



Fraunhofer

IWM

FRAUNHOFER-INSTITUT FÜR WERKSTOFFMECHANIK IWM

Fraunhofer IWM Forschungsberichte

Band 18

Lukas Schulenberg

**Mehrskalenmodellierung langfaser-
verstärkter Thermoplaste – Experimentelle
und numerische Untersuchungen zum
Deformations- und Versagensverhalten**

Fraunhofer-Institut für
Werkstoffmechanik IWM

Fraunhofer IWM Forschungsberichte

Band 18

Mehrskalenmodellierung langfaser-
verstärkter Thermoplaste –
Experimentelle und numerische
Untersuchungen zum Deformations-
und Versagensverhalten

Lukas Schulenberg

FRAUNHOFER VERLAG

Kontaktadresse:

Fraunhofer-Institut für
Werkstoffmechanik IWM
Wöhlerstraße 11
79108 Freiburg
Telefon 0761 5142-0
info@iwf.fraunhofer.de
www.iwf.fraunhofer.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.
ISBN (Print): 978-3-8396-1370-2

D 90

Zugl.: Karlsruhe, KIT, Diss., 2018

Druck: Mediendienstleistungen des
Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, Stuttgart

Für den Druck des Buches wurde chlor- und säurefreies Papier verwendet.

© by **FRAUNHOFER VERLAG**, 2018

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB
Postfach 80 04 69, 70504 Stuttgart
Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart
Telefon 07 11 9 70-25 00
Telefax 07 11 9 70-25 08
E-Mail verlag@fraunhofer.de
URL <http://verlag.fraunhofer.de>

Alle Rechte vorbehalten

Dieses Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die über die engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes hinausgeht, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Speicherung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen und Handelsnamen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass solche Bezeichnungen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und deshalb von jedermann benutzt werden dürften. Soweit in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden ist, kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen.

Mehrskalenmodellierung langfaserverstärkter
Thermoplaste – Experimentelle und numerische
Untersuchungen zum Deformations- und
Versagensverhalten

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Lukas Schulenberg

aus Friedrichshafen

Tag der mündlichen Prüfung: 14.03.2018

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Seelig
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Böhlke

Karlsruhe (2017)

Kurzfassung

Langfaserverstärkte Thermoplaste (LFT) bieten im Vergleich zu kurz- und unendlichfaser-verstärkten Verbundwerkstoffen hervorragende mechanischen Materialeigenschaften wie z.B. eine hohe Zugfestigkeit bei gleichzeitig großer Duktilität. Die gute Verarbeitbarkeit von LFT im Spritzgießprozess und die Verwendung von kostengünstigen Ausgangsmaterialien wie Polypropylen für die Matrix und Glasfasern zur Verstärkung machen LFT zu einem effizienten Material für industrielle Anwendungen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein spritzgegossenes langglasfaser verstärktes Polypropylen hinsichtlich des mikrostrukturellen Aufbaus und der mechanischen Eigenschaften bei unterschiedlichen Lastpfaden und Spannungszuständen untersucht. Mechanische anisotrope, dehnraten- und temperaturabhängige Kenngrößen werden identifiziert, indem experimentelle Untersuchungen an unterschiedlichen Prüfkörpern durchgeführt werden. Es lassen sich Korrelationen zur lokalen Mikrostruktur analysieren, die auf den Fasergehalt und die Faserorientierungsverteilung zurückzuführen sind. Es wird ein kontinuumsmechanisches Werkstoffmodell für die strukturmechanische Simulation entwickelt, das lokale Faserorientierungsverteilungen und Faservolumenkonzentrationen berücksichtigt. Dieses makroskopische Materialmodell basiert auf analytischen Homogenisierungsmethoden, das zur recheneffizienten Anwendung an sinnvoller Stelle durch phänomenologische Formulierungen erweitert wird. Im Modell werden sowohl die lokalen Inhomogenitäten, als auch die dehnratenabhängigen Werkstoffeigenschaften bis zum Versagen berücksichtigt. Eine zuverlässige Vorhersage der ortsabhängigen Faserorientierungen ist eine notwendige Voraussetzung und wird mit Hilfe von Spritzgusssimulationen berechnet, was nicht Teil dieser Arbeit ist. Durch die kombinierte Simulation von Formfüllprozess und Bauteilcrash auf Basis der Faserorientierungsverteilung und dem Fasergehalt können lokale Inhomogenitäten in der strukturmechanischen Simulation berücksichtigt werden. Es wird gezeigt, dass das in dieser Arbeit entwickelte Materialmodell zu einer verbesserten Crashbewertung von LFT-Bauteilen in der numerischen Simulation führt, indem am Beispiel einer industriellen Komponente die gesamte Prozesskette von der Spritzgusssimulation bis zur Crashsimulation virtuell abgebildet wird.

Ein weiterer Forschungsschwerpunkt dieser Arbeit ist die Analyse von Schädigungsmechanismen auf der Mikroskala mit Hilfe numerischer Zellmodelle. Eine Berücksichtigung festerer Materialeigenschaften im Faserbett (Interphase), infolge von Haftvermittlern, erweist sich hierbei als notwendig um die Schubkraftübertragung zwischen Faser und Matrix korrekt abzubilden. Es lassen sich sowohl die lokalen Kraftübertragungsmechanismen zwischen Faser und Matrix detailliert darstellen, als auch tendenzielle Aussagen über werkstoffspezifische Kenngrößen wie Fasergehalt und Aspektverhältnis gegenüber dem makroskopischem Schädigungs- und Versagensverhalten von LFT analysieren. Hierbei verdeutlichen z.B. die Auswertungen der Bruchenergien die notwendige Optimierungsaufgabe im Beispiel eines anforderungsorientierten Werkstoffdesigns hinsichtlich Crash- oder Impaktbelastungen.

Abstract

The great advantages of long fiber reinforced thermoplastics (LFT) compared to short and infinite fiber reinforced composites are excellent material properties, e.g. high strength and toughness, in conjunction with processability, e.g. by injection molding. By using low cost ingredients for the matrix such as polypropylene and glass fibers as reinforcements, LFT becomes an efficient material for industrial applications.

In the present work an injection molded long glass fiber reinforced polypropylene is examined. Tests are performed with regard to its micro structure and its macroscopic mechanical properties. Anisotropic, strain-rate and temperature dependent mechanical parameters are identified by carrying out experimental investigations on different specimen types to analyze varying loading paths and stress states. Correlations to the local micro structure can be identified, in particular local variations in the fiber content and the fiber orientation distribution. A continuum mechanic material model for structural finite element simulation is developed taking into account local fiber orientation distributions and fiber volume fraction. This macroscopic material model is based on analytical homogenization methods and is being extended by phenomenological formulations for an efficient use in an explicit finite element simulation. The model takes into account the local inhomogeneities and the strain rate dependent material properties up to failure. A reliable prediction of the local varying fiber orientations and fiber contents are a necessary prerequisite. These data are provided from numerical mold filling simulations which is not part of this work. It is shown that the material model developed in this study leads to an improved crash analysis of LFT components by simulating the entire process chain from an injection molding simulation to a crash simulation.

A further focus of this work is the analysis of damage mechanisms on the micro scale using numerical unit cell models. A so called interphase around the fibers resulting from bonding agents for this high resolution micro mechanical model is considered in order to simulate a correct force transmission between fiber and matrix. Local interacting mechanisms between fiber and matrix are presented and analyzed in detail. Furthermore, the influence of specific material parameters such as fiber content and fiber aspect ratio towards to the macroscopic damage and failure behavior of LFT will be examined. Tendencies of particular material damage parameters, e.g fracture energy, illustrate the necessity of an optimization task for a requirement oriented material design with regard to crash or impact loads.

Förderhinweis

Diese Arbeit entstand im Rahmen des IGF-Vorhabens (IGF-Nummer 17334 N) der Forschungsvereinigung Automobiltechnik e. V. (FAT), Behrenstraße 35, 10117 Berlin, das über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der Industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert wurde.

Gefördert durch:



aufgrund eines Beschlusses
des Deutschen Bundestages

Assoziiertes Forschungsvorhaben

Diese Arbeit entstand in Kooperation mit dem Forschungsvorhaben der *Integrierten Entwicklung kontinuierlich-diskontinuierlich langfaserverstärkter Polymerstrukturen* des Graduiertenkollegs (GRK 2078) der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG).



Continuous-discontinuous
long fiber-reinforced
polymer structures

Danksagung

Als erstes möchte ich mich bei Prof. Thomas Seelig für die vielen Stunden, die er in meine Betreuung investiert hat, bedanken. Seine Geduld während unserer Gespräche und seine Hilfe meine Forschungsergebnisse in eine wissenschaftliche Form zu bringen, war nicht selbstverständlich. Seinen Lehrauftrag hat er niemals außer Acht gelassen. Er half mir mein Fachwissen immer weiter auszubauen auch wenn die Thematik manchmal nicht im Kontext dieser Dissertation stand. Seine Fähigkeit komplexe Zusammenhänge zu veranschaulichen und in einen anwendungsbezogenen Kontext zu überführen habe ich sehr geschätzt. Für seine Zeit, die er sowohl in die Verbesserungen meiner Manuskripte zu gemeinsamen Veröffentlichungen, als auch in die Korrektur dieser Arbeit investiert hat, möchte ich mich ganz herzlich bedanken. Ich danke ebenso Herrn Prof. Thomas Böhlke für die Durchsicht der Arbeit und Übernahme des Korreferates sowie seine sinnvollen Anmerkungen.

Mein Dank gilt auch Georg Falkinger für die Akquise des Forschungsvorhabens, das den Rahmen dieser Arbeit vorgegeben hat womit ich die Möglichkeit bekam auf diesem faszinierenden Forschungsthema am Fraunhofer IWM wissenschaftlich zu arbeiten. Meiner Kollegin Florence Andrieux sei ein ganz besonderer Dank ausgesprochen, da sie mein erster Diskussionspartner in wissenschaftlichen und ingenieurtechnischen Problemstellungen war. Ich habe ihr herausragendes Fachwissen sehr geschätzt. Ihr Interesse an meiner Arbeit hat mich immer motiviert weiter zu machen. Dong-Zhi Sun danke ich für sein hervorragendes Management, wodurch sich unsere Arbeitsgruppe stets in finanzieller Sicherheit befand und letztlich genügend Freiraum für meine Promotion zur Verfügung stand. Sein Vertrauen in mein selbständiges Arbeiten unterstützt von seinen strategischen Ratschlägen halfen mir, mich in meiner Persönlichkeit weiter zu entwickeln. Für die fachliche Unterstützung möchte ich einen besonderen Dank an Sascha Fliegender richten. Die guten Diskussionen mit ihm haben mir den Start in die komplexe fachliche Materie erleichtert. Insbesondere möchte ich mich für die Weiterverwendung der experimentellen Forschungsergebnisse bedanken, die bei Kai Weidenmann am KIT in Karlsruhe entstanden sind. In diesem Zusammenhang sei mein Dank auch an Jörg Lienhard gerichtet. Durch seine hervorragende experimentelle Arbeit der dynamischen Werkstoffanalyse, konnte ich auf verlässliche Ergebnisse zurückgreifen. Nicht nur unsere gute berufliche Kooperation, sondern auch unser freundschaftliches Verhältnis weiß ich sehr zu schätzen.

Meiner Frau Hanne Lena danke ich für ihre Geduld und ihr entgegengebrachtes Verständnis für meine wissenschaftliche Arbeit. Unsere gemeinsame Zeit, die ich für diese Arbeit opferte, hat sie nie beanstandet. Ich danke meinen Eltern für Ihre Unterstützung während meines gesamten akademischen Werdegangs und die Anerkennung meiner akademischen Weiterbildung. Für Anregungen und Verbesserungsvorschläge zu dieser Arbeit, eingebracht von Lukas Kertsch, Florence Andrieux, Dong-Zhi Sun, Rohith Uppaluri, meiner Frau Hanne-Lena, meinem Vater und den Industriepartnern des projektbeteiligten Ausschusses AK27 der FAT, die mir in Diskussionen immer hilfreiche Tipps geben konnten, möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zielsetzung	2
1.3	Übersicht	3
2	Spritzgegossene langfaserverstärkte Thermoplaste	5
2.1	Werkstoffkomponenten	5
2.2	Spezifikation des Verbundwerkstoffs in dieser Arbeit	6
2.3	Herstellungsprozess	8
2.4	Materialspezifische mechanische Eigenschaften	9
3	Theoretische Grundlagen	13
3.1	Kontinuumsmechanische Grundlagen	13
3.2	Lösungsverfahren mit der Finite-Elemente-Methode	28
3.3	Mikromechanik und Homogenisierung	33
3.4	Schädigungs- und Versagensformulierungen in der Kontinuumsmechanik	44
3.5	Diskussion	51
4	Mikrostrukturanalyse	53
4.1	Lichtmikroskopie	53
4.2	Computertomographie	55
4.3	Analyse des Faservolumengehalts	57
4.4	Faserlängenverteilung	58
4.5	Numerische Berechnung der lokalen FOV und Faserkonzentrationen	60
5	Experimentelle Materialcharakterisierung	65
5.1	Versuchsarten und Prüftechnik	65
5.2	Quasistatische Materialcharakterisierung	68
5.3	Dynamische Materialcharakterisierung	85
5.4	Fraktographieuntersuchungen	95
5.5	Zusammenfassung und Interpretation der experimentellen Ergebnisse	98
6	Ein kontinuumsmechanisches Materialmodell für LFT	101
6.1	Approximation effektiver linear elastischer Steifigkeiten	102
6.2	Elastoplastisches Teilmaterialmodell	103
6.3	Berücksichtigung viskoser Effekte	105
6.4	Modellierung von Schädigung und Versagen	106
6.5	Elementgrößeneinfluss	108
7	Kalibrierung durch Simulation der Materialcharakterisierungsversuche	113
7.1	Simulation der Zugversuche	113
7.2	Simulation der Charakterisierungsversuche bei unterschiedlichen Spannungszuständen	123
7.3	Analyse des Diskretisierungseinflusses auf die Simulationsergebnisse	132

7.4	Variation des Faservolumengehalts im Zugversuch	135
7.5	Parameterstudie zur Modellanpassung bei unterschiedlichen Temperaturen	137
7.6	Zusammenfassung und Diskussion der Modellanpassung	139
8	Struktursimulation unter Anwendung des Materialmodells für LFT	143
8.1	Bauteilversuche	143
8.2	Bauteilsimulation	144
9	Mikromechanische Schädigungsanalyse in numerischen Zellmodellrechnungen	153
9.1	Zellmodell	153
9.2	Modellierung für Werkstoffkomponenten und Grenzschicht	155
9.3	Ergebnisse	162
9.4	Zusammenfassung und Interpretation	167
10	Zusammenfassung und Ausblick	169
A	Anhang	185
	Implementierung des Materialmodells mit Schädigung und Versagen	185

Symbole und Abkürzungen

Abkürzungen

CPU	Central Processing Unit
CT	Computertomographie
DIC	Digital Image Correlation
FEM	Finite Elemente Methode
E-Mod.	Elastizitätsmodul
FFT	Fast Fourier Transformation
FOV	Faserorientierungsverteilung
GMT	Glasmatten verstärkte Thermoplaste
LFT	Long Fiber reinforced Thermoplastics (langfaserverstärkte Thermoplaste)
PA	Polyamid
PP	Polypropylen
PVC	Polyvinylchlorid
REM	Rasterelektronenmikroskop
RVE	Repräsentatives Volumen Element
SFT	Short Fiber reinforced Thermoplastics (kurzfaserverstärkte Thermoplaste)
SMC	Sheet Moulding Compound
SZM	Schnellzereißmaschine
UD	Unidirektional
UMAT	User defined Materialroutine

Mathematische Operatoren

\otimes	dyadisches Produkt
(\cdot)	Tensor-Kontraktion über einen Index, z.B. $= A_{ij}B_{jk}$
$(:)$	Tensor-Kontraktion über zwei Indizes, z.B. $= A_{ij}B_{ij}$
$(\dot{})$	materielle Zeitableitung
det	Determinante
rot	Rotation
sp	Spur
$ \cdot $	Frobeniusnorm von (\cdot) , z.B. $ \mathbf{A} = \sqrt{\text{sp}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T)}$
$()^T$	Transponierte eines Tensors
$\langle \rangle$	Macauley-Klammer
$\langle \rangle^\Omega$	Volumenmittelwert
$\langle \rangle^{\Omega^1}$	Volumenmittelwert der Phase 1
$\langle \rangle^{\Omega^2}$	Volumenmittelwert der Phase 2

Skalare Größen

Lateinische Buchstaben

A	Fläche
A_0	Fläche eines ungeschädigten Materials
A_d	Defektfläche
A_{ij}	Komponenten des Faserorientierungstensors zweiter Stufe
a	Längenmaß
a_i	Eigenwert des Faserorientierungstensors zweiter Stufe
b	Längenmaß
b_1, \dots, b_5	Konstanten des transversalisotropen Steifigkeitstensors
C_{ij}^*	Komponenten des transversalisotropen Steifigkeitstensors
c_e	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in einem Finiten Element
c^1, c^2	Volumenkonzentration der Phase 1 bzw. 2
c^f, c^m	Volumenkonzentration der Fasern bzw. der Matrix
D	isotrope Schädigungsvariable
D_i	anisotrope Schädigungsvariablen
d_{Faser}	Faserdurchmesser
d_α	Schädigungsvariable
E	Elastizitätsmodul
E_1, E_2	Steifigkeiten der Kohäsivzonenformulierung, Mode 1 bzw. 2
E^1, E^2	Elastizitätsmodul der Phase 1 bzw. 2
E^d	effektiver Elastizitätsmodul des geschädigten Materials
e_{ij}	Komponenten des deviatorischen Verzerrungstensors
E^f	Elastizitätsmodul der Glasfaser
E^m	Elastizitätsmodul der PP-Matrix
F	Parameter der Hill-Fließfunktion
f	Herman'scher Orientierungsfaktor
f_α	Verfestigungsgesetz
G	Parameter der Hill-Fließfunktion
$G_{1,2}$	Energiefreisetzungsrates unter Mode 1 bzw. 2
g	Parameter der Schädigungsentwicklung
g_N	Parameter der Schädigungsentwicklung der Normalspannungskomponenten
g_S	Parameter der Schädigungsentwicklung der Scherspannungskomponenten
H	Parameter der Hill-Fließfunktion
h	Materialparameter des Verfestigungsgesetzes
I	1. Invariante des Spannungstensors
II	2. Invariante des Spannungstensors
III	3. Invariante des Spannungstensors
J	Jacobi-Determinante
J_1	1. Invariante des Spannungsdeviators
J_2	2. Invariante des Spannungsdeviators

J_3	3. Invariante des Spannungsdeviators
k	Schädigungsparameter
L	Parameter der Hill-Fließfunktion
L_0	Messlänge der Flachzugprobe
L_C	Nominale Länge der Flachzugprobe
L_{Faser}	Faserlänge
L_{Probe}	Probenlänge
L_{RVE}	Längenmaß RVE
l	Längenmaß
l_e	Elementkantenlänge in FEM
l_a	Längenmaß
M	Parameter der Hill-Fließfunktion
N	Parameter der Hill-Fließfunktion
N_I	I-te Formfunktion
P_0	Punkt eines materiellen Körpers in der Referenzkonfiguration
P_t	Punkt eines materiellen Körpers in der Momentankonfiguration
p	Druck
p_i	Komponenten des Einheitsvektors der Faserorientierung
q	Materialparameter des Verfestigungsgesetzes
R_m	Zugfestigkeit
$R_{p0,2}$	Spannung bei 0.2% plastischer Dehnung
r	Aspektverhältnis
s	Parameter der Elementgrößenabhängigkeit
T	Temperatur
T_g	Glasübergangstemperatur
T_m	Schmelzpunkt
t	Zeit
Δt_{krit}	kritischer Zeitschritt der expliziten FEM
V_0	Prüfgeschwindigkeit
V'_0	gemessene Prüfgeschwindigkeit im Messbereichs l_0
v_1, \dots, v_4	Fitparameter
W	Energie
W_{ges}	Gesamtenergie des betrachteten Systems
W_{inn}	innere Energie
w_i	Parameter des viskoelastischen Materialmodells

Griechische Buchstaben

α_T	Wärmeausdehnungskoeffizient
Γ	Rand eines Gebiets
Γ_0	Oberfläche eines materiellen Körpers in der Referenzkonfiguration
Γ_t	Oberfläche eines materiellen Körpers in der Momentankonfiguration

Γ_{t_u}	Dirichlet-Rand
Γ_{t_σ}	Neumann-Rand
γ	Scherwinkel
δ_{ij}	Kronecker-Delta
δ_1, δ_2	Rissöffnung der Kohäsivzonenformulierung, Mode 1 bzw. 2
δ_1^0, δ_2^0	kritische Rissöffnung der Kohäsivzonenformulierung, Mode 1 bzw. 2
ε	Dehnung
ε_I	größte Hauptdehnung
ε_{II}	zweite Hauptdehnung
ε_{III}	kleinste Hauptdehnung
ε_b	Bruchdehnung
ε^{el}	elastische Dehnung
ε^{pl}	plastische Vergleichsdehnung
ε_{vgl}	Vergleichsmaß der Verzerrungen
ε_{vgl}^{el}	Vergleichsmaß der elastischen Verzerrungen
ε_{VM}	Vergleichdehnung nach Von Mises
ε_v	Versagensdehnung
ε^{vi}	viskose Dehnung
ε_v^{EL}	Elementgrößen kalibrierte Versagensdehnung
$\bar{\varepsilon}$	effektive Dehnung des Verbundmaterials
$\varepsilon_{v,\alpha}$	Versagensverzerrungskomponente α
ε_α^{max}	historisches Maximum der Verzerrungskomponente α
ε_v^{qs}	Versagensdehnung bei quasistatischer Belastung
$\dot{\varepsilon}_{nom}$	nominelle Dehnrate
$\dot{\varepsilon}_{char}$	charakteristische Dehnrate
$\dot{\varepsilon}_0$	quasistatische Dehnrate
η	Viskosität
θ	Winkel
Θ	Lode-Winkel
κ	Kompressionsmodul
\varkappa	Parameter der Elementgrößenabhängigkeit
Λ_i	Komponenten des Damage-Effect-Tensors
λ	Proportionalitätsfaktor
μ	Schubmodul
ν	Poisson-Zahl
ν^f	Poisson-Zahl der Glasfaser
ν^m	Poisson-Zahl der PP-Matrix
ξ_α	innere Variablen
ξ_β	Verfestigungsvariablen
ρ	(= $\sqrt{2J_2}$) Vielfaches der Vergleichsspannung nach von Mises
ϱ	Massendichte in Momentankonfiguration
ϱ_0	Massendichte in Referenzkonfiguration
ϱ	Massendichte
ϱ_{glas}	Massendichte der Glasfasern
ϱ_{PP}	Massendichte von Polypropylen

σ_b	technische Bruchspannung
σ_F	Fließspannung
σ_0	Konstante Spannung
σ_I	größte Hauptspannung
σ_{II}	zweite Hauptspannung
σ_{III}	kleinste Hauptspannung
σ_m	hydrostatische Spannung
σ_{triax}	Spannungsmehrachsigkeit
σ_F	Fließspannung
$\sigma_{F,ii}$	Fließnormalspannung der Komponente (<i>ii</i>)
$\sigma_{F,ij}$	Fließscherspannung der Komponente (<i>ij</i>)
σ^{vi}	viskose Spannung
σ^{el}	elastische Spannung
$\sigma^\#$	effektive Spannung des fiktiv ungeschädigten Materials
$\bar{\sigma}$	effektive Spannung des Verbundmaterials
$\sigma_{v,11}$	Versagensnormalspannungen parallel zur unidirektionalen Faserorientierung
$\sigma_{v,22}$	Versagensnormalspannungen senkrecht zur unidirektionalen Faserorientierung
$\sigma_{v,12}$	Versagensscherspannungen parallel zur unidirektionalen Faserorientierung
$\bar{\sigma}_\alpha$	Spannungskomponente α des Verbundmaterials
$\bar{\sigma}_\alpha^d$	Spannungskomponente α des geschädigten Verbundmaterials
$\bar{\sigma}_\alpha^{d,EL}$	elementgrößen kalibrierte Spannungskomp. α des geschädigten Verbundmaterials
τ	Relaxationszeit
τ_i	Parameter des viskoelastischen Materialmodells
τ_V	volumetrische Relaxationszeit
τ_D	deviatorische Relaxationszeit
Φ	freie Energiefunktion
Φ_{VM}	Fließbedingung nach von Mises
Φ_{Hill}	Fließbedingung nach Hill
Φ_{Aravas}	Fließbedingung nach Aravas
ϕ	Winkel
Ψ	plastisches Potenzial
ψ	Faserorientierungsverteilungsfunktion
Ω	Gebiet
Ω_0	Materieller Körper in der Referenzkonfiguration
Ω_t	Materieller Körper in der Momentankonfiguration
Ω^h	Betrachtetes Gebiet in diskretisierter Form
Ω_e	Teilbereich (finites Element) eines diskretisierten Gebiets
ω_{max}	maximale Eigenfrequenz

Tensoren erster Stufe, Vektoren und Matrizen

a Beschleunigungsvektor

b	Beschleunigungsvektor der Volumenkraft
d	Vektor der Knotenverschiebungen
e	Einheitsvektor in Hauptrichtung des globalen Koordinatensystem
e*	Einheitsvektor in Hauptrichtung der FOV
f^{int}	interner Knotenkraftvektor
f^{ext}	Knotenkraftvektor äußerer Belastungen
m	Massenmatrix
n	Normaleneinheitsvektor
p	Einheitsvektor der Faserorientierung
t	Spannungsvektor
t₀	Spannungsvektor vorgegebener Spannungsrandbedingungen
t[#]	effektiver Spannungsvektor des fiktiv ungeschädigten Materials
u	Verschiebungsvektor
\tilde{u}	Verschiebungsfluktuation
u_e	Verschiebungsvektor eines Finiten Elementes
u₀	Verschiebungsvektor vorgegebener Verschiebungsrandbedingungen
u_{t0}	Anfangsverschiebungsrandbedingung
v	Geschwindigkeitsvektor
v_{t0}	Anfangsgeschwindigkeitsrandbedingung
x	Ortsvektor der Momentankonfiguration
X	Ortsvektor der Referenzkonfiguration
ξ	lokales Elementkoordinatensystem
z	Eigenvektor der Hesse-Matrix

Tensoren zweiter Stufe

Lateinische Buchstaben

A	Faserorientierungstensor
B	Orientierungstensor
C	rechter Cauchy-Green-Tensor
D	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor
\mathcal{D}	Schädigungstensor
E	Euler-Almansi'scher Verzerrungstensor
F	Deformationsgradient
G	Green-Lagrange'scher Verzerrungstensor
I	Einheitstensor
L	Geschwindigkeitsgradient
R	Drehtensor
s	Spannungsdeviator
U	Rechts-Strecktensor

V	Links-Strecktensor
W	Drehgeschwindigkeitstensor (Spin-Tensor)

Griechische Buchstaben

ε	linearer Verzerrungstensor
ε_H^G	Hencky'scher Verzerrungstensor (Referenzkonfiguration)
ε_H^E	Hencky'scher Verzerrungstensor (Momentankonfiguration)
ε_0	vorgegebene Verzerrungen
$\tilde{\varepsilon}$	Verzerrungsfluktuation
ε^{vol}	volumetrischer Anteil des Verzerrungstensors
ε^{dev}	Verzerrungsdeviator
ε^{el}	Tensor der elastischen Verzerrungen
ε^{ln}	Verzerrungstensor akkumulierter Verzerrungsinkremente
ε^{pl}	Tensor der plastischen Verzerrungen
ε^{vi}	Tensor der viskosen Verzerrungen
ε^{vp}	Tensor der viskoplastischen Dehnungen
ε^t	Eigendehnungen
$\bar{\varepsilon}$	mittlere Verzerrungen
$\bar{\varepsilon}^m$	mittlere Matrixverzerrungen
ε^f	Verzerrungen im Einschluss bzw. in der Faser
σ	Spannungstensor
σ_0	vorgegebene Spannungen
$\bar{\sigma}$	effektive Spannungen des Verbundmaterials
$\tilde{\sigma}$	Spannungsfluktuation
σ^{vol}	volumetrischer Anteil des Spannungstensors
$\sigma^\#$	effektive Spannungen des fiktiv ungeschädigten Materials
σ^{ep}	UD-Spannungen des elastoplastischen Teilmaterialmodells
$\bar{\sigma}^{ep}$	orientierungsgemittelte Spannungen des elastoplastischen Teilmaterialmodells
$\bar{\sigma}^{ve,i}$	orientierungsgemittelte Spannungen des i -ten Maxwell Elementes
$\bar{\sigma}^d$	orientierungsgemittelte Spannungen des geschädigten Materials
∇	
$\dot{\sigma}$	Jaumann'sche Spannungsrate
φ	Abbildungsfunktion

Tensoren vierter Stufe

A	Faserorientierungstensor
C	Steifigkeitstensor
C*	effektiver Steifigkeitstensor

$\bar{\mathbb{C}}^*$	effektiver orientierungsgemittelter Steifigkeitstensor
\mathbb{C}^m	Steifigkeitstensor der Matrix
\mathbb{C}^f	Steifigkeitstensor des Einschlusses bzw. der Faser
$\hat{\mathbb{C}}^m$	Tangentensteifigkeitstensor der Matrix
$\hat{\mathbb{C}}^f$	Tangentensteifigkeitstensor des Einschlusses
\mathbb{C}^{*Voigt}	effektiver Steifigkeitstensor nach Voigt
\mathbb{C}^{*Reuss}	effektiver Steifigkeitstensor nach Reuss
$\mathbb{C}^{*\infty}$	effektiver Steifigkeitstensor der dünnen Defektverteilung
\mathbb{C}^{*MT}	effektiver Steifigkeitstensor nach Mori-Tanaka
$\hat{\mathbb{C}}^{*MT}$	effektiver Tangentensteifigkeitstensor nach Mori-Tanaka
$\bar{\mathbb{C}}^{*MT}$	effektiver orientierungsgemittelter Steifigkeitstensor nach Mori-Tanaka und Advai-Tucker
\mathbb{E}	Eshelby-Tensor
\mathbb{F}	transversalisotroper Tensor der Versagensspannungen
\mathbb{G}	transversalisotroper Tensor der Versagensdehnungen
$\bar{\mathbb{G}}$	orientierungsgemittelter transversalisotroper Tensor der Versagensdehnungen
\mathbb{H}	Tensor der Hill-Fließfunktion
\mathbb{I}	Einheitstensor
\mathbb{I}^{vol}	volumetrischer Projektor
\mathbb{I}^{dev}	deviatorischer Projektor
\mathbb{L}	Dehnungslokalisierungstensor des Einschlusses
\mathbb{L}^∞	Dehnungslokalisierungstensor der dünnen Defektverteilung
\mathbb{L}^ε	Dehnungslokalisierungstensor
\mathbb{L}^σ	Spannungslokalisierungstensor
\mathbb{M}	Damage-Effect-Tensor
\mathbb{S}	Nachgiebigkeitstensor
\mathbb{S}^{iso}	isotroper Nachgiebigkeitstensor
\mathbb{S}^{ortho}	orthotroper Nachgiebigkeitstensor
\mathbb{S}^{trans}	transversalisotroper Nachgiebigkeitstensor
\mathbb{S}^{*Voigt}	effektiver Nachgiebigkeitstensor nach Voigt
\mathbb{S}^{*Reuss}	effektiver Nachgiebigkeitstensor nach Reuss
\mathbb{S}^m	Nachgiebigkeitstensor der Matrix
\mathbb{S}^f	Nachgiebigkeitstensor des Einschlusses bzw. der Faser

1 Einleitung

1.1 Motivation

Als neue Leichtbauwerkstoffe bieten langfaserverstärkte Thermoplaste (LFT) ein breites Spektrum an Werkstoffeigenschaften, das durch die Variabilität von Faseranteil und -länge noch erweitert wird. LFT-Werkstoffe können nicht nur unverstärkte Kunststoffe, sondern auch konventionelle Materialien wie Stahl und Aluminium, wegen ihrer hohen Festigkeit bei geringem Gewicht, in vielen Anwendungsbereichen ersetzen. Durch die Vielzahl an Kombinationsmöglichkeiten von Faser- und Matrixmaterialien wird das Anwendungspotenzial noch erweitert. Für den Automobilbau zeigt Bild 1.1 Beispiele, für die LFT bereits jetzt schon serienmäßig verbaut wird. Besondere Schwierigkeiten bei der Ent-

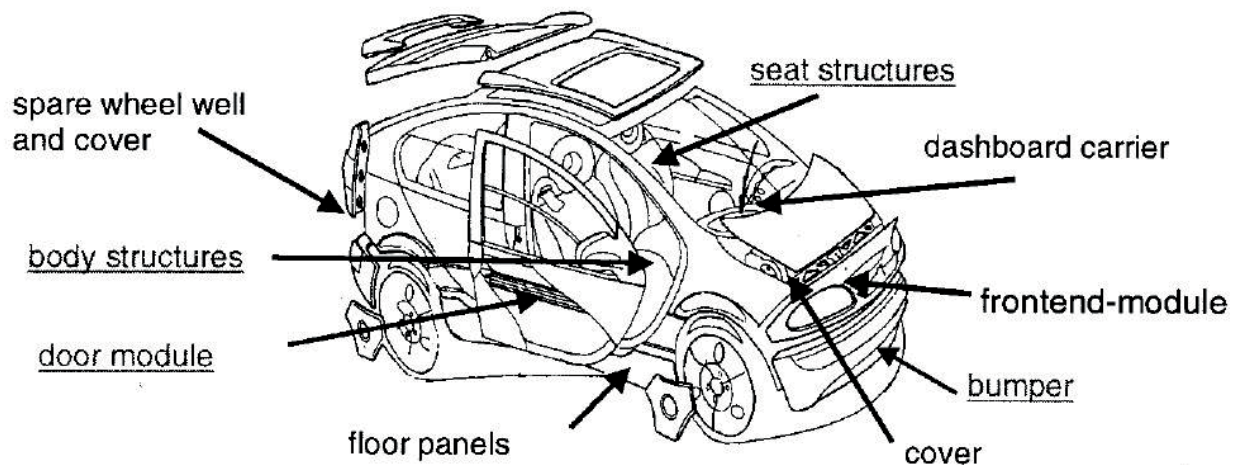


Bild 1.1: Komponenten aus LFT im Automobilbau (Krause et al. [2003])

wicklung bereiten hierbei crashrelevante Bauteile, wie Bumper, Frontend- oder Türmodule, die höheren Anforderungen bezüglich ihrer Crashesicherheit genügen müssen. Die für die Crash-sicherheit relevanten Kenngrößen, wie Festigkeit und Bruchdehnung, hängen bei LFT sehr stark von der lokalen Faserorientierung ab. Im schlechtesten Fall, bei einer Belastung senkrecht zur Faserorientierung, entfällt der Effekt der Faserverstärkung sogar beinahe ganz. Das Problem liegt darin, dass die Verteilung der Faserorientierung sowohl vom Fertigungsprozess als auch von der Komponentengeometrie abhängt und experimentell sehr aufwendig zu ermitteln ist. Die Analyse von Schliffbildern unter dem Mikroskop sowie Untersuchungen am Computertomographen sind mit einem hohen finanziellen Aufwand verbunden und können daher nur an einzelnen Positionen und nicht am kompletten Bauteil die Mikrostruktur erfassen. Für die Auslegung neuer Komponenten aus LFT ist der Bedarf groß, eine numerische Methode zu entwickeln, die eine verlässliche Bewertung hinsichtlich der Crashesicherheit erlaubt, um damit einen entscheidenden Nachteil dieses Materials gegenüber konventionellen Werkstoffen aufzuheben.

Im Crashlastfall können interagierende physikalische Abläufe, wie plastisches Fließen, Verfestigung, Entfestigung, Lokalisierung, Schädigung, Bruch sowie Temperaturerhöhung be-

obachtet werden, was dazu führt, dass die Beschreibung des Materialverhaltens schnell komplex wird. Die Simulation derartiger Prozesse stellt eine Herausforderung für die Werkstoffmodellierung dar. Es ist das Ziel, leistungsfähige Modelle zu entwickeln, mit denen eine realitätsnahe Beschreibung transienter Impaktvorgänge möglich ist und gleichzeitig eine Balance zwischen Lösungsqualität, Robustheit und Effizienz erzielt werden kann. Das bedeutet, dass die Materialmodelle zur Berechnung großer Strukturbauteile mit der Finiten Elemente Methode (FEM) jene, aus mechanischer Sicht relevanten, Eigenschaften in parametrisierter Form erfassen müssen. Im industriellen Bereich haben schnelle und robuste Algorithmen einen hohen Stellenwert und sollen als verlässliches Instrument sinnvolle Ergebnisse liefern, ohne dass aufwändige Justierungen notwendig sind. Dabei sind die vorhandenen Rechenressourcen optimal einzusetzen, d.h. es sind effiziente Strategien gefragt, mit denen so schnell wie möglich Ergebnisse mit geringem CPU-Aufwand (Central Processing Unit) zur Verfügung stehen.

Die lokalen anisotropen mechanischen Eigenschaften von LFT-Spritzgussbauteilen sind von der Faserorientierung abhängig und verzeichnen zudem ein stark dehnratenabhängiges Deformationsverhalten. Die Bruchdehnungen, des in dieser Arbeit betrachteten glasfaserverstärkten Polypropylens, sind im Vergleich zu unverstärkten Thermoplasten gering. Hierfür ist in der Crashsimulation eine qualitativ korrekte Abbildung zur genauen Vorhersage der Crashenergieaufnahme beim Versagen eines Bauteils notwendig. Die mechanischen Eigenschaften sind stark von der lokalen Mikrostruktur abhängig und variieren je nach lokaler Faserorientierungsverteilung und -volumendichte, sodass eine globale Heterogenität berücksichtigt werden muss.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Dissertation ist es, das Deformationsverhalten von langfaserverstärkten Thermoplasten bis zum Versagen zuverlässig vorherzusagen. Es soll ein effizientes Werkstoffmodell für die strukturmechanische Simulation entwickelt werden, das die lokale Faserorientierungsverteilung (FOV) und Faservolumenkonzentration im Bauteil berücksichtigt. Ein makroskopisches Materialmodell soll auf Basis analytischer Homogenisierungsmethoden entwickelt werden, das zur recheneffizienten Anwendung an sinnvoller Stelle durch phänomenologische Formulierungen erweitert wird. Eine zuverlässige Vorhersage der ortsabhängigen Faserorientierungen ist mit Hilfe geeigneter rheologischer Modelle in einer Spritzgusssimulation durchzuführen und nicht Teil dieser Arbeit. Durch die kombinierte Simulation von Formfüllprozess und Bauteilcrash auf Basis der FOV und dem Fasergehalt sollen die lokalen Inhomogenitäten berücksichtigt werden. Die mechanischen Kenngrößen gilt es zu identifizieren, indem experimentelle Untersuchungen an unterschiedlichen Positionen eines Probekörpers durchgeführt werden. Dabei sollen Korrelationen zur lokalen Mikrostruktur gefunden werden. Das Verformungs- und Bruchverhalten von LFT wurde bisher vor allem unter einachsigen Belastungen untersucht. Es fehlt eine experimentelle Charakterisierung der statischen und dynamischen mechanischen Eigenschaften für ein breites Spektrum an Spannungsmehrachsigkeiten. Ein möglichst vollständiges Bild des

Materialverhaltens ist Voraussetzung für die Entwicklung adäquater Material- und Versagensmodelle. Erst auf Basis einer experimentellen Charakterisierung lässt sich ein zuverlässiges Werkstoffmodell für die Crashsimulation entwickeln und verifizieren. Der Werkstoff wird mit experimentell ermittelter und somit bekannter Mikrostruktur, im Sinne der FOV und dem Fasergehalt, einem umfangreichen mechanischen Prüfprogramm unterworfen. Dabei sollen unterschiedliche Spannungszustände sowie Einflüsse von Temperatur- und Dehnratenunterschiede berücksichtigt werden. Ein effizientes anisotropes Werkstoffmodell, das sowohl die lokalen Inhomogenitäten, als auch die dehnratenabhängigen Werkstoffeigenschaften bis zum Versagen berücksichtigt, soll letztendlich zu einer verbesserten Crashbewertung von LFT in der numerischen Simulation führen. Die gesamte Prozesskette, von der Spritzgussimulation bis zur Crashsimulation, soll am Beispiel einer industriellen Komponente virtuell abgebildet werden.

Eine ergänzende Nebenstudie ist die Analyse von Schädigungsmechanismen auf der Mikroskala mit Hilfe numerischer Einheitszellmodelle. Die verwendete Methode zur Abbildung von lokalem Faser-Matrix-Grenzschichtversagen zeigt eine Verbesserung in der Modellierungsmethode von Mikrostrukturen nach heutigem Stand. Es soll gezeigt werden, wie sich qualitative makroskopische Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich Materialversagen durch virtuelle Untersuchungen ableiten lassen.

1.3 Übersicht

In *Kapitel 2* wird der behandelte Werkstoff spezifiziert. Mit Erläuterung der mechanischen Eigenschaften der zwei Werkstoffkomponenten (Glas und Poylpropylen) wird insbesondere auf den Herstellungsprozess eingegangen. Der prozessinduzierte Aufbau der Mikrostruktur erklärt dabei die Notwendigkeit, die Heterogenität bei LFT-Spritzguss in einer Bauteilberechnung mit in Betracht zu ziehen. Hinsichtlich der strukturmechanischen Berechnung mit Berücksichtigung des Versagens werden grundlegende mikromechanische Versagensmechanismen von LFT aufgezeigt.

Die nötigen Grundlagen der Kontinuumsmechanik sowie der Stand der Wissenschaft zur Modellierung von LFT werden in *Kapitel 3* beschrieben. Bestehende Modellansätze werden gegenübergestellt und im Sinne der Verwendung einer effizienten Materialmodellierung diskutiert.

In *Kapitel 4* wird zunächst die Mikrostruktur des Werkstoffs im undeforzierten Ausgangszustand untersucht. Eine zuverlässige Vorhersage der ortsabhängigen Faserorientierungen und Faservolumenanteile ist grundlegend zur Berechnung der mechanischen Eigenschaften einschließlich Versagen. Von dem Kooperationspartner (Fraunhofer ITWM, Kaiserslautern) wird mit Hilfe eines geeigneten rheologischen Materialmodells in einer Spritzgussimulation die Verteilung von Faserorientierung und Faservolumenfraktion auf Basis der Finiten-Volumen-Methode berechnet. Der Ansatz der sogenannten integrativen Simulation besteht in der kombinierten Simulation von Formfüllprozesssimulation und Bau-

teilercrashsimulation. Die simulierten Faserorientierungsverteilungen werden punktuell mit computertomographischen (CT) Ergebnissen verglichen. Experimentelle Untersuchungen der lokalen Faservolumenfraktion werden ebenfalls herangezogen.

Verformungs- und Bruchverhalten von LFT wurden bisher hauptsächlich unter einachsigen Belastungen untersucht. Da ein möglichst vollständiges Bild des Materialverhaltens Voraussetzung für eine zuverlässige Werkstoffmodellierung ist, werden in *Kapitel 5* die statischen und dynamischen mechanischen Eigenschaften in einem breiten Spektrum an Spannungszuständen und Lastpfaden in Abhängigkeit der FOV und der Faserkonzentration untersucht, was bisherige Untersuchungen maßgeblich übertrifft. Erst auf Basis dieser experimentellen mikro- und makroskopischen Charakterisierungen (Kap. 4 und 5) kann ein zuverlässiges Werkstoffmodell für die Crashsimulation entwickelt und verifiziert werden.

In *Kapitel 6* wird ein effizientes kontinuumsmechanisches Materialmodell für die strukturmechanische Simulation entwickelt, das die lokalen Faserorientierungsverteilungen und Faservolumenkonzentrationen im Bauteil berücksichtigt. Für die Approximation der elastischen Eigenschaften wird eine analytische Homogenisierungsmethode verwendet. Zur Abbildung von nichtlinearem Materialverhalten im Sinne von Viskoelastizität und Plastizität werden phänomenologische Ansätze herangezogen. Anisotrope Eigenschaften infolge der FOV werden in allen Teilmaterialmodellen berücksichtigt. Der Vorteil in der Kombination aus phänomenologischen und analytischen Ansätzen ist eine mikromechanisch fundierte und dennoch schnelle numerische Berechnung des Werkstoffverhaltens bei Verwendung der expliziten FEM. Das entwickelte, visko-elastoplastische anisotrope Werkstoffmodell wird durch eine mikromechanisch motivierte Schädigungs- und Versagensmodellierung ergänzt.

Um die phänomenologischen Parameter des entwickelten Materialmodells zu bestimmen, werden in *Kapitel 7* die Materialcharakterisierungsversuche in numerischen Modellen nachgerechnet. Versuche, die nicht zur Parameteranpassung verwendet werden dienen der Validierung. Auch die in der analytischen Homogenisierung bestimmten, anisotropen Steifigkeiten werden an Zugversuchen validiert. Hierfür werden keine weiteren Parameter eingeführt und angepasst.

Die Anwendung des Materialmodells am Beispiel eines Impaktversuchs einer industriell relevanten Komponente zeigt *Kapitel 8*. Experimentelle Ergebnisse werden Berechnungsergebnissen unter Verwendung des entwickelten Materialmodells gegenübergestellt.

Mit dem Fokus, das Schädigungs- und Versagensverhalten von LFT auch im Sinne der Mikrostrukturmechanik besser zu erfassen, bringt ein Blick auf numerische Mikrostrukturmodelle mit vorgegebenen Faserkonstellationen in *Kapitel 9* weitere Erkenntnisse. So werden Schädigungsinitiierung, Schädigungsentwicklung und unterschiedliche mikromechanische Versagensarten in numerischen Zellmodellen analysiert.

2 Spritzgegossene langfaserverstärkte Thermoplaste

Langfaserverstärkte Thermoplaste (LFT) bestehen aus einer thermoplastischen Matrix, z.B. Polypropylen (PP) oder Polyamid (PA), verstärkt mit Fasern aus Glas, Kohlenstoff, Aramid oder Naturfasern wie beispielsweise Hanf oder Flachs. Diese Arbeit konzentriert sich allein auf einen Glasfaserverstärkten PP-Werkstoff.

2.1 Werkstoffkomponenten

Thermoplastische Matrix

Als thermoplastische Matrix wird in dieser Arbeit Polypropylen (PP) verwendet, ein teilkristalliner Kunststoff, der zur Gruppe der Polyolefine gehört. Die chemische Zusammensetzung und qualitative Anordnung der Polymerketten im teilkristallinen Zustand sind in den Bildern 2.1 und 2.2 verdeutlicht.

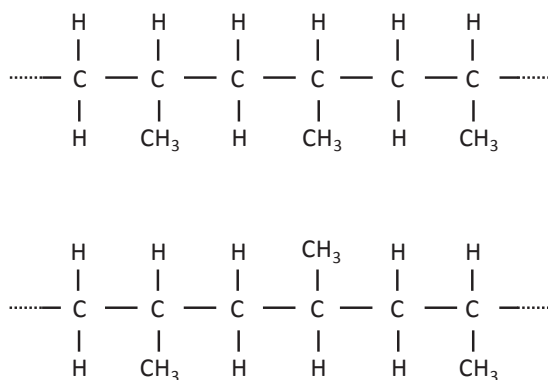


Bild 2.1: Chemische Zusammensetzung der Polymerketten von Polypropylen (PP) in isotaktischer (oben) oder ataktischer Anordnung (unten)

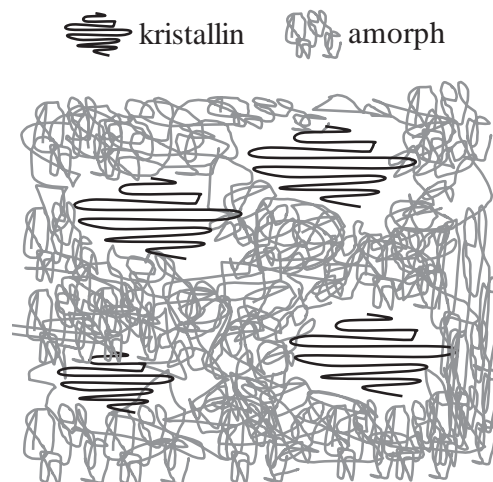


Bild 2.2: Schematische Darstellung des teilkristallinen Zustandes von PP mit amorph und kristallin angeordneten Polymerketten

Die starken kovalenten Einfachbindungen zwischen den Kohlenstoffatomen (Bild 2.1) erlauben den amorph angeordneten Polymerketten große Beweglichkeit bezüglich Rotationen. Unter mechanischer (Zug-)Belastung können sich die aneinander gleitenden Polymerketten in energetisch günstigere parallele Anordnung ausrichten. Dadurch ist das charakteristische mechanische Verhalten amorpher und teilkristalliner Thermoplaste eine hohe Deformierbarkeit bei geringer Änderung der Tragfähigkeit. Mit den ausgerichteten Polymerketten können letztlich hohe Tragfähigkeiten infolge der kovalenten Bindungen erreicht werden. Bei geringen Deformationen tendieren die Polymerketten dazu, sich nach der Ausrichtung wieder in den Ausgangszustand zurück zu positionieren. Ein makroskopisch viskoelastisches Verhalten ist die Folge. Obwohl für PP häufig durch Vernachlässigung dieses

Effektes ein E-Modul von 1.3 bis 1.8 GPa angegeben wird, kann ein komplexer E-Modul (siehe Abschn. 3.1.5.3) das nichtlineare Materialverhalten adäquater beschreiben. In der Regel wird PP im teilkristallinen Zustand als isotrop angenommen. Eine typische Querkontraktionszahl liegt bei $\nu_{PP} = 0.39$.

PP hat eine Glasübergangstemperatur von $T_g \approx -10^\circ\text{C}$, wodurch es sich unterhalb dieser spröde verhält. Der Schmelzbereich liegt bei $T_m \approx 160^\circ\text{C}$. Bereits bei leichten Temperaturänderungen oberhalb von T_g variieren die mechanischen Eigenschaften merklich. Die Dichte von PP liegt zwischen 0.895 und 0.92 g/cm³. Den Herstellerangaben zufolge, des in dieser Arbeit verwendeten PP-513MNK10 der Firma Sabic, besitzt es eine Dichte von 0.905 g/cm³ gemessen bei Raumtemperatur ($23 \pm 5^\circ\text{C}$). Der Wärmeausdehnungskoeffizient liegt bei $\alpha_{T,PP} = 9.05 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

Glasfasern

Glasfasern bestehen vorwiegend aus Siliziumdioxid SiO₂ und je nach Herstellung aus unterschiedlichen Anteilen verschiedener Metalloxide. Es werden sogenannte E-Glasfasern verwendet, wobei E für Elektro-Glas steht, das der historischen Verwendung in der Elektroindustrie zugeschrieben wird. In der Regel sind die mechanischen Eigenschaften der Glasfasern bis 200°C konstant. Laut Herstellerangaben besitzen die in dieser Arbeit vorhandenen Glasfasern im Verbundwerkstoff eine Dichte von 2.6 g/cm³. Die Faserdicken variieren in der Regel zwischen 12 und 20 μm und haben einen E-Modul von 73 GPa sowie eine Querkontraktionszahl von $\nu_{Glas} = 0,23$. Der Wärmeausdehnungskoeffizient liegt bei $\alpha_{T,Glas} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

2.2 Spezifikation des Verbundwerkstoffs in dieser Arbeit

Die Abgrenzung langfaserverstärkter Kunststoffe mit diskontinuierlichen Fasern, zu endlosfaserverstärkten Kunststoffen mit kontinuierlichen Fasern, verarbeitet in Laminaten aus Gelegen oder Geweben, ist mit der Namensgebung klar ersichtlich. Der Übergang von LFT zu kurzfaserverstärkten Kunststoffen, kurz SFT (short fiber reinforced thermoplastics), ist dagegen fließend. Hintergrund ist eine stets vorhandene Faserlängenverteilung im Werkstoff. Am Beispiel der mittleren Faserlängen zeigt Tabelle 2.1 die Klassifizierung der faserverstärkten Thermoplaste.

Die Produktion von Bauteilen aus LFT begann in den Achtzigerjahren des zwanzigsten Jahrhunderts mit glasfasermattenverstärkten Thermoplasten (GMT) im Fließpressprozess. Dabei wird vorerst ein Zwischenprodukt aus PP und Glasfasern in Blockform produziert, bevor es zur Weiterverarbeitung erneut erhitzt wird, um dieses mit Hilfe von hydraulischen Pressen in die finale Bauteilform zu bringen. Mit diesem Verfahren können die größten Faserlängen (> 10mm) im Bauteil erreicht werden. LFT-Granulat (LFT-G) in

Tabelle 2.1: Klassifizierung der faserverstärkten Thermoplaste nach Henning et al. [2005]

	SFT			LFT		endlos- faser- verstärkt
	<1	1-5	5-25	5-50	>10	
Faserlänge im Bauteil [mm]	<1	1-5	5-25	5-50	>10	∞
	kurzfaser Granulat	LFT-G Pellets	LFT-G Pellets	LFT-D, (kein Zwischen- produkt)	LFT- GMT	Laminat
Herstellungs- prozess	Spritzgussprozess		Fließpressprozess			Press- formen

Form von stäbchenförmigen Pellets ist ebenfalls ein Zwischenprodukt des Verbundwerkstoffes, das sich sowohl im Fließpress- als auch im Spritzgussprozess verarbeiten lässt. Letzteres wird in Abschnitt 2.3 noch genauer erläutert und entspricht dem Herstellungsverfahren des in dieser Arbeit untersuchten Werkstoffs. Lediglich das im Direktverfahren hergestellte LFT-D vereint Faser und Matrix-Material erst kurz vor der Formgebung, wodurch kein Zwischenprodukt entsteht.

Gegenstand der Arbeit ist die Werkstoffcharakterisierung eines Spritzguss-LFT der Firma *SABIC Innovative Plastics*, bestehend aus einem Matrixmaterial aus Polypropylen und Glasfasern. Kennzeichnend für diesen Werkstoff sind Ausgangsfaserlängen von ~ 10 mm. Durch auftretende Faserbrüche im Spritzgussprozess beinhaltet der Werkstoff einen Anteil kurzer Fasern, der je nach Bauteilform stark variieren kann. Es werden Spritzgussplatten der Materials (STAMAX 30YK270) in einer Größe von 300 mm x 80 mm x 2.8 mm (Bild 2.3 unten) gefertigt. Ein umfangreiches Versuchsprogramm wird am Werkstoff mit einem Faseranteil von 30 Gewichtsprozent durchgeführt. Zur Gegenüberstellung werden 20 Gew.-% und 40 Gew.-% in reduziertem Umfang untersucht.

Bild 2.3 stellt in einer schematischen Momentaufnahme den Füllprozesses der Probenplatten dar. Die typische FOV über der Plattendicke (Bild 2.3, oben links) ist für kurzfaserverstärkte Spritzgussmaterialien bekannt; z.B. Advani [1994] oder Pötsch und Michaeli [2008]. Die Skizze stellt mit ellipsoidförmigen Einschlüssen Fasern mit einer Orientierung vornehmlich in Fließrichtung dar und mit kreisförmigen Einschlüssen Fasern senkrecht zur Fließrichtung. Die Orientierungsverteilung der Fasern über der Probendicke resultiert aus Interaktionen zwischen den Fasern, Fasern und Matrix sowie der Schmelze des Komposits mit dem Werkzeug. Bild 2.3 oben rechts verdeutlicht die Mechanismen. In Schubspannungsfreien Strömungen richten sich die Fasern senkrecht zur Fließrichtung aus. Da in Plattenmitte (halbe Probendicke) die Schubspannungen am geringsten sind, bildet

sich eine Mittelschicht mit Fasern 90° zur Fließrichtung aus. Mit zunehmendem Fließweg werden die Fasern an der Fließfront aus der Plattenmitte in Richtung Werkzeugwand transportiert. Trifft die heiße Schmelze während des Füllprozesses auf das kältere Werkzeug, erstarrt sie und es entsteht eine dünne eingefrorene Randschicht. Aus dem Fluss der Schmelze resultiert ein Geschwindigkeitsprofil, das im mittleren Bereich maximal ist und in der Randschicht Null. Die aus dem Geschwindigkeitsprofil entstehenden Schubspannungen richten die Fasern in Fließrichtung aus. Es bilden sich zwei Hauptschichten aus, symmetrisch zur halben Probendicke. Im Vergleich zu kurzfaserverstärkten Kunststoffen spielt beim Formfüllprozess von LFT die Interaktion der einzelnen Fasern untereinander sowie die Wechselwirkung zwischen Faser und Werkzeugwand eine größere Rolle. Die Rückwirkung der Faserorientierung auf die Rheologie und damit auf die Entwicklung der Füllfront kann sich je nach Faserlänge und Fasergehalt unterschiedlich auswirken. Die Ausprägung der einzelnen Schichtdicken hängt letztlich von der Probendicke, dem Fasergehalt und der Faserlänge ab (siehe Abschn. 4.5.1 sowie Sun et al. [2016]).

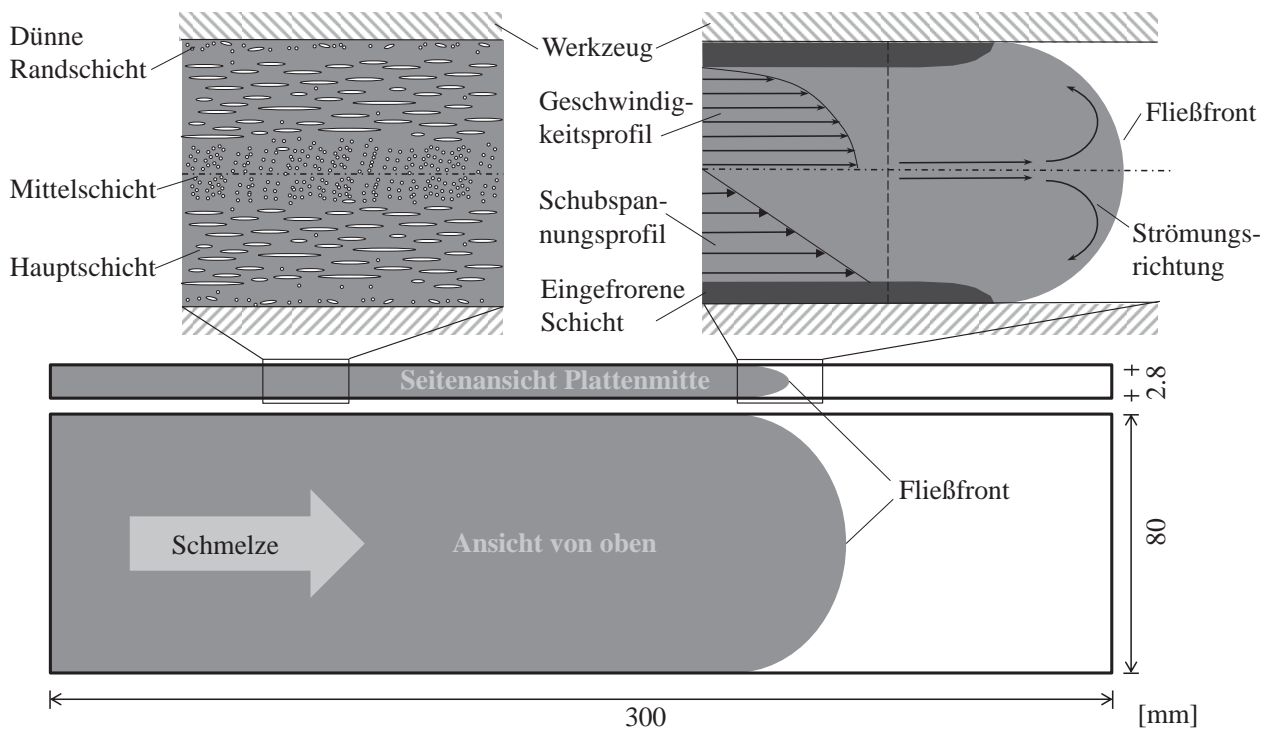


Bild 2.3: Skizze der Probenplatten des untersuchten Werkstoffs (unten). Momentaufnahme der Fließfront im Herstellungsprozess (nach Nguyen-Chung [2001], Pötsch und Michaeli [2008]) (oben rechts) sowie resultierende FOV (oben links)

2.3 Herstellungsprozess

Die Halbzeugherstellung des Langfasergranulates wird für diesen Werkstoff im kontinuierlichen Pultrusionsverfahren hergestellt (Bild 2.4). Auf die Glasfaserrovings wird zuerst ein Haftvermittler (Schlichte) aufgebracht, um die Verbindung zwischen Faser und Matrix zu gewährleisten. Nach einer Heizstufe werden die temperierten Glasfasern mit PP

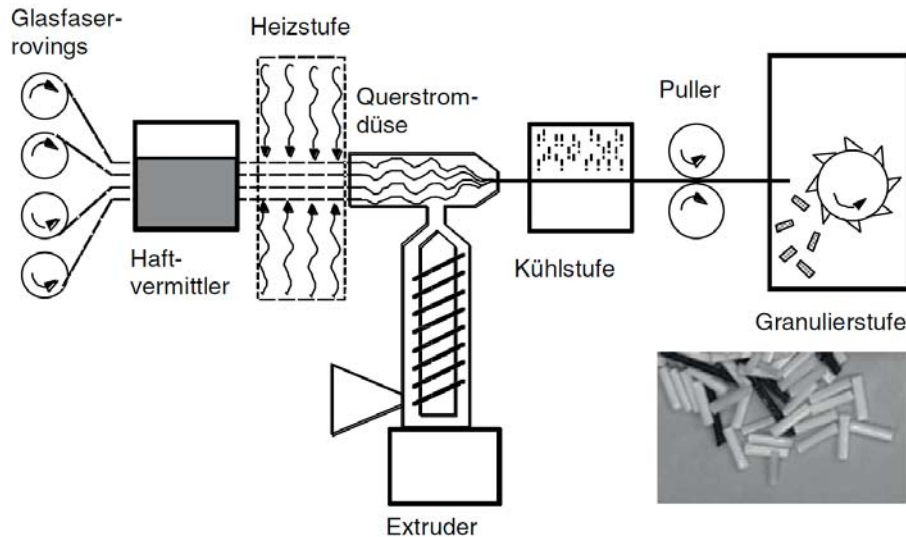


Bild 2.4: Schematische Darstellung einer Pultrusionsanlage zur Herstellung von LFT (Neitzel et al. [2014])

benutzt. Letzteres wird über einen Extruder zugeführt. Mit Hilfe von Querstromdüsen in versetzter Anordnung werden die Filamente der Glasfaserrovings umgelenkt und somit vereinzelt, um eine bessere Benetzung mit der Schmelze zu erreichen. Es folgen Kühlstufe und Granulierstufe, bei der sich das Thermoplastband zu Stäbchengranulaten mit Standardlängen von 10mm bis 25mm konfektionieren lässt. Für den Spritzgussprozess wird das Granulat in Schneckenextrudern erneut erhitzt und weiter verarbeitet, um es in die finale Bauteilform zu spritzen.

2.4 Materialspezifische mechanische Eigenschaften

Mechanische Eigenschaften wie Festigkeit, Steifigkeit oder Schlagzähigkeit (Energiedissipation) werden häufig als Funktion der Faserlänge dargestellt; z.B. Mathes und Witten [2014]. Der Zusammenhang ist jedoch deutlich komplexer, weshalb Bild 2.5 lediglich als eine schematisch dargestellte Tendenz zu interpretieren ist. Bei einer Belastung in Faserichtung wird die maximale Steifigkeit im Sinne des E-Moduls schon ab einer Faserlänge im Bereich von 1mm erreicht. Dagegen steigt die Festigkeit bei einer Faserlängenverteilung zwischen 1 und 10mm noch entscheidend an. Für die Schlagzähigkeit zeigen Faserlängen $>10\text{mm}$ noch Verbesserungspotential. Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Faserlänge auf die mechanischen Eigenschaften von faserverstärktem PP analog zu Bild 2.5 finden sich z.B. in Thomason [2002]. Darin zeigt sich des Weiteren, dass der Fasergehalt einen nennenswerten Einfluss auf benannte Kenngrößen hat (Thomason und Vlug [1996], Thomason et al. [1996]). Eine gute Faser-Matrix-Anbindung ist ein weiterer wichtiger Faktor, wodurch die Faser erst die verstärkende Wirkung im PP erreicht.

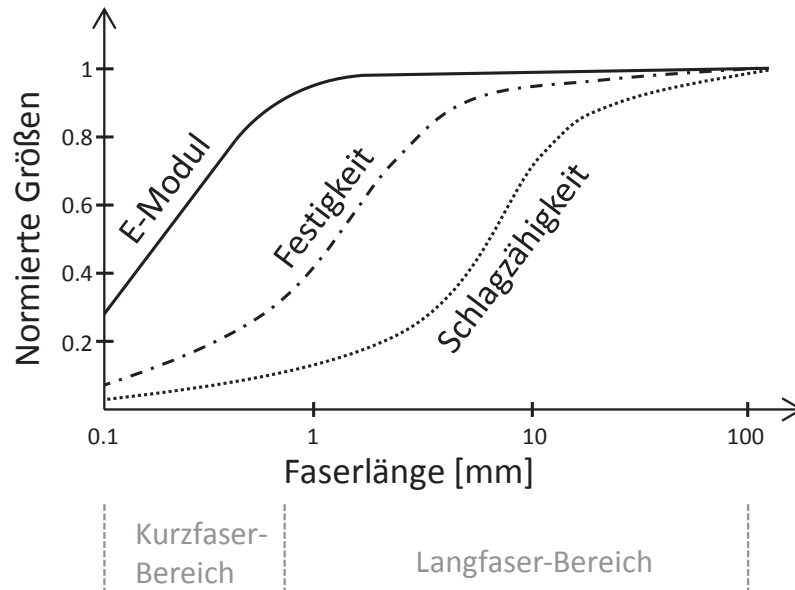


Bild 2.5: Darstellung der Tendenz mechanischer Eigenschaften von diskontinuierlich verstärkten Faserverbundwerkstoffen als Funktion der Faserlänge mit einem Durchmesser von $10\mu\text{m}$ (nach Mathes und Witten [2014])

Lokales Versagensverhalten

Bei Schädigungen der Faserstruktur im Verbundwerkstoff werden in Mathes und Witten [2014] die unterschiedlichen mikromechanischen Mechanismen schematisch dargestellt. Die Skizze in Bild 2.6 verdeutlicht einen sich öffnenden Riss von links nach rechts. Zu unterscheiden sind dabei die Versagensarten Faserbruch, Grenzflächenablösung (debonding) und Faser Pull-Out. Im Stadium der fortgeschrittenen Schädigungsentwicklung zeigt die Matrix große lokale Deformationen, wobei hier typische Mechanismen wie Crazeing, Poren-

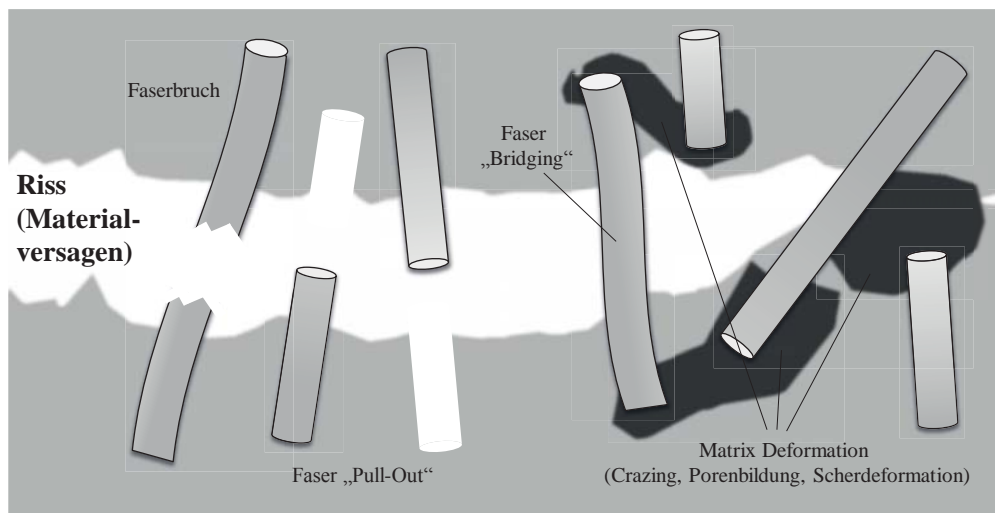


Bild 2.6: Schematische Darstellung der Versagensmechanismen in LFT (nach Mathes und Witten [2014])

oder Mikrorissbildung zu erwarten sind. Sogenanntes Faser Bridging beschreibt die Rissüberbrückung einzelner Fasern, wodurch im geöffneten Riss noch eine Resttragfähigkeit verbleibt.

Viele weitere Aspekte beeinflussen die Verwendbarkeit von LFT in Bauteilkomponenten. So führt beispielsweise eine abnehmende Faserlänge entlang der Fertigungslinie zu einer statistischen Faserlängenverteilung. Diese wird durch Reib- und Schereinwirkungen in der Extrusionsschnecke oder im Injektionsverfahren verursacht. Die bereits erwähnte Faserorientierungsverteilung (FOV), die durch komplexe Geometrien und Strömungsphänomene verursacht wird (Bild 2.3) ist ein weiterer Aspekt. Analog dazu verteilt sich auch der Fasergehalt heterogen. Alle Aspekte haben Auswirkungen auf die mechanischen Eigenschaften des Materials und bestimmen somit auch das Versagensverhalten des Werkstoffs. Für die industrielle Anwendung sind zudem noch Schrumpfungen während des Aushärteprozesses von großer Bedeutung. Dies führt zu Eigenspannungen und Bauteilverzug infolge der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Glas und PP führen.

3 Theoretische Grundlagen

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist für die Crashberechnung oder Impaktsimulation ein fundamentales Werkzeug geworden. Im Folgenden werden die nötigen Grundlagen zur Formulierung transienter nichtlinearer strukturmechanischer Probleme erläutert. Mit Nichtlinearitäten sind hier zum einen geometrische Nichtlinearitäten gemeint, das heißt, es müssen große Verschiebungen und Verdrehungen berücksichtigt werden. Zum anderen werden physikalische Nichtlinearitäten berücksichtigt, wobei es sich um nichtlineare Materialgesetze handelt, z.B. elastoplastische, viskoplastische oder viskoelastische Formulierungen. Der hier behandelte LFT-Werkstoff zeigt zwar kleine Verzerrungen bis zum Versagen jedoch unter Umständen große Verschiebungen und Verdrehungen bei einer Bauteilberechnung im Crashlastfall.

3.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen

Dieser Abschnitt erläutert die wichtigsten Grundlagen der Kontinuumsmechanik und führt die in den folgenden Kapiteln weiter verwendete Notation ein. Für detaillierte Informationen sei auf Standardwerke wie Zienkiewicz und Taylor [2000], Wriggers [2001], Holzapfel [2000] oder Belytschko et al. [2014] verwiesen.

3.1.1 Kinematik

Die Kinematik dient der Beschreibung von Geometrieänderungen und Starrkörperbewegungen materieller Körper. In einer Referenzkonfiguration sei ein Körper im dreidimensionalen Euklidischen Raum \mathbb{R}^3 mit Ω_0 , seine Oberfläche mit Γ_0 und ein ihm zugeordneter materieller Punkt P_0 mit dem Ortsvektor \mathbf{X} beschrieben (Bild 3.1). In Lagrange'scher Betrachtungsweise bildet die Funktion φ die verformte Lage in Bezug auf die Referenzkonfiguration ab:

$$\varphi := \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X}, t). \quad (3.1)$$

Hierbei beschreibt \mathbf{x} die zeitlich veränderte Lage des materiellen Punktes P_t , der dem verformten Körper Ω_t mit der Oberfläche Γ_t in der Momentankonfiguration zugeordnet ist. Die Differenz zwischen dem Ortsvektor der Referenzkonfiguration und dem Ortsvektor der Momentankonfiguration definiert den Verschiebungsvektor:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \varphi(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}. \quad (3.2)$$

Man bezeichnet \mathbf{X} auch als Lagrange'sche Koordinaten, da man sich in der Lagrange'schen Formulierung auf einen materiellen Punkt in seiner Referenzkonfiguration bezieht. \mathbf{x} bezeichnet man als Euler'sche Koordinaten, die sich auf die Momentankonfiguration beziehen. Während in der FEM die Lagrange'sche Formulierung verwendet wird, bei der die

Diskretisierung (siehe Abschn. 3.2.1) den Deformationen des Festkörpers folgt, werden in der Strömungsdynamik, wie zum Beispiel der Prozesssimulation von LFT, in der Regel Euler'sche Koordinaten eingesetzt, bei denen sich der betrachtete Körper durch die stationäre Diskretisierung hindurch bewegt.

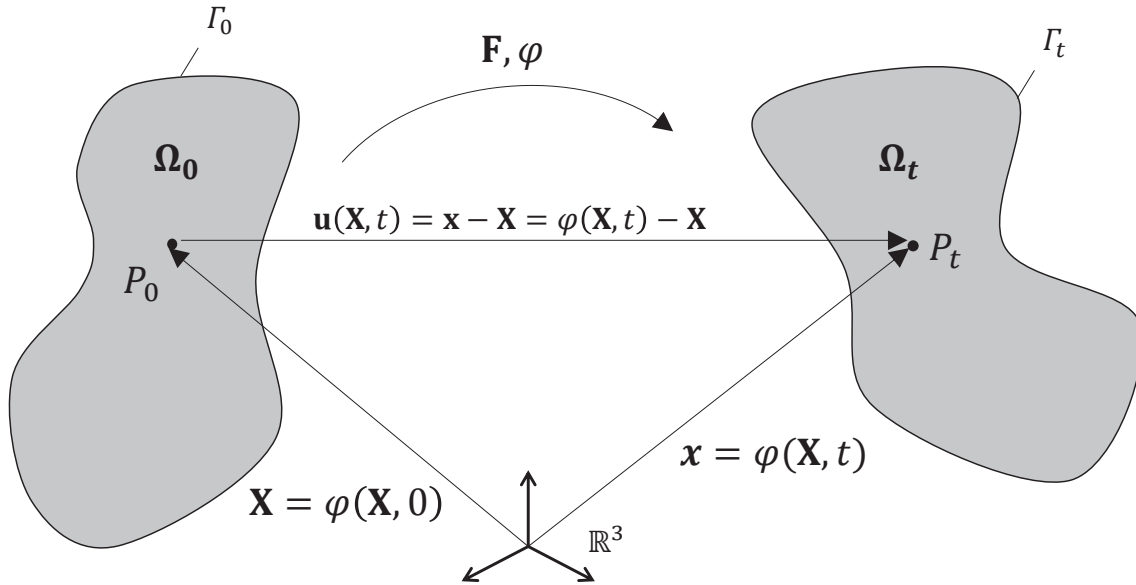


Bild 3.1: Schematische Darstellung der Bewegung eines materiellen Punktes eines Körpers von der Ausgangslage zum Zeitpunkt $t=0$ in die verformte Lage zum Zeitpunkt t

Eine wesentliche Größe bei Beschreibung finiter Deformationen ist der Deformationsgradient \mathbf{F} , ein unsymmetrischer Tensor 2. Stufe, gegeben durch die Ableitung der Deformationsabbildung φ mit

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{F} = \frac{\partial \varphi(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}. \quad (3.3)$$

Infinitesimale materielle Linienelemente der Referenzkonfiguration $\partial \mathbf{X}$ werden mit Hilfe des Deformationsgradienten \mathbf{F} in die Momentankonfiguration $\partial \mathbf{x}$ überführt. Durch die polare Zerlegung des Deformationsgradienten

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \quad (3.4)$$

in den Drehtensor \mathbf{R} und den Rechts-Strecktensor \mathbf{U}

$$\mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (3.5)$$

bzw. den Links-Strecktensor \mathbf{V}

$$\mathbf{V}^2 = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (3.6)$$

lassen sich Streckungen von Starrkörperrotationen trennen. Eine gegenüber beliebigen Starrkörperbewegungen invariante Größe ist der Green-Lagrange'sche Verzerrungstensor

G. Dieser beschreibt Längen- und Winkeländerungen bezogen auf materielle Linienelemente der Referenzkonfiguration und ist durch

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}^2 - \mathbf{I}) \quad (3.7)$$

gegeben, wobei **I** der Einheitstensor zweiter Stufe ist. In gleicher Weise lassen sich die Deformationen bezogen auf die Momentankonfiguration mit Hilfe des Euler-Almansi'schen Verzerrungstensors durch

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{V}^{-2}) \quad (3.8)$$

ausdrücken. Ein weiteres Verzerrungsmaß ist der Hencky'sche Verzerrungstensor, definiert durch

$$\boldsymbol{\varepsilon}_H^G = \ln \mathbf{U} \quad \text{bzw.} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_H^E = \ln \mathbf{V} \quad (3.9)$$

bezüglich der Referenz- bzw. Momentankonfiguration. Mit Hilfe des Verschiebungsgradienten $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}$ lässt sich Gl. (3.3) zu

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial (\mathbf{X} + \mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.10)$$

umformen. Somit lässt sich z.B. der Green-Lagrange'sche Verzerrungstensor in Abhängigkeit des Verschiebungsgradienten durch

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \right) \quad (3.11)$$

darstellen. Im Sonderfall infinitesimaler Verzerrungen ist $|\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}| \ll 1$. Das quadratische Glied $\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}$ kann vernachlässigt werden und mit $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \approx \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$ bekommt man den linearen Verzerrungstensor

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right). \quad (3.12)$$

3.1.2 Spannungen

Der mit $\boldsymbol{\sigma}$ bezeichnete symmetrische Cauchy'sche Spannungstensor beschreibt die inneren Kräfte eines deformierbaren Körpers in der Momentankonfiguration. Der Spannungsvektor \mathbf{t} beschreibt die Kraft auf einer inneren Schnittfläche dieses Körpers und besitzt die Einheit Kraft pro Fläche. Über das Cauchy-Theorem

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n} \quad (3.13)$$

wird der Spannungsvektor \mathbf{t} als lineare Funktion des Cauchy'schen Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ und des Normaleneinheitsvektors \mathbf{n} ausgedrückt.

Für beliebige Spannungszustände kann der Spannungstensor mit

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mathbf{s} \quad (3.14)$$

in den hydrostatischen (druckabhängigen) Anteil mit dem Druck $-p$ (bzw. der hydrostatischen Spannung $\sigma_m = -p$) und den deviatorischen (druckunabhängigen) Anteil \mathbf{s} aufgespalten werden. Außerdem können koordinatensystemunabhängige skalare Größen, die den Spannungszustand beschreiben, eingeführt werden, was bei isotropem Materialverhalten hilfreich ist. Gegeben durch die Invarianten (I, II, III) des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ bzw. die Invarianten (J_1, J_2, J_3) des Spannungstensors \mathbf{s} , kann der Spannungszustand wie folgt beschrieben werden:

$$I = \text{sp}(\boldsymbol{\sigma}) \quad \text{bzw.} \quad J_1 = \text{sp}(\mathbf{s}) = 0 \quad (3.15)$$

$$II = \frac{1}{2} (\text{sp}(\boldsymbol{\sigma}^2) - \text{sp}(\boldsymbol{\sigma})^2) \quad \text{bzw.} \quad J_2 = \frac{1}{2} \text{sp}(\mathbf{s}^2) \quad (3.16)$$

$$III = \det(\boldsymbol{\sigma}) \quad \text{bzw.} \quad J_3 = \det(\mathbf{s}) \quad (3.17)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung des Spannungszustandes bei Isotropie zeigt die schematische Darstellung in Bild 3.2, wobei $\boldsymbol{\sigma}$ entweder durch die Hauptspannungen ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$) oder die drei unabhängigen Größen σ_m, ρ und Θ gegeben ist.

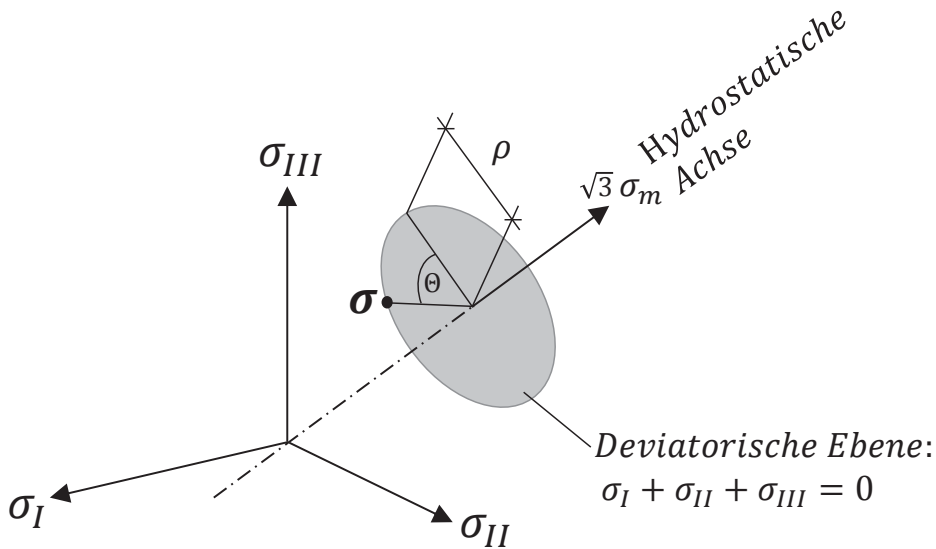


Bild 3.2: Schematische Darstellung des Spannungszustandes im Hauptspannungsraum

Hierbei ist

$$\sqrt{3}\sigma_m = \frac{I}{\sqrt{3}} \quad (3.18)$$

der Abstand vom Ursprung längs zur hydrostatischen Achse und

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (3.19)$$

definiert den Abstand vom Ursprung in der deviatorischen Ebene. Der Winkel Θ bezeichnet den Lode-Winkel mit

$$\Theta = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad \text{mit } (0 \leq \Theta < \pi/3). \quad (3.20)$$

Es ist der Winkel in der deviatorischen Ebene zwischen dem Ortsvektor zum Punkt des aktuellen Spannungszustandes und der Projektion einer der Hauptachsen auf die deviatorische Ebene. Häufig wird auch anstelle von σ_m und ρ die Spannungsmehrachsigkeit (Triaxialität) definiert durch

$$\sigma_{triax} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{3J_2}} \left(= \frac{\sigma_m}{\sqrt{3/2} \rho} \right) \quad (3.21)$$

verwendet, da diese aus experimenteller Sicht eine gut zu ermittelnde Größe ist.

3.1.3 Zeitableitungen

Zeitableitungen spielen für die hier betrachteten dynamischen Problemstellungen mit geschichtsabhängigem Materialverhalten (Plastizität und Viskoelastizität), die folglich von der Zeit abhängig sind, eine Rolle. Dabei sind die Geschwindigkeit \mathbf{v} des materiellen Punktes, definiert durch

$$\mathbf{v} := \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \varphi(\mathbf{X}, t)}{\partial t}, \quad (3.22)$$

der ersten materiellen Ableitung nach der Zeit t , sowie die Beschleunigung \mathbf{a} des materiellen Punktes mit

$$\mathbf{a} := \ddot{\mathbf{x}} = \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{X}, t)}{\partial t^2}, \quad (3.23)$$

der zweiten materiellen Ableitung nach der Zeit, von Bedeutung. Zur Beschreibung der zeitlichen Änderung materieller Linienelemente dient der Geschwindigkeitsgradient, definiert durch

$$\mathbf{L} := \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1}. \quad (3.24)$$

Dieser lässt sich in einen symmetrischen Anteil, den Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D} , zur Beschreibung der zeitlichen Änderung von Längen und Winkeln und in einen schief-symmetrischen Anteil, den Drehgeschwindigkeitstensor oder Spin-Tensor \mathbf{W} , zur Beschreibung von Starrkörperdrehungen aufspalten:

$$\mathbf{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)}_{\mathbf{D}=\mathbf{D}^T} + \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)}_{\mathbf{W}=-\mathbf{W}^T} \quad (3.25)$$

Bei der Beschreibung des Materialverhaltens ist es wichtig, dass die eingeführten Größen auch mit der zeitlichen Änderung objektiv bleiben also invariant gegenüber Starrkörperdrehungen. Wird der Deformation eine Starrkörperdrehung überlagert, dürfen keine

zusätzlichen Spannungen resultieren. Auch die materielle Zeitableitung des Cauchyschen Spannungstensors ist nicht objektiv. Daher ist es sinnvoll, spezielle objektive Formulierungen von Spannungsrate einzuführen. In vielen kommerziellen FEM-Programmen, wie z.B. LS-DYNA [2014], wird die Jaumann'sche Spannungsrate verwendet. Sie ist durch

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} := \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3.26)$$

gegeben (Hallquist [1998]). Dabei ist \mathbf{W} der in Gl. (3.25) eingeführte Spin-Tensor. Es existiert noch eine Vielzahl weiterer objektiver Spannungsrate auf die jedoch des Umfangs wegen nicht weiter eingegangen werden soll (siehe z.B. Wriggers [2001], Belytschko et al. [2014]).

3.1.4 Bilanzgleichungen

Bilanzgleichungen in der Kontinuumsmechanik beschreiben zeitliche und räumliche Änderungen der physikalischen Größen: Masse, Impuls, Drehimpuls und Energie, wobei auf letzteres in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wird. Die *Massenbilanz* besagt, dass die Masse des Körpers bei der Deformation konstant bleibt und kann in lokaler Form als

$$\varrho(\mathbf{x}, t) J = \varrho_0(\mathbf{X}, 0) \quad (3.27)$$

geschrieben werden. Die Beziehung zwischen Ausgangsdichte $\varrho_0(\mathbf{X}, 0)$ der Referenzkonfiguration und momentaner Dichte $\varrho(\mathbf{x}, t)$ der aktuellen Konfiguration ist über die Jakobideterminante $J = \det(\mathbf{F})$ gegeben.

Die *Impulsbilanz* sagt, dass die zeitliche Änderung des Impulses $\varrho \dot{\mathbf{v}}$ gleich der Summe aller von außen auf den Körper wirkenden Kräfte ist. Die dazugehörige lokale Form mit Bezug auf die Momentankonfiguration wird mathematisch durch

$$\varrho \mathbf{a} = \varrho \mathbf{b} + \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.28)$$

beschrieben, mit der Volumenkraftdichte \mathbf{b} (z.B. Schwerkraft). Die lokale *Drehimpulsbilanz* oder *Drallbilanz* ergibt sich zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T, \quad (3.29)$$

d.h. der Symmetrie des Cauchy'schen Spannungstensors.

