

Abteilung Dynamik

# Dissertation

Automatisierte Konzeptauslegung von Torsionsschwingungsdämpfern in frühen Fahrzeugentwicklungsphasen



M.Sc. Philipp Mall





Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung -Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de

Abbildung auf der Titelseite: Helix mit kreisförmiger Hauptachse zur Beschreibung der Bogenfeder eines Zweimassenschwungrades

## Automatisierte Konzeptauslegung von Torsionsschwingungsdämpfern in frühen Fahrzeugentwicklungsphasen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

#### Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

von der KIT-Fakultät für Maschinenbau des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) angenommene

#### Dissertation

von

M.Sc. Philipp Mall aus Pforzheim

Tag der mündlichen Prüfung: Hauptreferent: Korreferent: 10. Februar 2020 Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Albert Albers

# Kurzfassung

Torsionsschwingungsdämpfer sind seit vielen Jahrzehnten integraler Bestandteil von Fahrzeugtriebsträngen und dienen hauptsächlich der Erhöhung des Fahrkomforts. Aufgrund strikterer gesetzlicher Vorgaben an den Verbrauch und die zulässigen Emissionen von Kraftfahrzeugen werden Verbrennungsmotoren und Triebstränge hinsichtlich ihres Wirkungsgrades optimiert, was häufig Einbußen beim Fahrzeugkomfort nach sich zieht. Hieraus resultieren steigende Anforderung an die Schwingungsdämpfungssysteme, um diese Nachteile auszugleichen.

In dieser Arbeit wird ein Werkzeug vorgestellt, dass Antriebsentwickler bei der Konzeptauswahl von Torsionsschwingungsdämpfern in frühen Phasen des Entwicklungsprozessen unterstützen soll. Hierzu wird ein automatisierter Auslegungsprozess vorgeschlagen, der Informationen zum benötigten Bauraum und dem zu erwartenden Bauteilgewicht in einer für die Konzeptentscheidung ausreichenden Genauigkeit zur Verfügung stellt. Der dargestellte Prozess basiert auf der Verknüpfung dreier grundlegender Komponenten. Das Entwurfsmodell verbindet die geometrischen Parameter eines Dämpfers mit seinen physikalischen Eigenschaften. Als zielführend erweisen sich hierbei einfache Ersatzgeometrien, welche die realen Bauteile ausreichend genau wiedergeben. Das Analysemodell wiederum verknüpft diese Eigenschaften mit den Auswirkungen auf das Verhalten der Komponente im Gesamttriebstrang. Hierzu werden 1D-Mehrkörpersimulationsmodelle genutzt, die auf ein notwendiges Minimum zur Abbildung der relevanten Effekte reduziert werden. Zuletzt bewertet das Optimierungsmodell die Eignung des Entwurfs. Neben den Ergebnissen der Simulationsrechnungen gehen hier auch Anforderungen an die Montierbarkeit und die Festigkeit sowie das Massenträgheitsmoment des Dämpfers in die Bewertung mit ein. Um eine geschlossene Iterationsschleife zu erreichen, welche letzten Endes den manuellen Auslegungsprozess abbildet, wird zudem ein Algorithmus benötigt, der die Variation der Optimierungsparameter vornimmt und somit zielgerichtet neue Entwürfe generiert. Hierfür wird ein zweistufiges Verfahren mit einer Kombination aus Sequential Quadratic Programming zur Vorkonditionierung und Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization zur eigentlichen Problemlösung verwendet.

Erste Ergebnisse zeigen die grundsätzliche Eignung des Vorgehens und der Teilkomponenten des Lösungsprozesses. Im Fokus steht hierbei vor allem das problemspezifische Konvergenzverhalten des gewählten Optimierungsalgorithmus für die vorliegende Anwendung. Es zeigt sich, dass grundsätzlich alle definierten Probleme gelöst werden können, allerdings variieren die Ergebnisgüte und die Rechenzeiten mit dem betrachteten Optimierungsproblem und damit mit dem Dämpferkonzept und den gewählten Nebenbedingungen. Dieser Effekt ist grundsätzlich unerwünscht, allerdings in der Struktur der jeweiligen Probleme begründet und kann deshalb auch mit Änderungen am Verfahren nicht vollständig beseitigt werden. Es kann zudem gezeigt werden, dass die Wahl der Steuerparameter für den Algorithmus einen großen Einfluss hat und über Konvergenz oder Divergenz des Prozesses entscheiden kann. Das zweistufige Optimierungsverfahren wird positiv bewertet. Es kann sowohl eine signifikante Reduzierung der Rechenzeiten als auch eine Verbesserung der Ergebnisqualität beobachtet werden. In zwei anwendungsnahen Beispielen wird der Einsatz des vorgeschlagenen Werkzeugs in Rahmen eine Fahrzeugentwicklungsprozesses dargestellt und dessen Beitrag zur Konzeptauswahl verdeutlicht.

Aus den Untersuchungen zur Validierung ergeben sich allerdings auch offene Fragen und weiterer Forschungsbedarf. Hierzu gehören eine weitere Optimierung des eingesetzten Algorithmus und eine eingehendere Analyse mit einer größeren Anzahl an Testproblemen. Zuletzt muss die vorgeschlagene Vorgehensweise im Rahmen eines realen Entwicklungsprojektes angewendet werden. Hieraus werden sich wiederum gegebenenfalls weitere Optimierungsmöglichkeiten und Anpassungsbedarfe ergeben.

# Inhaltsverzeichnis

	Kur Dan	zfassung						
1	Einleitung							
	1.1	Motivation und Thema der Arbeit						
	1.2	Zielsetzung der Arbeit						
	1.3	Aufbau der Arbeit						
2	Stand der Forschung							
	2.1	Produktentwicklungsmethoden						
	2.2	Grundkonzepte für den automatisierten Entwurf mechanischer Systeme 7						
	2.3	Optimierung von Mehrkörpersystemen 10						
	2.4	Topologie und Komponenten des Fahrzeugantriebs						
		2.4.1 Aufgaben und Architektur von Fahrzeugantrieben						
		2.4.2 Verbrennungsmotoren $\dots \dots \dots$						
		2.4.3 Anfahrelemente $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $15$						
		2.4.4 Schwingungsdämpfungselemente						
		2.4.5 Getriebe $\ldots \ldots 17$						
	2.5	Antriebsakustik und NVH-Phänomene 18						
	2.6	Anwendung der Optimierung in der Entwicklung von Fahrzeugantrieben 21						
3	Auslegungsmethode für Torsionsschwingungsdämpfer 23							
	3.1	Ziele und Anforderungen						
	3.2	Prozessablauf						
	3.3	Parameterkonvertierung - Entwurfsmodell						
		3.3.1 Spiralfedern						
		3.3.2 Fliehkraftpendel						
		3.3.3 Weitere Komponenten						
4	Trie	bstrangdynamik 45						
	4.1	Anforderungen an die verwendeten Modelle						
	4.2	Komponentenmodelle						
		4.2.1 Verbrennungsmotoren						
		4.2.2 Bogenfeder-ZMS						
		4.2.3 Fliehkraftpendel						
		4.2.4 Zahnradgetriebe						
		4.2.5 Resttriebstrang						
		4.2.6 Reifen						
	4.3	Gesamttriebstrangmodelle - Analysemodell						

Lit	Literaturverzeichnis 1						
8	<b>Zusa</b> 8.1 8.2	<b>Lusammenfassung und Ausblick</b> I         .1       Gegenstand der Arbeit und Ergebnisse         .2       Offene Fragen und Ausblick					
~	1.Z	Dettra	g zur verbesserung des Entwicklungsprozesses	104			
	7.1 7.2	Leistur	ngstahigkeit und Anwendungsgrenzen	163 164			
7	Diskussion und Bewertung der Methode						
		6.4.2	Weiterentwicklung eines bestehenden Antriebs	157			
		6.4.1	Konzeptauswahl für einen neuen Triebstrang	154			
	6.4	Beispie	ele für die Anwendung der Methode	154			
		6.3.4	Zur Generierung von Anfangspopulationen	149			
		6.3.3	Einfluss der Steuergrößen für den PSO-Algorithmus	138 147			
		6.3.2	Optimierungsverlauf: Konvergenzverhalten, Lagrange-Multiplikatoren	190			
			den Problemstellungen	130			
		6.3.1	Performance, Streuung und Robustheit des Verfahrens bei variieren-				
	6.2	Proble	emspezifisches Verhalten des Optimierungsalgorithmus	121 129			
	0.1 6.2	Validie	erung der Farameterkonvertierung	119 191			
6	Ergebnisse						
-	_						
	5.5	Algori	zepte	112 113			
		5.4.5	Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung weiterer Kon-	110			
			Fliehkraftpendeln	109			
		5.4.4	Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung eines ZMS mit	109			
		5.4.3	Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung eines ZMS mit	105			
		5.4.2	Definition der Komfortkriterien	104			
		5.4.1	Wahl der Zielfunktion	103			
	0.1	- Optin	mierungsmodell	101			
	5.4	Optim	ierungsproblem für die Auslegung von Torsionsschwingungsdämpfern	91			
	5.2 5.2	Sequer	ntial Quadratic Programming (SQP)	94			
	5.1	Grund	llagen	91			
5	Optimierung						
		4.4.2	Motorstart	80			
		4.4.1	Beschleunigungsfahrt (Zug)	81 80			
	4.4	Simula	ation verschiedener Fahrsituationen	81			

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand in der Entwicklung Getriebe und Triebstrang der Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG und am Institut für Technische Mechanik, Bereich Dynamik/Mechatronik des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Zunächst einmal danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin nicht nur für die intensive wissenschaftliche Betreuung der Arbeit, die vielen wertvollen Kommentare und Anmerkungen und die Unterstützung in schwierigen Phasen, sondern vor allem auch für das mir entgegengebrachte Vertrauen und die mir gewährten Freiheiten.

Selbiges gilt ebenso für meinen Betreuer von Seiten der Porsche AG, Herrn Dr.-Ing. Arne Krüger. Seine Hinweise, Anleitungen und sein nicht nachlassendes Interesse an meiner Arbeit haben maßgeblich zu deren Gelingen beigetragen.

Ich bedanke mich auch noch einmal ausdrücklich bei beiden für die Offenheit gegenüber einer kooperativen Promotion und den damit verbundenen Chancen und Möglichkeiten.

Mein besonderer Dank gilt zudem Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Albert Albers für die Übernahme des Koreferates sowie die wertvollen Diskussionen und konstruktiven Hinweise.

Alle Mitarbeitern der Entwicklung Getriebe und Triebstrang der Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG, besonders des Fachgebiets Schaltung, Hybrid- und Anfahrmodul, danke ich für die kollegiale und offene Atmosphäre und die Unterstützung meiner Forschungsarbeiten. Besonders hervorheben möchte ich Herrn Heiko Groß und Herrn Dr.-Ing. Christian Scholz für ihr stetes Interesse und die fachliche Unterstützung zu Schwingungsdämpfern, Triebstrangdynamik und Simulationstechnik.

Des Weiteren danke ich allen Mitarbeitern des Bereichs Dynamik/Mechatronik für das herzliche Willkommen und die Tatsache, dass ich jederzeit wie einer der Ihren behandelt wurde. Besonderer Dank gilt hierbei den Herren Dr.-Ing. Jens Deppler, Dr.-Ing. Georg Jehle und Dr.-Ing. Marius Köster. Herrn Dr.-Ing. Ulrich Römer danke ich für seine vielen aufschlussreichen Beiträge zum Thema Optimierung und die vielen gemeinsam verbrachten Arbeitswochenenden.

Meinen Eltern Ute und Jürgen danke ich dafür, dass sie mich immer unterstützt haben, mir alle nur erdenklichen Möglichkeiten eröffneten und mir jederzeit die Freiheiten für meine Entscheidungen gaben. Meiner Schwester Stephanie danke ich für die gemeinsame Kindheit und ihre liebevolle Art. Ohne Euch alle wäre ich nie soweit gekommen. Zum Schluss danke ich meiner Frau Magdalena für ihre Liebe, ihre Unterstützung, ihr Interesse und ihre Geduld. Sie gab mir zu jedem Zeitpunkt die notwendige Rückendeckung und die Motivation, um diese Arbeit abschließen zu können. Ohne Dich hätte ich das nie geschafft.

Karlsruhe, den 7. Juli 2020 M.Sc. Philipp Mall

# 1 Einleitung

Im ersten, einleitenden Kapitel wird die vorliegende Arbeit motiviert und das darin behandelte Thema umrissen, siehe Abschnitt 1.1. Darauf aufbauend werden in Abschnitt 1.2 die Ziele der Arbeit formuliert. Zuletzt wird in Abschnitt 1.3 der inhaltliche Aufbau der Arbeit dargestellt.

#### 1.1 Motivation und Thema der Arbeit

Die Automobilbranche befindet sich aktuell in einer Phase des extremen Umbruchs. Neue Technologiekomplexe wie autonomes Fahren oder Elektromobilität fordern Herstellern und Zulieferern große Entwicklungssprünge in kurzen Zeitabständen ab. Im Besonderen betroffen vom Wandel hin zur Mobilität der Zukunft ist die Antriebsentwicklung. Hier muss der Übergang von konventionellen, rein verbrennungsmotorisch angetriebenen Fahrzeugen über Hybride zu reinen Elektroautos aktiv gestaltet werden. Der Anteil der elektrisch angetriebenen Fahrzeuge am Gesamtbestand in Deutschland lag am ersten Januar 2017 zwar nur bei 0,1 Prozent [98], allerdings wird dieser Wert je nach Prognose und Szenario in den nächsten Jahrzehnten weltweit auf bis zu 30 Prozent anwachsen, vergleiche hierzu DIEZ und KOHLER [45], ADOLF et al. [2] oder EICHHORN [53]. Unter diesen Prämissen ergeben sich für die Entwicklung von zukünftigen Antriebssystemen zwei grundsätzliche Folgerungen. Zum einen wird auch in absehbarer Zukunft ein großer Teil der Fahrzeuge mit Verbrennungsmotoren in konventionellen oder hybriden Triebsträngen ausgestattet sein. Dabei sind enorme Anstrengungen nötig, um diese im Hinblick auf zunehmend striktere Emissionsgrenzwerte und gleichzeitig steigende Kundenforderungen nach höherer Leistung, weniger Verbrauch sowie größerem Komfort weiterzuentwickeln. Zum anderen werden effiziente Methoden und Prozesse benötigt, um mit den vorhandenen Ressourcen parallel sowohl die umfangreichen Verbesserungen der bestehenden Technologien als auch die benötigten Neuentwicklungen zur Realisierung elektrischer Antriebe stemmen zu können. Dies gilt besonders vor dem Hintergrund, dass Modellzyklen in der Automobilbranche stetig kürzer werden und damit auch die verfügbare Entwicklungszeit abnimmt.

Auf Basis dieser beiden Aussagen kann die Motivation und das Thema der vorliegenden Arbeit abgeleitet werden. Um Emissions-, Verbrauchs- und Performanceziele zu erreichen, werden bei der Entwicklung aktueller Motoren eine Vielzahl von Maßnahmen sowohl bei der Konzeption und Konstruktion als auch bei der Definition von Betriebsstrategien implementiert. Typische Trends umfassen zum einen klassische Ansätze wie Reibungsreduktion und Leichtbau, zum anderen auch neuartige Lösungen wie Rightsizing, Downspeeding, Turboaufladung, Zylinderabschaltung oder neue Brennverfahren. Während der Einsatz dieser Technologien massive Vorteile vor allem für den Kraftstoffverbrauch und damit auch den CO<sub>2</sub>-Ausstoß bietet, wirkt er sich teilweise extrem nachteilig auf das Schwingungsverhalten des Motors und damit auf den Fahrzeugkomfort aus, vergleiche hierzu auch KROLL et al. [101] oder FAUST [61]. Es gilt somit, diesen Zielkonflikt im Rahmen der Entwicklung zu lösen, das heißt gleichzeitig komfortables und verbrauchsgünstiges Fahren für den Kunden zu ermöglichen. Hierzu müssen leistungsfähige Schwingungsdämpfungselemente eingesetzt werden, welche den Verbrennungsmotor vom restlichen Triebstrang abkoppeln und die Entstehung störender Geräusche und Vibrationen verhindern. Die Auswahl eines geeigneten Konzepts zur Schwingungsdämpfung erfolgt dabei im Spannungsfeld aus steigenden Anregungen durch den Motor, der Forderung nach besserer Entkopplung aus dem Gesamtfahrzeugkomfort, Anforderungen an Gewicht und Massenträgheitsmoment, verfügbarem Bauraum und einer Vielzahl an verfügbaren Technologien und Prinzipien, die angewendet werden können. Aus diesem Grund benötigen Entwickler hier Methoden, die sie während des Auswahlprozesses unterstützen und frühzeitig benötigte Informationen zugänglich machen. Dieser Bedarf motiviert die vorliegende Arbeit und definiert mit der Entwicklung einer ebensolchen Vorgehensweise auch das Thema.

## 1.2 Zielsetzung der Arbeit

Ziel der Arbeit muss damit sein, eine Methode zu schaffen, die in frühen Phasen des Entwicklungsprozesses die benötigte Unterstützung bei der Konzeptauswahl von Torsionsschwingungsdämpfern bietet. Es sollen typische Bewertungsgrößen wie der für die Umsetzung eines Konzepts benötigte Bauraum oder das zu erwartende Bauteilgewicht bereitgestellt werden. Um Aussagen zu diesen Parametern machen zu können, muss eine Auslegung des Dämpfers durchgeführt werden, die neben Anforderungen an die Festigkeit der Einzelkomponenten auch die Funktion des Gesamtsystems im angedachten Verwendungszweck berücksichtigt. Um möglichst zeit- und ressourcenschonend zu einer Dimensionierung zu kommen, soll ein automatisierter Prozess implementiert werden. Die Definition der wichtigsten Konstruktionsparameter für den Dämpfer soll dazu als klassisches Optimierungsproblem definiert werden, für dessen Lösung geeignete Algorithmen gefunden werden müssen. Zur Überprüfung der funktionalen Eigenschaften des Dämpfers muss das Schwingungsverhalten des Triebstrangs im Gesamten untersucht werden. Um hierzu im Rahmen einer automatisierten Auslegung, bei der geometrische Parameter variiert werden, innerhalb eines angemessenen Kosten- und Zeitrahmens zu einer Bewertung zu kommen, bietet sich die Verwendung von Ergebnissen aus der Berechnung an. Aufgrund der Komplexität des zu untersuchenden Systems eignen sich hierfür numerische Simulationen, für die im Rahmen der Methodenentwicklung geeignete Modelle gefunden werden müssen. Hierbei sind Anforderungen an Rechengenauigkeit und -kosten zu berücksichtigen, die sich aus der Anwendung ergeben.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Nach dieser Einleitung wird zunächst in **Kapitel 2** ein Überblick über den aktuellen Stand der Forschung im Umfeld der Arbeit gegeben. Dies beinhaltet zunächst relevante methodische Konzepte und Überlegungen zur Produktentwicklung, insbesondere im Hinblick auf die automatisierte Auslegung von Bauteilen. Des Weiteren wird kurz auf die Optimierung von Mehrkörpersystemen als klassisches Themengebiet zwischen Mechanik und Mathematik eingegangen. Zuletzt werden die typischen Hauptkomponenten von Fahrzeugantrieben vorgestellt und das akustische und schwingungstechnische Verhalten solcher Systeme behandelt.

Anschließend folgt in **Kapitel 3** die Diskussion des Kernthemas der Arbeit, das heißt der Auslegungsmethode für Torsionsschwingungsdämpfer. Zu Beginn des Kapitels werden die Ziele und Anforderungen an ein solches Werkzeug weiter detailliert und darauf aufbauend die vorliegende Arbeit gegen bestehende abgegrenzt. Im Anschluss wird der angedachte Prozessablauf der fertig entwickelten Methoden dargestellt. Zum Abschluss des Kapitels wird detailliert auf eines der Schlüsselelemente des Verfahrens, die Parameterkonvertierung, eingegangen.

**Kapitel 4** beschäftigt sich mit der Dynamik von Fahrzeugtriebsträngen. Der Fokus liegt hierbei auf der Modellierung einzelner Komponenten und deren Verknüpfung zu einem Gesamtrechenmodell. Zusätzlich werden die Anforderungen an die verwendeten Modelle und exemplarische Simulationsergebnisse diskutiert.

Ein weiteres Kernelement der Auslegungsmethode wird in **Kapitel 5** betrachtet. Hier werden mathematische Grundlagen und Verfahren der Optimierung vorgestellt. Auf Basis dieser Betrachtungen wird zum einen das Optimierungsproblem, das der Auslegung zugrunde liegt, formuliert und zum anderen ein Algorithmus präsentiert, um eben jenes zu lösen.

Die Ergebnisse der Arbeit werden in **Kapitel 6** dargestellt und diskutiert. Dabei werden die Schlüsselelemente der Methode wie die Parameterkonvertierung oder der Optimierungsalgorithmus validiert. Zusätzlich werden anhand einiger fiktiver Beispiele Anwendungsmöglichkeiten des Werkzeugs aufgezeigt und besprochen.

Losgelöst von der Darstellung der Ergebnisse wird in **Kapitel 7** eine Bewertung der Methode vorgenommen. Hierbei stehen vor allem die Leistungsfähigkeit und die Anwendungsgrenzen im Vordergrund. Zusätzlich werden alternative Einsatzmöglichkeiten aufgezeigt.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf mögliche Folgearbeiten in **Kapitel 8**.

# 2 Stand der Forschung

In diesem Kapitel wird ein Überblick über das Umfeld der Arbeit gegeben, der Stand der Forschung diskutiert und einige Grundlagen für die weiteren Betrachtungen erarbeitet. Die Entwicklung einer Methode ist grundsätzlich der Entwicklung eines physischen Produktes sehr ähnlich. Deshalb werden zunächst die grundlegenden Eigenschaften der Produktentwicklung und Methoden zu ihrer Beschreibung vorgestellt (Abschnitt 2.1). Im anschließenden Abschnitt 2.2 wird der Fokus auf die Modellierung des automatisierten, rechnergestützten Entwurfs von Produkten gelegt. Danach werden in Abschnitt 2.3 Grundlagen zur Optimierung von Mehrkörpersystemen diskutiert. Abschnitt 2.4 behandelt die Topologie und Komponenten von Antriebssystemen in Kraftfahrzeugen, die für die vorliegende Arbeit relevant sind. Zuletzt wird auf die Fahrzeugakustik und die Entstehung von NVH-Phänomenen eingegangen (Abschnitt 2.5).

#### 2.1 Produktentwicklungsmethoden

Die Entwicklung technischer Produkte umfasst eine Vielzahl verschiedener Tätigkeiten und Abläufe. ALBERS und BRAUN [9] sehen die Produktentwicklung als Teil der übergreifenden Produktentstehung, welche zusätzlich die Produktionsvorbereitung, die Produktion und die Vermarktung des Produktes einschließt. ALBERS [8] formuliert fünf Hypothesen, welche die Produktentstehung grundsätzlich charakterisieren. Danach ist jeder Produktentstehungsprozess einzigartig und individuell. Aus diesem Grund wurde von ALBERS und MEBOLDT [7] mit dem integrierten Produktentstehungsmodell (iPeM) ein Metamodell vorgestellt, welches die Produktentstehung vollumfänglich beschreibt und zur Unterstützung in Entwicklungsprojekten herangezogen werden kann. Der Entstehungsprozess ist darin als Übergang eines zunächst vagen Zielsystems in ein Objektsystem abgebildet. Die Gesamtheit der Methoden, Prozesse und Ressourcen, die an dieser Transformation beteiligt sind, werden im Handlungssystem zusammengefasst. Dieser systemtheoretisch motivierte Ansatz wird als ZHO-Modell bezeichnet und basiert auf den Arbeiten von ROPOHL und AGGTELEKY [140], PATZAK [124], NEGELE [118], ROPOHL [141] sowie EHRLENSPIEL und MEERKAMM [52]. Das Zielsystem umfasst alle Ziele und Randbedingungen, die für die Entwicklung des Produktes relevant sind. Das Objektsystem hingegen enthält alle Dokumente, Zwischenlösungen und Prototypen, die während des Entstehungsprozesses anfallen, sowie das endgültige Produkt. Die Tätigkeiten des Handlungssystems können mithilfe des Produktlebenszyklus (vergleiche [7]) in einzelne Aktivitäten unterteilt werden. Diese Phasen können zeitlich parallel oder sequentiell angeordnet werden und bilden gemeinsam den iterativen Produktentstehungsprozess. Jede Aktivität wird im Rahmen des iPeM als individueller Problemlösungsprozess verstanden. ALBERS et al. [6] stellen mit der SPALTEN-Methode ein wirkungsvolles Instrument vor, um Problemstellungen in der Produktentstehung effizient zu lösen. Die Methode zerlegt den Problemlösungsprozess in



Abbildung 2.1: Das integrierte Produktentstehungsmodell iPeM nach [9]

sieben Teilschritte, die entweder sequentiell oder nach Bedarf abgearbeitet werden können. SPALTEN ist dabei ein Akronym aus den einzelnen Schritten

- Situationsanalyse
- Problemeingrenzung
- Alternative Lösungssuche
- Lösungsauswahl
- Tragweitenanalyse
- Entscheiden/Umsetzen
- Nacharbeiten/Lernen.

ALBERS et al. [12] stellen dar, dass SPALTEN auch in der industriellen Praxis angewendet und positiv bewertet wird. Jede Aktivität des Handlungssystems kann mithilfe der SPALTEN-Methode bearbeitet werden. Hieraus ergibt sich die Aktivitätenmatrix der Produktentstehung, die den wesentlichen Kern des iPeM ausmacht. Die Verbindung der Aktivitätenmatrix mit dem ZHO-Modell, einem Ressourcensystem zur Abbildung der bei der Entwicklung verwendeten Mitarbeiter, Kapital- und Arbeitsmittel sowie Informationen und einem Phasenmodell, das eine zeitliche Einordnung und Verknüpfung der einzelnen Phasen erlaubt, ergibt das komplette iPeM, siehe **Abbildung 2.1**. Es bietet nicht nur den beteiligten Entwicklern Unterstützung, sondern dient auch als Hilfestellung für Management und Controlling. Eine detailliertere Diskussion des iPeM und eine Vorstellung verschiedener weiterer Entwicklungsmethoden findet sich unter anderem bei BRAUN [30], BURSAC [31] und SCHERER [143].

ALBERS et al. [10] stellen fest, dass die Entwicklung eines neuen Produktes in den allermeisten Fällen auf Basis eines oder mehrerer Referenzprodukte erfolgt und bezeichnen diesen Zusammenhang als Produktgenerationsentwicklung (PGE). Als Referenzprodukt kann ein Vorgänger-, ein Wettbewerbsprodukt oder auch Teilsysteme derselben sowie die Inhalte von Vorentwicklungs- und Forschungsprojekten verstanden werden. ALBERS et al. [15] erweitern diesen Zusammenhang um Wechselwirkungen zwischen Teilen einzelner Referenzprodukte und führen hierfür den Begriff des Referenzsystems ein. Eine neue Produktgeneration besteht demzufolge immer aus einer Menge an Teilsystemen, die durch Ubernahmevariation mit geringen Anpassung aus bestehenden Produkten übernommen werden, und entweder durch Gestalt- oder Prinzipvariation neu entwickelten Subsystemen. Die jeweiligen Anteile der durch diese drei Variationsarten entstandenen Teilsysteme sind wichtige Parameter für die Projektierung, Risikoanalyse und Validierung einer Produktgeneration. Ein für die vorliegende Arbeit hochgradig relevantes Beispiel für PGE und die vorgestellten Variationen diskutieren ALBERS et al. [13] anhand der Entwicklung des Zweimassenschwungrades, vergleiche Abschnitt 2.4.4. Vor den Hintergrund der PGE passen ALBERS et al. [11] das iPeM an und erweitern dieses um mehrere Schichten. Somit können Wechselwirkungen zwischen den Entwicklungsprozessen einzelner Produktgenerationen, des Validierungs- und Produktionssystems sowie der Unternehmensstrategie aufgezeigt und gleichzeitig individuell geplant und gesteuert werden. ALBERS et al. [16] stellen in diesem Kontext die Wechselwirkungen zwischen den im iPeM aufgelisteten Aktivitäten der Produktentstehung und den Variationsarten der PGE dar. Die Realisierung einer Variation betrifft dabei nicht nur die Aktivitäten der Produktentstehung des eigentlich zu entwickelnden Produktes, sondern auch des Validierungs- und Produktionssystems sowie gegebenenfalls der Unternehmensstrategie. Vor dem Hintergrund des Referenzsystemprinzips ergeben sich auch Einflüsse auf die Entstehungsprozesse völlig anderer, grundsätzlich unabhängiger Produkte. Dies ist der Fall, wenn das zu entwickelnde Produkt oder einzelne Subsysteme daraus Teil derer jeweiligen Referenzsysteme sind, vergleiche hierzu ebenfalls Albers et al. [15].

# 2.2 Grundkonzepte für den automatisierten Entwurf mechanischer Systeme

Die Entwicklung technischer Systeme, das heißt die Überführung eines Zielsystems in ein Objektsystem, ist stets ein iterativer Prozess. Beim Entwurf mechanischer Systeme werden vor allem in den Phasen der Modellierung von Prinzip und Gestalt und der zugehörigen Validierung mehrere Zyklen durchlaufen, bevor das finale Produktdesign feststeht. Klassischerweise wird der Entwurfsprozess von Hand durchgeführt, weshalb die Ergebnisqualität und auch die Effizienz des Entwicklungsprozesses stark von "Fachwissen, Erfahrung und Einfallsreichtum" (SEDLACZEK [154]) der beteiligten Entwickler im Ressourcensystem abhängt. Die Validierung wird in traditionellen Entwicklungen mithilfe von Versuchen und Messungen an realen Prototypen durchgeführt, was mit hohen Entwicklungskosten und langen Entwicklungszeiten verbunden ist. Eine Möglichkeit, kostspielige Messreihen einzusparen und die Entwicklung zu beschleunigen, ist die Verlagerung der Validierung in die virtuelle Welt, vergleiche hierzu auch ALBERS und NOWICKI [5]. Mithilfe von Berechnungsmodellen und Simulationswerkzeugen lassen sich bereits in frühen Phasen der Entwicklung Aussagen zu gewissen Eigenschaften eines Systems treffen. Zusätzlich kann mit einer Variation der Simulationsparameter auch der Einfluss verschiedener Designgrößen auf das Verhalten untersucht werden. Somit kann auch ein Teil der Gestaltfindung digital erfolgen. BARTHOLD [22] beschreibt diesen Ablauf mit den Worten "Konstruieren - Berechnen - Bewerten - Verbessern". Mit steigender Systemkomplexität ist eine Parametervariation von Hand allerdings nicht mehr zielführend. Besonders bei stark nichtlinearem Systemverhalten kann der Einfluss eines einzelnen Parameters nicht mehr isoliert betrachtet werden, weil so eventuelle Wechselwirkungen zwischen den Einflussgrößen nicht adäquat abgebildet werden können. Eine kombinierte Parametervariation ist aufgrund der Komplexität meist nicht intuitiv realisierbar. Die virtuelle Synthese eines Entwurfs kann somit auch mit der Unterstützung von wirksamen Berechnungsmethoden in einen langwierigen Prozess münden, an dessen Ende gegebenenfalls keine optimale Auslegung gefunden wurde. Durch eine Kombination der verwendeten Simulationswerkzeuge mit mathematischen Optimierungsverfahren kann der Entwurfsprozess automatisiert und eine systematische, zielgerichtete Auslegung implementiert werden. Der Optimierungsalgorithmus übernimmt dabei die Modifikation der Konstruktion, das heißt die Modellierung der Gestalt, während



Abbildung 2.2: Das Drei-Säulen-Konzept für automatisierte Auslegungsprozesse nach [154]

die Validierung mithilfe von Simulationen erfolgt. HAUG und ARORA [78] sowie ARORA [20] geben sehr umfangreiche Einführungen in das Fachgebiet. Die automatisierte Auslegung bietet mehrere Vorteile gegenüber dem traditionellen Entwurf von Hand. Zunächst kann die Effizienz des Entwicklungsprozesses gesteigert werden, da Ressourcen und Zeit eingespart werden können. Zudem ist der Designprozess weniger abhängig von der Erfahrung und dem Wissen der beteiligten Entwickler, was zu qualitativ höherwertigen Ergebnissen führen kann. Zuletzt können innovative und unerwartete Lösungen generiert werden, die von Hand aufgrund der komplexen Wechselwirkungen möglicherweise nicht erkannt werden konnten [154].

ESCHENAUER [57] formuliert für die Beschreibung von automatisierten Auslegungsprozessen das sogenannte Drei-Säulen-Konzept, siehe Abbildung 2.2. Das Modell wurde zunächst für Problemstellungen im Bereich der Strukturoptimierung, das heißt in der Topologie-, Form-, Querschnitts- und Materialoptimierung [151], erarbeitet. SEDLACZEK [154] verwendet das Konzept allerdings auch für die Synthese von Mechanismen und zur Optimierung von Mehrkörpersystemen. Das Entwurfsproblem wird als Optimierungsaufgabe dargestellt, die durch das Zusammenspiel von drei Teilmodellen iterativ gelöst wird. Das Entwurfsmodell stellt die Verbindung zwischen dem tatsächlichen System und dem Simulationsmodell dar. Hierfür müssen geeignete Design- oder Entwurfsvariablen ausgewählt werden, deren Variation Veränderungen der Systemeigenschaften bewirkt. Dies schließt physikalische und geometrische Größen genauso ein wie abstrakte Parameter. Allerdings muss eine eindeutige Abbildung und Identifikation verschiedener Entwürfe gegeben sein. Der Systementwurf wird zumeist mithilfe von Diskretisierungsmethoden analysiert [154]. Hierfür muss das Design in ein geeignetes Analysemodell überführt werden, anhand dessen automatisiert Aussagen zum Systemverhalten getroffen werden können. Die Berechnungsergebnisse wiederum bilden die Einganggrößen des Optimierungsmodells, welches die mathematische Formulierung des Optimierungsproblems enthält. Hierzu muss eine Güteoder Zielfunktion gefunden werden, die im Allgemeinen minimiert werden soll. Diese leitet sich aus einem Gütekriterium ab, das aus dem Entwurfsproblem resultiert und den interessierenden Teil des Systemverhaltens abbildet. In der Praxis kann die Formulierung eines solchen Kriteriums durchaus komplex sein und mehrere Versuche benötigt werden, bis die Gütefunktion auch die gewünschten Optimierungsziele adäquat wiedergibt. Zusätzlich ist die Auslegung eines mechanischen Systems gewissen Restriktionen unterworfen, welche die Auswahl und Kombinationsmöglichkeiten der Designvariablen einschränken. Diese werden in Form von Nebenbedingungen für das Optimierungsproblem berücksichtigt. Auch die mathematische Abbildung dieser Zusammenhänge ist nicht trivial und erfordert ein ausgeprägtes Verständnis des Systems und der Anforderungen, denen es unterliegt. Nachdem das Optimierungsmodell den vorliegenden Entwurf hinsichtlich Güte und Erfüllung der Nebenbedingungen bewertet hat, verzweigt sich der weitere Prozessablauf. Entweder schließt ein Optimierungsalgorithmus die Iterationsschleife, indem die Designvariablen variiert werden und so ein neuer Entwurf generiert wird, oder ein gegebenes Optimalitätskriterium wird erfüllt, die automatisierte Auslegung wird abgebrochen und das aktuelle Ergebnis wird ausgegeben. Das Drei-Säulen-Konzept aus Entwurfs-, Analyse- und Optimierungsmodell wurde erfolgreich in einer Vielzahl von Arbeiten angewandt, vergleiche hierzu neben der Arbeit von SEDLACZEK [154] ohne Anspruch auf Vollständigkeit aus dem Bereich der Strukturoptimierung BARTHOLD, [22], BLETZINGER et al. [28], ESCHENAUER [56], ESCHENAUER et al. [58], FALK [60], KIMMICH et al. [94], MAUTE [109] oder SCHWARZ [151].

## 2.3 Optimierung von Mehrkörpersystemen

Mehrkörpersysteme sind einer der klassischen Modelltypen der technischen Mechanik. Ein bestehendes System wird durch eine Kombination aus starren, massebehafteten Körper und masselosen Verbindungselementen abgebildet. Mehrkörpersysteme werden immer dann verwendet, wenn große, nichtlineare und niederfrequente Bewegungen beschrieben werden sollen [154]. Die grundlegenden Axiome und Prinzipien der Mehrkörperdynamik gehen auf die frühen Arbeiten zur klassischen Mechanik von NEWTON [119], d'ALEMBERT [42], EULER [59] und LAGRANGE [104] aus dem 17. und 18. Jahrhundert zurück. Allerdings entwickelte sich die Analyse von Mehrkörpersystemen erst Mitte der 60er-Jahre mit zunehmenden Bedarf an Berechnungsmethoden in der Luft- und Raumfahrt und im Fahrzeugbau zu einem eigenständigen Fachgebiet. Erste umfassende Beschreibungen der Dynamik von Mehrkörpersystemen finden sich beispielsweise in den Arbeiten von HOOKER und MARGOULIS [81], ROBERSON und WITTENBURG [136], WITTENBURG [173], SCHIEH-LEN [144] und ROBERSON und SCHWERTASSEK [137]. FISCHER und STEPHAN [64] zeigen Anwendungsbeispiele auf. Die zunehmende Komplexität der betrachteten Systeme und die gleichzeitig ständig steigende Rechenleistung der verfügbaren Computer führte dazu, dass in der Folge Programme, die sogenannten Mehrkörperformalismen, entwickelt wurden, die eine rechnergestützte Analyse erlauben. Prominente Beispiele sind ADAMS (CHACE [36]), NEWEUL (KREUZER [100]) oder MESA VERDE (WITTENBURG und WOLZ [174]). Eine ausführliche Diskussion weiterer Formalismen findet sich bei SCHIEHLEN [145] oder bei HAUG [79]. SCHIEHLEN [146, 147] bietet einen tieferen Überblick über die Geschichte und den Stand der Technik der Mehrkörperdynamik.

Die Verfügbarkeit von effizienten Werkzeugen zur automatisierten Berechnung der Dynamik von Mehrkörpersystemen erlaubt die Kopplung mit Optimierungsalgorithmen [154]. Die Optimierung von Mehrkörpersystemen unterteilt sich in die Gebiete der dynamischen und der statischen beziehungsweise Parameteroptimierung, vergleiche hierzu AGRAWAL und FABIEN [3], BESTLE [25] oder FÖLLINGER [67]. Die dynamische Optimierung wird auch als Optimale Steuerung und Regelung bezeichnet. Das Ziel der Optimierung ist es, durch geeignete Regelvorgaben als Funktionen der Zeit ein gewünschtes Systemverhalten zu erreichen. Die Parameteroptimierung hingegen variiert zeitinvariante Größen wie Massen, Steifigkeiten oder Abmessungen. Dieser Ansatz entspricht eher der klassischen Systemsynthese und wird erstmals von BESTLE [25] umfassend beschrieben. Einen Überblick über frühe Arbeiten auf dem Gebiet bieten BESTLE und SCHIEHLEN [26] und HAUG [79]. Zur Lösung des Optimierungsproblems müssen wiederholt die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems gelöst werden, was auch unter Verwendung effizienter numerischer Lösungsmethoden (siehe hierzu EICH-SÖLLNER und FÜHRER [54]) rechenkosten- und zeitintesiv ist. In den letzten 20 Jahren hat sich mit der Zunahme der Rechenkapazität auch das Interesse an der Optimierung von Mehrkörpersystemen erhöht. Es existiert heute eine Vielzahl von Veröffentlichungen, welche die Verwendung der Mehrkörperoptimierung in vielen Feldern des Maschinenbaus belegen. Während in frühen Arbeiten ausschließlich deterministische, gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen zur Anwendung kommen, werden mit der Weiterentwicklung der stochastischen, gradientenfreien Methoden auch zunehmend diese Verfahren eingesetzt. Grundsätzlich bieten deterministische Algorithmen den Vorteil schneller Konvergenz in wenigen Iterationsschritten, allerdings neigen sie dazu, nur lokale Optima zu finden. Außerdem sind sie aufgrund ihrer Abhängigkeit von Gradienten nur bedingt geeignet, um diskontinuierliche oder nicht differenzierbare Probleme zu lösen. Stochastische Verfahren können hier Abhilfe leisten, konvergieren aber häufig langsamer, vergleiche EBERHARD et al. [50].

# 2.4 Topologie und Komponenten des Fahrzeugantriebs

Ein klassisches Anwendungsgebiet der Mehrkörperdynamik ist die Modellierung von Kraftfahrzeugen und hier im speziellen die Abbildung der Dynamik von Antriebssystemen. Im Folgenden soll eine Übersicht über den Aufbau und die wichtigsten Bauteile des Antriebsstrangs gegeben werden.

#### 2.4.1 Aufgaben und Architektur von Fahrzeugantrieben

Antriebe in modernen Fahrzeugen bestehen aus einer oder mehreren Antriebsmaschinen, welche die benötigte Leistung für den Vortrieb bereitstellen, und dem Antriebsstrang, der diese Leistung an die angetriebenen Räder überträgt und somit nutzbar macht. Die große Mehrzahl an Straßenfahrzeugen lassen sich dabei konzeptionell in konventionell, das heißt rein verbrennungsmotorisch, hybridisch, also sowohl verbrennungsmotorisch als auch elektrisch, oder rein elektrisch angetrieben unterscheiden. Der Fokus dieser Arbeit wird im weiteren Verlauf auf konventionellen Antrieben liegen. Die Hauptkomponenten eines solchen Antriebssystems sind in Anlehnung an BASSHUYSEN und SCHÄFER [23] klassischerweise

- der Verbrennungsmotor,
- das (Haupt-)Getriebe inklusive Anfahr- und Schwingungsdämpfungselementen,
- eventuell ein Verteilergetriebe im Falle eines allradgetriebenen Fahrzeuges,
- ein oder mehrere Achsgetriebe sowie
- mehrere Wellen zur Verbindung der einzelnen Komponenten untereinander und mit den Abtriebsrädern.

Die einzelnen Baugruppen des Antriebsstrang ergänzen den Verbrennungsmotor und übernehmen folgende Aufgaben (vergleiche wiederum BASSHUYSEN und SCHÄFER [23]):

- Anfahren
- Kennungswandlung, das heißt Anpassung des Motormoments an den Zugkraftbedarf des Fahrzeugs



- Abbildung 2.3: Überblick über verschiedene konventionelle Antriebsstrangkonfigurationen. Gestrichelt gezeichnete Komponenten sind optional. (a) Frontmotorfahrzeug (Standardantrieb) (b) (Heck-)Mittelmotorfahrzeug (c) Heckmotorfahrzeug
  - Reduktion der vom Motor angeregten Drehungleichförmigkeiten
  - Verteilung des Antriebsmoments auf die Antriebsräder

Die Anordnung der einzelnen Komponenten des Antriebs im Fahrzeug hat einen entscheidenden Einfluss auf viele grundlegende Eigenschaften eines Fahrzeugs wie die Fahreigenschaften, den Komfort, das Platzangebot im Innenraum oder die Wirtschaftlichkeit. Nicht zuletzt wirkt sich das Antriebskonzept auch auf die Formgebung aus. Die Auswahl einer geeigneten Antriebsarchitektur stellt deshalb eine der wichtigsten Entscheidungen während der Konzeptphase eines Fahrzeuges dar. NAUNHEIMER et al. [117] definieren auf Basis eines morphologischen Kastens eine Vielzahl möglicher Antriebskonfigurationen. Die für diese Arbeit relevanten Topologien sind in **Abbildung 2.3** gegenübergestellt. Das entscheidende Kriterium bei der Unterscheidung und Benennung ist die Lage des Motors relativ zu den beiden Achsen. Liegt der Schwerpunkt des Aggregats vor der Vorderachse, spricht man von einem Frontmotorfahrzeug, vergleiche **Abbildung 2.3a**. Als Standardantrieb bezeichnet man hierbei traditionell die Kombination aus Frontmotor mit angeflanschtem Getriebe und Hinterradantrieb. Ein Allradantrieb ist möglich, wobei das Verteilergetriebe zumeist am Getriebeausgang sitzt und das Vorderachsgetriebe entweder im Getriebe integriert ist oder am Motor angebracht wird. Wird der Motor zwischen den beiden Achsen angeordnet, spricht man von einem Mittelmotorfahrzeug, wobei je nach genauer Lage in Front- und Heckmittelmotor (**Abbildung 2.3b**) unterschieden werden kann. Diese Antriebskonfiguration kommt typischerweise bei Sportwagen mit Hinterradantrieb zum Einsatz, wobei auch einige allradgetriebene Fahrzeuge existieren. Heckmotorkonzepte, das heißt Konfigurationen, bei denen der Motor hinter der Hinterachse sitzt (**Abbildung 2.3c**), sind heutzutage selten geworden. Wird ein Allradantrieb integriert, gleicht die Antriebskonfiguration einem umgekehrten Standardantrieb.

#### 2.4.2 Verbrennungsmotoren

Wie bereits in Abschnitt 1.1 dargestellt wurde, sind Verbrennungsmotoren immer noch die dominierende Antriebsmaschine in der Fahrzeugtechnik. Auch in den nächsten Jahrzehnten wird immer noch ein Großteil der Fahrzeuge mit Verbrennungskraftmaschinen ausgestattet sein, wenn auch vermehrt in hybriden Triebsträngen kombiniert mit elektrischen Antrieben. Die Funktion eine Motors lässt sich letztendlich immer auf die Verbrennung eines zündfähigen Luft-Kraftstoff-Gemisches und der damit einhergehenden Umsetzung von chemischer in mechanische Energie zurückführen. Für die vorliegende Arbeit sind nur Hubkolbenmaschinen von Interesse, die im Viertakt-Prinzip betrieben werden. Die im



Abbildung 2.4: Ausführungsbeispiele für moderne Verbrennungsmotoren.

(a) Sechszylinder-Boxermotor aus dem Porsche 911 GT3 (Typ 991 II)

(b) Achtzylinder-V-Motor aus dem Porsche Panamera Turbo (Typ G2)

Quelle: Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG

Brennraum eines Zylinders freigesetzte Energie erzeugt hierbei zunächst eine oszilierende Bewegung eines Kolbens und wird anschließend durch einen Kurbelmechanismus in eine Rotation gewandelt. Im Pkw-Bereich werden Motoren prinzipiell aus mehreren Zylindern zusammengesetzt wobei diese in der großen Mehrzahl der Anwendung entweder hintereinander (Reihenmotor), in zwei Bänken mit Winkelversatz (V-Motor) oder gegenüberliegend (Boxermotor) angeordnet werden. Abbildung 2.4 zeigt Ausführungsbeispiele aktueller Motoren. BASSHUYSEN und SCHÄFER [23] geben eine sehr umfassende Einführung zu allen Bereichen der Motorentechnik von den thermodynamischen Grundlagen über den Aufbau der wichtigsten Komponenten bis hin zu weiteren ausgeführten Konstruktionsbeispielen moderner Motoren. MERKER et al. [113] richten ihr Hauptaugenmerk auf die Beschreibung und Simulation der Thermodynamik, Verbrennung und Strömungsmechanik. Köhler und Fliere [96] gehen ausgiebig auf die Berechnung und Auslegung der mechanischen Komponenten ein. Durch den intermittierenden Verbrennungsprozess und die Kinematik des Kurbeltriebs ist das von Hubkolbenmotoren abgegebene Drehmoment nicht gleichförmig, sondern starken Schwankungen unterworfen. Die dadurch entstehende ungleichmäßige Drehbewegung des Motors wird als Drehungleichförmigkeit bezeichnet. Die Frequenz der Momentenschwankungen ist dabei abhängig von der Zylinderzahl des Motors und variiert mit der Drehzahl. Man bezeichnet das Verhältnis aus den Anteilen der Anregungsfrequenz und der Motordrehzahl als Motorordnungen. Der Antriebsstrang wird hierdurch zu Torsionsschwingungen angeregt, welche sich nachteilig auf den Fahrkomfort auswirken können. Hierauf wird in Abschnitt 2.5 näher eingegangen. Die Triebwerksdynamik von Verbrennungsmotoren wird in Kapitel 4 im Rahmen der Modellierung näher diskutiert.



Abbildung 2.5: Reibschlüssige Anfahrelemente. (a) Trockene Einscheibenkupplung (b) Nasslaufende Lamellenkupplungen in einer Doppelkupplung Quelle: (a) ZF Friedrichshafen AG (b) Schaeffler Technologies AG & Co. KG

#### 2.4.3 Anfahrelemente

Verbrennungsmotoren sind nicht in der Lage, bei Stillstand Drehmoment zu generieren. Deshalb werden sie durch einen elektrischen Starter auf eine Drehzahl geschleppt, ab der ein Betrieb möglich ist. Anfahrelemente haben die Aufgabe, den Motor vom Triebstrang zu trennen, wie beispielsweise beim Startvorgang oder dem Gangwechsel, und Drehzahldifferenzen auszugleichen, zum Beispiel beim Anfahren des Fahrzeugs. KIRCHNER [95]. NAUNHEIMER et al. [117] und FISCHER et al. [65] führen jeweils die gängigsten Wirkprinzipien und Konstruktionsbeispiele auf. Im Fahrzeugbau werden ausschließlich entweder reibschlüssige oder hydrodynamische Anfahrelemente eingesetzt, wobei für die vorliegende Arbeit nur erstere von Interesse sind. Reibschlüssige Anfahrelemente werden als Kupplungen bezeichnet und lassen sich in trocken- oder nasslaufend unterscheiden. Trockene Kupplungen kommen zumeist bei Handschaltgetrieben und vereinzelt auch in Doppelkupplungsgetrieben (Abschnitt 2.4.5) zum Einsatz. Der Kraftschluss wird hergestellt, indem eine oder mehrere Kupplungsscheiben über eine Anpressplatte und gegebenenfalls Zwischenplatten gegen das Schwungrad des Motors gepresst werden (Abbildung 2.5a). Über einen Ausrückmechanismus wird die Kupplung entlastet und der Antrieb aufgetrennt. In Doppelkupplungs- und Planetenautomatikgetrieben werden nasslaufende Lamellenkupplungen verwendet. Hierbei wird das Moment über ein Paket aus Außen- und Innenlamellen übertragen, die jeweils mit dem An- beziehungsweise Abtrieb verbunden sind, siehe Abbildung 2.5b. Die zur Übertragung erforderliche Normalkraft wird hydraulisch über Kolben aufgebracht.

#### 2.4.4 Schwingungsdämpfungselemente

Schwingungsdämpfungselemente reduzieren die vom Verbrennungsmotor erzeugten Drehmomentschwankungen, um die Anregung störender Geräusche und Vibrationen im Antriebsstrang zu verhindern. Zusätzlich erhöhen sie dadurch auch die Lebensdauer der leistungsführenden Komponenten im Triebstrang. Es existieren sowohl aktive als auch passive Systeme, wobei im Rahmen dieser Arbeit nur passive Elemente von Interesse sind. Diese können in drei grundlegende Prinzipien der Schwingungsreduktion aufgeteilt werden, vergleiche hierzu STIER [161]:

- Schwingungsdämpfung durch Dissipation
- Schwingungsisolation durch gezielte Verstimmung des Antriebsstrangs
- Schwingungstilgung, entweder mit konstanter oder variabler Tilgungsfrequenz

Im allgemeinen Sprachgebrauch werden alle Komponenten zur Reduzierung von Torsionsschwingungen als Dämpfer bezeichnet, unabhängig davon, welche Effekte zugrunde liegen. NAUNHEIMER et al. [117] und FISCHER et al. [65] führen mehrere Möglichkeiten auf, wie diese Prinzipien konstruktiv umgesetzt werden können. Häufig werden auch mehrere Wirkprinzipien kombiniert, um die Vielzahl an Anforderungen in verschiedenen Betriebspunkten des Fahrbetriebs erfüllen zu können. Bis Mitte der 80er-Jahre waren in die Kupplungscheibe integrierte Dämpfer (siehe **Abbildung 2.6a**) die Standardlösung zur Schwingungsreduktion. Durch die Einbringung einer möglichst weichen Feder in den Triebstrang



Abbildung 2.6: Schwingungsdämpfungselemente. (a) Kupplungsscheibe mit integriertem Dämpferelement und Fliehkraftpendeln (b) Bogenfeder-ZMS mit integrierten Fliehkraftpendeln Quelle: LuK GmbH & Co. KG

werden Resonanzen des Antriebs zu niederen Drehzahlen verschoben und durch gezielt eingebrachte trockene Reibung gedämpft, siehe REIK [133]. Mit diesem System konnten Akustikbeeinträchtigungen im Leerlauf vermieden und komfortables Fahren ab Drehzahlen von circa 1500 Umdrehung pro Minute ermöglicht werden. Mit steigenden Motorleistungen und -drehmomenten und der Absenkung der Leerlaufdrehzahl erreichte die gedämpfte Kupplungscheibe ihre Leistungsgrenzen, was zur Entwicklung des Zweimassenschwungrades (ZMS) führte, vergleiche SCHULTE [149], REIK [134] und ALBERS [4]. Hierfür wird das Schwungrad des Motors in zwei Seiten unterteilt, die mit einer möglichst weichen Feder verbunden werden (Abbildung 2.6b). Es ergibt sich eine massive Verstimmung des Schwingungssystems und eine Absenkung der relevanten Triebstrangeigenfrequenzen unterhalb der Anregungsfrequenz des Verbrennungsmotors im Leerlauf, siehe REIK [135]. Das ZMS ist heutzutage eine Standardkomponente für Fahrzeugantriebe. Um auch unter den wie in Abschnitt 1.1 dargestellten steigenden Anforderungen weiterhin eine ausreichende Schwingungsreduktion darzustellen, wird das ZMS zunehmend durch sekundäre Maßnahmen wie beispielsweise Fliehkraftpendel ergänzt. Hierbei handelt es sich um pendelnd aufgehängte Massen, die durch die Fliehkraft eine drehzahlabhängige Rückstellkraft erfahren (Abbildung 2.6). Es ergibt sich damit ein Tilger, dessen Eigenfrequenz mit der Motordrehzahl variiert, wobei konstruktiv ein festes Verhältnis eingestellt werden kann, siehe PEINEMANN [125] oder ZINK und HAUSNER [179]. Dadurch kann die dominierende Motorordnung im gesamten Betriebsbereich betilgt werden. Zusätzlich existieren eine



Abbildung 2.7: Beispiele für moderne Fahrzeuggetriebe.

(a) 7-Gang-Handschaltgetriebe (MT) aus dem Porsche 911 Carrera (Typ 991 II)
(b) 0 C = D = 1 D =

(b) 8-Gang Porsche Doppelkupplungsgetriebe (PDK) aus dem Porsche Panamera (Typ G2)

Quelle: Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG

Vielzahl weiterer Konzepte zur Schwingungsdämpfung, vergleiche beispielsweise BEY et al. [27] oder SCHNEIDER et al. [148].

#### 2.4.5 Getriebe

Getriebe in Fahrzeugen haben die Aufgabe, die Leistungscharakteristik des Motors an den tatsächlichen Zugkraftbedarf des Fahrzeugs anzupassen. Hierzu wird das vom Motor abgegebene Drehmoment um einen bestimmten Faktor variiert, wobei die Drehzahl im gleichen Verhältnis zunimmt beziehungsweise absinkt, sodass die Leistung insgesamt konstant bleibt. Diesen Faktor bezeichnet man als Übersetzung. Konstruktiv wird die Anpassung zumeist durch miteinander kämmende Zahnräder realisiert, entweder als Stirnradstufe oder durch einen Planetensatz. Mehrere einzelne Übersetzungen werden im Getriebe kombiniert und mit Schaltelementen versehen, die eine Änderung des Kraftflusses ermöglichen. So wird die Übersetzung variiert und das an den angetriebenen Rädern zur Verfügung stehende Drehmoment an die jeweilige Fahrsituation angepasst. Man spricht hierbei von Gangoder Fahrstufenwechsel. Die Betätigung der Schaltelemente kann entweder manuell durch den Fahrer oder automatisch durch geeignete Aktoren und eine Getriebesteuerung vorgenommen werden. Bei Handschaltgetrieben werden über die Schaltbetätigung im Fahrzeug und eine mechanische Verbindung zum Getriebe in Form von Seilzügen oder Schaltstangen bewegliche Elemente verschoben und damit andere Zahnradpaarungen in den Kraftfluss gebracht. Die Schaltelemente sind zumeist formschlüssig, weshalb der Motor für den Gangwechsel abgekoppelt werden und das Getriebe lastfrei sein muss, was zu einer Unterbrechung der Zugkraft führt. In Automatikgetrieben erfolgt der Wechsel der Fahrstufe durch Überblenden des Antriebsmoments von einem reibschlüssigen Element auf ein anderes, was Fahren ohne Zugkraftunterbrechung ermöglicht. Die Aktuierung der Schaltelemente erfolgt zumeist hydraulisch oder seltener elektromechanisch. Moderne Automatikgetriebe lassen sich unterteilen in Doppelkupplungsgetriebe und Planetenautomaten. Die erste Gruppe ähnelt den manuellen Getrieben im prinzipiellen Aufbau. Im Grunde werden zwei Stirnradgetriebe mit jeweils einer eigenen Kupplung kombiniert, wobei alle geraden beziehungsweise alle ungeraden Gänge in einem Teilgetriebe angeordnet sind. Beim Schalten wird eine der Kupplungen geöffnet und parallel die andere geschlossen. Planetenautomaten hingegen bestehen aus mehren Planetensätzen, die über Kupplungen miteinander verbunden sind. Je nachdem, welche der Schaltelemente geschlossen und geöffnet sind, ergibt sich ein unterschiedlicher Kraftfluss zwischen den einzelnen Planetengetrieben und damit eine geänderte Übersetzung des Gesamtgetriebes. KIRCHNER [95], NAUNHEIMER et al. [117] und FISCHER et al. [65] bieten allesamt tiefgreifende Einblicke in die Aufgaben, Klassierung, Aufbau, Komponenten und Auslegung von Getrieben für Fahrzeuge. In Abbildung 2.7 sind ein Handschaltgetriebe und ein Doppelkupplungsgetriebe als Beispiel für ein Automatikgetriebe dargestellt.

## 2.5 Antriebsakustik und NVH-Phänomene

Der Antrieb leistet einen großen Beitrag zur Akustik des Gesamtfahrzeugs. Dabei sind beispielsweise das Motoren- oder Abgasanlagengeräusch durchaus gewollt und tragen zu einem positiven Eindruck des Fahrzeugs bei. Allerdings existieren auch eine Vielzahl an ungewollten, störenden Geräuschen und Vibrationen, die im Allgemeinem unter den Begriffen Noise, Vibration and Harshness (NVH) zusammengefasst werden. FISCHER et al. [65] listen eine Vielzahl an Erregerquellen im Antrieb auf, die störende Schwingungen erzeugen

Erregerquelle	Ursache
	intermittierende Verbrennung
Verbrennnungsmotor	Massenkräfte des Kurbeltriebs
	Änderung des mittleren Drehmomentes (Lastwechsel)
Kupplung	reibungserregte Schwingungen
	Zahneingriff
Getriebe	Zahnteilungsfehler
	Schaltstöße
Gelenkwellen	Beugungswinkel
	Fahrbahnunebenheiten
Räder und Reifen	Profileinfluss
	reibungserregte Schwingungen
alle rot. Bauteile	Unwuchten

Tabelle 2.1: Erregerquellen und Ursachen für Schwingungserregung im Antrieb nach [65]

können, siehe **Tabelle 2.1**. Aus diesen Anregungen resultiert eine Vielzahl an Geräuschund Schwingungsphänomenen im Antriebsstrang, die in verschiedenen Fahrsituationen zu Komfortbeeinträchtigungen führen oder sogar die Betriebsfestigkeit einzelner Komponenten verringern können. DRESIG und FIDLIN [47] bieten eine Übersicht über bekannte Phänomene und den Betriebszuständen, in denen sie auftreten. Ähnliche Übersichten, allerdings stärker mit dem Fokus auf Getriebegeräusche, finden sich auch bei STOCKMEIER [162], PFLÜGER et al. [128] und FISCHER et al. [64]. Eine Auswahl wichtiger Phänomene ist in Tabelle 2.2 zusammengestellt. Der Einsatz von Schwingungsdämpfern reduziert die Torsionsanregungen, die vom Verbrennungsmotor in den Triebstrang eingeleitet werden. Dementsprechend kann auch nur die Entstehung und Intensität von Phänomenen beeinflusst werden, die durch diese Erregung erzeugt werden. Dies sind vor allem das Getrieberasseln und -klappern sowie das Differentialbrummen. Allerdings hat die Auslegung des Dämpfers auch Einfluss auf das Start-, Leerlauf- und Stopverhalten des Motors sowie die Dynamik des Antriebs beim Lastwechsel. Deshalb werden im Allgemeinen auch diese Betriebspunkte bei der Konzeption mit in Betracht gezogen, siehe hierzu BALASHOV et al. [21]. Die Schwingungen des Antriebs und die damit einhergehenden NVH-Probleme sind heute größtenteils wohl verstanden und Thema einer Vielzahl an Publikationen. Jede Literaturübersicht muss deswegen unweigerlich subjektiv und unvollständig sein. DRESIG und FIDLIN [47] gehen auf den Großteil der in Tabelle 2.2 aufgeführten Phänomene ein. Eine umfassende Untersuchung der Dynamik von Zahnradgetrieben und damit von Heulund Rasselgeräuschen bietet KÜÇÜKAY [103]. KERNSTOCK [91] gibt eine eher phänomenologische Betrachtung des Getrieberasseln und führt Möglichkeiten zu seiner Vermeidung auf. JEHLE [87] diskutiert reibungserregte Schwingungen in Schaltgetrieben und gibt einen umfangreichen Überblick zu Literatur auf dem Themengebiet. KRüger [102] behandelt Kupplungsrupfen im speziellen. Die Untersuchung des Differtialbrummens erfolgt generell eher im Kontext der Gesamtfahrzeugakustik, da nicht nur die torsionale Dynamik des Triebstrangs entscheidend ist, sondern vor allem die Kopplung zwischen Dreh- und Biegeschwingungen, der Ubertragungspfad zur Einleitung der Vibrationen in die Karosserie und die Anregung von Strukturschwingungen des Fahrzeugaufbaus, die das eigentliche störende Geräusch erzeugen. ZELLER [177] geht auf all diese Teilaspekte ein. Du et al. [49] stellen ein Berechnungsmodell für einen spezifischen Anwendungsfall vor. ZELLER [177] diskutiert zudem Komfortaspekte beim Motorstart, -leerlauf und -stopp sowie beim Lastwechsel.

