

**Numerische Simulation des Fest-Flüssig-Trennprozesses
in Vollmantelzentrifugen**
Simulationsmethode und Bestimmung des Materialverhaltens

zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (DR.-ING.)

von der KIT-Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Simon Hammerich

aus Freiburg im Breisgau

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Juni 2020

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Hermann Nirschl

Zweitgutachter: Prof. Ph. D. Carsten Mehring

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2013 bis 2019 während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik und Mechanik (MVM) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Hermann Nirschl, für sein mir entgegengebrachtes Vertrauen, seinen konstruktiven Anregungen und seine Unterstützung während der gesamten Zeit.

Ferner danke ich Herrn Prof. Ph. D. Carsten Mehring für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Des Weiteren möchte ich mich bei der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF) bedanken, deren Projektförderung im Zuge des IGF-Vorhabens 18461 N und 19528 N es mir erlaubt haben, diese wissenschaftliche Arbeit anzufertigen. In diesem Zusammenhang bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit mit den Teilnehmern des projektbegleitenden Ausschusses bei beiden Vorhaben.

In diesem Rahmen möchte ich mich bei Herrn Dr. Bernhard Hochstein für seine Hilfe bei Fragestellungen im Bereich der Rheologie bedanken. Weiterhin bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Peter Scales und Herrn Dr. Anthony Stickland für die Ermöglichung meines Forschungsaufenthalts an der University of Melbourne, Australien, und für die Diskussionen im Bereich der Charakterisierung des Materialverhaltens. Zusätzlich möchte ich mich beim Karlsruher House of Young Scientists (KHYS) am KIT für die Förderung des Auslandsforschungsaufenthalts bedanken.

Im Zuge dieser Arbeit war es notwendig, mehrere Apparaturen zu entwickeln und zu fertigen. An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Hans Guigas und Herrn Andreas Lumpf für die erfolgreiche Zusammenarbeit bei der Konstruktion der Apparaturen bedanken. Nur die Unterstützung der Mechanischen Werkstatt und der Elektrischen Werkstatt ermöglichte die Realisierung der konstruierten Apparate. Hier möchte ich Herrn Olaf Jörg, Herrn Adam Tobias und Herrn Thomas Reutter hervorheben. Im Bereich der Partikelmesstechnik bedanke ich mich bei Herrn Klaus Hirsch, Frau Astrid

Huber, Frau Regina Mall und Herrn Thomas Lebe für deren hilfreichen Rat und Tat bei der Partikelcharakterisierung. Für die Unterstützung im Bereich IT danke ich Herrn Andreas Baum.

Während der Zeit am MVM hatte ich das Glück, mit engagierten und motivierten Studenten im Zuge von studentischen Abschlussarbeiten oder als Unterstützung als Hilfwissenschaftler zusammenzuarbeiten. Mein Dank gilt hierfür Hendrik Rehage, Christine Mokry, Aleksandra Srebniak, Ya Gao, Friedemann Timm, Bich-Mai Nguyen und Andre Göhring.

Ferner gilt mein Dank allen Arbeitskollegen am MVM für die angenehme Atmosphäre und für die Bereitschaft, zu jeder Zeit mit Rat und Tat zur Seite zu stehen. Im Besonderen möchte ich mich bei Marco Gleiß, Michael Kespe, Harald Wiegand, Benjamin Radel, Fabian Bülow und Jörg Baumgartner für die fachlichen Diskussionen bedanken. Für die Unterstützung bei der Korrektur der schriftlichen Fassung gilt mein Dank Marco Gleiß, Michael Kespe und Benjamin Radel.

Zum Schluss möchte ich bei meiner Familie, meinen Freunden und besonders meiner zukünftigen Ehefrau Anna von ganzen Herzen danken. Eure Unterstützung, euer Zuspruch und euer Vertrauen in mich haben diese Arbeit erst ermöglicht. Danke.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der numerischen Vorhersage des Fest-Flüssig-Trennprozesses in Röhrenzentrifugen, halbkontinuierlich arbeitende Vollmantelzentrifugen, basierend auf Strömungssimulationen und der Bestimmung des Materialverhaltens des sich bildenden Sediments. Das Ziel dabei ist die Vertiefung des Prozessverständnisses, um die Auslegung der Zentrifugen und des Trennvorgangs zu optimieren. In der Regel basiert die Auslegung eines Separationsprozesses im Zentrifugalfeld auf stark vereinfachten stationären mathematischen Modellen unter Vernachlässigung der vorliegenden Strömung und dem Einfluss der partikulären Phase. Der Grund dafür ist die experimentell schwierige Zugänglichkeit der ablaufenden Vorgänge wegen der massiven Bauweise und hohen Rotationsgeschwindigkeit der Vollmantelzentrifugen.

Zusammen mit der Strömung bestimmen die Stoffeigenschaften und das sich daraus ergebende Materialverhalten der Suspension und des Sediments das Trennergebnis der Zentrifuge. Die abgeschiedenen Partikel bilden ein Sediment bzw. ein flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk an der Zentrifugenwand. Die räumliche Verteilung der abgeschiedenen Partikel ist dabei abhängig von der Strömung, dem Sedimentationsverhalten der Partikel und dem Materialverhalten des Sediments. Das Sediment beeinflusst wiederum die Strömung durch die Reibung bei der Durchströmung der Poren. Zusätzlich erfolgt bei Röhrenzentrifugen im Gegensatz zu kontinuierlich arbeitenden Zentrifugen kein automatischer Austrag der abgeschiedenen Partikel. Dies führt im Laufe des Trennvorgangs zu einer Anreicherung des Sediments im Rotor und somit zu einem sich mit der Prozesszeit ändernden Trennergebnis. Daher bedarf es zur numerischen Vorhersage des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen Langzeitsimulationen, bei welchen sämtliche relevanten Einflussfaktoren berücksichtigt werden.

Eine der größten Herausforderungen bei der Simulation von dispersen Mehrphasenströmungen in Zentrifugen stellt die benötigte Rechenzeit aufgrund der Partikelanzahl, der Wechselwirkung zwischen den einzelnen Phasen und der hohen Rotationsgeschwindigkeit dar. Hierfür sind sämtliche in dieser Arbeit verwendeten Modelle auf einen minimalen Rechenaufwand ausgelegt. Zur Reduktion der Rechenzeit basiert

die Methode auf dem Euler/Euler-Verfahren. Zusätzlich ermöglicht ein Zusammenfassen der Partikel und Flüssigkeit zu einer Mischphase die Berechnung des Geschwindigkeitsfelds innerhalb des gesamten Verfahrensraums auf die Navier-Stokes-Gleichungen einer inkompressiblen einphasigen Strömung zurückzugreifen. Getrennt davon erfolgt die Vorhersage des Feststofftransports durch das Lösen je einer Transportgleichung für jede einzelne Partikelklasse durch die Überlagerung des Geschwindigkeitsfelds der Mischphase mit der Sinkgeschwindigkeit der Partikel. Die Abbildung der Wechselwirkung zwischen Partikel und Flüssigkeit beruht auf einem Ansatz, bei welchem der Einfluss der partikulären Phase auf die Strömung nur über das Fließverhalten der Mischphase abgebildet wird. Damit gelingt es gleichzeitig sowohl den Einfluss des Sediments auf die Strömung als auch die Bewegung der abgedehnten Partikel aufgrund von Sedimentfließen zu berücksichtigen. Für eine weitere Rechenzeitreduktion wird bei der Simulation von quasi-stationären Strömungsbedingungen ausgegangen und das in dieser Arbeit definierte Prinzip der Strömungsähnlichkeit angewendet. Ein eindimensionales Kompressionsmodell zur Abbildung von Pressverdichtung vervollständigt die verwendeten Methoden und Modelle zur Berücksichtigung des Materialverhaltens des Sediments bei der Simulation.

Der in der vorliegenden Arbeit entwickelten Simulationsmethode gelingt der Kompromiss aus Detaillierungsgrad und benötigter Rechenzeit. Diese ermöglicht somit die Durchführung von Langzeitsimulationen des Trennvorgangs von polydispersen Partikelsystemen unter Berücksichtigung des Sediments und die Rückkopplung auf die Strömung auf der Maschinenebene. Die dabei erhaltenen Strömungsverhältnisse und Sedimentverteilung ermöglichen neben einer Vertiefung des Prozessverständnisses die Ableitung prozesstechnischer Kenngrößen und die numerische Ermittlung des Verweilzeitverhaltens und deren Verknüpfung mit der Strömung innerhalb der Zentrifuge.

Da das Kompressions- und Fließverhalten des Sediments die Sedimentverteilung und somit die Strömung in der Zentrifuge beeinflusst, bedarf es für die numerische Vorhersage des Trennprozesses der Charakterisierung des Materialverhaltens. Der Fokus in der vorliegenden Arbeit liegt hierbei auf der Bestimmung des Fließverhaltens in Abhängigkeit der wirkenden Normalspannung. Da es keine Standardmessapparatur für die Bestimmung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke gibt, erfolgt dafür die Entwicklung einer modifizierten Scherzelle für ein Ringschergerät. Diese Scherzelle basiert auf der Erweiterung einer Standardscherzelle mit einem Drainagesystem, welches dafür sorgt, dass der Verfahrensraum ein geschlossenes System für Partikel und gleichzeitig ein offenes System für die Porenflüssigkeit darstellt. Der Aufbau der Scherzelle ermöglicht die Bestimmung des Fließverhaltens

flüssigkeitsgesättigter Haufwerke bestehend aus unterschiedlichsten Partikelsystemen von anorganischen bis hin zu biologischen Partikeln. Es zeigt sich, dass die Festigkeit der Partikel einen starken Einfluss auf das Fließverhalten hat. Darüber hinaus tritt bei der Scherung kompressibler Haufwerke unter einer Normallast Scherverdichtung auf. Diese führt dazu, dass bei kompressiblem Materialverhalten nur das Fließverhalten von stark verdichteten Proben ermittelt werden kann. Zusätzlich kommt es während des Bewegungsvorgangs zu einem Wechsel der Bewegungsform von Fließen zu Gleiten. Diese Erkenntnisse erschweren die Modellierung des Sedimentfließens und erfordern beim aktuellen Wissensstand die Verwendung von zusätzlichen Annahmen bei der Modellierung des Fließverhaltens des Sediments. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die mit der modifizierten Scherzelle erworbenen Erkenntnisse ein weiterer Schritt in Richtung tiefergehendem Verständnis der beim Sedimentfließen ablaufenden Vorgänge darstellen.

Die Validierung der Simulationsmethode erfolgt mithilfe von Trennversuchen von Kalksteinsuspensionen in einer durch einen Einsatz modifizierten Röhrenzentrifuge. Dieser ermöglicht die Entnahme des Sediments. Zusätzlich verdrängt der Zentrifugeneinsatz den Gaskern im Rotor und reduziert somit die Mehrphasenströmung auf die feste und flüssige Phase. Eine entwickelte Vermessungsapparatur erlaubt die Ermittlung der lokalen Höhe des Sediments im Anschluss an den Trennversuch. Sowohl die Sedimentverteilung als auch die Porositätsverteilung des numerisch vorhergesagten und des experimentell durchgeführten Trennprozesses zeigen eine gute Übereinstimmung.

Mit der in der vorliegenden Arbeit entwickelten und validierten Simulationsmethode und dem Zentrifugeneinsatz zur Sedimententnahme stehen neue numerische und experimentelle Methoden zur quantitativen Analyse und Vorhersage des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen zur Verfügung. Zusätzlich bietet die entwickelte Scherzelle neue Möglichkeiten das Materialverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke zu untersuchen.

Abstract

The presented work focuses on the numerical prediction of the solid-liquid separation process in tubular bowl centrifuges, semi-continuously operating solid bowl centrifuges, based on flow simulations and the characterisation of the material behaviour of the sediment forming. The goal of the work is to foster the separation process understanding in order to optimize specifically the process and in general the centrifuge design. Up until today, the design of a separation process in the centrifugal field is mainly based on highly simplified stationary mathematical models, neglecting the existing flow conditions and the influence of the particulate phase. These very simplified models are used due the lack of process knowledge driven by the inaccessibility of the running processes due to the rigid design and high rotational speed of the solid bowl centrifuges.

The flow conditions in conjunction with the material properties and the resulting material behaviour of suspension and sediment determines the separation result. During the separation process, the separated particles form a sediment respectively a liquid-saturated particulate network on the centrifuge wall. The spatial distribution of the settled particles depends on the flow conditions, the sedimentation behaviour of the particles and the material behaviour of the sediment. The sediment in turn influences the flow condition inside the centrifuge rotor due to increased friction in the pores. In addition, in contrast to continuously operating centrifuges, tubular bowl centrifuges do not automatically discharge the separated particles. Thus, in the course of the separation process, the sediment accumulates inside the rotor leading to a non-stationary separation process. Therefore, the numerical prediction of the separation process in tubular bowl centrifuges requires long-term simulations in which all relevant influencing factors are considered.

One of the greatest challenges in simulating disperse multiphase flows in centrifuges is the reduction of the required computing time due to the high number of particles, the interactions between the phases and the high rotational speed. For the purpose of compute time reduction, all models used in this work are optimized for a minimal computing time. The method is based on a highly simplified Euler/Euler method. In addition, the particulate and the liquid phase are combined into a mixed phase. Consequently, the velocity field can be calculated within the entire process area using the

Navier-Stokes equations of an incompressible single-phase flow. Separated from the flow calculations, the transport of solids is calculated by solving a transport equation for each individual particle class. To achieve this, the velocity field of the mixed phase is superimposed on the sinking velocity of the particles. The interactions between the particulate and the liquid phase are considered by only taking into account the rheological behaviour of the mixed phase. This simplified approach enables the simulation to represent at the same time the influence of the sediment on the flow as well as the movement of the settled particles due to shear stresses. For further reduction of computing time, the simulation is based on quasi-stationary flow conditions and the principle of flow similarity defined in this paper is applied.

In summary, the simulation method developed in this thesis succeeds in finding a compromise between the degree of detail and the required computing time. Therefore, the method enables the execution of long-term simulations of the separation process of polydisperse particle systems at the machine level, taking into account the sediment and all corresponding feedback loops. A one-dimensional compression model completes the methods and models used to describe the material behaviour of the sediment. The flow conditions and sediment distribution obtained during the simulation allow a deeper understanding of the process and to derive process parameters. Furthermore, it is possible to determine the residence time behaviour and to trace all parameters back to the state in the centrifuge.

Because the compression and rheological behaviour of the sediment influences the sediment distribution and thus the flow conditions within the centrifuge, the material behaviour of the sediment must be characterised. The presented thesis focuses hereby on the characterisation of the rheological behaviour as a function of the normal stress. Due to the lack of a standard measuring apparatus available for investigating the flow behaviour of liquid-saturated bulk solids, a modified shear cell for a ring shear tester is developed. This shear cell is based on the extension of a standard shear cell with the addition of a drainage system, which ensures that the process chamber is a closed system for particles and at the same time an open system for the pore liquid. The design of the shear cell allows the determination of the rheological behaviour of sediments consisting of different particle systems from inorganic to biological particles.

The performed experiments have shown that the strength of the particle has a strong influence on the rheological behaviour. In addition, it could be shown that shearing of compressible sediments under a normal load causes shear compaction. This limits the applicability of the used setup in case of compressible material to the characterisation of strongly compacted samples. In addition, during the movement process there is a change of mode of movement from flowing to gliding. These findings complicate the modelling of sediment movement and make the usage of additional assumptions in the

simulations necessary. In summary, it can be stated that the findings obtained with the modified shear cell represent a step towards a deeper understanding of the processes governing the movement of the sediment inside centrifuges.

The validation of the simulation method is carried out with separation tests of limestone slurries in a tubular bowl centrifuge modified by an insert. The insert allows the extraction of the sediment, as well as displacing the gas core in the rotor. Thus, the insert reduces the multi-phase flow from a three-phase system to only the solid and liquid phase. A developed measuring apparatus allows the determination of the local height of the sediment subsequent to the separation tests. Both the sediment distribution and the porosity distribution of the numerically predicted and the experimentally performed separation process show a good agreement.

The developed and validated simulation method and the insert for extraction the sediment represent new numerical and experimental methods to analyse and predict the separation process in tubular bowl centrifuges. In addition, the modified shear cell opens up new possibilities for investigating the rheological behaviour of liquid-saturated particulate networks.

.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Zielsetzung	1
1.1	Einleitung.....	1
1.2	Zielsetzung.....	5
2	Physikalische Vorgänge in Vollmantelzentrifugen	7
2.1	Sedimentation im Zentrifugalfeld.....	8
2.1.1	Einzelpartikelsedimentation.....	8
2.1.2	Sedimentation bei konzentrierten Suspensionen	10
2.2	Haufwerksbildung im Zentrifugalfeld.....	13
2.2.1	Kompressible Haufwerke	15
2.2.2	Modellierung kompressibler Haufwerke	17
2.3	Röhrenzentrifugen	19
2.3.1	Aufbau von Röhrenzentrifugen.....	19
2.3.2	Funktionsweise von Röhrenzentrifugen.....	20
2.3.3	Bestimmung der Strömungsbedingungen innerhalb einer Vollmantelzentrifuge	24
2.3.4	Auslegung und Scale-up von Röhrenzentrifugen	25
3	Fließverhalten partikulärer Mehrphasensysteme	27
3.1	Bewegungsform.....	27
3.2	Rheologie.....	28
3.2.1	Suspensionsrheologie	32
3.2.2	Rheometer	34
3.3	Schüttgutmechanik	35
3.3.1	Spannungszustände in einem Haufwerk.....	36
3.3.2	Fließverhalten trockener oder untersättigter Haufwerke ...	38
3.3.3	Schergeräte	40
3.4	Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke	43
3.4.1	Modellierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke.....	44
3.4.2	Apparative Lösungen.....	45
4	Numerische Simulation von partikulären Mehrphasenströmungen	47

4.1	Einführung in die numerische Strömungsmechanik.....	47
4.2	Lösen der Erhaltungsgleichungen.....	50
4.3	Turbulenzmodellierung.....	51
4.4	Rotationsbewegung in der CFD.....	54
4.5	Modellierung disperser Mehrphasensysteme.....	55
4.5.1	Euler/Lagrange-Verfahren.....	56
4.5.2	Euler/Euler-Verfahren.....	57
4.6	Numerische Strömungssimulationen von Vollmantelzentrifugen ...	59
5	Verwendete Materialien.....	61
5.1	Kalkstein.....	61
5.2	Polyvinylchlorid.....	63
5.3	Lysozymkristalle.....	63
5.4	Hefe.....	64
6	Methode zur numerischen Simulation des Trennprozesses in Vollmantelzentrifugen.....	67
6.1	Aufbau der Simulationsmethode.....	68
6.1.1	Abzubildende Vorgänge während des Trennprozesses.....	68
6.1.2	Grundprinzip der Simulationsmethode.....	69
6.1.3	Vorsortierung und Bereichserkennung.....	73
6.1.4	Quasi-stationäre Strömungsbedingungen.....	77
6.1.5	Prinzip der Strömungsähnlichkeit.....	79
6.1.6	Partikeltransport.....	81
6.1.7	Modelle zur Beschreibung des Fließverhaltens.....	83
6.1.8	Berechnung des Feststoffgerüstdrucks.....	87
6.1.9	Kompressionsmodell.....	87
6.2	Simulationsbedingungen.....	99
6.2.1	Simulierte Rotorgeometrie.....	99
6.2.2	Rand- und Anfangswertbedingungen.....	102
6.3	Numerische Funktionalitätsstudien.....	104
6.3.1	Einfluss des Sediments auf die Strömung.....	104
6.3.2	Einfluss des Fließverhaltens.....	110
6.3.3	Einfluss des Kompressionsverhaltens.....	113
6.3.4	Einfluss der Anzahl der transportierter Partikelklassen.....	117
7	Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke.....	125
7.1	Apparative Umsetzung.....	126
7.1.1	Anforderungen.....	126

7.1.2	Geräteauswahl.....	128
7.1.3	Ringschergerät	129
7.1.4	Aufbau der modifizierten Scherzelle	130
7.1.5	Korrektur der Schub- und Normalspannung.....	134
7.1.6	Messprozedur	139
7.1.7	Reproduzierbarkeit.....	142
7.1.8	Parameter der modifizierten Scherzelle	142
7.2	Diskussion der Charakterisierungsversuche	143
7.2.1	Schubspannungs- und Sedimenthöhenverlauf.....	143
7.2.2	Scherverdichtung.....	146
7.2.3	Vergleich von beginnendem und stationärem Fließen	150
7.2.4	Einfluss der Geschwindigkeit.....	161
8	Validierung.....	167
8.1	Apparative Umsetzung und Versuchsdurchführung	167
8.1.1	Sedimentbildung und -entnahme.....	167
8.1.2	Sedimentvermessung.....	171
8.2	Experimentelle Ergebnisse.....	173
8.3	Einstellungen und verwendete Eigenschaften bei der Validierungssimulation	178
8.4	Vergleich zwischen Simulation und Experiment	181
9	Ergebnisse der Simulationsmethode	187
9.1	Prozessbedingungen, Simulationsparameter und Materialeigenschaften	187
9.2	Strömungsbedingungen und Sedimentverteilung.....	189
9.3	Verdichtungszustand des Sediments	193
9.4	Klassierung beim Trennprozess.....	195
9.5	Prozesstechnische Kenngrößen	199
9.6	Bestimmung von Verweilzeitverteilungen	201
10	Schlussfolgerung und Ausblick	207
	Symbolverzeichnis	215
	Abkürzungsverzeichnis.....	225
	Literaturverzeichnis.....	227
	Anhang.....	239

1 Einleitung und Zielsetzung

1.1 Einleitung

Die mechanische Fest-Flüssig-Trennung (FFT) stellt eine verfahrenstechnische Grundoperation in der Partikeltechnik dar. So ist die Phasentrennung von Suspensionen, einem zweiphasigen System aus in einer Flüssigkeit dispergierten partikulären Feststoff, ein wichtiger Prozessschritt in einer Vielzahl von industriellen Anwendungen wie zum Beispiel in der pharmazeutischen und chemischen Industrie oder in der Umwelttechnik [1,2]. Hierbei kommen unter anderem Vollmantelzentrifugen zum Einsatz. Die beschleunigte Phasentrennung von Suspensionen in Zentrifugen resultiert bei einem Dichteunterschied der beiden Phasen durch die im Vergleich zum Erdschwerefeld stark erhöhten Kräften im Zentrifugalfeld.

Typische Ausführungen von Vollmantelzentrifugen stellen die kontinuierlich betriebenen Dekantierzentrifugen und Tellerseparatoren, die halbkontinuierlich arbeitenden Röhrenzentrifugen oder Becherzentrifugen für eine batchweise Trennung dar [3]. Bei der Batch- oder halbkontinuierlichen Zentrifugation erfolgt im Gegensatz zu den kontinuierlich betriebenen kein automatischer Austrag der sedimentierten Partikel aus der Zentrifuge. Das führt zu einer Anreicherung der dispersen Phase im Zentrifugenrotor.

Die Strömung innerhalb der Zentrifuge bestimmt zusammen mit den Stoffeigenschaften der Phasen das Separationsergebnis. Während des Trennprozess sedimentieren die Partikel in Richtung der wirkenden Zentrifugalkraft und lagern sich an der Wand in einem im Vergleich zur Ausgangssuspension hochkonzentrierten und porösen partikulären Netzwerk, dem Sediment, ab. So kommt es zur Ausbildung von Zonen mit unterschiedlicher Feststoffkonzentration im Rotor. Die räumliche Verteilung des Sediments bestimmt hierbei neben dem Sedimentationsverhalten der Partikel und der Strömung das Kompressions- und das Fließverhalten des Sediments [4].

Die Bereiche mit Sediment weisen aufgrund verstärkter Reibung in den Poren einen erhöhten Durchströmungswiderstand auf, was zu einer Beeinflussung der Strömung und somit des Separationsergebnisses führt [5]. Aufgrund der Rückkopplung zwischen Sediment und Strömung ergeben sich durch die Akkumulation der abgeschiedenen

Partikel keine stationären Trennbedingungen innerhalb von Röhrenzentrifugen. Selbst bei kontinuierlich arbeitenden Zentrifugen kann es in Abhängigkeit der Prozessbedingungen zu Beginn des Separationsprozesses mehrere Minuten bis zum Erreichen eines stationären Prozesszustands dauern. Gleichzeitig erfordern die in Zentrifugen wirkenden Kräfte eine massive und stabile Bauform, welche jedoch eine direkte Beobachtung der Vorgänge während des Trennvorgangs verhindert.

Die Wechselwirkung zwischen Strömung und Sediment, ohne eine Möglichkeit der direkten Beobachtung, erschwert die Auslegung und die Prozesssteuerung von Vollmantelzentrifugen. So sind in der Regel die Strömung und die Sedimentverteilung innerhalb der Zentrifuge unbekannt. Daher dienen zur Auslegung von Zentrifugen und Trennprozessen noch immer stark vereinfachte mathematische Modelle. Ein bekanntes Modell ist die Sigma-Theorie [6], die auf der Betrachtung von äquivalenten Klärflächen beruht. Das Ziel dieser Betrachtungsweise ist die Bestimmung einer theoretischen Trennkorngröße, welche gerade nicht mehr abgeschieden wird. Die Berechnung davon basiert auf einem angenommenen und stationären Strömungsfeld unter der Vernachlässigung des sich bildenden Sediments. Diese Annahmen führen zu großen Unterschieden zwischen dem theoretisch vorhergesagten und dem sich im Prozess einstellenden Trennverhaltens. Aus diesem Grund sind zur Auslegung und Optimierung von Zentrifugen und Trennprozessen im Zentrifugalfeld noch immer viele kosten- und zeitintensive experimentelle Untersuchungen erforderlich.

Mit der wachsenden Rechenleistung entwickelt sich die numerische Strömungsmechanik (CFD) immer mehr zu einem Werkzeug zur Unterstützung und Ersatz von experimentellen Untersuchungen in der Verfahrenstechnik. Die Vorhersage des Trennprozesses von Suspensionen innerhalb von Vollmantelzentrifugen mithilfe von numerischen Strömungssimulationen erfordert die Durchführung von Langzeitsimulationen. Um weiterführende Ergebnisse zu erzielen, müssen diese die Stoffeigenschaften der dispersen und kontinuierlichen Phase und das sich daraus ergebene Materialverhalten der Suspension und des Sediments berücksichtigen. Die bisherigen Standardmethoden zur Simulation von Mehrphasenströmungen eignen sich jedoch nicht für die Abbildung des vollständigen Trennprozesses.

So ergeben sich bei der Abbildung des Trennprozesses in Abhängigkeit der Betrachtungsweise Längen- und Zeitskalen, welche sich um mehrere Größenordnungen unterscheiden. Diese lassen sich bei der Zentrifugation in die Partikel-, die Maschinen- und die Prozessebene unterteilen, siehe Abbildung 1.1.

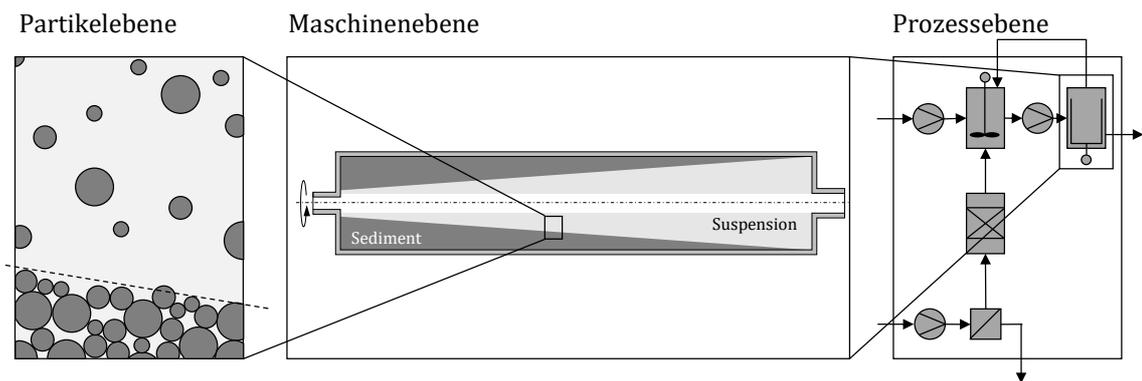


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Längenskalen bei der Zentrifugation

Die Vorgänge bei der Zentrifugation laufen auf der Partikelebene ab. Die relevanten Partikelgrößen umfassen den Größenbereich von wenigen Nanometern ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) bis hin zu mehreren hundert Mikrometern ($1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$). Gleichzeitig dauern die Interaktionen zwischen den Partikeln, wie Stöße, nur wenige Mikrosekunden ($1 \text{ }\mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$). Aufgrund der erforderlichen hohen räumlichen und zeitlichen Auflösung eignen sich Simulationen auf der Partikelebene nur für die Abbildung sehr begrenzter Bereiche mit einer geringen Anzahl an Partikeln für sehr kurze Prozesszeiten. Auf der Prozessebene spielen hingegen Größen von mehreren Metern und eine Prozesszeit im Bereich von Stunden eine Rolle. Um dies zu realisieren, weisen Simulationen auf der Prozessebene den größten Modellierungsgrad und damit den geringsten Detaillierungsgrad auf.

Zwischen den beiden Ebenen befindet sich die Maschinenebene. Hier liegt der Fokus auf der Größenordnung der verfahrenstechnischen Apparatur beziehungsweise einem ausreichend großen Ausschnitt davon, um die Vorgänge im Apparat gänzlich abzubilden. Diese Ebene stellt den Größenbereich von wenigen Zentimetern bis hin zu Metern und Prozesszeiten von wenigen Sekunden bis hin zu einigen Minuten dar.

Daher sind Strömungssimulationen auf der Maschinenebene zur Vergrößerung des Prozessverständnisses als Auslegungshilfe von Zentrifugen am geeignetsten. Die in einer Zentrifuge vorliegende hohe Partikelanzahl bzw. -konzentration, die hohen Strömungsgeschwindigkeit und die notwendige Modellierung der Wechselwirkungen zwischen und innerhalb der beiden Phasen führen zu einem hohen Rechenzeitbedarf. Daher findet man aktuell in der Literatur nur Strömungssimulationen von Zentrifugen, welche entweder auf die Strömung der reinen Flüssigkeit, der Betrachtung von Einzelpartikeltransport oder Bewegungstrajektorien einer geringen Anzahl an Partikeln oder auf Teilbereiche der Apparate beschränkt sind [7–14].

Des Weiteren erfordert die numerische Vorhersage des Trennprozesses das Einbeziehen des Materialverhaltens des sich bildenden Sediments. Denn beim Übergang von Suspension zum Sediment ändert sich sprunghaft das Materialverhalten aufgrund von den auftretenden Partikelkontakten.

Auf das Sediment wirken in der Zentrifuge sowohl Normal- als auch Schubkräfte. Daher bestimmt auch das Fließverhalten des Sediments die Sedimentverteilung im Rotor und gleichzeitig dessen Verdichtungszustand. So tritt bei kompressiblen Haufwerken neben der Pressverdichtung bei einer Relativbewegung der Partikel im Sediment eine Scherverdichtung auf. [4,15].

Sowohl bei der Charakterisierung des Fließverhaltens als auch bei dessen Modellierung für die Strömungssimulation gilt es noch bestehende Herausforderungen zu meistern. Durch die Interdisziplinarität zwischen Rheologie und Schüttgutmechanik sind modifizierte Messapparaturen aus beiden Disziplinen bekannt. Aus der Rheologie kommen angepasste Couette- und Flügelrad-Rheometer zur Charakterisierung des Fließverhaltens zum Einsatz [16–18]. Aus dem Bereich der Schüttgutmechanik finden sich modifizierte Jenike-Schergeräte [19], Torsionsschergeräte [20] und Ringschergeräte [21–23] in der Literatur. Apparate aus beiden Bereichen haben ihre eigenen Vor- und Nachteile bei der Messung, zum Beispiel eine undefinierte Scherzone und Schwierigkeiten bei der Belastung der Probe normal zur Scherzone zur Einstellung der wirkenden Normalspannung. So hat sich aktuell weder eine standardisierte Messapparatur noch eine Messprozedur durchgesetzt. Daher sind die Vorgänge bei der Bewegung und dem Transport von Partikeln in flüssigkeitsgesättigten Haufwerken unter einer Normallast bisher nur wenig aufgeklärt und es existieren nur vereinzelte Modelle zur Beschreibung der Vorgänge. So schlägt Holmqvist einen an die Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese angelehnten Ansatz vor, welcher von Stickland und Buscall [24] aufgegriffen wird. Mladenchev [23] und Erk [19] legen einen Ansatz analog eines Herschel-Bulkley-Fluids aus der Rheologie zur Modellierung des Fließverhaltens nahe.

Zur Vertiefung des Prozessverständnisses der Vorgänge in Vollmantelzentrifugen, das für eine verbesserte Auslegung notwendig ist, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der numerischen Vorhersage des Fest-Flüssig-Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge. Die Langzeitsimulationen des Trennprozesses finden auf der Maschinenebene unter Berücksichtigung des Materialverhaltens der Suspension (Fließverhalten) und des Sediments (Kompressions- und Fließverhalten) statt. Aus den sich dadurch ergebenden Heraus- und Anforderungen leiten sich die folgenden Zielsetzungen ab.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit stellt die numerische Simulation der dispersen Mehrphasenströmung innerhalb einer Röhrenzentrifuge dar. Die dafür entwickelte Simulationsmethode erlaubt die Durchführung von Langzeitsimulationen des Trennvorgangs auf der Maschinenebene unter Berücksichtigung des Materialverhaltens von der Suspension und des Sediments. Somit ist die Charakterisierung des Fließverhaltens des Sediments ein hierfür erforderlicher Schritt. Daher untergliedert sich die vorliegende Arbeit in die folgenden vier Hauptpunkte:

1. Entwicklung einer rechenzeiteffizienten Simulationsmethode,
2. Entwicklung einer Messapparatur und -prozedur zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke unter einer Normallast,
3. Validierung der Simulationsmethode mittels experimenteller Untersuchungen in einer modifizierten Röhrenzentrifuge,
4. Ableitung von Informationen zur Prozessbeschreibung des Trennvorgangs aus den Strömungssimulationen.

Entwicklung einer rechenzeiteffizienten Simulationsmethode

Das Ziel dieses Teilaspekts der Arbeit ist die Entwicklung einer Simulationsmethode für partikuläre Mehrphasenströmungen zur Abbildung des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen auf der Maschinenebene. Das erste Hauptaugenmerk bei der Simulationsmethode liegt auf der Abbildung des Sedimentaufbaus unter Berücksichtigung von dessen Materialverhaltens und der Wechselwirkung zwischen der Strömung und dem Sediment. Die Realisierung der notwendigen Langzeitsimulationen des Trennprozesses erfordert von der Simulationsmethode eine Gradwanderung zwischen dem Detaillierungsgrad bei der Modellierung der physikalischen Vorgänge und der benötigten Rechenzeit. Daher liegt das zweite Hauptaugenmerk auf der Entwicklung von Methoden zur Rechenzeitreduktion.

Entwicklung einer Messapparatur und -prozedur zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke unter Normallast

Das Fließverhalten des sich bildenden Sediments beeinflusst das Trennergebnis. Da es keine kommerziell erhältliche Apparatur zur Ermittlung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke gibt, erfolgt für die Charakterisierung des Verhaltens die Entwicklung einer modifizierten Scherzelle für ein rechnergesteuertes Ringschergerät. Neben der Apparatur steht die Entwicklung einer Messprozedur im Fokus, um die Reproduzierbarkeit der Messungen zu gewährleisten. Dieses Vorgehen eröffnet die

Möglichkeit das Materialverhalten von Sedimenten bestehend aus verschiedensten partikulären Stoffsystemen zu untersuchen.

Validierung der Simulationsmethode mittels experimenteller Untersuchungen in einer modifizierten Röhrenzentrifuge

Da die Bauweise von Zentrifugen eine direkte Beobachtung der Vorgänge während des Trennprozesses verhindert, erfordert die Validierung der Simulationsmethode eine experimentelle Charakterisierung der Vorgänge im Anschluss an den Prozess. Als Vergleichsgröße für die Validierung dient daher die Sedimentverteilung und -struktur. Zur Ermittlung dieser Sedimenteigenschaften bedarf es einer Modifizierung der Zentrifuge mithilfe eines Einsatzes, um das Sediment ohne Beschädigung entnehmen zu können. Dieser ermöglicht die Entnahme und somit die Vermessung des Sediments. Die Ermittlung der Sedimenthöhe erfolgt dabei mithilfe einer eigens dafür entwickelten Vermessungsapparatur.

Ableitung von Informationen zur Prozessbeschreibung des Trennvorgangs aus den Strömungssimulationen

Die validierte Simulationsmethode eröffnet neue Möglichkeiten, die Vorgänge innerhalb von Röhrenzentrifugen örtlich und zeitlich aufgelöst zu untersuchen. Die numerisch ermittelten Strömungen und die dazugehörigen Feststoffverteilungen erlauben neben der Charakterisierung des sich bildenden Sediments die Ableitung der prozesstechnischen Kenngrößen zur Prozessschreibung. Daher erfolgt hier die Diskussion der mit der Simulationsmethode erhaltenen Informationen zur Prozessbeschreibung anhand der Vorstellung eines numerisch vorhergesagten Füllvorgangs der modifizierten Röhrenzentrifuge.

2 Physikalische Vorgänge in Vollmantelzentrifugen

Die mechanische Fest-Flüssig-Trennung beschäftigt sich mit der Phasentrennung von Suspensionen, in Flüssigkeit dispergierter Partikel, durch die Erzeugung einer Relativbewegung zwischen den Partikeln und der Flüssigkeit durch unterschiedliche Mechanismen. Anlauf [25] unterteilt das Vorgehen dabei in die drei Hauptbereiche:

- Dichtentrennverfahren,
- Filtration,
- Trennung aufgrund elektrischer und magnetischer Kräfte.

Bei der Filtration erfolgt die Phasentrennung aufgrund der Verwendung eines Filtermediums. Entweder die Adsorption an das Medium oder der Rückhalt der Partikel bei gleichzeitigem Durchlass der Flüssigkeit führt dabei zu der benötigten Relativbewegung zwischen den Phasen. Anlauf unterscheidet weiterhin bei den Dichtentrennverfahren die Sedimentation und die Flotation. Bei der Flotation dominiert die Interaktion zwischen den Partikeloberflächen und der Grenzfläche von Gasblasen in Flüssigkeit. Die Partikel lagern sich an die Blasen an, während diese zur Flüssigkeitsoberfläche steigen. Die Trennung wirkt hier entgegen der Richtung der wirkenden Kräfte. Bei der Sedimentation beruht die Phasentrennung auf dem Dichteunterschied der einzelnen Phasen. Aufgrund von angreifenden Volumenkräften wie der Gravitationskraft, entsteht eine in Richtung der resultierenden Kraft wirkende Relativbewegung zwischen den Phasen. Stieß [3] führt auch die Trennung aufgrund magnetischer Kräfte als ein Sedimentationsvorgang auf. Die Zentrifugation ist ein Teilbereich der Sedimentation. Hier bewirkt die Zentrifugalkraft eine im Vergleich zum Erdschwerefeld beschleunigte Phasentrennung. Eine detailliertere Beschreibung der physikalischen Vorgänge während der Zentrifugation erfolgt in den folgenden Abschnitten.

2.1 Sedimentation im Zentrifugalfeld

2.1.1 Einzelpartikelsedimentation

Die Sedimentation beschreibt die Phasentrennung von Suspensionen, allgemeiner gesagt Dispersionen, infolge von Dichteunterschieden der einzelnen Phasen. Entscheidend hierbei ist, dass die disperse Phase eine höhere Dichte im Vergleich zur kontinuierlichen Phase aufweist. Die Bestimmung der eindimensionalen, stationären Sedimentationsgeschwindigkeit, auch stationäre Sinkgeschwindigkeit oder Stokes'sche Sinkgeschwindigkeit genannt, eines kugelförmigen Einzelpartikels in einer ruhenden newtonschen Flüssigkeit erfolgt nach Stokes [26] mittels einer Kräftebilanz, siehe

Abbildung 2.1. Vereinfachend finden nur die Gewichtskraft F_G , die Auftriebskraft F_A und die Widerstandskraft F_W Berücksichtigung. Weitere Kräfte, wie die Corioliskraft oder der Magnuskraft, werden vernachlässigt. Das Kräftegleichgewicht der am Partikel angreifenden Kräfte und die Modelle für die einzelnen Kräfte sind in den Gleichungen (2.1)-(2.4) zusammengefasst. Dabei ist u_p die Sedimentationsgeschwindigkeit, d_p der Partikeldurchmesser, ρ_p die Feststoffdichte, ρ_L die Fluidichte, a die wirkende Beschleunigung und c_W der Widerstandsbeiwert, welcher seinerseits von der Partikel-Reynoldszahl Re_p abhängt.

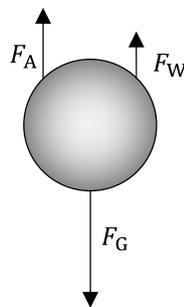


Abbildung 2.1: Kräftebilanz um ein kugelförmiges sedimentierendes Partikel

$$F_G = F_A + F_W \quad (2.1)$$

$$F_G = \frac{\pi}{6} \rho_p d_p^3 a \quad (2.2)$$

$$F_A = \frac{\pi}{6} \rho_L d_p^3 a \quad (2.3)$$

$$F_W = \frac{\pi}{8} \rho_L d_p^2 u_p^2 c_W(Re_p) \quad (2.4)$$

Das Einsetzen von Gl. (2.2)-(2.4) in (2.1) und die Umstellung nach der Sinkgeschwindigkeit führt zu Gleichung (2.5), der allgemeinen Berechnungsvorschrift für ein sedimentierendes Partikel.

$$u_p = \left(\frac{4}{3} \frac{(\rho_p - \rho_L)}{\rho_L} \frac{d_p a}{c_W(Re_p)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

Die Reynoldszahl ist eine dimensionslose Kennzahl in der Strömungsmechanik [27]. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen Zähigkeits- und Trägheitskräften im betrachtenden System und ergibt sich für die Partikel mit der dynamischen Viskosität der Flüssigkeit η_L zu:

$$Re_p = \frac{d_p u_p \rho_p}{\eta_L}. \quad (2.6)$$

Für eine schleichende Umströmung des Partikels, dem sogenannten Stokes-Bereich [3], ergibt sich der Widerstandsbeiwert

$$c_W = \frac{24}{Re_p} \quad (2.7)$$

aus dem reziproken Zusammenhang mit der Partikel-Reynoldszahl. Für den Gültigkeitsbereich von Gl. (2.7) findet man variierende Werte in der Literatur. So gibt Stieß [3] die Gültigkeit für Partikel-Reynoldszahlen $Re_p < 0.25$ an. In [28] wird der Gültigkeitsbereich bis zu $Re_p \leq 0.5$ erweitert. In der vorliegenden Arbeit kommt der erweiterte Gültigkeitsbereich ($Re_p \leq 0.5$) für den Stokes-Bereich zum Einsatz. Eingesetzt in (2.5) vereinfacht sich diese Gleichung zu:

$$u_{p,St} = \frac{(\rho_p - \rho_L) d_p^2 a}{18 \eta_L} \quad (2.8)$$

der allgemeinen Stokes'schen Sinkgeschwindigkeit für ein Einzelpartikel. Für den Widerstandsbeiwert oberhalb des Stokes-Bereichs ($Re_p > 0.5$) sind in der Literatur einzelne Korrelationen mit unterschiedlichen Gültigkeitsbereichen zu finden. Als Beispiel für eine Korrelation mit einem breiten Gültigkeitsbereich ist die Korrelation von Kürten et al. [29] zu nennen. Sie ermöglicht die Berechnung der Sinkgeschwindigkeit bei $Re_p \leq 4000$ mit einem maximale relativen Fehler von $\pm 4 \%$ [30]. In diesem Fall ($Re_p > 0.5$) ist Gl. (2.5) ausschließlich iterativ lösbar.

Bei dem Sedimentationsprozess im Zentrifugalfeld wirkt die folgende Beschleunigung

$$a = r \omega^2. \quad (2.9)$$

auf die Partikel. Dabei ist r die radiale Position und ω die Winkelgeschwindigkeit. Die Zentrifugalbeschleunigung ist somit linear vom Radius abhängig. Für die Stokes'sche Sinkgeschwindigkeit im Zentrifugalfeld ergibt sich somit folgender Zusammenhang:

$$u_{p,St} = \frac{(\rho_P - \rho_L) d_P^2 r \omega^2}{18 \eta_L}. \quad (2.10)$$

Als Vergleich zwischen der Sedimentation im Zentrifugal- und Erdschwerefeld dient die Schleuderzahl

$$Z = \frac{\bar{r} \omega^2}{g} \quad (2.11)$$

Diese beschreibt das Verhältnis der Zentrifugal- zur Erdbeschleunigung g und wird mit dem mittleren Radius \bar{r} der Sedimentationszone gebildet.

Die bisher diskutierten Gleichungen gelten nur für die idealisierte Form der Partikel als eine Kugel. In der Praxis weicht die Partikelform jedoch von einer Kugel ab und beeinflusst dadurch das Sedimentationsverhalten. So ist der Widerstandbeiwert abhängig von der Form und Ausrichtung der Partikel in der Strömung. Holde [31] und Brenner [32] beschreiben Korrekturfunktionen für den Einfluss der Partikelform auf das Sedimentationsverhalten. Es stellt sich in der Praxis die Frage der Charakterisierung von Partikelgröße und -form. So hat ein von der Kugelform abweichendes Partikel unendlich viele Durchmesser. Aus diesem Grund bietet es sich an, die Partikelgröße indirekt mit einem Sedimentationsverfahren zu bestimmen. Als Ergebnis erhält man den Äquivalenzdurchmesser einer Kugel mit den gleichen Sedimentationseigenschaften. Dadurch entfällt eine Formkorrektur des Widerstandbeiwertes.

2.1.2 Sedimentation bei konzentrierten Suspensionen

Die im vorherigen Abschnitt hergeleiteten Gleichungen gelten nur für Einzelpartikel oder Partikel in unendlicher Verdünnung. Dies entspricht einem nicht in der Praxis vorhandenem Idealfall. Eine erhöhte Anzahl an Teilchen reduziert den Partikelabstand und beeinflusst das Strömungsfeld der Partikel. Dadurch ist die Sedimentationsgeschwindigkeit abhängig von der lokalen Partikelkonzentration. Der Feststoffvolumenanteil α_P ist bei Sedimentationsprozessen das verwendete Maß zur Beschreibung der Partikelanzahl. Der Feststoffvolumenanteil

$$\alpha_P = \frac{V_P}{V_{Ges}} = \frac{V_P}{V_L + V_P} \quad (2.12)$$

ergibt sich aus dem Verhältnis des Feststoffvolumens V_P zum Gesamtvolumen V_{Ges} , welches sich aus dem Volumen der Partikel und der Flüssigkeit V_L zusammensetzt. Bickert

[33] diskutiert anhand experimenteller Ergebnisse von Kaye und Boardman [34], John [35] und Bhatti [36] den Einfluss der Feststoffkonzentration auf die Sinkgeschwindigkeit monodisperser Partikel in Bezug auf die von Stokes vorhergesagte Geschwindigkeit. Das Sedimentationsverhalten unterteilt sich dabei in die drei folgenden Bereiche:

- Einzelpartikelsedimentation,
- Schwarmsedimentation,
- Zonensedimentation.

Bei sehr kleinen Partikelkonzentrationen ($\alpha_p < 10^{-3}$ [33]) liegt die Einzelpartikelsedimentation vor. Damit gilt in diesem Bereich die Sinkgeschwindigkeit nach Stokes. Bei größeren Feststoffkonzentration kommt es zur Ausbildung von Partikelclustern, welche als ein vergrößertes Partikel sedimentieren. Dadurch erfolgt eine teilweise Erhöhung der Sinkgeschwindigkeit. Es liegt jedoch weiterhin eine Sinkgeschwindigkeitsverteilung vor. Das Maximum der Erhöhung der Sinkgeschwindigkeit liegt bei den untersuchten Stoffsystemen bei einem Feststoffvolumenanteil zwischen $\alpha_p = 0.01 - 0.02$. Bei einem weiteren Anstieg der Partikelkonzentration kommt aufgrund der verstärkten Gegenströmung des verdrängten Fluids zu einer Abnahme der Sinkgeschwindigkeit bis diese gegen $u_p = 0 \text{ m s}^{-1}$ tendiert. Dieser Vorgang wird auch behinderte Sedimentation (engl. „hindered settling“) genannt. Es wird allgemein angenommen, dass die Sinkgeschwindigkeit in diesem Bereich unabhängig von der Partikelgröße ist. Die Ausprägung der einzelnen Sedimentationsbereiche sind nach Bickert [33] abhängig von:

- der Partikelgröße,
- den physiko-chemischen Interaktionen zwischen den Partikeln,
- der Breite der Partikelgrößenverteilung,
- der wirkenden Beschleunigung.

Die Übertragung dieser Untersuchungen auf Suspensionen mit verteilt vorliegenden Partikelgrößen ist nur bedingt möglich. Koglin [37] zeigt, dass die Ausprägung der Sinkgeschwindigkeitsüberhöhung mit zunehmender Breite der Partikelgrößenverteilung abnimmt.

Kynch [38] entwickelte ausgehend von der Massenerhaltung in einer Komponentenbilanz um ein differentielles Volumenelement ein mathematisches Modell zur Beschreibung der Sedimentation geflockter Suspensionen. Unter Bildung von inkompressiblen Haufwerken beschreibt das Modell die Relativbewegung zwischen Feststoff

und Flüssigkeit unter Vernachlässigung von Hintergrundströmungen mithilfe der Flussdichtefunktion. Grundlage hierfür ist die Annahme, dass die Sinkgeschwindigkeit nur von dem Feststoffvolumenanteil abhängig ist. Für den Fall einer eindimensionalen Sedimentation im Zentrifugalfeld ergibt aus der Bedingung der Massenerhaltung

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \frac{\partial f_k(\alpha_p)}{\partial r} = 0. \quad (2.13)$$

Die Flussdichtefunktion

$$f_k(Re_p) = -\alpha_p u_p, \quad (2.14)$$

ist dabei als Produkt aus dem Feststoffvolumenanteil α_p und der Sinkgeschwindigkeit der Partikel u_p definiert. Bei der Bildung inkompressibler Sedimente ohne Hintergrundströmung beschreibt die Sinkgeschwindigkeit die einzige Relativbewegung zwischen Feststoff und Partikel. Die Bestimmung der bei der Flussdichtefunktion verwendeten Sinkgeschwindigkeit erfolgt in der Praxis experimentell.

Unter Annahme der Zonensedimentation und Erweiterung des Modells von Kynch für kompressible Haufwerke sind in der Literatur einige numerische Simulationen von Sedimentationen im Erdschwere- und Zentrifugalfeld zu finden. Exemplarisch sind hier Anpassung von Bürger et al. [39], Stickland et al. [40] und Garrido et al. [41] zu nennen. Der allgemeine Vorteil der Verwendung der Flussdichtefunktion ist die direkte Kopplung von Sedimentation und Kompression beim Übergang von Suspension zum Sediment. Durch die Annahme der größenunabhängigen Sedimentationsgeschwindigkeit entfällt jedoch die Möglichkeit Segregation oder klassierende Effekte zu berücksichtigen.

Ein weiterer Ansatz zur Beschreibung der Sinkgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Partikelkonzentration ist der Potenzansatz von Richardson und Zaki [42]:

$$u_p = (1 - \alpha_p)^{n_{RZ}(Re_p)} u_{p,St}. \quad (2.15)$$

Der Ansatz basiert ebenfalls auf dem Kynch-Theorem [30]. Eine Überhöhung der Sinkgeschwindigkeit ist damit jedoch nicht darstellbar. Weiterhin ist auch der Exponent n_{RZ} , wie auch der Widerstandsbeiwert, eine Funktion der Partikel-Reynoldszahl. Für eine schleichende Umströmung nimmt der Exponent den folgenden Wert an:

$$n_{RZ} = 4.65. \quad (2.16)$$

Michaels und Bolger [43] korrigieren die Gleichung (2.15) mit dem maximalen Feststoffvolumenanteil, da der Anteil der dispersen Phase immer kleiner 1 ist. Somit ergibt sich (2.15) zu:

$$u_P = \left(1 - \frac{\alpha_P}{\alpha_{\max}}\right)^{n_{RZ}(Re_P)} u_{P,St} \quad (2.17)$$

2.2 Haufwerksbildung im Zentrifugalfeld

Beim Sedimentationsprozess von Suspensionen erfolgt die Trennung von disperser und kontinuierlicher Phase durch die Relativbewegung der Partikel in Richtung der Zentrifugalkraft. Dies führt zu einer Erhöhung der Partikelkonzentration bis hin zur Ausbildung eines porösen und flüssigkeitsgesättigten Partikelnetzwerks. Das partikuläre Netzwerk zeichnet sich durch Partikelkontakte aus. In der vorliegenden Arbeit erfolgt aufgrund der sprunghaften Änderung des Materialverhaltens durch die Partikelkontakte die Trennung der Begrifflichkeiten der Suspension und dem Sediment bzw. flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk. Als Maß für die Unterscheidung dient der Feststoffvolumenanteil. Die Grenze zwischen Suspension und Sediment definiert der Gelpunkt, siehe Kap. 2.2.1. Unterhalb des Gelpunkts liegt eine Suspension vor. Bei einem Feststoffvolumenanteil, welcher dem Gelpunkt entspricht oder größer ist, wird das Zweiphasensystem aus Partikel und Flüssigkeit als Sediment oder flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk bezeichnet. Tomas und Reichmann [22] unterscheiden ebenfalls die beiden Zustände. Die Definition der Zustände erfolgt jedoch direkt anhand des Partikelabstands und nicht der Feststoffkonzentration. Die Struktur des partikulären Haufwerks ist dabei abhängig von den Material- und Stoffeigenschaften beider Phasen. Die Porosität

$$\varepsilon = \frac{V_H}{V_{\text{Ges}}} = 1 - \alpha_P, \quad (2.18)$$

eines Haufwerks beschreibt das Verhältnis von Hohlraumvolumen oder Porenvolumen V_H zum Gesamtvolumen V_{Ges} und berechnet sich direkt aus dem Feststoffvolumenanteil. Sedimente weisen variierende Strukturen auf und sind anhand ihres Kompressionsverhaltens in inkompressibel und kompressibel aufgeteilt. Entscheidend für die Unterscheidung des Kompressionsverhaltens ist der Einfluss des Feststoffgerüstdrucks p_s auf die Haufwerkstruktur. Der Feststoffgerüstdruck ist die im Sediment wirkende Normalspannung.

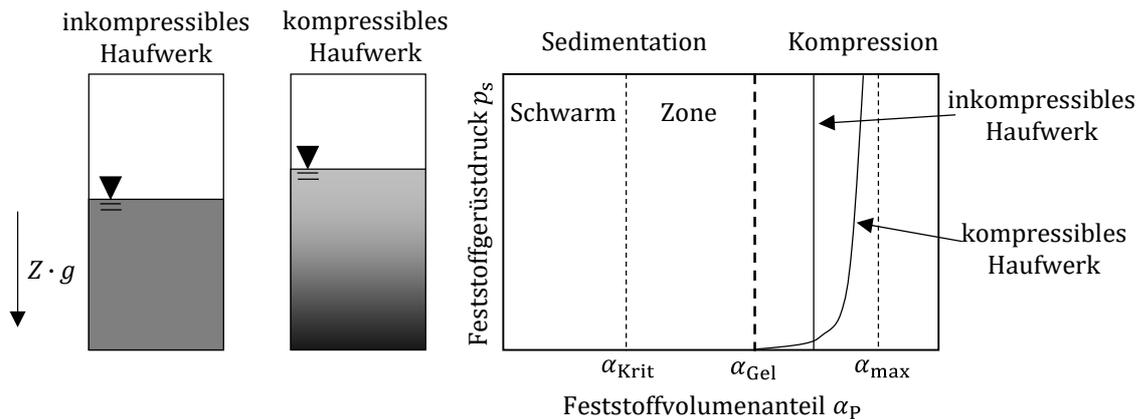


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Haufwerkstruktur bei inkompressiblen und kompressiblen Haufwerken (links) und der Einfluss des Feststoffgerüstdrucks auf den Feststoffvolumenanteil im Sediment beim Übergang von Sedimentation zu Kompression (rechts) nach Gleiß [9] und Beiser [30].

Ist die Porosität unabhängig vom Feststoffgerüstdruck, weist das Sediment inkompressibles Materialverhalten und bei einer Abhängigkeit ein kompressibles Materialverhalten auf. Das Kompressionsverhalten beeinflusst neben der Formstabilität der Partikel die interpartikulären Wechselwirkungen. So bilden feste Partikel mit einer Größe $d_p > 10 \mu\text{m}$ aufgrund der im Vergleich zu den Volumenkräften geringen Oberflächenkräfte ein inkompressibles Haufwerk. Haufwerke, welche zumindest anteilig aus feindispersen Partikeln ($d_p \leq 10 \mu\text{m}$) bestehen, zeigen eine Abhängigkeit der Porosität vom Feststoffgerüstdruck. Dies führt zu einer Porositätsverteilung im Sediment. Sedimente, welche aufgrund von Formschluss gebildet sind oder aus nicht formstabilen Partikeln bestehen, weisen unabhängig der Partikelgröße ein kompressibles Materialverhalten auf. Der Einfluss des Kompressionsverhaltens auf die Struktur des Haufwerks unter Vernachlässigung von Segregations- und Wandeffekten und die Abgrenzung zwischen Sedimentation und Kompression sind in Abbildung 2.2 verdeutlicht.

Beim Überschreiten des kritischen Feststoffvolumenanteils α_{Krit} ändert sich das Sedimentationsverhalten von einer Schwarm- in eine Zonensedimentation. Nach der Ausbildung des partikulären Netzwerks liegt keine Sedimentation mehr vor, sondern nur noch Kompression. Der Vorgang der Strukturänderung in Abhängigkeit der Normalspannung nennt sich Konsolidierung. Bei kompressiblen Haufwerken liegt der Feststoffvolumenanteil zwischen dem Gelpunkt oder der Gelkonzentration α_{Gel} und der maximalen Packungsdichte α_{max} . Inkompressible Haufwerke weisen im Gegensatz dazu keine Konsolidierung oder nur einen kleinen Konsolidierungsbereich an der oberen Grenzschicht des Sediments auf. Bei idealisierten Kugelpackungen ist die maximale Packungsdichte abhängig von der Kugelanordnung [33]:

- Bei kubischer Kugelanordnung: $\alpha_{\max} = 0.52,$
- Bei zufälliger Kugelanordnung: $\alpha_{\max} = 0.68,$
- Bei hexagonaler Kugelanordnung: $\alpha_{\max} = 0.74.$

2.2.1 Kompressible Haufwerke

Die meisten bei der Zentrifugation anfallenden Sedimente zeigen ein kompressibles Materialverhalten. Kompressibilität beschreibt die Abhängigkeit der Porosität im Haufwerk von den anliegenden Spannungen. So ergibt sich bei der Zentrifugation eine Porositätsverteilung in radialer Richtung. Grund dafür ist der immer stärker dominierende Einfluss von Oberflächenkräften im Vergleich zu Volumenkräften bei schrumpfender Partikelgröße. Die Kompression tritt durch Umlagerungen, Bruch oder Verformung der Partikel im Haufwerk auf und hängt von den Eigenschaften der dispersen und der kontinuierlichen Phase ab [44,45].

Ein Charakterisierungsmerkmal kompressibler Haufwerke ist neben der Spannungsabhängigkeit der Porosität durch den Gelpunkt gegeben. Der Gelpunkt ist die Partikelkonzentration oder Volumenanteil, bei welcher sich zum ersten Mal ein partikuläres Netzwerk aufbaut. An diesem Punkt kommt es zu einer sprunghaften Änderung des Materialverhaltens durch die Partikelkontakte. Er definiert somit den Übergang zwischen Sedimentation und Kompression, siehe Abbildung 2.2. Der Gelpunkt ist unter anderen abhängig von den Partikeleigenschaften, wie der Partikelgrößenverteilung und der Oberflächenladung. Die Bestimmung des Gelpunkts erfolgt durch die Extrapolation von bei Sedimentationsversuchen im Erdschwerefeld gebildeten Sedimenthöhen zum Zustand einer theoretischen Sedimenthöhe von $h_{\text{Sed}} = 0$ m. Die Bestimmung des Gelpunkts kann sowohl durch Sedimentationsversuche im Erdschwerefeld [46,47] als auch durch Oszillationsuntersuchungen [19] erfolgen. Eine detailliertere Beschreibung der Gelpunktsbestimmung mittels der Sedimentation ist bei Gleiß [9] zu finden.

Die Kompression von Haufwerken lässt sich wiederum in zwei Mechanismen unterteilen: der Pressverdichtung und der Scherverdichtung. Die Mechanismen unterscheiden sich in den angreifenden Kräften, wie in Abbildung 2.3 skizziert ist. Die Pressverdichtung beschreibt die Komprimierung von Haufwerken nur aufgrund von anliegender Normalspannung. Bei dieser ist sowohl plastisches als auch elastisches Materialverhalten bekannt [48]. So erfolgt bei elastischen Kompressionsverhalten eine Rückdehnung des Haufwerks unter Vergrößerung der Porosität bei einer Reduktion der Normalspannung. Auch kann es zu einer Überlagerung von plastischen und elastischen

Materialverhalten kommen. Beispiele für Haufwerke mit zumindest teilweise elastischen Kompressionsverhalten sind biologische Schlämme, Haufwerke aus Hefezellen [15] oder Sedimente aus Fasern. Rein plastisch komprimierende Haufwerke verbleiben im verdichteten Zustand bei einer Normalspannungsabnahme. Zur Charakterisierung des Kompressionsverhaltens sind für die Pressverdichtung in der Literatur Untersuchungsmethoden mittels Zentrifugation, Filtration und Pressung in Kompressions- bzw. Kompressions-Permeabilitäts-Zellen bekannt [49]. Die Verwendung mehrerer Methoden ist notwendig, um den relevanten Normalspannungsbereich in der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung abzudecken.

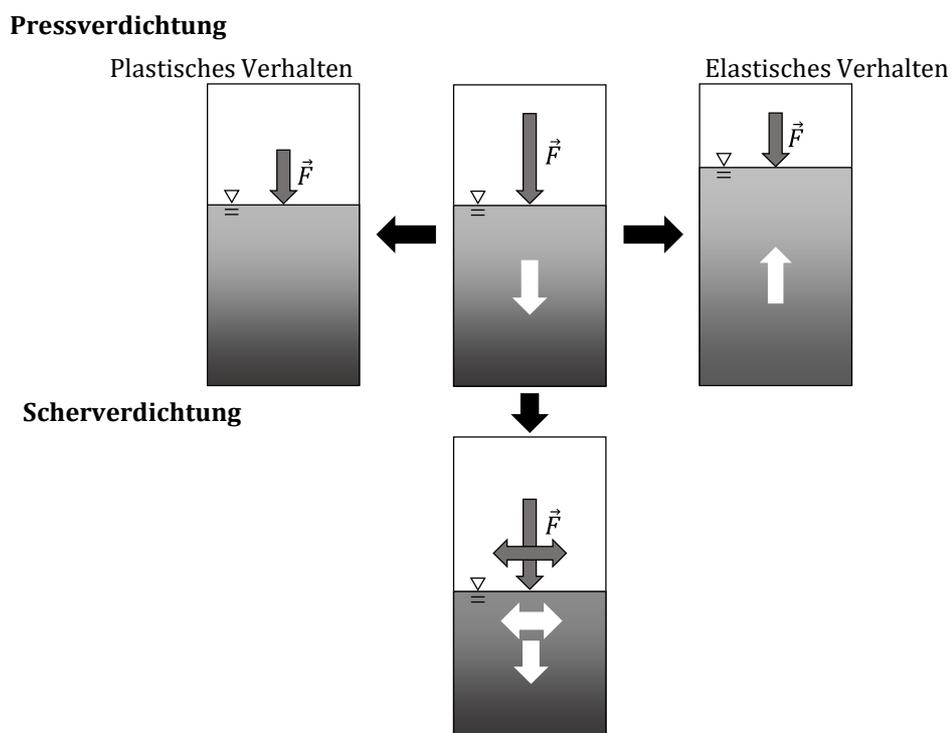


Abbildung 2.3: Vergleich von Pressverdichtung (oben) und Scherverdichtung (unten). Bei der Pressverdichtung ist zwischen plastischem und elastischem Verhalten zu unterscheiden. Bei der Scherverdichtung kommt es zu einer Kompression aufgrund der Überlagerung von Normal- und Schubkräften.

Bei der Scherverdichtung überlagern sich Schub- und Normalspannungen. Ist die wirkende Schubspannung groß genug, setzen sich die Partikel senkrecht zur Normalspannung in Bewegung. Die Partikelbewegung ist dabei nicht homogen, sondern abhängig von der vertikalen Position im Haufwerk. Durch die sich dadurch ergebene Relativgeschwindigkeit der Partikel zu einander wird das Haufwerk geschert. Wegen der Mobilität der Partikel erfolgt eine verstärkte Verdichtung im Vergleich zur Pressverdichtung. So kommt es zu einer weiteren Verdichtung eines schon durch Pressverdichtung konsolidierten Sediments bei der Scherung. Mögliche Gründe dafür

sind verstärkte Umlagerungen und Ausrichtung der Partikel und Füllen von Fehlstellen im Haufwerk. Auftretende Scherverdichtung ist in der Fest-Flüssig-Trennung bekannt, jedoch mechanistisch kaum untersucht. So zeigen Erk und Luda [50] den Einfluss von Scherung auf das Kompressionsverhaltens bei der Sedimentbildung in einer Becherzentrifuge. Illies [51] verwendet Scherverdichtung, um die Rissbildung bei der mechanischen Untersättigung von Filterkuchen zu verringern.

2.2.2 Modellierung kompressibler Haufwerke

Zur Modellierung des Einflusses von Scherverdichtung auf die Haufwerkstruktur schlägt Erk [19] vor, die wirkende Normalspannung künstlich zu erhöhen. Dies stellt jedoch nur ein erster rudimentärer Ansatz für die Beschreibung der Scherverdichtung dar. Aufgrund von fehlenden mechanistischen Untersuchungen sind aktuell jedoch keine ausführlicheren Modelle zur Beschreibung der Scherverdichtung von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken bekannt. Daher beschränken sich sämtliche in diesem Abschnitt vorgestellten Modelle zur Beschreibung von kompressiblen Materialverhalten auf den Vorgang der Pressverdichtung.

Der wohl bekannteste Ansatz zur Beschreibung des Verdichtungszustands für den Gleichgewichtszustand ist der von Tiller et al. [52]. Sie verknüpfen den Feststoffvolumenanteil α_{Eq} mit dem Feststoffgerüstdruck mittels dem folgenden Potenzansatz:

$$\alpha_{\text{Eq}} = \alpha_0 \left(1 + \frac{p_s}{p_0} \right)^\beta. \quad (2.19)$$

Die Abhängigkeit wird dabei mittels zweier empirischer Parameter p_0 und β und dem Bezugszustand α_0 beschrieben. In der Literatur sind noch weitere Anpassungsfunktionen zu finden. Explizit sind hier Green et al. [53] und Usher et al. [54] zu nennen. Green et al. führen den Gelpunkt als Bezugskonzentration zur Berechnung des Feststoffvolumenanteils

$$\alpha_{\text{Eq}} = \alpha_{\text{Gel}} \left(1 + \frac{p_s}{p_1} \right)^{\frac{1}{p_2}} \quad (2.20)$$

ein. Sie behalten die Verwendung von zwei empirischen Parametern p_1 und p_2 bei. Usher et al. schlagen eine der aufwendigsten Anpassungsfunktionen vor. Sie beschreiben das Kompressionsverhalten mithilfe des Gelpunkts, der maximalen Packungsdichte und den drei Anpassungsparametern: c_1 , c_2 und c_3 .

$$p_s(\alpha) = \left[\frac{c_1(\alpha_{\text{max}} - \alpha_p)(c_2 + \alpha_p - \alpha_{\text{Gel}})}{\alpha_p - \alpha_{\text{Gel}}} \right]^{-c_3}. \quad (2.21)$$

Hier ist anzumerken, dass in der englischsprachigen Literatur der Feststoffgerüstdruck (engl. „compressive yield stress“) als äquivalent einer Fließgrenze aus der Rheologie aufgefasst wird. Grund dafür ist die auftretende Partikelbewegung während der Konsolidierung in Richtung der treibenden Kraft. Dadurch ist in der Regel die Abhängigkeit des Feststoffgerüstdrucks von der Feststoffkonzentration beschrieben und nicht, wie in dieser Arbeit, der Feststoffvolumenanteil in Abhängigkeit der Spannung. Eine ausführliche Übersicht über weitere Modelle gibt Gleiß [9].

Zur Berechnung des Feststoffgerüstdrucks

$$p_s(r_i) = \left(\frac{\omega^2}{A_{\text{Sch}}} \right) \left(\frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_L} \right) \left(\sum_{j=1}^{i-1} r_j \alpha_{P,j} V_{C,j} \rho_s + \frac{r_i \alpha_{P,i} V_{\text{Sch},i} \rho_s}{2} \right) \quad (2.22)$$

in einem Sediment schlägt Reinach [55] eine andere Herangehensweise vor. Die Berechnung des Feststoffgerüstdrucks erfolgt dabei schichtweise ausgehend von der Sedimentoberfläche in radialer Richtung. Grund dafür ist die Abstützung und Kraftübertragung der Partikel über die Partikelkontakte. Er zerlegt das Sediment in eine endliche Anzahl an Schichten und berechnet die Zentrifugalkraft jeweils für den Mittelpunkt der Schicht mithilfe des Volumens der betrachteten Schicht V_{Sch} . Diese bezieht Reinach zur Spannungsberechnung auf die Grundfläche der Schicht A_{Sch} .

Bürger et al. [56] und Garrido et al. [57] gehen einen anderen Weg zur Beschreibung der Kompressibilität beim Trennprozess. Sie erweitern zur Berücksichtigung der Kompression das Modell Kynch. Die Beschreibung der Partikelbewegung aufgrund von Kompression erfolgt unter der Vernachlässigung viskoser Reibungseffekte, konvektiver Beschleunigung sowie der Corioliskraft durch eine Relativbewegung zwischen Feststoff und Flüssigkeit im Sediment. Diese in Gl. (2.13) eingesetzt, ergibt für kompressible Haufwerke im Erdschwerefeld

$$\frac{\partial \alpha_P}{\partial t} + \frac{\partial f_z(\alpha_P)}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(b_k(\alpha) \frac{\partial \alpha_P}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.23)$$

mit

$$b_k(\alpha_P) = - \frac{f_k(\alpha_P) p_s(\alpha_P)}{\Delta \rho g \alpha_P}. \quad (2.24)$$

$b_k(\alpha_P)$ entspricht mathematisch betrachtet einem Diffusionskoeffizienten und beschreibt die Feststoffbewegung im Haufwerk in Abhängigkeit des Feststoffgerüstdrucks und der hydrodynamischen Wechselwirkungen. Daraus ergeben sich für $b_k(\alpha_P)$ in Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils und somit, ob Sedimentation oder Kompression vorliegt, die folgenden beiden Fälle

$$b_k(\alpha_p) = 0, \text{ für } 0 \leq \alpha_p < \alpha_{\text{Gel}} \text{ und } \alpha_p = \alpha_{\text{max}}, \quad (2.25)$$

$$b_k(\alpha_p) > 0, \text{ für } \alpha_{\text{Gel}} \leq \alpha_p < \alpha_{\text{max}}. \quad (2.26)$$

Das Lösen von Gl. (2.23) kann nur noch numerisch stattfinden [56]. Die Herausforderung dabei ist die sprunghafte Änderung des Materialverhaltens beim Übergang von Suspension zum Sediment. Bürger und Concha wenden diese Vorgehensweise auf die Batch-Zentrifugation an [39]. Stickland [46] modifiziert den Ansatz zur Simulation der reinen Konsolidierung im Zentrifugalfeld. Weiterhin entwickeln Stickland et al. [40] basierend auf dem Modell für die diskontinuierliche Zentrifugation ein pseudo-eindimensionales Modell zur Simulation des Kuchenaufbaus in kontinuierlichen Zentrifugen. Neben der Zentrifugation gibt es basierend auf dem Ansatz von Kynch auch Simulationsmodelle für andere Grundoperationen der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung, wie Eindicker und Filter [57].

2.3 Röhrenzentrifugen

Zentrifugen unterscheidet man in Vollmantel- und Filterzentrifugen. Zu den Vollmantelzentrifugen gehören unter anderem die kontinuierlich arbeitenden Zentrifugen, wie die Dekantierzentrifuge oder der Tellerseparator, halbkontinuierlich arbeitende Zentrifugen, wie die Röhrenzentrifuge, und Batch-Zentrifugen, auch Becherzentrifugen genannt. Von Interesse für diese Arbeit sind jedoch nur Röhrenzentrifugen wegen ihrer einfachen Bauform. Röhrenzentrifugen finden aufgrund der hohen realisierbaren Zentrifugalbeschleunigungen bei der Abtrennung von Feinstpartikeln, wie Nanopartikeln, oder der Bluttrennung ihre Anwendung.

2.3.1 Aufbau von Röhrenzentrifugen

Der Rotor einer Röhrenzentrifuge ist der rotierende Verfahrensraum, in welchem der Trennprozess abläuft. Neben dem Rotor besteht eine Röhrenzentrifuge aus der Antriebswelle, einem Motor, einer Zulaufdüse und einem Gehäuse.

Der Rotor besitzt eine schlanke Bauform mit einer viel größeren axialen Ausdehnung als dem Durchmesser. Er ist in der Röhrenzentrifuge senkrecht aufgehängt. Die Durchströmung erfolgt der Gravitation entgegengesetzt von unten nach oben. Er unterteilt sich in ein Zulaufrohr, einer mehr oder weniger definierten Vorbeschleunigung, dem Sedimentationsbereich, einem Überlaufwehr und Auslass-Bohrungen, siehe Abbildung 2.4. Als Vorbeschleunigung dient oft ein einfaches Kreuz und die Höhe des Wehrs ist

fest vorgegeben. Oberhalb des Auslasses ist er mit der Antriebswelle verbunden, welche in einem Festlager geführt wird. Im Bereich des Zulaufes befindet sich der Rotor nur in einem Loslager. Durch die einfache Bauform sind sehr hohe Rotationsgeschwindigkeiten möglich, da sich der Rotor durch die Rotation selbst in senkrechter Lage stabilisiert. Dadurch sind trotz des geringen Durchmessers sehr hohe Zentrifugalbeschleunigungen realisierbar.

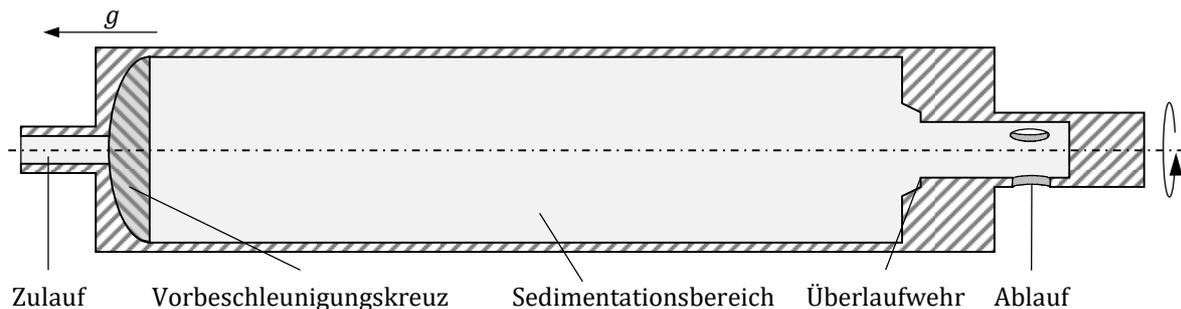


Abbildung 2.4: Schematischer Aufbau eines Rotors einer Röhrenzentrifuge

In Röhrenzentrifugen liegt während des Trennprozesses von Suspensionen ein 3 Phasensystem aus Gas, Flüssigkeit und Partikeln vor. Das Wehr begrenzt die Füllhöhe der Flüssigkeit, wodurch in der Zentrifuge ein Gaskern verbleibt. Die Rotation des Kerns erzeugt eine Gasströmung, welche die in den Rotor zugeführte Suspension hineinsaugt. Daher ist es ausreichend, die zu separierende Suspension durch eine Düse in den Zulaufbereich einzuspritzen. Die Bauform ermöglicht keinen aktiven Abtransport des sich bildenden Sediments. Vielmehr wird nach Erreichen eines kritischen Füllgrads im Rotor die Zentrifuge heruntergefahren und das Sediment manuell entnommen.

2.3.2 Funktionsweise von Röhrenzentrifugen

Die Strömungsbedingungen innerhalb einer Röhrenzentrifuge bestimmen das Separationsergebnis. Die Durchströmung von Röhrenzentrifugen erfolgt dabei in axialer Richtung. Daher ist eine Axialströmung der vorherrschenden Rotationsströmung überlagert. Weiterhin sorgen auftretende Wirbel für einen Impuls- und Stoffaustausch in radialer und axialer Richtung. Die axiale Geschwindigkeitskomponente der Strömung bestimmt die Verweilzeit der Suspension im Rotor. Solange keine einheitliche Sinkgeschwindigkeit vorliegt, erzeugt die axiale Komponente der Strömung eine Klassierung der abgeschiedenen Partikel.

Die Strömungsbedingungen innerhalb von Vollmantelzentrifugen ist Bestandteil verschiedener experimenteller und theoretischer Untersuchungen in der Literatur [58–63]. Prinzipiell unterscheidet man zwei theoretische Fälle bei der Axialströmung: die

Ausbildung einer oberflächennahen Grenzschichtströmung oberhalb einer stagnierenden Schicht oder eine Pfropfenströmung [2]. Bei der idealen Pfropfenströmung ist die Axialgeschwindigkeit über den kompletten Rotorquerschnitt konstant. Bei der Grenzschichtströmung erfolgt der axiale Transport der Suspension nur in der obersten Schicht in radialer Richtung der Flüssigkeit. Weiterhin wird die Annahme getroffen, dass in der stagnierenden Schicht keine axiale oder radiale Bewegung der Flüssigkeit stattfindet. Die verschiedenen Strömungen führen zu Unterschieden bei den theoretischen Verweilzeiten im Verfahrensraum. Experimentelle Untersuchungen deuten jedoch verstärkt auf die Ausbildung einer Grenzschichtströmung mit einer Rezirkulation in der sogenannten stagnierenden Schicht in Röhrenzentrifugen hin [58,60]. Mittels Strömungsuntersuchungen mit einem elektrolytischen Marker zeigt Glinka [60], dass sich im Bereich hinter dem Zulauf eine hochturbulente Strömung ausbildet. Weiterhin zeigt Romani [7] mittels experimentellen und numerischen Untersuchungen dass die Tangentialströmung innerhalb einer Vollmantelzentrifuge nicht der Starrkörperrotation entspricht, sondern der Starrkörperrotation nachhinkt.

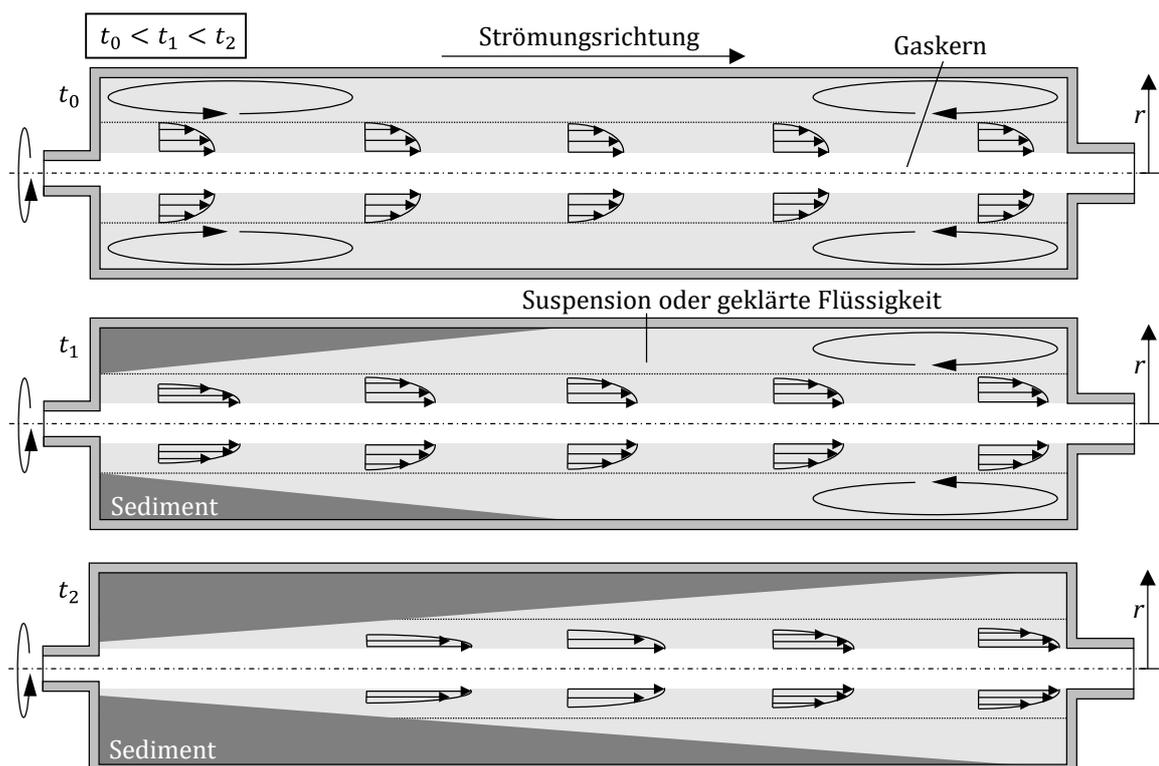


Abbildung 2.5: Einfluss des sich bildenden Sediments auf die Strömungsbedingungen in einer Röhrenzentrifuge. Grundlage dafür ist eine angenommene Grenzschichtströmung deren axiale Komponente schematisch gezeigt ist. Bei t_0 ist der Rotor nur mit Flüssigkeit gefüllt. Mit steigender Prozesszeit t wächst das Sediment und somit dessen Einfluss auf die Strömung.

Die Bauweise von Röhrenzentrifugen bedingt ein halbkontinuierliches Trennverfahren. Die an der Außenwand abgeschiedenen Partikel bilden ein Sediment, welches im Verfahrensraum verbleibt. Die geklärte Flüssigkeit strömt über das Überlaufwehr und verlässt den Rotor durch den Auslass.

Der Einfluss des sich bildenden Sediments auf die Strömung ist in Abbildung 2.5 schematisch gezeigt. Dargestellt ist eine Grenzschichtströmung mit angedeuteter Rezirkulation in der stagnierenden Schicht bei drei Zeitpunkten. Zuerst ist der Rotor nur mit Flüssigkeit gefüllt. Anschließend wird die Zentrifuge mit Suspension beschickt und es bildet sich ein Sediment aus. Das sich bildende Sediment verändert dabei die Strömung innerhalb des Rotors. Durch den erhöhten Durchströmungswiderstands des Sediments kommt es zu einer Verkleinerung des Strömungsquerschnitts innerhalb des Rotors. Mit steigender Prozessdauer wächst das Sediment an und reduziert immer weiter den durchströmbaren Bereich. Dies führt bei gleichbleibendem Volumenstrom zu einer Verringerung der Verweilzeit [64]. Dadurch verändert sich das Trennergebnis mit dem Füllgrad [5]. Somit stellt sich in einer Röhrenzentrifuge während des gesamten Trennprozesses kein stationärer Zustand ein.

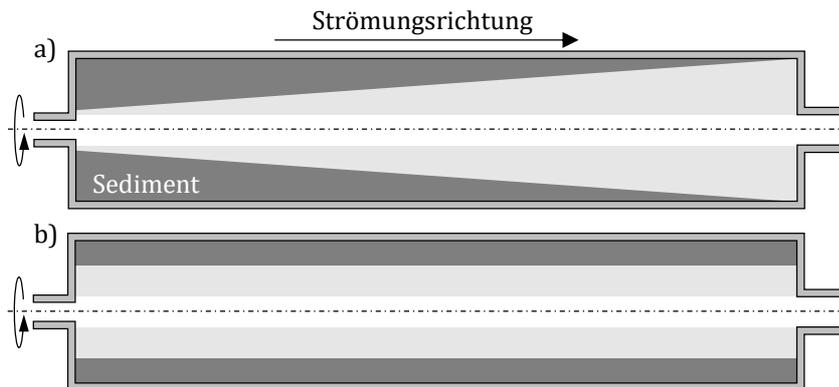


Abbildung 2.6: Einfluss des Fließverhaltens des sich bildenden Sediments auf die Sedimentverteilung im Rotor nach Stahl et al. [65]. Es sind zwei Grenzfälle gezeigt. Bei einem schwerfließenden Sediment a) bildet sich ein heterogen verteiltes Sediment, während bei einem sehr leichtfließenden Sediment b) wegen Sedimentfließens ein homogen verteiltes Sediment aus.

Die Verteilung des Sediments im Rotor hat somit einen maßgeblichen Einfluss auf das Separationsergebnis. Die Sedimentverteilung ist neben der Sinkgeschwindigkeit und der Strömung vom eigenen Fließverhalten abhängig. In Abbildung 2.6 sind zwei Grenzfälle für den Einfluss des Fließverhaltens des Sediments auf dessen Verteilung im Rotor einer Röhrenzentrifuge schematisch dargestellt. Bei einem nicht fließenden Sediment verbleiben die Partikel an der Position der Abscheidung. Bei einem polydispersen Partikelsystem bildet sich ein heterogen verteiltes Sediment aus a). Bei einem sehr leicht fließenden Sediment bewirken dagegen auftretende Schubspannungen im Sediment

eine Bewegung der abgeschiedenen Partikel, was zu einer homogeneren Verteilung und einer anderen Strömung im Rotor führt. Die Sedimentbewegung wird in der Fest-Flüssig-Trennung unabhängig der vorliegenden Bewegungsform als Sedimentfließen bezeichnet.

Zur Bewertung des Separationsergebnisses von Zentrifugen gibt es verschiedene prozesstechnische Kenngrößen. Eine wichtige Kenngröße ist der Gesamtabscheidegrad

$$E = \frac{m_{P,ab}}{m_{P,ein}} = 1 - \frac{m_{P,aus}}{m_{P,ein}} = 1 - Pr, \quad (2.27)$$

der sich aus dem Verhältnis der während des gesamten Prozesses abgeschiedenen zur zugeführten Partikelmasse ergibt. Er kann auch mittels des Produktverlusts Pr beschrieben werden. Der Gesamtabscheidegrad und der Produktverlust sind integrale Werte. Die differentielle Betrachtungsweise des Gesamtabscheidegrads wird in dieser Arbeit als zeitlicher Abscheidegrad

$$C(t) = 1 - \frac{\dot{m}_{P,aus}(t)}{\dot{m}_{P,ein}(t)} \quad (2.28)$$

bezeichnet und berechnet sich aus den Massenströmen an Feststoff am Zulauf und Auslass zum Zeitpunkt t . Bei der Bewertung eines Klassierungsvorgangs ist neben dem Gesamtabscheidegrad der Trenngrad

$$T(d_p) = \frac{E \cdot q_{3,ab}(d_p)}{q_{3,ein}(d_p)} \quad (2.29)$$

ein Maß für die Prozessgüte. Er berechnet sich aus dem Verhältnis des Massenanteils jeder abgeschiedenen Partikelklasse zum zugeführten Massenanteil. Weiterhin ist der Füllgrad

$$F = \frac{V_{Sed}}{V_{Ges}} \quad (2.30)$$

entscheidend für die Prozessgüte, welcher sich aus dem Verhältnis des Sedimentvolumens zum Gesamtvolumens des Rotors ergibt.

2.3.3 Bestimmung der Strömungsbedingungen innerhalb einer Vollmantelzentrifuge

Bei niedrigen Drehzahlen gelang es Romani [7] durch eine Vollmantelzentrifuge aus Plexiglas mittels Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) die Strömungsgeschwindigkeiten orts aufgelöst zu untersuchen. Bei Drehzahlen im prozessrelevanten Bereich kann jedoch die LDA aufgrund der notwendigen stabilen Bauform der Zentrifugen aus Metall nicht angewendet werden.

Eine indirekte Methode zur Untersuchung der Strömungsbedingungen innerhalb von verfahrenstechnischen Apparaten stellt die Bestimmung einer Verweilzeitfunktion dar. Die Verweilzeitfunktion beschreibt die Aufenthaltsdauer eines Spurstoffs in einer definierten Geometrie und ist eine gängige Methode in der chemischen Reaktionstechnik [66]. Der Spurstoff darf dabei die Strömung nicht beeinflussen. Die Aufenthaltsdauer oder Verweilzeit ist abhängig von den auftretenden Konvektions- und Diffusionsströmen und ermöglicht die Quantifizierung von Rückvermischung und Totvolumen im betrachtenden System. Je größer die Rückvermischung bzw. axiale Dispersion im System ist, umso breiter ist die Verweilzeitverteilung.

Die Verweilzeitverteilung

$$RT(t) = \int_0^t \left(\frac{\dot{V}c_{T,\text{aus}}(t)}{\int_0^{t_{\text{Ende}}} \dot{V}c_{T,\text{aus}}(t) dt} \right) dt \quad (2.31)$$

berechnet sich durch die Integration des Stoffmengenstroms der Markierungssubstanz $\dot{V}c_{T,\text{aus}}(t)$ bis zum Zeitpunkt t bezogen auf die gesamte Stoffstrommenge im Auslass. Die Zugabe des Spurstoffs in das betrachtete System erfolgt dabei als Stufenfunktion oder als Dirac-Stoß [66]. Die Aufgabe des Spurstoffs als Stufenfunktion ist in der Praxis leichter zu realisieren.

