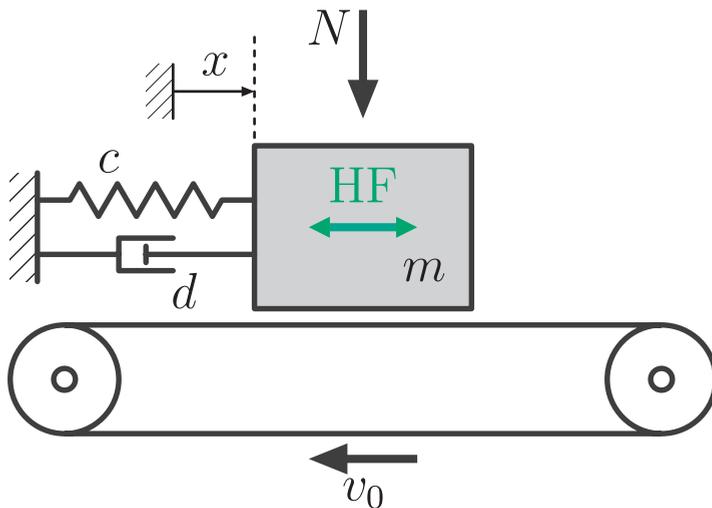


SIMON KAPELKE

Zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen



Simon Kapelke

**Zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme
mithilfe überlagerter Schwingungen**

Karlsruher Institut für Technologie
Schriftenreihe des Instituts für Technische Mechanik
Band 35

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen
Bände finden Sie am Ende des Buchs.

Zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen

von
Simon Kapelke

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie
KIT-Fakultät für Maschinenbau

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 2018
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann
Prof. Dr.-Ing. Hartmut Hetzler

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.

Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2019 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 1614-3914

ISBN 978-3-7315-0905-9

DOI 10.5445/KSP/1000091797

Zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen

Zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

von der
KIT-Fakultät für Maschinenbau
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte
Dissertation

von

Simon Kapelke
aus Soltau

Tag der mündlichen Prüfung:
Hauptreferent:
Korreferent:

17. Dezember 2018
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann
Prof. Dr.-Ing. Hartmut Hetzler

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Mechanik, Bereich Dynamik/Mechatronik des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT), dem ich die strukturellen und organisatorischen Rahmenbedingungen verdanke. Gleichzeitig stellt diese Arbeit ein sehr persönliches Projekt dar, zu dessen Gelingen viele Personen auf unterschiedliche Weise beigetragen haben.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann für die angenehme Zusammenarbeit, das mir entgegengebrachte Vertrauen und die stete persönliche Unterstützung in den vergangenen Jahren. Ebenso möchte ich mich für die ausgezeichnete wissenschaftliche Betreuung der Arbeit und die damit verbundene Übernahme des Hauptreferats bedanken.

Einen wichtigen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit verdanke ich zudem Herrn Prof. Dr.-Ing. Hartmut Hetzler, der schon während des Studiums meine Begeisterung für die Mechanik weckte und der vor allem zu Beginn meiner Tätigkeit am Institut viele wertvolle Impulse lieferte. Für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen sowie die Übernahme des Korreferats möchte ich mich herzlich bedanken.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin für viele Diskussionen und hilfreiche Anmerkungen, die meine Arbeit bereichern haben. Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jörg Wauer danke ich für das Interesse an meiner Arbeit und weitere inhaltliche Anregungen. Ebenso möchte ich mich bei den Herren Prof. Dr.-Ing. Carsten Proppe, Prof. Dr.-Ing. Walter Wedig und Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jens Wittenburg für das stets gezeigte Interesse und die angenehme Arbeitsatmosphäre bedanken.

Ein besonderer Dank gebührt dem Kollegium des Instituts. Neben den zahlreichen fachlichen Gesprächen werde ich vor allem das positive Miteinander, die große Hilfsbereitschaft sowie viele erfrischende fachfremde Diskussionen in Erinnerung behalten. Hervorheben möchte ich an dieser Stelle Maxime Koebele, mit dem ich in den vergangenen Jahren ein Büro teilte und mit dem ich auch abseits der Tätigkeit

am Institut eine tolle Zeit verbringen durfte. Außerdem sei noch die spannende Zusammenarbeit mit zahlreichen Studierenden erwähnt, die mir stets große Freude bereitet hat und von der ich sehr profitiert habe.

Abschließend möchte ich meiner wunderbaren Familie danken, ohne die all dies nicht möglich gewesen wäre. Mit eurer steten Förderung und Unterstützung habt ihr mir den Weg hierher geebnet und mich fürsorglich auch durch schwierige Phasen begleitet. Für euren liebevollen Umgang und das in mich gesetzte Vertrauen danke ich euch von Herzen.

Karlsruhe, im Januar 2019

Simon Kapelke

Kurzfassung

Die Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen ist seit vielen Jahren Gegenstand der Forschung. Der im deutschen Sprachraum unter dem Begriff *Reibwertglättung* bekannte Effekt hochfrequenter Schwingungen führt zur Reduktion der effektiv auftretenden Reibkräfte und ermöglicht die Realisierung reibungsarmer Mechanismen auch ohne die Verwendung von Schmiermitteln. Die daraus abgeleiteten vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten und Verfahren haben vor allem in der Fertigungstechnik große Bedeutung erlangt.

Die in der Literatur etablierte Modellierung der zugrunde liegenden Mechanismen basiert auf einfachen mechanischen Systemen und der Annahme eines starren Kontaktverhaltens. Für die Überlagerung longitudinaler und transversaler Schwingungen können auf diese Weise die effektiv auftretenden Reibkräfte berechnet und teilweise analytische Lösungen für die effektive Reibcharakteristik erzielt werden. Infolge der überlagerten Schwingungen ergeben sich geglättete Reibkennlinien, so dass die ursprünglich nicht-glatten Eigenschaften trockener Reibung unterdrückt werden und stattdessen ein äquivalentes viskoses Systemverhalten vorliegt. Durch die Beeinflussung der effektiven Reibcharakteristik wird somit auch die Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen ermöglicht.

Zugehörige experimentelle Untersuchungen weisen insgesamt ein ähnliches qualitatives Verhalten auf und bestätigen die Ergebnisse der Modellierung weitgehend. Dennoch zeigt sich in diesem Zusammenhang eine deutliche Tendenz zu höheren mittleren Reibkräften als im Rahmen der jeweiligen Modellierung vorhergesagt wurde. Zudem treten vor allem bei der Untersuchung von Ultraschallschwingungen nicht-glatte Reibkennlinien auf, so dass auch qualitative Unterschiede vorliegen und folglich die Notwendigkeit einer verbesserten Modellierung besteht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zunächst die Ergebnisse der in der Literatur etablierten Modellierung rekapituliert und teilweise ergänzt. Für die Modellierung mit starren Kontakten ergibt sich damit ein umfangreiches und konsistentes Bild. Die Erweiterung der Modellierung erfolgt anschließend unter

Verwendung einer Klasse von Modellen mit nachgiebigen Kontakten. Auf diese Weise können die Einflüsse von Kontaktdeformationen und Haftphasen auf den Effekt der Reibwertglättung systematisch untersucht und wesentliche Parameter herausgearbeitet werden. Insbesondere führt die Berücksichtigung von Losbrecheffekten für kleine Amplituden der überlagerten Schwingungen auf nicht-glatte Reibkennlinien, so dass die erzielten Ergebnisse neue Deutungsansätze für experimentelle Untersuchungen aus der Literatur liefern.

Den Abschluss der Arbeit bilden die experimentelle Validierung der gewählten Modellierung und die Überprüfung der zugehörigen Ergebnisse. Mithilfe eines *Pin-on-Disk*-Aufbaus werden der Einfluss überlagerter Längs- und Querschwingungen sowie die mögliche Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen gezeigt. Dabei weisen die experimentellen Ergebnisse insbesondere in qualitativer Hinsicht eine gute Übereinstimmung mit der vorausgegangenen Modellierung auf und liefern vielfältige Ansätze für weiterführende Untersuchungen.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
Kurzfassung	III
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Thema der Arbeit	2
1.2 Literaturübersicht	3
1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	5
2 Zur Modellierung reibungsbehafteter Systeme	9
2.1 Historische Entwicklung	10
2.2 Modellierung mit starrem Kontakt	12
2.2.1 Coulomb'sche Reibung	13
2.2.2 Geschwindigkeitsabhängige Effekte	14
2.2.3 Aspekte zur numerischen Umsetzung	16
2.3 Modellierung mit nachgiebigem Kontakt	17
2.3.1 Diskretisiertes Asperiten-Modell	18
2.3.2 Tangentiales Kontaktproblem nach Mindlin	20
2.3.3 Dahl-Modell	22
2.3.4 LuGre-Modell	25
2.3.5 Elasto-plastisches Modell	26
2.3.6 Weitere ausgewählte Modelle	30
2.4 Reibungserregte Schwingungen	31
2.4.1 Negativer Reibwertgradient	32
2.4.2 Nicht-konservative Kopplung	36
3 Reibwertglättung: Modellierung mit starrem Kontakt	41
3.1 Technische Bedeutung	42

3.2	Longitudinaleffekt	43
3.2.1	Coulomb'sche Reibung mit konstantem Reibwert	47
3.2.2	Coulomb'sche Reibung mit Stribeck-Charakteristik	49
3.2.3	Unterdrückung reibungserregter Schwingungen	51
3.2.4	Schwache Erregung: kombinierte Selbst- und Fremderregung	55
3.3	Transversaleffekt	57
3.3.1	Coulomb'sche Reibung mit konstantem Reibwert	60
3.3.2	Coulomb'sche Reibung mit Stribeck-Charakteristik	62
3.3.3	Unterdrückung reibungserregter Schwingungen	63
3.4	Vergleichende Betrachtungen	65
4	Reibwertglättung: Modellierung mit nachgiebigem Kontakt	69
4.1	Longitudinaleffekt	70
4.1.1	Dahl-Modell	73
4.1.2	LuGre-Modell	81
4.1.3	Elasto-plastisches Modell	84
4.2	Transversaleffekt	92
4.2.1	Dahl-Modell	94
4.2.2	LuGre-Modell	98
4.2.3	Elasto-plastisches Modell	101
4.3	Vergleichende Betrachtungen	108
5	Experimentelle Untersuchungen	111
5.1	Beschreibung des Versuchsaufbaus	113
5.2	Stationäres Verhalten	115
5.3	Hystereseverhalten	117
5.4	Schwingungsverhalten	119
5.4.1	Schwingungsformen	120
5.4.2	Reibungserregte Schwingungen	122
5.5	Longitudinaleffekt	123
5.5.1	Niedrige Erregerfrequenzen	124
5.5.2	Hohe Erregerfrequenzen	127
5.6	Transversaleffekt	131
5.6.1	Niedrige Erregerfrequenzen	131
5.6.2	Hohe Erregerfrequenzen	133
5.7	Anwendungsbeispiel: Drehgelenk	135
6	Zusammenfassung und Ausblick	139

Anhang

A Mittelwertbildung in Systemen mit starker Dämpfung	145
B Transversaleffekt: zeitdiskrete Modellierung	149
C Anmerkungen zur experimentellen Umsetzung	151
Literaturverzeichnis	153
Eigene Publikationen	165
Betreute Abschlussarbeiten	167

1 Einleitung

Reibungsbasierte Phänomene sind in alltäglichen Situationen wie auch in vielen technischen Anwendungen allgegenwärtig und beschäftigen die Menschen seit jeher. Die menschliche Fortbewegung, das simple Greifen oder Ablegen von Gegenständen sowie viele weitere Prozesse in Natur und Technik werden maßgeblich durch Reibungsvorgänge beeinflusst. Das bewusste Ausnutzen von Reibung reicht dabei weit in die menschliche Geschichte zurück. So dienten Reibungskräfte bereits früh der Herstellung und Fixierung von Werkzeugen oder Waffen und ermöglichten etwa durch Verklemmen die Kombination verschiedener Materialien. Von herausragender Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das Phänomen der Seilreibung, das neben den genannten Anwendungen auch das Verstärken empfindlicher Strukturen oder das Bewegen größerer Lasten ermöglichte. Nicht zuletzt konnte die durch Reibung entstehende Wärme zum Entzünden von Feuer genutzt werden.

Andererseits entwickelten sich viele Ansätze, mit deren Hilfe die Auswirkungen von Reibung beeinflusst oder reduziert werden konnten. Die Entwicklung des Schlittens ermöglichte den Transport von Menschen und Waren über größere Entfernungen und trug so maßgeblich zur Ausbildung des Transportwesens bei. Auch die frühe Verwendung von Skiern und schlittschuhähnlichen Konstruktionen als individuelle Fortbewegungsmittel deutet auf bewusste Maßnahmen zur Verringerung von Reibungseinflüssen hin. Runde Geometrien, die auf die Verwendung von Rollen hindeuten, sind von den Sumerern überliefert und liefern eine wichtige Vorstufe zur Entwicklung des Rades. Aus dem alten Ägypten ist die Verwendung von Zusatzstoffen bekannt, mit deren Hilfe bessere Gleiteigenschaften von Transportschlitten erzielt werden konnten.

Auch aus heutiger Sicht spielen reibungsbehaftete Systeme in vielen technischen Anwendungen eine herausragende Rolle. Häufig werden dabei gezielt die Eigenschaften von Reibung ausgenutzt, um eine gewünschte Funktion zu erreichen. Als Beispiele seien hier das Verzögern von Fahrzeugen durch Bremsen, das Angleichen von Drehzahlen in Kupplungen oder das Abrollen von Rädern und Reifen genannt. Nicht zuletzt

basieren viele Bauteilverbindungen, wie etwa Verschraubungen oder Schrumpfsitze, auf Reibungsvorgängen.

Obwohl das Auftreten von Reibung als funktionserfüllendes Element erwünscht sein kann, können dadurch gleichzeitig unerwünschte Effekte hervorgerufen werden. Diese reichen von Mikroschlupf über Verschleißerscheinungen bis hin zu Schwingungsphänomenen und können neben reinen Komfortproblemen zu massiven Auswirkungen auf die Funktionalität des Systems führen.

Auf der anderen Seite existiert eine Vielzahl technischer Systeme, in denen Reibung grundsätzlich als unerwünschtes Artefakt auftritt. Vor allem in der Fertigungstechnik oder bei Positionieraufgaben kann Reibung in Lager- oder Fügestellen einen großen Einfluss auf die Prozess- und Produktqualität haben. Ebenso führen beispielsweise reibungsbedingte Wechselwirkungen zwischen Werkzeug und Werkstück zu Qualitätseinbußen in der Fertigung.

Gerade im Hinblick auf die fortschreitende Miniaturisierung und die damit verbundenen Anforderungen an Produktionsmittel und -prozesse erscheint die umfassende Untersuchung reibungsbehafteter Systeme nach wie vor von großem Interesse. Vor allem durch die Forderung nach immer präziseren und im Idealfall spielfreien Mechanismen kommt dem Verständnis der zugrunde liegenden Prozesse große Bedeutung zu. Insbesondere gilt es dabei, relevante Reibungsvorgänge zu identifizieren und in entsprechenden Modellen abzubilden. In der Folge können deren Auswirkungen auf die gewünschte Systemfunktion analysiert und bewertet werden.

1.1 Motivation und Thema der Arbeit

In vielen Anwendungen ergibt sich die Reduktion der auftretenden Reibkräfte als Zielsetzung. Dadurch können entsprechende Prozesskräfte verringert werden, was sich wiederum in einer Verbesserung der Prozessqualität niederschlägt. Als Beispiel kann hier wieder der Transportschlitten herangezogen werden, dessen Fortbewegung durch den Einsatz von Schmierstoffen oder mithilfe untergelegter Rollen erleichtert wurde. Ebenso kann beispielsweise bei der Kaltverformung von Metallen eine bessere Oberflächenqualität erreicht werden, indem die während des Prozesses auftretenden Reibkräfte verringert werden.

Wie schon dieses Beispiel aus der Umformtechnik zeigt, kann eine Reduktion der auftretenden Prozesskräfte nicht immer durch eine entsprechende Lagerung sichergestellt werden. Auch die Einsatzfähigkeit von Schmierstoffen erscheint begrenzt, wenn entweder Bauteile mit sehr kleinen Abmessungen betroffen sind oder wenn die Umgebungsbedingungen dies nicht zulassen. Denkbar sind hier beispielsweise

Anwendungen in der Medizin- und Vakuumtechnik oder in der Raumfahrt, bei denen der Einsatz herkömmlicher Schmiermittel nicht möglich ist.

Seit einiger Zeit wird daher zunehmend an Verfahren gearbeitet, mit deren Hilfe Reibkräfte auch unter unkonventionellen Bedingungen effektiv reduziert werden können. Neben Ansätzen aus der Materialwissenschaft, die beispielsweise auf speziell abgestimmte Materialpaarungen oder eine entsprechende Oberflächenbehandlung abzielen, hat auch die Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen einige Bedeutung erlangt. So konnte gezeigt werden, dass durch Bereitstellen einer geeigneten Schwingungserregung die effektiv auftretenden Reibkräfte reduziert und unerwünschte reibungsinduzierte Schwingungsphänomene unterdrückt werden können. Letztendlich kann auf diese Weise die Realisierung reibungsarmer Mechanismen auch unter schwierigen Umgebungsbedingungen ermöglicht werden.

Der Einfluss überlagerter Schwingungen auf Systeme mit trockener Reibung ist im deutschen Sprachraum unter dem Begriff *Reibwertglättung* bekannt. Wie im Laufe der Arbeit deutlich wird, erscheinen die gängigen englischsprachigen Bezeichnungen *vibrational smoothing* oder einfach *friction reduction* zunächst zutreffender. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit soll hier aber die deutschsprachige Bezeichnung verwendet werden, wobei auf die tatsächliche (Be-)Deutung des Begriffes noch an anderer Stelle eingegangen wird.

1.2 Literaturübersicht

Die Nutzung überlagerter Schwingungen zur Verbesserung fertigungstechnischer Prozesse entwickelte sich in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts. POHLMAN und LEHFELDT [90] beobachteten 1966 die Reduktion von Reibkräften unter Einfluss von Ultraschall und zeigten deren Anwendbarkeit auf das Verfahren des Drahtziehens. Verwiesen wurde dabei auf mehrere experimentelle Untersuchungen aus den Jahren zuvor, welche die Ver- und Entfestigung kristalliner Strukturen unter Einwirkung von Ultraschall beschrieben. Unter anderem hatten FRIDMAN und LEVESQUE [39] bereits 1959 den Einfluss von Schwingungen auf Haftreibung diskutiert. Auch GODFREY [41] bestätigte 1967 entsprechende Beobachtungen.

In der Folge wurden überlagerte Schwingungen zur Verbesserung einer Vielzahl von Fertigungsverfahren eingesetzt, so dass EAVES et al. [31] 1975 einen Übersichtsartikel veröffentlichten, in dem der Einsatz von Ultraschall in der Umformtechnik aufgearbeitet wurde. Neben der Beschreibung entsprechender Effekte wurden hier bereits der Einfluss unterschiedlicher Schwingungsformen diskutiert und einige Ansätze zur Erklärung der beobachteten Effekte formuliert.

Auch in anderen Bereichen, wie beispielsweise in der Elektro- und vor allem in der Regelungstechnik, wurden die Auswirkungen hochfrequenter Signale (*dither*) auf eine Vielzahl von Systemen diskutiert [28, 119, 120]. Erste Untersuchungen reichen hier sogar bis in die 1920er-Jahre zurück und zeigen neben dem stabilisierenden Verhalten hochfrequenter Signale auch die mögliche Unterdrückung auftretender Grenzzyklen [81]. Eine Einordnung in das Themenfeld der Regelungs- und Kompensationsstrategien wird im Übersichtsartikel von ARMSTRONG-HÉLOUVRY et al. [7] gegeben, in dem sich neben einem möglichen Bezug zu reibungsbehafteten Systemen ebenfalls Verweise auf asymptotische Verfahren zur mathematischen Behandlung entsprechender Probleme finden [79, 81].

An dieser Stelle wird ersichtlich, dass der Einfluss hochfrequenter Schwingungen aus der Sicht vieler unterschiedlicher Disziplinen behandelt wurde. Vor diesem Hintergrund ist letztendlich die recht unstrukturierte Literaturlage zu beurteilen, da von geringem Austausch zwischen einzelnen Disziplinen ausgegangen werden muss. Eine chronologische Aufbereitung erscheint daher nicht zielführend.

Mit den Arbeiten von THOMSEN [110], FEENY und MOON [35] sowie von LITTMANN et al. [72] gewann der Themenkomplex um die Jahrtausendwende auch aus Sicht der Mechanik wieder an Bedeutung, nachdem erste Abhandlungen durch MITSKEVICH [80] und TOLSTOI [113] zunächst keine weiteren Veröffentlichungen bewirkt hatten. Ausgehend vom Modell eines Schwingungssystems mit einem Freiheitsgrad diskutierte THOMSEN zunächst das Auftreten von reibungserregten Schwingungen und zeigte dann mithilfe der von BLEKHMAN [14, 15] entwickelten *Methode der direkten Trennung der Bewegungen* (*direct separation of motions*) die glättende Wirkung hochfrequenter Längsschwingungen und die damit verbundene Unterdrückung reibungserregter Schwingungen. Ergänzend wurde von FEENY und MOON die mögliche Vermeidung von Stick-Slip-Bewegungen festgestellt.

Wie bereits THOMSEN gelangten auch LITTMANN et al. sowie später STORCK et al. [105] zu dem Ergebnis, dass eine geeignete Schwingungserregung auftretende Reibkräfte reduzieren und so die ursprünglich nicht-glatten Eigenschaften von trockener Reibung in glattes Verhalten umwandeln kann. Unter Verzicht auf eine umfassendere mathematische Modellbildung konnte das eindimensionale System von THOMSEN um den Einfluss von Querschwingungen erweitert werden. Zudem wurden erstmals experimentelle Ergebnisse für die durch eine hochfrequente Schwingungserregung geglätteten Reibkennlinien vorgestellt und mit den Ergebnissen der Modellierung verglichen.

Die auf diese Weise erzielten Resultate wurden später von KUMAR und HUTCHINGS [65] bestätigt und durch weitere experimentelle Untersuchungen ergänzt.

Ähnliche Ergebnisse finden sich bei MICHAUX et al. [76], POPOV et al. [91] und TEIDELT et al. [109], bei denen ebenfalls experimentelle Untersuchungen enthalten sind.

Die bisher aufgeführten Arbeiten gleichen sich dabei weitgehend in der Modellierung der jeweiligen Reibkontakte. Eine erweiterte Betrachtung mit nachgiebigen Kontakten ist erstmals bei PERVOZVANSKI und CANUDAS DE WIT [88] zu finden, die auf der Grundlage eines asymptotischen Verfahrens die effektive Reibcharakteristik eines Systems mit hochfrequenter Schwingungserregung ableiten. Obwohl die Ergebnisse qualitativ mit den zuvor genannten vergleichbar sind, wird ein quantitativer Einfluss bei der Berücksichtigung von Kontaktnachgiebigkeiten nachgewiesen. Weitere Untersuchungen mit nachgiebigen Kontakten sind bei CHATTERJEE et al. [21], TSAI und TSENG [114] sowie bei GUTOWSKI und LEUS [43, 44] zu finden, die aber teilweise inkonsistente Ergebnisse und Schlussfolgerungen liefern.

So wird bei CHATTERJEE et al. die Bedeutung einer korrekten mathematischen Modellbildung ersichtlich, da hier die fehlerhafte Anwendung von BLEKHMANS Methode der direkten Trennung der Bewegungen auf falsche oder zumindest unvollständige Ergebnisse führt. TSAI und TSENG hingegen verzichten auf eine umfassende mathematische Beschreibung und greifen auf numerische Verfahren zurück, wobei die verwendeten zeitdiskreten Kontaktmodelle zu beachtlichen Ergebnissen führen. Ebenso beschränken sich GUTOWSKI und LEUS auf die numerische Berechnung gemittelter Reibkräfte, gelangen aber beim Vergleich mit experimentellen Untersuchungen zu anderen Schlussfolgerungen in Bezug auf die notwendige Modellierung.

1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Nach Betrachtung der Literaturlage lässt sich in Bezug auf den Effekt der Reibwertglättung feststellen, dass kein einheitliches Verständnis hinsichtlich der zugrunde liegenden Mechanismen vorherrscht. Dies betrifft sowohl die Frage der Berücksichtigung relevanter Einflüsse als auch die konsistente mathematische Behandlung von Systemen mit nachgiebigen Kontakten. Zwar existieren bereits experimentelle Untersuchungen, welche die Reduktion von Reibkräften durch die Überlagerung von Schwingungen belegen, jedoch erscheinen Vergleiche mit der jeweiligen Modellierung stets unzureichend. Ebenso fehlen umfangreiche Untersuchungen hinsichtlich relevanter Einflussgrößen, so dass nach wie vor ein unvollständiges Bild des Einflusses überlagerter Schwingungen auf reibungsbehaftete Systeme besteht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll daher eine möglichst umfassende Untersuchung longitudinaler und transversaler Schwingungen im Hinblick auf Systeme

mit trockener Reibung vorgenommen werden. Konkret sollen die Einflüsse von nachgiebigen Kontakten sowie von Haft- und Losbrecheffekten modelliert und durch experimentelle Untersuchungen validiert werden. In Verbindung mit einer konsistenten mathematischen Vorgehensweise soll auf diese Weise ein Beitrag zum besseren Verständnis des Effektes der Reibwertglättung und den zugrunde liegenden Mechanismen geleistet werden.

Neben der Überlagerung longitudinaler und transversaler Schwingungen wird in der Literatur auch von einem Einfluss modulierter Normalkräfte auf Systeme mit trockener Reibung berichtet. Im Hinblick auf die unterschiedlichen Wirkprinzipien soll im Rahmen dieser Arbeit auf entsprechende Ausführungen verzichtet werden. Diese Unterteilung deckt sich mit den aufgeführten Arbeiten aus der Literatur und gewährleistet daher ein hohes Maß an Vergleichbarkeit. Nicht zuletzt sollen auf diese Weise experimentelle und anwendungsorientierte Aspekte berücksichtigt werden.

Auf Grund der Komplexität reibungsbehafteter Vorgänge erscheint zunächst eine Aufarbeitung vorhandener Modellierungsansätze für Systeme mit trockener Reibung sinnvoll. Ausgehend von einem kurzen Abriss der historischen Entwicklung werden daher im folgenden Kapitel ausgewählte Modelle zur Beschreibung trockener Reibung vorgestellt und deren wichtigste Eigenschaften kurz umrissen. Die dabei vorgenommene Unterteilung in Modelle mit starren und nachgiebigen Kontakten erscheint zunächst willkürlich, soll aber schon an dieser Stelle auf die Bedeutung der Kontaktnachgiebigkeit in Bezug auf den Effekt der Reibwertglättung hinweisen. Die vorgestellten Ansätze sind dabei so gewählt, dass einerseits deren physikalische Interpretation stets gewährleistet bleiben soll und andererseits eine systematische Erweiterung der Modellierung im Hinblick auf die spätere Anwendung erfolgen kann. Den Abschluss des Kapitels bildet dann ein Abschnitt über die Modellierung reibungserregter Schwingungen, deren Auftreten durch den Einsatz überlagerter Schwingungen letztendlich vermieden werden soll.

In Kapitel 3 wird der Effekt der Reibwertglättung genauer betrachtet und anhand vielfältiger Anwendungsbeispiele dessen technische Bedeutung aufgezeigt. Basierend auf den in der Literatur vorhandenen Modellierungsansätzen werden zunächst grundlegende Mechanismen dargelegt und relevante mathematische Verfahren eingeführt. Je nach Komplexität der Modellierung können analytische Ergebnisse für die effektiven Reibkräfte erzielt werden, die im weiteren Verlauf der Arbeit mehrfach als Vergleichslösung dienen. Weiterhin wird das Verhalten von Systemen untersucht, die ohne äußere Einflüsse reibungserregte Schwingungen zeigen und deren qualitatives Verhalten sich unter Einfluss einer geeigneten Schwingungserregung maßgeblich ändert. Für longitudinale Schwingungen wird zudem der Fall betrachtet, in dem

nur eine schwache Erregung vorliegt und der Mechanismus der Selbsterregung nicht vollständig unterdrückt werden kann.

Die Erweiterung der Modellierung auf Systeme mit nachgiebigen Kontakten erfolgt in Kapitel 4. Ausgehend von den zuvor vorgestellten Modellen wird die aus der Literatur bekannte Beschreibung des Einflusses longitudinaler und transversaler Schwingungen systematisch erweitert. Zunächst werden dabei isoliert die Auswirkungen der Kontaktnachgiebigkeit untersucht, wobei zumindest ein quantitativer Einfluss gezeigt werden kann und zusammen mit den vorherigen Ergebnissen ein konsistentes Bild erreicht wird. Durch eine veränderte Gleichungsstruktur ergibt sich hier die Notwendigkeit einer veränderten mathematischen Vorgehensweise, die an dieser Stelle dokumentiert und gegenüber anderen Arbeiten abgegrenzt wird. In der Folge werden dem Modell sukzessive geschwindigkeitsabhängige Effekte sowie Haft- und Losbrecheffekte hinzugefügt und deren Auswirkungen auf die Reibcharakteristik untersucht. Abschließend ergibt sich so eine umfangreiche Darstellung des Einflusses longitudinaler und transversaler Schwingungen auf Systeme mit trockener Reibung. Im Vergleich mit der klassischen Modellierung aus der Literatur lassen sich letztendlich auch qualitative Unterschiede feststellen, die als Deutungsansätze für entsprechende experimentelle Untersuchungen herangezogen werden können.

Die experimentelle Validierung der gewählten Vorgehensweise erfolgt schließlich in Kapitel 5, welches mit der Beschreibung des verwendeten Versuchsaufbaus beginnt. In der Folge werden wesentliche Eigenschaften der Versuchsanordnung messtechnisch erfasst und im Hinblick auf vorangegangene Ausführungen interpretiert. Insbesondere neigt das betrachtete System zu reibungserregten Schwingungen und zeigt für kleine Verschiebungen ein ausgeprägtes Hystereseverhalten. Es folgt ein Abgleich der Messungen mit den zuvor verwendeten Modellen, bevor letztendlich der Einfluss von longitudinalen und transversalen Schwingungen auf das dynamische Verhalten des Systems untersucht wird. Abschließend soll der Entwurf eines Drehgelenks mit integrierter Schwingungserregung einen möglichen Anwendungsfall der untersuchten Effekte aufzeigen. Ein entsprechender Versuchsaufbau dient hier zum Nachweis der erzielten Reibwertglättung, deutet jedoch auch weitere Einflüsse und Herausforderungen bei der Umsetzung an.

Zum Abschluss der Arbeit liefert Kapitel 6 eine Zusammenfassung und Bewertung der erzielten Ergebnisse und gibt einen Ausblick auf mögliche weiterführende Arbeiten.

2 Zur Modellierung reibungsbehafteter Systeme

Reibungsvorgänge sind äußerst komplexe Prozesse und unterliegen sowohl aus physikalischer wie aus chemischer Sicht vielfältigen Einflüssen. Da diese Vorgänge zudem auf stark unterschiedlichen räumlichen und zeitlichen Skalen ablaufen, existiert allen Bemühungen zum Trotz keine umfassende Modellbildung für reibungsbehaftete Systeme. Stattdessen weist die wissenschaftliche Behandlung von Reibungsvorgängen seit jeher einen empirischen Charakter auf und orientiert sich stets an den jeweils interessierenden Phänomenen.

Zunächst soll daher ein kurzer Überblick gegeben werden, wie sich die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit dem Themenkomplex historisch entwickelte. Aufgrund des fachlichen Umfangs kann hier keine vollständige Abhandlung gewährleistet werden, so dass nur die aus Sicht der Mechanik nennenswertesten Entwicklungen betrachtet werden. Als Grundlage hierfür dienen die Ausführungen von DOWSON [29], FEENY et al. [33] und VOGELPOHL [115], an die schon Teile des einleitenden Kapitels angelehnt waren. Für die Berücksichtigung neuerer Arbeiten wird auf die Ausführungen von ARMSTRONG-HÉLOUVRY [7] und MARTINS et al. [74, 82] zurückgegriffen.

Im Anschluss werden verschiedene Ansätze zur Modellierung trockener Reibung eingehender diskutiert. Die Auswahl der betrachteten Modelle steht dabei in engem Bezug zu den später folgenden Untersuchungen im Kontext der Reibwertglättung, so dass bereits hier Modelle mit starren und nachgiebigen Kontakten unterschieden werden. Zudem beschränken sich die Ausführungen auf Effekte, welche für die Untersuchung überlagerter Schwingungen relevant erscheinen. Viele Einflüsse und mit Reibung assoziierte Effekte werden daher gar nicht oder nur am Rande betrachtet.

Zum Abschluss des Kapitels wird eine Einführung in die Modellierung reibungserregter Schwingungen gegeben. Aufgrund ihrer Bedeutung für viele technische Anwendungen sowie im Hinblick auf den Effekt der Reibwertglättung werden anhand von einfachen

mechanischen Systemen zwei wesentliche Mechanismen zur Abbildung von reibungs-erregten Schwingungen beschrieben und analysiert.

2.1 Historische Entwicklung

Die ersten wissenschaftlichen Ansätze zum Erfassen von Reibungseinflüssen werden gemeinhin LEONARDO DA VINCI (1452–1519) zugeschrieben, der mithilfe einfacher Apparaturen Reibungsvorgänge experimentell untersuchte. Von ihm stammen die Beobachtungen, dass sich Reibungskräfte proportional zur vorherrschenden Anpresskraft verhalten und dabei unabhängig von der (scheinbaren) Kontaktfläche sind. Ebenso lieferte DA VINCI erste Ansätze zur Erklärung der beobachteten Effekte, indem er die untersuchten Reibungsvorgänge mit den Eigenschaften der beteiligten Oberflächen in Verbindung brachte. An dieser Stelle muss allerdings eingeschränkt werden, dass sich DA VINCI vor allem mit Reibung als Widerstand gegen das Einsetzen von Bewegungen befasste, also mit dem Phänomen der Haftreibung.

Von AMONTONS (1663–1705) stammen analoge Beobachtungen für Gleitreibungsvorgänge, bei denen er Reibung als eine der Bewegung entgegen gerichtete Kraft identifizierte. Unabhängig von den Erkenntnissen DA VINCIS gelangte er experimentell zu den gleichen Ergebnissen in Bezug auf den Zusammenhang von Reibungs- und Normalkraft sowie für die Kontaktfläche. Bestätigt wurden diese Ergebnisse später von DE LA HIRE (1640–1718), der wie schon AMONTONS Reibung als Resultat ineinandergreifender Oberflächenrauheiten interpretierte.

Die explizite Unterscheidung von Haft- und Gleitreibung wurde in dieser Form erstmals von LEONHARD EULER (1707–1783) vorgenommen. Aus seinen Betrachtungen stammt unter anderem die Verwendung des Buchstabens μ für das Verhältnis von Reibungs- und Normalkraft.

Die bis dahin umfangreichsten Arbeiten über trockene Reibung stammen von COULOMB (1736–1806), der neben Haften und Gleiten auch das Rollen als Reibungsvorgang erkannte. In Bezug auf Haft- und Gleitreibung bestätigte er die Beobachtungen von DA VINCI und AMONTONS und konnte diese mithilfe umfangreicher Experimente erweitern. Unter anderem erkannte COULOMB, wie später ebenfalls MORIN (1795–1880), eine weitgehende Unabhängigkeit der Reibung von der Gleitgeschwindigkeit und stellte fest, dass die zuvor zu überwindende Haftkraft mit der Verweildauer eines Körpers ansteigt. In späteren Arbeiten untersuchte er den Einfluss von Umgebungsbedingungen wie Temperatur und Feuchtigkeit. Auch zur Erklärung der beobachteten Phänomene lieferte COULOMB wichtige Beiträge und deutete Reibung als Widerstand gegen das Abgleiten von Oberflächenrauheiten.

So entstammt die später noch aufgegriffene Veranschaulichung von Reibungsvorgängen als ineinandergreifende elastische Borsten den Arbeiten von COULOMB.

Zeitgleich zur Untersuchung von Systemen mit trockener Reibung wurden weitere dissipative Einflüsse erforscht und so unter anderem die Grundideen der Fluidmechanik formuliert. Die Arbeiten von EULER, DANIEL BERNOULLI (1700–1782) und später NAVIER (1785–1836), POISEUILLE (1797–1869) und STOKES (1819–1903) ermöglichten in der Folge die ausführliche Behandlung geschmierter Kontakte, so dass zunächst PETROV (1836–1920) und TOWER (1845–1904) sowie kurz darauf REYNOLDS (1842–1912) umfangreiche Untersuchungen über die hydrodynamische Schmierung vorlegten. Vor allem aufgrund der vielfältigen technischen Anwendungen erlangte die Schmierungstheorie in der Folge große Bedeutung, während bis weit in das 20. Jahrhundert hinein keine weiteren nennenswerten Arbeiten über trockene Reibung entstanden.

Einige Beachtung fanden hingegen die Arbeiten von HIRN (1815–1890) und vor allem von STRIBECK (1861–1950). Diese beschäftigten sich mit dem Übergang von trockener zu Flüssigkeitsreibung und konnten entgegen den Beobachtungen COULOMBS einen Zusammenhang von Reibung und relativer Geschwindigkeit herstellen. Nach wie vor ist die Beobachtung abnehmender Reibkräfte bei steigender Relativgeschwindigkeit eng mit dem Namen STRIBECKs verbunden.

Mit den Arbeiten von BOWDEN und TABOR entwickelte sich in den 1930er Jahren eine veränderte Sicht auf Vorgänge mit trockener Reibung, die wiederum zu den Erklärungsansätzen von COULOMB zurückführte. Demnach lässt sich Reibung sehr wohl mit den Eigenschaften der beteiligten Oberflächen erklären, wobei aber nicht die scheinbare, sondern die tatsächliche – und damit sehr viel kleinere – Kontaktfläche betrachtet werden muss [17]. Beim Kontakt rauer Oberflächen ergibt sich die reale Kontaktfläche zwangsläufig als Ansammlung lokaler Kontakte von Oberflächenrauheiten, deren Abscheren sich letztendlich als Reibungskraft äußert. Dieses Konzept der sogenannten Adhäsionsreibung bildet nach dem Verständnis von BOWDEN und TABOR einen wesentlichen Bestandteil der auftretenden Kontaktkräfte und wird im folgenden Abschnitt noch eingehender diskutiert. Als weitere mögliche Ursache für Reibungskräfte wurde zudem die Deformation der Oberflächen durch Furchenbildung identifiziert, wobei dieser Mechanismus vor allem bei Kontaktpartnern unterschiedlicher Härte von Bedeutung ist.

In der Folge entwickelten sich mehrere Ansätze zur Modellierung von Reibung, welche den Grundideen von BOWDEN und TABOR entsprachen. Nachdem HERTZ (1857–1894) bereits 1881 eine umfangreiche Theorie zur Behandlung von Normalkontakten vorgelegt hatte, erarbeitete MINDLIN [77, 78] eine Erweiterung für tangential Beanspruchungen und lieferte damit ein fundiertes Modell für die Reibung elastischer Körper,

das auch das Phänomen des Mikroschlupfes berücksichtigte. RABINOWICZ [94, 95] untersuchte in umfangreichen Arbeiten den Übergang von Haften zu Gleiten und beobachtete dabei unter anderem Losbrecheffekte sowie ein verzögertes Reagieren reibungsbehafteter Systeme auf Veränderung der Belastung. Außerdem stellte er eine Abhängigkeit der untersuchten Kontakte von deren Vorgeschichte fest.

Die Abhängigkeit der Reibung von der Verschiebung gewann mit den Arbeiten von COURTNEY-PRATT und EISNER [22] an Bedeutung, die für kleine Verschiebungen eine stetige Zunahme der Reibkräfte sowie bei alternierender Belastung ein ausgeprägtes Hystereseverhalten beobachteten. Die Betrachtung eines kontinuierlichen Haft-Gleit-Übergangs geht allerdings schon auf JENKIN und EWING zurück [29]. DAHL [24, 25] stellte ein ähnliches Verhalten für Wälzlager fest und leitete aus seinen Beobachtungen eine Analogie zu elastisch-plastischem Materialverhalten ab. Basierend auf der Interpretation von BOWDEN und TABOR, wonach Reibung auf das Abscheren von Rauheiten zurückzuführen ist, entstand auf diese Weise ein Modell für trockene Reibung, welches das elastische Verhalten der Oberflächenrauheiten berücksichtigte und somit Gleitreibung als Zustand stationären Abscherens betrachtete.

Diese Art der Modellierung bewirkte in der Folge eine beachtliche Zahl von Veröffentlichungen, welche sich überwiegend der Berücksichtigung weiterer Effekte widmeten. Viele dieser Ansätze führen auf ähnliche Eigenschaften wie die von DAHL vorgeschlagene Beschreibung und lassen sich mithilfe der Begriffe *dynamische Reibmodelle* oder *Bürstenmodelle* zusammenfassen. Die Bezeichnung geht auf die bereits erwähnte Veranschaulichung COULOMBS zurück, wonach Reibung als Resultat ineinander greifender elastischer Borsten interpretiert werden kann. Als Bürstenmodell werden üblicherweise Modelle bezeichnet, die in unterschiedlicher Weise den Kontakt von Oberflächenrauheiten abbilden und so die Nachgiebigkeit von Kontakten und deren Hystereseverhalten berücksichtigen. Ein Überblick über ausgewählte Modelle wird in den folgenden Abschnitten gegeben.

2.2 Modellierung mit starrem Kontakt

Als Einstieg in die Beschreibung reibungsbehafteter Systeme wird zunächst das nach COULOMB benannte Modell diskutiert und anhand der bereits skizzierten Erkenntnisse von BOWDEN und TABOR interpretiert. Für viele Anwendungen liefert dieser einfache Ansatz ausreichend gute Ergebnisse und wird daher häufig verwendet, so dass auch die meisten Arbeiten im Kontext der Reibwertglättung auf dieser Modellierung basieren.

Ergänzend werden in der Folge die wichtigsten geschwindigkeitsabhängigen Einflüsse berücksichtigt, bevor abschließend auf mögliche Probleme bei der numerischen Umsetzung in Simulationsumgebungen eingegangen wird.

2.2.1 Coulomb'sche Reibung

In seiner wohl einfachsten Form kann das nach COULOMB benannte Reibgesetz als

$$R = \mu N \quad (2.1)$$

formuliert werden, wobei R die Reibkraft, μ den Reibungskoeffizienten und N die Normalkraft symbolisieren. Dabei gilt es zu beachten, dass dieses sogenannte Reibgesetz keinesfalls eine physikalische Gesetzmäßigkeit, sondern lediglich eine phänomenologische Modellierung der Proportionalität von Reibungs- und Normalkraft darstellt.

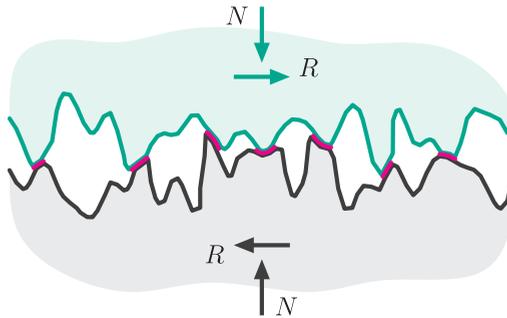


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Kontaktes rauer Oberflächen

Nach dem Verständnis von BOWDEN und TABOR [17] entsteht beim Kontakt zweier metallischer Oberflächen eine tatsächliche Kontaktfläche

$$A_{real} \approx \frac{1}{p_F} N, \quad (2.2)$$

welche über die Fließspannung p_F des betrachteten Materials von der aufgebrachten Normalkraft abhängt. Der hier angegebene proportionale Zusammenhang gilt dabei keineswegs universell, wurde aber für viele Kontaktgeometrien zumindest näherungsweise gezeigt [59]. Wie in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt, ist die reale Kontaktfläche dabei um Größenordnungen kleiner als die makroskopische scheinbare

Kontaktfläche und besteht aus vielen kleinen Kontaktbereichen, in denen lokale Bindungskräfte wirken. Der Widerstand dieser Brückenbindungen gegen Abscheren äußert sich nach BOWDEN und TABOR als Reibungskraft

$$R = q_F A_{real}, \quad (2.3)$$

die wiederum über die mittlere Scherfestigkeit q_F der Rauheitsspitzen mit der realen Kontaktfläche zusammenhängt. Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit von Kontaktfläche und Anpresskraft ergibt sich damit die Reibungskraft

$$R \approx \frac{q_F}{p_F} N, \quad (2.4)$$

so dass der Reibungskoeffizient μ auch als Verhältnis von Scherfestigkeit und Fließspannung der beteiligten Oberflächenrauheiten interpretiert werden kann.

Diese Darstellung entspricht nach wie vor einer starken Vereinfachung der tatsächlichen physikalischen Prozesse und vernachlässigt viele Einflüsse sowie mögliche Wechselwirkungen der auftretenden Größen. Zudem wurde auf eine gesonderte Betrachtung der plastischen Deformation verzichtet und nur der als Adhäsionsanteil bezeichnete Beitrag zur Reibkraft berücksichtigt. Letztendlich erweist sich die gewählte Modellierung proportionaler Reibungs- und Normalkräfte aber für viele Fälle als ausreichend, so dass dieses nach COULOMB benannte Modell für trockene Reibung große Bedeutung erlangt hat und vor allem im Kontext metallischer Reibung häufig verwendet wird.

2.2.2 Geschwindigkeitsabhängige Effekte

Bei genauerer Betrachtung von Gleichung (2.1) wird deutlich, dass in dieser einfachen Formulierung für COULOMB'sche Reibung viele offensichtliche Eigenschaften trockener Reibung nicht oder nur implizit enthalten sind. So hatte einerseits AMONTONS Reibung als eine der Bewegung eines Körpers entgegen gerichtete Kraft identifiziert. Andererseits war Haftreibung von DA VINCI als Reaktion auf angelegte Lasten beschrieben worden, der sich ein Maximalwert, also eine maximal mögliche Haftkraft, zuordnen lässt. Sollen nun diese unterschiedlichen Eigenschaften von Haft- und Gleitreibung in einer einheitlichen Beschreibung berücksichtigt werden, so lässt sich dies etwa durch die Verwendung einer mengenwertigen Schreibweise

$$R \in \mu N \text{Sgn}(v_{rel}) \quad (2.5)$$

erreichen, wobei die Vorzeichenfunktion

$$\text{Sgn}(v_{rel}) = \begin{cases} 1, & v_{rel} > 0 \\ [-1, 1], & v_{rel} = 0 \\ -1, & v_{rel} < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

die grundsätzliche (Richtungs-)Abhängigkeit der Reibung von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beteiligten Kontakte beschreibt.

Der Betrag der Reibkraft wird hingegen maßgeblich durch den Reibungskoeffizienten μ bestimmt, welcher häufig einfach als Reibwert bezeichnet wird. Ausgehend von der Unterscheidung von Haft- und Gleitreibung durch EULER, spätestens aber mit den Erkenntnissen STRIBECKS über geschwindigkeitsabhängige Einflüsse, erscheint die Berücksichtigung eines von der Relativgeschwindigkeit abhängigen Reibwertes $\mu = \mu(v_{rel})$ notwendig. Obwohl an dieser Stelle viele weitere Einflüsse unberücksichtigt bleiben, hat diese Modellierung im Bereich der Mechanik weite Verbreitung gefunden.

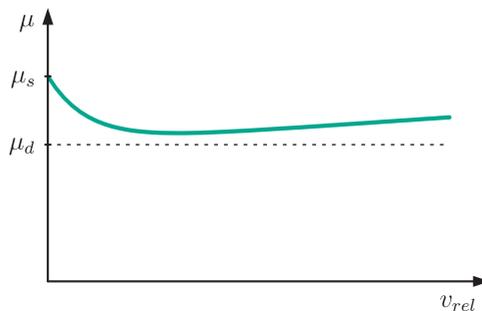


Abbildung 2.2: STRIBECK-Kurve

In einer derartigen Beschreibung ergibt sich nach Überwinden der maximalen Haftkraft zunächst ein Absinken des Reibungskoeffizienten. Bei weiterer Erhöhung der Relativgeschwindigkeit durchläuft der Reibwert im Bereich der sogenannten Mischreibung ein Minimum, bevor bei hohen Relativgeschwindigkeiten Scherkräfte überwiegen und von viskoser Reibung gesprochen wird. Das Auftreten einer fallenden Reibkennlinie bei niedrigen Relativgeschwindigkeiten wird gemeinhin als STRIBECK-Effekt bezeichnet, obwohl dessen Untersuchungen von weitaus größerem Umfang waren.

Da die beschriebenen Eigenschaften von Reibungsvorgängen weitgehend empirisch untersucht wurden, haben sich in der Literatur viele Parametrisierungen der

sogenannten STRIBECK-Kurve entwickelt. Im Rahmen dieser Arbeit soll die weit verbreitete Form

$$\mu(v_{rel}) = \mu_d + (\mu_s - \mu_d) \exp\left(-\left|\frac{v_{rel}}{v_s}\right|^{\alpha_s}\right) + f_v(v_{rel}) \quad (2.7)$$

verwendet werden, bei der viskose Reibung über den separaten Term $f_v(v_{rel})$ berücksichtigt wird. Hierin sind μ_s und μ_d die Reibwerte für Haft- und Gleitreibung. α_s und v_s bezeichnen empirische Größen, welche die Form der STRIBECK-Kurve definieren [7]. Die auf diese Weise modellierte Reibcharakteristik ist für eine exemplarische Parameterwahl in Abbildung 2.2 dargestellt.

2.2.3 Aspekte zur numerischen Umsetzung

Soll nun diese Art der Modellierung zur Beschreibung von trockener Reibung in komplexeren Systemen verwendet werden, ergeben sich vor allem bei der Integration in numerische Simulationsumgebungen einige Herausforderungen. Die Verwendung der physikalisch sinnvollen mengenwertigen Schreibweise nach Gleichung (2.5) führt für dynamische Systeme auf sogenannte Differentialeinschließungen an Stelle gewöhnlicher Differentialgleichungen. Eine entsprechende Lösungstheorie existiert zwar, erscheint für viele Anwendungen jedoch erheblich komplexer als die überwiegend gut beherrschte Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen [68]. Etabliert hat sich daher die Vereinfachung

$$R = \mu N \operatorname{sgn}(v_{rel}) \quad (2.8)$$

ohne mengenwertigen Haftbereich. Je nach Anwendungsfall müssen dabei für $v_{rel} = 0$ auftretende Haftphasen separat betrachtet werden.