Fahrsituation	Phänomene
Motorstart	Startresonanz ("Hängenbleiben" des Antriebs in einer Resonanz mit extremen Schwingungsamplituden)
	Mitraillette (Nichtlineare Resonanz bei mehrstufigen Kennlini-
	en in gedämpften Kupplungsscheiben)
Leerlauf	Niederfrequente Schwingungen (Anregungen von subharmoni- schen Resonanzen bei Antrieben mit ZMS)
	Getrieberasseln/-klappern (Anschlagen unbelasteter Getriebe- bauteile aufgrund der Motoranregung)
	Rupfen (Anregung tieffrequenter Torsionsschwingungen des An- triebs durch den Reibkontakt und Kopplung mit Longitudinal- schwingungen des Fahrzeugs (Ruckeln))
Anfahren	Eek/Quietschen (Hochfrequente Geräusche angeregt durch Taumelbewegungen der Kupplung)
	Trampeln (Kopplung von Torsionschwingungen des Antriebs, Vertikalschwingungen der angetriebenen Achse und Längs- schwingungen des Fahrzeugs bei sportlichen Anfahrten)
Beschleunigungsfahrt	Getriebeheulen/-pfeifen/-singen (Hochfrequente Geräusche der Verzahnung, angeregt durch Geometrieabweichungen oder wechselnde Zahnsteifigkeiten)
(Zug)	Getrieberasseln/-klappern
	Differentialbrummen (Kopplung von Torsions- und Biege- schwingungen am Hinterachsgetriebe)
Lastwechsel	Lastwechselschlag (Anregung niederfrequenter Triebstrang- schwingungen durch Änderung des Mittelmoments und Kopp- lung mit Längsschwingungen des Fahrzeugs (Ruckeln))
	Clonk/Klackern (Anschlagen spielbehafteter Bauteile beim Nulldurchgang des Moments)
	Getrieberasseln/-klappern
Schubbetrich	Differentialbrummen
Schubberneb	Schubbrummen (Biegeschwingungen durch eine dynamische Unwucht im ZMS (ungleichmäßig entspannte Federn))
	Getrieberasseln/-klappern
Motorstopp	Anschlagen von Bauteilen beim Abbremsen auf Stillstand, vor allem Fliehkraftpendel im ZMS

Tabelle 2.2: Geräusch- und Schwingungsphänomene im Antrieb nach Fahrsituationen, in Anlehnung an [47]

## 2.6 Anwendung der Optimierung in der Entwicklung von Fahrzeugantrieben

Angesichts der Komplexität moderner Verbrennungsmotoren und Triebstränge steigt auch im Bereich der Antriebsentwicklung das Interesse an automatisierten Auslegungsverfahren. Eine Vielzahl an Veröffentlichung zu diesem Themenkomplex belegt diesen Trend. Optimierungsverfahren kommen dabei in allen Phasen und Teilgebieten des Entstehungsprozesses von Fahrzeugantrieben zur Anwendung. In frühen Phasen können Konzeptbetrachtungen automatisiert werden und eine ideale Topologie für die Anordnung des Antriebs gefunden werden. Dies ist vor allem für elektrische und hybride Triebstränge mit mehreren Antriebsmaschinen notwendig, vergleiche hierzu beispielsweise VAILLANT [165]. Im weiteren Verlauf der Entwicklung können einzelnen Komponenten oder Systeme ausgelegt oder optimiert werden, siehe BOZCA [29] oder IDE et al. [84]. Gemessen an der Zahl der Veröffentlichungen liegen allerdings die größten Potenziale für den Einsatz von Optimierungsverfahren in der Motor- und Triebstrangapplikation, das heißt der Anpassung von Regelungs- und Steuerungsparametern zur Abstimmung des Fahrverhaltens, sowie der Festlegung von Betriebsstrategien, besonders für hybride Triebstränge. Hier ergibt sich durch die Zunahme an Funktionen eine massive Steigerung des Aufwandes bei der manuellen Bedatung. Beispiele für den Einsatz von automatisierten Verfahren finden sich bei KOLMANOVSKY et al. [97], KIM und PARK [93], SAUERMANN et al. [142], WU et al. [175] sowie WURM und BESTLE [176]. GUZZELLA und SCIARETTA [74] stellen Simulationsmodelle für verschiedene Triebstrangkonfigurationen und -komponenten vor und diskutieren Optimierungsverfahren, mit denen eine optimale Auslegung und Steuerung realisiert werden kann. Der Fokus liegt hierbei auf der Minimierung des Energieverbrauchs, wobei auch Aspekte der Fahrbarkeit und Performance berücksichtigt werden. Die Optimierungsalgorithmen, die bei den vorgestellten Methoden zum Einsatz kommen, sind sehr unterschiedlich und stammen dabei aus allen Kategorien an bekannten Verfahren. Die jeweilige Eignung ist stark abhängig von der spezifischen Aufgabe, die gelöst werden soll.

Für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse sind die Veröffentlichungen von BA-LASHOV et al. [21] beziehungsweise FIDLIN und SEEBACHER [62]. Hier wird eine Methode vorgestellt, mit der Torsionsschwingungsdämpfer automatisiert auf Basis von Simulationsergebnissen ausgelegt werden können. Das Optimierungsziel ist hierbei, die Funktion des Dämpfersystems in allen betrachteten Betriebspunkten zu gewährleisten und einen idealen Kompromiss aus sich teilweise widersprechenden Anforderungen zu finden. Gleichzeitig sollen Fertigungstoleranzen berücksichtigt werden. Hierzu werden dynamische Simulationen durchgeführt, deren Ergebnisse mithilfe von Sensitivitätsdiagrammen in eine zu erwartende subjektive Bewertung überführt werden. Die Zielfunktion ergibt sich als gewichteter geometrischer Mittelwert der Einzelbewertungen aus den verschiedenen Fahrsituationen. Als Nebenbedingungen werden Einschränkungen an den vorgegebenen Bauraum, im Betrieb auftretende Spannungen und die Montierbarkeit des Dämpfers formuliert. Das eigentliche Optimierungsverfahren basiert auf der statistischen Versuchsplanung, mit der im Vorfeld zu untersuchende Parametervektoren generiert werden. Die Variationsgrenzen der einzelnen Parameter werden dabei "in Relation zu deren Streuung in der Serienfertigung" (BALASHOV et al. [21]) festgelegt. Die in den oben erwähnten Arbeiten präsentierte Methode stellt somit die Sicht eines Zulieferers der Automobilindustrie dar und bildet die entsprechenden Zuständigkeiten und Ziele während des Entwicklungsprozesses ab. Die Methode, die im anschließenden Kapitel 3 vorgestellt wird, orientiert sich an den grundlegenden Ideen dieser Arbeiten, allerdings unterscheiden sich aufgrund der abweichenden Betrachtungsperspektive das Optimierungsziel und damit die Zielfunktion und Nebenbedingungen. Dadurch werden auch völlig andere Optimierungsverfahren erforderlich, vergleiche hierzu Kapitel 5.

# 3 Auslegungsmethode für Torsionsschwingungsdämpfer

In diesem Kapitel wird die implementierte Auslegungsmethode für Torsionsschwingungsdämpfer vorgestellt und gegenüber bestehenden Arbeiten auf dem Gebiet abgegrenzt. Hierzu wird zunächst in Abschnitt 3.1 die Zielrichtung der neu entwickelten Methode detailliert dargelegt und die Unterschiede zu den im letzten Teilabschnitt angesprochenen Methoden diskutiert. Dieser Schritt entspricht im Endeffekt der ersten Definition eines Zielsystems im iPeM nach ALBERS und MEBOLDT [7]. Im Anschluss wird in Abschnitt 3.2 das finale Objektsystem, das heißt der Prozessablauf der vorgeschlagenen Methode, dargestellt. Im letzten Abschnitt 3.3 wird mit der Parameterkonvertierung, die dem Entwurfsmodell im Drei-Säulen-Konzept von ESCHENAUER [57] entspricht, näher auf einen der Kernpunkte des Auslegungsprozesses eingegangen.

#### 3.1 Ziele und Anforderungen

Die Verantwortlichkeiten bei der Entwicklung eines Antriebssystems in der Automobilindustrie sind in modernen Prozessen aufgeteilt zwischen dem Fahrzeughersteller und seinen Lieferanten. In der frühen Phase, die nach ALBERS et al. [14] definiert ist als die "Phase des Entwicklungsprozesses einer neuen Produktgeneration, die mit der Initierung eines Projektes beginnt und mit einer bewerteten technischen Lösung endet", trägt der Hersteller die Verantwortung für die Konzeptauswahl, die Definition und Aufteilung gegebener Bauräume (im Allgemeinen als Packaging bezeichnet) sowie der Erstellung von Lastenheften, welche die Anforderungen an die zu beschaffenden Bauteile festlegen. Die Auslegung und Detailkonstruktion einzelner Komponenten oder auch ganzer Subsysteme verantwortet im Anschluss der Lieferant beziehungsweise dessen Unterlieferanten. Die Validierung der einzelnen Systeme und deren Integration zu einem funktionierenden Gesamtantrieb sind im Folgenden wiederum Aufgaben des Fahrzeugherstellers. Je nach Systemebene gibt es innerhalb dieser einzelnen Phasen eine mehr oder weniger ausgeprägte Verzahnung der Entwicklungspartner, wobei die grundsätzliche Aufteilung der Verantwortung bestehen bleibt. ALBERS et al. [14] stellen des Weiteren fest, dass die in der frühen Phase getroffenen Entscheidungen entscheidenden Einfluss auf den weiteren Verlauf und das Ergebnis des nachfolgenden Entwicklungsprozesses haben. ALBERS und NOWICKI [5] stellen beispielsweise dar, dass in der Konzeptphase siebzig Prozent der späteren Entwicklungskosten festgelegt werden. Gleichzeitig ist die frühe Phase nach ALBERS et al. [14] durch hohe Unsicherheiten und geringe Strukturierung charakterisiert. Vor diesem Hintergrund lassen sich auch die Anforderungen an eine Auslegungsmethode für Torsionsschwingungsdämpfer definieren. Das Hauptziel ist es, Entwicklern ein wirkungsvolles Werkzeug zur Verfügung zu stellen, das in frühen Phasen des Produktentstehungsprozesses Unterstützung bei der Konzeptauswahl bietet und die bestehenden Unsicherheiten verringert. Hierzu sollen für verschiedene, konkurrierende Dämpferkonzepte

- Aussagen zu benötigten Bauräumen getroffen,
- Schätzungen zum späteren Komponentengewicht beziehungsweise zu dessen Massenträgheitsmoment abgegeben,
- Vorauslegungen zu den wichtigsten technischen Spezifikationen vorgenommen sowie
- Leistungsgrenzen im Hinblick auf die Entkopplungsgüte aufgezeigt werden.

Auf Basis dieser Informationen kann anschließend eine fundierte Entscheidung für eines der betrachteten Systeme getroffen und notwendige Bauräume im Packaging reserviert werden. Die Genauigkeit der Aussagen muss dabei für den angedachten Einsatzzweck ausreichend sein.

Diese Ziele unterscheiden sich grundlegend von denen, welche Basis der Methode von BA-LASHOV et al. [21] beziehungsweise FIDLIN und SEEBACHER [62] sind. Statt ausgehend von einem im Voraus ausgewählten Konzept und einem gegebenen Bauraum eine Auslegung zu finden, deren dynamisches Verhalten einen idealen Kompromiss darstellt, soll genau jener Bauraum definiert und ein näher zu betrachtendes Konzept ausgewählt werden. Die funktionalen Eigenschaften des Dämpfers sind dabei nicht mehr das Optimierungsziel, sondern stattdessen Nebenbedingungen, das heißt, es werden zu erfüllende Kriterien festgelegt, die minimale Anforderungen an den Fahrzeugkomfort definieren. Wird dieses Kriterium verletzt, geht die Kundentauglichkeit des Entwurfs verloren. Als Auslegungsbeziehungsweise Optimierungsziel wird hingegen ein Design mit möglichst geringem Bauraumbedarf, Gewicht sowie Massenträgheitsmoment um die Rotationsachse angestrebt. Diese Eigenschaften sind besonders für Sportwagen von herausragendem Interesse. Aus den Ergebnissen der Auslegung soll im Gegensatz zu den oben erwähnten Arbeiten keine vollständige Konstruktion abgeleitet werden, sondern eher eine Art Hüllkontur, die als Anhaltspunkt für die Konstruktion und Anordnung der umgebenden Bauteile dient. Ebenso spielt die Betrachtung von Fertigungstoleranzen keine Rolle. Aus Sicht der Optimierung stellen die dargestellten Zusammenhänge mehr oder weniger eine Vertauschung von Zielfunktion und Nebenbedingungen dar. Im Kontext des Produktentstehungsprozesses sind beide Methoden nicht konkurrierend, sondern eher ergänzend zu betrachten, wobei der hier präsentierte Prozess zeitlich früher angeordnet ist und die Eingangsdaten für die anschließende detailliertere Betrachtung beim Lieferanten bereitstellt. In den Aktivitäten der Produktentstehung, wie sie im iPeM [9] festgehalten sind, lässt sich die Methode, die Gegenstand dieser Arbeit ist, eher in der Ideenfindung verorten, wobei der Ablauf, wie er in den oben erwähnten Veröffentlichungen dargestellt wird, eher der Modellierung von Prinzip und Gestalt zuzuordnen ist.

Aus den definierten Zielen leiten sich die Anforderungen ab. Das zu entwickelnde Werkzeug soll

- Unsicherheiten und Informationsmangel handhaben können,
- schnelle Reaktion auf sich ändernde Randbedingungen ermöglichen und

• ausreichende Robustheit und Flexibilität bieten.

Die ersten beiden Anforderungen leiten sich allein schon aus dem angedachten Einsatz während der Konzeptphase ab. Die zur Verfügung stehenden Eingangsgrößen, das heißt erste Daten zum Motorverhalten, Triebstrangaufbau und Gesamtfahrzeugkonzept, unterliegen zu diesem Zeitpunkt noch starken Unsicherheiten und häufigen Änderungen oder sind möglicherweise noch nicht in der gewünschten Qualität verfügbar. Deshalb muss eine wirkungsvolle Methode mit diesen Unwägbarkeiten umgehen können. Die Forderungen nach Robustheit und Flexibilität ergeben sich daraus, dass nicht nur ein spezifisches Dämpferkonzept in einem Antrieb betrachtet werden soll, sondern möglichst alle in Frage kommenden Varianten, das heißt alle Kombinationen aus Motor, Triebstrang und Schwingungsdämpfer, mit ein und demselben Werkzeug behandelt werden können, ohne große Änderungen am grundsätzlichen Prozessablauf vornehmen zu müssen.

#### 3.2 Prozessablauf

Um die oben definierten Ziele zu erfüllen und die benötigten Daten zu generieren, wird ein automatisierter Auslegungsprozess vorgeschlagen. Der Prozessablauf ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Grundlage ist das zuvor diskutierte Drei-Säulen-Konzept nach ESCHENAUER [57]. Die jeweiligen Teilschritte sind den einzelnen Bestandteilen dieses Modells zugeordnet. Wie im Drei-Säulen-Konzept dargestellt, muss vor dem eigentlichen Start der Auslegung die Entwurfsvariablen gewählt werden, welche den Parametervektor bilden. Dies geschieht auf Basis einer Konstruktionsanalyse bestehender Dämpferkonzepte, in welcher die entscheidenden Bauteile und die sie beschreibenden Größen gesucht werden. Am Ende der Auslegung werden ebenjene geometrischen Parameter für die funktionsrelevanten Bauteile des betrachteten Schwingungsdämpfers ausgegeben, anhand derer sich wiederum eine vereinfachte Konstruktion aufbauen lässt. Zudem werden wichtige physikalische Kenngrößen wie Massen oder Federsteifigkeiten bereitgestellt. Eine Übersicht über die Komponenten, die ausgelegt werden, und die Daten, die am Ende des Prozesses zur Verfügung gestellt werden, wird für die in dieser Arbeit betrachteten Dämpferkonzepte in Tabelle 3.1 gegeben. Diese Vorgehen bedingt allerdings, dass die gefundenen Lösungen im Rahmen der PGE, wie sie von ALBERS et al. [14] definiert wird, nur Übernahmevariationen oder Neuentwicklungen durch Gestaltvariation sein können. Das Verfahren eignet sich nicht zur Suche nach neuen Lösungsprinzipien, kann allerdings unterstützend eingesetzt werden, sobald ein Prinzip gefunden und ein erster Entwurf erarbeitet wurde, auf Basis dessen eine Analyse stattfinden kann. Der eigentliche Auslegungsprozess ist eine klassische iterative Parameteroptimierung, in der ein Ausgangsentwurf solange verändert wird, bis er gegebene Anforderungen erfüllt und als Ergebnis ausgegeben werden kann. Dementsprechend startet die Auslegung mit einem Satz an geometrischen Parameter des zu untersuchenden Dämpferkonzepts. Die Qualität des Ausgangsentwurfs beeinflusst maßgeblich den Verlauf der Optimierung und kann den Prozess beschleunigen, verlangsamen oder sogar die Konvergenz des Verfahrens komplett verhindern. Es existieren mehrere Möglichkeiten, geeignete Parametervektoren zu finden. Die einfachste Vorgehensweise ist dabei die zufällige Generierung, wobei dies vor allem im Hinblick auf die Erfüllung der Nebenbedingungen keine praktikable Lösung



Abbildung 3.1: Automatisierter Auslegungsprozess für Torsionsschwingungsdämpfer
darstellt. Alternativ kann ein bestehender Entwurf, der ursprünglich für einen anderen, jedoch strukturell ähnlichen Antrieb ausgelegt wurde, als Ausgangspunkt verwendet werden. Dies entspricht dem Vorgehen, das ALBERS et al. [10] als PGE beschreiben. Eine genauere Diskussion weiterer Möglichkeiten zur Definition von Startpunkten findet sich in Kapitel 5 und 6. Nach der Initialisierung wird zunächst eine Parameterkonvertierung durchgeführt, das heißt eine Überführung der geometrischen Größen, die den Optimierungsvektor bilden, in physikalische Größen, die für die Bewertung des Entwurfs und zur Parametrierung der im späteren Verlauf verwendeten Simulationsmodelle benötigt werden. Dieser Schritt bildet den Kernpunkt des Prozesses, weshalb noch einmal gesondert in Abschnitt 3.3 darauf eingegangen wird. Im Kontext des Drei-Säulen-Konzeptes entspricht dieser Teil der Aus-

Konzept	ZMS mit Innen- dämpfer	ZMS mit Flieh- kraftpendel	ZMS mit Innen- dämpfer und Fliehkraftpen- del	Gedämpfte Kupplungs- scheibe
Funktionsrele- vante Bauteile	Außendämpfer Innendämpfer	Außendämpfer Fliehkraftpen- del	Außendämpfer Innendämpfer Fliehkraftpen- del	Kupplungs- dämpfer
Ausgabedaten geometrisch	Federgeometrie	Federgeometrie Pendelgeome- trie Pendelbahn	Federgeometrie Pendelgeome- trie Pendelbahn	Federgeometrie
Ausgabedaten physikalisch	Federkennlinie Federmassen Gesamtmasse Trägheitsmo- mente	Federkennlinie Federmassen Pendelmasse Gesamtmasse Trägheitsmo- mente	Federkennlinie Federmassen Pendelmasse Gesamtmasse Trägheitsmo- mente	Federkennlinie Federmassen Gesamtmasse Trägheitsmo- mente

Tabelle 3.1: Untersuchte Dämpferkonzepte, funktionsrelevante Bauteile und zugehörige Ausgabegrößen

legung dem Entwurfsmodell. Der Optimierungsvektor und die zugehörigen physikalischen Daten werden anschließend zur Bewertung an das Optimierungsmodell übergeben. Dies schließt zunächst die Auswertung der Zielfunktion und im darauffolgenden Schritt einiger Nebenbedingungen ein. Es werden zunächst nur die Bedingungen überprüft, welche ohne dynamische Simulationen bestimmt werden können. Im Allgemeinen sind das Anforderungen an die Montierbarkeit des Dämpfers, die Festigkeit einiger Kernelemente wie der Federn im Außen- und Innendämpfer und grundlegende funktionale Eigenschaften wie die Gesamtfederkennlinie des Dämpfers. Die genaue Formulierung der Zielfunktion und der Nebenbedingungen werden in Kapitel 5 diskutiert. Falls die Überprüfung ergibt, dass der Entwurf die gestellten Anforderungen erfüllt, wird der Optimierungsvektor und die zugehörigen physikalischen Größen an Simulationsmodelle übergeben, mit denen das dynamische Verhalten des Triebstrangs analysiert wird. Die Modellerstellung und -parametrierung erfolgt dabei anhand der zum aktuellen Zeitpunkt verfügbaren ersten Konzepte und Daten zum Verbrennungsmotor, Triebstrang und Gesamtfahrzeug. Die erhaltenen Berechnungsergebnisse werden anschließend automatisiert ausgewertet und die Werte der zugehörigen Nebenbedingungen bestimmt. Hierzu werden die im Drei-Säulen-Modell angesprochenen Gütekriterien benötigt, anhand derer definiert ist, welche Anforderungen ein Entwurf zu erfüllen hat. Falls der untersuchte Parametervektor als optimal bewertet wird, wird der Optimierungsprozess abgebrochen und das Ergebnis ausgegeben. Für die Bewertung der Optimalität existieren klare Anforderungen, wie beispielsweise an die Erfüllung der Nebenbedingungen oder die Entwicklung der Zielfunktion über mehrere Iterationsschleifen. Diese Kriterien sind allerdings abhängig von der Wahl des Optimierungsalgorithmus und der während der Optimierung zur Verfügung stehenden Informationen zum Verlauf des Verfahrens. Hierauf wird ebenfalls in Kapitel 5 näher eingegangen. Sollte bereits vor der Simulation festgestellt werden, dass der betrachtete Parametervektor die Anforderung nicht erfüllt, wird die zeitintensive Simulation übersprungen und direkt zur Parametervariation übergegangen. Hier wird durch den verwendeten Optimierungsalgorithmus ein neuer Entwurf generiert, mit dem anschließend eine neue Iteration durchgeführt wird. Falls das ursprüngliche Design nach der Bewertung der Simulationsergebnisse nicht als optimal betrachtet wird, wird der Optimierungsvektor ebenso variiert und der Prozess weitergeführt. Der Optimierungsalgorithmus schließt damit jeweils die Optimierungsschleife.

Für das Verständnis des Ansatzes ist wichtig, dass die automatisierte Auslegung nur ein Teil der finalen Konzeptauswahl ist. Zur Verfügung gestellt werden technische Grunddaten zu einzelnen Konzepten, die als Grundlage zur Bewertung und Diskussion dienen, aber auf keinen Fall eine vollumfängliche Betrachtung aller Kriterien darstellen. Die Entscheidung für ein Konzept muss letzten Endes von einem Entwicklungsingenieur getroffen werden. Hierbei müssen weiteren Faktoren wie die Kosten für das Bauteil und dessen Entwicklung, das bestehende Produktportfolio oder weitere Möglichkeiten zur Beeinflussung des Schwingungsverhaltens (beispielsweise durch geeignete applikative Maßnahmen) berücksichtigt werden. Diese Zusammenhänge sind in **Abbildung 3.2** veranschaulicht.



Abbildung 3.2: Vollständiger Konzeptauswahlprozess auf Basis der Daten aus der automatisierten Auslegung Quelle: (a) LuK GmbH & Co. KG (b) ZF Friedrichshafen AG

# 3.3 Parameterkonvertierung - Entwurfsmodell

Die Parameterkonvertierung ist der entscheidende Schritt des Auslegungsprozesses. Sie bildet die Verbindung zwischen dem Optimierungsvektor, der geometrische Größen enthält, und den physikalischen Eigenschaften des Schwingungsdämpfers, die für die Parametrierung der Simulationsmodelle und die Bewertung des Entwurfs benötigt werden. Die Grundidee hierbei ist, dass für das Gesamtdesign des Dämpfers nur die funktionsrelevanten Bauteile entscheidend sind und alle anderen Komponenten entsprechend skaliert werden können. Außerdem basiert der Ansatz auf der Annahme, dass sich alle Einzelteile über vereinfachte Ersatzmodelle darstellen lassen, welche die ursprüngliche Geometrie ausreichend genau abbilden und anhand derer die benötigten physikalischen Größen einfach abgeschätzt werden können. Die Abweichungen der berechneten Parameter von den realen Größen sollen hierbei im Bereich der Serienstreuung eines Dämpfers liegen. In den folgenden Abschnitten werden die Ersatzgeometrien für die wichtigsten Bauteile vorgestellt und die Berechnung der interessierenden Größen diskutiert.

### 3.3.1 Spiralfedern

Die Entkopplungseigenschaften moderner Torsionsschwingungsdämpfer basieren häufig auf der gezielten Verstimmung des Antriebsstrangs und der damit einhergehenden Verschiebung der Eigenfrequenzen. Zu diesem Zweck werden Spiralfedern eingesetzt, welche die Steifigkeit des Antriebs an festgelegten Stellen herabsetzen. Typische Beispiele sind Außenund Innendämpfer in ZMS oder in Kupplungsscheiben integrierte Dämpfer, vergleiche **Tabelle 3.1**. Die verwendeten Federn haben entweder eine gerade oder eine gekrümmte Hauptachse, wobei man bei Letzterem von Bogenfedern spricht. Alle Größen, die zur eindeutigen Beschreibung der Federgeometrie benötigt werden, sind Teil des Optimierungsvektors. Dies umfasst Anzahl und Durchmesser der Windungen, die ungespannte Länge, die Stärke und gegebenenfalls die Anprägung des Federdrahtes und im Falle einer Bogenfeder auch den Radius der kreisförmigen Hauptachse. In **Abbildung 3.3** sind die Geometrie und die relevanten Designparameter für Torsionsdämpferfedern dargestellt.

Hierbei bezeichnet  $L_0$  beziehungsweise  $\Theta_0$  jeweils die ungespannte Länge der Federn,  $D_a$  deren Windungsdurchmesser und d die Drahtstärke. Es sei darauf hingewiesen, dass die ungespannte Länge einer Bogenfeder einen Winkel beschreibt. Der Radius der Hauptachse einer solchen Feder wird im Allgemeinen Wirkradius genannt und mit  $R_W$  bezeichnet. Sollte der verwendete Federdraht angeprägt sein, so wird diese Größe mit a bezeichnet. Mit diesen Parametern können nun alle benötigten Daten berechnet werden. Dies umfasst

- die Federmasse,
- die Federrate,
- die Blocklänge, das heißt die Länge der Feder, wenn alle Windungen aneinander anliegen, sowie
- die Spannungsbeiwerte, anhand derer die Belastung des Federdrahtes in Abhängigkeit der Verformung berechnet werden kann.



Abbildung 3.3: Geometrien von Torsionsdämpferfedern



Abbildung 3.4: Zur Berechnung der Drahtlänge von geraden Spiralfedern

Die Federmasse kann nach

$$m_{Feder} = \varrho A_{Draht} l_{ges} \tag{3.1}$$

berechnet werden, wobe<br/>i $\varrho$ die Materialdichte,  $A_{Draht}$ die Querschnittsfläche und<br/>  $l_{ges}$ die Gesamtlänge des Federdrahtes bezeichnen. Für einen allgemein angeprägten Drahtquerschnitt ergibt sich die Fläche zu

$$A = \frac{d^2}{4} \left[ \pi - 2 \arccos\left(1 - \frac{a}{d}\right) \right] + \frac{d - a}{2} \sqrt{d^2 - (d - a)^2} .$$
(3.2)

31

Ohne Anprägung, das heißt für a = 0, ergibt sich daraus die Fläche eines Kreises. Die Länge des Drahtes wird über ein Linienintegral bestimmt. Die Mittellinie des Federdrahtes wird dabei als Helix mit gerader beziehungsweise kreisförmiger Hauptachse beschrieben. Für die Koordinaten eines Punktes P auf dieser Linie ergibt sich für gerade Federn

$$x = R_m \cos \varphi , \qquad (3.3)$$

$$y = R_m \sin \varphi , \qquad (3.4)$$

$$z = \frac{t}{2\pi}\varphi , \qquad (3.5)$$

wobei

$$R_m = \frac{D_m}{2} = \frac{D_a - d}{2}$$
(3.6)

den Radius der Helix und

$$t = \frac{L_0}{i_{ges}} \tag{3.7}$$

die Höhe einer Windung angeben, vergleiche Abbildung 3.4.  $i_{ges}$  bezeichnet die Gesamtanzahl der Federwindungen. Die Länge des Federdrahtes ergibt sich damit zu

$$l_{ges} = i_{ges} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2} \mathrm{d}\varphi = \sqrt{i_{ges}^2 \pi^2 \left(D_a - d\right)^2 + L_0^2} \,. \tag{3.8}$$

Analog können die Koordinaten eines Punktes  ${\cal P}$ auf der Drahtmittelachse einer Windung der Bogenfeder durch

$$x = (R_W + R_m \cos \varphi) \cos \vartheta , \qquad (3.9)$$

$$y = R_m \sin \varphi , \qquad (3.10)$$

$$z = (R_W + R_m \cos \varphi) \sin \vartheta \tag{3.11}$$

beschrieben werden, siehe **Abbildung 3.5**.  $\vartheta$  ist dabei der Winkel, der die Lage des Punktes entlang der gekrümmten Hauptachse der Feder beschreibt. Die Variable lässt sich in Abhängigkeit des laufenden Winkels  $\varphi$  ausdrücken durch

$$\vartheta = \frac{\Theta_0}{2\pi i_{qes}} \varphi \ . \tag{3.12}$$

Die Länge des Federdrahtes ergibt sich damit wiederum zu

$$l_{ges} = i_{ges} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2} \mathrm{d}\varphi , \qquad (3.13)$$



Abbildung 3.5: Zur Berechnung der Drahtlänge von Bogenfedern

wobei die Ableitungen der Koordinaten gegeben sind durch

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\varphi} = -R_m \sin\varphi \cos\vartheta - (R_W + R_m \cos\varphi) \sin\vartheta \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\varphi} , \qquad (3.14)$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\varphi} = -R_m \cos\varphi \;, \tag{3.15}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\varphi} = -R_m \sin\varphi \sin\vartheta + (R_W + R_m \cos\varphi) \cos\vartheta \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\varphi} \ . \tag{3.16}$$

Damit kann die Drahtlänge einer Bogenfeder berechnet werden,

$$l_{ges} = i_{ges} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{D_a - d}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Theta_0}{2\pi i_{ges}}\right)^2 \left(R_W + (D_a - d)\cos\varphi\right)^2} \mathrm{d}\varphi \ . \tag{3.17}$$

Die Berechnung der Federraten c zylindrischer Schraubendruckfedern ist in der Literatur ausführlich diskutiert (vergleiche beispielsweise DREYER [48]). Es ergibt sich

$$c_L = \frac{Gd^4}{8i_{fed} \left(D_a - d\right)^3}$$
(3.18)

für gerade Federn beziehungsweise

$$c_{\Theta} = \frac{Gd^4 R_W^2}{8i_{fed} \left(D_a - d\right)^3}$$
(3.19)

für Bogenfedern. Hierbei ist anzumerken, dass es sich bei der Steifigkeit einer geraden Feder um die Längssteifigkeit handelt, während für eine Bogenfeder eine Verdrehsteifigkeit angegeben wird. Die Feder wird entlang ihrer gekrümmten Mittelachse komprimiert und generiert aufgrund des Abstandes zur Drehachse ein Moment. G bezeichnet den Schubmodul des Federmaterials und  $i_{fed}$  die Anzahl der federnden Windungen. Diese unterscheidet sich im Allgemeinen von der Gesamtzahl der Windungen  $i_{ges}$ , da die Endwindungen normalerweise angelegt und angeschliffen werden, um die Krafteinleitung günstiger zu gestalten. Die Blocklänge einer Feder lässt sich rein auf Basis von geometrischen Überlegungen formulieren. Für gerade Federn ergibt sich

$$L_C = i_{qes} \left( d - a \right) \tag{3.20}$$

und für Bogenfedern

$$\Theta_C = \frac{i_{ges} \left(d - a\right)}{R_i} \,. \tag{3.21}$$

Es sei wiederum darauf verwiesen, dass die Blocklänge einer Bogenfeder einen Winkel bezeichnet. Der Berechnung liegt die Annahme zugrunde, dass die Windungen zuerst innen, dass heißt auf dem Radius  $R_i$ 

$$R_i = R_W - \frac{D_a}{2} + \frac{d}{2}$$
(3.22)

anliegen. An der Außenseite der Feder existiert zu diesem Zeitpunkt noch ein geringer Abstand zwischen den einzelnen Windungen, sodass gegebenenfalls eine weitere Kompression möglich ist, falls sich die Mittelachse der Bogenfedern verformen kann. Gerade Federn werden in Torsionsdämpfern letztendlich wie Bogenfedern eingesetzt, das heißt als elastische Elemente, die der Verdrehung zweier Bauteile zueinander entgegenwirken. Dementsprechend muss ihre Federrate in eine äquivalente Verdrehsteifigkeit  $c_{\Theta}^L$  umgerechnet werden. Werden die Federn auf einem mittleren Radius  $R_M$  angeordnet (siehe auch Abbildung **3.8**), ergibt sich

$$c_{\Theta}^L = c_L R_M \ . \tag{3.23}$$

Ebenso können jeweils die unbelastete Länge  $\Theta_0^L$  und die Blocklänge  $\Theta_C^L$  im Winkelmaß bestimmt werden,

$$\Theta_0^L = \frac{L_0}{R_i} , \qquad (3.24)$$

$$\Theta_C^L = \frac{L_C}{R_i} , \qquad (3.25)$$

wobei  $R_i$  analog zu Gleichung (3.22) definiert ist als

$$R_i = R_M - \frac{D_a}{2} + \frac{d}{2} . aga{3.26}$$

Es sei hier darauf hingewiesen, dass die Ausdrücke (3.23), (3.24) und (3.25) nur Näherungsformeln darstellen, welche die real auftretende Kinematik der Federverformung nicht korrekt berücksichtigen.

Zuletzt ist für die Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers die Berechnung der im Federdraht auftretenden Spannungen notwendig. Die dominierende Belastungsart ist hierbei Torsion. Die im Betrieb auftretenden Maximalspannungen werden durch  $\tau_{max} = \tau_c \Delta L$ beziehungsweise  $\tau_{max} = \tau_c \Delta \Theta$  berechnet, wobei  $\tau_c$  den Spannungsbeiwert und  $\Delta L$  sowie  $\Delta \Theta$  jeweils die Kompression der Feder beschreiben. Der Spannungsbeiwert ist dabei in Abhängigkeit von der Federgeometrie gegeben durch

$$\tau_c = k_{fak} \frac{Gd}{\pi i_{fed} \left(D_a - d\right)^2} \tag{3.27}$$

für gerade Federn beziehungsweise

$$\tau_c = \left(1 + \frac{D_a}{2R_W}\right) k_{fak} \frac{GdR_W}{\pi i_{fed} \left(D_a - d\right)^2} \tag{3.28}$$

für Bogenfedern. Für eine genauere Herleitung dieser Ausdrücke wird hier auf DREYER [48] verwiesen.  $k_{fak}$  ist ein Korrekturfaktor, der die Spannungsüberhöhung durch die Windungskrümmung berücksichtigt, wobei diese durch das Wickelverhältnis  $w = \frac{D_a - d}{d}$  ausgedrückt wird. Der Vorfaktor  $\left(1 + \frac{D_a}{2R_W}\right)$  berücksichtigt die zusätzliche Überhöhung durch die Krümmung von Bogenfedern entlang ihrer Hauptachse. In der Literatur sind einige Ansätze zur Berechnung des Korrekturfaktors  $k_{fak}$  dokumentiert. DREYER [48] gibt eine Näherungslösung  $k_G$ 

$$k_G = 1 + \frac{5}{4w} + \frac{7}{8w^2} + \frac{1}{w^3} \tag{3.29}$$

für einen ursprünglich von GÖHNER [72] formulierten Faktor an. Des Weiteren existiert ein Korrekturvorschlag von WAHL [171], dessen exakte Lösung  $k_{W,exakt}$ 

$$k_{W,exakt} = \frac{\frac{w}{w-1} + \frac{1}{4w} + \frac{1}{16w^2}}{1 + \frac{3}{16(w^2-1)}}$$
(3.30)

durch  $k_{W,approx}$ 

$$k_{W,approx} = \frac{(4w-1)}{(4w-4)} + \frac{0.615}{w}$$
(3.31)

angenähert werden kann. Zuletzt führt DREYER [48] einen Ansatz von BERGSTRÄSSER [24] auf, dessen Spannungsbeiwert  $k_B$ 

$$k_B = \frac{w + 0.5}{w - 0.75} \tag{3.32}$$

parallel zu  $k_{W,approx}$  in der DIN EN 13906-1 zur statischen Auslegung von Druckfedern empfohlen wird [46]. Für die Federdimensionierung wird im Rahmen dieser Arbeit

$$k_{fak} = \max\left(k_G, k_{W,exakt}, k_{W,approx}, k_B\right) \tag{3.33}$$

verwendet.

#### 3.3.2 Fliehkraftpendel

Fliehkraftpendel sind drehzahladaptive Tilger, das heißt ihre Eigenfrequenz variiert mit der Drehzahl der Komponente, an der sie montiert sind. Je nach konstruktiver Ausführung unterscheidet sich die Form der eingesetzten Pendelmassen deutlich, vergleiche hierzu beispielsweise PEINEMANN [125]. Im PKW-Bereich werden allerdings hauptsächlich Elemente verwendet, die Kreisringsektoren ähneln. Abbildung 3.6 stellt das Ersatzmodell dar, mit dem die Beschreibung der Pendelgeometrie im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen wird. Die Parametrierung basiert auf der Annahme, dass sich der Rand des Pendels durch Polynome beschreiben lässt. Der vertikale Abstand der oberen Kante von der z-Achse, um welche die gesamte Anordnung rotiert, wird somit durch

$$p_o(x) = c_{o,0} + c_{o,2}x^2 + c_{o,4}x^4 \tag{3.34}$$

ausgedrückt. Analog gilt für die untere Kante

$$p_u(x) = c_{u,0} + c_{u,2}x^2 + c_{u,4}x^4 . aga{3.35}$$

Über die Konstanten  $\{c_{o,i}, c_{u,i}\}, i \in \{0, 2, 4\}$  wird die Form des Pendels variiert. Es werden nur Terme mit geraden Exponenten berücksichtigt, da die Kanten symmetrisch zur *y*-Achse sind. Der Bereich, in dem die Beschreibung durch das Polynom angenommen wird, ist durch die Angabe der Breiten  $b_o$  und  $b_u$  begrenzt. Insgesamt ergeben sich damit zur vollständigen und eindeutigen Definition der Pendelgeometrie acht Parameter. Die Seiten des Pendels werden als Geraden angenommen, die sich aus der Geometrie der oberen und unteren Kante ableiten, und sind durch

$$p_{l}(x) = \frac{-2\left(p_{o}\left(-\frac{b_{o}}{2}\right) - p_{u}\left(-\frac{b_{u}}{2}\right)\right)}{b_{o} - b_{u}}x + \frac{p_{u}\left(-\frac{b_{u}}{2}\right)b_{o} - p_{o}\left(-\frac{b_{o}}{2}\right)b_{u}}{b_{o} - b_{u}}, \qquad (3.36)$$

$$p_r(x) = \frac{2\left(p_o\left(\frac{b_o}{2}\right) - p_u\left(\frac{b_u}{2}\right)\right)}{b_o - b_u}x + \frac{p_u\left(\frac{b_u}{2}\right)b_o - p_o\left(\frac{b_o}{2}\right)b_u}{b_o - b_u}$$
(3.37)



Abbildung 3.6: Ersatzgeometrie und Parametrierung von Fliehkraftpendeln

gegeben.  $p_l$  bezeichnet hierbei die linke Seite,  $p_r$  dementsprechend die rechte. Die Größen, die für die Bewertung eines Entwurfs mit Fliehkraftpendeln und als Eingangsdaten für die Simulation benötigt werden, sind

- die Masse des Pendels,
- der Abstand des Pendelschwerpunktes (SP) von der Drehachse in der Ruhelage und
- das Massenträgheitsmoment um den Schwerpunkt.

Die Berechnung erfolgt jeweils durch eine Integration über das Volumen des Pendels, wobei die Dicke  $t_{Pendel}$  in z-Richtung fest vorgegeben wird. Für die Pendelmasse  $m_{Pendel}$  ergibt sich damit mit der Materialdichte  $\rho$ 

$$m_{Pendel} = \varrho A_{Pendel} t_{Pendel} , \qquad (3.38)$$

wobei für die Fläche des Pendels  $A_{Pendel}$  eine Fallunterscheidung bei den Integrationsgrenzen gemacht werden muss,

$$A_{Pendel} = A_1 + A_2 + A_3 , (3.39)$$

$$A_{1} = \begin{cases} -\frac{b_{u}}{2} & p_{o}(x) \\ \int & \int \\ x = -\frac{b_{o}}{2} & y = p_{l}(x) \\ -\frac{b_{o}}{2} & p_{l}(x) \\ \int & \int \\ x = -\frac{b_{u}}{2} & y = p_{u}(x) \end{cases} dy dx , \quad b_{0} < b_{u} , \qquad (3.40)$$

$$A_{2} = \begin{cases} \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{u}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=-\frac{b_{0}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=-\frac{b_{0}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{u}}{2}} g_{o}(x) \\ \int_{x=\frac{b_$$

Der Abstand des Schwerpunktes  $r_{SP}$ von der Drehachse in der unausgelenkten Lage des Pendels kann analog bestimmt werden. Hierbei gilt

$$r_{SP} = \frac{1}{A_{Pendel}} \left( A_1 r_{SP,1} + A_2 r_{SP,2} + A_3 r_{SP,3} \right) , \qquad (3.43)$$

$$r_{SP,1} = \frac{1}{A_1} \begin{cases} \int_{x=-\frac{b_0}{2}}^{2} \int_{y=p_l(x)}^{p_0(x)} y dy dx , & b_0 \ge b_u \\ x=-\frac{b_0}{2} & y=p_l(x) \\ \int_{x=-\frac{b_u}{2}}^{-\frac{b_0}{2}} \int_{y=p_u(x)}^{p_l(x)} y dy dx , & b_0 < b_u , \end{cases}$$
(3.44)

$$r_{SP,2} = \frac{1}{A_2} \begin{cases} \frac{b_u}{2} & p_o(x) \\ \int & \int & y dy dx \\ x = -\frac{b_u}{2} & y = p_u(x) \end{cases} \\ \frac{b_o}{2} & p_o(x) \\ \int & \int & y dy dx \\ x = -\frac{b_o}{2} & y = p_u(x) \end{cases}$$
(3.45)  
$$r_{SP,3} = \frac{1}{A_3} \begin{cases} \frac{b_o}{2} & p_o(x) \\ \int & \int & y dy dx \\ x = \frac{b_u}{2} & y = p_r(x) \\ \frac{b_u}{2} & p_r(x) \\ \int & \int & y dy dx \\ x = \frac{b_o}{2} & y = p_u(x) \end{cases}$$
(3.46)

Zuletzt kann das Massenträgheitsmoment des Pendels  $J_{Pendel}$  um seinen Schwerpunkt berechnet werden. Unter Berücksichtigung des Satzes von STEINER ergibt sich

$$J_{Pendel} = J_1 + J_2 + J_3 - m_{Pendel} r_{SP}^2 , \qquad (3.47)$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{b_u}{2} & p_o(x) \\ p_o(x) & (-2 + -2) \\ p_o$$

$$J_{1} = \varrho t_{Pendel} \begin{cases} \int \int (x^{2} + y^{2}) \, dy \, dx , & b_{0} \ge b_{u} \\ x = -\frac{b_{0}}{2} y = p_{l}(x) \\ -\frac{b_{0}}{2} p_{l}(x) \\ \int \int \int (x^{2} + y^{2}) \, dy \, dx , & b_{0} < b_{u} , \end{cases}$$
(3.48)

$$J_{2} = \varrho t_{Pendel} \begin{cases} \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{u}}{2}} \int_{y=p_{u}(x)}^{p_{o}(x)} (x^{2}+y^{2}) \, dy dx , & b_{0} \ge b_{u} \\ \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} \int_{y=p_{u}(x)}^{p_{o}(x)} (x^{2}+y^{2}) \, dy dx , & b_{0} < b_{u} , \\ J_{3} = \varrho t_{Pendel} \begin{cases} \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{0}}{2}} \int_{y=p_{v}(x)}^{p_{o}(x)} (x^{2}+y^{2}) \, dy dx , & b_{0} \ge b_{u} \\ \int_{x=-\frac{b_{u}}{2}}^{\frac{b_{u}}{2}} \int_{y=p_{v}(x)}^{p_{v}(x)} (x^{2}+y^{2}) \, dy dx , & b_{0} \ge b_{u} \end{cases}$$

$$(3.49)$$

$$(3.49)$$

$$(3.49)$$

$$(3.49)$$

$$(3.50)$$

#### 3.3.3 Weitere Komponenten

Zusätzlich zu den funktionalen Komponenten besteht ein Torsionsschwingungsdämpfer aus einer Vielzahl an weiteren Bauteilen, die für die physikalischen Eigenschaften des Systems nur zweitrangig sind. Allerdings bilden diese Elemente integrale Bestandteile des Dämpfers, ohne die keine Funktion gegeben ist. Typische Beispiel sind die leistungsführenden Komponenten wie Primär- und Sekundärschwungscheiben, Flansche und Naben oder Bauteile, die sekundäre Funktionen erfüllen wie integrierte Zahnkränze für den elektrischen Motoranlasser oder Signalgeber zur Erfassung der Drehzahl. Hinzu kommen weitere Elemente wie Nieten, Lager und Dichtungen. Zur Abschätzung des Bauraumbedarfs, der Masse oder des Trägheitsmoments ist es nicht zielführend, alle diese Bauteile abzubilden, da ihre Anteile am Gesamten teilweise nur sehr gering sind. Im Folgenden wird die Parameterkonvertierung für einige wichtige Komponenten aus dem Zusammenbau genauer diskutiert.

Ein wichtiges strukturelles Bauteil von ZMS ist das Primärschwungrad. Es wird mit der Kurbelwelle des Verbrennungsmotors verschraubt und stellt den Kraftfluss zu den Federn des Dämpfers her. Das in **Abbildung 3.7** dargestellte Schwungrad besteht aus einer Nabe, einem Primärblech und einem Deckel. Je nach Hersteller und Anwendung können Nabe und Primärblech allerdings auch aus einem Bauteil gefertigt sein. Die Basis der Einzelkomponenten sind entweder Blechumform- oder Schmiedeteile, die spanend fertig bearbeitet werden. Aus der Abbildung wird deutlich, dass die Hauptabmessungen des Primärschwungrades maßgeblich durch die Größe und Lage der Dämpferfedern bestimmt werden. Auf Grundlage dieser Beobachtung wird eine Ersatzgeometrie angenommen, mit der die Masse und das Massenträgheitsmoment abgeschätzt werden können. Dafür wird eine Konfiguration aus zwei Scheiben und zwei Vierteltori zugrunde gelegt. Die Eingangsgrößen für die Berechnung sind die Parameter  $R_W$  und  $D_a$ , welche die Außenkontur der Federn beschreiben, die Daten für die Blechstärken  $t_D$  und  $t_{PB}$ , welche abhängig vom maximalen Motormoment vorgegeben werden können, und der Innenradius des Deckels  $R_i$ , welcher aus bestehenden Konstruktionen abgeleitet werden kann. Die Masse des Schwungrades  $m_P$ ergibt sich aus den Massen des vereinfachten Primärblechs  $m_{PB}$  und des Deckels  $m_D$ , die sich wiederum jeweils aus einer Scheibe und einem Vierteltorus zusammensetzen,

$$m_P = m_{PB} + m_D = m_{PB,S} + m_{PB,T} + m_{D,S} + m_{D,T} . (3.51)$$

Für die beiden Scheiben gilt mit der Materialdichte $\varrho$ 

$$m_{PB,S} = \pi \varrho t_{PB} R_W^2 , \qquad (3.52)$$

$$m_{D,S} = \pi \varrho t_D \left( R_W^2 - R_i^2 \right) . \tag{3.53}$$

Ein Punkt auf einem Torus kann durch die Koordinaten



Abbildung 3.7: Geometrie des Primärschwungrades. (a) Reales Bauteil (b) Ersatzmodell

$$x = (R + r\cos\varphi)\cos\vartheta , \qquad (3.54)$$

$$y = r\sin\varphi , \qquad (3.55)$$

$$z = (R + r\cos\varphi)\sin\vartheta \tag{3.56}$$

angegeben werden, wobei R den Abstand der Mittelpunkte aller Kreisquerschnitte von der Drehachse und r den Radius auf den einzelnen Kreisen angibt. Die Winkel  $\varphi$  und  $\vartheta$  sind analog zur Beschreibung der Bogenfeder definiert, die eine Helix auf dem Torusmantel ist, wobei  $\vartheta$  hier unabhängig von  $\varphi$  ist (vergleiche **Abbildung 3.5**). Für die Funktionaldeterminante  $\Psi$  der Transformation in Toruskoordinaten gilt

$$\Psi = \det \frac{\partial (x, y, z)}{\partial (r, \varphi, \vartheta)} = \begin{vmatrix} \cos \varphi \cos \vartheta & \sin \varphi & \cos \varphi \sin \vartheta \\ -r \sin \varphi \cos \vartheta & r \cos \varphi & -r \sin \varphi \sin \vartheta \\ -(R + r \cos \varphi) \sin \vartheta & 0 & (R + r \cos \varphi) \cos \vartheta \end{vmatrix}$$
$$= (R + r \cos \varphi) r \tag{3.57}$$

Damit ergibt sich

$$m_{PB,T} = \rho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2}+t_{PB}} (R_W + r\cos\varphi) r dr d\varphi d\vartheta$$
$$= \frac{1}{2} \pi \rho \left( \pi R_W \left( D_a t_{PB} + t_{PB}^2 \right) + \frac{4}{3} \left( \frac{3}{4} D_a^2 t_{PB} + \frac{3}{2} D_a t_{PB}^2 + t_{PB}^3 \right) \right)$$
(3.58)

und analog

$$m_{D,T} = \rho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2}+t_D} (R_W + r\cos\varphi) r dr d\varphi d\vartheta$$
  
=  $\frac{1}{2} \pi \rho \left( \pi R_W \left( D_a t_D + t_D^2 \right) + \frac{4}{3} \left( \frac{3}{4} D_a^2 t_D + \frac{3}{2} D_a t_D^2 + t_D^3 \right) \right) .$  (3.59)

Die Berechnung des Massenträgheitsmoments  $J_P$  erfolgt anhand der gleichen Unterteilung des Primärschwungrades,

$$J_P = J_{PB} + J_D = J_{PB,S} + J_{PB,T} + J_{D,S} + J_{D,T} . ag{3.60}$$

Für die beiden Scheiben ergibt sich

$$J_{PB,S} = \frac{1}{2} m_{PB,S} R_W^2 , \qquad (3.61)$$

$$J_{D,S} = \frac{1}{2} m_{D,S} \left( R_W^2 + R_i^2 \right) .$$
(3.62)

41

Die Trägheitsmomente der Vierteltori können wiederum durch eine Integration über das Volumen in Toruskoordinaten berechnet werden,

$$\begin{aligned} J_{PB,T} &= \varrho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2} + t_{PB}} (x^2 + z^2) \left( R_W + r \cos \varphi \right) r dr d\varphi d\vartheta \\ &= \varrho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2} + t_{PB}} \left( R_W + r \cos \varphi \right)^3 r dr d\varphi d\vartheta \\ &= \pi \varrho \left( \frac{1}{2} \pi R_W^3 \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_{PB} \right)^2 - \frac{D_a^2}{4} \right) + 2R_W^2 \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_{PB} \right)^3 - \frac{D_a^3}{8} \right) \right) \\ &+ \frac{3}{8} \pi R_W \left( \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_{PB} \right)^4 - \frac{D_a^4}{16} \right) + \frac{4}{15} \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_{PB} \right)^5 - \frac{D_a^5}{32} \right) \right) , \end{aligned}$$
(3.63)  
$$J_{D,T} &= \varrho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2} + t_D} (R_W + r \cos \varphi)^3 r dr d\varphi d\vartheta \\ &= \varrho \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=\frac{D_a}{2}}^{\frac{D_a}{2} + t_D} (R_W + r \cos \varphi)^3 r dr d\varphi d\vartheta \\ &= \pi \varrho \left( \frac{1}{2} \pi R_W^3 \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_D \right)^2 - \frac{D_a^2}{4} \right) + 2R_W^2 \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_D \right)^3 - \frac{D_a^3}{8} \right) \right) \\ &+ \frac{3}{8} \pi R_W \left( \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_D \right)^4 - \frac{D_a^4}{16} \right) + \frac{4}{15} \left( \left( \frac{D_a}{2} + t_D \right)^5 - \frac{D_a^3}{32} \right) \right) . \end{aligned}$$

In Dämpfersystemen sind außerdem häufig Bauteile zu finden, die fensterförmige Aussparungen haben, in welche gerade Druckfedern eingelassen werden. Diese Konstruktionen finden sich klassischerweise als Flansche und Gegenscheiben

- in ZMS mit Innendämpfer oder
- bei torsionsgedämpften Kupplungsscheiben.

In Abbildung 3.8 ist eine solche Komponente schematisch dargestellt. Die Grundform ist immer eine Scheibe, wobei die Anzahl und Größe der Fenster mit den verwendeten Federsets variieren. Außerdem können zusätzlich Elemente hinzukommen, beispielsweise flügelförmige Bauteile, an denen die Reibbeläge der Kupplungsscheibe angebracht werden oder mit denen der Abgriff des Moments von einem Außendämpfer erfolgt. Die Geometrie dieser Komponenten ist teilweise durch den Optimierungsvektor und die darin enthaltene Beschreibung der Federn gegeben oder muss unter Berücksichtigung von Anschlussmaßen vorgegeben werden. Der Außenradius  $R_a$  wird je nach Anwendung durch die Größe der Kupplungsscheibe oder den Außendämpfer definiert. Der Innenradius  $R_i$  ergibt sich zumeist aus den Maßen der umgebenden Bauteile wie zum Beispiel eine Nabe, über die der Abtrieb erfolgt, oder bei ZMS durch den Lochkreisradius der Verschraubung zwischen Kurbelwelle und Primärschwungrad. Der mittlere Radius  $R_m$  sowie der Durchmesser  $D_a$ und die ungespannte Länge  $L_0$  der Druckfedern sind Teil des Designvektors und werden durch den Optimierungsalgorithmus vorgegeben. Für die Masse einer Flanschscheibe  $m_F$ mit n Fenstern für Federsets, der Dicke  $t_F$  und der Dichte  $\rho$  ergibt sich

$$m_F = \varrho t_F \left( \pi \left( R_a^2 - R_i^2 \right) - n D_a L_0 \right)$$
(3.65)

Für das Massenträgheitsmoment  $J_F$  ergibt sich

$$J_F = \rho t_F \left( \frac{1}{2} \pi \left( R_a^4 - R_i^4 \right) - n \left( \frac{1}{12} \left( L_0^3 D_a + L_0 D_a^3 \right) + R_M^2 D_a L_0 \right) \right)$$
(3.66)

Weitere Bauteile, die bei der Auslegung berücksitigt werden, auf deren genaue Beschreibung hier allerdings nicht eingegangen werden soll, sind



Abbildung 3.8: Schematische Darstellung eines Elements aus einem Dämpfer mit geraden Federn

- Flansche zur Befestigung von Fliehkraftpendeln,
- Anlasserzahnkränze,
- Geberkränze zur Erfassung von Drehzahlsignalen,
- Berstschutzbleche,
- Sekundärschwungräder für Handschaltgetriebe,
- Abtriebsnaben für Doppelkupplungsgetriebe und
- Schmierstoffe, beispielsweise Fettfüllungen bei ZMS.

Diese Komponenten werden für die vollumfängliche Beschreibung der Konstruktion und der Abschätzung der physikalischen Parameter eines Torsionsschwingungsdämpfers benötigt. Kleinere Elemente wie Nieten, Schrauben, Dichtungen oder Lager können im Allgemeinen vernachlässigt werden.

# 4 Triebstrangdynamik

Die Abbildung des dynamischen Verhaltens des Triebstrangs bildet gemeinsam mit der Parameterkonvertierung und dem Optimierungsverfahren die Basis der im vorherigen Kapitel vorgestellten Methode. Die hierfür benötigten Simulationsmodelle und die damit erhaltenen Berechnungsergebnisse werden in diesem Kapitel diskutiert. Zunächst sollen allerdings in Abschnitt 4.1 die Anforderungen aufgezeigt werden, die sich aus dem angedachten Verwendungszweck für die Modelle ergeben. Anschließend wird auf die mechanischen Ersatzmodelle der einzelnen Antriebskomponenten eingegangen, Abschnitt 4.2, bevor die Integration der Teilmodelle zur Abbildung des Gesamttriebstrangs in Abschnitt 4.3 vorgestellt wird. Diese Gesamttriebstrangmodelle bilden das Analysemodell des Drei-Säulen-Konzepts nach ESCHENAUER [57]. Zuletzt werden in Abschnitt 4.4 exemplarische Simulationsergebnisse dargestellt und die Triebstrangdynamik während typischer, für die Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers relevanter Fahrmanöver diskutiert.

## 4.1 Anforderungen an die verwendeten Modelle

Je nach Verwendungszweck ergeben sich bei der Modellierung unterschiedliche Anforderungen, die letztendlich zu sehr unterschiedlichen Abbildungen des Systemverhaltens führen können. Typische Faktoren, die bei der Modellbildung berücksichtigt werden müssen, sind

- der interessierende Teil des Gesamtverhaltens, das heißt der Untersuchungsumfang,
- die angestrebte Genauigkeit,
- verfügbare Eingangsgrößen und Parameter,
- gegebenenfalls die Schnittstellen zu Modellen anderer Domänen oder Optimierungsverfahren,
- Rechenzeiten beziehungsweise Rechenkosten sowie
- der Aufwand für Implementierung, Änderung und Anpassung des Modells.

Einige dieser Anforderungen stehen sich diametral gegenüber und können nicht gleichzeitig erfüllt werden. Hochgenaue Berechnungen beispielsweise sind zumeist mit großen Rechenzeiten verbunden und nur auf Basis von qualitativ hochwertigen, das heißt ausreichend validierten und abgeglichenen, Parametern möglich. Für den jeweiligen Verwendungszweck müssen die oben genannten Anforderungen gewichtet werden, damit ein sinnvoller Kompromiss gefunden werden kann. Im Rahmen der automatisierten Konzeptauslegung werden Modelle benötigt, welche

- die Torsionsschwingungen des Antriebs in unterschiedlichen Fahrsituationen abbilden können,
- eine Abschätzung des Systemverhaltens mit ausreichender Genauigkeit erlauben,
- mit der sehr begrenzten Anzahl und Qualität der vorhandenen Parameter umgehen können,
- eine Interaktion mit dem Optimierungsalgorithmus ermöglichen,
- Ergebnisse in möglichst geringen Rechenzeiten bereitstellen sowie
- variabel aus einzelnen Teilkomponenten aufgebaut werden können.

Der Fokus im vorliegenden Anwendungsfall liegt deutlich auf der Seite möglichst geringer Rechenzeiten, um die Dauer des gesamten Optimierungsprozesses, für den mehrere tausend Simulationen notwendig sind, zu begrenzen. Dadurch lässt sich eine schnelle Reaktion auf geänderte Randbedingungen ermöglichen, die eine der Grundanforderungen an die Methode darstellt. Die Genauigkeit der Berechnungen hingegen ist aus mehreren Gründen eher zweitrangig. Zum einen soll nur eine Abschätzung für die Konzeptbetrachtung durchgeführt werden und keine finale Auslegung. Zum anderen stehen in frühen Entwicklungsphasen nur in sehr begrenztem Umfang validierte Parameter zur Verfügung, auf Basis derer genaue Aussage zum Systemverhalten gemacht werden können. Zusätzlich fehlen Möglichkeiten, die erzielten Ergebnisse mit Messdaten aus Versuchen abzugleichen und so die Aussagegüte der Berechnungen zu erhöhen. Um die für die erfolgreiche Anwendung der Auslegungsmethode notwendige Flexibilität zu erzielen, soll bei der Modellierung darauf geachtet werden, dass die Gesamtmodelle möglichst aus einzelnen Teilen zusammengesetzt werden, um schnell und einfach verschiedene Motor-, Dämpfer- und Triebstrangvarianten abbilden zu können. Hierfür ist vor allem eine einheitliche und durchgängige Definition der Eingangsgrößen der einzelnen Komponentenmodelle notwendig. Zuletzt muss darauf geachtet werden, dass die vom Optimierungsalgorithmus durchgeführten Variationen am Dämpferentwurf auch in den Modellen abgebildet und die dadurch hervorgerufenen Änderungen des Systemverhaltens dargestellt werden können.

# 4.2 Komponentenmodelle

Die verwendeten Simulationsmodelle werden analog zum realen Antriebsstrang aus Modulen zusammengesetzt, vergleiche Abschnitt 2.4. Jedes dieser Teilmodelle beschreibt das dynamische Verhalten der jeweiligen Komponente.

### 4.2.1 Verbrennungsmotoren

Wie in Abschnitt 2.5 dargelegt, ist der Verbrennungsmotor die dominierende Erregungsquelle für Triebstrangschwingungen und damit einhergehende NVH-Phänomene. Ursächlich hierfür sind der Kreisprozess des Motors zur Energieumwandlung und die damit während eines Arbeitszyklus schwankenden Zylinderdrücke sowie die Kinematik des Kurbeltriebs, mit dem diese Drücke in ein Drehmoment gewandelt werden. Für die Modellierung wird davon ausgegangen, dass die Kurbelwelle des Motors torsionsstarr ist und der gesamte Kurbeltrieb damit mit einer Winkelgeschwindigkeit umläuft. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Torsionseigenfrequenzen von Kurbelwellen im Allgemeinen deutlich über dem Bereich liegen, in dem für den Fahrzeugkomfort relevante Phänomene auftreten und auf den deshalb die zugehörigen Untersuchungen beschränkt werden. Zudem werden Axial- und Biegeschwingungen vernachlässigt, die zwar im Betrieb zu Komfortund Festigkeitsproblemen führen können, allerdings zumindest für eine Konzeptauswahl von Torsionsschwingungsdämpfern irrelevant sind.