Eine wichtige Größe zur Beschreibung der Verweilzeitverteilung ist die mittlere Verweilzeit

$$\tau_{RT} = t(RT = 0.5). \quad (2.32)$$

Für den Vergleich von verschiedenen Verweilzeitfunktionen untereinander ist die normierte Auftragung über die Durchströmziffer

$$TF = \frac{t}{\tau_{RT}} \quad (2.33)$$

vorteilhaft. Diese Auftragung ermöglicht, die Rückvermischung im System bezogen auf die mittlere Verweilzeit direkt zu vergleichen.

Es sind zwei theoretische Grenzfälle von Verweilzeitverhalten bekannt. Der ideale Pfropfenstromreaktor (PFR) ist aufgrund der einheitlichen Geschwindigkeit ein System ohne Rückvermischung und Totvolumen. Die Verweilzeit lässt sich direkt aus dem Verhältnis des Volumens des Reaktors V_{PFR} und dem Volumenstrom \dot{V} ermitteln. Die Verweilzeitverteilung des PFR stellt daher nur eine Stufenfunktion dar. Der ideale kontinuierliche Rührkessel (CSTR) ist im Gegensatz zum PFR ein System mit maximaler Rückvermischung. Zu jedem Zeitpunkt liegt in dem Reaktor eine einheitliche Konzentration des Spurstoffs vor. Die Verweilzeitfunktion gleicht dadurch einer nach oben beschränkten Wachstumsfunktion. Die Verweilzeitverteilung in realen Apparaten liegt zwischen diesen beiden Grenzfällen [66].

Die Bestimmung der Verweilzeitfunktion kann sowohl experimentell als auch numerisch erfolgen. Gleiß [9] zeigt die Anwendbarkeit und Vergleichbarkeit beider Methoden bei Dekantierzentrifugen. Das Vorgehen bei der numerischen Bestimmung ist analog zur experimentellen. Ein Spurstoff wird mit einer konstanten Konzentration im Zulauf in die Geometrie geführt. Dieser Spurstoff folgt nur der Strömung und die Konzentration am Auslass wird über die Zeit aufgezeichnet. Bei Simulationen erfolgt dies bei einem eingefrorenen Geschwindigkeitsfeld.

2.3.4 Auslegung und Scale-up von Röhrenzentrifugen

Dieser Abschnitt gibt nur einen kurzen Einblick in die gängigen Methoden zur Auslegung und dem Scale-Up von Röhrenzentrifugen. Für eine detailliertere Beschreibung sei auf einschlägige Fachliteratur [67–70] verwiesen.

Die gängigste Methode zur Auslegung und dem Scale-Up ist die von Ambler postulierte Sigma-Theorie [68]. Diese ist auch als Methode der äquivalenten Klärfläche bekannt und basiert auf der Berechnung der Trennkorngröße durch die Beziehung zwischen der Stokes'schen Sinkgeschwindigkeit und der mittleren Verweilzeit. Das Trennkorn hängt somit vom Materialeigenschaften, den Prozessbedingungen und der Zentrifugen-geometrie ab. Ein sich bildendes Sediment wird vernachlässigt und eine vereinfachte Strömungsbedingungen werden angenommen. Der empirisch definierte Sigma-Faktor erlaubt einen Scale-Up in Abhängigkeit des Volumenstroms [9]. In der Literatur sind jedoch variierende Werte für diesen Faktor bekannt [67]. Es gibt noch weitere Methoden wie den Vergleich des g-Volumens von Wakeman [70] oder die Leung-Zahl [69]. Alle basieren auf stark vereinfachten analytischen Beschreibungen des Trennprozesses, ohne die realen Strömungsbedingungen oder das Sediment zu berücksichtigen. Daher sind immer noch viele zeit- und kostenintensive Experimente Bestandteil der Auslegung und des Scale-Up von Vollmantelzentrifugen.

Gleiß nutzt in seinen Arbeiten [9,71,72] die immer weiter steigende Rechenleistung zur Auslegungsoptimierung. Er erweitert in seinem dynamischen Modell für Röhren- und Dekantierzentrifugen gängige mathematische Modelle, um den Einfluss des sich bildenden Sediments auf die Verweilzeit. Die Anpassung der Strömung erfolgt durch eine angenommene Pfropfenströmung mit dem gleichen Verweilzeitverhalten, wie das der zu simulierenden Maschine. Somit erhält er eine sehr gute zeitliche Übereinstimmung von Experimenten und Simulationen. Somit kann er die dynamische Prozesssimulation zur Unterstützung von Experimenten zur Auslegung und Scale-Up nutzen. Entscheidend für die Simulationsgüte ist dabei die Charakterisierung des Material- und Verweilzeitverhaltens.

3 Fließverhalten partikulärer Mehrphasensysteme

Das rheologische Verhalten der Suspension und des sich bildenden Sediments ist mitentscheidend für das Separationsergebnis bei der Zentrifugation. Beim Übergang von Suspension zum Sediment ändert sich sprunghaft das Fließverhalten. Der Grund dafür sind die Partikelkontakte im gebildeten Haufwerk. Dadurch kann ein Haufwerk im Vergleich zu einer Suspension zusätzliche Kräfte und Spannungen aufnehmen und übertragen [19]. Die Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke ist ein interdisziplinärer Bereich zwischen der Suspensionsrheologie und der Schüttgutmechanik. In diesem Kapitel werden, ausgehend von der Diskussion der Bewegungsformen von Fluiden, gängige Modelle, Vorstellungen und Apparate aus den Bereichen der Rheologie und Schüttgutmechanik präsentiert, gefolgt von der Diskussion über den aktuellen Stand der Technik zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke.

3.1 Bewegungsform

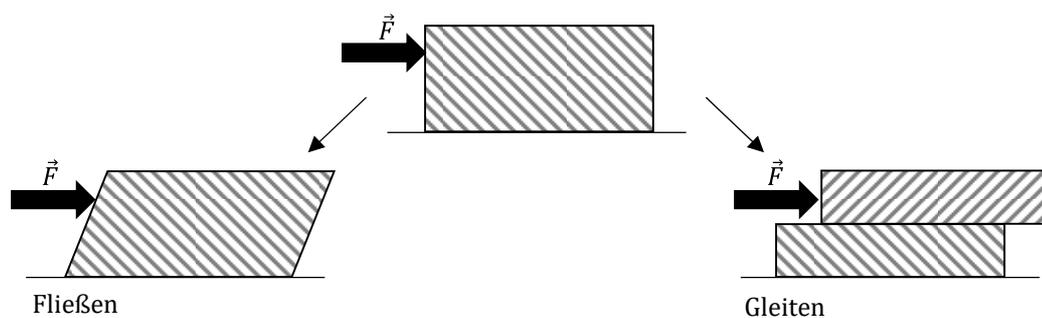


Abbildung 3.1: Schematischer Vergleich der Bewegungsformen Fließen (links) und Gleiten (rechts) anhand eines mit einer horizontal gerichteten Kraft belasteten Kontinuums

Basierend auf der Theorie der Kontinuumsmechanik gibt es zwei Bewegungsformen: Fließen und Gleiten. Fließen beschreibt die Verzerrung eines Körpers oder Fluids als ein Kontinuum. Die Verzerrung oder Deformation muss dabei nicht einheitlich sein, jedoch überall im Fluid vorherrschen. Dies führt zu einem Geschwindigkeitsgradienten im gesamten Kontinuum bei der Verzerrung.

Beim Gleiten kommt es zu einem Aufteilen des ursprünglichen Fluids von einem in mindestens zwei Kontinua. Die beiden Kontinua bewegen sich dabei mit einer jeweils einheitlichen Geschwindigkeit übereinander hinweg. Die Deformation des Fluids findet daher nur innerhalb der Gleitzone statt. Die Unterschiede beider Bewegungsformen sind in Abbildung 3.1 verdeutlicht. Hier wirkt eine horizontale Kraft auf ein Kontinuum. Dieses führt links zu einer gesamtheitlichen Verzerrung des Mediums (links) und somit Fließen. Auftretendes Gleiten (rechts) führt dazu, dass die obere Schicht des ursprünglichen Kontinuums sich mit einer einheitlichen Geschwindigkeit über die untere ruhende Schicht hinwegbewegt. Gleichzeitiges Auftreten von Fließen und Gleiten bei der Bewegung in einer Probe sind denkbar.

3.2 Rheologie

Die Rheologie oder Fließkunde beschäftigt sich klassischer Weise mit der Beschreibung des Fließverhaltens von Flüssigkeit oder niedrigkonzentrierter Suspensionen ohne Normallast bzw. unter dem Eigengewicht der Probe. Der Grund dafür ist der vernachlässigbare Einfluss des Drucks auf das Fließverhalten bei Flüssigkeiten [22]. Auftretendes Gleiten, wie Wandgleiten, ist dabei unerwünscht. Allgemein geht man davon aus, dass das Fließverhalten eines Fluids vollständig durch den Zusammenhang zwischen dem Spannungszustand und der Deformation beschreibbar ist. Der in der vorliegenden Arbeit verwendete Begriff der Viskosität bezieht sich auf die Scherviskosität. Die Scherviskosität bestimmt man durch die Erzeugung einer viskosimetrischen Strömung innerhalb des Fluids. Die viskosimetrische Strömung entspricht einer stationären Schichtenströmung [73]. Es ist jedoch zu hinterfragen, ob außer bei newtonschen Fluiden das reale Fließverhalten aus einfachen Scherversuchen ableitbar ist [16].

Die für die Deformation notwendige Schubspannung

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \tag{3.1}$$

ist direkt proportional zur Scherrate $\dot{\gamma}$, dem Geschwindigkeitsgradienten der Verzerrung. Der Proportionalitätsfaktor η ist die dynamische Viskosität. Diese Beziehung stellt den Newton'schen Schubspannungsansatz dar. Dieser beschreibt jedoch nur die Bewegungsform des Fließens. Eine konstante Schubspannung bei steigender Scherrate weist auf den Wechsel der Bewegungsform von Fließen zu Gleiten hin. Zur Beschreibung des Fließverhaltens wird neben der Schubspannung die Viskositätsfunktion $\eta(\dot{\gamma})$ verwendet. Diese ergibt sich aus der Umformung von Gleichung (3.1) nach der dynamischen Viskosität.

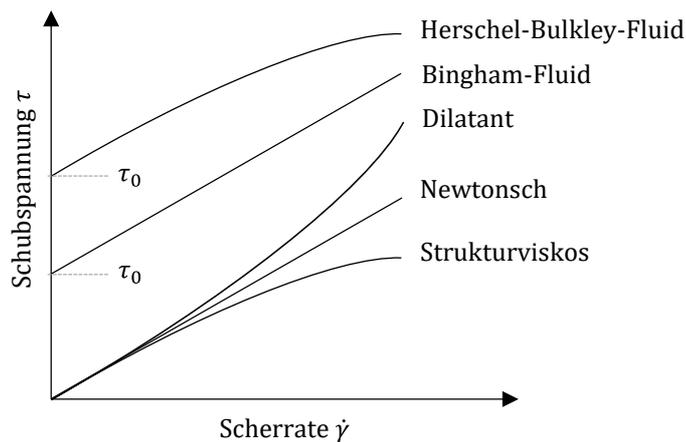


Abbildung 3.2: Schubspannungsverläufe von Fluiden in Abhängigkeit der Scherrate

In der Rheologie sind unterschiedlichste Fließverhalten bekannt, siehe einschlägige Literatur [74–76]. In Abbildung 3.2 sind eine Auswahl an Fließverhalten mittels der Beziehung zwischen der Schubspannung τ und der Scherrate $\dot{\gamma}$ gezeigt. Neben Wasser weisen die wenigsten Prozessfluide ein newtonsches Fließverhalten auf. Hier stellt die Beziehung zwischen der Schubspannung und der Scherrate eine Ursprungsgerade dar. Dadurch gilt bei newtonschen Fluiden $\eta = \text{const}$.

Bei einer Abhängigkeit der Viskosität von der Scherrate spricht man bei einer Abnahme der Viskosität bei wachsender Scherrate von strukturviskosem Fließverhalten. Erhöht sich die Viskosität mit der Scherrate liegt ein scherverdickendes oder dilatantes Fließverhalten vor. Besitzen Fluide eine Fließgrenze τ_0 spricht man von einem Bingham- oder Herschel-Bulkley-Fluid. Ein Bingham-Fluid entspricht einem newtonschen Fließverhalten mit einer Fließgrenze. Ein Herschel-Bulkley-Fluid weist neben der Fließgrenze auch Abhängigkeit der dyn. Viskosität von der Scherrate auf.

Erst beim Überschreiten der Fließgrenze beginnt das Fluid zu Fließen. Bei Schubspannungen unterhalb der Fließgrenze erfolgt eventuell nur eine elastische Deformation. Weiterhin kann das Fließverhalten von der Scherdauer abhängig sein. Bei Abnahme der Viskosität mit der Scherdauer liegt thixotropes Fließverhalten vor, welches oft mit Strukturviskosität verwechselt wird. Bei Zunahme liegt rheopexes Verhalten vor [77]. Der allgemeinste Ansatz zur Beschreibung des Fließverhaltens ist der Herschel-Bulkley-Ansatz [78]. Dieser Ansatz unterteilt sich in die zwei Fälle:

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ bei } \tau \leq \tau_0 \text{ und} \quad (3.2)$$

$$\tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^{n_{\text{Rh}}} \text{ bei } \tau > \tau_0. \quad (3.3)$$

Die Schubspannung ergibt sich dabei aus der Fließgrenze τ_0 , der Konsistenz K und dem Fließexponent n_{Rh} . Mit diesem Ansatz sind sämtliche in Abbildung 3.2 vorgestellten

Fließverhalten modellierbar. So beschreibt der Ansatz für $\tau_0 > 0$ und $n_{\text{Rh}} = 1$ ein Bingham-Fluid.

Zur Verdeutlichung des Einflusses des Fließverhaltens auf die Bewegung eines Fluids eignet sich die Betrachtung des Strömungsprofils einer laminaren Rohrströmung in Abhängigkeit des Fließverhaltens. In Abbildung 3.3 ist die Schubspannungsverteilung in radialer Richtung anhand des Betrags der Schubspannung $|\tau(r)|$ dargestellt. Die Schubspannungsverteilung ergibt sich aus einer reinen Kräftebilanz im Fluid. Das Fließverhalten hat keinen Einfluss auf den Verlauf der Schubspannung. An der Wand ist die Schubspannung, die sogenannte Wandschubspannung τ_w , am größten. Zum Mittelpunkt der Strömung hin nimmt der Betrag der Schubspannung linear ab. Im Mittelpunkt des Rohres wirkt keine Schubspannung auf das Fluid.

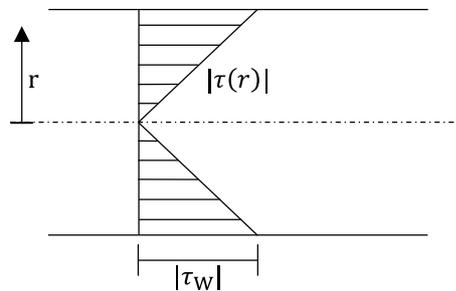


Abbildung 3.3: Schubspannungsverteilung bei einer laminaren Rohrströmung anhand der Darstellung des Betrages der Schubspannung $|\tau(r)|$ in Abhängigkeit des Radius r nach Böhme [73]. An der Wand liegt die Wandschubspannung τ_w vor.

Das Fließverhalten beeinflusst zwar nicht die Schubspannungsverteilung jedoch das Geschwindigkeitsprofil. In Abbildung 3.4 erfolgt deshalb der Vergleich von sechs theoretischen Fällen anhand des Geschwindigkeitsprofils bei einer laminaren Durchströmung des Rohres. Bei einem newtonschen Fluid a) bildet sich bei Wandhaftung ein parabolisches Strömungsprofil aus [73]. Strukturviskosität führt zu einem davon abweichenden Profil, siehe b).

Bei komplexen Fluiden, wie Dispersionen oder keramischen Pasten, kann es zu einer Überlagerung von Wandgleiten und Fließen kommen [79]. Der Begriff Pasten wird hier für hochkonzentrierte Dispersionen verwendet. Er beschreibt jedoch keinen definierten Zustand. In der Regel weisen diese Fluide sowohl eine Fließgrenze τ_0 und eine Gleitgrenze τ_G auf. Des Weiteren geht man davon aus, dass bei diesen Fluiden $\tau_G < \tau_0$ ist. So zeigen Yüce und Willenbacher [80] bei Silberpasten das Auftreten von Wandgleiten vor dem Erreichen der Fließgrenze, was die bei der Untersuchung von kolloidalen Pasten gewonnenen Erkenntnissen zum Auftreten von Wandgleiten von Pigeon et al. [81] stützt.

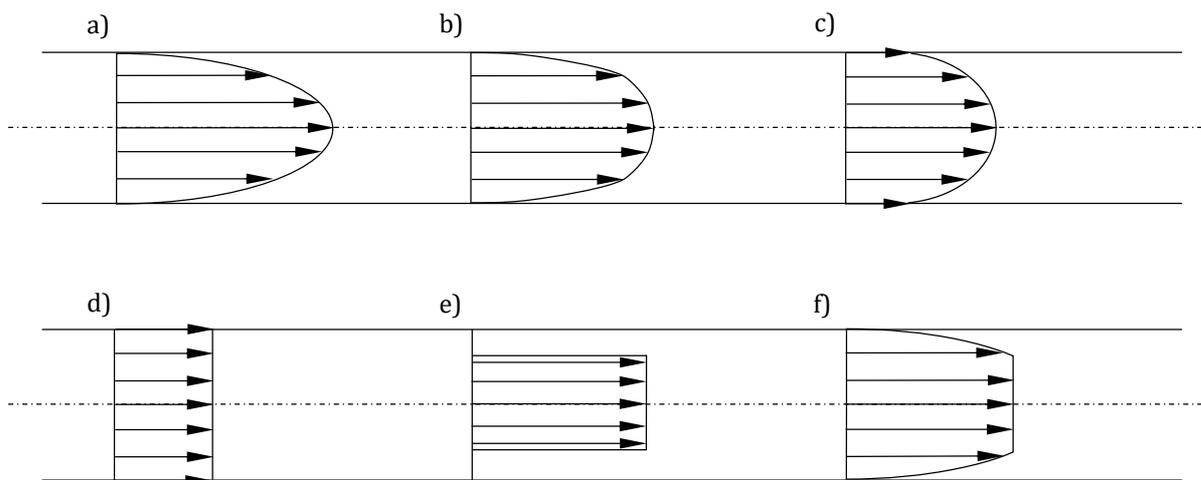


Abbildung 3.4: Einfluss des Fließverhaltens auf das Strömungsprofil einer laminaren Rohrströmung. In a) ist ein das parabolische Strömungsprofil eines Fluids mit newtonschen Fließverhalten gezeigt. Bei auftreten der Strukturviskosität kommt es zu Abweichungen von dem parabolischen Profil b). Überlagerung von Wandgleiten und Fließen führt zu c). Bei reinem Wandgleiten d) liegt eine Pfropfenströmung vor. Reines Gleiten innerhalb des Fluids führt zu e). Das Vorhandensein einer Fließgrenze kann zu einer Aufteilung der Strömung in Bereiche mit Pfropfenströmung und Schichtenströmung führen f).

Bei dem Vorhandensein einer Gleitzone ergeben sich drei Fälle. Überschreitet die Wandschubspannung τ_W die Gleitgrenze gilt die Haftbedingung nicht mehr und Wandgleiten tritt auf c). Das Strömungsprofil ergibt sich dabei aus der Superposition von der Wandgleitgeschwindigkeit u_{Gleit} und der Geschwindigkeit u im restlichen Fluid. Verschiedene Faktoren, wie die sterische Verarmung einer dispersen Phase im Wandbereich, physiko-chemische Wechselwirkungen zwischen Wand und Fluid, der Spannungszustand und die Scherrate beeinflussen das Gleitverhalten [82,83]. Bei konstanter Wandschubspannung gilt nach Mooney [84] in einer Rohrströmung die folgende Beziehung

$$u_{\text{Gleit}} = \frac{\dot{V}}{\pi r^2} = -r H(\tau_W) \quad (3.4)$$

zwischen der Wandgleitgeschwindigkeit u_{Gleit} und dem Volumenstrom \dot{V} . Die Wandgleitgeschwindigkeit kann auch mittels des Radius und der experimentell zu bestimmenden Hilfsgröße $A(\tau_W)$ berechnet werden [74]. Weiterhin ist das Auftreten von Wandgleiten abhängig von der Länge des zu durchströmenden Bauteils. Uhland [85] unterteilt daher die Strömung in einer Kapillare in einen „Haftbereich“ und einen „Gleitbereich“. Im Bereich des Einlaufs gilt noch die Haftbedingung in der Kapillare. Mit voranschreitender Länge wandelt sich das Strömungsprofil und Wandgleiten tritt im hinteren Bereich der Kapillare auf.

Gilt $\tau_G < \tau < \tau_0$ kommt es zur Ausbildung einer reinen Pfropfenströmung [86], was in Abb. 3.4. d) skizziert ist. Dabei bewegt sich das Fluid einheitlich mit der Wandgleitgeschwindigkeit. Neben Wandgleiten kann Gleiten auch innerhalb der Probe auftreten [82,87]. Ein sich dadurch möglicherweise ergebendes Strömungsprofil ist in e) dargestellt. Hier bewegt sich der Bereich mit größerer Entfernung von der Wand mit einer einheitlichen Geschwindigkeit. Der Bereich in Wandnähe verbleibt in Ruhe. Das Auftreten einer Fließgrenze τ_0 ohne eine Gleitgrenze τ_G oder bei $\tau_G > \tau_0$ kann zur Ausbildung einer Schichtenströmung in Wandnähe und einer Pfropfenströmung im Kern der Strömung führen, wie in Abb. 3.4 f) gezeigt ist. Der Grund dafür ist die Abnahme der wirkenden Schubspannung im Fluid zum Mittelpunkt des Rohres hin. Ist die Fließgrenze größer als die im inneren Bereich des Rohres vorliegende Schubspannung kann sich ein solches Profil ausbilden. Coussot et al. [88] beobachten ein solches Fließprofil in einer Kanalströmung für eine hochkonzentrierte Kaolin-Wasser Suspension.

3.2.1 Suspensionsrheologie

Suspensionen sind Zweiphasensysteme bestehend aus in Flüssigkeit dispergierten Partikeln. Der Feststoffvolumenanteil ist dabei geringer als der Gelpunkt, siehe Kap. 2.2. Bei Suspensionen beeinflussen die Materialeigenschaften der dispersen Phase maßgeblich das Fließverhalten. Da eine Berechnung des Fließverhaltens anhand der Einzelkomponenten der Suspension nicht möglich ist, behilft man sich bei der Beschreibung des Fließverhaltens von Suspensionen mit der relativen Viskosität [89].

Die relative Viskosität

$$\eta_R = \frac{\eta_{\text{Susp}}}{\eta_{\text{Matrix}}} \quad (3.5)$$

ist das Verhältnis aus der dyn. Viskosität der Suspension η_{Susp} und der dyn. Viskosität der reinen Flüssigkeit η_{Matrix} , in der Rheologie auch als Matrix oder Matrixflüssigkeit bezeichnet. Neben den Stoffeigenschaften der dispersen Phase beeinflussen die Wechselwirkungen zwischen Fluid und Partikeln und die Scherrate das Fließverhalten der Suspension. Daher ist für die Vergleichbarkeit entscheidend, ob die relative Viskosität bei gleicher Schubspannung oder Scherrate gebildet wird [89]. Weiterhin lassen sich anhand der relativen Viskosität keine Aussagen über den Einfluss der Scherrate machen. Nur bei sehr niedrig konzentrierten Suspensionen aus festen Kugeln ist jedoch das Fließverhalten unabhängig der Scherrate. Mit wachsender Partikelkonzentration ändert sich dieses hin zu nicht-newtonsch [75].

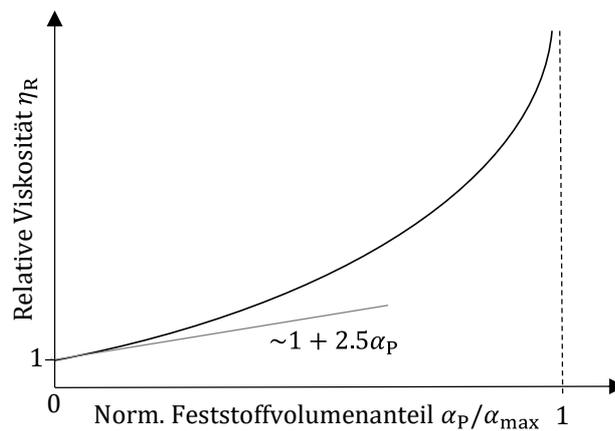


Abbildung 3.5: Abhängigkeit der relativen Viskosität η_R einer Suspension von dem normierten Feststoffvolumenanteil

Bei Suspensionen hat der Volumenanteil der dispersen Phase einen erheblichen Einfluss auf das Fließverhalten [90–92]. Dieser Einfluss ist schematisch in Abbildung 3.4 anhand der relativen Viskosität über den normierten Feststoffvolumenanteil gezeigt. Die relative Viskosität wächst mit steigendem Feststoffvolumenanteil bis zum Übergang zum Feststoff

$$\lim_{\alpha_p \rightarrow \alpha_{\max}} \eta_R = \infty \quad (3.6)$$

an. In der Literatur sind verschiedenste Funktionen zur Beschreibung des Einflusses der Feststoffkonzentration auf die relative Viskosität von Kugelsuspensionen bekannt. Für sehr geringe Feststoffvolumenanteile ($\alpha_p < 0.01$ [75]) gilt die Beziehung nach Einstein [93]:

$$\eta_R = 1 + 2.5 \alpha_p. \quad (3.7)$$

Für größere Feststoffkonzentrationen sind in der Literatur verschiedene Potenzansätze für die Modellierung des Fließverhaltens zu finden [94–97]. Explizit soll hier nur auf den Ansatz von Quemada [94] eingegangen werden. Quemada bezieht die relative Viskosität auf das Verhältnis zwischen dem Feststoffvolumenanteil und der maximalen Packungsdichte mit dem Ansatz:

$$\eta_R = \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_p}{\alpha_{\max}}\right)^2}. \quad (3.8)$$

Eine Auflistung weiterer Ansätze ist in [89] zu finden. Alle Modelle haben gemeinsam, dass sie nur als empirische Anpassungen an experimentelle Daten dienen.

Neben den im vorherigen Abschnitt diskutierten Effekten beim Fließen von Fluiden kann es auch zu einer scherinduzierten Umstrukturierung einer Dispersion kommen,

auch Scherinduktion genannt. So bilden sich aufgrund der Umstrukturierung makroskopische Schichten (engl. „shear bandings“) mit voneinander variierenden einheitlichen Geschwindigkeiten in der Strömung. Beim Übergang zwischen den einzelnen Schichten erfolgt ein Sprung der Geschwindigkeit, was einen örtlich ungleichmäßigen Schergradienten zur Folge hat [77]. Bei dem Auftreten von „shear bandings“ liegt die Bewegungsform des Gleitens vor. Eine detaillierte Diskussion über den Mechanismus der Schichtenbildung ist bei Hu und Lips [98] zu finden.

3.2.2 Rheometer

Rheometer sind Messinstrumente, um kleinste Änderungen der Schubspannung zu registrieren. Die Grundlage von rheometrischen Messungen ist die Deformation des Fluids in einer möglichst viskosimetrischen Strömung. Man unterscheidet Rheometer in Rotationsrheometer, Kapillarrheometer, Kugelfallviskosimeter und Dehnrheometer [74]. Für die Charakterisierung von Suspensionen kommen in der Regel Rotationsrheometer zum Einsatz. Daher sind in der vorliegenden Arbeit nur diese Rheometerarten relevant. Die wichtigsten Bauformen sind in Abbildung 3.6. skizziert.

Das häufigste verwendete Rotationsrheometer stellt die Kegel/Platte-Konfiguration b) dar. Der Grund dafür ist, dass im gesamten Scherspalt die gleiche Scherrate wirkt. Eine weitere geläufige Bauform ist das Platte/Platte-Rheometer a). Durch die konstante Höhe des Scherspalt ist die Scherrate nicht konstant und daher die Auswertung der Messergebnisse aufwendiger als beim Kegel/Platte-Rheometern und benötigt das Wissen über das Fließverhalten oder die Verwendung einer aufwendigen Korrektur zur Bestimmung des tatsächlichen Fließverhaltens. Bei der Charakterisierung des Fließverhaltens konzentrierter Suspensionen spielen jedoch Platte/Platte- und Kegel/Platte-Konfigurationen eine untergeordnete Rolle. In der Regel kommen Flügelrad-Rheometer d) zum Einsatz. Vor allem bei Suspensionen in der Nähe des Gelpunkts werden Flügelrad-Rheometern verwendet. Raynaud et al. [99] zeigen jedoch mittels NMR, dass die Strömung von Suspensionen in einem Flügel-Rheometer von der definierten Scherströmung in einem Couette-Rheometer abweicht. Daher ist die Übertragbarkeit des mit einem Flügel-Rheometer bestimmten Fließverhaltens vor jedem Versuch zu überprüfen.

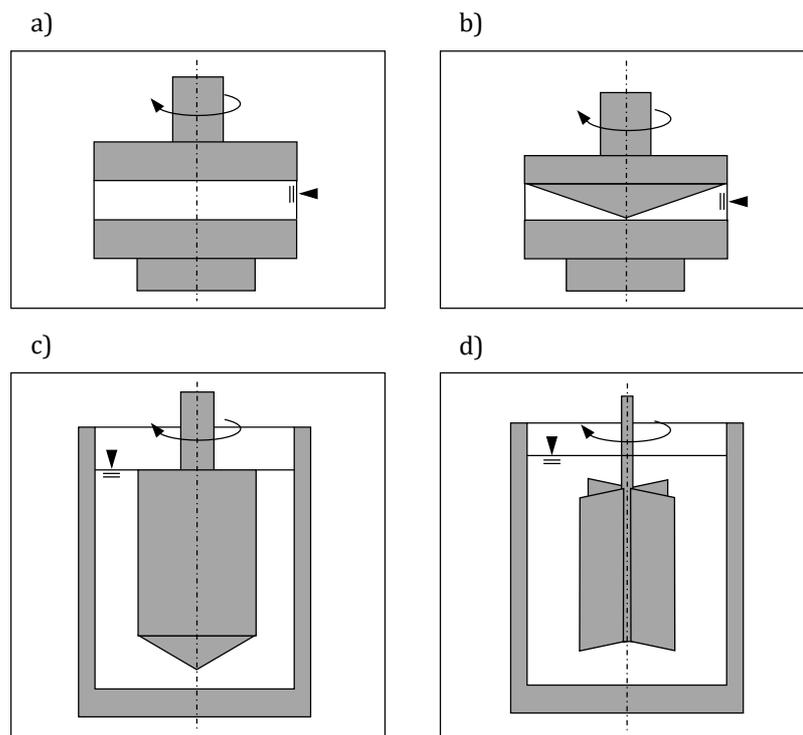


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Standardausführungen von Rotationsrheometern: Platte/Platte- a), Kegel/Platte-Rheometer b), Zylinder- c) und Flügelrad-Rheometer d).

3.3 Schüttgutmechanik

Die Schüttgutmechanik beschäftigt sich mit dem Fließverhalten von trockenen oder un-
tersättigten Schüttgütern zur Auslegung von Transport- und Lagerprozessen. Somit ist
eine Hauptaufgabe in Abhängigkeit des Materialverhaltens den Austrag aus Silos rich-
tig zu gestalten. Die Charakterisierung des Fließverhaltens erfolgt durch Scherversuche
unter einer definierten Normallast. Von Interesse sind dabei die beiden Zustände des
stationären Fließens und des beginnenden Fließens.

Das Verhalten von Schüttgütern kann sich grundlegend durch die wirkende Normal-
spannung ändern. Schulze [100] unterteilt daher Schüttgüter in drei Klassen:

- Fluidisiertes Schüttgut,
- Leicht verdichtetes Schüttgut,
- Kompaktiertes Schüttgut.

Ein fluidisiertes Schüttgut verhält sich wie eine Flüssigkeit. Dies gelingt nur bei der Ver-
wendung eines der Schwerkraft entgegengesetzten Trägerstrom aus Gas oder
Flüssigkeit zur Fluidisierung. Diese Art Schüttgut ist auch unter dem Begriff Wirbel-
schicht bekannt. Ein kompaktiertes Schüttgut verhält sich dagegen wie ein Feststoff.

Hierbei ist das Schüttgut mit hohem Druck mittels einer Pressgranulation verdichtet. Beispiele für ein kompaktiertes Schüttgut sind Tabletten oder Briketts.

Der Fokus der Schüttgutmechanik liegt auf dem Verhalten von leicht verdichteten Schüttgütern, auf welche nur moderate Drücke wirken. Generell ist der wirkende Druck kleiner als bei einer Pressgranulation. Das grundsätzliche Verhalten leicht verdichteter Schüttgüter befindet sich zwischen dem einer Flüssigkeit und einem Feststoff, unterscheidet sich doch jeweils stark davon. Ein Schüttgut kann im Gegensatz zu einem kontinuierlichen Feststoff kaum Zugspannungen aufnehmen. Im Vergleich zur Flüssigkeit kann ein Schüttgut auch in Ruhe in alle Raumrichtungen Spannungen aufgrund der Partikelkontakte aufweisen und übertragen. Dadurch verteilt es sich nicht automatisch im Raum wie eine Flüssigkeit. Jedoch setzt sich ein Haufwerk beim Erreichen einer kritischen Schubspannung in Bewegung [100,101].

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Bewegung eines Schüttguts in der Schüttgutmechanik unabhängig der eigentlichen Bewegungsform als Fließen, äquivalent zum Sedimentfließen in der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung, bezeichnet wird (siehe Kapitel 3.1). Aus Gründen der Konsistenz erfolgt das Beibehalten dieser mitunter missverständlichen Verwendung dieser Begriffe. Bei relevanten Passagen erfolgt wiederum einer Differenzierung der Begrifflichkeiten des Fließens.

3.3.1 Spannungszustände in einem Haufwerk

Ein Haufwerk besteht aus einzelnen Partikeln unter der Ausbildung von Partikelkontakten. Die Partikelkontakte bestimmen das Materialverhalten des Haufwerks. Daher ist es grundsätzlich notwendig, das Verhalten mittels der Kräfte zwischen den einzelnen Partikeln zu beschreiben. Dies ist jedoch wegen der großen Partikelanzahl nicht praktikabel. Daher erfolgt die Beschreibung des Materialverhaltens mithilfe der Kontinuumsmechanik, obwohl ein Haufwerk oder Schüttgut kein kontinuierlich verteilten Stoff darstellt [100,102].

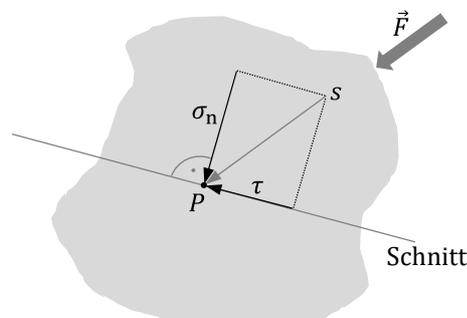


Abbildung 3.7: Spannungszustand in einem Punkt P in einem Schnitt durch ein mit der Kraft \vec{F} belastenden Kontinuum nach Molerus [102]. Der wirkende Spannungsvektor s ist in seine Einzelkomponenten, Normalspannung σ_n und Schubspannung τ , zerlegt.

Der Spannungszustand in einem Kontinuum ist abhängig von der betrachteten Stelle. In Abbildung 3.7 ist der Spannungszustand eines Punkts P auf einem Schnitt durch ein mit der Kraft \vec{F} belasteten Kontinuum gezeigt. Der Spannungsvektor s lässt sich in seine einzelnen Komponenten, der Normalspannung σ_n und der Schubspannung τ , zerlegen. Per Definition wirkt die Normalspannung normal zur Schnittebene und die Schubspannung liegt in der Schnittebene. Der in Abbildung 3.7 dargestellte Zustand ist eine vereinfachte Betrachtungsweise, da Spannungszustände räumlich sind. Daher ist der eigentliche Spannungszustand in einem Punkt in einem Kontinuum durch den Spannungstensor

$$\tilde{s} = \begin{pmatrix} \sigma_{n,x} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{n,y} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{n,z} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

in den Raumrichtungen x , y und z vollständig definiert. Der Spannungstensor ist symmetrisch, daher gilt

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}. \quad (3.10)$$

Weiterhin lässt sich jeder Spannungszustand mittels dreier orthogonaler Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 darstellen. Dabei gilt $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ und die räumliche Drehung der Hauptspannungsebenen ist so gewählt, dass keine Schubspannungen wirken [102].

Die Auswertung des Spannungszustands kann sowohl rechnerisch als auch graphisch erfolgen. Bei der Rotation der Schnittebene um den Punkt P ergeben die Spannungspaare (σ_n, τ) für den jeweiligen Winkel einen Kreis in einem (σ_n, τ) -Diagramm, einen sogenannten Mohr'schen Spannungskreis. Mithilfe dieses Kreises ist es möglich die Hauptspannungen, die maximale Schubspannung oder den Winkel der Schnittebene zu bestimmen. Die Schnittpunkte mit der x -Achse entsprechen der in der Ebene wirkenden Hauptspannungen. Daher reicht für die Darstellung der Spannungszustände in sämtlichen Schnittebenen das Wissen über die Hauptspannungen. Eine detaillierte Beschreibung der Auswertung ist in der Fachliteratur für Technische Mechanik [103,104] oder der Schüttgutmechanik [100,102] zu finden.

Des Weiteren ist der Spannungszustand in einem Haufwerk anisotrop. Daher ergeben sich für jede Raumrichtung im Haufwerk andere Spannungszustände. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, dass für viele Anwendungen die Betrachtung eines ebenen Spannungszustands ausreicht. Dabei wird nur die Schnittebene, in welcher die größte und die kleinste Hauptspannung liegen, betrachtet [102,105].

3.3.2 Fließverhalten trockener oder untersättigter Haufwerke

Die Materialeigenschaften der Partikel sowie Umgebungsgrößen beeinflussen das Fließverhalten von Schüttgütern. Mögliche Einflussgrößen sind nach Schulze [100]:

- Partikelgrößenverteilung,
- Partikelform,
- Chemische Zusammensetzung der Partikel,
- Temperatur,
- Feuchtigkeit,
- Vorgeschichte der Probe.

Da das Fließverhalten von der Vorgeschichte der Probe abhängen kann, wird bei der Charakterisierung des Fließverhaltens in der Schüttgutmechanik immer von einem definierten Verdichtungszustand ausgegangen. Als definierter Verdichtungszustand gilt der Zustand des stationären Fließens bei einer höheren Normalspannung als bei der Scherung zur Bestimmung des Fließverhaltens. Diesen Vorgang nennt sich Anscheren. Die Messung des Fließverhaltens erfolgt beim Abscheren. Eine detailliertere Erläuterung der Messprozedur ist in Kapitel 3.3.3 aufgeführt.

In der Schüttgutmechanik beschreibt der Spannungszustand, bei welchem das Haufwerk sich aus dem Ruhezustand in Abhängigkeit der angelegten Normalspannung in Bewegung setzt, das Fließverhalten. Dies ist der Zustand des beginnenden Fließens. Die Einhüllende der Mohr'schen Spannungskreise beim beginnenden Fließen bezeichnet man als Fließort (engl. „yield locus“) [106]. Bei Spannungszuständen unterhalb des Fließorts erfolgt nur eine Verdichtung des Schüttguts. Beim Erreichen des Fließorts beginnen die Partikelkontakte aufeinander abzugleiten [102] und das Haufwerk setzt sich ganz oder teilweise in Bewegung.

Neben dem Fließort sind die Druckfestigkeit σ_c und die Kohäsion τ_c wichtige Größen zur Charakterisierung des Fließverhaltens. Die Kohäsion steht in der Schüttgutmechanik die innere Reibung im Haufwerk. Da nur bei dem Auftreten von Flüssigkeits-, Sinter- oder Feststoffbrücken ein Haufwerk größere Zugspannungen aufnehmen kann, erfolgt die Bestimmung der Kohäsion anstatt durch einen Zugversuch mit einen Scherversuch. Die Kohäsion ergibt sich aus dem Spannungszustand bei einer theoretischen Normalspannung von $\sigma_n = 0$ Pa. Ein Haufwerk, dessen Fließort durch den Ursprung verläuft, bezeichnet man als kohäsionslos.

Der Fließort weist in der Regel keine lineare Steigung mit der Normalspannung auf, sondern besitzt eine gekrümmte Form. In der Praxis haben sich daher noch weitere

Größen zur Charakterisierung des Fließverhaltens ergeben. Eine Übersicht der relevanten Größen ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Hier ist der Fließort eines Schüttguts in einem (σ_n, τ) -Diagramm gezeigt. Neben einem Mohr'schen Spannungskreis für den ebenen Spannungszustand mit der Hauptspannung σ_1 ist auch der Spannungskreis für die durch einen einachsigen Spannungsversuch ermittelte Druckfestigkeit gezeigt. Die lineare Näherung des Fließorts, linearisierter Fließort genannt, ist eine Vereinfachung des wirklichen Fließverhaltens. Weiterhin finden der effektive Reibungswinkel φ_e und der innere Reibungswinkel φ_{sf} zur Beschreibung des Materialverhaltens in der Schüttgutmechanik Anwendung. Der effektive Reibungswinkel ergibt sich aus der Steigung des effektiven Fließorts. Dieser wird unter der Annahme eines kohäsionslosen Haufwerks mittels einer Tangente an den Mohr'schen Spannungskreis bei der maximalen Normalspannung ermittelt. Der innere Reibungswinkel φ_{sf} ergibt sich aus einer Ursprungsgeraden durch den Spannungszustand beim Anscheren des Schüttguts (Anscherpunkt).

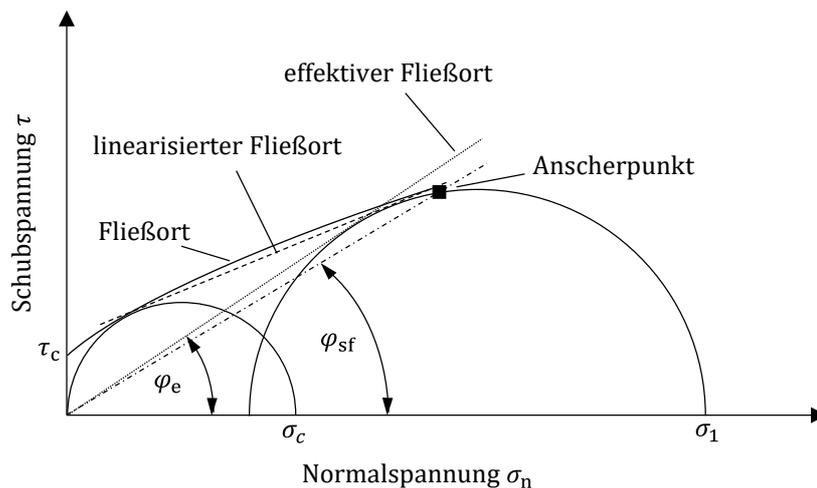


Abbildung 3.8: Mohr'sche Spannungskreise und der dazugehörige Fließort in einem (σ_n, τ) -Diagramm eines Schüttguts nach Schulze [100]. Die Mohr'schen Spannungskreise für den reinen Druckversuch und bei der maximalen Normalspannung sind gezeigt. Zusätzlich sind die Charakterisierungsgrößen des inneren Reibungswinkels φ_{sf} , des effektiven Reibungswinkels φ_e und des linearisierten Fließorts eingezeichnet. τ_c ist die Kohäsion und σ_c die Druckfestigkeit des Schüttguts.

In der Schüttgutmechanik ist die eigentliche Bewegungsform nicht von Interesse. Untersuchungen einer simulierten geologischen Bruchzone in der Bodenmechanik zeigen jedoch, dass sich in Abhängigkeit des Scherweges die Bewegungsform in der Probe ändert. Im Bereich des beginnenden Fließens liegt eine einheitliche Scherverformung (Fließen) vor. Beim Übergang zum stationären Fließen treten Scherrisse, sogenannte „Riedel shears“, auf. Diese gehen in horizontaler Scherbänder, sogenannte „Y-Shears“, über. Y-Shears sind das Äquivalent zu dem im Kapitel 3.2 beschriebenen Vorgang des „shear banding“ in der Rheologie [107]. Die Übertragbarkeit der Ergebnisse aus der

Bodenmechanik auf die Schüttgutmechanik ist noch nicht endgültig geklärt, da sich die einzelnen Disziplinen mit voneinander abweichenden Partikelgrößen und Spannungsbereichen beschäftigen. Doch spricht die Ähnlichkeit der Vorgänge, der Scherzonenbildung und des Spannungsverlaufs für eine mögliche Übertragbarkeit [100].

3.3.3 Schergeräte

Es gibt eine Vielzahl an Schergeräten mit unterschiedlicher Relevanz in der Schüttgutmechanik. Eine Übersicht an sämtlichen relevanten Ausführungen finden sich bei Schwedes [108]. Alle haben gemein, dass diese als Auslegungshilfe konzipiert sind und nicht als Messinstrument für Grundlagenforschung [108]. Eine kleine Auswahl an Ausführungen von Schergeräten ist in Abbildung 3.9 schematisch dargestellt.

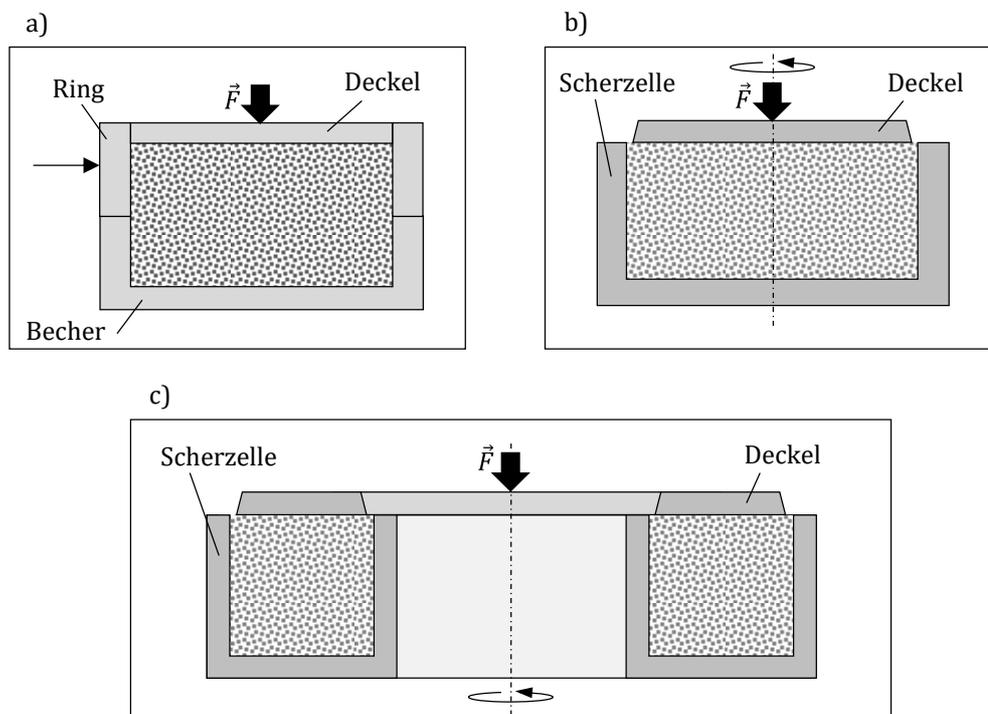


Abbildung 3.9: Schematische Darstellung der Scherzelle eines Jenike-Schergeräts a), eines Torsionsschergeräts b) und eines Ringschergeräts c).

Das Jenike-Schergerät war lange Zeit der Stand der Technik und findet teilweise immer noch Anwendung in Industrie und Forschung. Jenike hat damit die Schüttgutmechanik nachhaltig geprägt. Dieses Schergerät dient immer noch als Vergleichsapparat für alle neu entwickelten Apparate.

Die Scherzelle eines Jenike-Schergeräts a), kurz Jenike-Scherzelle, besteht aus einem flachen Becher und einem Ring mit Deckel. Der in horizontaler Richtung verschiebbare

Ring und Deckel umschließen mit dem Becher das zu untersuchende Schüttgut. Über den Deckel erfolgt die Belastung der Probe mit einer zusätzlichen Kraft. Aus der Bauform resultiert ein relativ kurzer Scherweg von ungefähr 4 bis 5 mm (maximal die doppelte Wandstärke) und die aufwendige Probenvorbereitung zur Vorkonditionierung des Schüttguts zum beschleunigten Erreichen des Zustands stationären Fließens [106,109]. Dadurch ist nur die Bestimmung eines Punkts des Fließorts pro Messung möglich. Die Scherung ist dabei inhomogen und der Scherbereich unbekannt.

In Abbildung 3.10 a) und 3.10 b) sind die beiden Grenzfälle für das Deformationsverhalten von Schüttgütern dargestellt. In a) liegt Gleiten bei Coulomb'scher Festkörperreibung vor. Nur die Partikel in der Gleitebene verlieren den Kontakt und bewegen sich relativ zueinander. In b) ist eine homogene Deformation gezeigt, bei welcher auf sämtliche Partikel die gleiche Spannung wirkt (Fließen). Die zu erwartende Deformation in einer Jenike-Scherzelle, welche in c) schematisch gezeigt ist, liegt wie bei den meisten Schergeräten zwischen diesen Grenzfällen. Es bildet sich eine Linse an deren Grenze Gleiten und im Inneren Fließen auftritt [110].

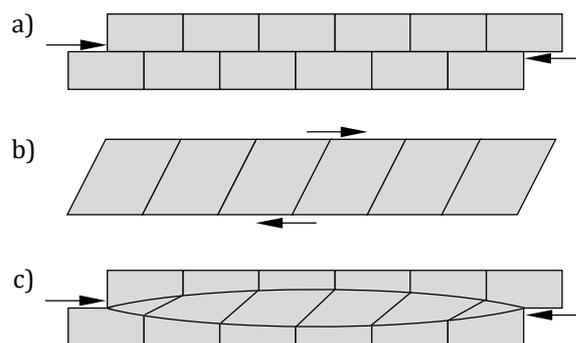


Abbildung 3.10: Darstellung möglicher Deformationszustände in einem Schüttgut in einer Jenike-Scherzelle nach Schwedes [110]. Die beiden Grenzfälle von reinem Gleiten und Fließen sind in a) und b) gezeigt. Es ist davon auszugehen, dass bei Scherversuchen in einer Jenike-Scherzelle jedoch eine Überlagerung aus Fließen und Gleiten und somit eine undefinierte Scherzone wie in c) vorliegt.

In Abbildung 3.9 b) ist ein Torsionsschergerät dargestellt. Hier erfolgt die Scherung über die Rotation des Deckels bei gleichzeitiger Belastung mit einer Normalkraft. Beim Versuch erfolgt jedoch keine Scherung in der Rotationsachse. Dies führt zu Schwierigkeiten bei der Übertragbarkeit und Ermittlung quantitativer Ergebnisse. Nach Schwedes eignet sich diese Art von Scherapparatur jedoch für eine qualitative Untersuchung des Fließverhaltens von Schüttgütern [108].

Das von Schulze weiterentwickelte Ringschergerät [111], Abbildung 3.9 c), hat inzwischen die Jenike-Scherzelle als Stand der Technik der Messapparaturen in der Schüttgutmechanik abgelöst. Der Verfahrensraum ist ringförmig ausgeführt. Daher erfolgt eine Scherung des gesamten Haufwerks im Gegensatz zum Torsionsschergerät.

Bei der Scherung rotiert das Unterteil der Scherzelle, während der Deckel tangential in Position gehalten wird. Die auftretende Schubspannung berechnet sich aus der Kraft, welche zum Erhalt der tangentialen Deckelposition notwendig ist. Sowohl der Deckel als auch der Boden der Scherzelle sind mit Mitnehmern profiliert, um eine Scherung innerhalb der Probe zu gewährleisten. Die Fixierung des Deckels nur in tangentialer Richtung ermöglicht die Anpassung der Höhe des Verfahrensraums bei einer Veränderung der vertikalen Ausdehnung des Haufwerks aufgrund von elastischer Rückdehnung, erhöhtem Platzbedarf der sich bewegenden Partikel oder Kompression. Der große Vorteil gegenüber der Jenike-Scherzelle ist der unbegrenzte Scherweg und das Wegfallen der problematischen Probenvorbereitung.

Das Ringschergerät ist dabei geschwindigkeitsgesteuert und die Rotation um die vertikale Achse ergibt eine Geschwindigkeitsverteilung über den Radius. Bei einem Scherversuch erfolgt die Messung der in der Probe wirkenden Kraft über den gesamten Querschnitt des Deckels. Das erlaubt nur die Bestimmung einer mittleren Schubspannung, obwohl durch die Geschwindigkeitsverteilung eine Schubspannungsverteilung in der Probe vorliegt. Trotzdem stimmen die Messergebnisse unter Einhaltung der Messprozeduren und der Voraussetzung [112]

$$\frac{d_{\text{in}}}{d_a} \geq 0.5 \quad (3.11)$$

mit den Ergebnissen eines Jenike-Schergeräts überein [108]. Hier steht d_{in} für den inneren Durchmesser und d_a für den äußeren Durchmesser des Verfahrensraums eines Ringschergerätes.

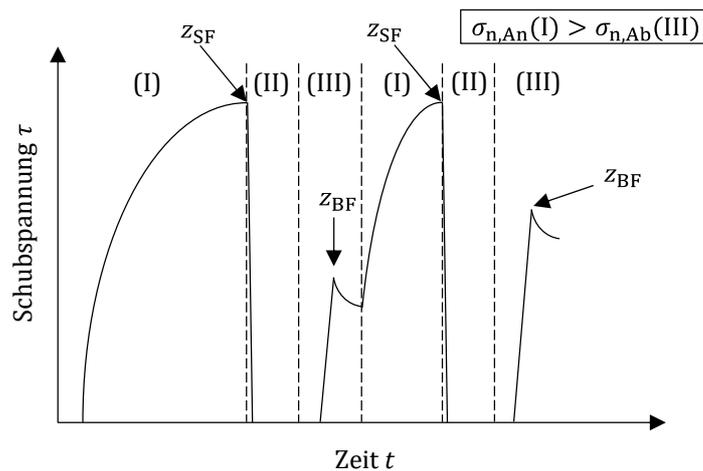


Abbildung 3.11: Schubspannungsprofil über die Zeit bei der Standardmessprozedur für ein Ringschergerät. Diese Prozedur ist in Anscheren (I) und Abscheren (III) unterteilt. z_{SF} markiert den Zustand des stationären Fließens und z_{BF} dem Zustand des beginnenden Fließens. $\sigma_{n,An}$ ist die Normalspannung beim Anscheren und $\sigma_{n,Ab}$ die Normalspannung beim Abscheren.

Die Messprozedur für Ringschergeräte folgt der Standard-Schertester-Technik für Jenike-Scherzellen nach [109]. Die Prozedur ist in Abbildung 3.11 mithilfe der gemessenen Spannungszustände über die Versuchszeit erläutert. Die Messprozedur folgt der repetitiven Ausführung von zwei Schervorgängen: dem Anscheren (I) und dem Abscheren (III). Die Vorkonditionierung des Haufwerks erfolgt dabei durch die Scherung bis zum Erreichen stationären Fließens bei einer höheren Normalspannung als für den zu untersuchenden Fließort (Anscheren). Dies führt zu einer überverfestigten Probe im Vergleich zum Zustand beim Abscheren. Anschließend nimmt eine kurzzeitige Rotation in umgekehrter Richtung die Schubspannung aus dem System (II). Die folgende Scherung unter einer reduzierten Normallast, so genanntes Abscheren, bestimmt einen Punkt auf dem Fließort des Schüttguts.

Beim Scherversuch durchläuft die Probe zwei Zustände. Zuerst kommt es zum stationären Fließen (z_{SF}) beim Anscheren. Beim Abscheren liegt der Zustand des beginnenden Fließens (z_{BF}) vor, welcher durch ein lokales Maximum in der Schubspannung gekennzeichnet ist. Anschließend fällt die Schubspannung soweit ab, bis wieder der Zustand stationären Fließens erreicht wird. Für die Schüttgutmechanik ist jedoch nur der Zustand des beginnenden Fließens beim Abscheren relevant. Parallel zum Spannungsabfall erfolgt bei einer überverfestigten Probe ein Aufstehen des Haufwerks. Dies führt zu einer auf die Scherzone begrenzte Reduktion der Packungsdichte.

3.4 Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke

Das Fließverhalten von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken bestimmt maßgeblich in der Fest-Flüssig-Trennung, bei der Extrusion oder anderen Transportprozessen von dieser Art von Haufwerken das Prozessergebnis. Die Charakterisierung des Fließverhaltens stellt dabei einen interdisziplinären Forschungsbereich zwischen der Schüttgutmechanik und der Rheologie dar.

Das Fließverhalten ergibt sich aus der Überlagerung von Coulomb'scher Festkörperreibung an den Partikelkontakten und den viskosen Reibungseffekten in der Flüssigkeit [19,23,113]. Aufgrund der Partikelkontakte weisen gesättigte Haufwerke immer eine Fließgrenze auf. Weiterhin zeigt Reichmann [114], dass gesättigte Haufwerke ein äquivalentes Materialverhalten wie ein kohäsives trockenes Schüttgut aufweisen. Daher bestimmen auch sämtliche Faktoren, die das Fließverhalten von Schüttgütern beeinflussen, das Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke. So untersucht Erk [19] den Einfluss des pH-Werts und somit den Einfluss der Oberflächenladung der Partikel auf das Fließverhalten. Es zeigt sich, dass je geringer die elektrostatische Abstoßung

der Partikel ist, umso schlechter ist die Fließfähigkeit der mit Flüssigkeit gesättigten Haufwerke. Er beschreibt weiterhin das Auftreten von Scherverdichtung in seiner modifizierten Jenike-Scherzelle während der Scherversuche. Raschka [21] überprüft den Einfluss des Sättigungsgrads auf das Fließverhalten ausgehend von trockenen Haufwerken bis zu einer weichen Paste. Er beobachtet, dass sich das Fließverhalten der Proben mit steigendem Wassergehalt verbessert. Des Weiteren untersucht Mladenchev [23] den Einfluss des geflockten Zustands im Vergleich zum nicht-geflockten Zustand von Partikeln auf die Fließfähigkeit der damit gebildeten Haufwerke. Unabhängig des betrachteten Stoffsystems reduziert die geflockte Partikelform die Schubspannung beim Zustand des beginnenden Fließens (Fließort).

Wie schon in den vorherigen Abschnitten diskutiert, ist es in der Rheologie für die Modellierung entscheidend, welche Bewegungsform vorliegt. Rautenbach et al. [16] und Götz und Buggisch [17] untersuchen das Verzerrungsprofil bei der Scherung flüssigkeitsgesättigter Haufwerke unter einer Normallast mithilfe von modifizierten Couette-Rheometern. Bei Götz und Buggisch zeigt sich eine einheitliche Deformation der verwendeten PTFE-Pasten, während Rautenbach et al. die Ausbildung einer Gleitebene bei Tülpicher Ton feststellen.

3.4.1 Modellierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke

In der Literatur sind nur sehr wenige Modelle zur Beschreibung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke bekannt. Stickland und Buscall [24] verwenden ausgehend von Überlegungen von Holmqvist [115] einen an der Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese angelehnten Ansatz zur Beschreibung des Einflusses der Feststoffkonzentration auf das Fließverhalten für Haufwerke bestehend aus geflockten Partikeln. Die Gestaltänderungsenergiehypothese ist eine Methode zur Berechnung einer Vergleichsspannung aus den angreifenden Normal- und Schubspannungen an einem Bauteil zur Beschreibung der Festigkeit des Bauteils. Überschreitet die Vergleichsspannung einen kritischen Wert, versagt das Bauteil [103].

Einen anderen Ansatz schlagen Erk [19] und Mladenchev [23] vor. Beide verwenden zur Beschreibung des Fließverhaltens einen Ansatz äquivalent eines Herschel-Bulkley-Fluids aus der Rheologie, siehe Gleichung (3.3). Welche Bewegungsform vorliegt, findet jedoch keine Beachtung. Mladenchev verknüpft für die Beschreibung der Schubspannung den Fließort aus der Schüttgutmechanik mit der Pastenviskosität η_{pa} . Daraus ergibt sich die Schubspannung wie folgt:

$$\tau = \tan \varphi_{sf} (\sigma_n + \sigma_0) + \eta_{pa} \dot{\gamma}^{n_{rh}}. \quad (3.12)$$

Hier ist σ_0 die isostatische Zugfestigkeit. Diese kennzeichnet den Schnittpunkt des Fließorts mit der x-Achse. Erk schlägt für den Einfluss der Feststoffkonzentration auf die Fließgrenze τ_0 bei einer reinen Belastung mit dem Eigengewicht folgenden Zusammenhang

$$\tau_0(\alpha_p) = \tau_0^* \left(\frac{\alpha_p - \alpha_{\text{Gel}}}{\alpha_{\text{max}} - \alpha_p} \right)^{1.9} \quad (3.13)$$

mit

$$\tau_0^* = \tau_0 \left(\frac{\alpha_{\text{max}} - \alpha_{\text{Gel}}}{2} \right). \quad (3.14)$$

vor. Den beschriebenen Zusammenhang entwickelt Erk mithilfe von Messungen in einem auf den Arbeiten von Bogger und Ngyuen [116,117] basierenden Flügelrad-Rheometers. Eine Verifizierung des Modells bei Feststoffkonzentrationen in der Nähe von α_{Gel} und α_{max} erfolgte aufgrund fehlender experimenteller Ergebnisse nicht.

3.4.2 Apparative Lösungen

Standardgeräte aus der Schüttgutmechanik oder Rheologie sind nicht direkt zur Untersuchung von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken geeignet. Die Rheometer sind nicht für die hohen Normal- und Schubspannungen ausgelegt. Zusätzlich sind die Rheometer und Scherzellen zur Vermeidung von Reibung nicht abgedichtet. Durch den Wechsel des vorherrschenden Matrixsystems von Luft zu einer Flüssigkeit ergibt sich aufgrund der variierenden Stoffeigenschaften die Problematik auftretender Drainage-Flüsse aus Flüssigkeit und Partikel aus dem Verfahrensraum der Scherzellen. Diese führen zu einem unbekanntem Verdichtungszustand im Scherbereich. Daher findet man in der Literatur modifizierte Apparate zur Charakterisierung des Fließverhaltens von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken.

Alle modifizierten Schergeräte besitzen ein Filtersystem zur Drainagemöglichkeit von Porenflüssigkeit und ermöglichen die Belastung der Probe während des Schervorgangs mit einer zusätzlichen Kraft. Aus dem Bereich der Rheologie findet man in der Literatur modifizierte Couette- oder Flügelrad-Rheometer [16–18]. Der Verschluss des eigentlich offenen Verfahrensraums erfolgt über einen Deckel oder einen Stempel. Entweder im Boden oder im Deckel befindet sich dabei das notwendige Filtersystem. Die Belastung der Probe mit einer zusätzlichen Kraft erfolgt in der Regel über den Deckel, da dieser beweglich befestigt ist. Die Problematik ist jedoch, dass die aufbrachte Kraft

nicht senkrecht zur Scherebene liegt, da diese sich senkrecht zum Radius ausbildet. Somit liegt mindestens ein Teil der aufgebrachten Kraft in der Scherebene und wirkt somit nicht als Normalspannung bei einem Scherversuch. Die Auslegung der Rheometer für die Registrierung von kleinsten Spannungsänderungen führt dazu, dass die verwendbaren Kräfte oder Abmessungen des Zylinders oder des Flügels sehr klein sein müssen.

Die Messapparaturen aus der Schüttgutmechanik sind für höhere Belastungen ausgelegt. Die Problematik im Vergleich zu Rheometern ist die mögliche Verwendbarkeit von sehr geringen Geschwindigkeiten beim Scherversuch und somit niedrigen Scherraten. Zusätzlich ist das unbekannte Deformationsprofil innerhalb der Scherzelle nachteilig für die Aussagefähigkeit der Versuche. Trotzdem findet man in der Literatur einige modifizierte Schergeräte, um das Fließverhalten gesättigter Haufwerke zu untersuchen [19,20,23,113]. So entwickelt Erk [19] eine modifizierte Jenike-Scherzelle. Ayol [20] forscht mit der sogenannten „Immobilization Cell“, einem modifizierten Torsionsrheometer. Modifizierte Jenike- und Torsionsschergeräte weisen jedoch die gleichen Probleme wie die ursprünglichen Apparate auf (siehe Kapitel 3.3.3). Raschka [113] arbeitet mit einem modifizierten Ringschergerät, welches er als Pastenschergerät bezeichnet. Der entwickelte Aufbau konnte jedoch unerwünschte Drainage-Flüsse von Partikeln aus dem Verfahrensraum nicht vollständig verhindern [21]. Mladenchev [23] untersucht das Fließverhalten von Haufwerken bestehend aus geflockten Partikeln mithilfe einer von Tomas und Reichmann entwickelten Press-Scherzelle [22] für vergleichsweise hohe Drücke und Geschwindigkeiten. Die Press-Scherzelle ähnelt im Aufbau einem Ringschergerät aus der Schüttgutmechanik. Er hält dabei den Abstand zwischen der sich bewegenden Unterseite und der stillstehenden Oberseite der Scherzelle konstant. Trotz der entwickelten Messapparaturen hat sich bisher keine Standardmessvorrichtung für die Charakterisierung flüssigkeitsgesättigter Haufwerke durchgesetzt.

4 Numerische Simulation von partikulären Mehrphasenströmungen

Mit der immer weiterwachsenden Rechenleistung steigt die Anwendung der numerischen Strömungsmechanik (CFD) in der Forschung und der Industrie. Die numerische Strömungsmechanik beschäftigt sich dabei mit der computergestützten Vorhersage von mehrdimensionalen Strömungen anhand der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Diese Gleichungen lassen sich nur in wenigen Spezialfällen analytisch lösen. Die numerische Betrachtung von partikulären Mehrphasensystemen stellt dabei eine große Herausforderung wegen der Wechselwirkungen zwischen der kontinuierlichen und der dispersen Phase dar. Die unterschiedlichen Größenskalen zwischen den durchströmten Apparaten und den Partikeln erschweren zusätzlich die Simulation. Dieses Kapitel gibt einen Einblick in die numerische Strömungsmechanik mit den notwendigen Modellen und Theorien zur Beschreibung einer partikulären Mehrphasenströmung in einer Zentrifuge.

4.1 Einführung in die numerische Strömungsmechanik

Die numerische Strömungsmechanik basiert auf der Kontinuumsmechanik, bei welcher das strömende Medium als ein zusammenhängendes Kontinuum betrachtet wird. Die mathematische Beschreibung erfolgt dabei über die Massen-, Impuls- und Energieerhaltung für das strömende Fluid. In dieser Arbeit sind nur die Erhaltungsgleichungen für die Masse und den Impuls von Relevanz. Die Massen- und Impulsbilanz für ein reibungsbehaftetes, inkompressibles und newtonsches Fluids ergeben sich zu:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{4.1}$$

und

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla \bar{p} + \nu \cdot \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, \quad (4.2)$$

mit

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho}, \nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ und } \vec{f} = \frac{\vec{F}}{\rho}. \quad (4.3)$$

Die Impulsbilanz, Gl. (4.2) ist auch als Navier-Stokes-Gleichung beziehungsweise Navier-Stokes-Gleichungen bekannt [27]. Durch die Annahme einer inkompressiblen Strömung ist die Dichte des Fluids konstant, was es ermöglicht sämtliche Größen, bis auf die Geschwindigkeit, auf die Dichte des Fluids zu beziehen. Dabei steht \vec{u} für die Geschwindigkeit, \bar{p} ist der kinematische Druck, ν die kinematische Viskosität und \vec{f} auf die Dichte bezogene weitere angreifende Kräfte.

Die Erhaltungsgleichungen stellen aus mathematischer Sichtweise nicht-lineare partielle Differentialgleichungen (PDG) höherer Ordnung dar. Analytische Lösungen der Erhaltungsgleichungen beschränken sich auf einfache Grenzfälle. Analytische Lösungen sind unter anderem einfache Schichtenströmungen, wie die Poiseuille- oder Couette-Strömung, ebene oder rotationssymmetrische Staupunktströmungen oder die schleichende Umströmung von Kugeln [118].

Die einzige Möglichkeit zur Berechnung von komplexeren Strömungen ist die numerische Strömungsmechanik (engl. „Computational Fluid Dynamics“ (CFD)). Bei dem numerischen Lösen der Erhaltungsgleichungen geht man von der kontinuierlichen auf eine diskrete Näherungslösung der Gleichungen in Raum und Zeit. Approximationen für die räumlichen und zeitlichen Ableitungen erfolgen dabei durch die Verwendung von Differenzen oder Interpolationspolynome zwischen den Stützstellen.

Es sind mehrere Varianten der Differenzenbildung bekannt. Die zeitliche Diskretisierung ergibt sich aus dem gewählten Zeitschritt für die Simulationen. Zur Berechnung der zeitlichen Veränderung der unbekanntenen Größen sind explizite und implizite Methoden vorhanden. Bei expliziten Methoden ergibt sich der Wert für die Bilanzgröße Θ^{n+1} an der Stelle P für den Zeitpunkt t^{n+1} direkt aus den Werten für Θ an P und dem Wert der Nachbarzellen zu dem Zeitpunkt t^n . Bei impliziten Verfahren ist der Wert an der Stelle P für den Zeitpunkt t^{n+1} abhängig von den Nachbarwerten zum Zeitpunkt t^{n+1} . Die Lösung lässt sich somit nicht direkt nach Θ^{n+1} auflösen. Im Vergleich zu expliziten Verfahren benötigen implizite Verfahren zwar einen höheren Speicher- und Rechenaufwand, weisen jedoch eine höhere numerische Stabilität auf. Dadurch ist es möglich größere Zeitschritte zu verwenden. Dieser Vorteil kompensiert in der Praxis oft die Nachteile [119]. Ein Abschätzkriterium für die verwendete Zeitschrittweite stellt die Courant-Zahl Co , auch als CFL-Zahl bekannt, dar [119]. Die Courant-Zahl

$$Co = \frac{\Delta t \vec{u}}{\Delta \vec{x}} \quad (4.4)$$

beschreibt das Verhältnis der zwischen zwei Zeitpunkten $\Delta t = t_2 - t_1$ zurückgelegten Strecke und der Größe der Rechenzellen $\Delta \vec{x}$. Bei expliziten Lösungsverfahren bei Simulationen in drei Dimensionen muss aus Stabilitätsgründen $Co \leq 0.25$ gelten. Diese strikte Regel gibt es bei impliziten Lösungsverfahren nicht.

Die numerische Strömungsmechanik erfordert neben der zeitlichen Diskretisierung eine räumliche Diskretisierung der betrachteten Geometrie. Für die räumliche Diskretisierung der nicht-linearen PDG ist eine Vielzahl an Methoden bekannt. Auflistungen und Erläuterungen der Methoden sind unter anderem in [118,119] zu finden. Hier wird nur auf die Finite Volumen Methode (FVM) eingegangen. Bei dieser Methode erfolgt eine räumliche Aufteilung der zu simulierenden Geometrie mittels einem Rechengitter bestehend aus strukturierten oder unstrukturierten finiten Kontrollvolumen, auch Gitterzellen oder Rechenzellen genannt. Das Lösen der nicht-linearen PDG bei der FVM basiert auf dem Gaußschen Integralsatz:

$$\int_V \nabla \theta \, dV = \oint_A \theta \, \vec{n} \, dA. \quad (4.5)$$

Er besagt, dass sich die Änderungen von θ in dem Volumenelement V durch die Flüsse von θ über die Randflächen A des Volumens berechnen lassen [120]. Hier ist \vec{n} der Normalenvektor von A . Durch die Anwendbarkeit auf strukturierte und unstrukturierte Gitter ist die FVM eine viel genutzte Methode zum Lösen der Erhaltungsgleichungen in der CFD.

Mit der numerischen Strömungsmechanik ist es nur möglich, eine Näherungslösung für die Erhaltungsgleichungen zu ermitteln. Abweichungen oder Fehler im Vergleich zur Realität sind unvermeidbar. Die Fehlerarten unterteilen sich nach Paschedag [121] in vier Gruppen:

- Modellfehler,
- Diskretisierungsfehler,
- Abbruchfehler,
- Rundungsfehler.

Modellfehler umfassen sämtliche Abweichungen der numerischen Lösungen von der Realität, die aufgrund der verwendeten Modelle entstehen. Dieser Fehler wächst mit steigendem Modellierungsgrad an. Auch beeinflussen Rand- und Anfangsbedingungen,

welche selten exakt mit den realen Bedingungen übereinstimmen, die Lösung. Die Exaktheit der verwendeten Modelle bestimmt somit die Genauigkeit der Simulation. Zusätzlich treten Fehler bei der Überführung der kontinuierlichen partiellen Differentialgleichungen in ein diskontinuierliches Gleichungssystem auf (Diskretisierungsfehler). Der Fehler ist dabei abhängig von der räumlichen und zeitlichen Auflösung.

Numerische Methoden basieren auf iterativen Lösungsverfahren. Diese erfordern es ein Konvergenzkriterium zu definieren, bei welchem die Iteration abbricht. Das Konvergenzkriterium entspricht der Änderung der zu berechnenden Größe zum vorherigen Iterationsschritt. Mit immer kleinerem Konvergenzkriterium reduziert sich der Fehler, jedoch steigt der Rechenaufwand an. Weiterhin kommt es zu Rundungsfehlern aufgrund der Maschinengenauigkeit. Ferziger und Peric [119] fassen die Abbruch- und Rundungsfehler allgemein als Iterationsfehler zusammen. Dafür führen sie noch Abweichungen aufgrund von Anwendungs- oder Programmierfehlern auf. Allgemein ist zu sagen, je geringer die Abweichung von der Realität bzw. der Fehler sein soll, umso größer ist der Rechen- und somit der Zeitaufwand.

4.2 Lösen der Erhaltungsgleichungen

Beim Lösen der Erhaltungsgleichungen für inkompressible Strömungen liegt ein nicht-lineares Gleichungssystem vor. Grund dafür ist, dass die Geschwindigkeit selbst als Koeffizient bei der Beschreibung der Konvektion ist. Des Weiteren ist die Strömung abhängig vom Gradienten des Drucks. Zur Berechnung des Drucks gibt es jedoch aufgrund der konstanten Dichte keine eigene Gleichung [119]. Diese Aspekte verkomplizieren das numerische Lösen der Navier-Stokes-Gleichungen. Eine Möglichkeit zum Lösen der Erhaltungsgleichungen für inkompressible Strömungen ist das Druckkorrekturverfahren. Zu Beginn erfolgt die Berechnung der Geschwindigkeit mit einem geschätzten Wert für den Druck. Anschließend wird das Geschwindigkeitsfeld solange iterativ korrigiert bis die Kontinuitätsgleichung und die Impulserhaltung erfüllt sind.

Eine häufig verwendete Methode für stationäre Strömungen ist der SIMPLE-Algorithmus (Semi-Implicit-Method for Pressure Linked Equations) [122]. Die Formulierung der Kontinuitätsgleichung und des Drucks in der Impulsbilanz ist hierbei implizit. Dagegen werden die anderen Terme explizit gelöst. Zuerst erfolgt die Berechnung eines Geschwindigkeitsfelds mit der Impulsbilanz bei einem geschätzten Druck, welcher aber nicht die Massenerhaltung erfüllt. Im Anschluss daran wird die Druckkorrektur durchgeführt. Die Zerlegung der eigentlichen Geschwindigkeit und des Drucks

in einen mit * gekennzeichneten geschätzten Anteil und einen mit † gekennzeichneten Korrekturanteil führt zu:

$$u^m = u^{m*} + u^\dagger \text{ und } p^m = p^{m-1} + p^\dagger. \quad (4.6)$$

m ist dabei der Zähler der Iterationsschritte. Der Term für die Geschwindigkeitskorrektur ist bei der Berechnung der Druckkorrektur, welche durch eine Poisson-Gleichung bestimmt wird, jedoch unbekannt und wird deshalb vernachlässigt [119].

Nach der Korrektur erfüllen die Werte sowohl die Impuls- als auch die Massenerhaltung. Es hat sich gezeigt, dass die Anwendung von Unterrelaxation der Bilanzgrößen die allgemein schlechte Konvergenz deutlich verbessert. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus ist bei Patankar [123] zu finden.

Für instationäre Strömungsprobleme hat sich der von Issa [124] entwickelte PISO-Algorithmus (Pressure-Implicit with Splitting Operators) etabliert. Dieser berechnet zuerst ein geschätztes Geschwindigkeitsfeld und vollzieht anschließend eine implizite Druckkorrektur wie der SIMPLE-Algorithmus. Der Druckkorrektur folgt jedoch eine variable Anzahl an weiteren expliziten Korrekturschritten.

Der in der Arbeit angewendete Lösungsalgorithmus für die Erhaltungsgleichungen ist der PIMPLE-Algorithmus. Er stellt die Verknüpfung vom PISO- mit dem SIMPLE-Algorithmus dar. Für jeden Zeitschritt ist somit die Möglichkeit gegeben, ein stationäres Strömungsfeld zu berechnen. Des Weiteren können dadurch eine variable Anzahl an äußeren Korrekturschritten bei gleichzeitiger Unterrelaxation zur Stabilisierung der Lösung verwendet werden.

4.3 Turbulenzmodellierung

Die meisten in der Praxis vorkommenden Strömungen sind turbulent. Die Turbulenz führt durch auftretende Wirbel zu einem anisotropen und erhöhten Queraustausch in dem Fluid. In der CFD gibt es drei gängige Methoden, um turbulente Strömungen zu simulieren [121]:

- Direkte Numerische Simulationen (DNS),
- Large-Eddy-Simulationen (LES),
- Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (RANS).

Die Methoden unterscheiden sich jeweils im Modellierungsgrad und damit dem Rechenaufwand und der Genauigkeit. Je geringer der Modellierungsgrad der Methode ist, umso exakter ist die Lösung.

Die RANS-Methode ist die am häufigsten angewendete Vorgehensweise, um turbulente Strömungen zu simulieren. Sämtliche Wirbel werden modelliert. Dafür erfolgt die Zerlegung der Bilanzgrößen in einen zeitlich gemittelten Teil und einen Schwankungsteil. Dies ist anhand der Geschwindigkeit

$$u = \bar{u} + u' \quad (4.7)$$

gezeigt [121]. Hier ist \bar{u} die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit und u' der Schwankungsanteil. Die Zerlegung führt zu einem neuen Term in den Navier-Stokes-Gleichungen, dem sogenannten Reynolds-Spannungstensor τ_t . Zu seiner Berechnung gibt es hauptsächlich zwei Vorgehen. Bei der Berechnung jeder einzelnen Komponente mittels einer eigenen Gleichung spricht man von einem Reynolds-Spannungs-Modell. Dies ist die exakteste RANS-Methode, aber auch die zeitlich aufwendigste. Oft beruht die Berechnung des Tensors auf dem Prinzip der Wirbelviskosität η_t . Analog der Bousinesq-Approximation erfolgt die Beschreibung des Reynolds-Spannungstensors mithilfe der Wirbelviskosität unter der Annahme einer isotropen Turbulenz:

$$\tau_t = \eta_t(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T) - \frac{2}{3}\rho k_t \delta. \quad (4.8)$$

Hier ist k die turbulente kinetische Energie und δ das Kronecker-Delta.

Zur Berechnung der Wirbelviskosität sind Null-, Ein- und Zwei-Gleichungsmodelle bekannt [121]. Mit der verfügbaren Rechenleistung sind jedoch inzwischen nur noch Zwei-Gleichungsmodelle relevant. Das bekannteste ist das k_t - ε_t -Modell. Die Wirbelviskosität

$$\eta_t = C_\eta \rho \frac{k_t^2}{\varepsilon_t} \quad (4.9)$$

ist hierbei abhängig von der turbulenten kinetischen Energie k_t und der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε_t . In der Literatur erfolgt die Bezeichnung der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie mit dem Symbol ε , diese steht in der vorliegenden Arbeit jedoch für die Porosität. Das gleiche gilt für die turbulente kinetische Energie. C_η ist eine Konstante, deren Wert empirisch zu 0.09 bestimmt wurde. Die Berechnung von k_t und ε_t erfolgt durch zwei voneinander unabhängigen Transportgleichungen. Inzwischen gibt es Modifikationen und Anpassungen des ursprünglichen k_t - ε_t -Modells [119,121].

Ein weiteres Zwei-Gleichungsmodell ist das von Wilcox [125,126] entwickelte k_t - ω_t -Modell. Die Berechnung der Wirbelviskosität η_t erfolgt hierbei mithilfe von k_t und der spezifischen Dissipationsrate

$$\omega_t = \frac{\varepsilon_t}{k_t} \quad (4.10)$$

Dies führt zu einer besseren Approximation der Strömung in Wandnähe im Vergleich zum k_t - ε_t -Modell. In dieser Arbeit wird das von Menter [127] entwickelte k_t - ω_t -SST-Modell verwendet. SST steht dabei für „Shear Stress Transport“. Es besteht aus einer Überblendung des k_t - ω_t -Modell mit dem k_t - ε_t -Modell. In Wandnähe erfolgt die Berechnung mittels der spezifischen Dissipationsrate ω_t , in wandfernen Bereichen dagegen mit der Dissipationsrate ε_t . Für die Berechnung der Turbulenz in Wandnähe unterscheidet man drei Bereiche:

- die viskose Unterschicht,
- den Übergangsbereich,
- die wandnahe Schicht [118].

Die Unterteilung erfolgt über den dimensionslosen Wandabstand des Mittelpunkts der Rechenzelle an der Wand

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (4.11)$$

mit der Schubspannungsgeschwindigkeit

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}. \quad (4.12)$$

Die viskose Unterschicht liegt im Bereich von $y^+ < 5$. Die Turbulenzgleichungen beschreiben hier direkt die Strömung. Bei $y^+ > 30$ befindet man sich in der wandnahen Schicht. Hier gilt das logarithmische Wandgesetz. Die Abbildung der Strömung an der Wand erfolgt dabei über Wandfunktionen. Für den Übergangsbereich ($5 \leq y^+ \leq 30$) gibt es keine Modellierungsmöglichkeit und sollte durch eine geeignete räumliche Diskretisierung der zu untersuchenden Geometrie vermieden werden [118].

Bei DNS werden sämtlich auftretende Wirbel aufgelöst. Diese sehr akkurate Methode findet jedoch aufgrund des immensen Zeitbedarfs wegen der notwendigen feinen Gitterauflösung nur in der Forschung bei einfachen Strömungsproblemen Anwendung. Die Large-Eddy-Simulationen sind prinzipiell eine Mischung aus DNS und RANS. Große Wirbelstrukturen werden aufgelöst, während kleine Wirbel modelliert werden. Die Bereichswahl erfolgt durch einen Filter. Eine Auswahl an Filtern ist in [128] aufgeführt.

4.4 Rotationsbewegung in der CFD

In Zentrifugen erfolgt die beschleunigte Phasentrennung aufgrund der durch die Rotation erzeugte Zentrifugalkraft. Wie bei der Turbulenz gibt es in der CFD verschiedene Möglichkeiten die Rotationsbewegung zu handhaben. Mehrheitlich kommen drei Methoden, eine dynamische und zwei statische, zum Einsatz.

Bei der dynamischen Methode rotiert der Körper, beziehungsweise das Rechengitter, mit der eigentlichen Körperrotation. Dies erfordert die neue Berechnung des Gitters für

jeden Zeitschritt, was einen zeitintensiven Vorgang darstellt. Dieser Ansatz ist unter dem Begriff „Dynamic Mesh“ bekannt. Wegen des hohen Rechenzeitbedarfs wird in der vorliegenden Arbeit auf eine statische Methode zurückgegriffen. Bei einer statischen Methode verbleibt das Gitter, und somit die Geometrie, während der Simulation in seiner Ausgangsposition. Die Modellierung der Rotationsbewegung erfolgt durch die Erweiterung der Impulsgleichungen mit den durch die Rotation wirkenden Kräften. Daher besteht die Erweiterung der Impulsgleichungen aus der Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_z = m \left(-(\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \right), \quad (4.13)$$

und der Corioliskraft

$$\vec{F}_C = -2m (\vec{\omega} \times \vec{u}_{\text{rel}}). \quad (4.14)$$

Bei einem nicht rotationssymmetrischen Körper, wie einem Rührkessel mit einem Propellerrührer mit Strömungsbrechern, ergibt sich dadurch nur genau eine Lösung für die gewählte Position des Rührers. Um Kenntnisse über den gesamten Rotationsvorgang zu erhalten, müssen einzelne Simulationen für variierende Positionen der rotierenden Körper durchgeführt werden. Der einfachste Fall einer statischen Methode stellt der Ansatz des „Single Rotating Frame“ (SRF) dar. Die Kräfte wirken hierbei im gesamten Gebiet. Die Bilanzgröße für die Strömungsgeschwindigkeit ist dabei die Relativgeschwindigkeit

$$\vec{u}_{\text{rel}} = \vec{u}_{\text{abs}} - (\vec{\omega} \times \vec{r}). \quad (4.15)$$

Sie stellt die Abweichung der Strömung zur Starrkörperrotation dar. Die Weiterentwicklung des SRF ist die „Multiple Rotating Frames“-Methode (MRF). Hierbei zerlegt man das Rechengitter in verschiedene Bereiche. Dies ermöglicht die Vorgabe bereichsweise definierter Winkelgeschwindigkeiten für die Zentrifugalkraft. An dieser Stelle sei angemerkt, dass es sich auch hier nur um einen statischen Ansatz handelt.

4.5 Modellierung disperser Mehrphasensysteme

Suspensionen gehören zu den dispersen Mehrphasensystemen. Um disperse Mehrphasensysteme in der CFD abbilden zu können, gibt es zwei Ansätze [129]:

- das Euler/Lagrange-Verfahren,
- das Euler/Euler-Verfahren.

Diese unterscheiden sich in der Handhabung und Modellierung der dispersen Phase. Eine detaillierte Übersicht über die verwendeten Gleichungen und Unterschiede beschreiben van Wachem und Almstedt [130]. Beim Euler/Lagrange-Verfahren wird die kontinuierliche Phase als Kontinuum beschrieben und die disperse Phase diskret. Im Gegensatz dazu erfolgt beim Euler/Euler-Verfahren eine volumengemittelte Betrachtungsweise beider Phasen. Der prinzipielle Unterschied in der Handhabung der dispersen Phase ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Hier ist eine Suspension (Mitte) gezeigt, welche einmal mit dem Euler/Lagrange-Verfahren (links) und mit dem Euler/Euler-Verfahren (rechts) simuliert wird. Beim Euler/Lagrange-Verfahren verbleibt die eigentliche Position der Partikel erhalten. Bei der räumlichen Diskretisierung unterteilt man nur die kontinuierliche Phase. Bei dem Euler/Euler-Verfahren verwischen die Positionsinformationen, da nur der Feststoffvolumenanteil pro Rechenzelle bekannt ist.

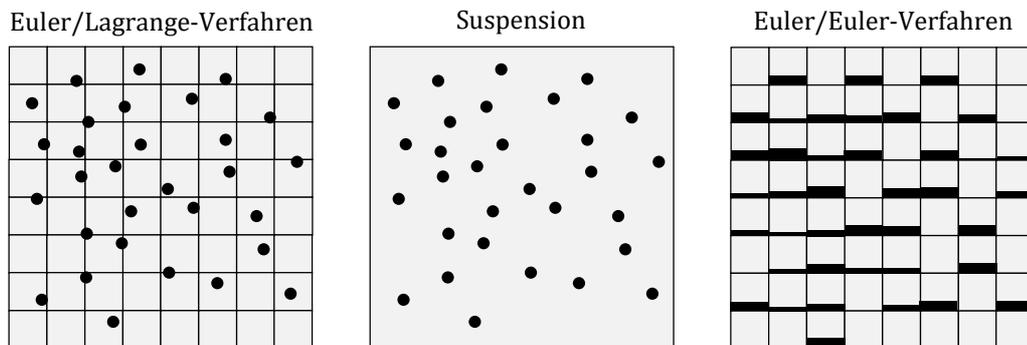


Abbildung 4.1: Schematischer Vergleich der Handhabung der dispersen Phase bei dem Euler/Lagrange- und dem Euler/Euler-Verfahren für numerische Simulation partikulärer Mehrphasenströmungen.

Über die Phasengrenze hinweg findet bei Suspensionen ein Impulsaustausch zwischen den beiden Phasen statt. Quellterme in den verwendeten Gleichungen modellieren diesen Austausch. Bei numerischen Simulationen gibt es verschiedene Strategien, die Phasen miteinander zu koppeln. Man unterscheidet dabei zwischen einer Ein-Wege-

Kopplung bis hin zu einer Vier-Wege-Kopplung in Abhängigkeit der Interaktionen zwischen und innerhalb der Phasen [131]. Je weniger Interaktionen berücksichtigt werden, umso geringer ist der Rechenzeitbedarf, aber auch die Genauigkeit.

