

Karlsruher Schriftenreihe  
Fahrzeugsystemtechnik

Sebastian Watzl

**Experimentelle und numerische  
Analyse des Körperschallüber-  
tragungsverhaltens von  
Aggregatlagerelementen  
im akustisch relevanten  
Frequenzbereich**



Sebastian Watzl

**Experimentelle und numerische Analyse  
des Körperschallübertragungsverhaltens  
von Aggregatlagerelementen im  
akustisch relevanten Frequenzbereich**

**Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik  
Band 102**

Herausgeber

**FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik**

Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin

Prof. Dr.-Ing. Marcus Geimer

Prof. Dr.-Ing. Peter Gratzfeld

Prof. Dr.-Ing. Frank Henning

Das Institut für Fahrzeugsystemtechnik besteht aus den Institutsteilen Bahnsystemtechnik, Fahrzeugtechnik, Leichtbautechnologie und Mobile Arbeitsmaschinen.

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen Bände finden Sie am Ende des Buchs.

# **Experimentelle und numerische Analyse des Körperschallübertragungsverhaltens von Aggregatlagerelementen im akustisch relevanten Frequenzbereich**

von  
Sebastian Watzl

Karlsruher Institut für Technologie  
Institut für Fahrzeugsystemtechnik

Experimentelle und numerische Analyse des Körperschallübertragungsverhaltens von Aggregatelagerelementen im akustisch relevanten Frequenzbereich

Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften von der KIT-Fakultät für Maschinenbau des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) genehmigte Dissertation  
von Sebastian Watzl, M.Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 15. März 2022  
Referent: Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin  
Korreferent: Prof. Dr. Peter Pfeffer

#### Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark  
of Karlsruhe Institute of Technology.  
Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding parts marked otherwise, the cover, pictures and graphs – is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0):*  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en>



*The cover page is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):*  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>

Print on Demand 2022 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 1869-6058  
ISBN 978-3-7315-1226-4  
DOI 10.5445/KSP/1000149168







# **Experimentelle und numerische Analyse des Körperschallübertragungsverhaltens von Aggregatlagerelementen im akustisch relevanten Frequenzbereich**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktors der Ingenieurwissenschaften** (Dr.-Ing.)  
bei der KIT-Fakultät für Maschinenbau  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte  
**Dissertation**  
von

M.Sc. Sebastian Watzl

Tag der mündlichen Prüfung: 15. März 2022  
Referent: Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin  
Korreferent: Prof. Dr. Peter Pfeffer



## Vorwort des Herausgebers

Die Fahrzeugtechnik ist kontinuierlich Veränderungen unterworfen. Klimawandel, die Verknappung einiger für Fahrzeugbau und -betrieb benötigter Rohstoffe, globaler Wettbewerb, gesellschaftlicher Wandel und das rapide Wachstum großer Städte erfordern neue Mobilitätslösungen, die vielfach eine Neudefinition des Fahrzeugs erforderlich machen. Die Forderungen nach Steigerung der Energieeffizienz, Emissionsreduktion, erhöhter Fahr- und Arbeitssicherheit, Benutzerfreundlichkeit und angemessenen Kosten sowie die Möglichkeiten der Digitalisierung und Vernetzung finden ihre Antworten nicht aus der singulären Verbesserung einzelner technischer Elemente, sondern benötigen Systemverständnis und eine domänenübergreifende Optimierung der Lösungen.

Hierzu will die Karlsruher Schriftenreihe für Fahrzeugsystemtechnik einen Beitrag leisten. Für die Fahrzeuggattungen Pkw, Nfz, Mobile Arbeitsmaschinen und Bahnfahrzeuge werden Forschungsarbeiten vorgestellt, die Fahrzeugsystemtechnik auf vier Ebenen beleuchten: das Fahrzeug als komplexes, digitalisiertes mechatronisches System, die Mensch-Fahrzeug-Interaktion, das Fahrzeug in Verkehr und Infrastruktur sowie das Fahrzeug in Gesellschaft und Umwelt.

Die wahrnehmbare Akustik eines Fahrzeugs ist gleich nach dem optischen Eindruck für die Wertanmutung und Akzeptanz eines Fahrzeugs von großer Bedeutung. Hierzu tragen insbesondere der Fahrzeugantrieb und das Reifen-Fahrwerk-System bei. Dort werden Elastomerbauteile aufgrund ihres Schwingungsdämpfungseffekts in großer Anzahl eingesetzt. Massenträgheiten auf dem Übertragungsweg von Schwingungsquellen zum Gehör der Fahrzeugnutzer führen zu einem Tiefpassfilterverhalten. Dies hat in der Vergangenheit dazu geführt, dass das hochfrequente Übertragungsverhalten von Elastomerlagern oberhalb von 300 Hz meist vernachlässigt wurde. Durch die fortschreitende Geräuschreduzierung von Verbrennungskraftmaschinen und insbesondere durch die vermehrte Verwendung elektrischer Antriebsmaschinen werden hochfrequente Geräuschanteile zunehmend deutlicher wahrnehmbar, so dass eine Auslegung von Elastomerlagern bis in den Kilohertzbereich

wünschenswert ist. Hierzu fehlen aber bislang die Methoden und das Wissen über die relevanten Einfluss- und Gestaltungsparameter. Hier setzt Herr Watzl mit seiner Arbeit an, in der er am Beispiel von Aggregatlagern Vorgehensweisen für Versuch, Modellbildung, Simulation und die gezielte Auslegung der Designparameter für Gummi-Metall-Buchsen und Hydrolager aufzeigt und in deren Anwendung eine erhebliche Verbesserung des Dämmungsverhaltens erreicht.

Karlsruhe, im März 2022

*Frank Gauterin*

## Kurzfassung

Im Zuge der Reduktion von Emissionen eines Kraftfahrzeuges werden sowohl innermotorische, wirkungsgradsteigernde Maßnahmen ergriffen als auch die Triebstränge zunehmend elektrifiziert. Diese Maßnahmen führen zu einem verstärkten Schwingungseintrag bei hohen Frequenzen und bedingen eine Verbesserung des Isolationsverhaltens des Körperschallpfades vom Antrieb bis zum Fahrerohr. Hierzu ist es notwendig die Körperschalltransfereigenschaften der Lagerelemente auf die im Gesamtfahrzeugverbund vorherrschenden Randbedingungen anzupassen. Dies betrifft insbesondere die Körperschallempfindlichkeiten der anschließenden Karosseriestruktur und das Anregungsspektrum des Antriebsaggregats.

In der vorliegenden Arbeit wird daher das Körperschallübertragungsverhalten von hydraulischen und konventionellen Aggregatlagerelementen im akustisch relevanten Frequenzbereich bis circa 2000 Hz experimentell und numerisch untersucht. Hierzu wird zunächst eine Prüfstandsumgebung zur Ermittlung der dynamischen Körperschalltransfereigenschaften im Kilohertzbereich vorgestellt und anschließend die wichtigsten Einflussparameter auf das Bauteilverhalten experimentell untersucht. In einer anschließenden Modellbildung wird das Systemverhalten durch ein Finite-Elemente-Modell abgebildet, um die Eigenmoden des betrachteten Systems genauer zu analysieren. Durch dieses Vorgehen gelingt die Identifikation mehrerer charakteristischer Resonanzen, sowohl von Buchsenlagern, als auch von hydraulischen Topflagern, welche den einzelnen Komponenten der Bauteile zugeordnet werden können.

Darüber hinaus kann durch die erfolgte Modellbildung ein gezieltes Design des Systems durchgeführt werden, um diese Resonanzen auf die jeweiligen Fahrzeugrandbedingungen anzupassen. Im Anschluss an die Modellbildung wurde zusätzlich eine Design-Space-Exploration für mögliche Elastomerkomponenten von hydraulischen Topflagern durchgeführt. Hierdurch können die möglichen Optimierungspotentiale sowie die Parameter, welche zur Hebung dieser notwendig sind, aufgedeckt werden. Durch die in der vorliegenden Arbeit herausgearbeitete Modellierung der Bauteile kann bereits in einer frühen Fahrzeugentwicklungsphase eine genaue Aussage über das Körperschalltransferverhalten und somit über das zu erwartenden Geräusch am Fahrerohr getroffen werden. Hierdurch ist es in einer virtuellen

Fahrzeugentwicklung möglich Optimierungspotentiale bezüglich des Antriebsgeräuschkomforts abzuleiten und die akustische Grundauslegung von Lagerelementen ohne Gesamtfahrzeug- und Komponentenversuche durchzuführen.

## Abstract

Due to emission reduction of passenger cars, efficiency of combustion engines is increased and powertrains are more and more electrified. In order to do so, measures are taken, that increase high frequency engine caused vibrations. Therefore, isolation of the noise transfer path from the engine to the passenger's ear needs to be increased. This makes it necessary to tune engine mounts depending on the properties of the overall vehicle. This includes in particular the sensitivity to structure borne noise of the vehicle body and excitation spectrum of the engine.

In the present thesis the structure-borne sound transmission properties of hydraulic and conventional engine mounts is analyzed experimentally and numerically in a acoustically relevant frequency range up to about 2000 Hz. In order to do so, first of all a test bench environment for analyzing the dynamic sound transmission properties is presented. In subsequent steps the main influence parameters on the transmission properties are determined experimentally. Analysis of the system behavior and individual modes using a finite element model is conducted in a following model development step. Using this procedure allows the identification of several characteristic resonances of conventional bushings and hydraulic engine mounts, which can be allocated to specific components of the mounts.

Furthermore, using the developed model leads to a specific design of engine mount systems fitting the resonances to the boundary conditions of the vehicle. Subsequent to the model development a design space exploration of the elastomeric components of hydraulic engine mounts is executed. Hereby, the possibilities for optimization and parameters, that are necessary for enhancements, can be determined. Using the model of engine mounts developed in the present thesis leads to prediction of noise transfer behavior and the estimated engine noise levels at the passenger's ears in early vehicle development process stages. This allows improvements on the engine noise level and a design of engine mounts in a virtual product development without or less vehicle or component testing.





## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Doktorand am Institut für Fahrzeugsystemtechnik des Karlsruher Instituts für Technologie in Kooperation mit dem im Bereich für Akustik und Schwingungstechnik der Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG. Nur durch die vielfältige Unterstützung verschiedenster Personen war die Ausarbeitung dieser Arbeit in der vorliegenden Form möglich.

Zunächst möchte ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Gauterin für die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit danken. Er hat mir bei der Bearbeitung meines Forschungsvorhabens sein Vertrauen geschenkt und mir die notwendigen Freiheiten gegeben, das Thema eigenverantwortlich voranzutreiben. Weiterhin möchte ich Herrn Prof. Dr. Pfeffer für die Übernahme des Korreferats danken. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Koch für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanken.

Ein weiterer Dank gilt den Kollegen der Abteilung für Schwingungstechnik und Akustik der Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG, welche einen großen Teil zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben. Insbesondere möchte ich Herrn Dipl. Phys. Jürgen Göltenboth, Herrn M. Sc. Mark Lünebach sowie Herrn Dipl. Ing. Thorsten Brobeil für die fachliche Betreuung der Arbeit, die stets wertvollen Diskussionen und Anregungen bei der Ausarbeitung danken. Diese Gespräche haben maßgeblich zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen aber auch einen wertvollen Beitrag zu meiner fachlichen und persönlichen Weiterentwicklung geleistet.

Schließlich möchte ich mich außerordentlich bei meiner lieben Frau Janina bedanken, die während der Erstellung dieser Arbeit viele Stunden auf mich verzichten musste und mich dennoch stets dazu ermutigt hat, dieses Projekt voranzutreiben. Ebenso gebührt ein besonderer Dank meinen Eltern und Großeltern, die mich auf meinem bisherigen Lebensweg stets in jeglicher Form unterstützt haben.

Friolzheim, im März 2022

*Sebastian Watzl*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort des Herausgebers</b> . . . . .	<b>i</b>
<b>Kurzfassung</b> . . . . .	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>Danksagung</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung und Zielsetzung</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Bedeutung der Aggregatelagerung im Gesamtfahrzeug . . . . .	1
1.2 Problemstellung und Definition der Forschungsfragen . . . . .	2
1.3 Zielsetzung der Arbeit . . . . .	3
1.4 Strukturierung der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Stand der Forschung und Technik</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Modellierung von Transferpfaden und Transfereigenschaften . . . . .	5
2.1.1 Mechanische Kenngrößen der Transfereigenschaften von Bauteilen . . . . .	5
2.1.2 Mechanische Vierpole . . . . .	8
2.2 Charakteristische Eigenschaften von Elastomeren . . . . .	23
2.2.1 dynamisches Verhalten von Elastomeren . . . . .	23
2.2.2 Modellierung des Werkstoffverhaltens von Elastomeren im akustisch relevanten Frequenzbereich . . . . .	32
2.3 Systembeschreibung von Aggregatelagerbauteilen . . . . .	37
2.3.1 Aufgaben der Aggregatelagerung . . . . .	37
2.3.2 Buchsenlager . . . . .	39
2.3.3 Hydraulisch dämpfende Aggregatelager . . . . .	43
2.3.4 Herstellung von Elastomer-Verbundbauteilen . . . . .	49
2.4 Konkretisierung der Forschungsfrage . . . . .	58
<b>3 Experimentelle Untersuchung von Aggregatelagern im akustisch relevanten Frequenzbereich</b> . . . . .	<b>59</b>
3.1 Theoretische Grundlagen der experimentellen Ermittlung von Vierpolparametern . . . . .	59

3.2	Versuchsaufbau und Methodik der experimentellen Analyse	62
3.2.1	mechanischer und messtechnischer Prüfstandsaufbau	62
3.2.2	Validierung der Prüfstandsergebnisse . . . . .	66
3.3	Ermittlung des Übertragungsverhaltens von Buchsenlagern .	69
3.3.1	Einfluss des Elastomerwerkstoffes . . . . .	70
3.3.2	Einfluss der statischen Vorlast . . . . .	71
3.3.3	Einfluss der Bauteiltemperatur . . . . .	73
3.3.4	Einfluss des Anregungssignals . . . . .	77
3.4	Ermittlung des Übertragungsverhaltens von hydraulischen Topflagern . . . . .	78
3.4.1	Einfluss des Elastomerwerkstoffes . . . . .	79
3.4.2	Einfluss der Bauteiltemperatur . . . . .	81
3.4.3	Einfluss der hydraulischen Parameter . . . . .	83
<b>4</b>	<b>Modellbildung des Übertragungsverhaltens von Aggre- gatelagern . . . . .</b>	<b>89</b>
4.1	Grundlagen der Modellierungsstrategien . . . . .	89
4.1.1	FE-Modellierung . . . . .	89
4.1.2	Bedatung der Materialmodelle . . . . .	94
4.2	Modellierung des Bauteilverhaltens von Buchsenlagern . . .	98
4.2.1	Modellbildung und Simulationsrandbedingungen . .	98
4.2.2	Simulationsergebnisse und -validierung . . . . .	99
4.3	Modellierung des Bauteilverhaltens von hydraulisch dämp- fenden Lagerelementen . . . . .	102
4.3.1	Modellierung der Elastomerbauteile . . . . .	102
4.3.2	Modellierung der Hydraulikeigenschaften . . . . .	116
4.3.3	Kopplung der Modellierungsverfahren . . . . .	121
4.3.4	Fazit . . . . .	129
<b>5</b>	<b>Identifikation des Design-Raumes für hydraulische Ag- gregatelager . . . . .</b>	<b>131</b>
5.1	Abstraktion der Tragfedergeometrie und Modellbildung . . .	131
5.2	Multikriterielle Optimierung . . . . .	133
5.2.1	Definition des Optimierungsproblems . . . . .	135
5.2.2	Beschreibung des zum Lösen des Optimierungspro- blems verwendeten Algorithmus . . . . .	138
5.2.3	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	139
5.2.4	Fazit . . . . .	143
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick . . . . .</b>	<b>145</b>

6.1	Zusammenfassung der Arbeitsschwerpunkte . . . . .	145
6.2	Wissenschaftlicher Beitrag . . . . .	145
6.3	Ausblick . . . . .	146
<b>A</b>	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>147</b>
A.1	Erläuterung zum direkten Prüfverfahren zur Bestimmung von Transfersteifigkeiten . . . . .	147
A.2	Analyse der Härte-Streuung in den Elastomerbauteilen . . .	150
A.3	Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Fluidkom- pressibilität in hydraulischen Lagerelementen . . . . .	151
A.4	Ausgewählte Datenpunkte aus den Ergebnisse der Design- Space-Exploration . . . . .	153
	<b>Abbildungsverzeichnis . . . . .</b>	<b>155</b>
	<b>Tabellenverzeichnis . . . . .</b>	<b>159</b>
	<b>Symbolverzeichnis . . . . .</b>	<b>161</b>
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>167</b>



# 1 Einleitung und Zielsetzung

Um eine Einführung in die vorliegende Arbeit zu geben, soll zunächst in Abschnitt 1.1 ein motivierender Überblick über die Bedeutung von Aggregatelagerungen im Gesamtfahrzeug gegeben werden. Anschließend sollen in Abschnitt 1.2 die Herausforderungen bei der Auslegung von Aggregatlagerelementen dargelegt werden, um anschließend die für die vorliegende Arbeit relevanten Forschungsfragen zu definieren und daraus in Abschnitt 1.3 eine Zielsetzung abzuleiten. Im darauffolgenden Abschnitt 1.4 soll abschließend die Strukturierung der Arbeit erläutert werden.

## 1.1 Bedeutung der Aggregatelagerung im Gesamtfahrzeug

Neben der Formgebung bzw. dem Design eines Fahrzeuges stellt der vibroakustische Gesamteindruck eines Fahrzeuges die wichtigste unmittelbar erlebbare Eigenschaft eines Automobils dar [ZEF<sup>+</sup>13]. Zusätzlich trägt das Geräusch, insbesondere das Motorgeräusch, zu einer Emotionalisierung des Fahrzeuges bei und stellt somit ein wichtiges markenprägendes Kaufkriterium für den Kunden dar. Neben der Luftschallabstrahlung eines Antriebstranges findet in einem Fahrzeug auch eine Körperschallübertragung vom Antrieb in den Fahrgastraum statt. Der Hauptkörperschallpfad besteht dabei aus den Lagern, welche den Triebstrang in der Karosserie anbinden. Zur Isolation von unerwünschtem Körperschall von Verbrennungsgeräuschen, Kettentrieben und Zahneingriffen, sind diese Lagerelemente als nachgiebige Strukturen aus Elastomermaterialien ausgebildet. Durch die Nachgiebigkeit dieser Aggregatelager entsteht ein weiteres schwingungsfähiges Subsystem im Fahrzeug, welches durch die Fahrbahnanregung zu tieffrequenten Schwingungen angeregt wird. Neben der Isolation des Körperschalls haben die Aggregatelager daher zusätzlich die Aufgabe diese tieffrequenten Schwingungen zu dämpfen. Da der Triebstrang, im speziellen bei hochmotorisierten Fahrzeugen, einen nicht unerheblichen Teil der Fahrzeugmasse ausmacht, hat dessen Lagerung im Fahrzeug einen großen Anteil am Komforteindruck eines Fahrzeuges und auch an den fahrdynamischen Eigenschaften. Somit liefern Aggregatelagerelemente einen wichtigen Beitrag

sowohl zum tieffrequenten Fahrkomfort als auch zum vibroakustischen Gesamteindruck eines Fahrzeuges [Gen10, ZEF<sup>+</sup>13, PBBF10].

Die Anforderungen an die Körperschallisolationseigenschaften eines Aggregatelagers steigen durch zunehmende Elektrifizierung bzw. Hybridisierung der Antriebsstränge noch weiter an, da durch den Entfall der Ladungswechselgeräusche eines Verbrennungsmotors eine Maskierung unerwünschter, triebstranginduzierter Geräusche ausbleibt.

### **1.2 Problemstellung und Definition der Forschungsfragen**

Die Auslegung von Aggregatelagerelementen erfolgt mit Hilfe moderner MKS-Rechentools heute größtenteils virtuell und mit dem Ziel der Optimierung tieffrequenter, fahrkomfortrelevanter Kriterien. Die vibroakustischen Eigenschaften können erst in der Hardwarephase im Gesamtfahrzeug abgeprüft und abgestimmt werden. Eine zielgerichtete Entwicklung bezüglich der Isolationseigenschaften mit größeren Änderungen an den Bauteilen ist aus Zeit- und Kostengründen dann meist nicht mehr möglich. Oftmals kommen zur Lösung spezifischer Probleme dann Tilger oder Sperrmassen zum Einsatz, welche Kosten- und Gewichtsnachteile für das Gesamtfahrzeug mit sich bringen. Eine Auslegung der Bauteile in einer isolierten Prüfstands Umgebung oder einer virtuellen Umgebung kann hierbei das notwendige Frontloading in der Entwicklung bereitstellen, um auch die vibroakustischen Anforderungen an Aggregatelagerelemente in den modernen Fahrzeugentwicklungsprozess einfließen zu lassen. Hierzu ist es jedoch notwendig, die wesentlichen Einflussparameter auf die Körperschallübertragungseigenschaften von Aggregatelagern zu kennen und diese gezielt auslegen zu können. Akustisch relevante Phänomene im Fahrzeug, welche durch Körperschall über die Aggregatelager übertragen werden, befinden sich üblicherweise in einem Frequenzbereich zwischen 200 Hz und 2 kHz [PBBF10]. Die Geräuschanteile mit Frequenzen unterhalb dieses Bereichs können durch das Hörorgan nur schlecht wahrgenommen werden, diejenigen höherer Frequenzen werden durch sich mit steigender Frequenz verbessernde Karosserieeigenschaften deutlich geringer an das Insassenohr übertragen.

Ausgehend von der beschriebenen Problemstellung ergeben sich daher im Wesentlichen drei Forschungsfragen:



- Wie lassen sich die Körperschalltransfereigenschaften von Aggregatlagern beeinflussen, um diese an die jeweiligen Anforderungen des Gesamtfahrzeuges anpassen zu können?
- Welche Wechselwirkungen zwischen den Komponenten beeinflussen das Gesamtsystem?
- Welche Grenzen für die Transfereigenschaften ergeben sich aus den Randbedingungen, die sich aus dem Einsatz der Bauteile in einem Kraftfahrzeug ableiten.

### **1.3 Zielsetzung der Arbeit**

Aus diesen drei im vorherigen Abschnitt dargelegten Forschungsfragen lassen sich konkrete Zielsetzungen für die vorliegende Arbeit ableiten. Zum einen soll ein Verfahren erarbeitet werden, mit dessen Hilfe die Körperschalltransfereigenschaften der betrachteten Bauteile experimentell ermittelt werden können. Im Anschluss daran sollen über Parameterstudien an verschiedenen Bauformen von Aggregatlagern die wesentlichen Einflussparameter auf das Körperschallübertragungsverhalten herausgearbeitet werden. Aufbauend auf diesen Parameterstudien soll eine Modellbildung erfolgen, welche das Körperschallübertragungsverhalten der Bauteile abbildet und die erarbeiteten Parameter berücksichtigt. Mit diesem Modell sollen im Anschluss mit Hilfe einer multikriteriellen Optimierung die Grenzen einer möglichen Auslegung der Bauteile aufgezeigt werden. Auf diesem Wege kann ein Auslegungsspielraum dargelegt werden, in welchem eine Optimierung der Körperschallübertragung durch die Aggregatlager erfolgen kann.

### **1.4 Strukturierung der Arbeit**

Die Struktur der vorliegenden Arbeit orientiert sich an der im vorherigen Abschnitt dargelegten Zielsetzung. Zunächst soll in Kapitel 2 der Stand der Forschung und Technik zur Modellierung der Körperschalltransferpfade, zum dynamischen Verhalten von Elastomeren sowie zum Aufbau und der Herstellung von Aggregatlagern erörtert werden. Im darauf folgenden Kapitel 3 soll anschließend eine Methodik aufgezeigt werden, mit deren Hilfe die Körperschalltransfereigenschaften der Lagerelemente experimentell ermittelt werden können. Darauf aufbauend werden im selben Kapitel die Parameterstudien an den Bauteilen erläutert und die wesentlichen Einflussparameter herausgearbeitet.

In Kapitel 4 soll das Körperschalltransferverhalten der Bauteile dann durch geeignete Modellierung nachgebildet werden. Hierzu wird zunächst eine kurze Einführung in die verwendete Modellierungsstrategie gegeben. Hierzu wird an dieser Stelle nochmals auf die theoretischen Grundlagen eingegangen. Da diese nur für das Kapitel der Modellbildung eine Rolle spielt, ist dieser Teil nicht im Stand der Forschung und Technik integriert. Anschließend wird die Modellierung und eine entsprechende Validierung dieser Modellierung durchgeführt.

Kapitel 5 führt, aufbauend auf der vorangegangenen Modellierung, eine Design-Raum-Exploration durch, um die Grenzen der Auslegung für Aggregatagerbauteile aufzeigen zu können. Auch hier wird, wie im vorherigen Kapitel, nochmals eine kurze Einführung in die Grundlagen des verwendeten Optimierungsalgorithmus gegeben.

Abschließend soll in Kapitel 6 eine Schlussfolgerung und Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit gegeben werden. Darüber hinaus soll ebenso gezeigt werden, inwieweit die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse den Stand der Technik erweitert haben.

## 2 Stand der Forschung und Technik

Im folgenden Kapitel sollen zunächst die für die Bearbeitung der gestellten Forschungsfragen notwendigen Grundlagen dargelegt werden. Hierzu soll in einem ersten Schritt eine analytische Betrachtung des Körperschalltransferpfades mit Hilfe von Vierpolen vorgestellt werden (Abschnitt 2.1). Anschließend soll in Abschnitt 2.2 auf die spezifischen Werkstoffeigenschaften der Elastomere eingegangen werden, welche für die betrachteten Bauteile von Relevanz sind. Daraufhin wird in Abschnitt 2.3 ein Überblick über den Aufbau verschiedener Aggregatlagerelemente und die Herstellung dieser gegeben. Zuletzt wird auf Basis der dargelegten Grundlagen die in Abschnitt 1.2 formulierten Forschungsfragen konkretisiert.

### 2.1 Modellierung von Transferpfaden und Transfereigenschaften

Zur Betrachtung der Körperschallübertragung in Fahrzeugen soll in den folgenden Abschnitten eine theoretische Einführung in die Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Bauteilen und deren Schnittstellen gegeben werden. Aus der Betrachtung dieser lassen sich verschiedene Dämmungsgrößen ableiten, um die Wirksamkeit von Körperschallisolatoren beurteilen zu können. Mit dem Hintergrund der Optimierung des Komforts und der Innenraumakustik in Fahrzeugen wird detailliert auf die Beschreibung einzelner Bauteile mittels mechanischer Vierpole eingegangen.

#### 2.1.1 Mechanische Kenngrößen der Transfereigenschaften von Bauteilen

Die Beschreibung der Körperschalltransfereigenschaften eines Bauteils kann mit Hilfe verschiedener mechanischer Kenngrößen erfolgen.

Wird ein Körper mit einer punktförmigen, harmonischen Kraft der Form  $F(t) = \hat{F} \sin(\omega t)$  beaufschlagt, so reagiert dieser mit einer resultierenden Deformation  $x(t) = \hat{x} \sin(\omega t + \delta)$ . Hierbei sind  $F(t)$  das Zeitsignal der Kraft,  $\hat{F}$  die Amplitude des harmonischen Kraftverlaufs,  $x(t)$  das Zeitsignal des Schwingweges und  $\hat{x}$  die Amplitude des harmonischen Schwingweges.

Durch eine komplexe Erweiterung der Sinusterme kann die Kraft bzw. Deformation des Körpers als komplexe Größe ausgedrückt werden zu:

$$\underline{F}(t) = \hat{F} e^{i\omega t} \text{ bzw. } \underline{x}(t) = \hat{x} e^{i\delta} e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

mit: dem Winkelversatz  $\delta$  zwischen dem Kraft- und Wegsignal.

Um das Übertragungsverhalten zu charakterisieren, wird die Reaktion des Bauteils auf die jeweilige Anregung bezogen, die diese Reaktion zur Folge hat. Dieser Zusammenhang wird im Zeitbereich durch Differentialgleichung(-en) beschrieben und lässt sich im Frequenzbereich durch die Übertragungsfunktion  $\underline{T}(\omega)$  gemäß Gleichung 2.2 beschreiben [ZEF<sup>+</sup>13].

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{A}(\omega)}{\underline{E}(\omega)} \quad (2.2)$$

mit:  $\underline{A}(\omega)$  und  $\underline{E}(\omega)$  die Laplace- bzw. Fourier-Transformierte der Zeitsignale  $A(t)$  am Ausgang und  $E(t)$  am Eingang.

Die gebräuchlichste Übertragungsfunktion von Bauteilen ist die mechanische Steifigkeit. Diese ist definiert als der Widerstand eines linear elastischen Körpers gegen eine mechanische Verformung bei einer einwirkenden Kraft (vgl. [Kün01]) und lässt sich somit aus den komplexen Größen der Kraft und der Deformation errechnen zu:

$$\underline{c}(\omega) = \frac{\underline{F}(\omega)}{\underline{x}(\omega)} \quad (2.3)$$

mit:  $\underline{c}(\omega)$ : komplexe dynamische Steifigkeit,  $\underline{F}(\omega)$ : Fourier-Transformierte des Kraftverlaufs,  $\underline{x}(\omega)$ : Fourier-Transformierte des Schwingweges,

Betrachtet man die Deformation des Körpers an einer Stelle  $j$  bei einer Krafteinleitung an der Stelle  $i$ , so ergibt sich die Transfersteifigkeit  $c^{ij}$  des Körpers:

$$\underline{c}^{ij}(\omega) = \frac{\underline{F}^i(\omega)}{\underline{x}^j(\omega)} \quad (2.4)$$

mit:  $\underline{c}^{ij}(\omega)$ : komplexe Transfersteifigkeit vom Punkt  $i$  zum Punkt  $j$ ,  $\underline{F}^i(\omega)$ : Fourier-Transformierte des Kraftverlaufs an der Stelle  $i$ ,  $\underline{x}^j(\omega)$ : Fourier-Transformierte des Schwingweges an der Stelle  $j$ .

Sind der Ort der Krafteinleitung und der Ort der Deformation identisch, so spricht man von der Ein- bzw. Ausgangssteifigkeit eines Körpers.

Wird statt des Schwingweges  $x$  an der Stelle  $j$  die Schwingschnelle  $v$  betrachtet, so kann als Beschreibungsgröße für die Widerstandsfähigkeit des Körpers gegen eine äußere Erregung die mechanische Impedanz herangezogen werden (vgl. [KM85]). Diese errechnet sich demnach gemäß:

$$\underline{Z}^{ij}(\omega) = \frac{F^i(\omega)}{v^j(\omega)} \quad (2.5)$$

mit:  $\underline{Z}^{ij}(\omega)$ : komplexe Transferimpedanz vom Punkt  $i$  zum Punkt  $j$ ,  $F^i(\omega)$ :  
 Fourier-Transformierte des Kraftverlaufs an der Stelle  $i$ ,  $v^j(\omega)$ :  
 Fourier-Transformierte der Schwingschnelle an der Stelle  $j$ .

Neben der Steifigkeit und der Impedanz gibt es noch weitere Darstellungsformen der Übertragungseigenschaften von Bauteilen. Die Nomenklatur dieser Übertragungsfunktionen entstammt zum Teil der Elektrotechnik und ist aus der Betrachtung von elektromechanischen Analogien entstanden. Eine Übersicht über die wichtigsten dieser Übertragungsfunktionen ist in Tabelle 2.1 dargestellt.

Die Übertragungsfunktionen von idealisierten Bauteilen lassen sich gemäß den in Tabelle 2.1 dargestellten Beziehungen einfach bestimmen. Für eine ideale Punktmasse ist die Kraft nach dem zweiten Newtonschen Axiom proportional zur Beschleunigung  $a$ , für einen idealen viskosen Dämpfer proportional zur Schwingschnelle  $v$  und für eine ideale, masselose Feder proportional zum Schwingweg  $x$ . Demnach ergeben sich die Reaktionskräfte dieser idealen Komponenten mit den Konstanten  $m$ ,  $k$  und  $c$  zu den in Tabelle 2.2 gegebenen Zusammenhängen.

Über den Zusammenhang im Frequenzbereich zwischen Beschleunigung, Schwingschnelle und Schwingweg

$$\underline{a}(\omega) = j\omega \underline{v}(\omega) = (j\omega)^2 \underline{x}(\omega) \quad (2.6)$$

mit:  $\underline{a}(\omega)$ : Fourier-Transformierte der Schwingbeschleunigung,  $\underline{a}(\omega)$ :  
 Fourier-Transformierte der Schwingschnelle,  $\underline{x}(\omega)$ : Fourier-Transformierte  
 des Schwingweges

ergeben sich die Übertragungsfunktionen dieser idealisierten Bauteile im Frequenzbereich gemäß der in Tabelle 2.3 aufgeführten Zusammenhänge. Die Übertragungsfunktionen dieser idealisierten Bauteile sind in Abbildung 2.1 dargestellt.

Die elektromechanischen Analogien erlauben es ebenfalls, die Größen, welche für die schwingungstechnische Betrachtung von Körperschallübertra-

kinematische Größe der Berechnungs- grundlage	Übertragungs- funktion	Bezeichnung
Schwingweg $\underline{x}$	$\frac{F(\omega)}{\underline{x}(\omega)} = \underline{C}(\omega)$	dynamische Steifigkeit, Hemmung , effektive Steife
	$\frac{\underline{\dot{x}}(\omega)}{F(\omega)} = \underline{N}(\omega)$	dynamische Nachgiebigkeit, Weichheit
Schwingge- schwindigkeit, Schnelle $\underline{\dot{x}} = \underline{v}(\omega)$	$\frac{F(\omega)}{\underline{v}(\omega)} = \underline{Z}(\omega)$	mech. Impedanz, mech. Scheinwiderstand, Mitgang
	$Re\{\underline{Z}(\omega)\}$	Resistanz
	$Im\{\underline{Z}(\omega)\}$	Reaktanz
	$\frac{\underline{v}(\omega)}{F(\omega)} = \underline{Y}(\omega)$	mech. Admittanz, Beweg- lichkeit, Mobilität
Schwingbe- schleunigung $\underline{\ddot{x}} = \underline{\dot{v}} = \underline{a}$	$\frac{F(\omega)}{\underline{a}(\omega)} = \underline{M}(\omega)$	dynamische Masse, Schein- masse, effektive Masse
	$\frac{\underline{a}(\omega)}{F(\omega)} = \underline{A}(\omega)$	Akzeleranz, Inertanz

Tabelle 2.1: Nomenklatur der komplexen Übertragungsfunktionen von mechanischen Systemen [ZEF<sup>+</sup>13, KM85, SEM08]

gungspfad notwendig sind, mit Hilfe von Beziehungen der Elektrotechnik und Systemtheorie zu betrachten. Hierdurch können die Methoden und Werkzeuge, die in der elektrischen Schaltungsanalyse entwickelt wurden, für die Analyse von mechanischen Schwingungssystemen angewandt werden (vgl. [ZEF<sup>+</sup>13]). Im folgenden Abschnitt soll daher explizit auf die Beschreibung von Bauteilen mittels Vierpolen eingegangen werden.

### 2.1.2 mechanische Vierpole

In der Systemtheorie können mechanische oder elektromechanische Systeme durch Zweitore bzw. Vierpole beschrieben werden. Die Ein- bzw. Aus-

Komponente	Reaktionskraft
ideale Punktmasse	$\underline{F}(\omega) = m\underline{a}(\omega)$
idealer viskoser Dämpfer	$\underline{F}(\omega) = k\underline{v}(\omega)$
ideale Feder	$\underline{F}(\omega) = c\underline{s}(\omega)$

Tabelle 2.2: Reaktionskräfte idealer Bauteile

	ideale Punktmasse (Masse $m$ )	idealer viskoser Dämpfer (Däm- pferkonst. $k$ )	masselose Feder (Federkonst. $c$ )
dyn. Masse $\underline{M}$	$\frac{\underline{F}}{\underline{a}} = m$	$\frac{\underline{F}}{j\omega\underline{v}} = \frac{k}{j\omega}$	$\frac{\underline{F}}{(j\omega)^2\underline{s}} = \frac{c}{(j\omega)^2}$
Impedanz $\underline{Z}$	$\frac{(j\omega)\underline{F}}{\underline{a}} = j\omega m$	$\frac{\underline{F}}{\underline{v}} = k$	$\frac{\underline{F}}{j\omega\underline{s}} = \frac{c}{j\omega}$
dyn. Steifig- keit $\underline{C}$	$\frac{(j\omega)^2\underline{F}}{\underline{a}} = (j\omega)^2 m$	$\frac{(j\omega)\underline{F}}{\underline{v}} = j\omega k$	$\frac{\underline{F}}{\underline{s}} = c$

Tabelle 2.3: Übertragungsfunktionen idealisierter Bauteile [Sch79, Sel05]

gangsgröße dieser Vierpole sind die Kräfte vor und nach dem jeweiligen Element und je nach Betrachtungsform der Schwingweg bzw. die Schwinggeschwindigkeit am Ein- und Ausgang. Die Anwendung der Vierpol-Theorie auf mechanische Schwingssysteme erfolgte 1957 erstmalig durch Molloy [Mol57]. Snowdon [Sno79], Sell [SEM08, Sel05], Tesar [TF88] und Waller [WK75] geben ebenso eine Herleitung und verschiedene Anwendungsfälle auch für die Körperschallübertragung.

## Grundlagen der Theorie mechanischer Vierpole

Vierpolparameter können in Kettenform dargestellt werden (vgl. [SEM08], [Mol57]), bei der die Ausgangsgrößen in Abhängigkeit der Eingangsgrößen angegeben sind. Alternativ dazu kann auch die Steifigkeitsform oder die Impedanzform (vgl. [SEM08, Ger80]) benutzt werden.

In dieser Darstellung stellen die Vierpolparameter Steifigkeiten dar und lassen sich so einfach interpretieren. In den nachfolgenden Abschnitten und Kapiteln wird daher explizit auf die Darstellung in Steifigkeitsform eingegangen. Abbildung 2.2 zeigt einen solchen mechanischen Vierpol in Steifig-

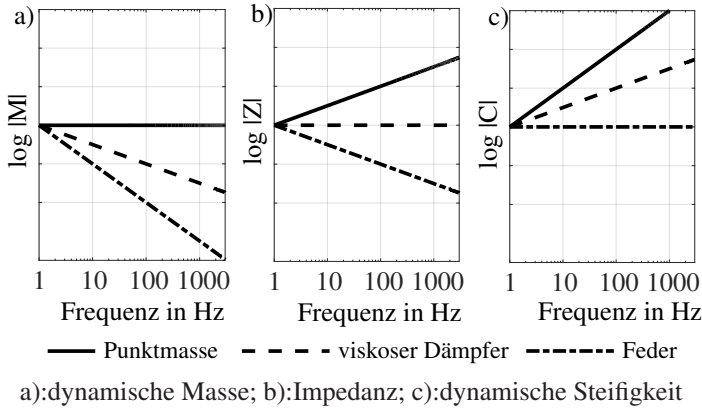
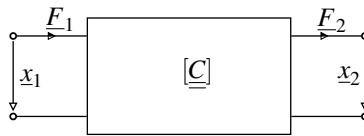


Abbildung 2.1: Graphische Darstellung mechanischer Transferfunktionen idealisierter Bauteile [Sel05]

keitsform.



mit:  $\underline{F}_1$ : Kraft an der Eingangsseite des Vierpols;  $\underline{F}_2$ : Kraft an der Ausgangsseite des Vierpols;  $\underline{x}_1$ : Schwingweg an der Eingangsseite des Vierpols;  $\underline{x}_2$ : Schwingweg an der Ausgangsseite des Vierpols;  $\underline{C}$ : Vierpol Matrix des Vierpols in Steifigkeitsform

Abbildung 2.2: Vierpol eines mechanischen Bauteils in Steifigkeitsform [Sel05]

Die zugehörige Matrix-Darstellung  $\underline{C}$  des Vierpols in Steifigkeitsform kann gegeben werden durch:

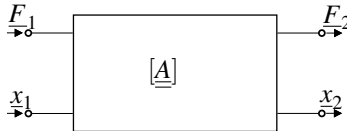
$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{F}_2 \end{bmatrix} = \underline{C} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

mit:  $c_{ij}$ : Transfersteifigkeit des Vierpols;  $c_{11}$ : Eingangssteifigkeit des Vierpols;  $c_{22}$ : Ausgangssteifigkeit des Vierpols



Für die Berechnung der Übertragungseigenschaften von komplexen Systemen, die aus mehreren hintereinandergeschalteten Vierpolen bestehen, ist hingegen die Kettenform geeigneter. Eine Darstellung des mechanischen Vierpols in Kettenform ist in Abbildung 2.3 gegeben.

Die mathematische Beschreibung des Vierpols in Kettenform ist gegeben



mit:  $F_1$ : Kraft an der Eingangsseite des Vierpols, welche von außen auf den Vierpol wirkt;  $F_2$ : Kraft an der Ausgangsseite des Vierpols, welche vom Vierpol auf die dort angebundene Struktur wirkt;  $x_1$ : Schwingweg an der Eingangsseite des Vierpols;  $x_2$ : Schwingweg an der Ausgangsseite des Vierpols;  $\underline{\underline{A}}$ : Vierpol Matrix des Vierpols in Kettenform

Abbildung 2.3: Vierpol eines mechanischen Bauteils in Kettenform [Sel05]

durch:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} \begin{bmatrix} F_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

mit:  $\underline{\underline{A}}$  der Vierpol-Matrix eines Vierpols in Kettenform

Bei der Darstellung in Kettenform ist besonders zu beachten, dass die Kraft  $F_2$  diejenige Kraft ist, welche vom Vierpol auf die dort angebundene Struktur wirkt (vgl. [Sel05, Fre80]). Die Kraft  $F_1$  hingegen ist diejenige Kraft, welche von der am Eingang angebotenen Struktur auf den Vierpol wirkt. Dadurch wird erreicht, dass bei identischer Richtung der Kräfte gemäß Abbildung 2.3 die Ausgangsgrößen des vorherigen Vierpols den Eingangsgrößen des darauffolgenden Vierpols entsprechen. Hierdurch wird die Berechnung dieser Schaltung vereinfacht. Neben der Steifigkeitsform und der Kettenform existieren noch weitere Darstellungsformen, die mit Hilfe von Transformationsmatrizen ineinander umgerechnet werden können [Rub67]. Die Umrechnung von der Steifigkeits- in die Kettenform ist in Tabelle 2.4 dargestellt.

### Kopplung mechanischer Vierpole

Ein mechanisches System kann als ein Netzwerk aus mehreren Teilsystemen, welche miteinander gekoppelt sind, betrachtet werden. Um diese

	<b>Kettenform</b>	<b>Steifigkeitsform</b>
Gl	$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{11} & \underline{c}_{12} \\ \underline{c}_{21} & \underline{c}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix}$
$\underline{\underline{A}} =$	$\begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{c}_{11} & \frac{\det(\underline{\underline{C}})}{\underline{c}_{21}} \\ \underline{c}_{21} & \underline{c}_{22} \end{bmatrix}$
$\underline{\underline{C}} =$	$\begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \frac{\det(\underline{\underline{A}})}{\underline{a}_{21}} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \\ \underline{1} & \underline{a}_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{c}_{11} & \underline{c}_{12} \\ \underline{c}_{21} & \underline{c}_{22} \end{bmatrix}$

Tabelle 2.4: Umrechnung der Vierpolmatrizen von Steifigkeits- in Kettenform

Kopplung im Verhalten des Gesamtsystems zu berücksichtigen, kann jedes seiner Teilsysteme durch einen Vierpol beschrieben werden. Im Anschluss daran kann das System mathematisch zu einem Gesamt-Vierpol zusammengefasst werden [Sel05]. Die einzelnen Vierpole müssen, soweit sie mit der selben Schwingschnelle bzw. dem selben Schwingweg beaufschlagt werden, parallel geschaltet werden. Dies ist nur dann sinnvoll, wenn die einzelnen Elemente räumlich nicht zu weit voneinander entfernt angeordnet sind. Bei der Lagerung einer großen Maschine oder Anlage gilt dies nur, solange einfache Hubschwingungen vorliegen. Die Auswirkung von Kipp- und Drehbewegungen, bei denen die Schwingwege der einzelnen Lagerelemente unterschiedlich sind, lassen sich mit Hilfe der Vierpolmethode nicht berechnen [Sei99, Sel05].

Werden mehrere Teilsysteme als starr miteinander verbunden betrachtet und wird davon ausgegangen, dass diese alle mit dem selben Schwingweg beaufschlagt werden und die Ein- bzw. Ausgangskräfte der Teilsysteme sich zu den jeweiligen Gesamtkräften addieren, spricht man von einer Parallelschaltung der Vierpole. Zur Bestimmung der Gesamtsteifigkeitsmatrix von

$n$  parallelen Teilvierpolen werden die einzelnen Steifigkeitsmatrizen gemäß Gleichung 2.9 aufsummiert [Fel62]:

$$\underline{\underline{C}}^{ges} = \sum_{i=0}^N \underline{\underline{C}}^i \quad (2.9)$$

mit:  $\underline{\underline{C}}^{ges}$ : Summensteifigkeitsvierpol-Matrix der Parallelschaltung,  $\underline{\underline{C}}^i$ :  
Steifigkeitsvierpol-Matrix des  $i$ -ten Vierpols der Parallelschaltung

Bei einer seriellen Schaltung von mehreren Vierpolen, bei der die Ausgangsgrößen des vorherigen Vierpols jeweils die Eingangsgrößen des nachfolgenden sind, kann eine mathematische Beschreibung des Gesamtvierpols mathematisch am einfachsten über die Kettenform dargestellt werden [Fel62]:

$$\underline{\underline{A}}^{ges} = \prod_{i=0}^N \underline{\underline{A}}^i \quad (2.10)$$

mit:  $\underline{\underline{A}}^{ges}$ : Summenkettenvierpol-Matrix der Reihenschaltung,  $\underline{\underline{A}}^i$ :  
Kettenvierpol-Matrix des  $i$ -ten Vierpols der Reihenschaltung

## Vierpolparameter idealer mechanischer Elemente

Nachdem in Abschnitt 2.1.1 bereits die Transfereigenschaften von den idealisierten Bauteilen Punktmasse, viskoser Dämpfer und Feder erörtert wurden, sollen im folgenden Abschnitt auch die Vierpolparameter dieser Bauteile hergeleitet werden.