Abbildung 4.1: Komponenten und Kinematik des Kurbeltriebs nach [23]

Die Modellierung orientiert sich an den Ausführung von BASSHUYSEN und SCHÄFER [23], DRESIG und FIDLIN [47] sowie KÖHLER und FLIERL [96]. Hier findet sich auch jeweils weiterführende Literatur zu komplexeren Modellen. Der Kurbeltrieb besteht im Wesentlichen aus den Kolben, den Pleueln und der Kurbelwelle, vergleiche **Abbildung 4.1**. An der Oberseite des Kolbens wirkt eine durch den Zylinderdruck  $p_Z$  hervorgerufene Kraft  $F_G$ , die als Gaskraft bezeichnet wird und sich mit der Kolbenfläche  $A_K$  zu

$$F_G = p_Z \left(\varphi_{KW}, \dot{\varphi}_{KW}\right) A_K \tag{4.1}$$

ergibt. Über diese Kraft wird der thermodynamische Kreisprozess abgebildet und sowohl die Energie für die Beschleunigung des Triebstrangs und des Fahrzeugs als auch ein Großteil der Schwingungsanregung in das System eingebracht. Im realen Betrieb des Motors sind die herrschenden Drücke abhängig von den Umgebungsbedingungen, den Strömungsverhältnissen im Zylinder, dem Betriebspunkt und damit den Einspritz- und Zündzeitpunkten sowie dem Verlauf der Verbrennung. Dadurch ergeben sich Schwankungen sowohl zwischen einzelnen Arbeitsspielen als auch zwischen unterschiedlichen Zylindern. Für die Simulation werden Zylinderdrücke aus Kennfeldern vorgegeben, in denen die Verläufe über der Motordrehzahl und dem Kurbelwinkel hinterlegt sind.

Die Kinematik des Kurbeltriebs soll an einem Einzelzylinder erläutert werden. Der Kolben führt eine reine translatorische, oszillierende Bewegung entlang der Zylinderhauptachse aus, während das Pleuel einer Schwenkbewegung unterworfen ist und die Kurbelwelle um die Achse rotiert, die durch ihre Hauptlager vorgegeben wird. Das System hat einen Freiheitsgrad, da sich der Kolbenweg  $x_K$  und der Pleuelschwenkwinkel  $\psi_{Pl}$  für einen starren Mechanismus direkt aus dem Kurbelwinkel  $\varphi_{KW}$  ergeben. Hierbei gelten die Beziehungen

$$r_{KW}\sin\varphi_{KW} = l_{Pl}\sin\psi_{Pl} \tag{4.2}$$

mit dem Kurbelradius  $r_{KW}$  und der Pleuellänge  $l_{Pl}$  sowie

$$x_K = r_{KW} \cos \varphi_{KW} + l_{Pl} \cos \psi_{Pl} . \tag{4.3}$$

Daraus ergibt sich mit dem Pleuelstangenverhältnis  $\lambda_{Pl}$ ,

$$\lambda_{Pl} = \frac{r_{KW}}{l_{Pl}} , \qquad (4.4)$$

und Gleichung (4.2) für den Kolbenweg

$$x_K = r_{KW} \left( \cos \varphi_{KW} + \frac{1}{\lambda_{Pl}} \sqrt{1 - \lambda_{Pl}^2 \sin^2 \varphi_{KW}} \right) . \tag{4.5}$$

Durch ein- beziehungsweise zweimaliges Differenzieren nach der Zeit erhält man die Kolbengeschwindigkeit  $\dot{x}_K$  und die Kolbenbeschleunigung  $\ddot{x}_K$ ,

$$\dot{x}_{K} = -r_{KW}\dot{\varphi}_{KW} \left( \sin\varphi_{KW} + \frac{\lambda_{Pl}\cos\varphi_{KW}\sin\varphi_{KW}}{\sqrt{1 - \lambda_{Pl}^{2}\sin^{2}\varphi_{KW}}} \right) , \qquad (4.6)$$

$$\ddot{x}_{K} = -r_{KW}\dot{\varphi}_{KW}^{2} \left( \cos\varphi_{KW} + \frac{\lambda\left(\cos^{2}\varphi_{KW} - \sin^{2}\varphi_{KW}\right)}{\sqrt{1 - \lambda^{2}\sin^{2}\varphi_{KW}}} + \frac{\lambda^{3}\sin^{2}\varphi_{KW}\cos^{2}\varphi_{KW}}{\left(\sqrt{1 - \lambda^{2}\sin^{2}\varphi_{KW}}\right)^{3}} \right) - r_{KW}\ddot{\varphi}_{KW} \left( \sin\varphi_{KW} + \frac{\lambda\cos\varphi_{KW}\sin\varphi_{KW}}{\sqrt{1 - \lambda^{2}\sin^{2}\varphi_{KW}}} \right) . \qquad (4.7)$$

Eine Deachsierung oder Schränkung des Kurbeltriebs (vergleiche BASSHUYSEN und SCHÄ-FER [23]) wird hierbei nicht betrachtet. Üblicherweise wird die Masse des Pleuels unterteilt in einen oszillierenden Anteil  $m_{Pl,osz}$  und einen rotierenden Anteil  $m_{Pl,rot}$ , deren Schwerpunkte jeweils im Mittelpunkt der Pleuelaugen liegen und die dem Kolben beziehungsweise der Kurbelwelle zugeschlagen werden. Die Aufteilung erfolgt dabei nach

$$m_{Pl,osz} = \frac{r_{Pl}}{l_{Pl}} m_{Pl} , \qquad (4.8)$$

$$m_{Pl,rot} = m_{Pl} - m_{Pl,osz} , \qquad (4.9)$$

wobei  $r_{Pl}$  den Abstand des Pleuelschwerpunkts vom großen Pleuelauge (Anlenkpunkt an der Kurbelwelle) und  $m_{Pl}$  die Masse des Pleuels bezeichnen. Das eigentliche Massenträgheitsmoment des Pleuels um seinen Schwerpunkt wird vernachlässigt und das Pleuel an sich für die weitere Herleitung als masselos betrachtet. Die gesamte oszillierende Masse des Kurbeltriebs  $m_{osz}$  und das Gesamtträgheitsmoment der Kurbelwelle  $J_{rot}$  ergeben sich damit zu

$$m_{osz} = m_K + m_{Pl,osz} , \qquad (4.10)$$

$$J_{rot} = J_{KW} + m_{Pl,rot} r_{KW}^2 . ag{4.11}$$

 $m_K$  ist hierbei die Kolbenmasse.  $J_{KW}$  bezeichnet das Massenträgheitsmoment der Kurbelwelle. Dies beinhaltet bei einer starren Betrachtung auch das Schwungrad beziehungsweise die Primärseite des Zweimassenschwungrades sowie den Nebenaggregate- und den Ventiltrieb. **Abbildung 4.2** zeigt Freischnitte an den Einzelkomponenten des Kurbeltriebs. Die Gaskraft und die Trägheitskraft der oszillierenden Massen am Kolben werden zur Kolbenkraft  $F_K$  zusammengefasst,

$$F_K = F_G + F_{osz} = F_G + m_{osz} \ddot{x}_K . ag{4.12}$$

Die Kolbenkraft wird entlang der Pleuelachse weitergeleitet, was zum einen die Stangenkraft  $F_{ST}$  zur Folge hat und zum anderen die Kolbenseitenkraft  $F_N$  erzeugt, über die sich



Abbildung 4.2: Freischnitte an den Komponenten des Kurbeltriebs

der Kolben am Zylinder abstützt. Hierbei gilt unter Vernachlässigung der Reibung an der Zylinderlaufbahn

$$F_{ST} = \frac{F_K}{\cos\psi_{Pl}} , \qquad (4.13)$$

$$F_N = F_K \tan \psi_{Pl} \ . \tag{4.14}$$

Die Stangenkraft wird weiter über das masselose Pleuel an die Kurbelwelle übertragen. Hier wird sie in die Tangentialkraft  $F_T$  und die Radialkraft  $F_R$  aufgespalten,

$$F_R = F_{ST} \cos\left(\varphi_{KW} + \psi_{Pl}\right) \,, \tag{4.15}$$

 $F_T = F_{ST} \sin\left(\varphi_{KW} + \psi_{Pl}\right) \ . \tag{4.16}$ 

Der radiale Anteil  $F_R$  belastet gemeinsam mit der Fliehkraft der rotierenden Masse des Pleuels  $F_{rot}$  das Hauptlager der Kurbelwelle. Für die Lagerkraft  $F_L$  ergibt sich

$$F_L = F_R - F_{rot} = F_R - m_{Pl,rot} \dot{\varphi}_{KW}^2 r_{KW} .$$
(4.17)

Hierbei wird die Wirkung eventueller Gegengewichte vernachlässigt, die durch eine gezielt eingebrachte Verschiebung des Kurbelwellenschwerpunkts aus der Hauptlagerachse die Lagerkräfte reduzieren können (vergleiche hierzu BASSHUYSEN und SCHÄFER [23]). Die Tangentialkraft hingegen steht für die Beschleunigung der Kurbelwelle zur Verfügung. Außerdem dient sie der Überwindung des Lastmoments  $M_{Last}$ , welches das am Schwungrad angreifende Schnittmoment umfasst, und des Reibmomentes  $M_{Reib}$ , das die internen, durch Reibung im Kurbeltrieb verursachten Widerstände des Motors zusammenfasst. Es gilt

$$F_T r_{KW} = M_{Last} + M_{Reib} + M_{rot} = M_{Last} + M_{Reib} + J_{rot} \ddot{\varphi}_{KW} . \tag{4.18}$$

Daraus folgt die Bewegungsgleichung des Kurbeltriebs

$$0 = J_{rot}\ddot{\varphi}_{KW} - (m_{osz}\ddot{x}_K + F_G) r_{KW} \frac{\sin(\varphi_{KW} + \psi_{Pl})}{\cos\psi_{Pl}} + M_{Last} + M_{Reib} .$$
(4.19)

Das durch die Tangentialkraft erzeugte Moment wird häufig in Anlehnung an die Kolbenkraft in einen aus den Gaskräften stammenden Anteil  $M_G$  und einen durch die oszillierenden Massenkräfte hervorgerufenen Anteil  $M_{osz}$  aufgeteilt,

$$M_G = F_G r_{KW} \frac{\sin\left(\varphi_{KW} + \psi_{Pl}\right)}{\cos\psi_{Pl}} , \qquad (4.20)$$

$$M_{osz} = m_{osz} \ddot{x}_K r_{KW} \frac{\sin\left(\varphi_{KW} + \psi_{Pl}\right)}{\cos\psi_{Pl}} . \tag{4.21}$$

Die Herleitung für Mehrzylindermotoren erfolgt analog. Unter der Annahme eines starren Kurbeltriebs ergibt sich in Abhängigkeit des Kröpfungs- und des Bankwinkels für jeden der  $n_{Zyl}$  Einzelzylinder ein konstanter Winkelversatz  $\Delta \varphi_i$ ,  $i = 1..n_{Zyl}$  gegenüber dem Referenzzylinder,

$$\varphi_{KW,i} = \varphi_{KW} + \Delta \varphi_i , \qquad (4.22)$$

wobei die Winkeldifferenz zwischen benachbarten Zylindern  $\Delta \varphi_{i+1} - \Delta \varphi_i$  als Zündabstand bezeichnet wird. Hieraus ergeben sich andere Lagen des jeweiligen Kurbeltriebs und abweichende Zylinderdrücke in den einzelnen Zylindern,

$$\psi_{Pl,i} = \psi_{Pl,i} \left( \varphi_{KW,i} \right) , \qquad (4.23)$$

$$\begin{aligned} x_{K,i} &= x_{K,i} \left( \varphi_{KW,i} \right) , \qquad (4.24) \\ \dot{x}_{K,i} &= \dot{x}_{K,i} \left( \varphi_{KW,i} \right) & (4.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{K,i} &= x_{K,i} \left( \varphi_{KW,i}, \varphi_{KW} \right) , \end{aligned} \tag{4.23} \\ \ddot{x}_{K,i} &= \ddot{x}_{K,i} \left( \varphi_{KW,i}, \dot{\varphi}_{KW} \right) \end{aligned} \tag{4.26}$$

$$F_{G,i} = p_{Z,i} \left( \varphi_{KW,i}, \dot{\varphi}_{KW} \right) A_K .$$
(1.20)
$$(4.27)$$

$$_{W}) A_{K}$$
 (4.27) (4.28)

Für die Bewegung des gesamten Kurbeltriebs ergibt sich damit

$$J_{rot}\ddot{\varphi}_{KW} - \sum_{i=1}^{n_{Zyl}} \left( \left( m_{osz}\ddot{x}_{K,i} + F_{G,i} \right) r_{KW} \frac{\sin\left(\varphi_{KW,i} + \psi_{Pl,i}\right)}{\cos\psi_{Pl,i}} \right) + M_{Last} + M_{Reib} = 0 \ . \ (4.29)$$

In Abbildung 4.3 sind typische Verläufe der Gaskräfte und oszillierenden Massenkräfte am Einzelzylinder sowie die daraus resultierenden Momente an der Kurbelwelle über einem Arbeitsspiel des Zylinders dargestellt. Die dargestellten Kurven sind für variieren-



Abbildung 4.3: Kräfte und Momente am Einzelzylinder bei Motordrehzahlen von 1000, 4000 und 7000 Umdrehungen pro Minute (a) Gas- und Massenkräfte (b) resultierende Momente

de konstante Motordrehzahlen ( $\ddot{\varphi}_{KW} = 0$ ) aufgetragen und wurden normiert, wobei zur Normierung der Maximalwert des mittleren Kurbelwellenmoments  $\hat{M}^0_{Mot}$  verwendet wurde,

$$\hat{M}_{Mot}^{0}(\dot{\varphi}_{KW}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi_{KW}=0}^{4\pi} \left( \sum_{i=1}^{n_{Zyl}} \left( m_{osz} \ddot{x}_{K,i} + F_{G,i} \right) r_{KW} \frac{\sin\left(\varphi_{KW,i} + \psi_{Pl,i}\right)}{\cos\psi_{Pl,i}} \right) \mathrm{d}\varphi_{KW} \ . \ (4.30)$$

Der Verlauf des mittleren Kurbelwellenmoments über der Motordrehzahl wird im Allgemeinen als Motorkennlinie bezeichnet. Die normierten Kräfte sind damit definiert durch

$$\bar{F}_G = \frac{F_G r_{KW}}{\max_{\dot{\varphi}_{KW}} \left(\hat{M}^0_{Mot}\right)} , \qquad (4.31)$$

$$\bar{F}_{osz} = \frac{F_{osz} r_{KW}}{\max\limits_{\dot{\varphi}_{KW}} \left(\hat{M}^0_{Mot}\right)} \,. \tag{4.32}$$

Analog gilt für die normierten Momente

$$\bar{M}_G = \frac{M_G}{\max_{\dot{\varphi}_{KW}} \left( \hat{M}_{Mot}^0 \right)} , \qquad (4.33)$$

$$\bar{M}_{osz} = \frac{M_{osz}}{\max\limits_{\dot{\varphi}_{KW}} \left(\hat{M}_{Mot}^{0}\right)} \,. \tag{4.34}$$

Die Abbildung verdeutlicht die zunehmende Amplitude der Massenkräfte und dem entsprechend auch der daraus resultierenden Momente mit steigenden Motordrehzahlen. Die Gaskräfte hingegen erreichen je nach Motorbauart und Betriebspunkt im mittleren Drehzahlbereich ihr Maximum und fallen zur Maximaldrehzahl des Motors hin ab. Es wird ebenfalls ersichtlich, dass sich Gas- und Massenkräfte in bestimmten Bereichen zumindest teilweise ausgleichen können. Dies zeigt sich in den Verläufen der Kolbenkraft und des daraus resultierenden Moments  $M_K$ ,

$$M_K = F_T r_{KW} , \qquad (4.35)$$

die in **Abbildung 4.4** aufgetragen sind. Die auftretenden Gesamtamplituden sind geringer als bei einer reinen Addition der Einzelamplituden ohne Berücksichtigung der Phasenlage. Außerdem überlagern sich in Mehrzylindermotoren die Momente der Einzelzylinder zu einem Gesamtmoment  $M_{Mot}$ ,

$$M_{Mot} = \sum_{i=1}^{n_{Zyl}} M_{K,i} . ag{4.36}$$



Abbildung 4.4: Summenkraft und -moment am Einzelzylinder bei Motordrehzahlen von 1000, 4000 und 7000 Umdrehungen pro Minute (a) Kolbenkraft (b) resultierendes Moment

Dieser Zusammenhang ist in **Abbildung 4.5** dargestellt. Hier ist der Drehmomentenverlauf ausgewählter Motoren bei einer konstanten Motordrehzahl aufgetragen, wobei die Werte auf des mittlere Moment bei dieser Drehzahl bezogen wurden. Es ist deutlich zu erkennen, das Motoren mit niedriger Zylinderzahl grundsätzlich Schwingungen mit größerer Amplitude in den Triebstrang einleiten. Außerdem wird deutlich, dass die Bauart großen Einfluss auf die Anregung hat. Dieselmotoren induzieren größeren Schwankungen als Ottomotoren, wobei hier Triebwerke mit Turboaufladung kritischer sind als Saugmotoren. Aus **Abbildung 4.5** lässt sich auch erkennen, dass nicht nur die Anregungsamplituden, sondern auch die Anregungsfrequenzen mit der Zylinderzahl zusammenhängen. Wird das Motormoment  $M_{Mot}$  in einzelne harmonische Anteile aufgespalten, ergeben sich Terme, deren Frequenz linear von der Motordrehzahl abhängt,

$$M_{Mot} = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{M}_{Mot}^{j} \left( \dot{\varphi}_{KW} \right) \cos \left( k_{O,j} \dot{\varphi}_{KW} t \right) .$$
(4.37)

Die Amplituden der Anteile sind im Allgemeinen nicht konstant und wiederum abhängig von der Motordrehzahl. Man nennt die zugehörigen Verhältnisse zwischen Motordrehzahl und Anregungsfrequenz Motorordnungen  $k_{O,j}$ ,  $j = 1..\infty$ . Nur einige dieser Terme haben einen nennenswerten Beitrag am Gesamtpegel. Für Viertaktmotoren mit gleichmäßigen



Abbildung 4.5: Gesamtmomente von Mehrzylindermotoren

Zündabständen, das heißt  $\Delta \varphi_{i+1} - \Delta \varphi_i = \text{const} \, \forall \, i$ , sind die dominanten Motorordnungen durch

$$k_{O,l} = l \frac{n_{Zyl}}{2}, \ l = 1..m \tag{4.38}$$

gegeben. Für einen Vierzylindermotor sind damit beispielsweise die 2*l*-ten Motorordnungen entscheidend, wobei die zugehörigen Amplituden  $\hat{M}_{Mot}^{2l}$  für zunehmende *l* abnehmen und zumeist nur die zweite und vierte Ordnung betrachtet werden.

Typischerweise wird die Gesamtanregung, die vom Verbrennunsmotor ausgeht, bei niedrigen Drehzahlen von den Gaskräften dominiert und ist im weiteren Verlauf mit steigenden Motorgeschwindigkeiten zunehmend abhängig von den Massenkräften, die bei hohen Drehzahlen überwiegen. Bei Ottomotoren nimmt deshalb der Gesamtpegel zunächst ab, bis sich Gas- und Massenkräfte fast ausgleichen, und anschließend wieder zu. Das Verhalten von Dieselmotoren ist hingegen fast ausschließlich von den Gaskräften beeinflusst, da die maximalen Betriebsdrehzahlen deutlich niedriger liegen, vergleiche hierzu **Abbildung 4.6**. Dargestellt sind die Amplituden des Motormoments bezogen auf das jeweilige mittlere Motormoment für verschiedene Motoren zwischen Leerlauf- und Maximaldrehzahl  $\dot{\varphi}_{KW,min}$ beziehungsweise  $\dot{\varphi}_{KW,max}$ .

Zuletzt sollen hier noch einige Anmerkungen zu den für die Modellparametrierung benötigten Größen gemacht werden. Die grundlegende Geometrie des Kurbeltriebs, das heißt beispielsweise der Kurbelradius, die Pleuellänge und die Zylinderbohrung, wird zu Beginn der Konzeptphase eines Motors festgelegt und steht damit auch schon zu einem sehr frühen Zeitpunkt für Konzeptuntersuchung am Torsionsschwingungsdämpfer zur Verfü-



Abbildung 4.6: Verlauf der Momentenamplitude über der Motordrehzahl

gung. Schwieriger gestaltet sich die Beschaffung geeigneter Eingangsgrößen bei den Zylinderdruckverläufen. Die dafür notwendigen Daten stammen entweder aus sehr frühen Prüfstandsversuchen mit Prototypen, in denen verschiedene Betriebspunkte angefahren werden, oder aus Simulationen zur Thermodynamik, zur Durchströmung des Motors und zum Verbrennungsverlauf im Zylinder. Falls weder gemessene noch berechnete Verläufe zur Verfügung stehen, können auch vorhandene Kurven aus bestehenden Motoren unter Berücksichtigung der Motorbauart, der Zylinderzahl, des Hubvolumens und des angestrebten Drehmomentverlaufs skaliert werden, um Konzeptuntersuchungen durchführen zu können. Aus ähnlichen Quellen wie die Druckverläufe können auch Parameter zur Abbildung der innermotorischen Reibung abgeleitet oder zumindest abgeschätzt werden.

#### 4.2.2 Bogenfeder-ZMS

Das Bogenfeder-ZMS ist eine mögliche Bauart eines ZMS, bei dem die benötigte Nachgiebigkeit zwischen Primär- und Sekundärschwungrad durch mehrere ineinander geschachtelte gekrümmte Federn realisiert wird. Eine solche Anordnung ist schematisch in **Abbildung 4.7** dargestellt. Das Primärschwungrad wird mit der Kurbelwelle verschraubt und somit fest mit dem Verbrennungsmotor verbunden. Das Motormoment wird weiterhin über die Betätigungen in die Bogenfedersets eingeleitet, die aus Außen- und Innenfedern bestehen, und letztendlich an das Sekundärschwungrad abgegeben, das je nach verwendetem Getriebe entweder die Gegenreibscheibe für eine Trockenkupplung darstellt oder mit einer nasslaufenden Doppelkupplung verbunden ist. Die Länge der Federn werden gezielt ausgelegt, um eine spielbehaftete, mehrstufige Federkennlinie zu erzeugen, welche größere



Abbildung 4.7: ZMS mit ineinander geschachtelten Bogenfedern

Freiheiten bei der Erfüllung konträrer Ziele in verschiedenen Fahrsituationen bietet. Bei dieser Konstruktion werden die einzelnen Windungen der Außenfeder durch die Fliehkraft und die Kompression an die Primärseite gepresst, was zu einer drehzahl- und belastungsabhängigen Hysterese führt. Zudem tritt Reibung zwischen den ineinander geschachtelten Bogenfedern auf, deren Abbildung sich sehr komplex gestaltet. DRESIG und FIDLIN [47] diskutieren sowohl ein kontinuierliches Modell, in dem die Bodenfeder als gekrümmter Stab betrachtet wird, als auch ein diskretes Modell, bei dem die Feder in einzelne Massen und Steifigkeiten unterteilt wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Modell in ebendieser Form verwendet. Eine weitere Darstellung der Modellierung findet sich auch bei RAH-NEJAT [132]. Die Anzahl der Elemente, die zur Diskretisierung verwendet werden, hängt davon ab, welcher Frequenzbereich und damit welcher Drehzahlbereich des Motors untersucht werden soll. Grundsätzlich sollte mit Blick auf die zu erwartenden Rechenzeiten eine möglichst grobe Aufteilung gewählt werden. Für Analysen von NVH-Phänomenen sind normalerweise niedrige Motordrehzahlen relevant und deshalb Modelle mit fünf bis zehn Elementen pro Feder ausreichend [106].

Abbildung 4.8 zeigt das mechanische Ersatzmodell für ein Federpaket mit Innen- und



Abbildung 4.8: Mechanisches Ersatzmodell für ein ZMS mit Innen- und Außenfeder

Außenfedern. Zur Diskretisierung wurden exemplarisch fünf Elemente gewählt. Die Winkellage der Primär- beziehungsweise Sekundärseite wird durch die Koordinaten  $\varphi_P$  und  $\varphi_S$  beschrieben. Bei einer starren Betrachtung der Kurbelwelle und der Kurbelwellenverschraubung gilt wie im vorherigen Abschnitt 4.2.1 erwähnt

$$\varphi_P = \varphi_{KW} \ . \tag{4.39}$$

Die Position der Federmassen wird durch  $\varphi_{A,j}$ , j = 1..n für die n Elemente der Außenfeder und durch  $\varphi_{I,k}$ , k = 1..m für die m Elemente der Innenfeder angegeben. Dies entspricht einer Aufteilung der Federn in n - 1 beziehungsweise m - 1 Teilstücke, die individuelle unverformte Längen  $\Theta_0^{(A,j)}$ , j = 1..n - 1 und  $\Theta_0^{(I,k)}$ , k = 1..m - 1 haben können. Die Elementmasse beträgt jeweils  $m_{A,j}$  beziehungsweise  $m_{I,k}$ ,

$$m_{A,j} = m_{AF} \left( \frac{\Theta_0^{(A,j-1)} + \Theta_0^{(A,j)}}{2\Theta_0^{AF}} \right) , \qquad (4.40)$$

$$m_{I,K} = m_{IF} \left( \frac{\Theta_0^{(I,k-1)} + \Theta_0^{(I,k)}}{2\Theta_0^{IF}} \right) .$$
(4.41)

 $m_{AF}, m_{IF}, \Theta_0^{AF}$  und  $\Theta_0^{IF}$  bezeichnen die Gesamtmasse und die unverformte Gesamtlänge der Außen- und Innenfeder. Zwischen den diskreten Massen sind lineare Federelemente mit der Steifigkeit  $c_{A,j}, j = 1..n - 1$  beziehungsweise  $c_{I,k}, k = 1..m - 1$  angeordnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Steifigkeit einer Bogenfeder immer eine Verdrehsteifigkeit ist, vergleiche Abschnitt 3.3.1. Es gilt damit

$$c_{A,j} = \frac{c_{AF}\Theta_0^{AF}}{R_W\Theta_0^{(A,j)}} , \qquad (4.42)$$

$$c_{I,k} = \frac{c_{IF}\Theta_0^{IF}}{R_W\Theta_0^{(I,k)}}$$
(4.43)

für eine Außen- und Innenfeder mit den Gesamtsteifigkeiten  $c_{AF}$  und  $c_{IF}$  und dem Wirkradius  $R_W$ . Zur Verschleißreduzierung laufen die Bogenfedern in Fett, dessen dämpfende Eigenschaften durch viskose Dämpferelemente mit den Konstanten  $d_A$  beziehungsweise  $d_I$ berücksichtigt werden. Aufgrund der endlichen Drahtstärke der Federn können die einzelnen Segmente nur soweit komprimiert werden, bis die Windungen aneinander anliegen, was auch als "auf Block gehen" der Feder bezeichnet wird. Dieser Zusammenhang ist durch elastische Anschläge im Modell abgebildet, die bei Unterschreiten eines gegebenen minimalen Verdrehwinkels zu einer massiven Erhöhung der Steifigkeit führen. Dieser Minimalabstand ist jeweils durch

$$\Theta_C^{(A,j)} = \Theta_C^{AF} \frac{\Theta_0^{(A,j)}}{\Theta_0^{AF}} , \qquad (4.44)$$

$$\Theta_C^{(I,k)} = \Theta_C^{IF} \frac{\Theta_0^{(I,k)}}{\Theta_0^{AF}} \tag{4.45}$$

gegeben. Hierbei stehen  $\Theta_C^{AF}$  und  $\Theta_C^{AF}$  für die Blockwinkel der Federn. Zwischen der Außenfeder und der Primärseite herrscht Reibung mit dem Gleitreibungskoeffizienten  $\mu_{A,G}$ und dem Haftreibungskoeffizienten  $\mu_{A,H}$ . Die Reibung zwischen den Federn wird über eine virtuelle Reibschale modelliert, über die Reib- und Normalkräfte zwischen den Federelementen verteilt werden. Hierauf wird bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen näher eingegangen. Die entsprechenden Reibkoeffizienten zwischen Außen- und Innenfeder werden analog mit  $\mu_{I,G}$  und  $\mu_{I,H}$  bezeichnet. Die Übertragung des Drehmoments von der Primärseite auf die Federn beziehungsweise von den Federn auf die Sekundärseite erfolgt über Anschläge mit großer Steifigkeit  $c_E \gg c_{AF}$  und Dämpfung  $d_E \gg d_A$ . Die Federn sind im unverformten Zustand kürzer als das Fenster zwischen Primär- und Sekundärseite. Da die genaue Position allerdings nicht bestimmt ist und von der Einbaulage beziehungsweise der vorherigen Belastung abhängt, kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon ausgegangen werden, dass in der Ausgangslage zwischen den Federn und der Primärseite sowie zwischen den Federn und der Sekundärseite jeweils ein Spiel  $\frac{\Theta_E^{AF}}{2}$  beziehungsweise  $\frac{\Theta_E^{IF}}{2}$ herrscht. Dies muss bei der Definition der Anfangsbedingungen für sämtliche Winkellagen berücksichtigt werden. Grundsätzlich kann in beide Richtungen Drehmoment (Zug- und Schubbetrieb) übertragen werden, das heißt die Primärseite kann sowohl mit dem ersten als auch mit dem letzten Federelement interagieren, allerdings nie mit beiden gleichzeitig. Gleiches gilt dementsprechend auch für die Sekundärseite.



Abbildung 4.9: Freischnitte der Elemente j und k der Außen- und Innenfeder in Anlehnung an [47]

Die Bewegungsgleichungen für die Federelemente lassen sich aus Freischnitten ableiten, siehe **Abbildung 4.9**. Dabei wird von Punktmassen ausgegangen, die sich auf einem Kreis bewegen. Für Element k der Innenfeder ergeben sich für kleine Relativwinkel  $\Delta \varphi_{I,k} = \varphi_{I,k} - \varphi_{I,k+1}$ 

$$F_{I,k-1} - T_{I,k} - F_{I,k} + R_{I,k} = 0 , \qquad (4.46)$$

$$-N_{I,k} + F_{I,k}^{F} + F_{I,k-1} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi_{I,k-1}\right) + F_{I,k} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi_{I,k}\right) = 0.$$
(4.47)

 $T_{I,k}$  ist dabei die Trägheitskraft,

11

$$T_{I,k} = m_{I,k} R_W \ddot{\varphi}_{I,k} \ . \tag{4.48}$$

 $F_{I,k-1}$  und  $F_{I,k}$  stehen für die Schnittkräfte der Anschläge am Primär- und Sekundärschwungrad beziehungsweise der jeweiligen Feder-Dämpfer-Elemente. Für die Kräfte an den Anschlägen gilt

$$F_{I,0} = \mathcal{H} \left(\varphi_P - \varphi_{I,1}\right) \left[ \mathcal{M} \left( c_E \left(\varphi_P - \varphi_{I,1}\right) \right) + \mathcal{M} \left( d_E \left(\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_{I,1}\right) \right) \right] + \mathcal{H} \left( \varphi_S - \Theta_E - \Theta_0^{AF} - \varphi_{I,1} \right) \left[ \mathcal{M} \left( c_E \left( \varphi_S - \Theta_E - \Theta_0^{AF} - \varphi_{I,1} \right) \right) + \mathcal{M} \left( d_E \left( \dot{\varphi}_S - \dot{\varphi}_{I,1} \right) \right) \right] ,$$

$$F_{I,m} = \mathcal{H} \left( \varphi_{I,m} - \varphi_S \right) \left[ \mathcal{M} \left( c_E \left( \varphi_{I,m} - \varphi_S \right) \right) + \mathcal{M} \left( d_E \left( \dot{\varphi}_{I,m} - \dot{\varphi}_S \right) \right) \right]$$

$$(4.49)$$

$$+ \mathcal{H}\left(\varphi_{I,m} - \varphi_P - \Theta_E - \Theta_0^{AF}\right) \left[\mathcal{M}\left(c_E\left(\varphi_{I,m} - \varphi_P - \Theta_E - \Theta_0^{AF}\right)\right) + \mathcal{M}\left(d_P\left(\dot{\varphi}_{I,m} - \dot{\varphi}_P\right)\right)\right]$$

$$(4.50)$$

$$+ \mathcal{M} \left( a_E \left( \varphi_{I,m} - \varphi_P \right) \right) \right] , \qquad (4.50)$$

$$(r) = \frac{1}{r} \left( \arctan\left( \frac{1}{r}r \right) + \frac{\pi}{r} \right) \qquad (4.51)$$

$$\mathcal{H}(x) = \frac{1}{\pi} \left( \arctan\left(\frac{-x}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{2} \right) , \qquad (4.51)$$
$$\mathcal{M}(x) = \frac{1}{2} \left( x + \sqrt{x^2 + \varepsilon} \right) , \qquad (4.52)$$

wobei 
$$\varepsilon \ll 1$$
 ist. Dies ist eine regularisierte Formulierung der Zwangsbedingung, die durch  
den Kontakt entsteht. Mithilfe der Funktion  $\mathcal{H}$  lässt sich für ausreichend kleine  $\varepsilon$  eine  
stetige und stetig differenzierbare Approximation der HEAVISIDE-Funktion realisieren,

$$\mathcal{H}(x) \approx \begin{cases} 0 , & x < 0 , \\ 1 , & x \ge 0 . \end{cases}$$
(4.53)

Dies ist numerisch vorteilhaft und bewirkt zudem einen stetigen und stetig differenzierbaren Anstieg der Normalkraft im Kontakt, was physikalisch sinnvoll ist. Alternativ kann ein Ansatz nach HUNT und CROSSLEY [83] oder GONTHIER [73] gewählt werden. Durch die Verwendung von  $\mathcal{M}$  wird sichergestellt, dass im Kontakt nur Druck- und keine Zugkräfte übertragen werden, vergleiche hierzu DEPPLER [44]. Die Adhäsion wird dabei vernachlässigt. Es gilt

$$\mathcal{M}(x) \approx \max\left(0, x\right) \ . \tag{4.54}$$

Es handelt sich hierbei wiederum um eine stetig differenzierbare Approximation, welche Vorteile bei der numerischen Lösung der Differentialgleichung bietet. Die Gleichungen (4.49) und (4.50) berücksichtigen bereits die Tatsache, dass das erste und das letzte Element der Feder sowohl mit der Primär- als auch mit der Sekundärseite in Kontakt kommen können. Einer der beiden Summanden ist allerdings immer gleich null. Die Kräfte zwischen den einzelnen Elementen ergeben sich mit  $\Delta \dot{\varphi}_{I,k} = \dot{\varphi}_{I,k} - \dot{\varphi}_{I,k+1}$  zu

$$F_{I,k} = c_{I,k} \left( \Delta \varphi_{I,k} + \Theta_0^{I,k} \right) + d_I \Delta \dot{\varphi}_{I,k} + \mathcal{H} \left( \Delta \varphi_{I,k} + \Theta_C^{(I,k)} \right) \left( \mathcal{M} \left( c_E \left( \Delta \varphi_{I,k} + \Theta_C^{(I,k)} \right) \right) + \mathcal{M} \left( d_E \Delta \dot{\varphi}_{I,k} \right) \right) .$$
(4.55)

Die Normalkraft  $N_{I,k}$  im Kontakt zwischen Innenfederelement und virtueller Reibschale berechnet sich aus der Fliehkraft  $F_{I,k}^F$ ,

$$F_{I,k}^F = m_{I,k} R_W \dot{\varphi}_{I,k}^2 , \qquad (4.56)$$

und den radialen Komponenten der Federkräfte, mit denen sich die Bogenfedern bei Kompression radial nach außen abstützen. Es wird hierbei angenommen, dass die Innenfeder ständig an der Außenfeder anliegt. Zur Abbildung der Reibung wurde das LUGRE-Modell verwendet, das von CANUDAS DE WIT et al. [33] vorgeschlagen und von CANUDAS DE WIT und TSIOTRAS [34] erweitert wurde, siehe auch ABERGER und OTTER [1]. Das Modell beruht auf der Annahme, dass zwischen den Oberflächen zweier in Kontakt stehender Körper borstenartige Strukturen existieren, die miteinander interagieren, siehe Abbildung 4.10. Die mittlere Durchbiegung z dieser Borsten ist durch

$$\dot{z} = \dot{x}_{rel} - \frac{|\dot{x}_{rel}|}{g(\dot{x}_{rel})}z$$
(4.57)

gegeben.  $\dot{x}_{rel}$  ist die herrschende Relativgeschwindigkeit zwischen den Kontaktflächen. Die Funktion  $g(\dot{x}_{rel})$  bildet das Verhalten des Reibwertes über der Relativgeschwindigkeit ab. ARMSTRONG-HÉLOUVRY [19] modelliert die STRIBECK-Kurve für geschmierte Kontakte durch

$$g\left(\dot{x}_{rel}\right) = \frac{1}{\sigma_0} N\left(\mu_G + \left(\mu_H - \mu_G\right) e^{\left(\frac{\dot{x}_{rel}}{v_S}\right)^2}\right) .$$

$$(4.58)$$



Abbildung 4.10: Bürstenmodell zur Beschreibung reibungsbehafteter Kontakte nach [33]
$\sigma_0$  beschreibt die Steifigkeit der Borsten und  $v_S$  ist die STRIBECK-Geschwindigkeit. Damit ergibt sich die Reibkraft zu

$$R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}_{rel} . \tag{4.59}$$

 $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  sind Koeffizienten der Borstendämpfung und der viskosen Reibung. Für die Reibkraft an einem Element der Innenfeder gilt damit

$$R_{I,k} = R_{I,k} \left( N_{I,k}, \dot{x}_{rel}^{I,k}, \mu_{I,H}, \mu_{I,G} \right) .$$
(4.60)

Die Berechnung der Relativgeschwindigkeit  $\dot{x}_{rel}^{I,k}$  im Kontakt zwischen Außen- und Innenfeder kann nur über eine Näherung erfolgen, da die Geschwindigkeit durch die Diskretisierung nur an bestimmten Punkten bekannt ist und im Allgemeinen  $\varphi_{A,j} \neq \varphi_{I,k} \forall j, k$ . Es wird deshalb eine lineare Interpolation der Geschwindigkeiten vorgenommen, mit der eine virtuelle Schalengeschwindigkeit  $\dot{x}_{virt}$  bestimmt wird. Das Innenfederelement k befinde sich aktuell zwischen den Außenfederelementen j und j + 1, das heißt  $\varphi_{A,j} > \varphi_{I,k} > \varphi_{A,j+1}$ . Dann ergibt sich die virtuelle Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_{virt}$  zu

$$\dot{\varphi}_{virt} = \frac{\dot{\varphi}_{A,j+1} - \dot{\varphi}_{A,j}}{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{A,j}} \varphi_{I,k} + \frac{\dot{\varphi}_{A,j}\varphi_{A,j+1} - \dot{\varphi}_{A,j+1}\varphi_{A,j}}{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{A,j}} .$$
(4.61)

Mit dem Außendurchmesser der Innenfeder  $D_a^{IF}$  kann daraus die virtuelle Geschwindigkeit und die Relativgeschwindigkeit bestimmt werden,

$$\dot{x}_{virt} = \frac{\dot{\varphi}_{virt}}{R_W + \frac{D_a^{IF}}{2}} , \qquad (4.62)$$

$$\dot{x}_{rel}^{I,k} = \frac{\dot{\varphi}_{I,k}}{R_W + \frac{D_a^{IF}}{2}} - \dot{x}_{virt} \ . \tag{4.63}$$

Für Element k der Außenfeder ergibt sich nach Abbildung 4.9

$$F_{A,j-1} - T_{A,j} - F_{A,j} + R_{A,j} - R^I_{A,j} = 0 , \qquad (4.64)$$

$$-N_{A,j} + F_{A,j}^F + F_{A,j-1} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi_{A,j-1}\right) + F_{A,j} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi_{A,j}\right) + N_{A,j}^I = 0.$$
(4.65)

Die Herleitung der Trägheitskraft  $T_{A,j}$ , der Fliehkraft  $F_{A,j}^F$  sowie der Kräfte am Anschlag und zwischen den Elementen  $F_{A,j}$  erfolgt analog zur Beschreibung der Innenfeder und soll deshalb hier nicht explizit ausgeführt werden. Die Reibkraft  $R_{A,j}$  am äußeren Umfang zwischen Primärseite und Feder wird ebenfalls mit dem LUGRE-Modell beschrieben und hängt von der Relativgeschwindigkeit  $\dot{x}_{rel}^{A,j}$  ab,



Abbildung 4.11: Zur Verteilung der Normal- und Reibkräfte zwischen Außen- und Innenfeder

$$\dot{x}_{rel}^{A,j} = \frac{\dot{\varphi}_{A,j} - \dot{\varphi}_P}{R_W + \frac{D_a^{AF}}{2}} , \qquad (4.66)$$

$$R_{A,j} = R_{A,j} \left( N_{A,j}, \dot{x}_{rel}^{A,j}, \mu_{A,H}, \mu_{A,G} \right) .$$
(4.67)

 $D_a^{AF}$  ist der Außendurchmesser der Außenfeder. Bei der Bestimmung der Kräfte  $N_{A,j}^I$  und  $R_{A,j}^I$  ergibt sich die gleiche Schwierigkeit wie auch bei der Berechnung von  $\dot{x}_{rel}^{I,k}$ . Bekannt sind nur  $N_{I,k}$  und  $R_{I,k}$  an den Positionen  $\varphi_{I,k}$ , wobei wiederum im Allgemeinen  $\varphi_{A,j} \neq \varphi_{I,k} \forall j, k$ , siehe dazu **Abbildung 4.11**. Deshalb werden die Kräfte über einen ähnlichen Ansatz verteilt, der auch zur Berechnung der Relativgeschwindigkeit genutzt wurde. Liegen zwischen den Außenfederelementen j - 1 und j beziehungsweise j und j + 1 mehrere

Innenfederelemente  $k - \xi$  bis k beziehungsweise k + 1 bis  $k + \zeta$ , das heißt  $\varphi_{A,j-1} > \varphi_{I,k-\xi} > \varphi_{I,k} > \varphi_{A,j}$  beziehungsweise  $\varphi_{A,j} > \varphi_{I,k+1} > \varphi_{I,k+\zeta} > \varphi_{A,j+1}$ , so gilt

$$N_{A,j}^{I} = \sum_{o=\xi}^{0} N_{I,k-o} \frac{\varphi_{I,k-o} - \varphi_{A,j-1}}{\varphi_{A,j} - \varphi_{A,j-1}} + \sum_{l=1}^{\zeta} N_{I,k+l} \frac{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{I,k+l}}{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{A,j}} , \qquad (4.68)$$

$$R_{A,j}^{I} = \sum_{o=\xi}^{0} R_{I,k-o} \frac{\varphi_{I,k-o} - \varphi_{A,j-1}}{\varphi_{A,j} - \varphi_{A,j-1}} + \sum_{l=1}^{\zeta} R_{I,k+l} \frac{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{I,k+l}}{\varphi_{A,j+1} - \varphi_{A,j}} .$$
(4.69)

Dies entspricht dem Hebelgesetz, angewandt auf die einzelnen Bereiche der virtuelle Reibschale, deren Krümmung vernachlässigt wurde.

Für das Gesamtmodell der Bogenfeder ergeben sich insgesamt 2(m + n) Freiheitsgrade. Grundsätzlich werden in ZMS mehr als ein Bogenfederset verwendet. Zur Vereinfachung kann davon ausgegangen werden, dass sich alle Sets gleich verhalten. Diese Annahme schließt die Untersuchung von Phänomenen wie Schubbrummen aus, das auf die Entstehung einer Unwucht durch eine ungleichmäßige Entspannung einzelner Bogenfedern bei hohen Drehzahlen zurückzuführen ist. Die Modellierung der Reibung zwischen den Federn gestaltet sich zwar sehr komplex und kann auch in der hier vorgestellten Form bestenfalls als Näherung und starke Vereinfachung betrachtet werden, allerdings lässt sich zeigen, dass die Art und Weise der Beschreibung durchaus beträchtlichen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Bogenfedermodells und damit auch auf die Ergebnisqualität bei der Simulation des gesamten Antriebs haben kann. Ein Vergleich verschiedener Modellvarianten findet sich bei FIDLIN und MALL [63]. Die negativen Auswirkungen auf die Rechenzeit halten sich bei Verwendung des vorgeschlagen Verteilungsalgorithmus für Kräfte und Geschwindigkeiten allerdings in Grenzen, da nur einfache Rechenoperationen durchgeführt werden müssen.

Neben den Bogenfedern muss zur adäquaten Abbildung der Dynamik eines ZMS Reibung zwischen der Primär- und der Sekundärseite berücksichtigt werden, was als Grundhysterese bezeichnet wird. Diese ist zum einen konstruktiv bedingt und stammt aus Dichtungen, welche den Austritt des zur Schmierung verwendeten Fettes aus dem ZMS und den Eintrag von Öl, Wasser und Schmutz in das ZMS verhindern, und Lagern, mit denen das Sekundärschwungrad auf dem Primärschwungrad und damit auf der Kurbelwelle abgestützt wird. Zum anderen wird sie auch mithilfe von Reibvorrichtungen gezielt eingebracht, um das Verhalten zu beeinflussen, besonders um unerwünschte Schwingungen im Leerlauf zu dämpfen oder die Amplituden beim Resonanzdurchgang während des Motorstarts zu begrenzen. Zur Modellierung können konstante Gleit- und Haftmomente  $M_H$  und  $M_G$ angenommen werden. Die Berechnung des herrschenden Reibmoments  $M_R$  erfolgt wiederum unter Verwendung des LUGRE-Modells, siehe Gleichungen (4.57) bis (4.59), allerdings leicht abgewandelt für rotatorische Relativbewegungen,

$$\dot{z}_r = \dot{\varphi}_{rel} - \frac{|\dot{\varphi}_{rel}|}{g\left(\dot{\varphi}_{rel}\right)} z_r , \qquad (4.70)$$

$$g_r\left(\dot{\varphi}_{rel}\right) = \frac{1}{\sigma_0} \left( M_G + \left(M_H - M_G\right) e^{\left(\frac{\dot{\varphi}_{rel}}{\omega_S}\right)^2} \right) , \qquad (4.71)$$

$$M_R = \sigma_0^r z_r + \sigma_1^r \dot{z}_r + \sigma_2^r \dot{\varphi}_{rel} , \qquad (4.72)$$

mit den äquivalenten Parametern  $\sigma_0^r,\,\sigma_1^r,\,\sigma_2^r$  und  $\omega_S.$  Für $\dot{\varphi}_{rel}$  gilt

$$\dot{\varphi}_{rel} = \varphi_P - \varphi_S \ . \tag{4.73}$$

Damit kann nun das Lastmoment  $M_{Last}$  an der Kurbelwelle, vergleiche Gleichung (4.19), berechnet werden,

$$M_{Last} = M_R + R_W \left( F_{A,1} + F_{A,n} + F_{I,1} + F_{I,m} \right) + \left( R_W + \frac{D_a^{AF}}{2} \right) \sum_{j=1}^n R_{A,j} .$$
(4.74)

Abbildung 4.12 zeigt Kennlinien eines Bogenfeder-ZMS für unterschiedliche Drehzahlen. Als theoretische Kennlinie wird die reine Federkennlinie ohne viskose Dämpfung und



Abbildung 4.12: Theoretische und quasistatische Kennlinien eines Bogenfeder-ZMS bei verschiedenen Drehzahlen [106]

Reibung bezeichnet. Sie ist die wichtigste Größe zur Beschreibung der funktionalen Eigenschaften eines ZMS. Die hier dargestellte Kurve hat ein Spiel von  $\Theta_E \approx 5^{\circ}$  und ist bilinear mit einem Stufenübergang bei  $\varphi_{SU} \approx 10^{\circ}$ , der aus der Längendifferenz der Außen- und Innenfeder resultiert,

$$\varphi_{SU} = \Theta_0^{AF} - \Theta_0^{IF} + \Theta_E . \tag{4.75}$$

Die quasistatischen Kurven wurden berechnet, indem die Sekundärseite bei einer vorgegebenen Drehzahl  $\dot{\varphi}_S = \text{const}$  festgehalten wurde und auf der Primärseite ein niederfrequentes sinusförmiges Moment  $M_A$  aufgebracht wurde,

$$M_A = \hat{M}_A \sin\left(2\pi f_A t\right) \,, \tag{4.76}$$

Dabei wurde eine Amplitude von  $\hat{M}_A = 700$  Nm und  $f_A \ll 1$  gewählt. Ein Prüflauf besteht aus zwei Perioden, das heißt  $t = 0 \dots \frac{2}{f_A}$ . Bei der Betrachtung der Kurven werden die Grundhysterese sowie die Zunahme der Dissipation mit steigender Belastung und Drehzahl ersichtlich. Die Reibung an den Bogenfedern sorgt für eine virtuelle Versteifung des Systems, das heißt eine Verringerung des Verdrehwinkels bei einer gegebenen Belastung. Dieser Effekt hat negative Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit des ZMS, da die schwingungsreduzierende Wirkung der Komponente auf einer Isolation des Motors vom Resttriebstrang durch eine möglichst weiche Feder besteht. Außerdem zeigt sich für höhere Drehzahlen, vergleiche die Kurve für 3000 U/min, ein Phänomen, das als Hängenbleiben der Bogenfedern im Reibkanal bezeichnet wird. Falls die Reibung am Primärschwungrad einen kritischen Wert übersteigt, kann es vorkommen, dass die Federn nach einer Belastung nicht mehr entspannen und komprimiert im Kanal zurückbleiben. Bei einer Wiederbelastung mit einem anders gerichteten Moment, das heißt bei einem Lastwechsel im Fahrzeug, muss zunächst das Haftmoment an den Federn überwunden werden, bevor Primär- und Sekundärschwungrad weiter gegeneinander verdreht werden können. Dann erfolgt ein Losreißen und ruckartiges Verschieben der vorgespannten Federn durch den Kanal mit einem nahezu konstanten Moment. Dieser Vorgang kann sich durch einen Ruck in der Fahrzeugbeschleunigung störend auf den Fahrkomfort auswirken. Außerdem ist er Ursache für das bereits erwähnte Schubbrummen, wobei hierfür die Federn beispielsweise durch unterschiedliche Schmierbedingungen und damit Reibungskoeffizienten nicht synchron entspannen oder in verschiedenen Längen komprimiert bleiben.

Zudem soll auf ein Detail aufmerksam gemacht werden, das nur durch die hier beschriebene Modellierung abgebildet werden kann. In **Abbildung 4.13** sind die Bewegungen der Primärseite sowie der ersten, das heißt in positiver Winkelrichtung am nächsten an der Primärseite gelegenen, Elemente der Außen- und Innenfeder zu Beginn einer Belastung aus der Anfangskonfiguration dargestellt. Die Drehzahl der Sekundärseite ist wiederum fix gehalten und beträgt  $\dot{\varphi}_S = 1000 \text{ U/min}$ . Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die beiden Federelemente bereits bewegen, bevor sie Kontakt zum Primärschwungrad haben. Für die Innenfeder stellt sich nach einer anfänglichen Beschleunigung ein nahezu stationärer Zustand ein, der ein Gleichgewicht von Reibkräften und elastischer Verformung markiert, bis sie schließlich von der Primärseite mitgenommen wird. Gerade für die Abbildung des



Abbildung 4.13: Bewegung der Primärseite sowie der ersten Elemente der Außen- und Innenfeder zu Beginn der Belastung

Motorleerlaufs, bei dem nur kleine Schwingungen induziert werden, kann eine genaue Abbildung der Dynamik im Bereich des Nulldurchgangs die Berechnungsgüte verbessern. Die Parametrierung des ZMS-Modells erfolgt im Rahmen der hier vorgestellten Auslegungsmethode größtenteils durch den Optimierungsalgorithmus. Hierfür werden die in Abschnitt 3.3 beschriebenen Ersatzmodelle verwendet, anhand derer die benötigten Größen aus dem Optimierungsvektor berechnet werden. Einige Daten werden allerdings auch a priori festgelegt, wie beispielsweise sämtliche Gleit- und Haftreibungskoeffizienten oder die Parameter des LUGRE-Reibmodells. Die konstruktive Gestaltung des Dämpfers hat keinen nennenswerten Einfluss auf diese Größen.

#### 4.2.3 Fliehkraftpendel

Fliehkraftpendel werden auch als drehzahladaptive Tilger bezeichnet, was ihren in Abschnitt 2.4.4 bereits diskutierten Einsatzzweck deutlich besser beschreibt. Grundsätzlich können Fliehkraftpendel zur Schwingungsberuhigung sowohl auf der Primärseite am Verbrennungsmotor als auch auf der Sekundärseite eines ZMS montiert werden. Allerdings ergeben sich durch das nichtlineare Verhalten der Komponente und konstruktiv begrenzte Pendelwinkel nur Vorteile, wenn die Amplituden der zu betilgenden Schwingungen nicht zu groß sind. Aus diesem Grund werden Fliehkraftpendel im PKW-Bereich zumeist sekundärseitig angebracht, da hier die Schwingungsamplituden bereits reduziert wurden. Dieser Fall soll hier näher betrachtet werden. Zur Erklärung der grundlegenden Funktion kann auf ein Minimalmodell zurückgegriffen werden, das aus einer rotierenden Scheibe, die das Sekundärschwungrad abbildet, und einem daran pendelnd aufgehängten Massepunkt besteht, vergleiche **Abbildung 4.14**. Das Massenträgheitsmoment der Scheibe ist  $J_S$  und die Masse des Pendels  $m_P$ . Charakteristisch sind außerdem die Längen  $R_P$  und  $r_P$ , welche den Abstand des Aufhängepunktes von der Drehachse und die Pendellänge angeben. Die Winkellage der Sekundärseite wird weiterhin mit  $\varphi_S$  beschrieben. Der Relativwinkel zwischen Scheibe und Pendel ist  $\psi_P$ . Außerdem wird angenommen, dass an der Scheibe ein Drehmoment  $M_S$  angreift. Für eine ausführliche Herleitung der Bewegungsgleichungen wird auf die Literatur verwiesen, siehe hierzu beispielsweise PFABE [127] oder DRESIG und FIDLIN [47]. Es ergeben sich

$$0 = \ddot{\psi}_P + \left(1 + \frac{R_P}{r_P}\cos\psi_P\right)\ddot{\varphi}_S + \frac{R_P}{r_P}\dot{\varphi}_S^2\sin\psi_P , \qquad (4.77)$$

$$M_{S} = \left(J_{S} + m_{P}\left(r_{P}^{2} + R_{P}^{2} + 2r_{P}R_{P}\cos\psi_{P}\right)\right)\ddot{\varphi}_{S} + m_{P}\left(r_{P}^{2} + r_{P}R_{P}\cos\psi_{P}\right)\ddot{\psi}_{P} - R_{P}r_{P}m_{P}\sin\psi_{P}\left(\dot{\psi}_{P}^{2} + 2\dot{\varphi}_{S}\dot{\psi}_{P}\right) .$$
(4.78)

Linearisieren um die stationäre Bewegung  $\varphi_S = \omega_S t + \beta_S$ ,  $\dot{\beta}_S \ll \omega_S$  und  $\psi_P \ll 1$ ,  $\dot{\psi}_P \ll 1$  ergibt

$$0 = \ddot{\psi}_P + \left(1 + \frac{R_P}{r_P}\right)\ddot{\beta}_S + \frac{R_P}{r_P}\omega_S^2\psi_P , \qquad (4.79)$$

$$M_{S} = \left(J_{S} + m_{P} \left(r_{P} + R_{P}\right)^{2}\right) \ddot{\beta}_{S} + m_{P} \left(r_{P}^{2} + r_{P} R_{P}\right) \ddot{\psi}_{P} .$$
(4.80)



Abbildung 4.14: Minimalmodell zur Beschreibung der Dynamik von Fliehkraftpendeln

Wird ein harmonisches Erregermoment angenommen, dessen Anregungsfrequenz in einem festen Verhältnis  $k_O$  zur Drehzahl  $\omega_S$  steht,

$$M_S = \hat{M}_S \sin\left(k_O \omega_S t\right) \,, \tag{4.81}$$

so können die partikulären Lösungen der Gleichungen (4.79) und (4.80) durch Ansätze in der Form  $\beta_S = \hat{\beta}_S \sin(k_O \omega_S t)$  und  $\psi_P = \hat{\psi}_P \sin(k_O \omega_S t)$  berechnet werden. Es ergibt sich

$$\hat{\beta}_{S} = \frac{\hat{M}\left(\frac{R_{P}}{r_{P}} - k_{O}^{2}\right)}{\omega_{S}^{2}k_{O}^{2}\left(m_{P}r_{P}^{2}\left(1 + \frac{R_{P}}{r_{P}}\right)k_{O}^{2} + \left(J_{S} + m_{P}\left(r_{P}^{2} + R_{P}^{2}\right)\right)\left(\frac{R_{P}}{r_{P}} - k_{O}^{2}\right)\right)},$$
(4.82)

$$\hat{\psi}_P = \frac{\hat{M}\left(1 + \frac{R_P}{r_P}\right)}{\omega_S^2 \left(m_P r_P^2 \left(1 + \frac{R_P}{r_P}\right) k_O^2 + (J_S + m_P \left(r_P^2 + R_P^2\right)) \left(\frac{R_P}{r_P} - k_O^2\right)\right)}$$
(4.83)

Für ein korrekt gewähltes Verhältnis  $\frac{R_P}{r_P} = k_O^2$  kann jetzt für jede beliebige Drehzahl und damit Anregungsfrequenz eine vollständige Beruhigung der Sekundärseite erreicht werden,

$$\hat{\beta}_S = 0 , \qquad (4.84)$$

$$\hat{\psi}_P = \frac{\hat{M}}{\omega_c^2 m_P r_P R_P} \,. \tag{4.85}$$

Es ergibt sich somit der bereits beschriebene Tilger, dessen Eigenfrequenz mit der mittleren Drehzahl der Komponente variiert, an der er montiert wird. Die betilgte Ordnung kann konstruktiv so eingestellt werden, dass sie mit der dominanten Motorordnung zusammenfällt. Schon aus dieser linearen Betrachtung können einige grundsätzliche Aussagen zur Wirksamkeit von Fliehkraftpendeln in der Praxis gemacht werden. Für kleine Drehzahlen oder große Anregungen werden die Amplituden der Pendelschwingungen sehr groß, was durch den zur Verfügung stehenden Bauraum nur begrenzt zugelassen werden kann. Schwerere Pendel sind vorteilhaft für die Tilgungswirkung, allerdings aufgrund von Bauraumbeschränkungen und Belastungen der Aufhängepunkte ebenfalls nur bis zu einem gewissen Grad umsetzbar.

Die Betrachtung der nichlinearen Dynamik soll hier nicht explizit durchgeführt werden. Hierfür wird auf die umfangreiche Literatur auf dem Themengebiet verwiesen, siehe SHARIF-BAKHTIAR und SHAW [156], DENMAN [43], LEE und SHAW [105], CHAO et al. [37], CHAO et al. [38], SHAW et al. [157], ALSUWAIYAN und SHAW [17], ALSUWAIYAN und SHAW [18], HADDOW und SHAW [75], MONROE et al. [114], VIDMAR et al. [169], VIDMAR et al. [168], MAYET et al. [110], MONROE und SHAW [115], MONROE und SHAW [116], SHI und PARKER [159], VIDMAR et al. [170], MAYET und ULBRICH [111], ISSA und SHAW [85], MAYET und ULBRICH [112] sowie PFABE [127]. Es sollen hier nur einige für die Anwendung entscheidende Eigenschaften erwähnt werden. Fliehkraftpendel auf Kreisbahnen haben den Nachteil, dass die effektive Abstimmungsordnung vom Pendelausschlag abhängt und damit die Leistungsfähigkeit für große Pendelamplituden durch Verstimmung abnimmt. Zusätzlich existieren mehrere stabile und instabile Zustände, welche die Performance massiv beeinflussen können und den Arbeitsbereich einschränken. Der gewünschte, tilgende Zustand kann bei übermäßiger Anregung verloren gehen und an einem Bifurkationspunkt auf einen anderen stabilen Zustand übergehen, in dem die Schwingungen der Sekundärseite zusätzlich vergrößert werden. Die Anzahl verschiedener möglicher Bewegungen nimmt zu, falls mehr als ein Pendel betrachtet wird, und steigt zusätzlich an, sobald diese sich in ihren Parametern unterscheiden. Bei Anordnungen mit mehreren Pendeln bilden sich neben der gewollten, synchronen Bewegung aller Pendel zusätzlich Konfigurationen aus, in denen sich einzelne Pendelgruppen synchronisieren, was die Tilgungswirkung je nach genauer Ausprägung stufenweise verschlechtern kann. Klassischerweise kann der Einsatz komplexerer Pendelbahnen Abhilfe bei vielen der oben angesprochen Schwierigkeiten leisten. Epizykloidbahnen halten die effektive Abstimmungsordnung über dem gesamten Schwingwinkel des Pendels konstant und verhindern damit eine Abnahme der Tilgungswirkung bei großen Ausschlägen. Zudem werden die Bahnen bewusst verstimmt, das heißt auf eine Ordnung  $\tilde{k}_O$  abgestimmt, die von der Anregungsordnung abweicht,

$$\tilde{k}_O = k_O \left( 1 + \sigma \right) \,, \tag{4.86}$$

wobe<br/>i $0 < \sigma \ll 1$ eine kleine positive Verstimmung ist. Dadurch wird der Arbeitsbereich der Pendel vergrößert, das heißt das kritische Anregungsniveau, bei dem der Sprung auf den unerwünschten Lösungsast erfolgt, zu höheren Drehmomentamplituden verschoben. Damit verschlechtert sich allerdings die Tilgungswirkung im Bereich vor der Bifurkation, das heißt die Leistungsfähigkeit der Pendel wird zugunsten größerer Robustheit reduziert. Die genaue Geometrie der Bahnkurven ist indes in der Praxis noch komplizierter und muss zusätzlich zu den Anforderungen an die Dynamik der Pendel auch fertigungstechnische Gesichtspunkte berücksichtigen. Viskose Dämpfung und Reibung haben ähnliche Auswirkungen auf die Stabilität und Performance der Pendel wie eine Verstimmung der Bahn. Endanschläge, die den Pendelschwingwinkel begrenzen, sind nicht nur konstruktiv notwendig, um Kollisionen zu vermeiden, sondern können auch das dynamische Verhalten in Gebieten verbessern, in denen die Pendel nicht mehr in ihrem Arbeitsbereich betrieben werden. Durch die Begrenzung der Pendelamplitude wird auch die Anregung reduziert, welche die Drehungleichförmigkeit der Sekundärseite erhöht.

