

Modellierung turbulenter, zwangs- und mischkonvektiver Flüssigmetallströmungen bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor der Ingenieurwissenschaften

von der KIT-Fakultät für Maschinenbau des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
angenommene

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Tobias Schumm

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Juni 2020
Hauptreferentin: Prof. Dr.-Ing. Bettina Frohnapfel
Korreferent: Prof. Dr. Luca Marocco

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Untersuchung von Turbulenz- und Wärmeflussmodellen für den industriellen Einsatz. Dabei liegt der Fokus auf der Wärmeübertragung in Flüssigmetallen, speziell von flüssigem Natrium. Flüssigmetalle zeichnen sich durch die hohe molekulare Wärmeleitfähigkeit aus, wodurch sie sich für den Einsatz in Wärmeübertragern eignen.

Die vorliegende Arbeit trägt dazu bei, die Abschätzung der Einsatzbereiche von Turbulenzmodellen in Abhängigkeit der gewählten Anfangs- und Randbedingungen zu verbessern. Hierfür wird zunächst eine ebene Plattenströmung mit beidseitig beheizten Wänden mit Hilfe der Turbulenz- und Wärmeflussmodellen bei Zwangskonvektion untersucht. Dabei liegt das Augenmerk auf der Fähigkeit, den globalen Wärmeübergang in das Fluid zu beschreiben. Im Anschluss werden die Modelle zur Beschreibung einer turbulenten Strömung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung untersucht. Dabei werden die Stufenhöhe und die Zuströmgeschwindigkeit variiert. Abschließend wird der Einfluss von Auftriebskräften auf die turbulente Strömung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung behandelt. Hierfür werden zwei ausgewählte Turbulenz und Wärmeübergangsmodelle herangezogen.

Der Vergleich numerischer und experimenteller Daten zeigt, dass sich einfache Korrelationen zur Bestimmung der lokalen turbulenten Wärmediffusion eignen und diese eine bessere Vorhersage für das Temperaturfeld und den Wärmeübergang liefern als komplexe Zwei-Gleichungs-Modelle.

Es zeigt sich jedoch, dass für die korrekte Beschreibung des Wärmeübergangs höherwertige, nichtlineare Modelle benötigt werden.

Abstract

The present work is concerned with the investigation of turbulence and heatflux models for industrial applications. The focus is on heat transfer in liquid metals, especially liquid sodium. Liquid metals are characterized by their high molecular thermal conductivity, which makes them suitable for use in heat exchangers.

The present work contributes to the ability to estimate the application range of the turbulence models as a function of the selected initial and boundary conditions. For this purpose, first a plane plate flow with walls heated on both sides is investigated using the turbulence and heat flow models with forced convection. The emphasis is on the ability to describe the global heat transfer into the fluid. Subsequently, the models for describing a turbulent flow in a channel with sudden expansion are investigated, whereby the step height and the inflow velocity are varied. Finally, the influence of lift forces on the channel flow with sudden expansion is discussed. Two selected turbulence and heat transfer models are used for this purpose.

The comparison of numerical and experimental data shows that simple correlations are suitable for the determination of local turbulent heat diffusion and that these provide a better prediction of the temperature field and heat transfer than complex two-equation models. However, it turns out that for the correct description of the heat transfer, higher-quality, non-linear models are required.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei dem gesamten Institut bedanken, bei allen Kolleginnen und Kollegen, die mich in den vergangenen Jahren bei meiner Forschung begleitet und zu dem erfolgreichen Abschluss meiner Arbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gebührt dabei Frau Prof. Dr.-Ing. Bettina Frohn Apfel. Durch ihre fachliche Betreuung und ihre persönliche Unterstützung hat sie mich durch meine Arbeit geleitet und mir das Anfertigen der vorliegenden Arbeit ermöglicht. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Luca Marocco sowohl für die Übernahme der Korreferentenrolle bedanken, als auch für die fachlichen Diskussionen, welche maßgeblich den Verlauf der Promotion beeinflusst haben. Für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Robert Stieglitz.

Herrn Dr.-Ing. Franco Magagnato danke ich für die Übernahme der fachlichen Betreuung und die anregenden Diskussionen, sowie bei Herrn Dr.-Ing. Günther Grötzbach für die fachlichen Diskussionen, die mir neue Blickwinkel eröffnet und Herangehensweisen aufgezeigt haben.

Zuletzt möchte ich mich bei dem Journal of Heat and Mass Transfer bedanken, welches mir uneingeschränkte Nutzungsrechte an meiner Veröffentlichung für die vorliegende Arbeit einräumt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Eigenschaften von Flüssigmetallen	6
1.3	Überblick über die Modellierung des thermischen Feldes für niedrige Prandtl-Zahlen	9
1.4	Zielsetzung	13
1.5	Gliederung	13
2	Strömungsmechanische Grundlagen	15
2.1	Strömungsmechanische Erhaltungsgleichungen	15
2.2	Dimensionslose Kennzahlen der Strömungsmechanik	17
2.3	Eigenschaften turbulenter Strömungen	20
2.4	Turbulenz in Wandnähe	23
2.5	Modellierung turbulenter Strömungen	28
2.6	Modellierung der Reynoldsspannungen	29
2.6.1	Lineare Turbulenzmodelle	31
2.6.2	Explizit-algebraische Reynoldsspannungsmodelle	33
2.7	Modellierung der turbulenten Wärmeströme	35
2.8	Auswahl der verwendeten Modelle	39
2.8.1	Turbulenzmodelle	40
2.8.2	Wärmetransportmodelle	46
2.9	Überprüfung der Netzunabhängigkeit	49

3 Ebene, turbulente und vollentwickelten Plattenströmung mit aufgeprägten Wandwärmeströmen	51
3.1 Plattenkanalgeometrie und gewählte Randbedingungen	52
3.2 Ergebnisse und Diskussion für eine vollentwickelte Plattenströmung	56
3.3 Fazit der ebenen Plattenströmung	68
4 Turbulente, zwangskonvektive Flüssigmetallströmung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung	71
4.1 Beschreibung des Simulationsaufbaus	78
4.2 Untersuchung des Strömungsfeldes	81
4.3 Untersuchung des Temperaturfeldes	96
4.4 Fazit	108
5 Turbulente, mischkonvektive Flüssigmetallströmung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung	111
5.1 Beschreibung des Simulationsaufbaus	114
5.2 Vergleich der unterschiedlichen Modellkombinationen	115
5.3 Variation des Auftriebseinflusses	125
5.4 Fazit	136
6 Zusammenfassung und Ausblick	139
7 Anhang	143
7.1 Eigenschaften von flüssigem Natrium	143
7.2 Modellgleichungen der verwendeten Turbulenzmodelle	144
7.3 Wärmeflussmodellierung	151
7.4 Gitterkonvergenz	154
7.5 Auswertung der turbulenten Strömung bei unstetiger Kanalquerschnittserweiterung bei $Re_H = 20\,000$	157
Literaturverzeichnis	181

Eigene Publikationen	195
Betreute Abschlussarbeiten	197

1 Einleitung

Vor dem Hintergrund der fortschreitenden Klimaerwärmung und der Endlichkeit fossiler Energieressourcen ist die Umstellung unserer Energieproduktion von der aktuellen Nutzung nuklearer und fossiler Brennstoffe hin zu einer flächendeckenden Nutzung erneuerbarer Energien eine zentrale Herausforderung unserer Zeit [1]. Speziell in Deutschland wird ein schneller Ausbau der erneuerbaren Energien auf bis zu 80% der gesamten Stromproduktion im Jahr 2050, bei simultanem Ausstieg aus der Atom- und Kohleenergie angestrebt [2, 3]. Um eine einseitige Abhängigkeit von einzelnen Energieträgern zu vermeiden, müssen Methoden entwickelt werden, um verschiedene erneuerbare Energiequellen nutzen zu können. Aus diesem Grund kommt neben der Energiegewinnung aus Wasser und Wind auch, und vor allem, der Solarthermie eine zentrale Rolle als Wärmequelle zur Erzeugung von Prozesswärme wie zur Energiewandlung zu. Zur Erforschung dieser Art der Energiegewinnung leistet die vorliegende Arbeit einen Beitrag.

1.1 Motivation

Für die Nutzung der Sonnenenergie gibt es unterschiedliche Konzepte: z.B. Photovoltaikanlagen, die die Sonnenstrahlung direkt in elektrischen Strom umwandeln oder auch Sonnenkollektoren, die Wärmeenergie zur Verfügung stellen. Effizientere Systeme in Bezug auf die elektrische Energiegewinnung bilden Sonnenwärmekraftwerke, wie beispielsweise Parabolrinnen- oder Solarturmkraftwerke. In Abbildung 1.1 ist der sche-

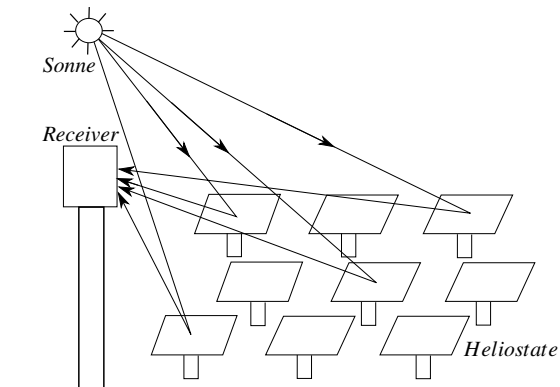


Abbildung 1.1: Exemplarische Darstellung eines Solarturmkraftwerks.

matische Aufbau eines konzentrierenden Sonnenwärmekraftwerkes beispielhaft dargestellt. Die Sonnenstrahlung wird mittels großflächiger Spiegel, sogenannter Heliostate auf einen Empfänger (Receiver) konzentriert. Innerhalb des selektiven Receivers wird die kurzwellige Solarstrahlung in langwellige Wärmestrahlung umgewandelt. Mit dieser Wärme wird ein Fluid erhitzt, das im nachgeschalteten Prozess die thermische in elektrische Energie umwandelt. Besonders hohe Prozesstemperaturen, und somit hohe Wirkungsgrade, werden bei dem Einsatz von Solarturmkraftwerken, einer besonderen Form der Sonnenwärmekraftwerke, erreicht.

Bei dieser Form der Energiegewinnung wird die Sonnenenergie im Receiver aufgenommen und dem angeschlossenen Prozess zur Verfügung gestellt. Dabei ist neben konstruktiven Maßnahmen, wie der geometrischen Auslegung zur Verringerung parasitärer Verluste, vor allem die Wahl eines passenden Fluids für die Wärmeübertragung von elementarer Bedeutung. In industriellen Anlagen und Forschungskraftwerken werden heutzutage entweder Metallsalze oder Wasserdampf eingesetzt [4]. Um diese Sonnenwärmekraftwerke weiter zu verbessern, wird aktuell an der Verwendbarkeit von Flüssigmetallen, vor allem von flüssigem Natrium, als Wärmeübertra-

gungsmedium im Receiver geforscht [5, 6, 7].

Eine erste Forschungsanlage für flüssigmetallgekühlte Solartürme wird am Karlsruhe Liquid Metal Laboratory (KALLA) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) getestet. Die Versuchsanlage SOMMER ist in Abbildung 1.2 skizziert. Diese wird mit bis zu $2,5\text{ MW}/\text{m}^2$ betrieben, was einer thermischen Leistung von 10 kW entspricht. Dabei wird eutektisches Blei-Bismuth als Wärmeübertragungsmedium eingesetzt. Mit Hilfe der SOM-

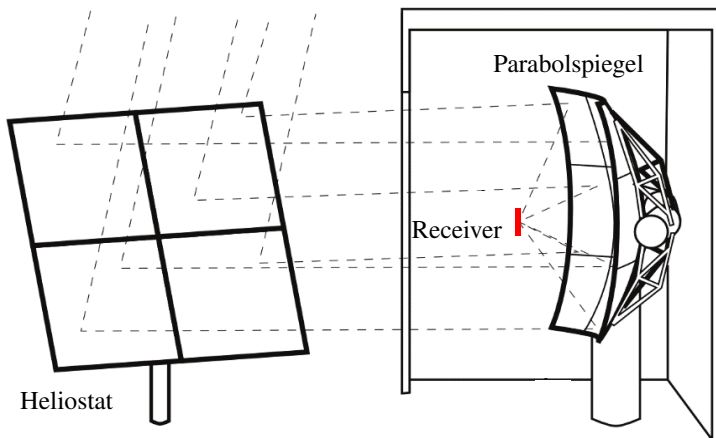


Abbildung 1.2: Prinzipskizze der SOMMER Anlage am KALLA Labor des Karlsruher Instituts für Technologie (Grafik illustriert nach: [5]).

MER Anlage sollen unter anderem Erfahrungen über das Betriebsverhalten erlangt werden. Darüber hinaus dient die Anlage der Erprobung verschiedener Receiverkonzepte sowie thermischer Speichermedien und -konzepte.

Im Rahmen der Helmholtz Alliance - Liquid Metal Technologies (LIM-TECH) [8] wird am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik (INR) des KIT die KASOLA (Karlsruhe Sodium Laboratory) Anlage aufgebaut (siehe Abbildung 1.3). Dabei handelt es sich um eine vielseitig einsetzbare

experimentelle Apparatur zur Untersuchung von Strömungsphänomenen. Ein Ziel dieser Anlage ist es, Validierungsdaten für die Entwicklung von Turbulenz- und Wärmeübergangsmodellen zu generieren. Wie in Abbildung 1.3 zu erkennen ist, bilden Rohre, Kanäle, Verzweigungen und Querschnittsveränderungen wesentliche Elemente energietechnischer Kreisläufe. Daher werden in der Testsektion zwei charakteristische Elemente untersucht; ein Kanal mit rechteckigem Querschnitt und ein Kanal mit einer plötzlichen, einseitigen Querschnittserweiterung (in der englischen Literatur als backward facing step (BFS) bezeichnet).

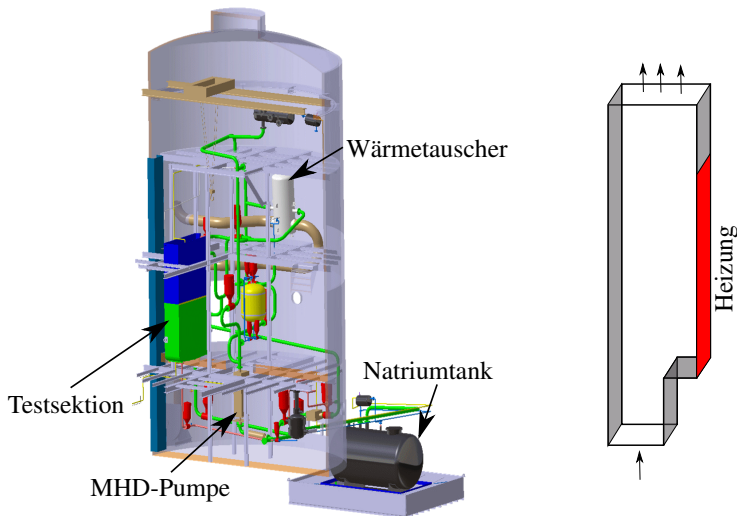


Abbildung 1.3: Skizze der KASOLA Anlage (Grafik illustriert nach [9], links) und eines Kanals mit einer un stetigen Querschnittserweiterung (rechts).

Da bei der Stromerzeugung der Wirkungsgrad mit der Erhöhung der Temperatur des eingesetzten Mediums steigt, ist die deutlich erhöhte maximale Einsatztemperatur von flüssigem Natrium ein Vorteil gegenüber Wasserdampf und den Salzen, wie in Tabelle 1.1 dargestellt ist. Aufgrund der hohen Temperaturen und der Reaktivität stellt Natrium eine Herausforde-

Tabelle 1.1: Vergleich verschiedener Kühlmedien für Sonnenwärmekraftwerke. Dabei steht ρ für die Dichte, c_p für die spezifische Wärmekapazität und die molekulare Prandtl-Zahl Pr bezeichnet das Verhältnis aus kinematischer Viskosität und Temperaturleitfähigkeit. Die angegebenen Stoffdaten für Wasser sind aus [10, 11] für 873 K, Metallsalze aus [12] bei 573 K und für Natrium aus [13] für 423 K.

Medium	Wasser/Dampf	Metallsalze	Natrium
Temperaturbereich [K]	273 - 973	493 - 873	373 - 1 150
c_p [J/kgK]	2 420	1 495	1 362
Pr [-]	40,2	8,9	0,0088
ρ [kg/m ³]	1 000	1 899	914

ung als Wärmeübertragungsmedium dar.

Laut Fritsch *et al.* [6] liegt der größte Vorteil des flüssigen Natriums in der niedrigen Prandtl-Zahl und der damit verbundenen schnellen Übertragungs- bzw. Aufnahmefähigkeit der Wärmeenergie. Dadurch ist es möglich, die gleiche Energieaufnahme bei geringerer Receiverfläche zu erzielen. Hierdurch werden einerseits die parasitären Verluste im Receiver verringert und andererseits ergeben sich weitere Einsparungen in der Konstruktion des Receiversturms aufgrund der geringeren Receivergröße.

Zur optimalen Auslegung des Receivers ist ein grundlegendes Verständnis der Wärmeübergangsmechanismen erforderlich. Der Bau und Betrieb experimenteller, mit Flüssigmetall betriebener Apparaturen sind sehr kostenintensiv. Darüber hinaus müssen die Randbedingungen während der Experimente überwacht sowie eine konstante Reinheit der Medien gewährleistet werden.

Um einen ersten Überblick über die strömungsmechanischen und thermodynamischen Prozesse zu erlangen, bietet sich daher der Einsatz numerischer Methoden an. Direkte Numerische Simulation (DNS) und Grobstruktursimulationen (Large Eddy Simulation - LES) ermöglichen es, die

Strömungsphysik ohne Modellierungsannahmen (DNS) bzw. mit geringen Vereinfachungen (LES) abzubilden und liefern eine sehr hohe Genauigkeit der Ergebnisse. Jedoch sind diese Methoden selbst für einfache Strömungsfälle mit einem sehr hohen Rechenaufwand und folglich mit einem sehr hohen Bedarf an Computerressourcen verbunden. Daher werden sie bisher hauptsächlich in der Grundlagenforschung angewendet. Eine in der industriellen Anwendung weit verbreitete Methode ist die sogenannte RANS-Methode (Reynolds-Averaged Navier Stokes). Diese modelliert den Einfluss von turbulenten Strukturen auf das Strömungs- und das Temperaturfeld anhand mathematischer Approximationen. Dadurch verringert sich der Rechenaufwand deutlich und die Auslegung von komplexen Geometrien wird beschleunigt bzw. erst ermöglicht.

Für sehr kleine molekulare Prandtl-Zahlen, $Pr \ll 1$ führt die hohe thermische Diffusion zu einer Skalenseparation des Transportverhaltens von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld, weshalb neue bzw. modifizierte Modelle erforderlich werden.

Um ein Verständnis für die Besonderheiten der Modellierung der turbulenten Temperaturdurchmischung zu erhalten, wird im folgenden Abschnitt auf die Eigenschaften von Flüssigmetallen eingegangen. Anschließend wird ein Überblick über den aktuellen wissenschaftlichen Stand der Modellierungsansätze für die Temperaturentbreitung in Flüssigmetallen gegeben.

1.2 Eigenschaften von Flüssigmetallen

Flüssigmetalle unterscheiden sich hinsichtlich ihrer thermo-hydraulischen Eigenschaften von anderen Fluiden, wie ein Vergleich thermo-physikalischer Daten ausgewählter Flüssigmetalle mit Luft und Wasser in Tabelle 1.2 zeigt.

Die größten Unterschiede liegen an der deutlich höheren Wärmeleitfähigkeit λ , der geringen spezifische Wärmekapazität c_p und der geringen

Tabelle 1.2: Thermo-physikalische Eigenschaften von Natrium, Blei und Blei-Bismut (44,5/55,5%) bei 550°C [14] sowie Luft bei 25°C und Wasser bei 20°C [15, 16].

Eigenschaft	Na	Pb	Pb-Bi	Wasser	Luft
Schmelztemperatur [°C]	98	328	116	0	-210
Siedetemperatur [°C]	883	1745	1670	100	-194
Dichte [kg/m ³]	845	10520	10150	998,20	1,188
spez. Wärmekapazität [kJ/kgK]	1,269	0,147	0,146	4,18	1,005
Wärmeleitfähigkeit [W/mK]	68,8	17,1	14,2	0,598	0,026
kin. Viskosität [10 ⁻⁷ m ² /s]	3,0	1,7	1,4	10	153
molekulare Prandtl-Zahl [-]	0,0048	0,0174	0,0135	6,99	0,71

kinematischen Viskosität ν . Die Betrachtung der molekularen Prandtl-Zahl, welche das Verhältnis aus Impuls- zu Wärmetransport beschreibt,

$$Pr = \frac{\rho c_p \nu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.1)$$

unterstreicht diese Unterschiede. Dabei entspricht α der molekularen Temperaturleitfähigkeit bzw. der Wärmediffusion. Veranschaulicht bedeutet dies, dass das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld für Fluide mit $Pr \approx 1$ die jeweils gleiche Grenzschichtdicke aufweisen. Für Flüssigmetalle mit $Pr \ll 1$ überwiegt die Wärmediffusion. Diese bedingt eine sehr schnelle Temperaturdiffusion und damit eine effektive Kühlung warmer Oberflächen. Daher ist die thermische Grenzschichtdicke δ_{th} deutlich größer als die des Geschwindigkeitsfeldes δ . In Abbildung 1.4 ist der Einfluss von Pr auf die Grenzschichtdicken für das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld für eine Grenzschichtströmung mit $Pr \ll 1$ (links) und $Pr \approx 1$ (rechts) abgebildet. Die wandnormale Richtungsordinate ist dabei mit x_2 gekennzeichnet und T_w steht für die Wandtemperatur, die sich durch eine beheizte Oberfläche einstellt. Eine Dimensionsanalyse der viskosen und der thermi-

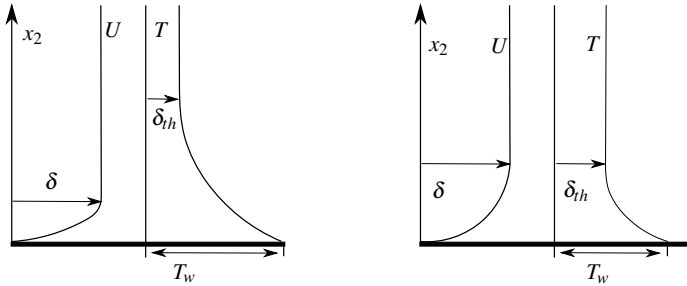


Abbildung 1.4: Verhältnis der Grenzschichtdicken für $Pr \leq 1$ (links) und $Pr \approx 1$ (rechts), veranschaulicht anhand einer Grenzschichtströmung.

schen Grenzschichtdicken zeigt, dass diese mit $\frac{\delta_{th}}{\delta} \sim \frac{1}{Pr^{0,5}}$ skalieren [17].

Durch die vergleichsweise hohe molekulare Temperaturdiffusion von Fluiden mit einer niedrigen Prandtl-Zahl verringert sich der Einfluss der Turbulenz auf die Wärmediffusion. Die auftretenden Schwankungen im Geschwindigkeitsfeld werden durch die hohe thermische Diffusion gedämpft. Dies zeigt sich in den Temperaturfluktuationen. Wie Grötzbach [18, 19] zeigt, ist nicht nur die Größenordnung der Temperaturfluktuationen von der Prandtl-Zahl abhängig, sondern auch die Position des lokalen Maximums. Um dieses Verhalten korrekt modellieren zu können, bedarf es Änderungen turbulenter Schließungsansätze, die für Fluide mit $Pr \approx 1$ erstellt und validiert wurden. Folglich können auch bestehende Korrelationen, die die Wärmeübertragung in Luft oder Wasser beschreiben, nicht bei Flüssigmetallen angewendet werden. Darüber hinaus ist anzumerken, dass die Prandtl-Zahl eine starke Abhängigkeit von der Fluidtemperatur und dem jeweiligen Material aufweist (siehe Abbildung 1.5). Daher sollten Modellierungsansätze auf der Grundlage möglichst unterschiedlicher Metalle und Fluidtemperaturen validiert werden.

Der Vergleich experimenteller Daten unterschiedlicher Experimente ist für Fluide mit sehr niedrigen Prandtl-Zahlen schwierig. Die Verzerrung zwischen den Temperatur- und den Geschwindigkeitsprofilen als Folge der

niedrigen Prandtl-Zahl ergeben einen großen Einfluss der Geometrie und der Randbedingungen für das thermische Verhalten der Strömung [17]. Auch

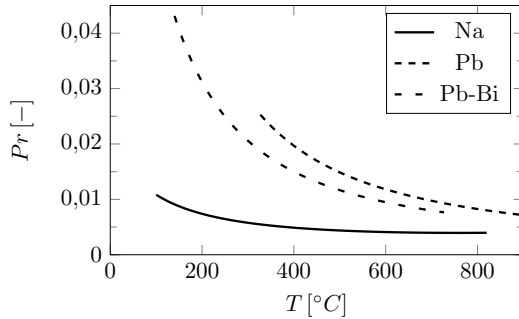


Abbildung 1.5: Molekulare Prandtl-Zahl als Funktion der Temperatur für verschiedene Flüssigmetalle in $^{\circ}C$.

für die gleiche Geometrie können Ergebnisse nur verglichen werden, wenn neben der geometrischen auch die thermische Ähnlichkeit gewährleistet ist.

1.3 Überblick über die Modellierung des thermischen Feldes für niedrige Prandtl-Zahlen

Wie in der Einführung erläutert, kann die Strömungsmodellierung einen wichtigen Beitrag zur Auslegung industrieller Anlagen leisten. Aufgrund der Besonderheiten von Flüssigmetallen können jedoch bisher entwickelte Wärmeübergangsmodelle nur eingeschränkt verwendet werden. Dies veranschaulicht die in Abbildung 1.6 dargestellte ebene Plattenströmung, die in Kapitel 3 weiter diskutiert wird. Aufgezeigt wird der Einfluss der molekularen \dot{q}_{mol}^+ und turbulenten \dot{q}_{turb}^+ Wärmediffusion auf den gesamten Wärmehtransport \dot{q}_{tot}^+ über den Wandabstand x_2/δ für zwei unterschiedliche molekulare Prandtl-Zahlen, $Pr = 0,71$ und $Pr = 0,025$. Dabei entspricht $Pr = 0,71$ der molekularen Prandtl-Zahl von Luft und δ dem

halben Plattenabstand bei identischen Strömungsbedingungen. Die Wärmeströme sind dabei in entdimensionierter Form angegeben, was durch $(\cdot)^+$ gekennzeichnet ist. Für $Pr = 0,71$ zeigt sich der Einfluss der Turbulenz auf

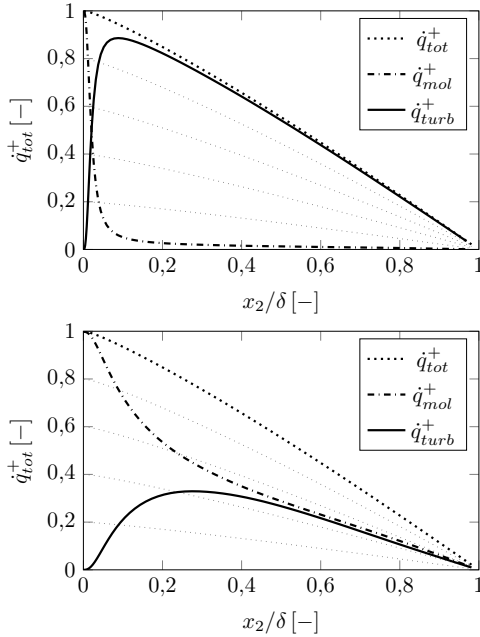


Abbildung 1.6: Anteil der molekularen \dot{q}_{mol}^+ und turbulenten \dot{q}_{turb}^+ Wärmeströme am gesamten Wärmestrom \dot{q}_{tot}^+ für $Pr = 0,71$ (oberes Bild) und $Pr = 0,025$ (unteres Bild) einer ebenen, turbulenten und vollentwickelten Plattenströmung in dimensionsloser Darstellung.

die Wärmediffusion innerhalb des Fluids. Bereits ab $x_2/\delta \approx 0,1$ beträgt der Anteil der turbulenten Wärmediffusion an der gesamten Wärmediffusion mehr als 90%. Für Flüssigmetalle mit $Pr = 0,025$ wird lediglich ein Anteil von ca. 50% bei $x_2/\delta \approx 0,3$ erreicht. Dies zeigt, dass der Temperaturtransport im wandnahen Bereich durch molekulare Diffusionsvorgänge dominiert wird. Die Schwierigkeit der Wärmemodellierung liegt somit in der richtigen Beschreibung der wandnormalen, turbulenten Wärmestrom-

verteilung als Funktion der turbulenten Strömungsgrößen, da die heute üblicherweise verwendeten Modelle im Allgemeinen für Fluide mit $Pr \approx 1$ geeignet sind.

Erste Modelle, wie das von Reynolds [20], basieren auf einem konstanten Verhältnis zwischen der wandnormalen, turbulenten Scherspannung und dem wandnormalen, turbulenten Wärmestrom, welcher als turbulente Prandtl-Zahl Pr_t bezeichnet wird. Eine solch starke Vereinfachung erlaubt die Berechnung des Temperaturfeldes in turbulenten, voll entwickelten Kanal- und Rohrströmungen von Luft. Bei Flüssigmetallströmungen ist dieses konstante Verhältnis nicht gegeben, wie Ergebnisse von DNS-Untersuchungen einer vollentwickelten Plattenströmung mit konstanter Wandtemperatur für niedrige Prandtl-Zahlen in Abbildung 1.7 zeigen.

Dabei sind die berechneten Pr_t für zwei unterschiedliche Strömungsge-

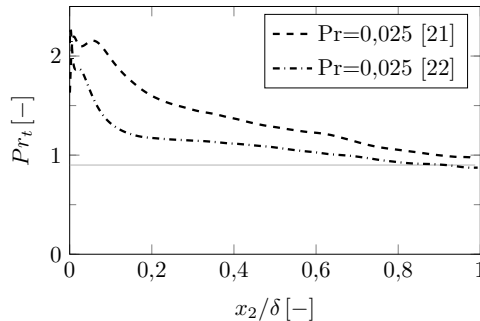


Abbildung 1.7: Vergleich der turbulenten Prandtl-Zahlverläufe für eine ebene Plattenströmung bei $Pr = 0,025$ bei zwei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten, wobei $U[21] < U[22]$. Die graue Linie zeigt das konstante Verhältnis ($Pr_t = 0,9$), welches zur Modellierung der turbulenten Wärmeströme in Luft verwendet wird.

schwindigkeiten über die halbe Kanalhöhe x_2/δ aufgetragen. Es zeigt sich, dass sich mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit das Pr_t -Profil absenkt und in der Kanalmitte 0,9 erreicht. Für den wandnahen Bereich zeigt sich jedoch ein deutlicher Anstieg, welcher auf einen geringen Einfluss der

turbulenten Wärmeströme schließen lässt.

In analytischen Untersuchungen hat Martinelli [23] gezeigt, dass Pr_t von dem Wandabstand, der molekularen Prandtl-Zahl und den turbulenten Strömungsgrößen abhängig ist. Anhand numerischer Ergebnisse und theoretischer Untersuchungen wurden weitere Korrelationen, z.B. von Kays [24] und Weigand *et al.* [25] entwickelt, die die Abhängigkeit vom Wandabstand und Pr berücksichtigen. Dabei sind die bisher genannten Korrelationen auf Basis vollentwickelter Strömungen sowie Grenzschichtströmungen formuliert worden.

Für die thermische Modellierung in komplexen Strömungen haben Nagano und Kim [26] ein Zwei-Gleichungs-Modell entwickelt. Abe *et al.* [27] haben dieses verbessert und sehr gute Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen für eine turbulente Kanalströmung mit unstetiger Querschnittsänderung mit beheizter Wand erzielt. Mit dem Ziel, die Wärmeübertragung von Flüssigmetallen in einem breiteren Anwendungsbereich zu ermöglichen, haben Manservisi und Menghini [28] das Modell von Abe *et al.* [27] für niedrige Prandtl-Zahlen angepasst.

Die bisherigen Modelle sind für zwangskonvektive Strömungen entwickelt und validiert worden. Shams *et al.* [29] haben das algebraische Wärme-flussmodell von Kenjereš *et al.* [30] für Flüssigmetalle angepasst und hierdurch die Berechnung für Natur- und Mischkonvektion gegenüber den bisherigen Modellen deutlich verbessert. Trotz ihrer Komplexität liefern diese Modelle allerdings keine ausreichend genauen Ergebnisse für den gesamten Anwendungsbereich von Naturkonvektion bis hin zur Zwangskonvektion, wie Shams *et al.* [29] zeigen. Je nach Anwendungsfall sind die Modellkoeffizienten anzupassen, um eine gute Übereinstimmung mit experimentellen oder numerischen Daten zu erhalten.

1.4 Zielsetzung

Diese Arbeit wurde im Rahmen der Helmholtz Alliance - Liquid Metal Technologies (LIMTECH) durchgeführt [8]. Ein Ziel dieses Forschungsvorhabens ist u.a. die Entwicklung numerischer Methoden zur Berechnung von Flüssigmetallströmungen. Wie bereits in Abbildung 1.3 gezeigt wurde, bilden u.a. Kanäle und plötzliche Querschnittserweiterungen elementare Komponenten energietechnischer Anlagen. Aus diesem Grund werden in der vorliegenden Arbeit technisch relevante Kanalströmungen mit aufgeprägten Wärmeströmen untersucht. Dabei werden folgende Ziele verfolgt:

- Identifikation geeigneter turbulenter Wärmestrommodelle mittels einer Vergleichsanalyse für einen ebenen Kanal und eine unstetige Expansion.
- Verifikation des Anwendungsbereichs einzelner Modelle als Funktion von Re und Pr .
- Ermittlung der zentralen Einflussparameter bei der Transition von Zwangs- zu Mischkonvektion.

1.5 Gliederung

Zunächst wird im folgenden Kapitel die mathematische Beschreibung von Strömungen eingeführt und ein Überblick über die Eigenschaften turbulenter Strömungen gegeben. Im Anschluss daran werden die Grundlagen der Modellierung turbulenter Einflüsse beschrieben und die Besonderheiten verschiedener Ansätze hervorgehoben. Dabei wird auch auf die Auswahl der verwendeten Modelle eingegangen.

In Kapitel 3 werden für einen ebenen Plattenkanal eventuelle Grenzen der

verwendeten Modellkombinationen aus Turbulenz- und Wärmeübergangsmodellen durch eine Variation der molekularen Prandtl- und Reynolds-Zahl ermittelt.

In einem weiteren Schritt wird eine turbulente Kanalströmung mit un stetiger Querschnittsänderung (BFS) untersucht. Neben ihrer Bedeutung für energietechnische Kreisläufe dient die Geometrie eines BFS als klassischer Testfall für Turbulenzmodelle, da sich das Strömungsfeld durch einen entgegengesetzten Druckgradienten, eine Strömungsablösung sowie durch eine sich entwickelnde Grenzschicht auszeichnet. Im Hinblick auf die Konstruktion von Receivern in Solarturmkraftwerken werden folgende Zustände untersucht:

- isothermere Strömung,
- Zwangskonvektion mit konstanter Wärmestromrandbedingung an der eingerückten Wand und
- Mischkonvektion mit konstanter Wärmestromrandbedingung an der eingerückten Wand.

Anhand der gewonnenen Erkenntnisse aus den Simulationen der ersten beiden thermischen Zustände wird eine Modellkombination für die Berechnung einer turbulenten Kanalströmung mit un stetiger Querschnittsänderung im Einflussbereich des Schwerfeldes der Erde herangezogen. Hierbei soll auf die Anforderungen der Wärmeübergangsmodellierung bei Mischkonvektion eingegangen und gegen bisher verwendeten Modelle abgrenzt werden.

2 Strömungsmechanische Grundlagen

Dieses Kapitel führt die strömungsmechanischen Gleichungen unter Verwendung zielgerichteter, physikalischer Vereinfachungen ein. Bei dem in dieser Arbeit betrachteten inkompressiblen Fluid handelt es sich um flüssiges Natrium mit einer Ausgangstemperatur von 150°C . Schumm *et al.* [SNM⁺15, SFM16] haben gezeigt, dass für den in dieser Arbeit betrachteten Temperaturbereich die thermo-physikalischen Eigenschaften weitgehend unabhängig von Temperaturänderungen sind und als konstant angenommen werden können. Dies haben auch Niemann und Fröhlich [31] bestätigt, die eine turbulente Strömung von flüssigem Natrium über eine zurückspringende Stufe bei Zwangs- und Mischkonvektion anhand DNS untersucht haben. Die Ergebnisse dieser Arbeiten dienen als Referenz für die vorliegende Arbeit. Ferner wird in dieser Arbeit ein statistisch stationärer Strömungszustand angenommen und die Temperaturerhöhung durch viskose Dissipation vernachlässigt. Somit sind die Strömungsgeschwindigkeit und Temperatur nur noch vom Ort und nicht mehr von der Zeit abhängig.

2.1 Strömungsmechanische Erhaltungsgleichungen

Fluide lassen sich unter Annahme der Kontinuumshypothese durch die Navier-Stokes Gleichungen (NSG) beschreiben. Diese umfassen neben einer Gleichung für den Erhalt der Masse, drei Gleichungen für die Impuls- sowie eine für die Energieerhaltung. Unter Verwendung der eingeführten

Vereinfachungen und der Einstein'schen Summationskonvention lassen sich diese in Indexnotation wie folgt formulieren:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.1)$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + f_i, \quad (2.2)$$

$$u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (2.3)$$

Der Index i bzw. j gibt jeweils die Raumrichtung an. Demnach wird die Strömungsgeschwindigkeit in die i -te Raumrichtung (x_i) mit u_i bezeichnet (mit $i = 1, 2, 3$). Der statische Druck wird durch p dargestellt, die Temperatur mit T , die molekulare Temperaturdiffusion durch α und f_i entspricht einer Volumenkraft. Für den Fall einer auftriebsbehafteten Strömung entspricht die Volumenkraft $f_i = -g(\rho - \rho_{ref})/\rho_{ref}e_i$ mit der Referenzdichte ρ_{ref} , der Gravitationskonstanten g und dem Einheitsvektor e_i , durch den die Richtung der Gravitationskraft berücksichtigt wird. Unter der Annahme einer linearen Abhängigkeit der Dichte von der Temperatur kann diese durch

$$\rho = \rho_{ref} - \rho_{ref}\beta(T - T_{ref}), \quad (2.4)$$

mit dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten β und einer Referenztemperatur T_{ref} beschrieben werden. Wird Gleichung (2.4) in den Ausdruck für f_i und anschließend in Gleichung (2.2) eingesetzt, ergibt sich für eine im Schwerfeld befindliche Strömung

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + g\beta(T - T_{ref})e_i \quad (2.5)$$

mit dem reduzierten Druck $\tilde{p} = p - \rho_{ref}g(x_{ref,j} - x_j)e_j$.

2.2 Dimensionslose Kennzahlen der Strömungsmechanik

Sollen Ergebnisse unterschiedlicher numerischer Simulationen und Experimente miteinander verglichen werden, so ist dies nur möglich, wenn diese fallspezifische Ähnlichkeitsbeziehungen erfüllen. Die jeweils wichtigen Beziehungen können durch die Entdimensionierung der Navier-Stokes Gleichungen gefunden werden. Für den in dieser Arbeit betrachteten Fall werden die Gleichungen (2.1)-(2.3) unter Verwendung charakteristischer Geschwindigkeits-, Längen- und Temperaturskalen, U_{char} , L_{char} und T_{char}

$$U_i^* = u_i/U_{char}, \quad x^* = x/L_{char}, \quad P^* = p/(\rho U_{char}^2) \quad \text{und} \quad T^* = T/T_{char}$$

entdimensioniert. Die resultierenden Gleichungen schreiben sich wie folgt:

$$\frac{\partial U_i^*}{\partial x_i^*} = 0, \quad (2.6)$$

$$U_j^* \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial \tilde{P}^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} \right) + \left(\frac{Gr}{Re^2} \right) e_i, \quad (2.7)$$

$$U_j^* \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} = \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left(\frac{1}{Pe} \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} \right). \quad (2.8)$$

Es ist zu erkennen, dass Strömungs- und Temperaturfeld von drei dimensionslosen Parametern abhängen, nämlich der Reynolds-Zahl Re , der Grashoff-Zahl Gr und der Péclet-Zahl Pe .

Die Reynolds-Zahl Re ist die wichtigste dimensionslose Kennzahl in der Strömungsmechanik und beschreibt die dynamische Ähnlichkeit der Strömungszustände. Diese kann als Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften

$$Re = \frac{U_{char} L_{char}}{\nu} \quad (2.9)$$

interpretiert werden. Die Reynolds-Zahl ist ein Indikator, der anzeigt, ob eine laminare ($Re < Re_c$) oder eine turbulente ($Re > Re_c$) Strömung vorliegt. Dabei ist der Übergang zwischen einer laminaren und einer turbulenten Strömung u.a. von der Geometrie und der Wandrauigkeit abhängig, weshalb keine allgemein gültige kritische Reynolds-Zahl Re_c für den laminar-turbulenten Umschlag existiert.

Die Wahl der charakteristischen Größen ist von dem Simulationsproblem und der betrachteten Strömungsphänomene abhängig. Für vollentwickelte Plattenströmungen werden häufig die Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ als charakteristische Geschwindigkeitsskala und die halbe Kanalhöhe h als Längenskala sowie die kinematische Viskosität ν verwendet. Die Wandschubspannungsgeschwindigkeit ist durch das Verhältnis aus der Wandschubspannung τ_w und der Dichte mit $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ definiert. Die Wandschubspannung selbst ist das Produkt aus der dynamischen Viskosität und dem wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten an der Wand, $\tau_w = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} |_{x_2=0}$. Somit ergibt sich die schubspannungsbasierte Reynolds-Zahl:

$$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu}. \quad (2.10)$$

Für freie Konvektionsströmungen, also Strömungen, die aufgrund von Dichteunterschieden hervorgerufen werden, existiert a priori keine charakteristische Geschwindigkeit. Daher ist für die Vergleichbarkeit von Strömungen die Einführung einer neuen dimensionslosen Kennzahl erforderlich. Hierfür bietet sich u.a. die Grashoff-Zahl an, welche den Einfluss der Gravitationskräfte im Vergleich zu den viskosen Kräften beschreibt. Für die Vorgabe einer Wärmestromdichte \dot{q}_w lässt sich diese durch

$$Gr = \frac{g\beta L_{char}^4 \dot{q}_w}{\lambda \nu^2} \quad (2.11)$$

definieren. Wird hingegen als Randbedingung eine feste Temperaturdifferenz $T - T_{ref}$ vorgegeben, kann die Grashoff-Zahl durch

$$Gr = \frac{g\beta L_{char}^3 (T - T_{ref})}{\nu^2} \quad (2.12)$$

angegeben werden.

Eine weitere Kennzahl, die die Wirkung der Auftriebskräfte ins Verhältnis zu den Trägheitskräften setzt, ist die Richardson-Zahl

$$Ri = \frac{Gr_i}{Re^2} = \frac{g\beta L_{char} (T - T_{ref})}{U_{char}^2}$$

Anhand dieser kann der Einfluss der Auftriebskräfte auf die Strömung klassifiziert werden. Für $Ri \approx 0$ liegt eine ausschließlich zwangskonvektive Strömung vor. Die Auftriebsterme in Gleichung (2.8) werden daher vernachlässigt. Mit steigender Richardson-Zahl wird die Strömung durch Dichteunterschiede innerhalb des Fluids beeinflusst. Es findet ein Übergang von Zwangskonvektion zur Mischkonvektion statt. Ab ca. $Ri > 10$ kann von einer reinen Naturkonvektion ausgegangen werden.

Die Péclet-Zahl Pe beschreibt das Verhältnis aus konvektiv transportierter Wärmemenge zum diffusiven Wärmetransport und ergibt sich aus dem Produkt der Reynolds- und Prandtl-Zahl

$$Pe = RePr = \frac{U_{char} L_{char}}{\alpha} = \frac{U_{char} L_{char} \rho c_p}{\lambda}$$

Eine, in dieser Arbeit wichtige Kennzahl ist die Nusselt-Zahl Nu . Sie ist ein Maß für den Wärmeübergang und drückt das Verhältnis der gesamten Wärmeübertragung zur Wärmeübertragung durch Wärmeleitung aus:

$$Nu = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{Diffusion}} = 1 + \frac{\dot{q}_{Konvektion}}{\dot{q}_{Diffusion}} \quad (2.13)$$

Für eine Strömung lässt sich die Nusselt-Zahl wie folgt bestimmen:

$$Nu = \frac{\dot{q}_w L_{char}}{\lambda (T_w - T_{ref})}. \quad (2.14)$$

λ entspricht der Wärmeleitfähigkeit und \dot{q}_w ist der übertragene Wärmestrom an der Oberfläche. Die Stanton-Zahl hingegen kann als das Verhältnis der gesamten übergehenden Wärme zur Kapazität des Abtransports interpretieren werden:

$$St = \frac{q_w}{\rho c_p U_{char} (T - T_{ref})} = \frac{Nu}{RePr}. \quad (2.15)$$

2.3 Eigenschaften turbulenter Strömungen

Strömungen sind bei niedrigen Reynolds-Zahlen laminar. Das bedeutet, dass das Geschwindigkeitsfeld geordnet ist. Störungen aufgrund von geometrischen Veränderungen (beispielsweise durch eine Querschnittsveränderung oder eine teilweise Verblockung) werden durch die Viskosität gedämpft, sodass diese nach einer bestimmten Strömungslänge nicht mehr zu erkennen sind. Wird die Reynolds-Zahl über einen kritischen Wert Re_c erhöht, reichen die viskosen Kräfte nicht mehr aus, um die Störungen zu dämpfen. In diesem Fall wachsen die Störungen weiter an, was als Transition bezeichnet wird und den Übergang von einer laminaren zu einer turbulenten Strömung beschreibt. Das dadurch entstehende Geschwindigkeitsprofil zeichnet sich durch starke zeitliche und räumliche Schwankungen aus. Die chaotisch und zufällig erscheinenden Verwirbelungen führen zu einem vergrößerten Impuls- und Energieaustausch, die die Strömungseigenschaften stark beeinflussen.

Darüber hinaus werden höher energetische Fluidelemente aus den äußeren Strömungsbereichen in wandnahe Bereiche gefördert und erhöhen somit die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Nähe fester Oberflächen.

Verglichen mit laminaren Strömungen führt dies in Wandnähe zu einem höheren Strömungswiderstand sowie einem gesteigerten Wärme- und Stofftransport.

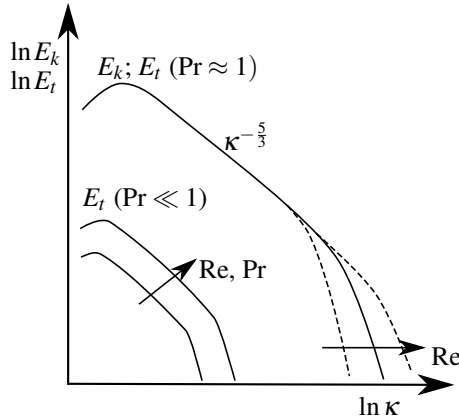


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung dreidimensionaler Energiespektren für Geschwindigkeitsschwankungen $E(k)$ und für Temperaturschwankungen $E_t(k)$ einer zwangskonvektiven Plattenkanalströmung mit $Pr \leq 1$ nach Grötzbach [19].