**Punktmasse:** Wird die Punktmasse mit der Vorzeichenkonvention des Vierpols in Kettenform aus Abbildung 2.3 freigeschnitten und vorausgesetzt, dass die Verschiebungen vor und nach der Punktmasse identisch sind, so folgt nach dem zweiten Newtonschen Axiom:

$$m\ddot{x}_1 = F_1 + F_2 \quad (2.11)$$

$$x_1 = x_2. \quad (2.12)$$

Ein Umstellen von Gleichung 2.11 ergibt das Gleichungspaar:

$$F_1 = F_2 + m\ddot{x}_1 = F_2 + m(j\omega)^2 x_2 \quad (2.13)$$

$$x_1 = x_2 \quad (2.14)$$

Somit ergibt sich die Vierpolmatrix in Kettenform zu:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{x}_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{Masse} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (j\omega)^2 m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Über die in Tabelle 2.4 gegebenen Transformationsvorschriften lassen sich die Vierpolmatrizen in die Steifigkeitsform überführen. Da der Eintrag  $\underline{a}_{21}$  Null ist, ergibt sich die Steifigkeitsform zu:

$$\underline{\underline{C}}^{Masse} = \begin{bmatrix} \infty & \infty \\ \infty & \infty \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Was Gleichung 2.16 mathematisch zum Ausdruck bringt, wird bei näherer Betrachtung auch anschaulich logisch: Versucht man eine Punktmasse gegen eine unendlich steife Wand zu drücken, so wird sich diese nicht verformen. Demnach werden die Steifigkeiten unendlich groß.

**viskoser Dämpfer:** Für den idealen, viskosen Dämpfer ergibt sich mit der Dämpfungskonstanten  $k$  die Reaktionskraft des Dämpfers mit der Vorzeichenkonvention aus Abbildung 2.3:

$$F_1 = F_2 = k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \rightarrow x_1 = \frac{F_2}{j\omega k} + x_2 \quad (2.17)$$

Zusammen mit dem Kräftegleichgewicht ( $F_1 = F_2$ ) ergeben sich die Vierpolparameter für den idealen viskosen Dämpfer mit der Dämpferkonstanten  $k$  in Kettenform zu:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{x}_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{Dämpfer} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega k} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

In Steifigkeitsform ergeben sich die Vierpolparameter zu:

$$\underline{\underline{C}}^{Dämpfer} = \begin{bmatrix} j\omega k & -j\omega k \\ j\omega k & -j\omega k \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

**Masselose Feder:** Analog zum Vorgehen für den viskosen Dämpfer ergeben sich aus dem Kräftegleichgewicht und der Reaktionskraft der idealen Feder mit der Federkonstanten  $c$  zwei Gleichungen:

$$F_1 = F_2 \quad (2.20)$$

$$F_2 = c(x_1 - x_2) \rightarrow x_1 = \frac{F_2}{c} + x_2 \quad (2.21)$$

und damit die Vierpolparameter in Kettenform:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{x}_1 \end{bmatrix} = \underline{A}^{Feder} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{c} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Diese lassen sich wiederum in die Steifigkeitsform umrechnen:

$$\underline{C}^{Feder} = \begin{bmatrix} c & c \\ c & c \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Für alle idealisierten Bauteile entsprechen die Eingangs- und Ausgangssteifigkeiten gleich den Transfersteifigkeiten. Für die ideale Feder und den viskosen Dämpfer gilt dies nur, solange die Masse der Bauteile keinen Einfluss auf deren Verhalten zeigt.

### Beschreibung des Körperschallpfades im Fahrzeug mit Hilfe von Vierpolen

Im Fahrzeug wird ein Körperschallpfad vom Aggregat über das nachgiebige Aggregatlager bis in die angrenzende Karosseriestruktur gebildet, von wo aus eine Abstrahlung als Luftschall stattfindet, welcher von den Passagieren wahrgenommen werden kann. Maßnahmen zur Minderung dieses Körperschalleintrages zielen entweder darauf ab, die Emission von Körperschall durch die Quelle zu reduzieren oder die Schwingungsenergie zur Quelle zurückzereflektieren, um bei einem mehrmaligen Durchlaufen von schallabsorbierenden Strukturen entsprechend reduziert zu werden. Nach Kurze und Sell [Sel05, KM85] kommen dabei vor allem schwere Massen oder weiche Federn zum Einsatz. Um die Dämmungswirkung beschreiben zu können, werden bevorzugt zwei verschiedene Arten der Dämmungsgrößen verwendet. Die *Durchgangsdämmung* betrachtet das Verhältnis von Kräften oder Schwingwegen, -schnellen oder -beschleunigungen ins Verhältnis zueinan-

der. Die *Einfügedämmung* vergleicht die Schwingungsgrößen auf der Empfängerseite der Struktur beim Einsatz eines Isolationselementes mit dem Zustand ohne dieses Isolationselement. Bei dieser Beschreibung der Dämmung von Körperschall kann auch die Auswirkung des Isolationselementes auf das Verhalten des Gesamtsystems beurteilt werden. Beide Betrachtungen erlauben jedoch keine quantitativen Rückschlüsse auf die Auswirkungen des Isolationselementes auf den körperschallinduzierten Luftschall am Fahrerohr ohne dass ein Referenzzustand bekannt wäre. Da Fahrzeugentwicklungsprozesse zunehmend virtualisiert werden, besteht das Ziel, das Antriebsgeräusch bereits auf Basis von Simulation oder Komponentenversuchen beschreiben zu können

Die Modellierung des Körperschallübertragungspfad durch Vierpole ermöglicht es, die Wechselwirkungen zwischen Triebstrang, Karosseriestruktur und den Aggregatlagern besser zu verstehen und zu quantifizieren. Ansätze hierzu wurden bereits von Fülbier [Fül01], Sell [Sel01, Sel05] und Krämer & Helber [KH93] unternommen. Im Folgenden soll diese Methode dargestellt werden, um herauszustellen, welche Vierpolparameter der Aggregatlager von besonderem Interesse sind. Dieser Körperschallpfad vom Aggregat bis zum Insassenohr ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Für jedes Ag-

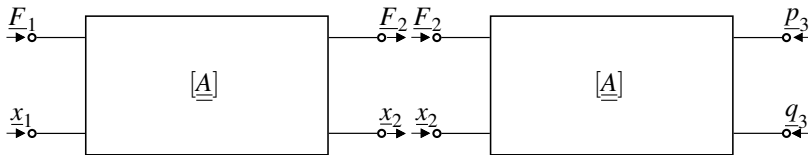


Abbildung 2.4: Vierpole für Lager und Karosserie eines Körperschallpfades [Gen10]

gregatlager und jede Raumrichtung existiert je ein solcher Übertragungspfad, welcher einen Teilschalldruck erzeugt. Alle Teilschalldrücke wiederum summieren sich zum Gesamtschalldruck im Innenraum auf. Die Transferpfadanalyse mit Hilfe von Vierpolen setzt voraus, dass die Übertragung in den drei Raumrichtungen sich nicht gegenseitig beeinflussen und die Systeme als linear angenommen werden können [Fre80]. Für die Modellierung des Aggregatlagern wird zunächst die Steifigkeitsform verwendet, da

die Vierpolparameter so einfach zu bestimmen und interpretieren sind. Dies führt zu folgender Vierpolgleichung:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{C}}_{\text{Lager}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^L & c_{12}^L \\ c_{21}^L & c_{22}^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Hierbei stellen  $c_{11}^L$  die Eingangssteifigkeit des Lagers,  $c_{22}^L$  die Ausgangssteifigkeit des Lagers und  $c_{12}^L$  bzw.  $c_{21}^L$  die Vorwärts- und Rückwärts-Transfersteifigkeiten des Lagers dar. Der in Abbildung 2.4 dargestellte Vierpol für die Karosseriestruktur zeigt den Zusammenhang zwischen mechanischen Eingangsgrößen in die Karosserie ( $F_2, x_2$ ) und den akustischen Ausgangsgrößen ( $p_3, q_3$ ). Hierbei stehen  $F_2$  und  $x_2$  für die Kraft und den Weg, mit der die Karosseriestruktur durch das Lagerelement angeregt wird.  $p_3$  ist der Schalldruck am Empfängerort,  $q_3$  der Schallfluss durch die Oberfläche eines abgeschlossenen Volumens, welches den Empfängerort umgibt. Für jeden Körperschallübertragungspfad entsteht so ein Karosserie-Vierpol, welcher die Übertragungseigenschaften der Struktur von der jeweiligen Einleitungsstelle zum Empfängerort abbildet. Krämer und Helber [KH93] sowie Sell [Gen10, Sel05] geben diesen Vierpol in Hybridform an, da so die für die Beschreibung notwendigen Größen einfach zu bestimmen sind. Bei hybriden Vierpolen sind die Größen auf der Empfänger- und der Senderseite des Vierpols nicht getrennt sondern je eine links bzw. rechts des Vierpols angeordnet. Dementsprechend ergibt sich die Vierpolgleichung zu:

$$\begin{bmatrix} p_3 \\ x_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}}_{\text{Karosserie}} \begin{bmatrix} q_3 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}^K & h_{12}^K \\ h_{21}^K & h_{22}^K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_3 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

mit:  $\underline{\underline{H}}_{\text{Karosserie}}$ : der Vierpolmatrix der Karosserie in Hybridform mit den Einträgen  $h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}, p_3$ : dem Teilschalldruck an einem Empfängerort im Fahrzeuginneren,  $q_3$ : dem Schallfluss durch die Oberfläche eines geschlossenen Volumens, welches den jeweiligen Empfängerort beinhaltet,  $x_2$ : dem Schwingweg am Punkt der Körperschalleinleitung in die Karosserie,  $F_2$ : der dynamischen Kraft am Punkt der Körperschalleinleitung in die Karosserie

Der Schallfluss ist dabei die definiert durch [ZEF<sup>+</sup>13]:

$$q_3 = \int \underline{\mathbf{v}} \cdot d\mathbf{A} = \int v_{\perp} dA \quad (2.26)$$

mit:  $\underline{v}$ : dem Schallschnellefeld;  $d\mathbf{A}$ : vektorielles Oberflächenelement

Aus Gleichung 2.26 ist ersichtlich, dass der Schallfluss die über eine Oberfläche integrierte Schallschnelle ist. Hierbei ist hervorzuheben, dass nur derjenige Anteil der Schallschnelle berücksichtigt wird, welcher senkrecht zur Oberfläche steht. Dies wird durch die vektorwertige Darstellung des Oberflächenelements und die Verrechnung als Skalarprodukt mit dem Schallfluss berücksichtigt. Für die Ermittlung des Schallflusses  $q_3$  wird das Volumen, welches den Empfängerort umgibt, klein gegenüber der betrachteten Wellenlänge gewählt. Ist dieses Volumen zusätzlich noch frei von einer Schallquelle, so wird  $q_3$  sehr klein werden. Vereinfachend wird daher im Folgenden  $q_3 = 0$  gesetzt.

Die Vierpolparameter  $h_{12}^K$  und  $h_{22}^K$  des Karosserievierpols sind besonders relevant für die Beschreibung des Transferpfades:  $h_{12}^K$  wird oft als vibroakustische Übertragungsfunktion bzw. Noise-Transfer-Function (NTF) bezeichnet [Fre92]. Sie gibt abhängig von der karosserieerregenden Kraft an, wie viel Schalldruck beim Empfänger entsteht. Unter der Vereinfachung, dass  $q_3 = 0$  ist, ergibt sich  $h_{12}^K$  zu:

$$h_{12}^K = \frac{p_3}{F_2} \quad (2.27)$$

Die vibroakustische Übertragungsfunktion kann auf einfachem Wege zum Beispiel mit der Impulshammermethode ermittelt werden [ZEF<sup>+</sup>13]. Die zweite wichtige Größe  $h_{22}^K$  ist die Eingangsnachgiebigkeit der Karosserie. Sie stellt den Kehrwert der lokalen dynamischen Steifigkeit der Karosserie (LDS) dar und setzt die Deformation an der Einleitungsstelle ins Verhältnis zur anregenden Kraft. Mit der bereits getroffenen Vereinfachung  $q_3 = 0$ , kann die Eingangsnachgiebigkeit beschrieben werden als:

$$h_{22}^K = \frac{x_2}{F_2} \quad (2.28)$$

Oft wird auch der Kehrwert der Eingangsnachgiebigkeit angegeben, in diesem Zusammenhang spricht Bargende [Bar03] von der Karosserie-Eingangssteifigkeit. Für die Beschreibung der Reihenschaltung von Lager- und Karosserie-Vierpol müssen beide in die Kettenform überführt werden. Für



den Lagervierpol kann dies durch die in Tabelle 2.4 gegebenen Transformationsvorschrift erfolgen. Es ergibt sich demnach:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{x}_1 \end{bmatrix} &= \underline{\underline{A}}^{\text{Lager}} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\underline{c}_{21}^L} \begin{bmatrix} \underline{c}_{11}^L & \det(\underline{\underline{C}}^{\text{Lager}}) \\ 1 & \underline{c}_{22}^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\underline{c}_{21}^L} \begin{bmatrix} \underline{c}_{11}^L & (\underline{c}_{11}^L \underline{c}_{22}^L - \underline{c}_{21}^L \underline{c}_{12}^L) \\ 1 & \underline{c}_{22}^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Für die Umformung des Karosserievierpols reicht es aus, die beiden skalaren Gleichungen der Hybridform umzustellen (vgl. [Gen10]):

$$\underline{p}_3 = \underline{h}_{11}^K \underline{q}_3 + \underline{h}_{12}^K \underline{F}_2 \quad (2.30)$$

$$\underline{x}_2 = \underline{h}_{21}^K \underline{q}_3 + \underline{h}_{22}^K \underline{F}_2 \quad (2.31)$$

Aus 2.30 lässt sich umformen:

$$\underline{F}_2 = \frac{1}{\underline{h}_{12}^K} \underline{p}_3 - \frac{\underline{h}_{11}^K}{\underline{h}_{12}^K} \underline{q}_3 \quad (2.32)$$

Durch Einsetzen von 2.32 in 2.31 ergibt sich:

$$\underline{x}_2 = \frac{\underline{h}_{22}^K}{\underline{h}_{12}^K} \underline{p}_3 + \frac{\underline{h}_{12}^K \underline{h}_{21}^K - \underline{h}_{11}^K \underline{h}_{22}^K}{\underline{h}_{12}^K} \underline{q}_3 \quad (2.33)$$

Somit ergibt sich der Karosserie-Vierpol in Kettenform zu:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{F}_2 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} &= \underline{\underline{A}}^{\text{Karosserie}} \begin{bmatrix} \underline{p}_3 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\underline{h}_{12}^K} \begin{bmatrix} 1 & -\underline{h}_{11}^K \\ \underline{h}_{22}^K & -\det(\underline{\underline{H}}^{\text{Karosserie}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{p}_3 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\underline{h}_{12}^K} \begin{bmatrix} 1 & -\underline{h}_{11}^K \\ \underline{h}_{22}^K & (\underline{h}_{12}^K \underline{h}_{21}^K - \underline{h}_{11}^K \underline{h}_{22}^K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{p}_3 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Der Gesamtvierpol des Übertragungspfades vom Aggregat über das Aggregatlager und die Karosseriestruktur ergibt sich gemäß Gleichung 2.10 zu:

$$\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{A}}^{\text{Lager}} \cdot \underline{\underline{A}}^{\text{Karosserie}} \quad (2.35)$$

$$\underline{\underline{G}} = \frac{1}{\underline{c}_{21}^L \underline{h}_{12}^K} \begin{bmatrix} \underline{c}_{11}^L + \underline{h}_{22}^K \det(\underline{\underline{C}}^{\text{Lager}}) & -\underline{c}_{11}^L \underline{h}_{11}^K - \det(\underline{\underline{C}}^{\text{Lager}}) \det(\underline{\underline{H}}^{\text{Karosserie}}) \\ 1 + \underline{c}_{22}^L \underline{h}_{22}^K & -\underline{h}_{11}^K - \underline{c}_{22}^L \det(\underline{\underline{H}}^{\text{Karosserie}}) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Dies führt zur Beschreibung des Übertragungspfadcs durch:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}} \begin{bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \underline{\underline{G}} = \begin{bmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Um den Teilschalldruck des Übertragungspfadcs bestimmen zu können, muss der Schwingweg  $x_1$  vor dem Lager gemessen werden. Dies kann über Piezo-Beschleunigungssensoren und eine Integration meist einfach realisiert werden. Geht man weiterhin davon aus, dass  $q_3 = 0$  ist, so kann der Teilschalldruck errechnet werden durch:

$$p_3 = \frac{1}{\underline{g}_{21}} x_1 \Big|_{q_3=0} = \frac{\underline{c}_{21}^L \underline{h}_{12}^K}{1 + \underline{c}_{22}^L \underline{h}_{22}^K} x_1 \quad (2.38)$$

Es reicht für die Berechnung des Teilschalldrucks demnach aus, vier der acht Vierpolparameter zu bestimmen [Sel05]. Diese sind:

- $\underline{c}_{21}^L$ : Transfersteifigkeit des Aggregatelagers
- $\underline{c}_{22}^L$ : Ausgangssteifigkeit des Aggregatelagers
- $\underline{h}_{22}^K$ : Eingangsnachgiebigkeit der Karosserie
- $\underline{h}_{12}^K$ : vibroakustische Übertragungsfunktion der Karosserie (Noise-Transfer-Function (NTF))

Bei der Betrachtung von Gleichung 2.38 fällt auf, dass mit steigender Transfersteifigkeit des Lagers und größer werdender vibroakustischer Übertragungsfunktion der Karosserie, der Teilschalldruck ansteigt. Des weiteren steigt der Teilschalldruck stark an, wenn sich das Produkt  $\underline{c}_{22}^L \underline{h}_{22}^K$  dem Wert  $-1$  nähert. Betrachtet man die komplexen Größen  $\underline{c}_{22}^L$  und  $\underline{h}_{22}^K$  in Polarkoordinaten, so ergibt sich eine Polstelle in der Übertragungsfunktion, wenn gilt:

$$|\underline{c}_{22}^L| (\cos(\varphi_{\underline{c}_{22}^L}) + j \sin(\varphi_{\underline{c}_{22}^L})) |\underline{h}_{22}^K| (\cos(\varphi_{\underline{h}_{22}^K}) + j \sin(\varphi_{\underline{h}_{22}^K})) \stackrel{!}{=} -1 \quad (2.39)$$

Hierbei sind  $\varphi_{\underline{c}_{22}}^L$  und  $\varphi_{\underline{h}_{22}}^K$  die Argumente der komplexen Größen  $\underline{c}_{22}^L$  und  $\underline{h}_{22}^K$ . Durch Umformen von Gleichung 2.39 ergibt sich:

$$\begin{aligned} & |\underline{c}_{22}^L| |\underline{h}_{22}^K| (-\sin\varphi_{\underline{c}_{22}}^L \sin\varphi_{\underline{h}_{22}}^K + \cos\varphi_{\underline{c}_{22}}^L \cos\varphi_{\underline{h}_{22}}^K) \\ & + j(\sin\varphi_{\underline{c}_{22}}^L \cos\varphi_{\underline{h}_{22}}^K + \cos\varphi_{\underline{c}_{22}}^L \sin\varphi_{\underline{h}_{22}}^K) \stackrel{!}{=} -1 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Mit den trigonometrischen Zusammenhängen

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y)) \quad (2.41)$$

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y)) \quad (2.42)$$

$$\sin(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y)) \quad (2.43)$$

ergibt sich:

$$|\underline{c}_{22}^L| |\underline{h}_{22}^K| \left( \cos(\varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K) + j\sin(\varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K) \right) \stackrel{!}{=} -1 \quad (2.44)$$

Damit Gleichung 2.44 eine wahre Aussage ergibt, müssen drei Bedingungen erfüllt sein:

$$|\underline{c}_{22}^L| |\underline{h}_{22}^K| = 1 \quad (2.45)$$

$$\sin(\varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K) = 0 \rightarrow \varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K = n\pi, n \in \mathbb{N} \quad (2.46)$$

$$\cos(\varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K) = -1 \rightarrow \varphi_{\underline{c}_{22}}^L + \varphi_{\underline{h}_{22}}^K = (2n-1)\pi, n \in \mathbb{N} \quad (2.47)$$

Die erste Bedingung aus Gleichung 2.45 ist erfüllt, wenn der Betrag der Eingangssteifigkeit der Karosserie dem Betrag der Ausgangssteifigkeit des Lagers entspricht. Die zweite Bedingung aus Gleichung 2.46 ist erfüllt, wenn die beiden Größen ein ganzzahliges Vielfaches von  $180^\circ$  als Phasendifferenz aufweisen. Die letzte der drei Bedingungen ist erfüllt, wenn die Phasendifferenz ein ungeradzahliges Vielfaches von  $180^\circ$  beträgt.

Somit kann zusammenfassend geschlossen werden, dass Gleichung 2.44 erfüllt ist, wenn der Kehrwert des Betrags der Eingangsnachgiebigkeit der Karosserie dem Betrag der Ausgangssteifigkeit des Lagers entspricht und zusätzlich die Phasendifferenz zwischen diesen Größen ein ungeradzahliges Vielfaches von  $180^\circ$  beträgt. Ist dies der Fall, könnte man von einer Impedanzanpassung des Lagerelements auf die Karosserie sprechen. Üblicherweise wird dieser Begriff in der Hochfrequenztechnik verwendet, um die

Anpassung der Last an davor geschalteten Elemente zu beschreiben. Ziel ist es hierbei, eine möglichst verlustfreie Übertragung an den Empfängerort sicherzustellen [LLL04]. In dem hier dargelegten Fall wäre es darüber hinausgehend eine geschickte Zusammenlegung von Resonanzen des Lagelements und der Karosseriestruktur, welche auf der Empfängerseite (dem Schalldruck  $p_3$ ) zu einer Überhöhung ins Unendliche führt. Dieses Verhalten wirkt jedoch genau dem gewünschten Effekt nach Körperschallisolation durch die Motorlager entgegen. Zudem sind die entsprechenden Phasenlagen nicht beliebig einstellbar bzw. insbesondere diejenige der LDS durch Fertigungstoleranzen starken Streuungen unterworfen.

Abbildung 2.5 stellt beispielhaft den Betrag der lokalen dynamischen Stei-

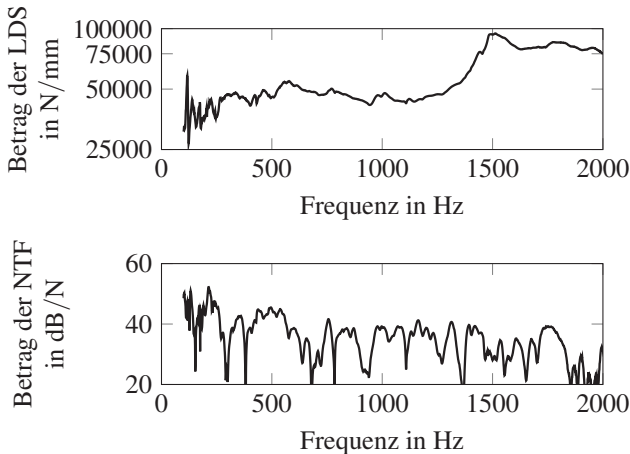


Abbildung 2.5: Eingangssteifigkeit und vibroakustische Transfereigenschaften einer Karosseriestruktur

figkeit und der vibroakustischen Übertragungsfunktion an einem Anbindungspunkt eines Aggregatelagers dar. Hierin ist zu erkennen, dass mit zunehmender Frequenz die lokale dynamische Steifigkeit zunimmt und die vibroakustische Übertragungsfunktion abnimmt. Dies ist mit lokalen Resonanzen der Karosseriestruktur begründbar, welche dafür sorgen, dass sich mit zunehmender Frequenz einzelne Strukturteile abkoppeln und somit weniger stark an der Übertragung von Körperschall beteiligt sind. Für den Transferpfad vom Aggregat bis zum Insassenohr bedeutet dies, dass der

übertragene Schall mit zunehmender Frequenz abnimmt. Im Gesamtfahrzeug beschränken sich die körperschalldominierten akustischen Phänomene daher zumeist auf den Frequenzbereich bis etwa 2 kHz [PBBF10]. Bei höheren Frequenzen sind in der Regel Luftschallabstrahlungen der Antriebseinheit der dominanterer Geräuschpfad. In der vorliegenden Arbeit soll daher der Frequenzbereich bis 2 kHz als der akustisch relevante betrachtet werden.

## 2.2 Charakteristische Eigenschaften von Elastomeren

Zur Analyse der Transfereigenschaften von Elastomerlagern spielt das Verständnis der Werkstoffmechanik von Elastomeren eine herausragende Rolle. In den nachfolgenden Abschnitten soll daher ein Überblick über die grundlegenden Eigenschaften dieser Werkstoffe gegeben werden. Dies geschieht besonders im Hinblick auf diejenigen Eigenschaften, welche die Elastomere von metallischen Konstruktionswerkstoffen unterscheiden.

### 2.2.1 dynamisches Verhalten von Elastomeren

Das dynamische Verhalten von Elastomeren ist gänzlich unterschiedlich zum Verhalten von metallischen Werkstoffen. Die Schub- und Elastizitätsmoduli sind deutlich geringer, die Bruch- bzw. Reißdehnungen sind wesentlich höher und können mehrere hundert Prozent betragen. Dieses Verhalten geht vor allem auf den molekularen Aufbau der Elastomere zurück. Sie bestehen aus miteinander weitmaschig vernetzten Polymerketten, welche durch mehr oder weniger chemische Verbindungsstellen miteinander verbunden sind.

Die makromolekulare Struktur der Polymerketten und die hohe Zahl von beweglichen, drehbaren Kohlenstoff-Kohlenstoff Bindungen sorgt dafür, dass sich eine große inter- und intramolekulare Beweglichkeit einstellt. Durch diese hohe Beweglichkeit sind die Polymerketten nicht geradlinig miteinander verknüpft sondern mit sich selbst und anderen Polymerketten verknäult. Daher liegt ohne äußere Belastung der Werkstoff in einem Zustand hoher Entropie vor [Röt13]. Eine geringe Krafteinleitung führt dabei zu einer mechanischen Deformation und einer Ausrichtung der Ketten in die Krafrichtung. Durch dieses Verhalten sind große, reversible Dehnungen des Werkstoffs möglich [SSK11]. Da sich durch diese Ausrichtung der Abstand benachbarter Atome innerhalb der Molekülketten nicht ändert, bleibt die potentielle Energie des Systems auch unverändert. Die Ausrichtung und das Entknäulen der Ketten führt jedoch dazu, dass die Entropie im System bei einer äußeren Krafteinwirkung abnimmt [SH13]. Das System wird nach

dieser Deformation ohne das Einwirken von äußeren Kräften nun wieder bestrebt sein, einen Zustand maximaler Entropie anzunehmen, was dazu führt, dass sich die Ketten wieder in der zuvor bestehenden Knäuelstruktur anordnen. Es kommt daher zu einer Elastizität aufgrund der Entropie im Werkstoff. In diesem Zusammenhang spricht Treloar auch von der sogenannten Entropie- bzw. Gummielastizität [Tre46, Tre46, Tre75].

Neben der Entropieelastizität ist für das Verhalten von Elastomerwerkstoffen vor allem die hohe Materialdämpfung charakteristisch. Untersuchungen hierzu gehen zurück auf Gehman [GWS41] und Treloar [Tre42]. Wenn ein Bauteil aus einem Elastomerwerkstoff mit einer sinusförmigen Kraft beaufschlagt wird, so bedingt die viskoelastische Eigenschaft dieser Werkstoffe, dass die Deformation dem Kraftverlauf nacheilt. Dies sorgt für eine Phasendifferenz zwischen der Spannung und der Dehnung in Elastomeren. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die dargestellte Phasendifferenz

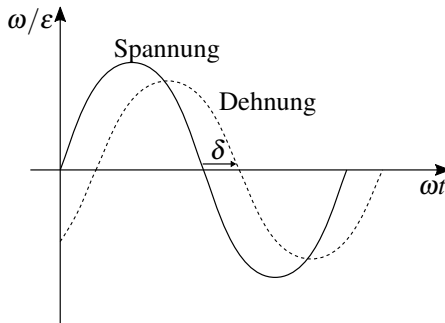


Abbildung 2.6: Zeitlicher Verlauf der Spannung und Dehnung bei einer sinusförmigen Belastung von Elastomeren

ferenz zwischen Spannung und Dehnung resultiert aus der Energiedissipation, welche sich bei jedem Schwingenspiel im Werkstoff einstellt. Die Energiemenge, die pro Schwingenspiel in Wärme umgewandelt wird, entspricht dabei der Hystereseffläche der über der Dehnung aufgetragenen Spannung [GL13].

Diese viskosen Dämpfungseigenschaften des Werkstoffs sorgen für das viskoelastische Materialverhalten. Daher ist das dynamische Modul von Elastomeren eine komplexe Größe  $E^*$ , deren Realteil  $E'$  denjenigen Spannungsanteil darstellt, welcher mit der Dehnung in Phase ist, wohingegen der Imaginärteil  $E''$  denjenigen Spannungsanteil widerspiegelt, welcher einen

Phasenversatz von  $90^\circ$  zur Dehnung aufweist [Geh81]. Der E-Modul von viskoelastischen Materialien kann demzufolge dargestellt werden durch:

$$E^* = E' + jE'' \quad (2.48)$$

$E'$  wird hierbei als Speichermodul,  $E''$  als Verlustmodul bezeichnet. Der Verlustmodul ist dabei derjenige, welcher für die Energiedissipation im Werkstoff verantwortlich ist und ist demnach ein Maß für die Dämpfungseigenschaften des Werkstoffs. Für die Beschreibung dieser Eigenschaften hat sich eine weitere Darstellungsform etabliert. Die Größe  $\delta$  wird als Verlustwinkel bezeichnet und ist durch Gleichung 2.49 gegeben [Geh57, GL13].

$$\tan(\delta) = \frac{E''}{E'} \quad (2.49)$$

Der Verlustwinkel bezieht demnach den Verlustmodul auf den Speichermodul. Der Zusammenhang zwischen  $E^*$ ,  $E'$ ,  $E''$  und  $\delta$  ist in Abbildung 2.7 in der komplexen Ebene dargestellt.

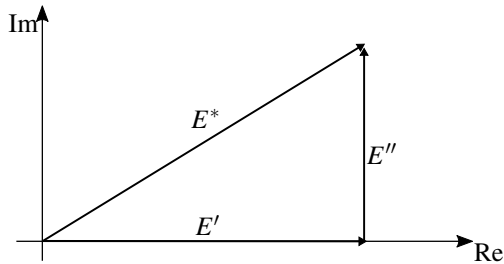


Abbildung 2.7: Darstellung des komplexen Elastizitätsmoduls von Elastomeren [Geh57]

Da reine Elastomere für die meisten technischen Anwendungen aufgrund der geringen Reißfestigkeit und Abriebfestigkeit nicht geeignet sind, werden chemische Zusatzstoffe und feste Füllstoffe verwendet. Die chemischen Zusatzstoffe haben dabei die Aufgabe, die Polymerisation gezielt zu beeinflussen und wirken dabei als Vernetzer oder Weichmacher. Die Füllstoffe haben entweder aktive Funktion zur Verbesserung der mechanischen Eigenschaften oder inaktive Funktion zur verbilligenden Volumenvergrößerung [Gra03, Wra96].

Als Füllstoffe werden meist Ruß- oder Silikapartikel verwendet, welche sich beim Compoundieren der Rohmasse und beim Vulkanisieren des Elasto-

mers zu Aggregaten anordnen. Die Form und Größe dieser Aggregate hat wiederum einen enormen Einfluss auf das Werkstoffverhalten [SH13]. Eine schematische Darstellung der Struktur gefüllter Elastomere ist in Abbildung 2.8 gegeben.

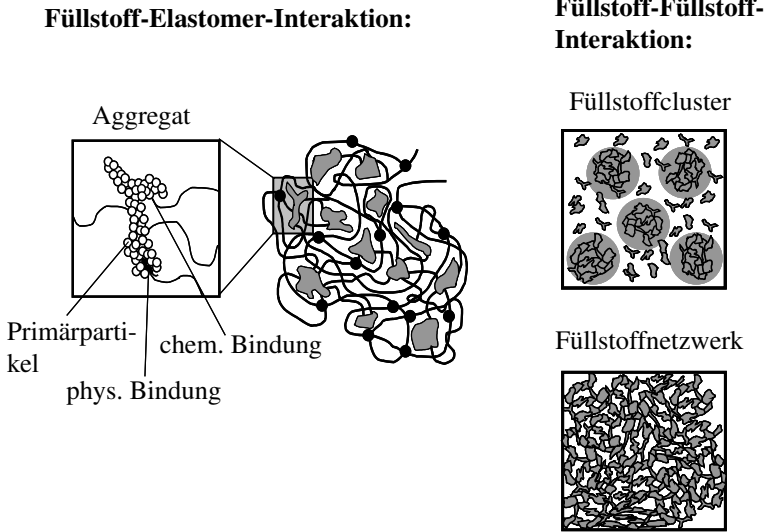


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Struktur gefüllter Elastomere nach Payne [Gra03, Pay62]

Da zwischen den Molekülen und den Füllstoffen eine komplexe Interaktion stattfindet, sollen die wichtigsten Wechselwirkungen zwischen diesen nachfolgend näher erläutert werden.

- *Hydrodynamische Verstärkung:*

Durch die Verstärkung des Elastomers mit einem Füllstoff entsteht ein Volumenanteil des Werkstoffs aus nicht verformbarem Füllstoff. Dies hat zur Folge, dass bei gleicher makroskopischer Verformung die mikroskopische Verformung der Polymerketten im Vergleich zum ungefüllten Zustand zunehmen muss [Gra03]. Das Resultat ist eine Zunahme des Speichermoduls und somit eine Zunahme der Steifigkeit des Werkstoffs. Dieser Effekt wurde erstmals von Guth und Gold [GG38] für Suspension von Partikeln in Flüssigkeiten untersucht und später von Smallwood auf verstärkte Polymernetzwerke übertragen [Sma44].



- *Füllstoff-Kautschuk-Interaktion*

Durch Nebenvalenz-Effekte zwischen Füllstoffen und dem Polymer und chemischen Bindungen der Molekülketten an die Füllstoffpartikel nimmt die freie Kettenlänge ab und die Vernetzungsdichte des Polymernetzwerks steigt an. Hierdurch wird ähnlich zur hydrodynamischen Verstärkung bei gleicher makroskopischer Deformation des Werkstoffs die mikroskopische Verstreckung der Molekülketten erhöht [Gra03, SH13]. Es kommt demzufolge ebenso zu einer Versteifung des Werkstoffs durch die Füllstoff-Kautschuk-Wechselwirkung.

- *Füllstoff-Füllstoff-Interaktion*

Zusätzlich zur Interaktion mit den Polymerketten, interagieren die Füllstoffpartikel auch untereinander. Beim Erreichen einer kritischen Füllstoffkonzentration kommt es nicht nur zur Ausbildung von Füllstoffaggregaten sondern zur Bildung von Füllstoffclustern. Bei weiterer Erhöhung des Füllstoffanteils kommt es zur Ausbildung eines Netzwerkes aus Füllstoffen. Dieses Füllstoffnetzwerk liegt parallel zum Netzwerk der Polymerketten vor und hat eine zusätzliche versteifende Wirkung [Pay62].

Die Füllstoff-Füllstoff-Interaktion hat eine starke Abhängigkeit des E-Moduls des Werkstoffs von der Belastungsamplitude zur Folge. Dieser Effekt ist bekannt als Payne-Effekt und soll im Folgenden erläutert werden.

### Payne-Effekt

Die Untersuchungen von Payne [Pay62, Pay63, Pay64] zur Amplitudenabhängigkeit der dynamischen Moduli von mit Ruß gefüllten Elastomerwerkstoffen zeigen eine starke Abnahme des Speichermoduls mit wachsender Dehnungsamplitude. Diese Nichtlinearität des Werkstoffverhaltens wird in der Literatur als *Payne-Effekt* bezeichnet. Der Wert des Speichermoduls nähert sich dabei einem Grenzwert  $G'_{\infty}$ . Für sehr kleine Dehnungsamplituden nähert sich der Speichermodul ebenfalls einer waagerechten Asymptote  $G'_0$ . Der Verlustmodul  $G''$  hat im Bereich der größten Änderung von  $G'$  sein Maximum  $G''_{max}$ . Die Verläufe des Speicher- und Verlustmoduls über der (Schub-)Dehnungsamplitude  $\gamma$  sind in Abbildung 2.9 dargestellt. Payne führt diese Abnahme des Speichermoduls auf das Zusammenbrechen des Füllstoffnetzwerkes zurück. Die verstärkende Wirkung der Füllstoff-Füllstoff-Interaktion nimmt dadurch stetig ab. Der Grenzwert  $G'_{\infty}$  ist dadurch lediglich durch die Anteile des Polymernetzwerks, der hydrodynamischen Verstärkung und der Füllstoff-Kautschuk-Wechselwirkungen bestimmt.

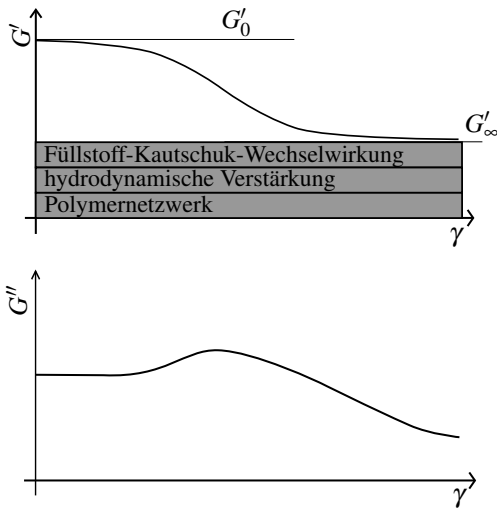


Abbildung 2.9: Darstellung der Abhängigkeit des dynamischen Schubmoduls von der Dehnungsamplitude nach Payne [Pay62, Pay63, Pay64]

Die verstärkende Wirkung der Füllstoff-Füllstoff-Interaktion nimmt mit zunehmendem Volumenanteil der Füllstoffe zu. Dies hat zur Folge, dass die Differenz zwischen  $G'_0$  und  $G'_\infty$  mit zunehmendem Füllstoffanteil größer wird und demnach auch die Abnahme des Speichermoduls durch den Payne-Effekt mit zunehmendem Füllstoffanteil ansteigt.

Payne [Pay60] hat diesen Effekt für Naturkautschuk-Vulkanisate mit unterschiedlichen Volumenanteilen von Ruß als Füllstoff untersucht. Hierzu wurden zylindrische Proben mit einer Frequenz von 0,5 Hz bei verschiedenen Dehnungsamplituden zyklisch belastet. Die gemessenen Werte für die E-Moduli sind in Abbildung 2.10 über der Dehnungsamplitude dargestellt. Der Payne-Effekt regeneriert sich innerhalb weniger Sekunden nach der dynamischen Belastung, was dazu führt, dass diesem nicht durch eine Vorkonditionierung des Werkstoffs begegnet werden kann [RKS<sup>+</sup>11, HL09].

### Mullins-Effekt

Die Interaktionen zwischen Füllstoff und Polymerketten bedingen noch eine weitere Nichtlinearität des Werkstoffverhaltens von gefüllten Elastomeren. Während einer zyklischen Belastung des Werkstoffs kommt es bei den ersten Belastungszyklen zu einer zunehmenden Entfestigung des Prüfkörpers.

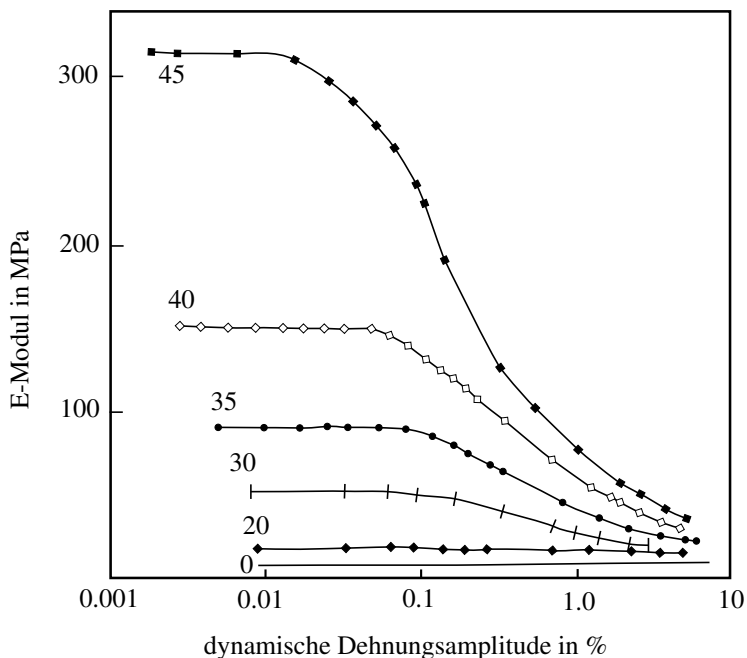


Abbildung 2.10: Darstellung des Payne-Effekts für Naturkautschuk-Vulkanisate mit unterschiedlichen Volumenanteilen von MAF-RuB [Pay62, Pay63, Pay64]

Diese Abnahme des dynamischen Moduls ist bekannt als *Spannungserweichung* oder *Mullins-Effekt* [MT65, Joh92]. Der Mullins-Effekt wird dadurch erklärt, dass einzelne chemische Verbindungen in den Polymerketten durch die erste maximale Dehnung aufbrechen und sekundäre Bindungen zwischen dem Polymernetzwerk und den Füllstoffen aufbrechen [Sto99]. Dieses Aufbrechen von chemischen Bindungen hat eine bleibende Deformation des Werkstoffs zur Folge, welche auch nach einer vollständigen Entlastung noch erhalten bleibt.

In Abbildung 2.11 ist das Spannungs-Dehnungs-Diagramm für eine Belastung eines gefüllten Elastomers durch drei aufeinanderfolgende Belastungszyklen dargestellt. Es kann hierin erkannt werden, dass nach der ersten Belastung eine residuale Dehnung erhalten bleibt, welche sich nach dem zweiten Zyklus noch erhöht. Ebenso zeigt sich die Entfestigung des

Werkstoffs, da beim zweiten und dritten Belastungszyklus die maximale Spannung geringer ausfällt als bei dem jeweiligen vorhergehenden. Nach

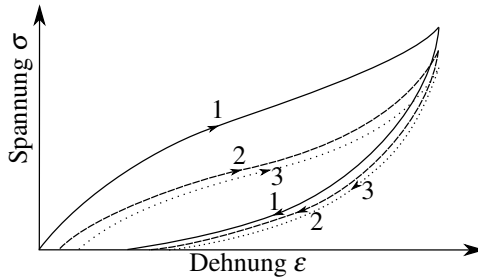


Abbildung 2.11: Darstellung des Mullins-Effekts im Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach [RS12]

einer vom Polymernetzwerk und dem Füllgrad des Werkstoffs abhängigen Anzahl von Belastungszyklen kommt es zu einem stationären Zustand, von dem aus keine weitere Entfestigung mehr stattfindet. In diesem Zustand wird der Werkstoff als vorkonditioniert betrachtet [Med78]. Eine weitere Erweichung tritt erst dann ein, wenn die Dehnungsamplitude über den bereits zuvor erreichten Maximalwert hinausgeht. Diani et al. [DFG09] haben Untersuchungen zur Reversibilität des Mullins-Effekts angestellt und eine vollständige Erholung des Moduls nur nach längerer Temperatureinwirkung festgestellt, wohingegen die residuale Dehnung nach längerer Zeit auch bei Raumtemperatur wieder vollständig verschwindet. Es kann festgehalten werden, dass der Mullins-Effekt durch die maximale Deformation des Werkstoffs bestimmt wird, welcher dieser während seiner Belastungshistorie erfahren hat [Lio06]. Für den Bauteilversuch an Elastomerbauteilen für Fahrzeuge muss aufgrund des Mullins-Effektes daher beachtet werden, dass eine entsprechende Konditionierung erfolgen muss. Im konkreten Fall von Aggregatlagerbauteilen bedeutet dies, dass die Bauteile zunächst mit der maximalen im Betrieb auftretenden Dehnung beaufschlagt werden sollten, um einen für den Fahrbetrieb relevanten Konditionierungszustand einzustellen. Dies wird in der Regel erreicht, indem das Bauteil quasistatisch bis in die Endanschläge deformiert wird [Tre15].