3.1.5 Materialgleichungen

Mit der Massenbilanz und der Impulsbilanz stehen 4 partielle Differentialgleichungen zur Berechnung von insgesamt 10 Feldern $(\varrho, u_i, \sigma_{ij})$ zur Verfügung. Es fehlen demnach noch 6 Gleichungen zur eindeutigen Lösung, die über die Stoffgesetze bzw. Materialgleichungen

definiert werden. Sie beschreiben die Spannungen in Abhängigkeit der Verzerrungen des materiellen Körpers in einem funktionalen Zusammenhang:

$$\boldsymbol{\sigma} = f(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \xi_\alpha, \mathbf{x}). \quad (3.30)$$

Die Spannung kann in Abhängigkeit des Verzerrungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}$, der Verzerrungsrate $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$, verschiedenen inneren Variablen ξ_α und der Position \mathbf{x} , wie es bei heterogenem Material der Fall ist, abhängen.

3.1.5.1 Elastizität

Mit dem verallgemeinerten Hooke'schen Gesetz ergibt sich der lineare Zusammenhang aus Spannungen und Verzerrungen durch

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.31)$$

wobei \mathbb{C} den Elastizitätstensor vierter Stufe darstellt. Im Fall der Isotropie kann der Elastizitätstensor mit Hilfe der volumetrisch-deviatorischen Zerlegung wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbb{C} = 3\kappa\mathbb{I}^{vol} + 2\mu\mathbb{I}^{dev}. \quad (3.32)$$

Die Lamé'schen Konstanten κ und μ sind der Kompressions- und der Schubmodul. Volumetrischer and deviatorischer Projektor ergeben sich zu

$$\mathbb{I}^{vol} = \frac{1}{3}\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \quad (3.33)$$

und

$$\mathbb{I}^{dev} = \mathbb{I} - \mathbb{I}^{vol} \quad (3.34)$$

wobei $\mathbf{I} \hat{=} \delta_{ij}$ und $\mathbb{I} \hat{=} \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$ die symmetrischen Einheitstensoren zweiter und vierter Stufe sind und δ_{ij} das Kronecker-Delta in der Indexnotation darstellt. Der Elastizitätstensor besitzt die Hauptsymmetrie $C_{ijkl} = C_{klij}$ sowie die rechte und linke Untersymmetrie $C_{ijkl} = C_{ijlk} = C_{jikl}$ und lässt sich somit in der hier verwendetet und für die Programmierung leichter handhabbaren allgemeinen Voigt-Notation ausdrücken. Die Indizes des vierstufigen Tensors C_{ijkl} werden mit $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 12 \rightarrow 4, 23 \rightarrow 5$ und $13 \rightarrow 6$ ersetzt und es ergibt sich das Hooke'sche Gesetz, das in Matrixschreibweise

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \sqrt{2}C_{14} & \sqrt{2}C_{15} & \sqrt{2}C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \sqrt{2}C_{24} & \sqrt{2}C_{25} & \sqrt{2}C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \sqrt{2}C_{34} & \sqrt{2}C_{35} & \sqrt{2}C_{36} \\ \sqrt{2}C_{41} & \sqrt{2}C_{42} & \sqrt{2}C_{43} & 2C_{44} & 2C_{45} & 2C_{46} \\ \sqrt{2}C_{51} & \sqrt{2}C_{52} & \sqrt{2}C_{53} & 2C_{54} & 2C_{55} & 2C_{56} \\ \sqrt{2}C_{61} & \sqrt{2}C_{62} & \sqrt{2}C_{63} & 2C_{64} & 2C_{65} & 2C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

lautet, wobei Spannungs- und Verzerrungstensor in Vektorschreibweise ausgedrückt werden (z.B. Cowin [2003]).

Im allgemeinen anisotropen Fall besitzt der Elastizitätstensor 21 unterschiedliche Komponenten. Im isotropen richtungsunabhängigen Fall reduzieren sich diese auf zwei. Alternativ zu Gl. (3.32) kann der isotrope Elastizitätstensor beispielsweise auch durch die Poisson-Zahl ν und den Elastizitätsmodul E beschrieben werden. Der Nachgiebigkeitstensor \mathbb{S} , definiert sich durch die Inverse des Elastizitätstensors mit

$$\mathbb{S} = \mathbb{C}^{-1} \quad (3.36)$$

und kann für isotropes Materialverhalten unter Verwendung der allgemeinen Voigt-Notation in Matrizenform mit

$$[\mathbb{S}^{iso}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

angegeben werden. Der Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul, der Poisson-Zahl sowie dem Kompressions- und dem Schubmodul lautet

$$\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \text{bzw.} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (3.38)$$

Ist das Materialverhalten orthotrop, besitzt es drei senkrecht aufeinander stehende Vorzugsrichtungen. Der Elastizitätstensor hat nun 9 unabhängige Elastizitätskonstanten. Entsprechend lässt sich der Nachgiebigkeitstensor durch

$$[\mathbb{S}^{ortho}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu_{13}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

ausdrücken, wobei entsprechend der Symmetrie $\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$, $\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}$ und $\frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3}$ gilt. Im Fall der Transversalisotropie sind zwei der drei senkrecht aufeinander stehenden Vorzugsrichtungen gleich. Der Elastizitätstensor besitzt hierbei 5 unterschiedliche Komponenten. Mit der 1-Richtung als Vorzugsrichtungen der Anisotropie sind die Materialeigenschaften invariant gegenüber einer Drehung um die 1-Achse und der Nachgiebigkeitstensor ist durch

$$[\mathbb{S}^{trans}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu_1} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

gegeben mit $E_2 = E_3 = E$, $\nu_{23} = \nu_{32} = \nu$ und $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu_{13} = \nu_{31}$ sowie $\mu_{12} = \mu_{13} = \mu_1$ und $\mu_{23} = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

3.1.5.2 Elastoplastizität

Bei einer plastischen Verformung des Werkstoffes findet eine bleibende Anordnung von Atomen statt, sodass der Anfangszustand im Material auch lange Zeit nach dem Entlasten nicht mehr vorhanden ist. Bei Metallen wird dies in der Regel durch Versetzungen in den Kristallkörnern verursacht. Bei Polymeren kann die Neuorientierung und das Aneinandergleiten von Molekülketten im Betrachtungszeitraum von Impakt- oder Crashlastfällen ebenfalls als bleibende Verformung betrachtet werden auch wenn dies keine Plastizität im klassischen Sinne ist. Intermolekulare Bindungen zwischen Polymerketten werden bei geringen nichtlinearen Verformungen in der Regel nicht zerstört und sind in einem längeren Betrachtungszeitraum als dem der Crashbelastung reversibel. Plastizität kann stark Dehnratenabhängig sein, was in dieser Arbeit jedoch nicht weiter vertieft wird. Viskose Effekte werden mit Hilfe viskoelastischer Modellansätze berücksichtigt und in Abschnitt 3.1.5.3 erläutert.

In der mathematischen Beschreibung der Plastizität wie z.B. in Hill [1998], Simo und Hughes [1998] und Lubliner [2008] wird der Verzerrungstensor mit der Annahme kleiner Deformationen in einen elastischen (reversible Verformung) und einen plastischen (irreversible Verformung) Anteil additiv aufgespalten:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}. \quad (3.41)$$

Zur Veranschaulichung dient das eindimensionale rheologische Modell (Bild 3.3). Ab Erreichen einer Grenzlast, der Fließspannung σ_F , tritt die plastische Deformation ein, was durch das Reibelement symbolisiert wird.

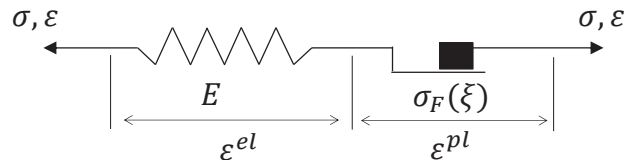


Bild 3.3: Eindimensionales rheologisches elastoplastisches Modell, Reihenschaltung von Feder- und Reibelement

Im Entlastungszustand verhält sich das Material auch nach plastischer Deformation wieder rein elastisch. Bild 3.4 zeigt am Beispiel uniaxialer Belastung den Spannungs-Dehnungsverlauf, wobei die gestrichelte Linie die elastische Ent- und Wiederbelastung verdeutlicht.

In der dreidimensionalen Verallgemeinerung der Plastizität lässt sich der Verzerrungsgeschwindigkeitstensor aus (3.25) durch

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{el} + \mathbf{D}^{pl} \quad (3.42)$$

in einen elastischen Anteil \mathbf{D}^{el} und plastischen Anteil \mathbf{D}^{pl} additiv aufspalten. Es gilt das hypoelastische Stoffgesetz nach (3.43) mit der Restriktion für den elastischen Bereich,

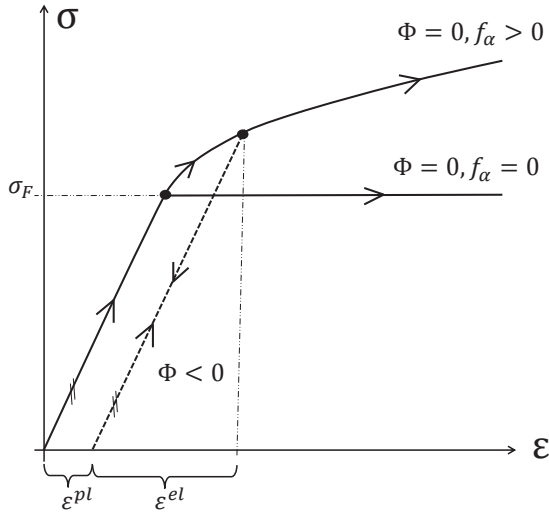


Bild 3.4: Schematische Darstellung des elasto-plastischen Materialverhaltens im eindimensionalen Zuglastfall

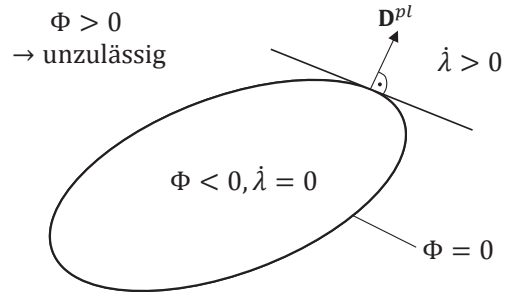


Bild 3.5: Schematische zweidimensionale Darstellung der Fließfläche

was durch die Funktion $\Phi(\boldsymbol{\sigma}, \xi_\alpha)$ in Abhängigkeit des Spannungszustandes und der inneren Variablen ξ_α in Gl. (3.44) beschrieben wird. Die Fließbedingung beschreibt eine konvexe Fläche im 6-dimensionalen Spannungsraum. Spannungszustände außerhalb der Fläche $\Phi \geq 0$ sind unzulässig. Plastische Deformationen treten für $\Phi = 0$, also für Spannungszustände auf der Fließfläche auf (s. Bild 3.5).

$$\text{Hypoelastizität} \quad \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{pl}) \quad (3.43)$$

$$\text{Fließbedingung} \quad \Phi(\boldsymbol{\sigma}, \xi_\alpha) \leq 0 \quad (3.44)$$

$$\text{Fließregel} \quad \mathbf{D}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{\sigma}, \xi_\alpha)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.45)$$

$$\text{Verfestigungsgesetz} \quad \dot{\xi}_\alpha = f_\alpha(\mathbf{D}^{pl}, \boldsymbol{\sigma}, \xi_\beta) \quad (3.46)$$

Die Fließregel (3.45) ist die Evolutionsgleichung der plastischen Verzerrungen und beschreibt mit der zugrunde gelegten Annahme eines plastischen Potentials $\Psi(\boldsymbol{\sigma}, \xi_\alpha)$ und dem Proportionalitätsfaktor λ die Änderung der plastischen Verzerrungen, mit der Fließrichtung, welche senkrecht zu Ψ orientiert ist. Für den Spezialfall $\Psi = \Phi$ spricht man von assoziiertem Fließen und bei $\Psi \neq \Phi$ von nicht-assoziiertem Fließen. Zur Beschreibung der Verfestigung (3.46) sowie des Fließens (3.45) werden Verfestigungsvariablen ξ_α verwendet. Diesen Verfestigungsvariablen sind wiederum innere Variablen f_α zugeordnet. Für den Fall idealer Plastizität ist $f_\alpha = 0$, bei plastischer Verfestigung gilt $f_\alpha > 0$. Der Fall der kinematischen Verfestigung, beschrieben durch ein Verschieben der Fließbedingung im Spannungsraum, soll nicht weiter erläutert werden. Für das Be- und Entlastungsverhalten müssen letztlich die sogenannten Kuhn-Tucker-Bedingungen mit

$$\lambda \geq 0, \quad \lambda \Phi = 0, \quad \Phi \leq 0 \quad (3.47)$$

erfüllt sein.

In der isotropen von-Mises-Plastizität kann die Fließbedingung allein in Abhängigkeit der zweiten Invariante J_2 der deviatorischen Spannungen \mathbf{s} mit

$$\Phi_{VM}(J_2) = \sqrt{3J_2} - \sigma_F = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}} - \sigma_F(\xi) \quad (3.48)$$

mit der Fließspannung $\sigma_F(\xi)$ formuliert werden. Die innere Variable ξ ist gleich der akkumulierten plastischen Dehnung

$$\xi := \varepsilon^{pl} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}\mathbf{D}^{pl} : \mathbf{D}^{pl}} d\tilde{t} \quad (3.49)$$

Mit der assoziierten Fließregel folgt

$$\mathbf{D}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (3.50)$$

wobei sich der Proportionalitätsfaktor zu $\lambda = \dot{\varepsilon}^{pl}$ ergibt, indem Gl. (3.50) mit (3.48) in die zeitliche Ableitung von Gl. (3.49) eingesetzt wird. Das isotrope Verfestigungsgesetz kann somit in Abhängigkeit der akkumulierten plastischen Vergleichsdehnung, also einer skalaren Größe, formuliert werden.

Zur Beschreibung elastoplastischen Materialverhaltens faserverstärkter Kunststoffe sind anisotrope Fließbedingungen nötig. Häufig zur Anwendung kommt die Fließbedingung nach Hill, siehe z.B. Lemaitre und Chaboche [2000]:

$$\begin{aligned} \Phi_{Hill} &= F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + \\ &2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2N\sigma_{13}^2 - \sigma_F^2(\xi) = 0. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Die Parameter F , G , H , L , M , N steuern den Fließbeginn entsprechend den 3 orthogonalen Vorzugsrichtungen der orthotropen Anisotropie. Mit $F = G = H = 0.5$ und $M = N = L = 1.5$ reduziert sich Gl. (3.51) zur isotropen Fließbedingung nach von Mises (Gl. (3.48)). Eine alternative Darstellung zu (3.51) liefert die tensorielle Form

$$\mathbf{s} : \mathbb{H} : \mathbf{s} - \sigma_F^2(\xi) = 0, \quad (3.52)$$

wobei sich \mathbb{H} zu

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} F+H & -F & -H & 0 & 0 & 0 \\ -F & F+G & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & -G & G+H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

ergibt. Die plastische Vergleichsdehnung nach Hill wird mit

$$\varepsilon^{pl} = \int_0^t \sqrt{\mathbf{D}^{pl} : \mathbb{H}^{-1} : \mathbf{D}^{pl}} d\tilde{t} \quad (3.54)$$

formuliert. Im transversalisotropen Fall unter Volumenkonstanz reduzieren sich die Parameter und mit der 1-Achse als Vorzugsrichtung der Anisotropie kann $F = H$, $L = N$ und $M = F + 2G$ geschrieben werden.

Eine alternative Darstellung der Hill-Plastizität findet sich beispielsweise in Aravas [1992]. Hierbei wird mit Hilfe eines Orientierungstensors \mathbf{B} , definiert durch das dyadische Produkt

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}^* \otimes \mathbf{e}^* \quad (3.55)$$

eines Einheitsvektors $\mathbf{e}^* \in \mathbb{R}^3$, die Vorzugsrichtung der Anisotropie vorgegeben. Somit kann im transversalisotropen Fall die Fließbedingung nach Hill unter Verwendung von \mathbf{B} in folgender Form angegeben werden:

$$\begin{aligned} \Phi_{Hill}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}) &= (F + 2G) \text{sp}(\mathbf{s}^2) + 2(L - F - 2G) \text{sp}(\mathbf{s}^2 \cdot \mathbf{B}) \\ &+ (5F + G - 2L) \text{sp}^2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}) - \sigma_F^2(\xi). \end{aligned} \quad (3.56)$$

Hierbei bezeichnet \mathbf{s} wiederum den deviatorischen Anteil des Spannungstensors.

3.1.5.3 Viskoelastizität

Viskoses Verhalten beschreibt die Spannungsabhängigkeit von der Deformationsgeschwindigkeit. Diese Abhängigkeit kann sowohl in linearer als auch in nicht-linearer Form auftreten, wobei sich die Materialmodellierungen in dieser Arbeit aufgrund des experimentellen Befunds in Kapitel 5 auf ersteres beschränken. Viskoelastisches Verhalten stellt eine Kombination von rein viskosem und rein elastischem Verhalten dar. Experimentelle Untersuchungen zeitabhängiger Deformationsprobleme sind klassischerweise der Kriechvorgang und der Relaxationsprozess. Diese beiden viskoelastischen Materialverhaltensweisen werden im Folgenden anhand elementarer eindimensionaler Feder-Dämpfer-Modelle kurz dargestellt und anschließend auf ein verallgemeinertes sich analog verhaltendes dreidimensionales Konstitutivgesetz erweitert.

Als Erstes soll das Kriechen behandelt werden, welches im Wesentlichen durch die zeitlich sich verändernde Anpassung der Dehnung an eine konstant vorgegebene Spannung definiert ist. Die sich verändernde Anpassung der Dehnung hat ein asymptotisches Verhalten und strebt für eine hinreichend große Zeit gegen einen stationären Dehnungswert. Kriechen kann am einfachsten mit einem eindimensionalen Kelvin-Voigt-Modell dargestellt werden (Bild 3.7). Dabei handelt es sich um eine Parallelschaltung einer linear elastischen Feder und eines linear viskosen Dämpfers. Beide Elemente in der Parallelschaltung erfahren die gleiche Dehnung. Die Spannungen addieren sich zur Gesamtspannung:

$$\sigma = \sigma^{el} + \sigma^{vi} = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (3.57)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung bei gegebener Spannung σ_0 ist die in Bild 3.6 dargestellte zeitabhängige Dehnungsantwort des Kelvin-Voigt-Modells (siehe z.B. Wriggers [2001]):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{\eta}{E}. \quad (3.58)$$

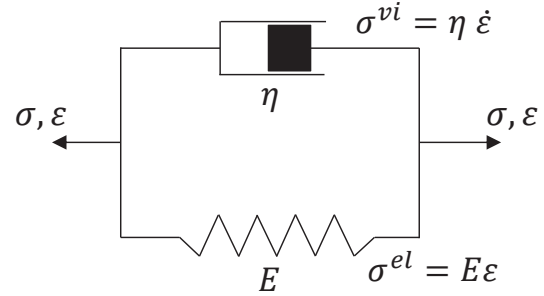
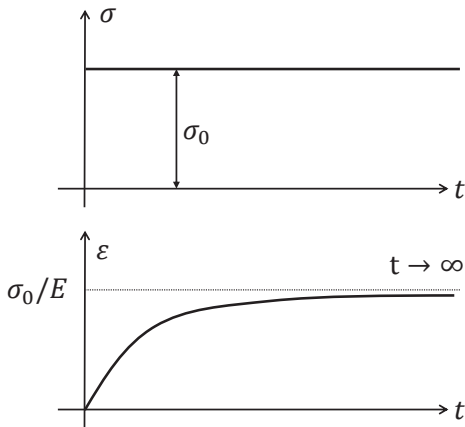


Bild 3.6: Kriechvorgang bei konstanter Spannung σ_0 Bild 3.7: Kelvin-Voigt-Modell mit Feder- und Dämpferelement in Parallelschaltung

Darin bezeichnet τ die Retardationszeit. Eine dreidimensionale isotrope Version des Kelvin-Voigt-Modells lautet

$$\boldsymbol{\sigma} = 3\kappa(\boldsymbol{\varepsilon}^{vol} + \tau_V \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vol}) + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon}^{dev} + \tau_D \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dev}). \quad (3.59)$$

Mit der Aufspaltung des Verzerrungstensors in den volumetrischen Anteil $\boldsymbol{\varepsilon}^{vol} = \text{sp}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I}$ und den deviatorischen Anteil $\boldsymbol{\varepsilon}^{dev} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{vol}$, beschreiben τ_V und τ_D die entsprechenden zwei verschiedenen Retardationszeiten (Kriechzeiten). Wäre mit dem Kelvin-Voigt-Modell das Materialverhalten ausreichend beschrieben, könnten die Parameter mit Gl. (3.58) im uniaxialen Zug-relaxationsversuch mit $\tau = \tau_V$ und im Scherrelaxationsversuch mit $\tau = \tau_D$ bestimmt werden, wobei für einen Scherzugversuch der entsprechende Schubmodul verwendet werden muss und demnach E mit 2μ zu ersetzen ist.

Der zweite viskoelastische Grundkörper ist das Maxwell-Modell (Bild 3.9), mit dem sich der in Bild 3.8 dargestellte Relaxationsprozess beschreiben lässt. Bei konstanter Dehnung relaxieren die Spannungen im Material für $t \rightarrow \infty$ auf null. Die additive Aufspaltung der Dehnungen (bzw. der Dehnraten) in elastische und viskose Anteile führt auf die Differentialgleichung

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{vi} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad (3.60)$$

wobei sich bei aufgebrachter konstanter Dehnung $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ die Lösung von Gl. (3.60) zu

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-(t/\tau)} \quad (3.61)$$

ergibt. Da die Spannungen auf den Wert $\sigma = 0$ relaxieren, nennt man dieses Materialverhalten fluidartig, im Vergleich zum Kelvin-Voigt-Modell Bild 3.6, welches festkörperartiges Materialverhalten beschreibt. Eine isotrope dreidimensionale Version des Maxwell-Modells lautet

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{3\kappa}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{vol} + \frac{1}{\tau_V}\boldsymbol{\sigma}^{vol}) + \frac{1}{2\mu}(\dot{\boldsymbol{s}} + \frac{1}{\tau_D}\boldsymbol{s}), \quad (3.62)$$

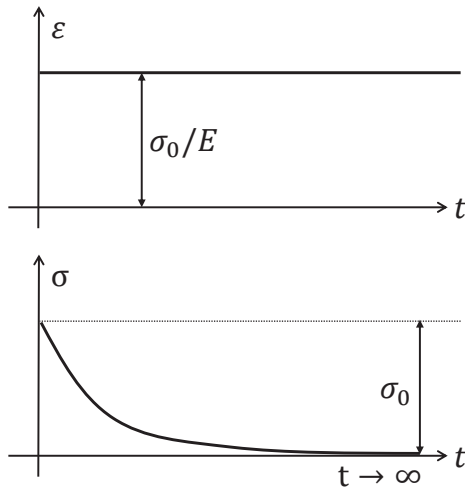


Bild 3.8: Relaxationsprozess bei konstanter Dehnung σ_0/E

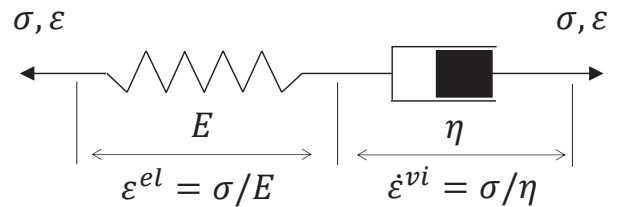


Bild 3.9: Maxwell-Modell mit Feder- und Dämpfer-
element in Reihenschaltung

mit der Aufspaltung des Spannungstensors in $\boldsymbol{\sigma}^{vol} = \text{sp}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ und $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{vol}$, den hydrostatischen und deviatorischen Anteil.

Sowohl das Kelvin-Voigt-Modell als auch das Maxwell-Modell beschreiben reales Materialverhalten nur unzureichend. Es existiert eine Vielzahl von Verschaltungen der viskoelastischen Grundkörper. Eines davon ist das generalisierte Maxwell-Modell (Bild 3.10).

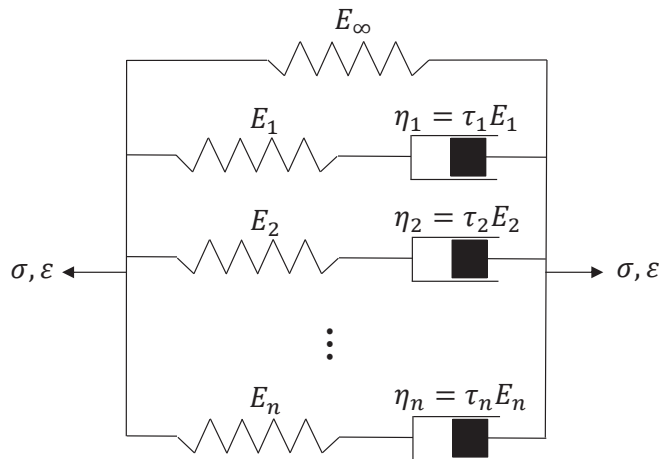


Bild 3.10: Generalisiertes Maxwell-Modell

Mit diesem können sowohl der Relaxationsprozess durch

$$\sigma(t) = E_\infty \varepsilon_0 + \sum_{i=1}^n E_i \varepsilon_0 e^{-(t/\tau_i)} \quad (3.63)$$

als auch der Kriechvorgang durch

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_0}{E_i} (1 - e^{-(t/\tau_i)}) \quad (3.64)$$

beschrieben werden. Die Elastizitätsmoduln E_i , die Retardationszeiten τ_i und die Viskositäten η_i sind dem i -ten Maxwell-Element zugeordnet. Der mit E_0 bezeichnete instantane E-Modul der sprunghaft aufgebrachtten Spannung σ_0 ist über die Beziehung

$$E_\infty = E_0 - \sum_{i=1}^n E_i \quad (3.65)$$

mit den anderen E-Moduln verknüpft. Durch die beliebige Anzahl der parallelgeschalteten Maxwell-Elemente lässt sich ein komplexes dehnratenabhängiges Materialverhalten besonders gut darstellen. Es lässt sich für den dreidimensionalen isotropen Fall die Differentialgleichung in tensorieller Schreibweise durch

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = 3\kappa_\infty \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vol} + 2\mu_\infty \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dev} + \sum_{i=1}^n \left[3\kappa_i \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vol} + 2\mu_i \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dev} - \frac{1}{\tau_{V_i}} \boldsymbol{\sigma}_i^{vol} - \frac{1}{\tau_{D_i}} \mathbf{s}_i \right] \quad (3.66)$$

formulieren. Hierbei sind die volumetrischen und deviatorischen Dehnungen mit $\boldsymbol{\varepsilon}^{vol}$ bzw. $\boldsymbol{\varepsilon}^{dev}$ gekennzeichnet sowie Spannungen des i -ten Maxwell-Elementes mit $\boldsymbol{\sigma}_i^{vol}$ bzw. \mathbf{s}_i .

3.1.6 Anfangs-Randwertproblem

In der starken Form des Anfangs-Randwertproblems müssen die Feldgleichungen (s. Abschn. 3.1.1 bis 3.1.5) bestehend aus der Kinematik, dem dynamischen Gleichgewicht (Impulsbilanz), der Drehimpulsbilanz sowie der Stoffgleichung gegeben durch

$$\text{(Kinematik)} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_H^E = \ln \mathbf{V} \quad (3.67)$$

$$\text{(Impulsbilanz)} \quad \rho \mathbf{a} = \rho \mathbf{b} + \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.68)$$

$$\text{(Drehimpulsbilanz)} \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad (3.69)$$

$$\text{(Stoffgleichung)} \quad \boldsymbol{\sigma} = f(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \xi_\alpha, \mathbf{x}) \quad (3.70)$$

in jedem materiellen Punkt des deformierten Körpers erfüllt sein. Um das gekoppelte System partieller Differentialgleichungen zu lösen, müssen zusätzlich auf dem Rand

Γ_t des aktuellen Gebiets (s. Bild 3.1) die geometrischen Randbedingungen (*Dirichlet-Randbedingungen*), d.h. die vorgeschriebenen Verschiebungen \mathbf{u}_0 mit

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \text{auf } \Gamma_{t_u} \quad (3.71)$$

sowie die Spannungsrandbedingungen (*Neumann-Randbedingungen*) mit

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}_0 \quad \text{auf } \Gamma_{t_\sigma}. \quad (3.72)$$

gegeben sein. Hinzu kommen die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ für die Verschiebungen \mathbf{u} und die Geschwindigkeiten \mathbf{v} mit

$$\mathbf{u}(t_0) =: \mathbf{u}_{t_0}, \quad \mathbf{v}(t_0) =: \mathbf{v}_{t_0}. \quad (3.73)$$

In Gl. (3.72) bezeichnet \mathbf{n} die momentane Normale auf dem Rand Γ_t und \mathbf{t}_0 die vorgeschriebenen Spannungen. Eine analytische Lösung ist nur für wenige Randwertprobleme möglich. Eine näherungsweise Berechnung (z.B. mit der FEM), in der sogenannten schwachen Form, erfüllt die Impulsbilanz im integralen Mittel über das betrachtete Gebiet. Die schwache Form kann aus der starken Form durch skalare Multiplikation von Gl. (3.68) bzw. Wichtung mit einer Testfunktion $\delta \mathbf{u}$ und Integration über das Gebiet Ω_t hergeleitet werden und ist durch

$$\int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{a} \, d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u} \cdot (\rho \mathbf{b} + \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}) \, d\Omega_t \quad (3.74)$$

gegeben. Unter Anwendung des Gauss'schen Integralsatzes und den vorgegebenen Spannungsrandbedingungen nach Gl. (3.72) folgt

$$\underbrace{\int_{\Omega_t} \delta \boldsymbol{\varepsilon}_H^E : \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega_t}_{\delta W_{inn}} + \underbrace{\int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{a} \, d\Omega_t}_{\delta W_{kin}} = \underbrace{\int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{b} \, d\Omega_t + \int_{\Gamma_t} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t}_0 \, d\Gamma_t}_{\delta W_{ext}}. \quad (3.75)$$

Formal entspricht Gl. (3.75) dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen, wobei sich $\delta \mathbf{u}$ als die virtuellen Verschiebungen und $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ als die, durch Gl. (3.67) zugehörigen, virtuellen Verzerrungen definieren. Die Summe aus virtueller innerer Arbeit δW_{inn} und virtueller Arbeit der Trägheitskräfte δW_{kin} ist gleich der virtuellen Arbeit der externen Lasten δW_{ext} .

3.2 Lösungsverfahren mit der Finite-Elemente-Methode

Die Lösung des transienten Randwertproblems mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) soll, ausgehend von Gl. (3.75), im Folgenden kurz beschrieben werden. Bücher über die FEM wie Bathe [2001], Belytschko et al. [2014], Hughes [2000], Wriggers [2001] oder Knothe und Wessels [2008] bieten eine umfangreiche Beschreibung der Methode. Nach der Erläuterung der räumlichen Diskretisierung wird bei der numerischen Integration und der Zerlegung des Berechnungszeitraums in diskrete Zeitschritte hier lediglich auf den expliziten Zeitintegrationsalgorithmus, dem Zentrale Differenzenverfahren, eingegangen (Hallquist [1998]).

3.2.1 Räumliche Diskretisierung

Die Diskretisierung der betrachteten Struktur erfolgt durch eine Zerlegung in Teilgebiete, die Finiten Elemente:

$$\Omega \approx \Omega^h = \bigcup_{e=1}^{n_e} \Omega_e \quad (3.76)$$

Die unbekanntten Verschiebungen sowie die unbekanntten virtuellen Verschiebungen in Gl. (3.75) werden innerhalb eines Elementes mit Hilfe von n Formfunktionen N_I approximiert. Dabei wird das isoparametrische Konzept angewendet. Das heißt, dass die gleichen Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Geometrie wie für die Interpolation der Feldgrößen (Verschiebungen) verwendet werden. Das interpolierte Verschiebungsfeld \mathbf{u}_e (bzw. virtuelle Verschiebungsfeld $\delta\mathbf{u}_e$) eines Elementes mit den zeitabhängigen diskreten Knotenverschiebungen $\mathbf{d}_I(t)$ der n Knoten und den lokalen Koordinaten $\boldsymbol{\xi}$ im Element wird durch

$$\mathbf{u}_e = \sum_{I=1}^n N_I(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{d}_I(t) \quad \text{bzw.} \quad \delta\mathbf{u}_e = \sum_{I=1}^n N_I(\boldsymbol{\xi}) \delta\mathbf{d}_I(t) \quad (3.77)$$

beschrieben. Entsprechend ergeben sich die Beschleunigungen

$$\mathbf{a}_e = \sum_{I=1}^n N_I(\boldsymbol{\xi}) \ddot{\mathbf{d}}_I(t) \quad (3.78)$$

sowie die virtuellen Verzerrungen

$$\delta\boldsymbol{\varepsilon}_e = \sum_{I=1}^n \frac{\partial N_I(\boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{d}_I(t) . \quad (3.79)$$

Durch Einsetzen der interpolierten Feldgrößen in die schwache Form (3.75) unter Verwendung von (3.76) führt dies auf die semidiskretisierte Gleichung

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{f}^{int}(\mathbf{d}(t)) = \mathbf{f}^{ext}(t) . \quad (3.80)$$

Jedes Element e besitzt n Knoten. Der zu betrachtenden Bereich wird mit einer Anzahl von n_e Elementen diskretisiert. Es ergeben sich die Massenmatrix \mathbf{m} mit

$$\mathbf{m} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \begin{pmatrix} N_1 N_1 & N_1 N_2 & \dots & N_1 N_n \\ N_2 N_1 & N_2 N_2 & \dots & N_2 N_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_n N_1 & N_n N_2 & \dots & N_n N_n \end{pmatrix} \rho_e d\Omega_e \right]_{(e)} , \quad (3.81)$$

der interne Knotenkraftvektor \mathbf{f}^{int} mit den Spannungen in Vektorschreibweise $\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}]$ mit

$$\mathbf{f}^{int}(\mathbf{d}(t)) = \bigcup_{e=1}^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \mathbf{x}} \\ \vdots \\ \frac{\partial N_n}{\partial \mathbf{x}} \end{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_e(\mathbf{d}(t)) d\Omega_e \right]_{(e)} , \quad (3.82)$$

und der Vektor der äußeren Belastungen \mathbf{f}^{ext} mit

$$\mathbf{f}^{ext} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_n \end{pmatrix} \varrho \mathbf{b} \, d\Omega_e + \int_{\Gamma_e} \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_n \end{pmatrix} \mathbf{t}_0 \, d\Gamma_e \right]_{(e)}. \quad (3.83)$$

3.2.2 Zeitliche Diskretisierung

Zur numerischen Integration des Anfangs-Randwertproblems in der semidiskreten Form (3.80) muss der zu betrachtende Zeitraum in eine finite Anzahl an Zeitschritten unterteilt werden. Der Zeitraum des betrachteten Problems wird dabei über eine endliche Anzahl von Zeitintervallen bzw. Zeitschritten $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ diskretisiert. Grundsätzlich wird zur Lösung der zeitabhängigen Verschiebungen $\mathbf{d}(t)$ zwischen expliziten und impliziten Verfahren unterschieden (siehe z.B. Bathe [2001], Wriggers [2001] oder Belytschko et al. [2014]). Explizite Verfahren sind einfach zu implementieren, da die Lösung zum Zeitpunkt t_{n+1} nur von den Größen zum Zeitpunkt t_n abhängen. Der nichtlineare Verschiebungsverlauf wird über Δt linearisiert, wie in Bild 3.11 schematisch dargestellt ist. Ein Nachteil expliziter Verfahren ist die Beschränkung des Zeitschritts Δt infolge einer Stabilitätsschranke, wie im Folgenden noch detailliert erläutert wird. Implizite Zeitintegrationsverfahren sind sowohl von bekannten Größen des letzten Zeitschritts als auch von den Werten der noch unbekanntem Zeitschritte abhängig. Die Implementierung ist entsprechend aufwendiger. Implizite Verfahren erlauben jedoch die Wahl sehr viel größer Zeitschritte und können so konstruiert werden, dass sie unbedingt stabil sind. Die Wahl eines sinnvollen Integrationsverfahrens hängt von der zu simulierenden strukturmechanischen Problemstellung ab. Im Falle der Impakt- und Crashsimulation sind die Auswirkungen von Stoß- und Schockeinwirkungen zu simulieren. Hochfrequente Anteile sind dabei im Sinne von kleine Zeitschritte zu berücksichtigen, wofür explizite Verfahren vorzuziehen sind. Wie bereits erwähnt, wird hier ausschließlich die explizite Zeitintegration, und zwar das zentrale Differenzenverfahren, angewendet. Die Differentialgleichungen werden jeweils zu den diskreten Zeitschritten t_n erfüllt (Bild 3.11). Durch Umformung von Gl. (3.80) ergeben sich die Beschleunigungen zum aktuellen Zeitschritt mit

$$\ddot{\mathbf{d}}_n = \mathbf{m}^{-1} (\mathbf{f}_n^{ext} - \mathbf{f}_n^{int}(\mathbf{d}_n)). \quad (3.84)$$

Mit der Einführung des Zwischenzeitschritts (Bild 3.11) folgt

$$\Delta t_{n+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta t_n + \Delta t_{n+1}}{2}. \quad (3.85)$$

Es werden die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}}$ zum Zeitpunkt $t_{n+\frac{1}{2}}$ in Abhängigkeit der Verschiebungen über den Differenzenquotienten

$$\dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n}{\Delta t_{n+1}} \quad (3.86)$$

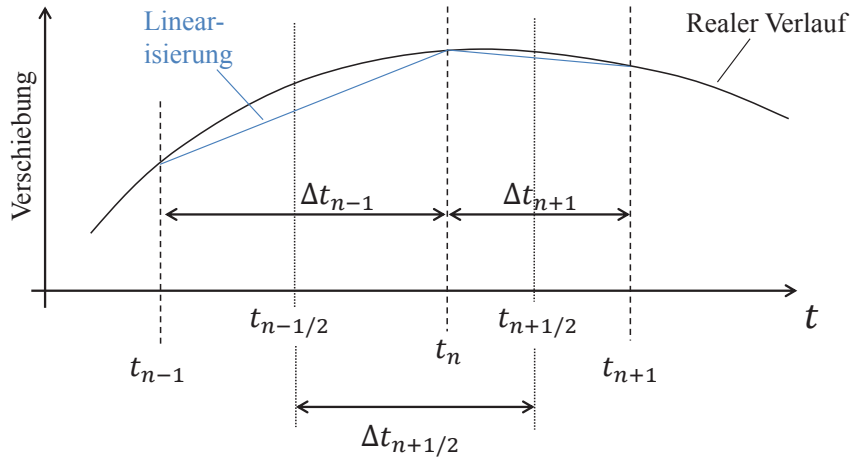


Bild 3.11: Veranschaulichung der zeitliche Diskretisierung am Beispiel eines eindimensionalen Verschiebungsverlaufs

approximiert. Die neuen Knotenverschiebungen \mathbf{d}_{n+1} ergeben sich somit zu

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}} \Delta t_{n+1} . \quad (3.87)$$

In gleicher Weise werden die Beschleunigungen zum Zeitpunkt t_n mit

$$\ddot{\mathbf{d}}_n = \frac{\dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{d}}_{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t_{n+\frac{1}{2}}} \quad (3.88)$$

formuliert, wodurch sich die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}}$ zum Zeitpunkt $t_{n+\frac{1}{2}}$ zu

$$\dot{\mathbf{d}}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{\mathbf{d}}_{n-\frac{1}{2}} + \Delta t_{n+\frac{1}{2}} \ddot{\mathbf{d}}_n \quad (3.89)$$

ergeben. Mit (3.87) und (3.89) ergibt sich für äquidistante Zeitschritte die Beschleunigung zum Zeitpunkt t_n zu

$$\ddot{\mathbf{d}}_n = \frac{\mathbf{d}_{n+1} - 2\mathbf{d}_n + \mathbf{d}_{n-1}}{(\Delta t_n)^2} . \quad (3.90)$$

Mit (3.84) und (3.90) lassen sich die Knotenverschiebungen \mathbf{d}_{n+1} zum neuen Zeitschritt in Abhängigkeit der bekannten Knotenverschiebungen direkt bestimmen:

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{m}^{-1} (\mathbf{f}_n^{ext} - \mathbf{f}_n^{int}(\mathbf{d}_n)) (\Delta t_n)^2 + 2\mathbf{d}_n - \mathbf{d}_{n-1} . \quad (3.91)$$

Für das zentrale Differenzenverfahren muss also lediglich die Massenmatrix invertiert werden. Bei impliziten Verfahren hingegen sind weitere Rechenoperationen erforderlich. Zu jedem Zeitschritt wäre die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems notwendig (z.B. Wriggers [2001]). Werden zusätzlich nichtlineare Materialmodelle verwendet, sind in der Regel die entsprechenden Materialtangenteigenschaften zu berechnen, da das Zeitintegrationsverfahren mit numerischen Lösungsverfahren, z.B. Newton-Verfahren, kombiniert

wird. Bei komplexen Materialmodellen (vgl. Kapitel 6) ist Bildung der Materialtangente steifigkeit nicht mehr trivial.

Ein bereits angesprochener Nachteil des hier vorgestellten zentralen Differenzenverfahren ist, dass es nur bedingt stabil ist (siehe z.B. Wriggers [2001], Belytschko et al. [2014]). Das heißt zu jedem Zeitschritt muss gelten:

$$\Delta t < \Delta t_{krit} \quad (3.92)$$

Das Kriterium nach Courant, Friedrichs und Lewy ist von der höchsten Eigenfrequenz ω_{max} im räumlich und zeitlich diskretisierten System und damit von der kleinsten Elementgröße l_e abhängig. Es ist z. B. in Belytschko et al. [2014] beschrieben und lautet:

$$\Delta t_{krit} = \frac{2}{\omega_{max}} = \min_e \left(\frac{l_e}{c_e} \right). \quad (3.93)$$

Δt_{krit} kann direkt aus dem kritischen Element, beschrieben durch seine charakteristische Länge l_e und seiner Schallgeschwindigkeit c_e berechnet werden, wobei letzteres wiederum von der Steifigkeit und Dichte des Materials abhängt (Hallquist [1998]).

3.2.3 Elementformulierung und Hourglassing

Die numerische Gauß-Integration von Gleichung (3.75) erfolgt über Stützstellen, den sogenannten Gauß-Integrationspunkten. Die Anzahl der zu wählenden Gauß-Integrationspunkte hängt vom Polynomgrad des Integranden ab. Mit n_p -Stützstellen lässt sich ein Polynom vom Grad $2n_p - 1$ exakt integrieren. In dieser Arbeit werden Elemente linearen Ansatzfunktion zur Approximation der Geometrie wie auch zur Approximation der Feldgrößen im Element verwendet. Bei der Wahl der gleichen Ansatzfunktionen spricht man vom isoparametrischen Konzept. Linearen Ansatzfunktionen führen in (3.75) auf ein Polynom zweiten Grades. Ein 3D-Hexaeder-Volumenelement mit linearen Ansatzfunktionen in drei Raumrichtungen wird mit $2 \times 2 \times 2$ Gauß-Punkten integriert (voll integriertes Volumenelement). Demnach sind acht Integrationspunkte erforderlich, um eine ausreichende Genauigkeit zu erzielen. Eine volle Integrationsordnung eines Elements berechnet die exakten Werte der Integrale, vorausgesetzt, dass das betrachtete Element nicht verzerrt ist (siehe Bathe [2001]). Im Falle eines verzerrten Elements kann eine volle Integration die exakten Werte der Integrale nicht liefern. Allerdings ist dieser Fehler vernachlässigbar, wenn die Elementverzerrung begrenzt bleibt. Nachteilig ist, dass herkömmliche voll integrierte Elemente in der Regel ein zu starres Verhalten aufweisen, was als *Locking*-Effekt bekannt ist und sich zum Beispiel bei inkompressiblen (oder nahezu inkompressiblen) Materialien (*Volumetric Locking*) oder unter reiner Scherbelastung (*Shear Locking*) bemerkbar macht. Locking-Effekte können einerseits verringert werden, indem eine feinere Elementierung verwendet wird, was jedoch aus Gründen der Effizienz in der Regel nicht sinnvoll ist. Eine andere Möglichkeit ist, eine niedrigere Integrationsordnung als erforderlich zu verwenden. Dieser Ansatz wird als Unterintegration bezeichnet. Im 3D-Hexaeder-Element reduziert sich die

Anzahl der Integrationspunkte von acht auf eins. Problematisch sind dabei auftretende unphysikalische Null-Energie-Eigenformen, die als Hourglass-Mode bzw. Hourglassing bezeichnet werden. Unterintegrierte Elemente sind für Strukturanalysen ohne weitere Maßnahmen, wie zusätzliche Elementstabilisierung, welche die Hourglass-Modi verhindern, nicht zu empfehlen. Die meisten üblichen Hourglass-Stabilisatoren basieren auf zusätzlichen Kräften, die auf die Elementknoten aufgebracht werden um die Hourglass-Modi zu verhindern, sobald das Element diese aufweist. Da die zusätzlichen Knotenkräfte künstlich sind, ist es wichtig, die sogenannte Hourglass-Energie, die durch diese Knotenkräfte in einer FE-Simulation erzeugt wird, zu überprüfen, d.h. sie sollte beispielsweise weniger als 1% der Gesamtenergie betragen. Einzelheiten über Hourglass-Stabilisatoren finden sich in Belytschko et al. [2014] oder LS-DYNA [2014].

Häufig verwendete Hourglass-Stabilisierungen basieren auf den elastischen Materialeigenschaften des Elementes (Belytschko und Bindeman [1993], Puso [2000]). Bei nichtlinearen Materialmodellen, mit zum Beispiel stark entfestigendem Materialverhalten, können hier allerdings die Elemente wiederum als zu steif angenommen werden. Bei stark anisotropen Materialien werden zudem, je nach Belastungsrichtung und Hourglass-Mode, unterschiedliche Stabilisierungskräfte benötigt. Das Element hat in den verschiedenen Belastungsrichtungen unterschiedliche Steifigkeiten. In LS-DYNA [2014] wird jedoch für alle Orientierungen immer nur eine, aus der Anisotropie gemittelte, Stabilisierung verwendet. Bei unterintegrierten Elementen wird in dieser Arbeit die Hourglass-Stabilisierung nach Puso [2000] angewandt. Um die Hourglass-Kräfte im nichtlinearen Materialmodell nicht zu überschätzen wird die Hourglass-Energie stets überprüft (LS-DYNA [2014]).

3.3 Mikromechanik und Homogenisierung

Beschreibungen über Methoden der Mikromechanik und Homogenisierung finden sich zum Beispiel in Gross und Seelig [2007], Nemat-Nasser und Hori [1999] und Zohdi und Wriggers [2005]. Die für diese Arbeit relevanten Grundlagen werden im Folgenden erläutert.

Bei der Homogenisierung spricht man von der Beschreibung des Verhaltens der Mikrostruktur als mechanischer Zustand in einem materiellen Punkt der Makroebene. Der Mikro-Makro-Übergang erfolgt formal durch geeignete Mittelungsprozesse. Da bei einer ausreichend kleinen Betrachtungsskala jedes Material heterogen ist, werden verschiedene Skalen eingeführt (s. Bild 3.12). Auf der Mikroskala mit einer Größenordnung von wenigen Mikrometern $\sim \mu\text{m}$ bis Millimetern $\sim \text{mm}$ können die einzelnen Komponenten des Verbundwerkstoffs, wie Fasern und Matrix aber auch Risse, Hohlräume oder andere Fehlstellen detailliert aufgelöst werden. Auf der Mesoskala im Bereich von wenigen Millimetern ($\sim \text{mm}$) bis Zentimetern ($\sim \text{cm}$) werden die Komponenten als homogen angesehen. Mit dem Konzept des Repräsentativen Volumenelementes (RVE) (Hill [1963], Hashin [1983]) muss eine Mesoskala so gewählt werden, dass sie statistisch repräsentativ das makroskopische Material darstellt. Die sogenannten effektiven Eigenschaften des auf der Makroskala betrachteten materiellen Punktes werden durch die Homogenisierung beschrieben. Das

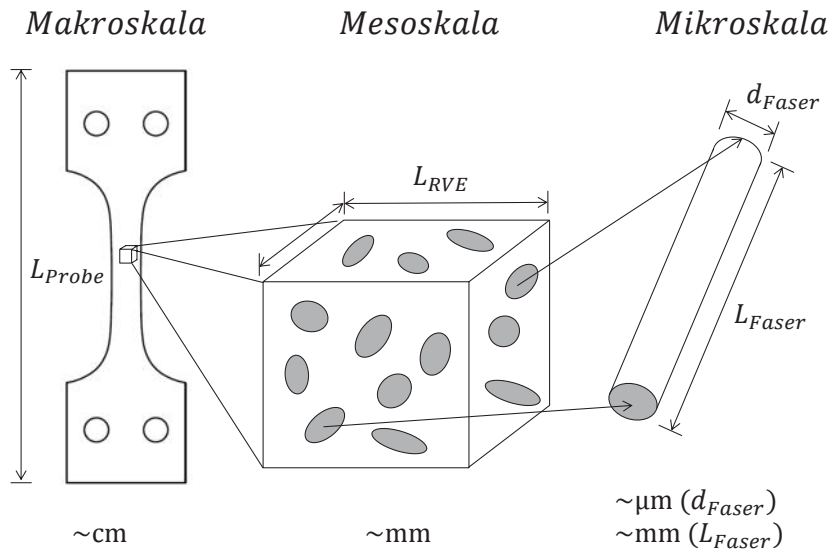


Bild 3.12: Darstellung unterschiedlicher Betrachtungsskalen der Mikro- und Makroebenen

RVE sollte eine um ein vielfaches größere Kantenlänge L_{RVE} als die Faserlänge L_{Faser} besitzen, wodurch in Analogie zu Bild 3.12 gilt:

$$L_{Probe} \gg L_{RVE} \gg L_{Faser}. \quad (3.94)$$

Im Fall von LFT variiert die Faserlänge bedingt durch den Fertigungsprozess in einem Bereich von Zentimetern bis hin zu wenigen Mikrometern. Die Skalenangaben in Bild 3.12 beziehen sich daher in erster Linie auf die Auflösungsgenauigkeit. Die Makroebene definiert die Größenordnung, wie sie für die meisten Ingenieursanwendungen, zum Beispiel einer Bauteilauslegung, von größerem Interesse ist. Mikromechanische Eigenschaften werden nur noch im Mittel betrachtet, was zur Bedingung $L_{Probe} \gg L_{RVE}$ führt. Im Fall der diskontinuierlichen Faserverbundwerkstoffe variieren die effektiven Materialeigenschaften im Bauteil zum Beispiel in Folge der Faserorientierungsverteilung (Abschn. 3.3.5). Dies führt auf eine zusätzliche makroskopische Heterogenität.

Für bestimmte Materialien wie zum Beispiel Fasergelege und -gewebe, die zur Klasse der unendlich langen Faserverbundwerkstoffe gehören, kann bereits eine sehr einfache Einheitszelle ein RVE repräsentieren. Ansätze dieser Art werden in Abschnitt 3.3.4 erläutert und in dieser Arbeit weiter verwendet (Kap. 9).

3.3.1 Grundgleichungen der Homogenisierung

Ausgehend von der Ergodizitätshypothese, die besagt, dass die statistische Mikrostrukturinformation aus einer einzigen Realisierung (RVE) gewonnen werden kann, können zur Beschreibung der Makrogrößen, wie den effektiven (mittleren) Verzerrungen $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^\Omega$ und den effektiven (mittleren) Spannungen $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^\Omega$ die Volumenintegrale über den betrachteten Be-

reich $\Omega = (L_{RVE})^3$ der Mikrostruktur gebildet werden. Die lokalen Größen sind vom Ort \mathbf{x} abhängig und es gilt:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^\Omega = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \, d\Omega \quad \text{bzw.} \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^\Omega = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \, d\Omega . \quad (3.95)$$

Aus der Forderung nach Gleichheit der Verzerrungsenergie W auf der Mikro- wie auf der Makroebene ist

$$2W = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) : \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega : \mathbb{C}^* : \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega \quad (3.96)$$

mit dem effektiven Steifigkeitstensor \mathbb{C}^* . Es folgt die nach Hill [1963] bezeichnete Hill-Bedingung mit der Forderung:

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega = \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega : \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) \rangle^\Omega . \quad (3.97)$$

Mit Einführung sogenannter Fluktuationen der Mikrofelder mit $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) - \bar{\boldsymbol{\sigma}}$ und $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ ergibt sich

$$\langle \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle^\Omega = 0, \quad (3.98)$$

was bedeutet, dass die Fluktuationen im Mittel keine Arbeit verrichten dürfen. Mit Hilfe der Impulsbilanz (3.68) (Vernachlässigung der Volumen- und Trägheitskräfte) kann Gl. (3.98) unter Verwendung des Gauß'schen Integralsatzes auch durch Größen auf dem Rand $\Gamma = \partial\Omega$ des Mittelungsbereichs ausgedrückt werden:

$$\frac{1}{\Omega} \int_{\Gamma} (\mathbf{u} - \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^\Omega \cdot \mathbf{x}) : (\boldsymbol{\sigma} - \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^\Omega) \cdot \mathbf{n} \, d\Gamma = 0 . \quad (3.99)$$

Hierbei bezeichnet \mathbf{u} die Randverschiebung und \mathbf{n} die entsprechende Normalenrichtung auf dem Rand Γ . Um ein Randwertproblem zur Lösung von (3.99) zu formulieren und zudem aus den lokalen Feldern die effektiven homogenen Materialeigenschaften zu bestimmen, fehlen noch die entsprechenden Stoffgesetze und Randbedingungen. Die unterschiedlichen Typen von Randbedingungen sollen hier erläutert werden.

Lineare Verschiebungsrandbedingungen aufgebracht auf dem Rand $\partial\Omega$, werden durch

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{x} \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \quad (3.100)$$

definiert und mit Hilfe der Hill-Bedingung nach (3.99) führt dies auf

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^\Omega = \boldsymbol{\varepsilon}_0 , \quad (3.101)$$

was auch als *average strain theorem* bezeichnet wird.

Uniforme Spannungsrandbedingungen definiert durch

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}_0 \cdot \mathbf{n} \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma , \quad (3.102)$$

führen in analoger Weise mit Hilfe von (3.99) auf

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^\Omega = \boldsymbol{\sigma}_0, \quad (3.103)$$

was auch als *average stress theorem* bezeichnet wird.

Periodische Randbedingungen sind eine dritte Klasse von Randbedingungen, die als Erweiterung der linearen Verschiebungsrandbedingungen um einen periodischen, oszillierende Anteil $\tilde{\mathbf{u}}$ angesehen werden können. Es folgt:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma. \quad (3.104)$$

Für $\tilde{\mathbf{u}}$ gilt $\langle \tilde{\mathbf{u}} \rangle^\Omega = 0$ damit (3.101) erfüllt bleibt. Gleichmaßen ist \mathbf{t} in diesem Fall anti-periodisch. Es ist zu beachten, dass periodische Randbedingungen nur auf strikt periodische Mikrostrukturen angewendet werden können.

3.3.2 Analytische Homogenisierung linear elastischer Materialeigenschaften

Mit Hilfe von **Lokalisierungstensoren** lässt sich die allgemeine Lösung des formulierten Randwertproblems und damit die Bestimmung von $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})$ und $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})$ durch

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \mathbb{L}^\varepsilon(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad \text{für} \quad \mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{x} \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \quad (3.105)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbb{L}^\sigma(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\sigma}_0 \quad \text{für} \quad \mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}_0 \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \quad (3.106)$$

beschreiben. Die Lokalisierungstensoren \mathbb{L}^ε und \mathbb{L}^σ repräsentieren die vollständige Lösung des formulierten Randwertproblems und hängen von der Mikrostruktur des gesamten Volumenbereichs Ω ab. Des Weiteren erfüllt \mathbb{L}^ε die Kompatibilitätsbedingung $\text{rot}(\text{rot}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}))) = 0$ und \mathbb{L}^σ die Gleichgewichtsbedingung $\text{div}(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})) = 0$. Außerdem gilt $\langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^\Omega = \mathbb{I}$ und $\langle \mathbb{L}^\sigma \rangle^\Omega = \mathbb{I}$. Im Beispiel eines zweiphasigen isotropen Materials mit stückweise konstanten und isotropen Eigenschaften \mathbb{C}^1 , \mathbb{C}^2 und den Volumenanteilen c^1 , c^2 ergibt sich die Verbundsteifigkeit \mathbb{C}^* zu

$$\mathbb{C}^* = \langle \mathbb{C} : \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^\Omega = c^1 \mathbb{C}^1 : \langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^1} + c^2 \mathbb{C}^2 : \langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^2} = \mathbb{C}^1 + c^2 (\mathbb{C}^2 - \mathbb{C}^1) : \langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^2} \quad (3.107)$$

mit

$$c^1 \langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^1} + c^2 \langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^2} = \mathbb{I}. \quad (3.108)$$

Dabei sind $\langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^1}$ und $\langle \mathbb{L}^\varepsilon \rangle^{\Omega^2}$ die der jeweiligen Phase zugeordneten mittleren Dehnungslokalisierungstensoren.

Zur Approximation effektiver linear elastischer Materialeigenschaften können analytische Methoden herangezogen werden. Hiermit lassen sich unterschiedlich scharfe Schranken oberer und unterer Steifigkeitsgrenzen für mehrphasige Materialien definieren. Als Schranken erster Ordnung gelten die Formulierungen nach Voigt [1889] und Reuss [1929]. Eine

genauere Abschätzung erlaubt das Variationsprinzip nach Hashin und Shtrikman [1962, 1963] (siehe u.a. Willis [1977]). Diese Formulierungen gelten als Schranken zweiter Ordnung, die in einem Sonderfall auch auf das Prinzip nach Mori und Tanaka [1973] führen (siehe u.a. Benveniste [1987]). Zur Vervollständigung seien noch die Selbstkonsistenzmethode (Kröner [1958], Hill [1965]), die Halpin-Tsai Methode (Halpin [1969]) und das Differenzial Schema genannt, welche in dieser Arbeit jedoch nicht weiter verwendet werden. Eine Übersicht für die Anwendung der analytischen Homogenisierungsmethoden für kurzfaserverstärkte Thermoplasten ist in Tucker und Liang [1999] zu finden. Eine weitere Anwendung der unterschiedlichen Methoden für LFT wurde in Buck et al. [2015] durchgeführt, worin die approximierten elastischen Steifigkeiten bei Verwendung der Selbstkonsistenzmethode und des Mori-Tanaka-Verfahrens verglichen werden. Dabei wird eine Mittelungsmethode der Faserorientierungsverteilung (FOV) nach Advani und Tucker [1987] verwendet, die Abschnitt 3.3.5 noch genauer erläutert wird. Im Folgenden sollen für den Sonderfall eines zweiphasigen Materials mit jeweils isotropen stückweise konstanten Eigenschaften die Homogenisierungsmethoden, wie sie zum Beispiel in Nemat-Nasser und Hori [1999] oder Gross und Seelig [2007] dokumentiert sind, dargestellt werden.

Voigt und Reuss Schranken sind die einfachsten Schranken für statistisch isotrope Materialien, unabhängig von der Geometrie der Mikrostruktur. Gegeben sei ein zweiphasiges Material, bestehend aus Matrix (Index m) und Einschluss-Phase (Index f) mit den Steifigkeitstensoren \mathbb{C}^f und \mathbb{C}^m und den zugehörigen Volumengehalten c^f und c^m . Hierfür ergibt sich der effektive Steifigkeitstensor nach Voigt [1889] aus gewichteten arithmetischen Mittelwert zu

$$\mathbb{C}^{*Voigt} = c^f \mathbb{C}^f + c^m \mathbb{C}^m. \quad (3.109)$$

Dieser bildet die obere Schranke. In Analogie zu (3.107) wird in der Voigt-Approximation die Annahme konstanter Verzerrungen mit $\mathbb{L}^\varepsilon = \mathbb{I}$ getroffen. Entsprechend lässt sich die untere Schranke aus dem arithmetischen Mittelwert der Nachgiebigkeitstensoren \mathbb{S}^f und \mathbb{S}^m nach Reuss [1929] durch

$$\mathbb{C}^{-1*Reuss} = \mathbb{S}^{*Reuss} = c^f \mathbb{S}^f + c^m \mathbb{S}^m \quad (3.110)$$

ermitteln. Dabei wird die Annahme konstanter Spannungen mit $\mathbb{L}^\sigma = \mathbb{I}$ getroffen. Es ist anzumerken, dass mit größerem Kontrast zwischen den zwei Phasen, zum Beispiel gegeben durch das Verhältnis der Elastizitätsmoduln E^1/E^2 , auch der Abstand der Schranken wächst.

Die **Dünne Defektverteilung** beschreibt das Randwertproblem ellipsoidförmiger Einschlüsse, deren dünne Verteilung als wechselwirkungsfrei betrachtet werden kann. Sie liegen eingebettet in einem unendlichen Gebiet, der Matrix, vor. Die Lösung geht zurück auf Eshelby [1957], welche fundamental zur Beschreibung der hier im folgenden noch erläuterten Methode nach Mori und Tanaka ist. Unterliegt der Einschluss einer konstanten Eigendehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^t = const.$ (d.h. spannungsfreie Dehnungen), wobei außerhalb des Einschlusses $\boldsymbol{\varepsilon}^t = 0$ ist, ergibt sich die Lösung, dass die Gesamtverzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ innerhalb des Einschlusses ebenfalls konstant sind. Der lineare Zusammenhang wird über den Eshelby-Tensor \mathbb{E} vierter Stufe durch

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{E} : \boldsymbol{\varepsilon}^t \quad (3.111)$$

gegeben. Der Eshelby-Tensor \mathbb{E} besteht aus analytischen Ausdrücken und ist nur vom Matrixmaterial sowie dem Aspektverhältnis des Einschlusses abhängig. Detaillierte Angaben zum Eshelby-Tensors \mathbb{E} finden sich für ellipsoidförmige Einschlüsse z.B. in Mura [1982]. Für die mittleren effektiven Verzerrungen $\bar{\varepsilon}$ im unendlich großen Bereich gilt:

$$\bar{\varepsilon} = c^f \varepsilon^f + (1 - c^f) \bar{\varepsilon}^m \quad (3.112)$$

Hierbei sind c^f die Volumenkonzentration des Einschlusses, ε^f die konstante Dehnung im Einschluss und $\bar{\varepsilon}^m$ die mittleren Matrixverzerrungen. Mit dem Konzept der *äquivalenten* Eigendehnung lässt sich das Eshelby-Resultat auf inhomogene Materialien übertragen (siehe z.B. Gross und Seelig [2007]). Der bereits eingeführte Dehnungslokalisierungstensor¹ \mathbb{L} aus (3.105) lässt sich in geschlossener Form angeben. Es ergibt sich der Dehnungslokalisierungstensor \mathbb{L} der dünnen Defektverteilung zu

$$\varepsilon^f = \mathbb{L} : \bar{\varepsilon} \quad ; \quad \mathbb{L} = [\mathbb{I} + \mathbb{E} : \mathbb{C}^{m-1} : (\mathbb{C}^f - \mathbb{C}^m)]^{-1}. \quad (3.113)$$

Der effektive Steifigkeitstensor $\mathbb{C}^{*\infty}$ der dünnen Defektverteilung berechnet sich mit

$$\mathbb{C}^{*\infty} = \mathbb{C}^m + c^f (\mathbb{C}^f - \mathbb{C}^m) : \mathbb{L} . \quad (3.114)$$

In der **Methode nach Mori und Tanaka** wird angenommen, dass der Dehnungslokalisierungstensor nicht mehr mit der mittleren Gesamtverzerrung, sondern mit der mittleren Verzerrung in der Matrix durch

$$\varepsilon^f = \mathbb{L} : \bar{\varepsilon}^m \quad (3.115)$$

verknüpft ist. Nach einigem Umformen ergibt sich der effektive Steifigkeitstensor nach Mori und Tanaka [1973] durch

$$\mathbb{C}^{*MT} = [c^f \mathbb{C}^f : \mathbb{L} + (1 - c^f) \mathbb{C}^m] : [c^f \mathbb{L} + (1 - c^f) \mathbb{I}]^{-1} . \quad (3.116)$$

3.3.3 Analytische Homogenisierung nicht-linearer Materialeigenschaften

Der im Rahmen dieser Arbeit charakterisierte LFT-Werkstoff besteht aus linear elastischen Glasfasern und viskoelastisch-viskoplastischem Polypropylen (PP). Von temperaturabhängigen mechanischen Eigenschaften soll hier vorerst abgesehen werden. Schematisch ist in Bild 3.13 das nichtlineare Spannungs-Dehnungsverhalten von Polypropylen unter uniaxialer Zugbelastung dargestellt. Bei geringen Dehnungen zeigt Polypropylen eine viskoelastische Charakteristik, gekennzeichnet durch die Änderungen der Anfangstangentensteigung mit der Dehnrage. Bei großen Dehnungen zeigt der Werkstoff über einen langen Bereich ein nahezu ideal plastisches Verhalten mit großen Deformationen bei konstantem Spannungsniveau. Die erhöhten Fließspannungen mit zunehmender Dehnrage weisen eine viskoplastische Charakteristik auf, wobei die Bruchdehnungen mit der Dehnrage abnehmen (Dasari und Misra [2003]). Im Hinblick auf das nichtlineare Materialverhalten von PP werden Ansätze zur Homogenisierung des elastoplastischen (Abschn. 3.3.3.1) und viskoelastischen Verhaltens (Abschn. 3.3.3.2) im Folgenden diskutiert.

¹Im Weiteren wird auf den Indizes ε und 1 bzw. 2 verzichtet. Mit \mathbb{L} ist von nun an immer der Dehnungslokalisierungstensor \mathbb{L}^ε des Einschlusses i gemeint. Es gilt: $\mathbb{L} = \mathbb{L}^\varepsilon$.

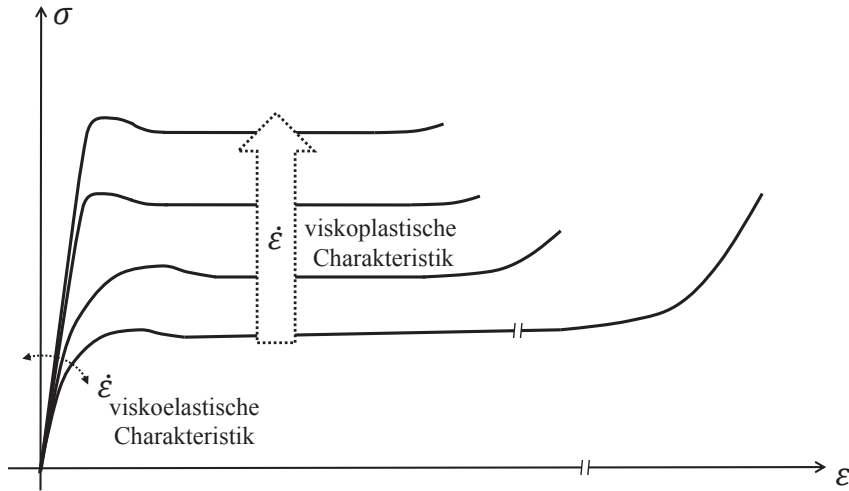


Bild 3.13: Schematische Darstellung des viskoelastisch-viskoplastischen Verhaltens von Polypropylen

3.3.3.1 Analytische Homogenisierung elastoplastischer Materialien

Analytische Homogenisierungsmethoden (Abschn. 3.3.2) lassen sich durch bestimmte Vereinfachungen auch für nichtlineares Materialverhalten anwenden. Beispielsweise wurden in Doghri und Ouaar [2003], Doghri und Friebe [2005], Doghri und Tinel [2006], Doghri et al. [2011] oder in Nguyen et al. [2008a,b], Nguyen und Kunc [2010] Modelle für lang- und kurzfaserverstärkte Thermoplaste unter Verwendung analytischer Formulierungen vorgestellt. Da allerdings die Lösung nach Eshelby [1957] nur im linearen Zusammenhang gültig ist, wird durch eine inkrementelle Linearisierung nicht-lineares Materialverhalten approximiert. Diese Ansätze werden daher oft auch als semi-analytische Ansätze bezeichnet. Für die inkrementelle Formulierung kann mit Gl. (3.116) ebenso eine Tangentensteifigkeit $\hat{\mathbb{C}}^{*MT}$ mit

$$\hat{\mathbb{C}}^{*MT} = [c^f \hat{\mathbb{C}}^f : \mathbb{L} + (1 - c^f) \hat{\mathbb{C}}^m] : [c^f \mathbb{L} + (1 - c^f) \mathbb{I}]^{-1} . \quad (3.117)$$

berechnet werden. Damit der effektive Tangentensteifigkeitstensor seine Eigenschaften bezüglich der Symmetrie $\hat{\mathbb{C}}_{ijkl}^{*MT} = \hat{\mathbb{C}}_{klij}^{*MT} = \hat{\mathbb{C}}_{jikl}^{*MT} = \hat{\mathbb{C}}_{ijlk}^{*MT}$ beibehält, müssen die Tangentensteifigkeiten des Matrixmaterials $\hat{\mathbb{C}}^m$ und des Einschlusses $\hat{\mathbb{C}}^f$ isotrop sein. Im Fall von glasfaserverstärkten Thermoplasten ist das Fasermaterial rein elastisch und es muss lediglich der plastische Tangentensteifigkeitstensor der Matrix, welcher in der Regel anisotrop ist, durch ein Isotropisierungskonzept vereinfacht werden. Während in Veröffentlichungen von Nguyen et al. in der Regel ein Tangentenelastizitätsmodul bei konstant bleibender Querkontraktion verwendet wird, werden in Doghri et al. [2011] unterschiedliche Isotropisierungskonzepte verglichen. Dabei werden zum einen Tangentenformulierungen für Kompressions- und Schubmodul aber auch weitere Spektralzerlegungen aus Ponte Castañeda [1996] und Selmi et al. [2011] angewendet. Je nach verwendeter Methode zeigt der approximierte Fließbeginn sowie das plastische Verfestigungsverhalten deutliche Unterschiede, speziell für ellipsoidförmige Einschlüsse. Letztlich bedeutet dies für die Anwendung der Modelle auf LFT, dass das Isotropisierungskonzept dem Materialverhalten angepasst werden muss, was den Vorteil dieser mikromechanischen Ansätze zur Nichte

macht. Ein weiterer Nachteil der inkrementellen analytischen Homogenisierung ist der erhöhte Rechenaufwand im Vergleich zu rein kontinuumsmechanischen Materialmodellen. Speziell in der expliziten FEM treiben kleine Zeitschritte die CPU-Zeiten durch häufige Tensormultiplikationen und Invertierungen stark in die Höhe. Weitere mikromechanische semi-analytische Homogenisierungsansätze werden in Gross und Seelig [2007], Nemat-Nasser und Hori [1999], Torquato [2002] und Zohdi und Wriggers [2005] vorgestellt, sollen jedoch aufgrund unterschiedlicher Limitierungen und dem damit verbundenen geringen Anwendungspotenzial für die Crash- oder Impaktsimulation in dieser Arbeit nicht weiter vertieft werden.

3.3.3.2 Analytische Homogenisierung viskoelastischer Materialien

Nichtlineare Viskoelastizität lässt sich ebenso mit in Abschnitt 3.3.3.1 genannten Linearisierungsmethoden in inkrementeller und damit rechenaufwendiger Formulierung abbilden. Allerdings reicht bei vielen Materialien eine lineare viskoelastische Modellierung aus, um das Materialverhalten der Komponenten hinreichend genau zu beschreiben. Dadurch können die analytischen Homogenisierungsmethoden nach Abschnitt 3.3.2 wieder angewendet werden. Effektive viskoelastische Größen (z.B. lineare Relaxationszeiten), wie sie beispielsweise in Gleichung (3.66) vorkommen, können in tensorieller Form approximiert werden. Ohne im Detail auf die Vorgehensweise weiter einzugehen sei erwähnt, dass sich die viskoelastischen Differenzialgleichungen (3.66) durch Integration in die Form eines Faltungintegrals umformen lassen. Somit bietet sich die Laplace-Transformation (Bronstein et al. [2005]) an, das viskoelastische Materialgesetz in den Laplace-transformierten Raum zu überführen. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass eine Differentialgleichung, z.B. (3.66), in eine algebraische Gleichung umformuliert werden kann. Das transformierte Materialgesetz hat somit formal die gleiche Form wie das Elastizitätsgesetz (3.31). Man spricht von dem elastisch-viskoelastischen Korrespondenzprinzip (siehe z.B. Brinson und Brinson [2008], Gross und Seelig [2007]). Die Gleichungen der analytischen Homogenisierungsmethoden nach Abschnitt 3.3.2 können im transformierten Laplace-Raum angewendet werden (Suquet [1985]). Die endgültige Lösung erfolgt durch eine numerische oder, wenn möglich, analytische Rücktransformation.

In Hashin [1966] wird die Methode für unidirektional faserverstärkte Verbundwerkstoffe erläutert und in Barbero und Luciano [1995] oder Haasemann und Ulbricht [2010] für unterschiedliche UD verstärkte Materialien angewendet. Eine Berücksichtigung der FOV ohne höheren Rechenaufwand ist nicht trivial. Nur vereinfachten Annahmen, wie zum Beispiel eine isotrope FOV in Dutra et al. [2010], machen die Methode verwendbar.

3.3.4 Numerische Methoden

Mit steigender Rechenleistung lassen sich Mikrostrukturmodelle mit numerischen Methoden immer effizienter berechnen. Hierbei werden oft zwei unterschiedliche Konzepte ver-

folgt. Zum einen wird versucht eine repräsentative Mikrostruktur (RVE) abzubilden, die bei diskontinuierlichen Faserverbundwerkstoffen mit großer Faserlänge leicht sehr groß werden kann, da das RVE nicht nur die kompletten Faserlängen und die Faserorientierungsverteilung abbilden muss, sondern im gleichen Maße auch die Faserinteraktionsbereiche. Unter Verwendung der Finite-Elemente-Methode wird das Problem in Fliegner et al. [2015, 2016] vereinfacht, indem für plattenförmige Geometrien aus LFT ein anwendbares RVE generiert wird, das geringere Abmessungen in Plattendickenrichtung besitzt. Dennoch hat es repräsentative Eigenschaften, die durch Faserlängen- und Faserorientierungsverteilung, welche dem realen Material entsprechen, charakterisiert sind. Für kurzfaserverstärkte Materialien ist die numerische RVE-Berechnung deutlich gängiger. So werden in Hoffmann [2012] RVE mit unterschiedlichen Faserorientierungszuständen generiert, um das makroskopische Materialverhalten abzuleiten. Anstatt der FEM wird häufig die Fast-Fourier-Transformation (FFT) verwendet (Moulinec und Suquet [1994]). Die räumliche Diskretisierung des RVE ist hierbei auf ein Voxelnetz, das heißt eine Diskretisierung mit äquidistanten Abständen sowie eine zwingend notwendig periodische Mikrostruktur beschränkt. Allerdings ist die Rechenzeit zur Lösung des Randwertproblems im Vergleich zur FEM bei einer gleichen Anzahl an Freiheitsgraden deutlich geringer. Beispielsweise wird in Steiner et al. [2012], Kabel et al. [2016] und Spahn et al. [2014] ein Multiskalenansatz vorgestellt, mit dem FFT-Berechnungen von RVE direkt in ein makroskopisches FE-Modell integriert werden. Ein anderes Konzept der numerischen Mikrostrukturberechnung verfolgt den Ansatz der Modellierung von Einheitszellmodellen, das heißt, der Reduzierung der Mikrostruktur auf die kleinst mögliche Einheit. Bei exakt periodischen Materialien wie Faserverbundgelegen oder -geweben, also unendlich faserverstärkten Verbundwerkstoffen, lässt sich dies gut realisieren, da die Einheitszellen dem RVE entsprechen (z.B. Sun und Vaidya [1996], Caporale et al. [2006], Maligno [2008], Okabe et al. [2011], Carvelli und Talierco [1999]). Bei diskontinuierlich verstärkten Faserverbundwerkstoffen ist der Informationsgewinn aus Einheitszellmodellrechnungen limitiert. Dennoch lassen sich durch Detailstudien, wie in Andrews und Garnich [2008] und Lindgreen [2008] gezeigt, einzelne Materialeigenschaften analysieren. Speziell wurden in Okabe et al. [2010] mit Hilfe von Zellmodellen Schädigungs- und Versagensvorgänge an LFT analysiert. Der Ansatz der Materialmodellierung mit Hilfe numerischer Zellmodelle wird für LFT in Kapitel 9 angewendet.

3.3.5 Faserorientierungsverteilung

Durch eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung lässt sich die Faserorientierungsverteilung (FOV) im Raum darstellen, das heißt die Abbildung der Faserorientierungsanteile eines betrachteten Gebiets aufgetragen auf der Einheitskugel. Die experimentelle Ermittlung der Faserorientierungen im Werkstoff erfolgt durch Computertomographiemessungen, Schlifffbilder oder Ultraschall (s. Kap. 4). Eine Alternative bietet die numerische Prozesssimulation. Besonders für letzteres ist es nicht sinnvoll, mit einer stetigen Funktion zur Beschreibung der Faserorientierungsverteilung zu arbeiten, da sowohl für die Prozess- als auch für die strukturmechanische Simulation diskrete Werte nötig sind.

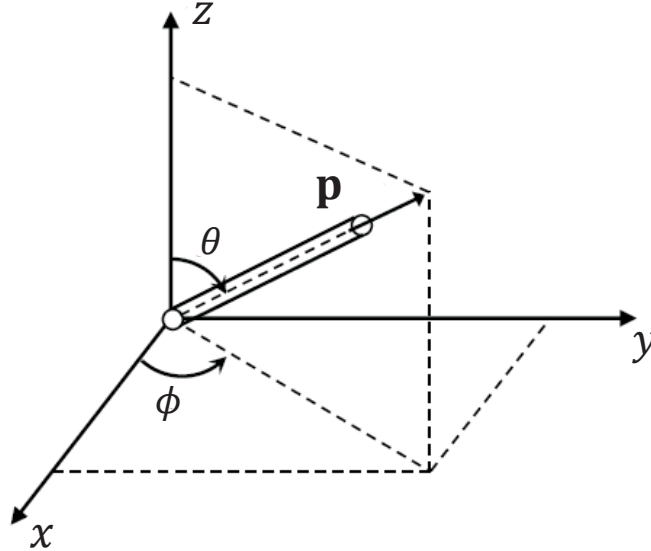


Bild 3.14: Beschreibung einer einzelnen Faserorientierung durch den Einheitsvektor $\mathbf{p}(\theta, \phi)$ nach Advani und Tucker [1987]

In Advani und Tucker [1987] wird eine tensorielle Beschreibung der Faserorientierungsverteilung eingeführt. Dabei wird ein Einheitsvektor $\mathbf{p}(\theta, \phi)$ einer einzelnen Faserrichtung zugeordnet (Bild 3.14). Bei Verwendung von sphärischen Koordinaten, lassen sich alle möglichen Faserorientierungen mit den Winkeln $(\theta, \phi) \in [0, \pi)$ beschreiben:

$$\mathbf{p} = [\sin \theta \cos \phi; \sin \theta \sin \phi; \cos \theta]^T \quad \text{und} \quad |\mathbf{p}| = 1. \quad (3.118)$$

Durch Bildung des dyadischen Produkts der Einheitsvektoren multipliziert mit der Orientierungsverteilungsfunktion $\psi(\theta, \phi)$ und der Bildung des Oberflächenintegrals über der halben Einheitskugel ergibt sich eine tensorielle Beschreibung der Faserorientierungsverteilung zweiter und vierter Ordnung durch

$$[\mathbf{A}]_{ij} = A_{ij} = \oint p_i p_j \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p}, \quad (3.119)$$

$$[\mathbb{A}]_{ijkl} = A_{ijkl} = \oint p_i p_j p_k p_l \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p}, \quad (3.120)$$

wobei mit $(d\mathbf{p} = 1/2\pi \sin \theta d\theta d\phi)$ für das Oberflächenintegral

$$\oint \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} \psi(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 1 \quad (3.121)$$

gilt.

Anisotrope elastische Materialeigenschaften in Abhängigkeit der FOV können nach Advani und Tucker [1987] ausgehend von einem unidirektionalen Idealfall approximiert werden. Darin wird ein transversalisotroper Steifigkeitstensor \mathbb{C}^* über die FOV

gemittelt, welche in diskreter Form durch die Tensoren mit \mathbf{A} und \mathbb{A} dargestellt ist und mit

$$\begin{aligned}\bar{C}_{ijkl}^* &= b_1 A_{ijkl} + b_2 (A_{ij} \delta_{kl} + A_{kl} \delta_{ij}) \\ &+ b_3 (A_{ik} \delta_{jl} + A_{il} \delta_{jk} + A_{jl} \delta_{ik} + A_{jk} \delta_{il}) \\ &+ b_4 \delta_{ij} \delta_{kl} + b_5 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})\end{aligned}\quad (3.122)$$

beschrieben wird. Die fünf Skalare b_i sind unabhängige Komponenten des transversal-isotropen Steifigkeitstensors C_{ijkl}^* mit der 1-Achse als Hauptrichtung der Anisotropie. Es wird die Voigt-Notation nach Abschnitt 3.1.5.1 verwendet, mit der sich der Steifigkeitstensor als 6x6-Matrix schreiben lässt. Die fünf Skalare ergeben sich nach Advani und Tucker [1987] zu

$$\begin{aligned}b_1 &= C_{11}^* + C_{22}^* - 2C_{12}^* - 4C_{44}^* \\ b_2 &= C_{12}^* - C_{23}^* \\ b_3 &= C_{44}^* + \frac{1}{2}(C_{23}^* - C_{22}^*) \\ b_4 &= C_{23}^* \\ b_5 &= \frac{1}{2}(C_{22}^* - C_{23}^*) .\end{aligned}\quad (3.123)$$

Schließbedingungen, auch als *Closure Approximations* bekannt, zur Approximation von Tensoren höherer Stufe sind oft notwendig, da die Informationen der Faserorientierungsverteilung, insbesondere die Daten aus einer Formfüllsimulation, nur in Form eines Orientierungstensors zweiter Stufe zur Verfügung stehen. Zur Verwendung von Gl. (3.122) wird eine Approximation des Faserorientierungstensors vierter Stufe \mathbb{A} benötigt. Die in Advani und Tucker [1987] beschriebene hybride Schließbedingung stellt einen effizienten Weg dar, um die fehlenden Informationen für den Tensor höherer Ordnung anzunähern. Hierfür wird einerseits eine quadratische Form, das dyadische Produkt des Tensors zweiter Stufe mit sich selbst, verwendet:

$$[\mathbb{A}_q]_{ijkl} = A_{ij} A_{kl} . \quad (3.124)$$

Gleichung (3.124) ist exakt bei einer unidirektionalen Faserorientierung. Andererseits wird eine lineare Form, die genauere Ergebnisse für isotrope Faserorientierungsverteilungen liefert, durch

$$\begin{aligned}[\mathbb{A}_l]_{ijkl} &= -\frac{1}{35}(\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ &+ \frac{1}{7}(A_{ij} \delta_{kl} + A_{ik} \delta_{jl} + A_{il} \delta_{jk} \\ &+ A_{kl} \delta_{ij} + A_{jl} \delta_{ik} + A_{jk} \delta_{il}) .\end{aligned}\quad (3.125)$$

gegeben. Die Mischungsregel

$$\mathbb{A}_{hyb} = (1 - f) \mathbb{A}_l + f \mathbb{A}_q \quad (3.126)$$

interpoliert zwischen den beiden Approximationen, wobei der Parameter f durch

$$f = \frac{3}{2} A_{ij}A_{ji} - \frac{1}{2} \quad (3.127)$$

definiert ist und eine Verallgemeinerung des Hermans'schen Orientierungsfaktors ist (Hermans und Kast [1946]). Dieser variiert zwischen $f = 0$ für eine isotrope Faserorientierungsverteilung und $f = 1$ für eine unidirektional ausgerichtete Faserorientierungsverteilung (transversalisotrop).

In der Literatur existiert noch eine Vielzahl weiterer Schließbedingungen, wobei vor allem die orthotropen Schließbedingungen (Cintra und Tucker [1995], Chung und Kwon [2001a], Chung und Kwon [2001b]) zu nennen sind, welche im Gegensatz zu (3.125) für alle Faserorientierungszustände orthotrope Tensoren approximieren.

3.4 Schädigungs- und Versagensformulierungen in der Kontinuumsmechanik

Die Schädigungsmechanik beschreibt die Theorie der Festigkeitsdegradation eines Materials, hervorgerufen durch Wachstum von Mikrorissen oder Mikrohohlräumen. Umfangreiche Literatur bieten beispielsweise Gross und Seelig [2007], Murakami [2012], Lemaitre und Desmorat [2005] oder Lemaitre und Chaboche [2000]. Erwähnenswert ist vorerst, dass sich die Schädigungsmechanik von dem Begriff der Bruchmechanik unterscheidet, die makroskopische diskontinuierliche Versagensmechanismen, wie Rissentwicklung, Rissverzweigung oder die Vereinigung von Rissen im Detail beschreibt. In der Schädigungsmechanik dagegen berücksichtigt man die Mechanismen der Mikroskala nur im Rahmen kontinuierlich verformbarer Körper, wodurch sich die Schädigungsmechanik auch als Homogenisierung der Bruchmechanik, also einem Mikro/Makro-Übergang bezeichnen lässt. Schädigung lässt sich ausgehend von makroskopischen Phänomenen unter anderem in spröde und duktile Schädigung klassifizieren. Vorherrschender Mechanismus der spröden Schädigung ist die Bildung und das Wachstum von Mikrorissen. Klassische Beispiele hierzu sind Keramiken, Geomaterialien oder Beton. Im Gegensatz dazu beschreibt die duktile Schädigung im Wesentlichen Wachstum, Vereinigung und Neuentstehung von Mikroporen und ist vermehrt in Metallen vorzufinden. Bei Faserverbundwerkstoffen mit duktiler Matrix und spröden Fasern wie bei glasfaserverstärktem LFT, fließen die zwei unterschiedliche Mechanismen zusammen.