Durch das Einbringen von beispielsweise Rauch, oder kleinen Partikeln, können die turbulenten Strömungsstrukturen in Luft visualisiert werden. Es zeigt sich eine Vielzahl von sich überlagernden Wirbeln. Die großen Wirbelstrukturen sind jedoch instabil und zerfallen in kleinere Wirbel, denen die kinetische Energie übertragen wird. Diese Wirbel unterlaufen einen ähnlichen Zerfallsprozess und übertragen die Energie ihrerseits auf noch kleinere Wirbel, wenn die Wirbelbewegung stabil ist und die molekulare Viskosität die kinetische Energie dissipieren kann. Dieser Prozess, in dem Energie auf immer kleinere Wirbel übertragen wird, wird als Energiekaskade bezeichnet.

Die Energie einer turbulenten Strömung kann durch das Energiespektrum in Abbildung 2.1 abgebildet werden. Dabei wird die turbulente Energie E logarithmisch über die inverse Wirbelgröße, der Wellenzahl κ , logarithmisch aufgetragen. Somit entsprechen große Wirbelstrukturen kleinen Wellenzahlen und kleine Wirbel korrespondieren mit großen Wellenzahlen. Das Energiespektrum kann für alle turbulenten Strömungen in drei Bereiche unterteilt werden. Auf der linken Seite, bei kleinen Wellenzahlen, wird kinetische Energie aufgrund von Scherprozessen innerhalb der Hauptströmung auf die großen Wirbelstrukturen übertragen. Diese Wirbel sind von der Größenordnung l , welche durch die geometrischen Abmaße bestimmt sind, wie etwa dem Rohrdurchmesser oder auch einem Strömungswiderstand, wie bei einer Karmann'schen Wirbelstraße. Kleine Wirbel der Größenordnung η sind auf der rechten Seite zu finden. Diese sind so klein, dass sie von der Viskosität gedämpft werden.

Für turbulente Strömungen mit Wärmeübergang kann gemäß dem Energiespektrum für die Geschwindigkeitsfluktuationen auch eines für die Temperaturfluktuationen erstellt werden, wie Grötzbach [19] darstellt. Für Fluide mit einer Prandtl-Zahl von ungefähr eins, liegen beide Spektren aufeinander. Für Flüssigmetalle, die eine sehr hohe molekulare Wärmediffusion ($Pr \ll 1$) aufzeigen, werden diese Schwankungen gedämpft, wodurch der Energiegehalt bei gleicher Wellenzahl sinkt. Die Größe der kleinsten Wirbel kann für Prandtl-Zahlen $Pr \leq 1$ anhand der Korrelation von Corrsin [32] abgeschätzt werden:

$$\eta_{th} = \frac{\eta_k}{Pr^{3/4}}. \quad (2.16)$$

Dabei entspricht η_k der Kolomogorov-Längenskala, die die Größe der kleinsten Wirbelstrukturen innerhalb einer Strömung beschreibt. Diese ist durch das Verhältnis aus der kinematischen Viskosität ν und der Dissipation ε definiert:

$$\eta_k = \left(\frac{\eta_{\nu^3}}{\varepsilon} \right)^{1/4}. \quad (2.17)$$

Es zeigt sich, dass eine Verringerung der molekularen Prandtl-Zahl zu einer geringeren Wellenzahl und folglich einer Vergrößerung der thermischen Wirbelstrukturen führt. Nach Grötzbach [19] zeigt sich, dass das Energiespektrum des Temperaturfeldes für Fluide mit einer sehr geringen Prandtl-Zahl zusätzlich von der Reynolds-Zahl abhängig ist.

Dies zeigt, dass die Modellierungsansätze, welche auf den Skalen des Geschwindigkeits- und des Temperaturfeldes basieren, nur bei ausreichend großer Reynolds-Zahl anzuwenden sind. Beide Energiespektren sollen keine Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl aufweisen, was vor allem für Flüssigmetalle eine Herausforderung darstellt.

2.4 Turbulenz in Wandnähe

In vielen technischen Strömungen ist die Interaktion der Strömung mit festen Wänden von elementarer Bedeutung, wie beispielsweise bei einem Wärmetauscher. Dabei haben die Wände einen beträchtlichen Einfluss auf die mittlere Strömung und die Turbulenz. Dieser wird im Folgenden, am Beispiel einer ebenen Plattenströmung (siehe Abbildung 2.2) gezeigt. Aus Symmetriegründen wird nur eine Hälfte des Strömungsprofils abgebildet.

Für vollentwickelte, turbulente Strömungen lässt sich das Geschwindigkeitsprofil innerhalb einer Grenzschicht in eine allgemeingültige Form überführen. Im Folgenden wird die dafür übliche Nomenklatur eingeführt. Hierfür wird zunächst eine Geschwindigkeitsskala und eine Längenskala benötigt, mit der alle Strömungen verglichen werden können. Es haben sich hierfür die sogenannte Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.18)$$

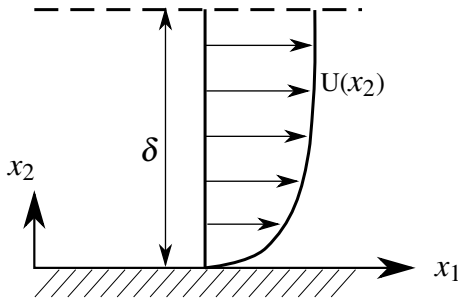


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsprofil an einer festen Wand.

und die viskose Längenskala δ_v etabliert [33]:

$$\delta_v = \frac{\nu}{u_\tau}. \tag{2.19}$$

Anhand der beiden Skalen kann das Geschwindigkeitsprofil und der Wand-

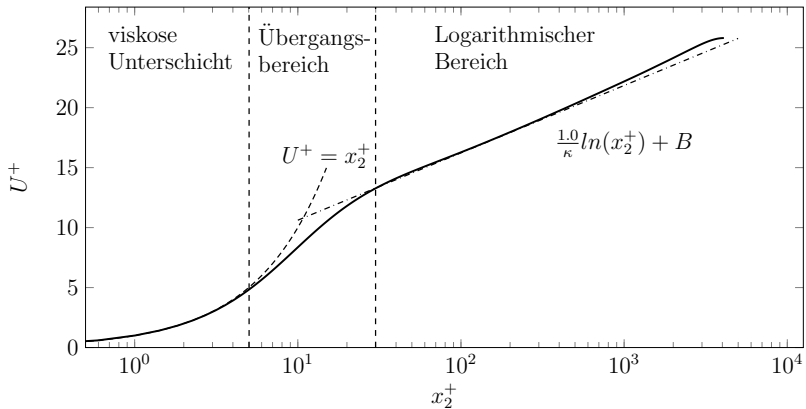


Abbildung 2.3: Darstellung der unterschiedlichen Wandregionen eines Geschwindigkeitsprofils sowie das entdimensionierte Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Plattenkanalströmung auf Basis der DNS-Daten von Pirozzoli *et al.* [34] und dem logarithmischen Wandgesetz.

abstand wie folgt entdimensioniert werden:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad \text{und} \quad x_2^+ = \frac{x_2}{\delta_v}.$$

Das Geschwindigkeitsprofil einer ebenen Plattenströmung ist in Abbildung 2.3 in entdimensionierter Form dargestellt. Dieses lässt sich in drei charakteristische Bereiche einteilen:

- $x_2^+ \leq 5$: Viskose Unterschicht,
- $5 < x_2^+ \leq 30$: Übergangsbereich,
- $30 < x_2^+$ und $x_2/\delta \leq 0,3$: Logarithmischer Bereich.

In der viskosen Unterschicht dominieren die viskosen Kräfte und die Reynoldsspannungen können in diesem Bereich vernachlässigt werden. Aufgrund der hohen Scherung des Geschwindigkeitsfeldes kommt es in dem Übergangsbereich zur Produktion der Reynoldsspannungen, wobei die turbulente kinetische Energie in diesem Bereich ihr Maximum aufweist. Mit zunehmendem Abstand von der Wand sinkt der Einfluss der Viskosität auf das Geschwindigkeitsprofil und es kann ein allgemeingültiges Gesetz zur Beschreibung der mittleren Geschwindigkeit gefunden werden:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln x_2^+ + B. \quad (2.20)$$

Die Konstanten werden in Pope [33] mit

$$\kappa = 0,41 \quad \text{und} \quad B = 5,2$$

angegeben.

Wird in Abbildung 2.2 die Wand beheizt, so stellt sich ein Temperaturprofil ein, welches analog zum Geschwindigkeitsfeld entdimensioniert

und in allgemeingültiger Form aufgestellt werden kann. Anstelle der Wand Schubspannungsgeschwindigkeit wird die Reibungstemperatur T_τ verwendet. Diese ist durch

$$T_\tau = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p u_\tau} = \frac{\alpha}{u_\tau} \frac{\partial T}{\partial x_2} \Big|_w \quad (2.21)$$

gegeben. Dabei entspricht \dot{q}_w dem aufgeprägten Wandwärmestrom. Werden beide Seiten eines Kanals mit den gleichen Wärmeströmen aufgeheizt, bietet es sich an, das Temperaturprofil anhand der Temperaturdifferenz aus der Wand- und der lokalen Temperatur zu entdimensionieren:

$$T^* = \frac{T_w - T}{T_\tau}. \quad (2.22)$$

Abbildung 2.4 zeigt die entdimensionierten Temperaturprofile von beidseitig beheizten, ebenen Plattenströmungen bei unterschiedlichen Prandtl-Zahlen und Reynolds-Zahlen. Kader [35] gibt den Zusammenhang der thermisch-diffusiven Unterschicht und dem logarithmischen Bereich für das entdimensionierte Temperaturfeld wie folgt an:

$$T^+ = x_2^+ Pr, \quad (2.23)$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_\theta} \ln x_2^+ + B_\theta(Pr). \quad (2.24)$$

Dabei ist $B_\theta(Pr)$ durch

$$\kappa_\theta = 0,47 \quad \text{und} \quad B_\theta(Pr) = (3,85Pr^{1/3} - 1,3)^2 + 2,12 \ln Pr$$

gegeben. Eine Anpassung der Koeffizienten des logarithmischen Bereiches anhand der Daten von Pirozzoli *et al.* [34] und Duponcheel *et al.* [22] ergeben:

$$\kappa_\theta = 0,46 \quad \text{und} \quad B_\theta(Pr) = (3,945Pr^{1/3} - 1,493)^2 + 2,269 \ln Pr.$$

Für niedrige Prandtl-Zahlen zeigt sich, dass die Unterteilung des Temperaturfeldes komplexer ist als für das Impulsfeld. Der Übergangsbereich zwischen der thermisch-diffusiven Unterschicht und dem Bereich, in dem das logarithmische Wandgesetz gilt, ist bei $Pr = 0,2$ fast nicht vorhanden. Das entdimensionierte Temperaturprofil geht übergangslos von der thermisch-diffusiven Unterschicht in den logarithmischen Bereich über. Kleinere molekulare Prandtl-Zahlen, wie sie für Flüssigmetalle charakteristisch sind, weisen keine Überschneidung der Kurven auf. Duponcheel *et al.* [22] zeigen, dass für $Pr = 0,025$ die turbulente Wärmediffusion erst ab $x_2^+ > 150$ die molekulare übersteigt und in der Kanalmitte nur vier mal größer ist als die molekulare Wärmediffusion.

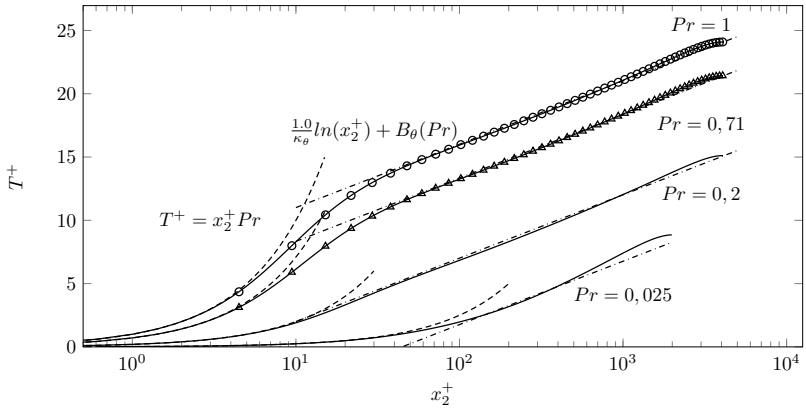


Abbildung 2.4: Darstellung entdimensionierter Temperaturprofile einer turbulenten Plattenkanalströmung mit beidseitig beheizten Wänden, auf Basis der DNS-Daten von Pirozzoli *et al.* [34] für $Pr = 0,2, 0,71$ und 1 sowie Duponcheel *et al.* [22] für $Pr = 0,025$ und dem logarithmischen Wandgesetz mit $B_\theta = (3,945Pr^{1/3} - 1,493)^2 + 2,269\ln Pr$ und $\kappa_\theta = 0,46$.

2.5 Modellierung turbulenter Strömungen

Für ingenieurtechnische Anwendungen ist hauptsächlich die Kenntnis der mittleren Strömungsgrößen von Interesse und weniger die Details der Turbulenz. Daher reicht häufig die Betrachtung der zeitlich gemittelten Strömung aus. Eine Möglichkeit, das Strömungsfeld zu mitteln, bietet die Reynolds-Mittelung. Hierbei werden die Strömungsgrößen in einen zeitlich gemittelten $\overline{(\cdot)}$ und einen fluktuierenden Anteil zerlegt.

Für das Geschwindigkeitsfeld bedeutet dies; $u_i(x_j, t) = \overline{U}_i(x_j) + u_i(x_j, t)$. Die zeitlich gemittelten Variablen sind \overline{U}_i , \overline{P} und \overline{T} mit ihren Schwankungsgrößen u_i , p und θ . In der vorliegenden Arbeit wird $\overline{(\cdot)}$ für die zeitgemittelten Strömungsgrößen mit Ausnahme des Reynolds-Spannungstensors $\overline{u_i u_j}$ und der turbulenten Wärmeflüsse $\overline{u_i \theta}$ aus Gründen einer besseren Lesbarkeit weggelassen.

Wird die Reynolds-Mittelung auf die Navier-Stokes Gleichungen (2.1) bis (2.3) angewendet, und anschließend zeitlich gemittelt, lassen sich diese wie folgt schreiben:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.25)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) + f e_i, \quad (2.26)$$

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right). \quad (2.27)$$

Durch die Reynolds-Mittelung entstehen neue Terme, die sogenannten Reynoldsspannungen $\overline{u_i u_j}$ und die turbulenten Wärmeströme $\overline{u_i \theta}$. Zur Schließung der unbekanntenen Terme müssen diese anhand von Modellvorstellungen mit den mittleren Größen in Verbindung gebracht werden. Dies stellt die fundamentale Herausforderung der Turbulenzmodellierung für Ingenieure dar [36].

Für das Strömungs- und das Temperaturfeld ergeben sich nun 14 Un-

bekannte, bei nur fünf Gleichungen. Diese unbekanntes Größen sind die drei Geschwindigkeiten U_i , der Druck P , sechs Reynoldsspannungen $\overline{u_i u_j}$, die Temperatur T sowie die drei turbulenten Wärmeströme $\overline{u_j \theta}$. An dieser Stelle sei angemerkt, dass es sich bei den Reynoldsspannungen um einen symmetrischen Tensor handelt und dadurch $\overline{u_i u_j} = \overline{u_j u_i}$ gilt. Weitere Gleichungen zur Schließung des Gleichungssystems zu finden, ist die Aufgabe der Turbulenz- und Wärmeflussmodellierung, welche im Nachfolgenden beschrieben werden.

2.6 Modellierung der Reynoldsspannungen

Die turbulenten Schwankungen des Geschwindigkeitsfeldes haben einen erheblichen Einfluss auf die Transportvorgänge innerhalb des Fluids und somit auf das mittlere Strömungsprofil. Da eine exakte Beschreibung nicht für jede Strömung realisierbar ist, gilt es, die Einflüsse möglichst realistisch abzuschätzen. Eine Möglichkeit hierfür ist die Verwendung von Turbulenzmodellen, also mathematischen Approximationen von physikalischen Modellvorstellungen für die Reynoldsspannungen sowie deren Einfluss auf das mittlere Geschwindigkeitsfeld.

Im Laufe der letzten Jahrzehnte wurden viele Modelle unterschiedlicher Komplexität zur Berechnung der Reynoldsspannungen entwickelt. Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die unterschiedlichen Modellierungsansätze. Grundsätzlich lassen sich die Modelle in zwei Klassen aufteilen, die Wirbelviskositätsmodelle und die Reynoldsspannungsmodelle (RSM). Die Reynoldsspannungsmodelle lösen eine Transportgleichung für jede Komponente des Reynoldsspannungstensors sowie eine Transportgleichung für die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie. Somit können Reynoldsspannungsmodelle die Anisotropie der Turbulenz auflösen und den Transport der turbulenten Normal- und Scherspannungen berücksichtigen. Wirbelviskositätsmodelle hingegen, basieren auf der Boussinesq Hypo-

these. Demnach sind die Reynoldsspannungen proportional zur mittleren Scherrate definiert:

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \tag{2.28}$$

Dabei bezeichnet ν_t die skalare Wirbelviskosität, die mittlere Scherrate ist durch $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ gegeben. Zusammen mit der Kontinuitätsgleichung (2.25) zeigt sich, dass die Wirbelviskositätsmodelle nach Gleichung (2.28) von einer isotropen Turbulenz ausgehen. Erst durch geeignete Erweiterungen, wie beispielsweise bei dem ν_2 - f -Modell nach Durbin [37], oder bei nichtlinearen bzw. explizitalgebraischen Reynoldsspannungsmodellen, ist eine Modellierung der Anisotropie möglich.

In der Literatur gibt es unzählige Ansätze zur Berechnung der Reynoldsspannungen, die sich in ihrer Komplexität und physikalischen Aussagekraft unterscheiden. Auf eine detaillierte Beschreibung dieser Modelle wird hier verzichtet. Stattdessen wird auf Fachliteratur verwiesen [19, 36, 38, 39]. Die folgenden Abschnitte befassen sich mit den in dieser Arbeit verwendete-

Tabelle 2.1: Übersicht der unterschiedlichen Modellierungsansätze für die Reynoldsspannungen.

Anzahl der Transportgleichungen	Turbulenzmodellierung	Bezeichnung der Modelle
0	isotrop	algebraische Turbulenzmodelle (l_m)
1, 2	isotrop	Ein- und Zwei-Gleichungs-Modelle (k - l_m , k - ϵ , k - ω)
3	ansiotrop	erweiterte Zwei-Gleichungs-Modelle (ν_2 - f)
2	ansiotrop	nicht-lineare Wirbelviskositätsmodelle explizit-algebraische Wirbelviskositätsmodelle
6+1	anisotrop	Reynoldsspannungsmodelle (RSM)

ten Modellierungsansätzen. In Anhang 7.2 werden die Modellgleichungen aufgeführt.

2.6.1 Lineare Turbulenzmodelle

Die Annahme, dass die Reynoldsspannungen durch die Boussinesq Hypothese abgebildet werden können, ist für viele Strömungen ausreichend. Verantwortlich für eine gute Approximation des Turbulenzeinflusses ist die Modellierung der Wirbelviskosität, welche als Produkt aus einer Geschwindigkeits- und einer Längenskale geschrieben werden kann:

$$\nu_t = u^* l^* . \quad (2.29)$$

Algebraische Turbulenzmodelle sind die einfachsten Modelle. Die meisten basieren auf dem Prandtl'schen Mischungswegansatz, nach der die turbulente Wirbelviskosität auf lokalen Strömungsgrößen und dem lokalen Geschwindigkeitsgradienten basiert: $\mu_t = l_m^2 \frac{\partial U}{\partial n}$. Dabei entspricht n der Normalenrichtung zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit U . Somit berechnet sich die Wirbelviskosität direkt aus dem lokalen Strömungsfeld und kann den Transport der Turbulenzen nicht modellieren. Folglich sind diese Modelle für instationäre Strömungen und Strömungen, bei welchen der turbulente Transport wichtig ist, nicht geeignet.

Eine Möglichkeit, diese Nachteile zu umgehen, bieten die Ein-Gleichungs-Modelle. Diese lösen entweder eine Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie oder eine Transportgleichung für die Wirbelviskosität (vgl. Spalart und Allmaras [40]). Der Vorteil des Modells von Spalart und Allmaras gegenüber den Null-Gleichungs-Modellen ist seine Geschlossenheit; d.h. alle Terme sind frei von strömungsabhängigen Spezifikationen. Ein Strömungsproblem unterscheidet sich somit von anderen nur durch die Angabe der Materialeigenschaften sowie der Anfangs- und Randbedingun-

gen [33].

Die wohl bekanntesten linearen Wirbelviskositätsmodelle sind die sogenannten Zwei-Gleichungs-Modelle. Diese lösen eine zusätzliche Transportgleichung zur Bestimmung der turbulenten Längenskala. Daher eignen sie sich auch zur Berechnung von komplexen Strömungen. Die zwei verbreitetsten Ansätze zur Bestimmung der turbulenten Längenskala stammen von Chou [41] und Kolmogorov [42], die eine weitere partielle Differentialgleichung für die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε mit $\varepsilon \sim k^{1,5}/l_{mix}$, bzw. die spezifische Dissipationsrate ω mit $\omega \sim k^{0,5}/l_{mix}$ vorgeschlagen haben. Der Vorteil dieser Modelle ist, dass sie, wie auch das Modell von Spalart und Allmaras [40], geschlossen sind und die turbulenten Eigenschaften ohne Vorwissen über die zu erwartenden turbulenten Strukturen modelliert werden können.

Das wohl am meisten verwendete Zwei-Gleichungs-Modell ist das $k - \varepsilon$ Modell von Launder und Sharma [43], weshalb es hier exemplarisch für die Klasse der $k - \varepsilon$ Modelle beschrieben wird. Da die Dissipationsrate ε an der Wand einen endlichen, jedoch unbekanntem Wert annimmt, verwenden Launder und Sharma eine transformierte Variable $\tilde{\varepsilon}$, welche an der Wand den Wert 0 annimmt:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2. \quad (2.30)$$

Somit lassen sich die beiden verwendeten Gleichungen für den statistisch stationären Zustand wie folgt schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ku_j - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = P_k - \tilde{\varepsilon} - D_k, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{\varepsilon} u_j - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] = (C_{\varepsilon_1} f_1 P_k - C_{\varepsilon_2} f_2 \tilde{\varepsilon}) \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} + E. \quad (2.32)$$

Die Wirbelviskosität ist durch $\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ definiert. C_{ε_1} , C_{ε_2} , σ_k und σ_ε sind modellspezifische Konstanten. Untersuchungen turbulenter Kanalströmun-

gen haben gezeigt, dass ab einem bestimmten Wandabstand $0.09 = \nu_t \varepsilon / k^2$ gilt, weshalb für fast alle Turbulenzmodelle $C_\mu = 0,09$ entspricht [33]. Bei den Termen f_μ , f_1 und f_2 sowie D_k und E handelt es sich um Dämpfungsfunktionen und Quellterme, die benötigt werden, um den Einfluss von Oberflächen auf die Turbulenz zu berücksichtigen. P_k steht für die Produktion der turbulenten kinetischen Energie und berechnet sich aus dem Produkt der Reynoldsspannungen mit dem Geschwindigkeitsgradienten $P_k = \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$. Die Werte für die Modellkonstanten, Dämpfungsfunktionen und zusätzlichen Quellterme sind in Anhang 7.2 aufgeführt.

Die $k - \omega$ Modelle hingegen, benötigen keine zusätzlichen Dämpfungsfunktionen, um den Einfluss der Wände abzubilden, wodurch sie eine geringere Komplexität aufweisen. Wilcox [36] zeigt in seiner Arbeit, dass das $k - \omega$ -Modell für Grenzschichtströmungen sowohl in der Behandlung des viskosen wandnahen Bereichs als auch bei Simulationen mit entgegengesetztem Druckgradienten den $k - \varepsilon$ -Modellen überlegen ist. Jedoch ist die Behandlung von nicht-turbulenten Zuströmungen problematisch, da die ω -Gleichung sensibel auf die Randbedingungen reagiert [44]. Dieses Verhalten hat Menter [45] durch die Entwicklung des Shear-Stress-Transport Modells (SST-Modell) umgangen, welches eine $k - \omega$ Formulierung in Wandnähe und eine $k - \varepsilon$ Beschreibung außerhalb des wandnahen Bereichs verwendet.

2.6.2 Explizit-algebraische Reynoldsspannungsmodelle

Die bisher beschriebenen Zwei-Gleichungs-Modelle gehen gemäß der Boussinesq-Hypothese von einer linearen Beziehung zwischen den Reynoldsspannungen und dem mittleren Geschwindigkeitsgradienten aus. Diese Annahme bewirkt eine isotrope Betrachtung der Turbulenz, welche der Realität vor allem in komplexen Strömungen nicht gerecht wird. Eine Möglichkeit die Nachteile der linearen Wirbelviskositätsmodelle zu umgehen, bieten die

erweiterten Turbulenzmodelle, wie beispielsweise die nichtlinearen Wirbelviskositätsmodelle (NLEVM) und die algebraischen Reynoldsspannungsmodelle (ASM).

Für die allgemeine Form eines solchen Modells ist Gleichung (2.28) umzustellen und durch k zu teilen:

$$\underbrace{\frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}}_{a_{ij}} = \frac{v_t}{k} S_{ij}. \quad (2.33)$$

Der linke Teil der Gleichung wird als Anisotropietensor a_{ij} bezeichnet. Nach dem Cayley-Hamilton-Theorem lässt sich jede quadratische Matrix durch ihr charakteristisches Polynom abbilden. Dies bedeutet für den Anisotropietensor, dass er sich durch die Kombination von bis zu 10 unabhängigen Tensoren T_{ij} abbilden lässt:

$$a_{ij} = \sum_{n=1}^{10} \beta_n T_{ij}^n. \quad (2.34)$$

β_n sind zu bestimmende, modellabhängige Koeffizienten. Für eine dreidimensionale Strömung ist eine allgemeingültige Form durch

$$\begin{aligned} a_{ij} = & \beta_1 S_{ij} + \beta_2 (S_{ik} S_{kj} - II_S \delta_{ij}/3) + \beta_3 (W_{ik} W_{kj} - II_\Omega \delta_{ij}/3) \\ & + \beta_4 (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) + \beta_5 (S_{ik} S_{kl} W_{lj} - W_{ik} S_{kl} S_{lj}) \\ & + \beta_6 (S_{ik} W_{kl} W_{lj} + W_{ik} W_{kl} S_{lj} - 2IV \delta_{ij}/3) \\ & + \beta_7 (S_{ik} S_{kl} W_{lp} W_{pj} + W_{ik} W_{kl} S_{lp} S_{pj} - 2V \delta_{ij}/3) \\ & + \beta_8 (S_{ik} W_{kl} S_{lp} S_{pj} - S_{ik} S_{kl} W_{lp} S_{pj}) \\ & + \beta_9 (W_{ik} S_{kl} W_{lp} W_{pj} - W_{ik} W_{kl} S_{lp} W_{pj}) \\ & + \beta_{10} (W_{ik} S_{kl} S_{lp} W_{pq} W_{qj} - W_{ik} W_{kl} S_{lp} S_{pq} W_{qj}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

mit den Invarianten

$$\begin{aligned} II_S &= S_{kl}S_{lk}, & II_\Omega &= W_{kl}W_{lk}, & III &= S_{kl}W_{lm}S_{mk}, \\ IV &= S_{kl}W_{lm}W_{mk}, & V &= S_{kl}S_{lm}W_{mn}W_{nk} \end{aligned}$$

gegeben. S_{ij} und W_{ij} stehen für den Formänderungsgeschwindigkeitstensor und den Drehgeschwindigkeitstensor des Geschwindigkeitsfelds und sind durch

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{sowie} \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.36)$$

definiert. Für $n = 1$ entspricht die Notation dem Boussinesq-Ansatz in Gleichung (2.28). Die folgenden drei Terme entsprechen der quadratischen Erweiterung, welche auch für zweidimensionale Strömungen relevant ist. Die folgenden Erweiterungen mit $n \geq 5$ sind für dreidimensionale Strömungen von Bedeutung, entfallen jedoch für den Fall einer zweidimensionalen Betrachtung.

Während nichtlineare Wirbelviskositätsmodelle die Modellkonstanten β_n anhand empirischer Überlegungen und anschließender Kalibrierung gegen ausgewählte Strömungen festlegen, werden diese für explizit-algebraische Reynoldsspannungsmodelle aus den RSM abgeleitet. Dies ist ausführlich in den Arbeiten von Hellsten [46] und Wallin und Johansson [39] erläutert. Das in dieser Arbeit verwendete EARSM nach Hellsten [46] ist in Anhang 7.2 ausführlich beschrieben.

2.7 Modellierung der turbulenten Wärmeströme

Die turbulenten Wärmeströme können entsprechend den turbulenten Reynoldsspannungen modelliert werden. Hierzu wird wiederum die Analogie zur molekularen Wärmediffusion bemüht und die turbulenten Wärme-

ströme durch einen linearen Zusammenhang der turbulenten Diffusivität α'_{ij} und dem Temperaturgradienten gemäß

$$-\overline{u_i \theta} = \alpha'_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.37)$$

abgebildet. Für die meisten Strömungen ist jedoch ein isotroper Ansatz zur Modellierung der turbulenten Wärmeströme ausreichend, sodass die turbulente Diffusivität durch die skalare Größe α_t abgebildet wird. Für einfache Strömungen und Fluide mit $Pr \approx 1$ kann die sogenannte Reynoldsanalogie angewendet werden, welche die Ähnlichkeit zwischen dem Geschwindigkeits- und dem Temperaturfeld beschreibt. Somit kann die turbulente Temperaturleitfähigkeit über

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}, \quad (2.38)$$

mit der turbulenten Prandtl-Zahl Pr_t beschrieben werden. Bei freien Scherströmen wird für die turbulente Prandtl-Zahl ein Wert zwischen 0,5 und 0,7 angenommen, während $Pr_t = 0,9$ für wandnahe Strömungen verwendet wird [47]. Für Flüssigmetalle ist die molekulare thermische Diffusion jedoch viel größer als die viskose Diffusivität, was sowohl zu einer räumlichen Trennung der viskosen und thermischen Felder führt als auch zu einer Trennung der Zeitskala. Außerdem hängt Pr_t an der Wand von der Reynolds-Zahl ab und ist größer als Eins, wodurch die obige Annahme einer konstanten turbulenten Prandtl-Zahl nicht verwendet werden kann. Die Berücksichtigung einer variablen turbulenten Prandtl-Zahl, wie sie beispielsweise von Kays [24] oder Weigand und Crawford [25] eingeführt wurde, eignen sich für die Berechnung vollständig entwickelter Strömungen. Jedoch haben Korrelationen, wie die von Weigand und Crawford, den Nachteil, dass

die Kenntnis einer global geltenden Reynolds-Zahl für die Berechnung der Prandtl-Zahl vorausgesetzt wird:

$$Pr_t = \left(\frac{1}{2Pr_{t,\infty}} + C \sqrt{\frac{1}{Pr_{t,\infty}}} - C^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{C\sqrt{Pr_{t,\infty}}}\right) \right] \right)^{-1} \quad (2.39)$$

mit $C = 0,3Pe_t$, der turbulenten Péclet-Zahl $Pe_t = \frac{v}{\nu} Pr$ und

$$Pr_{t,\infty} = 0,85 + \frac{100}{PrRe0,888}.$$

Für komplexe Geometrien ist die globale Reynolds-Zahl jedoch nicht a priori bekannt, weshalb in dieser Arbeit die Korrelation von Kays [24]

$$Pr_t = 0,85 + \frac{0,7}{Pe_t} \quad (2.40)$$

verwendet wird. Diese basiert auf zwangskonvektiven turbulenten Kanal- und Grenzschichtströmungen für Fluide mit $0,001 \leq Pr \leq 1$.

Eine allgemeingültige Vorhersage des Temperaturfeldes ermöglichen Modelle, die auf weniger restriktiven physikalischen Annahmen basieren. Eine Option sind die Zwei-Gleichungs-Modelle, die die turbulente Temperaturdiffusivität ähnlich der Wirbelviskosität modellieren. Hierzu muss die turbulente Zeitskala τ für den Wärmetransport mit der zusammengesetzten Zeitskala $\tau_m = f(\tau, \tau_\theta)$, einer Modellkonstanten C_θ und einer Dämpfungsfunktion f_θ modelliert werden:

$$\alpha_t = C_\theta f_\theta k \tau_m, \quad (2.41)$$

Die Zeitskala des Temperaturfeldes wird analog zum Geschwindigkeitsfeld über das Verhältnis der Varianz der Temperaturfluktuationen $k_\theta = \theta^2/2$ und deren Dissipationsrate ε_θ durch

$$\tau_\theta = \frac{k_\theta}{\varepsilon_\theta} \quad (2.42)$$

definiert. Ein solches Zwei-Gleichungs-Modell wurde zuerst von Nagano und Kim [26] entwickelt. Abe *et al.* [27] schlagen hierfür, in Anlehnung an die Arbeit von Zeman und Lumley [48], eine gemischte Zeitskala τ_m vor, die sowohl auf der turbulenten Zeitskala des Impulsfeldes ($\tau_u = k/\varepsilon$) als auch auf der des Temperaturfeldes ($\tau_\theta = \theta^2/2\varepsilon_\theta$) basiert. Analog zu Zeman und Lumley [48] wird τ_m als harmonisches Mittel der beiden Skalen gemäß

$$\tau_m \propto \left(\frac{1}{\tau_u} + \frac{C_m}{\tau_\theta} \right)^{-1} = \tau_u \left(\frac{R}{C_m + R} \right) \quad (2.43)$$

gebildet [27]. Hierbei entspricht R dem Verhältnis der beiden Zeitskalen ($R = \tau_\theta/\tau_u$) und C_m ist eine Konstante und entspricht dem Grenzwert von R fernab der Wände. Der Hintergedanke dieser Formulierung ist, dass die jeweils kleinere Zeitskala einen größeren Einfluss auf den turbulenten Wärmetransport hat. In Wandnähe verhält sich

$$\alpha_t \propto v_t \left(\frac{R}{Pr} \right)^{0,5}. \quad (2.44)$$

Somit lässt sich α_t gemäß Abe *et al.* wie folgt definieren:

$$\alpha_t = 0,1k f_\alpha \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{2R}{C_m + R} + \frac{3}{\sqrt{k}} \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{0,25} \frac{\sqrt{2R}}{Pr} f_d \right]. \quad (2.45)$$

Die dabei verwendeten Dämpfungsfunktionen f_α und f_d und die Konstante C_m sind modellspezifisch.

Analog zur Turbulenzmodellierung können weitere Modellierungsansätze

ze, wie Wärmeflussmodelle und algebraische Wärmeflussmodelle zur Bestimmung der turbulenten Wärmeströme verwendet werden. Dabei werden die turbulenten Wärmeströme entweder durch partielle Differentialgleichungen bestimmt oder durch einen algebraischen Ausdruck ermittelt. Ein vereinfachter Ausdruck des algebraischen Wärmestrommodells lässt sich nach Hanjalić [49] mit

$$\overline{u_j \theta} = -\frac{1}{c_\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + (1 - c_{\theta 2}) \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + (1 - c_{\theta 3}) \beta g_i \theta^2 \right), \quad (2.46)$$

und den Modellkonstanten c_θ , $c_{\theta 2}$ und $c_{\theta 3}$ angeben. Das Modell zeigt, dass die turbulenten Wärmeströme nicht nur von den Gradienten des mittleren Temperaturfeldes, sondern auch von dem Geschwindigkeitsfeld abhängig sind. Für auftriebsbehaftete Strömungen sind die Wärmeströme zudem von der Temperaturvarianz abhängig.

2.8 Auswahl der verwendeten Modelle

Turbulente Kanalströmungen mit unstetiger Querschnittsänderung anhand numerischer Methoden zu modellieren, stellt eine Herausforderung dar, wie Untersuchungen von Driver und Seegmiller [50], Louda *et al.* [51] sowie Klein *et al.* [38] zeigen. Klein *et al.* haben in ihrer umfassenden Untersuchung unterschiedliche Geometrien anhand 13 unterschiedlicher Turbulenzmodelle, darunter lineare, nicht-lineare und Reynoldsspannungsmodelle, analysiert und die Ergebnisse mit denen von entsprechenden Experimenten verglichen.

Darüber hinaus ist anzumerken, dass es nach Kenntnis des Autors bisher keine systematische, Reynolds-Zahl abhängige Untersuchung von Turbulenzmodellen zur Vorhersagbarkeit der Wiederanlegelänge, bzw. der Strömungsprofile für turbulente Kanalströmungen mit unstetiger Querschnitts-

änderung gibt. Allein Abe *et al.* [52] haben in ihrer Veröffentlichung eine sehr gute Übereinstimmung ihres Turbulenzmodells mit verschiedenen experimentellen Daten bezüglich der Wiederanlegelänge dokumentiert.

Im Folgenden werden die verwendeten Turbulenz- und Wärmeübergangsmodelle vorgestellt und eine Begründung bezüglich ihrer Auswahl gegeben. Die mathematische Beschreibung ist dem Anhang 7.2 und 7.3 zu entnehmen.

2.8.1 Turbulenzmodelle

Tabelle 2.2 fasst die Modellannahmen, auf welchen die verwendeten Modelle beruhen, zusammen. Dabei handelt es sich um sogenannte Low-Reynolds-Number-Modelle. Diese verwenden Dämpfungsfunktionen zum Abbilden des Wandinflusses auf die Reynoldsspannungen. Die vollständigen Modellgleichungen werden in Anhang 7.2 vorgestellt.

lineares $k - \tilde{\epsilon}$ Modell nach Launder Sharma [43] mit Yap-Korrekturterm [53] - LSY

Das Turbulenzmodell von Launder und Sharma ist eines der am häufigsten verwendeten und folglich eines der am besten dokumentierten Modelle. Aufgrund der sehr häufigen Anwendung sind die Fähigkeiten des Modells bekannt und die Modellkonstanten anhand vieler Anwendungsfälle kalibriert. Das Modell berechnet die Zeitskala mit Hilfe von $\tilde{\epsilon}$, dem isotropen Anteils von ϵ . Da $\tilde{\epsilon}|_w = 0$ wird die numerische Stabilität verbessert, was die Verwendung des Modells vereinfacht. Darüber hinaus verwendet das Modell einen zusätzlichen Quellterm $2\nu v_i \left(\frac{\partial U_k^2}{\partial x_k \partial x_k} \right)^2$ in der $\tilde{\epsilon}$ -Gleichung. Dieser agiert hauptsächlich in Regionen mit niedriger Turbulenz [38], also im wandnahen Bereich. Das Verhalten von C_μ in Wandnähe wird durch eine Dämpfungsfunktion $f_\mu = \exp \frac{-3.4}{(1+Re_t/50)^2}$ abgebildet. Vorteilhaft ist, dass der

Wandabstand anhand der turbulenten Reynolds-Zahl $Re_t = \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon} \nu}$ abgeschätzt wird. So entfällt seine explizite Berechnung, was sich in komplexen Geometrien als vorteilhaft erweist. Darüber hinaus verwendet das Modell eine weitere Dämpfungsfunktion innerhalb der $\tilde{\varepsilon}$ -Gleichung, um die Dissipationsrate von $\tilde{\varepsilon}$ in Wandnähe anzupassen.

Durch die Erweiterung mit dem Yap-Korrekturterm [53] wird die turbulente Längenskala im Bereich eines Wiederanlegepunktes reduziert. Hierdurch werden unphysikalisch hohe Wärmeübergänge bei aufprallenden Strömungen vermieden. Darüber hinaus wurde das Modell auch für Mischkonvektion in Rohrströmungen angewendet und zeigte sehr gute Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten [54].

lineares $k - \varepsilon$ Modell nach Abe *et al.* [52] - AKN

Das Modell von Abe *et al.* verwendet, wie auch das LSY-Modell, eine Zeitskala $\frac{k}{\varepsilon}$ für die Berechnung von ν_t . Das Wandverhalten wird durch eine zweiteilige Dämpfungsfunktion

$$f_\mu = \left[1 - \exp\left(-\frac{y^*}{3,1}\right) \right]^2 \left[1 - 0,3 \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{6,5}\right)^2\right) \right] \quad (2.47)$$

abgebildet. Der erste Term von f_μ modelliert das Verhalten im äußeren Grenzschichtbereich, während der zweite Term $-0,3 \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{6,5}\right)^2\right)$ das Verhalten für $\lim_{y \rightarrow 0} \nu_t$ darstellt. Die Funktion y^* ist dabei explizit vom Wandabstand y abhängig und ist durch $y^* = \frac{(v\varepsilon)^{1/4} y}{\nu}$ gegeben. Wie auch das LSY-Modell, verwenden Abe *et al.* [52] eine weitere Dämpfungsfunktion, um die Dissipationsrate von ε anzupassen, wobei die Formulierung ähnlich zu der von f_μ ist.

Das Modell von Abe *et al.* zeigte sehr gute Übereinstimmung des Wiederanlegepunktes mit experimentellen Daten für turbulente Strömungen über einen BFS [52]. In Kombination mit dem Zwei-Gleichungs-Modell

für die Wärmeübertragung konnte der Stanton-Zahlverlauf für eine solche Geometrie und $Pr = 0,71$ sehr gut vorhergesagt werden. Darüber hinaus ist dieses Modell - ähnlich zum LSY-Modell - einfach zu handhaben und zeichnet sich durch seine numerische Stabilität aus, wodurch sich das AKN-Modell für Simulationen in komplexen Geometrien sehr gut eignet.

Das Modell von Manservigi und Menghini [28] verwendet das $k - \varepsilon$ -Modell von Abe *et al.* , weshalb es nicht separat aufgeführt wird.

lineares $k - \omega$ SST Modell nach Menter [45] - SST

Das Shear-Stress-Transport-Modell (SST) von Menter kombiniert das $k - \varepsilon$ mit dem $k - \omega$ Modell. Hierfür werden die k und die ε -Gleichung gemäß $\omega = \varepsilon / (\beta^* k)$ umgeschrieben. Anhand einer, von dem Wandabstand abhängige Übergangsfunktion, wird automatisch die ω -Formulierung für den wandnahen Bereich und ansonsten die ε -Formulierung gewählt. $k - \omega$ Modelle kommen ohne zusätzliche Dämpfungsfunktionen zur Modellierung der Wandeffekte aus, wodurch sie eine geringere Komplexität aufweisen. Die Berechnung der turbulenten Viskosität

$$\nu_t = \frac{0,31k}{\max(0,31\omega, \Omega F_2)} \quad (2.48)$$

weist einen zweiten Term ΩF_2 auf, der eine verbesserte Berechnung von abgelösten Strömungen, bzw. Strömungen mit entgegengesetztem Druckgradienten ermöglicht [45, 55].

nicht-lineares $k - \varepsilon - v^2 - f$ Turbulenzmodell nach Davidson *et al.* [56]-V2F

Das V2F-Modell ist vor allem für abgelöste Strömungen entwickelt worden. Es löst zusätzlich zu den beiden Transportgleichungen für k und ε eine weitere partielle Differentialgleichung für $\overline{v^2}$. Diese können als die Reynoldsspannungen in wandnormaler Richtung betrachtet werden. Darüber hinaus wird eine zusätzliche, elliptische Gleichung gelöst, die die

Produktion von $\overline{v^2}$ beschreibt. Für die Berechnung der turbulenten Viskosität wird eine geteilte Zeitskala und zusätzlich die wandnormale Geschwindigkeitsfluktuation

$$v_t = 0,09 \overline{v^2} \max \left(\frac{k}{\varepsilon}, 6 \left(\frac{v}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right) \quad (2.49)$$

verwendet. Verantwortlich für den gedämpften Verlauf von v_t ist die wandnormale Geschwindigkeitsfluktuation.

Seit der Entwicklung des Modells von Durbin [57] wurden viele Verbesserungen hinsichtlich der numerischen Stabilität und der Berechnung von Stagnationspunkten vorgeschlagen. Das in dieser Arbeit verwendete Modell basiert auf dem $k - \varepsilon - v^2 - f$ -Modell von Davidson *et al.* [56]. Es verwendet als Randbedingung für die elliptische Gleichung $f(y=0) = 0$.

Explizit-algebraisches $k - \omega$ Modell nach Hellsten [46] - Hellsten

Bei dem Modell von Hellsten handelt es sich um ein explizit-algebraisches Reynoldsspannungsmodell. Die Anisotropie der Reynoldsspannungen wird auf Basis eines biquadratischen Polynoms berechnet:

$$\begin{aligned} a_{ij} = & \beta_1 S_{ij} + \beta_3 (W_{ik} W_{kj} - II_{\Omega} \delta_{ij} / 3) \\ & + \beta_4 (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) \\ & + \beta_6 (S_{ik} W_{kl} W_{lj} + W_{ik} W_{kl} S_{lj} - 2IV \delta_{ij} / 3) \\ & + \beta_9 (W_{ik} S_{kl} W_{lp} W_{pj} - W_{ik} W_{kl} S_{lp} W_{pj}) . \end{aligned} \quad (2.50)$$

Die verwendete Zeitskala ist aus zwei Termen zusammengesetzt:

$$\tau = \max \left(\frac{1}{\beta^* \omega}, C_{\tau} \sqrt{\frac{v}{\beta^* k \omega}} \right) . \quad (2.51)$$

Für eine zweidimensionale Strömung entfallen die Terme mit β_3 , β_6 und β_7 . Somit reduziert sich der Anisotropietensor zu:

$$a_{ij} = \beta_1 S_{ij} + \beta_4 (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) \quad (2.52)$$

Hellsten hat das Modell für Außenströmungen mit dem Augenmerk auf den Einsatz in der Simulation von Flugzeugen konzipiert. Somit liegt der Fokus bei der Modellvalidierung bei Strömungen, die in diesem Anwendungsbereich typisch sind: Umströmung eines Tragflügelprofils, Grenzschicht auf einem achsensymmetrischen Körper bei entgegengesetztem Druckgradienten sowie eine sich entwickelnde Nachlaufströmung. Die Vorhersage des Ablöse- und Wiederanlegepunktes wurde anhand eines einseitigen Diffusors untersucht. Darüber hinaus haben Louda *et al.* [58] dieses Modell für eine turbulente Strömung über einen BFS von Driver und Seegmiller [50] angewendet und eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erzielt. Im Allgemeinen sollen die EARSM- Modelle die Strömungsphysik besser berechnen als lineare Wirbelviskositätsmodelle. Aufgrund der erhöhten Komplexität der Modelle reduziert sich jedoch die numerische Stabilität im Vergleich zu den linearen Turbulenzmodellen und führt zu einem erhöhten numerischen Aufwand.

Tabelle 2.2: Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodelle.