## Einfluss der Temperatur auf das Werkstoffverhalten

Die Besonderheiten in der Mikrostruktur von Elastomeren haben als Folge, dass die Eigenschaften von Elastomeren stark von der Temperatur des Werkstoffs abhängen. Charakteristisch für das Verhalten von Elastomeren ist eine starke Zunahme des Elastizitätsmoduls bei abnehmender Temperatur. Diese Zunahme geschieht in einem kleinen Temperaturbereich und hat eine starke Abnahme der Reißdehnung zur Folge, was zu einem glasartigen Verhalten des Werkstoffs führt. Aus diesem Grund wird die Temperatur, bei der diese Zunahme des Moduls erfolgt, als Glasübergangstemperatur bezeichnet. Ursache für dieses Verhalten ist eine Abnahme der Beweglichkeit einzelner Kettensegmente [SD86]. Die Bewegungsfreiheitsgrade innerhalb der Polymerketten aufgrund von Rotationen innerhalb der Bindungen zwischen den Monomereinheiten werden dabei eingeschränkt [BS92]. Die Reduktion der Kettenbeweglichkeit führt dazu, dass die Entropieelastizität des Werkstoffs nicht mehr gegeben ist und das Verhalten nahezu ausschließlich durch die Energieelastizität bestimmt wird [SD86]. Die Abhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls von der Temperatur ist schematisch in Abbildung 2.12a dargestellt. Abbildung 2.12a zeigt, dass im Hauptanwendungsbereich

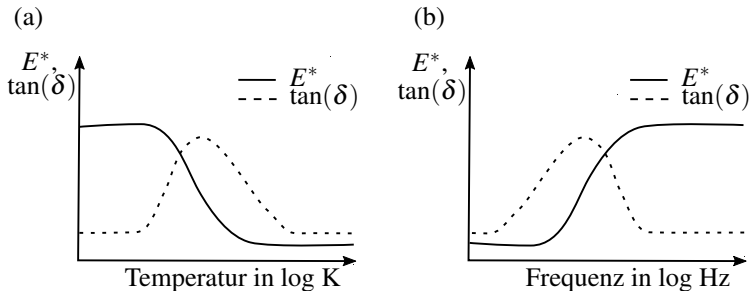


Abbildung 2.12: Schematische Darstellung der Abhängigkeit des komplexen Moduls von der Temperatur (a) und der Frequenz (b) nach [Gro13]

von Elastomeren, oberhalb der Glasübergangstemperatur, die dynamischen Moduli stetig abnehmen. Daraus lässt sich folgern, dass mit zunehmender Temperatur die Werkstoffe immer weiter erweichen.

Die Untersuchungen von Williams et al. [WLF55] zeigen, dass ein weiterer Effekt das dynamische Verhalten von Elastomeren beeinflusst. Eine Erhöhung der Belastungsgeschwindigkeit bzw. der Belastungsfrequenz sorgt für eine zunehmende Versteifung des Werkstoffs. Auch hierbei kommt es bei

hohen Frequenzen zu einem starken Anstieg der dynamischen Moduli. Dieses Verhalten ist in Abbildung 2.12b dargestellt. Es kann festgehalten werden, dass das Verhalten von Elastomeren durch die Bauteiltemperatur und die Belastungsfrequenz in gleichem Maße beeinflusst wird. Eine Erhöhung der Belastungsfrequenz entspricht dabei einer Verringerung der Temperatur des Werkstoffs und umgekehrt. Daher wird dieses Verhalten auch als Zeit-Temperatur-Verschiebung bezeichnet. Die nach Williams, Landel und Ferry [WLF55] benannte WLF-Gleichung stellt diesen Zusammenhang mathematisch dar.

$$\log(a_T) = \log\left(\frac{f_0}{f}\right) = \frac{C_1(T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad (2.50)$$

Hierbei steht  $a_T$  für das Verhältnis der Belastungsfrequenz  $f_0$  bei Referenztemperatur  $T_0$  zu einer äquivalenten Belastungsfrequenz  $f$  bei einer beliebigen Temperatur  $T$ . Die Werte  $C_1$  und  $C_2$  sind materialabhängige Konstanten, wobei  $C_1$  dimensionslos ist und die Konstante  $C_2$  die Einheit Kelvin besitzt. Die WLF-Gleichung ermöglicht es, das Verhalten von Elastomeren bei einer Temperaturänderung zu beschreiben oder das Verhalten bei Frequenzen zu bestimmen, die mit den zur Verfügung stehenden Messgeräten nicht erreicht werden können.

### 2.2.2 Modellierung des Werkstoffverhaltens von Elastomeren im akustisch relevanten Frequenzbereich

Die Beschreibung der viskoelastischen Materialeigenschaften von Elastomeren in Simulation mit finiten Elementen kann nur unter bestimmten Voraussetzungen erfolgen. Diese grundlegenden Annahmen und die Materialmodellierung mittels der für diese Arbeit verwendeten FE-Software DS Simulia ABAQUS soll in diesem Abschnitt erläutert werden.

Die in Abschnitt 2.2 erläuterten Eigenschaften, die charakteristisch für das Verhalten von in Aggregatlagerbauteilen verwendeten Elastomeren sind, können im akustisch relevanten Frequenzbereich am einfachsten über ein lineares, viskoelastisches Materialmodell abgebildet werden. Dieses Materialmodell setzt voraus, dass die Deformation der einzelnen Elemente klein ist und dass die Schubanteile (deviatorische Anteile) im multiaxialen Spannungszustand unabhängig von den volumetrischen Spannungsanteilen sind [HKS14, Baa10].

Geht man analog zur Darstellung in Abschnitt 2.2.1 von einer sinusförmigen

gen Schubdeformation  $\underline{\gamma}(t)$  mit der Amplitude  $\gamma_0$  des Werkstoffs mit der in Gleichung 2.51 dargestellten Form aus,

$$\underline{\gamma}(t) = \gamma_0 e^{j\omega t} \quad (2.51)$$

so ergibt sich die resultierende Schubspannung zu:

$$\underline{\tau}(t) = (G'(\omega) + jG''(\omega))\gamma_0 e^{j\omega t} \quad (2.52)$$

Hierin sind  $\underline{\tau}(t)$  die resultierende Schubspannung,  $G'$  und  $G''$  die Schubspeicher- und Verlustmoduli.

Um das viskoelastische Materialverhalten darzustellen, werden rheologische, zeitabhängige Modelle eingesetzt. Zur Abbildung dieses Verhaltens sind bereits eine große Anzahl von Modellen entwickelt worden, welche eine beliebig komplexe Kombination aus Feder, Dämpfer und Reibelementen verwenden. In ABAQUS wird die Viskoelastizität sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich über eine Parallelschaltung von  $n$  Maxwell-Elementen und einem Federelement modelliert. Dieses Modell wird auch als generalisiertes Maxwell-Modell bezeichnet [HKS14, GL13]. Wird das generalisierte Maxwell-Modell einem Dehnungssprung unterzogen, so relaxiert das gesamte Modell mit der Zeit gegen einen konstanten Spannungswert [Wri13]. Jedes einzelne der parallelgeschalteten Maxwell-Elemente hat dabei eine eigene Relaxationszeit und eine Relaxationsstärke. Durch eine hohe Anzahl von Maxwell-Elementen kann das Materialverhalten approximiert werden. Jedes Maxwell-Element repräsentiert dabei eine Stützstelle im Relaxationsspektrum des Materials [KT11]. Nach [HKS14] kann das Relaxationsverhalten des generalisierten Maxwell-Modells beschrieben werden durch:

$$G(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^N G_i e^{-t/\tau_i} \quad (2.53)$$

Hierbei ist  $G_\infty$  das Langzeit-Schubmodul,  $G_i$  das Relaxationsmodul des  $i$ -ten Maxwell-Elements,  $\tau_i$  der Relaxationskoeffizient des  $i$ -ten Maxwell-Elements und  $n$  die Anzahl der Maxwell-Elemente im generalisierten Maxwell-Modell.

In ABAQUS wird der normierte Relaxationsmodul eingeführt, der definiert ist als:

$$g(t) = \frac{G(t)}{G_0} \text{ mit } G_0 = G_\infty + \sum_{i=1}^N G_i \quad (2.54)$$

mit  $G_0$  dem Anfangsschubmodul zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Somit ergibt sich für das normierte Gesamtrelaxationsmodul [Ber05]:

$$g(t) = 1 - \sum_{i=1}^N G_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (2.55)$$

Aus dynamisch-mechanischen Analysen ist eine Ermittlung der Prony-Terme nicht direkt möglich, eine Ermittlung von dynamischem Speicher-Schubmodul und Verlust-Schubmodul ist in der Regel einfacher. Über die Fourier-Transformation von Gleichung 2.53 kann ein Zusammenhang zwischen dem frequenzabhängigen komplexen Schubmodul und den Prony-Parametern gewonnen werden [HKS14, BMD07]:

$$G'(\omega) = G_0 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N G_i \right] + G_0 \sum_{i=1}^N \frac{G_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (2.56)$$

$$G''(\omega) = G_0 \sum_{i=1}^N \frac{G_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (2.57)$$

Die Parameter der Prony-Reihe können durch  $M$  experimentell ermittelte Wertepaare für Speicher- und Verlustmodul ( $G'_{exp}$  und  $G''_{exp}$ ) über eine Minimierung der Fehlerfunktion  $X$  bestimmt werden [HKS14, FCR11]:

$$X^2 = \sum_{i=1}^M \frac{1}{G_\infty^2} \left[ (G'(\omega_i) - G'_{exp}(\omega_i))_i^2 + (G''(\omega_i) - G''_{exp}(\omega_i))_i^2 \right] \quad (2.58)$$

Dieses Vorgehen kann analog für die Ermittlung der Prony-Parameter des komplexen Kompressions- bzw. Elastizitätsmoduls erfolgen. Unter der Annahme eines isotropen Materialverhaltens kann eine Ermittlung des Kompressions- und/oder des Elastizitätsmoduls auch auf Basis der komplexen Querkontraktionszahl erfolgen [KT11].

Der Zusammenhang zwischen dem Schubmodul und den weiteren Materialparametern ergibt sich gemäß [BMP02] zu:

$$G = \frac{1}{2(1+\nu)} E = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K = \frac{3KE}{9K-E} \quad (2.59)$$

mit:  $G$ : Schubmodul;  $E$ : Elastizitätsmodul;  $K$ : Kompressionsmodul und  $\nu$ : Querkontraktionszahl



Elastomere verhalten sich bei kleinen Dehnungsamplituden und niedriger Belastungsfrequenz bei dynamisch-zyklischer Beanspruchung nahezu inkompressibel [MS04]. Dieses Verhalten bedingt, dass die Querkontraktionszahl den Wert 0,5 annimmt und das Kompressionsmodul sehr groß wird. Da ein Wert für  $\nu$  von 0,5 für numerische Instabilität in Simulationsmodellen führt, wird üblicherweise ein Wert von 0,495 – 0,498 angenommen [DM99, Bro06].

Betrachtet man die dynamischen Moduli als komplexe Größen, so ist auch die Querkontraktionszahl komplex und hat einen geringen Imaginäranteil, welcher aber nach Pritz [Pri00] klein ist.

Die Untersuchungen von Pandini et al. [PP08], Caracciolo et al. [CG96] und Pritz [Pri00, Pri98] zeigen, dass die Querkontraktionszahl über der Frequenz und der Temperatur nicht konstant ist. Pandini zeigt in seinen Beobachtungen, dass der Zusammenhang, welcher über die WLF-Gleichung gegeben ist (vgl. Abschnitt 2.2.1) in gleichem Maße auch für das Verhalten der Querkontraktionszahl gegeben ist. Dies bedeutet, dass auch für die Querkontraktionszahl eine Äquivalenz zwischen einer Erhöhung der Belastungsfrequenz und einer Absenkung der Temperatur des Werkstoffs existiert. Abbildung 2.13 zeigt den Verlauf des Betrages der Querkontraktionszahl eines Elastomer-Werkstoffes über der Belastungsfrequenz. Es ist zu erkennen, dass der Betrag der komplexen Querkontraktionszahl des Elastomers über der Frequenz abnimmt und bis zu einer Frequenz von circa 100 Hz ungefähr dem Wert 0,5 entspricht. Dieses Verhalten ist, wie auch der Verlauf des Speicher- und Verlustmoduls, abhängig von der jeweiligen Kautschukmischung.

Abbildung 2.14 zeigt die komplexe Querkontraktionszahl eines Styrol-Butadien-Elastomers für verschiedene Frequenzen bei Raumtemperatur in der komplexen Ebene.

Es kann erkannt werden, dass der Betrag der Querkontraktionszahl bei niederfrequenter Anregung sehr nahe am Wert 0,5 liegt und der Imaginärteil nahe Null ist. Mit steigender Frequenz nimmt der Betrag der Querkontraktionszahl ab und der Imaginärteil nimmt negative Werte an, welche aber für den Frequenzbereich bis 100 kHz zwischen  $-0,01$  und  $0$  liegen. Für den Betrag der Querkontraktionszahl ist der Imaginärteil daher vernachlässigbar gering.

Um das Verhalten von Elastomerwerkstoffen für die Analyse von Systemen im akustisch relevanten Frequenzbereich in einer Simulationsumgebung abbilden zu können, muss zwingend das Verhalten der Querkontraktionszahl berücksichtigt werden. Dies kann erreicht werden, wenn sowohl das Schubmodul als auch das Kompressionsmodul nach dem in Gleichungen 2.56,

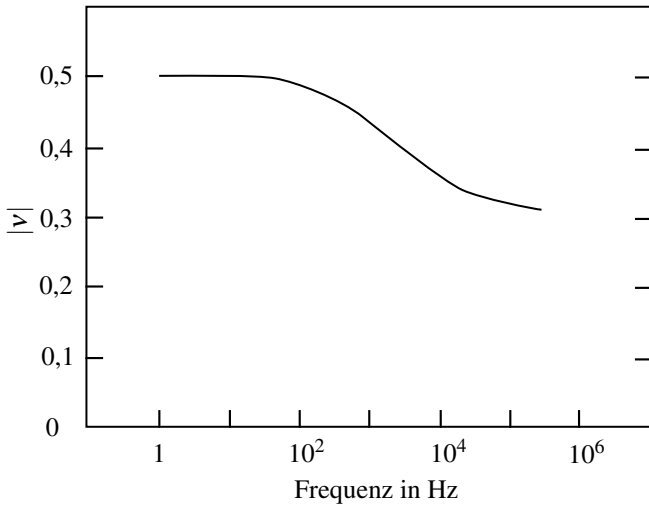


Abbildung 2.13: Verlauf des Betrags der Querkontraktionszahl über der Belastungsfrequenz des Werkstoffs für einen Acryl-Elastomer bei Raumtemperatur nach [Pri00]

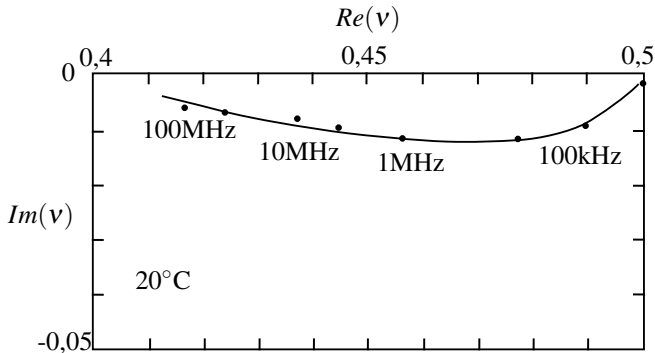


Abbildung 2.14: Darstellung der Querkontraktionszahl eines Elastomers auf Styrol-Butadien-Basis in der komplexen Ebene für verschiedene Frequenzen bei Raumtemperatur nach [Pri00]

2.57 und 2.58 beschriebenen Verfahren an das reale Werkstoffverhalten angepasst werden.

## **2.3 Systembeschreibung von Aggregatelagerbauteilen**

Zum Verständnis des Aufbaus und der Funktionsweise von Aggregatelagerbauteilen soll in den folgenden Abschnitten ein Überblick über die für die Lagerung des Triebstrangs im Fahrzeug üblicherweise verwendeten Bauteile gegeben werden. Zunächst soll jedoch eine Einführung in die Aggregatelagerung und die Aufgaben, welche diese im Gesamtfahrzeug übernehmen, eingegangen werden. Im Anschluss an die Systembeschreibung der verschiedenen Bauteile wird auf die Herstellung von Elastomerbauteilen zur Aggregatelagerung eingegangen, da die Prozessführung bei der Herstellung der Elastomerkomponenten einen großen Einfluss auf das Verhalten des Gesamtbauteils vor allem im akustischen Frequenzbereich hat.

### **2.3.1 Aufgaben der Aggregatelagerung**

Als Aggregatelager werden diejenigen Bauteile bezeichnet, welche den Triebstrang mit der Karosseriestruktur des Fahrzeuges verbinden [ZEF<sup>+</sup> 13]. Der Triebstrang umfasst dabei den Motor-Getriebe-Verbund sowie je nach Antriebstrangkonzzept Differentiale und Gelenkwellen. Diese Bauteile müssen mit dem Fahrzeug verbunden und ihre Gewichtskräfte müssen abgestützt werden.

Der Motor-Getriebe-Verbund kann entweder direkt an der Karosserie oder über einen Hilfsrahmen mit der Fahrzeugstruktur verbunden werden. Differentiale werden häufig auf einem mit einer weiteren Isolationsebene zum Fahrzeug gelagerten Achsträger, dem sogenannten Fahrschemel, gelagert [SHB13]. Abbildung 2.15 zeigt beispielhaft die schematische Darstellung der Aggregatelagerung eines Antriebstranges für ein Fahrzeug mit Standardantrieb.

Für dieses Triebstrangkonzzept besteht die Aggregatelagerung aus zwei Motorlagern (1), einem Getriebelager (2), einem Gelenkwellenmittellager (3) und den vier Hinterachsdifferential- bzw. Hinterachsgetriebelagern (4). In Fahrzeugen mit starker Motorisierung und einem entsprechend hohen Motormoment, welches sich hauptsächlich über die beiden Motorlager abstützt, kommt in manchen Fällen noch eine Momentenstütze zum Einsatz, welche die Drehbewegung des Aggregats begrenzt [HEG13]. Die Hauptaufgaben der Aggregatelagerung bestehen dabei aus [ZEF<sup>+</sup> 13, Hem02]:

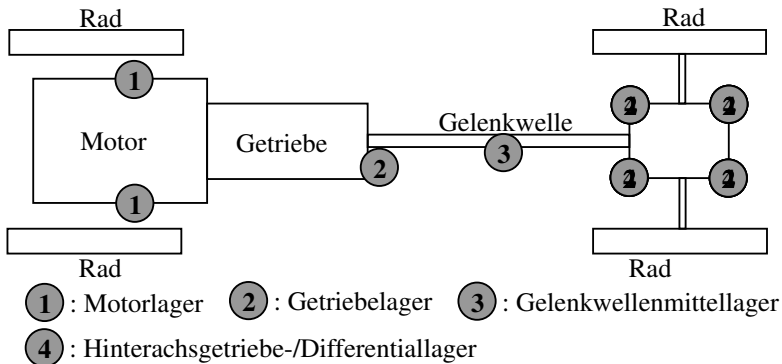


Abbildung 2.15: Schematische Darstellung der Aggregatelagerung eines Fahrzeugs mit Standardantrieb [ZEF<sup>+</sup>13]

- **mechanische Befestigung des Aggregats:**
  - Abstützen von Gewichtskräften;
  - Ausgleich von Toleranzen im Rohbau;
  - Begrenzung der Auslenkung des Triebstrangs aus der Ruhelage
- **Abstützen von dynamischen Belastungen:**
  - Abstützen des Motor-/Getriebemoments;
  - Abstützen von Trägheitskräften in Folge von Reifen-Fahrbahn-Erregung;
  - Bereitstellung von Dämpfung für die Moden des Aggregates;
  - Abstützen von Trägheitskräften in Folge von Fahrzeuglängs- und Querdynamik
  - Abstützen von Crashlasten
- **Isolation von triebstrangerregten Schwingungen:**
  - Isolation der oszillierenden Massenkräfte;
  - Isolation von Gaskräften des Verbrennungsprozesses;
  - Isolation von hochfrequenten Schwingungen aus Nebenantrieben und Verzahnungen/Kettentrieben

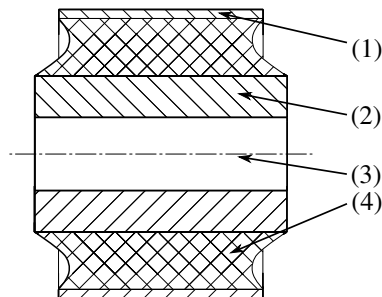
Die Anforderungen, die sich aufgrund der genannten Aufgaben der Aggregatlagerung an die Bauteile ergeben, sind teilweise im Widerspruch zueinander. So sind für das Abstützen von hohen Kräften steife Lagerelemente von Vorteil, was jedoch mit einer Verschlechterung des Isolationsverhaltens einhergeht. Um die Vielzahl an Anforderungen zu erfüllen, haben sich für die Aggregatlagerung einige Bauformen von Lagerelementen durchsetzen können. Diese sollen im Folgenden näher erläutert werden.

### 2.3.2 Buchsenlager

Die häufigste und einfachste Bauform von Aggregatlagern ist die Buchse. Buchsen zeichnen sich vor allem durch eine sehr kleine Bauform und die geringen Bauteilkosten aus. In den nachfolgenden Abschnitten wird detailliert auf den Aufbau und die bekannten Eigenschaften dieser Bauteile eingegangen.

#### Aufbau und Materialien

Im Allgemeinen besteht eine Buchse aus einem Außenring, einem axial überstehenden Kern und einem Elastomeranteil, der diese beiden Bauteile miteinander verbindet. In Abbildung 2.16 ist ein Schnitt durch ein solches Buchsenlager dargestellt. Die Anbindung an die umgebenden Strukturen



(1):Außenring; (2): Kern; (3): Durchgangsbohrung; (4): Elastomeranteil

Abbildung 2.16: Darstellung eines Schnitts durch ein Buchsenlager

erfolgt für den Außenring üblicherweise durch eine Übermaßpassung, für den Kern mit Hilfe einer Schraubenverbindung durch die enthaltene Durchgangsbohrung [Tre15].

Der Außenring und der Kern werden in der Regel aus Aluminium gefertigt.

Es gibt jedoch auch Sonderformen, bei der aus Gewichtsgründen und aus Gründen der thermischen Isolation Außenring und/oder Kern aus glasfaserverstärkten Kunststoffen hergestellt werden. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn die umgebenden Strukturen im Fahrbetrieb hohe Temperaturen aufweisen, welche die Eigenschaften des Elastomers beeinflussen oder es zu einer thermo-oxidativen Schädigung des Materials kommt. In diesen Fällen werden auch synthetische Elastomere auf Basis von Silikonkautschuk oder Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM) verwendet. Diese weisen im Vergleich zu Naturkautschuk eine höhere Dauereinsatztemperatur auf. Für die meisten Anwendungen für Aggregatelagerbauteile und Fahrwerkskomponenten kommen jedoch aufgrund der guten mechanischen Eigenschaften und der geringen dynamischen Verhärtung des Werkstoffes Naturkautschuk-Elastomere (NR) zum Einsatz [Tre15, Hem02].

Die Übertragungseigenschaften von Buchsenlagern werden nahezu ausschließlich durch die Eigenschaften dieses Elastomeranteils definiert. Die Einflussfaktoren auf dieses Verhalten sollen daher im nächsten Abschnitt erläutert werden.

### **Eigenformen und Einflussfaktoren**

Die Hauptauslegungsmerkmale von Buchsenlagern sind die quasistatischen und dynamischen Transfersteifigkeiten in die drei translatorischen Raumrichtungen und je nach Anwendungsfall auch die rotatorischen Steifigkeiten. Diese sind vor allem bei einer kardanischen Belastung des Bauteils, welche für die Nebenfederraten bei einem Einsatz in Fahrwerkskomponenten verantwortlich sind, von Relevanz [Blo10]. Werden Buchsen als Aggregatelager eingesetzt, sind die Verdrehwinkel der Bauteile aufgrund der großen Abstände zwischen den Lagerelementen klein und die kardanische Belastung wird meist vernachlässigt [SR11].

Die Abstimmung der Steifigkeitsverhältnisse der einzelnen Raumrichtungen erfolgt über die geometrische Formgebung der Gummikontur. In der Praxis haben sich für Aggregatelagerbuchsen sogenannte Viersteg- und Zweisteg-Buchsenlager durchgesetzt [PBA13, FDRS16, GKVG07]. Abbildung 2.17 zeigt diese beiden typischen Bauformen.

Die Ausführung der Buchse über eine Zweisteg-Geometrie hat zur Folge, dass das Lagerelement in derjenigen Raumrichtung, in der die Stege angeordnet sind ( $x$ -Richtung in Abbildung 2.17), eine deutlich höhere Steifigkeit aufweist, als in die dazu orthogonale Richtung ( $z$ -Richtung in Abbildung 2.17). Bei der Ausführung mit vier Stegen, ist die Steifigkeit der beiden radialen Richtungen ähnlich. Die in Abbildung 2.17 b) abgebildete Buchse

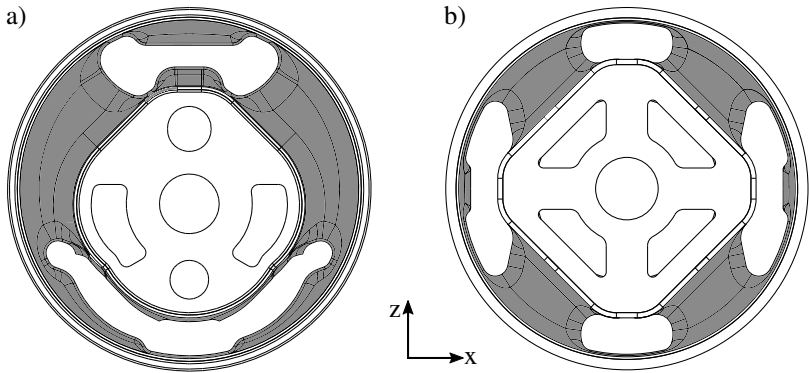


Abbildung 2.17: Darstellung eines Zweisteg-Buchsenlagers (a) und eines vier-Steg-Buchsenlagers (b)

hat aufgrund der Winkelstellung der Stege verschiedene Steifigkeiten in die  $x$ - und  $z$ -Richtung. Die Differenz zwischen diesen ist jedoch geringer ausgeprägt als bei der abgebildeten Zweisteg-Buchse.

Die Abstimmung der Steifigkeitsverhältnisse wird bei Buchsenlager im Wesentlichen von der Anzahl der Gummistege, dem Winkel der Gummistege zu den einzelnen Raumrichtungen sowie den Querschnitten der Gummisehnen bestimmt. Göbel [Göb69] hat Grundlagen zu diesen Auslegungen erarbeitet und zeigt die Einflüsse verschiedener Designparameter der Gummisehnen auf das quasistatische Verhalten.

### (Quasi-)Statische und niederfrequente Eigenschaften

Das quasistatische Verhalten der Bauteile zeichnet sich durch einen großen Bereich linearer Steifigkeit aus, welcher durch eine progressive Zunahme der Steifigkeit bei großen Auslenkungen beschränkt wird. Abbildung 2.18 zeigt die quasistatische Kraft-Weg-Hysterese und die daraus resultierende Transfersteifigkeit des in Abbildung 2.17 dargestellten Viersteg-Buchsenlagers. Der Bereich linearer Steifigkeit von ca. 1200 N/mm erstreckt sich bei diesem Bauteil auf ca.  $\pm 3$  mm. Für Auslenkungen außerhalb dieses Bereichs nimmt die Steifigkeit stark zu, da der Kern gegen die auf dem Außenring vulkanisierten Anschläge gepresst wird. Aufgrund der geringen Kompressibilität des Elastomerwerkstoffs kommt es zu dem starken Anstieg der Steifigkeitswerte. Das Kraft-Weg-Diagramm weist eine Hysterese fläche auf, welche durch die Werkstoffdämpfung bedingt ist. Die Ver-

lustrarbeit, welche bei einer quasistatischen Belastung auftritt, ist jedoch so gering, dass diese in theoretischen Betrachtungen meist vernachlässigt wird [PH02].

Aufgrund der hydrodynamischen Verstärkung von gefüllten Elastomeren

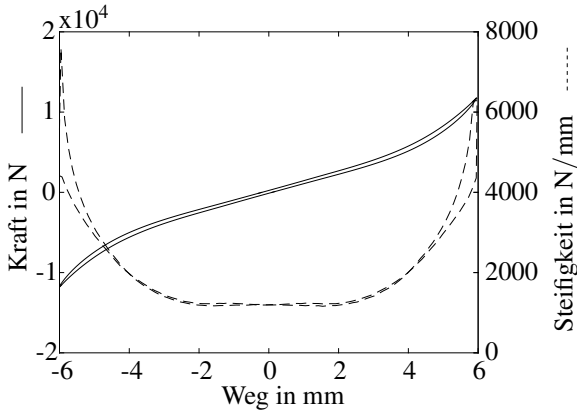


Abbildung 2.18: (Quasi-)statische Kraft-Weg-Hysterese und Steifigkeit eines Buchsenlagers

kommt es jedoch mit einer zunehmenden Belastungsgeschwindigkeit sowohl zu einer Zunahme der dynamischen Steifigkeit als auch des Verlustwinkels. Die dynamischen Transfersteifigkeiten für niedrige Frequenzen und verschiedene Anregungsamplituden des bereits beschriebenen 4-Steg-Buchsenlagers können Abbildung 2.19 entnommen werden. Hierbei kann festgestellt werden, dass mit einer Abnahme der Anregungsamplitude eine Zunahme der Steifigkeit einhergeht. Dies ist durch den in Abschnitt 2.2.1 erläuterten Payne-Effekt begründbar. Mit einer Abnahme der Auslenkungsamplitude wirken sich die verstärkenden Effekte durch die Füllstoffe stärker aus, da es mit einer hohen Deformation zu einer zunehmenden, reversiblen Auflösung des Füllstoff-Netzwerkes kommt. Für Elongationen, welche kleiner als 0,1 mm sind, kommt es zu keiner weiteren Zunahme der Transfersteifigkeit mehr, was ebenfalls mit den Untersuchungen von Payne in Einklang steht.

Betrachtet man das Verhalten über der Frequenz, so kann festgestellt werden, dass die Transfersteifigkeit mit zunehmender Frequenz monoton ansteigt und ab etwa 10 Hz einen konstanten Gradienten aufweist. Dieser Anstieg ist durch die viskoelastischen Eigenschaften des Elastomers be-



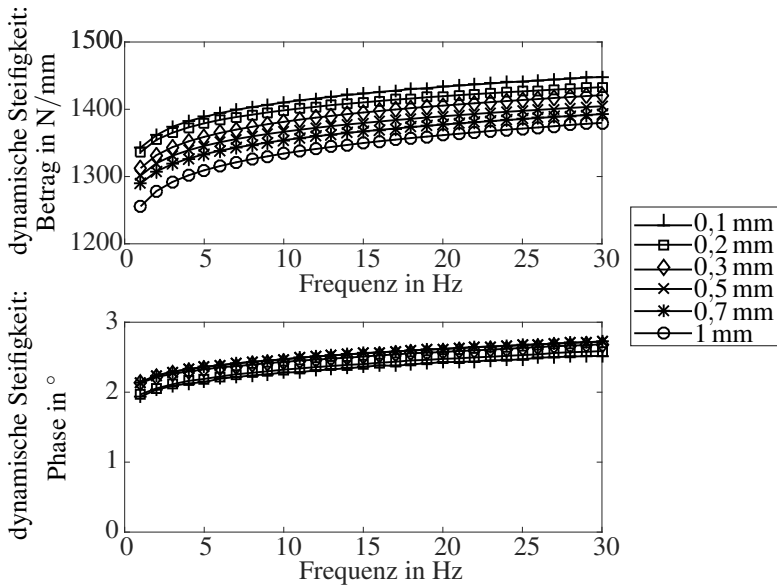


Abbildung 2.19: Transfersteifigkeiten eines Buchsenlagers bei Anregung mit verschiedenen Wegamplituden über der Frequenz

dingt. Durch die Zunahme der Belastungsgeschwindigkeit mit der Frequenz kommt es durch die viskosen Anteile des Werkstoffverhaltens zu einer Versteifung des Materials. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das Verhalten von Buchsenlagern im tieffrequenten Bereich vor allem von der Elastomermischung abhängt und sich mit zunehmender Frequenz und abnehmender Belastungsamplitude eine Versteifung des Werkstoffs einstellt. Die Versteifung ist dabei wiederum abhängig von der Elastomermischung, da diese vor allem durch die Füllstoff-Interaktionen bedingt wird (vgl. Abschnitt 2.2.1).

### 2.3.3 Hydraulisch dämpfende Aggregatlager

Das zunehmende Gewicht von Motor-Getriebe-Verbunden und die steigenden Anforderungen bezüglich des Schwingungskomforts in Fahrzeugen haben in den 80er Jahren des 20. Jahrhunderts dazu geführt, dass die bis dahin aus einem Elastomertragkörper bestehenden Aggregatlager durch eine hydraulische Dämpfung erweitert wurden [Hem02]. Der Aufbau und die Ei-

genschaften dieser hydraulisch dämpfenden Aggregatelager sollen in den nächsten Abschnitten erläutert werden.

### Aufbau und Materialien

Die hydraulisch dämpfenden Aggregatelager dienen dazu, dem Zielkonflikt zwischen der Notwendigkeit hoher Dämpfung für tieffrequenten Fahrkomfort und den Isolationseigenschaften von niedrigdämpfendem Elastomer durch eine Trennung der Funktion zu begegnen [Ham85]. Die lasttragende Gummifeder (Tragfeder) wird dabei aus einem hochelastischen, niedrigdämpfenden Elastomer hergestellt. Die Dämpfung bei niedrigen Frequenzen und großen Amplituden wird von einem separaten hydraulischen System erzeugt. Abbildung 2.20 zeigt schematisch den Aufbau eines solchen hydraulischen Motorlagers. In Abbildung 2.21 ist ein Schnitt durch ein solches Lager dargestellt.

Das Lager besteht aus der Tragfeder, unter welcher sich das hydraulische

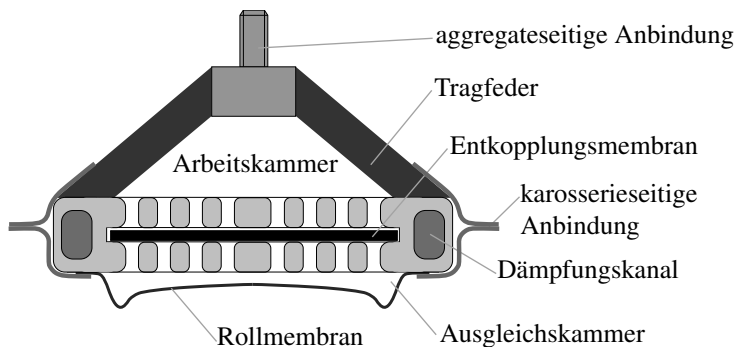


Abbildung 2.20: Schematische Darstellung des Aufbaus eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers [WGP17]

System befindet. Der aggregateseitige Anbindungspunkt befindet sich dabei in der Regel in der Mitte der Tragfeder, die karosserie-seitige Anbindung an einem Gehäuse, welches den äußeren Teil der Tragfeder und das Düsen-Membran-System fasst. Das Düsen-Membran-System schließt zusammen mit der Innenseite der Tragfeder eine hydraulische Arbeitskammer ein. Unterhalb des Düsen-Membran-Systems befindet sich die sogenannte Ausgleichskammer, welche durch eine biegeeweiche Rollmembran gegen die Umgebung abgedichtet ist. Das gesamte hydraulische System ist mit ei-

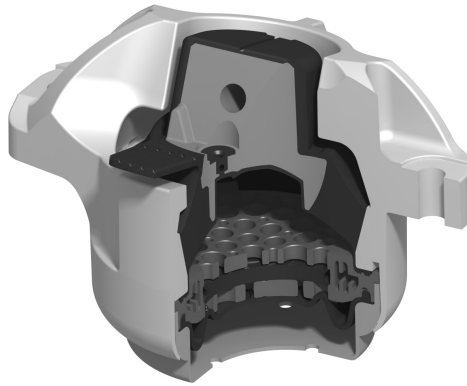


Abbildung 2.21: Darstellung eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers

nem Dämpfungsmedium (in der Regel Glykol) gefüllt [KT85, SA85].

Findet zwischen Aggregat und Karosserie eine Relativbewegung statt, so federt die Tragfeder ein bzw. aus und das Volumen der Arbeitskammer ändert sich. Damit dies stattfinden kann, muss sich ein Volumenstrom zwischen Ausgleichs- und Arbeitskammer durch das Düsen-Membran-System einstellen. Die Flüssigkeit kann dabei durch zwei Gitter strömen, zwischen denen sich eine Entkoppelmembran befindet. Diese hat einen definierten Freiweg zwischen den Gittern und kann für einen Volumenausgleich von der Arbeitskammer in die Ausgleichskammer sorgen. Ist der Relativweg groß genug, so wird die Ausgleichsmembran gegen eines der beiden Gitter gedrückt und es kann kein Volumenausgleich mehr über die Membran stattfinden. Es wird dann in der Arbeitskammer Druck aufgebaut, was ein Blähen der Tragfeder zur Folge hat. Infolge dessen strömt das Dämpfungsfluid dann durch den ebenfalls im Düsen-Membran-System enthaltenen Dämpfungskanal. Aus dem Flüssigkeitsvolumen im Dämpfungskanal und der Federsteifigkeit der blähenden Tragfeder entsteht bei dynamischer Belastung ein Schwingungssystem. Durch das Flächenverhältnis der Tragfeder zum deutlich geringeren Kanalquerschnitt entsteht ein hydraulisches Übersetzungsverhältnis. Dies führt dazu, dass die kleine Flüssigkeitssäule im Resonanzfall wie eine Masse von mehreren Kilogramm wirkt [SA85].

Dieses Resonanzsystem kann bei entsprechender Abstimmung dazu genutzt werden, Dämpfung für den Motor-Getriebe-Verbund bei dessen Starrkörpermoden bereitzustellen. Die schwingende Masse im Kanal wirkt dabei

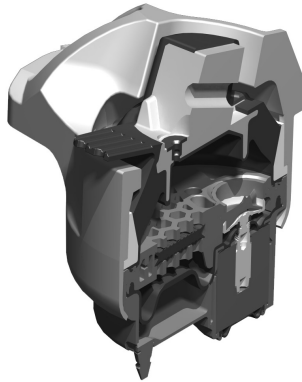


Abbildung 2.22: Darstellung eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers mit Leerlaufschaltung

als Tilgermasse für das Aggregat. Es wird daher üblicherweise auf einen Frequenzbereich zwischen ca. 6 und 16 Hertz ausgelegt, wo sich die Aggregatmoden in der Regel befinden [Tre15, Hem02].

### Eigenformen und Einflussfaktoren

Neben der zumeist in Personenkraftfahrzeugen eingesetzten, im vorherigen Abschnitt erläuterten, Bauform von hydraulischen Topflagern existiert noch eine große Anzahl von Sonderbauformen. Diese übernehmen zumeist zusätzliche Anforderungen oder sind auf spezielle Anwendungsgebiete zugeschnitten [Tre15]. Zumeist zeichnen sich diese Sonderbauformen über spezielle Hydrauliksysteme aus, bei denen über das Zu- bzw. Abschalten von Hydraulikkanälen ein spezielles Verhalten erzielt werden kann. Exemplarisch sollen diese Sonderbauformen an einem hydraulisch dämpfenden Lager mit Leerlaufschaltung gezeigt werden, welches im Abbildung 2.22 in einer Schnittdarstellung abgebildet ist.

Der Aufbau ähnelt stark dem im vorherigen Abschnitt erläuterten hydraulisch dämpfenden Motorlager, weist aber zusätzlich einen elektrischen Aktuator zum Öffnen eines Hydraulik-Bypass-Kanals auf. Durch diesen Bypasskanal kann durch das gleiche Funktionsprinzip, welches dem zuvor beschriebenen Dämpfungskanal zu Grunde liegt, ein Resonanzsystem geschaffen werden. Dieses Resonanzsystem kann mittels des Aktuators zugeschaltet werden. Es kann dazu verwendet werden, bei einer abstimmbaren

Frequenz die Transfersteifigkeit des Bauteils abzusenken. Diese Absenkung der Steifigkeit wird üblicherweise auf die Frequenz der dominanten Motorordnung bei Leerlaufdrehzahl abgestimmt. Hierdurch wird das Leerlaufverhalten von Verbrennungsmotoren besser von den Fahrzeuginsassen entkoppelt [ZEF<sup>+</sup> 13].

Die Auswirkungen dieser Sonderbauformen beschränken sich jedoch üblicherweise auf den Frequenzbereich zwischen 15 und 50 Hz. Da das schaltbare Resonanzsystem in dem im Rahmen dieser Arbeit betrachteten, akustisch relevanten Frequenzbereich überkritisch ist, zeigt sich kein gesonderter Einfluss dessen auf das Körperschallübertragungsverhalten. Die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit zum Körperschallübertragungsverhalten beschränken sich daher auf die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Bauformen. Die erarbeiteten Ergebnisse sind jedoch auch auf die Sonderbauformen übertragbar.

### **(Quasi-)Statische und niederfrequente Eigenschaften**

Die Eigenschaften eines hydraulischen dämpfenden Aggregatelagers im Frequenzbereich bis etwa 50 Hz sind bereits vielfach untersucht worden und es existieren mechanische Ersatzmodelle sowohl zur Auslegung dieser Bauteile als auch zur Abbildung des Systemverhaltens in Mehrkörpersimulationen. Im Folgenden soll daher dieses Verhalten erläutert werden und ein Überblick über den Stand der Forschung zu diesen Bauteilen gegeben werden. Abbildung 2.23 zeigt Betrag und Phase der komplexen Transfersteifigkeiten eines hydraulischen Motorlagers bei einer Sinusanregung mit verschiedenen Wegamplituden zwischen 1 und 30 Hz. Im Frequenzbereich bis fünf Hertz kann erkannt werden, dass mit abnehmender Anregungsamplitude der Betrag der komplexen Steifigkeit zunimmt. Dies lässt sich ebenso wie beim Verhalten des Buchsenlagers mit dem Payne-Effekt begründen, da eine abnehmende Anregungsamplitude auch geringere Dehnungen im Elastomerwerkstoff hervorruft.

Ab etwa fünf Hertz haben die hydraulischen Komponenten einen starken Einfluss auf das Bauteilverhalten. Bei circa 15 Hz stellt sich ein Maximum in der Phase der dynamischen Steifigkeit ein. Dies hat seine Ursache in dem Resonanzverhalten des Fluides im Hydraulikkanal. Diese Fluidmasse wird dann überkritisch betrieben und koppelt daher im höheren Frequenzbereich ab und sorgt somit dafür, dass sich kein volumenausgleichender Fluidstrom durch den Kanal mehr einstellen kann. Infolgedessen kommt es zu einem starken Anstieg des Betrages der dynamischen Steifigkeit oberhalb dieser Resonanzfrequenz. Bei einer Anregung mit einem Schwingweg

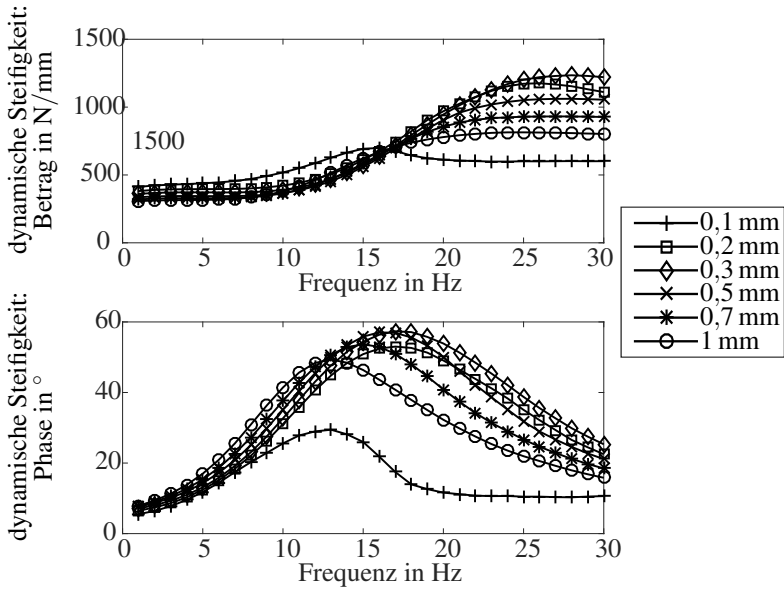


Abbildung 2.23: Transfersteifigkeiten eines hydraulischen Motorlagers bei Anregung mit verschiedenen Wegamplituden über der Frequenz

von 0,1 mm an der Eingangsseite des Bauteils ist diese Überhöhung deutlich geringer ausgeprägt. Dies hat seine Ursache darin, dass für diese sehr kleine Amplitude ein Fluidstrom über das Membransystem möglich ist. Dies führt dazu, dass das Hydrauliksystem für diese Amplitude nahezu komplett entkoppelt ist.

Je größer der Schwingweg an der Eingangsseite wird, desto geringer wird der Anteil, welcher über das Membransystem entkoppelt ist. Daher steigt die Steifigkeit oberhalb der Resonanz des Kanals mit steigender Amplitude zunächst an. Dieses Verhalten wird jedoch vom Payne-Effekt der Tragfeder überlagert. Da der Payne-Effekt eine Abnahme der Steifigkeit der Elastomerkomponenten mit zunehmender Amplitude bewirkt, kommt es bei den dargestellten Übertragungssteifigkeiten zu einem Steifigkeitsmaximum bei einer Anregungsamplitude von 0,3 mm. Dieses Verhalten ist von Spurk & André [SA85], Yu et al. [YND01], Zhang & Shangguan [ZS06] und Lee & Singh [LS08] ausgiebig untersucht. Pfeffer [PH02] und Lee [LS08] haben mechanische Ersatzmodelle erarbeitet, welche das Verhalten der Bauteile abbilden. Tao [TZXZ15] zeigt einen Ansatz der Systemmodellierung

mit Hilfe fraktionaler Zeitableitungen. Shangguan & Lu [SL04] verwenden einen Ansatz zur Beschreibung des Bauteilverhaltens, der auf einer gekoppelten Fluid-Struktur-FE-Simulation basiert. Diese Modelle befassen sich jedoch ausschließlich mit dem Verhalten der Bauteile im tieffrequenten Bereich bis etwa 50 Hz. Geisberger [Gei00], Colgate et al. [CCC<sup>+</sup>95] und Troge et al. [TSH<sup>+</sup>15] haben das Verhalten der Bauteile bei Frequenzen bis ca. 200 Hz charakterisiert und Modelle zum Verhalten dieser entwickelt, welche aber nur für Sonderformen der hydraulischen Lager valide Ergebnisse liefern.