Grundsätzlich gibt es zwei Herangehensweisen die Schädigung eines Materials zu beschreiben. Zum einen wird die rein phänomenologische Formulierung und zum anderen die mikromechanische Betrachtungsweise verwendet. Für Ersteres wird die Degradation, des als homogen betrachteten, Kontinuums durch innere Variablen beschrieben, welche experimentell bestimmt werden. Zurückgehend auf Kachanov [1958] und Rabotnov [1968, 1971] wurde in Kachanov [1968] das einfache Konzept der effektiven Fläche $dA^\#$ eingeführt, die

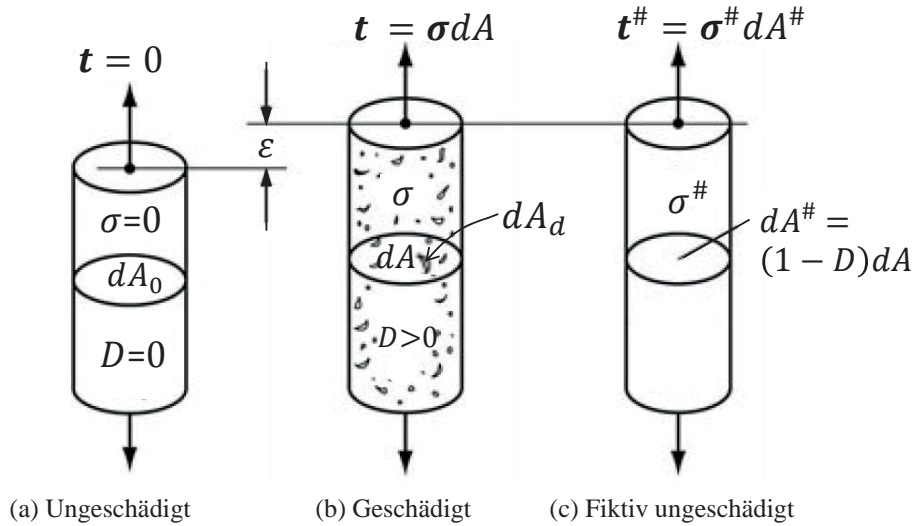


Bild 3.15: Konzept der Schädigung und des fiktiven unbeschädigten Referenzmaterials im eindimensionalen Beispiel eines belasteten Zugstabs (nach Murakami [2012])

sich aus der Differenz der Ausgangsfläche dA und der Defektfläche dA_d ergibt (Bild 3.15). Die Schädigungsvariable D definiert sich zu

$$D = \frac{dA_d}{dA} \quad \text{mit} \quad (0 \leq D \leq 1), \quad (3.128)$$

wobei $D = 0$ dem ungeschädigten und $D = 1$ dem voll geschädigten Zustand entspricht. Infolge der schädigungsbedingten Reduktion der Fläche berechnet sich der effektive Spannungsvektor $\mathbf{t}^\#$ für eine beliebige Querschnittsfläche zu

$$\mathbf{t}^\# = \mathbf{t} \frac{dA}{dA^\#} = \frac{\mathbf{t}}{(1 - D)}. \quad (3.129)$$

Damit gilt mit der Annahme, dass sich die Schädigung isotrop entwickelt, für den dreidimensionalen Fall

$$\boldsymbol{\sigma}^\# = \frac{1}{(1 - D)} \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.130)$$

Die effektiven Spannungen $\boldsymbol{\sigma}^\#$ können so verstanden werden, dass sie zum einen die Ursache der Verringerung der geometrischen Fläche aufgrund von Schäden darstellen, zum anderen aber auch die dazu gehörenden Auswirkungen von Spannungskonzentration an Hohlräumen oder Interaktionen zwischen diesen.

Bild 3.16 zeigt schematisch wie sich Schädigung am eindimensionalen Beispiel des uniaxialen Zugs experimentell bestimmen lässt. Mit dem Dehnungs-Äquivalenz-Prinzip nimmt man an, dass die effektive Spannung $\sigma^\#$ am geschädigten Material die gleichen Verformungen hervorruft wie die üblichen Spannung σ am ungeschädigten Material. Bei der Formulierung von Stoffgesetzen ist es üblich das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des geschädigten Materials durch das Stoffgesetz des ungeschädigten Materials unter Verwendung

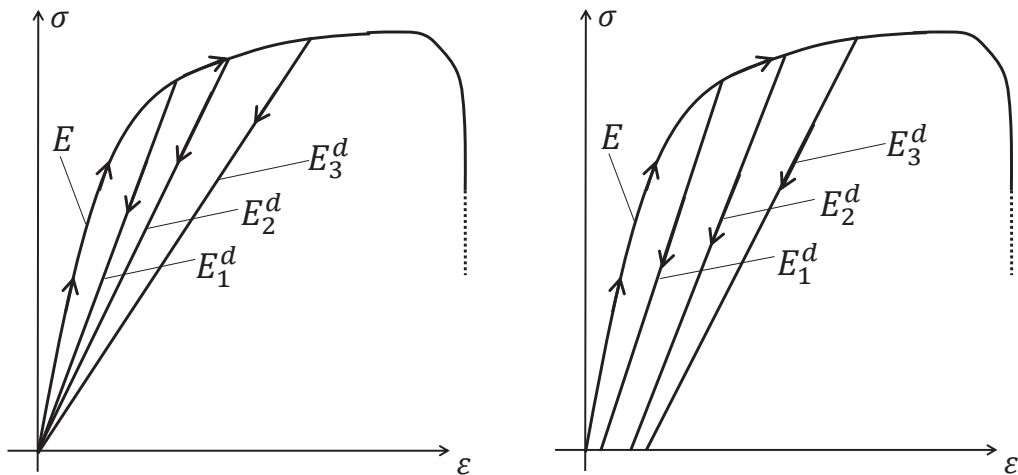


Bild 3.16: Schädigung im uniaxialen Zug. Elastische Schädigung (links), elastisch-plastische Schädigung (rechts) (nach Gross und Seelig [2007])

der effektiven Spannung $\sigma^\#$ auszudrücken. Für den ungeschädigten Elastizitätsmodul E gilt

$$\varepsilon = \frac{\sigma^\#}{E} = \frac{\sigma}{(1 - D)E}. \quad (3.131)$$

Im Entlastungsverhalten (Bild 3.16) lässt sich durch Messung des effektiven Elastizitätsmoduls die Schädigung aus dem geschädigten Elastizitätsmodul E^d durch das Verhältnis zum ungeschädigten Elastizitätsmodul E mit

$$E^d = (1 - D)E \quad \text{bzw.} \quad D = 1 - \frac{E}{E^d} \quad (3.132)$$

bestimmen. Bild 3.16 zeigt die zwei Fälle der elastischen (links) und elastisch-plastischen Schädigung (rechts).

Für die innere Variable D lassen sich unterschiedliche Entwicklungsgleichungen formulieren, die auch auf physikalischen Mechanismen der Mikromechanik beruhen können. Im Abschnitt 3.4.1 werden die relevanten und im Zusammenhang mit dieser Arbeit stehenden isotropen Modelle diskutiert. Anisotrope phänomenologische Schädigungsformulierungen werden in 3.4.2 vorgestellt. Mikromechanische Schädigungsformulierungen, die auf analytischen Ansätzen wie der Beschreibung des Wachstums von mikroskopisch kleinen Hohlräumen oder auf Grenzschichtversagen zwischen den Phasen im Verbundwerkstoff beruhen, werden im Abschnitt 3.4.3 erörtert.

3.4.1 Isotrope phänomenologische Ansätze

Mit der einfachen Erweiterung des eindimensionalen Modells zur dreidimensionalen Ein-Parameter-Formulierung (3.130), ist es meist sinnvoll die innere Schädigungsvariable D

mit einem skalarwertigen Vergleichsmaß der Verzerrungen $\varepsilon_{vgl}(\boldsymbol{\varepsilon})$ zu koppeln (Simo und Ju [1987], Lemaitre [1985]). Ein verzerrungsbasiertes Schädigungskriterium $\Phi(\varepsilon_{vgl})$ überprüft, ob der momentane Verzerrungszustand $\varepsilon_{vgl}(\boldsymbol{\varepsilon})$ im Beanspruchungsverlauf die maximale eingeprägte äquivalente Verzerrung $\varepsilon_{vgl,max} = \max(\varepsilon_{vgl})$ erreicht. Die Schädigung nimmt mit $\dot{D} > 0$ zu und stagniert für $\dot{D} = 0$. Es gilt:

$$\Phi(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_{vgl}(\boldsymbol{\varepsilon}) - \varepsilon_{vgl,max} \begin{cases} = 0 & \text{fortschreitende Schädigung} \\ < 0 & \text{stagnierende Schädigung} \end{cases} \quad (3.133)$$

Mit Hilfe der Kuhn-Tucker Be- und Entlastungsbedingungen

$$\Phi \leq 0 ; \quad \dot{\varepsilon}_{vgl,max} \geq 0 ; \quad \Phi \dot{\varepsilon}_{vgl,max} = 0 \quad (3.134)$$

sowie der Konsistenzbedingung

$$\dot{\Phi} \dot{\varepsilon}_{vgl,max} = 0 \quad (3.135)$$

lässt sich das Schädigungskriterium vollständig beschreiben.

Durch die Analogie zur in Abschnitt 3.1.5.2 beschriebenen Elastoplastizität lassen sich assoziierte Schädigungsformulierungen herleiten. Dabei entwickelt sich die innere Schädigungsvariable in assoziierter Weise mit der effektiven plastischen Vergleichsdehnung. Die Limitierung, dass sich die Schädigungsentwicklung nur mit fortschreitender plastischer Deformation fortsetzen kann, ist nachteilig bei der Beschreibung von sprödem Material. Dennoch werden Ansätze dieser Art derzeit in der industriellen Anwendung für verschiedenste Materialien bei Crashsimulationen im Automobilbau erfolgreich eingesetzt.

Generell entwickelt sich die Schädigung je nach Werkstoff und je nach Abhängigkeitsvariable unterschiedlich und kann mit einem linearen, progressiven, degressiven oder gemischten Ansatz von der Schädigungsinitierung $D = 0, \varepsilon_{vgl} = 0$ bis zum Versagen $D = 1, \varepsilon_{vgl} = \varepsilon_v$ beschrieben werden (Bild 3.17). Beispielsweise werden in Detrez et al. [2011] thermoplastische Polymere mit einem degressiven Schädigungsverhalten für $\varepsilon_{vgl} = \varepsilon^{pl}$ beschrieben. In Hoffmann [2012] wird für einen kurzfaserverstärkten Kunststoff ein gemischter Ansatz verwendet, wobei hier zur Kopplung eine elastische Vergleichsdehnung $\varepsilon_{vgl} = \varepsilon_{vgl}^{el}$ gewählt wird. Bei Stählen hingegen wird häufig ein progressives Verhalten mit $\varepsilon_{vgl} = \varepsilon^{pl}$ nachgewiesen (z.B. Celentano und Chaboche [2007]).

Eine Erweiterung der Ansätze kann mit Hilfe der in Abschnitt 3.1.2 eingeführten Invarianten des Spannungstensors erreicht werden, mit denen die Versagensdehnung $\varepsilon_f(\sigma_{triax}, \Theta)$ als Funktion der Spannungsmehrsichtigkeit σ_{triax} und des Lode-Winkels Θ beschrieben wird, wodurch sich das Versagen entsprechend den Belastungsarten unterscheiden lässt. Modelle hierzu finden sich beispielsweise in Johnson und Cook [1985] oder Bai und Wierzbicki [2008, 2010]. Einen Überblick über verschiedene Formulierungen dieser Art bietet Wierzbicki et al. [2005], wobei die Anwendung vorwiegend auf metallischen Werkstoffen liegt. Es ist zu erwähnen, dass diese Ansätze auch häufig als reines Versagenskriterium, ohne Kopplung der Schädigung mit der Spannung, Anwendung finden.

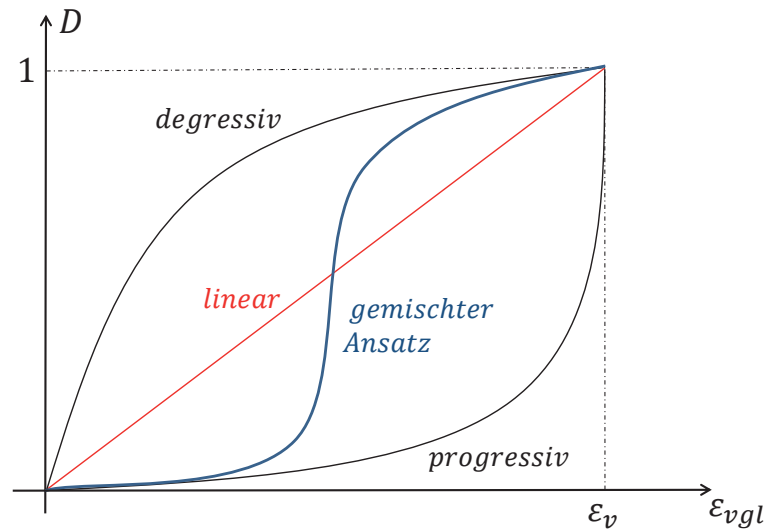


Bild 3.17: Unterschiedliche Schädigungsentwicklung in Abhängigkeit einer skalarwertigen Vergleichsdehnung ε_{vgl}

3.4.2 Anisotrope phänomenologische Ansätze

Die Übertragung der isotropen, makroskopischen, phänomenologischen Schädigungsformulierungen (Abschn. 3.4.1) auf anisotropes Verhalten kann mit geeigneten skalarwertigen Vergleichsgrößen erreicht werden, wobei zusätzliche Parameter einzuführen sind, welche den Grad der Anisotropie steuern. Beispielsweise wird das bereits erwähnte isotrope Schädigungsmodell nach Bai und Wierzbicki [2010] durch die Kopplung der skalaren Schädigungsvariablen mit einer modifizierten anisotropen plastischen Vergleichsdehnung in Luo et al. [2012] für Aluminium angepasst, das infolge eines Strangpressprozesses anisotropes Versagen aufweist. Nachteilig hierbei ist die Restriktion auf monotone proportionale Belastung.

Mit der Einführung einer tensoriellen Schädigungsformulierung erweitert sich die Anwendbarkeit auf nicht-proportionale Belastung, allerdings auch der zu bestimmende Parameterraum. In Murakami [2012] werden unterschiedliche tensorielle Schädigungsformulierungen erläutert. Mit der Einführung eines Schädigungstensors zweiter Stufe \mathcal{D} mit den orthogonalen Hauptrichtungen \mathbf{n}_i ($i = 1, 2, 3$) ergibt sich der effektive Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}^\#$ zu

$$\boldsymbol{\sigma}^\# = (\mathbf{I} - \mathcal{D})^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad \text{mit} \quad \mathcal{D} = \sum_{i=1}^3 D_i \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i. \quad (3.136)$$

Die Problematik ist jedoch, dass $\boldsymbol{\sigma}^\#$ nicht mehr symmetrisch ist. In Murakami [2012] werden unterschiedliche Symmetrisierungen vorgestellt. Beispielsweise ergibt sich nach Murakami [1988]

$$\boldsymbol{\sigma}^{\#,sym} = \frac{1}{2} \left((\mathbf{I} - \mathcal{D})^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{I} - \mathcal{D})^{-1} \right). \quad (3.137)$$

Gleichung (3.137) lässt sich ebenso mit Hilfe des *Damage-Effect*-Tensors \mathbb{M} durch

$$\boldsymbol{\sigma}^\# = \mathbb{M} : \boldsymbol{\sigma} \quad (3.138)$$

ausdrücken, wobei \mathbb{M} nach Chow und Lu [1989] in Voigt-Notation (siehe Abschn. 3.1.5.1) durch

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Lambda_1 + \Lambda_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Lambda_2 + \Lambda_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Lambda_1 + \Lambda_3) \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

definiert wird und für die Komponenten

$$\Lambda_i = \frac{1}{(1 - D_i)} \quad \text{mit} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.140)$$

gilt.

Die Variablen (D_1, D_2, D_3) der orthotropen Schädigungsformulierung können sich wie in Bild 3.17 ebenfalls unterschiedlich entwickeln und lassen sich daher nur bedingt experimentell bestimmen. In Jain und Ghosh [2009] werden die Evolutionsgleichungen für die drei Variablen für einen unendlich faserverstärkten Verbundwerkstoffe mit bekannter Mikrostruktur unter Zuhilfenahme virtueller Zellmodellrechnungen durch die Simulation unterschiedlicher Lastpfade bestimmt. In Singh et al. [2015] können die Schädigungsmechanismen eines unendlich faserverstärkten Werkstoffs voneinander getrennt werden und mit geeigneten Annahmen rein experimentell ermittelt werden.

Für diskontinuierliche Faserverbundwerkstoffe ist die Vorzugsrichtung der Anisotropie abhängig von der FOV. Vereinfachte tensorielle Ansätze werden dennoch in Mir et al. [2005] und Fritsch [2012] vorgestellt, wobei die Annahme getroffen wird, dass die Vorzugsrichtungsrichtung der anisotropen Schädigung mit der Fließrichtung korreliert und damit nicht direkt von der FOV abhängt.

Die Berücksichtigung der FOV wird bisher lediglich in tensoriellen Versagenskriterien ohne Berücksichtigung der Schädigungsentwicklung angewendet, wie beispielsweise in van Hattum und Bernardo [1999]. Ausgehend von einer unidirektionalen Faserorientierung lässt sich analog zur Fließbedingung nach Hill (3.52) ein skalares Versagenskriterium mit

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbb{F} : \boldsymbol{\sigma} - 1 = 0 \quad (3.141)$$

und dem transversalisotropen Tensor

$$\mathbb{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{v,11}^2} & -\frac{1}{2\sigma_{v,11}^2} & -\frac{1}{2\sigma_{v,11}^2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2\sigma_{v,11}^2} & \frac{1}{\sigma_{v,22}^2} & -\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sigma_{v,22}^2} - \frac{1}{\sigma_{v,11}^2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2\sigma_{v,11}^2} & -\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sigma_{v,22}^2} - \frac{1}{\sigma_{v,11}^2}\right) & \frac{1}{\sigma_{v,22}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{v,12}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{4}{\sigma_{v,22}^2} - \frac{1}{\sigma_{v,11}^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{v,12}^2} \end{bmatrix} \quad (3.142)$$

formulieren. Hierbei sind $\sigma_{v,11}^2$ und $\sigma_{v,22}^2$ die Versagensnormalspannungen parallel und senkrecht zur unidirektionalen Faserorientierung sowie $\sigma_{v,12}^2$ die Versagensscherspannung parallel zur Faserorientierung. Unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens lässt sich (3.141) mit Hilfe des transversalisotropen Steifigkeitstensors \mathbb{C}^* (3.116) als verzerrungsbasiertes Versagenskriterium ausdrücken:

$$\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{G} : \boldsymbol{\varepsilon} - 1 = 0 \quad (3.143)$$

$$\text{mit} \quad [\mathbb{G}]_{ij} = F_{mn} C_{mi}^* C_{nj}^* \quad \wedge \quad i, j, m, n \in [1, \dots, 6] .$$

Durch Anwendung der Orientierungsmittelung (3.122) nach Advani und Tucker [1987] kann \mathbb{G} in $\bar{\mathbb{G}}$ überführt werden, um das Versagenskriterium in Abhängigkeit der FOV mit

$$\boldsymbol{\varepsilon} : \bar{\mathbb{G}} : \boldsymbol{\varepsilon} - 1 = 0 \quad (3.144)$$

zu beschreiben. Diese Methode wird auch in Laspalas et al. [2008] angewendet.

3.4.3 Mikromechanische Ansätze

Analytische isotrope mikromechanische Formulierungen wie Gurson [1977], Rousellier [1981] oder Tvergaard und Needleman [1984] beschreiben die kontinuumsmechanische Schädigungsentwicklung mit analytischen Ansätzen zur Nukleation und Wachstum von Poren. Diese Ansätze eignen sich für die explizite FEM durch ihren geringen Rechenaufwand und werden auch heute erfolgreich angewendet.

Analytische anisotrope mikromechanische Formulierungen basieren in der Regel auf dem Konzept der äquivalenten Eigendehnung und der analytischen Lösung für einen ellipsoidförmigen Einschluss nach Eshelby [1957] (vgl. Abschn. 3.3.2). Hiermit wird beispielsweise in Ponte Castañeda und Zaidman [1994] nicht-sphärisches Porenwachstum beschrieben. Analog zur Homogenisierung unterschiedlicher Einschlüsse lassen sich ebenso Defekte mit Hilfe der analytischer Methoden homogenisieren (z.B. Ponte Castañeda und

Willis [1995], Willis [1977], Mochida et al. [1991]). Für diskontinuierliche Faserverbundwerkstoffe mit Kurz- oder Langfasern liegt es nahe die Schädigungsformulierung direkt in der bereits verwendeten Homogenisierung zu integrieren, zum Beispiel mit der Erweiterung durch eine dritten Phase zur Beschreibung der entstehenden Risse (Meraghni und Benzeggagh [1995], Desrumaux et al. [2001]). Alternativ wird in Nguyen und Khaleel [2004] unter Verwendung der Mori-Tanaka-Methode ein isotropes Schädigungsmodell nur für das Matrixmaterial verwendet. In Kammoun et al. [2011] wird, unter Verwendung einer rechenaufwendigen Orientierungsmittelungsmethode, ein Schädigungs- und Versagenskriterium vorgestellt, in dem eine Steifigkeitsdegradation in Abhängigkeit einzelner Faserorientierungen auf Basis einer diskretisierten FOV ermittelt wird. In einigen Ansätzen wird auch Faser/Matrix-Ablösung in Rahmen der analytischen Homogenisierung beschrieben (z.B. Nguyen und Kunc [2010], Nguyen et al. [2005], Qu [1993], Othmani et al. [2011]). Die Problematik bei der Verwendung der analytischen Homogenisierung nichtlinearen Materialverhaltens liegt in dem, bereits in Abschnitt 3.3.3 erwähnten, hohen Rechenaufwand bei Verwendung der expliziten FEM, verglichen zu rein phänomenologischen Formulierungen (Abschn. 3.4.2). Aus diesem Grund werden diese Ansätze in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

Schädigung in numerischen RVE oder Einheitszellen kann durch die Modellierung von Einschlüssen, Poren oder Rissen sehr detailliert dargestellt werden. Da allerdings das RVE bereits im Bereich der Mesoskala (s. Bild 3.12) liegt, werden auch phänomenologische Schädigungsmodelle wie beispielsweise in Spahn et al. [2014] oder Hoffmann [2012] für die einzelnen Komponenten (Fasern und Matrix) des Verbundwerkstoffes verwendet. Wird bei der numerischen RVE- oder Zellmodellrechnung die FEM verwendet, lassen sich zudem gut Grenzschichtformulierungen mit Kohäsivzonenelementen abbilden (s. Kap. 9). Dies wird in Fliegener et al. [2015] zur Schädigungsformulierung von LFT oder in Ognedal et al. [2014] bei der Grenzschichtformulierung sphärischer Einschlüsse in PVC verwendet. Die Berechnung makroskopischer Strukturen (Makroskala in Bild 3.12) mit einem vollständigen Multiskalenansatz wird, wie in Abschnitt 3.3.4 angesprochen, mit Hilfe der FFT-Methode realisiert (Steiner et al. [2012], Kabel et al. [2016], Spahn et al. [2014]). Durch die Diskretisierung eines RVE mit einem Voxelgitter lässt sich eine Grenzschichtformulierung zwischen Faser und Matrix allerdings nur schwer realisieren.

3.5 Diskussion

Eine effiziente Methode zur Berechnung linear elastischer effektiver Verbundsteifigkeiten unter Berücksichtigung der Mikrostruktur sind die analytischen Formulierungen, wie sie in den Abschnitten 3.3.2 und 3.3.5 erläutert werden. Bei der Gegenüberstellung verschiedener Ansätze in Tucker und Liang [1999] oder Buck et al. [2015] hat sich stets der Ansatz von Mori und Tanaka [1973] als gute Approximationsmethode der elastischen Kennwerte bewährt. Die genannten analytischen Homogenisierungsmethoden gelten allerdings nur für linear elastisches Materialverhalten. Es wird stets angenommen, dass die Fasern achsensymmetrisch und in ihrer Form und Größe identisch sind. Ellipsoidförmige Fasern sind

durch das Aspektverhältnis r vollständig beschrieben. Des Weiteren wird angenommen, dass Fasern und Matrix an der Grenzfläche fest verbunden bleiben.

Die viskoelastischen Eigenschaften von PP haben, wie in Bild 3.13 gezeigt, gegenüber den viskoplastischen Eigenschaften einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf das Spannungs-Dehnungsverhalten. Besonders bei der Betrachtung über einen großen Dehnratenbereich von mehreren Dekaden, wie im Crash- oder Impaktvorgang, reicht in der Regel ein viskoplastisches Modell aus, um PP hinreichend genau zu beschreiben. Viskoplastische Homogenisierungsmethoden verwenden allerdings eine inkrementelle Linearisierung der nichtlinearen Gleichungen. Der Nachteil dieser inkrementell formulierten mikromechanischen Ansätze ist, dass hierbei die CPU-Rechenzeiten stark ansteigen und Berechnungen an großen Strukturen ineffizient werden. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine recheneffiziente kontinuumsmechanische Formulierung zur Abbildung des nichtlinearen Verhaltens entwickelt, welche mit Hilfe der Materialcharakterisierung in Kapitel 5 angepasst wird. Die globale Heterogenität muss dabei ebenso erfasst werden, wie die Dehnratenabhängigkeit. Ausgehend von Mikrostrukturanalysen, wird die lokale FOV sowie der Faservolumengehalt aus einer Prozesssimulation der FEM-Rechnung zur Verfügung gestellt (Abschn. 4.5) und in dem makroskopischen Modell berücksichtigt.

In anisotropen Schädigungsformulierungen (Abschn. 3.4.2) wird meist der Belastungszustand, der zum Beispiel durch die Spannungsmehrachsigkeit beschrieben wird, vernachlässigt. Es ist bekannt, dass mit Zunahme der Mehrachsigkeit mikromechanische Schädigungseffekte, wie beispielsweise Porenwachstum in Metallen, begünstigt sind. Dieser bedeutende Einfluss wird jedoch hauptsächlich in isotropen Formulierungen angewendet (Johnson und Cook [1985], Bai und Wierzbicki [2008, 2010], Wierzbicki et al. [2005]). In dieser Arbeit wird daher ein umfangreiches Versuchsprogramm zur Charakterisierung des Versagensverhaltens bei einem breiten Spektrum von Spannungsmehrachsigkeiten durchgeführt (Abschn. 5), um auf Basis bestehender Schädigungsformulierungen nach Abschnitt 3.4.2 einen passenden Ansatz zur Schädigungs- und Versagensbeschreibung in Abhängigkeit des Spannungszustandes für das anisotrope Material zu ermitteln.

Ziel ist es, eine bessere Genauigkeit in der Simulation von LFT zu erreichen, jedoch in gleicher Weise den Rechenaufwand sowie den Aufwand der Modellparameteranpassung gering zu halten. Dafür wird ein analytischer mikromechanischer Ansatz für die linear-elastischen Materialeigenschaften zusammen mit phänomenologischen Ansätzen für die nichtlinearen Eigenschaften (Viskoelastizität, Viskoplastizität, Schädigung) kombiniert, wobei das entwickelte Modell auf den in diesem Kapitel diskutierten Modellansätzen beruht.

4 Mikrostrukturanalyse

Mikrostrukturuntersuchungen am ungeschädigten Material dienen in dieser Arbeit der Ermittlung von mikrostrukturellen Größen, welche in die Materialmodellierung einfließen. Relevante Größen, wie die Faserorientierungsverteilung (FOV) und die Verteilung des Faservolumengehalts werden mit den Ergebnissen der Prozesssimulation verglichen. Die Prozesssimulation selbst wurde vom Fraunhofer ITWM in Kaiserslautern durchgeführt (Sun et al. [2016], Niedziela et al. [2011]). Mikrostrukturuntersuchen am geschädigten Material werden in Abschnitt 5.4 durchgeführt und sollen vornehmlich qualitative Erkenntnisse über die Schädigungsmechanismen liefern.

4.1 Lichtmikroskopie

Bild 4.1 zeigt die typische FOV anhand eines Schliffbildes der Platte aus Abschnitt 2.2 parallel zur Fließrichtung, was in Bild 4.2 schematisch verdeutlicht wird. Die langgestreckten ellipsoid förmigen Einschlüsse zeigen jene Fasern, die vornehmlich in Fließrichtung orientiert sind und machen den größten Anteil in diesem Schnitt aus. In der Mitte liegt eine schmale Schicht mit Fasern senkrecht zur Fließrichtung vor, die sich durch runde Querschnitte erkennen lässt. Sehr dünne Randschichten, in denen die Fasern sich wieder umorientieren, lassen sich im Schliffbild nur schwer erkennen.

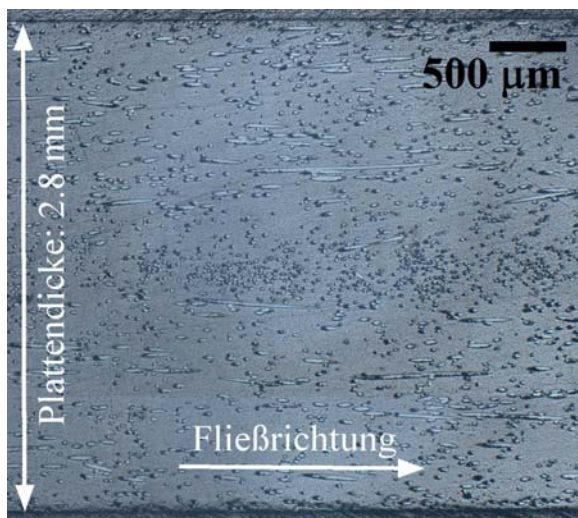


Bild 4.1: Schliffbild des LFT-Werkstoffs mit 30 Gew.-% Glasfasergehalt parallel zur Fließrichtung unter dem Lichtmikroskop

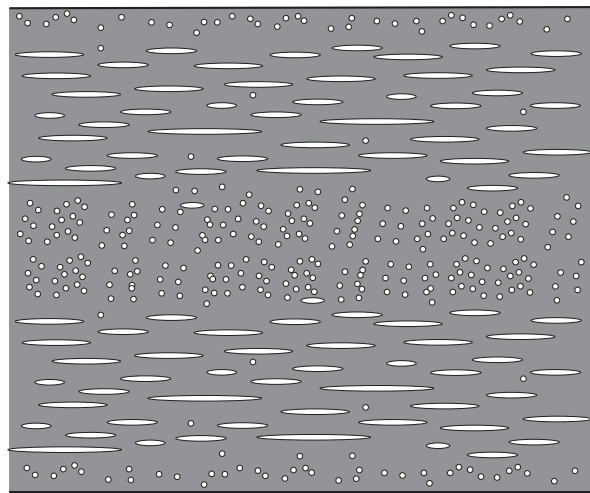


Bild 4.2: Schematischer Aufbau der Faserorientierungsverteilung (FOV) über die Plattendicke

Die Mittelschicht ist, je nach Position entlang der Plattenbreite, unterschiedlich stark ausgeprägt. Lichtmikroskopische Untersuchungen am Werkstoff mit 30 Gew.-% Glasfasergehalt (PP-GF30) zeigen in Bild 4.3 qualitativ die Faserorientierungsverteilungen über der Plattendicke an drei verschiedenen Positionen, der in Bild 4.6 gezeigten Platte. Die

Schliffe sind senkrecht zur Fließrichtung gefertigt. Am Plattenrand (Bild 4.3a) liegen die meisten Fasern in Fließrichtung. Ein deutlicher Lagenaufbau der Faserorientierung ist hauptsächlich in der Plattenmitte zu erkennen (Bild 4.3c).

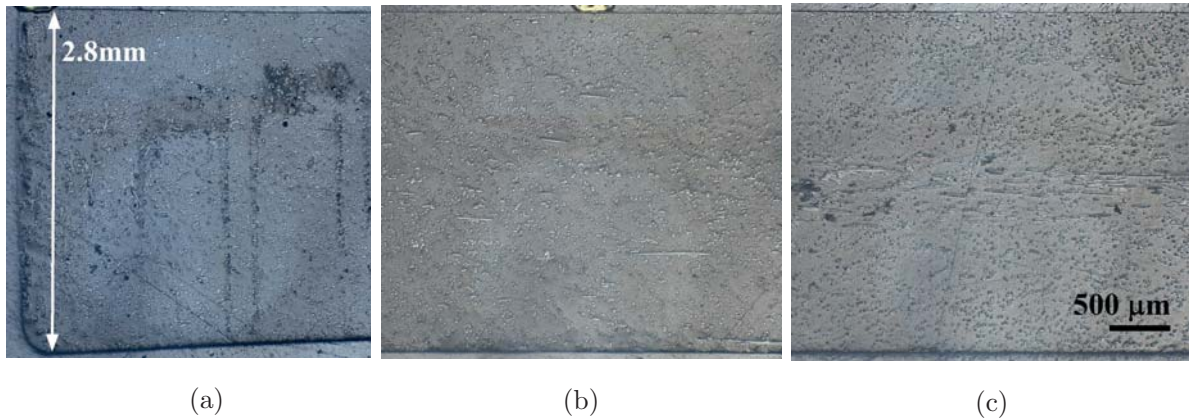


Bild 4.3: Schliffbilder über die komplette Plattendicke von 2.8 mm senkrecht zur Fließrichtung des LFT-Werkstoffes mit 30 Gew.-% Glasfasergehalt unter dem Lichtmikroskop: Plattenrand (a), 20mm Abstand vom Plattenrand (b), Plattenmitte (c)

Mit Erhöhung des Faservolumengehalts vergrößert sich die Wahrscheinlichkeit zur Bildung von Fasernestern (Bild 4.4). Diese starken Inhomogenitäten beeinflussen das mechanische Verhalten deutlich, wie in Kapitel 5 noch gezeigt wird.



Bild 4.4: Fasernest im Schliffbild des LFT-Werkstoffes mit 40 Gew.-% Glasfasergehalt unter dem Lichtmikroskop

Die Faserdicken lassen sich bei stärkerer Vergrößerung, wie in Bild 4.5 gezeigt, in Schliffbildern unter dem Lichtmikroskop bestimmen. Es zeigt sich, dass variierende Faserdurchmesser vorliegen, wobei Faserradien zwischen etwa $7 \mu\text{m}$ und $11 \mu\text{m}$ beobachtet werden. Dies hat Auswirkungen auf das in der analytischen Homogenisierung verwendete Aspektverhältnis, definiert durch (L_{Faser}/d_{Faser}) . Der Einfluss des Aspektverhältnisses auf die Materialmodellierung wird in Abschnitt 7.1.1 diskutiert.

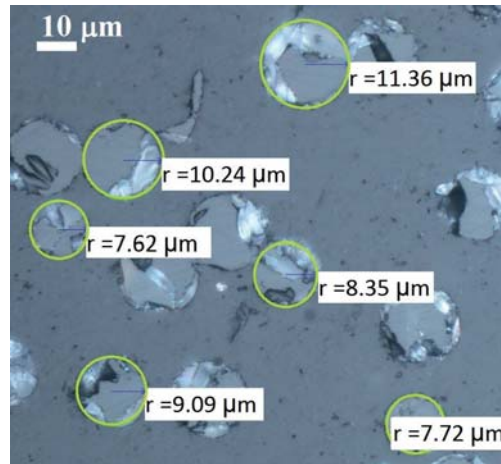


Bild 4.5: Schliffbild unter dem Lichtmikroskop zeigt Faserradien zwischen etwa $7\mu\text{m}$ und $11\mu\text{m}$

4.2 Computertomographie

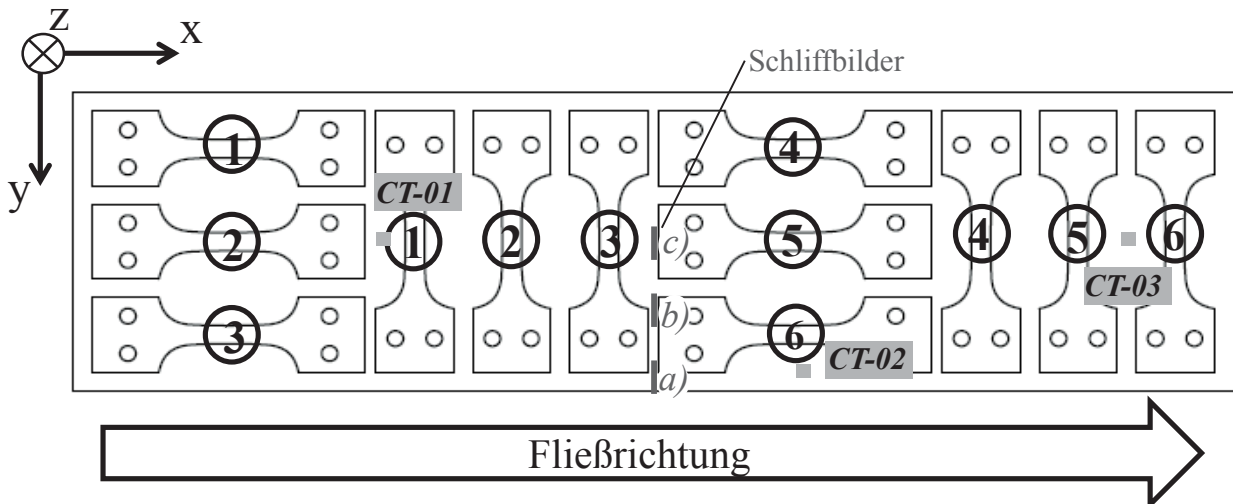


Bild 4.6: Skizze LFT-Platte mit Kennzeichnung der Entnahmepositionen der μ -CT-Proben (3 Positionen: CT-01, CT-02, CT-03; Abmessung $3\text{ mm} \times 3\text{ mm} \times 2.8\text{ mm}$), der Schliffbilder (s. Bild 4.3) und der Zugproben in 0° und 90° zu Fließrichtung (s. Kap. 5)

CT-Analysen werden an drei verschiedenen Positionen der Platte gemäß Bild 4.6 durchgeführt, wofür rechteckigen Proben ($3\text{ mm} \times 3\text{ mm} \times 2.8\text{ mm}$) heraus gefräst werden. Verwendet wird ein Mikro-Computertomograph mit einer 225 kV starken Röntgenröhre, womit eine Auflösung einer Voxelgröße von $2.7\ \mu\text{m}$ erreicht wird. Die Daten werden mit der Software MAVI (Modular Algorithms for Volume Images) analysiert (Armbrecht et al. [2006]) um Faserorientierungsverteilungen für unterschiedliche Schichten aus 3D-Bildern zu erstellen. Jede würfelförmige Probe wird in 18 Schichten entlang der Plattendickenrichtung aufgeteilt und die FOV wird für jede Schicht in Form eines Tensors zweiter Ordnung berechnet. In MAVI wird dazu eine Hesse-Matrix aus den Richtungsableitungen der Grauwertabweichungen von Pixel zu Pixel aufgebaut. Eine Eigenwertanalyse der Hesse-Matrix wird für jedes Pixel durchgeführt, das mit dem Grauwert des Fasermaterials klassifiziert

ist. Der dem kleinsten Eigenwert zugehörige Eigenvektor \mathbf{z} beschreibt die Richtung der geringsten Änderung der Grauwerte von Pixel zu Pixel und somit die wahrscheinlichste Orientierung der Faser. Der Faserorientierungstensor zweiter Ordnung $[\mathbf{A}]_{ij}$ wird dann durch das dyadische Produkt mit

$$\mathbf{A} = \mathbf{z} \otimes \mathbf{z} \tag{4.1}$$

berechnet. Für jede der 18 Schichten wird das arithmetische Mittel von allen Faserorientierungstensen aller Pixel in diesem Bereich berechnet. Die Diagonalkomponenten der 18 Faserorientierungstensen sind in den folgenden Abbildungen 4.7 bis 4.9 dargestellt. Es gilt das Koordinatensystem nach Bild 4.6. Somit entspricht beispielsweise die x -Koordinate der Fließrichtung und die z -Koordinate der Dickenrichtung der Platte. In den Bildern 4.7 und 4.9 zeigt sich die bereits erwähnte typische $0^\circ/90^\circ$ -Faserorientierungsverteilung über der Plattendicke. Ein Randeffekt ist in Bild 4.8 deutlich zu erkennen, wobei die meisten Fasern in Fließrichtung A_{xx} orientiert sind.

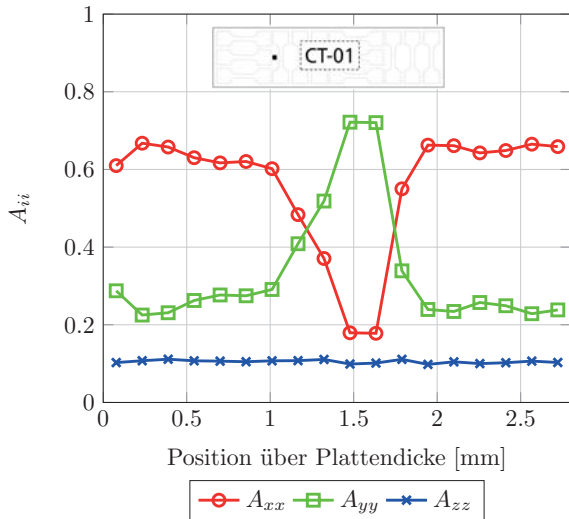


Bild 4.7: Faserorientierungstensor aus CT-Scan: Position CT-01

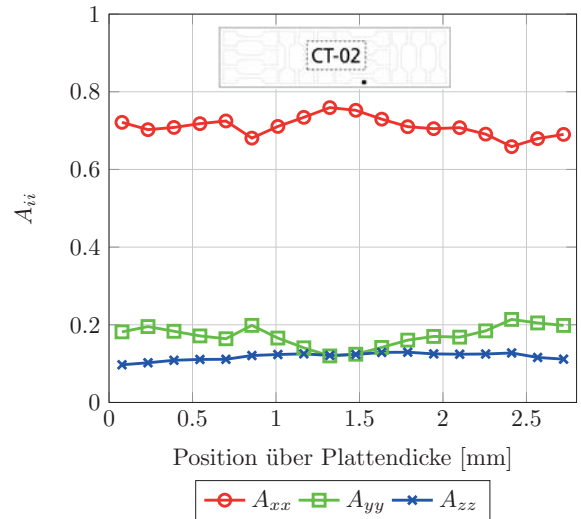


Bild 4.8: Faserorientierungstensor aus CT-Scan: Position CT-02

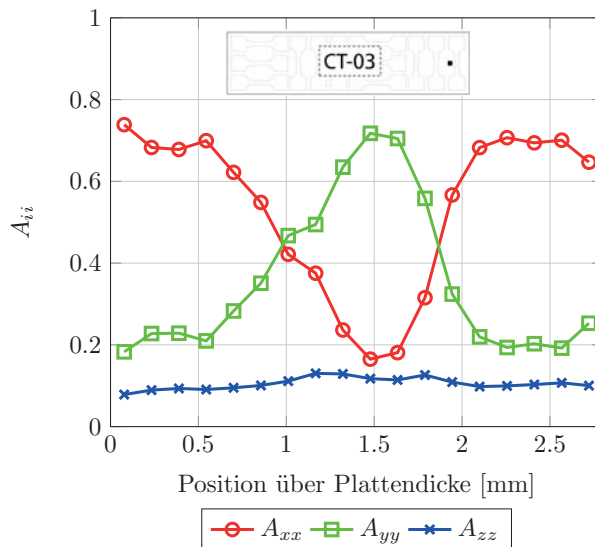


Bild 4.9: Faserorientierungstensor aus CT-Scan: Position CT-03

Die Berechnung der Faserorientierungstensoren auf Basis der Hesse-Matrix am Voxelgitter der CT-Analysen sollte mit Vorsicht betrachtet werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Orientierung der Fasern in Plattendickenrichtung zu hoch eingeschätzt wird, ist groß. Der Grund dafür ist, dass beispielsweise ein Bündel von Fasern mit der Orientierung in der Ebene ohne Trennung in Dickenrichtung ein zusammenhängendes Voxelfeld aus Glasmaterial bildet, welches als Faser mit Orientierung in Plattendickenrichtung identifiziert wird. Als Folge wird der Wert A_{zz} zu hoch eingeschätzt, wodurch A_{xx} und A_{yy} unterschätzt werden.

4.3 Analyse des Faservolumengehalts

Der Fasergehalt wird mit zwei unabhängigen Methoden bestimmt. In der einen Methode wird die Dichte des Verbundwerkstoffs ϱ aus den Zugproben durch Wiegen bestimmt. Dies wird für jede Zugprobe durchgeführt und der Faservolumenanteil c^f mit

$$c^f = \frac{(\varrho - \varrho_{pp})}{(\varrho_{glas} - \varrho_{pp})}, \quad (4.2)$$

berechnet, wobei $\varrho_{pp} = 905 \text{ kg/m}^3$ die Dichte von Polypropylen und $\varrho_{glas} = 2600 \text{ kg/m}^3$ die Dichte der Glasfasern ist. Beide Werte entsprechen den Herstellerangaben.

In einer zweiten Methode wird der Faservolumenanteil aus den 3D-Bildern der CT-Analysen mit Hilfe der Software MAVI (Armbrecht et al. [2006]) bestimmt. Zur Berechnung muss der Faserradius gegeben sein, wodurch das Ergebnis des Faservolumenanteils ungenau werden kann. Es sei daran erinnert, dass die Faserradien zwischen $6\mu\text{m}$ und $12\mu\text{m}$ variieren

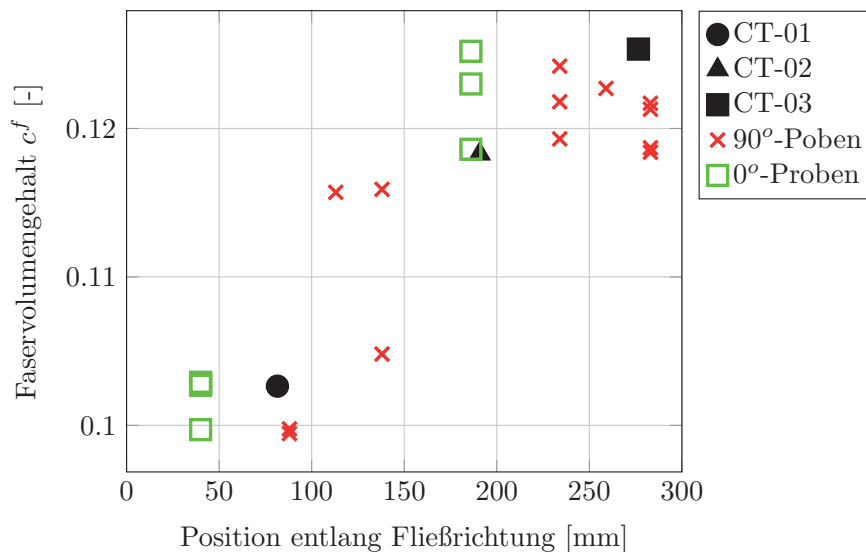


Bild 4.10: Messungen des Faservolumengehalts an unterschiedlichen Positionen der Probenplatten, bestimmt durch Wiegen der Zugproben sowie mit Hilfe der CT-Analyse

(Bild 4.5). Eine detaillierte Informationen über den Algorithmus in MAVI kann dem Manual entnommen werden (Armbrecht et al. [2006]). In Bild 4.10 sind die Ergebnisse beider Messmethoden zur Bestimmung des Faservolumengehalts c^f entlang des Fließwegs in der Platte (x -Koordinate in Bild 4.6) gegenübergestellt. Die Ergebnisse aus den CT-Analysen werden jeweils über die gesamte CT-Probe gemittelt.

In Bild 4.10 ist zu erkennen, dass für beide Messmethoden der Faservolumengehalt mit dem Fließweg ansteigt. Dieses Ergebnis deckt sich mit den experimentellen Untersuchungen der makroskopischen Materialcharakterisierung in Abschnitt 5.2, worin sich zeigt, dass Steifigkeiten und Festigkeiten des Materials ebenfalls mit dem Fließweg zunehmen.

Die lokalen Messergebnisse des Fasergehalts der CT-Analysen sind in Bild 4.11 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Faservolumengehalt in der Mittelschicht der Platte tendenziell höher ist. In der Mittelschicht, wo sich die Fasern 90° zur Fließrichtung orientieren, sind die Fasern folglich dichter gepackt.

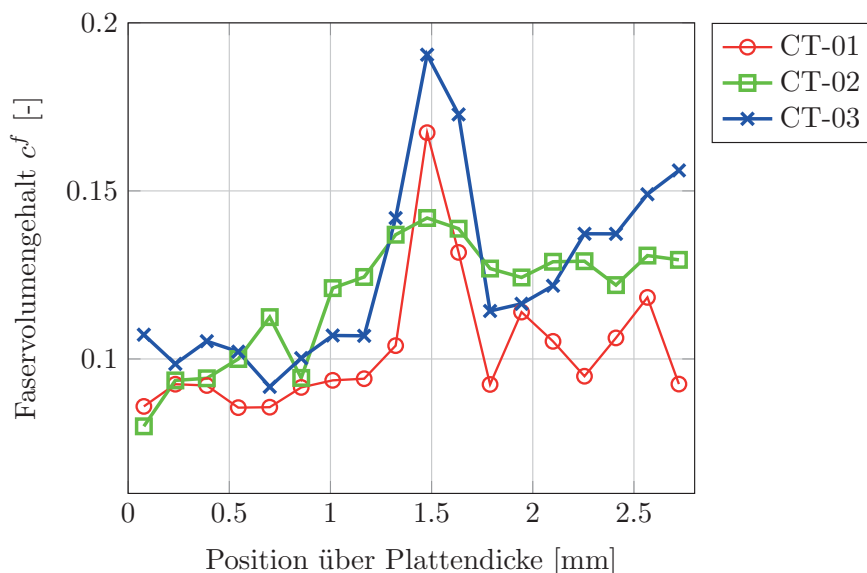


Bild 4.11: Lokale Messungen des Faservolumengehalts über der Plattendicke aus den CT-Analysen

4.4 Faserlängenverteilung

Im Rahmen des Forschungsvorhabens Steiner et al. [2012] wurden an dem gleichen Werkstoff Faserlängenmessungen durchgeführt. Für eine gesamtheitliche Darstellung der Mikrostruktur dieses Werkstoffs werden die Ergebnisse im Folgenden vorgestellt. An drei verschiedenen Positionen, dargestellt in Bild 4.12 (oben links), wurden quadratische Proben der Maße (23 mm x 23 mm x 2.8 mm) aus der Platte gefräst. Durch Ausbrennen der Matrix (Veraschung) bleibt lediglich das Fasergerüst zurück, an dem letztlich die Längenverteilung experimentell bestimmt wurde (Bild 4.12a bis c). Dabei wird die Darstellung der gewichtsgemittelten Häufigkeitsdichteverteilung herangezogen. Die Abstände zwischen

den Faserlängenklassen betragen 0.12mm. Der Mittelwert der Faserlängen an den unterschiedlichen Positionen liegt für (a) bei 2.44 mm, für (b) bei 2.34 mm und für Position (c) bei 2.45 mm. Auch wenn der Mittelwert der Faserlängenverteilung nicht merklich variiert, so kann dennoch beobachtet werden, dass am Ende des Fließwegs (Bild 4.12c) anteilig mehr kürzere Fasern vorhanden sind. Dies korreliert mit Untersuchungen einer abnehmenden Faserlänge im Fertigungsprozess entlang der Fertigungslinie (Mathes und Witten [2014]). Die Abnahme der Faserlänge entlang des Fließwegs ist hier jedoch als gering zu betrachten.

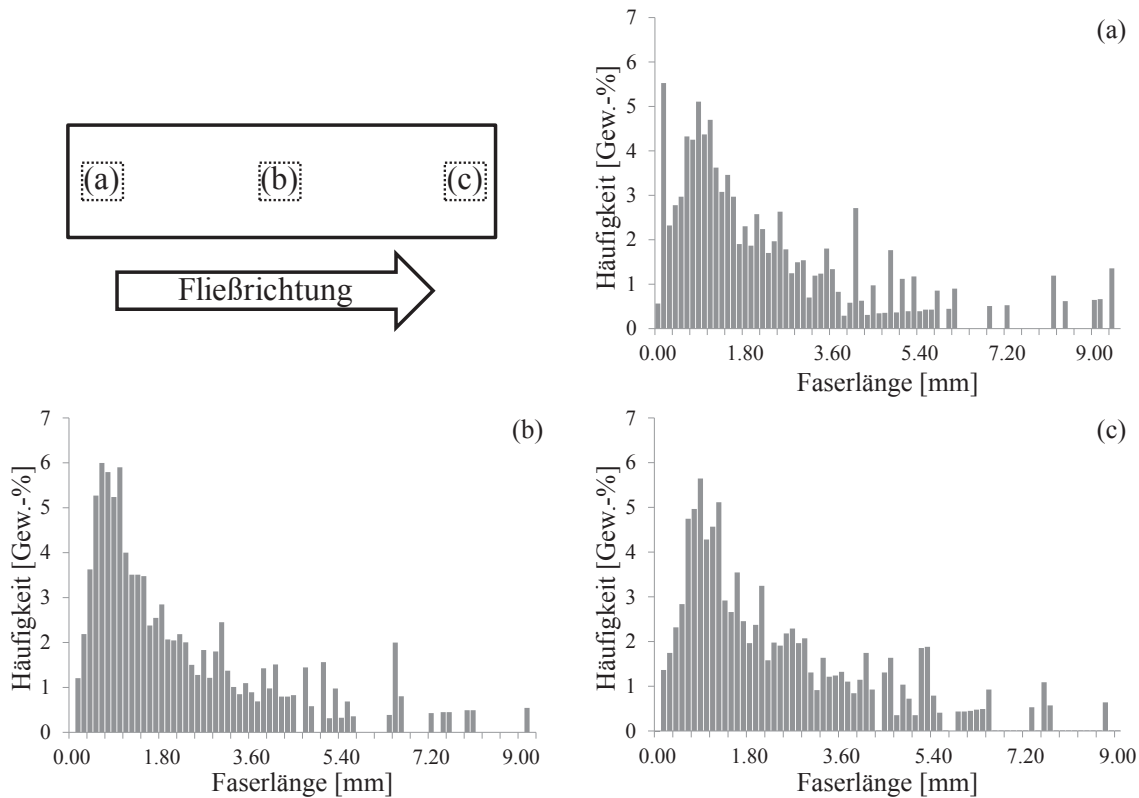


Bild 4.12: Faserlängenmessungen an der Probenplatte aus Veraschungsproben an drei Positionen (oben links): Angussnah (a), Plattenmitte (b), Angussfern (c) (Quelle: Fa. Faurecia, Hagenbach)

4.5 Numerische Berechnung der lokalen FOV und Faserkonzentrationen

Die Spritzgusssimulationen für diese Arbeit wurden am Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM in Kaiserslautern durchgeführt. Die Ergebnisse sind ausführlich in Sun et al. [2016] dokumentiert und werden hier nur in Kürze zusammengefasst.

4.5.1 Rheologische Materialmodellierung

Die Grundlage zur Modellierung der Faserorientierung bilden die Gleichungen nach Folgar und Tucker [1984]; sie werden für kurzfaserverstärkte Kunststoffe seit Jahren erfolgreich eingesetzt. Für LFT sind jedoch zusätzliche Effekte, wie die Wechselwirkung zwischen Faser und Fluid sowie Faser und Faser dominanter als bei Kurzfasersuspensionen. Hierfür werden, wie in Latz et al. [2010] gezeigt, zusätzlich Terme in die Navier-Stokes-Gleichungen integriert, um die LFT-Suspension in der Spritzgusssimulation besser zu beschreiben. Thermische Effekte werden über Temperaturgleichungen in temperaturabhängigen Materialparametern berücksichtigt. Die Einflüsse von Faserbündelungen werden phänomenologisch durch die effektive Änderungen des Aspektverhältnisses beschrieben (Smith et al. [2009]). Lokale Faservolumenkonzentrationsänderungen werden nach Phillips et al. [1992] modelliert, wobei das Modell auf Fasersuspensionen verallgemeinert ist, indem die notwendigen Parameter durch effektive äquivalente Größen (Faserradius, Faseroberfläche) ersetzt werden. So wie in der analytischen Homogenisierung zur Beschreibung des strukturmechanischen Verhaltens, benötigen auch die Gleichung nach Folgar und Tucker [1984] eine effektive Approximation des Faserorientierungstensors vierter Stufe, welcher hier nach Cintra und Tucker [1995] bestimmt wird. Wesentlich für die gesamte Beschreibung ist die Kopplung der Faserkonzentration und der Faserorientierung über das rheologische Gesetz. Das Modell zur Füllsimulation von LFT ist für ein Finite-Volumenverfahren für strukturierte Netze entwickelt und in der Fraunhofer ITWM eigenen Software CoRheoS implementiert (Niedziela et al. [2011]). Die Ergebnisse sind in Sun et al. [2016] veröffentlicht.

4.5.2 Prozesssimulation der Probenplatte und Bewertung der Ergebnisse

Das numerische Finite-Volumen-Modell der Probenplatte ist mit 9 Zellen über der Dicke, 80 über der Breite und 200 über der Länge diskretisiert. Bild 4.13 zeigt das Modell mit Detailausschnitt sowie Konturplot der A_{xx} -Komponente des berechneten Faserorientierungstensors zweiter Stufe. Der Anlauf ist mit modelliert.

Um die Genauigkeit der berechneten Faserorientierungsverteilungen und Faservolumengehalte zu verifizieren, werden die numerischen Ergebnisse den experimentellen CT-Analysen

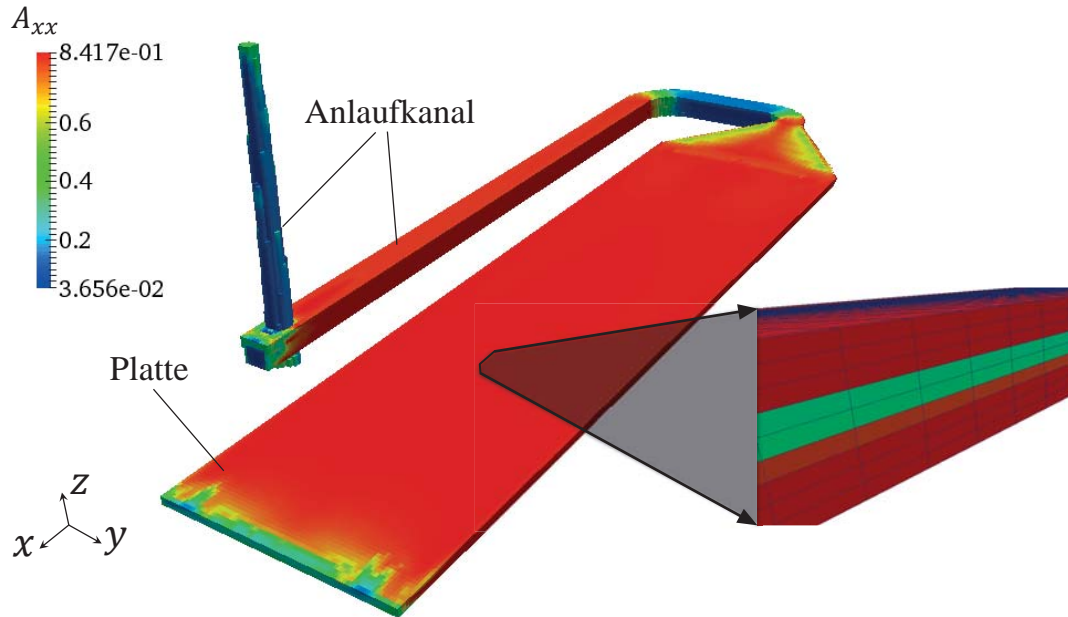


Bild 4.13: Spritzgussimulation der Probenplatte mit Anlaufkanal und Detailausschnitt mit 9 Finite-Volumen-Zellen über der Plattendicke. Konturplot zeigt Komponente A_{xx} des zweistufigen Faserorientierungstensors entsprechend dem globalen Koordinatensystem

der drei Positionen CT-01, CT-02 und CT-03 nach Bild 4.6 in den Bildern 4.14 bis 4.16 gegenübergestellt. Es wird deutlich, dass die simulierten Werte von A_{zz} im allgemeinen niedriger als die experimentellen Werte sind. Folglich sind die Werte A_{xx} und A_{yy} aus den Simulationen höher als in den CT-Analysen. Wie bereits in Abschnitt 4.2 erwähnt, wird die Faserorientierungsverteilung in Dickenrichtung in der CT-Analyse leicht überschätzt. In Anbetracht der Tatsache, dass auch die experimentellen Ergebnisse einen geringfügigen Fehler aufweisen, liegen die simulierten Werte in guter Übereinstimmung mit den Experimenten.

Abbildung 4.17 zeigt den Vergleich zwischen den berechneten und experimentell bestimmten Faservolumengehalten an den drei Positionen der CT-Analysen. Die simulierten Daten sind in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen und bilden die Zunahme des Faservolumenanteils mit der Fließrichtung richtig ab.

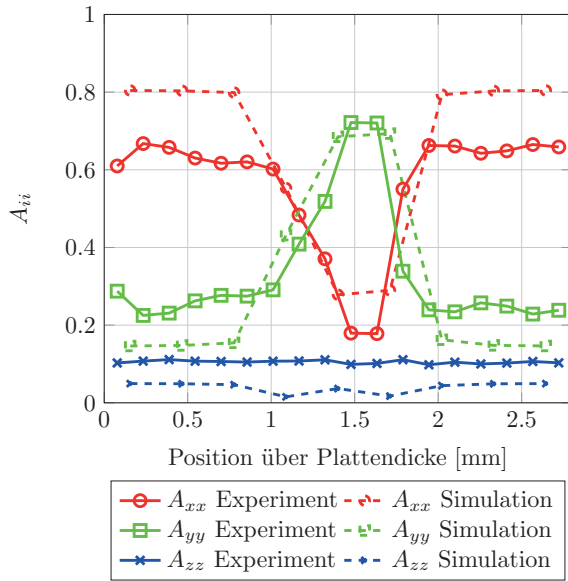


Bild 4.14: Faserorientierungstensor aus CT-Analyse und Formfüllsimulation an Position CT-01

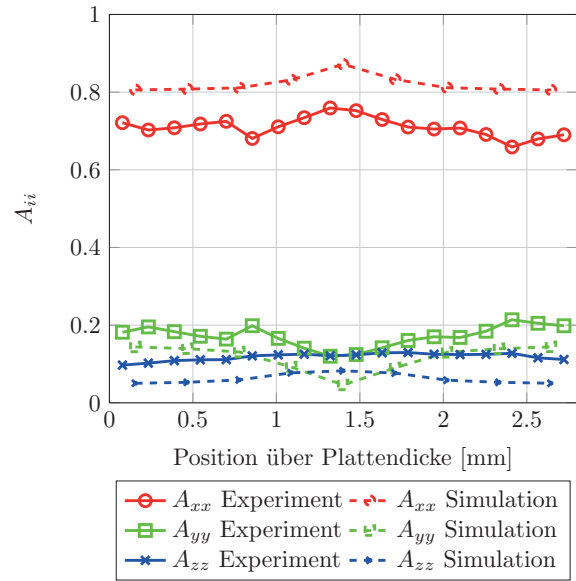


Bild 4.15: Faserorientierungstensor aus CT-Analyse und Formfüllsimulation an Position CT-02

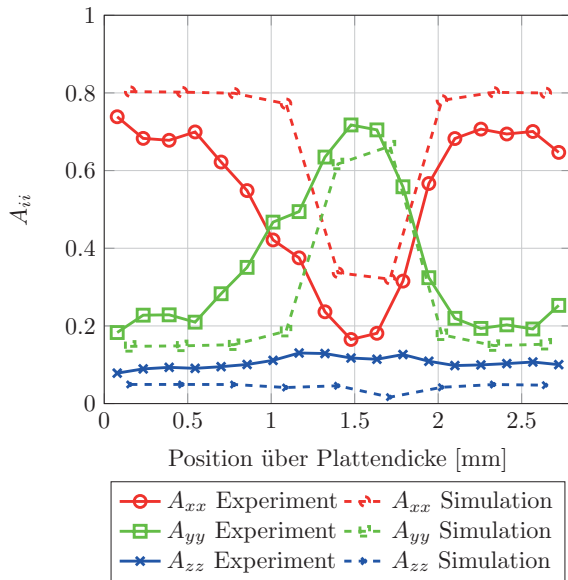


Bild 4.16: Faserorientierungstensor aus CT-Analyse und Formfüllsimulation an Position CT-03

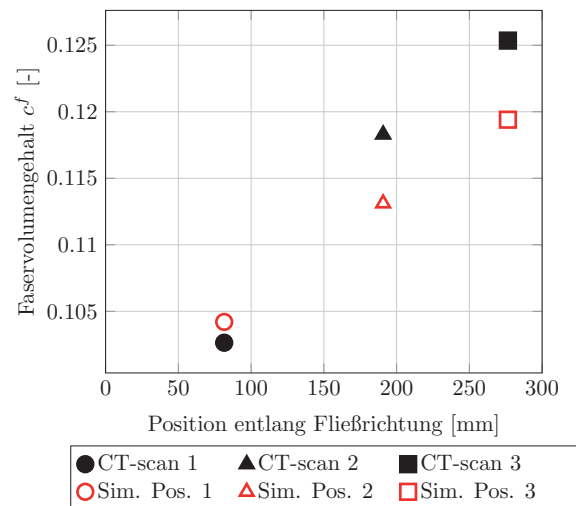


Bild 4.17: Faservolumengehalt aus CT-Analyse und Formfüllsimulation

4.5.3 Übertragung der Formfüllsimulationsergebnisse auf die FE-Modelle

Die in der Formfüllsimulation berechneten lokalen Faserorientierungstensoren und Faservolumengehalte gehen in die Materialmodellierung der strukturelle Berechnung ein. Die Übertragung der Information von einem numerischen Modell auf ein anderes, nennt sich *Mapping*. Die Position einer späteren Probe für mechanische Versuche in der simulierten LFT-Spritzgussplatte ist in Bild 4.18 dargestellt.

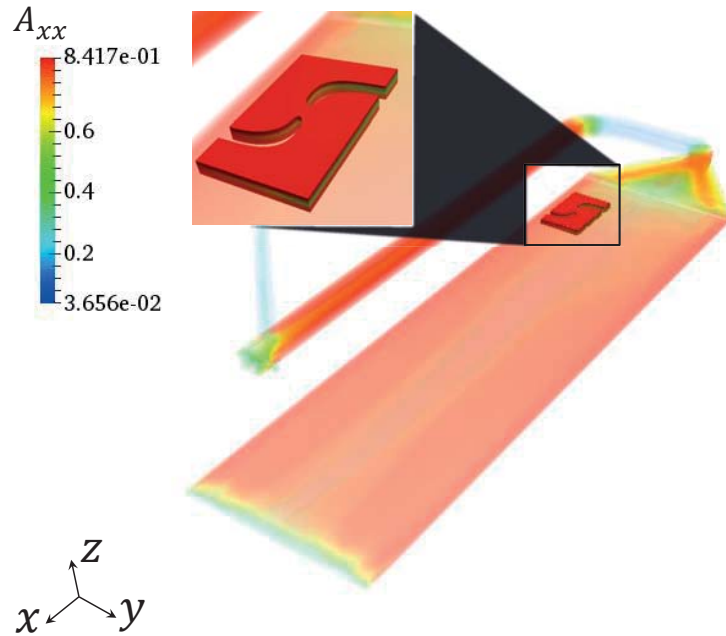


Bild 4.18: Probenpositionierung am Beispiel einer Scherzugprobe zur Übertragung der Spritzgussimulationsergebnisse auf das FE-Modell

Aufgrund der unterschiedlichen Diskretisierungen, eines strukturierten Netzes aus rechteckigen Hexaedern in der Prozesssimulation (Euler-Netz) und der Probengeometrie angepassten Elemente in der FEM-Berechnung (Lagrange-Netz), müssen die Informationen an den nächstliegenden Positionen übertragen und gegebenenfalls gemittelt werden. Hierfür stehen in der Regel kommerzielle Programme wie z.B. die Software MpCCI-FSIMapper (Fraunhofer SCAI, St. Augustin) zur Verfügung. Im Rahmen dieser Dissertation wurde aus Gründen einer besseren Anpassung auf die spezielle Anwendung, ein eigener Algorithmus am Fraunhofer ITWM entwickelt (Sun et al. [2016]).

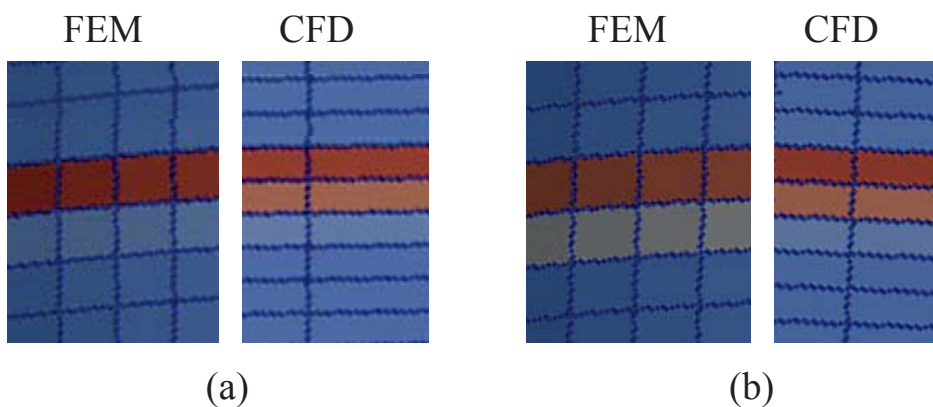


Bild 4.19: FOV im Lagrange-Netz (FEM) und im Euler-Netz (CFD). Mapping ohne Mittelung (a), Mapping mit Mittelung der benachbarten Zellen (b) (Sun et al. [2016])

Jede Zelle der Prozesssimulation besitzt die Information des zweistufigen Faserorientierungstensors \mathbf{A} und des Faservolumengehalts c^f und ist der Raumkoordinate des jeweiligen

Zellenmittelpunktes zugewiesen. Wird nun der nächstliegende Gaußpunkt im FE-Modell ermittelt und die Information vom Mittelpunkt der Zelle auf den Gaußpunkt übertragen, ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass manche Zellmittelpunkte gar nicht in Betracht gezogen werden. Aus diesem Grund wird ein gewichteter Mittelwert für \mathbf{A} und c^f aus einer Summe von Zellen bestimmt, die in der Nähe eines Gaußpunktes liegen. Dabei sind die Gewichte umgekehrt proportional zum Abstand. Bild 4.19 verdeutlicht die Notwendigkeit der Mittelung am Beispiel der mittleren Schicht, in der die FOV lokal starke Unterschiede aufweist. In Bild 4.19b wird der Gradient der FOV über die Plattendickenrichtung besser auf das FE-Modell übertragen. Für eine detaillierte Beschreibung des Mapping-Algorithmus sei auf Sun et al. [2016] verwiesen.

5 Experimentelle Materialcharakterisierung

5.1 Versuchsarten und Prüftechnik

Ziel der experimentellen Werkstoffcharakterisierung ist es, alle relevanten mechanischen Eigenschaften des Werkstoffs zu erfassen, um diese durch eine geeignete Materialmodellierung abzubilden. Das Versuchsprogramm zur Werkstoffcharakterisierung umfasst quasi-statische und dynamische Versuche. Es werden unterschiedliche Belastungsarten mit Hilfe verschiedener Probentypen erzeugt (Bild 5.1). Bei quasistatischer Belastung wird mit der Flachzugprobe (Bild 5.1a) der Be- wie auch der Entlastungspfad analysiert. Zudem werden Untersuchungen unter Temperatureinflüssen durchgeführt. Um den Einfluss des Fasergehalts zu bestimmen, werden neben dem ausführlichen Versuchsprogramm an dem Material mit 30 Gew.-% Glasfasergehalt (PP-GF30) in reduziertem Umfang noch spritzgegossene Platten mit 20 Gew.-% (PP-GF20) und 40 Gew.-% (PP-GF40) Faseranteil untersucht.

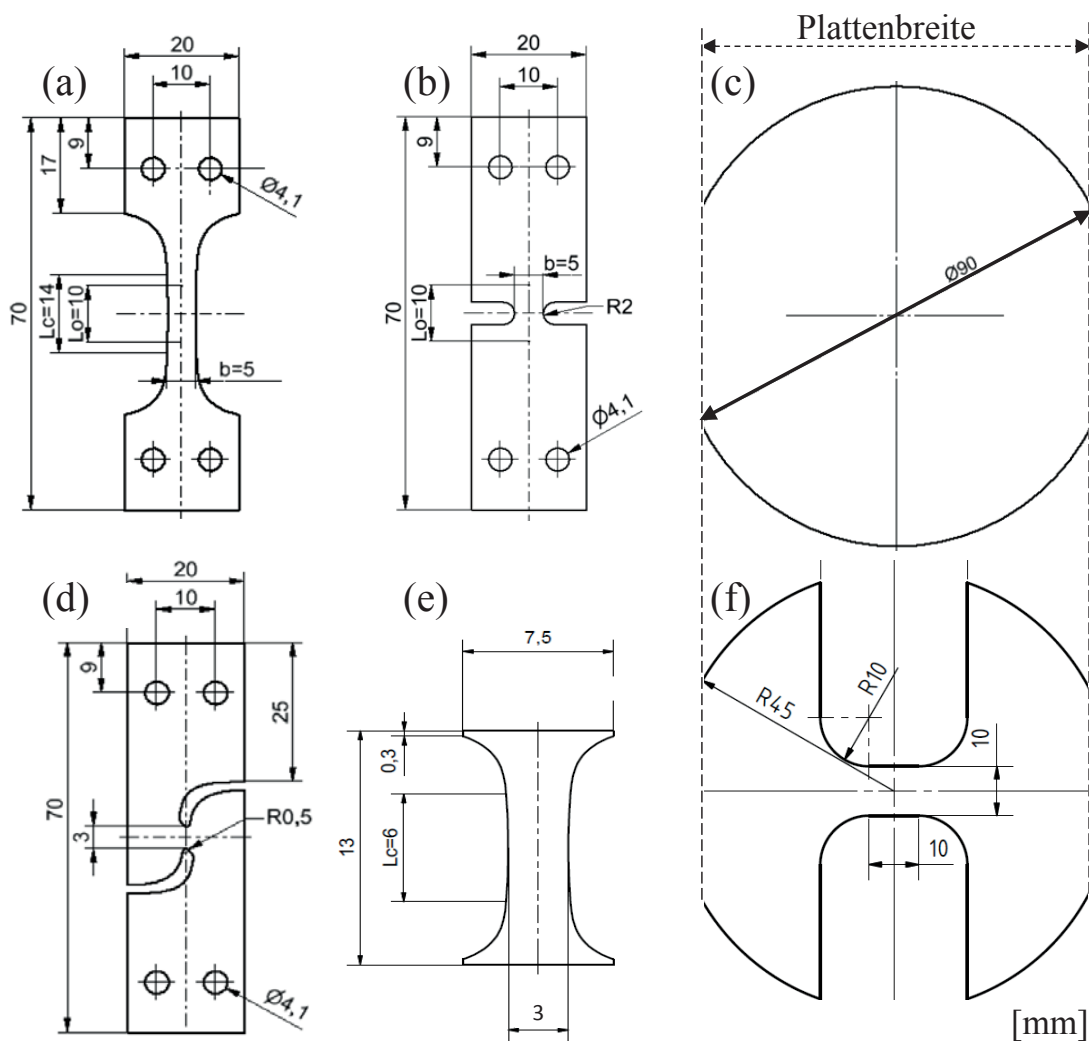


Bild 5.1: Probengeometrien der Materialcharakterisierungsversuche: Flachzugprobe (a), Kerbzugprobe (b), Durchstoßprobe (c), Scherzugprobe (d), Druckprobe (e), taillierte Durchstoßprobe (f)

Die Probenentnahme aus der in Bild 2.3 vorgestellten Spritzguss LFT-Platte erfolgt im spanenden Verfahren durch Hochgeschwindigkeitsfräsen. Die mechanische Werkstoffcharakterisierung wird an zwei Prüfmaschinen durchgeführt. Für die quasistatischen Untersuchungen wird eine elektromechanische 40 kN Prüfmaschine von Instron (8861) verwendet. Versuche mit höheren Belastungsgeschwindigkeiten werden an einer 100 kN Schnellzermaschine (SZM), ebenfalls von Instron, (VHS100-20M) durchgeführt.

Die Verlängerung Δl des Prüfbereichs in den quasistatischen Flachzug- und Kerbzugversuchen (Bild 5.1a,b) wird mit einem Extensometer bis zum Bruch der Probe gemessen. Bild 5.2 links zeigt am Beispiel der Flachzugprobe die Arretierung des Extensometers an der Probe mit Hilfe von zwei Federn. Die Ausgangsmesslänge des Extensometers misst $l_0 = 10$ mm. Die Schenkel der Proben werden mit Einspannbacken und je zwei Schrauben befestigt. Der eingespannte Bereich der Backen sowie der Messbereich des Extensometers sind in Bild 5.2 rechts skizziert. Es wird die technische Dehnung mit

$$\varepsilon_{tech} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (5.1)$$

bestimmt.

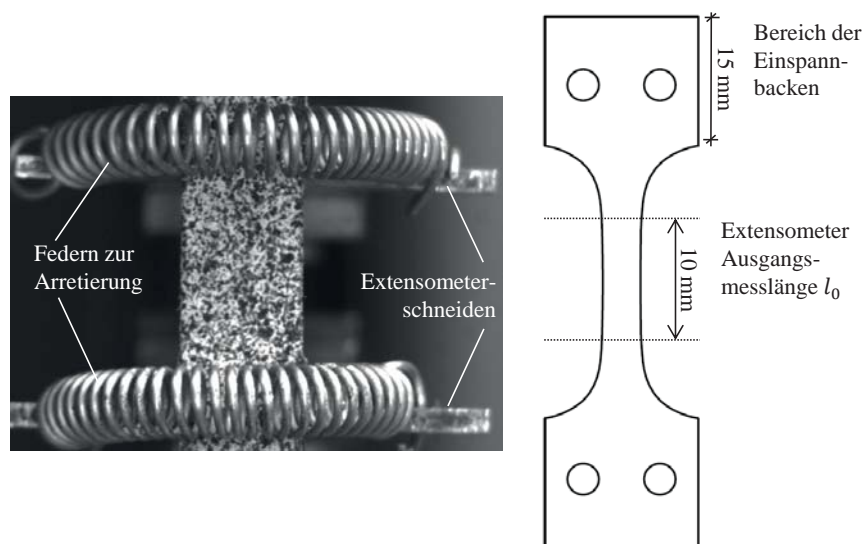


Bild 5.2: Flachzugprobe mit Extensometer und Speckle (links), Skizze der Probe mit Messbereich und Einspannbereich (rechts)

Alle Proben werden an der Probenoberfläche mit einem Sprühmuster (Speckle) lackiert und mit Videokameras während der Versuchsdurchführung gefilmt. Das Sprühmuster dient der Auswertung mit digitaler Bildkorrelation (engl.: *Digital Image Correlation*, DIC); z.B. Sutton et al. [2009], Pan et al. [2009]. Zudem lassen sich die Probengeometrien nach Bild 5.1c-f nicht mit einem Extensometer auswerten. Mit DIC werden die Verschiebungen und das Verzerrungsfeld auf der Probenoberfläche mit der Software ARAMIS [2010] berechnet (s. Bild 5.4). Dafür werden die aufgezeichneten Bilder der inkrementellen Verformungsschritte mit dem Bild im Ausgangszustand der unbelasteten Probe verglichen. Der zu betrachtende Bereich wird in einzelne Facetten unterteilt, definiert durch eine Untermenge von Pixeln. Die Größe einer Facette wird vorab festgelegt, z.B. 15x15 Pixel mit 2 Pixeln

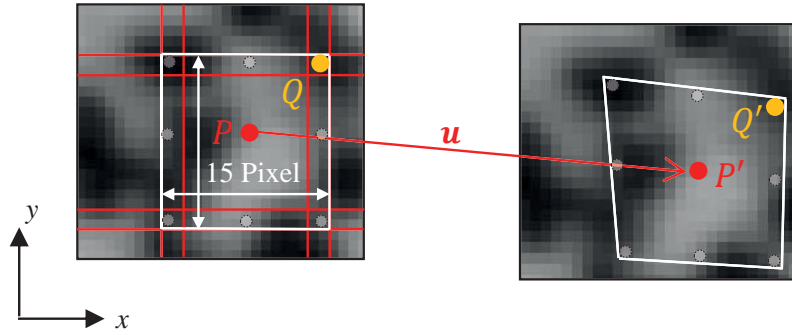


Bild 5.3: Verformung, Verschiebung und Verdrehung einer Facette mit dem entsprechenden Verschiebungsvektor \mathbf{u} des Facettenmittelpunkts von P (Ausgangszustand) nach P' (Momentanzustand)

Randüberlappung (Bild 5.3). Die Facetten werden in den Bildern aller Laststufen über die individuellen Grauwertstrukturen erkannt und verfolgt. Die Erkennung der individuellen Grauwertstrukturen der Facettenvierecke erfolgt über einen Bilderkennungsalgorithmus (z.B. Sutton et al. [2009]). Aus den resultierenden Bildkoordinaten jeder Facette (Facettenmittelpunkte $P(x_0, y_0)$) berechnet die Software ARAMIS [2010] zu jedem Lastschritt die neue Position der Facette $P'(x'_0, y'_0)$, woraus sich der Verschiebungsvektor $\mathbf{u}(u, v)$ ergibt. Zur Berechnung der Facettendeformationen und -rotationen sind weitere Punkte notwendig (hier insgesamt 3×3 Punkte je Facette, s. Bild 5.2). Es wird angenommen, dass benachbarte Punkte im Referenzbild im deformierten Momentanzustand ebenfalls benachbart bleiben, wie schematisch in Bild 5.3 verdeutlicht wird. Somit kann für einen Punkt $Q_i(x_i, y_i)$, der nicht im Facettenmittelpunkt liegt, die neue Position $Q'_i(x'_i, y'_i)$ in Abhängigkeit des Verschiebungsvektors $\mathbf{u}(u, v)$ über lineare Funktionen (Lu und Cary [2000])

$$x'_i = x_i + u + \frac{du}{dx}(x_i - x_0) + \frac{dv}{dy}(y_i - y_0), \quad (5.2)$$

$$y'_i = y_i + v + \frac{dv}{dx}(x_i - x_0) + \frac{du}{dy}(y_i - y_0) \quad (5.3)$$

bestimmt werden. Für jeden der 9 Punkte lassen sich somit die Verschiebungsvektoren \mathbf{u}_i bestimmen. Parametrisierte lineare Polynomansätze werden verwendet um zwei Verschiebungsfunktionen (Verschiebung in x und y) zu approximieren, wobei die Parameter z.B. durch die Methode der kleinsten Quadrate unter Verwendung der 9 bekannten Knotenverschiebungen bestimmt werden (Pan et al. [2009]). Die Verzerrungen in einer Facette berechnen sich aus den Ableitungen der linearen Polynomansätze, woraus sich ein Verzerrungstensor analog zum Green-Lagrange'schen Verzerrungstensor (3.7) ergibt. Für die Auswertung in ARAMIS [2010] wird im Folgenden das logarithmische Verzerrungsmaß nach (3.9) bezüglich der Referenzkonfiguration mit $\epsilon_H^G = \ln \sqrt{2\mathbf{G} + \mathbf{I}}$ gewählt. In den Charakterisierungsversuchen der Proben nach Bild 5.1a,b,d,e sind die Rotationen gering und es gilt $\mathbf{R} \approx \mathbf{I}$, somit $\mathbf{U} \approx \mathbf{V}$ und $\epsilon_H^G \approx \epsilon_H^E$. Bild 5.4 (rechts) zeigt die Auswertung des Verzerrungsfeldes mit den dargestellten lokalen größten Hauptdehnungen ϵ_I an der Oberfläche am Beispiel der Scherzugprobe aus Bild 5.1d. ϵ_I entspricht dem größten Eigenwert

des Verzerrungstensors aus Gleichung (3.9). Die Dehnungen orthogonal zur x, y -Ebene werden unter Annahme der Volumenkonstanz gemäß

$$\varepsilon_{H,zz} = -(\varepsilon_{H,yy} + \varepsilon_{H,xx}) \quad (5.4)$$

ermittelt.

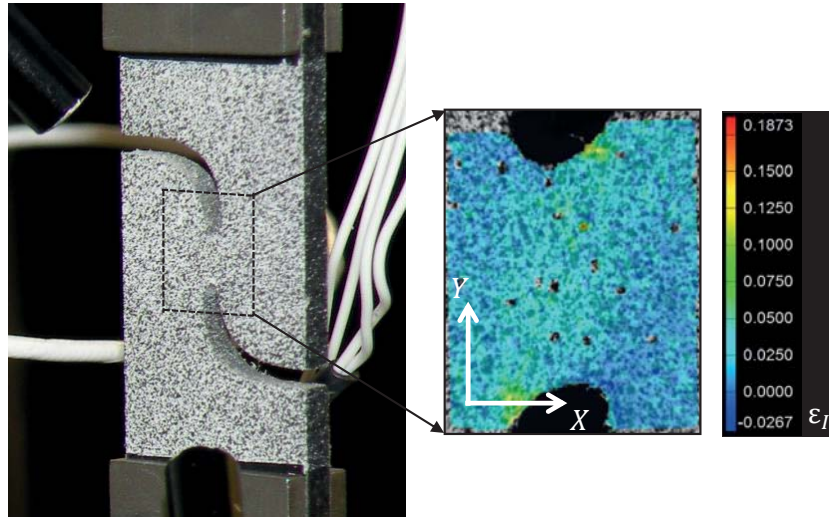


Bild 5.4: Eingespannte Scherzugprobe mit Speckle-Muster (links), Auswertung des lokalen Verzerrungsfeldes mit größter Hauptdehnung ε_I (rechts)

In den Versuchen an den Proben nach Bild 5.1c,f wird ein 3D-Bilderkennungssystem mit Hilfe von zwei Kameras verwendet. Starrkörperrotationen (z.B. Drehungen aus der Bildebene) werden detektiert und die Verzerrungen werden auf die Oberfläche der Probe projiziert.