Turbulenzmodell	Zeitskala	Transport	Anzahl der Modellkonst.	Kalibrierungsexperimente der Originalveröffentlichung
LSY	$\frac{k}{\varepsilon}$	isotrop	5	rotierende Scheibe [43]
AKN	$\frac{k}{\varepsilon}$	isotrop	5	vollentwickelte Kanalströmung, Grenzschichtströmung mit entgegengesetztem Druckgradienten Strömung über einen BFS [52]
MM	$\frac{k}{\varepsilon}$	isotrop	5	Kanal-, Rohrströmung [28, 59]
SST	$\frac{1}{\omega}$	isotrop	11	Plattenströmung, Freie Scherschichtströmung, Grenzschichtströmung mit entgegengesetztem Druckgradienten, Strömung über einen BFS, Flügelprofil
V2F	$\left(\frac{k}{\varepsilon}, C_T \left(\frac{v}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$	ansiotrop	7	transsonische Stoßströmung [60, 45] Kanalströmung, wandnahen Jet [56]
Hellsten	$\max\left(\frac{1}{\beta^* \omega}, C_\tau \sqrt{\frac{v}{\beta^* k \omega}}\right)$	ansiotrop	8	Grenzschichtströmung, sich entwickelnde Nachlaufströmung, Grenzschicht auf einem achsensymmetrischen Körper bei entgegengesetztem Druckgradienten, unsymmetrischer Diffusor, Tragflügelprofil [46]

2.8.2 Wärmetransportmodelle

Die innerhalb dieser Arbeit verwendeten Wärmetransportmodelle berechnen die turbulenten Wärmeströme über die einfache Gradientenhypothese gemäß Gleichung (2.37) mit einem skalarwertigen Wärmediffusionskoeffizienten. Der Unterschied der verwendeten Modelle liegt in der Modellierung von α_t .

Lineares algebraisches Modell nach Kays [24] - Kays

Das algebraische Modell nach Kays berechnet die turbulente Wärmeleitfähigkeit anhand Gleichung (2.38). Dabei wird die turbulente Prandtl-Zahl über

$$Pr_t = 0,85 \frac{0,7}{Pe_t}$$

berechnet. Somit ermöglicht diese Korrelation die Berechnung von α_t mit einem sehr geringen numerischen Aufwand.

Lineares Zwei-Gleichungs-Modell nach Abe *et al.* [27] - AKN

Das Modell von Abe *et al.* [27] ist ein lineares Zwei-Gleichungs-Modell, welches analog zu dem zugrunde liegenden linearen $k - \varepsilon$ -Modell erstellt wurde. Für die Bestimmung von α_t werden zwei Zeitskalen verwendet, die turbulente (k/ε) und die thermische ($t^2/2\varepsilon_t$) Zeitskala. Die Dämpfung im wandnahen Bereich wird über eine dreiteilige Dämpfungsfunktion realisiert. Das Modell wurde auch anhand einer turbulenten Luftströmung über einen BFS mit beheizter Wand validiert [27] und soll somit einen Beitrag zum Verständnis der Wärmeübergangsmodellierung bieten.

Lineares Zwei-Gleichungs-Modell nach Manservigi und Menghini [59] - MM

Das Modell von Manservigi und Menghini [28] ist eines der neusten linearen Modelle, das für Zwangskonvektion in Flüssigmetallen entwickelt

wurde. Es ist anhand von Kanal-, Rohr- und Stabbündelumströmungen mit $Pr = 0,025$ validiert worden. Der Aufbau des Modells ist ähnlich zu dem AKN Modell. Jedoch umfasst die Zeitskala drei Komponenten, eine für den wandnahen Bereich, eine für die Kernströmung und eine Zeitskala, die den Zwischenbereich abdeckt:

$$\tau_{l,\theta} = \tau_u (f_{\theta,1} \tau_{theta,1} + f_{\theta,2} \tau_{theta,2} + f_{\theta,3} \tau_{theta,3}). \quad (2.53)$$

Bei den Termen $\tau_{\theta,1}$ bis $\tau_{\theta,3}$ handelt es sich um Funktionen zur Beschreibung der Zeitskalen. Der wesentliche Unterschied zum AKN-Modell besteht in der Zeitskala für die Kernströmung, welche bei Manservisi und Menghini mit $0,9f_{\theta}k/\varepsilon$ angegeben ist. Somit wird angenommen, dass beispielsweise bei Kanal- und Rohrströmungen mit ausreichend hohen Reynoldszahlen $Pr_l = 0,9$ erreicht wird.

Tabelle 2.3: Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Wärmestrommodelle.

Turbulenzmodell	Zeitskala	Transport	Anzahl der Modellkonstanten	Kalibrierungsexperimente
Kays	—	isotrop	1	Kanal- und Grenzschichtströmungen
AKN	$\tau_m + \tau_{wall}$	isotrop	8	Grenzschichtströmungen und BFS ($Pr \approx 0.71$) [52]
MM	$\tau_{bulk} + \tau_m + \tau_{wall}$	isotrop	8	Kanal- und Rohrströmung, Stabbündelumströmung bei $Pr \approx 0.025$ [28, 59]

2.9 Überprüfung der Netzunabhängigkeit

Die Genauigkeit der Strömungssimulationen kann a priori nicht bestimmt werden. Verschiedene Fehlerquellen können vorab (durch die Verwendung von numerischen Lösungsverfahren von hoher Ordnung), oder während der Simulation (Wahl eines Konvergenzkriteriums) begrenzt werden. Eine Unabhängigkeit der Lösung vom verwendeten Rechengitter kann allerdings nicht vorab gewährleistet werden, ohne eine unwirtschaftliche Auflösung des Strömungsproblems zu verwenden.

In dieser Arbeit ist daher die Netzunabhängigkeit der Simulation gemäß der Richardson-Extrapolation und der Arbeit von Reder [Red16], die auf dem Grid Convergence Index (GCI) von Roache [61] basiert, durchgeführt worden. Hierfür werden drei systematisch verfeinerte Simulationsgitter verwendet, wobei das feinste Gitter mit dem Index 1 und das Größte mit 3 abgekürzt wird. Dabei beschreibt der GCI ein absolutes Fehlerband, in dem die Lösung mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegt und berechnet sich durch

$$GCI_1 = F_s \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{r_{21}^{p^*} - 1} \right|, \quad (2.54)$$

mit dem Sicherheitsfaktor $F_s = 1,25$ bei der Verwendung von drei systematisch verfeinerten Gittern. ϕ ist die Lösungsvariable der jeweiligen Simulation, r das Verfeinerungsverhältnis und p^* die Konvergenzordnung der Lösung. Da diese nicht immer bekannt ist, kann sie durch

$$p^* = \frac{|\ln(\frac{\phi_3 - \phi_2}{\phi_2 - \phi_1}) + q(p^*)|}{\ln(r_{21})} \quad (2.55)$$

mit

$$q(p^*) = \ln \left(\frac{r_{21}^{p^*} - 1}{r_{32}^{p^*} - 1} \right) \quad (2.56)$$

bestimmt werden. Der relative Fehler ergibt sich durch

$$GCI_1^{rel} = \frac{GCI_1}{\phi_1}. \quad (2.57)$$

Für die Bestimmung des Diskretisierungsfehlers e wird zunächst eine fiktive exakte Lösung durch Extrapolation aus den vorhandenen Simulationsergebnissen ermittelt. Die exakte Lösung lässt sich mit

$$\phi_{ext} = \phi_1 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{r_{21}^{p^*} - 1} \quad (2.58)$$

berechnen. Mit Hilfe von ϕ_{ext} lässt sich der Diskretisierungsfehler bestimmen:

$$e_{ext} = \left| \frac{\phi_{ext} - \phi_1}{\phi_{ext}} \right|. \quad (2.59)$$

Für die ebene Plattenströmung wird der Diskretisierungsfehler anhand des Geschwindigkeitsfeldes ermittelt. Für die turbulente Strömung mit un-stetiger Kanalquerschnittsänderung werden hierfür die Verläufe der Nusselt-Zahl und des Widerstandsbeiwertes nach der Querschnittserweiterung verwendet. Die jeweiligen Netzunabhängigkeitsanalysen sind im Anhang 7.4 aufgeführt.

3 Ebene, turbulente und vollentwickelten Plattenströmung mit aufgeprägten Wandwärmeströmen

In diesem Kapitel erfolgt die Untersuchung an einer turbulenten, vollentwickelten Plattenströmung. Dabei handelt es sich, wie in Abbildung 3.1 zu sehen ist, um eine Kanalströmung mit infiniten Tiefe. Für diese Geometrie ist die erste DNS von Kim und Moin [62] durchgeführt und in den folgenden Jahren ausführlich von verschiedenen Forschungsgruppen studiert worden. Unter anderem haben Kawamura *et al.* [21, 63, 64, 65] und Abe *et al.* [66] den Temperaturtransport für unterschiedliche Reynoldszahlen $180 < Re_\tau \leq 1020$ und $Pr = 0,025$ untersucht. Für niedrige Reynoldszahlen von $Re_\tau = 180$ und 395 haben Kawamura *et al.* [63, 64] den Einfluss der molekularen Prandtl-Zahl ($0,025 \leq Pr \leq 1$) auf die turbulenten Wärmeströme und das mittlere Temperaturfeld analysiert.

Eine wichtige Größe für den Wärmetransport in turbulenten Plattenkanälen ist die turbulente Prandtl-Zahl, welche aus dem Verhältnis der Wirbelviskosität zur turbulenten Temperaturleitfähigkeit abgebildet wird

$$Pr_t = \frac{V_t}{\alpha_t}. \quad (3.1)$$

Während Pr_t für Fluide mit $Pr \approx 1$, und $T_{wand} = \text{konstant}$ bei Annäherung an eine Wand gegen einen Grenzwert von 0,9 strebt, haben Kawamura *et al.* [21, 65] kein begrenztes Verhalten für $Pr = 0,025$ beobachtet. Die turbulente Prandtl-Zahl zeigt bei niedrigen Pr ein von Re_τ abhängiges Verhal-

ten, nicht nur im wandnahen Bereich, sondern auch in der äußeren Schicht, wie Kawamura *et al.* [21] und Abe *et al.* [66] zeigen. Duponcheel *et al.* [22] haben den bisher untersuchten Bereich anhand LES bis $Re_\tau = 2000$ für $Pr = 0,01$ und $0,025$ erweitert. Dabei haben sie zeigen können, dass sich die turbulente Prandtl-Zahl für höhere Reynolds-Zahlen und $Pr = 0,025$ einem konstanten Wert von ca. 2 in Wandnähe annähert. Im Bereich der Kanalmitte strebt Pr_t gegen 0,9, und weist damit Ähnlichkeiten zu Fluiden mit höherer Prandtl-Zahl auf. Die Untersuchungen mit $Pr = 0,01$ haben dieses Verhalten in dem untersuchten Re -Bereich aufgrund der höheren molekularen Wärmediffusion nicht gezeigt. Für $Pr = 0,01$ und $Re_\tau = 2000$ strebt Pr_t gegen 1,22 in der Kanalmitte.

Aktuelle Wärmeflussmodelle, wie das in dieser Arbeit verwendete Modell von Manservigi und Menghini [28], sind nur bei vergleichsweise niedrigen Reynolds-Zahlen $Re_\tau \leq 640$ und für $Pr = 0,025$ validiert worden. Die Ergebnisse der oben genannten Untersuchungen zeigen jedoch eine starke Abhängigkeit des turbulenten Wärmetransports von der Reynolds- und Prandtl-Zahl, weshalb die verwendeten Modelle zunächst anhand der Daten von Duponcheel *et al.* [22] validiert werden.

3.1 Plattenkanalgeometrie und gewählte Randbedingungen

Der geometrische Aufbau des Plattenkanals ist in Abbildung 3.1 skizziert. Dabei handelt es sich um einen Kanal mit gedachter, unendlicher Ausdehnung in die Tiefenrichtung (x_3). Während für das Impulsfeld die Haftbedingung an der Wand gewählt wird, werden für das Temperaturfeld konstante Wärmeströme vorgegeben. Die Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle sowie der Zwei-Gleichungs-Modelle zur Berechnung der turbulenten Wärmeströme sind in Tabelle 3.1 dargestellt. Ein- und Auslass werden über eine periodische Randbedingung miteinander verbunden; d.h.

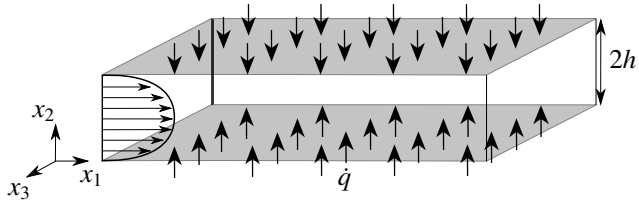


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer zweidimensionalen Plattenströmung inklusive der thermischen Randbedingungen.

Tabelle 3.1: Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle für eine ebene Plattenströmung.

	AKN	MM	LSY	V2F	SST	Hellsten
k	0	0	0	0	0	0
ν^2	-	-	-	0	-	-
f	-	-	-	0	-	-
ε	$2\nu \frac{k}{\Delta y^2}$	$2\nu \frac{k}{\Delta y^2}$	0	$2\nu \frac{k}{\Delta y^2}$	-	-
ω	-	-	-	-	$\frac{60\nu}{0,075\Delta y^2}$	$\frac{60\nu}{0,075\Delta y^2}$
θ^2	0	-	-	-	-	-
k_θ	-	0	-	-	-	-
ε_{θ^2}	$2\alpha \frac{\theta^2}{\Delta y^2}$	-	-	-	-	-
ε_{k_θ}	-	$2\alpha \frac{k_\theta}{\Delta y^2}$	-	-	-	-

das Strömungsfeld am Auslass wird erneut als Einlassbedingung verwendet. Zusammen mit der konstanten Wärmefluss-Randbedingung führt dies zu einem stetigen Anstieg der mittleren Temperatur. Das Einführen einer zusätzlichen Wärmesenke gemäß Patankar [67], welche auch von Kawamura *et al.* [21, 65] und Bricteux *et al.* [68, 69] sowie Manservisi und Menghini [28, 59] verwendet wurde, verhindert diesen Anstieg. Hierfür wird eine Gleichung für die transformierte Temperatur

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \hat{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \hat{T}}{\partial x_j} - u_j \theta \right) - \frac{U_i}{U_b \rho c_p} \frac{d\hat{T}}{dx_1} \Big|_{wall}, \quad (3.2)$$

mit

$$T = \hat{T} + x_1 \frac{dT_b}{dx_1}, \quad (3.3)$$

anstelle von Gleichung (2.27) gelöst. Die Bulktemperatur T_b ist als Quotient des Enthalpiestroms durch die Wärmekapazität des Fluidstroms definiert:

$$T_b = \frac{\int_0^{2h} (c_p T U_1) dx_2}{\int_0^{2h} (c_p U_1) dx_2}. \quad (3.4)$$

Der letzte Term der rechten Seite in Gleichung (3.2) wirkt als Senke, die dem System exakt so viel Wärme entzieht, wie durch den aufgeprägten Wandwärmestrom in das Fluid übergeht. Diese Vorgehensweise führt letztlich dazu, dass der transformierte Temperaturgradient in Strömungsrichtung verschwindet und sich ein konstanter Wert für \hat{T}_w einstellt. Somit entsprechen die Ergebnisse denen einer konstanten Wandtemperatur. Dadurch verschwinden die Temperaturfluktuationen an der Wand $\theta_w = 0$.

Da vor allem das wandnahe Verhalten von großer Bedeutung für die Genauigkeit der Modelle ist, werden die Ergebnisse anhand der inneren Einheiten, auch Wandeinheiten genannt, u_τ , T_τ sowie v skaliert.

Die Qualität der Simulationen wird auf Basis einer Gitterkonvergenzstudie bei einer Reibungsreynoldszahl von $Re_\tau = 2000$ überprüft. Die Ergebnisse sind in Anhang 7.4 aufgeführt. Dabei wird darauf geachtet, dass der

extrapolierte Fehler $e_{ext} < 1\%$ ist. Ob die verwendeten Modelle auch für die Beschreibung ingenieurwissenschaftlicher Problemstellungen verwendet werden können, wird anhand des Reibungskoeffizienten c_f veranschaulicht. Hierfür werden die Simulationsergebnisse von drei ausgewählten Turbulenzmodellen mit denen aus der Literatur [21, 22, 70] und der Korrelation von Blasius [71]

$$c_f = 0,0791/Re_D^{0,25} \quad (3.5)$$

in Abbildung 3.2 verglichen. Re_D bezeichnet hierbei die Reynolds-Zahl, bezogen auf den hydraulischen Durchmesser $D_h = 4A/L$ mit dem durchströmten Querschnitt A und dem Umfang des Strömungskanals L . Es zeigt sich, dass die Turbulenzmodelle die Reibung in sehr guter Übereinstimmung mit den DNS-Daten und der Korrelation vorhersagen. Für die höchste untersuchte Reynolds-Zahl zeigt sich eine relative Abweichung von ca 3% für das Hellsten und das AKN-Modell und 5% für das LSY-Modell in Bezug auf die Korrelation. Daher ergibt sich aus dem Einsatz komplexerer Turbulenzmodelle keine signifikante Verbesserung für die betrachtete Strömung.

In dem folgenden Abschnitt wird von einer vollentwickelten Strömung ausgegangen, bei der die Auftriebseffekte aufgrund der Gravitationskraft vernachlässigt werden. Die gewählten Vereinfachungen führen dazu, dass ausschließlich die turbulente Scherspannung $\overline{u_1 u_2}$ das Profil des Geschwindigkeitsfelds beeinflusst und daher isotrope Turbulenzmodelle mit hinreichender Genauigkeit eingesetzt werden können.

Für die folgende Untersuchung werden das LSY, V2F, SST und Hellsten-Modell mit der Korrelation von Kays zur Berechnung des Temperaturfeldes gekoppelt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird das verwendete Wärme-modell in den entsprechenden Modellbezeichnungen nicht benannt.

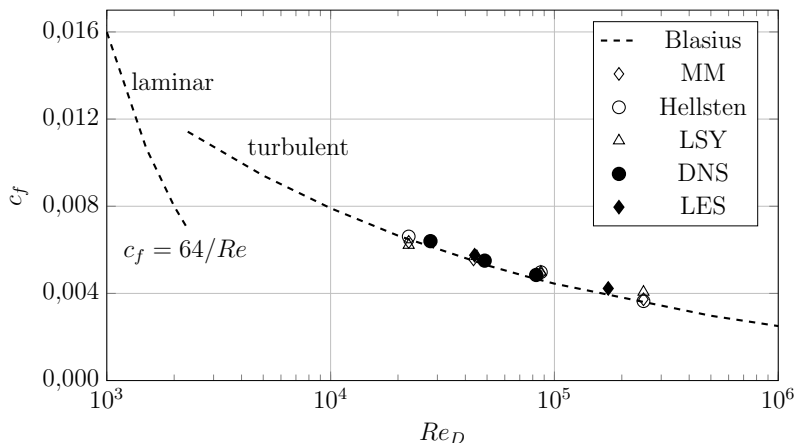


Abbildung 3.2: Vergleich des Reibungskoeffizienten c_f über der Reynolds-Zahl Re_D zwischen dem LSY-, MM- und Hellsten-Modell und experimentellen [71] sowie numerischen Daten [21, 22, 68].

3.2 Ergebnisse und Diskussion für eine vollentwickelte Plattenströmung

Die Anwendbarkeit der verwendeten Modelle wird anhand von DNS- und LES-Daten für die Reynolds-Zahlen $Re_\tau = 395$ und 2000 überprüft. Wie erwartet können die Modelle das Geschwindigkeitsfeld in sehr guter Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten abbilden, wie in Abbildung 3.3 für $Re_\tau = 2000$ zu erkennen ist. In der Kanalmitte weisen die Modelle eine maximale Abweichung von -2.3 bis $+1.7\%$ gegenüber den LES-Daten von Duponcheel *et al.* [22] auf. Dabei unterschätzen jeweils das AKN- und das SST-Modell die maximale Geschwindigkeit, während die anderen Modelle diese leicht überschätzen.

In ingenieurstechnischen Anwendungen ist die Kenntnis des mittleren Geschwindigkeitsprofils meist ausreichend. Daher fokussieren sich die Modelle auf die korrekte Modellierung des Geschwindigkeitsfelds sowie der

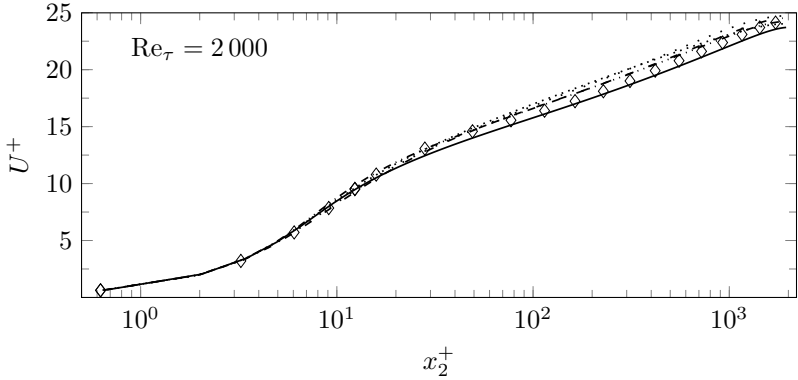


Abbildung 3.3: Vergleich der entdimensionierten Geschwindigkeitsprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$. \diamond LES [22]; — AKN; - - - LSY; SST; ····· Hellsten; - · - V2F.

integralen Strömungsgrößen, wie beispielsweise dem Reibungskoeffizienten c_f . Dieser ist über das Verhältnis der Wandschubspannung τ_w zum Quadrat der mittleren Geschwindigkeit am Einlass definiert

$$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho U_b^2}. \quad (3.6)$$

Damit das Geschwindigkeitsfeld einer ebenen Plattenströmung angemessen wiedergegeben werden kann, ist die Modellierung der Wirbelviskosität von Bedeutung, die in Abbildung 3.4 dargestellt ist. Es zeigt sich, dass die Modelle ν_t ab ca. $x_2^+ \approx 900$ überschätzen und nur das AKN-Modell den Verlauf von ν_t qualitativ korrekt wiedergeben. Die anderen Modelle zeigen einen stetigen Anstieg der Wirbelviskosität mit zunehmendem Wandabstand. In diesem Bereich strebt der Geschwindigkeitsgradient gegen Null, wodurch das Überschätzen von ν_t von untergeordneter Bedeutung für die Modellierung des Geschwindigkeitsfeldes ist.

Für die Bestimmung des Temperaturfeldes ist die korrekte Vorhersage der Wirbelviskosität jedoch von großer Bedeutung, vor allem bei der

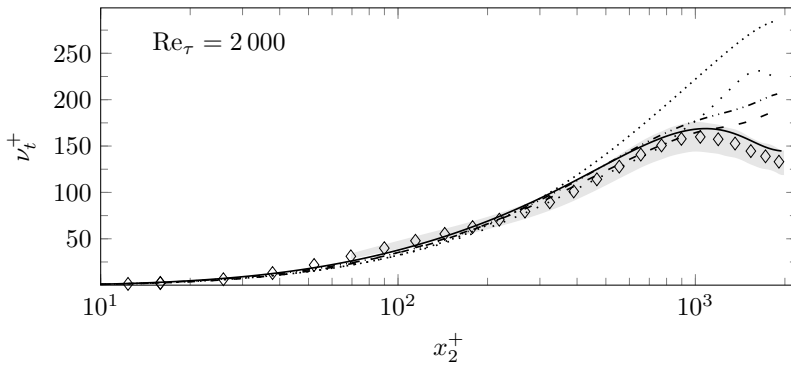


Abbildung 3.4: Vergleich der entdimensionierten Wirbelviskositätsprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$. Der graue Bereich zeigt die Abweichung von $\pm 10\%$ gegenüber den Vergleichsdaten [22].
 \diamond LES [22]; — AKN; - · - · LSJ; ····· SST; ····· Hellsten;
 - - V2F.

Verwendung der Kays-Korrelation (2.40). Sie geht dort explizit in die Berechnung von α_t ein. Eine höhere Wirbelviskosität führt gemäß (2.40) zu einer größeren turbulenten Wärmediffusion, was sich in einer geringeren entdimensionierten Temperatur widerspiegelt. Dabei ist zu beachten, dass die richtige Modellierung von α_t und somit die exakte Modellierung der turbulenten Wärmeströme bei Flüssigmetallen erst ab hohen Reynolds-Zahlen von Bedeutung ist. Aufgrund der, für Flüssigmetalle typischen niedrigen Prandtl-Zahl, dominieren molekulare Transportmechanismen die Temperaturdiffusion. Dies trifft bei $Re_\tau = 590$ zu. Dadurch begründen sich die geringen Unterschiede des modellierten Temperaturfelds in Abbildung 3.5. Daten von Bricteux *et al.* [68, 69] unterstreichen den hohen Einfluss der molekularen Wärmediffusion. Die Untersuchungen zeigen, dass für $Re_\tau = 590$ und $Pr = 0,025$ die turbulente und die molekulare Wärmeleitfähigkeit von gleicher Größenordnung sind ($Re_\tau = 590: \alpha_t = 0,8\alpha$). Für $Re_\tau = 2000$ und $Pr = 0,025$ ist der Einfluss der turbulenten Wärmediffusion bereits viermal so groß, vgl. Dunponcheel *et al.* [22].

Der signifikante Einfluss der molekularen Wärmediffusion für eine Strö-

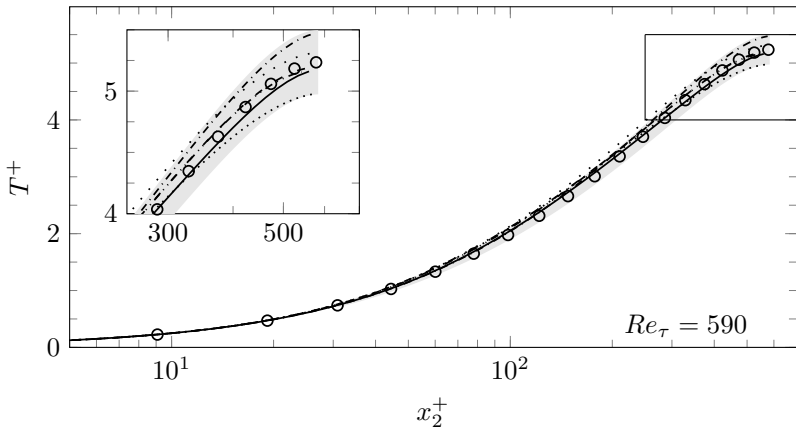


Abbildung 3.5: Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 590$ mit $Pr = 0,025$. Der graue Bereich zeigt die Abweichung von $\pm 5\%$ gegenüber den Vergleichsdaten [68].
 ○ DNS [68]; — AKN; - · - · - MM; - · - · - LSJ; ····· SST; ······ Hellsten; - - V2F.

mung durch einen ebenen Plattenkanal mit $Re_\tau = 590$ erklärt die geringen Unterschiede zwischen den entdimensionierten Temperaturprofilen von weniger als $\pm 5\%$ in Abbildung 3.5. Obwohl die turbulente Wärmediffusion Abweichungen von mehr als 10% gegenüber dem Maximalwert von Bricteux *et al.* [68] aufzeigt, vgl. Abbildung 3.6. Darüber hinaus ist zu erkennen, dass die Korrelation nach Kays α_t bis $x_2^+ \approx 150$ deutlich unterschätzt. Dieses Verhalten ist der Definition der turbulenten Prandtl-Zahl geschuldet, da $Pr_t \propto 1/\nu_t$ und folglich $\lim_{\nu_t \rightarrow 0} Pr_t = \infty$ gilt. Mit zunehmendem Einfluss der turbulenten Transportvorgänge gewinnt die korrekte Modellierung von α_t an Bedeutung. Allerdings vergrößern sich die Unterschiede zwischen den LES-Daten und den modellierten α_t Werten mit zunehmender Reynolds-Zahl, wie Abbildung 3.7 für $Re_\tau = 2000$ und $Pr = 0,025$ zeigt. Auffallend ist,

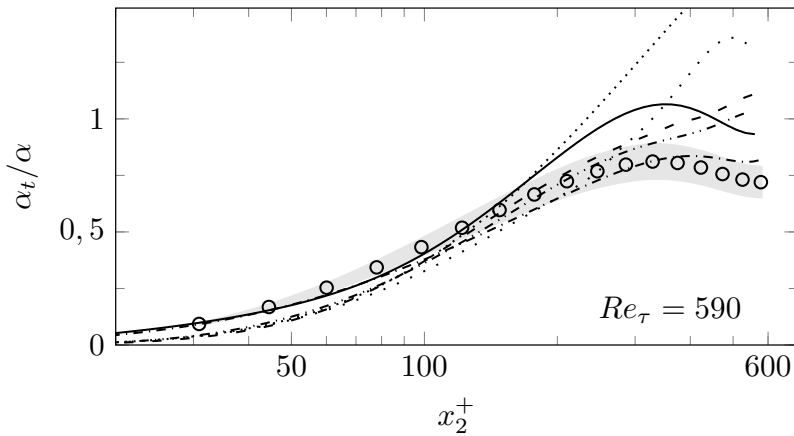


Abbildung 3.6: Vergleich der enddimensionierten Wärmediffusion einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 590$ mit $Pr = 0,025$. Die graue Fläche zeigt den Fehlerbereich von $\pm 10\%$ gegenüber den DNS-Daten [68] an. \circ DNS [68]; — AKN; - - - MM; - · - · - LSJ; ····· SST; ····· Hellsten; - - V2F.

dass das MM-Modell die turbulente Wärmediffusion deutlich unterschätzt, was in einer zu hohen enddimensionierten Temperatur resultiert, vergleiche Abbildung 3.8. Lediglich das V2F- und das Hellsten-Modell sind in der Lage, α_t bis $x_2^+ \approx 1000$ in guter Übereinstimmung mit den LES-Daten zu bestimmen. Für $x_2^+ \geq 1000$ ist aufgrund des geringen Temperaturgradienten der Temperaturtransport sehr gering und Abweichungen in der Modellierung von untergeordneter Bedeutung. Dies bestätigt die gute Übereinstimmung der vorhergesagten Temperaturprofile mit einer Abweichung $\leq 5\%$ für die Modelle von LSJ, V2F und Hellsten.

Für $Pr = 0,01$ sind die Abweichungen zwischen den modellierten Temperaturfeldern (für das AKN- und das MM-Modell) und den Vergleichsdaten geringer als bei $Pr = 0,025$. Der größere Einfluss der molekularen Wärmediffusion gleicht Ungenauigkeiten der Modellierungsansätze aus, wie der Vergleich der Temperaturfelder aus Abbildung 3.8 und 3.9 zeigt. Die Model-

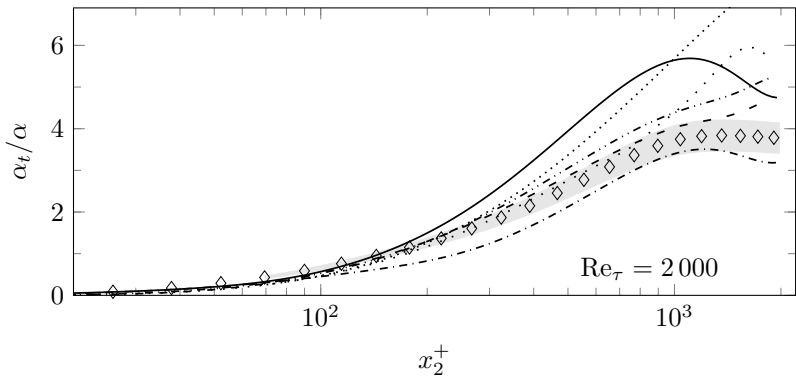


Abbildung 3.7: Vergleich der entdimensionierten Wärmediffusion einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$. Die graue Fläche zeigt den Fehlerbereich von $\pm 10\%$ gegenüber den DNS-Daten [22] an. \diamond LES [22]; — AKN; - - - MM; - · - · LSJ; ····· SST; ····· Hellsten; - - V2F.

le mit der Kays-Korrelation zeigen für $x_2^+ > 1000$ größere Unterschiede im Temperaturverlauf. Dies ist auf die Abweichungen im Impulsfeld und folglich α_t zurückzuführen. In Bezug auf die Vorhersage des Temperaturfeldes zeigen die beiden Modelle, V2F und LSJ, die beste Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten [22, 68].

Der Vergleich der turbulenten Prandtl-Zahlen erleichtert es, sowohl den Reynolds-Zahl- als auch den Prandtl-Zahl-Einfluss auf die Modellierungsansätze abzuschätzen und Schwachstellen, bzw. Potentiale der Modelle aufzudecken. Darüber hinaus ist es möglich, Bereiche, in denen die Dämpfungsfunktionen des AKN- und MM-Modells wirken, zu erkennen. Abbildung 3.10 stellt die Pr_t -Verläufe für die Modelle von AKN, MM und LSJ den LES-Daten aus Duponcheel *et al.* [22] ($Re_\tau = 2000$) sowie den DNS-Daten von Bricteux *et al.* [68, 69] ($Re_\tau = 590$) für $Pr = 0,01$ und $0,025$ gegenüber. Wie bereits diskutiert, weist das MM-Modell eine zu geringe turbulente Wärmediffusion auf, was sich in einer Überschätzung von Pr_t widerspiegelt. Anhand der Pr_t -Verläufe der beiden Zwei-Gleichungs-

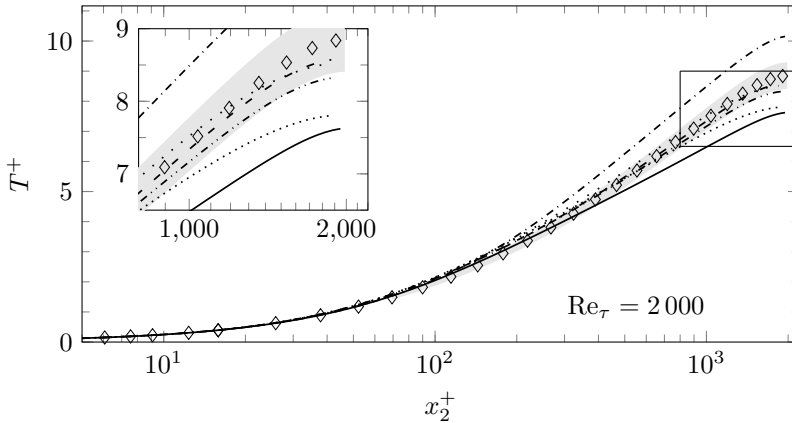


Abbildung 3.8: Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$. Der graue Bereich zeigt die Abweichung von $\pm 5\%$ gegenüber den Vergleichsdaten [22].

◇ LES [22]; — AKN; - - - MM; - · - · LSY; ····· SST; ····· Hellsten; - - V2F.

Modelle ist das Verhalten der verwendeten modellspezifischen Dämpfungsfunktionen erkennbar und verdeutlicht den Einfluss der von Manservisi und Menghini angenommenen Dämpfungsfunktion für den Übergangsbereich. Die Korrelation von Kays zeigt für beide betrachteten Fälle eine gute Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Das LSY-Modell zeigt für $Pr = 0,01$ geringe Unterschiede ab $x_2^+ > 100$.

Eine Analyse der Modellgleichungen des AKN- und MM-Modells offenbart das unterschiedliche Modellverhalten. In Wandnähe zeigt das MM-Modell für Pr_t ein angepasstes und von Pr abhängiges Verhalten. Jedoch wird der Bereich $x_2^+ < 100$ durch molekulare Diffusionsvorgänge dominiert, weshalb die Modellierung dieses Bereichs einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Temperaturfeld besitzt. Für den Bereich außerhalb der Grenzschicht haben Manservisi und Menghini eine weitere Zeitskala eingeführt. Gemäß dieser dritten Zeitskala wird bei ausreichend hohen

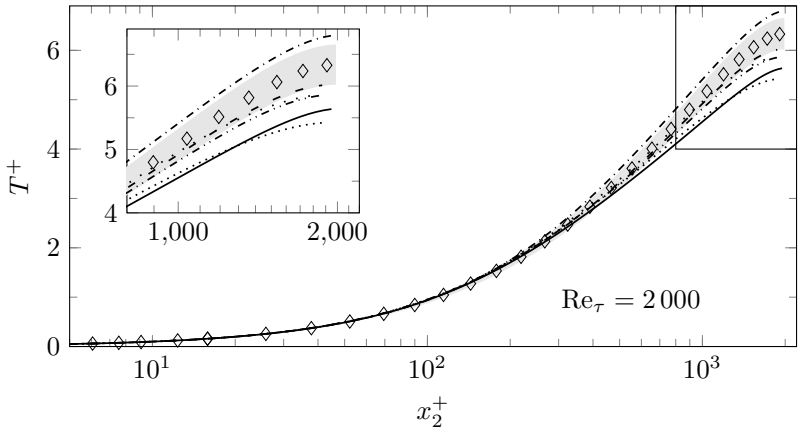


Abbildung 3.9: Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,01$. Der graue Bereich zeigt die Abweichung von $\pm 5\%$ gegenüber den Vergleichsdaten [22]. \circ DNS [68, 69]; \diamond LES [22]; — AKN; - · - · MM; · · · · LSX; · · · · SST; · · · · Hellsten; - - V2F.

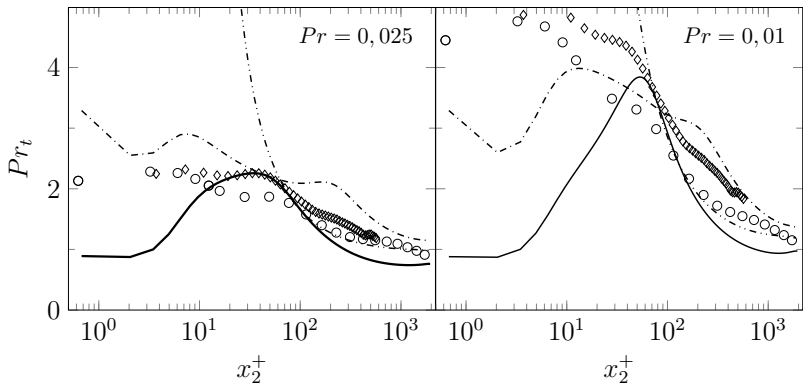


Abbildung 3.10: Vergleich von Pr_t für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$ (links) und $Pr = 0,01$ (rechts). \circ DNS [68, 69]; \diamond LES [22]; — AKN; · · · · LSX

Reynolds-Zahlen $\alpha_t = v_t/0,9$ gelten. Die für den Übergangsbereich eingeführte Dämpfungsfunktion weist jedoch eine zu starke Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl auf und dämpft α_t bis $x_2^+ \approx 300$ zu stark. Dieses Verhalten zeigt sich deutlich in den Pr_t -Profilen in Abbildung 3.10.

Wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, sind Flüssigmetalle als Kühlmedien für thermisch stark belastete Oberflächen interessant. Für eine schnelle Vorauslegung größerer Anlagen ist die globale Wärmeübertragung von Interesse und weniger die exakte Temperaturverteilung innerhalb des Fluidbereichs. Hierfür eignet sich die Nusselt-Zahl die als ein Maß für den Wärmetransfer in das Fluid angesehen werden kann. Durch die Kenntnis der Randbedingungen (beispielsweise: Reynolds- und Prandtl-Zahl) kann die übertragbare Wärme oder die zu erwartende mittlere Temperaturerhöhung im Fluid berechnet werden. Daher ist sie einer der wichtigsten Parameter bei der Gestaltung von Wärmetauschern. Die Nusselt-Zahl wird für eine ebene Plattenströmung gemäß (2.13) durch

$$Nu = \frac{\dot{q}D_h}{\lambda(T_w - T_b)} \quad (3.7)$$

berechnet. Als charakteristische Längenskala wird der hydraulische Durchmesser $D_h = 2\delta$ verwendet. T_b ist die massenstromgemittelte Temperatur und ist über

$$T_b = \frac{1}{U_b h} \int_0^h T U_2 dx_2, \quad (3.8)$$

mit der mittleren Geschwindigkeit U_b definiert. Die berechneten Nusselt-Zahlen aus den durchgeführten Simulationen werden mit DNS-Daten [21] und LES-Daten [22] in Tabelle 3.2 verglichen. Abbildung 3.11 zeigt einen Vergleich der untersuchten Turbulenzmodelle mit diesen Daten und den Korrelationen von Lubarsky und Kaufmann [72]

$$Nu = 0,625Pe^{0,4} \quad \text{und} \quad (3.9)$$

Skupinski *et al.* [73]

$$Nu = 4,82 + 0,0185Pe^{0,827} \quad \text{mit} \quad Pr = PrRe_b. \quad (3.10)$$

Während Skupinski *et al.* [73] ihre Korrelation mit experimentellen Daten von flüssigem Natrium-Kalium für $Pr = 0,0142 - 0,0166$ kalibrieren, verwenden Lubarsky und Kaufmann [72] Ergebnisse von 20 unterschiedlichen Veröffentlichungen um ihre Korrelation zu validieren.

Der Vergleich der Nusselt-Zahlen in Abbildung 3.11 für $Pr = 0,025$

Tabelle 3.2: Berechnete Nusselt-Zahlen für die vollentwickelte Plattenströmung bei konstanten Wandwärmeströmen bei den durchgeführten Simulationen.

	Simulationsdetails						
Re_t	395	590	590	640	1020	2000	2000
Re_b	14000	22000	22000	24400	41400	87000	87000
Pr	0,025	0,01	0,025	0,025	0,025	0,01	0,025
Pe	353	220	550	610	1036	870	2175
	Nusselt-Zahlen						
DNS	6,60	5,88	7,59	7,89	-	-	-
LES	-	6,02	8,03	8,36	-	8,44	14,39
MM	6,60	5,89	7,44	-	9,19	8,06	12,77
AKN	6,14	5,72	7,68	-	10,83	9,50	16,77
LSY	6,44	5,84	7,34	-	9,86	8,83	14,65
V2F	-	5,87	7,42	-	9,20	8,68	14,44
SST	-	6,06	7,84	-	-	9,36	15,39
Hellsten	6,67	6,03	7,81	-	9,82	8,77	14,26

zeigt eine sehr gute Übereinstimmung von $\pm 3\%$ zwischen den RANS-

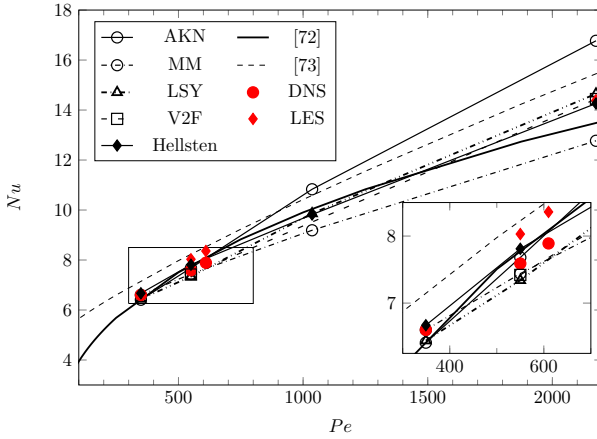


Abbildung 3.11: Vergleich der berechneten Nusselt-Zahlen mit den Literaturdaten aus Tabelle 3.2 sowie den Korrelationen von Lubarsky und Kaufmann [72] und Skupinski *et al.* [73] für $Pr = 0,025$.

Modellen und den DNS/LES-Daten für $Pe < 700$. Dies ist mit dem hohen Einfluss der molekularen Temperaturleitfähigkeit zu begründen. Mit zunehmender Reynolds-Zahl nimmt der Einfluss der turbulenten Wärmeströme am gesamten Wärmetransport zu. Während die Modelle in Verbindung mit der Kays-Korrelation geringe Abweichungen von den DNS- und LES-Vergleichsdaten aufzeigen, ist eine deutliche Abweichung der Zweigleichungs-Modelle zu erkennen. Die niedrigen Nusselt-Zahlen des MM-Modells ergeben sich aus der höheren turbulenten Prandtl-Zahl und den damit verbundenen geringeren turbulenten Wärmeströmen. Durch die geringere turbulente Vermischung wird weniger Energie von der Wand in Richtung der Kanalmitte transportiert. Dadurch erwärmen sich die Wände stärker und die Temperaturdifferenz wächst an. Die gleichen Mechanismen erklären die zu hohe Nusselt-Zahl des AKN-Modells, welches den turbulenten Wärmetransport sowohl im wandnahen Bereich als auch im Bereich der Kanalmitte überschätzt. Die Korrelation von Kays zeigt für den gesamten Bereich eine

gute Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Lediglich in der Kombination mit dem SST-Modell weicht die berechnete Nusselt-Zahl um mehr als 5% von den LES-Daten ab. Angesichts der guten Berechnung, des thermischen Felds sowie der Nusselt-Zahl erweist sich die Korrelation nach Kays als zuverlässiges Modell zur Simulation von Flüssigmetallen. Zu beachten ist, dass die Korrelationen von Lubarsky und Kaufmann [72] sowie Skupinski *et al.* [73] auf experimentellen Untersuchungen beruhen und u.a. von der Reinheit der verwendeten Fluide abhängig sind. Zum anderen können mögliche Unsicherheiten bei der Temperaturmessung zu Unterschieden in Nu führen. Darüber hinaus hat die Art der thermischen Randbedingungen einen Einfluss auf die berechnete Nusselt-Zahl. Gemäß Straub *et al.* [74] führt bei einer vollentwickelten Rohrströmung eine konstanten Wandtemperatur zu einer um 20% verringerten Nusselt-Zahl verglichen zu einer konstanten Wandwärmestromrandbedingung.

Tabelle 3.3: Prozentuale Abweichungen der verwendeten Modelle in Bezug auf die maximale Temperatur in der Kanalmitte und die Nusselt-Zahl.

	T_{max}			Nu			
	590	2000		590		2000	
Re_τ							
Pr	0,025	0,01	0,025	0,01	0,025	0,01	0,025
MM	4,5	7,2	14,7	0,2	-2,0	-4,5	-11,3
AKN	-1,4	-11,1	-11,7	-2,7	1,2	12,6	16,5
LSY	-1,5	-7,6	-8,1	-0,7	-3,3	4,6	1,8
V2F	-1,0	-5,2	-2,5	-0,2	-2,2	2,8	0,3
SST	-4,9	-14,5	-11,7	3,2	3,3	10,9	6,9
Hellsten	1,4	-7,5	-3,6	2,6	2,9	3,9	-0,9

3.3 Fazit der ebenen Plattenströmung

Die Untersuchung der ebenen Plattenströmung zeigt, dass für niedrige Reynolds-Zahlen, $Re_\tau \approx 590$, die vorhergesagten Temperaturprofile sehr gut mit den Vergleichsdaten übereinstimmen. Dies ist unabhängig von dem gewählten Wärmetransportmodell. Begründet ist dies vor allem mit der hohen molekularen Wärmediffusion. Dadurch ist der Temperaturtransport hauptsächlich durch molekulare Transportvorgänge dominiert. Mit steigendem Einfluss der turbulenten Wärmeflüsse am Gesamtwärmetransport vergrößern sich die Unterschiede zwischen den verwendeten turbulenten Wärmestrommodellen. Die Modellkombinationen, welche die Korrelation von Kays [24] zur Berechnung der turbulenten Wärmeströme verwenden, zeigen die beste Übereinstimmung mit den Literaturdaten von Duponcheel *et al.* [22] in Bezug auf das vorhergesagte Temperaturfeld. Die geringsten Abweichungen zeigte das V2F-Modell mit einer Abweichung von $\approx 5\%$ bei $Pr = 0,01$ und $\approx 2\%$ bei $Pr = 0,025$ und $Re_\tau = 2000$.

Der Vergleich der berechneten Nusselt-Zahlen mit DNS und LES-Daten [22, 65, 68, 69] zeigt ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung für den niedrigen Péclet-Zahl Bereich, $Pe \leq 700$. Für $Pe = 2175$ zeigen nur noch die Modellkombinationen, welche die Korrelation von Kays verwenden, eine gute Übereinstimmung mit den LES-Daten von Duponcheel *et al.* [22]. Dabei ist die Abweichung geringer als -7% . Basierend auf der durchgeführten Untersuchung zeigt das V2F-Modell in Kombination mit der Korrelation von Kays die beste Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Vor allem bei der Berechnung des Temperaturprofils und der Nusselt-Zahl zeigen sich die geringsten Unterschiede, wie in Tabelle 3.3 zusammengefasst ist. Das LSY-Modell weist leicht höhere Abweichungen gegenüber den DNS/LES-Daten auf, besticht allerdings durch einen geringeren Rechenaufwand und eine geringere Komplexität des Turbulenzmodells.