Ein weit verbreiteter Ansatz ist zudem eine sogenannte Regularisierung der ursprünglich nicht-glatte Reibcharakteristik mithilfe einer stetigen Funktion. Da hierfür grundsätzlich eine Vielzahl von Funktionen geeignet erscheint, existieren in der Literatur sehr viele Ansätze zur Regularisierung von trockener Reibung [73]. Aufgrund der stetigen Differenzierbarkeit trigonometrischer und hyperbolischer Funktionen werden jedoch häufig einfache Näherungen der Form

$$\operatorname{sgn}(v_{rel}) \approx \frac{2}{\pi} \arctan(kv_{rel}) \quad \text{oder} \quad \operatorname{sgn}(v_{rel}) \approx \tanh(kv_{rel}) \quad (2.9)$$

mit $k \gg 1$ verwendet.

Für eine gute Annäherung an die ursprüngliche Form muss die Reibkennlinie unabhängig von der konkreten Wahl der Regularisierung im Bereich $v_{rel} \approx 0$ eine große Steigung aufweisen. Für die gegebenen Beispiele wird dies durch eine geeignete Wahl des Parameters k gewährleistet und führt wie in anderen Fällen auf numerisch steife Differentialgleichungen. Da für die Handhabung solcher Systeme aber spezielle Lösungsverfahren und -algorithmen verfügbar sind, wird dieser Kompromiss in vielen Simulationsmodellen akzeptiert. Schwerer wiegt hingegen häufig die Tatsache, dass durch die künstliche Glättung der Reibkennlinie keine Haftzustände abgebildet werden können. Stattdessen ergibt sich zwangsläufig ein langsamer Kriechprozess, welcher durch die Art der Regularisierung gesteuert wird. Liegt der Fokus der jeweiligen Untersuchung aber auf Gleitreibungsvorgängen, kann auch diese Einschränkung hingenommen werden.

Alternative Formulierungen mit künstlich vergrößerten Haftbereichen finden sich bei KARNOPP [61] oder LEINE et al. [69]. Außerdem existiert eine Vielzahl von numerischen Verfahren zur Integration nicht-glatte Systeme [82, 136]. Eine weitere Möglichkeit zur Abbildung von trockener Reibung in Simulationsumgebungen besteht in der Verwendung nachgiebiger Elemente für die Beschreibung von Kontakten. Daher können die im folgenden Abschnitt behandelten Modelle mit nachgiebigen Kontakten letztendlich auch als physikalisch motivierte Regularisierung betrachtet werden.

2.3 Modellierung mit nachgiebigem Kontakt

Unabhängig von der Problematik der Regularisierung ergibt sich die Berücksichtigung von nachgiebigen Kontakten aus den Überlegungen von BOWDEN und TABOR. Diese hatten Reibung als Abscheren von Rauheitsspitzen gedeutet, dabei aber mögliche Verformungen dieser sogenannten Asperiten unberücksichtigt gelassen. Ausgehend von einfachen modellbasierten Überlegungen soll im Folgenden ein Einblick in die Modellierung von trockener Reibung unter der Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte gegeben werden. Hierzu wird exemplarisch die von MINDLIN vorgenommene Erweiterung des HERTZ'schen Kontaktproblems diskutiert, bevor im Anschluss eine Klasse von etablierten Reibmodellen vorgestellt wird, an denen sich die späteren Untersuchungen zur Reibwertglättung orientieren.

2.3.1 Diskretisiertes Asperiten-Modell

Abbildung 2.3 zeigt eine stark vereinfachte, diskretisierte Modellierung des bereits betrachteten Kontaktes rauer Oberflächen. Hierin werden die elastischen Eigenschaften der Asperiten durch lineare Federn abgebildet, wobei die Federsteifigkeiten c_i , $i = 1, 2, \dots, n$ geometrische Unterschiede der jeweiligen Asperitenkontakte berücksichtigen. Die eigentlichen Kontakte werden mithilfe einfacher COULOMB'scher Reibelemente $R_i = \mu N_i$ modelliert, für die ein einheitlicher Reibwert μ sowie eine gleichförmig verteilte Normallast $N_i = \frac{N}{n}$ angenommen werden. Diese Art der Beschreibung wird häufig mit MASING oder IWAN assoziiert, deren Arbeiten aber ursprünglich keinen Bezug zur Modellierung von Reibung enthielten [13, 56]. Stattdessen lässt sich ein vergleichbarer Ansatz bei JENKIN und EWING finden, so dass die Verknüpfung von Feder und Reibelement häufig als JENKIN-Element bezeichnet wird [29].

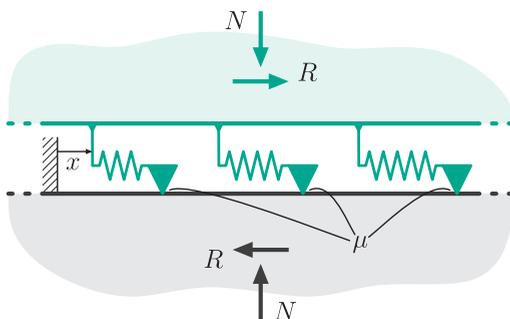


Abbildung 2.3: Diskretisiertes Asperiten-Modell

Wird nun der obere Körper um die Distanz x monoton gegenüber dem unteren verschoben, dann entspricht die hierfür benötigte Kraft der Reibkraft $R = \sum R_i$. Für eine anschauliche Betrachtung kann ohne Weiteres angenommen werden, dass für $x = 0$ alle Federn entspannt sind und zudem $c_i > c_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$ gilt. Bei kleinen Verschiebungen ergibt sich zunächst der rein elastische Zusammenhang

$$R = \sum_{i=1}^n c_i x, \quad x \leq x_1, \quad (2.10)$$

bis bei einer Verschiebung $x = x_1$ für die erste Kontaktstelle die COULOMB'sche Reibkraft $c_1 x_1 = R_1 = \mu N_1$ erreicht ist. An dieser Stelle setzt für das erste Reibelement

Gleiten ein, während alle anderen Elemente weiterhin haften. Wird in der Folge die Verschiebung weiter erhöht, so wird hierfür die Kraft

$$R = \mu N_1 + \sum_{i=2}^n c_i x = \frac{1}{n} \mu N + \sum_{i=2}^n c_i x, \quad x_1 < x \leq x_2 \quad (2.11)$$

benötigt, bis bei Erreichen von $x = x_2$ wiederum $c_2 x_2 = R_2 = \mu N_2$ gilt. Bei weiterer Verschiebung ergibt sich entsprechend

$$R = \frac{2}{n} \mu N + \sum_{i=3}^n c_i x, \quad x_2 < x \leq x_3 \quad (2.12)$$

und bei $x > x_n$ folgt für vollständiges Gleiten schließlich

$$R = \mu N. \quad (2.13)$$

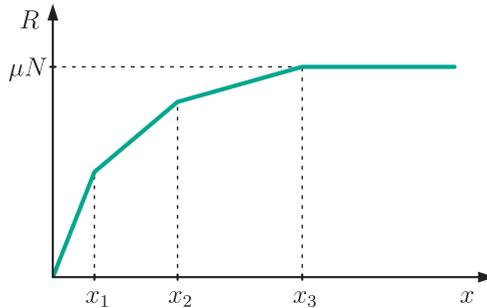


Abbildung 2.4: Reibkraft als Funktion der Verschiebung (diskretisiertes Asperiten-Modell, $n = 3$)

Der so abgeleitete Zusammenhang von Reibkraft und Verschiebung ist in Abbildung 2.4 exemplarisch für drei Reibelemente dargestellt. Charakteristisch für den Verlauf ist der stetige, abschnittsweise lineare Anstieg der Reibkraft, welcher auf die verschiebungsabhängige Kontaktsituation zurückzuführen ist. Bei Verwendung mehrerer Reibelemente wird die Kurve zunehmend glatter, so dass der Einfluss einzelner Reibelemente gewissermaßen verschwindet.

Analog lässt sich das Verhalten des Modells bei Verschiebung in umgekehrter Richtung oder für Richtungsänderung ohne vorheriges vollständiges Gleiten ableiten. An dieser Stelle wird auch die Bedeutung einer möglichen Vorgeschichte für das Verhalten des Kontaktes deutlich, da der Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurve stets von der Anfangskonfiguration der Federn abhängt. Dieses Verhalten führt schon bei

wenigen Elementen auf eine umfangreiche Beschreibung der auftretenden Hysterese und dient somit als Grundlage und Motivation für die im Folgenden skizzierten Modellierungsansätze.

2.3.2 Tangentiales Kontaktproblem nach Mindlin

Basierend auf den von HERTZ vorgelegten Untersuchungen zum Normalkontakt zweier elastischer Körper formulierte MINDLIN [77, 78] eine mögliche Erweiterung für tangential Beanspruchungen des Kontaktes. Für den Kontakt zweier elastischer, kugelförmiger Körper ergibt sich demnach eine kreisförmige Kontaktfläche mit dem Radius r_a , für welche die Spannungsverteilungen in Normal- und Tangentialrichtung durch

$$p = \frac{3N}{2\pi r_a^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad q = \frac{R}{2\pi r_a^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

gegeben sind, falls der Kontakt vollständig haftet. Hierin sind R und N wieder Reib- und Normalkraft und r beschreibt die radiale Koordinate der Kontaktfläche. Da allerdings die Normalspannung zum Rand hin verschwindet und somit die tatsächlich auftretende Tangentialspannung beschränkt ist, kann in einem Randbereich $r \geq r_c$ der Kontaktfläche offensichtlich kein Haften vorliegen. Daher tritt bei tangentialer Belastung des Kontaktes zwangsläufig Mikroschlupf auf [59].

Unter der Annahme COULOMB'scher Reibung ist die Grenze zwischen Haft- und Gleitbereich durch

$$r_c = r_a \left(1 - \frac{R}{\mu N}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.15)$$

gegeben und für die relative Verschiebung der beiden Körper in tangentialer Richtung folgt

$$\begin{aligned} x &= \frac{3(2-\nu)\mu N}{16Gr_a} \left(1 - \frac{r_c^2}{r_a^2}\right) \\ &= \frac{3(2-\nu)\mu N}{16Gr_a} \left[1 - \left(1 - \frac{R}{\mu N}\right)^{\frac{2}{3}}\right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Bei $r_c = 0$ tritt vollständiges, also makroskopisches Gleiten ein, so dass der Mikroschlupfbereich durch

$$x \leq x_{max} = \frac{3(2-\nu)}{16Gr_a} \mu N \quad (2.17)$$

begrenzt wird. Hierin bezeichnen G den Schubmodul und ν die Querkontraktionszahl der Kontaktpartner. Für unterschiedliche elastische Materialien $(\cdot)_1$ und $(\cdot)_2$ kann alternativ die Schreibweise

$$x = \frac{3\mu N}{16G^*r_a} \left[1 - \left(1 - \frac{R}{\mu N} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \quad (2.18)$$

verwendet werden, wobei

$$G^* = \left(\frac{2-\nu_1}{G_1} + \frac{2-\nu_2}{G_2} \right)^{-1} \quad (2.19)$$

einen äquivalenten Schubmodul bezeichnet [59]. Damit ergibt sich für den Mikroschlupfbereich die Reibkraft

$$R = \mu N \left[1 - \left(1 - \frac{16G^*r_a}{3\mu N} x \right)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (2.20)$$

während für $x > x_{max}$ wieder $R = \mu N$ gilt.

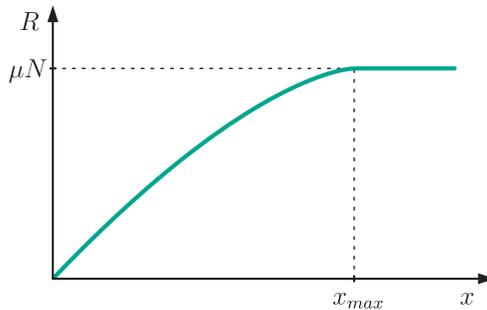


Abbildung 2.5: Reibkraft als Funktion der Verschiebung (Modellierung nach MINDLIN)

Abbildung 2.5 zeigt den qualitativen Verlauf der Reibkraft in Abhängigkeit der Verschiebung. Erneut kann ein stetiger Anstieg der Reibkraft beobachtet werden,

bis bei Erreichen der Grenze zu vollständigem Gleiten schließlich COULOMB'sche Reibung auftritt.

Ähnliche Ergebnisse erhalten auch HAGMAN und OLOFSSON [47, 84] für die Untersuchung elliptischer Kontaktpartner. Eine weitere Verallgemeinerung des Kontaktproblems auf beliebige rotationssymmetrische Geometrien wurde unter anderem von JÄGER [57, 58] vorgeschlagen. Da sich die Struktur der Gleichungen hierbei aber nicht wesentlich ändert, soll an dieser Stelle auf detaillierte Ausführungen verzichtet werden. Stattdessen wird im Folgenden dargelegt, wie auf Basis einer phänomenologischen Modellierung ähnliche Zusammenhänge von Reibkraft und relativer Verschiebung gefunden werden können.

2.3.3 Dahl-Modell

Bei der Untersuchung von Reibung in Kugellagern beobachtete DAHL [24], dass sich für kleine Verschiebungen zunächst ein nahezu elastisches Verhalten der untersuchten Kontakte einstellt. Berichtet wird hier von schwach gedämpften Schwingungen um eine Ruhelage, welche DAHL auf das Auftreten elastischer Rückstellkräfte zurückführte. Aus diesen Beobachtungen leitete er eine Analogie des Zusammenhangs von Kraft und Verschiebung zu den aus der Werkstofftechnik bekannten Spannungs-Dehnungs-Kurven ab. Demnach tritt bei Belastung zunächst eine Verformung des Kontaktbereichs auf, bevor schließlich eine makroskopische Trennung der Kontaktpartner erfolgt und COULOMB'sche Reibung vorherrscht. Die Form der Kraft-Verschiebungskurve richtet sich dabei nach dem jeweiligen Materialverhalten und führt laut DAHL bei spröden Werkstoffen zu ähnlichen Werten für Haft- und Gleitreibung, während bei duktilen Werkstoffen eine höhere maximale Haftkraft auftritt.

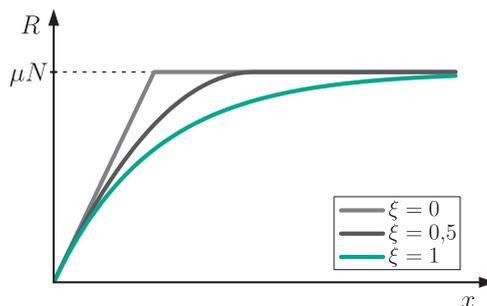


Abbildung 2.6: Reibkraft als Funktion der Verschiebung (DAHL-Modell)

Zur Beschreibung der Abhängigkeit der Reibkraft R von der relativen Verschiebung x kann die Gleichung

$$\frac{dR}{dx} = \sigma_0 \left| 1 - \frac{R}{\mu N} \operatorname{sgn}(v_{rel}) \right|^\xi \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{R}{\mu N} \operatorname{sgn}(v_{rel}) \right) \quad (2.21)$$

verwendet werden, worin σ_0 die tangentielle Steifigkeit des Kontaktes und $v_{rel} = \dot{x}$ die Relativgeschwindigkeit der Kontaktpartner kennzeichnet. Der Exponent ξ bestimmt die Form der Kraft-Verschiebungs-Kurve und kann mit $0 \leq \xi < 1$ für spröde und $\xi \geq 1$ für duktile Werkstoffe an das gewünschte Materialverhalten angepasst werden [25]. Die so erhaltenen Kraft-Verschiebungs-Kurven sind für unterschiedliche Werte von ξ in Abbildung 2.6 dargestellt, wobei qualitativ das gleiche Verhalten wie bei den bereits diskutierten Modellierungsansätzen erreicht wird.

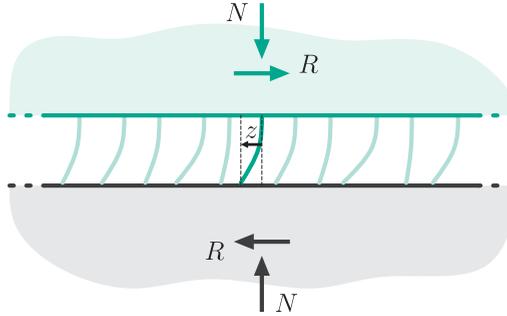


Abbildung 2.7: Veranschaulichung des DAHL-Modells als Bürstenmodell

Eine umfangreiche Untersuchung der Eigenschaften des von DAHL vorgeschlagenen Modells ist bei BLIMAN [16] zu finden, wo unter anderem dessen Hysterese- und Dissipationsverhalten analysiert sowie der Einfluss des Exponenten ξ untersucht werden. In der übrigen Literatur wird weitgehend $\xi = 1$ gesetzt, was einerseits auf eine starke Vereinfachung der Modellgleichung führt und andererseits das mathematische Verhalten des Modells begünstigt. Häufig wird zudem eine durch

$$R = \sigma_0 z \quad (2.22)$$

definierte innere Variable z eingeführt, die als mittlere Verschiebung im Kontakt interpretiert werden kann und die über die Kontaktsteifigkeit auf die vorherrschende Reibkraft führt. Dieser Veranschaulichung aus Abbildung 2.7 folgt letztendlich auch

die Einordnung des DAHL-Modells als Bürstenmodell, dessen Verhalten maßgeblich durch die Deformation des Kontaktes geprägt ist [20, 30, 85].

Mithilfe der Kettenregel kann das Modell als zeitvariable Gleichung formuliert werden, so dass sich für den einfachen Sonderfall $\xi = 1$ die Beschreibung

$$\begin{aligned}\dot{z} &= v_{rel} \left(1 - \frac{\sigma_0 z}{\mu N} \operatorname{sgn}(v_{rel}) \right) \\ &= v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{\mu N}\end{aligned}\quad (2.23)$$

ergibt. Wie sich leicht überprüfen lässt, folgt für den Zustand stationären Gleitens $\dot{z} = 0$ wiederum COULOMB'sche Reibung

$$R_{ss} = \mu N \operatorname{sgn}(v_{rel}). \quad (2.24)$$

Damit lässt sich das DAHL-Modell als Erweiterung der COULOMB'schen Modellierung interpretieren, wobei der ursprünglich nicht-glatte Haftbereich durch einen kontinuierlichen Mikroschlupfbereich ersetzt wird.

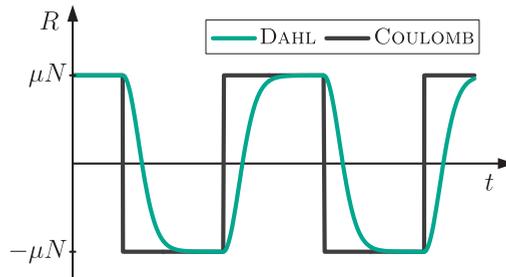


Abbildung 2.8: Reibkraft bei harmonischer Bewegung (DAHL- und COULOMB-Modell)

Abbildung 2.8 veranschaulicht das qualitative Verhalten der beiden Modelle am Beispiel einer vorgegebenen harmonischen Bewegung $x = a \sin \omega t$. Während die starre Beschreibung auf die erwartete Rechteck-Funktion führt, kann unter Verwendung des DAHL-Modells ein stetiger Übergang zwischen den stationären Werten für die Reibkraft beobachtet werden.

Im Hinblick auf die physikalische Interpretation des Modells kann zudem ein Vergleich mit dem tangentialen Kontaktproblem nach MINDLIN von Interesse sein.

Für kugelförmige Kontaktgeometrien und positive Relativgeschwindigkeiten folgt aus Gleichung (2.20) die Ableitung der Reibkraft nach der Verschiebung

$$\frac{dR}{dx} = 8G^* r_a \left(1 - \frac{R}{\mu N}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.25)$$

Ein Vergleich mit der von DAHL vorgeschlagenen Kraft-Verschiebungs-Kurve liefert unter anderem den Zusammenhang

$$\sigma_0 = 8G^* r_a \quad (2.26)$$

und zeigt die Ähnlichkeit der beiden Modellierungsansätze. Mithilfe der Kettenregel kann analog zum DAHL-Modell eine zeitabhängige Formulierung gefunden werden, wobei an dieser Stelle auf weitere Ausführungen verzichtet werden soll.

2.3.4 LuGre-Modell

Die von DAHL vorgeschlagene Modellierung berücksichtigt die Nachgiebigkeit des Kontaktbereiches und führt im stationären Fall auf COULOMB'sche Reibung, beinhaltet aber keine weiteren Geschwindigkeitsabhängigkeiten. Aus diesem Grund wurde von CANUDAS DE WIT et al. [20] eine Erweiterung des Dahl-Modells vorgeschlagen, welche die wichtigsten von der Relativgeschwindigkeit abhängigen Effekte enthält. Das nach seinen Entstehungsorten Lund und Grenoble benannte *LuGre*-Modell basiert auf der vereinfachten zeitabhängigen Formulierung des DAHL-Modells und wird durch

$$R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_{rel}, \quad (2.27)$$

$$\dot{z} = v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{s(v_{rel})} \quad (2.28)$$

beschrieben. Hierin ist σ_0 wieder die Kontaktsteifigkeit in tangentialer Richtung, während durch σ_1 und σ_2 die Einflüsse von Mikrodämpfung und viskoser Reibung berücksichtigt werden. Das stationäre Verhalten des LuGre-Modells ist durch die Funktion $s(v_{rel})$ gegeben und beinhaltet die zu modellierende Reibcharakteristik. Soll hierfür eine STRIBECK-Kurve verwendet werden, so bietet sich in Anlehnung an den vorangegangenen Abschnitt die Wahl von

$$s(v_{rel}) = F_C + (F_S - F_C) \exp\left(-\left|\frac{v_{rel}}{v_s}\right|^{\alpha_s}\right) \quad (2.29)$$

an. Hierin bezeichnen $F_C = \mu N$ COULOMB'sche Gleitreibung und $F_S = \mu_s N$ die maximale Haftkraft. Die ebenfalls zu modellierende viskose Reibung wurde dabei schon in der Gleichung für die Reibkraft berücksichtigt. Für die zugehörige stationäre Reibkraft folgt

$$R_{ss} = s(v_{rel})\operatorname{sgn}(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel}. \quad (2.30)$$

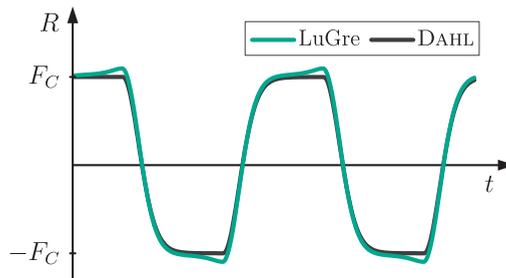


Abbildung 2.9: Reibkraft bei harmonischer Bewegung (LuGre- und DAHL-Modell)

Abbildung 2.9 zeigt das qualitative Verhalten des Modells für eine harmonische Bewegung $x = a \sin \omega t$, so dass im Vergleich mit dem DAHL-Modell der Einfluss geschwindigkeitsabhängiger Effekte deutlich wird. Demnach führt einerseits die Berücksichtigung des STRIBECK-Effektes und andererseits der Einfluss der Mikroviskosität zu erhöhten Reibkräften im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten sowie bei hohen Deformationsraten. Durch die Modellierung viskoser Reibung ergibt sich zudem eine der Relativgeschwindigkeit proportionale Kraft, die allerdings für Systeme mit trockener Reibung nur von geringer Bedeutung ist [30].

2.3.5 Elasto-plastisches Modell

Obwohl mit der Erweiterung der von DAHL vorgeschlagenen Modellierung um geschwindigkeitsabhängige Effekte viele wichtige Eigenschaften von trockener Reibung abgebildet werden, weisen sowohl das DAHL- als auch das LuGre-Modell Unzulänglichkeiten auf, die im Rahmen der bisherigen Betrachtungen nicht ersichtlich wurden. Wie Abbildung 2.10 zu entnehmen ist, zeigen beide Modelle ein ausgeprägtes Driftverhalten, welches vor allem bei schwingender Belastung im Mikrogleitbereich beobachtet werden kann. Dies ist insbesondere darauf zurückzuführen, dass die vorgenommene Modellierung keine Haftzustände ermöglicht und somit schon kleine Belastungen unterhalb der Haftgrenze zu makroskopischen Verschiebungen führen können.

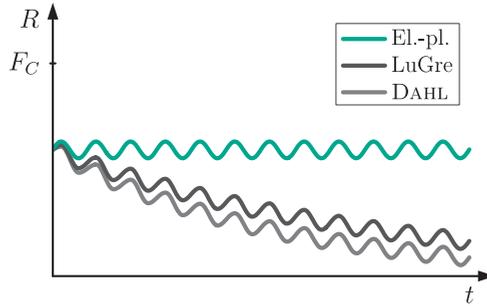


Abbildung 2.10: Driftverhalten bei schwingender Belastung unterhalb der Haftgrenze

Zudem weisen sowohl das DAHL- als auch das LuGre-Modell ein Verhalten auf, das in der Literatur als Super-Relaxation bezeichnet wird und zu unphysikalischen Dissipationseffekten führen kann [30]. Demnach übersteigt die Deformationsrate bei Entlastung des Kontaktes die Relativgeschwindigkeit, so dass die im Kontakt gespeicherte elastische Energie nicht ins System zurückgeführt, sondern stattdessen dissipiert wird.

Das im Folgenden vorgestellte elasto-plastische Modell wurde von DUPONT et al. [30] vorgeschlagen und stellt eine weitere Modifikation der bisher verwendeten Modellierung dar. Durch die Unterscheidung von reversiblen und irreversiblen Vorgängen ermöglicht das Modell die explizite Modellierung von Haftphasen, so dass ein entsprechendes Driftverhalten verhindert wird.

Zur genaueren Betrachtung der maßgeblichen Prozesse wird die Verschiebung

$$x = z + w \tag{2.31}$$

in einen reversiblen (elastischen) Anteil z und einen irreversiblen (plastischen) Anteil w aufgeteilt. Analog zur bisherigen Modellierung kann von ausgeprägtem Gleiten gesprochen werden, falls $\dot{z} = 0$ und damit $v_{rel} = \dot{x} = \dot{w}$ gilt. Umgekehrt liegt Haften vor, falls $\dot{w} = 0$, also $v_{rel} = \dot{x} = \dot{z}$ gilt. Zudem können Übergangszustände auftreten, die in der Literatur als gemischtes Gleiten bezeichnet werden [30].

Bei genauerer Betrachtung der Gleichungen für das DAHL- und das LuGre-Modell wird deutlich, dass Haften nur für $v_{rel} = \dot{z} = 0$ vorliegen kann. Dies entspricht wiederum der Beobachtung, wonach auch bei kleinen Relativbewegungen unterhalb der Haftgrenze irreversible Verschiebungen und damit Gleitbewegungen auftreten. Im Modell von DUPONT et al. [30] wird daher eine Schaltfunktion $\alpha = \alpha(v_{rel}, z)$ derart

eingeführt, dass Haftzustände $\dot{z} = v_{rel}$ auch für kleine Bewegungen mit $v_{rel} \neq 0$ ermöglicht werden.

Die Modellgleichungen lauten in diesem Fall

$$R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_{rel}, \quad (2.32)$$

$$\dot{z} = v_{rel} - \alpha(v_{rel}, z) |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{s(v_{rel})}, \quad (2.33)$$

wobei für $\alpha = 0$ Haften und für $\alpha = 1$ ausgeprägtes Gleiten vorliegt. Für die Parametrisierung des Schalters erscheint eine Vielzahl von Funktionen verwendbar. Kinematische Überlegungen zur Be- und Entlastung des Kontaktes führen etwa auf die einfache Form

$$\alpha = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{sgn}(v_{rel} z)). \quad (2.34)$$

Damit liegt bei Entlastungsvorgängen $\operatorname{sgn}(v_{rel}) \neq \operatorname{sgn}(z)$ Haften vor, während der Kontakt bei Belastung $\operatorname{sgn}(v_{rel}) = \operatorname{sgn}(z)$ gleiten kann. Die Gleichung für den Kontaktzustand reduziert sich in diesem Fall zu

$$\dot{z} = v_{rel} - \frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{s(v_{rel})} (|v_{rel}| z + v_{rel} |z|). \quad (2.35)$$

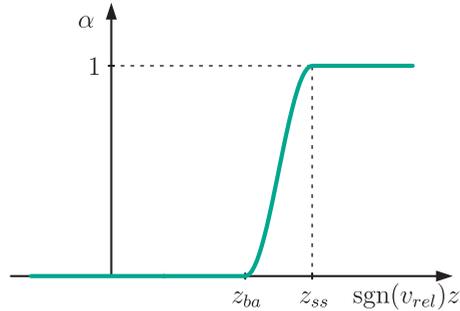
Zudem schlagen DUPONT et al. [30] die Berücksichtigung von Losbrecheffekten (*break-away*) vor, wodurch bei ausreichend kleinen Deformationen $|z| \leq z_{ba}$ auch unter Belastung Haften vorliegt. Damit folgt für die Parametrisierung der Schaltfunktion

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \operatorname{sgn}(z) \neq \operatorname{sgn}(v_{rel}) \\ 0, & \operatorname{sgn}(z) = \operatorname{sgn}(v_{rel}), |z| \leq z_{ba} \\ \alpha_m, & \operatorname{sgn}(z) = \operatorname{sgn}(v_{rel}), z_{ba} < |z| < z_{ss} \\ 1, & \operatorname{sgn}(z) = \operatorname{sgn}(v_{rel}), |z| \geq z_{ss} \end{cases}, \quad (2.36)$$

worin $z_{ss} = \frac{s(v_{rel})}{\sigma_0}$ die Kontaktdeformation bei stationärem Gleiten symbolisiert. Die beliebig wählbare Funktion $\alpha_m \in (0, 1)$ steuert den Bereich gemischten Gleitens und wird in Anlehnung an DUPONT et al. [30] durch die stetig differenzierbare Funktion

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \left(1 + \sin \left(\pi \frac{|z| - \frac{1}{2}(z_{ss} + z_{ba})}{z_{ss} - z_{ba}} \right) \right) \quad (2.37)$$

beschrieben. Die daraus resultierende Schaltfunktion $\alpha(v_{rel}, z)$ ist Abbildung 2.11 zu entnehmen.

Abbildung 2.11: Elasto-plastisches Modell: Schaltfunktion $\alpha(v_{rel}, z)$

Für eine harmonische Bewegung $x = a \sin \omega t$ ist das qualitative Verhalten des Modells in Abbildung 2.12 dargestellt. Im Vergleich mit dem LuGre-Modell können vor allem nach der Richtungsumkehr größere Abweichungen beobachtet werden, während im Bereich ausgeprägten Gleitens beide Modelle ein ähnliches Verhalten aufweisen.

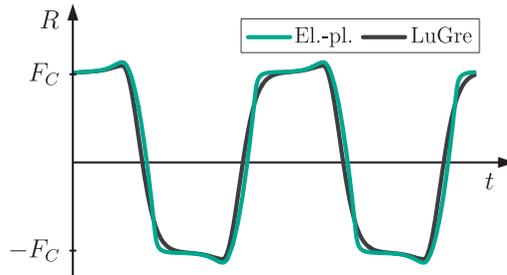


Abbildung 2.12: Reibkraft bei harmonischer Bewegung (elasto-plastisches und LuGre-Modell)

Besonders deutlich wird dieser Unterschied bei Betrachtung der in Abbildung 2.13 dargestellten Kraft-Verschiebungs-Hysteresen. Durch die Berücksichtigung von Haftphasen tritt beim elasto-plastischen Modell unmittelbar nach der Richtungsumkehr elastisches Verhalten auf, so dass die Hysteresekurve in diesem Bereich ausgeprägte Flanken aufweist. Nach Überwinden der Losbrechgrenze ist der Übergang zur Gleitbewegung deutlich zu erkennen.

Beim LuGre-Modell hingegen führt die einheitliche Modellierung des Mikrogleitbereiches zu einer größeren Steigung der Hysteresekurve im Bereich nach der Richtungsumkehr, welche dem eingangs beschriebenen Effekt der Super-Relaxation entspricht. Dieses Verhalten, das durch den letzten Term in Gleichung (2.28)

hervorgehoben wird, suggeriert eine erhöhte Kontaktsteifigkeit $2\sigma_0$ und liefert zunächst eine schnellere Änderung der Reibkraft. In der Folge führt die einheitliche Modellierung jedoch nur zu einer langsamen Annäherung an den ausgeprägten Gleitzustand und damit zu einer vergleichsweise ausladenden Hysteresekurve.

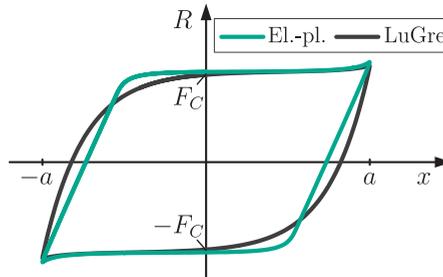


Abbildung 2.13: Reibkraft-Hysterese (elasto-plastisches und LuGre-Modell)

2.3.6 Weitere ausgewählte Modelle

Gemeinsam mit dem COULOMB'schen Modell soll die soeben vorgestellte Klasse von Reibmodellen mit nachgiebigen Kontakten als Grundlage für die späteren Untersuchungen zur Reibwertglättung dienen. Ausgehend von den Beobachtungen DAHLs über nahezu elastisches Verhalten von Kontakten bei kleinen Verschiebungen liefern das LuGre- und das elasto-plastische Modell von DUPONT et al. sinnvolle Erweiterungen des DAHL-Modells in Bezug auf geschwindigkeitsabhängige Effekte und die Modellierung von Haftphasen. Damit bildet diese Klasse von Bürstenmodellen viele wichtige reibungsbasierte Effekte in einer kompakten Formulierung ab, deren physikalische Interpretation ohne große Probleme möglich erscheint.

Neben den hier diskutierten Reibmodellen haben sich viele weitere Ansätze zur Berücksichtigung von nachgiebigen Kontakten entwickelt, von denen an dieser Stelle nur einige genannt werden sollen. Ausführliche Übersichten hierzu sind bei ARMSTRONG-HÉLOUVRY et al. [7], MARQUES et al. [73] und OLSSON et al. [85] zu finden. Den Begriff des Bürstenmodells prägten unter anderem HAESSIG und FRIEDLAND [45] mit ihren Ansätzen zur Abbildung von trockener Reibung, welche später von LIANG et al. [70] erweitert wurden. Das von SWEVERS et al. [106] vorgeschlagene und nach seinem Entstehungsort benannte *Leuven*-Modell weist große Ähnlichkeiten zum LuGre-Modell auf, unterscheidet sich von letzterem aber in der Modellierung des Mikrogleitbereiches. Eine detailliertere Abbildung des Hystereseverhaltens ermöglicht hier die Berücksichtigung von Gedächtniseffekten

(*frictional memory*) und führt so auf eine verbesserte Modellierung. Eine Erweiterung des Leuven-Modells sowie weitere Modellierungsansätze mit ähnlicher Struktur wurden von LAMPAERT et al. [67] und AL-BENDER et al. [3, 4, 5] vorgeschlagen. Aus dem Bereich der Geophysik stammen die Modelle von RICE und RUINA [96, 98], die ebenfalls interne Zustandsvariablen verwenden. Weitere Modelle sind außerdem bei DANKOWICZ [26], FERRETTI et al. [36] und GONTHIER et al. [42] zu finden.

2.4 Reibungserregte Schwingungen

Neben der Modellierung von Systemen mit trockener Reibung kommt auch der Untersuchung von durch Reibung hervorgerufenen Phänomenen große Bedeutung zu. Unter dem Begriff *reibungserregte Schwingungen* werden Schwingungsphänomene zusammengefasst, die auf das Auftreten trockener Reibung zurückzuführen sind, ohne dass ein von außen vorgegebener Erregungsmechanismus identifiziert werden kann. Reibungserregte Schwingungen fallen daher in die Kategorie der selbsterregten Schwingungen.

Derartige Schwingungsphänomene lassen sich mit dem Verlust der Stabilität eines stationären Systemzustandes erklären. Kleinste Störungen, welche insbesondere bei Systemen mit trockener Reibung immer vorhanden sind, können mit der Zeit anwachsen und zu großen Schwingungsamplituden führen. In realen Systemen werden die Amplituden durch verschiedene nichtlineare Mechanismen begrenzt, so dass sich häufig Grenzyklen ausbilden und diese als reibungserregte Schwingungen wahrgenommen werden können.

In vielen technischen Anwendungen treten reibungserregte Schwingungen als unerwünschte Effekte auf, die zwar nicht immer zum Versagen eines Systems führen, häufig jedoch Komfort- oder Qualitätsprobleme zur Folge haben. Als Beispiele können hier das Rattern von Werkzeugmaschinen oder die Geräuschentwicklung bei der Kurvenfahrt von Schienenfahrzeugen angeführt werden. Im Automobilbereich führen das Rupfen von Kupplungen und das Quietschen von Bremsen zu vielfältigen Problemen und zahlreichen Reklamationen [55, 64].

Weitere Beispiele für reibungserregte Schwingungen finden sich in alltäglichen Situationen. So lassen sich das Knarzen von Türangeln oder das Quietschen von Kreide auf Tafeln als reibungserregte Schwingungen identifizieren. Dass solche Schwingungsphänomene aber nicht immer unerwünscht sein müssen, lässt sich am Beispiel von Streichinstrumenten zeigen. Hier werden reibungserregte Schwingungen ausgenutzt, um den Klang des Instruments zu erzeugen.

Aufgrund ihrer Bedeutung für viele technische Anwendungen sind reibungserregte Schwingungen seit langer Zeit Gegenstand intensiver Forschung, so dass sich auf diesem Gebiet eine sehr umfangreiche Literaturlage entwickelt hat. Für eine Übersicht zu Grundlagen und Modellierung reibungserregter Schwingungen sei an dieser Stelle auf IBRAHIM [55] verwiesen, während von den weiterführenden Forschungsfeldern nur einige umrissen werden sollen.

Bei der Modellierung reibungserregter Schwingungen wurden vor allem zwei relevante Mechanismen identifiziert, die in den folgenden Abschnitten diskutiert werden sollen. Ein negativer Reibwertgradient kann bei hinreichend kleiner Strukturdämpfung zum Stabilitätsverlust eines stationären Zustandes und damit zu reibungserregten Schwingungen führen [49]. Die in diesem Zusammenhang auftretenden Grenzzyklen wurden unter anderem von HETZLER et al. [49], POPP und STELTER [93] sowie von THOMSEN und FIDLIN [112] untersucht. Zudem existiert eine Vielzahl von Arbeiten über das Auftreten chaotischer Schwingungen in Systemen mit mehreren Freiheitsgraden [10, 12, 40] oder unterschiedlichen Erregungsmechanismen [6, 34, 50, 83, 92].

Als zweiter wichtiger Mechanismus für die Entstehung reibungserregter Schwingungen gilt die nicht-konservative Kopplung von Freiheitsgraden [52]. Diese wird gemeinhin als Ursache für das Quietschen von Bremsen betrachtet und ist aus anderen Fachgebieten auch unter dem Begriff Flatter-Instabilität (*flutter*) bekannt. Vor allem in Bezug auf das Phänomen des Bremsenquietschens existiert eine Vielzahl von Untersuchungen mit verschiedenster inhaltlicher Ausrichtung. Umfangreiche Übersichten sind bei KINKAID et al. [64] und OUYANG et al. [86] zu finden. Weiterhin sei exemplarisch auf die Arbeiten von KANG et al. [60], MASSI et al. [75] und VON WAGNER et al. [116] verwiesen, die einen Eindruck von der inhaltlichen und systematischen Bandbreite des Themenkomplexes vermitteln.

Während vor allem in industriellen Anwendungen komplexe Simulationsmodelle zur Abbildung von reibungserregten Schwingungen verwendet werden, lassen sich die zugrunde liegenden Mechanismen mithilfe einfacher Ersatzmodelle aufzeigen. Vor allem für die Modellierung einer nicht-konservativen Kopplung existieren in der Literatur viele Ansätze. Im Sinne der inhaltlichen Ausrichtung dieser Arbeit wird auf eine umfassende Darstellung verzichtet, so dass die hier beschriebenen Mechanismen zur Entstehung reibungserregter Schwingungen in der Folge anhand je eines Minimalmodells diskutiert werden.

2.4.1 Negativer Reibwertgradient

Ein einfaches Modell zur Beschreibung von reibungserregten Schwingungen ist in Abbildung 2.14 dargestellt. Darin bewegt sich ein visko-elastisch an die Umgebung

angebundener Körper auf einem Band, welches mit konstanter Geschwindigkeit v_0 umläuft. Dieser Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad wird auch in Lehrbüchern zur Modellierung reibungserregter Schwingungen verwendet [37, 46] und dient häufig als Ausgangspunkt für weiterführende Arbeiten [40, 93]. Die Bewegungsgleichung des Systems lautet

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = R, \quad (2.38)$$

worin m die Masse des Körpers, d die Dämpferkonstante und c die Federsteifigkeit bezeichnen. Für die Reibkraft soll zunächst COULOMB'sche Reibung $R = \mu(v_{rel})N$ angenommen werden, wobei $v_{rel} = v_0 - \dot{x}$ die Relativgeschwindigkeit zwischen Unterlage und Masse beschreibt.

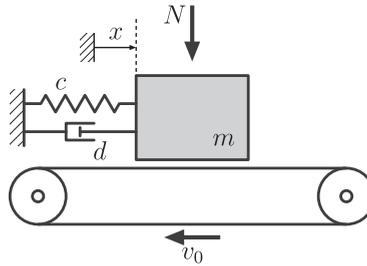


Abbildung 2.14: Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad

Wie eingangs beschrieben, lassen sich reibungserregte Schwingungen auf den Stabilitätsverlust eines stationären Zustandes zurückführen, so dass im Folgenden die Stabilität der Ruhelage $x = x_0 = \frac{\mu(v_0)N}{c}$ untersucht wird. Eine TAYLOR-Entwicklung der Reibkraft in der Nähe der Ruhelage liefert für $x = x_0 + \Delta x$

$$\begin{aligned} R = \mu(v_{rel})N &\approx \left(\mu(v_0) + \frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} \Big|_{v_0} \underbrace{\frac{\partial v_{rel}}{\partial \dot{x}}}_{=-1} \Delta \dot{x} \right) N \\ &= (\mu_0 - \mu_1 \Delta \dot{x}) N, \end{aligned} \quad (2.39)$$

so dass nach Subtrahieren der stationären Lösung die Störungsgleichung

$$m\Delta\ddot{x} + (d + \mu_1 N)\Delta\dot{x} + c\Delta x = 0 \quad (2.40)$$

folgt. Hierin beschreibt $\mu_1 = \frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} \Big|_{v_0}$ den Gradienten des Reibungskoeffizienten im Betriebspunkt, der zusammen mit der Strukturdämpfung d auf eine effektive Dämpfung $d_{eff} = d + \mu_1 N$ führt.

Im Fall einer positiven effektiven Dämpfung klingen aufgebrachte Störungen ab, die Ruhelage ist also stabil. Für $d > 0$ tritt dieses Verhalten auf, wenn der Reibwertgradient nicht negativ ist oder die Strukturdämpfung ausreicht um einen negativen Reibwertgradienten zu kompensieren. Andererseits ist die Ruhelage instabil, wenn ein negativer Reibwertgradient nicht durch die Strukturdämpfung kompensiert werden kann. In diesem Fall nimmt die effektive Dämpfung negative Werte an und führt zum Aufklingen kleinster Störungen und damit zur Entstehung von reibungserregten Schwingungen.

Es lässt sich folgern, dass besonders Systeme mit geringer Strukturdämpfung anfällig für reibungserregte Schwingungen sind. Neben der fallenden Reibkennlinie ist auch die vorherrschende Normalkraft für die Beurteilung des Stabilitätsverhaltens von Bedeutung, da der Reibwertgradient mit der Normalkraft skaliert wird. Dass das Auftreten eines negativen Reibwertgradienten durchaus von praktischer Relevanz ist, hatten bereits die Überlegungen in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt.

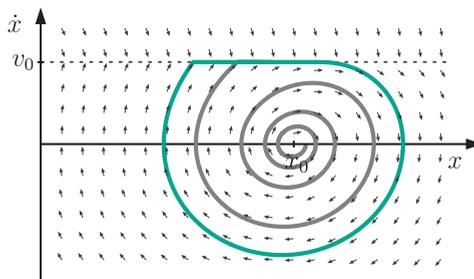


Abbildung 2.15: Negativer Reibwertgradient: Phasenportrait (COULOMB'sche Reibung)

Für ein Modell mit negativer effektiver Dämpfung zeigt Abbildung 2.15 das zugehörige Phasenportrait. Eine exemplarische Trajektorie startet in der Nähe der Ruhelage und führt nach Ansteigen der Schwingungsamplituden auf den durch die Haftgerade $\dot{x} = v_0$ bestimmten Grenzzyklus. Charakteristisch für diesen Grenzzyklus ist das abwechselnde Auftreten von Haft- ($\dot{x} = v_0$) und Gleitphasen ($\dot{x} \neq v_0$), weshalb die so hervorgerufene Schwingungsform als Ruckgleiten (*stick-slip*) bezeichnet wird. Für weiterführende Untersuchungen wird an dieser Stelle auf die Literatur verwiesen [49, 112].

In den vorangegangenen Abschnitten wurden unterschiedliche Ansätze zur Verbesserung der Modellierung von Reibkontakten vorgestellt. Unter anderem berücksichtigen das LuGre- und das elasto-plastische Modell neben der Kontaktnachgiebigkeit auch von der Relativgeschwindigkeit abhängige Reibkennlinien.

Demnach sollten diese Modelle in der Lage sein, den soeben untersuchten Mechanismus zur Entstehung reibungserregter Schwingungen abzubilden [9].

Unter Verwendung des LuGre-Modells lauten die Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_{rel}, \quad (2.41)$$

$$\dot{z} = v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{s(v_{rel})}. \quad (2.42)$$

Für $v_0 > 0$ ergibt sich die stationäre Lösung

$$x_0 = \frac{s(v_0) + \sigma_2 v_0}{c}, \quad z_0 = \frac{s(v_0)}{\sigma_0}, \quad (2.43)$$

so dass die Störungsgleichungen

$$m\Delta\ddot{x} + (d + \sigma_2)\Delta\dot{x} + c\Delta x = \sigma_0\Delta z + \sigma_1\Delta\dot{z}, \quad (2.44)$$

$$\Delta\dot{z} = -\frac{v_0}{s(v_0)} \left(\frac{\partial s}{\partial v_{rel}} \Big|_{v_0} \Delta\dot{x} + \sigma_0\Delta z \right) \quad (2.45)$$

folgen. Die Stabilitätsuntersuchung der Ruhelage führt auf einen unübersichtlichen Ausdruck für die Stabilitätsgrenze, die sich unter Vernachlässigung der Mikro-dämpfung ($\sigma_1 = 0$) in kompakter Form angeben lässt. Demnach ist die Ruhelage stabil, falls

$$c(d + \sigma_2) + \left(d + \sigma_2 + \frac{\partial s}{\partial v_{rel}} \Big|_{v_0} \right) \left(m \frac{v_0^2}{z_0^2} + (d + \sigma_2) \frac{v_0}{z_0} \right) > 0 \quad (2.46)$$

gilt. Folglich kann eine fallende Reibkennlinie mit $\frac{\partial s}{\partial v_{rel}} \Big|_{v_0} < 0$ wie schon bei der Modellierung mit starrem Kontakt zum Stabilitätsverlust der Ruhelage führen.

Das entsprechende Phasenportrait ist in Abbildung 2.16 dargestellt und weist große Ähnlichkeit zum Modell mit starrem Kontakt auf. Zu Beginn der Haftphase kann ein leichtes Überschwingen beobachtet werden, welches sich auf die Nachgiebigkeit des Kontaktes zurückführen lässt. Während Amplitude und Frequenz dieser Schwingung maßgeblich durch den Steifigkeitsparameter σ_0 gesteuert werden, führt eine Erhöhung der Mikro-dämpfung σ_1 zu einem schnelleren Abklingen der Schwingungen.

Vergleichbare Ergebnisse lassen sich auch für das elasto-plastische Modell erzielen. Ausführlichere Betrachtungen sind zudem bei DANKOWICZ und NORDMARK [27] sowie bei HOFFMANN [51] zu finden.

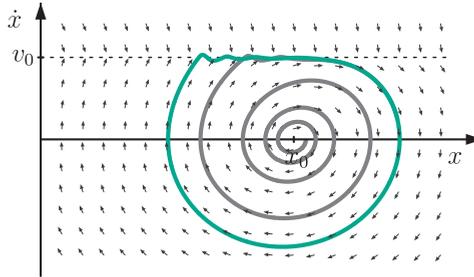


Abbildung 2.16: Negativer Reibwertgradient: Phasenportrait (LuGre-Modell)

2.4.2 Nicht-konservative Kopplung

Der soeben beschriebene Mechanismus, bei dem eine fallende Reibkennlinie zur Entstehung von reibungserregten Schwingungen führt, dient in erster Linie zur Interpretation niederfrequenter Schwingungsphänomene. Insbesondere kann das hochfrequente Quietschen von Fahrzeugbremsen nicht auf diese Weise erklärt werden, zumal auch bei nahezu konstanten Reibkennlinien entsprechende Schwingungen auftreten können [49].