### 2.3.4 Herstellung von Elastomer-Verbundbauteilen

Da die Elastomerkomponenten sowohl bei Buchsenlagern als auch bei hydraulisch dämpfenden Lagern einen großen Einfluss auf die Bauteileigenschaften des Aggregatlagers haben, soll in diesem Abschnitt auf die Herstellung dieser Bauteile eingegangen werden. Die Prozessführung bei der Herstellung von Elastomeren hat einen großen Einfluss auf das Verhalten des Werkstoffs. Da der Großteil aller Aggregatlager noch immer auf Basis von Naturkautschuk gefertigt werden, werden die Vernetzungsreaktionen und die Vulkanisation auf Basis dieses Werkstoffs erläutert. Die Herstellung von Naturkautschuk besteht im Wesentlichen aus der Mischungsherstellung und -aufbereitung und der anschließenden Vernetzungsreaktion, der Vulkanisation [Tre15, CM05].

#### Mischungsherstellung und -aufbereitung

Der Ausgangsstoff für nahezu alle Naturkautschuk-Elastomere ist der Feldlatex der Havea-Bäume. Dieser ist eine Dispersion von cis-1,4-Polyisopren in einer wässrigen Phase [RM05]. Dem Feldlatex werden in weiteren Verarbeitungsschritten durch Trocknung und Zugabe von Enzymen Wasser und Pflanzenproteine entzogen [Tre15]. Abbildung 2.24 zeigt die chemische Struktur des Isopren-Monomers und des cis-1,4-Polyisopren-Polymers, welches in der späteren Vernetzungsreaktion zum Elastomernetzwerk vulkanisiert wird. Die Kettenlänge des Polyisoprens ist im Naturkautschuk so hoch, dass sich der Naturkautschuk nicht ohne einen vorherigen Prozessschritt weiterverarbeiten lässt. Ein von Hancock [Han57] entwickeltes Verfahren sorgt durch hohe mechanische Scherkräfte während eines Knetprozesses für einen Abbau der Kettenlänge. Während dieser Mastikation werden die langen Polyisopren-Ketten zerrissen.

Die Mastikation dient auch dazu, den Rohkautschuk mit den restlichen Mi-

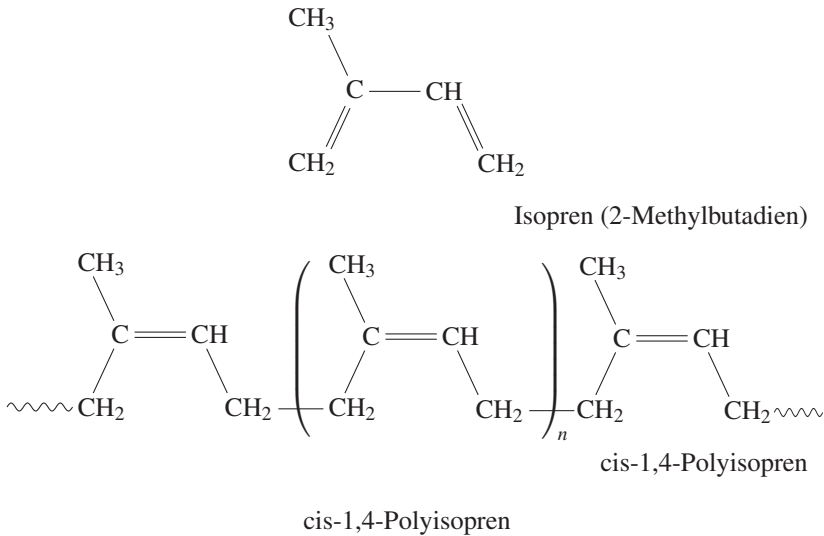


Abbildung 2.24: Chemische Struktur von Isopren und cis-1,4-Polyisopren

schungsbestandteilen zu vermengen und die weiteren Mischungsbestandteile homogen im Kautschuk zu dispergieren [WM05, Tre15, Han57]. Eine vollständig Homogenität der Mischung ist jedoch nicht erreichbar. Daher kommt es bei vulkanisierten Bauteilen zwangsläufig zu Inhomogenitäten, die durch die Mischungsherstellung beeinflusst wird. Da die Mischung bei der Herstellung von Elastomerbauteilen zur Aggregatelagerung im Anschluss in einem Injection-Moulding-Verfahren in eine Vulkanisationsform eingespritzt wird, werden diese Inhomogenitäten jedoch zufällig im Bauteilvolumen verteilt vorliegen [Tre15].

Die Mischung umfasst neben dem abgebauten Naturkautschuk noch eine Vielzahl, je nach Mischung variierender, Bestandteile [RWM05, Tre15]:

- Füllstoffe: Ruß, Kieselsäure, Kaolin, Glimmer, Talkum, Kalk, Titan-dioxid
- Weichmacher: Ester, niedermolekulare Polyethylene
- Oxidations-, Ozon- und Alterungsschutzmittel
- Verarbeitungshilfen: Klebrigmacher, Aktivatoren
- Vulkanisationssystem



Die Füllstoffe haben zum einen die Aufgabe, die mechanischen Eigenschaften des Vulkanisates gezielt einzustellen (aktive Füllstoffe), zum anderen dienen sie oft auch als verbilligende Zusätze, um den Volumenanteil des Naturkautschuk zu reduzieren (passive Füllstoffe). Die Weichmacher dienen dazu, die Glasübergangstemperatur zu senken und bei niedrigen Temperaturen die Kristallisationsfähigkeit des Vulkanisates zu reduzieren [RWM05]. Aufgrund der Doppelbindungen in den Polyisoprenketten kommt es bei Naturkautschukvulkanisaten zu einer Oxidation, welche durch geeignete Oxidationsschutzmittel verhindert werden soll. In der Regel kommen hier Wachse zum Einsatz, welche aus dem Vulkanisat an die Oberfläche diffundieren und so eine passivierende Schicht bilden [Hem02]. Die Verarbeitungshilfen dienen dazu, die Verarbeitungsviskosität der Rohmischungsmasse so einzustellen, dass diese bestmöglich in die Vulkanisationsformen eingebracht werden können.

Der wichtigste Teil der Kautschukmischung ist das Vulkanisationssystem. Dieses umfasst neben elementarem Schwefel auch Vulkanisationsbeschleuniger und/oder Vulkanisationsverzögerer sowie Schwefeldonoren.

Auf den Vulkanisationsvorgang und die Aufgabe der Schwefeldonoren soll im nächsten Abschnitt genauer eingegangen werden.

### **Vulkanisation**

Die Polymerisation des Naturkautschuks geht zurück auf das von Charles Goodyear entwickelte Verfahren der Vulkanisation von Naturkautschuk mit Schwefel [Goo53]. Nach wie vor wird auch heute der während der Mastikation abgebaute Naturkautschuk mit Schwefel vermennt und unter hohem Druck und Temperatur ausvulkanisiert. Die während dieser Vulkanisation ablaufenden Reaktionen haben einen entscheidenden Einfluss auf die Eigenschaften des späteren Vulkanisates und sollen daher im folgenden erläutert werden.

### **Vernetzungsreaktionen der Schwefelvernetzung**

Die exakte Beschreibung der während der Vulkanisation von Naturkautschuk auftretenden Vernetzungsreaktionen sind vielfach Gegenstand der aktuellen Forschung und bis heute noch nicht vollumfänglich verstanden und beschrieben (vgl. [MEE05, Ree82]). Zur Veranschaulichung der Vernetzungsreaktion soll daher im Folgenden exemplarisch die Substitutionsreaktion der Polyisoprenketten näher betrachtet und erläutert werden. Der Ablauf dieser Vernetzungsreaktion zwischen den Polyisopren-Ketten des

Naturkautschuks und dem Schwefel ist in Abbildung 2.25 dargestellt. Unter der erhöhten Temperatur der Vulkanisation bilden sich aus dem Ele-

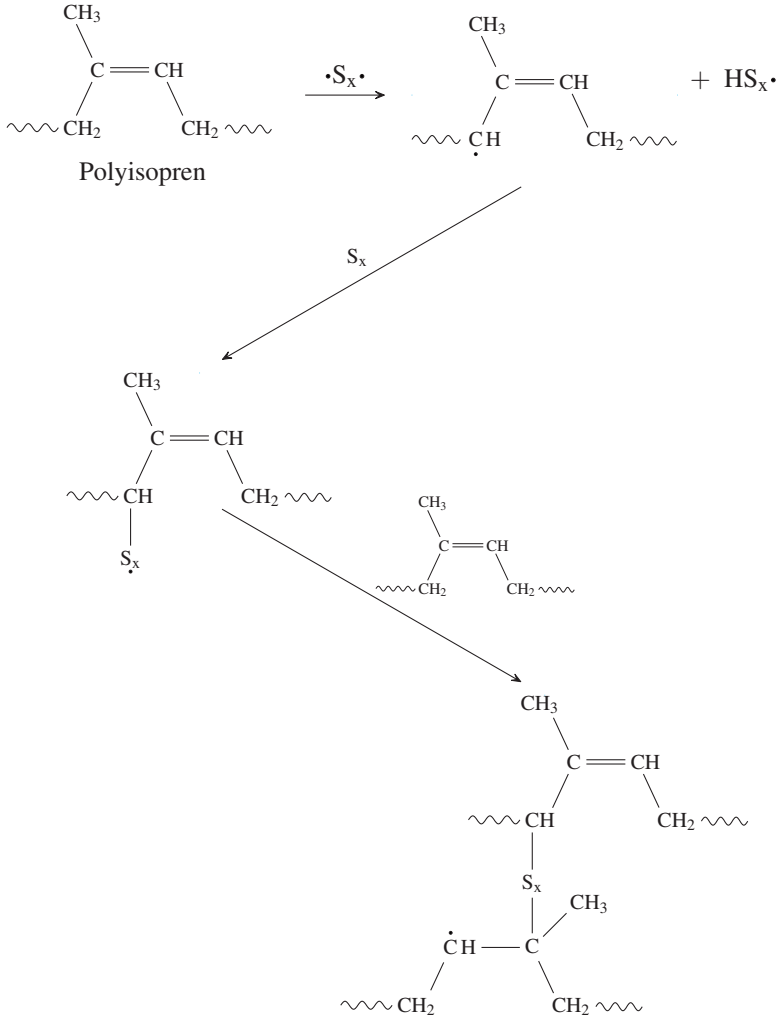


Abbildung 2.25: Chemische Reaktion bei der Vulkanisation von Naturkautschuk mit Elementarschwefel nach [CM05]

mentarschwefel freie Schwefelatome, welche mit den Methylengruppen der

Polyisopren-Ketten reagieren. Hierdurch kommt es zur Abspaltung eines Wasserstoffatoms, was dazu führt, dass die verbleibende Methingruppe ein freies Elektron besitzt. Dieses kann wiederum mit weiteren verfügbaren Schwefelatomen oder Molekülen reagieren. Die reaktive  $S_x$  Gruppe besitzt wiederum ein freies Elektron, welches in der Lage ist die Doppelbindung eines Isopren-Moleküls aufzuspalten und mit dem darin enthaltenen Kohlenstoffatom eine Schwefelbrücke zu bilden [CM05]. Durch diese Schwefelbrücken kann eine Polyisopren-Kette mit einer anderen oder sich selbst verknüpft werden. In Abbildung 2.25 sind für die beiden beteiligten Polyisopren zwei verschiedene Reaktionsmechanismen erkennbar. Die Aufspaltung der Doppelbindung und die Ausbildung der Schwefelbrücke an dieser (im dritten Reaktionsschritt hinzugekommenen) Isoprengruppe ist eine Polyaddition. Die Reaktion, welche die andere Isoprengruppe durchläuft, ist hingegen eine Substitutionsreaktion, da ein Wasserstoffatom abgespalten wird und durch eine Schwefelbindung ersetzt wird [SH13]. Für die Ausbildung dieser Schwefelbrücken sind noch weitere mögliche Positionen in einer Isoprengruppe für die Substitutionen von Wasserstoffatomen denkbar. Die Positionen, an denen eine solche Abspaltung möglich ist, sind in Abbildung 2.26 dargestellt.

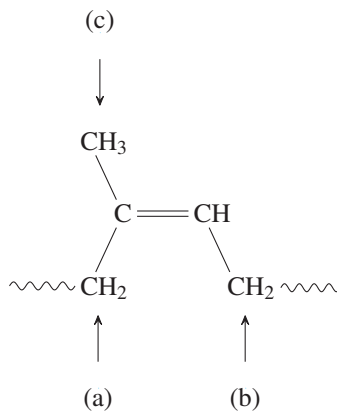


Abbildung 2.26: Möglichkeiten der Substitution von Wasserstoffatomen zur Ausbildung von Schwefelbindungen nach [SH13]

Für jede Schwefelbrücke, welche sich im Netzwerk ausbildet, ist eine beliebige Kombination von Polyadditionsreaktion und/oder Substitutionsreaktion denkbar. Die Art der Schwefelbrücken, welche sich in einem Vulkanisat

ausbilden, hängt dabei von dem eingesetzten Vulkanisationssystem und der Vulkanisationstemperatur ab [Röt13, SH13].

Die Vulkanisationssysteme bilden oft Kautschuk-Beschleuniger-Zwischensysteme, wobei die Beschleuniger zunächst über eine Schwefelbrücke mit einer Isoprengruppe reagieren und sich anschließend so abspalten, dass ein reaktives Schwefelatom an dieser verbleibt. Um die Konzentration von reaktiven Schwefelionen während der Vulkanisation zu erhöhen, kommen auch Schwefeldonoren zum Einsatz, welche bei den erhöhten Temperaturen, unter denen die Vulkanisation stattfindet, Schwefel abspalten [Tre15].

Die Bereitstellung von Schwefel hat einen entscheidenden Einfluss auf die Stabilität der Schwefelbrücken. Besteht diese nur aus einem einzigen Schwefelatom, welches die beiden Ketten direkt miteinander verbindet, wird diese als monosulfidische Schwefelbrücke bezeichnet, welche eine hohe Temperaturstabilität aufweist. Enthält die Schwefelbrücke zwei oder mehrere Schwefelatome, wird in der Literatur von di- bzw. polysulfidischen Brücken gesprochen, welche sich unter Temperatur zersetzen können. Dies führt zu einer Schädigung der Elastomermatrix und einer Abnahme der Vernetzungsdichte [Tre15, CM05, SH13].

### **Zeitlicher Verlauf der Vernetzungsreaktion**

Die chemischen Reaktionen bei der Vulkanisation des Elastomers eine bestimmte Reaktionszeit benötigen, um die Vernetzungen der einzelnen Polymerketten auszubilden, soll im Folgenden der zeitliche Verlauf dieser Reaktionen vorgestellt werden. Der wichtigste Parameter, welcher die mechanischen Eigenschaften des späteren Vulkanisates bedingt, ist die Vernetzungsdichte des Polymers. Diese kann über eine Vulkameterprüfung während der Vulkanisation des Werkstoffs ermittelt werden, was somit Aufschluss über den zeitlichen Verlauf der Vernetzungsreaktion gibt [DIN04]. Das Verfahren zur Ermittlung der Vernetzungsdichte basiert auf der Proportionalität zwischen dem Schubmodul des Vulkanisates und der Vernetzungsdichte bei kleinen Deformationen [Röt13]. Vulkameter bestehen aus einer beheizbaren Reaktionskammer, einem Aktor zur zyklischen Deformation der Probe und einem Kraft- bzw. Drehmomentmessglied. Die Kautschukmischung wird in die Reaktionskammer gegeben und dort bei einer konstanten Temperatur vulkanisiert. Die Geometrie der Probekammer wird bewusst so gewählt, dass sie ein kleines Volumen und eine große Oberfläche aufweist, um eine homogene, konstante Temperatur während der Vulkanisation zu gewährleisten. Während dieses Vulkanisationsverlaufes wird die vom Vulkanisat

übertragene Kraft gemessen. Über den zeitlichen Verlauf der gemessenen, harmonisch schwankenden Kraft wird eine Hüllkurve gelegt. Die sich ergebende Hüllkurve wird als Vernetzungsisotherme bezeichnet [DIN04]. Ein Beispiel für eine solche Vernetzungsisotherme ist in Abbildung 2.27 dargestellt. Bei Betrachtung der Reaktionsisothermen fällt auf, dass das vom

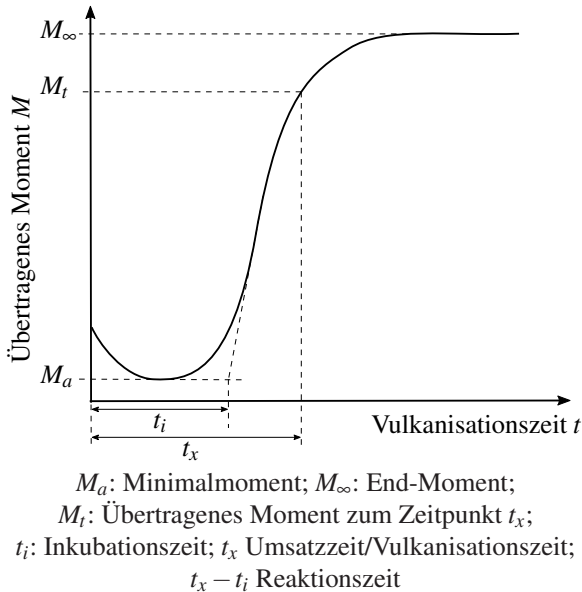


Abbildung 2.27: Vernetzungsisotherme einer Kautschukmischung ohne Reversion nach [Röt13]

Vulkanisat übertragene Moment zunächst abnimmt und den Minimalwert  $M_a$  annimmt. Diese Abnahme ist mit dem Erwärmen der eingefülltem Mischung in der beheizten Form zu begründen, wodurch die Viskosität zunächst abnimmt. Im Anschluss daran findet die eigentliche Vernetzungsreaktion statt, was zu einem starken Anstieg der Vernetzungsdichte im Polymer und somit auch des Übertragenen Moments führt. Kommt es nicht zu einer konkurrierenden Reaktion oder zu einem thermischen Abbau des Netzwerkes, so nähert sich die Vernetzungsisotherme der horizontalen Asymptote mit  $M = M_\infty$  [Röt13]. Die Zeit bis zum Beginn der Reaktion, wird als Inkubationszeit  $t_i$  bezeichnet. Sie wird über den Schnittpunkt der Tangente am Wendepunkt der Vernetzungsisothermen mit der horizontalen Geraden durch das Minimum der Vulkanisationsisothermen bestimmt [DIN04].

Bei der Vernetzung mit Schwefel kommt es simultan zur Vernetzungsreaktion zu einem thermischen Abbau der Schwefelbrücken. Dies hat zur Folge, dass bei einer längeren Vulkanisationsdauer die Vernetzungsdichte wieder abnimmt [Röt13, Tre15]. Abbildung 2.28 zeigt den Verlauf der Vernetzungsisothermen für einen Vulkanisationsvorgang mit einem Reversionsverhalten. Es ist zu erkennen, dass im Vergleich zur Vernetzungsisothermen ohne

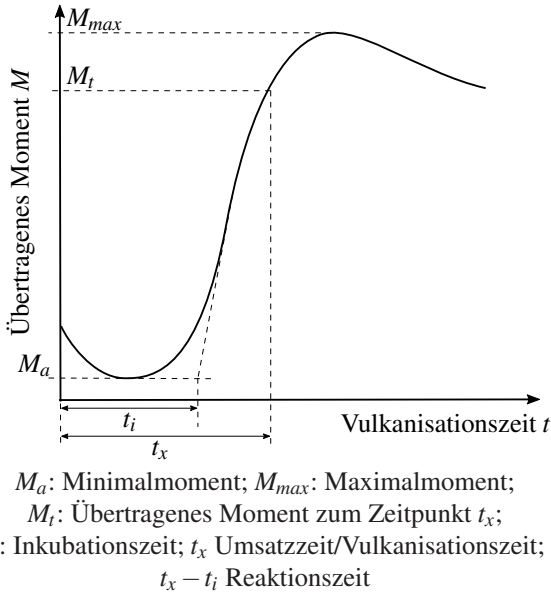


Abbildung 2.28: Vernetzungsisotherme einer Kautschukmischung mit Reversion nach [Röt13]

Reversion keine horizontale Asymptote mehr existiert, sondern sich ein Maximum in dem übertragenen Moment  $M_{max}$  und somit in der Vernetzungsdichte einstellt. Im Maximum ist die Bildungsgeschwindigkeit von Vernetzungsstellen gleich der Zerfallsgeschwindigkeit. Am Beispiel der Schwefelvulkanisation von Naturkautschuk zerfallen nach überschreiten des Maximums mehr Schwefelbrücken als neue gebildet werden [Röt13, CM05]. Dies betrifft vor allem die polysulfidischen Brücken [Tan91, MLMD13]. Die Untersuchungen von Mansilla et al. [MMMS15] zeigen, dass das Reversionsverhalten von der Vulkanisationstemperatur abhängt. Abbildung 2.29 zeigt die Vernetzungsisotherme einer Naturkautschukmischung über der Reaktionszeit bei zwei verschiedenen Vulkanisationstemperaturen (433 K und

443 K). In dieser Abbildung zeigt die Zeitachse, nicht wie zuvor die Vulkanisationszeit, sondern die Reaktionszeit, da auch die Inkubationszeit von der Temperatur abhängig ist [Tre15]. Die Darstellung über der Reaktionszeit ermöglicht daher eine bessere Vergleichbarkeit des Verlaufs der Isothermen. Es ist zu erkennen, dass der Gradient des übertragenen Momentes bei der

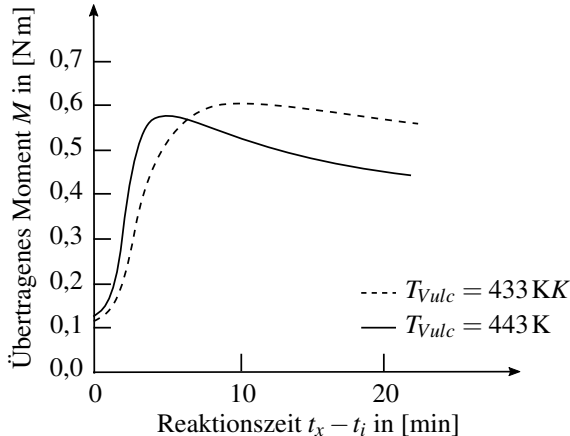


Abbildung 2.29: Vernetzungsisotherme einer NR-Kautschukmischung bei zwei Verschiedenen Temperaturen nach [MMMS15]

Vulkanisationstemperatur von 443 K höher ist und der Anstieg zeitlich früher einsetzt. Daraus kann geschlussfolgert werden, dass die Reaktionsgeschwindigkeit höher ist. Dies lässt sich mit der Arrhenius-Gleichung erklären, die besagt, dass chemische Reaktionen bei erhöhten Temperaturen schneller ablaufen [Arr89]. Ebenso ist zu beobachten, dass das Maximum für die Vulkanisation mit 443 K geringer ist und das Reversionsverhalten ausgeprägter ist, als bei Vulkanisation mit 433 K. Röthemeyer und Sommer [SH13, Röt13] begründen dies mit der Aktivierungsenergie der Abbaureaktionen der Schwefelbrücken. Diese ist deutlich größer als die der Vernetzungsreaktion. Dadurch wird der Reversionseffekt durch ein Absenken der Vulkanisationstemperatur geringer.

Dies deckt sich mit den Untersuchungen von Milani et al. [MLMD13] & Leroy et al. [LSD13], worin an NR-Mischungen ab einer Vulkanisationstemperatur von etwa 403 K ein Reversionsverhalten beobachtet wird, welches mit der Temperatur stark zunimmt.

Für den industriellen Herstellungsprozess hat diese Temperaturabhängigkeit der Reversion einen enormen Einfluss, da aus wirtschaftlichen Gründen die

Vulkanisationszeit gering gehalten werden soll. Ebenso ist die Temperatur vor allem bei Bauteilen mit großen Wandstärken über den Bauteilquerschnitt nicht homogen. Dies kann zu prozessbedingten Inhomogenitäten im Bauteil führen, welche sich mit den Inhomogenitäten, die bei der Mischungsherstellung entstehen, überlagern. Im Gegensatz zu diesen, liegen die prozessbedingten Inhomogenitäten jedoch nicht stochastisch im Bauteil verteilt vor, sondern sind bedingt durch die Temperaturverteilung während des Vulkanisationsprozesses im Bauteil lokal vorhanden.

Die erhöhte Temperatur während der Vulkanisation liegt im Inneren des Bauteils aufgrund der thermischen Isolation durch die Randschichten länger an als am Rand, was Reversionseffekte fördert. Es ist daher damit zu rechnen, dass im inneren eines Bauteils die Vernetzungsdichte geringer ist als in den Randschichten. Im Bauteil enthaltene thermische Trägheiten in Form von metallischen Einlegern oder Anbindungsteilen, wie Kernen, Außenringen, etc. sorgen dafür, dass auch an den Anbindungsstellen zu diesen Bauteilen die Temperatureinwirkung länger andauert als an Flächen, die nach der Vulkanisation durch Luftkontakt auskühlen können.

### 2.4 Konkretisierung der Forschungsfrage

Die in den vorherigen Abschnitten dargelegten Grundlagen zum Stand der Forschung und Technik zeigen, dass die Körperschalltransfereigenschaften von Aggregatlagern aus Elastomerkomponenten durch mechanische Vierpole beschrieben werden können. Insbesondere die (komplexe) Transfersteifigkeit dieser Lagerelemente stellt einen maßgeblichen Einfluss auf das Antriebsgeräusch im Fahrzeuginnenraum dar. Die in Abschnitt 1.2 vorgestellten Forschungsfragen lassen sich also konkretisieren zu:

- Von welchen Parametern hängt die dynamische Transfersteifigkeit von konventionellen Buchsenlagern und hydraulischen Topflagern ab?
- Welche Komponenten des Lagerelementes beeinflussen die dynamische Transfersteifigkeit wie stark und in welchem Frequenzbereich?
- In welchen Grenzen und durch welche Stellgrößen lässt sich die dynamische Transfersteifigkeit beeinflussen?
- Wie kann ein Lagerelement auf ein gewünschtes Verhalten ausgelegt werden, um es an die Fahrzeugrandbedingungen (Anregung des Antriebsaggregates, Empfindlichkeiten der Karosseriestruktur) anzupassen?



### 3 Experimentelle Untersuchung von Aggregatlagern im akustisch relevanten Frequenzbereich

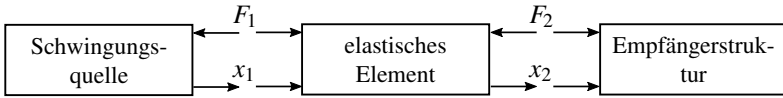
Um eine gezielte Auslegung des Körperschallübertragungspfades vom Triebstrang bis zum Fahrerohr durchführen zu können, ist eine experimentelle Ermittlung der Vierpolparameter der daran beteiligten Systeme erforderlich. Die Übertragungseigenschaften der Karosseriestruktur können sowohl experimentell, als auch numerisch bereits bis in den akustisch relevanten Frequenzbereich bestimmt werden [KH93, Fre92]. Die Ermittlung des Übertragungsverhaltens von elastischen Lagerelementen in diesem Frequenzbereich hingegen ist kaum Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen und auch in der Praxis nicht verbreitet. Im folgenden Kapitel soll daher auf die Grundlagen der Bestimmung dieser Parameter eingegangen werden und wichtige Einflussgrößen auf das Übertragungsverhalten auf Basis experimenteller Studien erarbeitet werden.

#### 3.1 Theoretische Grundlagen der experimentellen Ermittlung von Vierpolparametern

Zur experimentellen Ermittlung der Vierpolparameter eines elastischen Lagerelementes sind drei wesentliche Grundelemente notwendig. Zuerst ist dies das Lagerelement selbst, eine Schwingungsquelle auf der Eingangsseite und eine Empfängerstruktur auf der Ausgangsseite [DIN11a]. Die Schwingungsquelle dient dazu, eine Deformation auf der Eingangsseite des zu charakterisierenden Systems einzuleiten. Auf der Empfängerseite kann dadurch die Systemantwort auf diese Anregung bestimmt werden. Abbildung 3.1 zeigt ein Blockdiagramm eines solchen Systemaufbaus.

Bei einer Modellierung dieses Systems mit Hilfe von Vierpolen ergibt sich für den Vierpol des elastischen Elements in Steifigkeitsform (vgl. Abschnitt 2.1.2):

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$



mit:  $F_1$ :Schnittkraft an der Eingangsseite;  $x_1$ :Schwingweg an der Eingangsseite;  $F_2$ :Schnittkraft an der Ausgangsseite;  $x_2$ :Schwingweg an der Ausgangsseite

Abbildung 3.1: Blockdiagramm des Systems Schwingungsquelle, elastisches Element, Empfängerstruktur nach [DIN06]

Wird die Empfängerstruktur des Prüfaufbaus derart ausgelegt, dass die Schwingwege auf der Ausgangsseite klein sind, sodass  $x_2 \ll x_1$  ist, so kann angenommen werden, dass  $x_2 \approx 0$  ist. Gleichung 3.1 kann unter dieser Annahme vereinfacht werden zu:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}\underline{x}_1 \\ c_{21}\underline{x}_1 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Es kann somit aus dem eingangsseitigen Schwingweg, der eingangsseitigen Schnittkraft sowie der ausgangsseitigen Schnittkraft die Vorwärts-Transfersteifigkeit  $c_{21}$  und die Eingangssteifigkeit  $c_{11}$  des elastischen Elements bestimmt werden:

$$c_{11} = \frac{\underline{F}_1}{\underline{x}_1}, \quad c_{21} = \frac{\underline{F}_2}{\underline{x}_1}. \quad (3.3)$$

Die beiden anderen Matrixeinträge des Vierpols  $c_{12}$  und  $c_{22}$  können über ein Vertauschen der Ein- und Ausgangsseite des elastischen Elements ermittelt werden, wobei die Vorwärts- und Rückwärtstransfersteifigkeiten unter Annahme der Reziprozität identisch sein müssen. Somit kann über ein Vertauschen der Ein- und Ausgangsseite und einen Vergleich der ermittelten Transfersteifigkeiten auch die Qualität und Validität des Messergebnisses überprüft werden.

Da die Größen  $\underline{F}_1$ ,  $\underline{F}_2$  und  $\underline{x}_1$  in der Regel als zeitdiskrete Messdaten vorliegen, die Übertragungseigenschaften hingegen im Frequenzbereich beschrieben werden, ist eine Ermittlung der Vierpolparameter über die Fourier-Transformierten der Ein- und Ausgangsgröße notwendig. Um eine Normierung der Größen zu schaffen, empfiehlt sich eine Berechnung der Übertragungseigenschaften des elastischen Elements mit Hilfe der spektralen Leistungsdichten. Böhme [Böh13] nutzt zur Ermittlung der Übertragungs-

funktion  $\underline{T}_{xy}(f)$  eines linearen, zeitinvarianten Systems den Quotienten aus Auto- und Kreuzleistungsdichtespektrum aus Gleichung 3.4:

$$\underline{T}_{xy}(f) = \frac{\underline{P}_{yx}(f)}{P_{xx}(f)}. \quad (3.4)$$

Hierbei sind  $\underline{P}_{yx}(f)$  das Kreuzleistungsdichtespektrum und  $P_{xx}(f)$  das Autoleistungsdichtespektrum, welche nach dem Wiener-Chintschin-Theorem [Chi34] über die Kreuz- bzw. Autokorrelationsfunktion ( $\underline{r}_{yx}$  bzw.  $r_{xx}$ ) für den Fall kontinuierlicher Zeitsignale dargestellt werden kann durch:

$$P_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.5)$$

$$\underline{P}_{yx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{r}_{yx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.6)$$

mit:

$$r_{xx}(\tau) = \lim_{T_F \rightarrow \infty} \frac{1}{T_F} \int_{-T_F/2}^{T_F/2} \bar{x}(t) x(t + \tau) dt \quad (3.7)$$

$$\underline{r}_{yx}(\tau) = \lim_{T_F \rightarrow \infty} \frac{1}{T_F} \int_{-T_F/2}^{T_F/2} \bar{y}(t) x(t + \tau) dt \quad (3.8)$$

Hierbei ist  $\underline{x}(t)$  das Zeitsignal am Eingang des Systems,  $\underline{y}(t)$  das Zeitsignal am Ausgang des Systems und  $\bar{y}(t)$  die komplex Konjugierte von  $\underline{y}(t)$ . Die Autokorrelationsfunktion und das Autoleistungsspektrum sind aufgrund der Multiplikation von  $\underline{x}(t + \tau)$  mit der komplex konjugierten  $\bar{x}(t)$  reellwertig. Für den Fall von zeitdiskreten Messsignalen ergeben sich die Integrale entsprechend als Summen und für die Zeitverschiebung  $\tau$  eine Verschiebung um eine Anzahl von diskreten Zeitschritten. Für die mathematische Herleitung sei an dieser Stelle auf Böhme [Böh13] und Geering [Gee13] verwiesen.

Die Transfersteifigkeit der untersuchten elastischen Elemente ergibt sich demnach zu:

$$\underline{c}_{21}(f) = \frac{\underline{P}_{F_2 x_1}(f)}{P_{x_1 x_1}(f)} \quad (3.9)$$

Da eine messtechnische Erfassung kleiner Schwingwege aufgrund der Empfindlichkeit der Messsensoren oft nicht möglich ist, kann alternativ auch ei-

ne Messung der Schwingbeschleunigungen erfolgen. In diesem Fall ergibt sich zunächst eine dynamische Transfermasse.

$$\underline{m}_{21}(f) = \frac{P_{F_2 a_1}(f)}{P_{a_1 a_1}(f)} \quad (3.10)$$

Im Frequenzbereich kann diese zu einer Transfersteifigkeit integriert werden (vgl. Tabelle 2.3):

$$\underline{c}_{21}(f) = \frac{P_{F_2 a_1}(f)}{P_{a_1 a_1}(f)} \cdot (j\omega)^2 \quad (3.11)$$

Analog ergibt sich für die Eingangssteifigkeit:

$$\underline{c}_{11}(f) = \frac{P_{F_1 a_1}(f)}{P_{a_1 a_1}(f)} \cdot (j\omega)^2 \quad (3.12)$$

## 3.2 Versuchsaufbau und Methodik der experimentellen Analyse

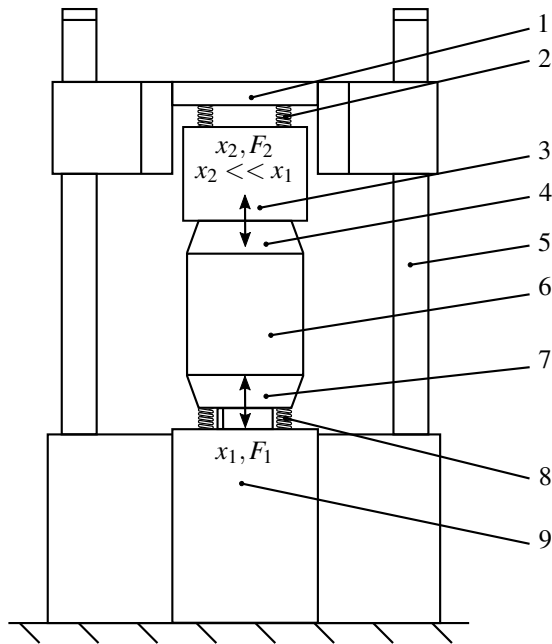
Die Laborverfahren zur Messung der vibro-akustischen Transfereigenschaften elastischer Elemente sind in DIN EN ISO 10846 erläutert [DIN11a]. Hierbei werden prinzipiell zwischen dem direkten und dem indirekten Verfahren zur Bestimmung der translatorischen Übertragungseigenschaften unterschieden. Für die Ausführungen zu dem Prinzip nach dem direkten Verfahren sei an dieser Stelle auf Anhang A.1 verwiesen.

### 3.2.1 mechanischer und messtechnischer Prüfandaufbau

Bei beiden Verfahren wird das elastische Lagerelement eingangsseitig mit einer Deformation beaufschlagt und die Reaktionskraft an der Ausgangsseite auf diese Deformation ermittelt. Das Übertragungsverhalten des zu charakterisierenden Elements kann bei Kenntnis der Anregung und der Reaktionskraft ermittelt werden, wenn die Bewegung an der Ausgangsseite hinreichend klein wird [DIN11a, DIN11b, DIN06]. Das direkte und das indirekte Verfahren unterscheiden sich vor allem darin, diese ausgangsseitige Bewegung möglichst gering zu halten.

Da beim Prüfaufbau nach dem direkten Verfahren die obere Prüffrequenz durch die erste Eigenfrequenz des verwendeten Prüfrahmens begrenzt wird, nutzt das indirekte Verfahren eine schwingungstechnisch entkoppelte Sperrmasse. Abbildung 3.2 zeigt den schematischen Aufbau eines Prüfstandes

nach dem indirekten Verfahren. Bei dem dargestellten Aufbau wird eine



- 1: höhenverstellbare Traverse; 2: Federn zur dynamischen Entkopplung und Einstellung der Vorlast; 3: Sperrmasse; 4: Kraftmesssystem (ausgangsseitig) 5: Prüfraum; 6: Prüfkörper; 7: Kraftmesssystem (eingangsseitig); 8: Federn zur dynamischen Entkopplung und Einstellung der Vorlast; 9: Schwingerreger

Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau eines Prüfstandes nach dem indirekten Verfahren [DIN06]

Sperrmasse (3) an Federn befestigt und das sich daraus ergebende Schwingensystem durch eine große Masse und weiche Federn so abgestimmt, dass die Eigenfrequenz der translatorischen Starrkörpermode möglichst tief liegt. Dadurch, dass die Masse des Prüflings gegenüber der Sperrmasse sehr klein ist und die Steifigkeit des Prüflings endlich ist, ergeben sich sehr tiefe Starrkörpermoden des Systems. Für Frequenzen weit oberhalb dieser Eigenfrequenzen ist die Sperrmasse dynamisch entkoppelt und es gilt  $x_2 \ll x_1$ . Als Schwingerreger wird im Rahmen dieser Arbeit ein elektrodynamischer

Aktor verwendet, da dieser gegenüber servohydraulischen Systemen eine höhere Dynamik und obere Grenzfrequenz aufweist. Zur Aufbringung einer Vorlast werden zusätzliche Federn (8) verwendet, da eine statische Vorlast durch den elektrodynamischen Schwingerregern dessen maximale Leistung einschränkt. Diese Federn stützen die Vorlast, welche auf der Schwingspule des Schwingerregers lastet auf dem Gehäuse ab. Um eine möglichst hohe Eigenfrequenz der Schwingspule des elektrodynamischen Schwingerregers zu erreichen, sollte dieser Aufrecht stehend betrieben werden. Die zusätzlichen Maßnahmen, um den Schwingerregger in der Horizontalen oder hängend zu betreiben, senken die Eigenfrequenz der Schwingspule in der Regel ab. Daher wird bei diesem Verfahren der Schwingerregger unterhalb des Prüflings angeordnet.

Die Starrkörpermoden der seismischen Masse in ihrer Lagerung begrenzen den Frequenzbereich nach unten, in dem das indirekte Messverfahren valide Ergebnisse liefern kann. Nach oben wird der Messbereich durch die Frequenz der ersten Kontinuumseigenschwingung der Prüfadapter und der seismischen Masse begrenzt. Eine Auslegung der Sperrmasse mit möglichst hoher Eigenfrequenz steht dabei im Zielkonflikt mit der Forderung nach einer möglichst großen Masse zur Absenkung der Frequenz der Starrkörpermode selbiger.

Bei dem für diese Arbeit verwendeten Prüfaufbau beträgt die Sperrmasse 60 kg. Die Lagerung dieser verfügt über eine Summensteifigkeit von 100 N/mm, was zu einer Starrkörpermode bei etwa 40 Hz führt. Die Vierpolparameter der zu untersuchenden Bauteile können daher ab etwa 100 Hz bestimmt werden. Das indirekte Verfahren eignet sich aufgrund der hohen Eigenfrequenz der als Widerlager verwendeten Masse im hochfrequenten Bereich besser zur Charakterisierung von Lagerelementen und wird daher für die Ermittlung der Vierpolparameter in der vorliegenden Arbeit gegenüber dem direkten Messverfahren bevorzugt.

Zur Ermittlung der Vierpolparameter nach der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Signalanalyse bedarf es der messtechnischen Erfassung verschiedener Signale sowie einer Regelung der Schwingbeschleunigung des elektrodynamischen Schwingerregers. Der hierzu notwendige Messaufbau und die Regelstrategie sollen im Folgenden erläutert werden.

Zur Ansteuerung des elektrodynamischen Schwingerregers mit dem Ziel eine definierte Elongation des Prüfkörpers zu erzeugen besteht die Möglichkeit, den Schwingweg, die Schwingschnelle oder die Schwingbeschleunigung als Führungsgröße zu nutzen. In der Praxis erweist sich die messtechnische Erfassung von Schwingbeschleunigungen in Form von piezoelektri-

schen Beschleunigungssensoren bei kleinen Schwingwegen als zuverlässiger als eine Erfassung von Weg- oder Schnellesignalen. Daher wird für den für die vorliegende Arbeit verwendeten Prüfaufbau die Schwingbeschleunigung  $\hat{a}_R$  als Regelgröße verwendet. Prinzipiell wäre auch eine kraftgeregelter Systemanregung denkbar, was aber zur Folge hätte, dass zur Ermittlung der Transfersteifigkeit die Schwingbeschleunigung auf der Ausgangsseite  $\hat{a}_2$  bestimmt werden muss. Hierfür gilt jedoch bei dem gewählten Prüfaufbau  $\hat{a}_2 \approx 0$ , was dieses Regelungskonzept für den gewählten Aufbau untauglich macht. Um mit der gewählten Regelgröße die Transfersteifigkeit des Prüflings ermitteln zu können ist zusätzlich die Bestimmung der Ausgangsseitigen Kraft  $\hat{F}_2$  erforderlich.

Bei Verwendung der Schwingbeschleunigung  $a_F$  auf der Eingangsseite als Führungsgröße für die Regelung ergibt sich der in Abbildung 3.3 dargestellte Regelkreis. Die Regelgröße  $a_R$  wird dabei ständig über die Rückkopplung mit der Sollgröße  $a_F$  verglichen. Der Regler kann somit über die Variation der Reglerübertragungsfunktion auf die Regelabweichung  $e = a_F - a_R$  reagieren. Die so ermittelte Stellgröße  $a_S$  ist somit Eingangsgröße der Regelstrecke, wo sowohl innere Störeffekte  $d_i$  (Resonanzen des Prüfaufbaus, Trägheitseffekte, Nichtlinearitäten des Prüflings, etc.) als auch äußere Störeffekte  $d_a$  (Signalrauschen, Schwingungseintragungen aus der Umgebung, Störfelder, etc.) auf das System wirken. Die daraus resultierende Regelgröße  $a_R$  wird als Ausgang der Regelstrecke erneut mit der Führungsgröße verglichen.

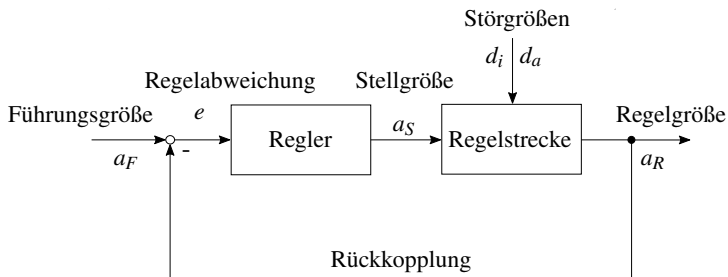


Abbildung 3.3: Blockschaltbild zur Regelung des elektrodynamischen Schwingregers

### 3.2.2 Validierung der Prüfstandsergebnisse

Um eine Überprüfung der Validität der Prüfstandsergebnisse durchführen zu können, sollen im Folgenden Abgleiche mit einem weiteren Prüfstand sowie der Übertragungseigenschaften im Gesamtfahrzeug erfolgen. Durch dieses Vorgehen kann zum einen bestätigt werden, dass die quantitativen Aussagen, welche durch das im vorherigen Abschnitt erläuterte Prüfverfahren generiert werden, valide sind. Zum anderen kann hierdurch auch die Übertragbarkeit der am Prüfstand ermittelten Transferseigenschaften in das Gesamtfahrzeug überprüft werden.

