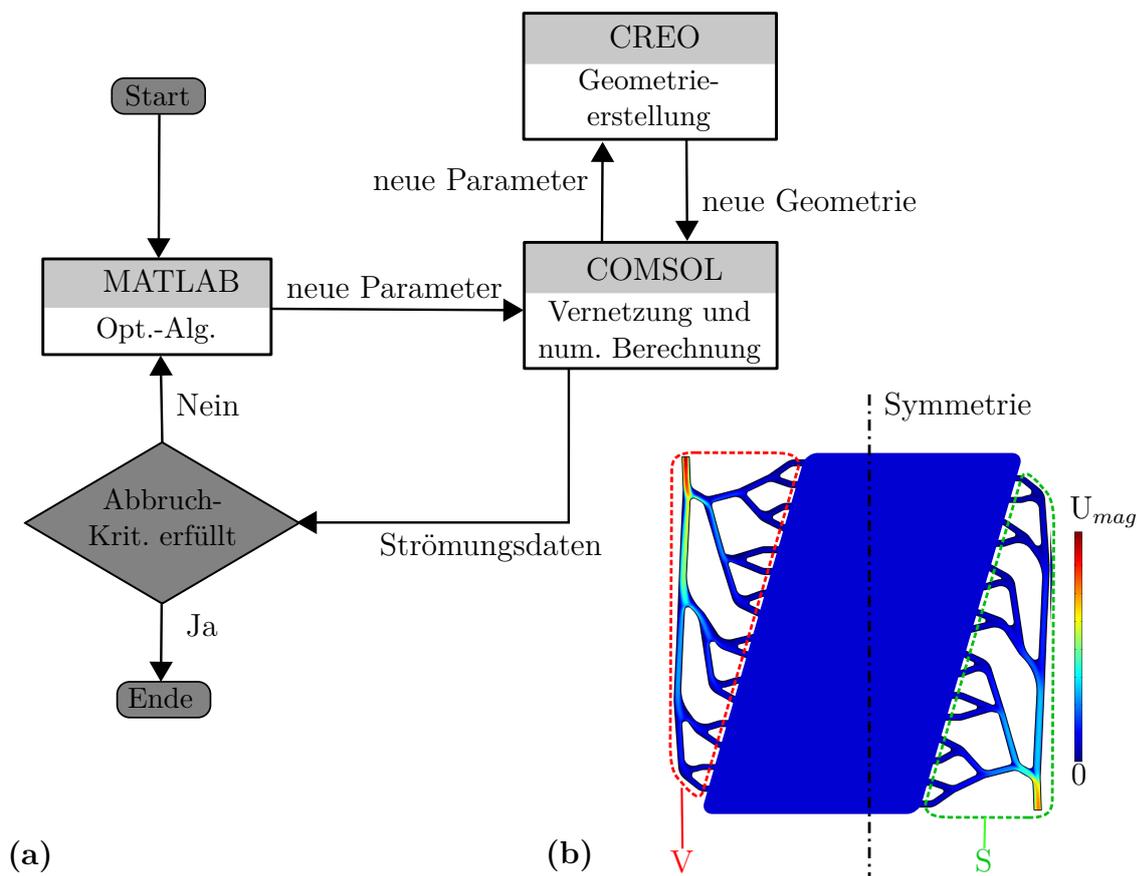


Abbildung 3.9.: (a) Kopplung der Programme für die Optimierungsberechnungen. (b) Berechnete fraktale Strukturgeometrie.

3.2.1. Optimale Fraktale Verteilersysteme

Die oben vorgestellten fraktalen Verteilersysteme bieten einen ersten Schritt zu einem optimalen Verteilersystem (für einen hierarchischen Plattenwärmeübertrager), jedoch sind die angenommenen Strömungsverhältnisse stark idealisiert und nicht alle Randbedingungen berücksichtigt (z. B. die thermische Masse). Um eine deutlich effiziente Verteilerstruktur zu erhalten, welche alle Randbedingungen in adäquater

Weise berücksichtigt und damit hinsichtlich der Anforderungen optimal ist, ist eine explizite Optimierungsberechnung mit einer Auflösung der komplexen Strömungsverhältnisse notwendig.

Die hier vorgestellte Optimierungsmethodik geht von Initialstrukturen aus, welche aus einfachen Prinzipien resultieren (ähnlich Gl. 3.11). Diese Initialstrukturen (Init) werden durch eine explizite dreidimensionale numerische Strömungsberechnung unter den geforderten Randbedingungen weiter optimiert.

In einem *effizienten* Verteiler-/Sammelkanalsystem (VS) ist die Aufteilung des in den Wärmeübertrager eingehenden Volumenstromes auf die untersten Hierarchieebenen uniform. Der thermische Massenanteil dieser VS-Strukturen nimmt dabei einen möglichst kleinen Teil der thermischen Gesamtmasse des Wärmeübertragers ein, um instationäre Vorgänge geringstmöglich zu stören. Diese thermische Masse hängt direkt mit der räumlichen Ausdehnung (hier effektiv 2D) des VS-Systems zusammen und wird im Weiteren über diese geometrische Größe quantifiziert. (Da in den folgenden Untersuchungen konstante Abmessungen des Wärmeübertragers betrachtet werden, ist die Variation der Ausdehnung nur in x-Achsen Richtung möglich.)

3.2.2. Multikriterielle Optimierung

Während die meisten realen Probleme die simultane Optimierung mehrerer oft konkurrierender Kriterien (Ziele) erfordern, berechnet man die Lösung zu solchen Problemen häufig durch die Kombination der Kriterien zu einer Ein-Kriterien-Funktion [50]. In den meisten Fällen - wie auch im Folgenden - ist zu Anfang des Optimierungsproblems die Kombination der Kriterien (Gewichtungsparameter) schwer festzulegen. Hierfür ist eine Lösungsstrategie, das Problem als *multikriterielles* Problem (MO) mit n *nicht* vergleichbaren Zielfunktionen zu behandeln. Bei der MO ist man bestrebt, die Komponenten einer vektorwertigen Zielfunktion $\mathbf{F} = (F_1, \dots, F_n)$ zu optimieren. Auf diese Weise lässt sich eine Lösungsmenge bestimmen, aus welcher erst der *Entscheider* (decision maker) - welcher Einsicht in das Problem hat - a posteriori die Auswahl trifft.

Anders als bei der *ein-kriteriellen* Optimierung ist die Lösung nicht ein einzelner Punkt, sondern eine Punktmenge, eine sog. Pareto-optimale Menge. Bildet man die Pareto-optimale Menge in den mehrdimensionalen Raum der Zielfunktion ab, so erhält man als Punktmenge die sog. *Pareto-Front* (PF) im Funktionenraum. Die Güte einer Lösung zur Bestimmung der Pareto-optimalen Menge bei der multikriteriellen Optimierung wird über die *Dominanz* bestimmt.

Der populärste und am einfachsten zu implementierende Algorithmus zum Auffinden der PF ist der sogenannte NSG-Algorithmus-II [27]. (Dieser wurde für die Optimierung mit metaheuristischen Methoden eingesetzt (siehe Abschnitt 3.1.5).) Dieser Algorithmus sortiert eine Punktmenge $\mathbf{x} = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_i\}$ ($i \in \mathbb{N}$) aus der zulässigen Wertemenge entsprechend der gegenseitigen Dominanz. (Beim GA entspricht diese

Punktemenge \mathbf{x} der aktuellen Population *Pop.*) Die Dominanz eines Lösungsvektors (bzw. Individuums der Population) \mathbf{a}_k über einen anderen Lösungsvektor (bzw. Individuum) \mathbf{a}_l ist dabei wie folgt definiert [50]:

Ein Lösungsvektor $\mathbf{a}_k = (a_{k,1}, \dots, a_{k,o})$ *dominiert* einen anderen Lösungsvektor $\mathbf{a}_l = (a_{l,1}, \dots, a_{l,o})$, wenn gilt:

$$\begin{aligned} f_j &\leq g_j \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \\ \text{und } f_j &< g_j \quad \exists j \in \{1, \dots, n\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

mit der abkürzenden Darstellung $\mathbf{f} = \mathbf{F}(\mathbf{a}_k)$ und $\mathbf{g} = \mathbf{F}(\mathbf{a}_l)$. Dabei ist $n \in \mathbb{N}$ die Dimension des Problems und $o \in \mathbb{N}$ die Dimension des Lösungsraumes bzw. Parameterraumes.

Zusammenfassend drückt obige Definition aus, dass der Zielfunktionsvektor \mathbf{f} in einer Komponente *echt* besser ist als alle anderen Zielfunktionen \mathbf{g} der ausgewählten Punktemenge \mathbf{x} . Betrachtet man nun den gesamten zulässigen Parameterraum der Lösungsvektoren, so ist die Menge aller Punkte \mathbf{x}_{PO} , welche von keinem anderen Punkt der zulässigen Menge dominiert werden, die Pareto-optimale Menge (Paretomenge).

3.2.3. Verzweigungsgrad

Bevor man eine genaue Topologieoptimierung der fraktalen Struktur durchführen kann, muss der Verzweigungsgrad n der fraktalen Verteilerstruktur bestimmt werden. Diese lässt sich jedoch aus dem Optimalpunkt hinsichtlich der drei Zielgrößen (Δp , ΔT , M_{th}) des Gesamtwärmeübertragers ermitteln. Da diese Größe nicht extrem sensibel bzgl. dieser Größen ist, lässt sich die Verzweigungszahl über Approximationsausdrücke der Zielgrößen aus Abschnitt 2.1 bestimmen.

In Abbildung 3.10 sind die drei entdimensionierten Größen als Funktion der zu variierenden Größen l_m und W_m - in einem technisch sinnvollen Bereich - gezeigt. (Die Bezeichnungen finden sich in Abb. 2.2.) Der untersuchte Bereich ist $4.5 \text{ mm} \leq W_m \leq 20 \text{ mm}$ und $4.5 \text{ mm} \leq l_m \leq 20 \text{ mm}$. Für die folgende Betrachtung wurde die Gesamtabmessung des Wärmeübertragers konstant gehalten. Die äußeren Wandstärken wurden ebenfalls als konstant betrachtet und deshalb in dem Ausdruck der thermischen Masse M_{th} vernachlässigt.

Die möglichen Werte für die Subkanalanzahl fraktaler VS-Strukturen $N_1 = 2^n$ sind durch weiße Linien in Abbildung 3.10 gekennzeichnet. Wie man in der Dichtefunktionsdarstellung der Zielfunktionen sieht, ist eine gleichzeitige Optimierung der thermischen Masse M_{th} und des thermischen Widerstandes - hier dargestellt über $\Delta T \equiv \Delta T_{ges}$ - möglich. Jedoch ist die gleichzeitige Minimierung des Druckabfalls Δp nicht realisierbar. Eine bessere Einsicht liefert die Darstellung der Zielfunktionen im Funktionenraum (siehe Abb. 3.11 (a)). Hier sieht man die Mannigfaltigkeit, auf

welcher man sich bei der Variation des Parameterpaares (W_m, l_m) bewegt. (In Abbildung 3.11 (b) ist diese in der Dichtefunktionsdarstellung gezeigt.) Die rote Linie kennzeichnet die Menge der Pareto-optimalen Lösungen (PF).

Für verschiedene Gewichtungen der einzelnen Zielfunktionen landet man entsprechend an unterschiedlichen Stellen auf dieser PF. Um einen definierten Optimalwert für die Verzweigungszahl zu erhalten, ist die Bildung einer skalaren Zielfunktion notwendig. Diese hat die Form:

$$\min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^N \gamma_i \cdot F_i(\mathbf{x}) \cdot c_i, \quad (3.13)$$

mit $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), F_3(\mathbf{x}))$
 $= (\Delta p(\mathbf{x}) / \Delta p_{ref}, \Delta T(\mathbf{x}) / \Delta T_{ref}, M_{th}(\mathbf{x}) / M_{th,ref})$ und $\mathbf{x} = (W_m, l_m)$. Dabei bezeichnet $c_i = 1 / F_{i,0}$ den Normierungskoeffizienten und γ_i den Gewichtungskoeffizienten.

An dieser Stelle erst kommt der *Entscheider* ins Spiel (vgl. Abschnitt 3.2.2). Über die Festlegung der Gewichtungskoeffizienten γ_i lässt sich ein definierter Optimalwert n^{opt} ermitteln. Die richtige Wahl der Gewichtungen erfordert die Kenntnis der physikalischen Gegebenheiten. Für den vorliegenden Fall ist eine höhere Gewichtung des thermischen Widerstandes (damit ΔT) sinnvoll. Die Gewichtungskoeffizienten wurden folgendermaßen angesetzt: $\gamma_1 = \frac{2}{3}\gamma$ und $\gamma_2 = \gamma_3 = 1 - \frac{\gamma}{3}$. Angesetzt wird für den Gewichtungparameter $0.8 < \gamma < 0.9$, wodurch die thermische Effizienz bei der Optimierung etwas mehr gewichtet wird. Diese Wahl gründet auf der Tatsache, dass der Druckabfall Δp im Wärmeübertrager - im Vergleich zum Gesamtsystem, in welches dieser verbaut wird - in dem Variablenbereich relativ niedrig ist und die Wahl des Optimalpunktes zudem nicht sensitiv von der Wahl der thermischen Masse M_{th} abhängt.

Der in Abbildung 3.11 dargestellte Optimierungspfad ergibt sich bei einer Wahl von $\gamma = 0.85$ und ergibt damit einen Pareto-optimalen Punkt bei einer Verzweigungszahl von $n^{opt} = 4$ und damit $N_1^{opt} = 16$. In dem oben angegebenen Intervall für γ liegen alle Pareto-optimalen Punkte bei dieser Verzweigungszahl. Basierend auf dieser Kenntnis des Verzweigungsgrades lässt sich die Optimierung der Verteilersysteme durchführen.

3.2.4. Strukturinitialisierung

Unter Kenntnis der Verzweigungszahl n wird die genaue Strukturoptimierung durchgeführt, ausgehend von einer Initialstruktur, welche zum einen eine differenzierte Schätzung darstellt und zum anderen den vorgegebenen Raum gleichmäßig ausfüllt. Die Raumausfüllung ist notwendig, um den thermischen Weg von jedem Punkt der zu kühlenden bzw. heizenden Oberfläche möglichst gering zu halten.

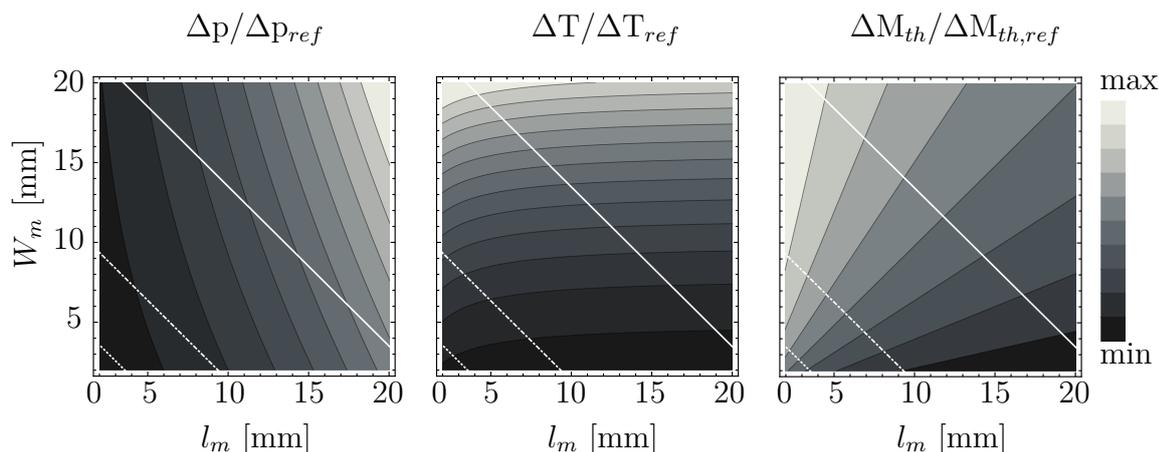


Abbildung 3.10.: Dichtefunktionsdarstellung der dimensionslosen Zielfunktionen. (Links) Gesamtdruckabfall $\Delta P/\Delta P_{ref}$; (Mitte) maximaler Temperaturunterschied $\Delta T/\Delta T_{ref}$ und (rechts) thermische Masse $M_{th}/M_{th,ref}$. (Weiße Linien) realisierbare Punkte für $N_1 = 32$ (gepunktet); $N_1 = 16$ (gestrichpunktet) und $N_1 = 8$ (durchgezogen).

Diese geometrische Restriktion ist die gleichmäßige Verteilung der Teilkanäle auf die Teilflächen der einzelnen Hierarchieebenen. Im vorliegenden Fall wird dies erreicht durch die gleichmäßige Verteilung der Verzweigungspunkte auf einer - die Ränder verbindenden - parametrisierten Gerade, welche über den Parameter $0 \leq \beta \leq 1$ die auszufüllende Rechtecksgeometrie abtastet.

Die parametrisierte Gerade ist definiert durch:

$$y(x; \beta) = \frac{1}{1 - \beta} \cdot (-x + \beta \cdot x_{max}) . \quad (3.14)$$

Der Verlauf ist in den Abbildungen 3.12 durch die grünen Geraden dargestellt. Dies liefert eine Restriktion für die Verteilung der Verzweigungspunkte. Zur Ermittlung der verbleibenden Freiheitsgrade wurden zwei Ansätze entwickelt, welche in noch folgenden Untersuchungen verglichen werden sollen. In der Abbildung 3.12 ist aus Symmetriegründen nur die Verteilerstruktur gezeigt.

Initialisierungsstrategie 1 (Init1)

Eine Initialisierungsstrategie lässt sich durch Beschränkung allein auf geometrische Vorgaben erhalten. Hier werden keine expliziten Annahmen zur Strömungssituation gemacht, sondern lediglich die Minimierung der Gesamtlänge L_{tot} der Baumstruktur gefordert. Die einzige Strukturbeschränkung ist der maximal auftretende Verzweigungswinkel α_{max} der niedrigsten Verzweigungsebene (siehe Abb. 3.12 (a)).

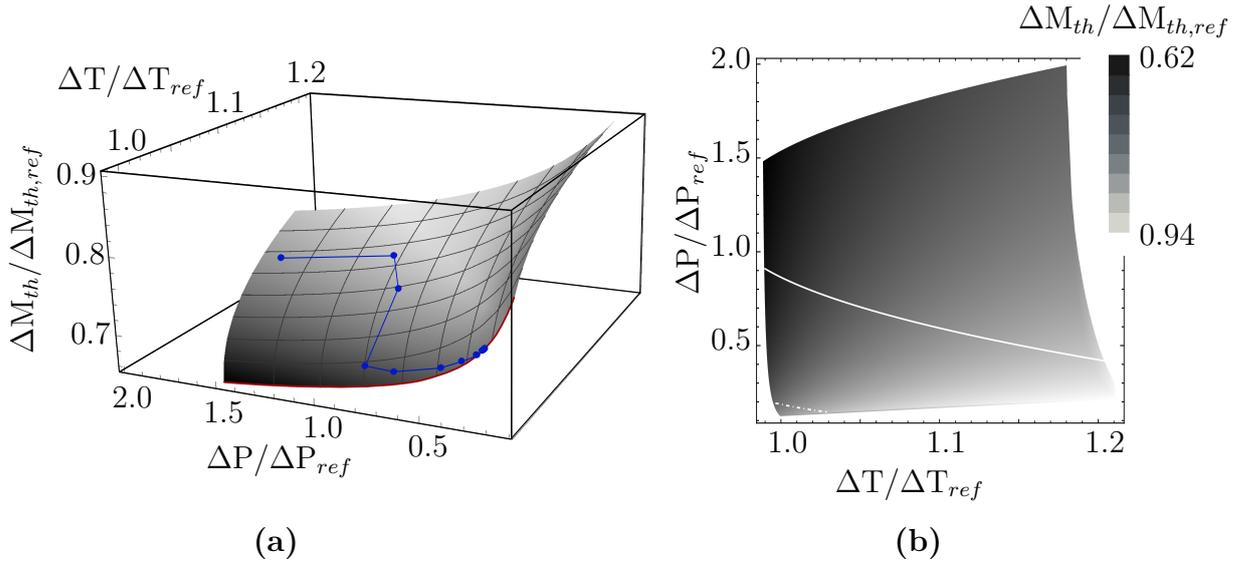


Abbildung 3.11.: (a) 3D-Darstellung der vektoriiellen Zielfunktion $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ im Funktionenraum: Gesamtdruckabfall $\Delta p/\Delta p_{ref}$, Temperaturunterschied $\Delta T/\Delta T_{ref}$ und thermische Masse $M_{th}/M_{th,ref}$. (Rote Linie) Pareto-Front und (blaue Linie) exemplarischer Optimierungspfad. (b) Dichtefunktionsdarstellung der vektoriiellen Zielfunktion \mathbf{F} mit den Verzweigungszahl $N = 8$ (durchgezogene Linie) und $N = 16$ (gepunktete Linie).

Hierfür lässt sich das Optimierungsproblem ansetzen:

$$\min_{\mathbf{L}} L_{tot}(\mathbf{L}), \quad (3.15)$$

mit der Gesamtlänge $L_{tot} = \sum_{(i,j)} L_{ij}$ und dem vektoriiellen Parameter $\mathbf{L} = (L_{1,2}, \dots, L_{16,32})$. Die Tupel (i, j) bezeichnen die benachbarten Verzweigungspunkte des Systems (vgl. Abb. 3.12 (a)). Die in Abbildung 3.12 (a) gezeigte Struktur wurde für einen maximalen Verzweigungswinkel von $\alpha_{max} = 100^\circ$ optimiert.

Initialisierungsstrategie 2 (Init2)

Bei dieser Initialisierungsstrategie bestimmt man sowohl die freien Parameter über die Minimierung des hydraulischen Gesamtwiderstands $R_{h,tot}$ als auch das Gesamt-Fluidvolumen $V_{f,tot}$. Um den Freiheitsgrad der Kanaldurchmesser zu eliminieren, wird das von Murray [67] hergeleitete Durchmesser Verhältnis zwischen zwei Hierarchieebenen angesetzt $d_{n+1}/d_n = \sqrt[3]{2^{-1}}$. (Da hier rechteckige Kanäle betrachtet werden, wird der hydraulische Durchmesser $d_h = d$ der Kanäle angesetzt.) Dies ist sinnvoll, da sie für die gleichzeitige Minimierung der viskosen Strömungsverluste und des Volumens des Fluidnetzwerkes hergeleitet wurde (vgl. Abschnitt 3.2). Damit bleiben die Längen der Verbindungsgeraden L_{ij} als Freiheitsgrade übrig.

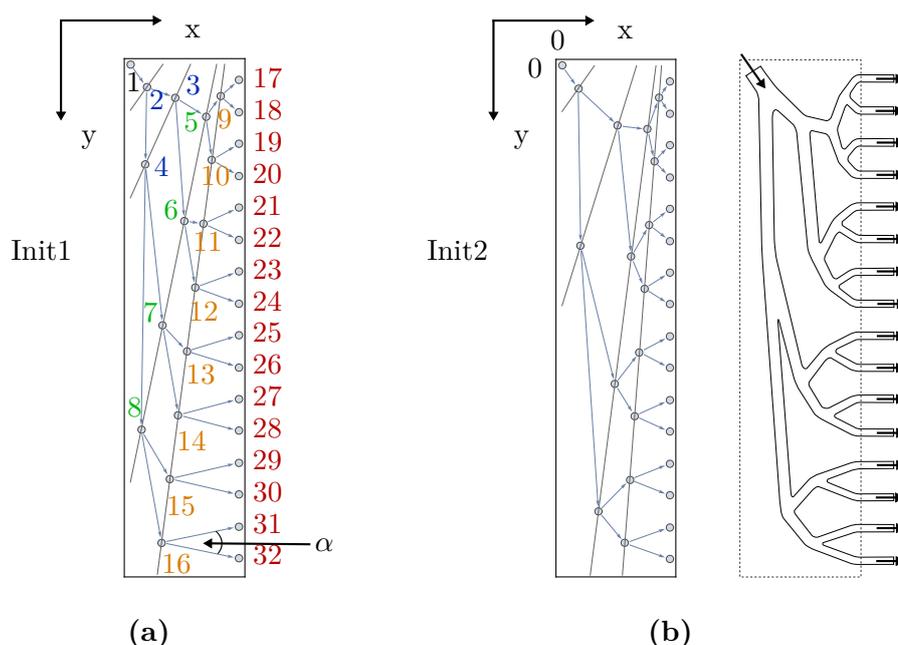


Abbildung 3.12.: (a) Baumstruktur der Verteilerstruktur von Init1; (b) Baumstruktur der Verteilerstruktur von Init2 mit Schnitt durch die zugehörige 3D-Kanalstruktur (xy-Ebene).

Versucht man analog der Herangehensweise von Murray die optimalen Werte für die verbleibenden Freiheitsgrade zu berechnen, so kann man das Optimierungsproblem folgendermaßen ansetzen:

$$\min_{\mathbf{L}} [\gamma \cdot R_{h,tot}(\mathbf{L}) \cdot c_1 + (1 - \gamma) \cdot V_{f,tot}(\mathbf{L}) \cdot c_2], \quad (3.16)$$

mit dem hydraulischen Gesamtwiderstand $R_{h,tot} = \sum_{(i,j)} \frac{\rho}{A_{ij}^2} \cdot L_{ij}$ und dem Gesamtvolumen $V_{f,tot} = \sum_{(i,j)} L_{ij} \cdot A_{ij}$ des Kanal-Systems. Dabei sind $A_{ij} \sim d_{ij}^2$ die Kanalquerschnittsflächen und $c_1 = 1/R_{h,0}$ und $c_2 = 1/V_{f,0}$ die Normierungskoeffizienten.

Eine unbestimmte Größe stellt der Gewichtungsparemeter γ dar. Für eine Gleichgewichtung der Zielfunktionen $\gamma = 0.5$ erhält man die in Abbildung A.4 (a) dargestellte Baumstruktur.

Wenn man die beiden Initialstrukturen vergleicht, so erhält man in beiden Fällen eine fraktale Struktur mit einer guten Raumauffüllung. Die konkrete Bewertung der "Leistungsfähigkeit" dieser Strukturen durch explizite numerische Berechnungen ist nicht notwendig, da diese den Ausgangspunkt einer Optimierungsrechnung darstellen. Eine Bewertung ist durch den Strukturvergleich mit der von Hermann [44] entwickelten FracTherm-Struktur möglich. Dieser Vergleich mit der FracTherm-Struktur zeigt eine etwas bessere Übereinstimmung mit Init2 im Vergleich mit Init1. Die akzeptable Übereinstimmung mit Init1 zeigt, dass schon einfache geometrische Vorgaben zu vernünftigen Strukturen führen. Physikalische Annahmen führen zu

einer Verbesserung der Initialisierung (Init2). Diese wird für die folgenden Untersuchungen als Initialisierung der numerischen Berechnungen herangezogen.

3.2.5. Definition der Zielfunktionen

Für die Berechnungen sind die zu optimierenden Eigenschaften der fraktalen Strukturen (FS) zum einen die gleichmäßige Volumenstromaufteilung auf die Struktur und zum anderen der thermische Massenanteil der Struktur an der des Gesamtwärmeübertragers $M_{th,VS}/M_{th,HX}$. (Hier bezeichnet $M_{th,HX}$ die gesamtthermische Masse des mit Fluid gefüllten Wärmeübertragers und $M_{th,VS}$ den thermischen Massenanteil des HX, welcher von der VS-Struktur durchzogen wird.)

Die Gleichmäßigkeit der Strukturdurchströmung wird durch die dimensionslose Standardabweichung der Volumenstromverteilung quantifiziert:

$$F_1(\mathbf{a}) = \widetilde{\text{var}}[\dot{\mathbf{V}}_c(\mathbf{a})] = \frac{1}{\text{var}[\dot{\mathbf{V}}_{c,0}]} \cdot \sqrt{\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} (\dot{V}_{c,i}(\mathbf{a}) - \bar{V}_{c,i})^2}, \quad (3.17)$$

dabei bezeichnet $\dot{V}_{c,i}$ den Volumenstrom durch den i -ten Subkanal, $\bar{V}_{c,i}$ den Mittelwert der Volumenströme und N_1 die Subkanalanzahl. $\dot{\mathbf{V}}_{c,0}$ ist die Volumenstromverteilung der Referenzstruktur. Die Struktur wird über den vektoriellen Parameter \mathbf{a} festgelegt.

Die thermische Masse der Struktur lässt sich recht genau über die räumliche Ausdehnung quantifizieren. Deshalb wird als Zielfunktion für diese Größe die mittlere Position der Subkanalenden x_i herangezogen (in x-Richtung, vgl. Abb. 3.12):

$$F_2(\mathbf{a}) = \frac{\bar{x}_{end}}{\bar{x}_{end,0}} = \frac{1}{\bar{x}_{end,0}} \cdot \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \Delta x_i(\mathbf{a}), \quad (3.18)$$

wobei Δx_i die Entfernung des i -ten Kanalendes von der Wärmeübertragerkante ($x = 0$) in x-Richtung ist. $\bar{x}_{end,0}$ ist der mittlere Abstand der Subkanalenden der Initialstruktur.

Die durchgeführten multikriteriellen Optimierungen haben gezeigt, dass die Pareto-Front für dieses Optimierungsproblem eng begrenzt ist, d. h. die optimale Lösung hängt wenig sensibel von der relativen Gewichtung (γ_1 und γ_2) den Zielfunktionen ab (siehe auch Abbildung 3.13). Damit ist der hier weiterverfolgte Ansatz die Optimierung einer skalaren Zielfunktion:

$$\min_{\mathbf{a}} F(\mathbf{a}) = \min_{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^2 \gamma_i \cdot F_i(\mathbf{a}) \cdot c_i. \quad (3.19)$$

Die gewählten Gewichtungparameter sind $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5$.

Die allgemeine Definition des Optimierungsproblems ist in Gleichung 3.2 zu finden.

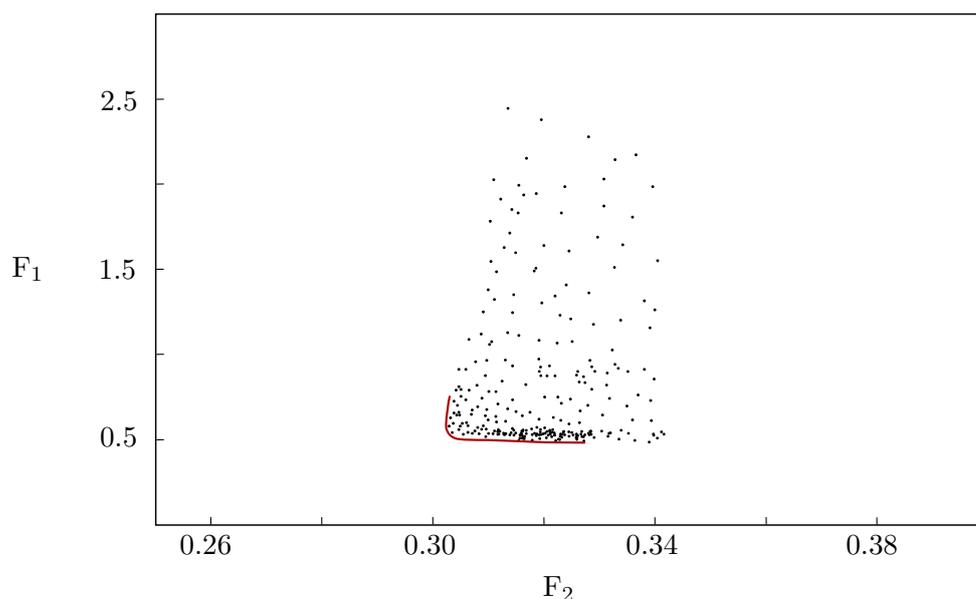


Abbildung 3.13.: Diskrete Lösungen der MO mit der skizzierten Pareto Front (rote Linie).

3.3. Sukzessive Optimierung

Da die Komplexität der Verzweigungsstruktur exponentiell mit den Freiheitsgraden N anwächst, gilt Entsprechendes für den numerischen Optimierungsaufwand. Eine signifikante Reduktion der Komplexität gelingt hier wiederum über eine *sukzessive* Optimierungsstrategie (SO). Konkret wird bei der Optimierung nicht die gleichzeitige Variation aller Parameter zugelassen, sondern die Gesamtoptimierung wird in Teiloptimierungen unterteilt. Dabei wird nur die Variation der Freiheitsgrade *einer* Verzweigungsebene n zugelassen und das erzielte Optimierungsergebnis als Ausgangspunkt für die Optimierung der folgenden Verzweigungsebene herangezogen wird. Die Optimierung erfolgt somit sukzessiv, ausgehend von der höchsten Verzweigungsebene ($n = 1$) - dem Stamm der Verzweigungsstruktur - bis zur Niedrigsten (hier $n = 4$).

In der Abbildung 3.12 (a) ist die fraktale Baumstruktur gezeigt und die einzelnen Optimierungsebenen sind farblich gekennzeichnet. Zu der höchsten Hierarchieebene ($n = 1$) gehören die Verzweigungspunkte 1 bis 4 mit den zugehörigen Kanalbreiten $w_{jk} \in \{w_{12}, w_{23}, w_{24}\}$. (Dabei bezeichnet (j, k) die Verbindung zwischen den benachbarten Knotenpunkten j und k .) Die Freiheitsgrade der Verzweigungsebenen sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst. Die Designvariable für diese Hierarchieebene wäre dann beispielsweise $\mathbf{a}_{n=1} = (x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, w_{12}, w_{23}, w_{24})$.

Diese sukzessive Optimierung ist in Abbildung 3.14 gezeigt. Aus Symmetriegründen (vgl. Abb. 3.9 (b)) ist nur die Verteilerseite der Struktur angegeben. Die zugehörige Optimierung der Sammlerstruktur erfolgt simultan und erfährt dieselbe Formänderung wie die Verteilerstruktur. Somit bleibt der Wärmeübertrager symmetrisch und

Opt.-schritt	Parameter	
	(x_i, y_i)	w_{jk}
1	$i \in \{1, \dots, 4\}$	$(j, k) \in \{(1, 2), (2, 3), (2, 4)\}$
2	$i \in \{5, \dots, 8\}$	$(j, k) \in \{(3, 5), (3, 6), (4, 7), (4, 8)\}$
3	$i \in \{9, \dots, 16\}$	$(j, k) \in \{(5, 9), (5, 10), (6, 11), (6, 12), \dots, (7, 13), (7, 14), (8, 15), (8, 16)\}$
4	$(x_i, y_i = const.)$ $i \in \{17, \dots, 32\}$	$(j, k) \in \{(9, 17), (9, 18), (10, 19), (10, 20), \dots, (11, 21), (11, 22), (12, 23), (12, 24), (13, 25), (14, 26), \dots, (15, 27), (15, 28), (16, 29), (16, 30), (17, 31), (17, 32)\}$

Tabelle 3.2.: Parametergruppen der sukzessiven Optimierung.

besitzt keine Vorzugsrichtung für die Durchströmung.

Hier zeigt sich, wie die räumliche Ausdehnung der Hierarchieebenen (ausgehend von $n = 1$) schrittweise verkleinert wird, bis am Ende des letzten Optimierungsschrittes (hier 4) eine sehr kompakte Struktur vorliegt.

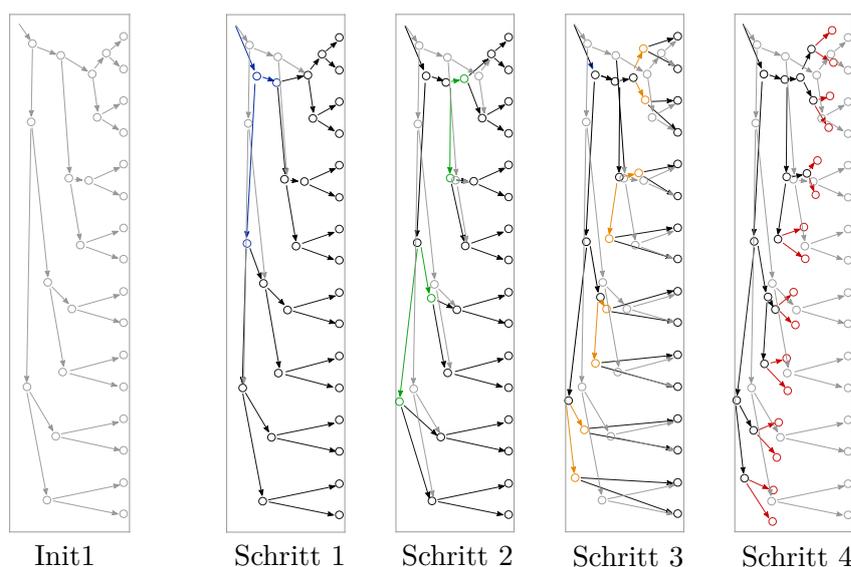


Abbildung 3.14.: Strukturänderung über die einzelnen Schritte der sukzessiven Optimierung: (grau) Baumstruktur der Initialstruktur (Init1); (blau) optimierte Verteilerebene 1 (Schritt 1); (grün) optimierte Verteilerebene 2 (Schritt 2); (orange) optimierte Verteilerebene 3 (Schritt 3) und (rot) optimierte Verteilerebene 4 (Schritt 4).

Bei einem gewählten Toleranzkriterium bzgl. der Parameter \mathbf{a} für die Konvergenzbestimmung innerhalb eines Optimierungsschrittes der SO: $\text{tol} = \|\mathbf{a}_{i+1} - \mathbf{a}_i\| / \|\mathbf{a}_i\| \leq 10^{-3}$ wird nach wenigen Iterationsschritten i eine Teilkonvergenz erreicht. Die Rechenzeit für die Gesamtoptimierung für eine parallelisierte Berechnung auf 16 CPUs

mit jeweils 3.33 GHz ist von der Größenordnung $\bar{t}_{opt} \sim 10^6$ s. Wie schon eingangs erwähnt, liegt die Hauptlimitierung für die Gesamtoptimierungsgeschwindigkeit bei den numerischen Strömungsberechnungen.

Die Strukturänderung der einzelnen Optimierungsschritte der SO sind (farblich kodiert) in Abbildung 3.14 gezeigt. Man erkennt eine deutliche Reduktion der räumlichen Ausdehnung der Fraktalstruktur.

Um das Optimierungsergebnis besser bewerten zu können, wurde eine vergleichbare Fraktalstruktur gegenübergestellt. Diese von M. Hermann entwickelte Struktur (FracTherm) [44], welche für den Anwendungsbereich der Sonnenkollektoren entwickelt wurde, basiert auf der Annahme laminar durchströmter Teilkanäle. Die Gesamtstruktur ist das Ergebnis einer hydraulischen Optimierung, wobei die thermische Masse hier keine Zielfunktion war.

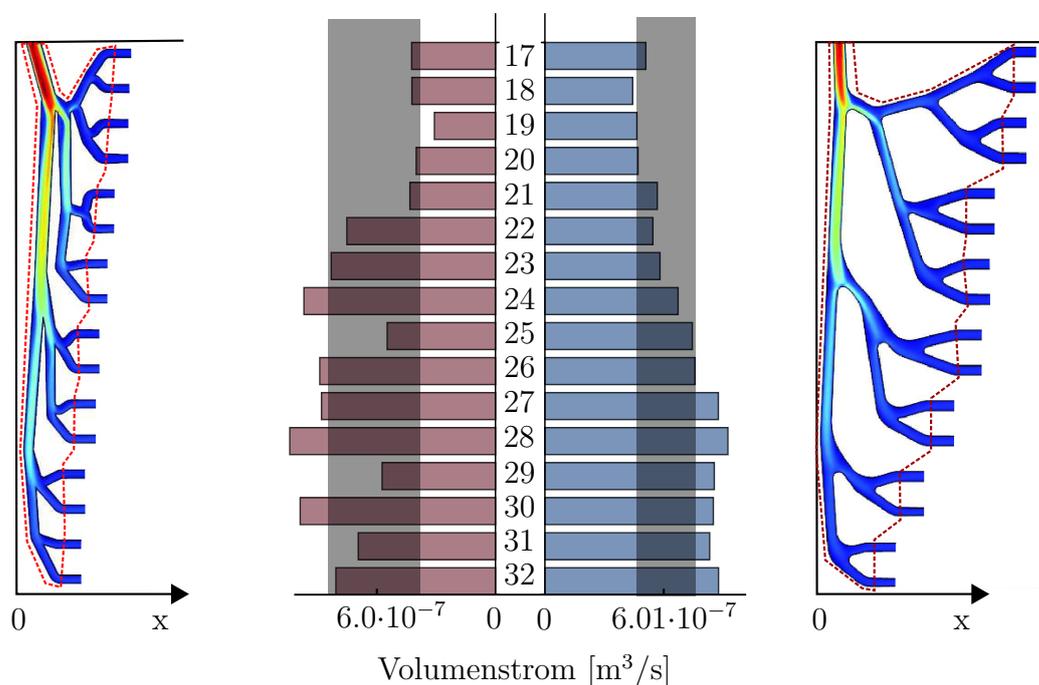


Abbildung 3.15.: Vergleich der Volumenstromverteilungen. Gezeigt sind die Beträge der Strömungsgeschwindigkeiten in der Kanalmitte $z = h/2$ für die SO-Struktur (links) und für die FracTherm-Struktur (rechts). In der Mitte: Volumenstromverteilung der SO-Struktur (roten Balken) und die der FracTherm-Struktur (blaue Balken) mit jeweils der Standardabweichung um den Erwartungswert (graue Schattierung). Die Fläche der Strukturen ist durch die rot gepunktete Begrenzung gekennzeichnet.

Das Ergebnis der SO ist in Abbildung 3.15 der FracTherm-Struktur gegenübergestellt. Die räumliche Ausdehnung (und damit die thermische Masse) der Initialstruktur der SO wurde gleich der Ausdehnung der FracTherm-Struktur gewählt.

Wie der Vergleich mit der Initialgeometrie zeigt, lässt sich über das Optimierungsvorgehen eine deutliche Reduktion der Ausdehnung der Verteilerkanalstruktur erreichen. Quantitativ lässt sich das über die mittlere Ausdehnung der Struktur F_2 gemäß Gl. 3.18 ausdrücken. Die räumlichen Ausdehnungen der Strukturen sind in Abbildung 3.15 rot gekennzeichnet. Die relative Verbesserung dieser Größe bezogen auf die FracTherm-Struktur ist $\text{imp}F_2 = (F_2^{\text{FracTherm}} - F_2^{\text{SO}}) / F_2^{\text{FracTherm}} = 70\%$. Das Ziel, die Gleichmäßigkeit der Volumenstromverteilung dabei nur geringfügig zu verschlechtern, wurde dabei erreicht. Die relative Verschlechterung, ausgedrückt durch die Zielfunktion F_1 , ist $\text{degr}F_1 = (F_1^{\text{FracTherm}} - F_1^{\text{SO}}) / F_1^{\text{FracTherm}} = -36\%$.

Somit lässt sich durch das vorgestellte Optimierungsvorgehen eine kompakte Verteilerstruktur erreichen, ohne dabei die Uniformität der Volumenstromverteilung im Vergleich zu der FracTherm-Struktur signifikant zu verschlechtern.