Als mögliche Ursache für reibungserregte Schwingungen bei konstantem Reibwert wurde die nicht-konservative Kopplung von Schwingungsmoden identifiziert, für deren Modellierung eine Vielzahl von Ansätzen existiert. Dabei führen sowohl Modelle mit elastischen Balken oder Platten als auch nachgiebige Finite-Elemente-Modelle auf zirkulatorische Terme, so dass sich in der Literatur eine große Zahl mechanischer Ersatzmodelle mit entsprechender Kopplung entwickelt hat [52, 116]. Je nach Komplexität unterscheiden sich diese Modelle hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretation, führen aber letztendlich auf eine weitgehend identische Gleichungsstruktur. Als mechanisches Modell kann der in Abbildung 2.17 dargestellte Reibschwinger mit zwei Freiheitsgraden verwendet werden [53]. Mit den Dämpferkonstanten d_1 , d_2 und den Federsteifigkeiten c_1 , c_2 , c_3 , c_4 lauten die Bewegungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_4 \cos^2 \vartheta & c_4 \sin \vartheta \cos \vartheta \\ c_4 \sin \vartheta \cos \vartheta & c_2 + c_3 + c_4 \sin^2 \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ F \end{bmatrix}.$$

(2.47)

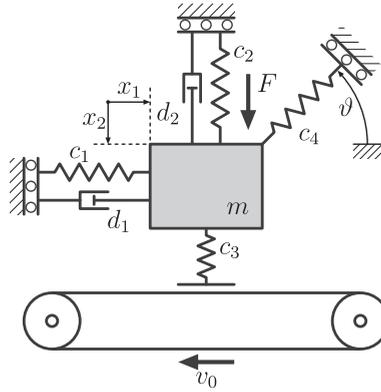


Abbildung 2.17: Reibschwinger mit zwei Freiheitsgraden

Zur Beschreibung der Reibkraft wird zunächst COULOMB'sche Reibung $R = \mu N = \mu c_3 x_2$ mit konstantem Reibungskoeffizienten und $v_{rel} = v_0 - \dot{x}_1 > 0$ verwendet. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann $\vartheta = 45^\circ$ gesetzt werden, so dass sich mit den Abkürzungen $2c = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4)$, $2c\kappa = c_1 - c_2 - c_3$ und nach Subtrahieren der stationären Lösung die Störungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{x}_1 \\ \Delta \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c(1 + \kappa) & \frac{1}{2}c_4 - \mu c_3 \\ \frac{1}{2}c_4 & c(1 - \kappa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

ergeben.

Für den Sonderfall $d_1 = d_2 = d$ lassen sich die Eigenwerte in der kompakten Form

$$\lambda = -\frac{d}{2m} \pm j \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{d}{2m}\right)^2 \pm \frac{1}{2m} \sqrt{4c^2\kappa^2 + c_4^2 - 2\mu c_3 c_4}} \quad (2.49)$$

angeben und führen nach kurzer Rechnung auf die Stabilitätsbedingung

$$4cd^2 + m(4c^2\kappa^2 + c_4^2 - 2\mu c_3 c_4) > 0. \quad (2.50)$$

An dieser Stelle wird die Bedeutung der durch die Reibung hervorgerufenen zirkulatorischen Terme ersichtlich. Demnach existiert ein kritischer Reibwert $\mu = \mu_{krit}$, oberhalb dessen die stationäre Lösung ihre Stabilität verliert und es zum Auftreten reibungserregter Schwingungen kommt. Ebenso werden hier die Art der Kopplung und damit der Mechanismus, welcher den Stabilitätsverlust bewirkt, deutlich.

Für das Entstehen von reibungerregten Schwingungen erscheint einerseits die wechselseitige Kopplung der Freiheitsgrade über die schiefe Feder notwendig, während andererseits erst das Auftreten der einseitigen Kopplung über den Reibkontakt den Stabilitätsverlust ermöglicht.

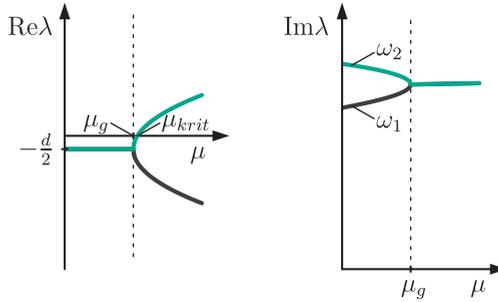


Abbildung 2.18: Nicht-konservative Kopplung; Eigenwerte für $d_1 = d_2 = d$ (COULOMB'sche Reibung)

In Abbildung 2.18 sind die Verläufe von Real- und Imaginärteil der Eigenwerte als Funktion des Reibwertes dargestellt, der sich an dieser Stelle als Verzweigungsparameter anbietet. Die Realteile verlaufen zunächst identisch bei $\text{Re}\lambda = -\frac{d}{2}$, bevor sie sich an der Stabilitätsgrenze des ungedämpften Problems $\mu = \mu_g$ verzweigen und schließlich bei $\mu = \mu_{krit}$ ein positiver Realteil auftritt. Währenddessen nähern sich die zugehörigen Eigenkreisfrequenzen ω_1 und ω_2 einander an und fallen bei $\mu = \mu_g$ zusammen, so dass an dieser Stelle die Interpretation des Vorgangs als Kopplung von Schwingungsmoden deutlich wird.

Für $d_1 \neq d_2$ kann gezeigt werden, dass keine vollständige Kopplung der Moden auftritt und das Auseinander- und Zusammenlaufen der Real- und Imaginärteile kontinuierliche Vorgänge sind. In diesem Fall folgt nach Auswertung des HURWITZ-Kriteriums die Stabilitätsbedingung

$$cd_1d_2((d_1 + d_2)^2 + \kappa(d_2 - d_1)) + 4m(c^2\kappa^2d_1d_2 + (d_1 + d_2)^2(c_4^2 - 2\mu c_3c_4)) > 0, \quad (2.51)$$

die sich für $d_1 = d_2$ wieder zum zuvor angegebenen Zusammenhang reduziert. An dieser Stelle wird auch der von HOFFMANN und GAUL [53] beschriebene, vermeintlich paradoxe Effekt deutlich, wonach das Hinzufügen nicht-proportionaler Dämpfung $d_1 \neq d_2$ einen destabilisierenden Einfluss haben kann. In Abhängigkeit der übrigen Parameter kann demnach eine Erhöhung von d_1 bei konstantem d_2 zu einer Verringerung von μ_{krit} führen.

Abschließend soll analog zum Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad der Einfluss der Kontaktnachgiebigkeit auf die Entstehung von reibungserregten Schwingungen untersucht werden. Für das LuGre-Modell liefert HOFFMANN [51] eine anschauliche Untersuchung, wobei durch die Wahl des Modells beide hier vorgestellten Instabilitätsmechanismen überlagert werden. Für die soeben diskutierte nicht-konservative Kopplung sollte das DAHL-Modell mit konstanter Reibcharakteristik ausreichend sein, um einen möglichen Stabilitätsverlust der stationären Lösung nachzuweisen.

In diesem Fall lauten die Bewegungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c(1+\kappa) & \frac{1}{2}c_4 \\ \frac{1}{2}c_4 & c(1-\kappa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ F \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

wobei die Reibkraft durch

$$R = \sigma_0 z, \quad (2.53)$$

$$\dot{z} = v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{\mu c_3 x_2} \quad (2.54)$$

beschrieben wird. Für die Störungsgleichungen folgt nach Subtrahieren der stationären Lösung $\{x_{10}, x_{20}, z_0\}$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{x}_1 \\ \Delta \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c(1+\kappa) & \frac{1}{2}c_4 \\ \frac{1}{2}c_4 & c(1-\kappa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 \Delta z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

mit

$$\Delta \dot{z} = v_0 \left(\frac{\Delta x_2}{x_{20}} - \frac{\Delta z}{z_0} \right). \quad (2.56)$$

Abbildung 2.19 zeigt den Verlauf der Eigenwerte unter Verwendung des DAHL-Modells. Wie schon beim Modell mit starrem Kontakt kann eine Verzweigung der Realteile beobachtet werden, während sich die Imaginärteile einander annähern. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich allerdings, dass keine vollständige Kopplung mehr auftritt, sondern sich die Realteile kontinuierlich voneinander entfernen und nur noch eine endliche Annäherung der Imaginärteile stattfindet. Zurückzuführen ist dies auf implizit im Modell enthaltene Dämpfungseigenschaften des Kontaktes. Hierdurch tritt in geringem Maße nicht-proportionale Dämpfung $d_{x_1} \neq d_{x_2}$ auf, was zu dem von HOFFMANN und GAUL [53] beschriebenen Verhalten führt [51]. Oberhalb eines kritischen Parameters $\mu = \mu_{krit}$ treten positive Realteile und damit reibungserregte Schwingungen auf. Bedingt durch die veränderte Modellierung mit nachgiebigem

Kontakt existiert hier zudem ein weiterer Eigenwert $\lambda = -\rho + j0$ mit $\rho \gg 1$, dessen Realteil aufgrund der Dimensionen nicht dargestellt ist.

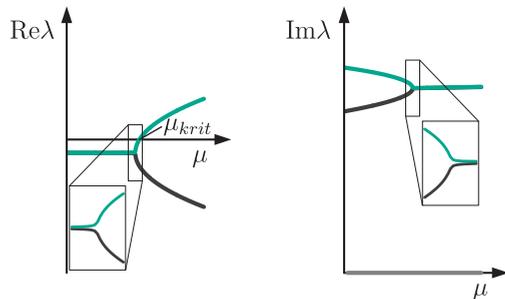


Abbildung 2.19: Nicht-konservative Kopplung: Eigenwerte für $d_1 = d_2 = d$ (DAHL-Modell)

3 Reibwertglättung: Modellierung mit starrem Kontakt

Die Verwendung überlagerter Schwingungen zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme ist seit Mitte des 20. Jahrhunderts dokumentiert und geht auf Beobachtungen aus der Umformtechnik über den Einfluss von Ultraschall zurück [90]. Erste Ansätze für eine entsprechende Modellbildung sind kurz darauf bei MITSKEVICH [80] zu finden, wobei sich ein grundlegendes Verständnis der maßgeblichen Vorgänge trotz langjähriger Nutzung erst wesentlich später entwickelte. Neben mehreren Arbeiten aus dem russischsprachigen Raum sind aus Sicht der Mechanik vor allem die Arbeiten von THOMSEN [110, 111] von Bedeutung, die über eine fundierte mathematische Modellbildung die quantitative Beschreibung der beobachteten Phänomene ermöglichen. Wenig später wurden ähnliche Ergebnisse von LITTMANN et al. [72], STORCK et al. [105] und KUMAR und HUTCHINGS [65] erzielt und durch entsprechende experimentelle Untersuchungen erweitert. Grundlage der genannten Arbeiten waren stets die Annahme COULOMB'scher Reibung sowie die Berechnung gemittelter Reibcharakteristiken zur Beurteilung des jeweiligen Systemverhaltens.

Das Ziel dieses Kapitels ist es, die in der Literatur etablierte Modellierung der Reibwertglättung aufzuarbeiten und zu ergänzen, bevor im folgenden Kapitel die erweiterte Modellierung mit nachgiebigen Kontakten thematisiert wird. Hierzu wird zunächst ein Überblick über mögliche technische Anwendungen der Reibwertglättung gegeben und so die Bedeutung einer umfassenden Beschreibung herausgestellt. In der Folge sollen die Einflüsse von longitudinaler und transversaler Schwingungserregung auf einfache mechanische Systeme analysiert und interpretiert werden.

Besondere Bedeutung kommt hierbei der mathematischen Modellbildung zu, so dass im Hinblick auf spätere Untersuchungen zwei Verfahren zur Herleitung der gemittelten Reibcharakteristiken eingeführt werden. Zum Teil können hier analytische Ergebnisse erzielt werden, die einerseits die physikalische Interpretation der zugrunde liegenden Mechanismen ermöglichen und andererseits als Vergleichslösung für weiterführende

Untersuchungen dienen. Ein Abgleich mit numerischen Simulationen zeigt zudem die zu erwartende Unterdrückung reibungserregter Schwingungen.

3.1 Technische Bedeutung

Ausgehend von den Beobachtungen von POHLMAN und LEHFELDT [90] entwickelten sich vor allem in der Umformtechnik viele Ansätze zur Verwendung von Ultraschall-schwingungen. Wie aus der Übersicht von EAVES et al. [31] hervorgeht, konnten durch die Reduktion von Reibkräften Fertigungsprozesse derart verbessert werden, dass kürzere Durchlaufzeiten oder bessere Oberflächenqualitäten erzielt wurden. Neben dem von POHLMAN und LEHFELDT betrachteten Drahtziehen wurden in der Folge viele Fertigungsverfahren, wie etwa Band-, Rohr- und Tiefziehen [101, 102], Pressformen [8] oder Extrudieren [1] durch den Einsatz überlagerter Schwingungen modifiziert. Ebenso konnten positive Auswirkungen von Ultraschall auf spanende Verfahren wie Drehen [11, 103], Bohren [32], Schneiden [63] oder Schleifen [107] gezeigt werden.

Zudem ergeben sich abseits der Fertigungstechnik vielfältige Anwendungsmöglichkeiten der Reibwertglättung. CUNEFARE und GRAF [23] erwägen den Einsatz überlagerter Schwingungen zur Unterdrückung des Quietschens von Bremsen. Zwar wurde die Möglichkeit zur Unterdrückung reibungserregter Schwingungen nachgewiesen, allerdings beruht diese auf der Reduktion der auftretenden effektiven Reibkräfte und erscheint daher hinsichtlich der Funktionserfüllung des Bremssystems zweifelhaft. Dennoch ermöglicht der Effekt der Reibwertglättung grundsätzlich das Vermeiden unerwünschter reibungserregter Schwingungen wie etwa im Rad-Schiene-Kontakt [89]. Weitere Anwendungen ergeben sich in der Lebensmittel- und Verfahrenstechnik [99] sowie in der Medizintechnik. Hier können überlagerte Schwingungen endoskopische Verfahren unterstützen [118] oder den Transport von Mikro-Robotern im Körper erleichtern [100].

Vor allem im Hinblick auf die zunehmende Miniaturisierung ergeben sich weitere Herausforderungen, so dass im Bereich miniaturisierter Fertigungsverfahren [18, 32] wie auch in der Positioniertechnik und Robotik reibungsarme Mechanismen angestrebt werden [62]. Zudem zeigt die Bandbreite der Anwendungen, welche Anforderungen auch zukünftig an die Auslegung entsprechender Systeme gestellt werden. Demnach erfordern die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten für den Effekt der Reibwertglättung eine umfangreiche Modellierung und genaue Kenntnisse über die zugrunde liegenden Mechanismen.

3.2 Longitudinaleffekt

Als *Longitudinaleffekt* wird im Kontext der Reibwertglättung die Reduktion der effektiven Reibkräfte durch die Überlagerung longitudinaler Schwingungen bezeichnet. Diese Längsschwingungen werden der makroskopischen Sollbewegung eines Systems überlagert. Wie von THOMSEN [110, 111] gezeigt wurde, kann der Longitudinaleffekt unter anderem zur Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen genutzt werden und bietet somit die Möglichkeit, das dynamische Verhalten reibungsbehafteter Systeme aktiv zu beeinflussen.

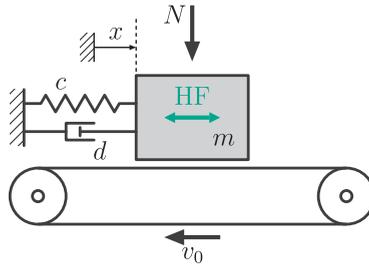


Abbildung 3.1: Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad und longitudinaler Schwingungserregung

Zur Untersuchung der grundlegenden Mechanismen kann wieder der Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad herangezogen werden, dessen Eigenschaften im vorangegangenen Kapitel diskutiert wurden. Dort hatte sich gezeigt, dass das dynamische Verhalten des Systems maßgeblich von der Reibcharakteristik abhängt und sich je nach Konfiguration ein Auf- oder Abklingen von Störungen ergibt. Wie in Abbildung 3.1 skizziert, soll das soweit bekannte System in der Folge hochfrequente Längsschwingungen ausführen und es ergibt sich unter der Annahme COULOMB'scher Reibung die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = R + maw^2 \sin \omega t. \quad (3.1)$$

Diese kann ohne großen Aufwand in eine dimensionslose Darstellung überführt werden. Unter Verwendung der dimensionslosen Zeitskala $\tilde{t} = \omega_0 t$, $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$ und der charakteristischen Länge L folgt

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{d\tilde{t}^2} + 2D \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} + \tilde{x} = \tilde{R} + \tilde{a} \Omega^2 \sin \Omega \tilde{t}, \quad (3.2)$$

worin $2D = \frac{d}{m\omega_0}$ das LEHR'sche Dämpfungsmaß und $\tilde{R} = \frac{R}{cL}$ die dimensionslose Reibkraft symbolisieren. Zudem bezeichnen $\tilde{x} = \frac{x}{L}$ und $\tilde{a} = \frac{a}{L}$ die auf die charakte-

ristische Länge bezogene Verschiebung und Amplitude sowie $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ das Verhältnis von Erreger- und Eigenkreisfrequenz. Da allerdings im weiteren Verlauf zusätzliche Zeitskalen benötigt werden, soll im Sinne einer konsistenten und übersichtlichen Notation auf die soeben skizzierte Entdimensionierung verzichtet werden. Stattdessen wird zunächst die dimensionsbehaftete Darstellung (3.1) beibehalten, die zudem eine gute Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit den später erfolgenden experimentellen Untersuchungen gewährleistet.

Methode der direkten Trennung der Bewegungen

Mithilfe der Methode der direkten Trennung der Bewegungen kann der Einfluss der schnellen Bewegung auf die langsame Dynamik des Systems untersucht werden. Unter der Annahme einer kleinen Amplitude $a \ll 1$ und einer hohen Erregerkreisfrequenz $\omega \gg 1$ mit $a\omega = \mathcal{O}(1)$ wird zunächst die Bewegung des Systems

$$x(t) = X(t) + \frac{1}{\omega} \varphi(t, \tau) \quad (3.3)$$

derart aufgeteilt, dass die langsame Dynamik durch $X(t)$ und überlagerte Bewegungen durch $\varphi(t, \tau)$ beschrieben werden. Darin beschreibt $\tau = \omega t$ eine separierte schnelle Zeitskala, während die Größenordnung der überlagerten Bewegung durch den Vorfaktor $\frac{1}{\omega} \ll 1$ festgelegt wird.

Diese intuitive Überlagerung einer langsamen und einer kleinen, schnellen Bewegung setzt gewissermaßen ein grundsätzliches Verständnis des betrachteten Systems voraus und impliziert bereits einen Teil der Lösung. Dementsprechend ermöglicht die Methode der direkten Trennung der Bewegung einen einfachen und anschaulichen Zugang zu Systemen mit hochfrequenter Schwingungserregung. Allerdings kann, wie später noch gezeigt wird, eine falsche Einschätzung des zu untersuchenden Systems eine fehlerhafte Anwendung der Methode bewirken, was wiederum auf falsche oder zumindest unvollständige Ergebnisse führt.

Das weitere Vorgehen ergibt sich im Wesentlichen durch das Bilanzieren von Termen gleicher Größenordnung, wobei vor allem der Einfluss der schnellen Bewegung auf die langsame Dynamik des Systems von Interesse ist. Das Einsetzen der zerlegten Bewegung in die Bewegungsgleichung liefert

$$m \left(\ddot{X} + \frac{1}{\omega} \ddot{\varphi} + 2\dot{\varphi}' + \omega\varphi'' \right) + d \left(\dot{X} + \frac{1}{\omega} \dot{\varphi} + \varphi' \right) + c \left(X + \frac{1}{\omega} \varphi \right) = R + m\omega^2 \sin \tau, \quad (3.4)$$

worin $(\cdot)' = \frac{\partial}{\partial \tau}$ die Ableitung nach der schnellen Zeit symbolisiert. Eine Bilanz von Termen der Größenordnung $\mathcal{O}(\omega^1)$ führt auf

$$m\varphi'' = ma\omega \sin \tau, \quad (3.5)$$

so dass sich für die schnelle Bewegung

$$\varphi = \varphi(\tau) = -a\omega \sin \tau \quad (3.6)$$

ergibt. Für die vollständige Bewegung des Systems folgt daraus erwartungsgemäß

$$x(t) = X(t) - a \sin \omega t. \quad (3.7)$$

Dabei wurde zur Bestimmung der auftretenden Integrationskonstanten die Normierungsbedingung

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\tau) d\tau = 0 \quad (3.8)$$

einer mittelwertfreien schnellen Bewegung berücksichtigt, welche für die Vollständigkeit der Bewegungszerlegung erforderlich ist und der Bedingung für die Beschränktheit der partikulären Lösung entspricht [108, 110].

Die langsame Dynamik des Systems wird durch die übrigen Terme der Größenordnung $\mathcal{O}(\omega^0)$ bestimmt. Eine Mittelung bezüglich der schnellen Zeit τ führt auf die autonome Bewegungsgleichung

$$m\ddot{X} + d\dot{X} + cX = \langle R \rangle \quad (3.9)$$

und zeigt den Einfluss der schnellen Bewegung auf die langsame Systemdynamik. Während die Erregung aus der Beschreibung verschwindet, tritt auf der rechten Seite die über eine Periode der schnellen Bewegung gemittelte Reibkraft

$$\langle R \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R d\tau \quad (3.10)$$

auf. Maßgeblich für das dynamische Verhalten des Systems ist demnach die bezüglich der Erregung gemittelte Reibcharakteristik.

Mittelwertbildungsverfahren

Die Methode der direkten Trennung der Bewegungen erfordert spezielle Kenntnisse über das zu untersuchende System und erscheint insbesondere im Hinblick auf die Untersuchung von Systemen mit nachgiebigen Kontakten wenig vorteilhaft. Im Folgenden wird daher ein Mittelwertbildungsverfahren skizziert, welches einerseits die soeben gefundenen Zusammenhänge bestätigen und andererseits als Grundlage für weiterführende Untersuchungen dienen soll.

Das Einführen der dimensionslosen Zeitskala $\tau = \omega t$ führt auf die Bewegungsgleichung

$$m\omega^2 x'' + d\omega x' + cx = R + m\omega^2 \sin \tau, \quad (3.11)$$

die sich ebenso als System von Gleichungen erster Ordnung

$$x' = \varepsilon v, \quad (3.12)$$

$$mv' = \varepsilon(-dv - cx + R) + m\omega \sin \tau \quad (3.13)$$

darstellen lässt. Hierin kann $\varepsilon = \frac{1}{\omega} \ll 1$ als kleiner Parameter im Sinne der Störungsrechnung aufgefasst werden. Unter Vernachlässigung kleiner Terme ergibt sich zunächst das ungestörte System

$$x' = 0, \quad (3.14)$$

$$mv' = m\omega \sin \tau, \quad (3.15)$$

dessen Lösung als

$$x = X, \quad (3.16)$$

$$v = V - a\omega \cos \tau \quad (3.17)$$

angegeben werden kann. Diese Lösung des ungestörten Problems wird nun als Transformation auf langsame Variablen X, V verwendet, welche wie schon zuvor die langsame Dynamik des Systems beschreiben. Für die Gleichungen der langsamen Bewegungen ergibt sich entsprechend

$$X' = \varepsilon(V - a\omega \cos \tau), \quad (3.18)$$

$$mV' = \varepsilon(-d(V - a\omega \cos \tau) - cX + R), \quad (3.19)$$

so dass beide Gleichungen einen kleinen Parameter auf der rechten Seite und damit die Standardform für Mittelwertbildung aufweisen. Daraus folgen die gemittelten Gleichungen

$$X' = \varepsilon V, \quad (3.20)$$

$$mV' = \varepsilon(-dV - cX + \langle R \rangle) \quad (3.21)$$

und nach Reskalierung der Zeit ergibt sich die Gleichung zweiter Ordnung

$$m\ddot{X} + d\dot{X} + cX = \langle R \rangle. \quad (3.22)$$

Das Mittelwertbildungsverfahren führt also auf die gleiche Beschreibung der langsamen Dynamik wie zuvor die Methode der direkten Trennung der Bewegungen, so dass sich beide Verfahren für die Untersuchung der gegebenen Problemstellung gleichermaßen eignen. Später erfordert die Berücksichtigung von nachgiebigen Kontakten jedoch eine veränderte Systembeschreibung, die eine Anwendung der Methode der direkten Trennung der Bewegungen erheblich erschwert. Für weiterführende Untersuchungen wird daher das soeben skizzierte Mittelwertbildungsverfahren verwendet.

3.2.1 Coulomb'sche Reibung mit konstantem Reibwert

Bis zu diesem Punkt wurde die Reibkraft nicht näher spezifiziert. Für eine erste Betrachtung soll zunächst COULOMB'sche Reibung mit einem konstanten Reibungskoeffizienten angenommen werden. Aus der vorangegangenen Betrachtung ergibt sich die Relativgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} v_{rel} &= v_0 - \dot{x} \\ &= v_0 - (\dot{X} - a\omega \cos \tau) \\ &= V_{rel} + a\omega \cos \tau \end{aligned} \quad (3.23)$$

und für die mittlere Reibkraft folgt unter Vernachlässigung von Haftphasen

$$\begin{aligned} \langle R \rangle &= \frac{\mu N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{sgn}(V_{rel} + a\omega \cos \tau) d\tau \\ &= \mu N \begin{cases} \operatorname{sgn}(V_{rel}), & |V_{rel}| \geq a\omega \\ \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{V_{rel}}{a\omega}\right), & |V_{rel}| < a\omega \end{cases} = \bar{R}(V_{rel}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Demnach ergibt sich durch die Überlagerung longitudinaler Schwingungen eine geschwindigkeitsabhängige effektive Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$. Darin beschreibt V_{rel} die makroskopisch wahrnehmbare Relativgeschwindigkeit, also die Relativgeschwindigkeit ohne überlagerte Schwingungen, und kann bezüglich der Mittelwertbildung als konstanter Parameter betrachtet werden. Für eine Ruhelage der gemittelten Systembeschreibung gilt entsprechend $V_{rel} = v_0$. Tatsächlich wird der Verlauf der modifizierten Reibcharakteristik durch das Verhältnis $\zeta = \frac{V_{rel}}{a\omega}$ der makroskopischen Relativgeschwindigkeit und der Geschwindigkeitsamplitude der überlagerten Schwingungen vollständig beschrieben [72]. Zugunsten einer verbesserten Anschauung soll aber zunächst die dimensionsbehaftete Beschreibung beibehalten werden.

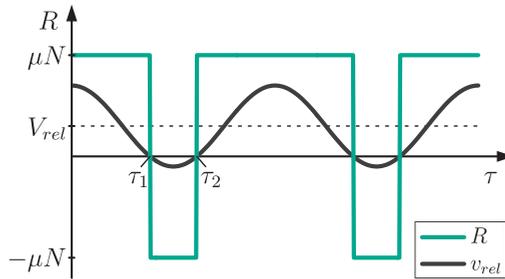


Abbildung 3.2: Longitudinaleffekt: Reibkraft und Relativgeschwindigkeit für $0 < V_{rel} < a\omega$

Der zeitliche Verlauf von Reibkraft und Relativgeschwindigkeit ist für $0 < V_{rel} < a\omega$ in Abbildung 3.2 dargestellt. In diesem Fall nimmt die Relativgeschwindigkeit zwischen $\tau_1 = \arccos\left(-\frac{V_{rel}}{a\omega}\right)$ und $\tau_2 = 2\pi - \tau_1$ periodisch negative Werte an und führt zu einem Vorzeichenwechsel der Reibkraft. Folglich ist die über eine Periode gemittelte Reibkraft geringer als die entsprechende Reibkraft ohne überlagerte Schwingungen. Für $|V_{rel}| \geq a\omega$ tritt hingegen kein Vorzeichenwechsel mehr auf, so dass weiterhin $R = \mu N \text{sgn}(V_{rel})$ gilt. Die Überlagerung longitudinaler Schwingungen hat in diesem Fall keinen Einfluss auf die Reibkraft.

Abbildung 3.3 zeigt die entsprechenden Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen. Während im Fall ohne überlagerte Schwingungen die Reibkraft stets auf dem Niveau COULOMB'scher Reibung liegt, kann bei entsprechender Überlagerung longitudinaler Schwingungen eine Reduktion der mittleren Reibkräfte beobachtet werden. Im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ resultiert somit eine geglättete Reibkennlinie, die auf den periodischen, mit der Überlagerung einhergehenden Vorzeichenwechsel der Reibkraft zurückzuführen ist.

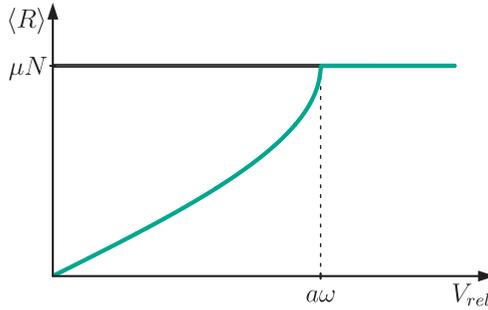


Abbildung 3.3: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen

An dieser Stelle wird ersichtlich, weshalb der deutschsprachige Begriff *Reibwertglättung* in gewisser Weise irreführend erscheint. Einerseits hängt die Definition eines Reibwertes von der vorgenommenen Modellierung ab und existiert in dieser Form nur bei Verwendung des nach COULOMB benannten Modells für trockene Reibung. Andererseits wird durch die Überlagerung longitudinaler Schwingungen nicht der Reibwert, sondern das Vorzeichen der Reibkraft beeinflusst, so dass der beobachtete Effekt der Glättung nur auf die makroskopische Reibcharakteristik und nicht auf den Reibwert zutrifft.

Festzuhalten bleibt folglich eine signifikante Auswirkung longitudinaler Schwingungen auf die effektive Reibkennlinie. Demnach wird das ursprünglich nicht-glatte Verhalten des reibungsbehafteten Systems derart verändert, dass im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten eine geglättete Kennlinie und damit eine äquivalente viskose Dämpfung auftritt [111].

3.2.2 Coulomb'sche Reibung mit Stribeck-Charakteristik

Ähnliche Ergebnisse lassen sich auch unter Berücksichtigung einer geschwindigkeitsabhängigen Reibcharakteristik

$$s(v_{rel}) = F_C + (F_S - F_C) \exp\left(-\left|\frac{v_{rel}}{v_s}\right|^{\alpha_s}\right) \quad (3.25)$$

erreichen, worin $F_C = \mu N$ wieder COULOMB'sche Gleitreibung und F_S die maximale Haftkraft bezeichnen. Das mathematische Vorgehen bleibt unverändert gültig und mit $R = s(v_{rel})\text{sgn}(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel}$ ergibt sich die mittlere Reibkraft

$$\langle R \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(s(v_{rel}) \operatorname{sgn}(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel} \right) d\tau = \overline{R}, \quad (3.26)$$

deren analytische Auswertung nur teilweise möglich ist und die daher in der Regel numerisch berechnet werden muss.

Ist dennoch eine analytische Lösung von Interesse, so kann diese unter Verwendung einiger Vereinfachungen erreicht werden. Für $|V_{rel}| < a\omega$ gilt

$$\begin{aligned} \langle R \rangle &= \frac{2F_C}{\pi} \arcsin\left(\frac{V_{rel}}{a\omega}\right) + \sigma_2 V_{rel} \\ &\quad + \frac{F_S - F_C}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\left|\frac{V_{rel} + a\omega \cos \tau}{v_s}\right|^{\alpha_s}\right) \operatorname{sgn}(V_{rel} + a\omega \cos \tau) d\tau \\ &\approx \frac{2F_C}{\pi} \arcsin\left(\frac{V_{rel}}{a\omega}\right) + \sigma_2 V_{rel}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$(3.28)$$

wobei für das Integral keine analytische Lösung verfügbar ist und die Näherung für $F_S \approx F_C$ gute Ergebnisse liefert. Unter der Voraussetzung des Sonderfalls $\alpha_s = 1$ ergibt sich für $|V_{rel}| \geq a\omega$

$$\begin{aligned} \langle R \rangle &= \left[F_C + \frac{F_S - F_C}{2\pi} \exp\left(-\frac{|V_{rel}|}{v_s}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{a\omega \cos \tau}{v_s}\right) d\tau \right] \operatorname{sgn}(V_{rel}) + \sigma_2 V_{rel} \\ &= \left[F_C + \frac{F_S - F_C}{2\pi} \exp\left(-\frac{|V_{rel}|}{v_s}\right) I_0\left(\frac{a\omega}{v_s}\right) \right] \operatorname{sgn}(V_{rel}) + \sigma_2 V_{rel}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

worin I_0 die modifizierte Bessel-Funktion erster Gattung symbolisiert.

Die numerisch ermittelten Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Während sich ohne Überlagerung die bereits bekannte STRIBECK-Kurve ergibt, führt eine entsprechende Schwingungserregung zu einer geglätteten Kennlinie im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$. Wie schon unter der Annahme eines konstanten Reibungskoeffizienten erhält die ursprünglich nicht-glatte Reibcharakteristik aufgrund der überlagerten Schwingungen die Eigenschaften viskoser Dämpfung, so dass folglich die fallende Reibkennlinie im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten unterdrückt wird.

Eine Überhöhung der mittleren Reibkräfte kann hingegen im Bereich $|V_{rel}| \approx a\omega$ beobachtet werden. Da bei der Modulation der Relativgeschwindigkeit zwangsläufig Bereiche mit höheren Reibkräften durchlaufen werden, ergibt sich dementsprechend für $|V_{rel}| \geq a\omega$ eine Erhöhung der gemittelten Reibkraft. Wie von THOMSEN [110] untersucht wurde, können auch in diesem Bereich reibungserregte Schwingungen auftreten. Häufig sind diese von geringer Relevanz, da sie je nach Intensität der

Erregung zu kleineren Amplituden führen und aufgrund des geringen Gradienten der Reibkennlinie leicht durch die Strukturdämpfung zu kompensieren sind. Andererseits erlangen diese reibungserregten Schwingungen größere Bedeutung, falls die überlagerten Schwingungen nicht ausreichen, um einen ausreichend kleinen Gradienten der Reibkennlinie zu bewirken.

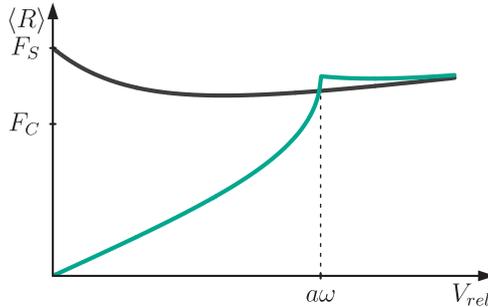


Abbildung 3.4: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (mit STRIBECK-Charakteristik)

3.2.3 Unterdrückung reibungserregter Schwingungen

Negativer Reibwertgradient

Analog zu Abschnitt 2.4 kann auf Grundlage der gemittelten Bewegungsgleichung (3.22) die langsame Dynamik des Systems untersucht werden. Zu beachten ist hierbei, dass es sich um eine gemittelte Beschreibung der Bewegung handelt und daher die überlagerten Schwingungen nicht enthalten sind. Demnach folgt für die langsame Bewegung eine Ruhelage $X = X_0$, deren Stabilität im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ untersucht werden soll. In der vollständigen Systembeschreibung entspricht diese Ruhelage Schwingungen mit kleiner Amplitude und hoher Frequenz.

Unter Vernachlässigung des zuvor numerisch ausgewerteten Integrals aus Gleichung (3.27) ergibt sich die Ruhelage

$$X_0 = \frac{\bar{R}(v_0)}{c} \approx \frac{2}{\pi} \frac{F_C}{c} \arcsin\left(\frac{v_0}{a\omega}\right) + \frac{\sigma_2}{c} v_0, \quad (3.30)$$

die in Abhängigkeit der Parameter erkennbar unterhalb der ursprünglichen Ruhelage $x_0 = \frac{s(v_0) + \sigma_2 v_0}{c}$ ohne überlagerte Schwingungen liegt. Diese Verschiebung der Ruhelage (*bias*) ist auf die Reduktion der mittleren Reibkraft zurückzuführen und kennzeichnet

einen wichtigen Effekt überlagerter hochfrequenter Schwingungen [111]. Eine TAYLOR-Entwicklung der mittleren Reibkraft in der Nähe der Ruhelage führt auf

$$\begin{aligned} \bar{R} &\approx \bar{R}(v_0) + \frac{\partial \bar{R}}{\partial v_{rel}} \bigg|_{v_0} \underbrace{\frac{\partial v_{rel}}{\partial \dot{X}}}_{=-1} \Delta \dot{X} \\ &\approx \bar{R}(v_0) - \left(\frac{2F_C}{\pi \sqrt{(a\omega)^2 - v_0^2}} + \sigma_2 \right) \Delta \dot{X} \\ &= \bar{R}(v_0) - (h + \sigma_2) \Delta \dot{X} \end{aligned} \quad (3.31)$$

und für die entsprechende Störungsgleichung ergibt sich

$$m\Delta \ddot{X} + (d + h + \sigma_2)\Delta \dot{X} + c\Delta X = 0. \quad (3.32)$$

Daraus folgt wegen $h = \frac{\partial \bar{R}}{\partial v_{rel}} \big|_{v_0} > 0$ eine positive effektive Dämpfung, so dass die Ruhelage der langsamen Bewegung für kleine Relativgeschwindigkeiten $|v_{rel}| < a\omega$ stabil ist.

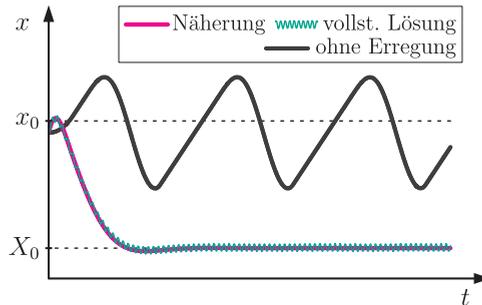


Abbildung 3.5: Longitudinaleffekt: Auslenkungsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen

Für das ursprüngliche nichtlineare System sind in Abbildung 3.5 exemplarische Zeitverläufe der Auslenkung x mit und ohne überlagerte Schwingungen dargestellt. Im Fall überlagerter Schwingungen werden dabei die Lösungen des vollständigen Systems und der gemittelten Beschreibung verglichen. Während im Fall ohne Erregung reibungserregte Schwingungen mit großer Amplitude auftreten, führen überlagerte Längsschwingungen zu einer qualitativen Veränderung des Systemverhaltens.

Nach Abklingen der Anfangsbedingungen stellt sich ein stationärer Zustand kleiner hochfrequenter Schwingungen um die veränderte Ruhelage ein. Die Näherungslösung für die langsame Dynamik weist dabei eine sehr gute Übereinstimmung mit der Lösung des vollständigen Systems auf.

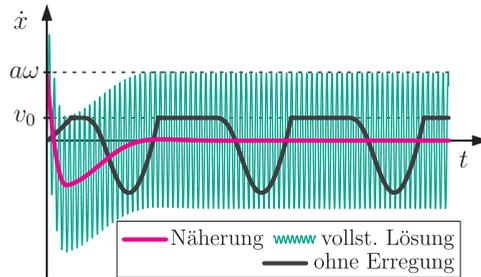


Abbildung 3.6: Longitudinaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen

Abbildung 3.6 zeigt die zugehörigen Geschwindigkeitsverläufe. Im Fall ohne überlagerte Schwingungen kann der bereits bekannte Stick-Slip-Grenzyklus mit abwechselnden Haft- ($\dot{x} = v_0$) und Gleitphasen ($\dot{x} \neq v_0$) beobachtet werden. Bei den Geschwindigkeitsverläufen mit Erregung sind die überlagerten Schwingungen deutlich erkennbar, da für das Erreichen eines geglätteten Verhaltens die Geschwindigkeitsamplitude $a\omega$ die Geschwindigkeit der Unterlage v_0 übersteigen muss. Auch hier bildet die Näherungslösung die langsame Dynamik des Systems gut ab.

Mithilfe einer geeigneten Überlagerung longitudinaler Schwingungen kann demnach das Auftreten von reibungserregten Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie verhindert werden. Unter der Annahme eines starren Kontaktes geht die Reduktion der effektiven Reibkraft auf den periodischen Vorzeichenwechsel der Relativgeschwindigkeit zurück und führt auf eine geglättete Reibkennlinie. Damit ergibt sich im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten eine positive effektive Dämpfung, so dass die ursprünglich instabile Ruhelage mithilfe überlagerter Schwingungen stabilisiert werden kann.

Nicht-konservative Kopplung

Von HOFFMANN et al. [54] wurde der Einfluss überlagerter longitudinaler Schwingungen auf das Auftreten reibungsinduzierter Flutter-Instabilitäten bei konstantem Reibwert untersucht. Eine entsprechende Zerlegung in langsame und schnelle Bewegungen führt auf eine identische effektive Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$ wie das Modell mit konstantem Reibwert und einem Freiheitsgrad. Unter Verwendung der

Notation $\bar{R} = \bar{\mu}N$ ergeben sich analog zu Gleichung (2.48) die Störungsgleichungen für die langsamen Bewegungen

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{X}_1 \\ \Delta \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 + \bar{\mu}_1 c_3 X_{20} & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{X}_1 \\ \Delta \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c(1 + \kappa) & \frac{1}{2}c_4 - \bar{\mu}_0 c_3 \\ \frac{1}{2}c_4 & c(1 - \kappa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Hierin bezeichnen $\bar{\mu}_0 = \bar{\mu}(v_0) = \frac{\bar{R}(v_0)}{N}$ und $\bar{\mu}_1 = \left. \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial v_{rel}} \right|_{v_0}$ die effektive Reibcharakteristik und deren Ableitung im Betriebspunkt sowie X_{20} die stationäre Auslenkung in x_2 -Richtung.

Die überlagerte Bewegung beeinflusst dabei wie erwartet die durch COULOMB'sche Reibung hervorgerufenen zirkulatorischen Terme, wodurch der zum Stabilitätsverlust führende Mechanismus allerdings nicht unmittelbar beeinträchtigt wird. Andererseits liefert die effektive Reibcharakteristik kleinere zirkulatorische Terme und aufgrund ihrer Geschwindigkeitsabhängigkeit einen zusätzlichen Beitrag zur Dämpfungsmatrix. Daher verändert sich zwar nicht der Instabilitätsmechanismus, wohl aber der Parameterbereich stabiler Lösungen.

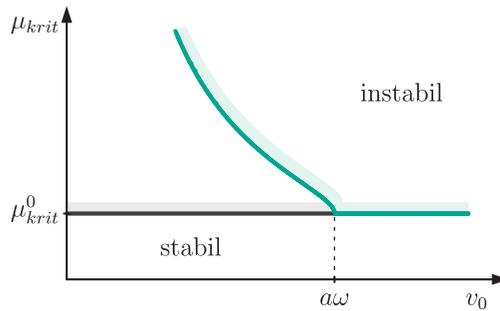


Abbildung 3.7: Longitudinaleffekt: Stabilitätsgrenzen für nicht-konservative Kopplung

Die Stabilitätsgrenze kann wie schon im vorangegangenen Kapitel mithilfe des HURWITZ-Kriteriums ermittelt werden. Da die zugehörige Gleichung strukturell der Stabilitätsbedingung aus Gleichung (2.51) entspricht und auf lange, unübersichtliche Terme führt, erfolgt die Auswertung in diesem Fall numerisch. Abbildung 3.7 zeigt den Verlauf der Stabilitätsgrenze μ_{krit} mit und ohne überlagerte Schwingungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v_0 der Unterlage. Wie bereits im vorangegangenen Kapitel diskutiert wurde, ist die Stabilitätsgrenze μ_{krit}^0 im Fall ohne überlagerte Schwingungen unabhängig von der Relativgeschwindigkeit. Bei einer entsprechenden

Überlagerung longitudinaler Schwingungen wird die Stabilitätsgrenze für kleine Geschwindigkeiten $|v_0| < a\omega$ derart verschoben, dass sich der Bereich stabiler Lösungen vergrößert.

Der Übergangsbereich $|v_0| \approx a\omega$ hängt dabei stark von der stationären Auslenkung X_{20} ab, da der Gradient $\bar{\mu}_1$ der Reibkennlinie an dieser Stelle eine Singularität aufweist. Für bestimmte Parameter kann daher das von HOFFMANN und GAUL [53] beschriebene Verhalten auftreten, wonach nicht-proportionale Dämpfung zur Destabilisierung eines stationären Zustandes führen kann. Grundsätzlich können überlagerte longitudinale Schwingungen aber zur Unterdrückung von reibungerregten Schwingungen aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung führen.

3.2.4 Schwache Erregung: kombinierte Selbst- und Fremderregung

Abschließend soll anhand des Reibschwingers mit einem Freiheitsgrad und fallender Reibkennlinie der Fall diskutiert werden, in dem trotz einer Überlagerung longitudinaler Schwingungen reibungerregte Schwingungen auftreten. Abbildung 3.8 zeigt die entsprechenden effektiven Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen, wobei eine Erregung mit geringer Intensität zwar eine Glättung der Reibkennlinie, aber keine vollständige Unterdrückung des fallenden Abschnittes bewirkt. In der Folge treten Selbst- und Fremderregung simultan auf und erzeugen ein komplexes dynamisches Verhalten.

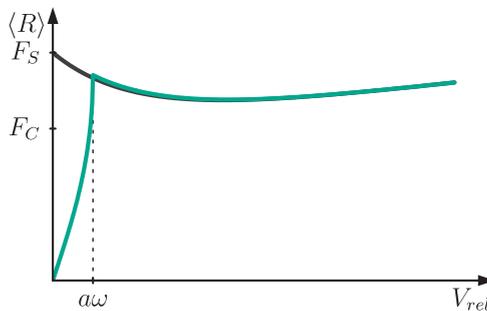


Abbildung 3.8: Schwache Erregung: Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen

Von besonderem Interesse erscheint in diesem Zusammenhang der Übergang des ursprünglich nicht-glatten Systemverhaltens zum gewünschten, durch die Überlagerung longitudinaler Schwingungen erzielten, geglätteten Verhalten. Für eine

festen Relativgeschwindigkeit V_{rel} kann durch sukzessive Erhöhung der Erregerkreisfrequenz ω der Bereich stabiler Lösungen vergrößert und auf diese Weise der beschriebene Übergang untersucht werden. Konkret werden mithilfe von Zeitsimulationen und für unterschiedliche Anfangsbedingungen POINCARÉ-Abbildungen der jeweiligen Lösung berechnet, die einen Einblick in die Systemdynamik vermitteln.

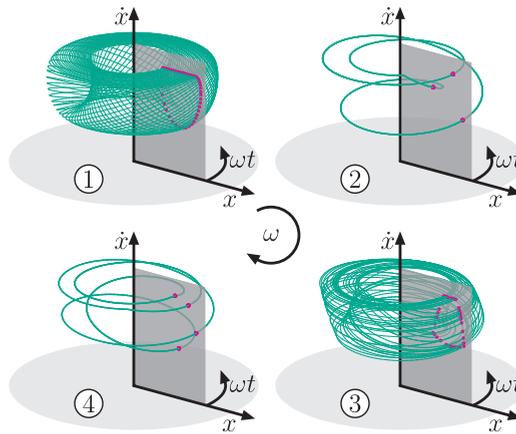


Abbildung 3.9: Trajektorien und POINCARÉ-Schnitte ausgewählter Lösungen

Die Trajektorien einiger ausgewählter Lösungen sind in Abbildung 3.9 zusammen mit den zugehörigen POINCARÉ-Schnitten dargestellt. In Abhängigkeit der Erregerfrequenz und der übrigen Parameter ergibt sich ein komplexes dynamisches Verhalten des Systems, welches neben periodischen auch quasi-periodische und chaotische Lösungen aufweist.

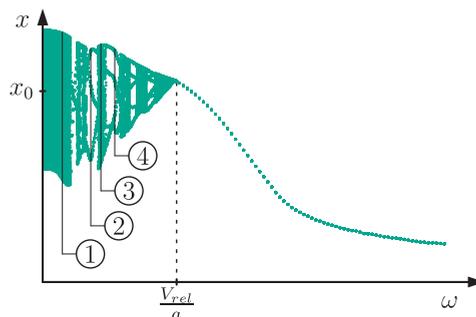


Abbildung 3.10: Lösungsverhalten in Abhängigkeit der Erregerkreisfrequenz

Im Hinblick auf die inhaltliche Ausrichtung der Arbeit wird an dieser Stelle auf eine eingehende Untersuchung und Klassifizierung der beobachteten Lösungen verzichtet und stattdessen auf die einschlägige Literatur verwiesen [6, 34, 50, 83, 92].

Abbildung 3.10 zeigt die Auslenkungen x der auf diese Weise ermittelten POINCARÉ-Abbildungen in Abhängigkeit der Erregerkreisfrequenz ω . Die exemplarischen Lösungen aus Abbildung 3.9 sind durch die entsprechenden Zahlen gekennzeichnet. Für kleine Frequenzen treten dabei zunächst reibungserregte Schwingungen mit großen Amplituden auf. In der Folge bewirkt eine Erhöhung der Erregerkreisfrequenz tendenziell eine Abnahme der Amplituden, wobei neben irregulären Lösungen immer wieder schmale Fenster mit periodischen Lösungen aufsteigender Ordnung beobachtet werden können. Schließlich wird für $\omega = \frac{V_{rel}}{a}$ der Bereich stabiler periodischer Lösungen und damit das gewünschte geglättete Systemverhalten erreicht. Die weitere Erhöhung der Erregerkreisfrequenz führt entsprechend den zuvor erzielten Ergebnissen auf abnehmende mittlere Reibkräfte und damit zu einer Verschiebung der stationären Lösung zu kleineren Auslenkungen.

3.3 Transversaleffekt

Die Reduktion der effektiven Reibkräfte durch überlagerte Schwingungen quer zur Sollbewegung wird als *Transversaleffekt* bezeichnet. Ähnlich wie schon beim Longitudinaleffekt können transversale Schwingungen zur Glättung der Reibcharakteristik und damit zur Unterdrückung reibungserregter Schwingungen führen.

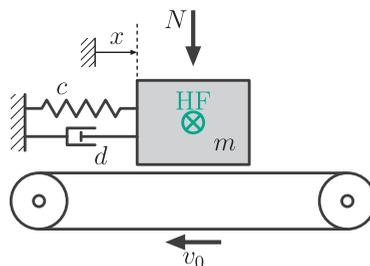


Abbildung 3.11: Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad und transversaler Schwingungserregung

Erneut dient der bereits bekannte Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad als Modell für die Untersuchung der beteiligten Mechanismen. Dabei erfordert die in Abbildung 3.11 skizzierte transversale Schwingungserregung eine zweidimensionale

Beschreibung der Bewegung, so dass sich für überlagerte Querschwingungen die Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = R_x, \quad (3.34)$$

$$m\ddot{y} = R_y + m\omega^2 \sin \omega t \quad (3.35)$$

ergeben. Grundsätzlich erscheint auch die Einführung weiterer Rückstell- und Dämpfungskräfte in Querrichtung möglich. Zugunsten einer besseren Vergleichbarkeit mit dem Longitudinaleffekt wird an dieser Stelle auf eine entsprechende Modellierung und die damit verbundenen zusätzlichen Effekte verzichtet.