Eine vollentwickelte Strömung ist nur sehr selten in technischen Anla-

gen anzutreffen. Daher ist eine abschließende Bewertung der Modelle mangels technischer Relevanz nicht möglich. Die betrachteten Turbulenzmodelle müssen auch für die Beschreibung komplexer Strömungen zuverlässig anwendbar sein. Dies wird im folgenden Kapitel anhand einer turbulenten Strömung über eine zurückspringende Stufe überprüft. Dabei löst sich die Strömung an einem definierten Punkt von der Wand ab und es kommt zu einem Gebiet mit Rückströmung. Dieses Strömungsphänomen kann von Turbulenzmodellen nicht exakt abgebildet werden, wie die Untersuchung von Klein *et al.* [38] zeigt. Zudem ändern sich im Vergleich zu vollentwickelten Strömungen die Wärmeübergangsmechanismen. Daraus ergeben sich zusätzliche Herausforderungen für die Modellierung der turbulenten Wärmeströme.

4 Turbulente, zwangskonvektive Flüssigmetallströmung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung

In vielen Anwendungen, wie zum Beispiel bei den Ein- und Ausläufen von Wärmespeicherbehältern, Wärmetauscherbündeln oder auch thermisch hoch belasteter Oberflächen, wie sie in CSP-Anlagen vorzufinden sind, spielt die Strömungsablösung aufgrund von diskontinuierlichen Geometrieänderungen eine wichtige Rolle. Dieses Strömungsverhalten wird an einer generischen Testgeometrie eines Kanals mit zurückspringender Stufe (BFS) seit vielen Jahrzehnten analytisch, experimentell und numerisch untersucht. Eine schematische Darstellung findet sich in Abbildung 4.1.

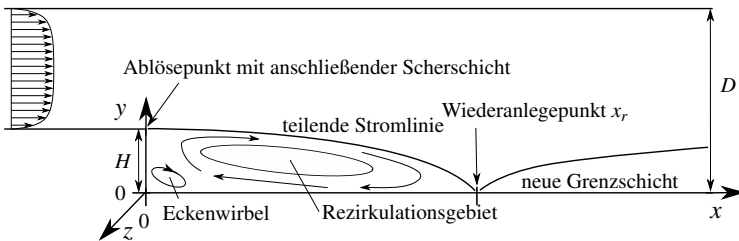


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der zeitlich gemittelten turbulenten Strömung über eine zurückspringende Stufe unter Vernachlässigung der Auftriebskräfte.

Die sich ausbildende Strömungsstruktur ist komplex, obgleich es sich hierbei um einen geometrisch einfachen Aufbau handelt. Das Fluid strömt

von links kommend über die Stufe, an welcher es ablöst und sich eine Scherschicht ausbildet. Aufgrund der Scherung wird das ruhende Fluid hinter der Stufe mitgerissen. Dadurch bildet sich der primäre Rezirkulationswirbel aus. Direkt stromab der Stufe bildet sich ein Eckenwirbel, der sich entgegen dem Uhrzeigersinn dreht. Durch den in Strömungsrichtung steigenden Druck wird das Fluid stromab der Stufe in Richtung der eingerückten Wand umgelenkt, auf die es am Wiederanlegepunkt auftrifft. Diese Phänomene bereiten der Turbulenzmodellierung Probleme, wie Eaton [75] in seinem Literaturreview feststellt. Der stromabwärts des Wiederanlegepunktes liegende Bereich wird als Erholungsbereich bezeichnet, da sich eine Grenzschicht ausbildet und die Strömung dem Zustand einer ausgebildeten Kanalströmung zustrebt.

Schon bei niedrigen Reynolds-Zahlen ($Re_H = 100$) bildet sich eine instationäre, dreidimensionale Strömung aus [76, 77, 78]. Zusätzlich zu dem primären Wirbel bilden sich weitere Ablösegebiete an den Seitenwänden aus [76, 79, 78, 80]. Mit steigender Reynolds-Zahl breiten sich diese Ablösegebiete über die gesamte Kanalbreite aus und wachsen in Strömungsrichtung an. Mit Einsetzen der Transition verschieben sich die Wirbel in Richtung der Stufe, bis sie bei $Re_H \approx 2500$ kollabieren und sich eine im zeitlichen Mittel zweidimensionale Strömung einstellt.

Die Veränderungen der Strömungsstrukturen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl haben Armaly *et al.* [76] für den gesamten Bereich von laminaren bis hin zu turbulenten Strömungen experimentell und numerisch untersucht ($32 \leq Re_H \leq 3843$) und mit einem Expansionsverhältnis von $ER = D/(D - H) = 2,06$. Dabei haben sie die Geschwindigkeitsprofile und den Verlauf des Wiederanlegepunktes x_r für die jeweiligen Strukturen dokumentiert. Armaly *et al.* konnten zeigen, dass x_r für laminare Strömungen mit steigender Reynolds-Zahl linear zunimmt und dieses Verhalten auf den höheren Impuls der Strömung zurückgeführt. Mit dem Einsetzen der Transition und den zusätzlichen turbulenten Scherspannungen ist ein Rückgang von x_r zu beobachten. Der turbulente Bereich ist durch eine konstante Wieder-

anlegelänge gekennzeichnet, die von dem Expansionsverhältnis abhängig ist. Jedoch fehlen bei Armaly *et al.* [76] die Angaben zu dem Zustand und der Dicke der ablösenden Grenzschicht, wodurch die Daten nicht in Verbindung mit den Ergebnissen anderer Forschungsgruppen gesetzt werden können. Bei einer Einlaufänge von 38 Kanalhöhen stellt sich kein vollentwickelter Strömungszustand am Ablösepunkt ein, wodurch die Ergebnisse nicht mit denen von Eaton und Johnston [75] zu vergleichen sind. In dieser Veröffentlichung wird ein Anstieg der Wiederanlegelänge für den Übergang von einer laminaren zu einer transitionellen Grenzschicht beschrieben.

Für turbulente Strömungen über eine zurückspringende Stufe gibt es sehr viele experimentelle Untersuchungen, die unter anderem in den Arbeiten von Eaton und Johnston [75], Adams und Johnston [81] und Nadge und Gowardhan [82] zusammengefasst sind.

Gemäß Eaton und Johnston [75] ist die Wiederanlegelänge der wichtigste abhängige Parameter, der das Strömungsfeld charakterisiert. Anhand ihrer Literaturzusammenfassung haben sie die folgenden unabhängigen Parameter identifiziert, von denen x_r abhängig ist:

- (1) das Seitenverhältnis $AR = z/H$ (mit der Kanalbreite z),
- (2) der Grenzschichtzustand (laminar/turbulent) am Ablösepunkt,
- (3) die Grenzschichtdicke am Ablösepunkt δ/H ,
- (4) der Turbulenzgrad der Strömung,
- (5) das Expansionsverhältnis $ER = D/(D - H)$,
- (6) der Reynolds-Zahl Re_H .

Im Folgenden wird auf experimentelle Arbeiten eingegangen, welche die Einflussfaktoren systematisch untersuchen. Somit soll dem Leser ein Überblick über die Bedeutung der einzelnen Faktoren gegeben und zum

generellen Verständnis der Strömung beitragen werden. Da Turbulenzmodelle bisher lediglich anhand einer oder weniger Strömungen über einen BFS validiert wurden, ermöglicht die Zusammenfassung in Verbindung mit den eigenen Ergebnissen eine Abschätzung des Gültigkeitsbereiches für das jeweilige Turbulenzmodell.

In ihrer Arbeit haben De Brederode und Bradshaw [83] gezeigt, dass der Einfluss der Seitenwände auf die mittlere Strömung ab einem Seitenverhältnis von $AR \geq 10$ vernachlässigbar ist und die Strömung in der Kanalmitte ($z = Z/2$) für $Re_H \geq 2500$ als zweidimensional angesehen werden kann.

Adams und Johnston [81] haben eine detaillierte Untersuchung zu einer turbulenten Strömung über eine zurückspringende Stufe für den Reynolds-Zahl-Bereich von $8 \cdot 10^3 < Re_H < 4 \cdot 10^4$ mit $ER = 1,25$ durchgeführt, um die großen Unterschiede in den bestehenden experimentellen Daten zu erklären. Hierfür variierten sie die Grenzschichtdicke am Ablösepunkt von $0 < \delta/H < 2$ durch eine Grenzschichtabsaugung direkt vor dem Separationspunkt. In ihren Untersuchungen konnten sie weder im laminaren noch im transitionellen bzw. turbulenten Bereich einen signifikanten Einfluss der Grenzschichtdicke auf die Wiederanlegelänge finden. Jedoch zeigen die Untersuchungen einen starken Einfluss des Grenzschichtzustandes auf x_r . Entgegen der Ergebnisse von Armaly *et al.* [76] stellt sich für eine turbulente Grenzschicht die längste Wiederanlegelänge ein. Es ist jedoch hervorzuheben, dass Adams und Johnston [81] die Untersuchung bei einer konstanten Reynolds-Zahl durchgeführt haben und die Eigenschaften der Grenzschicht durch die Absaugung beeinflusst werden. Adams und Johnston [81] schlussfolgern, dass die kürzeren Wiederanlegelängen der laminaren Grenzschicht auf eine erhöhte Mitnahme der Scherschicht zurückzuführen ist. Der Einfluss der Grenzschichtdicke ($\delta/H = 0,06 - 0,4$) auf die Wiederanlegelänge wurde von Westphal und Johnston [84] bei einer konstanten Reynolds-Zahl von $Re_H = 4,2 \cdot 10^4$ bei $ER = 1,66$ untersucht. Im Gegensatz zu Adams und Johnston [81] haben Westphal und Johnston [84] die Grenzschichtdicke über eine Variation der Einlaufänge angepasst und damit die Eigenschaften

der Grenzschicht nicht verändert. Dabei haben sie eine Zunahme der Wiederanlegelänge mit wachsender Grenzschichtdicke festgestellt.

Der Einfluss des Turbulenzgrades stromaufwärts der Stufe auf die Wiederanlegelänge wird in der Zusammenfassung von Eaton und Johnston [75] herausgearbeitet sowie von Isomoto und Honami [85] systematisch analysiert. Dabei haben beide Untersuchungen übereinstimmend eine Verringerung der Wiederanlegelänge mit zunehmendem Turbulenzgrad festgestellt. Isomoto und Honami schreiben dies der steigenden turbulenten Intensität innerhalb der Scherschicht zu.

Eine der ersten Untersuchungen des Einflusses des Expansionsverhältnisses auf die Wiederanlegelänge ist von Kuehn [86] durchgeführt worden. Abgesehen von der Streuung der Ergebnisse ist für $ER \leq 1,7$ ein linearer Zusammenhang zwischen ER und x_r erkennbar. Aufbauend auf den Untersuchungen von Kuehn [86] haben Nadge und Govardhan [82] experimentelle Untersuchungen an einem Windkanal durchgeführt, um den Einfluss der Reynolds-Zahl und des Expansionsverhältnisses auf die Wiederanlegelänge systematisch zu untersuchen. Hierfür haben sie ein Windkanalexperiment durchgeführt, bei dem die Strömung innerhalb der Beruhigungskammer mit Strömungsgittern gleichgerichtet wird. Anschließend folgt eine Kontraktion des Strömungskanals, wodurch ein Blockprofil am Beginn der Messstrecke anliegt. Nach einer Einlauflänge von drei Kanalhöhen erreicht die Strömung die plötzliche Querschnittserweiterung. Bevor die Strömung an dem Separationspunkt ablöst, wird das Strömungsprofil sowie die Grenzschichtdicke gemessen und der Formfaktor ¹ berechnet. In ihren Untersuchungen haben Nadge und Govardhan gezeigt, dass sich für $Re_H \geq 2 \cdot 10^4$ eine konstante Wiederanlegelänge für das jeweilige Expansionsverhältnis einstellt. Darüber hinaus konnten sie die lineare Korrelation zwischen der Wieder-

¹ Der Formfaktor H_{12} dient der Beschreibung des Grenzschichtzustandes. Dieser wird als Quotient aus der Verdrängungsdicke zu der Impulsverlustdicke angegeben. In Bezug auf eine ebene Plattenströmung ergibt sich für eine laminare Grenzschicht ohne Druckgradient $H_{12} = 2,59$. Für eine turbulente Grenzschicht sinkt dieser auf $H_{12} = 1,28$ ab.

anlegelänge und dem Expansionsverhältnis von Kuehn [86] bis $ER \leq 1,5$ bestätigen. Für Expansionsverhältnisse größer zwei haben Nadge und Govardhan gezeigt, dass die entdimensionierte Wiederanlegelänge x_r/H gegen einen Grenzwert von $x_r/H \approx 9,5$ strebt. Anhand detaillierter Untersuchungen der Isolinien der Strömungs- und Turbulenzfelder haben sie zusätzlich herausgefunden, dass sich erst ab $Re_H \geq 3,6 \cdot 10^4$ eine von der Reynolds-Zahl unabhängige Struktur ausbildet. Für die geringeren Reynolds-Zahlen vermuten Nadge und Govardhan, dass die ablösende, laminare Grenzschicht mit einem Formfaktor von $H_{12} = 2,14$ für die Unterschiede der Isolinien verantwortlich ist. Darüber hinaus haben sie festgestellt, dass bei der entdimensionierten Betrachtung des Strömungsfeldes mit x_2/H und x/x_r die „teilende Stromlinie“ und auch der Mittelpunkt der Rezirkulationszone für den betrachteten Bereich von $1,3 \leq ER \leq 2,5$ nahezu identisch sind.

Zusammenfassend bedeutet dies, dass es für hohe Reynolds-Zahlen $Re \geq 3,6 \cdot 10^4$ eine Struktur des Rezirkulationswirbels gibt, die sowohl von Re_H , als auch von ER unabhängig ist. Jovic und Driver [87] haben den Reibungsbeiwert für $Re_H = 5000$ bis 37500 untersucht. Dabei haben sie herausgefunden, dass in der Rezirkulationszone für den Reibungsbeiwert $c_{f,min} \sim Re^{-\frac{1}{2}}$ gilt, was für eine viskositätsdominierte Strömung innerhalb des Wirbels spricht.

Die sehr unterschiedlichen Erkenntnisse, speziell hinsichtlich des Einflusses der Grenzschichtdicke, zeigen, dass experimentelle Untersuchungen sehr komplex und stark abhängig von den gewählten Randbedingungen sind. Detaillierte numerische Untersuchungen können dabei helfen, Abhängigkeiten der Strömungsstruktur von den verschiedenen Einflussparametern separiert zu betrachten. Jedoch sind aufgrund des hohen numerischen Aufwandes für die Simulation einer BFS Geometrie numerische Untersuchungen einer turbulenten Strömung noch immer selten. Die erste turbulente DNS wurde von Le *et al.* [88] für $Re_H = 5100$ mit $ER = 1,2$ durchgeführt. Ähnlich zu anderen numerischen Untersuchungen haben Barri *et al.* [89] und Kopera [90] Daten für die Turbulenzmodellierung erzeugt und veröf-

fentlich. Barri *et al.* [89] und Kopera [90] haben die turbulente Strömung über einen BFS bei $Re_H = 5600$ und 9000 untersucht, also einem Bereich, in dem $x_r = f(Re_H)$ gilt, wie die unterschiedlichen Wiederanlegelängen zeigen. Der Vorteil dieser Untersuchungen ist, dass sie eine vollentwickelte Kanalströmung als Einlassbedingung haben. Diese sind für RANS-Modelle einfach zu reproduzieren.

Weniger experimentelle und numerische Untersuchungen wurden im Bereich der Wärmeübertragung durchgeführt. Eaton und Johnston [75] sowie Vogel und Eaton [91, 92] haben die Ähnlichkeit des Impulsfeldes und des Temperaturfeldes für eine turbulente Strömung über einen BFS in Luft mit $Pr = 0,71$ untersucht. Diese Untersuchungen zeigen, dass für diese Art von Strömung keine Ähnlichkeit der beiden Felder vorliegt und daher die Reynoldsanalogie nicht gilt. Dabei haben sie eine gute Übereinstimmung zwischen dem Wärmeübergangskoeffizienten in Form der Nusselt-Zahl und den Fluktuationen des Widerstandsbeiwertes entlang der beheizten Fläche gefunden. Avancha und Pletcher [93] haben anhand von LES die experimentellen Ergebnisse bestätigt.

Darüber hinaus haben Vogel und Eaton [91] sowie Avancha und Pletcher [93] den höchsten Wärmeübergang ca. $0,6H$ stromaufwärts des Wiederanlegepunktes lokalisiert. Sie begründen dies mit dem Auftreten der höchsten turbulenten Intensität, die in diesem Bereich gemessen wurde. Dabei ist anzumerken, dass in ihren Untersuchungen nur die Geschwindigkeitsschwankungen in Strömungsrichtung gemessen wurden ($\overline{u_1 u_1}$) und nicht alle Komponenten des Reynolds-Spannungstensors. Innerhalb der Rezirkulationszone bildet sich eine thermische Grenzschicht, die sich vom Wiederanlegepunkt aus in Strömungsrichtung aufbaut und die starke Veränderung des Wärmeübergangskoeffizienten hervorruft. Labbé *et al.* [94] haben mit Hilfe von LES eine turbulente Luftströmung über eine zurückspringende Stufe bei $Re_H = 7432$ und $ER = 1,1$ untersucht. Dabei stimmt die Position von Nu_{max} mit $c_f = 0$ überein und steht somit im Widerspruch zu den Ergebnissen von Vogel und Eaton [91, 92] und Avancha und Pletcher [93], die

die Position des höchsten Wärmeübergangs stromaufwärts des Wiederanlegepunktes lokalisiert haben.

Keating *et al.* [95] nutzten LES um die Stelle des höchsten Wärmeübergangs zu untersuchen. Dabei bestätigen sie die Ergebnisse von [92, 93], die den Ort des maximalen Wärmeübergangs stromaufwärts des Wiederanlegepunktes gefunden haben. Keating *et al.* schlussfolgern, dass Wirbel mit kaltem Fluid aus der Scherschicht durch Konvektion zur Wand transportiert werden und am Wiederanlegepunkt auf die beheizte Wand treffen. Dies ist auch daran zu erkennen, dass der Verlauf der Nusselt-Zahl sehr gut mit den Fluktuationen der Wandschubspannung übereinstimmen [91, 95]. Vogel und Eaton [92] haben für eine Luftströmung mit $Pr = 0,71$ gezeigt, dass innerhalb des Rezirkulationsgebietes die Hauptströmung für den Wärmetransport verantwortlich ist und die turbulenten Wärmeströme vernachlässigbar sind. Erst am Wiederanlegepunkt und weiter stromabwärts, wächst ihr Einfluss auf die Wärmeleitung zusammen mit der sich ausbildenden Grenzschicht.

In der vorliegenden Arbeit wird von einer vollentwickelten, zweidimensionalen Strömung am Ablösepunkt ausgegangen. Somit ist das Strömungsfeld nach Eaton und Johnston [75] nur noch von ER und Re_H abhängig.

4.1 Beschreibung des Simulationsaufbaus

Untersucht wird eine voll-turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei Zwangskonvektion, wie sie in Abbildung 4.2 dargestellt ist. Die eingerückte Wand wird durch eine konstante Wärmestromrandbedingung beheizt, alle anderen Wände werden als adiabat angesehen. Die beheizte Länge L_h entspricht $20H$. In Tabelle 4.1 werden die verschiedenen Simulationsfälle aufgeführt, zusammen mit den jeweiligen Reynolds-Zahlen, der Grenzschichtdicke δ am Ablösepunkt und dem jeweiligen Expansionsver-

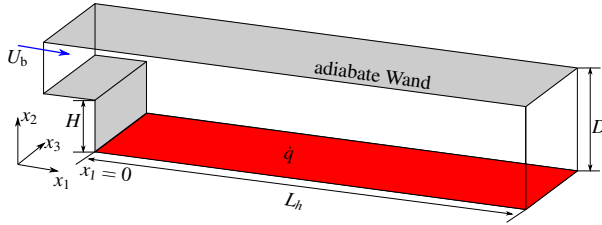


Abbildung 4.2: Abbildung der untersuchten Strömungsgeometrie sowie der verwendeten Geometrie Größen und der Randbedingungen. (Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.)

Tabelle 4.1: Strömungs- und Geometrieparameter der Simulationen für die unstetige Kanalexpansion und Quellen der numerischen Vergleichsdaten.

Simulationsfall	1	2	3	4
Re_H	5000	10000	20000	40000
ER	1,5	2	2	2
δ/H	1	0,5	0,5	0,5
DNS/LES	[96, SNM ⁺ 15]	[96, 97]	[96]	[96]

hältnis ER . Die Reynolds-Zahl wird mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit am Einlass und der Stufenhöhe gebildet:

$$Re_H = \frac{U_b H}{\nu}$$

Der Einlass ist vier Stufenhöhen stromaufwärts der Stufe positioniert. Als Einlassbedingung wird in jeder Iteration das Strömungsfeld der Position $x_1 = -2H$ verwendet. Somit stellt sich im Laufe der Simulation das Profil einer vollentwickelten Kanalströmung ein. Für das AKN- und das MM-Modell werden θ^2 und $\varepsilon_{\theta 2}$ bzw. k_{θ} und $\varepsilon_{k_{\theta}}$ mit 10^{-10} initialisiert. Am Auslass wird ein Referenzdruck von $0Pa$ vorgegeben. Für alle anderen Größen wird eine Neumann-Randbedingung verwendet, wobei für den Gra-

dienten normal zum Ausströmrand $\frac{\partial(\cdot)}{\partial x_1} = 0$ gilt. In x_3 -Richtung wird eine gegenüber der Kanalhöhe sehr viel größere Ausdehnung angenommen, was eine zweidimensionale Berechnung des Problems ermöglicht. Die Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle für den Heizer und die adiabaten Wände sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Da es sich um eine vollentwickelte Strömung handelt, erstreckt sich die Grenzschichtdicke der Zuströmung immer über die halbe Kanalhöhe vor dem Ablösepunkt. Zusätzlich werden die Referenzen zu den numerischen Vergleichsdaten von Niemann und Fröhlich [96, 97] angegeben, auf die sich im Folgenden alle Vergleiche beziehen. Die DNS und LES wurden im Rahmen des LIMTECH Projektes durchgeführt. Daher stehen die Rohdaten dieser Arbeit zur Verfügung und die Vergleiche können über die bisher publizierten Daten hinaus getätigt werden.

Tabelle 4.2: Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle für die turbulente Strömung über einen BFS.

	MM	LSY	V2F	SST	Hellsten
k	0	0	0	0	0
v_2	-	-	0	-	-
f	-	-	0	-	-
ε	$2vk/\Delta y^2$	0	$2vk/\Delta y^2$	-	-
ω	-	-	-	$10 \frac{6v}{0,075\Delta y^2}$	$10 \frac{6v}{0,075\Delta y^2}$
k_θ	0	-	-	-	-
ε_{k_θ}	$2\alpha k_\theta/\Delta y^2$	-	-	-	-

4.2 Untersuchung des Strömungsfeldes

In dem kommenden Abschnitt wird eine turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei $Re_H = 5000$ analysiert und die Vor- und Nachteile der einzelnen Turbulenzmodelle diskutiert. Im Anschluss daran wird der Einfluss der Stufenhöhe sowie der Reynolds-Zahl auf das Strömungsfeld betrachtet. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich mit dem Einfluss der unterschiedlichen Turbulenz- und Wärmestrommodelle auf die Berechnung des Temperaturfeldes.

Reibungsbeiwert

Der Verlauf des Reibungsbeiwertes c_f entlang der eingerückten Wand bildet ein wichtiges Kriterium zur Beurteilung der Güte eines Turbulenzmodells. Der Verlauf des Reibungsbeiwertes zeigt an, ob ein Modell den Eckenwirbel und die Rezirkulationszone abbilden und die turbulenten Transportvorgänge erfassen kann. In Abbildung 4.3 sind die berechneten Reibungsbeiwerte mit den Vergleichsdaten von Niemann und Fröhlich [98] als Funktion von x_1/H abgebildet. Die dünne Linie zeigt $c_f = 0$ und erleichtert die Identifikation der jeweiligen Wiederanlegelänge, die in Tabelle 4.3 für alle modellbasierten Simulationen sowie die DNS-Daten zusammengefasst ist.

Der Vergleich der Wiederanlegelängen in Tabelle 4.3 zeigt eine deutliche Unter- bzw. Überschätzung im Vergleich zu den DNS-Daten. Das AKN-Modell zeigt die geringste Wiederanlegelänge mit einer Unterschätzung von

Tabelle 4.3: Vergleich der berechneten Wiederanlegelängen x_r/H mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$.

	DNS	LSY	AKN	V2F	SST	Hellsten
x_r/H	7,0	7,4	6,4	8,3	7,8	8,0

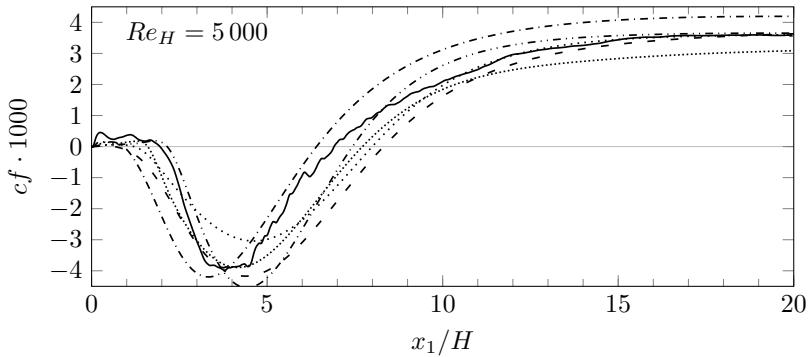


Abbildung 4.3: Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung entlang der eingerückten Wand für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$.
 - - - LSY; - · - · AKN; - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten;
 — DNS.

fast 10%. Die nicht linearen Modelle sowie das SST-Modell überschätzen diese mit bis zu 20%, in Folge einer Unterschätzung der turbulenten Durchmischung innerhalb der Scherschicht stromab des Ablösepunktes.

Bezüglich der Strömungsstruktur zeigen sich deutliche Unterschiede, wie in Abbildung 4.3 zu erkennen ist. Es zeigt sich, dass das LSY-Modell sowie das SST-Modell die Ausdehnung des Eckenwirbels ins Strömungsrichtung abbilden können, während die anderen Modelle diesen deutlich unterschätzen. Unterschiede zeigen sich auch bei der Position des minimalen Reibungsbeiwertes $c_{f,min}$, die in Tabelle 4.4 aufgeführt sind. Die größten Abweichungen zeigen das Hellsten-Modell mit -25% und das LSY-Modell mit $+16\%$ gegenüber den DNS-Daten [96]. Für den Bereich stromabwärts des Wiederanlegepunktes zeigen alle Modelle ein beschränktes Verhalten des Widerstandsbeiwertes. Lediglich das AKN- und das SST-Modell über- bzw. unterschätzen diesen um $\pm 15\%$, was auf eine zu hohe bzw. zu geringe Turbulenz in Wandnähe schließen lässt. Die anderen Modelle zeigen eine weitgehend gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten. Der Unterschied zwischen dem LSY- und dem AKN-Modell bezüglich des Reibungsbeiwertes

Tabelle 4.4: Vergleich von Position (x/H) und Größe des minimalen Reibungsbeiwertes mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$.

	DNS	LSY	AKN	V2F	SST	Hellsten
x_1/H	3,6	4,4	3,3	4,3	4,2	4,6
$c_{f,min}$	-3,5	-4,5	-4,2	-4,1	-3,9	-3,0

tes stromab des Wiederanlegepunktes basiert auf dem Yap-Korrekturterm. Dieser verringert die turbulenten Längenskalen im Bereich des Wiederanlegepunktes, was stromab zu einer verringerten turbulenten Längenskala führt.

Geschwindigkeitsfeld

Eine genaue Berechnung sowohl der Strömungsgeschwindigkeiten als auch der turbulenten Größen ist eine wichtige Voraussetzung für die präzise Beschreibung des Wärmetransports. Daher werden in einem ersten Schritt die modellierten Geschwindigkeitsfelder mit denen der DNS- und LES-Daten verglichen. Basierend auf den Ergebnissen werden im Anschluss Modelle für den Auslegungsprozess von industriellen Anlagen vorgeschlagen.

In Abbildung 4.4 werden die entdimensionierten gemittelten Geschwindigkeitsprofile für $Re_H = 5000$ an vier Positionen nach dem Ablösepunkt betrachtet und den Vergleichsdaten gegenübergestellt. Die Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung werden mit der mittleren Geschwindigkeit der Zuströmung U_b entdimensioniert. Die erste Position ist so gewählt, dass der Eckenwirbel identifiziert werden kann, der sich im betrachteten Fall bis $x_1 = 2H$ erstreckt. Die folgenden beiden Schnittebenen liegen innerhalb der Rezirkulationszone. Die letzte Position befindet sich stromabwärts des Wiederanlegepunktes, sodass die Modelle hinsichtlich der Berechnung der sich entwickelnden Grenzschicht beurteilt werden können.

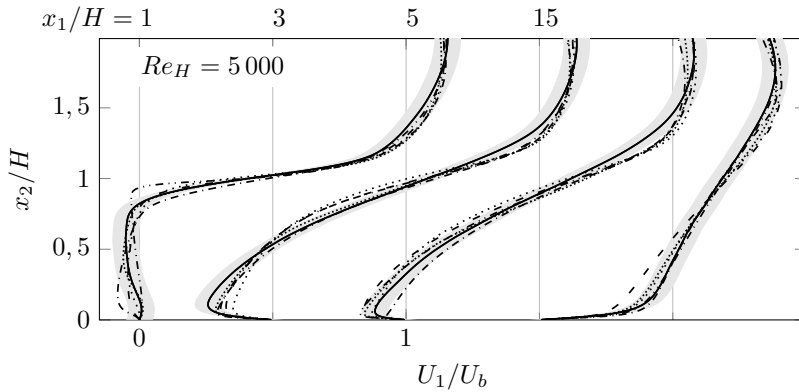


Abbildung 4.4: Vergleich der gemittelten entdimensionierten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b . ····· LSY; - - - AKN; - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

Der Vergleich der entdimensionierten Geschwindigkeiten mit den DNS-Daten zeigt für alle Modelle eine gute Übereinstimmung an den vier gewählten Positionen. Das LSY-Modell zeigt in dem Bereich direkt hinter der Stufe, $x_1/H = 1$, seinen Nulldurchgang bei $x_2/H \approx 1$. Dieses Verhalten lässt auf eine verminderte turbulente Scherspannung in Folge einer zu geringen turbulenten kinetischen Energie schließen. Beide $k - \omega$ basierenden Modelle zeigen in diesem Bereich die geringsten Abweichungen. Auffallend ist, dass alle Modelle die Geschwindigkeit im Bereich $1 < x_2/H \leq 1,5$ überschätzen. Dieses Verhalten ist auf eine verminderte turbulente Vermischung zurückzuführen. Darüber hinaus zeigt sich, dass sowohl das AKN- als auch das V2F-Modell den Eckenwirbel nicht korrekt auflösen können, wie auch in Abbildung 4.3 gezeigt ist, während die anderen Modelle den Verlauf des Geschwindigkeitsprofils direkt stromabwärts der Stufe abbilden. Die sich neu entwickelnde Grenzschicht wird von allen Modellen, bis

auf das V2F-Modell, sehr gut wiedergegeben. An Position $x_1/H = 15$ zeigt es eine zu geringe Geschwindigkeit in dem Bereich $0 < x_2/H < 1$, was zu steilen Geschwindigkeitsgradienten und somit zu einer erhöhten Produktion von k führt, wie in Abbildung 4.5 zu erkennen ist.

Wie erwartet zeigt der Vergleich zwischen der modellierten turbulenten

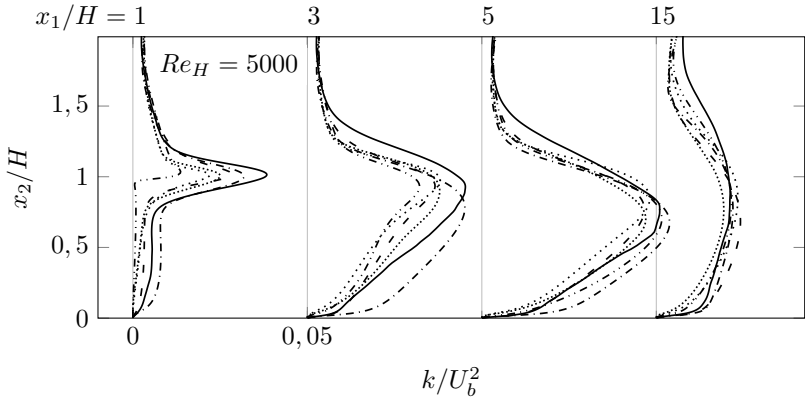


Abbildung 4.5: Vergleich der enddimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. - - - LSY; - · - · AKN; - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

kinetischen Energie und den DNS-Daten größere Unterschiede, vergleiche Abbildung 4.5. Begründet ist dies damit, dass das Augenmerk der Turbulenzmodelle zunächst darauf liegt, die gemittelten Geschwindigkeitsprofile korrekt wiederzugeben. Die Größen k und ε bzw. ω werden zur Beschreibung der Wirbelviskosität benötigt. Folglich ist ihre exakte Berechnung bei linearen Turbulenzmodellen von untergeordneter Bedeutung.

Die turbulente kinetische Energie und die turbulenten Schubspannungen werden für die Berechnung des Wärmeübergangs benötigt und daher in den Abbildungen 4.5 und 4.6 mit den DNS-Daten verglichen. Sowohl k , als auch der für die Vermischung verantwortliche Quertransport $\overline{u_1 u_2}$ zeigen im Be-

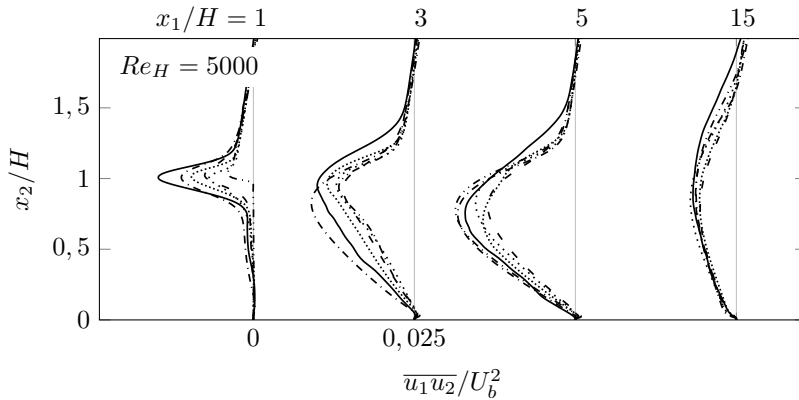


Abbildung 4.6: Vergleich der enddimensionierten turbulenten Schubspannungen an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. - - - LSy; - · - · - AKN; · · · · V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

reich $1 < x_2/H \leq 1,5$ geringere Werte als die DNS-Daten, woraus die zu hohen Geschwindigkeiten in Abbildung 4.4 resultieren. Der Grund hierfür liegt einerseits in der verringerten turbulenten Diffusion von k die durch den gewählten Gradientenansatz nicht korrekt wiedergegeben wird. Zum andern wird die erhöhte Produktion von k durch die Dissipationsrate balanciert, was zu einer geringeren turbulenten kinetischen Energie entlang der Scherschicht führt.

Die verminderte Interaktion innerhalb der Scherschicht nach dem Ablösepunkt, welche für das LSy-Modell an der Position $x_1/H = 1$ in Abbildung 4.4 dargestellt ist, resultiert aus der geringeren Scherschspannung, die in Abbildung 4.6 zu erkennen ist. Somit zeigt sich ein direkter Zusammenhang zwischen den unter- bzw. überschätzten Profilen in Abbildung 4.6 und den Wiederanlegelängen aus Tabelle 4.3.

Nachdem das Impulsfeld anhand der verschiedenen Modelle erklärt und die unterschiedlichen Modellierungen ausgearbeitet wurden, wird im fol-

Tabelle 4.5: Vergleich der berechneten Wiederanlegelängen x_r/H mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ bis 40000 sowie $ER = 1,5$ und $2,0$.

Re_H	ER	DNS	LSY	AKN	V2F	SST	Hellsten
5 000	1,5	7,0	7,4	6,4	8,3	7,8	8,0
10 000	2,0	8,6	8,2	7,4	9,8	8,8	8,9
20 000	2,0	9,6	8,4	7,7	10,3	8,8	8,8
40 000	2,0	9,2	8,4	7,7	10,1	8,8	8,8

genden Abschnitt der Einfluss von ER und Re_H auf die Strömung untersucht. Hierzu wird zunächst der Einfluss der Stufenhöhe bei konstanter Zuströmung betrachtet. Anschließend wird die Reynolds-Zahl bei konstantem ER erhöht.

Einfluss der Stufenhöhe auf das Strömungsfeld

Zunächst wird die Erhöhung der Reynolds-Zahl durch die Veränderung des Expansionsverhältnisses bei konstanter mittlerer Strömungsgeschwindigkeit am Kanaleinlass erreicht. Die sich dadurch ergebenden Veränderungen von x_r/H sind in Tabelle 4.5 dargestellt. Die Vergleichsdaten zeigen für die Erhöhung des Expansionsverhältnisses von $1,5$ auf 2 eine Verlängerung der Wiederanlegelänge um $1,6H$. Die verwendeten Turbulenzmodelle können diese Vergrößerung von x_r/H nicht vollständig wiedergeben und sagen eine Verlängerung von $1H$ bis $1,5H$ voraus.

Aufgrund der vergrößerten Stufe reduziert sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in dem Kanal nach der Querschnittserweiterung. Dies führt zu einer Verringerung der Geschwindigkeitsgradienten an der Wand und folglich zu einem verringerten c_f -Verlauf, wie in Abbildung 4.7 zu erkennen ist. Dieser Verlauf kann von den Turbulenzmodellen für $x_1/H > x_r$ ab-

gebildet werden. Lediglich das V2F-Modell deutet statt des beschränkten Verhaltens für $x_1/H > 15$ ein Anwachsen von c_f an. Die Reduktion von $c_{f,min}$ kann von den Modellen nicht in dem gleichem Maß berechnen, wie dies in den Vergleichsdaten beobachtet werden kann. Mit steigendem Re_H gleichen sich sowohl die Position, als auch der Wert von $c_{f,min}$ an. In Bezug auf den Eckenwirbel zeigen die Vergleichsdaten eine Verkürzung von $2H$ auf $1H$ mit einem sich anschließenden Plateau das sich bis $x_1 = 2H$ erstreckt. Dieses Plateau kann von den verwendeten Turbulenzmodellen nicht abgebildet werden. Dafür nähern sich die modellierten c_f -Verläufe in diesem Bereich aneinander an. Bezogen auf die Wiederanlegelänge und den c_f -Verlauf für $x_1/H \geq 6$ zeigen bei $Re_H = 10000$ das SST- und Hellsten-Modell eine sehr gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten. Die gemittelten Geschwindigkeitsprofile für $Re_H = 10000$ zeigen im Bereich der Rezirkulationszone qualitativ den gleichen Verlauf wie für $Re_H = 5000$, vergleiche Abbildung 4.8 und 4.9. Auffallend sind die Veränderungen an Position $x_1/H = 15$. Während die Geschwindigkeitsprofile des LSY- und AKN-Modells eine sehr gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten aufweisen ($< 5\%$), zeigt das V2F-Modell ein steileres Geschwindigkeitsprofil als Folge des verzögerten Wiederanlegepunktes. Aufgrund der Kontinuität führt dies zu einer Überschätzung der Geschwindigkeit bei $x_2/H = 1,5$. Auch das SST- und Hellsten-Modell zeigen ein steileres Geschwindigkeitsprofil an der Position $x_1/H = 15$. Da die beiden Modelle die Position des Wiederanlegepunktes sehr gut wiedergeben konnten zeigt dies, dass die Modelle das Anwachsen der Grenzschicht unterschätzen. Dies resultiert aus einer zu geringen Wirbelviskosität in der Nähe der eingerückten Wand.

Einfluss der Reynolds-Zahlerhöhung auf das Strömungsfeld

Im Folgenden wird der Einfluss der Reynolds-Zahl zwischen $Re_H = 10000$ und 40000 diskutiert. Die Auswertung des Widerstandsbei-

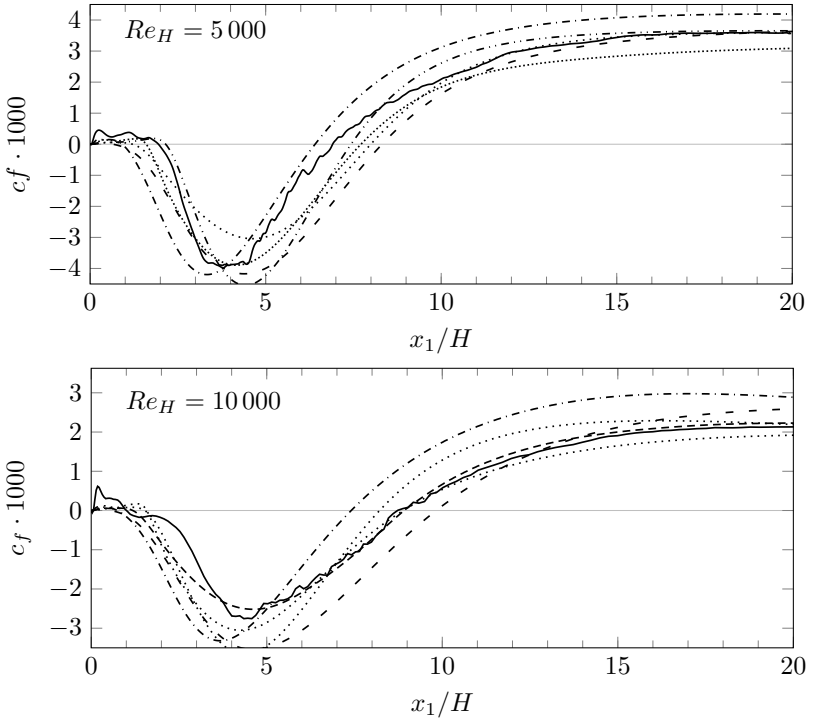


Abbildung 4.7: Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung entlang der eingerückten Wand bei $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$ (oben) und $Re_H = 10000$ und $ER = 2,0$ (unten). - · - · - LSJ; - · - · - AKN; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

wertes und der Nusselt-Zahl für $Re_H = 20000$ sind aus Gründen der Vollständigkeit im Anhang 7.5 angegeben.

Die Veränderung der Wiederanlegelänge durch Variation der Reynolds-Zahl ist in Tabelle 4.5 zusammengefasst. Die Erhöhung der Reynolds-Zahl bei konstantem Expansionsverhältnis führt in den DNS-Daten zu einer Vergrößerung der Wiederanlegelänge, wie auch von Kuehn [86] und Nadge und Govadhan [82] vorausgesagt wird. Dieser Trend kann von den ver-

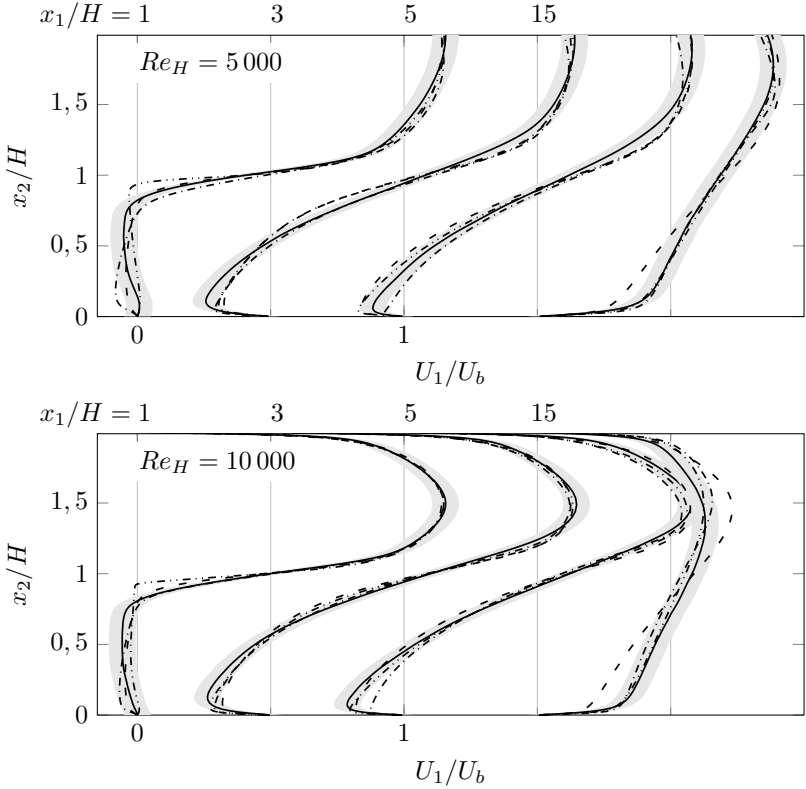


Abbildung 4.8: Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe bei $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$ (oben) und $Re_H = 10000$ und $ER = 2,0$ (unten). Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b . - - - - LSY; - - - - AKN; - - V2F; — DNS.

wendeten Turbulenzmodellen nicht erfasst werden. Die $k - \omega$ Modelle zeigen keine Verlängerung von x_r , während das LSY- und AKN-Modell eine Verlängerung von ca. $0,2H$ und $0,3H$ wiedergeben. Dies führt dazu,

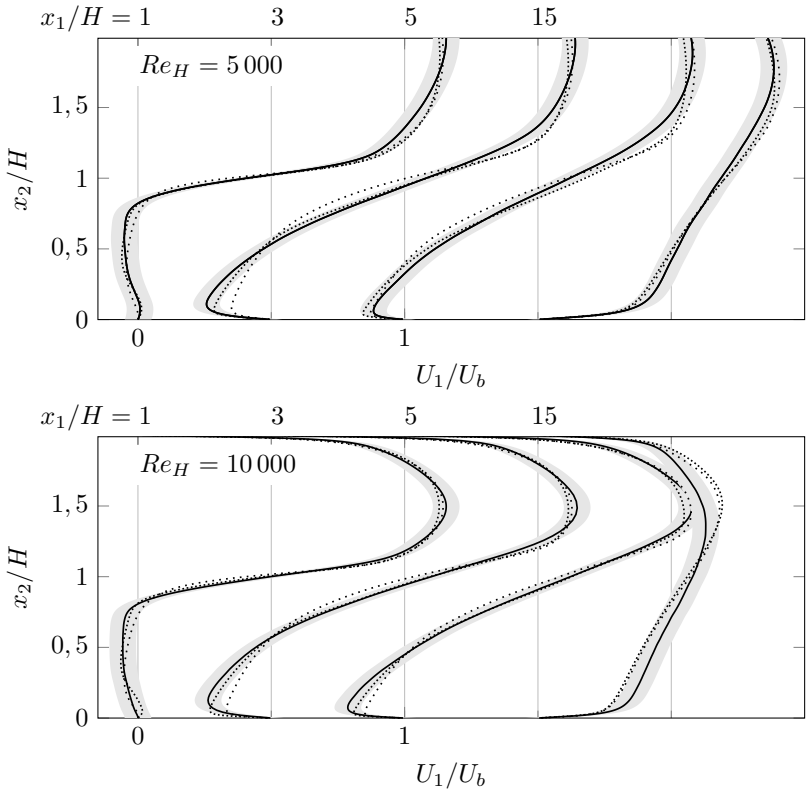


Abbildung 4.9: Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe bei $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$ (oben) und $Re_H = 10000$ und $ER = 2,0$ (unten). Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b SST; Hellsten; — DNS.

dass bei $Re_H = 40000$ lediglich das V2F-Modell die Wiederanlegelänge überschätzt, wie aus Abbildung 4.10 hervorgeht. Für eine ausreichend hohe Reynolds-Zahl streben auch die modellierten Wiederanlegelängen gegen ei-

nen konstanten, modellspezifischen Wert. Es zeigt sich, dass die Unterschiede in den vorhergesagten Wiederanlegelängen mit zunehmender Reynolds-Zahl geringer werden. Der Abstand der von dem AKN- und dem Hellsten-Modell vorhergesagten x_r sinkt von $1,5H$ bei $Re_H = 10000$ auf $1,1H$ bei $Re_H = 40000$, wie aus Tabelle 4.5 entnommen werden kann. Darüber hinaus ist festzustellen, dass die Positionen des niedrigsten Reibungsbeiwertes für die unterschiedlichen Modelle bei $Re_H = 40000$ nahezu zusammenfallen. Mit zunehmender Reynolds-Zahl verringert sich auch der Reibungswert, der quadratisch von der mittleren Geschwindigkeit und folglich von Re_H abhängt. Dabei ist auffällig, dass die Verringerung von c_f für $x_1/H > x_r$ von den Turbulenzmodellen, mit Ausnahme des V2F-Modells, wiedergegeben wird. Im Bereich der Rezirkulation gleichen sich die berechneten Profile in ihrem Verlauf. Besonders im Bereich des Eckenwirbels ist kein Unterschied zwischen den verwendeten Modellen zu erkennen. Lediglich der Wert von $c_{f,min}$ zeigt für die unterschiedlichen Modelle Abweichungen.