Für die Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Modell mit epizykloidaler Pendelbahn verwendet, auf das im Folgenden näher eingegangen werden soll. Eine Epizykloide ist die Bahnkurve eines Punktes auf dem Umfang eines Kreises, der auf einem anderen Kreis abrollt, siehe **Abbildung 4.15**.

Für den Ortsvektor  $r_P$  des Pendelschwerpunktes P auf der Epizykloiden ergibt sich

$$\boldsymbol{r}_P = \boldsymbol{x}_P \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{y}_P \boldsymbol{e}_y \;, \tag{4.87}$$

$$x_P = (R_E + r_E)\sin(\varphi_S + \psi_E) + r_E\sin(\pi - \varphi_S - \psi_E - \vartheta_E) \quad , \tag{4.88}$$

$$y_P = (R_E + r_E)\cos\left(\varphi_S + \psi_E\right) - r_E\cos\left(\pi - \varphi_S - \psi_E - \vartheta_E\right) . \tag{4.89}$$



Abbildung 4.15: Bahnkurve eines Punktes P auf einer Epizykloide

Aus der Rollbedingung folgt

$$\vartheta_E = \frac{R_E}{r_E} \psi_E \ , \tag{4.90}$$

womit sich aus Gleichung (4.88) und (4.89)

$$x_P = (R_E + r_E)\sin\left(\varphi_S + \psi_E\right) + r_E\sin\left(\varphi_S + \psi_E\left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right) , \qquad (4.91)$$

$$y_P = (R_E + r_E)\cos\left(\varphi_S + \psi_E\right) + r_E\cos\left(\varphi_S + \psi_E\left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right)$$
(4.92)

ergibt. Die Parameter der Epizykloide können aus einer äquivalenten Kreisbahn bestimmt werden. Ist der Schwerpunktsabstand  $r_{SP}$  gegeben, so gilt mit der gewünschten Abstimmungsordnung  $\tilde{k}_O$ 

$$r_P = \frac{r_{SP}}{\tilde{k}_O^2 + 1} , \qquad (4.93)$$

$$R_P = \frac{r_{SP}\tilde{k}_O^2}{\tilde{k}_O^2 + 1} \tag{4.94}$$

für die charakteristischen Größen der Kreisbahn. Mit Hilfe eines beliebig wählbaren Parameters  $\delta$ kann jetzt die Form einer Epizykloiden durch

$$r_E = r_P \left( 1 - \delta \right) \,, \tag{4.95}$$

$$R_E = R_P + \delta r_P \tag{4.96}$$

festgelegt werden. Im Normalfall werden mehrere Pendel eingesetzt, die regelmäßig am Umfang verteilt sind. Für eine Anordnung mit l Pendeln ergibt sich dabei

$$x_{P,i} = x_P \left(\varphi_S + \Delta \varphi_{P,i}, \psi_{E,i}\right) , \qquad (4.97)$$

$$y_{P,i} = y_P \left(\varphi_S + \Delta \varphi_{P,i}, \psi_{E,i}\right) , \qquad (4.98)$$

wobei  $\Delta \varphi_{P,i} = (i-1) \frac{2\pi}{l}$ , i = 1..l ist. Differenzieren nach der Zeit ergibt die Geschwindigkeit des *i*-ten Schwerpunktes,

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{P,i} = \dot{x}_{P,i}\boldsymbol{e}_x + \dot{y}_{P,i}\boldsymbol{e}_y , \qquad (4.99)$$
$$\dot{x}_{P,i} = \left(\dot{\varphi}_S + \dot{\psi}_{E,i}\right)\left(R_E + r_E\right)\cos\left(\varphi_S + \Delta\varphi_{P,i} + \psi_{E,i}\right)$$

$$+\left(\dot{\varphi}_{S}+\dot{\psi}_{E,i}\left(1+\frac{R_{E}}{r_{E}}\right)\right)r_{E}\cos\left(\varphi_{S}+\Delta\varphi_{P,i}+\psi_{E,i}\left(1+\frac{R_{E}}{r_{E}}\right)\right),\qquad(4.100)$$

$$\dot{y}_{P,i} = -\left(\dot{\varphi}_S + \dot{\psi}_{E,i}\right) \left(R_E + r_E\right) \sin\left(\varphi_S + \Delta\varphi_{P,i} + \psi_{E,i}\right) - \left(\dot{\varphi}_S + \dot{\psi}_{E,i}\left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right) r_E \sin\left(\varphi_S + \Delta\varphi_{P,i} + \psi_{E,i}\left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right) .$$
(4.101)

Fliehkraftpendel haben im Regelfall ein nicht vernachlässigbares Trägheitsmoment  $J_P$  um ihren Schwerpunkt, vergleiche Abschnitt 3.3.2. Es werden im Rahmen dieser Arbeit nur Pendel in bifilarer Aufhängung betrachtet, die auch als Parallelpendel bezeichnet werden, das heißt es gibt keine Drehung der Pendel relativ zur Scheibe. Für eine Diskussion von Pendeln in nichtbifilarer Aufhängung (Trapezpendel) wird auf KRAUSE et al. [99] verwiesen. Für die kinetische Energie T der gesamten Anordnung gilt somit

$$T = \frac{1}{2} \left( m_P \sum_{i=1}^{l} \left( \dot{x}_{P,i}^2 + \dot{y}_{P,i}^2 \right) + \left( J_S + n J_P \right) \dot{\varphi}_S^2 \right) .$$
(4.102)

Die potentielle Energie V des Systems ergibt sich mit der Gravitationskonstanten g zu

$$V = m_P g \sum_{i=1}^{l} y_{P,i} . ag{4.103}$$

Es wird dabei angenommen, das sich die Masse  $m_P$ , das Trägheitsmoment  $J_P$  sowie die Parameter der Bahnkurven  $R_E$  und  $r_E$  der Pendel nicht unterscheiden. Mithilfe des LA-GRANGE-Formalismus lassen sich jetzt die l + 1 Bewegungsgleichungen aus

$$Q_S = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_S} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_S} , \qquad (4.104)$$

$$Q_{P,i} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \dot{\psi}_{E,i}} - \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \psi_{E,i}}$$
(4.105)

bestimmen, wobei L = T - V ist.  $Q_S$  und  $Q_{P,i}$  bezeichnen die generalisierten Kräfte, die auf das System wirken. Diese lassen sich aus der virtuellen Arbeit  $\delta W$  bestimmen,

$$\delta W = Q_S \delta \varphi_S + \sum_{i=1}^l Q_{P,i} \delta \psi_{E,i} .$$
(4.106)

 $\delta \varphi_S$  und  $\delta \psi_{E,i}$  bezeichnen hierbei die virtuellen Verdrehungen. An der Sekundärseite greift ein Moment  $M_S$  an, das aus den Kräften an der Bogenfeder, dem Reibmoment zwischen Primär- und Sekundärseite sowie dem Widerstandsmoment aus dem Triebstrang  $M_{TS}$  resultiert,

$$M_S = M_R + R_W \left( F_{A,1} + F_{A,n} + F_{I,1} + F_{I,m} \right) - M_{TS} .$$
(4.107)

Reale Pendelkonstruktionen erreichen die bifilare Aufhängung auf der Epizykloiden durch Rollen zwischen Pendelkörper und Scheibe. Zur Abbildung der am Rollkontakt dissipierten Energie wird eine von der Winkelgeschwindigkeit der Sekundärseite abhängige Dämpfungskraft  $F_D$  in der Form

$$\boldsymbol{F}_{D} = \left(\kappa_{2}\dot{\varphi}_{S}^{2} + \kappa_{1}\dot{\varphi}_{S} + \kappa_{0}\right)\boldsymbol{\dot{r}}_{P}^{rel}$$

$$(4.108)$$

mit den Konstanten  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  angenommen, die stets am Schwerpunkt des Pendels angreift. Die Relativgeschwindigkeit zwischen Pendel und Scheibe  $\dot{\boldsymbol{r}}_P^{rel}$  ist gegeben durch

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{P}^{rel} = \dot{\boldsymbol{x}}_{P}^{rel}\boldsymbol{e}_{\xi} + \dot{\boldsymbol{y}}_{P}^{rel}\boldsymbol{e}_{\eta} , \qquad (4.109)$$

$$\dot{x}_P^{rel} = \dot{\psi}_E \left(R_E + r_E\right) \cos \psi_E + \dot{\psi}_E \left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right) r_E \cos \left(\psi_E \left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right) , \qquad (4.110)$$

$$\dot{y}_P^{rel} = -\dot{\psi}_E \left(R_E + r_E\right) \sin \psi_E - \dot{\psi}_E \left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right) r_E \sin \left(\psi_E \left(1 + \frac{R_E}{r_E}\right)\right) \tag{4.111}$$

im mitrotierenden  $\{e_{\xi}, e_{\eta}\}$ -System,

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\xi}} = \cos\varphi_{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}} - \sin\varphi_{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{y}} , \qquad (4.112)$$

$$\boldsymbol{e}_{\eta} = \sin \varphi_{S} \boldsymbol{e}_{x} + \cos \varphi_{S} \boldsymbol{e}_{y} \ . \tag{4.113}$$



Abbildung 4.16: Zur Berechnung des äquivalenten Winkels $\psi'$ 

Der Schwingwinkel der Pendel wird zusätzlich durch Elastomeranschläge begrenzt. Diese können analog zu den Anschlägen zwischen Bogenfeder und Primär- beziehungsweise Sekundärseite modelliert werden, vergleiche Gleichungen (4.49) bis (4.52). Allerdings ist der Maximalwinkel  $\beta_A$  nicht als Grenze für den Epizykloidenwinkel  $\psi_E$  zu verstehen, sondern für die Auslenkung des Pendelschwerpunktes auf einer Kreisbahn. Deshalb wird zunächst ein äquvalenter Winkel  $\psi'$  bestimmt, vergleiche Abbildung 4.16. Es gilt

$$\psi' = \arctan\left(\frac{x_{P,i} - R_P \sin\varphi_S}{y_{P,i} - R_P \cos\varphi_S}\right) - \varphi_S .$$
(4.114)

Damit können Anschlagkräfte in der Form

$$F_{A} = \mathcal{H}\left(\psi' - \beta_{A}\right) \left[ \mathcal{M}\left(c_{A,P}\left(\psi' - \beta_{A}\right)\right) + \mathcal{M}\left(\dot{\psi}_{E}\right) d_{A,P} \sqrt{\left(\dot{x}_{P}^{rel}\right)^{2} + \left(\dot{y}_{P}^{rel}\right)^{2}} \right] + \mathcal{H}\left(-\beta_{A} - \psi'\right) \left[ \mathcal{M}\left(c_{A,P}\left(-\beta_{A} - \psi'\right)\right) + \mathcal{M}\left(-\dot{\psi}_{E}\right) d_{A,P} \sqrt{\left(\dot{x}_{P}^{rel}\right)^{2} + \left(\dot{y}_{P}^{rel}\right)^{2}} \right]$$

$$(4.115)$$

formuliert werden.  $c_{A,P}$  und  $d_{A,P}$  sind hier die angenommene Steifigkeit und Dämpfung des Anschlags. Es wird davon ausgegangen, dass die Kraft jeweils tangential zur Epizykloidbahn wirkt,

$$\boldsymbol{F}_{A} = -F_{A} \frac{\dot{\boldsymbol{r}}_{P}^{rel}}{\left\| \left| \dot{\boldsymbol{r}}_{P}^{rel} \right\| \right\|} \,. \tag{4.116}$$

Mithilfe der Absolutkoordinaten  $\gamma_i = \varphi_S + \psi_{E,i}$  ergibt sich für die virtuelle Arbeit

$$\delta W = \left( M_S + \sum_{i=1}^{l} \left( \mathbf{F}_{D,i} + \mathbf{F}_{A,i} \right)^T \frac{\partial \mathbf{r}_{p,i}}{\partial \varphi_S} \right) \delta \varphi_S + \sum_{i=1}^{l} \left( -\mathbf{F}_{D,i} - \mathbf{F}_{A,i} \right)^T \frac{\partial \mathbf{r}_{p,i}}{\partial \gamma_i} \delta \gamma_i \qquad (4.117)$$

Unter Verwendung von

$$\delta\gamma_i = \frac{\partial\gamma_i}{\partial\varphi_S}\delta\varphi_S + \frac{\partial\gamma_i}{\partial\psi_{E,i}}\delta\psi_{E,i} \tag{4.118}$$

folgt daraus

$$\delta W = M_S \delta \varphi_S + \sum_{i=1}^{l} \left( -\mathbf{F}_{D,i} - \mathbf{F}_{A,i} \right)^T \frac{\partial \mathbf{r}_{p,i}}{\partial \psi_{E,i}} \delta \psi_{E,i}$$
(4.119)

und damit die generalisierten Kräfte

$$Q_S = M_S av{4.120}$$

$$Q_{P,i} = \left(-\boldsymbol{F}_{D,i} - \boldsymbol{F}_{A,i}\right)^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_{p,i}}{\partial \psi_{E,i}} .$$
(4.121)

Wie auch das Bogenfeder-ZMS werden Fliehkraftpendel als Teil des Designraums angesehen und das zugehörige Modell dementsprechend im Rahmen des Auslegungsprozesses größtenteils automatisiert parametriert. Ausnahmen davon sind die Parameter zur Beschreibung der Rollreibung, siehe Gleichung (4.108), und des Anschlagverhaltens. Diese müssen im Vorfeld abgestimmt werden, beispielsweise durch einen Abgleich mit Messungen aus existierenden Antrieben.

#### 4.2.4 Zahnradgetriebe

Zur Modellierung eines kompletten Fahrzeuggetriebes können nur wenige allgemeingültige Aussagen gemacht werden. Dies liegt daran, dass der konstruktive Aufbau je nach Bauart und Konzept sehr individuell sein kann.Deshalb soll hier nur auf einige Prinzipien eingegangen werden, die im Rahmen dieser Arbeit bei der Modellierung zugrunde gelegt wurden. Wie für alle Komponentenmodelle bisher auch liegt der Fokus auf der Abbildung der Torsionsdynamik des Antriebs, weshalb Verlagerungen und Durchbiegungen der einzelnen Getriebewellen nicht berücksichtigt werden. Ausgehend von der Getriebestruktur werden verzweigte Torsionsschwingerketten aus diskreten Masse- und Feder-Dämpfer-Elementen aufgebaut. Hierbei werden alle Zahnräder und die zugehörigen Synchroniserungseinheiten als starre Körper betrachtet, während die Wellenabschnitte dazwischen als masselose Drehfedern aufgefasst werden. Es empfiehlt sich hierbei eine deduktive Vorgehensweise, bei der ausgehend von einer fein diskretisierten und damit komplexen Abbildung über schrittweise Modellreduktionen eine einfachere, zweckmäßige Repräsentation abgeleitet wird, vergleiche DRESIG und FIDLIN [47]. Hierfür können beispielsweise Modalanalysen genutzt werden, um Eigenwerte und -formen des Schwingungssystems zu identifizieren. Modellteile, die bei allen Resonanzfrequenzen im interessierenden Frequenzbereich nahezu gleiche Einträge in den Eigenvektoren aufweisen, können beispielsweise als starr betrachtet und zu einem Körper zusammengefasst werden. Da Verzahnungssteifigkeiten im Allgemeinen um mehrere Größenordnungen höher sind als Wellensteifigkeiten, leitet sich aus dieser Vorgehensweise im Endeffekt auch die Annahme ab, dass alle Verzahnungen als starr betrachtet werden können. Dies führt unter Vernachlässigung des Flankenspiels zu einer kinematischen Beziehung zwischen den Drehwinkeln zweier über die Verzahnung gekoppelter Körper,

$$\varphi_A = \frac{1}{i_G} \varphi_E \ , \tag{4.122}$$

wobei  $\varphi_E$  der Winkel des treibenden und  $\varphi_A$  der Winkel des getriebenen Zahnrades ist.  $i_G$  bezeichnet die Übersetzung des Zahnradpaares, die sich aus dem Verhältnis der Zähnezahlen  $z_E$  und  $z_A$  berechnet,

$$i_G = \frac{z_A}{z_E} \ . \tag{4.123}$$

Werden Körper zusammengefasst, zwischen denen eine Zahnradstufe platziert ist, so muss die Übersetzung bei der Berechnung der zusammengesetzten Masse berücksichtigt werden, siehe hierzu wiederum DRESIG und FIDLIN [47]. Selbiges gilt auch für Steifigkeiten und Dämpfungen. Des Weiteren muss bei der Modellbildung berücksichtigt werden, dass Fahrzeuggetriebe immanent strukturvariabel sind, da sich der Kraftfluss je nach eingelegtem Gang unterscheidet. Idealerweise kann ein Modell gefunden werden, das strukturell grundsätzlich alle Gänge abbilden kann. Nichtsdestotrotz muss die Parametrierung gangabhängig angepasst werden, da sich zum einen die physikalischen Größen (Wellensteifigkeiten, Trägheiten, etc.) der an der Kraftübertragung beteiligten Elemente ändern, zum anderen allerdings auch durch die Variation der Übersetzung die reduzierten Parameter variieren. Dadurch ist die Lage und Ausprägung der Resonanzfrequenzen gangabhängig. Typischerweise ergibt sich ein Gang, der für die Getriebeakustik im untersuchten Drehzahlbereich besonders kritisch ist.

Die hier vorgeschlagene Art der Modellierung schließt die Untersuchung einiger NVH-Phänomene von vornherein aus. Zum Beispiel können keine Aussagen zum Heulen gemacht werden, da hierzu die Verläufe der Verzahnungsteifigkeiten über dem Drehwinkel des Zahnradpaares abgebildet werden müssen. Diese hängen nicht nur von der Makro- und Mikrogeometrie der Zahnradpaarung ab, sondern auch von deren translatorischen Bewegung und damit der genauen Lage des Kontaktpunktes auf den Zahnflanken. Ebenso wenig können Phänomene untersucht werden, die auf der Kinematik des Zahnkontaktes basieren, wie beispielsweise eine Kopplung von Torsions- und Biegeschwingungen. Die Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers zielt allerdings auch nicht auf die Beseitigung ebensolcher Geräusch- oder Schwingungsphänomene ab, weshalb ihre modelltechnische Abbildung im Rahmen dieser Arbeit nicht zielführend ist. Hingegen ist die Vermeidung von Getrieberasseln ein typischer Einsatzgrund für einen Schwingungsdämpfer. Dieses auf dem Anschlagen von Losteilen im Getriebe aufgrund von Torsionsanregung basierende Geräusch kann mit dem verwendeten Modell ebenfalls nur indirekt beobachtet werden, da keine Flankenspiele zwischen den einzelnen Zahnrädern berücksichtigt wurden. Gängigerweise erfolgt allerdings die simulative Bewertung der Leistungsfähigkeit eines Torsionsschwingungsdämpfers im Bezug auf Rasseln auf der Analyse der Schwingungspegel besipielsweise am Getriebeeingang. Für diese Größen werden Grenzwerte festgelegt, die als Gütekriterien dienen. Die genaue Abbildung des Stoßverhaltens der Komponenten kann deshalb entfallen, was sich sehr positiv auf die Modellkomplexität und damit die Rechenzeiten auswirkt.

Zuletzt soll wiederum auf die Verfügbarkeit der benötigten Modellparameter in frühen Phasen des Fahrzeugentwicklungszyklus eingegangen werden. Übersetzungen werden schon bei der Konzeptionierung eines Getriebes festgelegt. Steifigkeiten und Massenträgheiten der einzelnen Bauteile lassen sich bereits aus ersten Zeichnungen des Radsatzes abschätzen. Die größte Schwierigkeit ergibt sich wie häufig in der Festlegung geeigneter Größen zur Beschreibung der Dämpfung. Energie wird in Getrieben größtenteils durch das Planschen der Zahnräder im Ölbad sowie Reibung in den Verzahnungen und Lagern dissipiert. Realitätsnahe Dämpfungskoeffizienten können daher zumeist nur mit langjähriger Erfahrung bestimmt werden, falls keine Daten aus Versuchen mit vergleichbaren Getrieben vorhanden sind.

#### 4.2.5 Resttriebstrang

Für die Modellierung des restlichen Antriebs, das heißt aller Komponenten ab dem Getriebeausgang bis zum Rad, gelten letztendlich ähnliche Voraussetzungen wie für die Modellierung des Getriebes. Die Struktur verschiedener Antriebe kann sich sehr deutlich unterscheiden, weshalb kaum allgemeingültige Aussagen getroffen werden können. Klassischerweise erfolgt die Abbildung in einer Torsionsschwingerkette, die je nach Triebstrang mehr oder weniger verzweigt sein können. Kardan-, Zwischen- und Seitenwellen werden dabei durch masselose, lineare Drehfedern abgebildet. Gelenkscheiben hingegen haben meist ein nicht zu vernachlässigendes polares Trägheitsmoment und eine nichtlineare Federkennlinie. Achsgetriebe, Verteilerdifferentiale und Räder können als Starrkörper angesehen werden, was auch impliziert, dass sämtliche Verzahnungen wiederum als starr und spielfrei betrachtet werden.

#### 4.2.6 Reifen

Die korrekte Abbildung des Übertragungsverhaltens von Reifen gestaltet sich recht komplex und ist Inhalt einer Vielzahl von Veröffentlichungen, siehe unter anderem PACEJ-KA und BESSELINK [121], CLOVER und BERNARD [41], CANUDAS DE WIT und TSIO-PRAS [34], GIPSER [71], CANUDAS DE WIT et al. [35], SVENDENIUS und WITTENMARK [163] sowie PACEJKA und BESSELINK [122]. Das Reifenverhalten ist hochgradig nichtlinear und hängt stark vom genauen Aufbau aus einer metallischen Karkasse und mehreren Elastomerschichten mit unterschiedlichen Eigenschaften und Funktionen ab. Grundsätzlich werden sowohl empirisch als auch physikalisch begründete Modelle verwendet. Die Haupteinsatzgebiete komplexer Reifenmodelle finden sich allerdings eher in der Simulation der Fahrdynamik sowie der Entwicklung und Applikation von Fahrassistenzsystemen



Abbildung 4.17: Reifenlängskraft als Funktion des Schlupfes  $s \ge 0$  für variierende Reifenaufstandskräfte und  $\mu_R = 1$  [106]

und elektronischen Fahrwerkskomponenten. Hier ist das Zusammenspiel zwischen Lateral-, Vertikal- und Longitudinaldynamik des Reifens von Interesse. Da NVH-relevante Untersuchungen bevorzugt auf geraden, ebenen Strecke durchgeführt werden, ist auch bei der Berechnung von Triebstrangschwingungen nur das Verhalten in Längsrichtung entscheidend. Der Schlupf zwischen Reifenaufstandsfläche und Fahrbahn ist allerdings eine der Hauptquellen von Dämpfung im Triebstrang, weshalb eine unsachgemäße Abbildung des Reifens zu einer ungenauen Schätzung der Schwingungsamplituden führen kann [47]. Je nach betrachtetem Fahrmanöver können entweder dynamische oder quasistatische Modelle verwendet werden. Generell sind höhere Gänge aus Sicht der Phänomene, zu deren Beseitigung Torsionsschwingungsdämpfer eingesetzt werden, kritischer, da der Triebstrang hier langsamer beschleunigt und damit länger in der Nähe der Resonanzfrequenzen betrieben wird, wodurch sich größere Schwingungsamplituden ausbilden können. Deshalb wird im Rahmen dieser Arbeit ein quasistatisches Modell verwendet, das auf einem Reifenkennfeld beruht. Hier wird die durch den Reifen erzeugte Längskraft  $F_L$  als Funktion des Radschlupfes *s* und der Reifenaufstandskraft  $F_V$  hinterlegt,

$$F_L = f_L\left(\left|s\right|, F_V\right) \operatorname{sign}\left(s\right) \mu_R . \tag{4.124}$$

 $\mu_R$ ist der im Kontakt Reifen-Fahrbahn angenommene Reibwert. Der Radschlupf ist dabei definiert als

$$s = \frac{r_{dyn}\dot{\varphi}_{Rad} - v_{Fzg}}{v_{Fzg}} \tag{4.125}$$

mit der Winkelgeschwindigkeit des Rades  $\dot{\varphi}_{Rad}$ , dem dynamische Reifenradius  $r_{dyn}$  sowie der Geschwindigkeit des Fahrzeugs  $v_{Fzg}$ . Der dynamischen Reifenradius ist der Abstand der Radnabe zur Fahrbahn bei drehendem Rad und unterscheidet sich vom statischen Reifenradius durch die Aufblähung des Reifens unter Fliehkraft. Die Aufstandskraft ergibt sich aus der statischen Belastung des Reifens durch das Fahrzeuggewicht sowie der dynamischen Radlastveränderung, die aus der Beschleunigung des Fahrzeugs resultiert. Eine beispielhafte Darstellung der Abhängigkeit der Längskraft von Radschlupf und Aufstandskraft findet sich in **Abbildung 4.17**.

# 4.3 Gesamttriebstrangmodelle - Analysemodell

Aus den zuvor diskutierten Komponentemodellen lässt sich eine Modellbibliothek aufbauen, aus der verschiedenste Gesamttriebstrangmodelle zusammengesetzt werden können. Dieser Zusammenhang ist schematisch in **Abbildung 4.18** dargestellt. Dazu müssen die Schnittstellen zwischen den Teilmodellen klar definiert sein, was bei der Modellerstellung jeweils berücksichtigt werden muss. Abhängig davon, welche Fahrsituation betrachtet werden soll, können auch nur ein Teil der Komponenten benötigt werden. Beispielsweise ist bei einem Motorstart die Kupplung geöffnet, was dazu führt, dass das Berechnungsmodell letztendlich nur aus dem Verbrennungsmotor und dem Dämpfersystem besteht. **Abbildung 4.19** zeigt den Aufbau eines exemplarischen Simulationsmodells für einen Standardantrieb mit Vierzylindermotor. Als Torsionschwingungsdämpfer wird ein ZMS mit zusätzlichen Fliehkraftpendeln eingesetzt. Das Doppelkupplungsgetriebe wird mit drei Trägheiten modelliert, die durch lineare Feder-Dämpfer-Elemente verbunden sind. Der restliche Triebstrang besteht aus der Gelenkscheibe mit nichtlinearer Federkennlinie, der Kardanwelle und dem Hinterachsgetriebe. Es wird weiterhin angenommen, dass die rechte und linke



Abbildung 4.18: Aufbau verschiedener Gesamttriebstrangmodellen aus einer Komponentenbibliothek



Reihenmotor

Fahrzeughälfte symmetrisch sind, das Fahrzeug stets geradeaus fährt und sich die Reibbeiwerte der Reifen-Fahrbahn-Kontakte nicht unterscheiden. Damit können die Seitenwellen sowie die Vorder- und Hinterräder mit Reifen jeweils zu einer Steifigkeit beziehungsweise einer Masse zusammengefasst werden. Die durch die Hinterreifen erzeugte Längskraft beschleunigt letztendlich das Fahrzeug, während die Vorderachse nur mitgeschleppt wird. Äußere Kräfte, die am System angreifen, sind zum einen die Gaskräfte  $F_{G,i}$ , i = 1..4 in den Zylindern des Motors sowie die Fahrwiderstände, bestehend aus dem Luft- und Rollwiderstand  $F_{W,L}$  und  $F_{W,R}$ , die der Bewegung des Fahrzeugs entgegen wirken. Es gilt dabei

$$F_{W,L} = \frac{1}{2} \varrho_{Luft} c_W A_{Fzg} v_{Fzg}^2 , \qquad (4.126)$$

$$F_{W,R} = f_{R,V}F_{V,V} + f_{R,H}F_{V,H} \tag{4.127}$$

mit der Luftdichte  $\varrho_{Luft}$ , dem Luftwiderstandsbeiwert  $c_W$ , der Stirnfläche des Fahrzeugs  $A_{Fzg}$  sowie den Rollwiderstandsbeiwerten  $f_{R,V}$  und  $f_{R,H}$  der Vorder- und Hinterreifen.  $F_{V,V}$  und  $F_{V,H}$  sind die Reifenausftandskräfte an der Vorder- und Hinterachse.

### 4.4 Simulation verschiedener Fahrsituationen

Im Folgenden wird das Verhalten von Antriebsträngen in zwei für die Schwingungsdämpferauslegung relevanten Fahrsituationen diskutiert. Wie der konstruktive Aufbau ist auch die Dynamik einzelner Antriebe sehr individuell. Aus diesem Grund können nur wenige allgemeingültige Aussagen getroffen werden. Es sollen hier dennoch einige Phänomene aufgezeigt werden, die häufig zu beobachten sind.

#### 4.4.1 Beschleunigungsfahrt (Zug)

Die Beschleunigungsfahrt ist möglicherweise der am häufigsten auftretende Fahrzustand. Der Motor beschleunigt das Fahrzeug hierbei ausgehend von einer Anfangsdrehzahl gegen



Abbildung 4.20: Drehschwingungsamplituden an verschiedenen Stellen eines Allradtriebstrangs mit Sechszylindermotor (a) ZMS-Primärschwungrad (b) ZMS-Sekundärschwungrad (c) Getriebeeingang (d) Vorderachsgetriebe

die Fahrwiderstände, bis eine definierte Enddrehzahl erreicht ist. Der aus Torsionsdämpfersicht interessierende Drehzahlbereich ist dabei von der genauen Antriebskonfiguration abhängig, liegt allerdings meistens zwischen der Leerlaufdrehzahl des Motors und 3000 U/min. Darüber hinaus werden zumeist andere Geräuschquellen wie die Fahrzeugumströmung, der Motor oder die Reifen dominant, welche die Antriebsakustik überdecken. Abbildung 4.20 zeigt exemplarische Ergebnisse für Torsionsschwingungsamplituden in einem Allradtriebstrang mit Sechszylinderheckmotor. Dargestellt sind jeweils Schwingungspegel  $\dot{\dot{\varphi}}$  an einigen relevanten Komponenten für unterschiedliche Gänge über der mittleren Motordrehzahl  $\dot{\varphi}_{KW}$ . Die Motoranregung bleibt dabei nahezu unberührt vom gewählten Gang. Zudem zeigen sich mehrere Triebstrangresonanzen, deren Lage je nach Fahrstufe variiert. Dies wird vor allem an den Kurven für die ZMS-Sekundärseite und den Getriebeeingang am deutlichsten. Die Eigenform, die für die Schwingungsüberhöhung am Vorderachsgetriebe bei circa 1500 U/min verantwortlich ist, scheint dagegen kaum von der Getriebeübersetzung abhängig zu sein. Am kritischsten sind die Pegel in diesem Antrieb beim Beschleunigen im siebten Gang, weshalb dieser als auslegungsrelevant betrachtet werden kann. Deutlich zu erkennen ist auch die isolierende Wirkung des ZMS, welches die Anregung, die in den Triebstrang eingeleitet wird, deutlich reduziert.

Abbildung 4.21 stellt das Schwingungsverhalten verschiedener Triebstränge gegenüber. Die Motordaten und das Torsionsdämpferkonzept wurden dabei jeweils für alle Berechnungen unverändert beibehalten. Wie bereits erwähnt ist das individuelle Verhalten verschiedener Triebstränge stark abhängig vom genauen Aufbau. Nichtsdestotrotz zeigen sich hier



Abbildung 4.21: Drehschwingungsamplituden an ZMS-Primärschwungrad und Getriebeeingang für verschiedene Triebstränge mit identischem Verbrennungsmotor und Torsionsschwingungsdämpfer

einige Eigenschaften, die sich allgemein beobachten lassen, wie beispielsweise das Entstehen von Schwingungsüberhöhungen durch Eigenfrequenzen des Antriebs, die durch den Motor angeregt werden. Schwere, weiche Triebstränge wie Standard- oder Allradantriebe haben ihre Resonanzen bei tieferen Drehzahlen als kurze, steife Antriebe und sind daher aus Komfortsicht meist kritischer. Des Weiteren lässt sich beobachten, dass das ZMS als Isolator in beide Richtungen funktioniert und auch die Rückkopplung der Triebstrangschwingungen auf den Verbrennungsmotor reduziert. Aus diesem Grund sind die Amplituden am Motor in allen betrachteten Fällen nahezu gleich.

Der Verbrennungsmotor als Haupterregungsquelle definiert einen Großteil des Aufwandes, der für einen aus Vibrations- und Geräuschsicht unauffälligen Antrieb unternommen werden muss. In **Abbildung 4.22** sind die Schwingungsamplituden dargestellt, die beim Betrieb eines Allradtriebstrangs mit einem Vier- und einem Sechszylindermotor beobachtet werden. Als Schwingungsdämpfer wurde jeweils ein identisches ZMS mit Innendämpfer gewählt. Wie schon in Abschnitt 4.2.1 dargestellt, sorgt der Vierzylindermotor für eine deutlich größere Anregung mit tieferer Frequenz. Die Resonanzstellen verschieben sich deshalb im Vergleich zum Sechszylindermotor zu höheren Motordrehzahlen. Dadurch wird der Betriebsbereich, in dem das Fahrzeug komfortabel bewegt werden kann, zu höheren Motordrehzahlen verschoben, was sich wiederum negativ auf den Kraftstoffverbrauch und die  $CO_2$ -Emmisionen auswirkt. Der hier gewählte Schwingungsdämpfer bietet für diese Anwendung keine ausreichende Reduzierung der Anregung, weshalb entweder auf ein anderes



Abbildung 4.22: Drehschwingungsamplituden an ZMS-Primärschwungrad und Getriebeeingang für verschiedene Verbrennungsmotoren mit identischem Triebstrang und Torsionsschwingungsdämpfer

Konzept zurückgegriffen werden muss, oder eine weichere Auslegung des ZMS erfolgen muss, was allerdings mehr Bauraum benötigt.

In Abbildung 4.23 wird die Leistungsfähigkeit verschiedener Dämpferkonzepte verglichen. Die Basis bildet immer ein Bogenfeder-ZMS, das um weitere Maßnahmen ergänzt wird. Der betrachtete Antrieb besteht aus einem Handschaltgetriebe, einem Sechszylindermotor und reinem Heckantrieb. Das Grundkonzept bietet die schlechteste Schwingungsreduzierung, hat allerdings Vorteile bei Gewicht, Massenträgheit und Bauteilkosten. Ein zusätzlicher Innendämpfer, das heißt seriell zu den Bogenfedern angeordnete gerade Federn, verbessern die Performance bereits deutlich. Die geringeren Amplituden auf der ZMS-Primärseite kommen daher, dass das Massenträgheitsmoment des ZMS-Sekundärschwungrades virtuell reduziert wird, weil eine zusätzliche Elastizität eingebracht wurde. Der Einsatz von Fliehkraftpendeln (vergleiche Abbildung 2.6(b)) führt zu einem weiter gesteigerten Isolationsgrad, allerdings nimmt durch das stark nichtlineare Verhalten von drehzahladaptiven Tilgern die Systemkomplexität, der Auslegungsaufwand sowie die Komponentenkosten deutlich zu. Sollte der dargestellte Schwingungskomfort immer noch nicht ausreichend sein, können durch Kombinationen einzelner Systeme die Anregung des Triebstrangs weiter verringert werden. Für Handschaltgetriebe ist eine klassische Lösung hierfür der Einsatz einer gedämpften Kupplungsscheibe (siehe Abbildung 2.6(a)). Hierbei handelt es sich letztendlich um einen Innendämpfer, der allerdings nicht zwischen Primär- und Sekundärseite des ZMS angeordnet wird, sondern in die Kupplung integriert



Abbildung 4.23: Drehschwingungsamplituden an ZMS-Primärschwungrad und Getriebeeingang für verschiedene Torsionsschwingungsdämpfer mit identischem Verbrennungsmotor und Triebstrang

ist. Dieses Dämpferkonzept wird häufig gewählt, um bei Standardantrieben die Entstehung von Geräuschen zu vermeiden, die am Hinterachsdifferential entstehen. Die beste Schwingungsminderung im hier betrachteten Beispiel bietet die Kombination aus Innendämpfer und Fliehkraftpendel. Ein solches Konzept ist meistens sehr bauraumaufwändig, schwer und kostenintensiv. Der Innendämpfer bleibt dabei im Bauraum unter den Bogenfedern, während die Fliehkraftpendel auf einen großen Durchmesser axial daneben platziert werden. Diese Anordnung wird auch als externe oder außenliegende Fliehkraftpendel bezeichnet (im Gegensatz zu internen oder inneliegenden Pendeln, wie sie in Abbildung 2.6(b) dargestellt sind). Durch die Anordnung außerhalb des durch die Bogenfedern begrenzten Bauraumes können schwerere Pendel eingesetzt und größere Schwingwinkel zugelassen werden, was die Performance weiter steigert. Die praktische Umsetzung mit einem Handschaltgetriebe ist allerdings sehr herausfordernd, da der zur Verfügung stehende Bauraum axial durch die Kupplung stark eingeschränkt wird. Es sei erwähnt, dass durch den Innen-dämpfer auch hier wiederum die Schwingungsamplituden am Motor abgesenkt werden.

#### 4.4.2 Motorstart

Der Motorstart ist neben der Beschleunigungsfahrt einer der kritischsten Betriebszustände für die Antriebsakustik. Durch die Tatsache, dass das Fahrzeug steht oder nur langsam rollt und damit maskierende Geräusche und Vibrationen aus anderen Quellen fast nicht vorhanden sind, werden alle Schwingungen und Geräusche des Antriebs deutlicher wahrgenommen. Bei Antrieben mit ZMS wird während des Beschleunigens des Verbrennungsmotors vom Stillstand bis zu seiner Leerlaufdrehzahl außerdem die Eigenfrequenz des Dämpfers durchquert, was zu sehr großen Schwingungsamplituden führen kann. Wird hierbei kein ausreichendes mittleres Drehmoment zu Verfügung gestellt, kann es vorkommen, dass der Triebstrang in der Resonanz verharrt und die zugeführte Energie nicht zu einer Steigerung der mittleren Drehzahl führt, sondern dazu, dass sich der Antrieb immer weiter aufschwingt. Dieses Phänomen wird als "Starthänger" bezeichnet und ist dem SOM-MERFELD-Effekt beim Hochlauf unausgewuchteter Rotoren sehr ähnlich, siehe hierzu auch DRESIG und FIDLIN [47]. Dies führt zu extremen Schwingungsamplituden mit erheblichen negativen Auswirkungen auf den Komfort und kann ohne geeigneten Eingriff in die Motorsteuerung sehr schnell zur Zerstörung einzelner Komponenten führen. Drehzahlverläufe bei erfolgreichen Startvorgänge sind in Abbildung 4.24 dargestellt. Da der Verbrennungsmotor im Stillstand kein Drehmoment erzeugen kann, wird er durch den elektrischen Anlassermotor auf eine bestimmte Drehzahl geschleppt. Der genaue Verlauf der Drehzahlen hängt im Weiteren stark von der Winkellage  $\varphi_{KW}(t=0)$ , bei welcher der Motor zuletzt



Abbildung 4.24: Drehzahlen des Primär- und Sekundärschwungrades während des Startvorgangs eines Sechszylindermotors mit verschiedenen Torsionsschwingungsdämpfern

abgestellt wurde, der Umgebungs- und der Motortemperatur sowie der Zusammensetzung der Füllung der jeweiligen Zylinder ab. Die Verbrennungsprozesse in den einzelnen Brennräumen laufen zu Beginn des Startvorgangs zumeist nicht ideal ab, weshalb häufig erst einige Zündungen erfolgen, die zu keiner oder einer unvollständigen Verbrennung führen. Im dargestellten Beispiel liefert erst der dritte Zylinder ein nennenswertes Drehmoment, das zur Beschleunigung beiträgt. Der Resonanzdurchgang findet zwischen 400 und 600 U/min statt. Der Motor wird im weiteren Verlauf bis zu einer Maximaldrehzahl beschleunigt, bevor der Leerlaufregler eingreift und die Drehzahl auf dem gewünschten Leerlaufniveau einregelt. Der angestrebte Drehzahlverlauf wird im Rahmen der Motorapplikation gezielt eingestellt und kann für verschiedene Startvarianten durchaus variieren.

Für den Komfort eines Motorstarts ist eine möglichst steife Federkennlinie des Torsionsschwingungsdämpfers vorteilhaft, da die Eigenfrequenz damit eher in Bereichen liegt, in denen durch die Verbrennung bereits ein signifikantes Moment erzeugt wird. Der kritische Drehzahlbereich wird damit schneller durchschritten und die Amplituden bleiben begrenzt. Aus diesem Grund sind Triebstränge mit ZMS hier deutlich kritischer als solche ohne oder nur mit einer gedämpften Kupplungsscheibe. Der Einsatz einer möglichst hohen Steifigkeit zur Verbesserung des Startkomforts führt allerdings direkt zu einer Verschlechterung der Schwingungsisolation im Zugbetrieb. Diese beiden Fahrsituationen stellen deshalb diametral gegensätzliche Anforderungen an die Auslegung eines Dämpfers. Dieser Zielkonflikt kann nur durch einen Kompromiss oder zusätzliche Maßnahmen gelöst werden. Der Ef-



Abbildung 4.25: Winkelbeschleunigung des Sekundärschwungrades während des Startvorgangs eines Sechszylindermotors mit verschiedenen Torsionsschwingungsdämpfern

fekt der Dämpfersteifigkeit zeigt sich im Vergleich der Simulationsergebnisse für ein ZMS jeweils mit Innendämpfer und mit Fliehkraftpendel. Die effektive Steifigkeit der Variante mit Innendämpfer ist geringer, was sich in größeren Schwingungsamplituden und einer geringeren Zunahme der mittleren Drehzahl auswirkt. Die Resonanzfrequenz liegt in etwa 1 Hz tiefer, was bei einem Sechszylindermotor circa 200 U/min entspricht.

Die Bewertung des Motorstarts erfolgt anhand einiger Kriterien. Eines davon ist die Startzeit, das heißt die Zeitspanne, die ab dem Auslösen des Startvorgangs vergeht, bis die mittlere Motordrehzahl erstmalig die Leerlaufdrehzahl übersteigt. Ein langsamer Start wird von Kunden als unkomfortabel und qualitativ minderwertig empfunden. Eine weitere Größe, anhand derer der Startkomfort bewertet wird, ist die Winkelbeschleunigung des ZMS-Sekundärschwungrades, die häufig mit der Beschleunigung der Sitzschiene korreliert und damit eher die Vibrationsbelastung des Fahrers berücksichtigt. Betragsmäßig große Werte werden als kritisch betrachtet. Abbildung 4.25 zeigt die Beschleunigungen der Sekundärseite während der bereits diskutierten Startvorgänge. Auch hier zeigen sich höhere Amplituden für das ZMS mit Innendämpfer. Beim Dämpfer mit Fliehkraftpendel zeigt sich zudem ein großer Nachteil dieses Konzepts. Während des Startvorgangs überschreiten die Pendel ihren maximalen Schwingwinkel und schlagen an den Begrenzungen an, was zu sprunghaften Beschleunigungen der Sekundärseite führt. Je schwerer die Pendel sind. desto größer werden die Spitzenwerte, was wiederum zu einem Zielkonflikt zwischen Start- und Zugkomfort führt. Die impulsartigen Anregungen sind für den Fahrer kaum spürbar, dafür allerdings teilweise sehr deutlich hörbar und können zu Reklamationen führen. Die Defini-



Abbildung 4.26: Verdrehwinkel der Bogenfeder während des Startvorgangs eines Sechszylindermotors mit verschiedenen Torsionsschwingungsdämpfern

tion eines Grenzwertes für die betragsmäßig maximale Winkelbeschleunigung muss deshalb an das jeweilige Dämpferkonzept angepasst werden, da unterschiedliche NVH-Phänomene abgeprüft werden.

Ein letztes Kriterium zur Bewertung des Startverhaltens ist der Verdrehwinkel der Bogenfeder während des Resonanzdurchgangs, siehe **Abbildung 4.26**. Hierbei steht weniger der Komfort im Vordergrund als vielmehr die Betriebsfestigkeit des Dämpfers. Bei zu großen Verdrehungen während des Starts wird der Bereich verlassen, in dem die Federn dauerfest sind. Eine übermäßige Belastung kann damit über die Laufzeit des Fahrzeugs beispielsweise zu einem Bruch der Federwindungen, einem Ausfall des gesamten Dämpfersystems und damit des Antriebs führen.

# 5 Optimierung

Leistungsfähige Optimierungsverfahren sind der Schlüssel zu einer erfolgreichen automatisierten Auslegung und somit ein Kernelement der in dieser Arbeit diskutierten Methode. In diesem Kapitel sollen zunächst die mathematischen Grundlagen der Optimierung dargelegt werden, siehe Abschnitt 5.1. Anschließend werden zwei Strategien zur Lösung nichtlinearer beschränkter Optimierungsprobleme näher diskutiert, welche die Grundlage des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Optimierungskonzeptes bilden. Dies ist Sequential Quadratic Programming als Beispiel eines gradientenbasierten Verfahrens (Abschnitt 5.2) und Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization als typische gradientenfreie Methode (Abschnitt 5.3). In Abschnitt 5.4 wird auf die genaue Formulierung des Optimierungsproblems für die Schwingungsdämpferkonzipierung eingegangen, was nach ESCHENAUER [57] das Optimierungsmodell darstellt und damit die Methode vervollständigt. Zuletzt werden die beiden vorgestellten Verfahren in Abschnitt 5.5 zu einem Algorithmus kombiniert, mit dem die automatisierte Auslegung von Torsionsschwingungsdämpfern durchgeführt und die Iterationssschleife geschlossen wird.

# 5.1 Grundlagen

Die Optimierung ist letzten Endes die Wissenschaft, die sich mit der Identifikation der besten Lösung eines mathematisch formulierten Problems beschäftigt [66]. Dieses Problem repräsentiert häufig eine Aufgabenstellung aus den Ingenieur-, Natur- oder Wirtschaftswissenschaften. Um zu entscheiden, welche Lösung aus Sicht der Anwendung die beste ist, wird ein Gütekriterium benötigt, das eine eindeutige Quantifizierung der Leistungsfähigkeit des betrachteten Systems mit einer einzigen Zahl erlaubt [120]. Dieses Kriterium stellt das Optimierungsziel dar und die zugehörige mathematische Beschreibung wird als Zielfunktion f bezeichnet. Diese wiederum ist abhängig von den charakteristischen Größen des Systems  $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ , die als Optimierungsparameter oder -variablen bezeichnet und als Vektor notiert werden. Die Gesamtheit der Variablen nennt man Entwurf oder Design. Zumeist werden Optimierungsaufgaben als Minimierungsprobleme definiert, das heißt es werden Lösungen  $\boldsymbol{x}^*$  für das Problem

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}}f\left(\boldsymbol{x}\right)\tag{5.1a}$$

gesucht.  $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n$  wird als Lösungs-, Entwurfs- oder Designraum bezeichnet und es gilt  $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ . Jeder Entwurf x ist ein Punkt im Designraum. Falls  $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$  ist, spricht man von einem unbeschränkten Optimierungsproblem. In den meisten Aufgaben unterliegen die Parameter allerdings Restriktionen und Grenzen, welchen den Lösungsraum einschränkten und auf ein beschränktes Optimierungsproblem führen. Die Einschränkungen der Variablen

und ihre Zusammenhänge untereinander werden durch Nebenbedingungen definiert. Man unterscheidet dabei Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen,

$$\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}\right) = \boldsymbol{0} , \qquad (5.1b)$$

$$\boldsymbol{h}\left(\boldsymbol{x}\right) \leq \boldsymbol{0} \,\,, \tag{5.1c}$$

wobei  $\boldsymbol{g}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{m_{\mathcal{E}}}$  und  $\boldsymbol{h}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{m_{\mathcal{I}}}$ . Der Designraum ist damit definiert durch

$$\mathcal{D} = \{ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n : \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \le \boldsymbol{0} \}$$
(5.2)

Alle Vektoren  $\boldsymbol{x} \in \mathcal{D}$  werden als zulässige Punkte bezeichnet. Im Folgenden werden nur noch Optimierungsaufgaben unter Nebenbedingungen behandelt. Für die Diskussion der unbeschränkten Optimierung wird auf die Literatur verwiesen, beispielsweise GILL et al. [69], SPELLUCCI [160], FLETCHER [66] oder NOCEDAL und WRIGHT [120]. Bei der optimalen Auslegung eines dynamischen Systems sind die Zielfunktion und die Nebenbedingungen häufig nicht nur explizit von den Parametern abhängig, sondern auch implizit über die Zustandsgrößen  $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}, t)$  und deren jeweilige Zeitableitungen  $\dot{\boldsymbol{q}}$  sowie  $\ddot{\boldsymbol{q}}$ . Zudem wirken sich externe Anregungen  $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{e}(t)$  auf das Systemverhalten und damit auf die Zielfunktion und die Nebenbedingungen aus. Diese können weiterhin explizit zeitabhängig sein. Das Optimierungsproblem für die Synthese eines dynamischen Systems ist deshalb durch

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}} f\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{e},t\right) , \qquad (5.3a)$$

$$\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{e}, t\right) = \boldsymbol{0} , \qquad (5.3b)$$

$$\boldsymbol{h}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{e},t\right) \leq \boldsymbol{0} \tag{5.3c}$$

gegeben. BESTLE [25] geht näher auf zweckmäßige Formulierungen für Probleme im Bereich der Optimierung von Mehrkörpersystemen ein.

Es soll hier kurz darauf eingegangen werden, durch welche Kriterien bestimmt werden kann, ob ein Punkt  $\boldsymbol{x}^*$  eine Lösung eines beschränkten Optimierungsproblems ist. Für eine umfangreiche Ableitung der sogenannten Optimalitätskriterien wird allerdings auf die einschlägige Literatur wie GILL et al. [69], SPELLUCCI [160], FLETCHER [66] oder NOCEDAL und WRIGHT [120] verwiesen. Eine übersichtliche, wenn auch weniger strikte Diskussion findet sich auch bei BESTLE [25]. Zunächst werden einige wichtige Begrifflichkeiten eingeführt. Die Menge  $\boldsymbol{\mathcal{E}}$  umfasst die Indizes  $i = 1..m_{\boldsymbol{\mathcal{E}}}$  aller Gleichheitsnebenbedingungen  $\boldsymbol{g} = [g_1, g_2, ..., g_{m_{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}]^T$ . Analog finden sich alle Indizes  $j = 1..m_{\mathcal{I}}$  der Ungleichheitsnebenbedingungen  $\boldsymbol{h} = [h_1, h_2, ..., h_{m_{\mathcal{I}}}]^T$  in der Menge  $\mathcal{I}$ . Die Menge der aktiven Nebenbedingungen (aktive Menge)  $\mathcal{A}(\boldsymbol{x})$  am Punkt  $\boldsymbol{x}$  ist definiert durch

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{x}) = \mathcal{E} \cup \{ j \in \mathcal{I} : h_j(\boldsymbol{x}) = 0 \} \quad .$$
(5.4)

Ein Punkt  $\boldsymbol{x}$  wird als regulär bezeichnet, wenn die Gradienten der aktiven Nebenbedingungen  $\nabla_{\boldsymbol{x}} g_i(\boldsymbol{x}), i \in \mathcal{E}$  und  $\nabla_{\boldsymbol{x}} h_j(\boldsymbol{x}), j \in \mathcal{A}(\boldsymbol{x})$  an diesem Punkt linear unabhängig sind. Die Menge  $\mathcal{F}(\boldsymbol{x})$  umfasst alle zulässigen Richtungen  $\delta \boldsymbol{x}$  an einem zulässigen Punkt  $\boldsymbol{x}$ , das heißt

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{x}) = \left\{ \delta \boldsymbol{x} : \begin{array}{l} \delta \boldsymbol{x}^T \nabla_{\boldsymbol{x}} g_i(\boldsymbol{x}) = 0, \quad i \in \mathcal{E} \\ \delta \boldsymbol{x}^T \nabla_{\boldsymbol{x}} h_j(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad j \in \mathcal{A}(\boldsymbol{x}) \end{array} \right\}$$
(5.5)

Außerdem wird die LAGRANGE-Funktion  $\mathcal{L}$  definiert,

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}) = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}} \lambda_i g_i(\boldsymbol{x}) + \sum_{j=1}^{m_{\mathcal{I}}} \mu_j h_j(\boldsymbol{x}) \quad .$$
(5.6)

Die Komponenten der Vektoren  $\lambda$  und  $\mu$  werden als LAGRANGE-Multiplikatoren bezeichnet. Hiermit lassen sich jetzt die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für ein lokales Optimum aufstellen. Es wird angenommen, dass f, g und h stetig differenzierbar sind und der Punkt  $x^*$  eine lokale Lösung des Problems (5.1) ist. Dann existieren LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda^*$  und  $\mu^*$ , sodass folgende Bedingungen erfüllt sind

$$\nabla_{\boldsymbol{x}} \mathcal{L} \left( \boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^* \right) = \boldsymbol{0} , \qquad (5.7a)$$

$$\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}^{*}\right) = \boldsymbol{0} , \qquad (5.7b)$$

$$\boldsymbol{h}\left(\boldsymbol{x}^{*}\right) \leq \boldsymbol{0} , \qquad (5.7c)$$

$$\boldsymbol{\mu}^* \ge \mathbf{0} \;, \tag{5.7d}$$

$$\mu_j^* h_j \left( \boldsymbol{x}^* \right) = 0 , \quad j \in \mathcal{I} .$$
(5.7e)

Diese Bedingungen sind auch unter der Bezeichnung KARUSH-KUHN-TUCKER-Bedingungen oder kurz KKT-Bedingungen geläufig. Grundsätzlich existieren viele mögliche Multiplikatoren zu einer Lösung  $\boldsymbol{x}^*$ . Falls diese allerdings regulär ist, sind die Vektoren  $\boldsymbol{\lambda}^*$  und  $\boldsymbol{\mu}^*$  eindeutig bestimmt. Gleichung (5.7e) bezeichnet man als Komplementaritätsbedingung. Sie verhindert, dass die KKT-Bedingungen direkt zur Berechnung des Optimums herangezogen werden können. Es ergibt sich ein kombinatorisches Problem mit  $2^{m_{\mathcal{I}}}$  Fällen. Sind die LAGRANGE-Multiplikatoren  $\mu_j \neq 0$ , so ist die zugehörige Nebenbedingung aktiv, das heißt  $h_j = 0$  und  $j \in \mathcal{A}$ . Umgekehrt ergibt sich für eine inaktive Nebenbedingung  $h_j < 0$  ein verschwindender Multiplikator  $\mu_j = 0$  [154]. Der Fall  $h_j = 0$  und  $\mu_j = 0$  ist ebenfalls möglich.

Zusätzlich kann eine hinreichende Optimalitätsbedingung zweiter Ordnung angegeben werden. Zu einem Punkt  $x^*$  gibt es Vektoren der LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda^*$  und  $\mu^*$ , sodass die KKT-Bedingungen (5.7) erfüllt sind. Falls

$$\delta \boldsymbol{x}^{T} \nabla_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}}^{2} \mathcal{L} \left( \boldsymbol{x}^{*}, \boldsymbol{\lambda}^{*}, \boldsymbol{\mu}^{*} \right) \delta \boldsymbol{x} > 0 \quad \forall \, \delta \boldsymbol{x} \in \mathcal{F} \left( \boldsymbol{x}^{*} \right)$$
(5.8)

gilt, dann ist  $\boldsymbol{x}^*$  eine lokale Lösung des Optimierungsproblems (5.1).

## 5.2 Sequential Quadratic Programming (SQP)

Sequential Quadratic Programming (SQP) ist einen der effektivsten Methoden zur Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen. Hierbei wird, wie der Name bereits andeutet, eine Sequenz an Schritten erzeugt, die vom Ausgangsentwurf zum Optimum führen. Die Berechnung dieser Schritte erfolgt durch die Lösung quadratischer Subprobleme. SQP ist kein eigenständiges Verfahren, sondern vielmehr eine Kombination verschiedener Algorithmen, weshalb eine Vielzahl an unterschiedlichen Varianten existiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die standardmäßig in MATLAB<sup>®</sup> implementierte Version verwendet, weshalb sich die Ausführungen im Folgenden hierauf konzentrieren. Eine ausführliche Ableitung und eine Diskussion mehrerer Möglichkeiten zur Umsetzung der SQP-Methode findet sich bei NOCEDAL und WRIGHT [120].

Wie bereits erwähnt, besteht die Grundidee zur Lösung des Optimierungsproblems (5.1) darin, eine Folge an Punkten zu generieren, die zum Optimum  $\boldsymbol{x}^*$  konvergiert. Hierbei berechnet sich der Vektor  $\boldsymbol{x}^{k+1}$  in Iteration k + 1 aus einem zulässigen Entwurf  $\boldsymbol{x}^k$  und einem Schritt  $\boldsymbol{p}^k$  nach

$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}^k + \alpha^k \boldsymbol{p}^k. \tag{5.9}$$

 $\alpha^k$ wird hierbei als Schrittweite bezeichnet. Der Schritt $\pmb{p}^k$ ergibt sich als Lösung des quadratischen Optimierungsproblems

$$\min_{\boldsymbol{p}} f\left(\boldsymbol{x}^{k}\right) + \nabla_{\boldsymbol{x}} f\left(\boldsymbol{x}^{k}\right)^{T} \boldsymbol{p} + \frac{1}{2} \boldsymbol{p}^{T} \nabla_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}}^{2} \mathcal{L}\left(\boldsymbol{x}^{k}, \boldsymbol{\lambda}^{k}, \boldsymbol{\mu}^{k}\right) \boldsymbol{p} , \qquad (5.10a)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{x}} g_i \left( \boldsymbol{x}^k \right)^T \boldsymbol{p} + g_i \left( \boldsymbol{x}^k \right) = \boldsymbol{0}, \quad i \in \mathcal{E} , \qquad (5.10b)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{x}} h_j \left( \boldsymbol{x}^k \right)^T \boldsymbol{p} + h_j \left( \boldsymbol{x}^k \right) \leq \boldsymbol{0}, \qquad j \in \mathcal{I} .$$
 (5.10c)

Dieses Ersatzproblem ist die Minimierung einer quadratischen Approximation der LA-GRANGE-Funktion unter linearisierten Nebenbedingungen. Für eine strikte Herleitung von (5.10) wird auf NOCEDAL und WRIGHT [120] verwiesen.