#### Abgleich mit Prüfständen nach dem direkten Messverfahren

Die Ermittlung der Transfersteifigkeiten von Bauteilen nach dem in Anhang A.1 vorgestellten direkten Verfahren ist seit vielen Jahren Stand der Technik. Entsprechend valide sind die Ergebnisse, welche diese Prüfstände liefern. Die Ermittlung von Transfersteifigkeiten nach dem indirekten Verfahren ist für die Charakterisierung von Aggregatlagern bisher in der wissenschaftlichen Literatur nicht verwendet worden. Ebenso stellt die experimentelle Analyse von Aggregatlagerelementen im Kilohertzbereich in der industriellen Praxis eine Seltenheit dar. Dies hängt auch damit zusammen, dass die Konstruktion von Adaptionen und der Aufbau eines solchen Prüfstandes, insbesondere die Lagerung der Sperrmasse, mit sehr hohem Aufwand verbunden sind. Die Lagerung der Sperrmasse stellt deshalb eine große Herausforderung dar, da vor allem die Rotationsfreiheitsgrade der Sperrmasse zu Taumelbewegungen führen können, welche sich im Messbereich des Prüfstandes befinden können. Um die Qualität des Prüfstandes hinsichtlich der Eignung zur Bestimmung der Transfersteifigkeiten überprüfen zu können, soll zunächst ein Abgleich mit einem Prüfstand nach dem direkten Messverfahren erfolgen, welcher bis zu einer Frequenz von 400 Hz valide Ergebnisse liefert. Mit dem im vorherigen Abschnitt vorgestellten Prüfstand nach dem indirekten Verfahren ergibt sich demnach der Frequenzbereich zwischen 100 und 400 Hz, um die ermittelten Transfersteifigkeiten zwischen diesen beiden Prüfständen abzugleichen. Der Abbildung 3.4, welche die nach dem direkten und indirekten Verfahren ermittelten komplexen Transfersteifigkeiten in Betrag und Phase vergleichend gegenüberstellt, kann entnommen werden, dass die Übereinstimmung zwischen den beiden verwendeten Prüfständen im überlappenden Frequenzbereich sehr hoch ist. Dies gilt insbesondere für den Betrag der dynamischen Transfersteifigkeit. Der Verlauf der Phase zeigt beim indirekten Messverfahren bei etwa 105 und



210 Hz eine geringfügig ausgebildete Unstetigkeit und auch größere Abweichungen von den Messwerten nach dem direkten Verfahren. Die Ursache für die Phasenabweichung ist bei 105 Hz eine Querschwingung der Sperrmasse, welche sich nicht vollständig unterdrücken lässt. Bei 210 Hz handelt es sich um eine Resonanz des elektrodynamischen Schwingerregers, welche mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt dargestellten Regelstrecke nicht vollständig ausgeregelt werden kann.

Ab etwa 350 Hz nimmt die Phase bei der nach dem direkten Verfahren ermittelten Transfersteifigkeit deutlich zu, was bei dem Verlauf der nach dem indirekten Verfahren ermittelten Phase nicht zu erkennen ist. Hier zeigt sich die Resonanz des Prüfrahmens des Prüfstandes nach dem direkten Verfahren, welcher die Messergebnisse beeinflusst und den Messbereich des Prüfstandes nach oben hin begrenzt. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Übereinstimmungen zwischen den beiden Messverfahren sehr hoch sind und die jeweiligen Abweichungen sich dem Aufbau der Prüfstände zuordnen lassen. Es zeigt sich auch deutlich, dass für Frequenzen oberhalb von 350 Hz das indirekte Messverfahren bessere Ergebnisse liefert. Da

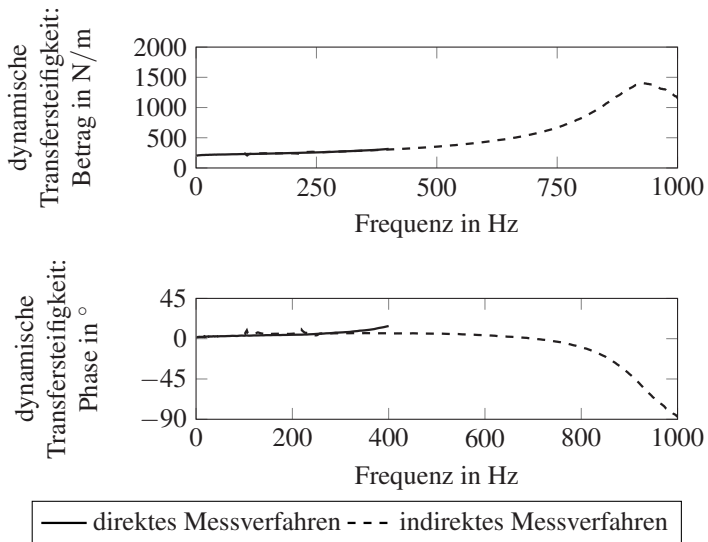


Abbildung 3.4: Vergleich der ermittelten Transfersteifigkeiten eines Getriebelagers nach dem direkten und indirekten Verfahren

das indirekte Prüfverfahren im tieffrequenten Bereich bis 400 Hz valide Ergebnisse liefert, soll auch die Qualität der Messergebnisse im höherfrequenten Bereich validiert werden. Ein Abgleich mit anderen Prüfständen ist aufgrund der Tatsache, dass diese nur in sehr begrenzter Anzahl existieren, nur bedingt möglich. Es soll daher im Folgenden eine Korrelation zwischen dem Körperschallübertragungsverhalten von Bauteilen im Fahrbetrieb zu der ermittelten dynamischen Transfersteifigkeit aufgezeigt werden.

#### **Korrelation der Übertragungseigenschaften zwischen Prüfstand und Fahrzeug**

Zur Beurteilung der Korrelation zwischen Fahrzeug und Prüfstand wird eine sinusförmige Schwingbeschleunigung mit einer über der Frequenz konstanten Amplitude von  $30 \text{ m/s}^2$  verwendet, was in etwa der mittleren Schwingbeschleunigung bei einem Teillastbetrieb eines Verbrennungsmotors entspricht. Um eine Korrelation des Körperschallübertragungsverhaltens von Bauteilen zwischen Fahrbetrieb und Prüfstand abbilden zu können, ist es aus Gründen der Signalerfassung am einfachsten, die Übertragungsfunktion der Schwingbeschleunigung im Fahrzeug mit der am Prüfstand ermittelten Transfersteifigkeit zu vergleichen. Abbildung 3.5 zeigt die Übertragungsfunktion der  $T_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_2}$  der Schwingbeschleunigung  $\ddot{x}_1$  auf der Aggregatseite zur Schwingbeschleunigung  $\ddot{x}_2$  auf der Karosserie Seite an den Anbindungsstellen eines Getriebelagers im Fahrzeug und dessen am Prüfstand ermittelte Transfersteifigkeit über der Frequenz.

Es ist zu erkennen, dass die Übertragungsfunktion dort hohe Werte aufweist, wo die Transfersteifigkeit ebenfalls hoch ist. Die Körperschallübertragung ist also weitgehend proportional zu der experimentell ermittelten Transfersteifigkeit. Lediglich bei ca. 250 Hz zeigt die Übertragungsfunktion der Schwingbeschleunigungen ein Maximum, welches nicht auf die Transfersteifigkeit zurückgeführt werden kann. Die Ursache für dieses Maximum liegt in einem Minimum der lokalen Eingangssteifigkeit an der Empfängerseite, was dort zu hohen Beschleunigungswerten führt und somit ein Maximum der Übertragungsfunktion bewirkt.

Die guten Übereinstimmungen zwischen der am Prüfstand ermittelten Transfersteifigkeit und dem Übertragungsverhalten des Bauteils im Fahrzeug sprechen für valide Prüfstandsergebnisse und die Möglichkeit, Bauteiloptimierungen in der Prüfstandsumgebung durchführen zu können. Im Folgenden sollen die beiden wichtigsten Bauformen von Aggregatelagern mit der beschriebenen Methodik experimentell untersucht werden und wichtige Einflussfaktoren auf das Bauteilverhalten analysiert werden.

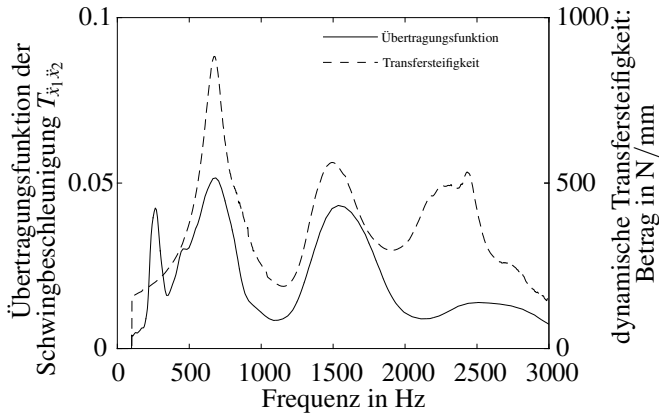


Abbildung 3.5: Darstellung der Übertragungsfunktion der Schwingbeschleunigungen im Fahrzeug und der Transfersteifigkeit des elastischen Elements am Prüfstand über der Frequenz

### 3.3 Ermittlung des Übertragungsverhaltens von Buchsenlagern

An denjenigen Aggregatelagepositionen, welche durch einen hochfrequenten Körperschalleintrag durch das Antriebsaggregat besonders hohe akustische Anforderungen erfüllen müssen, kommen in der Regel einfach Buchsenlager zum Einsatz. Diese Lagerpositionen sind meist die Anbindungspunkte des Hauptgetriebes und des Achsgetriebes bzw. Differentials. Durch die Zahneingriffsgeräusche von schnell drehenden Getriebewellen kommt es zu einem Körperschalleintrag, welcher einen Frequenzbereich bis mehrere Kilohertz umfasst. Nicht hydraulisch bedämpfte Buchsenlager eignen sich für diesen Einsatz, da hierbei meist geringe niederfrequente dynamische Lasten abgestützt werden und die niedrige dynamische Verhärtung der Lager aufgrund der nicht vorhandenen Hydraulik die akustischen Übertragungseigenschaften positiv beeinflusst. Im Folgenden sollen die Einflüsse auf die Körperschallübertragungseigenschaften dieser Bauteile in der im vorherigen Abschnitt erläuterten Prüfstandsumgebung untersucht werden. Hierzu wird der Einfluss des eingesetzten Elastomerwerkstoffes, der auf die Bauteile wirkenden statischen Vorlast, der Bauteiltemperatur und der Einfluss des Anregungssignals untersucht.

### 3.3.1 Einfluss des Elastomerwerkstoffes

Ein entscheidender Anteil der Körperschallübertragungseigenschaften aller Elastomerlager ist auf den eingesetzten Elastomerwerkstoff zurückzuführen, da dieser die einzige mechanische Verbindung von Erreger- und Empfängerseite des Bauteils darstellt. Das Schwingungsverhalten dieses Elastomeranteils bestimmt daher maßgeblich das Bauteilverhalten. Um diesen Einfluss zu untersuchen, werden vier verschiedene Naturkautschukmischungen mit Shore-A-Härten von 45 bis 60 Sh verwendet und in der selben Vulkanisationsform vulkanisiert. Anschließend werden diese vier Varianten in der zuvor vorgestellten Prüfstands Umgebung analysiert. Da die experimentelle Analyse von Buchsenlagern eine Herausforderung bezüglich der Vorrichtungen zur Montage an den Prüfstand stellt, kann aufgrund von Resonanzen in diesen Adaptern eine experimentelle Analyse nur bis 2 kHz erfolgen. Die so ermittelten Transfersteifigkeiten sind in Abbildung 3.6 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Transfersteifigkeit im betrachteten Frequenzbe-

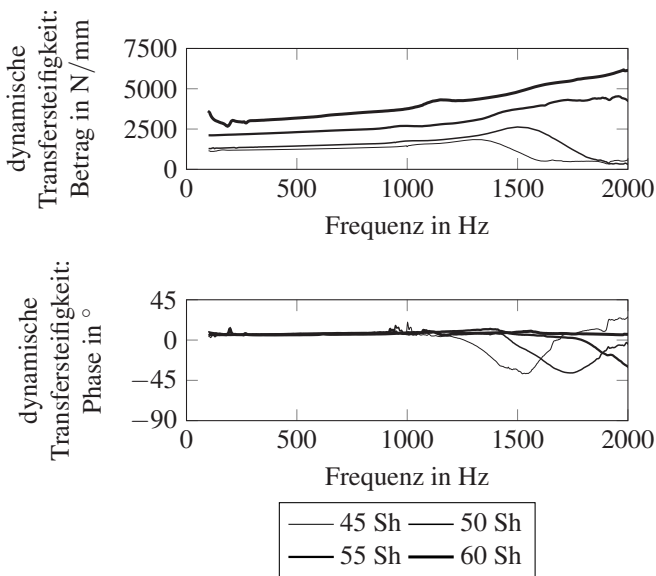


Abbildung 3.6: Vergleich der experimentell ermittelten Transfersteifigkeit von Buchsenlagern verschiedener Naturkautschukvulkanisate

reich durch einen Resonanzeffekt in den untersuchten Bauteilen beeinflusst wird. Diese ist zum einen durch ein Maximum im Betrag der Transfersteifigkeit, welches von einem starken Abfall des Betrags gefolgt wird, zum anderen durch ein Minimum der Phase der komplexen Transfersteifigkeit bestimmt. Für die Varianten mit 45 und 50 Sh ist dieses Verhalten im untersuchten Frequenzbereich ersichtlich. Bei der untersuchten Variante mit einer Shore-A-Härte von 55 Sh ist ab etwa 1750 Hz ein Abfall in der Phase zu erkennen und auch ein Anstieg des Betrages. Das Maximum des Betrages und das Minimum der Phase liegen daher vermutlich geringfügig außerhalb des untersuchten Frequenzbereiches. Für die Variante mit 60 Sh liegt der Resonanzeffekt deutlich außerhalb des analysierbaren Frequenzbereiches, da der Betrag nahezu linear ansteigt, was lediglich die dynamische Versteifung des Elastomers bewirkt und die Phase über der Frequenz nahezu konstant bleibt. Zusammenfassend kann geschlussfolgert werden, dass das Körperschallübertragungsverhalten von Buchsenlagern sich durch einen Resonanzeffekt kennzeichnen, der eine starke Abhängigkeit vom verwendeten Werkstoff aufweist. Da das Bauteilverhalten dieser einfachen Bauteile nur von den Eigenmoden der beteiligten Komponenten beeinflusst werden kann, deutet dieses Verhalten darauf hin, dass es sich bei der betreffenden Bauteilmode um eine Kontinuumsschwingform des Elastomeranteils handelt.

#### 3.3.2 Einfluss der statischen Vorlast

Beim Einsatz von Buchsenlagern zur Lagerung eines Aggregates bei verschiedenen Fahrzuständen, insbesondere bei der Abstützung verschieden hoher Antriebsmomente des Triebstrangs über die Lagerelemente, ist die quasistatische Auslenkung der Bauteile starken Veränderungen unterworfen. Im Folgenden soll daher das Verhalten der Bauteile bei unterschiedlichen statischen Vorlasten untersucht werden.

Abbildung 3.7 zeigt die dynamische Transfersteifigkeit eines Buchsenlagers über der Frequenz in einem Bereich von 0 N bis 3000 N. Das untersuchte Bauteil weist eine statische Steifigkeit von 1000 N/mm, entsprechend ergibt sich bei 3000 N eine Elongation von 3 mm, was einer maximalen Dehnung von 178 % im Bauteil entspricht.

Bei Betrachtung des Betrages der dynamischen Transfersteifigkeit kann festgestellt werden, dass sich zwischen 0 N und 2500 N keinerlei Änderungen in der Bauteilsteifigkeit einstellen. Die minimalen Abweichungen zwischen den einzelnen Transfersteifigkeiten, welche auf den Resonanzbereich des Bauteils bei etwa 1400 Hz beschränkt sind, lassen sich auf eine geringe Erwärmung des Bauteils während des Prüfablaufs zurückführen (vgl. Ab-

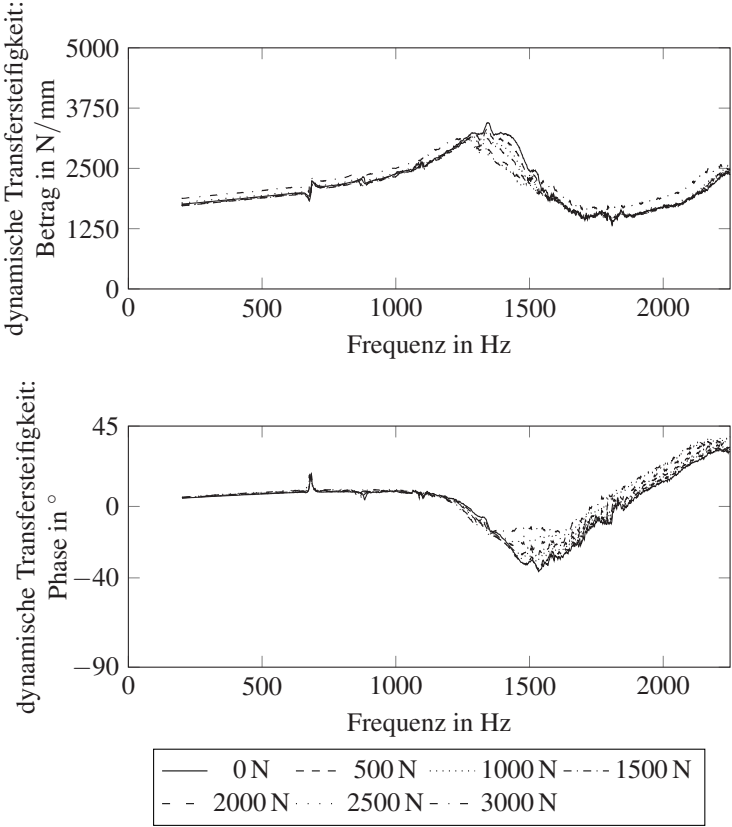


Abbildung 3.7: Dynamische Transfersteifigkeit eines Viersteg-Buchsenlagers bei verschiedenen Vorlasten

schnitt 3.3.3). Der Betrag der dynamischen Transfersteifigkeit bei einer Vorlast von 3000 N ist circa 7 % höher als der Betrag bei geringeren Vorlasten, was darin begründet liegt, dass sich das Lagerelement bei dieser Vorlast bereits im progressiven Anteil der quasistatischen Federkennlinie befindet und somit auch über eine höhere Grundsteifigkeit verfügt. Eine Ermittlung der dynamischen Transfersteifigkeiten bei höheren Vorlasten ist daher auch nicht sinnvoll, da sich das Bauteil in diesem Fall bereits im Anschlag befinden würde und deutlich höhere dynamische Steifigkeit aufweisen würde. Dies geht mit einer deutlichen Verschlechterung des Körperschallübertragungsverhaltens einher und muss daher bei der Auslegung der statischen Steifigkeit und des linearen Freiwegs bei einer Grundausslegung der Lagerelemente berücksichtigt werden.

Die Phase der dynamischen Transfersteifigkeit zeigt ein ebenso unverändertes Verhalten über der Vorlast wie der Betrag. Die Ausprägung des Minimums bei circa 1500 Hz, welches durch die Bauteilresonanz verursacht wird, zeigt jedoch eine leichte Veränderung. Es zeigt sich, dass mit zunehmender Vorlast die Ausprägung des Minimums leicht reduziert wird und es zu einer geringen, kontinuierlichen Erhöhung der Phasenwerte über der Vorlast kommt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Variation der Vorlast und somit der statischen Elongation des Bauteils einen sehr geringen Einfluss auf das Körperschallübertragungsverhalten der Buchsenlager hat. Dies gilt, solange das Bauteil sich im linearen Bereich der statischen Federkennlinie befindet. Da der progressive Bereich der statischen Federkennlinie nicht mehr als Auslegungsbereich für Komfortlastfälle gilt, wird eine Verschlechterung der vibroakustischen Transfereigenschaften in diesem Bereich akzeptiert. Es kann demnach schlussgefolgert werden, dass für die Auslegung maßgeblichen Komfortlastfälle keine signifikante Änderung des Übertragungsverhaltens des untersuchten Buchsenlagers stattfindet. Da die Variantenvielfalt bezüglich der Geometrie gering ist, kann dieses Verhalten verallgemeinernd auf die gesamte Bauteilklasse von Komfort-Buchsenlagern übertragen werden.

#### **3.3.3 Einfluss der Bauteiltemperatur**

Da Aggregatlagerbauteile in unmittelbarer Nähe zu den Antriebsstrangkomponenten im Fahrzeug verbaut sind, sind diese während des Betriebs erhöhten Temperaturen ausgesetzt. Der Einfluss der Temperatur auf das Werkstoffverhalten von Elastomeren bedingt, dass sich das Bauteilverhalten entsprechend verändert. Die Ergebnisse aus Abschnitt 3.3.1 legen nahe, dass

eine Temperaturvariation einen großen Einfluss auf das Körperschallübertragungsverhalten hat.

Die Betriebstemperatur der Aggregatelager hängt von der Umgebungstemperatur des Fahrzeuges, dem Betriebspunkt des Triebstrangs, der Wärmeleitfähigkeiten des Motortragarmes und der Umströmung der Elastomerelemente mit Kühlluft, also der Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeuges, ab. Um die Körperschallübertragung durch die Aggregatelager gezielt auslegen zu können ist es daher erforderlich, das Bauteilverhalten in einem breiten Temperaturbereich zu betrachten.

Abbildung 3.8 zeigt die komplexe Transfersteifigkeit eines Vier-Steg-Buchsenlagers bei Temperaturen zwischen 281 K und 345 K in Betrag und Phase. Es kann festgestellt werden, dass im Frequenzbereich bis etwa 1000 Hz der Betrag der Transfersteifigkeit mit zunehmender Temperatur abnimmt. Dies deckt sich mit den den Erwartungen, die sich aus dem Verhalten von Elastomerwerkstoffen nach Abschnitt 2.2.1 ergeben. Ebenso zeigt sich, dass sich die Eigenmoden des untersuchten Buchsenlagers mit zunehmender Temperatur zu niedrigeren Frequenzen hin verschieben. Dies ist bedingt durch eine Abnahme des dynamischen Moduls bei einer nahezu konstanten Dichte des Elastomers.

Die Bauteilprüfungen mit einer definierten Temperaturregelung sind aufgrund der geringen thermischen Trägheit des Elastomers und der Eigenenerwärmung durch die Strukturdämpfung mit großem Aufwand verbunden. Eine Abschätzung des Bauteilverhaltens bei veränderter Temperatur kann daher auch über die WLF-Gleichung (vgl. Abschnitt 2.2.1) erfolgen.

Um die Parameter  $C_1$  und  $C_2$  der WLF-Gleichung zu ermitteln, wird der Betrag der dynamischen Steifigkeit im Frequenzbereich zwischen 100 Hz und 1000 Hz durch eine lineare Regression approximiert und dann zu höheren Frequenzbereichen extrapoliert. Tabelle 3.1 zeigt die Parameter dieser linearen Regression:

Als Referenztemperatur zur Ermittlung der WLF-Parameter werden 296 K gewählt, da bei dieser Temperatur eine Ermittlung der Transfersteifigkeiten von Bauteilen am einfachsten zu realisieren sind. Weiterhin wird als Referenz derjenige Frequenzpunkt gewählt, bei dem die jeweilig Transfersteifigkeit einen Betrag von 4000 N/mm annimmt. Dies ist für die Referenztemperatur bei  $f_0 = 3987$  Hz der Fall. Somit ergibt sich die WLF-Gleichung aus Gleichung (2.50) zu:

$$\log\left(\frac{3987 \text{ Hz}}{f}\right) = \frac{C_1(T - 296 \text{ K})}{C_1 + (T - 296 \text{ K})} \quad (3.13)$$



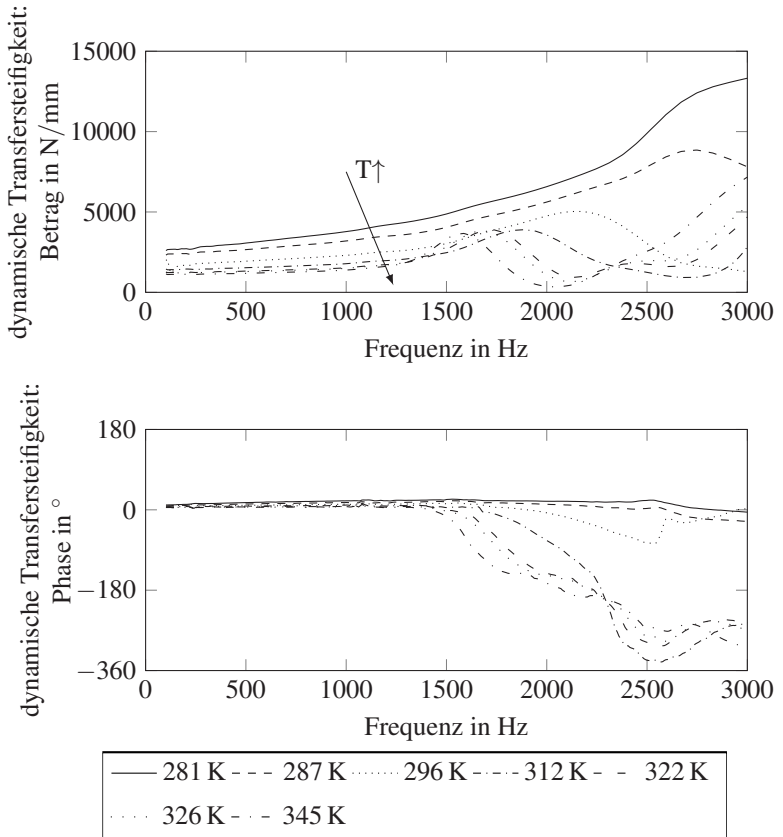


Abbildung 3.8: Dynamische Transfersteifigkeit eines Viersteg-Buchsenlagers bei verschiedenen Temperaturen

Temperatur in K	Steigung in (N/mm)/Hz	Ordinatenabschnitt in N/mm
281	1,10	2616
287	0,75	2278
296	0,59	1642
312	0,34	1361
322	0,28	1183
326	0,26	1165
345	0,19	1088

Tabelle 3.1: Daten der linearen Regression der Transfersteifigkeiten

Die beiden Parameter lassen sich über je zwei Temperaturstützstellen ermitteln. Tabelle 3.2 zeigt die ermittelten WLF-Parameter für die einzelnen Stützstellen und die sich daraus ergebenden Mittelwerte.

Temperatur in K	Frequenz in Hz	$\log(\frac{f_0}{f})$	$C_1$	$C_2$ in K
281	1349	1,08	-2,84	54,76
287	2272	0,56	-2,85	54,87
296	3987	0	-	-
312	7695	-0,66	2,83	53,6
322	10012	-0,92	2,85	54,29
326	10932	-1,01	2,84	53,98
345	15473	-1,36	2,86	54,73
Mittelwerte			-2,84	54,37

Tabelle 3.2: Experimentell ermittelte Parameter der WLF-Gleichung

### 3.3.4 Einfluss des Anregungssignals

In Abschnitt 3.2.2 konnte gezeigt werden, dass eine Sinusbelastung mit konstanter Schwingbeschleunigung an dem vorgestellten Prüfstand das Verhalten eines Bauteils im Fahrzeug abbilden kann. Da der Payne-Effekt (vgl. Abschnitt 2.2.1) für Elastomerwerkstoffe jedoch eine starke Amplitudenabhängigkeit vorhersagt, soll zunächst der Einfluss der Anregungsamplitude ermittelt werden.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Bauteileigenschaften von der Amplitude einer Sinusanregung wird die Transfersteifigkeit von Buchsenlagern unterschiedlicher Naturkautschukmischungen bei einer Frequenz von 300 Hz und verschiedenen Amplituden ermittelt. Abbildung 3.9 stellt die Ergebnisse dieser Untersuchungen für Buchsenlager aus Naturkautschukelastomeren zwischen 40 und 60 Shore-A bei Anregungen mit einem Sinus-signal mit einer Wegamplitude zwischen 0,1  $\mu\text{m}$  und 100  $\mu\text{m}$  dar. Die obere Grenze von 100  $\mu\text{m}$  entspricht derjenigen Amplitude, welche bei hoher Motorlast als antriebsregter Körperschall im betrachteten Frequenzbereich maximal zu erwarten ist.

Bei Betrachtung von Abbildung 3.9 ist zu erkennen, dass für alle untersuch-

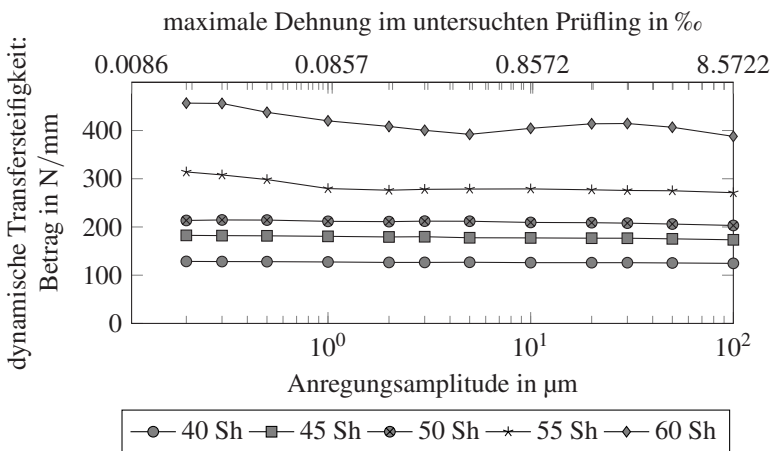


Abbildung 3.9: Dynamische Transfersteifigkeit verschiedener 4-Steg-Buchsenlager bei 300 Hz und verschiedenen Anregungsamplituden/-Dehnungsamplituden

ten Bauteile nahezu keine Abhängigkeit von der Amplitude der Anregung besteht. Betrachtet man die auf der zweiten Abszisse aufgetragene maximale Dehnung, die bei dieser Anregung im Bauteil auftritt, so ist diese deutlich kleiner als ein Prozent. Der Payne-Effekt tritt, abhängig vom Füllstoffanteil, üblicherweise bei Dehnungen von über einem Prozent auf, sodass die sehr geringen Dehnungen dazu führen, dass die Deformationen alle unterhalb der kritischen Deformationsgrenze sind, ab der das Füllstoff-Netzwerk aufreißt und die Füllstoff-Füllstoff-Interaktionen nicht mehr gegeben sind. Es kann daher geschlossen werden, dass die Amplitude, bei der die Transfereigenschaften der Bauteile an einem Prüfstand ermittelt werden keinen Einfluss auf die Körperschalltransfereigenschaften haben, solange die im Elastomerbauteil auftretenden Dehnungen deutlich unter einem Prozent sind, was für Aggregatlagerelemente aufgrund ihrer großen Bauform und der geringen Schwingwege bei hohen Frequenzen gegeben ist. Kommt es jedoch zu Überlagerungseffekten mit fahrbahnerregten Schwingungen, so kann diese Grenze auch überschritten werden. Bei Fahrmanövern mit großen, fahrbahninduzierten Schwingungen im Frequenzbereich der Aggregatmoden (circa 5 bis 15 Hz) können Auslenkungen der Aggregatlager von mehreren Millimetern mit entsprechend hohen Dehnungen auftreten. Für diese Lastfälle spielen in der Praxis triebstrangerregte Geräuschphänomene eine untergeordnete Rolle, weshalb eine akustische Auslegung auf diese Lastfälle nicht als sinnvoll zu betrachten ist. Für die Modellierung des Bauteilverhaltens in Kapitel 4 kann daher die Amplitudenabhängigkeit vernachlässigt werden, solange die Dehnungen im Bauteil hinreichend klein bleiben.

#### **3.4 Ermittlung des Übertragungsverhaltens von hydraulischen Topflagern**

Zur Ermittlung des Übertragungsverhaltens hydraulischer Topflager sollen ebenso, wie bereits im vorherigen Abschnitt, für Buchsenlager wichtige Einflussfaktoren ermittelt werden, um diese in der im nachfolgenden Kapitel beschriebenen Modellbildung berücksichtigen zu können. Da die Elastomerkomponenten in hydraulischen Topflagern in ihren Mischungseigenschaften denen von Buchsenlagern sehr ähnlich sind, bestehen die selben Einflüsse der statischen Vorlast und der Anregungsamplitude, wie sie bereits im vorherigen Abschnitt für diese Bauform aufgezeigt sind. Auf die Einflüsse der statischen Vorlast und der Anregungsform wird für die hydraulischen Lager daher nicht mehr explizit eingegangen und deren Einfluss vernachlässigt.

Für die Wechselwirkungen zwischen Hydraulik und den Elastomerkomponenten ist die Elastomermischung, aus welcher diese hergestellt sind, von Interesse. Da die Eigenschaften des Elastomers auch, wie bereits in Abschnitt 3.3.3 gezeigt, von der Temperatur abhängen, soll auch dieser Einfluss untersucht werden. Darüber hinaus ist ein weiterer wichtiger Parameter für das Gesamtsystemverhalten der Bauteile der Einfluss der Hydraulik. Im folgenden sollen daher diese drei Haupteinflussfaktoren auf ihre Auswirkung bezüglich der Transfersteifigkeit von hydraulischen Topflagern untersucht werden.

#### **3.4.1 Einfluss des Elastomerwerkstoffes**

Da die Elastomer-Tragfeder einer der wichtigsten Komponenten eines hydraulischen Lagers darstellt, soll über eine Variation der Härte des Bauteils der Einfluss dieser ermittelt werden. Hierzu dienen Tragfedern gleicher Geometrie, jedoch unterschiedlicher Elastomermischungen, sodass sich im fertigen Vulkanisat Shore-Härten zwischen 45 Sh und 62 Sh einstellen. Zur gezielten Variation der Elastomertragfedern bei gleichbleibenden hydraulischen Eigenschaften finden die Untersuchungen mithilfe von modifizierten Lagergehäusen statt. Diese lassen einen Austausch einzelner Komponenten und ein anschließendes Wiederbefüllen zu. So können stochastische, produktionsbedingte Streuungen in den Eigenschaften der einzelnen Bauteile bei der Variation der Elastomertragfedern vermieden werden. Zur Analyse werden die Bauteile mit Hilfe der in Abschnitt 3.2 erläuterten Prüfumgebung untersucht. Die daraus resultierenden Transfersteifigkeiten der Bauteile können Abbildung 3.10 entnommen werden.

Die untersuchten Bauteile zeigen einen für hydraulische Topflager charakteristischen Verlauf, welcher sich in ähnlicher Ausprägung bei vielen hydraulischen Topflagern finden lässt. Die Transfersteifigkeit ist durch zwei bis drei charakteristische Resonanzen geprägt, welche stark durch die Elastomermischung der Tragfeder beeinflusst werden. Diese Resonanzen zeigen sich durch Maxima im Betrag der Transfersteifigkeit, welche entsprechende Maxima in der Phase bedingen. Hierbei zeigt sich, dass die Absolutwerte der Transfersteifigkeit erwartungsgemäß mit einer zunehmenden Werkstoffhärte der Tragfeder ansteigen. Ebenso zeigt sich, dass die Bauteilresonanzen durch einen härteren Tragfederwerkstoff zu höheren Frequenzen verschoben werden. Dies führt dazu, dass die Bauteilresonanz, welche bei der untersuchten Variante mit 45 und 53 Sh bei ca. 2100 Hz liegt, bei der Variante mit 62 Sh außerhalb des Messbereichs liegt. Demzufolge ist diese dritte Bauteilresonanz bei dieser Variante nicht mehr erkennbar.

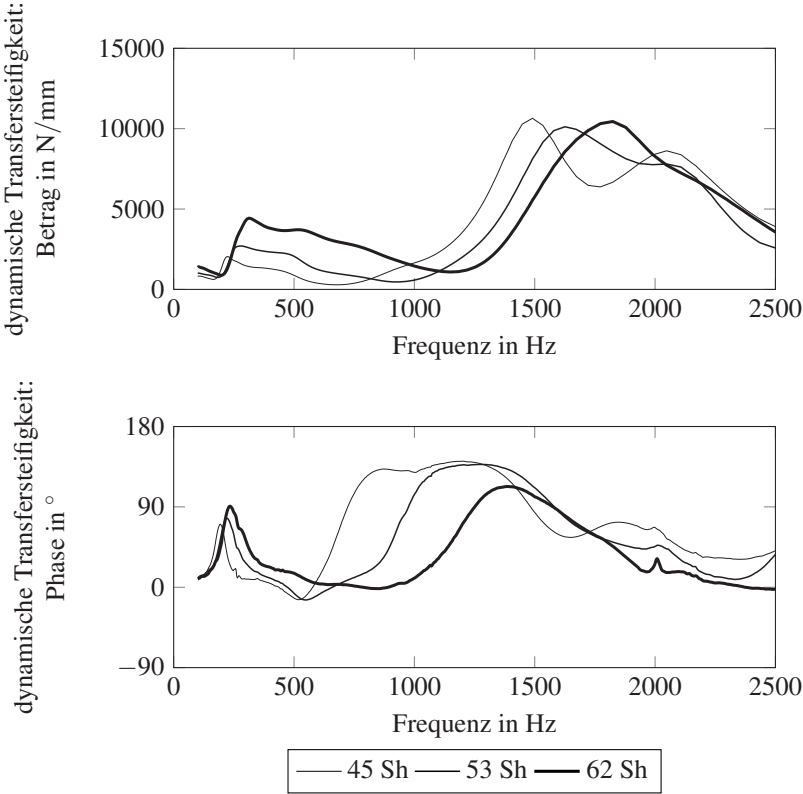


Abbildung 3.10: Transfersteifigkeiten von hydraulischen Topflagern mit Tragfedern unterschiedlicher Shore-Härten

Der starke Einfluss des Tragfederwerkstoffes auf das Bauteilverhalten legt nahe, dass die Tragfedern am Schwingverhalten des Gesamtsystems beteiligt sind und dieses als Federelement beeinflussen. Ein Versteifung dieses Federelementes durch eine Werkstoffänderung führt demnach zu einer Frequenzerhöhung des Resonanzphänomens. Bei den verwendeten Elastomeren handelt es sich, wie in Abschnitt 2.2.1 erläutert und in Abschnitt 3.3.3 für das Bauteilverhalten von Buchsenlagern untersucht, um stark temperaturabhängige Werkstoffe. Da der Elastomerwerkstoff einen signifikanten Einfluss auf das Systemverhalten zeigt, wird dieser Einfluss in einer ähnlichen Größenordnung auch für eine Temperaturänderung der Bauteile erwartet. Dieser Einfluss soll im folgenden Abschnitt näher untersucht werden.

#### 3.4.2 Einfluss der Bauteiltemperatur

Wie bereits in Abschnitt 3.3.3 erwähnt, sind die Aggregatelager eines Kraftfahrzeuges je nach Betriebs- und Umgebungsbedingungen des Fahrzeugs variierenden Temperaturen ausgesetzt. Nachdem im letzten Abschnitt der Einfluss des Tragkörperwerkstoffes analysiert wurde, soll im folgenden der Einfluss der Temperatur auf das Bauteilverhalten analysiert werden.

Abbildung 3.11 zeigt die dynamische Transfersteifigkeit für hydraulisches Topflager mit einer Tragfeder aus einer Elastomermischung von 53 Sh für fünf verschiedene Temperaturen zwischen 288 K und 333 K. Es ist zu erkennen, dass sich das gesamte Steifigkeitsniveau mit zunehmender Temperatur reduziert und die Bauteilresonanzen zu tieferen Frequenzen verschieben. Die Bauteilresonanz, welche sich bei 288 K bei etwa 1600 Hz ausbildet, verschiebt sich mit zunehmender Temperatur bis auf etwa 1400 Hz. Dieses Verhalten entspricht demjenigen, was mit der Substitution des Tragkörperwerkstoffes durch eine weichere Mischung einhergeht (vgl. Abschnitt 3.4.1). Dies deckt sich mit dem in Abschnitt 2.2.1 bereits erläuterten Zusammenhang, dass eine Temperaturerhöhung bei Elastomeren eine Erweichung des Werkstoffes mit sich bringt.

Ebenso bemerkenswert ist die Ausprägung einer weiteren Resonanz, welche bei tiefen Temperaturen nur geringfügig in Erscheinung tritt. Bei erhöhten Temperaturen bildet sich jedoch bei dem untersuchten Bauteil ein lokales Maximum in Betrag und Phase der Transfersteifigkeit bei etwa 800 Hz aus. Dies bildet sich genau dort aus, wo die Tragfeder ohne hydraulische Komponenten eine Mode aufweist (vgl. Untersuchungen in Abschnitt 4.3.1). Dies deutet darauf hin, dass sich in der Arbeitskammer durch die Temperaturerhöhung eine Nachgiebigkeit in Form von Ausgasungen aus dem Fluid bildet. Ursächlich hierfür sind vermutlich im Hydraulikmedium

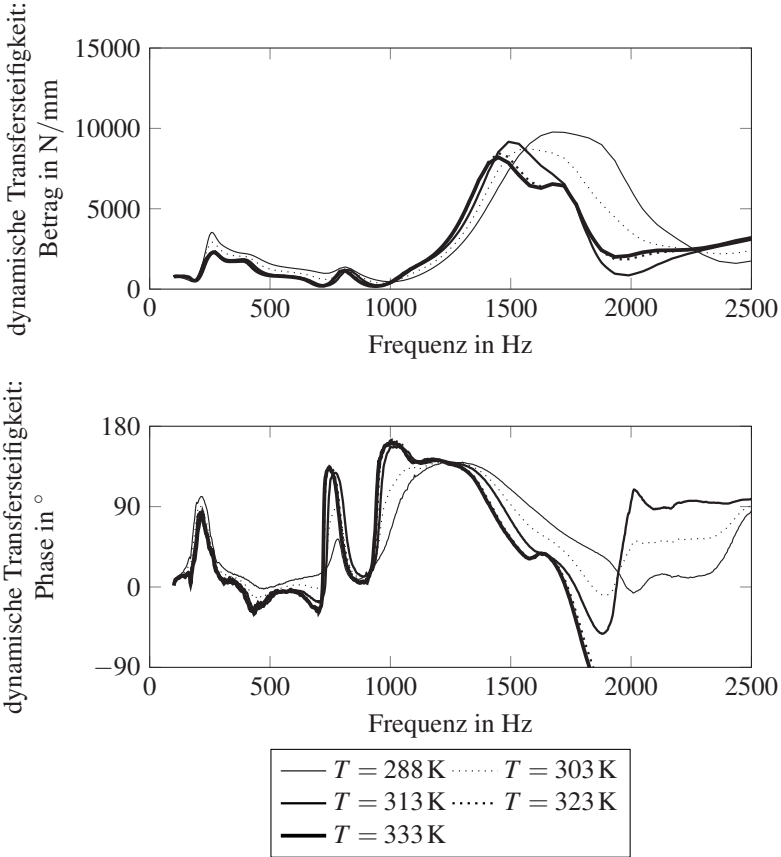


Abbildung 3.11: Transfersteifigkeiten eines hydraulischen Topflagers bei verschiedenen Bauteiltemperaturen



gelöste Gase, deren Löslichkeit durch die Temperaturerhöhung abnimmt. Da dieses lokale Maximum jedoch im Vergleich zu den beiden Maxima bei circa 200 Hz und 1500 Hz eine deutlich geringere Transfersteifigkeit aufweist und somit für die Körperschallübertragung von geringerer Relevanz ist, soll dieses im Folgenden nicht weiter betrachtet werden.

Die Temperaturabhängigkeit der Transfersteifigkeit der Bauteile kann demzufolge auf die Elastomerkomponenten zurückgeführt werden und kann durch die Verwendung der WLF-Parameter (vgl. Abschnitt 2.2.1), welche in Abschnitt 3.3.3 für die verwendeten Elastormischungen bereits ermittelt wurden, beschrieben werden. Hierzu ist es jedoch erforderlich, die Wechselwirkungen zwischen den Elastomerkomponenten und den hydraulischen Komponenten zu analysieren, da letztere nicht durch die WLF-Gleichung beschreibbar sind. Im folgenden Abschnitt soll daher der Einfluss der hydraulischen Parameter genauer identifiziert werden.

#### **3.4.3 Einfluss der hydraulischen Parameter**

Um den Einfluss der hydraulischen Abstimmung des Lagers auf die Transfersteifigkeiten der Bauteile zu analysieren, sollen im Folgenden verschiedene Parameter der hydraulischen Abstimmung untersucht werden. Die Auswirkung der geometrischen Eigenschaften des Kanals im Düsen-Membran-System ist bereits vielfach betrachtet worden (vgl. Abschnitt 2.3.3). Da das Schwingensystem üblicherweise bei circa 5-18 Hz abgestimmt ist, hat dieses für das hochfrequente Bauteilverhalten einen geringen Einfluss. Die Einflüsse der Abstimmung des Düsen-Membran-Systems sind hingegen noch nicht weiter untersucht. Um diese Einflüsse zu analysieren werden die Höhe des Gitters, zwischen dem die Membran eingelegt ist, sowie das Lochbild dieses Gitters variiert. Abbildung 3.12 stellt diese Parameter grafisch dar.