5.2 Quasistatische Materialcharakterisierung

Alle drei Varianten des LFT-Werkstoffs (PP-GF20, PP-GF30, PP-GF40) zeigen infolge des Matrixmaterials aus Polypropylen ein ausgeprägtes Langzeitrelaxationsverhalten (z.B. Fliegner et al. [2016]). Für Crash- oder Impaktvorgänge ist dies nur von geringfügiger Bedeutung. Es werden Belastungsszenarien im Zeitraum von Millisekunden bis hin zu wenigen Sekunden betrachtet. Demzufolge werden alle als quasistatisch bezeichneten Versuche bei einer an der Prüfmaschine eingestellte Prüfgeschwindigkeit von $V_0 = 0.01 \text{ mm/s}$ durchgeführt. Für einen Impakt- oder Crashlastfall bei niedrigen Geschwindigkeiten ist eine geringere Prüfgeschwindigkeit nicht mehr relevant. Ein ausführliches Versuchsprogramm wird bei Raumtemperatur ($23 \pm 2^\circ\text{C}$) an PP-GF30 durchgeführt. Temperatureinflüsse sowie Einflüsse des Fasergehalts (Werkstoffvarianten PP-GF20, PP-GF20, PP-GF40) werden nur an Flachzugversuchen untersucht.

5.2.1 Flachzugversuche

5.2.1.1 Abhängigkeit von Entnahmeposition und Orientierung

Die Probengeometrie der Flachzugproben aus Bild 5.1a misst einen Prüfbereich mit einer parallelen Länge von (14 mm x 5 mm). Die technische Dehnung nach (5.1) wird über eine Länge von 10 mm im parallelen Bereich mit einem Extensometer und die Kraft direkt an der Kraftmessdose der Instron Universal-Prüfmaschine gemessen. Es ergeben sich die in den Bildern 5.5 bis 5.13 gezeigten technischen Spannungs-Dehnungs-Kurven. Die technische Spannung wird dabei aus der gemessenen Kraft dividiert durch den Ausgangsquerschnitt (5 mm x 2.8 mm) berechnet. Mit der Prüfgeschwindigkeit von 0.01 mm/s ergibt sich eine nominelle Dehnrates $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$, die sich aus der vorgegeben Abzugsgeschwindigkeit von 0.01 mm/s dividiert durch den nominellen Bereich von 14 mm Länge berechnet. Eine charakteristische Dehnrates $\dot{\epsilon}_{char}$, welche der tatsächlichen Dehnrates im Messbereich entspricht, ist in der Regel geringer. Auf die Dehnrates wird in Abschnitt 5.3 noch genauer eingegangen.

Die Ergebnisse aller quasistatischen Flachzugversuche sind in Bild 5.5 in Abhängigkeit der Entnahmerichtung dargestellt. Es wird deutlich, dass die Proben 0° zur Fließrichtung die höchste Steifigkeit und Festigkeit aufweisen. Im Mittel zeigen die 45° zur Fließrichtung entnommen Proben die höchste Bruchdehnung. Die Unterschiede in den Bruchdehnungen sind jedoch als gering zu bewerten.

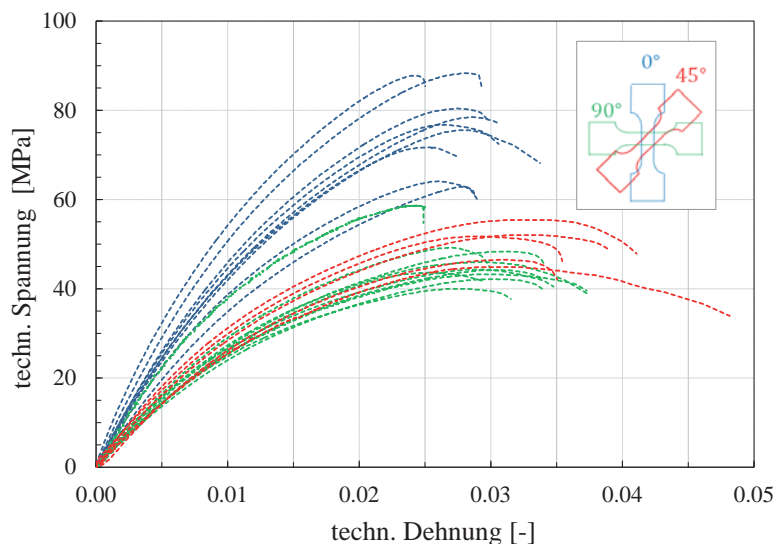


Bild 5.5: Flachzugversuche, Proben entnommen in unterschiedlichen Orientierungen zur Fließrichtung, nominelle Dehnrates $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$, Werkstoff PP-GF30

Werden die streuenden Steifigkeiten und Festigkeiten (Bild 5.5) genauer analysiert, können verschiedene Abhängigkeiten entsprechend den Entnahmepositionen festgestellt werden (Bilder 5.6 und 5.7). Gemäß der Symmetrie der Platte haben die Positionen 1 und 3 der Zugversuche in 0° zur Fließrichtung (Bild 5.6) geringere Steifigkeiten und Festigkeiten

als die Position 2. Der gleiche Trend kann bezüglich Position 5 im Vergleich zu den Positionen 6 und 4 beobachtet werden. Zudem nehmen Steifigkeiten und Festigkeiten mit dem Fließweg zu, das heißt es zeigt sich angussnah eine weichere Spannungs-Dehnungsantwort als angussfern.

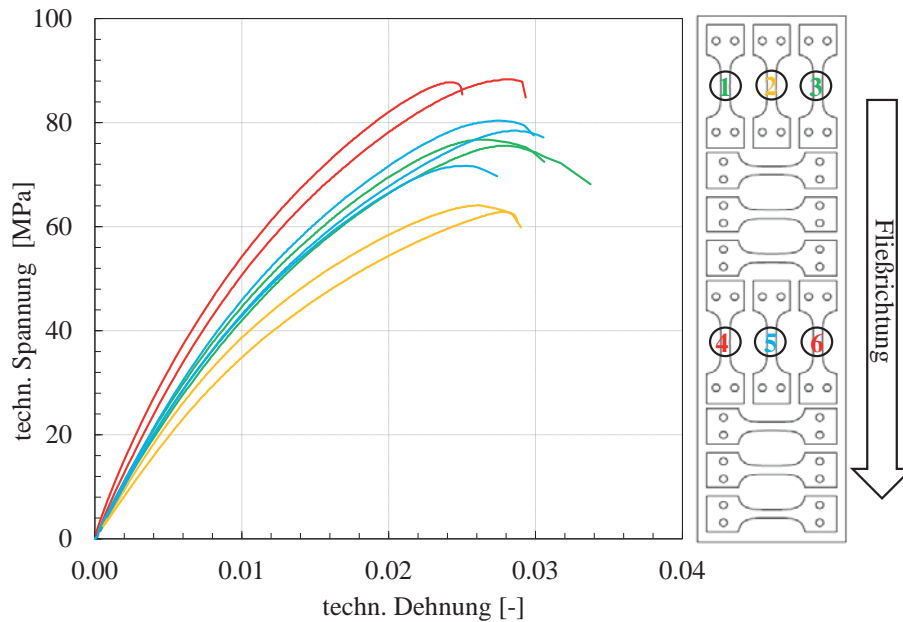


Bild 5.6: Positionsabhängigkeiten der Flachzugproben 0° zur Fließrichtung im Zugversuch (PP-GF30, $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

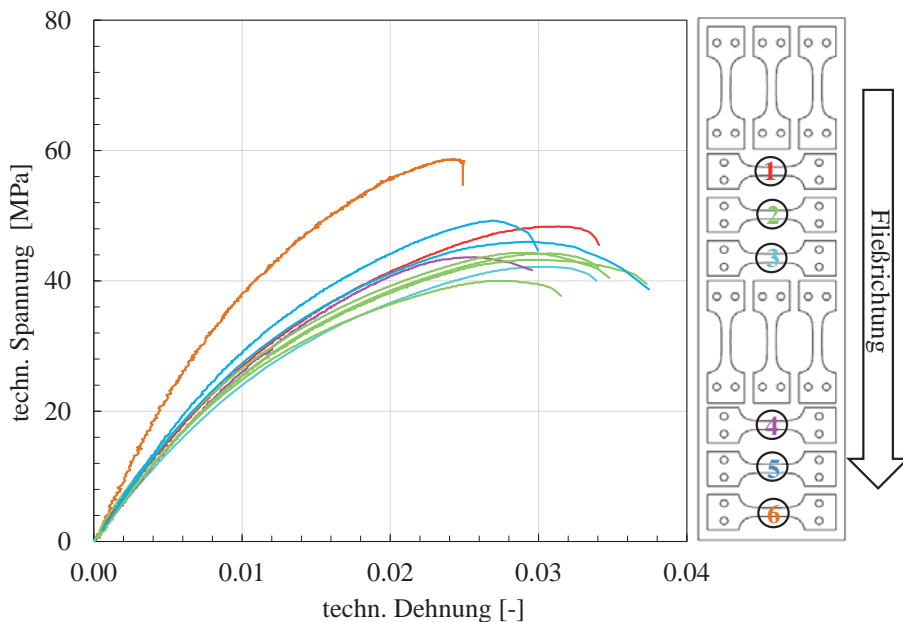


Bild 5.7: Positionsabhängigkeiten der Flachzugproben 90° zur Fließrichtung im Zugversuch (PP-GF30, $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

Die Positionsabhängigkeiten sind bei den 90° -Proben (Bild 5.7) und den 45° -Proben deutlich geringer ausgeprägt. Letztere werden aus diesem Grund nicht separat dargestellt. Ein

deutlicher Randeinfluss ist in Bild 5.7 bei der Position 6 mit der höchsten Steifigkeit und Festigkeit zu erkennen.

Die Spannungen in den Versuchen mit den 0° -Proben sind größer als mit den 90° -Proben. Eine Korrelation zur Mikrostrukturanalyse (Abschnitte 4.1 bis 4.3) mit höherem Anteil der Faserorientierungen in 0° zur Fließrichtung ist plausibel. Ebenso können Korrelationen zu den Positionsabhängigkeiten gezogen werden, wobei die Faserkonzentration mit dem Fließweg zunimmt und dementsprechend auch die Steifigkeiten und Festigkeiten zunehmen. Des Weiteren ist aus der Mikrostruktur in Bild 4.3 eine zum Plattenrand hin stärker ausgerichtete FOV in Fließrichtung sichtbar, was sich visuell durch weniger ellipsoid förmige Fasereinschlüsse erkennen lässt. Die unterschiedliche FOV zwischen Plattenrand und Plattenmitte macht sich in den 0° -Zugproben der Positionen 1,3,4 und 6, durch höhere Steifigkeiten und Festigkeiten am Rand, verglichen zu den Position 2 und 5 in der Mitte der Platte bemerkbar. Für die 90° -Probe der Position 6 kann angenommen werden, dass in Folge der Randwirkung am Plattenende ein großer Faseranteil in 90° zur Fließrichtung vorliegt.

5.2.1.2 Flachzugversuche an LFT mit 20 Gew.-% und 40 Gew.-% Glasfasergehalt

Um den Einfluss der Faserkonzentrationsunterschiede auf das mechanische Verhalten zu untersuchen, werden Zugproben an LFT-Spritzgussplatten mit einem höheren Glasfasergehalt von 40 Gew.-% (PP-GF40) und einem geringeren Glasfasergehalt von 20 Gew.-% (PP-GF20) neben dem Ausgangsfasergehalt von 30 Gew.-% (PP-GF30) untersucht. Es ist zu erkennen, dass mit steigendem Faseranteil auch die Steifigkeiten und Festigkeiten zunehmen. Bei der Entnahmerichtung 0° zu Fließrichtung (Bild 5.8) liegen für die zwei Werkstoffvarianten die gleichen Positionsabhängigkeiten vor, wie sie bereits in Bild 5.6

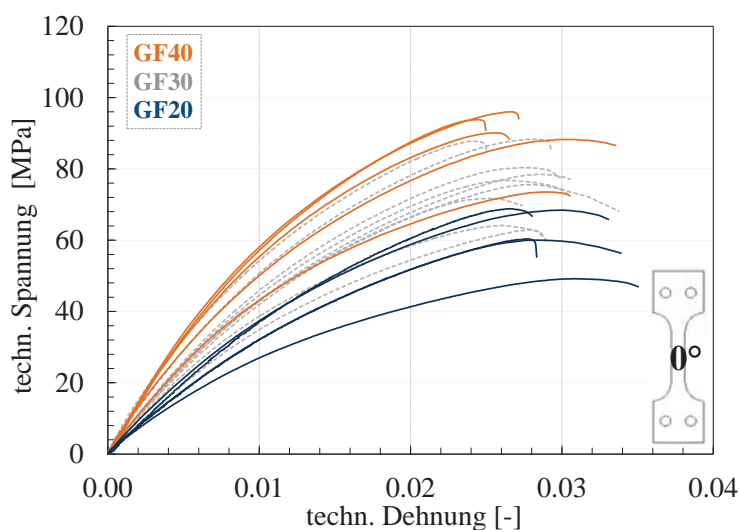


Bild 5.8: Flachzugversuche, Proben 0° zur Fließrichtung, Werkstoffvarianten: PP-GF20, PP-GF30 und PP-GF40 ($\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

analysiert wurden. Diese Abhängigkeit ist nicht mehr explizit dargestellt, sie gilt dennoch sowohl für den Werkstoff PP-GF20 als auch für den Werkstoff PP-GF40. Bei den Versuchsergebnissen der Proben 90° zur Fließrichtung (Bild 5.9) zeigt der Werkstoff PP-GF40 große Streuungen. Diese sind, wie in Abschnitt 4.1 erläutert, auf starke Inhomogenitäten wie beispielsweise Fasernester (Bild 4.4) zurückzuführen.

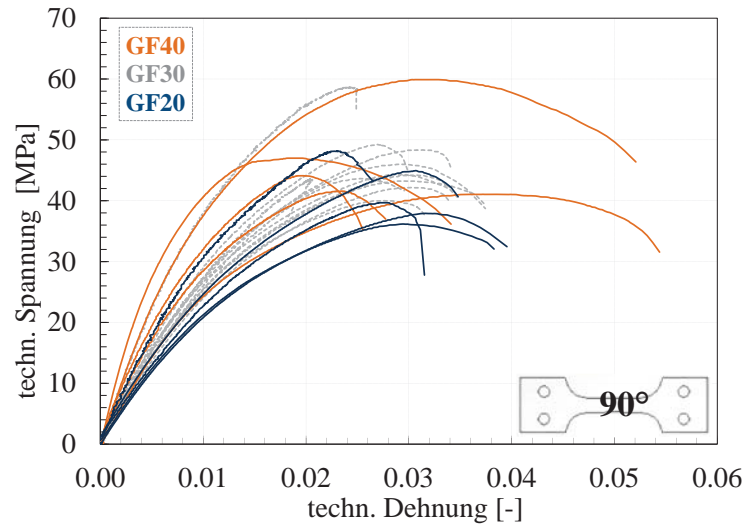


Bild 5.9: Flachzugversuche, Proben 90° zur Fließrichtung, Werkstoffvarianten: PP-GF20, PP-GF30 und PP-GF40 ($\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

5.2.1.3 Flachzugversuche an LFT bei -35°C und $+85^\circ\text{C}$

Polypropylen zeigt schon bei geringen Temperaturänderungen, z.B. Raumtemperatur $\pm 10^\circ\text{C}$, abweichende mechanische Eigenschaften als bei Raumtemperatur (z.B. Ariyama et al. [1997], Erp et al. [2009]). Dementsprechend ist auch der LFT-Verbundwerkstoff stark temperaturabhängig. Bilder 5.10 und 5.11 zeigen die Spannungs-Dehnungsantworten der Zugversuche an PP-GF30 bei unterschiedlichen Temperaturen. Steifigkeiten und Festigkeiten nehmen im Vergleich zur Raumtemperatur (graue Kurven) bei einer tiefen Temperatur von -35°C (blaue Kurven) zu und bei einer erhöhten Temperatur von $+85^\circ\text{C}$ (rote Kurven) ab. Besonders stark beeinflusst sind die Bruchdehnungen bei $+85^\circ\text{C}$. Diese erhöhen sich um beinahe das Zehnfache (Übersichtsausschnitte in Bildern 5.10 u. 5.11, oben rechts).

Positionsabhängigkeiten der 0° -Proben bei -35°C sind in Bild 5.10 dargestellt (Positionsnummern nach Bild 5.6, rechts). Das Ergebnis zeigt auch hier, dass im Zugversuch eine höhere Spannungsantwort mit den Proben vom Plattenrand gemessen wird, im Gegensatz zu den Proben aus der Plattenmitte. Dieses Ergebnis korreliert tendenziell mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.2.1.1. Die 90° -Proben zeigen in den Zugversuchen bei -35°C (Bild 5.11) ebenfalls unterschiedliche Lastniveaus (Positionsnummern nach Bild 5.7, rechts). Eine Erklärung für das abweichende mechanische Verhalten zwischen den unterschiedlichen 90° -Positionen ist nicht gefunden. Es ist davon auszugehen, dass lokale Unterschiede in der FOV zu finden sind.

Bei den Zugversuchen mit erhöhter Temperatur (+85°C) sind weder an den 0°-Proben noch an den 90°-Proben Positionsabhängigkeiten analysiert worden. Es ist lediglich ersichtlich, dass die 0°-Proben im Versuch höhere Spannungen zeigen, als die 90°-Proben.

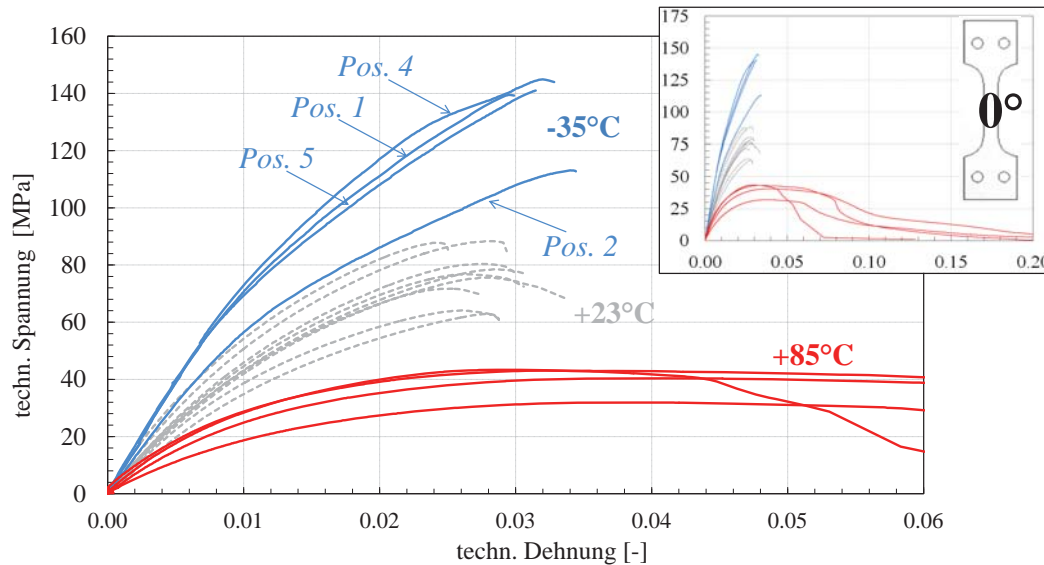


Bild 5.10: Temperaturabhängige Flachzugversuche, Proben 0° zur Fließrichtung bei -35°C, +23°C und +85°C (PP-GF30, $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

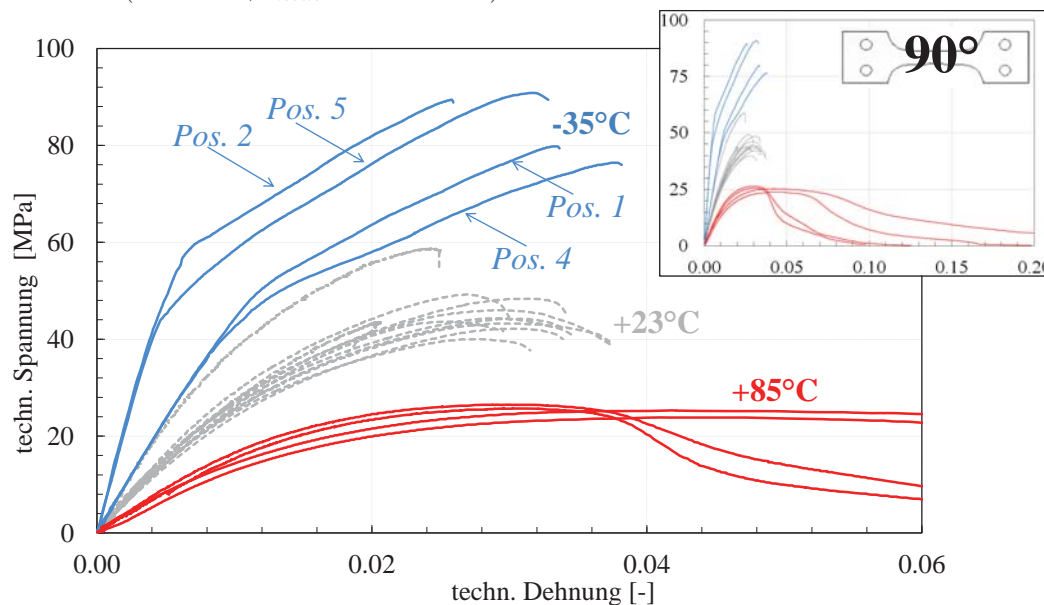


Bild 5.11: Temperaturabhängige Flachzugversuche, Proben 90° zur Fließrichtung bei -35°C, +23°C (Raumtemperatur) und +85°C (PP-GF30, $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

5.2.1.4 Zyklische Be- und Entlastungsversuche

Be- und Entlastungsversuche (Bild 5.12) dienen der Ermittlung der Schädigungsevolution. An den Umkehrpunkten Belastung-Entlastung bzw. Entlastung-Belastung gibt es keine Haltezeiten. Die Belastung erfolgt bei gleicher Dehnrage wie die Entlastung mit

$\dot{\epsilon}_{nom} = \pm 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$. Die schematisch eingezeichneten Sekantensteigungen von je einer Hysterese in Bild 5.12 verlaufen anfangs steiler und mit jeder weiteren Hysterese sukzessive flacher. Die geringer werdenden Sekantensteigungen der Hysteresen bilden die Schädigung ab, wobei die Hysteresen selbst ein viskoelastisches Werkstoffverhalten aufzeigen.

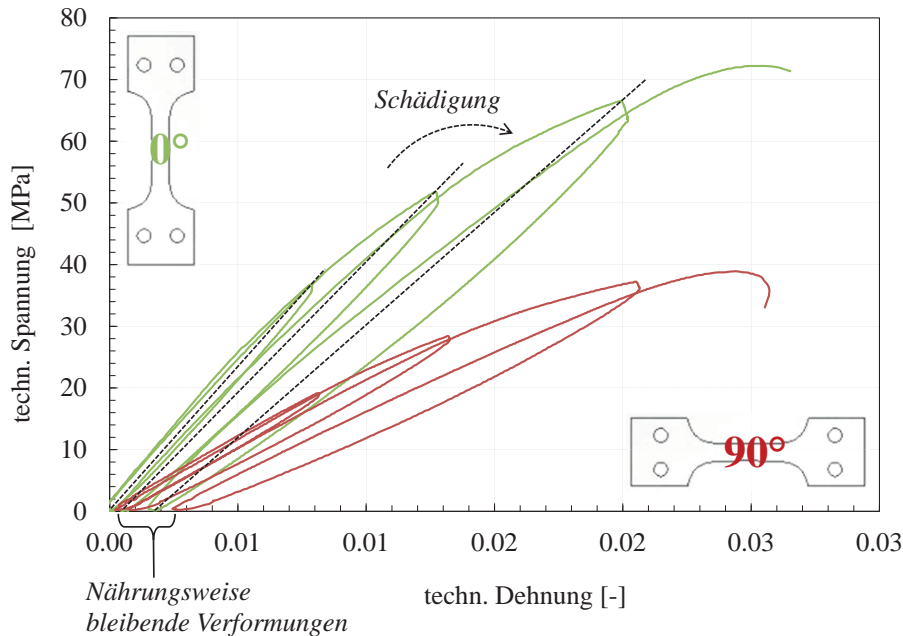


Bild 5.12: Be- und Entlastungsversuche (3 Hysteresen) an Flachzugproben in 0° und 90° zur Fließrichtung, ohne Haltezeit bei Umkehr der Belastungsrichtung. Schematische Darstellung der Schädigung sowie der näherungsweise bleibenden Verformungen ($\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

5.2.1.5 Einfluss des prozessinduzierten Schichtaufbaus

Infolge des Fließprozesses im Herstellungsverfahren der Probenplatten entsteht eine FOV über der Plattendicke (vgl. Abschn. 2.2). Es bilden sich mehreren Schichten aus, die in Bild 2.3 als Hauptschichten, Mittelschicht und dünne Randschichten definiert wurden (z.B. Advani [1994], Pötsch und Michaeli [2008]). In der Mikrostrukturanalyse (Kap. 4) ist eine dünne Randschicht, die eine eindeutige charakteristische FOV aufweist, nicht verifiziert worden. Es bestätigten sich jedoch zwei Hauptschichten, bei der die Fasern vorwiegend in Fließrichtung orientiert sind und eine Mittelschicht, bei der die Fasern vorwiegend senkrecht zum Fließrichtung orientiert sind.

Die Zugversuche (Abschn. 5.2.1.1 bis 5.2.1.4) wurden an Flachzugproben mit voller Plattendicke von 2.8 mm durchgeführt. Die FOV ist über der Plattendicke inhomogen, kann jedoch für die einzelnen Schichten (Hauptschichten und Mittelschicht) als annähernd homogen betrachtet werden (vgl. Bild 4.7). Ziel dieser Untersuchung ist es die mechanischen Eigenschaften eindeutig einer FOV zuzuweisen. Die Hauptschichten messen jeweils ~ 1 mm. Von der 2.8 mm dicken Platten werden daher durch Schleifen 1.8 mm abgetragen um ein der Hauptschichten mit homogener FOV herauszuarbeiten (Bild 5.13, links).

Bild 5.13 (rechts) zeigt die Spannungs-Dehnungskurven der präparierten Proben aus der 1 mm dicken Schicht in 0° und 90° zur Fließrichtung im Vergleich zu den Proben der vollen Plattendicke. Die Probenpositionen sind farbig markiert. Durchgezogenen Linien zeigen die Versuchsergebnisse der Flachzugproben von 1 mm Dicke (Hauptschicht) und gestrichelte Linien zeigen die Versuchsergebnisse der Flachzugproben mit voller Probendicke (2.8 mm) aus Abschnitt 5.2.1.1.

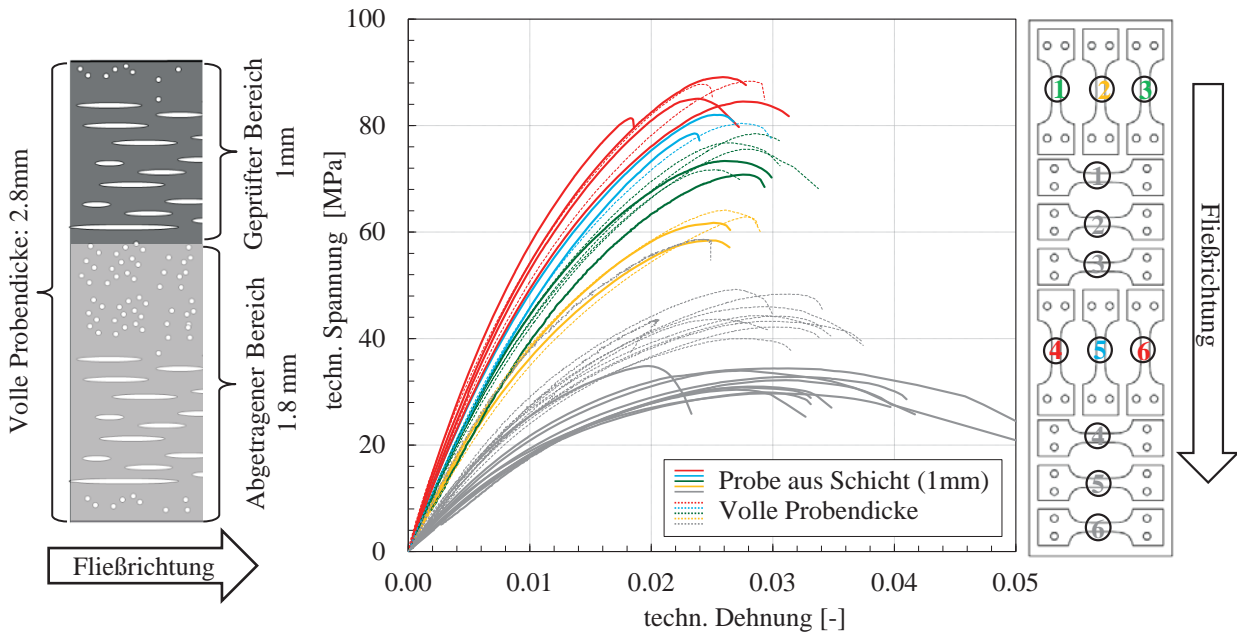


Bild 5.13: Schematischer Schichtaufbau der FOV mit herausgearbeiteter 1 mm dünnen Hauptschicht (links). Flachzugversuche, Proben 0° und 90° zur Fließrichtung (mitte) mit Probenposition (rechts). Vergleich zwischen Proben der dünnen Schicht und Proben der vollen Dicken (PP-GF30, $\dot{\epsilon}_{nom} = 7 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)

Die Versuche an den 0° -Proben zeigen mit 1 mm und 2.8 mm Probendicke das gleiche Spannungs-Dehnungsverhalten. Die Versuche an den 90° -Proben mit 1 mm Probendicke (Hauptschicht) zeigen geringere Steifigkeiten und Festigkeiten sowie größere Bruchdehnungen im Gegensatz zu den 90° -Proben der vollen Probendicke (2.8 mm). Da in der 1 mm dicken Hauptschicht die Fasern vornehmlich in Fließrichtung liegen, zeigt sich bei den Versuchen der 90° -Proben ein dominierender Einfluss des Matrixmaterials.

5.2.2 Versuche bei unterschiedlichen Spannungszuständen

Das mechanische Werkstoffverhalten, besonders in Bezug auf Schädigung und Versagen, unterscheidet sich häufig bei unterschiedlichen Spannungszuständen und Lastpfaden. Um diesen Effekt an dem untersuchten LFT-Werkstoff genauer zu analysieren, werden die in Bild 5.1 vorgestellten unterschiedlichen Probekörper bis zum Bruch getestet. Die Probenformen sollen dabei jeweils einen definierten Bereich der Spannungsmehrachsigkeit (s. Gl. (3.21)) abdecken. Wie bereits in Abschnitt 3.4.1 erwähnt, lässt sich in Abhängigkeit der

Spannungsmehrachsigkeit ein Versagenskriterium definieren. Es ist anzumerken, dass die Spannungsmehrachsigkeiten nicht experimentell ermittelt werden können, da diese vom zunächst unbekanntem Werkstoffverhalten abhängen. Erst in der Simulation der Probenversuche (Kap. 7) können diese bei korrekter Materialbeschreibung numerisch ermittelt werden.

5.2.2.1 Kerbzugversuche

Quasistatische Zugversuche an Kerbzugproben (Bild 5.1b) mit Kerbradien von 2 mm und einer Ligamentlänge von 5 mm werden an vier verschiedenen Positionen der LFT-Platte ausgewertet (Bild 5.14, rechts). Es werden zwei Positionen in 0° und zwei Positionen in 90° zur Fließrichtung untersucht. Die an der Prüfmaschine gemessene Kraft wird über den kleinsten Ausgangsquerschnitt (5 mm x 2.8 mm) normiert. Die Verlängerung Δl wird mit einem Extensometer über einer Länge von 10 mm gemessen, also ± 5 mm von der Mitte der Probe aus gesehen.

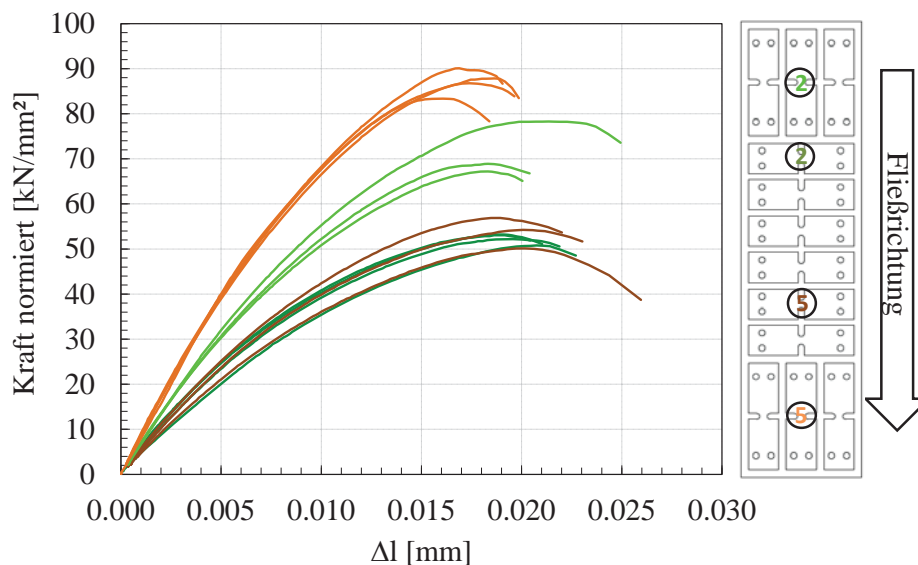


Bild 5.14: Versuchsergebnisse der Kerbzugproben an PP-GF30 bei einer Abzugsgeschwindigkeit von $V_0 = 0.01$ mm/s. Diagramm zeigt die Kraft bezogen auf den geringsten Ausgangsquerschnitt der Probe über der gemessenen Verlängerung (links). Farblich markierte Entnahmepositionen der Proben (rechts)

Bild 5.14 (links) zeigt die Ergebnisse der Kerbzugversuche mit den farblich markierten Entnahmepositionen (Bild 5.14, rechts). Wie auch im Fall der ungekehrten Flachzugversuche (Bild 5.6), ist bei den 0° -Proben eine Zunahme der Steifigkeiten und Festigkeiten mit dem Fließweg zu beobachten. Die 90° -Proben zeigen geringere Steifigkeiten und Festigkeiten als die 0° -Proben. Eine Positionsabhängigkeit der 90° -Proben ist nicht zu erkennen.

5.2.2.2 Scherzugversuche

Scherzugproben mit der Geometrie nach Bild 5.1d werden in 0° Orientierung zur Fließrichtung an unterschiedlichen Positionen der Platte nach Bild 5.16 rechts entnommen. Die Ermittlung der Messgrößen ist in Bild ?? skizziert. Die technische Scherspannung entspricht der gemessenen Kraft bezogen auf den Ausgangsquerschnitt ($3 \text{ mm} \times 2.8 \text{ mm}$) am minimalen Kerbabstand. Der aktuelle Scherwinkel γ wird über einen Messbereich von anfangs 2.5 mm an zwei Messpunkten mit Hilfe digitaler Bildkorrelation ausgewertet. Er ergibt sich aus der vertikalen Relativverschiebung Δl der zwei Messpunkte (Bild ??) geteilt durch den aktuellen horizontalen Abstand der Punkte zueinander.

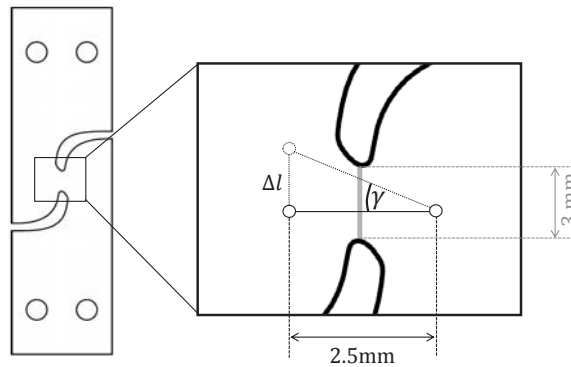


Bild 5.15: Auswertung der Scherzugversuche mit digitaler Bildkorrelation (schematische Darstellung)

Bild 5.16 links zeigt die gemessenen Verläufe der Scherspannung über dem Scherwinkel, wobei $\gamma \approx \text{Arctan}(\gamma)$ ist. Eine Abhängigkeit von der Entnahmeposition wird nicht beobachtet.

Die Auswertung der lokalen Verzerrungen mit Hilfe der digitalen Bildkorrelation in Bild 5.17 zeigt die Lokalisierung der Scherzone. Die Kontur zeigt die lokale Scherung ε_{xy} entsprechend dem angegebenen Koordinatensystem. Hierbei ist für die DIC bereits eine sehr kleine Facettengröße von 0.144 mm Kantenlänge gewählt. Aufgrund der hohen lokalen Scherdeformationen lässt sich die Lokalisierungszone bei einem Scherwinkel von $\gamma > 0.105$ nicht weiter auswerten.

5.2.2.3 Druckversuche

Druckversuche werden an kleinen Druckhantelproben (Bild 5.1e) mit unterschiedlichen Entnahmepositionen (Bild 5.18, rechts) durchgeführt. Die Proben sind aus dem mittleren Plattenbereich entnommen, wodurch der Einfluss des Fließwegs gering bleibt. Die Dehnungsmessung mit Messpunkten aus der optischen Bildkorrelation erfolgt über eine Messlänge von 5 mm , folglich $\pm 2.5 \text{ mm}$ in Belastungsrichtung von der Probenmitte aus

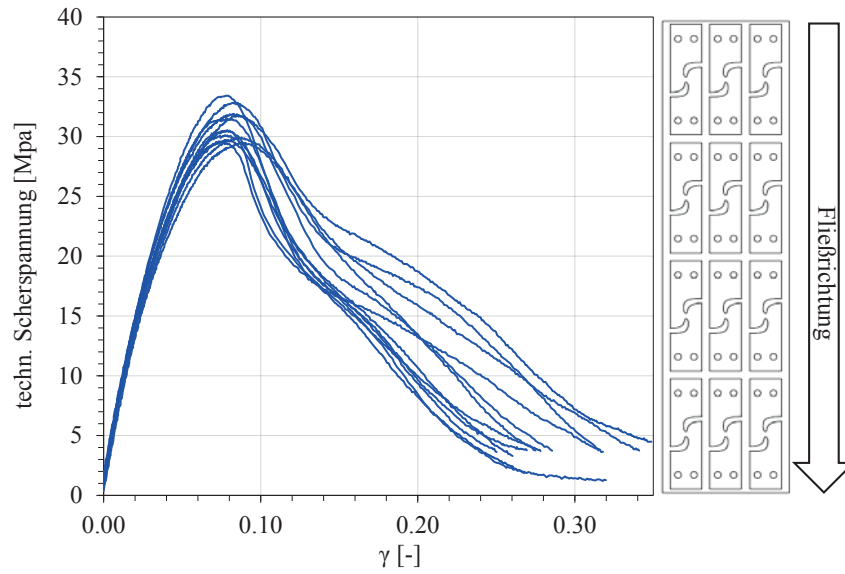


Bild 5.16: Versuchsergebnisse der Scherzugproben an PP-GF30, Abzugsgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s. Technische Scherspannung über Scherwinkel γ (links). Unterschiedliche Entnahmepositionen der Proben (rechts) ohne charakteristische Positionsabhängigkeit

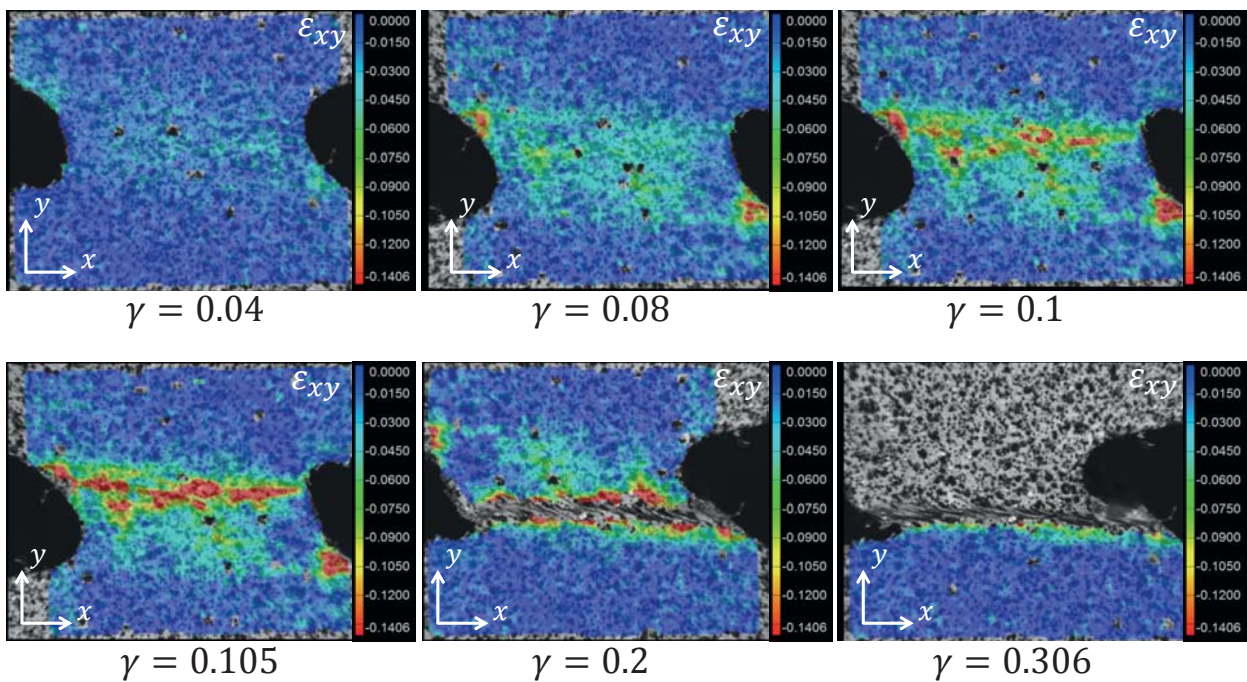


Bild 5.17: Verzerrungen auf der Scherzugprobe bei unterschiedlichen Belastungszeitpunkten, Konturplot zeigt die lokale Scherung ϵ_{xy}

gemessen. Mit zwei Kameras, in einem Winkel von 90° zueinander, werden die Versuche gefilmt und die jeweils zweidimensionalen Verzerrungsfelder der Frontansicht sowie der Seitenansicht ausgewertet. Die technische Spannung ergibt sich aus der gemessenen Kraft an der Maschine geteilt durch den kleinsten Ausgangsquerschnitt von 3 mm x 2.8 mm.

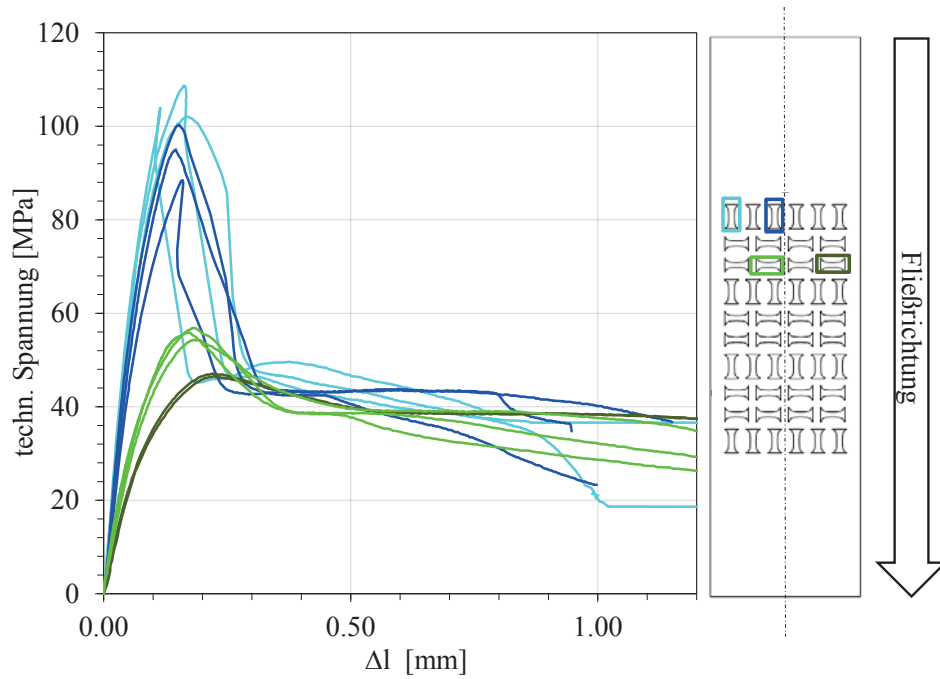


Bild 5.18: Druckversuche an PP-GF30, Testgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s. Technische Spannung über gemessener Verkürzung (links). Farblich markierte Positionen der Proben (rechts)

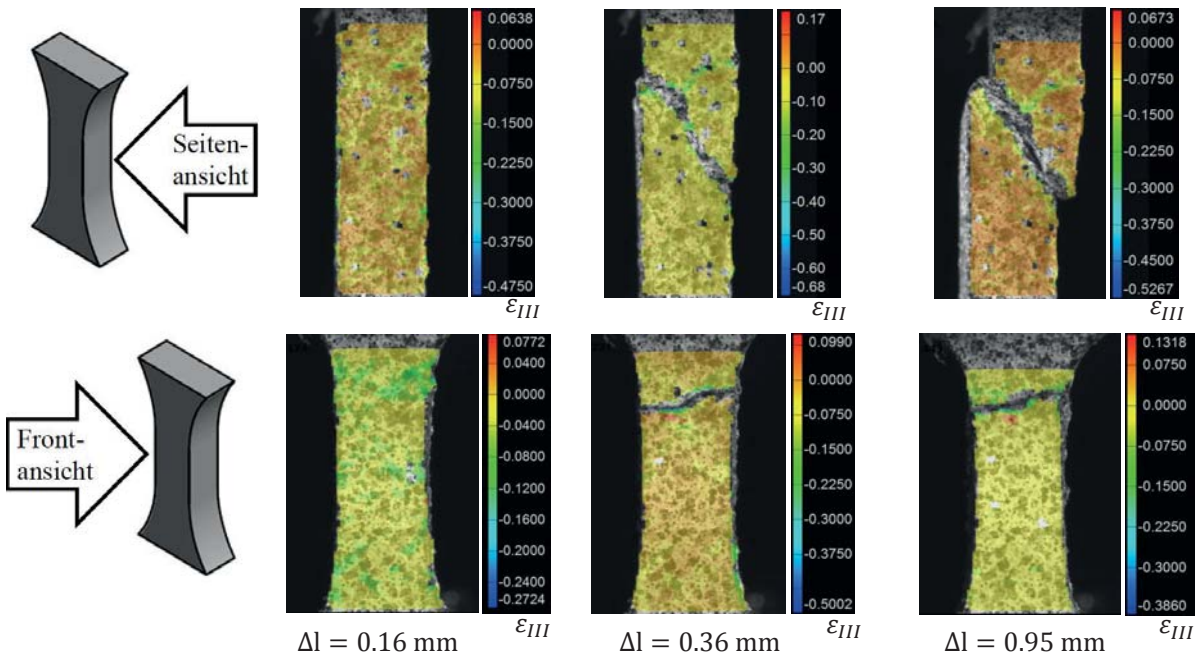


Bild 5.19: Optische Auswertung eines Druckversuchs, Probe 0° zur Fließrichtung bei drei unterschiedlichen Verformungszuständen. Konturplots zeigen die kleinste Hauptdehnung ϵ_{III} . Die Seitenansicht entspricht der gefräzten Schnittkante und zeigt das Abscheren der Probe. Die Frontansicht zeigt die Wulstbildung

An den in Bild 5.18 links dargestellten Spannungs-Verschiebungsverläufen ist, wiederum eine eindeutige Positionsabhängigkeit erkennbar, welche auf die inhomogene Mikrostruktur infolge des Fertigungsprozesses zurückzuführen ist (Kap. 4). Es sind vier charakteristische Positionen farbig markiert, deren mechanische Eigenschaften sich nicht merklich mit dem nur gering unterschiedlichen Fließweg ändern. Die Steifigkeiten und Festigkeiten der Versuche in 0° zur Fließrichtung sind am Plattenrand deutlich höher als für die Entnahmeposition in der Plattenmitte. Bei den 90° -Versuchen ist die Tendenz entsprechend umgekehrt, wodurch die Steifigkeiten und Festigkeiten für die Randpositionen größer sind als für die mittigen Positionen. Die Spannungs-Verschiebungsverläufe (Bild 5.18) sind aufgezeichnet bis die Proben durch die asymmetrische Verformung aus der Halterung kippen.

Bild 5.19 zeigt am Beispiel einer 0° -Probe die Verformungen. Die Verkürzung Δl wird an zwei Messpunkten an der Frontseite gemessen, was Aufgrund der Bildung eines Wulstes (Verformung der Probe aus der Ebene) nach Kraftmaximum fehlerbehaftet ist. Nach dem Kraftmaximum wird der Belastungszustand instabil und die Probe beginnt plötzlich in einer ausgebildeten Scherzone abzuscheren, was den schnellen Spannungsabfall und das bleibende Spannungsplateau erklärt. Das Versagensverhalten in Form von Abscheren und Wulstbildung zeigt sich bei den 0° -Proben sowie bei 90° -Proben.

5.2.2.4 Durchstoßversuche

Im Durchstoßversuch soll eine möglichst hohe Spannungsmehrachsigkeit erzeugt werden, welche mit $\sigma_{triax} \approx 2/3$ in der Regel biaxialer Zugbeanspruchung entspricht. Die Versuche werden an runden Proben mit 90 mm Durchmesser (Bild 5.1c) durchgeführt, welche an drei verschiedenen Positionen entnommen werden (Bild 5.21, rechts). Dabei wird die Probe zwischen zwei Metallplatten fixiert, die mit runden Öffnungen den Prüfbereich der Probe frei halten (Bild 5.20). Bei der unteren Halterung misst die Öffnung einen Durchmesser von 33 mm. Die obere Halterung (Matrize) hat einen Durchmesser von 27 mm. Die Probe ist rutschfest zwischen Halterung und Matrize eingespannt. Ein kugelförmiger Stempel drückt mit einer konstanten Geschwindigkeit $V_0 = 0.01\text{mm/s}$ von unten durch die runden Öffnungen und deformiert die Probe bis zum Bruch. Stempelkraft und Stempelweg werden direkt an der Maschine gemessen und sind in Bild 5.21 (links) dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen im Vergleich zu den Flachzug- und Kerbzugversuchen keine eindeutigen Positionsabhängigkeiten wie zum Beispiel eine Zunahme der Festigkeiten mit dem Fließweg. Jedoch ist sowohl angussnah als auch angussfern eine größere Streuung in den Kraftweg-Verläufen ersichtlich. Lediglich in Plattenmitte (Position 2) ist die Streuung gering.

Bild 5.22 zeigt die Dehnungslokalisierung sowie die Ausbildung des Bruchbildes bei vier verschiedenen Stempelpositionen. Das lokale Verschiebungsfeld an der Oberfläche der Probe wird mit zwei Kameras dreidimensional aufgezeichnet. Die lokale Auswertung der Deh-

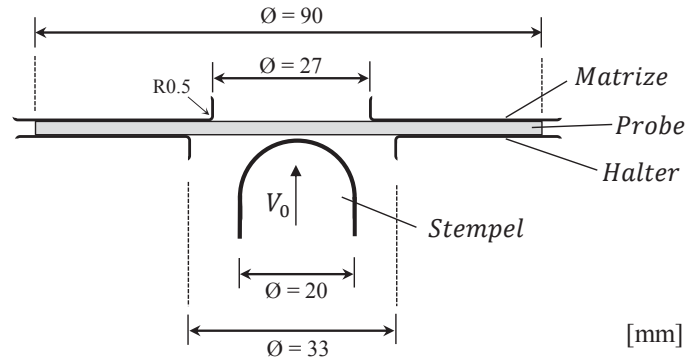


Bild 5.20: Skizze Versuchsaufbau Durchstoßversuch, Stempelgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s.

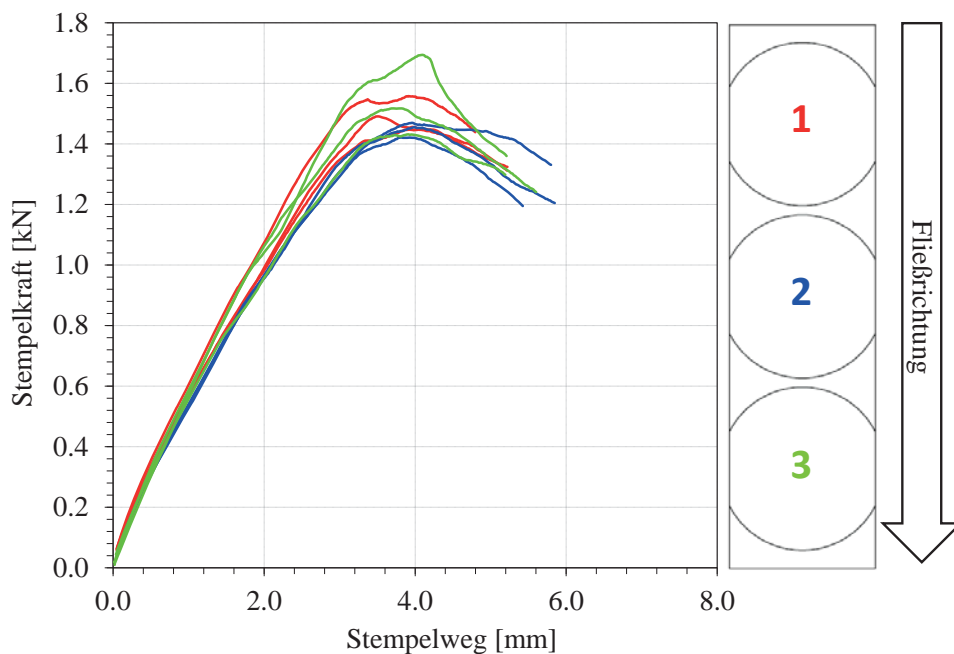


Bild 5.21: Durchstoßversuche an PP-GF30, Stempelgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s, Stempelkraft über Stempelweg (links), farblich markierte Entnahmepositionen der Proben (rechts)

nungen ist durch eine frühe visuell analysierte Rissinitiierung bereits ab einem Stempelweg >1.5 mm nicht weiter möglich. Es ist davon auszugehen, dass feine Risse bereits bei einem Stempelweg von weniger als 1.5 mm initiieren und sich mit fortschreitender Verformung zu größeren sichtbaren Rissen vereinen (Sun et al. [2016]; Schulenberg et al. [2017]).

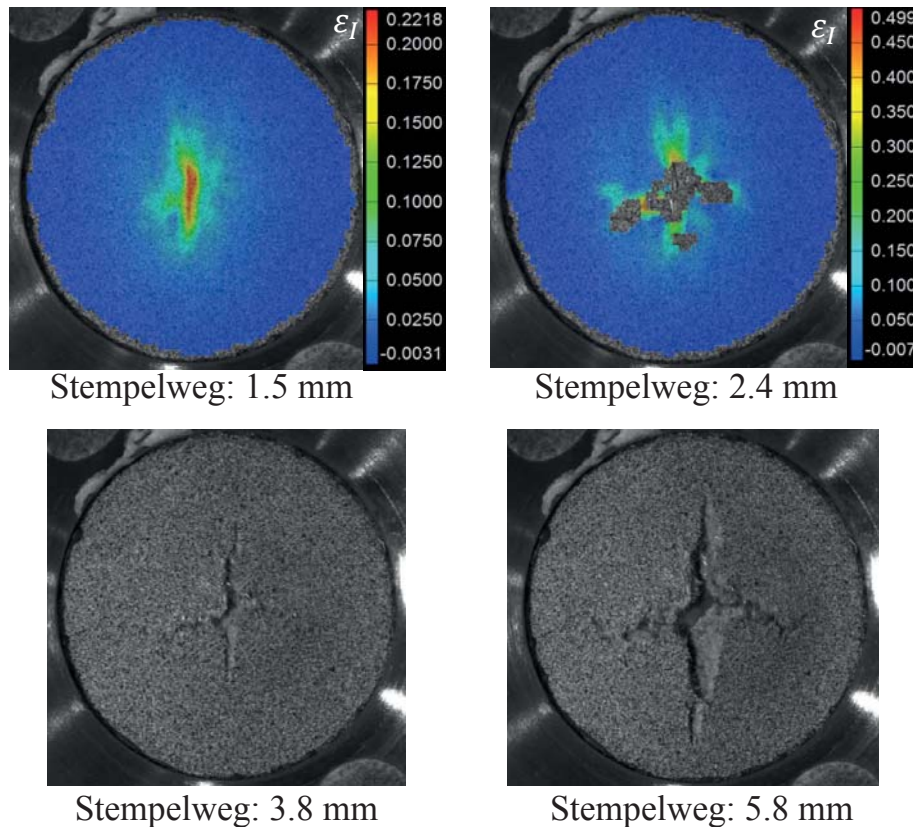


Bild 5.22: Lokale Dehnungsmessung und Bruchbild im Durchstoßversuch an PP-GF30 bei vier unterschiedlichen Stempelpositionen (Stempelgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s). Infolge einer frühen Rissinitiierung ist die Auswertung der experimentellen Dehnungsmessung schon vor Kraftmaximum bei gewählter Facettengröße von ~ 0.5 mm Kantenlänge nicht weiter möglich

5.2.2.5 Taillierte Durchstoßversuche

Der taillierte Durchstoßversuch mit der Probengeometrie nach Bild 5.1f wird im Gegensatz zum Durchstoßversuch (Abschn. 5.2.2.4) mit einem zylinderförmigen Stempel (Durchmesser 4 mm) durchgeführt und kann ebenso als eingespannter Dreipunktbiegeversuch interpretiert werden. Der Versuchsaufbau ist in Bild 5.23 skizziert. Die Abmessungen der Einspannvorrichtung von Matrize und Halterung sowie die Stempelgeschwindigkeit sind identisch zum quasi-statischen Durchstoßversuch in Abschnitt 5.2.2.4. Die gemessene Kraft an der Maschine, aufgetragen über der Stempelverschiebung, ist in Bild 5.24 (links) für die verschiedenen Entnahmepositionen dargestellt. Die Proben zeigen geringfügige Positionsabhängigkeiten, wobei die Entnahmerichtungen 0° zur Fließrichtung (Probenentnahme nach Bild 5.24 rechts, durchgezogenen Linien) eine Steifigkeits- und Festigkeitszunahme in Fließrichtung aufweisen. Die Tendenz in den 90° -Versuchen (Probenentnahme nach Bild 5.24 rechts, gestrichelte Linien) ist, dass angussnah eine höhere Steifigkeit und Festigkeiten erkennbar ist, welche zur Mitte hin (Position 2) abnimmt und angussfern (Position 3) leicht streuende Ergebnisse aufweist.

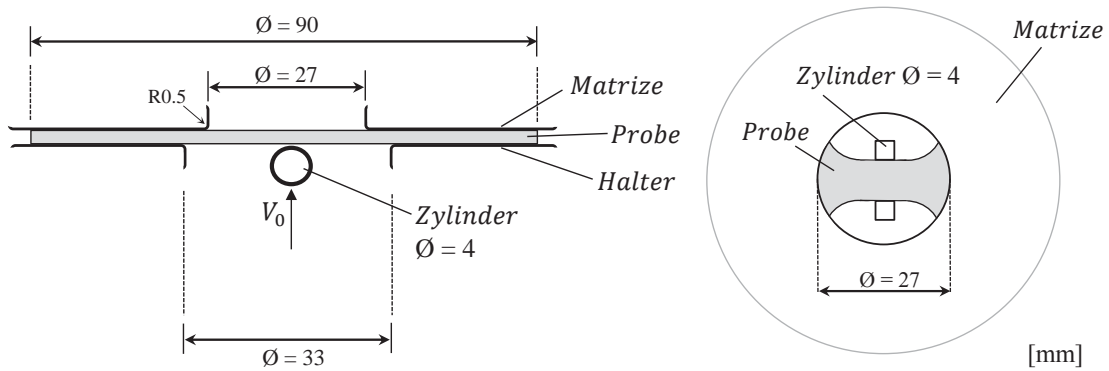


Bild 5.23: Skizze Versuchsaufbau taillierter Durchstoßversuch, Seitenansicht (links), Ansicht von oben (rechts), Stempelgeschwindigkeit $V_0 = 0.01$ mm/s.

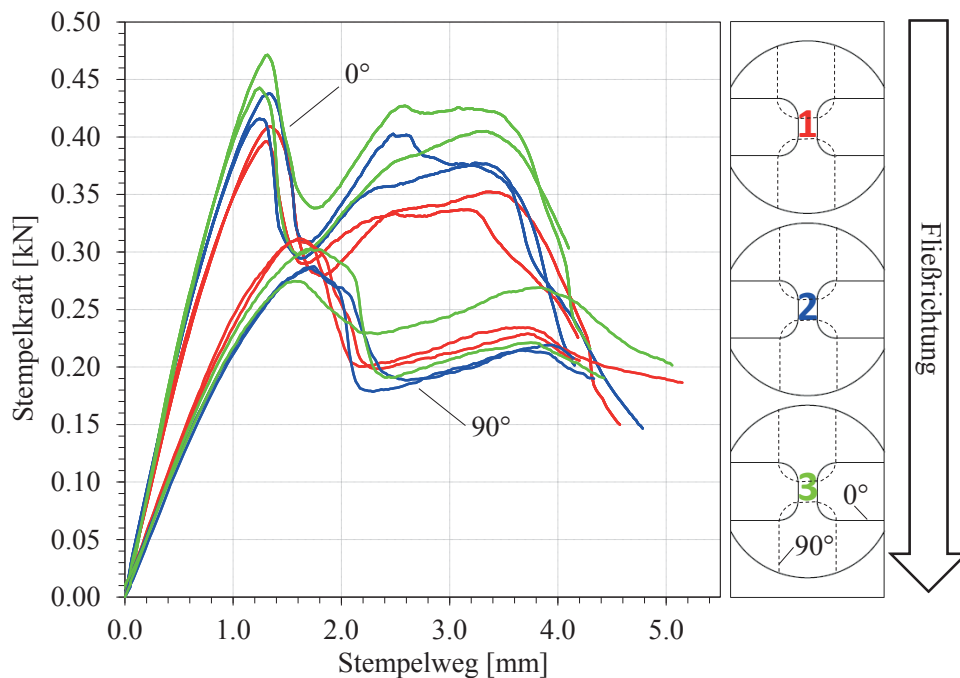


Bild 5.24: Taillierte Durchstoßversuche an PP-GF30 bei einer Stempelgeschwindigkeit von $V_0 = 0.01$ mm/s. Stempelkraft über Stempelweg (links) und farbig markierte Entnahmepositionen der Proben in 0° und 90° zur Fließrichtung (rechts)

Die Auswertungen der lokalen Dehnungsverteilung an der Oberfläche einer 0° und einer 90° Probe zeigen die Bilder 5.25 und 5.26. Die Lokalisierung der Probe wird durch die erste Hauptdehnung verdeutlicht, die an drei Positionen mit je 1 mm Abstand senkrecht zur Orientierung des Stempels im Diagramm dargestellt sind. Aufgrund der Inhomogenität des Materials werden je Position drei Messpunkte ausgewertet. Durch die Rissbildung im lokalisierten Bereich, verschwinden die Messpunkte der Bildauswertung und eine Dehnung lässt sich im Rissbereich nicht weiter auswerten. Es zeigt sich im 90° -Versuch (Bild 5.26) eine höhere lokale Dehnung als im 0° -Versuch (Bild 5.25).

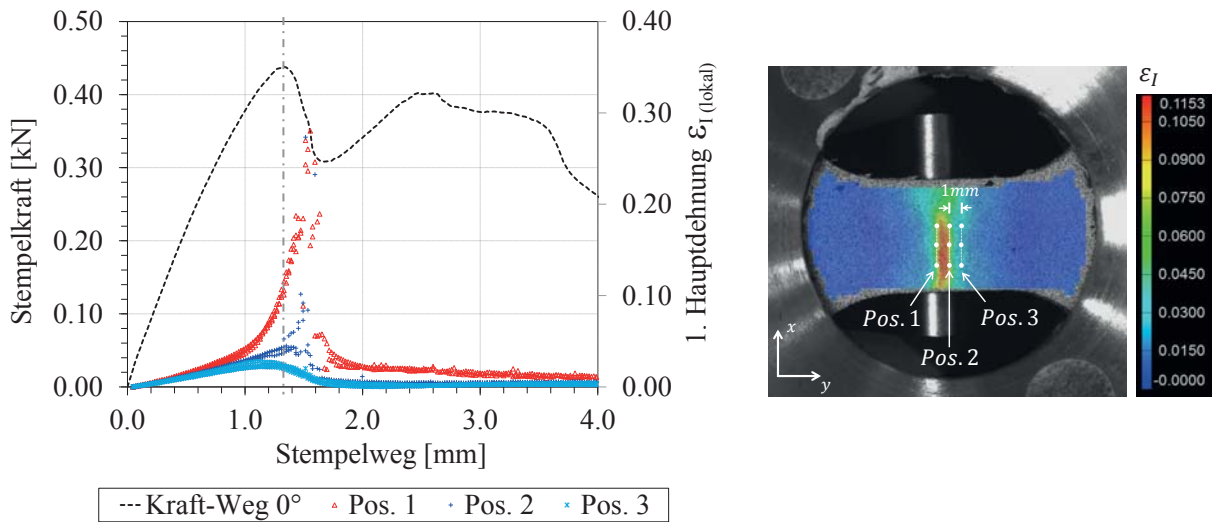


Bild 5.25: Kraft-Weg-Verlauf und lokale Auswertung der Dehnungen an drei Positionen eines taillierten Durchstoßversuchs, 0°-Probe (links). Dehnungsfeld bei Kraftmaximum und gekennzeichnete Positionen der lokalen Dehnungsauswertung (rechts)

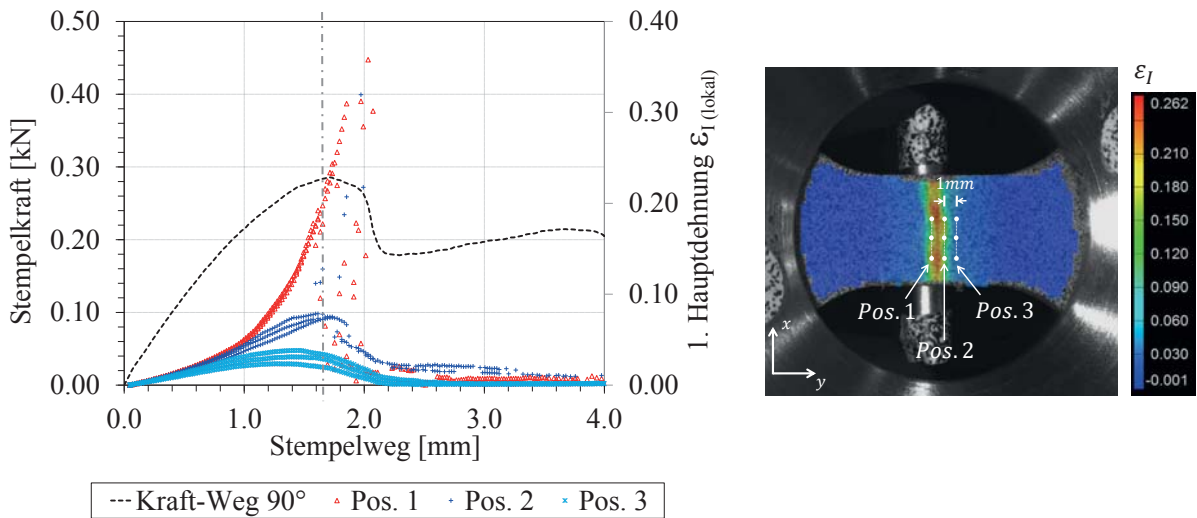


Bild 5.26: Kraft-Weg-Verlauf und lokale Auswertung der Dehnungen an drei Positionen eines taillierten Durchstoßversuchs, 90°-Probe (links). Dehnungsfeld bei Kraftmaximum und gekennzeichnete Positionen der lokalen Dehnungsauswertung (rechts)

Die Bruchbilder der Proben nach dem Versuch (Bild 5.27) zeigen, von der Stempeldrückseite aus betrachtet, unterschiedliche Versagensformen in Abhängigkeit von der Entnahmerichtung. Bei der 0°-Probe sind drei deutliche Risse zu erkennen, hingegen weist die 90°-Probe nur unter dem Stempel (mittig) einen eindeutigen Riss auf. An den Rändern sind lediglich Mikrorisse im Matrixmaterial sichtbar.



Bild 5.27: Unterschiedliche Bruchbilder der Proben im taillierten Durchstoßversuch an PP-GF30 von der Stempelindrückseite aus betrachtet, 0°-Probe (links) und 90°-Probe (rechts)

5.3 Dynamische Materialcharakterisierung

In der dynamischen Materialcharakterisierung wird ausschließlich der Werkstoff PP-GF30 untersucht. Die Auswertungen der dynamischen Versuche basieren auf den Festlegungen der FAT-Richtlinie für dynamische Werkstoffkennwerte nach Böhme et al. [2007] sowie der Norm für Zugversuche an Kunststoffen (DIN EN ISO 527-1) und werden an einer Schnellzerreißmaschine (SZM) durchgeführt. Abgesehen von der Belastungsgeschwindigkeit ist bei der in diesem Abschnitt behandelten dynamischen Charakterisierung die gleiche Versuchsanordnung wie in Abschnitt 5.2 gewählt. Die quasi-statischen Ergebnisse werden in den entsprechenden Experimenten erneut dargestellt. Das Versuchsprogramm der dynamischen Flachzugversuche umfasst Proben, entnommen in zwei Orientierungen zur Fließrichtung (0°, 90°), die bei drei weiteren Dehnraten geprüft werden (s. Abschn. 5.3.1). Das dynamische Materialverhalten bei unterschiedlichen Spannungsmehrachsigkeiten wird an Scherzug-, Kerbzug- und Durchstoßversuchen in Abschnitt 5.3.2 untersucht. Es wird ebenfalls bei drei weitere Belastungsgeschwindigkeiten geprüft. Für den taillierten Durchstoßversuch sowie den Druckversuch wird keine dynamische Charakterisierungen vorgenommen. Die angelegten Abzugsgeschwindigkeiten und ermittelten Dehnraten werden in den entsprechenden Abschnitten der verschiedenen Versuchstypen genannt. Aufgrund von Schwingungen infolge der dynamischen Belastungen wird bei allen Versuchen die Darstellung mittels Polynomfit-Kurven $f(\varepsilon_{tech})$ vom Typ

$$f(\varepsilon_{tech}) = \sum_{i=1}^n a_i \varepsilon_{tech}^i \quad (5.5)$$

eingeführt. Der Grad n des Polynoms variiert von $n = 2$ in den Flachzugversuchen bis $n = 6$ in den Scherzug- und Durchstoßversuchen. Die Koeffizienten a_i werden mit der Fehlerquadratmethode (z.B. Bronstein et al. [2005]) bestimmt. Die Darstellung der Versuchsergebnisse mit Hilfe von Polynomfitkurven wird in Kapitel 7 weiter verwendet.

5.3.1 Dynamische Flachzugversuche

Bei den Flachzugversuchen ergeben sich aus den angelegte Abzugsgeschwindigkeiten V_0 die nominellen Dehnraten durch

$$\dot{\epsilon}_{nom} = \frac{V_0}{l_c}, \quad (5.6)$$

wobei $l_c = 14$ mm die Länge des Prüfbereichs ist (Bild 5.1a). Über die Einspannvorrichtung der Probe sowie den Probenschenkeln treten Verluste hinsichtlich der angelegte Abzugsgeschwindigkeit auf (Böhme et al. [2007]). Im Messbereich l_0 , lässt sich analog zur technischen Dehnung (5.1) eine charakteristische Dehnrate definiert durch

$$\dot{\epsilon}_{char} = \frac{V'_0}{l_0} \quad (5.7)$$

auswerten. Hierbei ist V'_0 die gemessene Prüfgeschwindigkeit und entspricht der zeitlichen Änderung der Verlängerung Δl im Messbereich l_0 über der Versuchszeit. Die charakteristische Dehnrate $\dot{\epsilon}_{char}$ ist geringer als die nominelle $\dot{\epsilon}_{nom}$. Zudem variiert die charakteristische Dehnrate über der Versuchszeit. Im Bereich von 0.2 % plastischer Dehnung ($R_{p0,2}$) bis zur Dehnung bei Spannungsmaximum wird daher die charakteristische Dehnrate gemittelt (Bild 5.28). Der Schnittpunkt der $R_{p0,2}$ -Geraden mit der Abszisse dient hierbei als robuster unterer Dehnungsgrenzwert für die Dehnratenmittelung im Messbereich.

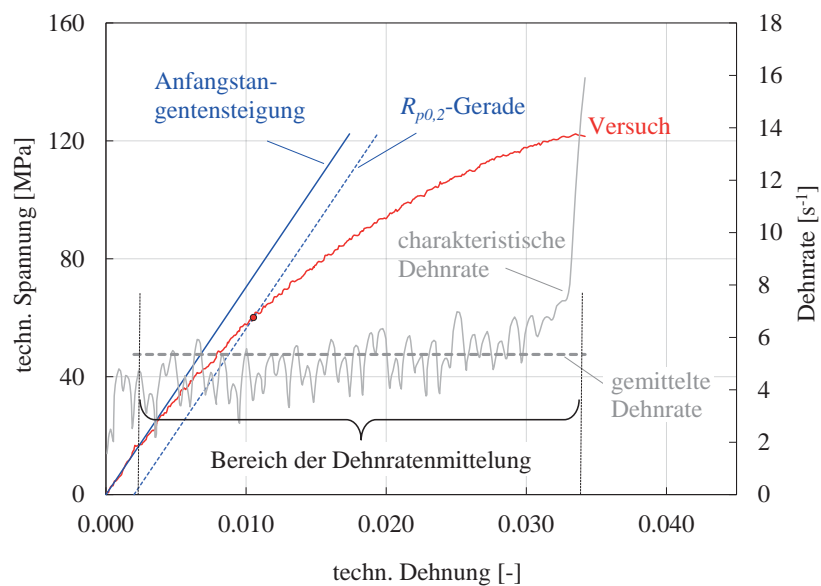


Bild 5.28: Auswertung der mittleren charakteristischen Dehnrate im Flachzugversuch

Es werden Versuche bei vier unterschiedlichen Dehnraten durchgeführt. In Tabelle 5.1 sind die Abzugsgeschwindigkeiten V_0 , die nominellen Dehnraten $\dot{\epsilon}_{nom}$ sowie die charakteristischen mittleren Dehnraten $\dot{\epsilon}_{char}$ der Flachzugversuche dargestellt.

Tabelle 5.1: Abzugsgeschwindigkeiten V_0 , nominelle Dehnraten $\dot{\epsilon}_{nom}$ und mittlere charakteristische Dehnraten $\dot{\epsilon}_{char}$ aller Flachzugversuche

V_0 [m/s]	$\dot{\epsilon}_{nom}$ [1/s]	$\dot{\epsilon}_{char}$ [1/s]
$1.0 \cdot 10^{-5}$	$7.1 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$
$1.4 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-1}$	$4.2 \cdot 10^{-2}$
$7.0 \cdot 10^{-2}$	$5.0 \cdot 10^0$	$4.8 \cdot 10^0$
$2.8 \cdot 10^0$	$2.0 \cdot 10^2$	$1.3 \cdot 10^2$

Durch die schlagartige Krafteinleitung im dynamischen Versuch bei hoher Dehnrates werden die Proben und Teile des Prüfsystems zu Schwingungen angeregt, die sich durch Oszillationen im Kraftsignal und damit in der Spannungs-Dehnungskurve zeigen. Gut auswertbare Kraftsignale mit geringen Störungen durch systembedingte Schwingungen lassen sich mit speziellen schwingungsarmen Kraftmessgliedern erreichen, die möglichst nahe an dem Prüfteil der Probe appliziert sein müssen und im vorliegenden Fall an der Einspannung platziert sind. Zur genauen Versuchsanordnung und Kalibrierung der Versuchseinrichtung sei auf Böhme und Hug [2002] und Böhme et al. [2007] verwiesen. Die Auswertung der technischen Dehnung erfolgt ausschließlich mittels Messpunkten aus digitaler Bildkorrelation (s. Abschn. 5.1). Das Kraft- wie auch das Wegsignal ist am Beispiel eines Zugversuchs mit einer Dehnrates von $\dot{\epsilon}_{nom} = 5 \text{ s}^{-1}$ in Bild 5.29 dargestellt. Die grauen senkrecht gestrichelten Markierungen kennzeichnen den Zeitbereich der Probenbelastung, in dem eine Abtastrate von mindestens 1000 Datenpunkte gewählt ist. Der letzte aus den Hochgeschwindigkeits-Videoaufnahmen ermittelte Wegmesspunkt vor Bruch dient als obere Zeitgrenze der Auswertung.

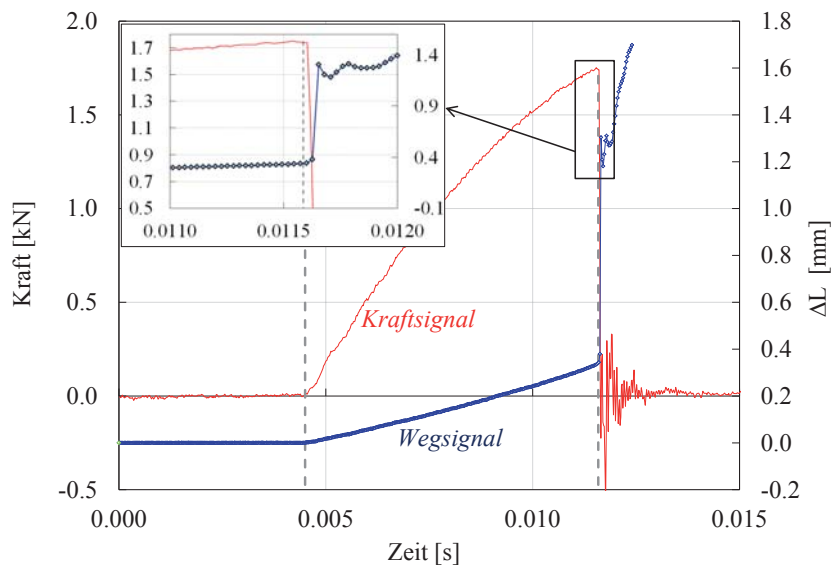


Bild 5.29: Auswertebereich des Kraft- und Wegsignals im dynamischen Flachzugversuch mit markiertem Zeitbereich der Probenbelastung

In den Bildern 5.30 und 5.31 sind die gemessenen Spannungs-Dehnungskurven der 0°- und 90°-Versuche dargestellt. Bei den dynamischen 0°-Versuchen wurden nur die Positionen 1,3,4 und 6 nach Bild 5.6 getestet. Die Positionen 2 und 5 der quasi-statischen 0°-Versuche sind somit nicht dargestellt. Die Diagramme verdeutlichen mittels Polynomfit-Kurven über alle getesteten Positionen einer Dehnrates die Tendenz der Dehnratenabhängigkeit (gestrichelte Linien). Die Positionsabhängigkeiten sind demnach herausgemittelt. Die Fehlerbalken zeigen die Standardabweichung mit der Annahme einer Normalverteilung in der Versuchsstreuung und verdeutlichen somit die Streubreite der Messwerte um den Mittelwert bei einer Dehnrates. Demnach sind $\pm 34\%$ der Messwerte im Fehlerbalkenintervall um den Mittelwert enthalten. Im letzten Punkt der Polynomfit-Kurven ist die Standardabweichung der Bruchspannung sowie der Bruchdehnung ε_b dargestellt. Da in den 0°-Versuchen der Dehnrates $\dot{\varepsilon}_{nom} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ nur zwei gültige sehr ähnliche Versuchsergebnisse vorliegen, ist der Fehlerbalken (Versuchsstreuung) klein. Bei den 90°-Versuchen (Bild 5.31) ist die Position 6 (vgl. Bild 5.7) in den Polynomfit-Kurven nicht berücksichtigt. Die Faserorientierungsverteilung zeigt besonders am Ende des Fließwegs der spritzgegossenen Platten große Abweichungen und ist nicht mit den anderen 90° Positionen vergleichbar. Dieser deutliche Randeffect würde in der Mittelung das Ergebnis verfälschen.

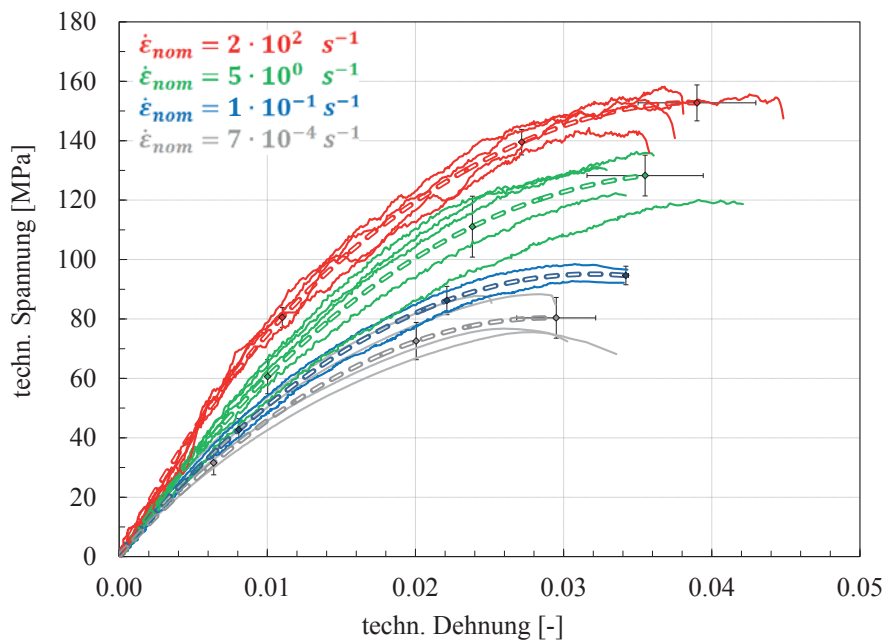


Bild 5.30: Gemessene Spannungs-Dehnungskurven (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken), Flachzugversuche an 0°-Proben, vier verschiedene Dehnrates (farbig markiert) (PP-GF30)

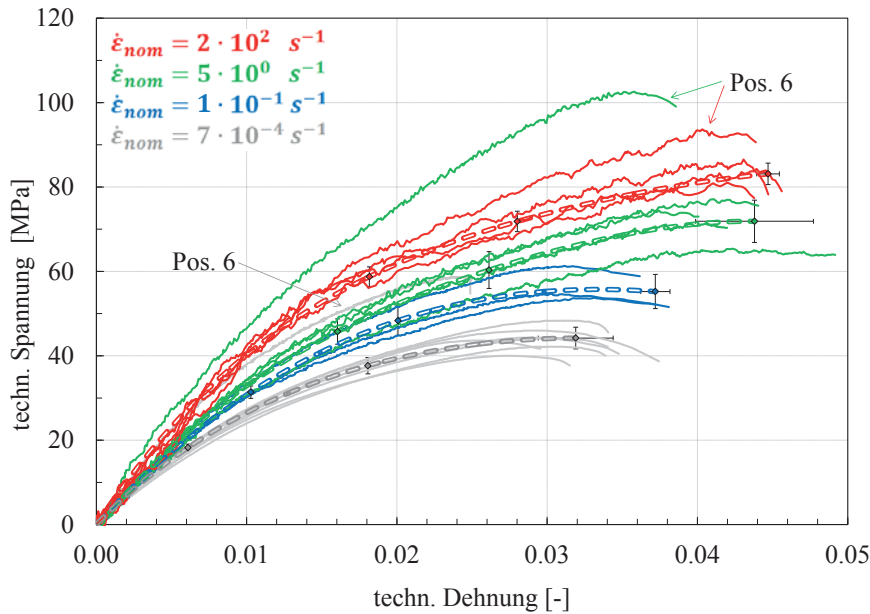


Bild 5.31: Gemessene Spannungs-Dehnungskurven (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken), Flachzugversuche an 90° -Proben, vier verschiedene Dehnraten (farbig markiert) (PP-GF30)

Kenngrößen der experimentellen Flachzugversuche sind die Anfangstangentensteigung, die Maximalspannung bzw. Zugfestigkeit R_m und die Bruchdehnung ϵ_b . In den Bildern 5.32, 5.33 und 5.34 sind die Kenngrößen über der charakteristischen Dehnrates logarithmisch aufgetragen. Trendlinien verdeutlichen die Tendenzen. Die Anfangstangentensteigung und die Bruchdehnung ist bei den 0° -Proben nicht nur höher als bei den 90° -Proben, sie nimmt zudem stärker mit der Dehnrates zu (Bild 5.32 und 5.33). Die Bruchdehnung (Bild 5.34) ist bei den 90° -Proben geringfügig größer. Die Zunahme der Bruchdehnung mit der Dehnrates ist für beide Entnahmerichtungen vergleichbar.