Zur Lösung des Problems (5.10) stehen eine Vielzahl an Methoden bereit. Der verwendete SQP-Algorithmus nutzt dafür ein sogenanntes Aktive-Restriktionen-Verfahren, wie es beispielsweise von GILL et al. [70] beschrieben wird. Auch dieses Verfahren in sich basiert wiederum auf einem iterativen Prozess, in dem eine Sequenz an Punkten

$$\boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^{k+1} = \boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^k + \alpha_{\mathcal{A}}^k \boldsymbol{s}_{\mathcal{A}}^k \tag{5.11}$$

erzeugt wird, bis ein Optimum  $\boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^*$  gefunden ist. Hierbei wird eine Schätzung für die aktive Menge  $\mathcal{A}(\boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^*)$  an der Lösung verwendet, die sogenannte Arbeitsmenge  $\mathcal{W}(\boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^k) \subseteq \mathcal{A}(\boldsymbol{p}_{\mathcal{A}}^k)$ . Diese Menge enthält alle Gleichheitsnebenbedingungen und diejenigen Ungleichheitsnebenbedingungen, von denen aktuell angenommen wird, dass sie am Optimum aktiv sind. Alle anderen Ungleichheitsnebenbedingungen werden vernachlässigt. Es ergibt sich ein rein gleichheitsrestringiertes Optimierungsproblem für den Schritt  $s_{\mathcal{A}}^{k}$ , dessen Lösung  $\left\{s_{\mathcal{A}}^{k*}, \lambda_{\mathcal{A}}^{k*}, \mu_{\mathcal{A}}^{k*}\right\}$  direkt aus den KKT-Bedingungen (5.7a) und (5.7b) berechnet werden kann. Falls  $s_{\mathcal{A}}^{k*} = \mathbf{0}$  und  $\mu_{\mathcal{A},j}^{k*} \geq 0$ ,  $j \in \mathcal{I} \cap \mathcal{W}\left(\mathbf{p}^{k}\right)$  wurde das Optimum  $\mathbf{p}_{\mathcal{A}}^{*} = \mathbf{p}_{\mathcal{A}}^{k}$  gefunden. Sollte einer oder mehrere LAGRANGE-Multiplikatoren negativ sein, wird die Nebenbedingung mit dem kleinsten zugehörigen Multiplikator aus der Arbeitsmenge entfernt, k = k + 1 gesetzt und eine neue Lösung  $\left\{s_{\mathcal{A}}^{k*}, \lambda_{\mathcal{A}}^{k*}, \mu_{\mathcal{A}}^{k*}\right\}$  berechnet. Falls hingegen  $s_{\mathcal{A}}^{k*} \neq \mathbf{0}$  ist, wird ein möglichst großes  $\alpha_{\mathcal{A}}^{k} \in [0, 1]$  berechnet, für das der neue Punkt  $\mathbf{p}_{\mathcal{A}}^{k+1}$  noch zulässig ist. NOCEDAL und WRIGHT [120] geben hierfür eine einfache Formel an. Wird der volle Schritt  $\alpha_{\mathcal{A}}^{k} = 1$  von einer oder mehreren Nebenbedingung blockiert, so wird eine dieser Restriktionen zu der Arbeitsmenge hinzugefügt. Danach wird ein neuer Punkt nach (5.11) berechnet und die Iteration so lange wiederholt, bis die Lösung  $\mathbf{p}_{\mathcal{A}}^{*}$  identifiziert wurde. Dieser Vektor wiederum ist der Schritt für das übergeordnete Verfahren (5.9),  $\mathbf{p}^{k} = \mathbf{p}_{\mathcal{A}}^{*}$ . Es muss allerdings noch die Schrittweite  $\alpha^{k}$  bestimmt werden. Hierfür nutzt die betrachtete SQP-Methode eine Bewertungsfunktion  $\Psi(\mathbf{x})$ , wie sie beispielsweise von HAN [77] und POWELL [130] verwendet wird. Sie hat die Form

$$\Psi\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r}_{p}\right) = f\left(\boldsymbol{x}\right) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}} r_{p,i} |g_{i}\left(\boldsymbol{x}\right)| + \sum_{j=1}^{m_{\mathcal{I}}} r_{p,m_{\mathcal{E}}+j} \max\left(0,h_{j}\left(\boldsymbol{x}\right)\right) , \qquad (5.12)$$

wobei  $r_p \geq 0$  als Straf- oder Penaltyfaktoren bezeichnet werden. Die Bewertungsfunktion stellt somit ein Kriterium dar, mit dem zwischen den häufig konkurrierenden Zielen der Minimierung der Zielfunktion und der Einhaltung der Nebenbedingungen abgewogen werden kann. Es kann sich als vorteilhaft erweisen, einen Schritt zuzulassen, der die Zielfunktion zwar vergrößert, allerdings dafür einen zulässigen Punkt generiert, und umgekehrt. Die Schrittweite wird so lange verringert, bis eine ausreichende Abnahme der Bewertungsfunktion erreicht wird, das heißt

$$\Psi\left(\boldsymbol{x}^{k}+\alpha^{k}\boldsymbol{p}^{k},\boldsymbol{r}_{p}\right)\leq\Psi\left(\boldsymbol{x}^{k},\boldsymbol{r}_{p}\right)+\epsilon^{k}$$
(5.13)

für geeignete  $\boldsymbol{r}_p$  und  $\epsilon^k$ . NOCEDAL und WRIGHT [120] verwenden für  $\epsilon^k$  Richtungsableitung der Bewertungsfunktion  $\Psi(\boldsymbol{x})$  in Richtung  $\boldsymbol{p}^k$ ,  $D_{\boldsymbol{p}^k}(\Psi(\boldsymbol{x}))$ , welche durch

$$D_{\boldsymbol{p}^{k}}\left(\Psi\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r}_{p}\right)\right) = \lim_{\xi \to 0} \frac{\Psi\left(\boldsymbol{x} + \xi \boldsymbol{p}^{k},\boldsymbol{r}_{p}\right) - \Psi\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r}_{p}\right)}{\xi}$$
(5.14)

gegeben ist. Es gilt damit

$$\epsilon^{k} = \eta \alpha^{k} D_{\boldsymbol{p}^{k}} \left( \Psi \left( \boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}_{p} \right) \right)$$
(5.15)

mit  $\eta \in (0, 1)$ . POWELL [130] nutzt diesen Ansatz ebenfalls mit  $\eta = 0, 1$  und gibt zudem eine Vorschrift zur Schätzung geeigneter Penaltyfaktoren an, die auch in der verwendeten SQP-Implementierung Anwendung findet,

$$r_{p,i}^{k+1} = \begin{cases} \max\left(|\lambda_i^k|, \frac{1}{2}\left(r_{p,i}^k + |\lambda_i^k|\right)\right), & i = 1..m_{\mathcal{E}}, \\ \max\left(|\mu_{i-m_{\mathcal{E}}}^k|, \frac{1}{2}\left(r_{p,i}^k + |\mu_{i-m_{\mathcal{E}}}^k|\right)\right), & i = m_{\mathcal{E}} + 1..m_{\mathcal{E}} + m_{\mathcal{I}}. \end{cases}$$
(5.16)

Die Initialisierung erfolgt mit

$$r_{p,i}^{0} = \begin{cases} \frac{||\nabla_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}^{0})||}{||\nabla_{\boldsymbol{x}} g_{i}(\boldsymbol{x}^{0})||}, & i = 1..m_{\mathcal{E}} ,\\ \frac{||\nabla_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}^{0})||}{||\nabla_{\boldsymbol{x}} h_{i-m_{\mathcal{E}}}(\boldsymbol{x}^{0})||}, & i = m_{\mathcal{E}} + 1..m_{\mathcal{E}} + m_{\mathcal{I}} . \end{cases}$$
(5.17)

Die hier dargestellte Variante wird als sogenannte Methode mit Liniensuche bezeichnet, weil durch die Lösung des quadratischen Hilfsproblems eine Richtung definiert und entlang dieser Linie nach einer Lösung des Optimierungsproblems gesucht wird. Der algorithmische Ablauf der SQP-Methode ist damit wie folgt:

- **SQP1** Wähle  $\eta, \tau_{\alpha} \in (0,1)$  und einen Anfangspunkt  $\{\boldsymbol{x}^{0}, \boldsymbol{\lambda}^{0}, \boldsymbol{\mu}^{0}\}$ . Setze k = 0. Berechne  $f(\boldsymbol{x}^{0}), \nabla_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}^{0}), \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{0}), \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{0}), \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^{0}), \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^{0})$  sowie  $\nabla_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}}^{2} \mathcal{L}(\boldsymbol{x}^{0}, \boldsymbol{\lambda}^{0}, \boldsymbol{\mu}^{0})$ .
- **SQP2** Berechne  $\{\boldsymbol{p}^k, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, \hat{\boldsymbol{\mu}}\}$  iterativ mit einem Aktive-Restriktionen-Verfahren wie beschrieben. Setze  $\boldsymbol{p}_{\lambda} = \hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda}^k$  und  $\boldsymbol{p}_{\mu} = \hat{\boldsymbol{\mu}} - \boldsymbol{\mu}^k$ . Berechne geeignete  $\boldsymbol{r}_p^k$  nach (5.16) beziehungsweise (5.17). Setze  $\alpha^k = 1$ .
- **SQP3** Falls  $\Psi\left(\boldsymbol{x}^{k} + \alpha^{k}\boldsymbol{p}^{k}, \boldsymbol{r}_{p}\right) \leq \Psi\left(\boldsymbol{x}^{k}, \boldsymbol{r}_{p}\right) + \eta \alpha^{k} D_{\boldsymbol{p}^{k}}\left(\Psi\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}_{p}\right)\right)$ , springe zu **SQP5**. Ansonsten fahre fort mit **SQP4**.
- **SQP4** Setze  $\alpha^k = \tau_\alpha \alpha^k$  und gehe zurück zu **SQP3**.

**SQP5** Setze 
$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}_k + \alpha^k \boldsymbol{p}^k$$
,  $\boldsymbol{\lambda}^{k+1} = \boldsymbol{\lambda}_k + \alpha^k \boldsymbol{p}_\lambda$  und  $\boldsymbol{\mu}^{k+1} = \boldsymbol{\mu}_k + \alpha^k \boldsymbol{p}_\mu$ 

SQP6 Berechne  $f(\boldsymbol{x}^{k+1}), \nabla_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}^{k+1}), \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{k+1}), \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{k+1}), \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^{k+1}), \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^{k+1})$ sowie  $\nabla_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}}^2 \mathcal{L}(\boldsymbol{x}^{k+1}, \boldsymbol{\lambda}^{k+1}, \boldsymbol{\mu}^{k+1})$ . Falls ein Optimalitätskriterium erfüllt ist (beispielsweise (5.7) und (5.8)), beende den Algorithmus mit der Lösung  $\{\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*\} = \{\boldsymbol{x}^{k+1}, \boldsymbol{\lambda}^{k+1}, \boldsymbol{\mu}^{k+1}\}$ . Ansonsten setze k = k + 1 und gehe zurück zu SQP2.

NOCEDAL und WRIGHT [120] stellen den kompletten Algorithmus sehr übersichtlich dar und diskutieren weitere Methoden, die für die Konvergenz des Verfahrens vorteilhaft sind. Genauere Informationen zur Implementierung des SQP-Verfahrens in MATLAB<sup>®</sup> und weiterführende Literatur finden sich auch in der offiziellen Dokumentation [108].

# 5.3 Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization (ALPSO)

Wie SQP ist auch Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization (ALPSO) ein Verfahren zur Lösung nichtlinearer, beschränkter Optimierungsprobleme. ALPSO ist ebenfalls kein eigenständiges Verfahren, sondern eine Kombination zweier Ansätze, und basiert wiederum auf einer iterativen Berechnung von Punkten, die zur Lösung konvergieren sollen. Der grundlegende Unterschied zu SQP ist, dass es sich nicht um ein deterministisches, gradientenbasiertes Verfahren handelt, sondern um ein stochastisches, welches ohne Informationen über Gradienten auskommt. Hieraus ergeben sich auch direkt unterschiedliche Anwendungsgebiete der beiden Strategien. SQP bietet überlegene Konvergenzeigenschaften bei ausreichend oft stetig differenzierbaren Problemen, während ALPSO auch mit nichtdifferenzierbaren Zielfunktionen und Nebenbedingungen umgehen kann und einen robusten Algorithmus für solche Probleme darstellt. Das Verfahren konvergiert dafür langsamer und ein strenger Konvergenzbeweis ist aufgrund seiner stochastischen Natur schwer möglich.

ALPSO verwendet die Particle Swarm Optimization (PSO) von KENNEDY und EBER-HART [89], siehe auch EBERHART und KENNEDY [51] oder CLERC [40], um das Optimierungsproblem mit der Methode der erweiterten LAGRANGE-Funktion (im Englischen als augmented Lagrangian bezeichnet) nach HESTENES [80] und POWELL [129] zu lösen. Die Grundidee dieser Methode ist es, das Optimierungsproblem (5.1) durch ein unrestringiertes Problem zu ersetzen. Hierfür wird die erweiterte LAGRANGE-Funktion  $\mathcal{L}_A$  aus der LAGRANGE-Funktion  $\mathcal{L}$  und einem quadratischen Strafterm gebildet,

$$\mathcal{L}_{A}\left(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, \boldsymbol{r}_{p}\right) = f\left(\boldsymbol{x}\right) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}+m_{\mathcal{I}}} \hat{\lambda}_{i} \hat{g}_{i}\left(\boldsymbol{x}\right) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}+m_{\mathcal{I}}} r_{p,i} \sigma_{i}^{2}\left(\boldsymbol{x}\right) , \qquad (5.18)$$

wobei alle Nebenbedingungen und LAGRANGE-Multiplikatoren jeweils zu einem Vektor zusammengefasst wurden,

$$\hat{\boldsymbol{g}}\left(\boldsymbol{x}\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^{T}\left(\boldsymbol{x}\right), \boldsymbol{h}^{T}\left(\boldsymbol{x}\right) \end{bmatrix}^{T} , \qquad (5.19)$$

$$\hat{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{T} & \boldsymbol{x} \end{bmatrix}^{T}$$

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}^T, \boldsymbol{\mu}^T \end{bmatrix}^T \quad . \tag{5.20}$$

Die Funktion  $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ ,

$$\sigma_{i}\left(\boldsymbol{x}\right) = \begin{cases} g\left(\boldsymbol{x}\right), & i = 1..m_{\mathcal{E}} ,\\ \max\left(h_{i-m_{\mathcal{E}}}\left(\boldsymbol{x}\right), -\frac{\mu_{i-m_{\mathcal{E}}}}{2r_{p,i}}\right), & i = m_{\mathcal{E}} + 1..m_{\mathcal{E}} + m_{\mathcal{I}} , \end{cases}$$
(5.21)

ermöglicht eine Ausdehnung der Methoden der erweiterten LAGRANGE-Funktion auf Probleme mit Ungleichheitsnebenbedingungen. Sie geht auf die Arbeiten von BUYS [32], ROCKAFELLAR [138] und [139] sowie POWELL [131] zurück. (5.1) wird nun durch

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^{n}}\mathcal{L}_{A}\left(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{\lambda}},\boldsymbol{r}_{p}\right)$$
(5.22)

ersetzt. Die Erweiterte LAGRANGE-Funktion ist jetzt die Gütefunktion eines unrestringierten Problems, dessen Lösung  $\boldsymbol{x}^*$  für fixe LAGRANGE-Multiplikatoren  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^k$  und Penaltyfaktoren  $\boldsymbol{r}_p^k$  mithilfe von PSO berechnet wird. Dieser Algorithmus stammt ursprünglich aus Simulationen des sozialen Verhaltens in Vogel- und Fischschwärmen. Die grundlegende Idee ist dabei, die soziale Interaktion einer Population an N Individuen abzubilden, um ein Optimum im Entwurfsraum zu finden. Im Gegensatz zu SQP wird also nicht eine Sequenz an einzelnen Punkten betrachtet, sondern die Entwicklung eines Schwarm bestehend aus vielen möglichen Entwürfen. Diese Individuen werden als Partikel bezeichnet und tauschen untereinander nur Informationen bezüglich ihrer Position im Entwurfsraum und dem zugehörigen Wert der Gütefunktion aus. Die Iterationsvorschrift für die Position  $\boldsymbol{x}_j$  des *j*-ten Partikels ist gegeben durch zwei einfache Gleichungen,

$$\boldsymbol{x}_{j}^{k+1} = \boldsymbol{x}_{j}^{k} + \Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k+1} , \qquad (5.23a)$$

$$\Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k+1} = w \Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k} + d_{1} r_{1,j}^{k+1} \left( \boldsymbol{x}_{j}^{best} - \boldsymbol{x}_{j}^{k} \right) + d_{2} r_{2,j}^{k+1} \left( \boldsymbol{x}_{swarm}^{best} - \boldsymbol{x}_{j}^{k} \right) , \qquad (5.23b)$$

wobei  $r_{1,j}^{k+1}$  und  $r_{2,j}^{k+1}$  Zufallszahlen aus dem Intervall [0, 1] sind.  $\Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k+1}$  wird als Geschwindigkeit des Partikels j in Iteration k+1 bezeichnet. Sie berechnet sich aus der Partikelgeschwindigkeit in der vorhergehenden Iteration k und dem jeweiligen Abstand des Partikels zu den Positionen  $\boldsymbol{x}_{j}^{best}$  und  $\boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$ .  $\boldsymbol{x}_{j}^{best}$  bezeichnet dabei den Punkt, an dem der Partikel im bisherigen Verlauf der Optimierung seinen individuellen geringsten Wert der Gütefunktion f erzielt hat, das heißt

$$f\left(\boldsymbol{x}_{j}^{best}\right) \leq f\left(\boldsymbol{x}_{j}^{l}\right) \quad \forall l = 0..k$$
 (5.24)

Dieser Term spiegelt somit die persönliche Erfahrung jedes Partikels wider. Die Orientierung an dieser Größe wird deshalb als kognitives Verhalten bezeichnet. Die Position  $\boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$  hingegen ist die beste jemals vom Schwarm gefundene Position und damit das aktuell identifizierte Optimum,

$$f\left(\boldsymbol{x}_{swarm}^{best}\right) \leq f\left(\boldsymbol{x}_{j}^{best}\right) \quad \forall \, j = 1..N \;.$$

$$(5.25)$$

Der Austausch dieser Information und die Richtungsänderung hin zu diesem Punkt werden als soziales Verhalten bezeichnet. Der erste Term in Gleichung (5.23b) verleiht dem Partikel eine Art Trägheit, das heißt die Eigenschaft, an seiner Bewegungsrichtung festzuhalten, falls er nicht durch eine äußere Störung davon abgebracht wird. w bezeichnet man dementsprechend als Trägheitsfaktor. Die Größen  $d_1$  und  $d_2$  werden kognitiver und sozialer Skalierungsfaktor genannt. Die drei Faktoren bestimmen somit, welche Eigenschaften eines Partikels stärker und schwächer ausgeprägt sind. Damit sind sie die Steuergrößen zur Beeinflussung des gesamten Schwarmverhaltens und wirken sich auf die Konvergenz des PSO-Algorithmus aus. VAN DEN BERGH [166] leitet den einfachen Zusammenhang

$$1 > w > \frac{1}{2} \left( d_1 + d_2 \right) - 1 \tag{5.26}$$
zwischen den Parametern ab, für den die Konvergenz des Verfahrens zumindest unter Vernachlässigung der Stochastik garantiert ist. TRELEA [164] kommt in seiner Analyse zu einem nahezu identischen Ergebnis,

$$1 > w > \frac{1}{4} \left( d_1 + d_2 \right) - 1 , \qquad (5.27)$$

welches sich nur dadurch unterscheidet, dass bei der Herleitung für die Zufallszahlen  $r_{1,j}^{k+1}$ und  $r_{2,j}^{k+1}$  jeweils der Erwartungswert und nicht der Maximalwert, wie in den Ausführungen von VAN DEN BERGH [166], angenommen wurde. CLERC und KENNEDY [39] diskutieren ebenfalls die Stabilität und Konvergenz des PSO-Algorithmus und formulieren einen Beschränkungsfaktor, der die drei Steuergrößen vereinigt. KADIRKAMANATHAN et al. [88] untersuchen die Stabilität des Verfahrens unter Berücksichtigung der Stochastik. ENGELBRECHT [55] beschreibt, dass ein kognitiv dominierter Schwarm zu einer besseren Erforschung des Lösungsraums führt, während lokale Minima schneller und besser erkannt werden, wenn die soziale Interaktion überwiegt. KENNEDY [90] vergleicht verschiedene Kombinationen aus kognitivem und sozialem Skalierungsfaktor hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit beim Trainingsproblem eines künstlichen neuronalen Netzwerkes. Dabei wurde festgestellt, dass ein rein soziales Modell, das heißt  $w = 1, d_1 = 0$  und  $d_2 = 1$ , sowohl ein volles  $(w = 1, d_1 = 1, d_2 = 1)$  als auch ein rein kognitives  $(w = 1, d_1 = 1, d_2 = 0)$ Modell übertrifft. Hierbei ist anzumerken, dass die verwendeten Definitionen der Größen  $r_1$  und  $r_2$  von der hier dargestellten abweichen. Weiterhin ist auffällig, dass die gewählten Kombinationen sowohl nach VAN DEN BERGH als auch nach TRELEA einen Grenzfall darstellen, für den keine Konvergenz garantiert werden kann, weshalb eine Grenze für die Partikelgeschwindigkeit  $\Delta x$  eingeführt wurde, welche die Konvergenz sicherstellen soll. Die Lösung des Optimierungsproblems (5.1) besteht allerdings nicht nur darin, den optimalen Parametervektor  $x^*$  zu finden, sondern auch die passenden LAGRANGE-Multiplikatoren

 $\hat{\lambda}^*$  zu bestimmen. Sei  $x^{\nu}$  eine ungefähre Lösung des unbeschränkten Optimierungsproblems (5.22) mit den als konstant angenommenen Multiplikatoren  $\hat{\lambda}^{\nu}$  und Penaltyfaktoren  $r_p^{\nu}$ . Dann gilt

$$\mathbf{0} \approx \nabla_{\boldsymbol{x}} \mathcal{L}_{A} \left( \boldsymbol{x}^{\nu}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu}, \boldsymbol{r}_{p}^{\nu} \right)$$
  
=  $\nabla_{\boldsymbol{x}} f \left( \boldsymbol{x}^{\nu} \right) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}+m_{\mathcal{I}}} \hat{\lambda}_{i}^{\nu} \nabla_{\boldsymbol{x}} \hat{g}_{i} \left( \boldsymbol{x}^{\nu} \right) + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{E}}+m_{\mathcal{I}}} 2r_{p,i}^{\nu} \sigma_{i} \left( \boldsymbol{x}^{\nu} \right) \nabla_{\boldsymbol{x}} \sigma_{i} \left( \boldsymbol{x}^{\nu} \right)$  (5.28)

Vergleicht man diesen Ausdruck mit der ersten KKT-Bedingung (5.7a), so erhält man

$$\hat{\lambda}_i^* \approx \hat{\lambda}_i^\nu + 2r_{p,i}^\nu \sigma_i \left( \boldsymbol{x}^\nu \right) \ . \tag{5.29}$$

Daraus motiviert sich die Berechnung der Multiplikatoren in der  $\nu$  + 1-ten Iteration nach

$$\hat{\lambda}_i^{\nu+1} = \hat{\lambda}_i^{\nu} + 2r_{p,i}^{\nu}\sigma_i\left(\boldsymbol{x}^{\nu}\right) , \qquad (5.30)$$

vergleiche hierzu ROCKAFELLAR [138]. SEDLACZEK [154] schlägt außerdem ein dynamisches Aktualisierungsschema für die Penaltyfaktoren vor. Um die Konvergenz zu sichern, müssen diese ausreichend groß sein, allerdings ergeben sich numerische Probleme, wenn diese zu groß werden. Die Heuristik vergrößert den Faktor, wenn die Verletzung der Nebenbedingungen von einer Iteration zur nächsten zunimmt und verkleinert ihn, falls die Restriktionen eingehalten wurden. Damit ergibt sich

$$r_{p,i}^{\nu+1} = \begin{cases} 2r_{p,i}^{\nu}, & i : |g_i(\boldsymbol{x}^{\nu})| > |g_i(\boldsymbol{x}^{\nu-1})| \land |g_i(\boldsymbol{x}^{\nu})| > \varepsilon_g \\ \frac{1}{2}r_{p,i}^{\nu}, & i : |g_i(\boldsymbol{x}^{\nu})| \le \varepsilon_g \\ r_{p,i}^{\nu}, & \text{sonst }, \end{cases}$$
(5.31a)

für Gleichheitsnebenbedingungen und

$$r_{p,j+m_{\mathcal{E}}}^{\nu+1} = \begin{cases} 2r_{p,j+m_{\mathcal{E}}}^{\nu}, & j: h_{j}\left(\boldsymbol{x}^{\nu}\right) > h_{j}\left(\boldsymbol{x}^{\nu-1}\right) \land h_{j}\left(\boldsymbol{x}^{\nu}\right) > \varepsilon_{h} ,\\ \frac{1}{2}r_{p,j+m_{\mathcal{E}}}^{\nu}, & j: h_{j}\left(\boldsymbol{x}^{\nu}\right) \le \varepsilon_{h} ,\\ r_{p,j+m_{\mathcal{E}}}^{\nu}, & \text{sonst} , \end{cases}$$
(5.31b)

für Ungleichheitsnebenbedingungen.  $\varepsilon_g \ll 1$  und  $\varepsilon_h \ll 1$  sind hierbei Toleranzen für die Erfüllung der Nebenbedingungen. Außerdem wird eine Untergrenze für die Faktoren definiert,

$$r_{p,i}^{\nu} \ge \frac{1}{2} \sqrt{\frac{|\hat{\lambda}_i^{\nu}|}{\varepsilon_{g,h}}} , \qquad (5.32)$$

um wirksame Aktualisierungen der LAGRANGE-Multiplikatoren zu garantieren, siehe SED-LACZEK [154]. Die Struktur des ALPSO-Algorithmus ist der des SQP-Verfahrens sehr ähnlich. Es gibt wiederum zwei iterative Prozesse, die ineinander geschachtelt sind. In der inneren Schleife wird bei ALPSO das Minimum der erweiterten LAGRANGE-Funktion gesucht, indem einige wenige Iterationen  $k = 1..k_{max}$  des PSO-Algorithmus ausgeführt werden. Anschließend werden die Aktualisierungen der Multiplikatoren und Straffaktoren berechnet und eine neue innere Optimierung begonnen. Der algorithmische Ablauf des Verfahrens lässt sich damit wie folgt beschreiben:

- **ALPSO1** Wähle  $w, d_1, d_2, k_{max} \in \mathbb{N} \land [3, 10], \varepsilon_g, \varepsilon_h$  und  $\mathbf{r}_p^0 = \mathbf{r}_{p,0}$ . Initialisiere N Partikel an den zufälligen oder bestimmten Punkten  $\mathbf{x}_j^0, j = 1..N$ . Setze  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^0 = \mathbf{0}, \Delta \mathbf{x}_j^0 = \mathbf{0}, j = 1..N, k = 0$  sowie  $\nu = 0$ .
- **ALPSO2** Berechne den Wert der Gütefunktion  $\mathcal{L}_{A,j}\left(\boldsymbol{x}_{j}^{k}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu}, \boldsymbol{r}_{p}^{\nu}\right), j = 1..N$  für jeden Partikel nach (5.18) und bestimme  $\boldsymbol{x}_{j}^{best}$  sowie  $\boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$  nach den Kriterien (5.24) sowie (5.25). Berechne die Partikelgeschwindigkeiten  $\Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k+1}, j = 1..N$  nach (5.23b) und aktualisiere die Partikelpositionen  $\boldsymbol{x}_{j}^{k+1}, j = 1..N$  nach (5.23a). Setze k = k + 1.

- **ALPSO3** Falls  $k < k_{max}$ , gehe zurück zu **ALPSO2**. Ansonsten setze  $\boldsymbol{x}^{\nu} = \boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$  und fahre fort mit **ALPSO4**.
- **ALPSO4** Falls ein Abbruchkriterium erfüllt ist, beende den Algorithmus mit der Lösung  $\{\boldsymbol{x}^*, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^*\} = \{\boldsymbol{x}^{\nu}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu}\}$ . Ansonsten aktualisiere die LAGRANGE-Multiplikatoren  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu+1}$  mit (5.30) und die Penaltyfaktoren  $\boldsymbol{r}_p^{\nu+1}$  mit (5.31) unter Berücksichtigung der Bedingung (5.32). Setze  $k = 0, \nu = \nu + 1$  sowie  $\boldsymbol{x}_j^0 = \boldsymbol{x}_j^{k-1}, j = 1..N$  und gehe zurück zu **ALPSO2**.

Die Definition eines geeigneten Abbruchkriteriums für den ALPSO-Algorithmus ist nicht ganz trivial. Die KKT-Bedingungen (5.7) als natürliche Wahl sind nur bedingt geeignet, da für den eigentlichen Ablauf des Verfahrens explizit auf die Berechnung von Gradienten verzichtet wurde. Häufig wird einfach eine feste Schranke für die Anzahl der Iterationen  $\nu$  vorgegeben. Dieser Ansatz ist allerdings aus Sicht der Rechenzeit nicht optimal, da das Verfahren auch dann fortgesetzt wird, wenn bereits ein Optimum identifiziert wurde und sich keine weitere Verbesserung mehr ergibt. ZIELINSKI und LAUR [178] diskutieren einige Kriterien, die den Verlauf der Berechnung mit einbeziehen. So kann zum Beispiel verfolgt werden, inwiefern sich noch eine Verbesserung des minimalen Funktionswertes von Iteration zu Iteration ergibt. Falls keine signifikante Verringerung mehr eintritt, der Optimierungsprozess also einen stationären Zustand eingenommen hat, wird das Verfahren beendet.

Die Idee zur Kombination des PSO-Algorithmus mit der Methode der Erweiterten LA-GRANGE-Funktion findet sich erstmalig bei SHI und KROHLING [158], wenn auch in einer anderen Umsetzung als hier dargestellt. In der oben diskutierten Form wird der Algorithmus erstmalig in den Arbeiten von SEDLACZEK und EBERHARD [152], [153] und [155] sowie SEDLACZEK [154] vorgestellt und auf ingenieurstechnische Fragestellungen angewendet. JANSEN und PEREZ [86] verwenden die Methode zur Auslegung von Tragwerken. HAGHIGHAT et al. [76] nutzen sie zur Optimierung von Flugzeugtragflächen und KIM et al. [92] zur Einstellung von PID-Reglern. WANG et al. [172] planen optimale Trajektorien für Gruppen von unbemannten Fahrzeugen mit dem ALPSO-Algorithmus. Andere Anwendungen des PSO-Verfahrens im Bereich des Ingenierwesens und alternative Möglichkeiten zur Handhabung von Nebenbedingungen finden sich bei HU et al. [82], SCHUTTE und GRO-ENWOLD [150], VENTER und SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI [167], PEREZ und BEHDINAN [126] sowie SAUERMANN et al. [142]. Wie auch bei SQP gibt es eine Vielzahl verschiedener PSO-Varianten, die sich allesamt mehr oder weniger stark unterscheiden und teilweise für bestimmte Anwendungsfälle zugeschnitten sind. Jede Literaturübersicht ist deshalb subjektiv und unvollständig.

## 5.4 Optimierungsproblem für die Auslegung von Torsionsschwingungsdämpfern - Optimierungsmodell

Nachdem im Abschnitt 5.1 auf die allgemeine Formulierung eines Optimierungsproblems eingegangen wurde, soll hier explizit die Aufgabe diskutiert werden, die zur Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers gelöst werden muss. Ein Teil des Problems kann dabei

global definiert werden und bleibt unveränderlich, unabhängig davon, für welches Dämpferkonzept eine Auslegung gefunden werden soll. Hierzu gehört die Zielfunktion, welche die Vergleichbarkeit der Ergebnisse untereinander sichert, sowie einige Nebenbedingungen, die unabhängig vom betrachteten Konzept sind. Der überwiegende Teil der Restriktionen ist allerdings mit dem konstruktiven Aufbau eines Dämpfers verknüpft und damit konzeptabhängig. Das gleiche gilt logischerweise auch für den Optimierungsvektor an sich, der die bestimmenden geometrischen Größen des Dämpfers enthält.

Um die einzelnen Nebenbedingungen besser kategorisieren zu können, wird das Problem (5.1) zerlegt. Für die Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers lässt es sich in der Form

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}}f\left(\boldsymbol{x}\right) , \tag{5.33a}$$

$$\boldsymbol{l} \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{u} \;, \tag{5.33b}$$

$$Ax - b \le 0 , \qquad (5.33c)$$

$$\boldsymbol{c}\left(\boldsymbol{x}\right) \leq \boldsymbol{0} \,\,, \tag{5.33d}$$

$$\boldsymbol{\kappa}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{e}, t\right) \leq \boldsymbol{0} \tag{5.33e}$$

darstellen. Auf die Wahl einer geeigneten Zielfunktion f wird in Abschnitt 5.4.1 genauer eingegangen. Die Vektoren l und u in (5.33b) stellen einfache Unter- und Obergrenzen für die Optimierungsvariablen dar (im Englischen lower and upper bounds). Sie bilden damit aus mathematischer Sicht den grundsätzlichen Designraum  $\mathcal{D}$ , innerhalb dessen eine Lösung gesucht wird. Im Hinblick auf die Konstruktion sind sie grobe Bauraumgrenzen, die der Auslegung vorgegeben werden. Deshalb richten sie sich nicht nur strukturell nach dem betrachteten Dämpferkonzept, sondern auch in ihren Werten nach dem speziellen Anwendungsfall, der untersucht wird. Grundsätzlich ist es natürlich auch möglich, keine Grenzen für einzelne oder alle Parameter zu definieren, das heißt  $l_i = -\infty$  und  $u_i = \infty$ . Dies führt allerdings zu einem unendlich großen Suchraum und kann sich extrem nachteilig auf die Rechenzeit und Konvergenz eines Optimierungsverfahren auswirken. Es ist deshalb günstiger, weniger strikte, aber endliche Grenzen zu definieren, falls konstruktiv keine absoluten Beschränkungen existieren.

Der Ausdruck (5.33c) beschreibt alle linearen Nebenbedingungen, denen der Parametervektor unterliegt. Hier bietet sich eine matrizielle Schreibweise an. Im Allgemeinen werden durch Gleichungen in dieser Form sehr einfache konstruktive Zusammenhänge abgebildet, die dafür sorgen, dass die als optimal identifizierte Geometrie auch zu einem montierbaren Konzept führt. Aus diesem Grund muss ein Großteil der Matrix A und des Vektors b für jede Dämpfervariante individuell definiert werden, siehe dazu Anschnitte 5.4.3, 5.4.4 und 5.4.5.

Nichtlineare Nebenbedingungen sind in der Ungleichung (5.33d) zusammengefasst. Wie auch die linearen Restriktionen werden hier Anforderungen an die Montierbarkeit eines Dämpfers abgebildet, allerdings sind diese komplexer. Hinzu kommen Ausdrücke, die sich aus der Überprüfung der Betriebsfestigkeit einzelner Bauteile ergeben. Hierbei wird allerdings keine vollständige Betrachtung anhand festgelegter Lastkollektive durchgeführt, sondern nur eine Grunddimensionierung auf Basis statischer Maximallasten vorgenommen. Für die Konzeptdefinition ist diese Abschätzung ausreichend. Die finale Auslegung in der Serienentwicklung verantwortet wie in Abschnitt 3.1 beschrieben der Komponentenlieferant. Auch die nichtlinearen Restriktionen sind damit eng mit der Konstruktion des untersuchten Konzepts verknüpft und werden individuell definiert, siehe hierzu wiederum Anschnitte 5.4.3, 5.4.4 und 5.4.5.

Die letzte Gruppe an Nebenbedingungen wird im Rahmen dieser Arbeit als Komfortbedingungen bezeichnet und im Ausdruck (5.33e) zusammengefasst. Sie stellen sicher, dass das Schwingungsverhalten des Antriebs kundentauglich ist, und zielen damit im Gegensatz zu den vorher diskutierten Restriktionen auf die Funktion des Dämpfers und nicht auf die Montierbarkeit oder Festigkeit. Aus mathematischer Sicht sind sie ebenfalls nichtlineare Nebenbedingungen, im Unterschied zu den oben diskutierten Ausdrücken hängen sie aber nicht nur explizit von den Optimierungsvariablen ab, sondern auch vom zeitlichen Verlauf der Zustandsgrößen, die das dynamische Verhalten des Antriebsstrangs charakterisieren. Da die geforderten Komforteigenschaften an einen Antrieb beziehungsweise ein Fahrzeug gekoppelt sind, variieren diese Nebenbedingungen zwar bei den genauen Werten der zu erzielenden Grenzwerte, allerdings nicht strukturell zwischen den einzelnen Dämpferkonzepten. Aus diesem Grund können sie global für alle Auslegungen definiert werden, siehe Abschnitt 5.4.2.

Zuletzt sei hier noch darauf hingewiesen, dass das Optimierungsproblem (5.33) keinerlei Gleichheitsnebenbedingungen enthält. Dadurch wird der Suchraum weniger stark eingeschränkt und ein populationsbasiertes Verfahren wie ALPSO kann effektiver eingesetzt werden. Die Tatsache, dass nur Ungleichheitsnebenbedingungen auftreten, begründet sich rein mit der Problemstellung. Bei der Auslegung eines technischen Systems wird nur sehr selten gefordert, dass ein Wert genau eingehalten werden muss und weder Abweichungen nach oben oder unten zulässig sind. Viel häufiger werden Grenzwerte definiert, die nicht nach oben oder unten überschritten werden dürfen oder es wird gefordert, dass bestimmte Werte in einem Toleranzbereich liegen.

#### 5.4.1 Wahl der Zielfunktion

In Abschnitt 3.1 wurde bereits auf geeignete Auslegungsziele eingegangen. Gesucht wird letzten Endes, generell wie bei allen mechanischen Bauteilen, ein Konzept, das alle Anforderungen erfüllt und dabei möglichst leicht, klein oder kostengünstig ist. Die Kosten einer Komponente hängen im hier betrachteten Fall kaum explizit von den Variablen ab, die den Optimierungsvektor bilden. Das erschwert die Beurteilung hinsichtlich dieses Kriteriums enorm. Deshalb wird versucht, ein möglichst leichtes und kleines Bauteil zu finden. Dies könnte beispielsweise dadurch erfolgen, dass eine Zielfunktion aus der gewichteten Summe oder dem gewichteten Produkt der Einzelwerte geformt wird. Hier wurde darauf verzichtet und stattdessen das Massenträgheitsmoment des Dämpfers  $J_D$  als Gütekriterium gewählt, das heißt für die Zielfunktion f aus Gleichung (5.33a) gilt

$$f\left(\boldsymbol{x}\right) = J_D\left(\boldsymbol{x}\right) \ . \tag{5.34}$$

Diese Größe ist zum einen selbst ein wichtiges Auslegungskriterium für Torsionsschwingungsdämpfer, vor allem für Sportwagen, zum anderen repräsentiert sie zusätzlich implizit sowohl die Bauteilabmessungen als auch das Gewicht. Das Gesamtmassenträgheitsmoment ergibt sich aus der Summe der Trägheiten der Einzelkomponenten, deren Berechnung in Abschnitt 3.3 diskutiert wurde. Welche Komponenten berücksichtigt werden und wie deren Trägheitsmoment berechnet wird, hängt vom betrachteten Konzept ab. Die Sekundärseite eines Dämpfers mit Fliehkraftpendeln ist beispielsweise konstruktiv anders gestaltet als die für ein ZMS mit Innendämpfer. Außerdem müssen im ersten Fall die Massen und Trägheiten der Pendel berücksichtigt werden, während im zweiten Fall zusätzlich die Federn des Innendämpfers einen Beitrag zur Gesamtträgheit leisten. Des Weiteren beeinflusst der Anwendungsfall die genaue Definition der Zielfunktion. Ein Dämpfer für ein Handschaltgetriebe hat beispielsweise eine anders gestaltete Sekundärseite als ein Dämpfer für ein Doppelkupplungsgetriebe, weil die Schnittstelle zum restlichen Triebstrang und dessen Aufbau unterschiedlich sind.

#### 5.4.2 Definition der Komfortkriterien

In Abschnitt 4.4 wurde bereits auf einige Größen eingegangen, die im Regelfall zur Bewertung des NVH-Verhaltens eines Triebstrangs in den Fahrsituationen "Zug" und "Motorstart" herangezogen werden. Diese Größen bilden auch die Grundlage für die Komfortkriterien. Dabei werden für jede betrachtete Fahrsituation eine oder mehrere Restriktionen definiert, welche die zu erfüllenden Anforderungen repräsentieren. Für die Bewertung des Komforts während der Beschleunigung werden Grenzkurven festgelegt, die maximal zulässige Torsionsschwingungsamplituden an einem Bauteil als Funktion der Motordrehzahl darstellen. Damit kann ein Kriterium in der Form

$$\kappa_{1}\left(\boldsymbol{x}\right) = \int_{\dot{\varphi}_{KW,min}}^{\dot{\varphi}_{KW,max}} \max\left(0, \hat{\varphi}_{i}\left(\dot{\varphi}_{KW}\right) - \hat{\varphi}_{i,max}\left(\dot{\varphi}_{KW}\right)\right) \mathrm{d}\dot{\varphi}_{KW} - K$$
(5.35)

definiert werden, wobei  $\hat{\varphi}_{i,max}$  die Grenzwerte für die beobachteten Schwingpegel  $\hat{\varphi}_i$  an Komponente *i* bezeichnet. Zur Bewertung werden die Schwingungen an der Sekundärseite des Dämpfers oder am Getriebeeingang herangezogen. Die integrale Bedingung (5.35) erlaubt eine Überschreitung der gegebenen Grenzkurve, wobei der Komfortparameter  $K \geq 0$ definiert, wie groß diese sein darf. Durch die Integration werden betragsmäßige große Überschreitungen in einem begrenzten Drehzahlbereich genauso bewertet wie kleine Übertretungen in größeren Intervallen.

Die Idee hinter dieser weichen Formulierung der Nebenbedingung ist zum einen, eine gesamtheitliche Auslegung des Antriebs abzubilden. Der Schwingungskomfort lässt sich nicht nur durch den Schwingungsdämpfer beeinflussen, sondern kann auch durch applikative Maßnahmen verbessert werden. So können beispielsweise durch gezielt eingeregelten Schlupf an einer nasslaufenden Kupplung Torsionsschwingungen wirkungsvoll isoliert werden. Dies wirkt sich zwar negativ auf den Gesamtwirkungsgrad des Antriebs aus, allerdings kann dieser Nachteil möglicherweise durch ein geringeres Fahrzeuggewicht überkompensiert werden und zu einem insgesamt geringeren Kraftstoffverbrauch des Fahrzeugs führen. Zum anderen ermöglicht der Parameter K eine unkomplizierte Differenzierung zwischen einzel-

nen Derivaten. Die verwendeten Grenzkurven bilden letzten Endes das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs ab, das heißt sie geben an, welche Schwingungsamplituden im Fahrbetrieb zu unerwünscht hohen Geräuschentwicklungen im Fahrzeuginnenraum führen. Sie sind damit extrem abhängig vom Fahrzeugaufbau, von der Aufhängung des Triebstrangs im Fahrzeug oder auch von der Karosserieform. Mit der gewählten Formulierung können ausgehend von einer Grenzkurve, die beispielsweise für ein Basisfahrzeug aufgenommen wurde, Auslegungen für sportlichere oder komfortorientiertere Derivate beurteilt werden. Falls keine Überschreitungen zugelassen werden sollen, beispielsweise für ein Fahrzeug mit Handschaltgetriebe, bei dem keinerlei applikative Einflussmöglichkeiten bestehen, kann durch K = 0 jederzeit eine strikte Einhaltung der Grenzwerte gefordert werden.

Zur Bewertung des Startkomforts werden einfache Grenzen für die Startzeit  $t_{Start}$ , die Beschleunigung der Sekundärseite des Dämpfers  $\ddot{\varphi}_S$  und den Verdrehwinkel der Bogenfeder vorgegeben  $\Delta \varphi_{BF}$ . Damit ergeben sich drei einfache Bedingungen

$$\kappa_2\left(\boldsymbol{x}\right) = t_{Start} - t_{Start,max} , \qquad (5.36a)$$

$$\kappa_3\left(\boldsymbol{x}\right) = \left|\ddot{\varphi}_S\right| - \ddot{\varphi}_{S,max} , \qquad (5.36b)$$

$$\kappa_4 \left( \boldsymbol{x} \right) = \left| \Delta \varphi_{BF} \right| - p \left( \Theta_0 - \Theta_C \right) \ . \tag{5.36c}$$

Die Differenz  $\Theta_0 - \Theta_C$  gibt dabei den maximal möglichen Verdrehwinkel an (siehe Abschnitt 3.3.1) und p definiert, wie viel Prozent dieses Wertes während eines Startvorgangs nicht überschritten werden dürfen.

# 5.4.3 Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer

Zur Beschreibung eines ZMS mit Innendämpfer, wie es beispielsweise in **Tabelle 3.1** dargestellt ist, werden insgesamt n = 22 Parameter benötigt, das heißt  $x \in \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^{22}$ . Dabei wird ein Entwurf zugrunde gelegt, der sowohl eine zweistufige Bogen- als auch Druckfederkennlinie zulässt und sich aus

- zwei identischen Bogenfedersets mit Außen- und Innenfeder,
- sechs identischen Druckfedersets mit gleich langen Außen- und Innenfedern sowie
- zwei einfachen Druckfedern

zusammensetzt. Die Druckfedersets bilden gemeinsam die erste Stufe der Druckfederkennlinie. Die einzelnen Druckfedern sind kürzer und liegen mit Spiel in ihren jeweiligen Fenstern, sodass sie erst nach einer gewissen Verdrehung des Innendämpfers in Kontakt kommen und zur zweiten, steiferen Kennlinienstufe beitragen. Es ergeben sich zehn Parameter zur Beschreibung der Bogenfedern, bestehend aus

- dem Wirkradius  $R_W$ ,
- den jeweiligen Außendurchmessern  $D_a$ ,

- Drahtstärken d,
- Anzahlen der federnden Windungen  $i_{fed}$  und
- unverformten Längen  $\Theta_0$  der beiden Federn sowie
- der Anprägung *a* der Außenfeder.

Dementsprechend verbleiben zwölf Variablen zur Beschreibung des Innendämpfers, im Detail

- der Radius  $R_M$ , auf dem die Federn angeordnet sind,
- die jeweiligen Außendurchmessern  $D_a$ ,
- Drahtstärken d,
- Anzahlen der federnden Windungen  $i_{fed}$  und
- unverformten Längen  $L_0$  der einzelnen Federn.

Die einzelnen Größen sind in den Abbildungen 3.3 und 3.8 verdeutlicht. In den weiteren Ausführungen wird folgende Nomenklatur verwendet: Die Größen  $(\cdot)^{AF}$  und  $(\cdot)^{IF}$  sind der Außen- und Innenfeder des ZMS und damit Bogenfedern zugeordnet. Analog werden alle Variablen, die zu den geraden Druckfedern der ersten Innendämpferstufe gehören, mit  $(\cdot)^{ID,1,AF}$  und  $(\cdot)^{ID,1,IF}$  gekennzeichnet. Für die zweite Stufe ist keine Unterscheidung in Außen- und Innenfeder notwendig und die betreffenden Parameter werden in der Form  $(\cdot)^{ID,2}$  dargestellt.

Die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer unterliegt neben den Komfortkriterien und den oberen und unteren Schranken für die Parameter insgesamt 30 weiteren Restriktionen (vergleiche hierzu auch [106]). Davon werden acht durch lineare Ausdrücke beschrieben, welche sich wie folgt darstellen lassen

$$-D_a^{AF} + 2d^{AF} + D_a^{IF} \le -b_1^{(1)} , \qquad (5.37a)$$

$$-\Theta_0^{AF} + \Theta_0^{IF} \le -b_2^{(1)} , \qquad (5.37b)$$

$$-\Theta_{0}^{AF} + \Theta_{0}^{IF} \leq -b_{2}^{(1)} , \qquad (5.37b)$$

$$R_{W} + \frac{1}{2}D_{a}^{AF} \leq b_{3}^{(1)} , \qquad (5.37c)$$

$$-D_a^{ID,1,AF} + 2d^{ID,1,AF} + D_a^{ID,1,IF} \le -b_4^{(1)} , \qquad (5.37d)$$

$$-L_0^{ID,1,AF} + L_0^{ID,2} \le -b_5^{(1)} , \qquad (5.37e)$$

$$-D_a^{AF} + D_a^{ID,1,AF} \le -b_6^{(1)} , \qquad (5.37f)$$

 $-D_a^{ID,1,AF} + D_a^{ID,2} \le -b_7^{(1)}$ , (5.37g)

$$-R_M + \frac{1}{2} D_a^{ID,1,AF} \le -b_8^{(1)} .$$
(5.37h)

Dabei sind  $b_j^{(1)} \ge 0$ , j = 1..8 konstante Größen, die vom jeweiligen Anwendungsfall, das heißt dem zur Verfügung stehenden Bauraum und dem betrachteten Triebstrang, abhängen. Gleichungen (5.37a) und (5.37d) stellen sicher, dass die jeweiligen Innen- in die Außenfedern passen. Die innere Bogenfeder darf nie länger sein als die äußere, um sie vor Überlastung zu schützen, siehe Gleichung (5.37b). Dies gilt ebenso für die Druckfedern in der zweiten Stufe des Innendämpfers. Gleichung (5.37e) stellt sicher, dass die Federn der ersten Stufe immer länger sind und damit zuerst in Eingriff kommen. Die Nebenbedingungen (5.37c) und (5.37h) begrenzen den radialen Bauraum, der für die Auslegung des Dämpfers zur Verfügung steht, jeweils nach außen und nach innen. Die zwei verbleibenden Restriktionen (5.37f) und (5.37g) stellen sicher, dass der Innendämpfer keinen größeren axialen Bauraum benötigt als die Bogenfedern.

Die nichtlinearen Nebenbedingungen können inhaltlich in mehrere Untergruppen aufgeteilt werden. Die erste dieser Gruppen sichert die Robustheit des Dämpfers, falls plötzliche Überlasten dazu führen, dass die Federn bis auf ihre Blocklänge komprimiert werden. In diesem Fall muss sichergestellt werden, dass die entstehenden Lasten über die widerstandsfähigsten Komponenten geleitet werden. Deshalb muss die Blocklänge (vergleiche Abschnitt 3.3.1) dieser Federn größer sein als die der zu schützenden. Daraus ergeben sich drei Nebenbedingungen

$$-\Theta_C^{AF} + \Theta_C^{IF} \le 0 , \qquad (5.38a)$$

$$\Theta_C^{ID,1,AF} + \Theta_C^{ID,1,IF} \le 0 , \qquad (5.38b)$$

$$-\Theta_C^{ID,1,AF} + \Theta_C^{ID,2} \le 0 . \tag{5.38c}$$

Die zweite Gruppe enthält Restriktionen, die physikalisch unsinnige Parameterkombinationen ausschließen. Es wird gefordert, dass die unverformte Länge der Federn größer ist als ihre Blocklänge,

$$-\Theta_0^{AF} + \Theta_C^{AF} \le 0 , \qquad (5.38d)$$

$$-\Theta_0^{IF} + \Theta_C^{IF} \le 0 , \qquad (5.38e)$$

$$I^{ID,1,AF} + I^{ID,1,AF} \le 0 \qquad (5.38e)$$

$$-L_0^{ID,1,IF} + L_C^{ID,1,IF} \le 0 , \qquad (5.38f)$$

$$-L_0^{-1} + L_C^{-1} \leq 0, \qquad (5.38g)$$

$$-L_0^{12,2} + L_C^{12,2} \le 0 , \qquad (5.38h)$$

und dass die berechneten Massenträgheitsmomente der Primärseite, der Flanschscheibe und der Sekundärseite positiv sind (vergleiche Abschnitt 3.3.3),

$$-J_P \le 0 , \qquad (5.38i)$$

$$-J_F \le 0 , \qquad (5.38j)$$

$$-J_S \le 0 \ . \tag{5.38k}$$

Zudem muss sichergestellt werden, dass die innere Bogenfeder und die zweite Stufe des Innendämpfers betätigt werden, bevor die äußere Bogenfeder beziehungsweise die erste Stufe vollständig komprimiert sind,

$$-\Theta_0^{IF} + \Theta_C^{AF} \le 0 , \qquad (5.381)$$

$$-\Theta_0^{ID,2} + \Theta_C^{ID,1,AF} \le 0 . (5.38m)$$

Die dritte Gruppe umfasst nichtlineare Bauraumrestriktionen für den Innendämpfer. Dieser muss in einen durch die Bogenfeder vorgegebenen Bauraum passen, was in einer Nebenbedingung in der Form

$$\sqrt{\left(R_M + \frac{D_a^{ID,1,AF}}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_0^{ID,1,AF}}{2}\right)^2} - \left(R_W - \frac{D_a^{AF}}{2}\right) + S_R \le 0$$
(5.38n)

abgebildet wird.  $S_R > 0$  ist dabei eine anwendungsabhängige Sicherheit. Die Druckfedern benötigen außerdem Fenster in der Flanschscheibe (siehe **Abbildung 3.8**), die sich nicht überlappen dürfen, was durch

$$2\arctan\left(\frac{l_0^{ID,1,AF}}{2R_M + D_a^{ID,1,AF}}\right) - \left(\frac{\pi}{4} - S_\Theta\right) \le 0$$
(5.380)

ausgedrückt wird. Da insgesamt acht Federfenster benötigt werden, steht für jedes ein Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel  $\frac{\pi}{4}$  zur Verfügung.  $S_{\Theta} > 0$  bezeichnet wiederum eine Sicherheit, die vom genauen Anwendungsfall abhängt.

Anforderungen an die Festigkeit der Federn bilden die vierte Gruppe. Es werden hierbei Obergrenzen  $\hat{\tau}$  für die im Betrieb auftretenden Spannungen definiert. Dazu werden die in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten Spannungsbeiwerte verwendet. Es gilt

$$\tau_C^{AF} \left( \Theta_0^{AF} - \Theta_C^{AF} \right) - \hat{\tau}^{AF} \le 0 , \qquad (5.38p)$$

$$\tau_C^{IF} \left( \Theta_0^{IF} - \Theta_C^{AF} \right) - \hat{\tau}^{IF} \le 0 , \qquad (5.38q)$$

$$\tau_C^{ID,1,AF} \left( \Theta_0^{ID,1,AF} - \Theta_C^{ID,1,AF} \right) - \hat{\tau}^{ID,1,AF} \le 0 , \qquad (5.38r)$$

$$\tau_C^{ID,1,IF} \left( \Theta_0^{ID,1,IF} - \Theta_C^{AF} \right) - \hat{\tau}^{ID,1,IF} \le 0 , \qquad (5.38s)$$

$$\tau_C^{ID,2} \left( \Theta_0^{ID,2} - \Theta_C^{ID,1,AF} \right) - \hat{\tau}^{ID,2} \le 0 .$$
 (5.38t)

Die letzte Gruppe an Restriktionen betrifft die Kennlinie des ZMS und des Innendämpfers. Es muss sichergestellt werden, dass das maximale Motormoment max  $(\hat{M}_{Mot}^0)$  sicher übertragen werden kann, ohne dass das Ende der jeweiligen Kennlinie erreicht wird, also ohne dass die Federn vollständig komprimiert werden. Daraus ergeben sich die letzten beiden Nebenbedingungen

$$S_M \max\left(\hat{M}_{Mot}^0\right) - 2\left(c_{\Theta}^{AF}\left(\Theta_0^{AF} - \Theta_C^{AF}\right) + c_{\Theta}^{IF}\left(\Theta_0^{IF} - \Theta_C^{AF}\right)\right) \le 0$$
(5.38u)

für das ZMS und

$$S_{M} \max\left(\hat{M}_{Mot}^{0}\right) - 6\left(c_{\Theta}^{L,ID,1,AF} + c_{\Theta}^{L,ID,1,IF}\right)\left(\Theta_{0}^{ID,1,AF} - \Theta_{C}^{ID,1,AF}\right) - 2c_{\Theta}^{L,ID,2}\left(\Theta_{0}^{ID,2} - \Theta_{C}^{ID,1,AF}\right) \le 0$$

$$(5.38v)$$

für den Innendämpfer.  $S_M$  ist dabei ein Sicherheitsfaktor, der Fertigungstoleranzen und die Ungleichförmigkeit des Motormoments berücksichtigt. Deshalb ist auch diese Größe anwendungsabhängig.

### 5.4.4 Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln

Die Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln ist der eines ZMS mit Innendämpfer sehr ähnlich. Der Parametervektor ist 21-dimensional, das heißt  $\boldsymbol{x} \in \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^{21}$ , und das Optimierungsproblem hat damit eine vergleichbare Größe. Das zugrundeliegende Dämpferkonzept lässt wiederum eine zweistufige Bogenfederkennline zu und besteht aus

- zwei identischen Bogenfedersets mit Außen- und Innenfeder sowie
- einer im Voraus festgelegten, jedoch prinzipiell beliebigen Anzahl an identischen Pendelmassen.

Der Aufbau des Dämpfers ist wiederum in **Tabelle 3.1** verdeutlicht. Die Pendelanzahl wird nicht in den Optimierungsvektor aufgenommen. Grundsätzlich ist dies zwar möglich, würde allerdings die Komplexität des Problems enorm erhöhen, da die Anzahl per se immer eine natürliche Zahl sein muss. Für die dann vorliegende sogenannte gemischt-ganzzahlige Optimierungsaufgabe müssen spezielle Algorithmen und Methoden angewendet werden. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit darauf verzichtet.

Der Aufbau der Bogenfedersets unterscheidet sich nicht, egal ob zusätzlich Fliehkraftpendel oder ein Innendämpfer eingesetzt werden, weshalb wiederum die zehn bekannten Parameter zu ihrer Beschreibung verwendet werden, siehe Abschnitt 5.4.3. Die Parametrierung der Pendelgeometrie erfolgt in der Art und Weise, wie sie in Abschnitt 3.3.2 eingeführt wurde. Zusätzlich werden die Größen zur Beschreibung der Pendelbahn und der maximal zulässige Schwingwinkel aufgenommen. Es ergeben sich damit die verbliebenen elf Variablen, bestehend aus

- den drei Parametern zur Beschreibung der oberen Pendelkante  $c_{o,0}, c_{o,2}$  und  $c_{o,4}$ ,
- den drei Parametern zur Beschreibung der unteren Pendelkante  $c_{u,0}, c_{u,2}$  und  $c_{u,4}$ ,
- den Breiten  $b_o$  und  $b_u$ ,
- dem maximalen Schwingwinkel  $\beta_A$  sowie
- den Größen  $\sigma$  (siehe Gleichung (4.86)) und  $\delta$  (siehe Gleichungen (4.95) und (4.96)) zur Beschreibung der Pendelbahn,

vergleiche hierzu auch **Abbildung 3.6**. Die Nomenklatur für die folgenden Ausführungen zu den Nebenbedingungen werden aus dem vorhergehenden Abschnitt übernommen. Allerdings werden nur die Bezeichnungen für die Bogenfedern  $(\cdot)^{AF}$  und  $(\cdot)^{IF}$  benötigt. Insgesamt begrenzen außer den Komfortkriterien 20 Nebenbedingungen die Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendel, wovon fünf durch lineare Ausdrücke gegeben sind. Da sich die Randbedingungen für die Bogenfederauslegung nicht unterscheidet, können alle Nebenbedingungen aus dem vorherigen Abschnitt übernommen werden, die nur von Variablen zur Beschreibung der Bogenfedergeometrie abhängen. Dies sind die Gleichungen (5.37a), (5.37b) und (5.37c). Die Größen  $b_1^{(1)}$ ,  $b_2^{(1)}$  und  $b_3^{(1)}$  müssen wiederum auf den jeweiligen Anwendungsfall abgestimmt werden. Die restlichen linearen Nebenbedingungen (5.37d) bis (5.37h) entfallen. Dafür kommen neue hinzu, die in der Form

$$-R_W + \frac{1}{2}D_a^{AF} + c_{o,0} \le -b_1^{(2)}, \qquad (5.39a)$$

$$-c_{o,0} + c_{u,0} \le -b_2^{(2)} \tag{5.39b}$$

notiert werden können, wobei  $b_1^{(2)} \ge 0$  und  $b_2^{(2)} \ge 0$  gilt. Gleichung (5.39a) stellt sicher, dass die Pendel in ihrer Ruhelage, das heißt in der Position ihrer größten radialen Auslenkung nicht an die sie umgebenden Bogenfedern stoßen. Die zweite Nebenbedingung (5.39b) gibt eine Mindestbreite, also den minimalen Abstand zwischen Ober- und Unterkante des Pendels, entlang der Symmetrieachse vor. Dadurch wird verhindert, dass extrem dünne, sichelförmige Pendel entworfen werden, die von keinem praktischen Nutzen sind. Wie bei den linearen Restriktionen können auch bei den nichtlinearen Nebenbedingungen

Wie bei den Inearen Restriktionen konnen auch bei den nichtlinearen Nebenbedingungen diejenigen übernommen werden, die nur den Entwurf der Bogenfedern betreffen. Dies sind die Ausdrücke (5.38a), (5.38d), (5.38e), (5.38l), (5.38p), (5.38q) und (5.38u). Auch die Restriktionen (5.38i), (5.38j) und (5.38k) gelten weiterhin, allerdings sind die betreffenden Größen  $J_P$ ,  $J_F$  und  $J_S$  gegebenenfalls abweichend definiert, da durch die Fliehkraftpendel eine andere Geometrie notwendig wird. Die restlichen Ausdrücke entfallen wiederum. Dafür müssen fünf weitere Nebenbedingungen formuliert werden, welche die Geometrie und die Bewegung der Fliehkraftpendel beschränken. Zunächst werden solche Pendelgeometrien ausgeschlossen, bei denen sich die obere und untere Kante schneiden. Diese Entwürfe sind aus technischer Sicht unbrauchbar. Seien  $\tilde{x}_i$ , i = 1..4 die Lösungen der Gleichung

$$p_o\left(\tilde{x}\right) - p_u\left(\tilde{x}\right) = 0 , \qquad (5.40)$$

wobei  $p_o$  und  $p_u$  definiert sind wie in Gleichung (3.34) und (3.35). Dieser Ausdruck definiert die Schnittpunkt der oberen und der unteren Pendelkanten. Damit gilt

$$\tilde{x}_{i} = \pm \sqrt{-\left(c_{o,2} - c_{u,2} \pm \frac{1}{2\left(c_{o,4} - c_{u,4}\right)}\sqrt{\left(c_{o,2} - c_{u,2}\right)^{2} - 4\left(c_{o,4} - c_{u,4}\right)\left(c_{o,0} - c_{u,0}\right)}\right)} \quad (5.41)$$

Grundsätzlich ist  $\tilde{x}_i \in \mathbb{I}$ , i = 1..4, allerdings sind für die Nebenbedingung nur rein reelle Lösungen  $\tilde{x}_i \in \mathbb{R}$  relevant. Die Restriktion lautet damit

$$\max(b_o, b_u) - \max(|\{\tilde{x}_i : \tilde{x}_i \in \mathbb{R}\}|) \le 0 \tag{5.42a}$$

Des Weiteren muss sichergestellt werden, dass die Pendel im Betrieb innerhalb eines definierten Bauraumes bleiben, um Kollisionen der Pendel miteinander und mit umgebenden Bauteilen zu vermeiden. Seien  $\mathbf{r}_{\Omega}^{o}$  und  $\mathbf{r}_{\Omega}^{u}$  die Ortsvektoren der Punkte auf den Pendelkanten  $p_{o}(\xi)$  beziehungsweise  $p_{u}(\xi)$  in einem scheibenfesten  $\{\mathbf{e}_{\xi}, \mathbf{e}_{\eta}\}$ -System. Die Ortsvektoren variieren mit dem Winkel  $\psi_{E}$ , der die Epizykloidbahn des Pendelschwerpunktes parametriert, das heißt  $\mathbf{r}_{\Omega}^{o} = \mathbf{r}_{\Omega}^{o}(\xi, \psi_{E})$  und  $\mathbf{r}_{\Omega}^{u} = \mathbf{r}_{\Omega}^{u}(\xi, \psi_{E})$ . Kein Punkt auf den Kanten darf für einen beliebigen Schwingwinkel den vorgegebenen Bauraum verlassen. Nach radial außen wird die Bewegung des Pendels durch die Bogenfeder eingeschränkt, womit eine Restriktion in der Form

$$\max_{\xi,\psi_E} \left( || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o}(\xi,\psi_E) ||, || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{u}(\xi,\psi_E) || \right) - \left( R_W - \frac{D_a^{AF}}{2} \right) + S_R \le 0$$
(5.42b)

definiert werden kann. Diese Nebenbedingung ist das Pendant zu Gleichung (5.38n), wobei  $S_R > 0$  wiederum ein einzuhaltender Sicherheitsabstand ist. Radial innen wird die mögliche Position des Pendels analog zu Gleichung (5.37h) für den Innendämpfer durch eine feste, anwendungsabhängige Grenze  $b_R > 0$  limitiert. Damit gilt

$$b_{R} - \min_{\xi,\psi_{E}} \left( || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o}(\xi,\psi_{E}) ||, || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{u}(\xi,\psi_{E}) || \right) \le 0 .$$
(5.42c)

Innerhalb des Algorithmus werden die Nebenbedingungen (5.42b) und (5.42c) dadurch überprüft, dass die Ortsvektoren an diskrete Stellen  $\xi = \xi_1, \xi_2, ...$  und  $\psi_E = \psi_{E,1}, \psi_{E,2}, ...$ ausgewertet und die jeweiligen Extrema der so entstehenden Wertematrix bestimmt werden. Zusätzlich gibt es wie auch für die Druckfedern eines Innendämpfers eine Begrenzung des Bauraums in tangentialer Richtung, siehe Gleichung (5.38o). Bei einem Konzept mit l Pendeln steht für jedes einzelne ein Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel  $\frac{2\pi}{l}$  zur Verfügung. Dadurch ergeben sich die restlichen beiden Nebenbedingungen für die jeweiligen Endpunkte der Kanten,

$$\max_{\psi_E} \left( \left( \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o} \left( b_o, \psi_E \right) \right)^T \boldsymbol{e}_{\xi} - \tan \left( \frac{\pi}{l} - S_{\Theta} \right) \left( \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o} \left( b_o, \psi_E \right) \right)^T \boldsymbol{e}_{\eta} \right) \le 0 , \qquad (5.42d)$$

$$\max_{\psi_E} \left( \left( \boldsymbol{r}_{\Omega}^u \left( b_u, \psi_E \right) \right)^T \boldsymbol{e}_{\xi} - \tan \left( \frac{\pi}{l} - S_{\Theta} \right) \left( \boldsymbol{r}_{\Omega}^u \left( b_u, \psi_E \right) \right)^T \boldsymbol{e}_{\eta} \right) \le 0 .$$
 (5.42e)

 $S_\Theta>0$ ist hierbei wiederum eine Sicherheit, die abhängig von der jeweiligen Anwendung gewählt wird.