Bei der Ein-Wege-Kopplung erfolgt nur ein Impulsaustausch von dem Fluid auf die Partikel. Diese Vorgehensweise ist nur bei stark verdünnten Suspensionen ($\alpha_p < 10^{-6}$) gerechtfertigt. Beeinflussen die Partikel ihrerseits die Strömung, spricht man von einer Zwei-Wege-Kopplung [129]. Bei einer Vier-Wege-Kopplung kommen noch Stöße zwischen den Partikeln sowie den Partikeln und der Wand hinzu. Die Vier-Wege-Kopplung ist ab einem Feststoffvolumenanteil von $\alpha_p > 10^{-3}$ anzuwenden und führt zu einem starken Anstieg der Rechenzeit. In [131] findet man noch eine Drei-Wege-Kopplung, bei welcher die durch die Partikel entstehenden Strömungsstrukturen, die Bewegung der anderen Partikel beeinflussen. Diese Kopplung kann jedoch auch als eine Zwei-Wege-Kopplung verstanden werden.

4.5.1 Euler/Lagrange-Verfahren

Die Handhabung der dispersen Phase erfolgt über die Darstellung als Lagrange-Partikel beim Euler/Lagrange-Verfahren. Man unterscheidet dabei zwei prinzipielle Methoden [129]:

- Trajektorien-Methode,
- Diskrete-Elemente-Methode (DEM).

Bei der Trajektorien-Methode [132] wird die Partikelbewegung über die Berechnung der Bewegungstrajektorien für die disperse Phase simuliert. Die räumliche Ausdehnung der Partikel ist dabei nur in den Krafttermen der zu lösenden Gleichungen relevant. Die Diskrete-Elemente-Methode (DEM) beruht auf dem Lösen der Newton'schen Bewegungsgleichungen für jedes einzelne Partikel und basiert auf der Arbeit von Cundall [133]. Entscheidend ist die Information über die Partikelposition (Partikelmittelpunkt oder -schwerpunkt) und der räumlichen Ausdehnung zur Berücksichtigung des Impulsaustausches bei Partikelstößen. Damit bietet diese Methode die Möglichkeit von numerischen Simulationen mit dem größten Detaillierungsgrad in der Partikeltechnik. Eine detailliertere Beschreibung der Methode geben Cundall und Strack [134]. Jedoch vernachlässigt die reine DEM in der Regel den Einfluss der Partikel auf die kontinuierliche Phase. Zur Abbildung der Wechselwirkungen zwischen der kontinuierlichen Phase und der aufgelösten dispersen Phase greift man auf eine CFD-DEM-Kopplung zurück. Mit der CFD wird dabei die Bewegung der kontinuierlichen Phase simuliert.

Für die kontinuierliche Phase sind die Kontinuitäts- und Impulserhaltung

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_L \vec{u}_L) = 0, \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial (\rho_L \vec{u}_L)}{\partial t} + (\vec{u}_L \cdot \nabla) \rho_L \vec{u}_L = -\nabla p + \nabla \tilde{s}_L + \rho_L \vec{g} + \vec{F} + \vec{S}_P, \quad (4.17)$$

zu lösen. Hier ist

$$\vec{S}_P = - \sum_i \left[\rho_{P,i} \alpha_{P,i} \left(\frac{\partial \vec{u}_{P,i}}{\partial t} - g \right) \right] \quad (4.18)$$

ein Quellterm, um den Impulsaustausch zwischen den Phasen ab einer Zwei-Wege-Kopplung zu berücksichtigen. Der Spannungstensor \tilde{s}_L umfasst die aufgrund der Reibung auftretenden Spannungen. Die Beschreibung des Zustands, des Orts und der Bewegung der dispersen Phase erfolgt durch den folgenden Satz gewöhnlicher Differentialgleichungen:

$$\frac{\partial \vec{x}_{P,i}}{\partial t} = \vec{u}_{P,i}, \quad (4.19)$$

$$m_{P,i} \frac{\partial \vec{u}_{P,i}}{\partial t} = \sum \vec{F}_i, \quad (4.20)$$

$$I_{P,i} \frac{\partial \vec{\omega}_{P,i}}{\partial t} = \vec{T}_i. \quad (4.21)$$

Hierbei beschreibt $\vec{x}_{P,i}$ die räumliche Position, $I_{P,i}$ das Trägheitsmoment und \vec{T}_i das Drehmoment jedes einzelnen Partikels [121].

Durch diese Beschreibung der Mehrphasenströmung ist das Euler/Lagrange-Verfahren bestens dafür geeignet polydisperse Partikelsysteme und Partikel-Partikel-Wechselwirkungen abzubilden. Jedoch ist die Methode aufgrund der mit der Partikelanzahl wachsenden Rechenzeit auf eine relativ geringe Partikelanzahl und -konzentration beschränkt.

4.5.2 Euler/Euler-Verfahren

Bei einer volumengemittelten Betrachtungsweise beider Phasen bei dispersen Mehrphasenströmungen spricht man von einem Euler/Euler-Verfahren. Dies ermöglicht die numerische Beschreibung von hohen Partikelanzahlen und -konzentrationen. Es führt jedoch zu einem Verschwimmen der Partikelbewegung und -position, was in einem ungenaueren Simulationsergebnis als beim Euler/Lagrange-Verfahren resultiert. So

repräsentieren die Ergebnisse eher eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Partikel als die exakte Verteilung. Wechselwirkungen zwischen und innerhalb der Phasen finden nur mithilfe von Modellierungsgleichungen, wie bei dem Euler/Lagrange-Verfahren, Berücksichtigung. Findet kein Phasenübergang statt, ergeben sich die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen für die Flüssigkeit und die Partikel zu

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \nabla(\rho_L \alpha_L \vec{u}_L) = 0, \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial(\rho_P \alpha_P)}{\partial t} + \nabla(\rho_P \alpha_P \vec{u}_P) = 0, \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L \vec{u}_L)}{\partial t} + (\vec{u}_L \cdot \nabla)(\rho_L \alpha_L \vec{u}_L) = -\alpha_L \nabla p + \nabla(\alpha_L \tilde{s}_L) + \alpha_L \rho_L \vec{g} + \vec{F}_L, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial(\rho_P \alpha_P \vec{u}_P)}{\partial t} + (\vec{u}_P \cdot \nabla)(\rho_P \alpha_P \vec{u}_P) = -\alpha_P \nabla p + \alpha_P \rho_P \vec{g} + \vec{F}_P. \quad (4.25)$$

Dazu kommt noch die Schließbedingung für die Phasenanteile

$$\sum \alpha_i = 1. \quad (4.26)$$

Es ist hierbei zu beachten, dass für den Feststoffvolumenanteil immer $\alpha_P < 1$ gilt [121]. Zur Begrenzung des Feststoffvolumenanteils gibt es grundsätzlich zwei Methoden. Bei der einen erfolgt die Erweiterung der Impulsgleichung um eine künstliche Volumen- kraft. Die Überschreitung einer maximalen Packungsdichte kann damit jedoch nicht gewährleistet werden. Bei der anderen Methode erfolgt eine rigorose Verteilung des überschüssigen Phasenanteils auf die Nachbarzellen. Hierfür ist die Überprüfung des Phasenanteils für jede Rechenzelle zu jedem Zeitschritt notwendig [121].

Der große Vorteil dieser Methode ist, dass mit diesem Verfahren konzentrierte dis- perse Mehrphasensysteme beschrieben werden können. Die Methode hat jedoch auch seine Nachteile. Bei der Abbildung einer Partikelgrößenverteilung erfordert dieser An- satz das Lösen der Kontinuitäts- und Impulsgleichung für jede einzelne Partikelklasse. Dies führt zu einer sehr hohen Rechenzeit für polydisperse Partikelsysteme.

4.6 Numerische Strömungssimulationen von Vollmantelzentrifugen

Um die physikalischen Vorgänge in Vollmantelzentrifugen besser zu verstehen, untersuchen Wissenschaftler die Strömungsvorgänge mithilfe von numerischen Strömungssimulationen. So zeigen Romani et al. [135,136] das Nachhinken der Strömung und den Einfluss von Mitnehmern auf die Rotationsbewegung in einer Vollmantelzentrifuge mittels Simulationen des Zweiphasensystems aus Gas und Flüssigkeit mit dem „Volume of Fluids“-Ansatz (VoF) und unter Anwendung von verschiedenen Turbulenzmodellen. Der VoF-Ansatz dient zur Simulation von Mehrphasenströmungen bestehend aus nicht-mischbaren Fluiden.

Breitling et al. [12], Boychyn et al. [13] und Piesche et al. [14] führen Simulationen der Strömung in Teilbereichen eines Tellerseparators durch. Boychyn et al. beschäftigen sich dabei mit dem Energieverlust im Zulaufbereich des Apparats. Piesche et al. zeigen anhand von Simulationen die Strömungsinstabilität bei dem Übergang vom Zulauf ins Tellerpaket. Dagegen untersuchen Breitling et al. die Strömung innerhalb eines Tellerpalts. Dazu vergleichen sie die Verwendung von Turbulenzmodellen mit der Annahme einer laminaren Strömung. Die Bestimmung des Trenngrads erfolgt dabei durch die Berechnung der Trajektorien bei einer Ein-Wege-Kopplung von Lagrange-Partikeln. Ein Sedimentaufbau wird nicht berücksichtigt. Es zeigt sich jedoch, dass es beim Vergleich des Trenngrads zu großen Abweichungen zwischen Experiment und den turbulenten Strömungssimulationen kommt.

Jain et al. [11] untersuchen ausgehend von einem mit der Berechnung der Bewegungstrajektorien von Lagrange-Partikeln gekoppelten VoF-Ansatz die Strömung innerhalb einer Röhrenzentrifuge mithilfe einer 2D-Simulation. Konrath [10] untersucht den Einfluss von RANS-Turbulenzmodellen auf die transiente Strömung in einer Röhrenzentrifuge bei einer Schleuderzahl von bis zu 38500 g. Die hohen Rotationsgeschwindigkeiten führen zu einem Zeitschritt von $\Delta t = 10^{-6}$ s. Dieser geringe Zeitschritt führt dazu, dass nur eine simulierte Prozesszeit von $t = 0.038$ s realisierbar ist. Es zeigt sich, dass die verwendeten Turbulenzmodelle zu Unterschieden bei der Strömung führen. Die geringe Simulationszeit erschwert jedoch, über den Einfluss des Turbulenzmodells eine quantitative Aussage zu treffen.

Gleiß [9] simuliert die reine Flüssigkeitsströmung in einer Dekantierzentrifuge. Er modelliert dabei die Gas-Flüssigkeit-Grenzfläche mithilfe einer Randbedingung, anstatt die Gasphase aufzulösen. Dies ermöglicht die Reduktion des Zweiphasensystems auf die reine Flüssigkeit. Zusätzlich rotiert die Flüssigkeit mit Starrkörperrotation. Gleiß verwendet weiterhin seine Strömungssimulationen, um mit numerischen Verweilzeituntersuchungen die Verweilzeitverteilung in Abhängigkeit der

Rotationsgeschwindigkeit und des Volumenstroms in der Dekantierzentrifuge zu ermitteln. Es zeigt sich, dass das numerisch vorhergesagte und das experimentell ermittelte Verweilzeitverhalten sehr gut übereinstimmen.

Zhu et al. [137] untersuchen dagegen die Feststoffverteilung in einer Dekantierzentrifuge mittels einer stationären Strömungsberechnung mit dem Euler/Euler-Verfahren. Sie approximieren dabei den konischen Teil durch einen stufenförmigen Kanal. Es ergeben sich jedoch Bereiche mit unerwartet hohen Feststoffvolumenanteile beim Auslass von $\alpha_p > 0.85$. Auch Romani et al. [8] simulieren den Sedimentaufbau in einer Vollmantelzentrifuge. Dafür verwenden sie einen CFD-DEM-Ansatz. Dies ermöglicht eine detaillierte Untersuchung der Partikelbewegung und der Ausbildung eines Sediments. Der Nachteil dieser Methode ist der hohe Rechenaufwand bei steigender Partikelanzahl. So können Romani et al. nur die Bewegung von maximal 64000 Partikeln mit einem Durchmesser von $d_p = 200 \mu\text{m}$ numerisch darstellen.

5 Verwendete Materialien

In diesem Kapitel erfolgt die Vorstellung der für die experimentellen Untersuchungen eingesetzten partikulären Stoffsysteme. Um ein möglichst breites Spektrum an Fließverhalten abzubilden, wird eine Auswahl an Partikelsystemen in der vorliegenden Arbeit untersucht. Kalkstein bildet das gewählte Modellsystem für anorganische Stoffsysteme. Partikuläres PVC dient als Modellsystem für ein inkompressibles Haufwerk. Lysozymkristalle und Hefezellen bilden die Stoffklasse für kristalline Produkte und deformierbare Partikel ab.

5.1 Kalkstein

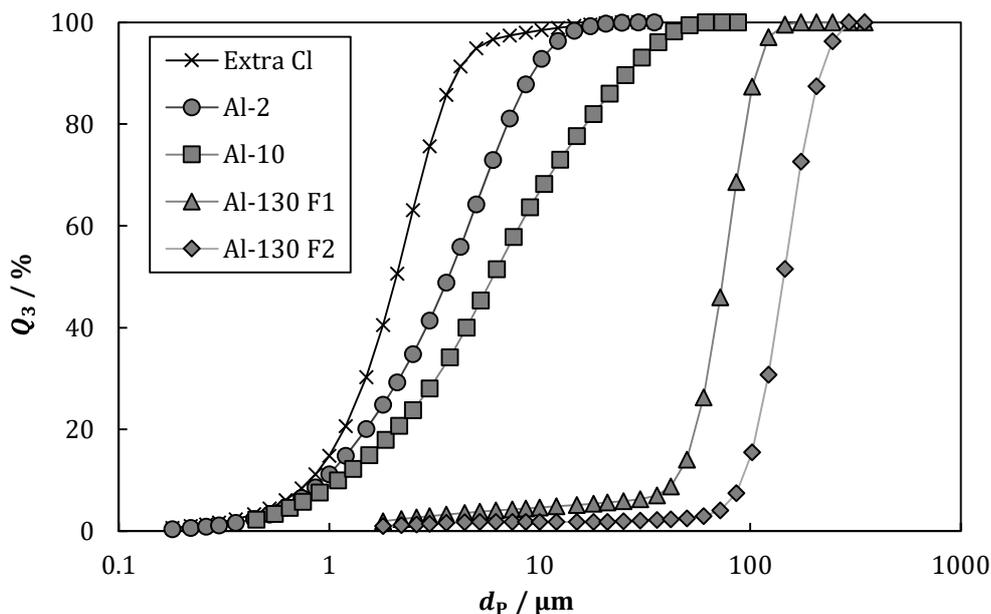


Abbildung 5.1: Partikelgrößenverteilungen der untersuchten Kalksteinpartikeln

Der in dieser Arbeit verwendete partikuläre Kalkstein besitzt den übergeordneten Markennamen OmyaCarb der Firma Omya AG. Es kommen insgesamt fünf Kalksteinsysteme mit voneinander abweichender Korngröße zum Einsatz: Extra Cl, Al-2, Al-10, Al-130 F1 und Al-130 F2. Die Bezeichnung Cl und Al stehen für das jeweilige Abbaugebiet des Kalksteins. Verunreinigungen des Kalksteins, welche das Materialverhalten

beeinflussen, können von Abbaugbiet zu Abbaugbiet variieren. Die zu den Stoffsystemen dazugehörigen Partikelgrößenverteilung sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Produkte weisen mittlere Partikeldurchmesser im Bereich von $d_{P,50,3} = 2.08 \mu\text{m}$ (Extra Cl) bis zu $d_{P,50,3} = 172 \mu\text{m}$ (Al-130 F2) auf. Die Ermittlung der Verteilungen erfolgte mit dem Partikelmesstechniksystem HELOS der Fa. Sympatec mittels Laserbeugung. Dabei wurde für OmyaCarb Extra Cl der Nassdispergier Quixel und für die anderen Kalksteine der Trockendispergierer Rodos verwendet. Die beiden Größenfraktionen F1 und F2 von Al-130 wurden durch mehrmaliges Luftstrahl- und Trockensieben erzeugt. Die verwendeten Kalksteinpartikel haben eine Dichte von $\rho = 2700 \text{ kg m}^{-3}$.

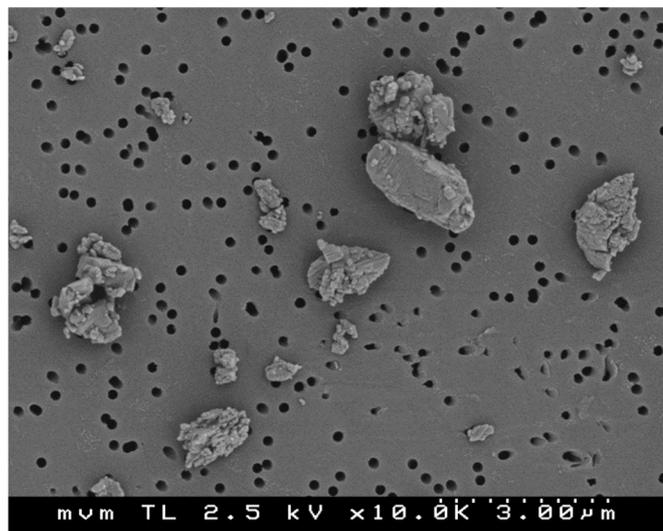


Abbildung 5.2: REM-Aufnahme von OmyaCarb Extra Cl

Abbildung 5.2 zeigt eine Aufnahme von OmyaCarb Extra Cl mit einem Rasterelektronenmikroskop (REM). Da die partikulären Kalksteine durch Mahlen erzeugt wurden, besitzen die Partikel eine zerklüftete Oberfläche und weichen von der idealen Kugelform ab. Zur Suspensionsherstellung wurde der Kalkstein in vollentsalztes Wasser (VE-Wasser) mittels eines handelsüblichen Propellerrührers dispergiert. Kalkstein löst sich minimal in Wasser. Daher erfolgte die Herstellung der Kalksteinsuspensionen am Vortrag der Versuche, um zu gewährleisten, dass sich die Proben bei den Versuchen im chemischen Gleichgewicht befinden. Es stellt sich dabei ein pH -Wert von $pH = 12$ ein.

5.2 Polyvinylchlorid

Als Modellpartikelsystem für die Bildung inkompressibler Haufwerke wird partikuläres Polyvinylchlorid (PVC) der Fa. Vinnolit verwendet. In Abbildung 5.3 sind die Partikelgrößenverteilung a) und eine REM-Aufnahme von PVC S3160 b) dargestellt. Das verwendete PVC weist eine enge Größenverteilung mit einer mittleren Korngröße von $d_{p,50,3} = 138.3 \mu\text{m}$ auf und besitzt eine Dichte von $\rho = 1400 \text{ kg m}^{-3}$. In der REM-Aufnahme ist die Form der Partikel gut zu erkennen. Die Form des PVC ist näher an der Kugelform als der verwendete Kalkstein (vgl. Abbildung 5.2). Jedoch weisen auch diese Partikel eine raue Oberfläche aufgrund des Herstellungsverfahrens durch Emulsionspolymerisation auf. Die Herstellung der Suspensionen erfolgte durch Dispergierung des Stoffsystems mittels eines Propellerrührers in VE-Wasser.

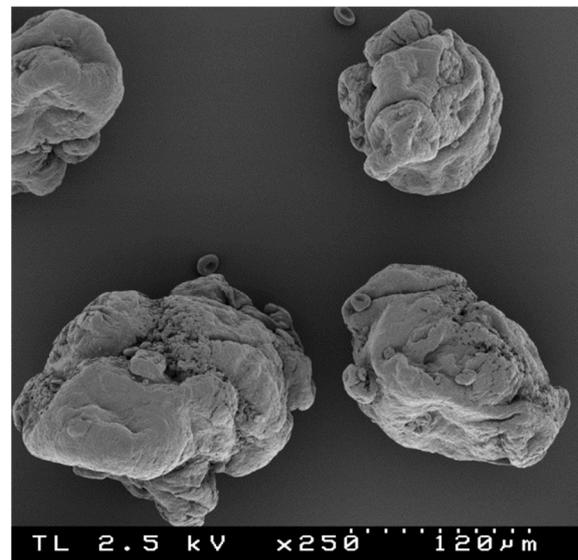
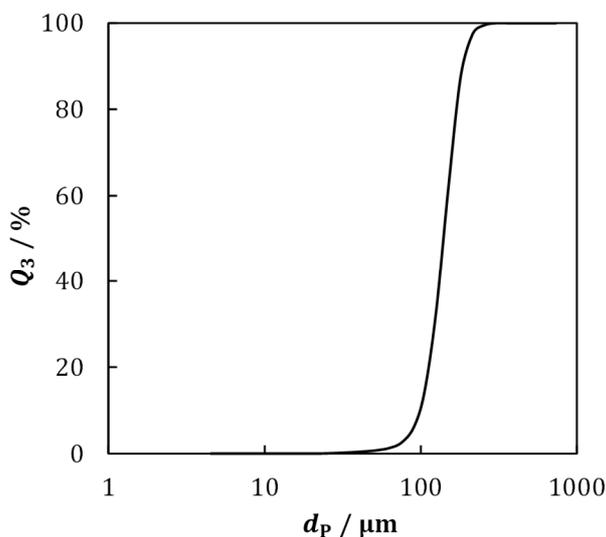


Abbildung 5.3: Partikelgrößenverteilung a) und REM-Aufnahme b) von PVC S 3160 der Fa. Vinnolit

5.3 Lysozymkristalle

Lysozym ist ein dem Immunsystem zugehöriges Enzym, welches industriell in großen Mengen aus Hühnereiweiß gewonnen wird. Es gehört zu den am besten charakterisierten Proteinen und dient daher häufig als Modellsubstanz. In der vorliegenden Arbeit dient Lysozym in kristalliner Form in gesättigter Mutterlösung als Stoffsystem für organische kristalline Produkte. Lysozymkristalle weisen eine geringe Härte und ein geringes Elastizitätsmodul auf [138]. Die Herstellung der Kristalle erfolgt durch eine Verdrängungskristallisation mit NaCl bei 20 °C in einem Essigsäurepuffer. Dafür werden 50 g l⁻¹ Lysozym in einem Niedrigsalzpuffer bei $pH = 4$ gelöst. Die titrationsweise

Vermischung mit einem Hochsalzpuffer mit $80 \text{ g l}^{-1} \text{ NaCl}$ bei $pH = 4$, führt zu den Kristallisationsbedingungen bei einer Lysozymkonzentration $c_{\text{Lys}} = 25 \text{ g l}^{-1}$ und Salzkonzentration $c_{\text{NaCl}} = 40 \text{ g l}^{-1}$. Die so erzeugten Kristalle haben eine orthorhombische Form, siehe Abbildung 5.4 b). In a) ist die Partikelgrößenverteilung dargestellt. Die mittlere Korngröße der Kristalle beträgt $d_{p,50,3} = 50.8 \mu\text{m}$. Die Bestimmung der PGV erfolgte mit HELOS der Fa. Sympatec mit dem Nassdispersier Quixel.

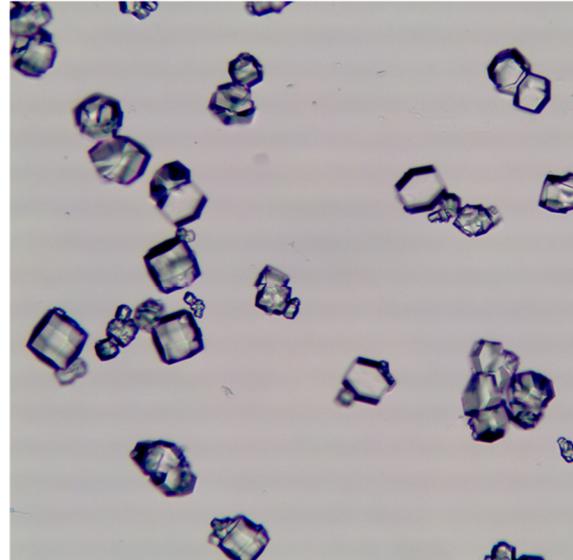
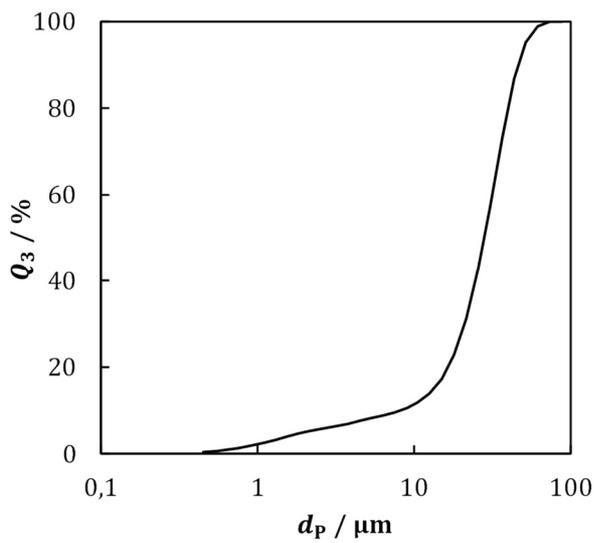


Abbildung 5.4: Partikelgrößenverteilung a) und REM-Aufnahme b) von kristallinem Lysozym.

5.4 Hefe

Hefe stellt aufgrund der kostengünstigen Beschaffung und Herstellung ein Modellsystem für biologische Partikel dar. Hefe gehört zu den einzelligen Pilzen. In dieser Arbeit wird die handelsübliche Bäckerhefe, *Saccharomyces cerevisiae*, in Form von Frischhefe verwendet. Bäckerhefe besitzt eine feste Zellwand. Abbildung 5.5 zeigt eine REM-Aufnahme von drei Hefezellen. Hierbei ist die für Bäckerhefe typische elliptische Zellform gut zu erkennen. Der maximale Partikeldurchmesser beträgt $d_{p,\text{max}} \approx 12 \mu\text{m}$. Das Verhältnis zwischen minimalen und maximalen Durchmesser bei jeder Zelle kann variieren. Für die verwendeten Suspensionen wurde die Frischhefe in VE-Wasser redispersiert. Die Durchführung eines jeden Versuchs mit Hefe erfolgte mit einer frisch angesetzt Suspension.

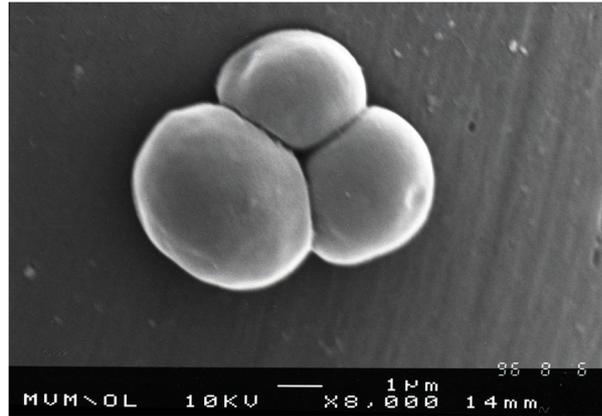


Abbildung 5.5: REM-Aufnahme von 3 Hefezellen

6 Methode zur numerischen Simulation des Trennprozesses in Vollmantelzentrifugen¹

Die Strömungsbedingungen, erzeugt durch die Rotation und Durchströmung einer Zentrifuge, führen zu einer beschleunigten Phasentrennung unter der Ausbildung des Sediments. Das Sediment wiederum beeinflusst die Strömung und somit das Trennergebnis. Gleichzeitig verhindert die notwendige Bauweise der Zentrifugen das direkte Beobachten der Vorgänge im Verfahrensraum. Daher basiert die Auslegung von Vollmantelzentrifugen in der Regel auf vereinfachten Modellen, welche den Einfluss des Sediments vernachlässigen. Deswegen stellt die Vorhersage des Trennprozesses noch immer eine Herausforderung dar. Eine Alternative zu diesen empirischen Modellen sind numerische Strömungssimulationen. Um brauchbare Ergebnisse zu erzielen, bedarf es allerdings Langzeitsimulationen des gesamten Trennprozesses unter Berücksichtigung sämtlicher relevanter Vorgänge. Die numerischen Standardverfahren für partikuläre Mehrphasenströmungen eignen sich nicht für solche Langzeitsimulationen aufgrund ihres deutlich zu hohen Rechenzeitbedarfs [8].

Dieses Kapitel beschreibt einen neuen Weg, den Separationsprozess in Vollmantelzentrifugen am Beispiel einer Röhrenzentrifuge auf der Maschinenebene mittels numerischen Strömungssimulationen abzubilden. Zu Beginn des Kapitels erfolgt die detaillierte Diskussion des Aufbaus der Simulationemethode mit den verwendeten Modellen und Annahmen, gefolgt von der Darstellung der Rechengometrien sowie der Rand- und Anfangswertbedingungen. Zum Schluss des Kapitels wird die entwickelte

¹ Inhalte dieses Kapitels sind in den folgenden Referenzen veröffentlicht und mit der Erlaubnis der Fachzeitschriften *Chemical Engineering and Technology* und *Separation and Purification* für diese Dissertation angepasst:

Hammerich, S., Gleiss, M., Kespe, M., und Nirschl, H., „An Efficient Numerical Approach for Transient Simulation of Multiphase Flow Behavior in Centrifuges“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 41, Nr. 1, S. 44–50, (2018).

Hammerich, S., Gleiss, M., Stickland, A. D., und Nirschl, H., „A computationally-efficient method for modelling the transient consolidation behavior of saturated compressive particulate networks“, *Sep. Purif. Technol.*, Bd. 220, S. 222–230, (2019).

Simulationsmethode mittels numerischer Funktionalitätsstudien auf die Tauglichkeit zur Beschreibung des Trennprozesses untersucht.

6.1 Aufbau der Simulationemethode

6.1.1 Abzubildende Vorgänge während des Trennprozesses

Zentrifugen dienen zur Trennung von dispersen Mehrphasensystemen. Aufgrund des rotierenden Systems wirkt in der Zentrifuge ein Vielfaches der Erdbeschleunigung, was zu einer beschleunigten Phasentrennung bei einem bestehenden Dichteunterschied der eingebrachten Stoffsysteme führt.

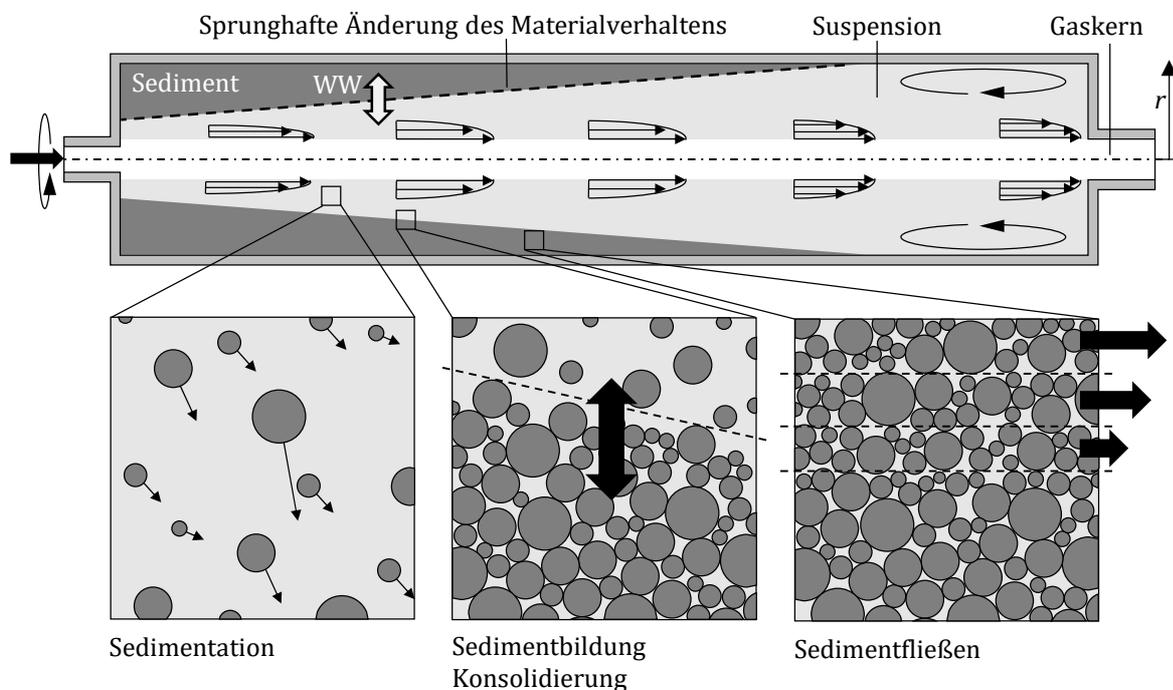


Abbildung 6.1: Wechselwirkungen (WW) und physikalische Vorgänge beim Trennprozess in Röhrenzentrifugen

Die für die numerische Vorhersage des Trennprozesses wichtigsten Wechselwirkungen (WW) und physikalischen Vorgänge sind in Abbildung 6.1 zusammengefasst. Die Strömungsbedingungen innerhalb des Zentrifugenrotors, dem Verfahrensraum einer Zentrifuge, bestimmen das Separationsergebnis. Es ergeben sich darin Bereiche unterschiedlicher Feststoffkonzentration von stark verdünnter oder geklärter Suspension (in hellgrau) bis hin zu einem hochkonzentrierten Sediment (dunkelgrau). Das sich im

Laufe des Trennprozess bildende und anwachsende Sediment beeinflusst die Strömung, was in zeitlich ändernden Strömungsbedingungen resultiert. Gleichzeitig wird die Sedimentverteilung von der Sinkgeschwindigkeit der Partikel, dem Materialverhalten des Sediments und von den Strömungsbedingungen bestimmt. So ergibt sich ein System aus gekoppelten und sich gegenseitig beeinflussenden trenntechnischen Vorgängen.

Eine weitere Schwierigkeit bei der numerischen Beschreibung der Konzentrationsverteilung des Feststoffs ist durch den Übergang von Suspension zum Sediment und durch die Partikelbewegung innerhalb des Sediments gegeben. An der Grenze zwischen Sediment und Suspension kommt es zu einer sprunghaften Änderung des Materialverhaltens aufgrund der Partikelkontakte im Sediment. Die Partikelbewegung im Bereich der Suspension kommt vornehmlich durch die Sedimentationsgeschwindigkeit der Partikel und durch den Transport infolge der Strömung zustande. Im Sediment hingegen dominieren die Kompression und das Sedimentfließen. Das Sedimentfließen beschreibt in der vorliegenden Arbeit allgemein die Bewegung abgeschiedener Partikel in axialer und tangentialer Richtung durch die darauf wirkenden Kräfte, unabhängig der vorliegenden Bewegungsform. Durch am Übergang zwischen Suspension und Sediment angreifende Scherkräfte ist auch das Redispergieren abgeschiedener Partikel möglich. Die Partikelgrößenverteilung des in die Zentrifuge eingebrachten Partikelkollektivs führt zu einer Sinkgeschwindigkeitsverteilung in radialer Richtung. Gleichzeitig ist der Sedimentation die Fluidströmung überlagert. Das Ergebnis ist eine Klassierung der Partikel innerhalb der Zentrifuge und daher ein Gradient in der Zusammensetzung des Sediments. Folglich ist der Trennprozess in einer Röhrenzentrifuge ein dynamischer Vorgang, bei welchem sich durch die Wechselwirkung zwischen Sediment und Strömung ständig das Prozessverhalten verändert. Dementsprechend ist es nicht ausreichend nur kleine räumliche oder zeitliche Ausschnitte des Trennvorgangs zu betrachten, sondern es ist erforderlich, den Prozess auf der Maschinenebene abzubilden, vgl. Abb. 1.1.

6.1.2 Grundprinzip der Simulationemethode

Die numerischen Standardmethoden für disperse Mehrphasenströmungen, Euler/Euler- und Euler/Lagrange-Verfahren, sind für die Durchführung von Langzeitsimulationen von einigen Minuten für den gesamten Verfahrensraums bei Berücksichtigung der im Kapitel 6.1.1 diskutierten Vorgänge nicht geeignet.

Beim Euler/Lagrange-Verfahren wird die disperse Phase als Lagrange-Partikel oder Partikelpakete dargestellt. Somit besitzt das Verfahren einen hohen Detaillierungsgrad bei der Vorhersage der Partikelbewegung. Selbst in einer Zentrifuge im Labormaßstab

befinden sich jedoch schnell über 10^{14} Partikel im Verfahrensraum. Die hohe Partikelanzahl und die Partikelkontakte im Sediment erfordern eine rechenzeitaufwendige Vier-Wege-Kopplung zur Abbildung der Partikel-Partikel- und Partikel-Fluid-Wechselwirkungen [8]. Das führt zu einem sehr starken Anstieg der Rechenzeit, was das Verfahren für Langzeitsimulationen des Trennprozesses unbrauchbar macht.

Das Euler/Euler-Verfahren ermöglicht die Simulation von Mehrphasensystemen mit einer hohen Feststoffkonzentration, beziehungsweise großer Partikelanzahl. Die einzelnen Phasen werden volumengemittelt betrachtet. Hierfür erfolgt das Lösen der vollständigen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie für jede einzelne Phase. Bei der Simulation polydisperser Partikelsysteme gilt dabei jede berücksichtigte Partikelklasse als eine eigene Phase. Dies führt zu einem sehr großen Rechenaufwand durch das zeitaufwendige Lösen der vielen Erhaltungsgleichungen und zu numerischen Instabilitäten infolge der als Quellterme berücksichtigten Wechselwirkungskräfte.

Deshalb adaptiert die in der vorliegenden Arbeit entwickelte Simulationsmethode den „Fast-Eulerian Approach“ von Ferry und Balachandar [139]. Dieser wurde in der chemischen Verfahrenstechnik zur Simulation der Bewegung von gelösten Stoffen in Fluidströmungen entwickelt. Dieser Ansatz beschreibt die Bewegung eines gelösten Stoffs über eine volumengemittelte Transportgleichung. Die Adaption dieses Ansatzes auf den Feststofftransport in Vollmantelzentrifugen erlaubt die Beschreibung des physikalischen Verhaltens ausgehend von einigen Vereinfachungen. Die Simulationsmethode fasst das Zweiphasensystem aus Partikel und Flüssigkeit zu einer einzigen inkompressiblen Phase zusammen, welche in der vorliegenden Arbeit aus Gründen der Klarheit von hier an als Mischphase bezeichnet wird [140]. Gleichzeitig wird die Simulationsgeometrie in Bereiche unterteilt, in denen sich das physikalische Verhalten aufgrund der Konzentration der Partikeln deutlich unterscheidet. Das ermöglicht die Verwendung bereichsweiser definierter Funktionen zur Modellierung des Materialverhaltens der Suspension und des Sediments. Das Ziel ist die Vereinfachung des zu betrachtenden Systems bei gleichzeitiger minimaler Detailreduktion, um Langzeitsimulationen ausgehend von einem CFD-Modell für Röhrenzentrifugen durchzuführen. Die Berechnung des Geschwindigkeit- und Druckfeldes für die Mischphase erfolgt durch das Lösen der Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \vec{u}_M = 0 \quad (6.1)$$

und der um die Zentrifugalkraft und Corioliskraft erweiterte Erhaltungsgleichung für den Impuls

$$\frac{\partial \vec{u}_M}{\partial t} + (\vec{u}_M \cdot \nabla) \vec{u}_M = -\nabla \bar{p} + \nu_M \cdot \nabla^2 \vec{u}_M - 2\vec{\omega} \times \vec{u}_M - \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (6.2)$$

\vec{u}_M stellt dabei die Relativgeschwindigkeit der Mischphase im rotierenden System dar. Anschließend erfolgt die Abbildung des Feststofftransports über das Lösen von separaten Transportgleichungen für den Feststoffvolumenanteil α_p , siehe Kap. 6.1.6, was in einer Reduktion der Rechenzeit im Vergleich zum Lösen der Erhaltungsgleichungen für jede Partikelklasse resultiert.

Die disperse Phase geht nicht direkt, sondern nur über die Modellgleichungen zur Beschreibung des Fließverhaltens der Suspension und Sediments mittels der kinematischen Viskosität der Mischphase ν_M in die Erhaltungsgleichungen ein, siehe Kap. 6.1.7. Allgemein erfolgt die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen der partikulären und der flüssigen Phase über das Fließverhalten. Dadurch entfällt die Erweiterung der Erhaltungsgleichung für den Impuls mit Quelltermen, um den Impulsaustausch zwischen den Phasen zu berücksichtigen.

Die Grundlage, um das sich unterscheidende Fließverhalten von Suspension und Sediment für die Mischphase zu berücksichtigen, stellt eine Bereichsunterteilung der Geometrie dar. Diese ermöglicht die Unterteilung des Strömungsfelds in die Bereiche der Suspension, des Sediments und der Sedimentgrenze, was in Kapitel 6.1.3 näher erläutert ist. Das erlaubt die Verwendung von bereichsweisen definierten Funktionen zur Berechnung der Viskosität der Mischphase.

Die Wechselwirkungen innerhalb der partikulären Phase fließen dabei in die Modelle für die Sedimentation, der Kompressibilität und dem Fließverhalten ein. Ein rigoroses Modell zur Regulierung der Packungsdichte im Sediment und der maximalen Packungsdichte der dispersen Phase kommt im entwickelten Kompressionsmodell zur Anwendung [141], siehe Kap. 6.1.9. Um zusätzlich die Rechenzeit zu reduzieren, wird in der Methode von quasi-stationären Strömungsbedingungen und dem Prinzip der Strömungsähnlichkeit ausgegangen, siehe Kapitel 6.1.4 und 6.1.5.

Die entwickelte Methode stellt somit einen Kompromiss zwischen dem Detaillierungsgrad der numerischen Vorhersage und dem Rechenzeitbedarf dar, um die notwendigen Langzeitsimulationen mit Berücksichtigung sämtlicher Vorgänge in einer angemessenen Rechenzeit durchführen zu können.

Die Simulationemethode ist in das Open Source Softwarepaket OpenFOAM® Version 2.4.x eingebettet. OpenFOAM ist eine auf C++ basierende Simulationsplattform zur numerischen Lösung von kontinuumsmechanischen Strömungsproblemen. Die Grundlage der Simulationemethode bildet der Standardsolver „SRFPimpleFOAM“. Er ist ein Solver zum Berechnen von inkompressiblen, instationären und rotierenden Strömungen. Wie der Name besagt, verwendet der Solver das SRF-Prinzip (Single Rotating Frame) für die Modellierung der Rotationsbewegung und benutzt zum Lösen der Erhaltungsgleichungen den PIMPLE-Algorithmus, siehe Kap. 4.2. Sämtliche für diese

Arbeit notwendigen Erweiterungen zur Abbildung des Trennprozesses sind in der Simulationsmethode von der Berechnung des Strömungsfelds und des Drucks entkoppelt. Die Kopplungsgrößen der Partikelbewegung während des Trennvorgangs und dem Standardsolver für die Erhaltungsgleichungen stellen das Geschwindigkeitsfeld $\vec{u}_M(\vec{x})$ und die Viskosität $\nu_M(\alpha_P(\vec{x}))$ der Mischphase dar, was schematisch in Abbildung 6.2 dargestellt ist. Der Algorithmus zum Lösen der Erhaltungsgleichungen der Mischphase und die Modellierung der Rotationsbewegung bleiben dabei unverändert.

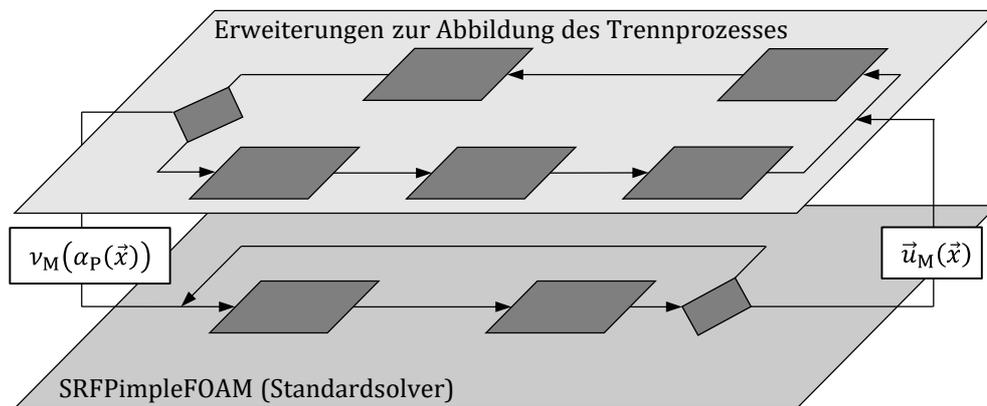


Abbildung 6.2: Schichtenaufbau der Simulationsmethode mit der schematischen Darstellung der Verknüpfung des Standardsolvers SRFPimpleFOAM mit den Erweiterungen zur Abbildung des Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge

Der Algorithmus der Simulationsmethode ist schematisch in Abb. 6.3 dargestellt und unterteilt sich in die drei Bereiche:

- Vorbereitung,
- Erhaltungsgleichungen,
- Partikelbewegung.

Die Vorbereitung unterteilt sich in die Schritte der Vorsortierung und der Bereichserkennung. Die Durchführung der Vorbereitung ist vor jeder Simulation erforderlich. Anschließend erfolgt der Start der Simulation des Trennprozesses mit dem Lösen der Erhaltungsgleichungen. Das Lösen der Erhaltungsgleichungen ist durch die Annahme quasi-stationärer Strömungsbedingungen von der Berechnung der Partikelbewegung, welche aus dem Feststofftransport und Kompressionsmodell besteht, entkoppelt. Dabei ist t_0 der Ausgangszeitpunkt. t_{Help} und Δt_P sind Hilfsgrößen zur Realisierung der quasi-stationären Strömungsbedingungen. Darauf folgt die Berechnung des Feststofftransports anhand von Transportgleichungen und der Partikelbewegung im

Sediment durch kompressibles Materialverhalten. Im Anschluss an die Berechnung des Verdichtungszustands des Sediments mithilfe des Kompressionsmodells muss eine erneute Bereichserkennung erfolgen, da sich die Sedimentverteilung zu jedem Zeitpunkt ändern kann. Die Berechnung der Partikelbewegung wird für das vorgegebene Zeitintervall Δt_p durchgeführt. Beim Überschreiten des Zeitintervalls erfolgt die Aktualisierung der Strömung durch das erneute Lösen der Erhaltungsgleichungen. Eine detaillierte Erläuterung der einzelnen Schritte folgt in den folgenden Kapiteln.

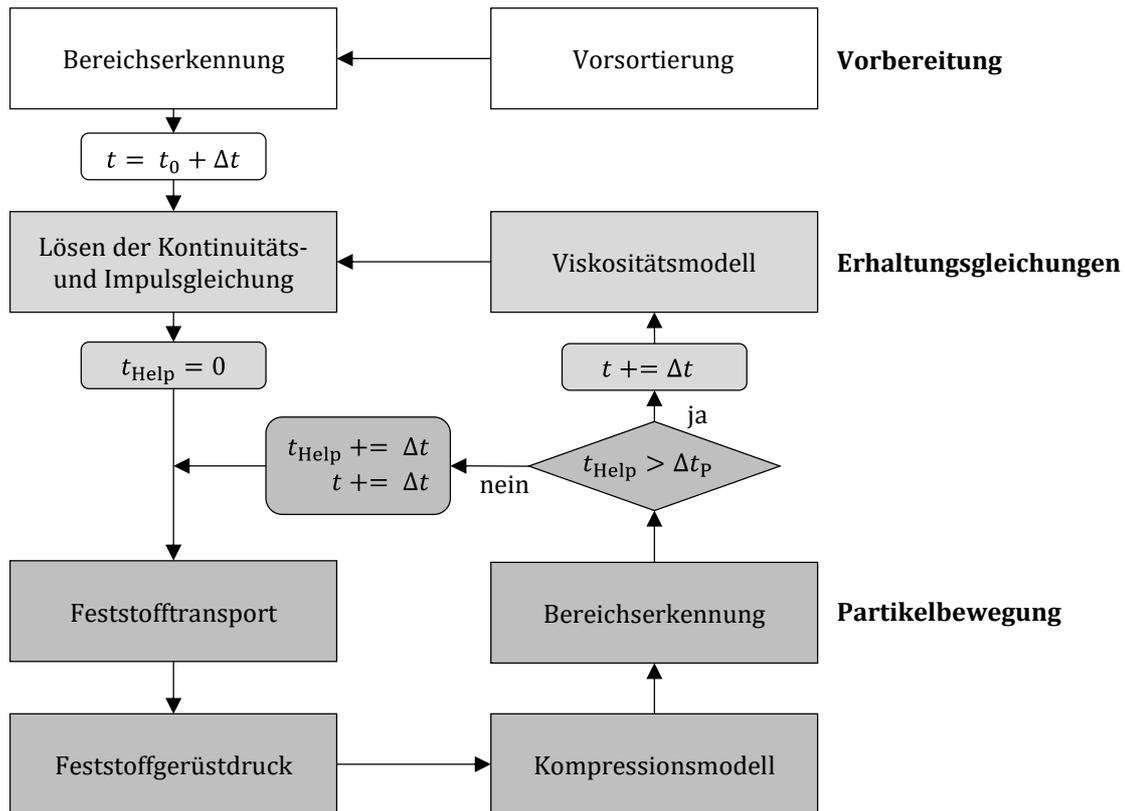


Abbildung 6.3: Schematischer Aufbau des Algorithmus der Simulationemethode

6.1.3 Vorsortierung und Bereichserkennung

Der Aufbau von OpenFOAM erlaubt das effiziente Lösen von Matrizen. In der entwickelten Simulationemethode erfolgen einige räumlich gerichtete Rechenoperationen. Diese lassen sich nicht direkt durch Matrizenoperationen beschreiben, sondern erfordern die elementweise Berechnung der Feldgrößen innerhalb der Matrizen durch die Verwendung von internen Schleifen. Die beiden Schritte der Vorbereitung, die Vorsortierung und die Bereichserkennung, beschleunigen diese an sich im Vergleich zu Matrixoperationen ineffizienten Rechenschritte.

Vorsortierung

OpenFOAM speichert die Position der Rechenzellen in einer einspaltigen Liste ab. Jede Position in dieser Liste entspricht einer Position im Raum. Die vorher definierten Raumrichtungen in einem kartesischen System bestimmen dabei die Zellposition in dieser Liste. Durch die Zentrifugalkraft resultiert die vorherrschende Richtung der physikalischen Vorgänge in radialer Richtung. Diese Richtung fällt in der Regel nicht mit der ursprünglichen Sortierung des Rechengitters zusammen. Daher benötigt die Anwendung von Schleifen-Operationen in radialer Richtung durch die Suche der radialen Nachbarzellen viel Rechenzeit. Um dies zu beschleunigen, wird eine eigene zweispaltige Liste bzw. Matrix mit der Sortierung der Zellen in radialer Richtung erstellt. Der Vorgang ist schematisch in Abbildung 6.4 gezeigt. Hier ist ein Ausschnitt aus einem Rechengitter bestehend aus 16 Rechenzellen dargestellt. Die Zahlen entsprechen der Position in der einspaltigen Liste bzw. der Position nach der Sortierung.

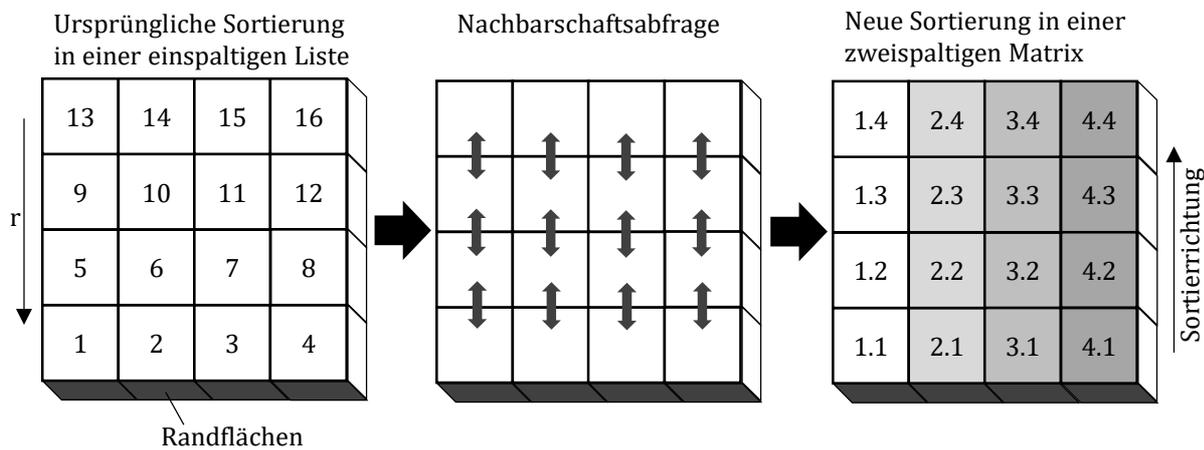


Abbildung 6.4: Schematisches Vorgehen bei der Vorsortierung des Gitters zur Beschleunigung der Rechenoperationen in radialer Richtung. Die Zahlen geben die Position in der einspaltigen Liste bzw. zweispaltigen Matrix an.

Als Grundlage der Vorsortierung dient ein strukturiertes Gitter basierend auf möglichst kubischen Gitterzellen. Die Zuordnung der Außenflächen der Randzellen zu einem definierten Rand („Patch“) erfolgt in OpenFOAM durch eine weitere Liste. Dadurch erhält man separaten Zugriff auf alle Randflächen und die dazugehörigen Randzellen. Die Zuweisung der Zellen bei der Sortierung basiert auf den Randzellen an der Rotorinnenwand. Zellen mit der gleichen Ausdehnung in tangentialer und axialer Raumrichtung werden in eine temporäre Liste zusammengefasst und entgegen der radialen Richtung gereiht. Zum Schluss werden sämtliche temporäre Listen in eine Matrix M zusammengefasst. Die Randzellen der Rotorinnenwand stehen in der ersten Spalte.

Die einzelnen temporären Listen entsprechen somit jeweils einer Zeile der Matrix M mit

$$M = \begin{pmatrix} ZP_{1,r_n} & ZP_{1,r_{n-1}} & \cdots & ZP_{1,r_1} \\ ZP_{2,r_n} & ZP_{2,r_{n-1}} & \cdots & ZP_{2,r_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ZP_{j,r_n} & ZP_{j,r_{n-1}} & \cdots & ZP_{j,r_1} \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Hier ist $ZP_{j,i}$ die Position der Zellen in der ursprünglichen Gittersortierung. Die Anzahl der Zeilen entspricht somit der Anzahl der Randzellen j und die Anzahl der Spalten der Anzahl der Zellen in radialer Richtung r_n . Durch die in Gl. (6.3) dargestellte Matrix erhält man direkten Zugriff auf die Nachbarzellen in radialer Richtung.

Bereichserkennung

Die zugrundeliegende Methode unterscheidet die Teilgebiete der Suspension, des Sediments und der Sedimentgrenze. Diese Zuordnung erleichtert die Modellierung des Materialverhaltens von Suspension und Sediment. Der Schritt der Bereichserkennung dient zur Optimierung der Zuordnung der Teilgebiete. Der Grund für die Unterteilung in nicht nur in zwei (Sediment und Suspension) sondern in drei Bereiche ist in Abbildung 6.5 skizziert.

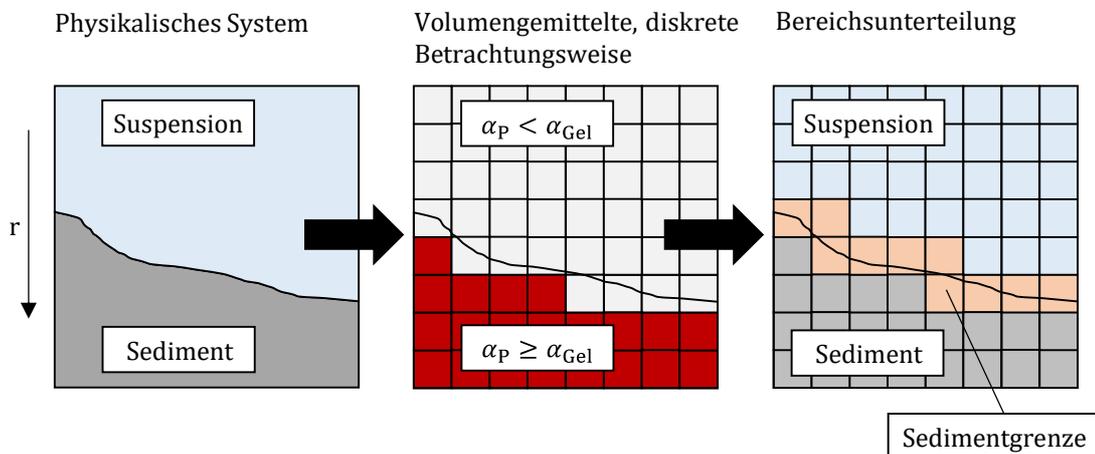


Abbildung 6.5: Vorgehen bei der Unterteilung des Rechengitters in die drei Zonen: Sediment, Suspension und Sedimentgrenze

Der kritische Wert zur Unterscheidung des Sediments von der Suspension stellt der Gelpunkt dar, siehe Kap. 2.2. Die volumengemittelte Handhabung der dispersen Phase führt zu einem Verwischen der Grenze zwischen Suspension und Sediment. In den Rechenzellen, in welchen der Übergang von Suspension zu Sediment stattfindet, unterteilt

sich der vorliegende Feststoffvolumenanteil sowohl auf das Sediment ($\alpha_P \geq \alpha_{Gel}$) und auf die Suspension ($\alpha_P < \alpha_{Gel}$). Da in dem Randbereich des Sediments der Feststoffgedr uck sehr gering ausfällt, ist davon auszugehen, dass somit der Feststoffvolumenanteil in diesen Zellen niedriger als der Gelpunkt ist, obwohl sich eigentlich in den Zellen auch Sediment befindet. Daher würden die Randzellen fälschlicherweise der Suspension zugeordnet werden. Um dies zu verhindern, erfolgt die Zuweisung dieser Rechenzellen zum dritten Bereich, der Sedimentgrenze. Zur Bereichserkennung der Sedimentgrenze dient der Feststoffvolumenanteil der Nachbarzellen in radialer Richtung.

Weist die Nachbarzelle in radialer Richtung einen Feststoffvolumenanteil von $\alpha_{P,r+1} \geq \alpha_{Gel}$ und die Nachbarzelle entgegen der radialen Richtung einen Feststoffvolumenanteil von $\alpha_{P,r-1} < \alpha_{Gel}$ auf, erfolgt die Zuweisung der Zelle zum Gebiet der Sedimentgrenze. Die Rechenzellen, welche sich an einem kleineren Radius als die Sedimentgrenze befinden, werden der Suspension zugeordnet und bei einem größeren Radius dem Sediment. Diese Einteilung ermöglicht die Anwendung eigener Modelle für den Übergangsbereich von Sediment und Suspension. Für die Anwendung der Modelle und die Auswertung der Simulationsergebnisse werden in dieser Arbeit vereinfachend sämtliche Partikel in der Sedimentgrenze dem Sediment zugewiesen. Die Bestimmung der Sedimentoberfläche erfolgt durch lineare Interpolation mit dem auf den Gelpunkt bezogenen Feststoffvolumenanteil und der radialen Ausdehnung der Rechenzelle.

Zur Minimierung des Rechenzeitaufwands für die Bereichserkennung erfolgt zuerst die Abfrage, ob sich Feststoff in den Randzellen an der Rotorinnenwand befindet. Liegt kein Feststoff in den Zellen vor, kann sich auch in den Zellen in radialer Richtung kein Sediment befinden. Somit entfällt für diese Zellen die direkte Abfrage nach dem Feststoffvolumenanteil. Bei Randzellen, in welchen sich Partikel befinden, erfolgt die Abfrage des Feststoffvolumenanteils der radialen Nachbarzellen. Das Abbruchkriterium ist erreicht, wenn die Konzentration in der Nachbarzelle unterhalb des Gelpunkts ist. Die zu den einzelnen Bereichen zugehörigen Randzellen werden jeweils in einem eigenen Skalarfeld B_i gespeichert, welches wie folgt definiert ist:

$$B_i = [0,1]. \tag{6.4}$$

Bei $B_i=1$ gehört die Zelle zu dem Bereich i . Aufgrund des zeitlich anwachsenden Sediments erfolgt die Überprüfung der Ausdehnung der Bereiche für jeden Zeitschritt.

6.1.4 Quasi-stationäre Strömungsbedingungen

In Zentrifugen liegen schnell rotierende Strömungen vor. Aus den hohen Strömungsgeschwindigkeiten resultiert eine kleine Zeitschrittweite Δt , da ansonsten die Simulationen nicht konvergieren. Es hat sich im Rahmen dieser Arbeit gezeigt, dass für die Konvergenz der Simulationen rotierender Systeme trotz dem impliziten Lösen der Gleichungen eine Courant-Zahl $Co < 0.3$ gelten sollte. In Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit und des Rechengitters ergeben sich somit Zeitschrittweiten von $\Delta t \approx 10^{-4} - 10^{-6}$ s. Bei einer angenommenen Zeitschrittweite von $\Delta t = 10^{-5}$ und einem Rechenzeitbedarf von $t = 0.5$ s pro Zeitschritt zum Lösen der Erhaltungsgleichungen für eine einphasige Strömung führt bei einer Prozesszeit von $t = 1$ s zu einer Rechen-dauer von $t_R = 15$ h. Die Berücksichtigung der dispersen Phase führt zu einem weiteren Anstieg der benötigten Rechenzeit. Daher ist es für Langzeitsimulationen notwendig, die benötigte Rechenzeit drastisch zu reduzieren.

In Röhrenzentrifugen führt das sich bildende Sediment zu einer Veränderung der Strömungsbedingungen. Das Anwachsen des Sediments innerhalb eines Zeitschrittes fällt wegen der sehr kleinen Zeitschrittweite sehr gering aus. Es wird daher in der vorliegenden Arbeit angenommen, dass innerhalb eines Zeitintervalls $\Delta t_p > \Delta t$ die zeitliche Veränderung der Strömungsbedingungen während des Zeitintervalls vernachlässigbar klein ist. Das führt zu der Annahme quasi-stationärer Strömungsbedingungen innerhalb des Rotors, was erlaubt, die zeitliche Berechnung der Strömung und der Partikelbewegung voneinander zu entkoppeln. Möglich macht dies der PIMPLE-Algorithmus, welcher die Berechnung einer stationären Lösung für einen Zeitpunkt einer transienten Strömung erlaubt. Während des Zeitintervalls Δt_p erfolgt bei der entwickelten Simulationsmethode nur die Ausführung der Schritte der Partikelbewegung bei einem eingefrorenen Strömungsfeld, wie in Abbildung 6.3 schematisch gezeigt ist. Anschließend erfolgt die Berechnung eines neuen stationären Strömungsfeldes durch das Lösen der Erhaltungsgleichungen. Kritisch für diese Vorgehensweise ist die Länge des Zeitintervalls Δt_p .

In Abbildung 6.6 a) ist die relative Rechenzeit $t_{R,rel}$ und die Abweichung der Massenerhaltung Δm über Δt_p für den Trennprozess eines monodispersen Partikelsystems unter Bildung eines inkompressiblen Haufwerks bei einer Drehzahl von $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ dargestellt. Zur Bestimmung der relativen Rechenzeit $t_{R,rel}$ werden sämtliche Rechenzeiten auf die benötigte Rechenzeit bei $\Delta t_p = 0$ s bezogen. Die Zeitschrittweite bei den Simulationen beträgt $\Delta t = 1.1 \cdot 10^{-4}$ s. Bei $\Delta t_p > 0$ s erfolgt die Simulation von $t = 150$ s Prozesszeit. Bei $\Delta t_p = 0$ s führt der Rechenaufwand zum Lösen der Erhaltungsgleichungen für jeden Zeitschritt dazu, dass nur eine Prozesszeit von $t = 10$ s

simuliert werden konnte. Die Bestimmung des Rechenzeitbedarfs zum Vergleich mit den anderen Simulationen erfolgt daher durch lineare Extrapolation.

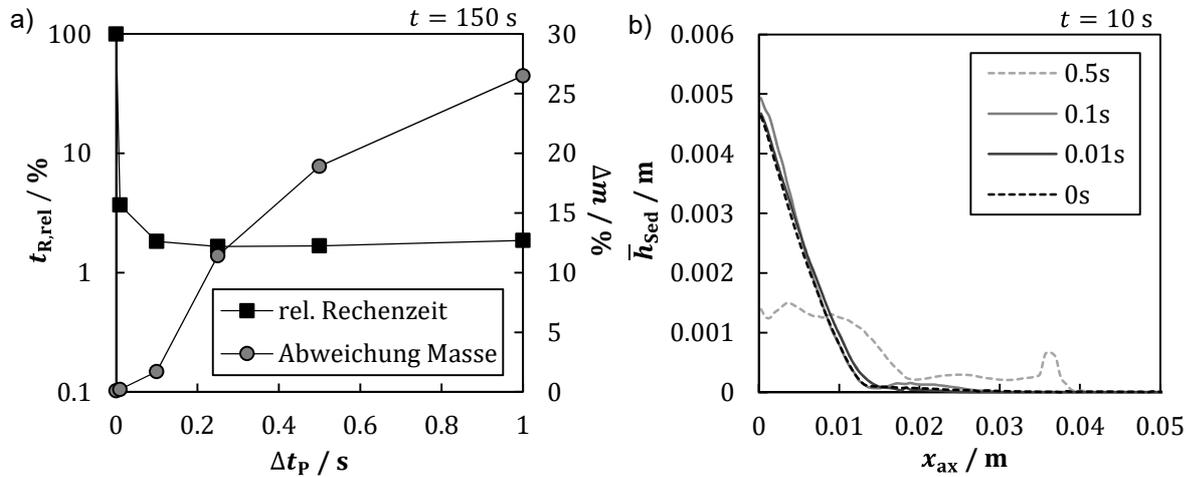


Abbildung 6.6: a) Relative Rechenzeit $t_{R,rel}$ und Abweichung in der Massenerhaltung in Abhängigkeit des Zeitintervalls Δt_p für eine Prozesszeit von $t = 150$ s; b) in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhen \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} bei $t = 10$ s in Abhängigkeit von Δt_p

Mit der Vergrößerung des Zeitintervalls Δt_p reduziert sich die benötigte Rechenzeit bis zum Erreichen eines Plateaus bei $\Delta t_p = 0.25$ s. Eine weitere Vergrößerung von Δt_p hat keine weitere Beschleunigung der Simulation zur Folge. Es fällt auf, dass schon bei kleinsten Werten von Δt_p eine drastische Rechenzeitreduktion stattfindet. So verkleinert sich bei $\Delta t_p = 0.01$ s die relative Rechenzeit auf $t_{R,rel} = 3.6$ %. Dies entspricht einem Beschleunigungsfaktor von etwa 26. Bei $\Delta t_p = 0.1$ s beschleunigen sich die Simulationen um einen Faktor von 55. Der Grund für die Verringerung der Rechenzeit liegt darin, dass das Lösen der Transportgleichungen für den Feststofftransport und der weiteren Modellgleichungen im Vergleich zum Lösen der Erhaltungsgleichungen für die Mischphase nur einen Bruchteil an Rechenzeit benötigt.

Das Lösen der Transportgleichungen für den Feststofftransport führt zu einer nicht vollständig konservativen Massenerhaltung der dispersen Phase. Es befindet sich bei $\Delta t_p = 0$ s etwa 0.1 % mehr Masse an Partikeln im Rotor im Vergleich zur theoretischen Berechnung. Durch die Annahme des quasi-stationären Strömungszustands kommt es in Abhängigkeit von der Dauer des Intervalls zu einer noch größeren nicht-physikalischen Feststoffakkumulation. So befindet sich für $\Delta t_p = 0.25$ s nach einer Prozesszeit von $t = 150$ s 11.4 % zu viel Feststoff in der Geometrie. Für kürzere Zeitintervalle ist die Abweichung der akkumulierten Feststoffmasse vom theoretischen Wert sehr gering und somit im akzeptablen Bereich für die numerische Vorhersage des Trennprozesses. So liegt bei $\Delta t_p = 0.1$ s nur 1.8 % zu viel Feststoffmasse vor. Bei

$\Delta t_p = 0.01$ s kommt es nur zu einer Verdoppelung der Abweichung der Feststoffmasse im Vergleich zu $\Delta t_p = 0$ s auf 0.2 % bei einer gleichzeitigen Verringerung der Rechenzeit um 96 %.

Neben der Massenerhaltung beeinflusst der quasi-stationäre Zustand der Strömung auch die Sedimentverteilung, siehe Abbildung 6.5 b). Hier ist die in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe \bar{h}_{sed} über der axialen Position x_{ax} in Abhängigkeit des Zeitintervalls Δt_p für $t = 10$ s Prozesszeit aufgetragen. Bis zu einem Wert von $\Delta t_p = 0.1$ s stimmt die Sedimentverteilung gut überein. Je kleiner Δt_p ist, umso besser ist die Übereinstimmung. Größere Werte für Δt_p führen zu einer starken Abweichung in der Sedimentverteilung, siehe $\Delta t_p = 0.5$ s.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Annahme der quasi-stationären Strömungsbedingungen unerlässlich für die Durchführung von Langzeitsimulationen ist, um den gesamten Trennprozess abbilden zu können. Für Werte von $\Delta t_p \leq 0.1$ s sind die Einflüsse auf das Simulationsergebnis vertretbar klein im Vergleich zum hohen Nutzen der reduzierten Rechenzeit. Daher ist für die in dieser Arbeit diskutierten Simulationen das Zeitintervall auf $\Delta t_p = 0.05$ s gesetzt.

6.1.5 Prinzip der Strömungsähnlichkeit

Die Anwendung der Ähnlichkeitstheorie ist ein bewährtes Mittel zum Vergleich von Strömungsvorgängen in der Verfahrenstechnik. Die Ähnlichkeitsbeziehungen beruhen in der Regel auf dimensionslosen Kennzahlen, wie der Reynoldszahl, und finden zum Beispiel Anwendung bei der Feinstrukturmodellierung bei LES-Turbulenzmodellen [142]. So führt eine geometrische Ähnlichkeit zweier Strömungskanäle zu einer mechanische Ähnlichkeit der Strömung bei gleicher Reynoldszahl im Stokes-Bereich [27]. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Annahme einer Ähnlichkeitsbeziehung, welche im Folgenden als Prinzip der Strömungsähnlichkeit bezeichnet wird. Das Prinzip der Strömungsähnlichkeit besagt, dass sich die Rotationsströmung in der untersuchten Geometrie bei Änderung der Drehzahl ähneln und somit ineinander überführbar sind. Es wird zusätzlich angenommen, dass die Radial- und Axialgeschwindigkeit keine Abhängigkeit von der Drehzahl aufweisen. Als Vergleichs- und Überführungsgröße dient die in tangentialer Richtung gemittelte Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}$. Für eine bessere Übersichtlichkeit wird in diesem Kapitel auf die Vektorschreibweise der Winkelgeschwindigkeit verzichtet.

Der Grund für die Anwendung der Ähnlichkeitsbeziehung ist durch die Problematik der kleinen Zeitschrittweiten und der dadurch hohen Rechenzeiten, sowie Auftreten von numerischen Instabilitäten gegeben. Trotz der Annahme quasi-stationärer Strömungsbedingungen wächst der Rechenzeitbedarf mit steigender Rotationsgeschwindigkeit

aufgrund der Verkleinerung der Zeitschrittweite. Des Weiteren kommt es bei höheren Drehzahlen vermehrt zum Auftreten von Instabilitäten bei der Bildung der ersten Sedimentschicht. Diese numerischen Instabilitäten führen in der Regel zu einem vorzeitigen Abbruch der Simulationen.

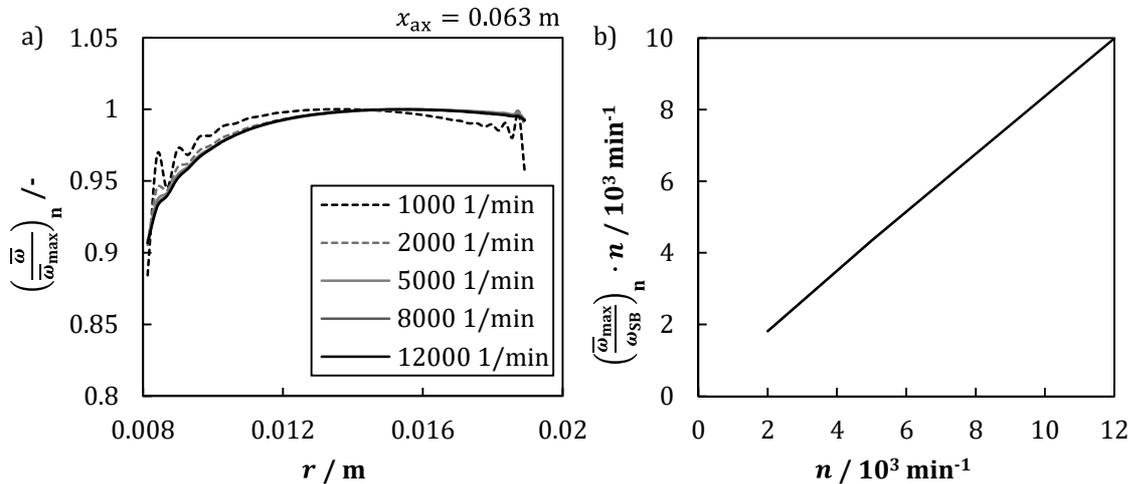


Abbildung 6.7: a) In tangentialer Richtung gemittelte und auf den maximalen Wert normierte Winkelgeschwindigkeit über den Radius an einer exemplarisch gewählten axialen Position. In b) ist der Einfluss der Drehzahl auf das Produkt aus Drehzahl n und maximaler gemittelter Winkelgeschwindigkeit bezogen auf die Starrkörperrotation dargestellt.

In Röhrenzentrifugen ohne Einbauten liegt eine nachhinkende Strömung vor [135,143]. Die Rotationsgeschwindigkeit ist somit langsamer als die Starrkörperrotation des Rotors. Simulationen im Zuge dieser Arbeit haben gezeigt, dass sich die relative Abweichung von der Starrkörperrotation in Abhängigkeit der Drehzahl nicht konstant verhält. Betrachtet man jedoch die gemittelte Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}$ über die radiale Position bezogen auf die maximale mittlere Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}_{\max}$ des Fluids für verschiedene Drehzahlen, ist eine Strömungsähnlichkeit zu erkennen. Exemplarisch sind die gemittelten normierten Winkelgeschwindigkeiten bei einer axialen Position $x_{\text{ax}} = 0,063 \text{ m}$ in Abbildung 6.7 a) dargestellt. Die Betrachtung weiterer Positionen in axialer Richtung führt zu dem gleichen Ergebnis.

Bei $r = 0,008 \text{ m}$ befindet sich die innere Wand der Geometrie, siehe Kapitel 6.2.1. In diesem Bereich hinkt die Strömung stärker nach als bei größeren Radien. Ab einer Drehzahl von $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ liegen die normierten Kurven übereinander. Bei geringeren Drehzahlen gilt die Ähnlichkeitsbeziehung nicht mehr. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich in der Turbulenzmodellierung mit dem verwendeten k_t - ω_t -Modell. Bei zu niedrigen Drehzahlen befindet sich die Strömungsform am Übergangsbereich zwischen einer laminaren und einer turbulenten Strömung. Diesen Bereich bildet das

verwendete Turbulenzmodell nicht korrekt ab. Aus der Annahme, dass mittels des Vergleichs der gemittelten Winkelgeschwindigkeiten die Strömungszustände übertragbar sind, folgt

$$\omega_{n_{II}} = \left(\frac{\bar{\omega}_{\max, n_{II}}}{\bar{\omega}_{\max, n_I}} \right) \omega_{n_I}. \quad (6.5)$$

Zur Übertragung der Strömungsbedingungen unter Variation der Rotationsgeschwindigkeit ist somit nur die Information über die maximale mittlere Winkelgeschwindigkeit erforderlich. Der Zusammenhang zwischen der Drehzahl n und $\bar{\omega}_{\max}$ ist in Abbildung 6.7 b) gezeigt und ergibt für die in dieser Arbeit untersuchten Geometrien und Drehzahlen zu

$$\left(\frac{\bar{\omega}_{\max}}{\omega_{SB}} \right)_n \cdot n = 0.8153 \cdot n + 0.2249. \quad (6.6)$$

Daraus folgt für das Verhältnis der jeweils maximalen Winkelgeschwindigkeit zu:

$$\left(\frac{\bar{\omega}_{\max, n_{II}}}{\bar{\omega}_{\max, n_I}} \right) = \frac{\omega_{SB, n_{II}} \left(0.8153 + \frac{0.2249}{n_{II}} \right)}{\omega_{SB, n_I} \left(0.8153 + \frac{0.2249}{n_I} \right)}. \quad (6.7)$$

Die Drehzahl n ist in 10^3 min^{-1} in Gln. (6.6) und (6.7) einzusetzen. Das Einsetzen von Gl. (6.7) in Gl. (6.5) liefert somit eine Berechnungsvorschrift für die örtliche Winkelgeschwindigkeit ausgehend von dem Strömungsfeld bei einer anderen Drehzahl.

Die Übertragbarkeit der Strömungsbedingungen ermöglicht die Berechnung der tatsächlichen Rotationsströmung ausgehend von der Strömung bei einer anderen, in dieser Arbeit niedrigeren, Drehzahl. Dies führt zu einer numerischen Stabilisierung und weiteren Rechenzeitreduktion der Simulationen bei höheren Drehzahlen.

Die Entwicklung des Prinzips der Strömungsähnlichkeit erfolgte mittels der in Kapitel 6.2.1 vorgestellten Geometrien und für diese Arbeit relevanten Drehzahlbereich. Die Übertragbarkeit des Prinzips der Strömungsähnlichkeit auf andere Zentrifugen und noch höhere Drehzahlen ist in weiterführenden numerischen Studien zu überprüfen.

6.1.6 Partikeltransport

Beim Euler/Euler-Verfahren werden die Erhaltungsgleichungen für jede berücksichtigte Partikelklasse gelöst. Dies führt zu einer deutlichen Rechenzeitsteigerung für die Betrachtung von polydispersen Partikelsystemen. Anstatt die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen für jede Partikelklasse zu lösen, erfolgt in der vorliegenden Arbeit die Berechnung des Feststofftransports mithilfe der folgenden Transportgleichung

$$\frac{\partial \alpha_{dP,i}}{\partial t} + \vec{u}_{dP,i} \nabla \alpha_{dP,i} - \nabla (D \nabla \alpha_{dP,i}) - \nabla \left(\frac{\nu_t}{Sc_t} \nabla \alpha_{dP,i} \right) = 0 \quad (6.8)$$

für den Feststoffvolumenanteil für jede betrachtete Partikelklasse i . In Gl. (6.8) ist D der Diffusionskoeffizient, ν_t die kinematische Wirbelviskosität und Sc_t die turbulente Schmidtzahl. Die Verwendung eines RANS-Turbulenzmodells führt zum Erhalt einer zeitlichen Mittelung der turbulenten Strömung. Die auftretenden Wirbel einer turbulenten Strömung erzeugen jedoch einen erhöhten Queraustausch der Partikel. Um diesen Queraustausch beim Partikeltransport trotz dem RANS-Turbulenzmodells zu berücksichtigen, wird die turbulente Dispersion D_t , welche sich aus dem Verhältnis der turbulenten kinematischen Viskosität zur turbulenten Schmidtzahl ergibt, eingeführt. Die turbulente Schmidtzahl wird in der Regel mit

$$Sc_t = 0.9 \quad (6.9)$$

angenähert [121]. Die turbulente Dispersion übersteigt bei der Zentrifugation die Diffusion der Partikel um einige Größenordnungen. Der Diffusionskoeffizient wird daher mit $D \leq 10^{-14}$ vorgegeben und dient nur der Stabilität der Simulationen.

Die Simulationsmethode ist variabel in der Anzahl der berücksichtigten Partikelklassen. Die Vorgabe der Partikelklassen erfolgt zu Beginn einer jeden Simulation. Die Partikelgeschwindigkeit

$$\vec{u}_{dP,i}(\vec{x}, t) = \vec{u}_M(\vec{x}, t) + B_{\text{Susp}}(\vec{x}, t) \vec{u}_{P,i}(\vec{x}, t) \quad (6.10)$$

setzt sich aus dem Strömungsfeld der Mischphase, der Sinkgeschwindigkeit $\vec{u}_{P,i}(\vec{x}, t)$ und dem Skalarfeld für den Suspensionsbereich zusammen. Für die Berechnung der Sinkgeschwindigkeit unterscheidet die Methode zwei Fälle. Für den Bereich des Sediments und der Sedimentgrenze ist

$$B_{\text{Susp}}(\vec{x}, t) = 0 \quad (6.11)$$

und Gl. (6.10) wird zu

$$\vec{u}_{dP,i}(\vec{x}, t) = \vec{u}_M(\vec{x}, t). \quad (6.12)$$

Durch das Einsetzen von Gln. (2.10) und (2.16) in Gl. (2.17) erhält man die Sinkgeschwindigkeit im Suspensionsbereich. Für jede Partikelklasse i gilt somit

$$\vec{u}_{P,i}(\vec{x}, t) = \left(1 - \frac{\alpha_{P,\text{Ges}}(\vec{x}, t)}{\alpha_B} \right)^{4.65} \frac{(\rho_P - \rho_L) d_{P,i}^2 \vec{r} \vec{\omega}(\vec{x}, t)^2}{18 \eta_L} \quad (6.13)$$

mit

$$\alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_{dP,i}(\vec{x}, t). \quad (6.14)$$

Die Verwendung des gesamten Feststoffvolumenanteils zur Berechnung der verminderten Sinkgeschwindigkeit modelliert den gegenseitigen Einfluss der einzelnen Partikelklassen bei der Sedimentation. Der Feststoffvolumenanteil im Gelpunkt α_{Gel} wird in dieser Arbeit als Bezugszustand α_B für die Geschwindigkeitsreduktion herangezogen, da ab diesen Punkt keine Sedimentation, sondern nur noch Haufwerkskonsolidierung vorliegt. Die Beschreibung der Partikelbewegung aufgrund der Konsolidierung erfolgt durch das Kompressibilitätsmodell, siehe Kap. 6.1.9.

Die Gleichung (6.13) ist nur gültig bei einer schleichenden Umströmung der Partikel [3]. Für Sedimentationen bei einer Partikel-Reynoldszahl

$$Re_p > 0.5 \quad (6.15)$$

ist die Sinkgeschwindigkeit nach den Gleichungen (2.16) und (2.5) zu berechnen, was dazu führt, dass Gl. (6.13) nicht anwendbar ist. Durch das Einsetzen von Gl. (2.10) in (2.6) und dem Auflösen nach der Partikelgröße erhält man eine konservative Abschätzung der maximalen verwendbaren Partikelgröße

$$d_{P,max} = \left(\frac{9 v_L^2 \rho_L}{(\rho_P - \rho_L) r_{max} \omega_{SB}^2} \right)^{1/3}, \quad (6.16)$$

deren Sedimentationsvorgang mit Gl. (6.13) beschreibbar ist.

6.1.7 Modelle zur Beschreibung des Fließverhaltens

Infolge der Partikelkontakte bei der Bildung des Sediments kommt es zu einer sprunghaften Änderung des Fließverhaltens am Übergang zwischen Suspension und Sediments. Diese Simulationemethode verzichtet dabei auf die übliche Verwendung von Quelltermen, um die Wechselwirkungen zwischen den beiden Phasen in den Impulsgleichungen zu berücksichtigen [121]. Die Abbildung der Wechselwirkungen erfolgt nur über den Einfluss der Partikelkonzentration auf die Viskosität. Die Viskosität der Mischphase

$$\eta_M = B_{Susp} \eta_{Susp} + B_{Sed} \eta_{vir} + B_{SedE} \eta_{vir} \quad (6.17)$$

berechnet sich aus dem Fließverhalten der einzelnen Bereiche. Hierfür kommen die durch die Bereichserkennung bestimmten Koeffizienten für die Suspension B_{Susp} , des

Sediments B_{Sed} und der Sedimentgrenze B_{SedE} zum Tragen. Dies ermöglicht die Berücksichtigung von variierendem Materialverhalten, obwohl nur eine Mischphase bei der Berechnung des Geschwindigkeitsfelds Berücksichtigung findet.

Die Modellierung des Einflusses der Partikel auf die Suspensionsviskosität erfolgt durch den Ansatz von Quemada [94]:

$$\eta_{\text{Susp}} = \min \left[\eta_{\text{L}} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\alpha_{\text{P,Ges}}}{\alpha_{\text{max}}}\right)\right)^2}, \eta_{\text{max}} \right]. \quad (6.18)$$

Dieser beschreibt den Einfluss des normierten Feststoffvolumenanteils auf die stationäre dyn. Viskosität. Nicht-newtonsches Fließverhalten der Suspension, wie beispielsweise scherverdickendes oder -verdünnendes Verhalten, findet in dieser Arbeit keine Berücksichtigung. Weiterhin wird mögliches Wandgleiten vernachlässigt. Die Viskosität der Suspension strebt bei der Annäherung an α_{max} gegen unendlich. Numerische Methoden benötigen jedoch endliche Werte, daher erfolgt die Limitierung der Viskosität auf einen maximalen Wert η_{max} mithilfe der Verwendung einer Minimum-Funktion.

Die Modellierung des Fließverhaltens des mit Flüssigkeit gesättigten Sediments basiert, wie in der Literatur [19,23] vorgeschlagen, auf einem Herschel-Bulkley-Fluid. Bei der Bewegung von Haufwerken kann es zu den Bewegungsformen des Fließens und des Gleitens kommen [107], siehe Kap. 7.2.4. Die Viskosität beschreibt jedoch nur den Zusammenhang zwischen Schubspannung und Scherrate bei der Bewegungsform des Fließens, aber nicht des Gleitens. Die Anwendung des Newton'schen Schubspannungsansatzes zur vereinfachten Abbildung des Spannungstensors bei den Navier-Stokes-Gleichungen erfordert jedoch die Angabe der Viskosität für jede Rechenzelle. Das erzwingt die Verwendung einer scheinbaren Viskosität η_{vir} zur Beschreibung des Fließverhaltens des Sediments. In dieser ist die Haufwerksbewegung sowohl aufgrund von Fließen als auch bei Gleiten zusammengefasst. Die scheinbare Viskosität für das Sediment

$$\eta_{\text{vir}} = \min \left[\max \left(b_{\text{SedE}}, \left(\frac{\alpha_{\text{P,Ges}}}{\alpha_{\text{B,Rh}}}\right)^l \right) \left(\frac{\tau_0(p_s)}{\max(\dot{\gamma}, \vartheta)} + K \dot{\gamma}^{n_{\text{Rh}}-1} \right), \eta_{\text{max}} \right] \quad (6.19)$$

ergibt sich in der vorliegenden Arbeit aus der Kopplung eines Potenzansatzes zur Berücksichtigung des Einflusses des Konsolidierungszustands und einem Herschel-Bulkley-Ansatz, bei welchem die Fließgrenze vom anliegenden Feststoffgerüstdruck bzw. der Normalspannung abhängt. ϑ ist eine Hilfsgröße, die den Wert $\vartheta = 10^{-16} \text{ s}^{-1}$

annimmt. Ohne ϑ kann zu Beginn einer Simulation die Division durch $\dot{\gamma} = 0 \text{ s}^{-1}$ auftreten.

Die Funktion zur Beschreibung der Viskosität strebt bei $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ gegen unendlich. Um dies zu verhindern, ist auch diese Funktion auf eine maximale Viskosität limitiert. Es ist zu erwarten, dass das Fließverhalten des Sediments vom Feststoffvolumenanteil abhängt [19]. Zur Modellierung dieses Verhaltens kommt ein Potenzansatz mit dem Verdichtungsparameter l und der Bezugskonzentration $\alpha_{B,Rh}$ zum Einsatz.

Der Übergang zwischen Suspension und Sediment stellt einen besonderen Bereich dar. Um das Fließverhalten in diesem Bereich zu modellieren, wird der Grenzfaktor b_{SedE} eingeführt. Dieser entspricht einem minimalen, auf die Bezugskonzentration bezogenen Feststoffvolumenanteil zur Abbildung des Einflusses der Partikelkonzentration auf das Fließverhalten in diesen Zellen. Der Grund dafür ist, dass der Feststoffvolumenanteil im Bereich der Sedimentgrenze kleiner als am Gelpunkt sein kann, obwohl die Partikelkonzentration im Sediment in den Zellen mindestens dem des Gelpunkts entspricht.

Des Weiteren beschreibt Gleichung (6.19) nur den Fall, eines sich schon bewegenden Hauwerks. Bei auftretenden Schubspannungen unterhalb der Fließgrenze kommt es nur zu einer elastischen Verzerrung des Hauwerks oder es verbleibt in Ruhe [78]. Diesen anderen Fall des Herschel-Bulkley-Ansatzes kann bei den Simulationen nicht berücksichtigt werden. Der Einfluss der Verwendung von nur einem Fall des Herschel-Bulkley-Fluids auf die Simulationsergebnisse ist in Kapitel 6.3.1 näher diskutiert.

Das Fließverhalten ist vom Feststoffgerüstdruck abhängig. Der Einfluss des Feststoffgerüstdrucks auf die Fließgrenze wird vereinfachend mittels des linearen Zusammenhangs

$$\tau_0(p_s) = n_1 p_s + n_2 \quad (6.20)$$

beschrieben. Experimentelle Untersuchungen haben diese Annahme bestätigt, siehe Kap 8.2.

Über die Abhängigkeit der Konsistenz K vom Feststoffgerüstdruck kann in dieser Arbeit keine Aussage getroffen werden. Der Grund dafür ist in Kapitel 7.2 näher erläutert. Daher erfolgt die Annahme

$$K \neq f(p_s). \quad (6.21)$$

Da bei der Simulationemethode die Erhaltungsgleichungen für eine inkompressible Strömung gelöst werden, erfolgt die Beschreibung des Fließverhaltens über die kinematische Viskosität ν .