Für $Re_H = 40000$ zeigen das SST- und Hellsten-Modell die beste Übereinstimmung mit den LES-Daten, in Bezug auf die Wiederanlegelänge und den c_f -Verlauf für $x_1/H \geq 7$, wie Abbildung 4.10 zeigt.

Die gemittelten Geschwindigkeitsprofile werden in den Abbildungen 4.11 und 4.12 gezeigt. Mit steigender Re_H nehmen die Unterschiede zwischen den modellierten Geschwindigkeitsprofilen und den Vergleichsdaten ab. Stromabwärts des Wiederanlegepunktes, an Position $x_1/H = 15$, überschätzen alle Turbulenzmodelle die mittlere Geschwindigkeit der oberen Kanalhälfte ($x_2/H > 1$). Dieses Verhalten ist auf eine zu geringe turbulente Scherspannung nach dem Wiederanlegepunkt zurückzuführen, nicht nur auf der eingerückten Seite. Vor allem an der adiabaten Wand können die Modelle das Anwachsen von k nicht korrekt wiedergeben, was zu einer verringerten Wirbelviskosität und folglich steileren Geschwindigkeitsgradienten führt. Dieses Verhalten zeigt sich vor allem bei hohen Reynolds-Zahlen $Re_H = 40000$.

Es bleibt festzustellen, dass der Einfluss des Turbulenzmodells auf die

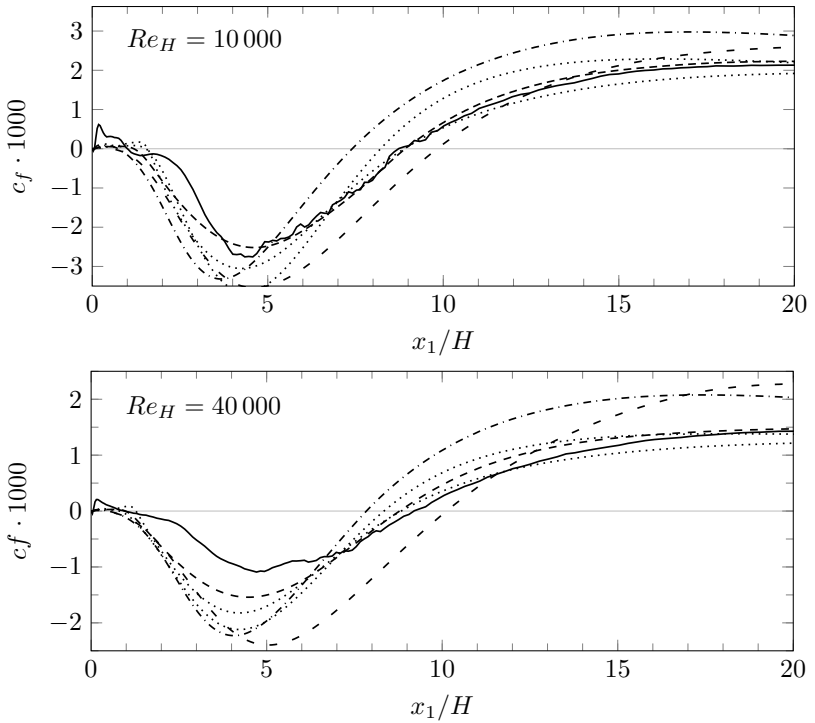


Abbildung 4.10: Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung entlang der eingerückten Wand bei $Re_H = 10000$ (oben) und $Re_H = 40000$ (unten).—·—· LSY; ····· AKN; - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS

Strömungsstruktur und den Widerstandsbeiwert mit steigender Reynoldszahl zurückgeht. Für möglichst akkurate Berechnung der Wiederanlegelänge zeigt der durchgeführte Vergleich, dass Modelle, welche die turbulenten Längen und Zeitskalen mit Hilfe der ω -Gleichung berechnen, die besten Voraussagen treffen.

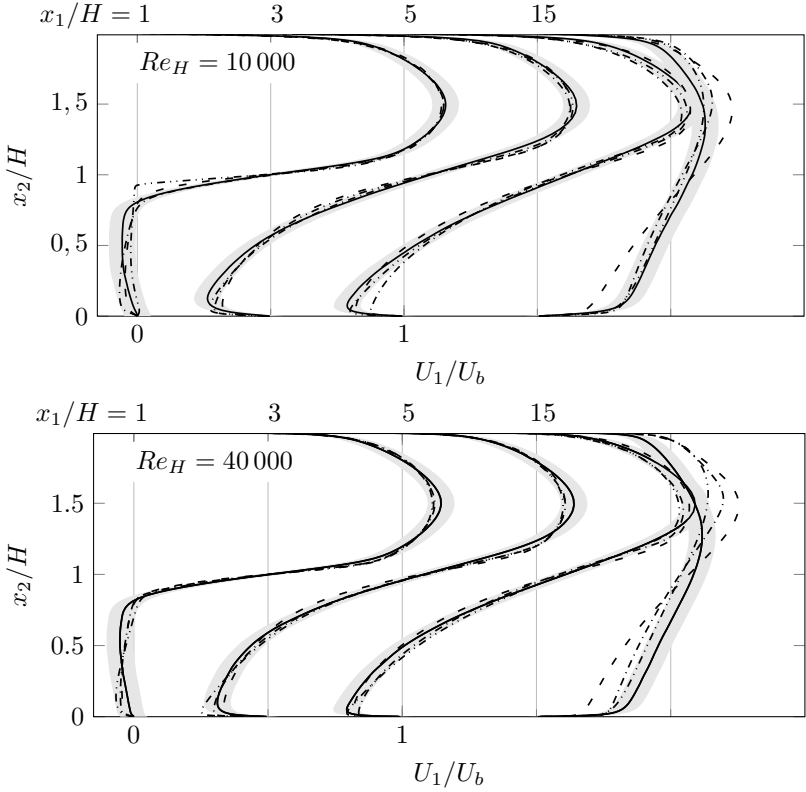


Abbildung 4.11: Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie $Re_H = 40000$ und $Er = 2,0$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b . - - - LSY; - - - AKN; - - - V2F; — DNS bzw. LES.

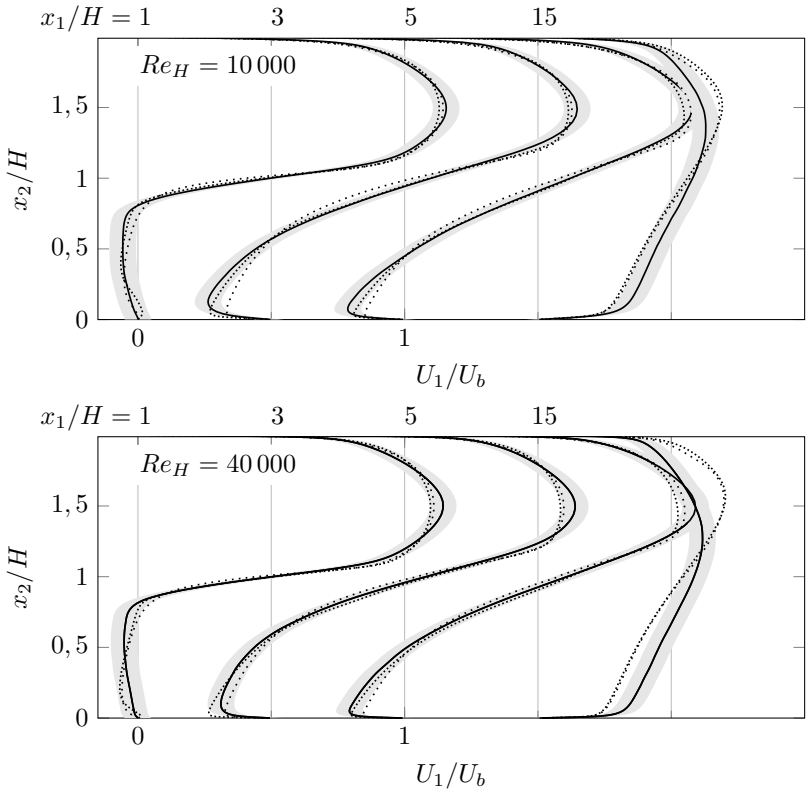


Abbildung 4.12: Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie $Re_H = 40000$ und $Er = 2,0$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b SST; Hellsten; — DNS bzw. LES.

4.3 Untersuchung des Temperaturfeldes

Nachdem die unterschiedlichen Turbulenzmodelle auf die Vorhersagbarkeit des Impulsfeldes und der Strömungsphysik hin untersucht wurden, soll im Folgenden die Berechnung des thermischen Feldes im Vordergrund stehen. Dabei werden die Turbulenzmodelle LSY, V2F, SST und Hellsten mit der Korrelation von Kays (2.40) gekoppelt. In der Beschreibung der Abbildungen sowie im Text werden die Modellkombinationen mit dem Namen des Turbulenzmodells abgekürzt. Das AKN-Modell wird mit dem Zweigleichungs-Modell von Manservisi und Menghini [28] gekoppelt und im Folgenden mit MM bezeichnet.

In Abbildung 4.13 sind die entdimensionierten, gemittelten Tempera-

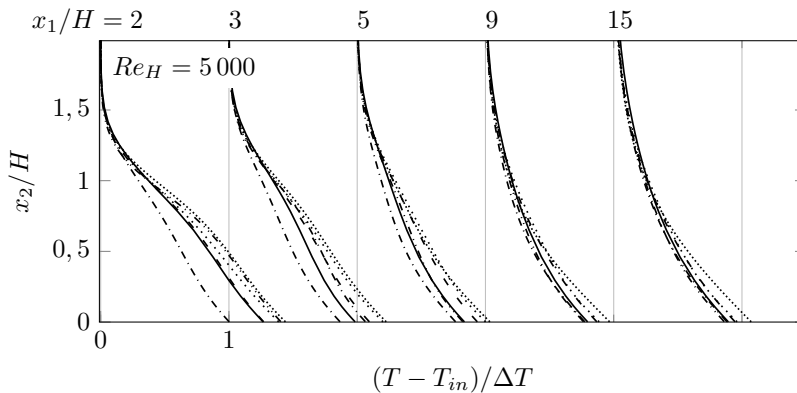


Abbildung 4.13: Vergleich der entdimensionierten gemittelten Temperaturdifferenz an verschiedenen Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$. - · - · LSY; - · - · MM; - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

turprofile an fünf Positionen stromabwärts der Stufe für $Re_H = 5000$ abgebildet. Dabei wird die Temperaturdifferenz zwischen der Fluidtemperatur an der jeweiligen Position und der Einlasstemperatur T_{in} gebildet und

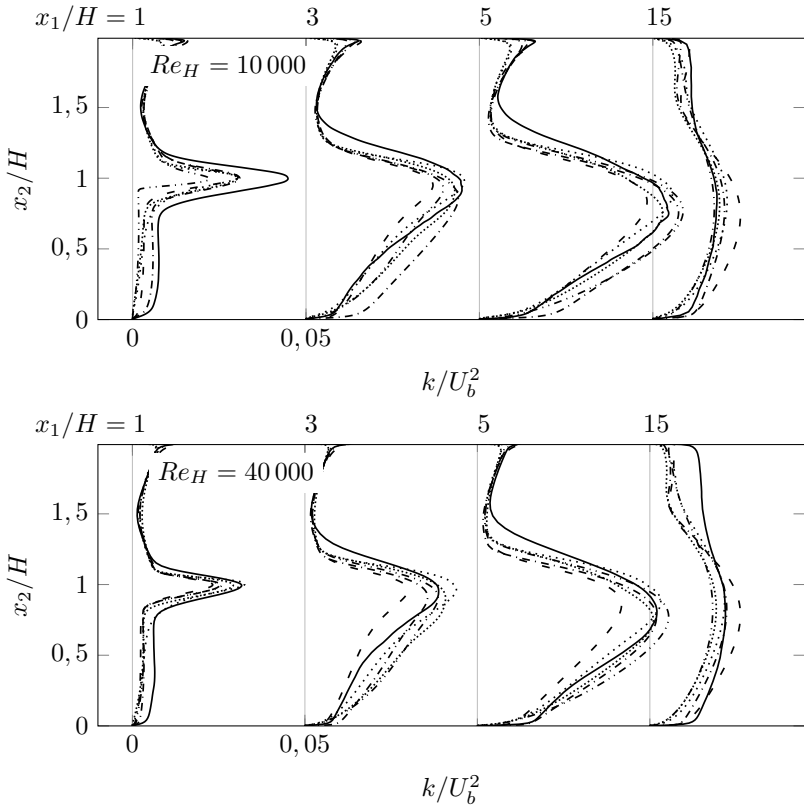


Abbildung 4.14: Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie $Re_H = 40000$ und $Pr = 0,0088$.

--- LSY; - - - MM; - - V2F; SST; Hellsten;
 — DNS bzw. LES.

mit $\Delta T = \dot{q}H/\lambda$ entdimensioniert. Ähnlich zu dem gemittelten Impulsfeld, wird das gemittelte Temperaturfeld von den verwendeten Modellen qualitativ gut wiedergegeben, wobei die größten Abweichungen im Bereich des Eckenwirbels auftreten und sich mit zunehmender Entfernung von der Stu-

fe verringern. Die Abweichungen an der Position $x_1/H = 15$ sind kleiner 10% für das MM-, LSY- und Hellsten-Modell, während das SST- und V2F-Modell Abweichungen von bis zu 19%, bzw. 15% gegenüber den DNS-Ergebnissen vorhersagen. Das Modell von Manservisi und Menghini unterschätzt als Einziges die Temperaturprofile innerhalb der Rezirkulationszone ($x_1/H \leq 6$), was aus einer Überschätzung des Wärmetransports resultiert. Die Überschätzung geht aus den erhöhten k -Profilen innerhalb der Rezirkulationszone hervor, wie Abbildung 4.14 aufweist.

Dieses Verhalten ist im Verlauf der Nu -Zahl in Abbildung 4.15 zu er-

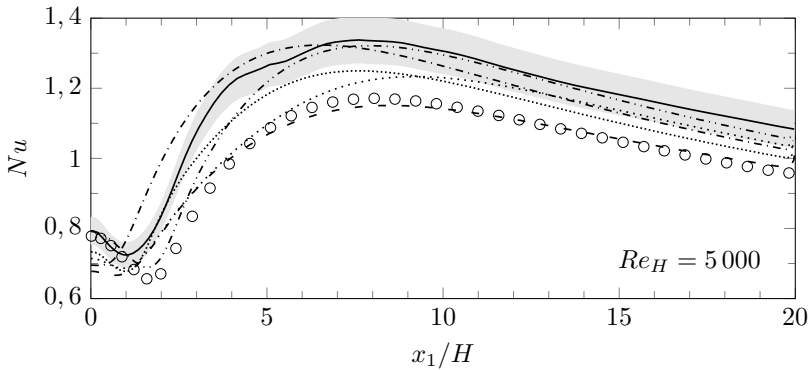


Abbildung 4.15: Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten. \circ LSY+ $\alpha_t = 0$; - - - LSY; - - - MM; - - V2F; SST; Hellsten; — DNS.

kennen, bei dem ein geringerer Nu -Wert einer geringeren Wärmeübertragung auf das Fluid und folglich einer höheren Wandtemperatur entspricht. Zusätzlich wurde eine Simulation mit dem LSY-Modell unter Vernachlässigung der turbulenten Wärmeströme durchgeführt. Die Modellkombination wird im Folgenden mit LSY+ $\alpha_t = 0$ abgekürzt und dient als Vergleich für die Bestimmung des Einflusses der turbulenten Wärmeleitfähigkeit.

Untersuchungen von Schumm *et al.* [SNM⁺15] zeigen, dass die Modelle,

welche die Kays-Korrelation zur Berechnung der turbulenten Wärmeströme verwenden, den Verlauf der Nusselt-Zahl in guter Übereinstimmung mit den DNS-Daten vorhersagen. Für $Re_H = 5000$ zeigt sich ein großer Einfluss sowohl des gewählten Turbulenz- als auch Temperaturmodells auf den berechneten Wärmeübergang. Dieser variiert nicht nur im Bereich des Eckenwirbels, in dem auch die Berechnung von c_f deutliche Unterschiede aufweist, sondern den gesamten Bereich. Den größten Unterschied zu den DNS-Daten

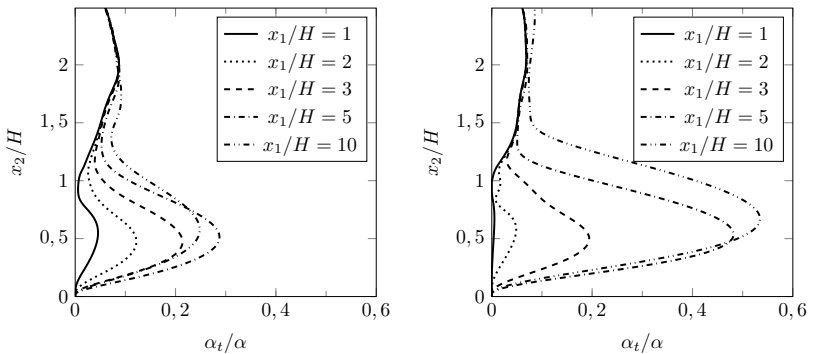


Abbildung 4.16: Vergleich des Verhältnisses der turbulenten zur molekularen Wärmediffusion des V2F- (links) und LSY-Modells (rechts) an fünf Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$.

zeigt das V2F-Modell, dessen berechneter Nu -Verlauf dem des LSY- $\alpha_t = 0$ Modells entspricht. Somit zeigt sich, dass das V2F-Modell den Einfluss der turbulenten Wärmediffusion bei der betrachteten molekularen Prandtl-Zahl $Pr = 0,0088$ nicht abbilden kann. Dies verdeutlicht der Vergleich der modellierten turbulenten Wärmediffusion des LSY- und V2F-Modells in Abbildung 4.16. Der Vergleich der berechneten Nu -Verläufe verdeutlicht den Einfluss von α_t auf den Wärmeübergang, trotz des geringen Anteils von α_t an der gesamten Wärmediffusion, $\frac{\alpha_t}{\alpha} < 0,5$.

Einfluss des Expansionsverhältnisses auf die Wärmeübertragung

In Abbildung 4.18 werden die Temperaturprofile für $Re_H = 5000$ und $Re_H = 10000$ miteinander verglichen. Beide Simulationen unterscheiden sich ausschließlich in der Stufenhöhe, die Zuströmung ist identisch. Für $Re_H = 10000$ unterschätzen die Modelle das entdimensionierte Temperaturprofil im Vergleich zu den DNS-Daten, was auf eine zu große Wärmeübertragung zurückzuführen ist. Dieses Verhalten zeigt sich nicht nur innerhalb der Rezirkulationszone, sondern auch stromab des Wiederanlegepunktes. Lediglich das V2F-Modell sagt für $x_1/H \geq 5$ eine marginal größere Temperatur oberhalb des Heizers voraus. Mit zunehmender Entfernung von der Stufe nähern sich die Temperaturprofile den Vergleichsdaten immer weiter an, wie es auch für $Re_H = 5000$ zu sehen ist.

Dieses Verhalten spiegelt sich in den Temperaturprofilen in Abbildung 4.17 wider. Die geringen Unterschiede zwischen den Vergleichsdaten und dem $LSY+\alpha_t = 0$ Modell von $\approx 10\%$ verdeutlichen den dominierenden Einfluss der molekulare Wärmediffusion auf den Temperaturtransport. Vor allem in dem Bereich der Rezirkulationszone ist der turbulente Wärmeübergang vernachlässigbar. Daher zeigen die anderen Modelle sehr große Abweichungen gegenüber der Vergleichsdaten. Erst für die sich entwickelnde Grenzschicht nähern sich die modellierten Nu -Verläufe den DNS-Daten an. Dieses Verhalten wird in Abbildung 4.19 anhand der turbulenten Wärmeströme des LSY-Modells und den Vergleichsdaten verdeutlicht. Auffällig ist auch der vergleichsweise geringe Unterschied zwischen den modellierten Nu -Verläufen für $Re_H = 10000$. Das V2F-Modell zeigt für diesen Fall eine sehr gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten, insbesondere für $x_1/H > 5$. Für $x_1/H > 10$ zeigt der Nu -Verlauf jedoch einen flacheren Verlauf. Dies deutet darauf hin, dass die turbulente Viskosität und folglich die turbulente Wärmediffusion im Vergleich zu den anderen Modellen langsamer abklingt.

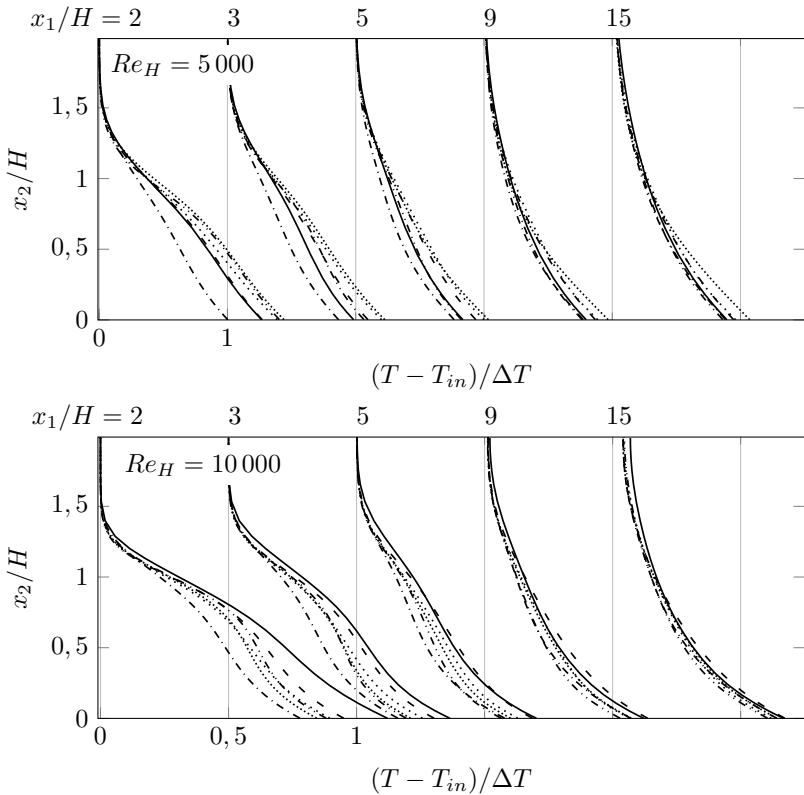


Abbildung 4.17: Vergleich der enddimensionierten gemittelten Temperaturdifferenz an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 5000$ sowie $Re_H = 10000$ und $Pr = 0,0088$. --- LSYS; - · - · - MM; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

Einfluss der Reynolds-Zahl auf die Wärmeübertragung

In Folge einer höheren mittleren Zuströmgeschwindigkeit führt die Erhöhung der Reynolds-Zahl zu einem Anstieg des Wärmeübergangs an der beheizten Wand und somit zu einer höheren Nu -Zahl, wie in Abbildung

4 Turbulente, zwangskonvektive Flüssigmetallströmung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung

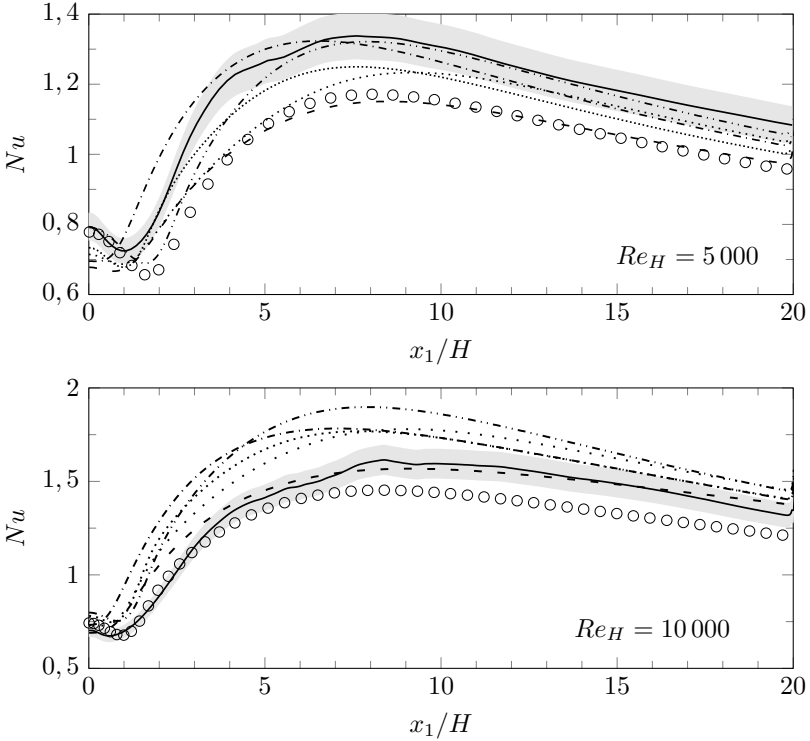


Abbildung 4.18: Vergleich der Nu -Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 5000$ sowie $Re_H = 10000$ und $Pr = 0,0088$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten. \circ LSY+ $\alpha_t = 0$; - · - · LSY; - - - MM; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

4.20 dargestellt ist. Es zeigt sich, dass die RANS-Modelle den Verlauf der Wärmeübertragung im Bereich der Rezirkulation aufgrund der überhöhten turbulenten kinetischen Energie sowie der turbulenten Schubspannungen überschätzen. Hierdurch wird die Wärmeenergie schneller von der beheizten Wand in Richtung der Scherschicht und damit in die Kernströmung transportiert. Die erwärmte Strömung trifft stromabwärts des Wiederanlegepunktes auf die beheizte Wand, wodurch die Nu -Zahl stromab des Wieder-

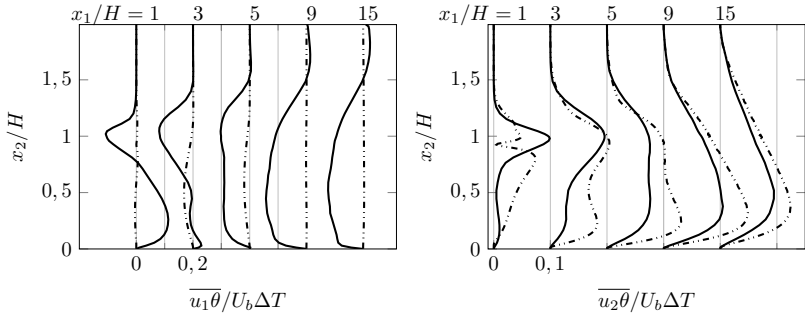


Abbildung 4.19: Vergleich der turbulenten Wärmeströme des LSY-Modells (---) in Strömungsrichtung und in wandnormaler Richtung für $Re_H = 10000$ mit den DNS-Daten (—).

anlegepunktes verringert wird. Darüber hinaus nähern sich die modellierten Nu -Profile mit steigender Reynolds-Zahl aneinander an, wie auch schon der Vergleich der Reibungsbeiwerte in den Abbildungen 4.3 und 4.7 gezeigt hat.

Mit steigender Reynolds-Zahl wird ersichtlich, dass das V2F-Modell den Verlauf der Nu -Zahl nicht korrekt abbilden kann. Das Anwachsen einer thermischen Grenzschicht und die damit verbundene Abnahme der Nu -Zahl wird für $Re_H = 40000$ nicht wiedergegeben. Stattdessen bildet sich ein Plateau, wodurch die turbulente Wärmeleitung weiter ansteigt. Da dieses Verhalten im Gegensatz zu dem physikalischen Verständnis steht, ist das V2F-Modell für die Berechnung des thermischen Feldes von Geometrien, die durch eine abrupte Querschnittserweiterung charakterisiert werden, nicht verwendbar.

Die Position des maximalen Wärmeübergangs in Bezug auf den jeweiligen Wiederanlegepunkt ($x_{Nu,max}/x_r$) ist für jedes Modell in Tabelle 4.6 zusammengefasst. Für die numerischen Vergleichsdaten liegen diese, mit Ausnahme von $Re_H = 10000$, stromabwärts des jeweiligen Wiederanlegepunktes und nicht wie bei Fluiden mit $Pr \approx 1$ stromaufwärts des Wiederanlegepunktes. Für die höhere molekulare Prandtl-Zahl wird das Auftreffen von Turbulenzballen mit „kühlem“ Fluid ungefähr bei $0,5H$ vor dem Wieder-

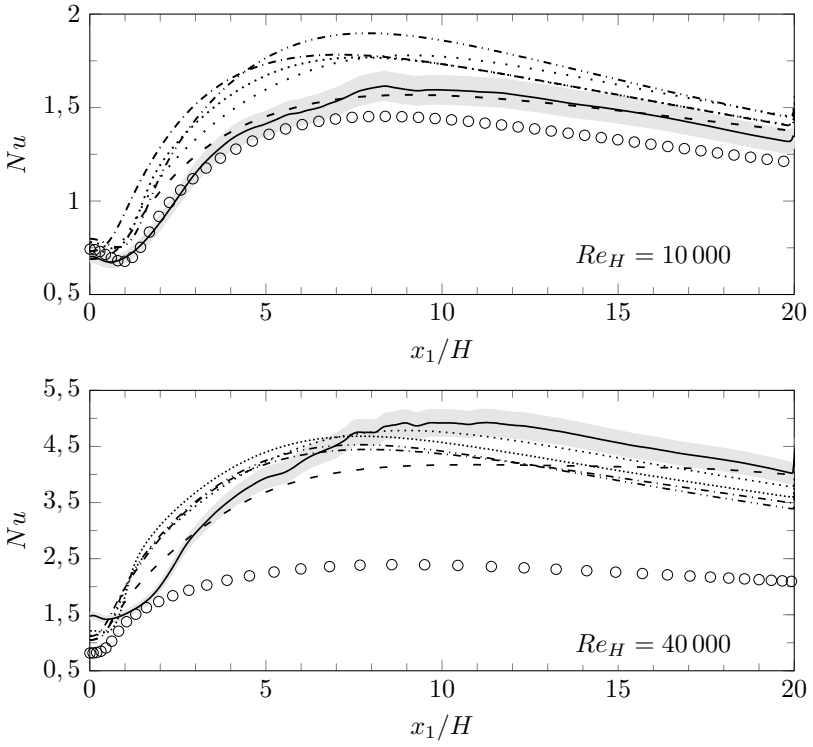


Abbildung 4.20: Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie 40000 und $Pr = 0,0088$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten. \circ LSY+ $\alpha_t = 0$; - · - · LSY; - - - - MM; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS bzw. LES.

Tabelle 4.6: Relative Position des maximalen Wärmeübergangs in Bezug zu dem Wiederanlegepunkt, $x_{Nu,max}/x_r$.

Re_H	5000	10000	40000
ER	1,5	2	2
DNS / LES	1,08	0,97	1,09
LSY	1,10	0,93	0,92
MM	1,02	1,04	1,03
V2F	1,02	0,92	–
SST	0,97	0,88	0,88
Hellsten	1,15	1,00	1,02
LSY- $\alpha_t = 0$	1,11	1,02	1,06

anlegepunkt für den erhöhten Wärmetransport verantwortlich gemacht [93]. Dieses Verhalten kann anhand der stationären Simulationen nicht untersucht werden. Das verwendete Modell zum Abbilden der turbulenten Wärmeströme kann die Charakteristik des Wärmetransports im Bereich des Rezirkulationsgebietes nicht abbilden, wie Abbildung 4.19 zeigt. Die Modelle überschätzen die turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung $\overline{u_2\theta}$. Zudem vernachlässigt das Wärmeflussmodell die turbulenten Wärmeströme in Strömungsrichtung $\overline{u_1\theta}$. Diese sind jedoch von der gleichen Größenordnung wie $\overline{u_2\theta}$ und haben somit einen erheblichen Einfluss auf den Wärmetransport innerhalb des Fluids. Werden die turbulenten Wärmeströme vernachlässigt, verschiebt sich die Position der maximalen Wärmeübergänge stromaufwärts des Wiederanlegepunkts. Dieser Befund lässt darauf zurückschließen, dass der Unterschied zwischen der modellierten Position von $x_{Nu,max}$ und den DNS-Daten aus der Vernachlässigung der turbulenten Wärmeströme in Strömungsrichtung resultiert.

Wie bereits beim c_f -Verlauf zu erkennen war, nähern sich die modellier-

ten Nusselt-Zahl-Verläufe bis ungefähr $x_1/H = 6$ aneinander an, wie Abbildung 4.20 zeigt. Darüber hinaus zeigen die beiden ω basierten Modelle bei $Re_H = 40000$ die höchsten Nu -Verläufe. Für technische Anwendungen ist der globale Wärmeeintrag von Bedeutung. Die Integrale der Nusselt-Zahl-Verläufe sowie deren relative Abweichung zu den DNS, bzw. LES-Daten sind für $Re_H = 5000, 20000$ und 40000 in Tabelle 4.7 aufgeführt. Bei $Re_H = 10000$ und $Er = 2,0$ wird, wie bereits beschrieben, der Wärmetransport durch die molekulare Wärmediffusion dominiert. Mit steigender Reynolds-Zahl vergrößert sich der Beitrag der turbulenten Wärmeströme am Temperaturtransport. Damit einhergehend verringern sich die Abweichungen zwischen den modellierten Nu -Verläufen und den Vergleichsdaten. Für $Re_H \geq 20000$ weisen das SST- und das Hellsten-Modell die geringsten Abweichungen der integralen Nusselt-Zahl gegenüber den Vergleichsdaten auf. Die beiden Modelle eignen sich daher sehr gut zur Bestimmung des globalen Wärmeübergangs für hohe Reynolds-Zahlen. Wird der Verlauf von Nu für das Hellsten-Modell in Abbildung 4.20 betrachtet, weist diese mit -6% gegenüber den LES-Daten die geringste Abweichung auf. Daher ist, basierend auf den durchgeführten Simulationen, die Verwendung des Hellsten-Modells gegenüber den anderen Modellen zu empfehlen.

Die deutlich verringerte Vorhersage der Nusselt-Zahl-Verläufe des MM-Modells gegenüber der DNS-Daten sind insofern unerwartet, als dass das zugrunde liegende Modell von Abe *et al.* [52, 27] diesen für eine Luftströmung in guter Übereinstimmung mit experimentellen Daten berechnen konnte. Zur Überprüfung der Einflussfaktoren ist eine weitere Simulation für $Re_H = 20000$ mit dem AKN-Modell durchgeführt worden. Der Vergleich der Ergebnisse ist in Abbildung 4.21 dargestellt. Die Profile zeigen einen nahezu identischen Verlauf. Der Vergleich der turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung zwischen dem MM-, dem LSY-Modell und den DNS-Daten in Abbildung 4.22 (oben) zeigt nur geringe Unterschiede. Eine Betrachtung des wandnahen Bereiches $y/H \leq 0.2$ in Abbildung 4.22 (unten) hebt die Unterschiede zwischen den beiden Modellen hervor.

Tabelle 4.7: Vergleich der integralen Nusselt-Zahl über die beheizte Länge von $20H$ und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten in %.

Re_H	5 000		20 000		40 000	
	$\int Nu$	ε	$\int Nu$	ε	$\int Nu$	ε
DNS/LES	1,16	0,0	2,45	0,0	4,05	0,0
LSY	1,13	-3,0	2,49	1,7	3,81	-6,0
MM	1,15	-1,4	2,36	-3,7	3,81	-6,0
V2F	1,02	-12,3	2,18	-11,0	3,71	-8,4
SST	1,09	-6,7	2,41	-1,6	3,97	-2,2
Hellsten	1,08	-7,3	2,43	-0,7	4,04	-0,3

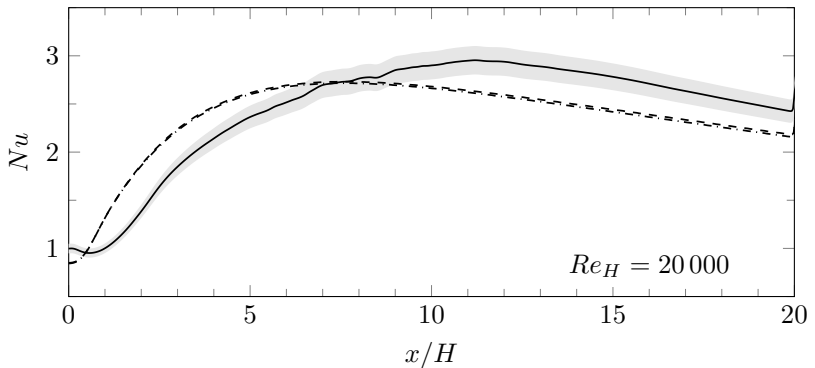


Abbildung 4.21: Nusselt-Zahl-Profile des AKN- und MM-Modells für $Re_H = 20000$. Die Schattierung zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten. - - AKN; - · - · MM; — DNS.

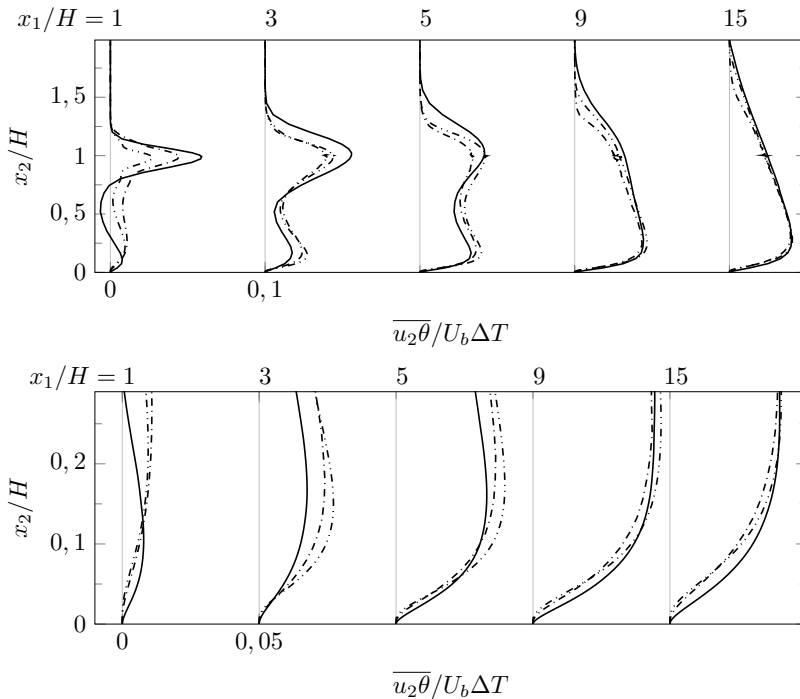


Abbildung 4.22: Vergleich der turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung für $Re_H = 40000$ mit den DNS-Daten. - · · · : LSY; - - - : MM; — DNS

Für eine turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe, wie sie hier betrachtet wird, übt die Modellierung des wandnahen Bereiches einen merklichen Einfluss auf die Wärmeübertragung aus.

4.4 Fazit

Die Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes und des thermischen Feldes einer turbulenten Strömung mit $Pr = 0,0088$ über eine zurückspringende

Stufe wird untersucht. Hierfür werden die Ergebnisse von fünf verschiedenen Turbulenzmodellen mit DNS- und LES-Daten bei zwei Expansionsverhältnissen verglichen und mit insgesamt vier unterschiedlichen Reynolds-Zahlen untersucht.

Der Vergleich der berechneten Reibungsbeiwerte zeigt, dass die RANS-Modelle im Bereich der Rückströmung c_f überschätzen, vor allem bei großen Reynolds-Zahlen, $Re_H \geq 10000$. Dabei vergrößert sich die relative Abweichung von $c_{f,min}$ zwischen den RANS-Ergebnissen und den DNS-Daten mit zunehmender Re_H . Darüber hinaus zeigt sich, dass sich die berechnete Position von $c_{f,min}$ für die Modelle mit steigender Re_H annähern. Für alle betrachteten Reynolds-Zahlen hat das AKN-Modell c_f stromab des Wiederanlegepunktes überschätzt, während das SST-Modell diesen unterschätzte. Das V2F-Modell konnte das asymptotische Verhalten von c_f nicht wiedergeben und zeigte für $Re_H \geq 10000$ ein monoton steigenden c_f -Verlauf für $x_1 > x_r$.

Die Verschiebung des Wiederanlegepunktes in Strömungsrichtung mit der Zunahme des Expansionsverhältnisses kann durch die Modelle sehr gut wiedergegeben werden. Die Verschiebung von x_r mit steigender Reynolds-Zahl kann von den Modellen dagegen nicht im gleichen Maße wiedergegeben werden. Lediglich das AKN- und LSY-Modell berechnen eine geringe Verschiebung von x_r . Das SST- und Hellsten-Modell zeigen keinen Einfluss von Re_H auf x_r für bei $Re_H \geq 10000$. Dies führt dazu, dass alle Modelle, bis auf das V2F-Modell, die Wiederanlegelänge bei $Re_H = 40000$ unterschätzen.

Die Untersuchung des mittleren Geschwindigkeitsfeldes ergibt eine sehr gute Übereinstimmung der Modelle mit den Vergleichsdaten für $Re_H = 5000$. Deutliche Unterschiede zeigen sich im Bereich der sich entwickelnden Grenzschicht. Diese Unterschiede werden mit steigender Re_H prägnanter. Für $Re_H = 40000$ zeigen alle Modelle an Position $x_1/H = 15$, dass sie die Entwicklung der Grenzschicht unterschätzen. Gleichzeitig können die RANS-Modelle die Produktion von k an der oberen, adiabaten Wand

nicht korrekt berechnen. Dies führt zu einer überhöhten Geschwindigkeit in der oberen Kanalhälfte, bei $x_2/H > 1$. Das V2F-Modell zeigt die größten Unterschiede zu den DNS-Daten, da dieses eine geringere Wirbelviskosität im Bereich der Rezirkulation und weiter stromabwärts vorhersagt. Hinsichtlich der Modellierung des Impulsfeldes zeigen das LSY-, SST- und Hellsten-Modell eine sehr gute Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Bei $Re_H = 5000$ zeigt das LSY- und auch das AKN-Modell, dass sie geeignet sind, das Strömungsfeld und den turbulenten Transport abzubilden. Das SST und Hellsten-Modell sagen eine längere Wiederanlegelänge voraus. Dieses Modellverhalten ist für $Re_H \geq 10000$ vorteilhaft.

Das V2F-Modell unterschätzt die Wirbelviskosität im Vergleich zu den anderen Turbulenzmodellen. Zusammen mit der Korrelation von Kays resultiert dies in zu geringen turbulenten Wärmeströmen. Darüber hinaus sagt das V2F-Modell für $Re_H = 40000$ eher ein Plateau im Nu -Verlauf voraus. Dieses Verhalten zeigt, dass das V2F-Modell nicht für die Berechnung des Wärmeeintrags einer solchen Strömung geeignet ist. Wird das Integral des Nusselt-Zahl-Verlaufes über die beheizte Länge gebildet, zeigt sich, dass die Abweichungen zwischen den Vergleichsdaten und dem SST- und Hellsten-Modell von fast -7% auf -2% , bzw. $0,3\%$ für das Hellsten-Modell abnehmen. Für das AKN- und LSY-Modell wachsen die Abweichungen von -3% , bzw. -1% auf -6% an. Ist ausschließlich der Wärmeeintrag in das Fluid entscheidend, so eignen sich für niedrige Reynolds-Zahlen das LSY- oder MM-Modell. Bei größeren Reynolds-Zahlen liefern das SST- und das Hellsten-Modell eine bessere Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten und sind damit für zwangskonvektive Strömungen zu bevorzugen.

5 Turbulente, mischkonvektive Flüssigmetallströmung bei unstetiger Kanalquerschnittsänderung

Flüssiges Natrium besitzt nicht nur eine besonders hohe Wärmeleitfähigkeit, sondern zeichnet sich durch seinen hohen thermischen volumetrischen Expansionskoeffizienten β aus. Dieser ist im Vergleich zu anderen Flüssigmetallen, wie beispielsweise Blei oder Blei-Bismut, zwei- bis dreimal größer [13] und führt zu einer Verstärkung der Auftriebskräfte bei gleicher Reynolds-Zahl. Darüber hinaus zeigt sich der Einfluss der Auftriebskräfte sogar bei Strömungsbedingungen, die in industriellen Anwendungen, wie z.B. Wärmeübertragern, vorzufinden sind ($Re > 10^5$) [17]. Aus diesem Grund wird der Einfluss von Mischkonvektion auf die Strömungsstruktur einer turbulenten Strömung über einen vertikalen BFS untersucht.

Untersuchungen auftriebsunterstützter Mischkonvektion in turbulenten Rohrströmungen zeigen ein deutliches Abweichen des Wärmeübertragungsverhaltens zwischen Fluiden mit einer hohen Prandtl-Zahl und flüssigem Natrium, wie u.a. Jackson [99, 100] und Jackson *et al.* [101] zeigen. Bei auftriebsunterstützter Mischkonvektion zeigt sich für Fluide mit $Pr \approx 1$ eine Reduktion der Wärmeübertragung bei niedrigen Reynolds-Zahlen. Die zusätzlichen Auftriebskräfte bewirken eine Beschleunigung der wandnahen Strömung, was zu einer Reduktion der Scherspannungen und folglich der turbulenten Wärmediffusion führt. Das gleiche Verhalten haben Buhr *et al.* [102] für eine turbulente Rohrströmung von Quecksilber mit $Pr \approx 0,0232$ sowie Marocco *et al.* [103] für eine turbulente Ringspalt-

strömung mit $Pr = 0,025$ beobachtet. Für flüssiges Natrium mit $Pr \approx 0,01$ haben Jackson [99, 100] und Jackson *et al.* [101] jedoch eine Zunahme des Wärmeübergangs mit dem Einsetzen der Auftriebskräfte festgestellt. Jackson [99] erklärt das Verhalten von flüssigem Natrium mit dem vergleichsweise hohen Einfluss der molekularen Wärmeleitfähigkeit an der gesamten Wärmeleitfähigkeit. Durch die sehr hohe molekulare Wärmeleitfähigkeit ist der Einfluss der turbulenten Wärmediffusion von untergeordneter Bedeutung, weshalb sich die Verringerung der turbulenten Scherspannungen aufgrund des veränderten Geschwindigkeitsfelds nicht auf den Wärmeübergang auswirkt. Vielmehr wird der molekulare Wärmetransport durch die erhöhte Konvektion verstärkt, wie die Ergebnisse von Jackson *et al.* [101] zeigen.