#### 5.4.5 Parameter und Nebenbedingungen für die Auslegung weiterer Konzepte

Jedes weitere Konzept ist letztendlich immer eine Kombination von Bogenfedern, Druckfedern und Fliehkraftpendeln. Dementsprechend basiert die Auslegung auf einer äquivalente Kombination der in den Abschnitten 5.4.3 und 5.4.4 diskutierten Optimierungsparametern und wird von den zugehörigen Nebenbedingungen beschränkt. Aufgrund des Aufbaus der Dämpferkonzepte können dabei einzelne Restriktionen entfallen oder müssen abgewandelt werden. Der Entwurf eines Bogenfeder-ZMS mit einer gedämpften Kupplungsscheibe ist beispielsweise im Rahmen der hier vorgestellten Methode strukturell sehr ähnlich zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer. Allerdings sind die beiden Komponenten räumlich voneinander getrennt und haben individuell definierte Bauräume, was ihre Kopplung durch die Nebenbedingungen teilweise obsolet macht. Ein gutes Beispiel hierfür ist Gleichung (5.38n). In der diskutierten Form macht diese Nebenbedingung beim Entwurf eines Kupplungsdämpfers keinen Sinn, da der Bauraum für die Druckfedern radial nicht durch die Bogenfeder begrenzt ist. Vielmehr gibt die Reibfläche der Kupplungsscheibe einen maximalen Außenradius  $B_R > 0$  vor. Eine sinnvolle Formulierung der Nebenbedingung ist deshalb

$$\sqrt{\left(R_M + \frac{D_a^{KD}}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_0^{KD}}{2}\right)^2} - B_R \le 0 .$$
(5.43)

 $R_M$ ,  $D_a^{KD}$  und  $l_0^{KD}$  bezeichnen hierbei die Parameter der Druckfedern im Kupplungsdämpfer. Ein ähnliches Beispiel ergibt sich, wenn anstatt internen Fliehkraftpendeln externe, axial neben der Bogenfeder angeordnete Pendel eingesetzt werden. Dann hängt der für die Pendelbewegung zur Verfügung stehende Bauraum nicht mehr zwangsweise von der Geometrie der Bogenfeder ab. Deshalb kann Gleichung (5.42b) entweder durch

$$\max_{\xi,\psi_E} \left( \left| \left| \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o}\left(\xi,\psi_E\right) \right| \right|, \left| \left| \boldsymbol{r}_{\Omega}^{u}\left(\xi,\psi_E\right) \right| \right| \right) - B_R \le 0$$
(5.44)

ersetzt werden, falls eine feste Grenze $B_R>0$ gegeben ist, oder eine Neudefinition in der Form

$$\max_{\xi,\psi_E} \left( || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{o}(\xi,\psi_E) ||, || \boldsymbol{r}_{\Omega}^{u}(\xi,\psi_E) || \right) - \left( R_W + \frac{D_a^{AF}}{2} \right) + S_R \le 0$$
(5.45)

vorgenommen werden, falls der äußere Radius der Bogenfeder den zulässigen Bauraum vorgeben soll. Änderungen an den Parametervektoren und den Restriktionen ergeben sich zum Beispiel auch, wenn ein- statt zweistufige Kennlinien für ZMS oder Innendämpfer entworfen werden sollen, falls sich die Anzahl der jeweiligen Federn ändert oder falls Pendel verwendet werden, die auf unterschiedliche Motorordnungen abgestimmt werden.

## 5.5 Algorithmus zur Auslegung von Torsionsschwingungsdämpfern

Die Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers führt, wie im vorrangegangen Abschnitt dargelegt, auf ein hochdimensionales Optimierungsproblem mit einer großen Zahl komplexer Nebenbedingungen. Damit ergibt sich eine anspruchsvolle Aufgabe für den zur Lösung eingesetzten Algorithmus. Im Rahmen der hier diskutierten Methode wird deshalb ein zweistufiges Verfahren vorgeschlagen, das auf einer Kombination des SQP- und des ALPSO-Verfahrens basiert. Die Idee ist dabei, ein vereinfachtes Ersatzproblem zu lösen, um eine möglichst gute Anfangspopulation zu generieren, auf Basis derer im Anschluss der eigentliche Entwurf stattfindet. Ein ähnliches sogenanntes Warmstartkonzept findet sich beispielsweise auch bei PARSOPOULOS und VRAHATIS [123]. Das Vorgehen ist in Abbildung 5.1 verdeutlicht. Zunächst wird die gewünschte Anzahl an Partikeln N initialisiert, wobei die Anfangspositionen  $x_j^0$ , j = 1..N entweder zufällig gewählt oder auf Basis bestehender, auskonstruierter Entwürfe, beispielsweise aus Vorgängerfahrzeugen, definiert werden können, siehe Abbildung 5.1a. Im Anschluss erfolgt die Vorkonditionierung der Population, das heißt es wird versucht, die Qualität der einzelnen Individuen zu erhöhen. Dafür wird ein Ersatzproblem mit geringerer Komplexität aufgestellt, für das eine vom ursprünglichen Optimierungsproblem (5.33) gegebenenfalls abweichende Zielfunktion  $f_E$ gewählt wird. Zudem werden die Komfortkriterien (5.33e) nicht berücksichtigt, weshalb keine Simulationen benötigt werden und die Berechnungen mit geringem Zeitaufwand abgeschlossen werden können. Das reduzierte Problem lautet somit

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}_{E}}f_{E}\left(\boldsymbol{x}\right) , \qquad (5.46a)$$

$$\boldsymbol{l} \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{u} \;, \tag{5.46b}$$

$$Ax - b \le 0 , \qquad (5.46c)$$

$$c(\boldsymbol{x}) \le \boldsymbol{0} \ . \tag{5.46d}$$

Der Designraum  $\mathcal{D}_E$  des Ersatzproblems unterscheidet sich vom zulässigen Bereich des ursprünglichen Problems, wobei  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_E$  gilt. Ausgehend von den Postionen  $\boldsymbol{x}_j^0$  der NPartikel werden jetzt mit dem SQP-Verfahren nach Lösungen  $\boldsymbol{x}_j^*$  des Problems (5.46) gesucht. Praktisch bedeutet dieses Vorgehen, dass nach Entwürfen gesucht wird, die alle konstruktiven Restriktionen an den Dämpfer erfüllen und eine ausreichende Festigkeit der Kernkomponenten aufweisen. Dieser Schritt ist graphisch in **Abbildung 5.1b** dargestellt. Die Partikel werden von ihren ursprünglichen Positionen in den zulässigen Bereich des Ersatzproblems verschoben. Die Zielfunktion  $f_E$  kann dabei verschieden gewählt werden, je nachdem, was durch die Vorkonditionierung erreicht werden soll. Falls nur zulässige Punkte gefunden werden sollen, kann  $f_E(\boldsymbol{x}) = 0$  gesetzt werden, das heißt die Zielfunktion ist konstant und das SQP-Verfahren terminiert, sobald es Punkte gefunden hat, welche die Nebenbedingungen erfüllen. Die gefundenen Lösungen liegen in diesem Fall höchstwahrscheinlich am Rand des Designraums  $\mathcal{D}_E$ . Alternativ kann auch die ursprüngliche Gütefunktion (5.34) beibehalten werden,  $f_E(\boldsymbol{x}) = J_D(\boldsymbol{x})$ . So wird schon eine Verschiebung der Partikel in Bereiche potentieller Optima erreicht, wobei diese allerdings möglicherweise



Abbildung 5.1: Algorithmisches Vorgehen bei der Lösung des Optimierungsproblem (a) Initialisierung der Population (b) Vorkonditionierung mit dem SQP-Verfahren (c) Lösung des vollen Optimierungsproblems durch den ALPSO-Algorithmus [107]

sehr weit vom zulässigen Bereich des ursprünglichen Problems entfernt liegen kann. Zuletzt kann die Zielfunktion so gewählt werden, dass bestimmte funktionale Eigenschaften extremal werden. Wenn beispielsweise durch Voruntersuchungen bekannt ist, dass die Auslegung aufgrund des dynamischen Verhaltens des Triebstrangs sehr herausfordernd wird, können im Rahmen der Voroptimierung gezielt Entwürfe mit großer Massenträgheit oder sehr weicher Federkennlinie gesucht werden, das heißt beispielsweise  $f_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{J_D(\mathbf{x})}$  oder  $f_E(\mathbf{x}) = c_{\Theta}^{AF}(\mathbf{x}) + c_{\Theta}^{IF}(\mathbf{x})$ . Die so gefundenen Lösungen liegen gegebenenfalls in der Nähe von  $\mathcal{D}$ .

Im dritten und letzten Schritt folgt die eigentliche Auslegung des Torsionsdämpfers. Die zuvor bestimmten Entwürfe  $x_j^*$  werden als Anfangspopulation für den ALPSO-Algorithmus verwendet, um das Optimierungsproblem (5.33) zu lösen, siehe Abbildung 5.1c. Dafür wird der in Abbildung 3.1 dargestellte Auslegungsprozess zugrunde gelegt. Das heißt, dass zunächst alle Nebenbedingungen überprüft werden, für die keine dynamischen Simulationen benötigt werden. Nur falls der Entwurf diese Restriktionen erfüllt, werden auch die Komfortkriterien ausgewertet. Dadurch ergibt sich eine erhebliche Zeiteinsparung. Die Performance lässt sich weiter steigern, wenn zunächst nur der Startvorgang betrachtet wird und die Zugsimulation nur durchgeführt wird, falls dieser erfolgreich war, das heißt falls  $\kappa_i \leq 0, i = 2..4$  gilt. Zudem müssen Maßnahmen definiert werden, die greifen, falls eine Simulationsrechnung nicht ausgeführt werden kann oder vorzeitig beendet wird. Dadurch wird die Robustheit des Prozesses erhöht und sichergestellt, dass die Auslegung automatisiert und autonom ablaufen kann, ohne durch Fehlermeldungen unterbrochen zu werden. Der komplette Algorithmus zur Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers (Damper Design Algorithm DDA) ist damit wie folgt:

**DDA1** Initialisiere den ALPSO-Algorithmus, das heißt wähle  $w, d_1, d_2, k_{max} \in \mathbb{N} \land [3, 10], \varepsilon_h$  und  $\mathbf{r}_p^0 = \mathbf{r}_{p,0}$ . Initialisiere N Partikel an den zufälligen oder be-

stimmten Punkten  $\boldsymbol{x}_{j}^{0}, j = 1..N$ . Setze  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^{0} = \boldsymbol{0}, \Delta \boldsymbol{x}_{j}^{0} = \boldsymbol{0}, j = 1..N, k = 0$  sowie  $\nu = 0$ .

- **DDA2** Für jeden der N Partikel löse das Ersatzproblem (5.46) mit dem SQP-Verfahren wie beschrieben in **SQP1** bis **SQP6**. Setze hierfür  $\boldsymbol{x}^0 = \boldsymbol{x}_j^0$ . Falls eine Lösung  $\boldsymbol{x}_j^*$  gefunden wurde, setze  $\boldsymbol{x}_j^0 = \boldsymbol{x}_j^*$ .
- **DDA3** Berechne den Wert der Zielfunktion für jeden der N Partikel nach Gleichung (5.34).
- **DDA4** Überprüfe die Nebenbedingungen (5.33b), (5.33c) und (5.33d) für jeden der N Partikel.
- **DDA5** Falls für alle Komponenten der Vektoren  $l \leq x_j^k$ ,  $x_j^k \leq u$ ,  $Ax_j^k b \leq 0$  und  $c(x_j^k) \leq 0$ , führe die Simulation des Startverhaltens durch. Falls die Berechnung erfolgreich ist, bestimme die zugehörigen Komfortkriterien (5.36). Falls eine Komponente der Vektoren  $l > x_j^k$ ,  $x_j^k > u$ ,  $Ax_j^k b > 0$  oder  $c(x_j^k) > 0$  oder die Simulation abbricht, setze

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{j}^{k} = \left[ \left( \boldsymbol{l} - \boldsymbol{x}_{j}^{k} \right)^{T}, \left( \boldsymbol{x}_{j}^{k} - \boldsymbol{u} \right)^{T}, \left( \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}_{j}^{k} - \boldsymbol{b} \right)^{T}, \left( \boldsymbol{c} \left( \boldsymbol{x}_{j}^{k} \right) \right)^{T} \right]^{T}$$
(5.47)

und

$$\kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_4 = 1 + \sum_{i=1}^{m_z - 4} \left( \max\left(0, \hat{h}_{j,i}^k\right) \right)^2 .$$
(5.48)

**DDA6** Falls  $\kappa_i \leq 0, i = 2..4$ , führe die Simulation des Zugverhaltens durch. Falls die Berechnung erfolgreich ist, bestimme das zugehörige Komfortkriterium (5.35). Falls ein  $\kappa_i > 0, i = 2..4$  oder die Simulation abbricht, setze

$$\kappa_1 = 1 + \sum_{j=2}^{4} \left( \max\left(0, k_j\right) \right)^2 + \sum_{i=1}^{m_{\mathcal{I}}-4} \left( \max\left(0, \hat{h}_{j,i}^k\right) \right)^2 \,. \tag{5.49}$$

- **DDA7** Führe Schritt **ALPSO2** aus, das heißt berechne den Wert der Gütefunktion  $\mathcal{L}_{A,j}\left(\boldsymbol{x}_{j}^{k}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu}, \boldsymbol{r}_{p}^{\nu}\right), j = 1..N$  für jeden Partikel nach (5.18) und bestimme  $\boldsymbol{x}_{j}^{best}$  sowie  $\boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$  nach den Kriterien (5.24) sowie (5.25). Berechne die Partikelgeschwindigkeiten  $\Delta \boldsymbol{x}_{j}^{k+1}, j = 1..N$  nach (5.23b) und aktualisiere die Partikelpositionen  $\boldsymbol{x}_{j}^{k+1}, j = 1..N$  nach (5.23a). Setze k = k + 1.
- **DDA8** Falls  $k < k_{max}$ , gehe zurück zu **DDA3**. Ansonsten setze  $\boldsymbol{x}^{\nu} = \boldsymbol{x}_{swarm}^{best}$  und fahre fort mit **DDA9**.
- **DDA9** Führe Schritt **ALPSO4** aus: Falls ein Abbruchkriterium erfüllt ist, beende den Algorithmus mit der Lösung  $\{\boldsymbol{x}^*, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^*\} = \{\boldsymbol{x}^{\nu}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu}\}$ . Ansonsten aktualisiere die LAGRANGE-Multiplikatoren  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\nu+1}$  mit (5.30) und die Penaltyfaktoren  $\boldsymbol{r}_p^{\nu+1}$  mit (5.31) unter Berücksichtigung der Bedingung (5.32). Setze  $k = 0, \nu = \nu + 1$ sowie  $\boldsymbol{x}_j^0 = \boldsymbol{x}_j^{k-1}, j = 1..N$  und gehe zurück zu **DDA3**.

Dieser Ablauf ist die algorithmische Ausgestaltung des in Abbildung 3.1 dargestellten Prozesses. Die beiden Verfahren, SQP und ALPSO, unterscheiden sich deutlich in ihrer Ausrichtung und haben individuelle Stärken und Schwächen. Um eine insgesamt funktionierende Methode zu generieren, werden die beiden Algorithmen ihren jeweiligen angedachten Verwendung nach eingesetzt. SQP ist prinzipiell nur dazu geeignet, lokale Lösungen eines Optimierungsproblems zu identifizieren. Die Geschwindigkeit, mit der die Sequenz an berechneten Punkten zum eigentlichen Optimum konvergiert, ist allerdings größer als bei nahezu allen anderen aktuell bekannten Verfahren. Falls die Gradienten der Zielfunktion und der Nebenbedingungen nicht a priori bekannt sind, müssen diese in den allermeisten Fällen numerisch beispielsweise mit der Finite-Differenzen-Methode bestimmt werden. Hierzu sind bei einem Problem mit n Variablen n + 1 Auswertungen der Zielfunktion und jeder Nebenbedingung notwendig. Dies kann enorme Rechenkosten und im Falle sehr zeitintensiver Berechnung, wie für die Komfortkriterien, auch einen großen Zeitaufwand nach sich ziehen. Aus diesen Gründen ist SQP nicht ideal für die Lösung des eigentlichen Entwurfsproblems. Bei der Vorkonditionierung hingegen gibt es keine zeitintensiven Funktionsauswertungen und die lokalen Sucheigenschaften des Verfahren sind sogar vorteilhaft, um eine möglichst weit gestreute Anfangspopulation zu generieren. Zusätzlich sind die beteiligten Funktionen ausreichend glatt und differenzierbar, weshalb hier die überlegenen Konvergenzraten voll ausgenutzt werden können. ALPSO hingegen eignet sich eher für die Suche nach globalen Lösungen, auch wenn ein globaler Konvergenzbeweis generell nicht möglich ist. Da die Lösungssuche nicht nur auf einer einzelnen Sequenz beruht, sondern auf der Verfolgung eines ganzen Schwarms potentieller Lösungen, und keine Gradienten benötigt werden, ist das Verfahren besser für die Auslegung geeignet. Da die Simulationen gegebenfalls übersprungen werden, wird in jeder Iteration auch bei einer großen Zahl an Partikeln nur wenige zeitintensive Berechnungen ausgeführt.

Wie in Abschnitt 5.3 bereits erwähnt, gestaltet sich die Definition eins Abbruchkriteriums für ALPSO und damit auch für den Algorithmus zur Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers schwierig. Es werden deshalb nach jeder Iteration  $\nu$  mehrere Bedingungen geprüft, um zu entscheiden, ob das Verfahren weitergeführt wird. Hierfür wird zunächst die durchschnittliche Änderung des Zielfunktionswertes am aktuellen Optimum  $f(\boldsymbol{x}_{swarm}^{best})$ über eine definierte Anzahl von Iteration berechnet. Falls dieser Wert unter eine bestimmte Grenze fällt und zusätzlich alle Nebenbedingungen und das Komplementatritätskriterium, siehe Gleichung (5.7e), erfüllt sind, wird die Auslegungsrechnung abgebrochen. Diese Art des Programmendes wird als Idealfall betrachtet, da hier davon ausgegangen wird, dass der Algorithmus konvergiert ist und eine eindeutige definierte Lösung gefunden hat. Zusätzlich wird allerdings auch eine Obergrenze an die Anzahl der Iterationen  $\nu_{max}$  und an die Zahl der durchgeführten Simulation des Zugverhaltens  $n_{Sim}^{max}$  festgelegt, bei der jeweils der Abbruch erfolgt. Hierbei kann sowohl ein positives als auch ein negatives Endergebnis erzielt werden, je nachdem ob die Nebenbedingungen und das Komplementatritätskriterium am aktuellen Optimum bei Programmabbruch erfüllt sind. Ein so herbeigeführtes Programmende ist suboptimal, da der Algorithmus noch nicht vollständig konvergiert ist und gegebenenfalls bessere Lösungen nicht mehr gefunden werden können. Allerdings werden dadurch die Rechenzeiten begrenzt, insbesondere falls das betrachte Optimierungsproblem gar keine Lösung hat.

Es seien hier noch zuletzt einige Anmerkungen aus Sicht der Numerik gegeben. Generell wird der Verlauf der Optimierung stark von den absoluten Werten der charakteristischen Größen bestimmt, die in die Berechnung der LAGRANGE-Funktion eingehen. Auf dieser Basis wird die Bewertung und der Vergleich der einzelnen Entwürfe vorgenommen. Deshalb ist es vorteilhaft, die Zielfunktion und vor allem die Nebenbedingungen so zu skalieren, dass alle Zahlenwerte in der gleichen Größenordnung vorliegen. Das heißt, es müssen geeignete Faktoren gefunden werden, um das Problem von den jeweiligen physikalischen Einheiten zu entkoppeln. Die Problematik soll in einem kurzen Beispiel verdeutlicht werden. Zwei Entwürfe  $x_1$  und  $x_2$  mit gleichem Zielfunktionswert  $f_1 = f_2$  verletzen jeweils eine der Nebenbedingungen um ein Prozent des zulässigen Zielwertes. Im einen Fall beträgt der Zielwert 100 mm, das heißt der Wert der Restriktion liegt in SI-Einheiten ausgedrückt bei  $h_1 = 10^{-3}$ . Der zweite Entwurf überschreitet eine Restriktion zu maximalen Bauteilspannungen mit einem Zielwert von 1000 MPa. Daraus ergibt sich  $h_2 = 10^7$ . Bei gleichen LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda_1 = \lambda_2$  und Penaltyfaktoren  $r_{p,1} = r_{p,2}$  ergibt sich nach Gleichung (5.18)  $\mathcal{L}_{A,2} \gg \mathcal{L}_{A,1}$ . Der zweite Entwurf wird also deutlich schlechter bewertet, obwohl es aus logischer Sicht keinen qualitativen Unterschied gibt. Im nächsten Iterationsschritt vergrößert sich die Diskrepanz gegebenenfalls noch weiter, da die LAGRANGE-Multiplikatoren nach Gleichung (5.30) auf Basis der Nebenbedingung aktualisiert werden. Es müssen deshalb geeignete Faktoren gefunden werden, dass für alle Restriktionen hstets  $\mathcal{O}(h_i) = \mathcal{O}(h_i) \forall i, j$  gilt. Die Skalierung der Zielfunktion ist aus dieser Sicht weniger kritisch, da alle Entwürfe mit der gleichen Funktion bewertet werden. Neben der Vergleichbarkeit der Entwürfe gibt es allerdings noch einen weiteren Grund, die Größenordnung der auftretenden Zahlen zu beschränken. Durch das Speicherformat von Gleitkommazahlen auf Computern gibt es Grenzen, in denen sich die Zahlen bewegen dürfen, bevor sie entweder als unendlich groß oder gleich null abgespeichert werden. Danach ist eine Anderung durch Multiplikation oder gegebenenfalls auch Addition nicht mehr möglich. Diese Überlegungen müssen auch bei der Wahl der ursprünglichen Penaltyfaktoren  $r_{p,0}$  berücksichtigt werden.

## 6 Ergebnisse

Im folgenden Kapitel werden einige der mit der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Methode erzielten Ergebnisse und Erkenntnisse vorgestellt. Dies umfasst nicht nur die automatisiert generierten Entwürfe, die am Ende des Verfahrens stehen, sondern auch eine Diskussion der Eigenschaften des Optimierungsproblems und des Verhaltens der einzelnen Bestandteile der Methode. Hierzu zählen beispielsweise die Parameterkonvertierung und der zur Lösung verwendete Algorithmus. Zunächst wird in Abschnitt 6.1 untersucht, inwieweit die im Rahmen der Parameterkonvertierung vorgenommene Modellierung der Einzelkomponenten valide Ergebnisse erzielt. Da das untersuchte Problem sehr komplex und wenig anschaulich ist, wird anschließend in Abschnitt 6.2 die Struktur der Zielfunktion und der Nebenbedingungen betrachtet. Hier wird ebenfalls dargestellt, wie sich der Designraum mit variierenden Restriktionen verändert. Im Anschluss wird anhand einiger Auslegungsrechnungen für verschiedene Probleme das Konvergenzverhalten des Algorithmus diskutiert, siehe Abschnitt 6.3. Zuletzt werden in Abschnitt 6.4 die Ergebnisse der Auslegungen in einigen beispielhaften Anwendungsfällen dargestellt, wobei der Fokus hier auf den technischen Charakteristiken der Bauteile und den Auswirkungen auf die Triebstrangdynamik liegt.

## 6.1 Validierung der Parameterkonvertierung

Die in Abschnitt 3.3 beschriebene Parameterkonvertierung bildet einen der Grundsteine der gesamten Methode. Es soll deswegen hier dargestellt werden, inwieweit die Berechnung der physikalischen Parameter eines Dämpferentwurfs auf Basis der vorgestellten Ersatzgeometrien zu realistischen Werten führt. Von besonderem Interesse sind hier vor allem

- das Gesamtmassenträgheitsmoment und die Gesamtmasse des Dämpfers,
- die Masse und Steifigkeit der verwendeten Federn sowie
- die Masse der Fliehkraftpendel.

Diese Größen sind entweder entscheidend für die Bewertung eines Entwurfs im Rahmen des automatisierten Auslegungsprozesses oder haben großen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Dämpfers und damit die Triebstrangdynamik. Deshalb ist es wichtig, diese Parameter entweder möglichst realitätsnah oder zumindest für eine Konzeptentscheidung ausreichend genau abzubilden. In **Tabelle 6.1** sind die Abweichungen im Gesamtmassenträgheitsmoment  $\Delta J$  und der Gesamtmasse  $\Delta m$  zwischen den tatsächlichen Werten verschiedener Torsionsschwingungsdämpfer, die in Fahrzeugen zum Einsatz kommen, und mit Hilfe von Zeichnungsangaben durch die Parameterkonvertierung berechnete Ergebnisse aufgelistet. Dabei gilt

Dämpfer Nr.	$\Delta J \ [\%]$	$\Delta m \ [\%]$
1	-3,33	-4,27
2	-4,92	-3,19
3	-5,11	-2,78
4	-2,74	-2,99
5	-2,12	-2,11
6	-8,02	-6,29

Tabelle 6.1: Abweichungen zwischen den tatsächlichen und den im Rahmen der Parameterkonvertierung berechneten Werten im Bezug auf Gesamtmassenträgheitsmoment und Gesamtmasse der Dämpfer

$$\Delta J = \frac{J_{calc} - J_{real}}{J_{real}} , \qquad (6.1a)$$

$$\Delta m = \frac{m_{calc} - m_{real}}{m_{real}} . \tag{6.1b}$$

Das Trägheitsmoment des Dämpfers ist die entscheidende Größe für die Bewertung eines Entwurfs im Rahmen der Optimierung, siehe Gleichung (5.34), und bei der nachfolgenden Konzeptauswahl durch den Entwickler. Die Dämpfermasse wird zwar nicht im Auslegungsprozess genutzt, stellt allerdings trotzdem ebenfalls eine wichtige Information bei der Entscheidungsfindung dar. Aus der Auflistung wird deutlich ersichtlich, dass durch die angewandten Ersatzgeometrien ein systematischer Fehler bei der Berechnung gemacht wird. Sowohl das Trägheitsmoment als auch die Masse werden stets unterschätzt. Die Abweichung liegt für beide Parameter in den meisten Fällen im Bereich von zwei bis fünf Prozent. Diese Ungenauigkeit kann im Rahmen einer Konzeptbetrachtung in frühen Entwicklungsphasen akzeptiert werden. Dies gilt vor allem vor dem Hintergrund, dass der Fehler der beschriebenen Systematik unterliegt und deshalb gut in den weiteren Überlegungen auf Basis der Auslegungsergebnisse berücksichtigt werden kann.

Federset Nr.	$\Delta c_{AF} \ [\%]$	$\Delta m_{AF} \ [\%]$	$\Delta c_{IF} \ [\%]$	$\Delta m_{IF} \ [\%]$
1	-10,38	+3,11	-0,61	-0,92
2	-8,37	+1,74	$\pm 0,00$	$\pm 0,00$
3	-2,14	+1,23	-1,07	$\pm 0,00$
4	-8,19	+1,58	-0,30	$\pm 0,00$
5	-12,27	+1,72	-1,50	$\pm 0,00$

Tabelle 6.2: Abweichungen zwischen den tatsächlichen und den im Rahmen der Parameterkonvertierung berechneten Werten im Bezug auf die Masse und Steifigkeit von Bogenfedern **Tabelle 6.2** führt die Abweichungen in der Steifigkeit und Masse verschiedener Bogenfedern auf. Diese sind unterteilt in die Werte für Außenfedern  $\Delta c_{AF}$  sowie  $\Delta m_{AF}$  und Innenfedern  $\Delta c_{IF}$  sowie  $\Delta m_{IF}$ . Dabei gilt analog zu Gleichungen (6.1)

$$\Delta c = \frac{c_{calc} - c_{real}}{c_{real}} . \tag{6.2}$$

Die Steifigkeit wird bei beiden Federtypen generell unterschätzt, wobei die Genauigkeit für die kleineren Innenfedern deutlich größer ist. Möglicherweise spielen hier weitere Effekte wie beispielsweise die ungleichmäßige Belastung der Federn, die in der einfachen Betrachtung zur Berechnung der Steifigkeit nicht berücksichtigt sind, eine geringere Rolle. Die zu gering angenommenen Federsteifigkeiten haben mehrere Folgen. Zum einen beeinflussen sie die Ergebnisse sowohl der Zug- als auch der Startsimulation und damit die Werte der Komfortkriterien im Optimierungsprozess, siehe Gleichungen (5.35) und (5.36). Die Isolationswirkung des Schwingungsdämpfers im Zugbetrieb wird gegebenenfalls überschätzt, da eine möglichst weiche Abstimmung im Allgemeinen die Entkopplung verbessert. Beim Motorstart hingegen kann ein zu weicher Dämpfer den Komfort verschlechtern. Zum anderen geht die Federsteifigkeit auch direkt in die Nebenbedingung (5.38u) ein. Gegebenenfalls werden zur Erfüllung dieser Restriktion steifere Federn ausgelegt als tatsächlich notwendig. Inwieweit die Parameterkonvertierung im Bezug auf die Federsteifigkeit ausreichend genau ist, ist schwer abzuschätzen. Dies gilt vor allem für die Außenfedern. Vorteilhaft ist, dass der Fehler wiederum sehr systematisch ist und bei der Konzeptauswahl berücksichtigt werden kann.

Die Berechnung der Federmasse, die vor allem in die Simulation der Triebstrangdynamik und damit in die Komfortkriterien eingeht (5.35) und (5.36), erfolgt insgesamt sehr genau. Die relative Abweichung liegt zumeist unter zwei Prozent. Allerdings ergibt sich hier kein einheitlicher systematischer Fehler. Die Masse der Außenfedern wird generell überschätzt, während zumindest für eine der Innenfedern eine zu geringe Masse angegeben wird. Allerdings ist die Genauigkeit in allen Fällen so hoch, dass die Werte akzeptabel sind, auch wenn sich kein eindeutiger Trend erkennen lässt.

Zuletzt soll noch die Qualität der Berechnungen in Bezug auf die Masse von Fliehkraftpendeln untersucht werden. Zur Verfügung steht hierfür allerdings nur ein kleiner Datensatz von zwei Dämpfern, die auch in Serie umgesetzt sind. Die Abweichung liegt bei einem beziehungsweise drei Prozent und damit auf einem sehr niedrigen Niveau. Wie auch die Federmasse fließt die Pendelmasse in die Simulationsrechnungen ein und beeinflusst damit die Komfortkriterien (5.35) und (5.36). Aufgrund des geringen Stichprobenumfangs und des schwer zu beurteilenden Einflusses auf den Optimierungsprozess kann die Berechnung der Pendelmasse nicht vollumfänglich validiert werden. Nichtsdestotrotz rechtfertigen die ersten Ergebnisse den Einsatz der vorgeschlagenen Modellierung.

## 6.2 Eigenschaften des Optimierungsproblems

Die Darstellung der Struktur des Optimierungsproblems, das zur Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers gelöst werden muss, ist nicht trivial. Dies resultiert vor allem aus

der großen Anzahl der Parameter, die den Optimierungsvektor bilden. Dementsprechend sind die Zielfunktion und die Nebenbedingungen teilweise abhängig von einer Vielzahl an Variablen. Zudem ist es nicht möglich, einige der betreffenden Funktionen geschlossen wiederzugeben. Die Komfortkriterien beispielsweise basieren auf der Lösung eines Differentialgleichungssystems, die nur numerisch berechnet werden kann. Um trotzdem ein Gefühl für die Form des Designraums  $\mathcal{D}$  und den Verlauf der Zielfunktion zu bekommen und dementsprechend auch die eigentlichen Optimierungsergebnisse bewerten zu können, werden jeweils Schnitte entlang bestimmter Parameterebenen verwendet. Abbildung 6.1 stellt einen solchen Schnitt dar. Ausgehend von zufällig verteilten Ausgangspunkten wurden mit dem ersten Vorkonditionierungsschritt, wie er in Abschnitt 5.5 beschrieben ist, 5000 Punkte erzeugt, die alle Nebenbedingungen außer den Komfortkriterien erfüllen. Der Wert der Zielfunktion, das heißt das Massenträgheitsmoment  $J_D$  des Dämpfers, wird durch die Farbe des jeweiligen Punktes wiedergegeben. Der Maximalwert  $J_{max}$  ist circa 1,4-mal so groß wie der kleinste Wert  $J_{min}$ . Der Betrachtung zugrunde gelegt wurden in diesem speziellen Fall die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer, wie sie in Abschnitt 5.4.3 beschrieben ist. Die hier gewählte Schnittebene ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil die betrachteten Parameter die äußere Form der Bogenfedern und damit auch die Hüllkontur des Dämpfers fast vollständig definieren, siehe hierzu auch Abbildung 3.7. Es lassen sich hier einige grundlegende Eigenschaften der Zielfunktion und der Nebenbedingungen beobachten. Zunächst einmal ist ein Großteil der Diagrammfläche leer, was darauf schließen lässt, dass in weiten Bereichen des durch die Grenzen l und u (siehe Gleichung (5.33b))



Abbildung 6.1: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer ohne Komfortkriterien in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums

vorgegebenen Gebietes keinerlei brauchbare Entwürfe zu finden sind. Die interessierende Region ähnelt einem Dreieck und ist vor allem an ihrer rechten Seite durch eine scharfe Kante begrenzt. Diese Linie spiegelt die Nebenbedingung (5.37c) wider. An diese Begrenzung lagert sich eine hohe Anzahl potentieller Lösung an, das heißt hier finden sich viele Entwürfe, die zumindest den Anforderungen an Festigkeit und Montierbarkeit gerecht werden. Allerdings sind die zu den einzelnen Punkten gehörenden Werte der Zielfunktion sehr hoch, weshalb sie keine Minima darstellen können. Das Massenträgheitsmoment nimmt ausgehend von der Nebenbedingung bis zur gegenüberliegenden Spitze des Dreiecks kontinuierlich und nahezu linear ab. Hier finden sich die Entwürfe, die als Auslegungsziel gesucht werden, sofern sie auch noch die Komfortkriterien erfüllen. Der Optimierungsalgorithmus muss in der Lage sein, diese Punkte zuverlässig zu identifizieren. Die Begrenzung auf der linken Seite ist deutlich weniger klar, allerdings lässt sich auch hier noch recht eindeutig ein linearer Zusammenhang erkennen. Der Ursprung dieser Grenze liegt in der Restriktion (5.38n), die zwar generell nichtlinear ist, allerdings nur linear von den dargestellten Variablen abhängt. Der Verlauf der Zielfunktion über den betrachteten Parameter entspricht des Weiteren den Erwartungen und kann logisch nachvollzogen werden. Je größer der Wirkradius  $R_W$  und der Außendurchmesser  $D_a^{AF}$  werden, desto mehr radialen Bauraum nimmt der Dämpfer ein und desto mehr Masse ist auf einem großen Radius konzentriert. Dementsprechend steigt das Trägheitsmoment.

Ein weiteres Beispiel für die Auswirkungen von Nebenbedingungen auf den Designraum



Abbildung 6.2: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer ohne Komfortkriterien in der  $\{x_2, x_{12}\}$ -Ebene des Parameterraums

ist in **Abbildung 6.2** dargestellt. Hier ist die Lage der Punkte in einer Ebene wiedergegeben, die durch die Außendurchmesser der größten Federn in ZMS und Innendämpfer aufgespannt wird. Die Variablen  $D_a^{AF}$  und  $D_a^{ID,1,AF}$  sind über die Nebenbedingungen (5.37f) und (5.38n) direkt miteinander verknüpft. Der erste der beiden Ausdrücke schlägt sich in der linken Grenze des Bereichs nieder, in dem alle akzeptierten Entwürfe liegen. Es ergibt sich eine Gerade mit Steigung eins und Achsenabschnitt null. Die zweite Restriktion ist zwar prinzipiell nichtlinear, allerdings ergibt sich, wie auch schon oben aufgezeigt, nichtsdestotrotz in der betrachteten Ebene ein linearer Zusammenhang zwischen den Variablen. Im Gegensatz zu **Abbildung 6.1** ist die Verteilung hinsichtlich des Massenträgheitsmomentes weniger geordnet und höchstens eine Tendenz zu erkennen. Die höchsten Werte treten dabei überwiegend an der rechten Grenze auf, während die Entwürfe mit niedriger Trägheit eher im Bereich der gegenüberliegenden Spitze liegen.

Nichtlineare Zusammenhänge zwischen Optimierungsparametern lassen sich sehr gut bei der Federauslegung beobachten, vergleiche hierzu **Abbildungen 6.3** und **6.4**. Aufgetragen ist jeweils die Position der Punkte in der Schnittebene, welche durch die Stärke des Federdrahtes d und die Anzahl der federnden Windungen  $i_{fed}$  gegeben ist. In beiden Fällen, das heißt sowohl bei der Dimensionierung der äußeren Bogenfeder als auch der äußeren Druckfeder in der ersten Stufe des Innendämpfers, wird der Designraum auf der rechten Seite durch einen hyperbolischen Verlauf begrenzt. Dieser resultiert aus den Spannungsrestriktionen (5.38p) beziehungsweise (5.38r). Die untere Grenze des Bereichs, in dem Lösungen gefunden wurden, ist weniger klar ausgeprägt und hat keinen eindeutig identifizierbaren Verlauf.



Abbildung 6.3: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer ohne Komfortkriterien in der  $\{x_3, x_5\}$ -Ebene des Parameterraums



Abbildung 6.4: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer ohne Komfortkriterien in der  $\{x_{13}, x_{14}\}$ -Ebene des Parameterraums

Möglicherweise geht sie auf die Anforderungen bezüglich der Federsteifigkeit (5.38u) beziehungsweise (5.38v) zurück. Vor allem in **Abbildung 6.3** ist wiederum ein ausgeprägter Verlauf des Massenträgheitsmomentes zu erkennen. Die Zielfunktion nimmt mit zunehmender Drahtstärke zu und erreicht für mittlere bis niedrige Windungszahlen ihr Minimum. In **Abbildung 6.4** sind die Zusammenhänge hingegen weniger klar. Dies lässt wiederum darauf schließen, dass vor allem die Parameter der Bogenfedern das Trägheitsmoment des Dämpfers bestimmen, was angesichts der quadratischen Abhängigkeit vom Abstand zur Drehachse auch logisch nachvollziehbar ist.

Werden Ergebnisse für die Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln betrachtet, so werden sowohl Unterschiede als auch Gemeinsamkeiten zwischen den Optimierungsproblemen sichtbar. **Abbildung 6.5** zeigt den gleichen Schnitt wie **Abbildung 6.1**. Wiederum wurden 5000 Punkte dargestellt, welche sämtliche Restriktionen einhalten, die ohne Simulation abgeprüft werden können. Das Verhältnis zwischen maximalem und minimalem Trägheitsmoment  $J_{max}$  und  $J_{min}$  liegt auch hier bei circa 1,4. Vergleicht man die beiden Graphiken, so wird deutlich, dass die Nebenbedingungen (5.37c) in beiden Optimierungsproblemen in der gleichen Art und Weise eine scharfe Begrenzung des Designraums ergibt. Die linke Grenze des Bereichs, in dem Lösungen gefunden werden, existiert im Fall des ZMS mit Fliehkraftpendeln nicht in der gleichen Form. Das stärkt die Annahme, dass dieser Zusammenhang im ersten betrachteten Beispiel auf die Restriktion für den Innendämpferbauraum (5.38n) zurückzuführen ist, da diese Vorgabe im zweiten betrachteten Fall nicht



Abbildung 6.5: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln ohne Komfortkriterien in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums

wirksam ist. Dadurch, dass der zulässige Bereich weniger eingeschränkt ist, sind die Lösungen weiträumiger verteilt, wobei die Dichte in der Nähe der Restriktion am größten ist und zur gegenüberliegenden Seite immer weiter abnimmt. Die generelle Verteilung des Massenträgheitsmoments ist der in **Abbildung 6.1** sehr ähnlich. Die größten Werte treten am rechten oberen Rand des Designraums auf. Die Zielfunktion nimmt mit zunehmendem Abstand von diesem Bereich immer weiter ab. Da die Punkte allerdings weniger stark akkumuliert sind, ist der Verlauf schwerer zu erkennen.

Der Zusammenhang zwischen der Drahtstärke d der Bogenfeder und der Zahl ihrer federnden Windungen  $i_{fed}$  im Falle eines ZMS mit Fliehkraftpendeln in Abbildung 6.6 ist dem für ein ZMS mit Innendämpfer, siehe Abbildung 6.3, sehr ähnlich. Sowohl der Bereich, in dem Lösungen gefunden werden, als auch der Verlauf der Gütefunktion über dem Designraum sind nahezu identisch. Unterschiede ergeben sich nur bei der Verteilung der Punkte innerhalb des zulässigen Bereichs, was entweder der zufälligen Erzeugung geschuldet ist oder der Tatsache, dass sich Restriktionen in anderen Ebenen der Optimierungsvariablen in diesem Schnitt auswirken. Grundsätzlich wird durch die Tatsache, dass die Graphiken für beide Optimierungsprobleme strukturell ähnlich sind, die Annahme bestätigt, dass die Restriktionen für die maximalen Spannungen und die Kennlinie der Federn hier relevant sind.

Werden zusätzlich die Komfortbedingungen berücksichtigt, so wird der zulässige Bereich weiter eingeengt. In Abbildungen 6.7 und 6.8 ist die Verteilung von 100 Lösungen des



Abbildung 6.6: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln ohne Komfortkriterien in der  $\{x_3, x_5\}$ -Ebene des Parameterraums

vollen Optimierungsproblems (5.33) in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene und der  $\{x_3, x_5\}$ -Ebene des Parameterraums dargestellt. Betrachtet wurde hierbei wiederum die Konzeptionierung eines ZMS mit Innendämpfer. Die Auslegung erfolgte dabei nur unter Berücksichtigung der Restriktion für das dynamische Verhalten während der Beschleunigung des Fahrzeugs (5.35). Der Wert K wurde zunächst groß gewählt, das heißt die zusätzliche Einschränkung ist eher klein. Die gefundenen Lösungen liegen innerhalb des ursprünglichen Designraums, der durch die grau im Hintergrund dargestellten Punkte angedeutet wird. Grundsätzlich stellt sich eine ähnliche Verteilung ein wie für das Ersatzproblem, das heißt es bilden sich sowohl Bereiche, in denen sich viele Lösungspunkte akkumulieren, als auch eher spärlich besetzte Gebiete. Die Lage dieser Gegenden unterschiedlicher Lösungsdichte ist ebenfalls vergleichbar. Allerdings wird aus den beiden Graphiken auch deutlich, dass nicht mehr im gesamten Designraum des reduzierten Problems Punkte gefunden werden, die alle Nebenbedingungen erfüllen. Beispielsweise finden sich in Abbildung 6.7 keine Lösungen mehr im Bereich kleiner Federdurchmesser  $D_a^{AF}$ . Dieser Bereich zeichnet sich auch durch kleine Werte der Zielfunktion aus. Daraus lässt sich schließen, dass die Erfüllung der Komfortkriterien und die Suche nach möglichst optimalen Punkten konträr liegende Ziele sind. Die Komfortkriterien sind die entscheidenden Nebenbedingungen, die den Designraum in der Richtung begrenzen, in der die potentiell besten Lösungen liegen.



Abbildung 6.7: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer mit Komfortkriterien in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums



Abbildung 6.8: Struktur des Optimierungsproblems zur Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer mit Komfortkriterien in der  $\{x_3, x_5\}$ -Ebene des Parameterraums

## 6.3 Problemspezifisches Verhalten des Optimierungsalgorithmus

Um zu entscheiden, ob der in Abschnitt 5.5 vorgeschlagene Algorithmus zur Auslegung eines Torsionsschwingungsdämpfers geeignet ist, wird das grundlegende Verhalten der Prozedur untersucht. Die Kriterien, anhand derer die Eignung überprüft wird, sind dabei in den Anforderungen an die Gesamtmethode enthalten, siehe Abschnitt 3.1. Die Auswertung der Ergebnisse muss deshalb klären,

- wie zuverlässig und schnell der Algorithmus Optima identifiziert,
- ob Robustheit gegenüber verschiedenen Aufgabenstellungen besteht,
- welche Auswirkungen Änderung an den Steuerparametern des Algorithmus auf die Rechenzeiten und die Ergebnisqualität haben und
- inwieweit das zweistufige Optimierungsverfahren tatsächlich Vorteile bringt.

Der Fokus der Analyse liegt somit weniger auf den generellen Konvergenzeigenschaften des ALPSO-Verfahrens als vielmehr auf einer explizit problemspezifischen Untersuchung der Eignung. Grundlegende Aussagen zum Konvergenzverhalten des Algorithmus unter Verwendung von standardisierten Testproblemen finden sich beispielsweise bei SEDLA-CZEK und EBERHARD [153]. Als Testsystem für die folgenden Betrachtungen wurde ein Fahrzeug mit Allradantrieb und einem Sechszylinder-Saugmotor, der im Heck angeordnet ist, gewählt. Alle Auslegungsläufe werden unter Berücksichtigung der durch dieses System vorgegebenen funktionalen und konstruktiven Randbedingungen durchgeführt. Der Aufbau und einige Parameter des verwendeten Simulationsmodells sind in MALL et al. [106] dargelegt. Da der Designprozess auf Basis des PSO-Algorithmus erfolgt, der immanent stochastisch ist, kann eine geeignete Analyse der Leistungsfähigkeit des Verfahrens nur über eine statistische Auswertung erfolgen. Aus diesem Grund werden zu jedem Problem mehrere Optimierungen angestoßen und die Ergebnisse über den arithmetischen Mittelwert Mund die empirische Standardabweichung S beziehungsweise den empirischen Variationskoeffizienten V der Versuche bewertet. Dabei gilt für eine Stichprobe der Variable X mit den n Elementen  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 

$$M(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i , \qquad (6.3a)$$

$$S(X) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - M(X))^2}, \qquad (6.3b)$$

$$V(X) = \frac{S(X)}{M(X)} . \tag{6.3c}$$

Zudem sei noch die maximale Abweichung  $\Delta$  definiert als

$$\Delta(X) = \frac{\max(|X_i - M(X)|)}{M(X)}, \ i = 1..n \ .$$
(6.3d)

Die zu analysierenden Größen sind dabei der Wert der Zielfunktion, das heißt das Massenträgheitsmoment des Dämpfers, am gefundenen Optimum  $f(\mathbf{x}^*) = J_D^*$  als Maß für die Ergebnisgüte und die Anzahl der Simulationen des Zugverhaltens  $n_{Sim}$ , die bis zum Programmende durchgeführt wurden, als Kennzahl für die Rechenzeit. Neben der eindimensionalen Betrachtung der Kennwerte können allerdings auch aus der Verteilung der Ergebnisse im Parameterraum Rückschlüsse auf die Güte des Verfahrens gezogen werden. Allerdings liefern nicht nur die Endergebnisse wertvolle Informationen über die Performance und Eignung, sondern auch der zeitliche Verlauf charakteristischer Größen, wie beispielsweise die Werte der Zielfunktion oder der LAGRANGE-Multiplikatoren. Zeitlich bezeichnet hierbei die Veränderung in diskreten Schritten von einer Iteration  $\nu$  zur nächsten  $\nu+1$ . Die Trajektorien der Partikel im Parameterraum als zweidimensionale Entsprechung können ebenfalls herangezogen werden. Selbst die Aussage, welches der Abbruchkriterien letzten Endes zur Beendigung des Programms geführt hat, kann für die Bewertung verwendet werden.

#### 6.3.1 Performance, Streuung und Robustheit des Verfahrens bei variierenden Problemstellungen

Zur Beurteilung der Performance des gewählten Verfahrens werden in einem ersten Schritt die erzielten Ergebnisse hinsichtlich Ergebnisgüte und Rechenzeiten ausgewertet. Da der ALPSO-Algorithmus als Kernelement des Auslegungstools auf einer Abfolge von Zufallszahlen beruht, wird zudem betrachtet, inwieweit trotzdem eine deterministische Aussage zur Lage des Optimums beziehungsweise der Optima im Parameterraum getroffen werden kann, das heißt wie groß die Streuung des Verfahrens ist. Zusätzlich wird analysiert, ob das gewählte Verfahren universell für alle betrachteten Problemstellungen geeignet ist und damit geklärt, ob die geforderte Robustheit gegeben ist. Hierzu werden Auslegungsergebnisse für verschiedene Torsionsdämpfer untersucht, wobei als Komfortkriterien entweder nur das Verhalten bei der Beschleunigungsfahrt, Gleichung (5.35), oder zusätzlich auch der Motorstart, Gleichungen (5.36a) bis (5.36c), berücksichtigt werden. Durch Anpassen der Größe K kann eine mehr oder weniger strikte Einhaltung der vorgegebenen Grenzkurven für die Zugentkopplung gefordert werden, siehe Gleichung (5.35). Es ergeben sich dadurch Optimierungsprobleme mit unterschiedlichen Zielfunktionen, deren Nebenbedingungen zusätzlich in Art und Anzahl variiert werden. Zur statistischen Absicherung werden jeweils 20 Auslegungsrechnungen mit unterschiedlichen, zufällig generierten Ausgangspopulationen durchgeführt. Durch die in Abschnitt 5.5 beschriebene Vorkonditionierung des Schwarms mit Hilfe des SQP-Verfahrens kann es allerdings durchaus vorkommen, dass einzelne Punkte in verschiedenen Anfangspopulationen für das ALPSO-Verfahren enthalten sind. Die Steuerparameter des Schwarmverhaltens  $w = 0, 9, d_1 = 0, 8$  und  $d_2 = 0, 8$  (siehe Gleichung (5.23b)) wurden ebenso wie die Populationsgröße von N = 50 Partikeln über alle Versuche konstant gehalten. Die so gewählten Parameter für soziales und kognitives Partikelverhalten sowie die Partikelträgheit erfüllen sowohl die grundsätzliche Bedingung für die Konvergenz von PSO-Algorithmen nach VAN DEN BERGH, Gleichung (5.26), als auch jene nach TRELEA, Gleichung (5.27). Als weitere Parameter wurden  $\varepsilon_h = 10^{-3}$  und  $r_p^0 = 10^3$  gewählt. Die Anzahl der Iterationen wurde auf  $k_{max} = 3$  in der inneren Schleife und  $\nu_{max} = 500$  in der äußeren Schleife begrenzt, siehe hierzu die Ausführungen zum DDA in Kapitel 5.5. Zusätzlich wurde die Anzahl der Simulation auf  $n_{Sim}^{max} = 3000$  limitiert, wobei die Überprüfung dieses Abbruchkriteriums nur nach jeder Iteration der äußeren Schleife durchgeführt wird, weshalb teilweise auch Werte leicht oberhalb dieser Grenze auftauchen können.

Abbildung 6.9 stellt die Lage der Einzelergebnisse der Auslegungsrechnungen für ein ZMS mit Innendämpfer in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des zugehörigen Parameterraums dar. Im Hintergrund sind außerdem die Einzellösungen aus Abbildung 6.1 als Orientierungshilfe aufgetragen. Des Weiteren sind die wichtigsten Kennwerte der Untersuchungen in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Der Motorstart wurde hierbei zunächst vernachlässigt. Es ist sehr deutlich ersichtlich, dass sich die Konvergenzeigenschaften und die Verteilungen je nach gewähltem K-Wert stark unterscheiden. Bei der striktesten Formulierung der Nebenbedingung, dass heißt für den kleinsten Wert  $K = K_3$ , werden keine Lösungen innerhalb des gegebenen Parameterraums gefunden. Für die schwächste Formulierung mit  $K = K_1$  hingegen wird in jedem Versuchslauf eine Lösung gefunden. Alle Ergebnisse liegen zudem



Abbildung 6.9: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Innendämpfer, ohne Berücksichtigung des Motorstarts

Komfortkriterium	schwach, $K = K_1$	mittel, $K = K_2$	strikt, $K = K_3$
Konvergente Versuche [-]	20	16 (19)	0
$M\left(J_D^*\right)$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,0855	$0,0869 \ (0,0877)$	-
$V\left(J_{D}^{*} ight)$ [%]	0,86	2,88 (3,55)	-
$\Delta\left(J_{D}^{*}\right)\left[\%\right]$	1,92	$8,\!17\ (7,\!84)$	-
$M\left(n_{Sim} ight)$ [-]	530	1488 (1729)	-
$\max\left(n_{Sim}\right) \left[-\right]$	1103	2988 (3022)	-

Tabelle 6.3: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Innendämpfer, ohne Berücksichtigung des Motorstarts

akkumuliert im Bereich der geringsten Werte der Zielfunktion, das heißt, es kann davon ausgegangen werden, dass auch tatsächlich lokale Optima gefunden wurden. Dies spiegelt sich auch im niedrigen Mittelwert der Zielfunktion an den gefundenen Ergebnissen  $M(J_D^*)$  sowie der geringen Streuung der Werte, ausgedrückt durch  $V(J_D^*)$  und  $\Delta(J_D^*)$ wider, siehe **Tabelle 6.3**. Die einzelnen Optimierungsläufe terminieren zu 100% dadurch, dass sich der Wert der Zielfunktion an den aktuellen Optima über mehrere Generationen nicht signifikant ändert und alle Nebenbedingungen sowie das Komplementaritätskriterium (5.7e) erfüllt sind. Dies entspricht im Kontext des gewählten Algorithmus am ehesten von allen Bedingungen zur Beendigung des Verfahrens einer klassischen Konvergenzaussage, vergleiche Abschnitt 5.5. Nur Auslegungen, die so beendet werden, zählen in **Tabelle** 6.3 als konvergente Versuche. Testläufe, die aufgrund eines anderen Kriteriums beendet werden, das heißt nach der festgelegten Anzahl an Iteration oder Simulationsrechnungen, sind nicht oder noch nicht konvergiert. Nichtsdestotrotz können auch hier zulässige Zwischenergebnisse gefunden worden sein, die für die statistische Auswertung genutzt werden können. In der Verteilungsdarstellung sind solche Punkte durch einen Kreis gekennzeichnet, siehe beispielsweise Abbildung 6.9, und in der Zusammenfassung werden Daten, in die Zwischenergebnisse eingehen, in Klammern dargestellt, siehe beispielsweise **Tabelle** 6.3. Relevant ist dabei jeweils der letzte gefundene Punkt innerhalb des Designraums. Für den mittleren Wert  $K = K_2$  konvergieren beispielsweise 16 Auslegungsrechnungen nach dem oben beschriebenen Kriterium. Bei drei weiteren Versuchen werden allerdings ebenfalls Entwürfe gefunden, die allen Nebenbedingungen entsprechen, weshalb insgesamt 19 Datensätze für die Auswertung zur Verfügung stehen. Nur in einem Fall kann keine Lösung berechnet werden.

Aus dieser Information lassen sich zusammen mit der Verteilung und der statistischen Auswertung einige generelle Annahmen zum Einfluss variierender Nebenbedingungen treffen. Striktere Anforderungen an den Komfort während der Beschleunigungsfahrt verkleinern den zulässigen Bereich, wobei sie hier weniger ein neues flächiges Gebiet definieren als vielmehr einzelne Inseln zu schaffen scheinen. Dies ist dadurch motiviert, dass auch für  $K = K_2$  Lösungen im Bereich der absolut kleinsten Massenträgheit gefunden werden, allerdings nicht mehr von jeder zufälligen Ausgangsverteilung der Partikel aus. Falls dem so wäre, müssten wiederum alle Versuche konvergieren und sich an einer anderen Stelle im Parameterraum agglomerieren. Ab einer gewissen Grenze  $K = K_{krit}$ , die im hier betrachteten Fall zwischen  $K_2$  und  $K_3$  liegt, wird das Problem entweder nicht mehr lösbar, das heißt  $\mathcal{D} = \{\}$ , oder der Lösungsraum ist zumindest soweit eingeschränkt oder fragmentiert, dass der Algorithmus keine Lösung mehr identifizieren kann. Das gewählte Verfahren verliert also mit abnehmenden K-Werten und damit zunehmender Problemschwere an Zuverlässigkeit, was sich auch in einer Zunahme der Streuungsmaße  $V(J_D^*)$  und  $\Delta(J_D^*)$  niederschlägt. Der Mittelwert  $M(J_D^*)$  steigt ebenfalls leicht an, was gegebenenfalls physikalisch motiviert werden kann, da für eine bessere Entkopplung schwerere Dämpfer vorteilhaft sind. Da die Werte allerdings sehr nah beieinander und vor allem innerhalb der Streubreite des jeweils anderen Versuchs liegen, fehlt für diese Aussage die notwendige Trennschärfe. Bei den Rechenzeiten kann allerdings eindeutig festgehalten werden, dass die Variation der Nebenbedingung einen erheblichen Einfluss hat. Sowohl die mittlere als auch die maximale Anzahl der benötigten Simulation  $M(n_{Sim})$  beziehungsweise max  $(n_{Sim})$  verdreifachen sich in etwa.

Im Folgenden wird nun die Auslegung eines ZMS betrachtet, das anstatt mit einem Innendämpfer mit Fliehkraftpendeln ausgerüstet ist, wobei weiterhin nur das Komfortkriterium für die Beschleunigungsfahrt mit einbezogen wird. Die entsprechenden Ergebnisse sind in **Abbildung 6.10** und **Tabelle 6.4** dargestellt. Es ergeben sich einige Gemeinsamkeiten mit dem zuvor untersuchten Optimierungsproblem, allerdings auch generelle Unterschiede.



Abbildung 6.10: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln, ohne Berücksichtigung des Motorstarts

Komfortkriterium	schwach, $K = K_1$	mittel, $K = K_2$	strikt, $K = K_3$
Konvergente Versuche [-]	17 (20)	6 (12)	1
$M\left(J_D^*\right)$ [kgm <sup>2</sup> ]	$0,0867 \ (0,0870)$	$0,0905\ (0,0909)$	0,0937
$V\left(J_{D}^{*} ight)$ [%]	1,55(2,91)	0,95~(1,84)	-
$\Delta\left(J_{D}^{*}\right)[\%]$	4,62(10,51)	1,27 (5,36)	-
$M\left(n_{Sim}\right)$ [-]	695(1042)	1365 (2185)	2562
$\max\left(n_{Sim}\right) \left[-\right]$	1277 (3011)	2930 (3011)	-

Tabelle 6.4: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln, ohne Berücksichtigung des Motorstarts

Zunächst kann wiederum beobachtet werden, dass sich die Konvergenz des Algorithmus mit abnehmenden K-Werten verschlechtert, allerdings wird auch für  $K = K_3$  hier eine Lösung gefunden. Der Mittelwert der Zielfunktion am Optimum  $M(J_D^*)$  sowie die mittlere und die maximale Anzahl an Simulationsrechnungen  $M(n_{Sim})$  und max $(n_{Sim})$  nehmen wiederum mit zunehmender Problemkomplexität zu. Absolut liegt das mittlere Massenträgheitsmoment der gefundenen Lösungen bei den jeweiligen K-Werten über dem Niveau der ersten Versuchsreihe für das ZMS mit Innendämpfer, was grundsätzlich prinzipbedingt sein kann. Allerdings überdecken sich die Streubereiche der Verteilungen, weshalb diese Aussage nur unter Einschränkungen getroffen werden kann. Insgesamt nimmt der Anteil konvergenter Auslegungsrechnungen ab, das heißt die Konvergenz des Verfahrens verschlechtert sich. Die Streuungen  $V(J_D^*)$  und  $\Delta(J_D^*)$  nehmen im Gegensatz zum vorher betrachteten Beispiel mit strikter werdenden Anforderungen ab, was sich auch in der Verteilung der Entwürfe im Parameterraum widerspiegelt.