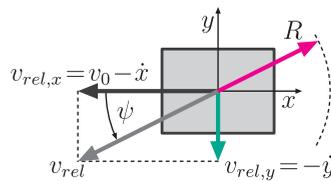


Abbildung 3.12: Schematische Darstellung von Reibkraft und Relativgeschwindigkeit (Draufsicht)

Die Richtung der COULOMB'schen Reibkraft wird im hier beschriebenen zweidimensionalen Fall durch die Richtung der Relativgeschwindigkeit v_{rel} festgelegt, welche sich aus den Komponenten $v_{rel,x} = v_0 - \dot{x}$ und $v_{rel,y} = -\dot{y}$ zusammensetzt. Wie in Abbildung 3.12 dargestellt, kann die Projektion auf x - und y -Richtung über den zwischen x -Richtung und Relativgeschwindigkeit eingeschlossenen Winkel ψ erfolgen. Durch Überlagerung einer transversalen Bewegung ist dieser Winkel in der Regel von Null verschieden, so dass sich eine Reduktion der relevanten Reibkraft in x -Richtung ergibt.

Der Einfluss überlagerter Schwingungen auf die langsame Dynamik des Systems kann wieder mithilfe der Methode der direkten Trennung der Bewegungen untersucht werden. Hierzu erfolgt unter den gleichen Annahmen wie zuvor eine Zerlegung der Bewegungen

$$x(t) = X(t) + \frac{1}{\omega} \varphi_x(t, \tau), \quad (3.36)$$

$$y(t) = Y(t) + \frac{1}{\omega} \varphi_y(t, \tau), \quad (3.37)$$

worin $X(t)$, $Y(t)$ die langsame Dynamik und $\varphi_x(t, \tau)$, $\varphi_y(t, \tau)$ schnelle Bewegungen des Systems beschreiben. Dabei bezeichnet $\tau = \omega t$, $\frac{\partial}{\partial \tau} = (\cdot)'$ nach wie vor eine separierte schnelle Zeitskala.

Das Einsetzen der zerlegten Bewegungen und das Bilanzieren von Termen der Größenordnung $\mathcal{O}(\omega^1)$ liefert

$$m\varphi_x'' = 0, \quad (3.38)$$

$$m\varphi_y'' = ma\omega \sin \tau \quad (3.39)$$

und für die schnelle Bewegung folgt unter Verwendung entsprechender Zusatzbedingungen

$$\varphi_x = 0, \quad (3.40)$$

$$\varphi_y = -a\omega \sin \tau. \quad (3.41)$$

Erwartungsgemäß ergeben sich daraus die vollständigen Bewegungen

$$x(t) = X(t), \quad (3.42)$$

$$y(t) = Y(t) - a \sin \omega t. \quad (3.43)$$

Zur Beschreibung der langsamen Dynamik des Systems werden wieder die Terme der Größenordnung $\mathcal{O}(\omega^0)$ betrachtet und bezüglich der schnellen Zeit gemittelt. Die entsprechenden Gleichungen für die langsame Bewegung lauten

$$m\ddot{X} + d\dot{X} + cX = \langle R_x \rangle, \quad (3.44)$$

$$m\ddot{Y} = \langle R_y \rangle. \quad (3.45)$$

Wie schon im Fall longitudinaler Schwingungen ergeben sich autonome Differentialgleichungen zur Beschreibung der langsamen Systemdynamik, in denen die auftretenden Reibkräfte in Bezug auf die überlagerten Schwingungen gemittelt werden und somit eine effektive Reibcharakteristik maßgeblich für das Systemverhalten ist.

3.3.1 Coulomb'sche Reibung mit konstantem Reibwert

Zunächst soll wieder COULOMB'sche Reibung mit konstantem Reibwert angenommen werden. Gemäß der vorangegangenen Betrachtung ergibt sich für die Relativgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} v_{rel,x} &= v_0 - \dot{x} \\ &= v_0 - \dot{X} = V_{rel}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} v_{rel,y} &= -\dot{y} \\ &= -\dot{Y} + a\omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (3.47)$$

und für die Projektionen der Reibkraft in x - und y -Richtung folgt entsprechend

$$\langle R_x \rangle = \mu N \langle \cos \psi \rangle = \mu N \left\langle \frac{v_{rel,x}}{v_{rel}} \right\rangle, \quad (3.48)$$

$$\langle R_y \rangle = \mu N \langle \sin \psi \rangle = \mu N \left\langle \frac{v_{rel,y}}{v_{rel}} \right\rangle. \quad (3.49)$$

Dabei klingen durch die Wahl der Anfangsbedingungen hervorgerufene langsame Bewegungen in y -Richtung mit der Zeit ab, so dass sich unter der Annahme eines quasi-stationären Zustandes in y -Richtung ($\dot{Y} = 0$) die mittleren Reibkräfte

$$\begin{aligned} \langle R_x \rangle &= \frac{\mu N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V_{rel}}{\sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega \cos \tau)^2}} d\tau \\ &= \mu N \frac{2}{\pi} \frac{V_{rel}}{\sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega)^2}} K \left(\frac{a\omega}{\sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega)^2}} \right) = \bar{R}(V_{rel}), \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\langle R_y \rangle = \frac{\mu N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a\omega \cos \tau}{\sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega \cos \tau)^2}} d\tau = 0 \quad (3.51)$$

ergeben. $K(k)$ bezeichnet hierin ein vollständiges elliptisches Integral erster Art.

Während die effektive Reibkraft in y -Richtung nach Abklingen der Anfangsbedingungen verschwindet, ergibt sich in x -Richtung wie schon beim Longitudinaleffekt eine modifizierte, von der makroskopischen Relativgeschwindigkeit V_{rel} abhängige Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$, die sich gemäß

$$\bar{R}(V_{rel}) = \bar{R}(\zeta) = \mu N \frac{2}{\pi} \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} K \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta^2}} \right) \quad (3.52)$$

auch als Funktion des Verhältnisses $\zeta = \frac{V_{rel}}{a\omega}$ der makroskopischen Relativgeschwindigkeit und der Geschwindigkeitsamplitude der überlagerten Schwingungen darstellen lässt [105].

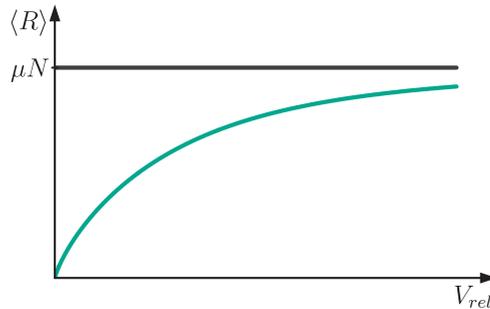


Abbildung 3.13: Transversaleffekt: Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen

Abbildung 3.13 zeigt die entsprechenden Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen, wobei letztere wieder COULOMB'scher Reibung mit konstantem Reibungskoeffizienten entspricht. Im Fall überlagerter Querschwingungen ergibt sich ein ähnliches Bild wie schon beim Longitudinaleffekt. Die periodische Änderung der Richtung der Relativgeschwindigkeit führt wie beschrieben zu einer Reduktion der effektiven Reibkräfte, so dass sich auch für transversale Schwingungen eine geglättete Reibkennlinie und damit eine äquivalente viskose Dämpfung ergibt.

Im Gegensatz zum Longitudinaleffekt sind die Auswirkungen transversaler Schwingungen jedoch nicht auf einen Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten beschränkt. Für steigende Relativgeschwindigkeiten nähert sich die geglättete Reibkennlinie der ursprünglichen Kennlinie an, erreicht diese aber nicht. Wie schon die eingangs skizzierten Überlegungen zur Richtung von Relativgeschwindigkeit und Reibkraft nahegelegt haben, führen beliebige transversale Bewegungen zu geringeren Reibkräften in x -Richtung. Entsprechend lässt sich mithilfe überlagerter transversaler Schwingungen auch bei hohen Relativgeschwindigkeiten eine Reduktion der effektiven Reibkräfte erzielen.

3.3.2 Coulomb'sche Reibung mit Stribeck-Charakteristik

Unter Berücksichtigung einer STRIBECK-Kurve ergibt sich infolge der überlagerten Querschwingungen eine zeitabhängige Reibkraft $R = s(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel}$, so dass die effektiven Reibkräfte in x - und y -Richtung durch

$$\langle R_x \rangle = \left\langle \left(s(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel} \right) \frac{v_{rel,x}}{v_{rel}} \right\rangle, \quad (3.53)$$

$$\langle R_y \rangle = \left\langle \left(s(v_{rel}) + \sigma_2 v_{rel} \right) \frac{v_{rel,y}}{v_{rel}} \right\rangle \quad (3.54)$$

gegeben sind. Diese Zusammenhänge erlauben keine analytische Auswertung, so dass die entsprechenden Reibkennlinien numerisch ermittelt werden müssen. Während für die mittlere Reibkraft in y -Richtung erneut $\langle R_y \rangle = 0$ folgt, ergibt sich in x -Richtung wieder eine modifizierte Reibcharakteristik $\langle R_x \rangle = \bar{R}(V_{rel})$ in Abhängigkeit der makroskopischen Relativgeschwindigkeit.

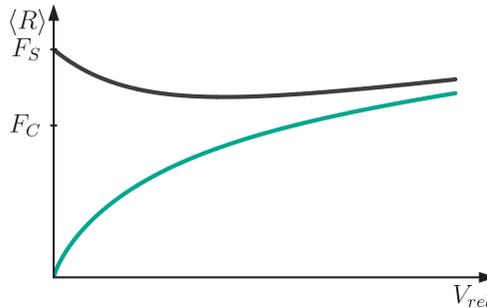


Abbildung 3.14: Transversaleffekt: Reibkennlinien (mit STRIBECK-Charakteristik)

Die zugehörige effektive Reibkennlinie ist zusammen mit der zugrunde liegenden STRIBECK-Kurve in Abbildung 3.14 dargestellt und weist große Ähnlichkeit zum zuvor betrachteten Fall mit konstantem Reibwert auf. Demnach ergibt sich auch hier eine Reduktion der effektiven Reibkräfte und damit eine geglättete Reibkennlinie, die sich mit steigender Relativgeschwindigkeit der ursprünglichen Reibcharakteristik annähert. Wie schon bei longitudinalen Schwingungen kann eine geeignete Überlagerung transversaler Schwingungen die fallende Reibkennlinie im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten unterdrücken und auf eine Reibcharakteristik mit ausschließlich positivem Gradienten führen. Da sich zudem keine Überhöhung im Bereich mittlerer Relativgeschwindigkeiten ergibt, die das Auftreten von reibungserregten Schwingungen

begünstigt, erscheint ein derartiges Verhalten nur für sehr schwache Erregungen möglich und wird daher nicht weiter betrachtet.

3.3.3 Unterdrückung reibungserregter Schwingungen

Negativer Reibwertgradient

Für kleine Relativgeschwindigkeiten wird analog zum vorangegangenen Abschnitt die langsame Dynamik des Systems untersucht. Wie schon bei der Überlagerung longitudinaler Schwingungen ergibt sich eine Ruhelage

$$X_0 = \frac{\bar{R}(v_0)}{c} < x_0 = \frac{s(v_0) + \sigma_2 v_0}{c}, \quad (3.55)$$

die aufgrund der Reibkraftreduktion unterhalb der ursprünglichen Ruhelage liegt. Dabei weist die effektive Reibkennlinie wie beschrieben einen positiven Geschwindigkeitsgradienten $h = \frac{\partial \bar{R}}{\partial v_{rel}}|_{v_0} > 0$ auf, so dass für die langsame Systemdynamik eine stabile Ruhelage resultiert.

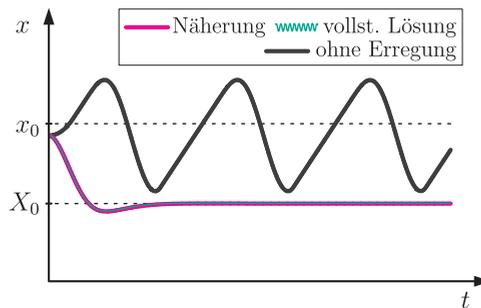


Abbildung 3.15: Transversaleffekt: Auslenkungsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen

Abbildung 3.15 zeigt exemplarische Zeitverläufe der Auslenkung x mit und ohne überlagerte transversale Schwingungen. Im Fall ohne überlagerte Schwingungen führt die fallende Reibkennlinie wie bereits diskutiert zum Auftreten reibungserregter Schwingungen mit großer Amplitude. Die Überlagerung transversaler Schwingungen hingegen liefert nach Abklingen der Anfangsbedingungen einen stabilen stationären Zustand, wobei Näherung und vollständige Lösung erneut eine gute Übereinstimmung aufweisen.

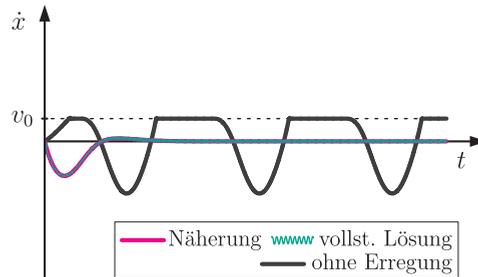


Abbildung 3.16: Transversaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen

Die zugehörigen Geschwindigkeitsverläufe sind in Abbildung 3.16 dargestellt. Analog zum vorangegangenen Abschnitt kann im Fall ohne Überlagerung ein Stick-Slip-Grenzzyklus identifiziert werden, der durch überlagerte Schwingungen unterdrückt wird. Im Gegensatz zum Longitudinaleffekt führt die Überlagerung transversaler Schwingungen zu geringeren Geschwindigkeiten in x -Richtung.

Damit bieten neben überlagerten Längsschwingungen auch Querschwingungen die Möglichkeit zur Unterdrückung reibungserregter Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie. Hervorgerufen wird dieser Effekt durch die periodische Richtungsänderung der Relativgeschwindigkeit und damit der Reibkraft. Deren für die langsame Systemdynamik relevante Projektion auf die x -Richtung wird somit kleiner und führt auf eine geglättete effektive Reibkennlinie, so dass sich letztendlich eine positive effektive Dämpfung und folglich ein stabiles Systemverhalten ergeben.

Nicht-konservative Kopplung

Analog zur Überlagerung longitudinaler Schwingungen soll im Folgenden der Einfluss des Transversaleffektes auf die Entstehung von reibungserregten Schwingungen untersucht werden, die aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung auftreten. Erneut ergibt sich durch Zerlegung der Bewegung die gleiche effektive Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$ wie für das entsprechende Modell mit überlagerten transversalen Schwingungen und einem Freiheitsgrad. Die zugehörigen Störungsgleichungen sind identisch mit Gleichung (3.33) für den Longitudinaleffekt, wobei die effektive Reibcharakteristik für transversale Schwingungen einzusetzen ist. In der Folge ergeben sich analoge Beobachtungen für die Auswirkungen der überlagerten Schwingungen auf das Stabilitätsverhalten des Systems, wobei aus der Reibcharakteristik für den Transversaleffekt ein Einfluss der überlagerten Schwingungen auch für höhere Geschwindigkeiten resultiert.

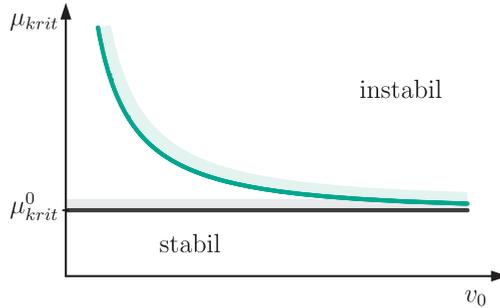


Abbildung 3.17: Transversaleffekt: Stabilitätsgrenzen für nicht-konservative Kopplung

Der Verlauf der zugehörigen Stabilitätsgrenzen mit und ohne überlagerte Schwingungen ist in Abbildung 3.17 dargestellt. Im Vergleich mit der geschwindigkeitsunabhängigen Stabilitätsgrenze μ_{krit}^0 ohne überlagerte Schwingungen führen transversale Schwingungen für alle Geschwindigkeiten zu einer Erhöhung der Stabilitätsgrenze. Wie schon bei longitudinalen Schwingungen ist dabei der Einfluss bei geringen Geschwindigkeiten besonders ausgeprägt, während sich die Stabilitätsgrenze für steigende Geschwindigkeiten zunehmend der ursprünglichen Grenze annähert. Demnach lässt sich auch durch Überlagerung transversaler Schwingungen das Auftreten reibungsinduzierter Flatter-Instabilitäten vermeiden.

3.4 Vergleichende Betrachtungen

Abschließend soll ein quantitativer Vergleich von Longitudinal- und Transversaleffekt erfolgen. Hierzu bietet sich eine winkelabhängige Parametrisierung der überlagerten Schwingungen gemäß Abbildung 3.18 an, bei der $\theta = 0$ der Überlagerung longitudinaler und $\theta = \frac{\pi}{2}$ der Überlagerung transversaler Schwingungen entsprechen [114]. Die zugehörigen Komponenten der Relativgeschwindigkeit ergeben sich zu

$$v_{rel,x} = V_{rel} + a\omega \cos \omega t \cos \theta, \quad (3.56)$$

$$v_{rel,y} = -\dot{Y} + a\omega \cos \omega t \sin \theta \quad (3.57)$$

und für die mittleren Reibkräfte in x - und y -Richtung folgt unter der Annahme $\dot{Y} = 0$ und mit konstantem Reibungskoeffizienten

$$\langle R_x \rangle = \frac{\mu N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V_{rel} + a\omega \cos \tau \cos \theta}{\sqrt{V_{rel}^2 + 2V_{rel}a\omega \cos \tau \cos \theta + (a\omega \cos \tau)^2}} d\tau, \quad (3.58)$$

$$\langle R_y \rangle = \frac{\mu N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a\omega \cos \tau \sin \theta}{\sqrt{V_{rel}^2 + 2V_{rel}a\omega \cos \tau \cos \theta + (a\omega \cos \tau)^2}} d\tau. \quad (3.59)$$

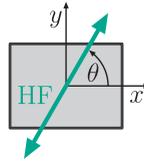


Abbildung 3.18: Zum Einfluss der Richtung überlagerter Schwingungen (Draufsicht)

Für $\theta = 0$ und $\theta = \frac{\pi}{2}$ ergeben sich hieraus die entsprechenden Reibcharakteristiken für den Longitudinal- und den Transversaleffekt. Weitere Kennlinien mit zugrunde liegender STRIBECK-Charakteristik sind Abbildung 3.19 zu entnehmen, in der die Ergebnisse für verschiedene Winkel θ , also für unterschiedliche Richtungen der überlagerten Schwingungen dargestellt sind. Zu beobachten ist hier wie erwartet ein kontinuierlicher Übergang zwischen Longitudinal- und Transversaleffekt.

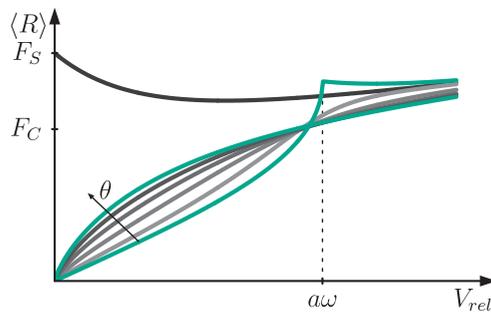


Abbildung 3.19: Longitudinal- und Transversaleffekt: Reibkennlinien für $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Ebenso wird ersichtlich, dass für kleine Relativgeschwindigkeiten die Reibkraftreduktion durch Längsschwingungen stärker ausgeprägt ist als jene durch Querschwingungen. Für hohe Relativgeschwindigkeiten kehrt sich diese Feststellung um, wobei der Effekt überlagerter Schwingungen in diesem Fall ohnehin begrenzt erscheint.

Je nach Anwendung kann daher das Anstreben kleiner Winkel θ einen sinnvollen Kompromiss darstellen. In diesem Fall ergibt sich für kleine Relativgeschwindigkeiten eine starke Reduktion der effektiven Reibkräfte, während auch im Bereich $|V_{rel}| \approx a\omega$ ein entsprechender Effekt beobachtet werden kann. Demnach wirkt die Verwendung kleiner Winkel der bereits diskutierten Überhöhung der effektiven Reibkräfte im Bereich mittlerer Relativgeschwindigkeiten entgegen und kann so zur Vermeidung von reibungserregten Schwingungen beitragen.

4 Reibwertglättung: Modellierung mit nachgiebigem Kontakt

Im vorangegangenen Kapitel wurde die in der Literatur etablierte Modellierung des Einflusses überlagerter Schwingungen auf Systeme mit trockener Reibung diskutiert und teilweise ergänzt. Mithilfe asymptotischer Verfahren konnten auf der Grundlage einfacher mechanischer Modelle das glättende Verhalten hochfrequenter Längs- und Querschwingungen sowie die damit verbundene Unterdrückung reibungsregter Schwingungen gezeigt werden.

Die Modellierung basiert dabei auf dem nach COULOMB benannten Modell für trockene Reibung und berücksichtigt keine Verformungen des Kontaktbereiches. Dass die Nachgiebigkeit von Kontakten aber einen relevanten Einfluss auf den Effekt der Reibwertglättung haben kann, ist aus der Literatur bekannt. Die Arbeiten von PERVOZVANSKI und CANUDAS DE WIT [88], TSAI und TSENG [114] sowie von GUTOWSKI und LEUS [43, 44] deuten vor allem auf quantitative Einflüsse der Kontaktnachgiebigkeit hin, liefern allerdings im Hinblick auf Herleitung und Interpretation der Ergebnisse ein in Teilen inkonsistentes und unvollständiges Bild. Insbesondere weist die Arbeit von CHATTERJEE et al. [21] eine fehlerhafte mathematische Modellbildung auf, so dass die dort abgeleiteten Ergebnisse zumindest unvollständig erscheinen.

Im Folgenden soll daher eine möglichst umfangreiche Untersuchung des Einflusses nachgiebiger Kontakte auf den Effekt der Reibwertglättung vorgenommen werden. Ausgehend von den vorangegangenen Darstellungen zu Systemen mit starren Kontakten wird die Modellierung sukzessive erweitert. Nach Einführung eines geeigneten mathematischen Vorgehens werden zunächst longitudinale und später transversale Schwingungen sowie die damit einhergehende Dynamik der betrachteten mechanischen Systeme untersucht. Auf der Grundlage der in Kapitel 2 diskutierten Modelle für trockene Reibung werden jeweils der Einfluss der Kontaktnachgiebigkeit und daran anschließend geschwindigkeitsabhängige Effekte sowie die Einflüsse von

Haft- und Losbrecheffekten analysiert. Einzelne Aspekte der folgenden Untersuchungen wurden bereits veröffentlicht [121, 122, 123, 125, 126, 128] oder im Rahmen betreuter Abschlussarbeiten behandelt [129, 135, 137].

4.1 Longitudinaleffekt

Als mechanisches Modell für die Untersuchung longitudinaler Schwingungen dient weiterhin der Reibschwinger mit einem Freiheitsgrad. Unter Verwendung des DAHL-, LuGre- und des elasto-plastischen Modells sollen die effektiven Reibcharakteristiken ermittelt und die Einflüsse der entsprechenden Modellparameter herausgearbeitet werden. Die zugehörigen Bewegungsgleichungen weisen dabei die identische Struktur

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = R(v_{rel}, z) + ma\omega^2 \sin \omega t, \quad (4.1)$$

$$\dot{z} = v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z}{s(v_{rel})} \quad (4.2)$$

auf, wobei $s(v_{rel})$ die jeweilige stationäre Reibcharakteristik enthält. Im Fall des elasto-plastischen Modells müssen zudem noch die Bedingungen für Haftzustände ergänzt werden.

Eine Entdimensionierung der Modellgleichungen kann wie zuvor ohne großen Aufwand erfolgen. Durch das Einführen einer neuen Zeitskala und entsprechender dimensionsloser Größen wie in Abschnitt 3.2 ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{d\tilde{t}^2} + 2D \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} + \tilde{x} = \tilde{R} + \tilde{a}\Omega^2 \sin \Omega \tilde{t}, \quad (4.3)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{t}} = \tilde{v}_{rel} - |\tilde{v}_{rel}| \frac{\tilde{\sigma}_0 \tilde{z}}{\tilde{s}(\tilde{v}_{rel})}. \quad (4.4)$$

Hierin bezeichnen $\tilde{z} = \frac{z}{L}$ die dimensionslose Kontaktdeformation, $\tilde{v}_{rel} = \frac{v_{rel}}{\omega_0 L}$ die dimensionslose Relativgeschwindigkeit, $\tilde{\sigma}_0 = \frac{\sigma_0}{c}$ die dimensionslose Kontaktsteifigkeit sowie $\tilde{s} = \frac{s}{cL}$ die dimensionslose stationäre Reibcharakteristik. Durch diese Art der Entdimensionierung wird die Beschreibung des Systems geringfügig vereinfacht, wobei sich die Struktur der Evolutionsgleichung für den Kontaktzustand jedoch nicht verändert. Wie im vorangegangenen Kapitel soll daher aus Gründen der besseren Lesbarkeit und zugunsten der späteren experimentellen Validierung die dimensionsbehaftete Schreibweise (4.1), (4.2) beibehalten werden. Gemäß Gleichung (4.4) kann dabei insbesondere der für das Kontaktverhalten maßgebliche Parameter σ_0 jederzeit auch als Verhältnis von Kontakt- und Struktursteifigkeit interpretiert werden.

Aufgrund der veränderten Beschreibung des Reibkontaktes mithilfe einer inneren Zustandsvariable muss in der Folge das mathematische Vorgehen angepasst werden. Die bereits diskutierte Methode der direkten Trennung der Bewegungen wurde ursprünglich für eine spezielle Klasse mechanischer Systeme mit hochfrequenter Erregung entwickelt und erfordert in ihrer Anwendung Kenntnisse über die Struktur der Lösung. Für die bisherige Modellierung mit starrem Kontakt waren diese Voraussetzungen erfüllt. Im vorliegenden Fall führt die von CHATTERJEE et al. [21] vorgeschlagene Aufspaltung der inneren Variable z jedoch zu unvollständigen und damit wenig plausiblen Ergebnissen. An dieser Stelle wird daher das bereits skizzierte Mittelwertbildungsverfahren verwendet und derart modifiziert, dass eine Untersuchung analog zum vorangegangenen Kapitel erfolgen kann.

Unter Verwendung der dimensionslosen Zeitskala $\tau = \omega t$, $\frac{\partial}{\partial \tau} = (\cdot)'$ und des kleinen Parameters $\varepsilon = \frac{1}{\omega} \ll 1$ ergeben sich die Gleichungen erster Ordnung

$$x' = \varepsilon v, \quad (4.5)$$

$$mv' = \varepsilon (-dv - cx + R(v_{rel}, r)) + m\omega \sin \tau, \quad (4.6)$$

$$r' = \beta \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{r}{s(v_{rel})} \right), \quad (4.7)$$

wobei als dritte Variable die Kraft $r = \sigma_0 z$ verwendet wird. Diese Transformation folgt der Überlegung, dass eine hohe Kontaktsteifigkeit $\sigma_0 \gg 1$ und die kleine Kontaktdeformation $z \ll 1$ eine Reibkraft $R = \mathcal{O}(r)$ bewirken. Damit erhalten alle drei Variablen die gleiche Größenordnung, so dass sich entsprechende asymptotische Aussagen einfacher ableiten lassen.

Die ersten beiden Gleichungen sind identisch zur Modellierung mit COULOMB'scher Reibung. In der dritten Gleichung ergibt sich auf der rechten Seite der Koeffizient $\beta = \frac{\sigma_0}{\omega}$, welcher im Allgemeinen nicht als klein angenommen werden kann. Für das zugehörige ungestörte Problem folgt daher

$$x' = 0, \quad (4.8)$$

$$mv' = m\omega \sin \tau, \quad (4.9)$$

$$r' = \beta \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{r}{s(v_{rel})} \right). \quad (4.10)$$

Dessen Lösung kann als

$$x = X, \tag{4.11}$$

$$v = V - a\omega \cos \tau, \tag{4.12}$$

$$r = \phi + r^*(\tau) \tag{4.13}$$

angegeben werden, wobei $r^*(\tau)$ die periodische partikuläre Lösung der dritten Gleichung symbolisiert. Wird die Lösung des ungestörten Problems wieder als Transformation auf langsame Variablen verwendet, so ergibt sich für die langsame Systemdynamik

$$X' = \varepsilon(V - a\omega \cos \tau), \tag{4.14}$$

$$mV' = \varepsilon(-d(V - a\omega \cos \tau) - cX + R(v_{rel}, \phi + r^*)), \tag{4.15}$$

$$\phi' = -\beta|v_{rel}| \frac{\phi}{s(v_{rel})} = -\chi\phi. \tag{4.16}$$

Während die ersten beiden Gleichungen wie schon zuvor die Standardform für Mittelwertbildung aufweisen, erlaubt die dritte Gleichung wegen $\beta \gg \varepsilon$ keine unmittelbare Anwendung des Verfahrens. Wie von PERVOZVANSKI und CANUDAS DE WIT [88] gezeigt wurde, kann dieses Problem nicht durch weitere Separierung von Zeitskalen und eine entsprechende singuläre Störungsrechnung gelöst werden. Eine genauere Betrachtung der Gleichung liefert jedoch hilfreiche Aussagen über die langsame Variable ϕ . Da der zugehörige Koeffizient χ auf der rechten Seite im Allgemeinen von Null verschieden und stets negativ ist, handelt es sich um eine stark gedämpfte Variable, also um eine Variable, die im Vergleich mit den anderen Größen schnell abklingt. Maßgeblich für diese Charakterisierung ist die Größenordnung des Verhältnisses $\beta = \frac{\sigma_0}{\omega}$ von Kontaktsteifigkeit und Erregerkreisfrequenz, so dass für $\sigma_0 \gg 1$ ein schnelles Abklingen von ϕ folgt.

Für derartige Systeme mit stark gedämpften Variablen existiert ein modifiziertes Mittelwertbildungsverfahren [37, 38], dessen Gültigkeit allerdings ausschließlich für konstante Koeffizienten $\chi = \text{konst.}$ gezeigt wurde. Demnach gilt $\phi = \mathcal{O}(\varepsilon)$ auf einem asymptotisch langen Zeitintervall, so dass im Rahmen einer ersten Näherung $\phi = 0$ gesetzt werden kann. Für das verbleibende reduzierte System kann anschließend das bekannte Mittelwertbildungsverfahren durchgeführt werden.

Dass entsprechende Überlegungen auch für zustands- und zeitabhängige Koeffizienten möglich sind, wird in Anhang A eingehender diskutiert und kann ohne Weiteres durch

numerische Integration nachvollzogen werden. Für das vorliegende System folgt daher unter der Annahme $\phi = 0$

$$X' = \varepsilon V, \quad (4.17)$$

$$mV' = \varepsilon(-dV - cX + \langle R(v_{rel}, r^*) \rangle) \quad (4.18)$$

und nach Reskalierung der Zeit

$$m\ddot{X} + d\dot{X} + cX = \langle R(v_{rel}, r^*) \rangle. \quad (4.19)$$

Diese Gleichung für die langsame Systemdynamik entspricht weitgehend der bereits bekannten Gleichung für den Longitudinaleffekt mit COULOMB'scher Reibung. Maßgeblich für das dynamische Verhalten des Systems ist hierin wieder die bezüglich der schnellen Zeit gemittelte Reibcharakteristik $\langle R(v_{rel}, r^*) \rangle$, die sich in der gleichen Form auch für andere mechanische Modelle wie etwa den bereits diskutierten Reibschwinger mit zwei Freiheitsgraden ergibt. Aus der vorangegangenen Rechnung folgt wie schon für starre Kontakte die Relativgeschwindigkeit $v_{rel} = V_{rel} + a\omega \cos \tau$, so dass zur Berechnung der effektiven Reibcharakteristik noch die partikuläre Lösung $r^*(\tau)$ der jeweiligen Modellgleichung zu ermitteln ist [123, 125].

4.1.1 Dahl-Modell

Unter Verwendung des DAHL-Modells ist mit $r = \sigma_0 z$ die Reibkraft durch

$$R = r, \quad (4.20)$$

$$r' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{r}{\mu N} \right) \quad (4.21)$$

gegeben, wobei wiederum $v_{rel} = V_{rel} + a\omega \cos \tau$ gilt. Für kleine Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ kann die zugehörige partikuläre Lösung $r^*(\tau)$ zunächst abschnittsweise ermittelt und anschließend zusammengesetzt werden. Im Intervall $\tau \in [0, \tau_1)$, $\tau_1 = \arccos(-\frac{V_{rel}}{a\omega})$ ergibt sich $V_{rel} + a\omega \cos \tau > 0$ und die zugehörige Lösung der Modellgleichung lautet

$$r_1(\tau) = \mu N \left[1 - C_1 \exp \left(-\frac{\sigma_0}{\omega \mu N} (V_{rel} \tau + a\omega \sin \tau) \right) \right]. \quad (4.22)$$

Analog folgt für $\tau \in [\tau_1, \tau_2)$, $\tau_2 = 2\pi - \tau_1$

$$r_2(\tau) = -\mu N \left[1 - C_2 \exp \left(\frac{\sigma_0}{\omega \mu N} (V_{rel} \tau + a\omega \sin \tau) \right) \right] \quad (4.23)$$

und für $\tau \in [\tau_2, 2\pi)$

$$r_3(\tau) = \mu N \left[1 - C_3 \exp \left(-\frac{\sigma_0}{\omega \mu N} (V_{rel} \tau + a\omega \sin \tau) \right) \right]. \quad (4.24)$$

Die hierin enthaltenen Integrationskonstanten C_i , $i = 1, 2, 3$ lassen sich aus den Übergangsbedingungen zwischen den Teillösungen bestimmen. Damit kann durch Anstückeln eine periodische Lösung der Form

$$r^*(\tau) = \mu N \operatorname{sgn}(V_{rel} + a\omega \cos \tau) \left[1 - C \exp \left(-\frac{\sigma_0}{\omega \mu N} |V_{rel} \tau + a\omega \sin \tau| \right) \right] \quad (4.25)$$

ermittelt werden, worin $C > 0$ die entsprechenden Übergangsbedingungen enthält. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass der für das periodische Verhalten maßgebliche zweite Term ausschließlich von den dimensionslosen Größen $\zeta = \frac{V_{rel}}{a\omega}$ und $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N}$ abhängig ist. Folglich lässt sich die Lösung auch als

$$r^*(\tau) = \mu N \operatorname{sgn}(\zeta + \cos \tau) [1 - C \exp(-\gamma |\zeta \tau + \sin \tau|)] \quad (4.26)$$

darstellen. Während $\zeta = \frac{V_{rel}}{a\omega}$ das bereits bekannte Verhältnis der makroskopischen Relativgeschwindigkeit und der Geschwindigkeitsamplitude der überlagerten Schwingungen beschreibt, kann $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N} = \frac{a}{z_{ss}}$ als Verhältnis der Amplitude der überlagerten Schwingungen und der stationären Kontaktdeformation $z_{ss} = \frac{\mu N}{\sigma_0}$ interpretiert werden. Demzufolge liefert der Parameter γ eine Auskunft darüber, inwiefern die überlagerten Schwingungen durch die Deformation des Kontaktes kompensiert werden, oder ob die Amplitude ausreichend für die Erzeugung ausgeprägter Gleitvorgänge ist [125].

Bisher wurde ausschließlich die Lösung für kleine Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ betrachtet. Für $|V_{rel}| \geq a\omega$ hingegen ist kein abschnittsweises Lösen erforderlich, so dass sich direkt die Lösungen aus Gleichung (4.22) für $V_{rel} \geq a\omega$ und Gleichung (4.23) für $V_{rel} \leq -a\omega$ ergeben. Nach Abklingen der Anfangsbedingungen kann das Verhalten daher durch

$$r^*(\tau) = \mu N \operatorname{sgn}(V_{rel}) = \mu N \operatorname{sgn}(\zeta) \quad (4.27)$$

beschrieben werden. Wie schon bei der Modellierung mit starrem Kontakt ergibt sich demnach für hohe Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| \geq a\omega$ kein Einfluss der überlagerten Schwingungen auf die Reibkraft.

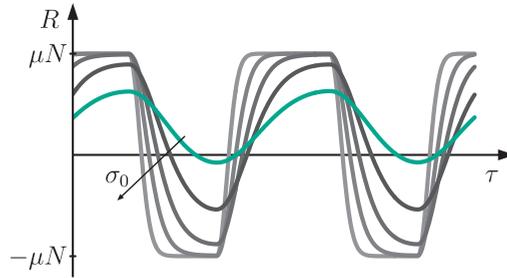


Abbildung 4.1: Longitudinaleffekt: exemplarische Reibkraftverläufe für $V_{rel} = \text{konst.}$ (DAHL-Modell)

Abbildung 4.1 zeigt exemplarische Verläufe der Reibkraft für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 und bei konstanter Relativgeschwindigkeit $0 < V_{rel} < a\omega$. Für kleine Kontaktsteifigkeiten folgt die Reibkraft den überlagerten Schwingungen nur mit starker Verzögerung, so dass kein ausgeprägtes Gleiten auftritt und sich ein nahezu harmonischer Verlauf ergibt. Mit steigender Kontaktsteifigkeit nähern sich die Kurven wie erwartet dem Rechteck-Verlauf für COULOMB'sche Reibung an und führen auf niedrigere mittlere Reibkräfte.

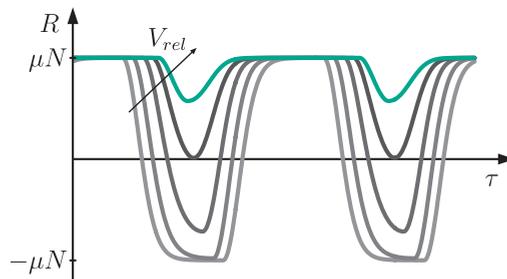


Abbildung 4.2: Longitudinaleffekt: exemplarische Reibkraftverläufe für $\sigma_0 = \text{konst.}$ (DAHL-Modell)

Anhand von Abbildung 4.2 kann zudem die Abhängigkeit der Reibkraftverläufe von der Relativgeschwindigkeit V_{rel} veranschaulicht werden. Für eine konstante Kontaktsteifigkeit σ_0 und unterschiedliche Relativgeschwindigkeiten $0 \leq V_{rel} < a\omega$ ergeben sich Verläufe, die sich teilweise qualitativ, vor allem aber quantitativ voneinander unterscheiden. Demnach treten ausgeprägte Gleitvorgänge nur für kleine

Geschwindigkeiten in beide Richtungen auf, während für höhere Geschwindigkeiten Gleitvorgänge nur entgegen der Bewegung der Unterlage beobachtet werden können. Da die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Phasen der Richtungsumkehr bei steigender Geschwindigkeit zunehmend kürzer werden, liefert das DAHL-Modell in diesen Bereichen zwar niedrigere Reibkräfte, bedingt durch die Kontaktnachgiebigkeit jedoch nicht zwangsläufig einen Vorzeichenwechsel der Reibkraft. Somit wird der Einfluss der überlagerten Schwingungen mit zunehmender Geschwindigkeit geringer, bis sich schließlich für $|V_{rel}| \geq a\omega$ eine konstante Reibkraft $R = \mu N$ ergibt.

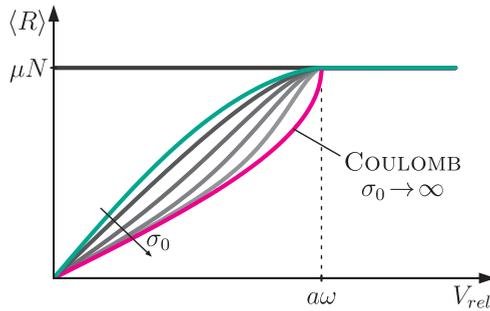


Abbildung 4.3: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (DAHL-Modell)

Die Bestimmung der zugehörigen effektiven Reibcharakteristik

$$\langle R \rangle = \langle r^*(\tau) \rangle = \bar{R}(V_{rel}) \tag{4.28}$$

erfordert die Integration der soeben ermittelten Lösung. Im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten ist hierfür im Allgemeinen keine analytische Darstellung verfügbar, so dass die Berechnung numerisch erfolgt. Die auf diese Weise ermittelten Reibkennlinien sind für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 in Abbildung 4.3 dargestellt, wobei die bereits bekannte Kennlinie für COULOMB'sche Reibung als Vergleichslösung dient. Grundsätzlich kann unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte ein qualitativ ähnlicher Verlauf der effektiven Reibcharakteristik beobachtet werden. Während die überlagerten Schwingungen im Bereich höherer Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| \geq a\omega$ keinen Einfluss haben, zeigt sich für kleine Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ eine Reduktion der mittleren Reibkräfte und damit eine geglättete Reibcharakteristik. Im Vergleich mit der Kennlinie für starre Kontakte führt das DAHL-Modell auf höhere mittlere Reibkräfte, wobei eine niedrige Kontaktsteifigkeit σ_0 stets höhere Werte für die effektive Reibkraft bewirkt. Mit steigender Kontaktsteifigkeit nähern sich die zugehörigen Kennlinien der Lösung für COULOMB'sche Reibung an, so dass

der Grenzübergang $\sigma_0 \rightarrow \infty$ schließlich ein konsistentes Bild der Modellierung liefert [123, 125, 129].

Obwohl entsprechende qualitative Effekte weiterhin beobachtet werden können, führt die Berücksichtigung von nachgiebigen Kontakten zu einer Verringerung des Einflusses überlagerter Längsschwingungen. Dabei bewirkt die Verformung des Kontaktbereiches eine teilweise Kompensation der überlagerten Bewegungen, so dass diese sich nicht unmittelbar, sondern nur verzögert auf die Reibkraft auswirken. Folglich überschätzt die Annahme COULOMB'scher Reibung den Effekt der Reibkraftreduktion durch die Überlagerung longitudinaler Schwingungen.

Da eine analytische Auswertung der mittleren Reibkräfte für das DAHL-Modell nicht möglich ist, wurden die zugehörigen Kennlinien numerisch ermittelt. Ist dennoch eine analytische Darstellung von Interesse, so kann diese mithilfe eines GALERKIN-Verfahrens näherungsweise erzielt werden. Hierzu wird die Lösung $r^*(\tau)$ durch eine einfache Funktion $r^G(\tau) = r_0 + r_1 \cos \tau + r_2 \sin \tau$ angenähert, deren Mittelwert durch den zu bestimmenden Koeffizienten r_0 gegeben ist. Gemäß Abbildung 4.1 erscheint dieser Ansatz zumindest für kleine und mittlere Kontaktsteifigkeiten sinnvoll.

Das Einsetzen der Ansatzfunktion in die Modellgleichung (4.21) führt auf einen Fehler

$$e = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{r_0 + r_1 \cos \tau + r_2 \sin \tau}{\mu N} \right) + r_1 \sin \tau - r_2 \cos \tau, \quad (4.29)$$

der im gewichteten Mittel verschwinden soll. Unter Verwendung der Ansatzfunktionen für die Gewichtung folgen zur Bestimmung der drei Koeffizienten r_i , $i = 0, 1, 2$ die drei Gleichungen

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = \zeta \mu N - p_0 r_0 - p_1 r_1, \quad (4.30)$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \cos \tau d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = -r_2 + \sigma_0 a - 2\gamma(p_1 r_0 + p_2 r_1), \quad (4.31)$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \sin \tau d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = r_1 - 2\gamma p_3 r_2, \quad (4.32)$$

worin die Abkürzungen $p_i = p_i(\zeta)$, $i = 0, 1, 2, 3$ die geschwindigkeitsabhängigen Funktionen

$$p_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\zeta + \cos \tau| d\tau, \quad p_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\zeta + \cos \tau| \cos \tau d\tau, \quad (4.33)$$

$$p_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\zeta + \cos \tau| \cos^2 \tau d\tau, \quad p_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\zeta + \cos \tau| \sin^2 \tau d\tau \quad (4.34)$$

bezeichnen. Daraus ergibt sich schließlich die Näherung für die mittlere Reibkraft

$$\langle R \rangle = r_0 = \mu N \frac{\zeta(1 + 4\gamma^2 p_2 p_3) - 2\gamma^2 p_1 p_3}{p_0(1 + 4\gamma^2 p_2 p_3) - 4\gamma^2 p_1^2 p_3}. \quad (4.35)$$

Dieses Ergebnis wurde in vergleichbarer Form auch von PERVOZVANSKI und CANUDAS DE WIT [88] angegeben und liefert eine kompakte Abschätzung der effektiven Reibkennlinien. Für kleine Kontaktsteifigkeiten, also für $\gamma \ll 1$, führt die Näherung auf eine obere Schranke

$$\langle R \rangle < \mu N \frac{\zeta}{p_0} = \mu N \frac{\frac{\pi}{2} \zeta}{\zeta \arcsin \zeta + \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4.36)$$

für die mittleren Reibkräfte.

Diese Abschätzung entspricht wiederum dem zunächst nicht behandelten Fall $\beta = \mathcal{O}(\varepsilon)$ in Gleichung (4.7), der eine direkte Anwendung des Mittelwertbildungsverfahrens ermöglicht. Unter der Annahme einer kleinen Kontaktsteifigkeit $\sigma_0 = \mathcal{O}(1)$ reduziert sich das zugehörige ungestörte Problem zu

$$x' = 0, \quad (4.37)$$

$$mv' = ma\omega \sin \tau, \quad (4.38)$$

$$r' = 0, \quad (4.39)$$

so dass nach Transformation auf langsame Variablen X , V , ϕ und unter Verwendung des DAHL-Modells die gemittelten Gleichungen

$$X' = \varepsilon V, \quad (4.40)$$

$$mV' = \varepsilon(-dV - cX + \sigma_0 \phi^*), \quad (4.41)$$

$$\phi' = \varepsilon \sigma_0 \left(V_{rel} - \langle |V_{rel} + a\omega \cos \tau| \rangle \frac{\phi}{\mu N} \right) \quad (4.42)$$

folgen. Hierin bezeichnet ϕ^* die stationäre Lösung der dritten Gleichung, die wiederum durch

$$\sigma_0 \phi^* = \mu N \frac{\frac{\pi}{2} \zeta}{\zeta \arcsin \zeta + \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4.43)$$

dargestellt werden kann [121, 125].

Unter Verwendung der Methode der direkten Trennung der Bewegungen gelangen CHATTERJEE et al. [21] zu einem vergleichbaren Ergebnis, indem die Zustandsvariable für den Kontakt in eine langsame und eine schnelle Variable aufgeteilt wird. Wie die vorangegangenen Überlegungen zeigen, ist dieses Vorgehen jedoch nur für kleine Kontaktsteifigkeiten $\sigma_0 = \mathcal{O}(1)$ zulässig und führt auf eine von der Kontaktsteifigkeit unabhängige effektive Reibcharakteristik. Im Sinne einer physikalischen Interpretation erscheint dies wenig plausibel, zumal der Übergang auf die Modellierung mit starrem Kontakt nicht erfolgen kann.

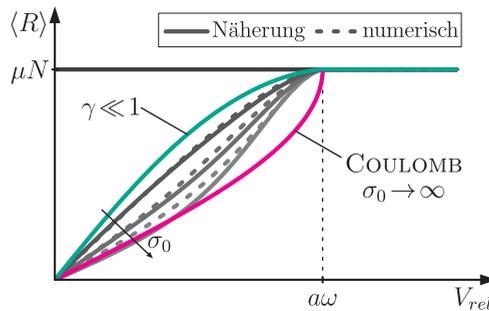


Abbildung 4.4: Longitudinaleffekt: Vergleich von Näherung und numerischer Lösung (DAHL-Modell)

Mithilfe des beschriebenen GALERKIN-Verfahrens kann also eine analytische Näherung für die effektiven Reibkennlinien gefunden werden, die zudem eine kompakte Abschätzung der maximal auftretenden mittleren Reibkräfte ermöglicht. Die zugehörigen Kennlinien sind zusammen mit den numerisch ermittelten Referenzkurven in Abbildung 4.4 dargestellt. Wie erwartet bildet die Näherungslösung das Verhalten für kleine Kontaktsteifigkeiten gut ab. Für höhere Kontaktsteifigkeiten hingegen entspricht der gewählte Ansatz immer weniger der tatsächlichen Lösung, so dass sich erhebliche Abweichungen zwischen Näherung und numerisch ermittelter Kennlinie ergeben.

Analog zum vorangegangenen Kapitel kann für das DAHL-Modell die mögliche Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung untersucht werden. Das entsprechende mathematische Vorgehen bleibt

unverändert und berücksichtigt für die Untersuchung der langsamen Systemdynamik die zuvor ermittelte effektive Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$. Abbildung 4.5 zeigt die zugehörigen Stabilitätsgrenzen mit und ohne überlagerte Längsschwingungen unter Verwendung des DAHL-Modells und COULOMB'scher Reibung. Erwartungsgemäß hat die Wahl des Reibmodells ausschließlich quantitative Einflüsse auf das Ergebnis, wobei sich die Stabilitätsgrenze bei steigender Kontaktsteifigkeit wieder der Lösung für starre Kontakte annähert. Letztere überschätzt wie schon zuvor den Effekt der überlagerten Schwingungen und damit die Größe des Gebietes stabiler Lösungen.

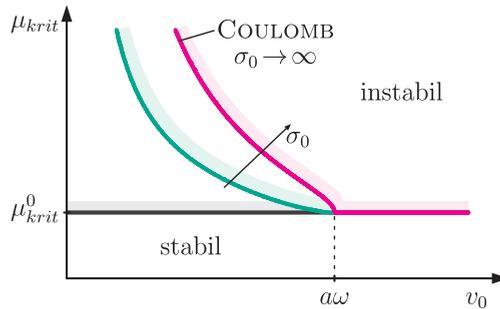


Abbildung 4.5: Longitudinaleffekt: Stabilitätsgrenze für nicht-konservative Kopplung (DAHL-Modell)

Abschließend kann festgehalten werden, dass sich auch unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte ein glättender und stabilisierender Einfluss überlagerten Längsschwingungen zeigt. Ähnlich wie in Systemen mit starren Kontakten kann auf diese Weise die effektive Reibcharakteristik im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ modifiziert werden. Unter Verwendung des DAHL-Modells ergibt sich eine Reduktion der mittleren Reibkräfte und damit eine geglättete Reibcharakteristik, wobei die quantitative Ausprägung des Effektes maßgeblich durch die Kontaktsteifigkeit und die Amplitude der überlagerten Schwingungen bestimmt wird. Die mittleren Reibkräfte sind dabei nach oben durch die gefundene Näherung für kleine Kontaktsteifigkeiten und nach unten durch die entsprechende Lösung für COULOMB'sche Reibung begrenzt, welche den Effekt der Reibwertglättung in jedem Fall überschätzt. Grundsätzlich kann aber auch unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte eine Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen erreicht werden.