Zhao *et al.* [104] haben turbulente auftriebsunterstützte Rohrströmungen von Luft und eutektischem Blei-Bismuth mit $Pr = 0,025$ anhand direkter numerischer Simulationen untersucht. Dabei konnten sie eine Abnahme des Wärmeübergangs mit dem Einsetzen der Mischkonvektion für beide Fluide feststellen. Für eine genauere Analyse der Ergebnisse haben sie die Nusselt-Zahl gemäß Fukagata *et al.* [105] in einen laminaren und einen turbulenten Anteil aufgespalten. Sowohl für Luft als auch für eutektisches Blei-Bismuth konnten sie zeigen, dass mit Einsetzen der Auftriebseffekte die Abnahme des Wärmeübergangs mit dem Rückgang der turbulenten Wärmeströme einhergeht. Darüber hinaus konnten Zhao *et al.* [104] zeigen, dass bei der untersuchten Reynolds-Zahl und dem betrachteten Ri Bereich, der laminare Beitrag zur Nusselt-Zahl dominant und der turbulente Beitrag sehr gering ist. Folglich ist die höhere Wärmeübertragung auf die höhere Konvektion zurückzuführen. Dieses Verhalten ist dem einer Luftströmung entgegengesetzt, da sich der Anstieg der Nusselt-Zahl bei steigender Ri hauptsächlich auf der wachsenden turbulenten Wärmeströme begründet.

Es gibt nur wenige Untersuchungen zu überströmten Stufengeometrien unter Einfluss der Gravitation. Abu-Mulaweh *et al.* [106, 107, 108, 109, 110] sowie Baek *et al.* [111] untersuchten den Einfluss von Mischkonvektion auf

den Wärmeübergang einer laminaren Luftströmung für eine zurückspringende sowie vorspringende Stufengeometrie. Innerhalb der Untersuchungen wurde der Übergang von Natur- zu Mischkonvektion betrachtet. Dabei ist eine Reduktion des Wärmeübergangs mit zunehmendem Einfluss der Mischkonvektion und der daraus folgenden Reduktion der Geschwindigkeitsfluktuationen festgestellt worden. Die Erhöhung der Konvektion hat demzufolge keinen positiven Einfluss auf den lokalen Wärmeübergang, wie dies auch für Rohrströmungen mit $Pr \approx 1$ festgestellt wurde.

Im Rahmen des LIMTECH Projektes wurden DNS einer turbulenten Natrium Strömung mit $Pr = 0,0088$ über einen BFS bei Mischkonvektion durchgeführt. Dabei haben Niemann und Fröhlich [97] den Einfluss von auftriebsunterstützter Mischkonvektion auf den Wärmeübergang einer turbulenten Strömung über einen BFS für flüssiges Natrium untersucht. Anhand ihrer Untersuchungen konnten Niemann und Fröhlich eine Erhöhung des Wärmeübergangs in Folge der erhöhten Konvektion feststellen, wie dies bereits von Cotton und Jackson [54], Jackson *et al.* [100] und Jackson [101] bei turbulenten Rohrströmungen von Natrium beobachtet wurde. Neue Untersuchungen von Zhao *et al.* [112] zeigen ein ähnliches Verhalten für eine turbulente eutektische Blei-Bismuth Strömung mit $Pr = 0,025$ über eine zurückspringende Stufe mit $ER = 1,5$ und $Re_H = 4805$. Als Grund für die verbesserte Wärmeübertragung wird die höhere Konvektion angeführt, da die Reynolds-Spannungen sowie die turbulenten Wärmeströme durch die Auftriebskraft verringert werden. Die in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse wurden in Schumm *et al.* [SFM16, SFM17] veröffentlicht. Für die Untersuchung werden das LSY- und das MM-Modell verwendet. Cotton und Jackson [54] sowie Jackson *et al.* [100] haben das LSY-Modell erfolgreich für eine auftriebsunterstützte Natrium Strömung angewendet. Darüber hinaus überzeugt das Modell durch seine numerische Stabilität. Der Einfluss des komplexeren Wärmeflussmodells von MM und die damit eventuell verbundene verbesserte Berechnung des Temperaturtransports begründet die Wahl des zweiten Modells.

5.1 Beschreibung des Simulationsaufbaus

Untersucht wird eine turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei auftriebsunterstützter Mischkonvektion und $Re_H = 10000$. Der Simulationsaufbau ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Der erste Abschnitt der eingerückten Wand wird durch eine konstante Wärmestromrandbedingung beheizt, alle anderen Wände werden als adiabat betrachtet. Die beheizte Länge L_H und der Erholungsbereich L_r entsprechen jeweils $20H$, das Expansionsverhältnis ist 2.

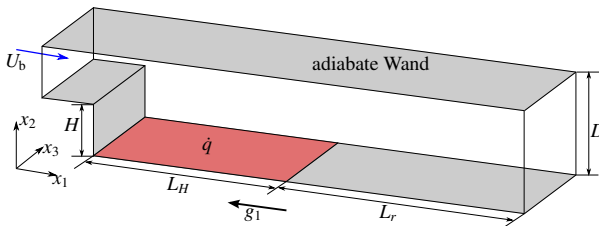


Abbildung 5.1: Abbildung des Rechengebietes gemäß Schumm *et al.* [SFM17].

Am Einlass, der $4H$ stromaufwärts der Stufe positioniert ist, wird das Profil einer vollentwickelten Kanalströmung vorgegeben. Für das MM-Modell werden k_θ und ε_{k_θ} mit 10^{-10} initialisiert. Am Auslass wird ein Referenzdruck von $0Pa$ vorgegeben. Für alle anderen Größen wird eine Neumann-Randbedingung mit $\frac{\partial(\cdot)}{\partial x_1}$ verwendet. In x_3 Richtung wird eine gegenüber der Kanalhöhe sehr viel größere Ausdehnung angenommen, was eine zweidimensionale Berechnung des Problems ermöglicht. Die Randbedingungen für das LSY- und das MM-Modell sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Unter der Annahme hinreichend geringer Temperaturdifferenzen ist es zulässig, den Einfluss der Auftriebskräfte gemäß der Boussinesq-Approximation, Gleichung (2.4), lediglich in den Impulserhaltungsgleichungen zu berücksichtigen. Die Gültigkeit dieser Annahme wurde anhand von Untersuchungen mit $Ri = 0,2$ und $0,4$ geprüft und kein signifikanter

Tabelle 5.1: Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle.

	k	ε	k_θ	ε_{k_θ}
MM	0	$2\nu k/\Delta y^2$	0	$2\alpha k_\theta/\Delta y^2$
LSY	0	0	-	-

Tabelle 5.2: Parameter der durchgeführten Simulationen mit den dazugehörigen Referenzen der Vergleichsdaten bei $Re_H = 10000$.

Ri	0,01	0,12	0,2	0,4	1
DNS	[31]	[31]	[31]	[31]	-

Einfluss der Auftriebskräfte auf k sowie die c_f - und Nu -Verteilung festgestellt. In Tabelle 5.2 sind die verschiedenen Simulationsfälle mit der Quelle der Vergleichsdaten aufgeführt, die innerhalb dieses Kapitels diskutiert werden.

5.2 Vergleich der unterschiedlichen Modellkombinationen

Geschwindigkeitsfeld

In einem ersten Schritt wird der Einfluss der Mischkonvektion für $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$ auf das Strömungsfeld anhand des LSY-Modells sowie des MM-Modells untersucht. Hierzu werden die Ergebnisse mit denen der Zwangskonvektion verglichen. In Abbildung 5.2 ist der Einfluss der Auftriebskräfte auf das mittlere Geschwindigkeitsfeld zu sehen. Die Auftriebskräfte wirken dabei in Wandnähe beschleunigend auf das Fluid in Strömungsrichtung. Diese Auftriebskräfte wirken entgegengesetzt zur Rezirkulationsbewegung. Gleichzeitig bewirkt der Auftrieb bei $x_2/H \geq 0$ eine

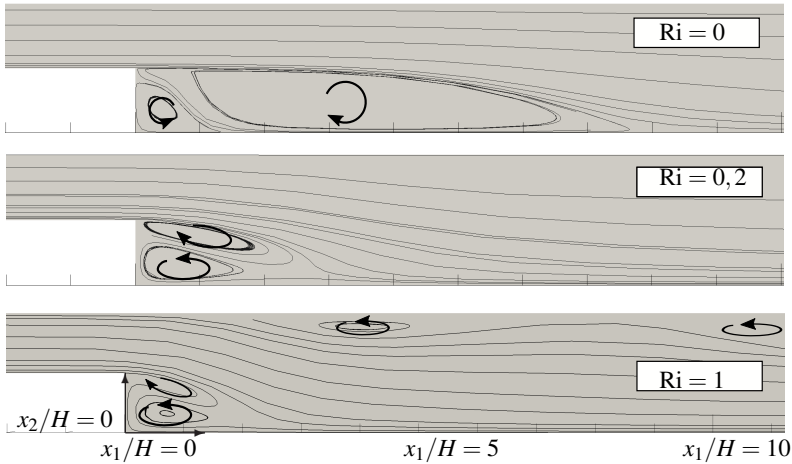


Abbildung 5.2: Betrachtung der modellierten Stromlinien für eine turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei Zwangskonvektion (oben) und Mischkonvektion (Mitte und unten) bis $x_1/H = 10$ für $Re_H = 10000$.

Elongation des Eckenwirbels in positive x_1 Richtung, der zu einer weiteren Deformation des Rezirkulationswirbels führt.

Der Einfluss der Auftriebskräfte auf die mittlere Strömung ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Aufgrund der Auftriebskräfte wird die Strömung entlang der beheizten Wand beschleunigt und an der gegenüberliegenden adiabaten Wand in Folge der Kontinuität abgebremst. Dies führt im Vergleich zu $Ri = 0$ zu einer Umkehr des Geschwindigkeitsprofils stromab der Rezirkulationszone, d.h. dass sich die maximale Strömungsgeschwindigkeit nicht im Bereich der Zuströmung $x_2/H > 1$, sondern oberhalb des Heizers bei $x_2/H < 1$ ausbildet. Sobald das Fluid ab $x_1/H > 20$ nicht mehr beheizt wird, bremsen viskose Kräfte sowie die turbulenten Scherspannungen die Strömung ab. Für diesen Bereich zeigt das $LSY-\alpha_t = 0$ Modell die größten Strömungsgeschwindigkeiten für $x_2/H < 0,5$ und daher eine geringere Verzögerung der mittleren Strömung als die anderen Modelle. Dies

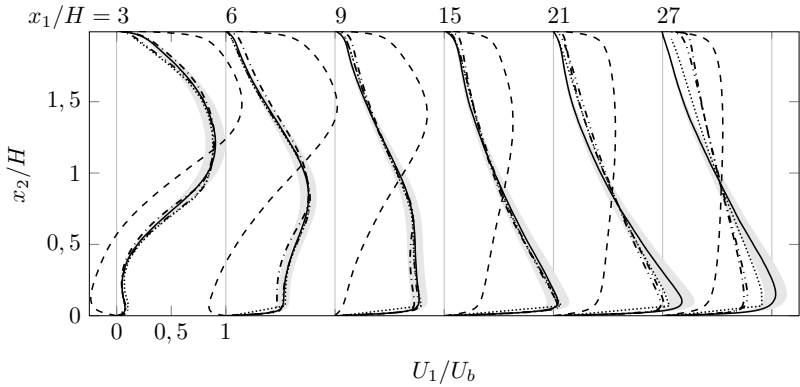


Abbildung 5.3: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile bei Misch- und bei Zwangs-konvektion für $Re_H = 10000$. Die graue Fläche zeigt $\pm 10\%$ Abweichung von den DNS-Daten, bezogen auf U_b . $Ri = 0$: - - - DNS; $Ri = 0,2$: — DNS; - · - · LSY; ····· LSY- $\alpha_t = 0$; - · - · MM

ist der modellbedingten Vernachlässigung der turbulenten Wärmediffusion geschuldet. Die verringerte Durchmischung des Temperaturfeldes führt zu einer höheren Wandtemperatur wie Abbildung 5.4 zeigt und folglich zu einer stärkeren Auftriebskraft auch stromab des Heizers.

Der Auftrieb bewirkt eine Beschleunigung in positive x_1 -Richtung. Infolge dieser werden die Geschwindigkeitsschwankungen normal zur Hauptströmungsrichtung reduziert. Damit verringert sich die Bedeutung des wandnormalen Wärmestroms für kleine Ri . Dies führt zu einer sehr guten Übereinstimmung der gemittelten Geschwindigkeitsprofile mit den Vergleichsdaten, unabhängig von der verwendeten Modellkombination. Für den Bereich $6 < x_1/H \leq 15$ ist in Abbildung 5.5 eine deutliche Verminderung der turbulenten kinetischen Energie im Vergleich zu $Ri = 0$ zu erkennen. Während für den Fall ohne Auftriebskräfte die turbulente kinetische Energie hauptsächlich in der Scherschicht zwischen dem einströmenden Fluid und dem Rezirkulationsgebiet gebildet wird, ist für $Ri = 0,2$ die Scherung zwischen dem Ecken- und Rezirkulationswirbel bis $x_1/H \approx 4$ für die Pro-

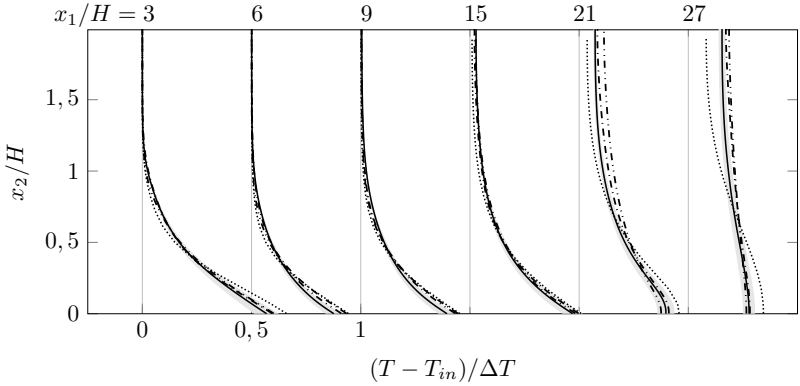


Abbildung 5.4: Vergleich der Temperaturprofile bei Mischkonvektion für $Re_H = 10000$ und $Pr = 0,0088$. Die graue Fläche zeigt $\pm 10\%$ Abweichung von den DNS-Daten. — DNS; -·-·- LSY; LSY- $\alpha_t = 0$; - - - - MM

duktion von k verantwortlich. Weiter stromabwärts ändern die Auftriebskräfte das Geschwindigkeitsprofil im Vergleich zur erzwungenen Konvektion durch die Beschleunigung des Fluids in Wandnähe. Die daraus resultierenden sehr kleinen Geschwindigkeitsgradienten bewirken eine Laminarisierung der Strömung, wie in Abbildung 5.5 durch die sehr kleinen k -Werte gezeigt wird. Ebenfalls wird die Produktion von k aufgrund der vernachlässigbaren Scherrate unterdrückt. Für $Ri = 0,2$ verursacht der erhöhte Auftriebseinfluss eine Vorzeichenumkehr der Scherspannungen bei $x_1/H > 9$, vergleiche Abbildung 5.6. Dies führt zu einer erhöhten Produktion von k ab $x_1 > 12$. Die großen Geschwindigkeitsgradienten bedingen aufgrund des Wirbelviskositätsprinzips (2.28) eine Überschätzung der turbulenten Scherspannungen ab $x_1/H \geq 12$, wie in Abbildung 5.6 zu sehen ist. Somit nimmt k aufgrund der sich noch immer ändernden Schubspannungen bis etwa $x/H \approx 24$ weiter zu. Stromabwärts dieser Position werden die Geschwindigkeitsprofile flacher und verringern die Produktion der turbulenten kinetischen Energie, was zu geringeren k -Werten führt.

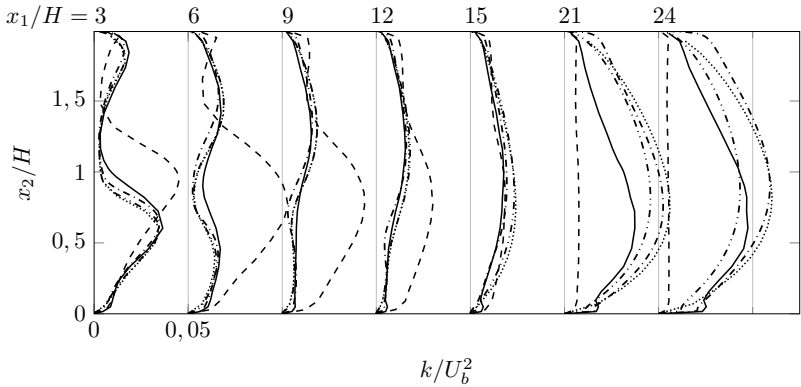


Abbildung 5.5: Vergleich von k bei Mischkonvektion und bei Zwangskonvektion für $Re_H = 10000$. $Ri = 0$: --- DNS; $Ri = 0,2$: — DNS; - · - · LSY; · · · · LSY- $\alpha_t = 0$; - · - · - MM

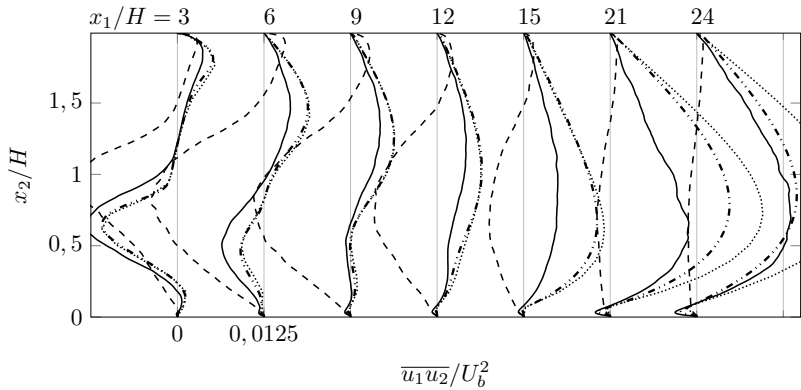


Abbildung 5.6: Vergleich der turbulenten Scherspannungen bei Misch- und bei Zwangskonvektion für $Re_H = 10000$. $Ri = 0$: --- DNS; $Ri = 0,2$: — DNS; - · - · LSY; · · · · LSY- $\alpha_t = 0$

Widerstandsbeiwert

Der Einfluss der Auftriebskraft wirkt sich auch auf den Verlauf des Widerstandsbeiwertes aus, wie in Abbildung 5.7 zu sehen ist. Dabei führt die Beschleunigung des Fluids entlang des Heizers zu höheren c_f -Werten. Im Bereich $1 < x_1/H < 6$ zeigen sich Unterschiede von bis zu 25% zwischen den modellierten Widerstandsbeiwerten und den DNS-Daten. Dabei fällt auf, dass das $LSY-\alpha_t = 0$ Modell die größten Abweichungen besitzt, was an der höheren Wandtemperatur und damit verbundenen Auftriebskräften zusammenhängt, wie in Abbildung 5.4 zu erkennen ist. Die anderen Modelle zeigen lediglich für den Bereich der Rezirkulation ($1 < x_1/H < 3$) größere Abweichungen von den DNS-Daten. Dieses Verhalten lässt darauf schließen, dass die turbulenten Scherspannungen und damit die Interaktion zwischen der Rezirkulation und dem beschleunigten Fluid oberhalb der beheizten Wand unterschätzt wird. Stromabwärts des Rezirkulationsgebietes bei $x_1/H \geq 4$ sind die Unterschiede in den c_f -Verläufen zwischen den Modellen und den Vergleichsdaten mit $\pm 5\%$ sehr gering. Sobald sich die Produktion von k ab $x_1/H > 8$ erholt sind Unterschiede zwischen den jeweiligen Modellkombinationen erkennbar. Der Einfluss von k spiegelt sich im starken Anstieg von c_f gegen Ende des Heizers wider. Dabei ist der Unterschied zwischen den einzelnen Wärmemodellen erkennbar. Während das MM-Modell den Widerstandsbeiwert in guter Übereinstimmung mit den DNS-Daten bis $x_1/H = 20$ vorhersagt, unterschätzt das LSY-Modell den Reibungsbeiwert ab $x_1/H > 15$. Das Verhalten zeigt sich jedoch nur in Kombination mit der Korrelation von Kays. Die Vernachlässigung des turbulenten Wärmetransports führt zu einem deutlichen Anstieg von c_f und einer Überschätzung von 15% bei $x_1/H = 20$. Stromab der Heizung nimmt der Widerstandsbeiwert aufgrund der Strömungsverzögerung nahe der eingerückten Wand ab und nähert sich dem c_f -Wert für $Ri = 0$ an. Die Geschwindigkeit mit der c_f abklingt wird dabei von dem verwendeten turbulenten Wärmeflussmodell bestimmt. Ein größerer turbulenter Wärmestrom

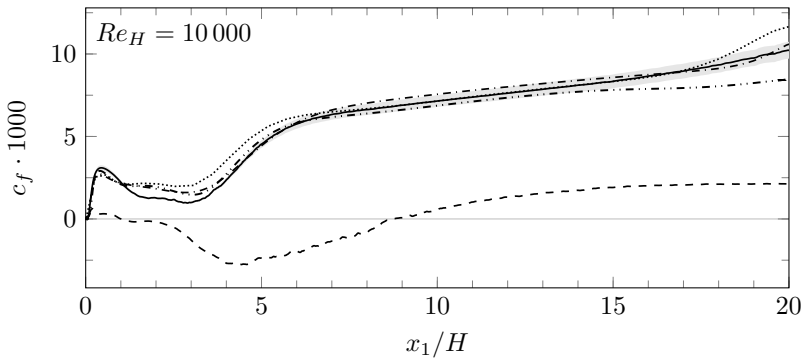


Abbildung 5.7: Vergleich von c_f bei Misch- und Zwangskonvektion. Die graue Fläche zeigt $\pm 5\%$ Abweichung von den DNS-Daten.
 $Ri = 0$: - - - DNS;
 $Ri = 0,2$: — DNS; - - - LSY; LSY- $\alpha_t = 0$; - - - MM

in wandnormaler Richtung führt zu einer Verringerung der Temperaturunterschiede über dem Querschnitt und zu einer geringeren Beschleunigung. Auf dieses Verhalten wird in Kapitel 5.3 näher eingegangen.

Nusselt-Zahl

Während sich für das Impulsfeld nur geringe Unterschiede zwischen den Modellen und den Vergleichsdaten zeigen, weist die Betrachtung der Nusselt-Zahlverläufe in Abbildung 5.8 größere Differenzen zwischen den modellierten Verläufen und den DNS-Daten auf. Ein Grund hierfür ist die Verwendung eines linearen Turbulenzmodells, das eine unzureichende Verteilung der Reynolds-Spannungen und folglich von k liefert. Diese sind gemäß Gleichung (2.46) für eine exakte Berechnung der turbulenten Wärmeströme $\overline{u_j \theta}$ wichtig. Darüber hinaus ist es der Ein-Gradienten-Hypothese (SGDH) nicht möglich, die Anisotropie der turbulenten Wärmeleitung korrekt abzubilden. Der Einfluss der turbulenten Wärmeströme auf den Tempe-

raturtransport wird durch den Vergleich der Nusselt-Zahl-Profile zwischen den DNS-Daten und den Ergebnissen des LSY- $\alpha_t = 0$ Modells deutlich. Das Vernachlässigen der turbulenten Wärmeströme führt zu einer Unterschätzung von max. -15% bei $x_1/H \approx 6$ und -10% am Ende der beheizten Fläche.

Entlang des Eckenwirbels bis $x_1/H \approx 3$, stimmen die Modelle sehr gut mit den DNS-Daten überein und zeigen einen deutlich erhöhten Wärmeübergang im Vergleich zu $Ri = 0$. Entsprechend der Ausdehnung des Eckenwirbels verschiebt sich die anfängliche Abnahme des Wärmeübergangskoeffizienten von $x_1/H \approx 1$ bei $Ri = 0$ zu $x_1/H \approx 2$ bei $Ri = 0,2$. Das Rezirkulationsgebiet fördert kaltes Fluid aus der Zuströmung in Rich-

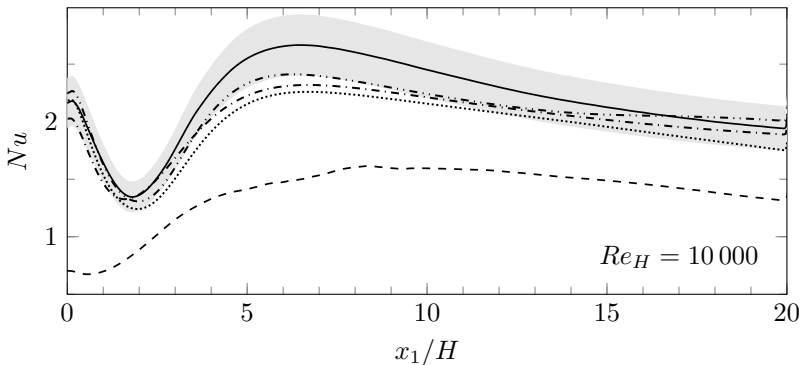


Abbildung 5.8: Vergleich von Nu bei Mischkonvektion und bei Zwangskonvektion. Die graue Fläche zeigt $\pm 10\%$ Abweichung von den DNS-Daten.
 $Ri = 0$: --- DNS;
 $Ri = 0,2$: — DNS; -·-·- LSY; ····· LSY- $\alpha_t = 0$; -·-·- MM

tung der beheizten Oberfläche. Dieser zusätzliche Impuls- und Energietransport führt zum Anstieg der Nusselt-Zahl bis $x_1/H \approx 6$. Jedoch können die Modelle den für den Anstieg wichtigen Transportprozess nicht exakt abbilden. Der Vergleich der turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung zeigt in Abbildung 5.9, dass beide Modelle den Wärmeübergang

in Wandnähe unterschätzen. Dies ist damit zu begründen, dass beide Modelle die turbulente kinetische Energie zur Berechnung von α_t verwenden. Die Laminarisierung führt jedoch zu einem geringeren k und folglich zu reduzierten turbulenten Wärmeströmen. Darüber hinaus wird $\overline{u_1\theta}$ wegen der linearen Beziehung mit den Temperaturgradienten in Strömungsrichtung unterschätzt, wie in Abbildung 5.10 dargestellt ist. Die turbulenten Wär-

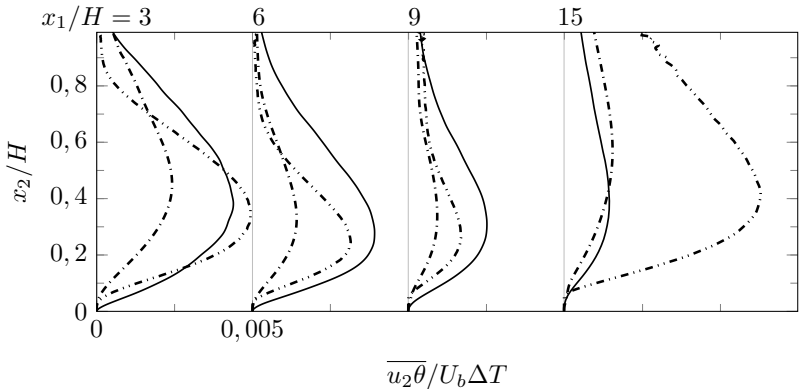


Abbildung 5.9: Vergleich der wandnormalen turbulenten Wärmeströme bei $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$. — DNS; - - - LSY; - · - · - MM

meströme wachsen in Folge der Produktion von k durch die sich einstellenden Geschwindigkeitsgradienten ab $x_1/H > 12$ an. Dies führt an Position $x_1/H = 15$ zu einer Überschätzung von $\overline{u_2\theta}$ durch das LSY-Modell.

Die Korrelation von Kays zeigt für diesen Fall eine bessere Übereinstimmung mit den DNS-Daten als das komplexere Zwei-Gleichungs-Modell. Dieses berechnet die turbulenten Wärmeströme in Abhängigkeit der turbulenten kinetischen Energie sowie der Dämpfungsfunktion f_λ , welche von der Kolmogorov-Geschwindigkeitsskala $u_\eta = (\nu\varepsilon)^{0,25}$ und der molekularen Prandtl-Zahl abhängt. Aufgrund der Relaminarisierung der Strömung verringert sich die turbulente kinetische Energie und damit die Kolmogorov-Geschwindigkeitsskala. Demzufolge strebt die Dämpfungsfunktion gegen

Null wodurch die turbulenten Wärmeströme nicht vorhersagt werden können.

Der Unterschied zwischen den verwendeten Modellen und den DNS-Daten lässt sich zudem auf das vereinfachte Modell der Wärmeübertragung zurückführen. In Gleichung (2.37) werden die turbulenten Wärmeströme mit den mittleren Temperaturgradienten in der jeweiligen Raumrichtung in Beziehung gesetzt. Mit dieser Annahme ist es nicht möglich, die turbulenten Wärmeströme in Strömungsrichtung korrekt wiederzugeben. Simulationen des LSY-Modells in Verbindung mit der verallgemeinerten Gradienten-Diffusions-Hypothese (GGDH) von Daly und Harlow [113] und der Anpassung nach Ince und Launder [114]

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{3}{2} \frac{C_\mu}{Pr_t} \frac{k}{\epsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{5.1}$$

zeigen keine signifikante verbesserte Berechnung des Wärmeübergangs, da diese von den Reynoldsspannungen abhängig sind und diese in Folge der

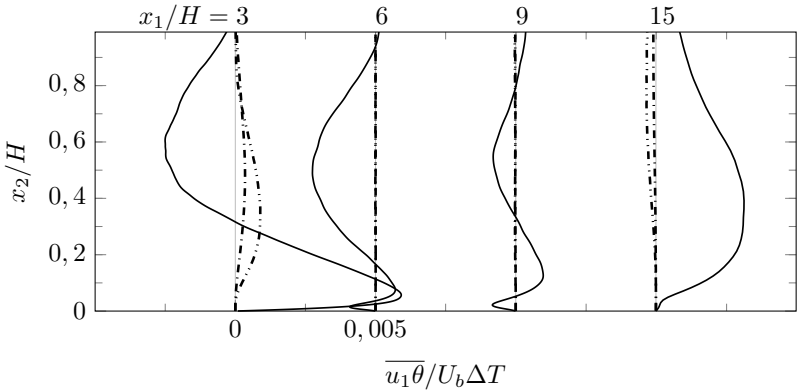


Abbildung 5.10: Vergleich der wandparallelen turbulenten Wärmeströme bei $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$. — DNS; - - - LSY; - · - · MM

Beschleunigung gedämpft werden. Die vereinfachte algebraische Wärmestrommodellgleichung

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{1}{c_\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + (1 - c_{\theta 2}) \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + (1 - c_{\theta 3}) \beta g_i \theta^2 \right) \quad (5.2)$$

weist zusätzlich zu dem Produktionsterm infolge der Temperaturgradienten, zwei weitere Terme auf. Diese beschreiben die Produktionsrate der turbulenten Wärmeflüsse infolge der Geschwindigkeitsgradienten der Hauptströmung sowie den Einfluss der Auftriebsterme. Der zweite Term hat aufgrund der Beschleunigung einen großen Einfluss im Bereich der aufprallenden Strömung sowie entlang des Heizers. Der Einfluss des dritten Terms ist in dem betrachteten Parameterbereich von $Ri < 1$ sowie einer geringen Temperaturdifferenz vernachlässigbar. Dies zeigen Untersuchungen von Niemann und Fröhlich [97].

In Bezug auf die Nusselt-Zahl-Verteilung werden die besten Übereinstimmungen zwischen den RANS Ergebnissen und den DNS-Daten mit dem LSY-Modell erzielt, weshalb dieses für die systematische Untersuchung der Auftriebskräfte auf die Strömungsstruktur verwendet wird. Der Einfluss der turbulenten Wärmeleitfähigkeit wird anhand der Kays-Korrelation modelliert.

5.3 Variation des Auftriebseinflusses

Geschwindigkeitsfeld

In Abbildung 5.11 werden für $Ri = 0, 12, 0, 2$ und $0, 4$ die Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen hinter der Stufe mit den DNS-Daten verglichen. Die Simulation bei $Ri = 1$ übersteigt den Bereich der verfügbaren DNS-Daten, so dass kein Vergleich möglich

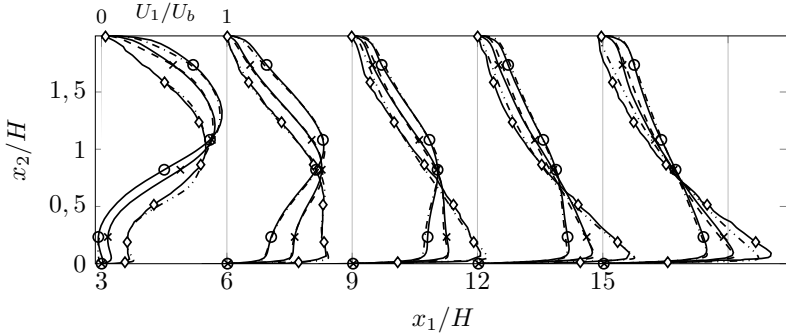


Abbildung 5.11: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile bei Mischkonvektion mit DNS-Daten an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Ri = 0, 12, 0,2$ und $0,4$.
 DNS-Daten: \circ $Ri = 0, 12$; \times $Ri = 0, 2$; \diamond $Ri = 0, 4$;
 RANS-Daten: \cdots $Ri = 0, 12$; $---$ $Ri = 0, 2$; $- \cdot - \cdot$ $Ri = 0, 4$.

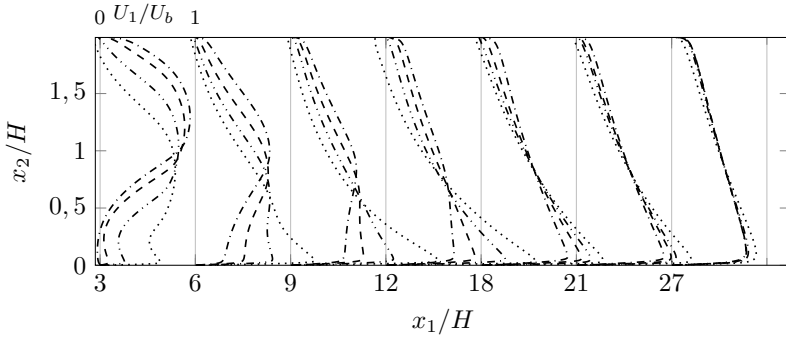


Abbildung 5.12: Visualisierung des Auftriebseinflusses anhand der Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Ri = 0, 12$ bis 1 .
 RANS-Daten: \cdots $Ri = 0, 12$; $---$ $Ri = 0, 2$; $- \cdot - \cdot$ $Ri = 0, 4$;
 $\cdots \cdots$ $Ri = 1$.

ist. Aus diesem Grund wird der Einfluss der Auftriebseffekte auf die modellierte Strömung in Abbildung 5.12 für die RANS-Simulationen dargestellt. Die Geschwindigkeitsprofile zeigen einen Rückgang der Rezirkulationszone sowie eine Ausdehnung des Eckenwirbels mit zunehmendem Einfluss der Auftriebskräfte an, wie bereits durch die Stromlinien in Abbildung 5.2 dargestellt wurde. Aufgrund der Kontinuität führt dies zu einer Verzögerung der Flüssigkeit in der Nähe der oberen Wand.

Eine gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten bis $x_1/H = 12$ zeigt sich für alle betrachteten Richardson-Zahlen. Für $Ri = 0,4$ zeigt sich im Vergleich zu den DNS-Daten eine zu geringe Geschwindigkeit in der Nähe des Heizers ab $x_1/H = 15$. Für $Ri = 1$ stellt sich die höchste Strömungsgeschwindigkeit entlang der Heizung bei $x_1/H \approx 12$ ein. Aufgrund einer sich aufbauenden Grenzschicht und der damit verbundenen Zunahme von k nimmt das Maximum von U_1 in Strömungsrichtung immer weiter ab. Dies zeigen auch die Profile bei $Ri = 0,4$. Dieses Verhalten ist konsistent mit der Reduktion des c_f -Wertes in Abbildung 5.13 und 5.14. Stromabwärts der Heizung fehlt der bisherige Antrieb, wodurch die Strömung aufgrund der turbulenten Scherspannungen verlangsamt wird. An der Position $x_1/H = 27$ sind nur geringe Unterschiede in den modellierten Geschwindigkeitsprofilen zu erkennen, was zu der Schlussfolgerung führt, dass sich die Strömung bei höherem Auftrieb schneller dem auftriebsfreien Fall annähert. Dieser Effekt zeigt sich auch in der Schubspannungsverteilung in Abbildung 5.15, die eine schnellere Abnahme der Scherspannungen mit größeren Ri zeigen.

Die starke Strömungsumlenkung nach der Stufe für $Ri = 0,4$ und 1 führt zu einer Strömungsablösung an der adiabaten Wand wie die negativen Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 5.12 und die Stromlinienverläufe in Abbildung 5.2 zeigen. Für $Ri = 0,4$ löst die Strömung an der oberen Wand aufgrund der starken Umlenkung nach der Stufe ($x_1/H \approx 2$) sowie bei $x_1/H = 12$ ab. Mit steigender Richardson-Zahl dehnen sich die beiden Rezirkulationsgebiete in Strömungsrichtung aus und weisen bei $Ri = 1$ ein zusammenhängendes Rezirkulationsgebiet entlang der adiabaten Wand auf.

Für k sind die Unterschiede zwischen den DNS-Daten und den RANS-Simulationen ausgeprägter als für das mittlere Geschwindigkeitsfeld, wie in Abbildung 5.16 gezeigt wird. Eine Verkürzung der Rezirkulationszone mit zunehmendem Einfluss des Auftriebs führt zu einem reduzierten k Profil hinter der Stufe. In der Nähe der beheizten Oberfläche führt die Änderung des Geschwindigkeitsfeldes durch Auftrieb zu kleinen Geschwindigkeitsgradienten in wandnormaler Richtung für $6 < x_1/H \leq 12$ und $Ri = 0,4$, wie Abbildung 5.11 zeigt. Daher wird die Produktion von k aufgrund der vernachlässigbaren Scherrate unterdrückt. Innerhalb dieser Region ist eine gute Übereinstimmung mit den DNS-Daten offensichtlich. Mit dem sich entwickelnden Maximum im Geschwindigkeitsprofil über dem Heizer weiter stromab werden starke Scherspannungen erzeugt, welche die Produktion von k bei $x_2/H \approx 0,5$ verursachen. Die Produktion ist jedoch stärker als die durch die DNS-Daten angegebene, insbesondere für $x_2/H \geq 0,5$, da diese für lineare Turbulenzmodelle direkt von dem Geschwindigkeitsgradienten abhängt. Aufgrund der höheren turbulenten Scherspannung ist eine Zunahme der turbulenten Wärmeströme und eine geringere Temperatur in der Nähe der beheizten Wand zu erwarten.

Widerstandsbeiwert

Die Verteilung des Widerstandsbeiwertes entlang der eingerückten Wand ist für die verschiedenen Fälle in Abbildung 5.14 dargestellt. Der Vergleich mit den DNS-Daten erfolgt für $0 < x_1/H \leq 20$ in Abbildung 5.13. Die in Strömungsrichtung wirkende Auftriebskraft beschleunigt das Fluid in der Nähe der beheizten Oberfläche, was zu einem Anstieg von c_f führt. Abweichungen vom c_f -Profil sind bereits für eine kleine Richardson-Zahl wie $Ri = 0,01$ erkennbar. Der zusätzliche Impuls im Fluid verstärkt die Ausdehnung des Eckenwirbels entlang der Heizung, welcher das Ablösen der Rezirkulationszone von der Heizung für $Ri \geq 0,12$ bewirkt [97] [SFM16].

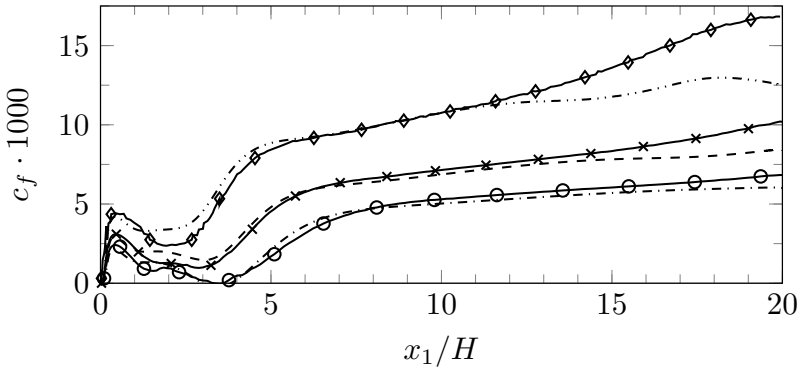


Abbildung 5.13: Einfluss der Auftriebskräfte auf den Reibungsbeiwert entlang der beheizten Wand für $Ri = 0, 12, 0, 2$ und $0, 4$.

DNS-Daten: \circ $Ri = 0, 12$; \times $Ri = 0, 2$; \diamond $Ri = 0, 4$;
 RANS-Daten: $-\cdot-\cdot-$ $Ri = 0, 12$; $-\cdot-\cdot-$ $Ri = 0, 2$; $-\cdot-\cdot-$ $Ri = 0, 4$.

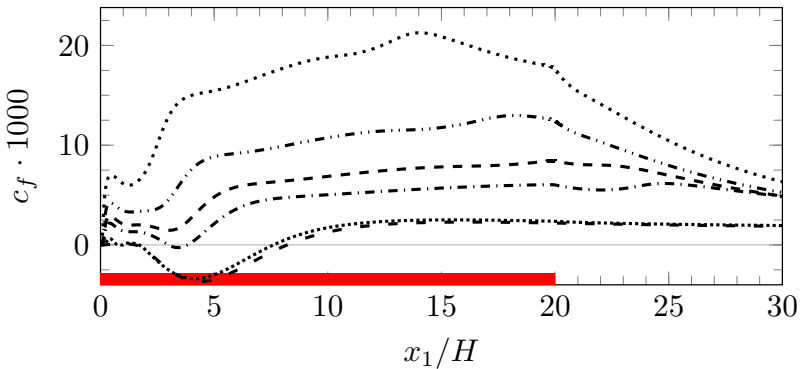


Abbildung 5.14: Einfluss der Auftriebskräfte auf den Reibungsbeiwert entlang der eingerückten Wand. Der rote Balken symbolisiert den Heizer.

$Ri = 0$: $-\cdot-\cdot-$; $Ri = 0, 01$: $\cdots\cdots\cdots$; $Ri = 0, 12$: $-\cdot-\cdot-$; $Ri = 0, 2$: $-\cdot-\cdot-$;
 $Ri = 0, 4$: $-\cdot-\cdot-$; $Ri = 1$: $\cdots\cdots\cdots$

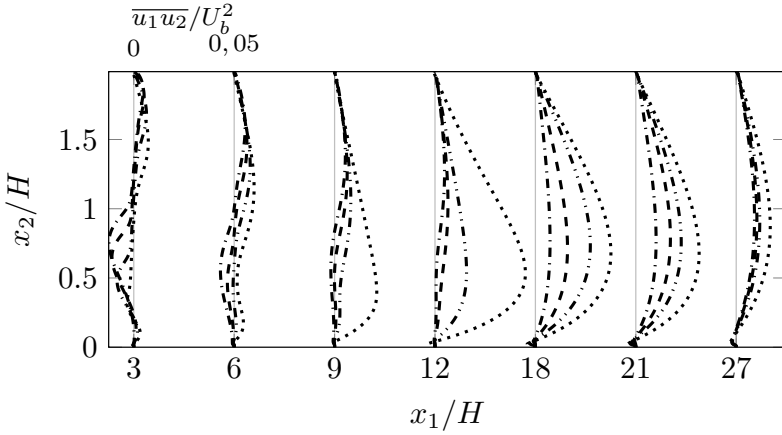


Abbildung 5.15: Vergleich der modellierten turbulenten Scherspannung bei zunehmendem Einfluss der Auftriebskräfte.
 - ···· - $Ri = 0, 12$; - - - $Ri = 0, 2$; - · - · $Ri = 0, 4$; ····· $Ri = 1$

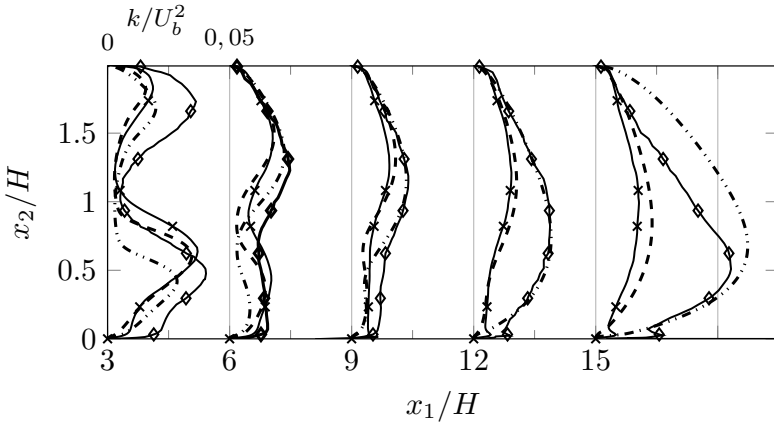


Abbildung 5.16: Vergleich der turbulenten kinetischen Energie mit den DNS-Daten für auftriebsunterstützte Mischkonvektion für $Ri = 0, 2$ und $0, 4$.
 DNS-Daten: —○— $Ri = 0, 12$; —×— $Ri = 0, 2$; —◇— $Ri = 0, 4$;
 RANS-Daten: ····· $Ri = 0, 12$; - - - $Ri = 0, 2$; - · - · $Ri = 0, 4$.

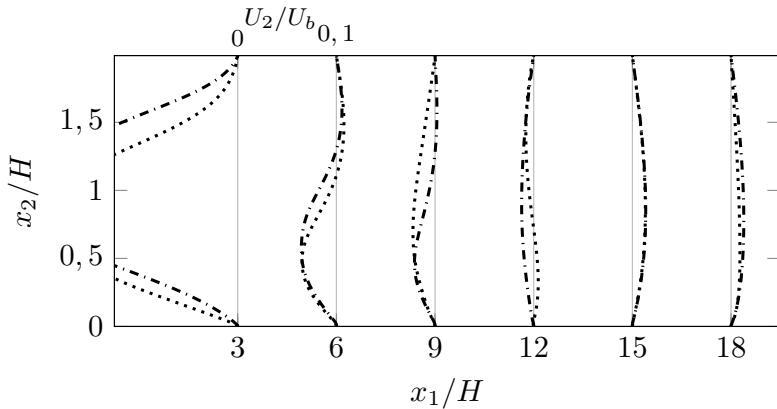


Abbildung 5.17: Vergleich der mittleren wandnormalen Geschwindigkeit mit zunehmendem Auftriebseinfluss. - · - · $Ri = 0,4$; ····· $Ri = 1$.