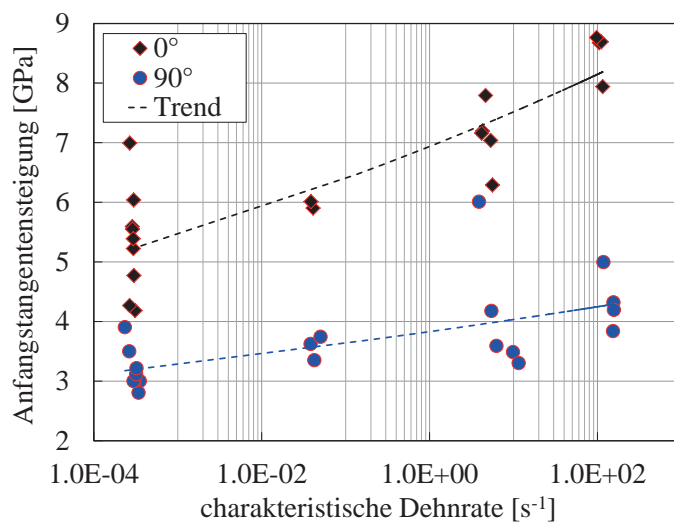


Bild 5.32: Dehnratesabhängige Anfangstangentensteigung in den Zugversuchen 0° und 90° zur Fließrichtung (PP-GF30)

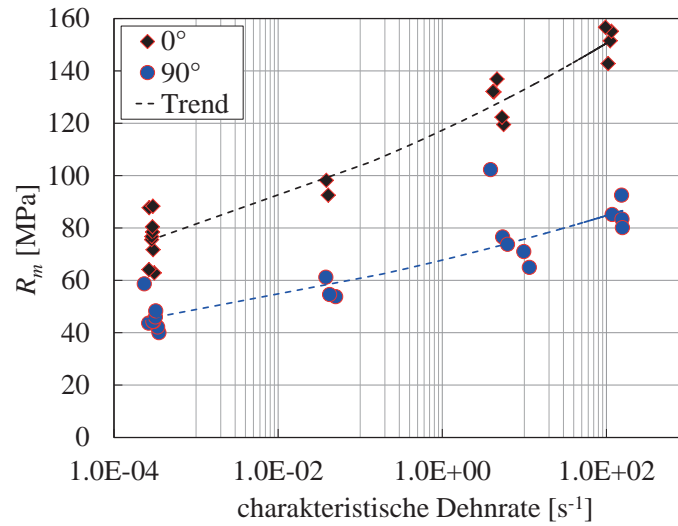


Bild 5.33: Dehnratenabhängige Zugfestigkeit R_m in den Zugversuchen 0° und 90° zur Fließrichtung (PP-GF30)

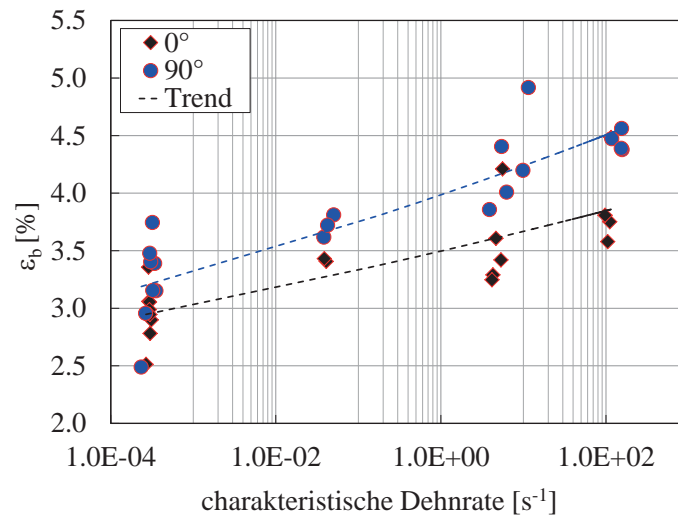


Bild 5.34: Dehnratenabhängige Bruchdehnung ϵ_b in den Zugversuchen 0° und 90° zur Fließrichtung (PP-GF30)

5.3.2 Dynamische Versuche bei unterschiedlichen Spannungszuständen

5.3.2.1 Dynamische Kerbzugversuche

An der SZM werden die Abzugsgeschwindigkeiten der Kerbzugversuche mit $V_0 = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$, $2.8 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$, $7.0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ und $2.8 \cdot 10^0 \text{ m/s}$ vorgegeben. Da beim Kerbzugversuch kein uniaxialer Spannungszugzustand vorhanden ist, lässt sich eine charakteristische Dehnrates, wie in Abschnitt 5.3.1, nicht mehr experimentell ermitteln. Die Bilder 5.35 und 5.36 zeigen die gemessenen Kraft-Wegverläufe der Versuche in 0° und 90° zur Fließrichtung.

Die Polynomfit-Kurven repräsentieren, wie bereits in Abschnitt 5.3.1 erläutert, die Mittelwerte einer Versuchsserie bei gleicher Dehnrates, wobei jeweils mindestens drei Experimente vorliegen. Es sind die entsprechenden Standardabweichungen der normierten Kraft in Form von Fehlerbalken dargestellt, sowie am Ende eines Polynomfits die Standardabweichungen der Bruchverlängerung und der normierten Kraft bei Bruch.

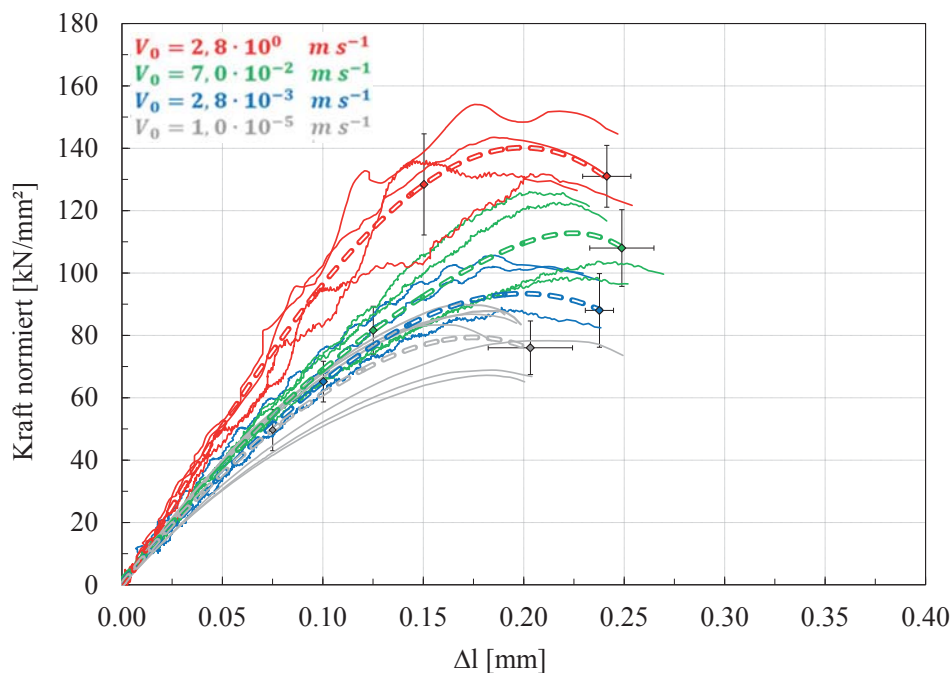


Bild 5.35: Gemessene Kraft-Wegverläufe (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken), Kerbzugversuche an 0° -Proben, vier verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten (farbig markiert) (PP-GF30)

Die Versuche zeigen eine starke Streuung. Dennoch ist mit zunehmender Dehnrates bei beiden Orientierung eine Zunahme der Kraft sowie der Bruchverlängerungen zu beobachten. Letzteres zeigt sich in den 90° -Versuchen besonders deutlich. Die Anfangstangentensteigung der Kurven ändert sich bei den 90° -Kerbzugversuchen nicht merklich.

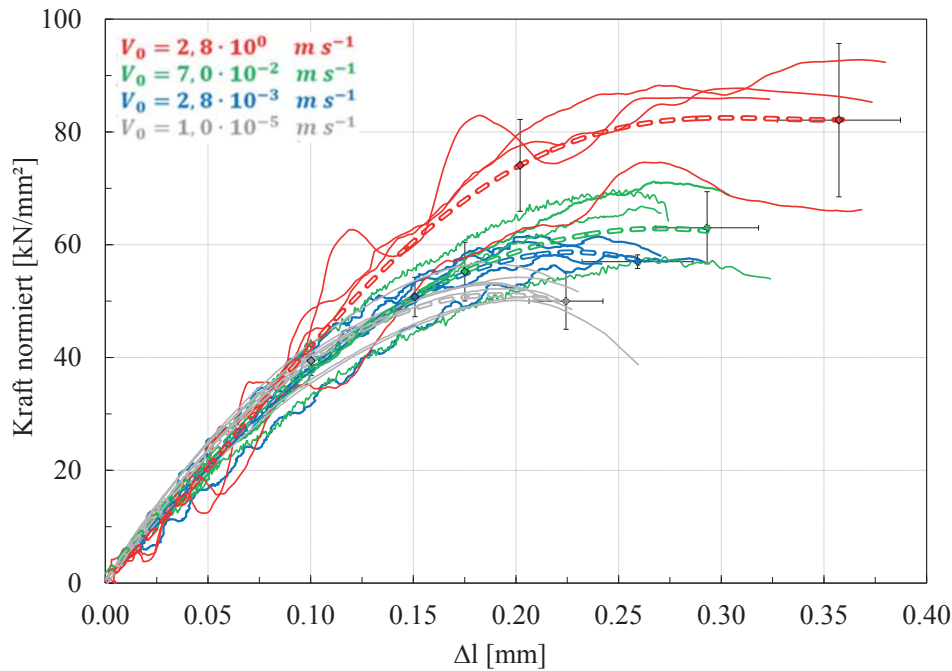


Bild 5.36: Gemessene Kraft-Wegverläufe (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken), Kerbzugversuche an 90°-Proben, vier verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten (farbig markiert) (PP-GF30)

5.3.2.2 Dynamische Scherzugversuche

In den dynamischen Scherzugversuchen ergeben sich, mit der Auswertung der Scherwinkel γ nach Bild ?? und den an der SZM vorgegeben Belastungsgeschwindigkeiten, die nominellen und charakteristischen technischen Scherdehnraten nach Tabelle 5.2. Dabei berechnet sich die nominelle technische Scherdehnrates $\dot{\gamma}_{nom}$ aus der vorgegebenen Geschwindigkeit an der Prüfmaschine geteilt durch den Messabstand von 2,5 mm (vgl. Bild ??). Die mittlere charakteristische technische Scherdehnrates hingegen ist eine im Versuch gemessenen Größe und entspricht der ersten Zeitableitung des Scherwinkels γ (vgl. Abschn. 5.2.2.2). Sie wird über den Bereich von $\gamma > 0.006$ bis zum gemessenen Kraftmaximum gemittelt. In diesem Bereich zeigt die charakteristische technische Scherdehnrates für die verschie-

Tabelle 5.2: Abzugsgeschwindigkeiten V_0 , nominellen Scherdehnrates $\dot{\gamma}_{nom}$ und mittlere charakteristische Scherdehnrates $\dot{\gamma}_{char}$ aller Scherzugversuche

V_0 [m/s]	$\dot{\gamma}_{nom}$ [1/s]	$\dot{\gamma}_{char}$ [1/s]
$1.0 \cdot 10^{-5}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$
$1.5 \cdot 10^{-3}$	$6.0 \cdot 10^{-1}$	$2.3 \cdot 10^{-1}$
$3.0 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^1$	$4.2 \cdot 10^0$
$3.0 \cdot 10^{-1}$	$1.2 \cdot 10^2$	$3.8 \cdot 10^1$

denen Belastungsgeschwindigkeiten nur geringe Änderungen. Nach dem Kraftmaximum steigt aufgrund der Lokalisierung in der Scherzone in allen Versuchen die charakteristische technische Scherdehnrate an.

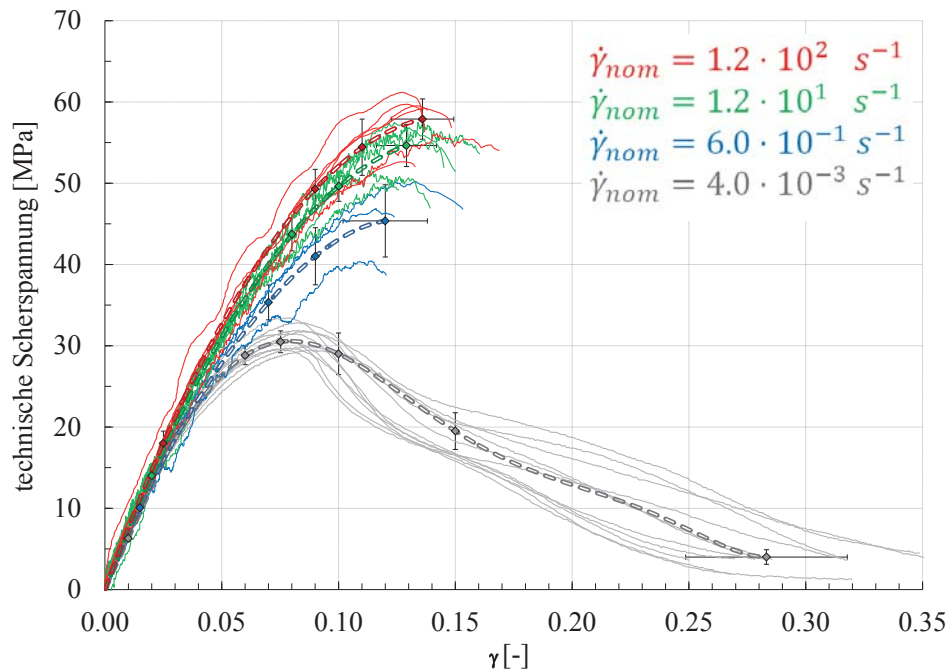


Bild 5.37: Scherversuche bei vier verschiedenen Scherdehnraten (farbig markiert) mit gemessener technischer Scherspannung über dem Scherwinkel γ (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken) (PP-GF30)

Die Auswertung der technischen Scherspannung über dem Scherwinkel ist für alle Belastungsgeschwindigkeiten in Bild 5.37 gezeigt. Polynomfit-Kurven repräsentieren den Mittelwert der Versuchsergebnisse und Fehlerbalken verdeutlichen die Standardabweichung der Scherspannung an den entsprechenden Punkten. Im letzten Punkt wird die Streuung

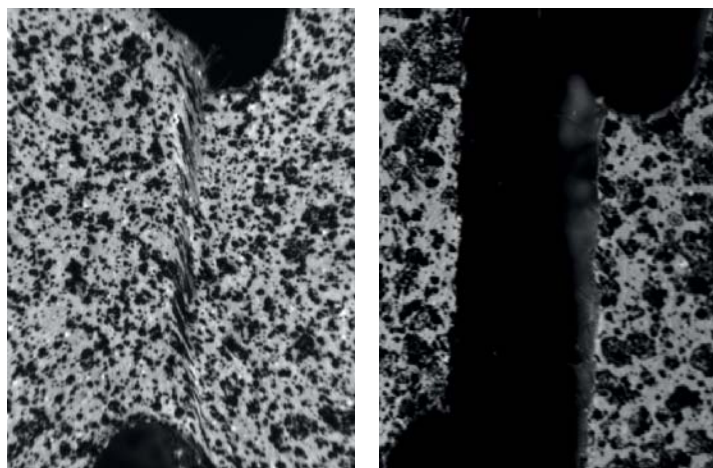


Bild 5.38: Unterschiedliche Versagensmoden in den Scherzugversuchen: Quasi-statischer Lastfall ($\dot{\gamma}_{nom} = 4.0 \cdot 10^{-3}$) bei einem Scherwinkel von ca. $\gamma = 0.2$ (links), dynamischer Lastfall ($\dot{\gamma}_{nom} = 1.2 \cdot 10^2$) kurz nach Kraftmaximum (rechts)

der Scherspannung sowie des Scherwinkels bei Versagen mit horizontalen und vertikalen Fehlerbalken verdeutlicht.

Es werden zwei grundsätzlich verschiedene Versagensmoden analysiert. Im quasi-statischen Fall (graue Kurven in Bild 5.37) bildet sich eine lokale Scherzone aus, die sich mit kontinuierlich abnehmender Tragfähigkeit sukzessive weiter verformt, ohne dass Versagen eintritt. In allen dynamischen Lastfällen zeigt sich spröderes Versagen. Kurz nach dem Kraftmaximum versagen die Proben im Scherbereich. Bild 5.38 zeigt die zwei Versagensmoden mit dem quasistatischen Lastfall (links) und dem dynamischen Lastfall (rechts). Im quasistatischen Lastfall ist die lokale Scherzone zu erkennen. Im dynamischen Lastfall sieht man die durchtrennte Probe mit zwei Probenhälften. Nahe der Bruchfläche werden keine großen lokalen Deformationen analysiert.

5.3.2.3 Dynamische Durchstoßversuche

Durchstoßversuche nach Abschnitt 5.2.2.4 bei $V_0 = 0,01 \text{ mm s}^{-1}$ werden in diesem Abschnitt mit den zusätzlichen Belastungsgeschwindigkeiten von $V_0 = 2,8 \text{ mm s}^{-1}$, 70 mm s^{-1} und 1400 mm s^{-1} durchgeführt. Die gemessene Stempelkraft über dem Stempelweg aller Versuche ist in Bild 5.39 dargestellt. Die unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten

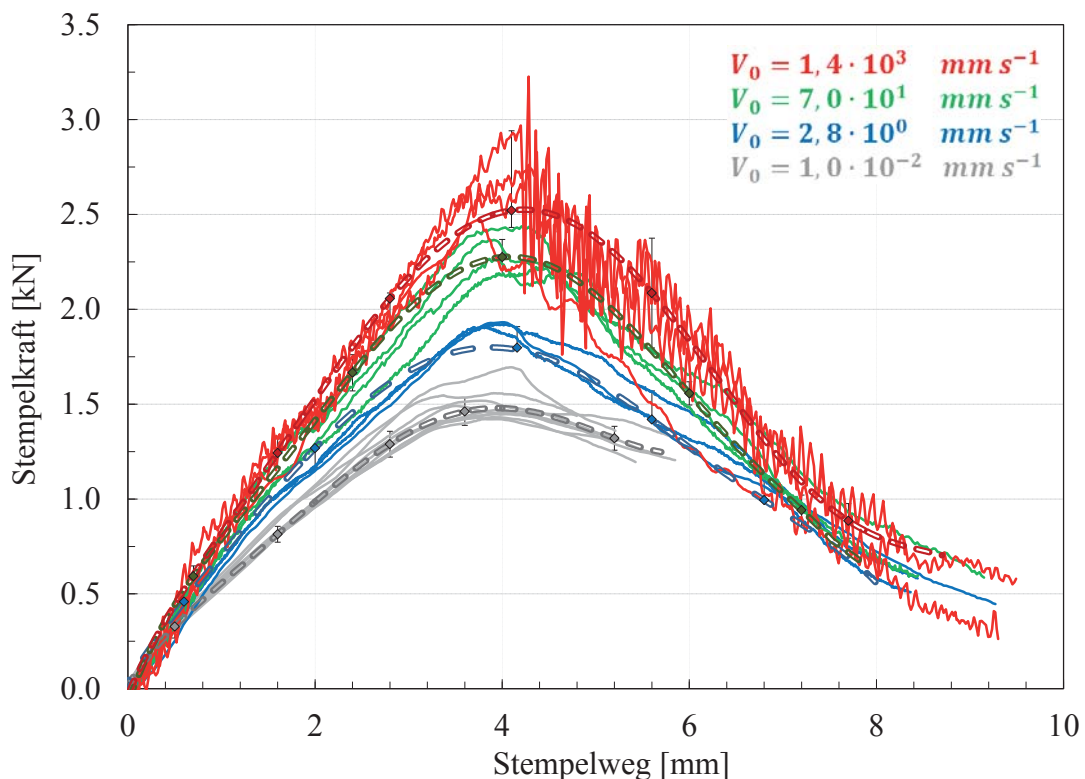


Bild 5.39: Dynamische Durchstoßversuche bei vier verschiedenen Belastungsgeschwindigkeit (farbig markiert) mit gemessener Stempelkraft über Stempelweg (dünne durchgezogene Linien) und Polynomfit-Kurven (dicke gestrichelte Linien mit Fehlerbalken) (PP-GF30)

sind farbig markiert. Während die quasi-statischen Versuche nur bis zum Werkstoffversagen (Stempelweg ≈ 5.8 mm) durchgeführt werden (vgl. Bild 5.22), ist es für die an der SZM durchgeführten dynamischen Versuche technisch nicht möglich den Stempel bei hoher Geschwindigkeit anzuhalten. Die dynamischen Versuche präsentieren demnach im weiteren Verlauf (Stempelweg > 5.8 mm) lediglich das fortschreitende Risswachstum, was nicht im Fokus der Untersuchung steht. Mit zunehmender Belastungsgeschwindigkeit verlaufen die Kraft-Wegkurven zunehmend spitzer im Kraftmaximum. Die Polynomfit-Kurven repräsentieren für die hohen Dehnraten den Verlauf nicht mehr korrekt im Mittel, zeigen jedoch nach wie vor deutlich die repräsentative Tendenz der Versuchskurven mit der ansteigenden Stempelkraft. Die Standardabweichung an den entsprechenden Punkten gibt die Streuung um den Mittelwert der Messergebnisse an. Entsprechend sind die Fehlerbalken nach oben bzw. unten zu den Polynomfit-Kurven verschoben.

Mit zunehmender Prüfgeschwindigkeit werden deutlich steigende maximale Kräfte erreicht. Der Stempelweg bei Maximalkraft ändert sich jedoch nicht signifikant mit der Prüfgeschwindigkeit. Nach dem Kraftmaximum fallen die Kurven der schnellen Versuche im Vergleich zu den niedrigeren Prüfgeschwindigkeiten stärker ab.

5.4 Fraktographieuntersuchungen

Die Bruchflächen der geprüften Flachzugproben lassen sich bereits mit geringer Vergrößerung am Stereomikroskop analysieren. Bild 5.40 zeigt die Bruchfläche einer Flachzugprobe entnommen in 0° zur Fließrichtung und bei Raumtemperatur geprüft. Der Lagenaufbau der Fasern mit Hauptschicht (Faser in Fließrichtung) und Mittelschicht (Fasern senkrecht zur Fließrichtung) wird auch hier deutlich. Die herausstehenden Fasern senkrecht zur Bildebene lassen sich nur schwer erkennen. Es werden Lunker im Bereich der Mittelschicht sichtbar, die mit beispielhaft mit roten Pfeilen gekennzeichnet sind.

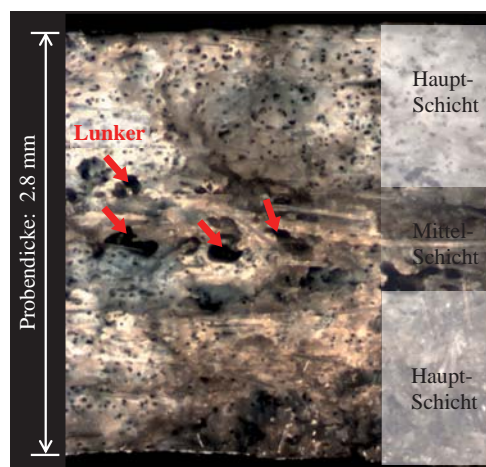


Bild 5.40: Bruchfläche einer Flachzugprobe in 0° Orientierung zur Fließrichtung geprüft bei Raumtemperatur unter dem Stereo-Lichtmikroskop (PP-GF30)

Im Rasterelektronenmikroskop (REM) lassen sich im Vergleich zum Stereomikroskop die Fasern gut identifizieren. Charakteristische Versagensbilder zeigen die Aufnahmen in Bild 5.41. Die Versagensarten Faserbruch und Faser-Pull-Out können eindeutig analysiert werden. Bei letzterem werden teilweise die Fasern nicht glatt aus der Matrix gezogen, sodass Material an den Fasern hängen bleibt, was bei größerer Auflösung in Bild 5.41 (rechts) zu sehen ist.

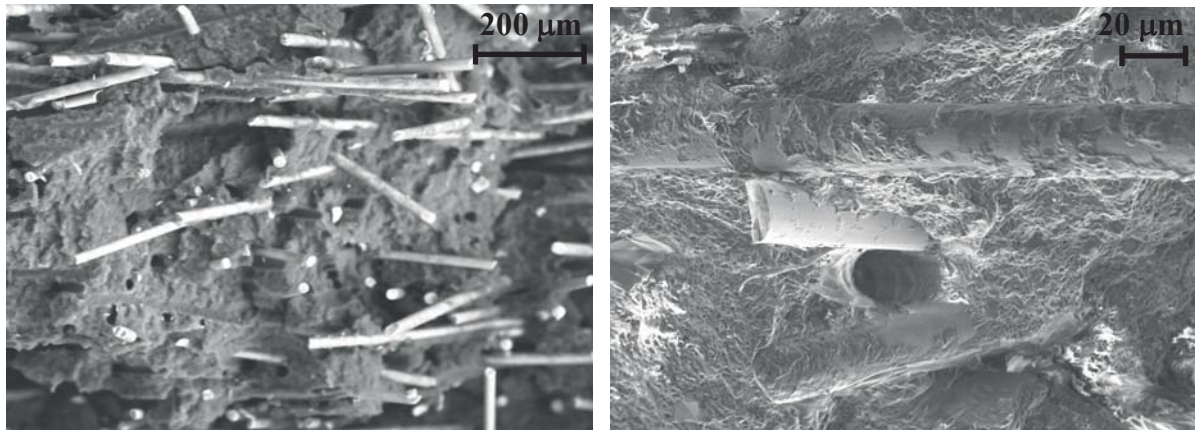


Bild 5.41: Detailaufnahmen der Bruchflächen im Flachzugversuch bei Raumtemperatur (PP-GF30)

Die Bruchflächen in Bild 5.42 zeigen die Charakteristika unter quasi-statischer Belastung bei -35°C und $+85^{\circ}\text{C}$. Bei -35°C (Bild 5.42, links) zeigt das Matrixmaterial eine schuppige Bruchfläche, was auf ein sprödes Werkstoffverhalten hindeutet. An den herausgezogenen Fasern bleiben, ähnlich wie bei Raumtemperatur, wenig Matrixreste hängen. Die kurzen herausstehenden Fasern lassen auf ein vermehrtes Faserbruchversagen schließen. Im Gegensatz dazu hat der LFT-Werkstoff bei $+85^{\circ}\text{C}$ ein sehr duktileres Verhalten (Bild 5.42, rechts). Die Matrix zeigt bei hohen Temperaturen eine fibrillenartige Struktur im Versagensbild.

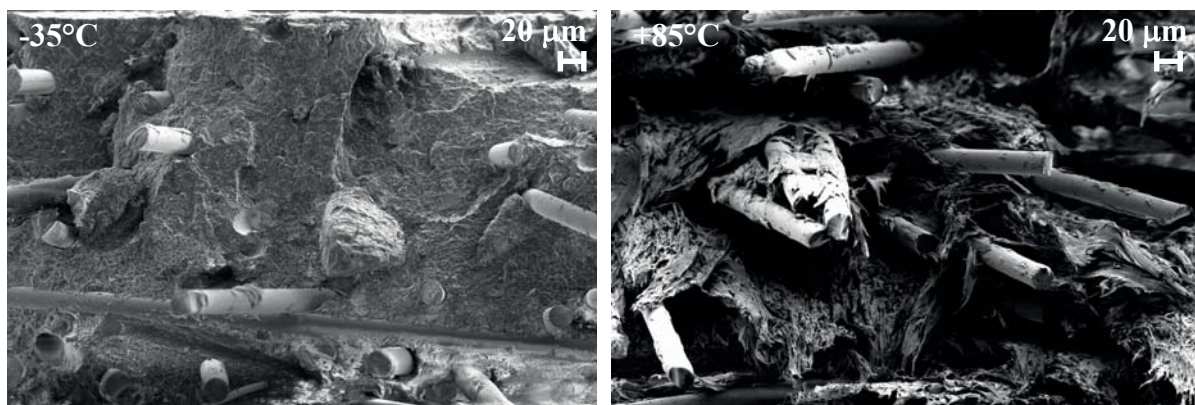


Bild 5.42: Detailaufnahmen der Bruchflächen in Flachzugversuchen bei -35°C (links) und $+85^{\circ}\text{C}$ (rechts) (PP-GF30)

In Bild 5.43 werden am Beispiels des Kerbzugversuchs die Bruchflächen bei zwei Belastungsgeschwindigkeiten verglichen. Während in Bild 5.43 (links) die Probe mit $V_0 = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ belastet wurde und die Bruchflächen keine signifikanten Unterschiede zur

Flachzugprobe in Bild 5.41 zeigt, ist in Bild 5.43 (rechts), in der eine Kerbzugprobe mit $V_0 = 2.8 \cdot 10^0$ m/s belastet wurde, eine leicht fibrilläre Struktur im Matrixmaterial zu erkennen. Es ist anzunehmen, dass im dynamischen Versuch adiabatische Effekte mit einer Temperaturerhöhung vorliegen, wodurch sich das Matrixmaterial lokal stärker verformt als im quasi-statischen Lastfall.

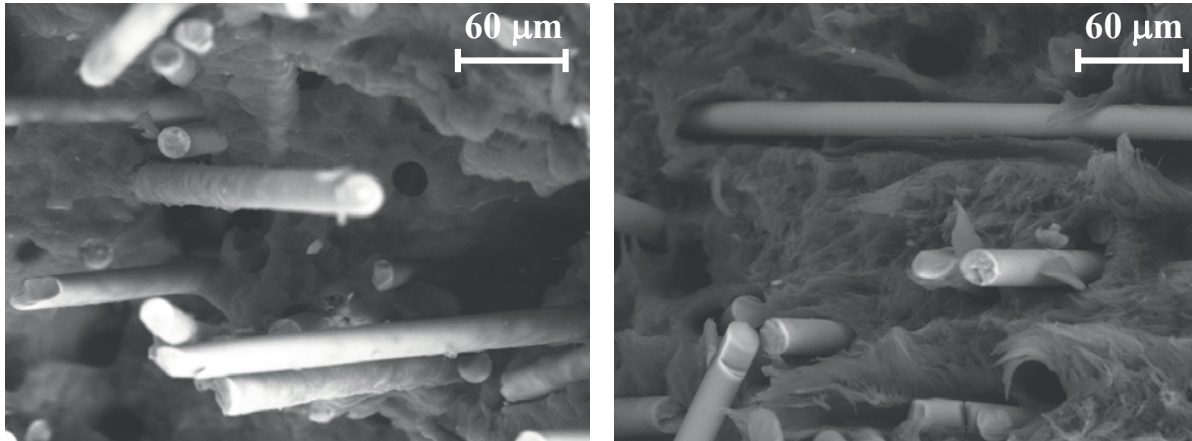


Bild 5.43: Detailaufnahmen der Bruchflächen in Kerbzugversuchen bei quasi-statischer (links) und dynamischer Belastungsgeschwindigkeit (rechts) (PP-GF30)

Der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit im Scherzugversuch ist in Bild 5.44 erkennbar. Wie in Abschnitt 5.3.2.2 erläutert, unterscheiden sich die großen Verformungen im quasi-statischen Lastfall von den deutlich geringeren in den dynamischen Lastfällen. Bild 5.44 (links) zeigt die verschmierte Fläche der lokalen Scherzone bei quasi-statischer Belastung. Bei dynamischer Belastung hingegen scheint das Matrixmaterial deutlich weniger zu deformieren. Die Versagensfläche ist nicht mehr glatt verschmiert, sondern faserig und zerrupft (Bild 5.44, rechts).

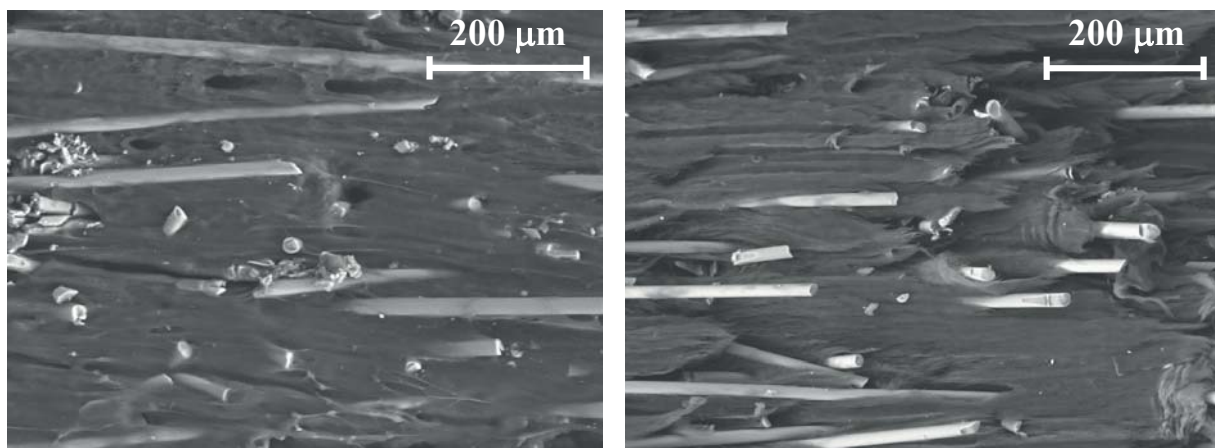


Bild 5.44: Detailaufnahmen der Bruchflächen in Scherzugversuchen bei quasi-statischer $\dot{\gamma}_{char} = 3.3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (links) und dynamischer Dehnrates $\dot{\gamma}_{char} = 3.8 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$ (rechts) (PP-GF30)

Es ist anzumerken, dass die Bruchflächenanalysen lediglich Hinweise auf die wirkenden Mechanismen bei unterschiedlichen Randbedingungen geben. Es kann immer nur das Re-

sultat nach dem Probenversagen betrachtet werden. Daher ist es schwer Rückschlüsse auf den Mechanismus zur Versagensinitiierung zu schließen.

5.5 Zusammenfassung und Interpretation der experimentellen Ergebnisse

Bei den quasi-statischen Versuchen konnten Korrelationen zwischen dem mechanischen Verhalten und der Mikrostruktur analysiert werden. In der 2.8 mm dicken Platte aus PP-GF30 hat die FOV den größten Anteil an Fasern in Fließrichtung, was zu höheren Steifigkeiten und Festigkeiten in den entsprechenden 0° orientierten Proben, verglichen mit den 90°-Proben führt. Die positionsabhängigen Zugversuche zeigen am Plattenrand stets höhere Steifigkeiten und Festigkeiten. Eine Korrelation zur FOV ist hier ersichtlich. Mit dem Fließweg nimmt die Steifigkeit und Festigkeit zu, was mit dem zunehmenden Faservolumengehalt korreliert. Der Einfluss des Fasergehalts ist zusätzlich an Platten aus PP-GF20 und PP-GF40 mit 20 Gew.-% und 40 Gew.-% Fasern untersucht worden und zeigt die gleichen Tendenzen.

Es wurden starke Temperaturabhängigkeiten des Werkstoffs mit hohen Steifigkeiten und Festigkeiten bei -35°C und geringen bei +85°C analysiert. Die Bruchdehnung des Werkstoffs vergrößert sich bei Versuchen mit erhöhter Temperatur erheblich.

Die Bruchdehnungen variieren in den Flachzugversuchen zwischen den verschiedenen Entnahmerichtungen nur geringfügig, was bedeutet, dass die über der gesamten Plattendicke betrachtete FOV nur einen geringen Einfluss auf die Bruchdehnungen hat (Bild 5.5). Im Folgenden wird daher ein isotropes Versagensmodell verwendet. Ein anisotropes Versagen, wie es bei faserverstärkten Kunststoffen zu erwarten wäre, wird erst bei Versuchen an einer herausgearbeiteten Einzelschicht mit einer homogenen FOV deutlich (Bild 5.13). In der Anwendung ist jedoch nur die volle Probendicke relevant. Die Ermittlung lokaler Versagensdehnungen bei unterschiedlichen Belastungszuständen mit Hilfe digitaler Bildkorrelationsverfahren ist nur in wenigen Versuchen möglich. Sprödes Versagen in dem Flachzugversuchen und große lokale Deformationen, wie im Scherzug- oder Durchstoßversuch, erschweren die experimentelle Ermittlung. Im taillierten Durchstoßversuch lassen sich die lokalen Dehnungen an der Probenoberfläche auswerten. Es zeigt sich im 90° Lastfall eine höhere lokale Dehnung vor Rissinitiierung als im 0° Lastfall.

Be- und Entlastungsversuche veranschaulichen deutlich das viskoelastische Verhalten des Materials, was sich ebenso in den dynamischen Flachzugversuchen bei höheren Dehnraten durch unterschiedliche Anfangstangentensteigungen bemerkbar macht. Dieser Effekt ist jedoch im 90°-Kerbzugversuch sowie im Scherzugversuch nur gering ausgeprägt. Die Versagensdehnungen nehmen in allen Versuchen mit der Dehnraten zu. In der Gegenüberstellung der Bruchbilder lassen sich Korrelationen zwischen Temperatur- und Dehnrateneinfluss ziehen. Es ist zu vermuten, dass eine adiabatische Erwärmung für die Zunahme

der Bruchdehnung mit der Dehnrates verantwortlich ist. Der quasi-statische Scherzugversuch zeigt eine grundlegend andere Versagenscharakteristik als die dynamischen Scherzugversuche. Fraktographieuntersuchungen an den Scherflächen zeigen im quasistatischen Lastfall hohe Matrixdeformationen. Geringere Versagensdehnungen bei erhöhter Belastungsgeschwindigkeit ist ein zu erwartendes Verhalten des unverstärkten PP-Werkstoffs (Dasari und Misra [2003]).

Eine Korrelation der Bruchdehnung zur Faserlängenverteilung in der Platte ist mit dem durchgeführten experimentellen Befund nicht möglich.

6 Ein kontinuumsmechanisches Materialmodell für LFT

Zur Beschreibung makroskopischen Verhaltens des untersuchten LFT-Werkstoffs wurde auf der Basis des experimentellen Befunds (Kap. 5) ein visko-elastoplastisches Materialmodell entwickelt. Ausgehend von der Homogenisierung der elastischen Eigenschaften, erläutert in Abschnitt 6.1, wird das Modell in Abschnitt 6.2 zur Abbildung von nichtlinearem Verhalten im Sinne von Plastizität erweitert. Die Beschreibung von dehnratenabhängigem Verhalten ist in Abschnitt 6.3 beschrieben, und ein Ansatz zur Modellierung des Schädigungsverhalten in Abschnitt 6.4 entwickelt. Anisotrope Eigenschaften infolge der FOV sind in allen Teilmaterialmodellen berücksichtigt. Lediglich das Schädigungsverhalten ist mit einem quasi-isotropen Ansatz formuliert.

Während das elastische Teilmodell durch die Homogenisierung nur die Mikrostrukturinformationen benötigt, sind in den Teilmodellen zur Beschreibung der Plastizität, der Viskoelastizität und der Schädigung neue phänomenologische Parameter eingeführt. Der Vorteil an der Kombination eines analytischen Ansatzes mit phänomenologischen Ansätzen liegt in der schnellen numerischen Berechnung mittels expliziter FEM und der dennoch mikromechanisch basierten Beschreibung des Verbundmaterialverhaltens.

Das visko-elastoplastische Materialmodell ist in Bild 6.1 schematisch in einer 1D-Darstellung skizziert. Es besteht aus drei elastoplastischen Teilmodellen symbolisiert durch Feder- und Reibelement und drei viskoelastischen Teilmodellen symbolisiert durch Feder- und Dämpferelement. Für jedes der Teilmodelle lässt sich der Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D} in einen elastischen Anteil \mathbf{D}^{el} und einen plastischen \mathbf{D}^{pl} bzw. viskosen Anteil \mathbf{D}^{vi} additiv aufspalten:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{el} + \mathbf{D}^{pl} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}^{el} + \mathbf{D}^{vi}. \quad (6.1)$$

Die effektive Spannung $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, hier in Form der Jaumann'schen Spannungsrate $\overset{\nabla}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}$, berechnet sich aus der Addition der einzelnen Teilspannungen aus dem elastoplastischen Teilmodell (Abschn. 6.2) und dem viskoelastischen Teilmodell (Abschn. 6.3). Mit dem in Abschnitt 6.4 erläuterten *Damage-Effect-Tensor* \mathbb{M} ergibt sich die Beziehung zwischen der Jaumann'schen Spannungsrate und dem Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D} zu

$$\overset{\nabla}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} = \mathbb{M}^{-1} : \left[\underbrace{a_1 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_1^{pl}) + a_2 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_2^{pl}) + a_3 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_3^{pl})}_{\text{elastoplastisches Teilmodell}} + \underbrace{w_0 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_0^{vi}) + w_1 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_1^{vi}) + w_2 \bar{\mathbb{C}}^* : (\mathbf{D} - \mathbf{D}_2^{vi})}_{\text{viskoelastisches Teilmodell}} \right]. \quad (6.2)$$

Wie in den folgenden Abschnitten noch genauer erläutert, sind die skalaren Größen a_1, a_2, a_3 im elastoplastischen Teilmodell die Eigenwerte des Faserorientierungstensors zweiter Stufe. Es sind demnach Informationen der lokalen Mikrostruktur. Im viskoelastischen Teilmodell sind die Skalare w_0, w_1, w_2 dagegen phänomenologische Parameter zur

Abbildung der Dehnratenabhängigkeit. Auf die Approximation des effektiven Steifigkeitstensors $\bar{\mathbb{C}}^*$ wird in Abschnitt 6.1 eingegangen.

Das Materialmodell ist über eine Benutzerschnittstelle als *User defined Material Routine* (UMAT) in das kommerzielle FEM-Programm LS-DYNA [2014] implementiert.

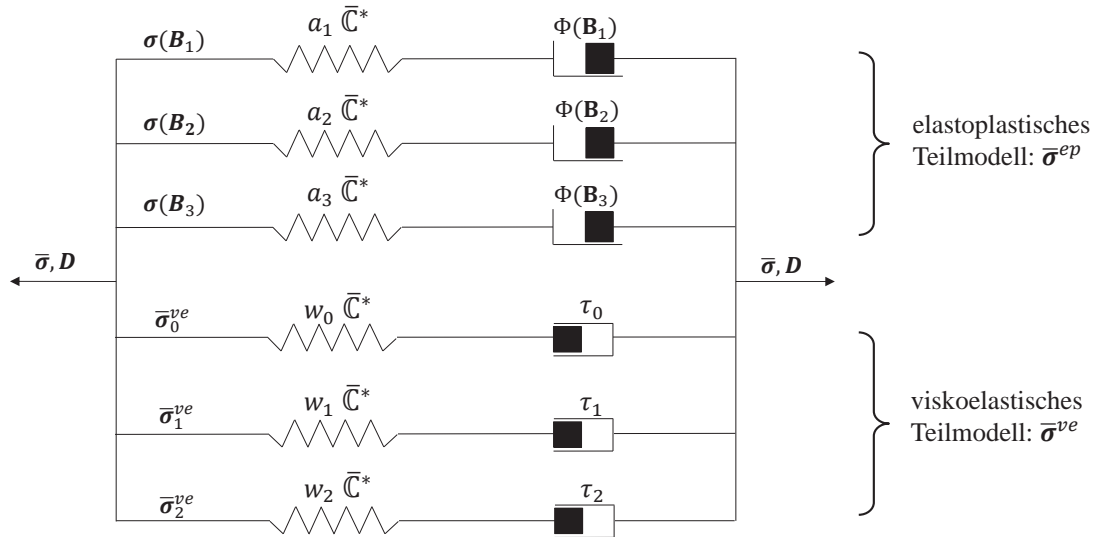


Bild 6.1: Schematische 1D-Darstellung des rheologischen visko-elastoplastischen Modells. Parallelschaltung von drei transversalisotropen elastoplastischen Teilmodellen mit unterschiedlichen Orientierungen entsprechend der FOV und weiteren drei viskoelastischen Teilmodellen (anisotrope Maxwell-Elemente)

6.1 Approximation effektiver linear elastischer Steifigkeiten

Der ortsabhängige Steifigkeitstensor wird in zwei Schritten approximiert. Zuerst wird mit Hilfe der Methode nach Mori und Tanaka [1973] ein transversalisotroper Steifigkeitstensor $\mathbb{C}^* = \mathbb{C}^{*MT}$ nach Gl. (3.116) bestimmt. Dabei werden die, als isotrop angenommenen,

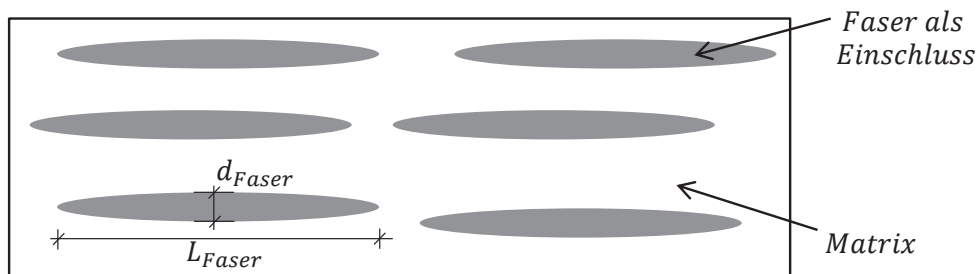


Bild 6.2: Approximation der Fasern als äquidistante langgestreckte Ellipsoide, eingebettet im Matrixmaterial

elastischen Steifigkeitstensoren der Fasern \mathbb{C}^f und der Matrix \mathbb{C}^m benötigt, die nach Gl. (3.32) durch die Poisson-Zahl ν^f bzw. ν^m und den E-Modul E^f bzw. E^m definiert sind. Der Eshelby-Tensor \mathbb{E} (siehe Abschn. 3.3.2) approximiert die Geometrie der Fasern als langgestreckte Ellipsoide eingebettet in der Matrix (Bild 6.2) durch das Aspektverhältnis r mit

$$r = \frac{L_{Faser}}{d_{Faser}}. \quad (6.3)$$

Die Faserlängenverteilung wird für die Approximation der elastischen Kennwerte nicht weiter berücksichtigt, worauf in Abschnitt 7.1.1 noch eingegangen wird. In einem zweiten Approximationsschritt wird \mathbb{C}^* mit Gl. (3.122) nach Advani und Tucker [1987] unter Verwendung des Faserorientierungstensor \mathbf{A} aus der Formfüllsimulation entsprechend der Faserorientierungsverteilung gemittelt, wodurch sich $\bar{\mathbb{C}}^*$ ergibt. Zur Approximation des dabei notwendigen vierstufigen Faserorientierungstensors \mathbf{A} wird die hybride Schließbedingung nach Gl. (3.126) verwendet.

6.2 Elastoplastisches Teilmaterialmodell

Plastizität wird aus Effizienzgründen von der linear elastischen Homogenisierung entkoppelt und phänomenologisch beschrieben. Dazu wird das transversalisotrope Fließkriterium nach Hill (3.51) verwendet. In einer rheologischen Verschaltung von drei Plastizitätsmodellen, gekennzeichnet durch die Reibelemente in Bild 6.3, repräsentiert jede Einheit des Netzwerks eine andere Richtung der Anisotropie, die durch die drei Hauptrichtungen des Faserorientierungstensors zweiter Stufe \mathbf{A} gegeben sind. Mit dem gewichteten Mittelwert der Spannungen aus den drei elastoplastischen Teilmodellen und unter Verwendung der Eigenwerte (a_1, a_2, a_3) des Faserorientierungstensors als Wichtungskoeffizienten wird ein orientierungsgemitteltel elastoplastisches Materialmodell eingeführt.

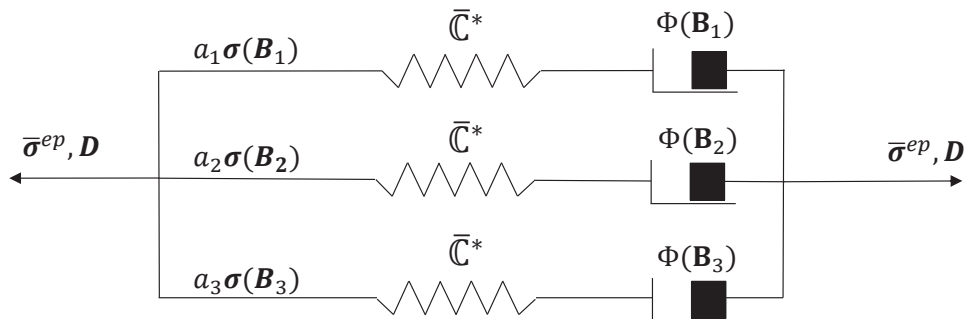


Bild 6.3: Schematische 1D-Darstellung des rheologischen elastoplastischen Modells. Parallelschaltung von drei transversalisotropen elastoplastischen Teilmodellen mit unterschiedlichen Orientierungen entsprechend der FOV

Für dieses vereinfachte Mittelungsverfahren zur Berücksichtigung beliebiger FOV im Plastizitätsmodell sind die Hauptfaserorientierungen durch die Eigenvektoren \mathbf{e}_i^* des Faserorientierungstensors \mathbf{A} mit

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \sum_{i=1}^3 a_i \mathbf{e}_i^* \otimes \mathbf{e}_i^*, \quad (6.4)$$

gegeben. Die Einheitsvektoren \mathbf{e}_i beziehen sich dabei auf das globale Koordinatensystem. Die Werte a_i ($\sum_{i=1}^3 a_i = 1$; $a_i \in [0, 1]$) sind die Eigenwerte, welche die Faserorientierungsverteilung in den drei Hauptrichtungen \mathbf{e}_i^* beschreiben. Es werden drei Fließkriterien $\Phi_{Hill} = \Phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}_i)$ nach Gl. (3.56) entsprechend dem rheologischen Modell (Bild 6.3) mit den drei Orientierungstensenoren $\mathbf{B}_i = \mathbf{e}_i^* \otimes \mathbf{e}_i^*$ definiert. Das transversalisotrope Fließkriterium Φ_{Hill} , welches für eine unidirektionale Faserorientierungsverteilung anwendbar ist, ist von den Parametern F , G und L abhängig, die den Grad der Anisotropie beschreiben. Die richtungsabhängigen Fließspannungen $\sigma_{F,11}, \sigma_{F,22}, \sigma_{F,12}$ werden in Abhängigkeit einer Gesamtließspannung σ_F durch

$$\begin{aligned} \sigma_{F,11} &= \frac{\sigma_F}{\sqrt{2F}}, \\ \sigma_{F,22} &= \sigma_{F,33} = \frac{\sigma_F}{\sqrt{F+G}}, \\ \sigma_{F,12} &= \sigma_{F,13} = \frac{\sigma_F}{\sqrt{2L}}, \\ \sigma_{F,23} &= \frac{\sigma_F}{\sqrt{F+2G}} \end{aligned} \quad (6.5)$$

ausgedrückt. Die Fließspannung $\sigma_F(\varepsilon^{pl})$ ist abhängig von der plastischen Vergleichsdehnung ε^{pl} durch das Verfestigungsgesetz

$$\sigma_F(\varepsilon^{pl}) = \sigma_0 + h(\varepsilon^{pl})^q, \quad (6.6)$$

wobei σ_0 , h und q Materialparameter sind. Der plastische Anteil des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors $\mathbf{D} = \mathbf{D}^{el} + \mathbf{D}^{pl}$ wird mit Hilfe der assoziierten Normalenregel

$$\mathbf{D}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (6.7)$$

für jede Orientierung bestimmt. Dies führt auf drei Spannungstensenoren $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_i)$, welche aus der numerischen Lösung von $\Phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}_i) \leq 0$ berechnet werden (siehe Anhang A). Der effektive Spannungstensor $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ep}$ für das rheologische Modell (Bild 6.3) wird aus dem gewichteten Mittelwert berechnet, wobei die Eigenwerte a_i als Wichtung verwendet werden. Dies führt zu

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ep} = a_1 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_1) + a_2 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_2) + a_3 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_3). \quad (6.8)$$

Die Schreibweise $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_i)$ symbolisiert die Abhängigkeit der Spannungstensenoren von den Orientierungstensenoren \mathbf{B}_i . Es ist zu erwähnen, dass keine orientierungsgemittelte Fließfläche im Materialmodell formuliert wird. Die Parallelschaltung von drei unabhängigen elastoplastischen Materialmodellen (Bild 6.3) approximiert entsprechend der FOV den

Mittelwert von drei Fließkriterien mit unidirektionaler Faserorientierung. Die Parameter F , G und L des Hill-Fließkriteriums sind für alle drei Reibelemente der rheologischen Verschaltung in Bild 6.3 als gleich angenommen. Einzelheiten zur Implementierung des Modells sind im Anhang A dargestellt. Diese vereinfachte Orientierungsmittelung für elastoplastisches Materialverhalten macht das Materialmodell effizient und verbessert die CPU-Rechenzeit im Vergleich zu inkrementell formulierten semianalytischen elastoplastischen Homogenisierungsmethoden (Abschn. 3.3.3) beträchtlich.

6.3 Berücksichtigung viskoser Effekte

In den experimentellen Untersuchungen (Abschn. 5) hat sich gezeigt, dass der Verbundwerkstoff viskoelastische Effekte aufweist. Diese sind durch die Änderung der Anfangssteigung in der Spannungs-Dehnungskurve der dynamischen Zugversuche bei hohen Dehnraten (Abschn. 5.3) aber auch in den Be- und Entlastungsversuchen (Abschn. 5.2) analysiert worden. Gemäß der Einführung in die Viskoelastizität (Abschn. 3.1.5.3) sind in Anlehnung an das generalisierte Maxwell-Modell (Bild 3.10) dehnratenabhängige Effekte mit Hilfe von Maxwell-Elementen berücksichtigt, die dem elastoplastischen Teilmodell parallel geschaltet werden (vgl. Bild 6.1). Zur Veranschaulichung der verwendeten Beschreibung ist exemplarisch der eindimensionale Fall des kontinuumsmechanischen Teilmaterialmodells durch Verschaltung rheologischer Basiselemente in Bild 6.4 dargestellt.

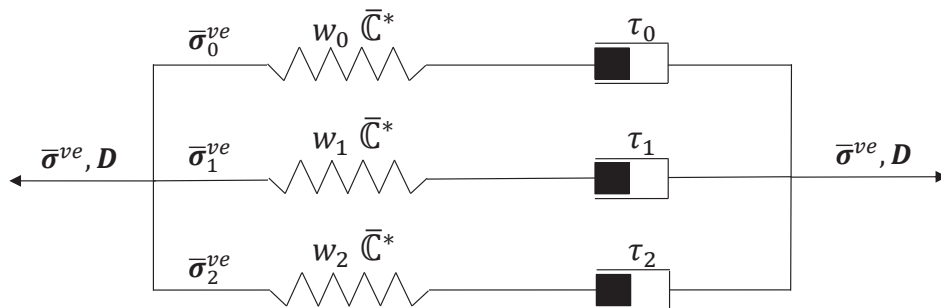


Bild 6.4: Schematische 1D-Darstellung des rheologischen visko-elastischen Teilmodells. Parallelschaltung von drei anisotropen Maxwell-Elementen

Die drei parallel geschalteten Maxwell-Elemente, symbolisiert durch Feder- und Dämpfelemente, beschreiben die viskosen Effekte des Werkstoffs. Aus den elementaren Gleichgewichtsbedingungen folgt für jedes Maxwell-Element (i mit $i \in [0, 1, 2]$):

$$\mathbf{D}_i = w_i \bar{\mathbf{C}}^{*-1} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}}_i^{ve} + \frac{1}{\tau_i} \bar{\mathbf{C}}^{*-1} : \boldsymbol{\sigma}_i^{ve}. \quad (6.9)$$

Die phänomenologischen Parameter w_i zur Approximation der Dehnratenabhängigkeit sind Wichtungskoeffizienten der anisotropen Steifigkeitstensoren $\bar{\mathbf{C}}^*$. τ_i sind die entsprechenden Relaxationszeiten. Sowohl w_i als auch τ_i gilt es mit Hilfe der Materialcharakterisierungsversuche zu bestimmen. Die Multiplikation der tensoriellen Größe mit einem Skalar

beschreibt die anisotrope viskoelastische Formulierung in Sinne einer Bequemlichkeitshypothese. Jedes einzelne Maxwell-Element berücksichtigt die Anisotropie infolge der lokalen FOV über den effektiven Elastizitätstensor $\bar{\mathbb{C}}^*$. Es sind drei Maxwell-Elemente gewählt um den experimentell untersuchten Dehnratenbereich über sechs Dekaden abzubilden. Zur Implementierung wird die Differentialgleichung (6.9) in eine Differenzgleichung umgeformt und in inkrementeller Form implementiert (s. Anhang A). Der visko-elastoplastische Spannungstensor $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ errechnet sich durch Addition der Spannungstensoren aus den Teilmodellen (Bild 6.1) zu

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \underbrace{a_1 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_1) + a_2 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_2) + a_3 \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}_3)}_{= \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}} + \underbrace{\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0^{ve} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_1^{ve} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_2^{ve}}_{= \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{ve}}. \quad (6.10)$$

6.4 Modellierung von Schädigung und Versagen

Der Schädigungs- und Versagensansatz basiert auf der anisotropen tensoriellen Formulierung nach Gleichung (3.138). Durch das Dehnungs-Äquivalenz-Prinzip nach Gleichung (3.132) und dem berechneten Spannungstensor des Materialmodells nach Gleichung (6.10) lässt sich (3.138) zu

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^d = \mathbb{M}^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (6.11)$$

umformulieren. Der ungeschädigte Spannungstensor $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ wird durch den Tensor \mathbb{M}^{-1} reduziert, woraus sich der geschädigte Spannungstensor $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^d$ berechnet. Mit der Annahme, dass keine Interaktionen in der Schädigungsentwicklung zwischen den verschiedenen Komponenten des Spannungstensors existieren, werden sechs unabhängige Schädigungsvariablen d_α ($\alpha = 1, \dots, 6$) definiert. Es gilt die Voigt-Notation nach Abschnitt 3.1.5.1. Dies führt auf die modifizierte Form des *Damage-Effect-Tensors* \mathbb{M} mit

$$\mathbb{M}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - d_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - d_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - d_6 \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Im ungeschädigten Zustand sind alle sechs Komponenten d_α gleich 0. Sobald eine Komponente den Wert 1 erreicht, tritt Materialversagen ein. Die Schädigungsentwicklung sowie das Versagen sind Variablen der entsprechenden Verzerrungskomponenten ε_α des Verzerrungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}_H^E$ nach (3.9)¹. Mit den Materialparametern ε_v und g , welche die Versagensdehnung und Schädigungsentwicklung beschreiben, berechnen sich die sechs Schädigungsvariablen zu

$$d_\alpha = \left(\frac{|\varepsilon_\alpha^{\max}(t)|}{\varepsilon_v(\sigma_{triax})} \right)^g. \quad (6.13)$$

¹Bei der Implementierung in LS-DYNA wird $\boldsymbol{\varepsilon}_H^E \approx \int_0^t \mathbf{D} \, d\tilde{t}$ angenommen (s. Anhang A).

In (6.13) beschreibt der Ausdruck $|\varepsilon_{\alpha}^{\max}(t)|$ den Maximalwert der Verzerrungsgeschichte. Die Betragsstriche verdeutlichen, dass sowohl positive als auch negative Verzerrungen zur Schädigungsentwicklung beitragen können. Beispielsweise können Fasern im Werkstoff unter Zugbelastung reißen und unter Druckbelastung ausknicken und ebenfalls versagen und somit zur Schädigung des Materials beitragen. Da die Ermittlung aller anisotropen Schädigungsparameter eine große Herausforderung darstellt, wird für die Formulierung eine vereinfachte quasi-isotrope Wahl der Parameter getroffen. Das bedeutet, für den vereinfachten Fall wird dieselbe Versagensdehnung ε_v sowie derselbe Schädigungsexponent g für alle Komponenten des Spannungstensors verwendet. Für $g > 1$ wird eine progressive und für $g < 1$ eine degressive Schädigungsentwicklung beschrieben (vgl. Bild 3.17). Es ist zu erwähnen, dass das makroskopische Versagensverhalten mit der vereinfachten quasi-isotropen Wahl der Schädigungsparameter unabhängig von der FOV definiert ist.

Zur Simulation der Materialcharakterisierungsversuche (Kap. 7) reicht Gl. (6.13) als alleiniges Schädigungskriterium nicht aus, um die Experimente hinreichend zu beschreiben. Daher wird zur Unterscheidung der Belastungsarten die Versagensdehnung $\varepsilon_v(\sigma_{triax})$ und der Schädigungsentwicklungsparameter $g(\sigma_{triax})$ in Abhängigkeit der Spannungsmehrachsigkeit σ_{triax} (s. Gl. (3.21)) definiert. Die Versagensdehnung $\varepsilon_v(\sigma_{triax})$ ist für die unterschiedlichen Spannungszustände in Bild 6.5 skizziert. Der Verlauf der Versagenskurve ist nach Johnson und Cook [1985] adaptiert und verfolgt die Annahme geringerer Versagensdehnungen bei größerer Spannungsmehrachsigkeit, was bei metallischen Werkstoffen aus einem verstärkten Porenwachstum resultiert (z.B. Gurson [1977]). Bei LFT ist die Bildung von Mikrorissen in der Grenzschicht zwischen Faser und Matrix der maßgebende Mechanismus der Schädigungsinitiierung (z.B. Sato et al. [1991], vgl. Kapitel 9). Bei höheren Spannungsmehrachsigkeiten ist anzunehmen, dass Grenzschichtversagen begünstigt wird. Da, wie in Abschnitt 5.2.2.2 analysiert, der LFT-Werkstoff in der Lage ist große Scherdeformationen aufzunehmen ohne dabei zu versagen, steigt die Versagenskurve bei $\sigma_{triax} \leq 0$ deutlich an. In diesem Bereich ändert sich auch die Schädigungsentwicklung, worauf in Abschnitt 7.2.3 noch eingegangen wird. Unter uniaxialen Druck senkrecht zur Hauptfaserorientierung zeigt das Material im Druckversuch (Abschn. 5.2.2.3) einen instabilen Kraftabfall, was mit einem Ausknicken der Fasern ähnlich UD-verstärkten Kunststoffen (Knops und Puck [2008]) assoziiert werden kann. Auf der Ebene eines kontinuumsmechanischen Materialmodells ist diese Strukturinstabilität nicht makroskopisch abbildbar. Das Ausknicken der Probe ist geometrisch bedingt und wird nicht als materieller Versagensmodus betrachtet. Bei geringen Spannungsmehrachsigkeiten tritt demnach kein materielles Versagen ein.

Für das dehnratenabhängige Versagensverhalten mit höheren Bruchdehnungen für höhere Dehnraten (s. Bild 5.34, Abschn. 5.3.1) infolge der vermuteten adiabatischen Effekte (s. Bild 5.43, Abschn. 5.4), wird ein logarithmischer Ansatz mit

$$\varepsilon_v(\sigma_{triax}, \dot{\varepsilon}) = \varepsilon_v^{qs}(\sigma_{triax}) \cdot \left(1 + n \cdot \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \quad (6.14)$$

gewählt. Die Bezeichnung $\varepsilon_v^{qs}(\sigma_{triax})$ verdeutlicht die Versagensdehnung in Abhängigkeit der Spannungsmehrachsigkeit bei quasistatischer Belastung, die einer experimentell zu be-

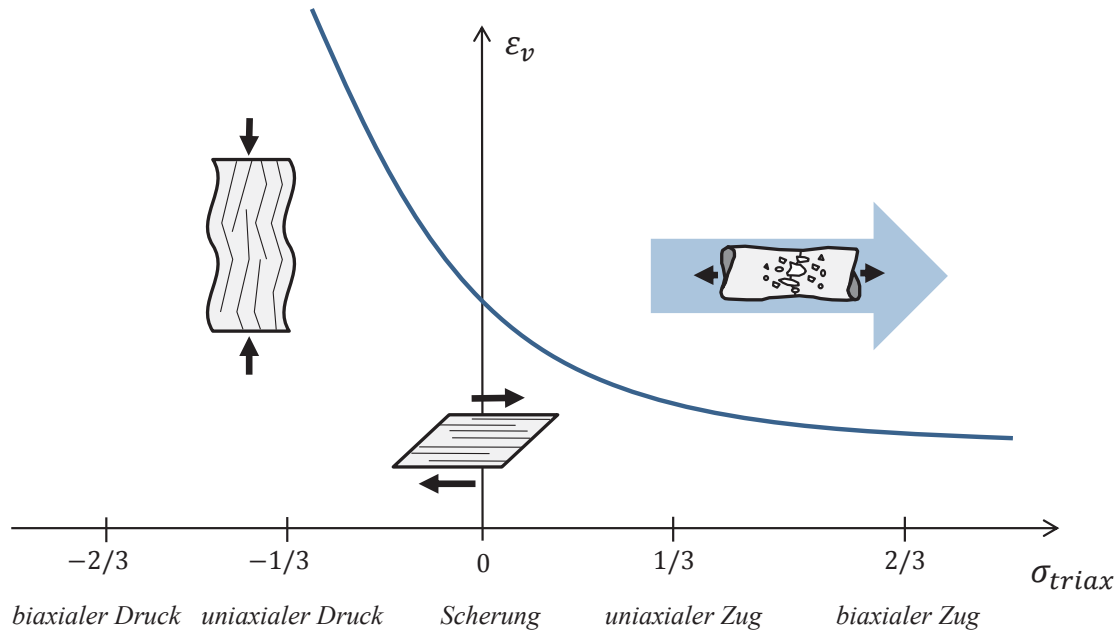


Bild 6.5: Schematische Darstellung der Versagensdehnung ε_v über der Spannungsmehrachsigkeit σ_{triax}

stimmenden quasistatischen Referenzdehnrate $\dot{\varepsilon}_0$ zugeordnet ist. Die Versagensdehnung $\varepsilon_v(\sigma_{triax}, \dot{\varepsilon})$ ändert sich logarithmisch um den Faktor n bei sich ändernder Dehnrate $\dot{\varepsilon}$. Anders ausgedrückt wird die Versagenskurve in Bild 6.5 in Abhängigkeit der Dehnrate skaliert. Wird in der FEM-Berechnung in einem Gauß-Punkt die maximale Schädigung $d = 1$ erreicht, wird das entsprechende Element gelöscht, worauf im folgenden Abschnitt 6.5 noch einmal eingegangen wird. Die Implementierung der inkrementellen Schädigungsentwicklung ist im Anhang A beschrieben.

6.5 Elementgrößeneinfluss

Ein Nachteil der Schädigungs- und Versagensformulierung nach Abschnitt 3.4 ist die Abhängigkeit von der Diskretisierung. Im Folgenden soll an einem einfachen eindimensionalen Beispiel die Problematik erläutert werden (de Borst [1986]). Auf einen mit m Elementen diskretisierten Zugstab der Länge l wird eine Verschiebung Δl aufgebracht (Bild 6.6, unten). Der Stab erfährt die Spannung σ und die über die Länge des Stabes gemittelte Verzerrung $\bar{\varepsilon} = \Delta l/l$. Es wird ein linear elastisches Materialverhalten mit einem linearen Entfestigungsverhalten angenommen:

$$\sigma = E(1 - d)\varepsilon. \quad (6.15)$$

Die Schädigungsvariable d entwickelt sich in jedem Element in Abhängigkeit des Maximalwerts der lokalen Verzerrungsgeschichte $\varepsilon^{max}(t)$ mit

$$d = \frac{\varepsilon_v(\varepsilon^{max} - \varepsilon_{krit})}{\varepsilon^{max}(\varepsilon_v - \varepsilon_{krit})} \quad \forall \quad \varepsilon_{krit} \leq \varepsilon^{max} \leq \varepsilon_v . \quad (6.16)$$

In Bild 6.6 oben links wird das entsprechende Spannungs-Dehnungsverhalten dargestellt. Hierbei beschreibt ε_{krit} die kritische Dehnung bei Schädigungsinitiierung und ε_v die Versagensdehnung. Die gestrichelte Gerade verdeutlicht den homogenen Ent- bzw. Wiederbelastungspfad nach einer maximalen Streckung des Stabes von $\varepsilon = \bar{\varepsilon} = \varepsilon^{max}$. Der Zugstab wird mit einer Anzahl von m Elementen der Länge l^* diskretisiert. Wird angenommen, dass im Zugstab homogene Materialeigenschaften vorliegen und jedes Element die gleichen Abmessungen misst, wird der gesamte Stab homogen gedehnt. Für jedes einzelne Element gilt $\varepsilon = \Delta l / [l^* m] \stackrel{!}{=} \bar{\varepsilon} = \Delta l / l$. Die homogene Strukturantwort des gesamten Stabes ist identisch mit der Strukturantwort jedes einzelnen Elementes. Es ergibt sich die Brucharbeit \bar{W}_B pro Volumen der homogenen Struktur zu

$$\bar{W}_B = \int_0^{\varepsilon_v} \sigma \, d\varepsilon = \frac{1}{2} E \varepsilon_{krit} \varepsilon_v . \quad (6.17)$$

Sie entspricht der Fläche unter der Kurve in Bild 6.6 oben links und ist die dissipierten Energie bezogen auf das Volumen des Zugstabs. Die Problematik ist, dass die Struktur in einer numerischen Berechnung nicht mit Elementen von exakt gleichen Abmessungen diskretisiert ist oder wie bei LFT stets inhomogene Materialeigenschaften besitzt. Im Fall eines entfestigenden Materialverhaltens lokalisieren in dem Zugstab (Bild 6.6) die Verzerrungen in dem Element, in dem die geringste Energie dissipiert wird. Die Schädigung entwickelt sich nur in einem Element ($\varepsilon = \Delta l / l^*$) während die weiteren Elemente lineare Entlastung erfahren (Bild 6.6, unten). Für diesen inhomogenen Fall ergibt sich Brucharbeit zu

$$\bar{W}_B = \int_0^{\varepsilon_v} \sigma \, d\varepsilon = \frac{1}{2m} E \varepsilon_{krit} \varepsilon_v . \quad (6.18)$$

Mit zunehmender Elementanzahl verringert sich demnach die Brucharbeit bezogen auf das Volumen des gesamten Stabes (vgl. Bild 6.6, rechts oben).

Für eine diskretisierungsunabhängige Formulierung wird die spezifische Brucharbeit G_1 mit der Einheit Energie pro Fläche eingeführt. In der Bruchmechanik beschreibt sie die dissipierte Energie bezogen auf einen infinitesimalen Rissfortschritt der Fläche dA und ist eine materialspezifische Konstante (z.B. Gross und Seelig [2007]). Für Strukturantworten im Entfestigungsbereich, die nicht von der Elementgröße abhängen, wird mit Hilfe einer charakteristischen Elementkantenlänge $l^* = l_0 / m$ und der spezifischen Brucharbeit G_1 die Brucharbeit W_B mit

$$W_B = \frac{G_1}{l^*} \quad (6.19)$$

angenommen (Falzon und Apruzzese [2011]). Es wird folglich die Vereinfachung getroffen, dass die Brucharbeit auf das Volumen eines Elementes bezogen wird. Aus (6.18) folgt mit (6.19) die elementgrößenabhängige Versagensdehnung zu

$$\varepsilon_v^{EL} = \frac{2G_1}{E \varepsilon_{krit} l^*} . \quad (6.20)$$

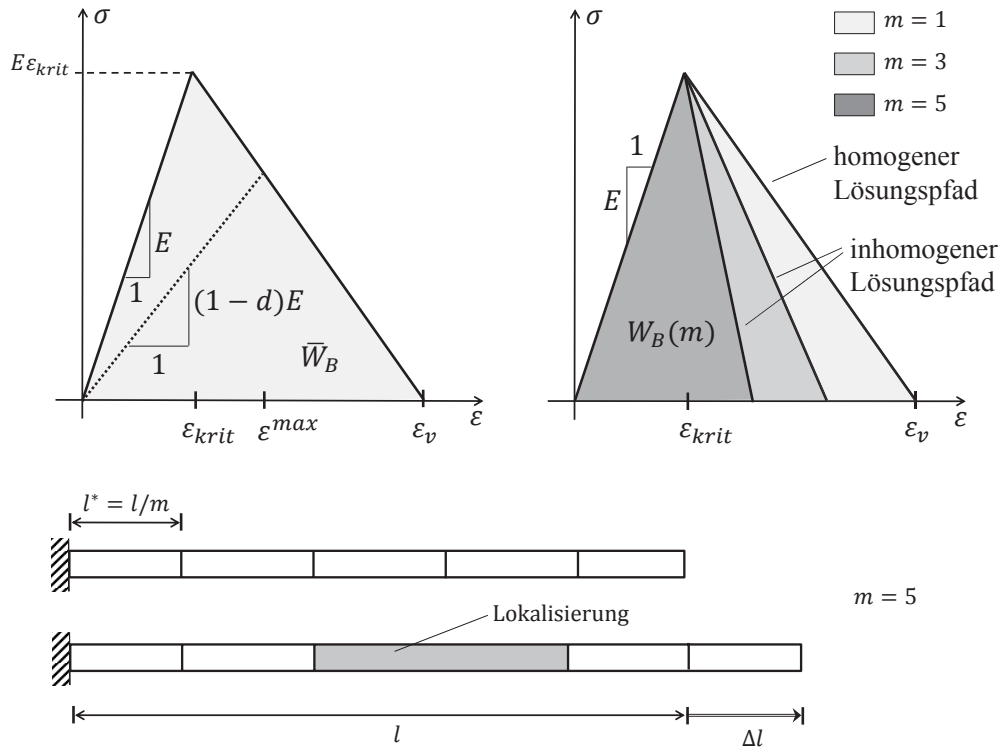


Bild 6.6: Modellbeispiel eines diskretisierten Zugstabs

Mit abnehmender Elementgröße vergrößern sich somit die lokalen Versagensdehnungen um die gleiche Strukturantwort bei konstanter spezifischer Brucharbeit zu erhalten.

Das eindimensionale Beispiel in Bild 6.6 mit einem modifizierten diskretisierungsabhängigen Entfestigungsverhalten ist limitiert. Versagen wird lediglich unter Zugnormalspannung (Modus I) und nicht unter Scherbelastung (Modus II und III) betrachtet (s. Gross und Seelig [2007]). Insbesondere ist die elementgrößenabhängige Versagensdehnung nach (6.20) nur in dem bilinearen Zusammenhang gemäß Bild 6.6 gültig. Bei nichtlinearen Materialgesetzen und dreidimensionaler Betrachtung wie im vorliegenden Fall ist es nicht möglich einen einfachen linearen Zusammenhang wie in (6.20) zu ermitteln. Eine Anpassung der elementgrößenabhängigen Versagensdehnung ist nur durch inverse Simulation der Materialcharakterisierungsversuche mit unterschiedlich diskretisierten FE-Modellen möglich.

Mit Erreichen der maximalen Schädigung ($d = 1$) in einem Gauß-Punkt (Gl. (6.13)) wird das entsprechende Element gelöscht. Zuvor wird die Spannung infolge der Schädigung (abhängig von der Entwicklung der Verzerrungen) auf null reduziert. Im dreidimensionalen Fall wird der Verlauf der simulierten Rissausbreitung (Elementlöschung) stark von der Ausrichtung der einzelnen Elemente beeinflusst. Eine feine Diskretisierung an der Rissfront wäre nötig um das Fortschreiten des Risses nach Initiierung adäquat abzubilden. Aus Gründen der Effizienz wird von einer sehr feinen Diskretisierung abgesehen.

Alternative Modellierungsstrategien zum Löschen finiter Elemente werden z.B. in Song et al. [2008] diskutiert. Bei der Simulation eines sich ausbreitenden Risses werden mit der *Extended Finite Element Method* (XFEM) gute Ergebnisse erzielt (z.B. Belytschko et al. [2003]). Erweiterte Ansatzfunktionen, z.B. mit der Einheitssprungfunktion für die kinematische Beschreibung eines Risses, beschreiben dabei eine Rissausbreitung im Element. Die Anzahl der Freiheitsgrade im Gleichungssystem vergrößert sich jedoch und somit der Rechenaufwand. Eine weitere Strategie ist die Modellierung von Kohäsivzonen (s. Abschn. 9.2.2) zwischen den Elementen (z.B. Xu und Needleman [1994], Camacho und Ortiz [1996]). Auch hierbei wird nicht nur die Anzahl der Freiheitsgrade erhöht, die Rissausbreitung ist wiederum stark von der Diskretisierung abhängig, da ein Riss nur entlang der Elementkanten fortschreiten kann. In dieser Arbeit wird der pragmatische Ansatz einzelne Elemente zu löschen angewendet. Dieser ist effizient hinsichtlich der CPU-Rechenzeit und bringt in vielen Anwendungen ausreichende Genauigkeiten (Bourdin et al. [2000], Song et al. [2008]).

Im dem entwickelten Materialmodell (Abschn. 6.1 bis 6.3) werden analog zu (6.20) zusätzliche Parameter zur Beschreibung der Netzgrößenabhängigkeit der Materialparameter in der Schädigungsformulierung eingeführt. Diese Methode wird in der Crashsimulation häufig verwendet (z.B. Andrade et al. [2016]). Die Versagensdehnung ε_v^{EL} wird in Abhängigkeit der Elementgröße mit Hilfe des Skalierungsfaktors \varkappa durch

$$\varepsilon_v^{EL} = \varkappa \varepsilon_v \quad (6.21)$$

beschrieben und ε_v in Gleichung (6.13) durch ε_v^{EL} ersetzt. Zudem verringert sich in der Regel der Einfluss der Schädigung bei feineren Netzen, was durch die Formulierung

$$\bar{\sigma}_\alpha^{d,EL} = (1 - d_\alpha^s) \bar{\sigma}_\alpha \quad (6.22)$$

reguliert wird. $\bar{\sigma}_\alpha^{d,EL}$ beschreibt die sechs Spannungskomponenten des Spannungstensors in Voigt-Notation analog zu (6.11) mit dem Unterschied, dass (6.22) bei angepassten Parametern s und \varkappa für eine elementgrößenunabhängige Schädigungsformulierung gilt. Dabei wird die Schädigungsentwicklung der Schädigungsvariablen d_α durch den Parameter s gesteuert. In der Regel nimmt s mit der Netzfeinheit zu, wobei $s \rightarrow \infty$ einer infinitesimal kleinen Diskretisierung entsprechen würde.

7 Kalibrierung durch Simulation der Materialcharakterisierungsversuche

Um die Parameter des Materialmodells aus Kapitel 6 zu bestimmen, sollen die Versuche aus Kapitel 5 in FEM-Berechnungen simuliert werden. Zur Bestimmung der anisotropen Steifigkeiten wird die analytische Homogenisierung (Abschn. 6.1) angewendet, wofür keine Parameter angepasst werden. Zur Kalibrierung aller weiteren phänomenologischen Parameter werden die unterschiedlichen Materialcharakterisierungsversuche nach Tabelle 7.1 verwendet. Die Anpassung erfolgt am Werkstoff PP-GF30. Versuche, die nicht zur Parameteranpassung verwendet werden, wie der taillierte Durchstoßversuch (Abschn. 5.2.2.5) und alle dynamischen Versuche in Abschnitt 5.3.2 sowie Zugversuche mit abweichendem Faservolumengehalt (Abschn. 7.4) dienen der Validierung.

Tabelle 7.1: Bestimmung der Modellparameter durch Simulation der unterschiedlichen Materialcharakterisierungsversuche

Versuchs- Teil- material- modell	Flachzug- versuche (quasi-statisch)	Flachzug- versuche (dynamisch)	Scherzug- versuche (quasi-statisch)	Kerbzug- versuche (quasi-statisch)	Durchstoß- versuche (quasi-statisch)
Elasto- plastisches Teilmodell	$F, G \Rightarrow \text{Gl. (6.5)}$ $\sigma_0, h, q \Rightarrow \text{Gl. (6.6)}$		L $\Rightarrow \text{Gl. (6.5)}$		
Visko- elastisches Teilmodell	w_0, τ_0 $\Rightarrow \text{Gl. (6.9)}$	w_1, τ_1, w_2, τ_2 $\Rightarrow \text{Gl. (6.9)}$			
Schädigungs- und Versagens- modell	ε_v, g für $\sigma_{tmax} \approx \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \text{Gl. (6.13)}$	$\dot{\varepsilon}_0, n$ $\Rightarrow \text{Gl. (6.14)}$	ε_v, g für $\sigma_{tmax} \approx 0$ $\Rightarrow \text{Gl. (6.13)}$	ε_v, g für $\frac{1}{3} < \sigma_{tmax} < \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \text{Gl. (6.13)}$	ε_v, g für $\sigma_{tmax} \approx \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \text{Gl. (6.13)}$

7.1 Simulation der Zugversuche

Die Geometrie der Flachzugprobe (Bild 5.1a) aus der experimentellen Materialcharakterisierung ist mit 3288 unterintegrierten¹ achtknotigen Hexaederelementen (Bild 7.1) diskretisiert. Im mittleren Bereich der Größe (14 x 5 x 2.8 mm) misst die Elementkantenlänge einheitlich 0.5 mm. Die technische Dehnung wird (analog zum Experiment) in den Simulationen an relativen Knotenverschiebungen zweier Knoten im Abstand von 10 mm längs zur Belastungsrichtung ermittelt. Die technische Spannung berechnet sich aus der Summe der resultierenden Knotenkräfte im Querschnitt der Probe geteilt durch den Ausgangsquerschnitt im Prüfbereich (5 x 2.8 mm). Geometrische Randbedingungen werden an den

¹Die Hourglass-Energien in den Rechnungen der Flachzugversuche sind gering (<1% der Gesamtenergie). Vergleichsrechnungen mit vollintegrierten Elementen zeigen nur minimale Abweichungen.

Oberflächenknoten auf der linken und rechten Seite der Probe, wie in Bild 7.1 gezeigt, aufgebracht. Entsprechend dem gezeigten Koordinatensystem werden die Verschiebungen in y' -Richtung an den Knoten auf der linken Seite fest gehalten, und eine vorgegebene Geschwindigkeit V_0 in y' -Richtung wird an den Knoten auf der rechten Seite aufbracht. Auf beiden Seiten werden die Verschiebungen in z' -Richtung fixiert, und in x' -Richtung sowie auf der restlichen Probenoberfläche liegen spannungsfreie Randbedingungen vor.

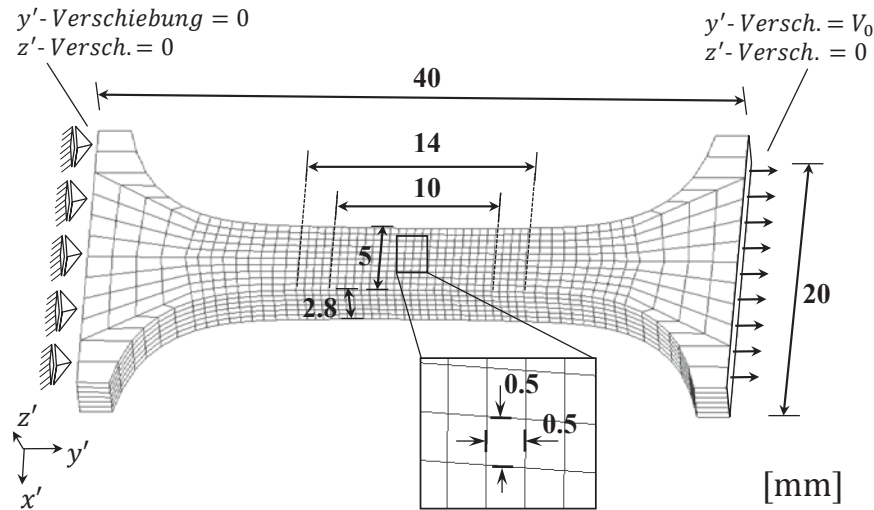


Bild 7.1: Finite-Elemente-Modell der Flachzugprobe mit Angabe von Elementgröße und Randbedingungen

7.1.1 Validierung der elastischen Kennwerte

Zur Approximation des anisotropen Steifigkeitstensors werden die elastischen Kennwerte der Komponenten den Herstellerangaben nach Tabelle 7.2 entnommen. Elastizitätsmodul und Poisson-Zahl von Polypropylen sind, den Angaben zu Folge, in Zugversuchen bei Raumtemperatur ($23 \pm 3^\circ\text{C}$) nach DIN-EN-ISO-527 bestimmt worden. Vergleichbare Werte sind in der Literatur zu finden (Kabel et al. [2016]; Nguyen und Kunc [2010]).

Tabelle 7.2: Elastische Kennwerte der Ausgangsmaterialien.

	Glas	Polypropylen
E-Modul [GPa]	$E^f = 73$	$E^m = 1.45$
Poisson-Zahl	$\nu^f = 0.23$	$\nu^m = 0.39$

Im ersten Homogenisierungsschritt ist die Information des Aspektverhältnisses r der Faser nach Gl. (6.3) erforderlich, welches in der Approximation nach Mori und Tanaka [1973], gemäß Abschnitt 6.1, zur Bestimmung des transversalisotropen Steifigkeitstensors einfließt. Dieses Aspektverhältnis variiert infolge von prozessinduzierten Faserbrüchen und vorhandenen unterschiedlichen Faserdurchmessern. Die homogenisierten anisotropen Elastizitätsmoduln sind in Bild 7.2 über die Änderung von r dargestellt. Es ist ersichtlich, dass ein Aspektverhältnis größer als 80 nur noch geringen Einfluss auf die approximierte Steifigkeit hat. Es werden die mittlere Faserlängen von 2.7 mm und Faserdurchmesser von

0.017 mm verwendet, woraus sich ein Aspektverhältnis von 158 (gestrichelte Linie in Bild 7.2) und ein E-Modul von etwa 10.72 GPa in Faserrichtung ergibt.