4.1.2 LuGre-Modell

Sollen zudem geschwindigkeitsabhängige Effekte wie Mikrodämpfung, viskose Reibung oder eine STRIBECK-Charakteristik berücksichtigt werden, so kann dies unter Verwendung des LuGre-Modells erreicht werden. In diesem Fall ist die Reibkraft durch

$$R = r + \frac{\omega}{\sigma_0} \sigma_1 r' + \sigma_2 v_{rel}, \quad (4.44)$$

$$r' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{r}{s(v_{rel})} \right) \quad (4.45)$$

gegeben, worin $r = \sigma_0 z$ wieder den verformungsbasierten Anteil der Reibkraft beschreibt und $v_{rel} = V_{rel} + a\omega \cos \tau$ gilt. Zur Ermittlung der effektiven Reibcharakteristik muss erneut die partikuläre Lösung $r^*(\tau)$ bestimmt werden. Für die mittlere Reibkraft folgt aufgrund der Periodizität $\langle r' \rangle = 0$ und damit

$$\langle R \rangle = \langle r^*(\tau) \rangle + \sigma_2 V_{rel} = \bar{R}(V_{rel}). \quad (4.46)$$

Da unter Berücksichtigung der STRIBECK-Kurve $s(v_{rel})$ keine analytische Lösung für $r^*(\tau)$ verfügbar ist, werden die zugehörigen effektiven Reibkennlinien numerisch ermittelt.

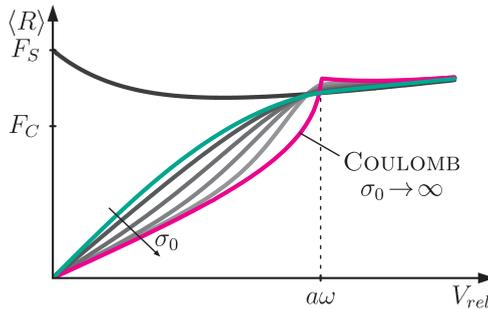


Abbildung 4.6: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (LuGre-Modell)

Abbildung 4.6 zeigt die jeweiligen Reibkennlinien mit und ohne überlagerte Schwingungen für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 und im Vergleich mit der bereits bekannten Lösung für COULOMB'sche Reibung mit STRIBECK-Charakteristik. Wie zuvor beim DAHL-Modell können für das erweiterte Kontaktmodell qualitativ ähnliche Kurven beobachtet werden. Die Überlagerung longitudinaler Schwingungen führt im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten auf geringere und im Bereich hoher

Relativgeschwindigkeiten auf leicht erhöhte mittlere Reibkräfte. In der Folge ergeben sich auch für das LuGre-Modell geglättete Reibkennlinien, so dass die ursprüngliche fallende Kennlinie unterdrückt wird. Im Vergleich mit der Lösung für COULOMB'sche Reibung weisen die Kurven vor allem quantitative Unterschiede auf, wobei sich die Kennlinien für hohe Kontaktsteifigkeiten wieder der Kurve für starre Kontakte annähern [125, 129].

Analog zum vorangegangenen Abschnitt kann zudem eine Näherungslösung für kleine und mittlere Kontaktsteifigkeiten ermittelt werden. Unter Verwendung des harmonischen Ansatzes $r^G(\tau) = r_0 + r_1 \cos \tau + r_2 \sin \tau$ führt das beschriebene GALERKIN-Verfahren auf eine strukturell ähnliche Lösung wie zuvor für das DAHL-Modell. Im Fall des LuGre-Modells ist die mittlere Reibkraft durch

$$\langle R \rangle = r_0 + \sigma_2 V_{rel} = \mu N \frac{\zeta(1 + 4\gamma^2 q_2 q_3) - 2\gamma^2 q_1 q_3}{q_0(1 + 4\gamma^2 q_2 q_3) - 4\gamma^2 q_1^2 q_3} + \sigma_2 V_{rel} \quad (4.47)$$

gegeben, wobei die geschwindigkeitsabhängigen Größen

$$q_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|\zeta + \cos \tau|}{g(\zeta)} d\tau, \quad q_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|\zeta + \cos \tau|}{g(\zeta)} \cos \tau d\tau, \quad (4.48)$$

$$q_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|\zeta + \cos \tau|}{g(\zeta)} \cos^2 \tau d\tau, \quad q_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|\zeta + \cos \tau|}{g(\zeta)} \sin^2 \tau d\tau \quad (4.49)$$

in diesem Fall die dimensionslose STRIBECK-Charakteristik

$$g(\zeta) = \frac{s(\zeta)}{\mu N} = 1 + (f_S - 1) \exp\left(-\left|\frac{\zeta + \cos \tau}{\zeta_s}\right|^{\alpha_s}\right) \quad (4.50)$$

mit $f_S = \frac{F_S}{F_C}$ und $\zeta_s = \frac{v_s}{a\omega}$ enthalten.

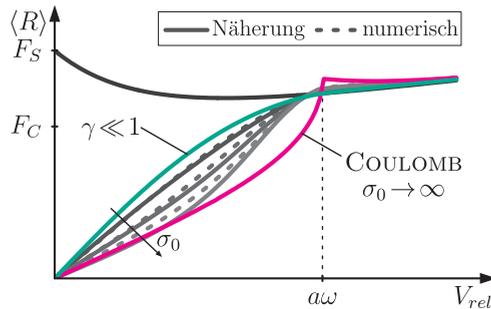


Abbildung 4.7: Longitudinaleffekt: Vergleich von Näherung und numerischer Lösung (LuGre-Modell)

Abbildung 4.7 zeigt die zugehörigen Reibkennlinien im Vergleich mit den jeweiligen numerisch ermittelten Kennlinien. Wie schon beim DAHL-Modell weist die Näherungslösung für kleine und mittlere Kontaktsteifigkeiten eine gute Übereinstimmung mit der numerischen Lösung auf und liefert für $\gamma \ll 1$ eine obere Schranke für die mittleren Reibkräfte bei kleinen Relativgeschwindigkeiten. Für höhere Kontaktsteifigkeiten hingegen erscheint der gewählte Ansatz weniger geeignet, so dass erneut größere Abweichungen zwischen Näherung und numerischer Lösung auftreten [125].

Somit ergibt sich unter Verwendung des LuGre-Modells qualitativ ein ähnliches Verhalten wie in Abschnitt 3.2 für COULOMB'sche Reibung mit STRIBECK-Charakteristik. Die mögliche Unterdrückung reibungserregter Schwingungen kann entsprechend anhand des Reibschwingers mit einem Freiheitsgrad gezeigt werden. Analog zum Modell mit starrem Kontakt ergibt sich eine Ruhelage X_0 für die langsame Systemdynamik, die in der vollständigen Systembeschreibung kleinen überlagerten Schwingungen entspricht. Aufgrund der Reduktion der mittleren Reibkräfte verschiebt sich diese Ruhelage gegenüber der ursprünglichen Ruhelage x_0 ohne überlagerte Schwingungen und ändert in Abhängigkeit der übrigen Parameter ihr Stabilitätsverhalten. Im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ weist die modifizierte Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$ einen positiven Gradienten $h = \left. \frac{\partial \bar{R}}{\partial V_{rel}} \right|_{v_0} > 0$ auf, so dass der Instabilitätsmechanismus unterdrückt und die Ruhelage somit stabil wird.

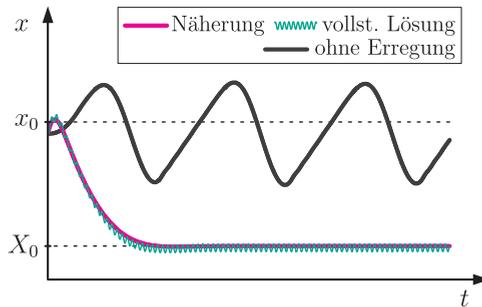


Abbildung 4.8: Longitudinaleffekt: Auslenkungsverläufe (LuGre-Modell)

Exemplarische Auslenkungs- und Geschwindigkeitsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen sind in Abbildung 4.8 und Abbildung 4.9 dargestellt. Im Fall ohne überlagerte Schwingungen tritt der bereits bekannte Stick-Slip-Grenzzzyklus mit großen Amplituden auf, wobei im Haftbereich aufgrund der Kontaktnachgiebigkeit kleine abklingende Schwingungen beobachtet werden können. Erwartungsgemäß führt die

Überlagerung longitudinaler Schwingungen nach Abklingen der Anfangsbedingungen auf einen stabilen stationären Zustand, der sich aufgrund der höheren mittleren Reibkräfte quantitativ von der Lösung für COULOMB'sche Reibung unterscheidet. Wie schon bei der Modellierung mit starrem Kontakt weist die Näherung für die langsame Dynamik dabei eine gute Übereinstimmung mit der vollständigen Systembeschreibung auf [125].

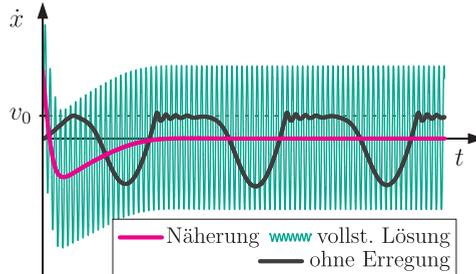


Abbildung 4.9: Longitudinaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe (LuGre-Modell)

Folglich kann auch unter Verwendung des LuGre-Modells das erwartete Systemverhalten abgebildet werden. Eine geeignete Überlagerung longitudinaler Schwingungen führt auf eine geglättete effektive Reibcharakteristik und ermöglicht die Unterdrückung reibungserregter Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie. Dabei sind die qualitativen Ergebnisse äquivalent zur Modellierung mit starrem Kontakt, während sich durch die Berücksichtigung der Kontaktnachgiebigkeit die beschriebenen quantitativen Veränderungen ergeben.

4.1.3 Elasto-plastisches Modell

Konstante Reibcharakteristik

Mithilfe des elasto-plastischen Modells können zudem die Einflüsse von Haft- und Losbrecheffekten berücksichtigt werden. Im Sinne einer übersichtlichen Darstellung soll dabei zunächst der vereinfachte Fall einer konstanten Reibcharakteristik $s(v_{rel}) = \mu N$ betrachtet werden, der die isolierte Behandlung der zusätzlich auftretenden Effekte ermöglicht. Unter Vernachlässigung von Mikrodämpfung und viskoser Reibung ergibt sich somit ein vereinfachtes elasto-plastisches Modell als direkte Erweiterung des DAHL-Modells, so dass die Einflüsse der Haftphasen unabhängig von sonstigen geschwindigkeitsabhängigen Effekten untersucht werden können.

Die Gleichungen zur Bestimmung der Reibkraft lauten in diesem Fall

$$R = r, \quad (4.51)$$

$$r' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(v_{rel} - \alpha |v_{rel}| \frac{r}{\mu N} \right), \quad (4.52)$$

worin wieder $v_{rel} = V_{rel} + a\omega \cos \tau$ gilt und $\alpha = \alpha(v_{rel}, r)$ die Schaltfunktion für Haftzustände beschreibt. Nach Bestimmung der partikulären Lösung $r^*(\tau)$ folgt für die mittlere Reibkraft wie zuvor unter Verwendung des DAHL-Modells

$$\langle R \rangle = \langle r^*(\tau) \rangle = \bar{R}(V_{rel}). \quad (4.53)$$

Die Auswertung der effektiven Reibcharakteristik muss dabei numerisch erfolgen, da aufgrund der Schaltfunktion α keine analytische Lösung für die Modellgleichung gefunden werden kann [135].

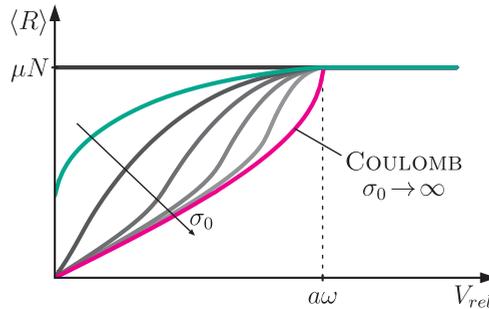


Abbildung 4.10: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $s(v_{rel}) = \mu N$, $z_{ba} = \frac{2}{3}z_{ss}$)

In der Literatur wird der zusätzliche Parameter zur Quantifizierung des Losbrechens als $z_{ba} = \frac{2}{3}z_{ss}$ vorgeschlagen [30]. Die zugehörigen effektiven Reibkennlinien sind für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 in Abbildung 4.10 dargestellt. Im Vergleich mit der bisherigen Modellierung erscheinen die Ergebnisse deutlich differenzierter, so dass sich hieraus eine Vielzahl von Beobachtungen ableiten lässt.

Zunächst kann wie bereits zuvor eine Reduktion der mittleren Reibkräfte im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten festgestellt werden. Dabei nähern sich die Kurven für steigende Kontaktsteifigkeiten der Referenzlösung für COULOMB'sche Reibung an und liefern somit ein konsistentes Ergebnis. Für kleine Kontaktsteifigkeiten ergeben sich Kurven mit ausschließlich negativer Krümmung, während für höhere Kontaktsteifigkeiten ein ausgeprägter Wendepunkt im Bereich mittlerer Relativgeschwindigkeiten

auftritt. Unterhalb dieses Wendepunkts steigen die mittleren Reibkräfte nahezu linear mit der Relativgeschwindigkeit an, bevor oberhalb der bekannte Kurvenverlauf mit negativer Krümmung einsetzt. Mit steigender Kontaktsteifigkeit verschiebt sich der Wendepunkt zu höheren Relativgeschwindigkeiten.

Bei genauerer Betrachtung der zugrunde liegenden partikulären Lösungen $r^*(\tau)$ kann festgestellt werden, dass durch diesen Wendepunkt Bereiche getrennt werden, in denen die Lösung eine unterschiedliche Zahl von Haft- und Gleitphasen je Periode aufweist. Unterhalb des Wendepunktes kann aufgrund der geringen Relativgeschwindigkeit in beiden Richtungen ausgeprägtes Gleiten auftreten, während bei höheren Relativgeschwindigkeiten die Losbrechgrenze nur noch entgegen der Bewegung der Unterlage erreicht wird. Folglich tragen auch Länge und Abfolge der Haft- und Gleitphasen maßgeblich zum Verlauf der effektiven Reibkennlinien bei.

Ein wesentlicher Unterschied zu den bisherigen Ergebnissen besteht darin, dass sich für kleine Kontaktsteifigkeiten keine geglätteten Kennlinien ergeben. Zwar kann bei verschwindender Relativgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Anfangskonfiguration $\langle R \rangle = 0$ erreicht werden. Allerdings liefern die effektiven Reibcharakteristiken schon für kleine Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| \approx 0$ von Null verschiedene Werte und in der Folge weiterhin nicht-glatte Kennlinien. Damit ist die Reduktion der effektiven Reibkräfte bei kleinen Relativgeschwindigkeiten begrenzt, so dass die Berücksichtigung von Losbrecheffekten auch zu einem qualitativen Einfluss führt.

Bei der Untersuchung des DAHL-Modells hatte sich das Verhältnis $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N} = \frac{a}{z_{ss}}$ von Erregeramplitude und stationärer Kontaktdeformation als maßgebliche Größe für das Modellverhalten gezeigt. Im vorliegenden Fall werden die soeben identifizierten Bereiche glatter und nicht-glatte Kennlinien durch die Kennlinie für $\gamma = 1$ getrennt. Demnach lässt sich das Auftreten nicht-glatte Kennlinien trotz überlagerter Schwingungen auf einen zu kleinen Parameter $\gamma < 1$ zurückführen. In diesem Fall wird die überlagerte Bewegung durch die Deformation des Kontaktes derart kompensiert, dass allein durch die Überlagerung kein ausgeprägtes Gleiten hervorgerufen werden kann. Umgekehrt folgt für $\gamma > 1$ das gewünschte Verhalten mit geglätteten effektiven Reibkennlinien. Konkret ist für das Erreichen einer geglätteten Kennlinie eine ausreichend große Amplitude $a > \frac{\mu N}{\sigma_0}$ der überlagerten Schwingungen erforderlich, die sich unter anderem nach der Kontaktsteifigkeit σ_0 richtet. Folglich kann eine zu klein gewählte Erregeramplitude vor allem in Systemen mit hoher Kontaktnachgiebigkeit auf das beschriebene unerwünschte Verhalten mit nicht-glatte Kennlinien führen [126]. Wie Abbildung 4.11 zu entnehmen ist, hängen die beobachteten Einflüsse maßgeblich von der Wahl der Losbrechgrenze z_{ba} ab. Die hier dargestellten effektiven Reibkennlinien für einen veränderten Parameter $z_{ba} = 0,98z_{ss}$ zeigen qualitativ ähnliche,

aber deutlicher ausgeprägte Verläufe als die Kennlinien in Abbildung 4.10. Demnach entwickelt sich der beschriebene Wendepunkt bei steigender Losbrechgrenze zu einem Knick in der Kurve, während für kleine Kontaktsteifigkeiten die mögliche Reduktion der mittleren Reibkräfte weiter abnimmt.

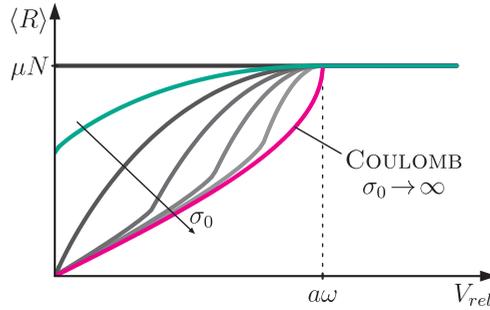


Abbildung 4.11: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $s(v_{rel}) = \mu N$, $z_{ba} = 0,98z_{ss}$)

Für das hier untersuchte elasto-plastische Modell mit konstanter Reibcharakteristik kann analog zum DAHL-Modell das Auftreten reibungserregter Schwingungen aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung untersucht werden. Unter Verwendung der numerisch ermittelten effektiven Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel})$ liefert das bereits diskutierte mathematische Vorgehen die in Abbildung 4.12 dargestellten Stabilitätsgrenzen.

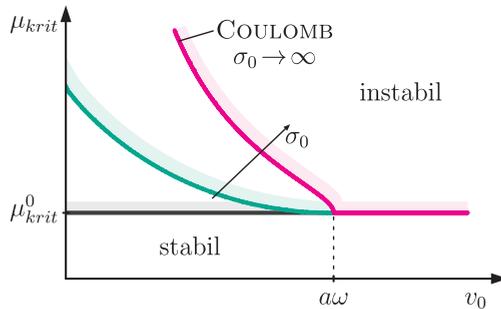


Abbildung 4.12: Longitudinaleffekt: Stabilitätsgrenze für nicht-konservative Kopplung (el.-pl. Modell)

Wie schon für das DAHL-Modell ergibt sich eine von der Geschwindigkeit v_0 abhängige Stabilitätsgrenze, die sich mit steigender Kontaktsteifigkeit der Lösung für COULOMB'sche Reibung annähert. Im Gegensatz zu den bisher erzielten Ergebnissen kann unter Berücksichtigung von Losbrecheffekten eine qualitative Beschränkung

des stabilisierenden Effektes überlagerter Schwingungen festgestellt werden, da das zuvor beschriebene Auftreten nicht-glatte Kennlinien auf endliche Werte für die Stabilitätsgrenze bei kleinen Geschwindigkeiten führt.

Insgesamt ergeben sich durch die Modellierung von Haftphasen deutlich differenziertere Ergebnisse als zuvor für das DAHL-Modell. Demnach ermöglicht die Überlagerung longitudinaler Schwingungen weiterhin die Reduktion der effektiv auftretenden Reibkräfte und damit die Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen. Für kleine Amplituden der überlagerten Schwingungen treten jedoch nicht-glatte Reibkennlinien auf, so dass deren stabilisierender Einfluss begrenzt wird. In dieser Hinsicht erscheinen die Begriffe *Reibwertglättung* und *vibrational smoothing* kaum noch zutreffend.

Berücksichtigung geschwindigkeitsabhängiger Effekte

Im Folgenden wird das vollständige elasto-plastische Modell als Erweiterung des LuGre-Modells betrachtet. Unter Berücksichtigung geschwindigkeitsabhängiger Effekte lauten die Gleichungen zur Bestimmung der Reibkraft

$$R = r + \frac{\omega}{\sigma_0} \sigma_1 r' + \sigma_2 v_{rel}, \tag{4.54}$$

$$r' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(v_{rel} - \alpha |v_{rel}| \frac{r}{s(v_{rel})} \right). \tag{4.55}$$

Analog zum LuGre-Modell folgt mit $v_{rel} = V_{rel} + a\omega \cos \tau$ und nach Bestimmung der partikulären Lösung $r^*(\tau)$ die mittlere Reibkraft

$$\langle R \rangle = \langle r^*(\tau) \rangle + \sigma_2 V_{rel} = \bar{R}(V_{rel}). \tag{4.56}$$

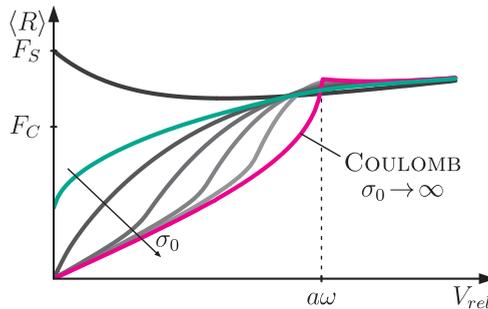


Abbildung 4.13: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $z_{ba} = \frac{2}{3} z_{ss}$)

Abbildung 4.13 zeigt die zugehörigen effektiven Reibkennlinien. Wie im zuvor betrachteten Fall treten für höhere Kontaktsteifigkeiten geglättete Kennlinien mit einem ausgeprägten Wendepunkt bei mittleren Relativgeschwindigkeiten auf, während für niedrige Kontaktsteifigkeiten Kennlinien mit negativer Krümmung und ohne Nulldurchgang beobachtet werden können. Zudem verschimmt wie schon beim LuGre-Modell die Überhöhung der mittleren Reibkräfte im Bereich $|V_{rel}| \approx a\omega$, so dass bereits für $|V_{rel}| < a\omega$ leicht erhöhte mittlere Reibkräfte auftreten.

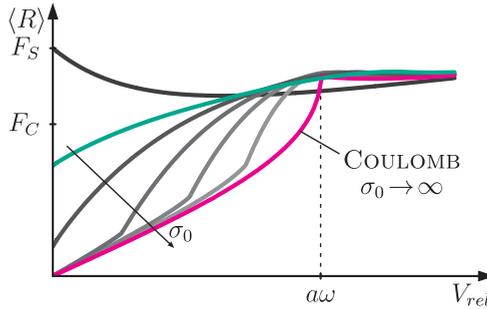


Abbildung 4.14: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $z_{ba} = 0,98z_{ss}$)

Die effektiven Reibkennlinien für einen veränderten Losbrechparameter $z_{ba} = 0,98z_{ss}$ sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Mit steigender Losbrechgrenze z_{ba} zeigt sich erneut das bereits beschriebene ausgeprägtere Verhalten des Modells. Im Vergleich mit den zuvor erzielten Ergebnissen kann ein zusätzlicher Einfluss der zugrunde liegenden STRIBECK-Charakteristik auf das Auftreten nicht-glatte Kennlinien beobachtet werden. Im Bereich $|V_{rel}| \approx a\omega$ treten zudem höhere mittlere Reibkräfte auf, so dass der tatsächliche Bereich reduzierter mittlerer Reibkräfte in Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit deutlich kleiner wird [128].

Unabhängig davon kann für einen großen Parameterbereich die ursprünglich fallende Reibkennlinie unterdrückt und analog zu den bisherigen Ergebnissen eine positive effektive Dämpfung erreicht werden. Wie schon für das LuGre-Modell weisen die effektiven Reibkennlinien $\bar{R}(V_{rel})$ im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $|V_{rel}| < a\omega$ einen positiven Gradienten $h = \left. \frac{\partial \bar{R}}{\partial V_{rel}} \right|_{v_0} > 0$ auf, so dass für eine Ruhelage X_0 der gemittelten Systembeschreibung stabiles Verhalten beobachtet werden kann. Folglich ermöglicht die Überlagerung longitudinaler Schwingungen auch unter Verwendung des elasto-plastischen Modells das Vermeiden von reibungserregten Schwingungen aufgrund eines negativen Reibwertgradienten.

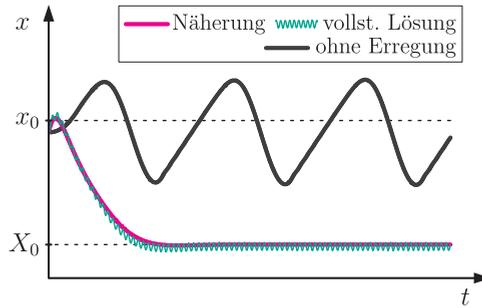


Abbildung 4.15: Longitudinaleffekt: Auslenkungsverläufe (el.-pl. Modell)

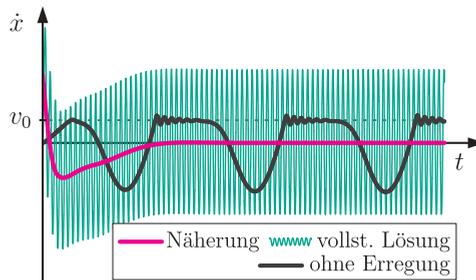


Abbildung 4.16: Longitudinaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe (el.-pl. Modell)

Abbildung 4.15 und Abbildung 4.16 zeigen exemplarische Auslenkungs- und Geschwindigkeitsverläufe mit und ohne überlagerte Schwingungen. Wie im zuvor betrachteten Fall für das LuGre-Modell tritt ohne überlagerte Schwingungen ein Stick-Slip-Grenzyklus auf, während bei geeigneter Überlagerung longitudinaler Schwingungen und nach Abklingen der Anfangsbedingungen ein stabiler stationärer Zustand erreicht wird. Erneut weist die Näherungslösung für die langsame Dynamik eine gute Übereinstimmung mit der Lösung des vollständigen Systems auf. Eine ausführlichere Validierung der Näherungslösung ist in Anhang A zu finden.

Auch unter Verwendung des elasto-plastischen Modells kann das erwartete Systemverhalten abgebildet werden. Die Überlagerung longitudinaler Schwingungen führt im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten auf eine Reduktion der effektiven Reibkräfte und liefert Reibkennlinien mit positivem Gradienten. Obwohl für kleine Amplituden der überlagerten Schwingungen weiterhin nicht-glatte Kennlinien auftreten, können auf diese Weise reibungsregte Schwingungen unterdrückt werden. Die zugehörigen

Ergebnisse entsprechen damit qualitativ denen für das LuGre-Modell und unterscheiden sich von diesen ausschließlich unter quantitativen Aspekten.

Vereinfachte Schaltfunktion

In Abschnitt 2.3 wurde unter Verwendung einer rein kinematischen Haftbedingung die alternative Schaltfunktion $\alpha = \frac{1}{2}(1 + \text{sgn}(v_{rel}z))$ formuliert, die Losbrecheffekte vernachlässigt und demzufolge keinen zusätzlichen Parameter für deren Quantifizierung erfordert. In dieser Darstellung werden ausschließlich Be- und Entlastung des Kontaktes als Kriterium für Haftphasen berücksichtigt, wodurch das Driftverhalten des Modells sowie der bereits beschriebene Effekt der Super-Relaxation verhindert werden können.

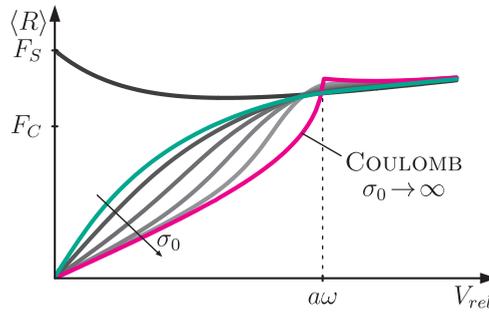


Abbildung 4.17: Longitudinaleffekt: Reibkennlinien (vereinfachtes el.-pl. Modell)

Die mithilfe dieser vereinfachten Beschreibung ermittelten effektiven Reibkennlinien sind in Abbildung 4.17 dargestellt, wobei die zuletzt beobachteten qualitativen Effekte nicht mehr auftreten. Stattdessen ergeben sich ähnliche Ergebnisse wie für das LuGre-Modell, so dass unabhängig von der gewählten Amplitude der überlagerten Schwingungen geglättete Reibkennlinien erzielt werden. Im Vergleich mit den für das LuGre-Modell ermittelten Ergebnissen liefert das vereinfachte elasto-plastische Modell höhere mittlere Reibkräfte im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten, während für $|V_{rel}| > a\omega$ wegen $\alpha \equiv 1$ identische Ergebnisse folgen [125].

Analoge Beobachtungen ergeben sich unter der Annahme einer konstanten Reibcharakteristik $s(v_{rel}) = \mu N$ für den Zusammenhang mit dem DAHL-Modell. Die Verwendung einer rein kinematischen Haftbedingung kann folglich als direkte Erweiterung des DAHL- und des LuGre-Modells aufgefasst und zur Vermeidung von Driftverhalten und Super-Relaxation verwendet werden. Im Hinblick auf den Effekt der Reibwertglättung

ergeben sich auf diese Weise ausschließlich quantitative Veränderungen, während erst die Berücksichtigung von Losbrecheffekten auf qualitative Einflüsse führt.

4.2 Transversaleffekt

Für die Untersuchung überlagerter Querschwingungen muss das mechanische Modell wie zuvor in transversaler Richtung ergänzt werden. Unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte gilt dies insbesondere für die verwendeten Reibmodelle, die an dieser Stelle für ebene Bewegungen erweitert werden. Die hier gewählte Darstellung folgt der Annahme richtungsunabhängiger Kontaktparameter σ_i , $i = 0, 1, 2$ und ist in Bezug auf die komponentenweise Auswertung an die Arbeiten von GONTHIER [42], MARQUES [73] und STAMM [104] angelehnt. Als Ergänzung zur hier verwendeten zeitkontinuierlichen Modellierung wird in Anhang B eine zeitdiskrete Beschreibung nach TSAI und TSENG [114] betrachtet, deren numerische Implementierung auf vergleichbare Ergebnisse führt.

Analog zu Abschnitt 3.3 ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = R_x(v_{rel}, z_x), \quad (4.57)$$

$$m\ddot{y} = R_y(v_{rel}, z_y) + maw^2 \sin \omega t, \quad (4.58)$$

wobei in Abhängigkeit des verwendeten Modells die darin enthaltenen Reibkräfte R_x , R_y mithilfe von Gleichungen der Struktur

$$\dot{z}_x = v_{rel,x} - \sqrt{v_{rel,x}^2 + v_{rel,y}^2} \frac{\sigma_0 z_x}{s(v_{rel})}, \quad (4.59)$$

$$\dot{z}_y = v_{rel,y} - \sqrt{v_{rel,x}^2 + v_{rel,y}^2} \frac{\sigma_0 z_y}{s(v_{rel})} \quad (4.60)$$

beschrieben werden. Unter Verwendung der Notation $\mathbf{x} = [x; y]$, $\mathbf{R} = [R_x; R_y]$, $\mathbf{z} = [z_x; z_y]$, $\mathbf{v}_{rel} = [v_{rel,x}; v_{rel,y}]$ können die Bewegungsgleichungen in der kompakteren Form

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{z}) + \omega \mathbf{h}(\omega t), \quad (4.61)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{v}_{rel} - \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\sigma_0 \mathbf{z}}{s(v_{rel})} \quad (4.62)$$

angegeben werden, worin

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

die gewählte Anbindung an die Umgebung und $\mathbf{h}(\omega t) = [0; m a \omega \sin \omega t]$ die überlagerten Querschwingungen berücksichtigen. Die erforderliche Erweiterung der Haftbedingungen für ebene Bewegungen wird später für das elasto-plastische Modell diskutiert.

Für die Anwendung des zuvor beschriebenen Mittelwertbildungsverfahrens werden die Modellgleichungen erneut als System von Gleichungen erster Ordnung

$$\mathbf{x}' = \varepsilon \mathbf{v}, \quad (4.64)$$

$$\mathbf{M} \mathbf{v}' = \varepsilon (-\mathbf{D} \mathbf{v} - \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{r})) + \mathbf{h}(\tau), \quad (4.65)$$

$$\mathbf{r}' = \beta \left(\mathbf{v}_{rel} - \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{r}}{s(v_{rel})} \right) \quad (4.66)$$

formuliert. Hierin bezeichnet $\tau = \omega t$, $\frac{\partial}{\partial \tau} = (\cdot)'$ wieder eine dimensionslose Zeitskala und $\varepsilon = \frac{1}{\omega} \ll 1$ einen kleinen Parameter, sowie $\mathbf{r} = \sigma_0 \mathbf{z}$ den verformungsbasierten Anteil der Reibkraft. Mit der Lösung $\mathbf{x} = \mathbf{X}$, $\mathbf{v} = \mathbf{V} + \mathbf{v}^* = [V_x; V_y - a \omega \cos \tau]$, $\mathbf{r} = \mathbf{\Phi} + \mathbf{r}^*$ des zugehörigen ungestörten Problems folgen die Gleichungen für die langsame Systemdynamik

$$\mathbf{X}' = \varepsilon (\mathbf{V} + \mathbf{v}^*), \quad (4.67)$$

$$\mathbf{M} \mathbf{v}' = \varepsilon (-\mathbf{D} (\mathbf{V} + \mathbf{v}^*) - \mathbf{C} \mathbf{X} + \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{\Phi} + \mathbf{r}^*)), \quad (4.68)$$

$$\mathbf{\Phi}' = -\beta \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{\Phi}}{s(v_{rel})}, \quad (4.69)$$

wobei die dritte Gleichung für $\sigma_0 \gg 1$ wiederum eine stark gedämpfte Variable beschreibt. Durch Anwendung des Mittelwertbildungsverfahrens für Systeme mit starker Dämpfung ergeben sich die Gleichungen

$$\mathbf{X}' = \varepsilon \mathbf{V}, \quad (4.70)$$

$$\mathbf{M} \mathbf{V}' = \varepsilon (-\mathbf{D} \mathbf{V} - \mathbf{C} \mathbf{X} + \langle \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{r}^*) \rangle) \quad (4.71)$$

und nach Reskalierung der Zeit

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \mathbf{X} = \langle \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{r}^*) \rangle. \quad (4.72)$$

Demnach resultiert auch unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte eine Beschreibung für die langsame Systemdynamik, in der die bezüglich der Erregung gemittelte Reibcharakteristik $\langle \mathbf{R}(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{r}^*) \rangle$ das dynamische Verhalten des Systems maßgeblich bestimmt. Wie schon im Fall mit starrem Kontakt in Abschnitt 3.3 klingen langsame Bewegungen in y -Richtung mit der Zeit ab, so dass für einen quasi-stationären Zustand die Relativgeschwindigkeit $\mathbf{v}_{rel} = [V_{rel,x}; V_{rel,y} + a\omega \cos \tau] = [V_{rel}; a\omega \cos \tau]$ folgt. Für die Auswertung der effektiven Reibcharakteristik ist erneut die Ermittlung der partikulären Lösung $\mathbf{r}^*(\tau)$ erforderlich, die sich unter Verwendung der angegebenen Relativgeschwindigkeit aus den jeweiligen Modellgleichungen ergibt.

4.2.1 Dahl-Modell

Mithilfe der Beschreibung

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}, \quad (4.73)$$

$$\mathbf{r}' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(\mathbf{v}_{rel} - \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{r}}{\mu N} \right) \quad (4.74)$$

kann das DAHL-Modell für ebene Bewegungen formuliert werden, wobei wieder $\mathbf{r} = [r_x; r_y] = \sigma_0 [z_x; z_y]$ gilt. Die beiden Zustandsgleichungen sind dabei über den Betrag der Relativgeschwindigkeit $\|\mathbf{v}_{rel}\| = \sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega \cos \tau)^2}$ gekoppelt, so dass im Gegensatz zum Longitudinaleffekt keine analytische Lösung für die Reibkraft angegeben werden kann.

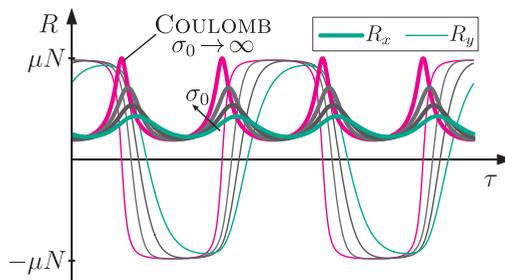


Abbildung 4.18: Transversaleffekt: exemplarische Reibkraftverläufe für $V_{rel} = \text{konst.}$ (DAHL-Modell)

In Abbildung 4.18 sind exemplarische Verläufe der Reibkraftkomponenten $\mathbf{R} = [R_x; R_y]$ für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 und bei konstanter Relativgeschwindigkeit $V_{rel,x} = V_{rel}$ dargestellt. Wie erwartet ergeben sich in

y -Richtung 2π -periodische Lösungen mit verschwindendem Mittelwert, die sich ähnlich dem unidirektionalen Fall für steigende Kontaktsteifigkeiten der Vergleichslösung für COULOMB'sche Reibung annähern. In x -Richtung bewirkt die beschriebene Kopplung von Längs- und Querbewegungen π -periodische Verläufe, so dass je Periode der überlagerten Schwingungen zwei Zyklen beobachtet werden können. Die Modellierung mit nachgiebigem Kontakt führt dabei auf eine zeitliche Verschiebung der auftretenden Minima und Maxima sowie insgesamt auf geringere mittlere Reibkräfte $\langle R_x \rangle = \langle r_x^*(\tau) \rangle$. Für steigende Kontaktsteifigkeiten nähern sich die Verläufe der Lösung für COULOMB'sche Reibung an, so dass sich diesbezüglich ein konsistentes Bild der zweidimensionalen Modellierung ergibt.

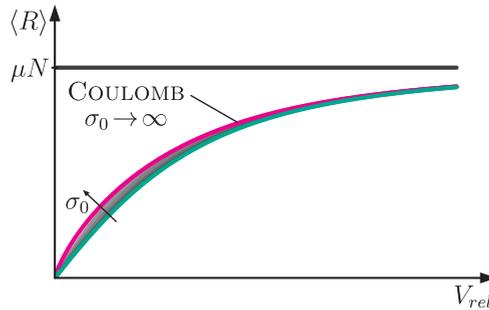


Abbildung 4.19: Transversaleffekt: Reibkennlinien (DAHL-Modell)

Die zugehörigen effektiven Reibkennlinien $\langle R_x \rangle = \bar{R}(V_{rel})$ sind in Abbildung 4.19 dargestellt. Ähnlich wie beim Transversaleffekt für starre Kontakte in Abschnitt 3.3 können infolge der Überlagerung von Querschwingungen geglättete Reibkennlinien beobachtet werden, die sich mit zunehmender Relativgeschwindigkeit der COULOMB'schen Reibkraft $R = \mu N$ annähern. Mit steigender Kontaktsteifigkeit nähern sich die Kurven dabei wie erwartet der Vergleichslösung für starre Kontakte an, wobei allerdings nur ein geringer quantitativer Einfluss beobachtet werden kann. Entsprechend der zuvor diskutierten Reibkraftverläufe ergeben sich unter Verwendung des erweiterten DAHL-Modells erstmals niedrigere mittlere Reibkräfte als unter der Annahme COULOMB'scher Reibung [137].

Analog zum Longitudinaleffekt kann mithilfe eines GALERKIN-Verfahrens eine Näherungslösung für die mittleren Reibkräfte $\langle R_x \rangle$ ermittelt werden. Dazu wird der bisher verwendete harmonische Ansatz durch $r_x^G(\tau) = r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 \sin 2\tau$ an die veränderte Periodizität der Lösung angepasst und erneut das Verschwinden des

auftretenden mittleren Fehlers gefordert. Nach Einsetzen der Ansatzfunktion in die Modellgleichung ergibt sich der Fehler

$$e = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(V_{rel} - \sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega \cos \tau)^2} \frac{r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 \sin 2\tau}{\mu N} \right) + 2r_1 \sin 2\tau - 2r_2 \cos 2\tau. \quad (4.75)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten r_i , $i = 0, 1, 2$ folgen analog zu Abschnitt 4.1 die drei Gleichungen

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = \zeta \mu N - p_0^t r_0 - p_1^t r_1, \quad (4.76)$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \cos \tau d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = -r_2 - \gamma(p_1^t r_0 + p_2^t r_1), \quad (4.77)$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \sin \tau d\tau \quad \rightarrow \quad 0 = r_1 - \gamma p_3^t r_2, \quad (4.78)$$

worin wieder $\zeta = \frac{V_{rel}}{a\omega}$ und $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N} = \frac{a}{z_{ss}}$ gilt. Aufgrund der Struktur der jeweiligen Modellgleichungen weisen diese drei Gleichungen eine ähnliche Form auf wie zuvor beim Longitudinaleffekt. Für den hier untersuchten Transversaleffekt ergeben sich die geschwindigkeitsabhängigen Funktionen

$$p_0^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau} d\tau, \quad p_1^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau} \cos 2\tau d\tau, \quad (4.79)$$

$$p_2^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau} \cos^2 2\tau d\tau, \quad p_3^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau} \sin^2 2\tau d\tau. \quad (4.80)$$

Als Näherungslösung für die mittlere Reibkraft folgt schließlich

$$\langle R \rangle = r_0 = \mu N \frac{\zeta(1 + \gamma^2 p_2^t p_3^t)}{p_0^t(1 + \gamma^2 p_2^t p_3^t) - \gamma^2 p_1^t p_3^t}. \quad (4.81)$$

Analog zum Longitudinaleffekt kann für $\gamma \ll 1$ eine kompakte Abschätzung

$$\langle R \rangle > \mu N \frac{\zeta}{p_0^t} = \mu N \frac{\frac{\pi}{2} \zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2} E \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta^2}} \right)} \quad (4.82)$$

für die Reibkennlinie formuliert werden, welche wie schon zuvor eine Schranke für die auftretenden mittleren Reibkräfte darstellt. $E(k)$ bezeichnet hierin ein vollständiges elliptisches Integral zweiter Art.

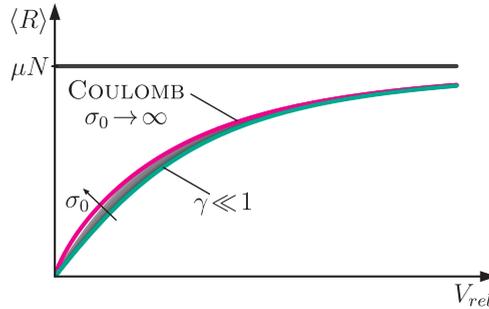


Abbildung 4.20: Transversaleffekt: GALERKIN-Näherungslösung (DAHL-Modell)

Abbildung 4.20 zeigt die auf diese Weise ermittelten Näherungen für die effektiven Reibcharakteristiken zusammen mit der Referenzlösung für COULOMB'sche Reibung. Im Vergleich mit Abbildung 4.19 ergibt sich grundsätzlich eine gute Übereinstimmung mit den zuvor ermittelten numerischen Lösungen. Die effektiven Reibkennlinien sind nach unten durch die Abschätzung für $\gamma \ll 1$ und nach oben durch die Lösung für starre Kontakte begrenzt.

Das Auftreten von reibungserregten Schwingungen aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung kann analog zu den vorangegangenen Abschnitten untersucht werden. Für die Überlagerung transversaler Schwingungen ergeben sich strukturell identische Störungsgleichungen mit der zugehörigen effektiven Reibcharakteristik $\bar{R}(V_{rel}) = \langle R_x \rangle$.

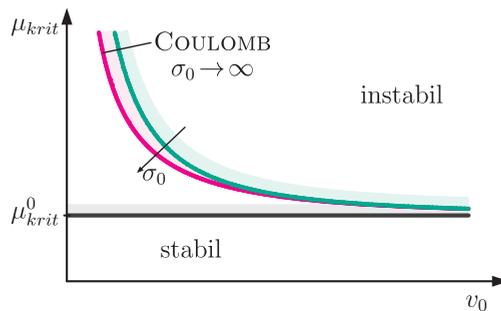


Abbildung 4.21: Transversaleffekt: Stabilitätsgrenzen für nicht-konservative Kopplung (DAHL-Modell)

Die entsprechenden Stabilitätsgrenzen sind in Abbildung 4.21 dargestellt, wobei für die hier betrachtete Modellierung ein qualitativ ähnlicher Verlauf der Stabilitätsgrenze wie für COULOMB'sche Reibung folgt. Infolge der geringeren mittleren Reibkräfte ergibt sich unter Berücksichtigung der Kontaktnachgiebigkeit allerdings eine Vergrößerung des Stabilitätsgebietes gegenüber der Modellierung mit starrem Kontakt.

Insgesamt kann festgehalten werden, dass die Überlagerung transversaler Schwingungen auch unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte eine Reduktion der mittleren Reibkräfte bewirkt und auf geglättete Reibkennlinien führt. Dabei kann im Rahmen der hier verwendeten Modellierung nur ein geringer quantitativer Einfluss der Kontaktnachgiebigkeit beobachtet werden, wobei im Vergleich mit den Ergebnissen für COULOMB'sche Reibung erstmals niedrigere mittlere Reibkräfte auftreten. Diese Beobachtung erscheint vor allem im Hinblick auf die Ergebnisse für den Longitudinaleffekt wenig intuitiv und wird in den folgenden Abschnitten noch eingehender diskutiert.

4.2.2 LuGre-Modell

Zur Berücksichtigung geschwindigkeitsabhängiger Effekte kann das LuGre-Modell mithilfe der Beschreibung

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} + \frac{\omega}{\sigma_0} \sigma_1 \mathbf{r}' + \sigma_2 \mathbf{v}_{rel}, \quad (4.83)$$

$$\mathbf{r}' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(\mathbf{v}_{rel} - \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{r}}{s(v_{rel})} \right) \quad (4.84)$$

für ebene Bewegungen erweitert werden. Hierin bezeichnet $\mathbf{r} = \sigma_0 \mathbf{z}$ wieder den verformungsbasierten Anteil der Reibkraft und für die Relativgeschwindigkeit gilt $\mathbf{v}_{rel} = [V_{rel}; a\omega \cos \tau]$ mit $v_{rel} = \|\mathbf{v}_{rel}\| = \sqrt{V_{rel}^2 + (a\omega \cos \tau)^2}$. Analog zum unidirektionalen Fall folgt daraus die effektive Reibcharakteristik

$$\langle R_x \rangle = \langle r_x^*(\tau) \rangle + \sigma_2 V_{rel} = \bar{R}(V_{rel}). \quad (4.85)$$

Die zugehörigen Reibkennlinien müssen erneut numerisch bestimmt werden und sind in Abbildung 4.22 für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 dargestellt. Analog zum DAHL-Modell ergeben sich geglättete effektive Reibkennlinien, die sich mit zunehmender Relativgeschwindigkeit der zugrunde liegenden STRIBECK-Charakteristik annähern. Im Rahmen der hier verwendeten Modellierung führt die Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte wie zuvor auf geringere mittlere Reibkräfte als die Modellierung mit starrem Kontakt.

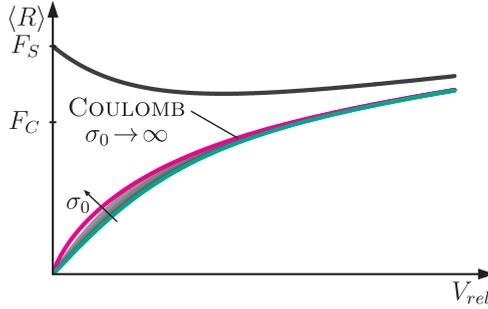


Abbildung 4.22: Transversaleffekt: Reibkennlinien (LuGre-Modell)

Mithilfe des beschriebenen GALERKIN-Verfahrens und unter Verwendung des Ansatzes $r_x^G(\tau) = r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 \sin 2\tau$ kann eine Näherungslösung

$$\langle R \rangle = r_0 + \sigma_2 V_{rel} = \mu N \frac{\zeta(1 + \gamma^2 q_2^t q_3^t)}{q_0^t(1 + \gamma^2 q_2^t q_3^t) - \gamma^2 q_1^t q_3^t} + \sigma_2 V_{rel} \quad (4.86)$$

für die mittleren Reibkräfte angegeben werden. Analog zum Longitudinaleffekt beinhalten die hierin enthaltenen geschwindigkeitsabhängigen Größen

$$q_0^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau}}{g(\zeta)} d\tau, \quad q_1^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau}}{g(\zeta)} \cos 2\tau d\tau, \quad (4.87)$$

$$q_2^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau}}{g(\zeta)} \cos^2 2\tau d\tau, \quad q_3^t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{\zeta^2 + \cos^2 \tau}}{g(\zeta)} \sin^2 2\tau d\tau \quad (4.88)$$

die dimensionslose STRIBECK-Charakteristik $g(\zeta) = \frac{s(\zeta)}{\mu N}$. Die zugehörigen effektiven Reibkennlinien sind in Abbildung 4.23 dargestellt und weisen wie im zuvor diskutierten Fall eine gute Übereinstimmung mit der entsprechenden numerischen Lösung auf.

Die Untersuchung von reibungserregten Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie kann analog zu Abschnitt 3.3 erfolgen. In der gemittelten Systembeschreibung ergibt sich erneut eine Ruhelage X_0 unterhalb der ursprünglichen Ruhelage x_0 ohne überlagerte Schwingungen. Aufgrund des positiven Gradienten $h = \left. \frac{\partial \bar{R}}{\partial V_{rel}} \right|_{v_0} > 0$ der effektiven Reibcharakteristik folgt für die Überlagerung transversaler Schwingungen die Stabilität der Ruhelage und damit die Unterdrückung reibungserregter Schwingungen.