Für die Gitterhöhe werden zwei Werte betrachtet (6,5 mm und 3 mm), das Lochbild wird in vier verschiedenen Stufen (12, 21, 30 und 36 Löcher) variiert. Die sich daraus ergebenden Varianten 1-8 sind in Tabelle 3.3 aufgeführt. Die sich bei der experimentellen Untersuchung der Varianten 1-8 ergebenden komplexen Transfersteifigkeiten der hydraulischen Aggregatlager sind in Abbildung 3.13 und 3.14 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass sich im dargestellten Frequenzbereich bis 1000 Hz bei allen untersuchten Varianten ein Resonanzeffekt einstellt, welcher zu einem Anstieg des Betrages der dynamischen Transfersteifigkeit führt. Hierbei kann festgestellt werden, dass sich mit zunehmender Bohrungsanzahl im

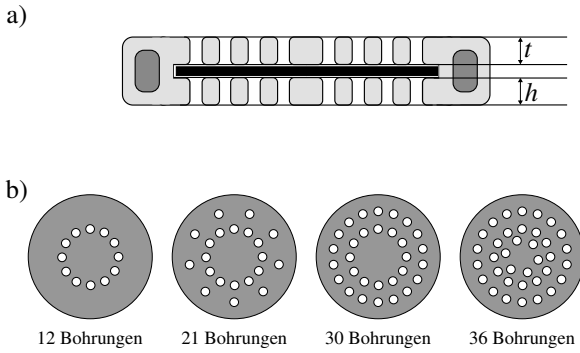


Abbildung 3.12: Darstellung der variierten hydraulischen Parameter des Düsen-Membran-Systems

	Anzahl Bohrungen	Dicke t in [mm]	Querschnitts- fläche in [mm <sup>2</sup> ]
Variante 1	12	6,5	398
Variante 2	21	6,5	697
Variante 3	30	6,5	995
Variante 4	36	6,5	1195
Variante 5	12	3,0	398
Variante 6	21	3,0	697
Variante 7	30	3,0	995
Variante 8	36	3,0	1195

Tabelle 3.3: Geometrische Eigenschaften der untersuchten Hydraulikvarianten

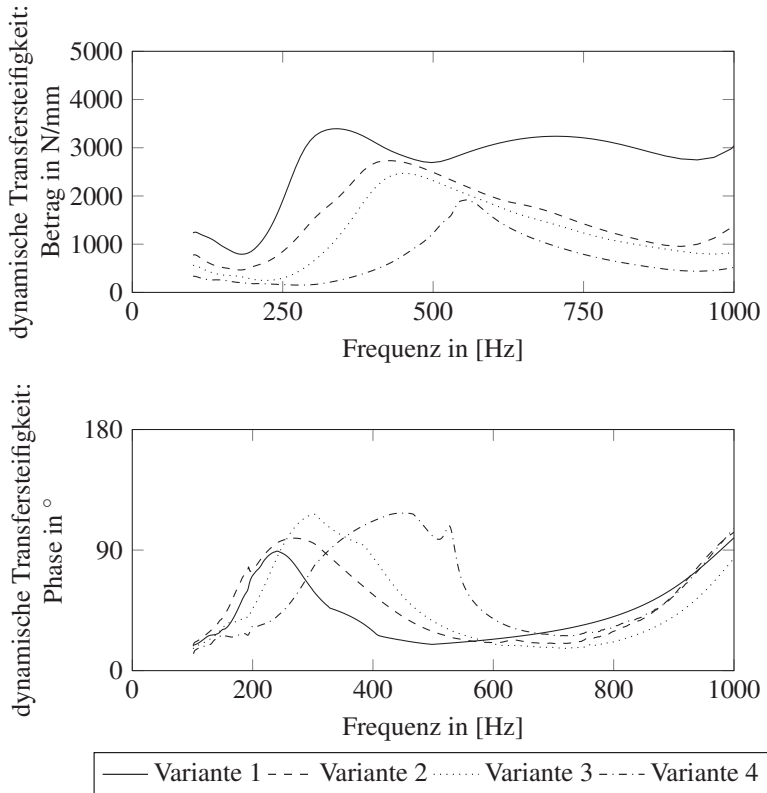


Abbildung 3.13: Dynamische Transfersteifigkeit der untersuchten Hydraulikvarianten 1-4

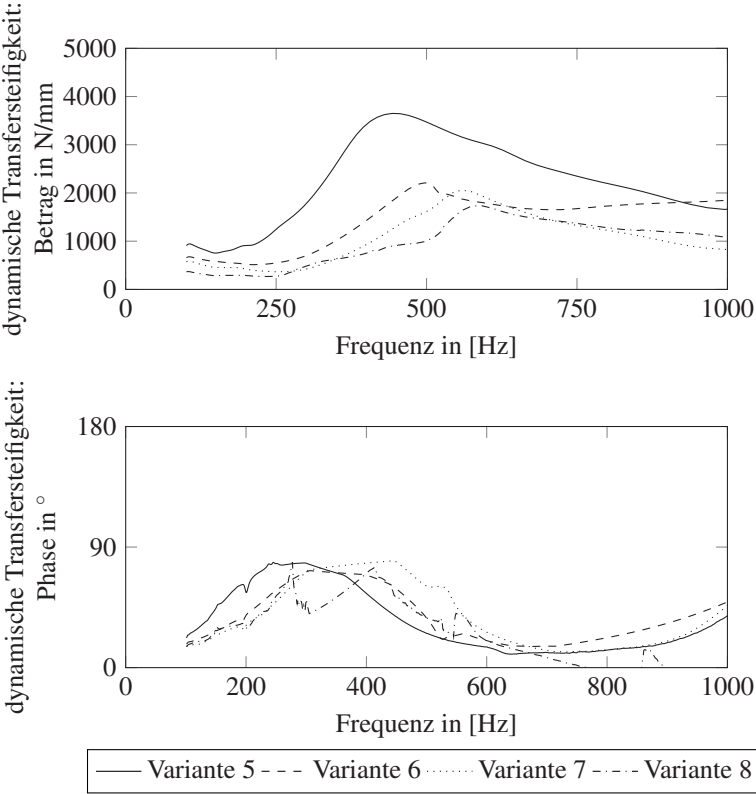


Abbildung 3.14: Dynamische Transfersteifigkeit der untersuchten Hydraulikvarianten 5-8

Düsen-Membran-System die Resonanz zu höheren Frequenzen verschiebt. Dies bedingt eine höhere Frequenzlage des Maximums in der Phase und eine Verschiebung des Anstiegs sowie des Maximums des Betrages der dynamischen Transfersteifigkeit. Bei den Varianten mit zwölf Bohrungen (Variante 1 und 5) liegt der Betrag der dynamischen Steifigkeit am unteren Ende des betrachteten Frequenzbereiches deutlich höher, als bei den Varianten mit höherer Bohrungsanzahl. Dies kann auf die Änderung des hydraulischen Übersetzungsverhältnisses zwischen der Offenfläche des Entkoppelgitters und der Tragfederfläche und die damit verbundene Änderung des über die Membran entkoppelten Schwingweges zurückgeführt werden. Auch die Abnahme des Betrages unmittelbar vor der Resonanzfrequenz bei diesen beiden Varianten kann über diese Reduktion des wirkenden Entkoppelspieles begründet werden. Aufgrund des gewählten Prüfablaufes mit einer konstanten Schwingbeschleunigungsamplitude von  $30 \text{ m/s}^2$  kommt es zu einer quadratischen Abnahme des Schwingweges über der Frequenz. Bei den Varianten mit zwölf Bohrungen kann dadurch bei tiefen Frequenzen die Volumenänderung in der Arbeitskammer nicht mehr vollständig durch eine Bewegung der Membran aufgenommen werden und es resultiert eine höhere Steifigkeit. Nimmt der Schwingweg nun über der Frequenz ab, sinkt die dynamische Steifigkeit ab, bis das eingestellte Entkoppelspiel unterschritten wird.

Beim Vergleich der Varianten mit identischem Lochbild, aber unterschiedlicher Gitterhöhe (jeweils die Paarungen Variante 1 und 5; 2 und 6; 3 und 7; 4 und 8) kann festgestellt werden, dass die Resonanzfrequenz bei einer geringeren Gitterhöhe höher liegt als bei einer größeren Dicke des Gitters. Ebenso zeigt sich, dass bei einer höheren Gitterhöhe die Maximalwerte der Phase höher liegen als bei der entsprechenden Variante mit geringerer Gitterhöhe. Zusammenfassend kann geschlussfolgert werden, dass mit einer zunehmenden Gitterhöhe die Frequenzlage des Resonanzeffektes absinkt und dass mit einer Zunehmenden Anzahl von Bohrungen die Frequenzlage ansteigt.

Für eine Auslegung von hydraulischen Aggregatlagern ist es sinnvoll, die Frequenzlage dieses Resonanzeffektes so einzustellen, dass die für den jeweiligen Antrieb dominante Motorordnung bei Maximaldrehzahl noch unterhalb dieses Anstiegs im Betrag der dynamischen Steifigkeit liegt.



## 4 Modellbildung des Übertragungsverhaltens von Aggregatlagern

Die experimentellen Analysen des vorherigen Kapitels zeigen, dass die dynamischen Transfersteifigkeiten von Buchsenlagern und hydraulischen Topflagern vor allem von den Materialeigenschaften des verwendeten Elastomerwerkstoffes dominiert werden und sich im betrachteten Frequenzbereich Resonanzeffekte ausbilden. Im nachfolgenden Kapitel soll auf Basis der herausgearbeiteten Einflussparameter (Werkstoff, Temperatur, hydraulische Abstimmung bei hydraulischen Lagern) eine Modellbildung des Bauteilverhaltens betrieben werden.

### 4.1 Grundlagen der Modellierungsstrategien

Um die Modellierung des Bauteilverhaltens in diesem Kapitel durchführen zu können, sollen im folgenden Abschnitt zunächst die Grundlagen der Finiten-Elemente-Methode dargelegt werden und anschließend noch auf die Bedatung des in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Materialmodells eingegangen werden.

#### 4.1.1 FE-Modellierung

Um eine Modellierung des Systemverhaltens von Aggregatlagerelementen durchführen zu können, welche Kontinuumsschwingungen der Einzelkomponenten abbilden kann, ist eine Beschreibung mit Hilfe von finiten Elementen (FE) besonders geeignet. Die theoretischen Grundlagen, welche die Basis für kommerziellen FE-Programmen bilden, sollen im folgenden Abschnitt kurz erläutert werden.

Grundlage für die Herleitung ist die Gleichgewichtsbedingung der Elastodynamik [FB09, Kle12]:

$$\nabla_S^T \sigma + \mathbf{b} = -\rho \ddot{\mathbf{u}} \quad \text{auf } \Omega \quad (4.1)$$

mit:  $\nabla_S$  dem symmetrischen Gradientenoperator;  $\sigma$  dem Spannungsvektor;  
 $\mathbf{b}$  dem Vektor der Volumenlasten;  $\ddot{\mathbf{u}}$  der Beschleunigungsvektor;  $\Omega$  das  
 gesamte betrachtete Volumen

$$\nabla_S^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Zusätzlich gilt der Zusammenhang zwischen der Verschiebung und der Dehnung [HW10]:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad \nabla_S \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

mit:  $\varepsilon$  dem Dehnungsvektor

Für die Materialeigenschaften gilt das lineare Hooke'sche Gesetz im dreidimensionalen Fall [HW10, FB09]:

$$\sigma = \mathbf{E}\varepsilon \quad (4.4)$$

mit:  $\mathbf{E}$  der materialabhängigen, symmetrischen Elastizitätsmatrix



Für den Fall eines isotropen Materialverhaltens hat die Matrix  $\mathbf{E}$  die Form:

$$\mathbf{E} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Zusätzlich zur Gleichgewichtsbedingung müssen die Randbedingungen auf dem Rand des betrachteten Bereiches erfüllt werden:

$$\text{Spannungsrandbedingung: } \boldsymbol{\tau} \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{auf } \Gamma_t \quad (4.6)$$

$$\text{Verschiebungsrandbedingung: } \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{auf } \Gamma_u \quad (4.7)$$

mit:  $\boldsymbol{\tau}$  dem dreidimensionalen Spannungstensor;  $\mathbf{n}$  dem Normalenvektor;  $\bar{\mathbf{t}}$  dem Spannungsvektor am Neumann-Rand;  $\mathbf{u}$  dem Verschiebungsvektor;  $\bar{\mathbf{u}}$  der Verschiebungsvektor auf dem Dirichlet-Rand;  $\Gamma_t$  dem Neumann-Rand;  $\Gamma_u$  dem Dirichlet-Rand

Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen [Kle12, HW10] gilt für jeden Spannungszustand, dass die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte  $\delta W_A$  gleich der virtuellen Arbeit der inneren Kräfte  $\delta W_I$  ist:

$$\delta W_I - \delta W_A = 0 \quad (4.8)$$

Dieses Prinzip kann nach [Kle12] und mit Gleichung 4.1 geschrieben werden zu:

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega - \oint_{\Gamma_t} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t = 0 \quad (4.9)$$

Aus dem Prinzip der Virtuellen Verschiebungen lässt sich mit Hilfe von Gleichung 4.3 und 4.4 das elastische Potential  $\pi$  des Systems ableiten zu:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\nabla_S \mathbf{u})^T \mathbf{E} (\nabla_S \mathbf{u}) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega - \oint_{\Gamma_t} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t \quad (4.10)$$

Betrachtet man zusätzlich wirkende Einzelkräfte auf das System, so ergibt sich das elastische Potential zu [Kle12]:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\nabla_S \mathbf{u})^T \mathbf{E} (\nabla_S \mathbf{u}) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega - \oint_{\Gamma_t} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t - \sum_{k=1}^{n_F} \mathbf{u}_K^T \bar{\mathbf{F}}_K \quad (4.11)$$

mit:  $\bar{\mathbf{F}}_K$  dem Kraftvektor am Ort  $k$ ;  $\mathbf{u}_K$  der Verschiebung am Ort  $k$ ;  $\bar{\mathbf{F}}_K$  der Anzahl der Punkte, an denen äußere Kräfte angreifen

Die finite Elemente Methode beruht darauf, das Gesamtsystem in Teilelemente zu zerlegen und innerhalb eines Elementes für das Verschiebungsfeld eine Ansatzfunktion zu verwenden. Je nach verwendetem Elementtyp kann diese Ansatzfunktion variieren. In den meisten Fällen werden jedoch Polynome ersten oder zweiten Grades verwendet. Das Verschiebungsfeld ergibt sich mit diesen Ansatzfunktionen zu:

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}^e = \mathbf{N}^e \mathbf{d}^e \quad (4.12)$$

mit:  $\mathbf{u}^e$  dem Verschiebungsfeld im Element  $e$ ;  $\mathbf{N}^e$  der Ansatzfunktion im Element  $e$ ;  $\mathbf{d}^e$  dem Knotenverschiebungsvektor im Element  $e$

Die Dehnungen im Element ergeben sich demnach zu:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \boldsymbol{\varepsilon}^e = \nabla_S \mathbf{u}^e = \nabla_S \mathbf{N}^e \mathbf{d}^e = \mathbf{B}^e \mathbf{d}^e \quad (4.13)$$

mit:  $\mathbf{B}^e$  der Dehnungs-Verschiebungs-Matrix im Element  $e$

Das elastische Potential für ein Element kann durch einsetzen von Gleichung 4.13 und 4.12 in Gleichung 4.11 ermittelt werden zu:

$$\begin{aligned} \pi^e = & \frac{1}{2} \int_{\Omega^e} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{E}^e \mathbf{B}^e \mathbf{d}^e d\Omega^e - \int_{\Omega^e} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{b}^e d\Omega^e \\ & - \oint_{\Gamma_t^e} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t^e - \sum_{k=1}^{n_F^e} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{N}^e(x_k) \bar{\mathbf{F}}_K \end{aligned} \quad (4.14)$$

Anhand von Gleichung 4.14 werden folgende, die Notation vereinfachende Matrizen eingeführt [FB09]:

- Elementsteifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{E}^e \mathbf{B}^e d\Omega \quad (4.15)$$

- Kraftvektor der Volumenlasten:

$$\mathbf{f}_{\Omega}^e = \int_{\Omega^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{b}^e d\Omega^e \quad (4.16)$$

- Kraftvektor der Oberflächenlasten:

$$\mathbf{f}_{\Gamma}^e = \oint_{\Gamma_t^e} \mathbf{N}^{eT} \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t^e \quad (4.17)$$

- Kraftvektor der Einzelkräfte:

$$\mathbf{f}_F^e = \sum_{k=1}^{n_F^e} \mathbf{N}^e(x_k) \bar{\mathbf{F}}_K \quad (4.18)$$

- Elementkraftvektor

$$\mathbf{f}^e = \mathbf{f}_{\Omega}^e + \mathbf{f}_{\Gamma}^e + \mathbf{f}_F^e \quad (4.19)$$

Durch ausklammern der Knotenverschiebungsvektoren aus den einzelnen Termen und Einsetzen von Gleichungen 4.15-4.19 in Gleichung 4.14 ergibt sich für das elastische Potential:

$$\pi^e = \frac{1}{2} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{K}^e \mathbf{d}^e - \mathbf{d}^{eT} \mathbf{f}^e \quad (4.20)$$

Zur Lösung von dynamischen Problemen ist zusätzlich zum elastischen Potential eines Elements die kinetische Energie  $T^e$  des jeweiligen Elements zu bestimmen. Diese ergibt sich nach Schwarz [Sch84] zu:

$$T^e = \frac{1}{2} \int_{\Omega^e} \rho \dot{\mathbf{u}}^{eT} \dot{\mathbf{u}}^e d\Omega^e \quad (4.21)$$

Hierbei ist [FB09]:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}^e \dot{\mathbf{d}}^e(t) \quad (4.22)$$

Führt man in Gleichung 4.21 die Abkürzung

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e d\Omega^e \quad (4.23)$$

mit der Element-Massenmatrix  $M$  ein, so ergibt sich die Lagrange-Gleichung mit Gleichung 4.21 und Gleichung 4.20 zu:

$$L = T - \pi = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}^{eT} M \dot{\mathbf{d}}^e - \frac{1}{2} \mathbf{d}^{eT} \mathbf{K} \mathbf{d}^e - \mathbf{d}^{eT} \mathbf{f} \quad (4.24)$$

Die Lagrangesche Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{\mathbf{d}}^e} \right) - \frac{\delta L}{\delta \mathbf{d}^e} = \mathbf{0} \quad (4.25)$$

ergibt letztendlich das Differentialgleichungssystem des Elements

$$M^e \ddot{\mathbf{d}}^e + \mathbf{K}^e \mathbf{d}^e - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (4.26)$$

Die Differentialgleichungssysteme der einzelnen Elemente können über Assemblierungsmatrizen dann zum globalen Differentialgleichungssystem zusammengeführt werden. Somit kann das betrachtete Feldproblem in eine Differentialgleichungssystem überführt werden, welches anschließend durch einen entsprechenden Algorithmus gelöst werden kann.

#### 4.1.2 Bedatung der Materialmodelle

Das Körperschallübertragungsverhalten von Aggregatlager hängt, wie im vorherigen Kapitel gezeigt, vor allem von der Elastomerkomponente ab. Ein wichtiger Schritt bei der Modellbildung des Bauteilverhaltens ist daher die Abbildung des Werkstoffverhaltens des jeweiligen Elastomers. Die Modellierung des Werkstoffverhaltens der für Aggregatlager verwendeten Elastomere werden zunächst die Transfersteifigkeiten von Bauteilen unterschiedlicher Naturkautschukvulkanisate (NR-Vulkanisate) experimentell ermittelt. Anschließend soll das Verhalten dieser Bauteile mit Hilfe einer FE-Simulation nachgestellt werden.

Über diese numerische Analyse dieser Bauteile und ein Least-Square-Fitting-Verfahren wird ein isotropes, viskoelastisches Materialmodell bedatet, sodass die Simulation das Verhalten der experimentell untersuchten Bauteile einschließlich der entsprechenden Eigenmoden abbildet. Hierbei werden sowohl das Speicher- als auch das Verlustmodul sowie die Querkontraktionszahl für vier Elastomervulkanisate angepasst. Diese vier verschiedenen Vulkanisate stellen eine üblicherweise für Aggregatlagerelemente verwendeten Bereich von Naturkautschukmischungen dar.

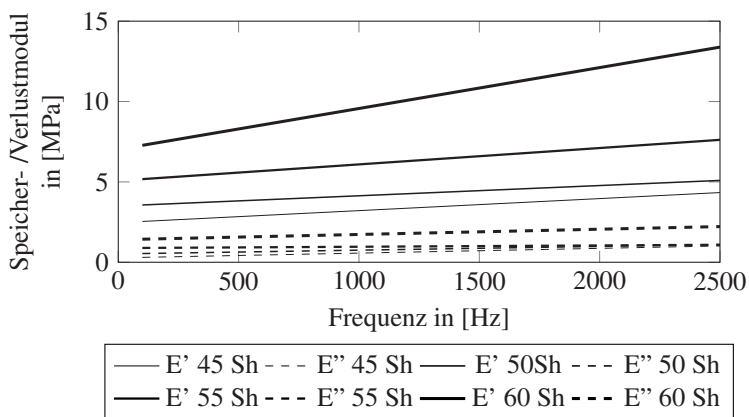


Abbildung 4.1: durch Fitting ermitteltes komplexes Elastizitätsmodul verschiedener NR-Mischungen über der Frequenz

Auf Basis der in Abschnitt 2.2 dargelegten Werkstoffeigenschaften von Elastomeren, werden für das Least-Square-Verfahren folgende Annahmen getroffen:

- der Betrag des komplexen Elastizitätsmoduls nimmt über der Frequenz linear zu
- die Querkontraktionszahl ist im betrachteten Frequenzbereich monoton fallend

Die sich aus dem Fitting-Verfahren ergebenden komplexen E-Moduli sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Abbildung 4.2 zeigt vergleichend die experimentell ermittelten, sowie die numerisch mithilfe des Fitting-Verfahrens approximierten komplexe Transfersteifigkeit verschiedener Mischungsvarianten des für das Fitting verwendeten Getriebelagers. Es ist zu erkennen, dass der Betrag der Transfersteifigkeit mithilfe der numerischen Analyse nachgebildet werden kann und die Übereinstimmungen zwischen experimenteller und numerische Analyse insbesondere im Frequenzbereich bis zwei Kilohertz hoch sind. Das Verhalten, welches nicht durch Eigenmoden der Bauteile bestimmt ist, wird dabei am genauesten abgebildet. Im Bereich der Eigenfrequenzen wird die Frequenzlage bis auf wenige Prozent Abweichung sowohl in der Frequenzlage als auch in der Überhöhung durch die Resonanzen hinreichend genau abgebildet. Die Abweichungen zwischen

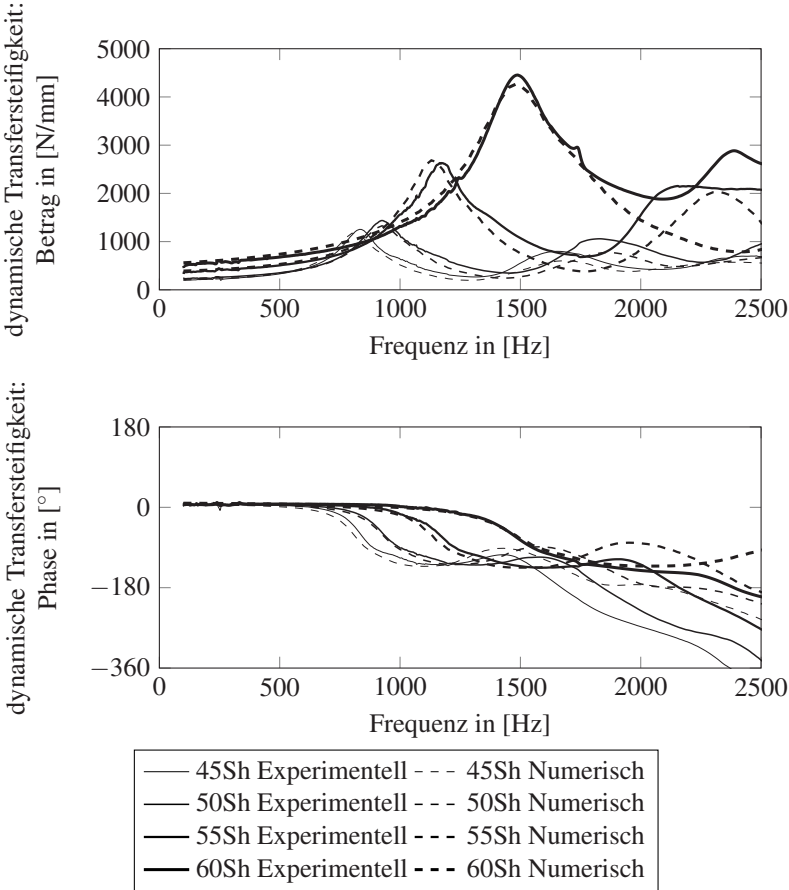


Abbildung 4.2: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeiten eines Getriebelagers mit verschiedenen Naturkautschukmischungen

numerischer und experimenteller Analyse sind hierbei geringer als die Varianz zwischen verschiedenen Chargen der Elastomerkomponenten.

Der Phasenverlauf der numerisch ermittelten Werte entspricht bis zur ersten Eigenfrequenz sehr genau dem jeweiligen experimentell ermittelten. Oberhalb der ersten Eigenfrequenz der untersuchten Varianten wird die Differenz der numerischen und experimentell ermittelten Transfersteifigkeit für jede der untersuchten Naturkautschukmischungen mit zunehmender Frequenz immer größer. Für Frequenzen oberhalb von zwei Kilohertz ergeben sich sowohl für den Betrag als auch für die Phase größere Abweichungen, insbesondere für die Varianten mit Härten von 55 Sh und 60 Sh. Die Abweichungen zwischen Simulation und Messung nehmen jedoch bei allen untersuchten Varianten oberhalb von 2000 Hz deutlich zu. Diese Abweichungen lassen sich unter Berücksichtigung der genannten Randbedingungen für das komplexe Modul und die Querkontraktionszahl auch nicht weiter reduzieren. Die Ursache für diese Abweichungen liegen daher vermutlich in einer Abweichung von der Annahme eines isotropen, homogenen Materials.

Zur Untersuchung der Homogenität der Materialien soll die Streuung der Shore-Härte innerhalb eines Bauteils ermittelt werden. Hierzu werden Schnitte angefertigt und das Bauteil entlang dieser Schnittflächen in einem Raster von 3 mm mit einem Durometer abgetastet. Hieraus ergeben sich 19 Messpunkte über der Querschnittfläche des untersuchten Bauteils.

Abbildung 4.3 zeigt die statistische Verteilung der Shorehärte über diese Messpunkte für die vier untersuchten NR-Mischungen in einem Boxplot. Es ist zu erkennen, dass die Messwerte im Allgemeinen oberhalb des Nennwertes liegen. Des Weiteren kann Abbildung 4.3 entnommen werden, dass die Streuung zu höheren Nenn-Shore-Härten hin zunimmt. Dies drückt sich weniger stark in den minimalen bzw. maximalen Werten der jeweiligen Reihen aus, vielmehr jedoch in den 25 % und 75 % Perzentilen.

Da bei steigender Frequenz die Wellenlänge der Schwingphänomene immer kleiner wird, gewinnen lokale Steifigkeitsverteilungen im Bauteil zunehmend an Bedeutung für das Gesamtsystemverhalten. Diese lokalen Effekte verändern das Schwingverhalten des Systems gegenüber einer numerischen homogenen Betrachtung. Durch diese Abweichung der Steifigkeitsverteilung vom Mittelwert in Gummibauteilen kommt es mit zunehmender Frequenz zu einer Abweichung zwischen experimentell und numerisch ermittelter Transfersteifigkeit. Diese Inhomogenitäten und deren Ursache soll im Zuge einer Validierung der Bauteilsimulation in Abschnitt 4.3.1 noch weitergehend untersucht werden.

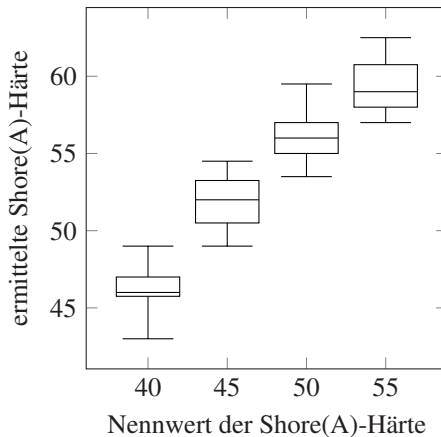


Abbildung 4.3: Darstellung der Streuung der Shore(A)-Härte innerhalb eines Bauteils

## 4.2 Modellierung des Bauteilverhaltens von Buchsenlagern

Die im vorherigen Abschnitt parametrisierten Materialmodelle sollen anhand der in Abschnitt 3.3.1 untersuchten Varianten von 4-Steg-Buchsenlagern validiert werden und dabei die Eignung zur Vorhersage der dynamischen Transfersteifigkeit von Elastomeren mit Hilfe von FE-Modellen überprüft werden.

### 4.2.1 Modellbildung und Simulationsrandbedingungen

Zur Ermittlung der dynamischen Transfersteifigkeit mit Hilfe eines FE-Modells wird analog zum Vorgehen am Prüfstand eine Verschiebung auf den Kern in die Z-Richtung des Buchsenlagers aufgebracht und am eingespannten Außenring die Reaktionskraft ermittelt. Aus dem Verhältnis der komplexen Reaktionskraft und der aufgebrachten Verschiebung lässt sich anschließend die dynamische Transfersteifigkeit ermitteln. Zur Modellierung der Elastomerkomponente wird das im vorherigen Abschnitt erläuterte viskoelastische Materialmodell verwendet. Abbildung 4.4 zeigt das FE-Modell des untersuchten Buchsenlagers sowie das zugehörige Koordinatensystem und stellt die Anbindungsstellen des Außenrings und des Kerns dar.



Die betrachteten Bauteile weisen eine gänzliche andere Geometrie auf, als diejenigen, welche für die Bedatung der Materialmodelle verwendet wurden. Durch dieses Vorgehen soll gezeigt werden, dass eine Vorhersage von Bauteileigenschaften rein auf Basis der Geometrie und unter Verwendung der im vorherigen Abschnitt erarbeiteten Materialmodell erfolgen kann.

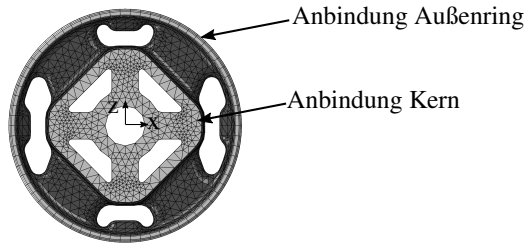


Abbildung 4.4: Darstellung des FE-Modells des untersuchten 4-Steg-Buchsenlagers

### 4.2.2 Simulationsergebnisse und -validierung

Die mit dem im vorherigen Abschnitt erläuterten Modell erzeugten komplexen Transfersteifigkeiten sind in Abbildung 4.5 vergleichend mit den experimentell erzeugten Daten dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die numerisch erzeugten Daten eine hohe Übereinstimmung mit den experimentellen Daten haben. Sowohl der Verlauf des Betrages und der Phase als auch die Absolutwerte der dynamischen Transfersteifigkeit zeigen sich sehr ähnlich. Das numerische Modell liefert im Minimum der Phase noch geringere Werte als die experimentellen Untersuchungen. Ursächlich hierfür ist vermutlich die im Vergleich zu den zur Parametrierung verwendeten Materialien geringfügig andere Werkstoffdämpfung. Die Materialdämpfung kann ohne eine signifikante Shore-Härten-Änderung des Werkstoffes variieren, sodass in den experimentell untersuchten Buchsenlagern eine etwas höhere Dämpfung vorhanden sein könnte. Diese Materialdämpfung hätte im Speziellen in den Resonanzen eine signifikante Auswirkung auf das Bauteilverhalten, vor allem auf die Phase der dynamischen Transfersteifigkeit. Hierdurch weicht der Phasenwinkel zwischen Anregung und Kraftantwort in den Resonanzeffekten zwischen Versuch und Simulation leicht voneinander ab. Die untersuchte Variante mit 55 Sh zeigt einen leicht höheren Betrag der dynamischen Transfersteifigkeit in den experimentellen Daten und der

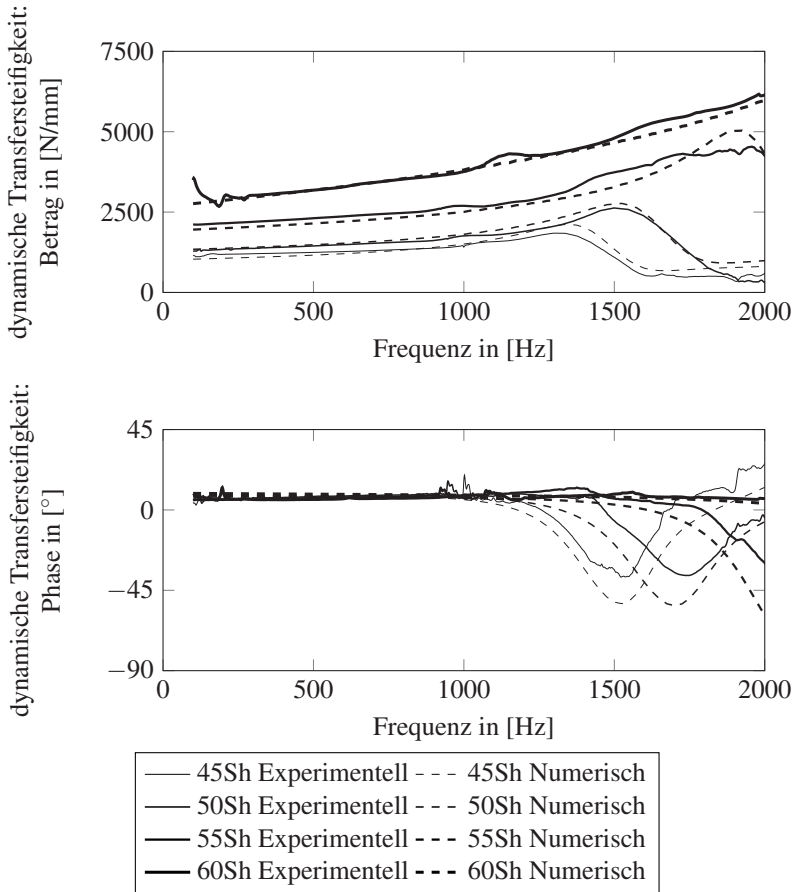


Abbildung 4.5: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit von Buchsenlagern

Abfall der Phase erfolgt bei höheren Frequenzen als bei der numerischen Betrachtung dieser Variante. Es lässt sich daher schlussfolgern, dass das Vulkanisat bei dieser Variante ein etwas höheres Elastizitätsmodul als das zur Parametrierung des Materialmodells verwendete Pendant. Diese Abweichungen sind jedoch im Rahmen der Fertigungstoleranzen akzeptabel, da aufgrund der Herstellung und der Verwendung eines Naturproduktes als Rohstoff für die Vulkanisate leichte Schwankungen unvermeidbar sind.

Die numerische Analyse der Bauteile erlaubt es die Schwingform derjenigen Betriebsmode der Buchsenlager zu analysieren, welche die Transfersteifigkeit beeinflusst. Die Schwingform ist in ihren beiden maximalen Auslenkungen (bei Phasenwinkel  $\pm\pi/2$ ) in Abbildung 4.6 dargestellt. Der Abbil-

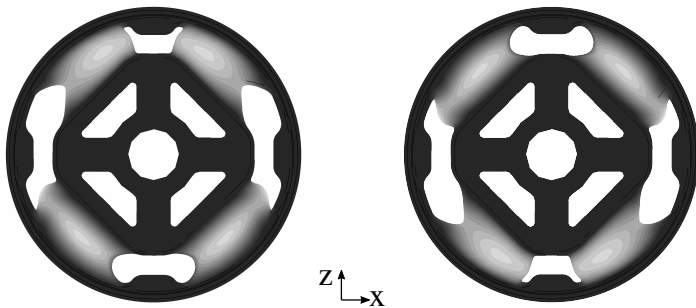


Abbildung 4.6: Darstellung der die Transfersteifigkeit von Buchsenlagern beeinflussenden Mode

dung kann entnommen werden, dass es sich bei der Betriebsmode um eine transversale Biegeschwingung der einzelnen Stege handelt. Die Schwingungen aller vier Stege sind dabei in die Belastungsrichtung gleichphasig. Diese Biegeschwingung tritt für alle vier Stege bei der gleichen Frequenz auf, wodurch es zu einer starken Überhöhung der Reaktionskräfte kommt. Oberhalb dieser Resonanzfrequenz kommt es zu einer dynamischen Entkopplung der Gummistege, wodurch die Transfersteifigkeit deutlich absinkt und geringer ist als unterhalb der Biegemode. Es kommt hierbei zu einer Isolationswirkung der Gummistege durch eine überkritische Frequenzlage. Dieser Effekt scheint für die Optimierung der Übertragungseigenschaften günstig und sollte dahingehend ausgelegt werden, dass Frequenzbereiche, in denen die Karosserieeigenschaften Empfindlichkeiten aufweisen, ober-

halb dieser Resonanzfrequenz liegen.

### 4.3 Modellierung des Bauteilverhaltens von hydraulisch dämpfenden Lagerelementen

Nachdem in vorherigen Abschnitt die Modellierung von Elastomer-Buchsenlagern erfolgt ist, soll im Folgenden die Modellierung von hydraulisch gedämpften Topflagern vorgestellt werden. Hierbei soll zunächst analog zur Modellierung der Buchsenlager gezeigt werden, dass sich die Elastomerkomponenten mit dem verwendeten Materialmodell im FE-Modell abbilden lassen. Anschließend sollen die Ergebnisse der Parameterstudie zum Verhalten der Hydraulikkomponenten genutzt werden, um eine Modellbildung der Hydraulikeigenschaften durchzuführen. Die Ergebnisse dieser beiden Teilmodelle sollen daraufhin kombiniert werden, um das Gesamtsystemverhalten abbilden zu können.

#### 4.3.1 Modellierung der Elastomerbauteile

Die Tragfeder eines hydraulischen Aggregatlagers besteht, wie in Abschnitt 2.3.3 vorgestellt, im wesentlichen aus drei Bestandteilen. Diese drei Bestandteile sind: ein metallischer Kern zur Befestigung des Bauteils an einer Motorkonsole, ein daran anvulkanisierter, lasttragender Elastomeranteil und einem diesen Elastomeranteil umschließenden Außenring, welcher zur Fixierung der Tragfeder im Gehäuse des Bauteils dient. Im folgenden Abschnitt soll erläutert werden, wie diese Tragfeder durch eine numerische Simulation abgebildet werden kann. Die Ergebnisse sollen anschließend durch einen Abgleich mit den experimentellen Daten validiert werden.

#### Modellbildung und Simulationsrandbedingungen

Um die Transfersteifigkeit der Tragfeder zu bestimmen, wird nur der Elastomeranteil in der Simulation abgebildet, da sowohl Kern als auch Außenring nur zur Anbindung an die sich jeweils anschließende Fahrzeugstruktur benötigt werden und das Übertragungsverhalten nur in sehr geringem Umfang beeinflussen. Der Kern befindet sich sowohl bei den Untersuchungen auf dem Prüfstand als auch in den Simulationen auf der angeregten Seite. Dieser stellt somit eine Masse dar, welche beschleunigt werden muss und somit eine Kraft hervorruft. Am Prüfstand wird diese zusätzliche Masse durch

eine entsprechend größere Kraft durch den elektrodynamischen Shaker beschleunigt. In der Simulation würde dadurch die Kraft steigen, welche zur Anregung des Systems notwendig ist. Die Kraft, die auf der passiven Seite übertragen wird, wird dadurch jedoch nicht beeinflusst. Durch die Nichtbetrachtung des Kerns in der Simulation lässt sich die Anzahl der zu berücksichtigenden Elemente und Freiheitsgrade reduzieren, was zu einer Reduktion von Rechenzeiten führt. Abbildung 4.7 zeigt einen Schnitt durch eine solche Tragfeder ohne Kern und Außenring und stellt die Anbindungsstellen dar, an denen diese Komponenten anvulkanisiert sind.

Zur Ermittlung der Transfersteifigkeit wird der Anbindungsbereich des

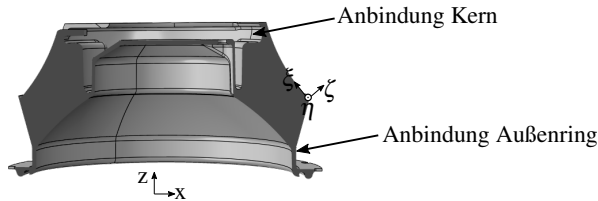


Abbildung 4.7: Schnittdarstellung durch eine Tragfeder eines hydraulisch dämpfenden Aggregatlagern

Kerns mit einer vorgegebenen Verschiebung in z-Richtung beaufschlagt. Der Anbindungsbereich des Außenrings wird fest eingespannt und dort die Reaktionskraft ermittelt. Durch dieses Vorgehen wird in einem ersten Schritt die Motorvorlast auf die Tragfeder aufgebracht und in einem zweiten Schritt eine sinusförmige Verschiebungen mit Frequenzen zwischen 100 und 2500 Hz aufgebracht. Aus der Verschiebung und der komplexen Reaktionskraft kann anschließend die Transfersteifigkeit des Elastomeranteils ermittelt werden.

Für die Modellierung des Elastomers soll dasselbe Materialmodell verwendet werden, welches auch für die numerische Simulation der Buchsenlager verwendet wird. Die Elastomermischungen der untersuchten Tragfedern stammen dabei nicht vom selben Rohstofflieferanten, wie die der in Abschnitt 4.2 betrachteten Buchsenlagern. Es lässt sich daher ebenfalls die Übertragbarkeit der verwendeten Materialmodelle über verschiedene Naturkautschukmischungen validieren.

### Simulationsergebnisse und -validierung

Die Ergebnisse der Ermittlung der Transfersteifigkeiten nach der im vorherigen Abschnitt beschriebenen numerischen Methode ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Im Vergleich zu den numerisch ermittelten Ergebnissen sind die experimentell ermittelten Transfersteifigkeiten von Tragfedern eines hydraulischen Motorlagers abgebildet. Diese experimentellen Daten sind nach der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methodik an Tragfedern ohne Gehäuse und Hydraulik, jedoch mit Kern und Außenring, ermittelt.

Aus Abbildung 4.8 kann entnommen werden, dass auch die Elastomerkomponenten hydraulischer Topflager durch das in Abschnitt 4.1.2 bedatete Materialmodell beschrieben werden können. Sowohl der Verlauf des Betrages als auch der Verlauf der Phase der dynamischen Transfersteifigkeit werden bis etwa 2000 Hz in Bezug auf die Lage von Maxima und auch der Absolutwerte sehr genau nachgebildet. Im betrachteten Frequenzbereich zeigen sich bei allen untersuchten Varianten zwei charakteristische Resonanzeffekte, welche mit zunehmender Shore-Härte zu höheren Frequenzen verschoben werden. Das untersuchte Bauteil mit 45 Sh zeigt eine zusätzliche dritte Resonanz, welche bei den übrigen aufgrund der erhöhten Frequenzlagen der Bauteilmodes oberhalb des Messbereichs liegt. Ab etwa 2000 Hz zeigt sich jedoch, wie auch schon bei der Materialmodellbedatung und der numerischen Analyse der Buchsenlager, dass die experimentellen und die numerischen Werte stärker voneinander abweichen.

In der numerischen Analyse zeigen sich die Bauteilmodes, welche die Transfersteifigkeit der Elastomeranteile stark beeinflussen, als Transversal-schwingung entlang der Mantelhöhe auf der rotationssymmetrischen Gummisehne der Tragfeder. Die Schwingformen, die zu diesen Modes gehören, sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Hierbei ist jeweils die maximale bzw. minimale Auslenkung dargestellt, welche jeweils einen Phasenabstand von  $180^\circ$  zueinander bzw.  $\pm 90^\circ$  zur aufgeprägten Anregung aufweisen.

Bei der Betrachtung der Schwingformen stellt sich auf der Länge der Mantelhöhe ( $\xi$ -Koordinate des in Abbildung 4.7 dargestellten Koordinatensystems) für die erste Mode eine Halbwelle in transversale Richtung, bei der zweiten Mode eine Vollwelle mit einem Schwingungsknoten auf der Mitte der Mantelhöhe der Tragfeder ein. Die dritte Mode weist nochmals einen Schwingungsknoten mehr auf und zeigt somit eine Schwingform, welche drei Halbwellen in die transversale Richtung über der Mantelhöhe der Tragfeder entspricht.

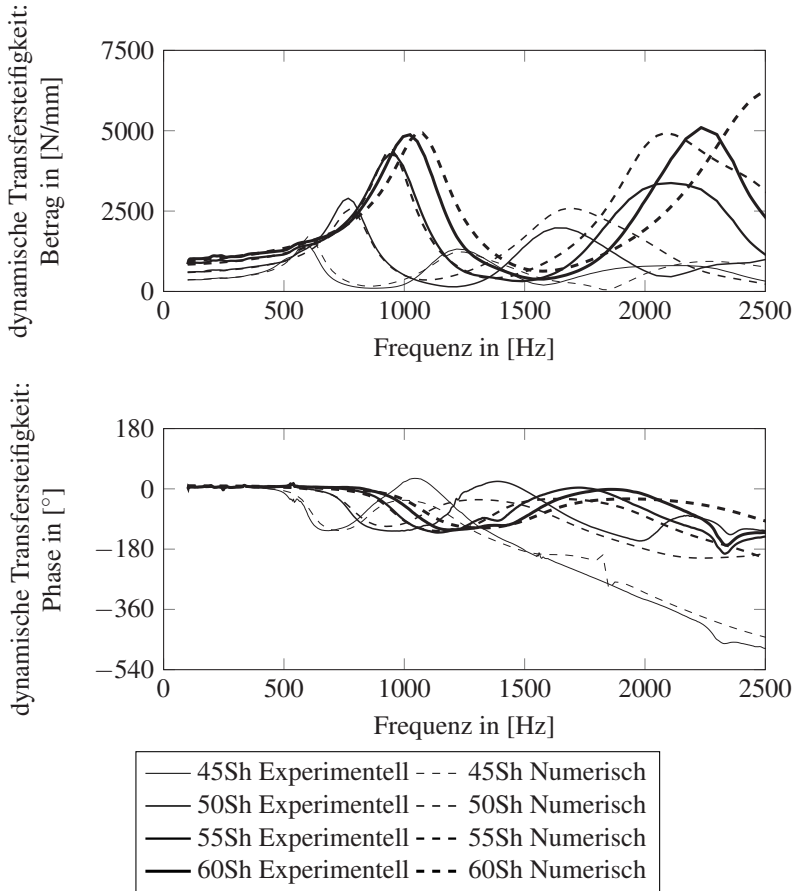


Abbildung 4.8: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit der Tragkörper des untersuchten Hydrolagers

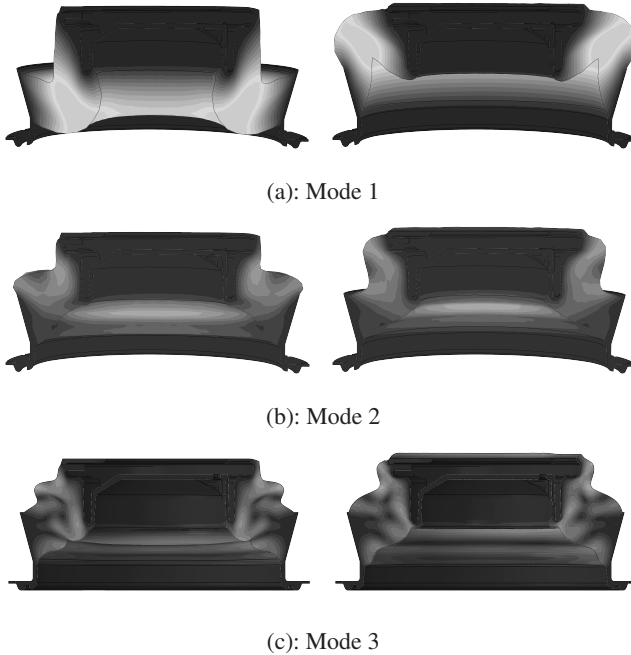


Abbildung 4.9: Darstellung der Knotenverschiebungen bei den die Transfersteifigkeit von Tragfedern beeinflussenden Moden

### Validierung der Ergebnisse durch Laser-Doppler-Vibrometrie

Durch eine Untersuchung der Bauteile mit Hilfe eines Laser-Doppler-Vibrometers (LDV) in dem bereits für die experimentellen Analyse verwendeten Versuchsaufbau können diese Betriebsschwingformen ebenfalls experimentell ermittelt werden<sup>1</sup>. Hierzu wird mittels eines eindimensionalen LDVs an einem Ausschnitt der Mantelfläche der Tragfeder während der experimentellen Analyse die Oberflächenschnelle ermittelt. Abbildung 4.10 stellt diesen Messbereich und das dabei verwendete Koordinatensystem dar. Der Messbereich erstreckt sich über den gesamten Bereich  $0 < h_M < h_{m,max}$  und  $-25^\circ < \varphi_M < 25^\circ$ . Eine Begrenzung des Messbereichs ist aufgrund der rotationssymmetrischen Bauweise und der Betrachtung mit Hilfe eines eindimensionalen LDVs notwendig. Der Messbereich wird dabei so gewählt,

<sup>1</sup> Teile dieser Untersuchungen sind bereits in einer vom Autor der vorliegenden Arbeit betreuten Abschlussarbeit behandelt worden, vgl. [Tre17]



dass der durch den angularen Versatz entstehende Messfehler auf maximal 10 % begrenzt wird.