Die Verkleinerung der Rezirkulationszone führt für größere Ri zu einer Verschiebung von $c_{f,min}$ in Richtung der Stufe. Dem kleinen Bereich einer Abnahme von c_f folgt ein steiler Anstieg, der aus der aufprallenden Zuströmung resultiert. Der nahezu lineare Anstieg des Widerstandsbeiwertes, der sich an diesen Bereich anschließt, ergibt sich aus Änderungen des Geschwindigkeitsprofils aufgrund der Beschleunigung des wandnahen Fluids. Die Steigung beider Bereiche nimmt mit zunehmendem Auftriebseffekt zu. Für die Fälle mit $Ri \geq 0,4$ ist eine Region mit abnehmendem c_f gegen Ende der Heizung sichtbar. Dieser Effekt ist auf verschiedene Mechanismen zurückzuführen. Abbildung 5.17 zeigt für beide Fälle eine positive Geschwindigkeit in Wandnormalenrichtung, die das Fluid in Richtung der adiabaten Wand transportiert. Dies führt zu einer besseren Vermischung des Geschwindigkeitsfelds und verringerten Geschwindigkeitsgradienten. Darüber hinaus führen die hohen Scherspannungen zu einem stärkeren Querimpulsaustausch und folglich zu einer besseren Durchmischung des thermischen Feldes (siehe Abbildung 5.15). Daraus resultiert eine zu geringe Wandtemperatur auf der Heizung und einer höheren auf der gegenüberlie-

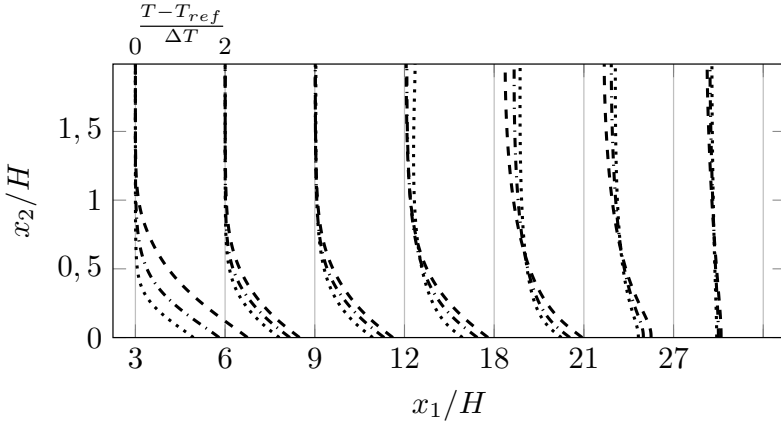


Abbildung 5.18: Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile mit zunehmendem Auftriebseinfluss.

--- $Ri = 0,2$; - · - · $Ri = 0,4$; ····· $Ri = 1$.

genden Wand, wie Abbildung 5.18 zeigt. Folglich sind die Auftriebskräfte im Vergleich zu den Positionen weiter stromauf reduziert, wodurch c_f verringert wird. Stromab des beheizten Bereiches nimmt die Wandreibung aufgrund der Verlangsamung der Strömung nahe der eingerückten Wand ab und strebt für $x_1/H \gg 40$ gegen den c_f -Wert für $Ri = 0$.

Alle Simulationen demonstrieren eine gute Übereinstimmung zwischen den RANS-Simulationen und den DNS-Daten stromab der Stufe. Die Vorhersagen für den Fall mit $Ri = 0,2$ und $0,4$ zeigen jedoch eine Abnahme von c_f um $x_1/H \approx 14$ bzw. $x_1/H \approx 12$. Dieses Verhalten wird durch die Zunahme der wandnormalen turbulenten Wärmeströme verursacht, wie Abbildung 5.9 zeigt. Das größere Profil von $\overline{u_2 \theta}$ bei $x/H = 15$ führt zu einer stärkeren Durchmischung der Temperatur, wodurch die Strömung in Wandnähe abkühlt und sich in einem reduzierten c_f -Verlauf widerspiegelt.

Die c_f -Verteilung an der oberen Wand ist in Abbildung 5.19 dargestellt. Für $Ri \leq 0,1$ gleicht der c_f -Verlauf dem einer erzwungenen Konvektion. Der Widerstandsbeiwert zeigt eine steile Abnahme bis zum Wiederanlegepunkt

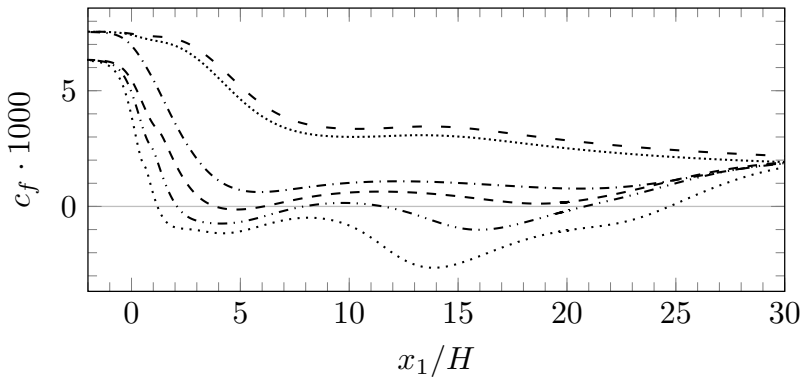


Abbildung 5.19: Vergleich von c_f entlang der adiabaten Wand nach der Querschnittserweiterung bei verschiedenen Richardson-Zahlen.

--- $Ri = 0$; $Ri = 0,01$; -.-.- $Ri = 0,12$; - - - $Ri = 0,2$;
 -.-.- $Ri = 0,4$; $Ri = 1$.

bei $x_1/H \approx 8$ auf. Von da an konvergiert die Kurve langsam auf denselben Wert wie an der unteren Wand. Infolge des Auftriebs an der beheizten Wand verringert sich die viskose Scherung, wodurch sich die Bulkgeschwindigkeit in negative x_2 -Richtung verlagert, wie in Abbildung 5.2 durch die gekrümmten Stromlinien gezeigt wird. Das führt zu einer steilen Abnahme der Geschwindigkeitsgradienten an der oberen Wand. Bereits für $Ri = 0,2$ sagen die modellierten c_f -Verläufe eine kurze Rezirkulationszone an der adiabaten Wand voraus, welche durch $c_f < 0$ gekennzeichnet ist. Eine weitere Zunahme des Auftriebs vergrößert diese Rezirkulationszone an der adiabaten Wand in Strömungsrichtung und führt zu einer zweiten Rezirkulation weiter stromabwärts bei ca. $x_1/H > 12$.

Nusselt-Zahl

In Abbildung 5.20 sind die lokalen Nu -Profile für verschiedene Richardson-Zahlen angezeigt und den DNS-Daten gegenübergestellt. Innerhalb des be-

Tabelle 5.3: Vergleich der integralen Nusselt-Zahl über die beheizte Länge von $20H$ und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten für $Re_H = 10000$.

	$Ri = 0,12$	$Ri = 0,2$	$Ri = 0,4$	$Ri = 1$
$\int Nu$ (DNS)	1,98	2,19	2,56	-
$\int Nu$ (LSY)	1,86	2,08	2,45	3,01
ε [%]	-5,9	-5,2	-4,4	-

trachteten Ri -Bereiches ist eine Erhöhung der Wärmeübertragung mit zunehmendem Einfluss der Auftriebskraft zu erkennen. Sobald der Auftrieb die Strömungsstruktur beeinflusst, zeigen alle Nu -Profile ein lokales Minimum an der gleichen Position $x_1 \approx 2H$ hinter der Stufe an. Die Position der maximalen Nusselt-Zahl verschiebt sich mit steigendem Auftriebseinfluss zu kleineren x_1 -Werten. Dieses Verhalten ist im Einklang mit den DNS-Daten. Für höhere Richardson-Zahlen führt die Produktion von k zu einem Anstieg der turbulenten Wärmediffusion. Dies führt zu einem Anstieg der Nusselt-Zahl wie in Abbildung 4.1 für $Ri = 0,4$ ab $x_1/H > 10$ aufzeigt. Die verstärkte turbulente Wärmediffusion führt dazu, dass die gesamte Wärmeübertragung entlang des Heizers nur geringe Abweichungen von den Vergleichsdaten aufzeigt, wie in Tabelle 5.3 zusammengefasst ist. Allerdings zeigt sich, dass die maximalen Nusselt-Zahlen unterschätzt werden. Die Abweichungen zwischen den RANS-Simulationen und den DNS-Daten steigen mit zunehmendem Auftriebseinfluss, wie in Tabelle 5.4 zusammengefasst ist.

Der Vergleich der Nusselt-Zahlen zeigt, dass trotz der starken Vereinfachungen, sowohl des linearen Turbulenzmodells, als auch der einfachen Gradientenhypothese (2.37), die Berechnung des globalen Wärmeeintrags Abweichung $< 5\%$ möglich sind. Daher eignen sich diese Modelle zur Berechnung ingenieurtechnischer Probleme.

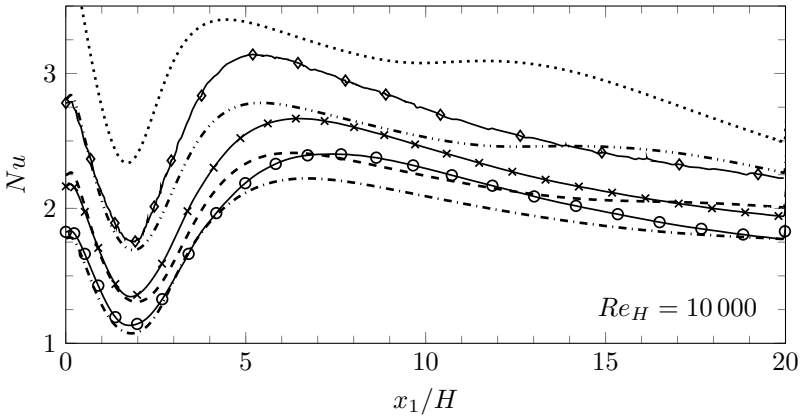


Abbildung 5.20: Vergleich der berechneten Nusselt-Zahlen entlang des Heizers stromab der Querschnittserweiterung bei verschiedenen Richardson-Zahlen.

DNS: —○— $Ri = 0,12$; —×— $Ri = 0,2$; —◇— $Ri = 0,4$;
 RANS: -·-·- $Ri = 0,12$; - - - $Ri = 0,2$; -·-·- $Ri = 0,4$;
 ····· $Ri = 1$

Tabelle 5.4: Vergleich der maximalen Nusselt-Zahl und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten für $Re_H = 10000$.

	$Ri = 0,12$	$Ri = 0,2$	$Ri = 0,4$	$Ri = 1$
Nu_{max} (DNS)	2,40	2,67	3,14	-
Nu_{max} (LSY)	2,20	2,41	2,78	3,40
ε [%]	-8,6	-9,6	-11,4	-

5.4 Fazit

Zunächst wird der Einfluss auftriebsunterstützter Mischkonvektion mit dem MM- und LSY-Modell für $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$ auf das Strömungsfeld untersucht. Dabei werden die unterschiedlichen Modelle anhand ihrer Fähigkeit, die Auftriebseinflüsse wiederzugeben, bewertet. Im Anschluss daran wird der Einfluss der Mischkonvektion auf das Strömungsfeld sowie die Wärmeübertragung mit Hilfe des LSY-Modells analysiert und mit DNS-Daten von Niemann und Fröhlich [31] verglichen.

Die Beschleunigung durch die Auftriebskräfte führt zu einer Umverteilung des Fluids in Richtung des Heizers und bedingt somit eine großskalige Änderung der Geschwindigkeitsverteilung. Die höchste Strömungsgeschwindigkeit zeigt sich oberhalb der beheizten Wand. Darüber hinaus kommt es durch die Beschleunigung in Wandnähe zu einer Relaminarisierung der Strömung stromabwärts der Stufe. Erst mit steiler werdenden Geschwindigkeitsgradienten kommt es zu einer Produktion von k .

Sowohl das MM-Modell als auch das LSY-Modell können den Auftriebseinfluss auf die Strömungsstruktur qualitativ abbilden. Die modellierten c_f -Verläufe zeigen eine gute Übereinstimmung der DNS-Daten, da der Einfluss des Turbulenzmodells aufgrund der Relaminarisierung vernachlässigbar ist.

Beide Modelle verwenden die einfache Gradientenhypothese für die Berechnung der turbulenten Wärmeströme. Somit entfällt u.a. der Einfluss der Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes auf die Produktion der turbulenten Wärmeströme. Zudem können lediglich die turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung abgebildet werden. Dies führt dazu, dass das MM-Modell den Einfluss der turbulenten Wärmeströme deutlich unterschätzt und zu Abweichungen im Profil der Nusselt-Zahl führt. Eine bessere Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten erzielt das LSY-Modell in Verbindung mit der Kays-Korrelation.

Es zeigt sich, dass der globale Wärmeeintrag in guter Übereinstimmung

mit den DNS-Daten berechnet wird. Dabei verringert sich die Differenz mit steigender Richardson-Zahl. Die beste Übereinstimmung der globalen Wärmeübertragung findet sich für $Ri = 0,4$, mit einer Abweichung von lediglich $-4,4\%$ gegenüber den DNS-Daten. Dies zeigt, dass integrale Größen komplexer Strömungen auch durch lineare Modelle in guter Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten abgebildet werden können und sich daher für den Einsatz im industriellen Umfeld eignen.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Bewertung existierender Turbulenz- und Wärmestrommodelle zur Beschreibung des Temperaturtransports in Flüssigmetallströmungen steht im Fokus dieser Arbeit. Hierfür werden existierende Turbulenz- und Wärmestrommodelle hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit im Bereich der Solarthermie ausgewählt und anhand einer ebenen Plattenströmung sowie einer Strömung über eine zurückspringende Stufe bewertet. Eine Übersicht über die verwendeten Modelle ist bezüglich der Turbulenzmodelle in Tabelle 2.2 und in Tabelle 2.3 für die Wärmestrommodelle gegeben.

Die Untersuchungen anhand der ebenen Plattenströmung mit aufgeprägten Wandwärmeströmen zeigen für niedrige Reynolds-Zahlen ($Re_\tau = 590$) eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten Temperaturprofile mit den Vergleichsdaten. Ein Einfluss des gewählten Modells konnte hierbei nicht festgestellt werden. Mit steigendem Einfluss der turbulenten Wärmeströme bei höheren Reynolds-Zahlen ($Re_\tau = 2000$) sind deutliche Unterschiede zwischen den berechneten Temperaturprofilen sowie den Vergleichsdaten zu erkennen. Die Modellkombinationen, welche die Korrelation von Kays [24] zur Berechnung der turbulenten Wärmeströme verwenden, zeigen insgesamt die beste Übereinstimmung mit den Literaturdaten. Die beste Übereinstimmung erreicht das V2F- und das Hellsten-Modell mit $-2,5\%$ sowie $-3,6\%$ bei $Re_\tau = 2000$ und $Pr = 0,025$. Bei einer molekularen Prandtl-Zahl von $Pr = 0,01$ steigen die Abweichung auf $-5,2\%$ und $-7,5\%$ an, da die turbulenten Wärmeströme im Bereich der Kanalmitte überschätzt werden. Die Betrachtung der globalen Wärmeübertragung anhand der Nusselt-Zahl bestätigt das Potential der Kays-Korrelation turbulente Wärmeströme

und somit die Wärmeübertragung für zwangskonvektiven Strömungen mit niedriger Prandtl-Zahlen gut vorhersagen zu können. Die Abweichungen sowohl des LSY, V2F und des Hellsten-Modells liegen unterhalb von 2%. Für diese drei Modelle zeigen die Ergebnisse eine verringerte Abweichung zwischen den LES-Vergleichsdaten und modellierten Ergebnissen mit steigender Reynolds-Zahl. Somit ist für die Untersuchung einfacher Strömungsfälle, wie die untersuchte vollentwickelte Plattenströmung, eine Modellkombination mit der Kays-Korrelation gegenüber den Zwei-Gleichungs-Modellen zu bevorzugen.

Da eine vollentwickelte Strömung in technischen Anlagen nur sehr selten anzutreffen ist, müssen die Modelle auch in komplexen Strömungen schnell, physikalisch sinnvolle Ergebnisse erzielen. Dafür wird eine ebene, turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen, nämlich 5000 mit $ER = 1,5$ und 10000, 20000 sowie 40000 bei $ER = 2$ betrachtet. Es zeigt sich, dass die Verschiebung des Wiederanlegepunktes in Strömungsrichtung mit der Zunahme des Expansionsverhältnisses ER durch die Modelle sehr gut wiedergegeben wird. Hingegen können die verwendeten Modelle die Abhängigkeit der Wiederanlegelänge von der Reynolds-Zahl nicht wiedergeben. Die Turbulenzmodelle zeigen für die Veränderung der Reynolds-Zahl von $Re_H = 10000$ auf 40000 eine fast konstante Wiederanlegelänge voraus, während die DNS-Daten eine Verlängerung von $0,6H$ andeuten. Darüber hinaus zeigt der Vergleich der Wiederanlegelängen, dass die $k - \varepsilon$ Modelle für die Berechnung physikalisch kurzer Wiederanlegelängen geeignet sind. Für $Re_H = 40000$ zeigen die $k - \omega$ Modelle mit $x_r = 8,8H$ eine Abweichung von 4,4% gegenüber den Vergleichsdaten, wodurch sie sich für Simulationen bei hohen Reynolds-Zahlen eignen. Darüber hinaus zeigt sich, dass sich die c_f -Verläufe des LSY-, SST- und Hellsten-Modells mit steigender Reynolds-Zahl einander annähern. Dabei wird die Ausdehnung des Eckenwirbels unterschätzt, was sich nachteilig auf die Vorhersage des Wärmeübergangs auswirkt. Das V2F-Modell unterschätzt die Wirbelviskosität im Bereich der Rezirkulation. Die-

ses Verhalten führt zu einer Überschätzung der Wiederanlegelänge bei allen durchgeführten Simulationen. Bei $Re_H = 40000$ zeigt sich darüber hinaus ein monoton steigender c_f -Verlauf anstelle des beschränkten Verhaltens. Daher eignet sich dieses Modell nicht zur Modellierung der hier betrachteten Strömung.

Die Untersuchung der Nusselt-Zahlprofile zeigt eine deutliche Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von der betrachteten Reynolds-Zahl. Für die Simulationen mit $Re_H = 10000$ dominiert die molekulare Wärmediffusion den Transportprozess bis $x/H \approx 5$. Erst ab dieser Position ist ein geringer Einfluss der turbulenten Wärmeleitung auf die Nusselt-Zahl-Verteilung erkennbar. Daher überschätzen die Modelle den Nu -Verlauf und sagen eine überhöhte Wärmeübertragung voraus. Mit steigender Reynolds-Zahl wächst auch der Einfluss der turbulenten Wärmeströme. Diesen Einfluss können die verwendeten Modelle nicht vollständig abbilden. Analog zum c_f -Verlauf gleichen sich die berechneten Nu -Verläufe mit steigender Reynolds-Zahl an. Die Position des maximalen Wärmeübergangs kann von den Modellen nicht in Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten berechnet werden. Diese sagen ihn stromaufwärts des Wiederanlegepunktes voraus, was zum einen der starken Vereinfachung der Wärmemodellierung zugesprochen wird. Zum anderen wird dies durch die hohen turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung innerhalb der Rezirkulationszone verursacht. Jedoch offenbar das Integral der Nusselt-Zahl über die gesamte Länge des Heizers, dass die Modelle den globalen Wärmeeintrag sehr gut wiedergeben können. Dabei zeigt das Hellsten-Modell mit $-0,7\%$ Abweichung bei $Re_H = 20000$ und $-0,3\%$ Abweichung bei $Re_H = 40000$ die beste Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Für das LSY- sowie für das MM-Modell weist die integrale Betrachtung der Nusselt-Zahl eine Abweichung von jeweils -6% bei $Re_H = 40000$ auf.

Der Einfluss der Mischkonvektion auf die Strömungsstruktur sowie den Wärmeübergang wird anhand des LSY- und des MM-Modells untersucht. Dabei ermöglicht das LSY-Modell eine bessere Vorhersage des thermischen

Feldes, weshalb dieses für detaillierte Untersuchungen des Auftriebseinflusses verwendet wird. Der Einfluss des Auftriebseffektes auf das Geschwindigkeitsfeld kann von dem LSY-Modell sehr gut wiedergegeben werden. Jedoch führt der steigende Einfluss der turbulenten Wärmeströme durch die Produktion von k zu einer Unterschätzung des Widerstandsbeiwertes. Die Verteilung der Nusselt-Zahlen zeigt ein umgekehrtes Verhalten. Dem verwendeten Modell ist es nicht möglich, die turbulenten Wärmeströme in Strömungsrichtung vorauszusagen, ebenso werden die turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung unterschätzt. Dieses Verhalten zeigt, dass für die vorliegende Strömung ein komplexeres, nicht-lineares Modell zur Modellierung der turbulenten Wärmeströme benötigt wird. Die Betrachtung des gesamten Wärmeübergangs anhand des Integrals der Nusselt-Zahl entlang der beheizten Fläche zeigt mit einer Abweichung von $-5,9\%$ bei $Ri = 0,12$ eine sehr gute Übereinstimmung mit den Vergleichsdaten. Die Abweichungen sinken mit steigendem Auftriebseinfluss. Für $Re_H = 20000$ betragen diese $-5,2\%$. Für $Re_H = 40000$ sinken die Abweichungen auf $-4,4\%$.

Die durchgeführten Simulationen zeigen eine gute Übereinstimmung der globalen Kennzahlen, also dem Widerstandsbeiwert und der Nusselt-Zahl, mit den Vergleichsdaten einer turbulenten Kanalströmung mit plötzlicher Querschnittserweiterung. Zukünftig sind weitere Untersuchungen bei kleineren Expansionsverhältnissen durchzuführen, um die Validität der getroffenen Aussagen anhand einer größeren Datengrundlage zu überprüfen.

Darüber hinaus können algebraische Korrelationen zur übertragbaren Wärmemenge in Abhängigkeit des Expansionsverhältnisses, der Reynolds- und der Richardson-Zahl abgeleitet werden. Dies ist im Bereich der Vorauslegung industrieller Anwendung von gesteigertem Interesse.

Ist hingegen das Studium des Strömungsfeldes und der Temperaturverteilung von Bedeutung, können neue, nicht-lineare Wärmeflussmodelle anhand der erzielten Ergebnisse verglichen und für Flüssigmetallströmungen optimiert werden.

7 Anhang

7.1 Eigenschaften von flüssigem Natrium

Stoffeigenschaften von flüssigem Natrium nach [13], bei Umgebungsdruck.

$$\begin{aligned}c_p &= -3,001 \cdot 10^6 T^{-2} + 1658 - 0,8479T + 4,454 \cdot 10^{-4} T^2 \\ \rho &= 1014 - 0,235T \\ \lambda &= 104 - 0,047T \\ \mu &= \exp\left(\frac{556,835}{T} - 0,3958 \ln T - 6,4406\right) \\ \beta &= \frac{1}{\rho \cdot (2723 - 0,531T)}\end{aligned}$$

Tabelle 7.1: Stoffwerte von flüssigem Natrium bei 423K:

c_p	ρ	λ	μ	β	ν
1,36e+03	914,59	81,12	5,43e-04	4,37e-07	5,94e-07

7.2 Modellgleichungen der verwendeten Turbulenzmodelle

Zusätzlich zu den RANS-Gleichungen werden bei der Turbulenzmodellierung weitere modellspezifische Gleichungen gelöst. Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Modellgleichungen werden im Folgenden aufgeführt. Dabei handelt es sich um sogenannte Low-Reynolds-Modelle, in denen der Einfluss der Turbulenz im wandnahen Bereich mit Hilfe von Dämpfungsfunktionen modelliert wird. Hierzu ist das verwendete Simulationsgitter in Wandnähe dementsprechend zu verfeinern. Üblicherweise wird die erste Zelle an der Wand so positioniert, dass $d < 1,0\bar{y}^+$ gilt. Dabei beschreibt d den Abstand des Zellmittelpunktes von der Wand.

$k - \varepsilon$ Modelle

Die Low-Reynolds- $k - \varepsilon$ -Modelle lösen jeweils eine Differentialgleichung für k und ε , die in allgemeiner Form durch

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + D + Y_c, \quad (7.1)$$

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} \left(-C_{\varepsilon 1} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \varepsilon \right) + E, \quad (7.2)$$

ausgedrückt werden können. Dabei steht Y_c für den Korrekturterm von Yap [53], welcher durch:

$$S_\varepsilon \equiv 0,83 \frac{\varepsilon^2}{k} \left(\frac{k^{1,5}}{\varepsilon l_e} - 1 \right) \left(\frac{k^{1,5}}{\varepsilon l_e} \right)^2, \quad (7.3)$$

Tabelle 7.2: Konstanten und Quellterme der linearen $k - \varepsilon$ Modelle.

	C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	D	E
LSY	0,09	1	1,3	1,44	1,92	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_i} \right)^2$	$2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_i} \right)^2$
AKN	0,09	1,4	1,4	1,5	1,9	-	-

Tabelle 7.3: Dämpfungsfunktionen der linearen $k - \varepsilon$ Modelle.

	LSY	AKN
f_ε	$1 - 0,3 \exp(-Re_t^2)$	$\left[1 - \exp\left(-\frac{y^*}{3,1}\right) \right]^2 \left[1 - 0,3 \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{6,5}\right)^2\right) \right]$
f_μ	$\exp\frac{-3,4}{(1+Re_t/50)^2}$	$\left[1 - \exp\left(-\frac{y^*}{14}\right) \right]^2 \left[1 + \frac{5}{Re_t^{0,75}} \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{200}\right)^2\right) \right]$

mit

$$l_e \equiv c_\mu^{-0,75} \kappa \Delta y, \quad (7.4)$$

gegeben ist und in Verbindung mit dem Modell von Launder und Sharma verwendet wird. Launder und Sharma verwenden darüber hinaus eine Gleichung für $\tilde{\varepsilon}$ anstelle von ε . Die turbulente Scherrate wird durch

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad (7.5)$$

mit

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (7.6)$$

berechnet. Die verwendeten Konstanten, Quellterme und Dämpfungsfunktionen sind in den Tabellen 7.2 und 7.3 gegeben. Dabei entsprechen $y^* = \frac{(v\varepsilon)^{0,25} \Delta y}{\nu}$ und $Re_t = \frac{k^2}{\varepsilon \nu}$.

$k - \varepsilon - \nu^2 - f$ -Modell nach Durbin

Durbin löst neben den Gleichungen (7.1) und (7.2) eine weitere Differentialgleichung für ν^2 und eine elliptische Relaxationsfunktion f , welche durch

$$\frac{\partial \overline{\nu^2}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{\nu^2}}{\partial x_j} = kf - \frac{\overline{\nu^2}}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}_r}{\sigma_{\nu^2}} \right) \frac{\partial \overline{\nu^2}}{\partial x_j} \right], \quad (7.7)$$

$$L_{\nu^2}^2 \nabla^2 f - f = \frac{C_1 - 1}{\tau_{\nu^2}} \left(\frac{\overline{\nu^2}}{k} - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{\varepsilon}, \quad (7.8)$$

mit der turbulenten Längenskala L_{ν^2} und Zeitskala τ_{ν^2}

$$L_{\nu^2} = C_L \max \left[\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\mathbf{v}^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right], \quad (7.9)$$

$$\tau_{\nu^2} = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, C_T \left(\frac{\mathbf{v}}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right], \quad (7.10)$$

gegeben sind. Somit lässt sich die Wirbelviskosität ohne Dämpfungsfunktionen durch

$$\nu_t = C_\mu \overline{\nu^2} \tau_{\nu^2}, \quad (7.11)$$

berechnen. Die Modellkonstanten sind in Tabelle 7.4 gegeben.

Tabelle 7.4: Konstanten des $k - \varepsilon - \nu^2 - f$ Modells.

C_μ	σ_{ν^2}	C_1	C_2	C_T	C_L	C_η
0,22	1	1,4	0,45	6	0,25	85

$k - \omega - SST$ -Modell nach Menter

Bei dem $k - \omega - SST$ -Modell von Menter [45] wird in dem wandnahen Bereich die Differentialgleichung für ω gelöst. Mit zunehmender Entfernung von der Wand wird die Formulierung zu einer Gleichung für ε umgewandelt. Dieses Vorgehen erlaubt es, das Wandverhalten durch die ω -Formulierung ohne Dämpfungsfunktionen aufzulösen. Die zu lösenden Gleichungen lauten:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_\omega 2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Die Wirbelviskosität berechnet sich für das Modell von Menter durch:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}, \quad (7.14)$$

mit

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad (7.15)$$

und

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500 \nu}{d^2 \omega} \right). \quad (7.16)$$

Der Übergang von der ω Formulierung zur ε Formulierung wird anhand der verwendeten Konstanten mit Hilfe der Übergangsfunktion

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \quad (7.17)$$

Tabelle 7.5: Konstanten des $k - \omega - SST$ -Modells.

σ_{k1}	σ_{k2}	$\sigma_{\omega1}$	$\sigma_{\omega2}$	β_1	β_2	β^*	a_1
0,85	1,0	0,075	0,856	0,0828	0,09	0,41	0,31

gewährleistet. Die Konstanten sind in Tabelle 7.5 aufgeführt. Die weiteren Funktionen sind:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (7.18)$$

und

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right], \quad (7.19)$$

mit

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right). \quad (7.20)$$

Nicht-lineares $k - \omega$ -Modell nach Hellsten

Ebenso wie das SST-Modell, verwendet Hellsten ein Übergangsfunktion, um von einer ω Formulierung in Wandnähe zu einer ε Formulierung zu gelangen. Darüber hinaus wird der explizit Algebraische Ansatz von Wallin und Johansson [39] zur Berechnung der Anisotropie verwendet. Dieser ist im Folgenden nur für eine zweidimensionale Strömung vorgestellt. Für die dreidimensionale Formulierung wird auf [46, 39] verwiesen.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & \frac{\gamma \omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + \frac{\sigma_d}{\omega} \max \left(\frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}, 0 \right). \end{aligned} \quad (7.22)$$

Tabelle 7.6: Konstanten des explizit algebraischen $k - \omega$ Modells von Hellsten.

σ_{k1}	σ_{k2}	$\sigma_{\omega1}$	$\sigma_{\omega2}$	β_1	β_2	γ_1	γ_2
1,1	1,1	0,53	1,0	0,0747	0,0828	0,518	0,44

Die verwendeten Konstanten werden über

$$C = f_{mix}C_1 + (1 - f_{mix})C_2, \quad (7.23)$$

mit der Übergangsfunktion

$$f_{mix} = \tanh(1.5\Gamma^4), \quad (7.24)$$

berechnet, wobei

$$\begin{aligned} \Gamma &= \min[\max(\Gamma_1, \Gamma_2), \Gamma_3], \\ \Gamma_1 &= \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \\ \Gamma_2 &= \frac{500\nu}{\omega d^2}, \\ \Gamma_3 &= \frac{20k}{\max\left[\frac{d^2}{\omega} \left(\frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}\right), 200k_\infty\right]}, \end{aligned}$$

gilt. Die Konstanten sind in Tabelle 7.6 gegeben. Die Reynoldsspannungen berechnen sich aus

$$-\overline{u_i u_j} = 2C_\mu^{eff} S_{ij}^* - \frac{2}{3}k\delta_{ij} - a_{ij}^{(ex,2D)}k \quad (7.25)$$

sowie

$$C_\mu^{eff} = -\frac{\beta_1}{2} = \frac{1}{2} \frac{6}{5} \left[\frac{N}{N^2 - 2II_\Omega} \right] \quad (7.26)$$

und

$$a_{ij}^{(ex,2D)} = \beta_4^{(2D)} (S_{ik}^* W_{kj}^* - W_{ik}^* S_{kj}^*). \quad (7.27)$$

Die dimensionslose Scherrate S_{ij}^* und Drehgeschwindigkeitstensor W_{ij}^* sind durch

$$\begin{aligned} S_{ij}^* &= \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ und} \\ W_{ij}^* &= \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

gegeben. Die Zeitskala τ wird anhand

$$\tau = \max \left(\frac{1}{\beta^* \omega}; C_\tau \sqrt{\frac{v}{\beta^* k \omega}} \right) \quad (7.28)$$

berechnet. Die Konstante β_4 in Gleichung (7.27) ist durch

$$\beta_4 = -\frac{6}{5} \left[\frac{1}{N^2 - 2II_\Omega} \right] \quad (7.29)$$

gegeben. Die Funktion N wird für den zweidimensionalen Fall mit

$$N = \begin{cases} \frac{A'_3}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/3} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) |P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3} & \text{für } P_2 \geq 0 \\ \frac{A'_3}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(P_1 / \sqrt{P_1^2 - P_2} \right) \right] & \text{für } P_2 < 0. \end{cases} \quad (7.30)$$

mit

$$P_1 = \left[\frac{A_3^2}{27} + \left(\frac{9}{20} \right) II_S - \frac{2}{3} II_\Omega \right] A'_3, \quad (7.31)$$

$$P_2 = P_1^2 - \left[\frac{A_3^2}{9} + \left(\frac{9}{10} \right) II_S + \frac{2}{3} II_\Omega \right]^3 \quad \text{und} \quad (7.32)$$

$$A'_3 = \frac{9}{5} + \frac{9}{4} \frac{11}{5} \left[\max \left(1 + \frac{81}{20} II_S, 0 \right) \right] \quad (7.33)$$

berechnet. Die Invarianten sind

$$II_\Omega = W_{kl}^* W_{lk}^*, \quad II_S = S_{kl}^* S_{lk}^* \quad \text{und} \quad IV = S_{kl}^* W_{lm}^* W_{mk}^*. \quad (7.34)$$

7.3 Wärmeflussmodellierung

Im Folgenden werden die verwendeten Wärmemodelle von Abe, Kondoh und Nagano [27] sowie von Manservisi und Menghini [28] beschrieben.

$\theta^2 - \varepsilon_{\theta^2}$ von Abe, Kondoh und Nagano

Das Modell von Abe, Kondo und Nagano verwendet jeweils eine partielle Differentialgleichung für die Berechnung der Temperaturfluktuationen θ^2 und deren Dissipationsrate ε_{θ^2} . Zur besseren Vergleichbarkeit mit dem Modell von Manservisi und Menghini wird die Gleichung für θ^2 in die Varianz der Temperaturfluktuationen $k_\theta = \theta^2/2$ umgeschrieben. Somit ergeben sich

$$\frac{D\overline{k_\theta}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial \overline{k_\theta}}{\partial x_j} \right\} P_\theta - \varepsilon_{k_\theta}, \quad (7.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon_\theta}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_j} \right\} + C_{P1} \frac{\varepsilon_\theta}{k_\theta} P_\theta \\ &- C_{P2} f_{P2} \frac{\varepsilon_\theta}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{D1} f_{D1} \frac{\varepsilon_\theta}{k_\theta} - C_{D2} f_{D2} \frac{\varepsilon \varepsilon_\theta}{k}. \end{aligned} \quad (7.36)$$

mit der Produktion von k_θ

$$P_\theta = \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (7.37)$$

Die turbulenten Wärmeströme berechnen sich für die beiden Modelle mit

$$\overline{u_j \theta} = -\alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (7.38)$$

Dabei berechnet sich α_t mit:

$$\alpha_t = C_\theta k \tau_{l\theta}, \quad (7.39)$$

wobei $\tau_{l\theta}$ der lokalen charakteristischen thermischen Zeitskala entspricht. Für das Modell nach Abe, Kondoh und Nagano [27] wird $\tau_{l\theta}$ über

$$\tau_{l\theta} = \frac{k}{\varepsilon} f_\lambda, \quad (7.40)$$

berechnet, wobei

$$f_\lambda = \left\{ 3 \frac{(v\varepsilon)^{0,75}}{k^{1,5}} \frac{\sqrt{2R}}{Pr} f_d + \frac{2R}{R+C_m} \right\} \quad (7.41)$$

$$\left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{14}\right) \right\} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{Pr}y^*}{14}\right) \right\}, \quad (7.42)$$

$$f_d = \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{200}\right)^2\right), \quad (7.43)$$

$$f_{D1} = (1 - \exp(-y^*))^2, \quad (7.44)$$

$$f_{P1} = f_{D1} = (1 - \exp(-y^*))^2, \quad (7.45)$$

$$f_{D2} = \frac{C_\varepsilon 2 f_2 - 1}{C_{D2}} (1 - \exp(-\frac{y^*}{5,7}))^2, \quad (7.46)$$

$$f_2 = 1 - 0,3 \exp\left(\frac{Re_t}{200}\right)^2, \quad (7.47)$$

gelten. Das Zeitskalenverhältnis ist durch $R = \frac{k_\theta / \varepsilon_{k\theta}}{k / \varepsilon}$ gegeben.

Manservisi und Menghini [28] verwenden für die Berechnung der lokalen charakteristischen thermischen Zeitskala drei unterschiedliche lokale thermisch Zeitskalen:

$$\tau_{l\theta} = f^{*} (\tau_{\theta,nw} + \tau_{\theta,int} + \tau_{\theta,asym}). \quad (7.48)$$

Tabelle 7.7: Konstanten der verwendeten Zwei-Gleichungs-Wärmemodelle.

	C_θ	σ_h	σ_ϕ	C_{P1}	C_{P2}	C_{D1}	C_{D2}	C_m
AKN	0,1	1,6	1,6	0,45	0,6	1,0	0,9	0,5
MM	0,1	1,4	1,4	0,925	0,9	1,0	1,0	0,3

Tabelle 7.8: Dämpfungsfunktionen der verwendeten Zwei-Gleichungs-Wärmemodelle.

	f_{D1}	f_{D2}	f_2
AKN	$(1 - \exp(-y^*))^2$	$\frac{1,9f_2-1}{C_{D2}}(1 - \exp(-\frac{y^*}{5,7}))^2$	$1 - \frac{3}{10} \exp(-\frac{Re_t}{200})^2$
MM	1	$\frac{1,9f_2-1}{C_{D2}}(1 - \exp(-\frac{y^*}{5,88}))^2$	$1 - \frac{3}{10} \exp(-\frac{Re_t^2}{42,2})$

Dabei sind die Dämpfungsfunktion sowie die einzelnen Zeitskalen wie folgt definiert:

$$f^* = \left(1 - \exp\left(-\frac{y^* \cdot \sqrt{\text{Pr}}}{19}\right)\right) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{y^*}{14}\right)\right) \quad (7.49)$$

$$\tau_{\theta, \text{nw}} = k/\varepsilon \cdot 1.3/\text{Re}_t^{0.75} \cdot \sqrt{2\text{R}}/\text{Pr} \cdot \exp\left(-\left(\frac{\text{Re}_t}{200}\right)^2\right), \quad (7.50)$$

$$\tau_{\theta, \text{int}} = k/\varepsilon \cdot 2\text{R}/(\text{R} + 0.3) \cdot \exp\left(-\left(\frac{\text{Re}_t}{500}\right)^2\right), \quad (7.51)$$

$$\tau_{\theta, \text{asym}} = 0.9 \cdot k/\varepsilon. \quad (7.52)$$

Die verwendeten Modellkonstanten und Dämpfungsfunktionen für beide Modelle sind in Tabelle 7.7 und 7.8 gegeben.

7.4 Gitterkonvergenz

Ebene Plattenströmung

Die Gitterkonvergenzstudien werden für die ebene Plattenströmung bei $Re_\tau = 2000$ durchgeführt. Der GCI gibt an, wie stark sich die Lösung bei einer weiteren Verfeinerung des Gitters verändern würde. Diese ist mit weniger als 1% sehr gering. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die gefundene Lösung als netzunabhängig angesehen werden kann. Für das Temperaturfeld sind die Fehler mit weniger als 0,51% geringer als für das Geschwindigkeitsfeld.

Tabelle 7.9: Berechnung des Diskretisierungsfehlers und des GCI für die ebene Plattenströmung anhand des Geschwindigkeitsfeldes bei $Re_\tau = 2000$.

	AKN	LSY	V2F	SST	Hellsten
r_{21}	2	2	2	2	2
r_{32}	2	2	2	2	2
p	1,75	1,57	0,7	0,38	0,57
e_{ext} [%]	0,05	0,28	0,66	0,77	0,60
GCI_1^{rel} [%]	0,02	0,9	0,28	0,35	0,26

Kanalströmung mit plötzlicher Querschnittserweiterung

Die Gitterkonvergenzstudien für die Simulation der BFS-Geometrie werden für $Re_H = 5000$ und 10000 durchgeführt. Die Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie für $Re_H = 10000$ zeigen, dass das mittlere Gitter bereits fein genug ist, weshalb das feinste Gitter für die Untersuchungen von $Re_H = 20000$ verwendet wird. Eine weitere lokale Verfeinerung der wandnahen Gitterzellen wird für $Re_H = 40000$ durchgeführt. Eine Verfeinerung der Regionen ohne große Gradienten wird somit umgangen, da diese Verfei-

Tabelle 7.10: Diskretisierungsfehler und GCI für die ebene Plattenströmung anhand des Temperaturfeldes bei $Re_\tau = 2000$ und $Pr = 0,025$.

	AKN	MM	LSY	V2F	SST	Hellsten
r_{21}	2	2	2	2	2	2
r_{32}	2	2	2	2	2	2
p	2	2	2	1,05	1,06	1,08
e_{ext} [%]	0,13	0,02	0,40	0,09	0,32	0,24
GCI_1^{rel} [%]	0,17	0,002	0,51	0,14	0,26	0,17

nerung zu höheren Rechenzeiten ohne Zugewinn an Genauigkeit führt. Der GCI ist für beide Modelle unterhalb von 1,5%.

Tabelle 7.11: Auflistung des mittleren Diskretisierungsfehler und des mittleren GCI sowie deren Standardabweichung von c_f und Nu für $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$ für das MM- und das LSY-Modell, basierend auf dem mittleren Simulationsgitter.

	r_{12}	r_{23}	p	e [%]	σ_e^{23}	GCI [%]	σ_{GCI}
	c_f						
LSY	1,30	1,36	1,45	0,90	0,42	1,4	0,46
MM	1,30	1,36	1,66	0,45	0,20	0,56	0,23
	Nu						
LSY	1,30	1,36	1,42	0,68	0,77	0,86	0,97
MM	1,30	1,36	1,46	0,19	0,11	0,24	0,14

Tabelle 7.12: Berechnung des Diskretisierungsfehlers und des GCI für den lokalen Widerstandsbeiwert und die Nusselt-Zahl entlang des Heizers für die Untersuchung des mischkonvektiven Einflusses anhand des LSY-Modells.

Ri	c_f			Nu		
	p	e_{12} [%]	GCI_{12} [%]	p	e_{12} [%]	GCI_{12} [%]
0	1,09	1,09	1,34	1,84	0,16	0,2
0,12	1,77	0,43	0,44	1,60	0,20	0,25
0,2	1,98	0,29	0,35	1,99	0,09	0,12
0,4	1,71	0,41	0,50	1,67	0,07	0,09
1	1,72	0,44	0,55	1,64	0,05	0,06

7.5 Auswertung der turbulenten Strömung bei unstetiger Kanalquerschnittserweiterung bei $Re_H = 20000$

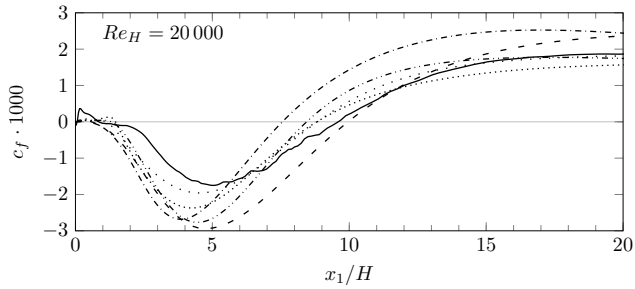


Abbildung 7.1: Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung entlang der eingerückten Wand bei $Re_H = 20000$. - · - · LSY; - - - - AKN; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS

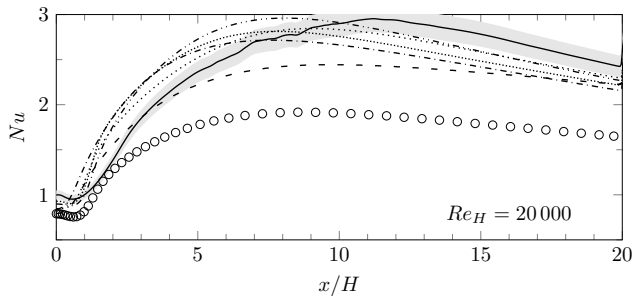


Abbildung 7.2: Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 20000$. Der graue Bereich zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b . \circ LSY + $\alpha_t = 0$; - · - · LSY; - - - MM; - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

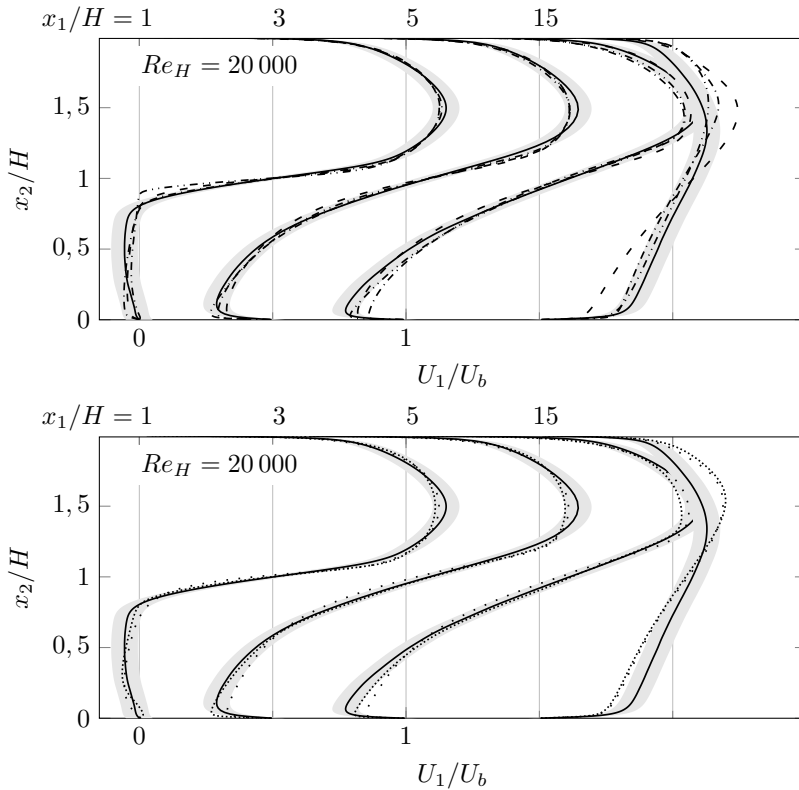


Abbildung 7.3: Vergleich der gemittelten enddimensionierten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2,0$ und $Re_H = 20000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. Der graue Bereich zeigt den Fehlerbereich von $\pm 5\%$ um die Vergleichsdaten, bezogen auf U_b . - · - · - LSY; - - - - AKN; - - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

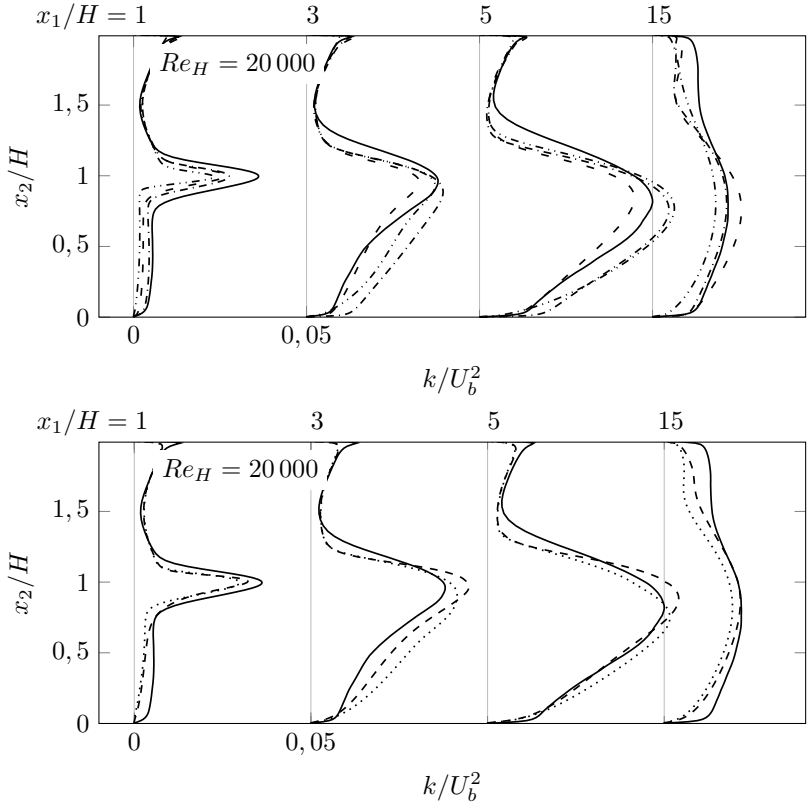


Abbildung 7.4: Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2,0$ und $Re_H = 20000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. - · - · LSY; - - - - AKN; - - - - V2F; ····· SST; ····· Hellsten; — DNS.