Die kinematische Viskosität für das Sediment ergibt sich zu:

$$\nu_{\text{vir}} = \frac{\eta_{\text{vir}}}{\rho_{\text{M}}} \quad (6.22)$$

mit

$$\rho_{\text{M}} = \alpha_{\text{P}} \rho_{\text{P}} + (1 - \alpha_{\text{P}}) \rho_{\text{L}}. \quad (6.23)$$

Die Berechnung der kinematischen Viskosität der Suspension

$$\nu_{\text{Susp}} = \frac{\eta_{\text{Susp}}}{\rho_{\text{L}}} \quad (6.24)$$

erfolgt mit der Dichte der reinen Flüssigkeit, da bei den in dieser Arbeit durchgeführten Trennprozessen nur niedrigkonzentrierte Suspensionen vorliegen. Weiterhin werden die in dieser Arbeit diskutierten Simulationen aufgrund von Gl. (6.21) vereinfachend mit einer konstanten mittleren Dichte von $\bar{\rho}_{\text{M}} = 1750 \text{ kg m}^{-3}$ zur Bildung der kinematischen Viskosität für das Sediment durchgeführt. Das entspricht einer mittleren Porosität von $\bar{\varepsilon} = 0.5$ bei einer Differenz der Partikel- und Flüssigkeitsdichte von $\Delta\rho = 750 \text{ kg m}^{-3}$ mit Wasser bei Raumtemperatur als Matrixflüssigkeit. Das führt zu der folgenden Berechnungsvorschrift für die kinematische Viskosität der Mischphase

$$\nu_{\text{M}} = B_{\text{Susp}} \frac{\eta_{\text{Susp}}}{\rho_{\text{L}}} + (B_{\text{Sed}} + B_{\text{SedE}}) \frac{\eta_{\text{vir}}}{\rho_{\text{M}}}. \quad (6.25)$$

Große Gradienten wegen einer sprunghaften Änderung von Bilanzgrößen oder Parametern, wie der Viskosität, führen bei numerischen Verfahren schnell zu Instabilitäten. Dies verhindert die Wahl einer beliebig großen maximalen Viskosität. In dieser Arbeit hat sich gezeigt, dass bis zu

$$\nu_{\text{max}} = 5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, \quad (6.26)$$

die Simulationen des Prozessverhaltens in Röhrenzentrifugen mit ausreichender Stabilität durchgeführt werden können.

Die erste Schicht an Sediment führt zu den größten Gradienten bei den Simulationen. Daraus resultiert ein erhöhtes Risiko von numerischen Instabilitäten zu Beginn der Simulation. Es hat sich gezeigt, dass die Verwendung einer erhöhten Fließgrenze für die ersten Sekunden das Auftreten numerischer Instabilitäten stark verringert und somit zu einer Stabilisierung der Simulation führt. Zusätzlich ist zu beachten, dass die Berechnung der in Gl. (6.19) verwendeten Scherrate $\dot{\gamma}$ mittels dem eigentlichen Strömungsfeld

und nicht anhand der Strömung des Bezugszustands bei der Anwendung des Prinzips der Strömungsähnlichkeit erfolgt.

6.1.8 Berechnung des Feststoffgerüstdrucks

Die Partikelkontakte in einem Haufwerk ermöglichen die Übertragung von Kräften. So stützen sich die Partikelschichten im Sediment aufeinander ab und der Feststoffgerüstdruck summiert sich in radialer Richtung auf. Der Feststoffgerüstdruck oder allgemein die Normalspannung im Haufwerk beeinflusst die Porosität bei kompressiblem Materialverhalten und das Fließverhalten durch die erhöhte Reibung an den Kontaktstellen. Die Berechnung des Feststoffgerüstdrucks erfolgt nach dem Ansatz von Reinach [55]. Hier wird der Feststoffgerüstdruck in der Mitte einer jeden Rechenzelle im Bereich des Sediments und der Sedimentgrenze berechnet und in radialer Richtung übertragen. Dabei berechnet sich der Feststoffgerüstdruck wie folgt:

$$p_s(\vec{x}, t) = \left(\frac{\bar{\omega}(\vec{x}, t)^2}{A_r(\vec{x})} \right) \left(\frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_L} \right) \left(\sum_{j=1}^{i-1} \vec{r}_j(\vec{x}) \alpha_{P,Ges,j}(\vec{x}) V_j(\vec{x}) \rho_P + \frac{\vec{r}_i(\vec{x}) \alpha_{P,Ges,i}(\vec{x}) V_i(\vec{x}) \rho_P}{2} \right). \quad (6.27)$$

Zur Berechnung ist die Summe aller Kräfte in radialer Richtung von der Sedimentgrenze hin zur Wand erforderlich. Die effiziente Durchführung dieser Rechenoperation beruht auf der Vorsortierung des Rechengitters und der Bereichserkennung.

6.1.9 Kompressionsmodell

Die Abbildung kompressiblen Materialverhaltens bzw. der Haufwerkskonsolidierung bei der entwickelten Simulationemethode erfolgt durch eine rigorose Verschiebung des Feststoffs im Sediment entlang des Radius. Dadurch ist die Darstellung von plastischem als auch elastischem und elastisch-plastischem Kompressionsverhalten möglich. Des Weiteren kann das in diesem Abschnitt vorgestellte Kompressionsmodell als eine allein stehende eindimensionale Simulationemethode verwendet oder zusammen mit mehrdimensionalen Strömungssimulationen gekoppelt werden.

Das Kompressionsmodell vereint dabei den Begrenzer für die Feststoffkonzentration aufgrund der volumengemittelten Betrachtungsweise der dispersen Phase mit der Partikelbewegung aufgrund von Konsolidierung im Sediment. Diese Vorgehensweise

erlaubt neben der Pressverdichtung prinzipiell auch Scherverdichtung zu berücksichtigen. Diese ist jedoch nicht Teil dieser Arbeit. Das Vorgehen beim Kompressionsmodell ist schematisch in Abbildung 6.8 dargestellt.

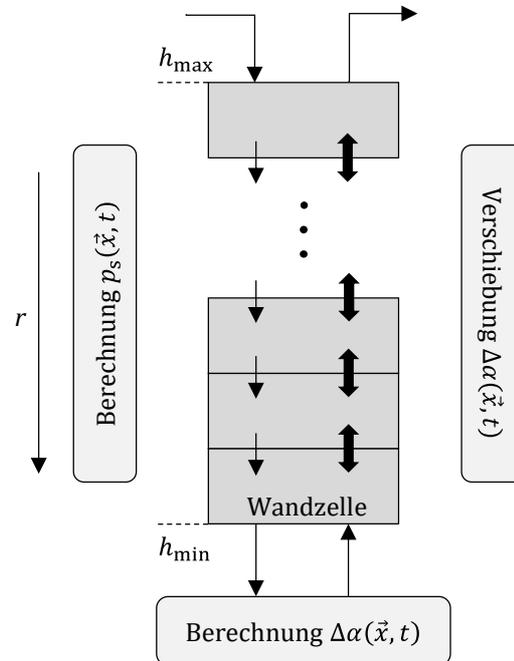


Abbildung 6.8: Schematische Darstellung des Algorithmus des Kompressionsmodells

Hier sind die Rechenzellen in radialer Richtung für eine tangentielle und axiale Position gezeigt. Das Modell besteht aus der Ermittlung des Feststoffgerüstdrucks, gefolgt von der Berechnung und der Verschiebung der notwendigen Feststoffdifferenz $\Delta\alpha(\vec{x}, t)$, um den jeweiligen Haufwerkszustand für die vorliegenden Druckverhältnisse in der Rechenzelle zu erhalten. Die Verschiebung kann sowohl in als auch entgegengesetzt der radialen Richtung geschehen. Der Ausgangspunkt für die Verschiebung stellt die Wandzelle dar. Anschließend erfolgt die Abfrage der Zustände der Nachbarzellen entgegen der radialen Richtung. Wie auch beim Feststoffgerüstdruck, ist diese Methode nur durch die Vorsortierung und Begrenzung des Anwendungsbereichs durch die Bereichserkennung mit einem vertretbaren Zeitaufwand möglich. Die Bereichserkennung erlaubt die Anwendung des Kompressionsmodells bei der Kopplung mit Strömungssimulationen nur im Bereich des Sediments und der Sedimentgrenze. Allgemein ermöglicht das Modell sowohl inkompressible als auch kompressible Haufwerke mit unterschiedlichsten Materialverhalten abzubilden.

Kompressibles Materialverhalten beschreibt eine Abhängigkeit der Porosität ε vom Feststoffgerüstdruck im Sediment. Bei Simulationen von Mehrphasenströmungen ist jedoch der Feststoffvolumenanteil α_p der typische Parameter, um die Haufwerkstruktur zu beschreiben. Die beiden Parameter können durch die Schließbedingung

$$\alpha_p(\vec{x}) + \varepsilon(\vec{x}) = 1 \quad (6.28)$$

ineinander überführt werden.

Die Konsolidierung eines Haufwerks, der Vorgang der Kompression und der elastischen Rückdehnung, ist ein transienter Prozess. Die Kinetik des Vorgangs ist dabei abhängig von der wirkenden Normalspannung. Je größer der Feststoffgerüstdruck ist, umso schneller erreicht das Haufwerk den Gleichgewichtszustand, welcher wiederum vom Feststoffgerüstdruck abhängt [52]. Um den transienten Charakter der Konsolidierung zu modellieren, ist der Feststoffvolumenanteil im Sediment zu jedem Zeitpunkt und jeder räumlichen Position als ein Wert im Bereich

$$\alpha_{p,Ges}(\vec{x}, t) \in [\alpha_{Gel}, \alpha_{Eq}(\vec{x}, t)] \quad (6.29)$$

definiert. Die Bestimmung des Verdichtungszustands im Gleichgewicht erfolgt nach dem Ansatz von Tiller, siehe Gl. (2.18). Es ergeben sich jedoch je nach Kompressionsverhalten unterschiedliche Berechnungsvorschriften. Für rein elastisches Materialverhalten gilt

$$\alpha_{p,Eq,El}(\vec{x}, t) = \min \left[\alpha_{Gel} \left(1 + \frac{p_s(\vec{x}, t)}{p_0} \right)^\beta, \alpha_{max} \right]. \quad (6.30)$$

Die Einführung von α_{max} ist notwendig, um physikalisch nicht mögliche Verdichtungszustände zu verhindern. Bei kompressiblen Haufwerken wird α_{max} der maximalen Packungsdichte einer hexagonalen Kugelschüttung gleichgesetzt und wird somit zu

$$\alpha_{max} = 0.74. \quad (6.31)$$

Bei plastischen Materialverhalten verändert sich Gl. (6.30) zu:

$$\alpha_{p,Eq,Pl}(\vec{x}, t) = \min \left[\alpha_{Gel} \left(1 + \frac{p_{s,max}(\vec{x}, t)}{p_0} \right)^\beta, \alpha_{max} \right]. \quad (6.32)$$

Hier erfolgt die Berechnung des Gleichgewichtszustands immer bei dem an der Stelle maximal gewirkten Feststoffgerüstdruck, da das Haufwerk bei einer Reduktion der Normalspannung sich nicht mehr elastisch rückdehnt.

Tritt bei der Kompression sowohl plastische als auch elastische Verformung auf, spricht man von elastisch-plastischem Materialverhalten. Dies ist in der vorliegenden

Arbeit als eine Mischung aus den Modellen für plastisches und elastisches Verhalten abgebildet. So berechnet sich für dieses Materialverhalten der Gleichgewichtszustand nach

$$\alpha_{P,Eq,PI-EI}(\vec{x}, t) = \alpha_{P,Eq,EI}(\vec{x}, t) + \left(\alpha_{P,Eq,PI}(\vec{x}, t) - \alpha_{P,Eq,EI}(\vec{x}, t) \right) R. \quad (6.33)$$

Der Relaxationsfaktor R beschreibt dabei den Anteil an plastischer Verdichtung. Es sind zur Beschreibung des Gleichgewichtszustands auch andere Grundgleichungen als Gl. (2.18) denkbar, da sämtliche in der Literatur vorhandenen Modelle reine Anpassungsfunktionen sind. Das prinzipielle Vorgehen ist bei allen gleich. Denn eine Vorhersage der Porosität eines Sediments nur aufgrund von Kenntnissen der Stoffeigenschaften der dispersen Phase und der Prozessbedingungen ist bisher nicht möglich. Des Weiteren ermöglicht die Gleichung (6.32) durch Anpassung der Parameter auch inkompressibles Materialverhalten abzubilden.

Das Modell beruht auf dem rigorosen Verschieben einer Feststoffdifferenz in radialer Richtung. Die Beschreibung der Feststoffdifferenz erfolgt dabei allgemein durch die Anpassungsfunktion f unter der Annahme, dass die Änderung der Partikelkonzentration sich aus der Überlagerung sämtlicher Effekte ergibt, wie in Gleichung (6.34) gezeigt ist. Sie erlaubt, die Anwendung einer eigenen Anpassungsfunktion

$$\Delta\alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t) = f = \sum f_i \quad (6.34)$$

für jeden speziellen Fall. Die Beschreibung der transienten Pressverdichtung erfolgt in dieser Arbeit allgemein durch den Potenzansatz

$$f_{PV}(\vec{x}, t) = \left(\frac{\max[\alpha_{Eq}(\vec{x}, t), \alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t)]}{\min[\alpha_{Eq}(\vec{x}, t), \alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t)]} \right)^{n_{PV}} \left(\frac{\Delta t}{t_{Kon}} \right) \Delta\alpha_{Eq}(\vec{x}, t) \quad (6.35)$$

mit

$$\Delta\alpha_{Eq}(\vec{x}, t) = \alpha_{Eq}(\vec{x}, t) - \alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t). \quad (6.36)$$

Bei Vernachlässigung des transienten Verhaltens vereinfacht sich Gl. (6.35) zu:

$$f_{PV}(\vec{x}, t) = \Delta\alpha_{Eq}(\vec{x}, t). \quad (6.37)$$

Mit diesem Potenzansatz lässt sich sowohl plastisches, elastisches oder elastisch-plastisches Kompressionsverhalten modellieren. Rein elastische Kompression führt zu

$$\Delta\alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t) = f_{PV}^{el}. \quad (6.38)$$

Die Betrachtung rein plastischen Kompressionsverhaltens erfordert die Beibehaltung des maximalen Verdichtungszustands bei Reduktion der Normalspannung. Dies wird mittels einer Begrenzung der Feststoffdifferenz auf positive Werte durch

$$\Delta\alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t) = \max[f_{PV,Pl}, 0] \quad (6.39)$$

erreicht. Bei elastisch-plastischem Kompressionsverhalten erfolgt die Modellierung über zwei getrennte Funktionen für den elastischen und den plastischen Anteil in Abhängigkeit der Änderung des Feststoffgerüstdrucks. Dies führt zu

$$\Delta\alpha_{P,Ges}(\vec{x}, t) = \begin{cases} \max[f_{PV,Pl}, 0] , \Delta p_s(\vec{x}, t) \geq 0, \\ \min[f_{PV,El}, 0] , \Delta p_s(\vec{x}, t) < 0. \end{cases} \quad (6.40)$$

Für polydisperse Partikelsysteme gilt weiterhin

$$\Delta\alpha_{P,Ges}(r, t) = \sum_i \Delta\alpha_{dP,i}(r, t). \quad (6.41)$$

Zur besseren Veranschaulichung vollzieht sich hier der Wechsel der Betrachtungsweise von der allgemeinen Position \vec{x} hin zur radialen Position. Segregationsvorgänge können zu einem Gradienten der Partikelgröße entlang der radialen Position führen. Die örtlich vorliegenden Partikelgrößenverteilungen sind bei der rigorosen Verschiebung des Feststoffs zu berücksichtigen. Daher sind die Feststoffdifferenzen der einzelnen Partikelklassen mit der jeweiligen vorliegenden Partikelgrößenverteilung gewichtet. Beim Vorgang der Kompression erfolgt für die Berechnung der Feststoffdifferenz für die Zelle an der radialen Position r_j die Gewichtung mit der Zusammensetzung der Nachbarzelle an der Position r_{j-1} . Damit ergibt sich die zu verschiebende Feststoffdifferenz für eine Partikelklasse zu:

$$\Delta\alpha_{dP,i}(r_j) = \left(\frac{\alpha_{dP,i}(r_{j-1})}{\alpha_{P,Ges}(r_{j-1})} \right) \Delta\alpha_{P,Ges}(r_j). \quad (6.42)$$

Bei einer elastischen Rückdehnung des Sediments wird der Feststoff entgegen der radialen Richtung aus der betrachteten Rechenzelle heraus verschoben. Somit erfolgt hier die Gewichtung mit der Zusammensetzung der betrachteten Zelle. Gleichung (6.42) wird dadurch zu:

$$\Delta\alpha_{dP,i}(r_j) = \left(\frac{\alpha_{dP,i}(r_j)}{\alpha_{P,Ges}(r_j)} \right) \Delta\alpha_{P,Ges}(r_j). \quad (6.43)$$

Validierung des Kompressionsmodells

Die Validierung des Kompressionsmodells erfolgt durch den Vergleich der numerischen Vorhersage der Kompression von Kalkstein mit experimentellen Ergebnissen in einer Kompressions-Permeabilitätszelle (CP-Zelle). Die betrachteten Sedimente bestehen aus dem partikulären Kalkstein OmyaCarb Extra Cl und vollentsalztem Wasser. CP-Zellen ermöglichen die Bildung und Charakterisierung von Kompressions- und Durchströmungsvorgängen von Sedimenten zwischen einem Filtermedium und einem Stempel. An der Unterseite des Stempels ist ein Filtermedium angebracht und es befinden sich Strömungskanäle innerhalb des Stempels. Das ermöglicht die Durchströmung des Sediments. Die Belastung der Probe mit einer Normalkraft erfolgt über den Stempel. Der Aufbau der in dieser Arbeit verwendeten CP-Zelle ist in [44] näher erläutert. Untersuchungen zeigen, dass sich das Haufwerk in einer CP-Zelle teilweise an der Wand des Verfahrensraums abstützt. Dies führt zu einer Abnahme des Feststoffgerüstdrucks in Richtung des Bodens der CP-Zelle [144]. Deshalb sind alle in diesem Kapitel betrachteten experimentellen und simulativen Ergebnisse auf den mittleren Feststoffgerüstdruck bezogen.

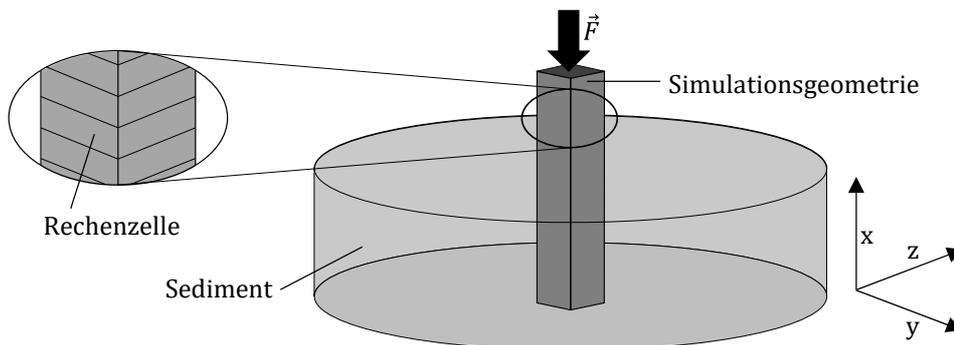


Abbildung 6.9: Vereinfachte Geometrie für die Simulation der Kompression in einer Kompressions-Permeabilitätszelle

Die Simulationsgeometrie ist in Abbildung 6.9 skizziert. Die numerische Abbildung des Sediments erfolgt nur in Richtung des Feststoffgerüstdrucks, hier in x -Richtung. Die Normalkraft wirkt dabei entgegen der x -Richtung. In jeder Rechenzelle greift der mittlere Feststoffgerüstdruck an. Die verwendete Zeitschrittweite bei den Simulationen ist $\Delta t = 0.5$ s. Die Rechengometrie hat eine räumliche Ausdehnung von 0.016 m und ist in 500 Gitterzellen unterteilt. In die beiden anderen Raumrichtungen erfolgt keine räumliche Diskretisierung. Die Simulationen starten direkt mit einem Sediment und nicht wie die Experimente in einer CP-Zelle mit einer Suspension. Die für die Experimente verwendete Suspension weist einen Feststoffvolumenanteil von $\alpha_{P,Start,Exp} = 0.2$ auf. Der mittlere Feststoffvolumenanteil zu Beginn der Simulationen

beträgt $\alpha_{p,\text{Start,Sim}} = 0.357$. Das entspricht dem Gleichgewichtszustand für einen mittleren Feststoffgerüstdruck von $\bar{p}_s = 0.39 \cdot 10^3$ Pa und ist der Gleichgewichtszustand der ersten Druckstufe bei den experimentellen Untersuchungen. Der Grund für die unterschiedlichen Startbedingungen ist, dass bei der ersten Verdichtungsstufe im Experiment die Sedimentation der Partikel, Durchströmung und Kompression des Sediments ineinander übergehen.

Zur Bestimmung des Konsolidierungszustands im Gleichgewicht werden Versuche mit einer CP-Zelle bei mittleren Normalspannungen von $\bar{p}_s = 0.39 \cdot 10^3$ bis $930 \cdot 10^3$ Pa bei schrittweiser Erhöhung der Normalspannung durchgeführt. Die Bestimmung des Gelpunkts erfolgt durch Sedimentationsversuche im Erdschwerefeld. Die Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils im Gleichgewicht α_{Eq} vom Feststoffgerüstdruck ist in Abb. 6.10 dargestellt. Die experimentellen Ergebnisse sind mit Gl. (6.30) angepasst, um eine durchgehend definierte Funktion für die Simulationen zu erhalten. Mit dem Feststoffvolumenanteil des Gelpunkts von $\alpha_{\text{Gel}} = 0.264$ und einer angenommenen maximalen Packungsdichte von $\alpha_{\text{max}} = 0.74$ wird Gl. (6.30) zu

$$\alpha_{p,\text{Eq}}(\vec{x}, t) = \min \left[0.264 \left(1 + \frac{p_{s,\text{max}}(\vec{x}, t)}{662.63} \right)^{0.0824}, 0.74 \right]. \quad (6.44)$$

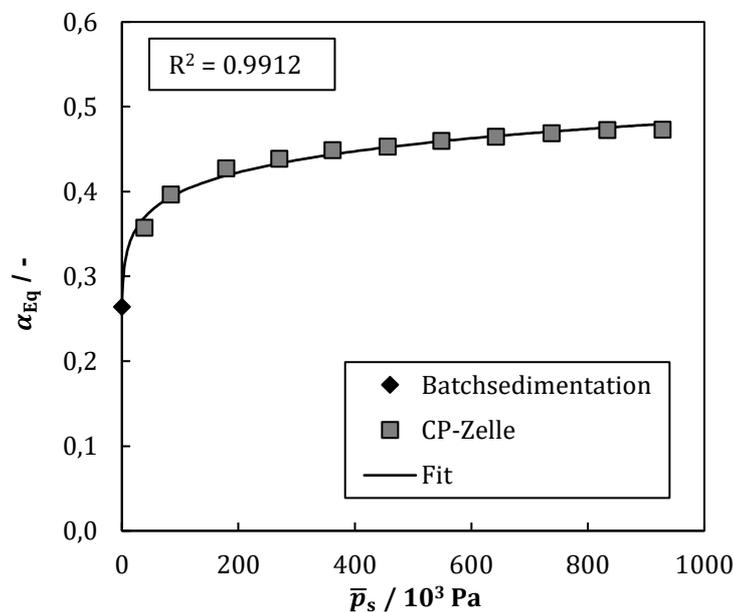


Abbildung 6.10: Experimentelle Ergebnisse und die verwendete Anpassung (Fit) für die Simulationen zur Beschreibung des Gleichgewichtszustands des Feststoffvolumenanteils im Haufwerk in Abhängigkeit des mittleren Feststoffgerüstdrucks.

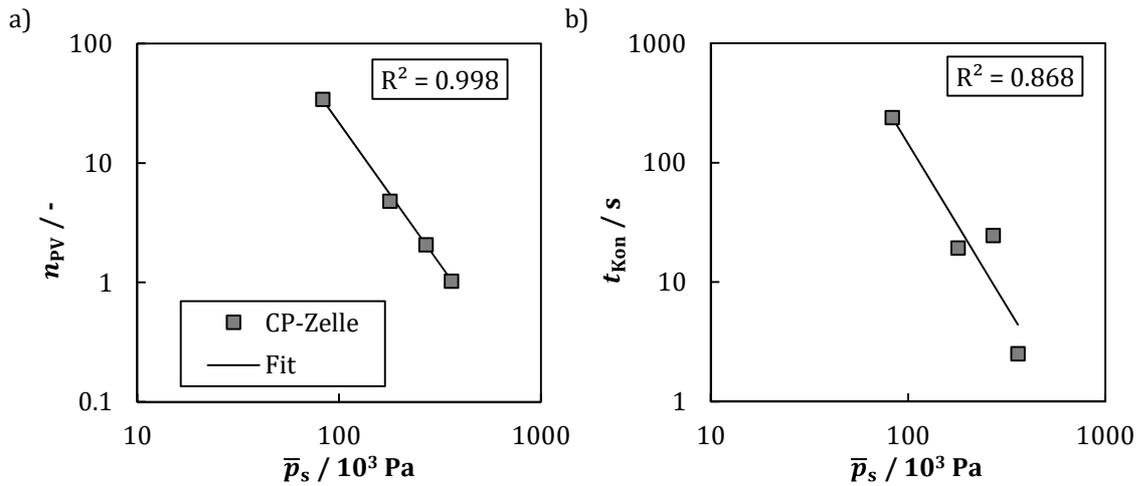


Abbildung 6.11: Abhängigkeit der Anpassungsparameter n_{PV} a) und t_{Kon} b) vom mittleren Feststoffgerüstdruck

Zur Modellierung des transienten Kompressionsverhaltens sind die Anpassungsparameter n_{PV} und t_{Kon} , siehe Gl. (6.35), erforderlich. Die Bestimmung der Parameter erfolgt im Normalspannungsbereich von $\bar{p}_s = 0.85 \cdot 10^3 - 360 \cdot 10^3$ Pa. Bei höheren Normalspannungen stellt sich der Gleichgewichtszustand so schnell ein, dass das transiente Verhalten vernachlässigt werden kann. Der Einfluss des Feststoffgerüstdrucks auf n_{PV} ist in Abbildung 6.11 a) und auf t_{Kon} in Abbildung 6.11 b) dargestellt. Die experimentellen Ergebnisse sind jeweils mit einer Exponentialfunktion angepasst. Dies führt zu

$$n_{PV} = 1.19 \cdot 10^6 \cdot p_s^{-2.375} \quad (6.45)$$

und

$$t_{Kon} = 3.97 \cdot 10^7 \cdot p_s^{-2.722}. \quad (6.46)$$

Die Anpassungsfunktion für n_{PV} zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen, bei t_{Kon} liegt nur eine mäßige Übereinstimmung vor. Beides ist direkt aus dem Bestimmtheitsmaß ersichtlich. Es ist hier zu beachten, dass für die Anpassungsfunktionen der Feststoffgerüstdruck in kPa einzusetzen ist.

Mit den experimentell ermittelten Materialeigenschaften erfolgt die numerische Vorhersage der Kompression in der CP-Zelle. Bei der Simulation wird jede Druckstufe für $t = 2000$ s Prozesszeit gehalten. Die benötigte Rechenzeit beträgt insgesamt $t_R = 18$ s. Die Simulationen sind dabei vollständig konservativ in der Massenerhaltung. Der Vergleich zwischen Experiment und Simulation ist in Abbildung 6.12 gezeigt. Hier ist die Sedimenthöhe h_{Sed} über der seit einer Druckänderung verstrichenen Zeit t_v für vier

Normalspannungen dargestellt. Die durch die Simulation vorausgesagte Sedimenthöhe im Gleichgewichtszustand ist in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Die maximale relative Abweichung ist kleiner als 2.1 %.

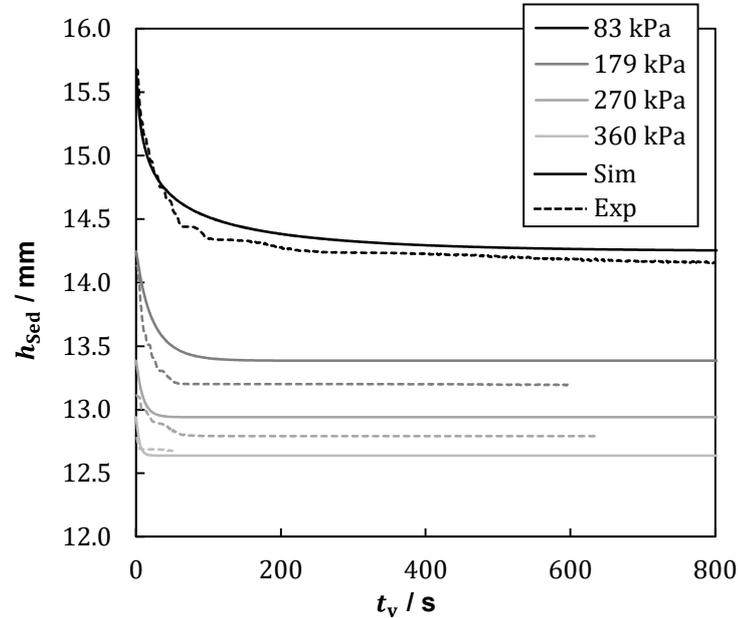


Abbildung 6.12: Vergleich der mit der Kompressionsmodell vorhergesagten Sedimenthöhe h_{Sed} in Abhängigkeit der seit einem Normalspannungswechsel verstrichenen Zeit t_v mit experimentellen Ergebnissen bei vier Normalspannungen. Die durchgezogenen Linien stellen die Simulationsergebnisse und die gestrichelten die experimentellen Ergebnisse dar.

Zum besseren Vergleich des transienten Verhaltens ist in Abbildung 6.13 a) die normierte Änderung der Sedimenthöhe

$$\Delta h_{\text{norm}}(t_v) = \frac{h_{\text{Sed}}(t_v) - h_{\text{Eq}}}{h_{\text{Start}} - h_{\text{Eq}}} \quad (6.47)$$

über die verstrichene Zeit t_v für zwei der Druckstufen, $\bar{p}_s = 83 \cdot 10^3$ Pa und $\bar{p}_s = 179 \cdot 10^3$ Pa, dargestellt. Dabei entspricht h_{Start} der Sedimenthöhe bei $t_v = 0$. Für die niedrige Normalspannung zeigt das vorhergesagte und das experimentell bestimmte transiente Verhalten bei der Verdichtung eine sehr gute Übereinstimmung. Bei der höheren Normalspannung sagt die Simulation eine viel langsamere Konsolidierung voraus. Bei dem Experiment wird der Gleichgewichtszustand bereits nach $t_v = 67$ s erreicht, bei den Simulationen erst nach $t_v = 250$ s. Der Grund hierfür liegt in der mäßigen Qualität der Anpassungsfunktion für t_{Kon} ($R^2 = 0.868$). In Tabelle 6.1 ist für die beiden Normalspannungen der Vergleich zwischen Experiment und Anpassungsfunktion für t_{Kon} gezeigt. Bei $\bar{p}_s = 83 \cdot 10^3$ Pa ist die Anpassung sehr gut, bei

$\bar{p}_s = 179 \cdot 10^3$ Pa ist der durch die Anpassungsfunktion vorhergesagte Wert mehr als 50% größer als der direkt aus den Experimenten bestimmte.

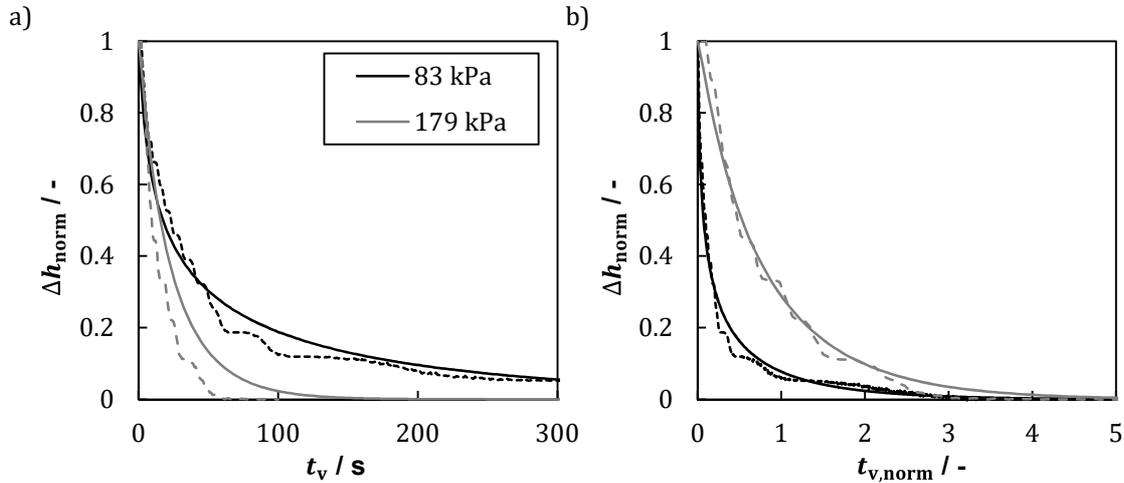


Abbildung 6.13: Darstellung der normierten Änderung der Sedimenthöhe über die verstrichene Zeit a) und über die normierte verstrichene Zeit b) für zwei Normalspannungen. Die gestrichelte Linien sind die experimentellen Ergebnisse, die durchgezogenen die Simulationsergebnisse.

Tabelle 6.1: Vergleich der für die Simulation verwendeten Werte für t_{Kon} mit den experimentell bestimmten Werten für zwei Normalspannungen

$\bar{p}_s / 10^3$ Pa	$t_{\text{Kon,Exp}} / \text{s}$	$t_{\text{Kon,Sim}} / \text{s}$
83	239.7	237.2
179	19.4	29.3

Um den Einfluss von der Wahl von t_{Kon} zu verdeutlichen, ist in Abbildung 6.13 b) Δh_{norm} über der normierten verstrichenen Zeit $t_{v,\text{norm}}$ dargestellt. Für die experimentellen Ergebnisse und die Simulation ergeben sich dabei die unterschiedlichen Berechnungsvorschriften:

$$t_{v,\text{norm}} = \frac{t_v}{t_{\text{Kon,Exp}}}, \quad (6.48)$$

beziehungsweise

$$t_{v,\text{norm}} = \frac{t_v}{t_{\text{Kon,Sim}}}. \quad (6.49)$$

Durch die Normierung der verstrichenen Zeit weisen Simulation und Experiment eine gute Übereinstimmung auf. Es lässt sich feststellen, dass die normierte transiente Änderung durch die numerische Simulation gut wiedergegeben wird. Jedoch ist das Modell sehr sensitiv auf die Güte der nichtlinearen Regression und damit von der Anpassungsfunktion abhängig.

Numerische Studie über den Einfluss des Kompressionsverhaltens

Sedimente können sich im Kompressionsverhalten deutlich unterscheiden. Es reicht von elastischer über plastisch-elastischer hin zu rein plastischer Verdichtung [48]. Vereinfachend erfolgt die Darstellung der Anwendbarkeit des Modells für sämtliche Fälle anhand von vier Simulationen der Kompression flüssigkeitsgesättigter Haufwerke unter Variation des Kompressionsverhaltens in einer Becherzentrifuge.

Die Küvette der betrachteten Becherzentrifuge hat einen minimalen und maximalen Radius von $r_{\min} = 0.1$ m und $r_{\max} = 0.2$ m. Mögliche Hintergrundströmungen der Flüssigkeit, wie durch die Rotation entstehende Wirbel, und der Einfluss der Gravitation auf den Feststoffgerüstdruck werden bei den Simulationen vernachlässigt.

Zwei der Sedimente weisen ein rein elastisches (El1 und El2) und jeweils ein Sediment weist rein plastisches (Pl) sowie elastisch-plastisches (El-Pl) Kompressionsverhalten auf. Die Parameter zur Beschreibung des Materialverhaltens sind frei gewählt, sodass sich das gewünschte Kompressionsverhalten nachbilden lässt. Zur Beschreibung sämtlicher Gleichgewichtszustände gilt für alle Simulationen $p_0 = 9500$ Pa und $\beta = 0.7$, siehe

Gln (6.30) und (6.32). Für das elastisch-plastische Materialverhalten ist der Relaxationsfaktor auf $R = 0.6$ gesetzt, siehe Gl. (6.33). Die Modellierung des transienten Verhaltens erfolgt dabei mit den folgenden Parametern $n_{pV} = 1$, $t_{\text{Kon,Kompression}} = 40$ s und $t_{\text{Kon,Relaxation}} = 50$ s für alle vier Sedimente. Bei einem Sediment in Ruhe ($\omega = 0$ s⁻¹) liegt per Definition durch die Vernachlässigung der Gravitation bei den Simulationen ein in dem Sediment ein einheitlicher Feststoffvolumenanteil von $\alpha_{\text{Eq}} = 0.264$ vor.

Der zeitliche Verlauf der Sedimenthöhen und der Winkelgeschwindigkeiten der vier Simulationen sind in Abbildung 6.14 a) dargestellt. Dazu sind in den Abb. 6.14 b) und c) der Verdichtungsstatus mittels des Feststoffvolumenanteils im Sediment zu den drei Zeitpunkten t_1 , t_2 und t_3 gezeigt. Die Simulationen der beiden Sedimente mit elastischem Materialverhalten El1 und El2 unterscheiden sich nur im zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit. So gehört El1 zu dem Geschwindigkeitsprofil ω_1 und El2 zu ω_2 . Auch die beiden weiteren Simulationen mit plastischem und elastisch-plastischem Materialverhalten wurden mit dem Geschwindigkeitsprofil ω_2 durchgeführt.

Die Ausgangshöhe der Sedimente beträgt $h_{\text{sed}} = 0.05$ m und es liegt eine einheitlicher Feststoffvolumenanteil im gesamten Sediment vor, siehe Abbildung 6.14 b). Für die ersten 300 s verhalten sich alle Sedimente durch die Verwendung der gleichen Parameter bei der Modellierung des Kompressionsverhaltens und der identischen Geschwindigkeitsprofile gleich. So kommt es durch den linearen Anstieg der Winkelgeschwindigkeit zuerst zu einer Beschleunigung der Kompression bis sich der Verdichtungsprozess verlangsamt und sich bei $t \approx 240$ s der Gleichgewichtszustand mit einer Sedimenthöhe von $h_{\text{sed}} = 0.037$ m einstellt.

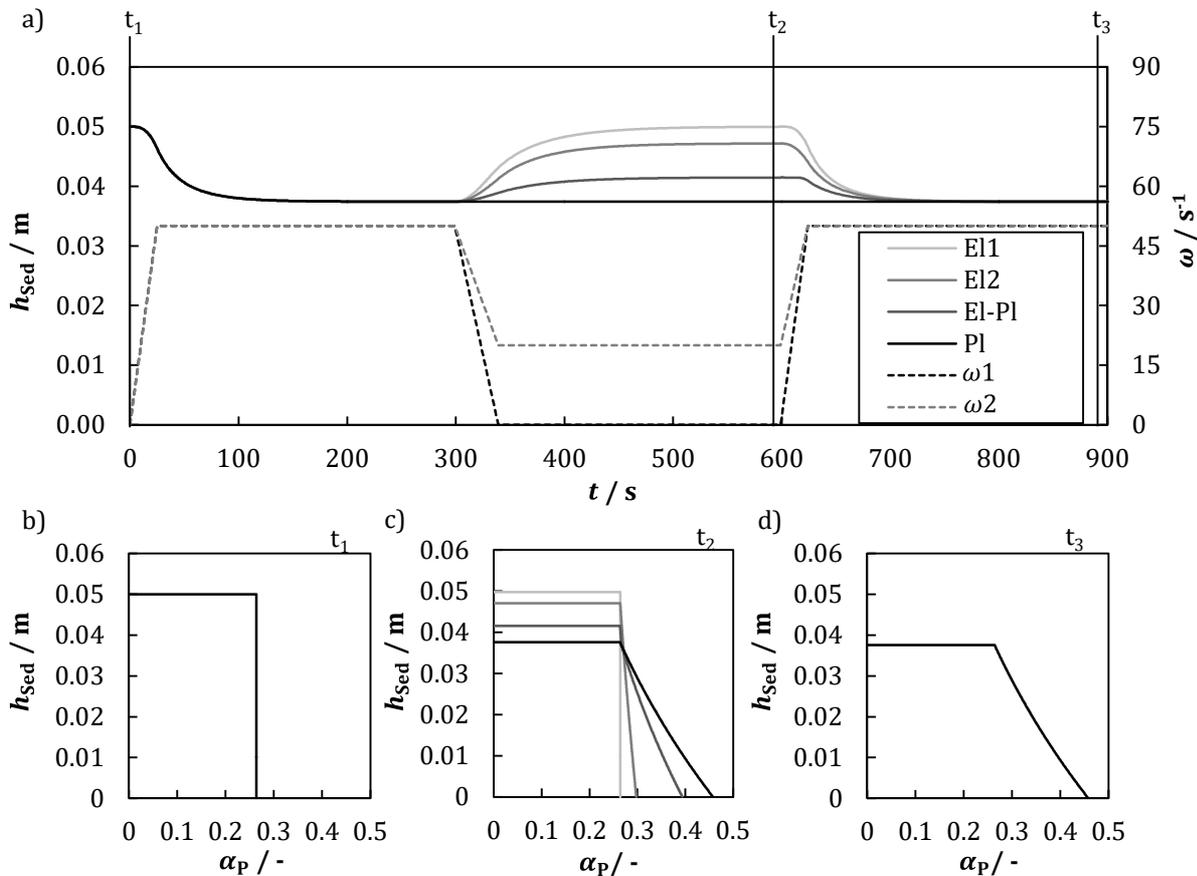


Abbildung 6.14: Numerische Studie über den Einfluss des Kompressionsverhaltens auf den zeitlichen Verlauf des Haufwerkszustands anhand der Sedimentationshöhe a) und dem Feststoffvolumenanteil im Sediment zu drei Zeitpunkten b)-d). Die Simulation mit dem Kompressionsverhalten EI1 erfolgte mit dem Geschwindigkeitsprofil ω_1 , die anderen drei Simulationen mit dem Geschwindigkeitsprofil ω_2 .

Nach der Verringerung der Winkelgeschwindigkeit bei $t = 300$ s werden die Einflüsse des unterschiedlichen Kompressionsverhaltens sichtbar. Das Sediment mit plastischem Kompressionsverhalten verharrt für die gesamte restliche Prozesszeit im erreichten Gleichgewichtszustand. Bei den anderen Simulationen kommt es aufgrund des zumindest teilweisen elastischen Verhaltens zu einer Rückdehnung der Sedimente.

Durch das Abbremsen der Rotation auf den Ruhezustand dehnt sich das Sediment bei El1 bis zum Anfangszustand zurück.

Der Unterschied zwischen rein elastischem und elastisch-plastischem Kompressionsverhalten ist durch den Vergleich von El2 und El-Pl gut zu erkennen. Bei beiden wird die Winkelgeschwindigkeit auf $\omega = 20 \text{ s}^{-1}$ reduziert. So dehnt sich das Sediment mit rein elastischem Verhalten (El2) bei den gewählten Prozessbedingungen und Materialparameter bis zu einer Sedimenthöhe von $h_{\text{Sed}} = 0.047 \text{ m}$ zurück. Das Sediment, dessen Verhalten zu 60 % plastisch ist, relaxiert nur zu einer Sedimenthöhe von $h_{\text{Sed}} = 0.041 \text{ m}$.

Die Unterschiede in den Sedimenthöhen sind auch direkt in der Feststoffverteilung im Sediment erkennbar, siehe Abbildung 6.14 c). Je geringer der Verdichtungszustand des Sediments ist, umso höher ist es.

Nach $t = 600 \text{ s}$ erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit bei allen Simulationen wieder auf $\omega = 50 \text{ s}^{-1}$ und alle Sedimente erreichen zum Ende der Simulationen den gleichen Verdichtungszustand und die gleiche Sedimenthöhe, siehe Abb. 6.14 d).

Zusammenfassend ist zu sagen, dass das entwickelte Kompressionsmodell als ein alleinstehendes eindimensionales Modell oder gekoppelt mit mehrdimensionalen Strömungssimulationen (siehe Kap. 6.3.3) die Berücksichtigung von kompressiblen Materialverhalten bei numerischen Vorhersagen ermöglicht. Die Anwendung ist zwar aktuell auf die Pressverdichtung beschränkt dabei jedoch unabhängig des Kompressionsverhaltens.

6.2 Simulationsbedingungen

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die verwendeten Geometrien für die durchgeführten numerischen Vorhersagen des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen und den gewählten Rand- und Anfangswertbedingungen.

6.2.1 Simulierte Rotorgeometrie

Bei den gezeigten Simulationen handelt es sich um die numerische Simulation des Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge im Labormaßstab der Fa. Carl Padberg Zentrifugenbau GmbH (CEPA). Der Verfahrensraum des verwendeten Rotors ist durch einen entwickelten Einsatz modifiziert. Der Einsatz führt zu definierten Strömungsbedingungen im Zulaufbereich und ermöglicht die Entnahme des Sediments im Anschluss an die Trennversuche. Die Besonderheiten dieses Einsatzes für die Simulationen sind

die Trennung der Vorbeschleunigungszone von der Sedimentationszone und die Ausführung des Überlaufwehrs und der Vorbeschleunigungszone als in tangentialer Richtung angeordnete Strömungskanäle. Des Weiteren führt die Ausführung der Strömungskanäle zusammen mit dem festen Kern zur Verdrängung des Gaskerns, so dass innerhalb des Trennprozesses nur das Zweiphasensystem aus Flüssigkeit und Partikel vorliegt. Dies rechtfertigt die getroffene Annahme der Vernachlässigung der Gasphase bei der numerischen Simulation des Trennprozesses. Der Sedimentationsbereich des Einsatzes erstreckt sich zwischen der Vorbeschleunigungszone und dem Überlaufwehr. In Abbildung 6.15 ist ein dreidimensionaler Schnitt des Rotors mit dem Einsatz dargestellt. Für eine ausführlichere Diskussion über den Aufbau und die Funktion des Einsatzes bei den Experimenten sei auf Kapitel 8.1 verwiesen.

Die Verwendung des Einsatzes ermöglicht die geometrische Vereinfachung des Verfahrensraums unter Vernachlässigung der Vorbeschleunigungszone und des Überlaufwehrs, woraus sich die in Abbildung 6.16a dargestellte Geometrie für die Simulationen ergibt. Die Geometrie basiert auf einem Hohlzylinder. Der Außenradius beträgt $r_a = 0.019$ m und der Innenradius $r_{in} = 0.008$ m. Die axiale Ausdehnung ist 0.162 m. Der Sedimentationsbereich hat ein Volumen von $V = 150$ cm³.

Im Laufe der vorliegenden Arbeit kommen zwei Ausführungen der Vorbeschleunigungszone zum Einsatz. In Abbildung 6.16 b) ist der Zulauf des Typs 1 und in c) des Typs 2 dargestellt. Der Zulauf des Typs 1 besteht aus vier großen Kanälen, deren radiale Ausdehnung sich vom Innenradius r_{in} des Sedimentationsbereichs bis hin zu $r = 0.011$ m erstreckt. Sie besitzen eine gesamte Querschnittsfläche von $A_{Ges} = 9.9 \cdot 10^{-5}$ m². Beim Zulauf des Typs 2 erfolgt das Einströmen der Suspension über acht Kanäle. Die Kanäle erstrecken sich dabei bis zu einem Radius von $r = 0.012$ m und haben zusammen eine Querschnittsfläche von $A_{Ges} = 8.4 \cdot 10^{-5}$ m². Die räumliche Diskretisierung der dargestellten Geometrie erfolgt mit etwa $2.7 \cdot 10^6$ Rechenzellen in Form von strukturierten Hexaedern. Weiterhin wird eine Gitterverfeinerung in radialer Richtung zu den Wänden hin verwendet, wie in Abbildung 6.16 a) illustriert ist. Eine Gitterstudie (siehe Anhang) hat gezeigt, dass ab einem Gitter ca. $2 \cdot 10^6$ Rechenzellen der Gittereinfluss auf die Strömung vernachlässigbar klein ist.

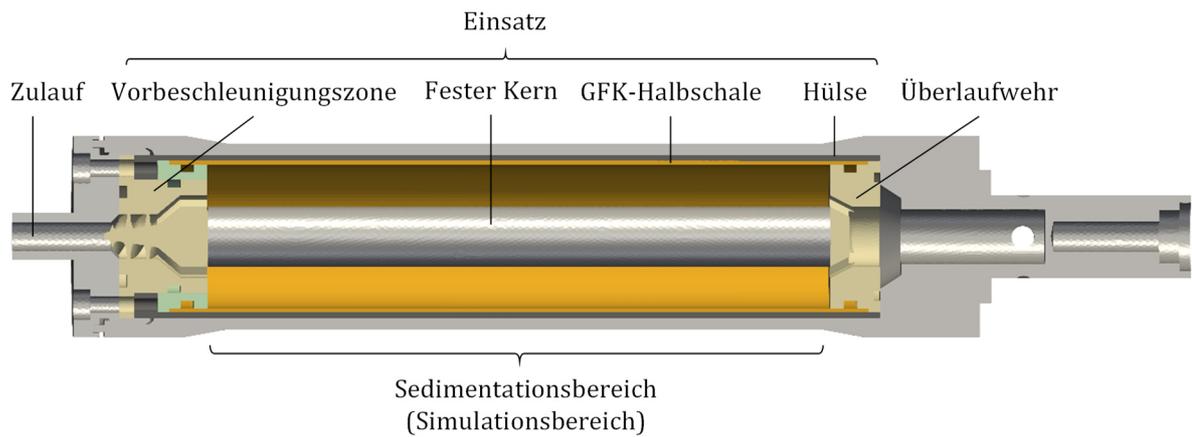


Abbildung 6.15: Dreidimensionaler Schnitt des verwendeten Rotors mit eingefügtem Einsatz

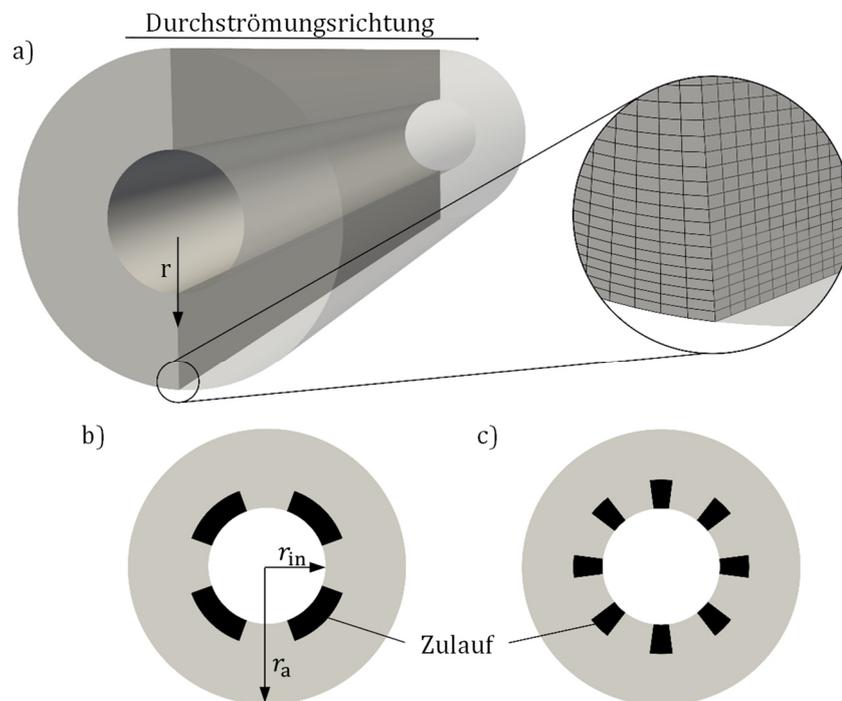


Abbildung 6.16: In a) ist die verwendete Simulationsgeometrie mit einem Ausschnitt des verwendeten Gitters gezeigt. Bei den Simulationen kommen zwei verschiedene Zuläufe zum Einsatz. In b) ist der Zulauf des Typs 1 und in c) des Typs 2 gezeigt.

6.2.2 Rand- und Anfangswertbedingungen

Randbedingungen

Die verwendeten Randbedingungen sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Es erfolgt die Annahme, dass die Suspension auf Starrkörperrotation in der Vorbeschleunigungszone beschleunigt wird und mit einer einheitlichen und konstanten Axialgeschwindigkeit in den Sedimentationsbereich eintritt. An den Wänden gilt die Haftbedingung. Für den Auslass ist eine Ausström-Randbedingung gewählt, welche sich aus der Überlagerung einer Neumann- und einer Dirichlet-Randbedingung zusammensetzt. Zeigt die Axialkomponente der Geschwindigkeit aus dem Rechengitter heraus, entspricht diese einer Neumann-Randbedingung und der Gradient der Geschwindigkeit wird zu

$$\frac{\partial \vec{u}_{\text{Rel}}}{\partial \vec{n}} = 0 \quad (6.50)$$

gesetzt. Zeigt die Axialkomponente der Geschwindigkeit auf der Randfläche dagegen in das Rechengebiet, wird die berechnete Geschwindigkeit mit einer Dirichlet-Randbedingung überschrieben, um eine Rückströmung in das Rechengebiet zu verhindern. Das führt zu

$$\vec{u}_{\text{Rel}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m s}^{-1}. \quad (6.51)$$

Da die Geschwindigkeit im Zulauf vorgegeben ist, erfolgt die Vorgabe des Drucks am Auslass. Bei allen anderen Rändern gilt die Neumann-Randbedingung

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (6.52)$$

Für den Druck erfolgt die Annahme der Starrkörperrotation im Auslass. Für den Feststoffvolumenanteil der Partikel α_p gilt überall außer beim Zulauf eine Neumann-Randbedingung. Im Zulauf ist ein einheitlicher und konstanter Wert für den Feststoffvolumenanteil der Ausgangssuspension definiert. Das Rechengitter ist an den Wänden so fein aufgelöst, dass man sich in der viskosen Unterschicht befindet. Direkt an der Wand ergibt sich somit jeweils eine Dirichlet-Randbedingungen für die turbulente kinetische Energie

$$k_t(\vec{x}, t = 0) = 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (6.53)$$

und der spezifischen Dissipationsrate

$$\omega_t(\vec{x}, t = 0) = 10^{-10} \text{ s}^{-1}. \quad (6.54)$$

Es wird angenommen, dass die dafür vorgegebenen Werte für sämtliche Bereiche konstant sind. Weiterhin wird angenommen, dass die Strömung nur leicht turbulent in den Sedimentationsbereich eintritt. Die Randbedingungen für die turbulente Viskosität berechnen sich direkt aus den Werten für k_t und ω_t an den Rändern.

Tabelle 6.2: Verwendete Randbedingungen für die in dieser Arbeit diskutierten Strömungssimulationen

Bilanzgröße	Zulauf	Auslass	Wände
\vec{u}_{Rel}	$\vec{u}_{\text{Rel}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u_{\text{ax},0} \end{pmatrix}$	$\frac{\partial \vec{u}_{\text{Rel}}}{\partial \vec{n}} = 0, u_{\text{ax}} \geq 0$ $\vec{u}_{\text{Rel}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_{\text{ax}} < 0$	$\vec{u}_{\text{Rel}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
\bar{p}	$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{n}} = 0$	$\bar{p} = \frac{\omega^2}{2} r^2$	$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{n}} = 0$
α_P	$\alpha_{P,i} = \alpha_{P,0}$	$\frac{\partial \alpha_{P,i}}{\partial \vec{n}} = 0$	$\frac{\partial \alpha_{P,i}}{\partial \vec{n}} = 0$
ω_t	$\omega_t = 3.5 \cdot 10^{-7}$	$\frac{\partial \omega_t}{\partial \vec{n}} = 0$	$\omega_t = 10^{-10}$
k_t	$k_t = 10^{-7}$	$\frac{\partial k_t}{\partial \vec{n}} = 0$	$k_t = 10^{-10}$
η_t	Siehe Gl. (4.9)	Siehe Gl. (4.9)	Siehe Gl. (4.9)

Anfangswertbedingungen

Die Simulation des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen startet in der vorliegenden Arbeit immer mit einer ausgebildeten Strömung bestehend aus reiner Flüssigkeit. Somit ergeben sich die Anfangsbedingungen für die Bilanzgrößen der Erhaltungsgleichungen und dem Turbulenzmodell direkt aus dessen Strömungsfeld. Daher erfolgt in diesem Abschnitt die Vorstellung der gewählten Anfangswertbedingungen für die Berechnung der reinen Flüssigkeitsströmung. Die dafür notwendigen Simulationen ohne disperse Phase wurden mit dem Standardlöser SRFPimpleFOAM durchgeführt. Als Anfangswertbedingungen für diese Simulationen geht man von Starrkörperrotation aus. Daher gilt

$$\vec{u}_{\text{Rel}}(\vec{x}, t = 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m s}^{-1}. \quad (6.55)$$

Für den kinematischen Druck wird

$$\bar{p}(\vec{x}, t = 0) = 0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (6.56)$$

angenommen. Auch wird die turbulente Viskosität zu Beginn auf

$$\eta_t(\vec{x}, t = 0) = 0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (6.57)$$

gesetzt. Für die turbulente kinetische Energie und spezifische Dissipationsrate gelten

$$k_t(\vec{x}, t = 0) = 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (6.58)$$

und

$$\omega_t(\vec{x}, t = 0) = 10^{-10} \text{ s}^{-1}. \quad (6.59)$$

Die verwendeten Randbedingungen für diese Simulationen zur Berechnung der ausgebildeten Strömung sind identisch mit denen der Simulationen mit disperser Phase, siehe Tabelle 6.2.

6.3 Numerische Funktionalitätsstudien

Das nachfolgende Kapitel verfolgt das Ziel, die Funktionalität der entwickelten Simulationemethode zur Vorhersage des Trennprozesses zu zeigen. Entscheidend dafür sind die Abbildung der Wechselwirkung zwischen Sediment und Strömung und der Einfluss der Stoffeigenschaften und des Materialverhaltens der beiden Phasen. Daher erfolgt die Diskussion der wichtigsten Aspekte anhand ausgewählter Simulationsergebnisse. Die Validierung der Simulationemethode ist eigenständig im Anschluss an die Charakterisierung des Fließverhaltens der Sedimente in Kapitel 8 beschrieben. Es ist hier anzumerken, dass alle in dieser Arbeit präsentierten Diagramme und Bilder einer Durchströmung des Rotors von links nach rechts entsprechen.

6.3.1 Einfluss des Sediments auf die Strömung

Das sich bildende Sediment führt durch den erhöhten Durchströmungswiderstand der Poren zu einer Querschnittsverengung des Verfahrensraums. Daher ist für die numerische Vorhersage des Trennprozesses der Sedimentaufbau und dessen Einfluss auf die Strömung abzubilden. Durch die Vereinfachung des Zweiphasensystems als Mischphase werden die Bereiche der Suspension und des Sediments bei der Simulation nur durch bereichsweise definierte Funktionen für die Viskosität abgebildet. Zur Überprüfung der Funktionalität dieser Vereinfachung erfolgt in diesem Kapitel eine ausführliche Diskussion der Strömung innerhalb des Sedimentationsbereichs in Abhängigkeit des Sediments.

Prozessbedingungen und Materialeigenschaften

Die Grundlage für diese Studie ist der Trennprozess eines polydispersen Partikelsystems. Des Weiteren erfolgt die Annahme, dass das bildende Sediment kompressibel ist und eine hohe Fließgrenze aufweist. Das Prinzip der Strömungsähnlichkeit kommt nicht zum Einsatz. Die hierfür verwendeten Prozess- und Materialparameter sind in Tabelle 6.3 zusammengefasst.

Tabelle 6.3: Prozessbedingungen und Materialeigenschaften der beiden Phasen für die Untersuchung des Einflusses des Sediments auf die Strömungsbedingungen

Prozessbedingungen		Kompressionsverhalten	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.5	$\alpha_{\text{Gel}} / -$	0.264
ω / s^{-1}	200	$\beta / -$	0.084
		p_0 / Pa	800
		$\alpha_{\text{max}} / -$	0.74
Stoffeigenschaften		Fließverhalten	
$\alpha_{\text{P,Ges},0} / -$	0.025	$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1
$d_{\text{P,min}} / \mu\text{m}$	4	$l / -$	1
$d_{\text{P,max}} / \mu\text{m}$	16	$b_{\text{SedE}} / -$	0
$\rho_{\text{P}} / \text{kg m}^{-3}$	2500	$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	0.001
$\rho_{\text{L}} / \text{kg m}^{-3}$	1000	$n_1 / -$	2000
		n_2 / Pa	100000
		$\alpha_{\text{B,Rh}} / -$	α_{Gel}
		$n_{\text{Rh}} / -$	1

Simulationsergebnisse

Der Fokus der Diskussion liegt auf der Tangential- und Axialkomponente der Geschwindigkeit, da die Tangentialgeschwindigkeit die wirkende Zentrifugalkraft und die Axialgeschwindigkeit die Verweilzeit der Partikel im Rotor bestimmen.

In Abbildung 6.17 ist die axiale Komponente der Geschwindigkeit u_{ax} im Suspensionsbereich mit dem sich bildenden Sediment für die beiden Prozesszeiten $t = 0 \text{ s}$ und $t = 100 \text{ s}$ dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit ist nur jeweils ein Viertel der Rechengeometrie gezeigt. Die Zulaufgeometrie entspricht dem Zulauf Typ 2 (vgl. Abb. 6.16 c)).

Die Simulationen zur Vorhersage des Trennprozesses beginnen immer mit einer ausgebildeten Flüssigkeitsströmung im Rotor ($t = 0 \text{ s}$). Die Ausbildung einer axialen

Grenzschichtströmung ist gut zu erkennen. Im Bereich der radialen Ausdehnung der Zulauf- und Auslasskanäle bildet sich die Grenzschicht mit einer erhöhten Axialgeschwindigkeit im Vergleich zu einer Pfropfenströmung, welche sich über die gesamte Höhe des Sedimentationsbereichs erstrecken würde. Unterhalb der Grenzschicht befindet sich der stagnierende Bereich mit radialen und axialen Wirbeln.

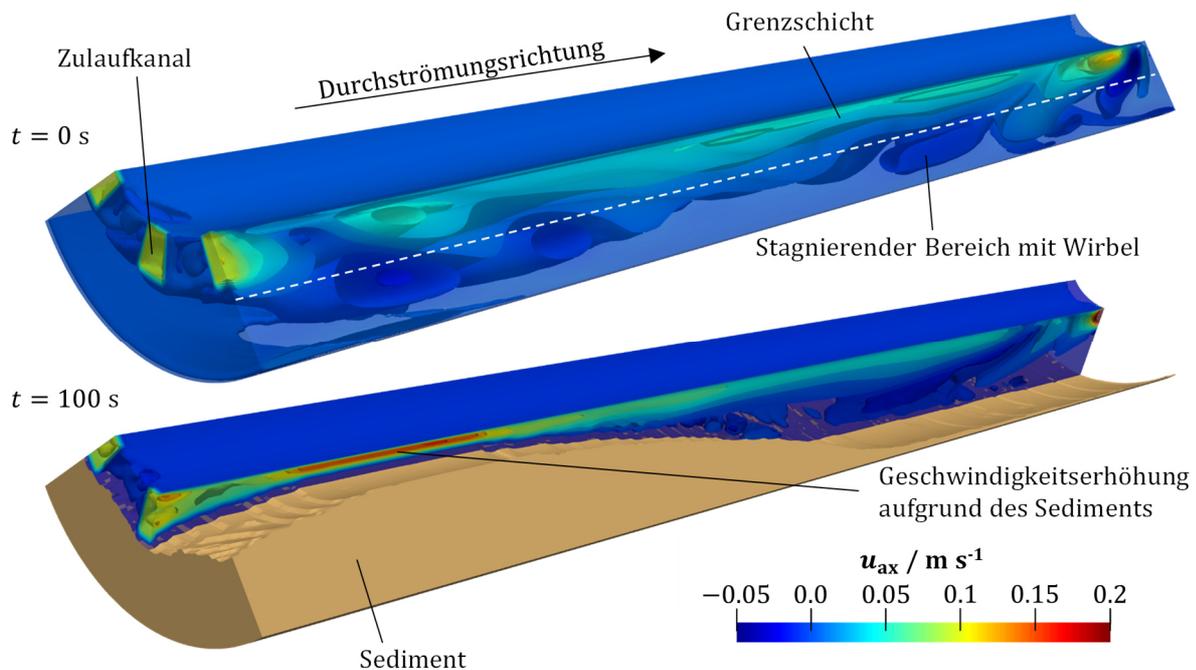


Abbildung 6.17: Vergleich der Axialgeschwindigkeit innerhalb des Rotors bei zwei Zeitpunkten. Es ist jeweils ein Viertel der Rechengeometrie dargestellt.

Bei $t = 100 \text{ s}$ hat sich ein Sediment gebildet. Der Bereich des Sediments ist mit einer einheitlichen Farbe dargestellt. Für eine anschauliche Darstellung der räumlichen Ausdehnung des Sediments ist die Axialgeschwindigkeit nur in der Hälfte des gezeigten Ausschnitts des Rotors gezeigt. Das Sediment wächst im vorderen Bereich des Rotors in die Grenzschicht. Durch die Verkleinerung des freien Strömungsquerschnitts führt dies zu einer erhöhten Axialgeschwindigkeit im Vergleich zum Startzeitpunkt, was an dem Farbverlauf der Axialgeschwindigkeit gut zu erkennen ist.

Für eine detailliertere Diskussion über den Einfluss des Sediments auf die Strömung ist in Abbildung 6.18 die in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} für die Prozesszeiten $t = 50 \text{ s}$, $t = 100 \text{ s}$ und $t = 150 \text{ s}$ dargestellt. $x_{\text{ax}} = 0 \text{ m}$ entspricht der Position des Zulaufs. Durch die gewählten Prozessbedingungen und Materialeigenschaften liegt das sich bildende Sediment ungleich verteilt im Rotor vor. Bei $t = 50 \text{ s}$ sedimentieren die meisten Partikel in den vorderen $0,05 \text{ m}$. Im

restlichen Bereich der Zentrifuge bildet sich nur eine dünne Deckschicht aus. In der Zone $x_{ax} \leq 0.02$ m ragt das Sediment in den Bereich der Zulaufkanäle hinein. Mit wachsender Prozesszeit wächst das Sediment vor allem in axialer Richtung und nur noch geringfügig in die Höhe. So wächst die maximale Sedimenthöhe zwischen $t = 50$ s und $t = 150$ s von $\bar{h}_{Sed,max} = 0.008$ m auf $\bar{h}_{Sed,max} = 0.0097$ m an. Es verbleibt somit durchgehend ein Spalt zwischen der Innenwand des Sedimentationsbereichs (entspricht $h = 0.011$ m) und dem Sediment.

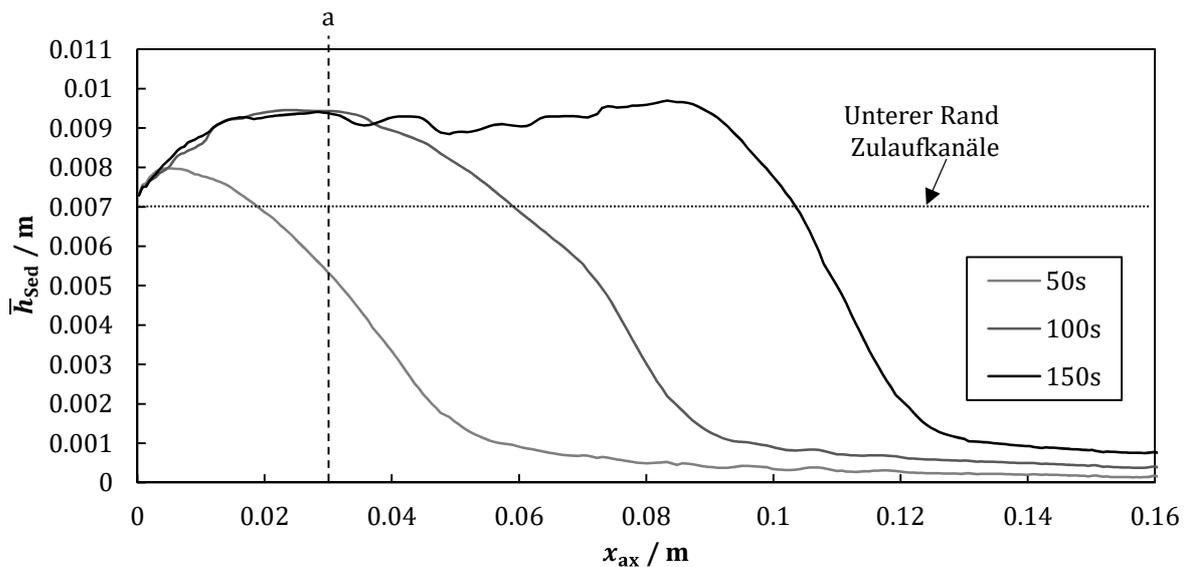


Abbildung 6.18: Darstellung der Sedimentverteilung im Rotor für in Abhängigkeit der Prozesszeit anhand der in tangentialer Richtung gemittelten Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} . An Position a erfolgt die detaillierte Betrachtung der axialen und tangentialen Geschwindigkeitskomponenten.

Die Auswertung und der Vergleich der Geschwindigkeitsprofile erfolgen exemplarisch an der axialen Position $x_{ax} = 0.03$ m. Das entspricht der in Abb. 6.18 mit a gekennzeichneten Stelle. Des Weiteren sind für eine bessere Vergleichbarkeit und zur Datenreduktion die gezeigten Axial- und Tangentialgeschwindigkeiten in tangentialer Richtung gemittelt.

In Abbildung 6.19 ist die gemittelte Axialgeschwindigkeit \bar{u}_{ax} innerhalb des Sedimentationsbereichs in Abhängigkeit der Prozesszeit dargestellt. Abbildung 6.19 a) und b) unterscheiden sich durch die Skalierung der Ordinate und der Anzahl der gezeigten Prozesszeiten. Der Parameter h steht für die Höhe des Sedimentationsbereichs. Eine Höhe von $h = 0$ m entspricht dem Außenradius r_a und $h = 0.011$ m dem Innenradius r_{in} der Rechengeometrie. Die in diesem Abschnitt verwendeten Begriffe oben und unten bzw. oberhalb und unterhalb beziehen sich auf die Höhenposition im Sedimentationsbereich.

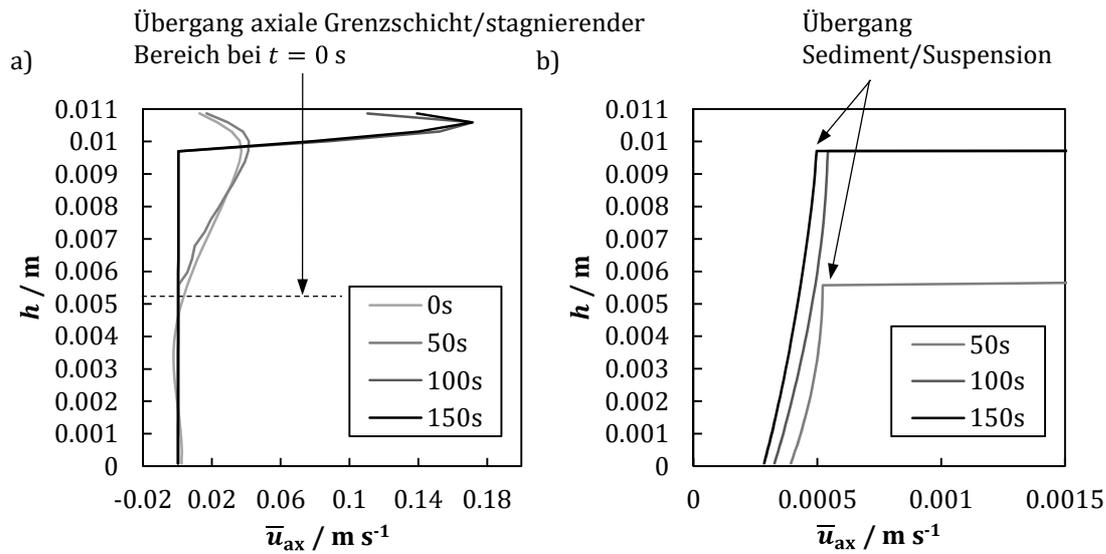


Abbildung 6.19: Darstellung der Axialgeschwindigkeitsverteilung im Sedimentationsbereichs anhand der in tangentialer Richtung gemittelten Axialgeschwindigkeit \bar{u}_{ax} in Abhängigkeit der Prozesszeit. Der Parameter h steht für die Höhe des Sedimentationsbereichs entlang des Radius ausgehend von der maximalen zur minimalen radialen Position.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ s ist der Rotor vollständig mit Flüssigkeit gefüllt. Der Übergang zwischen der axialen Grenzschicht und dem sich darunter befindenden stagnierenden Bereich ist anhand des Geschwindigkeitsprofils gut zu erkennen. Im stagnierenden Bereich sind die Axialgeschwindigkeiten im Vergleich zur Grenzschicht sehr niedrig. Die dort auftretenden Wirbel sind anhand des Richtungswechsels der Axialgeschwindigkeit zu erkennen. Die Strömungsprofile für die weiteren Zeitpunkte weisen jeweils zwei markante Zonen auf, deren vertikale Ausdehnung sich mit der Zeit verändert. Der Grund dafür ist das sich bildende Sediment. In der unteren Zone liegt fast keine Axialgeschwindigkeit vor und die Wirbel sind verschwunden. Hier befindet sich das Sediment. Oberhalb davon ist weiterhin eine ausgeprägte Axialströmung vorhanden. Der Übergang zwischen den beiden Bereichen stellt die Sedimentgrenze dar.

Mit der Prozesszeit wächst das Sediment in die Grenzschicht hinein und verringert somit den Strömungsquerschnitt, siehe Abb. 6.18. Das führt zu einer Erhöhung der Axialgeschwindigkeit. So wächst die maximale Strömungsgeschwindigkeit von $\bar{u}_{ax,max}(t = 0\text{ s}) = 0.037\text{ m s}^{-1}$ bis zu $\bar{u}_{ax,max}(t = 150\text{ s}) = 0.17\text{ m s}^{-1}$ an. Die entspricht einer Steigerung von $\bar{u}_{ax,max}$ um einen Faktor von 4.6. Die gewählte Vereinfachung zur Modellierung der Wechselwirkung zwischen der dispersen und kontinuierlichen Phase bildet somit das erforderliche physikalische Verhalten ab.

Bei näherer Betrachtung der Geschwindigkeitsprofile zeigt sich jedoch, dass im kompletten Bereich des Sediments eine sehr geringe Bewegung, $\bar{u}_{ax,max,Sed}(t = 50\text{ s}) = 5.2 \cdot 10^{-4}\text{ m s}^{-1}$, in axialer Richtung stattfindet, siehe

Abb. 6.19 b). Die Axialgeschwindigkeit nimmt dabei mit steigender vertikaler Position zu und mit der Prozesszeit ab. Dies entspricht nicht dem erwarteten Verhalten. Bei den gewählten Prozessbedingungen und Materialeigenschaften sollte, wenn überhaupt, nur eine Bewegung des Sediments in den Schichten in der Nähe der Sedimentgrenze stattfinden und nicht im gesamten Sediment.

Neben der Axialgeschwindigkeit beeinflusst das Sediment auch die Tangentialgeschwindigkeit. In Abbildung 6.20 ist der Einfluss des Sediments auf die gemittelte Tangentialgeschwindigkeit \bar{u}_{tang} bei der axialen Position von $x_{ax} = 0.03$ dargestellt. Als Vergleich ist die Geschwindigkeit bei Starrkörperrotation eingezeichnet. Beim Zustand ohne Sediment ($t = 0$ s) liegt eine nachhinkende Strömung vor. Diese Erkenntnis deckt sich mit den Ergebnissen von Romani und Nirschl [135] bei der numerischen Untersuchung der Mehrphasenströmung in einer Vollmantelzentrifuge. In dem vorliegenden Fall weicht die Tangentialgeschwindigkeit im Durchschnitt um 9.2 % von der Starrkörperrotation ab.

Durch das sich bildende Sediment kommt es zu einer Veränderung der Tangentialgeschwindigkeit. Die Bereiche mit Sediment rotieren mit oder annähernd mit Starrkörperrotation. Beim Übergang zum Suspensionsbereich tritt wieder ein Nachhinken der Strömung auf. Mit wachsendem Sediment reduziert sich das Nachhinken der Strömung im Suspensionsbereich.

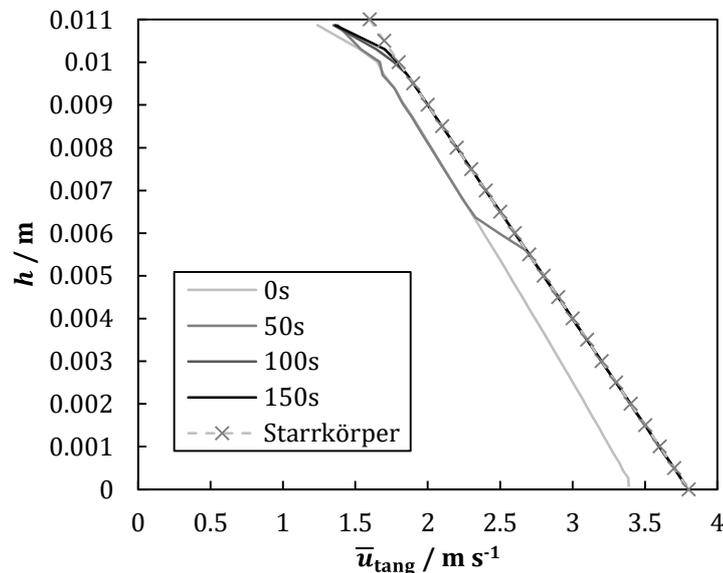


Abbildung 6.20: Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit für vier Zeitpunkte mit der Starrkörperrotation an der axialen Position $x_{ax} = 0.03$ m

Somit führt die gewählte Vorgehensweise, die Wechselwirkungen zwischen Partikeln und der Flüssigkeit nur mittels unterschiedlichen Fließverhaltens darzustellen, zu der zur Vorhersage des Trennprozesses erforderlichen wechselseitigen Beeinflussung von Strömung und Sediment.

Es treten jedoch geringe Abweichungen bei der Axialgeschwindigkeit bezüglich des erwartenden Sedimentverhaltens auf. Der Grund dafür beruht auf der Problematik der Modellierung des Fließverhaltens bei Fluiden mit einer Fließgrenze wie dem Sediment. Mit dem standardmäßigen Vorgehen bei der Einbindung eines Herschel-Bulkley-Fluids bei Strömungssimulationen kann nur der Fall eines sich schon bewegenden Fluids, $\tau > \tau_0$, bei den Simulationen berücksichtigt werden, siehe Gln. (3.2) und (3.3). Der Grund dafür liegt in der Anwendung des Newton'schen Schubspannungsansatzes. Dieser erlaubt, den Spannungstensor in der Erhaltungsgleichung für den Impuls mittels der Beziehung zwischen der Viskosität und dem Geschwindigkeitsgradienten darzustellen. Ohne diese Vereinfachung müsste für jeden Zeitschritt und jede Rechenzelle der vollständige Spannungstensor gelöst werden.

Ein Fluid, dessen Schubspannungszustand unterhalb der Fließgrenze liegt, weist nur eine elastische Deformation auf oder verbleibt in Ruhe und besitzt somit eine unendliche Viskosität. Große Gradienten in den Bilanzgrößen führen zu numerischen Instabilitäten. Daher ist es notwendig die Viskosität auf einen maximalen Wert zu begrenzen

(vgl. Kap. 6.1.7). Somit liegt im Bereich des Sediments zu jedem Zeitpunkt eine endliche Viskosität vor, unabhängig davon ob sich das Sediment in der Realität bewegen würde oder nicht. Dieser Zustand führt dazu, dass selbst bei einem sich in Ruhe befindenden Sediment geringfügiges Sedimentfließen auftritt. Um dies zu verhindern, müssten die Schubspannungen im Sediment berechnet werden, was die Berücksichtigung des zweiten Falls des Herschel-Bulkley-Fluids ermöglicht.

6.3.2 Einfluss des Fließverhaltens

Nicht nur das Sediment beeinflusst die Strömung, sondern diese bestimmt im Zusammenspiel mit dem Fließverhalten des Sediments die Verteilung der abgeschiedenen Partikel in der Zentrifuge, siehe Abbildung 2.6. In diesem Kapitel erfolgt daher die Diskussion des Einflusses des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung anhand der Ergebnisse vier exemplarisch ausgewählter Simulationen.

Prozessbedingungen und Materialeigenschaften

Der Fokus dieser Funktionalitätsstudie liegt allgemein auf der Realisierbarkeit des Einflusses des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung beim Trennvorgang in

Röhrenzentrifugen. Es wird vereinfachend von der Bildung eines inkompressiblen Haufwerks ausgegangen. Zur Vermeidung der Einflussnahme von Segregationseffekten auf die Sedimentverteilung liegt ein monodisperses Partikelsystem vor. Die Partikelgröße ist so gewählt, dass die Partikel im vorderen Bereich des Rotors sedimentieren. So dominiert der Einfluss des Fließverhaltens und nicht die Sinkgeschwindigkeit der Partikel die Sedimentverteilung. Die kontinuierliche Phase ist als Wasser definiert. Als Zulaufgeometrie ist der Zulauf Typ 2 gewählt. Auf die Anwendung des Prinzips der Strömungsähnlichkeit wird verzichtet. Dadurch minimiert sich der Einfluss sämtlicher Faktoren außer des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung. Eine Auflistung der Prozessbedingungen und Materialeigenschaften außer des Fließverhaltens ist in Tabelle 6.4 zu finden.

Für das Fließverhalten wird angenommen, dass sich die Sedimente wie ein Bingham-Fluid ($n_{\text{Rheo}} = 1$) verhalten und nur Unterschiede bei der Konsistenz und Fließgrenze auftreten. Die Fließgrenze ist linear vom Feststoffgerüstdruck abhängig. Durch die Annahme der Inkompressibilität der Sedimente fällt der Einfluss der Porosität weg. Weiterhin ist im Bereich der Sedimentgrenze das Fließverhalten unabhängig vom Feststoffvolumenanteil und entspricht dem des Sediments. So reduziert sich Gleichung (6.19) mit (6.22) in dieser Studie zu:

$$v_{\text{vir}} = \min \left(\frac{n_1 p_s + n_2}{\dot{\gamma} \bar{\rho}_M} + k, v_{\text{max}} \right). \quad (6.60)$$

Die verwendeten Parameter zur Beschreibung der Fließgrenze und die Konsistenz sind für die vier ausgewählten Simulationen in Tabelle 6.5 gezeigt. Diese unterscheiden sich dabei sowohl in der Konsistenz als auch in den Parametern zur Berechnung der Fließgrenze. Die einzelnen Werte sind dabei frei gewählt.

Tabelle 6.4: Prozessbedingungen und Materialeigenschaften außer des Fließverhaltens

Prozessbedingungen		Kompressionsverhalten	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.5	$\alpha_{\text{P,Sed}} / -$	0.5
ω / s^{-1}	200		
Stoffeigenschaften			
$\alpha_{\text{Ges},0} / -$	0.02		
$d_p / \mu\text{m}$	30		
$\rho_p / \text{kg m}^{-3}$	2500		
$\rho_L / \text{kg m}^{-3}$	1000		

Tabelle 6.5: Materialparameter der untersuchen Fließverhalten

Fließverhalten 1 (FV 1)		Fließverhalten 2 (FV 2)	
$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	10^{-4}	$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	10^{-6}
$n_1 / -$	2.5	$n_1 / -$	0.5
n_2 / Pa	5000	n_2 / Pa	500
$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1	$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1
Fließverhalten 3 (FV 3)		Fließverhalten 4 (FV 4)	
$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	10^{-3}	$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	10^{-6}
$n_1 / -$	0.001	$n_1 / -$	0.001
n_2 / Pa	30	n_2 / Pa	30
$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1	$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1

Simulationsergebnisse

Zur Darstellung der axialen Sedimentverteilung sind in Abbildung 6.21 die tangential gemittelten Sedimenthöhen \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} mit den in Tabelle 6.5 erläuterten Parametern gezeigt. In Abhängigkeit des Fließverhaltens ergeben sich Sedimente mit unterschiedlichen Böschungswinkeln und räumlichen Verteilungen.

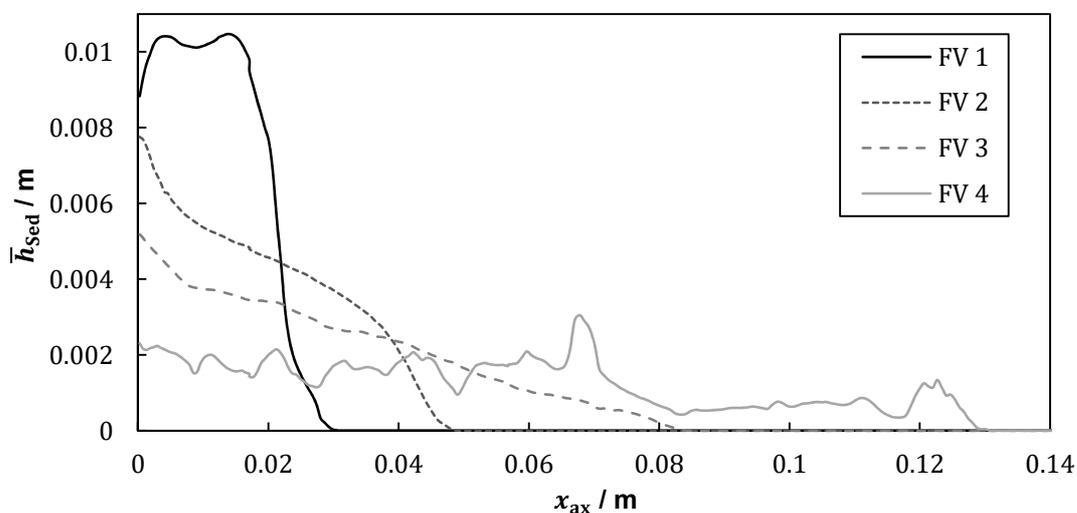


Abbildung 6.21: Einfluss des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung anhand des Vergleichs der gemittelten Sedimenthöhen über die axiale Position im Sedimentationsbereich

Bei einer sehr hohen Fließgrenze (FV1) bildet sich näherungsweise ein rechteckiges Sediment direkt hinter dem Zulauf aus. Diese Simulation weist somit bezogen auf die axiale Richtung die größte inhomogene Sedimentverteilung auf. Bei FV 2 nimmt die Sedimenthöhe mit der axialen Position stetig ab, und es bilden sich drei Bereiche mit

unterschiedlichen Böschungswinkeln aus. Mit kleiner werdender Fließgrenze flacht das Sediment ab, bis bei FV 4 kein Böschungswinkel mehr bestimmt werden kann. Aber nicht nur die Fließgrenze, sondern auch die auf die Dichte bezogene Konsistenz k beeinflusst die Sedimentverteilung. Die Sedimente mit dem Fließverhalten FV 3 und FV 4 unterscheiden sich nur in der Konsistenz und besitzen beide eine niedrige Fließgrenze. Bei FV3 formt sich ein Sediment mit einem flachen Böschungswinkel. Die Reduktion der Konsistenz führt dazu, dass durch die Überströmung des Sediments eine wellenförmige Sedimentoberfläche entsteht. Dies führt zu einem verstärkten axialen Transport der schon abgeschiedenen Partikel und verhindert die Bestimmung eines Böschungswinkels.

Die Simulationsmethode kann somit den Einfluss des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung abbilden. Dabei zeigt sich, dass das Fließverhalten die Sedimentverteilung signifikant verändert. Sowohl die Fließgrenze als auch die Konsistenz können die Sedimentverteilung dominieren. Daher sind eine exakte experimentelle Charakterisierung des Fließverhaltens und dessen mathematische Modellierung unabdingbar.

6.3.3 Einfluss des Kompressionsverhaltens

Neben dem Fließverhalten beeinflusst auch das Kompressionsverhalten die Sedimentverteilung und somit den Trennprozess. Um die Funktionalität des Kompressionsmodells bei der Kopplung mit Strömungssimulationen und den Einfluss auf die Sedimentverteilung zu überprüfen, werden in diesem Kapitel die Sedimentverteilungen für drei numerische Simulationen mit Sedimenten mit unterschiedlichem Kompressionsverhalten verglichen.

Prozessbedingungen und Materialeigenschaften

Die verwendeten Prozessbedingungen und Materialeigenschaften sind so gewählt, dass sich der Einfluss der Sinkgeschwindigkeit und des Fließverhaltens minimiert. So wird nur die Abscheidung eines monodispersen Partikelsystems mit einer Partikelgröße von $d_p = 1 \mu\text{m}$ betrachtet. Das Fließverhalten ist bei allen Simulationen gleich und so gewählt, dass ein sehr schwerfließendes Haufwerk vorliegt. Bei den in dieser Studie betrachteten numerischen Simulationen wird auf das Prinzip der Strömungsähnlichkeit zurückgegriffen, um höhere Zentrifugalkräfte und damit Feststoffgerüstdrücke zu realisieren. Die Berechnung der Partikelbewegung erfolgt bei einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega = 1151.9 \text{ s}^{-1}$ und die Berechnung der Strömungsbedingungen bei $\omega_B = 209.4 \text{ s}^{-1}$. Eine ausführliche Übersicht über die Prozessbedingungen und Materialeigenschaften außer des Kompressionsverhaltens sind in Tabelle 6.6 zusammengefasst.