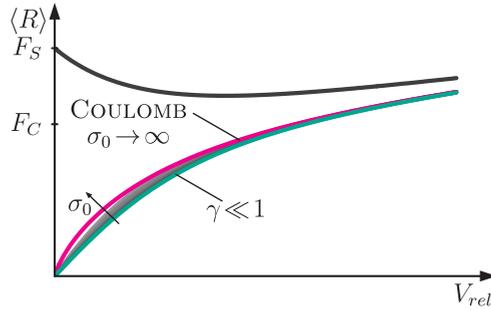


Abbildung 4.23: Transversaleffekt: GALERKIN-Näherungslösung (LuGre-Modell)

Exemplarische Auslenkungs- und Geschwindigkeitsverläufe sind in Abbildung 4.24 und Abbildung 4.25 dargestellt. Während im Fall ohne überlagerte Schwingungen der bekannte Stick-Slip-Grenzzyklus auftritt, kann für eine geeignete Überlagerung transversaler Schwingungen und nach Abklingen der Anfangsbedingungen ein stabiler stationärer Zustand beobachtet werden. Dabei weist die Näherungslösung für die langsame Dynamik erneut eine gute Übereinstimmung mit der Lösung des vollständigen Systems auf.

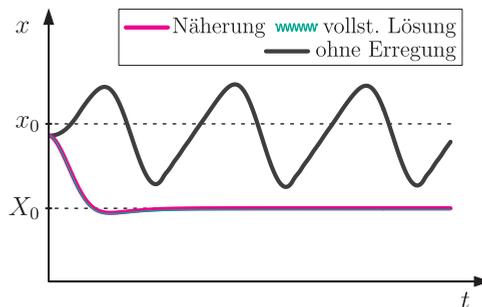


Abbildung 4.24: Transversaleffekt: Auslenkungsverläufe (LuGre-Modell)

Insgesamt ergeben sich unter Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte ähnliche Ergebnisse wie in Abschnitt 3.3 für COULOMB'sche Reibung. Die Überlagerung transversaler Schwingungen führt auf geglättete Reibkennlinien und ermöglicht die Unterdrückung reibungserregter Schwingungen. Die hier verwendete Erweiterung der Modellierung auf ebene Bewegungen liefert wie schon beim DAHL-Modell nur geringe quantitative Einflüsse der Kontaktnachgiebigkeit. Gegenüber der Modellierung mit

starrem Kontakt ergeben sich erneut geringere mittlere Reibkräfte, so dass im Vergleich mit dem Longitudinaleffekt die hier verwendete Darstellung unzureichend erscheint.

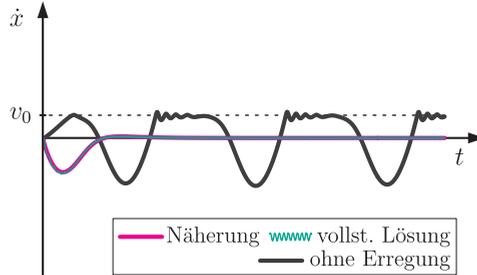


Abbildung 4.25: Transversaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe (LuGre-Modell)

4.2.3 Elasto-plastisches Modell

In Anlehnung an die vorangegangenen Abschnitte kann das elasto-plastische Modell mithilfe der Beschreibung

$$R = \sigma_0 \mathbf{z} + \sigma_1 \dot{\mathbf{z}} + \sigma_2 \mathbf{v}_{rel}, \quad (4.89)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{v}_{rel} - \alpha \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\sigma_0 \mathbf{z}}{s(v_{rel})} \quad (4.90)$$

für ebene Bewegungen erweitert werden. Für die Relativgeschwindigkeit gilt weiterhin $\mathbf{v}_{rel} = [V_{rel}; a\omega \cos \tau]$. Die Schaltfunktion $\alpha = \alpha(\mathbf{v}_{rel}, \mathbf{z})$ beinhaltet wie bisher die Bedingungen für Haftzustände und soll im Folgenden an die erweiterte Darstellung angepasst werden.

Hierzu bietet sich wieder die separate Betrachtung von Be- und Entlastung des Kontaktes sowie von Losbrecheffekten als Kriterien für Haftzustände an. Letztere lassen sich für die hier gewählte Beschreibung mit $\mathbf{z} = [z_x; z_y]$ intuitiv durch eine betragsmäßige Schreibweise erfassen, so dass der Kontakt für $\|\mathbf{z}\| = \sqrt{z_x^2 + z_y^2} \leq z_{ba}$ haftet. Die Veranschaulichung als Bürstenmodell liefert die Annahme, dass eine Entlastung des Kontaktes vorliegt, falls zwischen der Kontaktdeformation \mathbf{z} und der Relativgeschwindigkeit \mathbf{v}_{rel} ein stumpfer Winkel eingeschlossen wird. Dieser

Zusammenhang lässt sich mithilfe des Skalarproduktes formulieren, so dass folglich für $\mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{z} < 0$ Haften vorliegt. Damit ergibt sich die Schaltfunktion

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{z} < 0 \\ 0, & \mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{z} \geq 0, \|\mathbf{z}\| \leq z_{ba} \\ \alpha_m, & \mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{z} \geq 0, z_{ba} < \|\mathbf{z}\| < z_{ss} \\ 1, & \mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{z} \geq 0, \|\mathbf{z}\| \geq z_{ss} \end{cases}, \quad (4.91)$$

die sich ohne Weiteres wieder in die unidirektionale Beschreibung überführen lässt. Die darin enthaltene Funktion α_m kann analog zu Abschnitt 2.3 durch

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \left(1 + \sin \left(\pi \frac{\|\mathbf{z}\| - \frac{1}{2}(z_{ss} + z_{ba})}{z_{ss} - z_{ba}} \right) \right) \quad (4.92)$$

beschrieben werden, worin $z_{ss} = \frac{s(v_{rel})}{\sigma_0}$ erneut die Kontaktdeformation bei stationärem Gleiten symbolisiert [135, 137].

Konstante Reibcharakteristik

Wie im vorangegangenen Abschnitt für den Longitudinaleffekt soll zunächst ein vereinfachtes elasto-plastisches Modell mit konstanter Reibcharakteristik $s(v_{rel}) = \mu N$ und unter Vernachlässigung weiterer geschwindigkeitsabhängiger Effekte betrachtet werden. Die entsprechenden Gleichungen zur Bestimmung der Reibkraft lauten

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}, \quad (4.93)$$

$$\mathbf{r}' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(\mathbf{v}_{rel} - \alpha \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{r}}{\mu N} \right) \quad (4.94)$$

und für die mittleren Reibkräfte folgt analog zum DAHL-Modell

$$\langle R_x \rangle = \langle r_x^*(\tau) \rangle = \bar{R}(V_{rel}). \quad (4.95)$$

Die zugehörigen numerisch ermittelten Reibkennlinien sind in Abbildung 4.26 dargestellt. Im Gegensatz zu den zuvor untersuchten Modellen für ebene Bewegungen führt das hier verwendete elasto-plastische Modell wieder auf höhere mittlere Reibkräfte als die Modellierung mit starrem Kontakt. Damit ergibt sich qualitativ ein ähnliches Ergebnis wie in Abschnitt 4.1 für den Longitudinaleffekt, bei dem die Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte grundsätzlich auf höhere mittlere Reibkräfte

führt. Folglich überschätzt die Annahme COULOMB'scher Reibung den Effekt der Reibwertglättung.

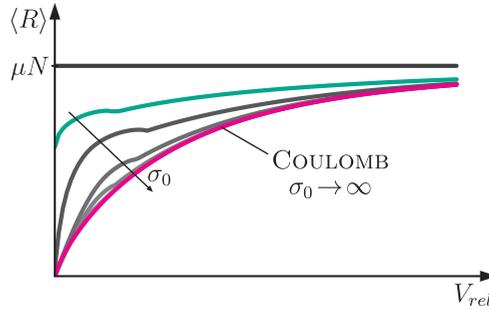


Abbildung 4.26: Transversaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $s(v_{rel}) = \mu N$, $z_{ba} = \frac{2}{3}z_{ss}$)

Weitere Beobachtungen aus den hier ermittelten Reibkennlinien lassen sich ebenfalls analog zum Longitudinaleffekt ableiten. Für kleine Kontaktsteifigkeiten ergeben sich erneut nicht-glatte Kennlinien, die wie zuvor auf einen Parameter $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N} = \frac{a}{z_{ss}} < 1$ zurückgeführt werden können. Zudem kann auch für die Überlagerung transversaler Schwingungen ein Knick der Kennlinien im Bereich mittlerer Relativgeschwindigkeiten beobachtet werden, welcher, wie nachfolgend gezeigt wird, Gebiete qualitativ unterschiedlicher Lösungen $\mathbf{r}^*(\tau)$ trennt.

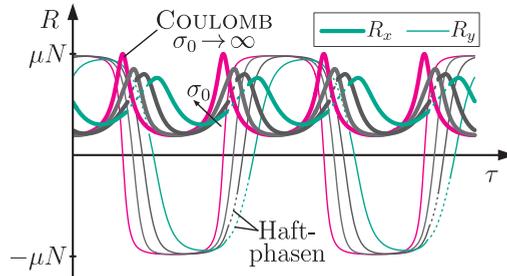


Abbildung 4.27: Transversaleffekt: exemplarische Reibkraftverläufe für $V_{rel} = \text{konst.}$ (el.-pl. Modell)

Abbildung 4.27 zeigt exemplarische Verläufe der Reibkraft für verschiedene Kontaktsteifigkeiten σ_0 und bei konstanter Relativgeschwindigkeit V_{rel} , wobei auftretende Haftphasen durch gestrichelte Linien gekennzeichnet sind. Grundsätzlich kann ein ähnliches Lösungsverhalten wie für das DAHL-Modell beobachtet werden, da sich in x -Richtung π -periodische Lösungen mit zeitlich verschobenen Minima und Maxima

sowie in y -Richtung 2π -periodische Lösungen mit verschwindendem Mittelwert ergeben. Im Vergleich mit dem DAHL-Modell wird jedoch deutlich, dass durch die Berücksichtigung von Haft- und Losbrecheffekten insgesamt höhere Reibkräfte in x -Richtung und damit auch höhere mittlere Reibkräfte $\langle R_x \rangle$ auftreten. Insbesondere ergeben sich für kleine Kontaktsteifigkeiten längere Haftphasen, die gegenüber der vorherigen Modellierung ohne Haftphasen eine signifikante Erhöhung der auftretenden Reibkräfte in x -Richtung bewirken. Für höhere Kontaktsteifigkeiten treten keine Haftphasen mehr auf, da der zuvor beschriebene Knick in den Reibkennlinien Bereiche von Lösungen mit und ohne Haftphasen trennt. Folglich können für hinreichend kleine Relativgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit Entlastungsvorgänge und damit auch Haftphasen beobachtet werden, während höhere Relativgeschwindigkeiten auf eine stetige Belastung des Kontaktes führen und somit kein Haften auftritt.

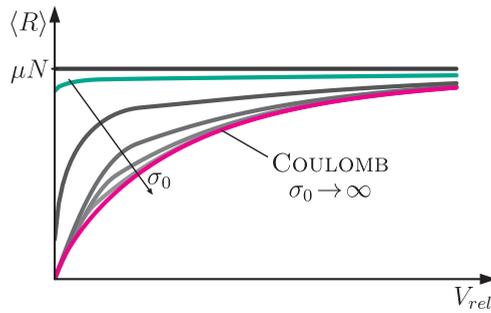


Abbildung 4.28: Transversaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $s(v_{rel}) = \mu N$, $z_{ba} = 0,98z_{ss}$)

Dass die quantitative Ausprägung der beobachteten Effekte erneut maßgeblich von der Wahl der Losbrechgrenze z_{ba} abhängt, kann Abbildung 4.28 entnommen werden. Die hier dargestellten Reibkennlinien für einen veränderten Parameter $z_{ba} = 0,98z_{ss}$ weisen anstelle des zuvor beschriebenen Knicks teilweise deutlich höhere mittlere Reibkräfte auf, da mit der Erhöhung der Losbrechgrenze die Bedeutung von Haftzuständen aufgrund einer geringen Kontaktdeformation zunimmt. Folglich können in diesem Fall längere Haftphasen und damit höhere mittlere Reibkräfte beobachtet werden, so dass sich für das hier verwendete elasto-plastische Modell insgesamt ähnliche Ergebnisse wie zuvor für den Longitudinaleffekt ableiten lassen.

Damit kann für das Modell mit konstanter Reibcharakteristik analog zu den vorangegangenen Abschnitten das Auftreten von reibungserregten Schwingungen aufgrund einer nicht-konservativen Kopplung untersucht werden. Das bereits bekannte

mathematische Vorgehen liefert unter Verwendung der für das elasto-plastische Modell ermittelten effektiven Reibkennlinien $\bar{R}(V_{rel})$ die in Abbildung 4.29 dargestellten Stabilitätsgrenzen. Erneut führt die Überlagerung transversaler Schwingungen auf eine Vergrößerung des Bereiches stabiler Lösungen gegenüber dem System ohne überlagerte Schwingungen. Wie schon beim Longitudinaleffekt ergibt sich unter Berücksichtigung von Haft- und Losbrecheffekten aufgrund der nicht-glaten effektiven Reibkennlinien eine Begrenzung des stabilisierenden Einflusses bei kleinen Geschwindigkeiten.

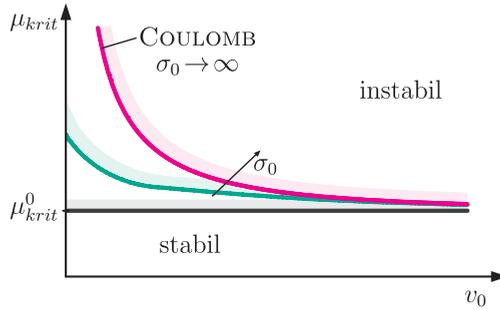


Abbildung 4.29: Transversaleffekt: Stabilitätsgrenzen für nicht-konservative Kopplung (el.-pl. Modell)

In den vorangegangenen Abschnitten hatten die für ebene Bewegungen erweiterten Modelle teilweise auf unzureichende Ergebnisse geführt und für die Überlagerung transversaler Schwingungen vergleichsweise niedrige mittlere Reibkräfte geliefert. Bei genauerer Betrachtung kann dieses Verhalten auf den eingangs beschriebenen Effekt der Super-Relaxation zurückgeführt werden. Durch die Berücksichtigung von Haftphasen konnte nun eine konsistente Modellierung erreicht werden, so dass sich für den Transversaleffekt ähnliche Beobachtungen wie zuvor für den Longitudinaleffekt ableiten lassen.

Berücksichtigung geschwindigkeitsabhängiger Effekte

Mithilfe der Beschreibung

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} + \frac{\omega}{\sigma_0} \sigma_1 \mathbf{r}' + \sigma_2 \mathbf{v}_{rel}, \quad (4.96)$$

$$\mathbf{r}' = \frac{\sigma_0}{\omega} \left(\mathbf{v}_{rel} - \alpha \|\mathbf{v}_{rel}\| \frac{\mathbf{r}}{s(v_{rel})} \right) \quad (4.97)$$

können wie zuvor geschwindigkeitsabhängige Effekte berücksichtigt werden. Die eingangs eingeführte Schaltfunktion α bleibt dabei unverändert. Analog zum LuGre-Modell ergeben sich nach Bestimmung der partikulären Lösung $\mathbf{r}^*(\tau)$ die mittleren Reibkräfte

$$\langle R_x \rangle = \langle r_x^*(\tau) \rangle + \sigma_2 V_{rel} = \bar{R}(V_{rel}). \quad (4.98)$$

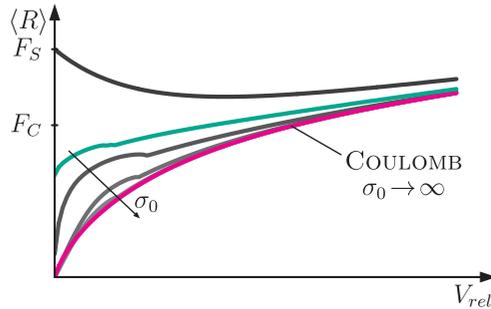


Abbildung 4.30: Transversaleffekt: Reibkennlinien (el.-pl. Modell, $z_{ba} = \frac{2}{3}z_{ss}$)

Abbildung 4.30 zeigt die zugehörigen numerisch ermittelten Reibkennlinien. Wie beim zuvor untersuchten Modell mit konstanter Reibcharakteristik ergeben sich für das elasto-plastische Modell höhere mittlere Reibkräfte als unter der Annahme COULOMB'scher Reibung. Dabei liegen die Kennlinien wie erwartet unterhalb der ursprünglichen STRIBECK-Charakteristik und nähern sich dieser mit steigender Relativgeschwindigkeit an. Die übrigen Beobachtungen aus dem zuvor diskutierten Modell lassen sich ohne Weiteres übertragen, so dass in Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit erneut nicht-glatte Reibkennlinien sowie Bereiche mit und ohne Haftphasen auftreten.

In der Folge ergeben sich für einen großen Parameterbereich effektive Reibkennlinien mit positivem Gradienten $h = \left. \frac{\partial \bar{R}}{\partial V_{rel}} \right|_{v_0} > 0$. Analog zu den vorangegangenen Abschnitten folgt in diesem Fall die Stabilität der Ruhelage X_0 der gemittelten Systembeschreibung und damit die Unterdrückung reibungserregter Schwingungen. Im Bereich des Übergangs von Lösungen mit Haftphasen zu Lösungen ohne Haftphasen können in Abhängigkeit der Parameter kleine negative Gradienten auftreten, die jedoch nur von geringer Relevanz erscheinen.

Abbildung 4.31 und Abbildung 4.32 zeigen exemplarische Auslenkungs- und Geschwindigkeitsverläufe, die im Fall ohne überlagerte Schwingungen wieder einen Stick-Slip-Grenzyklus aufweisen. Bei der Überlagerung transversaler

Schwingungen kann nach Abklingen der Anfangsbedingungen wie erwartet ein stabiler stationärer Zustand beobachtet werden, wobei die Näherungslösung für die langsame Systemdynamik erneut eine gute Übereinstimmung mit der Lösung des vollständigen Systems aufweist. Eine ausführlichere Validierung der gemittelten Lösung ist in Anhang A zu finden.

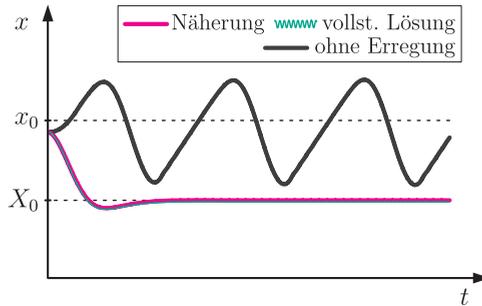


Abbildung 4.31: Transversaleffekt: Auslenkungsverläufe (el.-pl. Modell)

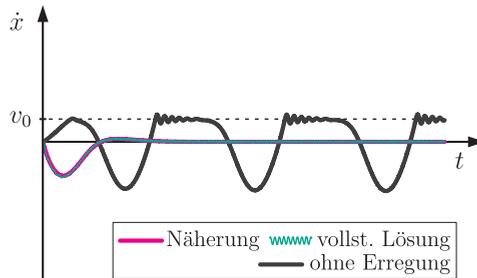


Abbildung 4.32: Transversaleffekt: Geschwindigkeitsverläufe (el.-pl. Modell)

Abschließend ergibt sich durch die Berücksichtigung von Haftphasen eine deutliche Verbesserung der Modellierung gegenüber den zuvor diskutierten Modellen für ebene Bewegungen. Auf diese Weise können ähnliche Ergebnisse wie zuvor für den Longitudinaleffekt erzielt werden, wobei die qualitativen Unterschiede weitgehend den Beobachtungen aus Abschnitt 3.3 entsprechen. Demnach führt auch die Überlagerung transversaler Schwingungen auf eine Reduktion der mittleren Reibkräfte und folglich auf effektive Reibkennlinien mit positivem Gradienten. Wie schon beim Longitudinaleffekt treten für kleine Amplituden der überlagerten Schwingungen

nicht-glatte Kennlinien auf, die aber dennoch die Unterdrückung reibungserregter Schwingungen ermöglichen.

4.3 Vergleichende Betrachtungen

Für das elasto-plastische Modell soll analog zu Abschnitt 3.4 ein Vergleich von Longitudinal- und Transversaleffekt erfolgen. Unter Verwendung der zuvor eingeführten winkelabhängigen Parametrisierung ergeben sich für eine mittlere Kontaktsteifigkeit σ_0 die in Abbildung 4.33 dargestellten Reibkennlinien. Wie bei der Modellierung mit starrem Kontakt kann ein kontinuierlicher Übergang zwischen Longitudinal- ($\theta = 0$) und Transversaleffekt ($\theta = \frac{\pi}{2}$) beobachtet werden. Entsprechende qualitative Aussagen können analog übernommen werden, während sich durch die erweiterte Modellierung mit nachgiebigem Kontakt einige quantitative Veränderungen ergeben.

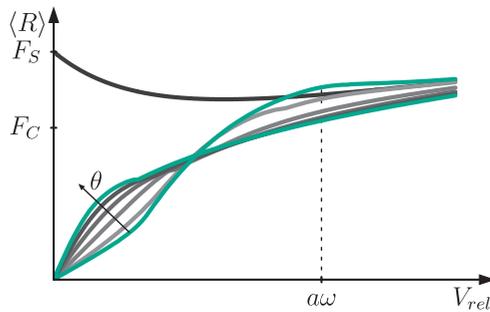


Abbildung 4.33: Longitudinal- und Transversaleffekt: Reibkennlinien für $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ (el.-pl. Modell)

Wie bereits in den vorangegangenen Abschnitten diskutiert wurde, wird der Verlauf der Reibkennlinien maßgeblich durch Länge und Abfolge der auftretenden Haft- und Gleitphasen beeinflusst. Daher erfordert insbesondere die Berücksichtigung von Haft- und Losbrecheffekten eine genauere Betrachtung der zugrunde liegenden Reibkraftverläufe. In Abbildung 4.34 werden exemplarische Lösungen für eine niedrige und eine hohe Kontaktsteifigkeit in Bezug auf die Anzahl der auftretenden Haftphasen ausgewertet. In Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit und der Richtung der Schwingungserregung ergeben sich dabei Lösungen ohne, mit einer oder mit zwei Haftphasen je Periode der überlagerten Schwingungen.

Während bei kleinen Relativgeschwindigkeiten Lösungen mit einer oder mit zwei Haftphasen überwiegen, treten für $|V_{rel}| > a\omega$ keine Haftphasen mehr auf. Ebenso können für größere Winkel θ weniger Lösungen mit Haftphasen beobachtet werden.

Mit steigender Kontaktsteifigkeit verschieben sich die Grenzen zwischen den Bereichen unterschiedlicher Lösungen, wobei insgesamt mehr Lösungen ohne Haftphasen und kaum noch Lösungen mit nur einer Haftphase auftreten.

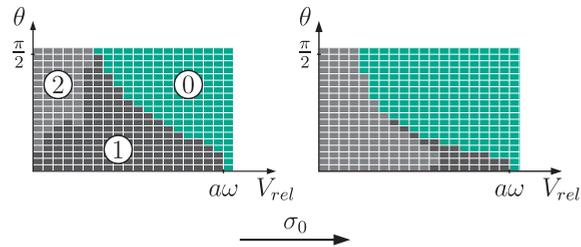


Abbildung 4.34: Anzahl der Haftphasen je Periode der überlagerten Schwingungen

5 Experimentelle Untersuchungen

Aufgrund der Komplexität der zugrunde liegenden physikalischen und chemischen Prozesse bringt die experimentelle Untersuchung von Systemen mit trockener Reibung seit jeher große Herausforderungen mit sich. Insbesondere erweisen sich eine systematische Versuchsdurchführung und die Ableitung belastbarer Ergebnisse als anspruchsvolle Aufgaben. Neben einer möglichst genauen messtechnischen Erfassung der Kontaktvorgänge und -kräfte kann im Hinblick auf die Reproduzierbarkeit von Messungen die Überwachung der Umgebungsbedingungen wie etwa Temperatur und Luftfeuchtigkeit von großer Bedeutung sein. Der damit verbundene messtechnische Aufwand kann im Rahmen vieler Untersuchungen, so wie auch in dieser Arbeit, nicht gewährleistet werden. In der Folge müssen bei der konkreten Umsetzung von Experimenten stets Kompromisse eingegangen werden, so dass die Ergebnisse grundsätzlich unter dem Vorbehalt der Reproduzierbarkeit stehen.

Im Kontext der Reibwertglättung existiert in der Literatur eine Reihe experimenteller Arbeiten, die an dieser Stelle kurz rekapituliert werden sollen. Die Untersuchungen von LITTMANN et al. [72] und STORCK et al. [105] enthalten experimentelle Ergebnisse zur Überlagerung von Ultraschallschwingungen in Längs- und Querrichtung sowie einen Vergleich mit der in Kapitel 3 diskutierten Modellierung mit starrem Kontakt. Der verwendete Versuchsaufbau führt im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten zu einer Reduktion der auftretenden Reibkräfte, liefert aber höhere Reibkräfte als das entsprechende Modell. Zudem können die experimentellen Ergebnisse für den Longitudinaleffekt so interpretiert werden, dass im Bereich verschwindender Relativgeschwindigkeiten von Null verschiedene Reibkräfte auftreten und es folglich auch zu einer qualitativen Abweichung kommt. Die ähnlich gestalteten Untersuchungen von KUMAR und HUTCHINGS [65] führen zu vergleichbaren Ergebnissen im Hinblick auf die Übereinstimmung von Modellierung und Experiment.

Die Arbeiten von POPOV et al. [91] und TEIDELT et al. [109] weisen teilweise ähnliche Ergebnisse auf. Für einen vergleichbaren Versuchsaufbau liefert die Überlagerung von Ultraschallschwingungen in Längs- und Querrichtung erneut von Null verschiedene

Reibkräfte bei kleinen Relativgeschwindigkeiten. Mit steigenden Amplituden der überlagerten Schwingungen kann eine Abnahme der betrachteten Reibkräfte beobachtet werden, was wiederum dem zugrunde liegenden mechanischen Modell entspricht.

Die Untersuchungen von GUTOWSKI und LEUS [43, 44] enthalten neben experimentellen Ergebnissen erstmals auch einen Vergleich mit erweiterten Reibmodellen. Die Überlagerung longitudinaler Schwingungen im hörbaren Bereich liefert hier eine gute Übereinstimmung mit entsprechenden Ergebnissen für das DAHL-Modell und damit erneut höhere Reibkräfte als eine Modellierung mit starrem Kontakt. Für den Fall transversaler Schwingungen ergibt sich eine schlechtere quantitative Übereinstimmung, die durch die Verwendung eines künstlich eingeführten Korrekturfaktors verbessert wird.

Insgesamt folgt aus der Betrachtung der in der Literatur verfügbaren experimentellen Ergebnisse die Tendenz zu höheren mittleren Reibkräften als im Rahmen der jeweiligen Modellierung mit starrem Kontakt vorhergesagt wurde. Zudem ergeben sich insbesondere für überlagerte Schwingungen mit kleinen Amplituden keine geglätteten Reibkennlinien. Dennoch entsprechen die verfügbaren Ergebnisse zumindest in qualitativer Hinsicht weitgehend den Ergebnissen der zugrunde liegenden mechanischen Modelle.

Im Folgenden sollen die in den vorangegangenen Kapiteln verwendeten Modellierungsansätze sowie die damit erzielten Ergebnisse experimentell überprüft werden. Nach einer Beschreibung des hierfür entwickelten Versuchsaufbaus wird zunächst dessen stationäres Verhalten analysiert. Zur Validierung der Modellierung mit nachgiebigen Kontakten werden die Eigenschaften des Systems bei kleinen Verschiebungen untersucht und mit den zuvor verwendeten Modellen für trockene Reibung abgeglichen. Ebenso werden das Schwingungsverhalten des Versuchsaufbaus und die auftretenden Schwingungsphänomene betrachtet und im Hinblick auf die zugrunde liegende Modellierung interpretiert. Der Einfluss überlagerter Längs- und Querschwingungen wird mithilfe verschiedener Versuchsdurchführungen und für unterschiedliche Frequenzbereiche untersucht und mit den zuvor erzielten Ergebnissen verglichen. Den Abschluss des Kapitels bildet die Betrachtung eines einfachen Drehgelenks mit ungeschmierten Lagerbuchsen als mögliches Anwendungsbeispiel. Mithilfe des Transversaleffektes kann hier das effektiv auftretende Reibmoment reduziert und damit das Betriebsverhalten des Systems gezielt beeinflusst werden. Wie schon in Kapitel 4 wurden Teile der nachfolgenden Darstellungen bereits veröffentlicht [122, 124, 127, 128] oder im Rahmen betreuter Abschlussarbeiten behandelt [130, 131, 132, 133, 134].

5.1 Beschreibung des Versuchsaufbaus

In Anlehnung an viele andere experimentelle Arbeiten im Bereich trockener Reibung wird für die nachfolgenden Untersuchungen ein sogenannter *Pin-on-Disk*-Aufbau verwendet. Dabei handelt es sich im Wesentlichen um eine rotierende Scheibe, auf deren Oberfläche ein kleiner, in diesem Fall zylindrischer Kontaktkörper gedrückt und infolge der auftretenden Reibkraft tangential beansprucht wird. Dieser Pin ist Teil einer Erregereinheit, die das Einbringen überlagerter Schwingungen in den Kontakt ermöglicht und auf deren Aufbau noch genauer eingegangen wird.

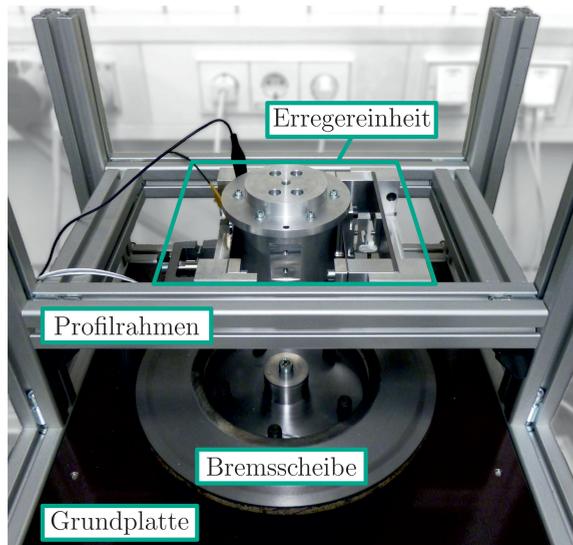


Abbildung 5.1: Versuchsaufbau

Abbildung 5.1 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau, dessen Basis ein Rahmen aus Aluprofilen bildet. Die damit verschraubte Grundplatte enthält die Anbindung für einen Servomotor *Siemens SIMOTICS S*, der als Antrieb für eine herkömmliche Bremsscheibe dient. Dieser Synchronmotor ermöglicht durch das integrierte Planetengetriebe mit fester Übersetzung $i_G = 50$ eine präzise Rotationsbewegung bei niedrigen Drehzahlen und liefert auch im Stillstand ein Drehmoment.

Aus messtechnischer Sicht ergibt sich vor allem die Erfassung der tangentialen Kontaktkraft als Herausforderung, da die verfügbaren Messprinzipien ausschließlich auf der Deformation nachgiebiger Elemente basieren. Bei gleichzeitiger Schwingungserregung im Kontaktbereich kann die Messung einer tangentialen Kraft daher nur in einiger Entfernung von der Kontaktstelle erfolgen. Für den hier verwendeten

Versuchsaufbau wird ein auf Dehnungsmessstreifen basierender Kraftaufnehmer *ME KD40s* eingesetzt, der in die Erregereinheit integriert wird. Dieser Sensor zeichnet sich durch eine einfache Bauform und weitgehende Unempfindlichkeit gegenüber Querkräften aus und ermöglicht im Gegensatz zu piezoelektrischen Kraftaufnehmern die Messung stationärer Kräfte.

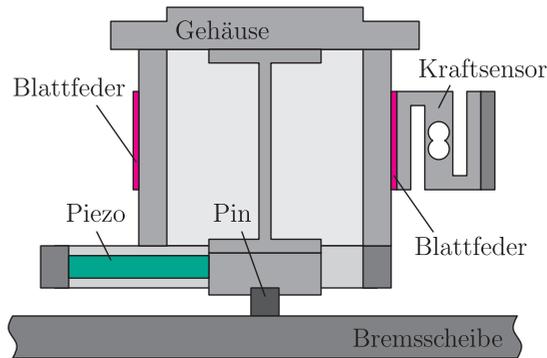


Abbildung 5.2: Schematische Schnittdarstellung der Erregereinheit

Eine schematische Schnittdarstellung der Erregereinheit kann Abbildung 5.2 entnommen werden. Ein piezoelektrischer Stapelaktor *PI P-843* ermöglicht das Einbringen überlagerter Schwingungen in den Kontakt zwischen Pin und Bremsscheibe. Der zylindrische Pin wird aus einem Bremsbelag gefertigt und weist einen Durchmesser von 10 mm auf. Das aus Aluminium gefertigte Gehäuse ist über zwei Blattfedern und den zuvor beschriebenen s-förmigen Kraftsensor mit dem Profiltrahmen verbunden. Auf diese Weise wird neben der Messung tangentialer Kräfte eine horizontal geführte Bewegung der Erregereinheit ermöglicht, während andere Bewegungen weitgehend unterdrückt werden. Im Inneren des Gehäuses befindet sich zwischen Deckel und Pin ein dünnes Biegeelement, welches einerseits die vertikale Kontaktkraft aufbringen und andererseits horizontale und vertikale Kräfte entkoppeln soll. Somit wird eine Beschädigung des verbauten Piezoaktors durch unzulässige Querkräfte vermieden.

Der in seinem Gehäuse vorgespannte Piezoaktor wird mit einem modularen Controller *PI E-504* verbunden, der als Verstärker dient. Gleichzeitig liest der Controller einen in das Gehäuse des Aktors integrierten Dehnungsmessstreifen aus und stellt die Verformung der Piezokeramik als Messgröße zur Verfügung. Zudem enthält der Aktor ein Pt100-Element, mit dessen Hilfe die Temperatur der Piezokeramik überwacht werden kann.

Für die Versorgung des Kraftaufnehmers wird ein Messverstärker der Reihe *HBM MGCplus* verwendet, welcher auch die notwendige Brückenschaltung zur Verfügung stellt. Mithilfe eines Laser-Doppler-Vibrometers *Polytec OFV-505* kann außerdem die tangentiale Bewegung des Pins erfasst werden. Zur detaillierteren Betrachtung der auftretenden Bewegungen werden für einige Versuchsreihen piezoelektrische Beschleunigungssensoren vom Typ *Brüel & Kjær 4507* sowie ein zugehöriger Konditionierer *NEXUS 2693* verwendet.

Alle erfassten Messgrößen werden über einen Analog-Digital-Wandler *dSpace DS1104* in die Softwareumgebung *ControlDesk* überführt, die mithilfe von *MATLAB/Simulink* individuell angepasst werden kann. Hier wird auch das gewünschte Signal für die Schwingungserregung erzeugt und gesteuert, welches dann über die *dSpace*-Schnittstelle und den Piezocontroller zum Aktor gelangt. In der Softwareumgebung können die Messdaten in Echtzeit betrachtet, aufgezeichnet und anschließend exportiert werden. Die detaillierte Auswertung erfolgt mithilfe von *MATLAB*.

5.2 Stationäres Verhalten

Zu Beginn der experimentellen Untersuchungen soll das Verhalten des Versuchsaufbaus bei konstanter Drehzahl der Bremsscheibe und ohne überlagerte Schwingungen betrachtet werden. Abbildung 5.3 zeigt zwei entsprechende Messungen für die tangentiale Kraft mit den Motordrehzahlen $n_M = 50 \frac{1}{\text{min}}$ und $n_M = 100 \frac{1}{\text{min}}$. Aufgrund des verwendeten Getriebes entsprechen diese den Drehzahlen $n_S = 1 \frac{1}{\text{min}}$ und $n_S = 2 \frac{1}{\text{min}}$ der Scheibe. Infolge der Rotation können starke Schwankungen der tangentialen Kraft beobachtet werden. Die zugehörige Frequenz ist durch die Drehzahl der Scheibe gegeben, so dass eine Abhängigkeit der tangentialen Kraft von der Winkelposition der Scheibe festgestellt werden kann.

Mithilfe einer Messuhr wurde eine statische Verkippung der Bremsscheibe aufgrund von Fertigungs- und Montageungenauigkeiten diagnostiziert, die durch eine Veränderung des Montagevorganges nicht wesentlich verbessert werden konnte. Aufgrund der hohen Steifigkeit des Versuchsaufbaus in vertikaler Richtung ergibt sich folglich eine starke Schwankung der Anpresskraft zwischen Pin und Scheibe und damit eine entsprechende Schwankung der zugehörigen tangentialen Kraft. Aus diesen Beobachtungen wurden einige konstruktive Überlegungen zur Umgestaltung und Verbesserung des Versuchsaufbaus abgeleitet. Einzelne Aspekte sind in Anhang C zusammengefasst, konnten im Rahmen der vorliegenden Arbeit aber nicht umgesetzt werden. Für das weitere Vorgehen muss daher eine Winkelabhängigkeit der auftretenden Kräfte berücksichtigt werden.

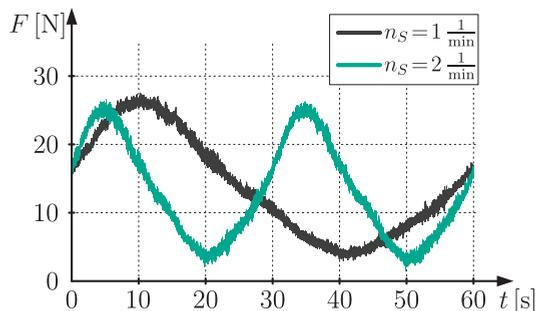


Abbildung 5.3: Tangentiale Kraft bei konstanter Drehzahl der Scheibe

Im Folgenden soll eine stationäre Reibcharakteristik des Versuchsaufbaus ermittelt werden, welche die Abhängigkeit der auftretenden tangentialen Kräfte von der Relativgeschwindigkeit im Kontakt zwischen Pin und Scheibe beschreibt. Die experimentelle Umsetzung erfolgt durch eine Variation der Drehzahl der Scheibe und den Vergleich der jeweiligen Messungen. Im Rahmen einer Bachelorarbeit [130] wurden die in Abbildung 5.3 exemplarisch dargestellten Verläufe mithilfe von Fourierreihen angenähert und in Bezug auf eine Referenzkurve quantitativ ausgewertet.

Für die vorliegende Arbeit wird ein alternatives Vorgehen gewählt, welches eine vereinfachte Versuchsdurchführung und -auswertung gewährleistet und als Grundlage für die Untersuchung überlagerter Schwingungen dienen soll. Hierzu wird die Winkelabhängigkeit der tangentialen Kraft ausgenutzt und die jeweilige Messung im Bereich der maximalen Anpresskraft ausgewertet. Unter Verwendung eines Tiefpassfilters kann ein ausgeprägtes Maximum der tangentialen Kraft beobachtet werden, welches für alle Messungen einer identischen Position der Scheibe entspricht. Auf diese Weise kann eine reproduzierbare Versuchsdurchführung erreicht und jeder Messung ein charakteristischer Wert für die tangentielle Kraft zugewiesen werden.

Die Drehzahl des Motors wird von $n_M = 5 \frac{1}{\text{min}}$ bis $n_M = 250 \frac{1}{\text{min}}$ variiert. Bei einem Abstand $\ell \approx 115 \text{ mm}$ des Kontaktpunktes von der Drehachse entspricht dies einer maximalen Geschwindigkeit der Scheibe $v_0 \approx 60 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ im Kontaktpunkt. Abbildung 5.4 zeigt die auf diese Weise erzielten Ergebnisse für die tangentielle Kraft in Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Scheibe. Beide Messreihen zeigen die aus den vorangegangenen Kapiteln bekannte fallende Reibcharakteristik im Bereich kleiner Geschwindigkeiten und weisen insgesamt eine gute quantitative Übereinstimmung auf.

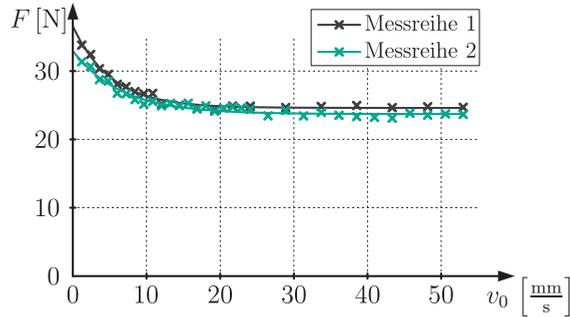


Abbildung 5.4: Tangentiale Kraft in Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Scheibe

Die zusätzlich dargestellten Kurven entsprechen der Modellierung einer STRIBECK-Charakteristik

$$s(v_0) = F_C + (F_S - F_C) \exp\left(-\left|\frac{v_0}{v_s}\right|^{\alpha_s}\right), \quad (5.1)$$

deren Parameter für $\alpha_s = 1$ mithilfe eines *least-square*-Schätzers bestimmt wurden. Für die erste Messreihe ergeben sich die Parameter $F_C = 24,6$ N, $F_S = 36,5$ N, $v_s = 5,2 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ und für die zweite Messreihe $F_C = 23,7$ N, $F_S = 32,9$ N, $v_s = 6,6 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Insgesamt zeigt sich eine gute Übereinstimmung der experimentell ermittelten Daten mit der gewählten Modellierung als Exponentialfunktion. Messungen bei höheren Geschwindigkeiten liefern keine nennenswerten Abweichungen, so dass der Einfluss viskoser Reibung für die nachfolgenden Untersuchungen vernachlässigt werden kann.

5.3 Hystereseverhalten

Für die Validierung des erweiterten Modellierungsansatzes mit nachgiebigen Kontakten ist das Verhalten des Versuchsaufbaus bei kleinen Relativbewegungen zwischen Pin und Scheibe von Interesse. Da der verwendete Synchronmotor auch im Stillstand ein Drehmoment liefert, kann die gewünschte Bewegung mithilfe des Piezoaktors erzeugt und über den integrierten Dehnungsmessstreifen ausgewertet werden. Zur Vermeidung möglicher dynamischer Einflüsse und anderer Wechselwirkungen erfolgen die Messungen bei geringen Normalkräften und Geschwindigkeiten, so dass die gemessene tangentielle Kraft als quasi-statisch betrachtet werden kann. Für die nachfolgend dargestellten Messungen wird eine

harmonische Bewegung des Piezoaktors mit der Amplitude $a = 15 \mu\text{m}$ und der Periodendauer $T = 5 \text{ s}$ verwendet.

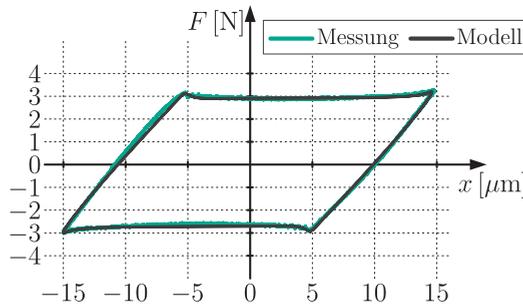


Abbildung 5.5: Tangentiale Kraft in Abhängigkeit der Verschiebung

Abbildung 5.5 zeigt eine gemessene Hysteresekurve und den Vergleich mit dem elasto-plastischen Modell aus Abschnitt 2.3. Nach einem Abgleich des Nullsignals des Kraftsensors liefert das gewählte Modell eine sehr gute Reproduktion der gemessenen Kraft-Verschiebungs-Kurve. Dies beinhaltet einerseits eine gute Abbildung der elastischen Verformung des Versuchsaufbaus und andererseits den Übergang und die Modellierung der Gleitbewegung. Insbesondere erweist sich für den betrachteten Versuchsaufbau die Berücksichtigung von Losbrecheffekten als sinnvoll, wie ein Vergleich mit einer vereinfachten Modellierung zeigt [128].

Zur Anpassung der Modellparameter an die Messergebnisse kann eine Vielzahl von Verfahren verwendet werden, für die teilweise eigenständige Publikationen existieren [2, 48, 87, 97, 117]. Häufig erfolgt die Parametrisierung von Modellen jedoch im Zuge ihrer Formulierung und Validierung [19, 30, 66, 71, 106]. Im Hinblick auf die inhaltliche Ausrichtung wird im Rahmen dieser Arbeit auf eine systematische Parameteridentifikation verzichtet. Stattdessen erscheint für spätere Untersuchungen im Kontext der Reibwertglättung eine näherungsweise Bestimmung der Modellparameter ausreichend.

Für die in Abbildung 5.5 dargestellte Hysteresekurve werden die Parameter $\sigma_0 = 5,6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $\sigma_1 = 4 \cdot 10^4 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$ und $z_{ba} = 0,8z_{ss}$ verwendet. Im Vergleich mit Werten aus der Literatur erscheint insbesondere die Größenordnung der ermittelten Parameter realistisch. Wie im vorangegangenen Abschnitt kann kein Einfluss viskoser Reibung beobachtet werden, so dass $\sigma_2 = 0$ gewählt wird. Aufgrund der geringeren Normalkraft ergeben sich abweichend von den zuvor erzielten Ergebnissen für die STRIBECK-Kurve $F_C = 2,8 \text{ N}$ und $F_S = 3,7 \text{ N}$.

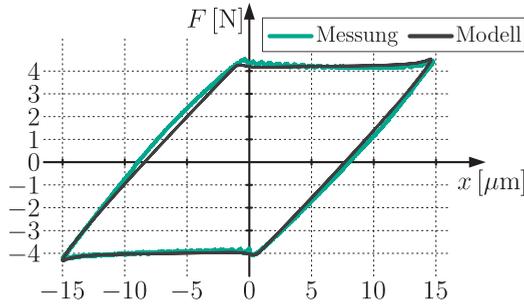


Abbildung 5.6: Tangentiale Kraft in Abhängigkeit der Verschiebung (höhere Normalkraft)

Die Hysteresekurven für eine leicht erhöhte Normalkraft sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Unter Verwendung der gleichen Modellparameter wie zuvor und mit den angepassten Kräften $F_C = 4,1\text{ N}$ und $F_S = 5,3\text{ N}$ ergibt sich erneut eine gute Übereinstimmung zwischen Messergebnissen und dem elasto-plastischen Modell. Die leichte Asymmetrie der gemessenen Hysteresekurve kann dabei wieder auf die statische Verkippung der Scheibe zurückgeführt werden. Bei weiterer Erhöhung der Normalkraft treten neben einer zunehmenden Asymmetrie der Hysterese kleine Stick-Slip-Bewegungen auf, die eine weitere Betrachtung sowie den Vergleich von Messung und Modell erschweren. Insgesamt ergibt sich aber eine hervorragende Übereinstimmung des verwendeten elasto-plastischen Modells mit den Eigenschaften des Versuchsaufbaus. Folglich können die in Kapitel 4 erzielten Ergebnisse in qualitativer und quantitativer Hinsicht experimentell überprüft werden.

5.4 Schwingungsverhalten

In Bezug auf das Schwingungsverhalten des Versuchsaufbaus sollen mehrere Aspekte diskutiert werden. Zunächst erscheint vor allem das Eigenschwingungsverhalten des Systems und die damit verbundene Bestimmung der Eigenfrequenzen von Interesse. Im Folgenden sollen daher relevante Schwingungsformen experimentell identifiziert und mit den Ergebnissen eines Finite-Elemente-Modells abgeglichen werden. Weiterhin weisen die Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte auf das mögliche Auftreten reibungserregter Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie hin. Die entsprechenden Schwingungsphänomene sollen experimentell erfasst und im Hinblick auf die Modellierung interpretiert werden.

5.4.1 Schwingungsformen

Für die Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens erscheinen grundsätzlich mehrere Vorgehensweisen denkbar. Da die deterministische Auswertung diskreter Erregerfrequenzen mit einem hohen experimentellen Aufwand verbunden ist, wird eine breitbandige Erregung bevorzugt. Neben einer möglichen impulsartigen Erregung kann hierzu der verbaute Piezoaktor verwendet und mit einem Rausch- oder *sweep*-Signal beaufschlagt werden. Andererseits liefern die Rotation der Scheibe und der damit verbundene Gleitreibungsvorgang ebenfalls eine breitbandige Erregung. In diesem Fall erübrigt sich die Frage nach dem Zustand des Kontaktes während der Messung. Die Verwendung des Motors als Aktor bietet zudem den Vorteil, dass das Schwingungsverhalten der Erregereinheit anwendungsnah und ohne die Aktuierung des verbauten Piezoaktors untersucht werden kann. Die zugehörigen experimentellen Untersuchungen wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit [131] durchgeführt, aus der einige der folgenden Ergebnisse übernommen wurden.

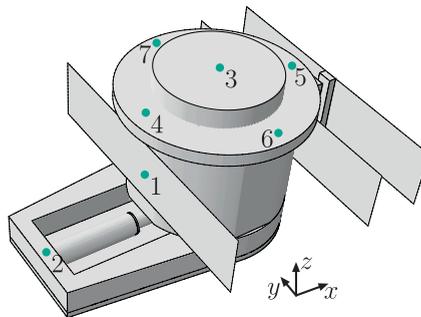


Abbildung 5.7: Positionen der Beschleunigungssensoren

Zur experimentellen Erfassung der auftretenden Bewegungen werden piezoelektrische Beschleunigungssensoren an verschiedenen Stellen der Erregereinheit befestigt, die in Abbildung 5.7 gekennzeichnet sind. Für eine konstante Drehzahl und die Dauer einer vollständigen Umdrehung der Scheibe erfolgt eine Auswertung der gemessenen Beschleunigungssignale im Frequenzbereich. Auf diese Weise können Erkenntnisse über die darin enthaltenen Frequenzen abgeleitet und durch Vergleich der jeweiligen Intensitäten Rückschlüsse auf die zugehörigen Schwingungsformen gezogen werden. Abbildung 5.8 zeigt ein exemplarisches Frequenzspektrum für Messstelle 2 mit komponentenweiser Darstellung der auftretenden Beschleunigungsanteile. Die x -Richtung entspricht dabei der Bewegungsrichtung der Bremsscheibe und weist zwei dominierende Frequenzinhalte bei 100 Hz und 860 Hz auf. Die Analyse der übrigen

Messstellen führt für 100 Hz auf die gewünschte, rein horizontale Bewegung der Erregereinheit, während bei 860 Hz in Abhängigkeit der Messposition Beschleunigungen in x - und z -Richtung auftreten. Weitere Bewegungen der Erregereinheit finden vorwiegend in der y - z -Ebene statt und erscheinen für die nachfolgenden Untersuchungen nur von geringer Relevanz.