Vergleicht man diese SO-Struktur mit der einfacheren optimierten Verteilerstruktur (EV) aus Abschnitt 3.1.6, so lässt sich auch hier eine Verbesserung feststellen. Hinsichtlich der thermischen Masse und hinsichtlich des Fluidanteils in den Verteilerstrukturen erhält man ein Verhältnis von $M_{th,fl}^{\text{SO}} / M_{th,fl}^{\text{EV}} = 0.82$, mit der thermischen Masse des Fluidanteils der EV und der SO. Die thermische Masse wird somit signifikant durch die fraktale Struktur reduziert und dabei wird die Uniformität der Volumenstromverteilung - verglichen zu der EV - verbessert. Die Gegenüberstellung der Volumenstromverteilungen ist in Abbildung 3.16 in Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) der Subkanalvolumenströme gezeigt.

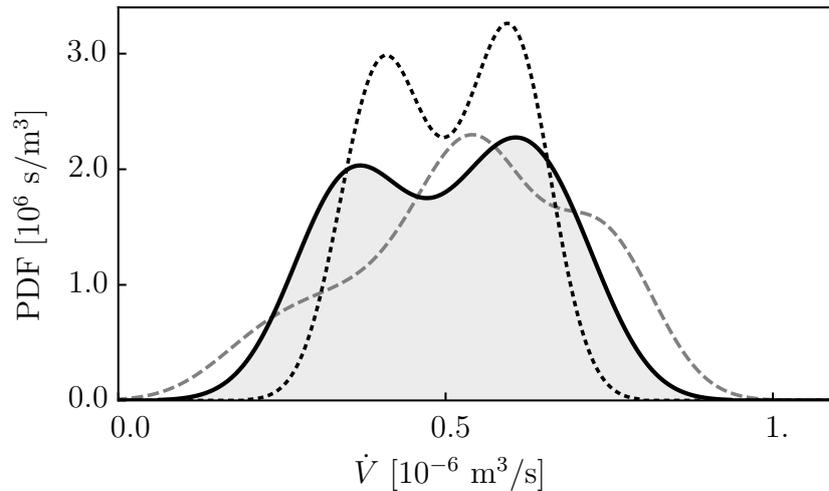


Abbildung 3.16.: Geglättete PDF [s/m^3] der Volumenströme in den Subkanälen bei $\dot{V}_{tot} = 1 \text{ l}/\text{min}$ der verschiedenen Topologien: Hierarchieebene II Opt2 (Gl. 3.5) (grau gestrichelt); FracTherm (schwarz gepunktet) und SO (schwarz durchgezogen).

Die Auswirkung der Uniformität der Strömungsaufteilung auf die thermische Effizienz für instationäre Anwendungen lässt sich über eine Abschätzungsrechnung quantifizieren. Betrachtet man den beginnenden Adsorptionsprozess, so gilt für iso-

therme Randbedingungen (d. h. instantane Dissipation der freiwerdenden Adsorptionsenergie) in guter Näherung folgende Proportionalität für den zeitlichen Verlauf der freiwerdenden Adsorptionswärme Q [26]:

$$Q \sim t^{1/2}, \quad (3.20)$$

Diese Proportionalität ist gültig für relative Adsorberbeladungen von $< 30\%$. Mit der isothermen Randbedingung wird angenommen, dass die thermische Ankopplung an das Wärmeübertragerfluid durch die offenporösen Zonen perfekt ist. Die Wärmekapazität des durchströmenden Fluids (pro Zeiteinheit) ist gegeben durch: $C = \dot{V} \cdot \rho_f \cdot c_p$, mit der Dichte ρ_f und spezifischen Wärmekapazität c_p des Fluids. Wenn man die Wärmeübertragung auf die porösen Zonen des Wärmeübertragers annimmt (da die Nu -Zahlen der porösen Struktur eine Größenordnung über denene der Verteilerkanäle liegen), so gilt für die Temperaturänderung des Fluids in diesen Abschnitten mit Gl. 3.20:

$$dT = \frac{1}{C} dQ \sim \dot{V}^{1/2}. \quad (3.21)$$

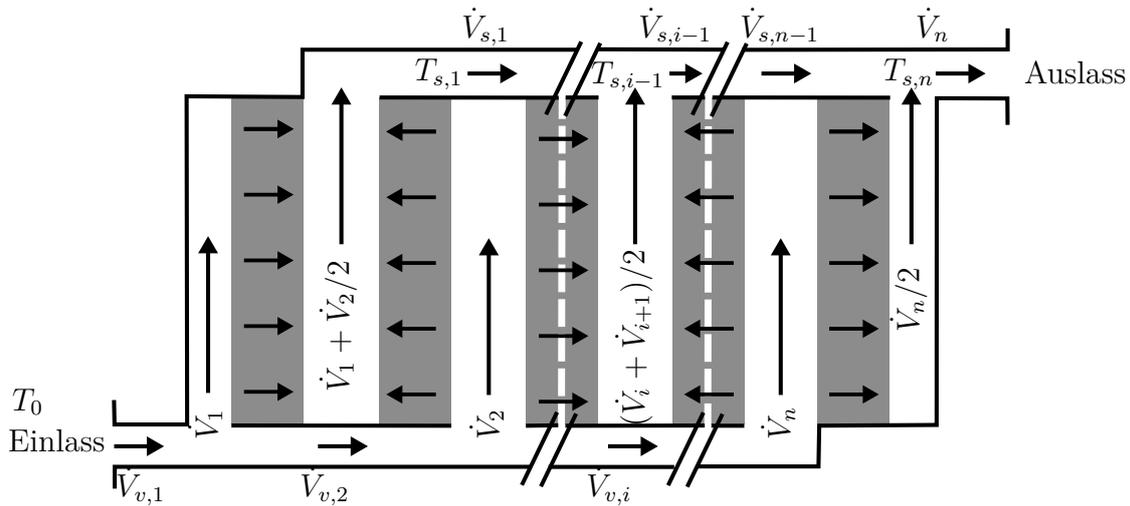


Abbildung 3.17.: Volumenstrom- und Temperaturverteilung im hierarchischen Wärmeübertrager.

In Abbildung 3.17 sind die Teilströme im Verteilerkanal $\dot{V}_{v,i}$, im Sammlerkanal $\dot{V}_{s,i}$ und in den Subkanälen \dot{V}_i gezeigt ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$). Die resultierenden Temperaturen $T_{s,i}$ sind für die vorliegende Konfiguration gegeben durch:

$$T_{s,i} = \frac{\dot{V}_i/2 \cdot T_i + \dot{V}_{i+1}/2 \cdot T_{i+1} + \dot{V}_{v,i} \cdot T_{v,i}}{\dot{V}_i + \dot{V}_{i+1} + \dot{V}_{v,i}} \quad \text{mit } i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (3.22)$$

mit $\dot{V}_{s,i} = \sum_{j=1}^{i-1} \dot{V}_{s,j}$ und $T_{v,i} = T_0$ (T_0 Einlasstemperatur). Die thermische Effizienz η_{th} der Konfiguration kann hier definiert werden als Verhältnis der übertragenen

Wärmemenge Q auf das Fluid und der thermodynamisch maximalen übertragbare Wärmemenge Q_{max} (bei einer uniformen Volumenstromaufteilung). Unter Konstanzhaltung der Fluideigenschaften mit der Temperatur gilt: $Q \sim \Delta T = T_{s,n} - T_0$ und somit für die Effizienz η_{th} :

$$\eta_{th} = \frac{T_{s,n} - T_0}{T_{s,n}^{max} - T_0} . \quad (3.23)$$

Die Auswertung für die Struktur mit optimierten polynomialen Kanälen (Opt2) ergab $\eta_{th}^{Opt2} = 0.958$ und für die optimierte Fraktalstruktur (SO) erhält man $\eta_{th}^{SO} = 0.987$. Damit wird eine thermische Verbesserung gegenüber Opt2 und insgesamt eine sehr guten thermischen Effizienz erreicht.

Teil III.

Charakterisierung von Faserstrukturen

4. Faserstrukturen

4.1. Struktur

Bei porösen Strukturen lässt sich eine grobe Einteilung in Haufwerke und poröse Körper vornehmen (vgl. Baehr und Stephan [7]). Als poröse Körper werden Strukturen bestehend aus einem festen Grundkörper und Hohlräumen (sog. Poren) bezeichnet. Haufwerke dagegen bestehen aus Einzelkörpern, die geordnet oder regellos angeordnet sein können.

Poröse Faserstrukturen sind spezielle poröse Medien, welche aus Einzelfasern aufgebaut sind. Zu Beginn der Herstellung handelt es sich um ein Haufwerk bestehend aus ungeordneten Einzelfasern. Erst durch den Sinterungsprozess erhält man daraus einen porösen Körper. Faserstrukturen umfassen unterschiedlichste Fasergeometrien und Faseranordnungen (vgl. Jackson und James [47]). Die in dieser Arbeit untersuchten Faserstrukturen bestehen aus ungeordneten Metallfasern. Durch Versinterung erhält man besonders gut leitfähige poröse Strukturen.

Da diese Strukturen aus Kurzfasern aufgebaut sind, ist das Verhältnis von Faserlänge zu Faserdurchmesser l_F/d_F ein wichtiger Geometrieparameter. Dieser wird im Folgenden mit χ bezeichnet. Für die im Folgenden durchgeführten Untersuchungen im Porositätsbereich $0.6 \leq \epsilon \leq 0.9$ liegt das Aspektverhältnis bei $10 \leq \chi \leq 70$ (vgl. Tadrict et al. [97]).

4.1.1. Porosität

Eine grundlegende Charakteristik poröser Körper ist die Porosität ϵ , welche das Verhältnis von intrinsischem Leerraum V_P zum Gesamtvolumen V des Körpers bezeichnet:

$$\epsilon = \frac{V_P}{V} . \quad (4.1)$$

Folglich ist der Wertebereich $\epsilon \in [0, 1]$. Dabei ist V das Gesamtvolumen $V = V_F + V_P$ mit dem Festkörpervolumen V_F .

Alternativ lässt sich auch das Verhältnis von Festkörpervolumen zu Gesamtvolumen als Charakteristikum angeben:

$$\phi = 1 - \epsilon = \frac{V_F}{V} . \quad (4.2)$$

Bei Transportphänomenen sind nur miteinander verbundene Poren von Relevanz, weshalb man hier im engeren Sinn von einer effektiven Porosität spricht, bei welcher nur die verbundenen Poren berücksichtigt werden (vgl. Nield und Bejan [73]). In den nachfolgenden Untersuchungen entspricht die effektive Porosität der angegebenen Porosität ϵ .

Was den Porositätsbereich dieser offenporösen Faserstrukturen betrifft, so haben Jackson und James [48] festgestellt, dass Faserstrukturen grundsätzlich poröser sein können als granulares Material, welches im Porositätsbereich von $\epsilon=0.3-0.4$ liegt. Mit Faserstrukturen sind hochporöse Strukturen mit Porositäten bis zu $\epsilon= 0.99$ möglich.

4.1.2. Anisotropie und Tortuosität

Anisotropie

Eine weitere grundlegende Charakteristik offenporöser Körper ist die Anisotropie.

Diese kann über einen Anisotropie-Tensor $\bar{\bar{\Omega}}$ quantifiziert werden [95], [8] :

$$\bar{\bar{\Omega}}^* = \frac{1}{l_{tot}} \sum_{i=1}^n \left\{ l_i \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha_i \cos^2 \vartheta_i & \sin^2 \alpha_i \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i & \cos \alpha_i \sin \alpha_i \cos \vartheta_i \\ \sin^2 \alpha_i \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i & \sin^2 \alpha_i \sin^2 \vartheta_i & \cos \alpha_i \sin \alpha_i \sin \vartheta_i \\ \cos \alpha_i \sin \alpha_i \cos \vartheta_i & \cos \alpha_i \sin \alpha_i \sin \vartheta_i & \cos^2 \alpha_i \end{bmatrix} \right\} , \quad (4.3)$$

dabei ist l_i die Länge der i -ten Faser, n die Gesamtanzahl der Fasern und l_{tot} ist die Summe der in der Struktur beinhaltenen Faserlängen. Die Orientierung der einzelnen Fasern i wird über die sphärischen Koordinaten (α_i, ϑ_i) ausgedrückt. In den anschließenden Untersuchungen beziehen wir uns auf die diagonalisierte Form von $\bar{\bar{\Omega}}^*$ durch Anwendung der Ähnlichkeitstransformationsmatrix $\bar{\bar{T}}$:

$$\bar{\bar{\Omega}} = \bar{\bar{T}} \bar{\bar{\Omega}}^* \bar{\bar{T}}^{-1} = \text{diag} (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) . \quad (4.4)$$

Die drei Komponenten $\{\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z\}$ charakterisieren den Grad der Faserorientierung in Richtung der jeweiligen Achse. Die Spur von $\bar{\bar{\Omega}}$ ist invariant und beträgt 1. Eine isotrope Faserorientierung ist charakterisiert durch $\bar{\bar{\Omega}} = \text{diag}(1/3, 1/3, 1/3)$. Falls alle Fasern in eine Richtung ausgerichtet sind (z. B. in Richtung der x -Achse), führt

dies zu dem Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}} = \text{diag}(1, 0, 0)$. Im Falle einer isotropen Faserorientierung in z. B. der xy -Ebene erhält man $\bar{\bar{\Omega}} = \text{diag}(1/2, 1/2, 0)$. Es sei angemerkt, dass $\bar{\bar{\Omega}}$ keinen Hinweis auf die genaue Struktur und die *Zufälligkeit* der Faseranordnung bietet, d. h. zufällige und periodische Strukturen können zu dem gleichen Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}}$ führen.

Die realen Faserstrukturen (RFS) weisen durch die Art der Herstellung [4] eine Anisotropie in einer Koordinatenrichtung auf (hier z -Richtung). Somit gilt für die Modellstrukturen $\Omega_x = \Omega_y$. Es wird der *Anisotropiefaktor* $\sigma = \Omega_x/\Omega_z$ eingeführt ($\sigma \in (0, 1)$).

Der Faservolumenanteil ϕ lässt sich in drei Raumanteile $\{x, y, z\}$ zerlegen. Die Verbindung zum Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}}$ ist durch folgende Relation gegeben:

$$\phi_i = \Omega_i \cdot \phi = \Omega_i \cdot (1 - \epsilon), \quad i \in \{x, y, z\},$$

und für die Faservolumenanteile gilt stets $\phi = \phi_x + \phi_y + \phi_z$.

Tortuosität

Eine mit der Anisotropie $\bar{\bar{\Omega}}$ zusammenhängende Größe ist die Tortuosität τ , die allgemein die Gewundenheit der Transportwege (hydraulisch oder thermisch) kennzeichnet. Damit beeinflusst diese Größe ganz maßgeblich die integralen Größen der thermischen Leitfähigkeit λ_{th} und der Permeabilität K . Ganz allgemein gilt für diese Größe: $\tau \geq 1$.

Thermische Tortuosität

Im Falle stark unterschiedlicher Wärmeleitfähigkeiten der Phasen (z. B. $\lambda_s \gg \lambda_f$) oder unter der Betrachtung des porösen Körpers als einziges leitendes Medium lässt sich die thermische Tortuosität $\bar{\bar{\tau}}_{th}$ mit Hilfe des Faserskeletts (siehe S. 70) bestimmen. Der Ausdruck für die thermische Tortuosität in diagonalisierter Form ist:

$$\bar{\bar{\tau}}_{th} = \text{diag}(\tau_{th,x}, \tau_{th,y}, \tau_{th,z}), \quad (4.5)$$

mit den Termen:

$$\tau_{th,i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{s_{i,j}^{th}}{l_{i,j}}. \quad (4.6)$$

Dabei bezeichnet $s_{i,j}^{th}$ die Kurvenlänge $s_{i,j}^{th} = \int_{\zeta_{1,j}}^{\zeta_{2,j}} \text{abs}(s_{i,j}^{th}(\zeta)) d\zeta$ des thermischen Pfades j durch die Struktur in die Koordinaten-Richtung $i \in \{x, y, z\}$ und $l_{i,j}$ die

zugehörige thermische Referenzlänge. N ist die Anzahl der thermischen Pfade. Die jeweiligen Referenzlängen $l_{i,j}$ sind die Abstände der Kurvenendpunkte bezogen auf die Hauptwärmestromrichtung i .

Für den Grenzfall poröser Strukturen mit hoher thermischer Eigenleitfähigkeit und Verbindungsstegen geringer Durchmesser gehen die thermischen Kurven $s_{i,j}^{th}(\zeta)$ in die geometrischen Kurven $s_{i,j}^{geom}(\zeta)$ über, welche die zusammenhängenden Wege durch das Strukturskelett beschreiben (vgl. auch Abb. 4.2 (b)). In diesem Grenzfall hängt die Tortuosität direkt mit der Anisotropie zusammen.

Hydraulische Tortuosität

Die hydraulische Tortuosität $\bar{\tau}_h$ wird analog zur thermischen Tortuosität definiert als das gemittelte Verhältnis zwischen Stromlinienlänge s_i^h und der zugehörigen direkten Strecke durch den Strukturausschnitt l_i :

$$\bar{\tau}_{th} = \text{diag}(\tau_{h,x}, \tau_{h,y}, \tau_{h,z}) \quad , \quad (4.7)$$

$$\tau_{h,i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{s_{i,j}^h}{l_{i,j}} \quad , \quad (4.8)$$

mit der Gesamtanzahl der Stromlinien N_i für die Hauptströmungsrichtung in Koordinaten-Richtung $i \in \{x, y, z\}$. In den nachfolgenden Untersuchungen werden für die Berechnung von $s_{i,j}^h$ homogene Stromlinienverteilungen des Strömungsfeldes innerhalb des porösen Struktur ausgewertet (vgl. Abb. 5.3 (e)).

4.2. Synthetische 3D-Faserstruktur-Modelle

Eine Möglichkeit, um komplexe offenporöse Körper systematisch untersuchen zu können, besteht in der Modellierung dieser durch einfachere, synthetisch erzeugte 3D Strukturen (SFS) mit genau steuerbaren Eigenschaften (Porosität, Anisotropie und Verbindungsstruktur). Die numerischen Berechnungen können sowohl bei den realen Strukturen als auch bei den sog. SFS anhand repräsentativer Ausschnitte durchgeführt werden. Ein repräsentatives Elementarvolumen (REV) ist durch das kleinste Volumen bestimmt, bis zu welchem sich die interessierenden makroskopischen Größen nicht signifikant ändern. Zu diesen Größen gehören strukturelle Größen wie Porosität und Anisotropie sowie makroskopische Transporteigenschaften wie die Permeabilität und die effektive Wärmeleitfähigkeit.

Als charakteristisches Maß der Faserstruktur kann der Faserdurchmesser d_F gewählt werden. In den Untersuchungen von Clague und Phillips [24] findet man beispielsweise REV für die Faserstrukturmodelle mit einer Kantenlänge $100 \times d_F$. Hinsichtlich

der Transportcharakteristik lässt sich aus der hydraulischen Permeabilität K eine Längenskala ableiten: $\alpha^{-1} = \sqrt{K} [m]$. Der in den Arbeiten von Clague und Phillips [24], [23] abgeschätzte Kantenlängenbereich des REV ist $l_Z = 6 - 20 \times \alpha^{-1}$. Für die in den nachfolgenden Kapiteln durchgeführten Untersuchungen wurde die REV anhand der jeweils untersuchten Transportgröße angepasst. Zudem wurden jeweils drei Realisierungen für eine Struktur berechnet, um statistische Schwankungen auszumitteln. Diese Mittelung wird in dieser Arbeit kurz als Ensemblemittelung bezeichnet.

4.2.1. Generierung synthetischer Faserstrukturen

In den folgenden Kapiteln werden Parameterstudien basierend auf 3D Modellstrukturen vorgestellt. Die zugrundeliegenden gesinterten Metallfaserstrukturen (RFS) resultieren aus einer homogenen Ablagerung von erstarrten, kurzen Fasern mit einer anschließenden Versinterung (siehe Andersen et al. [3]). Aufgrund des Fertigungsprozesses der RFS liegt Isotropie in der xy -Ebene vor, welche als Randbedingung in den nachfolgenden Untersuchungen angenommen wird. Die für die Studie herangezogenen vereinfachten Modellstrukturen (SFS) der RFS bestehen aus zufällig angeordneten Fasern, wobei diese Elementarfaser durch Zylinder dargestellt werden. Die strukturbestimmenden Parameter sind hier: Porosität ϵ , Anisotropie in z -Achsen Richtung Ω_z und der Formfaktor $\chi = l_F/d_F$, mit der Länge l_F und dem Durchmesser d_F der Elementarfaser. Die Studie ist aus oben genanntem Grund beschränkt auf Strukturen mit Isotropie in der xy -Ebene, d. h. $\Omega_x = \Omega_y$. Es sei angemerkt, dass diese Einschränkung die Allgemeingültigkeit der Ergebnisse nicht limitiert.

Der Erzeugungsprozess des CAD-Modells der SFS wurde automatisiert über die Kopplung von MATLAB an das CAD-Modul der Finite Elemente Einheit COMSOL. Die zylindrische Elementarfaser kann je nach Position zum Schnitt mit mehreren benachbarten Fasern kommen. Der erste Schritt der Strukturzeugung basiert auf der *I-randomness* [81], welche geeignet ist für die Erzeugung zufälliger Strukturen mit finiten Faserlängen und ohne Neigung. Der Erzeugungsprozess nutzt ein *äußeres* und ein *inneres* Gebiet kubischer Form. Das äußere Gebiet wird mit Fasern aufgefüllt und anschließend wird hieraus das eigentliche Simulationsgebiet für die numerischen Berechnungen herausgeschnitten. Die Seitenlänge des äußeren Gebietes ist $l_o = l_s + l_F$, mit der Seitenlänge l_s des inneren Gebietes. Auf diese Weise werden alle in das Simulationsgebiet hineinragenden Fasern erfasst. Insgesamt erhält man durch dieses Vorgehen eine repräsentative Probe (REV) aus der Gesamtstruktur. An dieser Stelle sei betont, dass der Modellerzeugungsprozess nicht den realen Herstellungsprozess nachahmt, jedoch wird die Strukturähnlichkeit zu den realen Strukturen nach dem Sinterungsprozess erreicht.

Die Erzeugungsprozess lässt sich in folgende Schritte unterteilen:

1. Zufällige Erzeugung der Aufhängepunkte der Elementarfasern.
2. Parametergesteuerte Erzeugung der Faserwinkel (α, ϑ) .

3. Berechnung der Anisotropie $\bar{\Omega}$ (Gl. 4.3) und der Porosität ϵ .
4. Falls die Zielgrößen der, die Struktur definierenden Parameter erreicht wurden, wird das CAD-Modell der Struktur erzeugt. Ansonsten beginnt der Prozess von Neuem ausgehend von Schritt 1.

Der Bestimmung der Faserorientierungswinkel (α, ϑ) liegt eine Punkteverteilung auf der Einheitssphäre zugrunde. Jeder Punkt auf der Einheitssphäre definiert die Ausrichtung einer Faser in der Probe. Über einen Parameter lässt sich die Verteilung von isotrop ($\Omega_z = 1/3$) bis stark anisotrop ($\Omega_z \rightarrow 0$) einstellen (siehe Abb. 4.1).

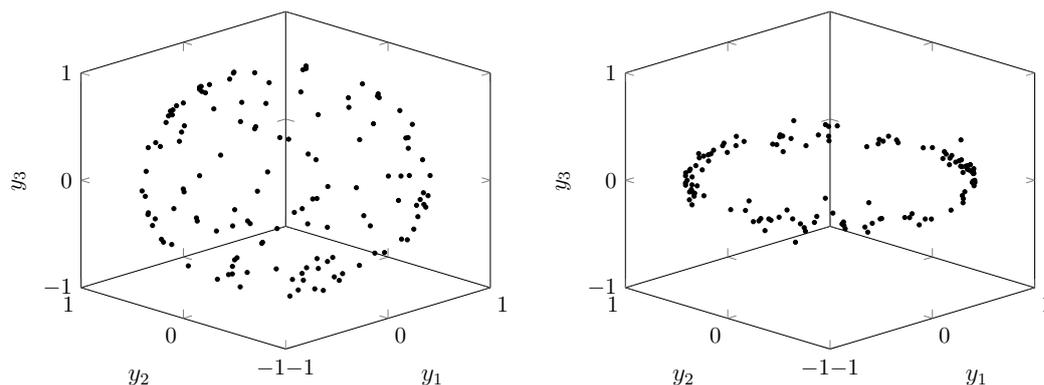


Abbildung 4.1.: (links) Isotrope Verteilung auf der Einheitssphäre; (rechts) Anisotroper Grenzfall $a_3 \rightarrow \infty$.

Die isotrope Verteilung auf der Einheitssphäre erhält man über die Methode von Muller [66]. Im ersten Schritt wird für jede Faser eine Standardnormalverteilung x_i ($i \in \{1, 2, 3\}$) berechnet. Diese Standardnormalverteilung erhält man über die Quantile Funktion der Normalverteilung $x = \mu + \sqrt{2} \sigma \operatorname{erf}^{-1} \{(2R)\} = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \{(2R)\}$, ($0 \leq R \leq 1$) mit dem Mittelwert $\mu = 0$ und der Standardabweichung der isotropen Verteilung $\sigma = 1$. (Die Funktion $\operatorname{erf}^{-1} \{(R)\}$ ist die inverse Fehlerfunktion.) Die Variable R ist eine Zufallsvariable. (Zur Erzeugung der gleichverteilten Zufallsvariable R wurde die Funktion `random('unif',0,1)` in MATLAB R2013b verwendet.) Im darauffolgenden Schritt wird jedem Punkt \mathbf{x} ein Punkt \mathbf{y} auf der Einheitssphäre zugeteilt: $y_i = x_i / \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$. Jeder Punkt \mathbf{y} wird anschließend in die zugehörigen Winkelpaare (α, ϑ) umgerechnet.

Um die Erzeugung anisotroper Strukturen zu ermöglichen, wird der obige Ausdruck durch einen Parameter a_i erweitert:

$$x_i = \frac{\sqrt{2}}{a_i} \operatorname{erf}^{-1} \{(2 R_i)\}.$$

Die zugehörige Standardabweichung wird entsprechend angepasst $\sigma_i = 1/a_i$. In der vorliegenden Arbeit wird nur der Parameter a_3 geändert, um den Winkel zwischen den Fasern und der xy -Ebene zu steuern. Für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ sind die

Punkte auf der Sphäre und damit die Faserorientierungswinkel homogen verteilt, was zu einer isotropen Struktur führt. Im Grenzfall $a_3 \rightarrow \infty$ liegen alle Fasern in der xy -Ebene. Diese Grenzfälle sind in Abbildung 4.1 graphisch dargestellt.

In den nachfolgenden Untersuchungen wird abkürzend die Richtung, welche parallel zur Anisotropie (hier z -Richtung) verläuft, mit dem Symbol \parallel abgekürzt und Richtungen senkrecht zur Anisotropierichtung mit dem Symbol \perp .

Es sei angemerkt, dass der Parameter a_3 nur während der Modellerzeugung, jedoch nicht zur Charakterisierung der Anisotropie der Struktur verwendet wird. Hierfür wird die Größe $\bar{\bar{\Omega}}$ berechnet. Die resultierende Faserstruktur im REV ist in Abbildung 4.2 (c) gezeigt.

4.2.2. Parametrische Rekonstruktion der realen Faserstrukturen

Um eine möglichst genaue Abbildung der realen Faserstrukturen (RFS) – welche über μ -CT Aufnahmen rekonstruiert werden können – auf die SFS Modelle zu erzielen, muss neben der Porosität und der Einzelfasercharakteristik auch die Anisotropie der RFS möglichst präzise ermittelt werden. Die hierfür entwickelte Methodik wird im Folgenden genauer dargestellt. Nähere Informationen zur μ -CT Rekonstruktion von porösen Körpern finden sich z. B. in den Arbeiten von Petrasch et al. [78, 79]. (Die, den weiteren Untersuchungen zugrundeliegenden μ -CT Daten der Faserproben wurden von O. Andersen (Fraunhofer IFAM Dresden) bereitgestellt.)

Anisotrope Modellanpassung

Unter den charakterisierenden Parametern der offenporösen Faserstruktur (Porosität ϵ , mittleres Aspektverhältnis der Fasern χ und Anisotropie $\bar{\bar{\Omega}}$) ist die Anisotropie am schwersten zugänglich. Um adäquate Modellgeometrien zu generieren, muss die im Modell definierte Anisotropie $\bar{\bar{\Omega}}$ (vgl. Gl 4.3) mit einer die Anisotropie charakterisierenden Größe der RFS in Zusammenhang gebracht werden.

Abbildungen durch Computertomographie (CT) oder Kernspintomographie (MR) liefern volumetrische Bilddaten, welche die Identifikation der genauen Struktur ermöglichen. Viele Methoden wurden entwickelt, um hieraus die Strukturparameter – analog zum Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}}$ – zu ermitteln.

Grob lassen sich diese in zwei Kategorien einordnen [46]: Zu der ersten Klasse gehören die *Grenzflächenbasierte Methoden*, welche Phasengrenzflächen in der Struktur nutzen, um einen Strukturtensor (ähnlich Gl. 4.3) zu ermitteln. Eine weit eingesetzte Methode ist hierin die “Mean Interception Length” Methode (MIL). Die zweite Klasse der *Volumenbasierten Methoden* beschränkt sich bei der Bestimmung eines Struktur-Tensors auf eine Phase (feste Phase).

Bei der Anwendung solcher Standardverfahren auf die vorliegende Faserstrukturen konnte kein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden. Aus diesem Grund wurde

eine alternative Methode angepasst. Diese basiert auf der ‘‘Skelettierung’’ der Faserproben. Der Vorteil besteht darin, dass bei diesem Vorgehen die Topologie der Faserstruktur genauer erfasst werden kann als über oben genannte Methoden. Die *Skelettierung* basiert auf den Arbeiten von Arganda-Carreras et al. [5] und zielt auf die Reduktion der räumlich ausgedehnten Objekte auf ihre Skelette. Ein ideales 3D Skelett einer Struktur besteht aus räumlich nicht ausgedehnten Linien im Raum, welche die Gestalteigenschaften und damit auch die Zusammenhänge in der Originalstruktur behalten, d. h. die Formeigenschaften und die Topologie der Originalstruktur gehen nicht verloren.

Schritte der Topologieanalyse:

1. Aus den Rohdaten der CT-Aufnahmen werden dreidimensionale binäre Bilder (3D Objekt) generiert.
2. Die Skelettierung basiert auf dem Algorithmus von Lee et. al. [57]. Hier wird iterativ das 3D Objekt Schicht für Schicht erodiert, wodurch nur die ‘‘Mittellinie’’ der extrudierten Objekte übrig bleibt. (In Abbildung 4.2 sind vergleichend die ursprüngliche 3D Abbildung und das Ergebnis der Skelettierung gezeigt.)
3. Aus den Raumdatenpunkten der Skelettierung werden die ‘‘Einzelfasern’’ i identifiziert und die Mittlere Raumorientierung (ϑ_i, φ_i) und die Länge l_i dieser berechnet. Über den Zusammenhang Gl. 4.3 wird damit ein Faserorientierungstensor $\bar{\bar{\Omega}}^*$ bestimmt.

Ein binärer 3D-Ausschnitt der realen Faserstruktur ist in Abbildung 4.2 (a) gezeigt mit dem Ergebnis des Skelettierungsprozesses, dargestellt in Abbildung 4.2 (b). Die Anwendung der Methode auf SFS mit definiertem Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}} = \text{diag}(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ zeigt eine Genauigkeit der Rekonstruktion des Anisotropietensors $\bar{\bar{\Omega}}^*$: $\max_i (|\Omega_i - \Omega_i^*| / \Omega_i) \leq 0.1, i \in \{x, y, z\}$.

Die mit der vorgestellten Skelettierungsmethode ermittelten Anisotropiewerte Ω_z^* sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

ϵ_{RFS}	0.6	0.7	0.84
Ω_z^*	0.231	0.227	0.217

Tabelle 4.1.: Ermittelte Anisotropien Ω_z^* der RFS.

Anpassung der SFS: In den nachfolgenden Berechnungen wurde für eine bessere Vergleichbarkeit zwischen den RFS und den entsprechend parametrisch angepassten SFS eine weitere Anpassung vorgenommen, d. h. für die SFS wurden aus den CAD-Daten – analog den CT-Daten der RFS – binäre Abbildungen generiert und der Faserorientierungstensor $\bar{\bar{\Omega}}_{synth}^*$ über obige Methodik bestimmt. Iterativ wurde

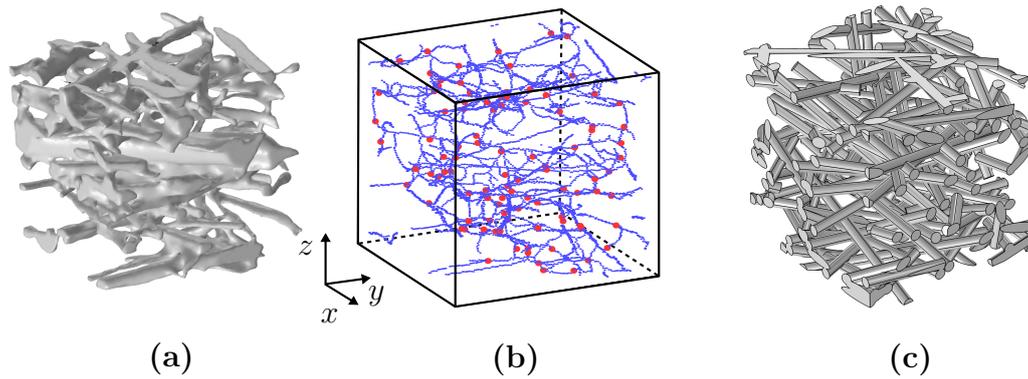


Abbildung 4.2.: Topologieanalyse: (a) Binäre 3D Rekonstruktion der CT-Abbildung der Faserstruktur; (b) das Ergebnis der Skelettierung mit (rot) Verzweigungspunkten und (c) rekonstruierte SFS.

die Abweichung zwischen der SFS und der RFS für die numerischen Vergleichsrechnungen auf einen Wert vermindert von: $\max_i |\Omega_i - \Omega_i^*| / \Omega_i < 0.02$, $i \in \{x, y, z\}$.

4.3. Transportmechanismen: Methode der Volumenmittelung

Es ist üblich, poröse Materialien als homogenes Medium mit effektiven Charakteristiken zu modellieren. Die zugrundeliegende Methode zur Ermittlung dieser makroskopischen Transportgleichungen ist die Methode der Volumenmittelung. Sie ist ein Verfahren, bei dem die mikroskopischen Erhaltungsgleichungen über ein repräsentatives Elementarvolumen (REV) gemittelt werden (siehe 4.3). Betrachtet man die Strömung in einem porösen Medium, wie in 4.3 dargestellt, so stellt ein repräsentatives Volumen V das kleinste Teilvolumen des porösen Mediums V_p dar ($V \ll V_p$), welches statistisch sinnvolle lokale Mittelwerte einer physikalischen Größe ϕ liefert. Eine genauere Definition und relevante mathematische Operationen, wie der Mittelwertoperator $\langle \rangle$ der partiellen Differentialgleichungen, können der Literatur entnommen werden ([52]).

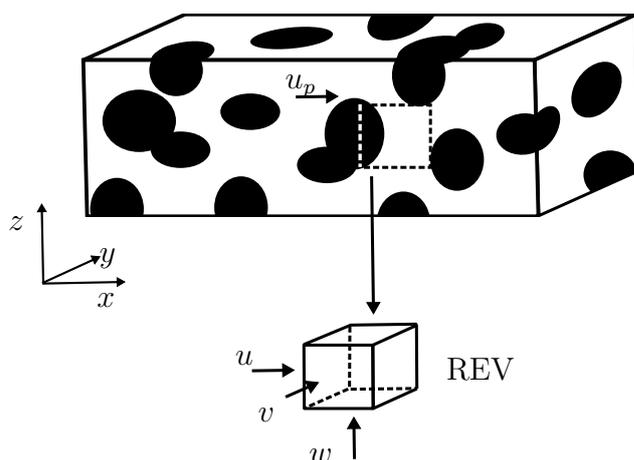


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung des porösen Mediums und des zugehörigen repräsentativen Elementarvolumens (REV); u_p bezeichnet die Porengeschwindigkeit.

Das Volumenmittel über ein repräsentatives Volumen V einer skalaren Größe ϕ_k in der Phase k ist gegeben durch:

$$\langle \phi_k \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_k} \phi dV, \quad (4.9)$$

wobei $k \in \{s, f\}$ die feste (s) bzw. die flüssige (f) Phase bezeichnet. Mit der Porosität des Mediums $\epsilon = V_f/V$ lässt sich der Mittelwert für die einzelnen Phasen k

über *phaseninterne* Mittelwerte $\langle \rangle^k$ ausdrücken:

$$\begin{aligned}\langle \phi_f \rangle &= \epsilon \langle \phi_f \rangle^f \\ \langle \phi_s \rangle &= (1 - \epsilon) \langle \phi_s \rangle^s .\end{aligned}\quad (4.10)$$

Des Weiteren lässt sich eine skalare Größe ϕ in einen phaseninternen Mittelwert $\langle \phi \rangle^f$ und eine lokale Abweichung vom Mittelwert (Fluktuation) ϕ' zerlegen:

$$\phi_k = \langle \phi_k \rangle^k + \phi'_k . \quad (4.11)$$

Diese Mittelungsmethode wird zur Herleitung der makroskopischen Transportgleichungen angewendet.

4.3.1. Massentransport

Die zeitgemittelten Transport- und Erhaltungsgleichungen für inkompressible Fluidströmungen in einem starren, homogenen porösen Medium sind in der Literatur vorzufinden ([75]). Die grundlegenden Transportgleichungen für Masse und Impuls sind gegeben durch

Kontinuitätsgleichung:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \quad (4.12)$$

und Impulserhaltungs-Gleichung:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} . \quad (4.13)$$

Über die Anwendung des Mittelwertoperators $\langle \rangle$ auf die Erhaltungsgleichungen Gl. 4.12 und Gl. 4.13 erhält man die makroskopischen Erhaltungsgleichungen in der nachfolgenden Form.

Kontinuitätsgleichung:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_D = 0 , \quad (4.14)$$

Impulserhaltungs-Gleichung:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}_D}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_D}{\epsilon} \cdot \nabla \mathbf{v}_D \right] = -\epsilon \nabla \langle p \rangle^f + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_D + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} p' \cdot d\mathbf{A} + \frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \nabla \mathbf{v}' \cdot d\mathbf{A} , \quad (4.15)$$

mit der Darcy-Geschwindigkeit $\mathbf{v}_D = \epsilon \langle \mathbf{v} \rangle^f$. Entsprechend Gl. 4.10 bezeichnet $\langle \mathbf{v} \rangle^f$ den intrinsischen Mittelwert des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{v} in der flüssigen Phase. Die Integration erfolgt über die flüssig-feste Kontaktfläche A_{sf} innerhalb des porösen Mediums.

4.3.2. Energietransport

Allgemein lassen sich die Energieerhaltungsgleichungen der festen (s) und flüssigen (f) Phase auf der mikroskopischen Ebene in der folgenden Form angeben [75].

Energieerhaltung der flüssigen Phase:

$$(\rho_f c_{p,f}) \left\{ \frac{\partial T_f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T_f \right\} = \nabla \cdot (\lambda_f \nabla T_f) + S_f, \quad (4.16)$$

und die Energieerhaltung der festen Phase:

$$(\rho_s c_s) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T_s) + S_s, \quad (4.17)$$

dabei bezeichnet c_p bzw. c die (spezifische) Wärmekapazität und λ die Wärmeleitfähigkeit der Phasen.

Über die Anwendung des Mittelwertoperators $\langle \rangle$ auf die Erhaltungsgleichungen Gl. 4.16 und Gl. 4.17 erhält man die makroskopischen Erhaltungsgleichungen [22], [71] der Form:

$$(\rho_f c_{p,f}) \left\{ \epsilon \frac{\partial \langle T_f \rangle^f}{\partial t} + \mathbf{v}_D \cdot \nabla \langle T_f \rangle^f \right\} = \nabla \cdot \left[\epsilon \lambda_f \nabla \langle T_f \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_f T_f' d\mathbf{A} - \rho c_{p,f} \langle \mathbf{v}' T_f' \rangle \right] + \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_f \nabla T \cdot d\mathbf{A}, \quad (4.18)$$

$$(\rho_s c_s) (1 - \epsilon) \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} = \nabla \cdot \left[(1 - \epsilon) \lambda_s \nabla \langle T_s \rangle^s + \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_s T_s' d\mathbf{A} - \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_f \nabla T \cdot d\mathbf{A} \right], \quad (4.19)$$

dabei bezeichnet A_{sf} die flüssig-feste Kontaktfläche.

4.4. Experimentelle Methodik zur Charakterisierung poröser Strukturen

Der experimentelle Aufbau zur thermischen und hydraulischen Charakterisierung der porösen Strukturen ist in Abbildung 4.4 skizziert. Während man die hydraulische Charakterisierung direkt über die Messung des statischen Drucks durchführen kann, wurde für die Bestimmung des intrinsischen Wärmeübergangskoeffizienten

(vgl. Gl. 7.1) eine indirekte experimentelle Methodik angewendet. Die Grundlage zur Bestimmung dieser Größe bilden die genauen Messungen der Temperaturprofile an dem Untersuchungsobjekt. Die genauen zweidimensionalen Temperaturfeldmessungen wurden mit der in Abschnitt 4.5 dargestellten Infrarotmethodik vorgenommen.

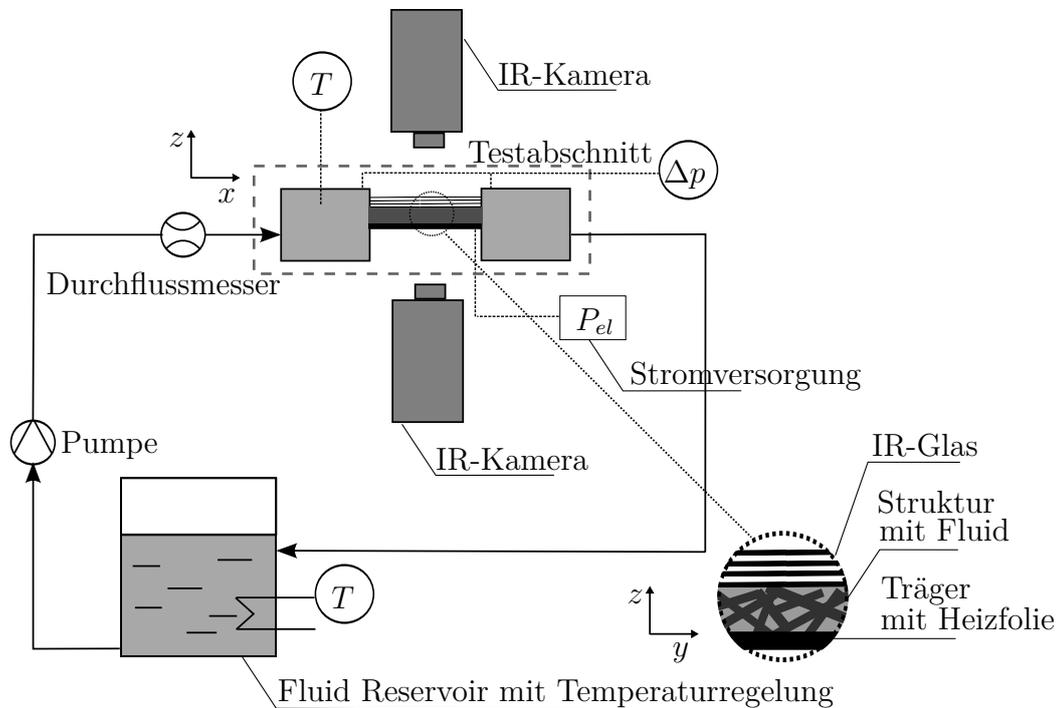


Abbildung 4.4.: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur hydraulischen und thermischen Charakterisierung der Wärmeübertragerstrukturen.