Mit der LDV-Untersuchung lässt sich die Oberflächenschnelle des Tragkörpers bei den einzelnen Bauteilmoden auf der Außenseite des Tragkörpers ermitteln. Hierdurch können die numerisch ermittelten Schwingformen qualitativ mit den experimentell ermittelten verglichen werden. Abbildung 4.11 zeigt diese Oberflächenschnellen für die untersuchte Variante mit 45 Sh für den in Abbildung 4.10 dargestellten Ausschnitt in einer Seitenansicht, sodass jeweils der Ausschnitt  $0^\circ < \varphi_M < 25^\circ$  abgebildet ist. Die Schwingformen unterscheiden sich im Wesentlichen nicht zwischen den einzelnen Elastomermischungen, wobei die Frequenzlage der Moden, wie bereits zuvor diskutiert, mit zunehmender Shore-Härte ansteigt.

Der Darstellung der Oberflächenschnelle in Abbildung 4.11 kann entnommen werden, dass die erste Schwingform einer transversalen Schwingung der Tragfedersehne mit einer halben Wellenlänge entspricht. Die Oberflächenschnelle weist ihr Maximum bei  $\varphi_M = 0$  auf, was durch die Analyse mit einem eindimensionalen LDV begründet ist. Mit zunehmendem Abstand nimmt aufgrund des sich einstellenden Winkelfehlers die Schnelle ab. Die zweite und dritte Eigenschwingform weisen ein zur numerischen Analyse analoges Verhalten auf, da die Anzahl der Schwingungsknoten über der Sehnehlänge  $h_M$  mit jeder Mode um einen Knoten ansteigt. Hierdurch zeigt

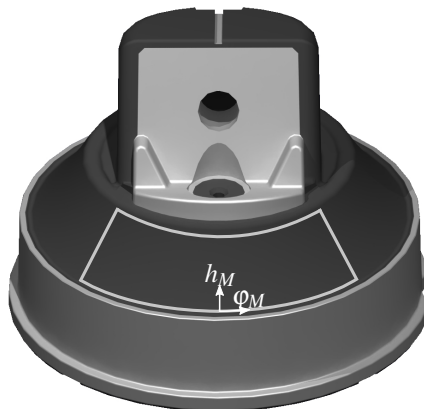


Abbildung 4.10: Messbereich des Tragfedermantels der LDV-Untersuchung

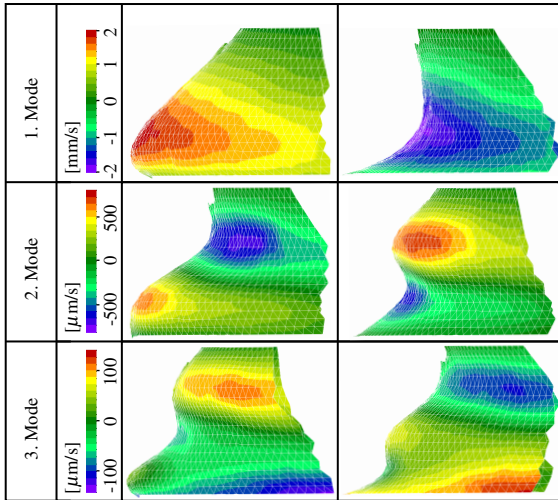


Abbildung 4.11: Darstellung der experimentell ermittelten Schwingformen der Tragfedern bei den Eigenfrequenzen bei  $90^\circ$  (links) und  $-90^\circ$  Phasendifferenz zur Anregung [Tre17]

sich das bereits zuvor diskutierte und in Abbildung 4.9 auf Basis der numerischen Analyse dargestellte Verhalten. Die zweite Eigenschwingform weist eine ganze Transversalwelle über der Sehnenhöhe auf, die dritte Mode drei Halbwellen. Bei der Skalierung der Oberflächenschnelle ist zu beachten, dass durch die verwendete Anregung einer über der Frequenz konstanten Beschleunigungsamplitude die Schnelle linear über der Frequenz abnimmt. Dies hat zur Folge, dass höhere Moden eine geringere Oberflächenschnelle aufweisen als die niederen und die Skalierung der Graphiken entsprechend unterschiedlich ausfallen.

Bei Betrachtung der Oberflächenschnellenverteilung bei der zweiten und dritten Mode kann festgestellt werden, dass das Maximum bzw. Minimum der Schnelle nicht wie erwartet bei  $\varphi_M = 0^\circ$  auftritt, sondern bei der zweiten Mode im oberen Schwingungsbauch bei  $\varphi_M \approx 10^\circ$  und bei der dritten Eigenmode bei  $\varphi_M \approx 18^\circ$ . Diese Abweichung der Schnelleverteilung von der zu erwartenden deutet wiederum darauf hin, dass es aufgrund von Inhomogenitäten im Elastomer zu einer nicht rotationssymmetrischen Schwingung der Tragfeder kommt.

### Untersuchung von Materialinhomogenitäten

Um die Einflüsse der Materialinhomogenität weiter zu untersuchen, soll die in Abbildung 4.11 beobachtete Asymmetrie der transversalen Schwingung anhand von Durometeranalysen nach DIN 7619-1 [DIN02] zur Härteverteilung in den einzelnen Bauteilen erfolgen. Hierzu soll zunächst der Verlauf der Shore-Härte der für die Ermittlung der experimentellen Schwingformen verwendeten Tragfeder erfolgen. Eine Auswertung des Härteverlaufs über der  $\varphi_M$  Koordinate auf der Mantelinnen- und Außenseite ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Hierin ist zu erkennen, dass die Außenseite der Tragfeder eine höhere Shore-Härte aufweist als die Innenseite. Bei  $\varphi_M = 6.25^\circ$  zeigt sich ein Minimum in der Shore-Härte, was sich mit der Lage des Maximums der Auslenkung bei der zweiten Bauteilmode in Abbildung 4.11 deckt.

Durch die Ergebnisse der Durometeruntersuchungen können die asymme-

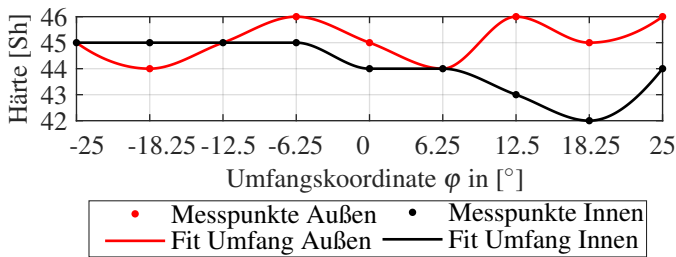


Abbildung 4.12: Darstellung der Shore-Härte-Streuung über den Umfang der Tragfeder [Tre17]

trischen Schwingungsauslenkungen aus den LDV-Untersuchungen plausibilisiert werden und die Abweichungen zwischen Bauteilsimulation und experimenteller Analyse nachvollzogen werden. Zur weiteren Analyse der Ursache der Streuung der Werkstoffhärte sollen die zur experimentellen Analyse verwendeten Tragfedern bei  $\varphi_M = 90^\circ$  und bei  $\varphi_M = -30^\circ$  entlang des Tragkörperquerschnitts in radialer Richtung auf eine Streuung der Shore-Härte untersucht werden. Hierzu wird der Querschnitt in 35 äquidistante Messpositionen eingeteilt, welche sich auf einem Rechteck mit einer Höhe von 10mm und einer Breite von 15mm befinden. Hierbei wird zur Erfüllung von DIN ISO 7619-1 (vgl.[DIN02]) ein Abstand zu den freien Rändern und zum anvulkanisierten Kern und Außenring eingehalten. Eine Darstellung der Messbereiche und die Lage des verwendeten Koordinatensystems ist Abbildung A.2 in Anhang A.2 zu entnehmen. Zur Darstellung der Ergebnisse werden die diskreten Messpunkte durch zweidimensionale Splineelemen-

te interpoliert. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abbildung 4.13 für die untersuchten Shore-Härten zwischen 45 und 60 Sh dargestellt. Da es sich bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauteilen im Prototypen-Teile handelt, wird bezüglich der Inhomogenitäten noch eine weitere Variante mit einer nominellen Härte von 43Sh dargestellt (Abbildung 4.13 a), welche einem Serienproduktionsprozess entstammt.

Der Abbildung kann entnommen werden, dass die Härte der untersuch-

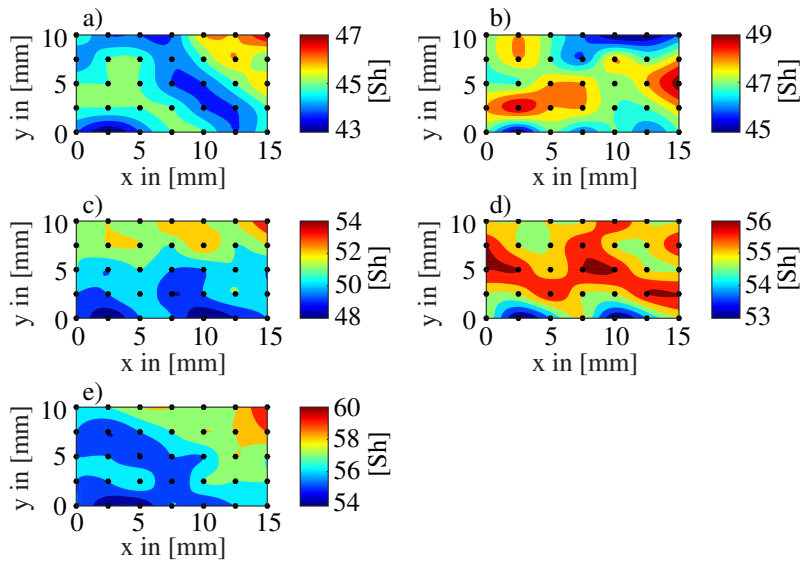


Abbildung 4.13: Verteilung der Shore-Härte über den Querschnitt der Tragfedern bei  $\varphi_M = 90^\circ$  für Tragfedern der nominellen Shore-Härte: a) 43Sh (Serienproduktion); b) 45Sh; c) 50Sh; d) 55 Sh; e) 60Sh [Tre17]

ten Bauteile über dem Querschnitt einer starken Streuung unterworfen sind. Beim Vergleich der untersuchten Varianten zeigt sich, dass sich diese Streuung bei den Prototypenteilen in ähnlicher Größenordnung (ca.  $\pm 2Sh$  Abweichung vom nominellen Wert) einstellt, wie bei dem untersuchten Bauteil aus dem Serienprozess. Die an den untersuchten Bauteilen abgeleiteten Ergebnisse können daher auch auf Bauteile aus einer Serienproduktion übertragen werden.

Zunächst kann festgestellt werden, dass die Werte am inneren, freien Rand des Tragfederquerschnitts ( $y = 0\text{ mm}$ ) bei allen untersuchten Bauteilen ge-

ringer sind als auf dem übrigen Tragfederquerschnitt. Diese Abweichung ist mit der Prozessführung bei der Vulkanisation zu begründen. Die Vulkanisationswerkzeuge sind mehrteilig aufgebaut, um eine Entformbarkeit des fertigen Erzeugnisses sicherstellen zu können. Die Innenseite der Tragfeder ist dabei ein separater Teil der Vulkanisationsform, welches für den Vulkanisationsprozess beheizt wird. Bei der Produktion wird nach der Vernetzung zunächst der äußere Teil des Vulkanisationswerkzeuges entfernt und das Bauteil anschließend aus der Form entnommen. Dieses Vorgehen hat zur Folge, dass die Innenseite des Bauteils einer längeren Temperatureinwirkung ausgesetzt ist und es zu einer Reversion der Vernetzung kommen kann (vgl. Abschnitt 2.3.4). Das Bauteil kühlt an der Oberseite ( $y = 10\text{mm}$ ) schneller aus und neigt an dieser Stelle weniger zur Reversion. Untersuchungen zur Abweichung der Härte zwischen Innen- und Außenseite sind in Abbildung A.3 in Anhang A.2 ausgeführt. Der Kern der Tragfeder ist eine massive Aluminiumstruktur und kühlt aufgrund seiner hohen thermischen Trägheit deutlich langsamer aus als das Elastomer und sorgt somit an der Stelle  $x = 0\text{mm}$  für einen weiteren Wärmeeintrag, was an diesem Rand ebenfalls für eine geringere Härte sorgt.

Diesen Reversionseffekten überlagert sind die durch Mischungsaufbereitung und Mastikation erzeugten Materialinhomogenitäten, welche zusätzlich von den Parametern des Einspritzvorganges der Elastormischung in die vorgeheizte Vulkanisationsform beeinflusst werden. Hierdurch kommt es zu einer weiteren Streuung der Härteverteilung, welche auch innerhalb eines Bauteils für eine nicht rotationssymmetrische Ausbildung der Inhomogenitäten sorgt. Bei Betrachtung von Abbildung 4.13 d) kann dieser Einfluss beobachtet werden, da es bei  $x = 0\text{mm}$  nicht zu der Abnahme der Härte kommt, welche durch die Reversionseffekte anzunehmen wären.

Zur weiteren Untersuchung der durch die Mischungsverarbeitung entstehenden Inhomogenitäten soll die Korrelation der Härteverteilung  $\mathbf{H}_{90^\circ}$  bei  $\varphi_M = 90^\circ$  und  $\mathbf{H}_{-30^\circ}$  bei  $\varphi_M = -30^\circ$  herangezogen werden. Nach [Sac04] ergibt sich die Korrelation der beiden Vektoren der Dimension  $35 \times 1$   $\mathbf{H}_{90^\circ}$  und  $\mathbf{H}_{\varphi_M=-30^\circ}$  zu

$$\rho(\mathbf{H}_{90^\circ}, \mathbf{H}_{-30^\circ}) = \frac{\text{cov}(\mathbf{H}_{90^\circ}, \mathbf{H}_{-30^\circ})}{\sqrt{\text{var}(\mathbf{H}_{90^\circ})\text{var}(\mathbf{H}_{-30^\circ})}}. \quad (4.27)$$

Die Ergebnisse dieser Korrelationsanalyse sind für den Vergleich der beiden Schnittebene jeder Shore-Härte in Tabelle 4.1 dargestellt. Unter der Annahme der Homogenität der Bauteile wäre eine Korrelationswert von

	43Sh	45Sh	50Sh	55Sh	60Sh
$\rho(\mathbf{H}_{90^\circ}, \mathbf{H}_{-30^\circ})$	-0,1567	-0,0569	-0,4555	-0,1464	-0,3374

Tabelle 4.1: Korrelation der Härteverteilungen in den Elastomermischungen bei  $\varphi_M = 90^\circ$  und  $\varphi_M = -30^\circ$

1 zu erwarten. Da die errechneten Korrelationswerte zwischen den beiden Schnittebenen negativ sind und zusätzlich zwischen den untersuchten Prüflingen stark streuen, kann darauf geschlossen werden, dass für die beiden untersuchten Querschnitte kein eindeutiger Zusammenhang besteht. Dies lässt darauf schließen, dass die durch die Mischungsaufbereitung und den Injektionsprozess in die Vulkanisationswerkzeuge erzeugten Materialinhomogenitäten einen größeren Einfluss auf die Streuung der Härte der Bauteile haben als die Reversionseffekte. Eine Vorhersage der Verteilung der Shore-Härte im Bauteil a priori ist daher nicht möglich. Die numerische Modellierung der Bauteile kann daher nur von einem homogenen Material ausgehen. Dies hat zur Folge, dass lokale Schwingungseffekte, welche bei Frequenzen oberhalb der zweiten Bauteilmode zunehmend an Bedeutung gewinnen, nicht vollständig in einer numerischen Simulation abgebildet werden können. Eine numerische Vorhersage des Bauteilverhaltens der Elastomertragfedern von hydraulischen Topflagern kann jedoch bei den betrachteten Bauteilen bis 2 kHz durchgeführt werden. Die Übereinstimmung der Ergebnisse zwischen einer experimentellen Analyse und der numerischen Vorhersage nimmt jedoch mit zunehmender Lokalisation der Schwingungseffekte und somit mit steigender Frequenz ab.

### Validierung der Simulationsergebnisse durch analytische Vergleichsrechnung

Zur zusätzlichen Validierung der Ergebnisse der Betriebsschwingformanalyse soll im Folgenden eine analytische Betrachtung des Systems durchgeführt werden und anschließend die ermittelten Schwingformen der analytischen, numerischen und experimentellen Ergebnisse verglichen werden. Zur analytischen Betrachtung der Tragfedern sollen diese mit Hilfe eines quaderförmigen Kirchhoff'schen Plattenelementes beschrieben werden. Dieses Vorgehen erweist sich zum Beispiel bei der Modellierung von Maschinengehäusen und Karosseriebauteilen als dienlich. Als grundlegende Annahme wird hier zu Grunde gelegt, dass das betrachtete Element eine

Schubstarrheit und eine zu vernachlässigende Drehträgeit aufweist (vgl. [GHW07, Irr13]). Zur Beschreibung der orts- und zeitabhängigen Verschiebung  $w$  in  $\zeta$ -Richtung eines sich in  $\xi$ - und  $\eta$ -Richtung (vgl. Koordinatensystems aus Abbildung 4.7) erstreckenden Plattenelementes ergibt sich nach Gross [GHW07] und Irrtier [Irr13] die Verschiebungsdifferentialgleichung vierter Ordnung im Raum und zweiter Ordnung in der Zeit:

$$\rho h \ddot{w} + K \left( \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} \right) = p(x, y, t), \quad (4.28)$$

mit  $K = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}$ .

Hierbei ist  $K$  die Biegesteifigkeit des Plattenelementes,  $h$  die Höhe des Plattenelementes,  $\rho$  die Dichte des Plattenwerkstoffes,  $E$  und  $\nu$  das Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl des Plattenwerkstoffes und  $p$  die äußere Belastung des differentiellen Plattenelementes. Zur Berücksichtigung der Einspannungsrandbedingungen der Tragfeder wird die in Abbildung 4.14 einseitig mit fester Einspannung am Rand  $\partial\Omega(\xi = 0, \eta)$  gelagerte Platte der Länge  $l$  und Höhe  $h$ , welche am gegenüberliegenden Rand  $\partial\Omega(\xi = l, \eta)$  durch ein gelenkiges Loslager gelagert ist.

Durch die beiden freien Ränder  $\partial\Omega(\xi, \eta = 0)$  und  $\partial\Omega(\xi, \eta = b)$ , entfällt

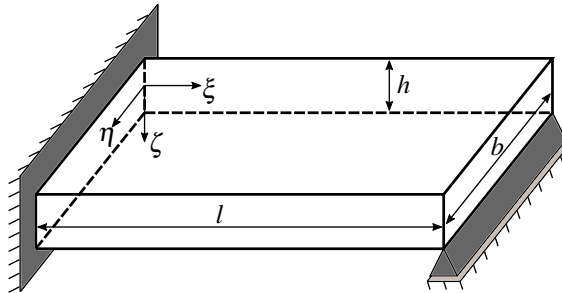


Abbildung 4.14: zweiseitig gelagerte Rechteckplatte[Tre17]

die Abhängigkeit der Differentialgleichung 4.28 von der  $\eta$ -Komponente und kann durch einen Bernoulli-Produktansatz und die Berücksichtigung der Randbedingungen bei  $\partial\Omega(\xi = 0, \eta)$  und  $\partial\Omega(\xi = l, \eta)$  gelöst werden.

Als Gesamtbewegung der Rechteckplatte ergibt sich nach [Irr13] die Superposition aller Eigenschwingformen des Plattenelements zu:

$$w(\xi, \eta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(\xi, \eta) \cos(\omega_i t) \quad (4.29)$$

Hierbei entstprechen  $W_i$  den Schwingformen der einzelnen Moden, welche sich zur zeitabhängigen Gesamtschwingung des Systems überlagern. Für die Schwingformen  $W_i$  gilt dabei:

$$W_i(\xi, \eta) = \alpha_i [(\cos(k_i \xi) - \cosh(k_i \xi) + \varepsilon (\sinh(k_i \xi) - \sin(k_i \xi)))] , \quad (4.30)$$

$$\text{mit } \varepsilon = \frac{\cosh(k_i l) - \cos(k_i l)}{\sinh(k_i l) - \sin(k_i l)} .$$

Hierbei sind  $\kappa_i = k_i l$  die Eigenwerte des zur Ermittlung der Eigenschwingformen notwendigen Eigenwertproblems mit den zugehörigen Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$ , mit

$$\omega_i = \frac{\kappa_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{K}{\rho h}} . \quad (4.31)$$

Bei der Betrachtung der analytischen Lösung der Differentialgleichung kann festgestellt werden, dass die Eigenfrequenzen der Lösung nicht den Eigenfrequenzen der experimentellen und numerischen Ergebnissen entsprechen. Ursächlich hierfür ist die Vereinfachung des Tragfederquerschnitts zu einem Rechteck bei der Betrachtung als Kirchhoff-Platte. Eine analytische Lösung des Systems kann daher nicht zur Ermittlung des Modalverhaltens des Gesamtsystems verwendet werden. Zur Validierung der numerischen Ergebnisse kann jedoch trotz dieser Unschärfe ein Vergleich der Schwingformen der ersten Eigenmoden der Tragfeder herangezogen werden. Abbildung 4.15 stellt diese zur besseren Vergleichbarkeit in normierter Form dar. Diese Normierung bezieht sich sowohl auf die  $\xi$ -Richtung als auch auf die  $\zeta$ -Richtung des KOS aus Abbildung 4.7.

Der Darstellung kann entnommen werden, dass sowohl die Schwingformen der numerischen Modellierung als auch diejenigen der analytischen Beschreibung durch die Kirchhoff-Platte eine hohe Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Schwingformen haben. Dies gilt insbesondere für die Schwingformen der ersten beiden Moden. Bei der dritten Mode zeigt sich eine deutliche Abweichung der analytischen Lösung von den experimentell und numerisch ermittelten Schwingformen. Ursächlich hierfür ist



die Vernachlässigung der Schubsteifigkeit des Tragfedermantels durch die Modellierung als Platte. Ebenso zeigt sich, dass die Diskrepanz zwischen der experimentell und der numerisch ermittelten Schwingform bei den höheren Eigenschwingformen insbesondere bezüglich der Lage der Schwingungsknoten zunimmt. Dies ist, wie schon in der Ergebnisdiskussion der Bauteilsimulationen erörtert, auf die Inhomogenitäten der Elastomerkörper zurückzuführen. Für die dritte Eigenschwingform zeigt sich, dass die Schwingungsbäuche bei  $\xi = 0,83$  nicht den Maximalwert  $\zeta = \zeta_{max}$  annehmen. Ursächlich hierfür ist der angulare Versatz des Laser-Doppler-Vibrometers zur Oberflächennormalen des Tragfedermantels, welcher mit steigenden  $\xi$ -Werten zunimmt. Die Auswertung der numerischen Schwingformen erfolgt zur besseren Vergleichbarkeit in die gleiche Richtung und zeigt daher die gleiche Charakteristik.

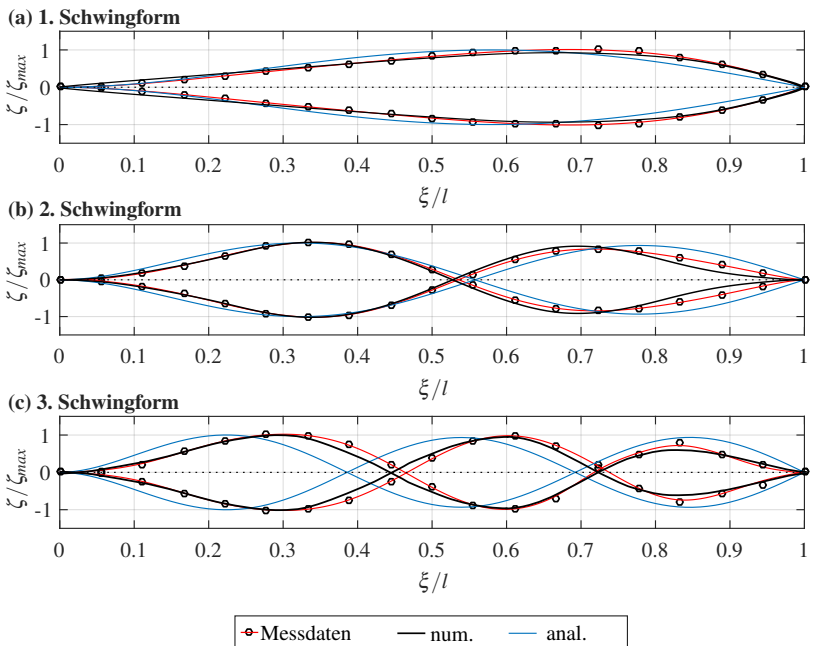


Abbildung 4.15: Darstellung der normierten Betriebsschwingformen[Tre17]

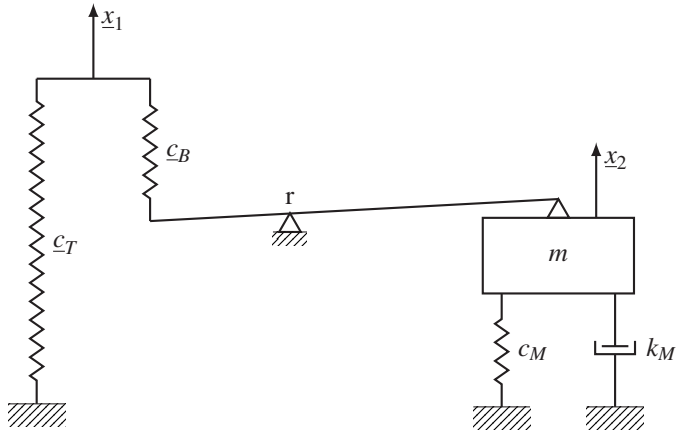
### 4.3.2 Modellierung der Hydraulikeigenschaften

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, lassen sich die Eigenschaften des Tragkörpers mit Hilfe einer FE-Simulation in einem Frequenzbereich bis etwa 2000 Hz abbilden. Um das Verhalten der hydraulischen Lager jedoch vollständig abbilden zu können, ist eine Modellbildung der Hydraulikeigenschaften erforderlich. Im Folgenden soll daher zunächst der Einfluss der hydraulischen Parameter, der in Abschnitt 3.4.3 experimentell untersucht wurde, modelliert werden und diese Modellbildung anschließend mit der FE-Simulation gekoppelt werden.

#### Modellbildung

Die in Abschnitt 3.4.3 experimentell erarbeiteten Ergebnisse haben gezeigt, dass bei den untersuchten Bauteilen eine Resonanz zwischen ca. 200 und 500 Hz vorliegt, welche sich durch die Abstimmung der Gittergeometrie im Membran-Düsensystem verschieben lässt. Hierbei zeigt sich, dass eine zunehmende Gitterhöhe diese Resonanzfrequenz nach unten, eine erhöhte Anzahl von Gitteröffnungen die Resonanzfrequenz nach oben verschiebt. Dieses Verhalten ist ähnlich zu dem in Abschnitt 2.3.3 diskutierten Resonanzeffekten im Dämpfungskanal. Es deutet darauf hin, dass mit einer zunehmenden Gitterhöhe eine schwingende Masse erhöht wird und durch die Vergrößerung der Offenfläche ebenso eine Masse vergrößert wird jedoch gleichzeitig auch das hydraulische Übersetzungsverhältnis verändert wird. Eine Variation der Tragfedersteifigkeit hat ebenso einen Einfluss auf das Schwingensystem (vgl. Abschnitt 3.4.1), was darauf hindeutet, dass das für die Hydraulikresonanz notwendige Federelement die Elastomertragfeder darstellt. Auf Basis dieser Ergebnisse kann ein einfaches Ersatzmodell, welches diesen Resonanzeffekt abbildet, erstellt werden.

Beteiligt an diesem Schwingensystem sind dabei eine schwingende Fluidmasse, welche sich in dem Gitter oberhalb und unterhalb der Membran befindet und die Blähsteifigkeit der Tragfeder, gegen die diese Masse schwingen kann. Zusätzlich hat auch die Membran eine gewisse Federwirkung und die dissipativen Effekte durch die hydraulischen Verluste beim Ein- und Ausströmen aus dem Gitter beeinflussen das Schwingensystem. Parallel zu diesem System wirkt noch die Grundsteifigkeit der Tragfeder als zusätzlicher Kraftpfad des Systems. Aus diesem Zusammenhang ergibt sich das in Abbildung 4.16 dargestellte mechanische Ersatzsystem.



mit:  $c_T$ : komplexe Grundsteifigkeit der Tragfeder;  $c_B$ : komplexe Blähsteifigkeit der Tragfeder;  $c_M$ : Membransteifigkeit;  $k_M$ : Dämpfungskonstante des Düsen-Membran-Systems;  $r$ : hydraulisches Übersetzungsverhältnis

Abbildung 4.16: Darstellung des mechanischen Ersatzsystems zur Abbildung des hydraulischen Verhaltens von Aggregatlagern [WGP17]

Das Übersetzungsverhältnis  $r$  ergibt sich dabei als Quotient aus der Offenfläche des Gitters und der Pumpfläche der Tragfeder. Die Masse  $m$  entspricht der Fluidmasse, welche sich in den Gitteröffnungen befindet und errechnet sich für dem Fall zylindrischer Gitteröffnungen zu [WGP17]:

$$\begin{aligned} m_{Fluid} &= A_{Gitter}(t+h)\rho_{Fluid} \\ &= n_{Bohrung} \frac{\pi}{4} d_{Bohrung}^2 (t+h)\rho_{Fluid} \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$r = \frac{A_{Tragfeder}}{A_{Gitter}} \quad (4.33)$$

mit:  $n_{Bohrung}$ : Anzahl der Gitterbohrungen;  $d_{Bohrung}$ : Durchmesser der Gitterbohrungen;  $\rho_{Fluid}$ : Dichte des Hydraulikmediums;  $t$ : Höhe des oberen Gitters;  $h$ : Höhe des unteren Gitters;  $A_{Gitter}$ : Offenfläche des Gitters;  $A_{Tragfeder}$ : Pumpfläche der Tragfeder

Aus der Betrachtung des Kräftegleichgewichts an der Masse  $m$  ergibt sich die Differentialgleichung, welche das Schwingssystem beschreibt:

$$m\ddot{x}_2 + k_M\dot{x}_2 - \frac{1}{r}c_B(x_1 - \frac{1}{r}x_2) = 0 \quad (4.34)$$

$$m\ddot{x}_2 + k_M\dot{x}_2 + x_2(c_M + \frac{1}{r^2}c_B) = \frac{1}{r}c_Bx_1 \quad (4.35)$$

Die sich daraus ergebende Eigenfrequenz des ungedämpften Systems  $\omega_0$  errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{c_B/r^2 + c_M}{m}} = \sqrt{\frac{c_B + r^2c_M}{r^2m}} \\ &= \sqrt{\frac{c_B + \left(\frac{A_{Tragfeder}}{A_{Gitter}}\right)^2 c_M}{\left(\frac{A_{Tragfeder}}{A_{Gitter}}\right)^2 A_{Gitter}(t+h)\rho_{Fluid}}} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Und somit die Eigenfrequenz  $\omega_d$  des gedämpften Systems zu:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{c_B + r^2c_M}{r^2m} - \left(\frac{k_M}{2m}\right)^2} \quad (4.37)$$

Gleichungen 4.36 und 4.33 zeigen, dass mit zunehmender Masse die Eigenfrequenz des Systems absinkt. Dies passt zu dem in der Parameterstudie gezeigten Verhalten, dass die Resonanzfrequenz mit zunehmender Masse absinkt. Durch eine zunehmende Anzahl von Bohrungen wird diese Masse ebenfalls erhöht, es ändert sich jedoch auch das hydraulische Übersetzungsverhältnis. Da dieses quadratisch in die Eigenfrequenz eingeht, steigt die Eigenfrequenz mit einer zunehmenden Offenfläche an.

## Simulationsergebnisse und -validierung

Um mit dem vorgestellten Modell das Verhalten der hydraulischen Lager abbilden zu können, ist eine Parametrierung der Variablen notwendig. Die Masse kann hierbei aus den geometrischen Parametern und der Dichte des Hydraulikmediums nach Gleichung 4.32 einfach ermittelt werden. Die Grundsteifigkeit der Tragfeder und die zugehörige Blähsteifigkeit kann durch einfache Versuche ermittelt werden. Für die Grundsteifigkeit

reicht es aus, die Tragfeder ohne ein Hydraulikmedium zu charakterisieren. Die Blähsteifigkeit lässt sich ermitteln, wenn die Transfersteifigkeit des hydraulischen Lagers mit einem vollständig verschlossenen Düsen-Membran-System ermittelt wird. Die Membransteifigkeit hingegen lässt sich experimentell nur schwer ermitteln, da hierbei eine Wechselwirkung mit der Offenfläche des Gitters besteht. Abhängig von der Offenfläche muss sich die Membran aufgrund der Änderung des hydraulischen Übersetzungsverhältnisses mehr oder minder stark in die Öffnungen blähen, was zu einer Nichtlinearität der Federsteifigkeit  $c_M$  im Modell führt. Da sich ebenso der Volumenstrom durch die Gitteröffnungen in hohem Maße verändert, wirkt sich diese Nichtlinearität auch auf das im Modell enthaltene Dämpfungsglied aus. Da die experimentelle Ermittlung der Parameter mit sehr hohem Aufwand verbunden ist, wird zur Ermittlung der beiden verbleibenden Parameter ein Least-Square-Fitting verwendet, sodass das Maximum und der Anstieg des Betrages der dynamischen Transfersteifigkeit möglichst gut abgebildet wird.

Mit Hilfe der so bestimmten Parameter lässt sich aus dem vorgestellten einfachen Ersatzmodell die Übertragungsfunktion in Form der komplexen Transfersteifigkeit bestimmen. Der Vergleich zwischen den experimentell ermittelten Werten und den Ergebnissen des Ersatzmodells ist in Abbildung 4.17 für die experimentell untersuchten Varianten 2 und 4 dargestellt.

Beim Vergleich der experimentell und aus dem vorgestellten Modell ermittelten Steifigkeiten zeigt sich, dass sich das Verhalten der Hydraulikeigenschaften bis etwa 700 Hz sehr genau beschreiben lässt. Die Frequenzlage des Maximums sowie die sich ergebenden Werte in Phase und Betrag der dynamischen Steifigkeit stimmen sehr gut überein. Die Werte der Phase werden im Vergleich zu den experimentell ermittelten Werten durch die Modellergebnisse leicht unterschätzt. Insgesamt kann festgestellt werden, dass die Modellbildung bis etwa 700 Hz eine hohe Korrelation zu den experimentellen Ergebnissen aufweist. Durch die Verwendung eines Einfreiheitsgrad-Systems und die Anpassung mittels eines Fitting-Verfahrens ist dieses Verhalten zu erwarten, da hierdurch der Resonanzeffekt für eine einzelne Resonanz sehr exakt nachgebildet werden kann. Für höhere Frequenzen weichen die Modellergebnisse jedoch immer weiter von den experimentellen Daten ab. Auch der erneute Anstieg der Phase ab etwa 800 Hz, welcher auf einen weiteren Resonanzeffekt hindeutet, kann mit dem verwendeten Modell nicht abgebildet werden.

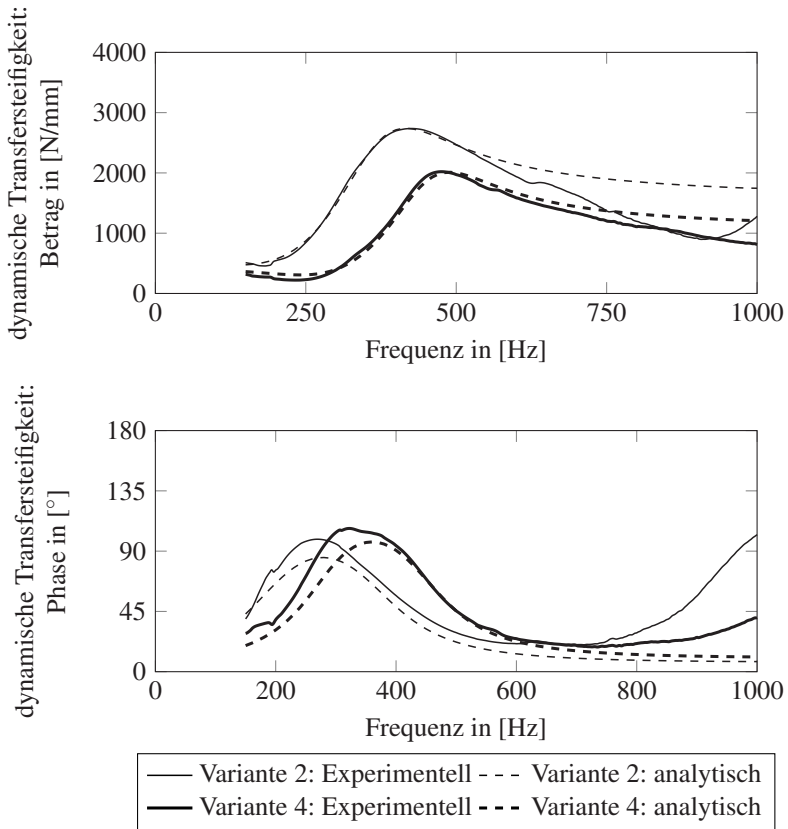


Abbildung 4.17: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit des hydraulischen Verhaltens von Aggregatlagern [WGP17]

## Diskussion

Der Resonanzeffekt, welcher sich ab etwa 700-800 Hz abzuzeichnen beginnt, kann mit den Ergebnissen aus Abschnitt 4.3.1 auf eine Kontinuumschwingung der Tragfeder zurückgeführt werden. Dieses Verhalten kann ohne weiteres nicht durch ein einfaches mechanisches Ersatzmodell beschrieben werden. Das Resonanzverhalten, welches sich bei allen untersuchten hydraulischen Lagern gezeigt hat, kann jedoch mit dem aufgezeigten Ersatzmodell beschrieben werden. Im folgenden soll daher das zur Beschreibung der Transfereigenschaften der Elastomerkomponenten verwendete FE-Modell erweitert werden, sodass das Verhalten der Hydraulik mit abgebildet wird. Hierdurch kann ein Modell erzeugt werden, welches sowohl die Kontinuumschwingungen der Elastomeranteile als auch des Schwingverhaltens der Hydraulik im hochfrequenten Bereich berücksichtigt.

### 4.3.3 Kopplung der Modellierungsverfahren

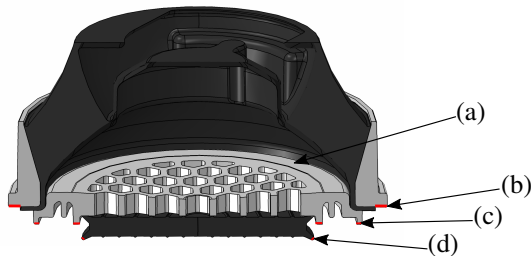
Um den Einfluss der hydraulischen Komponenten abzubilden, soll das FE-Modell aus Abschnitt 4.3.1 erweitert werden. Damit dies erfolgen kann, wird das Düsen-Membran-System der in Abschnitt 3.4 experimentell analysierten Bauteile in das FE-Modell mit aufgenommen. Da der lange hydraulische Dämpfungskanal oberhalb seiner Abstimmfrequenz, welche sich bei etwa 5-18 Hz befindet, dynamisch abgekoppelt ist (vgl. Abschnitt 2.3), wird er bei der Modellierung der hochfrequenten Transfersteifigkeit nicht berücksichtigt. Die nachgiebigen Elemente, welche für das Verhalten der Hydraulikeigenschaften im vorherigen Abschnitt identifiziert wurden, sollen jedoch in das Modell integriert werden. Hierzu zählen die nachgiebige Membran und die bereits im Modell enthaltene Tragfeder. Auch derjenige Anteil des Düsen-Membran-Systems, welcher die Arbeitskammer begrenzt, muss mit abgebildet werden, da über diesen die durch den Fluiddruck in der Arbeitskammer induzierten Kräfte abgestützt werden. Die Düsen-Membran-Systeme bestehen in der Regel aus zwei Einzelteilen, welche jeweils die Arbeits- und Ausgleichskammer begrenzen. Für die Modellbildung genügt derjenige Teil, welcher auf der Seite der Arbeitskammer liegt, da von der Ausgleichskammer aus keine Druckkräfte ausgehen, solange der Rollbalg als ideal weich angesehen wird. Aufgrund seiner geringen Steifigkeit und der Tatsache, dass sich oberhalb der Hydraulikresonanzen nahezu kein Volumenstrom mehr durch das Düsen-Membran-System einstellt, wird im Folgenden von dieser Annahme ausgegangen. Daher existieren in der Ausgleichskammer auch keine Fluidbewegungen mehr. Dies hat zur Folge,

dass ebenfalls keine Trägheitskräfte mehr wirken. Diejenigen Trägheitskräfte, welche aus der schwingenden Fluidsäule in den Bohrungen des Hydraulikgitters in der Arbeits- und Ausgleichskammer entstehen (vgl. Abschnitt 4.3.2), werden durch eine Punktmasse berücksichtigt (dieses Vorgehen wird im Folgenden noch detaillierter erläutert). Durch die genannten Vereinfachungen kann die Ausgleichskammer bei der folgenden Modellbildung vernachlässigt werden, was die Modellkomplexität deutlich reduziert.

### Modellbildung

Zur Modellbildung wird das bereits in Abschnitt 4.3.1 verwendete FE-Modell der Elastomertragkörper um die Düsenplattenhälfte, welche die Arbeitskammer abschließt, und die zwischen den Gittern befindliche Membran erweitert. Der untere Teil des Gitters wird nicht mit in das Modell aufgenommen, da bei den sehr kleinen Belastungsamplituden, welche im akustisch relevanten Frequenzbereich auftreten, die Auslenkungen der Membran so gering sind, dass diese nicht mit dem Gitter in Kontakt kommt. Eine Modellierung von Kontaktbedingungen zwischen dem Gitter und der Membran ist daher nur an den Randbereichen der Membran notwendig, wo diese über eine Dichtkante gegen das Gitter die Arbeitskammer abdichtet. Das sich durch diese Modellierung ergebende FE-Modell ist in Abbildung 4.18 dargestellt.

Durch die beschriebene Erweiterung des Modells ergibt sich die Arbeits-



(a): Fluid gefüllte Kavität; (b): Einspannposition der Tragfeder; (c): Einspannposition der Düsenplatte; (d): Einspannposition der Membran

Abbildung 4.18: Darstellung des FE-Modells zur Abbildung des Gesamtsystemverhaltens

kammer des untersuchten hydraulischen Lagers. Durch die Vernachlässi-



gung des langen Tilgungskanals stellt die Arbeitskammer ein abgeschlossenes System dar. Diese ermöglicht die Modellierung einer mit einem Fluid gefüllten Kavität, welche die Bewegung der Tragfeder in einen Innendruck im hydraulischen System wandelt. Hierdurch kommt es zur Kopplung der Tragfederschwingung und der daraus resultierenden Druckkräfte im System, welche sich auf der Düsenplatte abstützen. Das Fluid wird als kompressibles, massebehaftetes Medium dargestellt, welches die resultierenden Druckkräfte homogen in der gesamten Kavität verteilt. Von dieser homogenen Druckverteilung wird ausgegangen, da die Schallgeschwindigkeit in Glykol-Wasser-Gemischen so hoch ist, dass die Wellenlänge einer Druckschwingung deutlich höher ist als die Ausdehnung der Arbeitskammer bzw. die erste Eigenfrequenz einer stehenden Welle innerhalb der Arbeitskammer eine Größenordnung oberhalb des betrachteten Frequenzbereichs liegt.