Tabelle 6.6: Prozessbedingungen, Stoffeigenschaften und Parameter zur Beschreibung des Fließverhaltens für die drei nachfolgend dargestellten numerischen Simulationen

Prozessbedingungen		Fließverhalten	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.34	$v_{\max} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1
ω / s^{-1}	1151.9	$l / -$	1
ω_B / s^{-1}	209.4	$b_{\text{SedE}} / -$	0.75
Stoffeigenschaften		$n_{\text{Rh}} / -$	1
$\alpha_{\text{P,Ges},0} / -$	0.03	$\alpha_{\text{B,Rh}} / -$	α_{Gel} bzw. α_{Sed}
$d_P / \mu\text{m}$	1	$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	0.001
$\rho_P / \text{kg m}^{-3}$	2500	$n_1 / -$	1000
$\rho_L / \text{kg m}^{-3}$	1000	n_2 / Pa	300000

Die Parameter des Kompressionsverhaltens der drei Beispielsimulationen sind separat in Tabelle 6.7 gezeigt. Die Haufwerke weisen eine geringe bis mittlere Kompressibilität (KV 1) sowie eine hohe Kompressibilität (KV 2) auf. Das dritte Sediment ist trotz der geringen Partikelgröße inkompressibel (KV 3). Diese Annahme ist für Produkte gerechtfertigt, bei denen eine Stabilisierung der Suspension vorliegt. Des Weiteren wird von einem elastischen Kompressionsverhalten ausgegangen.

Tabelle 6.7: Materialparameter für die drei untersuchten Kompressionsverhalten

Kompressionsverhalten 1 (KV 1)		Kompressionsverhalten 2 (KV 2)	
$\alpha_{\text{Gel}} / -$	0.25	$\alpha_{\text{Gel}} / -$	0.15
p_s / Pa	800	p_s / Pa	90
$\beta / -$	0.084	$\beta / -$	0.18
Kompressionsverhalten 3 (KV 3)			
$\alpha_{\text{P,Sed}} / -$	0.45		

Simulationsergebnisse

Das Zusammenspiel aus Kompressionsverhalten und wirkenden Kräften bestimmt die Porosität bzw. den Feststoffvolumenanteil im Sediment. Eine Veränderung der Porositätsverteilung führt zu abweichenden Sedimenthöhen. In Abbildung 6.22 a) ist die mittlere Sedimenthöhe über die axiale Position nach $t = 150 \text{ s}$ Prozesszeit für die drei untersuchten Kompressionsverhalten dargestellt.

Obwohl der Gelpunkt bei KV 2 am niedrigsten ist, bildet sich hier durch den starken kompressiblen Charakter des Sediments das kompakteste Sediment aus. KV 1 weist im Vergleich dazu vor allem im vorderen Bereich eine stark erhöhte Sedimenthöhe auf. Das führt zum Hineinwachsen des Sediments in die vorliegende Grenzschicht der Strömung. Dadurch kommt es im Verlauf der Simulation direkt hinter dem Zulauf ($x_{ax} = 0$ m) zu einer Wirbelbildung, welche zu einer Redispergierung der schon abgetrennten Partikel führt. Das ist an der markanten Abnahme und dem darauffolgenden Anstieg der Sedimenthöhe bei $x_{ax} = 0.01$ m zu erkennen. Die Sedimenthöhe des inkompressiblen Sediments (KV 3) liegt zwischen den anderen beiden Sedimenten.

In Abbildung 6.22 b) ist die Sedimenthöhe über den Feststoffvolumenanteil an der axialen Position von $x_{ax} = 0.04$ m aufgetragen. Das Sediment mit dem Kompressionsverhalten KV 1 erreicht bei den gewählten Prozessparametern nur einen maximalen Konsolidierungszustand von $\alpha_{p,max} = 0.4$. Dies ist um 11.1% geringer als beim inkompressiblen Haufwerk (KV 3). Bei dem stark kompressiblen Sediment (KV 2) wird der maximale Konsolidierungszustand von $\alpha_{p,max} = 0.64$ erreicht.

Die Partikelschichten stützen sich in radialer Richtung aufeinander ab und übertragen dadurch die wirkende Kräfte [55]. So wirken in Bereichen mit einer niedrigeren Sedimenthöhe geringere Kräfte. Bei inkompressiblen Haufwerken ist die Porosität unabhängig des Feststoffgerüstdrucks [44]. Dadurch ist das Sediment mit inkompressiblem Materialverhalten bei den gewählten Bedingungen im Bereich von niedrigen Sedimenthöhen, $x_{ax} > 0.11$ m das kompakteste Haufwerk, siehe 6.22 a).

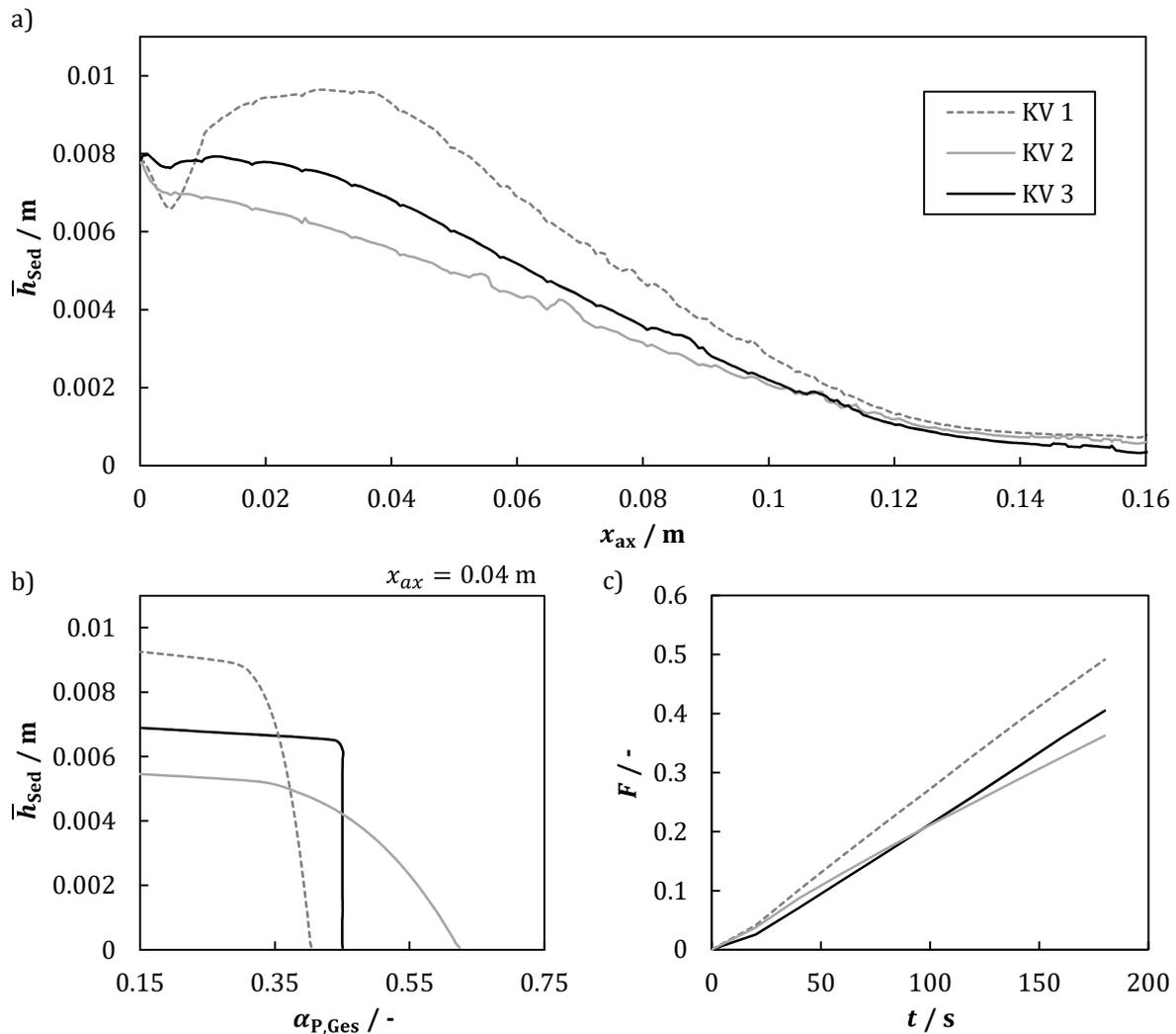


Abbildung 6.22: In a) ist die mittlere Sedimenthöhe über die axiale Position für drei verschiedene Kompressionsverhalten nach einer Prozesszeit von $t = 150$ s aufgetragen. In b) ist der dazugehörige Feststoffvolumenanteil an der axialen Position $x_{\text{ax}} = 0.04$ m gezeigt. In c) ist der dazugehörige Füllgrad F des Rotors für die drei Simulationen über die Prozesszeit dargestellt.

Der Einfluss des Feststoffgerüstdrucks auf die Sedimentstruktur ist auch anhand des zeitlichen Verlaufs des Füllgrads F zu erkennen, siehe Abbildung 6.22 c). Der Trennprozess für das schwach kompressible Sediment weist zu jedem Zeitpunkt den größten Füllgrad auf. So kann hier weniger Masse an Feststoff abgeschieden werden, da die Zentrifuge früher gefüllt ist. Zu Beginn nimmt das Sediment mit dem inkompressiblen Materialverhalten den geringsten Platz im Verfahrensraum ein. Mit voranschreitender Prozesszeit ändert sich das und das Sediment mit KV 2 weist den geringsten Füllgrad auf. Der Grund dafür liegt im Anwachsen des Feststoffgerüstdrucks mit der Sedimenthöhe. Zu Beginn besitzt somit das inkompressible Sediment die niedrigste mittlere Porosität, was sich im niedrigsten Füllgrad widerspiegelt. Mit der Zeit und dem Anwachsen des Sediments wird das kompressible Sediment immer stärker verdichtet,

was in einem relativ langsamen Anstieg des Füllgrads ersichtlich ist. Die gleiche Masse an abgeschiedenen Partikeln führt somit bei KV 2 zum kleinsten Anstieg an Sedimentvolumen. Bei $t = 90$ s ist der Füllgrad bei den Sedimenten mit KV 2 und KV 3 identisch. Hier nehmen die beiden Sedimente das gleiche Volumen im Rotor ein. Ab $t > 90$ s bilden die abgeschiedenen Partikel bei KV 2 das kompakteste Sediment, was dazu führt, dass in diesem Fall der meiste Feststoff in Bezug auf den Füllgrad abgeschieden werden kann.

Dieser Vergleich zeigt den Einfluss des Kompressionsverhaltens des sich bildenden Sediments auf die Sedimentverteilung und somit auf das Separationsergebnis. Des Weiteren verdeutlicht es die Möglichkeit, das eindimensionale Kompressionsmodell mit den Strömungssimulationen zu koppeln.

6.3.4 Einfluss der Anzahl der transportierter Partikelklassen

Segregationseffekte aufgrund der Abhängigkeit der Sedimentationsgeschwindigkeit von der Partikelgröße beeinflussen das Trennergebnis. Die entwickelte Simulationemethode erlaubt wie die meisten auf dem Euler/Euler-Verfahren basierenden Methoden nur die Berücksichtigung einer diskreten Partikelgrößenverteilung. Daher entspricht jede berücksichtigte Partikelgröße einer eigenen Partikelklasse. Es ist davon auszugehen, dass je mehr Partikelgrößen zur Diskretisierung einer PGV verwendet werden, umso genauer ist das Simulationsergebnis bei gleichzeitigem Anstieg der Rechenzeit. Daher ist es entscheidend für eine rechenzeiteffiziente Simulationemethode, einen Kompromiss bei der Anzahl der berücksichtigten Partikelklassen zu finden.

Prozess- und Materialeigenschaften

Grundlage für diese Studie bildet die Simulation des Trennprozesses mit der Simulationsgeometrie mit den Zulauf Typ 2. Analog zu den anderen Studien über den Einfluss des Fließ- und Kompressionsverhaltens sind die Prozessbedingungen und Materialeigenschaften so gewählt, dass in diesem Fall die Sinkgeschwindigkeit der Partikelklassen die Sedimentverteilung im Rotor dominiert. So wird auf das Prinzip der Strömungsähnlichkeit verzichtet und die Bildung eines inkompressiblen Sediments angenommen. Da das Sediment inkompressibel ist, entfällt auch der Einfluss der Porosität auf das Fließverhalten. Weiterhin weisen die sich bildenden Sedimente eine hohe Fließgrenze auf, um den Einfluss von Sedimentfließen auf den Sedimentaufbau so gering wie möglich zu halten. Die Prozessbedingungen und Materialparameter sind in Tabelle 6.8 zusammengefasst.

Tabelle 6.8: Prozessbedingungen und Materialparameter für die Simulationen zur Untersuchung des Einflusses der Diskretisierung der Partikelgrößenverteilung

Prozessbedingungen		Kompressionsverhalten	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.5	$\alpha_{\text{P,Sed}} / -$	0.5
ω / s^{-1}	200		
Stoffeigenschaften		Fließverhalten	
$\alpha_{\text{P,Ges,0}} / -$	0.03	$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1
$d_{\text{P,min}} / \mu\text{m}$	2	$l / -$	0
$d_{\text{P,max}} / \mu\text{m}$	20	$b_{\text{SedE}} / -$	1
$\rho_{\text{P}} / \text{kg m}^{-3}$	2500	$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	0.001
$\rho_{\text{L}} / \text{kg m}^{-3}$	1000	$n_1 / -$	100
		n_2 / Pa	300000
		$n_{\text{Rh}} / -$	1

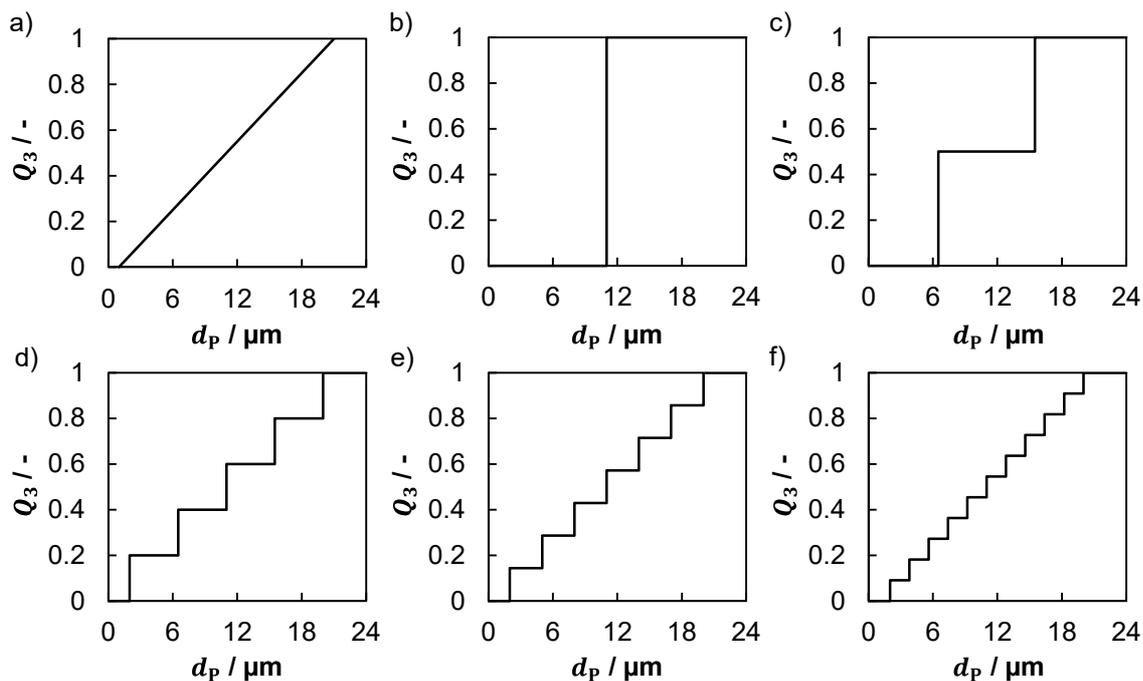


Abbildung 6.23: Diskretisierung der gewählten Partikelgrößenverteilung, welche in a) gezeigt ist, mit 1 b), 2 c), 5 d), 7 e) und 11 f) Partikelklassen, um den Einfluss der Anzahl der berücksichtigten Partikelklassen auf den Sedimentaufbau zu untersuchen.

Für diese Studie wird als Grundlage eine lineare Partikelgrößenverteilung zwischen 1 und 21 μm , welche in Abbildung 6.23 a) gezeigt ist, angenommen. Die Diskretisierung dieser PGV erfolgt mit ein b), zwei c), fünf d), sieben e) und elf f) Partikelklassen. Bei

allen Diskretisierungen weist jede Partikelklasse den gleichen Massenanteil am Partikelsystem auf. Die Breite der einzelnen Partikelklassen ist somit gleichverteilt. Die dabei kleinste und größte verwendete Partikelgröße sind $d_{P,\min} = 2 \mu\text{m}$ und $d_{P,\max} = 20 \mu\text{m}$.

Simulationsergebnisse

Als Vergleichsgrößen zwischen den einzelnen Simulationen dienen die Sedimentverteilung im Rotor und der benötigte Rechenzeitbedarf. In Abbildung 6.24 ist jeweils ein Ausschnitt des Sediments für den monodispersen Fall (eine Partikelklasse, 1P) und für einen polydispersen Fall (fünf Partikelklassen, 5P) nach $t = 30 \text{ s}$ Prozesszeit als qualitativer Vergleich dargestellt.

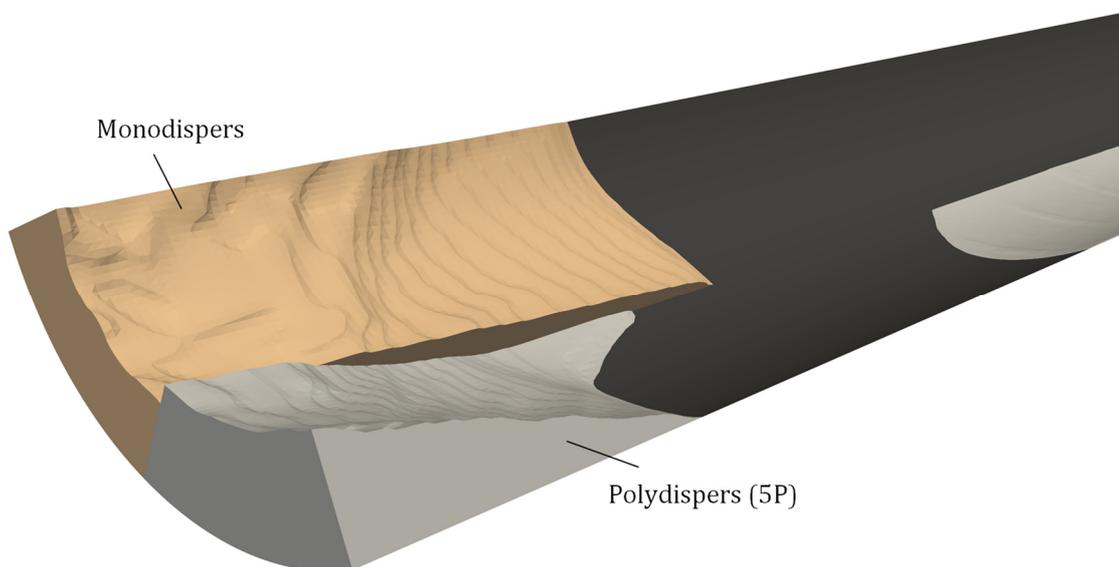


Abbildung 6.24: Vergleich des gebildeten Sediments nach $t = 30 \text{ s}$ Prozesszeit mit der Diskretisierung der Partikelgrößenverteilung mit nur 1 Partikelklasse (monodispers) und 5 Partikelklassen (polydispers)

Es sind ausgeprägte Unterschiede zu erkennen. Für den Trennprozess des monodispersen Partikelsystems sedimentieren die Teilchen alle im vorderen Bereich des Rotors. Beim polydispersen Partikelsystem dagegen befindet sich auch im hinteren Bereich des Rotors eine dünne Deckschicht aus Sediment. Gleichzeitig bildet sich bei der Simulation mit fünf Partikelklassen direkt hinter dem Zulauf ein höheres Sediment. Das Sediment weist jedoch einen steileren Böschungswinkel auf und ragt in diesem Bereich nicht so weit in den Rotor hinein. Die Gründe dafür sind die Berücksichtigung von im Vergleich zum monodispersen Partikelsystem kleineren und größeren Partikeln. Die größeren Partikeln sinken schneller und akkumulieren direkt hinter dem Zulauf. Die kleineren

werden von der Strömung in axialer Richtung weiter in den Rotor transportiert und sedimentieren somit erst im hinteren Teil.

Ein quantitativer Vergleich des Einflusses der Diskretisierung auf den Sedimentaufbau erfolgt in Abbildung 6.25 mithilfe der in tangentialer Richtung gemittelten Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} für $t = 30$ s a) und $t = 150$ s b) Prozesszeit. Die Bezugssimulation für den Vergleich der Sedimentverteilung ist die Simulation mit elf berücksichtigten Partikelklassen (11P).

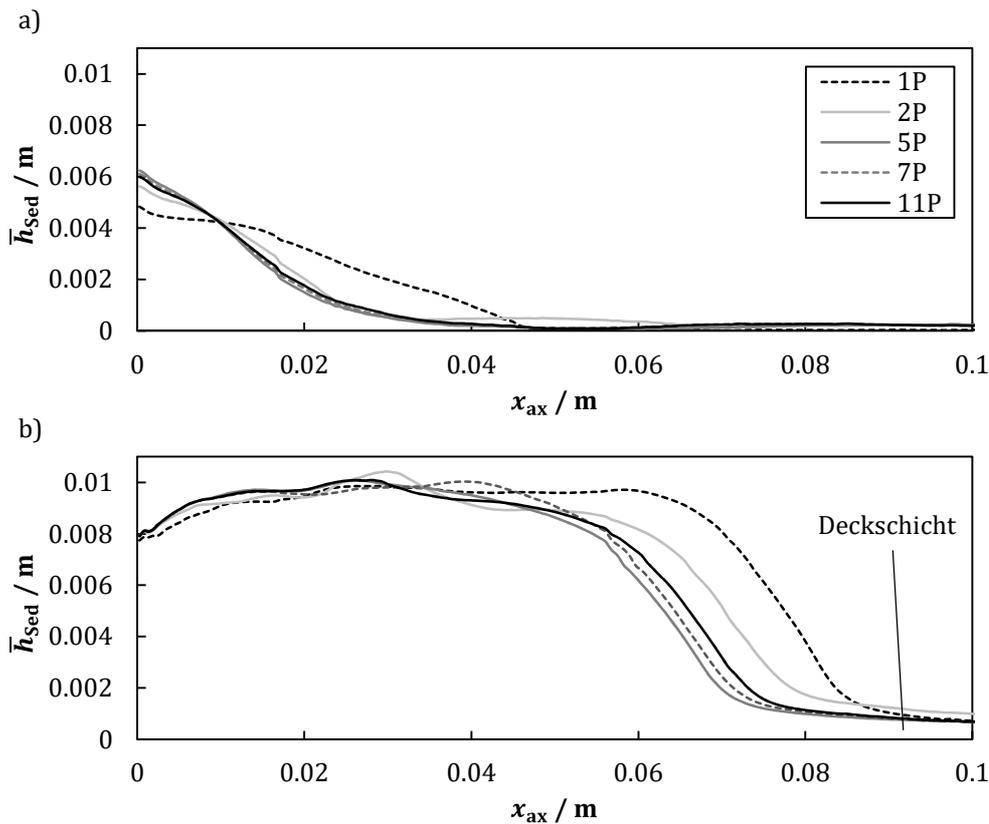


Abbildung 6.25: In tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} für zwei Prozesszeiten, $t = 30$ s a) und $t = 150$ s b), in Abhängigkeit der Anzahl der Partikelklassen für die Diskretisierung

Schon bei $t = 30$ s sind die Unterschiede beim Sediment zwischen einer monodispersen oder polydispersen Diskretisierung eines Partikelsystems zu erkennen. Das mit dem monodispersen Partikelsystem vorhergesagte Sediment weicht zu diesem Zeitpunkt stark von den anderen ab. Bis zu einer axialen Position $x_{\text{ax}} = 0,01$ m kommt es zu einer Unterschätzung der Sedimenthöhe. Bei höheren axialen Positionen liegt eine ausgeprägte Überschätzung vor. So wird die gemittelte Sedimenthöhe direkt hinter dem Zulauf, $x_{\text{ax}} = 0$ m um 20 % unterschätzt und bei $x_{\text{ax}} = 0,02$ m um 84 % überschätzt. Ab der Verwendung von nur zwei Partikelklassen verringern sich die

Unterschiede zwischen den Sedimenten. So unterscheidet sich die Sedimenthöhe mit zwei Partikelklassen direkt hinter dem Zulauf nur noch um 6.2 % und bei $x_{ax} = 0.02$ m um 14.9 % von der mit elf Partikelklassen vorhergesagten Sedimenthöhe. Wie zu erwarten, verkleinern sich die Unterschiede zwischen den Sedimenten bei einem Anstieg der berücksichtigten Partikelklassen.

Bei $t = 150$ s Prozesszeit, siehe Abb. 6.25 b), sind im Diagramm die Unterschiede zwischen den einzelnen Simulationen durch die Akkumulation des Feststoffs besser zu erkennen. Im vorderen Bereich des Rotors treten nur kleine Abweichungen in der Sedimenthöhe auf. Auch bildet sich bei jeder Simulation eine dünne Deckschicht im hinteren Teil des Rotors aus.

Zwischen $x_{ax} = 0.05$ m bis $x_{ax} = 0.09$ m treten jedoch größere Abweichungen auf. Dieser Bereich entspricht fast einem Viertel des gesamten Sedimentationsbereichs. Bei den vorliegenden Unterschieden ist ein direkter Vergleich der Sedimenthöhe an einer axialen Position nur noch wenig aussagekräftig. Daher erfolgt der Vergleich durch die axiale Ausdehnung des Sediments bis zum Übergang zur dünnen Deckschicht und dem gesamten Sedimentvolumen.

Bei der Simulation mit dem monodispersen Partikelsystem nehmen die abgeschiedenen Partikel den größten Bereich im Rotor ein. So erstreckt sich der Großteil des Sediments bis hin zu $x_{ax} = 0.09$ m. Bei elf Partikelklassen befinden sich der Großteil der abgeschiedenen Partikel bei $x_{ax} \leq 0.08$ m. Diese Überschätzung der Sedimenthöhe erfolgt durch die unterschiedlichen Trenngrade der Partikelgrößen. Denn Partikel mit einer relativ kleinen Partikelgröße werden nicht mehr vollständig abgeschieden.

Die Abweichungen in der Sedimentverteilung haben direkte Auswirkungen auf die Strömung und somit auf das Trennergebnis. Auch bei der Verwendung von zwei Partikelklassen kommt es zur Überschätzung des Sediments, jedoch wesentlich geringer ausgeprägt als bei einem monodispersen System. Bei fünf und sieben Partikelklassen kommt es zu einer Unterschätzung der Ausdehnung des Sediments. Der Grund dafür ist der größere Massenanteil an der kleinsten Partikelgröße im Vergleich zu elf Klassen. Die Diskretisierung ist somit entscheidend für das Simulationsergebnis.

Mit steigender Partikelklassenanzahl steigt jedoch auch die benötigte Rechenzeit. In Tabelle 6.9 sind die relative Abweichung des Sedimentvolumens und der relative Zeitbedarf für die einzelnen Simulationen nach $t = 150$ s Prozesszeit gegenübergestellt. Das Sedimentvolumen beziehen sich auf das Ergebnis bei elf Partikelklassen und der Zeitbedarf auf die Rechenzeit bei einer Partikelklasse.

Tabelle 6.9: Vergleich der relativen Sedimentabweichung und des Zeitbedarfs in Abhängigkeit der Anzahl an berücksichtigten Partikelklassen bei $t = 150$ s

Anzahl	Rel. Abweichung $\Delta V_{\text{Sed}} / \%$	Rel. Zeitbedarf $t_{\text{Rel}} / -$
1	17.8	1
2	9.2	1.5
5	4.9	3.2
7	3.2	4.4
11	0	7.5

Die relative Abweichung reduziert sich, wie schon vorher angesprochen, mit der Anzahl der Partikelklassen. Bei dem monodispersen Partikelsystem kommt es zu einer Abweichung von 17.8 %. Diese reduziert sich auf 3.2 % bei sieben Partikelklassen. Der Zeitbedarf steigt gleichzeitig linear mit der Anzahl der Partikelklassen an. Um Langzeitsimulationen durchführen zu können, ist der Zeitbedarf ein kritischer Faktor. Es hat sich gezeigt, dass eine Approximation einer PGV mittels fünf Partikelklassen trotz der vorhandenen Abweichung des sich bildenden Sediments einen sehr guten Kompromiss darstellt. So benötigt man bei fünf Partikelklassen nur 43 % der Rechenzeit im Vergleich zu elf Klassen bei Unterschieden von unter 5 % bei der Sedimentverteilung. Es ist hier auch zu bedenken, dass der Anstieg bei kompressiblen Sedimenten durch das Kompressionsmodell bei dieser Studie nicht mit einfließt. Kompressibles Materialverhalten würde zu einem weiteren Anstieg des Zeitbedarfes pro berücksichtigte Klasse führen.

Die bei dieser numerischen Studie verwendete PGV ist linear und wurde mittels äquidistanten Partikelklassen approximiert. Partikelgrößenverteilungen eines realen Partikelsystems können die unterschiedlichsten Formen aufweisen. Die Wahl einer nicht-äquidistanten Annäherung der PGV kann sowohl zu einer Verbesserung als auch Verschlechterung der Simulationsergebnisse führen. Daher ist es nicht möglich, eine allgemeine Vorschrift der Wahl der Klassenbreite anzugeben. Es hat sich jedoch gezeigt, dass es sinnvoll ist, die größten und kleinsten Partikelgrößen einer realen PGV nicht abzubilden, da in der Regel hier die größten Fehler bei der experimentellen Bestimmung der Partikelgrößenverteilung auftreten.

Die in diesem Kapitel präsentierten Funktionalitätsstudien zeigen die Tauglichkeit der entwickelten Simulationemethode zur numerischen Vorhersage des Trennprozesses in Vollmantelzentrifugen. Neben der Tauglichkeit erfolgte die Diskussion über noch bestehende Herausforderungen bei der numerischen Vorhersage des Trennprozesses.

So erlaubt die Modellierung der Wechselwirkungen zwischen Partikeln und Flüssigkeit nur anhand des Fließverhaltens, den Einfluss des Sediments auf die Strömung abzubilden. Gleichzeitig kommt es jedoch zu einer ungewollten minimalen Bewegung der abgeschiedenen Partikel in axialer Richtung. Des Weiteren haben das Materialverhalten des Sediments und die Anzahl der berücksichtigten Partikelklassen einen signifikanten Einfluss auf das Simulationsergebnis und im Fall der Partikelklassen auch auf die benötigte Rechenzeit.

Somit ist das Fließverhalten des Sediments ein entscheidender Faktor für die Vorhersage des Trennprozesses. Deshalb ist die experimentelle Charakterisierung des Fließverhaltens unerlässlich für die Anwendung der Simulationsmethode. Die ausführliche Diskussion darüber befindet sich im nachfolgenden Kapitel. Im Anschluss daran erfolgt die Validierung der Simulationsmethode in Kapitel 8.

7 Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke²

Flüssigkeitsgesättigte Haufwerke, in Bezug auf die Zentrifugation in dieser Arbeit auch als Sediment bezeichnet, stellen ein poröses partikuläres Netzwerk dar, dessen Hohlräume vollständig mit Flüssigkeit gefüllt sind. Abhängig von den Materialeigenschaften und den Prozessbedingungen variiert das Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke zwischen dem Verhalten einer reinen Flüssigkeit und eines reinen Feststoffs und kann sämtliche Zustände dazwischen annehmen [100]. Dabei beeinflusst das Fließverhalten signifikant das Prozessverhalten in der Partikeltechnik. Beispiele dafür sind die Sedimentverteilung in einer Röhrenzentrifuge [65] oder die Transportfähigkeit des gebildeten Sediments in Dekantierzentrifugen. Um die trenntechnischen Prozesse vorhersagen und auslegen zu können, ist die Kenntnis des Materialverhaltens entscheidend, siehe Kapitel 6.1.

Um das Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke zu charakterisieren, erfolgt in der vorliegenden Arbeit die Entwicklung einer Messapparatur und –prozedur ausgehend von einem Ringschergerät. Dieses Kapitel unterteilt sich dabei ausgehend von den Anforderungen für eine geeignete Messapparatur in die ausführliche Präsentation der entwickelten Scherzelle und Messprozedur, gefolgt von der Diskussion über die damit gewonnenen Erkenntnisse und noch bestehender Herausforderungen anhand ausgewählter Untersuchungsergebnisse.

² Inhalte dieses Kapitels sind in den folgenden Referenzen veröffentlicht und mit der Erlaubnis der Fachzeitschrift *Particuology* für diese Dissertation angepasst:

Hammerich, S., Stickland, A. D., Radel, B., Gleiss, M., und Nirschl, H., „Modified shear cell for the characterization of the rheological behavior of particulate networks under compression“, *Particuology*, (2019).

7.1 Apparative Umsetzung

Die Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke ist ein interdisziplinärer Forschungsbereich zwischen der Rheologie und der Schüttgutmechanik. Der Grund dafür ist, dass die auftretenden Partikelkontakte im Haufwerk zusammen mit dem rheologischen Verhalten der Porenflüssigkeit das Fließverhalten bestimmen. Daher sind in der Literatur [16–21,23] selbstgebaute modifizierte Apparate zur experimentellen Untersuchung aus beiden Bereichen zu finden. Bisher hat sich jedoch keine Messapparatur und kein -verfahren zur Charakterisierung des Fließverhaltens als ein Standard durchgesetzt, siehe Kap. 3.3 und 3.4.

In der vorliegenden Arbeit erfolgt die Charakterisierung des Fließverhaltens mithilfe einer entwickelten Scherzelle für das rechnergestützte Ringschergerät RST.01-pc der Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik, welche in diesem Abschnitt ausführlich diskutiert wird. Daher unterteilt sich dieser Abschnitt in die Diskussion der Anforderungen für eine geeignete Apparatur und die anhand dieser durchgeführten Gerätewahl, gefolgt von dem Aufbau der entwickelten Scherzelle und der verwendeten Messprozedur. Abschließend erfolgt die Darstellung des realisierbaren Messbereichs für die Untersuchungen. Hier ist anzumerken, dass die Scherung durch eine Relativbewegung bzw. Differenzgeschwindigkeit zwischen dem Oberteil und dem Unterteil einer Scherzelle erfolgt. Diese bezeichnet man in der Schüttgutmechanik als Schergeschwindigkeit. Nach Norm beschreibt die Schergeschwindigkeit jedoch den Gradienten des Geschwindigkeitsprofils bei der Verzerrung (Scherrate). Daher wird in der vorliegenden Arbeit die aus der Schüttgutmechanik bekannte Schergeschwindigkeit als Differenzgeschwindigkeit bezeichnet.

7.1.1 Anforderungen

Erfahrungen aus der Literatur [19,21,100,105] und aus eigenen Arbeiten führen zu den folgenden fünf Anforderungen für ein geeignetes Messgerät zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke.

1. Aufbringen einer zusätzlichen Kraft normal zur Scherebene

Bei Prozessen in der Partikeltechnik, bei welchen das Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke prozessentscheidend ist, wirken in der Regel Schub- und Normalspannungen auf die Haufwerke. Durch die Partikelkontakte nehmen die Haufwerke die wirkenden Kräfte auf und übertragen diese. Daher hat die wirkende Normalspannung einen signifikanten Einfluss auf das Fließverhalten. Es ist entscheidend, dass die Scherung zur Ermittlung des Materialverhaltens unter einer zusätzlich

aufgebrachten Normalspannung durchgeführt wird. Wichtig dabei ist, dass die aufgebrachte Kraft normal zur Scherebene wirkt, da ansonsten bei der Interpretation der Messergebnisse von einem falschen Spannungszustand ausgegangen wird.

2. Verhinderung von Wandgleiten

Wegen sterischer Hinderung erfolgt eine Verarmung der dispersen Phase an einer Wand [83]. Dadurch liegen an einer Wand im Durchschnitt weniger Partikelkontakte als im flüssigkeitsgesättigten Haufwerk vor. Das führt zu einer verminderten Reibung. Bei auftretenden Schubspannungen setzt sich die Probe im Bereich der geringsten Reibung, also vornehmlich an der Wand, in Bewegung. Dieser Vorgang wird als Wandgleiten bezeichnet. Um das eigentliche Materialverhalten zu bestimmen, muss daher sichergestellt werden, dass die Scherung des Haufwerks innerhalb der Probe und nicht an der Wand stattfindet.

3. Anpassung der Ausdehnung des Verfahrensraums

Das Aufbringen der Normalspannung auf das flüssigkeitsgesättigte Haufwerk erfolgt in der Regel über eine Art Stempel oder über den Deckel oder Boden des Verfahrensraums. Die Überlagerung von Schub- und Normalspannung kann jedoch zu einer verstärkten Kompression der Probe in Richtung der Normalspannung aufgrund von Scherverdichtung führen. Deshalb muss der Verfahrensraum, zusätzlich zur Scherbewegung, in Richtung der wirkenden Normalkraft beweglich ausgeführt sein. Andernfalls führt die Verdichtung zu einem Verlust des Kontakts zwischen der für die Kraftaufbringung relevanten Wand und dem Haufwerk. Dadurch käme es zu keiner Übertragung der aufgebrachten Normalkraft mehr.

4. Geeignetes Drainage-System für die Porenflüssigkeit mit Dichtung

Aus der notwendigen räumlichen Anpassung des Verfahrensraums ergibt sich direkt die Forderung nach einem geeigneten Drainage-System für die Porenflüssigkeit. Bei der Verdichtung des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks werden Teile der Porenflüssigkeit verdrängt. Das Abströmen dieser Flüssigkeit bei gleichzeitigem Verbleib der Partikel im Verfahrensraum ist sicherzustellen. Ein Ausströmen von Partikeln aus dem Verfahrensraum führt zu einem undefinierten und unbekanntem Zustand der Probe. Deshalb muss der Verfahrensraum für die Partikel ein geschlossenes System und für die Porenflüssigkeit ein offenes System darstellen. Weithin muss das Drainage-System so konzipiert sein, dass immer Flüssigkeit oberhalb der Probe steht, um beim Aufstehen des Haufwerks aufgrund elastischer Rückdehnung oder Erhöhung des Platzbedarfes der sich mit einer Relativgeschwindigkeit zueinander bewegenden Partikeln den Sättigungszustand von $S = 1$ zu gewährleisten.

5. Bildung und Konsolidierung der Sedimente direkt in der Scherzelle

Es ist davon auszugehen, dass sämtliche Einflussfaktoren für Schüttgüter auch das Materialverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke beeinflussen. Somit ist auch die Vorgeschichte der Probe entscheidend für das Materialverhalten [100]. Daher ist es notwendig, dass die Haufwerksbildung aus einer verdünnten Suspension und gegebenenfalls eine weitere Konsolidierung des Haufwerks direkt in der Scherzelle stattfinden. Damit reduziert sich die Handhabung der Probe vor dem Scherversuch und dadurch die möglichen Einflussfaktoren bei den Untersuchungen.

7.1.2 Geräteauswahl

In der Literatur finden sich modifizierte Rheometer als auch Scherzellen aus der Schüttgutmechanik zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke. Bei den Rheometern kommen Flügelrad- und Zylinder-Rheometer als Couette-Anordnung zum Einsatz [16–18]. Bei den Schergeräten findet man modifizierte Jenike-Schergeräte, Torsionsschergeräte und Ringschergeräte [19–21,23]. Die modifizierten Apparate besitzen die gleichen Vor- und Nachteile, wie die ursprünglichen Ausführungen, siehe Kapitel 3.2 bis 3.4. So erlauben die Rheometer die Verwendung einer hohen Scherrate, sind jedoch nur für geringe Kräfte ausgelegt und die zylinderförmige Scherebene erschwert die Aufbringungen einer Normalspannung bei den Scherversuchen. Scherzellen aus der Schüttgutmechanik sind allgemein für die Handhabung hoher Spannungen bzw. Kräfte ausgelegt. Die Scherversuche erfolgen jedoch nur bei einer sehr geringen Differenzgeschwindigkeit. Dazu kommt teilweise die Ausbildung einer undefinierten Scherzone, z.B. bei einer Jenike-Scherzelle (siehe Abb. 3.10).

Die Scherzellen von Ringschergeräten erfüllen direkt drei der im vorherigen Abschnitt genannten Anforderungen. So ist der Deckel in vertikaler Richtung freibeweglich und die darüber auf das Haufwerk aufgebrachte Kraft wirkt normal zur Scherebene. Des Weiteren sind sowohl der Deckel als auch das Unterteil zur Verhinderung von Wandgleiten mittels Mitnehmer profiliert. Zusätzlich dazu ergibt sich ein theoretisch unendlich langer Scherweg. Nur das Drainage-System und die Haufwerksbildung innerhalb der Scherzelle sind noch zu realisieren. Deshalb fällt in dieser Arbeit die Wahl auf eine Ringscherzelle als Basis für die erforderliche Messapparatur.

7.1.3 Ringschergerät

Das rechnergesteuerte Ringschergerät RST.01-pc der Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik ist im Bereich der Schüttgutmechanik der Stand der Technik und kommt in dieser Arbeit zum Einsatz. Es dient als Peripherie (Antrieb, Kraftaufgabe und -messung) für die entwickelte modifizierte Scherzelle. Der Aufbau des Ringschergerätes ist in Abbildung 7.1 dargestellt.

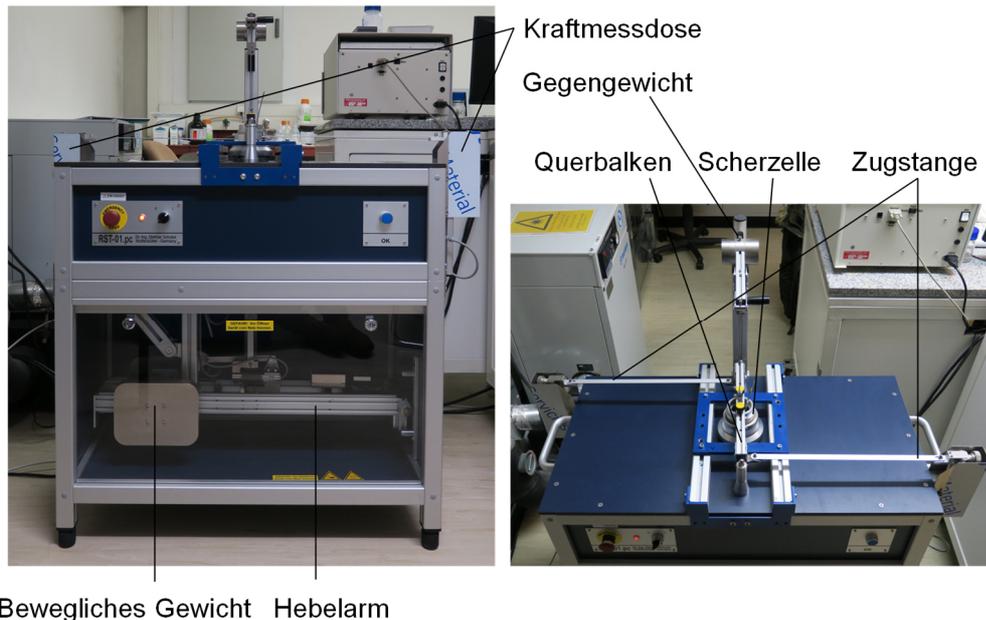


Abbildung 7.1: Aufbau des Ringschergeräts RST.01-pc der Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik von vorne und von schräg oben

Der Deckel der Scherzelle ist zur Aufbringung der Normalkraft mit einem an einem Hebelarm befestigten beweglichen Gewicht verbunden. Über die Position des Gewichts wird die auf die Probe aufgebrachte Normalkraft bzw. -spannung eingestellt. Ein am Deckel befestigtes Gegengewicht reduziert die Normalspannung um den Betrag des Scherzellendeckels. Das ermöglicht die Durchführungen von Messungen bei Normalspannungen, welche geringer sind als das Eigengewicht des Deckels. Ein Motor sorgt für die notwendige Relativgeschwindigkeit in der Scherzelle. Zwei Kraftmessdosen erfassen die am Deckel wirkende Schubkraft.

In Abbildung 7.2 ist der Bereich der Scherzelle während eines Versuchs im Detail dargestellt. Das Unterteil ist mittels einer Aufnahme über ein Getriebe mit der Antriebswelle des Motors verbunden, welcher das Unterteil zur Scherung in Bewegung setzt. Am Scherzellendeckel ist ein Querbalken befestigt. Dieser ist mit dem Gegengewicht und dem Hebelarm verbunden. Zur Erzeugung der Scherung der Probe wird der

Deckel in tangentialer Position fixiert. Dies erfolgt durch das Festhalten des Querbalkens und somit der Scherzellendeckels mithilfe von Zugstangen. Diese sind ihrerseits mit Kraftmessdosen verbunden, um die benötigte Kraft für das Festhalten zu messen. Aus der so ermittelten Kraft lässt sich direkt die wirkende Schubspannung berechnen.

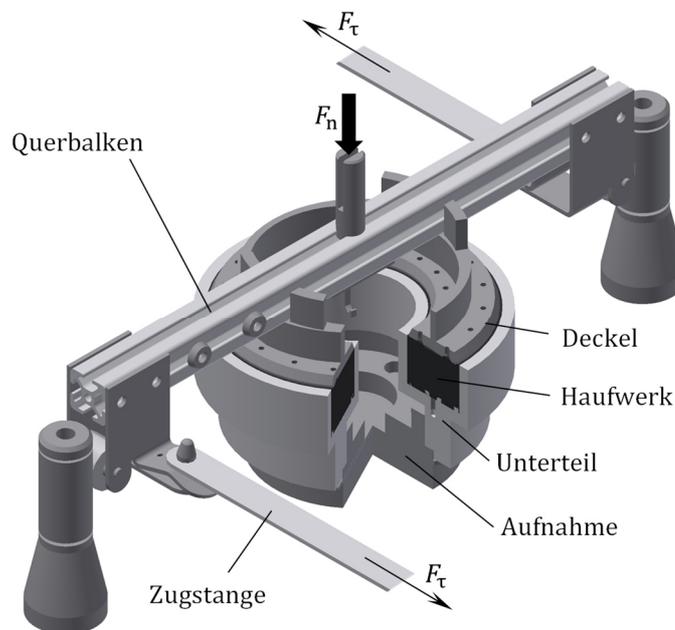


Abbildung 7.2: Detaildarstellung des Aufbaus der Scherzelle des Ringschergerätes RST.01-pc während einer Messung nach Schulze [100].

Damit vor der Messung keine Schubspannung im Haufwerk vorliegt, sind die Zugstangen mit einem geringen Spiel mit den Kraftmessdosen verbunden. Dadurch rotiert zu Beginn der Deckel eine sehr kurze Strecke mit dem Unterteil mit. Der Deckel kann während des Versuchs jedoch seine vertikale Position verändern. Parallel zur Messung erfolgt die Aufzeichnung der vertikalen Position des Deckels. Die Bestimmung der Deckelposition erfolgt indirekt über Position des Gegengewichts, auf welches über den Hebelarm die Veränderung der Deckelposition verstärkt übertragen wird. Die Deckelposition ermöglicht die Berechnung der Höhe des Haufwerks.

7.1.4 Aufbau der modifizierten Scherzelle

Die in dieser Arbeit entwickelte modifizierte Scherzelle ist direkt mit dem kommerziell erhältlichen und rechnergesteuerten Ringschergerät RST.01-pc Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik einsetzbar. Die Abmessungen des Verfahrensraums entsprechen dabei den Abmessungen der Standardscherzelle der Größe „XS“. In Abbildung 7.3

ist ein schematischer Vergleich des Aufbaus der Standardscherzelle (oben) und der modifizierten Scherzelle (unten) gezeigt. Der entscheidende Aspekt der modifizierten Scherzelle ist die Ausführung des Drainage-Systems mit dynamischer Dichtung bei gleichzeitiger Erhaltung des Funktionsprinzips zur Charakterisierung des Fließverhaltens. So besteht die modifizierte Scherzelle aus dem Deckel (a) und dem Unterteil (e). Das Unterteil ist aus Gewichtsgründen aus Aluminium gefertigt. Dieser Umstand verhindert die Charakterisierung von stark abrasiven Feststoffen. Der Deckel und das Unterteil sind durch Mitnehmer (b), welche in die Probe hineinragen, profiliert, um die Scherung innerhalb des Haufwerks zu garantieren. Bei der modifizierten Scherzelle sind die Mitnehmer mit einem Lochblech verbunden, welches abnehmbar ausgeführt ist. Die Mitnehmer dringen insgesamt 0.004 m in die Probe ein.

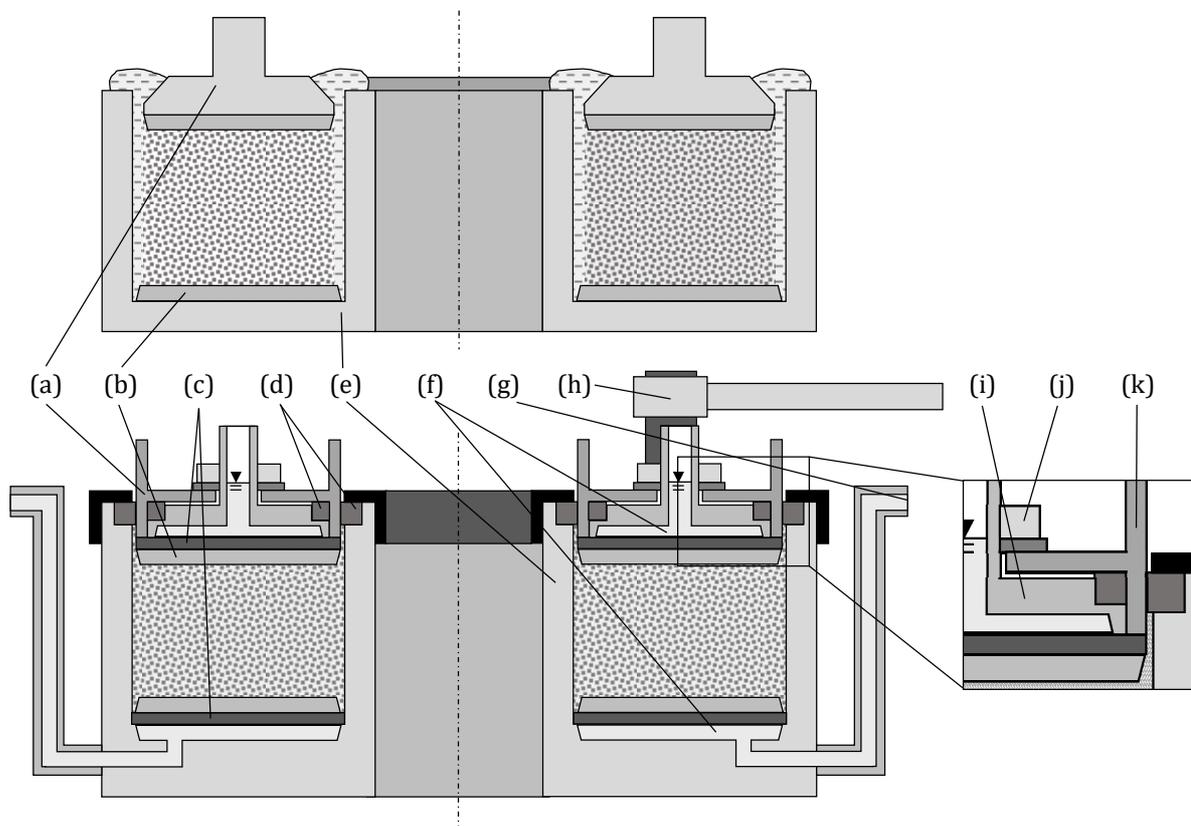


Abbildung 7.3: Schematischer Vergleich des Aufbaus der Standardscherzelle (oben) und der modifizierten Scherzelle (unten): (a) Deckel, (b) Mitnehmer, (c) Filtermedium mit Stützgewebe, (d) PTFE-Dichtungen, (e) Unterteil, (f) Drainage-Kanäle für die Porenflüssigkeit, (g) Flüssigkeitsauslass, (h) Halterung für den Außenring des Deckels, (i) Innenteil des Deckels, (j) Halterungsschraube und (k) Außenring des Deckels.

Unterhalb der Mitnehmer befindet sich das Drainage-System für das Unterteil und den Deckel. Es besteht aus einem Filtermedium mit einem metallenen Stützgewebe (c) und den Drainage-Kanälen für die Flüssigkeit (f). In dieser Arbeit wird als Filtermedium die

„TRAKEDGE“ Membran der Fa. Sabeu GmbH mit einer Porengröße von $0.2 \mu\text{m}$ zusammen mit dem Filtertuch „SK20“ der Fa. ZBF verwendet. Das Filtertuch wirkt als ein weiteres Stützgewebe. Durch die Drainage-Kanäle kann die verdrängte Porenflüssigkeit bei gleichzeitigem Zurückhalten der Partikel durch das Filtermedium abfließen. Der Flüssigkeitsauslass (g) ist so konzipiert, dass bei gefüllten Kanälen immer Flüssigkeit oberhalb des Verfahrensraums steht. Dies gewährleistet den Sättigungszustand $S = 1$ sowohl bei der Verdichtung als auch beim Aufstehen des Haufwerks während des gesamten Versuchs. Horizontal gerillte Ringe aus Polytetrafluorethylen (PTFE) (d) dienen als dynamische Dichtungen, um den Deckel und das Unterteil gegeneinander abzudichten. Um ein Durchtritt von Flüssigkeit zu verhindern, sind die Rillen mit dem hochviskosen Lagerfett „Fin Food Grease 2“ der Fa. Interflon gefüllt. Bei den Versuchen kam es dadurch zu keinem Durchbruch von Partikeln oder Flüssigkeit zwischen dem Deckel und dem Unterteil. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass bereits vor der Messung ein partikuläres Netzwerk im Verfahrensraum vorliegt.

Die Scherung erfolgt durch die Rotation des Unterteils bei gleichzeitigem Festhalten der tangentialen Position des Deckels. Die notwendige Dichtung beeinflusst durch Reibung die Messergebnisse. Um den Einfluss der Reibung auf die Schubspannungsmessung zu reduzieren, besteht der Deckel der modifizierten Scherzelle aus einem Innenteil (i) und dem Außenring (k). Das Innenteil umfasst das Drainage-System und die Mitnehmer. Der Außenring ist Teil der Dichtung für den Verfahrensraum. Die beiden Teile sind über eine Schraube (j) mit einem Gleitring locker miteinander verbunden, so dass eine Relativbewegung um etwa 10° zwischen den Bauteilen möglich ist. Der Spalt zwischen Innenteil und Außenring ist mittels PTFE-Ringen dynamisch abgedichtet. Das Außenteil ist durch die Halterung (h) an zwei Punkten in seiner horizontalen Position fixiert. In vertikaler Richtung hat die Halterung keinen Einfluss auf die Position des Deckels. Durch diese Ausführung ist die Schubspannungsmessung entkoppelt von der auftretenden Reibung zwischen dem Außenteil des Deckels und dem Unterteil. Nur die angreifenden Kräfte auf das Innenteil werden gemessen. Somit beeinflusst nur die Dichtung zwischen dem Innenteil (i) und dem statischen Außenteil (k) die Schubspannungsmessung. Das führt neben der Reduktion des Einflusses der Dichtung auf die Schubspannung zu einer verbesserten Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse.

In Abbildung 7.4 ist die modifizierte Scherzelle in unterschiedlichen Zuständen dargestellt. In a) ist die Scherzelle mit dem Deckel verschlossen und in b) geöffnet gezeigt. In Abbildung 7.4 c) ist die Scherzelle während eines Scherversuchs zu sehen.



Abbildung 7.4: Modifizierte Scherzelle in geschlossenem a) und geöffnetem b) Zustand. In c) ist die Scherzelle in Betrieb zusammen mit dem Querbalken und den Halterungen für den Außenring des Scherzellendeckels zu sehen.

Um die zu untersuchenden Sedimente reproduzierbar direkt in dem Unterteil der Scherzelle zu bilden und bei Bedarf zu konsolidieren, erfolgt die Sedimentbildung im Zentrifugalfeld einer Becherzentrifuge. Die dafür verwendete Zentrifuge ist eine Becherzentrifuge ZK 630 der Fa. Hermle Labortechnik GmbH. Ein spezieller Einsatz sorgt für eine Vergrößerung der Sedimentationszone, um ausgehend von verdünnten Suspensionen die zu untersuchenden Sedimente zu bilden. Die Höhe der Sedimentationszone vergrößert sich dadurch von 0.02 m auf 0.12 m. Zur Sedimentbildung erfolgt die Entfernung der seitlichen Flüssigkeitsauslässe. Die Öffnungen der Drainage-Kanäle im Unterteil werden anschließend mit Schrauben und USIT-Ringen verschlossen. Der Aufbau des Einsatzes ermöglicht die Entnahme der Scherzelle im Anschluss an die Sedimentbildung, ohne auf das gebildete Sediment einzuwirken. Da der Sedimentaufbau zu einer Verschiebung des Schwerpunkts führt, ist die Verwendung eines Ausgleichsbechers für den Einsatz notwendig. In diesem Becher erfolgt der zeitgleiche Aufbau eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks mit gleicher Höhe und Grundfläche. In Abb. 7.5 a) ist der Einsatz für die Becherzentrifuge mit eingebautem Unterteil und in b) der Ausgleichsbecher gezeigt. Der Bereich der Sedimentbildung im Ausgleichsbecher ist so aufgebaut, dass nach der Zentrifugation die Entnahme des Sediments für weitere Untersuchungen möglich ist. Zusammen mit diesem Einsatz erfüllt die modifizierte Scherzelle sämtliche in Kapitel 7.1.1 gestellten Anforderungen.



Abbildung 7.5: Zentrifugeneinsatz a), um die zu untersuchenden Sedimente direkt im Unterteil der Scherzelle zu bilden und zu konsolidieren. In b) ist der Ausgleichsbecher zur Kompensation der Verschiebung des Schwerpunkts durch die Sedimentbildung gezeigt.

7.1.5 Korrektur der Schub- und Normalspannung

Damit keine Reibung die Messung des Fließorts von trockenen Schüttgütern beeinflusst, ist die Breite des Deckels der Standardscherzelle so gewählt, dass ein Spalt zwischen der Außenwand des Deckels und den Seitenwänden des Verfahrensraums vorliegt. Bei der modifizierten Scherzelle tritt aufgrund der erforderlichen Dichtung Reibung zwischen dem Deckel und den Seitenwänden des Verfahrensraums auf. Diese beeinflusst auf zwei Arten das Messergebnis. Die Reibung führt zu einer Reduktion der angelegten Normalspannung und zu einer Erhöhung der gemessenen Schubspannung. Eine apparative Lösung, um das eigentliche Materialverhalten direkt in der Scherzelle zu bestimmen, konnte in dieser Arbeit nicht realisiert werden. Zur Ermittlung des Materialverhaltens aus den Messergebnissen wird daher auf zwei experimentell bestimmte Korrekturfunktionen, f_1 und f_2 , zurückgegriffen. Das Vorgehen bei der Korrektur eines Messergebnisses ist schematisch in Abbildung 7.6 dargestellt. In diesem Zusammenhang beschreibt f_1 den Einfluss der Reibung auf die Normalspannung und f_2 korrigiert den Einfluss der Reibung auf die gemessene Schubspannung.

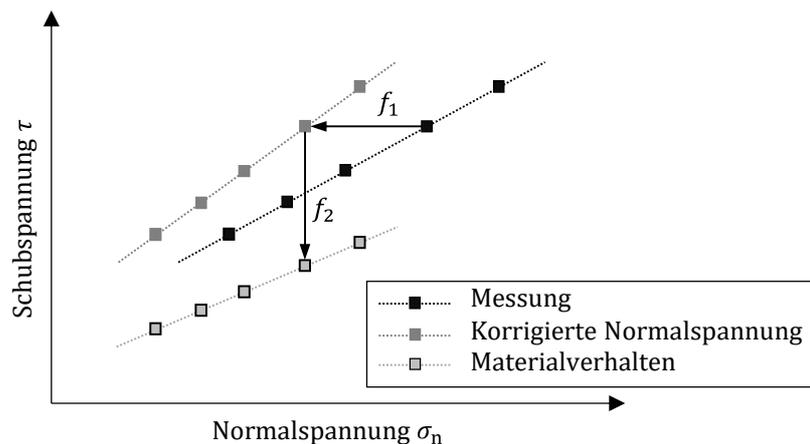


Abbildung 7.6: Schematisches Vorgehen zur Bestimmung des Materialverhaltens aus den durch Reibung beeinflussten Messergebnissen.

Korrektur der Normalspannung

Um f_1 zu bestimmen, kommen Dehnungsmessstreifen (DMS) im Deckel zum Einsatz. DMS dienen zur Erfassung von Dehnung und Stauchung von Bauteilen mittels Änderungen der elektrischen Spannung, da der elektrische Widerstand von Dehnungsmessstreifen proportional zu der auftretenden Verformung ist. Die häufigste Anwendungsform von DMS ist in einer Wheatstone'schen Brückenschaltung. Für die Verwendung einer Vollbrücke bietet der Deckel der Scherzelle jedoch keinen Platz. Daher erfolgt die Verschaltung von zwei DMS mit zwei elektrischen Widerständen als Wheatstone'sche Halbbrücke, die als Schaltbild in Abbildung 7.7 a) dargestellt ist. R_1 und R_2 stellen die verwendeten DMS dar, R_3 und R_4 die beiden Widerstände.

So führt eine Verformung der Dehnmessstreifen zu einer Veränderung der Ausgangsspannung der Brücke U_D im Vergleich zur Speisespannung U_S . Der Unterschied zwischen den Spannungen ist das Messsignal. Die Verschaltung führt zu einer Signalverstärkung und Reduktion von Störeinflüssen. Bei der Verwendung von DMS sind die Einflüsse der Temperatur und der Linearität der Ausgangsspannung von der elastischen Verformung zu beachten. Um den Temperatureinfluss zu minimieren, ist die Brücke mindestens 1 h vor der Messung aktiv. Die Scherzelle ist durch eine Einhausung gegenüber einem Luftzug geschützt. Die Linearität des Messsignals wurde für den relevanten Kräftebereich überprüft und ist gewährleistet.

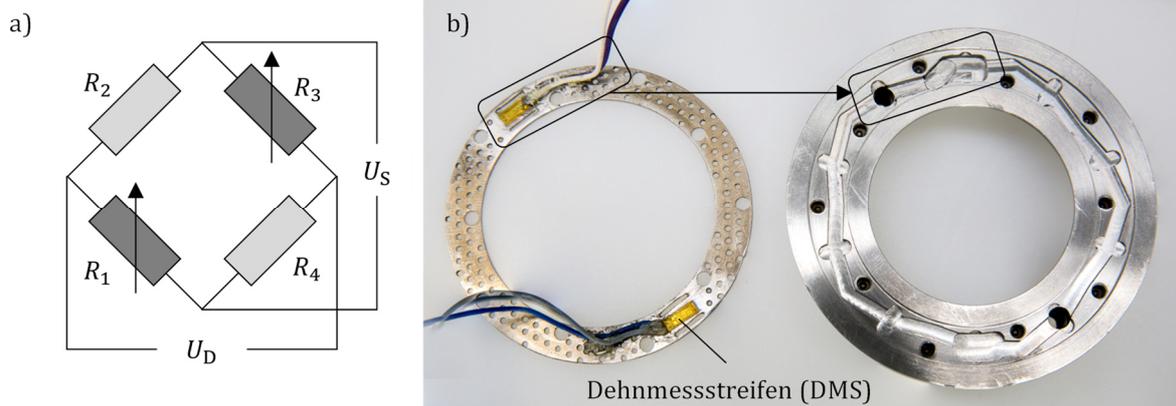


Abbildung 7.7: In a) ist der schematische Aufbau der verwendeten Wheatstone'schen Halbbrücke dargestellt. R_1 und R_3 stellen die DMS dar, R_2 und R_4 normale elektrische Widerstände, die sich außerhalb des Verfahrensraums der Scherzelle befinden. U_S ist die elektrische Speisespannung und U_D die Ausgabespannung. In b) ist das modifizierte Stützgewebe mit befestigten Dehnmessstreifen und Kabeln gezeigt.

In Abbildung 7.7 b) ist das Stützgewebe mit den Dehnmessstreifen und die Unterseite des Innenteiles des Deckels zu sehen. Im Bereich der Dehnmessstreifen befinden sich Langlöcher, um eine elastische Verformung zu erleichtern. Nach Einsetzen des Stützgewebes führen die Kabel durch die Drainage-Kanäle nach außen. In diesem Bereich sind die Kanäle verbreitert und vertieft, um genug Platz für die DMS, die elastische Verformung des Stützgewebes und die Kabel zu bieten. Die beiden zusätzlichen Widerstände befinden sich außerhalb der Scherzelle. Zur Signalauswertung und -verstärkung ist die Wheatstone'sche Halbbrücke mit einem DMS-Verstärker der Fa. HBM verbunden. Die Verwendung eines Analog/Digital-Wandlers erlaubt das Aufzeichnen des Signals mithilfe eines Computers.

Die Bestimmung von f_1 erfolgt durch Pressversuche der modifizierten Scherzelle mit und ohne Dichtung. Dafür ist der Verfahrensraum mit einem trockenen grobdispersen Schüttgut bestehend aus Glaskugeln mit einem Durchmesser von 1 bis 2 mm gefüllt. Weiterhin wird auf die Verwendung der Mitnehmer am Deckel verzichtet. In Abbildung 7.8 ist die elektrische Ausgabespannung der Brücke U_D über die angelegte mechanische Normalspannung σ_{an} für einen Pressversuch mit und ohne Dichtung dargestellt. Die Dichtung führt zu einer Verschiebung der Spannung und Änderung der Abhängigkeit von der angelegten Normalspannung. Damit der Temperatureinfluss so gering wie möglich gehalten wird, erfolgen die Messungen mit und ohne Dichtung immer paarweise und direkt hintereinander.

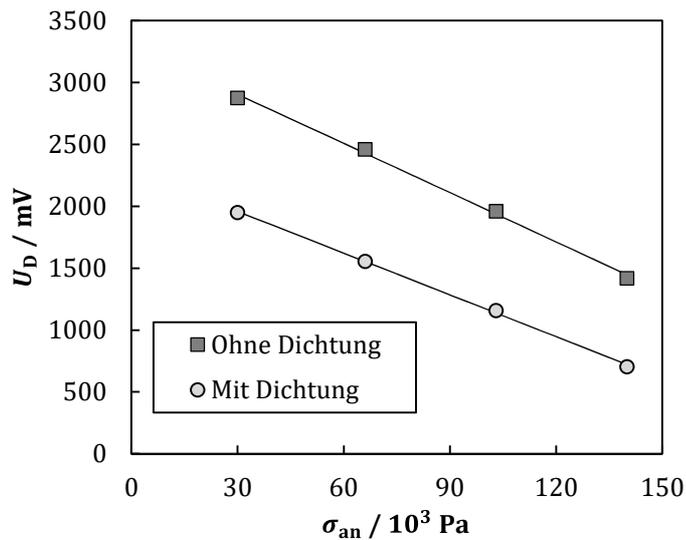


Abbildung 7.8: Einfluss der angelegten Normalspannung σ_{an} auf die elektrische Ausgabespannung U_D der Wheatstone'schen Halbbrücke bei Pressversuchen mit und ohne Dichtung in der modifizierten Scherzelle.

Zu viele Einflussfaktoren bestimmen das Grundniveau der Ausgabespannung. Jedoch beeinflusst nur die Temperatur die Änderung der Ausgabespannung beim Wechsel der Normalspannung. Daher erfolgt die Bestimmung der Korrekturfunktion für die Normalspannung durch ein ins Verhältnis setzten der Änderung der Ausgabespannung und nicht des Spannungsniveaus. Die Messergebnisse werden dafür mit einer linearen Funktion angepasst. Eine statistisch aussagekräftige Anzahl an Pressversuchen, führt zu der Erkenntnis, dass die Dichtung im Durchschnitt die wirkende Normalspannung um 19.64 % reduziert. Der Schwankungsbereich beträgt ± 3.69 %. Dies führt zu der in dieser Arbeit verwendeten Normalspannungskorrektur von

$$f_1 = 1 - 0.1964. \quad (7.1)$$

Die bei den Scherversuchen wirkende Normalspannung

$$\sigma_n = f_1 \sigma_{an} \quad (7.2)$$

berechnet sich aus dem Produkt von f_1 und der angelegten Normalspannung σ_{an} .

Korrektur der Schubspannung

Mit dem Wissen über den Einfluss der Dichtung auf die Normalspannung ist es möglich, die Funktion f_2 für die Schubspannungskorrektur anhand von Vergleichsmessungen des Fließverhaltens mit und ohne Dichtung zu bestimmen. Um den Einfluss von Scherverdichtung auf das Messergebnis zu minimieren, erfolgen die Vergleichsmessungen

mit in Wasser dispergierten grobdispersen PVC-Partikeln mit einem mittleren Durchmesser von $d_{P,50,3} = 138.3 \mu\text{m}$ als Modellsystem. Diese Partikel bilden im relevanten Normalspannungsbereich ein inkompressibles Sediment aus.

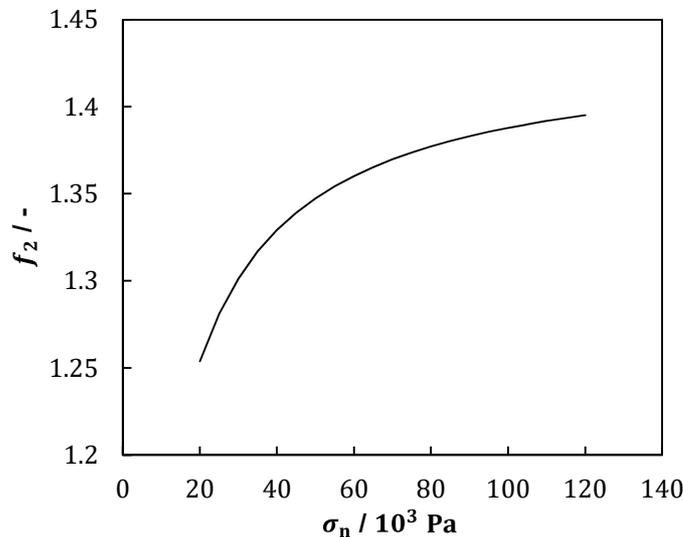


Abbildung 7.9: Funktion f_2 zur Schubspannungskorrektur in Abhängigkeit der auf das Sediment wirkenden Normalspannung σ_n .

Aus dem Verhältnis der Spannungszustände mit und ohne Dichtung ergibt sich die Funktion für die Schubspannungskorrektur. Diese ist in Abbildung 7.9 über die wirkende Normalspannung σ_n aufgetragen. Durch die reibungsbedingte Normalspannungsverschiebung ist für den Vergleich der Messwerte die Verwendung von Anpassungsfunktionen notwendig. Die dafür verwendeten Fließorte sind gemittelte Ergebnisse aus mehreren Versuchen. Der mittlere Einfluss der Dichtung auf die Schubspannung verhält sich nicht linear. Der Grund dafür ist wahrscheinlich die Abhängigkeit des Anpressdrucks der PTFE-Dichtungen von der verwendeten Normalspannung. Die verwendete mathematische Anpassung zur Berechnung von f_2 ergibt sich wie folgt:

$$f_2 = -8.16 \cdot 10^{-13} \sigma_n^6 + 3.96 \cdot 10^{-10} \sigma_n^5 - 7.93 \cdot 10^{-8} \sigma_n^4 + 8.49 \cdot 10^{-6} \sigma_n^3 - 5.27 \cdot 10^{-4} \sigma_n^2 + 1.94 \cdot 10^{-2} \sigma_n + 1.02. \quad (7.3)$$

Die Normalspannung ist hier in 10^3 Pa einzusetzen. Je kleiner die Normalspannung ist, umso größer sind die Abweichungen der Messergebnisse. Dies führt auch dazu, dass diese Anpassung im Bereich der kleinen Normalspannungen eine größere Ungenauigkeit aufweist. Daher sollte diese Funktion nicht für Normalspannungen $\sigma_n < 10^4 \text{ Pa}$ verwendet werden. Mit der Schubspannungskorrektur ergibt sich die aufgrund des Materialverhaltens wirkende Schubspannung zu

$$\tau = \frac{\tau_{\text{gemessen}}}{f_2}. \quad (7.4)$$

Die in diesem Kapitel präsentierten Korrekturfunktionen gelten für den aktuellen Zustand der Dichtungen. Abnutzungserscheinungen oder Austausch der Dichtungen können das Reibverhalten und somit auch die erforderlichen Korrekturfunktionen beeinflussen. Daher ist es notwendig, nach jedem Austausch der Dichtungen die Gültigkeit der Funktionen zu überprüfen. Bei einem ordnungsmäßigen Gebrauch sollte eine Überprüfung der Korrekturfunktionen in Abhängigkeit der Nutzung jedoch mindestens einmal jährlich erfolgen. Während dieser Arbeit ergaben sich beim Reibverhalten der Dichtung keine Änderungen. In der vorliegenden Arbeit bis auf in Kapitel 7.2.1 erfolgt direkt die Darstellung und Diskussion von Messergebnissen mit den korrigierten Schub- und Normalspannungen.

7.1.6 Messprozedur

Da die Vorgeschichte der Probe das Fließverhalten signifikant beeinflussen kann, ist es notwendig eine reproduzierbare Messprozedur anzuwenden. Die in dieser Arbeit entwickelte Messprozedur zur Bestimmung des Fließverhaltens unterteilt sich in die drei folgenden Vorgänge:

- Probenvorbereitung,
- Scherzellenvorbereitung,
- Scherversuch.

Probenvorbereitung

Um den Einfluss der Probenvorbereitung auf die Versuchsergebnisse zu minimieren, findet die Bildung der untersuchten Sedimente aus verdünnten Suspensionen direkt im Unterteil der Scherzelle statt. Das prinzipielle Vorgehen ist in Abbildung 7.10 zusammengefasst. Da die Suspension ein größeres Volumen als das Sediment einnimmt, wird zur Vergrößerung der Sedimentationszone das Unterteil der Scherzelle in dem in Kapitel 7.1.3 vorgestellten Einsatz für eine Becherzentrifuge eingebaut. Das Ansetzen und Homogenisieren der verwendeten Suspensionen findet außerhalb des Einsatzes statt. Je nach Bedarf erfolgt die Homogenisierung durch einen Propellerrührer oder in Verbindung mit dem Dispergierer SilentCrusher M von der Fa. Heidolph Instruments GmbH & Co. KG bei $n = 10000 \text{ min}^{-1}$. Schubweises Einfüllen der Suspension im Wechsel mit Rühren verhindert eine mögliche Segregation der dispergierten Partikel im Einsatz und im Ausgleichsbecher. Nach dem Einsetzen des mit Suspension gefüllten Einsatzes (1.) und des Ausgleichsbechers in die Becherzentrifuge erfolgt die Sedimentbildung

und Vorkonsolidierung (2.) bei einer vorher eingestellten Rotationsgeschwindigkeit. Das gebildete Sediment sollte den gesamten Verfahrensraum ausfüllen oder darüber hinausragen. Der Grund hierfür liegt in der radialen Feststoffgerüstdruckverteilung im Haufwerk, welche bei kompressiblen Sedimenten zu einer radialen Porositätsverteilung führt. Um die Unterschiede im Sediment zu minimieren, werden nach dem Ausbau des Unterteiles der Scherzelle (3.) mittels zweier spezieller Schaber vorsichtig die oberen Schichten des Sediments entfernt (4.). Je geringer die Höhe des im Verfahrensraum verbleibenden flüssigkeitsgesättigten Haufwerks ist, umso geringer sind die Unterschiede des Konsolidierungszustands beim Scherversuch.

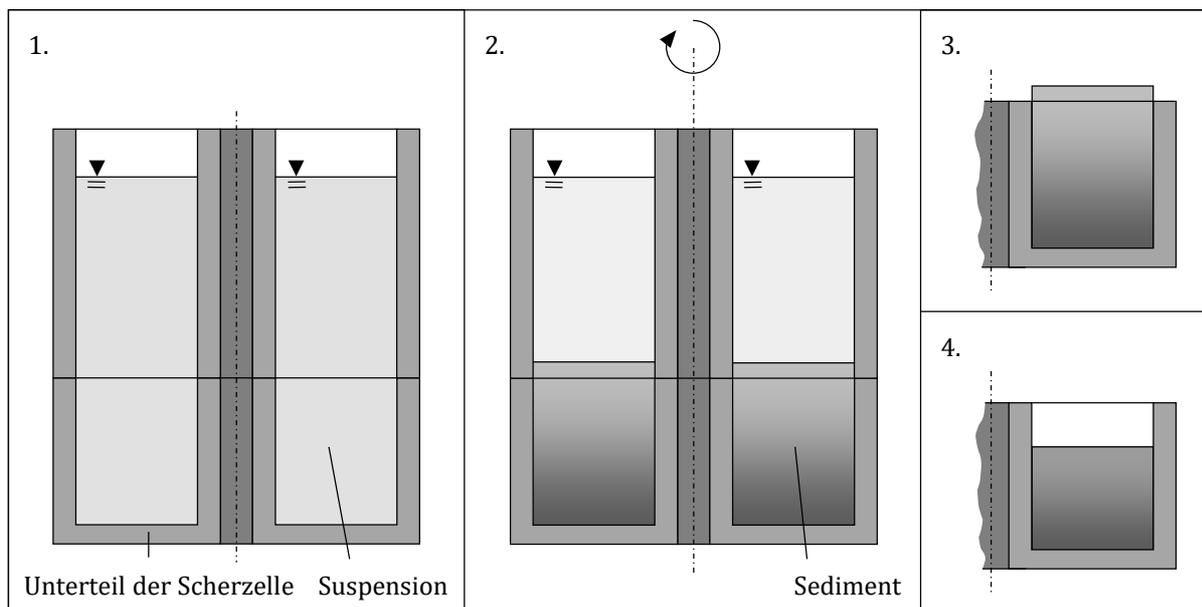


Abbildung 7.10: Grafische Zusammenfassung der wichtigsten Vorgänge bei der Probenvorbereitung: 1. Befüllung des Zentrifugeneinsatzes mit Suspension, 2. Sedimentbildung und -konsolidierung im Zentrifugalfeld, 3. Ausbau der Scherzelle und 4. Abnahme an Sediment, um die Unterschiede bei der Haufwerkstruktur zu minimieren.

Scherzellenvorbereitung

Hier sind alle notwendigen Schritte zwischen der Bildung des Sediments und dem eigentlichen Scherversuch zusammengefasst. Eine tropfenförmige Aufgabe von Porenflüssigkeit auf das Sediment wirkt einer Untersättigung des Sediments durch Verdunstung während der Scherzellenvorbereitung entgegen. Danach erfolgt das Anbringen der Flüssigkeitsauslasse des Unterteils, deren Befüllung mit Flüssigkeit und das Einsetzen und Fixierung der Dichtungsringe. Der Deckel wird zuerst durch manuelles loses Aufsetzen auf das Unterteil der Scherzelle positioniert. Das Anlegen einer Normalspannung, welche wesentlich geringer ist als bei der Sedimentbildung oder dem

Scherversuch, sorgt dafür, dass der Deckel sich in seine Ausgangsposition für die Scherversuche auf dem Sediment bewegt. Die Füllung der Drainage-Kanäle mit Flüssigkeit und Befestigung der Halterungen schließen die Scherzellenvorbereitung ab. Eigens gefertigte Schrauben mit einem Axiallager unterhalb des Schraubenkopfes verhindern die Übertragung von Schubspannungen durch das Festziehen der Schrauben für die Befestigung der Halterung.

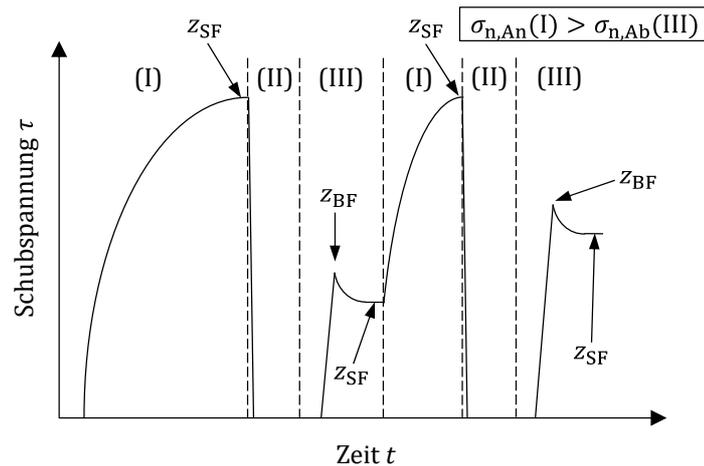


Abbildung 7.11: Schubspannungsverlauf über die Zeit für die verwendete Messroutine während eines Scherversuchs. Die Messroutine folgt der Messprozedur aus der Schüttgutmechanik durch den zyklischen Wechsel von Ansheeren (I), Reduktion der Schubspannung (II) und Absheeren (III). $\sigma_{n,An}$ ist die Normalspannung beim Ansheeren und $\sigma_{n,Ab}$ die Normalspannung beim Absheeren. Beim Absheeren ist die Prozedur aus der Schüttgutmechanik um das Erreichen des Zustands stationären Fließens erweitert. Zustände stationären Fließens sind mit z_{SF} und beginnenden Fließens mit z_{BF} gekennzeichnet.

Scherversuch

Der Scherversuch mit der modifizierten Scherzelle folgt mit einer geringfügigen Modifikation der Standardmessprozedur aus der Schüttgutmechanik. Zyklische Wiederholungen von Ansheeren und Absheeren führen zu einer vorgegebenen Anzahl an Messpunkten. Im Gegensatz zur Schüttgutmechanik ist jedoch nicht nur der Fließort, welcher den Zustand des beginnenden Fließens beschreibt, sondern auch das Fließverhalten bei stationärem Fließen wichtig. Daher ist die Messprozedur bis zum Erreichen des stationären Fließens bei dem Vorgang des Absheerens erweitert. Schematisch ist das in Abbildung 7.11 anhand des Schubspannungsprofils über die Zeit dargestellt. Die Beschriftungen entsprechen denen von Abbildung 3.10. So liegt bei (I) der Vorgang des Ansheerens und bei (III) des Absheerens vor. Bei (II) erfolgt die Reduktion der Schubspannung zwischen dem Ansheeren und dem Absheeren. z_{SF} steht für den Zustand des stationären Fließens und z_{BF} für den Zustand des beginnenden Fließens während des Scherversuchs.

7.1.7 Reproduzierbarkeit

Entscheidend für einen Messapparat ist die Reproduzierbarkeit der damit ermittelten Messergebnisse. Bei der modifizierten Scherzelle beeinflussen vorwiegend Abweichungen des Partikelsystems oder der Zusammenbau die Messergebnisse. Die Quantifizierung der Reproduzierbarkeit erfolgt hierzu mittels einer statistisch aussagekräftigen Anzahl an Scherversuchen mit Sedimenten bestehend aus PVC-Partikeln und Wasser. Der Einfluss beim Zusammenbau spiegelt sich in der Abweichung der Normalspannungskorrekturfunktion f_1 wider. Unterschiede im Partikelsystem, wie einer leichten Verschiebung der Partikelgrößenverteilung, führen zu einer abweichenden Struktur des Haufwerks und somit leicht variierendem Fließverhalten. Trotz dieser beiden Störfaktoren weist die entwickelte Scherzelle mit einer maximalen Standardabweichung von 7% bei der Ermittlung der Schubspannung eine sehr gute Reproduzierbarkeit auf.

Tabelle 7.1: Parameter der modifizierten Scherzelle zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke

Verfahrensraum	
Min. Durchmesser d_{\min} / mm	37.5
Max. Durchmesser d_{\max} / mm	75
Höhe h / mm	16
Scherversuch	
Sedimenthöhe h_{Sed} / mm	6 – 15
Mittlere Differenzgeschwindigkeit \bar{u}_{Scher} / mm·min ⁻¹	0.375 – 7.5
Normalspannung σ_n / 10 ³ Pa	10 – 128
Sedimentbildung und Vorkonsolidierung	
Schleuderzahl Z / -	5200

7.1.8 Parameter der modifizierten Scherzelle

In diesem Abschnitt erfolgt eine Übersicht der Prozessbedingungen der Scherzelle und der Sedimentbildung beziehungsweise Vorkonsolidierung in Tabelle 7.1. Das verwendete Ringschergerät und der Anwendungsbereich der Korrekturfunktionen bestimmen dabei den Normalspannungs- und Differenzgeschwindigkeitsbereich des Scherversuchs. Die maximale Normalspannung bei der Sedimentbildung und bei der Vorkonsolidierung ist durch die verwendete Becherzentrifuge limitiert. Die mit der

Scherzelle erreichte Differenzgeschwindigkeit und Normalspannung liegt unterhalb (teilweise mehrere Größenordnungen) denen in einer Zentrifuge. Daher müssen die erhaltenen Ergebnisse für die Validierung der Simulationsmethode in den Größenbereich der in Zentrifugen wirkenden Zustände extrapoliert werden.

7.2 Diskussion der Charakterisierungsversuche

Die entwickelte Scherzelle ermöglicht die Untersuchung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke durch die Scherung der Probe unter einer vorgegebenen Normallast. Dabei laufen verschiedene Prozesse ab, die sich gegenseitig beeinflussen. Daher erfolgt in diesem Kapitel die Diskussion über die mit der modifizierten Scherzellen erhaltenen Messergebnisse und der dabei auftretenden Vorgänge, sowie über den Einfluss ausgewählter Parameter auf das Fließverhalten.

7.2.1 Schubspannungs- und Sedimenthöhenverlauf

In Abbildung 7.12 sind der Verlauf der Schubspannung τ und der Sedimenthöhe h_{Sed} eines Scherversuchs mit einer nur zweimaligen Wiederholung des Anscher-Abscher-Zyklus eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks aus Kalkstein (OmyaCarb Extra CL) und Wasser dargestellt. Die mittlere Differenzgeschwindigkeit bei dem Versuch beträgt $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$. Die Normalspannung beim Anscheren beträgt $\sigma_{\text{n,An}} = 80.4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und bei den beiden Abscherungen $\sigma_{\text{n,Ab1}} = 20.1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und $\sigma_{\text{n,Ab2}} = 32.1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Der Sedimentaufbau und die Vorkonsolidierung erfolgt im Zentrifugalfeld bei einer maximalen Beschleunigung von 3135g. Die Zustände des stationären Fließens (z_{SF}) und des beginnenden Fließens (z_{BF}) sind im Schubspannungsverlauf markiert.

Die gezeigte Schubspannung ist nicht korrigiert. Der stufenförmige Verlauf der Sedimenthöhe beruht auf der Auflösung der Software für das Ringschergerät für die Positionsspeicherung des Deckels. Die gezeigte Sedimenthöhe entspricht dem Bereich zwischen den Mitnehmern des Scherzellendeckels und des Unterteils, da davon auszugehen ist, dass nur in diesem Bereich Scherung auftritt.

Der Schubspannungsverlauf des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks gleicht dem aus der Schüttgutmechanik bekannten und erwarteten Verlauf bei der Scherung eines trockenen Schüttguts. Jedoch erhöht sich die Dauer bis zum Einstellen des stationären Fließens im Vergleich zu einer trockenen Probe. Wahrscheinlich beruht der Zeitzuwachs auf der erhöhten Trägheit des Systems durch die Änderung der Stoffeigenschaften beim Wechsel des Zustands des Porenfluids von gasförmig (Luft) zu flüssig.

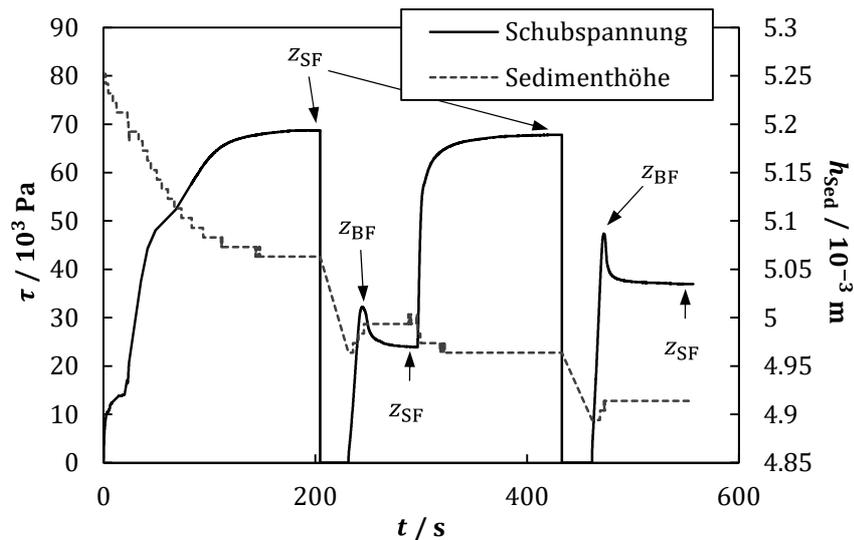


Abbildung 7.12: Schubspannungs- und Sedimenthöhenverlauf eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks bestehend aus OmyaCarb Extra Cl und Wasser bei einem Scherversuch mit einer mittleren Differenzgeschwindigkeit $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ mit einer zweimaligen Wiederholung des Anscher-Abscher-Zyklus. Die Sedimentbildung erfolgte bei einer Schleuderrzahl $Z = 3135$. Die Normalspannung beim Anscheren beträgt $\sigma_{n,\text{An}} = 80.4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und bei den beiden Abschervorgängen $\sigma_{n,\text{Ab1}} = 20.1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und $\sigma_{n,\text{Ab2}} = 32.1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. z_{SF} markiert den Zustand des stationären Fließens und z_{BF} des beginnenden Fließens.