4.4.1. Experimenteller Aufbau

Für die Messaufgabe wurde hier ein spezieller Aufbau entworfen und ausgelegt (dieser ist in Abbildung 4.5 innerhalb des grau gestrichelten Rahmens skizziert). Dieser Testabschnitt wurde in einen – am Fraunhofer ISE (Freiburg) bestehenden – Fluid-dynamikteststand integriert (vgl. Abb. 4.5).

Das Grundkonzept des experimentellen Aufbaus liegt in einer definierten Anströmung der zu untersuchenden Wärmeübertragerstruktur. Die schematische Darstellung des Messaufbaus ist in Abbildung 4.4 gezeigt. Die Dimensionen des Messabschnittes sind in der Höhe H bestimmt durch die Anwendung der porösen Struktur in einem Plattenwärmeübertrager. Hier gibt die Abschätzung einer äquivalenten Rippeneffizienz η Aufschluss über sinnvolle Maximalhöhen H der Probe. Die Breite W der Probe wird durch die Anforderung eines translationsinvarianten Strömungsprofils (in y -Richtung) gewählt. Der rechteckige Querschnitt des Messabschnittes ist vollständig durch die Wärmeübertragerstruktur ausgefüllt. Die Probe wurde leitend auf eine Aluminiumplatte aufgebracht, über welche ein definierter Wärmestrom

durch eine Heizfolie eingebracht wird. Somit wird der Wärmestrom über die Aluminiumplatte und die Faserprobe auf den Kühlmittelstrom übertragen. Zur thermischen Charakterisierung der Wärmeübertragerstruktur wurden die Temperaturfelder sowohl auf der beheizten Seite als auch in der Strömung via Thermographie gemessen. Die Messungen wurden für einen Volumenstrombereich bei definierten Wärmeströmen durchgeführt. Für den entsprechenden Volumenstrombereich wurden zur hydraulischen Charakterisierung Druckmessungen p_{stat} (statischer Druck) an Druckbohrungen direkt am Ein- bzw. Austritt der Probe vorgenommen. Eine detailliertere Darstellung des Trägersaufbaus findet sich in Abbildung 4.5 und Abbildung 4.6.

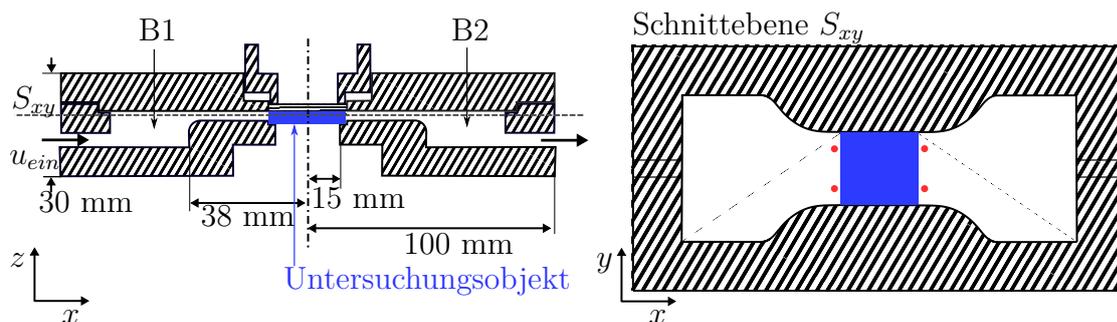


Abbildung 4.5.: (links) Schnittansicht in der xz -Ebene des Probenträgers mit den Beruhigungskammern (B1, B2) und der Positionierung der Probe (blau) und der Durchströmung. (rechts) Schnittansicht in der xy -Ebene S_{xy} des Probenträgers mit den Positionen der Druckbohrungen (rot).

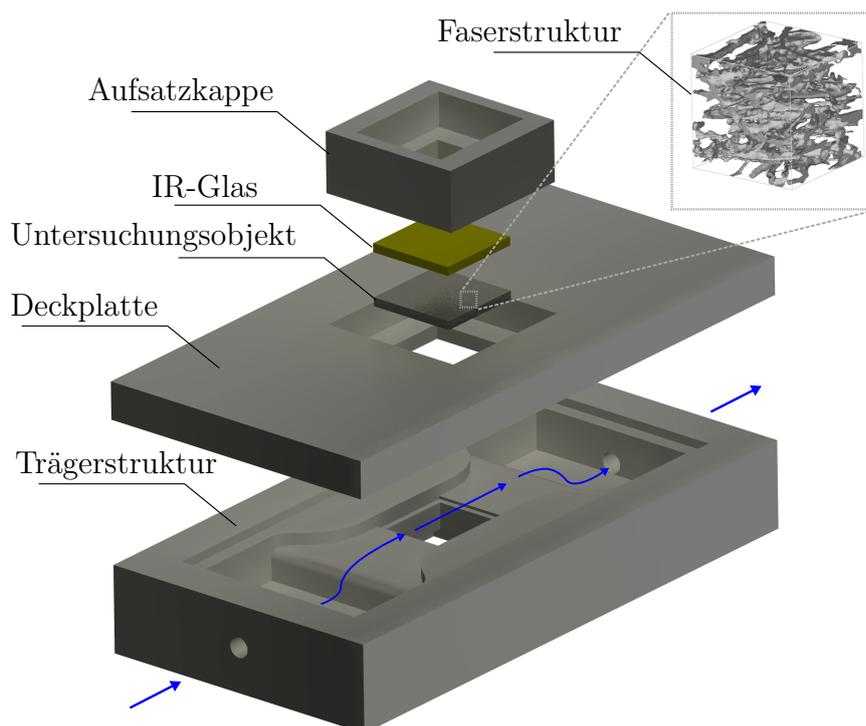


Abbildung 4.6.: Explosionsdarstellung der CAD-Geometrie des Probenträgers mit der CT-Aufnahmen der Faserprobe.

Der Probenträger (siehe Abb. 4.6) ist aus dem Polymer PEEK mit einer geringen spezifische Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{th,PEEK} = 0.25 \text{ W/m K}$ und einer geringen thermischen Ausdehnung $CTE = 47 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ gefertigt. In der Trägervorrichtung befinden sich vor dem Eintritt und nach dem Austritt aus der Probe jeweils eine Beruhigungsstrecke mit einem anschließenden Beruhigungsbecken (B1 bzw. B2), wodurch eine homogene Anströmung des Eintrittsquerschnitts der Probe gewährleistet wird.

Die Temperatur des Wassers im Fluidkreis wird mittels eines Rückkühlers reguliert mit einer Genauigkeit von 0.3 K. (Im Experiment wird die eingestellte Temperatur T_f gleich der Umgebungstemperatur gewählt ($T_f = T_u$), um zusätzliche Verluste am Fluidkreis zu minimieren.) Der Volumenstrom \dot{V} durch den Fluidkreis wird durch eine regulierbare Umwälzpumpe im Bereich von 15 bis 70 l/h aufrecht erhalten und die Volumenstrommessung erfolgt durch einen magnetisch-induktiven Durchflussmesser (MID). Die Genauigkeit der verbauten Sensorik ist in der Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Messwert	Messgenauigkeit
Differenzdruck	± 1.25 mbar
Temperatur	$\pm (0.3^\circ\text{C} + 0.05 \cdot T)$
Volumenstrom	± 0.3 Messwert

Tabelle 4.2.: Messgenauigkeiten der Sensoren.

4.5. Experimentelle Methodik: Infrarot-Thermographie

Die Infrarot-Thermographie ist eine Methode zur Messung von Oberflächentemperaturen, welche in direktem Zusammenhang mit der von Körpern emittierten Strahlungsenergie steht. Die Messung der Strahlungsenergie lässt eine quantitative Bestimmung der Oberflächentemperaturverteilungen zu.

Verglichen mit anderen Standardtechniken ist die IR-Messmethode zur Messung konvektiver Wärmeübergänge aus mehreren Gründen vorteilhaft. Die Methode ist nichtinvasiv, d. h. das zu vermessende System wird nicht gestört wie beispielsweise im Falle von Thermoelementen. Die Methode ist zudem vollständig zweidimensional, d. h. man erhält ein Strahlungsfeld mit einer genauen örtlichen Auflösung ([19]). Zudem hat sie eine hohe Sensitivität von < 30 mK und eine extrem kurze Ansprechzeit. Deswegen lässt sich die IR-Thermographie effektiv zur Messung konvektiver Wärmeflüsse sowohl im stationären als auch im transienten Bereich anwenden. ([19])

Allgemein ist eine Infrarotkamera ein Bildwandler, welcher Strahlung im infraroten Spektrum – von einer strahlenden Oberfläche stammend – in ein elektronisches Signal überführt. Der Detektor besteht im vorliegenden Fall aus einem Mikrobolometerfeld. Die eingesetzte IR Kamera der Serie *VarioCAM® hr research 600* hat ein ungekühltes Mikrobolometerfeld der Größe 640×480 Pixel. Mit der eingesetzten Makrolinse konnte bei einem Sichtfeld von 27×22 mm eine Auflösung von $41 \mu\text{m}$ erreicht werden, d. h. ein Pixel entspricht $41 \times 41 \mu\text{m}^2$. Die thermische Auflösung ΔT_{mess} bei ca. 30°C wird mit $\Delta T_{\text{mess}} < 0.03$ K vom Hersteller angegeben. Der Spektralbereich der Kamera liegt im Intervall von $7.5 - 14 \mu\text{m}$, d. h. im FIR-Bereich.

Ganz allgemein umfasst das Infrarotspektrum den Wellenlängenbereich von $0.75 - 1000 \mu\text{m}$. Dies wird in die vier Intervalle unterteilt: (a) nahes Infrarot (NIR, $0.75 - 3 \mu\text{m}$), (b) mittleres Infrarot (MIR, $3 - 6 \mu\text{m}$), (c) fernes Infrarot (FIR, $6 - 15 \mu\text{m}$), und (d) extremes Infrarot (EIR, $15 - 1000 \mu\text{m}$) Strahlung ([6]).

Allgemeine Grundlagen

Die physikalische Grundlage der thermographischen Messmethode bildet das Modell des *schwarzen Körpers* (SK). Dieses stellt die Beziehung zwischen energetischen Größen und der Temperatur her. Die zugehörige *spezifische spektrale Ausstrahlung*

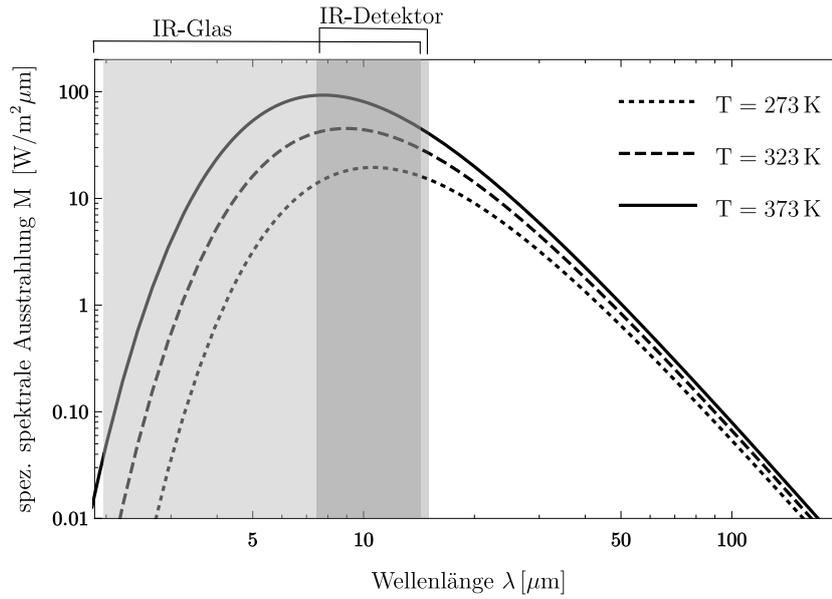


Abbildung 4.7.: Spezifische spektrale Ausstrahlung M_λ eines schwarzen Körpers für den untersuchten Temperaturbereich. Gezeigt sind die Transmissionsbereiche des eingesetzten IR-Glases und der IR-Kamera.

M_λ [$W/m^2 \cdot m$] eines SK der absoluten Temperatur T lässt sich in folgender Form ausdrücken [89]:

$$M_\lambda(\lambda, T) = \frac{\partial M_{SK}}{\partial \lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}, \quad (4.20)$$

mit den Strahlungskonstanten $c_1 = 3.4177 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ und $c_2 = 1.43878 \cdot 10^4 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$ und der Wellenlänge λ [m] ([29]). M_{SK} ist die spezifische Ausstrahlung des SK $M_{SK} = \Phi_{SK}/A$, d. h. das Verhältnis der insgesamt abgegebenen Strahlungsleistung Φ_{SK} [W] zur strahlungsabgebenden Fläche A [m^2] des SK.

Die Abstrahlungscharakteristik ist in Abbildung 4.7 für den im Experiment relevanten Messbereich dargestellt. Hier treten zwei erschwerende Faktoren der IR-Messung in Erscheinung: zum einen das geringe Angebot an emittierter Strahlung für Temperaturen im Bereich der Raumtemperatur ($T \sim 300 \text{ K}$) und zum anderen das Strahlungsmaximum $M_{\lambda, \max}$ im Bereich der langwelligeren Infrarotstrahlung ($\lambda_{\max} \sim 9.66 \text{ } \mu\text{m}$). Hinsichtlich des letzten Punktes befindet sich das Detektionsintervall der IR Kamera im fernen Infrarotbereich (FIR).

Da das Strahlungsverhalten realer Körper von dem eines SK abweicht, muss ein Zusammenhang hergestellt werden. Die Verbindung eines realen Gegenstandes zu einem idealen SK lässt sich über den Emissionsgrad ε herstellen. Diese Größe ist das Verhältnis der von einem Objekt ausgestrahlten Energie M_{real} einer bestimmten Wellenlänge λ und der entsprechenden Ausstrahlung eines SK M_{SK} bei selber

Temperatur T und Wellenlänge λ :

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{M_{real}(\lambda, T)}{M_{SK}(\lambda, T)}. \quad (4.21)$$

Die Oberfläche des ausstrahlenden Objektes wird hierbei als optisch glatt und opak angenommen. Der Emissionsgrad ist somit eine fundamentale Materialeigenschaft. Somit ist diese Größe stark von der Oberflächenbeschaffenheit, dem Blickwinkel, der Geometrie und der IR-Wellenlänge abhängig. Zudem hängt diese Größe bei nicht vollständig opaken Oberflächen von der Objektstärke ab [60].

In der praktischen Temperaturmessung wird die *Emissionsrate* eines Strahlungsobjektes $\tilde{\varepsilon}$ als Relationsgröße herangezogen. Diese Größe hat den Vorteil, dass sie keine spezielle Forderung an die Oberfläche des Objektes stellt, sie muss jedoch für jede Messsituation gesondert ermittelt werden, da sie keine intrinsische Materialeigenschaft ist. Die nachfolgenden Relationen für den Emissionsgrad gelten analog auch für die Emissionsrate. In der experimentellen Durchführung bezeichnet ε stets die Emissionsrate ($\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon$).

Vereinfachend wird im Nachfolgenden die Emissionsrate ε als Emissionsgrad bezeichnet.

Betrachtet man die Strahlungszusammensetzung mit dem Kirchhoffschen Gesetz lässt sich für die Abstrahlung eines Körpers folgender Zusammenhang herstellen:

$$\begin{aligned} 1 &= \alpha_{\lambda,T} + \rho_{\lambda,T} + \tau_{\lambda,T} \\ &= \varepsilon_{\lambda,T} + \rho_{\lambda,T} + \tau_{\lambda,T}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Hier bezeichnet α den Absorptionsgrad, ρ den Reflektionsgrad, τ den Transmissionsgrad und ε den Emissionsgrad eines Mediums. Da Strahlung entweder transmittiert, reflektiert oder absorbiert werden muss, gilt erste Gleichung in Gl. 4.22.

Unter stationären Messbedingungen kann von einem thermischen Gleichgewicht ausgegangen werden. Damit ist der Absorptionsgrad α gleich dem Emissionsgrad ε und man erhält für diesen Fall die 2. Gleichung in Gl. 4.22. (Insbesondere ist auch das Untersuchungsobjekt Wasser im Infrarotbereich $6 - 15 \mu\text{m}$ absolut opak: $\tau = 0$.)

Generell werden reale Strahlungskörper eingeteilt in *graue Körper* (GK) mit einem wellenlängenunabhängigen Emissionsgrad ($\varepsilon_{\lambda}^{GK}(T) = \varepsilon$) und *nicht-graue Körper* mit einer Wellenlängenabhängigkeit des Emissionsgrades.

Des Weiteren ist der Temperatureinfluss des Emissionsgrades im Allgemeinen gering, somit kann für Körper im thermischen Gleichgewicht mit guter Näherung $\left| \frac{d\varepsilon_{\lambda}}{dT} \right| \simeq 0$ angenommen werden. Diese Insensitivität gilt auch für die Größen α , ρ und τ .

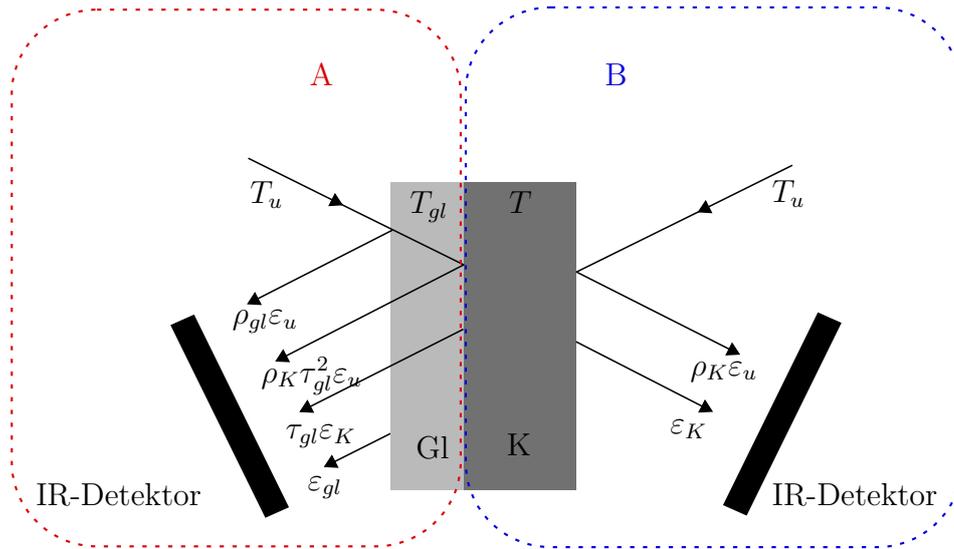


Abbildung 4.8.: Schematische Darstellung der Strahlungssituationen auf der Vorderseite (A) und Rückseite (B) des Messobjektes, mit den Abkürzungen (gl) Glas, (K) Körper und (u) Umgebung.

Experimentelle Strahlungssituation

Die bei der experimentellen Untersuchung auftretenden Strahlungssituationen (Seite A und Seite B) sind in der Abbildung 4.8 skizziert, wobei nur die dominanten Strahlungsanteile berücksichtigt wurden. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit beschränken wir uns im Folgenden auf die Strahlungssituation B (vgl. 4.8).

Da hier transmissive Strahlungsanteile zu vernachlässigen sind ($\tau \approx 0$), gilt gemäß Gl. 4.22: $1 = \epsilon + \rho$.

Wie man sieht, besteht die von der IR-Kamera detektierte Strahlung nicht nur aus der vom Untersuchungsobjekt direkt emittierten Strahlung (ϵ_K), sondern aus einer Überlagerung dieser mit anderen Strahlungsanteilen aus der Umgebung (ϵ_u). Im Falle der Strahlungssituation B stammt diese zusätzliche Umgebungsstrahlung (Störstrahlung) von der IR-Kamera selbst, welche an dem Untersuchungsobjekt reflektiert wird ($\rho_K\epsilon_u = (1 - \epsilon_K)\epsilon_u$). Damit ergibt sich für die spezifische Ausstrahlung M_λ , welche am Detektor ankommt:

$$M_{ges,\lambda}^B(\lambda, T_a) = \epsilon_{\lambda,K} M_\lambda(\lambda, T) + (1 - \epsilon_{\lambda,K}) \epsilon_{\lambda,u} M_\lambda(\lambda, T_u) , \quad (4.23)$$

mit der apparenten Temperatur des Objekts T_a , der apparenten Umgebungstemperatur T_u , dem spektralen Emissionsgrad der Umgebung $\epsilon_{\lambda,u}$, dem spektralen Emissionsgrad des Objekts $\epsilon_{\lambda,K}$ und dem spektralen Reflektionsgrad des Objekts ($1 - \epsilon_{\lambda,K}$) gemäß Gl. 4.22.

Hier wurde angenommen, dass die – zwischen Kamera und Objekt eingeschlossene – Luft transparent ist, d. h. im interessierenden Wellenlängenbereich weder Strahlung

absorbiert noch emittiert, was für geringe Objektentfernungen $d_{\text{Objekt}} < 3 \text{ m}$ gültig ist.

Für die Strahlungssituation A gilt in analoger Weise der Zusammenhang:

$$M_{ges,\lambda}^A(\lambda, T_a) = \epsilon_{\lambda,K} \tau_{\lambda,gl} M_{\lambda}(\lambda, T) + \epsilon_{\lambda,gl} M_{\lambda}(\lambda, T_{gl}) + (\rho_{\lambda,gl} \epsilon_{\lambda,u} + \rho_{\lambda,K} \tau_{\lambda,gl}^2 \epsilon_{\lambda,u}) M_{\lambda}(\lambda, T_u) . \quad (4.24)$$

Strahlungsfeldkorrektur

Die auf die Fokalebene einfallende Strahlung beinhaltet nicht nur die von dem Untersuchungsobjekt emittierte Strahlung, sondern auch die aus der Umgebung stammende Störstrahlung (vgl. Gl. 4.23 und Gl. 4.24). Somit ist für eine akkurate Temperaturfeldmessung eine lokale (pixelweise) Korrektur des Strahlungsfeldes notwendig. Insbesondere bei Temperaturmessungen nahe der Umgebungstemperatur lässt sich dieser Strahlungsanteil nicht vernachlässigen.

Die genaue Zusammensetzung der Umgebungsstrahlung ist in der weiteren Betrachtung nicht relevant, so lange angenommen werden kann, dass diese während der Messung konstant bleibt bzw. gehalten werden kann $M_{\lambda}^u = M_{\lambda}(\lambda, T_u = \text{konst.})$.

In einer übersichtlicheren Form lässt sich die integrale Form der Gleichung 4.23 folgendermaßen ausdrücken:

$$M[T_a(x, y)] = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \epsilon_{\lambda} M_{\lambda}(\lambda, T_a(x, y)) d\lambda = \epsilon_K(x, y) M_{SK}[T(x, y)] + M_u(x, y) . \quad (4.25)$$

Die Integration erfolgt über den detektierbaren Spektralbereich $[\lambda_1, \lambda_2]$. Da im Experiment die Näherung des GK gültig ist, ergibt sich die in Gleichung 4.25 gezeigte Näherung: $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \epsilon_{\lambda} M_{\lambda} d\lambda \approx \epsilon \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{\lambda} d\lambda = \epsilon \cdot M$.

Das Emissionsgradfeld $\epsilon(x, y)$ und das Störstrahlungsfeld $M_u(x, y)$ lassen sich über Messungen bei zwei bekannten Temperaturen ($T_1 < T_2$) bestimmen. Aus den zwei Messungen erhält man das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} M(T_1(x, y)) &= \epsilon_K(x, y) \cdot M_{SK}[T_1(x, y)] + M_u(x, y) \\ M(T_2(x, y)) &= \epsilon_K(x, y) \cdot M_{SK}[T_2(x, y)] + M_u(x, y) . \end{aligned} \quad (4.26)$$

Die Störstrahlung und die Emissivitäten können während dieser Messung konstant angenommen werden. Dies ist für relativ geringe Unterschiede $\Delta T = (T_2 - T_1) \sim \mathcal{O}(10)$ eine zulässige Annahme.

Löst man nach dem Emissionsgradfeld $\varepsilon(x, y)$ und dem Störstrahlungsfeld $M_u(x, y)$ auf, so erhält man:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_K(x, y) \\ M_u(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{SK}[T_1(x, y)] & 1 \\ M_{SK}[T_2(x, y)] & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} M(T_1(x, y)) \\ M(T_2(x, y)) \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Mit der hieraus ermittelten Störstrahlung M_u lässt sich eine Strahlungsfeldkorrektur vornehmen. Das Emissionsgradfeld $\varepsilon(x, y)$ wird somit aus den gemessenen Größen über folgenden Zusammenhang bestimmt:

$$\varepsilon_K(x, y) = \frac{M(T_2(x, y)) - M(T_1(x, y))}{M_{SK}[T_2(x, y)] - M_{SK}[T_1(x, y)]}. \quad (4.28)$$

Schließlich erhält man das zweidimensionale Temperaturfeld $T(x, y)$ durch die lokale Emissivitätskorrektur mit ε_K und der Anwendung der Kalibrierungsfunktion \mathcal{F} der Kamera auf das korrigierte Strahlungsfeld:

$$T(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_a(x, y)) - M_u(x, y)}{\varepsilon_K(x, y)} \right], \quad (4.29)$$

wobei gilt $M_{SK}(T_{SK}) \approx \mathcal{F}(T)$.

In dem für die Wärmeübertragungsmessung relevanten Temperaturintervall $T \in [20, 50]$ kann die Kalibrierungsfunktion mit einer hohen Genauigkeit mit einer linearen Funktion approximiert werden. Der relative Fehler, welcher durch diese Vereinfachung auftritt, ist $err < 1\%$, und damit vernachlässigbar.

Damit erhält man für die Gleichung 4.29 die Form

$$T(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_a(x, y))}{\varepsilon_K(x, y)} \right] - \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M_u(x, y)}{\varepsilon_K(x, y)} \right]. \quad (4.30)$$

Somit bietet sich für die genaue Messung von Temperaturdifferenzen eine *Referenzbildmethode* an. Hierfür muss sichergestellt werden, dass das Gesamtsystem – bestehend aus Messabschnitt und der IR-Kamera – während der Messung in einem thermalisierten (stationären) Zustand ist. Damit liegt ein konstante Umgebungsstrahlung vor $M_\lambda^u = M_\lambda(\lambda, T_u = konst.)$ und eine Referenztemperatur T_{ref} ist über externe Steuerung der Fluidtemperatur T_f festgelegt. Die damit ermittelte, lokale Temperaturerhöhung ausgedrückt das Temperaturdifferenzenfeld $\Delta T(x, y) = T_1(x, y) - T_{ref}(x, y)$ ist mit Gleichung 4.30 gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 \Delta T(x, y) &= \left[\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_1(x, y))}{\varepsilon_K(x, y)} \right] - \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M_u(x, y)}{\varepsilon_K(x, y)} \right] \right] \\
 &\quad - \left[\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_{ref}(x, y))}{\varepsilon_K(x, y)} \right] - \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M_u(x, y)}{\varepsilon_K(x, y)} \right] \right] \\
 &= \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_1(x, y))}{\varepsilon_K(x, y)} \right] - \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{M(T_{ref}(x, y))}{\varepsilon_K(x, y)} \right]. \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

In den Abbildungen 4.9 und 4.10 sind die Eingangs-Strahlungsfelder für die Vorderseite (A) bzw. die Rückseite (B) des Messobjektes und die jeweils ermittelten $\Delta T(x, y)$ gezeigt.

Die untersuchten Objekte weisen Eigenschaften eines GK auf: Wasser auf der Durchströmungsseite der Wärmeübertragerstruktur und die beschichtete Heizfolie (HF) auf der Rückseite [86]. Wasser hat eine konstante, hohe Emissivität von $\varepsilon_W = 0.99$ (im Wellenlängenbereich $8 - 14 \mu\text{m}$). Die Beschichtung der HF weist in diesem Abstrahlungsbereich ebenfalls eine hohe Emissivität auf: $\varepsilon_W = 0.97$. Damit ermöglichen die untersuchten Objekte die maximal mögliche Strahlungsausbeute und damit den geringsten Messfehler für die Objekttemperaturmessung.

Die Anwendung der Messmethodik zur thermischen Charakterisierung der Faserstrukturen ist in Abschnitt 7.2 zu finden.

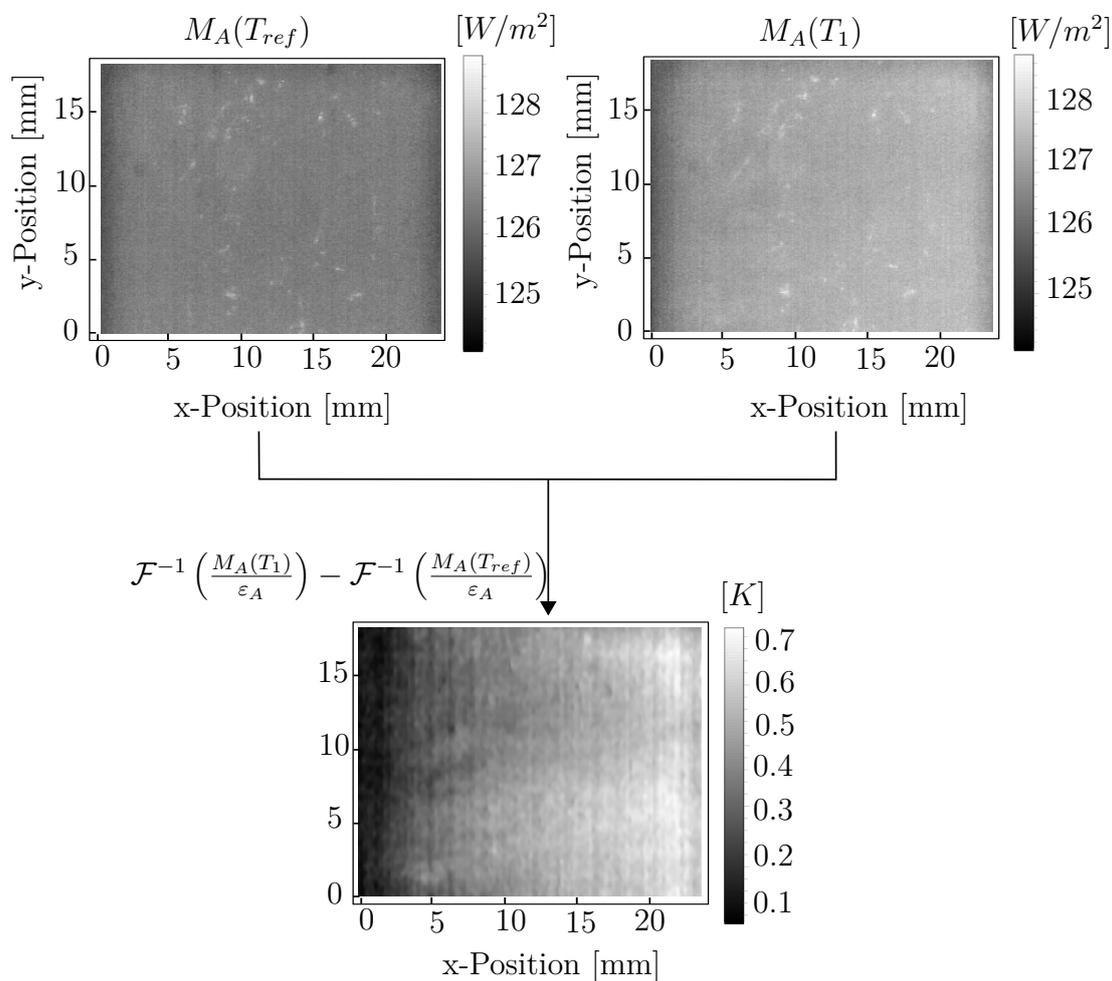


Abbildung 4.9.: (oben) 2D Strahlungsfeld M stationärer Zustände auf der Vorderseite des Messobjektes (A) mit Faserstruktur im Messabschnitt bei der Referenztemperatur T_{ref} (Heizfolie nicht aktiv) und der Temperatur T_1 (Leistungseintrag durch Heizfolie). (unten) Das resultierende Temperaturdifferenzenfeld $\Delta T(x, y)$ (Gl. 4.31).

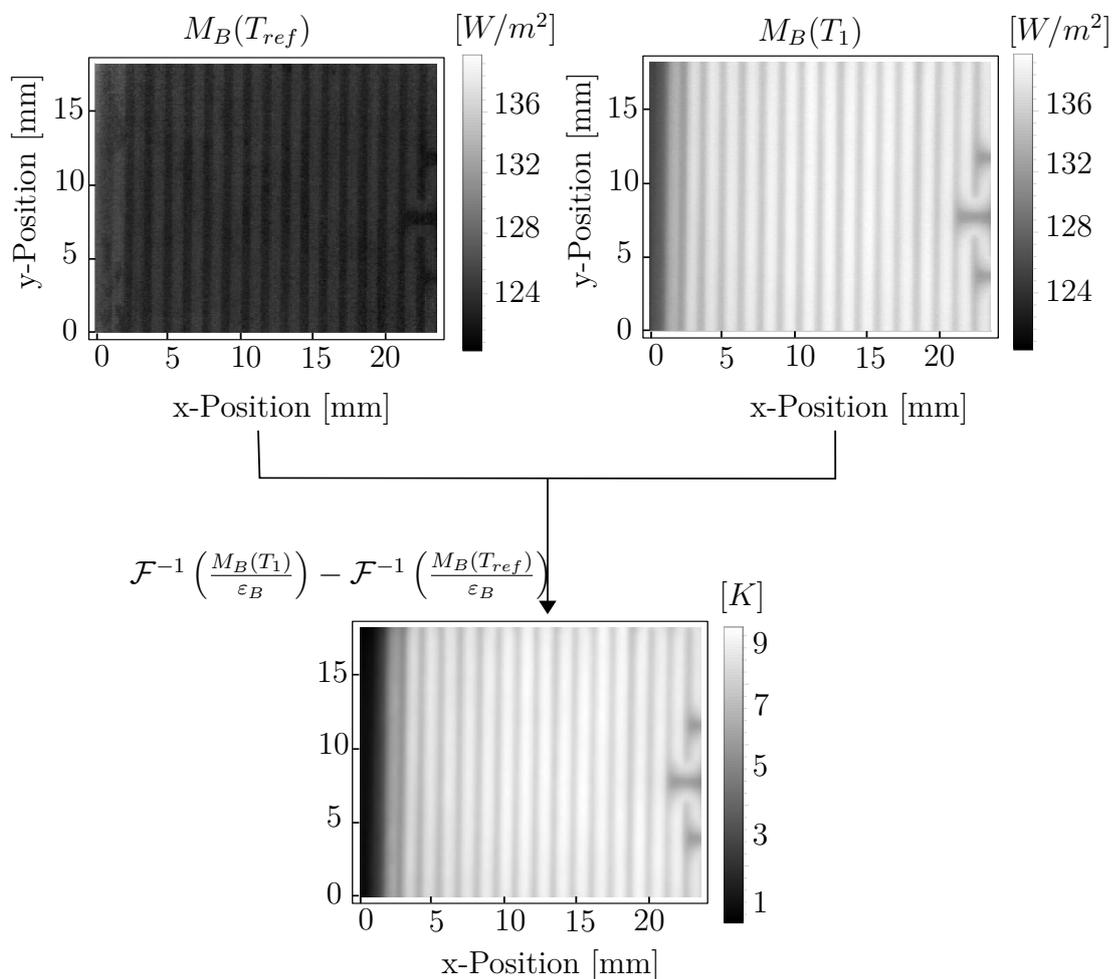


Abbildung 4.10.: (oben) 2D Strahlungsfeld M stationärer Zustände auf der Rückseite des Messobjektes (B) bei der Referenztemperatur T_{ref} (Heizfolie nicht aktiv) und der Temperatur T_1 (Heizfolie aktiv). (unten) Das resultierende Temperaturdifferenzfeld $\Delta T(x, y)$ (Gl. 4.31).

5. Hydraulische Untersuchungen

Die Charakterisierung der Fluidströmung durch das poröse Medium spielt eine wichtige Rolle für die hydraulische Effizienzbewertung der Wärmeübertragerstruktur. Für die Modellierung des porösen Mediums können grob zwei Wege verfolgt werden: makroskopisch oder mikroskopisch. Der makroskopische Ansatz gründet auf der Volumenmittelung (vgl. Abschnitt 4.3), bei der das Fest-Flüssig-System als homogenes Medium betrachtet wird und die kleinen Skalen vernachlässigt werden. Wegen der Längenskalenspanne und der Komplexität der realen Porenstrukturen wird der Fluidtransport üblicherweise durch diese Kontinuums-Näherung modelliert. Dies ist ein effektiver Ansatz, wenn die gemittelten Parameter bekannt sind bzw. einfach bestimmt werden können. Der mikroskopische Ansatz ist der sog. Repräsentative Volumen-Ansatz (REV), bei welchem die komplexe Geometrie des porösen Mediums berücksichtigt wird, d. h. die Strömung (und der Wärmetransport) auf den kleinsten Skalen werden aufgelöst. Hier lässt sich nochmal die Unterscheidung treffen zwischen numerischen Berechnungen an *idealisierten* Geometrien [82], [105], [104] und *realistischen* Geometrien offenporöser Strukturen [70], [65], [14]. Die realistischen Geometrien resultieren aus Mikrotomographie-Aufnahmen (μ -CT).

Neben experimentellen Methoden zur Bestimmung der Parameter des makroskopischen Ansatzes kann die Modellierung auf der Ebene der Porenskala eine Verbindung zwischen den mikroskopischen Eigenschaften und den Transporteigenschaften auf größeren Skalen liefern, da sie zu einer quantitativen Vorhersage der Kontinuumsparameter dienen können und mit ihnen Parametereinflüsse genauer untersucht werden können. Mit anderen Worten, die Transportphänomene werden über die entsprechenden Grundgleichungen auf der Porenskala modelliert und die Ergebnisse werden zur Bestimmung der Parameter der volumengemittelten Transportgleichungen (siehe Abschnitt 4.3) herangezogen.

Im nachfolgenden Abschnitt 5.1 wird die Modellgleichung des Fluidtransportes auf der makroskopischen Ebene vorgestellt und die zu ermittelnden Größen zur Schließung der Transportgleichungen aufgezeigt. Zur Bestimmung der für die Schließung im niedrigen Reynolds-Zahl Bereich relevante Größe (Permeabilität K) werden im Abschnitt 5.2 analytische Modelle aufgezeigt. In Abschnitt 5.3 wird über synthetisch generierte dreidimensionale Faserstrukturmodelle die Permeabilität mit numerischen Berechnungen bestimmt und der Einfluss der Strukturparameter genauer untersucht. In Abschnitt 5.4 wird eine numerische Validierung durchgeführt über numerische Berechnungen an realen CAD Modellen der Faserstrukturen. In Abschnitt 5.5 werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen vorgestellt und den

Modellergebnissen gegenübergestellt.

5.1. Makroebene: Massentransportmodellierung

Den Ausgangspunkt für die makroskopische Betrachtung des Massentransportes für inkompressible Fluide in offenporösen Strukturen bilden die volumengemittelten Differentialgleichungen Gl. 4.14 und Gl. 4.15.

Die letzten zwei Terme in Gleichung 4.15 geben die von der festen Phase hervorgerufene Gesamtwiderstandskraft pro Einheitsvolumen wieder. Diese können nur für poröse Strukturen mit genau bekannter Geometrie ermittelt werden. Dieses Detailwissen auf Porenebene erfordert eine Modellierung dieser Terme. Einen geläufigen Schließungsansatz liefert die semi-empirische Herangehensweise von Vafai Tien [99]. In diesem sog. Darcy-Forchheimer-Modell werden die unbekanntenen mikroskopischen Terme durch zumeist experimentell ermittelte Parameter K (Permeabilität) und c_F (Forchheimer Koeffizient bzw. Widerstandsbeiwert) modelliert:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}_D}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_D}{\epsilon} \cdot \nabla \mathbf{v}_D \right] = -\epsilon \nabla \langle p \rangle^f + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_D - \left[\frac{\mu \epsilon}{K} \mathbf{v}_D + \frac{c_F \epsilon \rho |\mathbf{v}_D| \mathbf{v}_D}{\sqrt{K}} \right], \quad (5.1)$$

dabei stellt der spezielle Fall der stetigen Strömung mit vernachlässigbaren makroskopischen Geschwindigkeitsgradienten die erweiterte Darcy Gleichung dar:

$$-\nabla \langle p \rangle^f = \frac{\mu}{K} \mathbf{v}_D + \frac{c_F \rho |\mathbf{v}_D| \mathbf{v}_D}{\sqrt{K}}, \quad (5.2)$$

mit $|\mathbf{v}_D| = \sqrt{\mathbf{v}_D \mathbf{v}_D}$.

Gegenüber den Transportgleichungen auf Porenebene (Gl. 4.13) erhält man über die Schliessungsmethode (Gl. 5.1 bzw. Gl. 5.2) eine handlichere Form mit zwei unbekanntenen (makroskopischen) Parametern (K, c_F). Die Gleichung 5.2 lässt sich gedanklich unterteilen in einen *strömungsunabhängigen* Anteil (Darcy), welcher allein durch die Permeabilität bestimmt ist, und einen *strömungsabhängigen* Teil (Forchheimer), welcher über c_F quantifiziert wird [103].

Betrachtet man eine langsame Strömung in einem anisotropen porösen Medium, so wird diese durch die tensorielle Form von Gl. 5.2 beschrieben:

$$-\bar{\bar{K}} \nabla \langle p \rangle^f = \mu \mathbf{v}_D, \quad (5.3)$$

mit dem symmetrischen – und damit diagonalisierbaren – Permeabilitäts-Tensor $\bar{\bar{K}}$. Die diagonale Form von $\bar{\bar{K}}$ ist somit:

$$\bar{\bar{K}} = \text{diag}(K_x, K_y, K_z) = \text{diag}(K_{\perp}, K_{\perp}, K_{\parallel}), \quad (5.4)$$

wobei letzte Gleichung gültig ist für anisotrope Strukturen mit einer Isotropie in einer Ebene (hier: xy -Ebene).

Ein direkter Weg zur Bestimmung der unbekannt Parameter liegt im Korrelieren mit experimentellen Ergebnissen (siehe Abschnitt 5.5). Die Strömung muss effektiv eindimensional sein, um makroskopische Randschichten vernachlässigen zu können. Damit reduzieren sich die vorherrschenden Impulsgleichungen auf die eindimensionale Form von Gleichung 5.2. Analog kann man auch numerische Berechnungen heranziehen – wie in dieser Arbeit durchgeführt (siehe Abschnitt 5.3) – um den Druckabfall entlang einer repräsentativen Zelle des porösen Mediums als Funktion der Reynolds-Zahl (bzw. Geschwindigkeit) zu berechnen und die Korrelation mit den Größen K und c_F herzustellen.