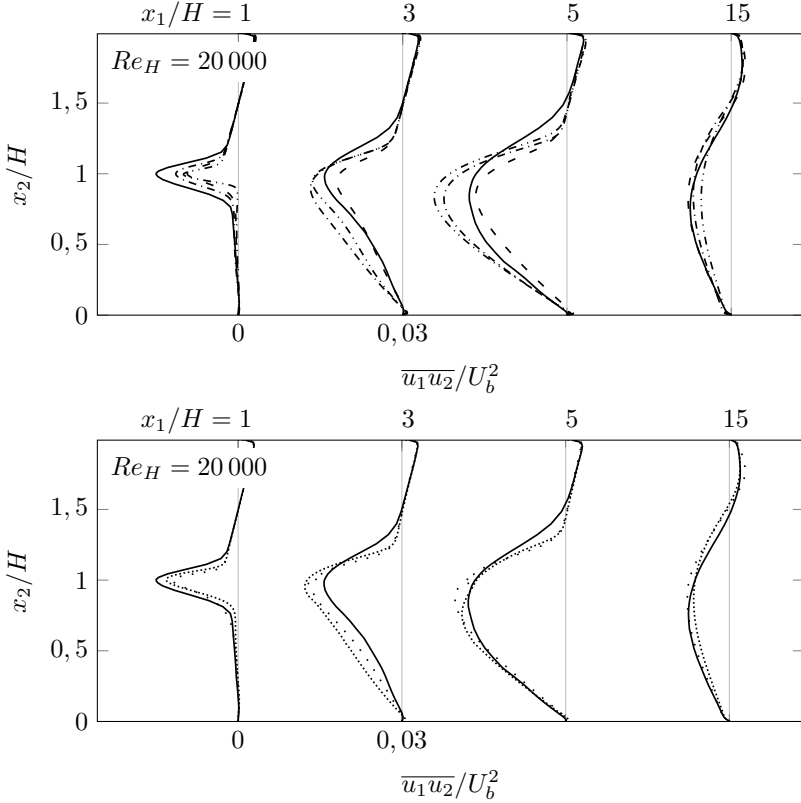


Abbildung 7.5: Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2,0$ und $Re_H = 20000$ an den Positionen $x_1/H = 1, 3, 5$ und 15 stromabwärts der Stufe. - · · · LSy; - · · · AKN; - - V2F; · · · · SST; · · · · Hellsten; — DNS.

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Lateinische Großbuchstaben

\hat{T}	transformierte Temperatur	K
\tilde{P}	reduzierter Druck	Pa
\tilde{P}^*	dimensionsloser reduzierter Druck	-
A	durchströmte Querschnittsfläche	m^2
AR	Seitenverhältnis	-
D	Kanalhöhe nach der Expansion	m
D_h	hydraulischer Durchmesser	m
D_k	Quellterm	$\frac{m^2}{s^3}$
E	Quellterm	$\frac{m^2}{s^4}$
E_k	Energiespektrum der turbulenten kinetischen Energie	-
E_t	Energiespektrum der thermischen Fluktuationen	-
ER	Expansionsverhältnis ($D/(D-H)$)	-
F_s	Sicherheitsfaktor	-
Gr	Grashoff-Zahl $\left(\frac{g\beta L_{char}^3 (T-T_{ref})}{\nu^2} \right)$	-
H	Stufenhöhe	m
L	Umfang eines Strömungskanals	m
L_H	beheizte Länge	m
L_r	Länge	m

Symbolverzeichnis

L_{char}	charakteristische Länge	m
Nu	Nusselt-Zahl ($\frac{\alpha L}{\lambda}$)	-
P	zeitgemittelter statischer Druck	Pa
P^*	dimensionsloser Druck	-
P_k	Produktionsterm von k	$\frac{m^2}{s^3}$
P_{char}	charakteristischer Druck	Pa
Pe	Péclet-Zahl ($RePr$)	-
Pe_t	turbulente Péclet-Zahl ($\frac{v_t}{\alpha}$)	-
Pr	molekulare Prandtl-Zahl	-
Pr_t	turbulente Prandtl-Zahl	-
Re	Reynolds-Zahl ($\frac{UL}{\nu}$)	-
Re_τ	Reibungsreynolds-Zahl ($\frac{u_\tau h}{\nu}$)	-
Re_H	Reynolds-Zahl ($\frac{UH}{\nu}$)	-
Re_t	turbulente Reynolds-Zahl ($\frac{k^2}{\epsilon v}$)	-
Ri	Richardson-Zahl ($\frac{Gr}{Re^2}$)	-
S_{ij}	Formänderungsgeschwindigkeitstensor	$1/s$
St	Stanton-Zahl ($\frac{Nu}{RePr}$)	-
T	instantane sowie zeitgemittelte Temperatur	K
T^*, T_i^+	dimensionslose Temperatur	-
T_τ	Reibungstemperatur	K
T_b	Bulktemperatur	K
T_{char}	charakteristische Temperatur	K
T_{ref}	Referenztemperatur	K
U	mittlere Strömungsgeschwindigkeit	m/s

U_b	mittlere Strömungsgeschwindigkeit	m/s
U_i	zeitgemittelte Geschwindigkeitskomponente	m/s
U_i^*, U_i^+	dimensionslose Geschwindigkeit	-
U_{char}	charakteristische Geschwindigkeit	m/s
V	mittlere Geschwindigkeit in wandnormaler Richtung	m/s
W_{ij}	Drehgeschwindigkeitstensor	$1/s$

Lateinische Kleinbuchstaben

Δy	Wandabstand	m
\dot{q}	zugeführte Wärme	J/kg
$\overline{u_i \theta}$	turbulente Wärmeströme	mK/s
$\overline{u_i u_j}$	Reynoldsspannungstensor	m^2/s^2
\overline{uv}	turbulente Scherspannung	m^2/s^2
$a_{ij}^{(ex)}$	anisotroper Term	-
c_f	Widerstandsbeiwert $\left(\frac{2 \tau_w}{\rho U_{ref}^2} \right)$	-
c_p	spezifische Wärmekapazität	$J/(kgK)$
e	innere Energie	J/kg
e_i	Einheitsvektor	-
e_{ext}	Diskretisierungsfehler	-
f	elliptische Dämpfungsfunktion	-
f_i	Volumenkraftvektor	m/s^2
g	Gravitationskonstante	m/s^2
h	halbe Kanalhöhe	m
k	turbulente kinetische Energie $(0,5 \overline{u_i u_j})$	m^2/s^2

k_θ	Varianz der Temperaturfluktuationen ($\theta^2/2$)	K^2
l_{mix}	Mischungsweglänge	m
p	instantaner statischer Druck	Pa
p'	Druckfluktuation	Pa
p^*	Konvergenzordnung	-
r	Verfeinerungsverhältnis	-
t	Zeit	s
u'_i	Geschwindigkeitsfluktuation	m/s
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	m/s
u_i	instantane Geschwindigkeitskomponente	m/s
v^2	wandnormale Geschwindigkeitsfluktuationen	m^2/s^2
v_{mix}	Mischungsgeschwindigkeit	m/s
x^*	dimensionslose Raumrichtung	-
x_2^+	entdimensionierter Wandabstand	-
x_i	Raumrichtung	-
x_r	Wiederanlegelänge	m
$x_{ref,j}$	Referenzort	-

Abkürzungen

AKN	lineares $k - \varepsilon - \theta^2 - \varepsilon_\theta$ -Modell von Abe, Kondoh und Nagano
DNS	Direkte Numerische Simulation
EARSM	explizites algebraisches Reynoldsspannungsmodell
GCI	Grid Convergence Index

Hellsten	explizites algebraisches Reynoldsspannungsmodell von Hells- ten
Kays	lokale Korrelation für den Wärmeübergang nach Kays
LES	Grobstruktursimulation
LS	lineares $k - \varepsilon$ -Modell von Launder und Sharma
LSYap	lineares $k - \varepsilon$ -Modell von Launder und Sharma mit Yap Korrekturterm
MM	lineares $k - \varepsilon - k_\theta - \varepsilon_{k_\theta}$ -Modell von Manservisi und Menghini
Na	Natrium
Pb	Blei
Pb-Bi	Blei Bismut
RANS	Reynolds gemittelte Navier Stokes
RSM	Reynoldsspannungsmodell
SST	lineares $k - \omega - SST$ -Modell von Menter
V2F	nicht-lineares $k - \varepsilon - \nu_2 - f$ -Modell nach Davidson

griechische Zeichen

α	molekulare Temperaturleitfähigkeit	m^2/s
α_t	turbulente Temperaturleitfähigkeit	m^2/s
β	volumetrischer Expansionskoeffizient	$1/K$
δ	Grenzschichtdicke	m
δ_{ij}	Kronecker Delta	m
δ_{th}	thermische Grenzschichtdicke	m
δ_{visc}	viskose Grenzschichtdicke	m

Symbolverzeichnis

δ_v	viskose Längenskala	m
ε	Dissipationsrate von k	$\frac{m^2}{s^3}$
ε_θ	Dissipationsrate von k_θ	$\frac{K^2}{s}$
η_k	Kolmogorov-Längenskala	m
η_{th}	Corrsin-Längenskala	m
κ	Wellenzahl	$\frac{1}{m}$
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/mK
μ_t	turbulente Viskosität	kg/ms
ν	kinematische Viskosität	m^2/s
ν_t	Wirbelviskosität	m^2/s
ω	spezifische Dissipationsrate	$\frac{1}{s}$
ϕ	Lösungsvariable	
ϕ_{ext}	exakte Lösung	
ρ	Dichte	kg/m^3
ρ_{ref}	Referenzdichte	kg/m^3
τ	turbulente Zeitskala	s
τ_θ	Zeitskala des Temperaturfeldes	s
τ_θ	thermische Zeitskala	s
τ_m	gemischte Zeitskala	s
τ_t	turbulente Schubspannungen	$\frac{kg}{ms^2}$
τ_w	Wandschubspannung	$\frac{kg}{ms^2}$
τ_{ij}	Spannungstensor	$\frac{kg}{ms^2}$
θ	Temperaturfluktuation	K^2
$\tilde{\varepsilon}$	homogener Anteil von ε	$\frac{m^2}{s^3}$

Indizes

i,j	Koordinatenachsen
ref	Referenzwert

Abbildungsverzeichnis

1.1	Exemplarische Darstellung eines Solarturmkraftwerks.	2
1.2	Prinzipskizze der SOMMER Anlage am KALLA Labor des Karlsruher Instituts für Technologie (Grafik illustriert nach: [5]).	3
1.3	Skizze der KASOLA Anlage (Grafik illustriert nach [9], links) und eines Kanals mit einer un stetigen Querschnittserweiterung (rechts).	4
1.4	Verhältnis der Grenzschichtdicken für $Pr \leq 1$ (links) und $Pr \approx 1$ (rechts), veranschaulicht anhand einer Grenzschichtströmung. .	8
1.5	Molekulare Prandtl-Zahl als Funktion der Temperatur für ver- schiedene Flüssigmetalle in °C.	9
1.6	Anteil der molekularen \dot{q}_{mol}^+ und turbulenten \dot{q}_{turb}^+ Wärmeströ- me am gesamten Wärmestrom \dot{q}_{tot}^+ für $Pr = 0,71$ (oberes Bild) und $Pr = 0,025$ (unteres Bild) einer ebenen, turbulenten und vollentwickelten Plattenströmung in dimensionsloser Darstellung.	10
1.7	Vergleich der turbulenten Prandtl-Zahlverläufe für eine ebene Plattenströmung bei $Pr = 0,025$ bei zwei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten, wobei $U[21] < U[22]$. Die graue Linie zeigt das konstante Verhältnis ($Pr_t = 0,9$), welches zur Modellierung der turbulenten Wärmeströme in Luft verwendet wird.	11

2.1	Schematische Darstellung dreidimensionaler Energiespektren für Geschwindigkeitsschwankungen $E(k)$ und für Temperaturschwankungen $E_t(k)$ einer zwangskonvektiven Plattenkanalströmung mit $Pr \leq 1$ nach Grötzbach [19].	21
2.3	Darstellung der unterschiedlichen Wandregionen eines Geschwindigkeitsprofils sowie das entdimensionierte Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Plattenkanalströmung auf Basis der DNS-Daten von Pirozzoli <i>et al.</i> [34] und dem logarithmischen Wandgesetz.	24
2.4	Darstellung entdimensionierter Temperaturprofile einer turbulenten Plattenkanalströmung mit beidseitig beheizten Wänden, auf Basis der DNS-Daten von Pirozzoli <i>et al.</i> [34] für $Pr = 0, 2, 0,71$ und 1 sowie Duponcheel <i>et al.</i> [22] für $Pr = 0,025$ und dem logarithmischen Wandgesetz mit $B_\theta = (3,945Pr^{1/3} - 1,493)^2 + 2,269 \ln Pr$ und $\kappa_\theta = 0,46$	27
3.1	Schematische Darstellung einer zweidimensionalen Plattenströmung inklusive der thermischen Randbedingungen.	53
3.3	Vergleich der entdimensionierten Geschwindigkeitsprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$	57
3.4	Vergleich der entdimensionierten Wirbelviskositätsprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$	58
3.5	Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 590$ mit $Pr = 0,025$	59
3.6	Vergleich der entdimensionierten Wärmediffusion einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 590$ mit $Pr = 0,025$	60
3.7	Vergleich der entdimensionierten Wärmediffusion einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$	61
3.8	Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile einer ebenen Plattenströmung für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$	62

3.10	Vergleich von Pr_t für $Re_\tau = 2000$ mit $Pr = 0,025$ (links) und $Pr = 0,01$ (rechts).	63
3.11	Vergleich der berechneten Nusselt-Zahlen mit den Literaturdaten aus Tabelle 3.2 sowie den Korrelationen von Lubarsky und Kaufmann [72] und Skupinski <i>et al.</i> [73] für $Pr = 0,025$	66
4.1	Schematische Darstellung der zeitlich gemittelten turbulenten Strömung über eine zurückspringende Stufe unter Vernachlässigung der Auftriebskräfte.	71
4.2	Abbildung der untersuchten Strömungsgeometrie sowie der verwendeten Geometrie Größen und der Randbedingungen. (Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.)	79
4.3	Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung entlang der eingerückten Wand für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$	82
4.4	Vergleich der gemittelten entdimensionierten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$	84
4.5	Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$	85
4.6	Vergleich der entdimensionierten turbulenten Schubspannungen an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 1,5$ und $Re_H = 5000$	86
4.7	Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung für $Re_H = 5000$ und $Re_H = 10000$	89
4.8	Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Re_H = 10000$	90
4.9	Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Re_H = 10000$	91

4.10	Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung für $Re_H = 10000$ und $Re_H = 40000$	93
4.11	Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 10000$ und $Re_H = 40000$	94
4.12	Vergleich der gemittelten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe.	95
4.13	Vergleich der entdimensionierten gemittelten Temperaturdifferenz an verschiedenen Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$	96
4.14	Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie $Re_H = 40000$ und $Pr = 0,0088$	97
4.15	Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$	98
4.16	Vergleich des Verhältnisses der turbulenten zur molekularen Wärmediffusion des V2F- (links) und LSY-Modells (rechts) an fünf Positionen stromab der Stufe für $Re_H = 5000$ und $Pr = 0,0088$	99
4.17	Vergleich der entdimensionierten gemittelten Temperaturdifferenz an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Re_H = 5000$ sowie $Re_H = 10000$ und $Pr = 0,0088$	101
4.18	Vergleich der Nu -Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 5000$ sowie $Re_H = 10000$ und $Pr = 0,0088$	102
4.19	Vergleich der turbulenten Wärmeströme des LSY-Modells in Strömungsrichtung und in wandnormaler Richtung für $Re_H = 10000$ mit den DNS-Daten.	103
4.20	Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 10000$ sowie 40000 und $Pr = 0,0088$	104
4.21	Nusselt-Zahl-Profile des AKN- und MM-Modells für $Re_H = 20000$	107

4.22	Vergleich der turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung für $Re_H = 40000$ mit den DNS-Daten.	108
5.1	Simulationsgeometrie für die Untersuchung von Mischkonvektion.	114
5.2	Betrachtung der modellierten Stromlinien für eine turbulente Strömung über eine zurückspringende Stufe bei Zwangskonvektion (oben) und Mischkonvektion (Mitte und unten) bis $x_1/H = 10$ für $Re_H = 10000$	116
5.3	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile bei Misch- und bei Zwangskonvektion für $Re_H = 10000$	117
5.4	Vergleich der Temperaturprofile bei Mischkonvektion für $Re_H = 10000$	118
5.5	Vergleich von k bei Mischkonvektion und bei Zwangskonvektion für $Re_H = 10000$	119
5.6	Vergleich der turbulenten Scherspannungen für $Ri = 0$ und $Ri = 0,2$ bei $Re_H = 10000$	119
5.7	Vergleich von c_f bei Misch- und Zwangskonvektion für $Re_H = 10000$	121
5.8	Vergleich von Nu bei Mischkonvektion und bei Zwangskonvektion.	122
5.9	Vergleich der wandnormalen turbulenten Wärmeströme bei $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$	123
5.10	Vergleich der wandparallelen turbulenten Wärmeströme bei $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$	124
5.11	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile bei Mischkonvektion mit DNS an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Ri = 0, 12, 0,2$ und $0,4$	126
5.12	Visualisierung des Auftriebseinflusses anhand der Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $Ri = 0, 12$ bis 1	126

5.13	Einfluss der Auftriebskräfte auf den Reibungsbeiwert entlang der beheizten Wand für $Ri = 0, 12, 0, 2$ und $0, 4$	129
5.14	Einfluss der Auftriebskräfte auf den Reibungsbeiwert entlang der eingerückten Wand.	129
5.15	Vergleich der modellierten turbulenten Scherspannung bei zunehmendem Einfluss der Auftriebskräfte.	130
5.16	Vergleich der turbulenten kinetischen Energie mit den DNS-Daten für auftriebsunterstützte Mischkonvektion für $Ri = 0, 2$ und $0, 4$	130
5.17	Vergleich der mittleren wandnormalen Geschwindigkeit mit zunehmendem Auftriebseinfluss.	131
5.18	Vergleich der entdimensionierten Temperaturprofile mit zunehmendem Auftriebseinfluss.	132
5.19	Vergleich von c_f entlang der adiabaten Wand nach der Querschnittserweiterung mit zunehmendem Auftriebseinfluss.	133
5.20	Vergleich der berechneten Nusselt-Zahlen entlang des Heizers stromab der Querschnittserweiterung bei verschiedenen Richardson-Zahlen.	135
7.1	Vergleich des Reibungsbeiwertes nach der Strömungsablösung für $Re_H = 20000$	157
7.2	Vergleich der Nusselt-Zahl-Verläufe nach der Stufe für $Re_H = 20000$	157
7.3	Vergleich der gemittelten entdimensionierten Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2, 0$ und $Re_H = 20000$	158
7.4	Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2, 0$ und $Re_H = 20000$	159

7.5	Vergleich der entdimensionierten turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Positionen nach der Stufe für $ER = 2,0$ und $Re_H = 20000$	160
-----	---	-----

Tabellenverzeichnis

1.1	Vergleich verschiedener Kühlmedien für Sonnenwärmekraftwerke. Dabei steht ρ für die Dichte, c_p für die spezifische Wärmekapazität und die molekulare Prandtl-Zahl Pr bezeichnet das Verhältnis aus kinematischer Viskosität und Temperaturleitfähigkeit. Die angegebenen Stoffdaten für Wasser sind aus [10, 11] für 873 K, Metallsalze aus [12] bei 573 K und für Natrium aus [13] für 423 K.	5
1.2	Thermo-physikalische Eigenschaften von Natrium, Blei und Blei-Bismut (44,5/55,5%) bei 550°C [14] sowie Luft bei 25°C und Wasser bei 20°C [15, 16].	7
2.1	Übersicht der unterschiedlichen Modellierungsansätze für die Reynoldsspannungen.	30
2.2	Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodelle.	45
2.3	Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Wärmestrommodelle.	48
3.1	Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle für eine ebene Plattenströmung.	53
3.2	Berechnete Nusselt-Zahlen für die vollentwickelte Plattenströmung bei konstanten Wandwärmeströmen bei den durchgeführten Simulationen.	65

3.3	Prozentuale Abweichungen der verwendeten Modelle in Bezug auf die maximale Temperatur in der Kanalmitte und die Nusselt-Zahl.	67
4.1	Strömungs- und Geometrieparameter der Simulationen für die unstetige Kanalexpansion und Quellen der numerischen Vergleichsdaten.	79
4.2	Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle für die turbulente Strömung über einen BFS.	80
4.3	Vergleich der berechneten Wiederanlegelängen x_r/H mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$	81
4.4	Vergleich von Position (x/H) und Größe des minimalen Reibungsbeiwertes mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ und $ER = 1,5$	83
4.5	Vergleich der berechneten Wiederanlegelängen x_r/H mit den Literaturdaten [96] für $Re_H = 5000$ bis 40000 sowie $ER = 1,5$ und $2,0$	87
4.6	Relative Position des maximalen Wärmeübergangs in Bezug zu dem Wiederanlegepunkt, $x_{Nu,max}/x_r$	105
4.7	Vergleich der integralen Nusselt-Zahl über die beheizte Länge von $20H$ und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten in %.	107
5.1	Randbedingungen der verwendeten Turbulenzmodelle.	115
5.2	Parameter der durchgeführten Simulationen mit den dazugehörigen Referenzen der Vergleichsdaten bei $Re_H = 10000$	115
5.3	Vergleich der integralen Nusselt-Zahl über die beheizte Länge von $20H$ und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten für $Re_H = 10000$	134
5.4	Vergleich der maximalen Nusselt-Zahl und der relativen Abweichung ε gegenüber den Vergleichsdaten für $Re_H = 10000$	135

7.1	Stoffwerte von flüssigem Natrium bei 423K:	143
7.2	Konstanten und Quellterme der linearen $k - \varepsilon$ Modelle.	145
7.3	Dämpfungsfunktionen der linearen $k - \varepsilon$ Modelle.	145
7.4	Konstanten des $k - \varepsilon - \nu^2 - f$ Modells.	146
7.5	Konstanten des $k - \omega - SST$ -Modells.	148
7.6	Konstanten des explizit algebraischen $k - \omega$ Modells von Hellsten.	149
7.7	Konstanten der verwendeten Zwei-Gleichungs-Wärmemodelle.	153
7.8	Dämpfungsfunktionen der verwendeten Zwei-Gleichungs-Wärmemodelle.	153
7.9	Berechnung des Diskretisierungsfehlers und des GCI für die ebene Plattenströmung anhand des Geschwindigkeitsfeldes bei $Re_\tau = 2000$	154
7.10	Diskretisierungsfehler und GCI für die ebene Plattenströmung anhand des Temperaturfeldes bei $Re_\tau = 2000$ und $Pr = 0,025$	155
7.11	Auflistung des mittleren Diskretisierungsfehler und des mittleren GCI sowie deren Standardabweichung von c_f und Nu für $Re_H = 10000$ und $Ri = 0,2$ für das MM- und das LSY-Modell, basierend auf dem mittleren Simulationsgitter.	155
7.12	Berechnung des Diskretisierungsfehlers und des GCI für den lokalen Widerstandsbeiwert und die Nusselt-Zahl entlang des Heizers für die Untersuchung des mischkonvektiven Einflusses anhand des LSY-Modells.	156

Literaturverzeichnis

- [1] P. Poizot and F. Dolhem. Clean energy new deal for a sustainable world: from non-CO₂ generating energy sources to greener electrochemical storage devices. *Energy & Environmental Science*, 4(6):2003–2019, 2011.
- [2] BMWi (Bundesministerium für Wirtschaft und Energie). Eckpunkte zur Umsetzung der strukturpolitischen Empfehlungen der Kommission „Wachstum, Strukturwandel und Beschäftigung“ für ein „Strukturstärkungsgesetz Kohleregionen“ 2019, Url: https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Downloads/E/eckpunkte-strukturwandel.pdf?_blob=publicationFilev=18, Zugriff: Dezember 2019.
- [3] BMWi (Bundesministerium für Wirtschaft und Energie) und BMU (Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit). Energiekonzept für eine umweltschonende, zuverlässige und bezahlbare Energieversorgung, 2010, Url: https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Downloads/E/energiekonzept-2010.pdf?_blob=publicationFilev=5, Zugriff: Februar 2020.
- [4] H. L. Zhang, J. Baeyens, J. Degrève, and G. Cacères. Concentrated solar power plants: Review and design methodology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 22(Supplement C):466 – 481, 2013.
- [5] J. Flesch, A. Fritsch, G. Cammi, L. Marocco, F. Fellmoser, J. Pacio, and T. Wetzel. Construction of a test facility for demonstration of a liquid

- lead-bismuth-cooled 10kw thermal receiver in a solar furnace arrangement - sommer. *Journal of Energy Procedia*, 69:1259 – 1268, 2015.
- [6] A. Fritsch, J. Flesch, V. Geza, Cs. Singer, R. Uhlig, and B. Hoffschmidt. Conceptual study of central receiver systems with liquid metals as efficient heat transfer fluids. *Journal of Energy Procedia*, 69:644 – 653, 2015.
- [7] J. Pacio, A. Fritsch, C. Singer, and R. Uhlig. Liquid metals as efficient coolants for high-intensity point-focus receivers: Implications to the design and performance of next-generation csp systems. *Energy Procedia*, 49:647 – 655, 2014.
- [8] HZDR - Helmholtz-Zentrum Dresden Rossendorf. Helmholtz-Alliance - LIMTECH (Liquid Metal Technologies). Url: <https://www.hzdr.de/db/Cms?pNid=2920>, Zugriff: April 2019.
- [9] W. Hering, R. Stieglitz, A. Jianu, M. Lux, A. Onea, and C. Homann. Scientific Program of the Karlsruhe Sodium Facility (KASOLA). In *International Conference on Fast Reactors and Related Fuel Cycles, FR13, Paris, Frankreich*, IAEA-CN-199/257, 2013. ISBN: 978-92-0-104114-2.
- [10] Y. Tian and C. Y. Zhao. A review of solar collectors and thermal energy storage in solar thermal applications. *Applied energy*, 104:538–553, 2013.
- [11] K. Vignarooban, X. Xu, A. Arvay, K. Hsu, and A. M. Kannan. Heat transfer fluids for concentrating solar power systems – A review. *Applied Energy*, 146:383–396, 2015.
- [12] D. Kearney, U. Herrmann, P. Nava, B. Kelly, R. Mahoney, J. Pacheco, R. Cable, N. Potrovitza, D. Blake, and H. Price. Assessment of a Molten Salt Heat Transfer Fluid in a Parabolic Trough Solar Field . *Journal of Solar Energy Engineering*, 125(2):170–176, 2003.

- [13] V. Sobolev. Database of thermophysical properties of liquid metal coolants for gen-iv. Technical report, Belgian Nuclear Research Centre, 2011.
- [14] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. *Liquid Metal Coolants for Fast Reactors Cooled by Sodium, Lead and Lead-Bismuth Eutectic*. Number NP-T-1.6 in IAEA Nuclear Energy Series. INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Vienna, 2012.
- [15] P. Kurzweil, B. Frenzel, J. Eichler, and B. Schiewe. *Physik Aufgabensammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Mit Fragestellungen aus der Physikalischen Chemie und Technik*. Springer-Verlag, Wiesbaden, Deutschland, 2012. ISBN: 978-3-8348-2454-7.
- [16] *VDI-Wärmeatlas*. VDI-Buch SpringerLink. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, Deutschland, 11., bearb. und erw. Aufl. edition, 2013. ISBN: 978-3-642-19981-3.
- [17] C. Fazio, V.P. Sobolev, A. Aerts, S. Gavrilov, K. Lambrinou, P. Schuurmans, A. Gessi, P. Agostini, A. Ciampichetti, L. Martinelli, et al. Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies - 2015 Edition. Technical report, OECD/NEA, Issy-les-Moulineaux, 2015.
- [18] G. Grötzbach. Revisiting the resolution requirements for turbulence simulations in nuclear heat transfer. *Nuclear Engineering and Design*, 241(11):4379 – 4390, 2011.
- [19] G. Grötzbach. Challenges in low-Prandtl number heat transfer simulation and modelling. *Nuclear Engineering and Design*, 264:41 – 55, 2013.
- [20] A. J. Reynolds. The prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(9):1055 – 1069, 1975.

- [21] H. Kawamura, H. Abe, and Y. Matsuo. Very large-scale structures observed in DNS of turbulent channel flow with passive scalar transport. In *15th Australasian Fluid Mechanics Conference. Sydney, Australia (13–17 December)*, pages 15–32, 2004.
- [22] M. Duponcheel, L. Bricteux, M. Manconi, G. Winckelmans, and Y. Bartosiewicz. Assessment of rans and improved near-wall modeling for forced convection at low Prandtl numbers based on les up to. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 75:470 – 482, 2014.
- [23] R. C. Martinelli. Heat transfer to molten metals. *Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers)*, 69:947–959, 1947.
- [24] W. M. Kays. Turbulent Prandtl number - where are we? *Journal of Heat Transfer*, 116(2):284–295, 1994.
- [25] B. Weigand, J. R. Ferguson, and M. E. Crawford. An extended Kays and Crawford turbulent Prandtl number model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(17):4191–4196, 1997.
- [26] Y. Nagano and C. Kim. A two-equation model for heat transport in wall turbulent shear flows. *Journal of Heat Transfer*, 110(3):583–589, 1988.
- [27] K. Abe, T. Kondoh, and Y. Nagano. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows—II. Thermal field calculations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(8):1467 – 1481, 1995.
- [28] S. Manservigi and F. Menghini. A cfd four parameter heat transfer turbulence model for engineering applications in heavy liquid metals. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 69:312 – 326, 2014.
- [29] A. Shams, F. Roelofs, E. Baglietto, S. Lardeau, and S. Kenjeres. Assessment and calibration of algebraic turbulent heat flux model for low-prandtl fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 79:589–601, 2014.

- [30] S. Kenjereš, S. B. Gunarjo, and K. Hanjalić. Contribution to elliptic relaxation modelling of turbulent natural and mixed convection. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26(4):569–586, 2005.
- [31] M. Niemann and J. Fröhlich. Budgets of temperature fluctuations in buoyancy-affected turbulent backward-facing step flows at low Prandtl number. In *11th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements*, 2016.
- [32] S. CORRSIN. Turbulent flow. *American Scientist*, 49(3):300–325, 1961.
- [33] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000. ISBN: 978-0-521-59886-6.
- [34] S. Pirozzoli, M. Bernardini, and P. Orlandi. Passive scalars in turbulent channel flow at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 788:614–639, 2 2016.
- [35] B. A. Kader. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(9):1541 – 1544, 1981.
- [36] D. C. Wilcox. Formulation of the k-omega turbulence model revisited. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 46(11):2823–2838, 2008.
- [37] P. A. Durbin. Near-wall turbulence closure modeling without “damping functions”. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 3(1):1–13, 1991.
- [38] T. S. Klein, T. J. Craft, and H. Iacovides. Assessment of the performance of different classes of turbulence models in a wide range of non-equilibrium flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 51:229 – 256, 2015.

- [39] S. Wallin and A. Johansson. An explicit algebraic reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 403:89–132, 2000.
- [40] P. Spalart and S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th aerospace sciences meeting and exhibit*, page 439, Reno, NV, U.S.A., 1992.
- [41] P. Yo. Chou. On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation. *Quarterly of Applied Mathematics*, 3(1):38–54, 1945.
- [42] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 434(1890):9–13, 1991.
- [43] B. E. Launder and B. I. Sharma. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1(2):131 – 137, 1974.
- [44] D. C. Wilcox et al. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [45] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [46] A. Hellsten. *New Two-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Applications*. PhD thesis, Helsinki University of Technology, 2004.
- [47] G. Hewitt, C. Vassilicos, et al. *Prediction of Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2005. ISBN: 978-0-511-54322-7.
- [48] O. Zeman and J. L. Lumley. Modeling buoyancy driven mixed layers. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 33(10):1974–1988, 1976.

- [49] K. Hanjalić and B. Launder. *Modelling Turbulence in Engineering and the Environment: Second-Moment Routes to Closure*. Cambridge University Press, Cambridge, 2011. ISBN: 978-1-139-01331-4.
- [50] D. M. Driver and H. L. Seegmiller. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 23(2):163–171, 1985.
- [51] P. Louda, J. Přihoda, K. Kozel, and P. Sváček. Numerical simulation of flows over 2D and 3D backward-facing inclined steps. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 43:268 – 276, 2013.
- [52] K. Abe, T. Kondoh, and Y. Nagano. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows—I. Flow field calculations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 37(1):139 – 151, 1994.
- [53] C. Yap. *Turbulent heat and momentum transfer in recirculating and impinging flows*. Ph.D. Thesis Manchester Univ. (England), Manchester University (England), 1987.
- [54] M. A. Cotton and J. D. Jackson. Vertical tube air flows in the turbulent mixed convection regime calculated using a low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(2):275 – 286, 1990.
- [55] F. R. Menter und M. Kuntz und R. Langtry. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 4:625 – 632, 2003.
- [56] L. Davidson. Modifications of the V2 Model for Computing the Flow in a 3D Wall Jet. *Turbulence Heat and Mass Transfer*, 4:577–584, 2003.
- [57] P. A. Durbin. Separated flow computations with the $k - \epsilon - v_2$ model. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 33:659–664, 1995.

- [58] P. Louda, J. Přihoda, and K. Kozel. Numerical simulation of 3d backward facing step flows at various reynolds number. *EPJ Web of Conferences*, 92:02049, Český Krumlov, Tschechien, 2015.
- [59] S. Manservigi and F. Menghini. Triangular rod bundle simulations of a cfd κ - ε - κ_θ - ε_θ heat transfer turbulence model for heavy liquid metals. *Nuclear Engineering and Design*, 273:251–270, 2014.
- [60] F. R. Menter. Zonal Two Equation k - ω Turbulence Models For Aerodynamic Flows. In *23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference*, page 2906, Orlando, FL, U.S.A., 1993.
- [61] P. J. Roache. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluid Engineering*, 116(3):405–413, 09 1994.
- [62] J. Kim and P. Moin. Transport of passive scalars in a turbulent channel flow. In *Turbulent Shear Flows 6*, pages 85–96. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1989. ISBN 978-3-642-73948-4.
- [63] H. Kawamura, H. Abe, and Y. Matsuo. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effect. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20(3):196–207, 1999.
- [64] H. Kawamura, H. Abe, and K. Shingai. DNS of turbulence and heat transport in a channel flow with different Reynolds and Prandtl numbers and boundary conditions. In *Turbulence, Heat and Mass Transfer 3*, volume 3, pages 15–32, 2000.
- [65] H. Kawamura, K. Ohsaka, H. Abe, and K. Yamamoto. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19(5):482–491, 1998.
- [66] H. Abe, H. Kawamura, and Y. Matsuo. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_\tau=1020$ with $Pr=0.025$ and 0.71 . *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(3):404 – 419, 2004.

- [67] S. V. Patankar, C.H. Liu, and E. M. Sparrow. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area. *Journal of Heat Transfer*, 99(2):180–186, 1977.
- [68] L. Bricteux, M. Duponcheel, M. Manconi, and Y. Bartosiewicz. Numerical prediction of turbulent heat transfer at low prandtl number. *Journal of Physics: Conference Series*, 395(1):012044, 2012.
- [69] L. Bricteux, M. Duponcheel, G. Winckelmans, I. Tiselj, and Y. Bartosiewicz. Direct and large eddy simulation of turbulent heat transfer at very low prandtl number: Application to lead–bismuth flows. *Nuclear Engineering and Design*, 246:91–97, 2012.
- [70] K. Abe, Y.-J. Jang, and M. A. Leschziner. An investigation of wall-anisotropy expressions and length-scale equations for non-linear eddy-viscosity models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(2):181 – 198, 2003.
- [71] H. Blasius. Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. In *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, pages 1–41. Springer, Berlin, 1913.
- [72] B. Lubarsky and S. J. Kaufman. Review of experimental investigations of liquid-metal heat transfer. NACA Annual Report 42 3336, Lewis Flight Propulsion Lab., NACA, 1955.
- [73] E. Skupinski, J. Tortel, and L. Vautrey. Determination des coefficients de convection d’un alliage sodium-potassium dans un tube circulaire. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 8(6):937 – 951, 1965.
- [74] S. Straub, P. Forooghi, L. Marocco, T. Wetzel, R. Vinuesa, P. Schlatter, and B. Frohnäpfel. The influence of thermal boundary conditions on turbulent forced convection pipe flow at two prandtl number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 144:118601, 2019.

- [75] J. K. Eaton and J. P. Johnston. A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 19:1093–1100, 1981.
- [76] B. F. Armaly, F. Durst, J. C. F. Pereira, and B. Schönung. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 127:473–496, 1983.
- [77] L. Kaiktsis, G. Em Karniadakis, and S. A. Orszag. Onset of three-dimensionality, equilibria, and early transition in flow over a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, 231:501–528, 1991.
- [78] J.H. Nie and B.F. Armaly. Reverse flow regions in three-dimensional backward-facing step flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(22):4713–4720, 2004.
- [79] G. Biswas, M. Breuer, and F. Durst. Backward-facing step flows for various expansion ratios at low and moderate reynolds numbers. *Journal of Fluids Engineering*, 126(3):362–374, 2004.
- [80] P. T. Williams and A. J. Baker. Numerical simulations of laminar flow over a 3D backward-facing step. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 24(11):1159–1183, 1997.
- [81] E. W. Adams and J. P. Johnston. Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure part 2: Reattachment length and wall shear stress. *Experiments in Fluids*, 6(7):493–499, 1988.
- [82] P. M. Nadge and R. N. Govardhan. High Reynolds number flow over a backward-facing step: structure of the mean separation bubble. *Experiments in Fluids*, 55(1):1657, 2014.
- [83] V. de Brederode and P. Bradshaw. *Three-dimensional flow in nominally two-dimensional separation bubbles part 1: Flow behind a rearward-facing step*. Imperial College of Science and Technology, Dep. of Aeronautics, IC-Aero-72-19, London, 1972.

- [84] R. V. Westphal and J. P. Johnston. Effect of initial conditions on turbulent reattachment downstream of a backward-facing step. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 22:1727–1732, 1984.
- [85] K. Isomoto and S. Honami. The effect of inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward-facing step. *Journal of Fluids Engineering*, 111(1):87–92, 1989.
- [86] D. M. Kuehn. Effects of adverse pressure gradient on the incompressible reattaching flow over a rearward-facing step. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 18(3):343–344, 1980.
- [87] S. Jovic and D. Driver. Reynolds number effect on the skin friction in separated flows behind a backward-facing step. *Experiments in Fluids*, 18(6):464–467, 1995.
- [88] H. Le, P. Moin, and J. Kim. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, 330:349–374, 1997.
- [89] M. Barri, G. K. El Khoury, H. I. Andersson, and B. Pettersen. Dns of backward-facing step flow with fully turbulent inflow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 64(7):777–792, 2010.
- [90] M. A. Kopera. *Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step*. PhD thesis, University of Warwick, 2011.
- [91] J. C. Vogel and J. K. Eaton. Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward-facing step. *Journal of Heat Transfer*, 107(4):8, November 1985.
- [92] J. C. Vogel and J. K. Eaton. The transport of heat in a turbulent reattaching flow. In *5th Symposium on Turbulent Shear Flows*, pages 14.14 – 14.18, Ithaca, NY, 1985, Proceedings (A86-30201 13-34).
- [93] R. V. R. Avancha and R. H. Pletcher. Large eddy simulation of the turbulent flow past a backward-facing step with heat transfer and property

- variations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 23(5):601 – 614, 2002.
- [94] O. Labbé, P. Sagaut, and E. Montreuil. Large-eddy simulation of heat transfer over a backward-facing step. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 42(1-2):73–90, 2002.
- [95] A. Keating, U. Piomelli, K. Bremhorst, and S. Nedic. Large-eddy simulation of heat transfer downstream of a backward-facing step. *Journal of Turbulence*, 5(20):1–3, 2004.
- [96] M. Niemann. Buoyancy effects in turbulent liquid metal flow: A study in square channels and behind sudden expansions. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2019.
- [97] M. Niemann and J. Fröhlich. Buoyancy-affected backward-facing step flow with heat transfer at low Prandtl number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 101:1237 – 1250, 2016.
- [98] M. Niemann and J. Fröhlich. Direct Numerical Simulation of turbulent heat transfer behind a backward-facing step at low Prandtl number. *Proc. Appl. Math. Mech.*, 14(1):659–660, 2014.
- [99] J. D. Jackson. Review of some experimental studies of turbulent mixed convection covering a wide range Prandtl number. In *The 14th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-14)*, 2011.
- [100] J. D. Jackson, B. P. Axcell, and A. Walton. Mixed-convection heat transfer to sodium in a vertical pipe. *Experimental Heat Transfer*, 7(1):71–90, 1994.
- [101] J. D. Jackson. Turbulent mixed convection heat transfer to liquid sodium. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 4(2):107 – 111, 1983.

- [102] H. O. Buhr, E. A. Horsten, and A. D. Carr. The Distortion of Turbulent Velocity and Temperature Profiles on Heating, for Mercury in a Vertical Pipe. *Journal of Heat Transfer*, 96(3):278–278, 1974.
- [103] L. Marocco, A. Alberti di Valmontana, and T. Wetzel. Numerical investigation of turbulent aided mixed convection of liquid metal flow through a concentric annulus. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 105:479 – 494, 2017.
- [104] P. Zhao, J. Zhu, Z. Ge, J. Liu, and Y. Li. Direct numerical simulation of turbulent mixed convection of lbe in heated upward pipe flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 126:1275 – 1288, 2018.
- [105] K. Fukagata, K. Iwamoto, and N. Kasagi. Novel turbulence control strategy for simultaneously achieving friction drag reduction and heat transfer augmentation. In *TSPF Digital Library Online*. Begel House Inc., 2005.
- [106] H. I. Abu-Mulaweh. Turbulent Mixed Convection Flow over a Forward-Facing Step: The Effect of Step Heights. *International Journal of Thermal Sciences*, 44:155–162, 2005.
- [107] H. I. Abu-Mulaweh, B. F. Armaly, and T. S. Chen. Measurements of laminar mixed convection in boundary-layer flow over horizontal and inclined backward-facing steps. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(7):1883 – 1895, 1993.
- [108] H. I. Abu-Mulaweh, B. F. Armaly, and T. S. Chen. Laminar Natural Convection Flow Over a Vertical Backward-Facing Step. *Journal of Heat Transfer*, 117(4):895–901, 1995.
- [109] H. I. Abu-Mulaweh, B. F. Armaly, and T. S. Chen. Turbulent mixed convection flow over a backward-facing step. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(14):2661 – 2669, 2001.

- [110] H. I. Abu-Mulaweh, T. S. Chen, and B. F. Armaly. Turbulent mixed convection flow over a backward-facing step—the effect of the step heights. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 23(6):758 – 765, 2002.
- [111] B. J. Baek, B. F. Armaly, and T. S. Chen. Measurements in buoyancy-assisting separated flow behind a vertical backward-facing step. *Journal of Heat Transfer*, 115(3):403–408, 1993.
- [112] P. Zhao, C. Wang, Z. Ge, J. Zhu, J. Liu, and M. Ye. DNS of turbulent mixed convection over a vertical backward-facing step for lead-bismuth eutectic. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 127:1215 – 1229, 2018.
- [113] B. J. Daly and F. H. Harlow. Transport equations in turbulence. *Physics of Fluids*, 13(11):2634–2649, 1970.
- [114] N. Z. Ince and B. E. Launder. On the computation of buoyancy-driven turbulent flows in rectangular enclosures. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 10(2):110 – 117, 1989.

Eigene Publikationen

- [JSN⁺17] W. Jaeger, T. Schumm, M. Niemann, W. Hering, R. Stieglitz, F. Magagnato, B. Frohnafel, and J Fröhlich. Thermo-hydraulic flow in a sudden expansion. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 228:012001, 2017.
- [SFM16] T. Schumm, B. Frohnafel, and L. Marocco. Numerical simulation of the turbulent convective buoyant flow of sodium over a backward- facing step. *Journal of Physics: Conference Series*, 745(3):032051, 2016.
- [SFM17] T. Schumm, B. Frohnafel, and L. Marocco. Investigation of a turbulent convective buoyant flow of sodium over a backward-facing step. *Heat and Mass Transfer*, 54:2533–2543, 2017.
- [SNM⁺15] T. Schumm, M. Niemann, F. Magagnato, L. Marocco, B. Frohnafel, and J. Fröhlich. Numerical prediction of heat transfer in liquid metal applications. In K. Hanjalic, T. Miyauchi, D. Borello, M. Hadziabdic, and P. Venturinie, editors, *Turbulence, Heat Mass Transfer*. Begell House, 2015.

Betreute Abschlussarbeiten

- [Aya16] E. Ayan. Implementierung algebraischer Wandgesetze in OpenFOAM. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016.
- [Gni15] F. Dongmo Gnitedem. Implementierung eines nicht-linearen Turbulenzmodells in OpenFOAM. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.
- [Red16] M. Reder. In German: Bestimmung des numerischen Fehlers für turbulente Strömungen über eine zurückspringende Stufe, English translation: Numerical uncertainties in the simulation of a backward-facing step. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016.
- [Yih16] B. Ming Yih. Influence of the Reynolds and Prandtl number on heat transfer in channel flows. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016.
- [Zeh14] C. Zeh. Untersuchung algebraischer Wärmeflussmodelle in Flüssigmetallströmungen. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014.