Beim ersten Anscheren nimmt die Schubspannung bis zum Erreichen des stationären Zustands zu, gleichzeitig kommt es zu einer signifikanten Abnahme der Sedimenthöhe. Beide erreichen bei $t \approx 200 \text{ s}$ einen stationären Wert, den Zustand stationären Fließens. Der Schubspannungsverlauf weist bis dahin zwei ausgeprägte Schultern auf. Über die Gründe dafür kann mit dem jetzigen Wissensstand nur spekuliert werden. Eine verstärkte Abnahme der Sedimenthöhe parallel zur ersten Schulter deutet auf eine große strukturelle Veränderung im Haufwerk hin.

Unterschiede bei den Versuchsbedingungen und Stoffsystemen führen zu einem voneinander abweichenden Verhalten beim ersten Anscheren. Manche weisen eine glatte Kurve, wie in Abbildung 7.11 angedeutet, auf. Andere durchlaufen wiederum vor dem Erreichen des stationären Zustands ein lokales Maximum der Schubspannung, welches höher ist als die Spannung im stationären Zustand. Alle Sedimente verdichten sich jedoch beim ersten Anscheren stark, selbst wenn diese bei einer viel höheren Normalspannung vorkonsolidiert werden. In dem hier gezeigten Fall nimmt die Sedimenthöhe um 3.5 % ab, obwohl die mittlere Normalspannung bei der Vorkonsolidierung um den Faktor 11 größer ist als beim Anscheren.

Nach Erreichen des stationären Zustands beim Anscheren erfolgt die Entspannung des Systems, bis die Schubspannung auf den Wert $\tau = 0 \text{ Pa}$ sinkt. Hierbei rotiert das Unter- teil entgegen der eigentlichen Drehrichtung mit einer erhöhten Geschwindigkeit, um

den Vorgang zu beschleunigen. Anschließend wird in dem ruhenden System die gewählte Normalspannung für den Abschervorgang eingestellt. Dabei nimmt die Sedimenthöhe scheinbar linear ab. Dies täuscht, da hier die Software des Ringschergesetzes keine Daten aufzeichnet und die Deckelposition zwischen Anscheren und Abscheren einfach mit einer Geraden verbindet.

Zum Abscheren setzt sich das Unterteil wieder in Bewegung, was zu einer erneuten Scherung der Probe führt. Die Sedimenthöhe vor dem ersten Abscheren beträgt $h_{\text{Sed}} = 4.96 \cdot 10^{-3}$ m. Mit Anstieg der Schubspannung beim Abscheren steigt auch die Sedimenthöhe wieder an. Die Schubspannung durchläuft ein lokales Maximum, den Zustand des beginnenden Fließens (z_{BF}) und das Haufwerk beginnt sich plastisch zu verformen. Es wird davon ausgegangen, dass davor nur eine elastische Verzerrung des Haufwerks stattfindet. In der Schüttgutmechanik spricht man vom Bruch der Partikelkontakte, wenn es sich plastisch verformt.

Nach dem Zustand des beginnenden Fließens fällt die Schubspannung solange ab, bis ein weiterer stationärer Zustand erreicht ist. Dabei wächst die Sedimenthöhe an bis sich auch hier ein neuer stationärer Wert einstellt. Hier ist die Sedimenthöhe $h_{\text{Sed}} = 4.99 \cdot 10^{-3}$ m. Daher gehören die Zustände des beginnenden und stationären Fließens streng genommen zu unterschiedlichen Verdichtungszuständen des Sediments.

Der Schubspannungsverlauf beim Abscheren ist typisch für ein überverdichtetes Haufwerk ($\sigma_{n,\text{An}} > \sigma_{n,\text{Ab}}$) [100]. Die beim Abscheren erreichten Schubspannungen sind aufgrund der geringeren Normalspannung kleiner als die Schubspannung beim Anscheren. Ein quantitativer Vergleich der beiden Schubspannungen beim Abscheren erfolgt hier nicht, da die in Abb. 7.12 dargestellte Schubspannung nicht korrigiert ist.

Der Sedimenthöhenverlauf beim Abscheren ist teilweise erklärbar durch das notwendige Aufstehen des Haufwerks bei der Scherung. Dabei bewegen sich die Partikel mit einer Relativgeschwindigkeit zueinander übereinander hinweg. Dieser Vorgang führt zu einem erhöhten Platzbedarf der sich bewegenden Partikelschichten. Daher muss beim Wechsel eines gescherten Haufwerks in die Ruheposition oder zu einer einheitlichen Bewegungsgeschwindigkeit (keine Scherung) die Sedimenthöhe abnehmen und andersherum wieder zunehmen. Daraus resultiert, dass sich ein inkompressibles geschertes Sediment ohne Auftreten von Scherverdichtung weniger stark verdichtet ist als ein nicht geschertes Sediment. Bei einem idealen Packungszustand eines Haufwerks, das bedeutet ohne Auftreten von Scherverdichtung, entspricht die Zunahme der Sedimenthöhe während des Abscherens der Höhenabnahme zwischen dem Übergang von Anscheren zum Abscheren (Reduktion der Schubspannung). Beim diskutierten Scherversuch ist dies aber nicht der Fall. Die Höhenzunahme fällt geringer aus als die Abnahme. Die Sedimenthöhen im stationären Zustand beim Abscheren ist um 1.5 %

niedriger als im stationären Zustand beim Anscheren. Der Grund dafür ist auftretende Scherverdichtung bei der beschleunigten Rotation zur Schubspannungsentlastung.

Beim zweiten Anscher-Abscher-Zyklus durchläuft die Probe die gleichen Zustände. Die Erhöhung der Normallast von $\sigma_{n,Ab1} = 20.1 \cdot 10^3$ Pa auf $\sigma_{n,Ab2} = 32.1 \cdot 10^3$ Pa und die Verdichtung während des Scherversuchs führen zu einer Steigerung der auftretenden Schubspannung beim zweiten Abscheren. Der Schubspannungs- und Sedimenthöhenverlauf weisen das gleiche Verhalten wie beim ersten Zyklus auf. Im zweiten Zyklus nimmt die Sedimenthöhe um weitere 2.9 % im Vergleich zur Ausgangshöhe ab. Der Einfluss der Scherverdichtung fällt damit in diesem Zyklus geringer aus. Trotz der weiteren Verdichtung des Haufwerks nimmt die Schubspannung beim zweiten Anscheren nicht zu, sondern entgegen der Erwartung sogar um 1.3 % ab. Eine Erklärung dafür konnte bisher nicht gefunden werden.

Allgemein reduziert sich mit der steigenden Anzahl der Zyklen die Änderung des Verdichtungs Zustands durch die Scherverdichtung. So fällt in der Regel die weitere Haufwerksverdichtung nach dem ersten oder den ersten beiden Zyklen vernachlässigbar gering aus. Das ermöglicht den direkten Vergleich der gemessenen Schubspannungen eines Scherversuchs nach dem Verwerfen der ersten Messzyklen durch die Ausbildung eines näherungsweise konstanten Verdichtungs Zustands des Sediments.

Der Schubspannungsverlauf des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks verhält sich qualitativ wie der eines trockenen Schüttguts. Wichtig für die weitere Diskussion über die Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke ist jedoch die Erkenntnis, dass es nicht möglich ist, die auftretende Scherverdichtung und die Untersuchung des Fließverhaltens voneinander zu trennen. Daher werden die sich daraus ergebenden Herausforderungen und Möglichkeiten im nächsten Abschnitt ausführlich diskutiert.

7.2.2 Scherverdichtung

Bei der Überlagerung von Schub- und Normalspannungen in einem sich bewegenden Sediment kann in Abhängigkeit der Bewegungsform, des Konsolidierungszustands und des Materialverhaltens Scherverdichtung auftreten. Scherverdichtung beschreibt eine verstärkte und beschleunigte Konsolidierung im Vergleich zu einer Kompression bei reiner Pressverdichtung aufgrund einer überlagerten Relativbewegung der Partikel zueinander normal zur Verdichtungsspannung. Mögliche Gründe dafür sind das Besetzen von Fehlstellen in der Struktur des Haufwerks, die Ausrichtung von Partikeln bei nicht-sphärischen Teilchen und ein verstärkter Partikelbruch. Scherverdichtung ist in der

mechanischen Verfahrenstechnik ein bekannter Vorgang, der jedoch bisher nur rudimentär erforscht ist.

Die Ermittlung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke erfolgt durch die Scherung unter Normallast, was das Auftreten von Scherverdichtung unvermeidbar macht. Zu Beginn eines Versuchs ist der Einfluss der Scherverdichtung am größten und führt direkt zu stark verdichteten Haufwerken (siehe Kap. 7.2.1). Dies macht es unmöglich, das Fließverhalten von leicht verdichteten Proben zu charakterisieren. Die numerische Vorhersage des Trennprozesses erfordert jedoch die Kenntnis des Fließverhaltens von nur leicht verdichteten Sedimenten, da die Interaktionen zwischen der Strömung und dem Sediment an der Sedimentgrenze stattfinden.

Doch selbst bei schon durch Pressverdichtung stark komprimierten Sedimenten führt die Scherverdichtung zu einer noch weiteren Verdichtung. So verdichtet sich ein Sediment aus Kalkstein, welches mit einer mittleren Normalspannung von $\sigma_n = 900 \cdot 10^3$ Pa im Zentrifugalfeld gebildet und verdichtet wird, bei einer Normalspannung beim Anscheren von nur $\sigma_{n,An} = 80.4 \cdot 10^3$ Pa und einer mittleren Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{Scher} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ weiter. Obwohl die Verdichtungs-spannung bei der Sedimentbildung 11 mal höher als bei der Scherung ist, nimmt die Sedimenthöhe um 3.5 % ab (vgl. Abb. 7.12). Dadurch ergibt sich ein mittlerer Konsolidierungszustand, der einer Verdichtungsspannung bei uniaxialer Pressverdichtung von $\sigma_n = 1186 \cdot 10^3$ Pa entspricht.

Aus der Änderung der Sedimenthöhe erhält man jedoch nur die Information über die mittlere Porosität der Probe. Aus der Schüttgutmechanik ist bekannt, dass eine trockene Probe in der Scherzelle keine gleichverteilte Scherung erfährt, sondern dass der Großteil oder die gesamte Scherung nur in einem kleinen Bereich in der Nähe des Deckels der Ringscherzelle stattfindet [100]. Dieser Bereich ist die sogenannte Scherzone. Aufgrund der Vorgänge bei der Scherverdichtung ist davon auszugehen, dass die verstärkte Kompression nur in der Scherzone auftritt. Unter der Annahme, dass bei dem hier diskutierten Versuch die Scherzone nur die oberen 0.003 m des Sediments einnimmt, würde die Scherverdichtung zu einem lokalen Konsolidierungszustand führen, der einer Pressverdichtung bei $\sigma_n \approx 2400 \cdot 10^3$ Pa gleichzusetzen ist. Das entspricht einer über 2.5 mal höheren Normalspannung als bei der Sedimentbildung und einer 30 mal höheren als beim Anscheren. Die Annahme einer auf die Scherzone begrenzte Strukturänderung werden durch Überlegungen von Raschka und Buggisch [113] gestützt. Somit unterschätzt die Betrachtung der mittleren Porosität den Einfluss von Scherverdichtung und die gemessenen Schubspannungen gehören zu einem unbekanntem Verdichtungszustand.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Versuche haben die Aussage von Raschka und Bugisch bestätigt, dass die Scherung eines Haufwerks nur in einem begrenzten Bereich der Probe erfolgt. Eine detaillierte Diskussion darüber ist in Kapitel 7.2.4 zu finden.

Im vorangegangenen Abschnitt erfolgte nur die Diskussion der Problematik beim Charakterisieren des Materialverhaltens durch das Auftreten von Scherverdichtung. Bei der Entfeuchtung von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken ist der Effekt der Scherverdichtung erwünscht. So erreicht man in Dekantierzentrifugen stärker verdichtete Sedimente durch die Scherung des Sediments aufgrund der Strömung und der Relativbewegung der Schnecke zur Trommel als im Vergleich ohne Scherung [145]. Weiterhin führt die Reibung im Filterkuchen durch die höhere Packungsdichte zu einer Verminderung der Rissbildung bei der mechanischen Untersättigung, welche die Möglichkeit zur weiteren mechanischen Entfeuchtung begrenzt [51].

Die modifizierte Scherzelle eröffnet die Möglichkeit, die Kinetik der Scherverdichtung in Abhängigkeit der Differenzgeschwindigkeit und Normalspannung zu untersuchen. In Abbildung 7.13 a) ist die Sedimenthöhe über die Zeit für zwei mittlere Differenzgeschwindigkeiten, $\bar{u}_{\text{Scher}} = 0.375 \text{ mm min}^{-1}$ und $\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$, von Sedimenten bestehend aus OmyaCarb Extra Cl und Wasser gezeigt. Die Scherversuche bestehen nur aus einem Anscheren bei einer Normalspannung von $\sigma_{n,\text{An}} = 80.4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Die Bildung und Vorkonsolidierung erfolgt bei einer mittleren Normalspannung von $\sigma_n = 900 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ im Zentrifugalfeld. Für eine bessere Vergleichbarkeit sind nicht die Rohdaten, sondern geglättete Anpassungen des Höhenverlaufs dargestellt (vgl. Abb. 7.12).

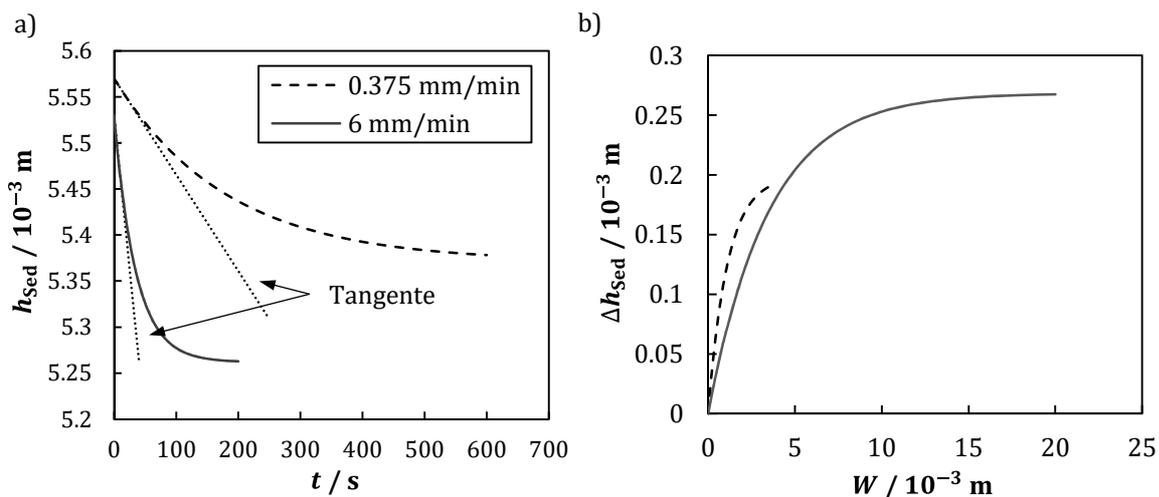


Abbildung 7.13: In a) ist die Sedimenthöhe h_{Sed} über die Zeit t bei der Anscherung mit einer Normalspannung von $\sigma_{n,\text{An}} = 80.4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ bei zwei unterschiedlichen Differenzgeschwindigkeiten gezeigt. Die eingezeichneten Geraden entsprechen Tangenten an die Kurven im Bereich $t = 0 \text{ s}$. In b) ist die bei a) auftretende Höhenänderung Δh_{Sed} über den Scherweg W für die beiden Differenzgeschwindigkeiten dargestellt.

Die Konsolidierung durch Scherverdichtung ist ein dynamischer Vorgang. Die Änderung der Höhe ist zu Beginn am größten und nimmt mit der Zeit ab. Die Kinetik der Scherverdichtung zeigt eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Differenzgeschwindigkeit. Der Vergleich der Kinetik erfolgt anhand der Änderung der Sedimenthöhe zu Beginn der Scherung. In Abb. 7.13 a) repräsentieren die beiden gepunkteten Linien Tangenten mit der Steigung

$$m_{\Delta} = \left. \frac{\partial h_{\text{Sed}}}{\partial t} \right|_{t=0} \quad (7.5)$$

für die beiden Geschwindigkeiten. Beim Vergleich zeigt sich, dass die Erhöhung der mittleren Differenzgeschwindigkeit um den Faktor 17 zu einer 6.4-fachen Beschleunigung der Konsolidierung zu Beginn der Scherverdichtung führt. So ist die Änderung der Sedimenthöhe zu Beginn der Scherung bei der langsameren Differenzgeschwindigkeit

$$m_{\Delta}(\bar{u}_{\text{Scher}} = 0.375 \text{ mm min}^{-1}) = -1.05 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1} \quad (7.6)$$

und bei der höheren

$$m_{\Delta}(\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}) = -6.67 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}. \quad (7.7)$$

Weiterhin beeinflusst die Differenzgeschwindigkeit das Erreichen eines stationären Zustands der Sedimenthöhe. So wird bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 0.375 \text{ mm min}^{-1}$ ein stationärer Zustand der Sedimenthöhe nach $t = 600 \text{ s}$ erreicht und bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$ nach $t = 200 \text{ s}$. Eine erhöhte Differenzgeschwindigkeit führt nicht nur zu einer beschleunigten, sondern auch zu einer verstärkten Verdichtung. So reduziert sich die Sedimenthöhe bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$ um 4.8 % und bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 0.375 \text{ mm min}^{-1}$ nur um 3.5 %.

Betrachtet man die Sedimenthöhenabnahme Δh_{Sed} über den Scherweg W , fällt auf, dass neben der Differenzgeschwindigkeit noch ein anderer Effekt die Kinetik beeinflusst, siehe Abb. 7.13 b). Bei $u_{\text{Scher}} = 0.375 \text{ mm min}^{-1}$ verdichtet sich das Haufwerk bezogen auf den Scherweg schneller als bei $u_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$. Es wirkt, als ob die Trägheit die Kinetik der Scherverdichtung mitbestimmt. So ist der erhöhte Impulsaustausch senkrecht zur Konsolidierungsrichtung bei der schnelleren Differenzgeschwindigkeit ein möglicher Grund dafür. Es ist anzunehmen, dass bei erhöhter Geschwindigkeit die Partikel durch den verstärkten Impulsaustausch bei Stößen Fehlstellen in der Haufwerkstruktur mit einer geringeren Wahrscheinlichkeit besetzen. Ein anderer denkbarer Grund ist die Ausdehnung der Scherzone. So verkleinert sich die Scherzone mit der Differenzgeschwindigkeit, siehe Kapitel 7.2.4. Somit wirkt die Scherverdichtung nur in einem kleineren Bereich der Probe.

Auftretende Scherverdichtung bei flüssigkeitsgesättigten Haufwerken erschwert die Materialcharakterisierung durch die verstärkte Kompression. So verhindert diese die Untersuchung leicht verdichteter Haufwerke. Deshalb macht die Modellierung des Vorgangs es erforderlich, in Zukunft eine Vorschrift zur Übertragbarkeit des Materialverhaltens zu finden, um von stark verdichteten Zuständen auf das Materialverhalten von weniger verdichteten Haufwerken zu schließen. Erk [19] schlägt für die Beschreibung des Einflusses der Packungsdichte auf die Fließgrenze bei der Scherung unter Eigengewicht einen auf die maximale Packungsdichte und dem Gelpunkt bezogenen Potenzansatz vor, siehe Gl. (3.13). Die Übertragbarkeit auf das Fließverhalten bei einer erhöhten Normallast ist jedoch fragwürdig, da diese Gleichung durch Messungen in einem Flügelrad-Rheometer und unter Vernachlässigung von Scherverdichtung entwickelt wurde.

Gleichzeitig hat dieser Vorgang einen signifikanten Einfluss auf das Prozessergebnis in der mechanischen Flüssigtrennung, wie die bessere Entfeuchtung von Sedimenten. Um den Vorgang der Scherverdichtung besser zu verstehen, sollte nach Möglichkeit die Partikelbewegung innerhalb des Verfahrensraums während der Scherung direkt aufgelöst werden. Solange dies nicht möglich ist, ist es schwierig die Vorgänge und den Einfluss von Material- und Prozesseigenschaften auf die Scherverdichtung zu deuten.

7.2.3 Vergleich von beginnendem und stationärem Fließen

Ein geschertes Haufwerk durchläuft verschiedene Zustände bei der Scherung, den Zustand des beginnenden und des stationären Fließens. Diese unterscheiden sich unter anderem bei deren Konsolidierungszuständen und den wirkenden Schubspannungen. Bei den Scherversuchen ist zwischen den beiden Prozessparametern der Differenzgeschwindigkeit und der Normalspannung wählbar. Beide beeinflussen das Fließverhalten. In diesem Kapitel erfolgt ausschließlich die Diskussion über das Fließverhalten in Abhängigkeit der Normalspannung bei einer mittleren Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{scher} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$. Die Vermeidung von Scherverdichtung ist bei der Charakterisierung des Materialverhaltens nicht möglich. Daher werden in diesem Kapitel nur Messergebnisse zusammengefasst, deren Konsolidierungszustände (mittlere Porosität) nur minimal voneinander abweichen.

In Abbildung 7.14 sind die Schubspannungen τ in Abhängigkeit der Normalspannung σ_n von OmyaCarb Extra Cl für die Zustände des beginnenden und stationären Fließens dargestellt. Die mittlere Porosität beim Zustand des beginnenden Fließens ist

$\bar{\varepsilon}_{BF} = 0.48$ und beim Zustand des stationären Fließens $\bar{\varepsilon}_{SF} = 0.495$. Der Spannungszustand beim beginnenden Fließen entspricht dem Fließort aus der Schüttgutmechanik. Die Normalspannung beim Anscheren beträgt $\sigma_{n,An} = 80.4 \cdot 10^3$ Pa und die mittlere Normalspannung bei der Sedimentbildung $\sigma_n = 900 \cdot 10^3$ Pa.

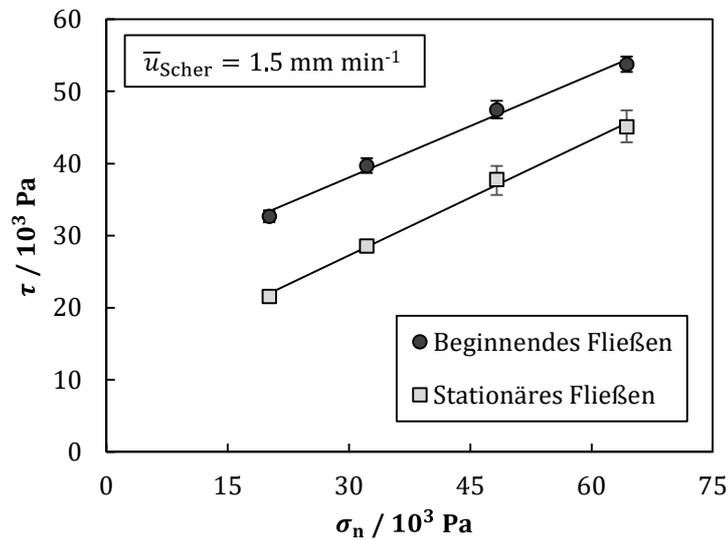


Abbildung 7.14: Auftretende Schubspannungen bei einer Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{Scher} = 1.5$ mm min⁻¹ in Abhängigkeit der wirkenden Normalspannung für die Zustände des beginnenden und des stationären Fließens für OmyaCarb Extra Cl. Die mittlere Porosität beim stationären Fließen beträgt $\bar{\varepsilon}_{SF} = 0.495$ und beim beginnenden Fließen $\bar{\varepsilon}_{BF} = 0.48$.

Bei beiden Bewegungszuständen nimmt die Steigung des Spannungsverlaufs mit wachsender Normalspannung minimal ab. Trotzdem sind beide Spannungszustände mit einer sehr guten Näherung ($R^2 \geq 0.993$) durch eine lineare Funktion der verwendeten Normalspannung anpassbar. Das Abflachen des Fließorts mit wachsender Normalspannung ist aus der Schüttgutmechanik bekannt. In der Regel wird dieser in der Schüttgutmechanik auch mittels einer linearen Funktion der Normalspannung beschrieben. Für den Zustand des beginnenden Fließens ergibt sich der Zusammenhang

$$\tau_{BF} = 0.46 \cdot \sigma_n + 23800, \quad (7.8)$$

und für den Zustand des stationären Fließens

$$\tau_{SF} = 0.54 \cdot \sigma_n + 11200. \quad (7.9)$$

Die Schubspannungszustände beim beginnenden Fließen liegen wie erwartet (vgl. Kap. 3.3 und 7.2.1) auf einem höheren Niveau wie beim stationären Fließen. Dagegen weist der Spannungszustand beim stationären Fließen eine größere Abhängigkeit von der Normalspannung auf.

Bei der Extrapolation zu einer Normalspannung von $\sigma_n = 0$ Pa führen die Schubspannungsverläufe nicht durch den Ursprung. Sondern sie schneiden die Ordinate bei Werten $\tau \gg 0$ Pa. Die Sedimente weisen somit eine innere Festigkeit auf. Hier spricht man in der Schüttgutmechanik von einem kohäsiven Schüttgut [100].

Die Schubspannungen bei beginnendem Fließen sind höher als die im stationären Zustand. Dafür sind drei Gründe zu nennen:

1. Bei den gezeigten Scherversuchen liegen durch die erhöhte Normalspannung beim Anscheren überverfestigte Haufwerke vor.
2. Die Schubspannungen beim beginnenden und stationären Fließen gehören zu unterschiedlichen Konsolidierungszuständen. Beim stationären Fließen ist das Sediment weniger stark verdichtet ($\bar{\epsilon}_{BF} < \bar{\epsilon}_{SF}$), vgl. Abbildung 7.12.
3. Es liegen bei beiden Zuständen unterschiedliche Bewegungsformen vor, siehe Kapitel 7.2.4.

Welcher der Gründe den größten Einfluss hat, ist aktuell nicht bekannt. Aber es ist davon auszugehen, dass die Überverfestigung (1.) und die Bewegungsformen (3.) das Niveau der Schubspannung dominieren. Die Änderung der Sedimenthöhe und damit der Packungsdichte fällt beim Übergang von beginnendem zu stationärem Fließen nur sehr gering aus. Zusätzlich nähern sich die Schubspannungen der beiden Zustände mit wachsender Normalspannung an. Der Grund dafür ist aktuell noch unbekannt. In der Schüttgutmechanik geht man davon aus, dass der gewählte Spannungszustand beim Anscheren den Fließort beeinflusst. Diese Aussage kann bei den in dieser Arbeit untersuchten Stoffsystemen und verwendeten Prozesseinstellungen jedoch nicht bestätigt werden. Es sind in der Schüttgutmechanik eine große Anzahl von Einflussfaktoren auf das Fließverhalten trockener Pulver bekannt, siehe Kap. 3.3. Es ist davon auszugehen, dass die meisten, wenn nicht alle, auf das Verhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke übertragbar sind. Daher erfolgt in den nächsten beiden Abschnitten die Diskussion über den Einfluss der Partikelgröße und des Stoffsystems auf das Fließverhalten.

Einfluss der Partikelgröße

Die auftretende Coulomb'sche Reibung zwischen den Partikeln beeinflusst das Fließverhalten [113]. Allgemein geht man davon aus, dass es bei Reduktion der Größe der Partikel in einem Haufwerk bei gleichbleibender Porosität zu einem Anstieg der Partikelkontakte kommt. Gleichzeitig führt eine Verkleinerung der Partikelgröße zu einem

wachsenden Einfluss der Oberflächenkräfte im Vergleich zu den Volumenkräften. Beides verschiebt den Fließort eines trockenen Schüttguts hin zu höheren Schubspannungsniveaus [100].

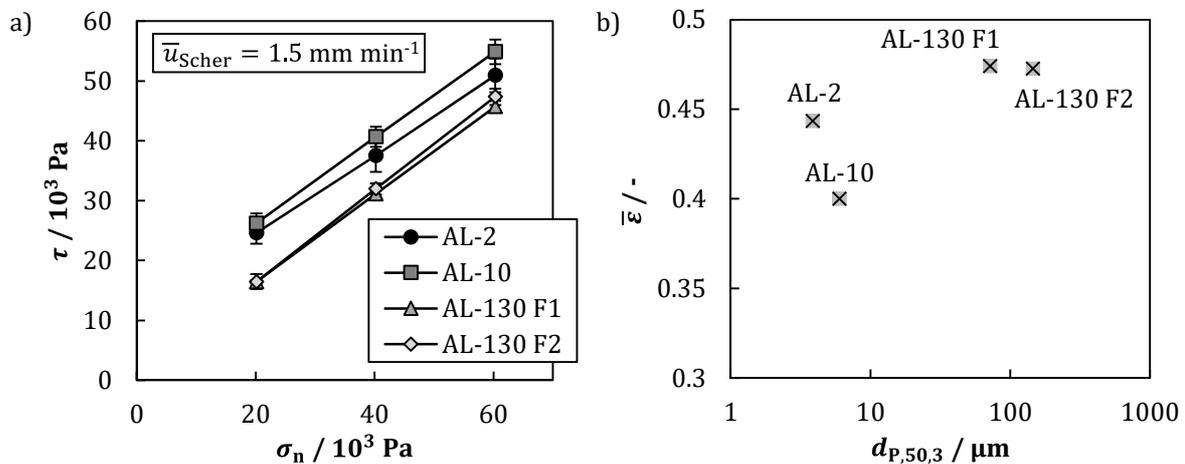


Abbildung 7.15: In a) sind die Spannungszustände bei beginnendem Fließen bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ für vier Kalksteinfraktionen mit unterschiedlicher Partikelgröße gezeigt. In b) ist die mittlere Porosität $\bar{\epsilon}$ nach Beendigung der Scherversuche über die mittlere Partikelgröße $d_{P,50,3}$ dargestellt.

In Abbildung 7.15 a) sind die Schubspannungen beim beginnenden Fließen für vier Kalksteinfraktionen dargestellt. Die mittleren volumenbezogenen Partikelgrößen sind $d_{P,50,3} = 3.9 \mu\text{m}$ (AL-2), $d_{P,50,3} = 6 \mu\text{m}$ (AL-10), $d_{P,50,3} = 72 \mu\text{m}$ (AL-130 F1) und $d_{P,50,3} = 146 \mu\text{m}$ (AL-130 F2). Die Probenvorbereitung der verwendeten Suspensionen und die verwendete Beschleunigung bei der Sedimentbildung sind identisch. Die Sedimentbildung und Vorkonsolidierung erfolgt durch eine 40-minütige Zentrifugation bei 3200 g. Zur besseren Vergleichbarkeit kommen alle Kalksteinfraktionen aus dem gleichen Abbaugbiet und besitzen somit eine ähnliche chemische Zusammensetzung. Die Sedimente bestehend aus AL-2 und AL-10 besitzen ein kompressibles Materialverhalten, während die beiden anderen in guter Näherung inkompressibel sind.

Die Sedimente aus den grobdispersen Partikelfraktionen AL-130 F1 und F2 weisen einen niedrigeren Fließort (Zustand des beginnenden Fließens) im Vergleich zu den Haufwerken aus feindispersen Partikeln auf. Dagegen sind die Sedimente aus den feindispersen Partikelsystemen, AL-2 und AL-10, kohäsiver. Beides entspricht den Erwartungen aus der Schüttgutmechanik. Entgegen der Erwartung ähneln sich die auftretenden Schubspannungen beider AL-130 Fraktionen, obwohl sich die mittlere Partikelgröße um einen Faktor von zwei unterscheidet. Bei hoher Normalspannung ist die Schubspannung bei AL-130 F2 sogar größer als bei AL-130 F1. Der Unterschied liegt jedoch im Vertrauensbereich der modifizierten Scherzelle. Weiterhin treten, anstatt bei AL-2, bei AL-10 die höchsten Schubspannungen auf.

Dieses unerwartete Materialverhalten ist auf die Porosität der einzelnen flüssigkeitsgesättigten Haufwerke zurückzuführen. In Abbildung 7.15 b) ist die mittlere Porosität der Sedimente im Anschluss an die Scherversuche über die mittlere Partikelgröße dargestellt. Das Sediment aus AL-130 F1 weist die größte mittlere Porosität, $\bar{\varepsilon} = 0.474$, und AL-130 F2 eine minimal niedrigere Porosität von $\bar{\varepsilon} = 0.473$ auf. Der Unterschied ist jedoch so gering, dass dieser im Bereich des Messfehlers liegt. Das gesättigte Haufwerk bestehend aus AL-10 ist mit einer mittleren Porosität von $\bar{\varepsilon} = 0.40$ mit Abstand am stärksten verdichtet. Im Vergleich dazu besitzt das Sediment aus AL-2 eine mittlere Porosität von $\bar{\varepsilon} = 0.44$. Der Grund dafür liegt in dem Einfluss der Partikelgrößenverteilung auf das Verdichtungsverhalten von Haufwerken [146]. Die Verdichtung des Haufwerks spiegelt sich direkt im Fließverhalten wider. Je geringer die mittlere Porosität ist, umso höher ist die Schubspannung beim beginnenden Fließen. Des Weiteren fällt auf, dass sich mit steigender Partikelgröße der Einfluss der Normalspannung, welcher sich aus der Steigung γ des Fließorts ergibt, auf das Fließverhalten vergrößert. Der Fließort von AL-2 besitzt eine Steigung von $\gamma = 0.66$. Für das größte Partikelsystem wächst die Steigung auf $\gamma = 0.77$ an. Das entspricht einem Anstieg von über 17 %.

In Abbildung 7.16 sind die zu den Fließorten (siehe Abb. 7.15) dazugehörigen Schubspannungen beim Zustand des stationären Fließens dargestellt. Die Spannungsverläufe zeigen die gleichen Auffälligkeiten wie beim beginnenden Fließen auf. Bei der Scherung treten für das Sediment bestehend aus AL-10 die höchsten und für AL-130 F1 die geringsten Schubspannungen auf. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Partikelfractionen sind im Vergleich zum Zustand des beginnenden Fließens jedoch weniger stark ausgeprägt. So verringert sich die über die betrachtete Normalspannung gemittelte Differenz zwischen den Schubspannung von AL-10 und AL-130 F1 von

$$\Delta\bar{\tau}_{BF} = \bar{\tau}_{BF,AL-2} - \bar{\tau}_{BF,AL-130\ F1} = 9.5 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad (7.10)$$

beim Zustand des beginnenden Fließens zu

$$\Delta\bar{\tau}_{SF} = \bar{\tau}_{SF,AL-2} - \bar{\tau}_{SF,AL-130\ F1} = 4.9 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad (7.11)$$

beim Zustand des stationären Fließens. Das entspricht einer Verringerung der Unterschiede der Schubspannungen von über 48 %. Auch verändert sich der Einfluss der Normalspannung auf die Schubspannung. Der Trend, dass beim Übergang von beginnendem zu stationärem Fließen der Einfluss der Normalspannung steigt, kann nicht bestätigt werden (vgl. Abb. 7.14).

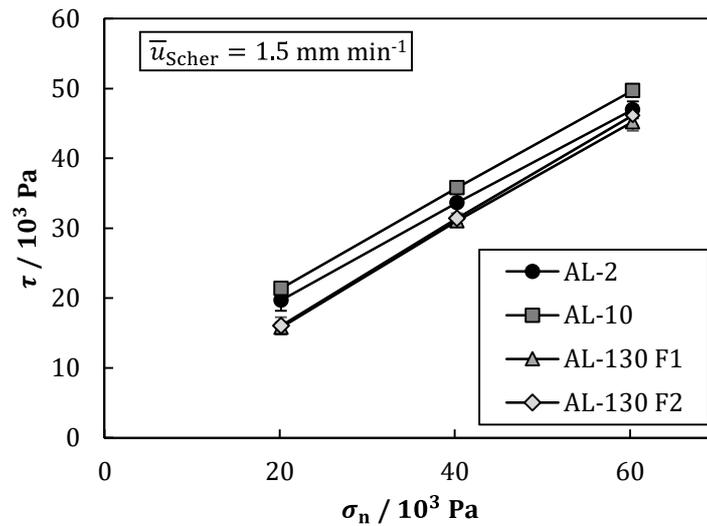


Abbildung 7.16: Schubspannungen in Abhängigkeit der Normalspannung der vier Kalksteinfraktionen beim Zustand des stationären Fließens (vgl. Abb. 7.15) bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$

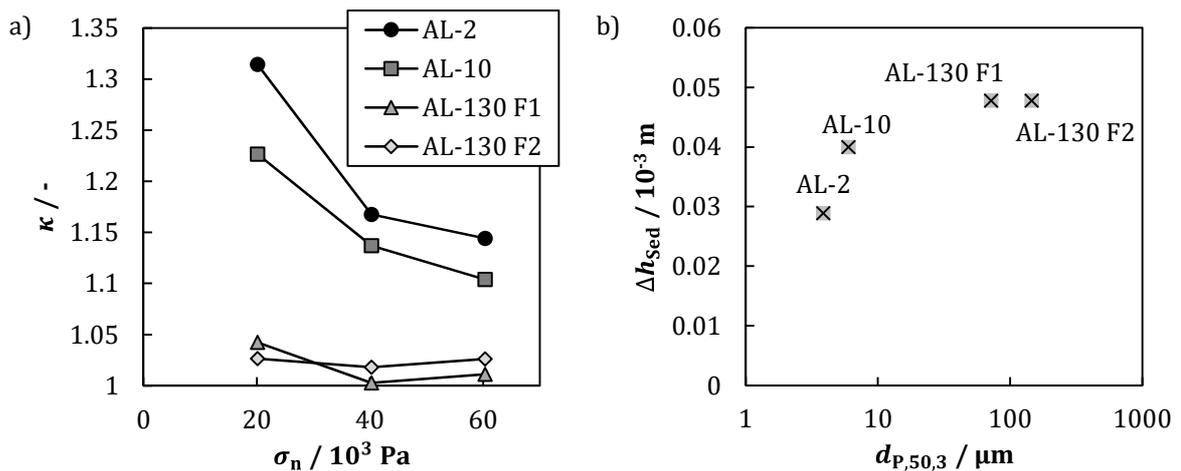


Abbildung 7.17: a) Relative Änderung der Schubspannung κ beim Übergang von beginnendem zu stationärem Fließen in Abhängigkeit der Normalspannung. b) Änderung der Sedimenthöhe Δh_{Sed} in Abhängigkeit der mittleren Partikelgröße beim Übergang der beiden Zustände.

Beim Übergang von beginnendem zu stationärem Fließen ändert sich die Schubspannung und die Packungsdichte der Sedimente. Die relative Änderung der Schubspannung κ und die mittlere Änderung der Sedimenthöhe Δh_{Sed} für die einzelnen Fraktionen sind in Abbildung 7.17 a) und b) dargestellt. Die relative Schubspannungsänderung berechnet sich aus dem Verhältnis

$$\kappa(\sigma_n) = \frac{\tau_{\text{BF}}(\sigma_n)}{\tau_{\text{SF}}(\sigma_n)}. \quad (7.12)$$

Der Einfluss der Normalspannung σ_n auf die relative Schubspannungsänderung κ ist für die vier Kalksteinfraktionen in Abbildung 7.17 a) dargestellt. Es zeigt sich, dass je kleiner die Partikelgröße ist, umso größer ist der Unterschied zwischen den beiden Zuständen. Auch bewirkt eine Veränderung der Partikelgröße bei den feindispersen Partikelsystemen eine größere Veränderung des relativen Unterschieds als bei den grobdispersen. Bei den inkompressiblen Sedimenten fällt die Änderung der Schubspannung zwischen den beiden Zuständen sehr gering aus. So ist bei AL-2 ($d_{p,50,3} = 3.9 \mu\text{m}$) bei $\sigma_n = 20 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ die Schubspannung bei beginnendem Fließen über 31 % höher als im stationären Zustand. Die Änderung reduziert sich auf 22.6 % bei AL-10 ($d_{p,50,3} = 6 \mu\text{m}$), bei AL-130 F1 ($d_{p,50,3} = 72 \mu\text{m}$) auf 4.2 % und bei AL-130 F2 auf nur noch 2.6 %. Bei den feindispersen Partikelsystemen ist κ zusätzlich von der Normalspannung abhängig. Das Spannungsverhältnis nimmt mit wachsender Normalspannung stark ab. Bei AL-130 F1 scheint auch eine geringe Abhängigkeit von der Normalspannung vorzuliegen, aber diese kleine Änderung und der erneute Anstieg bei der höchsten betrachteten Normalspannung weisen jedoch nur auf statistische Schwankungen hin.

Neben dem Spannungsunterschied verändert sich auch die Höhenänderung des Sediments Δh_{Sed} beim Übergang vom beginnenden zum stationären Fließen. Diese ist in Abbildung 7.17 b) über die mittlere Partikelgröße $d_{p,50,3}$ der Kalksteinfraktionen aufgetragen. Mit steigender Partikelgröße erhöht sich der Anstieg der Sedimenthöhe durch die Bewegung der Partikel. Bei AL-2 steht das Sediment im Mittel um $\Delta h_{\text{Sed}} = 0.029 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ und bei AL-130 F1 um $\Delta h_{\text{Sed}} = 0.048 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ auf. Der Anstieg ist durch den vergrößerten vertikalen Weg bei wachsender Partikelgröße zu erklären. Der Wert für das Aufstehen geht bei den untersuchten Partikelfraktionen mit steigender Partikelgröße gegen einen Grenzwert. In diesem Bereich hat die Partikelgröße keinen Einfluss mehr auf die Höhenänderung.

Unter der Annahme, dass sich beim Aufstehen des Sediments die vertikale Position einer Partikelschicht um maximal der halben mittleren Partikelgröße verschiebt, erfolgt in diesem Abschnitt eine Abschätzung über die minimale Anzahl an Partikelschichten $N_{p,\text{min}}$, die sich während des Schervorgangs mit einer Relativgeschwindigkeit zueinander bewegen. Zum abgeschätzten Wert werden die sich mit Starrkörperrotation bewegenden Partikel als eine Schicht hinzuaddiert. So ergibt sich die Abschätzung der minimalen beteiligten Partikelschichten insgesamt zu

$$N_{p,\text{min}} = \frac{\Delta h_{\text{Sed}}}{0.5 d_{p,50,3}} + 1. \quad (7.13)$$

Der Vergleich der so bestimmten minimalen Anzahl an bei der Scherung beteiligten Partikelschichten ist in Tabelle 7.2 gezeigt. Die Anzahl der Schichten ist auf die nächst größere ganze Zahl gerundet.

Tabelle 7.2: Abschätzung der minimalen Anzahl der an der Scherung beteiligten Partikelschichten

Minimale Anzahl an Partikelschichten $N_{P,\min}$ / -	
AL-2 ($d_{P,50,3} = 3.9 \mu\text{m}$)	16
AL-10 ($d_{P,50,3} = 6 \mu\text{m}$)	15
AL-130 F1 ($d_{P,50,3} = 72 \mu\text{m}$)	3
AL-130 F2 ($d_{P,50,3} = 146 \mu\text{m}$)	2

Mit wachsender Partikelgröße reduziert sich die minimale Anzahl beteiligter Partikelschichten. Die abgeschätzte Anzahl für die fein- und die grobdispersen Partikelsysteme gleichen sich jeweils. Gleichzeitig unterscheiden sich die Anzahl an Partikelschichten zwischen den fein- und den grobdispersen Partikeln sehr. Bei den grobdispersen reichen nach der Abschätzung minimal drei Partikelschichten, um die Sedimenterhöhung zu erreichen. Das deutet darauf hin, dass die Partikelgröße nicht nur die Schubspannung beeinflusst, sondern auch einen direkten Einfluss auf die vertikale Ausdehnung der Scherzone und auf die Bewegungsvorgänge besitzt. Zur Bekräftigung dieser Vermutung und zur Überprüfung der Abschätzung sind jedoch weitere experimentelle Untersuchungen notwendig, bei welchen die Partikelbewegung direkt aufgelöst werden sollte. Einen Trend für den Einfluss der Normalspannung auf das mittlere Aufstehen ist bei den untersuchten Sedimenten nicht zu erkennen.

Die relative Änderung der Schubspannung κ und die mittlere Änderung der Sedimenthöhe Δh_{sed} sind somit im Gegensatz zu dem Niveau der Schubspannung nicht maßgeblich von der Porosität der Sedimente, sondern von der Partikelgröße abhängig.

Allgemeingültige Vorhersagen über die Änderung des Fließverhaltens beim Wechsel der Partikelgröße lassen sich wegen des noch fehlenden tiefergehenden Wissens über den Bewegungsvorgang innerhalb des Sediments nicht treffen. Jedoch lassen sich Aussagen über die folgenden Trends machen. So beeinflusst die Partikelgröße die Kohäsion im Sediment und die Änderung der Schubspannung und der Sedimenthöhe beim Übergang von beginnendem zu stationärem Fließen. Die Sedimenthöhenänderung beim Wechsel der Partikelgröße lässt auf eine Veränderung der beteiligten Partikelschichten und somit eine Veränderung des Bewegungsvorgangs bei der Scherung schließen. Das

eigentliche Schubspannungsniveau wird maßgeblich von der Haufwerkstruktur beeinflusst. Doch diese ist neben den Spannungszustand auch von der Partikelgrößenverteilung abhängig. Somit beeinflusst die Partikelgröße auf unterschiedlichster Weise das Fließverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke.

Einfluss des Partikelsystems

Die mechanische Fest-Flüssig-Trennung erfordert die Handhabung von Sedimenten bestehend aus verschiedensten Partikelsystemen. Durch die unterschiedlichen Stoffeigenschaften der partikulären Phase und den Wechselwirkungen mit der kontinuierlichen Phase ändert sich das Fließverhalten der Sedimente. In diesem Abschnitt erfolgt ein Vergleich des Einflusses des Partikelsystems auf das Fließverhalten anhand vier ausgewählter Modellpartikelsystemen: feindisperser partikulärer Kalkstein

(OmyaCarb Extra Cl), grobdisperse PVC-Partikel, Hefezellen und Lysozymkristalle. Der feindisperse Kalkstein und die PVC-Partikel sind Modellsysteme für starre anorganische und organische Partikel. Als Modellsystem für den immer größeren Bedarf an industriell hergestellten aufgereinigten Proteinen werden die Lysozymkristalle verwendet. Diese sind bei weichen Partikelsysteme einzuordnen. Hefezellen dienen als Modellpartikel für biologische Systeme mit einer Zellwand.

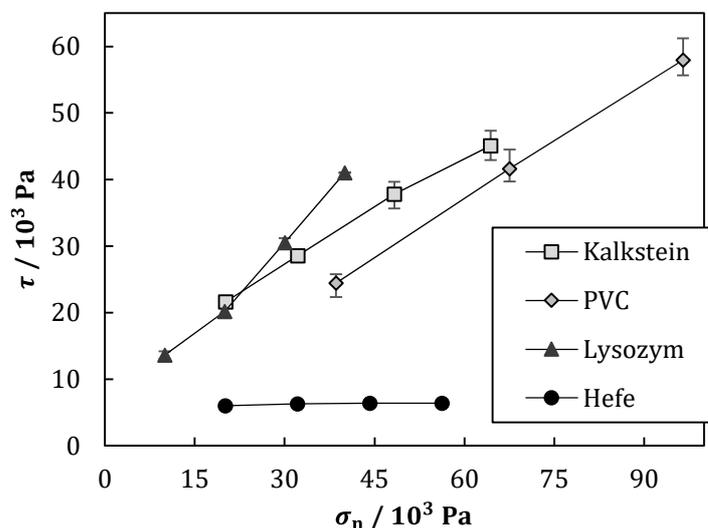


Abbildung 7.18: Vergleich der Spannungszustände im Zustand des stationären Fließens für vier partikuläre Stoffsysteme bei einer mittleren Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{\text{scher}} = 1.5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$.

Für den Vergleich des Materialverhaltens sind in Abbildung 7.18 die Schubspannungen über die Normalspannung beim Zustand des stationären Fließens dargestellt. Beim Vergleich der Schubspannungsverläufe beim Zustand beginnenden Fließens treten die

gleichen Trends auf. In diesem Abschnitt können aufgrund der teilweise sehr großen Unterschiede der Stoffeigenschaften der Modellpartikel nur qualitative Aussagen getroffen werden.

Der partikuläre Kalkstein und die PVC-Partikel haben eine ähnliche Morphologie. Es zeigen sich für diese Stoffsysteme die bereits in vorangegangenen Abschnitten diskutierten physikalischen Zusammenhänge. Die feindispersen Kalksteinpartikel bilden ein kohäsiveres Sediment, das Materialverhalten des Sediments aus grobdispersen PVC weist dagegen eine größere Abhängigkeit von der Normalspannung auf. Die Schubspannungsänderung mit der Normalspannung ist bei beiden Partikelsystemen in sehr guter Näherung linear.

Das flüssigkeitsgesättigte Haufwerk aus Lysozymkristallen mit Mutterlösung als Porenfluid zeigt ein abweichendes Fließverhalten auf. Entgegen der aus Untersuchungen mit festen Partikeln gewonnen Erkenntnisse, wächst die Schubspannung nicht linear, sondern annähernd exponentiell mit der Normalspannung an. Ab $\sigma_n > 20 \cdot 10^3$ Pa treten bei den Lysozymkristallen die höchsten Schubspannungen auf. Der Grund dafür ist die geringe Festigkeit der Kristalle. So überschreiten die Spannungszustände im gezeigten Scherversuch die Festigkeit der Partikel, was zu einem Partikelbruch und somit in einer Verschiebung der ursprünglichen PGV hin zu kleineren Partikelgrößen führt. Es ist davon auszugehen, dass die Verringerung der Partikelgröße sowohl zu einer Veränderung der Struktur des Haufwerks als auch der Anzahl der Partikelkontakte mit sich bringt. Des Weiteren ist davon auszugehen, dass sich die Kontaktstellen der Partikeln durch eine plastische Verformung vergrößern. Bei jeder Änderung der Partikelgrößenverteilung liegt genau genommen ein neues Partikelsystem vor. Daher ist es eigentlich erforderlich, für jeden Messpunkt die Partikelgrößenverteilung zu bestimmen und als ein alleinstehendes Ergebnis zu diskutieren.

Das Materialverhalten des Sediments aus Hefezellen unterscheidet sich stark von den anderen drei Partikelsystemen. Im betrachteten Spannungsbereich ist der Einfluss der Normalspannung auf die Schubspannung nur minimal ausgeprägt. Die Änderung der Schubspannung in Abhängigkeit der Normalspannung ist beim feindispersen Kalkstein über 52 mal größer als beim Sediment aus Hefezellen. Es ist davon auszugehen, dass der Zellaufbau von Hefe der Grund für dieses Materialverhalten darstellt. Hefezellen entsprechen vereinfacht betrachtet einem mit Wasser gefüllten Ball. Die Partikelstruktur erlaubt dadurch eine elastische Verformung der Zellen bei angreifenden Kräften, was zu einer Minimierung der auftretenden Schubspannungen führt.

Das Kompressionsverhalten während der Scherversuche bekräftigt diese Aussage. Sedimente aus Hefezellen zeigen im Unterschied zu den drei anderen Partikelsystemen ein elastisches Kompressionsverhalten. Dies hat Auswirkungen auf die Haufwerkstruktur. Der Einfluss des Kompressionsverhaltens auf die Sedimenthöhe über die Zeit ist

anhand eines Vergleichs von Kalkstein a) und Hefe b) in Abbildung 7.19 dargestellt. Der gezeigte Zeitbereich entspricht einem Anscher-Abscher-Zyklus, gefolgt von einem weiteren Anscheren. Die Beschriftung der einzelnen Abschnitte des Messzyklus und die Kennzeichnung der Spannungszustände erfolgt nach der in Abbildung 3.10 eingeführten Beschriftung.

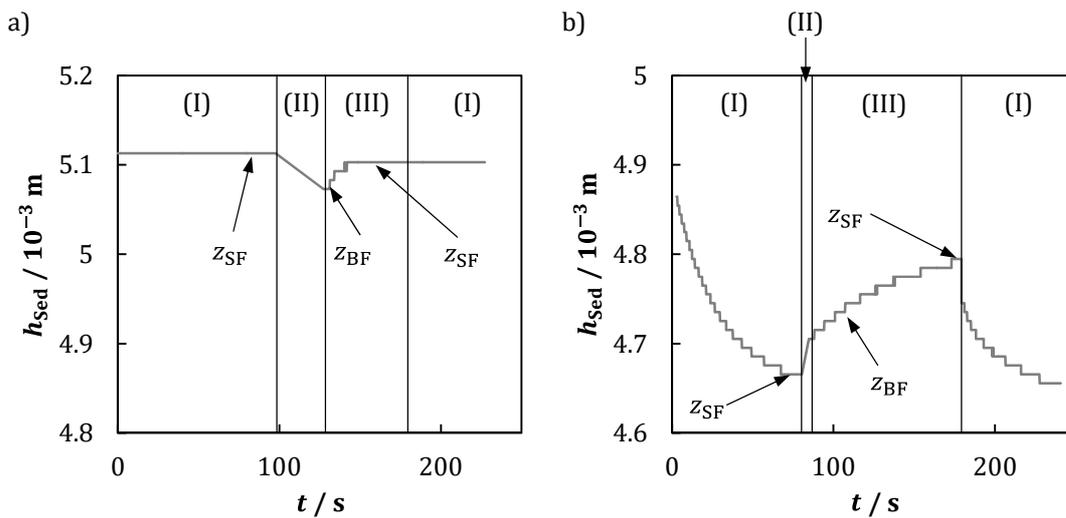


Abbildung 7.19: Vergleich des Verlaufs der Sedimenthöhe über die Zeit bei einem um ein Anscheren erweiterten Anscher-Abscher-Zyklus für ein Sediment bestehend aus Kalkstein a) und aus Hefezellen b). (I) definiert den Bereich des Anscherens, bei (II) erfolgt die Schubspannungsreduktion und bei (III) das Abscheren. z_{SF} kennzeichnet den Zustand des stationären Fließens und z_{BF} des beginnenden Fließens.

Die Sedimente aus Kalkstein zeigen ein plastisches Kompressionsverhalten. Beim gezeigten Ausschnitt erfolgt die Änderung der Sedimenthöhe nicht aufgrund der Normalspannung, sondern durch den Übergang von Partikelbewegung beim Anscheren (I) über die Ruheposition am Ende der Schubspannungsentlastung (II), gefolgt von der wiederholten Scherung des Sediments beim Anscheren (III). Bei (I) liegt eine höhere Normalspannung als bei (II) und (III) vor. Bei (II) wird das Sediment sogar nur durch das Eigengewicht belastet. So ändert sich nur die Sedimenthöhe zwischen dem Zustand des beginnenden (z_{BF}) und des stationären Fließens (z_{SF}), aber nicht bei einer Verringerung der Normalspannung.

Das Sediment bestehend aus Hefezellen zeigt ein anderes Verhalten. Aus der Sedimenthöhe ist kein Unterschied beim Wechsel von Scherung zum ungescherten Zustand und umgekehrt ersichtlich. Dafür ändert sich die Sedimenthöhe bei Änderung der Normalspannung. So führt eine Reduktion der Normalspannung zu einem Aufstehen des Sediments und eine Erhöhung zu einer Verdichtung. Daher gleicht der Verlauf der Sedimenthöhe beim Scherversuch einem Sägezahnprofil. Der Vorgang ist reproduzierbar.

Scherverdichtung hat dabei nur einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf das Kompressionsverhalten. Zwischen dem ersten und dem letzten Anscheren des Scherversuchs verringert sich die Sedimenthöhe nur um 0.5 %. Interessanterweise ergeben sich für die Zustände des beginnenden und des stationären Fließens trotz deren minimalen Abhängigkeit von der Normalspannung unterschiedliche Schubspannungen. Die Änderung der Schubspannung durch die Variation der Bewegungszustände ist dabei viel stärker ausgeprägt als der Einfluss der Normalspannung. Durch die Normalspannung ändert sich die Schubspannung im betrachteten Bereich im Durchschnitt um weniger als 6 %. Dagegen reduziert sich die Schubspannung im System um fast 24 % beim Übergang vom beginnenden zum stationären Fließen. Die Änderung der Sedimenthöhe kann jedoch nicht der alleinige Grund für dieses physikalische Verhalten sein, da sich die Sedimenthöhen zwischen den einzelnen Druckstufen stärker unterscheiden als beim Übergang zwischen beginnendem und stationärem Fließen.

Bei der Scherung treten bei der verwendeten Messprozedur die zwei markanten Spannungszustände des beginnenden und des stationären Fließens auf. Beide Zustände unterscheiden sich in der Struktur des Haufwerks und den wirkenden Schubspannungen. Die Normalspannung hat für die meisten in dieser Arbeit untersuchten Partikelsysteme einen großen Einfluss auf die Schubspannungen beider Zustände. Das Fließverhalten wird neben der Normalspannung von den Stoffeigenschaften der dispersen Phase bestimmt. So führt eine Zunahme der Partikelgröße zu einer geringeren Kohäsion, aber zu einer größeren Abhängigkeit der Schubspannung von der Normalspannung. Eine geringe Festigkeit der Partikel führt durch Partikelbruch seinerseits zu einem abweichenden Fließverhalten. Weiterhin verkleinert sich der Einfluss der Normalspannung auf die Schubspannung bei elastischem Kompressionsverhalten.

7.2.4 Einfluss der Geschwindigkeit

Bis hierher erfolgte nur die Diskussion des Fließverhaltens anhand einer konstanten mittleren Geschwindigkeit. Die Differenzgeschwindigkeit bzw. Scherrate kann jedoch einen signifikanten Einfluss auf das Fließverhalten haben. Daher wird in diesem Abschnitt der Einfluss der Differenzgeschwindigkeit auf das Verzerrungsprofil und auf die Schubspannungsverläufe untersucht und ausführlich diskutiert.

Verzerrungsprofil

Die Scherrate ist der Gradient des Geschwindigkeitsprofils in einem sich bewegenden Kontinuum. Ohne Wissen über das vorliegende Geschwindigkeitsprofil ist es daher nicht möglich, die Scherrate zu ermitteln.

Die Verzerrung der Probe und somit die Scherung erfolgt bei Haufwerken nur im Bereich unterhalb des Scherzellendeckels und nicht in der gesamten Probe [100,113]. Durch die bisherige Übertragbarkeit der Erkenntnisse aus der Schüttgutmechanik auf das Verhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke ist davon auszugehen, dass auch bei ihnen keine einheitliche Verzerrung während der Scherung vorliegt. Die ringförmige Ausführung des Verfahrensraums des Ringschergerätes führt zusätzlich zu einer Differenzgeschwindigkeitsverteilung in radialer Richtung. Daher ist nur die Angabe einer mittleren Differenzgeschwindigkeit sinnvoll. Weiterhin kann die Ermittlung des Geschwindigkeitsprofils für den aktuellen Aufbau nur durch das Sichtbarmachen des Verzerrungsprofils des Sediments erfolgen.

Für die Charakterisierung des Verzerrungsprofils während des Scherversuchs kommt rote Kreide als Marker zum Einsatz. Dies erfordert eine erweiterte Probenvorbereitung. Nach der standardmäßigen Probenvorbereitung, siehe Kapitel 7.1.6, erfolgt die Entnahme von drei in radialer Richtung ausgedehnten Sedimentstreifen. Die Vermischung des entnommenen Sediments mit roter Kreide und das anschließende Platzieren der angefärbten Probe an deren ursprünglichen Position im Unterteil der Scherzelle führen zur farblichen Markierung des zu untersuchenden Sediments. Durch eine nochmalige Zentrifugation in der Becherzentrifuge verbinden sich die markierten und nicht markierten Sedimentbereiche wieder. Die Durchführung der Scherzellenvorbereitung erfolgt nach Kapitel 7.1.6.

Aufgrund der Rotation des Unterteils der Scherzelle entgegen der eigentlichen Scherichtung bei der Schubspannungsentlastung (II) erfolgt bei den Scherversuchen zur Bestimmung der Verzerrung nur ein sehr langes Anscheren anstatt eines Anscher-Ab-scher-Zyklus. Zur Vermeidung der Schubspannungsentlastung wird der Scherversuch mithilfe des Notaus-Schalters am Gerät manuell gestoppt. Anders ist dies bei der aktuellen Version der Software nicht möglich. Die Auswertung des Profils kann nur außerhalb der Scherzelle erfolgen. Dies erfordert die vorsichtige Entnahme des Sediments und das Zerschneiden in Umfangsrichtung im Anschluss an die Scherung.

In Abbildung 7.20 ist die Verzerrung von Sedimenten bestehend aus OmyaCarb Extra Cl bei einer Normalspannung von $\sigma_n = 60 \cdot 10^3$ Pa für eine mittlere Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ a) und $\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$ b) dargestellt. Bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ zeigt sich ein Verzerrungsprofil mit zwei variierenden Bereichen. Der untere Bereich hat sich mit der Starrkörperrotation des Unterteils mitbewegt. Nur in den oberen 0.002 m unterhalb der Mitnehmer des Deckels verzerrt sich die Probe. Das Verzerrungsprofil ist dabei nicht linear, sondern leicht gekrümmt mit einer abnehmenden Steigung je näher das Sediment den Mitnehmern des Deckels

kommt. Dieses Profil deckt sich qualitativ sehr gut mit denen aus der Schüttgutmechanik bekannten.

Bei der höheren Differenzgeschwindigkeit bildet sich ein anderes Verzerrungsprofil aus. Es zeigt sich, dass das Sediment sich hier nur in einem sehr kleinen Bereich verzerrt, als ob der obere Bereich einfach über den unteren hinweg gleitet. Hierbei ist zu beachten, dass die linke Seite des Sediments durch die Präparation des Sediments leicht abfällt.

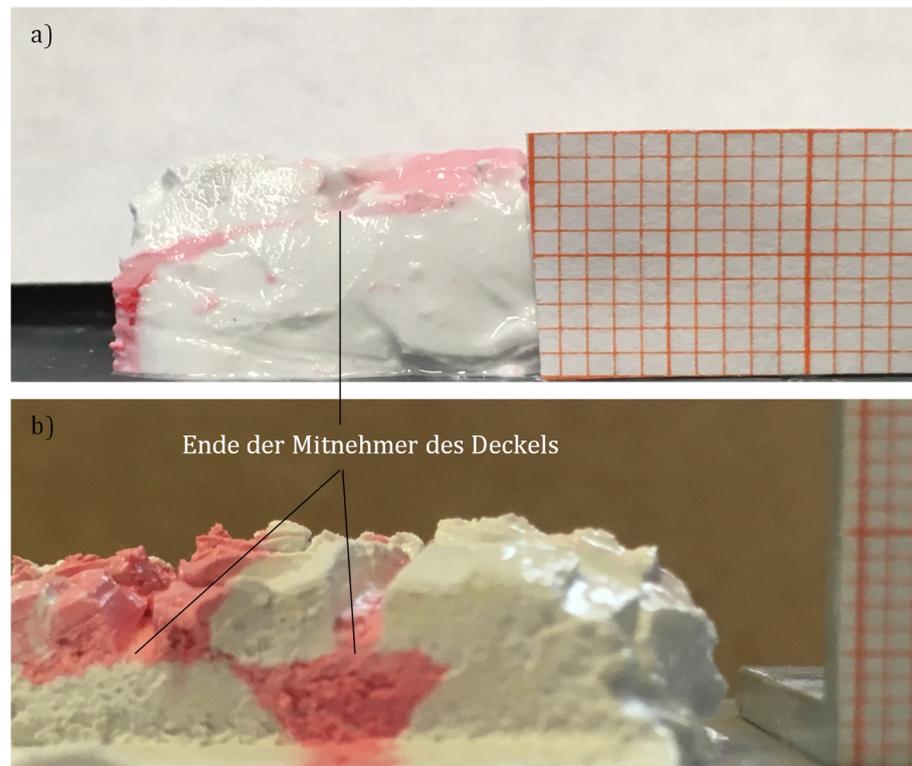


Abbildung 7.20: Verzerrungsprofile von Kalksteinsedimenten bei den mittleren Geschwindigkeiten $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ a) und $\bar{u}_{\text{Scher}} = 6 \text{ mm min}^{-1}$ b). Die verwendete Normalspannung ist $\sigma_n = 60 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Die Markierung des Sediments erfolgt durch das Vermischen von Teilen der zu untersuchenden Sedimente mit roter Kreide.

Die Differenzgeschwindigkeit beeinflusst somit das Verzerrungsprofil stark. Aber mit der hier verwendeten Methode ist es aufgrund der bildlichen Auflösung nicht möglich, die mittlere Scherrate aus den Profilen zu bestimmen. Daher erfolgt in den folgenden Abschnitten die Diskussion des Fließverhaltens anhand der mittleren Differenzgeschwindigkeit.

Zusätzlich ist davon auszugehen, dass neben der Differenzgeschwindigkeit auch andere Faktoren, wie die Partikelgröße, die Normalspannung und die Haufwerkstruktur, das Verzerrungsprofil und somit die Scherrate beeinflussen. Weiterhin stellt sich die Frage, was mit dem Verzerrungsprofil bei Scherverdichtung passiert. Dabei sind drei Fälle

denkbar. So kann Scherverdichtung zu einer Verkleinerung der Scherzone führen, oder die vertikale Ausdehnung der Scherzone bleibt konstant und wandert mit der Verdichtung durch das Haufwerk. Als dritte Variante ist auch eine Überlagerung der beiden genannten Fälle denkbar. Die Frage, welche physikalischen Vorgänge während der Scherverdichtung ablaufen, ist beim aktuellen Wissensstand nicht zu beantworten. Daher ist es notwendig, in Zukunft eine einfachere Methode zu entwickeln, um das Geschwindigkeits- oder Verzerrungsprofil direkt während der Scherung eines Sediments zu untersuchen.

Bewegungsform

Im letzten Abschnitt erfolgte die Diskussion des Verzerrungsprofils in Abhängigkeit der Differenzgeschwindigkeit. Betrachtet man die Schubspannungen für den Zustand des beginnenden und des stationären Fließens in Abhängigkeit der mittleren Differenzgeschwindigkeit, zeigen sich weitere Besonderheiten bei der Bewegung der flüssigkeitsgesättigten Haufwerke. In Abb. 7.21 sind die bei der Scherung von OmyaCarb Extra Cl auftretenden Schubspannungen τ in Abhängigkeit der mittleren Differenzgeschwindigkeit \bar{u}_{Scher} für zwei verschiedene Normalspannungen, $\sigma_n = 20 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und $\sigma_n = 64 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, dargestellt. Die Sedimentbildung und die Vorkonsolidierung erfolgen bei einer maximalen Beschleunigung von 3500 g. Wie im vorherigen Abschnitt diskutiert, kann mit dem aktuellen Wissenstand keine allgemeine Aussage über die Scherrate erfolgen. Daher wird in diesem Abschnitt für den Vergleich der Schubspannungen auf die mittlere Differenzgeschwindigkeit zurückgegriffen.

Die Schubspannungszustände bei beginnendem und stationärem Fließen weisen bei Änderung der mittleren Differenzgeschwindigkeit ein unterschiedliches Verhalten auf. Bei beginnendem Fließen wächst die Schubspannung mit der Differenzgeschwindigkeit an. Dagegen bleibt die Schubspannung im Zustand des stationären Fließens im Rahmen der Messgenauigkeit konstant. Eine Änderung der Normalspannung sorgt nur für eine Verschiebung der Schubspannungsniveaus. Bei Scherversuchen mit Sedimenten bestehend aus grobdispersen PVC-Partikeln und VE-Wasser hat sich diese Beobachtung bestätigt.

Bei der Bewegungsform des Fließens muss die Schubspannung eine streng monoton steigende Funktion der Scherrate sein. Bei einer konstanten Schubspannung bei steigender Scherrate liegt die Bewegungsform des Gleitens vor (siehe Kapitel 3.1 und 3.2). Da die Überführung einer Differenzgeschwindigkeit in eine Scherrate nur die Messergebnisse auf der x-Achse und nicht auf der y-Achse verschiebt, werden diese Aussagen hier direkt auf die Differenzgeschwindigkeit übertragen.

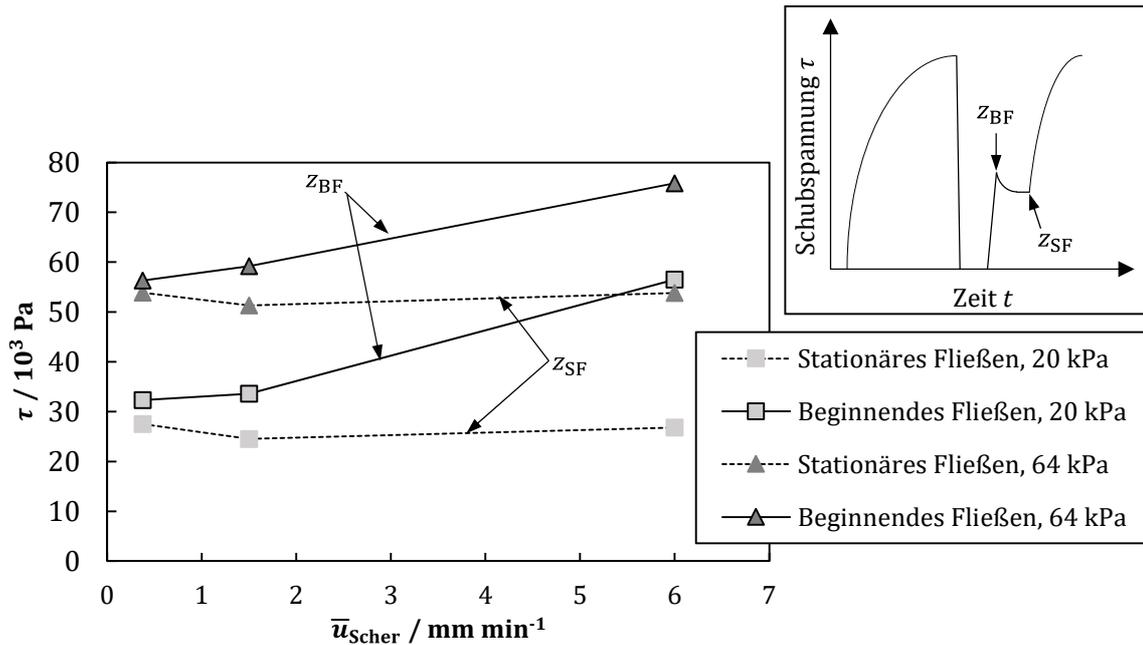


Abbildung 7.21: Schubspannungen bei der Scherung von OmyaCarb Extra CI beim Zustand des beginnenden und stationären Fließens in Abhängigkeit der mittleren Differenzgeschwindigkeit bei den zwei Normalspannungen $\sigma_n = 20 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ und $\sigma_n = 64 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Daneben ist der Zusammenhang zwischen den beiden Zuständen anhand eines schematischen Schubspannungsverlaufs über die Zeit für einen Scherverversuch gezeigt.

Das bedeutet, dass beim Zustand des beginnenden Fließens die Bewegungsform des Fließens vorliegt. Die Bewegungsform wandelt sich jedoch beim Übergang zum Zustand des stationären Fließens vom Fließen zum Gleiten. Diese Erkenntnis deckt sich mit Ergebnissen aus der Bodenmechanik. Bei experimentellen Untersuchungen im Labormaßstab von Bruchzonen hat sich gezeigt, dass zu Beginn eine einheitliche Verzerrung der Probe stattfindet. Dies entspricht dem Zustand des beginnenden Fließens und allgemein der Bewegungsform des Fließens. Mit andauernder Scherung verzerren sich nur noch Teile der Probe. So kommt es zur Ausbildung von zur Scherrichtung geneigter Scherbänder („Riedel shears“), welche mit der Zeit in horizontale Scherbänder („Y-shears“ oder „shear bandings“) übergehen [107]. Bei Scherbändern gleiten unterschiedliche Probeschichten mit jeweils einer einheitlichen Geschwindigkeit übereinander hinweg. Der Wandel der Bewegungsform während des Bewegungsvorgangs führt in Bezug auf die entwickelte Simulationsmethode zu der Problematik, dass es standardmäßig keine Modelle zum Beschreiben von Gleiten in der CFD gibt.

Neben der Änderung der Bewegungsform lässt sich aus den Ergebnissen der dominante Einfluss der dispersen Phase auf das Fließverhalten der Sedimente ableiten. Die Schubspannung bei einer Normalspannung von $\sigma_n = 0 \text{ Pa}$ und $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ ergibt sich durch eine lineare Extrapolation des Fließsorts zu

$$\tau_{\text{Sed}}(\sigma_n = 0, \bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1} \cdot) = 22.4 \cdot 10^3 \text{ Pa.} \quad (7.14)$$

Unter Annahme einer von der Normalspannung unabhängigen Scherzone mit einer Höhe von $h_{\text{Scherzone}} = 0.002 \text{ m}$ und der vereinfachten Annahme eines linearen Scherprofils, liegt bei $\bar{u}_{\text{Scher}} = 1.5 \text{ mm min}^{-1}$ eine Scherrate von $\dot{\gamma} = 0.0125 \text{ s}^{-1}$ vor. Die hier verwendete Porenflüssigkeit ist Wasser bei Raumtemperatur. Mit einer dynamischen Viskosität von $\eta_L = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ liegt eine Schubspannung von

$$\tau_L = 12.5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.} \quad (7.15)$$

bei der Scherung der Flüssigkeit bei der Scherrate vor. Die beiden abgeschätzten Schubspannungen unterscheiden sich um über sechs Zehnerpotenzen. Obwohl bei dieser Abschätzung viele Vereinfachungen getroffen werden, zeigt sich damit der dominierende Einfluss der partikulären Phase auf das Fließverhalten von Haufwerken. Die in der vorliegenden Arbeit entwickelte modifizierte Scherzelle für das Ringschergerät RST.01-pc der Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik erlaubt die Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter kompressibler Haufwerke in Abhängigkeit der Normallast. So ist es möglich, das Fließverhalten von Sedimenten bestehend aus Partikeln mit verschiedenen Stoffeigenschaften und den sich daraus ergebenden Unterschieden beim Materialverhalten zu untersuchen. Die Scherzelle stellt somit einen Schritt in Richtung tiefergreifenden Prozessverständnisses beim Bewegungsvorgang unter einer Normallast von flüssigkeitsgesättigten partikulären Netzwerken dar.

Allgemein hat sich gezeigt, dass die disperse Phase das Fließverhalten des Sediments dominiert. So bestimmt neben den Stoffeigenschaften des Partikelsystems der Feststoffvolumenanteil im Haufwerk maßgeblich das Fließverhalten. Des Weiteren kommt es bei kompressiblen Sedimenten zum Auftreten von Scherverdichtung während der Scherversuche. Dies verhindert zwar die Untersuchung leicht komprimierter Sedimente, eröffnet jedoch die Möglichkeit den Vorgang der Scherverdichtung zu charakterisieren. Das Wissen über den Einfluss von Scherverdichtung auf den Verdichtungszustand ist unter anderem bei der Entfeuchtung von Sedimenten oder Filterkuchen relevant. Weiterhin hat sich gezeigt, dass sich beim Übergang vom beginnenden zum stationären Fließen ein Wandel der Bewegungsform im Haufwerk vom Fließen zum Gleiten stattfindet.

8 Validierung

Das Ziel dieses Kapitels stellt die Validierung der entwickelten Simulationsmethode für die numerische Vorhersage des Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge mittels des Vergleichs von Simulation und Experiment dar. Da es keine Standardverfahren gibt, um Haufwerke innerhalb von Vollmantelzentrifugen experimentell zu untersuchen, musste zuerst eine technische Vorrichtung für die Erhebung der experimentellen Daten entwickelt werden. Daher erfolgen zu Beginn die Vorstellung der apparativen Umsetzung zur experimentellen Ermittlung der Sedimentverteilung und die Diskussion der damit gewonnenen Ergebnisse. Im Anschluss daran wird die in Kapitel 6 vorgestellte Simulationsmethode mit den experimentell gewonnenen Daten validiert.

8.1 Apparative Umsetzung und Versuchsdurchführung

Durch die Bauform von Röhrenzentrifugen sind die Vorgänge während des Trennprozesses experimentell nicht direkt zugänglich. Daher erfolgt die Untersuchung des Trennprozesses mithilfe des sich gebildeten Sediments im Anschluss an die Trennversuche. Das Sediment wird hierfür, ohne die Verteilung zu beeinflussen, aus dem Rotor entnommen und die Sedimentverteilung mit Hilfe eines hochpräzisen Lasersystems vermessen.

8.1.1 Sedimentbildung und -entnahme

Der Trennprozess zur Sedimentbildung findet in einer Röhrenzentrifuge im Labormaßstab des Typs GLE von der Fa. Carl Padberg Zentrifugenbau GmbH statt. Der Aufbau einer Röhrenzentrifuge und die ablaufenden Vorgänge beim Trennprozess sind im Kapitel 2.3 beschrieben. Der Rotor ist vertikal an der Motorwelle aufgehängt und die Durchströmung erfolgt entgegen der Schwerkraft. Dabei liegt eine dreiphasige Strömung (Flüssigkeit, Partikel und Luft) im Rotor vor. Das Sediment bildet sich dabei direkt an der Innenwand des Rotors. Zur beschädigungsarmen Entnahme des Sediments dient ein entwickelter Einsatz für die Röhrenzentrifuge. Außerdem unterdrückt der Einsatz die Gasströmung im Rotor und schafft somit vergleichbare Bedingungen wie in der numerischen Simulationsmethode, die die Gasphase vernachlässigt.

Apparative Umsetzung

Der entwickelte Einsatz ist im zerlegten Zustand neben dem Rotor in Abbildung 8.1 dargestellt. Ein 3D-Schnitt des Einsatzes im zusammengesetzten Zustand ist in Abbildung 6.15 zu sehen (siehe Kap. 6.2.1). Der Einsatz besteht aus einer als Strömungskanäle ausgeführten Vorbeschleunigungszone, zwei Halbschalen aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK), einem Überlaufwehr, einem festen Kern und einer Hülse aus Metall. Der feste Kern verbindet die Vorbeschleunigungszone mit dem Überlaufwehr, welches wie die Vorbeschleunigungszone als Strömungskanäle realisiert ist. Zusammen mit den beiden GFK-Halbschalen, welche eine Wandstärke von 1 mm aufweisen, begrenzen diese den Sedimentationsbereich des Einsatzes. Die Sedimentbildung findet an der Innenwand der GFK-Halbschalen statt. So erfolgt durch den Aufbau eine Bereichstrennung der Vorbeschleunigung der Suspension und der Sedimentation.

Die Ausführung als Halbschalen erlaubt das Öffnen des Einsatzes zur Sedimentcharakterisierung im Anschluss an einen Versuch. Eine metallene Hülse umfasst die anderen Bauteile und sorgt für Stabilität beim Einführen in den Rotor und während des Betriebs. Der Einsatz ist mit Schrauben an dem Deckel des Rotors befestigt.



Abbildung 8.1: Rotor mit entwickeltem Einsatz im zerlegten Zustand

Eine detailliertere Ansicht der Vorbeschleunigungszone ist in Abbildung 8.2 dargestellt. In a) ist die Zulaufseite und in b) die Auslassseite der Strömungskanäle in

Richtung des Sedimentationsbereichs gezeigt. Die Ausführung der Vorbeschleunigung in Abb. 8.2 entspricht dem Zulauf Typ 1 für die in dieser Arbeit verwendete Simulationsgeometrie, vgl. Abb. 6.16 b). Die Suspension strömt über vier Kanäle in den Sedimentationsbereich ein. Die Beschleunigung ist durch die Mitnahme der Suspension an den Kanalwänden beim Durchströmen der Kanäle realisiert.

Die Fertigung der beiden Bauteile erfolgt mithilfe eines 3D-Druckverfahrens. Mit herkömmlichen Verfahren ist die Fertigung der Vorbeschleunigungszone und des Überlaufwehrs mit der verwendeten Form der Strömungskanäle nicht möglich.

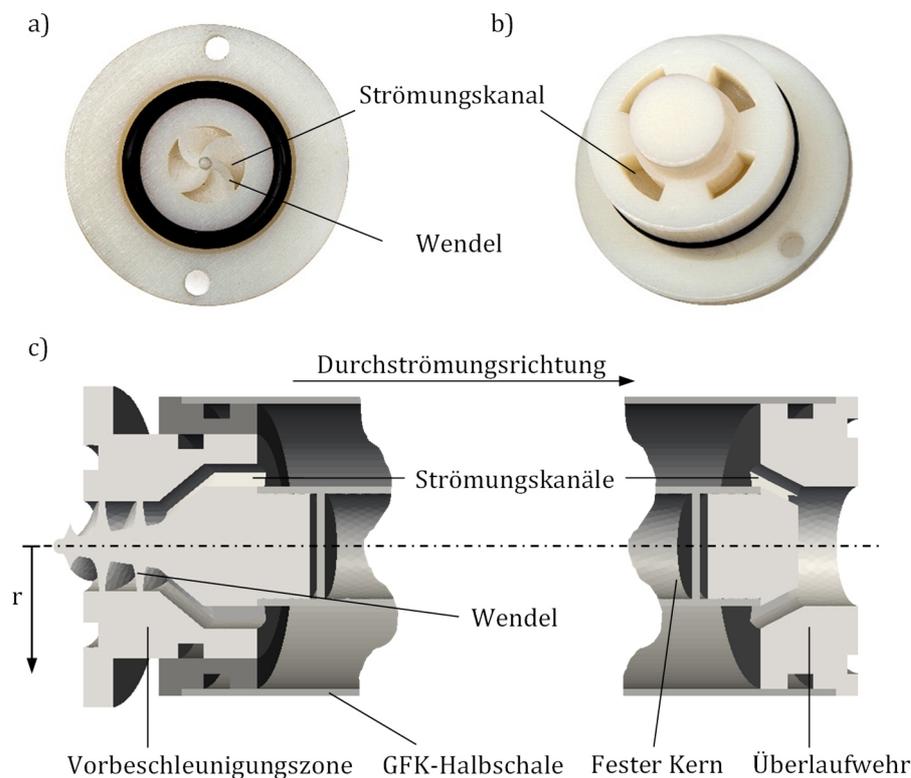


Abbildung 8.2: Darstellung der Zulaufseite a) und die Auslasseite der Strömungskanäle b) der Vorbeschleunigungszone. Die Oberseite grenzt an den Sedimentationsbereich. In c) ist ein 3D-Schnitt durch den Einsatz ohne die Hülse mit der eingebauten Vorbeschleunigungszone und dem Überlaufwehr gezeigt.

Einen 3D-Schnitt durch den zusammengebauten Einsatz ohne Hülse ist in Abbildung 8.2 c) dargestellt. Die Ausführung der Strömungskanäle, der Verlauf von einem kleineren zu einem größeren Radius in der Vorbeschleunigungszone und umgekehrt beim Überlaufwehr, führen zusammen mit dem festen Kern dazu, dass der gesamte Sedimentationsbereich mit Flüssigkeit bzw. mit Suspension gefüllt ist. Das führt zur Verdrängung des Gaskerns und der Reduktion der eigentlich im Rotor vorliegenden Dreiphasenströmung zu einer Zweiphasenströmung aus Flüssigkeit und

Partikel. Diese Reduktion ermöglicht die Anwendung der entwickelten Simulationemethode zur Beschreibung des Trennprozesses, da diese nur die feste und die flüssige Phase berücksichtigt.

Die Verdrängung des Luftkerns führt zum Wegfall des Saugeffekts der Gasströmung, welcher den Transport der Suspension in den Rotor hinein unterstützt. Daher ist der Transport der Suspension durch die Wendel in der Vorbeschleunigungszone entscheidend für den Trennprozess. Bei dem unwahrscheinlichen Fall des Eindringens von Gasblasen in den Sedimentationsbereich, wandern diese aufgrund des Unterschieds der radialen Position zwischen der Außenwand des Kerns und dem Auslass des Wehrs axial durch den Sedimentationsbereichs und verlassen den Einsatz.

Die erforderliche Wendel hat jedoch den Nachteil, dass diese ab einer Drehzahl von etwa 20000 min^{-1} als eine Art Abdichtung wirkt. Ein Großteil der Suspension prallt von der Wand der Wendel ab und wird nicht in den Sedimentationsbereich gefördert. Dadurch beschränkt sich die mögliche Drehzahl der verwendeten Röhrenzentrifuge mit dem Einsatz zwischen $n = 11000 - 20000 \text{ min}^{-1}$. Bei niedrigeren Drehzahlen treten Resonanzschwingungen des Rotors auf, welche es zu vermeiden gilt.

Durch die Zuführung und den Ablauf der zu klärenden Suspension mittels der Strömungskanäle ergibt sich im Sedimentationsbereich eine Grenzschichtströmung, siehe Kapitel 6.3 oder 9.1.

Versuchsdurchführung

Abbildung 8.3 zeigt schematisch den Versuchsaufbau zur Sedimentbildung. Der Aufbau besteht aus der Röhrenzentrifuge, einer Schlauchpumpe, einem Pulsationsdämpfer, zwei Vorlagebehältern und einem Auffangbehälter.

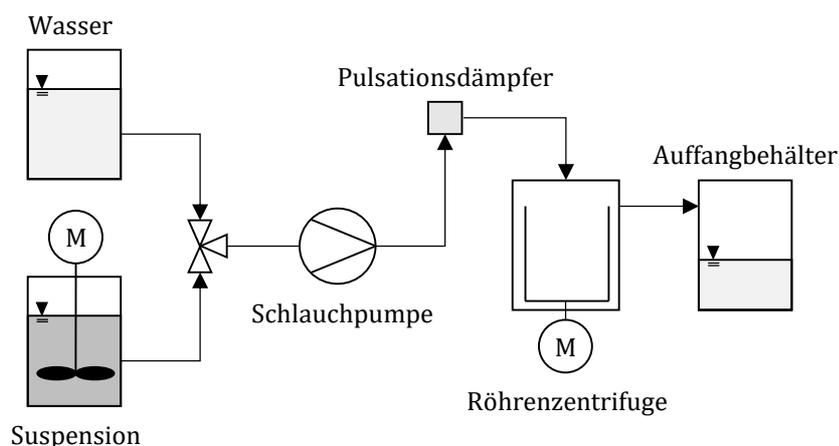


Abbildung 8.3: Schematischer Versuchsaufbau zur Bildung der zu untersuchenden Sedimente

Der nur mit Luft und dem Einsatz gefüllte Rotor wird nach Starten der Maschine auf die gewünschte Rotationsgeschwindigkeit beschleunigt. Die Förderung der Suspension vom Vorlagebehälter zur Zentrifuge erfolgt mittels einer Schlauchpumpe. Zur Reduktion von unerwünschter Pulsation bei der Suspensionsförderung durch die eingesetzte Schlauchpumpe wird ein Pulsationsdämpfer zwischen Pumpe und Zentrifuge geschaltet. Dieser sorgt für ein gleichmäßigeres Einspritzen der Suspension in den Zulaufbereich des Rotors. Zu Beginn eines jeden Versuchs erfolgt die Beschickung und Durchströmung der Röhrenzentrifuge mit reinem Wasser, um einen definierten Anfangszustand für die Trennversuche zu erzeugen. Nach einer 5-minütigen Durchströmung mit reiner Flüssigkeit erfolgt der Wechsel auf die zu trennende Suspension. Das Abstellen der Schlauchpumpe nach einem vorgegebenen Zeitraum führt zur Konservierung des Zustands des Sediments in der Zentrifuge. Die während dem Trennprozess anfallende geklärte Flüssigkeit wird in einem Auffangbehälter aufgefangen.

Im Anschluss an den Trennversuch erfolgt der Ausbau des Einsatzes aus dem Zentrifugenrotor. Die Entfernung der Hülse legt die beiden GFK-Halbschalen frei. Ein dünner Spalt zwischen den Schalen erlaubt das vorsichtige Zerschneiden des gebildeten Sediments mithilfe eines Skalpell. Das führt nur zu einer minimalen Beschädigung des Sediments im Bereich des Schnitts, aber es ermöglicht die Trennung der Halbschalen und somit die vollständige Öffnung des Einsatzes zur Freilegung des Sediments. Notwendige Bedingung für die dargestellte experimentelle Vorgehensweise ist, dass die gebildeten Sedimente eine gewisse innere Festigkeit aufweisen. Andernfalls können die Wegnahme der Zentrifugalbeschleunigung, der Ausbau und das Zerschneiden des Sediments zu einem nicht vernachlässigbaren Einfluss auf die Struktur und die Verteilung führen. Zusätzlich zur Bestimmung der Sedimenthöhe, ermöglicht die Sedimententnahme weitere Untersuchungen, wie die Bestimmung der mittleren Porosität durch Trocknung durchzuführen.