5.2. Mikroebene: Analytische Permeabilitätsmodelle

Ein Weg zur Bestimmung der unbekannt Parameter K und c_F (Gl. 5.1) liegt in der analytischen Modellierung über die Abbildung der RFS auf einfache Modellstrukturen. Im Weiteren liegt der Fokus auf der Permeabilität K als maßgebende Größe für niedrige Reynolds-Zahlen. Es werden hier zwei konzeptionell unterschiedliche Modelle (P1 und P2) vorgestellt.

5.2.1. Permeabilitätsmodell P1

Die Grundidee der Modellierung liegt in der Abbildung der ungeordneten Faserstruktur auf geordnete Faseranteile und der Superposition der einzelnen Beiträge zur Gesamtpermeabilität. Die Wechselwirkung der Faseranteile wird über eine Korrektur berücksichtigt.

Parallele Faserbündel

Für einfache Faseranordnungen lassen sich analytische Ansätze für die Widerstandsbeiwerte und damit für die Permeabilitäten herleiten. Die im Folgenden verwendete 2D-Struktur besteht aus parallelen, zylindrischen Fasern unendlicher Länge in quadratischer Anordnung (siehe 5.1). Durch die unendliche Faserlänge reduziert sich das Problem auf ein effektiv zweidimensionales Problem.

Für eine Zuströmung \mathbf{v} parallel (\parallel) zur Faserbündel-Orientierung wurde von Drummond und Tahir [30] folgende Lösung hergeleitet:

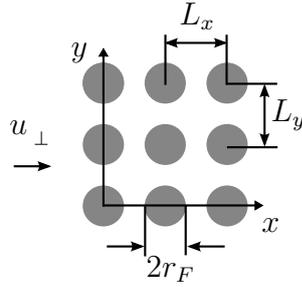


Abbildung 5.1.: 2D-Faserstruktur mit quadratischer Anordnung.

$$\frac{K_{\parallel}}{r^2}(\epsilon) = \frac{1}{4 \cdot (1 - \epsilon)} \left(-\ln(1 - \epsilon) - 1.476 + 2 \cdot (1 - \epsilon) - \frac{(1 - \epsilon)^2}{2} + \mathcal{O}((1 - \epsilon)^4) \right), \quad (5.5)$$

mit der Porosität ϵ und dem Faserradius $r \equiv r_F$.

Für Strömungen senkrecht (\perp) zu den Fasern ist die von Sangani [88] hergeleitete Lösung:

$$\frac{K_{\perp}}{r^2}(\epsilon) = \frac{1}{8 \cdot (1 - \epsilon)} \left(-\ln(1 - \epsilon) - 1.476 + 2 \cdot (1 - \epsilon) - 1.774 \cdot (1 - \epsilon)^2 + 4.076 \cdot (1 - \epsilon)^3 + \mathcal{O}((1 - \epsilon)^4) \right). \quad (5.6)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Permeabilität für Strömungen senkrecht zu den Fasern fast exakt die Hälfte der Permeabilität der Strömung parallel zu den Fasern beträgt. Des Weiteren hängen die Permeabilitäten alleine von der Porosität ϵ ab. Die Porosität für diese Struktur ist: $\epsilon = 1 - \pi r^2 / (L_x L_y)$, da die betrachtete Einheitszelle genau eine Faser enthält.

Diese Modellgleichungen für effektiv zweidimensionale periodische Faserstrukturen bilden die Grundlage der Permeabilitätsmodellierung ungeordneter Faserstrukturen, welche im Folgenden dargestellt wird.

Ungeordnete Faserstrukturen

Basierend auf den Gleichungen 5.5 und 5.6 wurden verschiedene Volumenmittlungsmethoden zur Berechnung der Permeabilität von ungeordneten 3D-Faserstrukturen entwickelt ([48], [24], [95]).

Eine Volumenmittelungsmethode auf der Grundlage der Superposition der einzelnen Faserbeiträge zum Gesamtwiderstand (und damit der Gesamtpermeabilität) wurde von Stylianopoulos et al. [95] vorgestellt. Hier wird neben der Porosität ϵ der Zelle auch die Geometrieinformation (Länge und Orientierung) jeder Faser in der Probe berücksichtigt. Das REV der ungeordneten Faserstruktur ist in Abb. 5.2 (links) skizziert. Die Gesamtpermeabilitäts-Matrix $\bar{\bar{K}}$ resultiert aus der Superposition der Strömungswiderstandsmatrizen $\bar{\bar{d}}_i$ der einzelnen Fasern. Die einzelnen Fasern i werden als Teil eines parallelen Faserbündels betrachtet (siehe auch Abb. 5.1) mit einer räumlichen Ausrichtung entsprechend der Faser i und einer Anströmungsrichtung in x-Achsenrichtung.

Die Strömungswiderstandsmatrix $\bar{\bar{d}}_i$ der einzelnen Faser lässt sich gemäß ihrer Orientierung zur Strömung über die Transformation der Diagonalmatrix der Strömungswiderstandskoeffizienten $\bar{\bar{C}}_i$ mit der Rotationsmatrix $\bar{\bar{R}}_i$ berechnen:

$$\bar{\bar{d}}_i = \bar{\bar{R}}_i^T \bar{\bar{C}}_i \bar{\bar{R}}_i . \quad (5.7)$$

Der Strömungswiderstandskoeffizient der Diagonalmatrix C_{11} ist bestimmt durch Gl. 5.5 und $C_{22} = C_{33}$ sind bestimmt durch Gl. 5.6. Dabei gilt der Zusammenhang $C_i = \pi r^2 l_i \cdot C = K_i$ und somit geht die Länge der jeweiligen Faser l_i über diese Strömungswiderstandskoeffizienten mit ein. Die volumengemittelte Strömungswiderstandsmatrix $\bar{\bar{D}}$ berechnet sich dann wie folgt:

$$\bar{\bar{D}} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \bar{\bar{d}}_i , \quad (5.8)$$

dabei bezeichnet V das Volumen des REV und n die Anzahl der Fasern in dem Volumen V . Daraus ergibt sich der Permeabilitätstensor der gesamten Struktur wie folgt:

$$\bar{\bar{K}} = \bar{\bar{D}}^{-1} = \left[\frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \bar{\bar{d}}_i \right]^{-1} . \quad (5.9)$$

Ein hiervon abweichender Ansatz wurde von Shou et al. [92] verfolgt, bei welchem nicht mehr der Strömungswiderstandsbeitrag jeder einzelnen Faser explizit berechnet wird. Die Faserstruktur lässt sich auf ein kubisches Gitter mit gleicher Anisotropiematrix $\bar{\bar{\Omega}}$ abbilden (siehe Abb. 5.2 (rechts)). Die Aufteilung des Gesamtfaservolumenanteils $\phi = 1 - \epsilon$ auf die drei Raumrichtungen $\{x, y, z\}$ erfolgt mit dem Anisotropietensor $\bar{\bar{\Omega}}$ (Gl. 4.3) über die Beziehung:

$$\phi_i = \Omega_{ii} \cdot \phi = \Omega_{ii} \cdot (1 - \epsilon) , \quad i = \{x, y, z\} . \quad (5.10)$$

Für die Faservolumenanteile gilt dabei $\phi = \phi_x + \phi_y + \phi_z$.

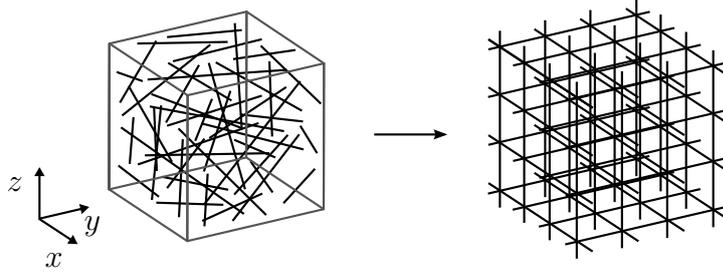


Abbildung 5.2.: Abbildung der ungeordneten Faserstruktur auf ein kubisches Fasergitter.

Betrachtet man die drei Faservolumenanteile ϕ_i als unabhängige Parallel-Faserbündel mit regelmäßiger Anordnung (vgl. Abb. 5.1), so lässt sich die dimensionslose Permeabilität K/r^2 der Gesamtstruktur in erster Näherung als Linearkombination der einzelnen Permeabilitätsanteile $K^{(i)}/r^2$ ausdrücken (Gl. 5.11 (a)). Die gegenseitige Störung der einzelnen Anteile durch Abschattung der Strömung wird über den Korrekturfaktor $(\epsilon + \phi_i)$ im Ausdruck Gl. 5.11 (b) berücksichtigt:

$$\frac{K}{r^2}(\epsilon, \phi) \stackrel{(a)}{=} \left[\sum_i \frac{r^2}{K^{(i)}(\phi_i)} \right]^{-1} \stackrel{(b)}{=} \left[\sum_i \frac{r^2}{(\epsilon + \phi_i) \cdot K^{(i)}\left(\frac{\phi_i}{\epsilon + \phi_i}\right)} \right]^{-1}. \quad (5.11)$$

Die Summation erfolgt über die drei Richtungen $i = \{x, y, z\}$, r bezeichnet den Faserradius und $\phi = (\phi_x, \phi_y, \phi_z)$.

Damit lässt sich die Gesamtpermeabilität K_i/r^2 für eine Durchströmrichtung $i = \{x, y, z\}$ in der kompakten Form angeben:

$$\frac{K_i}{r^2}(\epsilon, \phi) = \left[\left\{ \frac{r^2}{(\epsilon + \phi_i) \cdot K_{\parallel}\left(\frac{\phi_i}{\epsilon + \phi_i}\right)} \right\} + \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{r^2}{(\epsilon + \phi_j) \cdot K_{\perp}\left(\frac{\phi_j}{\epsilon + \phi_j}\right)} \right\} \right]^{-1}, \quad (5.12)$$

mit den Permeabilitätskomponenten K_{\parallel} (Gl. 5.5) und K_{\perp} (Gl. 5.6).

Dieses Permeabilitätsmodell P1 ist im engeren Sinne für hohe Porositäten ($\epsilon \gtrsim 0.8$) anwendbar. Obwohl die gegenseitige Beeinflussung der Fasern berücksichtigt ist, müssen die einzelnen Fasern der Struktur unterscheidbar sein. Bei kleineren Porositäten ($\epsilon < 0.7$) besteht die Struktur nicht mehr aus distinkten Fasern und erfordert somit eine andere Modellgrundlage.

5.2.2. Permeabilitätsmodell P2

Eine alternative Modellvorstellung liefert für kleine Porositäten – wenn die “Faserartigkeit” der Struktur vernachlässigbar wird – eine bessere Beschreibung der Strömungssituation in der Struktur. Hier bildet man die offenporöse Faserstruktur auf ein Feld gleicher, parallel verlaufender Mikrokanäle mit rundem Querschnitt ab. Die Abmessung der Mikrokanäle steht im Zusammenhang mit dem Oberfläche-Volumenverhältnis der Probe (A_{sf}/V) und der Porosität ϵ . Die Permeabilität in den einzelnen Mikrokanälen ergibt sich für eine laminare, ausgebildete Strömung [108] und die zusätzliche Wegverlängerung der Strömungspfade wird über die Tortuosität τ_{hyd} erfasst (vgl. Abschnitt 4.1.2). Insgesamt ergibt sich für die dimensionslose Permeabilität:

$$\frac{K_i}{r^2}(\epsilon, A_{sf}/V, \tau_{hyd,i}) = \frac{\epsilon^3}{4 \cdot r^2 \cdot (A_{sf}/V)^2 \cdot \tau_{hyd,i}} \quad (5.13)$$

Dabei bezeichnet K_i die Permeabilität für die Durchströmungsrichtung in die Achsenrichtung $i = \{x, y, z\}$. A_{sf} ist die innere Oberfläche der Faserstruktur im REV und τ_{hyd} ist die hydraulische Tortuosität (Gl. 4.8), welche definiert ist als Verhältnis zwischen der effektiven Kanallänge $l_{eff,i}$ und der Kantenlänge der REV l_s : $\tau_{hyd} = l_{eff,i}/l_s$ (vgl. Abb. 5.3 (e)). Die Anisotropie der Struktur wird somit über die hydraulische Tortuosität erfasst.

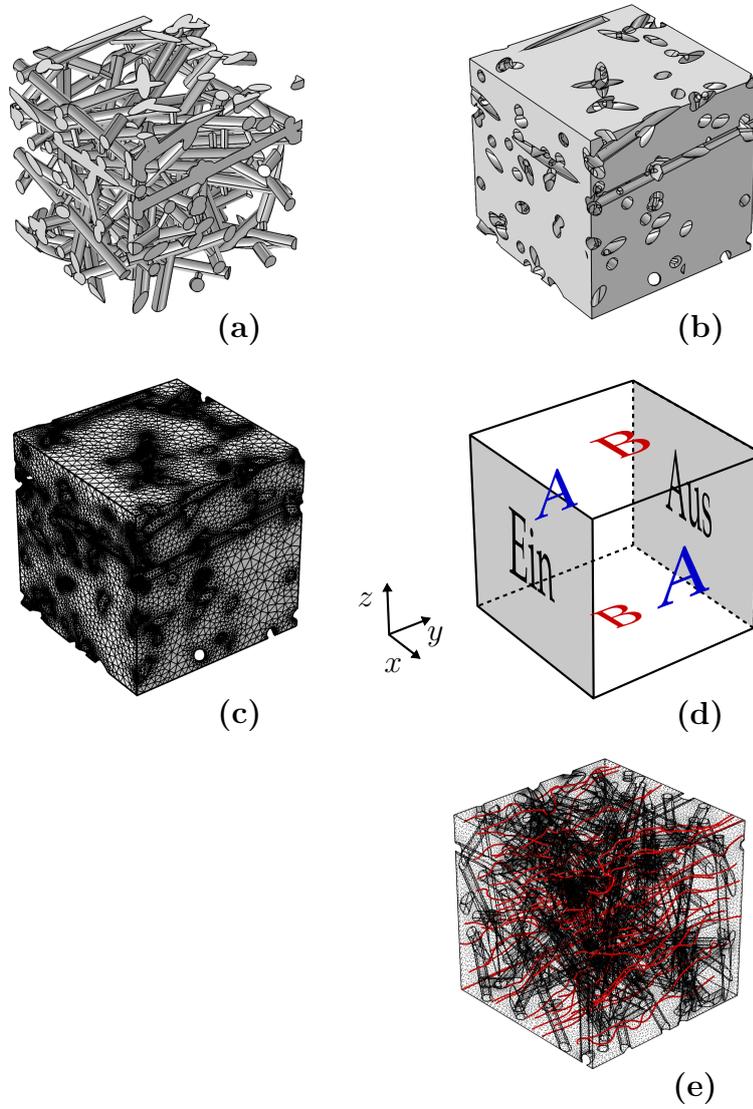


Abbildung 5.3.: (a) Positive Geometrie der SFS; (b) negative Geometrie der SFS
(c) unstrukturiertes Netz zur numerischen Berechnung; (d) Randbedingungen der Simulation; (e) Simulationsergebnis: Stromlinien (rot).

5.3. Mikroebene: Numerische Modellstrukturuntersuchungen

Zusätzlich zu den beiden analytisch lösbaren Modellen werden die selbst generierten synthetischen Faserstrukturen (vgl. Abschnitt 4.2) numerisch untersucht. Hier werden zunächst Grunddaten der Simulation angegeben und im folgenden Abschnitt dann die numerischen Ergebnisse diskutiert.

5.3.1. Mikroskopische Grundgleichungen und numerische Konfiguration

Die numerischen Simulationen wurden mit dem COMSOL Multiphysics 4.4 Software Paket [1] durchgeführt, welches auf der Finite Elemente Methode als Diskretisierungsmethode der vorherrschenden Transportgleichungen basiert [2]. Die numerischen Berechnungen wurden im niedrigen Reynolds-Zahlen-Bereich durchgeführt, welcher auch als Stokes Bereich bezeichnet wird. Dieser Bereich geht näherungsweise bis $Re_{d_F} = 1$ mit dem Faserdurchmesser d_F als charakteristischer Länge (vgl. [73]). In diesem Strömungsbereich besteht ein linearer Zusammenhang zwischen dem Druckabfall und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in der Faserstruktur. Deshalb wurde eine konstante Druckdifferenz zwischen Ein- und Austrittsseite des Simulationsgebietes festgelegt $\Delta p = 1$ Pa. Die Transportgleichungen (für inkompressible Fluide) sind in Gl. 4.12 und Gl. 4.13 aufgeführt. Dabei wird Gl. 4.13 im Stokes Regime in der Form:

$$\nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0, \quad (5.14)$$

numerisch gelöst. Die Simulationen wurden mit Wasser bei einer Temperatur $T = 20^\circ\text{C}$, mit der dynamischen Viskosität $\mu = 1.01 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ und Dichte $\rho = 999.62 \text{ kg/m}^3$ durchgeführt.

Für die Geschwindigkeit wurden folgende Randbedingungen gewählt:

1. Haftbedingung an der Oberfläche der Fasern: $\mathbf{v}_o = 0$
2. Symmetrie-Randbedingungen auf Flächenpaaren ($A - A$ und $B - B$) parallel zur Hauptströmungsrichtung (siehe Abb. 5.3 (d)): $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$, $\mathbf{T} - (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} = 0$

mit $\mathbf{T} = \left[\eta \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^\top \right) \right] \mathbf{n}$

3. Periodische Randbedingungen zwischen Ein- und Auslass: $\mathbf{v}_{ein} = \mathbf{v}_{aus}$, $p_{ein} - p_{aus} = 1$ Pa.

Die Anwendung einer periodischen Randbedingung trotz nicht vorhandener Periodizität der Strukturen führt zu einer „Blockierung“ der Strömung beim Wiedereintritt in die Struktur. Genauere Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass dieser Effekt im untersuchten Parameterbereich vernachlässigbar ist:

Eine genauere Beschreibung der realen Strömungssituation liegt vor, wenn das untersuchte REV in einer größeren Struktur eingebettet ist (n), gegenüber einem frei angeströmten REV (fr). Die hier angewendete periodische Randbedingung (per) liefert somit einen Kompromiss zwischen diesen beiden Extremen. Der Vergleich der Permeabilität K_{per} mit obigen Randbedingungen zur Permeabilität K_n des gleichen REV, welches sich in einer größeren Struktur befindet, liefert in allen Fällen eine relative Abweichung $dev = |K_n - K_{per}|/K_{per} < 0.1$, und ist damit für die nachfolgenden Untersuchungen vernachlässigbar.

5.3.2. Numerische Berechnungen

Als kurzgefasste, dimensionslose Größe wird im Folgenden das Permeabilitätsverhältnis κ untersucht, welches gegeben ist durch:

$$\kappa = \frac{2 \cdot K_z}{(K_x + K_y)}. \quad (5.15)$$

Im Idealfall sind die Permeabilitäten in x - und y -Richtung gleich ($K_x = K_y$), jedoch muss bei den numerischen Ergebnissen ein Mittelwert explizit ermittelt werden. Dies liegt an der endlichen Probengröße, was Schwankungen der definierenden Größen ($\Omega_{xx}, \Omega_{yy}, \Omega_{zz}, \epsilon$) und damit auch der Permeabilitäten hervorruft.

In Abbildung 5.4 sind die Datenpunkte in einer Dichtedarstellung (Density Plot) gezeigt mit den jeweiligen Regressionsgeraden $F_{reg}(x) = a_0 + a_1 \cdot x$. Die Koeffizienten (a_0, a_1) und die zugehörigen Bestimmtheitsmaße R^2 sind in den Tabellen 5.1 zusammengefasst. Die ideale Korrelation zwischen κ_{num} und κ_{theo} wäre charakterisiert durch: $a_0 \rightarrow 0$; $a_1 \rightarrow 1$ und $R^2 \rightarrow 1$ (im Weiteren als ideale Korrelation (IK) bezeichnet). Die nachfolgenden Ergebnisse sind z. T. bei Heitzmann et. al [43] gezeigt.

Abbildung 5.4 zeigt den direkten Vergleich der theoretisch vorhergesagten Permeabilitäten bzw. Permeabilitätsverhältnisse κ_{theo} (P1) (Gl. 5.12) mit den über numerische Berechnungen gewonnenen Werte κ_{num} dargestellt. In Abbildung 5.4 sind die zugehörigen Regressionsgeraden (schwarz gepunktete Gerade) F_{reg} und die Regressionsgerade einer IK (blau gestrichelte Gerade) zum direkten Vergleich eingezeichnet. Es zeigt sich eine zunehmende Korrelation – quantifiziert durch obige Koeffizienten – mit zunehmender Porosität ϵ (vgl. Tab. 5.1 (a)). Da das Permeabilitätsverhältnis κ mit der Anisotropie der Strukturen eng verknüpft ist, sieht man in Abbildung 5.4, wie groß die Abweichungen zwischen P1 und den numerischen Ergebnissen für verschieden stark anisotrope Strukturen in Abhängigkeit von der Porosität ϵ sind.

Dies ist zunächst zu erwarten, da die gegenseitige Beeinflussung der Fasern mit zunehmender Porosität abnimmt und somit die Modellannahme ungestörter Faseranteile besser erfüllt ist.

Wegen der Fluktuation der Permeabilität bedingt durch die endliche Probenabmessung und Diskretisierung (vgl. oben) führt eine arithmetische Mittelung über die drei Realisierungen – im Weiteren als Ensemblemittelwert bezeichnet – und eine zusätzliche Interpolation über diese Mittelwerte (κ_{int}) zu einer deutlichen Verbesserung der Korrelation (siehe Abb. 5.5). Diese Korrelationsverbesserung ist wiederum in Tabelle 5.1 (b) zusammengefasst. Für hohe und mittlere Porositäten erhält man Werte nahe einer IK.

Somit werden die vereinfachten Faserstrukturen hinsichtlich der hydraulischen Charakteristik der Permeabilität durch die theoretischen Beschreibung Gl. 5.12 bis hin zu dem niedrigen Porositätsbereich $\epsilon > 0.6$ gut erfasst.

(a) Simulationswerte κ_{num}				(b) Interpolationsfunktion κ_{int}			
Porosität ϵ	a_0	a_1	R^2	Porosität ϵ	a_0	a_1	R^2
0.6	0.645	0.247	0.325	0.6	0.319	0.645	0.918
0.7	0.619	0.263	0.226	0.7	0.210	0.764	0.944
0.8	0.456	0.472	0.565	0.8	0.072	0.912	0.954
0.9	0.297	0.653	0.496	0.9	-0.074	1.06	0.912

Tabelle 5.1.: Koeffizientenliste: Vergleich SFS mit Permeabilitätsmodell P1 (Gl. 5.12).

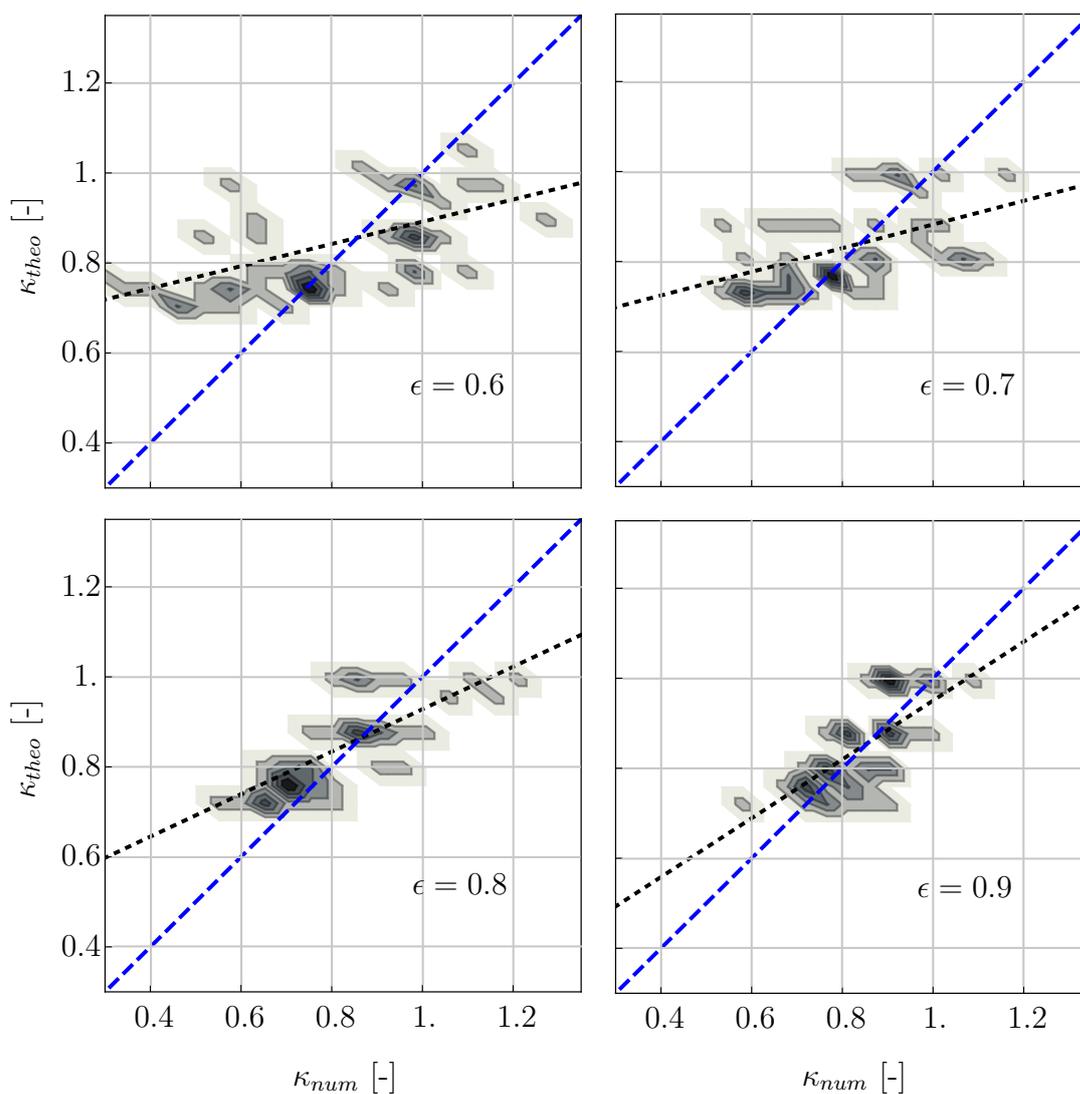


Abbildung 5.4.: Dichtedarstellung der numerisch berechneten Permeabilitätsverhältnisse κ_{num} aufgetragen gegen die theoretischen Werte des Fasermodells P1 κ_{theo} (Gl. 5.12) für $\epsilon \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$. (Blau gestrichelt) Die Regressionsgerade für eine IK der Wertepaare $(\kappa_{num}, \kappa_{theo})$; (schwarz gepunktet) die tatsächliche Regressionsgerade F_{reg} für die Datenpunkte. Farbskala: In der Temperaturdarstellung (weiß bis dunkelrot) entspricht eine zunehmende Häufung der Datenpunkte einer zunehmend dunkleren Farbgebung.

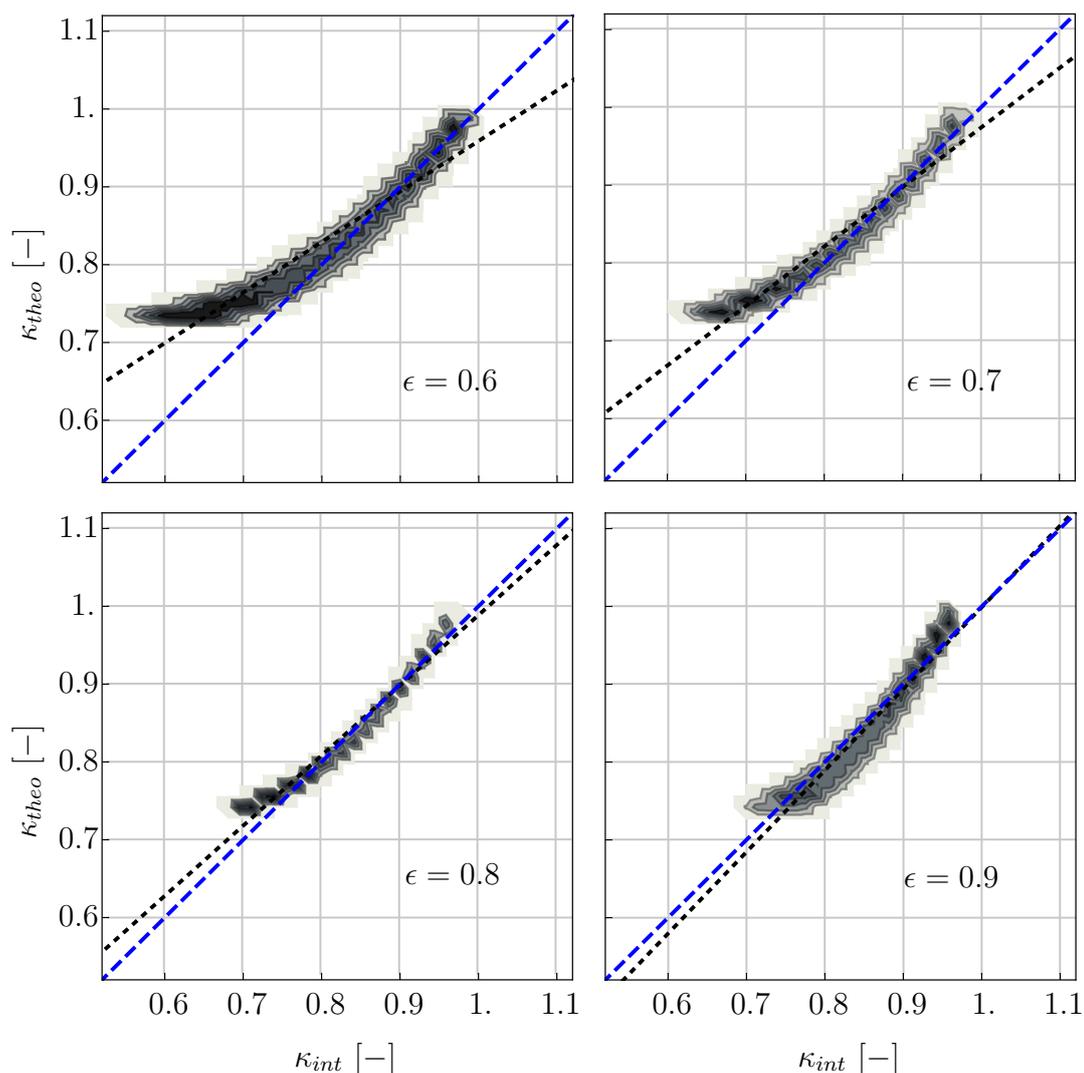


Abbildung 5.5.: Dichtedarstellung der interpolierten Werte der Permeabilitätsverhältnisse κ_{int} aufgetragen gegen die theoretischen Werte des Fasermodells P1 κ_{theo} (Gl. 5.12) für $\epsilon \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$. (Blau gestrichelt) Die Regressionsgerade für eine IK der Wertepaare $(\kappa_{num}, \kappa_{theo})$; (schwarz gepunktet) die tatsächliche Regressionsgerade F_{reg} für die Datenpunkte. Farbskala: In der Temperaturdarstellung (weiß bis dunkelrot) entspricht eine zunehmende Häufung der Datenpunkte einer zunehmend dunkleren Farbgebung.

5.4. Numerische Validierung

Eine numerische Möglichkeit der Überprüfung des numerischen Modells (SFS) und der analytischen Modelle (P1, P2) liegt in dem Vergleich dieser mit den numerischen Berechnungen an den realen Strukturen (RFS). Hierfür wurden mit den RFS gesonderte numerische Berechnungen durchgeführt und mit den angepassten SFS (vgl. Abschnitt 4.2.2) und den Modellvorhersagen P1 (Gl. 5.12) und P2 (Gl. 5.13) verglichen.

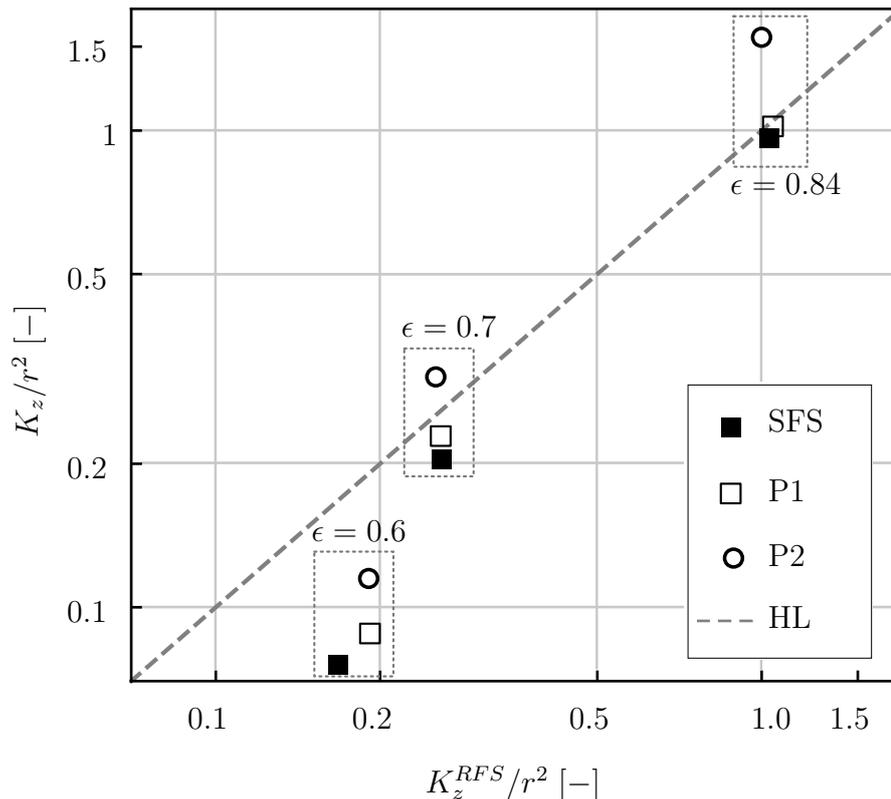


Abbildung 5.6.: Dimensionslose Permeabilitäten in Anisotropierichtung (z -Achse) K_z^{real}/r^2 der RFS aufgetragen gegen die Modell-Permeabilitäten K_z/r^2 : 3D-Modell (SFS); Modell P1 (Gl. 5.12) und Modell P2 (Gl. 5.13) .

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.6 zusammengefasst: Hier sind die Ensemble-mittelwerte der RFS gegen die Ensemble-mittelwerte der SFS eingetragen. Für die Proben mittlerer und hoher Porosität $\epsilon \geq 0.7$ ist die Übereinstimmung mit den SFS sehr gut. Bei kleiner Porosität ist die Mittelung der RFS durch die einfacheren SFS nicht mehr ausreichend, d. h. der Fasercharakter der Probe ist bei den niedrigen Porositäten nicht mehr sehr ausgeprägt. Dies ist eine Folge des Sinterungsprozesses, bei welchem die Topologie des anfänglichen Faserhaufwerks signifikant geändert wird. Betrachtet man die analytischen Modelle, so zeigt in diesem Permeabilitätsbereich das Modell P2 wegen der Abnahme des Fasercharakters der Probe eine bessere Beschreibung auch im Vergleich zum Modellansatz P1. Hingegen zeigt sich – wie zu

erwarten – eine Abnahme der Übereinstimmung zwischen Modell P2 und den Permeabilitäten der RFS bei mittleren bis hohen Porositäten, da hier der Fasercharakter der RFS deutlich ausgeprägt ist.

Hieraus lässt sich die Schlussfolgerung ableiten, dass mit den SFS und dem eindimensionalen Modellansatz P1 (Gl. 5.12) eine gute hydraulische Charakterisierung der RFS für Porositäten $\epsilon > 0.6$ möglich ist.

5.5. Experimentelle Validierung

Ein weiterer Zugang zu den makroskopischen Größen (K_x, K_y, K_z, c_F) (Gl. 5.2) sind die experimentellen Messungen. Zudem bieten sie eine weitere Untersuchungs- bzw. Validierungsgrundlage für die hier vorgestellten Modelle.

Der experimentelle Aufbau zur hydraulischen Untersuchung der Proben ist in 4.5 (Abschnitt 4.4.1) dargestellt. Über diesen Aufbau können statische Druckabfälle Δp_{stat} bei definierten Durchströmungsgeschwindigkeiten v in Proben mit den Abmessungen $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times (1 - 4) \text{ mm}$ (Breite $W \times$ Länge $L \times$ Höhe H) gemessen werden. Zur Messung von Δp_{stat} wurden jeweils zwei Druckbohrungen (mit Durchmesser $\varnothing 0.4 \text{ mm}$) nahe am Eintritt bzw. Austritt der Probe platziert (vgl. 4.5). Dadurch konnte die Symmetrie der Durchströmung sichergestellt werden.

5.5.1. Test des Messaufbaus

Zur Überprüfung des Messaufbaus wurde eine Teststruktur mit parallelen Rechteckkanälen vermessen (vgl. Abb. 5.7) und mit Literaturwerten verglichen.

Eine dimensionslose Größe zur Charakterisierung der Durchströmung von Kanälen ist der Reibungsbeiwert f_F (nach Fanning):

$$f_F = \frac{\Delta p}{4 \cdot \left(\frac{L}{D_{hyd}}\right) \cdot \left(\rho \frac{v^2}{2}\right)}, \quad (5.16)$$

mit der Kanallänge L , dem hydraulischen Durchmesser D_h , der mittleren Geschwindigkeit im Kanal v und dem Gesamtdruckabfall Δp über die Probe.

In der Literatur findet man zahlreiche analytische Ausdrücke, welche durch experimentelle Messungen solide gestützt sind [69]. Für den Grenzfall langer Kanäle $L \gg L_h$ findet man in der Literatur für Kanäle mit rechteckigen Querschnitten als Näherungsausdruck für den Reibungsbeiwert nach Shah und London [91]:

$$f_F = \frac{24}{(1 - \alpha)^2 \left[1 - \frac{192\alpha}{\pi^5} \tanh\left(\frac{\pi}{2\alpha}\right)\right]} \cdot Re_{D_h}, \quad (5.17)$$

mit dem Verhältnis $\alpha = w_c/h_c$ von Breite w_c zu Höhe h_c des Kanals ($0.01 < \alpha < 1$).

Da die Messung der statischen Drücke nicht in der Probe, sondern vor dem Eintritt bzw. hinter dem Austritt aus der Probe vorgenommen wird (vgl. 4.5), müssen zusätzliche Druckänderungen berücksichtigt werden, welche aus der Querschnittsänderung am Ein- und Austritt der Probe resultieren. Der korrigierte Druckabfall Δp lässt sich über folgende Summation ausdrücken:

$$\Delta p \approx \Delta p^* - (\zeta_{ein} + \zeta_{aus}) \frac{\rho \cdot v^2}{2}, \quad (5.18)$$

mit dem gemessenen Druckabfall Δp^* und den Verlustkoeffizienten $\zeta_{ein} = 1 - (A_{tot}/A_{ein})^2 + \zeta_{nr}$ und $\zeta_{aus} = -2 \cdot 1.33 (A_{tot}/A_{aus}) (1 - A_c/A_{aus})^2$ am Ein- bzw. Auslass [91]. Die Flächen A_{ein} und A_{aus} bezeichnen die Querschnittsflächen vor bzw. hinter der Probe und die Fläche $A_{tot} = \sum A_c$ ist die Gesamtquerschnittsfläche der Kanäle der Probe. Die Größe ζ_{nr} ist der nicht rückgewinnbare Verlustkoeffizient $\zeta_{nr} = 0.0088 \cdot \alpha^{-2} - 0.1785 \cdot \alpha^{-1} + 1.6027$.

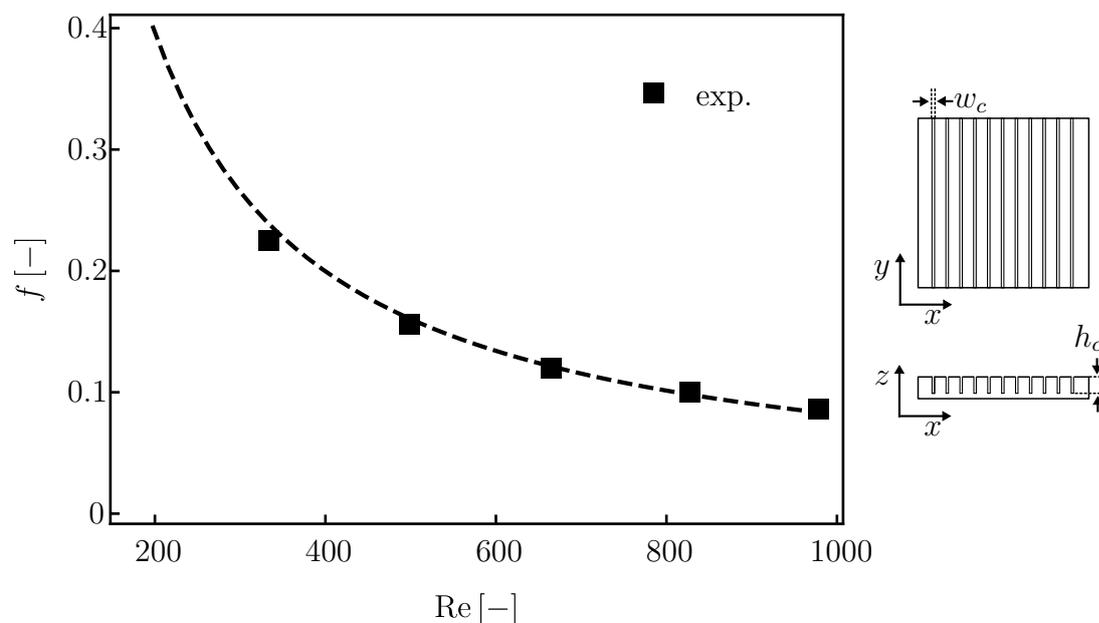


Abbildung 5.7.: (links) $Re \equiv Re_{D_h}$ gegen Reibungsbeiwert $f \equiv f_F$: (gestrichelte Linie) theoretische Werte (Gl. 5.17) und (schwarze Quadrate) Messwerte Δp (Gl. 5.16).

h_c [mm]	w_c [mm]	l_c [mm]	N_c
{1, 2, 3, 4}	0.5	30	11

Tabelle 5.2.: Abmessungen der Teststruktur.

Die Ergebnisse für die Teststruktur (vgl. Tab. 5.2) sind in Abbildung 5.7 graphisch zusammengefasst. Wie ersichtlich ist, führen die korrigierten Messwerte zu einer guten Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage (Gl. 5.17). Gemäß den Ergebnissen kann eine laminare Strömungssituation (im untersuchten Volumenstrombereich) angenommen werden. Zudem zeigt sich die Akkuratheit der Druckverlustmessung, diese stellt damit eine zuverlässige Grundlage für die weiteren Messungen dar.

5.5.2. Experimentelle Permeabilitätsbestimmung

Die experimentelle Permeabilitätsbestimmung wurde mit einer Faserprobe der Porosität $\epsilon = 0.84$ durchgeführt. Die Höhe der Faserprobe lag bei $h = 4$ mm und die Messwertkorrektur (Gl. 5.18) für die Erfassung der plötzlichen Querschnittsänderung am Probenrand wurde anhand der Porosität ϵ durchgeführt.