Interessanterweise liegen die Ergebnisse für das ZMS mit Flichkraftpendeln bei  $K = K_2$ in etwa auf dem Niveau derjenigen für das ZMS mit Innendämpfer bei  $K = K_1$ . Auch bei der Verteilung im Parameterraum ergeben sich gewisse Ähnlichkeiten. Alle Lösungen sind in einem begrenzten Teil des Designraums angehäuft, wobei die Lage der Bereiche grundsätzlich verschieden ist. Umgekehrt ähneln sich auch die Verteilungen für das ZMS mit Flichkraftpendeln bei  $K = K_1$  und für das ZMS mit Innendämpfer bei  $K = K_2$ . Die Lösungen liegen hier in einem Streuband, das sich über den kompletten unteren Teil des betrachteten Parameterraums zieht. Aus diesen Beobachtungen lassen sich einige Schlüsse zu den jeweiligen Lösungsräumen der Auslegungsprobleme ziehen, siehe Abbildung 6.11. Für das ZMS mit Innendämpfer und schwacher Formulierung der Nebenbedingung ergibt sich scheinbar ein offener Lösungsraum mit einem eindeutigen optimalen Gebiet, Abbil**dung 6.11b**. Ebenso ist für das ZMS mit Fliehkraftpendeln bei  $K = K_2$  ein bestimmter Bereich optimal, allerdings ist der Lösungsraum im Gesamten deutlich eingeschränkt, weshalb nicht immer Lösungen berechnet werden können, Abbildung 6.11d. Zwischen diesen beiden Anmutungen des Lösungsraums liegt ein Zustand, in dem es mehrere zerstückelte zulässige Bereiche gibt, in denen jeweils lokale Optima gefunden werden können, Abbildung 6.11c. Ein solcher Lösungsraum ergibt sich demnach für das ZMS mit Innendämpfer


Abbildung 6.11: Modellvorstellung zur Veränderung des zulässigen Bereichs mit zunehmender Komplexität (a) Grundlegender Lösungsraum definiert durch Restriktionen ohne Betrachtung der Triebstrangdynamik (b) Zusätzliche Einschränkung durch Komfortkriterien (c) Fragmentierung (d) Einschnürung auf ein kleines Restgebiet

und  $K = K_2$  sowie für das ZMS mit Fliehkraftpendeln und  $K = K_1$ . Festzuhalten bleibt, dass die Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln komplexer zu sein scheint als die eines ZMS mit Innendämpfer. Eine mögliche Begründung dafür ist, dass es einen rein konzeptionellen Unterschied in der Leistungsfähigkeit der beiden Dämpfer gibt, der sich nur physikalisch begründet. Das Fliehkraftpendel müsste dementsprechend dem Innendämpfer systemisch unterlegen sein, was allerdings zum einen einschlägigen Veröffentlichungen widerspricht, siehe beispielsweise ZINK und HAUSNER [179], und zum anderen der Tatsache zuwiderläuft, dass auch für die strikteste Komfortanforderung im gleichen grundsätzlichen Bauraum eine Lösung gefunden wurde. Ein anderer Erklärungsansatz ist, dass sich die Auslegung nur aufgrund der Struktur des Optimierungsproblems komplexer gestaltet. Dazu kann die Art, Anzahl und Spanne der Optimierungspraameter, die einzuhaltenden konstruktiven Restriktionen oder auch das stark nichtlineare Verhalten des Fliehkraftpendels beitragen, das in die Simulationen der Triebstrangdynamik und damit in die Komfortkriterien eingeht.

Werden neben den Anforderungen an die Zugentkopplung auch die Restriktionen an das Motorstartverhalten (5.36) berücksichtigt, ergeben sich zusätzliche Nebenbedingungen und damit eine geänderte Struktur der Optimierungsprobleme. Die Ergebnisse für die einzelnen Dämpferkonzepte sind in den Abbildungen 6.12 und 6.13 sowie in den Tabellen 6.5 und 6.6 dargestellt. Wiederum ergeben sich sowohl Gemeinsamkeiten mit den zuvor diskutierten Versuchen als auch signifikante Unterschiede. Vergleicht man die jeweiligen Auslegungen für verschiedene K-Werte, so bleibt der generelle Trend erhalten, dass sich die Konvergenz verschlechtert, der Mittelwert der Zielfunktion  $M(J_D^*)$  erhöht und die Rechenzeiten zunehmen, wenn zunehmend striktere Anforderungen angelegt werden. Für alle K-Werte und Dämpferkonzepte sind die Werte der Zielfunktion am Optimum mit Berücksichtigung des Motorstarts höher als ohne. Allerdings sind die Unterschiede teilweise sehr gering und liegen innerhalb der Streuung. Für alle anderen Kennzahlen ergibt sich ansonsten ein sehr uneinheitliches Bild, das stark vom explizit betrachteten Auslegungsproblem abhängt. Für das ZMS mit Innendämpfer beispielsweise nehmen die Streuungsmaße für  $K = K_1$  zu, während sie für  $K = K_2$  sinken, sobald die zusätzlichen Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Zudem bricht die Erfolgsquote des Algorithmus, das heißt die An-



Abbildung 6.12: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Innendämpfer, mit Berücksichtigung des Motorstarts

zahl konvergenter Versuche, für die mittlere Restriktion stark ein. Die Rechenzeiten sinken ebenfalls. Für die schwache Formulierung hingegen ergeben sich keine Auswirkungen auf die Konvergenz und nur leichte Änderungen bei den Rechenzeiten. Allerdings wird jetzt erstaunlicherweise für  $K = K_3$  eine Lösung gefunden. Das widerlegt die These, dass für das betrachtete Konzept zwischen  $K_2$  und  $K_3$  eine Grenze liegt, ab welcher das Problem nicht mehr lösbar ist. Vielmehr scheint der Lösungsraum nur extrem eingeschränkt zu wer-

Komfortkriterium	schwach, $K = K_1$	mittel, $K = K_2$	strikt, $K = K_3$
Konvergente Versuche [-]	20	11 (13)	1
$M\left(J_D^*\right) \left[\mathrm{kgm}^2\right]$	0,0858	$0,0872 \ (0,0884)$	0,0878
$V(J_D^*)$ [%]	1,36	1,75 (3,50)	-
$\Delta\left(J_{D}^{*}\right)\left[\%\right]$	4,23	4,01 (7,04)	-
$M(n_{Sim})$ [-]	544	1182(1464)	2931
$\max\left(n_{Sim}\right) \left[-\right]$	1981	2542 (3023)	-

Tabelle 6.5: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Innendämpfer, mit Berücksichtigung des Motorstarts



Abbildung 6.13: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln, mit Berücksichtigung des Motorstarts

den. Betrachtet man hingegen die Ergebnisse für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln, so ergibt sich was die Konvergenz betrifft ein exakt gegensätzliches Bild. Der Anteil konvergenter Versuche steigt vor allem für  $K = K_2$  signifikant an, während die Rechenzeiten abnehmen. Die Änderung in den Streuungskenngrößen ist insgesamt sehr uneinheitlich. Für  $K = K_1$  nimmt der Variationskoeffizient  $V(J_D^*)$  leicht zu, während sich die maximale Abweichung  $\Delta(J_D^*)$  verringert. Für  $K = K_2$  hingegen steigen beide Werte.

Komfortkriterium	schwach, $K = K_1$	mittel, $K = K_2$	strikt, $K = K_3$
Konvergente Versuche [-]	19 (20)	16 (17)	1
$M(J_D^*)$ [kgm <sup>2</sup> ]	$0,0874 \ (0,0877)$	$0,0932\ (0,0932)$	0,0949
$V(J_D^*)$ [%]	1,68(2,38)	$2,14\ (2,07)$	-
$\Delta\left(J_{D}^{*}\right)\left[\%\right]$	3,83(7,34)	$3,\!98\ (3,\!97)$	-
$M(n_{Sim})$ [-]	663~(780)	849 (947)	914
$\max\left(n_{Sim}\right) \ [-]$	1407 (3000)	1753(2517)	-

Tabelle 6.6: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierenden Komfortkriterien für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln, mit Berücksichtigung des Motorstarts

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass es keine generell auftretenden Phänomene gibt, wenn die Nebenbedingungen zum Motorstart berücksichtigt werden. Es lassen sich nur Veränderungen des Lösungsraums beobachten, die sehr problemspezifisch sind, und die Leistungsfähigkeit des verwendeten Algorithmus sowohl beeinträchtigen als auch verbessern können. Es soll hier zudem festgehalten werden, dass alle Rückschlüsse auf das Erscheinungsbild des Lösungsraumes nur indirekt getroffen werden können, da keine direkten Informationen zu Form und Ausprägung vorliegen, sondern nur Daten zum Verhalten des angewandten Lösungsverfahrens.

## 6.3.2 Optimierungsverlauf: Konvergenzverhalten, Lagrange-Multiplikatoren und Lösungstrajektorien

Neben der Auswertung der reinen Endergebnisse der Optimierungen erlaubt der zeitliche Verlauf einiger charakteristischer Größen Rückschlüsse auf die Eignung des Verfahrens. Der Fokus liegt auf der Analyse der inneren Abläufe des Algorithmus, was einer Funktionsprüfung entspricht, mit deren Hilfe Schwachstellen und Verbesserungspotentiale aufgezeigt werden können. Der Verlauf der Zielfunktion zeigt dabei an, wie zielstrebig und damit wie effizient der Algorithmus konvergiert. Ähnliche Information liefern auch die Trajektorien der besten Partikelpositionen im zweidimensionalen Fall. Da die Zielfunktion bei Verwendung der Methode der erweiterten LAGRANGE-Funktion allerdings nicht mehr dem Optimierungsziel entspricht, müssen zusätzlich die Werte der Nebenbedingungen und der LAGRANGE-Multiplikatoren ausgewertet werden, um ein vollständiges Bild zu erhalten. An diesen Kenngrößen kann vor allem untersucht werden, ob der Algorithmus in geeigneter Art und Weise mit Restriktionen umgehen kann. Als Datenbasis für die folgenden Analysen werden wiederum die im vorhergehenden Abschnitt diskutierten Versuche in den beschriebenen Varianten und mit den gegebenen Steuerparametern verwendet.

Abbildung 6.14 stellt den Verlauf des Massenträgheitsmoments  $J_D(\mathbf{x})$  über den Iterationen  $\nu$  des Optimierungsprozesses dar. Das betrachtete Problem ist hierbei die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer, wobei  $K = K_1$  gewählt wurde und der Motorstart unberücksichtigt bleibt. Aus den 20 durchgeführten Testläufen wurden vier repräsentative Versuche ausgewählt, um die Übersichtlichkeit der Darstellung zu wahren. Berücksichtigt wurden jeweils die beiden, die das beste und das schlechteste Endergebnis erzielten, und diejenigen, die am wenigsten beziehungsweise am meisten Iterationen durchliefen, bevor das Programm beendet wurde. Es sei hier noch einmal darauf hingewiesen, dass das Massenträgheitsmoment bei Verwendung der erweiterten LAGRANGE-Funktion (5.18) nicht länger das alleinige Kriterium zur Bewertung eines Entwurfs und damit nicht mehr identisch mit der Zielfunktion ist. In den dargestellten Verläufen sind Iterationen, nach denen ein zulässiger Entwurf als zwischenzeitliches Optimum erkannt wurde und die Komplimentaritätsbedingung erfüllt ist, durch einen Kreis gekennzeichnet. Alle anderen Iterationen sind durch ein "ד markiert. Die vier Verläufe zeigen einige charakteristische, sich wiederholende Eigenschaften. Zu Beginn der Optimierung wird in einem Großteil der Versuche eine Phase beobachtet, in der sich der Funktionswert nicht ändert, das heißt in der die Lage des aktuellen Optimums unverändert bleibt. In diesen ersten Iterationen zieht sich der Partikelschwarm ausgehend von seiner Ursprungsverteilung zusammen und häuft sich um



Abbildung 6.14: Verlauf der Zielfunktion während des Auslegungsprozesses, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

das zunächst gefundene Optimum an. Anschließend wird häufig ein nicht zulässiger Punkt mit zumeist deutlich geringerem Massenträgheitsmoment als Minimum identifiziert. Ausgehend von diesem Tiefpunkt steigen die Kurven wiederum bis zu einem Maximum an, wobei die Entwürfe weiterhin unzulässig bleiben. Ab hier fallen die Werte wiederum ab, wobei entweder direkt alle Neben- und die Komplimentaritätsbedingung erfüllt sind oder wenigstens innerhalb weniger Iterationen erfüllt werden. Hier findet also der gewünschte Optimierungsprozess statt. Dieses Verhalten wiederholt sich gegebenenfalls mehrmals, was zu einem wellenförmigen Gesamtverlauf der Auslegung führt. Daraus resultieren teilweise Endergebnisse, die schlechter als die ursprünglichen Ausgangsoptima sind. Grundsätzlich kann natürlich jederzeit der beste Entwurf, der im Laufe des Optimierungsprozesses gefunden wurde, als Optimierungsergebnis ausgegeben werden, allerdings wird in diesem Fall ein nicht zu rechtfertigender zusätzlicher Aufwand betrieben.

In Abbildung 6.15 sind die Verläufe der relevanten, das heißt während der Optimierung wenigstens einmal verletzten, Nebenbedingungen und der zugehörigen LAGRANGE-Multiplikatoren für den Versuch mit dem besten Endergebnis aufgetragen. Aus Gründen der Darstellung, vor allem aufgrund der deutlich unterschiedlichen Größenordnungen in den Werten der Multiplikatoren, wurde das Komfortkriterium separat in Abbildung 6.16 aufgetragen. Die Erfüllung des Kriterium ist entsprechend des in Gleichung (5.49) dargelegten Zusammenhangs teilweise an den Status der übrigen Nebenbedingungen gekoppelt. Wie durch die unterschiedlichen Markierungen der Einzeliterationen in Abbildung 6.14 bereits angedeutet, werden zwischen den tatsächlichen, sich wiederholenden Optimierungs-



Abbildung 6.15: Verlauf der relevanten Nebenbedingungen und der zugehörigen LAGRAN-GE-Multiplikatoren während des Auslegungsprozesses für die Optimierung mit dem besten Endergebnis, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

zyklen die Nebenbedingungen verletzt, siehe Abbildung 6.15 oben. Da die Berechnung der Multiplikatoren nach Gleichung (5.30) erfolgt, bilden die Restriktionen gewissermaßen ihren Gradienten ab. Sobald eine Grenze des zulässigen Bereichs überschritten wird, das heißt  $h_i > 0$ , steigt der zugehörige LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda_i$  an. Fällt der Wert der Nebenbedingung unter null, wird der Multiplikator abgebaut, bis er ebenfalls den Wert null erreicht. Dieser begrenzte Abbauprozess wird durch die Verwendung der  $\sigma$ -Funktion (5.21) gesteuert. Auffällig ist, dass der Aufbau der LAGRANGE-Multiplikator zwar zu Beginn des Optimierungsprozesses sehr gut funktioniert, allerdings im weiteren Verlauf nur noch sehr geringe Änderungen erfolgen, auch wenn die Nebenbedingungen verletzt werden. Dieses Verhalten ist unerwünscht und lässt sich durch das Aktualisierungsschema für die Penaltyfaktoren  $\mathbf{r}_p$ , siehe Gleichungen (5.31) und (5.32), erklären. Sind die Nebenbedingungen über mehrere aufeinanderfolgende Iterationen erfüllt und  $\lambda = 0$ , so werden die Faktoren gegebenenfalls abgebaut bis  $r_p \approx 0$  gilt. Dadurch erfolgt eine erneute Erhöhung und damit auch eine Anpassung der LAGRANGE-Multiplikatoren nach Gleichung (5.30) wiederum nur sehr langsam. Die Berücksichtigung der Nebenbedingungen ist deshalb stark eingeschränkt. Die Kopplung des Komfortkriteriums an die restlichen Nebenbedingungen ist in Abbildung 6.16 deutlich erkennbar. Sobald für eine Komponente des Vektors h > 0 gilt, springt  $\kappa_1$  auf einen Wert knapp über 1. Sind alle übrigen Restriktionen anschließend wieder eingehalten, fällt das Kriterium zurück auf seine tatsächliche, aus Gleichung (5.35) berechnete Größe. Durch die hohe Anzahl an Iterationen, über die das Komfortkriterium zu Beginn der Optimierung durch die Kopplung deutlich verletzt ist, werden vergleichsweise große



Abbildung 6.16: Verlauf des Komfortkriteriums und des zugehörigen LAGRANGE-Multiplikators während des Auslegungsprozesses für die Optimierung mit dem besten Endergebnis, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

LAGRANGE-Multiplikatoren aufgebaut. Diese bleiben im Verlauf der Auslegung auch in einem Maß erhalten, dass die Penaltyfaktoren nicht zu stark absinken. Aus diesem Grund können auch zu einem späten Zeitpunkt noch signifikante Zunahmen der Multiplikatoren festgestellt werden. Somit wird die Berücksichtigung der Nebenbedingungen durch die Kopplung mit dem Komfortkriterium auch indirekt in der Endphase der Optimierung sichergestellt.

Abbildung 6.17 zeigt die Trajektorien der besten Entwürfe für die vier in Abbildung 6.14 betrachteten Versuche. Wie im vorangegangenen Abschnitt wurde die  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums für den Schnitt verwendet. Die Trajektorie der besten Entwürfe ist eine andere Möglichkeit, den Verlauf der Optimierung darzustellen, wobei natürlich bei der Projektion auf eine Ebene des Parameterraums Informationen verloren gehen. Die aufgetragenen Positionen zeichnen nicht den Weg eines Partikels  $x_j$  aus dem Schwarm während der Auslegung nach, sondern die Lage des zwischenzeitlichen Optimums  $x_{swarm}^{best}$  nach jeder Iteration  $\nu$ , unabhängig davon welcher Partikel sich hier befindet. Die Kennzeichnung der Punkte durch einen Kreis oder ein "ד wurde aus Abbildung 6.14 übernommen. Das bereits beobachtete generelle Verhalten spiegelt sich auch in den Partikelpositionen wider. Vor allem im Versuch mit den wenigsten Iteration verläuft die Trajektorie um einen dicht besetzten Bereich im mittleren unteren Teil des Parameterraums mit Ausreißern an den beiden Rändern, die jeweils unzulässig sind. Das Zentrum der Trajektorie liegt im Bereich der potentiell besten Lösungen, wie ein Vergleich mit Abbildung 6.9 zeigt. Die Verteilung



Abbildung 6.17: Trajektorien der besten Entwürfe in der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts



Abbildung 6.18: Verlauf der Zielfunktion während des Auslegungsprozesses, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_2$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

entspricht dem wellenförmigen Verlauf der Zielfunktion in Abbildung 6.14 und lässt sich dementsprechend auch für den Versuch mit der langsamsten Konvergenz beobachten, wenn auch in abgeschwächter Form. Die Auslegung mit dem schlechtesten Endergebnis startet ebenfalls im Bereich der besten Lösungen, verlässt diesen Teil des Parameterraums allerdings über eine Folge unzulässiger Entwürfe und konvergiert anschließend in einem suboptimalen Bereich. Auch dieser Verlauf korreliert mit der Veränderung der Zielfunktion. Der Versuch mit dem besten Endergebnis hingegen verbleibt in einem sehr eng umgrenzten Gebiet und konvergiert dementsprechend zügig.

Im Folgenden werden Ergebnisse für eine striktere Definition des Komfortkriteriums betrachtet. In **Abbildung 6.18** sind nach den selben Gesichtspunkten ausgewählte Versuche für  $K = K_2$  dargestellt wie in **Abbildung 6.14**. Für dieses Optimierungsproblem konvergiert das Verfahren nicht mehr zu 100%, vergleiche **Tabelle 6.3**. Zwei nicht konvergente Testläufe bilden die dargestellten Verläufe mit dem schlechtesten Endergebnis und der größten Anzahl an benötigten Iterationen bis zum Programmabbruch. Grundsätzlich kann das bereits beschriebene wellenförmige Verhalten auch hier beobachtete werden, vor allem bei der Auslegung mit dem besten Endergebnis. Die beiden nicht konvergenten Testläufe weisen über einen großen Zeitraum sehr ähnliche Massenträgheitsmomente auf, was allerdings nicht bedeutet, dass sich die erweiterte LAGRANGE-Funktion (5.18) als eigentliches Optimierungsziel nicht ändert. Dieser Umstand wird deutlich, sobald zusätzlich die zugehö-



Abbildung 6.19: Verlauf der relevanten Nebenbedingungen und der zugehörigen LAGRAN-GE-Multiplikatoren während des Auslegungsprozesses für die Optimierung mit dem schlechtesten Endergebnis, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_2$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

rigen Nebenbedingungen und Multiplikatoren betrachtet werden. Für den Versuch mit dem schlechtesten Endergebnis sind diese in Abbildung 6.19 aufgetragen. Die Kopplung der Nebenbedingungen  $h_i$  und des Komfortkriteriums  $\kappa_1$  ist auch hier erkennbar. Im Bereich zwischen den Iterationen 60 und 105 beispielsweise wird durch verletzte Nebenbedingungen das Komfortkriterium bei Werten knapp über eins gehalten. Diese Überschreitung über einen langen Zeitraum führt dazu, dass sehr große LAGRANGE-Multiplikatoren mit einem Maximum von max  $(\lambda_{\kappa_1}) \approx 6 \cdot 10^9$  gebildet werden. Der Abbau so großer Multiplikatoren gestaltet sich schwierig. Da das Komfortkriterium nun erfüllt ist, wird der entsprechende Penaltyfaktor nach dem Algorithmus in Gleichungen (5.31) verringert, bis die in Gleichung (5.32) festgehaltene Bedingung für seine Untergrenze verletzt wird. Ab hier ist der Faktor direkt an den Multiplikator gekoppelt und erreicht für  $\lambda_{\kappa_1} \approx 10^9$  und die gewählte Toleranz für Nebenbedingungen  $\varepsilon_h = 10^{-3}$  Werte von  $r_{p,\kappa_1} \approx 5 \cdot 10^5$ . Dadurch lässt sich nach Gleichung (5.30) kaum noch eine effektive Änderung des LAGRANGE-Multiplikators erzielen. Der Versuch bricht damit mit einem Entwurf ab, der sämtliche Restriktionen erfüllt, allerdings ist das Komplementaritätskriterium zum Zeitpunkt des Programmabbruchs verletzt und damit keine Konvergenz gegeben. Deshalb ist gegebenenfalls bei der Ergebnisauswertung Vorsicht geboten, um keine geeigneten Designs zu verwerfen.

Abbildungen 6.20 und 6.21 ermöglichen die Untersuchung der Kopplung der Komfortkriterien untereinander, falls auch der Motorstart betrachtet wird. Dargestellt ist hierbei in der ersten Graphik der Verlauf der Zielfunktionen der vier definierenden Versuche. Der Testlauf mit dem schlechtesten Endergebnis benötigte gleichzeitig auch am meisten Itera-



Abbildung 6.20: Verlauf der Zielfunktion während des Auslegungsprozesses, ZMS mit Fliehkraftpendeln,  $K = K_1$ , mit Berücksichtigung des Motorstarts



Abbildung 6.21: Verlauf der relevanten Nebenbedingungen und der zugehörigen LAGRAN-GE-Multiplikatoren während des Auslegungsprozesses für die Optimierung mit dem schlechtesten Endergebnis, ZMS mit Fliehkraftpendeln,  $K = K_1$ , mit Berücksichtigung des Motorstarts

tionen. In der zweiten Abbildung sind die relevanten Restriktionen und Multiplikatoren zu ebendiesem Lauf aufgezeichnet. Die Kurven zum Verlauf der Zielfunktion folgen wiederum bereits bekannten Mustern. Bei der Betrachtung der relevanten Nebenbedingungen ist auffällig, dass während der gesamten Optimierung mit  $h_{11}$  nur eine Restriktion, die kein Komfortkriterium beschreibt, den zulässigen Bereich verlässt. Dies geschieht sehr früh im Auslegungsprozess bei der fünften Iteration. Die Komfortkriterien zum Motorstart  $\kappa_2, \kappa_3$  und  $\kappa_4$  springen daraufhin nach Gleichung (5.48) auf einen Wert knapp über eins. Als Konsequenz daraus wird das Komfortkriterium für die Zugentkopplung  $\kappa_1$  auf einen Wert über vier gesetzt, siehe Gleichung (5.49). Während alle anderen Restriktionen auf Werte unter null absinken, bleibt  $\kappa_2$  über einen sehr langen Zeitraum positiv und sorgt dafür, dass auch  $\kappa_1$  zwangsweise auf Werten knapp über eins verbleibt. Diese deutliche Überschreitung über einen sehr langen Zeitraum führt wiederum zu einem extrem großen LAGRANGE-Multiplikator  $\lambda_{\kappa_1}$ , der bis zum Ende der Optimierung nicht abgebaut werden kann. Nichtsdestotrotz erfüllt der finale Entwurf alle an ihn gestellten Anforderungen. Als letztes Beispiel soll der einzige konvergente Versuch diskutiert werden, der bei der Auslegung eines ZMS mit Innendämpfers bei  $K = K_3$  unter Berücksichtigung des Motorstarts gefunden wurde, vergleiche Abbildung 6.12 und Tabelle 6.5. Alle interessierenden Größen sind in Abbildung 6.22 aufgetragen. Die einzige Restriktion, die während der

Optimierung verletzt wird, ist das Komfortkriterium zur Zugentkopplung  $\kappa_1$ . Der Verlauf der Zielfunktion ist grundsätzlich verschieden von den bisher beobachteten Kurven. Aus-



Abbildung 6.22: Verlauf der Zielfunktion, der relevanten Nebenbedingung und des zugehörigen LAGRANGE-Multiplikators während des Auslegungsprozesses für die einzige konvergente Optimierung, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_3$ , mit Berücksichtigung des Motorstarts

gehend von einem unzulässigen Anfangsentwurf steigt das Massenträgheitsmoment, bleibt anschließend auf einem Plateau und fällt gegen Ende wiederum ab, wobei sich hier zulässige und unzulässige Entwürfe abwechseln. Der Verlauf der relevanten Nebenbedingung ist sehr ähnlich dazu, allerdings genau umgekehrt. Ausgehend von deutlich positiven Werten fällt die Kurve in den negativen Bereich ab, verbleibt dort bei einem einheitlichen Niveau und steigt zum Ende der Optimierung bis an de Grenze des zulässigen Bereichs an, um welche sie anschließend im letzten Abschnitt schwingt. Der zugehörige LAGRANGE-Multiplikator weist das erwartete Verhalten auf, das heißt er steigt, solange die Nebenbedingung verletzt ist, und fällt wiederum bis auf null, während die Restriktion erfüllt ist. Im mittleren Teil des Auslegungsprozesses, in dem sowohl das Massenträgheitsmoment als auch die Nebenbedingung nahezu konstant sind, ergibt sich trotzdem für den Optimierungsalgorithmus eine Verbesserung der Entwürfe, da deren Bewertung auf Basis der erweiterten LAGRANGE-Funktion erfolgt, in die auch der abnehmende Multiplikator mit eingeht, siehe Gleichung (5.18).

Der dargestellte Optimierungsverlauf zeigt sehr anschaulich den Zusammenhang zwischen den physikalischen Eigenschaften des Dämpfers und dem daraus resultierenden Entkopplungsverhalten. Die generelle Annahme, dass schwere Dämpfer die Isolation verbessern, wird hier bestätigt. Zugleich ist der betrachtete Versuch ein gutes Beispiel für eine gelungene Optimierung. Der Algorithmus findet eigenständig ausgehend von einer unzulässigen Lösung in den zulässigen Bereich, in der dann letztendlich eine Verbesserung des eigentlichen Gütekriteriums erreicht wird. Dabei verbleibt die Prozedur an der Grenze des Zulässigen, die hier auch noch durch ebenjene Restriktion gebildet wird, von der grundsätzlich angenommen wird, dass sie die relevante ist. Die internen Mechanismen, die zur Steuerung des Algorithmus verwendet werden, hier vor allem die Anpassung der LAGRAN-GE-Multiplikatoren, funktionieren in diesem Fall so wie angedacht.

Nichtsdestotrotz zeigen die vorher diskutierten Versuche, dass das Verhalten des gewählten Auslegungsalgorithmus noch Spielraum für Verbesserung bietet. Dieses Potential für Optimierungen ist vor allem bei der Berücksichtigung der Nebenbedingungen, dem damit verbundenen Auf- und Abbau der LAGRANGE-Multiplikatoren und der Berechnung der Penaltyfaktoren zu finden. Gegebenenfalls können hier engere Toleranzen auf die Erfüllung der Nebenbedingungen, das heißt kleinere Werte für  $\varepsilon_g \ll 1$  und  $\varepsilon_h \ll 1$ , oder eine feste Untergrenze für die Penaltyfaktoren bereits Abhilfe schaffen. Für die Methode im Gesamten ist der Algorithmus allerdings auch in seiner hier beschriebenen Ausprägung geeignet. Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, folgt nach der automatisierten Auslegung die finale Konzeptauswahl durch einen Entwickler. Die Ergebnisse der Berechnungen können hier überprüft und plausibilisiert werden, wenn neben den zur Konzeptentscheidung benötigten Größen auch Informationen zum Verlauf der Optimierung bereitgestellt werden.

## 6.3.3 Einfluss der Steuergrößen für den PSO-Algorithmus

Wie bereits in Abschnitt 5.3 dargestellt wurde, ist in der Literatur der Einfluss der Steuergrößen auf das Verhalten des PSO-Algorithmus teilweise sehr umfangreich untersucht. Eine geeignete Wahl der Partikelträgheit w und der Skalierungsfaktoren  $d_1$  und  $d_2$  spielt eine zentrale Rolle für die erfolgreiche Anwendung des Verfahrens. Für das hier betrachtete Auslegungsproblem wurde der Einfluss der Kontrollparameter bereits umfangreich in MALL et al. [106] diskutiert. Die wichtigsten Erkenntnisse sollen deshalb hier nur kurz zusammengefasst werden.

Verglichen werden Ergebnisse für das bereits diskutierte Problem der Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer. Das Komfortkriterium wird dabei schwach formuliert, das heißt  $K = K_1$ . Es kommen drei unterschiedlich parametrierte Partikelschwärme zum Einsatz,

- ein kognitiv dominiertes Modell mit  $d_1 = 1, 2$  und  $d_2 = 0, 4$ ,
- das bisher verwendete ausgeglichene Modell mit  $d_1 = 0, 8$  und  $d_2 = 0, 8$  sowie
- ein sozial dominiertes Modell mit  $d_1 = 0, 4$  und  $d_2 = 1, 2$ .

Die Trägheit wurde für alle Versuche bei w = 0.8 festgehalten. Alle Kombinationen erfüllen die Bedingungen für Konvergenz sowohl nach VAN DEN BERGH (5.26) als auch nach TRELEA (5.27). Wiederum wurden für jede Parameterkombination 20 Testläufe mit verschiedenen, zufällig generierten Anfangspopulationen, durchgeführt. Die Verteilung der Ergebnisse ist in Abbildung 6.23 dargestellt. Die zugehörigen Kenngrößen sind in Tabelle 6.7 zusammengefasst. Es ergeben sich teilweise sehr deutliche Unterschiede zwischen den einzelnen Versuchsreihen. Die kognitiv dominierte und die ausgeglichene Parametrierung des Schwarmverhaltens führen zu sehr ähnlichen, positiven Ergebnissen. Sämtliche Testläufe konvergieren nach den oben genannten Kriterien. Die Mittelwerte der Zielfunktionen und der Anzahl an benötigten Simulationsläufen variieren jeweils in etwa um zwei Prozent, wobei der ausgeglichene Parametersatz jeweils Vorteile hat. Die Versuche mit dem kognitiv dominierten Schwarm hingegen weisen kleinere Streuungen und niedrigere maximale Simulationszahlen auf. Insgesamt kann die Leistungsfähigkeit als vergleichbar eingestuft werden. Beide Steuergrößeneinstellungen führen zuverlässig zu Lösungen im optimalen Bereich des Designraums. Der sozial dominierte Schwarm hingegen zeigt ein extrem unerwünschtes Verhalten. Nur zwei Testläufe konvergieren in der Nähe des vermeintlichen Optimums. Die beiden so gefundenen Lösungen sind im Bezug auf den Mittelwert der Zielfunktion nur wenig schlechter als die Lösungen, die mit den anderen beiden Varianten gefunden wurden. Allerdings fallen dafür deutlich höhere Rechenzeiten an. Zulässige Lösungen werden nichtsdestotrotz als Zwischenergebnis in allen 20 Testläufen gefunden, allerdings sind diese über einen weiten Teil des Designraums verstreut und im Mittel deut-



Abbildung 6.23: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierendem Schwarmverhalten für ein ZMS mit Innendämpfer, ohne Berücksichtigung des Motorstarts, nach MALL et al. [106]

Schwarmverhalten	kognitiv dominiert, $d_1 = 1, 2,$ $d_2 = 0, 4$	ausgeglichen, $d_1 = 0, 8,$ $d_2 = 0, 8$	sozial dominiert, $d_1 = 0, 4,$ $d_2 = 1, 2$
Konvergente Versuche [-]	20	20	2 (20)
$M\left(J_D^*\right) \left[\mathrm{kgm}^2\right]$	0,0846	0,0844	$0,0848 \ (0,0878)$
$V\left(J_{D}^{*} ight)$ [%]	0,46	0,81	0,53 $(3,91)$
$\Delta\left(J_{D}^{*}\right)\left[\%\right]$	1,03	1,76	0,37(7,71)
$M(n_{Sim})$ [-]	547	534	1528(2657)
$\max\left(n_{Sim}\right) \left[-\right]$	1011	1931	2340 (3025)

Tabelle 6.7: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses bei variierendem Schwarmverhalten für ein ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts, nach MALL et al. [106]

lich schlechter als die restlichen Lösungen. Ein sozial dominiertes Schwarmverhalten führt also hier nicht zu einem stabilen, zuverlässigen Optimierungsverfahren. Zumindest für das hier diskutierte Problem kann festgehalten werden, das eine ausgeglichene oder kognitiv dominierte Parametrierung des Schwarmverhaltens vorteilhaft ist, wobei die genau Einstellung davon abhängt, ob der Fokus eher auf kurze Rechenzeiten, geringe Streuungen oder hohe Ergebnisgüten gelegt werden soll.

## 6.3.4 Zur Generierung von Anfangspopulationen

Wie in Abschnitt 5.5 dargestellt, wird im Rahmen des hier verwendeten Auslegungsalgorithmus ein zweistufiges Optimierungsverfahren genutzt, um die Performance und die Stabilität zu erhöhen. Der erste Schritt ist hierbei eine gezielte Initialisierung der Anfangspopulation für die eigentliche Lösung des zugrundeliegenden Problems mit dem ALPSO-Algorithmus. Verschiedene Literaturquellen weisen darauf hin, dass ein solches Vorgehen die Konvergenz des PSO-Verfahrens gegenüber einer zufälligen Generierung von Partikeln verbessern kann, vergleiche hierzu beispielsweise die Veröffentlichungen von PARSOPOULOS und VRAHATIS[123] oder von GAO et al. [68]. Die verwendeten Verfahren zur Populationsdefinition und die untersuchten Anwendungsfälle variieren hierbei und unterscheiden sich auch vom hier vorgeschlagenen Ansatz. Es muss deshalb nachgewiesen werden, dass ein zweistufiges Verfahren auch tatsächlich Vorteile für die Lösung der im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Probleme bietet. Zu diesem Zweck wurden Ergebnisse verschiedener Testläufe verglichen, bei denen das Verfahren zur Generierung der Ausgangspopulation variiert wurde. Es wurden

- rein zufällig generierte Populationen,
- rein zufällig generierte und anschließend vorkonditionierte Populationen,

- zufällig generierte Populationen, in die ein bekannter, in Serie umgesetzter Dämpfer eingesetzt wurde, sowie
- nach dem gleichen Verfahren gebildete Populationen mit einem zusätzlichen Vorkonditionierungsschritt

untersucht. Wie in den vorangegangen Analysen auch wurden die einzelnen Versuchsreihen statistisch ausgewertet, wobei der Stichprobenumfang hier nur zehn Auslegungsrechnungen umfasst. Das betrachtete Problem ist weiterhin die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer, wobei das Komfortkriterium dabei schwach formuliert wird, das heißt  $K = K_1$ . Sämtliche Parameter und Steuergrößen des Algorithmus verbleiben konstant bei den in Abschnitt 6.3.1 aufgelisteten Werten. Eine Übersicht über die ausgewerteten Ergebnisse findet sich in **Tabelle 6.8**. Wird eine rein zufällig generierte Population ohne Vorkonditionierung verwendet, konvergiert keiner der zehn Versuche. Es werden nicht einmal zulässige Zwischenergebnisse gefunden. Das lässt darauf schließen, dass die Populationsgröße N im Verhältnis zur Dimension des Parameterraums dim (x) zu klein ist, um eine gute initiale Abdeckung zu erreichen. Eine Vergrößerung der Population kann hier Abhilfe verschaffen, allerdings verlängern sich hierdurch die Rechenzeiten für eine Auslegung, da pro Iteration gegebenenfalls mehr Funktionsauswertungen durchgeführt werden müssen. Der vorgeschlagene Vorkonditionierungsschritt verbessert die Konvergenz des Verfahrens deutlich, allerdings enden weiterhin nicht 100 Prozent der Optimierungen mit einem positiven Ergebnis. In Abbildung 6.24 ist der Verlauf der Zielfunktion zu Beginn der Auslegungsrechnungen in diesen 10 Testläufen dargestellt. In fünf der Versuche wird durch die Vorkonditionierung kein zulässiger Punkt des eigentlichen Optimierungsproblems (5.33) gefunden. Die entsprechenden Kurven sind nach der in Abschnitt 6.3.2 eingeführten Darstellung in der ersten Iteration mit einem ", $\times$ " gekennzeichnet.

Um feststellen zu können, inwieweit durch das im Vorkonditionierungsschritt verwendete SQP-Verfahren überhaupt eine Verbesserung der Anfangspopulation erreicht wird, sind die

Generierungs- verfahren	zufällig	zufällig + Vor- konditionierung	bestehendes Design	bestehendes Design + Vor- konditionierung
Konvergente Versuche [-]	0	6 (7)	10	10
$M\left(J_D^*\right)$ [kgm <sup>2</sup> ]	-	$0,0875 \ (0,0895)$	0,0860	0,0854
$V(J_D^*)$ [%]	-	$2,06\ (6,10)$	0,96	0,90
$\Delta(J_D^*) \ [\%]$	-	3,50 (13,20)	2,40	1,60
$M(n_{Sim})$ [-]	-	1351 (1531)	640	609
$\max\left(n_{Sim}\right) \ [-]$	_	2273 (2611)	1248	991

Tabelle 6.8: Zusammenfassung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses für unterschiedliche Verfahren zur Generierung der Anfangspopulation für ein ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts



Abbildung 6.24: Verlauf der Zielfunktion zu Beginn des Auslegungsprozesses bei zufälliger Generierung der Anfangspopulation und zusätzlicher Vorkonditionierung, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

Verläufe der Zielfunktion noch einmal in Abbildung 6.25 aufgetragen. Die Markierungen wurden hier allerdings mit Bezug auf die Erfüllung des Ersatzproblems (5.46), das heißt also aller Nebenbedingungen außer den Komfortkriterien, gesetzt. In dieser Darstellung beginnen sämtliche Optimierungen ausgehend von einem zulässigen Entwurf, womit bestätigt ist, dass der SQP-Algorithmus robust Lösungen für das Ersatzproblem identifiziert. Dass trotzdem nicht sämtliche Optimierungen auf Basis einer Population mit solchen Punkten zu einem positiven Ergebnis konvergieren, liegt daran, dass sie eben nicht automatisch auch Lösungen des eigentlichen Auslegungsproblems sind. In fünf der hier untersuchten Versuche ist das dennoch der Fall. In zwei weiteren Tests liegen zumindest Punkte so nahe am zulässigen Bereich des ursprünglichen Problems, dass der Algorithmus Optima findet. Die restlichen Auslegungen enden ohne zulässige Lösungen.

Eine weitere Verbesserung der Leistungsfähigkeit des Algorithmus kann erreicht werden, wenn in die Anfangspopulation ein bereits bestehender Dämpfer, der alle geforderten Nebenbedingungen erfüllt, inkludiert wird, vergleiche **Tabelle 6.8**. Hier konvergieren alle Testläufe unabhängig davon, wie die Anfangspopulation im Detail zusammengesetzt ist. Dies bestätigt die Beobachtung, dass das Entwicklungsrisiko zurück geht, je kleiner die vorgenommenen Änderungen sind, vergleiche ALBERS et al. [10]. Abbildung 6.26 zeigt die Verläufe der Zielfunktion in den zehn Versuchen, die zur Analyse durchgeführt wurden. Die initiale Lösung, von der die Optimierung ausgeht, ist in allen Testläufen das bestehende Dämpferkonzept, das manuell in die Anfangspopulationen eingefügt wurde. Die weiteren Verläufe unterscheiden sich allerdings teilweise recht deutlich und spiegeln den stochasti-



Abbildung 6.25: Verlauf der Zielfunktion nach **Abbildung 6.24**, Bezug der Markierungen auf das Ersatzproblem



Abbildung 6.26: Verlauf der Zielfunktion zu Beginn des Auslegungsprozesses bei Verwendung eines bestehenden Designs in der Anfangspopulation, ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts



Abbildung 6.27: Verteilung der Ergebnisse des Auslegungsprozesses für unterschiedliche Verfahren zur Generierung der Anfangspopulation für ein ZMS mit Innendämpfer,  $K = K_1$ , ohne Berücksichtigung des Motorstarts

schen Charakter des Verfahrens wider. Aus **Tabelle 6.8** wird auch ersichtlich, dass die Vorkonditionierung auch dann einen positiven Einfluss auf die Performance des Algorithmus haben kann, wenn ein bestehendes Konzept verfügbar und in der Anfangspopulation enthalten ist. In **Abbildung 6.27** sind die Verteilungen der Ergebnisse dargestellt, die sich unter Verwendung der unterschiedlichen Verfahren zur Generierung von Anfangspopulationen ergeben. Die in **Tabelle 6.8** dargelegten Ergebnisse hinsichtlich Mittelwert und Streuung der Optimierungsergebnisse werden hier noch einmal bestätigt. Zusätzlich ist die Lage des verwendeten Seriendämpfers im Parameterraum markiert, der für einige der Anfangspopulationen verwendet wurde. Es wird ersichtlich, dass der Algorithmus durchaus Lösungen findet, die recht weit von diesem Punkt entfernt sind.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass der vorgeschlagene zweistufige Optimierungsprozess vor allem (aber nicht nur) dann Vorteile bietet, wenn keine Lösungen, beispielsweise aus Vorgängerfahrzeugen, existieren, die als Startpunkt für die Auslegung dienen können. Der ALPSO-Algorithmus an sich ist mit der gegebenen Populationsgröße und den festgelegten maximalen Iterationszahlen nicht in der Lage, Lösungen zu berechnen, wenn in der Anfangspopulation keine Partikel vorhanden sind, welche die Nebenbedingungen erfüllen. Das Verfahren hat Schwierigkeiten, den zulässigen Bereich zu identifizieren, was so bereits in den Untersuchungen in Abschnitt 6.3.1 festgestellt wurde.

# 6.4 Beispiele für die Anwendung der Methode

Im Folgenden werden zwei Beispiele diskutiert, anhand derer die Anwendung des vorgestellten Auslegungswerkzeugs verdeutlicht wird. Es wird dargestellt, in welchem Umfang die in Abschnitt 3.1 geforderten Informationen für den Entwicklungsprozess bereitgestellt werden und wie darauf aufbauend eine Entscheidung für ein geeignetes Dämpferkonzept getroffen werden kann.

#### 6.4.1 Konzeptauswahl für einen neuen Triebstrang

Der klassische Anwendungsfall für die entwickelte Methode ist die Konzipierung eines Schwingungsdämpfers im Rahmen einer Triebstrangneuentwicklung. Dieses Szenario soll hier an einem fiktiven Beispiel dargestellt werden. Untersucht wird ein neuartiger Antrieb mit einem Vierzylinder-Motor in einer Standardkonfiguration, vergleiche hierzu Abbildung 2.3. Das entsprechende Simulationsmodell zur Untersuchung der Triebstrangdynamik zeigt Abbildung 6.28. Die Werte der verwendeten Parameter sind in Tabelle 6.9 aufgelistet. Es ist zu beachten, dass die angegebenen Zahlenwerte nur die physischen Eigenschaften der betrachteten Komponenten wiedergeben und die notwendige Reduktion zur Abbildung der einzelnen Übersetzungsstufen nicht berücksichtigt ist, vergleiche hierzu beispielsweise DRESIG und FIDLIN [47]. Betrachtet und verglichen werden zwei Dämpferkonzepte: ein ZMS mit Innendämpfer (Konzept 1), das auch für Anwendungen mit leistungsstärkeren Motoren im gleichen Triebstrang verwendet wird, und ein ZMS mit Innendämpfer und zusätzlichen Fliehkraftpendeln (Konzept 2), siehe jeweils **Tabelle 3.1**. Grundsätzlich ist das erste Konzept nicht nur technisch weniger aufwändig und deshalb kostengünstiger, sondern auch vorteilhaft hinsichtlich Gewicht und benötigtem Bauraum. Das zweite Konzept hingegen ist dafür leistungsfähiger und bietet eine bessere Entkopplung des Motors. Während des Auswahlprozesses muss nun geklärt werden, welcher Isolationsgrad mit dem ersten Konzept erzielt werden kann beziehungsweise ab welcher Anforderung an die Getriebeakustik das zweite, kompliziertere Konzept eingesetzt werden muss. Gegebenenfalls ergeben sich bei restriktiveren Nebenbedingungen auch Vorteile für das zweite



Abbildung 6.28: Simulationsmodell für den betrachteten Standardantrieb mit Vierzylinder-Reihenmotor

Komponente	Parameter Wert	
	$l_{Pl}$ [m]	0,14
Motor	$r_{KW}$ [m]	0,09
	$m_{osz} \; [\mathrm{kg}]$	$0,\!5$
	$c_1 \; [\mathrm{Nm/rad}]$	10000
	$d_1 \; [\text{Nms/rad}]$	0,1
	$J_1  [\mathrm{kgm}^2]$	$1,\!0$
	$c_2  [\mathrm{Nm/rad}]$	28000
Getriebe	$d_2 \; [\text{Nms/rad}]$	$0,\!5$
	$J_2  [\mathrm{kgm}^2]$	0,02
	$c_3  [\mathrm{Nm/rad}]$	61000
	$d_3 \; [\text{Nms/rad}]$	0,1
	$J_3  [\mathrm{kgm}^2]$	0,003
	$c_4 \; [\mathrm{Nm/rad}]$	23000
	$d_4 \; [\text{Nms/rad}]$	$0,\!5$
Kardanwelle	$J_4  [\mathrm{kgm^2}]$	0,004
	$c_5  [\mathrm{Nm/rad}]$	77000
	$d_5 \; [\mathrm{Nms/rad}]$	0,5
Hinterachsgetriebe	$J_5  [\mathrm{kgm}^2]$	0,01
Coitonwallon	$c_{SW}$ [Nm/rad]	25000
Seitenwenen	$d_{SW}$ [Nms/rad]	30
Vorderrad	$J_{VR}  [\mathrm{kgm}^2]$	4,1
Hinterrad	$J_{HR}  [\mathrm{kgm}^2]$	4,4
Fahrzeug	$m_{Fzg}  [\mathrm{kg}]$	1800

Tabelle 6.9: Physische Parameterwerte zum Simulationsmodell in Abbildung 6.28

System hinsichtlich Massenträgheit, Gewicht oder Bauraum, weil der leistungsschwächere Dämpfer deutlich größer ausgelegt werden muss.

Zur Untersuchung der vorliegenden Problemstellung wurde eine Parameterstudie durchgeführt, wobei der Komfortparameter K über einen großen Bereich variiert wurde. Auf diesem Weg können die Leistungsgrenzen der betrachteten Konzepte dargestellt werden. Die Ergebnisse der Analyse sind in **Abbildung 6.29** aufgetragen. Im Bereich zwischen K = 0 und  $K = 20000 \text{ U}^2/\text{min}^2$  wurden auf verschiedenen Stufen mit beiden Konzepten jeweils fünf Auslegungsrechnungen angestoßen. Die zu den jeweiligen Einzellösungen gehörigen Massenträgheitsmomente  $J_D$  sind als Punkte in **Abbildung 6.29** markiert. Wie zu erwarten sind die Werte für das ZMS mit Innendämpfer deutlich geringer. Auffällig ist hierbei zudem, dass für keines der beiden Konzepte bei der striktesten Formulierung des



Abbildung 6.29: Entwicklung des Massenträgheitsmoment der beiden betrachteten Dämpferkonzepte mit variierenden Komfortkriterien

Komfortkriteriums, das heißt für K = 0, eine Lösung des Optimierungsproblems gefunden wurde. Die grundsätzliche Annahme, dass das zweite Konzept notwendig wird, weil die Leistungsfähigkeit des ersten nicht mehr ausreicht, ist somit bereits widerlegt. Neben den Einzelergebnissen ist zusätzlich der Mittelwert aus diesen Punkten sowie eine Trendlinie zwischen den Mittelwerten bei K = 2000 und  $K = 20000 \text{ U}^2/\text{min}^2$  dargestellt. Hier zeigt sich die allgemeine Tendenz, dass der Wert der Zielfunktion  $J_D$  zunimmt, wenn die Nebenbedingung restriktiver formuliert wird, das heißt wenn K abnimmt. Die Zunahme im Mittel beträgt ungefähr sieben Prozent für das erste und circa 15 Prozent für das zweite Konzept.

Aus dieser grundlegenden Betrachtung können zwei Aussagen für die Konzeptauswahl getroffen werden. Zum einen bietet das zweite, komplexere System aus ZMS mit Innendämpfer und zusätzlichen Fliehkraftpendeln keinen Vorteil in der betrachteten Anwendung. Das erste Konzept bietet eine vergleichbare Performance bei geringerer Trägheit und ist mit großer Wahrscheinlichkeit kostengünstiger. Zum anderen bleibt allerdings auch festzustellen, dass in dem gegebenen Bauraum bisher keine Lösung gefunden wurde, die das Komfortkriterium ohne Überschreitung der vorgegebenen Grenzkurven erfüllen kann. Es müssen also entweder weitere Schwingungsdämpferkonzepte in Betracht gezogen oder die Nichterfüllung der Anforderungen akzeptiert werden. In diesem Fall müssen sekundäre Maßnahmen getroffen werden, um einen zufriedenstellenden Gesamtfahrzeugkomfort zu garantieren.

#### 6.4.2 Weiterentwicklung eines bestehenden Antriebs

Ein weiteres Anwendungsfeld der Methode ist die gezielte Weiterentwicklung bestehender Triebstränge, beispielsweise im Rahmen einer Modellpflege oder eines Facelifts. Hierbei wird keine komplette Neuentwicklung vorgenommen, sondern einzelne Komponenten verändert, um eine moderate Verbesserung des Komforts oder der Performance zu erreichen. In dem hier betrachteten, fiktiven Beispiel soll durch die Methode Informationen bereitgestellt werden, anhand derer entschieden werden kann, ob ein bestehendes Dämpferkonzept durch ein anderes ersetzt werden kann. Konkret wird ein Antrieb mit einem Sechszylinder-Boxermotor betrachtet, der im Heck angeordnet ist. Die Kraftübertragung erfolgt durch ein Handschaltgetriebe mit sieben Gängen an die Hinterräder. Zur Torsionsschwingungsdämpfung wird ein ZMS mit Fliehkraftpendeln eingesetzt. Das Modell, dass zur Berechnung des Schwingungsverhalten dieses Antriebs verwendet wird, ist in Abbildung 6.30 dargestellt. Die zugehörigen, wiederum unreduzierten Parameterwerte sind in Tabelle 6.10 zusammengefasst. Bei der Überarbeitung des Fahrzeugs im Rahmen einer Modellpflege werden höhere Anforderungen an die Antriebsakustik im Zugbetrieb gestellt, weshalb geprüft werden soll, inwieweit diese durch den Einsatz einer zusätzlichen torsionsgedämpften Kupplungsscheibe, vergleiche wiederum Tabelle 3.1, erfüllt werden können. Die bereitgestellten Aussagen zu Massenträgheitsmoment, Gewicht und benötigtem Bauraum können als Basis dienen, um über eine weitere Verfolgung des Konzepts zu diskutieren.

Abbildung 6.31 zeigt die Ausgangssituation für die Konzeptbetrachtung. Als Referenz ist die neue Vorgabe hinsichtlich der maximal zulässigen Schwingungsamplituden am Getriebeeingang im relevanten Drehzahlbereich des Motors gegeben. Im Vergleich dazu sind



Abbildung 6.30: Simulationsmodell für den betrachteten Antrieb mit Sechszylinder-Boxermotor im Heck und Handschaltgetriebe

Komponente	Parameter	Wert
	$l_{Pl}$ [m]	0,14
Motor	$r_{KW}$ [m]	0,08
	$m_{osz}$ [kg]	0,8
	$c_1 \; [\mathrm{Nm/rad}]$	16000
	$d_1 \; [\text{Nms/rad}]$	$1,\!2$
	$J_1 \; [\mathrm{kgm}^2]$	0,003
	$c_2 \; [\mathrm{Nm/rad}]$	120000
Getriebe	$d_2 \; [\text{Nms/rad}]$	3,4
	$J_2 \; [\mathrm{kgm}^2]$	0,01
	$c_3 \; [\mathrm{Nm/rad}]$	310000
	$d_3 \; [\text{Nms/rad}]$	5,6
	$J_3 \; [\mathrm{kgm}^2]$	0,01
Seitenwellen	$c_{SW}$ [Nm/rad]	26000
Seitenweiten	$d_{SW}$ [Nms/rad]	1,1
Vorderrad	$J_{VR}  [\mathrm{kgm}^2]$	2,9
Hinterrad	$J_{HR}  [\mathrm{kgm}^2]$	3,7
Fahrzeug	$m_{Fzg} \; [\mathrm{kg}]$	1450

Tabelle 6.10: Physische Parameterwerte zum Simulationsmodell in Abbildung 6.30

die mit dem aktuell verwendeten Konzept erreichbaren Amplituden für den kritischsten Gang aufgetragen. Es ist deutlich ersichtlich, dass die hier dargestellte Schwingungsdämpfung nicht ausreichend ist, um die Vorgaben zu erfüllen. Besonders im Bereich zwischen 900 U/min und 1400 U/min sowie bei Drehzahlen über 1850 U/min verläuft der berechnete Amplitudengang deutlich oberhalb der erlaubten Grenzwerte. Grundsätzlich kann eine derartige Überschreitung in gewissen Anwendungen und Grenzen zulässig sein, vergleiche hierzu Abschnitt 5.4.2, und im Auslegungsprozess durch eine geeignete Wahl des Parameters K in Gleichung (5.35) berücksichtigt werden. Im hier betrachteten Fall kommt allerdings ein Handschaltgetriebe zum Einsatz, weshalb keine Möglichkeit besteht, durch applikative Eingriffe in die Getriebesteuerung das Schwingungsverhalten des Antriebs zu beeinflussen. Deshalb muss eine Auslegung gefunden werden, die das Komfortkriterium mit K = 0 erfüllt. Um ein Verständnis für die Komplexität des Problems zu erlangen, wurden wiederum jeweils fünf Auslegungsrechnungen für das neue Konzept aus ZMS, Fliehkraftpendeln und gedämpfter Kupplungsscheibe auf sieben verschiedenen K-Niveaus durchgeführt. Das Startverhalten des Motors blieb aufgrund der Aufgabenstellung zunächst unberücksichtigt. Insgesamt wurden dabei elf Endergebnisse gefunden, die K = 0 erfüllen. Die Schwingungspegel beim Beschleunigen der mit diesen Dämpfersystemen ausgestatteten Triebstränge sind ebenfalls in Abbildung 6.31 aufgetragen. Die zur besten Lösung, das



Abbildung 6.31: Drehschwingungsamplituden am Getriebeeingang für das bestehende Konzept und die berechneten Lösungsmöglichkeiten im Vergleich zur neuen Vorgabe

heißt der Parametervektor mit dem geringsten zugehörigen Massenträgheitsmoment  $J_D$ , gehörige Kurve ist farblich hervorgehoben. Die dargestellten Verläufe sind strukturell sehr ähnlich und unterscheiden sich deutlich vom ursprünglichen System ohne Kupplungsdämpfer. Vor allem die Überhöhung bei Drehzahlen von 2000 U/min wird deutlich reduziert. Dafür deutet sich eine vorher nicht zu beobachtende Triebstrangresonanz im Bereich um 2300 U/min an, wobei die Amplituden hier allerdings begrenzt bleiben und nicht zu einer Verletzung der Vorgaben führen.

Interessant zu sehen ist, wie sich diese elf potentiellen Lösungen über den Parameterraum verteilen. Die Positionen sind in **Abbildung 6.32** wiedergegeben. Die generelle Struktur des Optimierungsproblems für den betrachteten Dämpfertyp ist unbekannt. Allerdings ist anzunehmen, dass der zulässige Bereich zumindest in der dargestellten  $\{x_1, x_2\}$ -Schnittebene Ähnlichkeiten mit dem eines ZMS mit Fliehkraftpendeln aufweist, siehe dazu **Abbildung 6.5**. Obwohl sich die resultierenden Simulationsergebnisse sehr ähneln, sind die gefundenen Lösungen weitläufig über die gesamte Ebene verteilt. Die beste Lösung ist hier durch einen Kreis gekennzeichnet und liegt tendenziell in dem Gebiet, in dem die globalen Optima auf Basis der bisher gewonnenen Erkenntnisse vermutet werden, vergleiche beispielsweise **Abbildung 6.10**.

Für die Entscheidung, ob das neue Konzept weiterverfolgt werden soll, muss jetzt die beste der berechneten Lösungen und das bestehende Konzept verglichen werden. Eine Gegenüberstellung der wichtigsten Kenngrößen hierzu findet sich in **Tabelle 6.11**. In **Abbildung 6.33** sind zudem schematische Kostruktionen der beiden Dämpfer dargestellt. Das



Abbildung 6.32: Verteilung der berechneten Lösungsmöglichkeiten im diskutierten Anwendungsfall

betrachtete System aus ZMS, Fliehkraftpendeln und gedämpfter Kupplungsscheibe ist dabei grundsätzlich anders aufgebaut als der eingesetzte Seriendämpfer, bei dem eine starre Kupplung verbaut wird. Deshalb muss für die Berechnung des Trägheitsmoments und des Gewichts sowohl das ZMS als auch die Kupplung berücksichtigt werden. Der benötigte Bauraum bezieht sich auf die radiale Ausdehnung des Dämpfers. Hierbei wurde die Auslegung unter der Prämisse durchgeführt, dass die Reibfläche der Kupplungsscheibe nicht verändert werden soll. Die Elemente des Scheibendämpfers wurden deshalb so dimensioniert, dass sie in den Raum unterhalb der Reibfläche passen. Aus diesem Grund wird der radiale Bauraum vor allem durch die Bogenfedern des ZMS definiert. Der angegebene Wert bezieht sich auf den äußeren Radius  $R_W + \frac{D_a}{2}$  dieser Komponente, vergleiche Abbildung 3.3.

Der Vergleich der beiden Dämpfer zeigt Vorteile für das neue Konzept. Das Massenträg-

Kenngröße	Bestehendes Konzept	Beste berechnete Lösung
Massenträgheitsmoment [kgm <sup>2</sup> ]	0,2312	0,2074
Gesamtgewicht [kg]	21,147	21,587
Benötigter Bauraum [mm]	126,0	117,6

Tabelle 6.11: Vergleich der wichtigsten technischen Kenngrößen zwischen dem bestehenden Konzept und der besten berechneten Lösungsmöglichkeit



Abbildung 6.33: Schematische Konstruktionen des bestehenden Konzepts (a) und der besten berechneten Lösungsmöglichkeit (b)

heitsmoment des Gesamtverbundes aus ZMS und Kupplung ist hier auch dann geringer als im bestehenden Konzept, wenn die prinzipbedingte Unterschätzung des Kennwertes im Rahmen der Parameterkonvertierung (siehe Abschnitt 6.1) berücksichtigt wird und der in **Tabelle 6.11** festgehaltene Wert beispielsweise um zehn Prozent erhöht wird. Passend hierzu ist auch die radiale Ausdehnung des neuen Dämpfersystems und damit der benötigte Bauraum deutlich kleiner. Die Gesamtgewichte der beiden Konzepte sind sehr ähnlich, wobei das bestehende Konzept leichte Vorteile hat. Diese werden deutlicher, wenn auf den berechneten Wert für das neuen Konzept wiederum ein Aufschlag hinzukommt, der sich aus den Erkenntnissen in Abschnitt 6.1 ableiten lässt.

Aus rein technischer Sicht ergibt sich als Ergebnis dieser Konzeptbetrachtung die Empfehlung, das Konzept mit gedämpfter Kupplungsscheibe weiter zu verfolgen. Es bietet die Möglichkeit, die gestellten Anforderung an die Triebstrangakustik zu erfüllen, ohne dabei gravierende Nachteile hinsichtlich Gewicht oder Massenträgheit akzeptieren zu müssen. Der benötigte radiale Bauraum ist auf Basis dieser ersten Abschätzung zudem kleiner als der bisher durch den Dämpfer genutzte, weshalb die Chance besteht, das neue System in ein bestehendes Package zu integrieren. Es muss allerdings geprüft werden, ob der für den Kupplungsdämpfer zusätzlich benötigte axiale Bauraum zur Verfügung steht. Für die weitere Bewertung muss allerdings in jedem Fall eine detaillierte Dimensionierung und Konstruktion der betreffenden Bauteile durchgeführt werden, anhand derer Aussagen zu Kosten und Entwicklungszeiten getroffen werden können. Zur finalen Validierung des Konzepts müssen des Weiteren Versuche mit Prototypen sowohl auf Komponentenebene als auch im Gesamtfahrzeug durchgeführt werden.

# 7 Diskussion und Bewertung der Methode

Nach der reinen Darstellung der erzielten Ergebnisse im vorherigen Kapitel soll hier die vorgeschlagene Methode als Gesamtheit diskutiert und bewertet werden. Hierzu werden in Abschnitt 7.1 die Erkenntnisse aus Kapitel 6 analysiert und explizit Anwendungsgrenzen des Verfahrens aufgezeigt. Im Anschluss wird die Methode in den Gesamtkontext des Entwicklungsprozesses gestellt und der Beitrag hierzu diskutiert, siehe Abschnitt 7.2.

## 7.1 Leistungsfähigkeit und Anwendungsgrenzen

Die Erkenntnisse aus Kapitel 6 lassen einige Rückschlüsse auf die Leistungsfähigkeit des vorgeschlagenen Verfahrens hinsichtlich der in Abschnitt 3.1 definierten Anforderungen zu. Es wurden einige Eigenschaften identifiziert, welche entweder die Aussagegenauigkeit und damit die Zuverlässigkeit des Verfahrens beeinträchtigen oder den Auslegungsprozess unnötigerweise verlängern und hauptsächlich mit dem verwendeten Optimierungsverfahren zusammen hängen. Dies umfasst

- die teilweise große Streuung der Ergebnisse,
- die mangelnde Robustheit des Verfahrens bei variierenden Problemstellungen und
- die mangelhaften Automatismen zur Berücksichtigung der Nebenbedingungen.