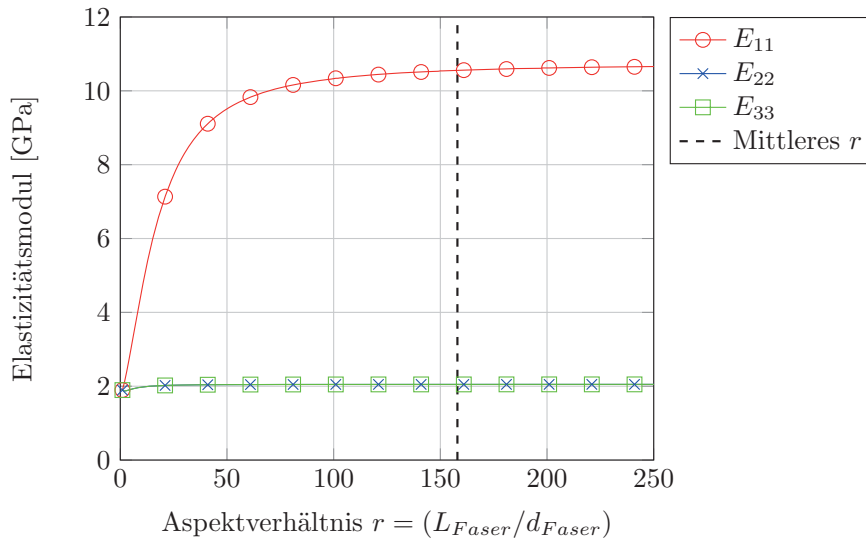


Bild 7.2: Anisotrope E-Moduln des transversalisotropen Steifigkeitstensors für PP-GF30. Einfluss des Aspektverhältnisses in der Mori-Tanka-Approximation

Zur Approximation des orientierungsgemittelten Steifigkeitstensors nach Gleichung (3.122), kann sowohl die FOV aus der Spritzgusssimulation als auch die FOV aus den CT-Analysen in einer vorerst linear-elastischen Finite-Elemente-Simulation des Zugversuchs verwendet werden. Die FOV und Fasergehalte, unter Berücksichtigung der Variationen über der Plattendicke, gemäß Bild 4.14 in Abschn. 4.5.2, werden auf die einzelnen Gaußpunkte des Finite-Elemente-Modells der Zugprobe übertragen. Ein Vergleich der linear elastischen Berechnungen unter Verwendung des numerischen Modells aus Bild 7.1 mit einer

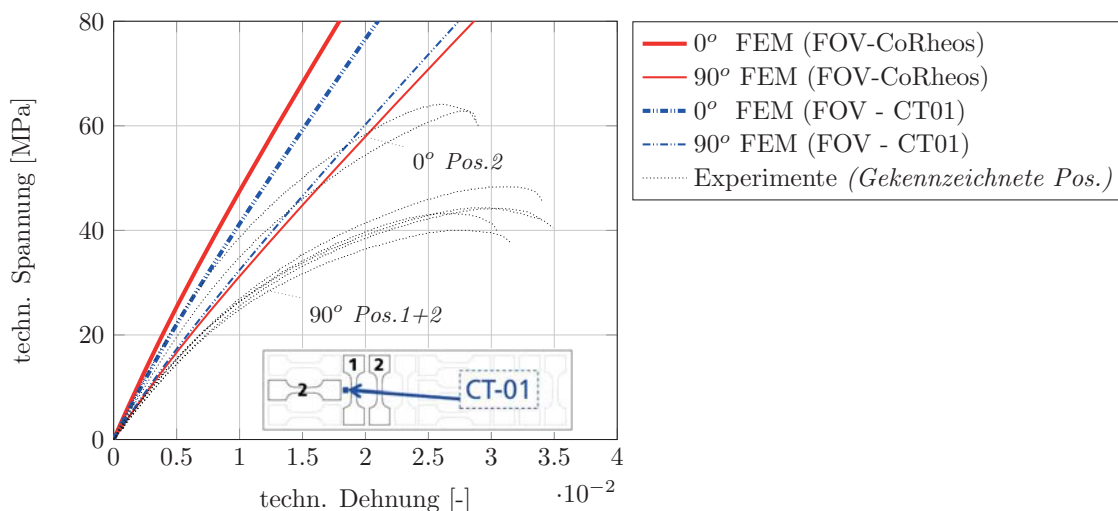


Bild 7.3: Linear elastische FEM-Berechnungen der Flachzugversuche unter Verwendung der FOV-Daten aus μ CT-Scan Position CT-01 (blaue gestrichelte Kurven) und Spritzgusssimulation (rote durchgezogene Kurven). Vergleich mit experimentellen Ergebnissen benachbarter Positionen (schwarze gepunktete Kurven) für PP-GF30

FOV aus dem μ CT-Scan und einer FOV aus der Spritzgussimulation (CoRheos) sind in Bild 7.3 zusammen mit experimentellen Spannungs-Dehnungskurven der Flachzugversuche dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die mit CoRheos simulierten FOV-Daten eine stärkere Anisotropie mit einer höheren Steifigkeit in Strömungsrichtung (0° -Orientierung) und einer niedrigeren Steifigkeit senkrecht zur Strömungsrichtung (90° -Orientierung) als die FOV-Daten des μ CT-Scans aufweisen. Simulierte Ergebnisse werden mit experimentellen Versuchen an Proben benachbarter Positionen von CT-01 verglichen (Bild 7.3). Im Bereich der experimentellen Streuung führen beide FOV zu vernünftigen Simulationsergebnissen im linear elastischen Bereich. Bei den Simulationsergebnissen in Bild 7.3 wurden keine Anpassungen der Materialparameter durchgeführt. Die Steifigkeitstensoren des linear elastischen Materialmodells resultieren allein aus der analytischen Homogenisierung nach Abschnitt 6.1 mit den Materialparametern nach Tabelle 7.2. Im folgenden Abschnitt 7.1.2 wird jedoch für eine genauere Anpassung E^m nachjustiert.

7.1.2 Parameterbestimmung im uniaxialen Zuglastfall

7.1.2.1 Plastizität und Schädigung

Für die Anwendung des Materialmodells, beispielsweise in einer Fahrzeug-Crashsimulation, sind die grundsätzlichen Anforderungen eine gute Vorhersage des Werkstoffverhaltens unter monotoner Belastung sowie die Berücksichtigung des Versagens. Im Folgenden wird daher zunächst die Schädigung vernachlässigt, und nur die Parameter des Plastizitätsmodells (Bild 6.3) werden an die experimentellen Zugversuche angepasst. Die Ergebnisse sind in Bild 7.4 gezeigt, wobei die FOV aus der Spritzgussimulation (CoRheos) verwendet

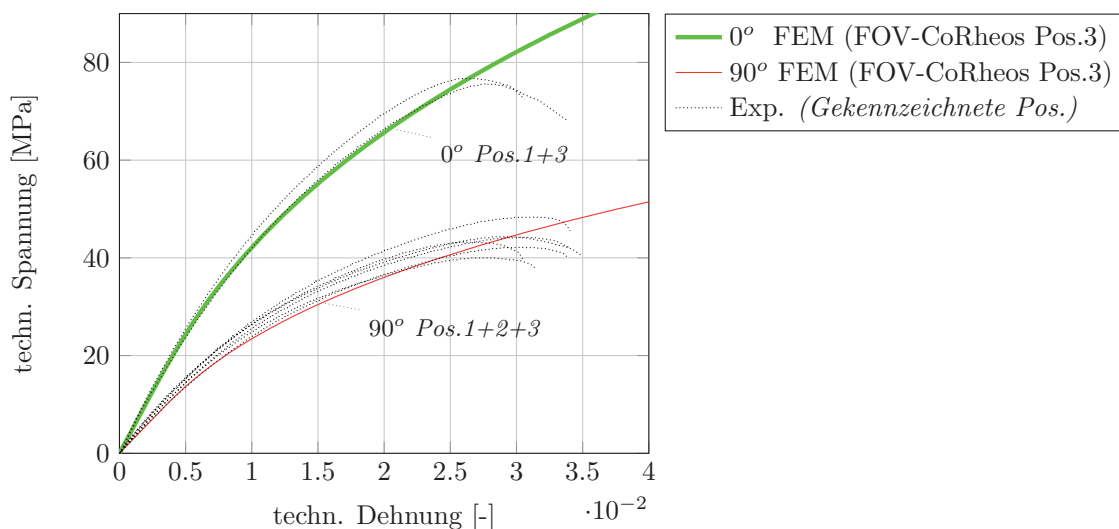


Bild 7.4: Zugversuche an PP-GF30: Experimentelle Ergebnisse (schwarze gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen unter Verwendung des elastoplastischen Materialmodells **ohne Schädigung** (durchgezogene Kurven). Parameter: $E^m = 1.8 \text{ GPa}$, $\nu^m = 0.39$, $E^f = 73 \text{ GPa}$, $\nu^f = 0.23$, $\sigma_0 = 15 \text{ MPa}$, $h = 480 \text{ MPa}$, $q = 0.43$, $F = 3.0$, $G = 0.5$, $M = 1.5$

wird. Es ist anzumerken, dass hier ein etwas höherer Elastizitätsmodul für Polypropylen (als die Herstellerangaben, Tab. 7.2) von $E^m = 1.8 \text{ GPa}$ nachjustiert wird, was zu besseren Simulationsergebnissen führt. Diese Korrektur erscheint gerechtfertigt, da keine Informationen über die Materialkennwerte von Polypropylen innerhalb des Verbundwerkstoffes vorliegen und es naheliegend ist, dass sich die elastischen Parameter des Grundmaterials von denen im Verbund unterscheiden. Beispielsweise könnte die Matrix durch die vorhandene Fasern im Verbund einen anderen Kristallisationsgrad aufweisen und entsprechend das Materialverhalten beeinflusst sein.

Zur Trennung von Plastizität und Schädigung wurden in Abschnitt 5.2.1.4 uniaxiale Be- und Entlastungsversuche durchgeführt. Wie in Bild 7.5 zu sehen, wird mit dem elastoplastischen Modell, bei Vernachlässigung der Schädigung, ein deutlich steiferes Entlastungsverhalten als im Experiment berechnet. Aus diesem Grund wird die Schädigungsformulierung gemäß Abschnitt 6.4 angewendet, und der Zugversuch wird mit dem erweiterten Modell und neu angepassten Plastizitätsparametern simuliert. Bild 7.6 zeigt, dass mit dem um Schädigung erweiterten Modell eine sehr viel realistischere Abbildung des Entlastungsverhaltens möglich ist. Die Schädigungsformulierung nach Gleichung (6.13) wird hier mit den gleichen Parametern (g , ε_v) für beide Simulation (0° und 90°) verwendet und liefert gute Ergebnisse auch bei der Abbildung des anisotropen Materialverhaltens. Die Variation von ε_v über der Spannungsmehrrachsigkeit (Bild 6.5) ist im uniaxialen Zugversuch von geringer Bedeutung.

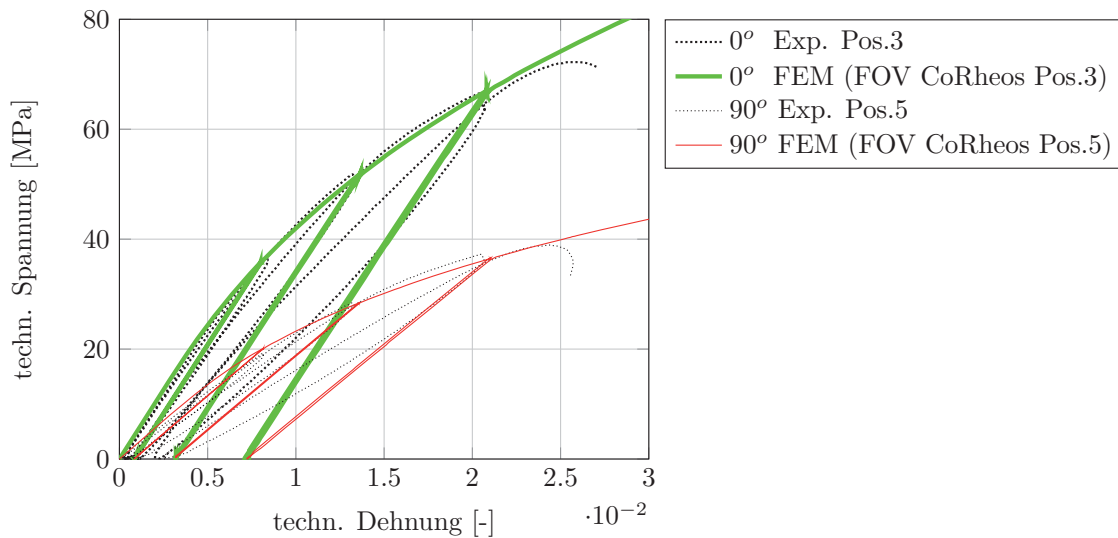


Bild 7.5: Uniaxiale Be- und Entlastungsversuche an PP-GF30: Experimentelle Ergebnisse (schwarze gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem elastoplastischen Materialmodell **ohne Schädigung** (durchgezogene Kurven)

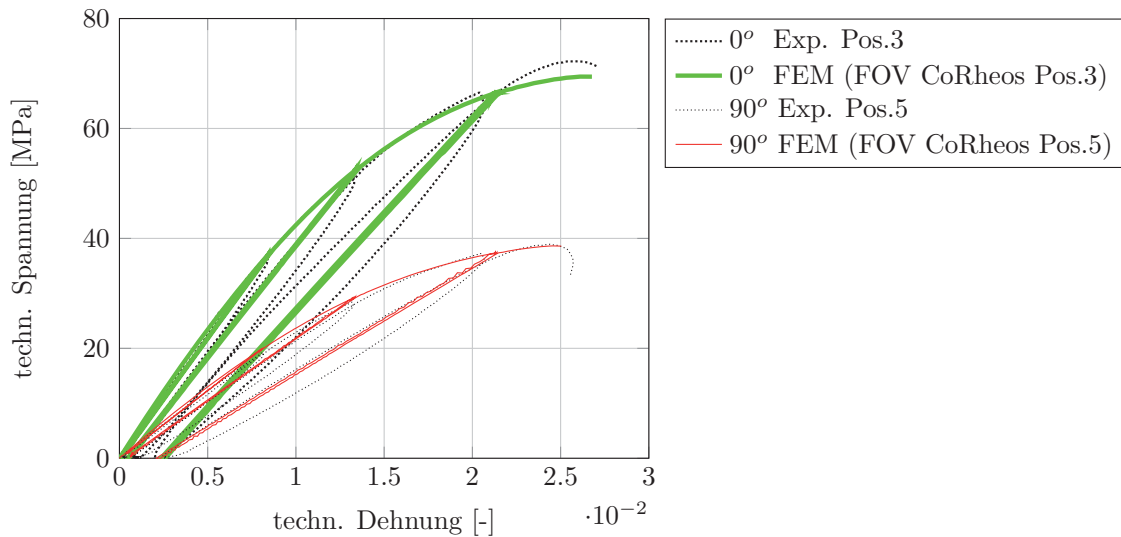


Bild 7.6: Uniaxiale Be- und Entlastungsversuche an PP-GF30: Experimentelle Ergebnisse (schwarze gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem elastoplastischen Materialmodell **mit Schädigung** (durchgezogene Kurven). Parameter: $E^m = 1.8 \text{ GPa}$, $\nu^m = 0.39$, $E^f = 73 \text{ GPa}$, $\nu^f = 0.23$, $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$, $h = 470 \text{ MPa}$, $q = 0.27$, $F = 2.5$, $G = 0.5$, $M = 1.5$, $g = 0.72$, $\varepsilon_f = 0.08$

7.1.2.2 Viskose Effekte

Viskose Effekte machen sich durch Hysteresen in den Be- und Entlastungsversuchen (vgl. Bild 5.12, Abschn. 5.2.1.4) der Flachzugproben bemerkbar. Ein besseres Simulationsergebnis wurde in Abschnitt 7.1.2.1 mit einem leicht erhöhten E-Modul für die PP-Matrix von $E^m = 1.8 \text{ GPa}$ erzielt. Es wird davon ausgegangen, dass somit viskoelastische Effekte bei monotoner Belastung kompensiert wurden. Im Entlastungspfad zeigt sich in Bild 7.6 trotz Berücksichtigung der Schädigung immer noch eine Abweichung zwischen Simulation und Experiment. Die Hysteresen im Experiment werden in der Simulation nicht abgebildet. Zur Berücksichtigung viskoser Effekte bei beliebigen Dehnraten, soweit diese im Rahmen transienter Impaktvorgänge relevant sind, sollen mit Hilfe zusätzlicher Maxwell-Elemente (Bild 6.4) abgebildet werden. Es wird angenommen, dass ein leicht erhöhter E-Modul der PP-Matrix von $E^m = 1.8 \text{ GPa}$ bereits dehnratenbehaftet ist. Es wird daher der in Tabelle 7.2 gegebene E-Modul von $E^m = 1.45 \text{ GPa}$ verwendet, der zu einer geringeren Spannungsantwort im elastoplastischen Teilmodell führt. Mit Hilfe der addierten viskoelastischen Spannung erhöht sich die Spannungsantwort im Belastungspfad und reduziert sich im Entlastung. Dabei dient das erste Maxwell-Element (Bild 6.4), bestehend aus Feder und Dämpferelement, mit dem Skalierungsfaktor w_0 und der Relaxationszeit τ_0 , der Abbildung viskoelastischer Effekte bei niedrigster Prüfgeschwindigkeit. Die simulierten Be- und Entlastungsversuche mit den angepassten Parametern des ersten Maxwell-Elements zeigt Bild 7.7. Es sind nur die Parameter $w_0 = 0.3$ und $\tau_0 = 10^2 \text{ s}$ angepasst worden sowie $E^m = 1.45 \text{ GPa}$ gemäß Tabelle 7.2 gesetzt. Alle weiteren Parameter des Plastizitäts- und Schädigungsmodells bleiben unverändert (s. Bild 7.6).

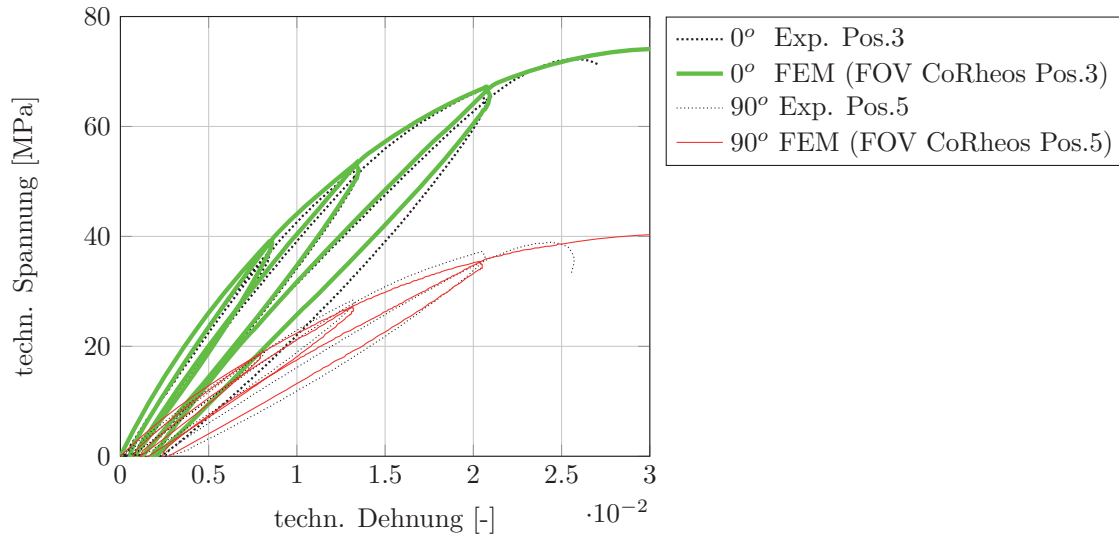


Bild 7.7: Uniaxiale Be- und Entlastungsversuche an PP-GF30: Experimentelle Ergebnisse (schwarze gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem elastoplastischen Materialmodell **mit Schädigung** (durchgezogene Kurven). Parameter: $E^m = 1.45 \text{ GPa}$, $w_0 = 0.3$, $\tau_0 = 10^2 \text{ s}$, alle weiteren Parameter des Plastizitäts- und Schädigungsmodells entsprechen Bild 7.6.

Für die Anpassung der Parameter des zweiten und dritten Maxwell-Elementes werden die dynamischen Flachzugversuche nachsimuliert. Hierbei ist die Änderung der Bruchdehnung bei steigender Dehnrates zu berücksichtigen (Bild 5.34). Bild 7.8 veranschaulicht die Wahl des Parameters n im logarithmischen Ansatz (6.14) der dehnratenabhängigen Versagensdehnung.

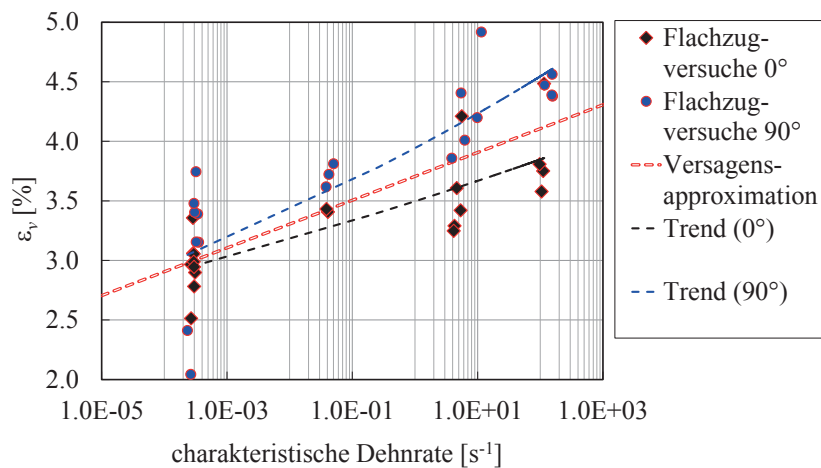


Bild 7.8: Approximation der dehnratenabhängigen Versagensdehnung nach Gl. (6.14) unter Verwendung der technischen Bruchdehnungen aus den dynamischen Flachzugversuchen an PP-GF30

Die Simulationsergebnisse der dynamischen Flachzugversuche in 0° und 90° zur Fließrichtung sind in den Bildern 7.9 und 7.10 zusammen mit den Polynomfit-Kurven der experimentellen Ergebnisse aus Abschnitt 5.3.1 dargestellt. In den Simulationsergebnissen wurden repräsentativ jeweils die Position 2 für die 0° und 90° Orientierung simuliert. Die Simulationen bilden die sich mit der Dehnrates ändernden Spannungs-Dehnungsverläufe und Bruchdehnungen entsprechend den Experimenten richtig ab.

Die angepassten Parameter des Materialmodells sind in Tabelle 7.3 zusammengefasst. Auf die Schädigungs- und Versagensmodellierung in Abhängigkeit der Spannungsmehrachsigkeit wird in Abschnitt 7.2.1 eingegangen.

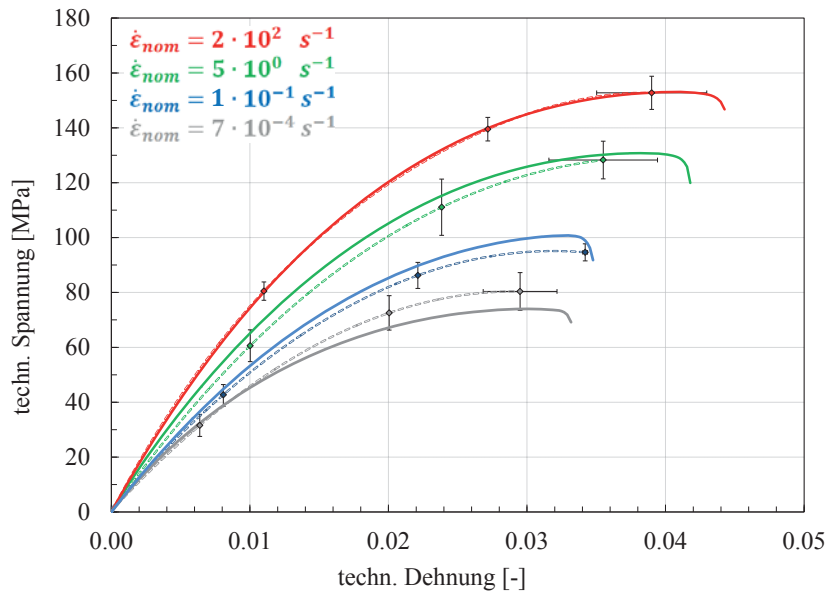


Bild 7.9: Dehnratenabhängige Flachzugversuche 0° zur Fließrichtung an PP-GF30: Simulationsergebnisse (durchgezogene Kurven) und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken). Parameteranpassung: $w_1 = 0.25$, $\tau_1 = 8 \cdot 10^{-2} s$, $w_2 = 0.3$, $\tau_2 = 1 \cdot 10^{-3} s$, weitere Parameter siehe Tabelle 7.3

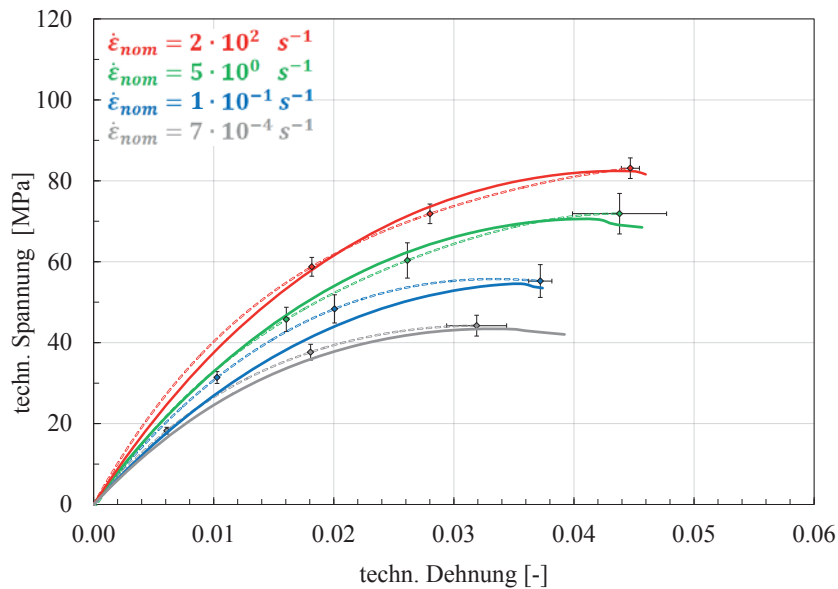


Bild 7.10: Dehnratenabhängige Flachzugversuche 90° zur Fließrichtung an PP-GF30: Simulationsergebnisse (durchgezogene Kurven) und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken). Parameteranpassung: $w_1 = 0.25$, $\tau_1 = 8 \cdot 10^{-2} s$, $w_2 = 0.3$, $\tau_2 = 1 \cdot 10^{-3}$, weitere Parameter siehe Tabelle 7.3

Tabelle 7.3: Parameter des Materialmodells für PP-GF30 bei Raumtemperatur

	Parameter					
Elastoplastisches Teilmodell	σ_0	h	q	F	G	L
	10MPa	0.47	0.27	2.5	0.5	4
Viskoelastisches Teilmodell	w_0	τ_0	w_1	τ_1	w_2	τ_2
	0.30	$1 \cdot 10^2 \text{s}$	0.25	$8 \cdot 10^{-2} \text{s}$	0.3	$3 \cdot 10^{-3} \text{s}$
Schädigungs- und Versagensmodell	ε_v	g	$\dot{\varepsilon}_0$	n		
	s. Bild 7.13	s. Bild 7.14	$3 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$	$2.8 \cdot 10^{-2}$		

7.1.3 Validierung der Positionsabhängigkeiten in den quasi-statischen Flachzugversuchen

Mit den angepassten Modellparametern werden nun die quasi-statischen Flachzugversuche der verschiedenen Positionen entsprechend den Bildern 7.11 und 7.12 simuliert. Es werden keine weiteren Anpassungen an dem Materialmodell vorgenommen. Jedem Zugprobe wird die FOV der entsprechenden Plattenposition zugewiesen, wobei die FOV sowie die Verteilung des Faservolumengehalts aus der Formfüllsimulation auf die einzelnen Gaußpunkte der FEM-Modelle übertragen werden. Es sei daran erinnert, dass auch die Variation der FOV über der Plattendicke gemäß den Bilder 4.14 bis 4.16 berücksichtigt wird.

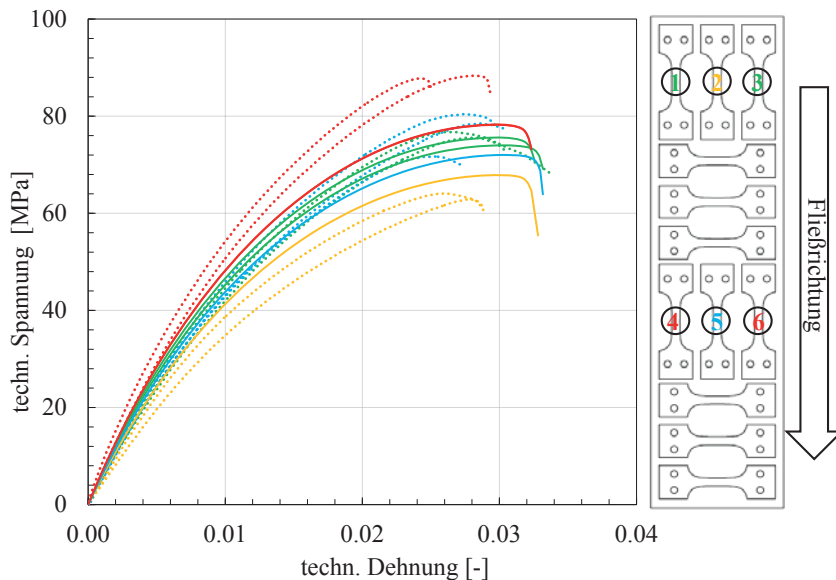


Bild 7.11: Flachzugversuche unterschiedlicher Positionen 0° zur Fließrichtung: Experimentelle Ergebnisse (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem visko-elastoplastischen Materialmodell und Schädigung (durchgezogene Kurven)

Bei den 0° -Versuchen in Bild 7.11 wird die Tendenz mit der höchsten Festigkeit und Steifigkeit an den Positionen 4 und 6 und der niedrigsten Spannungsantwort an Position 2 gut reproduziert. Aufgrund der Symmetrie führen die simulierten Zugversuche der Positionen 4 und 6 zum gleichen Simulationsergebnis. Dasselbe gilt für die Positionen 1 und 3. Die Positionsabhängigkeit in den Experimenten in Bild 7.11 stärker ausgeprägt und wird in der Simulation leicht unterschätzt.

Wie in Abschnitt 5.2.1.1 erwähnt, wird keine eindeutige Positionsabhängigkeit für die 90° -Zugversuche der Positionen 1 bis 5 beobachtet. Die Simulationen zeigen hier vergleichbare Ergebnisse (Bild 7.12). Der Randeffekt der Position 6 mit der höchsten Festigkeit und Steifigkeit im 90° Lastfall wird in der Simulation nicht korrekt abgebildet. Die in der Formfüllsimulation approximierte FOV ist am Plattenrand nicht ausreichend genau.

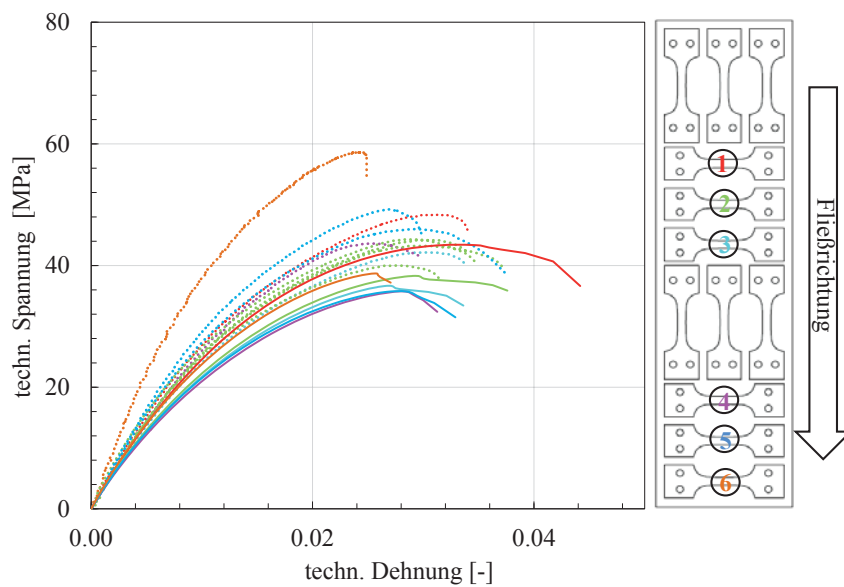


Bild 7.12: Flachzugversuche unterschiedlicher Positionen 90° zur Fließrichtung: Experimentelle Ergebnisse (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem visko-elastoplastischen Materialmodell und Schädigung (durchgezogene Kurven)

7.2 Simulation der Charakterisierungsversuche bei unterschiedlichen Spannungszuständen

7.2.1 Parameter in Abhängigkeit der Spannungsmehrachsigkeit

Zur Berücksichtigung unterschiedlicher Versagensformen wird die Schädigungsentwicklung und das Versagenskriterium in Abhängigkeit der Spannungsmehrachsigkeit formuliert (Abschn. 6.4). Die grundlegende Annahme des Ansatzes nach Johnson und Cook [1985] mit einer verringerten Versagensdehnung bei höherer Spannungsmehrachsigkeit basiert auf dem mikromechanisch motivierten Vorgang eines begünstigten Porenwachstums, das vornehmlich in Metallen verifiziert wurde. Die durch inverse Simulation angepassten Versagensdehnungen in Bild 7.13 zeigen für den vorliegenden LFT-Werkstoff nur eine geringfügig abnehmende Versagensdehnung mit steigender Spannungsmehrachsigkeit für $\sigma_{triax} > 1/3$. Die Versagensdehnung unter Scherbelastung ist hingegen deutlich höher, wodurch die Kurve (Bild 7.13) im Bereich $\sigma_{triax} \approx 0$ bereits einen exponentiellen Anstieg verzeichnet. Im Druckbereich ($\sigma_{triax} < -1/3$) findet kein Versagen statt. In Bild 7.13 wird für jeden simulierten Versuch die Entwicklung der ersten Hauptdehnung ε_I eines Elementes im Bereich der Versagensinitiierung über der Spannungsmehrachsigkeit dargestellt. Infolge der Verzerrungslokalisierung zeigt sich, abgesehen vom Scherzugversuch, immer eine Zunahme der Spannungsmehrachsigkeit mit fortschreitender Dehnungsentwicklung.

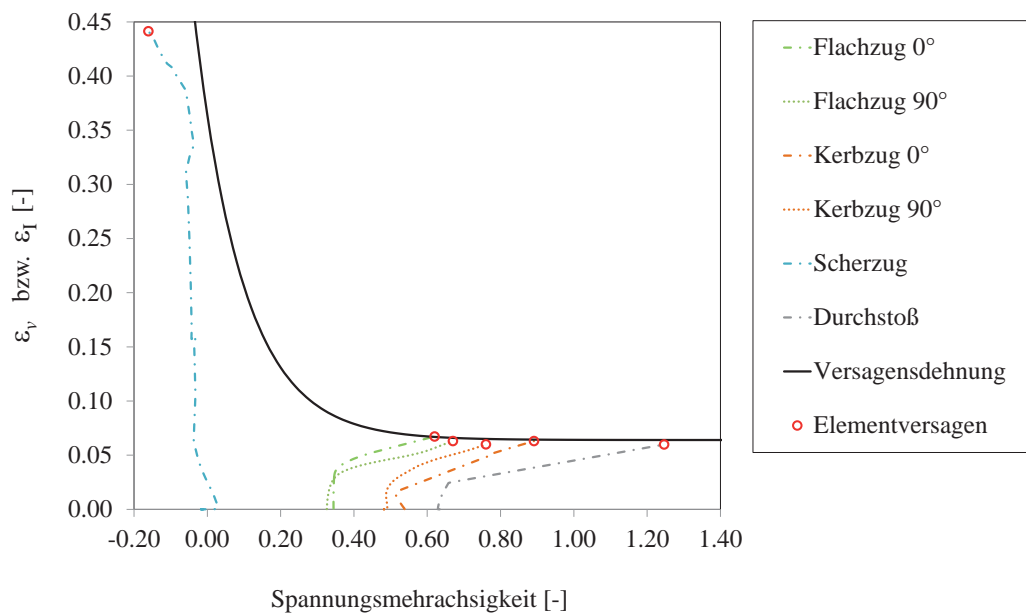


Bild 7.13: Verlauf der Versagensdehnung ε_v über der Spannungsmehrachsigkeit σ_{triax} und Entwicklung der ersten Hauptdehnungen ε_I in der Simulation der Materialcharakterisierungsversuche im Bereich der Versagensinitiierung

Je nach Belastungsart unterscheiden sich die Schädigungsentwicklungsvariablen, die nach Gleichung 6.13 mit dem historischen Maximum der einzelnen Verzerrungskomponenten gekoppelt sind. Bild 7.14 verdeutlicht die unterschiedlichen Entwicklungsgesetze der Schä-

digungsvariablen für die verschiedenen Bereiche der Spannungsmehrachsigkeit. So wird für den Durchstoß- und Kerbzugversuch eine lineare Schädigungsentwicklung mit $g = 1$ verwendet. Im Flachzugversuch zeigt eine leicht degressive Schädigungsentwicklung mit $g = 0.72$ ein besseres Simulationsergebnis. Der Scherversuch hingegen kann mit einer deutlich degressiv ausgebildeten Schädigungsentwicklung mit $g = 0.5$ und einer hohen Versagensdehnung in der Simulation am besten approximiert werden.

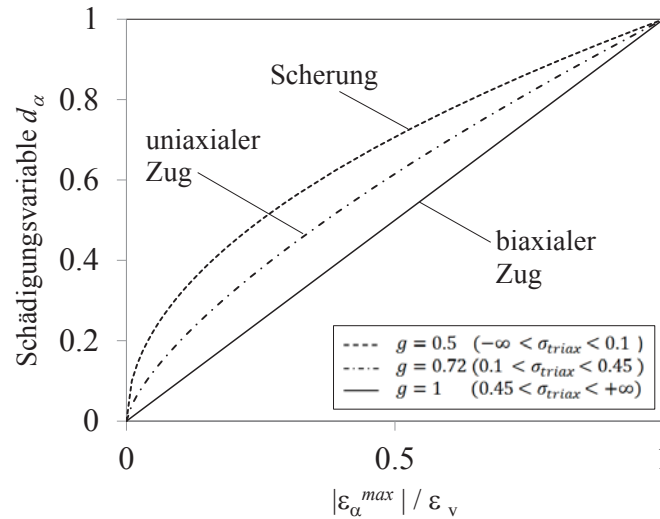


Bild 7.14: Schädigungsentwicklung in Abhängigkeit des Spannungszustandes

7.2.2 Simulation der Kerbzugversuche

Die Geometrie der Kerbzugprobe ist mit 4344 unterintegrierten² achtknotigen Hexaederelementen diskretisiert (Bild 7.15). Die Elementgröße im Bereich der lokalen Verformung sowie Elementtyp und Randbedingungen sind identisch zum Modell der Flachzugprobe. Die simulierte technische Dehnung wird aus relativen Knotenverschiebungen in einem Abstand von 10 mm bestimmt.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen sind für verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten in den Bildern 7.16 und 7.17 zusammen mit den Polynomfitkurven der experimentellen Ergebnisse gezeigt. Es wird auf die Darstellung der Positionsabhängigkeiten verzichtet (vgl. Bild 5.14). Repräsentativ sind die Proben mit der FOV von Position 2 der 0°-Orientierung und Position 3 der 90°-Orientierung simuliert. Die Ergebnisse der quasi-statischen Simulationen sind in guter Übereinstimmung mit den Experimenten. Der Endpunkt der Kurven entspricht dem endgültigen Versagen der Proben und wird im 0° wie im 90° Lastfall gut abgebildet.

Es ist ersichtlich, dass die Simulationsergebnisse zum Teil außerhalb der Versuchsstreuung liegen und im 90°-Lastfall (Bild 7.17) vorwiegend überschätzt werden. Allerdings ist zu

²Die Hourglass-Energien in den Rechnungen der Kerbzugversuche sind gering (<1% der Gesamtenergie). Vergleichsrechnungen mit vollintegrierten Elementen zeigen nur geringe Abweichungen.

beachten, dass die experimentellen Ergebnisse der Kerbzugversuche in Abschnitt 5.3.2 große Streuungen aufweisen.

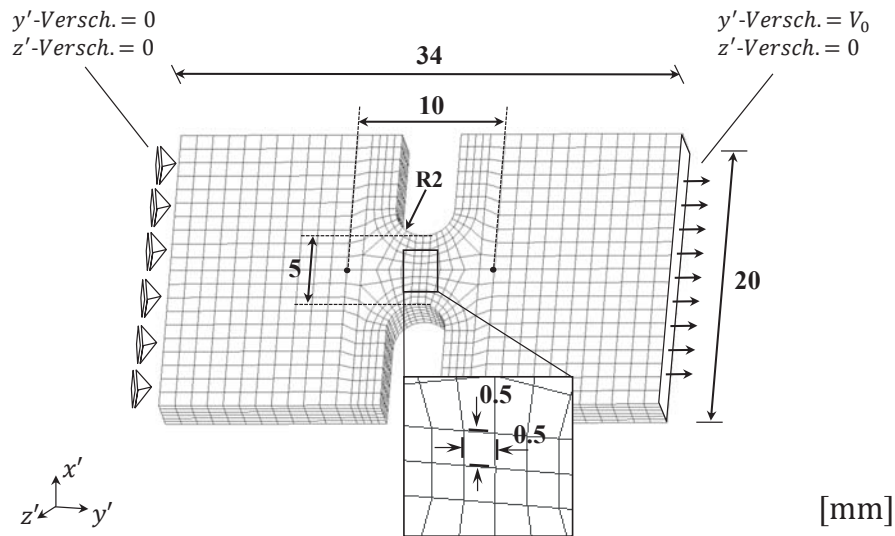


Bild 7.15: Finite-Elemente-Modell der Kerbzugprobe mit Angabe von Elementgröße und Randbedingungen

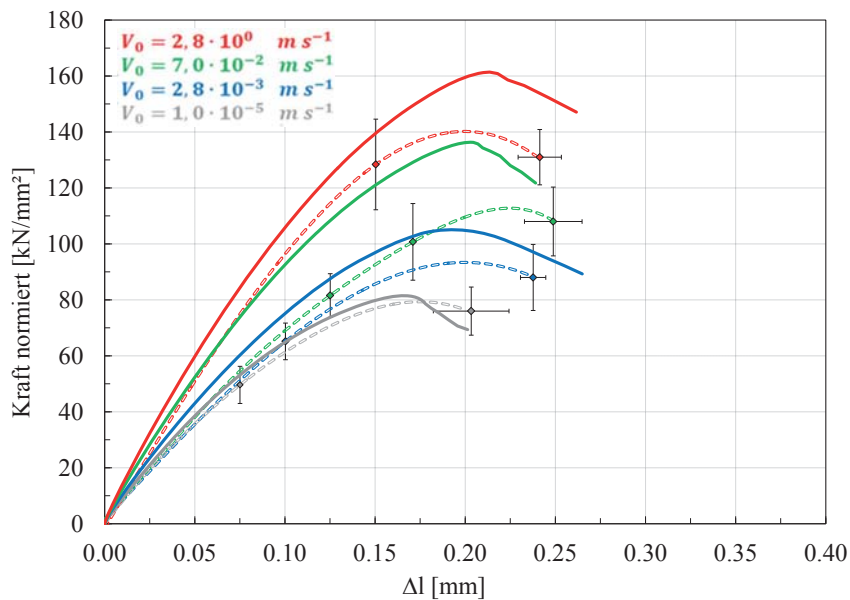


Bild 7.16: Simulierte Kraft-Wegverläufe (durchgezogene Kurven) und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken) des Kerbzugversuchs 0° zur Fließrichtung (PP-GF30)

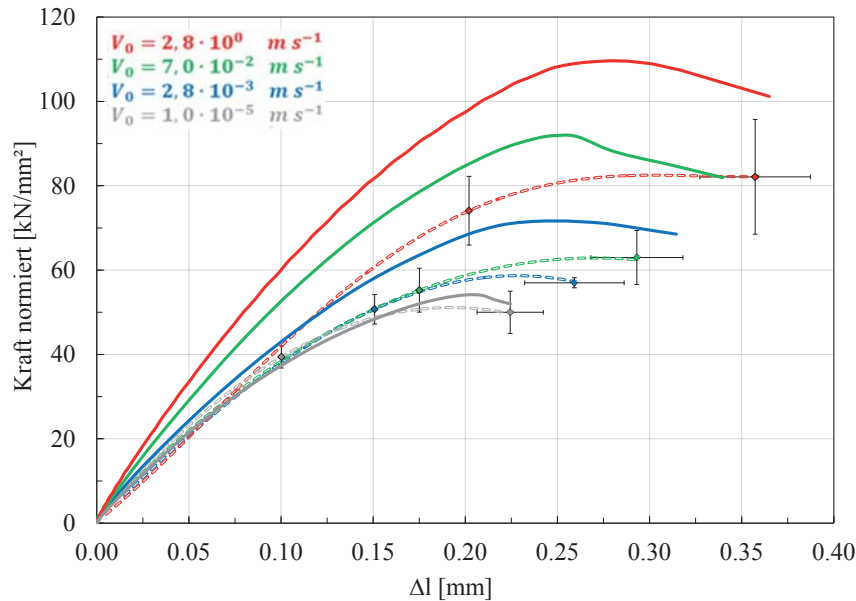


Bild 7.17: Simulierte Kraft-Wegverläufe (durchgezogene Kurven) und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken) des Kerbzugversuchs 90° zur Fließrichtung (PP-GF30)

7.2.3 Simulation der Scherzugversuche

Die Scherzugprobe ist mit 6228 unterintegrierten³ achtknotigen Hexaederelementen diskretisiert und in Bild 7.18 mit den vorgegebenen Randbedingungen dargestellt. Die Elementgröße im Bereich der lokalen Verformung beträgt ~ 0.5 mm. Der simulierte technische Scherwinkel γ wird aus den relativen Knotenverschiebungen mit einem Abstand von 2.5 mm analog zum Versuch (Abschn. 5.2.2.2) bestimmt.

Mit dem Scherzugversuch werden nicht nur die Parameter des Schädigungs- und Versagensmodells (Bilder 7.14 und 7.13), sondern auch die Fließspannung unter Scherbelastung des elastoplastischen Teilmaterialmodells nach Gleichung 6.5 ermittelt. In Bild 7.19 sind die simulierten Kurven der technischen Scherspannung über dem Scherwinkel den experimentellen Polynomfit-Kurven gegenüber gestellt. Der quasi-statische Versuch wird bis zum Kraftmaximum (Bild 7.19, graue Kurve) gut abgebildet. Der Effekt hoher lokaler Scherungen bei Versagen unter quasi-statischer Belastung im Vergleich zu einem spröderem Versagensverhalten bei dynamischer Belastung (Bild 5.38) wird in dem entwickelten Materialmodell nicht berücksichtigt. Eine Konsequenz des Bequemlichkeitsansatzes (Gl. (6.9) bzw. (A.10)) ist, dass alle Komponenten des Steifigkeitstensors in gleicher Weise mit

³Die Hourglass-Energien in den Rechnungen der Scherzugversuche sind gering ($<1\%$ der Gesamtenergie). Vergleichsrechnungen mit vollintegrierten Elementen zeigen ein leicht steiferes Verhalten infolge von Shear-Locking-Effekten. Die Abweichungen sind gering.

7.2 Simulation der Charakterisierungsversuche bei unterschiedlichen Spannungszuständen

der Dehnrates skaliert werden, wodurch sich auch die Scherkomponenten ändern. Folglich zeigen die simulierten Kurven in Bild 7.19 eine Änderung der Anfangstangentensteigung mit der Dehnrates, was im Experiment nicht beobachtet wird.

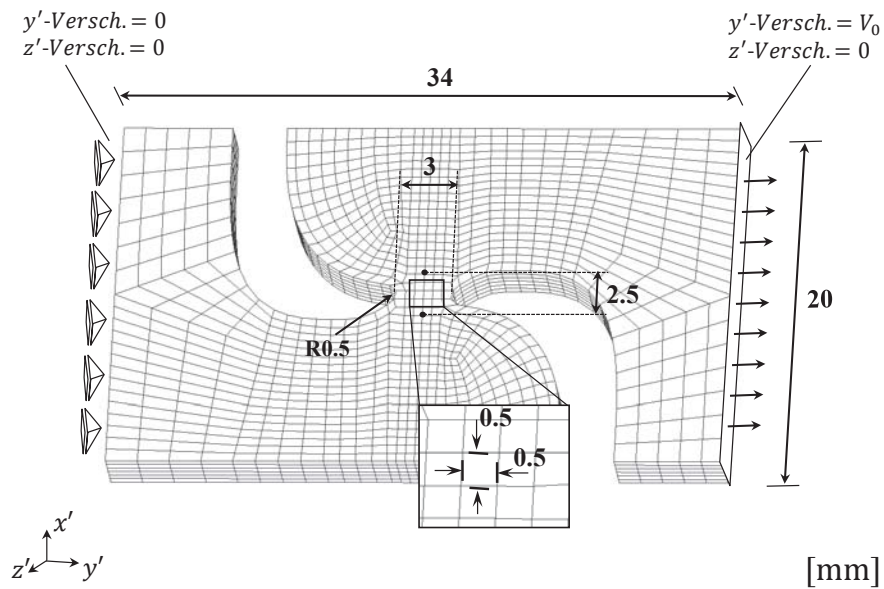


Bild 7.18: Finite-Elemente-Modell der Scherzugprobe mit Angabe von Elementgröße und Randbedingungen

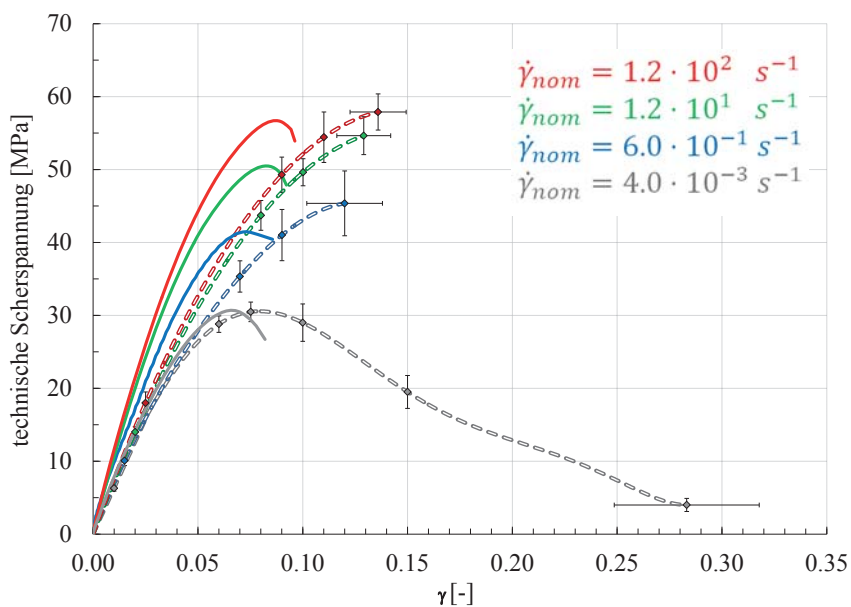


Bild 7.19: Simulierte Scherzugversuche (durchgezogene Kurven) und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken) an PP-GF30

7.2.4 Simulation der Durchstoßversuche

Für den Durchstoßversuch werden im Folgenden zwei numerische Modelle verglichen. Zum Einen ist die Probe mit 59010 achtknotigen vollintegrierten⁴ Hexaederelementen unter Verwendung einer automatischen Vernetzung (HyperMesh, Altair Computing Inc., Troy, Michigan, USA) diskretisiert. Zum Anderen ist die Probe zur Gegenüberstellung mit einem strukturierten Netz (46080 achtknotige vollintegrierte Hexaederelemente) modelliert. Im mittleren Bereich der Probe beträgt die Elementgröße für beide Modelle jeweils ~ 0.5 mm mit sechs Elementen über der Probendicke. Zwei Platten (Matrize und Halter) zur Fixierung der Probe und Stempel sind als starre Körper modelliert. Das numerische Modell am Beispiel der verwendeten automatischen Vernetzung zeigt Bild 7.20. Für die Kontaktdefinitionen wird ein Penaltykontakt eingesetzt (Hallquist [1998]). Um die Probe zwischen die starren Platten zu klemmen, wird ein hoher Reibungskoeffizient von 0.99 verwendet. Ein geringer Reibungskoeffizient von 0.1 wird für den Kontakt zwischen dem Stempel und der Probe angenommen.

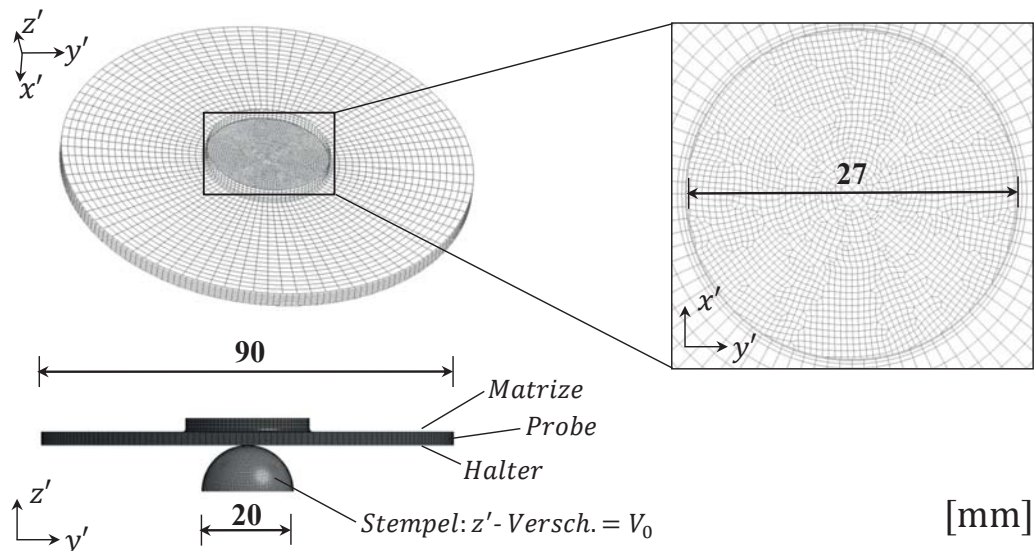


Bild 7.20: Finite-Elemente-Modell des Durchstoßversuchs

Ein Vergleich im Kraft-Weg-Verlauf zwischen experimentell ermittelten Polynomfit-Kurven und den numerischen Ergebnissen (nicht strukturiertes Netz) zeigt Bild 7.21. Es wird nur eine Position (Pos. 2; vgl. Bild 5.21) simuliert, wobei daran erinnert sei, dass in den Experimenten des Durchstoßversuchs (Abschn. 5.2.2.4) keine signifikante Positionsabhängigkeit beobachtet worden ist. Vergleicht man die Anfangstangentensteigungen und maximalen Kräfte der Kurven in Bild 7.21, liegen die Berechnungen in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Aufgrund einer frühen und sehr feinen Rissinitiierung, die in den Experimenten beobachtet wird, flacht die Steigung bis zur Maximalkraft in allen Versuchen sukzessive ab. Im Simulationsergebnis wird der Kraftabfall nach dem Maximum überschätzt. Durch die grobe Vernetzung (Elementgröße 0.5 mm), lässt sich weder die feine Rissinitiierung noch der Rissfortschritt adäquat abbilden. Das approximierte

⁴Die Abweichungen zu Berechnungen mit unterintegrierten Elementen sind gering. Es werden vollintegrierte Elemente verwendet, da die Hourglass-Energien $>1\%$ der Gesamtenergie betragen.

Versagensbild (Bild 7.22) zeigt dennoch eine gute Übereinstimmung in der Gegenüberstellung zwischen Simulation (Bild 7.22, links) und Versuch (Bild 7.22, rechts).

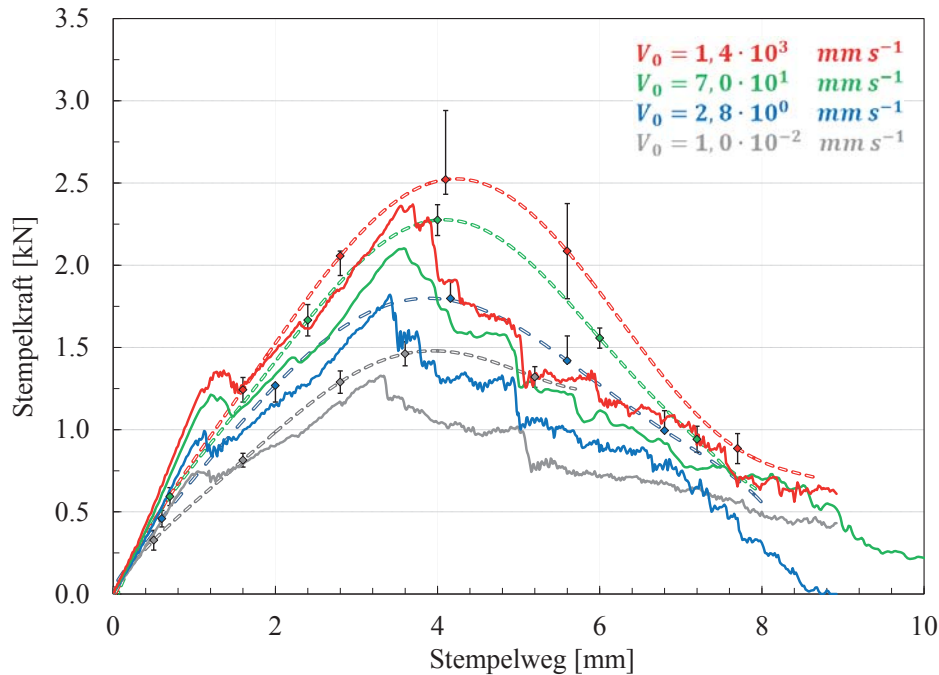


Bild 7.21: Simulierte Kraft-Wegverläufe (durchgezogene Kurven) mit **nicht strukturiertem** FEM-Netz und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken) des Durchstoßversuchs (PP-GF30)

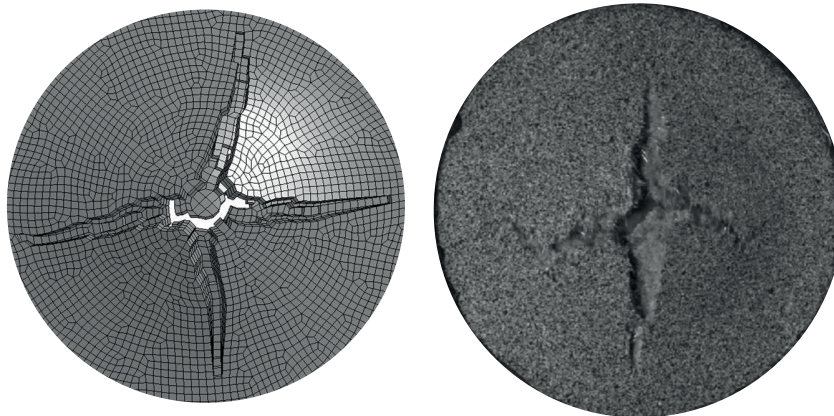


Bild 7.22: Vergleich der Versagensbilder zwischen Simulation mit **nicht strukturiertem** FEM-Netz (links) und Versuch (rechts) für den quasi-statischen Lastfall ($V_0 = 0.01 \text{ mm/s}$)

Bild 7.23 zeigt in der Gegenüberstellung zu Bild 7.21 die Simulationsergebnisse unter Verwendung eines strukturierten Netzes. Es ist ein abrupten Kraftabfall nach Kraftmaximum in den dynamischen Lastfällen zu erkennen. Das Versagensbild des Simulationsergebnisses (Bild 7.24, links) zeigt eine deutliche Netzabhängigkeit. Die Elemente versagen entlang einer horizontalen und vertikalen Elementreihe entsprechend der Orientierung der Hexaederelemente.

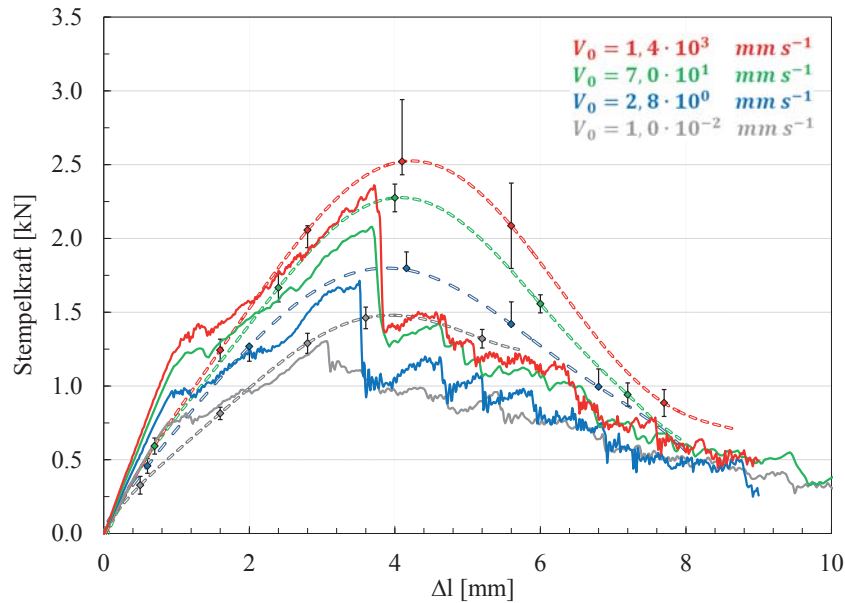


Bild 7.23: Simulierte Kraft-Wegverläufe (durchgezogene Linien) mit **strukturiertem** FEM-Netz und Polynomfit-Kurven der Experimente (gestrichelte Linien mit Fehlerbalken) des Durchstoßversuchs (PP-GF30)

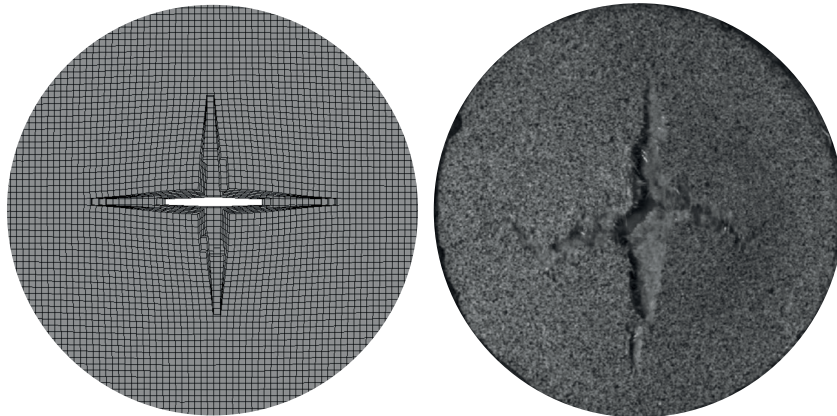


Bild 7.24: Vergleich der Versagensbilder zwischen Simulation mit **strukturiertem** FEM-Netz (links) und Versuch (rechts) für den quasi-statischen Lastfall ($V_0 = 0.01$ mm/s) mit einem strukturierten Netz

7.2.5 Simulation der taillierten Durchstoßversuche

Für die Simulation des taillierten Durchstoßversuchs wurden keine Parameteranpassungen durchgeführt. Es ist das numerische Modell nach Bild 7.25 verwendet worden. Dieses ist mit 11760 achtknotigen vollintegrierten⁵ Hexaederelementen vernetzt. Die Elementkan-

⁵Die Abweichungen zu Berechnungen mit unterintegrierten Elementen sind gering. Es werden vollintegrierten Elemente verwendet, da die Hourglass-Energien bei Verwendung unterintegrierter Elemente >1% der Gesamtenergie betragen.

tenlänge im Bereich der Deformation misst 0.5 mm. Da an der taillierten Durchstoßprobe keine dynamischen Experimente durchgeführt worden sind, ist nur eine quasi-statische Belastungsgeschwindigkeit simuliert. Die Randbedingungen, wie Kontaktformulierung und Reibungskoeffizient sind analog zu Abschnitt 7.2.4 definiert.

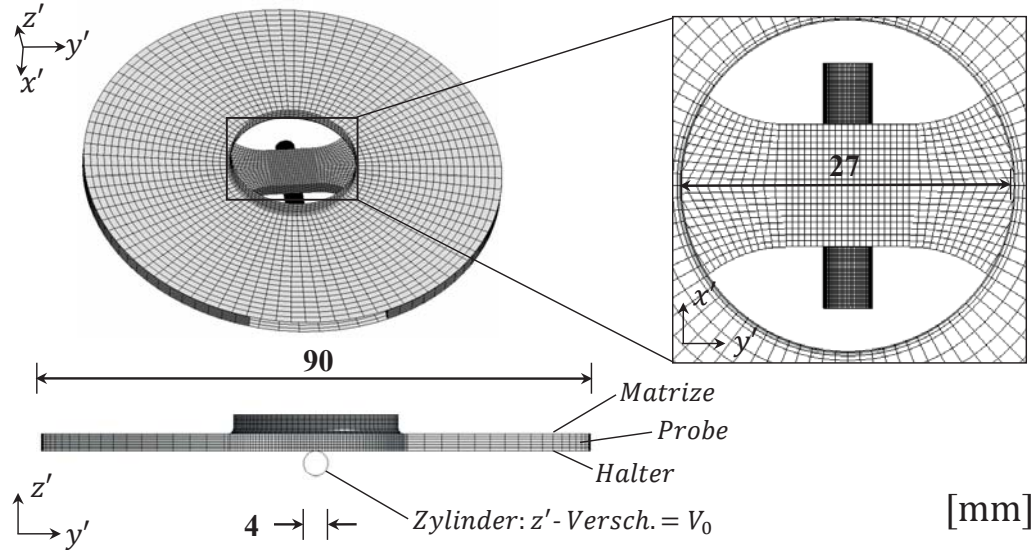


Bild 7.25: Finite-Elemente-Modell des taillierten Durchstoßversuchs

Die Simulationsergebnisse der Kraft-Weg-Kurven sind in Bild 7.26 zusammen mit den experimentellen Versuchsergebnissen abgebildet. Die anisotropen Biegesteifigkeiten infolge der FOV werden gut abgebildet, auch wenn diese im 0° -Lastfall geringfügig überschätzt

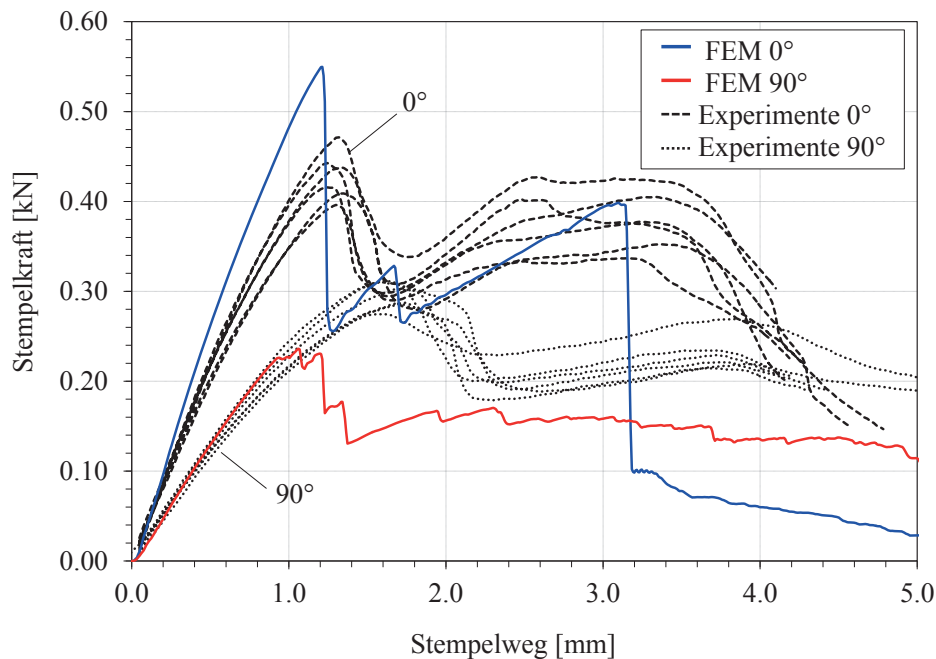


Bild 7.26: Simulierte Kraft-Wegverläufe (durchgezogene Kurven) und experimentelle Ergebnisse (schwarze gestrichelte und gepunktete Kurven) des taillierten Durchstoßversuchs (PP-GF30)

werden. Da das Schädigungs- und Versagenkriterium nach Gleichung 6.13 unabhängig von der FOV formuliert ist, tritt die Schädigungsinitiation in der Simulation der 0° , wie der 90° orientierten Probe bei gleichem Stempelweg ein. Demzufolge wird das experimentell ermittelte spätere Versagen im 90° Lastfall zu früh abgebildet.

7.3 Analyse des Diskretisierungseinflusses auf die Simulationsergebnisse

Die Übertragung des angepassten Modells auf unterschiedliche Elementgrößen ist nicht ohne weitere Neuanpassung der Parameter möglich (vgl. Abschn. 6.5). Mit einer Variation der Netzgröße ändert sich nicht nur die Genauigkeit der approximierten Geometrie und Verformung, sondern auch die Genauigkeit der approximierten FOV über der Dicke der Probe wie es in Bild 7.27 für drei verschiedene Diskretisierungen dargestellt ist. Es wird die übertragende FOV aus der Formfüllsimulation im FE-Modell für 3, 6 und 12 Elemente über der Probendicke dargestellt, wobei die entsprechenden Kantenlängen der Elemente in der FEM-Simulation 1 mm, 0.5 mm und 0.25 mm betragen. Es sei daran erinnert, dass die Formfüllsimulation in Abschnitt 4.5.2 mit 9 Zellen über der Dicke diskretisiert ist. Eine feinere Auflösung bringt demnach keine genauere Approximation im Sinne der FOV.

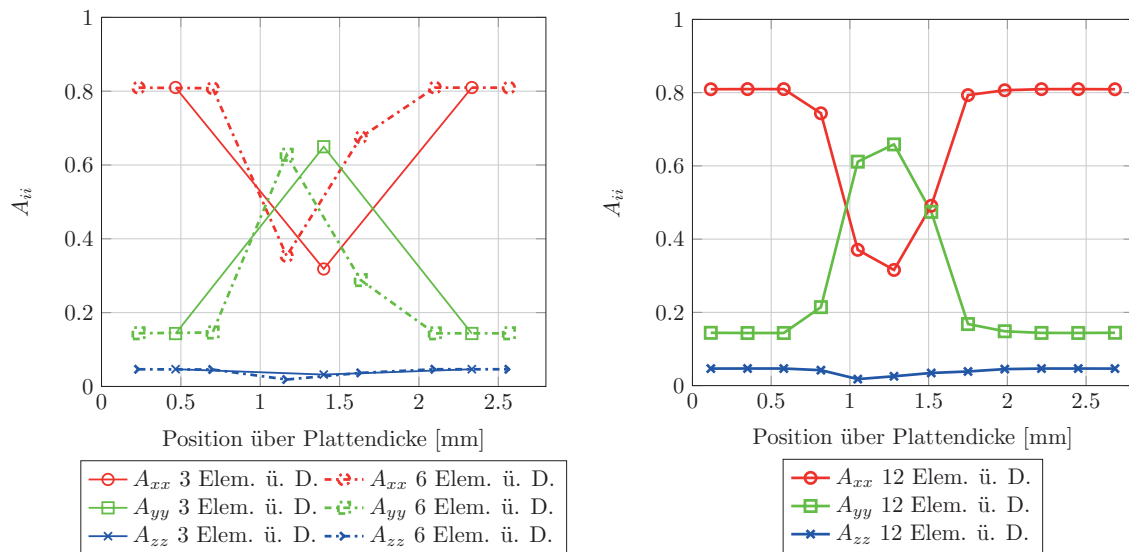


Bild 7.27: Gemappte FOV aus der Spritzgussimulation mit CoRheos für unterschiedlich diskretisierte FE-Modelle der Kantenlängen 1 mm (3 Elemente über der Dicke), 0.5 mm (6 Elem. ü. D.) und 0.25 mm (12 Elem. ü. D.)

Es wird der taillierte Durchstoßversuche nach Abschnitt 7.2.5 erneut mit unterschiedlichen Diskretisierungen berechnet. Ergebnisse der Simulationen mit den Elementkantenlängen 1 mm (3 Elemente über der Dicke) und 0.25 mm (12 Elem. ü. D.) zeigt Bild 7.28 im Vergleich zur Simulation mit der kalibrierten Ausgangselementgröße von 0.5 mm (6 Elem. ü. D.) zusammen mit den experimentellen Ergebnissen. Während bei kleiner Elementkantenlänge deutlich früher Versagen eintritt, zeigt das grobe Netz eine leicht spätere

Versagensinitiierung. Die Notwendigkeit einer elementgrößenabhängigen Versagensformulierung wird deutlich.

Die gleichen Simulationen mit einer elementgrößenabhängigen Versagensformulierung sind in Bild 7.29 dargestellt. Für die Parameter \varkappa und s aus Gleichung (6.21) und (6.22) wurden die Werte nach Tabelle 7.4 verwendet. Die bessere Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch wird deutlich. Um akzeptable Rechenzeiten einzuhalten ist die feinste Diskretisierung (0.25mm) mit höherer Geschwindigkeit und entsprechend skalierten dehnratenabhängigen Parametern simuliert, was zu leichten Schwingungen in der Kraft-Weg-Kurve führt.

Tabelle 7.4: Parameter der elementgrößenabhängigen Versagensformulierung nach Gl. (6.21) und (6.22) für drei unterschiedliche Elementkantenlängen

	0.25 mm	0.5mm	1mm
Skalierungsfaktor \varkappa	1.52	1	0.8
Exponent s	1.1	1	1

Die Anwendbarkeit des Modells auf beliebige Diskretisierungen wird deutlich, jedoch nimmt die Qualität der Lösung nicht signifikant mit feinerer Netzgröße zu. Die Kraft-Weg-Kurven verlaufen bei feinerem FEM-Netz allerdings glatter (Bild 7.29, unten links), sofern man von den erläuterten dynamischen Effekten absieht. Ein fortschreitendes Risswachstum lässt sich demnach besser abbilden. Über die Genauigkeit der simulierten Schädigungsentwicklung und des Versagens unter dem Einfluss der lokalen Anisotropie ist bei diesem komplexen Belastungszustand, der eingespannten Drei-Punkt-Biegung, nur schwer eine Aussage zu treffen. Zudem ist davon auszugehen, dass mit höherem Auflösungsgrad der Diskretisierung die lokale Variation der FOV eine stärkere Auswirkungen hat, welche bei einem groben FE-Netz, im Mittel betrachtet, an Relevanz verliert. Das verdeutlicht die gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Simulationen bei 1 mm Elementkantenlänge. Es ist nur eine Näherung, die Versagensdehnungen durch den Parameter \varkappa in Abhängigkeit der Elementgröße zu skalieren. Gleiches gilt für die Reduzierung der Spannungs-Schädigungskopplung mit Hilfe des Exponenten s . Nach den Ursachen für die Unterschiede zwischen Simulation und Versuch, wie beispielsweise dem zu steif approximierten 0° -Lastfall, gilt es zum einen in der berechneten Mikrostruktur, zum anderen aber auch in einer, sicherlich FOV abhängigen, Schädigungsentwicklung zu suchen. Die Anpassung eines anisotropen Schädigungs- und Versagensmodells würde eine noch genaue Information über die lokalen Faserorientierungen erfordern, um hier ein besseres Berechnungsergebnis liefern zu können.

7.3 Analyse des Diskretisierungseinflusses auf die Simulationsergebnisse

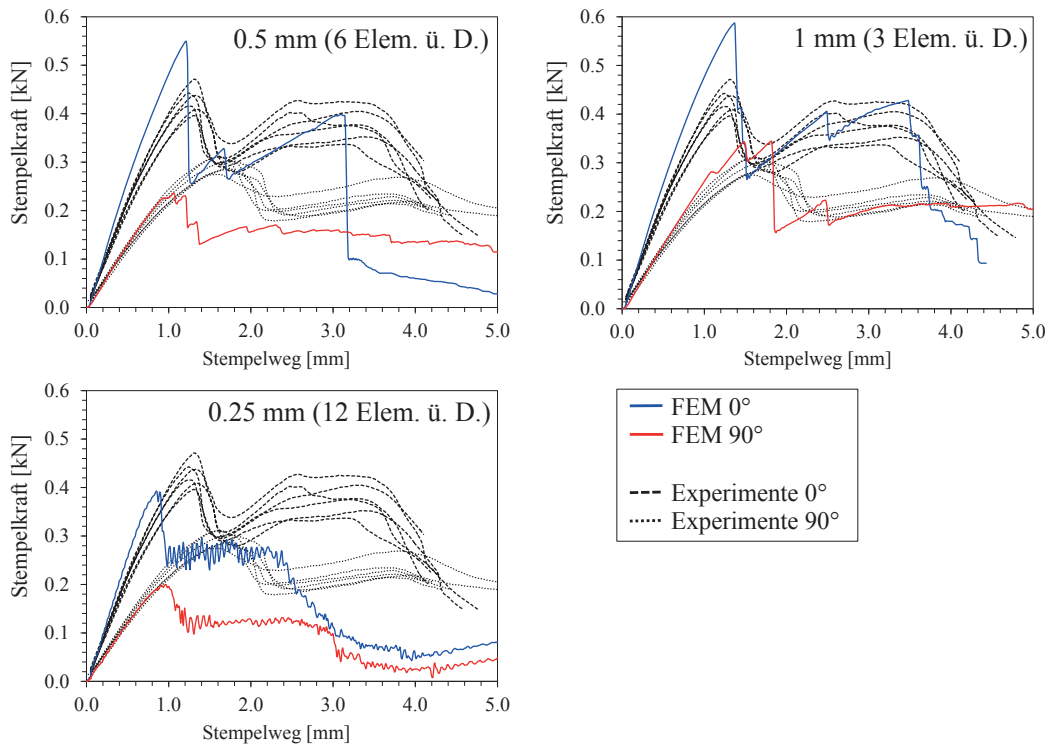


Bild 7.28: Simulationen des taillierten Durchstoßversuchs mit unterschiedlichen Diskretisierungen ohne Anpassung des elementgrößenabhängigen Schädigungs- und Versagensverhalten

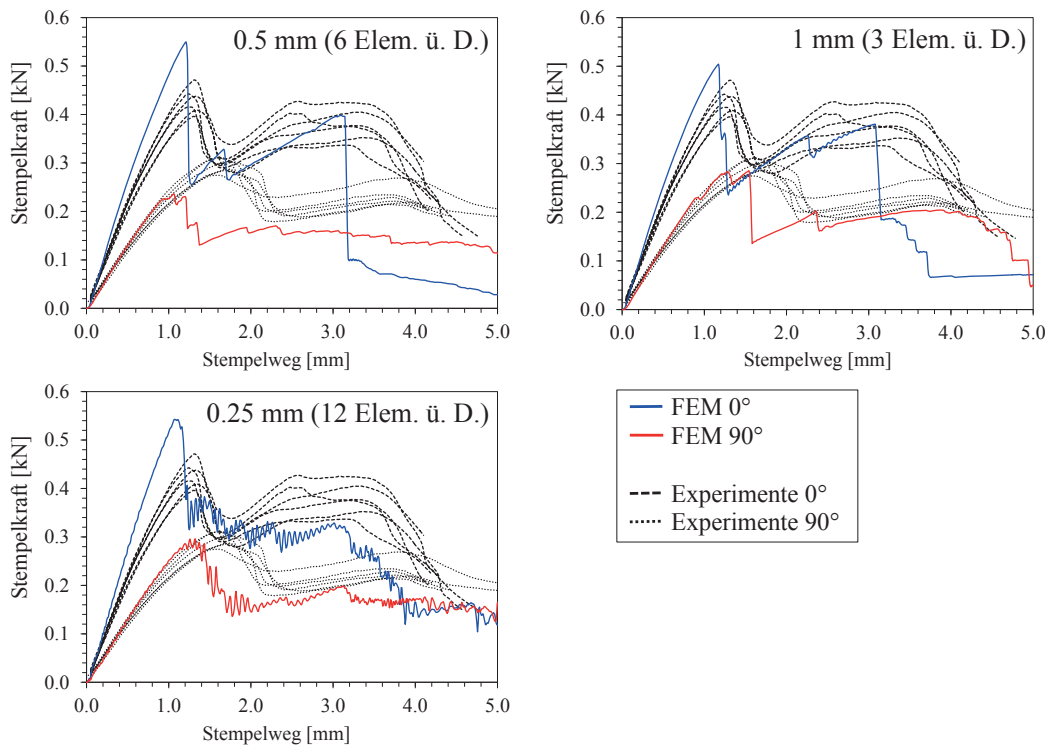


Bild 7.29: Simulationen des taillierten Durchstoßversuchs mit unterschiedlichen Diskretisierungen und einem an die Elementgrößen angepassten Schädigungs- und Versagensverhalten

Eine für kurzfaserverstärkte Spritzgussmaterialien typische FOV über der Plattendicke weißt eine dünne Randschicht auf (vgl. Bild 2.3, Abschn. 2.2; Advani [1994] oder Pötsch und Michaeli [2008]). Dabei sind die Fasern abweichend zur Hauptschicht orientiert. In der Spritzgussimulation wird eine dünne Randschicht nicht abgebildet. Experimentelle Ungenauigkeiten in den durchgeführten CT-Messungen geben Grund zur Annahme, dass eine dünne Randschicht bei dem vorliegenden Werkstoff messtechnisch nicht erfasst wurde (vgl. Abschn. 4.2). In Bild 7.30 ist daher in einer Studie gezeigt, wie sich das mechanische Verhalten in der Simulation auswirkt, wenn eine dünne Randschicht berücksichtigt wird, in der die Faser nahezu isotrop in der Ebene verteilt vorliegen. Mit der modifizierten FOV über der Plattendicke (Bild 7.30 links, gestrichelte Linie) zeigt Bild 7.30 rechts das entsprechende Berechnungsergebnis. Während das Modell der 0°-Probe geringere und damit realistischere Biegesteifigkeiten wiedergibt, wird bei dem Modell der 90°-Probe die Kraft überschätzt. Auch die qualitativen Verläufe der simulierten Kraft-Wegkurven nach Kraftmaximum zeigen keine Verbesserungen verglichen mit den Simulationsergebnissen in Bild 7.29 unten links.

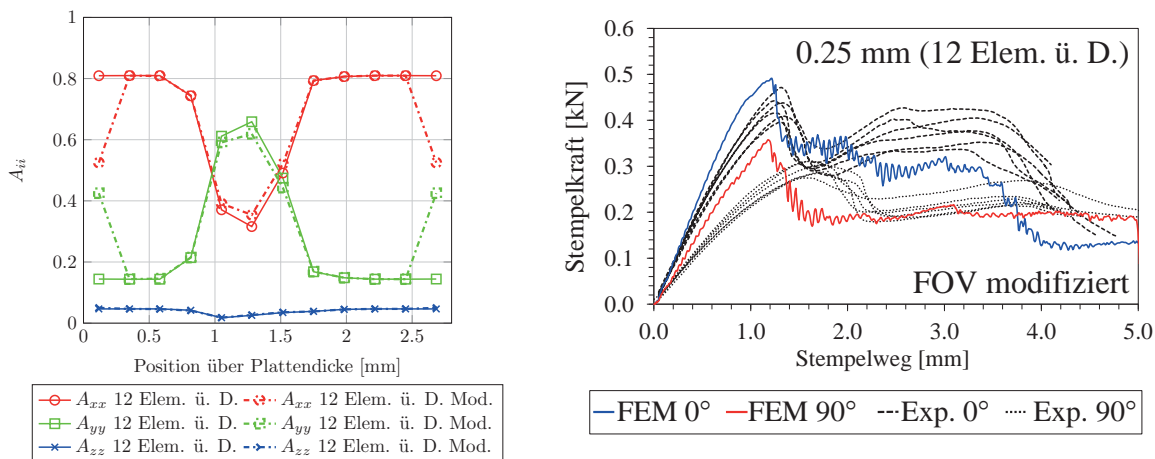


Bild 7.30: Simulationen des taillierten Durchstoßversuchs mit modifizierter Randschicht und einer Elementkantenlänge von 0.25 mm (PP-GF30)

7.4 Variation des Faservolumengehalts im Zugversuch

Das Materialmodell wurde an die Charakterisierungsversuche des Werkstoffs PP-GF30 (30 Gew.-% Fasergehalt) angepasst, wie in den Abschnitten 7.1 bis 7.2.4 erläutert. Im Folgenden soll untersucht werden, wie gut das Modell ohne weitere Anpassungen die Versuche der Werkstoffe mit höherem Fasergehalt von 40 Gew.-% (PP-GF40) und niedrigerem Fasergehalt von 20 Gew.-% (PP-GF20) abbilden kann. Dazu werden die experimentellen Zugversuche, entnommen in 0° und 90° zur Fließrichtung, den simulierten Zugversuchen sowohl für den Werkstoff PP-GF40 (Bild 7.31), als auch für den Werkstoff PP-GF20 (Bild 7.32) gegenüber gestellt. Es wird keine neue Spritzgussimulation für die zwei Werkstoffe mit dem Fasergehalt 40 Gew.-% und 20 Gew.-% durchgeführt. Stattdessen sind die

Ergebnisse aus der Spritzgussimulation mit den berechneten Verteilungen der Faserorientierungen und Faservolumenkonzentrationen $c_{f_{30}}(\mathbf{x})$ des Werkstoffs PP-GF30, abhängig vom Ortsvektor \mathbf{x} , übernommen worden. Der Fasergehalt ist auf das entsprechende Niveau von 40 Gew.-% mit $c_{f_{40}}(\mathbf{x}) = 1.4508 c_{f_{30}}(\mathbf{x})$ und 20 Gew.-% mit $c_{f_{20}}(\mathbf{x}) = 0.6167 c_{f_{30}}(\mathbf{x})$ hoch bzw. runter skaliert. Das bedeutet, es wird in der Simulation angenommen, dass sich die FOV für die beiden Werkstoffe, PP-GF40 und PP-GF20, im Vergleich zu PP-GF30 nicht ändert.

Es zeigt sich für beide Werkstoffe, dass das Lastniveau in der Simulation gut getroffen wird (Bilder 7.31 und 7.32). Die Streuung der Experimente an PP-GF40 in Bild 7.31 ist auf die lokale Ausbildung von Fasernestern infolge des erhöhten Fasergehalts zurückzuführen, wie es in Abschnitt 4.1 erläutert wurde. Die ausgeprägtere Positionsabhängigkeit des Werkstoffes PP-GF20 wird beim Vergleich der Experimente mit den Simulationsergebnisse in Bild 7.32 deutlich. Der Unterschied im Spannungsniveau zwischen den Positionen 4 und 6 der 0° -Versuche ist größer als in den entsprechenden Simulationsergebnissen. Es ist anzunehmen, dass für den niedrigeren Fasergehalt von 20 Gew.-% eine neue Spritzgussimulation mit angepasstem Fasergehalt eine bessere Übereinstimmung bringen wird.