Permeabilitätskorrektur

Da die Probe auf eine Trägerplatte aufgelötet ist, ist die Permeabilität dieser Randschicht deutlich heruntergesetzt. Zudem ist der Einfluss der Wand auf die Strömung an der Probenoberseite wegen der relativ geringen Probenhöhen nicht vernachlässigbar und somit muss eine Korrektur der gemessenen, effektiven Permeabilitäten \bar{K} durchgeführt werden, um die tatsächliche Permeabilität K_A der Faserstruktur zu erhalten. Für die Korrekturrechnungen wird angenommen, dass die Probe aus zwei jeweils homogenen Schichten besteht: Schicht A bestehend aus der Faserstruktur mit der Probenhöhe h_A und Schicht B bestehend aus einer Struktur unbekannter Permeabilität K_B mit der Schichthöhe h_B . Es gilt $h_{tot} = h_A + h_B$, mit der Gesamprobenhöhe h_{tot} . Über die Annahme einer hydraulischen Parallelschaltung der zwei Schichten gilt für die Druckdifferenz über die Schichten: $\Delta p_A = \Delta p_B = \Delta p$ und für die Volumenströme über die zwei Schichten $\dot{V}_{tot} = \dot{V}_A + \dot{V}_B$.

Gemäß der Gleichung von Darcy (siehe Gl. 5.2) gilt:

$$\frac{\bar{K}W_{ch}h_{tot}}{\mu L_{ch}} = \frac{K_A W_{ch} h_A}{\mu L_{ch}} + \frac{K_B W_{ch} h_B}{\mu L_{ch}}, \quad (5.19)$$

was sich reduzieren lässt auf

$$\bar{K} = K_A \frac{(h_{tot} - h_B)}{h_{tot}} + K_B \frac{h_B}{h_{tot}}, \quad (5.20)$$

mit den unbekanntenen Größen h_B , K_B und K_A . Zur Bestimmung dieser Größen wurden drei Proben verschiedener Höhe $h_{tot} \in \{2 \text{ mm}, 3 \text{ mm}, 4 \text{ mm}\}$ vermessen. Mit diesen Probenhöhen h_{tot} erhält man mit Gl. 5.20 ein Gleichungssystem mit den

drei unbekanntenen Größen (h_B, K_B, K_A). Durch Lösung des Gleichungssystems erhält man schließlich die tatsächliche Permeabilität der Probe $K = K_A$.

Ergebnisse

In Abbildung 5.8 (b) sind die experimentellen Ergebnisse zusammengetragen. Die Hauptströmungsrichtung durch die Faserprobe war senkrecht zur Anisotropierichtung (z -Richtung), d. h. die vermessene Permeabilitätskomponente war $K_x = K_y$ und wird im Weiteren mit K bezeichnet. An die Messwerte wurde über die Methode der kleinsten Quadrate die Modellfunktion Gl. 5.2 angepasst mit der Näherung $-\nabla \langle p \rangle^f = \Delta p/L$. Die sich daraus ergebenden Modellparameter Permeabilität K und Forchheimer-Koeffizient c_F sind in der nachfolgenden Tabelle 5.3 zusammengefasst. Über die Messung konnte der nichtlineare Verlauf gut erfasst werden und zudem zeigt sich, dass sich die Strömung im untersuchten Reynolds-Bereich laminar verhält. Hierbei ist $Re \equiv Re_{D_h}$ mit dem hydraulischen Durchmesser des Rechteckkanals.

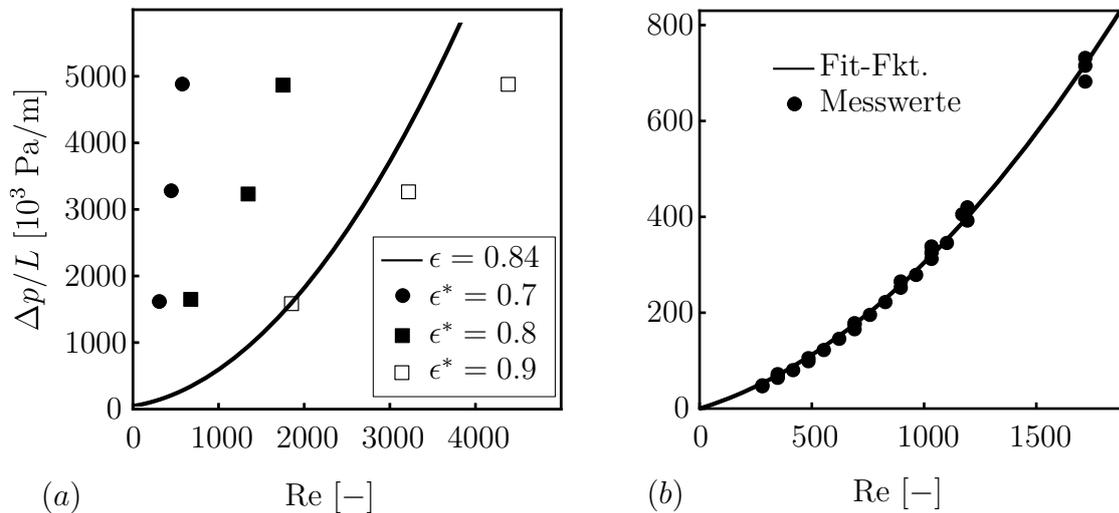


Abbildung 5.8.: Re gegen den normierten Druckabfall $\Delta p/L$: (a) Literaturwerte aus Andersen et al. [3] mit Fit-Funktion (Parameter in Tab. 5.3) (durchgezogene Linie); (b) experimentelle Messwerte ($\epsilon = 0.84$) für Durchströmung in x -Richtung mit Fit-Funktion (5.3). (Bemerkung: Die Literaturwerte wurden an das Medium Wasser angepasst. Die mit * gekennzeichneten Werte wurden mit Luft als Fluid gemessen mit Durchströmungsrichtung in Anisotropierichtung d. h. z -Richtung.)

ϵ	K_{exp} [10^{-10} m^2]	c_F	K_{korr} [10^{-10} m^2] (Gl. 5.20)
0.84	11.3	0.287	16.7

Tabelle 5.3.: Fit-Parameter (K, c_F) (Gl. 5.2).

In Abbildung 5.8 (a) ist ein Vergleich der experimentellen Werte zu den Literaturwerten von Andersen et al. [3] gezeigt. Die hier vorgestellten Messwerte sind konsistent mit diesen Literaturwerten, jedoch muss bei dem Vergleich berücksichtigt werden, dass in [3] eine andere Durchströmungsrichtung (in Anisotropierichtung, d. h. in z -Richtung) durch die Probe gewählt wurde, was zu größeren Druckverlusten im Vergleich zu den hier vorgestellten Werten (*exp*) führt. Während die Messwerte (*exp*) den nichtlinearen Verlauf zeigen, können die Literaturwerte (*lit*) diesen Verlauf nicht aufzeigen (vgl. Abb. 5.8 (a)).

Der Vergleich mit den Simulationen der realen Struktur RFS (siehe Abschnitt 5.4) zeigt eine Übereinstimmung in der Größenordnung, jedoch ließ sich über die Messungen keine Übereinstimmung mit den Simulationen erreichen. Die Gegenüberstellung findet sich in der nachfolgenden Tabelle 5.4. Die gemessene Permeabilität liegt deutlich unter den Simulationen. Somit konnten die idealen Annahmen der Simulation nicht vollkommen erfüllt werden, d. h. die Offenporigkeit der Struktur nimmt durch Verschmutzung bei der Versuchsdurchführung signifikant ab.

ϵ	$K_{RFS}[10^{-10} m^2]$	$K_{exp}[10^{-10} m^2]$	$K_{lit}[10^{-10} m^2]$
0.84	54.5	11.3	20

Tabelle 5.4.: Permeabilitäten.

6. Thermische Untersuchungen: Wärmeleitung

Die (effektive) Wärmeleitfähigkeit spielt eine entscheidende Rolle in der Effizienz poröser Materialien als Wärmeübertrager. Die Methoden zur Bestimmung dieser Größe lassen sich erneut in drei grobe Kategorien unterteilen: theoretische Modellierung, numerische Simulation und experimentelle Messung.

Zudem lässt sich die theoretische Modellierung näherungsweise in drei Gruppen unterteilen:

1. Modellierung über Feld-Näherung:

Maxwell [62] schlug als erster einen Lösungsansatz für kontaktfreie, sphärische Partikel in einem Medium durch Lösung der Laplace-Gleichung vor. Die leitenden Strukturelemente (z. B. Fasern) werden als Störung des linearen Wärmeflusses berücksichtigt. Durch Modifikation des Modells wurde versucht, verschiedenste Effekte zu berücksichtigen, wie die unterschiedlichen Partikelformen [17], [42]. Generell lässt sich feststellen, dass diese Modelle sich nicht für die genaue Beschreibung offenporöser Materialien eignen [79].

2. Modellierung durch Phasenmittlungs-Näherung:

Bei dieser Näherung erhält man die effektive Leitfähigkeit als eine gemittelte Eigenschaft der Mischung der einzelnen Phasen. In jeder Phase wird das Volumenmittel des Temperaturgradienten mit der mittleren Temperatur des Mediums in Beziehung gesetzt [93].

3. Modellierung durch Widerstands-Näherung:

Die einzelnen Phasen werden auf ein System thermisch resistiver Elemente (Schichten) abgebildet, welche dem Ohm'schen Gesetz gehorchen. Die Flusslinien folgen dabei geraden Linien. Dabei wird die Struktur der offenporösen Medien über das Widerstandssystem berücksichtigt [41].

Zu dieser Kategorie 3. gehören die im Weiteren vorgestellten theoretischen Ansätze.

Im nachfolgenden Abschnitt 6.1 wird die Modellgleichung der Wärmeleitung auf der makroskopischen Ebene vorgestellt und die zu ermittelnden Größen (die effektiven Wärmeleitfähigkeiten λ_{eff}) herausgestellt, welche zur Schließung des volumengemittelten Gleichungssystems notwendig sind. Zur Bestimmung der effektiven Wärmeleitfähigkeiten werden in Abschnitt 6.2 analytische Modelle aufgezeigt. In Abschnitt 6.3 werden über synthetisch generierte dreidimensionale Faserstrukturmodelle die Wärmeleitfähigkeiten numerisch berechnet und der Einfluss der Strukturparameter genauer untersucht. Abschließend wird in Abschnitt 5.4 eine numerische und experimentelle Validierung vorgestellt.

6.1. Makroebene: Wärmeleitung

Offenporöse Materialien wie metallische Schwämme und Faserstrukturen haben recht heterogene Strukturen mit variierenden Porengrößen und -formen. Die thermische Leitfähigkeit eines heterogenen Materials wird üblicherweise definiert als das Verhältnis von Wärmefluss zu dem Temperaturgefälle über eine Länge, welche mindestens eine Größenordnung über der Skala der Poren liegt (vgl. Abschnitt 4.3). Die Bestimmung dieser *effektiven* thermischen Leitfähigkeit λ_{eff} des porösen Materials wird makroskopisch beschrieben durch die Mittelung des mikroskopischen Wärmeübertragungsprozesses über eine repräsentative Elementarzelle (REV) (vgl. Abschnitt 4.3). Im Folgenden gilt abkürzend $\langle T \rangle \equiv T$.

Wenn ein lokales thermisches Gleichgewicht zwischen den Phasen angenommen wird, lassen sich die Wärmeübertragungsprozesse in den einzelnen Phasen (fest und flüssig) zusammenführen zu *einem* Wärmeübertragungsprozess. Diese Annahme eines „homogenen“ Feststoffes reduziert die Energietransportgleichungen (Gl. 4.16, Gl. 4.17) auf eine Energiegleichung, welche den konduktiven Wärmetransport beschreibt:

$$\rho_{eff} c_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\bar{\lambda}_{eff} \nabla T \right) + \dot{\mathbf{q}}_V, \quad (6.1)$$

mit den effektiven Größen ρ_{eff} , c_{eff} und $\bar{\lambda}_{eff}$. $\dot{\mathbf{q}}_V$ bezeichnet die volumetrische Wärmeproduktion (hier gilt $\dot{\mathbf{q}}_V = 0$). Die effektiven thermischen Leitfähigkeitskomponenten $\lambda_{eff,ij}$ ergeben sich aus der diagonalisierten Form der Gleichung 6.1 im stationären Fall:

$$\bar{\lambda}_{eff} = \text{diag} \left(\frac{-\int \dot{q}_x dA_x}{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) A_x}, \frac{-\int \dot{q}_y dA_y}{\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) A_y}, \frac{-\int \dot{q}_z dA_z}{\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) A_z} \right), \quad (6.2)$$

dabei bezeichnet \dot{q}_i den Wärmefluss in die Koordinatenrichtung $i \in \{x, y, z\}$ senkrecht zur Querschnittsfläche A_i des REV. $\left(\frac{\partial T}{\partial x_i}\right)$ ist der thermische Gradient entlang des REV.

Im Falle der anisotropen Faserstrukturen gilt für den Leitfähigkeitstensor:

$$\bar{\lambda}_{eff} = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

Somit wird die thermische Leitfähigkeit dieser Strukturen charakterisiert durch die zwei Komponenten: λ_{\perp} der Leitfähigkeit senkrecht zur Anisotropierichtung (Wärmestromrichtung in der xy -Ebene) und λ_{\parallel} der Leitfähigkeit parallel zur Anisotropierichtung (z -Achsen Richtung). Diese Nomenklatur wird im Folgenden verwendet.

Die thermische Leitfähigkeit eines porösen Materials hängt von zahlreichen Parametern ab: den thermischen Eigenschaften der einzelnen Phasen, den mikrostrukturellen Parametern, den Volumenanteilen der Konstituenten und in komplexer Weise von der geometrischen Struktur.

In erster Ordnung lässt sich die Gesamtleitfähigkeit λ_{eff} eines fluidgefüllten, porösen Mediums über die jeweiligen Volumenanteile abschätzen. Der Volumenanteil des Feststoffes und des Fluids sind gegeben durch: $\phi_s = \phi$, $\phi_f = 1 - \phi$ (vgl. Gl. 4.2).

Im Grenzfall paralleler Wärmeleitung in den einzelnen Phasen lässt sich die Gesamtleitfähigkeit $\lambda_{eff,p}$ ausdrücken über das gewichtete arithmetische Mittel der Leitfähigkeiten der einzelnen Phasen λ_s und λ_f

$$\lambda_{eff,p} = (1 - \phi) \lambda_f + \phi \lambda_s. \quad (6.4)$$

Im entgegengesetzten Grenzfall, wenn eine reihengeschaltete Wärmeleitung durch die einzelnen Phasen angenommen werden kann, lässt sich die Gesamtwärmeleitfähigkeit $\lambda_{eff,s}$ über das gewichtete harmonische Mittel ausdrücken

$$\frac{1}{\lambda_{eff,s}} = \frac{(1 - \phi)}{\lambda_f} + \frac{\phi}{\lambda_s}. \quad (6.5)$$

Die Gleichungen 6.4 und 6.5 liefern einen oberen bzw. unteren Grenzwert der Gesamtwärmeleitfähigkeit λ_{eff} . Ganz allgemein lässt sich λ_{eff} als Linearkombination der Grenzfälle Gl. 6.4 und Gl. 6.5 ausdrücken:

$$\lambda_{eff} = (1 - C) [(1 - \phi) \lambda_f + \phi \lambda_s] + \frac{C}{\frac{(1-\phi)}{\lambda_f} + \frac{\phi}{\lambda_s}}, \quad (6.6)$$

mit der Konstanten $C \in [0, 1]$, welche das Verhältnis zwischen paralleler und serieller Phasenordnung im heterogenen Medium quantifiziert.

6.2. Mikroebene

Im Folgenden werden zwei Modelle entwickelt, welche nach obiger Kategorisierung in die Widerstands-Näherung (siehe auf Seite 107) eingeordnet werden können.

Ein noch recht neuer Ansatz, um poröse Medien zu beschreiben, ist der *Elementarvolumen-Ansatz*, bei dem die effektive Wärmeleitfähigkeit der Struktur anhand der Elementarzelle einer vereinfachten Modellstruktur bestimmt wird. Calmidi und Mahajan [18] haben ein solches Modell bestehend aus hexagonalen Zellen für ein hochporösen Metallschaum erfolgreich aufgestellt. Dieses Modell wurde von Bhattacharya [13] durch Einführung von sphärischen Überschneidungen weiter verbessert. Eine genauere Abbildung der dreidimensionalen Metallschaumstruktur lieferten Boomsma und Poulikakos [15] mit einer Tetrakaidekaeder-Zelle mit zylindrischen Stegen und würfelförmigen Verbindungen. Ihr Modell lieferte eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen von Calmidi und Mahajan [18]. Trotz der großen Anstrengungen auf dem Gebiet des Elementarvolumen-Ansatzes konnte die Adäquatheit der Modelle nur für Strukturen hoher Porosität $\epsilon > 0.9$ gezeigt werden. Eine weitere Einschränkung der Modelle ist die Tatsache, dass diese auf Schaumstrukturen ausgelegt waren.

Ein aktueller Modellansatz, welcher zum einen den Fokus auf isotrope Faserstrukturen legt und zudem die Gültigkeit auf niedrigere Porositätsbereichen ($\epsilon > 0.8$) erweitert, wurde von Qu et al. [83] vorgestellt. Hier wird die offenporöse Struktur durch ein Oktett-Stabwerk modelliert.

Das im Folgenden entwickelte Modell (W1) stellt eine Erweiterung dieses Modells in zweierlei Hinsicht dar: (1) die über den Versinterungsvorgang hervorgerufene Verdickung der Faserverbindungen in der Struktur und (2) die Anisotropie der Faserstruktur werden zusätzlich durch W1 abgebildet.

6.2.1. Wärmeübertragungsmodell W1

Der funktionale Zusammenhang zwischen der effektiven Wärmeleitfähigkeit λ_{eff} und den charakteristischen Parametern des synthetischen Strukturmodells (SFS) sollen weiter auf ein analytisches Modell abgebildet werden. Hierbei wird der Versuch unternommen, die ungeordnete SFS auf eine geordnete Struktur – aufgebaut aus tetragonalen Dipyramiden – abzubilden (vgl. Abb. 6.1).

Die Kanten der Zellen bestehen aus zylindrischen Fasern der Durchmesser $d = 2a$. Diese sind über würfelförmige Geometrien der Kantenlänge r an den Ecken verbunden. Diese zusätzliche Verbindung stellt die “verdickten” Verbindungen zwischen den Fasern bei den versinterten Faserstrukturen dar (vgl. Abb. 4.2).

Aus Symmetriegründen lässt sich die Modellrechnung reduzieren auf einen Teil der Elementarzelle (grau hinterlegter Bereich in 6.1).

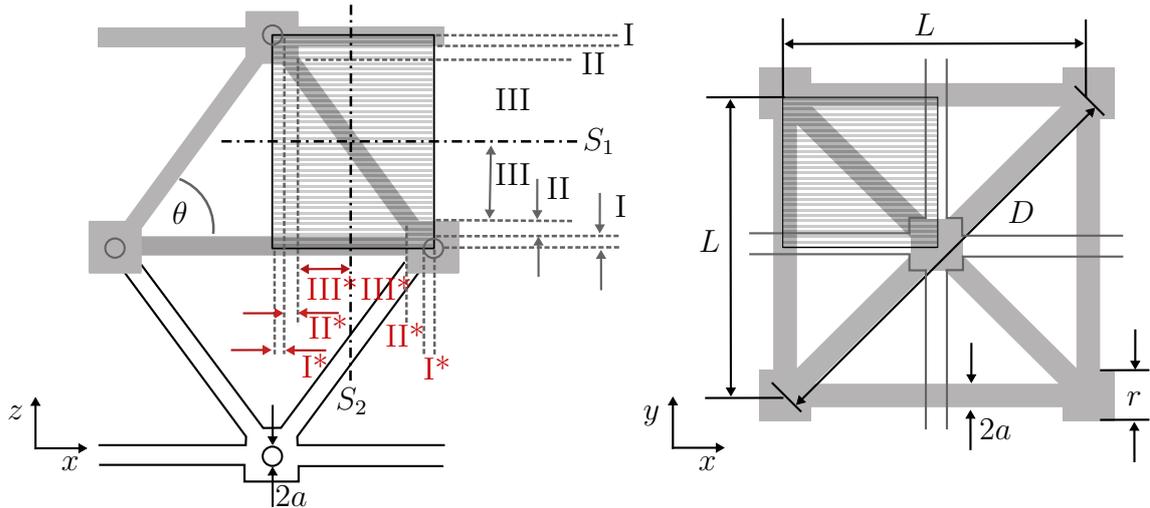


Abbildung 6.1.: Geometrie zum Wärmeleitfähigkeitsmodell W1: (grau hinterlegt) Elementarzelle der Struktur; $\{I, II, III\}$ bezeichnen die Segmente in Anisotropierichtung mit der Symmetrieebene S_1 und $\{I^*, II^*, III^*\}$ bezeichnen die Segmente senkrecht zur Anisotropierichtung mit der Symmetrieebene S_2 .

Widerstands-Methode

Die effektive Leitfähigkeit der mit einem Fluid der Leitfähigkeit λ_f gefüllten Faserstruktur der Faserleitfähigkeit λ_s wird über eine eindimensionale Wärmeleitungsanalyse bestimmt. Die Modellstruktur ist aus bipyramidalen Elementen aufgebaut (siehe Abb. 6.1). Für eine vorgegebene Wärmestromrichtung ergibt sich der thermische Gesamt Widerstand über die Reihenschaltung der einzelnen thermischen Schichten (hier I, II, III). In den einzelnen Schichten (Segmenten) werden die thermischen Widerstände der einzelnen Phasen parallel geschaltet.

Die effektive thermische Leitfähigkeit λ_{eff} in der Elementarzelle lässt sich somit in der Form ausdrücken:

$$\frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{1}{H_{tot}} \sum_i \frac{H_i}{\lambda_{eff,i}}, \quad (6.7)$$

mit der effektiven thermischen Leitfähigkeit $\lambda_{eff,i}$ im Segment i , der Höhe H_i des i -ten Segments und der Gesamthöhe $H_{tot} = \sum_i H_i$. Die Nomenklatur der Schichten ist in Abbildung 6.1 gezeigt: $i \in \{I, II, III\}$ für die Hauptwärmestromrichtung in z -Achsen-Richtung und $i \in \{I^*, II^*, III^*\}$ für die Hauptwärmestromrichtung in der xy -Ebene.

Die effektive Leitfähigkeit λ_i in den Segmenten wiederum erhält man über die thermische Leitfähigkeit der festen Phase λ_s und der flüssigen Phase λ_f in paralleler

Anordnung:

$$\lambda_{eff,i} = \epsilon_i \lambda_f + (1 - \epsilon_i) \lambda_s = \frac{V_{i,f}}{V} \lambda_f + \frac{V_{i,s}}{V} \lambda_s, \quad (6.8)$$

mit der Porosität ϵ_i , dem Fluidvolumen $V_{i,f}$ und dem Feststoffvolumen $V_{i,s}$ des i -ten Segments.

Makroskopische Größen

Die die Struktur definierenden Parameter sind in Abbildung 6.1 zusammengefasst. Hierbei wird die Anisotropie Ω_z (vgl. Gl. 4.4) der Struktur über den Geometrieparameter θ gesteuert, welcher den Faserwinkel zur xy -Ebene bezeichnet.

Der funktionale Zusammenhang dieser Größen ist gegeben durch:

$$\Omega_z(\theta) = \frac{4 \sin^2(\theta)}{4 + \sqrt{2} \cos(\theta)}. \quad (6.9)$$

Die Porosität ϵ der Modellstruktur ist gegeben durch den Ausdruck:

$$\epsilon = \frac{V_f}{V} = \frac{-2 \left(r^3 + 2a^2 \pi \left(L - r - 2\sqrt{2}r \right) \cot(\theta) + \sqrt{2}L \left(L^2 - 4a^2 \pi \cdot \sin^{-1}(\theta) \right) \right)}{\sqrt{2}L^3}, \quad (6.10)$$

mit den Geometrieparametern: Faserradius a , Kantenlänge der Verbindungen r und Abstand der Verbindungen in der xy -Ebene L .

Kontakt-Modellierung

Über die würfelförmigen Verbindungen im Modell (vgl. Abb. 6.1) wurde der morphologische Effekt der Versinterung von Faserstrukturen erfasst. Das durch die Fasern eingenommene Volumen bleibt durch den Versinterungsprozess konstant. Durch die Versinterung erhöht sich die Materialkonzentration in den Kontaktstellen bei gleichzeitiger Abnahme der Durchmesser der Verbindungsstege $2a$. Diese Materialkonzentration in den Kontaktstellen wird im Modell durch Würfel mit den Kantenlängen r abgebildet.

Der sich daraus ergebende funktionale Zusammenhang zwischen dem Faserradius a nach dem Sinterungsprozess als Funktion der Verdickung r und dem initialen (unversinterten) Faserradius a_0 ist:

$$a(r, a_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{2a_0^2 L \pi - 4a_0^3 \left((1 + 2\sqrt{2}) \pi - 2 \right) - r^3 + 2\sqrt{2} a_0^2 L \pi \cdot \cos^{-1}(\theta)}{L - (1 + 2\sqrt{2}) r + \sqrt{2} L \cdot \cos^{-1}(\theta)} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (6.11)$$

Dabei gelten die Beschränkungen: 1. $a < a_0$ und 2. $2a \leq r < L$.

Die Struktur ist insgesamt festgelegt über die Größen ϵ , Ω_z , a_0 und r . Während die ersten drei Parameter aus den Angaben der realen Strukturen genau bestimmt werden können, ist der Morphologieparameter r , der die Verdickungen an den Kontaktstellen charakterisiert, eine justierbare Größe.

Effektive Wärmeleitfähigkeit

Die resultierenden effektiven Leitfähigkeiten der einzelnen Segmente für die Wärmestromrichtungen parallel (\parallel) und senkrecht (\perp) zur Anisotropierichtung sind in den Tabellen 6.1 und 6.2 zusammengefasst.

Nr.	H_i	V_i	$V_{i,s}$	k_i
I	a	$aL^2/4$	$\frac{1}{4}a^2\pi(L-a) + \frac{ar^2}{4}$	$\lambda_f + (\lambda_s - \lambda_f) \frac{(a\pi(L-r)+r^2)}{L^2}$
II	$r/2 - a$	$\frac{1}{4}L^2 \left(\frac{r}{2} - a \right)$	$\frac{1}{4} \left(\frac{r}{2} - a \right) r^2$	$\lambda_f + (\lambda_s - \lambda_f) \frac{r^2}{L^2}$
III	$\tan(\theta) \frac{\sqrt{2}L}{4} - \frac{r}{2}$	$\frac{1}{4}L^2 \left(-\frac{r}{2} + \frac{L \tan(\theta)}{2\sqrt{2}} \right)$	$a^2\pi \left(\frac{L \cos^{-1}(\theta)}{2\sqrt{2}} - \frac{r}{\sqrt{2}} \right)$	$\frac{4a^2\pi}{L^2(-2r+\sqrt{2}L \tan(\theta))} \left\{ \sqrt{2}\lambda_f(2r - L \cos^{-1}(\theta)) + \lambda_s \sin(\theta)(-2r + \sqrt{2}L \tan(\theta)) \right\} + \lambda_f$

Tabelle 6.1.: Größen in den einzelnen Segmenten für die Wärmestromrichtung in Anisotropierichtung \parallel .

Nr.	H_i	V_i	$V_{i,s}$	k_i
I	a	a	$\frac{aL^2 \tan(\theta)}{2\sqrt{2}}$	$\lambda_f + (\lambda_s - \lambda_f) \frac{(a\pi(2a+L)-a\pi r+2r^2)}{2\sqrt{2}L^2 \tan(\theta)}$
II	$\frac{r}{2} - a$	$\frac{r}{2} - a$	$\frac{L^2(-2a+r)\tan(\theta)}{4\sqrt{2}}$	$\lambda_f + (\lambda_s - \lambda_f) \frac{(a^2\pi+r^2)}{L^2 \tan(\theta)}$
III	$\tan(\theta) \frac{\sqrt{2}L}{4} - \frac{r}{2}$	$\frac{L}{4} - \frac{r}{2}$	$\frac{L^2(L+2r)\tan(\theta)}{8\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}L^2(L-2r)} \left\{ 2a^2\pi \left[(\lambda_s - \lambda_f)(L-2r) + 8\sqrt{2}r\lambda_f r + \sqrt{2}(L-2r)\cos(\theta)\lambda_s \right] \tan^{-1}(\theta) + \lambda_f \sqrt{2}L(L(L-2r) - 4a^2\pi \sin^{-1}(\theta)) \right\}$

Tabelle 6.2.: Größen in den einzelnen Segmenten für die Wärmestromrichtung senkrecht zur Anisotropierichtung \perp .

Wenn die thermische Leitfähigkeit λ_s des porösen Materials deutlich höher ist als die thermische Leitfähigkeit des umgebenden Fluids ($\lambda_s \gg \lambda_f$), führt dies zu einer

zunehmenden Kanalisierung des Wärmestromes in den Stegen des porösen Materials. Somit gibt die Stegorientierung zunehmend die Wärmestromrichtung vor. Im korrigierten Ausdruck erfolgt die Wärmeleitung im Feststoff entlang der Achsen der Stege und in Richtung des Hauptwärmeflusses im Fluid. Im Folgenden wird vereinfachend die effektive Wärmeleitfähigkeit der Gesamtstruktur λ_{eff} abgekürzt mit λ .

Für den Fall des Hauptwärmestromes \dot{q}_{\parallel} in Anisotropierichtung (z -Richtung) erhält man die Gleichungen:

$$\dot{q}_{\parallel,3} = \lambda_f A_f \frac{(T_2 - T_1)}{H_3} + k_s A_s \frac{(T_2 - T_1)}{(H_3/\sin(\theta))}, \quad (6.12)$$

$$\dot{q}_{\parallel,3} = \lambda A_{tot} \frac{(T_2 - T_1)}{H_3}, \quad (6.13)$$

mit den Temperaturen an den entgegengesetzten Begrenzungsflächen des Segments (T_1, T_2), der Faser-Querschnittsfläche A_s und der Querschnittsfläche der flüssigen Phase A_f und des Segments A_{tot} (vgl. Abb. 6.1).

Kombiniert man die obigen Gleichungen Gl. 6.12 und 6.13, erhält man für die effektive Wärmeleitfähigkeit in dem Segment *III* den Ausdruck:

$$\lambda_{\parallel,3}(\theta) = \frac{A_f}{A_{tot}} \lambda_f + \frac{A_s \cdot \sin(\theta)}{A_{tot}} \lambda_s. \quad (6.14)$$

Die Korrektur für den Fall des Hauptwärmestromes senkrecht zur Anisotropierichtung \dot{q}_{\perp} erfolgt in analoger Weise. Diese korrigierten Ausdrücke für $\lambda_{\parallel,3}$ und $\lambda_{\perp,3}$ sind in den Tabellen 6.1 und 6.2 aufgeführt. Kombiniert man die Teileitfähigkeiten gemäß Gleichung 6.7, erhält man für die effektive Leitfähigkeit λ_{\parallel} der Struktur:

$$\begin{aligned} \lambda_{\parallel} &= \frac{H_{\parallel,tot}}{\sum_i \frac{H_{\parallel,i}}{\lambda_{\parallel,i}}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot \tan(\theta)}{L} \left\{ \frac{-4a+2r}{(\lambda_s - \lambda_f)r^2 + \lambda_f L^2} + \frac{4a}{\lambda_s(\pi a(L-r) + r^2) + \lambda_f(L-r)(L-a\pi+r)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos^{-1}(\theta)(-2r + \sqrt{2}L \tan(\theta))}{\lambda_f L^2 \cos^{-1}(\theta)(-2r + \sqrt{2}L \tan(\theta)) + 4a^2 \pi(\sqrt{2}\lambda_f \cos^{-1}(\theta)(2r - L \cos^{-1}(\theta)) + \lambda_s \tan(\theta)(-2r + \sqrt{2}L \tan(\theta)))} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Für die effektive Leitfähigkeit λ_{\perp} ergibt sich analog:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\perp} &= \frac{H_{\perp,tot}}{\sum_i \frac{H_i}{\lambda_i}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}L} \left\{ \frac{2(2a-r)\tan(\theta)}{(\lambda_f-\lambda_s)(a^2\pi+r^2)-\sqrt{2}\lambda_f L^2 \tan(\theta)} - \frac{8a\tan(\theta)}{(\lambda_f-\lambda_s)((2a+L)a\pi)-2\sqrt{2}\lambda_f L^2 \tan(\theta)} \right. \\
 &+ \frac{(L-2r)^2 \cos(\theta)}{\sqrt{2}\lambda_f L^2 (L-2r)\cos(\theta)+2a^2\pi \tan^{-1}(\theta)(\lambda_f[-2\sqrt{2}L+\lambda_f(-L+(2+4\sqrt{2})r)\cos(\theta)]+\lambda_s(L-2r)\cos(\theta))} \\
 &\left. \cdots \frac{1}{(1-\sqrt{2}\cos(\theta))} \right\}^{-1}. \tag{6.16}
 \end{aligned}$$

Somit ist der effektive Leitfähigkeitstensor $\bar{\lambda}_{eff}$ (Gl. 6.3) abhängig von λ_f , λ_s , ϵ , θ , a und dem Parameter r .

Eine Bestimmung des Parameters r lässt sich mit experimentellen Kalibrierwerten für die Strukturen von Interesse erreichen. Eine Herangehensweise zur Bestimmung dieses Parameters besteht in der Anpassung der Modellwerte $\bar{\lambda}_{eff}(r)$ an experimentell bestimmte Werte der effektiven Wärmeleitfähigkeit $\bar{\lambda}_{exp}$. Durch eine solche Anpassung erhält man ein Wärmeleitungsmodell, welches es erlaubt, die effektive Wärmeleitfähigkeit poröser Materialien einer größeren Strukturklasse vorherzusagen.

Der für die Anpassung zu minimierende Größe ist: $dev(r) = \sum_i |\lambda_{exp,ii} - \lambda_{eff,ii}(r)|$. Dabei bezeichnen λ_{exp} den experimentellen Wert und $\lambda_{eff}(r)$ den zugehörigen Modellwert (Gl. 6.15 bzw. Gl. 6.16).

Die für die hier untersuchten Faserstrukturen ermittelte dimensionslose Wert des Morphologieparameters ist: $r/a_0 = 4 \pm 0.3$.

6.2.2. Wärmeübertragungsmodell W2

Eine alternative und konzeptionell einfachere Modellbeschreibung der Wärmeübertragung basiert auf der Reduktion der Faserstrukturen auf eine offenporöse Struktur mit quaderförmigen Elementarzellen (vgl. Abb. 6.2). Hier wird die thermische Anisotropie der Struktur über den Parameter ξ gesteuert. Die analytische Modellbeschreibung für den isotropen Fall liefert Dulnev [32], basierend auf dem Widerstandsansatz Gl. 6.7 und Gl. 6.8. Über analoge Berechnung wie beim Modell W1 erhält man für die effektiven Wärmeleitfähigkeiten:

$$\lambda_{\parallel} = 4\nu^2\lambda_s + 4\left(\frac{1}{2} - \nu\right)^2 \lambda_f + \frac{4\xi\lambda_s\lambda_f\left(\frac{1}{2} - \nu\right)}{\lambda_f + \lambda_s\left(\frac{\xi}{2}\nu - 1\right)}, \tag{6.17}$$

$$\lambda_{\perp} = 4\xi\nu^2\lambda_s + 4\zeta\left(\frac{\xi}{2} - \nu\right)\left(\frac{1}{2} - \nu\right)\lambda_f + \frac{2\xi\lambda_s\lambda_f\left(\frac{\xi}{2} - \nu\right) + 2\xi\lambda_s\lambda_f\left(\frac{1}{2} - \nu\right)}{\lambda_f + \lambda_s\left(\frac{\nu}{2} - 1\right)}, \tag{6.18}$$

mit dem Strukturparameter $\nu = a/L$. Die Verbindungen haben einen quadratischen Querschnitt mit der Kantenlänge $d = 2a$ und die äußere Abmessung der Elementarzelle ist durch L und $H = \xi L$ gegeben.

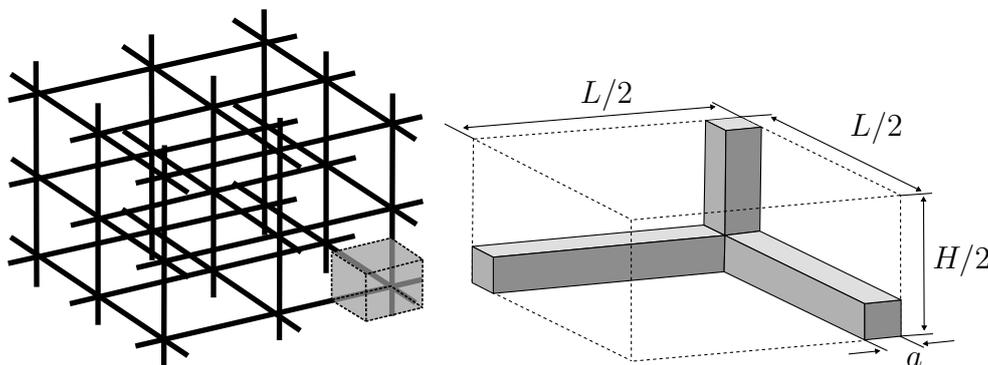


Abbildung 6.2.: Geometrie zum Wärmeleitfähigkeitsmodell W2: (links) Gesamtstruktur und (rechts) Elementarzelle mit Geometrieparametern.

Die Porosität ϵ der Struktur ist gegeben durch:

$$\epsilon = 1 - 4\nu^2 \left(\frac{2}{\xi} + 1 \right) + \frac{16}{\xi} \nu^3. \quad (6.19)$$

Wenn sich die Leitfähigkeiten der konstituenten Phasen stark unterscheiden, d. h. wenn die Leitfähigkeit des Fluids λ_f viel kleiner ist als die des Feststoffes $\lambda_s \gg \lambda_f$, lassen sich die Gleichungen 6.17 und 6.18 approximieren über:

$$\lambda_{\parallel} = 4\nu^2 \lambda_s, \quad (6.20)$$

$$\lambda_{\perp} = 4\xi \nu^2 \lambda_s. \quad (6.21)$$

Die Größe ν ist über den Zusammenhang Gl. 6.19 bestimmt. Somit ist der Anisotropiefaktor gleich dem Leitfähigkeitsverhältnis: $\xi = \lambda_{\parallel}/\lambda_{\perp}$.

Dieser thermische Anisotropiefaktor ξ lässt sich zu der geometrischen Tortuosität in Verbindung setzen, da die thermische Leitfähigkeit umgekehrt proportional zu der Tortuosität (vgl. Gl. 6.20) ist $\lambda \sim 1/\tau$ (Gl. 4.6). Die geometrische Tortuosität kann mit der in Abschnitt 4.1.2 erläuterten Methode bestimmt werden. Die Werte der Tortuositätsverhältnisse $\xi_{geom} = (\tau_{\parallel}/\tau_{\perp})$ für die realen Faserstrukturen sind in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Dabei bezeichnet τ_{\parallel} die Tortuosität in Anisotropierichtung (z -Richtung) und τ_{\perp} die Tortuosität senkrecht zur Anisotropierichtung. Der Zusammenhang zum thermischen Anisotropiefaktor kann durch folgenden Näherungsausdruck hergestellt werden:

$$\xi = \xi_{geom} \cdot \epsilon. \quad (6.22)$$

Die Gewichtung mit der Porosität ϵ ist notwendig, da der Tortuositätseinfluss mit abnehmender Porosität abnimmt, d. h. der Wärmestrom folgt immer weniger dem durch das Faserskelett vorgegebenen Wärmepfad.

Als einfache Approximationsfunktion lässt sich aus einem linearen Fit an die diskreten Werte der Tortuositätsverhältnisse der RFS (siehe 6.3) angeben:

$$\xi_{app}(\epsilon) = \frac{1}{2} \cdot \epsilon + 1 . \quad (6.23)$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gl. 6.20 und Gl. 6.21 ein, so erhält man einen geschlossenen Ausdruck für die effektive Leitfähigkeit, welche nur von den Geometrieparametern der porösen Struktur abhängt.

Faserproben	RFS1 ($\epsilon = 0.6$)	RFS2 ($\epsilon = 0.7$)	RFS3 ($\epsilon = 0.85$)
ξ_{geom}	2.28	2.01	1.77
$\xi_{geom} \cdot \epsilon$	1.38	1.41	1.50

Tabelle 6.3.: Tortuositätsverhältnis der realen Faserproben.

6.3. Modellstrukturuntersuchungen

Analog zu Abschnitt 5.3 lassen sich die thermischen Eigenschaften der Faserstrukturen durch synthetische Faserstrukturmodelle (SFS) untersuchen. In den nachfolgenden Untersuchungen wurde die Leitfähigkeit der flüssigen Phase vernachlässigt ($\lambda_f \rightarrow 0$), jedoch sind die hier vorgestellten Modelle nicht auf diesen Grenzfall beschränkt.

Um die thermischen Eigenschaften der Faserstruktur adäquat zu erfassen, ist hier eine Erweiterung der in Abschnitt 4.2 vorgestellten SFS notwendig. Da die Überschneidungen der Fasern entsprechend dem Erzeugungsprozess (vgl. Abschnitt 4.2.1) zufällig zustande kommen, ist die Leitfähigkeit der SFS geringer als der entsprechenden RFS. Deshalb müssen die SFS mit zusätzlichen thermischen Kontakten ergänzt werden (vgl. Abb. 6.3 (a)). Konkret werden bei Faserabständen d innerhalb der Struktur zusätzliche leitende Verbindungen (zylindrische Stege) eingefügt, wenn sie unter einen Grenzwert fallen ($d < d_{min}$).

Die Bestimmung dieser Grenzwerte erfolgt hier über den Abgleich mit den effektiven Leitfähigkeiten der RFS. Die quadratische Fit-Funktion der diskreten Stützwerte hat die Form:

$$\frac{d_{min}}{a_0} = 3.6 \cdot \epsilon^2 . \quad (6.24)$$

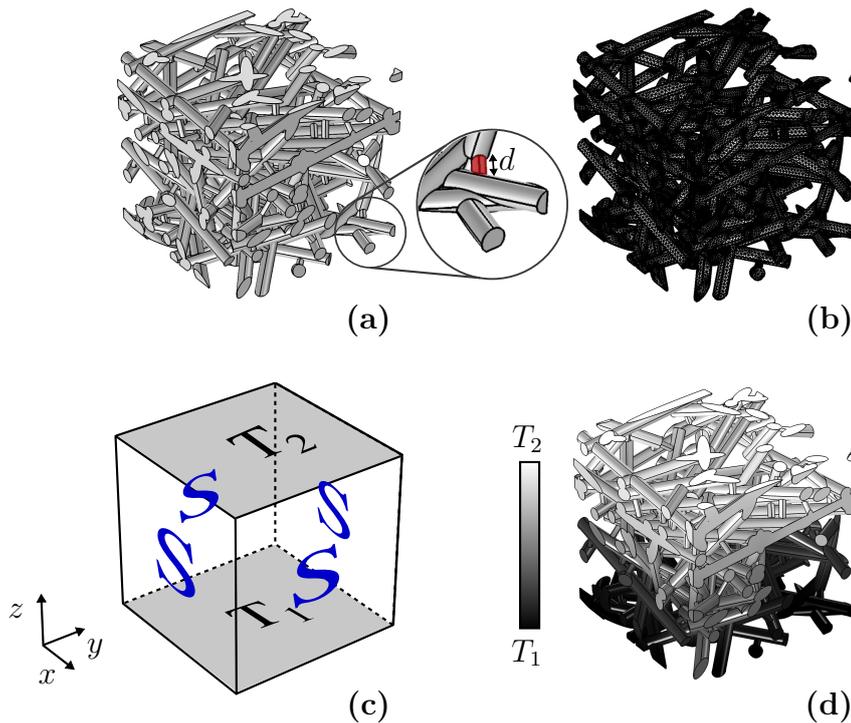


Abbildung 6.3.: (a) Geometrie der SFS mit Verbindungselementen (rote Markierung); (b) unstrukturiertes Netz zur numerischen Berechnung; (c) Randbedingungen der Simulation; (d) Simulationsergebnis: Oberflächentemperatur T .