Die große Ergebnisstreuung zicht de facto zwingend nach sich, dass mehr als eine Auslegungsrechnung durchgeführt werden muss, um eine sichere Aussage machen zu können. Zudem ist die Genauigkeit noch nicht hoch genug, weil eine Streuung in der radialen Ausdehnung des Schwingungsdämpfers, die hauptsächlich durch den Wirkradius der Bogenfedern  $R_W$  vorgegeben wird, von mehreren Millimetern für eine valide Bauraumaussage zu groß sein kann, vergleiche hierzu beispielsweise **Abbildung 6.10**.

Die verbesserungsfähige Robustheit, das heißt die unterschiedliche Performance des Verfahrens beim Lösen verschiedener Probleme, führt dazu, dass ein höherer Aufwand für den Anwender besteht, um die Ergebnisse für verschiedene Dämpferkonzepte zu vergleichen. Es muss verhindert werden, dass ein System auf Basis der Optimierungsergebnisse besser bewertet wird, obwohl prinzipiell ein konkurrierendes Konzept, für das allerdings die Optima nicht identifiziert werden konnten, geeigneter ist. Dieser Umstand erschwert die Auswahl eines geeigneten Dämpfers, falls grundsätzlich mehrere Möglichkeiten betrachtet werden sollen.

Die Behandlung der Nebenbedingungen und hier vor allem die Updateschemata für die LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda$  und die Penaltyfaktoren  $r_p$ , siehe Gleichungen (5.30) und (5.31), bedarf weiterer Optimierungen. In der bisher verwendeten Form kann der Prozess zum einen dazu führen, dass zulässige, potentiell optimale Entwürfe als unzulässig erkannt

werden, weil die LAGRANGE-Multiplikatoren nicht schnell genug abgebaut werden und somit das Komplementaritätskriterium (5.7e) verletzt ist. Zum anderen kann gegebenenfalls die Verletzung der Nebenbedingungen nicht mehr in der erweiterten LAGRANGE-Funktion  $\mathcal{L}_A$ , also der Zielfunktion des Optimierungsverfahrens, berücksichtigt werden, falls durch die Updatevorschriften  $\lambda = 0$  und  $r_p = 0$  gesetzt werden. Der Algorithmus identifiziert damit Lösungen außerhalb des zulässigen Bereiches als Optima und wird somit missgeleitet.

Aus diesen Schwachstellen können sowohl die Leistungsfähigkeit als auch die Anwendungsgrenzen abgeleitet werden. Das Verfahren ist nicht in der Lage, auf Basis einer einzigen Auslegungsrechnung gesicherte Informationen zu den in Abschnitt 3.1 geforderten Größen für die Konzeptauswahl bereitzustellen. Da die benötigten Parameter aber grundsätzlich ausgegeben werden, können mit mehreren Rechnungen und einer statistischen Auswertung nutzbare Ergebnisse erzielt werden. Werden geeignete Simulationsmodelle verwendet und die Rechenzeiten zur Bestimmung der Triebstrangdynamik im Rahmen gehalten, lassen sich auch mehrere Auslegungen in einem angemessenen Zeitraum von einer bis zwei Wochen durchführen. Da der Prozess komplett automatisiert ist, besteht nur ein sehr geringer Betreuungsaufwand durch den Anwender. Weiterhin bleibt festzuhalten, dass auf Grundlage der bereitgestellten Informationen auch verschiedene Konzepte miteinander verglichen werden können, vergleiche hierzu die Beispiele in Abschnitt 6.4. Wie bereits dargelegt müssen die Berechnungsergebnisse allerdings aufgrund der oben dargelegten algorithmischen Probleme des Verfahrens im Nachhinein von Hand verifiziert und analysiert werden.

Zusammenfassend kann damit festgehalten werden, dass die vorgeschlagene Methode grundsätzlich alle geforderten Informationen bereitstellen kann und aufgrund des schnellen und vollautomatisierten Verfahrens auch ausreichend Möglichkeiten bietet, auf sich ändernde Randbedingungen in der Entwicklung zu reagieren. Das Verfahren ist flexibel auf verschiedene Probleme anwendbar und kann durchaus zur Entscheidungsfindung beitragen. Neben der reinen Analyse der wichtigsten Entscheidungskriterien muss allerdings im nachgelagerten Schritt der Auslegungsmethode eine Plausibilisierung der Ergebnisse durch den zuständigen Entwicklungsingenieur stattfinden.

## 7.2 Beitrag zur Verbesserung des Entwicklungsprozesses

Vor dem Hintergrund der dargestellten Möglichkeiten, die das Verfahren bietet, und Grenzen, die der Anwendung gesetzt sind, bleibt die Frage, inwiefern die Methode zur Verbesserung des Entwicklungsprozesses beitragen kann. Wie in den Beispielen in Abschnitt 6.4 dargestellt, können sowohl Neuentwicklungen als auch Weiterentwicklungen bestehender Antriebe behandelt werden. Die Stärken der Methode kommen allerdings eher bei der Entwicklung eines komplett neuartigen Triebstranges zum Tragen, wenn keine oder wenig Erfahrungswerte vorliegen, nach denen ein geeignetes Dämpferkonzept ausgewählt werden kann. Zudem ist die geforderte Aussagegenauigkeit bei dieser Anwendung zumindest in frühen Phasen geringer. Bei dieser Verwendung kann das Verfahren zu einem positiven Verlauf des weiteren Entwicklungsprozesses beitragen. Mithilfe der bereitgestellten Informationen können hier richtige Entscheidungen in einem angemessenen Zeitrahmen getroffen und somit die Gesamtkosten der Entwicklung deutlich gesenkt werden. Dies resultiert daraus, dass keine unnötigen Schleifen durchlaufen werden müssen, in denen unter enormem Aufwand konzeptionelle Schwächen des ursprünglichen Entwurfs korrigiert werden. In jeder dieser Schleifen fallen Kosten für die benötigten Prototypen sowie die gebundenen Ressourcen wie Mitarbeiter, Prüfstände oder Versuchsfahrzeuge an. Zudem stehen diese Mittel dadurch nicht für andere Entwicklungsprojekte zur Verfügung, was weitere Folgekosten nach sich ziehen kann. Neben den rein monetären Gesichtspunkten ergeben sich außerdem Vorteile bei den Entwicklungszeiten, wenn zusätzliche Schleifen vermieden werden können. Zuletzt ergibt sich durch eine gute Konzeptentwicklung auch eine höhere Qualität des Endprodukts, weil die weitere Entwicklung darauf fokussiert werden kann, basierend auf einem funktionierenden Grundentwurf Details zu optimieren und angedachte Fertigungsverfahren zu erproben und zu perfektionieren.

# 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Gegenstand der Arbeit und Ergebnisse

Ziel der Arbeit war die Entwicklung eines Werkzeugs, mit dem die Konzeptauswahl von Torsionsschwingungsdämpfern für Fahrzeugantriebe unterstützt werden kann. Um die Effizienz zu erhöhen und striktere Emissionsgesetzgebungen zu erfüllen, werden die Konzeption und Betriebsstrategien von Verbrennungsmotoren großen Weiterentwicklungen unterzogen. Viele dieser Optimierungen wirken sich allerdings negativ auf den Fahrzeugkomfort aus, erhöhen damit die Anforderungen an die eingesetzten Schwingungsdämpfungselemente und erschweren die Konzeptentwicklung dieser Komponenten. Durch die Ergebnisse dieser Arbeit sollen Entwickler in die Lage versetzt werden, diese zunehmende Komplexität vor dem Hintergrund kürzer werdender Entwicklungszyklen besser bewältigen zu können.

In der Literatur werden mehrere methodische Ansätze dargestellt, mit denen die Konzeptionierung technischer Produkte verbessert werden kann. Eine Möglichkeit ist hierbei die Verlagerung der Entwicklungsanstrengungen in die virtuelle Welt und die Automatisierung des Entwurfsprozesses. Hierfür werden geeignete Modelle zur Überführung der realen Konstruktion, zur Abbildung des Systemverhaltens und zur Bewertung des Entwurfs benötigt. Das dynamische Verhalten von Antriebssträngen für Fahrzeuge mit ihren typischen Komponenten wie Verbrennungsmotoren, Anfahr- und Schwingungsdämpfungselementen sowie Haupt- und Achsgetrieben wird klassischerweise durch elastische Mehrkörpermodelle abgebildet. In Kombination mit leistungsfähigen Optimierungsalgorithmen ergeben sich wirkungsvolle Werkzeuge, um optimale Entwürfe zu generieren, die auch im Rahmen der Fahrzeugentwicklung bereits eingesetzt werden.

Auf Basis der beschriebenen Methoden wurde ein Prozessablauf gefunden, mit dem eine simulationsgestützte, automatisierte Auslegung eines Dämpferentwufs durchgeführt werden kann. Dieser Prozess entspricht in seinen Grundzügen dem klassischen Lösungsverfahren eines Optimierungsproblems. Zunächst werden bestehende Konstruktionen analysiert und Ersatzmodelle auf Basis einfacher Geometrien definiert, mit welchen diese ausreichend genau abgebildet werden können. Hieraus ergeben sich die Optimierungsparameter, die zur Beschreibung des Entwurfs benötigt werden und die Vorschriften, nach denen aus diesen Größen die entscheidenden physikalischen Eigenschaften des Konzepts berechnet werden können. Im Anschluss wird ein Entwurf im Rahmen des Optimierungsmodells hinsichtlich seiner Eignung bewertet, das heißt die Zielfunktion und Nebenbedingungen des Optimierungsproblems werden ausgewertet. Neben den Ergebnisse aus der dynamischen Simulation des Schwingungsverhaltens des Antriebs fließen hierbei auch Anforderungen an die Montierbarkeit und Festigkeit in die Betrachtung mit ein.

Um ebenjene Berechnungen durchführen zu können, werden geeignete Modelle benötigt. Triebstränge unterscheiden sich in ihrem genauen Aufbau teilweise deutlich, allerdings sind sie im Allgemeinen stets aus ähnlichen Bauteilen und Subsystemen zusammengesetzt. Aus

diesem Grund bietet es sich an, eine Modellbibliothek mit Standardkomponenten aufzubauen, die bedarfsgerecht angepasst und kombiniert werden. Da eine Verwendung in einem automatisierten Prozess angedacht ist, muss ein guter Kompromiss zwischen Rechenzeiten und erreichbarer Genauigkeit getroffen werden. Die Modellierung muss dementsprechend so detailliert sein, dass die interessierenden Phänomene abgebildet werden können, jedoch im Hinblick auf den Berechnungsaufwand so grob, dass der Gesamtprozess mit einem akzeptablen Zeitaufwand abgeschlossen werden kann. Diesen Überlegungen folgend wurde ein komplett starres Modell zur Abbildung des Verbrennungsmotors verwendet, das in der Literatur als Standard diskutiert wird. Die elastischen Verformungen der Kurbelwelle spielen im betrachteten Drehzahlbereich keine signifikante Rolle. Bei der Modellierung eines Bogenfeder-ZMS liegt der Fokus auf einer geeigneten Darstellung der Hysterese, die durch die drehzahl- und drehmomentabhängigen Reibungskräfte zwischen den Außen- und den Innenfedern beziehungsweise dem Primärschwungrad entsteht. Zur Abbildung der Reibkontakte wird mit dem LUGRE-Modell ein dynamisches Reibmodell verwendet. Fliehkraftpendel als weitere Elemente zur Schwingungsreduktion sind auf einer Scheibe aufgebrachte Pendelmassen und werden auch als drehzahladaptive Tilger bezeichnet. Die Eigenfrequenz der Pendelbewegung hängt in einer linearisierten Betrachtung nur von der Drehzahl der Trägerscheibe ab. wodurch explizit einzelne Anregungsordnungen des Verbrennungsmotors betilgt werden können. Die Abbildung erfolgt über ein Starrkörpermodell der Scheibe und auf Punktmassen reduzierte Pendel, wobei die in der Praxis zur Verbesserung der Performance verwendeten Epizykloidbahnkurven in der Modellierung berücksichtigt werden müssen. Der restliche Triebstrang bestehend aus verschiedenen Zahnradgetrieben, Wellen und Elementen mit nichtlinearen Charakteristika wie Reifen und Gelenkscheiben wird über eine klassische Torsionsschwingerkette abgebildet.

Je nach betrachteter Fahrsituation werden die einzelnen Komponentenmodelle zu einer Abbildung des Gesamtantriebs zusammengefügt. Typische komfortrelevante Betriebsarten sind die Beschleunigungsfahrt, die auch als Zug bezeichnet wird, und der Startvorgang des Verbrennungsmotors. Während der Beschleunigung des Fahrzeugs werden im betrachteten Drehzahlbereich durch das ungleichförmige Motormoment mehrere Resonanzen des Triebstrangs angeregt. Die genaue Lage dieser Eigenfrequenzen und die maximal auftretenden Amplituden variieren nicht nur mit dem eingesetzten Verbrennungsmotor, Dämpferelement und dem Triebstrangaufbau, sondern sind außerdem abhängig von der Getriebeübersetzung und damit dem gewählten Gang. Je nachdem, wie der Eigenvektor der jeweiligen Resonanz ausgeprägt ist, stellen sich unterschiedliche Amplituden an verschiedenen Komponenten des Triebstrangs ein, weshalb bestimmte akustische Phänomene einzelnen Frequenzen zugeordnet werden. Da der Antriebsstrang beim Motorstart aufgetrennt wird, um den Hochlauf des Motors aus dem Stillstand zu ermöglichen, wird hier nur ein reduziertes Modell bestehend aus Verbrennungskraftmaschine, dem Dämpfer und einer Repräsentation der Motorsteuerung benötigt. Während des Hochlaufs muss die Eigenfrequenz des Schwingungsdämpfers durchschritten werden, die unterhalb der Leerlaufdrehzahl des Motors liegt. Hierdurch treten große Schwingungsamplituden, die sich nicht nur negativ auf den Komfort auswirken, sondern auch die Festigkeit der verwendeten Bauteile beeinträchtigen können.

Zur Vervollständigung der automatisierten Auslegung wird zuletzt das Optimierungsmo-

dell und eine Vorschrift zur Parametervariation benötigt. Die Umsetzung der im Prozessablauf definierten Anforderungen an den Entwurf in eine mathematische Formulierung führt unabhängig vom tatsächlich betrachteten Dämpferkonzept auf einen Satz linearer und nichtlinearer Nebenbedingungen, die teilweise durch Zeitsimulationen berechnet werden müssen. Die Anzahl und Ausgestaltung dieser Einschränkungen an den zulässigen Bereich des Optimierungsproblems ist hingegen abhängig vom betrachteten Konzept. Als Optimierungsziel wird das Massenträgheitsmoment des untersuchten Entwurfs gewählt, was wiederum stets eine nichtlineare Funktion des Parametervektors darstellt. Zur Lösung des Optimierungsproblems wird ein zweistufiger Algorithmus vorgeschlagen, für den das gradientenbasierte SQP-Verfahren und die gradientenfreie ALPSO-Heuristik kombiniert werden. In einem ersten Schritt wird auf Basis gleichverteilter Zufallszahlen eine definierte Menge an Entwürfen generiert. Diese Anfangspopulation wird mithilfe des SQP-Vefahrens manipuliert, wobei für jeden der enthaltenen Parametervektoren versucht wird, diesen durch Lösen eines Ersatzproblems soweit zu modifizieren, dass er alle Nebenbedingungen erfüllt, für die keine Simulationen durchgeführt werden müssen. Ausgehend von dieser neuen Population erfolgt die Lösung des eigentlichen Optimierungsproblems durch das ALPSO-Verfahren.

Zur Validierung des Gesamtprozesses müssen die einzelnen Teilschritte analysiert werden. Hier zeigt sich, dass die Parameterkonvertierung, das heißt das Entwurfsmodell des Auslegungsprozesses, ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Auf Basis der gewählten Ersatzgeometrien wurden für einige real existierende Dämpfer die interessierenden Größen berechnet und akzeptable Abweichungen zwischen tatsächlichen und prognostizierten Werten festgestellt. Mithilfe einer sehr großen, zunächst zufällig verteilten und anschließend vorkonditionierten Population wurde die Struktur einiger typischer Optimierungsprobleme analysiert. Um eine übersichtliche Darstellung zu erreichen, werden Schnitte entlang verschiedener Ebenen des Parameterraums verwendet. Auf diese Art und Weise wurde der zulässige Bereich der Optimierungsprobleme und die ihn begrenzenden Nebenbedingungen identifiziert sowie der Verlauf der Zielfunktion verdeutlicht, womit optimale Bereiche identifiziert werden können. In der  $\{x_1, x_2\}$ -Ebene des Parameterraums sind die Zusammenhänge besonders deutlich. Es ergibt sich hier eine nahezu lineare Abnahme der Zielfunktion mit abnehmenden Werten von  $x_1$  und  $x_2$ , das heißt geringeren Wirkradien der Bogenfedern  $R_W$  und Außendurchmessern der Außenfeder  $D_a^{AF}$ . Auf Basis dieser Ergebnisse wird die Performance des vorgeschlagenen Algorithmus beim Lösen der vorliegenden Probleme untersucht. Die Analyse muss aufgrund der stochastischen Natur des ALPSO-Verfahrens anhand von statistischen Größen durchgeführt werden. Es zeigt sich eine stark variierende Leistungsfähigkeit des Verfahrens mit variierenden Optimierungsproblemen. Die Auslegung eines ZMS mit Innendämpfer erfolgt beispielsweise für eine schwache Formulierung des Komfortkriteriums  $\kappa_1$  ausgehend von jeder untersuchten Startpopulation mit sehr geringer Streuung. Im Mittel liegen die Ergebnisse im zuvor identifizierten optimalen Bereich. Wird die Nebenbedingung  $\kappa_1$  zunehmend verschärft oder zusätzlich das Startverhalten des Motors durch die Nebenbedingungen  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  und  $\kappa_4$  berücksichtigt, sinkt der Anteil konvergenter Versuche und die Streuung nimmt zu. Für ein ZMS mit Fliehkraftpendeln ist die Konvergenz im Vergleich generell niedriger und die Streuung höher. Werden nicht nur die Endergebnisse der Optimierungsrechnungen verglichen, sondern auch die Veränderun-

gen von Iteration zu Iteration des Verfahrens, so zeigt sich ein wellenförmiger Verlauf der Zielfunktion am aktuellen Optimum. Dieses Verhalten resultiert aus einem wiederholten Verlassen des zulässigen Bereiches und führt zu einer Verlängerung des Prozesses. Zudem werden einige Schwierigkeiten bei der Berücksichtigung der Nebenbedingungen aufgezeigt. Durch die Aktualisierungsvorschrift für die Penaltyfaktoren  $r_p$  können diese gegebenenfalls null werden, wodurch kein Auf- oder Abbau der LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda$  mehr möglich ist und die Nebenbedingungen nicht mehr in die erweiterte LAGRANGE-Funktion  $\mathcal{L}_A$  eingehen, mit welcher der Optimierungsprozess gesteuert wird. Dadurch werden möglicherweise entweder unzulässige Punkte als Optimum identifiziert oder zulässige, potentiell optimale Parametervektoren verworfen, weil die Komplementaritätsbedingung fälschlicherweise als verletzt betrachtet wird. Als potentielle Lösungsmöglichkeiten werden zunächst engere Toleranzen auf die Erfüllung der Nebenbedingungen oder eine feste Untergrenze für die Penaltyfaktoren vorgeschlagen. In einer weiteren Untersuchung wurde der Einfluss der Steuerparameter  $d_1$  und  $d_2$  des Algorithmus betrachtet und festgestellt, dass Populationen mit einer ausgeglichenen, das heißt  $d_1 = d_2$ , oder einer kognitiv dominierten, das heißt  $d_1 > d_2$ , Parametrierung effektiver sind als sozial dominierte mit  $d_1 < d_2$ . Zuletzt wurden mehrere Methoden zu Generierung der Ausgangspopulation für den ALPSO-Algorithmus untersucht und dargestellt, dass die vorgeschlagene zweistufige Optimierung die besten Ergebnisse erzielt, vor allem wenn ein existierender Entwurf in die Population inkludiert werden kann.

Insgesamt bleiben als Kernaussagen festzuhalten, dass

- die Anwendung des vorgeschlagenen Verfahrens ermöglicht, die zur Konzeptfindung eines Schwingungsdämpfers benötigten Eingangsgrößen in frühen Entwicklungsphasen abzuschätzen,
- die Auslegung eines Schwingungsdämpfers mithilfe von Ersatzgeometrien und dynamischen Simulationsmodellen generell in Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Zielfunktionen und nichtlinearen Nebenbedingungen überführt werden kann,
- eine Kombination aus dem SQP-Verfahren und der ALPSO-Heuristik zur Lösung dieser Optimierungsaufgaben zielführend ist, die Leistungsfähigkeit der Algorithmen allerdings variiert, je nachdem welches spezifische Problem betrachtet wird,
- bei der Auslegung eines ZMS mit Fliehkraftpendeln systematisch größere Ergebnisstreuungen beobachtet werden als beim konkurrierenden Konzept mit Innendämpfer, was auf eine höhere Problemschwere hinweist, die gegebenenfalls aus dem komplexen mechanischem Verhalten der Komponente resultiert,
- eine geeignete Parametrierung der Steuergrößen für die ALPSO-Methode entscheidenden Einfluss auf die Performance des gesamten Verfahrens hat.
## 8.2 Offene Fragen und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein grundlegendes Verfahren entwickelt, implementiert und zumindest teilweise validiert. Hierbei wurden einige Ansatzpunkte für weitere Forschungsarbeiten gefunden. Im Einzelnen sind das folgende Themen:

- Das größte Verbesserungspotential für das Optimierungsverfahrens als Kernelement der Methode ergibt sich bei der **Berücksichtigung der Nebenbedingungen**. Die Aktualisierungsvorschriften für die Penaltyfaktoren und LAGRANGE-Multiplikatoren müssen überarbeitet werden, um den Nachbereitungsaufwand zu reduzieren und den Anwender zu entlasten. Durch simple feste Ober- und Untergrenzen können hier bereits Verbesserungen erzielt werden.
- Die Überprüfung der Leistungsfähigkeit wurde bisher nur mit einem recht begrenzten Umfang an Beispielproblemen unter Variation einiger weniger Randbedingungen und Parameter durchgeführt. Für eine vollständige Validierung und gegebenenfalls Optimierung der Methode müssen systematisch weitere Anwendungen betrachtet werden und die Versuchsrandbedingungen in einem feineren Raster variiert werden.
- Um tatsächlich von Nutzen für den Entwicklungsprozess zu sein, muss das Verfahren ständig auf dem Stand der Technik gehalten und **neu entwickelte Dämpferkonzepte** inkludiert werden. Die Einarbeitung dieser neuen Konzepte erfordert sowohl deren Abbildung im Entwurfsmodell als auch im Analysemodell und im Optimierungsmodell. Es muss dazu eine Konstruktionsanalyse durchgeführt, geeignete Ersatzgeometrien gefunden, entsprechende Simulationsmodelle aufgebaut und die zugrundeliegenden Nebenbedingungen identifiziert werden.
- Die Methode wurde bisher nur auf Basis theoretischer Überlegungen und zwar realitätsnaher, aber dennoch konstruierter Beispiele validiert. Die finale Eignungsprüfung kann allerdings nur mit der **Anwendung auf ein reales Entwicklungsprojekt** durchgeführt werden. Hierbei ergeben sich dann möglicherweise auch weitere Fragestellungen, die beantwortet werden müssen, oder Verbesserungsmöglichkeiten, an denen gearbeitet werden kann. Im Rahmen einer solchen Anwendung kann zudem der tatsächliche Nutzen für den Entwicklungsprozess näher quantifiziert werden.

## Literaturverzeichnis

- ABERGER, M.; OTTER, M.: Modeling Friction in Modelica with the Lund-Grenoble Friction Model. In: OTTER, M. (Hrsg.): Proc. of 2nd International Modelica Conference, Oberpfaffenhofen, March 18-19, 2002, S. 285–294
- [2] ADOLF, J.; AUF DER MAUR, A.; STRASSBURG, S.: Shell Pkw-Szenarien bis 2040: Entwicklung von Antriebstechnologien, Endenergieverbrauch und CO2-Emissionen. In: Energiewirtschaftliche Tagesfragen 65 (2015), Nr. 1/2, S. 126–128
- [3] AGRAWAL, S. K.; FABIEN, B. C.: *Optimization of dynamic systems*. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 1999
- [4] ALBERS, A. : Das Zweimassenschwungrad der dritten Generation Optimierung der Komforteigenschaften von PKW-Antriebssträngen. In: Antriebstechnisches Kolloquium Aachen, 1991, S. 245–268
- [5] ALBERS, A. ; NOWICKI, L. : Integration der Simulation in die Produktentwicklung
   Neue Möglichkeiten zur Steigerung der Qualität und Effizienz in der Produktentwicklung. In: Symposium "Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung", 5.-7. November 2003, Bremen, 2003, S. 141–147
- [6] ALBERS, A.; BURKARDT, N.; MEBOLDT, M.; SAAK, M.: SPALTEN problem solving methodology in the product development. In: ICED 05: 15th International Conference on Engineering Design: Engineering Design and the Global Economy, Melbourne, August 15-18, 2005, S. 3513–3524
- [7] ALBERS, A.; MEBOLDT, M.: IPEMM Integrated Product Development Process Management Model, Based on Systems Engineering and Systematic Problem Solving. In: Proceedings of ICED 2007, the 16th International Conference on Engineering Design, Paris, France, 28.-31.07.2007, 2007, S. 537–546
- [8] ALBERS, A. : Five Hypotheses about Engineering Processes and their Consequences. In: Tools and methods of competitive engineering: Proceedings of the Eighth International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering - TMCE 2010, April 12 - 16, Ancona, Italy, 2010, S. 343–356
- [9] ALBERS, A.; BRAUN, A.: Der Prozess der Produktentstehung. In: HENNING, F. (Hrsg.); MOELLER, E. (Hrsg.): Handbuch Leichtbau. München : Hanser Verlag, 2011, S. 1–30
- [10] ALBERS, A. ; BURSAC, N. ; WINTERGERST, E. : Produktgenerationsentwicklung Bedeutung und Herausforderungen aus einer entwicklungsmethodischen Perspektive.

In: Stuttgarter Symposium für Produktentwicklung (SSP): Stuttgart, 19. Juni 2015, 2015, S. 1–10

- [11] ALBERS, A.; REISS, N.; BURSAC, N.; RICHTER, T.: iPeM integrated Product engineering Model in context of Product Generation Engineering. In: *Procedia CIRP* Bd. 50, 2016, S. 100–105
- [12] ALBERS, A.; REISS, N.; BURSAC, N.; BREITSCHUH, J.: 15 Years of SPALTEN Problem Solving Methodology in Product Development. In: DS 85-1: Proceedings of NordDesign 2016, Volume 1, Trondheim, Norway, 10th-12th August 2016, 2016, S. 411-420
- [13] ALBERS, A.; BURSAC, N.; RAPP, S.: PGE Produktgenerationsentwicklung am Beispiel des Zweimassenschwungrads. In: Forschung im Ingenieurwesen 81 (2017), Nr. 1, S. 13–31
- [14] ALBERS, A.; RAPP, S.; BIRK, C.; BURSAC, N.: Die Frühe Phase der PGE Produktgenerationsentwicklung. In: 4. Stuttgarter Symposium für Produktentwicklung 2017 (SSP): Produktentwicklung im disruptiven Umfeld, Stuttgart, Deutschland, 28-29 Juni 2017, 2017, S. 345–354
- [15] ALBERS, A.; RAPP, S.; SPADINGER, M.; RICHTER, T.; BIRK, C.; MARTHALER, F.; HEIMICKE, J.; KURTZ, V.; WESSELS, H.: The Reference System in the Model of PGE: Proposing a Generalized Description of Reference Products and their Interrelations. In: Proceedings of the Design Society: International Conference on Engineering Design, 5 -8 August 2019 Delft, The Netherlands 1 (2019), Nr. 1, S. 1693–1702
- [16] ALBERS, A.; RAPP, S.; PEGLOW, N.; STÜRMLINGER, T.; HEIMICKE, J.; WAT-TENBERG, F.; WESSELS, H.: Variations as Activity Patterns: A Basis for Project Planning in PGE – Product Generation Engineering. In: 29th CIRP Design Conference: open design and design as exponential technology, Póvoa de Varzim, Portugal, 8th to 10th May 2019, 2019, S. 966 – 972
- [17] ALSUWAIYAN, A. S. ; SHAW, S. W.: Performance and dynamic stability of generalpath centrifugal pendulum vibration absorbers. In: *Journal of Sound and Vibration* 252 (2002), Nr. 5, S. 791–815
- [18] ALSUWAIYAN, A. S. ; SHAW, S. W.: Steady-State Responses in Systems of Nearly-Identical Torsional Vibration Absorbers. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 125 (2003), Nr. 1, S. 80–87
- [19] ARMSTRONG-HÉLOUVRY, B. : Control of machines with friction. Boston: Kluwer, 1991
- [20] ARORA, J. S.: Introduction to optimum design. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2012

- [21] BALASHOV, D.; BURKOVSKI, L.; FERDERER, F.; ; FIDLIN, A.; KREMER, M.; PENNEC, B.; SEEBACHER, R.: Simulation bei Drehschwingungsdämpfern. In: ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift 108 (2006), Nr. 12, S. 1038–1045
- [22] BARTHOLD, F.-J. : Theorie und Numerik zur Berechnung und Optimierung von Strukturen aus isotropen, hyperelastischen Materialien, Universität Hannover, Diss., 1993
- [23] BASSHUYSEN, R. v. (Hrsg.); SCHÄFER, F. (Hrsg.): Handbuch Verbrennungsmotor: Grundlagen, Komponenten, Systeme, Perspektiven. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015
- [24] BERGSTRÄSSER, M. : Die Berechnung zylindrischer Schraubenfedern. In: Zeitschrift des VDI 77 (1933), S. 198
- [25] BESTLE, D. : Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen: Grundlagen und rechnergestützte Methoden. Berlin: Springer, 1994
- [26] BESTLE, D. (Hrsg.); SCHIEHLEN, W. (Hrsg.): IUTAM Symposium on Optimization of Mechanical Systems: Proceedings of the IUTAM Symposium held in Stuttgart, Germany, 26-31 March 1995. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [27] BEY, R.; OHREM, C.; BIERMANN, J.-W.; BÜTTERLING, P.: DownsizingKonzept mit Zweizylinder-Erdgasmotor. In: MTZ - Motortechnische Zeitschrift 74 (2013), Nr. 9, S. 646–655
- [28] BLETZINGER, K.-U.; REITINGER, R.; KIMMICH, S.; RAMM, E.: Shape Optimization with Program CARAT. In: HÖRNLEIN, H. R. E. M. (Hrsg.); SCHITTKOWSKI, K. (Hrsg.): Software Systems for Structural Optimization. Basel: Birkhäuser, 1993, S. 97–124
- [29] BOZCA, M. : Torsional vibration model based optimization of gearbox geometric design parameters to reduce rattle noise in an automotive transmission. In: *Mechanism* and Machine Theory 45 (2010), Nr. 11, S. 1583–1598
- [30] BRAUN, A. : Modellbasierte Unterstützung der Produktentwicklung Potentiale der Modellierung von Produktentstehungsprozessen am Beispiel des integrierten Produktentstehungsmodells (iPeM), Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2014
- [31] BURSAĆ, N. : Model Based Systems Engineering zur Unterstützung der Baukastenentwicklung im Kontext der Frühen Phase der Produktgenerationsentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2016
- [32] BUYS, J. D.: Dual algorithms for constrained optimization problems, Universiteit Leiden, Diss., 1972
- [33] CANUDAS DE WIT, C. ; OLSSON, H. ; ASTROM, K. J. ; LISCHINSKY, P. : A new model for control of systems with friction. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (1995), Nr. 3, S. 419–425

- [34] CANUDAS DE WIT, C. ; TSIOTRAS, P. : Dynamic tire friction models for vehicle traction control. In: Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, 7-10 Dec. 1999, Phoenix, USA Bd. 4, 1999, S. 3746–3751
- [35] CANUDAS DE WIT, C. ; TSIOTRAS, P. ; VELENIS, E. ; BASSET, M. ; GISSINGER,
   G. : Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction. In: Vehicle System Dynamics 39 (2003), Nr. 3, S. 189–226
- [36] CHACE, M. A.: Methods and Experience in Computer Aided Design of Large-Displacement Mechanical Systems. In: HAUG, E. J. (Hrsg.): Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1984 (NATO ASI Series F: Computer and systems sciences, Vol. 9), S. 233–259
- [37] CHAO, C.-P.; LEE, C.-T.; SHAW, S.: Non-Unison Dynamics of Multiple Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers. In: *Journal of Sound and Vibration* 204 (1997), Nr. 5, S. 769–794
- [38] CHAO, C.-P. ; SHAW, S. W. ; LEE, C.-T. : Stability of the Unison Response for a Rotating System With Multiple Tautochronic Pendulum Vibration Absorbers. In: *Journal of Applied Mechanics* 64 (1997), Nr. 1, S. 149–156
- [39] CLERC, M.; KENNEDY, J.: The particle swarm explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6 (2002), Nr. 1, S. 58–73
- [40] CLERC, M. : Particle swarm optimization. London : ISTE, 2006
- [41] CLOVER, C. ; BERNARD, J. : Longitudinal Tire Dynamics. In: Vehicle System Dynamics 29 (1998), Nr. 4, S. 231–260
- [42] D'ALEMBERT, J. L. R.: Traité de Dynamique. Paris : David l'aîné, 1743
- [43] DENMAN, H. : Tautochronic bifilar pendulum torsion absorbers for reciprocating engines. In: Journal of Sound and Vibration 159 (1992), Nr. 2, S. 251–277
- [44] DEPPLER, J. : Ein Beitrag zur viskoelastischen Modellierung nichtholonomer Bindungsgleichungen, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2017
- [45] DIEZ, W.; KOHLER, M.: Otto-, Diesel- oder Elektromotor wer macht das Rennen? Stuttgart : Industrie- und Handelskammer Region Stuttgart, 2010
- [46] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: Zylindrische Schraubenfedern aus runden Drähten und Stäben - Berechnung und Konstruktion - Teil 1: Druckfedern. Berlin : Beuth, 2013 (DIN EN 13906-1)
- [47] DRESIG, H.; FIDLIN, A.: Schwingungen mechanischer Antriebssysteme : Modellbildung, Berechnung, Analyse, Synthese. Berlin: Springer Vieweg, 2014

- [48] DREYER, M. R.: Untersuchung zur nichtlinearen Mechanik von Schraubendruckfedern: Simulation und experimentelle Verifikation des Verhaltens von Ventilfedern in Verbrennungsmotoren und Bogenfedern in Zweimassenschwungrädern, Universität Siegen, Diss., 2004
- [49] DU, H. I.; FREDERIKSEN, M.; HAPPEL, S.: Vibration Modeling and Correlation of Driveline Boom for TFWD/AWD Crossover Vehicles. In: SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems 112 (2003), Nr. 6, S. 1755–1765
- [50] EBERHARD, P. ; SCHIEHLEN, W. ; BESTLE, D. : Some advantages of stochastic methods in multicriteria optimization of multibody systems. In: Archive of Applied Mechanics 69 (1999), Nr. 8, S. 543–554
- [51] EBERHART, R. C.; KENNEDY, J.: A new optimizer using particle swarm theory. In: Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science, 4-6 Oct. 1995, Nagoya, Japan Bd. 1, 1995, S. 39–43
- [52] EHRLENSPIEL, K.; MEERKAMM, H.: Integrierte Produktentwicklung : Denkabläufe, Methodeneinsatz, Zusammenarbeit. München: Hanser Verlag, 2013
- [53] EICHHORN, U.: Volkswagen on the Road to Electrification Driveline Diversity. In: 15th International CTI Symposium Automotive Transmissions, HEV and EV Drives, Berlin, 2016, S. 9–36
- [54] EICH-SÖLLNER, E.; FÜHRER, C.: Numerical methods in multibody dynamics. Stuttgart: Teubner, 1998
- [55] ENGELBRECHT, A. P.: Heterogeneous Particle Swarm Optimization. In: DORIGO, M. (Hrsg.); BIRATTARI, M. (Hrsg.); DI CARO, G. A. (Hrsg.); DOURSAT, R. (Hrsg.); ENGELBRECHT, A. P. (Hrsg.); FLOREANO, D. (Hrsg.); GAMBARDELLA, L. M. (Hrsg.); GROSS, R. (Hrsg.); ŞAHIN, E. (Hrsg.); SAYAMA, H. (Hrsg.); STÜTZLE, T. (Hrsg.): Swarm Intelligence: 7th International Conference, ANTS 2010, Brussels, Belgium, September 8-10, 2010. Proceedings. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010, S. 191–202
- [56] ESCHENAUER, H. A.: Shape optimization of satellite tanks for minimum weight and maximum storage capacity. In: *Structural optimization* 1 (1989), Nr. 3, S. 171–180
- [57] ESCHENAUER, H. A.: The "Three Columns" for Treating Problems in Optimum Structural Design. In: BERGMANN, H. W. (Hrsg.): Optimization: Methods and Applications, Possibilities and Limitations: Proceedings of an International Seminar Organized by Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DLR), Bonn, June 1989. Berlin, Heidelberg: Springer, 1989, S. 1–21
- [58] ESCHENAUER, H. A.; GEILEN, J.; WAHL, H. J.: SAPOP An Optimization Procedure for Multicriteria Structural Design. In: HÖRNLEIN, H. R. E. M. (Hrsg.); SCHITTKOWSKI, K. (Hrsg.): Software Systems for Structural Optimization. Basel: Birkhäuser, 1993, S. 207–227

- [59] EULER, L. : Nova methodus motum corporum rigidorum determinandi. In: Novi Commentari Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae 20 (1775), S. 208–238
- [60] FALK, A. : Adaptive Verfahren für die Formoptimierung von Flächentragwerken unter Berücksichtigung der CAD-FEM-Kopplung, Universität Hannover, Diss., 1995
- [61] FAUST, H. : Antriebssysteme der Zukunft Motor-, Getriebe- und Dämpfersysteme für Downspeeding, Downsizing und Zylinderabschaltung. In: 10. Schaeffler Kolloquium, 3./4. April 2014, Baden-Baden, 2014, S. 24–41
- [62] FIDLIN, A.; SEEBACHER, R.: Simulationstechnik am Beispiel des ZMS Die Stecknadel im Heuhaufen finden. In: 8. LuK Kolloquium, 4./5. Mai 2006, Baden-Baden, 2006, S. 55–71
- [63] FIDLIN, A.; MALL, P.: On the effect of the distributed friction in the arc spring on the dynamic behavior of the automotive transmission. In: Proceedings of the International Conference on Engineering Vibrations ICoEV 2015, Ljubljana, Slovenia, 7 - 10 September 2015, 2015, S. 1099–1108
- [64] FISCHER, U.; STEPHAN, W.: Prinzipien und Methoden der Dynamik : ihre Anwendung auf Systeme mit endlich vielen Freiheitsgraden. Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1972
- [65] FISCHER, R. ; JÜRGENS, G. ; KÜÇÜKAY, F. ; NAJORK, R. ; POLLAK, B. ; LIST, H. (Hrsg.): Das Getriebebuch. Wien: Springer, 2012
- [66] FLETCHER, R. : Practical methods of optimization. Chichester [u.a.]: Wiley, 1995
- [67] FÖLLINGER, O. : Optimierung dynamischer Systeme: eine Einführung für Ingenieure. München: Oldenbourg, 1988
- [68] GAO, W.-F.; LIU, S.-Y.; HUANG, L.-L.: Particle swarm optimization with chaotic opposition-based population initialization and stochastic search technique. In: Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 17 (2012), Nr. 11, S. 4316–4327
- [69] GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H.: *Practical optimization*. London: Academic Press, 1981
- [70] GILL, P. E.; MURRAY, W.; SAUNDERS, M. A.; WRIGHT, M. H.: Procedures for Optimization Problems with a Mixture of Bounds and General Linear Constraints. In: ACM Transactions on Mathematical Software 10 (1984), Nr. 3, S. 282–298
- [71] GIPSER, M. : FTire: ein physikalisch basiertes, anwendungsorientiertes Reifenmodell für alle wichtigen fahrzeugdynamischen Fragestellungen. In: 4. Darmstädter Reifenkolloquium, 17. Oktober 2002, Darmstatdt, 2002, S. 42–68
- [72] GÖHNER, O. : Schubspannungsverteilung im Querschnitt einer Schraubenfeder. In: Ingenieur-Archiv 1 (1930), Nr. 5, S. 619–644

- [73] GONTHIER, Y.: Contact dynamics modelling for robotic task simulation, University of Waterloo, Diss., 2007
- [74] GUZZELLA, L.; SCIARRETTA, A.: Vehicle Propulsion Systems: Introduction to Modeling and Optimization. Berlin: Springer, 2013
- [75] HADDOW, A. G.; SHAW, S. W.: Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers: An Experimental and Theoretical Investigation. In: *Nonlinear Dynamics* 34 (2003), Nr. 3, S. 293–307
- [76] HAGHIGHAT, S.; R. A. MARTINS, J. R.; T. LIU, H. H.: Aeroservoelastic Design Optimization of a Flexible Wing. In: *Journal of Aircraft* 49 (2012), Nr. 2, S. 432–443
- [77] HAN, S. P.: A globally convergent method for nonlinear programming. In: *Journal* of Optimization Theory and Applications 22 (1977), Nr. 3, S. 297–309
- [78] HAUG, E. J.; ARORA, J. S.: Applied optimal design: mechanical and structural systems. New York: Wiley, 1979
- [79] HAUG, E. J. (Hrsg.): Computer aided analysis and optimization of mechanical system dynamics : Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics, held in Iowa City/USA, August 1 - 12, 1983. Berlin: Springer, 1984 (NATO ASI Series F: Computer and systems sciences, Vol. 9)
- [80] HESTENES, M. R.: Multiplier and gradient methods. In: Journal of Optimization Theory and Applications 4 (1969), Nr. 5, S. 303–320
- [81] HOOKER, W. W. ; MARGOULIS, G. : The Dynamical Attitude Equations for an n-Body Satellite. In: Journal of Astronautical Sciences 12 (1965), S. 123–128
- [82] HU, X.; EBERHART, R. C.; SHI, Y.: Engineering optimization with particle swarm. In: Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium SIS '03, 24-26 April 2003, Indianapolis, USA, 2003, S. 53-57
- [83] HUNT, K. H.; CROSSLEY, F. R. E.: Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact. In: Journal of Applied Mechanics 42 (1975), Nr. 2, S. 440–445
- [84] IDE, T.; KITAJIMA, H.; OTOMORI, M.; LEIVA, J. P.; WATSON, B. C.: Structural optimization methods of nonlinear static analysis with contact and its application to design lightweight gear box of automatic transmission of vehicles. In: *Structural* and Multidisciplinary Optimization 53 (2016), Nr. 6, S. 1383–1394
- [85] ISSA, J. S.; SHAW, S. W.: Synchronous and non-synchronous responses of systems with multiple identical nonlinear vibration absorbers. In: *Journal of Sound and Vibration* 348 (2015), S. 105 – 125

- [86] JANSEN, P. ; PEREZ, R. : Constrained structural design optimization via a parallel augmented Lagrangian particle swarm optimization approach. In: Computers & Structures 89 (2011), Nr. 13-14, S. 1352–1366
- [87] JEHLE, G. : Zur Modellbildung und Simulation reibungserregter Schwingungen in *Pkw-Schaltgetrieben*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2016
- [88] KADIRKAMANATHAN, V. ; SELVARAJAH, K. ; FLEMING, P. J.: Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 10 (2006), Nr. 3, S. 245–255
- [89] KENNEDY, J.; EBERHART, R.: Particle swarm optimization. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 27 Nov.-1 Dec. 1995, Perth, Australia, 1995, S. 1942–1948
- [90] KENNEDY, J.: The particle swarm: social adaptation of knowledge. In: 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '97), April 13-16, 1997, Indianapolis, USA, 1997, S. 303–308
- [91] KERNSTOCK, T. : Ein Beitrag zur gezielten Reduktion des NVH-Phänomens Getrieberasseln über den gesamten Fahrzeugentwicklungsprozess am Beispiel eines Doppelkupplungsgetriebes, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2012
- [92] KIM, T.-H. ; MARUTA, I. ; SUGIE, T. : Robust PID controller tuning based on the constrained particle swarm optimization. In: *Automatica* 44 (2008), Nr. 4, S. 1104–1110
- [93] KIM, D.; PARK, S.: Optimization of injection strategy to reduce fuel consumption for stoichiometric diesel combustion. In: *Fuel* 93 (2012), S. 229–237
- [94] KIMMICH, S. ; REITINGER, R. ; RAMM, E. : Integration of different numerical techniques in shape optimization. In: *Structural optimization* 4 (1992), Nr. 3, S. 149–155
- [95] KIRCHNER, E. : Leistungsübertragung in Fahrzeuggetrieben: Grundlagen der Auslegung, Entwicklung und Validierung von Fahrzeuggetrieben und deren Komponenten. Berlin: Springer, 2007
- [96] KÖHLER, E.; FLIERL, R.: Verbrennungsmotoren: Motormechanik, Berechnung und Auslegung des Hubkolbenmotors. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2011
- [97] KOLMANOVSKY, I.; NIEUWSTADT, M. van; SUN, J.: Optimization of complex powertrain systems for fuel economy and emissions. In: Nonlinear Analysis: Real World Applications 1 (2000), Nr. 2, S. 205–221
- [98] KRAFTFAHRT-BUNDESAMT: Bestandsbarometer Personenkraftwagen am 1. Januar 2017 nach ausgewählten Kraftstoffarten. http://www.kba.de/DE/Statistik/ Fahrzeuge/Bestand/Ueberblick/2017\_b\_barometer.html?nn=1133288. - aufgerufen am 23.03.2017

- [99] KRAUSE, T.; KREMER, E.; MOVLAZADA, P.: Theory and Simulation of Centrifugal Pendulum Absorber with Trapezoidal Suspension. In: Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Problems, September 5-8 2011, Prague, Czech Republic, 2011, S. 322–327
- [100] KREUZER, E. : Symbolische Berechnung der Bewegungsgleichungen von Mehrkoerpersystemen, Universität Stuttgart, Diss., 1979
- [101] KROLL, J.; KOOY, A.; SEEBACHER, R.: Land in Sicht: Torsionsschwingungsdämpfung für zukünftige Motoren. In: 9. Luk Kolloquium, 13./14.04.2010, Bühl, 2010, S. 28–39
- [102] KRÜGER, A. : Kupplungsrupfen : Ursachen, Einflüsse und Gegenmaßnahmen, Universität Karlsruhe, Diss., 2003
- [103] KÜÇÜKAY, F.: Dynamik der Zahnradgetriebe: Modelle, Verfahren, Verhalten. Berlin: Springer, 1987
- [104] LAGRANGE, J.-L. : *Méchanique Analytique*. Paris: L'Académie Royal des Sciences, 1788
- [105] LEE, C.-T. ; SHAW, S. W.: Torsional vibration reduction in internal combustion engines using centrifugal pendulums. In: Proceedings of the 1995 Design Engineering Technical Conferences : presented at the 1995 ASME Design Engineering Technical Conferences; September 17 - 20, 1995, Boston, USA Bd. 84, 1995, S. 487–492
- [106] MALL, P.; FIDLIN, A.; KRÜGER, A.; GROSS, H.: Simulation based optimization of torsional vibration dampers in automotive powertrains. In: *Mechanism and Machine Theory* 115 (2017), S. 244–266
- [107] MALL, P. ; FIDLIN, A. ; KRÜGER, A. : Torsional vibration damper design using Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization. In: Proceedings of the 9th European Nonlinear Dynamics Conference ENOC, 25 June 2017 – 30 June 2017, Budapest, Hungary, 2017
- [108] MATHWORKS: MATLAB R2017a Documentation: Constrained Nonlinear Optimization Algorithms. https://de.mathworks.com/help/optim/ug/ constrained-nonlinear-optimization-algorithms.html#bsgppl4. - aufgerufen am 29.08.2017
- [109] MAUTE, K. : Topologie- und Formoptimierung von dünnwandigen Tragwerken, Universität Stuttgart, Diss., 1998
- [110] MAYET, J.; RIXEN, D.; ULBRICH, H.: Experimental Investigation of Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers. In: 11th International Conference on Vibration Problems, 9–12 September 2013, Lisbon, Portugal, 2013, S. 1–10

- [111] MAYET, J.; ULBRICH, H.: Tautochronic centrifugal pendulum vibration absorbers: General design and analysis. In: *Journal of Sound and Vibration* 333 (2014), Nr. 3, S. 711–729
- [112] MAYET, J.; ULBRICH, H.: First-order optimal linear and nonlinear detuning of centrifugal pendulum vibration absorbers. In: *Journal of Sound and Vibration* 335 (2015), S. 34–54
- [113] MERKER, G. P.; SCHWARZ, C.; STIESCH, G.; OTTO, F.: Verbrennungsmotoren: Simulation der Verbrennung und Schadstoffbildung. Wiesbaden: Teubner, 2006
- [114] MONROE, R. J.; SHAW, S. W.; HADDOW, A. H.; GEIST, B. K.: Accounting for Roller Dynamics in the Design of Bifilar Torsional Vibration Absorbers. In: *Journal* of Vibration and Acoustics 133 (2011), Nr. 6, S. 061002–061002–10
- [115] MONROE, R. J.; SHAW, S. W.: Nonlinear Transient Dynamics of Pendulum Torsional Vibration Absorbers - Part I: Theory. In: Journal of Vibration and Acoustics 135 (2013), Febr., Nr. 1, S. 011017–1 – 011017–10
- [116] MONROE, R. J.; SHAW, S. W.: Nonlinear Transient Dynamics of Pendulum Torsional Vibration Absorbers - Part II: Experimental Results. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 135 (2013), Nr. 1, S. 011018–1 – 011018–7
- [117] NAUNHEIMER, H.; BERTSCHE, B.; LECHNER, G.: Fahrzeuggetriebe: Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion. Berlin: Springer, 2007
- [118] NEGELE, H. : Systemtechnische Methodik zur ganzheitlichen Modellierung am Beispiel der integrierten Produktentwicklung. München: Utz, 2006
- [119] NEWTON, I. : Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. London: Royal Society, 1687
- [120] NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J.: Numerical optimization. New York: Springer, 2006
- [121] PACEJKA, H. B.; BESSELINK, I. J. M.: Magic Formula Tyre Model with Transient Properties. In: Vehicle System Dynamics 27 (1997), Nr. 1, S. 234–249
- [122] PACEJKA, H. B.; BESSELINK, I. (Hrsg.): *Tire and vehicle dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012
- [123] PARSOPOULOS, K. E. ; VRAHATIS, M. N.: Initializing the particle swarm optimizer using the nonlinear simplex method. In: Advances in intelligent systems, fuzzy systems, evolutionary computation 216 (2002), S. 1–6
- [124] PATZAK, G. : Systemtechnik, Planung komplexer innovativer Systeme : Grundlagen, Methoden, Techniken. Berlin: Springer, 1982
- [125] PEINEMANN, B. : Drehzahladaptiver Tilger eine Alternative für die Schwingungsreduzierung? In: ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift 103 (2001), Nr. 4, S. 290–297

- [126] PEREZ, R.; BEHDINAN, K.: Particle swarm approach for structural design optimization. In: Computers & Structures 85 (2007), Nr. 19-20, S. 1579–1588
- [127] PFABE, M. : Maßnahmen zur Reduzierung von Drehschwingungen der Kurbelwelle in Verbrennungsmotoren, Universität Rostock, Diss., 2015
- [128] PFLÜGER, M.; BRANDL, F.; FEITZELMAYER, K.; BERNHARD, U.; LIST, H. (Hrsg.): Fahrzeugakustik. Wien: Springer, 2010
- [129] POWELL, M. J. D.: A method for nonlinear constraints in minimization problems. In: FLETCHER, R. (Hrsg.): Optimization: Symposium of the Inst. of Mathematics and its Applications, Univ. of Keele, England, 1968. London, New York: Academic Press, 1969, S. 283–298
- [130] POWELL, M. J. D.: A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. In: WATSON, G. A. (Hrsg.): Numerical Analysis: Proceedings of the Biennial Conference Held at Dundee, June 28 - July 1, 1977. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1978, S. 144–157
- [131] POWELL, M. J. D.: Algorithms for nonlinear constraints that use lagrangian functions. In: *Mathematical Programming* 14 (1978), Nr. 1, S. 224–248
- [132] RAHNEJAT, H. (Hrsg.): Tribology and dynamics of engine and powertrain: fundamentals, applications and future trends. Cambridge: Woodhead Publishing, 2010
- [133] REIK, W. : Torsionsschwingungen und Getriebegeräusche. In: Automobil-Industrie 32 (1987), Nr. 1, S. 37–43
- [134] REIK, W. : Das Zweimassenschwungrad. In: 1. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, Oktober 1987, Aachen, 1987, S. 615–635
- [135] REIK, W. : Schwingungsverhalten eines PKW-Antriebsstranges mit Zweimassenschwungrad. In: VDI-Berichte (1988), Nr. 697, S. 173–194
- [136] ROBERSON, R. E.; WITTENBURG, J.: A Dynamic Formalism for an Arbitrary Number of Interconnected Rigid Bodies, with Reference to the Problem of Satellite Attitude Control. In: Proceedings of the Third Congress International Federation of Automatic Control, London. London: Butterworth, 1966, S. 461–469
- [137] ROBERSON, R. E.; SCHWERTASSEK, R.: Dynamics of multibody systems. Berlin: Springer, 1988
- [138] ROCKAFELLAR, R. T.: The multiplier method of Hestenes and Powell applied to convex programming. In: Journal of Optimization Theory and Applications 12 (1973), Nr. 6, S. 555–562
- [139] ROCKAFELLAR, R. T.: A dual approach to solving nonlinear programming problems by unconstrained optimization. In: *Mathematical Programming* 5 (1973), Nr. 1, S. 354–373

- [140] ROPOHL, G. (Hrsg.) ; AGGTELEKY, B. (Hrsg.): Systemtechnik, Grundlagen und Anwendung. München: Hanser, 1975
- [141] ROPOHL, G. : Allgemeine Technologie: eine Systemtheorie der Technik. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing, 2009
- [142] SAUERMANN, R.; BOJA, D.; KIRSCHBAUM, F.; NELLES, O.: Particle Swarm Optimization for Automotive Model-Based Calibration. In: *IFAC Proceedings Volumes* 43 (2010), Nr. 7, S. 733–738
- [143] SCHERER, H. : Modellbasierte Methoden zur Modellierung des Zielsystems und des Funktions-Gestalt-Zusammenhangs zur Unterstützung der Serienentwicklung von Baukästen am Beispiel von Hybrid-Triebstrangsystemen, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2016
- [144] SCHIEHLEN, W.: Technische Dynamik: eine Einführung in die analytische Mechanik und ihre technischen Anwendungen; 5 Tab. Stuttgart: Teubner, 1986
- [145] SCHIEHLEN, W. (Hrsg.): Multibody systems handbook. Berlin: Springer, 1990
- [146] SCHIEHLEN, W. : Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. In: Multibody System Dynamics 1 (1997), Nr. 2, S. 149–188
- [147] SCHIEHLEN, W. : Research trends in multibody system dynamics. In: Multibody System Dynamics 18 (2007), Nr. 1, S. 3–13
- [148] SCHNEIDER, F.; SAXENA, V.; MOSER, A.: The new "Variable Spring Absorber": An innovative torsional damping system for future powertrains. In: 15th International CTI Symposium Automotive Transmissions, HEV and EV Drives, Berlin, 2016, S. 291–299
- [149] SCHULTE, L.-F. : Funktion und Konstruktion eines Zweimassenschwungrads. In: Automobil-Industrie 32 (1987), Nr. 2, S. 119–126
- [150] SCHUTTE, J.; GROENWOLD, A.: Sizing design of truss structures using particle swarms. In: Structural and Multidisciplinary Optimization 25 (2003), Nr. 4, S. 261– 269
- [151] SCHWARZ, S. : Sensitivitätsanalyse und Optimierung bei nichtlinearem Strukturverhalten, Universität Stuttgart, Diss., 2001
- [152] SEDLACZEK, K. ; EBERHARD, P. : Constrained particle swarm optimization of mechanical systems. In: 6th world congress of structural and multidisciplinary optimization, 30 May - 03 June 2005, Rio de Janeiro, Brazil Bd. 30, 2005. http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1. 60.4525&rep=rep1&type=pdf. - aufgerufen am 07.06.2020

- [153] SEDLACZEK, K. ; EBERHARD, P. : Using augmented Lagrangian particle swarm optimization for constrained problems in engineering. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 32 (2006), Nr. 4, S. 277–286
- [154] SEDLACZEK, K. : Zur Topologieoptimierung von Mechanismen und Mehrkörpersystemen, Universität Stuttgart, Diss., 2007
- [155] SEDLACZEK, K. ; EBERHARD, P. : Augmented Lagrangian particle swarm optimization in mechanism design. In: Journal of System Design and Dynamics 1 (2007), Nr. 3, S. 410–421
- [156] SHARIF-BAKHTIAR, M.; SHAW, S.: The dynamic response of a centrifugal pendulum vibration absorber with motion-limiting stops. In: *Journal of Sound and Vibration* 126 (1988), Nr. 2, S. 221 – 235
- [157] SHAW, S. W.; GARG, V.; CHAO, C.-P.: Attenuation of Engine Torsional Vibrations Using Tuned Pendulum Absorbers. In: SAE Transactions 106 (1997), Nr. 6, S. 2855– 2864
- [158] SHI, Y.; KROHLING, R. A.: Co-evolutionary particle swarm optimization to solve min-max problems. In: Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02, 12-17 May 2002, Honolulu, USA Bd. 2, 2002, S. 1682–1687
- [159] SHI, C.; PARKER, R. G.: Modal structure of centrifugal pendulum vibration absorber systems with multiple cyclically symmetric groups of absorbers. In: *Journal of Sound* and Vibration 332 (2013), Nr. 18, S. 4339–4353
- [160] SPELLUCCI, P. : Numerische Verfahren der nichtlinearen Optimierung. Basel: Birkhäuser, 1993
- [161] STIER, C. : Ein Beitrag zur Validierung von Antriebssystemen mit Bezug auf kupplungs- und motorinduzierte Schwingungen, Karlsruher Institut f
  ür Technologie, Diss., 2015
- [162] STOCKMEIER, M. : Entwicklung von klapper- und rasselgeräuschfreien Fahrzeuggetrieben, Universität Stuttgart, Diss., 2008
- [163] SVENDENIUS, J. ; WITTENMARK, B. : Brush tire model with increased flexibility. In: 2003 European Control Conference (ECC), 1-4 Sept. 2003, Cambridge, UK, 2003, S. 1863–1868
- [164] TRELEA, I. C.: The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. In: *Information Processing Letters* 85 (2003), Nr. 6, S. 317–325
- [165] VAILLANT, M. : Design Space Exploration zur multikriteriellen Optimierung elektrischer Sportwagenantriebsstränge: Variation von Topologie und Komponenteneigenschaften zur Steigerung von Fahrleistungen und Tank-to-Wheel Wirkungsgrad, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2015

- [166] VAN DEN BERGH, F. : An Analysis of particle swarm optimizers, University of Pretoria, Diss., 2001
- [167] VENTER, G. ; SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI, J. : Particle Swarm Optimization. In: AIAA Journal 41 (2003), Nr. 8, S. 1583–1589
- [168] VIDMAR, B. J.; SHAW, S. W.; FEENY, B. F.; GEIST, B. K.: Analysis and design of multiple order centrifugal pendulum vibration absorbers. In: ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, August 12-15, 2012, Chicago, USA, 2012, S. 165–173
- [169] VIDMAR, B. J.; FEENY, B. F.; SHAW, S. W.; HADDOW, A. G.; GEIST, B. K. ; VERHANOVITZ, N. J.: The effects of Coulomb friction on the performance of centrifugal pendulum vibration absorbers. In: *Nonlinear Dynamics* 69 (2012), Nr. 1, S. 589–600
- [170] VIDMAR, B. J.; SHAW, S. W.; FEENY, B. F.; GEIST, B. K.: Nonlinear Interactions in Systems of Multiple Order Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers. In: *Journal* of Vibration and Acoustics 135 (2013), Nr. 6, S. 061012–1 – 061012–9
- [171] WAHL, A. M.: Mechanische Federn. Düsseldorf: Triltsch, 1966
- [172] WANG, Y.; CHEN, P.; JIN, Y.: Trajectory planning for an unmanned ground vehicle group using augmented particle swarm optimization in a dynamic environment. In: 2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, October 11-14, 2009, San Antonio, USA, 2009, S. 4341–4346
- [173] WITTENBURG, J. : Dynamics of systems of rigid bodies: with 42 problems. Stuttgart: Teubner, 1977
- [174] WITTENBURG, J.; WOLZ, U.: MESA VERDE: Ein Computerprogramm zur Simulation der nichtlinearen Dynamik von Vielkörpersystemen. In: *Robotersysteme* 1 (1985), S. 7–18
- [175] WU, J.; ZHANG, C. H.; CUI, N. X.: PSO algorithm-based parameter optimization for HEV powertrain and its control strategy. In: *International Journal of Automotive Technology* 9 (2008), Nr. 1, S. 53–59
- [176] WURM, A.; BESTLE, D.: Robust design optimization for improving automotive shift quality. In: Optimization and Engineering 17 (2016), Nr. 2, S. 421–436
- [177] ZELLER, P. (Hrsg.): Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2012
- [178] ZIELINSKI, K.; LAUR, R.: Stopping criteria for a constrained single-objective particle swarm optimization algorithm. In: *Informatica* 31 (2007), Nr. 1, S. 51–59
- [179] ZINK, M. ; HAUSNER, M. : Das Fliehkraftpendel. In: ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 111 (2009), Nr. 7, S. 546–553