8.1.2 Sedimentvermessung

Aufgrund der in der Röhrenzentrifuge wirkenden Zentrifugalkraft sedimentieren die Partikel in radialer Richtung. Die Sedimenthöhe ergibt sich somit aus der radialen Position der Oberfläche des Haufwerks. Die Bestimmung der Sedimenthöhe erfolgt mithilfe der in Abb. 8.4 dargestellten Versuchsanordnung. Diese besteht aus einem rechnergesteuerten XYZ-Tisch der Fa. isel Germany AG, einer Halterung für die Halbschalen, einer Vakuumpumpe und dem Punktlaser zur Abstandsmessung LK-G157 der Fa. Keyence Deutschland GmbH. Der Laser ist am beweglichen Arm des XYZ-Tischs befestigt. Zum Auslesen der Abstandsmessung ist der Laser mit der Steuereinheit

LK-C31001PV der Fa. Keyence Deutschland verbunden, welche ihrerseits an einen Rechner angeschlossen ist.

Die Halterung für die Halbschalen dient zur Positionierung und das Anlegen eines Unterdrucks durch eine Vakuumpumpe fixiert die Schalen in der Halterung. Zwei Radialkugellager ermöglichen die Drehung der Halbschalen um die Rotationsachse des Einsatzes zur Bestimmung der Sedimenthöhe in Abhängigkeit der tangentialen Position. Mittels eines Drehrads mit Winkelskala erfolgt die manuelle Einstellung der tangentialen Position.

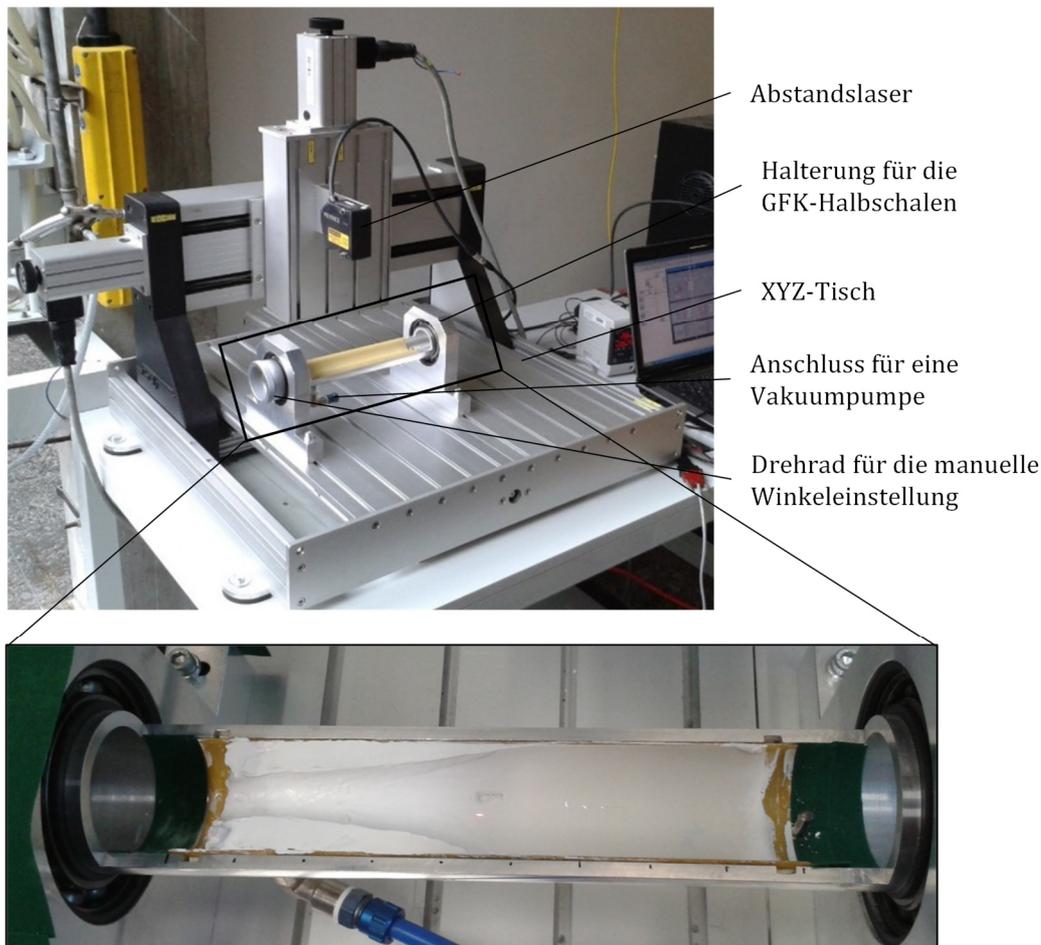


Abbildung 8.4: Aufbau der Vermessungsapparatur mit Abstandslaser und eingesetzter GFK-Halbschale ohne Sediment und Vakuum-Schlauch (oben). Bei dem unteren Ausschnitt ist die Halterung mit eingesetzter Halbschale mit Sediment während der Vermessung gezeigt.

Zur Bestimmung der Sedimenthöhenverteilung fährt der Abstandslaser das Sediment in axialer Richtung ab. Der Laser ermittelt den Abstand der Sedimentoberfläche von der vertikalen Nullposition des Lasers. Die Nullposition entspricht der Rotationsachse

des Einsatzes. Daher ergibt sich aus dem Abstand der Sedimentoberfläche zur Nullposition die Sedimenthöhe. Eine schematische Skizze des Messvorgangs ist in Abb. 8.5 dargestellt.

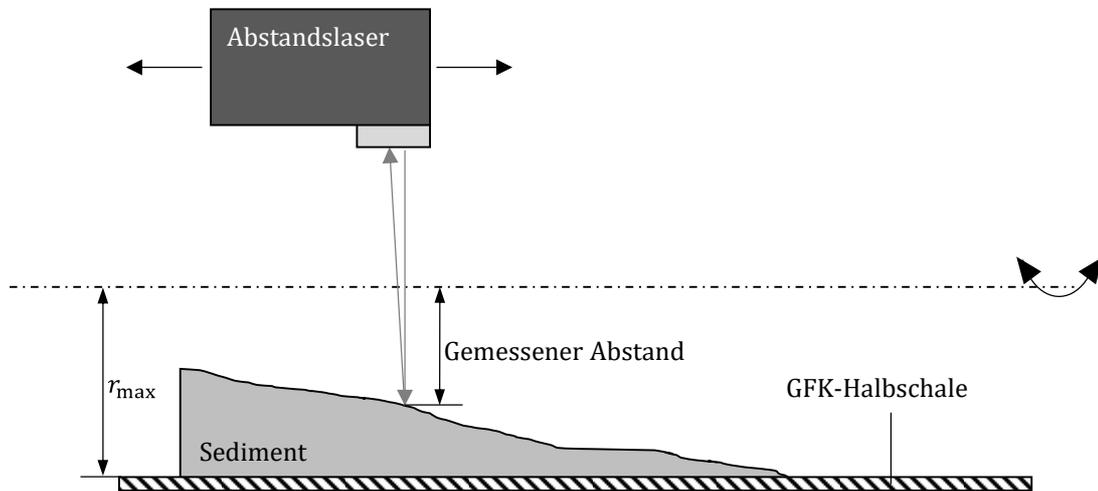


Abbildung 8.5: Schematische Darstellung des Messvorgangs für die Ermittlung der Sedimenthöhe

Sowohl die Bewegung des Abstandslasers als auch die Messwernerfassung und -verarbeitung erfolgen dabei rechnergestützt mittels der Softwareumgebung LABView. Dabei ist die Anzahl der Messpunkte in axialer Richtung frei wählbar. Die minimale Schrittweite beträgt 1/8 mm. Dieser Vorgang wird bei bis zu 35 tangentialen Positionen wiederholt, um eine statistisch aussagekräftige Anzahl an Messungen der Sedimenthöhenverteilung des ganzen Sediments zu erhalten. Da das notwendige Zerschneiden des Sediments in axialer Richtung die Sedimentverteilung in der Nähe des Schnitts beeinflussen kann, werden keine Messungen im Bereich von $\pm 5^\circ$ entfernt von der Schnittfläche durchgeführt. Um eine Austrocknung und damit mögliche Veränderung der Sedimentstruktur zu verhindern, ist bei der Sedimentcharakterisierung auf einen Kompromiss zwischen der Auflösung in axialer Richtung und der Messdauer zu achten.

8.2 Experimentelle Ergebnisse

Für die Validierung der Simulationsmethode kommen Kalksteinsuspensionen mit dem Partikelsystem OmyaCarb Extra CI zum Einsatz. Die Kalksteinpartikel besitzen eine Dichte von $\rho_p = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ und eine mittlere Partikelgröße $d_{p,50,3} = 2.08 \text{ }\mu\text{m}$. Die Partikelgrößenverteilung ist in Abb. 5.1 dargestellt. Der Feststoffvolumenanteil in der Ausgangssuspension ist $\alpha_{p,Ges,0} = 0.02$. Die Trennversuche finden bei einer mittleren Drehzahl von $n_z = 12000 \bar{\pm} 200 \text{ min}^{-1}$ statt, was einer mittleren Winkelgeschwindigkeit von $\bar{\omega} = 1256.64 \text{ s}^{-1}$ entspricht. Der Volumenstrom beträgt $\dot{V} = 0.34 \text{ l min}^{-1}$. Eine

Übersicht über die für die Experimente relevanten Prozess- und Stoffeigenschaften ist in der Tabelle 8.1 gegeben.

Tabelle 8.1: Prozessbedingungen und Stoffeigenschaften für die Validierungsversuche.

Prozessbedingungen	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.34
$\bar{\omega} / \text{s}^{-1}$	1256.64
Stoffeigenschaften	
$\alpha_{\text{P,Ges},0} / -$	0.02
$d_{\text{P},50,3} / \mu\text{m}$	2.08
$\eta_{\text{L}} / \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$	10^{-3}
$\rho_{\text{P}} / \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2700
$\rho_{\text{L}} / \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	1000

Das flüssigkeitsgesättigte Kalksteinsediment liegt aufgrund der Partikelgröße, dem Dichterunterschied, dem Fließverhalten und den Prozessbedingungen entlang der axialen Position des Rotors ungleich verteilt vor, was anhand der in Abbildung 8.6 dargestellten Querschnitte gut zu erkennen ist. In der Abbildung sind die Sedimente für die drei Prozesszeiten $t = 60 \text{ s}$ a), $t = 180 \text{ s}$ b) und $t = 360 \text{ s}$ c) gezeigt. Die Durchströmung des Rotors erfolgte von links nach rechts.

Die meisten Partikel sedimentieren direkt im Bereich hinter den Zulaufkanälen. Die scharfe Grenze des Sediments auf der linken Seite kommt aufgrund des Anliegens des Sediments an der Wand zustande. Zusätzlich bildet sich von Beginn an eine über die komplette Innenwand des Sedimentationsbereichs verteilte dünne Deckschicht von abgeschiedenen Partikeln. Erst mit steigender Prozesszeit vergrößert sich die Ausdehnung des Sediments maßgeblich in axialer Richtung.

Der Grund für diese inhomogene Verteilung des Sediments liegt in der hohen Sedimentationsgeschwindigkeit im Vergleich zur radialen Ausdehnung des Sedimentationsbereichs. So ergibt das Verhältnis der mittleren Sedimentationsgeschwindigkeit bei $(r_{\text{max}} - r_{\text{min}})/2$ für die mittlere Partikelgröße und der radialen Ausdehnung des Sedimentationsbereichs

$$\frac{\bar{u}_{d_{\text{P},50,3}}}{r_{\text{max}} - r_{\text{min}}} = 1.19 \text{ s}^{-1}. \quad (8.1)$$

Im Vergleich dazu ergibt das Verhältnis aus der Axialgeschwindigkeit im Zulauf bezogen auf die axiale Ausdehnung

$$\frac{u_{\text{ax,ein}}}{x_{\text{ax,max}} - x_{\text{ax,min}}} = 0.35 \text{ s}^{-1}. \quad (8.2)$$

Das bedeutet, dass die Partikel die maximal mögliche Strecke in radialer Richtung ungefähr 3.4-mal schneller zurücklegen als den Sedimentationsbereich einmal vollständig zu durchqueren. Im Umkehrschluss besagt diese Abschätzung, dass die Partikel, wenn noch kein Sediment vorhanden ist, im vorderen Drittel des Rotors sedimentieren. Das führt zu dem Sedimentaufbau direkt hinter dem Zulauf, was in Abb. 8.6 a) gut zu erkennen ist.

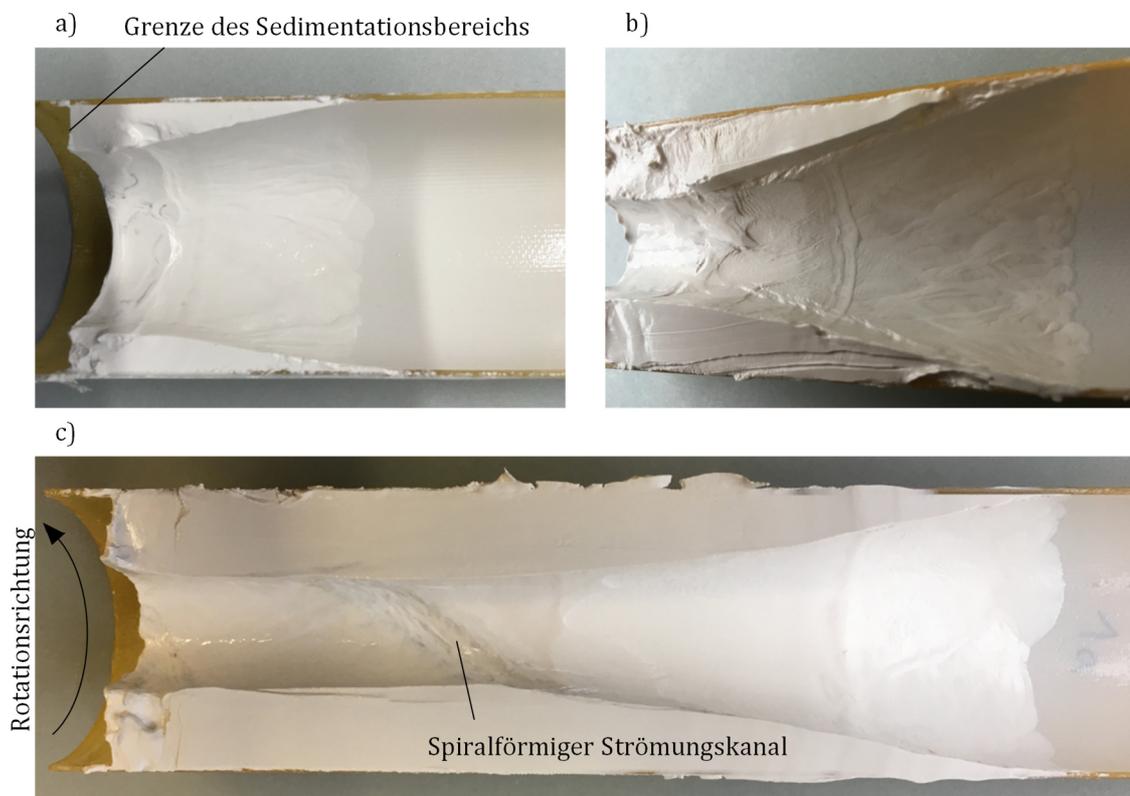


Abbildung 8.6: Vergleich der gebildeten Sedimente aus Kalkstein für die Prozesszeiten $t = 60 \text{ s}$ a), $t = 180 \text{ s}$ b) und $t = 360 \text{ s}$ c).

Bei der Betrachtung der Oberfläche und dem Rand des Sediments fällt die ungleichmäßige Struktur auf. Die Struktur deutet auf das Auftreten von Sedimentfließen in begrenzten Bereichen der Sedimentoberfläche, äquivalent zu kleinen Lawinen, im Verlauf des Trennprozesses hin. Besonders ausgeprägt ist dies in b) zu erkennen. Bei längeren Prozesszeiten treten zusätzlich spiralförmig verlaufende Strömungskanäle in

der Sedimentoberfläche auf, siehe Abb. 8.6 c). Die Spiralform der Kanäle ergibt sich aufgrund des Unterschieds bei der Rotationsgeschwindigkeit zwischen Sediment und strömender Suspension. Bei einer einheitlichen Rotationsgeschwindigkeit würden diese Kanäle gerade in axialer Richtung verlaufen. Die Drehrichtung der Spirale weist darauf hin, dass die Suspension langsamer als das Sediment rotiert, was sich mit den Erkenntnissen von nachhinkenden Strömungen in Vollmantelzentrifugen deckt.

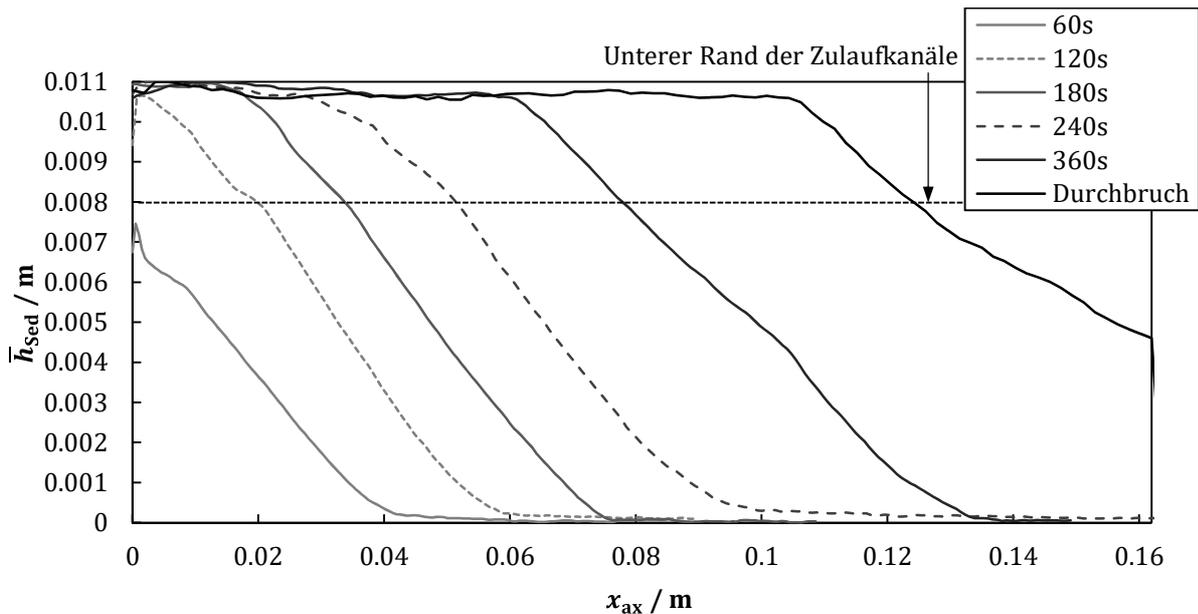


Abbildung 8.7: Vergleich der gemittelten Sedimenthöhen über die axiale Position im Sedimentationsbereich in Abhängigkeit der Prozesszeit

Um den Einfluss der Prozesszeit auf die Sedimentverteilung zu diskutieren, sind in Abbildung 8.7 die in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe \bar{h}_{sed} über die axiale Position x_{ax} in Abhängigkeit der Prozesszeit dargestellt. Jeder Zeitpunkt entspricht einem eigenen Trennversuch. Bei der Sedimentverteilung mit der Bezeichnung „Durchbruch“ handelt es sich um einen Versuch, der nicht nach einer definierten Zeit gestoppt wurde, sondern erst nach dem Auftreten eines starken Abfalls der Trenneffizienz. Die Bestimmung davon erfolgte anhand der Trübung des Überlaufs.

Zu allen Zeitschritten liegt das Sediment in axialer Richtung ungleich verteilt vor. Nach $t = 60 \text{ s}$ kommt es zu fast ausschließlich zu einer Ablagerung im vorderen Bereich der Röhrenzentrifuge. Eine dünne Sedimentschicht im Bereich des Überlaufs deutet darauf hin, dass hier nur ein geringer Teil der Partikel abgeschieden wird. Das Sediment weist einen Böschungswinkel von ungefähr $10,5^\circ$ auf. Dieser Böschungswinkel bleibt für die komplette Füllung des Sedimentationsbereichs weitestgehend konstant. Mit voranschreitender Prozesszeit wächst das Sediment im vorderen Bereich bis an den festen

Kern des Einsatzes heran ($h_{\text{sed}} = 0.011 \text{ m}$) und nimmt somit dort fast den kompletten Sedimentationsbereich ein. Dies führt zu einer Verblockung des größten Teils der Zulaufkanäle, die sich von einer Sedimenthöhe von $h_{\text{sed}} = 0.008 \text{ m}$ bis zum Rand des festen Kerns bei $h_{\text{sed}} = 0.011 \text{ m}$ erstrecken.

Nach der fast vollständigen Füllung in radialer Richtung bei $t = 120 \text{ s}$, kommt es zu einer parallelen Verschiebung der Sedimentgrenze in axialer Richtung. Selbst das Auslaufen des Sediments in einer sehr dünnen Deckschicht bleibt erhalten und wandert mit in Richtung des Überlaufs. Aus der Oberflächenstruktur und der Sedimentverteilung kann man schlussfolgern, dass der Großteil der axialen Verschiebung auf Sedimentfließen zurückzuführen ist. Durch das fast vollständige Füllen des Sedimentationsbereichs in radialer Richtung verkürzt sich der Sedimentationsweg und gleichzeitig erhöht sich die Axialgeschwindigkeit. Es scheinen jedoch nicht alle Partikel direkt in dem dünnen Spalt abgeschieden zu werden. Anders lässt sich das Mitwandern des sehr flachen und weitgezogenen Auslaufbereichs nicht erklären. So müssen in der Flüssigkeit nach dem Austritt aus dem schmalen Spalt zwischen Sediment und festem Kern noch Partikel dispergiert sein, welche anschließend im hinteren Bereich des Rotors sedimentieren. Eine Aussage darüber, ob es zu einer Redispergierung der Partikel beim Durchströmen des schmalen Spaltes kommt, kann nicht getroffen werden. Aufgrund des konstanten Böschungswinkels des Sediments ist eine vollständige Füllung des Rotors nur durch einen hohen Verlust an Partikeln möglich.

Die Entnahme des Sediments ermöglicht nicht nur die Sedimentverteilung, sondern auch die lokale Porosität zu charakterisieren. Zu diesem Zweck erfolgt die Unterteilung des Sediments in axialer Richtung in einzelne Bereiche und eine gravimetrische Bestimmung der jeweils vorliegenden mittleren Porosität durch Trocknung. Die Abhängigkeit der mittleren Porosität $\bar{\epsilon}$ von der axialen Position mit der dazugehörigen gemittelten Sedimenthöhe ist in Abbildung 8.8 für drei Zeitpunkte gezeigt. Die zu den Zeitpunkten vorliegenden Sedimenthöhen sind als gestrichelte Linien dargestellt.

Wie zu erwarten, beeinflusst die Sedimenthöhe die mittlere Porosität. So unterscheidet sich bei $t = 60 \text{ s}$ aufgrund der ungleichen Sedimenthöhe in axialer Richtung in jedem der untersuchten Bereiche die mittlere Porosität. In Bereichen, in dem das Sediment fast die gesamte Höhe einnimmt, ist die Porosität bis auf minimale Schwankungen konstant, vgl. $t = 180 \text{ s}$ und $t = 360 \text{ s}$. Nur direkt hinter dem Zulauf weisen sämtliche Sedimente eine stärkere Verdichtung trotz teilweiser gleicher Sedimenthöhe im Vergleich zum Rest des Sediments auf. Dies ist bei $t = 60 \text{ s}$ am stärksten ausgeprägt. Hier weist das Sediment eine unerwartet niedrige Porosität in Bezug auf die vorliegende Sedimenthöhe auf.

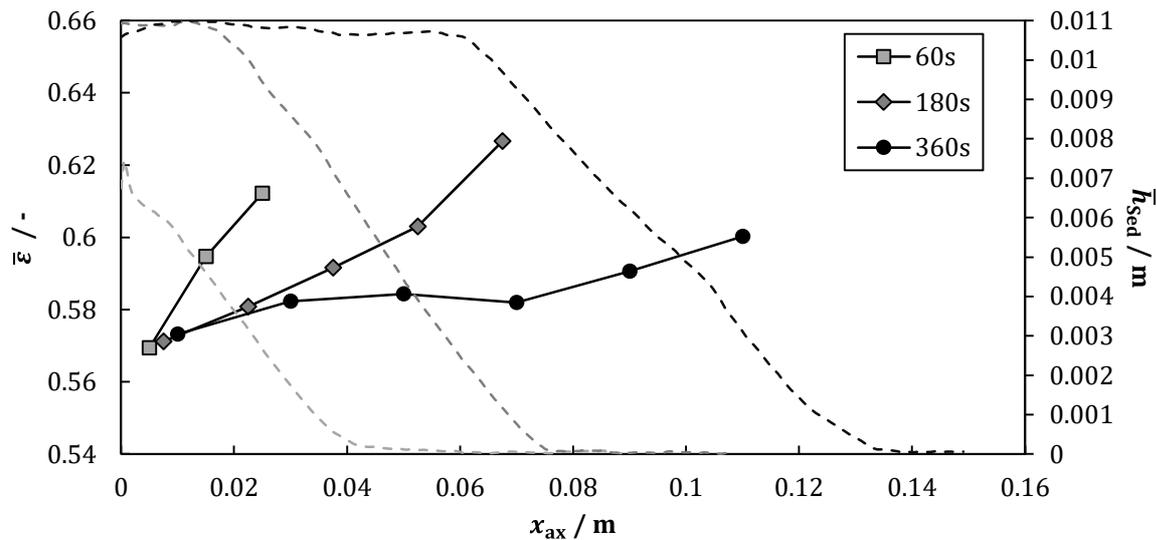


Abbildung 8.8: Mittlere Porosität $\bar{\epsilon}$ und die dazugehörige mittlere Sedimenthöhe \bar{h}_{sed} (gestrichelte Linien) über der axialen Position x_{ax} für die Prozesszeiten $t = 60$ s, $t = 180$ s und $t = 360$ s. Die Breite der Bereiche zur axialen Unterteilung des Sediments beträgt bei $t = 60$ s 0.01 m, bei $t = 180$ s 0.015 m und bei $t = 360$ s 0.02 m.

Bis auf dem vordersten Bereich des Sediments kann die mittlere Porosität direkt auf die Sedimenthöhe zurückgeführt werden. Das deutet darauf hin, dass die Prozesszeit nur einen geringen Einfluss auf die Porosität bei verwendeten Prozessbedingungen hat, weswegen das transiente Konsolidierungsverhalten in der numerischen Simulation vernachlässigt werden kann.

8.3 Einstellungen und verwendete Eigenschaften bei der Validierungssimulation

In diesem Kapitel erfolgt die Diskussion der verwendeten Prozessbedingungen, Simulationsparametern und der Stoffeigenschaften beziehungsweise des Materialverhaltens für die Validierungssimulation.

Prozessbedingungen und Simulationsparameter

Nur die Verwendung des Prinzips der Strömungsähnlichkeit und die Annahme quasi-stationärer Strömungsbedingungen ermöglichen die für die Validierung erforderlichen Langzeitsimulationen bei der verwendeten Drehzahl. Die folgenden Parameter werden dafür verwendet. Die Winkelgeschwindigkeit zur Berechnung der Zentrifugalkräfte auf die Partikel und der Scherrate entspricht mit $\omega = 1256.64 \text{ s}^{-1}$ der mittleren Winkelgeschwindigkeit der durchgeführten Experimente. Die verwendete

Winkelgeschwindigkeit zur Simulation der Strömung beträgt $\omega_B = 209.44 \text{ s}^{-1}$. Das Zeitintervall für die quasi-stationären Strömungsbedingungen ist auf $\Delta t_p = 0.05 \text{ s}$ gesetzt. Die Wahl der Zeitschrittweite erfolgt bei der Simulation automatisch anhand der Vorgabe der Courant-Zahl mit $Co = 0.15$.

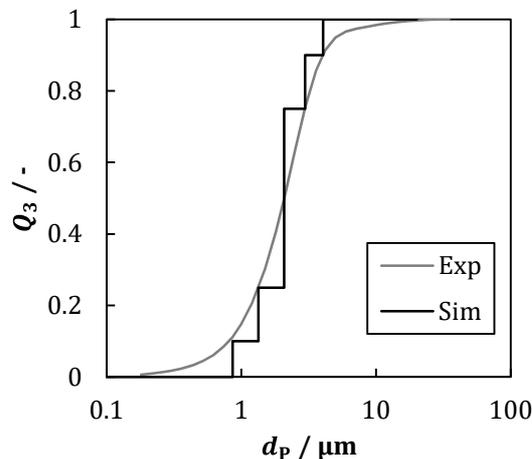


Abbildung 8.9: Vergleich der experimentell ermittelten und die für die Simulation verwendeten Partikelgrößenverteilung

Diskretisierung der Partikelgrößenverteilung

Die Simulationsmethode erlaubt die Handhabung einer beliebigen Anzahl an Partikelklassen, um ein polydisperses Partikelsystem abzubilden. Mit jeder berücksichtigten Partikelklasse erhöht sich jedoch der benötigte Rechenzeitbedarf. In Anlehnung an die Ergebnisse der numerischen Studie zum Einfluss der Diskretisierung einer PGV, siehe Kap. 6.2.4, erfolgt die Diskretisierung der Partikelgrößenverteilung von OmyaCarb Extra Cl mittels fünf Partikelklassen. Der Vergleich der Partikelgrößenverteilung von Experiment und Simulation ist in Abbildung 8.9 dargestellt. Die Breite der gewählten Partikelklassen sind nicht gleichverteilt, sondern der realen Verteilung angepasst. Die mittlere Partikelgröße ist dabei verstärkt vertreten. Die verwendete minimale und maximale Partikelgröße sind $d_{p,\min} = 0.86 \mu\text{m}$ und $d_{p,\max} = 4.06 \mu\text{m}$.

Kompressionsverhalten

Die Charakterisierung des Kompressionsverhaltens von Sedimenten aus OmyaCarb Extra Cl erfolgte schon im Zuge der Vorstellung des Kompressionsmodells, siehe Kap. 6.1.9. So sind die verwendeten Materialparameter $\alpha_{\text{Gel}} = 0.264$, $\beta = 0.0824$ und $p_0 = 662.63 \text{ Pa}$. Bei der Validierungssimulation wird vereinfachend angenommen, dass sich die Sedimentstruktur zu jedem Zeitpunkt im Gleichgewicht mit dem wirkenden Feststoffgerüstdruck befindet.

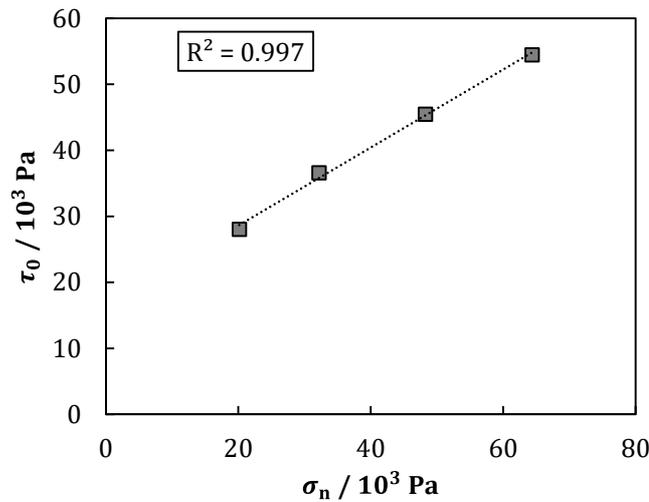


Abbildung 8.10: Experimentell ermittelte Fließgrenze in Abhängigkeit der wirkenden Normalspannung mit einer linearen Trendlinie

Fließverhalten des Sediments

Die Modellierung des Fließverhaltens erfolgt mithilfe eines modifizierten Herschel-Bulkley-Fluids, siehe Gleichung (6.19). Zur Beschreibung des Fließverhaltens werden somit ein Bezugsverdichtungszustand $\alpha_{B,Rh}$, die Fließgrenze $\tau_0(\sigma_n)$, die auf die Dichte bezogene Konsistenz k , der Verdichtungsparameter l und der Grenzfaktor b_{SedE} benötigt. Zur Bestimmung der Fließgrenze für die einzelnen Normalspannungen erfolgt die Extrapolation der Spannungszustände beim beginnenden Fließen hin zu einer mittleren Differenzgeschwindigkeit von $\bar{u}_{Scher} = 0 \text{ mm min}^{-1}$ (Ruhezustand), siehe Abb. 7.21. Die Abhängigkeit der Fließgrenze von der Normalspannung ist in Abb. 8.10 dargestellt und ergibt in guter Näherung

$$\tau_0(\alpha_{P,Ges} = 0.508) = 0.5912 \sigma_n + 16775. \quad (8.3)$$

Der dabei vorliegende Verdichtungszustand des Sediments, $\alpha_{P,Ges} = 0.508$, dient als Bezugsverdichtungszustand $\alpha_{B,Rh}$ bei der Modellierung des Fließverhaltens.

Die Ermittlung der auf die Dichte bezogene Konsistenz und des Verdichtungsparameters sind zum aktuellen Wissensstand experimentell nicht zugänglich, siehe Kap 7.2. Um trotzdem Validierungssimulationen durchführen zu können, erfolgt die Annahme, dass für die auf die Dichte bezogene Konsistenz $k = 0.1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ und für den Verdichtungsparameter $l = 1$ gelten. Des Weiteren ist der Grenzfaktor auf $b_{SedE} = 0.519$ gesetzt. Das entspricht dem Verhältnis zwischen dem Gelpunkt und der Bezugskonzentration. Zur numerischen Stabilisierung der Simulation wird für die ersten 10 Prozessekunden ein Fließverhalten mit einer stark erhöhten Fließgrenze verwendet.

Eine Zusammenfassung der diskutierten Eigenschaften und Parameter zur Beschreibung des Materialverhaltens ist in Tabelle 8.2 gezeigt. Um ohne diese Annahmen auszukommen, müssen bei der experimentellen Charakterisierung des Fließverhaltens noch bestehende Herausforderungen gemeistert werden, siehe Kapitel 7.2.

Tabelle 8.2: Relevante Prozessbedingungen und Materialeigenschaften für die Validierungssimulation

Prozessbedingungen		Kompressionsverhalten	
$\dot{V} / \text{l min}^{-1}$	0.34	$\alpha_{\text{Gel}} / -$	0.264
ω / s^{-1}	1256.64	$\beta / -$	0.0824
$\omega_{\text{B}} / \text{s}^{-1}$	209.44	p_0 / Pa	662.63
		$\alpha_{\text{max}} / -$	0.74
Stoffeigenschaften		Fließverhalten	
$\alpha_{\text{P,Ges},0} / -$	0.02	$\nu_{\text{max}} / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1.5
$d_{\text{P,min}} / \mu\text{m}$	0.86	$l / -$	1
$d_{\text{P,max}} / \mu\text{m}$	4.06	$b_{\text{SedE}} / -$	0.519
$\rho_{\text{P}} / \text{kg m}^{-3}$	2700	$\alpha_{\text{B,Rh}} / -$	0.508
$\rho_{\text{L}} / \text{kg m}^{-3}$	1000	$n_{\text{Rh}} / -$	1
Simulationsparameter		$k / \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	0.1
$Co / -$	0.15	$n_1(t < 10 \text{ s}) / -$	100
t_{P} / s	0.05	$n_2(t < 10 \text{ s}) / \text{Pa}$	100000
		$n_1(t \geq 10 \text{ s}) / -$	0.5912
		$n_2(t \geq 10 \text{ s}) / \text{Pa}$	16775

8.4 Vergleich zwischen Simulation und Experiment

Die Sedimentverteilung ergibt sich aus den Strömungsbedingungen, den Stoffeigenschaften der betrachteten Phasen und dem Materialverhalten des Sediments. Sie stellt einen integralen Wert zur Prozessbeschreibung dar und dient daher in der vorliegenden Arbeit neben der Porosität als Vergleichsgröße zur Validierung.

Vergleich der Sedimentverteilungen

Zum Vergleich des numerisch vorhergesagten Trennprozesses mit den Experimenten sind in Abbildung 8.11 die in tangentialer Richtung gemittelten Sedimenthöhen über die axiale Position für die drei Prozesszeiten $t = 60 \text{ s}$, $t = 120 \text{ s}$ und $t = 180 \text{ s}$ gegenübergestellt. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die Simulationsergebnisse und

die gestrichelten Linien die experimentellen Ergebnisse. Die Rechenzeit des diskutierten Zeitraums beträgt bei den gewählten Einstellungen $t_R = 102$ h bei der Berechnung mit 112 Prozessoren.

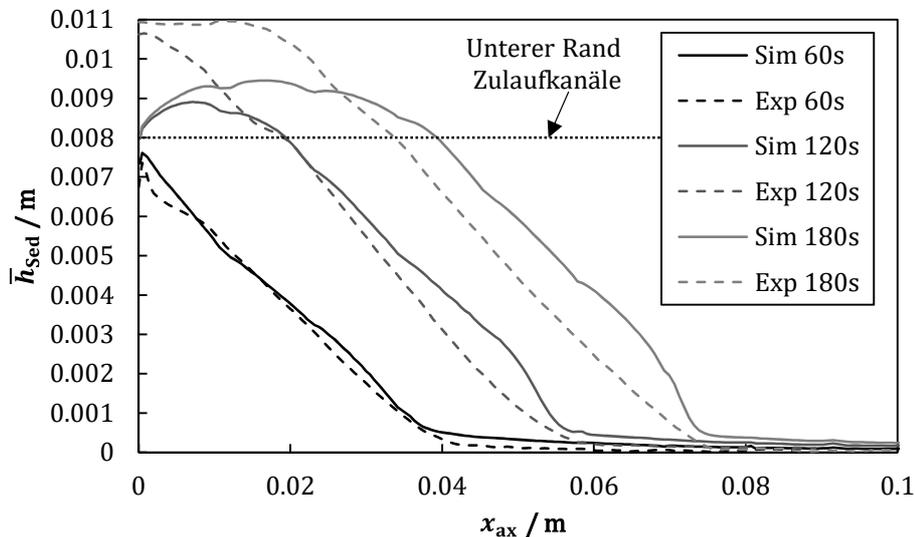


Abbildung 8.11: Numerisch vorhergesagte mittlere Sedimenthöhe \bar{h}_{sed} über die axiale Position x_{ax} (durchgezogene Linie) im Vergleich der experimentell bestimmten (gestrichelte Linie) für drei Zeitpunkte

Allgemein zeigen die numerisch vorhergesagten Sedimentverteilungen eine gute Übereinstimmung mit den Experimenten. Bei einer Prozesszeit von $t = 60$ s fällt das Sediment wie im Experiment annähernd linear in den vorderen 0.04 m ab und geht dann in einen weitgezogenen und sehr flachen Auslaufbereich über. Im vorderen Bereich weicht die vorhergesagte Verteilung nur um 4.7 % zu den experimentell bestimmten Werten ab und zeigt somit eine sehr gute Übereinstimmung.

Beim Voranschreiten der Prozesszeit kommt es zu einer größeren Abweichung zwischen der Simulation und dem Experiment. Bei $t = 120$ s weicht das Simulationsergebnis um 9.5 % vom Experiment ab. Zudem wächst beim Experiment das Sediment in die Zulaufkanäle bis knapp unterhalb des inneren Rands des Sedimentationsbereichs hinein. In den vorderen 0.02 m des Sedimentationsbereichs kommt es zu einer Unterschätzung der Sedimenthöhe. Die Ursache hierfür liegt im Zuwachsen und Verblocken der Zulaufkanäle beim Experiment. Bei der Simulation ist dies aufgrund der verwendeten Randbedingungen für die Geschwindigkeit im Zulauf nicht möglich. Die Suspension strömt hier zu jedem Zeitpunkt über den gesamten Querschnitt der Zulaufkanäle mit einer fest vorgegebenen Geschwindigkeit in die Simulationsgeometrie ein. Das verhindert das Zuwachsen des Zulaufs. Daher endet hier das Sediment am unteren Rand der Zulaufkanäle, was einer Sedimenthöhe von $h_{\text{sed}} = 0.008$ m entspricht. So kann das Sediment bei der Simulation die Grenzschicht

der Strömung nicht wie beim Experiment bis auf einen sehr dünnen Spalt verdrängen. Die Berücksichtigung der Verkleinerung der Zulaufkanäle bei den Simulationen erfordert für die Simulationen die Entwicklung einer angepassten Randbedingung für die Strömungsgeschwindigkeit.

Hinter dem Zulauf wächst auch das numerisch vorhergesagte Sediment in die Grenzschicht der Strömung hinein und erreicht eine maximale mittlere Sedimenthöhe von $\bar{h}_{\text{Sed,max}} = 0.009$ m bei der axialen Position von $x_{\text{ax}} = 0.0095$ m. Im Vergleich liegt die maximale mittlere Sedimenthöhe des Experiments bei $\bar{h}_{\text{Sed,max}} = 0.0106$ m. Die im vorderen Bereich fehlenden Partikel befinden sich bei der Simulation weiter hinten in der Zentrifuge. Das führt zu einer Überschätzung der Sedimenthöhe im restlichen Bereich des Sediments ($x_{\text{ax}} > 0.02$ m). Der Einfluss der Randbedingung auf die Sedimentverteilung summiert sich mit der Zeit auf, was an dem Anwachsen der Unterschiede zwischen den Sedimentverteilungen bei $t = 180$ s zu erkennen ist.

Vergleich der mittleren Porosität

Ein Vergleich der mittleren Porosität über die axiale Position zwischen Simulation und Experiment ist in Abbildung 8.12 für $t = 60$ s dargestellt. Die numerisch vorhergesagte und experimentell bestimmte mittlere Porosität stimmen gut überein. Es zeigt sich jedoch der allgemeine Trend, dass das numerisch vorhergesagte Sediment geringfügig weniger stark verdichtet ist.

Einzig der vordere Bereich weist eine größere Abweichung auf. Hier kommt es zu einer relativen Abweichung der mittleren Porosität von 5.5 %. So besitzt der vordere Bereich des numerisch vorhergesagten Sediments eine mittlere Porosität von $\bar{\varepsilon}_{\text{Sim}} = 0.6$, während die mittlere Porosität an dieser Stelle bei dem Experiment $\bar{\varepsilon}_{\text{Exp}} = 0.57$ ist. Bei den anderen untersuchten Bereichen im Sediment verringert sich der Unterschied zwischen Simulation und Experiment. So reduziert sich die relative Abweichung bei der mittleren Porosität für diese Bereiche auf weniger als 2 %. Geringe Unterschiede in der Haufwerkstruktur sind durch die Beschreibung des Kompressionsverhaltens mittels an Experimenten angepassten mathematischen Modellen zu erwarten, vgl. Kap. 6.1.9. Die hier vorliegende systematische Abweichung deutet jedoch auf den Einfluss der vernachlässigten Scherverdichtung bei der Simulation hin.

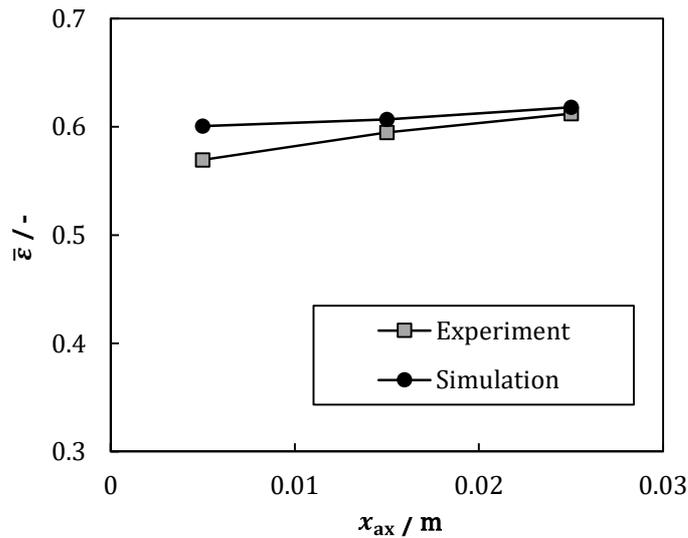


Abbildung 8.12: Vergleich der numerisch vorhergesagten und experimentell bestimmten mittleren Porosität in Abhängigkeit der axialen Position für eine Prozesszeit von $t = 60$ s

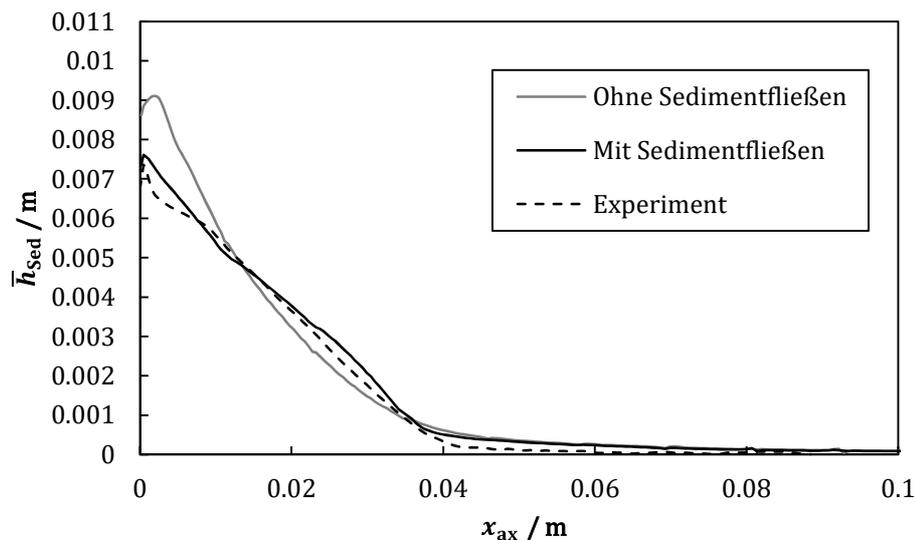


Abbildung 8.13: Vergleich der numerisch vorhergesagten Sedimentverteilung mit und ohne Sedimentfließen mit den experimentell ermittelten Verteilung bei $t = 60$ s

Bei Sedimentfließen tritt eine verstärkte Verdichtung des Sediments, die sogenannte Scherverdichtung, auf, siehe Kap. 2.2. Um die Aussage zu stützen, dass die Vernachlässigung von Scherverdichtung zu den vorhandenen Unterschieden in der Porositätsverteilung führt, ist in Abbildung 8.13 der Vergleich der numerisch vorhergesagten Sedimentverteilung mit und ohne Sedimentfließen mit der experimentell ermittelten Verteilung dargestellt. Die Simulation mit Sedimentfließen entspricht der Validierungssimulation (vgl. Abb. 8.11). Die Unterdrückung des Sedimentfließens hat

keinen Einfluss auf die Sedimenthöhe im Auslaufbereich ($x_{ax} > 0.04$ m). Somit bestimmt hier nur das Sedimentationsverhalten zusammen mit der Strömung den Sedimentaufbau.

Ohne Sedimentfließen bildet sich das Sediment verstärkt in den ersten 0.015 m nach dem Zulauf. Mit einer maximalen mittleren Sedimenthöhe von $\bar{h}_{\text{Sed,max}} = 0.0091$ m überragt es das experimentell bestimmte Sediment um bis zu 23 %. Im Bereich $0.015 \text{ m} > x_{ax} > 0.04$ m unterschätzt die Simulation ohne Sedimentfließen die Sedimenthöhe. Insgesamt kommt es zu einer relativen Abweichung von etwa 12.4 % zwischen der experimentell bestimmten und der ohne Sedimentfließen vorhergesagten Sedimentverteilung. Der Grund dafür ist, dass der Transport der abgeschiedenen Partikel durch Sedimentfließen unterdrückt ist. Das verdeutlicht, dass Sedimentfließen einen entscheidenden Einfluss auf die Sedimentverteilung hat und selbst bei einem schwer-fließenden Haufwerk, wie dem Kalksteinsediment, nicht vernachlässigt werden darf.

Der Einfluss von Sedimentfließen auf die Sedimenthöhe tritt besonders direkt hinter dem Zulauf auf. So ist hier zu erwarten, dass der Effekt von Scherverdichtung auf den Konsolidierungszustand des Sediments am größten ausfällt. Diese Erkenntnis bestärkt die Aussage, dass die bei den Simulationen nicht berücksichtigte Scherverdichtung zu der Überschätzung der mittleren Porosität führt. Besonders die unerwartete starke Verdichtung im Sediment direkt hinter dem Zulauf kann dies erklären.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass durch den Vergleich der Experimente mit der Simulation die Validierung der in dieser Arbeit entwickelten Simulationsmethode gelungen ist. Somit stellt die Simulationsmethode eine neue Möglichkeit dar den Fest-Flüssig-Trennprozess in Röhrenzentrifugen orts- und zeitaufgelöst numerisch vorherzusagen und zu untersuchen. Die dadurch gewonnen Erkenntnisse können für eine optimierte Auslegung der Apparate oder der Trennprozesse verwendet werden. Des Weiteren kann der hier vorgestellte Zentrifugeneinsatz und die experimentelle Methode zur Charakterisierung von Sedimenten als Werkzeug zur Unterstützung von experimentellen Untersuchungen dienen und somit zusätzlich helfen die Prozessauslegung und -optimierung effizienter zu gestalten.

9 Ergebnisse der Simulationsmethode³

In diesem Kapitel erfolgt die Diskussion der mit der validierten Simulationsmethode erhaltenen Informationen anhand eines numerischen Füllvorgangs der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Röhrenzentrifuge.

9.1 Prozessbedingungen, Simulationsparameter und Materialeigenschaften

Der nachfolgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Beschreibung der verwendeten Prozessbedingungen, der Simulationsparameter und der Materialeigenschaften für die numerische Vorhersage des kompletten Füllvorgangs. Eine Übersicht über die verwendeten Parameter zeigt Tabelle 9.1. Im Folgenden werden die wichtigsten Parameter im Detail besprochen.

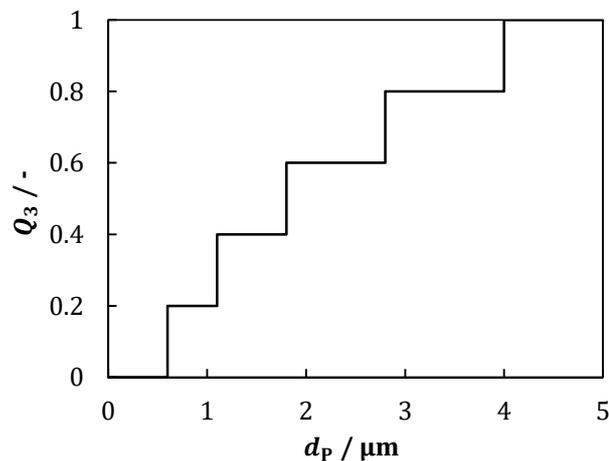
Das Prinzip der Strömungsähnlichkeit kommt zum Einsatz. Die verwendete Drehzahl beim Trennprozess ist $n_{\text{Rot}} = 8250 \text{ min}^{-1}$, dies entspricht einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega = 863.94 \text{ s}^{-1}$. Das Lösen der Erhaltungsgleichungen erfolgt mit einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega_{\text{B}} = 209.44 \text{ s}^{-1}$. Der gewählte Volumenstrom ist $\dot{V} = 0.15 \text{ l min}^{-1}$, was zu einer Axialgeschwindigkeit von $u_{\text{ax},0} = 0.031 \text{ m s}^{-1}$ am Zulauf führt. Die Flüssigkeit tritt mit Starrkörperrotation in den Sedimentationsbereich ein. Die Simulation erfolgt mit dem Zulauf des Typs 1.

³ Inhalte dieses Kapitels sind in den folgenden Referenzen veröffentlicht und mit der Erlaubnis der Fachzeitschrift *Chemie Ingenieur Technik* für diese Dissertation angepasst:

Hammerich, S., Gleiß, M., und Nirschl, H., „Modellierung und Simulation von Vollmantelzentrifugen als ein Aspekt der voranschreitenden Digitalisierung in der Fest/Flüssig-Trennung“, *Chem. Ing. Tech.*, Bd. 91, Nr. 3, S. 215–227, (2019)

Tabelle 9.1: Zusammenfassung der Parameter zur Beschreibung der Prozessbedingungen, der Simulationsparametern und der Materialeigenschaften

Prozesseigenschaften		Kompressionsverhalten	
$\dot{V} / \text{l} \cdot \text{min}^{-1}$	0.1512	$\alpha_{\text{Gel}} / -$	0.3
ω / s^{-1}	863.94	$\beta / -$	0.08
$\omega_{\text{B}} / \text{s}^{-1}$	209.44	p_0 / Pa	500
Stoffeigenschaften		Fließverhalten	
$\alpha_{\text{P,Ges},0} / -$	0.035	$v_{\text{max}} / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	1
$d_{\text{P,min}} / \mu\text{m}$	0.6	$l / -$	1
$d_{\text{P,max}} / \mu\text{m}$	4	$b_{\text{SedE}} / -$	0.75
$\rho_{\text{P}} / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	2500	$\alpha_{\text{B,Rh}} / -$	0.3
$\rho_{\text{L}} / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	1000	$n_{\text{Rh}} / -$	1
Simulationsparameter		$k / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	0.001
$Co / -$	0.25	$n_1(t < 10\text{s}) / -$	100
t_{P} / s	0.05	$n_2(t < 10\text{s}) / \text{Pa}$	100000
		$n_1(t \geq 10\text{s}) / -$	0.5
		$n_2(t \geq 10\text{s}) / \text{Pa}$	9000

**Abbildung 9.1:** Verwendete Partikelgrößenverteilung beim simulierten Füllvorgang

Das Materialverhalten der simulierten Suspension ist an in Wasser dispergierten anorganischen und feindispersen Partikeln, wie zum Beispiel von partikulärem Kalkstein, angelehnt. Das Sediment wird als kompressibel und schwer-fließend angenommen. Der Feststoff besitzt eine Dichte von $\rho_{\text{P}} = 2500 \text{ kg m}^{-3}$ und die Flüssigkeit $\rho_{\text{L}} = 1000$

kg m⁻³. Für die Simulation werden fünf Partikelklassen mit einer Partikelgröße von $d_{P,\min} = 0.6 \mu\text{m}$ bis zu $d_{P,\max} = 4.0 \mu\text{m}$ mit gleichem Massenanteil berücksichtigt. Die sich ergebene Partikelgrößenverteilung ist in Abbildung 9.1 dargestellt. Der gesamte Feststoffvolumenanteil im Zulauf beträgt $\alpha_{\text{Ges},0} = 0.035$.

Bei der Modellierung des Kompressionsverhaltens wird angenommen, dass sich das Sediment zu jedem Zeitpunkt im Gleichgewicht mit dem vorliegenden Feststoffgerüstdruck befindet. Daher erfolgt die Berechnung der Kompression mithilfe von Gl. (6.37) und

Gl. (6.30). Die verwendeten Parameter für das Kompressionsverhalten sind $\alpha_{\text{Gel}} = 0.3$, $p_0 = 500 \text{ Pa}$ und $\beta = 0.08$. Die Modellierung des Fließverhaltens erfolgt mit Gl. (6.19) mit den Parametern $l = 1$, $k = 0.001 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, $v_{\max} = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ und $\alpha_{\text{B,Rh}} = \alpha_{\text{Gel}}$. Es hat sich aus Stabilitätsgründen bewehrt, die ersten Sekunden der Simulationen mit einer erhöhten Fließgrenze für das Sediment zu rechnen. Daher gilt für die ersten 10 s der Prozesszeit bei der Simulation

$$\tau_0(t < 10 \text{ s}) = 100 p_s + 100000. \quad (9.1)$$

Nach dieser Zeit ändert sich Gl. (9.1) zu

$$\tau_0(t \geq 10 \text{ s}) = 0.5 p_s + 9000. \quad (9.2)$$

9.2 Strömungsbedingungen und Sedimentverteilung

Mit der in dieser Arbeit entwickelten Simulationsmethode kann man den Sedimentaufbau auf der Maschinenebene unter Berücksichtigung der Strömungsbedingungen simulieren. Der hier diskutierte Trennprozess wurde für eine Dauer von insgesamt $t = 760 \text{ s}$ simuliert und die hierfür benötigte Rechenzeit betrug $t_R = 135 \text{ h}$ bei einer Parallelisierung der Simulation auf 112 Kernen.

In Abbildung 9.2 ist die Strömung anhand der Axialgeschwindigkeit im Suspensionsbereich und der integrale Feststoffvolumenanteil $\alpha_{P,\text{Ges}}$ im Sediment für vier Zeitpunkte dargestellt. Zur Steigerung der Übersichtlichkeit beschränkt sich die Abbildung auf ein Viertel der Rechengeometrie. Die Durchströmungsrichtung ist von links nach rechts.

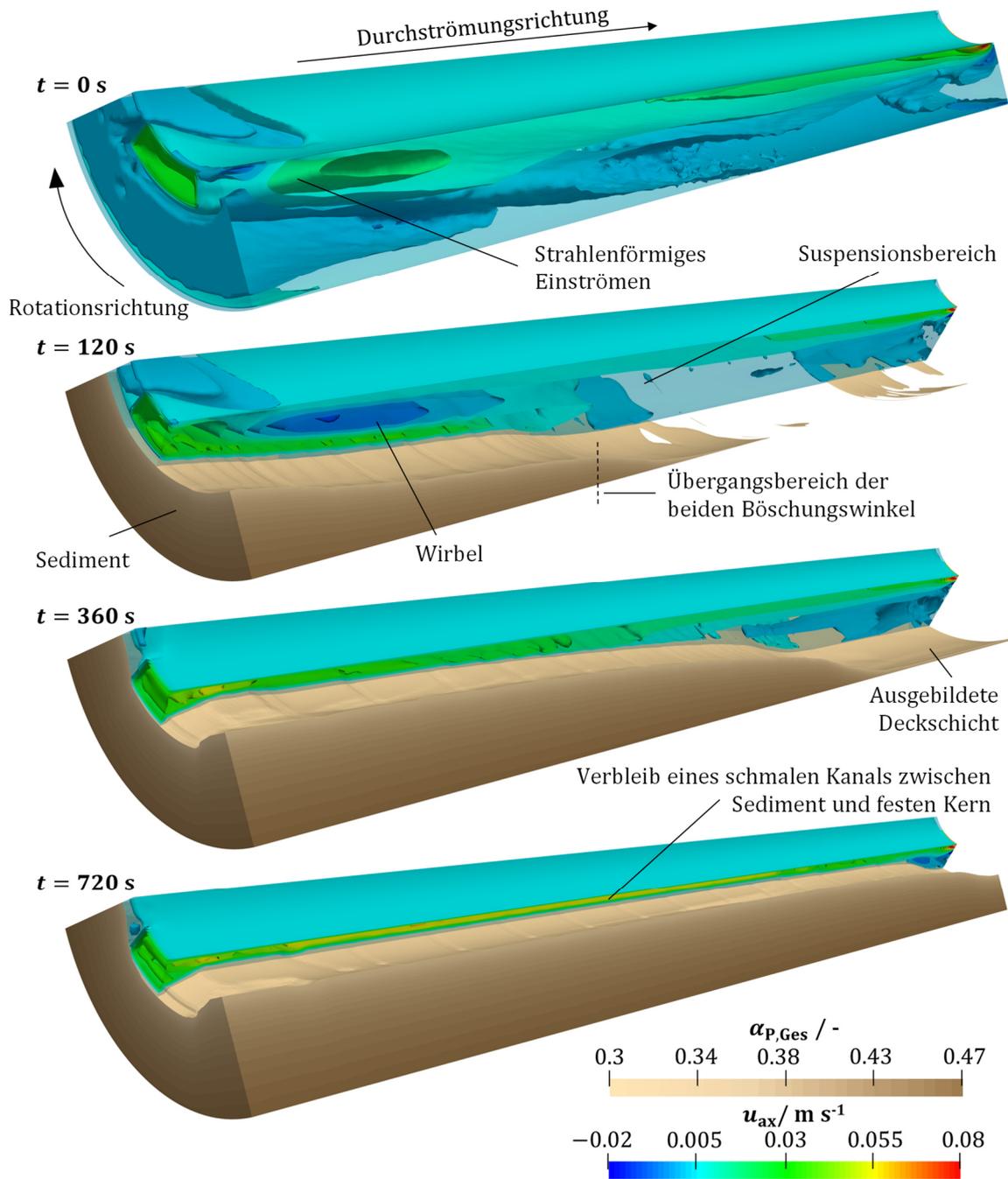


Abbildung 9.2: Darstellung der Axialgeschwindigkeit u_{ax} im Suspensionsbereich und dem gesamten Feststoffvolumenanteil $\alpha_{p,Ges}$ im Sediment zu vier Zeitpunkte im Verlauf des Füllvorgangs

Bei $t = 0$ s liegt die ausgebildete Strömung der reinen Flüssigkeit vor. Es stellt sich durch die Geometrie der Vorbeschleunigungszone und des Überlaufwehrs eine Grenzschichtströmung ein. Die Flüssigkeit strömt aufgrund der Kanäle der Vorbeschleunigungszone in einzelnen Strahlen in den Sedimentationsbereich ein. Erst nach etwa 20 % der Länge des Sedimentationsbereichs kommt es zur Ausbildung einer homogenen Axialströmung in der Grenzschicht. Des Weiteren hinkt die Strömung der Starrkörperrotation hinterher. Dies ist an der Richtung des strahlenförmigen Einstromens gut zu erkennen. Die Strahlen verlaufen anstatt rein in axialer Richtung auch entgegen der Rotationsrichtung. Das deckt sich mit den experimentellen Ergebnissen, die eine Ausbildung spiralförmiger Strömungskanäle an der Oberfläche des Sediments zeigen (vgl. Kap. 8.2). Sowohl im Bereich des Auslasses als auch unterhalb der Grenzschicht bilden sich radiale und axiale Wirbel aus.

Ab $t > 0$ s strömt Suspension in den Sedimentationsbereich. Beim Zeitpunkt $t = 120$ s hat sich ein in axialer Richtung inhomogen verteiltes Sediment ausgebildet. Die meisten Partikel sedimentieren in den vorderen 40 % des Sedimentationsbereichs. Das kompressible Materialverhalten des Sediments ist gut zu erkennen. In tangentialer Richtung liegt in diesem Bereich des Rotors das Sediment homogen verteilt vor. In axialer Richtung weist es zwei Bereiche auf, die durch verschiedene Böschungswinkel charakterisiert sind. Im vorderen Bereich des Sediments liegt ein flacherer Winkel vor, der sich zum Ende des Sediments hin vergrößert. In den hinteren 60 % des Sedimentationsbereichs wird nur eine geringe Anzahl an Partikeln abgeschieden. Sie bilden vorwiegend in der Nähe des Auslasses eine unregelmäßige dünne Sedimentschicht. Gleichzeitig führt das Sediment zur Ausbildung von axialen und radialen Wirbeln in der Nähe des Zulaufbereichs.

Mit wachsender Prozesszeit vergrößert sich der Einfluss des Sediments auf die Strömung. Bei $t = 360$ s hat sich der Rotor in der vorderen Hälfte bis auf einen kleinen Kanal mit Sediment gefüllt. Im hinteren Bereich liegt aber nach wie vor nur eine dünne Sedimentschicht vor. Die Wirbel im Zulaufbereich sind verschwunden. Es kommt zu einer Erhöhung der Axialgeschwindigkeit, da das Sediment in die Grenzschicht hineinragt. Die Zulaufkanäle wachsen nicht mit Sediment zu. Der Grund dafür ist die gewählte Randbedingung für die Geschwindigkeit (vgl. Kap. 8.4).

Bei $t = 720$ s sind 89 % des Sedimentationsbereichs mit Sediment gefüllt. Es verbleibt nur ein schmaler Kanal zwischen dem Sediment und der Wand des festen Kerns. Die Querschnittsverengung durch das Sediment führt zu einem Anstieg der maximalen Axialgeschwindigkeit in diesem Bereich um einen Faktor von 3.8. Der Verbleib des dünnen Kanals ist nur durch den axialen Transport der schon abgeschiedenen Partikeln durch Sedimentfließen zu erklären.

Zur detaillierten Diskussion ist in Abbildung 9.3 die in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über die axiale Position x_{ax} in Abhängigkeit der Prozesszeit dargestellt. Der Zulauf befindet sich an der axialen Position $x_{\text{ax}} = 0$ m. Die aufgrund des festen Kerns maximal zu erreichende Sedimenthöhe beträgt $h_{\text{max}} = 0.011$ m. Das Sediment baut sich in axialer Richtung inhomogen auf, wie nach den experimentellen Untersuchungen des Trennvorgangs vom partikulären Kalkstein zu erwarten war, siehe Kap. 8.2.

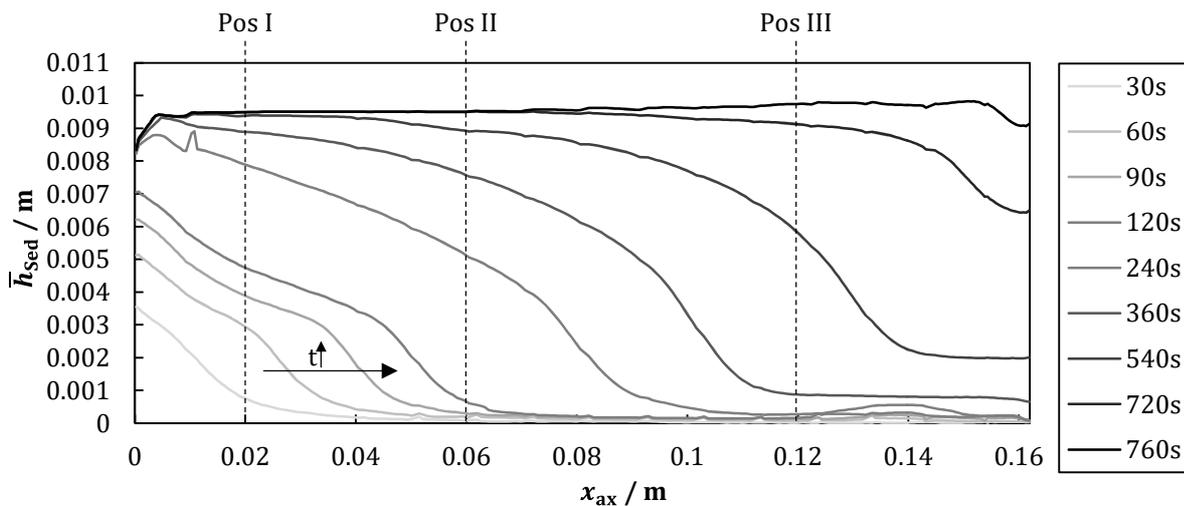


Abbildung 9.3: Sedimentverteilung im Rotor in Abhängigkeit der Prozesszeit

Nach $t = 30$ s ist ein kleiner Bereich direkt hinter dem Zulauf mit abgeschiedenen Partikeln gefüllt. Der Großteil des Sediments befindet sich in den vorderen 0.02 m und weist einen Böschungswinkel von circa 8.5 Grad auf. Ab $x_{\text{ax}} = 0.02$ m geht das Sediment eine weiträumige Auslaufzone mit einem flacheren Winkel über.

Mit wachsender Prozesszeit ändert sich der Böschungswinkel im Bereich des Sediments bis zur Auslaufzone. Es bilden sich zwei Zonen mit unterschiedlichen Böschungswinkeln aus. So flacht der Böschungswinkel in der ersten Zone immer weiter ab und liegt bei $t = 60$ s in den vorderen 0.02 m des Sediments bei ungefähr 7 Grad. Im hinteren Bereich von 0.02 m bis zur Auslaufzone steigt der Böschungswinkel dagegen an und liegt hier bei circa 9 Grad. Mit dem Anwachsen des Sediments vergrößert sich die vordere Zone mit dem flacheren Böschungswinkel, während sich die axiale Ausdehnung der Zone mit dem größeren Winkel weitestgehend nicht verändert. Es kommt jedoch zu einer Veränderung der Böschungswinkel. So reduziert sich der Böschungswinkel in der vorderen Zone auf ungefähr 5 Grad, während der Böschungswinkel des anderen Bereichs auf ungefähr 10 Grad anwächst.

Ab $t = 240$ s ist die Wechselwirkung des Sediments mit der Strömung ersichtlich. Es bildet hat sich bei $x_{ax} \approx 0.01$ m eine Vertiefung. Der Grund hierfür sind kurzzeitig auftretende Wirbel, die den abgeschiedenen Feststoff teilweise redispergieren und gleichzeitig Sediment an der Oberfläche in Richtung des Überlaufwehrs verschieben. Ab $t > 360$ s verändert sich die Sedimentform so, dass kein Böschungswinkel mehr angegeben werden kann. Der Grund dafür ist das verstärkte Sedimentfließen beim Hineinwachsen des Sediments in die Grenzschicht der Strömung. Das führt zu einem Transport der abgeschiedenen Partikel in axialer Richtung und dadurch zu einer konstanten Sedimenthöhe im vorderen Bereich des Rotors. Gleichzeitig führt das Sedimentfließen mit der Zeit zu einer verstärkten Akkumulation von Sediment im hinteren Teil des Rotors. Sehr gut ist dies bei $t = 760$ s durch den Anstieg der Sedimenthöhe vom Einlass zum Auslass hin zu erkennen.

9.3 Verdichtungszustand des Sediments

Neben der reinen Abscheidung der Partikel spielt in der Praxis auch die Entfeuchtung des Sediments eine wichtige Rolle. Eine Entfeuchtung von kompressiblen Sedimenten erfolgt in Vollmantelzentrifugen nur über eine Erhöhung des Verdichtungszustands. Das Ziel dabei ist es ein möglichst stark komprimiertes Sediment mit minimaler mittlerer Porosität zu erhalten. Daher erfolgt in diesem Abschnitt die detaillierte Betrachtung des Verdichtungszustands im Sediment in Abhängigkeit der axialen Position und der Prozesszeit. Die Lage der drei ausgewählten axialen Positionen (I, II und III) ist in Abb. 9.3 eingezeichnet. Position I liegt bei $x_{ax} = 0.02$ m, was zu einer relativen axialen Position

$$x_{ax,Rel} = \frac{x_{ax}}{x_{ax,max}} = 0.12 \quad (9.3)$$

führt. Die Position II liegt bei $x_{ax} = 0.06$ m und die Position III bei $x_{ax} = 0.12$ m, was $x_{ax,Rel} = 0.37$ bzw. $x_{ax,Rel} = 0.74$ entspricht.

In Abbildung 9.4 ist \bar{h}_{Sed} über den integralen Feststoffvolumenanteil aller fünf Partikelklassen $\alpha_{P,Ges}$ an den drei Positionen I, II und III für vier Zeitpunkte aufgetragen. Die Auftragung ist der in der Literatur typischen Darstellung von Simulationsergebnissen des Verdichtungszustands von Sedimenten nachempfunden, siehe zum Beispiel [19,39]. Der Einfluss des kompressiblen Materialverhaltens auf die Sedimentstruktur ist anhand der Verteilung des Feststoffvolumenanteils gut zu erkennen. Die Sedimenthöhe beeinflusst durch den damit ansteigenden Feststoffgerüstdruck innerhalb des Haufwerks den lokalen Verdichtungszustand. Die Änderung des Verdichtungszustands

mit der Sedimenthöhe ist besonders bei niedrigen Höhen stark ausgeprägt. So liegt bei $t = 120$ s der maximale Verdichtungszustand im Sediment bei $\alpha_{P,Ges,max} = 0.45$. Bis $t = 720$ s erhöht sich dieser nur noch auf $\alpha_{P,Ges,max} = 0.47$, obwohl sich die Sedimenthöhe zwischen den beiden Zeitpunkten mehr als verdoppelt. Weiterhin erhöht sich der mittlere Feststoffvolumenanteil des Sediments von $\bar{\alpha}_{P,Ges} = 0.41$ nur auf $\bar{\alpha}_{P,Ges} = 0.42$. Der Grund hierfür ist der reduzierte Einfluss des Feststoffgerüstdrucks mit steigendem Feststoffvolumenanteil durch die Erhöhung des Kompressionswiderstands.

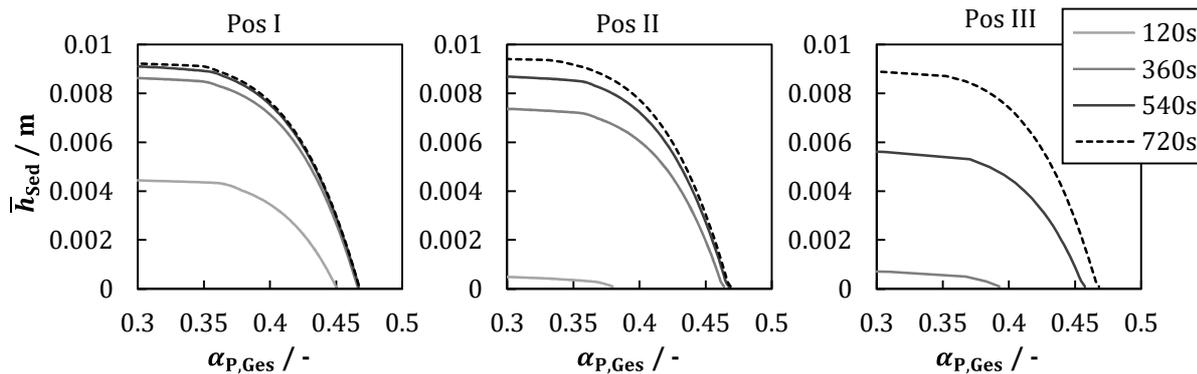


Abbildung 9.4: Vergleich des Konsolidierungszustands durch die Auftragung der in tangentialer Richtung gemittelten Sedimenthöhe \bar{h}_{Sed} über den gesamten Feststoffvolumenanteil an drei axialen Positionen: $x_{ax} = 0.02$ m (Pos I), $x_{ax} = 0.06$ m (Pos II), und $x_{ax} = 0.12$ m (Pos III) zu ausgewählten Zeitpunkten.

Im oberen Bereich des Sediments wirkt eine vergleichbar geringe Normalspannung. Dadurch ist hier die Änderung des Verdichtungszustands mit der Sedimenthöhe am größten. Dieser Effekt ist bei allen drei axialen Positionen zu beobachten. Der Unterschied zwischen den Verdichtungszuständen für die axialen Positionen ist jedoch wegen dem ungleichmäßigen Sedimentaufbau in Abhängigkeit der Prozesszeit unterschiedlich stark ausgeprägt.

Bei $t = 120$ s ist der Unterschied am größten, da sich bis dahin nur bei Position I ein nennenswertes Sediment gebildet hat. Bei Position II ist nur eine dünne Schicht vorhanden, bei Position III sind noch keine Partikel sedimentiert. Mit der Zeit und dem dadurch wachsenden Sediment gleicht sich der Verdichtungszustand an, da zum Schluss ein annähernd gleichverteiltes Sediment vorliegt. So schwankt die in tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe zwischen $\bar{h}_{Sed} = 0.0091 - 0.0096$ m. Dadurch befindet sich zum Schluss des Trennprozesses ein Sediment mit einem maximalen Feststoffvolumenanteil von $\alpha_{P,Ges,max} = 0.47$ und einem mittleren Feststoffvolumenanteil von $\bar{\alpha}_{P,Ges} = 0.425$ vor.

Die in diesem Abschnitt gewonnenen Erkenntnisse zeigen, dass die Ausbildung eines möglichst hohen Sediments die Entfeuchtung nicht verbessert. So erhöht sich der mittlere Verdichtungszustand des Sediments bei den gewählten Kompressionsverhaltens bis zum Erreichen einer Sedimenthöhe von circa $h_{\text{Sed}} = 0.0045$ m, was 41 % der Höhe des Sedimentationsbereichs entspricht. Im Anschluss steigert sich der mittlere Verdichtungszustand kaum. Ein höheres Sediment führt jedoch zu einer Verschlechterung der Abscheidung, siehe Kap. 9.5. Daher kann es bei gekoppelten Prozesszielen von möglichst hohem Trenn- und Entfeuchtungsgrad vorteilhaft sein, die Zentrifuge nur bis zu einem gewissen Teil zu füllen und anschließend den Prozess zu beenden.

9.4 Klassierung beim Trennprozess

Ein weiteres mögliches Prozessziel stellt eine gezielte Klassierung der partikulären Phase dar. Solange keine Zonensedimentation vorliegt, treten bei polydispersen Partikelsystemen aufgrund des Einflusses der Partikelgröße auf die Sinkgeschwindigkeit Segregationseffekte auf [33]. Durch die Durchströmung von Röhrenzentrifugen erfolgt eine Klassierung des Partikelsystems in axialer Richtung, siehe Kap. 2.4. Die Diskussion über die Klassierung erfolgt exemplarisch anhand der vorliegenden Partikelgrößenverteilung im sich bildenden Sediment zu verschiedenen Zeitpunkten und axialen Positionen. Für eine bessere Verständlichkeit erfolgt die Durchnummerierung der fünf verwendeten Partikelklassen, welche in Tabelle 9.2 zusammengefasst ist.

Tabelle 9.2: Durchnummerierung der Partikelklassen anhand des Durchmessers

Bezeichnung	Durchmesser / μm
Partikelkasse 1 (PK1)	0.6
Partikelkasse 2 (PK2)	1.1
Partikelkasse 3 (PK3)	1.8
Partikelkasse 4 (PK4)	2.8
Partikelkasse 5 (PK5)	4.0

In Abbildung 9.5 a) ist die Partikelgrößenverteilung an den drei axialen Positionen I ($x_{\text{ax}} = 0.02$ m), II ($x_{\text{ax}} = 0.06$ m) und III ($x_{\text{ax}} = 0.12$ m) für den Zeitpunkt $t = 360$ s dargestellt. Die gezeigten Partikelgrößenverteilungen (PGV) sind für eine bessere Vergleichbarkeit in radialer und tangentialer Richtung gemittelt.

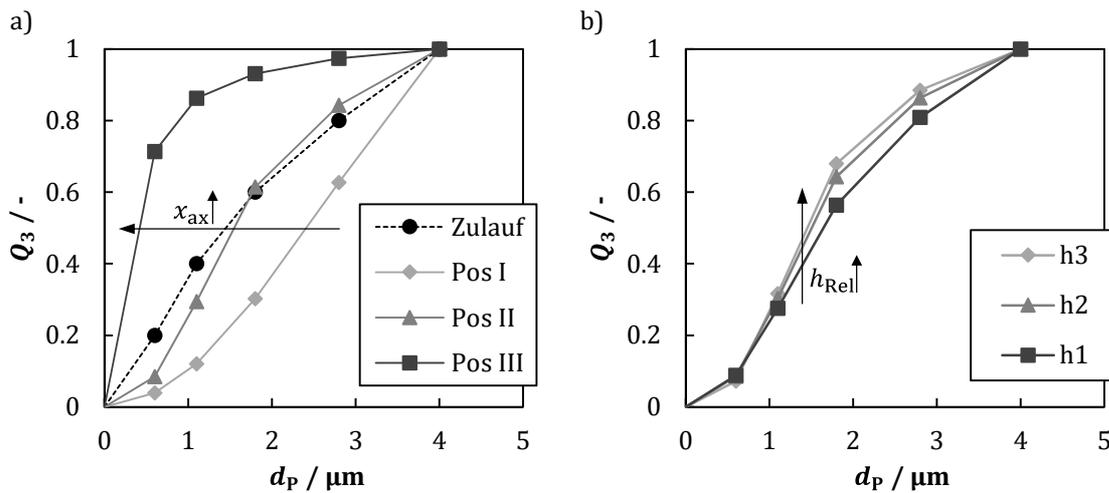


Abbildung 9.5: In a) sind die in tangentialer und radialer Richtung gemittelten Partikelgrößenverteilungen an drei axialen Position für den Zeitpunkt $t = 360$ s dargestellt. In b) ist der Einfluss der radialen Position auf die in tangentialer Richtung gemittelten PGV an der axialen Position II zu dem Zeitpunkt $t = 360$ s gezeigt.

Die Sedimentationsgeschwindigkeit der einzelnen Partikelklassen führt dazu, dass sich im vorderen Bereich des Rotors (Pos I) verstärkt die groben Partikel ablagern. Ersichtlich ist dies in der Verschiebung der ursprünglichen Partikelgrößenverteilung (Zulauf) hin zu größeren Durchmessern. So schrumpft der Massenanteil der Partikelklasse 1 um 80 %, dagegen wächst der Anteil der Partikel mit dem größten Durchmesser (PK5) um 85 % an.

Im hinteren Bereich des Sediments (Position III) ergibt sich ein umgekehrtes Ergebnis. An dieser Stelle sedimentieren zum untersuchten Zeitpunkt vorwiegend die feineren Partikel. So nimmt die Partikelklasse 1 hier 71 % der sich hier im Sediment befindenden Feststoffmasse ein. An der Position II kommt es zu einer verstärkten Akkumulation der Partikelklasse 3. Die Partikel mit dem Durchmesser $d_p = 1.8 \mu\text{m}$ machen hier einen Massenanteil von 32 % aus. Gleichzeitig sinkt der Massenanteil von PK1 und PK 5 auf 8 % bzw. 17 %. Bei den anderen beiden Partikelklassen kommt es zu keiner signifikanten Änderung.

Das Sediment führt zu einer Verringerung des Sedimentationswegs. Daher kann es nicht nur zu einer Abhängigkeit der Partikelgrößenverteilung von der axialen, sondern auch von der radialen Position bzw. Höhe kommen. In Abbildung 9.5 b) sind die Partikelgrößenverteilungen an der axialen Position II zum Zeitpunkt $t = 360$ s für drei Höhenpositionen innerhalb des Sediments gezeigt. Die dargestellten Partikelgrößenverteilungen stellen hier nur Mittelungen in tangentialer Richtung dar. Die gemittelte Sedimenthöhe ist zu diesem Zeitpunkt $\bar{h}_{\text{Sed}} = 0.0076$ m. Zum Vergleich der einzelnen Höhenposition im Sediment dient die relative Höhe

$$h_{\text{Rel}} = \frac{h}{h_{\text{Sed}}}. \quad (9.4)$$

Die Position h_1 entspricht einer relativen Höhe von $h_{\text{Rel},1} = 0.01$, die Position h_2 von $h_{\text{Rel},2} = 0.62$ und h_3 von $h_{\text{Rel},3} = 0.94$. Der Einfluss der Höhenposition im Sediment auf die Partikelgrößenverteilung fällt im Vergleich zur axialen Position nur geringfügig aus. Der Grund dafür ist das Kompressionsverhalten. So sorgt das kompressible Verhalten des Sediments zu einem Transport der abgeschiedenen Partikel in radialer Richtung. Allgemein kommt es zu einer Verarmung an Partikelklasse 1. Der Massenanteil von PK1 ist an jeder der betrachteten Höhenposition $< 9 \%$. Bei den anderen Partikelklassen weicht der Massenanteil der einzelnen relativen Höhen stärker voneinander ab. So kommt es zur Akkumulation von PK3 und PK4 auf einen Massenanteil von 29% bzw. 25% in der untersten Schicht des Sediments (h_1). Mit wachsender Höhenposition verschiebt sich die Partikelgrößenverteilung hin zu kleineren Partikeln. So befinden sich bei h_2 vorwiegend die Partikel von PK3 mit einem Massenanteil von über 34% . Zwischen der Höhenposition h_2 und h_3 kommt es nur zu einer leicht stärkeren Akkumulation an Teilchen aus den Partikelklassen 2 und 3. Deren gemeinsamer Massenanteil vergrößert sich von 56% bei h_2 auf 60% bei h_3 .

Dem hingegen hat die Änderung der Strömung durch die Verengung des frei durchströmbar Querschnitts im Laufe der Prozesszeit eine große Auswirkung auf die zeitliche Partikelgrößenverteilung. Die Verengung und damit die Änderung der Axialgeschwindigkeit zusammen mit dem reduzierten Sedimentationsweg führen zu einem sich zeitlich ändernden Trennverhalten der Partikel. Das spiegelt sich in der zeitlichen Änderung der PGV im Sediment wider, was gut in Abbildung 9.6 zu erkennen ist. Hier sind die in radialer und tangentialer Richtung gemittelten Partikelgrößenverteilungen für vier Zeitpunkte an Pos I, II und III der Partikelgrößenverteilung im Zulauf gegenübergestellt.

Bei Position I liegt bei $t = 120 \text{ s}$ eine verstärkte Ansammlung der größeren Partikel vor. Dieser Trend verstärkt sich noch mit der Zeit. Ab $t = 540 \text{ s}$ fällt an dieser Stelle die zeitliche Änderung der Partikelgrößenverteilung vernachlässigbar gering aus.

Der Trend zur Verschiebung der Partikelgrößenverteilung hin zu größeren Partikeln mit wachsender Prozesszeit beziehungsweise Sedimenthöhe ist auch an den beiden anderen beiden axialen Positionen zu sehen. Bis $t = 120 \text{ s}$ hat sich an der Position II nur ein sehr niedriges Sediment gebildet, welches fast ausschließlich aus Partikeln mit einem Durchmesser von $d_p < 2 \mu\text{m}$ (PK1 bis PK3) besteht. Danach kommt es jedoch auch hier zu einer verstärkten Akkumulation von Partikeln der Klassen PK4 und PK5.

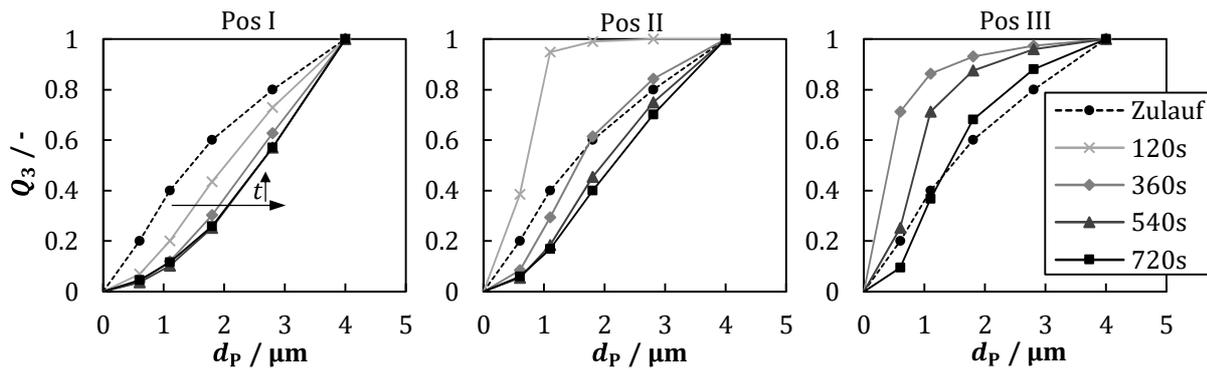


Abbildung 9.6: Einfluss der Prozesszeit auf die Partikelgrößenverteilung an den drei axialen Positionen: Pos I ($x_{ax} = 0.02$ m), Pos II ($x_{ax} = 0.06$ m) und Pos III ($x_{ax} = 0.012$ m)

Bei der Position III liegt bei $t = 120$ s noch kein Sediment vor. Ab dem Vorhandensein eines Sediments tritt auch hier eine starke Verschiebung zu den Partikeln mit der Partikelgröße $d_p < 2 \mu\text{m}$ auf, siehe $t = 360$ s. So besteht das Sediment zu diesem Zeitpunkt zu über 71 % aus Partikeln mit $d_p = 0.6 \mu\text{m}$ (PK1). Im Laufe des Trennvorgangs kommt es aber auch hier zu einer Verschiebung der PGV durch eine verstärkte Anreicherung der Partikel mit dem Durchmesser $d_p = 1.8 \mu\text{m}$ (PK3).

Die Verschiebung der Partikelgrößenverteilung korreliert allgemein mit der Änderung der Sedimenthöhe, siehe vergleichend Abb. 9.4 oder 9.3. Je größer die Änderung der Sedimenthöhe zwischen den betrachteten Zeitpunkten ist, umso größer ist die Verschiebung der Partikelgrößenverteilung. Weiterhin kommt es während des Prozesses zu einer Verarmung der Partikel mit dem kleinsten Durchmesser (PK1), da die Verweilzeit in der Zentrifuge nicht mehr ausreicht, um diese vollständig abzuscheiden. So schrumpft deren Massenanteil von 20 % in der Ausgangssuspension auf 9.8 % im Sediment bei $t = 720$ s. Die Unterschiede der Partikelgrößenverteilung in axialer Richtung nehmen mit der Prozesszeit ab, jedoch liegt auch gegen Prozessende noch eine axiale und radiale Klassierung des Partikelsystems vor. Gründe hierfür sind der Einfluss des Sediments auf die Strömungsbedingungen, der reduzierte Sedimentationsweg und das Sedimentfließen. Durch die Erhöhung der Axialgeschwindigkeit werden die Partikel vor deren Abscheidung weiter in den Rotor hineingetragen. Das Sedimentfließen führt zum axialen Transport schon abgeschiedener Partikel. So werden dadurch Partikel, welche ansonsten aufgrund der Partikelgröße vermehrt im vorderen Bereich sedimentieren, in die hinteren Bereiche des Rotors transportiert. Des Weiteren beeinflusst die lokale PGV das Materialverhalten. Den Einfluss der PGV auf das Kompressions- und Fließverhalten kann aufgrund fehlender experimenteller Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt werden.

Die Segregationseffekte führen somit zur Ausbildung von sich unterscheidenden Partikelgrößenverteilung im Sediment in Abhängigkeit der Prozesszeit und der betrachteten Position im Sediment. So ermöglicht die Simulationemethode die Klassierung der dispersen Phase numerisch vorherzusagen. Das eröffnet die Möglichkeit eines signifikanten Zuwachses an Prozessverständnis, um gezielte Klassierungsaufgaben auszulegen.