Im Folgenden bezeichnet SFS* die synthetische Struktur *ohne* zusätzliche thermische Kontakte und SFS impliziert die Kontaktkorrektur gemäß Gl. 6.24

Im ersten Schritt wurde eine Parameterstudie mit den dreidimensionalen Faserstrukturmodellen durchgeführt. Der untersuchte Parameterraum ist in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Die Faserspezifikationen wurden gemäß [97] vorgegeben. Die im Folgenden gezeigten Werte sind ensemblegemittelte Werte (über drei Realisierungen) und werden mit λ ($\equiv \bar{\lambda}$) abgekürzt. Der Parameterraum umfasst $4 \times 5 = 20$ Punkte (vgl. Tabelle 6.4) mit jeweils drei Realisierungen und drei Wärmestromrichtungen (x , y und z) pro Realisierung, somit $4 \times 5 \times 3 \times 3 = 180$ Rechenpunkte.

Porosität ϵ	{0.6, 0.7, 0.8, 0.9}	Anisotropie Ω_z	{0.1, 0.8, 1.4, 2.4, 3.3}
----------------------	----------------------	------------------------	---------------------------

Tabelle 6.4.: Parameterraum.

Die Wärmeleitungssimulationen wurden durchgeführt durch das Setzen zweier unterschiedlicher Temperaturen T_1 und T_2 am Rand des REV (vgl. Abb. 6.3 (b)). Die drei orthogonalen Richtungen $\{x, y, z\}$ wurden untersucht, um den Effekt der Anisotropie der Strukturen zu erfassen. In Abbildung 6.3 sind die einzelnen Berechnungsschritte gezeigt: (a) Erstellung der SFS Geometrie; (b) Vernetzung mit unstrukturiertem Netz.

rierten Tetraeder-Elementen; (c) Setzen der Randbedingungen: $T_1 - T_2 = 1\text{ K}$ und der Symmetrierandbedingung an den übrigen Seiten des REV und (c) numerische Lösung der DGL (Gl. 6.1).

Aus den berechneten Werten des Wärmestromes \dot{q} durch die SFS lässt sich die effektive Leitfähigkeit λ gemäß Gl. 6.2 bestimmen über:

$$\lambda = \frac{\dot{q} \cdot \Delta x}{A(T_1 - T_2)}, \quad (6.25)$$

mit der Querschnittsfläche A und der Kantenlänge Δx des REV.

Die gemittelten thermischen Leitfähigkeits-Werte λ für die Parameterwerte (Tab. 6.4) sind in Abbildung 6.4 zusammengeführt. Hier sind zum einen die Ergebnisse der einfachen SFS* gezeigt. Man erkennt die Abnahme der thermischen Leitfähigkeit mit zunehmender Porosität, d. h. mit der Abnahme an leitfähigem porösen Material. Die effektive Leitfähigkeit fällt zu sehr hohen Porositäten ($\epsilon \rightarrow 0.9$) stark ab. Dieser abrupte Abfall ist – wie oben erläutert – der relativen Einfachheit der SFS* geschuldet, da Überschneidungen der Fasern bei der synthetischen Erzeugung zufällig zustande kommen und zu hohen Porositäten die Überschneidungswahrscheinlichkeit stark abnimmt. Deshalb ist eine Kontaktkorrektur entsprechend Gl. 6.24 essentiell im hohen Porositätsbereich ($\epsilon > 0.8$).

Im direkten Vergleich sind die Leitfähigkeiten der korrigierten SFS in Abbildung 6.4 gezeigt. Deutlich zu erkennen ist die Kontaktkorrektur bei den Porositäten $\epsilon = 0.8$ und $\epsilon = 0.9$.

Betrachtet man den Anisotropie-Effekt auf die thermische Leitfähigkeit λ , so erkennt man eine starke Abnahme der parallelen Leitfähigkeit λ_{\parallel} mit zunehmender Anisotropie ($\Omega_z \rightarrow 0$), wohingegen die Leitfähigkeit λ_{\perp} weniger stark beeinflusst wird und zu starken Anisotropien ($\Omega_z < 0.15$) insensitiv gegenüber diesem Parameter wird. Diese Abnahme der Sensitivität ist auch der Größe des REV geschuldet, da bei sehr großer Anisotropie die Längenskala der Tortuosität die Kantenlänge des REV übersteigt, d. h. in diesen Extremfällen ist die Struktur senkrecht zur Anisotropierichtung nicht repräsentativ erfasst.

In Abbildung 6.4 sind die numerischen Ergebnisse der Parameterstudie dem Wärmeübertragungsmodell W1 (Gl. 6.15, Gl. 6.16) gegenübergestellt. W1* bezeichnet den Grenzfall $a_0 \rightarrow a$ (d. h. keine Versinterung). Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung im Anisotropiebereich $\Omega_z > 0.1$ für λ_{\parallel} und im Bereich $\Omega_z > 0.18$ für λ_{\perp} . Die zunehmende Diskrepanz bei der \perp -Komponente zwischen dem Modell λ_{\perp} und den SFS zu großen Anisotropien liegt – wie oben erläutert – in der nicht mehr ausreichenden Ausdehnung des REV für ($\Omega_z \rightarrow 0$).

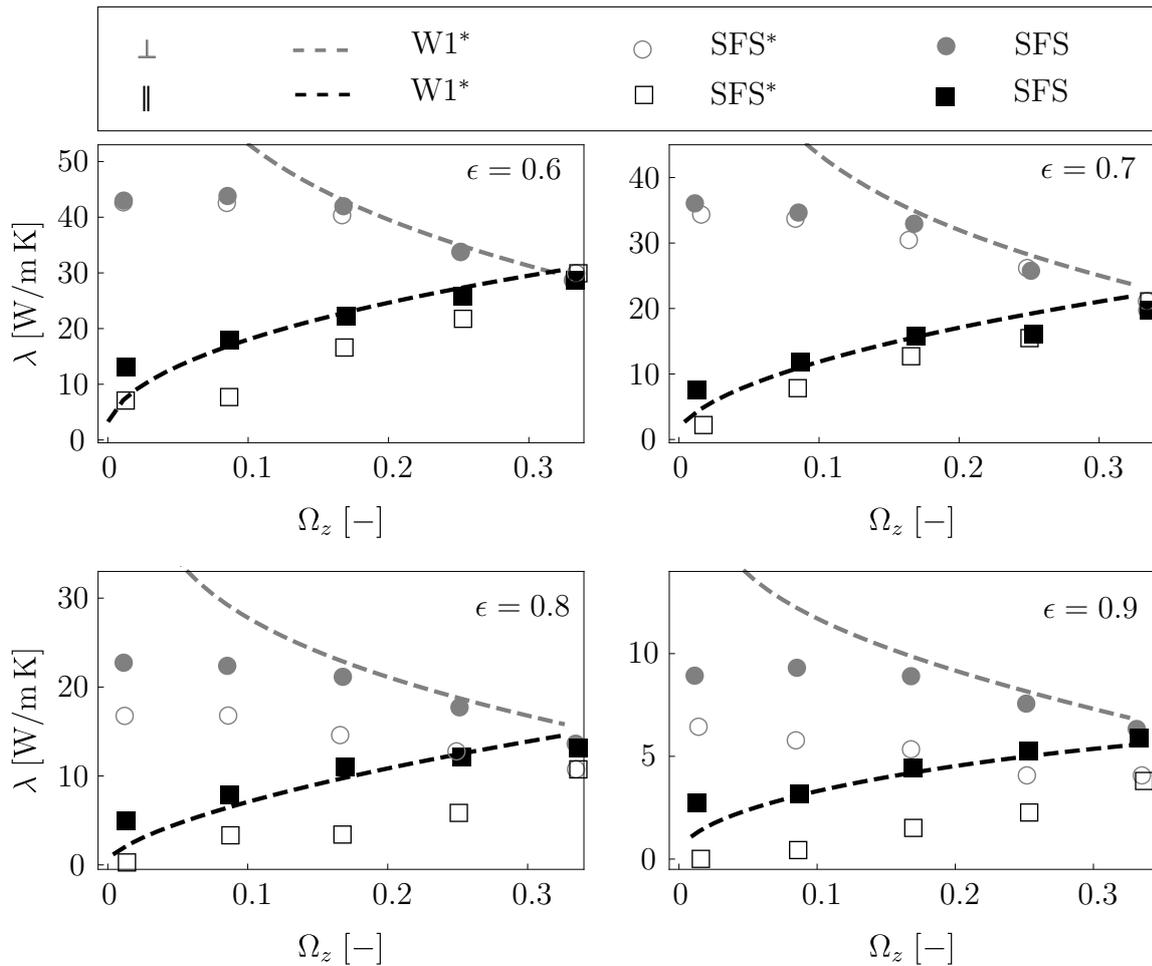


Abbildung 6.4.: Effektive Wameleitfahigkeit λ in Abhängigkeit von der Anisotropie Ω_z für die Porositäten $\epsilon \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$: (leere Symbole) SFS*, (gefüllte Symbole) SFS und (gestrichelte Linien) W1 (Gl. 6.15 und Gl. 6.16) für die orthogonalen Richtungen \parallel und \perp . W1* stellt den Grenzfall $a \rightarrow a_0$ dar.

6.4. Numerische und experimentelle Validierung

Zur Validierung der in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellten Modellansätze zur Vorhersage der thermischen Leitfähigkeit von Faserstrukturen werden erneut zwei Ansätze verfolgt: zum einen über den Vergleich mit experimentellen Daten von Veyhl et al. [100] und zum anderen über numerische Vergleichsrechnungen mit tomographiebasierten Geometrien (vgl. Abschnitt 4.2.2). Bei den numerischen Berechnungen werden erneut ensembledemittelte Ergebnisse für λ gezeigt, d. h. es wird jeweils über drei Realisierungen gemittelt.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Abbildung 6.5 zusammengefasst. Gezeigt sind jeweils die zwei Hauptwarmestromrichtungen (\parallel und \perp) für die RFS mit den zugehörigen Modellstrukturen SFS und mit den experimentellen Werten (EXP)

gemessen von Veyhl et al. [100]. Zudem sind die analytischen Modellfunktionen gezeigt: W1 (Gl. 6.15, Gl. 6.16) und W2 (Gl. 6.20, Gl. 6.21). Deutlich zu sehen ist die Anisotropie der Wärmeleitung $\xi_{th} = (\lambda_{\parallel}/\lambda_{\perp})$ im gesamten betrachteten Porositätsbereich. Im Vergleich mit den Modellwerten zeigen die experimentellen Werte aus der Literatur etwas gedämpftere Anisotropieverhältnisse ξ_{th} . Die Komponente λ_{\perp} ist im simulierten Fall signifikant höher als die experimentell bestimmten Werte. Dies liegt an der Materialinhomogenität in der realen Struktur, d. h. durch die Sinterung werden keine optimalen, homogenen thermischen Kontakte erzeugt [4], weshalb der reale Widerstand dieser Kontakte größer ist als im simulierten Fall. Eine mögliche Korrektur zur genaueren Erfassung der thermischen Leitfähigkeiten stellt die Einführung einer effektiven Leitfähigkeit für das Grundmaterial der Faserstruktur mit einem geringeren Leitfähigkeitswert $\tilde{\lambda}_s < \lambda_s$ dar. Hierdurch würden die zusätzlichen thermischen Widerstände, welche bei dem Sinterungsprozess entstehen, korrigiert.

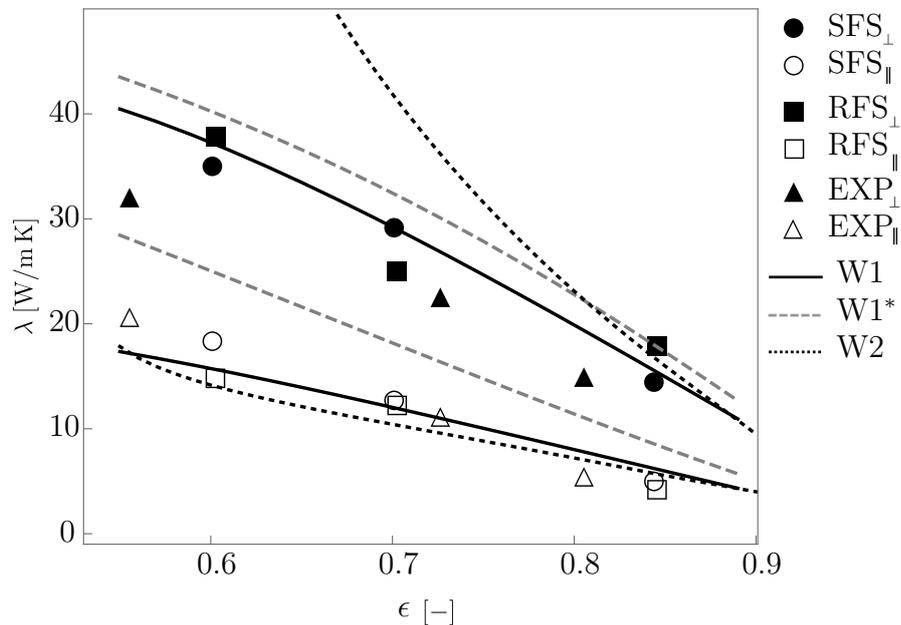


Abbildung 6.5.: Effektive Wärmeleitfähigkeit λ für die orthogonalen Richtungen \parallel und \perp in Abhängigkeit von der Porosität ϵ : (Kreis) Modellstruktur SFS, (Rechteck) reale Strukturen RFS und (Dreieck) experimentelle Werte EXP [100]. Analytische Modelle: (schwarz durchgezogen) W1 (Gl. 6.15, Gl. 6.16), (grau gestrichelt) W1 für den Grenzfall $a \rightarrow a_0$ und (schwarz gepunktet) W2 (Gl. 6.20, Gl. 6.21).

Vergleicht man die Ergebnisse der numerischen Berechnungen für die RFS und die angepassten SFS, so erhält man für alle untersuchten Fälle eine gute Übereinstimmung. Die Anpassung der SFS an die RFS erfolgte nicht nur hinsichtlich der Porosität ϵ und der Anisotropie $\bar{\Omega}$, sondern auch hinsichtlich der Kontaktkorrektur (Gl. 6.24). Somit lässt sich die reale Faserstruktur auch hinsichtlich des thermischen Charakteristikums der Leitfähigkeit akkurat über die dreidimensionalen SFS Modelle erfassen.

Der Vergleich mit den analytischen Modellen zeigt, dass W1 (Gl. 6.15, Gl. 6.16) mit dem Morphologieparameter r/a_0 (vgl. Abschnitt 6.2.1) eine sehr gute Übereinstimmung mit den RFS-Werten im gesamten untersuchten Porositätsbereich liefern. Der Einfluss des Formparameters ist in Abbildung 6.5 explizit gezeigt durch den Grenzfall W1* mit verschwindenden Verbindungselementen: $r/a_0 \rightarrow 0$ ($a \rightarrow a_0$). Betrachtet man das analytische Modell W2 (Gl. 6.20, Gl. 6.21), so zeigt sich, dass die Leitfähigkeitskomponente λ_{\perp} gegenüber den RFS zu niedrigen Porositäten deutlich überschätzt wird. Somit lässt sich die effektive Leitfähigkeit für geringe Porositätswerte $\epsilon < 0.8$ über das geometrische Tortuositätsverhältnis ξ_{geom} (Gl. 6.22) und eine einfache quaderförmige Struktur nicht adäquat charakterisieren.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass die thermische Charakteristik der anisotropen effektiven Wärmeleitfähigkeit λ gut über synthetisch generierte und damit strukturell einfachere Geometrien (SFS) erfasst werden kann. Zudem erhält man über das analytische Modell W1 über den Morphologiefaktor r/a_0 einen genau anpassbaren, geschlossenen Modellausdruck zur einfachen Modellierung der Materialklasse der offenporösen Faserstrukturen.

7. Thermische Untersuchungen: Wärmeübergang

Neben den zahlreichen experimentellen Untersuchungen wurden für den Fall der Schaumstrukturen vereinfachte Beschreibungsversuche entwickelt. Dukhan et al. [31] haben eine einfache Abbildung auf parallele Fasern vorgestellt, um die Temperaturverteilung in offenporösen Metallschwämmen vorherzusagen. Dieser Ansatz ist jedoch auf den Strömungsbereich niedriger Reynolds-Zahlen beschränkt, wo ein lokales thermisches Gleichgewicht zwischen Fluid und Feststoff angenommen werden kann. Für thermisches Nichtgleichgewicht macht die komplexe Geometrie der porösen Strukturen die Vorhersage des Wärmeübergangs schwierig. Es gibt Ansätze, diese Strukturen auf einfache kubische Geometrien bestehend aus kubischen Elementarzellen mit zylindrischen Verbindungen (vgl. Abb. 6.2) abzubilden [58], [13]. Basierend auf diesen Modellstrukturen haben Lu et al. [58] einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Struktur des offenporösen Metallschaums und der Wärmeübertragung bei erzwungener Konvektion hergeleitet. Hier wurden die Verbindungselemente vernachlässigt und somit wurde die kubische Struktur auf eine Zusammensetzung von unidirektionalen Faserbündeln reduziert. Eine Erweiterung unter Berücksichtigung der Verbindungen im kubischen Modell wurde von Ghosh [38] vorgestellt. Hier wird der konvektive Wärmeübergang an die Wärmeleitung in dem verschalteten Gitter gekoppelt.

Kürzlich wurden aufgelöste Metallschaumstrukturen erfolgreich numerisch mittels CFD untersucht. Hier zeigt sich das Potential die Charakteristiken der Strukturen zu erfassen. Neben der makroskopischen Betrachtung des porösen Mediums unter Vernachlässigung der kleinen Skalen (vgl. Abschnitt 4.3) werden zunehmend mikroskopische Berechnungen durchgeführt, bei welchen der konvektive Wärmetransport auf der kleinsten (Poren-)Skala aufgelöst wird. Es werden sowohl idealisierte Geometrien [54], [87], [104] als auch realistische Geometrien offenporöser Strukturen [78], [14], [106], [28] untersucht.

Im nachfolgenden Abschnitt 7.1 wird das Modellgleichungssystem des Wärmetransportes auf der makroskopischen Ebene vorgestellt und die zu ermittelnde Größe des Wärmeüberganges h zur Schließung der Transportgleichungen aufgezeigt. Die zur experimentellen Bestimmung des lokalen Wärmeüberganges verwendete Methodik, basierend auf der IR-Messung wird in Abschnitt 7.2 dargestellt. In Abschnitt 7.3 wird ein analytisches Modell erarbeitet und in Abschnitt 7.3.5 erfolgt eine Gegenüberstellung mit Modellen aus der Literatur und den experimentell gewonnenen

Werten. Die numerische Bestimmung des Wärmeüberganges auf Mikroebene unter Einfluss der Strukturparameter erfolgt mit synthetisch generierten dreidimensionalen Faserstrukturmodellen (vgl. Abschnitt 7.4). Die numerische Validierung ist in Abschnitt 7.4.2 aufgeführt.

7.1. Makroebene: Wärmeübergangsmodellierung

Wegen der zahlreichen Parameter, welche die thermohydraulische Eigenschaften der offenporösen Metallstrukturen beeinflussen, sind numerische Simulationen notwendig. Einen Gesamtwärmeübertrager mit offenporösen Strukturen vollständig aufgelöst zu simulieren, ist nicht umsetzbar, da eine sog. Direkte Numerische Simulation (DNS) an vollständig aufgelösten Strukturen einen enormen rechnerischen Aufwand bedeutet. Auf der anderen Seite sind experimentelle Untersuchungen hinsichtlich der vielen Parameter entsprechend aufwändig. Eine effiziente und genaue Möglichkeit, makroskalige Strukturen numerisch zu untersuchen, liegt in der Volumenmittlungs-Methode, was im Folgenden dargestellt wird.

7.1.1. Schließung der volumengemittelten Energiegleichungen

Sobald in einer der Phasen (fest bzw. flüssig) eine signifikante Wärmeerzeugung auftritt, kann man die Temperaturen in den jeweiligen Phasen nicht mehr als gleich annehmen. Die Annahme eines lokalen thermischen Gleichgewichts ist keinesfalls trivial, da sich die lokal vorherrschenden Temperaturdifferenzen zwischen den zwei Phasen nicht einfach abschätzen lassen [85]. Durch Anwendung eines Zweigleichungs-Energiemodells lässt sich dieses Problem beheben. Beispiele, in denen die Annahme eines lokalen thermischen Gleichgewichts fehlschlägt, lassen sich bei Quintard und Whitaker nachlesen [84].

Die volumengemittelten Energiegleichungen wurden in Abschnitt 4.3.2 hergeleitet. Angesichts der unbestimmten Größen in Gl. 4.18 und Gl. 4.19 ist eine Modellierung dieser Terme notwendig.

Der Konvektionsterm wird oft über eine grenzflächenbezogene Wärmeübergangsbedingung der folgenden Form modelliert:

$$\frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda \nabla T \cdot d\mathbf{A} = a_{sf} h_{sf} (\langle T_s \rangle^s - \langle T_f \rangle^f) , \quad (7.1)$$

mit der spezifischen Oberfläche $a_{sf} = A_{sf}/V_{REV}$ und dem Wärmeübergangskoeffizienten h_{sf} an der fest-flüssigen Kontaktfläche A_{sf} .

Ein oft angewendeter heuristischer Ansatz [52], welcher auf Gleichung 7.1 basiert, ist eine vereinfachte Form der Gleichungen Gl. 4.18 und Gl. 4.19:

$$(\rho_f c_{p,f}) \left\{ \epsilon \frac{\partial \langle T_f \rangle^f}{\partial t} + \langle \mathbf{v} \rangle \cdot \nabla \langle T_f \rangle^f \right\} = \nabla \cdot \bar{\bar{\lambda}}_{eff,f} \nabla \langle T_f \rangle^f + a_{sf} h_{sf} \left(\langle T_s \rangle^s - \langle T_f \rangle^f \right) , \quad (7.2)$$

$$(\rho_s c_s) (1 - \epsilon) \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} = \nabla \cdot \bar{\bar{\lambda}}_{eff,s} \nabla \langle T_s \rangle^s - a_{sf} h_{sf} \left(\langle T_s \rangle^s - \langle T_f \rangle^f \right) , \quad (7.3)$$

mit den intrinsischen Temperaturmittelwerten der flüssigen Phase $\langle T \rangle^f$ und der festen Phase $\langle T \rangle^s$. Für den Grenzfall des lokalen thermischen Gleichgewichts gilt $\langle T \rangle^f = \langle T \rangle^s$, d. h. eine Temperaturangleichung in den angrenzenden Phasen. Vergleicht man die Terme $\bar{\bar{\lambda}}_{eff}$ der Gleichungen Gl. 4.18 und Gl. 4.19 mit den entsprechenden Termen in Gl. 7.2 und Gl. 7.3, so erhält man folgende Zusammenhänge für die einzelnen Phasen:

$$\bar{\bar{\lambda}}_{eff,f} = \epsilon \lambda_f \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\lambda}}_{t,f} + \bar{\bar{\lambda}}_{d,f} , \quad (7.4)$$

$$\bar{\bar{\lambda}}_{eff,s} = (1 - \epsilon) \lambda_s \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\lambda}}_{t,s} , \quad (7.5)$$

mit dem Einheitstensor $\bar{\bar{I}}$. Damit setzen sich die effektiven Leitfähigkeitstensoren ($\bar{\bar{\lambda}}_{eff,f}$, $\bar{\bar{\lambda}}_{eff,s}$) zusammen aus einem Anteil, welcher aus der molekularen Diffusion resultiert ($\epsilon \lambda_f \bar{\bar{I}}$ bzw. $(1 - \epsilon) \lambda_s \bar{\bar{I}}$), aus einem Anteil, welcher aus der thermischen Tortuosität resultiert ($\bar{\bar{\lambda}}_{t,f}$), und im Fluid noch aus einem Anteil, welcher die thermische Dispersion quantifiziert ($\bar{\bar{\lambda}}_{d,f}$).

Für die Modellierung der effektiven Wärmeleitfähigkeiten $\bar{\bar{\lambda}}_{eff}$ (Gl. 7.4, 7.5) wurde die Gradienten-Diffusionshypothese (Nayakama [72]) angenommen:

$$\begin{aligned} \rho c_{p,f} \langle \mathbf{v}' T_f' \rangle &= \lambda_{d,f} \nabla \langle T_f \rangle^f \\ \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_f T_f' d\mathbf{A} &= \lambda_{t,f} \nabla \langle T_f \rangle^f \\ \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \lambda_s T_s' d\mathbf{A} &= \lambda_{t,s} \nabla \langle T_s \rangle^s , \end{aligned} \quad (7.6)$$

d. h. die diffusiven Flüsse (linken Terme) werden proportional zum Gradienten der skalaren Größe $\langle T \rangle$ angenommen.

Die effektive Leitfähigkeit der festen Phase wird in Kapitel 6 genauer untersucht.

Für die flüssige Phase hat man in gesonderten Studien [56] gezeigt, dass der thermische Dispersionsanteil $\lambda_{d,f}$ den thermischen Dispersionsanteil $\epsilon \lambda_f$ und den Tortuositätsanteil $\lambda_{t,f}$ übertrifft. Somit lässt sich für ausreichend große Peclet-Zahlen ($Pe \geq 10$) in guter Näherung annehmen: $\bar{\bar{\lambda}}_{eff,f} \approx \bar{\bar{\lambda}}_{d,f}$.

Die explizite Näherung gemäß Kuwahara et al. [56] ist für die longitudinale Dispersion:

$$(\lambda_{d,f})_{\parallel} = \frac{2.1 \cdot Pe}{(1 - \epsilon)^{0.1}} \cdot \lambda_f, \quad (7.7)$$

und für die transversale Dispersion:

$$(\lambda_{d,f})_{\perp} = 0.052 \cdot (1 - \epsilon)^{0.5} \cdot Pe \cdot \lambda_f. \quad (7.8)$$

Dabei bezeichnet \parallel die Dispersionsrichtung in Strömungsrichtung und \perp die Dispersionsrichtung senkrecht zur Strömungsrichtung. Die Peclet-Zahl ist hier definiert über: $Pe = (\rho c_p) v_m d_F / \lambda_f$ (mit der uniformen, makroskopischen Geschwindigkeit v_m).

Der effektive Wärmeleitfähigkeitstensor der festen Phase $\bar{\lambda}_{eff,s}$ wird im Weiteren durch die Ergebnisse von Kapitel 6 bestimmt. Die effektive Wärmeleitfähigkeit der flüssigen Phase wird durch Gl. 7.7 und Gl. 7.8 charakterisiert und für die weiteren Untersuchungen herangezogen. Somit bleibt im Zweigleichungsmodell als unbestimmter Parameter der Wärmeübergangskoeffizient h_{sf} übrig.

7.2. Experimentelle Methode: Indirekte Methode

Aufgrund der Komplexität des Gesamtmessaufbaus lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient h_{sf} der Faserstruktur nicht *direkt* bestimmen. Deswegen wurden die Messdaten als Randbedingungen für ein numerisches zweidimensionales Modell des Messabschnittes herangezogen. Die Modellierung des Wärmeübergangs in der offenporösen Wärmeübertragungsstruktur basiert auf den Modellgleichungen Gl. 7.2 und Gl. 7.3. Das numerische Modell basierend auf diesen Modellgleichungen mit den gewählten Randbedingungen ist in Abbildung 7.1 skizziert. Die experimentelle Methodik zur Generierung der Messdaten ist in Abschnitt 4.4 genauer beschrieben.

Kalibrierung des numerischen Modells

In Abbildung 7.1 ist das numerische 2D-Modell gezeigt. Am Einlass wird eine ausgebildete laminare Strömung angenommen mit der Temperatur T_0 . An der Oberseite des IR-Glases und an der Unterseite der Heizfolie ist ein (freier) konvektiver Wärmetransport an die Umgebung (T_{amb}) möglich. Für die restlichen Wände werden adiabate Randbedingungen gesetzt. Der Wärmeeintrag des elektrischen Widerstandsheizers (Heizmäanders) wird durch einen Wärmestrom \dot{q}_{ein} über eine diskretisierte Fläche bzw. Linie (rote Linien in Abb. 7.1) abgebildet. Der Wärmestrom ist von der Temperatur unabhängig.

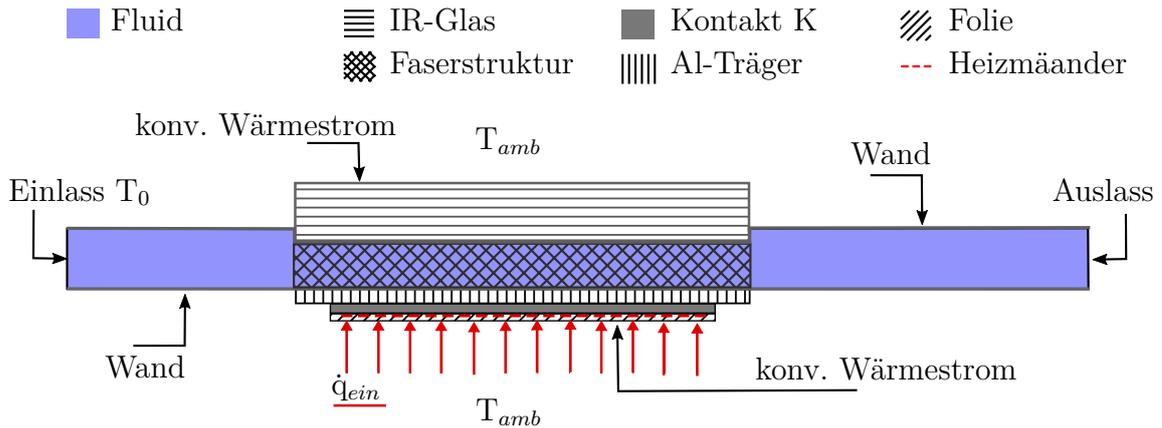


Abbildung 7.1.: Numerisches Modell: 2D Simulationsgebiet mit Randbedingungen.

Zur Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten h_{sf} müssen alle anderen Modellgrößen bestimmt werden. Als unbekannte Größe bleibt der thermische Gesamt Widerstand der Gesamtheit bestehend aus Wärmeleitfolie und Wärmeleitkleber, mit welchem der thermische Kontakt zu der Probe hergestellt wurde. Dieser Verbundanteil wird im numerischen Modell als homogene Kontaktschicht K der Dicke d_K modelliert (siehe *Kontakt K* in Abb. 7.1). Aus diesem Grund wurden Referenzmessungen ohne Wärmeübertragerstruktur durchgeführt, d. h. mit offenem Fluidkanal, bei demselben Massenstrom. Über die Temperaturprofilmessungen an der Heizfolien- und der Fluidkanalseite lässt sich diese Modellgröße λ_K bestimmen, welche die effektive Wärmeleitfähigkeit des Kontakts K ist.

Dies lässt sich als unbeschränktes Optimierungsproblem mit der Zielfunktion F formulieren:

$$F(\lambda) = [\gamma \cdot \tilde{T}_A(\lambda) + (1 - \gamma) \cdot \tilde{T}_B(\lambda)]$$

$$\min_{\lambda} F(\lambda) \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R}^+$$
(7.9)

Vereinfachend wird hier λ_K durch λ abgekürzt. Die Temperaturprofilabweichungen werden quantifiziert über: $\tilde{T}_X(\lambda) = \frac{1}{N_X} \int_0^L \text{abs}[\Delta T_{X,exp}(x) - \Delta T_{X,num}(x; \lambda)] dx$ für die Fluid-Seite $X = A$ und für die beheizte Seite $X = B$ (siehe Abb. 7.2). Diese Größen sind normiert über den integralen Wert der experimentell bestimmten Temperaturerhöhung $N_X = \int_0^L \Delta T_{X,exp}(x) dx$ mit dem Messabschnitt der Probe L .

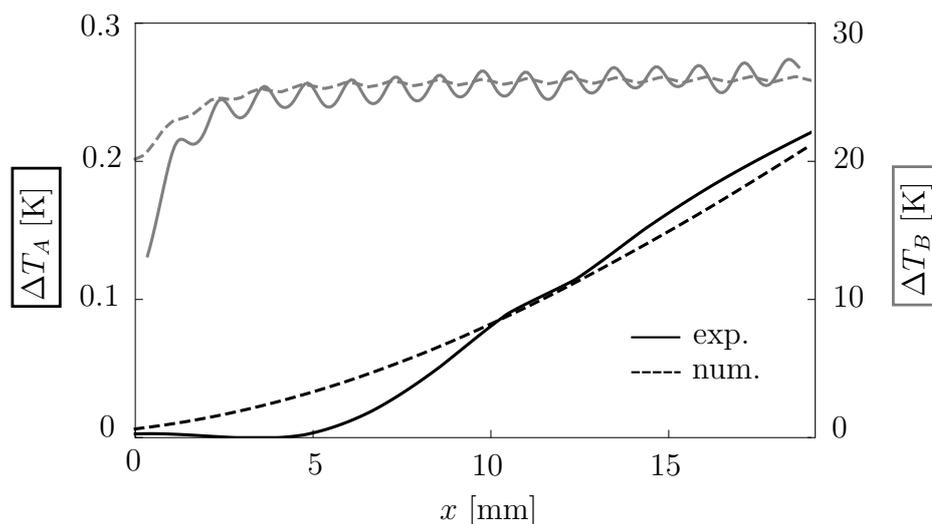


Abbildung 7.2.: Die numerisch und experimentell bestimmten Temperaturerhöhungen auf der Fluid-Seite ΔT_A und auf der beheizten Seite ΔT_B .

Der Gewichtungsfaktor $\gamma \in [0, 1]$ wurde in den weiteren Berechnungen $\gamma = 1/2$ gesetzt. Diese Festlegung ist legitim, da das Ergebnis nicht sensitiv bzgl. der genauen Wahl von γ ist. Die Ergebnisse dieser Modellkalibrierungsrechnungen sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst.

$\tilde{\lambda}_{opt} [\text{W/m K}]$	$Std_{\tilde{\lambda}}$	$\Delta T_{ch}(\lambda_{opt})$	$\Delta T_{hf}(\lambda_{opt})$
0.257	0.009	10^{-3}	10^{-3}

Tabelle 7.1.: Ergebnisse der Kalibrierungsrechnungen.

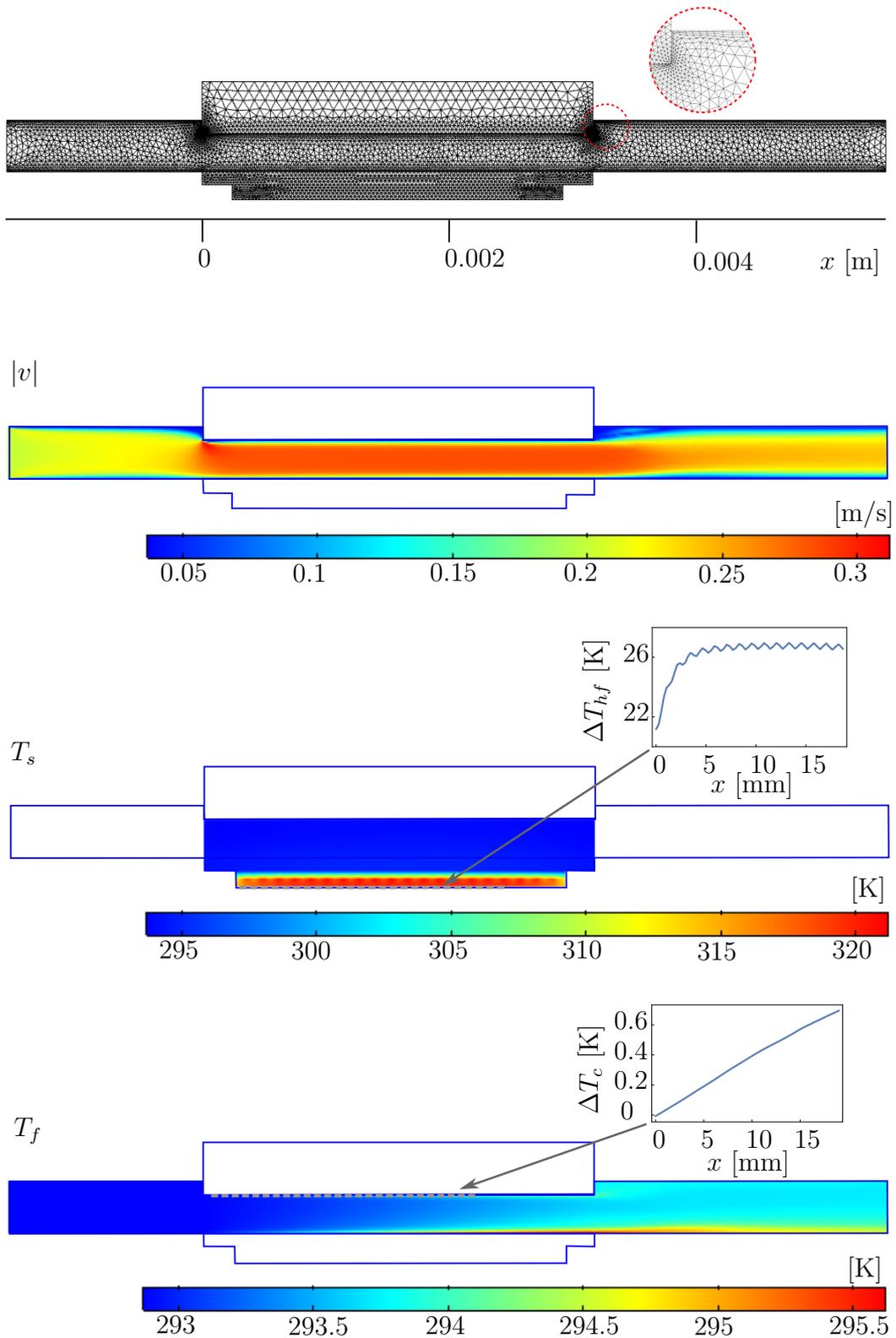


Abbildung 7.3.: Simulationsgitter: freie Tetraeder. Geschwindigkeitsfeld der Absolutgeschwindigkeit $|v|$, Temperaturverteilung im Wärmeübertragerabschnitt T_s (mit Temperaturerhöhungen auf der Fluid-Seite ΔT_A) und in der Kühlflüssigkeit T_f (mit Temperaturerhöhungen auf der beheizten Seite ΔT_B) im Simulationsgebiet.

Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten

Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten h_{sf} erfolgt nach Bestimmung des Parameters d_K ebenfalls über die Optimierungsmethodik Gl. 7.9. Hier wird die Zielfunktion F im eindimensionalen Parameterraum des Parameters h_{sf} minimiert. Die Faserstruktur im Kanal wird durch die Modellgleichungen Gl. 7.2 und Gl. 7.3 abgebildet (siehe auch Abb. 7.1). Die einzige unbekannte Größe bei der Optimierungsberechnungen ist somit h_{sf} . Die Größen $\bar{\lambda}_{eff}$ und a_{sf} sind aus vorhergehenden Untersuchungen bekannt (siehe Kapitel 6).

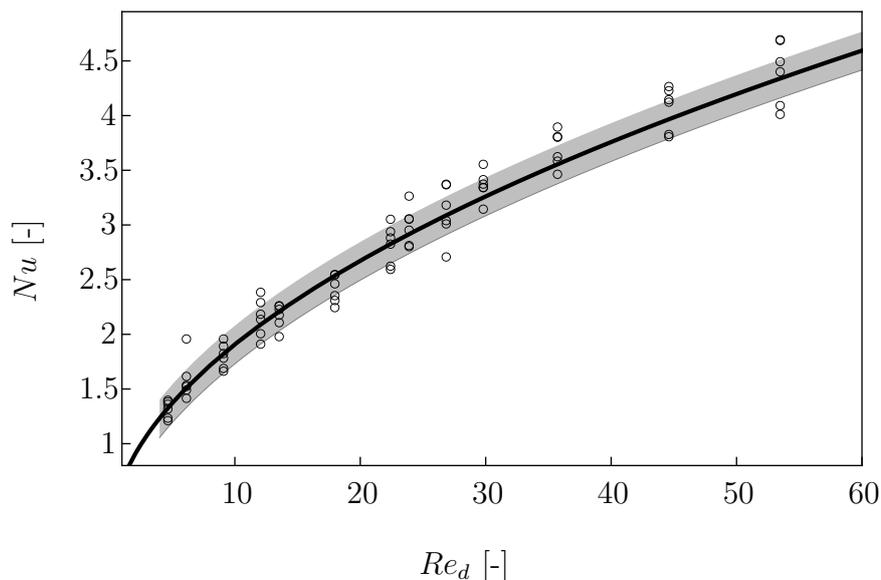


Abbildung 7.4.: (Kreise) experimentelle Werte des Wärmeübergangs, bestimmt über die indirekte Methode (Gl. 7.9). (Schwarze Kurve) Approximationsfunktion Gl. 7.10 mit der Standardabweichung Std (grau).

Die Auswertung der Optimierungsergebnisse sind in Abbildung 7.4 in dimensionsloser Form zusammengetragen. Die Modellfunktion Nu_{exp} (Gl. 7.20) ergibt sich über eine Kleinste-Quadrate-Approximation der diskreten Werte (vgl. 7.4) zu:

$$Nu_{exp} = 0.0878 + 0.2969 \cdot Re_d^{0.506} \cdot Pr^{1/3} , \quad (7.10)$$

mit der Nusselt-Zahl $Nu = h_{sf}d_F/\lambda_f$ und der Reynolds-Zahl $Re_d = vd_F/(\epsilon\nu_f)$.

7.3. Analytisches Wärmeübertragungsmodell

Das hier vorgestellte Transportmodell basiert auf der mikroskopischen Struktur der realen Faserstrukturen. Die Faserstruktur wird auf eine vereinfachte, regelmäßige

Gitterstruktur reduziert. Dieses vereinfachte Gitter lässt sich in zwei Bestandteile aufspalten (vgl. Abb. 7.5): vertikal verlaufende Fasern (v-Fasern) und horizontale Verbindungsfasern (h-Fasern) in der xy -Ebene, wodurch die Transportgleichungen separat aufgestellt werden können. Im Weiteren werden diese Komponenten mit v (vertikal) und h (horizontal) gekennzeichnet. Wie auch in den experimentellen Untersuchungen wird auf der Unterseite der Faserprobe ein konstanter Wärmestrom \dot{q}_o eingebracht. Für die Oberseite der Probe wird eine adiabate Randbedingung angenommen.