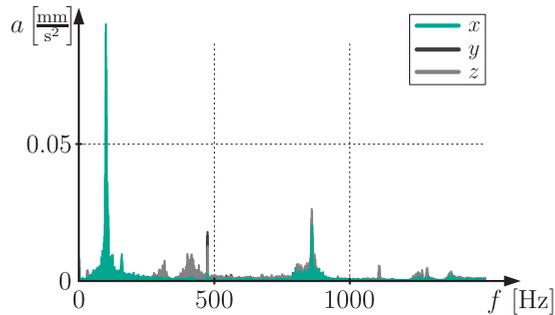


Abbildung 5.8: Exemplarisches Frequenzspektrum für Messstelle 2

Auf der Grundlage von CAD-Daten wurde mithilfe der kommerziellen Software *ABAQUS* ein Finite-Elemente-Modell des Versuchsaufbaus erstellt [131]. Eine Modalanalyse liefert neben den Eigenfrequenzen des Systems auch die zugehörigen Eigenformen, so dass ein Abgleich mit den experimentellen Ergebnissen erfolgen kann.

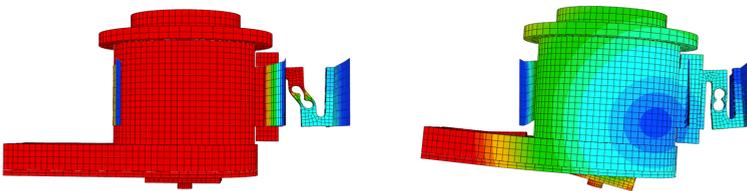


Abbildung 5.9: Finite-Elemente-Modell: Eigenformen bei 91 Hz und 761 Hz

Die beiden in Abbildung 5.9 dargestellten Schwingungsformen weisen eine sehr gute qualitative Übereinstimmung mit den im Experiment beobachteten Schwingungsformen auf. Während bei 91 Hz eine rein horizontale Bewegung der Erregereinheit auftritt, kann bei 761 Hz eine Kippbewegung unter Beteiligung der inneren Struktur beobachtet werden. Dabei liefert das Finite-Elemente-Modell insgesamt niedrigere Eigenfrequenzen, die um etwa zehn Prozent unterhalb der gemessenen Frequenzen

liegen. Diese Abweichung kann unter anderem auf die Modellierung des Kontaktbereiches zurückgeführt werden, erscheint im Rahmen der vorliegenden Arbeit aber akzeptabel [124].

5.4.2 Reibungserregte Schwingungen

Wie auf der Grundlage der gemessenen STRIBECK-Kurven vermutet werden kann, neigt der verwendete Versuchsaufbau zu reibungserregten Schwingungen. Entsprechend der Modellierung aus Abschnitt 2.4 führt die fallende Reibkennlinie im Bereich niedriger Relativgeschwindigkeiten und für hohe Normalkräfte zur Destabilisierung des stationären Gleitvorganges. In der Folge können Schwingungen mit großen Amplituden beobachtet und das Auftreten eines entsprechenden Geräusches wahrgenommen werden.

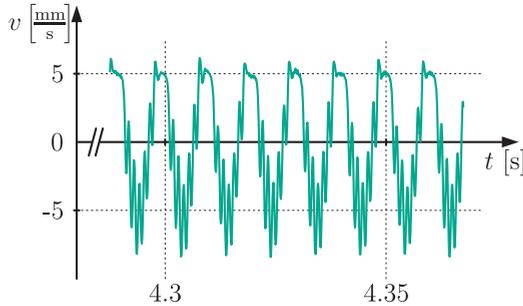


Abbildung 5.10: Messung der Geschwindigkeit des Pins in x -Richtung (Ausschnitt)

Für eine Drehzahl $n_M = 20 \frac{1}{\text{min}}$ zeigt Abbildung 5.10 einen Ausschnitt der Messung des Laservibrometers, welches die Geschwindigkeit des Pins in x -Richtung erfasst. Das Signal weist eine periodische Struktur mit einer Grundfrequenz von 99 Hz auf, der Oberschwingungen mit entsprechenden Vielfachen überlagert sind. Zudem können im Bereich der maximalen Geschwindigkeit von etwa $5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ kurze Phasen mit nahezu konstanter Geschwindigkeit des Pins beobachtet werden.

Durch Integration des gemessenen Geschwindigkeitssignals kann die Verschiebung des Pins ermittelt werden. Das zugehörige Phasenportrait ist in Abbildung 5.11 dargestellt und ermöglicht eine genauere Betrachtung der auftretenden Schwingungsphänomene. Die zuvor beschriebene Phase mit nahezu konstanter Geschwindigkeit des Pins ist hierin deutlich zu erkennen. Ein Vergleich mit der Geschwindigkeit der Scheibe $v_0 \approx 4,8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ im Kontaktpunkt liefert die Beobachtung, dass der Pin in diesem Bereich auf der Scheibe haftet. Folglich kann die gemessene Bewegung des Pins

als Stick-Slip-Grenzyklus mit abwechselnden Haft- und Gleitphasen identifiziert werden [124].

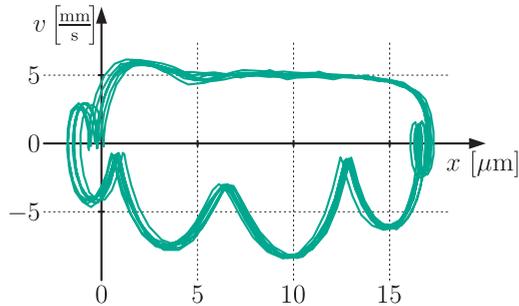


Abbildung 5.11: Phasenportrait zur Messung aus Abbildung 5.10

Die beschriebenen Oberschwingungen treten überwiegend während der Gleitphasen auf. Der Vergleich mit einem entsprechenden Minimalmodell weist eine gute qualitative Übereinstimmung der betrachteten Lösungen auf und bestätigt daher die hier vorgenommene Interpretation des Schwingungsverhaltens [127]. Das kurze Überspringen zu Beginn der Haftphasen kann, wie ein Vergleich mit Abschnitt 2.4 zeigt, auch auf die zuvor untersuchte Nachgiebigkeit des Kontaktbereiches zurückgeführt werden. Neben dem soeben untersuchten Stick-Slip-Grenzyklus kann eine weitere Form von reibungserregten Schwingungen beobachtet werden, welche unter schwer reproduzierbaren Bedingungen im Bereich ansteigender Normalkräfte auftritt. Diese äußert sich als prägnantes Pfeifgeräusch und kann der zuvor beschriebenen Kippbewegung bei 860 Hz zugeordnet werden. Als Ursache erscheint hier das Auftreten einer nicht-konservativen Kopplung denkbar [131].

5.5 Longitudinaleffekt

Nachdem nun Kenntnisse über die grundlegenden Eigenschaften des Versuchsaufbaus vorliegen, kann der Einfluss überlagerter Längsschwingungen auf das stationäre und dynamische Verhalten des Systems untersucht werden. Die mögliche Reduktion der mittleren Reibkräfte wird für unterschiedliche Frequenzbereiche experimentell erfasst und unter qualitativen und quantitativen Aspekten mit den Ergebnissen der Modellierung verglichen. Für höhere Erregerfrequenzen wird zudem die mögliche Unterdrückung der zuvor betrachteten reibungserregten Schwingungen gezeigt.

Gemäß der Modellierung aus den vorangegangenen Kapiteln ist der Bereich der möglichen Reibkraftreduktion durch die Geschwindigkeitsamplitude der überlagerten Schwingungen gegeben. Während aus der Literatur überwiegend Arbeiten zum Einfluss von Ultraschallschwingungen bekannt sind, werden im Rahmen der nachfolgenden Untersuchungen deutlich niedrigere Erregerfrequenzen verwendet. Bei entsprechend geringen Geschwindigkeiten der Scheibe können auf diese Weise vergleichbare Ergebnisse erzielt werden. Dieses Vorgehen ermöglicht die Verwendung größerer Amplituden und damit eine vereinfachte messtechnische Erfassung. Im Hinblick auf die Ergebnisse aus Kapitel 4 wird somit zuungunsten des asymptotischen Verhaltens eine ausreichende Kompensation der Kontaktnachgiebigkeit gewährleistet.

5.5.1 Niedrige Erregerfrequenzen

Zunächst soll die Reduktion der mittleren Reibkräfte für eine Erregerfrequenz $f = 40 \text{ Hz}$ untersucht werden. In diesem Frequenzbereich weisen die Erregereinheit und der Piezocontroller ein gutmütiges Übertragungsverhalten auf, so dass im Rahmen der folgenden Messungen die maximale Amplitude $a = 15 \mu\text{m}$ des Piezoaktors erreicht werden kann. Für die Geschwindigkeitsamplitude der überlagerten Schwingungen ergibt sich folglich $\hat{v} = 2\pi a f = 3,8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$.

Die verwendeten Drehzahlen werden entsprechend angepasst und von $n_M = 1 \frac{1}{\text{min}}$ bis $n_M = 23 \frac{1}{\text{min}}$ variiert. Dies entspricht einer maximalen Geschwindigkeit der Scheibe $v_0 \approx 5,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ im Kontaktpunkt. Aufgrund der niedrigen Drehzahlen ergibt sich während der Messungen eine vergleichsweise geringe Änderung der Normalkraft und damit eine weitgehende Unabhängigkeit der im Folgenden beschriebenen Durchführung von der Winkelposition der Scheibe.

Abbildung 5.12 zeigt eine exemplarische Messung der tangentialen Kraft, die in fünf Phasen I–V eingeteilt werden kann. Zu Beginn der Messung führt der Piezoaktor bei ruhender Scheibe die eingangs beschriebene harmonische Bewegung aus, so dass sich aufgrund von Reibung und Trägheitswirkungen eine oszillierende tangentiale Kraft mit verschwindendem Mittelwert ergibt (Phase I). In der Folge wird der Bewegung des Piezoaktors eine konstante Rotation der Scheibe überlagert, die eine Änderung der Amplitude und des Mittelwertes der tangentialen Kraft bewirkt (Phase II). Ohne Schwingungen des Piezoaktors entspricht die bei konstanter Drehzahl der Scheibe gemessene Kraft der stationären Reibkraft (Phase III). Anschließend werden der konstanten Rotation wieder harmonische Schwingungen überlagert (Phase IV), bevor schließlich die Scheibe zum Stillstand kommt und der Mittelwert der tangentialen Kraft wieder verschwindet (Phase V).

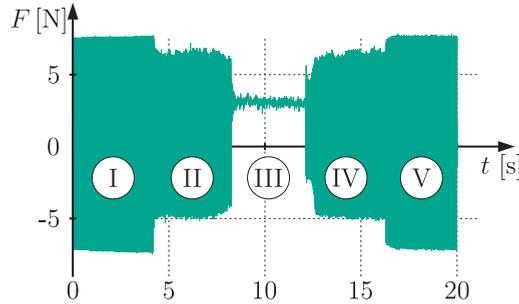


Abbildung 5.12: Exemplarische Messung der tangentialen Kraft für $n_M = 7 \frac{1}{\text{min}}$

Zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit von Messungen bei unterschiedlichen Normalkräften erfolgt deren Auswertung mithilfe der dimensionslosen Kennzahl

$$f_{red} = \frac{\langle F_{II} \rangle + \langle F_{IV} \rangle}{2\langle F_{III} \rangle}. \quad (5.2)$$

Da die enthaltenen Trägheitswirkungen als mittelwertfrei betrachtet werden können, beschreibt die Kennzahl die mittlere Reibkraft bei der Überlagerung harmonischer Schwingungen in Bezug auf die stationäre Reibkraft ohne überlagerte Schwingungen. Die Phasen I und V werden für die Auswertung der Messungen nicht benötigt, verringern aber die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Anfangskonfiguration. Die symmetrische Versuchsdurchführung reduziert den verbliebenen Einfluss der statischen Verkippung der Scheibe.

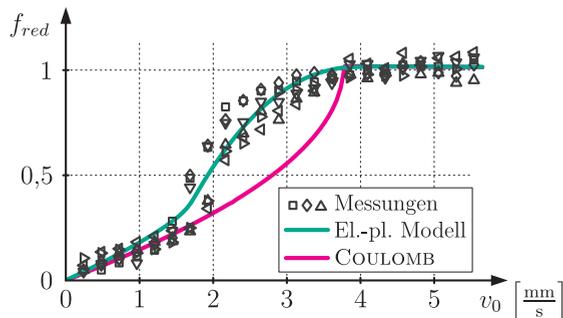


Abbildung 5.13: Longitudinaleffekt: ausgewählte Messergebnisse für $f = 40 \text{ Hz}$

Abbildung 5.13 zeigt die Ergebnisse ausgewählter Messreihen für geringe Normalkräfte, wobei jeder Marker der Auswertung einer der zuvor beschriebenen Messungen entspricht. Erwartungsgemäß ergeben sich für niedrige Geschwindigkeiten geringe mittlere Reibkräfte, während bei höheren Geschwindigkeiten kein Einfluss der überlagerten Schwingungen festgestellt werden kann. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für das elasto-plastische Modell mit $\gamma = 3$ und für COULOMB'sche Reibung dargestellt, die mithilfe der zuvor bestimmten Modellparameter ermittelt wurden. Beide Modelle weisen eine gute qualitative Übereinstimmung mit den Messergebnissen auf und bilden die Reduktion der mittleren Reibkräfte für niedrige Geschwindigkeiten ab. Im Bereich mittlerer Geschwindigkeiten können für COULOMB'sche Reibung größere Abweichungen von den experimentellen Ergebnissen beobachtet werden, während das elasto-plastische Modell den Verlauf der mittleren Reibkräfte hervorragend abbildet [128].

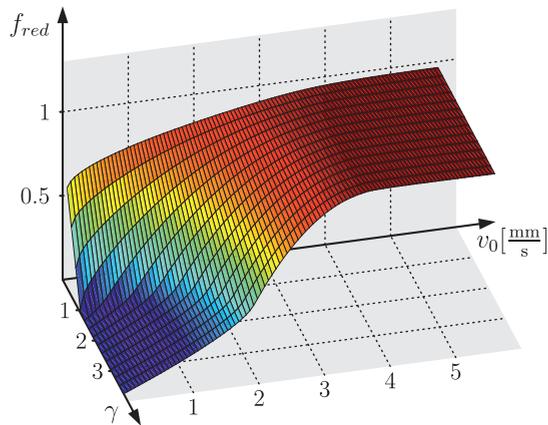


Abbildung 5.14: Longitudinaleffekt: relative mittlere Reibkräfte für $f = 40$ Hz (el.-pl. Modell)

Die Modellierung in Abschnitt 4.1 hatte unter Verwendung des elasto-plastischen Modells auf eine Abhängigkeit der mittleren Reibkräfte von $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N}$ und damit von der Normalkraft geführt. Im Hinblick auf eine bessere Vergleichbarkeit von Modellierung und Messergebnissen ist in Abbildung 5.14 die relative mittlere Reibkraft f_{red} für das elasto-plastische Modell in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v_0 und des Parameters γ dargestellt. Mit Ausnahme der Skalierung der mittleren Reibkraft auf die zugrunde liegende stationäre Reibcharakteristik entspricht diese Darstellung den in Abschnitt 4.1 diskutierten Ergebnissen.

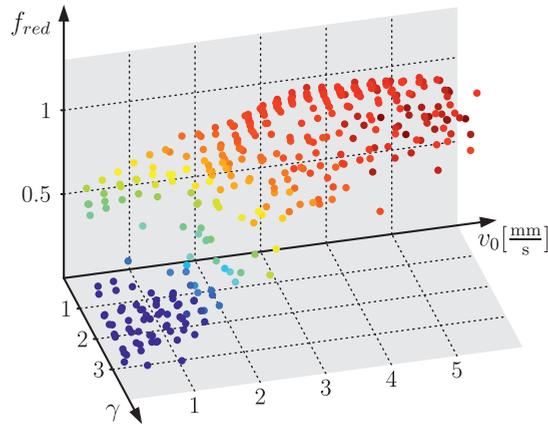


Abbildung 5.15: Longitudinaleffekt: relative mittlere Reibkräfte für $f = 40$ Hz (Messergebnisse)

Abbildung 5.15 zeigt die zugehörigen experimentellen Ergebnisse, wobei erneut jeder Marker die Auswertung einer einzelnen Messung repräsentiert. Aufgrund der bereits beschriebenen Eigenschaften des Versuchsaufbaus kann keine systematische Variation der Normalkraft erfolgen, so dass der Parameter γ für jede Messung experimentell bestimmt wird. Analog zu den Ergebnissen der Modellierung können für kleinere Werte von γ höhere mittlere Reibkräfte im Bereich niedriger Geschwindigkeiten beobachtet werden. Bei höheren Geschwindigkeiten ist kein Einfluss von Geschwindigkeit und Normalkraft erkennbar, so dass sich insgesamt eine hervorragende qualitative Übereinstimmung von Modellierung und Messergebnissen ergibt.

Bei genauerer Betrachtung der jeweiligen Ergebnisse kann auch unter quantitativen Aspekten eine gute Übereinstimmung der Modellierung mit den experimentellen Ergebnissen festgestellt werden. Tendenziell liegen die gemessenen Reibkräfte dabei geringfügig unterhalb der durch das Modell vorhergesagten Werte. Eine mögliche Interpretation dieser Beobachtung liefert die Struktur der Erregereinheit. Aufgrund der konstruktiven Umsetzung ergibt sich mit der horizontalen Bewegung des Piezoaktors stets eine geringfügige Änderung der Kontaktsituation und der Normalkraft, die wiederum zu einer weiteren Reduktion der mittleren Reibkräfte führen kann.

5.5.2 Hohe Erregerfrequenzen

Für die Untersuchung höherer Erregerfrequenzen werden entsprechend höhere Geschwindigkeiten der Scheibe benötigt. Die damit einhergehende zunehmende Bedeutung der statischen Verkipfung der Scheibe soll durch eine veränderte

Versuchsdurchführung und -auswertung kompensiert werden. Analog zu Abschnitt 5.2 wird daher der Bereich der maximalen Anpresskraft zur Bestimmung der mittleren Reibkräfte verwendet. Auf diese Weise können die Ergebnisse für überlagerte Schwingungen direkt mit den zuvor ermittelten stationären Reibkennlinien verglichen werden.

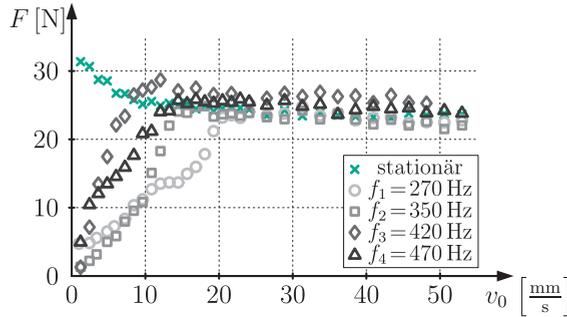


Abbildung 5.16: Longitudinaleffekt: mittlere Reibkräfte mit und ohne überlagerte Schwingungen

Die entsprechenden Messergebnisse für die Erregerfrequenzen $f_1 = 270$ Hz, $f_2 = 350$ Hz, $f_3 = 420$ Hz und $f_4 = 470$ Hz sind in Abbildung 5.16 dargestellt. Im Vergleich mit den in Abschnitt 5.2 ermittelten stationären Reibkräften weisen alle Messreihen im Bereich niedriger Geschwindigkeiten eine deutliche Reduktion der mittleren Reibkräfte auf. Wie erwartet kann für höhere Geschwindigkeiten kein Einfluss der überlagerten Schwingungen beobachtet werden, so dass sich erneut eine gute qualitative Übereinstimmung mit der Modellierung ergibt.

f [Hz]	a [μm]	\hat{v} [$\frac{\text{mm}}{\text{s}}$]
270	10,5	17,9
350	7,7	16,9
420	5,6	14,7
470	4	11,7

Tabelle 5.1: Longitudinaleffekt: Weg- und Geschwindigkeitsamplituden

Aufgrund der dynamischen Eigenschaften des Versuchsaufbaus erscheint die eingehende Betrachtung der Ergebnisse, ebenso wie der quantitative Vergleich von Modellierung und Experiment, deutlich komplexer als zuvor. Trotz vergleichbarer Versuchsdurchführung ergeben sich in Abhängigkeit der Erregerfrequenz unterschiedliche Amplituden $a_i, i = 1, 2, 3, 4$ des Piezoaktors, die Tabelle 5.1 entnommen werden können. Gemäß der vorgenommenen Modellierung begrenzen

die zugehörigen Geschwindigkeitsamplituden $\hat{v}_i = 2\pi a_i f_i$ den Bereich reduzierter mittlerer Reibkräfte und weisen mit Ausnahme der Messreihe für $f_3 = 420$ Hz eine akzeptable Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen auf.

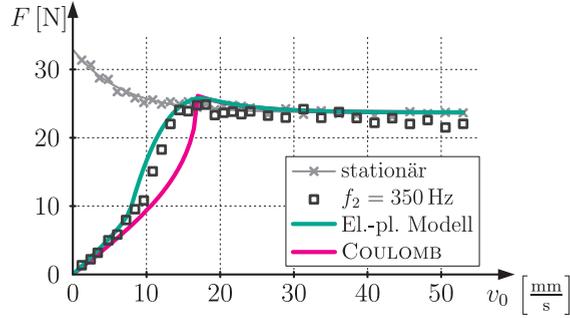


Abbildung 5.17: Longitudinaleffekt: Vergleich von Modellierung und Experiment

Ein konkreter Vergleich der gemessenen mittleren Reibkräfte mit den Ergebnissen der Modellierung soll für $f_2 = 350$ Hz erfolgen und kann Abbildung 5.17 entnommen werden. Erneut überschätzt die Annahme COULOMB'scher Reibung den Effekt der Reibkraftreduktion im Bereich mittlerer Geschwindigkeiten, während das elasto-plastische Modell für $\gamma = 3$ den Verlauf der mittleren Reibkräfte gut abbildet. Unter Berücksichtigung der zuvor verwendeten Modellparameter ergibt sich allerdings ein deutlich niedrigerer Wert für γ , so dass insgesamt eine unzureichende quantitative Übereinstimmung von Modellierung und Experiment festgestellt werden kann [128]. Neben dem bereits diskutierten Einfluss schwankender Normalkräfte können viele weitere Effekte zu derartigen Abweichungen führen, die im Rahmen der hier verwendeten Modellierung nicht berücksichtigt sind. Dies betrifft vor allem den Kontakt zwischen Pin und Scheibe, für dessen Modellierung eine Klasse von etablierten Modellen mit Kontaktnachgiebigkeit gewählt wurde. Insbesondere erscheint in diesem Zusammenhang die Annahme einer konstanten Kontaktsteifigkeit σ_0 diskutabel, da diese die modellbasierten Ergebnisse wesentlich beeinflusst.

Eine mögliche Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit von der Normalkraft kann anhand von Abschnitt 2.3 konstruiert werden. Der Vergleich des DAHL-Modells mit der Modellierung nach MINDLIN liefert den Zusammenhang $\sigma_0 = 8G^*r_a$, wobei der Radius r_a der betrachteten Kontaktfläche mit der Normalkraft ansteigt [59]. Bei entsprechender Modellierung bewirkt eine höhere Normalkraft folglich auch eine Erhöhung der Kontaktsteifigkeit.

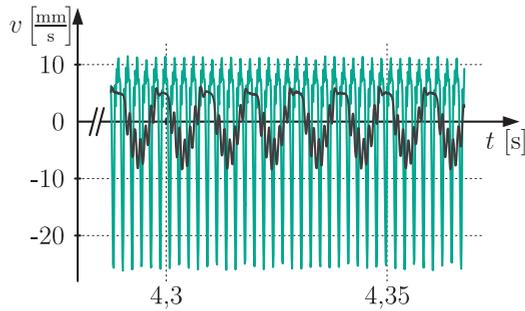


Abbildung 5.18: Geschwindigkeiten des Pins mit und ohne überlagerte Schwingungen (Ausschnitt)

Zudem erscheint infolge von Trägheitswirkungen des Versuchsaufbaus eine Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit von der Erregerfrequenz möglich. So führt die Überlagerung hochfrequenter Schwingungen insbesondere unter Berücksichtigung von Trägheitseigenschaften des Kontaktbereiches zu einer Versteifung des Systems [111]. Da es sich jedoch bei allen betrachteten Modellen um etablierte Modelle aus der Literatur handelt und im Rahmen dieser Arbeit keine systematische Weiterentwicklung erfolgen kann, wird an dieser Stelle auf detailliertere Ausführungen und Vergleiche verzichtet.

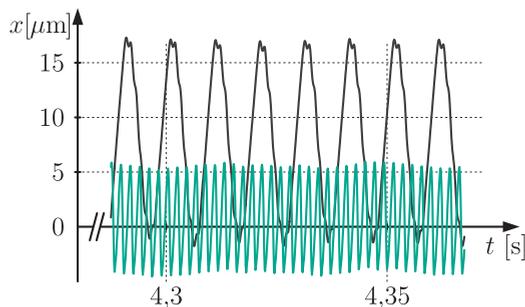


Abbildung 5.19: Verschiebungen zu den Messungen aus Abbildung 5.18

Stattdessen soll in der Folge die mögliche Unterdrückung der zuvor beobachteten reibungerregten Schwingungen untersucht werden. Abbildung 5.18 zeigt für $n_M = 20 \frac{1}{\text{min}}$ und die Erregerfrequenz $f_4 = 470 \text{ Hz}$ einen Ausschnitt der Geschwindigkeitsmessung des Laservibrometers. Zum Vergleich ist die in Abschnitt 5.4 betrachtete Messung ohne Schwingungserregung dargestellt, in welcher der bereits diskutierte Stick-Slip-Grenzzyklus auftritt. Für den Fall überlagerter Schwingungen

können deutlich größere Geschwindigkeitsamplituden beobachtet werden, welche die Geschwindigkeit der Scheibe übersteigen und damit zur Reduktion der mittleren Reibkräfte führen.

Abbildung 5.19 zeigt die durch Integration ermittelten zugehörigen Verschiebungen des Pins. Während der Stick-Slip-Grenzzyklus im Fall ohne überlagerte Schwingungen zu großen Amplituden führt, können für die gewählte Erregung deutlich geringere Amplituden beobachtet und folglich die reibungserregten Schwingungen unterdrückt werden. Dabei bewirkt die Reduktion der mittleren Reibkräfte eine Verschiebung der quasi-stationären Lösung, so dass sich insgesamt eine sehr gute qualitative Übereinstimmung mit dem Verhalten des zugehörigen mechanischen Modells ergibt [128].

5.6 Transversaleffekt

Analoge experimentelle Untersuchungen sollen auch für die Überlagerung von Querschwingungen durchgeführt werden. Hierzu wird die Erregereinheit innerhalb des Profilrahmens um 90° gedreht, so dass der Piezoaktor in Richtung des Scheibenmittelpunktes zeigt. Zur Vermeidung von Einlaufeffekten wird im Zuge des Umbaus der Abstand des Kontaktpunktes von der Drehachse auf $\ell \approx 105$ mm verringert. In der Folge reduziert sich auch die winkelabhängige Schwankung der Normalkraft.

5.6.1 Niedrige Erregerfrequenzen

Mithilfe der Versuchsdurchführung für niedrige Erregerfrequenzen aus dem vorangegangenen Abschnitt soll für $f = 40$ Hz die Reduktion der mittleren Reibkräfte untersucht werden. Aufgrund des veränderten Abstands des Kontaktpunktes zur Drehachse werden die Drehzahlen des Motors von $n_M = 1 \frac{1}{\text{min}}$ bis $n_M = 25 \frac{1}{\text{min}}$ variiert, so dass sich erneut eine maximale Geschwindigkeit der Scheibe $v_0 \approx 5,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ ergibt. Die Auswertung der Messungen erfolgt wieder mithilfe der dimensionslosen Kennzahl f_{red} , welche die relative mittlere Reibkraft in Bezug auf die stationäre Reibkraft ohne überlagerte Schwingungen beschreibt.

Analog zum vorangegangenen Abschnitt zeigt Abbildung 5.20 ausgewählte Messergebnisse. Dabei können im Bereich niedriger Geschwindigkeiten geringe mittlere Reibkräfte beobachtet werden, die sich bei steigender Geschwindigkeit zunehmend dem Wert $f_{red} = 1$ annähern. Zum Vergleich sind wieder die Ergebnisse für das elasto-plastische Modell mit $\gamma = 3$ und für COULOMB'sche Reibung dargestellt. Für die hier gewählten Parameter weisen die verwendeten Modelle nur geringe quantitative Unterschiede auf und bilden die experimentellen Ergebnisse sehr gut ab.

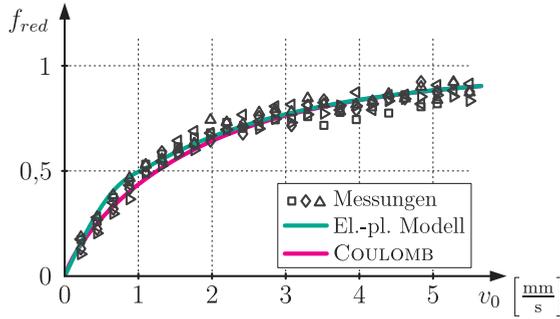


Abbildung 5.20: Transversaleffekt: ausgewählte Messergebnisse für $f = 40$ Hz

Für einen genaueren Vergleich von Modellierung und Experiment muss erneut die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Normalkraft berücksichtigt werden. Hierzu zeigt Abbildung 5.21 die relativen mittleren Reibkräfte für das elasto-plastische Modell in Abhängigkeit des Parameters γ . Wie zuvor beim Longitudinaleffekt entspricht diese Darstellung mit Ausnahme der Skalierung den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2.

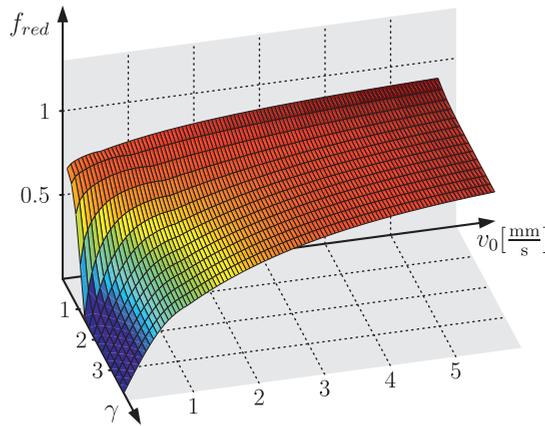


Abbildung 5.21: Transversaleffekt: relative mittlere Reibkräfte für $f = 40$ Hz (el.-pl. Modell)

Die zugehörigen experimentellen Ergebnisse sind in Abbildung 5.22 dargestellt. Aufgrund der durch den Umbau hervorgerufenen geringeren Normalkraftschwankung kann nur eine kleine Streuung des experimentell bestimmten Parameters γ beobachtet werden. Folglich ergibt sich ein weniger umfangreiches Bild als zuvor für den Longitudinaleffekt. Dennoch weisen die vorliegenden Messergebnisse eine sehr gute

qualitative Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Modellierung auf, während ein quantitativer Vergleich wieder Abweichungen zu niedrigeren mittleren Reibkräften liefert.

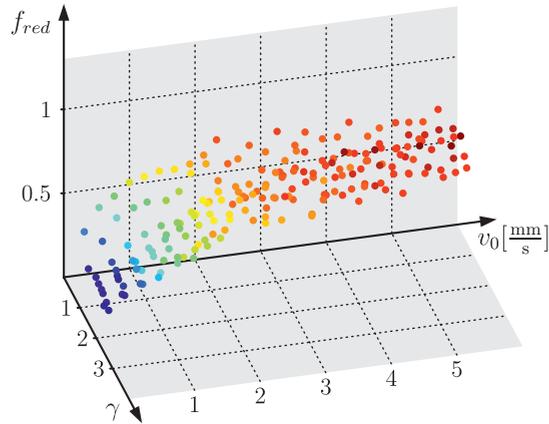


Abbildung 5.22: Transversaleffekt: relative mittlere Reibkräfte für $f = 40$ Hz (Messergebnisse)

5.6.2 Hohe Erregerfrequenzen

Das Verhalten des Systems bei höheren Erregerfrequenzen und Drehzahlen kann wieder mithilfe der Versuchsdurchführung aus Abschnitt 5.2 untersucht werden. Die auf diese Weise ermittelten mittleren Reibkräfte mit und ohne überlagerte Querschwingungen sind in Abbildung 5.23 dargestellt. Im Fall ohne überlagerte Schwingungen ergibt sich erneut eine fallende Reibkennlinie, die aufgrund der geringeren Normalkraft unterhalb der zuvor gemessenen Kennlinien liegt. Für die Erregerfrequenzen $f_1 = 270$ Hz, $f_2 = 350$ Hz, $f_3 = 420$ Hz und $f_4 = 470$ Hz kann eine deutliche Reduktion der mittleren Reibkräfte beobachtet werden, die eine gute qualitative Übereinstimmung mit der zugehörigen Modellierung aufweist.

f [Hz]	a [μm]	\hat{v} [$\frac{\text{mm}}{\text{s}}$]
270	10	16,9
350	7,2	15,8
420	4,5	11,8
470	3,5	10,4

Tabelle 5.2: Transversaleffekt: Weg- und Geschwindigkeitsamplituden

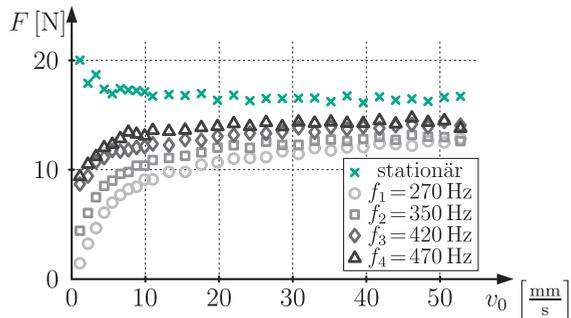


Abbildung 5.23: Transversaleffekt: mittlere Reibkräfte mit und ohne überlagerte Schwingungen

In Abhängigkeit der Erregerfrequenz ergeben sich die in Tabelle 5.2 dargestellten Weg- und Geschwindigkeitsamplituden, die zu unterschiedlichen Verläufen der mittleren Reibkräfte führen. Aufgrund des Übertragungsverhaltens nehmen die Amplituden a_i , $i = 1, 2, 3, 4$ des Piezoaktors mit steigender Erregerfrequenz ab. In der Folge ergeben sich auch geringere Geschwindigkeitsamplituden der überlagerten Schwingungen, sodass die ausgeprägteste Reduktion der mittleren Reibkräfte für $f_1 = 270$ Hz beobachtet werden kann.

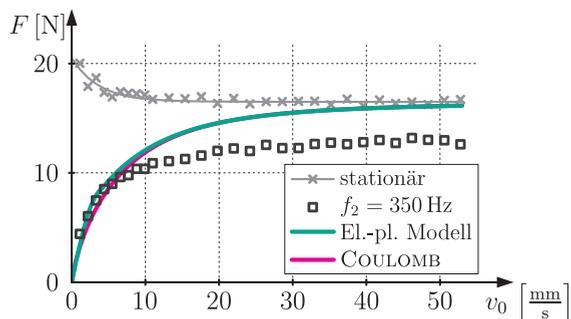


Abbildung 5.24: Transversaleffekt: Vergleich von Modellierung und Experiment

Ein quantitativer Vergleich von Modellierung und Experiment erfolgt erneut beispielhaft für $f_2 = 350$ Hz. Abbildung 5.24 zeigt die gemessenen mittleren Reibkräfte im Vergleich mit den Ergebnissen für das elasto-plastische Modell mit $\gamma = 3$ und für COULOMB'sche Reibung. Wie schon zuvor weisen die modellbasierten Ergebnisse nur geringe Unterschiede auf und bilden die experimentellen Ergebnisse im Bereich kleiner Geschwindigkeiten gut ab.

Mit zunehmender Geschwindigkeit ergeben sich jedoch erhebliche Abweichungen der Messergebnisse. Dabei kann für keine der verwendeten Erregerfrequenzen eine der Modellierung entsprechende Annäherung der mittleren Reibkräfte an die stationäre Reibkennlinie beobachtet werden. Dies kann einerseits auf die bereits diskutierten Einflüsse der Normalkraft zurückgeführt oder andererseits durch mögliche Einlaufeffekte hervorgerufen werden.

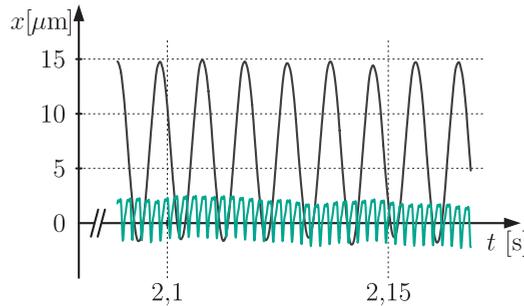


Abbildung 5.25: Verschiebungen des Pins mit und ohne überlagerte Schwingungen

Abschließend soll auch für den Transversaleffekt die mögliche Unterdrückung von reibungerregten Schwingungen betrachtet werden. Die aus den Geschwindigkeitsmessungen berechneten Verschiebungen des Pins für $n_M = 20 \frac{1}{\text{min}}$ sind in Abbildung 5.25 dargestellt. Wie im vorangegangenen Abschnitt können im Fall ohne überlagerte Schwingungen reibungerregte Schwingungen mit großen Amplituden beobachtet werden. Die Überlagerung transversaler Schwingungen mit der Erregerfrequenz $f_4 = 470 \text{ Hz}$ führt zu einer deutlichen Reduktion der Amplituden und damit zur Unterdrückung der reibungerregten Schwingungen.

5.7 Anwendungsbeispiel: Drehgelenk

Da der Einsatz herkömmlicher Schmiermittel in vielen Anwendungen problematisch erscheint, kommt der gezielten Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme eine besondere Bedeutung zu. Zum Abschluss des Kapitels wird daher ein einfaches Drehgelenk mit ungeschmierten Lagerbuchsen betrachtet, das als Anwendungsbeispiel für den Transversaleffekt dient. Auf diese Weise soll an einem möglichst einfachen Versuchsaufbau gezeigt werden, dass durch die Verwendung einer geeigneten Schwingungserregung spiel- und reibungsarme Mechanismen auch unter schwierigen Bedingungen realisiert werden können.

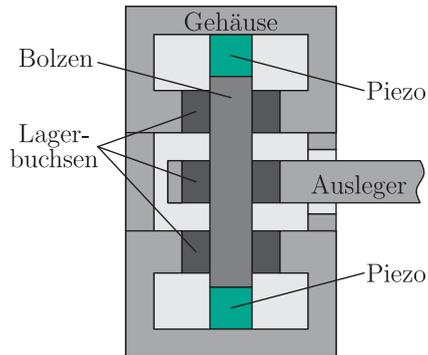


Abbildung 5.26: Schematische Schnittdarstellung des Drehgelenks

Eine schematische Schnittdarstellung des verwendeten Drehgelenks kann Abbildung 5.26 entnommen werden. In einem verschraubten Gehäuse wird ein zylindrischer Bolzen zwischen zwei piezoelektrischen Stapelaktoren verspannt und kann infolge einer entsprechenden Erregung Schwingungen in axialer Richtung ausführen. Der Bolzen wird in drei Kunststoffbuchsen geführt, von denen zwei mit dem Gehäuse und eine mit einem drehbaren Ausleger verbunden sind. Die Vorgabe eines möglichst geringen Spiels der Lagerung führt in den Kontakten zwischen Bolzen und Buchsen zu einem der gewünschten Drehbewegung entgegen gerichteten Reibmoment, das mithilfe überlagerter Schwingungen reduziert werden soll [122, 132].

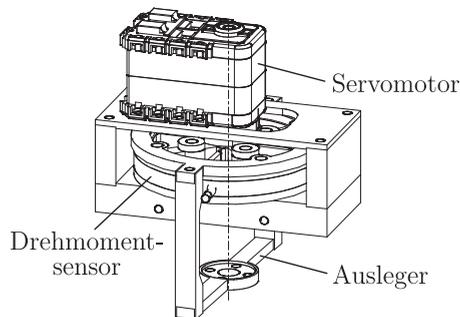


Abbildung 5.27: Anordnung der Mess- und Antriebselemente

Für eine reproduzierbare Versuchsdurchführung wird die gewünschte Drehbewegung durch einen Servomotor *Dynamixel AX-12A* aktuiert. Das hierzu benötigte Drehmoment entspricht für konstante Drehgeschwindigkeiten dem Reibmoment zwischen

Bolzen und Lagerbuchsen und wird über einen Drehmomentsensor *ME TD70* messtechnisch erfasst und auf den Ausleger des Drehgelenks übertragen. Die Anordnung der Mess- und Antriebs Elemente ist in Abbildung 5.27 dargestellt und kann modular in den zuvor beschriebenen Aufbau integriert werden [133].

Die axiale Schwingungserregung der Piezoaktoren führt zu Bewegungen des Bolzens senkrecht zur Drehbewegung des Auslegers. Folglich kann das auftretende Reibmoment mithilfe des Transversaleffektes reduziert werden. Die zur Verfügung stehenden Stapelaktoren *PI P-007* liefern dabei nur sehr geringe Amplituden. Für eine ausreichend hohe Geschwindigkeitsamplitude müssen daher deutlich höhere Erregerfrequenzen als für die bisherigen Versuche verwendet werden. Aufgrund der konstruktiven Ausführung stehen neben dem anliegenden Drehmoment keine weiteren Messgrößen zur Verfügung.

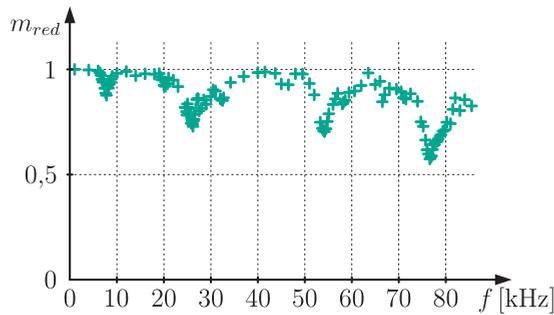


Abbildung 5.28: Relatives mittleres Reibmoment in Abhängigkeit der Erregerfrequenz

Die zugehörigen Drehmomentmessungen mit und ohne überlagerte Schwingungen wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit [133] durchgeführt. Analog zu den vorangegangenen Abschnitten zeigt Abbildung 5.28 das relative mittlere Reibmoment in Bezug auf das stationäre Reibmoment ohne Schwingungserregung. Für die gewählten Erregerfrequenzen bis $f = 85$ kHz können mehrere Bereiche mit einer deutlichen Reduktion des mittleren Reibmomentes beobachtet werden. Entsprechende mechanische Ersatzmodelle liefern im Bereich der jeweiligen Eigenfrequenzen ein ähnliches qualitatives Verhalten und weisen im Vergleich eine gute Übereinstimmung auf [134]. Dennoch ergeben sich schon für dieses einfache Anwendungsbeispiel weitere Einflussgrößen, die im Rahmen der bisherigen Betrachtungen nicht berücksichtigt wurden. Für hohe Erregerfrequenzen kann schon nach kurzer Zeit ein Anstieg der Temperatur des Bolzens beobachtet werden, der auf die Erwärmung der Piezoaktoren und die stattfindenden Reibungsvorgänge zurückzuführen ist. In der Folge führt die thermische

Ausdehnung des Bolzens zu einer höheren Flächenpressung in den Lagerbuchsen und damit zu einem relativen Anstieg des Reibmomentes [133].

Trotz der problematischen messtechnischen Erfassung relevanter Größen kann ein wesentlicher Einfluss der überlagerten Schwingungen auf die Eigenschaften des Drehgelenks beobachtet werden. Der zuvor ausführlich untersuchte Transversaleffekt führt für ausgewählte Erregerfrequenzen zu einer deutlichen Reduktion des auftretenden Reibmomentes und liefert somit eine Verbesserung des Systemverhaltens. Die beobachteten Temperatureinflüsse reduzieren den gewünschten Effekt und verdeutlichen erneut die Komplexität der zugrunde liegenden Mechanismen sowie die Herausforderungen bei der konkreten Umsetzung. Insgesamt kann aber eine gute qualitative Übereinstimmung der verwendeten Modellierung mit den zugehörigen experimentellen Ergebnissen festgestellt werden.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen in Längs- und Querrichtung untersucht. Ausgehend von der in der Literatur etablierten Modellierung konnten unter Verwendung erweiterter Kontaktmodelle wesentliche Einflussgrößen herausgearbeitet und die entsprechenden Ergebnisse experimentell überprüft werden. Im Vergleich mit den aus der Literatur bekannten Arbeiten wurden auf diese Weise sowohl quantitative als auch qualitative Effekte identifiziert, so dass die vorliegende Arbeit einen Beitrag zum besseren Verständnis von Reibwertglättung und den zugrunde liegenden Mechanismen leistet.

Einen wesentlichen Bestandteil der Untersuchung bildet die Modellierung des Kontaktverhaltens bei der Überlagerung von Schwingungen. Neben der klassischen Modellierung mit starren Kontakten wurde hierzu eine Klasse dynamischer Reibmodelle mit nachgiebigen Kontakten betrachtet und deren wichtigste Eigenschaften herausgearbeitet. Sowohl für den eindimensionalen Fall longitudinaler Schwingungen als auch für die vorgenommene Erweiterung auf ebene Bewegungen konnten der Einfluss der Kontaktsteifigkeit auf das Verhalten der Modelle sowie die besondere Bedeutung der Abbildung von Haftphasen gezeigt werden.

Die in der Literatur etablierte Modellierung des Einflusses überlagerter Schwingungen auf reibungsbehaftete Systeme basiert auf der Annahme COULOMB'scher Reibung und wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit in Bezug auf geschwindigkeitsabhängige Effekte und das Auftreten reibungserregter Schwingungen ergänzt. Für starre Kontakte liegen damit umfangreiche und konsistente Untersuchungen der Reibwertglättung vor. Demnach führt eine geeignete Überlagerung longitudinaler oder transversaler Schwingungen im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten zu einer Reduktion der mittleren Reibkräfte und damit auf geglättete effektive Reibkennlinien. In der Folge können reibungserregte Schwingungen aufgrund einer fallenden Reibkennlinie oder einer nicht-konservativen Kopplung unterdrückt werden.

Die auf diese Weise erzielten Ergebnisse weisen jedoch eine unzureichende Übereinstimmung mit zugehörigen experimentellen Untersuchungen aus der Literatur auf, so dass die Notwendigkeit einer verbesserten Modellierung besteht. Unter Verwendung der zuvor beschriebenen dynamischen Reibmodelle wurde daher der Einfluss nachgiebiger Kontakte auf den Effekt der Reibwertglättung untersucht. Mithilfe eines Mittelwertbildungsverfahrens für Systeme mit starker Dämpfung konnten entsprechende Ergebnisse aus der Literatur bestätigt werden, wonach die Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte den Effekt der Reibwertglättung quantitativ reduziert. Die Betrachtung weiterer reibungsinduzierter Phänomene ermöglichte eine erneute Verbesserung der Modellierung und eine deutliche Erweiterung der zugehörigen Ergebnisse.

Insbesondere konnten durch die Berücksichtigung von Haft- und Losbrecheffekten qualitative Einflüsse herausgearbeitet werden, die im Kontext der Reibwertglättung als Deutungsansätze für experimentelle Untersuchungen dienen können. Demnach wird das Verhalten der untersuchten Modelle maßgeblich durch den Parameter $\gamma = \frac{\sigma_0 a}{\mu N}$ bestimmt, der die Kontaktsteifigkeit σ_0 , die Amplitude a der überlagerten Schwingungen sowie die COULOMB'sche Reibkraft $R = \mu N$ enthält. Wird der Parameter γ zu klein gewählt, führt das beschriebene Mittelwertbildungsverfahren auf nicht-glatte effektive Reibkennlinien und damit nicht auf das gewünschte geglättete Systemverhalten. Im Hinblick auf mögliche Anwendungen betrifft dies vor allem die Wahl einer ausreichend großen Amplitude in Relation zur Kontaktsteifigkeit und zur Normalkraft. Diese Beobachtung erlaubt folglich eine verbesserte Interpretation von experimentellen Ergebnissen aus der Literatur, bei denen Ultraschallschwingungen mit sehr kleinen Amplituden untersucht wurden.

Ein im Rahmen dieser Arbeit entwickelter Versuchsaufbau ermöglichte schließlich die experimentelle Überprüfung der gewählten Modellierung und der zugehörigen Ergebnisse. In Bezug auf die Berücksichtigung nachgiebiger Kontakte konnte ein ausgeprägtes Hystereseverhalten des untersuchten Systems nachgewiesen werden, welches durch die gewählte Modellierung sehr gut abgebildet wird. Für stationäre Gleitvorgänge wurde eine Abhängigkeit der Reibcharakteristik von der Relativgeschwindigkeit im Kontakt beobachtet, die infolge der geringen Strukturdämpfung zu reibungserregten Schwingungen führen kann. Die zugehörigen Schwingungsformen wurden experimentell erfasst und mit den Ergebnissen eines Finite-Elemente-Modells verglichen.

Der Einfluss überlagerter Längs- und Querschwingungen auf das stationäre und dynamische Verhalten des Versuchsaufbaus wurde für verschiedene Frequenzbereiche untersucht. Insbesondere konnte für niedrige Erregerfrequenzen eine hervorragende

qualitative Übereinstimmung der gemessenen Reibkennlinien mit den zugehörigen Ergebnissen der Modellierung festgestellt werden. Im Hinblick auf die beobachteten quantitativen Abweichungen wurden mögliche Einflussgrößen identifiziert, die im Rahmen der betrachteten Modellierung nicht berücksichtigt wurden. Für höhere Erregerfrequenzen konnten ebenfalls gute qualitative Übereinstimmungen von Modellierung und experimentellen Ergebnissen beobachtet werden. Allerdings führten quantitative Betrachtungen hier zu erheblichen Abweichungen, die nur teilweise auf die konstruktiv bedingte Modulation der Normalkräfte zurückgeführt werden konnten. Als Ansatz für eine verbesserte Modellierung wurde daher die mögliche Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit von der Normalkraft oder der Erregerfrequenz diskutiert. Für hohe Erregerfrequenzen konnte weiterhin die Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen gezeigt werden. Die Überlagerung longitudinaler oder transversaler Schwingungen ermöglichte die Beeinflussung der ursprünglich fallenden Reibcharakteristik und damit die Unterdrückung des zuvor betrachteten Stick-Slip-Grenzyklus. In der Folge konnte eine deutliche Reduktion der auftretenden Schwingungsamplituden beobachtet werden.