9.5 Prozesstechnische Kenngrößen

In der Praxis erfolgt die Charakterisierung oder Kontrolle eines Trennvorgangs oft nur mittels prozesstechnischer Kenngrößen, wie dem Gesamtabscheidegrad E , dem zeitlichen Abscheidegrad C oder dem Trenngrad T . Der Grund dafür ist die gute experimentelle Zugänglichkeit dieser Größen durch den Vergleich der Feststoffkonzentration der Ausgangssuspension und der geklärten Flüssigkeit. Der zeitliche Abscheidegrad stellt die differentielle Betrachtung des Gesamtabscheidegrads dar. Eine detailliertere Erläuterung der Kenngrößen ist in Kapitel 2.3.2 zu finden. Die Simulationemethode ermöglicht neben den bisher präsentierten Ergebnissen auch die direkte Ableitung dieser Kenngrößen aus den Simulationsergebnissen. Der Gesamtabscheidegrad E und der zeitliche Abscheidegrad C sind zusammen mit dem Füllgrad F in der Abbildung 9.7 über der Prozesszeit t aufgetragen.

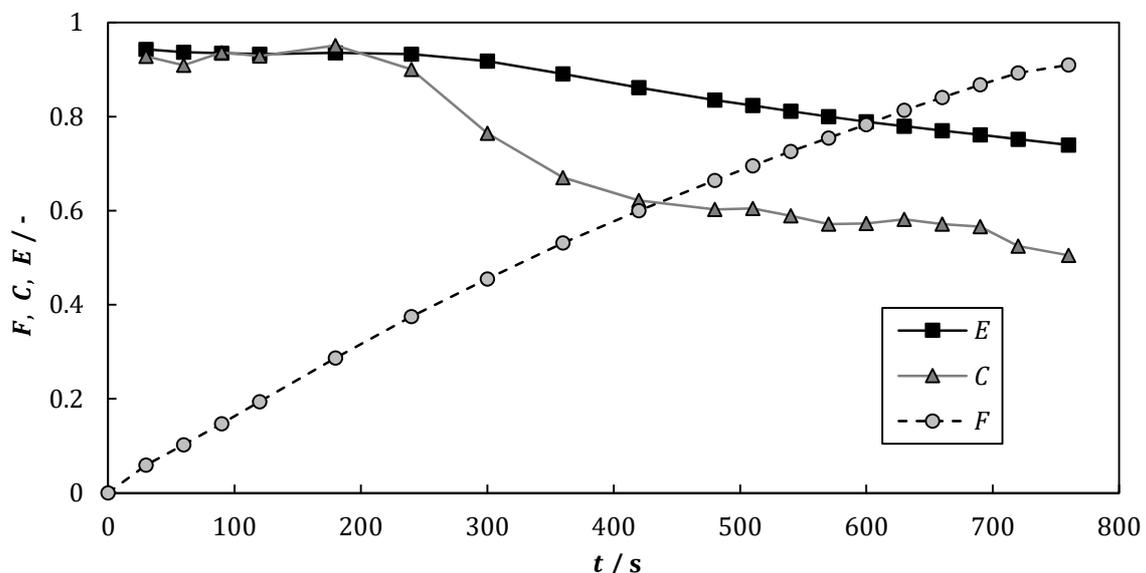


Abbildung 9.7: Prozesstechnische Kenngrößen für den numerisch vorhergesagten Füllvorgang in Abhängigkeit der Prozesszeit: der Gesamtabscheidegrad E , der zeitliche Abscheidegrad C und der Füllgrad F

Bei den verwendeten Prozess- und Stoffeigenschaften erfolgt von Beginn an keine vollständige Abtrennung der dispersen Phase. So liegt bei $t = 20$ s ein zeitlicher Abscheidegrad der zugeführten Partikel von $C = 0.93$ vor. Die restlichen 7 % an Feststoffmasse verlassen zusammen mit der Flüssigkeit den Sedimentationsbereich über das Überlaufwehr. Bis $t = 240$ s kommt es aufgrund von Wirbeln zu einer geringen Schwankung des Abscheidegrads zwischen $C(t = 60 \text{ s}) = 0.91$ und $C(t = 180 \text{ s}) = 0.95$.

Ab $t = 240$ s reduziert sich der zeitliche Abscheidegrad. Dies entspricht einem Füllgrad von $F = 0.375$. Der Grund für die Änderung des zeitlichen Abscheidegrads liegt in dem Einfluss des Sediments auf die Strömung. Ab diesem Zeitpunkt wächst das Sediment in die axiale Grenzschicht der Strömung hinein und führt zu einer Beschleunigung der Axialgeschwindigkeit. So werden bei $t = 420$ s bei einem Füllgrad von $F = 0.6$ nur noch 62% der zugeführten Partikel abgeschieden. Bis zum Ende des Füllvorgangs verschlechtert sich die Abscheidung der Partikel. So sedimentiert in der Zentrifuge zum Schluss nur noch 52 % des zugeführten Massenstroms an Partikeln.

Der Gesamtabscheidegrad ist die zeitlich integrierte Betrachtungsweise des zeitlichen Abscheidegrads. Der Verringerung des zeitlichen Abscheidegrads führt zu einer Verschlechterung des Gesamtabscheidegrads. So verändert sich der Gesamtabscheidegrad von zu Beginn $E = 0.93$ auf $E = 0.74$ am Ende des Trennprozesses. So werden über den gesamten Trennprozess hinweg 26 % der zugeführten Masse an Feststoff nicht abgeschieden, was zu einem Füllgrad von $F = 0.91$ am Ende des Trennvorgangs führt.

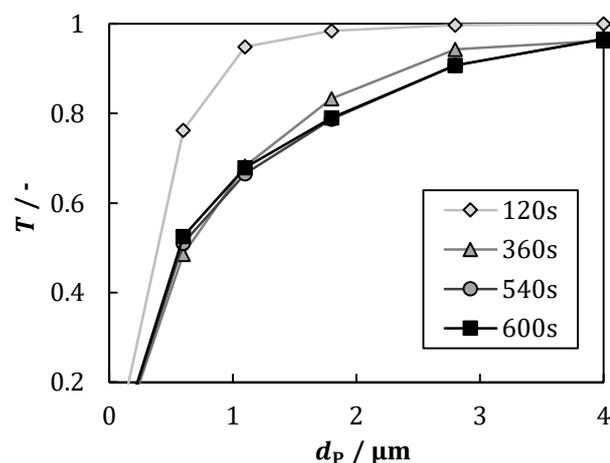


Abbildung 9.8: Trenngrad T für die berücksichtigten Partikelklassen zu vier Zeitpunkten

Beim Trennprozess in Vollmantelzentrifugen steht bei einer Klassierungsaufgabe nicht der Gesamtabscheidegrad, sondern der Trenngrad der einzelnen Partikelgrößen im

Vordergrund. Durch die Abhängigkeit der Sedimentationsgeschwindigkeit von der Partikelgröße ergeben sich nicht nur Unterschiede der PGV im Sediment, sondern auch beim Trenngrad für jede Partikelgröße. In Abbildung 9.8 ist der Trenngrad der bei dieser Simulation berücksichtigten fünf Partikelklassen für vier Zeitpunkte dargestellt. $T(d_p) = 1$ entspricht einer vollständigen Abscheidung der Partikel mit der Größe d_p . Bei $T(d_p) = 0$ kommt es zu keiner Abtrennung der Partikelklasse. Im Anfangsbereich des Trennprozesses ($t \leq 240$ s) ist der Trenngrad näherungsweise konstant. Exemplarisch für diesen Zeitbereich ist nur der Trenngrad bei $t = 120$ s gezeigt. Zu diesem Zeitpunkt erfolgt eine vollständige Abscheidung der Partikelklassen mit dem Durchmesser $d_p \geq 2.8 \mu\text{m}$. Von den Partikeln mit einem Durchmesser von $d_p = 0.6 \mu\text{m}$ sedimentieren nur 76 % im Rotor. Das wachsende Sediment führt bei allen Partikelgrößen zu einer Verschlechterung des Trenngrads. Ab $t = 360$ s gilt für jede berücksichtigte Partikelklasse $T(d_p) < 1$. So sinkt der Trenngrad der kleinsten Partikelgröße nach 360 s auf $T(d_p = 0.6 \mu\text{m}) = 0.48$ und der der größten Partikelgröße auf $T(d_p = 4 \mu\text{m}) = 0.97$. Im weiteren Verlauf des Trennprozesses verändert sich der Trenngrad der Partikelklassen nur noch geringfügig und ist nach $t = 540$ s mit Ausnahme geringster Schwankungen konstant. Das sich bildende Sediment hat somit einen großen Einfluss auf den Trenngrad. Konrath et al. [5] bestätigen diesen Trend mittels experimenteller Untersuchungen für PVC-Partikel. So zeigten sie, dass sich bei konstanten Prozessbedingungen der Trenngrad mit steigender Prozesszeit verschlechtert. Im Vergleich zu Experimenten ermöglicht die Simulationsmethode zusätzlich die abgeleiteten Kenngrößen direkt auf den Strömungszustand rückzuführen und somit das Prozessverständnis zu vertiefen.

9.6 Bestimmung von Verweilzeitverteilungen

Zur Prozessauslegung und Scale-up von Zentrifugen kommen in der Regel stark vereinfachte mathematische Modelle zum Einsatz. Dabei spielt die sich im Rotor einstellende Strömung aufgrund der schwierigen experimentellen Zugänglichkeit eine untergeordnete Rolle. Gleiß [9] zeigt jedoch eine Möglichkeit, die Strömungsbedingungen mithilfe des Verweilzeitverhaltens eines Spurstoffs für eine optimierte Prozessbeschreibung und Auslegung von Röhren- und Dekantierzentrifugen zu berücksichtigen.

Die mit der entwickelten Simulationsmethode in Abhängigkeit der Prozessbedingungen und der Sedimentverteilung erhaltenen Geschwindigkeitsfelder ermöglichen die Bestimmung des Verweilzeitverhaltens durch die numerische Abbildung eines Spurstoffexperiments, siehe Kap. 2.3.3. Dafür wird der Transport eines Spurstoffs, welcher nur der Strömung folgt, mittels einer zu einem definierten Zeitpunkt eingefrorenen

Strömung durch den Rotor bzw. Sedimentationsbereich simuliert. Diese Vorgehensweise erlaubt die Untersuchung des Verweilzeitverhaltens in Abhängigkeit des sich bildenden Sediments im Anschluss an die numerische Vorhersage des Trennprozesses.

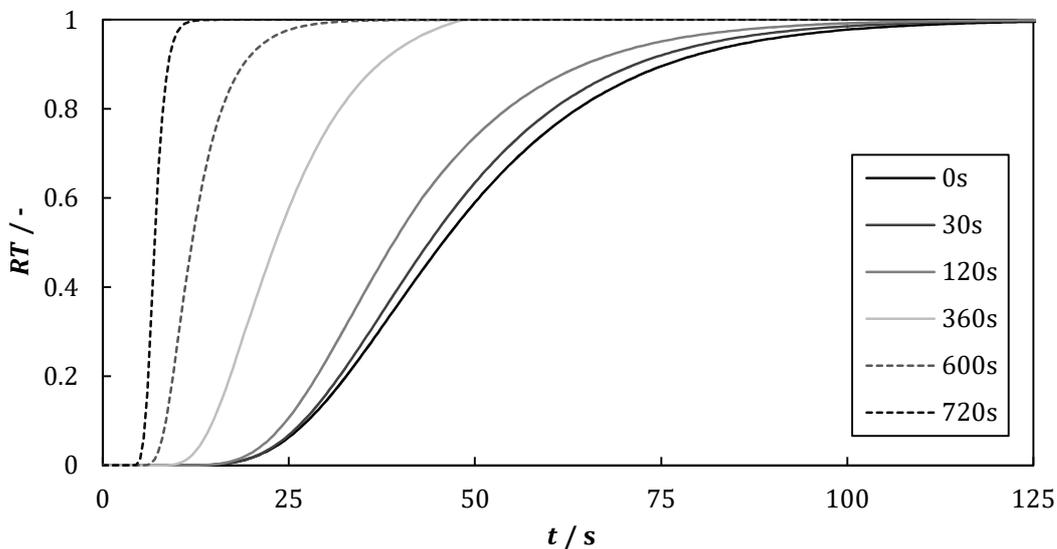


Abbildung 9.9: Numerisch ermittelte Verweilzeitverteilungen RT eines Spurstoffs in Abhängigkeit der Prozesszeit für den Füllvorgang.

In Abbildung 9.9 sind die Verweilzeitverteilungen RT zur Beschreibung des Verweilzeitverhaltens in Abhängigkeit der Prozesszeit dargestellt. Die Verweilzeitverteilung bei $t = 0$ s entspricht dem nur mit Flüssigkeit gefüllten Rotor. Die Strömung weist zu diesem Zeitpunkt eine ausgeprägte axiale Dispersion auf, was an der Breite der Funktion zu erkennen ist. Die vorliegende Strömung entspricht aufgrund der Geometrie des verwendeten Einsatzes einer Grenzschichtströmung. Obwohl das Sediment erst bei höheren Prozesszeiten in die Grenzschicht hineinragt, beeinflusst das Sediment von Anfang an die Verweilzeitverteilung. Wie zu erwarten, verkürzt sich die Verweilzeit des Spurstoffs im Rotor mit der Prozesszeit und dem damit anwachsenden Sediment.

Für einen besseren Vergleich der einzelnen Verweilzeitfunktionen wird auf die Auftragung über der Durchströmziffer FT zurückgegriffen, siehe Abbildung 9.10 a). Die Durchströmziffer stellt die auf die mittlere Verweilzeit τ_{RT} normierte Zeit dar, siehe Gl. (2.33). Es zeigt sich, dass für $t < 540$ s der Einfluss des Sediments auf das Verhältnis aus der mittleren Verweilzeit und der auftretenden axialen Dispersion (Breite der Verweilzeitverteilung) vernachlässigbar klein ist. Deshalb ist für diesen Zeitbereich exemplarisch nur das normierte Verweilzeitverhalten zu den Zeitpunkten $t = 0$ s und $t = 120$ s gezeigt. Ab $t = 540$ s kommt es zu einer geringen Verkleinerung der Breite

der Verteilung, was im Bereich $RT < 0.5$ zu erkennen ist. Beim Voranschreiten der Prozesszeit treten wieder kaum Veränderungen auf, siehe $t = 600$ s. Eine signifikante Änderung der Form der auf die Durchströmziffer bezogenen Verweilzeitfunktion erfolgt erst kurz vor Beendigung des Füllvorgangs ($t = 720$ s). Somit ist es möglich, die Strömungsbedingungen bis zu $t = 600$ s in guter Näherung mithilfe einer Masterkurve für die normierte Verweilzeitverteilung zu beschreiben. Entscheidend hierfür ist das Wissen über den Verlauf der mittleren Verweilzeit während des Prozesses und einer ermittelten Verweilzeitfunktion. Nur für das Ende des Prozesses ist es notwendig, die Strömung mittels individuell angepasster Funktionen zu beschreiben.

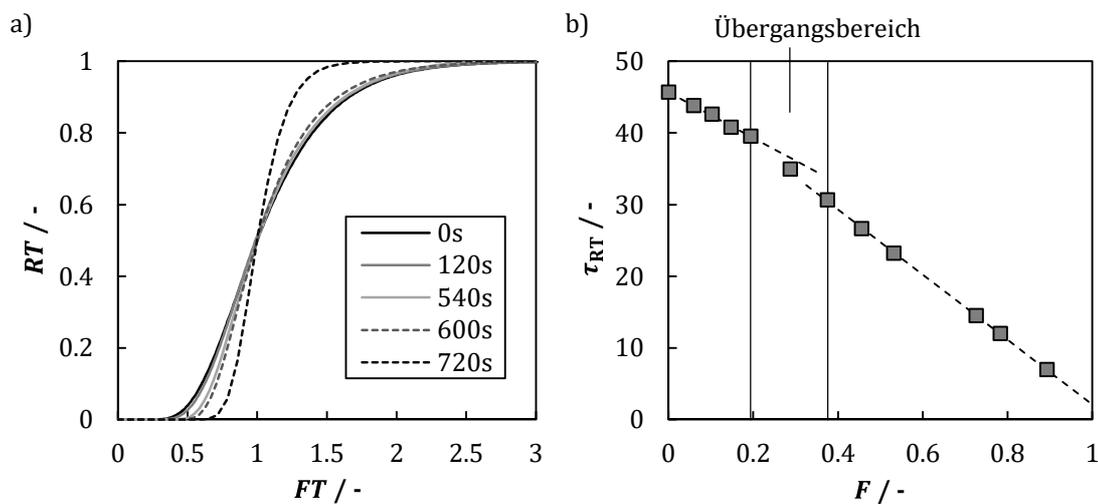


Abbildung 9.10: a) Darstellung der auf die Durchströmziffer FT bezogene Verweilzeitfunktion RT für verschiedene Prozesszeiten. In b) ist der Einfluss des Füllgrads F auf die mittlere Verweilzeit τ_{RT} gezeigt. Die gestrichelten Geraden verdeutlichen die Abhängigkeit der mittleren Verweilzeit von dem Füllgrad.

In Abbildung 9.10 b) ist die mittlere Verweilzeit τ_{RT} in Abhängigkeit des Füllgrads F dargestellt. Es ergeben sich drei Bereiche mit einem unterschiedlichen Einfluss des Füllgrads. Bis zu einem Füllgrad von $F = 0.19$, das entspricht einer Prozesszeit von $t = 120$ s, ergibt sich die lineare Abhängigkeit

$$\tau_{RT} = -31.8s \cdot F + 45.7s. \quad (9.5)$$

Ab einem Füllgrad von $F = 0.375$ ($t = 240$ s) gilt für die mittlere Verweilzeit

$$\tau_{RT} = -45.3s \cdot F + 47.4s. \quad (9.6)$$

Dazwischen liegt ein Übergangsbereich, welcher keine lineare Abhängigkeit zwischen der mittleren Verweilzeit und dem Füllgrad aufweist.

Der Einfluss des Sediments auf die mittlere Verweilzeit fällt somit zu Beginn des Trennprozesses geringer als im späteren Verlauf aus. Der Grund dafür liegt in der

Sedimentverteilung (vgl. Abb. 9.3). Bei $F \leq 0.19$ befindet sich das Sediment unterhalb der axialen Grenzschicht. Trotzdem hat das Sediment hier einen Einfluss auf Strömung und somit auf das Verweilzeitverhalten. Im Übergangsbereich wächst das Sediment in die Grenzschicht hinein, wodurch sich der Einfluss des Sediments auf die Strömungsbedingungen erhöht. Ab $F \geq 0.375$ wächst das Sediment maßgeblich nur noch in axialer Richtung und beeinflusst in einem immer größeren Bereich die Grenzschichtströmung.

Um den Einfluss der Sedimentverteilung auf das Verweilzeitverhalten vertieft zu untersuchen, ist in Abbildung 9.11 a) die Sedimentverteilung und die Axialgeschwindigkeiten für zwei Simulationen nach $t = 100$ s Prozesszeit dargestellt. Die beiden Simulationen unterscheiden sich nur beim Fließverhalten des Sediments. So entspricht das Fließverhalten von FV1 einem schwer-fließenden Sediment und von FV2 einem leicht-fließenden. Die anderen Materialeigenschaften und die Prozessbedingungen sind identisch.

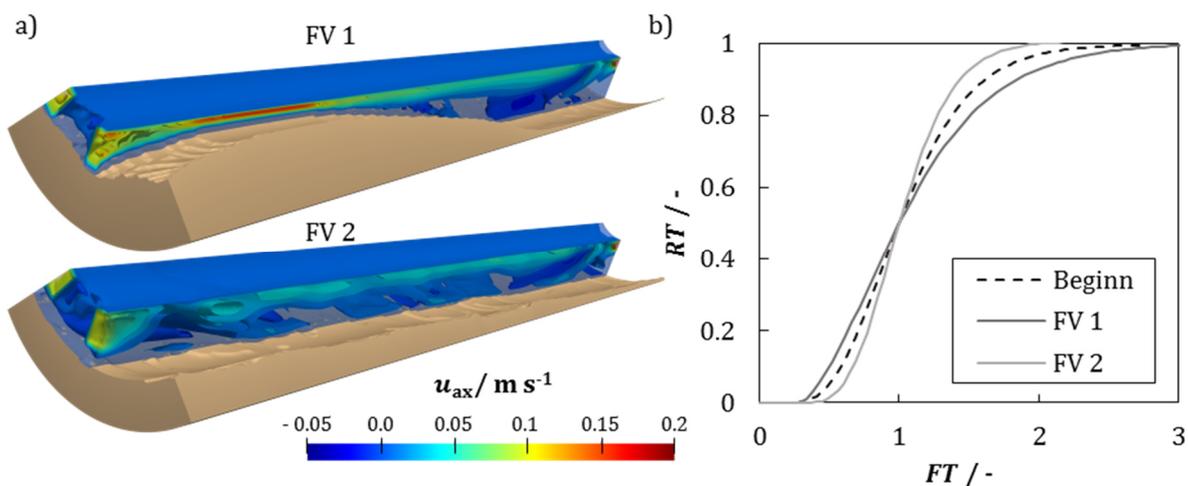


Abbildung 9.11: a) Einfluss des Fließverhaltens auf die Sedimentverteilung und die axiale Geschwindigkeit im Suspensionsbereich für ein schwer-fließendes (FV 1) und ein leicht-fließendes Sediment (FV 2). In b) sind die dazugehörigen auf die Durchströmziffer FT bezogenen Verweilzeitfunktionen RT verglichen.

Die Sedimentverteilungen weichen stark voneinander ab. Das schwer-fließende Sediment (FV 1) bildet sich vor allem im vorderen Bereich des Rotors und ragt in die Grenzschicht hinein. Dies führt zu einer starken Erhöhung der Axialgeschwindigkeit an dieser Position. Im hinteren Bereich befindet sich kaum Sediment, was wieder zu einer Aufweitung des frei durchströmbareren Querschnitts führt. Das leicht-fließende Sediment verteilt sich gleichmäßiger im Rotor und verbleibt überall unterhalb der Grenzschicht.

In 9.11 b) sind die dazugehörigen auf die Durchströmziffer bezogenen Verweilzeitverteilungen gezeigt. Die mit „Beginn“ gekennzeichnete Verteilung gehört zum Ausgangszustand für die Simulationen, bei welchen die Zentrifuge mit reiner Flüssigkeit durchströmt wird. Bezogen auf die Durchströmziffer weist das Sediment mit dem Fließverhalten FV 1 eine vergrößerte axiale Dispersion auf als die Strömung im Rotor ohne Sediment („Beginn“) auf. Die Ursache hierfür liegt in der Verengung und anschließenden Aufweitung des durchströmbaren Querschnitts durch das Sediment. So führt der dünne Spalt zwischen Sediment und Innenwand nahe dem Einlass zu einer Erhöhung der Axialgeschwindigkeit. In dem Bereich mit der dünnen Deckschicht an Sediment liegt jedoch immer noch eine Grenzschichtströmung vor. Die erhöhte Axialgeschwindigkeit führt zu einem größeren Impulsaustausch mit der stagnierenden Schicht. Dadurch verstärken sich dort die Wirbel, welche für eine verstärkte Rückvermischung sorgen. Das Sediment mit dem Fließverhalten FV 2 verteilt sich gleichmäßiger im Rotor und reduziert damit nur maßgeblich die stagnierende Schicht, ohne die axiale Grenzschicht zu beeinflussen. Daraus resultiert eine Reduktion der mittleren Verweilzeit, die geringer ausfällt als bei FV 1, und gleichzeitig eine Verringerung der Rückvermischung im Rotor. Die sich ergebenden mittleren Verweilzeiten sind in Tabelle 9.3 gezeigt. Das Hineinragen in die Grenzschicht führt dazu, dass sich die mittlere Verweilzeit bei FV 1 um 42 % von $\tau_{RT} = 18.1$ s auf $\tau_{RT} = 10.5$ s reduziert. Bei FV 2 verringert sich diese nur um 31.5 % auf $\tau_{RT} = 12.4$ s.

Tabelle 9.3: Mittlere Verweilzeiten der in Abb. 9.11. diskutierten Simulationen

Mittlere Verweilzeit τ_{RT} / s	
Beginn	18.1
FV 1	10.5
FV 2	12.4

So führt ein gleichmäßiger verteiltes Sediment bei den gleichen Prozessbedingungen zu einer größeren mittleren Verweilzeit und einer Verringerung der axialen Dispersion. Beides gibt den Partikeln eine größere Zeitspanne zum Sedimentieren, was das Trennergebnis verbessert. Dies lässt darauf schließen, dass ein möglichst homogen verteiltes Sediment vorteilhaft für das Verweilzeitverhalten ist. Welche Sedimentverteilung jedoch schlussendlich von Vorteil ist, erfordert die Untersuchung der Strömungsbedingungen für jeden Trennprozess in Hinblick auf das übergeordnete Prozessziel und dem möglichen Spielraum bei den Prozessbedingungen.

Bei bekannten Materialverhalten (Sedimentations-, Kompressions- und Fließverhalten) ermöglicht die in dieser Arbeit entwickelte Simulationsmethode die numerische Vorhersage des Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge auf der Maschinenebene. Die numerischen Untersuchungen haben im Vergleich zu Experimenten den Vorteil, dass die physikalischen Vorgänge in Röhrenzentrifugen aufgelöst beobachtet werden können. So kann man aus den Simulationen neben der Strömung und der Sedimentverteilung die prozesstechnischen Kenngrößen oder das Verweilzeitverhalten ableiten und auf den Zustand in der Zentrifuge zurückführen.

10 Schlussfolgerung und Ausblick

Die gängigen Methoden zur Vorhersage und Auslegung des Trennprozesses in Vollmantelzentrifugen basieren auf stark vereinfachten mathematischen Modellen, welche weder die vorliegenden Strömungsbedingungen noch die Wechselwirkung mit dem sich bildenden Sediment berücksichtigen. Um das Prozessverständnis zu vertiefen und dadurch die Vorhersage und Auslegung zu verbessern, befasst sich diese Arbeit mit der numerischen Simulation des Trennprozesses im kompletten Rotor der Zentrifuge mithilfe einer neu entwickelten Methode basierend auf einphasigen Strömungssimulationen. Zur Bestimmung des für die numerische Vorhersage erforderlichen Materialverhaltens erfolgt die Entwicklung einer Messapparatur und -prozedur zur Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke. Des Weiteren wird eine Vorgehensweise erarbeitet, um die Simulation experimentell mit Hilfe von quantitativen Messungen in einer Röhrenzentrifuge im Labormaßstab zu validieren. Die dabei gewonnenen Ergebnisse und Erkenntnisse sind diesem Kapitel zusammengefasst. Abschließend findet sich ein kurzer Ausblick für mögliche zukünftige Arbeiten und Anwendungsmöglichkeiten statt.

Rechenzeiteffiziente Simulationsmethode für die numerische Vorhersage des Trennprozesses in Röhrenzentrifugen

Das sich bei der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung im Zentrifugalfeld bildende Sediment beeinflusst die Strömungsbedingungen und dadurch das Prozessergebnis. In den halbkontinuierlich arbeitenden Röhrenzentrifugen ist dies besonders stark ausgeprägt, da es zu keinem automatischen Abtransport des Sediments kommt. Daher ändert sich das Sediment ständig während des gesamten Trennprozesses, was dazu führt, dass sich keine stationären Trennbedingungen einstellen. Weiterhin verhindert die Bauform von Zentrifugen eine Beobachtung der ablaufenden Vorgänge im Verfahrensraum. Langzeitsimulationen der dispersen Mehrphasenströmung auf der Maschinenebene unter Berücksichtigung des Sedimentaufbaus stellen daher eine Möglichkeit für eine verbesserte Prozessvorhersage dar.

Hierbei gelingt der in der vorliegenden Arbeit entwickelten Simulationsmethode die Gratwanderung zwischen dem Rechenzeitbedarf und dem Detaillierungsgrad der numerischen Vorhersage des Trennprozesses polydisperser Partikelsysteme.

Entscheidend für die rechnergestützte Vorhersage ist die Berücksichtigung des Materialverhaltens der Suspension und des Sediments. Die Simulationsmethode ist in das Open Source Softwarepaket OpenFOAM integriert und basiert auf dem Standardsolver SRFPimpleFOAM.

Die Grundlage der Methode ist die Vereinfachung des vorliegenden Mehrphasensystems durch die Zusammenfassung der flüssigen und partikulären Phase zu einer Mischphase, für welche die Erhaltungsgleichungen der Masse und des Impulses (Navier-Stokes-Gleichungen) zur Bestimmung der örtlichen Strömungsgeschwindigkeit gelöst werden. Die Darstellung des Partikelsystems erfolgt als volumengewichtete Größe mit einer diskreten Partikelgrößenverteilung, was einem Euler/Euler-Verfahren entspricht. Das Lösen einer Transportgleichung für jede Größenklasse ermöglicht die Berechnung der größenabhängigen Partikelbewegung. Um dabei die Rechenzeit zu minimieren, werden bei den Simulationen quasi-stationäre Strömungsbedingungen angenommen und das Prinzip der Strömungsähnlichkeit verwendet. Dieses Vorgehen ermöglicht in Abhängigkeit der gewählten Prozessbedingungen eine Rechenzeitreduktion um mehr als zwei Größenordnungen bei einer minimalen Beeinflussung des Simulationsergebnisses.

Um eine weitere Rechenzeitreduktion zu erreichen, sind die Wechselwirkungen zwischen dem Sediment und der Strömung durch das Fließverhalten der Mischphase mithilfe der Verwendung bereichsweise definierter Funktionen zur Beschreibung der Viskosität, anstatt durch die Erweiterung der Navier-Stokes-Gleichungen mit Quelltermen, abgebildet. So kann für den Bereich des Sediments, der Sedimentgrenze und der Suspension eine andere Viskositätsfunktion verwendet.

Für die Suspension kommt in der vorliegenden Arbeit der Ansatz von Quemada zur Beschreibung der relativen Viskosität zum Einsatz. Somit findet bei der Suspension scherverdünnendes oder scherverdickendes Fließverhalten durch die partikuläre Phase keine Berücksichtigung. Beim Übergang von der Suspension zum Sediment ändert sich sprunghaft das Materialverhalten wegen der Ausbildung von Partikelkontakten im Sediment. Beim Sedimentfließen kann sowohl Fließen als auch Gleiten auftreten. Zur Modellierung des Sedimentfließens werden die beiden Bewegungsformen des Fließens und Gleitens vereinfachend in einer scheinbaren Viskosität zusammengefasst. Das erlaubt die Beschreibung des Fließverhaltens des Sediments äquivalent zu einem Herschel-Bulkley-Fluid. Diese Vorgehensweise ermöglicht, neben der Beeinflussung der Strömungsbedingungen durch das Sediment den Transport abgechiedener Partikel aufgrund von Sedimentfließen abzubilden.

Die Berücksichtigung kompressiblen Materialverhaltens ist durch die Kopplung der Strömungssimulation mit einem eindimensionalen Kompressionsmodell realisiert. Das

Modell konzentriert sich auf die Pressverdichtung als maßgeblicher Verdichtungs Vorgang und erlaubt dabei die Beschreibung von elastischem, plastischem oder elastisch-plastischem Verhalten.

Charakterisierung des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke

Das Fließverhalten des sich bildenden Sediments beeinflusst maßgeblich die Sedimentverteilung und damit das Prozessergebnis. Für die Simulation ist daher eine experimentelle Charakterisierung des Materialverhaltens entscheidend für eine gute Prozessvorhersage. Da es im Bereich der Fließverhaltenscharakterisierung flüssigkeitsgesättigter Haufwerke kein Standardmessverfahren und keine Standardmessapparatur gibt, erfolgt die Entwicklung und Fertigung einer modifizierten Scherzelle für das rechnergestützte Ringschergerät RST.01-pc der Fa. Dr. Dietmar Schulze Schüttgutmesstechnik.

Die Scherzelle ermöglicht die Scherung flüssigkeitsgesättigter Haufwerke mit kompressiblem Materialverhalten unter Normallast durch den Einbau eines Drainagesystems mit Dichtungen zwischen Deckel und Unterteil der Zelle. Der Verfahrensraum der Scherzelle stellt somit für die Partikel ein geschlossenes System und für die Porenflüssigkeit ein offenes System dar. Der Grund für den Einbau eines Drainagesystems ist die Verhinderung von Drainage-Flüssen an Partikel aus dem Verfahrensraum hinaus. Solche Drainage-Flüsse treten unter anderem aufgrund von Kompressionsvorgängen und somit der Verdrängung von Porenflüssigkeit durch Partikel in nicht abgedichteten Apparaturen auf. Weiterhin gewährleistet das Drainagesystem die vollständige Sättigung des Haufwerks unabhängig einer Verdichtung oder eines Aufstehens des Haufwerks während des Scherversuchs.

Die erforderliche Dichtung führt zu einer nicht vernachlässigbaren Verfälschung der Messergebnisse durch die auftretende Reibung. So erhöht diese die gemessene Schubspannung bei gleichzeitiger Verringerung der angelegten Normalspannung. Das Ableiten des Materialverhaltens aus den Messergebnissen erfolgt mithilfe zweier experimentell ermittelter Korrekturfunktionen. Die eine korrigiert die wirkende Normalspannung und die zweite die gemessene Schubspannung. Die Fertigung eines Einsatzes für das Unterteil der modifizierten Scherzelle für die Becherzentrifuge ZK 630 der Fa. Hermle ermöglicht die reproduzierbare Bildung und Vorkonsolidierung der zu untersuchenden Sedimente im Zentrifugalfeld.

Untersuchungen mit der entwickelten Scherzelle erlauben es, neue Erkenntnisse im Bereich des Fließverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke zu gewinnen. Bei der aus der Schüttgutmechanik adaptierten Messprozedur durchläuft die überverfestigte Probe die beiden Zustände des beginnenden und des stationären Fließens. Beim Zustand des beginnenden Fließens setzt sich das Haufwerk in Bewegung. Dieser Zustand

zeichnet sich durch ein lokales Maximum der Schubspannung aus. Bei weiterer Scherung reduziert sich die Schubspannung bei gleichzeitigem Aufstehen des Sediments bis zum Erreichen eines stationären Zustands. Die Unterschiede zwischen den beiden Zuständen werden dabei unter anderem von der Normalspannung und der Partikelgröße beeinflusst. Es hat sich gezeigt, dass sich sowohl bei einem Anstieg der Normalspannung als auch bei einem Anwachsen der Partikelgröße der Unterschied zwischen beiden Zuständen verringert. Im Gegensatz dazu verstärkt sich jedoch der Einfluss der Normalspannung auf die wirkende Schubspannung bei zunehmender Partikelgröße bei gleichzeitiger Verringerung der Kohäsion des Haufwerks. Des Weiteren zeigt sich, dass der Verdichtungszustand das Schubspannungsniveau beider Zustände bestimmt.

Die Messungen lassen darauf schließen, dass die Festigkeit des Partikelsystems das Fließverhalten beeinflusst. Sedimente aus festen und starren Partikeln zeigen eine lineare Abhängigkeit der Schubspannung von der Normalspannung. Bei Sedimenten bestehend aus Partikeln mit einer geringen Festigkeit, wie Lysozymkristalle, tritt Partikelbruch auf, was sich in einem exponentiellen Anstieg der Schubspannung mit der Normalspannung bemerkbar macht. Bestehen im Gegensatz hierzu die Haufwerke aus Partikeln deren Aufbau eine elastische Verformung zulässt, wie zum Beispiel aus Hefezellen, weisen diese ein vollkommen anderes Fließverhalten auf. In diesem Fall ist der Einfluss der Normalspannung auf die Schubspannung vernachlässigbar klein.

Scherversuche mit unterschiedlichen Differenzgeschwindigkeiten zeigen, dass die räumliche Ausdehnung der Scherzone abhängig von der Differenzgeschwindigkeit ist. Weiterhin liegen bei den Zuständen des beginnenden und des stationären Fließens unterschiedliche Bewegungsformen vor. So wandelt sich die Bewegungsform beim Übergang vom beginnenden zum stationären Fließen von Fließen zu Gleiten.

Darüber hinaus führt eine nicht vermeidbare Scherverdichtung bei der Scherung kompressibler Sedimente dazu, dass nur stark verdichtete Proben untersucht werden können. Denn direkt zu Beginn der Scherversuche kommt es zu einer verstärkten und beschleunigten Verdichtung des Sediments. Der dadurch erzeugte Verdichtungszustand entspricht bei reiner Pressverdichtung einem Vielfachen der verwendeten Normalspannung bei der Sedimentbildung oder während der Scherung. Die bei der Scherverdichtung ablaufenden Vorgänge und Einflussfaktoren sind jedoch noch nicht tiefgreifend geklärt. Dies macht eine Berücksichtigung oder Vorhersage dieses Vorgangs bei den Simulationen zum aktuellen Zeitpunkt nicht möglich.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die modifizierte Scherzelle die Untersuchung des Materialverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke ermöglicht und es erlaubt neue Erkenntnisse über das Fließverhalten zu erlangen. Deshalb ist die Entwicklung der Scherzelle trotz der noch bestehenden Herausforderungen ein Schritt in

Richtung eines tiefgreifenden Verständnisses der Vorgänge und Eigenschaften, die das Fließverhalten von flüssigkeitsgesättigten Haufwerken bestimmen.

Validierung der Simulationsmethode

Die Validierung der Simulationsmethode erfolgt in der vorliegenden Arbeit anhand von experimentellen Untersuchungen des Trennprozesses in einer Röhrenzentrifuge im Labormaßstab. Als Modellsystem kommen Kalksteinsuspensionen bestehend aus OmyaCarb Extra Cl und VE-Wasser zum Einsatz. Die Sedimentverteilung ergibt sich aus sämtlichen beim Trennprozess ablaufenden Vorgängen und Einflussfaktoren, wie der Strömung, den Stoffeigenschaften beider Phasen, dem Kompressions- und des Fließverhaltens des Sediments. Daher dient die Sedimentverteilung als quantitative Größe zur Prozessbeschreibung und als Vergleichsgröße zwischen den Experimenten und der Simulation. Neben der Sedimentverteilung erfolgt der Vergleich der mittleren Porosität im Haufwerk.

Die Entwicklung eines speziellen Einsatzes für den Rotor der Röhrenzentrifuge ermöglicht die Entnahme und Untersuchung des Sediments im Anschluss an die Separationsversuche. Der Aufbau des Einsatzes ist so realisiert, dass die Vorbeschleunigungszone vom Sedimentationsbereich getrennt vorliegt und eine Verdrängung des Gaskerns stattfindet. Weiterhin erzwingt die Vorbeschleunigung und das Überlaufwehr eine Grenzschichtströmung im Sedimentationsbereich.

Im Anschluss an die Entnahme des Sediments aus dem Rotor erfolgt die Messung der Sedimenthöhe in Abhängigkeit der axialen und tangentialen Position mithilfe eines an einem rechnergesteuerten XYZ-Tisch verbundenen Abstandslasers. Bei der Untersuchung der Sedimente zeigt sich, dass Sedimentfließen ein wichtiger Faktor bei der Sedimentverteilung ist. So ist die Sedimentoberfläche von lokalen Abgängen an Partikeln äquivalent zu Schnee- oder Gerölllawinen geprägt.

Die mittels der Simulationsmethode vorhergesagte Sedimentverteilung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Experimenten. Die numerisch vorhergesagte Sedimentverteilung weicht bis zum Anwachsen des Sediments in die Grenzschicht nur um 5 % von der experimentell gemessenen ab. Erst bei einer Querschnittsverengung des Zulaufes durch das Sediment ergeben sich größere Unterschiede. Der Grund dafür ist die verwendete Randbedingung für die Geschwindigkeit im Zulauf, welche die Querschnittsverengung nicht abbilden kann.

Auch bei der Porositätsverteilung liegt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment vor. Die relative Abweichung bei der Porosität ist $\leq 5.5\%$. Es hat sich jedoch der Trend gezeigt, dass die Simulation die Porosität des Sediments

leicht überschätzt. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich in der bei den Versuchen auftretenden Scherverdichtung, welche bei der Simulation nicht berücksichtigt wird.

Ableitung von Informationen zur Prozessbeschreibung des Trennvorgangs aus den Strömungssimulationen

Die validierte Simulationsmethode eröffnet die Möglichkeit, den Trennprozess in Röhrenzentrifugen mittels numerischer Versuche mit einem sehr hohen Detaillierungsgrad in Abhängigkeit verschiedenster Einflussparameter zu untersuchen. So erhält man dabei Informationen über die Sedimentverteilung, die Strömung, die auftretende Segregation des Partikelsystems oder die Sedimentstruktur. Das erlaubt neben der Ableitung des transienten Verhaltens der prozesstechnischen Kenngrößen, wie dem Gesamtabscheidegrad oder dem Trenngrad, auch das Verweilzeitverhalten zu bestimmen und sämtliche erhaltene Größen mit dem Strömungszustand in der Zentrifuge zu verknüpfen. Das sich dadurch ergebene Wissen kann neben der Prozesskontrolle oder -steuerung auch für eine erweiterte Modellentwicklung für Simulationsmethoden auf der Prozessebene genutzt werden. Somit stellt die entwickelte Simulationsmethode ein neuartiges Hilfswerkzeug in der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung dar, welches durch die Vertiefung des Prozessverständnisses zur Modellbildung und zu einer optimierten Prozessauslegung beiträgt.

Ausblick

Allgemein bietet die Grundidee der vorgestellten Simulationsmethode viel Raum für weitere Anwendungen in der Fest-Flüssig-Trennung. So beruhen alle Trennverfahren auf einer gerichteten Relativbewegung zwischen der Flüssigkeit und den Partikeln. Daher sollte es möglich sein, die in dieser Arbeit gezeigten Vorteile durch Anpassen der Modellgleichungen zur Berechnung der Partikelbewegung zu nutzen und das Funktionsprinzip der Methode auf die Filtration, der Elektroabscheidung oder die Flotation zu übertragen. Der nächstliegende Schritt zur direkten Vergrößerung des Anwendungsbereichs der Simulationsmethode ist, die Übertragbarkeit auf kontinuierliche Zentrifugentypen, wie Dekantierzentrifugen oder Tellerseparatoren, zu prüfen.

Ein anderer wichtiger Punkt zur Weiterentwicklung der Simulationsmethode stellt die Berücksichtigung des Fließverhaltens des Sediments dar. Standardmäßig erfolgt die Beschreibung eines komplexen Fließverhaltens bei numerischen Strömungssimulationen durch ein Herschel-Bulkley-Fluid. Jedoch ist es aufgrund des Newton'schen Schubspannungsansatzes nur möglich den Spannungszustand oberhalb der Fließgrenze abzubilden (vgl. Gl. (3.1) und (3.2)). Um daher ein ruhendes Sediment bei den Simulationen abzubilden, ist es notwendig, direkt die am Sediment angreifenden Schubspannungen zu berechnen und nicht nur die Scherrate. Mit dem Wissen über die

Schubspannungsverteilung kann das Sediment in Bereiche unterhalb und oberhalb der Fließgrenze eingeteilt werden. Dies ermöglicht die Berücksichtigung beider Fälle eines Herschel-Bulkley-

Fluids. Außerdem ist es denkbar, das Kompressionsmodell für die Überlagerung von Scher- und Pressverdichtung zu erweitern.

Die Entwicklung von Simulationsmethoden in der Partikeltechnik geht Hand in Hand mit der Materialcharakterisierung. So fehlt es aktuell an experimentellen Untersuchungsmöglichkeiten für die Auflösung der Bewegung einzelner Partikel eines sich unter einer Normallast bewegenden Haufwerks. Diese sind erforderlich, um das Verständnis der transienten Vorgänge, wie der Wechsel von Fließen zu Gleiten oder bei der Scherverdichtung zur Modellentwicklung, zu vertiefen. Eine Option könnte die Kernspinresonanz sein. Diese nicht-invasive Methode erlaubt die Beobachtung dynamischer Bewegungsvorgänge oder Prozesse. Voraussetzung ist jedoch die Entwicklung einer Scherapparatur gleichwertig zur entwickelten Scherzelle ausgelegt für den Gebrauch in einem NMR-Tomographen.

Aber auch nur eine Weiterentwicklung der hier vorgestellten modifizierten Scherzelle kann schon zu einem besseren Prozessverständnis führen. Durch die an der Dichtung auftretende Reibung ist es im Moment notwendig auf zwei Korrekturfunktionen zurückzugreifen, um aus Messergebnissen das Materialverhalten zu berechnen. Bei Abnutzung oder Austausch der Dichtungen ist eine aufwendige Überprüfung der Korrekturfunktionen notwendig. Mit den immer kleiner werdenden Messsensoren sollte es in Zukunft möglich sein, die auftretenden Spannungen direkt im Verfahrensraum zu messen. Das führt zum Wegfall der erforderlichen Korrekturfunktionen und einer Vereinfachung der allgemeinen Messprozedur. Weiterhin sind die im Ringschergerät möglichen Differenzgeschwindigkeiten im Vergleich zu den beim Trennprozess auftretenden sehr gering. Hierzu sollte der Einbau eines leistungsfähigeren Motors oder die Neukonstruktion und Auslegung des Ringschergeräts für eine deutlich höhere Differenzgeschwindigkeit eine bessere Annäherung an die realen Prozessbedingungen bringen.

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

a	Beschleunigung	m s^{-2}
A	Fläche	m^2
A_{Ges}	Gesamtfläche der Zulaufkanäle	m^2
A_{Sch}	Schichtfläche	m^2
b_k	Diffusionskoeffizient zur Beschreibung der Feststoffbewegung im Haufwerk	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
b_{SedE}	Grenzfaktor für den Bereich der Sedimentgrenze	-
B	Skalarfeld	-
B_{Sed}	Skalarfeld für den Sedimentbereich	-
B_{SedE}	Skalarfeld für die Sedimentgrenze	-
B_{Susp}	Skalarfeld für den Suspensionsbereich	-
$c_{\text{t,aus}}$	Ausgetragene Massenkonzentration	g l^{-1}
c_W	Widerstandbeiwert	-
c_1	Empirischer Parameter	-
c_2	Empirischer Parameter	-
c_3	Empirischer Parameter	-
$C(t)$	Zeitlicher Abscheidegrad	-
C_η	Empirische Konstante zur Berechnung der turb. Viskosität	-
Co	Courant-Zahl	-
d_a	Außendurchmesser	m
d_{in}	Innendurchmesser	m
d_p	Partikeldurchmesser	m
$d_{\text{P},50,3}$	Volumenbezogener mittlerer Partikeldurchmesser	m
D	Diffusionskoeffizient	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$

D_t	Turbulente Dispersion	$m^2 s^{-1}$
E	Gesamtabscheidegrad	-
f	Anpassungsfunktion	-
f_k	Flussdichtefunktion	$m s^{-1}$
f_1	Korrekturfunktion Normalspannung bei der Scherzelle	-
f_2	Korrekturfunktion Scherspannung bei der Scherzelle	-
\vec{f}	Auf die Dichte bezogene Kraft	$m^4 s^{-2}$
F	Füllgrad	-
\vec{F}	Kraft	N
\vec{F}_A	Auftriebskraft	N
\vec{F}_C	Corioliskraft	N
\vec{F}_G	Gewichtskraft	N
g	Erdbeschleunigung	$m s^{-2}$
h	Höhe	m
h_{Eq}	Sedimenthöhe im Gleichgewicht	m
h_{Rel}	Relative Höhe	-
h_{Start}	Ausgangshöhe des Sediments	m
h_{Sed}	Sedimenthöhe	m
\bar{h}_{Sed}	In tangentialer Richtung gemittelte Sedimenthöhe	m
$H(\tau_W)$	Hilfsgröße	s^{-1}
I	Trägheitsmoment	$kg m^2$
k	Spezifische Konsistenz	$m^2 s^{n_{Rh}-2}$
k_t	Turbulente kinetische Energie	$m^2 s^{-2}$
K	Konsistenz	$Pa \cdot s^{n_{Rh}}$
l	Exponent	-
m	Masse	kg
$m_{P, ein}$	Zugeführte Partikelmasse	kg
$m_{P, ab}$	Abgeschiedene Partikelmasse	kg
$m_{P, aus}$	Ausgetragene Partikelmasse	kg

m_{Δ}	Tangentensteigung	-
\dot{m}	Massestrom	kg s ⁻¹
M	Matrix	-
n	Drehzahl	min ⁻¹
n_{PV}	Anpassungsparameter Pressverdichtung	-
n_{RH}	Fließexponent	-
n_{RZ}	Exponent behinderte Sedimentation (Richardson-Zaki)	-
n_1	Anpassungsparameter Fließgrenze	-
n_2	Anpassungsparameter Fließgrenze	Pa
\vec{n}	Normalenvektor	-
$N_{P,min}$	Minimale Anzahl der beteiligten Partikelschichten	-
p	Druck	Pa
p_s	Feststoffgerüstdruck	Pa
p_0	Kompressionsparameter Tiller	Pa
p_1	Anpassungsparameter Kompression	Pa
p_2	Anpassungsparameter Kompression	-
\bar{p}_s	Mittlerer Feststoffgerüstdruck	Pa
\bar{p}_2	Kinematischer Druck	m ² s ⁻²
p^{\dagger}	Korrekturanteil des Drucks	Pa
P	Punkt	-
Pr	Produktverlust	-
q_3	Massendichteverteilung	m ⁻¹
Q_3	Massensummenverteilung	-
r	Radius	m
\vec{r}	Radius in vektorieller Schreibweise	m
\bar{r}	Mittlerer Radius	m
Re_p	Partikel-Reynoldszahl	-
R	Relaxationsfaktor	-
RT	Verweilzeitverteilung	-

s	Spannungsvektor	Pa
\tilde{s}	Spannungstensor	Pa
S	Sättigungsgrad	-
Sc_t	Turbulente Schmidtzahl	-
\vec{S}_P	Quellterm Impulsaustausch zwischen zwei Phasen	kg m s^{-1}
t	Zeit	s
t_{Help}	Hilfszeit	s
t_{Kon}	Anpassungsparameter Konsolidierung	s
t_R	Rechenzeit	s
$t_{R,\text{rel}}$	Relative Rechenzeit	-
t_v	Seit einer Druckänderung verstrichene Zeit	s
$t_{v,\text{norm}}$	Normierte verstrichene Zeit	-
$T(d_p)$	Trenngrad	-
TF	Durchströmziffer	-
\vec{T}	Drehmoment	Nm
u	Geschwindigkeit	m s^{-1}
u_{ax}	Axialgeschwindigkeit	m s^{-1}
u_{Gleit}	Gleitgeschwindigkeit	m s^{-1}
u_p	Sinkgeschwindigkeit	m s^{-1}
$u_{p,\text{St}}$	Stokes'sche Sinkgeschwindigkeit	m s^{-1}
u_τ	Schubspannungsgeschwindigkeit	m s^{-1}
U_S	Elektrische Speisespannung	V
U_D	Elektrische Ausgabespannung	V
\vec{u}	Geschwindigkeitsvektor	m s^{-1}
\vec{u}_{abs}	Absolutgeschwindigkeit	m s^{-1}
\vec{u}_{d_p}	Partikelgeschwindigkeit	m s^{-1}
\vec{u}_M	Geschwindigkeit der Mischphase	m s^{-1}
\vec{u}_{Rel}	Relativgeschwindigkeit	m s^{-1}
\bar{u}	Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit	m s^{-1}

\bar{u}_{ax}	In tangentialer Richtung gemittelte Axialgeschwindigkeit	$m s^{-1}$
\bar{u}_{Scher}	In radialer Richtung gemittelte Differenzgeschwindigkeit	$mm min^{-1}$
\bar{u}_{tang}	In tangentialer Richtung gemittelte Tangentialgeschwindigkeit	$m s^{-1}$
u^{\dagger}	Korrekturanteil der Geschwindigkeit	$m s^{-1}$
u^*	Geschätzte Geschwindigkeit	$m s^{-1}$
u'	Schwankungsteil der Geschwindigkeit	$m s^{-1}$
V	Volumen	m^3
V_{Ges}	Gesamtvolumen	m^3
V_H	Hohlraumvolumen	m^3
V_L	Flüssigkeitsvolumen	m^3
V_P	Partikelvolumen	m^3
V_{Sch}	Schichtvolumen	m^3
V_{Sed}	Sedimentvolumen	m^3
\dot{V}	Volumenstrom	$m^3 s^{-1}$
W	Scherweg	m
x_{ax}	Axialposition	m
\vec{x}	Positionsvektor	m
y	Wandabstand	m
y^+	Dimensionsloser Wandabstand	-
z_{BF}	Zustand stationäres Fließen	-
z_{SF}	Zustand beginnendes Fließen	-
Z	Schleuderzahl	-
ZP	Zellposition	m

Griechische Symbole

α_B	Bezugsvolumenanteil des Feststoffs	-
$\alpha_{B,Rh}$	Bezugsvolumenanteil des Feststoffs beim Fließverhalten	-
$\alpha_{dP,i}$	Feststoffvolumenanteil mit der Partikelgröße i	-

α_{Eq}	Feststoffvolumenanteil im GGW	-
α_{Gel}	Gelpunkt bzw. Feststoffvolumenanteil am Gelpunkt	-
α_{Krit}	Übergangsfeststoffvolumenanteil von Schwarm- zu Zonen- sedimentation	-
α_L	Volumenanteil der Flüssigkeit	-
α_{max}	Maximaler Feststoffvolumenanteil	-
α_P	Feststoffvolumenanteil	-
$\alpha_{P,Ges}$	Gesamter Feststoffvolumenanteil aller Partikelklassen	-
$\alpha_{P,Ges,0}$	Ausgangsfeststoffvolumenanteil aller Partikelklassen	-
$\Delta\alpha_P$	Feststoffdifferenz	-
β	Kompressionsparameter	-
$\dot{\gamma}$	Scherrate	s ⁻¹
δ	Kronecker-Delta	-
Δh_{norm}	Normierte Höhenänderung	-
Δm	Rel. Abweichung von der Masseerhaltung	%
Δt	Zeitschrittweite	s
Δt_P	Zeitintervall des quasi-stationären Zustand der Strömung	s
$\Delta \vec{x}$	Ausdehnung Rechenzellen	m
ε	Porosität	-
ε_t	Dissipationsrate der kinetischen Energie	m ² s ⁻¹
$\bar{\varepsilon}$	Mittlere Porosität	-
$\bar{\varepsilon}_{BF}$	Mittlere Porosität im Zustand des beginnenden Fließens	-
$\bar{\varepsilon}_{SF}$	Mittlere Porosität im Zustand des stationären Fließens	-
η	Dynamische Viskosität	Pa·s
η_L	Dyn. Viskosität der Flüssigkeit	Pa·s
η_M	Dyn. Viskosität der Mischphase	Pa·s
η_{Matrix}	Dyn. Matrixviskosität	Pa·s
η_{max}	Maximale dyn. Viskosität	Pa·s
η_{Pa}	Dyn. Pastenviskosität	Pa·s
η_R	Relative Viskosität	Pa·s

η_{Susp}	Dyn. Suspensionsviskosität	Pa·s
η_t	Wirbelviskosität	Pa·s
η_{vir}	Scheinbare Viskosität des Sediments	Pa·s
ϑ	Hilfsgröße	s ⁻¹
Θ	Bilanzgröße	
κ	Relative Schubspannungsänderung	-
ν	Kinematische Viskosität	m ² s ⁻¹
ν_t	Kinematische Wirbelviskosität	m ² s ⁻¹
ν_{vir}	Scheinbare kinematische Viskosität des Sediments	m ² s ⁻¹
ν_{max}	Maximale kinematische Viskosität	m ² s ⁻¹
ρ_L	Dichte der Flüssigkeit	kg m ⁻³
ρ_M	Dichte der Mischphase	kg m ⁻³
ρ_P	Dichte des Feststoffs	kg m ⁻³
$\bar{\rho}_M$	Mittlere Dichte der Mischphase zur Bildung der kinematischen Viskosität des Sediments	kg m ⁻³
σ_{an}	Angelegte Normalspannung	Pa
σ_c	Druckfestigkeit	Pa
σ_n	Normalspannung	Pa
$\sigma_{n,\text{Ab}}$	Normalspannung beim Abscheren	Pa
$\sigma_{n,\text{An}}$	Normalspannung beim Anscheren	Pa
σ_1	Größte Hauptspannung	Pa
σ_2	Mittlere Hauptspannung	Pa
σ_3	Kleinste Hauptspannung	Pa
τ	Schubspannung	Pa
τ_c	Kohäsion von Schüttungen	Pa
τ_{RT}	Mittlere Verweilzeit	s
τ_{SF}	Schubspannung im Zustand des stationären Fließens	Pa
τ_W	Wandschubspannung	Pa
τ_0	Fließgrenze	Pa
φ_e	Effektiver Reibungswinkel	-

φ_{sf}	Innerer Reibungswinkel	-
ω	Winkelgeschwindigkeit	s^{-1}
ω_B	Bezugswinkelgeschwindigkeit	s^{-1}
ω_t	Spezifische Dissipationsrate	s^{-1}
ω_{SB}	Starrkörperrotation	s^{-1}
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit in Vektorschreibweise	s^{-1}
$\bar{\omega}$	In tangentialer Richtung gemittelte Winkelgeschwindigkeit	s^{-1}

Sub- und Superskript

Ab	Abscheren
An	Anscheren
BF	Beginnendes Fließen
El	Elastisch
Exp	Experiment
L	Flüssigkeit
Eq	Gleichgewicht
m	Iterationszähler
max	Maximal
min	Minimal
M	Mischphase
P	Partikel
Pl	Plastisch
PV	Pressverdichtung
r	Radiale Position
x	Raumrichtung
y	Raumrichtung
z	Raumrichtung
Sch	Schicht
Sed	Sediment

SedE	Sedimentgrenze
Sim	Simulation
SF	Stationäres Fließen
Susp	Suspension
t	Turbulent
i	Zähler
j	Zähler

Abkürzungsverzeichnis

CFD	Computational Fluid Dynamics
CSTR	Kontinuierlicher Rührkessel
DMS	Dehnmessstreifen
DNS	Direkte Numerischer Simulation
FVM	Finite Volumen Methode
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
LDA	Laser-Doppler-Anemometrie
LES	Large-Eddy-Simulationen
MRF	Multiple Rotating Frames
PFR	Pfropfenstromreaktor
PISO	Pressure Implicit with Splitting Operators
PTFE	Polytetrafluorethylen
PVC	Polyvinylchlorid
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
REM	Rasterelektronenmikroskop
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
SRF	Single Rotating Frame
SST	Shear Stress Transport
VE	Vollentsalzt
VoF	Volume of Fluid
WW	Wechselwirkungen

Literaturverzeichnis

- [1] Anlauf, H., „Evolution in der Trenntechnik - technische Entwicklung durch Mutation und Selektion“, *F S Filtr. und Separation Glob. Guid.*, S. 230–238, (2012).
- [2] Leung, W., *Industrial Centrifugation Technology*. The McGraw-Hill Companies, (1998).
- [3] Stieß, M., „Mechanische Verfahrenstechnik 2“, in *Berlin Heidelberg*, Springer-Verlag, (1994).
- [4] Stahl, S., Spelter, L. E., und Nirschl, H., „Investigations on the Separation Efficiency of Tubular Bowl Centrifuges“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 31, Nr. 11, S. 1577–1583, (2008).
- [5] Konrath, M., Hackbarth, M., und Nirschl, H., „Process monitoring and control for constant separation conditions in centrifugal classification of fine particles“, *Adv. Powder Technol.*, Bd. 25, Nr. 3, S. 991–998, (2014).
- [6] Ambler, C. M., „The fundamentals of separation, including sharples sigma value for predicting equipment performance“, *Ind. Eng. Chem.*, Bd. 53, Nr. 6, S. 430–433, (1961).
- [7] Romani Fernandez, X., „Prediction of multiphase flow and separation efficiency of industrial centrifuges by means of numerical simulation“, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), (2012).
- [8] Romani Fernández, X. und Nirschl, H., „Simulation of particles and sediment behaviour in centrifugal field by coupling CFD and DEM“, *Chem. Eng. Sci.*, Bd. 94, S. 7–19, (2013).
- [9] Gleiss, M., „Dynamische Simulation der Mechanischen Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantelzentrifugen“, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), (2018).
- [10] Konrath, M., „Klassierung von Feinstpartikeln mittels schnelldrehender Sedimentationszentrifugen“, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), (2016).
- [11] Jain, M., Paranandi, M., Roush, D., Göklen, K., und Kelly, W. J., „Using CFD to understand how flow patterns affect retention of cell-sized particles in a tubular bowl centrifuge“, *Ind. Eng. Chem. Res.*, Bd. 44, Nr. 20, S. 7876–7884, (2005).

- [12] Breitling, M., Janoske, U., und Piesche, M., „Numerische Simulationen transienter und turbulenter Strömungen – Abscheideverhalten in Tellerseparatoren“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 75, Nr. 3, S. 184–188, (2003).
- [13] Boychyn, M., Yim, S. S. S., Bulmer, M., More, J., Bracewell, D. G., und Hoare, M., „Performance prediction of industrial centrifuges using scale-down models“, *Bioprocess Biosyst. Eng.*, Bd. 26, Nr. 6, S. 385–391, (2004).
- [14] Piesche, M., Zink, A., und Schütz, S., „Strömungs- und Trennverhalten von Tellerseparatoren zur Abscheidung von Ölnebelaerosolen, Untersuchungen zum Rotor/Rotor-Konzept“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 80, Nr. 10, S. 1487–1500, (2008).
- [15] Hammerich, S., Stickland, A. D., Radel, B., Gleiss, M., und Nirschl, H., „Modified shear cell for the characterization of the rheological behavior of particulate networks under compression“, *Particuology (accepted)*.
- [16] Rautenbach, R. und Schlegel, D., „Fließverhalten dispers-plastischer Materialien im Couette-Rheometer“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 5+6, S. 369–374, (1969).
- [17] Götz, J., Kreibich, W., Peciar, M., und Buggisch, H., „MRI of Couette experiments in a newly developed shear device-suitable for pastes and concentrated suspensions?“, *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, Bd. 98, Nr. 2–3, S. 117–139, (2001).
- [18] Channell, G. M. und Zukoski, C. F., „Shear and Compressive Rheology of Aggregated Alumina Suspensions“, *AIChE J.*, Bd. 43, Nr. 7, S. 1700–1708, (1997).
- [19] Erk, A., „Rheologische Eigenschaften feindisperser Suspensionen in Filtern und Zentrifugen“, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), (2006).
- [20] Ayol, A., Dentel, S. K., und Filibeli, A., „Rheological Characterization of Sludges during Belt Filtration Dewatering Using an Immobilization Cell“, *J. Environ. Eng.*, Bd. 136, Nr. 9, S. 992–999, (2010).
- [21] Raschka, K., „Bestimmung der Fließeigenschaften feuchter Schüttgüter mit Anwendung bei der Schneckenextrusion“, Dissertation, Universität Karlsruhe(TH), (1990).
- [22] Tomas, J. und Reichmann, B., „Compression, permeation and flow behavior of wet nanoparticle cakes, in situ tested with a press-shear cell“, *Chem. Eng. Technol. Ind. Chem. Equipment-Process Eng.*, Bd. 25, Nr. 11, S. 1053–1060, (2002).
- [23] Mladenchev, T., „Modellierung des Filtrations- und Fließverhaltens von ultrafeinen, kompressiblen, flüssigkeitsgesättigten Partikelpackungen“, Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, (2007).
- [24] Stickland, A. D. und Buscall, R., „Whither compressional rheology?“, *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, Bd. 157, Nr. 3, S. 151–157, (2009).

-
- [25] Anlauf, H., *Wet Cake Filtration: Fundamentals, Equipment, Strategies*. John Wiley & Sons, (2019).
- [26] Stokes, G. G., *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*, Bd. 9. Pitt Press Cambridge, (1851).
- [27] Böhle, M., Ehrhard, P., Etling, D., Müller, U., Riedel, U., und Sreenivasan, K. R., *Prandtl-Führer durch die Strömungslehre: Grundlagen und Phänomene*. Springer-Verlag, (2013).
- [28] Luckert, K., *Handbuch der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung*. Vulkan-Verlag GmbH, (2004).
- [29] Kürten, H., Raasch, J., und Rumpf, H., „Beschleunigung eines kugelförmigen Feststoffteilchens im Strömungsfeld konstanter Geschwindigkeit“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 38, Nr. 9, S. 941–948, (1966).
- [30] Beiser, M., „Sedimentation submikroner Partikel in Abhängigkeit physikalisch-chemischer Einflüsse und ihr Separationsverhalten in Dekantierzentrifugen“, Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (2006).
- [31] Atkins, P. W., *Physikalische Chemie*, Bd. 1. Weinheim: Wiley VCH, Weinheim, (1990).
- [32] Löffler, F. und Raasch, J., *Grundlagen der mechanischen Verfahrenstechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, (1992).
- [33] Bickert, G., „Sedimentation feinsten suspendierter Partikeln im Zentrifugalfeld Dissertation“, Universität Karlsruhe (TH), (1997).
- [34] Kaye, B. H. und Boardman, R. P., „Cluster formation in dilute suspensions“, in *Proc. Symp. on the Interaction between Fluids and Particles, Institution of Chemical Engineers London*, (1962), S. 17–21.
- [35] Johne, R., „Einfluß der Konzentration einer monodispersen Suspension auf die Sinkgeschwindigkeit ihrer Teilchen“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 38, Nr. 4, S. 428–430, (1966).
- [36] Bhatti, J. I., „Clusters formation during sedimentation of dilute suspensions“, *Sep. Sci. Technol.*, Bd. 21, Nr. 9, S. 953–967, (1986).
- [37] Koglin, B., „Untersuchungen zur Sedimentationsgeschwindigkeit in niedrig konzentrierten Suspensionen“, Disseration, Universität Karlsruhe (TH), (1971).
- [38] Kynch, G. J., „A theory of sedimentation“, *Trans. Faraday Soc.*, Bd. 48, S. 166–176, (1952).
- [39] Bürger, R. und Concha, F., „Settling velocities of particulate systems: 12. Batch centrifugation of flocculated suspensions“, *Int. J. Miner. Process.*, Bd. 63, Nr. 3, S. 115–145, (2001).

- [40] Stickland, A. D., White, L. R., und Scales, P. J., „Modeling of Solid-Bowl Batch Centrifugation of Flocculated Suspensions“, *AIChE J.*, Bd. 52, Nr. 4, S. 1351–1362, (2006).
- [41] Garrido, P., Bürger, R., und Concha, F., „Settling velocities of particulate systems: 11. Comparison of the phenomenological sedimentation-consolidation model with published experimental results“, *Int. J. Miner. Process.*, Bd. 60, Nr. 3–4, S. 213–227, (2000).
- [42] Richardson, J. und Zaki, W., „Fluidization and sedimentation--Part I“, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, Bd. 32, S. 38–58, (1954).
- [43] Michaels, A. S. und Bolger, J. C., „Settling rates and sediment volumes of flocculated kaolin suspensions“, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Bd. 1, Nr. 1, S. 24–33, (1962).
- [44] Alles, C. M., „Prozeßstrategien für die Filtration mit kompressiblen Kuchen“, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), (2000).
- [45] Nirschl, H., „Einfluss der Physikochemie auf die Abtrennung Nanoskaliger Partikel aus Flüssigkeiten“, *Chemie-Ingenieur-Technik*, Bd. 79, Nr. 11, S. 1797–1807, (2007).
- [46] Stickland, A. D., „Solid-liquid separation in the water and wastewater industries“, PhD-Thesis, University of Melbourne, (2005).
- [47] Spelter, L., „Abtrennung und Klassierung kolloidaler Partikel in Zentrifugen: Experimenteller Nachweis und Modellierung der Sedimentation in halbkontinuierlichen Vollmantelzentrifugen“, Dissertation, Karlsruhe Institut für Technologie (KIT), (2012).
- [48] Riemenschneider, H., „Entfeuchten durch Pressen“, Dissertation, Universität Stuttgart, (1983).
- [49] Skinner, S. J., Studer, L. J., Dixon, D. R., Hillis, P., Rees, C. A., Wall, R. C., Cavalida, R. G., Usher, S. P., Stickland, A. D., und Scales, P. J., „Quantification of wastewater sludge dewatering“, *Water Res.*, Bd. 82, S. 2–13, (2015).
- [50] Erk, A. und Luda, B., „Beeinflussung der Schlammkompression in Vollmantelzentrifugen“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 75, Nr. 9, S. 1250–1254, (2003).
- [51] Illies, S., Pfinder, J., Anlauf, H., und Nirschl, H., „Filter cake compaction by oscillatory shear“, *Dry. Technol.*, Bd. 35, Nr. 1, S. 66–75, (2017).
- [52] Tiller, F. M., Yeh, C. S., und Leu, W. F., „Compressibility of Particulate Structures in Relation to Thickening, Filtration, and Expression — A Review“, *Sep. Sci. Technol.*, Bd. 22, Nr. 2–3, S. 1037–1063, (1987).
- [53] Green, M. D., Eberl, M., und Landman, K. A., „Compressive yield stress of flocculated suspensions: Determination via experiment“, *AIChE J.*, Bd. 42, Nr. 8, S. 2308–2318, (1996).

- [54] Usher, S. P., Studer, L. J., Wall, R. C., und Scales, P. J., „Characterisation of dewaterability from equilibrium and transient centrifugation test data“, *Chem. Eng. Sci.*, Bd. 93, S. 277–291, (2013).
- [55] Reinach, H., „Gleichgewicht und Kinetik der Preßentfeuchtung im Zentrifugalfeld einer Becherzentrifuge und in einer Stempelpresse, dargestellt an einem stark kompressiblen Koalinschlamm“, Dissertation, Universität Karlsruhe(TH), (1992).
- [56] Bürger, R., Wendland, W. L., Concha, F., Qpd, P. I. D., und Rwd, R. S. D., „Model Equations for Gravitational Sedimentation-Consolidation Processes“, *ZAMM - J. Appl. Math. Mech.*, Bd. 80, S. 79–92, (2000).
- [57] Garrido, P., Concha, F., und Bürger, R., „Settling velocities of particulate systems: 14. Unified model of sedimentation, centrifugation and filtration of flocculated suspensions“, *Int. J. Miner. Process.*, Bd. 72, Nr. 1–4, S. 57–74, (2003).
- [58] Reuter, H., „Strömungen und Sedimentation in der Überlaufzentrifuge“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 39, Nr. 5–6, S. 311–318, (1967).
- [59] Gösele, W., „Schichtstromung in Rohrenzentrifugen“, *Chemie Ing. Tech.*, Bd. 13, S. 657–659, (1968).
- [60] Glinka, U., „Die strömung in überlaufzentrifugen—neue ergebnisse mit einem elektrolytischen markierungsverfahren“, *Verfahrenstechnik*, Bd. 17, Nr. 5, S. 315–318, (1983).
- [61] Sokolov, V. I., Gorbunova, V. V, und Rusakova, A. A., „Flow regime in tubular supercentrifuge rotors“, *Chem. Pet. Eng.*, Bd. 11, Nr. 1, S. 28–30, (1975).
- [62] Bass, E., „Strömungen im Fliehkraftfeld, I.“, *Period. Polytech. Mech. Eng.*, Bd. 3, Nr. 4, S. 321–340, (1959).
- [63] Bass, E., „Strömungen im Fliehkraftfeld, II. Absetzsicherheit von Röhrenzentrifugen“, *Period. Polytech. Mech. Eng.*, Bd. 4, Nr. 1, S. 41–61, (1960).
- [64] Hammerich, S., Gleiß, M., und Nirschl, H., „Modellierung und Simulation von Vollmantelzentrifugen als ein Aspekt der voranschreitenden Digitalisierung in der Fest/Flüssig-Trennung“, *Chem. Ing. Tech.*, Bd. 91, Nr. 3, S. 215–227, (2019).
- [65] Stahl, S., Spelter, L. E., und Nirschl, H., „Investigations on the separation efficiency of tubular bowl centrifuges“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 31, Nr. 11, S. 1577–1583, (2008).
- [66] Baerns, M., Hofmann, H., und Renken, A., *Chemische Reaktionstechnik*. Wiley VCH, Weinheim, (1987).
- [67] Stahl, W., *Fest-Flüssig-Trennung Band II: Industrie-Maschinen-und Verfahrenstechnik*. DRM Press, Männedorf, Switzerland, (2004).

- [68] Ambler, C. M., „The theory of scaling up laboratory data for the sedimentation type centrifuge“, *J. Biochem. Microbiol. Technol. Eng.*, Bd. 1, Nr. 2, S. 185–205, (1959).
- [69] Leung, W. W. F., „Inferring in-situ floc size, predicting solids recovery, and scaling-up using the Leung number in separating flocculated suspension in decanter centrifuges“, *Sep. Purif. Technol.*, Bd. 171, S. 69–79, (2016).
- [70] Tarleton, S. und Wakeman, R., *Solid/liquid separation: scale-up of industrial equipment*. Oxford: Elsevier Advanced Technology, (2011).
- [71] Gleiss, M. und Nirschl, H., „Modeling Separation Processes in Decanter Centrifuges by Considering the Sediment Build-Up“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 38, Nr. 10, S. 1873–1882, (2015).
- [72] Gleiss, M., Hammerich, S., Kespe, M., und Nirschl, H., „Application of the dynamic flow sheet simulation concept to the solid-liquid separation: Separation of stabilized slurries in continuous centrifuges“, *Chem. Eng. Sci.*, Bd. 163, S. 167–178, (2017).
- [73] Böhme, G., *Strömungsmechanik nichtnewtonscher Fluide*, 2. Aufl. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: B.G. Teubner, (2000).
- [74] Pahl, M., Gleißle, W., Laun, H.-M., und Seminare, V. D. I. G. K., *Praktische Rheologie der Kunststoffe und Elastomere*. VDI-Verlag Düsseldorf, (1991).
- [75] Tadros, T. F., *Rheology of dispersions: principles and applications*. John Wiley & Sons, (2011).
- [76] Barnes, H. A., „A handbook of elementary rheology. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics“, *Univ. Wales*, S. 5–130, (2000).
- [77] Mezger, T. G., *Das Rheologie Handbuch*, 5. Hannover: Vincentz, (2016).
- [78] Burgos, G. R., Alexandrou, A. N., und Entov, V., „On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 43, Nr. 3, S. 463–483, (2002).
- [79] Graczyk, J., Gleißle, W. G., und Buggisch, H., „Rheological Investigation of Suspensions and Ceramic Pastes: Characterization of Extrusion Properties“, *KONA Powder Part. J.*, Bd. 11, Nr. II, S. 125–137, (1993).
- [80] Yüce, C. und Willenbacher, N., „Challenges in rheological characterization of highly concentrated suspensions—A case study for screen-printing silver pastes“, *JoVE (Journal Vis. Exp.)*, Nr. 122, S. e55377, (2017).
- [81] Pignon, F., Magnin, A., und Piau, J.-M., „Thixotropic colloidal suspensions and flow curves with minimum: Identification of flow regimes and rheometric consequences“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 40, Nr. 4, S. 573–587, (1996).

- [82] Mair, R. W. und Callaghan, P. T., „Shear flow of wormlike micelles in pipe and cylindrical Couette geometries as studied by nuclear magnetic resonance microscopy“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 41, Nr. 4, S. 901–924, (1997).
- [83] Barnes, H., „A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character, and cure“, *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, Bd. 56, Nr. 3, S. 221–251, (1995).
- [84] Mooney, M., „Explicit formulas for slip and fluidity“, *J. Rheol.*, Bd. 2, Nr. 2, S. 210–222, (1931).
- [85] Uhland, E., „Modell zur Beschreibung des Fließens wandgleitender Substanzen durch Düsen“, *Rheol. Acta*, Bd. 15, Nr. 1, S. 30–39, (1976).
- [86] Menning, G., „Zur Strömung wandgleitender Flüssigkeiten zwischen zwei Platten“, *Rheol. Acta*, Bd. 19, S. 262–267, (1980).
- [87] Callaghan, P. T., „Rheo NMR and shear banding“, *Rheol. Acta*, Bd. 47, Nr. 3, S. 243–255, (2008).
- [88] Coussot, P., Raynaud, J. S., Bertrand, F., Moucheron, P., Guilbaud, J. P., Huynh, H. T., Jarny, S., und Lesueur, D., „Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials“, *Phys. Rev. Lett.*, Bd. 88, Nr. 21, S. 2183011–2183014, (2002).
- [89] Hochstein, B., „Rheologie von Kugel- und Fasersuspensionen mit viskoelastischen Matrixflüssigkeiten“, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), (1997).
- [90] Buscall, R., McGowan, J. I., und Morton-Jones, A. J., „The rheology of concentrated dispersions of weakly attracting colloidal particles with and without wall slip“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 37, Nr. 4, S. 621–641, (1993).
- [91] Walls, H. J., Caines, S. B., Sanchez, A. M., und Khan, S. A., „Yield stress and wall slip phenomena in colloidal silica gels“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 47, Nr. 4, S. 847–868, (2003).
- [92] Windhab, E., „Untersuchungen zum rheologischen Verhalten konzentrierter Suspensionen [Studies on the rheological behaviour of concentrated suspensions]“, *Fortschritts-Berichte VDI R.*, Bd. 3, S. 118, (1986).
- [93] Einstein, A., „Eine neue bestimmung der moleküldimensionen“, *Ann. Phys.*, Bd. 324, Nr. 2, S. 289–306, (1906).
- [94] Quemada, D., „Rheology of concentrated disperse systems and minimum energy dissipation principle“, *Rheol. Acta*, Bd. 16, Nr. 1, S. 82–94, (1977).
- [95] Eilers, H., „Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentration“, *Kolloid-Zeitschrift*, Bd. 97, Nr. 3, S. 313–321, (1941).

- [96] Saunders, F. L., „Rheological properties of monodisperse latex systems I. Concentration dependence of relative viscosity“, *J. Colloid Sci.*, Bd. 16, Nr. 1, S. 13–22, (1961).
- [97] Krieger, I. M. und Dougherty, T. J., „A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres“, *Trans. Soc. Rheol.*, Bd. 3, Nr. 1, S. 137–152, (1959).
- [98] Hu, Y. T. und Lips, A., „Kinetics and mechanism of shear banding in an entangled micellar solution“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 49, Nr. 5, S. 1001–1027, (2005).
- [99] Raynaud, J. S., Moucheront, P., Baudez, J. C., Bertrand, F., Guilbaud, J. P., und Coussot, P., „Direct determination by nuclear magnetic resonance of the thixotropic and yielding behavior of suspensions“, Bd. 709, Nr. 46, S. 709–732, (2002).
- [100] Schulze, D., *Pulver und Schüttgüter - Fließeigenschaften und Handhabung*, Third Edit. Springer-Verlag, (2014).
- [101] Tomas, J., „Zur Produktgestaltung kohäsiver Pulver - Mechanische Eigenschaften, Kompressions- und Fließverhalten“, *Chemie-Ingenieur-Technik*, Bd. 75, Nr. 6, S. 651–661, (2003).
- [102] Molerus, O., *Schüttgutmechanik: Grundlagen und Anwendungen in der Verfahrenstechnik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (1985).
- [103] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., und Wall, W. A., „Technische Mechanik 2: Elastostatik. 13. Aufl. 2017. ed“. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, (2017).
- [104] Hibbeler, R. C., *Technische Mechanik 2 Festigkeitslehre*. Pearson Deutschland, (2013).
- [105] Schwedes, J., *Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern*. Weinheim: Chemie, GmbH, (1968).
- [106] Jenike, A. W., „Storage and flow of solids, bulletin no. 123“, *Bull. Univ. Utah*, Bd. 53, Nr. 26, (1964).
- [107] Marone, C., „Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting“, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, Bd. 26, Nr. 1, S. 643–696, (1998).
- [108] Schwedes, J., „Review on testers for measuring flow properties of bulk solids“, *Granul. Matter*, Bd. 5, Nr. 1, S. 1–43, (2003).
- [109] IChemE(UK), „Standard shear testing technique for particulate solids using the Jenike shear cell (SSTT)“, (1989).
- [110] Schwedes, H., „Scherverhalten leicht verdichteter, kohäsiver Schüttgüter: Untersuchungen an einer Kalksteinfraktion mit Korngrößen“, Dissertation, Universität Karlsruhe(TH), (1971).

- [111] Schulze, D., „Entwicklung und Anwendung eines neuartigen Ringschergerätes“, *Aufbereitungs-Technik*, Bd. 35, Nr. 10, S. 524–535, (1994).
- [112] Münz, G., „Entwicklung eines Ringschergerätes zur Messung der Fließeigenschaften von Schüttgütern und Bestimmung des Einflusses der Teilchengrößenverteilung auf die Fließeigenschaften kohäsiver Kalksteinpulver“, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), (1976).
- [113] Raschka, K. und Buggisch, H., „Bestimmung der Flieseigenschaften feuchter Schüttgüter und Pasten mit einem Ringschergerät“, *Aufbereitungs-Technik*, Bd. 33, Nr. 3, S. 132–139, (1992).
- [114] Reichmann, B., „Modellierung der Filtrations-und Konsolidierungsdynamik beim Auspressen feindisperser Partikelsysteme“, Dissertation, Otto-von-Guerike-Universität Magdeburg, (1999).
- [115] Holmqvist, C. und Dahlkild, A., „Consolidation of Sheared, Strongly Flocculated Suspensions“, *AIChE J.*, Bd. 54, Nr. 4, S. 924–939, (2008).
- [116] Dzuy, N. Q. und Boger, D. V., „Yield stress measurement for concentrated suspensions“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 27, Nr. 4, S. 321–349, (1983).
- [117] Dzuy, N. Q. und Boger, D. V., „Direct yield stress measurement with the vane method“, *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, Bd. 29, Nr. 3, S. 335–347, (1985).
- [118] Laurien, E. und Oertel Jr, H., *Numerische Strömungsmechanik*, 6. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, (2009).
- [119] Ferziger, J. H. und Peric, M., *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag, (2008).
- [120] Bronstein, I. N., Hromkovic, J., Luderer, B., Schwarz, H.-R., Blath, J., Schied, A., Dempe, S., Wanka, G., und Gottwald, S., *Taschenbuch der mathematik*, Bd. 1. Springer-Verlag, (2012).
- [121] Paschedag, A., *CFD in der Verfahrenstechnik*. Weinheim, (2004).
- [122] Caretto, L. S., Gosman, A. D., Patanker, S. V, und Spalding, D. B., „Two Calculation Procedures for Steady, Three-Dimensional Flows With Recirculation. Rep. No“, (1972).
- [123] Patankar, S., *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, (2018).
- [124] Issa, R. I., „Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting“, *J. Comput. Phys.*, Bd. 62, Nr. 1, S. 40–65, (1986).
- [125] Wilcox, D. C., „Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models“, *AIAA J.*, Bd. 26, Nr. 11, S. 1299–1310, (1988).

- [126] Wilcox, D. C., „Multiscale model for turbulent flows“, *AIAA J.*, Bd. 26, Nr. 11, S. 1311–1320, (1988).
- [127] Menter, F., „Zonal two equation kw turbulence models for aerodynamic flows“, in *23rd fluid dynamics, plasmadynamics, and lasers conference*, (1993), S. 2906.
- [128] Sagaut, P., *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*. Berlin, Heidelberg: Springer, (2001).
- [129] Crowe, C. T., Sommerfeld, M., und Tsuji, Y., *Multiphase flows with droplets and particles*. CRC press, (1998).
- [130] van Wachem, B. G. M. und Almstedt, A. E., „Methods for multiphase computational fluid dynamics“, *Chem. Eng. J.*, Bd. 96, Nr. 1–3, S. 81–98, (2003).
- [131] Norouzi, H. R., Zarghami, R., Sotudeh-Gharebagh, R., und Mostoufi, N., *Coupled CFD-DEM modeling: formulation, implementation and application to multiphase flows*. John Wiley & Sons, (2016).
- [132] Crowe, C. T., Sharma, M. P., und Stock, D. E., „The particle-source-in cell (PSI-CELL) model for gas-droplet flows“, *J. Fluids Eng.*, Bd. 99, Nr. 2, S. 325–332, (1977).
- [133] Cundall, P. A., „The measurement and analysis of accelerations in rock slopes“, PhD/Thesis, Imperial College London, (1971).
- [134] Cundall, P. A. und Strack, O. D. L., „A discrete numerical model for granular assemblies“, *geotechnique*, Bd. 29, Nr. 1, S. 47–65, (1979).
- [135] Fernández Romani, X. und Nirschl, H., „Multiphase CFD simulation of a solid bowl centrifuge“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 32, Nr. 5, S. 719–725, (2009).
- [136] Fernández Romani, X. und Nirschl, H., „A numerical study of the impact of radial baffles in solid bowl centrifuges using computational fluid dynamics“, *Phys. Sep. Sci. Eng.*, Bd. 2010, (2010).
- [137] Zhu, G., Tan, W., Yu, Y., und Liu, L., „Experimental and numerical study of the solid concentration distribution in a horizontal screw decanter centrifuge“, *Ind. Eng. Chem. Res.*, Bd. 52, Nr. 48, S. 17249–17256, (2013).
- [138] Tait, S., White, E. T., und Litster, J. D., „Mechanical characterization of protein crystals“, *Part. Part. Syst. Charact.*, Bd. 25, Nr. 3, S. 266–276, (2008).
- [139] Ferry, J. und Balachandar, S., „A fast Eulerian method for disperse two-phase flow“, *Int. J. Multiph. flow*, Bd. 27, Nr. 7, S. 1199–1226, (2001).
- [140] Hammerich, S., Gleiß, M., Kespe, M., und Nirschl, H., „An Efficient Numerical Approach for Transient Simulation of Multiphase Flow Behavior in Centrifuges“, *Chem. Eng. Technol.*, Bd. 41, Nr. 1, S. 44–50, (2018).

- [141] Hammerich, S., Gleiss, M., Stickland, A. D., und Nirschl, H., „A computationally-efficient method for modelling the transient consolidation behavior of saturated compressive particulate networks“, *Sep. Purif. Technol.*, Bd. 220, S. 222–230, (2019).
- [142] Oertel jr., H., Böhle, M., und Revivol, T., *Strömungsmechanik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, 7. Aufl. Springer Vieweg, (2015).
- [143] Spelter, L. E., „Abtrennung und Klassierung kolloidaler Partikel in Zentrifugen“, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), (2012).
- [144] Lu, W.-M., Huang, Y.-P., und Hwang, K.-J., „Stress distribution in a confined wet cake in the compression—permeability cell and its application“, *Powder Technol.*, Bd. 97, Nr. 1, S. 16–25, (1998).
- [145] Erk, A. und Luda, B., „Beeinflussung der Schlammkompression in Vollmantelzentrifugen“, *Chemie Ing. ...*, Bd. 75, Nr. 9, S. 1250–1254, (2003).
- [146] Santiso, E. und Müller, E. A., „Dense packing of binary and polydisperse hard spheres“, *Mol. Phys.*, Bd. 100, Nr. 15, S. 2461–2469, (2002).

Anhang

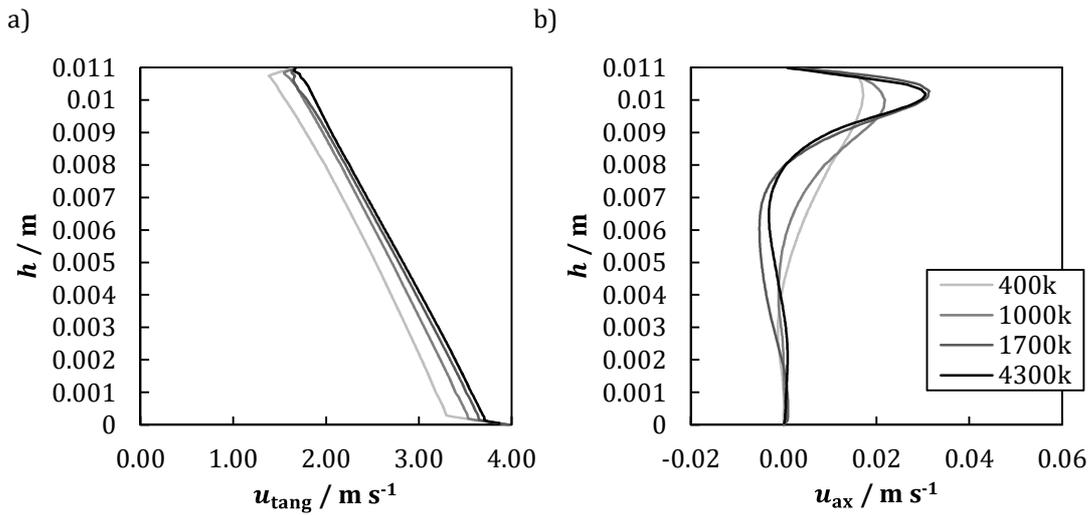


Abbildung A.1: Gitterstudie zur Bestimmung der notwendigen räumlichen Diskretisierung bei einer Drehzahl von $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ und einem Volumenstrom von $V = 0.3 \text{ l min}^{-1}$ an der axialen Position $x_{\text{ax}} = 0.07 \text{ m}$ bei $t = 10 \text{ s}$. a) Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit u_{tang} und b) Vergleich der Axialgeschwindigkeit u_{ax} in Abhängigkeit der Kanalhöhe h und der Anzahl der verwendeten Rechenzellen.

Tabelle A.1: Konvergenzkriterien für die innere PIMPLE-Schleife

Bilanzgröße	Konvergenzkriterium
$\Delta \vec{u}_{\text{Rel}}$	10^{-7}
$\Delta \bar{p}$	10^{-8}
$\Delta \omega$	10^{-7}
Δk	10^{-7}
$\Delta \alpha_{\text{P},i}$	10^{-7}

Tabelle A.2: Konvergenzkriterien für die äußere PIMPLE-Schleife

Bilanzgröße	Konvergenzkriterium
$\Delta \vec{u}_{\text{Rel}}$	10^{-4}
$\Delta \bar{p}$	10^{-4}

Tabelle A.3: Relaxationsfaktoren beim PIMPLE-Algorithmus

Bilanzgröße	Relaxationsfaktor
\vec{u}_{Rel}	0.3
\bar{p}	0.1
ω	0.5
k	0.5