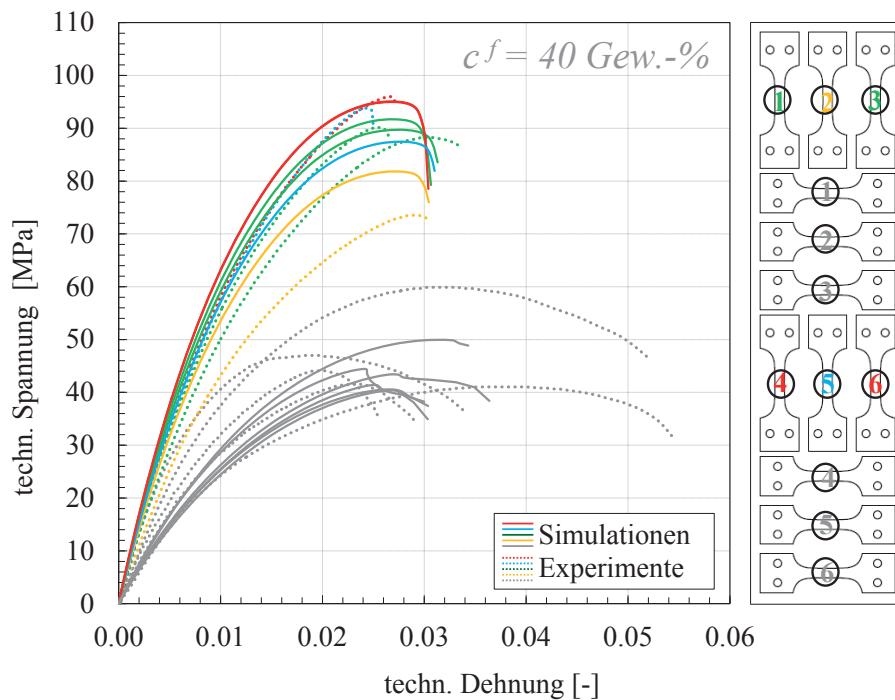


Bild 7.31: Flachzugversuche unterschiedlicher Positionen mit 40 Gew.-% Faseranteil (PP-GF40): Experimentelle Ergebnisse (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem viskoelastoplastischen Materialmodell und Schädigung (durchgezogene Kurven)

Eine gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Versuchen ohne weitere Anpassung der Parameter im Plastizitätsmodell (Abschn. 6.2) erscheint vorerst nicht plausibel. Allerdings zeigt sich in der Simulation der Be- und Entlasteversuche (Bild 7.6), dass die bleibenden plastischen Verformungen gering sind. Der nichtlineare Spannungs-Dehnungsverlauf in den Zugversuchen wird vorwiegend durch das Schädigungsmodell (Abschn. 6.4) approximiert, welches lediglich von den Verzerrungen abhängig ist.

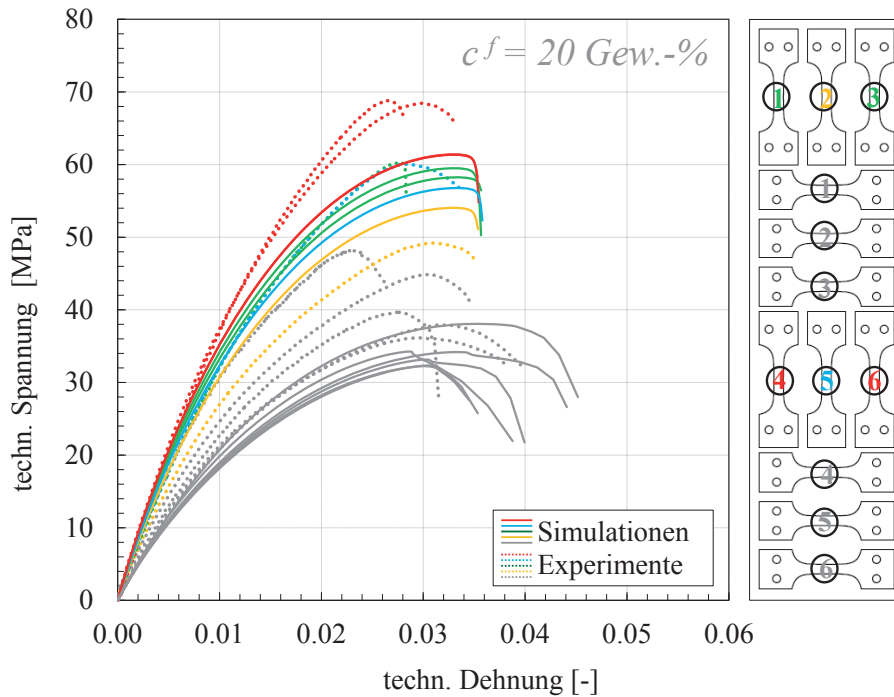


Bild 7.32: Flachzugversuche unterschiedlicher Positionen mit 20 Gew.-% Faseranteil (PP-GF20): Experimentelle Ergebnisse (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem viskoelastoplastischen Materialmodell und Schädigung (durchgezogene Kurven)

7.5 Parameterstudie zur Modellanpassung bei unterschiedlichen Temperaturen

Zur Simulation der temperaturabhängigen Zugversuche (Abschn. 5.2.1.3) wird das elastoplastische Teilmaterialmodell verwendet. Von viskosen Effekten wird aufgrund fehlender experimenteller Befunde abgesehen. Für die Bestimmung der anisotropen Steifigkeiten mit Hilfe der Homogenisierung nach Gl. (3.32) und (3.122) werden elastische Kennwerte für Polypropylen aus Ariyama et al. [1997] und Pedrazzoli et al. [2014] adaptiert und in Tabelle 7.5 angegeben, wobei die Querkontraktionszahl ν^m unabhängig von der Temperatur angenommen wird.

Tabelle 7.5: Verwendete elastische Kennwerte der Ausgangsmaterialien bei -35°C und $+85^\circ\text{C}$

	Glas	Polypropylen -35°C	Polypropylen $+85^\circ\text{C}$
E-Modul [GPa]	$E^f = 73$	$E^m = 3.8$	$E^m = 0.5$
Poisson-Zahl	$\nu^f = 0.23$	$\nu^m = 0.39$	$\nu^m = 0.39$

Die Simulationsergebnisse werden in den Bildern 7.33 und 7.34 dargestellt. Es wird jeweils die FOV der Flachzugprobe an der Position 1 in 0° und 90° zur Fließrichtung verwendet. Die ermittelten Parameter des Plastizitätsmodells sind in den Tabellen 7.6 und 7.7 für die unterschiedlichen Temperaturen angegeben. Versuche bei -35°C werden im Plastizitätsmodell mit einem linearen Verfestigungsgesetz mit $q = 1$ in Gl. (6.6) approximiert und sind in den Bildern 7.33 und 7.34 mit blauen Kurven dargestellt. Eine Kopplung mit dem

Schädigungsmodell wird nicht berücksichtigt. Versuche bei +85°C weisen mit $q = 0.08$ in Gl. (6.6) ein nahezu ideal plastisches Materialverhalten auf und sind in den Bildern 7.33 und 7.34 mit roten Kurven dargestellt. Eine stärkere Entfestigung kann durch eine Kopplung mit dem Schädigungsmodell erreicht werden. In den Bildern 7.6 und 7.7 zeigt jeweils

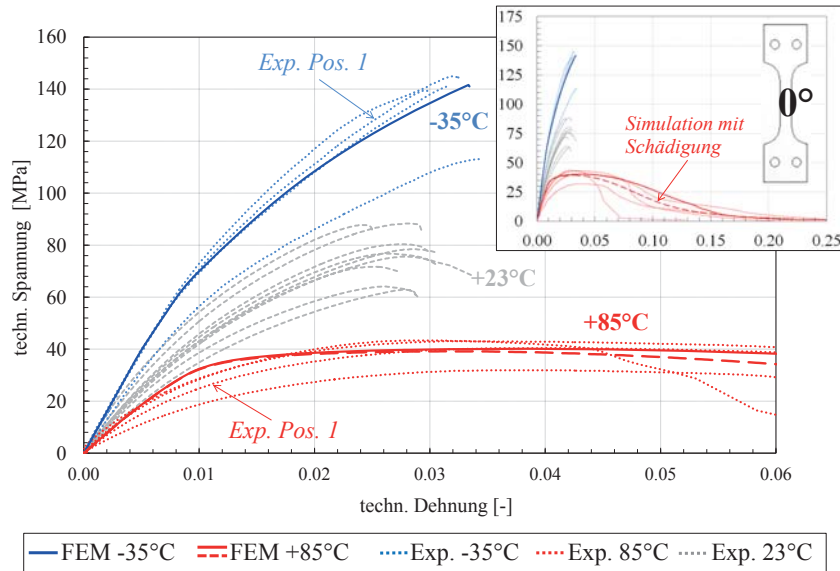


Bild 7.33: Flachzugversuche an PP-GF30 in 0° Grad zur Fließrichtung bei unterschiedlichen Temperaturen: Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem elastoplastischen Materialmodell (durchgezogene Kurven). Vergleichssimulation mit Berücksichtigung der Schädigungsformulierung für +85°C

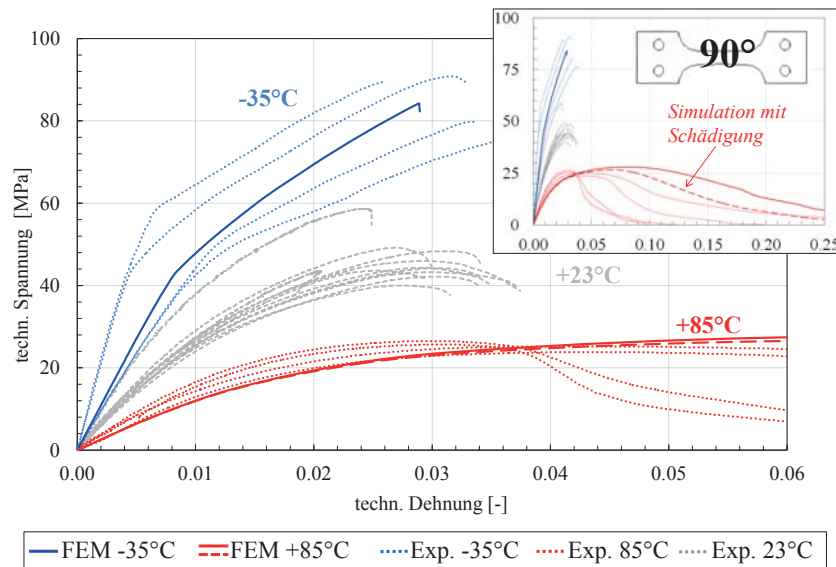


Bild 7.34: Flachzugversuche an PP-GF30 in 90° Grad zur Fließrichtung bei unterschiedlichen Temperaturen: Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen (gepunktete Kurven) und FEM-Simulationen mit dem elastoplastischen Materialmodell (durchgezogene Kurven). Vergleichssimulation mit Berücksichtigung der Schädigungsformulierung für +85°C

die rote gestrichelte Kurve eine Vergleichsrechnung mit einer linearen Schädigungsentwicklung mit $g = 1$ (Gl. (6.13)). Eine Rechnung ohne Schädigung zeigt die rote durchgezogene Linie. Ersteres gibt hierbei eine bessere Übereinstimmung mit den Experimenten wieder.

Tabelle 7.6: Parameter des elastoplastischen Teilmaterialmodells für PP-GF30 bei -35°C

	Parameter					
Elastoplastisches Teilmodell	σ_0	h	q	F	G	L
	70 MPa	1.25	1	2.7	0.5	4
Schädigungs- und Versagensmodell	ε_v	g				
	0.035	<i>keine Kopplung</i>				

Tabelle 7.7: Parameter des elastoplastischen Teilmaterialmodells für PP-GF30 bei $+85^{\circ}\text{C}$

	Parameter					
Elastoplastisches Teilmodell	σ_0	h	q	F	G	L
	0.1 MPa	0.053	0.08	4	0.5	4
Schädigungs- und Versagensmodell	ε_v	g				
	1.8	1				

7.6 Zusammenfassung und Diskussion der Modellanpassung

Basierend auf analytischen Homogenisierungsmethoden und ergänzenden phänomenologischen Ansätzen (z.B. Hill-Fließbedingung) ist ein anisotropes viskoelastisch-viskoplastisches Materialmodell, kombiniert mit einem quasi-isotropen, dehnratenabhängigen Versagensmodell, für LFT entwickelt worden. Es hat sich gezeigt, dass der mikromechanische Ansatz von Mori und Tanaka mit der Orientierungsmittelung nach Advani und Tucker in der Approximation des anisotropen Steifigkeitstensors gute Genauigkeiten erzielt. In einem zweiten Homogenisierungsschritt, der das plastische Materialverhalten berücksichtigt, wird eine Orientierungsmittelung über die drei Hauptrichtungen des zweistufigen Faserorientierungstensors durchgeführt. Im vorliegenden Anwendungsfall stellt sich dieser Ansatz als ausreichend genau heraus. Die weitere Parallelschaltung von drei anisotropen Maxwell-Elementen zeigt, dass das anisotrope viskose Verhalten mit Hilfe eines Bequemlichkeitsansatzes nach Gl. (6.9) gut approximiert werden kann. Die Versuche lassen sich über sechs Dekaden von Dehnraten abbilden. Die Simulationen der dehnratenabhängigen Scherzugversuche verdeutlichen einen Nachteil dieser Formulierung. Es wird für die Scherbelastung das gleiche dehnratenabhängige Verhalten wie im uniaxialen Zuglastfall

angenommen, wodurch die Schersteifigkeiten in der Simulation bei erhöhten Dehnraten überschätzt werden. Experimentelle Untersuchungen am REM (Kap. 4 u. 5) deuten auf abweichende Mechanismen zwischen quasi-statischer und dynamischer Belastung bei Scherung hin.

Der quasi-isotrope Ansatz zur Approximation von Schädigung und Versagen erweist sich bei einem Großteil der durchgeführten Simulationen als ausreichend genau. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass Versagensdehnungen in 0° und 90° zur Fließrichtung bei dem untersuchten LFT-Werkstoff keine signifikanten Unterschiede aufweisen, vorausgesetzt es wird die FOV über der gesamten Dicke in Betracht gezogen (vgl. Bild 5.13). Lediglich im Lastfall des taillierten Durchstoßversuchs (Abschn. 7.2.5) wird anisotropes Versagensverhalten deutlich, denn die obere Schicht ist hier für die Versagensinitiierung maßgebend. Der taillierte Durchstoßversuch reicht jedoch für die Kalibrierung eines anisotropen Versagenskriteriums nicht aus. Im Gegensatz zum Zugversuch ist die Spannungsverteilung über der Probendicke nicht mehr konstant. Proben mit homogener FOV über der Dicke (z.B. Einzelschicht, s. Bild 5.13) sind nötig um das Versagensverhalten bei verschiedenen homogenen Spannungszuständen (z.B. Zug, Scherung, biaxialer Zug) zu erfassen. Es ist anzunehmen, dass bei einer stärkeren Anisotropie (z. B. unidirektional ausgerichtete Faserorientierung), ein anisotropes Schädigungs- und Versagenskriterien verwendet werden sollte. Das zeigen die experimentellen Ergebnisse der taillierten Durchstoßversuche (Abschn. 7.2.5) mit einer späteren Versagensinitiierung im 90° -Lastfall.

Simulationen komplexer Belastungszustände wurden an gekerbten Zugproben, Scherzugproben sowie im Durchstoßversuch durchgeführt, um das Schädigungs- und Versagensverhalten in Abhängigkeit von der Spannungsmehrachsigkeit anzupassen. Die Berechnungen zeigen auch in der Validierung des taillierten Durchstoßversuchs zufriedenstellende Ergebnisse. Die in den Experimenten des Durchstoßversuchs beobachtete komplexe Rissinitiierung und Rissausbreitung kann nur mit einer kleinen Elementgröße reproduziert werden. Dies ist hier jedoch nicht das Ziel einer anwendungsorientierten Modellanpassung, daher wurde lediglich eine Elementgröße von 0.5 mm Elementkantenlänge im Durchstoßversuch verwendet. Netzstudien am taillierten Durchstoßversuch zeigen einen kontinuierlicheren Rissfortschritt bei feinerer Diskretisierung, was sich durch vergleichsweise glatte Kraft-Weg-Kurven bemerkbar macht. Das Schädigungsmodell muss in Abhängigkeit der Elementgröße formuliert werden. Elementgrößenabhängige Parameter sind dabei erforderlich (vgl. Abschn. 6.5).

Eine Faserlängenverteilung wird in dem vorgeschlagenen Modell nicht berücksichtigt. Wie in Abschnitt 7.1.1 gezeigt, hätte eine Variation der Faserlänge keinen bedeutenden Einfluss auf die Steifigkeitsberechnung, da die Faserlänge des untersuchten Materials bereits im Bereich der maximalen Steifigkeit liegt. Dieses Material enthält, wie auch in Abschnitt 4.4 gezeigt, überwiegend Fasern mit einer Faserlänge nahe der kritischen Faserlänge, für die eine maximale Steifigkeit gemäß dem Modell nach Mori und Tanaka erreicht wird. In Bezug auf experimentelle Beobachtungen wie in Thomason und Vlugh [1996], ist es jedoch gerechtfertigt anzunehmen, dass die Faserlänge eine Rolle im Falle von Schädigung und Versagen spielt. Dieser Effekt wird mit Hilfe von Zellmodellrechnungen in Kapitel 9

ansatzweise untersucht, ist jedoch noch nicht vollständig verstanden und daher nicht im makroskopischen Materialmodell gemäß Kapitel 6 berücksichtigt.

Die vorliegenden Ergebnisse zeigen, dass der hier vorgeschlagene Modellansatz erfolgreich in einer Crash- oder Impaktsimulation eingesetzt werden kann, um das nichtlineare anisotrope und dehnratenabhängige Materialverhalten von spritzgegossenem LFT vorherzusagen. Für weitere Validierungen müssen experimentelle Untersuchungen an verschiedenen homogenen FOV-Zuständen durchgeführt werden. Das Verhalten unter Scherbelastung gilt es in zukünftigen Untersuchungen, wie zum Beispiel in Be- und Entlastungsscherversuchen, zu analysieren, um den Einfluss von Schädigung und viskosen Effekten besser zu verstehen. Der Werkstoff zeigt zudem zwischen quasi-statischer und dynamischer Scherbelastung große Unterschiede in der Versagensdehnung. Dieser Mechanismenwechsel ist im Modell nicht erfasst.

Die Parameter der Modellanpassung für PP-GF30 sind in Tabelle 7.3 zusammenfassend angegeben. Eine Übertragbarkeit auf unterschiedliche Faseranteile zeigt ohne weitere Anpassung gute Ergebnisse (Abschn. 7.4). Dabei ist zu empfehlen, die FOV für die Fasergehalte von 20 Gew.-% und 40 Gew.-% in einer Spritzgussimulation neu zu berechnen. Spritzgussimulationen für PP-GF40 und PP-GF20 wurden nicht durchgeführt. Für den Anwendungsfall der Crash- oder Impaktsimulation wird von isothermen Bedingungen ausgegangen. Dementsprechend ist für eine Temperaturabhängigkeit eine neue Parameterbestimmung erforderlich (siehe Tabellen 7.6 und 7.7).

8 Struktursimulation unter Anwendung des Materialmodells für LFT

Als Anwendungsbeispiel für das Materialmodell wurde ein Demonstratorbauteil aus PP-GF30 in einem Impaktversuch geprüft und nachsimuliert. Das Bauteil, ein Airbaggehäuse (Bild 8.1) des Herstellers Autoliv Inc., wird serienmäßig in Fahrzeugen der Daimler AG verbaut. Das Bauteil besitzt eine komplexe Geometrie, was durch die versteifende Verrippung auf der Bauteilinnenseite deutlich wird (Bild 8.1, rechts). Es ist naheliegend, dass mit höherem Grad an geometrischer Komplexität, die Forderung nach höherer Genauigkeit in der Materialmodellierung abnimmt. Eine genauere Diskretisierung der Struktur gewinnt dagegen zunehmend an Bedeutung. Der Impaktversuch an dem in Bild 8.1 gezeigten Bauteil soll die Anwendbarkeit des neu entwickelten Materialmodells darstellen und die virtuelle Prozesskette der gesamten Methode aufzeigen, wie sie für eine zukünftige Auslegung von Bauteilen aus LFT angewendet werden kann.

Zum Vergleich wird in Abschnitt 8.2.1 ein isotropes Modell an die Flachzugversuche in 0° und 90° zur Fließrichtung angepasst. Es soll gezeigt werden, wie sich mit einer oberen und unteren Festigkeitsschranke im Sinne von zwei isotropen Modellanpassungen (Festigkeiten in 0° und 90° zur Fließrichtung) das Materialverhalten in der Simulation nach dem aktuellen Stand der Technik abschätzen lässt. Die Gegenüberstellung von Simulationsergebnissen mit der isotropen Materialformulierung und dem in dieser Arbeit neu entwickelten anisotropen Materialmodell erfolgt in Abschnitt 8.2.3 zusammen mit den experimentellen Ergebnissen.

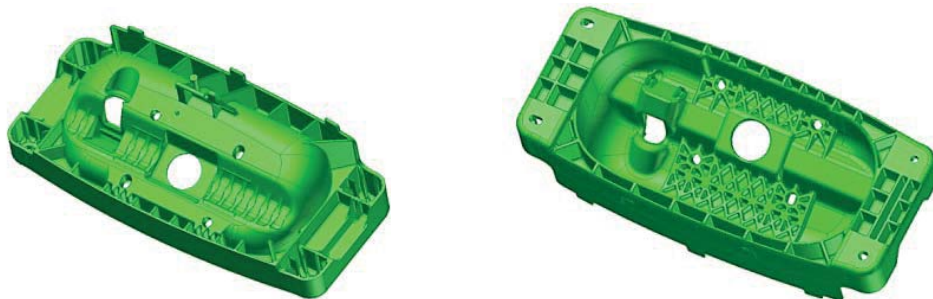


Bild 8.1: CAD-Modell eines Airbaggehäuses von der Außenseite (links) und der Innenseite (rechts), (Hersteller: Autoliv Inc., Dachau)

8.1 Bauteilversuche

Für den Impaktversuch wurde eine Fallgewichtsanlage des Unternehmens DYNATUP vom Typ 8100SA eingesetzt. Die Aufpralleschwindigkeit des Impaktors im Versuch beträgt $V_0 = 2 \text{ m/s}$ und ergibt sich aus der 263 kg schweren Masse, die aus einer Höhe von 20 cm auf das Bauteil fällt ($V_0 \approx \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,2 \text{ m}}$). Die Einspannvorrichtung des fixierten Airbaggehäuses zeigt das CAD-Modell in Bild 8.2 (rechts) mit Impaktor (grau) und Klötzen zur Fixierung (rot). In Bild 8.2 (links) ist der experimentelle Aufbau der dynamischen

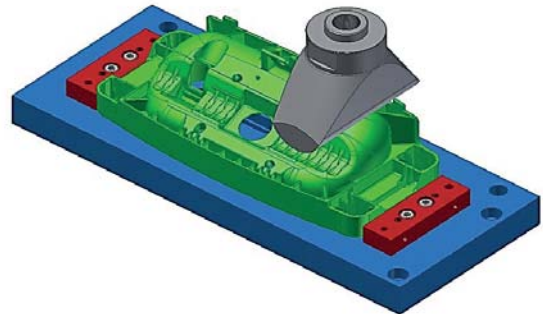
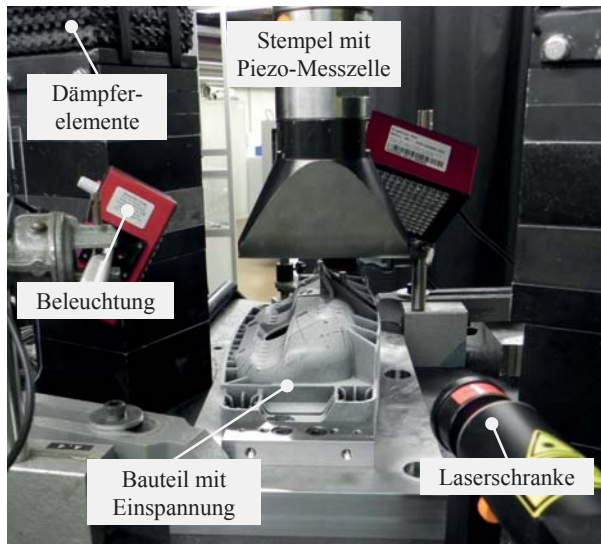


Bild 8.2: Bauteilversuch an einem Airbaggehäuse (Hersteller: Autoliv Inc., Dachau)

Bauteilprüfung an der Fallgewichtsanlage dargestellt. Es wurden 3 Versuche durchgeführt, wobei Stempelkraft und Stempelweg an der Maschine ausgewertet wurden.

8.2 Bauteilsimulation

Da nach aktuellem Stand der Technik isotrope Modelle zur virtuellen Bauteilauslegung verwendet werden, wird in Abschnitt 8.2.1 zum Vergleich ein in LS-DYNA [2014] kommerziell verfügbares, isotropes, viskoplastisches Materialmodell erläutert und angepasst. In Abschnitt 8.2.2 wird die Spritzgussimulation des Bauteils mit Hilfe von CT-Analysen im Sinne des zweistufigen Faserorientierungstensors bewertet. In Abschnitt 8.2.3 wird das in Kapitel 6 entwickelte Materialmodell mit Berücksichtigung von FOV und Faservolumengehalt aus der Spritzgussimulation in der Simulation des Impaktversuchs angewendet. Bauteilsimulationen mit den isotropen Modellanpassungen nach 8.2.1 im Sinne einer oberen (0°) und unteren Festigkeitsschranke (90°) werden den experimentellen Ergebnissen und den Simulationen mit anisotroper Materialmodellierung gegenübergestellt. Letztlich zeigt Abschnitt 8.2.3.1 ein Simulationsergebnis mit dem hier vorgestellten isotropen Modell, bei dem eine Mittelung aus oberer und unterer Festigkeitsschranke vorgenommen wurde.

8.2.1 Anpassungen einer isotropen Materialformulierung für den LFT-Werkstoff

Das zur Gegenüberstellung gewählte isotrope viskoplastische Materialmodell ähnelt dem in Abschnitt 3.1.5.2 beschriebenen Modell der dehnratenunabhängigen von-Mises-Plastizität

mit den Unterschied, dass zusätzlich viskose Effekte berücksichtigt werden. Mit der Fließbedingung nach von Mises mit

$$\Phi = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} - \sigma_F \leq 0 \quad (8.1)$$

gilt für die Fließspannung

$$\sigma_F = f_h(\varepsilon^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl}). \quad (8.2)$$

Die Funktion $f_h(\varepsilon^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl})$ ist sowohl von der plastischen Vergleichsdehnung ε^{pl} als auch von der plastischen Vergleichsdehnrate $\dot{\varepsilon}^{pl}$ abhängig. Der plastische Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D}^{pl} ergibt sich zu

$$\mathbf{D}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{s}} \quad (8.3)$$

mit dem Proportionalitätsfaktor $\dot{\lambda}$ (vgl. Abschn. 3.1.5.2). Die Funktion $f_h(\varepsilon^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl})$ in Gleichung (8.2) zur Beschreibung der dehnratenabhängigen Verfestigung wurde hierbei in LS-DYNA [2014] mit Hilfe von vier Verfestigungskurven entsprechend den Dehnraten der experimentellen Materialcharakterisierung aus Abschnitt 5.3.1 mit $\dot{\varepsilon}^{pl} \approx \dot{\varepsilon}_{char} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/s}$, $4.2 \cdot 10^{-2} \text{ 1/s}$, $4.8 \cdot 10^0 \text{ 1/s}$, $1.3 \cdot 10^2 \text{ 1/s}$ angegeben (Bild 8.3). Für beliebige Dehnraten wird zwischen den Kurven linear interpoliert. Es wurden zwei Modellanspassungen vorgenommen. Bild 8.3a zeigt die dehnratenabhängige Verfestigung der Fließspannung für die Simulation einer Belastung in Orientierung 0° zur Fließrichtung, was als obere Festigkeitsschranke zu interpretieren ist. Bild 8.3b zeigt die entsprechende Kurvenschar für eine Belastung in 90° Orientierung (untere Festigkeitsschranke). Es wurde die Ansatzfunktion

$$\sigma_F = v_1 + (v_2 + v_3 \varepsilon^{pl})(1 - e^{(-\varepsilon^{pl}/v_4)}), \quad (8.4)$$

nach Voce [1955] verwendet, mit den Materialparametern v_1 , v_2 , v_3 und v_4 . Der isotrope Steifigkeitstensor gemäß Gleichung (3.43) ist durch den E-Modul $E_{0^\circ} = 7.2 \text{ GPa}$ und die Querkontraktion $\nu_{0^\circ} = 0.39$ bzw. $E_{90^\circ} = 3.3 \text{ GPa}$ und $\nu_{90^\circ} = 0.39$ für die 0° bzw. 90° Orientierung bestimmt.

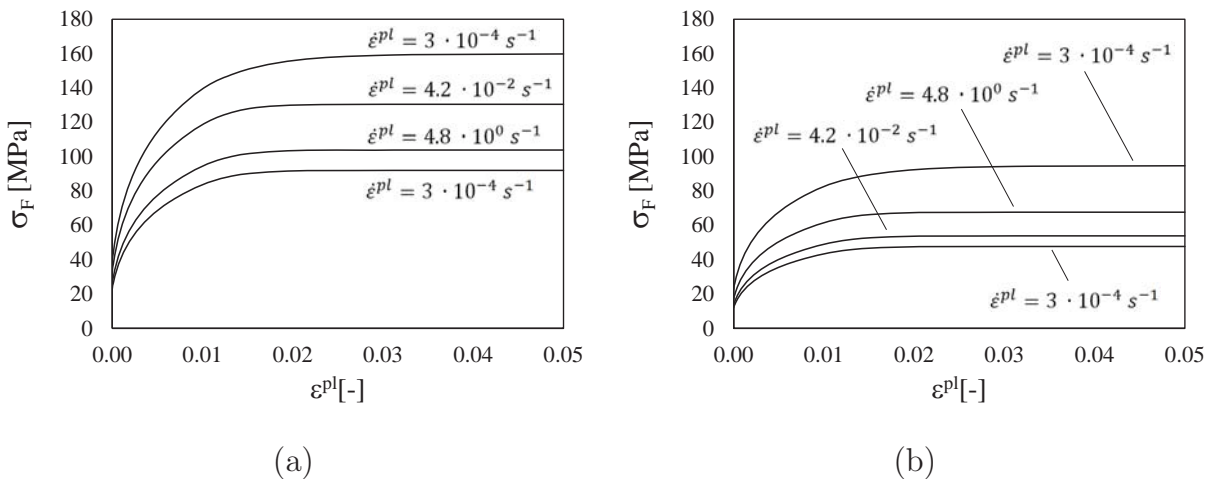


Bild 8.3: Dehnratenabhängige Verfestigung des isotropen viskoplastischen Materialmodells mit gekennzeichneten Dehnraten entsprechend der experimentellen Flachzugversuche in 0° zur Fließrichtung, obere Festigkeitsgrenze (a) und 90° zur Fließrichtung, untere Festigkeitsgrenze (b)

In den Bildern 8.4a und 8.4b ist das Verhalten des isotropen viskoplastischen Materialmodells unter einachsigem Zug den Flachzugversuchen aus Abschnitt 5.3.1 für unterschiedliche Dehnraten gegenübergestellt. Bild 8.4a zeigt die Modellanpassung an die Flachzugversuche in 0° zur Fließrichtung (obere Festigkeitsschranke). Bild 8.4b zeigt die Modellanpassung an die Flachzugversuche der 90° Orientierung (untere Festigkeitsschranke). Es wurde ein Versagensmodell nach Johnson und Cook [1985] verwendet, wobei sich die isotrope Schädigung im Modell nach Gl. (3.130) linear mit der plastischen Vergleichsdehnung nach Gl. (3.49) entwickelt.

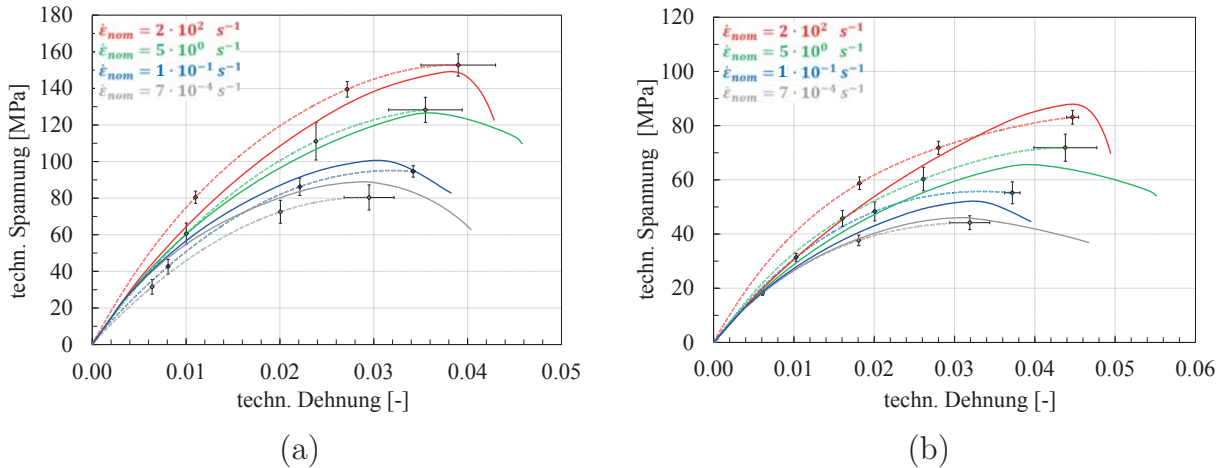


Bild 8.4: Simulationsergebnisse (durchgezogene Kurven) mit zwei Anpassungen eines isotropen viskoelastoplastischen Materialmodells an die Flachzugversuche 0° zur Fließrichtung, obere Festigkeitsgrenze (a) und 90° zur Fließrichtung, untere Festigkeitsgrenze (b). Experimentelle Ergebnisse sind durch gestrichelte Kurven mit Fehlerbalken gekennzeichnet. Dehnraten sind farbig markiert

8.2.2 Spritzgusssimulation des Bauteils

Die Füllsimulation des Airbaggehäuses erfolgte in gleicher Weise wie für die Probenplatten in Abschnitt 4.5.2 und wurde am Fraunhofer ITWM in Kaiserslautern durchgeführt (Sun et al. [2016]). Es wurde das gleiche Material (PP-GF30) simuliert. In Bild 8.5 ist am Beispiel der Tensorkomponente A_{xx} die FOV im Bauteil nach Beendigung des Füllprozesses dargestellt.

An vorab definierten kritischen Stellen, gezeigt in Bild 8.6, wurden am real gespritzten Bauteil Probekörper mit den Abmessungen (3 mm x 3 mm x 2.5 mm) entnommen und CT-Aufnahmen erstellt. Die Position F liegt nahe des Stempelaufpralls im Impaktversuch und die Position G liegt in einer komplexen Verrippungsstelle. Genau wie bei den Probenplatten (Abschn. 4.5.2), werden auch hier die Faserorientierungen über der Bauteildicke dargestellt. Abbildung 8.7 zeigt die Vergleiche zwischen simulierter und experimentell ermittelter lokaler FOV für die beiden Positionen F und G.

Die Simulationsergebnisse zeigen im Vergleich mit den CT-Analysen eine sehr gute Übereinstimmung und dienen somit als verlässliche Eingangsdaten für die Crashsimulation.

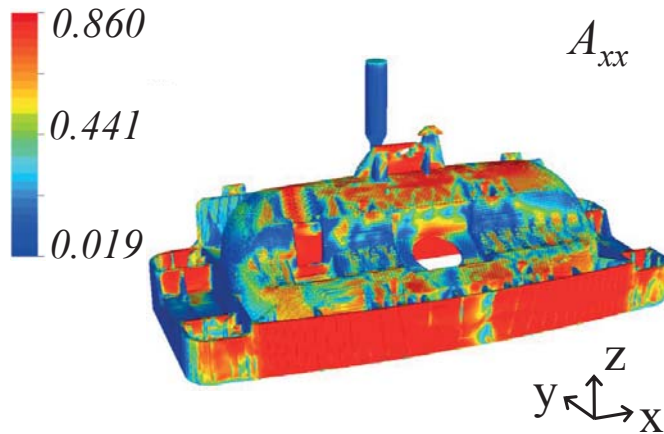


Bild 8.5: Spritzgussimulation des Bauteils: Konturplot zeigt die Komponente A_{xx} des Faserorientierungstensors zweiter Stufe

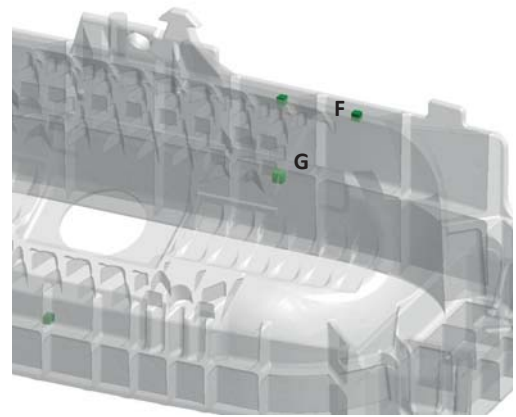


Bild 8.6: Überprüfung der berechneten FOV im Bauteil an zwei gekennzeichneten Positionen F und G

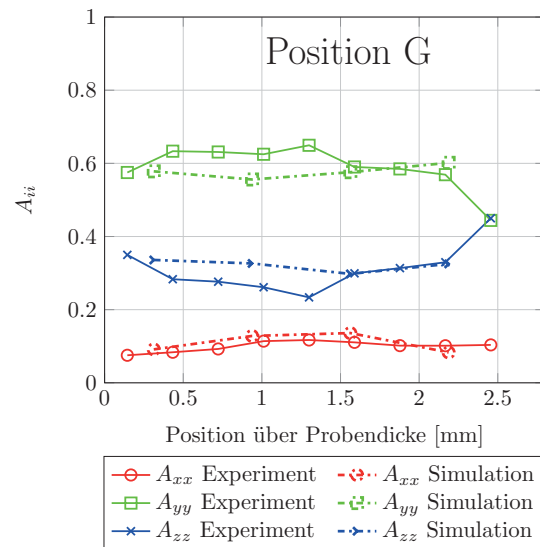
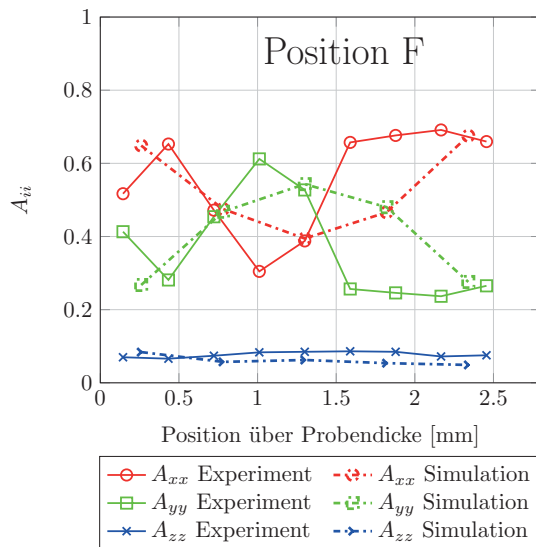


Bild 8.7: Vergleich der FOV aus μ CT-Analyse und Spritzgussimulation an Position F (links) und Position G (rechts) nach Bild 8.6

8.2.3 Crash-Simulation des Bauteils

Für die Simulation des Impaktversuchs nach Bild 8.2 wurden für das Airbaggehäuse zwei FE-Modelle mit unterschiedlichen Diskretisierungen erstellt (Bild 8.8). Aufgrund der komplexen Geometrie wurden Tetraederelemente verwendet, wobei unter Berücksichtigung der Rechenressourcen unterintegrierte Elementtypen mit linearen Ansätzen ausgewählt wurden. Mit zwei unterschiedlichen Netzfeinheiten von zwei und drei Elementen über der Bauteilwanddicke entsprechen die numerischen Modelle einem in der Industrie gebräuchlichen Anwendungsbeispiel.

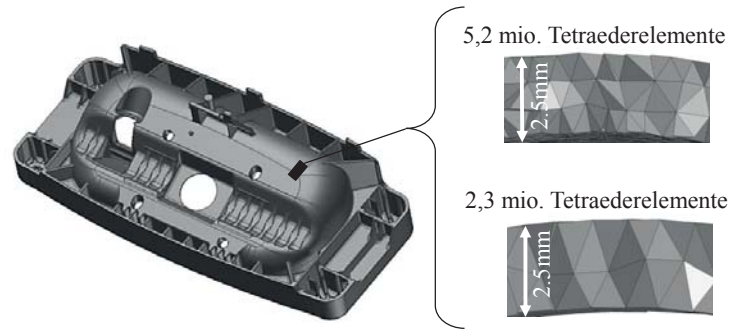


Bild 8.8: Zwei unterschiedliche Diskretisierungen des Airbaggehäuses mit unterintegrierten Tetraederelementen: 5,2 mio. Elemente (3 Tetraeder über der Wanddicke) und 2,3 mio. Elemente (2 Tetraeder über der Wanddicke)

Die mit den zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8 simulierten Impactversuche unter Verwendung der isotropen Materialformulierung und der neu entwickelten anisotropen Materialformulierung sind in Bild 8.9 zusammen mit den experimentellen Versuchen dargestellt. Die Grafiken zeigen die Stempelkraft über den Stempelweg. Die Integrale der Kraft-Wegverläufe ergeben die geleistete Arbeit des Impaktors im Sinne einer Crash-Energie und sind in Bild 8.10 dargestellt. In beiden Darstellungen (Bild 8.9 und 8.10) werden jeweils links die Simulationsergebnisse der groben Diskretisierung und rechts die Ergebnisse der feineren Diskretisierung gezeigt. Das grau hinterlegte Band markiert den Bereich zwischen den Simulationsergebnissen mit der isotropen Materialformulierung für 0° und 90° (vgl. Abschn. 8.2.1).

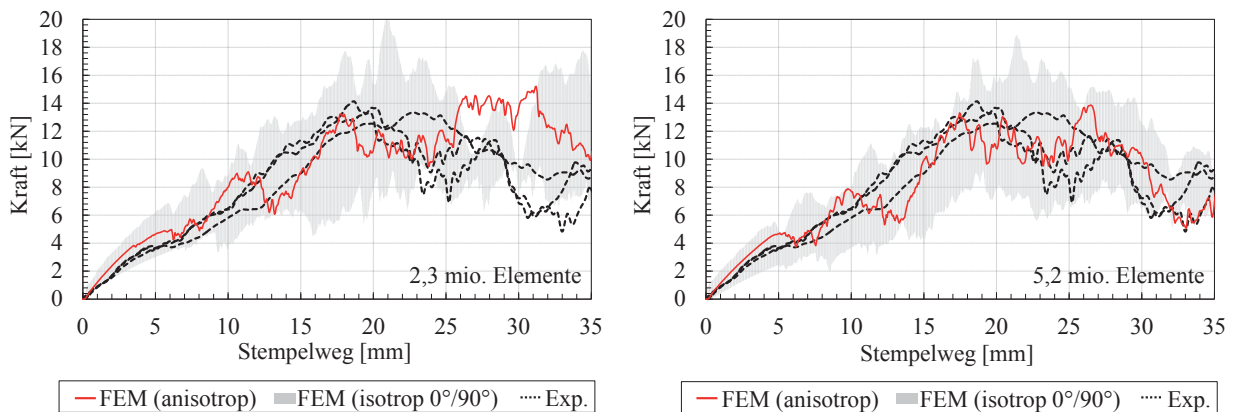


Bild 8.9: Stempelkraft über Stempelweg im Impactversuch am Airbaggehäuse. Vergleich zwischen Experiment (schwarze gestrichelte Kurven), Simulation mit Berücksichtigung der FOV (rote Kurve) und Simulationen mit isotroper Materialformulierung bei unterer und oberer Festigkeitsschranke (grauer Bereich) für zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8

8.2.3.1 Crash-Simulation des Bauteils mit gemittelten Parametern

Im Gegensatz zu dem breiten Streuband der oberen und unteren isotropen Festigkeit können mit geeigneten Mittelungen dennoch gute Berechnungsergebnisse mit einem isotropen

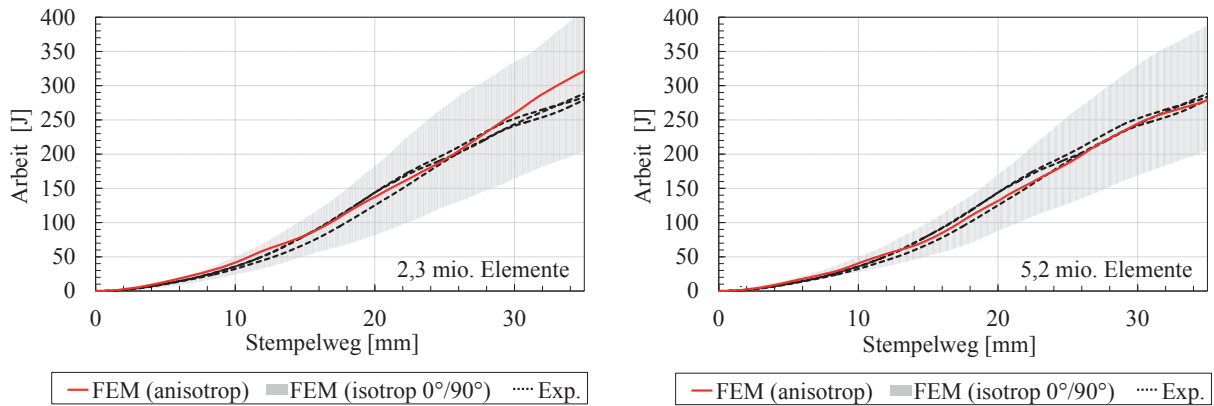


Bild 8.10: Crash-Energie über Stempelweg im Impaktversuch am Airbaggehäuse. Vergleich zwischen Experiment (schwarze gestrichelte Kurven), Simulation mit Berücksichtigung der FOV (rote Kurve) und Simulationen mit isotroper Materialformulierung bei unterer und oberer Festigkeitschranke (grauer Bereich) für zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8

Materialmodell erzielt werden. Im folgenden Beispiel wurde für das isotrope, viskoplastische Materialmodell (s. Abschn. 8.2.1) eine mittlere Steifigkeit angenommen, die dem arithmetischen Mittelwert der Steifigkeiten aus den experimentellen Flachzugversuchen in 0° und 90° zur Fließrichtung (Abschn. 5.2.1.1) entspricht. In gleicher Weise wurden die Zugfestigkeiten aus den Flachzugversuchen gemittelt um ein gemittelt Verfestigungsgesetz für die von-Mises-Plastizität mit Berücksichtigung der Dehnrates aufzustellen.

Bild 8.11 zeigt analog zu Abschnitt 8.2.3 die Stempelkraft über den Stempelweg aus den Simulationen mit dem isotropen Materialmodell und dem entwickelten anisotropen Modell für zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8 zusammen mit den experimentellen Ergebnissen. In Bild 8.12 sind wiederum die entsprechenden integrierten Kraft-Wegverläufe im Sinne der Crash-Energie dargestellt.

Die isotrope Formulierung zeigt ein gutes Berechnungsergebnis. Für diesen Lastfall ist die beschriebene arithmetische Mittelung der anisotropen Kennwerte offensichtlich ausreichend genau. Die komplexe Struktur des Bauteils hat einen dominierenden Einfluss auf das Berechnungsergebnis. Für geometrisch einfachere Formen und Faserorientierungen mit einem höheren Anisotropiegrad (z.B. unidirektionale FOV) ist eine Mittelung der anisotropen Größen nicht ausreichend. Die Problematik in der isotropen Anpassung ist demnach die mögliche Über- oder Unterschätzung der Bauteilfestigkeit an Positionen, wo die Fasern eine hoch orientierte FOV aufweisen. Auch wenn die Simulationen dieses Impaktversuchs mit dem isotropen Modell vergleichsweise gute Übereinstimmungen zu den Experimenten zeigen, ist dennoch zu erwarten, dass an kritischen Stellen die Simulationsergebnisse mit einem isotropen Materialmodell stark von einer anisotropen Formulierung abweichen und letztlich das Bauteilversagen schlecht approximieren.

Um die Versagensinitiierung zu untersuchen wird ein Bauteilversuch bei Kraftmaximum (Stempelweg 20 mm) gestoppt. Die Bruchbilder aus Simulation und Experiment werden in Bild 8.13 für die feine Diskretisierung (5,2 mio. Elemente) mit den zwei Materialmodel-

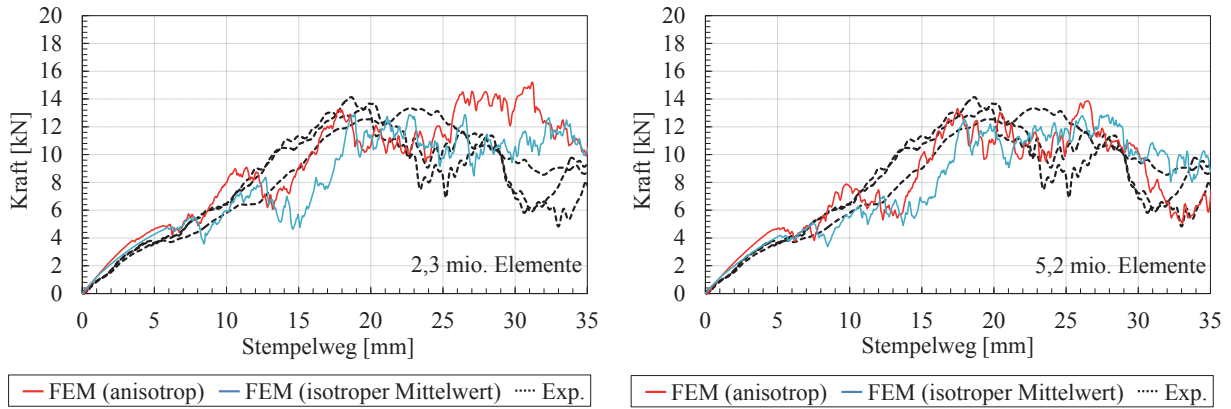


Bild 8.11: Stempelkraft über Stempelweg im Impaktversuch am Airbaggehäuse. Vergleich zwischen Experiment (schwarze gestrichelte Kurven), Simulation mit Berücksichtigung der FOV (rote Kurve) und Simulationen mit isotroper Materialformulierung aus gemittelten Werten (blaue Kurve) für zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8.

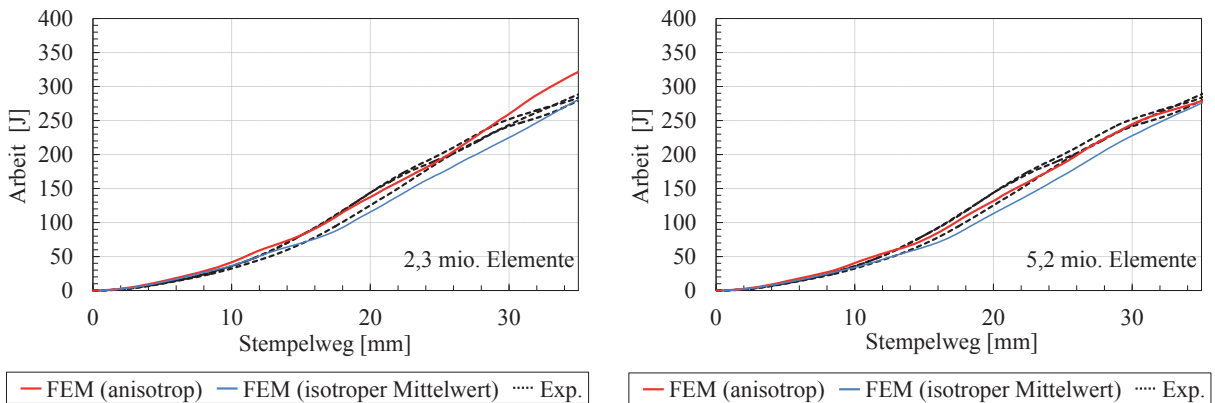


Bild 8.12: Crash-Energie über Stempelweg im Impaktversuch am Airbaggehäuse. Vergleich zwischen Experiment (schwarze gestrichelte Kurven), Simulation mit Berücksichtigung der FOV (rote Kurve) und Simulationen mit isotroper Materialformulierung aus gemittelten Werten (blaue Kurve) für zwei Diskretisierungen nach Bild 8.8

len berechnet und gegenübergestellt. Das simulierte Versagensbild zeigt weder mit der isotropen, noch mit der anisotropen Materialformulierung eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Versuch.

Eine gute Approximation des Versagensverhalten erfordert einen hohen Detaillierungsgrad in der Diskretisierung. Mit einer genaueren lokalen Auflösung steigt auch die Forderung nach einem anisotropen Bruchkriterium, da die lokale Anisotropie im Material stärker zu Geltung kommt (vgl. Abschn. 7.3). Mit den in Zukunft weiter steigenden Rechenleistungen können FE-Modelle mit kleineren Elementgrößen vernetzt werden. Letztlich besteht der Bedarf, für zukünftige Bauteilauslegungen das Bruchkriterium auf eine anisotrope Formulierung zu erweitern.

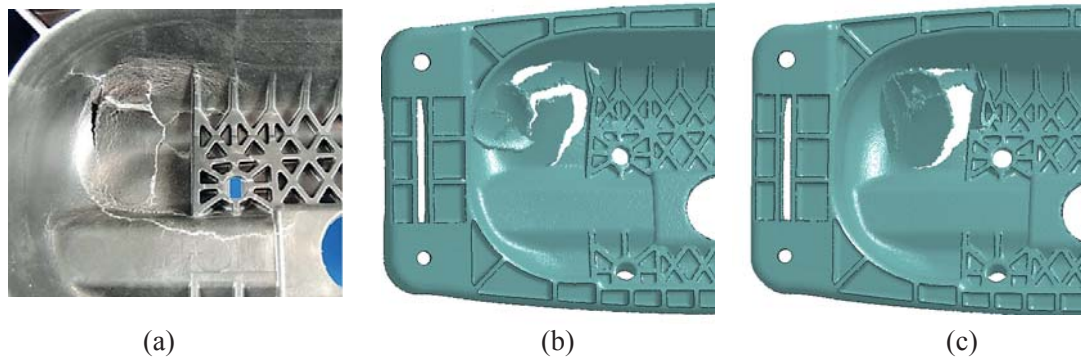


Bild 8.13: Versagensbild im Bauteilversuch bei 20 mm Stempelweg im Experiment (a), in der Simulation mit einem gemitteltem isotropen Materialmodell (b) und dem entwickelten anisotropen Materialmodell (c) für die Diskretisierung mit 5,2 mio. Elementen

Die Berechnungen mit zwei oder drei Elementen über der Bauteilwanddicke bilden die lokale FOV aus der Spritzgusssimulation (neun Finite-Volumen-Zellen) stark vereinfacht ab (vgl. Abschn. 4.5). Des Weiteren werden speziell mit linearen Tetraederelementen komplexe Belastungszustände (z.B. Biegung) deutlich schlechter als mit den in Kapitel 7 verwendeten Hexaederelementen abgebildet (Hallquist [1998]). Eine Anzahl von zwei oder drei Elementen über der Wanddicke ist für eine korrekte Abbildung eines Biegezustandes in der Regel nicht ausreichend. Dennoch zeigt der simulierte Bauteilversuch mit dem neu entwickelten anisotropen Modell unter Berücksichtigung der FOV und lokalen Variation des Faservolumengehaltes gute Übereinstimmungen gegenüber den Experimenten.

Einen weiteren Einfluss auf das Berechnungsergebnis hat die für die Berechnung gewählte Kontaktformulierung. In den gezeigten Simulationen wird ein Penalty-Kontakttyp zwischen Stempel und Bauteil verwendet. In Sun et al. [2016] wird gezeigt, dass eine rechenaufwendige Kontaktdefinition, welche die entstehenden Bruchflächen als neue Kontaktflächen definiert, das Ergebnis der simulierten Kraft-Wegkurven nach Bild 8.9 im Nachbruchverhalten (Stempelweg > 20 mm) stark beeinflusst. Im Fokus dieses Anwendungsbeispiels soll jedoch die Materialformulierung selbst stehen. Untersuchungen zur Kontaktformulierung an diesem Versuchsbeispiel sind in Sun et al. [2016] dokumentiert.

9 Mikromechanische Schädigungsanalyse in numerischen Zellmodellrechnungen

In Abschnitt 3.3.4 wurde bereits erläutert, dass repräsentative Volumenelemente (RVE) für LFT unter Verwendung der FEM sehr rechenaufwendig sind. Hintergrund ist das zu berücksichtigende große Aspektverhältnis der Fasern im Vergleich zu kurzfaserverstärkten Thermoplasten. Das RVE muss nicht nur die kompletten Faserlängen abbilden sondern auch die Faserorientierungsverteilungen mit den entsprechenden Interaktionsbereichen zwischen den Fasern, wie in Bild 3.12 mit ($L_{RVE} \gg L_{Faser}$) erläutert wurde. RVE-Modelle für LFT finden sich beispielsweise in Fliegner et al. [2015, 2016] oder Okabe et al. [2010].

Für die numerischen Mikrostruktursimulationen in diesem Kapitel wird der Ansatz der Modellierung von Einheitszellmodellen angewendet, d. h. der Reduzierung der Mikrostruktur auf die kleinst mögliche Einheit unter Annahme einer räumlich periodischen Faserverteilung (Andrews und Garnich [2008], Lindgreen [2008]). Bei diskontinuierlich verstärkten Faserverbundwerkstoffen ist der Informationsgewinn aus Einheitszellmodellrechnungen limitiert. Dennoch können in diesen Detailstudien einzelne Materialeigenschaften analysiert und Kenntnisse zu Schädigungs- sowie Versagensvorgängen an LFT gewonnen werden. Weitere Vorteile sind die Möglichkeit der Untersuchung komplexer Wechselwirkungen zwischen Faser und Matrix sowie des Grenzschichtverhaltens im Detail (vgl. Bild 2.6). Der Einfluss der FOV wird in diesem Kapitel nicht berücksichtigt. Die numerischen Untersuchungen wurden im Rahmen der Masterarbeiten von Nguyen [2017] und Steinberg [2015] durchgeführt.

9.1 Zellmodell

Es wurden Einheitszellmodelle unterschiedlicher Abmessungen mit unidirektionaler Faserorientierung unter Verwendung der FEM modelliert. Dabei wurde eine periodische

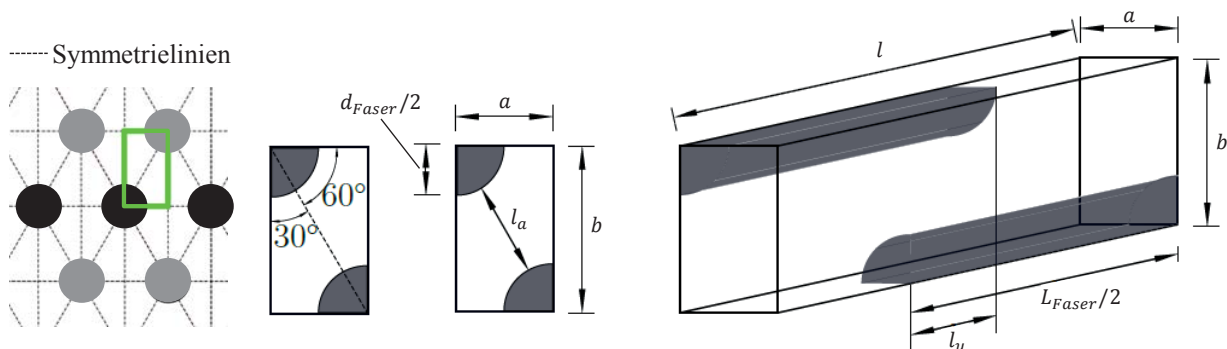


Bild 9.1: Versetzt angeordnete Fasern in dichtest gepackter UD-Anordnung (links). Symmetrisches Einheitszellmodell mit Bemaßung (rechts)

Faserverteilung angenommen (Bild 9.1). Da der Verbundwerkstoff in 0° zur Faserrichtung seine höchste (Zug-)Festigkeit besitzt, ist die Charakterisierung des Verbundverhaltens in Richtung der Fasern von besonderer Bedeutung. In Bild 9.1 links ist die gewählte periodische hexagonale Anordnung von Fasern dargestellt (grüne Markierung), wobei die Fasern senkrecht zur Bildebene versetzt angeordnet sind (Bild 9.1, rechts). Die grün markierte symmetrische Einheitszelle (Bild 9.1, links) ist mit Bemaßung in Bild 9.1 rechts dargestellt.

Bild 9.2 zeigt eine diskretisierte Einheitszelle mit den schematisch dargestellten und sogenannten Symmetrie-Randbedingungen die an den Elementknoten der Außenflächen der FE-Modelle aufgebracht sind. Die Zellen wurden durch eine einachsige Verschiebung \mathbf{u}_0 tangential zur Symmetrie-Ebene belastet (Bild 9.2, rechts) und auf der gegenüberliegenden Seite der Zelle in der entsprechenden Koordinatenrichtung festgehalten. Die restlichen Seiten sind tangential zu den entsprechenden Symmetrie-Ebenen frei verschieblich gelagert. Dabei erfährt die Zelle eine uniaxiale Belastung in Faserrichtung. Die Symmetrie-Randbedingungen sind eine vereinfachte Form der periodischen Randbedingungen nach Gleichung (3.104) mit dem Sonderfall, dass die Marko-Belastungen parallel zu den Symmetrieebenen stehen. Die Elementkantenlängen, mit ca. $7 \mu\text{m}$ in Faserrichtung und ca. $2 \mu\text{m}$ senkrecht zur Faserrichtung, entsprechen der Diskretisierung, die in der Modellkalibrierung verwendet ist (Abschnitt 9.2.3). Es wurden vollintegrierte lineare Hexaederelemente verwendet, da mit den verwendeten Werkstoffmodellen (s. Abschn. 9.2) bei unterintegrierten Elementtypen verstärkt Hourglass-Effekte bei den betrachteten Belastungszuständen auftreten.

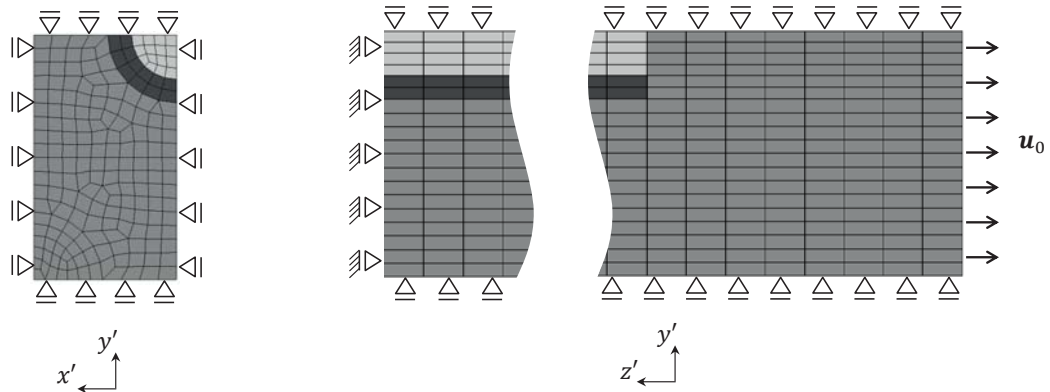


Bild 9.2: Einheitszelle mit Symmetrie-Randbedingungen; gekennzeichnete tangentielle Verschiebungsfreiheitsgrade der Knoten auf den Seitenflächen entsprechend der dargestellten Koordinatensysteme

Mit der Einführung und Variation von drei dimensionslosen Größen, gegeben durch das Faserüberlappungsverhältnis l_u/L_{Faser} , dem Faservolumengehalt c^f und dem Aspektverhältnis $r = L_{Faser}/d_{Faser}$, sind die verschiedenen Einheitszellen modelliert. Das Faserüberlappungsverhältnis ist mit $l_u/L_{Faser} = 44\%$ konstant gehalten. Gleiches gilt für den Faserdurchmesser mit $d_{Faser} = 17\mu\text{m}$. Es wurden drei verschiedene Fasergehalte mit 20

Gew.-%, 30 Gew.-% und 40 Gew.-% betrachtet. Der Faserabstand l_a bleibt für je einen Fasergehalt konstant und misst entsprechend 0.037 mm , 0.025 mm und 0.018 mm . Für jeden Faseranteil wurde schließlich das Aspektverhältnis r variiert. Die unterschiedlichen Variationen der Zellmodelle sind in Tabelle 9.1 aufgeführt. Während das kleinste Zellmodell mit 40 Gew.-% Faseranteil und einem Aspektverhältnis von $r = 24$ mit 2726 Elementen diskretisiert ist, sind für die Berechnung des größten Zellmodells ($c^f = 20\text{ Gew.-%}$, $r = 133$) bei gleicher Elementgröße 31350 Elemente notwendig.

Tabelle 9.1: Modellierung von Einheitszellen mit unterschiedlichem Fasergehalt c^f in Gew.-% und verschiedenen Aspektverhältnissen $r = L_{Faser}/d_{Faser}$

c^f	20 Gew.-%	30 Gew.-%	40 Gew.-%
r	45, 59, 88, 133	24, 29, 45, 88, 133	24, 29, 45, 88, 133

9.2 Modellierung für Werkstoffkomponenten und Grenzschicht

9.2.1 Matrix und Fasern

Die Glasfasern sind als isotrop elastisch angenommen und durch Gl. (3.31) mit den elastischen Kennwerten $E^f = 73\text{ GPa}$ und $\nu^f = 0.23$ beschrieben. Für die Matrix wurde ein isotrop elastoplastisches Materialverhalten nach von Mises (s. Gl. (3.48) bis (3.50)) angenommen, wobei die elastischen Kennwerte mit $E^m = 1.45\text{ GPa}$ und $\nu^m = 0.39$ verwendet wurden. Die elastischen Kennwerte sind Tabelle 7.2 in Abschnitt 7.1.1 entnommen. Für die Fließspannung $\sigma_F(\varepsilon^{pl})$ nach Gl.(3.48) ist das Verfestigungsgesetz nach Bild 9.3 verwendet worden, was auf experimentellen Ergebnissen für Polypropylen (PP) nach Kotlik [2011] basiert. Der Fließbeginn entspricht der ersten Abweichung vom linearen Verlauf der experimentellen Spannungs-Dehnungskurve im einachsigen Zugversuch. Demnach steigt die Fließspannung erst steil an und läuft danach in ein nahezu ideal plastisches Plateau. Da in der expliziten FEM Unstetigkeitsstellen leicht zu unerwünschten Schwingungen führen, ist mit diesem Verfestigungsgesetz ein weicher Übergang vom linear-elastischen zum plastischen Verhalten gewährleistet. Dehnratenabhängiges Materialverhalten, wie Viskoelastizität und Viskoplastizität, wird hier vernachlässigt.

Versagen der Glasfaser ist in Abhängigkeit der maximalen Hauptnormalspannung modelliert und für $\sigma_I \geq 1.8\text{ GPa}$ angenommen. Dies entspricht einem experimentellen Mittelwert nach Thomason et al. [2014]. Das Matrixversagenskriterium ist in Abhängigkeit der äquivalenten plastischen Vergleichsdehnung formuliert, die über der Spannungsmehrachsigkeit nach Johnson und Cook [1985] variiert (Bild 9.4). Werden die Versagenskriterien im Faser- bzw. Matrixwerkstoff in der FEM-Simulation in einem Element erreicht, wird dieses in der Berechnung gelöscht.

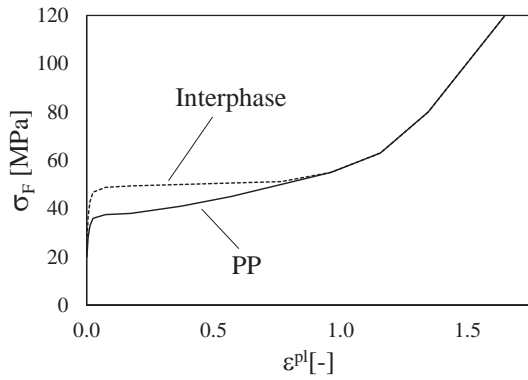


Bild 9.3: Verfestigungsgesetz der Fließspannung für PP und Interphase in Abhängigkeit der plastischen Dehnung ε^{pl} nach von Mises

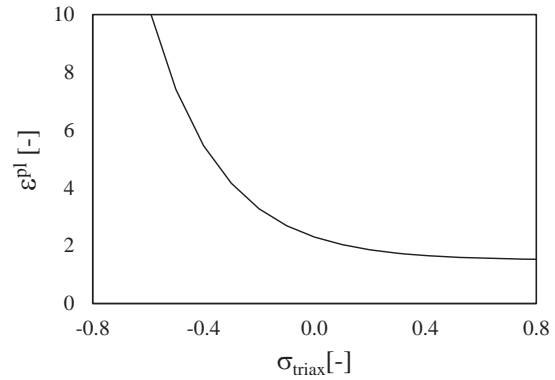


Bild 9.4: Versagenskriterium der Matrix und der Interphase nach Johnson und Cook [1985] mit kritischer plastischer Vergleichsdehnung ε^{pl} über der Spannungsmehrrachsichtigkeit σ^{triax}

9.2.2 Grenzschicht

Experimentelle Untersuchungen an zu LFT vergleichbaren Materialklassen zeigen, dass die Schädigungsinitiierung in der Faser-Matrix-Grenzfläche beginnt und als erster Versagensmechanismus im Werkstoff identifiziert werden kann (Sato et al. [1991]). In Gao und Mäder [2002] und Schoeneich et al. [2015] wurde gezeigt, dass PP im Werkstoffverbund infolge zusätzlicher Haftvermittler (Schlichte) eine erhöhte Festigkeit nahe der Faser besitzt und sich eine Interphase ausbildet. Zudem ist anzunehmen, dass der Kristalliationsgrad von PP im Verbund im Vergleich zum reinen Matrixwerkstoff erhöht ist. Im Herstellungsprozess können Fasern als zusätzliche Kristallisationskeime im Abkühlprozess wirken. In den hier durchgeführten mikromechanischen Simulationen sind sowohl der Mechanismus des Grenzschichtversagens als auch die Existenz einer Interphase explizit berücksichtigt. Schematisch ist das Ablösen der Matrix von der Faser mit Berücksichtigung der Interphase in

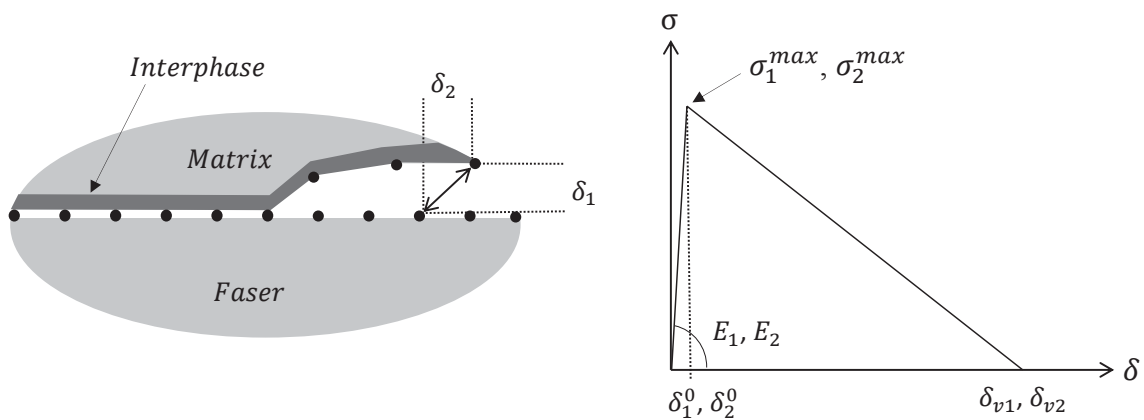


Bild 9.5: Kohäsivzonenformulierung zwischen Faser und Matrix

Bild 9.5 links dargestellt. Verschiedene Möglichkeiten dieses Grenzschichtverhalten experimentell zu ermitteln, sind der Micro-Bond, der Faser Pull-Out- oder Push-Out-Test (z.B. Sockalingam und Nilakantan [2012], Pitkethly et al. [1993], Zhandarov und Mäder [2005]). Die Versuche haben gemeinsam, dass Grenzflächenversagen unter uniaxialer Belastung in Faserrichtung analysiert wird und der Schädigungsprozess in der Grenzschicht entlang der Fasern unter Scherbelastung stattfindet. Da der Verbundwerkstoff in Faserrichtung seine höchste (Zug-)Festigkeit besitzt, ist die Charakterisierung des Werkstoffverhaltens in 0° zur Faserorientierung von großer Bedeutung. Im Folgenden wird eine Ersatzmodellierung im Sinne eines Kohäsivzonenmodells zur Beschreibung des Risswachstums entlang der Fasern eingeführt. Das Kohäsivzonenmodell ist im FEM-Programm LS-DYNA [2014] verfügbar. Eine Anpassung des Modells erfolgt in Abschnitt 9.2.3 mit Hilfe experimenteller Ergebnisse am Push-Out-Test durch inverse Simulation.

Wie in Bild 9.5 veranschaulicht, beschreibt das Kohäsivzonenmodell das lokale Risswachstum an der Grenzschicht mit einem bilinearen Ansatz, wobei über die Variablen δ_1 (Rissöffnung in Normalenrichtung) und δ_2 (Rissöffnung in Tangentialrichtung) die Versagensmoden beschrieben werden. Ab Erreichen der kritischen Rissöffnung δ_1^0 bzw. δ_2^0 beginnt die Spannung im Riss abzufallen. Mit Hilfe der kritischen Energiefreisetzungsraten G_1 und G_2 , die für beide Versagensarten jeweils der Fläche unter der dreieckigen Kurve in Bild 9.5 entsprechen, wird durch den folgenden Mischungsansatz die Rissöffnung bei Versagen δ_v berechnet (LS-DYNA [2014]):

$$\delta_v = \frac{2(1 + \beta^2)}{\delta^0} \left[\left(\frac{\sigma_1^{max}}{G_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2^{max}}{G_2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{\delta_2}{\delta_1}, \quad (9.1)$$

und

$$\delta_1^0 = \frac{\sigma_1^{max}}{E_1}, \quad \delta_2^0 = \frac{\sigma_2^{max}}{E_2}, \quad \delta^0 = \delta_1^0 \delta_2^0 \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{(\delta_2^0)^2 + (\beta \delta_1^0)^2}}.$$

Die Steifigkeiten E_1 und E_2 werden hierbei für eine stabile numerische Rechnung in LS-DYNA [2014] aus dem aktuellen Zeitschritt Δt und den Massen der Knoten intern so angepasst, dass die Voraussetzungen für eine stabile numerische Berechnung erfüllt sind (vgl. Gl (3.92) und (3.93)).

Nach dem Grenzschichtversagen tritt Faserauszug (Pull-Out) ein, was stark von Eigenspannungen im Material und der Reibung zwischen Faseroberfläche und Matrix beeinflusst ist. Scherspannungen infolge von Reibung entstehen durch Drucknormalspannungen in der abgelösten Grenzfläche, wobei das Matrixmaterial auf eine raue abgelöste Faseroberfläche gedrückt wird (Zhandarov et al. [2006]). Eigenspannungen in LFT resultieren aus den unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Glas ($\alpha_{T_{Glas}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$) und PP ($\alpha_{T_{PP}} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$) bei der Aushärtung im Herstellungsprozess (M-Base Engineering + Software GmbH [2017]). Diese induzierten Eigenspannungen sind, in der hier verwendeten expliziten FEM, durch dynamische Relaxation (LS-DYNA [2014]) berechnet, wobei sich die thermisch induzierten Dehnungen in der Matrix und der Faser jeweils aus

$$\epsilon^{th} = -\Delta T \alpha_T \mathbf{I} \quad (9.2)$$

ergeben, mit dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_T und der Temperaturdifferenz $\Delta T = 250\text{K}$. Übliche Temperaturen im Spritzgussprozess liegen zwischen 254°C und 277°C (vgl. Thomason [2002]). Über die Stoffgesetze der jeweiligen Werkstoffkomponenten werden die resultierenden Eigenspannungen berechnet, indem die volumetrischen Dehnungen ε^{th} als Belastung im Faser- und Matrixmaterial aufgebracht sind. Die Reibung nach Grenzschichtversagen ist unter Verwendung eines hohen Reibungskoeffizienten, der mit Hilfe des Push-Out-Versuchs abgeschätzt wird (Abschn. 9.2.3), in einem Oberflächenkontakt-Algorithmus abgebildet (LS-DYNA [2014]).

Die Mikrostruktursimulationen wurden mit einem hohen Detaillierungsgrad (kleinste Elementkantenlänge ca. $2\mu\text{m}$) durchgeführt. Lokale Inhomogenitäten in der Matrix infolge von Zusätzen wie Haftvermittler oder ein variierender Kristallisationsgrad können bei derart feiner Auflösung bereits eine Rolle spielen. Ersteres wurde in Gao und Mäder [2002] und Schoeneich et al. [2015] experimentell untersucht. Je nach verwendetem Haftvermittler (Schlichte) bildet sich eine mehr oder weniger dicke Interphase um die Faser herum aus (Bild 9.5, links). Die Interphase ist in der Regel von höherer Festigkeit als das PP selbst (Gao und Mäder [2002], Schoeneich et al. [2015]). Diese Interphase wurde, wie bereits erwähnt, in der folgenden Modellierung explizit berücksichtigt. Jedoch liegen keine Informationen über die in diesem LFT-Verbundwerkstoff verwendeten Haftvermittler vor. Es müssen Annahmen zu den mechanischen Eigenschaften getroffen werden. Für die Interphase wurde ein Elastoplastizitätsmodell analog zur Matrix verwendet, wobei ein erhöhter E-Modul von $E^{IP} = 3.72\text{ GPa}$ aus Gao und Mäder [2002] adaptiert wurde. Für das Verfestigungsgesetz der Interphase wurde eine Fließspannung mit einem leicht erhöhten Spannungsplateau von ca. 50 MPa im Vergleich zum PP angenommen (Bild 9.3). Es wurde für die Interphase das gleiche Versagenskriterium wie für PP verwendet (vgl. Bild 9.4).

Die Parameter der Grenzschichtformulierung mit dem Kohäsionszonenmodell sowie das Reibungsverhalten nach Grenzschichtversagen zwischen Faser und Matrix wurden an experimentellen Ergebnissen des Faser Push-Out-Tests in Abschnitt 9.2.3 angepasst. Dafür wird der Push-Out-Versuch in einem numerischen Modell nachgerechnet. Diese Vorgehensweise entspricht Sockalingam et al. [2014], wo experimentelle Versuche eines Micro-Bond-Tests im numerischen Modell in gleicher Weise nachsimuliert wurden.

9.2.3 Anpassung des Grenzschichtverhaltens im Push-Out-Versuch

Es wurden experimentelle Ergebnisse von Push-Out-Versuchen nach Fliegener et al. [2015] übernommen, welche an präparierten LFT-Proben von $85\mu\text{m}$ Dicke durchgeführt sind. Details zur experimentellen Methode sind in Ohl et al. [2009] zu finden. Bild 9.6 skizziert den Versuchsaufbau. Die resultierenden Kraft-Verschiebungskurven, gemessen am Indenter, sind in Bild 9.7 schematisch dargestellt. Faser-Matrix-Grenzschichtversagen beginnt nahe der Matrize (Bild 9.6) mit einem stabilen Risswachstum, da die Scherkräfte hier am größten sind. Der Beginn des Faser-Matrix-Grenzschichtversagens wird durch das

Abknicken der Kraft-Verschiebungskurve (Bild 9.7) deutlich. Nach dem Kraftmaximum verläuft der Risswachstum instabil weiter, die Kraft sackt ab und endet letztlich bei einem konstanten Wert. Die Grenzschichtanbindung ist damit entlang der kompletten Faserlänge zerstört. Das verbleibende Kraftniveau resultiert aus der Reibung zwischen Faser und Matrix, während die Faser aus dem Probekörper gedrückt wird. Der gleiche Mechanismus herrscht beim Micro-Bond-Test, mit dem Unterschied, dass eine Faser aus dem Matrixmaterial gezogen und nicht gedrückt wird. Der Versuchsaufbau des Micro-Bond-Tests mit detaillierter Beschreibung der Versagensmechanismen findet sich in Sockalingam und Nilakantan [2012].

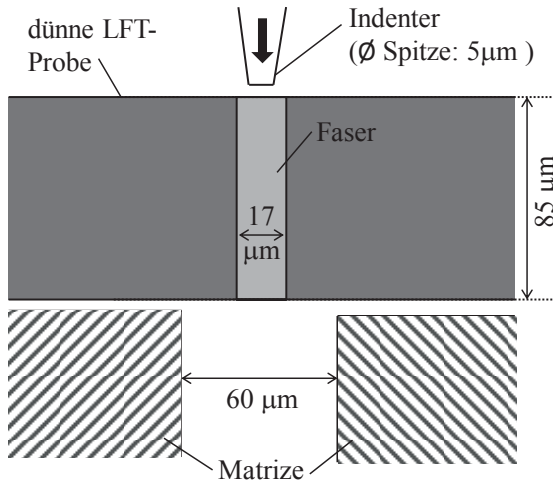


Bild 9.6: Skizze des Push-Out-Versuchs an präparierter LFT-Probe nach Fliegener et al. [2015]

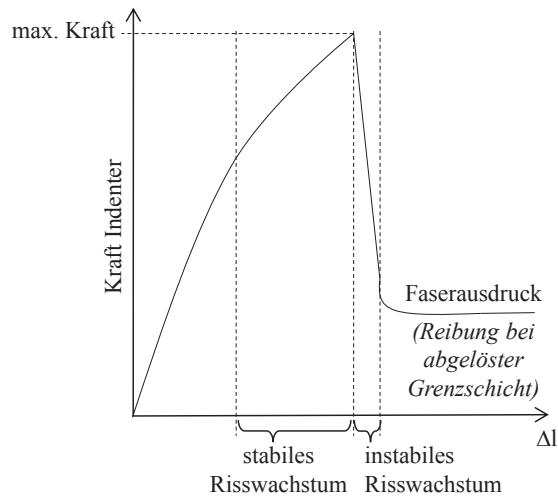


Bild 9.7: Schematische Darstellung des Grenzschichtversagens im Push-Out-Versuch. Graph zeigt Indenterkraft über dem Indenterweg, nach Sockalingam und Nilakantan [2012]

In Fliegener et al. [2015] wurden die Push-Out-Versuche mit grober und stark vereinfachter Diskretisierung (ca. $14 \mu\text{m}$ Elementkantenlänge) bereits nachsimuliert. Das in Bild 9.8 dargestellte und hier verwendete FE-Modell ist dagegen detaillierter diskretisiert und weist eine Elementkantenlänge von ca. $7 \mu\text{m}$ in Faserrichtung und $2 \mu\text{m}$ senkrecht zur Faserrichtung auf. Die feinere Diskretisierung ist für eine ausreichend genaue Abbildung der Geometrie notwendig. Die hier verwendeten Parameter der Kohäsivzonenformulierung entsprechen Tabelle 9.2. Es werden die gleichen Parameter für Versagen in Tangential- wie in Normalenrichtung angenommen.

Tabelle 9.2: Parameter der Kohäsivzonenformulierung nach Gl. (9.1)

	Normalenrichtung	Tangentialrichtung
$\sigma_1^{max}, \sigma_2^{max}$ [MPa]	$4.3 \cdot 10^{-2}$	$4.3 \cdot 10^{-2}$
G_1, G_2 [N/mm ³]	31.0	31.0

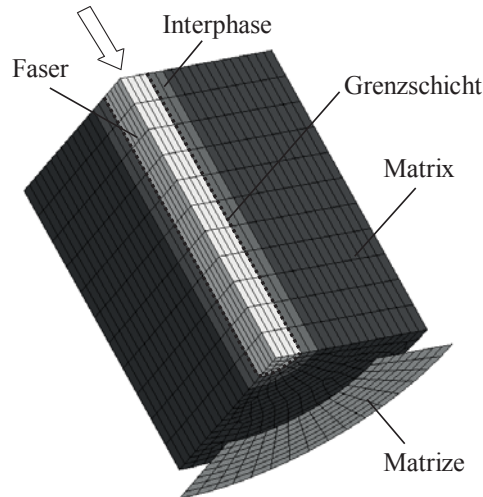


Bild 9.8: FE-Modell des Push-Out-Versuchs als Viertelsymmetrie

Um das gemessene Kraftmaximum der Versuche in der Simulation abzubilden, muss die Grenzschicht eine vergleichsweise große Last aufnehmen, die über der Schubfestigkeit des PP liegt. Ein zu fester Verbund zwischen Faser und Matrix würde daher nur hohe lokale Deformationen in der Matrix nahe der Faser verursachen, ohne dass Grenzschichtversagen eintritt. Die Interphase wurde mit erhöhter Festigkeit modelliert (vgl. Abschn. 9.2.2). Eine in Gao und Mäder [2002] ermittelte Dicke der Interphase von $2 - 3 \mu\text{m}$ reicht hier nicht aus, das Kraftmaximum in den Simulationen der Versuche zu treffen. Letztlich wurde die Interphase mit einer Dicken von $5 \mu\text{m}$ (zwei Elementen) nahe der Faser modelliert (Bild 9.8). Das Simulationsergebnis des Push-Out-Versuchs ist in Bild 9.9 den experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt. Die Experimente zeigen ein „Einlaufverhalten“, was auf Setzeffekte im experimentellen Versuchsaufbau zurück zu führen ist. Die experimentellen Kurven in Bild 9.9 beginnen somit bereits bei einer Kraft ca. 0.05 N . Setzeffekte aus der Versuchsvorrichtung werden in der Simulation nicht abgebildet.