Zum Abschluss der Untersuchungen wurde anhand eines Drehgelenkes mit ungeschmierten Lagerbuchsen eine mögliche Anwendung des Transversaleffektes diskutiert. Für einen einfachen Versuchsaufbau konnte in Abhängigkeit der Erregerfrequenz eine Reduktion des auftretenden Reibmomentes beobachtet und somit der Einfluss überlagerter Schwingungen nachgewiesen werden. Obwohl eine gute qualitative Übereinstimmung mit der entsprechenden Modellierung festgestellt werden konnte, wurden in diesem Zusammenhang weitere Einflussgrößen sowie mögliche Probleme bei der praktischen Umsetzung deutlich.

Insgesamt ergibt sich damit eine umfangreiche Untersuchung des Einflusses überlagerter Schwingungen auf reibungsbehaftete Systeme, die neben der Modellierung der zugrunde liegenden Mechanismen auch deren experimentelle Validierung beinhaltet. Im Vergleich mit den aus der Literatur bekannten Untersuchungen konnten im Rahmen der vorliegenden Arbeit neue qualitative Effekte identifiziert und experimentell überprüft werden. Diese liefern insbesondere verbesserte Deutungsansätze für eine Vielzahl vorangegangener experimenteller Untersuchungen sowie einige Anknüpfungspunkte für weiterführende Arbeiten.

Im Hinblick auf die Modellierung betrifft dies vor allem die Berücksichtigung weiterer Effekte, wie beispielsweise einer Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit von der Normalkraft. Ebenso erscheint die Betrachtung von Temperatureinflüssen und Verschleißmechanismen sinnvoll. Für einen verbesserten Abgleich mit dem verwendeten Versuchsaufbau muss außerdem der sogenannte *Normaleffekt* untersucht werden, der

die Reibkraftreduktion aufgrund modulierter Normalkräfte beschreibt und im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet wurde.

Aus den experimentellen Untersuchungen lassen sich einige konstruktive Aspekte ableiten, die in Anhang C zusammengefasst sind. Zudem ergeben sich viele weiterführende Fragestellungen, die experimentell untersucht werden können. Dies beinhaltet einerseits die systematische Berücksichtigung der Umgebungsbedingungen und andererseits mögliche Variationen des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung. Im Rahmen dieser Arbeit wurde beispielsweise der Einfluss der Materialpaarung auf die beobachteten Effekte nur unzureichend behandelt, so dass durch eine entsprechende Variation weitere Effekte auftreten können. Insbesondere kann in diesem Zusammenhang eine Anpassung der Modellierung an das veränderte Kontaktverhalten erforderlich sein.

Anhang

A Mittelwertbildung in Systemen mit starker Dämpfung

Die Modellierung nachgiebiger Kontakte hatte in Kapitel 4 auf Systeme mit stark gedämpften Variablen geführt. Das verwendete Mittelwertbildungsverfahren zur Auswertung der effektiven Reibcharakteristiken wurde in der Folge angepasst, aber nicht ausführlich validiert. Detailliertere Betrachtungen sollen hier am Beispiel des Reibschwingers mit einem Freiheitsgrad erfolgen.

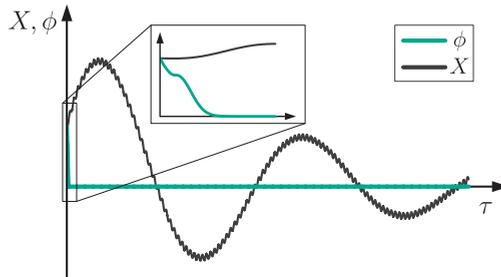


Abbildung A.1: Variablen mit starker und schwacher Dämpfung

Unter Verwendung des DAHL-Modells ergeben sich nach der Transformation auf langsame Variablen die Gleichungen

$$X' = \varepsilon(V - a\omega \cos \tau), \quad (\text{A.1})$$

$$mV' = \varepsilon(-d(V - a\omega \cos \tau) - cX + R(v_{rel}, \phi + r^*)), \quad (\text{A.2})$$

$$\phi' = -\beta|v_0 - V + a\omega \cos \tau| \frac{\phi}{\mu N} = -\chi\phi \quad (\text{A.3})$$

zur Beschreibung der Systemdynamik. Da entsprechende asymptotische Verfahren in der bekannten englischsprachigen Literatur nur für konstante Koeffizienten

$\chi = \text{konst.}$ beschrieben sind, erfordert das vorliegende Problem mit zustands- und zeitabhängigen Koeffizienten eine numerische Validierung. Mögliche Untersuchungen aus der russischsprachigen Literatur konnten im Rahmen dieser Arbeit nicht ausgewertet werden.

Abbildung A.1 zeigt für eine exemplarische Parameterwahl den zeitlichen Verlauf der Variablen X und ϕ . Während die vorgegebenen Anfangsbedingungen für die schwach gedämpfte Variable X nur langsam abklingen, nimmt die stark gedämpfte Variable ϕ schon nach kurzer Zeit sehr kleine Werte an. Folglich kann im Rahmen einer ersten Näherung $\phi = 0$ gesetzt und das zuvor beschriebene Mittelwertbildungsverfahren angewendet werden.

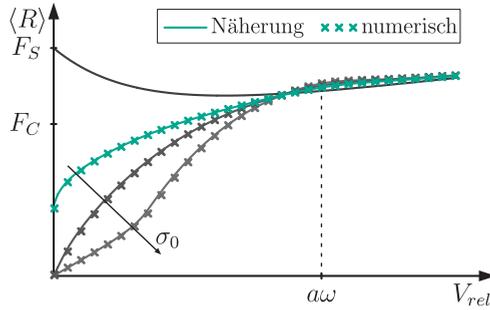


Abbildung A.2: Longitudinaleffekt: numerische Validierung der Reibkennlinien (el.-pl. Modell)

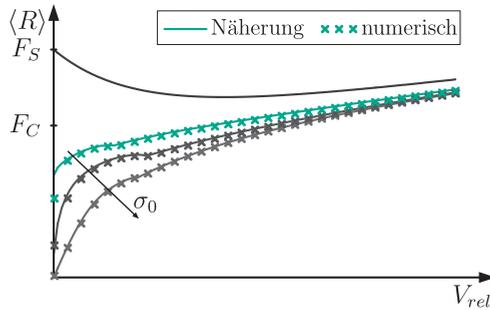


Abbildung A.3: Transversaleffekt: numerische Validierung der Reibkennlinien (el.-pl. Modell)

Für das elasto-plastische Modell gilt während der Haftphasen $\chi = 0$, so dass dieser Fall eine gesonderte Betrachtung erforderlich macht. Zur Validierung der in Kapitel 4 ermittelten Reibkennlinien werden daher mithilfe des `ode45`-Solvers in *MATLAB*

die mittleren Reibkräfte auf der Grundlage der vollständigen Systembeschreibung bestimmt und mit den Ergebnissen des asymptotischen Verfahrens verglichen. Die entsprechenden Reibkennlinien sind für den Longitudinaleffekt in Abbildung A.2 und für den Transversaleffekt in Abbildung A.3 dargestellt. Insgesamt kann eine hervorragende Übereinstimmung der Näherungslösung mit der numerischen Lösung festgestellt werden. Lediglich für sehr kleine Kontaktsteifigkeiten und Relativgeschwindigkeiten kann ein Einfluss der auftretenden Haftphasen beobachtet werden, der hier auf erkennbare quantitative Abweichungen führt.

B Transversaleffekt: zeitdiskrete Modellierung

Als Ergänzung und Vergleich zur zeitkontinuierlichen Modellierung in Abschnitt 4.2 soll im Folgenden eine zeitdiskrete Beschreibung mit konstanter Reibcharakteristik untersucht werden, die sich an den Ausführungen von TSAI und TSENG [114] orientiert. In Anlehnung an die Interpretation des Kontaktbereiches als elastische Borste wird die Kontaktdeformation dabei durch die skalare Variable

$$z = \|\mathbf{x} - \mathbf{w}\| \tag{B.1}$$

beschrieben. Unter Verwendung des DAHL-Modells folgt für einen beliebigen Zeitpunkt t und einen kleinen Zeitschritt Δt die Kontaktdeformation

$$z(t + \Delta t) = z(t) + \Delta z \tag{B.2}$$

$$\approx z(t) + \left(v_{rel} - |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z(t)}{\mu N} \right) \Delta t, \tag{B.3}$$

wobei für die Relativgeschwindigkeit die Näherung

$$v_{rel} \approx \frac{\|\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{w}(t)\| - \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}(t)\|}{\Delta t} \tag{B.4}$$

eingeführt wird. Damit ergibt sich für die Verschiebung im Kontakt

$$\mathbf{w}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t + \Delta t) - z(t + \Delta t) \frac{\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{w}(t)}{\|\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{w}(t)\|} \tag{B.5}$$

und für die Reibkraft folgt

$$\mathbf{R} = \sigma_0(\mathbf{x} - \mathbf{w}). \tag{B.6}$$

Der Verlauf der Reibkraft kann nun für beliebige Bewegungen $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ numerisch bestimmt und ausgewertet werden. Da an dieser Stelle ausschließlich der Transversaleffekt betrachtet werden soll, wird für die Überlagerung von Querschwingungen $\mathbf{x} = [V_{rel}t; a \sin \omega t]$ gewählt. Die entsprechenden Ergebnisse für das DAHL-Modell können der Literatur entnommen werden [114]. Im Rahmen dieser Arbeit wird nur die Erweiterung der diskretisierten Beschreibung für das elasto-plastisches Modell betrachtet, so dass sich unter Verwendung der Schaltfunktion $\alpha = \alpha(v_{rel}, z)$ aus Abschnitt 2.3 die Kontaktdeformation

$$z(t + \Delta t) \approx z(t) + \left(v_{rel} - \alpha |v_{rel}| \frac{\sigma_0 z(t)}{\mu N} \right) \Delta t \quad (\text{B.7})$$

ergibt.

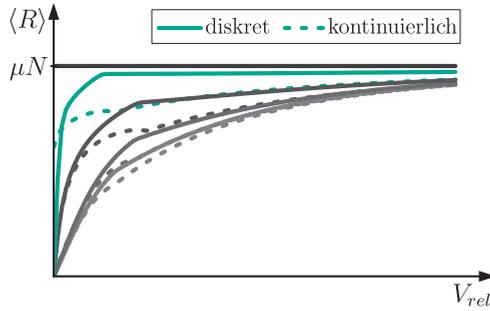


Abbildung B.1: Zeitdiskrete und kontinuierliche Modellierung (el.-pl. Modell)

Die zugehörigen mittleren Reibkräfte sind in Abbildung B.1 dargestellt. Im Vergleich mit der kontinuierlichen Modellierung aus Abschnitt 4.2 führt die zeitdiskrete Beschreibung fast ausschließlich auf höhere mittlere Reibkräfte und weist insgesamt ein ähnliches Verhalten auf. Allerdings können auch für kleine Kontaktsteifigkeiten geglättete Reibkennlinien beobachtet werden, so dass sich ein qualitativer Unterschied der beiden Modellierungen ergibt. Die Wahl der Losbrechgrenze z_{ba} hat in der zeitdiskreten Modellierung nur einen geringfügigen Einfluss auf die mittleren Reibkräfte, führt aber für $z_{ba} \rightarrow z_{ss}$ auf eine weitgehende Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2.

C Anmerkungen zur experimentellen Umsetzung

Für den in Kapitel 5 verwendeten Pin-on-Disk-Aufbau konnte eine statische Verkipfung der Bremsscheibe aufgrund von Fertigungs- und Montageungenauigkeiten festgestellt werden. In der Folge führte die hohe Steifigkeit des Aufbaus in vertikaler Richtung zu starken Schwankungen der auftretenden Normal- und Tangentialkräfte. Außerdem konnte im Hinblick auf die Kinematik der Erregereinheit ein Einfluss der Bewegung des Piezoaktors auf die Normalkraft nicht ausgeschlossen werden. Aus diesen Beobachtungen wurden einige Ansätze zur Verbesserung des Versuchsaufbaus abgeleitet, die im Folgenden dargestellt werden sollen.

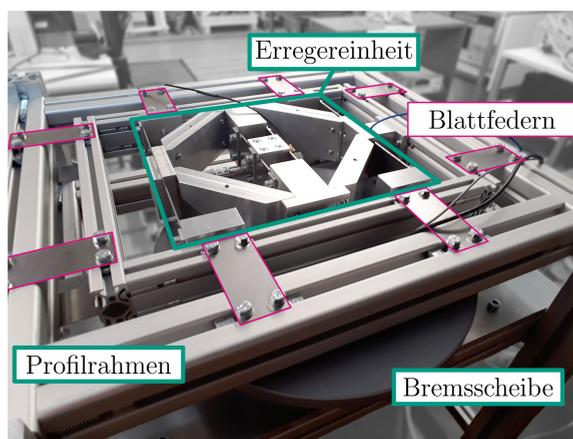


Abbildung C.1: modifizierter Versuchsaufbau

Abbildung C.1 zeigt die Weiterentwicklung des zuvor betrachteten Versuchsaufbaus, wobei das zugrunde liegende Konzept mit rotierender Bremsscheibe und elastisch gelagerter Erregereinheit beibehalten wurde. Eine wesentliche Veränderung betrifft die

vertikale Anbindung der Erregereinheit an den äußeren Profilrahmen. Für den neuen Versuchsaufbau wurde mithilfe der gekennzeichneten Blattfedern eine nachgiebige Lagerung realisiert, die den Einfluss einer möglichen statischen Verkipfung reduziert. Zudem erlaubt diese Anordnung eine systematische Variation der Normalkraft, die durch das Auflegen von Gewichten auf den inneren Profilrahmen erfolgen kann.

Die horizontale Lagerung der Erregereinheit wurde ebenfalls nachgiebiger gestaltet. In der Folge konnte die Eigenfrequenz der gewünschten horizontalen Bewegung von 100 Hz auf etwa 34 Hz reduziert werden. Anstelle des zuvor verwendeten Kraftsensors erfolgt die messtechnische Erfassung der horizontalen Verschiebung mithilfe eines kapazitiven Abstandssensors. Über die Steifigkeit der verbauten Blattfedern kann daraus die zugehörige tangentielle Kraft ermittelt werden.

Die innere Struktur der Erregereinheit wurde vor allem hinsichtlich der Kinematik verändert, so dass Bewegungen des Piezoaktors ausschließlich horizontale Bewegungen des Pins bewirken und so die Normalkraft nicht weiter beeinflussen. Dies wird erneut durch die Verwendung von Blattfedern erreicht, die in horizontaler Richtung eine hohe Nachgiebigkeit aufweisen und gleichzeitig eine Übertragung der Normalkraft gewährleisten. Weiterhin wurde die Aufnahme für den zylindrischen Pin modular gestaltet. Auf diese Weise kann die Untersuchung verschiedener Materialpaarungen ohne großen Aufwand erfolgen.

Obwohl erste Messergebnisse bereits vorliegen, kann im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine umfangreiche und systematische Auswertung gewährleistet werden. In Bezug auf die nachgiebigere Struktur weisen die Ergebnisse grundsätzlich auf eine erfolgreiche Umsetzung der konstruktiven Maßnahmen hin. Wie beim Versuchsaufbau aus Kapitel 5 können eine geschwindigkeitsabhängige stationäre Reibcharakteristik sowie ein ausgeprägtes Hystereseverhalten bei kleinen Relativverschiebungen beobachtet werden. Infolge der Reibcharakteristik treten bei niedrigen Drehzahlen erneut reibungserregte Schwingungen auf, wobei die zugehörige Grundfrequenz wie beschrieben deutlich reduziert werden konnte. Der Einfluss überlagerter Längsschwingungen wurde bereits qualitativ nachgewiesen, erfordert aber noch eingehendere Betrachtungen. Diese können, ebenso wie die Untersuchung weiterer Effekte, Bestandteil zukünftiger Arbeiten sein.

Literaturverzeichnis

- [1] AKBARI MOUSAVI, S. A. A. ; FEIZI, H. ; MADOLIAT, R.: Investigations on the effects of ultrasonic vibrations in the extrusion process. In: *Journal of Materials Processing Technology* 187 (2007), S. 657–661
- [2] AL-BENDER, F. ; LAMPAERT, V. ; FASSOIS, S. D. ; RIZOS, D. D. ; WORDEN, K. ; ENGSTER, D. ; HORNSTEIN, A. ; PARLITZ, U.: Measurement and identification of pre-sliding friction dynamics. In: *Nonlinear dynamics of production systems* (2004), S. 349–367
- [3] AL-BENDER, F. ; LAMPAERT, V. ; SWEVERS, J.: Modeling of dry sliding friction dynamics: From heuristic models to physically motivated models and back. In: *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 14 (2004), Nr. 2, S. 446–460
- [4] AL-BENDER, F. ; LAMPAERT, V. ; SWEVERS, J.: A novel generic model at asperity level for dry friction force dynamics. In: *Tribology Letters* 16 (2004), Nr. 1-2, S. 81–93
- [5] AL-BENDER, F. ; LAMPAERT, V. ; SWEVERS, J.: The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 50 (2005), Nr. 11, S. 1883–1887
- [6] ANDREAUS, U. ; CASINI, P.: Dynamics of friction oscillators excited by a moving base and/or driving force. In: *Journal of Sound and Vibration* 245 (2001), Nr. 4, S. 685–699
- [7] ARMSTRONG-HÉLOUVRY, B. ; DUPONT, P. ; CANUDAS DE WIT, C.: A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. In: *Automatica* 30 (1994), Nr. 7, S. 1083–1138
- [8] ASHIDA, Y. ; AOYAMA, H.: Press forming using ultrasonic vibration. In: *Journal of Materials Processing Technology* 187 (2007), S. 118–122

- [9] ÅSTRÖM, K. J. ; CANUDAS DE WIT, C.: Revisiting the LuGre friction model. In: *IEEE Control Systems* 28 (2008), Nr. 6, S. 101–114
- [10] AWREJCEWICZ, J. ; OLEJNIK, P.: Friction pair modeling by a 2-dof system: numerical and experimental investigations. In: *International Journal of Bifurcation and Chaos* 15 (2005), Nr. 06, S. 1931–1944
- [11] BABITSKY, V. I. ; KALASHNIKOV, A. N. ; MEADOWS, A. ; WIJESUNDARA, A. A. H. P.: Ultrasonically assisted turning of aviation materials. In: *Journal of materials processing technology* 132 (2003), Nr. 1, S. 157–167
- [12] BENGISU, M. T. ; AKAY, A.: Stability of friction-induced vibrations in multi-degree-of-freedom systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 171 (1994), Nr. 4, S. 557–570
- [13] BERGER, E. J.: Friction modeling for dynamic system simulation. In: *Applied Mechanics Reviews* 55 (2002), Nr. 6, S. 535–577
- [14] BLEKHMEN, I. I.: *Vibrational mechanics: nonlinear dynamic effects, general approach, applications*. Singapur : World Scientific, 2000
- [15] BLEKHMEN, I. I. ; SOROKIN, V. S.: On the separation of fast and slow motions in mechanical systems with high-frequency modulation of the dissipation coefficient. In: *Journal of Sound and Vibration* 329 (2010), Nr. 23, S. 4936–4949
- [16] BLIMAN, P.-A. J.: Mathematical study of the Dahl's friction model. In: *European Journal of Mechanics - A/Solids* 11 (1992), Nr. 6, S. 835–848
- [17] BOWDEN, F. P. ; TABOR, D.: *Reibung und Schmierung fester Körper*. Berlin, Heidelberg u. a. : Springer-Verlag, 1959
- [18] BUNGET, C. ; NGAILE, G.: Influence of ultrasonic vibration on micro-extrusion. In: *Ultrasonics* 51 (2011), Nr. 5, S. 606–616
- [19] CANUDAS DE WIT, C. ; LISCHINSKY, P.: Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. In: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 11 (1997), Nr. 1, S. 65–80
- [20] CANUDAS DE WIT, C. ; OLSSON, H. ; ÅSTRÖM, K. J. ; LISCHINSKY, P.: A new model for control of systems with friction. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (1995), Nr. 3, S. 419–425

-
- [21] CHATTERJEE, S. ; SINGHA, T. K. ; KARMAKAR, S. K.: Effect of high-frequency excitation on a class of mechanical systems with dynamic friction. In: *Journal of Sound and Vibration* 269 (2004), Nr. 1, S. 61–89
- [22] COURTNEY-PRATT, J. S. ; EISNER, E.: The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 238 (1957), Nr. 1215, S. 529–550
- [23] CUNEFARE, K. A. ; GRAF, A. J.: Experimental active control of automotive disc brake rotor squeal using dither. In: *Journal of Sound and Vibration* 250 (2002), Nr. 4, S. 579–590
- [24] DAHL, P. R.: *A solid friction model*. Forschungsbericht, El Segundo: The Aerospace Corporation, 1968
- [25] DAHL, P. R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. In: *AIAA Journal* 14 (1976), Nr. 12, S. 1675–1682
- [26] DANKOWICZ, H.: On the modeling of dynamic friction phenomena. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 79 (1999), Nr. 6, S. 399–409
- [27] DANKOWICZ, H. ; NORDMARK, A. B.: On the origin and bifurcations of stick-slip oscillations. In: *Physica D: Nonlinear Phenomena* 136 (2000), Nr. 3, S. 280–302
- [28] DESOER, C. A. ; SHAHRUZ, S. M.: Stability of dithered non-linear systems with backlash or hysteresis. In: *International Journal of Control* 43 (1986), Nr. 4, S. 1045–1060
- [29] DOWSON, D.: *History of tribology*. London : Addison-Wesley Longman Limited, 1979
- [30] DUPONT, P. ; HAYWARD, V. ; ARMSTRONG, B. ; ALTPETER, F.: Single state elastoplastic friction models. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 47 (2002), Nr. 5, S. 787–792
- [31] EAVES, A. E. ; SMITH, A. W. ; WATERHOUSE, W. J. ; SANSOME, D. H.: Review of the application of ultrasonic vibrations to deforming metals. In: *Ultrasonics* 13 (1975), Nr. 4, S. 162–170
- [32] EGASHIRA, K. ; MIZUTANI, K. ; NAGAO, T.: Ultrasonic vibration drilling of microholes in glass. In: *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 51 (2002), Nr. 1, S. 339–342

- [33] FEENY, B. ; GURAN, A. ; HINRICHS, N. ; POPP, K.: A historical review on dry friction and stick-slip phenomena. In: *Applied Mechanics Reviews* 51 (1998), Nr. 5, S. 321–341
- [34] FEENY, B. ; MOON, F. C.: Chaos in a forced dry-friction oscillator: experiments and numerical modelling. In: *Journal of Sound and Vibration* 170 (1994), Nr. 3, S. 303–323
- [35] FEENY, B. F. ; MOON, F. C.: Quenching stick-slip chaos with dither. In: *Journal of Sound and Vibration* 237 (2000), Nr. 1, S. 173–180
- [36] FERRETTI, G. ; MAGNANI, G. ; ROCCO, P.: Single and multistate integral friction models. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 49 (2004), Nr. 12, S. 2292–2297
- [37] FIDLIN, A.: *Nonlinear Oscillations in Mechanical Engineering*. Berlin, Heidelberg u. a. : Springer-Verlag, 2005
- [38] FIDLIN, A. ; THOMSEN, J. J.: Non-trivial effects of high-frequency excitation for strongly damped mechanical systems. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 43 (2008), Nr. 7, S. 569–578
- [39] FRIDMAN, H. D. ; LEVESQUE, P.: Reduction of static friction by sonic vibrations. In: *Journal of Applied Physics* 30 (1959), Nr. 10, S. 1572–1575
- [40] GALVANETTO, U.: Non-linear dynamics of multiple friction oscillators. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 178 (1999), Nr. 3, S. 291–306
- [41] GODFREY, D.: Vibration reduces metal to metal contact and causes an apparent reduction in friction. In: *ASLE Transactions* 10 (1967), Nr. 2, S. 183–192
- [42] GONTHIER, Y. ; MCPHEE, J. ; LANGE, C. ; PIEDBOEUF, J.-C.: A regularized contact model with asymmetric damping and dwell-time dependent friction. In: *Multibody System Dynamics* 11 (2004), Nr. 3, S. 209–233
- [43] GUTOWSKI, P. ; LEUS, M.: The effect of longitudinal tangential vibrations on friction and driving forces in sliding motion. In: *Tribology International* 55 (2012), S. 108–118
- [44] GUTOWSKI, P. ; LEUS, M.: Computational model for friction force estimation in sliding motion at transverse tangential vibrations of elastic contact support. In: *Tribology International* 90 (2015), Nr. 3, S. 455–462

-
- [45] HAESSIG, D. A. ; FRIEDLAND, B.: On the modeling and simulation of friction. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 113 (1991), Nr. 3, S. 354–362
- [46] HAGEDORN, P.: *Nichtlineare Schwingungen*. Wiesbaden : Akademische Verlagsgesellschaft, 1978
- [47] HAGMAN, L. A. ; OLOFSSON, U.: A model for micro-slip between flat surfaces based on deformation of ellipsoidal elastic asperities – parametric study and experimental investigation. In: *Tribology International* 31 (1998), Nr. 4, S. 209–217
- [48] HENSEN, R. H. A. ; MOLENGRAFT, M. J. G. van d. ; STEINBUCH, M.: Frequency domain identification of dynamic friction model parameters. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10 (2002), Nr. 2, S. 191–196
- [49] HETZLER, H. ; SCHWARZER, D. ; SEEMANN, W.: Analytical investigation of steady-state stability and Hopf-bifurcations occurring in sliding friction oscillators with application to low-frequency disc brake noise. In: *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 12 (2007), Nr. 1, S. 83–99
- [50] HINRICHS, N. ; OESTREICH, M. ; POPP, K.: On the modelling of friction oscillators. In: *Journal of Sound and Vibration* 216 (1998), Nr. 3, S. 435–459
- [51] HOFFMANN, N.: Linear stability of steady sliding in point contacts with velocity dependent and LuGre type friction. In: *Journal of Sound and Vibration* 301 (2007), Nr. 3, S. 1023–1034
- [52] HOFFMANN, N. ; FISCHER, M. ; ALLGAIER, R. ; GAUL, L.: A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations. In: *Mechanics Research Communications* 29 (2002), Nr. 4, S. 197–205
- [53] HOFFMANN, N. ; GAUL, L.: Effects of damping on mode-coupling instability in friction induced oscillations. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 83 (2003), Nr. 8, S. 524–534
- [54] HOFFMANN, N. ; WAGNER, N. ; GAUL, L.: Quenching mode-coupling friction-induced instability using high-frequency dither. In: *Journal of Sound and Vibration* 279 (2005), Nr. 1, S. 471–480

- [55] IBRAHIM, R. A.: Friction-induced vibration. In: *Applied Mechanics Reviews* 47 (1994), Nr. 7, S. 208–305
- [56] IWAN, W. D.: A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response. In: *Journal of Applied Mechanics* 33 (1966), S. 893–900
- [57] JÄGER, J.: Elastic contact of equal spheres under oblique forces. In: *Archive of Applied Mechanics* 63 (1993), Nr. 6, S. 402–412
- [58] JÄGER, J.: Axi-symmetric bodies of equal material in contact under torsion or shift. In: *Archive of Applied Mechanics* 65 (1995), Nr. 7, S. 478–487
- [59] JOHNSON, K. L.: *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985
- [60] KANG, J. ; KROUSGRILL, C. M. ; SADEGHI, F.: Dynamic instability of a thin circular plate with friction interface and its application to disc brake squeal. In: *Journal of Sound and Vibration* 316 (2008), Nr. 1, S. 164–179
- [61] KARNOPP, D.: Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107 (1985), Nr. 1, S. 100–103
- [62] KERN, D.: *Neuartige Drehgelenke für reibungsarme Mechanismen: Auslegungskriterien und Berechnungsmethoden*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2013
- [63] KIM, J.-D. ; LEE, E.-S.: A study of ultrasonic vibration cutting of carbon fibre reinforced plastics. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 12 (1996), Nr. 2, S. 78–86
- [64] KINKAID, N. M. ; O'REILLY, O. M. ; PAPADOPOULOS, P.: Automotive disc brake squeal. In: *Journal of Sound and Vibration* 267 (2003), Nr. 1, S. 105–166
- [65] KUMAR, V. C. ; HUTCHINGS, I. M.: Reduction of the sliding friction of metals by the application of longitudinal or transverse ultrasonic vibration. In: *Tribology International* 37 (2004), Nr. 10, S. 833–840
- [66] LAMPAERT, V. ; AL-BENDER, F. ; SWEVERS, J.: Experimental characterization of dry friction at low velocities on a developed tribometer setup for macroscopic measurements. In: *Tribology Letters* 16 (2004), Nr. 1-2, S. 95–105
- [67] LAMPAERT, V. ; SWEVERS, J. ; AL-BENDER, F.: Modification of the Leuven integrated friction model structure. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 47 (2002), Nr. 4, S. 683–687

-
- [68] LEINE, R. I. ; NIJMEIJER, H.: *Dynamics and bifurcations of non-smooth mechanical systems*. Berlin, Heidelberg u. a. : Springer-Verlag, 2013
- [69] LEINE, R. I. ; VAN CAMPEN, D. H. ; VAN DE VRANDE, B. L.: Bifurcations in nonlinear discontinuous systems. In: *Nonlinear Dynamics* 23 (2000), Nr. 2, S. 105–164
- [70] LIANG, J. ; FILLMORE, S. ; MA, O.: An extended bristle friction force model with experimental validation. In: *Mechanism and Machine Theory* 56 (2012), S. 123–137
- [71] LIANG, J.-W. ; FEENY, B. F.: Dynamical friction behavior in a forced oscillator with a compliant contact. In: *Journal of Applied Mechanics* 65 (1998), Nr. 1, S. 250–257
- [72] LITTMANN, W. ; STORCK, H. ; WALLASCHEK, J.: Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations. In: *Archive of Applied Mechanics* 71 (2001), Nr. 8, S. 549–554
- [73] MARQUES, F. ; FLORES, P. ; PIMENTA CLARO, J. C. ; LANKARANI, H. M.: A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems. In: *Nonlinear Dynamics* 86 (2016), Nr. 3, S. 1407–1443
- [74] MARTINS, J. A. C. ; ODEN, J. T. ; SIMOES, F. M. F.: A study of static and kinetic friction. In: *International Journal of Engineering Science* 28 (1990), Nr. 1, S. 29–92
- [75] MASSI, F. ; BAILLET, L. ; GIANNINI, O. ; SESTIERI, A.: Brake squeal: linear and nonlinear numerical approaches. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007), Nr. 6, S. 2374–2393
- [76] MICHAUX, M. A. ; FERRI, A. A. ; CUNEFARE, K. A.: Effect of tangential dither signal on friction induced oscillations in an SDOF model. In: *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics* 2 (2007), Nr. 3, S. 201
- [77] MINDLIN, R. D.: Compliance of elastic bodies in contact. In: *Journal of Applied Mechanics* 16 (1949), S. 259–268
- [78] MINDLIN, R. D. ; DERESIEWICZ, H.: Elastic spheres in contact under varying oblique forces. In: *Journal of Applied Mechanics* 20 (1953), S. 327–344

- [79] MITROPOLSKY, Y. A.: Averaging method in non-linear mechanics. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2 (1967), Nr. 1, S. 69–96
- [80] MITSKEVICH, A. M.: Motion of a body over a tangentially vibrating surface, taking into account of friction. In: *Soviet Physics-Acoustics* 13 (1968), S. 348–351
- [81] MOSSAHEB, S.: Application of a method of averaging to the study of dithers in non-linear systems. In: *International Journal of Control* 38 (1983), Nr. 3, S. 557–576
- [82] ODEN, J. T. ; MARTINS, J. A. C.: Models and computational methods for dynamic friction phenomena. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 52 (1985), Nr. 1, S. 527–634
- [83] OESTREICH, M. ; HINRICHS, N. ; POPP, K.: Bifurcation and stability analysis for a non-smooth friction oscillator. In: *Archive of Applied Mechanics* 66 (1996), Nr. 5, S. 301–314
- [84] OLOFSSON, U. ; HAGMAN, L.: A model for micro-slip between flat surfaces based on deformation of ellipsoidal elastic bodies. In: *Tribology International* 30 (1997), Nr. 8, S. 599–603
- [85] OLSSON, H. ; ÅSTRÖM, K. J. ; CANUDAS DE WIT, C. ; GÄFVERT, M. ; LISCHINSKY, P.: Friction models and friction compensation. In: *European Journal of Control* 4 (1998), Nr. 3, S. 176–195
- [86] OUYANG, H. ; NACK, W. ; YUAN, Y. ; CHEN, F.: Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review. In: *International Journal of Vehicle Noise and Vibration* 1 (2005), Nr. 3-4, S. 207–231
- [87] PARLITZ, U. ; HORNSTEIN, A. ; ENGSTER, D. ; AL-BENDER, F. ; LAMPAERT, V. ; TJAHJOWIDODO, T. ; FASSOIS, S. D. ; RIZOS, D. ; WONG, C. X. ; WORDEN, K. ; MANSON, G.: Identification of pre-sliding friction dynamics. In: *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 14 (2004), Nr. 2, S. 420–430
- [88] PERVOZVANSKI, A. A. ; CANUDAS DE WIT, C.: Asymptotic analysis of the dither effect in systems with friction. In: *Automatica* 38 (2002), Nr. 1, S. 105–113
- [89] PIOTROWSKI, J.: Smoothing dry friction damping by dither generated in rolling contact of wheel and rail and its influence on ride dynamics of freight wagons. In: *Vehicle System Dynamics* 48 (2010), Nr. 6, S. 675–703

-
- [90] POHLMAN, R. ; LEHFELDT, E.: Influence of ultrasonic vibration on metallic friction. In: *Ultrasonics* 4 (1966), Nr. 4, S. 178–185
- [91] POPOV, V. L. ; STARCEVIC, J. ; FILIPPOV, A. E.: Influence of ultrasonic in-plane oscillations on static and sliding friction and intrinsic length scale of dry friction processes. In: *Tribology Letters* 39 (2010), Nr. 1, S. 25–30
- [92] POPP, K. ; HINRICHS, N. ; OESTREICH, M.: Dynamical behaviour of a friction oscillator with simultaneous self and external excitation. In: *Sadhana* 20 (1995), Nr. 2-4, S. 627–654
- [93] POPP, K. ; STELTER, P.: Stick-slip vibrations and chaos. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 332 (1990), Nr. 1624, S. 89–105
- [94] RABINOWICZ, E.: The nature of the static and kinetic coefficients of friction. In: *Journal of applied physics* 22 (1951), Nr. 11, S. 1373–1379
- [95] RABINOWICZ, E.: The intrinsic variables affecting the stick-slip process. In: *Proceedings of the Physical Society* 71 (1958), Nr. 4, S. 668
- [96] RICE, J. R. ; RUINA, A.: Stability of steady frictional slipping. In: *Journal of Applied Mechanics* 50 (1983), S. 343–349
- [97] RIZOS, D. D. ; FASSOIS, S. D.: Friction identification based upon the LuGre and Maxwell slip models. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 17 (2009), Nr. 1, S. 153–160
- [98] RUINA, A.: Slip instability and state variable friction laws. In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 88 (1983), Nr. B12, S. 10359–10370
- [99] SCHNEIDER, Y. ; ZAHN, S. ; SCHINDLER, C. ; ROHM, H.: Ultrasonic excitation affects friction interactions between food materials and cutting tools. In: *Ultrasonics* 49 (2009), Nr. 6, S. 588–593
- [100] SFAKIOTAKIS, M. ; PATEROMICHELAKIS, N. ; TSAKIRIS, D. P.: Vibration-induced frictional reduction in miniature intracorporeal robots. In: *IEEE Transactions on Robotics* 30 (2014), Nr. 5, S. 1210–1221
- [101] SIEGERT, K. ; ULMER, J.: Influencing the friction in metal forming processes by superimposing ultrasonic waves. In: *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 50 (2001), Nr. 1, S. 195–200

- [102] SIEGERT, K. ; ULMER, J.: Superimposing ultrasonic waves on the dies in tube and wire drawing. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 123 (2001), Nr. 4, S. 517–523
- [103] SKELTON, R. C.: Effect of ultrasonic vibration on the turning process. In: *International Journal of Machine Tool Design and Research* 9 (1969), Nr. 4, S. 363–374
- [104] STAMM, W.: *Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen mit flächigen Reibkontakten*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2011
- [105] STORCK, H. ; LITTMANN, W. ; WALLASCHEK, J. ; MRACEK, M.: The effect of friction reduction in presence of ultrasonic vibrations and its relevance to travelling wave ultrasonic motors. In: *Ultrasonics* 40 (2002), Nr. 1, S. 379–383
- [106] SWEVERS, J. ; AL-BENDER, F. ; GANSEMAN, C. G. ; PROJOGO, T.: An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 45 (2000), Nr. 4, S. 675–686
- [107] TAWAKOLI, T. ; AZARHOUSHANG, B.: Influence of ultrasonic vibrations on dry grinding of soft steel. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 48 (2008), Nr. 14, S. 1585–1591
- [108] TCHERNIAK, D. ; THOMSEN, J. J.: Slow effects of fast harmonic excitation for elastic structures. In: *Nonlinear Dynamics* 17 (1998), Nr. 3, S. 227–246
- [109] TEIDELT, E. ; STARCEVIC, J. ; POPOV, V. L.: Influence of ultrasonic oscillation on static and sliding friction. In: *Tribology Letters* 48 (2012), Nr. 1, S. 51–62
- [110] THOMSEN, J. J.: Using fast vibrations to quench friction-induced oscillations. In: *Journal of Sound and Vibration* 228 (1999), Nr. 5, S. 1079–1102
- [111] THOMSEN, J. J.: Some general effects of strong high-frequency excitation: stiffening, biasing and smoothening. In: *Journal of Sound and Vibration* 253 (2002), Nr. 4, S. 807–831
- [112] THOMSEN, J. J. ; FIDLIN, A.: Analytical approximations for stick–slip vibration amplitudes. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 38 (2003), Nr. 3, S. 389–403
- [113] TOLSTOI, D. M. ; BORISOVA, G. A. ; GRIGOROVA, S. R.: Friction Reduction by Perpendicular Oscillation. In: *Soviet Physics Doklady* 17 (1973), S. 907

- [114] TSAI, C. C. ; TSENG, C. H.: The effect of friction reduction in the presence of in-plane vibrations. In: *Archive of Applied Mechanics* 75 (2006), Nr. 2-3, S. 164–176
- [115] VOGELPOHL, G.: *Geschichte der Reibung: Eine vergleichende Betrachtung aus der Sicht der klassischen Mechanik*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1981
- [116] WAGNER, U. von ; HOCHLENERT, D. ; HAGEDORN, P.: Minimal models for disk brake squeal. In: *Journal of Sound and Vibration* 302 (2007), Nr. 3, S. 527–539
- [117] WORDEN, K. ; WONG, C. X. ; PARLITZ, U. ; HORNSTEIN, A. ; ENGSTER, D. ; TIAHJOWIDODO, T. ; AL-BENDER, F. ; RIZOS, D. D. ; FASSOIS, S. D.: Identification of pre-sliding and sliding friction dynamics: Grey box and black-box models. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007), Nr. 1, S. 514–534
- [118] ZABULIS, X. ; SFAKIOTAKIS, M. ; TSAKIRIS, D. P.: Effects of vibratory actuation on endoscopic capsule vision. In: *Proceedings of the 30th Annual International IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Conference*, 2008, S. 5901–5904
- [119] ZAMES, G. ; SHNEYDOR, N.: Dither in nonlinear systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 21 (1976), Nr. 5, S. 660–667
- [120] ZAMES, G. ; SHNEYDOR, N.: Structural stabilization and quenching by dither in nonlinear systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 22 (1977), Nr. 3, S. 352–361

Eigene Publikationen

- [121] KAPELKE, S. ; HETZLER, H. ; SEEMANN, W.: On the influence of high-frequency excitation on systems with dynamic friction. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 14 (2014), S. 281–282
- [122] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W.: On vibrational smoothing of dry friction and its application to revolute joints. In: *Proceedings of ICoEV 2015, International Conference on Engineering Vibration, Ljubljana* (2015), S. 794–801
- [123] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W.: On the effect of contact compliance on vibrational smoothing of dry friction. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 15 (2015), S. 253–254
- [124] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W.: A pin-on-disk experimental set-up for vibrational smoothing of dry friction. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 16 (2016), S. 275–276
- [125] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W. ; HETZLER, H.: The effect of longitudinal high-frequency in-plane vibrations on a 1-DoF friction oscillator. In: *Nonlinear Dynamics* 88 (2017), Nr. 4, S. 3003–3015
- [126] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W.: On the Influence of Contact Compliance and Stiction on Vibrational Smoothing of Dry Friction. In: *Proceedings of ENOC 2017, 9th European Nonlinear Dynamics Conference, Budapest* (2017), ID: 86
- [127] KAPELKE, S. ; OESTRINGER, L. J. ; SEEMANN, W.: Investigation of vibrations induced by dry friction in a pin-on-disk experimental set-up. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 17 (2017), S. 375–376
- [128] KAPELKE, S. ; SEEMANN, W.: On the effect of longitudinal vibrations on dry friction: Modelling aspects and experimental investigations. In: *Tribology Letters* 66 (2018), Nr. 3, 79

Betreute Abschlussarbeiten

- [129] STRAUB, C.: *Untersuchung und Vergleich ausgewählter Reibmodelle bei harmonischer Anregung*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014
- [130] DYCK, A. M.: *Experimentelle Untersuchung ausgewählter reibungsinduzierter Phänomene*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015
- [131] WAGNER, J.: *Untersuchung des Schwingungsverhaltens eines Pin-on-Disk-Aufbaus*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015
- [132] FISCHER, M.: *Untersuchung der Reibwertglättung an einem Drehgelenk mit piezoelektrischer Schwingungsanregung*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- [133] FESSER, B.: *Experimentelle Untersuchung des Reibmoments in ungeschmierten Lagerbuchsen*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- [134] PUTZ, M. A.: *Untersuchung des Zwangsschwingungsverhaltens von Mehrfreiheitsgradsystemen mit trockener Reibung*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- [135] KELLER, S.: *Modellierung von Haft- und Losbrecheffekten in Systemen mit trockener Reibung*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- [136] OESTRINGER, L. J.: *Selbsterregte Schwingungen in Mehrfreiheitsgradsystemen mit trockener Reibung*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2017
- [137] ULLENBRUCH, M.: *Untersuchung und Vergleich ausgewählter Reibmodelle für ebene Bewegungen*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2018

- Band 1** **Marcus Simon**
Zur Stabilität dynamischer Systeme mit stochastischer
Anregung. 2004
ISBN 3-937300-13-9
- Band 2** **Clemens Reitze**
Closed Loop, Entwicklungsplattform für mechatronische
Fahrodynamikregelsysteme. 2004
ISBN 3-937300-19-8
- Band 3** **Martin Georg Cichon**
Zum Einfluß stochastischer Anregungen auf mechanische
Systeme. 2006
ISBN 3-86644-003-0
- Band 4** **Rainer Keppler**
Zur Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen
unter Berücksichtigung von Greifkontakt bei Robotern. 2007
ISBN 978-3-86644-092-0
- Band 5** **Bernd Waltersberger**
Strukturdynamik mit ein- und zweiseitigen Bindungen
aufgrund reibungsbehafteter Kontakte. 2007
ISBN 978-3-86644-153-8
- Band 6** **Rüdiger Benz**
Fahrzeugsimulation zur Zuverlässigkeitsabsicherung
von karosseriefesten Kfz-Komponenten. 2008
ISBN 978-3-86644-197-2
- Band 7** **Pierre Barthels**
Zur Modellierung, dynamischen Simulation und Schwingungsunter-
drückung bei nichtglatten, zeitvarianten Balkensystemen. 2008
ISBN 978-3-86644-217-7

- Band 8** **Hartmut Hetzler**
Zur Stabilität von Systemen bewegter Kontinua mit
Reibkontakten am Beispiel des Bremsenquietschens. 2008
ISBN 978-3-86644-229-0
- Band 9** **Frank Dienerowitz**
Der Helixaktor – Zum Konzept eines vorverwundenen
Biegeaktors. 2008
ISBN 978-3-86644-232-0
- Band 10** **Christian Rudolf**
Piezoelektrische Self-sensing-Aktoren zur Korrektur
statischer Verlagerungen. 2008
ISBN 978-3-86644-267-2
- Band 11** **Günther Stelzner**
Zur Modellierung und Simulation biomechanischer
Mehrkörpersysteme. 2009
ISBN 978-3-86644-340-2
- Band 12** **Christian Wetzel**
Zur probabilistischen Betrachtung von Schienen- und
Kraftfahrzeugsystemen unter zufälliger Windanregung. 2010
ISBN 978-3-86644-444-7
- Band 13** **Wolfgang Stamm**
Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen
mit flächigen Reibkontakten. 2011
ISBN 978-3-86644-605-2
- Band 14** **Felix Fritz**
Modellierung von Wälzlagern als generische
Maschinenelemente einer Mehrkörpersimulation. 2011
ISBN 978-3-86644-667-0
- Band 15** **Aydin Boyaci**
Zum Stabilitäts- und Bifurkationsverhalten hochtouriger
Rotoren in Gleitlagern. 2012
ISBN 978-3-86644-780-6

- Band 16** **Ruggeri Toni Liong**
Application of the cohesive zone model to the analysis
of rotors with a transverse crack. 2012
ISBN 978-3-86644-791-2
- Band 17** **Ulrich Bittner**
Strukturakustische Optimierung von Axialkolbeneinheiten.
Modellbildung, Validierung und Topologieoptimierung. 2013
ISBN 978-3-86644-938-1
- Band 18** **Alexander Karmazin**
Time-efficient Simulation of Surface-excited Guided
Lamb Wave Propagation in Composites. 2013
ISBN 978-3-86644-935-0
- Band 19** **Heike Vogt**
Zum Einfluss von Fahrzeug- und Straßenparametern
auf die Ausbildung von Straßenunebenheiten. 2013
ISBN 978-3-7315-0023-0
- Band 20** **Laurent Ineichen**
Konzeptvergleich zur Bekämpfung der Torsionsschwingungen
im Antriebsstrang eines Kraftfahrzeugs. 2013
ISBN 978-3-7315-0030-8
- Band 21** **Sietze van Buuren**
Modeling and simulation of porous journal bearings in
multibody systems. 2013
ISBN 978-3-7315-0084-1
- Band 22** **Dominik Kern**
Neuartige Drehgelenke für reibungsarme Mechanismen. 2013
ISBN 978-3-7315-0103-9
- Band 23** **Nicole Gaus**
Zur Ermittlung eines stochastischen Reibwerts und dessen Einfluss
auf reibungserregte Schwingungen. 2013
ISBN 978-3-7315-0118-3
- Band 24** **Fabian Bauer**
Optimierung der Energieeffizienz zweibeiniger
Roboter durch elastische Kopplungen. 2014
ISBN 978-3-7315-0256-2

- Band 25** **Benedikt Wiegert**
Nichtlineare Schwingungen von Systemen
mit elastohydrodynamischen Linienkontakten. 2015
ISBN 978-3-7315-0350-7
- Band 26** **Arsenty Tikhomolov**
Analytische, numerische und messtechnische
Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen
am Beispiel des Trennproblems. 2015
ISBN 978-3-7315-0362-0
- Band 27** **Daniel Maier**
On the Use of Model Order Reduction Techniques
for the Elastohydrodynamic Contact Problem. 2015
ISBN 978-3-7315-0369-9
- Band 28** **Xiaoyu Zhang**
Crosswind stability of vehicles under nonstationary
wind excitation. 2015
ISBN 978-3-7315-0376-7
- Band 29** **Jens Deppler**
Ein Beitrag zur viskoelastischen Modellierung nichtholonomer
Bindungsgleichungen. 2017
ISBN 978-3-7315-0548-8
- Band 30** **Georg Jehle**
Zur Modellbildung und Simulation reibungserregter
Schwingungen in Pkw-Schaltgetrieben. 2017
ISBN 978-3-7315-0668-3
- Band 31** **Joachim Klima**
Lubricant transport towards tribocontact in capillary
surface structures. 2018
ISBN 978-3-7315-0814-4
- Band 32** **Gábor Kenderi**
Nonparametric identification of nonlinear dynamic systems. 2018
ISBN 978-3-7315-0834-2

- Band 33** **Jan Henrik Schmidt**
An efficient solution procedure for elasto-hydrodynamic contact problems considering structural dynamics. 2018
ISBN 978-3-7315-0872-4
- Band 34** **Ulrich Johannes Römer**
Über den Einfluss der Fußgeometrie auf die Energieeffizienz beim zweibeinigen Gehen. 2019
ISBN 978-3-7315-0887-8
- Band 35** **Simon Kapelke**
Zur Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen. 2019
ISBN 978-3-7315-0905-9

Die Beeinflussung reibungsbehafteter Systeme mithilfe überlagerter Schwingungen ist seit vielen Jahren Gegenstand der Forschung. Der im deutschen Sprachraum unter dem Begriff *Reibwertglättung* bekannte Effekt hochfrequenter Schwingungen führt zur Reduktion der effektiv auftretenden Reibkräfte und ermöglicht die Realisierung reibungsarmer Mechanismen auch ohne die Verwendung von Schmiermitteln.

Infolge überlagerter Schwingungen können sich geglättete Reibkennlinien ergeben, so dass die ursprünglich nicht-glaten Eigenschaften trockener Reibung unterdrückt werden. Durch die Beeinflussung der effektiven Reibcharakteristik wird somit auch die Unterdrückung von reibungserregten Schwingungen ermöglicht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zunächst die Ergebnisse der in der Literatur etablierten Modellierung rekapituliert und teilweise ergänzt. Die Erweiterung der Modellierung erfolgt anschließend unter Verwendung einer Klasse von Modellen mit nachgiebigen Kontakten. Auf diese Weise können die Einflüsse von Kontaktdeformationen und Haftphasen auf den Effekt der Reibwertglättung systematisch untersucht und wesentliche Parameter herausgearbeitet werden. Insbesondere führt die Berücksichtigung von Losbrecheffekten bei kleinen Amplituden auf nicht-glatte Reibkennlinien, so dass die erzielten Ergebnisse neue Deutungsansätze für experimentelle Untersuchungen liefern.