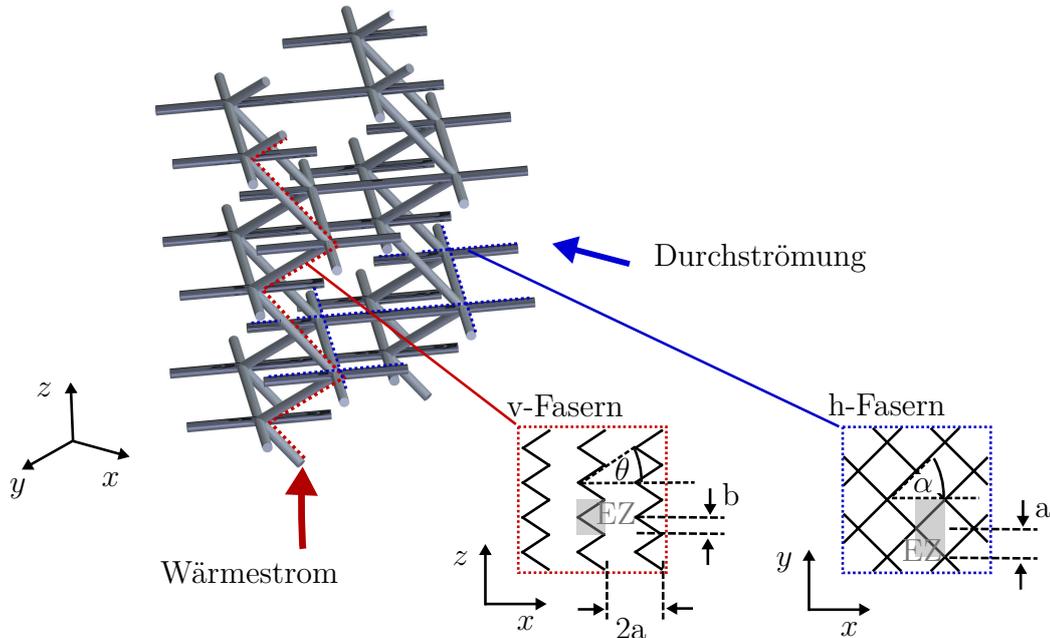


Abbildung 7.5.: Wärmeübertragungsmodell: 3D Modellstruktur mit Schnitten in der xy -Ebene (h-Fasern) und der xz -Ebene (v-Fasern). Der Elementarzellenbereich (EZ) ist grau gekennzeichnet.

7.3.1. Der äquivalente Wärmeübertragungskoeffizient

Das finale Ziel des Wärmeübertragungsmodells liegt in der Abschätzung der Wärmeübertragungsverstärkung durch die Faserstruktur.

Der *lokale* Wärmeübergangskoeffizient $h(x)$ ist gegeben durch:

$$h(x) = \frac{\dot{q}(x)}{\bar{T}_F(x) - \bar{T}_f(x)}, \quad (7.11)$$

mit der lokalen Wärmestromdichte $\dot{q}(x)$ und den in der yz -Ebene gemittelten Temperaturprofilen der Faserstruktur \bar{T}_F und des Fluids \bar{T}_f .

Der Zusammenhang zu dem *mittleren* Wärmeübertragungskoeffizienten h_m wird durch die Relation hergestellt:

$$\dot{Q} = Ah_m \Delta T_m . \quad (7.12)$$

Dabei bezeichnet \dot{Q} den Wärmestrom, A die beheizte Oberfläche (in der xy -Ebene) und ΔT_m den Mittelwert der lokalen Temperaturdifferenzen $\Delta T(x) = \bar{T}_F(x) - \bar{T}_f(x)$. Die Integration von Gl. 7.11 über die Fläche A ergibt:

$$\Delta T_m = \frac{1}{A} \iint \frac{\dot{q}(x)}{h(x)} dA . \quad (7.13)$$

Für den Fall der konstanten Wärmestromdichte $\dot{q} = const.$ ergibt sich somit für den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten h_m der Ausdruck:

$$h_m = \frac{A}{\iint \frac{1}{h(x)} dA} = \frac{A}{\int \frac{\bar{T}_F(x) - \bar{T}_f(x)}{\tilde{q}} dx} , \quad (7.14)$$

mit der spezifischen Wärmestromdichte $\tilde{q} = \dot{q}/W$ (W ist die Strukturabmessung in y -Richtung).

An dieser Stelle sei angemerkt, dass für die Randbedingung mit konstanter Wärmestromdichte ($\dot{q} = const.$) eine einfache Integration des lokalen Wärmeübergangskoeffizienten (Gl. 7.11) zu einem anderen Ergebnis führt als die über die Definition (Gl. 7.12), welche Gl. 7.14 ergibt. Im Weiteren wird diese Definition der Wärmeübergangskoeffizienten (Gl. 7.14) angewendet.

Die weitere Betrachtung wird mit der dimensionslosen Form des Wärmeübergangskoeffizienten, der Nusselt-Zahl $Nu = h \cdot d_F / \lambda_f$ durchgeführt. Die lokale Nusselt-Zahl ist: $Nu(x) = h(x) \cdot d_F / \lambda_f$ und die mittlere Nusselt-Zahl ist: $Nu_m = h_m \cdot d_F / \lambda_f$. Als charakteristische Länge wird der Faserdurchmesser d_F angesetzt.

7.3.2. Geometriespezifikationen der Modellstruktur

Sei im Folgenden b der Abstand zweier h-Faserbündelebenen und a der Abstand zweier v-Faserbündelebenen. Zudem sei der Neigungswinkel der v-Bündel durch θ gegeben und der Faserdurchmesser durch $d_F = d$. Der Faseranteil $\phi = V_s / V_{tot}$ ist dann gegeben durch:

$$\phi = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(\frac{d^2}{ab} \right) + \frac{\pi}{8 \sin(\theta)} \left(\frac{d^2}{a^2} \right) - \frac{\pi}{4} \frac{d^3}{a^2 b} . \quad (7.15)$$

Da das Verhältnis d/a viel kleiner als 1 ist, lässt sich der letzte Term in Gl. 7.15 vernachlässigen.

Die Oberflächendichte ist definiert als $a_{sf} = A_{sf}/V_{tot}$ und für die spezielle Modellstruktur ergibt sich der Ausdruck:

$$a_{sf} = \sqrt{2}\pi \frac{d}{ab} + \frac{\pi}{2 \sin(\theta)} \frac{d}{a^2}. \quad (7.16)$$

Die Beziehung zwischen dem Faserneigungswinkel θ und der Anisotropie Ω_z (in z-Richtung) ist folgende:

$$\Omega_z = \frac{\sin^2(\theta)}{\left(\frac{2\sqrt{2}a}{b} \sin(\theta) + 1\right)}. \quad (7.17)$$

Für eine vorgegebene Anisotropie der Probe Ω_z , lässt sich ein zugehöriger Neigungswinkel θ der v-Fasern als Funktion der Parameter a und b angeben: $\theta(\Omega_z; a, b)$. Explizite Berechnung: Für die experimentell untersuchte Faserstruktur (RFS1 vgl. Tab. 6.3) mit der Anisotropie $\Omega_z = 1/5$ lässt sich der Winkel angeben als:

$$\theta(\Omega_z = 1/5; b, a) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}a + \sqrt{2a^2 + 5b^2}}{5b}\right). \quad (7.18)$$

Damit liegt ein Gleichungssystem (Gl. 7.15 und Gl. 7.16) mit zwei Unbekannten (a, b) vor.

Für die vorliegende Faserstruktur ist die Oberflächendichte $a_{sf} = 4000$ [1/m] und der Faservolumenanteil $\phi = 0.155$. Des Weiteren wird eine weitere Geometrie einschränkung festgelegt (um die Freiheitsgrade einzuschränken): $b = a \cdot \tan(\theta)$, d. h. der Knickpunkt der v-Fasern liegt in der Mitte der h-Faser-Rauten. Die sich ergebenden Modellparameter für die Anpassung der integralen Größen (Ω_z bzw. θ, a_{sf}, ϕ) an die RFS1 sind in der nachfolgenden Tabelle 7.2 zusammengefasst.

d_F [m]	a [m]	θ [deg]	Dev(ϕ)	Dev(a_{sf})
$150 \cdot 10^{-6}$	$4.71 \cdot 10^{-4}$	49.1	0.005	0.166

Tabelle 7.2.: Modellparameter: angepasst an die reale Faserstruktur RFS1.

7.3.3. Faserbündel mit variabler Durchströmung

Für das mikroskopische Modell wird die Wärmeübertragungseigenschaft geordneter, paralleler Faserbündel zugrunde gelegt (vgl. Abb. 5.1). Die Wärmeübertragung von Faserbündeln wird vorwiegend beeinflusst durch die Strömungsgeschwindigkeit, die

physikalischen Fluideigenschaften, die Faseranordnung und die Wärmeflussrichtung. Ein kompakter Modellierungsansatz lässt sich in der exponentiellen Form angeben:

$$Nu = c_1 \cdot Re^n \cdot Pr^m , \quad (7.19)$$

dabei sind die Konstanten c_1 und n durch die Faserbündelanordnung definiert (in einem bestimmten Reynolds-Zahlenbereich). Der Exponent m gibt den Einfluss der Fluideigenschaften wieder [37]. Für niedrige Reynolds-Zahlen variiert dieser Exponent um den Wert $m = 1/3$, welcher dem theoretischen Wert einer laminaren Grenzschicht einer ebenen Platte entspricht. Zukauskas [109] schlug den Wert $n = 0.36$ für eine Vielzahl von Anordnungen vor. Um den Grenzfall von Kriechströmungen zu erfassen, wird Gl. 7.19 um eine Konstante c_0 erweitert:

$$Nu = c_0 + c_1 \cdot Re^n \cdot Pr^m . \quad (7.20)$$

Khan et al. [53] lieferten analytische Lösungen obiger Form (Gl. 7.19) für die zwei Grenzfälle *linearer* und *versetzter* Faseranordnung:

$$\begin{aligned} (a) \text{ versetzt} \quad c_1 &= (0.588 + 0.004 \cdot \mathcal{S}_{\mathcal{T}}) \cdot (0.858 + 0.04 \cdot \mathcal{S}_{\mathcal{T}} - 0.008 \cdot \mathcal{S}_{\mathcal{T}}^2)^{\frac{1}{\mathcal{S}_{\mathcal{L}}}} \\ (b) \text{ linear} \quad c_1 &= (-0.16 + 0.6 \cdot \mathcal{S}_{\mathcal{L}}^2) / (0.4 + \mathcal{S}_{\mathcal{L}}^2) , \end{aligned} \quad (7.21)$$

mit den Größen $\mathcal{S}_{\mathcal{T}} = \frac{S_{\mathcal{T}}}{D} = \frac{2a}{d_F}$ and $\mathcal{S}_{\mathcal{L}} = \frac{S_{\mathcal{L}}}{D} = \frac{\sqrt{2}a}{d_F}$. Dabei ist die Reynolds-Zahl definiert über $Re = \frac{d_F \cdot v_{max}}{\lambda_f}$ mit $v_{max} = \max\left(\frac{S_{\mathcal{T}}}{S_{\mathcal{T}}-1} \cdot v_D, \frac{S_{\mathcal{T}}}{S_{\mathcal{D}}-1} \cdot v_D\right)$ mit der Darcy-Geschwindigkeit v_D .

Bei nicht senkrechter Anströmung der Faserbündel muss eine Korrektur der Nusselt-Zahl vorgenommen werden. Die Auswirkung der Anströmrichtung wurde in einigen Studien genauer untersucht ([36], [63], [102]). Gröhn [39] hat das sogenannte *Unabhängigkeitsprinzip* angenommen, um den Effekt des Anströmwinkels β auf die Nusselt-Zahl zu quantifizieren. Der Winkel β ist der Winkel zwischen Faser und Hauptströmungsrichtung, wie in Abbildung 7.5 dargestellt. $\beta = 90^\circ$ entspricht der senkrechten Anströmung des Faserbündels. Das Prinzip besagt, dass nur die Geschwindigkeitsskala senkrecht zu den Fasern relevant für die Wärmeübertragung sind. Somit wird in Gleichung 7.19 die korrigierte Reynolds-Zahl $Re_N = Re \cdot \sin(\beta) = Re \cdot \cos(\theta)$ eingesetzt (vgl. Abb. 7.5). Die Faserwinkelabhängigkeit der Nusselt-Zahl ergibt sich zu:

$$Nu(\theta) = c_1 \cdot Re^n \cos^n(\theta) \cdot Pr^m . \quad (7.22)$$

7.3.4. Wärmeübertragungsmodell T

Über eine Aufspaltung der Gesamtmodellstruktur in zwei Faserbündelanteile lassen sich die Transportgleichungen separat aufstellen und abschließend zu einem Gesamtmodell zusammenführen. Die zwei Anteile werden im Folgenden als v-Fasern („vertikale“ Faseranteile) und h-Fasern (horizontale Faseranteile) bezeichnet.

v-Fasern

Die vertikalen Faserkomponenten sind in Abbildung 7.5 rot markiert. Dieser ist durch die integralen Größen (Gl. 7.15, Gl. 7.16, Gl. 7.17) eindeutig bestimmt. Die im Folgenden verwendete Relativkoordinate ξ verläuft entlang der Fasersehnen.

Für die thermische Beschreibung der v-Komponenten T_v wird eine eindimensionale Wärmetransportgleichung im relativen Koordinatensystem (der Faser) angenommen:

$$\frac{d^2 T_v}{d\xi^2} - \frac{4h_v}{\lambda_s d_F} (T_v(\xi) - T_f) = 0, \quad (7.23)$$

mit den Randbedingungen: 1. $(dT_v/d\xi)|_{\xi=0} = \dot{q}_0/\lambda_s$ und 2. $(dT_v/d\xi)|_{\xi=L} = 0$. (Beachte: $\dot{q}_0 = \dot{q}_{tot} \cdot (2a^2/(\pi/4 \cdot d_F^2))$ mit $\dot{q}_{tot} = \dot{Q}/A_{tot}$) Der Zusammenhang zwischen der Gesamtfaserlänge l_F und der Faserstrukturdicke H ist: $H = \sin(\theta) \cdot l_F$. Des Weiteren wird die vereinfachende Annahme getroffen, dass die Temperatur des Fluids sich nur in Strömungsrichtung x ändert $T_f(x, z) = T_f(x)$. (Wegen der Symmetrie der Struktur und der Strömung sind die Temperaturen nicht abhängig von der Raumkoordinate y .) Der Wärmeübergangskoeffizient h_v ist abhängig von der relativen Ausrichtung der Faser zur Hauptströmungsrichtung (hier x-Richtung) und somit eine Funktion des Anstellwinkels θ : $h_v = h_v(\theta)$.

Die Lösung der DGL 7.23 ergibt sich zu:

$$T_v(x, \xi) = \frac{\dot{q}_0(x)}{\lambda_s m_v} \left(\exp(m_v \xi) - \frac{\cosh(m_v \xi)}{\sinh(m_v L)} \right) + T_f(x), \quad (7.24)$$

wobei $m_v = \sqrt{4h_v(\theta)/\lambda_s d_F}$.

Die übertragene Wärme lässt sich angeben als:

$$\dot{q}_v(x) = \pi d_F \frac{H}{\cos(\theta)} \cdot h_v (\bar{T}_v(x) - T_f(x)), \quad (7.25)$$

mit der mittleren Temperatur entlang der v-Fasern: $\bar{T}_v(x) = \frac{1}{H} \int_0^H T_v(x, z) dz$.

h-Fasern

Die horizontale Komponente der Faserstruktur (h-Fasern) ist in Abbildung 7.5 blau gekennzeichnet.

Für kleine Reynolds-Zahlen lässt sich eine annähernd konstante Temperaturverteilung entlang der h-Fasern annehmen. Somit ist die Temperatur \bar{T}_h gleich der Temperatur der v-Faser in der zugehörigen Elementarzelle. Ausgehend von einer konstanten, mittleren Temperatur entlang der v-Fasern gilt somit: $\bar{T}_h(x) = \bar{T}_v(x)$.

Für die Wärmeübertragung der h-Fasern in einer Elementarzelle (EZ vgl. 7.5) gilt somit:

$$q_v(x) = \pi d_F \cdot 2\sqrt{2}a \cdot h_h(\alpha) \left(\bar{T}_h(x) - T_f(x) \right) , \quad (7.26)$$

dabei ist $h_h(\alpha)$ durch Gleichung 7.22 bestimmt mit $\alpha = \pi/4$. Die sich kreuzenden Fasern werden in diesem Modell als Superposition zweier paralleler Faserbündel betrachtet, welche sich gegenseitig nicht beeinflussen.

Im allgemeineren Fall ist die Temperatur entlang einer h-Faser in einer EZ nicht konstant anzunehmen. Hierfür muss folgende Differentialgleichung in einer EZ gelöst werden:

$$\frac{d^2 T_h}{d\zeta^2} - \frac{4h_h}{\lambda_s d_F} (T_h(\zeta) - T_f(\zeta)) = 0 , \quad (7.27)$$

mit den Randbedingungen im Relativkoordinatensystem der h-Fasern ζ :

1. $(dT_h/d\zeta)|_{\zeta=0} = T_1$ und 2. $(dT_h/d\zeta)|_{\zeta=\sqrt{2}a} = T_2$. Es gilt der Zusammenhang $x = \cos(\alpha) \cdot \zeta$. Dabei sind T_1 und T_2 die Temperaturen des v-Fasern an den Stellen x und $x + a$: $T_1 = \bar{T}_v(x)$ und $T_2 = \bar{T}_v(x + a)$. Des Weiteren hängt die Fluidtemperatur von der Position x ab, jedoch ist die Änderung in einer EZ gering, womit sich für das Fluid eine konstante Temperatur in der Mitte der EZ festlegen lässt. $\bar{T}_f(x) = (T_f(x) + T_f(x + a)) / 2$.

Insgesamt ergibt sich damit die Lösung für die Temperaturprofile entlang der h-Fasern in einer REV an der Stelle x :

$$T_h(x; \zeta) = T_f(x) + \frac{(\bar{T}_v(\zeta) - \bar{T}_f(x)) \sinh(m_h(\sqrt{2}a - \zeta)) + (\bar{T}_v(\zeta + \sqrt{2}a) - \bar{T}_f(x)) \sinh(m_h \zeta)}{\sinh(m_h \sqrt{2}a)} . \quad (7.28)$$

Zusammenführung der v- und h-Fasern

Wenn die aus den v-Fasern herausragenden h-Fasern als eine Oberflächenerweiterung der v-Fasern betrachtet werden (sog. Kühlrippen), lässt sich dies über eine

Korrektur des Wärmeübergangskoeffizienten h_v in der Differentialgleichung 7.23 berücksichtigen.

Die korrigierte DGL (Gl. 7.23) ergibt sich in der Form:

$$\frac{d^2 T_v}{d\xi^2} - \frac{4}{\lambda_s d_F} \left(h_v(\theta) + 2h_h(\alpha) \left(\frac{\sqrt{2}a}{(b/\sin(\theta))} \right) \right) (T_v(\xi) - T_f) = 0. \quad (7.29)$$

Die Lösung der DGL ist gleich Gl. 7.24 mit $m_v = \sqrt{4 h_{v,eff}(\theta) / \lambda_s d_F}$. Dabei ist der effektive Wärmeübergangskoeffizient gegeben durch:

$$h_{v,eff} = \left(h_v(\theta) + 2h_h(\alpha) \left(\frac{\sqrt{2}a}{(b/\sin(\theta))} \right) \right). \quad (7.30)$$

Dabei ist hinsichtlich der Gl. 7.22 $h_v(\theta) = h_v \cdot \sqrt{\cos(\theta)}$, da $v_{eff} = \cos(\theta) \cdot v_x$. Die Größe h_v ist gegeben durch Gleichung 7.20 für die versetzte Faseranordnung (Gl. 7.21 (a)).

Temperaturverlauf der Kühlflüssigkeit

Als weitere Unbekannte kommt in Gleichung 7.24 die Fluidtemperatur $T_f(x)$ vor. Dieser Temperaturverlauf entlang der Faserstruktur mit konstantem Wärmestrom $\dot{q}_0 = const.$ kann über eine einfache Energiebilanz bestimmt werden:

$$\dot{m} c_p [T_{fl}(x + \Delta x) - T_f(x)] = \dot{q}_0 \cdot dA = const., \quad (7.31)$$

Dabei bezeichnet \dot{m} den Massenstrom und $dA = dx \cdot W$ (mit der Breite der Probe W). Zusammen mit der Randbedingung am Eintritt in die Faserstruktur $T_f(x)|_{x=0} = T_{f,0}$ ergibt sich als Lösung:

$$T_f(x) = \frac{\dot{q}_{tot} W}{\dot{m} c_p} x + T_{f,0}, \quad (7.32)$$

wobei $\dot{q}_{tot} = \dot{Q}/A_{tot}$ mit $A_{tot} = W \times L$ ist.

Expliziter Ausdruck: Wärmeübertragungsmodell T

Die Zusammenführung von Gl. 7.24 und Gl. 7.32 mit der Koordinatentransformation $\xi = z/\sin(\theta)$ führt zu der expliziten Form der Lösung des zweidimensionalen Temperaturprofils im kartesischen Koordinatensystem $T_v(x, z)$:

$$T_v(x, z) = \frac{\dot{q}_0(x)}{\lambda_s m_v} \left(\frac{\cosh\left(m_v \left(\frac{z}{\sin(\theta)}\right)\right) \cdot \exp\left(m_v \left(\frac{H}{\sin(\theta)}\right)\right)}{\sinh\left(m_v \frac{H}{\sin(\theta)}\right)} - \exp\left(m_v \left(\frac{z}{\sin(\theta)}\right)\right) \right) + \frac{\dot{q}_{tot} W}{\dot{m} c_p} \cdot x + T_{f,0}. \quad (7.33)$$

Aus oben erwähnten Symmetriegründen besteht keine Abhängigkeit von der y -Koordinate.

7.3.5. Modellvergleich

Ein umfassendes Modell für den Wärmeübergangskoeffizienten h_{sf} für Schüttungen wurde von Wakao und Kagei [101] erarbeitet. Für Faserstrukturen gibt es jedoch bislang keine vergleichbaren Modelle.

Ein einfacher Ansatz mit einem kubischen Fasergitter wurde von Lu et al. [58] vorgestellt. Dieses analytische Modell basiert auf der 1D Rippennäherung, um die Wärmeübertragung des Metallschaums abzubilden. Dabei wurde die Schaumstruktur als 3D-Gitter aus verbundenen Zylindern modelliert. Das ermittelte Modell basiert auf den Ergebnissen von Zukauskas [109], [59] und lässt sich zusammenfassend in folgender Form darstellen:

$$Nu'_A = \begin{cases} 0.76 \cdot Re_d^{0.4} \cdot Pr^{0.37}, & (10^0 \leq Re_d < 4 \cdot 10^1) \\ 0.52 \cdot Re_d^{0.5} \cdot Pr^{0.37}, & (4 \cdot 10^1 \leq Re_d < 10^3) \\ 0.26 \cdot Re_d^{0.6} \cdot Pr^{0.37}, & (10^3 \leq Re_d < 2 \cdot 10^5) \end{cases} \quad (7.34)$$

In der nachfolgenden Untersuchung wird hieraus die Korrelation der folgenden Form verwendet:

$$Nu_A = 0.52 \cdot Re_d^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \quad (7.35)$$

Einen empirischen Ansatz zur Bestimmung des lokalen Wärmeübergangs in offenporösen Schwammstrukturen liefern Mancin et al. [61]. Der Ansatz wurde über empirische Anpassung der Fit-Funktion an eine größere Datenmenge ermittelt mit der expliziten Form:

$$Nu_B = 0.418 \cdot Re_d^{0.53} \cdot Pr^{1/3} \quad (7.36)$$

Im Vergleich liefert das hier vorgestellte Modell C (Gl. 7.33) über die Definition des Wärmeübergangskoeffizienten (Gl. 7.14) eine Näherungslösung der Form:

$$Nu_C = 0.032 + 0.274 \cdot Re_d^{0.506} \cdot Pr^{1/3} \quad (7.37)$$

Hier ist die Reynolds-Zahl eine Funktion der Anisotropie Ω_z der Faserstruktur $Re_d = Re_d(\Omega_z)$.

In Abbildung 7.6 sind die vorgestellten Modelle (Nu_A, Nu_B, Nu_C) den experimentellen Werten (dargestellt durch Gl. 7.10) gegenübergestellt. Vergleicht man die Modellfunktionen Nu_A (Gl. 7.35) mit der Fit-Kurve der experimentellen Werte (Gl. 7.10),

so ist ersichtlich, dass eine sehr einfache Strukturannahme (kubisches Gitter) zu einer nicht adäquaten Abbildung der Wärmeübertragung in Faserstrukturen führt. Der empirische Ansatz Nu_B (Gl. 7.36) liefert eine deutlich bessere Beschreibung, kommt jedoch nicht in den Bereich der experimentellen Unsicherheit. Hier zeigt sich der klare strukturelle Unterschied der Faserstrukturen gegenüber den Schwammstrukturen, für welche obige Modelle entwickelt wurden. Wie sich zeigt, führt das – im vorhergehenden Abschnitt dargestellte – Modell Nu_C (Gl. 7.37), welches die besondere Struktur der offenporösen Faserstrukturen genauer abbildet, auch eine signifikant bessere Beschreibung der Wärmeübertragung dieser Strukturen (vgl. 7.6). Im Rahmen der experimentellen Unsicherheit ergibt sich eine gute Übereinstimmung des Modells Nu_C mit den experimentellen Werten. Somit ist der geometrische Effekt auf die Wärmeübertragung nicht vernachlässigbar und durch regelmäßige Strukturen gut erfassbar.

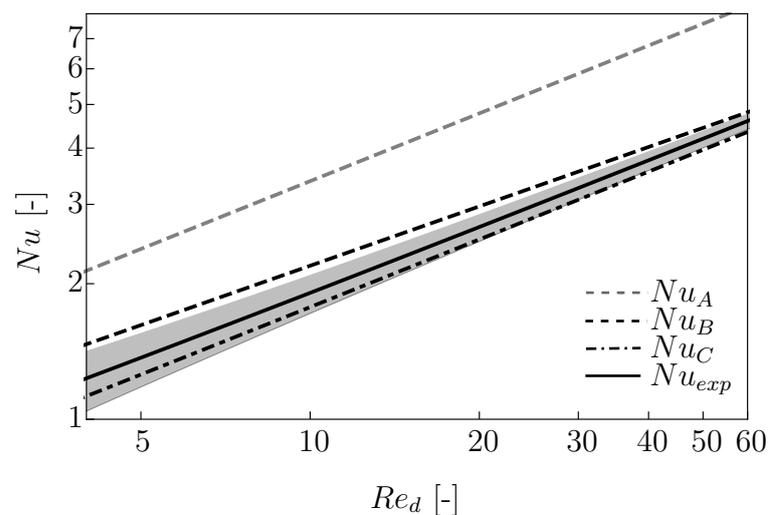


Abbildung 7.6.: Nu als Funktion der Reynolds-Zahl Re_d : (schwarz durchgezogen) Fit-Kurve an die experimentellen Werte Nu_{exp} (Gl. 7.10) mit der experimentellen Unsicherheit (grauer Schlauch); (grauer Bereich) Modell Nu_A (Gl. 7.35); (schwarz gestrichelt) Modell Nu_B (Gl. 7.36) und (schwarz gestrichpunktet) Modell Nu_C (Gl. 7.37).

7.4. Mikroebene: Wärmeübergangsmodellierung

7.4.1. Modellstrukturuntersuchung

Die makroskopischen, hydro- und thermodynamischen Charakteristiken der Faserstruktur lassen sich durch Lösung der Grundgleichungen der viskosen Strömung und des Wärmetransports auf der Porenskala berechnen. Die gelösten Grundgleichungen für den stationären Fall sind die Transportgleichungen für die laminare, inkompressible Strömung und die Energieerhaltungsgleichungen zur Beschreibung des Wärmetransports:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \quad (7.38)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} , \quad (7.39)$$

$$\rho c_{p,i} \nabla \cdot (\mathbf{v} T) = \lambda_i \Delta T , \quad (7.40)$$

für die feste und flüssige Phase $i \in \{s, f\}$.

Analog zu den numerischen Untersuchungen in den Abschnitten (6.3 und 5.3) wurde anhand der synthetischen Faserstrukturmodelle SFS eine Parameterstudie hinsichtlich des Wärmeübergangs (Nu) durchgeführt. Die untersuchten Strukturen entsprechen den in 6.3 thermisch untersuchten SFS. Der zugehörige Parameterraum ist in Tabelle 6.4 aufgeführt. Die weiter unten gezeigten Ergebnisse sind erneut Ensemblemittelwerte der verschiedenen Realisierungen.

Die einzelnen Schritte der numerischen Berechnung sind in Abbildung 7.7 dargestellt. Für die Berechnung des Wärmeübergangs wird ein REV der offenporösen Faserstruktur mit dem Füllmedium Wasser betrachtet. In den konkreten numerischen Untersuchungen wird der asymptotische Fall betrachtet, bei welchem das thermische Leitfähigkeitsverhältnis λ_f/λ_s einen sehr kleinen Wert einnimmt: $\lambda_f/\lambda_s \rightarrow 0$. Somit erfolgt die Wärmeleitung innerhalb der Faserstruktur widerstandslos und wird deswegen im numerischen Modell nicht explizit berechnet. Dieser Grenzfall ist für den spezielleren Fall metallischer Faserstrukturen (Al) und Wasser als Fluid gültig.

Die für die stationären Simulationen gewählten Randbedingungen sind in Abbildung 7.7 (c) skizziert. Neben den Randbedingungen für die Fluid-Strömung gemäß Abschnitt 5.3 wurden folgende Randbedingungen für den Wärmetransport gewählt:

1. Am Eintritt in das REV (*ein*) wurde eine konstante Temperatur T_{ein} und auf der Austrittsseite des REV (*aus*) ein offener Rand (mit rein konvektivem Wärmetransport) festgelegt. Die explite Form des offenen Randes ist:

$$\begin{aligned} T &= T_{Ein}, & \text{für } \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} < 0 \\ -\nabla T \cdot \mathbf{n} &= 0, & \text{für } \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \geq 0 . \end{aligned} \quad (7.41)$$

2. An den Seiten parallel zur Hauptströmung (A-A und B-B) wurden periodische Randbedingungen angenommen:

$$\begin{aligned} -\mathbf{n} \cdot (\lambda_f \nabla T)|_{x=0} &= -\mathbf{n} \cdot (\lambda_f \nabla T)|_{x=L} \\ T|_{x=0} &= T|_{x=L} \end{aligned} \quad (7.42)$$

3. Entsprechend dem angenommenen Grenzfall $\lambda_f/\lambda_s \rightarrow 0$ wird eine konstanter Wärmefluss $\dot{q} = \text{const.}$ auf der Strukturoberfläche gesetzt:

$$-\mathbf{n} \cdot (-\lambda_f \nabla T) = \dot{q}|_o \quad (7.43)$$

Ein exemplarisches Ergebnis ist in Abbildung 7.7 (d) gezeigt mit dem Temperaturverlauf über die Probe auf der SFS Oberfläche T_f und dem Temperaturverlauf des Fluids T_f durch die Probe.

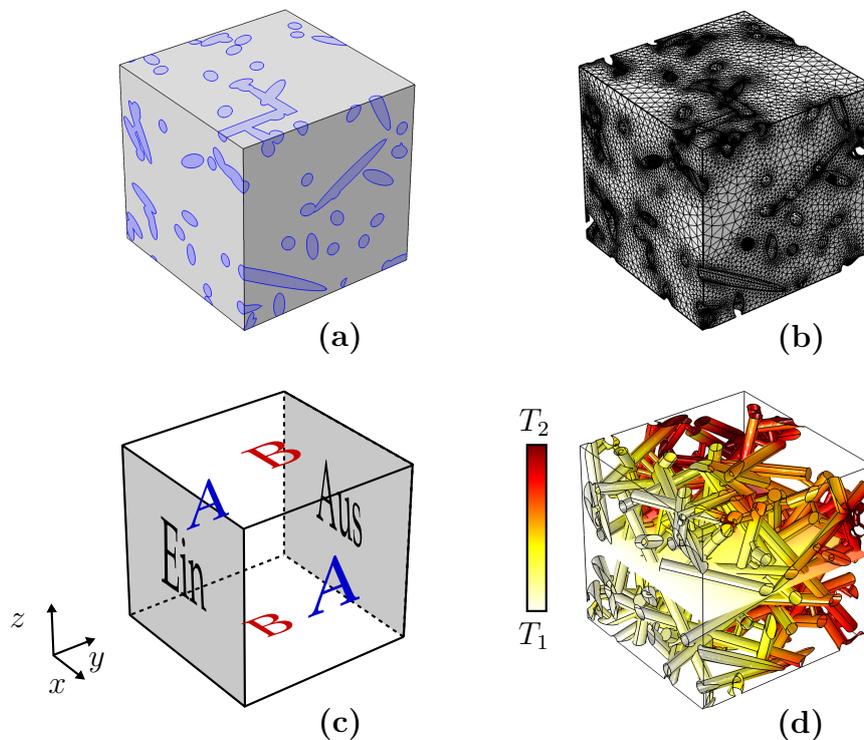


Abbildung 7.7.: (a) Geometrie der SFS (blau) mit Füllmedium (grau); (b) unstrukturiertes Netz zur numerischen Berechnung; (c) Randbedingungen der Simulation; (d) Simulationsergebnis: Oberflächentemperatur T_s und Fluidtemperatur T_f entlang der Schnittebene.

In Abbildung 7.8 sind die Ergebnisse der numerischen Parameterstudie zusammengefasst. Hier ist die Wärmeübertragung in der dimensionslosen Form (Nu) als Funktion der Reynolds-Zahl Re_d gezeigt. Der untersuchte Re -Zahlbereich befindet sich

im Stokes- und laminaren Strömungsregime. Die Durchströmungsrichtung der SFS ist senkrecht zur Anisotropierichtung (z -Richtung). Der Wärmeübergang nimmt – wie im Experiment – zu kleineren Porositäten ϵ monoton zu, da auch die spezifische Oberfläche a_{sf} zunimmt. Dass nicht nur a_{sf} maßgebend die Wärmeübertragungseigenschaften der Faserstrukturen beeinflusst, zeigt sich in dem signifikanten Einfluss der Anisotropie Ω_z . Mit zunehmender Anisotropie ($\Omega_z \rightarrow 0$) nimmt auch die Effektivität der Wärmeübertragung deutlich ab (vgl. 7.8). Der Vergleich mit dem Wärmeübergangsmodell Nu_C (Gl. 7.37) zeigt eine respektable Vorhersage der Nusselt-Zahlen Nu in Abhängigkeit von ϵ und Ω_z . Bei starker Anisotropie der Struktur ($\Omega_z > 0.4$) wird der Wärmeübergang durch das Modell Nu_C deutlich unterschätzt.

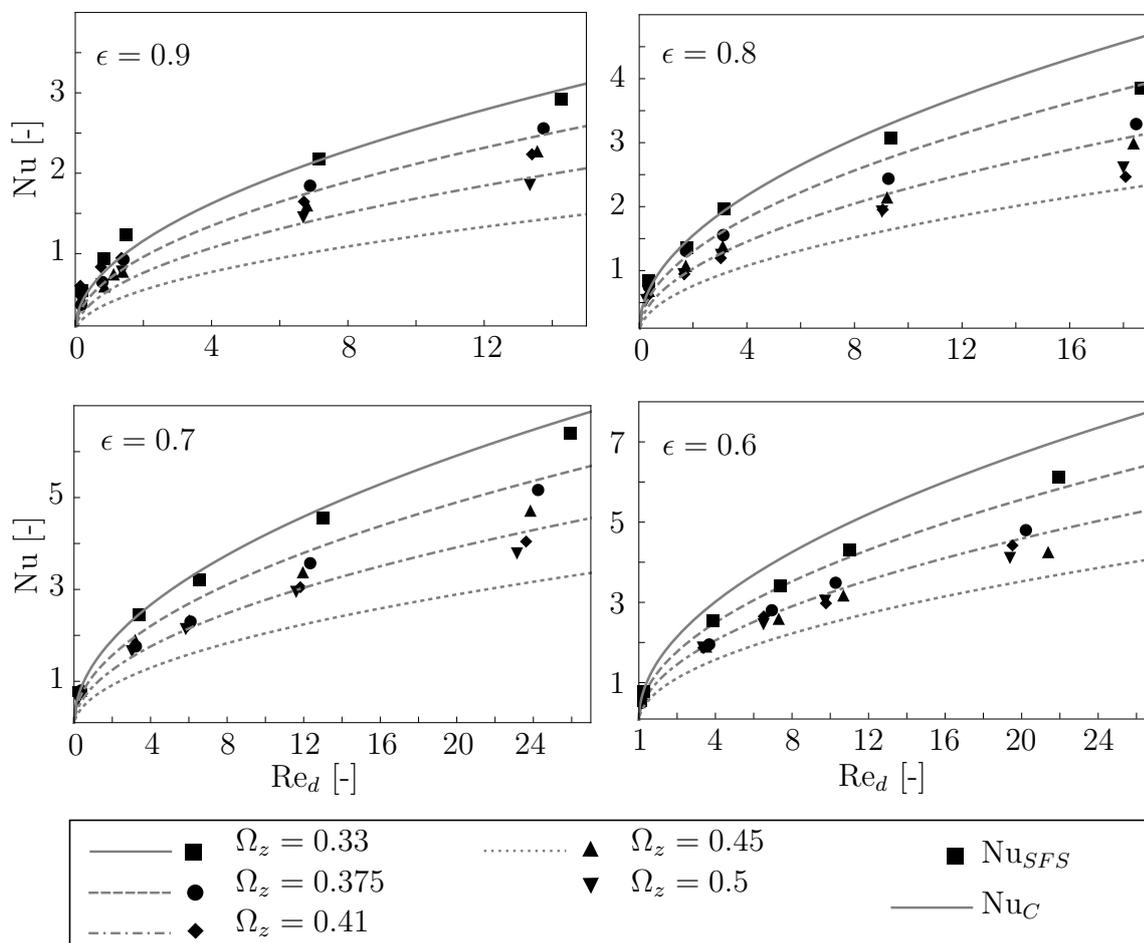


Abbildung 7.8.: Nu der SFS als Funktion von Re_d für verschiedene Porositäten ϵ und Anisotropiewerte Ω_z : (Symbole) Ergebnisse der numerischen Berechnungen der SFS und (Linien) Modellwerte Nu_C (Gl. 7.37).

7.4.2. Numerische Validierung

Analog zu dem in Abschnitt 5.4 dargestellten Vorgehen wurde hier auch eine numerische Validierung durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.9 zusammengefasst. Die Randbedingungen für die numerischen Berechnungen wurden entsprechend dem vorhergehenden Abschnitt 7.4.1 gewählt. Die Durchströmungsrichtung der RFS ist senkrecht zur Anisotropierichtung (z-Achse). Zum Vergleich ist das Modell Nu_C (Gl. 7.37) gezeigt, welches eine gute Beschreibung des Wärmeübergangs für die SFS im mittleren Anisotropiebereich liefert (vgl. 7.8). Die Simulationsergebnisse der RFS zeigen annehmbare Übereinstimmung mit den Modellvorhersagen des Modells Nu_C für die untersuchten Porositäten ϵ . Zudem erhält man eine Übereinstimmung zwischen Modell Nu_C und experimentellen Werten für den Fall $\epsilon = 0.84$ (vgl. 7.9). Damit liefert das Modell Nu_C eine gute Abbildung des thermischen Verhaltens von Faserstrukturen im moderaten Anisotropiebereich der Strukturen. Die Gültigkeit reicht über den gesamten untersuchten Porositätsbereich $\epsilon \in [0.6, 0.9]$

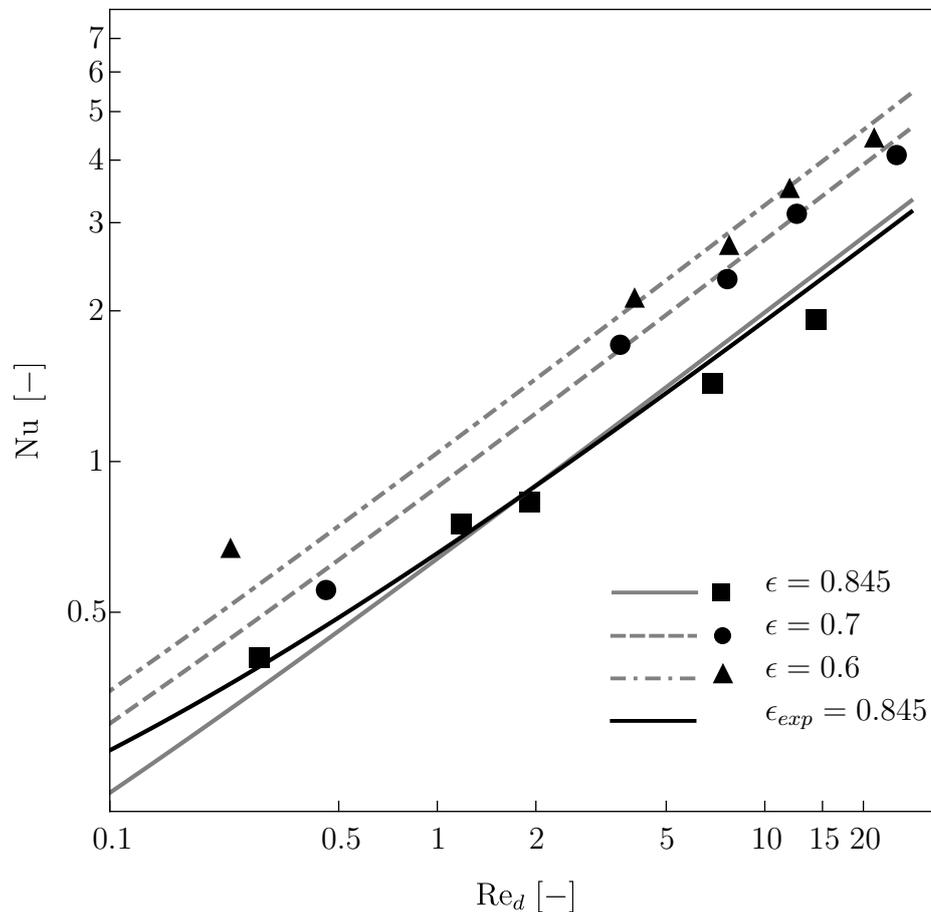


Abbildung 7.9.: Nu der RFS als Funktion von Re_d für verschiedene Porositäten ϵ : (Symbole) Ergebnisse numerischen Berechnung der RFS; (graue Linien) Modellwerte Nu_C (Gl. 7.37); (schwarze Linie) experimentelle Fit-Funktion (Gl. 7.10).

Teil IV.

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

In dieser Dissertation wird ein neuartiges Wärmeübertragerkonzept aufgezeigt und genauer untersucht. Der Fokus liegt auf stark instationären Prozessen, wie beispielsweise Adsorptionsprozessen, bei welchen neben den klassischen thermohydraulischen Effizienzkriterien die thermische Ansprechzeit (thermische Masse) eine zusätzliche Rolle für die Gesamteffizienz des Wärmeübertragers (im Gesamtprozess) spielt.

Der hier vorgestellte Ansatz ist biomimetischer Art, d. h. eine von natürlichen Transportstrukturen inspirierte Wärmeübertragerstruktur mit einem hierarchischen Aufbau. Zur Einschränkung der Freiheitsgrade werden hier Plattenwärmeübertrager, d. h. effektiv zweidimensionale Strukturen mit interner Symmetrie betrachtet, welche ein günstiges Verhältnis von Wärmeübertragervolumen zu Außenoberfläche und damit gegenüber dreidimensionalen Strukturen eine geringere thermische Masse aufweisen.