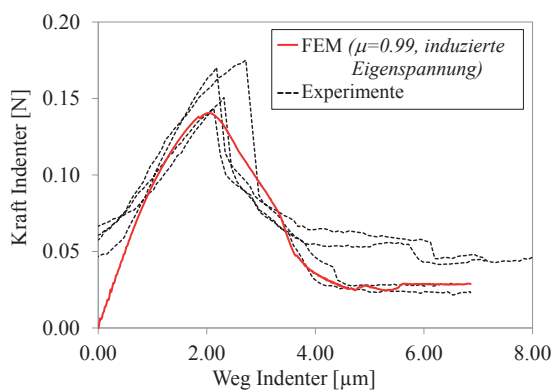


Bild 9.9: Indenterkraft über Indenterweg im Push-Out-Versuch aus Experimenten und Simulation mit angepasstem Grenzschichtverhalten

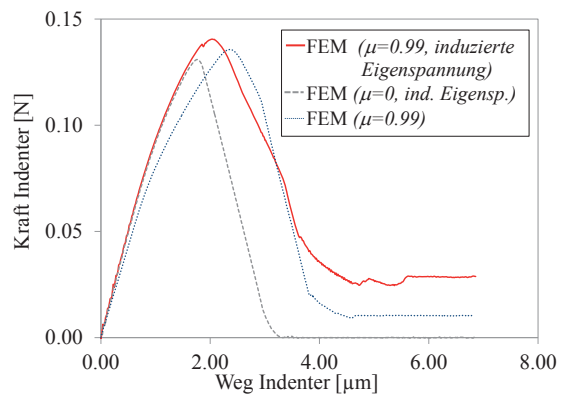


Bild 9.10: Simulierte Kraft-Weg-Kurven des Push-Out-Versuchs zeigen Einfluss von Reibung und herstellungsinduzierter Eigenspannung

Das Grenzschichtversagen ist von induzierten Eigenspannungen zwischen Faser und Interphase sowie von der Reibung zwischen Faser und Interphase abhängig (Zhandarov et al. [2006], Sockalingam et al. [2014]). Besonders das konstante Kraftplateau im hinteren Drittel der Kraft-Wegkurven (Bild 9.9) ist davon beeinflusst. Um das hohe Kraftplateau abzubilden wurde ein hoher Reibungskoeffizient von $\mu = 0.99$ verwendet. Die Modellierung herstellungsinduzierter Eigenspannungen wurde gemäß Sockalingam et al. [2014] übernommen. Der Einfluss von Reibung und induzierter Eigenspannung auf das Simulationsergebnis im Push-Out-Versuch wird in Bild 9.10 verdeutlicht. Klar zu erkennen ist, dass nur unter Berücksichtigung von Reibung und Eigenspannung ein den experimentellen Ergebnissen entsprechend hohes Kraftniveau im hinteren Drittel der Kraft-Verschiebungskurve abgebildet wird. Auch das Kraftmaximum ist unter Berücksichtigung von Reibung und Eigenspannung größer, wodurch die Simulation auch hier eine bessere Übereinstimmung mit den Experimenten liefert.

Die Eingangsparameter des Mikrostrukturmodells lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Parameter aus der Literatur:

Die *mechanischen Eigenschaften* von *PP* und *Glas* sind der Literatur entnommen (Kotlik [2011]; Kabel et al. [2016]; Nguyen und Kunc [2010]). Ebenso wurden die *Temperaturausdehnungskoeffizienten* gemäß M-Base Engineering + Software GmbH [2017] verwendet. Die entsprechende Temperaturdifferenz zwischen Raum- und Prozesstemperatur wurde aus Thomason [2002] übernommen. Angaben zu den mechanischen Eigenschaften der Interphase beschränken sich auf ein in Gao und Mäder [2002] gemessenen E-Modul. Eine Ungenauigkeit ist der unbekannte Kristallisationsgrad von PP, der im Verbundwerkstoff durch die als Kristallisationskeime wirkenden Fasern höher als im Ausgangswerkstoff anzunehmen ist. Die experimentell ermittelten mechanischen Eigenschaften von PP wurden jedoch nicht verändert.

2. Angepasste Parameter:

Der *Push-Out-Versuch* diente erstens der Anpassung des *Kohäsivzonenmodells*, das zwischen Faser und Interphase ein Grenzschichtversagen abbildet. Es wurden die *kritische Schub- und Normalspannung* $\sigma_1^{max} \approx \sigma_2^{max}$ sowie die *kritischen Energiefreisetzungsraten* $G_1 \approx G_2$ variiert um die Versagensinitiierung gemäß dem experimentellen Kraft-Wegverlauf abzubilden. Zweitens wurde die *Dicke der Interphase* ausgehend von Werten nach Gao und Mäder [2002] vergrößert um das experimentelle Kraftmaximum bei experimentell ermitteltem Indenterweg besser nach zu simulieren. Drittens wurde der *Reibungskoeffizient* μ variiert um das konstante Kraftniveau nach Grenzschichtversagen abzubilden.

3. Angenommene Größen:

Letztlich mussten Annahmen für das plastische Verhalten der Interphase (Bild 9.3) sowie für das Versagensverhalten der Interphase (Bild 9.4) getroffen werden. Ein im Vergleich zu PP vergrößerter E-Modul der Interphase (vgl. Gao und Mäder [2002]) lässt Grund zur Annahme einer ebenso erhöhten Fließspannung.

9.3 Ergebnisse

Im Folgenden ist das Zellmodell gemäß Bild 9.1 mit den Parametervariationen nach Tabelle 9.1 bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung simuliert worden. Die resultierenden makroskopischen Spannungs-Dehnungs-Antworten mit $\bar{\sigma}$ und $\bar{\epsilon}$ sind gemäß Gleichung (3.95) ermittelt. Schematisch sind in Bild 9.11 die resultierenden Spannungs-Dehnungs-Verläufe in einer Kurve erfasst. Die in Bild 9.11 dargestellte Kurve illustriert demnach das Verhalten aller Zellmodellsimulationen. Grenzschichtversagen beginnt am Faserkopf mit stabilem Risswachstum bis zum Spannungsmaximum. Je nach Aspektverhältnis und Faservolumengehalt reißt entweder eine Faser oder das stabile Interface-Risswachstum geht über in ein instabiles Risswachstum. Im ersten Versagensmechanismus, *Faserbruch*, reißt die Faser bei maximaler Spannung und die Matrixdeformationen lokalisieren an der Stelle des entstehenden schwächsten Querschnitts. Die entsprechenden Elemente in der Matrix erreichen das Versagenkriterium und die gesamte Einheitszelle versagt. Im zweiten Versagensmechanismus, *instabiles Risswachstum*, bleiben beide Fasern unversehrt und werden aus dem Matrixmaterial gezogen. Eine Lokalisierung bildet sich vorerst nicht aus und Matrixversagen tritt erst bei hohen globalen Dehnungen auf. Es zeigt sich ein Spannungsplateau infolge der Matrixfließspannung und der Kraftübertragung durch Reibung zwischen Faser und Matrix, während die Fasern aus dem Matrixmaterial gezogen werden. Aufgrund der verwendeten expliziten FEM lassen sich Schwingungen nicht vermeiden weshalb sich leichte Variationen in der Versagensinitiierung ergeben. Folglich tritt Faserbruch in der Regel nur an einer der zwei im Zellmodell vorhandenen Fasern ein, obwohl je Zellmodell beide Fasern stets gleich lang sind.

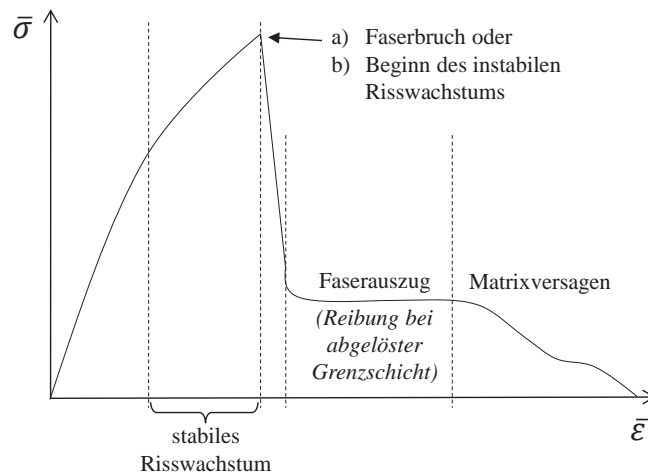


Bild 9.11: Schematische Darstellung des effektiven Spannungs-Dehnungsverhaltens der Einheitszellen. Plötzlicher Spannungsabfall resultiert aus a) Faserbruch oder b) instabilem Risswachstum

Am Beispiel von zwei Zellmodellen mit gleichem Aspektverhältnis ($r = 45$) und unterschiedlichem Fasergehalt (20 Gew.-%, 40 Gew.-%) werden in Bild 9.12 zwei verschiedene Versagensmechanismen erläutert. Die Konturen zeigen die Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung in der Matrix sowie die Zugspannung $\sigma_{z'}$ in der Faser in Belastungsrichtung z' . In Bild 9.12 links sind für den Fasergehalt von 20 Gew.-% und in Bild 9.12 rechts für den Fasergehalt von 40 Gew.-% drei Belastungsschritte dargestellt. Während

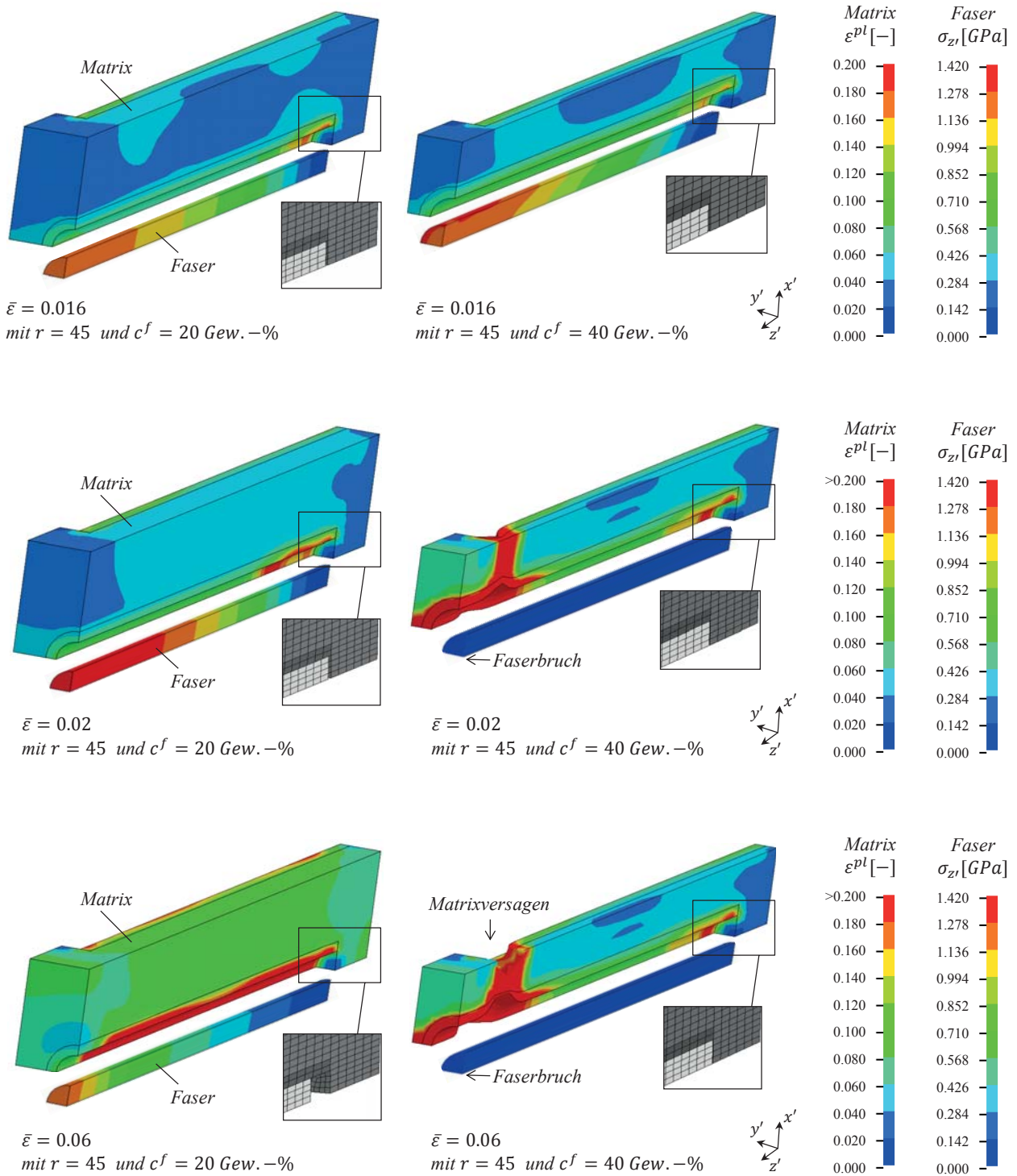


Bild 9.12: Einheitszellen mit 20 Gew.-% (links) und 40 Gew.-% Faseranteil (rechts) bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung. Kontur zeigt die Verteilung von ε^{pl} in der Matrix sowie die Zugspannung $\sigma_{z'}$ in der Faser bei einer globalen Dehnung von $\bar{\varepsilon} = 0.016$ (oben), $\bar{\varepsilon} = 0.02$ (mitte) und $\bar{\varepsilon} = 0.06$ (unten)

bei 20 Gew.-% Faseranteil kein Faserbruch stattfindet, reißt bei 40 Gew.-% die Faser beim Spannungsmaximum und einer makroskopischen Dehnung von $\bar{\varepsilon} = 0.02$. Das Risswachstum in der Grenzschicht entlang der Faser wird bei 20 Gew.-% (Bild 9.12, links) mit

hohen plastischen Dehnungen ε^{pl} im Faserbett deutlich. Bis zum Kraftmaximum steigen die Faserspannungen entsprechend an und lokalisieren in Fasermitte mit fortschreitendem stabilen Risswachstum in der Grenzschicht. Die lasttragende Faserlänge verkürzt sich. Nach Kraftmaximum ($\bar{\varepsilon} = 0.025$) und Eintreten des instabilen Risswachstums löst sich das Faserbett nahezu komplett von der Faser. Die globale Spannung in der Einheitszelle fällt ab und die Lastübertragung zwischen Faser und Matrix erfolgt nur noch durch Reibung im Kontakt. Es ist anzumerken, dass sich mit steigendem Fasergehalt der Abstand der Fasern zueinander, gekennzeichnet durch l_a (vgl. Bild 9.1), verringert. Die Kontur (plastische Vergleichsdehnung) zeigt in der Zelle mit 40 Gew.-% Faseranteil (Bild 9.12, rechts) schon vor dem Faserversagen ($\bar{\varepsilon} = 0.016$) eine stärkere Lokalisierung, was durch die stärker ausgeprägten hellblauen eingefärbten Bereiche in der Konturdarstellung deutlich wird. Bei Kraftmaximum ($\bar{\varepsilon} = 0.2$) erreicht die Faser ihre Zugfestigkeit und reißt. Das Risswachstum in der Grenzschicht stagniert. Das Matrixmaterial weist eine starke Dehnungslokalisierung auf und reißt an der schwächsten Stelle des Systems, charakterisiert durch den geringsten Matrixquerschnitt bei bereits abgelöster Grenzschicht beider Fasern.

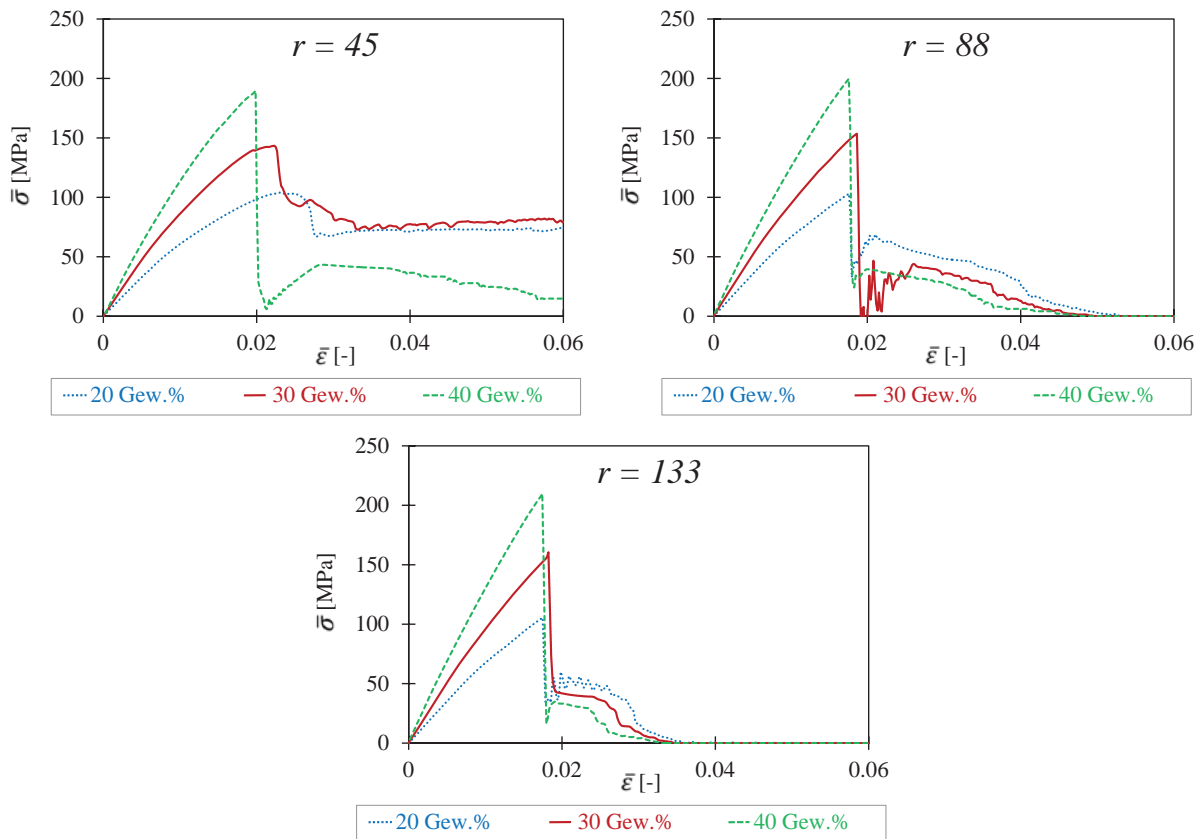


Bild 9.13: Makroskopisches Verhalten von Einheitszellen unter uniaxialer Belastung in Faserrichtung. Resultierende globale Spannung $\bar{\sigma}$ über globaler Dehnung $\bar{\varepsilon}$ in Belastungsrichtung. Vergleich zwischen drei Fasergehalten und drei Aspektverhältnissen

In Bild 9.13 sind die makroskopischen Spannungs-Dehnungsdiagramme der Zellmodellrechnungen bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung für drei Aspektverhältnisse ($r = 45$, $r = 88$ und $r = 133$) und je drei verschiedene Fasergehalte gegenübergestellt. Die zwei verschiedenen Bruchmechanismen der Zellmodelle mit 20 Gew.-% und 40 Gew.-% Faseranteil aus Bild 9.12 finden sich in Bild 9.13 oben links ($r = 45$) in der blauen und grünen Kurve wieder. Während bei 40 Gew.-% Faseranteil ($r = 45$, grüne Kurve) der rapide Spannungsabfall bei $\bar{\varepsilon} = 0.02$ durch Versagen der Faser gekennzeichnet ist, sind die Versagensmechanismen bei 20 Gew.-% und 30 Gew.-% Faseranteil ($r = 45$, blaue und rote Kurve) instabilem Risswachstum in der Grenzschicht zuzuordnen. Die markoskopische Dehnung bei Kraftmaximum liegt für 20 Gew.-% und 30 Gew.-% Fasergehalt bei $\bar{\varepsilon} > 0.02$ und vergrößert sich mit abnehmendem Fasergehalt. Der Beginn des instabilen Risswachstums verzögert sich. In Bild 9.13 oben links tritt mit $r = 45$ weder bei 20 Gew.-% noch bei 30 Gew.-% Faseranteil Faserbruch auf.

Für größere Aspektverhältnisse ($r > 45$) wird das Versagenskriterium ($\sigma_I \geq 1.8$ GPa) in der Faser stets erreicht. In der Gegenüberstellung der drei Graphen in Bild 9.13 wird deutlich, dass sich sowohl mit zunehmendem Fasergehalt, als auch mit zunehmendem Aspektverhältnis die globalen Spannungen vergrößern und die globalen Bruchdehnungen der Zellmodelle verringern.

Die maximal erreichten Zugspannungen sind in Bild 9.14 für alle Simulationen in Abhängigkeit des Fasergehalts (Bild 9.14, links) und in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses (Bild 9.14, rechts) dargestellt. Mit Trendlinien ist die ungefähr lineare Zunahme der Spannung mit dem Fasergehalt c^f in Bild 9.14 links gekennzeichnet. In Bild 9.14 rechts verdeutlichen logarithmische Trendlinien die Abhängigkeit der Maximalspannung vom Aspektverhältnis. Bis zu einem Aspektverhältnis von $r = 45$ zeigt sich für die untersuchten Fasergehalte 30 Gew.-% und 40 Gew.-% noch eine deutliche Zunahme der Maximalspannung. Ab einem Aspektverhältnis von $r > 45$ laufen die Kurven in eine Sättigung. Für 20 Gew.-% sind keine kürzeren Aspektverhältnisse $r < 45$ untersucht worden.

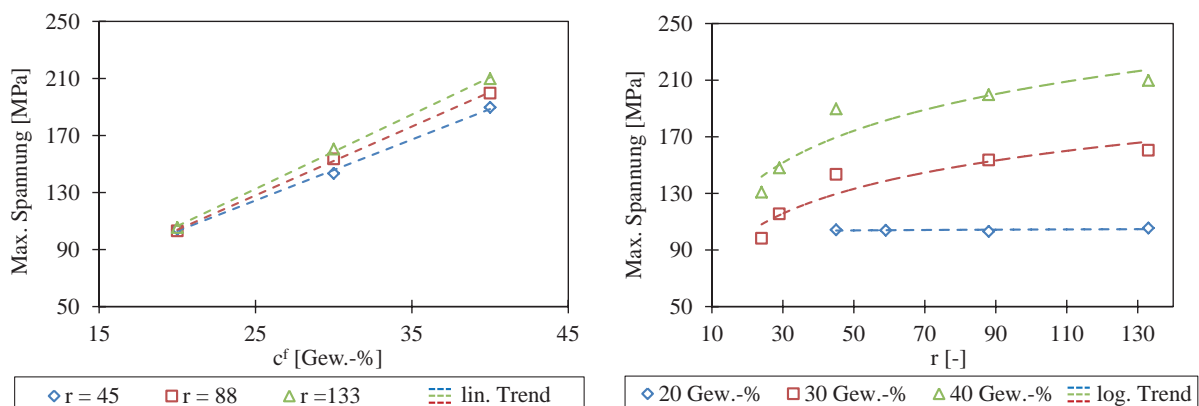


Bild 9.14: Maximale globale Spannungen der Einheitszellen bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung aufgetragen über dem Fasergehalt c^f (links) und dem Aspektverhältnis r (rechts) mit entsprechenden linearen und logarithmischen Trendlinien

In Bild 9.15 ist die Abnahme der Bruchdehnung in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses dargestellt. Eine Bruchdehnung wurde nur dann ausgewertet, wenn eine Dehnungslokalisierung in der Matrix nach Faserbruch stattfindet. Bei reinem Grenzschichtversagen ohne Faserbruch ist davon auszugehen, dass die Bruchdehnung mit etwa $\bar{\varepsilon} \approx 200\%$ im Bereich von reinem PP liegt (vgl. Bild 9.4). Demnach ist ein starker Anstieg der Bruchdehnungen für $r < 45$ anzunehmen, der mit einem logarithmischen Trend gekennzeichneten ist.

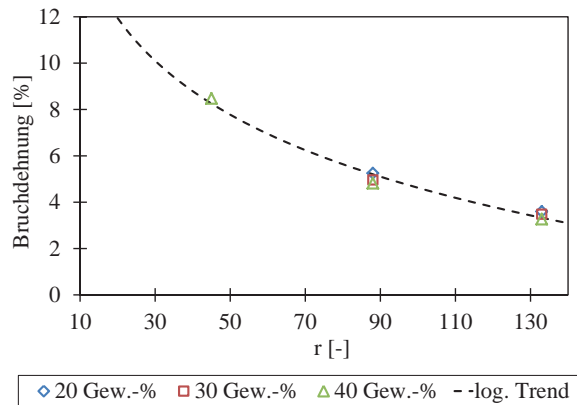


Bild 9.15: Makroskopische Bruchdehnungen der Einheitszellen bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses r

Für die Zellmodellrechnungen bei denen Faserversagen gefolgt von Matrixeinschnürung beobachtet worden ist, sind die Bruchenergien in Bild 9.16 ausgewertet und geben eine Aussage über die Energiedissipation des Werkstoffverbunds. Lastfälle, die lediglich Faserauszug infolge von Grenzschichtversagen ohne Faserbruch abbilden, weisen infolge großer Bruchdehnungen ($\bar{\varepsilon} \approx 200\%$) deutlich größere Bruchenergien auf. Diese Ergebnisse sind in den Graphen (Bild 9.16) nicht dargestellt. Die großen Abweichungen würden die Aussagen in den Darstellungen verfälschen. Bild 9.16 links zeigt somit einen abnehmenden linearen Trend der Bruchenergie in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses. Bild 9.16 rechts zeigt einen zunehmenden linearen Trend der Bruchenergien in Abhängigkeit des Fasergehalts, jeweils für den Versagensmechanismus Faserbruch (vgl. Bild 9.12, rechte Seite).

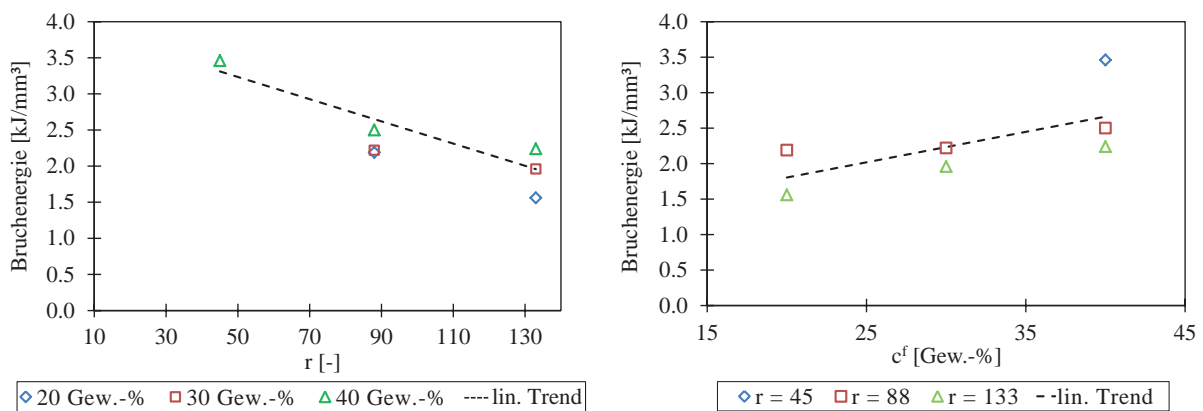


Bild 9.16: Bruchenergien in Abhängigkeit des Aspektverhältnisses r (links) und des Fasergehalts c^f (rechts) von Einheitszellmodellrechnungen bei uniaxialer Belastung in Faserrichtung.

9.4 Zusammenfassung und Interpretation

Mit den durchgeführten Simulationen lassen sich die mikromechanischen Schädigungsmechanismen an Einheitszellmodellen mit unidirektionaler Faserorientierung untersuchen, wobei eine versetzte Anordnung der Fasern gewählt wurde. Da der Werkstoff in Faserrichtung die höchsten Festigkeiten besitzt, können mit der uniaxialen Zugbelastung in Faserrichtung bedeutende Mechanismen der Schädigungs- und Versagensinitiierung an LFT analysiert werden. Einflüsse von Aspektverhältnis und Fasergehalt auf das makroskopische Spannungs-Dehnungsverhalten wurden durch gezielte Variationen dargestellt.

Identifiziert wurden die Versagensmechanismen Faser-Matrix-Grenzschichtablösung, spröder Faserbruch und duktiler Matrixversagen. Wie zu erwarten, erhöhen sich die effektiven Maximalspannungen mit zunehmendem Fasergehalt und größerem Aspektverhältnis. Die Verläufe korrelieren qualitativ mit experimentellen Untersuchungen nach Thomason [2002]. Für eine optimale Ausnutzung der Fasertragfähigkeit ist demnach nicht nur ein ausreichend großes Aspektverhältnis der Fasern und eine gute Schubkraftübertragung in das Matrixmaterial notwendig. Es zeigt sich auch, dass der Fasergehalt einen relevanten Einfluss auf die Kraftübertragung von der Matrix auf die Faser hat. Analytierte Bruchdehnungen zeigen für den Versagensmechanismus Faserbruch einen abnehmenden Trend bei zunehmendem Aspektverhältnis. Das Material versagt spröder. Die Energiedissipation nimmt mit steigendem Aspektverhältnis ab und mit steigendem Fasergehalt zu. Rückschlüsse aus den entgegengesetzten Trends können nicht ohne weitere Überlegungen getroffen werden. Zum Beispiel ist anzunehmen, dass größere Zellmodelle mit einem Ensemble aus längeren Fasern eine stärkere Delokalisierung der Deformation aufweisen (z.B. Okabe et al. [2010]). Die Last würde sich nach dem ersten Faserbruch umverteilen und das Modell erst bei einer höheren Dehnung versagen. Somit ist z.B. anzunehmen, dass die Bruchenergie nicht zwingend mit dem Aspektverhältnis abnimmt. Dennoch verdeutlichen die Auswertungen der Bruchenergien die notwendige Optimierungsaufgabe im Beispiel eines anforderungsorientierten Werkstoffdesigns hinsichtlich Crash- oder Impaktbelastungen.

Weitere Belastungszenarien der Einheitszelle, wie Zug unter 90° zur Faserrichtung oder Scherung sind bei unidirektionaler Faserorientierung für die untersuchten Einheitszellmodelle von geringerer Bedeutung. Es ist davon auszugehen, dass das Verbundmaterialverhalten in erster Linie durch das Matrixmaterial bestimmt wird und somit der Erkenntnisgewinn bezüglich des Versagensverhaltens von LFT limitiert ist. Ein makroskopisches Werkstoffverhalten wird durch idealisierte Zellmodelle nicht widerspiegelt. Weitere Berechnungen mit unterschiedlichen Faserorientierungen und Faserkonstellationen bei bisher nicht in Betracht gezogenen Spannungszustände, z.B. biaxialer Zug oder Scherung, sollten berücksichtigt werden, um ein repräsentatives Werkstoffverhalten abzubilden. Auch Interaktionen zwischen kleineren und größeren Fasern gilt es zu analysieren.

Push-Out-Versuche lieferten für dieses Kapitel den experimentellen Befund für das Faser-Matrix-Grenzschichtversagen bei einer Belastung in Richtung der Faserorientierung. Das Versagen in der Faser-Matrix-Grenzschicht wurde durch eine geeignete Ersatzmodellie-

rung mithilfe eines Kohäsivzonenmodells abgebildet. Die Parameter der Kohäsivzonenformulierung wurden dabei durch inverse Simulation der experimentellen Push-Out-Tests ermittelt. Die Berücksichtigung festerer Materialeigenschaften im Faserbett (Interphase), infolge von Haftvermittlern, erwies sich als notwendig, um die Versuchsergebnisse abbilden zu können. Getroffene Annahmen stützen sich auf Untersuchungen nach Gao und Mäder [2002] sowie Schoeneich et al. [2015]. Die Berücksichtigung von Reibung zwischen Faser und Matrix nach Grenzschichtversagen zeigt nur dann den erwarteten Effekt, wenn Eigenspannungen infolge des herstellungsbedingten Abkühlprozesses mit eingebracht werden (Sockalingam et al. [2014]). Es liegen weder Informationen zu den mechanischen Eigenschaften der Interphase, noch qualitative Messergebnisse der Eigenspannungen im Material vor. Getroffene Annahmen stützen sich auf die, durch inverse Simulation angepassten, experimentellen Ergebnisse des Push-Out-Versuchs. Forschungsbedarf besteht hinsichtlich der Charakterisierung mechanischer Eigenschaften der Interphase. Auch in der Modellierung des Matrixmaterials besteht Verbesserungspotential. Eine Dehnratenabhängigkeit ist in dieser Studie vernachlässigt. Ein interessanter Aspekt ist die Materialdämpfung, welche in Form eines dehnratenabhängigen Materialmodells in die Zellmodellberechnungen mit einbezogen werden kann. Schwingungen in den FEM-Rechnungen würden sich reduzieren. Das Versagenskriterium für PP wurde an quasistatischen Zugversuchen kalibriert, wobei hohe Versagensdehnungen unter Scherbelastung angenommen wurden. In anwendungsorientierten Veröffentlichungen (z.B. Hayashi [2012]) zeigt sich ein komplexer Einfluss von Dehnrate und Spannungsmehrachsigkeit auf die Versagensdehnungen. Dieser Zusammenhang wurde hier vernachlässigt.

Trotz der genannten Limitierungen konnten mit den durchgeführten Simulationen nicht nur mikromechanische Schädigungsmechanismen analysiert werden, sondern auch qualitative Aussagen über das makroskopische Werkstoffverhalten in Abhängigkeit von Aspektverhältnis und Fasergehalt getroffen werden. Insbesondere bietet die Untersuchung Ansätze für die zukünftige Modellierungen repräsentativer Volumenelemente (RVE) und zeigt die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Eigenspannungen sowie der detaillierten Abbildung des Faser-Matrix-Grenzschichtverhaltens.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Der LFT-Werkstoff zeigt in den *experimentellen Untersuchungen* an spritzgegossenen Probeplatten anisotrope und heterogene Eigenschaften, resultierend aus lokalen Unterschieden in der Faserorientierungsverteilung (FOV) und dem Fasergehalt. Zudem ist das Material aufgrund der thermoplastischen Matrix stark temperatur- und dehnratenabhängig. Die mechanischen Eigenschaften wurden bis zum Werkstoffversagen untersucht, mit dem Ziel, Abhängigkeiten zwischen den lokalen Versagensdehnungen und variierenden Faservorzugsrichtungen, Dehnraten und Spannungszuständen zu ermitteln. Speziell bei den quasi-statischen Versuchen konnten Korrelationen zwischen dem mechanischen Werkstoffverhalten und der Mikrostruktur analysiert werden. Die stärker ausgerichtete FOV in Fließrichtung führt zu höheren Steifigkeiten und Festigkeiten in Fließrichtung, verglichen mit der 90° Orientierung. Positionsabhängigkeiten zeigen sich in den Probeplatten entlang des Fließwegs sowie senkrecht dazu. Mit der Zunahme des Fasergehalts entlang des Fließwegs lässt sich die Zunahme der Tragfähigkeit erklären. Der Einfluss des Fasergehalts wurde explizit untersucht (20, 30 und 40 Gew.-% Faseranteil). Lokale Unterschiede senkrecht zur Fließrichtung lassen sich durch eine stärker ausgerichtete FOV an den Rändern der Probeplatte im Vergleich zur Plattenmitte erklären, wie es in den Mikrostrukturaufnahmen am Lichtmikroskop eindeutig zu erkennen ist. Die Bruchdehnungen in Flachzugversuchen variieren zwischen den verschiedenen Entnahmerichtungen nur geringfügig. Die Ursache hierfür ist die inhomogene FOV über der Plattendicke mit einer Mittelschicht und Rand- und Hauptschichten. Die dünne Randschicht zeigt aus mechanischer Sicht einen zu vernachlässigenden Einfluss. In der herausgearbeiteten und experimentell geprüften Hauptschicht (homogene FOV) wurden Bruchdehnungsunterschiede in 0° und 90° zur Fließrichtung eindeutig analysiert. Auch im taillierten Durchstoßversuch lassen sich unterschiedliche lokale Versagensdehnungen an der Probenoberfläche auswerten. Es zeigt sich im 90°-Lastfall eine höhere lokale Dehnung vor Rissinitiierung als im 0°-Lastfall. Sprödes Versagen oder frühe Rissinitiierung erschweren die Auswertung der Bruchdehnung bei allen weiteren Probenversuchen unterschiedlicher Spannungszustände. Eine Schädigungsentwicklung sowie viskoelastisches Materialverhalten konnte in Be- und Entlastungsversuchen bei niedrigen Dehnraten analysiert werden. Die Erkenntnisse sind jedoch auf den Lastfall uniaxialer Zug bei inhomogener FOV über der Probendicke limitiert. Be- und Entlastungsversuche für homogene FOV sowie weitere Spannungszustände (z.B. Scherung) wären notwendig um die Schädigungsentwicklung differenzierter herauszuarbeiten. Anisotrope Effekte würden stärker zur Geltung kommen. Bei höheren Dehnraten über drei Dekaden lassen sich zunehmende Spannungsniveaus und makroskopische Bruchdehnungen erkennen. Auch hierbei sind detaillierte Studien mit räumlich homogener FOV nötig, um den Effekt der adiabatischen Erwärmung in Abhängigkeit der FOV besser zu verstehen. Eine Korrelation der Bruchdehnung zur Faserlängenverteilung in der Platte ist mit den durchgeführten experimentellen Untersuchungen nicht möglich. Eine gute Möglichkeit bieten hierbei die durchgeführten numerischen Mikrostruktursimulationen, in denen sich gezielte Faserlängen betrachten lassen.

Notwendige Voraussetzung zur Berücksichtigung der makroskopischen Heterogenität und lokalen Anisotropie in der strukturmechanischen Berechnung ist eine genaue *Prozessi-*

mulation. Die Häufigkeitsverteilung der Faserorientierung in parametrisierter tensorieller Form und der lokale Fasergehalt als räumlich variierende skalare Größe in der Probenplatte sowie dem Bauteil wurden in Füllsimulationen am Fraunhofer ITWM (Kaiserslautern) berechnet und zeigten gute Übereinstimmungen zu experimentellen μ CT-Aufnahmen. Die Variationen der Faserlängenverteilung wurde dabei nicht berücksichtigt.

Eine adäquate *Schädigungs- und Versagensmodellierung* hängt von der Genauigkeit des *Materialmodells* ab. Teilweise basierend auf analytischen Homogenisierungsmethoden ist ein anisotropes visko-elastoplastisches Materialmodell entwickelt worden. Bestehende Ansätze aus der Literatur wurden eingebracht, modifiziert und weiterentwickelt, wobei immer ein deutliches Augenmerk auf die Robustheit und Effizienz des Materialmodells in expliziten FEM-Simulationen gerichtet war. Anisotropes viskoses Verhalten wird in dieser Arbeit mit einem Bequemlichkeitsansatz beschrieben und stellt einen neuen Modellierungsansatz für LFT dar. Es wurde gezeigt, dass sich die Experimente mit Dehnraten über sechs Dekaden gut abbilden lassen und sich die verwendeten Vereinfachungen für einen Großteil der Versuche als ausreichend genau herausstellen. Auch eine Übertragbarkeit auf unterschiedliche Faseranteile zeigte ohne weitere Anpassung gute Ergebnisse. Nur die Simulationen der dehnratenabhängigen Scherzugversuche deuten auf einen Nachteil der viskoelastischen Materialformulierung hin. Schädigungsentwicklung und Versagen wurde mit einem quasi-isotropen, dehnratenabhängigen Ansatz modelliert, wobei auch diese Vereinfachung bei einem Großteil der Versuche gute Übereinstimmungen mit den Experimenten liefert. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass Versagensdehnungen unter Zugbelastung in 0° und 90° zur Fließrichtung bei dem untersuchten LFT-Werkstoff keine signifikanten Unterschiede aufweisen, vorausgesetzt es wird die FOV über der gesamten Plattendicke in Betracht gezogen. Bei Biegebelastung ist die Spannungsverteilung über der Probendicke nicht mehr konstant. Es variiert zum einen der Spannungszustand über der Probendicke und zum anderen auch die FOV. Ist bei inhomogener FOV auch der Spannungszustand nicht mehr homogen, zeigt das isotrope Schädigungs- und Versagenskriterium unzureichende Genauigkeiten. Das isotrope Schädigungs- und Versagenskriterium ist nur im Rahmen der zur Anpassung verwendeten FOV gültig. Dies wird durch das schlechtere Simulationsergebnis unter Biegebelastung verdeutlicht. Ein anisotropes Schädigungs- und Versagensmodell würde hier zu besseren Übereinstimmungen führen. Zur Kalibrierung eines anisotropen Versagensmodells sind jedoch Proben mit homogener FOV über der Dicke (z.B. Einzelschicht) notwendig, um die Schädigungsentwicklung bei verschiedenen homogenen Spannungszuständen (z.B. Zug, Scherung, biaxialer Zug) zu erfassen. Bei stärkerer Anisotropie (z. B. unidirektional ausgerichtete Fasern) ist anzunehmen, dass ein anisotropes Schädigungs- und Versagenskriterien unabdingbar wird. Die vorliegenden Simulationsergebnisse des Bauteilversuchs zeigen, dass der hier vorgeschlagene Modellansatz erfolgreich in einer Crash- oder Impaktsimulation eingesetzt werden kann, um das nichtlineare anisotrope und dehnratenabhängige Materialverhalten von spritzgegossenem LFT vorherzusagen. Bei einer Verwendung isotroper Materialformulierungen für LFT nach dem aktuellen Stand der Technik kann zwar mit geeigneten Mittelungen ein vergleichbar gutes Berechnungsergebnis erzielt werden, jedoch wurde im Anwendungsbeispiel ebenfalls gezeigt, dass über ein breites Streuband der oberen und unteren Festigkeit eine gemittelte isotrope Abschätzung leicht zu großen Abweichungen führen kann. Ist eine zu berechnende

Struktur stark von der Geometrie dominiert, tritt das Materialmodell im Gegensatz zur räumlichen Diskretisierung in den Hintergrund. Dennoch kann mit diesem entwickelten anisotropen Materialmodell, das mit einem quasi-isotropen Schädigungs- und Versagensmodell gekoppelt ist, ein genaueres und gleichzeitig effizientes Simulationsergebnis erzielt werden.

In dieser Arbeit wurde der Fokus auf die kontinuumsmechanische Materialformulierung gelegt und Schädigung durch Spannungsreduktion im Element beschrieben. Materialversagen wurde durch Löschen der finiten Elemente beim Erreichen des Versagenskriteriums modelliert. Eine komplexe Rissinitiierung und Rissausbreitung, wie sie in den experimentellen Durchstoßversuchen beobachtet wird, kann dabei nur durch eine detailliertere Diskretisierung abgebildet werden. Es wurde jedoch eine Netzgröße gemäß üblichen Anwendungen verwendet (z.B. Crash-Simulation), wobei aufgrund der Effizienz keine willkürliche Verfeinerung möglich ist. Darüber hinaus führen Schädigungsmodelle, wie im vorliegenden Fall, bei weiterer Netzverfeinerung bekanntlich nicht zu sinnvoll konvergierten Lösungen. Forschungsbedarf besteht hinsichtlich effizienter Ersatzmodellierungen zur elementgrößenunabhängigen Abbildung der Rissinitiierung und Rissausbreitung bei LFT-Bauteilen. Die in dieser Arbeit eingeführten Parameter zur Erweiterung der entwickelten Schädigungs- und Versagensmodellierung um *netzgrößenunabhängige Lösungen* zu berechnen verbessert die Qualität der Simulationsergebnisse nur bedingt. Insbesondere wurde bei feinerer Diskretisierung kein merklich besseres Simulationsergebnis erzielt.

Numerische Berechnungen an *Einheitszellmodellen* konnten Aufschluss über mikromechanische Schädigungsmechanismen geben. Zudem ließen sich tendenzielle Aussagen zum Einfluss werkstoffspezifischer Kenngrößen wie Fasergehalt und Aspektverhältnis auf das makroskopische Schädigungs- und Versagensverhalten von LFT analysieren. Bei uniaxialer Belastung in Richtung der Faserorientierung besitzt der Werkstoff seine höchste Festigkeit. Einflüsse von Aspektverhältnis und Fasergehalt auf das makroskopische Spannungs-Dehnungsverhalten wurden durch gezielte Geometrievariationen der Einheitszelle ermittelt. Es bestätigte sich, dass für eine optimale Ausnutzungen der Fasertragfähigkeit ein ausreichend großes Aspektverhältnis der Fasern aber auch eine gute Schubkraftübertragung in das Matrixmaterial notwendig sind. Des Weiteren erwies sich der Fasergehalt als ein relevanter Einflussfaktor für die Kraftübertragung zwischen den zwei Werkstoffkomponenten. Sicherlich kann ein makroskopisches Werkstoffverhalten durch idealisierte Zellmodelle nur schwer widerspiegelt werden, selbst wenn ein ausreichend großes Ensemble in Betracht gezogen wird. Zudem besteht Forschungsbedarf hinsichtlich der Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften der Interphase, die sich infolge von verwendeten Haftvermittlern stets ausbildet. Auch eine Dehnratenabhängigkeit im Matrixmaterial und die damit verbundene resultierende Materialdämpfung sowie eine komplexere Versagensmodellierung von PP wurde in den numerischen Mikrostrukturanalysen vernachlässigt. Dennoch konnten mit den numerischen Mikrostrukturuntersuchungen relevante Mechanismen des Schädigungs- und Versagensverhaltens von LFT wie z.B. Interface-Versagen, Faserbruch und Lokalisierung der Matrixdeformationen analysiert werden.

Für ein anforderungsorientiertes Werkstoffdesigns wurde letztlich die notwendige Optimierungsaufgabe hinsichtlich Crash- oder Impaktbelastungen durch Mikrostruktursimulationen verdeutlicht. Für die Berechnung makroskopischer Strukturen berücksichtigt das entwickelte Materialmodell die Mikrostruktur in parametrisierter Form. Durch geeignete Vereinfachungen wurden somit zwei Modellierungen des Werkstoffes auf zwei unterschiedlichen Skalen mit entsprechender Recheneffizienz erfolgreich dargelegt.

Literaturverzeichnis

- S. G. Advani. *Flow and rheology in polymer composites manufacturing*. Elsevier, Amsterdam, 1994.
- S. G. Advani und C. L. Tucker. The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *Journal of Rheology*, 31:751–784, 1987.
- F. X. C. Andrade, M. Feucht, A. Haufe, und F. Neukamm. An Incremental stress state dependent damage model for ductile failure prediction. *International Journal of Fracture*, 200(1):127–150, 2016.
- E. W. Andrews und M. R. Garnich. Stresses around fiber ends at free and embedded ply edges. *Composites Science and Technology*, 68:3352–3357, 2008.
- ARAMIS. *Users Manual*. Gesellschaft für Optische Meßtechnik mbH, Braunschweig, 2010.
- N. Aravas. Finite elastoplastic transformations of transversely isotropic metals. *International Journal of Solids and Structures*, 29:2137–2157, 1992.
- T. Ariyama, Y. Mori, und K. Kaneko. Tensile properties and stress relaxation of polypropylene at elevated temperatures. *Polymer Engineering and Science*, 37(1):81–90, 1997.
- J. Armbrecht, T. Sych, und K. Robb. *MAVI - Modular algorithms for volume images V 1.2.1 (user's manual)*. Fraunhofer Institute for Industrial Mathematics ITWM, Kaiserslautern, 2006.
- Y. Bai und T. Wierzbicki. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence. *International Journal of Plasticity*, 24:1071–1096, 2008.
- Y. Bai und T. Wierzbicki. Application of extended Mohr-Coulomb criterion to ductile fracture. *International Journal of Fracture*, 161:1–20, 2010.
- E. J. Barbero und R. Luciano. Micromechanical formulas for the relaxation tensor of linear viscoelastic composites with transversely isotropic fibers. *International Journal of Solids and Structures*, 32(13):1859–1872, 1995.
- K. J. Bathe. *Finite Elemente Methoden*. Springer, New York, 2001.
- T. Belytschko und L. P. Bindeman. Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 105:225–260, 1993.
- T. Belytschko, H. Chen, J. Xu, und G. Zi. Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58:1873–1905, 2003.

- T. Belytschko, W. K. Liu, B. Moran, und K. Elkhodary. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. John Wiley & Sons., Chichester, 2014.
- Y. Benveniste. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of Materials*, 6:147–157, 1987.
- W. Böhme und M. Hug. *Vorrichtung zur schwingungsarmen Kraftmessung bei schnellen, dynamischen Zugversuchen an Werkstoffproben*. Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik IWM, Freiburg, Deutsches Patent: DE 10 201 861, Europäisches Patent: EP 1 466 157 B1, 2002.
- W. Böhme, M. Luke, J. G. Blauel, D.-Z. Sun, I. Rohr, und W. Harwick. *FAT-Richtlinie: Dynamische Werkstoffkennwerte für die Crashsimulation (AiF Nr. 14205)*. Forschungsvereinigung für Automobiltechnik e.V., FAT-Schriftenreihe 211, 2007.
- B. Bourdin, G. A. Francfort, und J.-J. Marigo. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48:797–826, 2000.
- H. F. Brinson und L. C. Brinson. *Polymer engineering science and viscoelasticity, an introduction*. Springer, New York, 2008.
- I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, und H. Mühling. *Taschenbuch der Mathematik*. Harry Deutsch Verlag, Frankfurt a. M., 2005.
- F. Buck, B. Brylka, V. Müller, T. Müller, K. Weidenmann, A. N. Hrymak, F. Henning, und T. Böhlke. Two-scale structural mechanical modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology*, 117:159–167, 2015.
- G. T. Camacho und M. Ortiz. Computational Modelling of Impact Damage in Brittle Materials. *Int. J. Solids Struct.*, 33(20-22):2899–2938, 1996.
- A. Caporale, R. Luciano, und E. Sacco. Micromechanical analysis of interfacial debonding in unidirectional fiber-reinforced composites. *Computers and Structures*, 84:2200–2211, 2006.
- V. Carvelli und A. Talierco. A micromechanical model for the analysis of unidirectional elastoplastic composites subjected to 3d stresses. *Mechanics Research Communication*, 26(5):547–553, 1999.
- D. J. Celentano und J. L. Chaboche. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels. *International Journal of Plasticity*, 23:1739–1762, 2007.
- C. Chow und T. Lu. A normative presentation of stress and strain for continuum damage mechanics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 12:161–187, 1989.
- D. H. Chung und T. H. Kwon. Improved model of orthotropic closure approximation for flow induced fiber orientation. *Polymer Composites*, 22(5):636–649, 2001a.

- D. H. Chung und T. H. Kwon. Invariant-based optimal fitting closure approximation for the numerical prediction of flow-induced fiber orientation invariant-based optimal fitting closure approximation for the numerical prediction of flow-induced fiber. *Journal of Rheology*, 46(1):169–194, 2001b.
- J. S. Cintra und C. L. Tucker. Orthotropic closure approximations for flow-induced fiber orientation. *Journal of Rheology*, 39(6):1095–1122, 1995.
- S. C. Cowin. A recasting of anisotropic poroelasticity in matrices of tensor components. *Transport in Porous Media*, 50:35–56, 2003.
- A. Dasari und R. D. K. Misra. On the strain rate sensitivity of high density polyethylene and polypropylenes. *Materials Science and Engineering A*, 358:356–371, 2003.
- R. de Borst. *Non-linear analysis of frictional materials*. Doktorarbeit, Technische Universität Delft, 1986.
- F. Desrumaux, F. Meraghni, und M. L. Benzeggagh. Generalised Mori-Tanaka scheme to model anisotropic damage using numerical Eshelby tensor. *Journal of Composite Materials*, 35:603–624, 2001.
- F. Detrez, S. Cantournet, und R. Seguela. Plasticity/damage coupling in semi-crystalline polymers prior to yielding: Micromechanisms and damage law identification. *Polymer*, 52(9):1998–2008, 2011.
- I. Doghri und C. Friebel. Effective elasto-plastic properties of inclusion-reinforced composites. Study of shape, orientation and cyclic response. *Mechanics of Materials*, 37: 45–68, 2005.
- I. Doghri und A. Ouaar. Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithms. *International Journal of Solids and Structures*, 40:1681–1712, 2003.
- I. Doghri und L. Tinel. Micromechanics of inelastic composites with misaligned inclusions: Numerical treatment of orientation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:1387–1406, 2006.
- I. Doghri, L. Brassart, L. Adam, und J. S. Gérard. A second-moment incremental formulation for the mean-field homogenization of elasto-plastic composites. *International Journal of Plasticity*, 27:352–371, 2011.
- V. F. P. Dutra, S. Maghous, A. C. Filho, und A. R. Pacheco. A micromechanical approach to elastic and viscoelastic properties of fiber reinforced concrete. *Cement and Concrete Research*, 40(3):460–472, 2010.
- T. B. v. Erp, C. T. Reynolds, T. Peijs, J. A. W. v. Dommelen, und L. E. Govaert. Prediction of Yield and Long-Term Failure of Oriented Polypropylene: Kinetics and Anisotropy. *Journal of Polymer Science Part B: Polymer physics*, 47:2026–2035, 2009.

- J. D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society. Series A*, 241:376–396, 1957.
- B. G. Falzon und P. Apruzzese. Numerical analysis of intralaminar failure mechanisms in composite structures. Part I: FE implementation. *Composite Structures*, 93:1039–1046, 2011.
- S. Fliegner, J. Hohe, B. Haspel, und K. Weidenmann. Micromechanical modeling of the nonlinear deformation of LFTs under consideration of the effects of interface damage. In *Conference Proceedings ICCM20*, Seiten 19–24, Kopenhagen, 2015.
- S. Fliegner, J. Hohe, und P. Gumbsch. The creep behavior of long fiber reinforced thermoplastics examined by microstructural simulations. *Composites Science and Technology*, 131:1–11, 2016.
- F. Folgar und C. L. Tucker. Orientation behavior of fibers in concentrated suspensions. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 3:98–119, 1984.
- J. Fritsch. *Charakterisierung und Modellierung glasfaserverstärkter Thermoplaste unter dynamischen Lasten*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2012.
- S. L. Gao und E. Mäder. Characterization of interphase nanoscale property variations in glass fibre reinforced polypropylene and epoxy resin composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 33:559–576, 2002.
- D. Gross und T. Seelig. *Bruchmechanik*. Springer, Berlin, Heidelberg, 4. Auflage, 2007.
- A. L. Gurson. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 99:2–15, 1977.
- G. Haasemann und V. Ulbricht. Numerical evaluation of the viscoelastic and viscoplastic behavior of composites. *Technische Mechanik*, 30:122–135, 2010.
- J. O. Hallquist. *LS-DYNA theoretical manual*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), Livermore, Kalifornien, 1998.
- J. C. Halpin. Stiffness and expansion estimates for oriented short fiber composites. *Journal Composite Materials*, 3:732–734, 1969.
- Z. Hashin. Viscoelastic fiber reinforced materials. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, 4(8):1411–1417, 1966.
- Z. Hashin. Analysis of composite materials - a survey. *Journal of Applied Mechanics*, 50(3):481–505, 1983.
- Z. Hashin und S. Shtrikman. On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 10(42):335 – 342, 1962.

- Z. Hashin und S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(42):127–140, 1963.
- S. Hayashi. Prediction of failure behaviors in polymers under multiaxial stress state. In *12th International LS-DYNA Conference*, Seiten 1–14, Detroit, USA, 2012.
- F. Henning, H. Ernst, R. Brüssel, O. Geiger, und W. Krause. LFTs for automotive applications. *Journal of Reinforced Plastics*, 49(2):24–33, 2005.
- P. H. Hermans und W. Kast. Über den Streckvorgang bei künstlichen Zellulosefasern. *Kolloid-Zeitschrift*, 65:21–32, 1946.
- R. Hill. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11:357–372, 1963.
- R. Hill. A self-consistent mechanics of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13:213–222, 1965.
- R. Hill. Aspects of invariance in solid mechanics. *Advances in Applied Mechanics*, 18: 1–72, 1978.
- R. Hill. *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, Oxford, 1998.
- S. Hoffmann. *Computational homogenization of short fiber reinforced thermoplastic materials*. Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2012.
- G. A. Holzapfel. *Nonlinear solid mechanics*. John Wiley & Sons., Chichester, 2000.
- T. J. R. Hughes. *The Finite Element Method*. Dover Publications, Mineola, New York, 2000.
- J. R. Jain und S. Ghosh. Damage evolution in composites with a homogenization-based continuum damage mechanics model. *International Journal of Damage Mechanics*, 18 (1):533–568, 2009.
- G. R. Johnson und W. H. Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressure. *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1):31–48, 1985.
- M. Kabel, S. Fliegner, und M. Schneider. Mixed boundary conditions for fft-based homogenization at finite strains. *Computational Mechanics*, 57(2):193–210, 2016.
- L. M. Kachanov. On time to rupture in creep conditions (in russisch). *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tekhnicheskikh Nauk*, 8:26–31, 1958.
- L. M. Kachanov. *Introduction to continuum damage mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1968.

- S. Kammoun, I. Doghri, L. Adam, G. Robert, and L. Delannay. First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 42(12):1892–1902, 2011.
- M. Knops und A. Puck. *Analysis of failure in fiber polymer laminates: The theory of Alfred Puck*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2008.
- K. Knothe und H. Wessels. *Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- M. Kotlik. *Experimentelle Charakterisierung thermoplastischer Kunststoffe bei großen Deformationen*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2011.
- W. Krause, F. Henning, S. Tröster, O. Geiger, und P. Eyerer. LFT-D: A process technology for large scale production of fiber reinforced Thermoplastic components. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 16:289–302, 2003.
- E. Kröner. Berechnung der Elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls. *Zeitschrift für Physik*, 151:504–518, 1958.
- M. Lasपालas, C. Crespo, M. A. Jiménez, B. García, und J. L. Pelegay. Application of micromechanical models for elasticity and failure to short fibre reinforced composites. Numerical implementation and experimental validation. *Computers and Structures*, 86: 977–987, 2008.
- A. Latz, U. Strautins, und D. Niedziela. Comparative numerical study of two concentrated fiber suspension models. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165:764–781, 2010.
- J. Lemaitre. Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 51:31–49, 1985.
- J. Lemaitre und J.-L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- J. Lemaitre und R. Desmorat. *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- B. Lindgreen. Analysis of a high intensity shear zone between overlapping fiber ends in a polymer matrix composite. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 27:986–1000, 2008.
- LS-DYNA. *Keyword user’s manual (Version R7.1, Revision: 5471)*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), Livermore, Kalifornien, 2014.
- H. Lu und P. D. Cary. Deformation Measurements by Digital Image Correlation: Implementation of a Second-order Displacement Gradient. *Experimental Mechanics*, 40(4): 393–400, 2000.
- J. Lubliner. *Plasticity Theory*. Dover Publications, New York, 2008.

- M. Luo, M. Dunand, und D. Mohr. Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading - Part II : Ductile fracture. *International Journal of Plasticity*, 32-33:36–58, 2012.
- M-Base Engineering + Software GmbH. Material Data Center, Aachen. www.materialdatacenter.com (23.02.2017).
- A. R. Maligno. *Finite element investigations on the microstructure of composite materials*. Dissertation, University of Nottingham, 2008.
- V. Mathes und E. Witten. *Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites (Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen)*. Springer, AKV - Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe. Wiesbaden, 2014.
- F. Meraghni und M. L. Benzeggagh. Micromechanical modeling of matrix degradation in randomly oriented discontinuous-fibre composites. *Composites Science and Technology*, 55:171–186, 1995.
- H. Mir, M. Fafard, B. Bissonnette, und M.-L. Dano. Damage modeling in random short glass fiber reinforced composites including permanent strain and unilateral effect. *Journal of Applied Mechanics*, 72:249–258, 2005.
- T. Mochida, M. Taya, und M. Obata. Effect of damaged particles on the stiffness of a particle/metal matrix composite. *Japan Society of Mechanical Engineers*, 34(2):187–193, 1991.
- T. Mori und K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21:571–574, 1973.
- H. Moulinec und P. Suquet. A fast numerical method for computing the linear and nonlinear properties of composites. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série II, Mécanique, physique, chimie, astronomie*, 318(11):1417–1423, 1994.
- T. Mura. *Micromechanics of Defects in Solids*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1982.
- S. Murakami. Mechanical modeling of material damage. *Journal of Applied Mechanics*, 55:280–286, 1988.
- S. Murakami. *Continuum Damage Mechanics*. Springer, Heidelberg, London, New York, 2012.
- M. Neitzel, P. Mitschang, und U. Breuer. *Handbuch Verbundwerkstoffe (Werkstoffe, Verarbeitung, Anwendung)*. Carl Hanser Verlag, München, 2014.
- S. Nemat-Nasser und M. Hori. *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*. Elsevier, Amsterdam, 2. Auflage, 1999.

- B. N. Nguyen und M. A. Khaleel. A mechanistic approach to damage in short-fiber composites based on micromechanical and continuum damage mechanics descriptions. *Composites Science and Technology*, 64:607–617, 2004.
- B. N. Nguyen, B. J. Tucker, und M. A. Khaleel. A mechanistic approach to matrix cracking coupled with fiber - matrix debonding in short-fiber composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 127:337–350, 2005.
- B. N. Nguyen, S. K. Bapanapalli, J. D. Holbery, M. T. Smith, V. Kunc, B. J. Frame, J. H. Phelps, und C. L. Tucker. Fiber length and orientation in long-fiber injection-molded thermoplastics - part I: Modeling of microstructure and elastic properties. *Journal of Composite Materials*, 42:1003–1029, 2008a.
- B. N. Nguyen, S. K. Bapanapalli, V. Kunc, J. H. Phelps, und C. L. Tucker. Prediction of the elastic-plastic stress/strain response for injection molded long-fiber thermoplastics. *Journal of Composite Materials*, 43:217–246, 2008b.
- N. Nguyen und V. Kunc. An elastic-plastic damage model for long-fiber thermoplastics. *International Journal of Damage Mechanics*, 19:691–725, 2010.
- T. T. Nguyen. *Mikromechanische Untersuchung des Schädigungsverhaltens langfaserverstärkter Thermoplaste*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2017.
- T. Nguyen-Chung. *Strömungsanalyse der Bindenahtformation beim Spritzgießen von thermoplastischen Kunststoffen*. Dissertation, Technische Universität Chemnitz, 2001.
- D. Niedziela, U. Strautins, V. Hosdez, A. Kech, und A. Latz. Improved multiscale fiber orientation modeling in injection molding of short fiber reinforced thermoplastics: Simulation and experiment. *The International Journal of Multiphysics*, (Special edition: Multiphysics Simulations - Advanced Methods for Industrial Engineering. Selected contributions from 1st Fraunhofer Multiphysics Conference):357–366, 2011.
- A. S. Ognedal, A. H. Clausen, T. Berstad, T. Seelig, und O. S. Hopperstad. Void nucleation and growth in mineral-filled PVC - An experimental and numerical study. *International Journal of Solids and Structures*, 51:1494–1506, 2014.
- M. Ohl, M. Merzkirch, M. Grigo, B. Butz, und K. A. Weidenmann. Präparation von Dünnschliffen aus langfaserverstärkten Verbundwerkstoffen mit Polymer- oder Aluminiummatrizes zur Bestimmung der Grenzflächenscherfestigkeit mittels Push-Out-Test. *Sonderbände der praktischen Metallographie, Herausgeb. G. Petzow*, 41:99–104, 2009.
- T. Okabe, M. Nishikawa, und N. Takeda. Micromechanics on the rate-dependent fracture of discontinuous fiber-reinforced plastics. *International Journal of Damage Mechanics*, 19:339–360, 2010.
- T. Okabe, M. Nishikawa, und H. Toyoshima. A periodic unit-cell simulation of fiber arrangement dependence on the transverse tensile failure in unidirectional carbon fiber reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, 48(20):2948–2959, 2011.

- Y. Othmani, L. Delannay, und I. Doghri. Equivalent inclusion solution adapted to particle debonding with a non-linear cohesive law. *International Journal of Solids and Structures*, 48:3326–3335, 2011.
- B. Pan, K. Qian, H. Xie, und A. Asundi. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement Science and Technology*, 20:1–17, 2009.
- D. Pedrazzoli, V. M. Khumalo, J. Karger-Kocsis, und A. Pegoretti. Thermal, viscoelastic and mechanical behavior of polypropylene with synthetic boehmite alumina nanoparticles. *Polymer Testing*, 35:92–100, 2014.
- R. J. Phillips, R. C. Armstrong, R. A. Brown, A. L. Graham, und J. R. Abbott. A constitutive equation for concentrated suspensions that accounts for shear-induced particle migration. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 4(1):30–40, 1992.
- M. Pitkethly, J. Favre, U. Gaur, J. Jakubowski, S. Mudrich, D. Caldwell, L. Drzal, M. Nardin, H. Wagner, L. D. Landro, A. Hampe, J. Armistead, M. Desaegeer, und I. Verpoest. A round-robin programme on interfacial test methods. *Composites Science and Technology*, 48(1-4):205–214, 1993.
- P. Ponte Castañeda. Exact second-order estimates for the effective mechanical properties of nonlinear composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44:827–862, 1996.
- P. Ponte Castañeda und J. R. Willis. The effect of spatial distribution on the effective behavior of composite materials and cracked media. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(12):1919–51, 1995.
- P. Ponte Castañeda und M. Zaidman. Constitutive models for porous materials with evolving microstructure. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 42(9):1459–1497, 1994.
- G. Pötsch und W. Michaeli. *Injection Molding: An Introduction*. Hanser, München, 2 Auflage, 2008.
- M. A. Puso. A highly efficient enhanced assumed strain physically stabilized hexahedral element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49:1029–1064, 2000.
- J. Qu. The effect of slightly weakened interfaces on the overall elastic properties of composite materials. *Mechanics of Materials*, 14:269–281, 1993.
- Y. N. Rabotnov. Creep rupture. In *Proceeding of applied mechanics conference*, Seiten 324–349, Berlin, 1968. Springer.
- Y. N. Rabotnov. Creep problems in structural members. *North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics*, 51(7):575–576, 1971.

- A. Reuss. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 9(1): 49–58, 1929.
- G. Rousselier. Finite deformation constitutive relations including ductile fracture damage. In *Proceeding of the IUTAM Symposium on Three-Dimensional Constitutive Relation and Ductile Fracture*, Seiten 331–335, Dourdan, France, 1981.
- N. Sato, T. Kurauchi, S. Sato, und O. Kamigaito. Microfailure behaviour of randomly dispersed short fibre reinforced thermoplastic composites obtained by direct SEM observation. *Journal of Materials Science*, 26:3891–3898, 1991.
- M. Schoeneich, M. Zamanzade, und M. Stommel. Fiber-matrix interphase in applied short glass fiber composites determined by a nano-scratch method. *Composites Science and Technology*, 119:100–107, 2015.
- L. Schulenberg, T. Seelig, F. Andrieux, und D.-Z. Sun. An anisotropic elasto-plastic material model for injection-molded long fiber-reinforced thermoplastics accounting for local fiber orientation distributions. *Journal of Composite Materials*, 51(14):2061–2078, 2017.
- A. Selmi, I. Doghri, und L. Adam. Micromechanical simulations of biaxial yield, hardening and plastic flow in short glass fiber reinforced polyamide. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53:696–706, 2011.
- J. Simo und M. Ortiz. A unified approach to finite deformation elastoplastic analysis based on the use of hyperelastic constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 49:221–245, 1985.
- J. C. Simo und T. J. R. Hughes. *Computational Inelasticity*. Springer, New York, 7. Auflage, 1998.
- J. C. Simo und J. W. Ju. Strain- and stress-based continuum damage models - I. Formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 23(7):821–840, 1987.
- H. Singh, K. K. Namala, und P. Mahajan. A damage evolution study of E-glass/epoxy composite under low velocity impact. *Composites Part B: Engineering*, 76:235–248, 2015.
- D. E. Smith, S. Montgomery-Smith, und D. A. Jack. Modeling orientational diffusion in short fiber composite processing simulations. In *Proceedings of 2009 NSF CMMI Research and Innovation Conference*, Honolulu, Hawaii, 2009.
- S. Sockalingam und G. Nilakantan. Fiber-matrix interface characterization through the microbond test. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 13:282–295, 2012.
- S. Sockalingam, M. Dey, J. W. Gillespie, und M. Keefe. Finite element analysis of the microdroplet test method using cohesive zone model of the fiber/matrix interface. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 56(1-4):239–247, 2014.

- J.-H. Song, H. Wang, und T. Belytschko. A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. *Computational Mechanics, Springer-Verlag*, 42:239–250, 2008.
- J. Spahn, H. Andrae, M. Kabel, R. Müller, und C. Lindner. Multiscale Modeling of Progressive Damage in Elasto-Plastic Composite Materials. In *11th World Congress on Computational Mechanics*, Barcelona, Spain, 2014.
- G. Steinberg. *Analysis of an elastic-plastic material model for injection molded long fiber reinforced thermoplastics*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2015.
- K. Steiner, A. Latz, K. Schladitz, S. Staub, H. Andrä, D. Niedziela, M. Godehardt, M. Kabel, F. Krzikalla, I. Shklyar, O. Wirjadi, und A. Zemitis. Forschungsvorhaben 03x0513F MISES-FOK: Multiskalenintegrierende Struktureigenschaftssimulation der Faserorientierung für faserverstärkte Kunststoffe im Automobil- und Flugzeugbau. Bericht, Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Kaiserslautern, 2012.
- C. T. Sun und R. S. Vaidya. Prediction of composite properties from a representative volume element. *Composites Science and Technology*, 56(95):171–179, 1996.
- D.-Z. Sun, L. Schulenberg, J. Lienhard, F. Andrieux, F. Huberth, H. Andrä, D. Niedziela, I. Shklyar, K. Steiner, und O. Wirjadi. *IGF-Vorhaben 17334 N: Entwicklung einer Methode zur Crashsimulation von langfaserverstärkten Thermoplast (LFT) Bauteilen auf Basis der Faserorientierung aus der Formfüllsimulation*. Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V., FAT-Schriftenreihe 284, 2016.
- P. M. Suquet. Elements of homogenization for inelastic solids mechanics. *Homogenization Techniques for Composite Media*, 272:193–278, 1985.
- M. A. Sutton, J.-J. Orteu, und W. Schreier, H. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements*. Springer Verlag, New York, 2009.
- J. L. Thomason. The influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre reinforced polypropylene: 5. Injection moulded long and short fibre PP. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 33:1641–1652, 2002.
- J. L. Thomason und M. A. Vlugh. Influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre-reinforced polypropylene: 1. Tensile and flexural modulus. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 27A:477–484, 1996.
- J. L. Thomason, M. A. Vlugh, G. Schipper, und H. G. L. T. Krikort. Influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre-reinforced polypropylene: Part 3. Strength and strain at failure. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 27A:1075–1084, 1996.
- J. L. Thomason, L. Yang, und R. Meier. The properties of glass fibres after conditioning at composite recycling temperatures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 61:201–208, 2014.

- S. Torquato. *Random Heterogeneous Materials: Microstructure and Macroscopic Properties*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002.
- C. L. Tucker und E. Liang. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation. *Composites Science and Technology*, 59:655–671, 1999.
- V. Tvergaard und A. Needleman. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, 32(1):157–169, 1984.
- F. W. J. van Hattum und C. A. Bernardo. A model to predict the strength of short fiber composites. *Polymer Composites*, 20(4):524–533, 1999.
- E. Voce. A practical strain hardening function. *Metallurgia*, 51:219, 1955.
- W. Voigt. Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper. *Annalen der Physik*, 274(12):573–587, 1889.
- T. Wierzbicki, Y. Bao, Y.-W. Lee, und Y. Bai. Calibration and evaluation of seven fracture models. *International Journal of Mechanical Science*, 47:719–743, 2005.
- J. R. Willis. Bounds and self-consistent estimates for the overall properties of anisotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25:185–202, 1977.
- P. Wriggers. *Nichtlineare Finite-Elemente-Methode*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2001.
- X.-P. Xu und A. Needleman. Numerical Simulations of Fast Crack-Growth in Brittle Solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 42(9):1397–1434, 1994.
- S. Zhandarov und E. Mäder. Characterization of fiber/matrix interface strength: Applicability of different tests, approaches and parameters. *Composites Science and Technology*, 65:149–160, 2005.
- S. Zhandarov, Y. Gorbatkina, und E. Mäder. Adhesion pressure as a criterion for interfacial failure in fibrous microcomposites and its determination using a microbond test. *Composites Science and Technology*, 66:2610–2628, 2006.
- O. Zienkiewicz und R. Taylor. *The Finite Element Method. Volume 2: Solid Mechanics*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 5. Auflage, 2000.
- T. I. Zohdi und P. Wriggers. *An Introduction to Computational Micromechanics*. Springer, 2. Auflage, 2005.

A Anhang

Implementierung des Materialmodells mit Schädigung und Versagen

Das entwickelte Materialmodell wurde als *User defined Material Routine* (UMAT) in den kommerziellen expliziten FEM-Code LS-DYNA implementiert. Der Verzerrungsgeschwindigkeitstensor $\mathbf{D}_{n+\frac{1}{2}}$ zum Zeitschritt $t_{n+\frac{1}{2}}$ wird durch Einsetzen von (3.89) in die zeitliche Ableitung von (3.3) mit Hilfe von (3.25) und (3.24) berechnet. Die Verzerrungsinkremente $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ zwischen den Zeitschritten t_n und t_{n+1} ergeben sich aus

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_{n+\frac{1}{2}} (t_{n+1} - t_n). \quad (\text{A.1})$$

Mit Hilfe der Verzerrungsinkremente $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ werden die Spannungen $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$ im aktuellen Zeitschritt berechnet. Bei der Parallelschaltung verschiedener Materialmodelle (Bild 6.1) werden die Spannungszustandswerte der einzelnen Teilmodelle (Index m) aus dem vorherigen Zeitschritt (Index n), wie $\boldsymbol{\sigma}_{m,n}^{ep}$ und $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{m,n}^{ve}$, sowie die plastischen Vergleichsdehnungen $\varepsilon_{m,n}^{pl}$ als Geschichtsvariablen im vorherigen Spannungsaktualisierungsschritt abgespeichert und zum Anfang jedes neuen Zeitschritts bereitgestellt.

Plastizität

Bei der Formulierung der Plastizität wurde der Cutting-Plane-Algorithmus nach Simo und Hughes [1998] mit der Modifikation eines anisotropen Steifigkeitstensors und dem Fließkriterium nach Gleichung (3.56) implementiert. Der elastoplastische Algorithmus wird dreimal für die drei Hauptorientierungen der durch die FOV definierten Anisotropie gelöst. Der eingeführte Index m mit $m \in [1, 2, 3]$ gibt dabei die drei Orientierungen an.

In jedem neuen Zeitschritt wird zu dem gegebenen Verzerrungsinkrement die Spannung vorerst als elastisch angenommen. Dieser sogenannte *Elastic Predictor* berechnet mit Hilfe des effektiven Steifigkeitstensors nach Gleichung (3.122) eine *Trial*-Spannung:

$$\boldsymbol{\sigma}^{trial} = \boldsymbol{\sigma}_n + \bar{\mathbf{C}}^* \Delta\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (\text{A.2})$$

Für jeden Zweig (Index m) der drei parallel geschalteten elastoplastischen Teilmaterialmodelle im rheologischen Modell (Bild 6.3) wird eine assoziierte Fließregel mit

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_m^{pl} = \Delta\lambda_m \frac{\partial\Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{A.3})$$

angenommen, wobei $\Delta\lambda_m$ der plastische Multiplikator ist. Mit \mathbf{B}_m wird die Abhängigkeit von der Hauptrichtung der Faserorientierung ($m = 1, 2, 3$) gekennzeichnet. Demnach ist das plastische Verzerrungsinkrement $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_m^{pl}$ für jede der drei Orientierungen unterschiedlich. Unter Verwendung von Gleichung (3.56) wird mit $\Phi(\boldsymbol{\sigma}_m^{trial}, \mathbf{B}_m) \leq 0$ überprüft, ob die berechnete *Trial*-Spannung elastisch oder plastisch ist. Ist die Bedingung verletzt, setzt plastisches Fließen ein. Der Spannungszustand ist demnach plastisch. Mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens wird durch Berechnung des plastischen Multiplikators $\Delta\lambda_m$

der *Trial*-Spannungszustand iterativ (Index i) auf die Fließfläche zurück projiziert (Simmo und Ortiz [1985]). Die neuen Spannungen werden durch Linearisierung von Gleichung (3.56) mit Hilfe der Taylor-Reihenentwicklung berechnet

$$\begin{aligned}
 0 &= \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)} \\
 &+ \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_m} : \left(\boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)}^{(i+1)} - \boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)}^{(i)} \right) \\
 &+ \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \varepsilon_{p,m}} : \left(\varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i+1)} - \varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i)} \right),
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

mit dem neuen Spannungszustand

$$\boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)}^{(i+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)}^{(i)} - \Delta \lambda_m \bar{\mathbf{C}}^* : \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_m}. \tag{A.5}$$

Die Differenz im Produkt des dritten Summanden in Gleichung (A.4) kann durch

$$\Delta \lambda_m = \varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i+1)} - \varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i)} \tag{A.6}$$

ersetzt werden. Durch die Umformung von Gleichung (A.4) ergibt sich der neue plastische Multiplikator

$$\Delta \lambda_m = \frac{\Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_m} : \bar{\mathbf{C}}^* : \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_m} - \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m)_{(n+1)}^{(i)}}{\partial \varepsilon_{p,m}}}. \tag{A.7}$$

Die neue plastische Vergleichsspannung wird mit

$$\varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i+1)} = \varepsilon_{m,(n+1)}^{pl,(i)} + \Delta \lambda_m \tag{A.8}$$

berechnet. Unter Verwendung des neuen Spannungszustandes nach Gleichung (A.5), wird die Fließbedingung $\Phi(\boldsymbol{\sigma}_m, \mathbf{B}_m) \leq \delta = 10^{-7}$, Gl. (3.56), auf Konvergenz überprüft. Ist das Konvergenzkriterium für jede der drei Hauptorientierungen der FOV ($\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$) erreicht, wird der orientierungsgemittelte elastoplastische Spannungszustand nach Gleichung (6.8) mit

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{(n+1)}^{ep} = \sum_{m=1}^3 a_m \boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)} \tag{A.9}$$

berechnet. Die Geschichtsvariablen $\boldsymbol{\sigma}_{m,(n+1)}$ und $\varepsilon_{m,(n+1)}^{pl}$ müssen für jedes m am Ende von jedem Zeitschritt abgespeichert werden.

Viskoelastizität

Im viskoelastischen Teilmaterialmodell wird die Differentialgleichung (6.9) in inkrementeller Form implementiert. Für jedes der drei parallel geschalteten Maxwell-Elemente (Bild 6.4), die mit dem Index $m \in [0, 1, 2]$ gekennzeichnet sind, gilt

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{m,(n+1)}^{ve} = w_m \bar{\mathbf{C}}^* : \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\Delta t}{\tau_m} \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{m,n}^{ve}. \tag{A.10}$$

Es ist zu erwähnen, das der Index m hierbei nicht die Hauptrichtungen der FOV wie im elastoplastischen Teilmodell beschreibt. Jedes einzelne der drei Maxwell-Elemente beruckichtigt bereits die Anisotropie aus der FOV. Der Spannungstensor $\bar{\sigma}_{m,(n+1)}^{ve}$ zum neuen Zeitschritt wird durch Addition des Spannungsinkrements $\Delta\bar{\sigma}_{m,(n+1)}^{ve}$ mit

$$\bar{\sigma}_{m,(n+1)}^{ve} = \bar{\sigma}_{m,n}^{ve} + \Delta\bar{\sigma}_{m,(n+1)}^{ve} \quad (\text{A.11})$$

berechnet. Die effektiven viskoelastischen Spannungen berechnen sich in der Parallelschaltung (Bild 6.4) durch Addition der drei resultierenden Spannungen aus (A.11) mit

$$\bar{\sigma}_{(n+1)}^{ve} = \sum_{m=0}^2 \bar{\sigma}_{m,(n+1)}^{ve} \cdot \quad (\text{A.12})$$

Die visko-elastoplastische Spannungsantwort des Materialmodells berechnet sich am Ende jedes Zeitschritts aus der Summe des elastoplastischen Teilmodells aus (A.9) und des viskoelastischen Teilmodells aus (A.12) durch

$$\bar{\sigma}_{(n+1)} = \bar{\sigma}_{(n+1)}^{ep} + \bar{\sigma}_{(n+1)}^{ve} \cdot \quad (\text{A.13})$$

Schädigung und Versagen

Die Schädigung ist eine Funktion der Belastungsgeschichte. Es wird das in LS-DYNA [2014] zur Verfügung stehende Verzerrungsmaß ϵ^{ln} verwendet, das durch

$$\epsilon_{n+1}^{\text{ln}} = \epsilon_n^{\text{ln}} + \rho_n + \Delta\epsilon \quad (\text{A.14})$$

definiert ist, wobei ρ_n die Korrektur der Starkkorperrotationen mit

$$\rho_n = \left(\epsilon_n^{\text{ln}} \cdot \mathbf{W}_{n+\frac{1}{2}} + \left(\epsilon_n^{\text{ln}} \cdot \mathbf{W}_{n+\frac{1}{2}} \right)^T \right) \Delta t_{n+\frac{1}{2}} \quad (\text{A.15})$$

beschreibt. Hierbei ist \mathbf{W} der Spin-Tensor nach (3.25). Bei kleinen Änderungen der Hauptachsen des Verzerrungstensors (Eigenvektoren) gilt $\epsilon^{\text{ln}} \approx \epsilon_H^E$, wobei ϵ_H^E die logarithmischen Verzerrungen nach (3.9) sind (Hill [1978]). Die sechs Komponenten von ϵ^{ln} werden mit ϵ_α bezeichnet mit $\alpha \in [1, 2, \dots, 6]$.

Die Schädigungsvariablen, als Funktion der Belastungsgeschichte, werden inkrementell aufsummiert. Ist die aktuelle Verzerrungskomponente $\epsilon_{\alpha,(n+1)}$ nach (A.14) größer als das historische Maximum der Verzerrungsgeschichte $\epsilon_{\alpha,(n)}^{\text{max}}$, wird eines neues Schadigungsincrement durch

$$\Delta d_\alpha = \frac{g d_\alpha^{(1-\frac{1}{g})}}{\epsilon_v} \langle |\epsilon_{\alpha,(n+1)}| - |\epsilon_{\alpha,(n)}^{\text{max}}| \rangle \quad (\text{A.16})$$

berechnet, was der inkrementellen Formulierung von (6.13) entspricht. Die Macaulay-Klammer $\langle \cdot \rangle$ drückt aus, dass die Schädigung nicht abnehmen kann. Der Spannungstensor $\bar{\sigma}^d$ wird mit Hilfe von Gleichung (6.11) berechnet. Die Versagensdehnung ϵ_v ist über den funktionalen Zusammenhang nach Bild 7.13 abhängig von der Spannungsmehrachsigkeit

σ_{triax} und durch Gleichung (6.14) abhängig von der Dehnrage. Der Parameter g zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung variiert ebenfalls mit σ_{triax} und ist in Bild 7.14 beschrieben. Je nach Spannungszustand und Belastungsgeschwindigkeit variieren somit die Inkremente der Schädigungsakkumulation. Sobald in einem Gauß-Punkt eine Schädigungsvariable einen Wert von $d_\alpha > 0.99$ erreicht, wird das entsprechende Element gelöscht.

Veröffentlichungen

J. Lienhard, L. Schulenberg: Strain rate dependent multiaxial characterization of long fiber reinforced plastic. *Composites Part B Nr. 141*, Seiten 164-173, 2018.

L. Schulenberg, D.-Z. Sun, T. Seelig: Numerical modelling of damage initiation and failure of long fibre-reinforced thermoplastics, Deformation and Fracture Behaviour of Polymer Materials. *Springer Series in Materials Science Nr. 247*, Seiten 75-83, 2017.

L. Schulenberg, Th. Seelig, F. Andrieux, D.-Z. Sun: An anisotropic elasto-plastic material model for injection molded long fiber reinforced thermoplastics accounting for local fiber orientation distributions. *Journal of Composite Materials, Nr. 51 (14)*, Seiten 2061–2078, 2017.

D.-Z. Sun, L. Schulenberg, J. Lienhard, F. Andrieux, F. Huberth, H. Andrä, D. Niedziela, I. Shklyar, K. Steiner, O. Wirjadi: Entwicklung einer Methode zur Crashtsimulation von Langfaserverstärkten Thermoplast (LFT) Bauteilen auf Basis der Faserorientierung aus der Formfüllsimulation. *Forschungsvereinigung der Automobiltechnik e. V., FAT-Schriftenreihe Nr. 284*, 2016.

L. Schulenberg, J. Lienhard, D. Niedziela, I. Shklyar, K. Steiner, B. Lauterbach: Entwicklung einer Methode zur Crashtsimulation von Langfaserverstärkten Thermoplast (LFT) Bauteilen auf Basis der Faserorientierung aus der Formfüllsimulation. *VDI-Bericht - Kunststofftechnik, Band-Nr. 4343, Plastics in Automotive Engineering*, 2016.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Lukas Johannes Schulenberg
geboren am 03. Oktober 1984 in Friedrichshafen
Staatsangehörigkeit: deutsch

Ausbildung und akademischer Werdegang

- 1995 - 2002 Theodor-Heuss-Gymnasium, Essen-Kettwig, Nordrhein-Westfalen
- 2002 - 2004 Ludwig-Marum-Gymnasium, Pfinztal, Baden-Württemberg
- 2005 - 2011 Karlsruhe Institut für Technologie KIT, Karlsruhe
Studium des Bauingenieurwesens (Dipl.-Ing.)
- 2012 - 2017 Karlsruhe Institut für Technologie KIT, Karlsruhe
Externer Doktorand am Institut für Mechanik IfM

Beruflicher Werdegang

- 2011 - 2012 Automotive Safety Technologies GmbH, Wolfsburg
Entwicklungsingenieur und Softwareentwickler
Virtuelle Crash-Sensorik
- 2012 - 2017 Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik IWM, Freiburg
Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand
Bauteilsicherheit, Crashesicherheit und Schädigungsmechanik
- seit 2017 AUDI AG, Neckarsulm
Entwicklungsingenieur
Funktionsauslegung Karosserie und CAE-Methodenentwicklung

Langfaserverstärkte Thermoplaste (LFT) bieten im Vergleich zu kurz- und unendlichfaserverstärkten Verbundwerkstoffen hervorragende mechanische Materialeigenschaften wie z.B. eine hohe Zugfestigkeit bei gleichzeitig großer Duktilität. Die gute Verarbeitbarkeit von LFT im Spritzgießprozess und die Verwendung von kostengünstigen Ausgangsmaterialien wie Polypropylen für die Matrix und Glasfasern zur Verstärkung machen LFT zu einem effizienten Material für industrielle Anwendungen.

Diese Dissertation soll interessierten Studenten, Berechnungsingenieuren und Softwareentwicklern eine Modellierungsstrategie für das mechanische Verhalten von LFT auf Basis der Mikrostrukturinformation nachvollziehbar aufzeigen.

ISBN 978-3-8396-1370-2



9 783839 613702