Das Potential des hierarchischen Wärmeübertragers wurde in Kapitel 2 durch Gegenüberstellung zu einer dem aktuellen Stand der Technik entsprechende Wärmeübertragerstruktur mit parallelen Steigkanälen aufgezeigt. Hier wurden die hydraulische Effizienz (Gesamtdruckabfall), thermische Effizienz (Gesamtwiderstand) und thermische Trägheit (thermische Masse) für idealisierte Durchströmung und Wärmeübertragung verglichen. Es konnte gezeigt werden, dass durch die hierarchische Struktur sowohl die hydraulische, als auch die thermische Effizienz verbessert werden ohne die thermische Trägheit zu erhöhen.

Wegen den unterschiedlichen Anforderungen an die einzelnen Komponenten des hierarchischen Wärmeübertragers wurden die Verteiler-/Sammelkanalstruktur (VS) und die offenporösen Übergänge zwischen Verteiler und Sammler getrennt untersucht.

Bei der VS-Struktur liegt der Fokus hinsichtlich der thermischen Effizienz auf der Gleichmäßigkeit der Strömungsaufteilung und hinsichtlich der thermischen Trägheit auf der thermischen Masse. Bei der offenporösen Faserstruktur hingegen liegt der Fokus auf der hydraulischen Effizienz (Permeabilität) und auf der thermischen Effizienz (Wärmeleitung und Wärmeübergang).

In Abschnitt 3.1 wird eine Methodik zur Optimierung der VS-Topologie bzgl. der Uniformität der Strömungsaufteilung vorgestellt. Diese Methodik koppelt stationäre 3D CFD-Rechnungen (COMSOL Multiphysics) mit einem genetischen Optimierungsalgorithmus (MATLAB). Um die Optimierungsrechnung zu beschleunigen, wurde eine Zwei-Schritt Optimierung entworfen, bei welcher im ersten Schritt eine Voroptimierung mit einer einfacheren VS-Form stattfindet und ausgehend von dieser Form im zweiten Schritt eine Feinoptimierung einer polynomialen Form (kubische Bezier-Kurve) durchgeführt wird. Es konnte eine Uniformitätsverbesserung der Strömung erzielt werden. Zudem konnte gezeigt werden, dass vereinfachende Strömungsannahmen in der VS-Struktur zu ungünstigen Topologien führen.

In Abschnitt 3.2 wurde ein komplexeres Verteilersystem mit einer fraktalen Struktur entwickelt. Über einen multikriteriellen Optimierungsansatz wurde der Topologieparameter der Verzweigungszahl der fraktalen Struktur bestimmt.

Die fraktale VS-Struktur besitzt eine große Anzahl an Freiheitsgraden, was eine multikriterielle Optimierung mit beschränkten Rechenressourcen unmöglich macht. Deswegen wurden zwei Methoden zur Steigerung der Recheneffizienz entwickelt: eine Initialisierungsmethode der Optimierungsrechnung und eine sukzessive Berechnungsmethode. Um die initiale fraktale VS-Struktur möglichst nahe an der gesuchten Optimalstruktur zu erhalten, wurden zwei Methoden entwickelt und untersucht. Während die erste Initialisierung (Init1) auf rein geometrischen Vorgaben gründet, so fließen bei der Initialisierungsmethode 2 (Init2) Informationen über die Strömung mit ein, wodurch diese Methode etwas aufwendiger als Init1 ist. Beide Strategien sind sehr effizient und der Vergleich mit aufwendiger optimierten – über hydraulischen Abgleich in den Teilstrukturen – fraktalen VS-Strukturen (FracTherm-Struktur) zeigt eine respektable Übereinstimmung. Bei der Methode der sukzessiven Optimierung werden während der Optimierungsrechnung nicht alle Parameter gleichzeitig variiert, sondern sukzessive für die einzelnen Verzweigungsebenen, wodurch die Komplexität der Optimierungsrechnung stark reduziert werden kann.

Insgesamt konnte mit dieser effizienten Optimierungsmethode durch Kopplung an stationäre, dreidimensionale Strömungssimulationen gezeigt werden, dass verglichen mit den einfacheren, optimierten VS-Strukturen eine bessere Uniformität der Strömungsaufteilung und eine Reduktion der thermischen Masse erzielt werden kann.

Die für den Wärmeübergang maßgebende Komponente der Wärmeübertragerstruktur ist die metallische, offenporöse Faserstruktur. Wohingegen zu offenporösen Metallschaumstrukturen zahlreiche Forschungsarbeiten durchgeführt wurden, sind die Faserstrukturen bislang nur wenig untersucht. In Teil III wurden die, für die Anwendung in Wärmeübertragern relevanten Größen genauer untersucht: Permeabilität (Kapitel 5), effektive Wärmeleitfähigkeit (Kapitel 6) und Wärmeübergang (Kapitel 7).

Zur systematischen Untersuchung der Einflussgrößen wurde eine Methode zur Erzeugung parametrisierter, dreidimensionaler Modellfaserstrukturen (SFS) entwickelt. Die modellbestimmenden Parameter sind: Anisotropietensor, Porosität und Aspektverhältnis der Einzelfasern. Die effizienzbestimmenden Eigenschaften der SFS wurden durch Parametervariation durchgeführt, unter numerischer Lösung der stationären, dreidimensionalen Transportgleichungen im repräsentativen Elementarvolumen der Struktur. Parametrische Untersuchungen dieser Art wurde bislang für Faserstrukturen nicht durchgeführt.

Die Validierungen der Modellergebnisse wurden sowohl auf numerischem Wege, als auch experimentellem Wege durchgeführt.

Für die numerische Validierung wurden anhand μ CT- Daten realer Faserproben (RFS) dreidimensionale Rechnetze erzeugt und analog den Untersuchungen an den SFS-Modellen numerisch berechnet. Um diese realen Strukturen mit den SFS

vergleichen zu können, müssen die modellbestimmenden Parameter der RFS genau ermittelt werden. Für die Bestimmung des Anisotropietensors gibt es keine genaue Standardmethode, weshalb hier eine genauere Methode – basierend auf einem Skellettierungsalgorithmus – entwickelt wurde (siehe Abschnitt 4.2.2).

Für die experimentelle Validierung wurde für die Bestimmung des lokalen Wärmeübergangs eine neue Methodik auf Grundlage der IR-Thermographie erprobt (vgl. Abschnitt 4.5). Durch eine Referenzbildmethode mit zusätzlichen Korrektur- und Mittelungsmethoden konnte die Genauigkeit der Messmethode auf $\Delta T \sim 0.01\text{K}$ erhöht werden. Die Problematik der Temperaturverlaufbestimmung innerhalb der Messprobe wurde durch ergänzende 2D Simulationen gelöst.

Insgesamt ergaben sowohl die numerische, als auch die experimentelle Validierung vertretbare Ergebnisse.

Um genauere Einsicht in die Transportprozesse in ungeordneten, gesinterten Kurzfaserverstrukturen zu gewinnen, wurde die Abbildung auf einfache, geordnete Strukturen vorgenommen und die Beschreibung dieser durch analytischen Näherungslösungen untersucht. Auf diesem Wege konnten analytische Lösungen für die charakterisierenden Größen der RFS aufgezeigt und eine Bewertung der analytischen Ansätze gegeben werden.

Neben den unterschiedlichen Modellansätzen der RFS wurden damit auch Schließungsansätze der volumengemittelten Transportgleichungssysteme für poröse Medien aus gesinterten Kurzfasern gewonnen.

Ausblick

Mit der Abbildung des Stoff- und Wärmetransportes in Faserstrukturen auf volumengemittelte Transportgleichungen, kann die gesamte (hierarchische) Wärmeübertragerstruktur numerisch untersucht werden. Insbesondere können für numerische Untersuchungen für instationäre Randbedingungen – wie beispielsweise Adsorptionsvorgänge – vorgenommen werden.

Das Forschungsgebiet der ungeordneten, metallischen Kurzfaserverstrukturen ist im Vergleich zu metallischen Schaumstrukturen ein noch wenig erforschtes Feld mit weiterhin offenen Fragen und einer fehlenden universalen theoretischen Grundlage. Weitere konkrete Untersuchungen könnten Strukturen mit Anisotropie in alle Raumrichtungen und unterschiedliche Faserformen beinhalten mit Strömungen im turbulenten Bereich (auf Porenebene).

Von der experimentellen Seite wurde das Potential der Infrarot-Messmethodik zur Charakterisierung der lokalen Wärmeübergänge aufgezeigt. Durch weitere Verbesserungen könnte diese nicht-invasive Messmethode die Genauigkeit der bislang gebräuchlichen, invasiven Messtechniken übersteigen und somit eine echte Alternative bieten.

In dieser Arbeit wurden generische Auslegungswerkzeuge für effektiv zweidimensionale, hierarchische Wärmeübertrager mit offenporösen Metallfaserstrukturen entwickelt. Mit dieser Grundlage ist eine optimale Auslegung für den konkreten Anwendungsfall möglich.

Im Hinblick auf die Anwendung in adsorptionsbasierten Wärmepumpen ist eine konkrete Herstellung der komplexen Kanalstrukturen über Standardumformtechniken (z. B. Hydroforming) vorstellbar. Die Faserstrukturen lassen sich als größere Matten – im Gegensatz zu Schaumstrukturen – herstellen und die gewünschten Segmente lassen sich aus „Fasermatten“ präzise ausschneiden und können vor dem Zusammenfügen der vorgeformten Wärmeübertragerbleche platziert werden. Das Zusammenfügen der Teile lässt sich wiederum durch Standardfügetechniken bewältigen (z. B. Laserschweißen, Sinterung).

Über solche Prototypen lässt sich das Verhalten im Gesamtsystem auf einfache Weise untersuchen.

A. Hierarchischer Wärmeübertrager im Rahmen der Constructal Theory

Zur Beschreibung der thermischen Optimierung von fraktalen Netzwerken hat Bejan [10] die sog. *Constructal Theory* aufgebracht um die thermodynamische Optimierung geometrischer Strukturen zu analysieren. Diese Theorie kann für die Optimierung zahlreicher Transportphänomene herangezogen werden, wie z. B. Wärmeübertragung, Fluidströmung, Elektrizität usw. Die Gemeinsamkeit in vielen natürlich auftretenden Strömungsstrukturen liegt in der Fraktalität und der hierarchischen Anordnung der multiplen Skalen. Das Prinzip der Theorie gründet auf der Unterteilung der Gesamtgeometrie in elementaren Abschnitten um die beste Größe und Struktur dieser bei einem festgesetzten Gesamtvolumen zu bestimmen. Über die Optimierung von fraktalen Mikrokanalstrukturen kann der Gesamtdruckabfall (und damit die Pumpleistung) im Vergleich zu konventionellen parallelen Kanalanordnungen deutlich reduziert werden. Weiterhin kann über die Flussaufweitung an den Bifurkationen lässt sich eine gleichförmige Temperaturverteilung entlang des Kanalnetzwerks erreichen.

Im Nachfolgenden werden die Geometrieparameter (vgl. Abb. 2.2) den – Constructal Theorie entsprechenden – Parametern zugeordnet. Diese sind in Tabelle A.1 zusammengefasst.

Constructal Theorie	L_1	W_1	L_2	W_2	L_3
bisherige Bezeichnungen	L_m	W_M	L_m	W_m	l_m

Tabelle A.1.: Constructal Theorie Terminologie.

A.1. Druckabfall in den Hierarchieebenen

1. Hierarchieebene I

Der Gesamtdruckabfall ist gegeben durch den Ausdruck:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 + \Delta p_{W_1} . \quad (\text{A.1})$$

Dabei bezeichnet Δp_2 den Gesamtdruckabfall der 2-ten Hierarchieebene und Δp_{W_1} den integralen Druckabfall der VS. In der VS wird eine ausgebildete laminare Strömung in den Teilabschnitten angenommen. Der Volumenstrom \dot{V}_1 nimmt entlang des Verteilerkanals linear ab $\dot{V}_{1,i} = V_0 \cdot \left(1 - \frac{i}{N}\right)$. Für den integralen Wert der VS-Einheit ergibt sich:

$$\Delta p_{W_1} = \frac{12 \cdot \nu_f \cdot \rho_f \cdot L_1 \cdot \dot{V}_0}{\min [W_1, h]^3 \cdot \max [W_1, h]}, \quad (\text{A.2})$$

mit den Kanaldimensionen: L_1 Kanallänge, W_1 Kanalbreite und der Kanalhöhe h . Der Verzweigungsgrad dieser Hierarchieebene ist über $N_1 = L_1 / (L_3^{opt} + W_2^{opt})$ mit den (optimalen) Geometrieparametern der nächsten Hierarchieebene verknüpft. Für den besonderen Fall einer fraktalen Verteilerstruktur mit Bifurkationen ist die Gesamtverzweigungszahl beschränkt auf $N_1 = 2^n$. Dabei ist der Verzweigungsgrad $n \in \mathbb{N}$.

2. Hierarchieebene II

Im Falle von Mikroverbindungskanälen wäre die Struktur selbstähnlich, und damit obige Methodik analog anwendbar. Mit der abgeänderten Struktur der 2-ten Hierarchieebene erhält man hier ein verändertes Druckabfallsmodell in der porösen Struktur.

In dieser Hierarchieebene geht man von neuen Volumenströmen aus $\dot{V}_1 = \dot{V}_0 / N_1$. Bei gleichmäßiger Volumenstromaufteilung auf die offenporöse Struktur erhält man die lineare Volumenstromänderung entlang der Verteiler-/ Sammelkanalenden mit der axialen Position ζ_2 : $\dot{V}_m(\zeta_2) = W_{m,0} \cdot \left(1 - \frac{\zeta_2}{L_m}\right)$. Der Druckabfall dieser Ebene ist wiederum:

$$\Delta p_2 = \Delta p_3 + \Delta p_{W_{2/2}}. \quad (\text{A.3})$$

Der Ausdruck für $\Delta P_{W_{2/2}}$ ergibt sich analog Gl. A.2 zu

$$\Delta P_{W_{2/2}} = \left(12 \cdot \nu_f \cdot \rho_f \cdot L_2 \cdot \dot{V}_1\right) / \left(\min [W_2, h]^3 \cdot \max [W_2, h]\right).$$

Der Druckabfall in der offenporösen Verbindungsstruktur bezieht sich auf die infinitesimale Länge $\Delta \zeta_2$: $\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot L_2 / \Delta \zeta_2$. Hier wird wegen den fehlenden Kanaltrennwänden eine Symmetrie an den imaginären Kanaltrennwänden der infinitesimalen Kanäle angenommen. Der Druckabfall wird entsprechend dem Modell von Hoomann et al. [45] für eine ausgebildete Strömung angesetzt

$$\Delta p_3 = \frac{\dot{V}_2 \cdot (\Delta \zeta_2 / L_2) \cdot \mu_f \cdot \sinh(h / \sqrt{\kappa}) \cdot L_3}{(\kappa \cdot h \cdot (2 \cdot \sqrt{\kappa} / h (-1 + \cosh(h / \sqrt{\kappa})) - \sinh(h / \sqrt{\kappa}))}, \quad (\text{A.4})$$

mit der Permeabilität κ .

Gesamtdruckabfall

Der Gesamtdruckabfall über alle Hierarchieebenen ergibt sich allgemein durch sukzessives Einsetzen der Ergebnisse der einzelnen Hierarchieebenen:

$$\Delta p \equiv \Delta p_1 = \Delta p_2 + \Delta p_{W_1} = (\Delta p_3 + \Delta p_{W_2/2}) + \Delta p_{W_1} . \quad (\text{A.5})$$

A.2. Thermischer Widerstand

Der thermische Widerstand lässt sich auch in einer sukzessiven Art durch Berücksichtigung der Selbstähnlichkeit der Hierarchiestufen darstellen. Für eine Abschätzungsrechnung lassen sich die sinnvollen, vereinfachenden Annahmen treffen, dass die Kanaltrennwände einen vernachlässigbaren thermischen Widerstand darstellen und dass die Wärmeübertragung auf das Fluid ausschließlich in der offenporösen Metallstruktur stattfindet. (Dies ist eine sinnvolle Modellannahme, da das Verhältnis der Nu -Zahlen der porösen Metallstruktur (MS) zu denen der Verteilerkanäle (VS) $\mathcal{O}(Nu_{MS}/Nu_{VS}) \sim 20$ beträgt.)

Der gesamtthermische Widerstand $R_{th,tot}$ der Wärmeübertragerstruktur lässt sich auf die Berechnung eines Elementar-Volumens (EV) mit dem Volumen $V_{EV} = L_3 \cdot \Delta\zeta_2 \cdot h$ beschränken. Das Fluid gelangt mit der konstanten Temperatur T_{ein} bis an den Eintritt des EV. Die Temperaturdifferenz zwischen Ein und Austritt des EV ist gegeben durch:

$$\Delta T_1 = \bar{T}_a - T_i = \frac{\tilde{q}(L_3, W_2) \cdot L_3 \cdot \Delta\zeta_2}{\dot{V}_2 \cdot c_{p,f}} , \quad (\text{A.6})$$

mit der mittleren Fluid-Austrittstemperatur \bar{T}_{aus} und $\tilde{q}(L_3, W_2) = \dot{q} \cdot (L_3 + W_2) / L_3$. Die Temperaturdifferenz zwischen der maximalen Aussenwandtemperatur $T_{w,max}$ und \bar{T}_{aus} ist gegeben durch:

$$\Delta T_2 = T_{w,max} - \bar{T}_a = 2 \cdot \tilde{q}(L_3, W_2) \cdot h / (\overline{Nu}_{b,\epsilon=1} \cdot \lambda_{eff}) , \quad (\text{A.7})$$

mit $\overline{Nu}_{b,\epsilon=1}$ der Nu -Zahl bei der Porosität $\epsilon = 1$ und der effektiven Gesamt-Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{eff} = \lambda_{f,eff} + \lambda_{s,eff}$. Der explizite Ausdruck der Nu -Zahl [49] ist

$$\overline{Nu}_{b,\epsilon=1}(\tilde{\zeta}_3) = \begin{cases} 1.383 \cdot \tilde{\zeta}_3^{-0.45} & \tilde{\zeta}_3 \leq 0.001 \\ 12 + 22 \cdot (10^3 \tilde{\zeta}_3)^{-0.506} \cdot \exp(-164 \cdot \tilde{\zeta}_3) & \tilde{\zeta}_3 > 0.001 \end{cases}, \quad (\text{A.8})$$

mit der dimensionslosen axialen Position $\tilde{\zeta}_3 = \zeta_3 / (2h \cdot Re \cdot Pr)$.

Der gesamtthermische Widerstand ergibt sich aus Gl. A.6 und A.7 zu:

$$R_{th,tot} = \frac{\Delta T_{ges}}{\dot{q}} = (\Delta T_1 + \Delta T_2) / \dot{q}. \quad (\text{A.9})$$

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit in der Forschungsgruppe Energie- und Gebäudetechnologie am Fachgebiet Strömungsmaschinen des Karlsruher Instituts für Technologie.

Danken möchte ich zunächst Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi für die Unterstützung meiner Arbeit, die konstruktiven Kommentare, den verlässlichen Rückhalt und schließlich der Übernahme des Hauptreferats. Erwähnt seien auch die wertvollen Einblicke in die Welt der Strömungsmaschinen in Form von interessanten Projekten und Exkursionen.

Dem Korreferenten Herrn Dr. rer. nat. Ferdinand Schmidt danke ich für die Ermöglichung der Erstellung der Arbeit mit dem entgegengebrachten Vertrauen bei der Bearbeitung des Themas und zudem für die motivierende (moralische) Unterstützung in den entscheidenden Phasen meiner Dissertation.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Hans-Martin Henning danke ich für die Übernahme des Korreferats und für das Interesse an der Arbeit mit wertvollen Hinweisen.

Bedanken möchte ich mich zudem bei Herrn Dr.-Ing. Olaf Andersen für die Bereitstellung der Faserproben und Herrn Dr.-Ing. Michael Hermann für die Ermöglichung der Labornutzung am Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme.

Ich bedanke mich bei der Deutschen Bundesstiftung Umwelt (DBU) für die finanzielle Unterstützung durch ein Promotionsstipendium.

Die erfolgreiche Durchführung dieser Arbeit basiert entscheidend auf der großartigen Arbeitsatmosphäre am FSM, weshalb ich mich bei allen Kollegen herzlichst bedanken möchte. Dank gebührt auch allen Studenten, die durch ihre engagierte Mitarbeit wesentlich zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Abschließend möchte ich mich besonders bei meiner Familie und Freunden bedanken, die mich auch außerhalb der Arbeit unterstützen haben und ganz besonders meiner lieben Hatice!

Literaturverzeichnis

- [1] COMSOL Multiphysics v. 4.4. www.comsol.com. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- [2] User's Guide, pp. 570-613. COMSOL Multiphysics v. 4.3. COMSOL AB, Stockholm, Sweden. 2012.
- [3] O. Andersen and J. Meinert. Heat transfer and fluid flow in sintered metallic fiber structures. *Materials Science Forum*, 638-642:1884 – 1889, 2010.
- [4] O. Andersen, I. Morgenthal, and T. Studnitzky. Highly porous rigid fibre structures made from light metals. Technical report, Fraunhofer Institute for Manufacturing and Advanced Materials, Dresden, Germany, 2008.
- [5] I. Arganda-Carreras, R. Fernandez-Gonzalez, A. Munoz-Barrutia, and Ortiz-De-Solorzano. C. 3d reconstruction of histological sections: Application to mammary gland tissue. *Microscopy Research and Technique*, 73(11):1019 – 1029, 2010.
- [6] T. Astarita, G. Cardone, G. M. Carlomagno, and C. Meola. A survey on infrared thermography for convective heat transfer measurements. *Optics & Laser Technology*, 32(7):593–610, 2000.
- [7] H. D. Baehr and K. Stephan. *Wärme-und Stoffübertragung*, volume 6. Springer, 1994.
- [8] V. H. Barocas and R. T. Tranquillo. An anisotropic biphasic theory of tissue-equivalent mechanics: the interplay among cell traction, fibrillar network deformation, fibril alignment, and cell contact guidance. *Journal of biomechanical engineering*, 119(2):137 – 145, 1997.
- [9] H. H. Bau. Optimization of conduits' shape in micro heat exchangers. *International journal of heat and mass transfer*, 41(18):2717 – 2723, 1998.
- [10] A. Bejan. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(4):799813 – 811816, 1997.
- [11] A. Bejan. From heat transfer principles to shape and structure in nature: constructal theory. *Journal of Heat Transfer*, 122(3):430 – 449, 2000.
- [12] A. Bejan and M. R. Errera. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(17):3105 – 3118, 2000.

- [13] A. Bhattacharya, V. V. Calmidi, and R. L. Mahajan. Thermophysical properties of high porosity metal foams. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(5):1017 – 1031, 2002.
- [14] K. K. Bodla, J. Y. Murthy, and S. V. Garimella. Microtomography-based simulation of transport through open-cell metal foams. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 58(7):527 – 544, 2010.
- [15] K. Boomsma and D. Poulikakos. On the effective thermal conductivity of a three-dimensionally structured fluid-saturated metal foam. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(4):827 – 836, 2001.
- [16] K. Boomsma, D. Poulikakos, and F. Zwick. Metal foams as compact high performance heat exchangers. *Mechanics of Materials*, 35(12):1161 – 1176, 2003.
- [17] H. C. Burger. Das lertvermogen verdumter mischkristallfreier lonsungen. *Phys. Zs*, 20:73 – 76, 1915.
- [18] V. V. Calmidi and R. L. Mahajan. Effective thermal conductivity of high porosity fibrous metal foams. *Journal of Heat Transfer*, 121(2):466 – 471, 1999.
- [19] G. M. Carlomagno and G. Cardone. Infrared thermography for convective heat transfer measurements. *Experiments in fluids*, 49(6):1187 – 1218, 2010.
- [20] M. M. Chen and K. R. Holmes. Microvascular cotributions in tissue heat transfer. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 335(1):137 – 150, 1980.
- [21] Y. Chen and P. Cheng. Heat transfer and pressure drop in fractal tree-like microchannel nets. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(13):2643 – 2648, 2002.
- [22] P. Cheng. Heat transfer in geothermal systems. *Advances in heat transfer*, 14:1–105, 1979.
- [23] D. S. Clague and R. J. Phillips. Hindered diffusion of spherical macromolecules through dilute fibrous media. *Physics of Fluids*, 8(7):1720 – 1731, 1994-present.
- [24] D. S. Clague and R. J. Phillips. A numerical calculation of the hydraulic permeability of three-dimensional disordered fibrous media. *Physics of Fluids*, 9(6):1562 – 1572, 1997.
- [25] T. Coleman, M. A. Branch, and A. Grace. Optimization Toolbox, ver. 2.2, The MathWorks. Inc., Natick, MA, 2004.
- [26] B. Crittenden and J. W. Thomas. *Adsorption technology and design*. Butterworth-Heinemann, 1998.
- [27] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 6(2):182–197, 2002.

- [28] A. Della Torre, G. Montenegro, A. Onorati, and G. Tabor. Cfd characterization of pressure drop and heat transfer inside porous substrates. *Energy Procedia*, (81):836 – 845, 2015.
- [29] D. P. DeWitt and G. D. Nutter. *Theory and practice of radiation thermometry*. Wiley Online Library, 1988.
- [30] J. E. Drummond and M. I. Tahir. Laminar viscous flow through regular arrays of parallel solid cylinders. *International Journal of Multiphase Flow*, 10(5):515 – 540, 1984.
- [31] N. Dukhan, P. D. Quinones-Ramos, E. Cruz-Ruiz, M. Vélez-Reyes, and E. P. Scott. One-dimensional heat transfer analysis in open-cell 10-ppi metal foam. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48:5112 – 5120, 2005.
- [32] G. Dul’nev. Heat transfer through solid disperse systems. *Journal of engineering physics*, 9(3):275 – 279, 1965.
- [33] W. Escher, T. Brunschwiler, B. Michel, and B. Poulikakos. Experimental investigation of an ultrathin manifold microchannel heat sink for liquid-cooled chips. *Journal of Heat Transfer*, 132(8):081402, 2010.
- [34] W. Escher, B. Michel, and D. Poulikakos. Efficiency of optimized bifurcating tree-like and parallel microchannel networks in the cooling of electronics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(5 – 6):1421 – 1430, 2009.
- [35] W. Escher, B. Michel, and D. Poulikakos. A novel high performance, ultra thin heat sink for electronics. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31(4):586 – 598, 2010.
- [36] A. J. Fowler and A. Bejan. Forced convection in banks of inclined cylinders at low reynolds numbers. *International journal of heat and fluid flow*, 15(2):90 – 99, 1994.
- [37] G. Gamrat, M. Favre-Marinet, and S. Le Person. Numerical study of heat transfer over banks of rods in small reynolds number cross-flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51(3):853 – 864, 2008.
- [38] I. Ghosh. Heat-transfer analysis of high porosity open-cell metal foam. *Journal of Heat Transfer*, 130(3):034501, 2008.
- [39] H. G. Gröhn. 182 influence of the yaw angle on heat transfer and pressure drop of helical type heat exchangers. *Technology of steam generators for gas-cooled reactors*, page 182, 1987.
- [40] W. Sagong H. Choi, H. Park and S. Lee. Biomimetic flow control based on morphological features of living creatures. *Physics of Fluids*, 24(12):121302, 2012.
- [41] G. R. Hadley. Thermal conductivity of packed metal powders. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 29(6):909 – 920, 1986.

- [42] R. L. Hamilton and O. K. Crosser. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 1(3):187 – 191, 1962.
- [43] R. Heitzmann, E. Tempfli, and F. P. Schmidt. Investigation of the permeability of anisotropic fibre structures through cfd simulation. *Transport in Porous Media*, 108(2):313 – 333, 2015.
- [44] M. Hermann. *Bionische Ansätze zur Entwicklung energieeffizienter Fluidsysteme für den Wärmetransport*. PhD thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2005.
- [45] K. Hooman, H. Gurgenci, and A. A. Merrikh. Heat transfer and entropy generation optimization of forced convection in porous-saturated ducts of rectangular cross-section. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50:2051 – 2059, 2007.
- [46] D. Inglis and S. Pietruszczak. Characterization of anisotropy in porous media by means of linear intercept measurements. *International Journal of Solids and Structures*, 40(5):1243 – 1264, 2003.
- [47] G. W. Jackson and D. F. James. The hydrodynamic resistance of hyaluronic acid and its contribution to tissue permeability. *Biorheology*, 19(1/2):317 – 330, 1981.
- [48] G. W. Jackson and D. F. James. The permeability of fibrous porous media. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 64(3):364 – 374, 1986.
- [49] T. M. Jeng, S. C. Tzeng, and Y. H. Hung. An analytical study of local thermal equilibrium in porous heat sinks using fin theory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:1907 – 1914, 2006.
- [50] D. Jones. *Practical Goal Programming*. Boston, MA: Springer Science + Business Media, LLC, 2010.
- [51] S. Kakac, H. Liu, and A. Pramuanjaroenkij. *Heat exchangers: selection, rating, and thermal design*. CRC press, 2012.
- [52] M. Kaviany. *Principles of heat transfer in porous media*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [53] W. A. Khan, R. J. Culham, and M. M. Yovanovich. Analytical model for convection heat transfer from tube banks. *Journal of thermophysics and heat transfer*, 20(4):720 – 727, 2006.
- [54] A. Kopanidis, A. Theodorakakos, E. Gavaises, and D. Bouris. 3d numerical simulation of flow and conjugate heat transfer through a pore scale model of high porosity open cell metal foam. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 11(53):2539 – 2550, 2010.
- [55] T. Kuppan. *Heat exchanger design handbook*. Mechanical engineering ; 126. Taylor & Francis, New York, 2000.

-
- [56] F. Kuwahara, A. Nakayama, and H. Koyama. A numerical study of thermal dispersion in porous media. *Journal of heat transfer*, 118(3):756 – 761, 1996.
- [57] T. C. Lee, R. L. Kashyap, and C. N. Chu. Building skeleton models via 3-d medial surface axis thinning algorithms. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 56(6):462 – 478, 1994.
- [58] T. J. Lu, H. A. Stone, and M. F. Ashby. Heat transfer in open-cell metal foams. *Acta Materialia*, 46(10), 1998.
- [59] W. Lu, C. Y. Zhao, and S. A. Tassou. Thermal analysis on metal-foam filled heat exchangers. Part I: Metal-foam filled pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(15 – 16):2751 – 2761, 2006.
- [60] R. P. Madding. Emissivity measurement using infrared imaging radiometric cameras. *Encyclopedia of optical engineering*, 2:475 – 483, 2003.
- [61] S. Mancin, C. Zilio, A. Diani, and L. Rossetto. Air forced convection through metal foams: Experimental results and modeling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 62:112 – 123, 2013.
- [62] J. C. Maxwell. A treatise on electricity and magnetism. *Oxford University Press (Clarendon)*, 1873.
- [63] A. Y. Moreno and E. M. Sparrow. Heat transfer, pressure drop, and fluid flow patterns in yawed tube banks. *International journal of heat and mass transfer*, 30(10):1979 – 1995, 1994.
- [64] G. L. Morini. Thermal characteristics of slug flow in rectangular ducts. *International Journal of Thermal Sciences*, 38(2):148 – 159, 1999.
- [65] P. Mostaghimi, M. J. Blunt, and B. Bijeljic. Computations of absolute permeability on micro-CT images. *Mathematical Geosciences*, 45(1):103 – 125, 2013.
- [66] M. E. Muller. Some continuous monte carlo methods for the dirichlet problem. *The Annals of Mathematical Statistics*, pages 569 – 589, 1956.
- [67] C. D. Murray. The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood volume. *Proc Natl Acad Sci USA*, 12:207–214, 1926.
- [68] Y. S. Muzychka and M. M. Yovanovich. Modeling friction factors in non-circular ducts for developing laminar flow. *2nd AIAA Theoretical Fluid Mechanics Meeting*, pages 98–2492, 1998.
- [69] Y. S. Muzychka and M. M. Yovanovich. Pressure drop in laminar developing flow in noncircular ducts: A scaling and modeling approach. *Journal of Fluids Engineering*, 131(11):111105, 2009.
- [70] A. Nabovati, E. W. Llewellyn, and A. C. Sousa. A general model for the permeability of fibrous porous media based on fluid flow simulations using the

- lattice boltzmann method. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 40(6):860 – 869, 2009.
- [71] A. Nakayama. PC-aided numerical heat transfer and convective flow. *CRC press*, 1995.
- [72] A. Nakayama, F. Kuwahara, and Y. Kodama. An equation for thermal dispersion flux transport and its mathematical modelling for heat and fluid flow in a porous medium. *Journal of Fluid Mechanics*, 563:81 – 96, 2006.
- [73] D. A. Nield and A. Bejan. *Convection in porous media*. Springer, New York, N.Y., 3. ed. edition, 2006.
- [74] N. T. Obot. Toward a better understanding of friction and heat/mass transfer in microchannels – a literature review. *Microscale Thermophysical Engineering*, 6(3):155 – 173, 2002.
- [75] A. Öchsner, G. E. Murch, and M. J. de Lemos. *Cellular and porous materials: thermal properties simulation and prediction*. John Wiley & Sons, 2008.
- [76] B. Palm. Heat transfer in microchannels. *Microscale Thermophysical Engineering*, 5(3):155 – 175, 2001.
- [77] D. Pence. Reduced pumping power and wall temperature in microchannel heat sinks with fractal-like branching channel networks. *Microscale Thermophysical Engineering*, 6(4):319 – 330, 2003.
- [78] J. Petrasch, F. Meier, H. Friess, and A. Steinfeld. Tomography based determination of permeability, dupuit-forchheimer coefficient, and interfacial heat transfer coefficient in reticulate porous ceramics. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1(29):315 – 326, 2008.
- [79] J. Petrasch, B. Schrader, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography-based determination of the effective thermal conductivity of fluid-saturated reticulate porous ceramics. *Journal of heat transfer*, 130(3):032602, 2008.
- [80] A. Popov. *Genetic algorithms for optimization-programs for MATLAB*, 2005.
- [81] B. Pourdeyhimi, R. Ramanathan, and R. Dent. Measuring fiber orientation in nonwovens part i: simulation. *Textile Research Journal*, 66(11):713 – 722, 1996.
- [82] A. K. Pradhan, D. Das, R. Chattopadhyay, and S. N. Singh. Effect of 3d fiber orientation distribution on transverse air permeability of fibrous porous media. *Powder technology*, 221:101 – 104, 2012.
- [83] Z. G. Qu, T. S. Wang, W. Q. Tao, and T. J. Lu. A theoretical octet-truss lattice unit cell model for effective thermal conductivity of consolidated porous materials saturated with fluid. *Heat and Mass Transfer*, 48(8):1385 – 1395, 2012.
- [84] M. Quintard. One-and two-equation models for transient diffusion processes in two-phase systems. *Advances in heat transfer*, 23:369 – 464, 1993.

- [85] M. Quintard. Modelling local non-equilibrium heat transfer in porous media. *Heat Transfer*, 1:279 – 286, 1998.
- [86] A. N. Rusk, D. Williams, and M. R. Querry. Optical constants of water in the infrared. *Journal of the Optical Society America*, 61:893 – 903, 1971.
- [87] J. Y. Murthy S. Krishnan and S. V. Garimella. Direct simulation of transport in open-cell metal foam. *Journal of Heat Transfer*, 128(8):793 – 799, 2006.
- [88] A.S. Sangani and A. Acrivos. Slow flow past periodic arrays of cylinders with application to heat transfer. *International Journal of Multiphase Flow*, 8(3):193–206, 1982.
- [89] N. Schuster and V.G. Kolobrodov. *Infrarotthermographie*. WILEY-VCH, Weinheim, 2004.
- [90] S. M. Senn and D. Poulikakos. Laminar mixing, heat transfer and pressure drop in tree-like microchannel nets and their application for thermal management in polymer electrolyte fuel cells. *Journal of Power Sources*, 130(1):178 – 191, 2004.
- [91] R. K. Shah and A. L. London. *Laminar flow forced convection in ducts: a source book for compact heat exchanger analytical data*. Advances in heat transfer : Supplement ; 1. Acad. Pr., New York, 1978.
- [92] D. Shou, J. Fan, and F. Ding. Hydraulic permeability of fibrous porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(17 – 18):4009 – 4018, 2011.
- [93] R. Singh and H. S. Kasana. Computational aspects of effective thermal conductivity of highly porous metal foams. *Applied thermal engineering*, 24(13):1841 – 1849, 2004.
- [94] C. B. Sobhan and S. V. Garimella. A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in microchannels. *Microscale Thermophysical Engineering*, 5(4):293 – 311, 2001.
- [95] T. Stylianopoulos, A. Yeckel, J. J. Derby, X. J. Luo, M. S. Shephard, E. A. Sander, and V. H. Barocas. Permeability calculations in three-dimensional isotropic and oriented fiber networks. *Physics of Fluids*, 20(12):123601, 2008.
- [96] P. Tabeling. *Introduction to microfluidics*. Oxford University Press on Demand, 2005.
- [97] L. Tadrist, M. Miscevic, O. Rahli, and F. Topin. About the use of fibrous materials in compact heat exchangers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 28:193 – 199, 2004.
- [98] D. B. Tuckerman and R. F. W. Pease. Optimized convective cooling using micro-machined structures. *Journal of the Electrochemical Society*, 129(3):C98 – C98, 1982.

- [99] K. Vafai and C. L. Tien. Heat transfer through metal foam-fluid system. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(2):195 – 203, 1981.
- [100] C. Veyhl, T. Fiedler, A. Andersen, J. Meinert, T. Bernthaler, I. V. Belova, and G. E. Murch. On the thermal conductivity of sintered metallic fibre structures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55:2440 – 2448, 2012.
- [101] N. Wakao and S. Kagei. *Heat and mass transfer in packed beds*, volume 1. Taylor & Francis, 1982.
- [102] M. Y. Wen and K. J. Jang. Forced convection heat transfer at an inclined and yawed round tube. *International journal of heat and mass transfer*, 45(10):2031 – 2042, 2002.
- [103] S. Whitaker. Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy’s law. *Transport in Porous Media*, 1(1):3 – 25, 1986.
- [104] Z. Wu, C. Caliot, G. Flamant, and Z. Wang. Numerical simulation of convective heat transfer between air flow and ceramic foams to optimise volumetric solar air receiver performances. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 7(54):1527 – 1537, 2011.
- [105] K. Yazdchi, S. Srivastava, and S. Luding. Microstructural effects on the permeability of periodic fibrous porous media. *International Journal of Multiphase Flow*, 37(8):956 – 966, 2011.
- [106] M. Zafari, M. Panjepour, M. Davazdah Emami, and M. Meratian. Microtomography-based numerical simulation of fluid flow and heat transfer in open cell metal foams. *Applied Thermal Engineering*, 80:347 – 354, 2015.
- [107] C. Y. Zhao, T. Kim, T. J. Lu, and H. P. Hodson. Thermal transport in high porosity cellular metal foams. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 18(3):309 – 317, 2004.
- [108] J. Zierep. *Grundzüge der Strömungslehre : Grundlagen, Statik und Dynamik der Fluide*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2013.
- [109] A. Zukauskas. *Heat transfer in tube banks in crossflow*. Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, 1972.

Nomenklatur

Lateinische Symbole

\dot{m}	Massenstrom [kg/s]
\dot{Q}	Wärmestrom [W]
\dot{q}	Wärmestromdichte [W/m ²]
\dot{V}	Volumenstrom [m ³ /s]
A	Fläche [m ²]
c_F	Forchheimer Koeffizient [1/m]
c_p	spezifische Wärmekapazität [J/kg·K]
D_h bzw. d_h	hydraulischer Durchmesser $d_h = 4A/U$ [m]
f_F	Fanning Reibungsfaktor [-]
h bzw. H	Höhe [m] bzw. Wärmeübergangskoeffizient [W/m ² ·K]
k	Wärmeleitfähigkeit [W/m·K]
l bzw. L	Länge [m]
m	Masse [kg]
M_λ	spezifische spektrale Ausstrahlung [W/m ² ·m]
p	Druck [Pa]
P	Leistung [W]
R	thermischer Widerstand [K/W]
r	Radius [m]
s	Kurvenlänge [m]
T	Temperatur [K]

U	Umfang [m]
u_D	Darcy Geschwindigkeit [m/s]
V	Volumen [m ³]
v	Geschwindigkeit [m/s]
w bzw. W	Breite [m]

Griechische Symbole

α	Absorptionsgrad
χ	Aspektverhältnis der Fasern
ϵ	Porosität
η	Effizienz
γ	Gewichtungskoeffizient
κ	Permeabilitätsverhältnis $\kappa = \frac{2 \cdot K_z}{(K_x + K_y)}$
λ	Wellenlänge [m] bzw. Wärmeleitfähigkeit [W/m·K]
μ	dynamische Viskosität [Pa·s]
ν	kinematische Viskosität [m ² /s]
Ω_i	Anisotropie
ϕ	Faservolumenanteil
ρ	Dichte [kg/m ³] bzw. Reflexionsgrad
σ	Anisotropiefaktor $\sigma = \Omega_x / \Omega_z$
τ	Tortuosität bzw. Transmissionsgrad
ε	Emissionsgrad
ξ	Tortuositätsverhältnis
ζ	Relativkoordinate bzw. Verlustkoeffizienten
K	Permeabilität [m ²]

Abkürzungen

EV	einfache, optimierte Verteilerstruktur
IR	infrarot
VS	Verteiler/Sammler
Nu	Nusselt-Zahl $Nu = \frac{h \cdot d}{\lambda_f}$
Pe	Peclet-Zahl $Pe = Pr \cdot Re$
Pr	Prandtl-Zahl $Pr = \frac{c_p \mu}{\rho}$
Re_d	Reynolds-Zahl $Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$ mit der charakteristischen Länge d
Re_p	Poren-Reynolds-Zahl $Re_p = \rho \cdot \sqrt{K} \cdot v / \mu$
COP	Coefficient of Performance
DGL	Differentialgleichung
FS	fraktale Struktur
GK	grauer Körper
HHX	hierarchischer Wärmeübertrager
HX	Wärmeübertrager
Init	Initialstruktur
MO	Multikriterielle Optimierung
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
PF	Pareto-Front
REV	repräsentatives Elementarvolumen
RFS	reale Faserstruktur
RHX	Referenzwärmeübertrager
SFS	synthetische Faserstruktur
SK	schwarzer Körper
SO	Sukzessive Optimierung
VT	Vergleichstopologie

Indizes

c	Subkanal
eff	effektiv
F	Faser
f	Fluid
h	hydraulisch
int	Interpolation
M	Hauptkanal
num	numerisch
o	Oberfläche
opt	optimal
p	porös
S	Sammler
s	Solid
sf	Phasengrenze fest/flüssig
th	thermisch
theo	theoretisch
tot	Gesamt
u	Umgebung
V	Verteiler

Mathematische Symbole

$\langle \rangle$	Mittelwertoperator
$\langle \rangle^k$	interner Mittelwert in Phase k
$\bar{\cdot}$	Mittelwert
$\overline{\cdot}$	Tensor

abs	Absolutbetrag
dev	relative Abweichung
diag	Diagonal-Matrix
var	Varianz