Da das Düsen-Membran-System in einem real existierenden Bauteil kraftschlüssig verbunden ist, erfolgt für die Abbildung im FE-Modell eine feste Einspannung der oberen Düsenplatten-Hälfte (Fläche (c) in Abbildung 4.18). Darüber hinaus wird die untere Dichtkante der Membran, welche sich in der Realität auf der unteren Düsenplatten-Hälfte abstützt und über diesen Kraftpfad Reaktionskräfte auf dem Gehäuse abstützt, an der Fläche (d) in Abbildung 4.18 ebenfalls fest eingespannt. Durch diese Modellierung ergeben sich drei Kraftpfade ( $F_{Tragfeder}$ ,  $F_{Düsenplatte}$  und  $F_{Membran}$ ), welche aufsummiert die gesamte Reaktionskraft des Bauteils auf die aufgeprägte Elongation am Tragfederkern ergeben. Aus dieser Summenkraft und der bekannten Elongation kann somit die Transfersteifigkeit des Bauteils ermittelt werden.

Das im Lager enthaltene Hydraulikmedium wird durch das kompressible, massebehaftete Medium im Modell berücksichtigt, die Strömungsverhältnisse des Mediums in der Arbeitskammer jedoch nicht. Durch diesen Umstand kommt es dazu, dass die hydraulische Übersetzung, welche sich zwischen dem Gitter und der Pumpfläche der Tragfeder ergibt (vgl. Abschnitt 4.3.2), mit der Modellierung des Fluids in dieser Form nicht abgebildet werden kann.

Um das in Abschnitt 4.3.2 dargestellte Verhalten der hydraulischen Entkopplung und der damit verbundenen Hydraulikresonanz des Entkoppelgitters in das FE-Modell integrieren zu können, wird zusätzlich eine Punktmasse in das System eingebracht, welche über eine kinematische Kopplung mit der Membran verbunden wird und die mittlere Bewegung der Membran mit ausführt. Dieser Massepunkt wird entsprechend des hydraulischen Übersetzungsverhältnisses nach den in Abschnitt 4.3.2 dargestellten Zusammenhängen mit einer Masse beaufschlagt. Durch diese Modellierung

kann auch das Resonanzverhalten der Hydraulikentkopplung mit abgebildet werden.

### **Simulationsergebnisse und -validierung**

Mit Hilfe des im vorherigen Abschnitts beschriebenen Modells kann das Gesamtsystemverhalten des untersuchten hydraulischen Topflagers nachgebildet werden. Die Ergebnisse der numerischen Analyse für drei der bereits in Abschnitt 4.3.1 und 3.4 untersuchten Tragfedervarianten mit 45 Sh, 53 Sh und 62 Sh sind in Abbildung 4.19 vergleichend zu den experimentell ermittelten Daten dargestellt.

Beim Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Daten ist erkennbar, dass sich die bereits in Abschnitt 4.3.2 diskutierte Hydraulikresonanz durch die Implementierung der hydraulisch wirkenden Masse in das FE-Modell sowohl in Betrag als auch in der Phase der dynamischen Transfersteifigkeit nachbilden lässt. Die Verschiebung dieser Resonanz und der Resonanz zwischen 1500 Hz und 2000 Hz mit zunehmender Shore-Härte zu höheren Frequenzen ist auch in den numerische ermittelten Daten erkennbar. Für die Variante mit 62 Sh liegt die zweite Eigenmode des Systems in der numerisch ermittelten Kennlinie bei einer etwas höheren Frequenz als in den experimentellen Daten. Es zieht sich, dass die Resonanzüberhöhung des Betrages der dynamischen Transfersteifigkeit der zweiten Bauteilmode für alle drei dargestellten Varianten höher ausfällt als die experimentell ermittelte. Dies lässt sich auf die dissipativen Effekte des Fluids zurückführen, welche sich aufgrund der Modellierung mit nur einem Freiheitsgrad für den Innendruck in der Fluidkavität nicht hinreichend abbilden lassen. Trotz der Vernachlässigung dieser Dämpfungseffekte zeigen die numerischen Ergebnisse eine hohe Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Transfereigenschaften.

Mit Hilfe des FE-Modells kann durch die hohe Übereinstimmung zwischen den Modellergebnissen und den experimentellen Daten im Folgenden eine weitere Analyse des Systems und der Wechselwirkungen in diesem stattfinden. Hierzu sollen zunächst die Schwingformen des Gesamtsystems betrachtet werden. Diese sind für die beiden Eigenmoden bei etwa 250 Hz und 1500 Hz in Abbildung 4.20 dargestellt.

Bei Betrachtung dieser Eigenschwingformen fällt auf, dass für die erste Mode eine gekoppelte Schwingung aus einem Aufblähen der Tragfeder und einer Blähbewegung der Membran stattfindet. Diese Kopplung deckt sich mit den aus der Modellbildung in Abschnitt 4.3.2 gewonnenen Erkenntnissen. Die Fluidsäule in den Entkoppelbohrungen schwingt demzu-

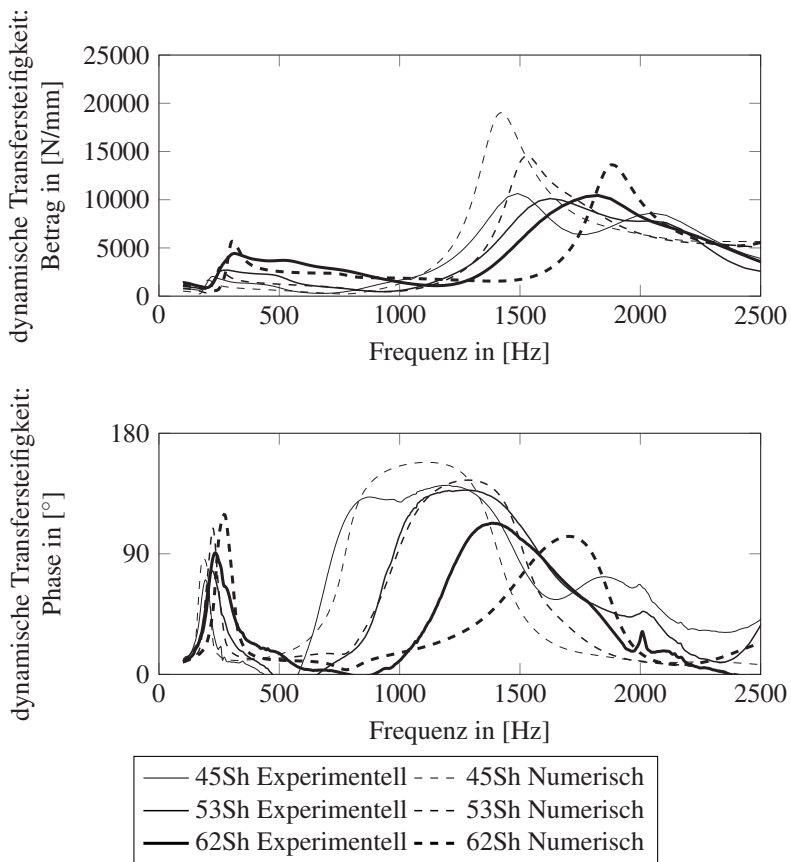


Abbildung 4.19: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit des Gesamtsystemverhaltens von hydraulisch dämpfenden Aggregatlagern

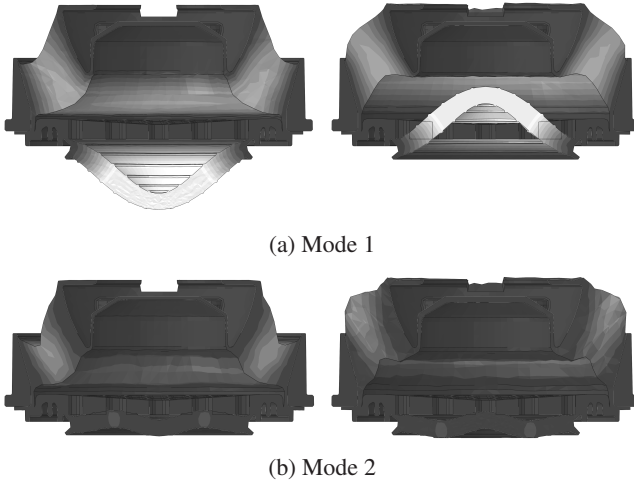


Abbildung 4.20: Darstellung der die Transfersteifigkeit von hydraulischen Topflägern beeinflussenden Moden

folge zwischen der Blähfeder der Membran und der Tragfeder. Nach einer dynamischen Abkopplung dieses Schwingers kommt es zu einer quasi verschlossenen Arbeitskammer, da durch die Entkoppelbohrungen nahezu kein Volumenausgleich mehr möglich ist. Demzufolge stellt sich bei der zweiten Mode im betrachteten Frequenzbereich eine Eigenschwingform ein, welche nur noch durch die Eigenschwingform der Tragfeder beeinflusst wird. Es kommt zu der bereits in Abschnitt 4.3.1 diskutierten Biegeschwingung der Tragfeder. Diese liegt jedoch bedingt durch die versteifende Wirkung des Fluids in der Arbeitskammer gegenüber dem ungefüllten Zustand bei einer höheren Frequenz. Die bereits in Abschnitt 4.3.1 festgestellte erste Eigenmode der Tragfeder tritt bei einer Kopplung mit dem hydraulischen System daher doppelt auf. Durch die angekoppelte Fluidmasse im Entkoppelgitter liegt sie zum einen gegenüber dem ungefüllten System bei einer niedrigeren Frequenz. Durch die Abkopplung dieser Masse und die versteifende Wirkung des Fluids bei einer erhöhten Frequenz tritt nochmals die Schwingform mit einer halben Wellenlänge auf der Länge der Gummisehne auf.

Abbildung 4.21 stellt die experimentell mit Hilfe eines Laser-Doppler-Vibrometers ermittelten Schwingformen des hydraulischen Lagers mit einer Tragfeder aus einer 45 Sh Elastormischung dar. Hierbei sind die Schwingformen der drei sich im Messbereich befindlichen Bauteilmodes

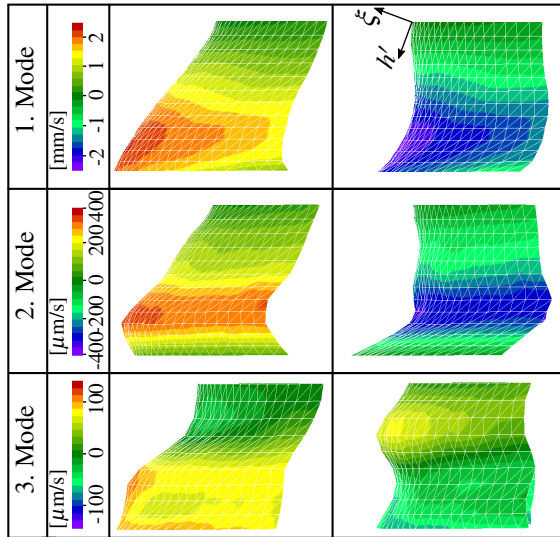


Abbildung 4.21: Darstellung der experimentell ermittelten Schwingformen der Tragfedern bei den Eigenfrequenzen bei  $90^\circ$  (links) und  $-90^\circ$  Phasendifferenz zur Anregung [Tre17]

bei ca. 225 Hz, 1500 Hz und 2100 Hz dargestellt. Es zeigen sich die gleichen Schwingformen ab, welche auch numerisch ermittelt wurden. Für die ersten beiden Moden ergeben sich jeweils wieder Schwingungen mit einer halben Wellenlänge entlang der Sehnenlänge der Tragfeder. Dies bestätigt die numerisch ermittelte Aufdopplung dieser Mode durch die Massenankopplung der Fluidsäule auf der einen Seite und die versteifende Wirkung des Fluides auf der anderen. Die höheren Moden mit Vielfachen von halben Wellenlängen auf der Sehnenlänge treten in der numerischen Simulation genauso auf. Die Modellqualität ist jedoch auch bedingt durch die in Abschnitt 4.3.1 analysierten Materialinhomogenitäten für den sehr hohen Frequenzbereich eingeschränkt.

Aus den Ergebnissen des FE-Modells kann jedoch bis etwa 2 kHz eine detailliertere Analyse des Übertragungsverhaltens erfolgen. Im Gegensatz zur experimentellen Analyse kann mit Hilfe der Simulation eine Analyse der Einflüsse der einzelnen Kraftpfade durchgeführt werden. Die Reaktionskraft des Gesamtsystems setzt sich dabei aus dem Anteil der durch die Tragfeder übertragenen Kräfte, der sich auf der Düsenplatte abstützenden Druckkräfte

und der sich auf der Membran abstützenden Druckkräfte zusammen.  
 Bei Betrachtung der in Abbildung 4.22 dargestellten Einzelkomponenten

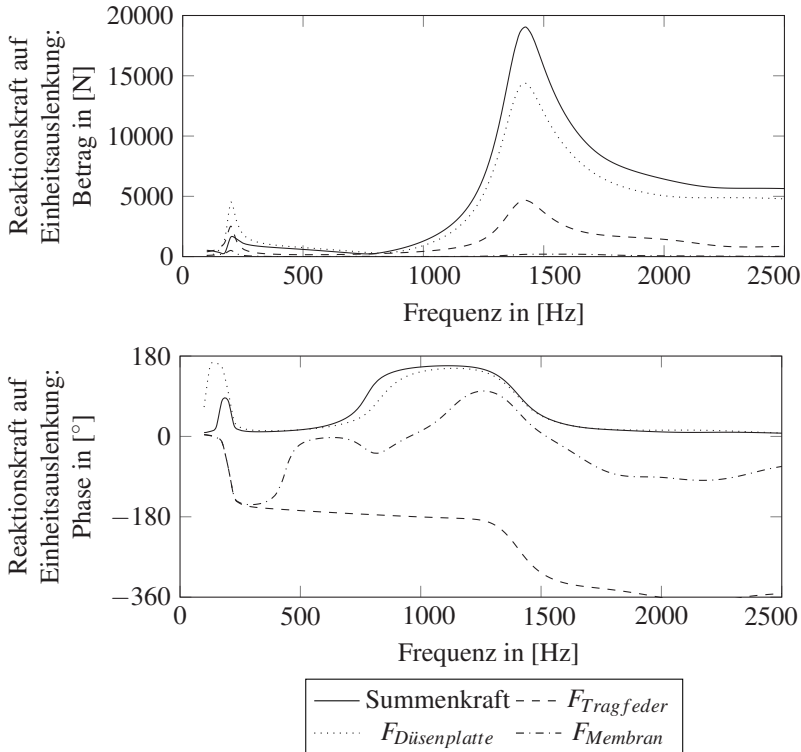


Abbildung 4.22: Vergleich der Anteile der Reaktionskraft des modellierten hydraulischen Topflagers auf eine Einheitsauslenkung von 1mm

der Gesamtkraft zeigt sich, dass der Hauptübertragungspfad der Kraft die Düsenplatte darstellt. Die sich darüber abstützenden Druckkräfte sind deutlich größer als die übrigen Kräfte. Ebenso zeigt sich, dass über die Membran nur eine sehr geringe Kraft übertragen wird, was aufgrund ihrer hohen Nachgiebigkeit und der Tatsache, dass dieser Kraftpfad oberhalb der ersten Mode dynamisch entkoppelt ist, sinnhaft erscheint. Eine Möglichkeit, die Kraftübertragung über die Düsenplatte zu reduzieren, besteht darin, die Düsenplatte elastisch im Gehäuse des Lagerelementes zu befestigen, um eine Entkopplung dieses Kraftpfades zu realisieren (vgl. [Dr.16]). Hierbei

besteht jedoch ein Konflikt mit der Forderung nach einer Dichtheit des Systems auch bei hohen übertragenen Lasten. Eine weitere Möglichkeit der Optimierung bietet sich durch das Einbringen eines definierten Luftvolumens in die Arbeitskammer. Hierdurch wird die Fluidkompressibilität erhöht und die Druckkräfte, welche auf die Düsenplatte wirken, nehmen ab. Betrachtungen hierzu sind in Anhang A.3 auf Basis von Simulationen mit verschiedenen Fluidkompressibilitäten ausgeführt.

### 4.3.4 Fazit

Die Ergebnisse der Modellbildung zeigen, dass sich das Körperschallübertragungsverhalten von Buchsenlagerelementen durch eine FE-Modellierung mit einem viskoelastischen Materialmodell darstellen lassen. Durch Erweiterung dieses Modells mit einer Fluid-Struktur-Interaktion kann ebenso das Verhalten hydraulisch dämpfender Lager mit berücksichtigt werden. Hierbei muss besonderes Augenmerk auf die Modellierung der Überströmquerschnitte von Arbeits- zu Ausgleichskammer gelegt werden (vgl. Abschnitt 4.3.2). Die Modellgüte kann hierbei durch die hohe Übereinstimmung von Simulationsergebnissen mit experimentell erzeugten Messdaten als ausreichend gut für eine valide Bauteilbeschreibung angenommen werden. Darüber hinaus kann durch die Analyse der Bauteile und die Beschreibung durch das FE-Modell festgestellt werden, dass die Eigenschaften der Gummitragfeder einen sehr großen Einfluss auf das Verhalten eines hydraulischen Aggregatlagerelementes hat. Hierbei zeigt sich die erste Biegeeigenfrequenz der Tragfeder als wichtigster Parameter für das Gesamtsystem. Zur gezielten Auslegung dieser Komponente, die je nach Fahrzeugrandbedingung verschiedenen Zielsetzungen unterworfen sein kann, ist es erforderlich, die Parameter zu identifizieren, welche das Verhalten beeinflussen. Hierzu soll im folgenden Kapitel eine Design-Space-Exploration durchgeführt werden, um die Stellgrößen zur Beeinflussung der ersten Biegeeigenfrequenz der Tragkörper zu finden. Darüber hinaus soll zusätzlich aufgezeigt werden, in welchem Umfang die erste Biegeeigenfrequenz bei Einhaltung der aus dem jeweiligen Einsatzzweck im Fahrzeug resultierenden Randbedingungen variiert werden kann.





## 5 Identifikation des Design-Raumes für hydraulische Aggregatelager

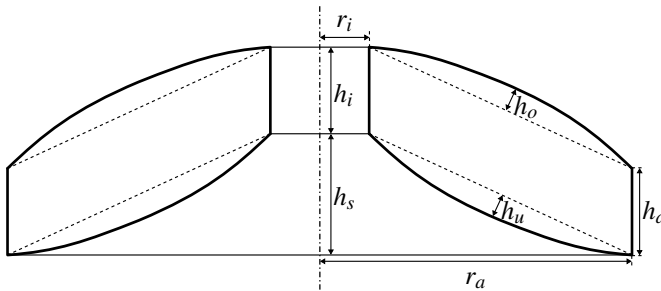
Wie in Abschnitt 4.3.1 und 4.3.3 gezeigt, wird das Körperschallübertragungsverhalten von hydraulischen Topflägern vor allem durch die Eigenschwingformen der Tragfeder beeinflusst. Auf Basis dieser Ergebnisse soll nun im Folgenden untersucht werden, wie sich diese Bauteilmoden gezielt beeinflussen lassen. Hierzu sollen die geometrischen Eigenschaften einer Tragfeder soweit reduziert werden, dass verschiedene Geometrien automatisiert erzeugt und auf ihre Eigenfrequenz hin untersucht werden können. Anschließend besteht die Möglichkeit, mit Hilfe eines entsprechenden Optimierungsalgorithmus mögliche Designs auf bestimmte Kriterien hin zu optimieren und auf Basis dieser Ergebnisse Zusammenhänge zwischen den Design-Parametern und den Zielwerten und Randbedingungen zu ermitteln. Im Folgenden werden diese Schritte detailliert erläutert.

### 5.1 Abstraktion der Tragfedergeometrie und Modellbildung

Zur automatisierten Analyse von Tragfedergeometrien wird die in der Praxis am häufigsten verwendete, rotationssymmetrische Tragfedergeometrie auf sieben wesentliche Design-Parameter heruntergebrochen und als reduziertes Modell erzeugt. Die Tragfedergeometrie wird dabei als rotationssymmetrisch angenommen. Zur Abstimmung der Quer- und Längssteifigkeiten kommen auch nicht-rotationssymmetrische Bauteile zum Einsatz, was jedoch im Folgenden nicht berücksichtigt wird. Die Kernaussagen, welche mit einer rotationssymmetrischen Tragfeder erzeugt werden gelten auch für diejenigen Bauteile, welche über verschiedene Grundsteifigkeiten in den einzelnen Raumrichtungen verfügen. Der in Abbildung 5.1 dargestellten, für die automatisierte Erzeugung von Tragfeder-Varianten verwendeten Skizze können die sieben wesentlichen geometrischen Design-Parameter entnommen werden. Diese sind der Außen- und Innenradius der Tragfeder, die Dicke der Elastomersehne an den Schnittstellen zur Peripherie an der Außen- und Innenseite (Kern und Außenring), der Aufstellhöhe der Elastomersehne und die Wölbung auf der Ober- und Unterseite der Elastomerseh-

ne.

Für die Dimensionierung dieser Parameter müssen einige logische und bau-



$r_i$ : Innenradius;  $r_a$ : Außenradius;  $h_i$ : Dicke der Elastomersehne innen;  $h_a$ : Dicke der Elastomersehne außen;  $h_s$ : Aufstellhöhe der Elastomersehne;  $h_o$ : Wölbung auf der Oberseite;  $h_u$ : Wölbung auf der Unterseite

Abbildung 5.1: Skizze der für die Design-Raum-Erkundung reduzierten Tragfedergeometrie

raumbedingte Randbedingungen beachtet werden. Die Aufstellhöhe muss mindestens so groß gewählt werden, dass bei einer Einfederung der Tragfeder bis in den Anschlag die Tragfeder nicht in die Horizontale ausgelenkt wird. Hierdurch wird eine Anstellung der Elastomersehne entgegen der Lasteinwirkung sichergestellt, was diese vor Zugkräften schützt. Diese sind für die Betriebsfestigkeit des Bauteils nachteilig und sorgen für eine verstärkte Rissausbreitung [Tre15]. Des weiteren sind der Innenradius und der Außenradius nicht beliebig wählbar, da zum einen noch ausreichend Bauraum für die Anbindung im Zentrum der Tragfeder, dem Kern, verfügbar sein muss, zum anderen auch der Bauraum des Motorlagers im Motorraum nicht beliebig vergrößert werden darf. Für die Sehnendicke an der Außen- und Innenseite gilt die Randbedingung, dass die Betriebskräfte über die anvulkanisierten Flächen noch sicher übertragen werden müssen und der Bauraum nicht beliebig groß werden darf. Die Wölbung der Tragfeder auf der Ober- und Unterseite kann dazu dienen, die Steifigkeitsverhältnisse der Hoch- zu den Querrichtungen einzustellen und ist auf der Außenseite wiederum nur durch den zur Verfügung stehenden Bauraum begrenzt. Auf der Innenseite wird die Wölbung durch eine ausreichende Dimensionierung der Arbeitskammer begrenzt, da diese auch bei einer vollständigen Einfederung noch ein gewisses Restvolumen aufweisen muss. Auf Basis dieser Randbedingungen ergeben sich für die einzelnen Design-Parameter die in

Tabelle 5.1 dargestellten Grenzen.

Neben den geometrischen Randbedingungen existieren noch weitere aus

Parameter	untere Grenze	obere Grenze
	[mm]	[mm]
$r_i$	5	100
$r_a$	10	100
$h_i$	1	100
$h_a$	1	100
$h_s$	10	60
$h_o$	0	5
$h_u$	0	5

Tabelle 5.1: Grenzen für die Design-Parameter des Tragfedermodells

der Grundausslegung von Aggregatlagern hervorgehende Randbedingungen. Das Abstützen quasistatischer Gewichts-, Massen- und Betriebskräfte führt zu Forderungen bezüglich der Grundsteifigkeit in die einzelnen Raumrichtungen, welche ebenso in eine Optimierung der Bauteile eingehen müssen.

Zusätzlich bestehen bezüglich der physischen Umsetzbarkeit eines Designs noch Nebenbedingungen für die möglichen Tragfedergeometrien. Die logische Voraussetzung, dass der Innenradius stets geringer sein muss als der Außenradius, ist eine solche Nebenbedingung. Darüber hinaus erfordert eine tieffrequente Abstimmbarkeit des Kanals im Düsen-Membran-System ein entsprechendes hydraulisches Übersetzungsverhältnis (vgl. Abschnitt 2.3.4) und bedingt somit die Forderung nach einer Mindestpumpfläche der Tragfeder. Diese Nebenbedingungen müssen ebenfalls in das Vorgehen zur Optimierung der Tragfedergeometrie mit eingehen.

## 5.2 Multikriterielle Optimierung

Die geometrischen Eigenschaften der Tragfeder eines hydraulischen Aggregatlagern bestimmen nicht nur dessen Körperschallübertragungsverhalten in Form von bauteilspezifischen Eigenmoden sondern auch die statischen Grundsteifigkeiten. Eine Optimierung allein auf Basis der Transfereigen-

schaften hätte zur Folge, dass die Grundsteifigkeiten unter Umständen derart verändert werden, dass das daraus entstehende Aggregatlager nicht mehr für den Fahrzeugeinsatz geeignet ist. Um auch diese Anforderungen mit in die Optimierungsaufgabe zu integrieren, bedarf es einer multikriteriellen Optimierungsstrategie. Ziel dieser Optimierungsaufgabe ist es daher eine Kompromisslösung zu finden, bei der die erste Eigenfrequenz der Tragfeder möglichst hoch liegt und gleichzeitig die statischen Steifigkeiten des Bauteils in dem für den Fahrzeugeinsatz geeigneten Bereich liegen. Da sowohl die statischen Steifigkeiten in die radialen Richtungen und die Hochrichtung sowie die Eigenfrequenz des Bauteils als Zielfunktion zu definieren sind, kann ein Vergleich der sich ergebenden Lösungen nicht ohne weiteres erfolgen. Zu diesem Ziel eignet sich das Konzept der Pareto-Optimalität. Zitzler et al. [ZTL<sup>+</sup>03] definieren die Pareto-Optimalität eines Lösungspunktes so, dass dieser Lösungspunkt in keinem seiner Zielfunktionswerte verbessert werden kann, ohne gleichzeitig einen anderen zu verschlechtern. Durch Kenntnis der Lage dieser pareto-optimalen Lösungen kann anschließend der für den jeweiligen Einsatzzweck dienlichste Kompromiss ausgewählt werden. Das Ziel ist es daher, das notwendige Wissen über die Pareto-Menge  $P$  bereitzustellen. Die Anzahl der möglichen Punkte auf der Pareto-Menge ist dabei nicht begrenzt und es können theoretisch unendlich viele pareto-optimale Lösungen gefunden werden. Im Falle einer zweidimensionalen Optimierung stellt die Pareto-Menge eine Pareto-Front dar, welche bei mehrdimensionalen Optimierungen einer Hyperfläche entspricht.

Bei dem im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Optimierungsproblem besteht der Design-Raum aus den in Tabelle 5.1 dargestellten Parametern, welche über die im vorherigen Kapitel erarbeitete FE-Simulation in den Bild- bzw. Zielraum überführt werden. Die FE-Simulation entspricht dabei einer Abbildung vom Design-Raum in den Bildraum. Der Bildraum bezeichnet die Menge der Abbildungen des gesamten Design-Raums. Der Zielraum ist eine Teilmenge dieses Bildraums und enthält nur diejenigen Lösungen, welche die Rand- und Nebenbedingungen erfüllen. Die Pareto-Menge ist im Bildraum stets ein Rand des Zielraums [MGM06]. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 5.2 graphisch dargestellt.

Die Suche nach dieser Pareto-Front ist das Ziel einer multikriteriellen Optimierung (MOP). Durch die Wahl eines entsprechenden Algorithmus kann auf eine vollfaktorielle Analyse des Design-Raumes verzichtet werden (vgl. [MGM06]). Die Auswahl einer geeigneten Lösung aus der Pareto-Menge kann dabei erst nach der Optimierung der Zielfunktionen erfolgen. Aus diesem Grund spricht Mietinen [Mie08] in diesem Zusammenhang auch von

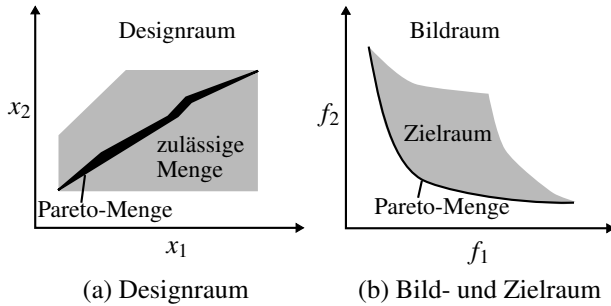


Abbildung 5.2: Darstellung von Design- und Bildraum [Vai16]

einem a posteriori Optimierungsverfahren. Ein Verfahren, welches vor der Abbildung in den Bildraum eine Gewichtung der einzelnen Zielfunktionen zueinander vornimmt hingegen entspräche nach Mietinen einem a priori Verfahren. Hierbei würde ein Optimierungsalgorithmus direkt eine zu präferierende Lösung liefern.

Die a priori Methoden weisen jedoch den entscheidenden Nachteil auf, dass durch die Wahl der Gewichte der einzelnen Zielfunktionen die Erkundung des Design-Raumes beeinflusst wird und dieser somit unter Umständen nicht vollständig ausgeleuchtet wird [KJS11]. Da im Rahmen dieser Arbeit das Ziel verfolgt wird, die Einflüsse einzelner geometrischer Parameter der Tragfedern auf die Eigenfrequenzen dieser Bauteile zu analysieren, kommen a priori Verfahren nicht in Betracht. Hierzu müsste eine Gewichtung oder Priorisierung der einzelnen Ziele anhand eines Beispielauslegungsfalles erfolgen.

### 5.2.1 Definition des Optimierungsproblems

Zunächst soll das mit einem geeigneten Optimierungsalgorithmus zu lösende Optimierungsproblem definiert werden. Hierzu ist es notwendig, die Designvariablen, die Zielfunktionen und die Nebenbedingungen zu spezifizieren und anschließend einen geeigneten Algorithmus auszuwählen.

## Designvariablen

Diejenigen Designvariablen, welche den Designraum des Optimierungsproblems aufspannen, werden in der Regel zu einem Vektor zusammengefasst. Auf Basis der in Abschnitt 5.1 verallgemeinerten Tragfedergeometrie ergeben sich die bereits in Tabelle 5.1 mit ihren Grenzen aufgeführten Design-Parameter. Diese lassen sich somit im Designvariablenvektor  $\mathbf{x}_{DV}$  darstellen:

$$\mathbf{x}_{DV} = \begin{pmatrix} r_i \\ r_a \\ h_i \\ h_a \\ h_s \\ h_o \\ h_u \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Da es sich bei den Designvariablen um geometrische Längen handelt, sind diese kontinuierlich variierbar. Ein vollfaktorielles Versuchsdesign, bei dem der Design-Raum vollständig in den Bildraum überführt wird scheidet damit per se für die Analyse aus.

## Zielfunktion

Die Zielfunktion(en)  $f$  eines multikriteriellen Optimierungsproblems werden so gewählt, dass die Optimierung aus einer Minimierung der Zielfunktion(en) besteht. Eine Maximierungsaufgabe kann nach Ehr Gott [Ehr05] über eine entsprechende Invertierung des Vorzeichens in eine Minimierungsaufgabe überführt werden. Die Zielfunktion(en) sind dabei Funktionen des Vektors der Design-Variablen. Liegen mehrere Zielfunktionen vor, so werden diese im Zielfunktionsvektor  $\mathbf{f}$  zusammengefasst werden.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_{DV}) = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}_{DV}) \\ f_2(\mathbf{x}_{DV}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}_{DV}) \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Die bei dem in dieser Arbeit betrachteten Optimierungsproblem verwendeten Zielfunktionen sind zum einen die erste Eigenfrequenz der Tragfeder, welche für die Körperschallübertragungseigenschaften des gesamten Lagers maßgeblich ist (vgl. Abschnitt 4.3), die statische Bauteilsteifigkeit in die radiale Richtung der Tragfeder  $c_{stat,rad}$  und die statische Bauteilsteifigkeit in die axiale Richtung der Tragfeder  $c_{stat,ax}$ . Die erste Eigenfrequenz  $f_{Eigen}$  soll dabei maximiert werden, wobei die statischen Steifigkeiten möglichst gering gehalten werden sollen. Eine Erhöhung der statischen Bauteilsteifigkeiten kann jederzeit über eine Anpassung der Gummimischung erfolgen, was wiederum zu einer Erhöhung der ersten Eigenfrequenz beiträgt. Eine möglichst hohe Eigenfrequenz der Tragfeder ist sinnvoll, da mit zunehmender Frequenz die Karosserieeigenschaften in der Regel bessere Randbedingungen bereitstellen und somit das durch das Lagerelement übertragene Antriebsgeräusch reduziert wird (vgl. Abbildung 2.5 Abschnitt in 2.1.2). Die Zielfunktionen lauten daher in dem für diese Arbeit betrachteten Optimierungsproblem:

$$f_1(\mathbf{x}_{DV}) = -f_{Eigen} \quad (5.3)$$

$$f_2(\mathbf{x}_{DV}) = c_{stat,rad} \quad (5.4)$$

$$f_3(\mathbf{x}_{DV}) = c_{stat,ax} \quad (5.5)$$

Die Zielfunktion  $f_1$  ist hierbei das, wie bereits beschrieben, durch Vorzeicheninvertierung erzeugte Minimierungsäquivalent der Maximierungsziel-funktion der ersten Eigenfrequenz.

## Nebenbedingungen

Wie bereits in Abschnitt 5.1 erläutert, existieren für die einzelnen Design-Variablen Grenzen, die diese nicht unter- und überschreiten dürfen. Diese werden durch Ungleichungen als Nebenbedingungen in die multikriterielle Optimierung integriert. Es ergeben sich somit für jede beidseitig beschränkte Design-Variable zwei Ungleichungen. Sämtliche Ungleichungen können wiederum in einem Vektor zusammengefasst werden [MGM06, Ehr05]. Darüber hinaus existieren gekoppelte Nebenbedingungen der einzelnen Design-Variablen, wie zum Beispiel die Forderung, dass der Außenradius stets größer als der Innenradius sein muss. Diese können nach Ehrgott [Ehr05] in einem Ungleichungssystem der Form

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_{DV} \leq \mathbf{b} \quad (5.6)$$

dargestellt werden. Die Matrix  $A$  wird dabei so gewählt, dass die entsprechend gekoppelten Design-Variablen berücksichtigt werden und die jeweiligen Grenzen im Vektor  $b$  enthalten sind. Diejenigen Punkte des Design-Raumes, welche die Nebenbedingungen erfüllen, werden als zulässige Menge  $\chi$  bezeichnet [Vai16].

### 5.2.2 Beschreibung des zum Lösen des Optimierungsproblems verwendeten Algorithmus

Zur Lösung des im vorherigen Abschnitt beschriebenen Optimierungsproblems soll ein Partikel-Schwarm-Optimierungsalgorithmus (PSO) eingesetzt werden. Dieser Optimierungsalgorithmus wurde erstmals von Kennedy und Eberhart [EK95] beschrieben und basiert auf einem Schwarm von Partikeln, welche den Suchraum erkunden, wobei jeder Partikel von den Verbesserungen profitiert, welche die anderen dabei entdecken. Eine PSO ahmt das Verhalten von Vogelschwärmen in der Natur nach, welche auf der Suche nach einem optimalen Landeplatz sind. Hierzu werden zunächst einzelne Partikel generiert und an zufälligen Stellen im Design-Raum verteilt, welche sich in zufällige Richtungen des Design-Raumes bewegen. Die Anzahl der Dimensionen  $j$  des Positions- und Richtungsvektors jedes Partikels entspricht dabei der Anzahl an Design-Variablen. Die Bewegungsrichtung jedes Partikels wird dann schrittweise so verändert, dass dieses sich in Richtung der besten bekannten Position von sich selbst und allen anderen Partikeln bewegt. Auf diese Weise erkundet jeder Partikel seine unmittelbare Umgebung und findet eventuell eine neue beste Position und beeinflusst damit die anderen Partikel im Schwarm [PC10]. Die Position und Geschwindigkeit jedes Partikels  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^j$  und  $\mathbf{v} \in \mathfrak{R}^j$  werden dabei in jedem Optimierungsschritt nach zwei Formeln aktualisiert. Diese beiden sind nach Shi und Eberhart für die Berechnung des  $k$ -ten Berechnungsschrittes [ES00]:

$$\mathbf{v}_k \leftarrow \omega \mathbf{v}_{k-1} + \phi_p r_p (\mathbf{p} - \mathbf{x}_{k-1}) + \phi_g r_g (\mathbf{g} - \mathbf{x}_{k-1}) \quad (5.7)$$

$$\mathbf{x}_k \leftarrow \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_k \quad (5.8)$$

Hierbei bestimmt  $\omega$ , wie groß der Anteil der bisherigen Geschwindigkeit an der neuen Geschwindigkeit ist, und wird daher auch als Trägheitsgewicht bezeichnet. Der Einfluss der bisher bekannten besten Position  $\mathbf{p}$  des betrachteten Partikels und des gesamten Schwarmes  $\mathbf{g}$  wird mit den sogenannten Verhaltensparametern  $\phi_p$  und  $\phi_g$  gesteuert, welche bei der Definition des Optimierungsalgorithmus gewählt werden. Hierdurch kann die Konvergenz



des Algorithmus gesteuert werden. Eine zu schnelle Konvergenz kann dabei unter Umständen dafür sorgen, dass sich die Partikel nur einem lokalen Maximum nähern und das globale Maximum nicht gefunden wird. Die Parameter  $r_p$  und  $r_g$  sind zur Vermeidung von zu schneller Konvergenz daher stochastische Parameter ( $r_g, r_p \in [0, 1]$ ) und werden bei jedem Optimierungsschritt zufällig bestimmt. In jedem Optimierungsschritt wird anschließend die neue Position  $x_k$  bestimmt, indem zur letzten Position die Geschwindigkeit des Partikels addiert wird (vgl. Formel 5.8) [PC10]. Sollte der Partikel durch seine neue Position die Grenzen des Design-Raumes verlassen, so wird dieser wieder in den Design-Raum bewegt. Darüber hinaus kann es sinnvoll sein, den Betrag der Geschwindigkeit zu begrenzen, sodass ein Partikel sich nicht zu schnell im Design-Raum bewegt. Die Partikel-Schwarm-Optimierung ergibt sich demnach zu dem in Abbildung 5.3 in Pseudo-Code dargestellten Algorithmus.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es nicht gradientenbasiert ist und somit die Differenziation der Abbildungsfunktion, welche den Design- in den Bildraum überführt, nicht berechnet werden muss [PC10]. Dies stellt vor allem dann einen entscheidenden Vorteil dar, wenn der Gradient dieser Funktion nicht ermittelt werden kann. Ein weiterer Vorteil ist die Parallelisierbarkeit der Abbildungsfunktion, welche in einem Optimierungsschritt für jeden Partikel ausgewertet werden muss.

### 5.2.3 Diskussion der Ergebnisse

Zur Durchführung des Design-Space-Exploration wird der im vorherigen Abschnitt vorgestellte Optimierungsalgorithmus mit dem FE-Modell der Tragfeder verknüpft und eine automatisierte Auswertung der Abbildungsfunktion durch die FE-Berechnung implementiert. Die Rechenzeit für die Auswertung der Abbildungsfunktion beträgt nur wenige Sekunden und ein manuelles Eingreifen ist nicht erforderlich. Somit ist eine große Zahl von Optimierungsschritten in einer relativ kurzen Zeit darstellbar. Hierdurch kann eine große Zahl von Punkten im Design- und Bildraum entstehen. Zur Ergebnisdarstellung werden nur diejenigen Datenpunkte betrachtet, welche über eine statische, axiale Steifigkeit zwischen 215 N/mm und 255 N/mm, was für eine Auslegung auf 235 N/mm einer Toleranz von circa 10 % entspricht. Für die Simulationen wurde das Materialmodell mit 45 Shore verwendet, sodass die sich ergebenden Steifigkeiten noch über die Shore-Härte variiert werden könnten. Hierdurch würden jedoch ebenfalls die Eigenmoden der Tragfedern beeinflusst werden.

Abbildung 5.4 a) und b) zeigen die Lage der erzeugten Datenpunkte als

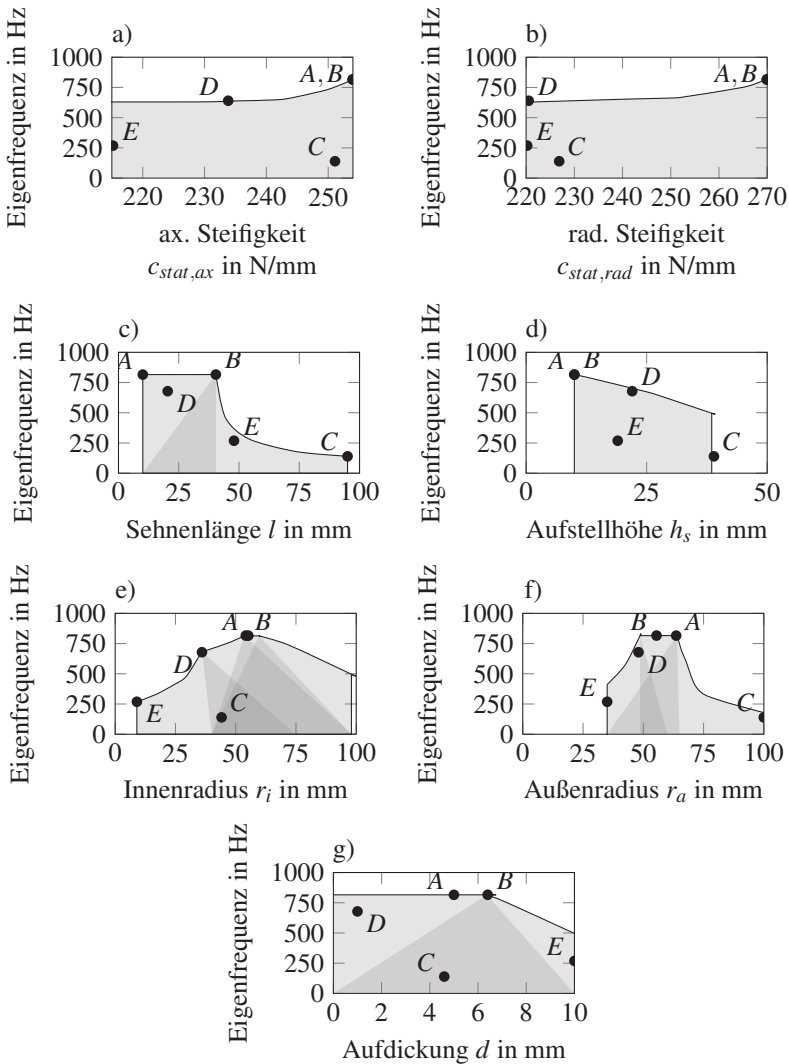


Abbildung 5.4: Ergebnisse der Optimierung

---

**Abbildung 5.3** : Darstellung des Partikel-Schwarm-Optimierungsalgorithmus in Pseudo-Code nach [PC10]

---

```

i = 0;
Initialisiere eine Anzahl n von Partikeln mit zufälligen Positionen
und Geschwindigkeiten im Design-Raum;
while i ≤ imax do
  if Abbruchkriterium erfüllt then
    | Optimierung Abbrechen
  else
    foreach Partikel mit Position x und Geschwindigkeit v do
      Aktualisiere die Geschwindigkeit des Partikels nach
      Gleichung 5.7;
      if v > vmax then
        | Begrenze Geschwindigkeit des Partikels;
        Bewege Partikel nach Gleichung 5.8 an neue Position;
      if Partikel außerhalb der Design-Raum-Grenzen then
        | Bewege Partikel zurück auf den Rand;
      Bestimme Zielfunktion f(x) des Partikels x;
      if f(x) < f(p) then
        | Aktualisiere beste bisherige Position des Partikels
        | p ← x;
      if f(x) < f(g) then
        | Aktualisiere beste bisherige Position des gesamten
        | Schwarms p ← x;

```

---

gefärbte Flächen im Bildraum. Hierin ist ebenfalls der Verlauf der Pareto-Front erkennbar. Abbildung 5.4 a) stellt die erste Eigenfrequenz über der statischen, axialen Steifigkeit der erzeugten Tragfedergeometrien dar. Hierbei kann festgestellt werden, dass die erste Eigenfrequenz mit einer zunehmenden statischen Axialsteifigkeit zunimmt. Es fällt dabei auf, dass ein nichtlinearer Zusammenhang besteht und für eine Axialsteifigkeit zwischen 210 und 240 N/mm nur ein geringer Anstieg der ersten Eigenfrequenz erzielbar ist. Eine deutliche Zunahme der Eigenfrequenz ergibt sich für axiale Steifigkeiten oberhalb von 240 N/mm. Ein ähnlicher Zusammenhang ergibt sich für die radialen Steifigkeiten in Abbildung 5.4 b). Auch hier ergibt sich ein signifikanter Anstieg der Eigenfrequenzen erst für Steifigkeiten oberhalb von 250 N/mm. Die höchste erste Eigenfrequenz, welche durch die Optimie-

nung ermittelt werden kann beträgt 816 Hz, was jeweils bei der durch die Randbedingung maximal zulässigen statischen Steifigkeit einhergeht. Dieser Zusammenhang ist insofern plausibel, als dass eine erhöhte Steifigkeit in der Regel mit einer höheren ersten Eigenfrequenz eines Bauteils einhergeht. Vergleicht man jedoch die Ergebnisse der PSO mit den experimentellen Ergebnisse für die Tragfederuntersuchungen aus Abschnitt 4.3.1, so liegt die erste Eigenfrequenz des Bauteils mit 43 Sh und einer statischen Grundsteifigkeit von 250 N/mm in axialer und radialer Richtung bei ca. 600 Hz. Demzufolge kann bezüglich dem Stand der Technik entsprechenden Bauteilen eine Steigerung der ersten Eigenfrequenz um mehr als 200 Hz erreicht werden, was einer Erhöhung um mehr als 30 Prozent entspricht.

Abbildung 5.4 c)-g) stellt die erste Eigenfrequenz über den Design-Variablen bzw. geometrischen Größen der jeweiligen Tragfedergeometrien dar. In Abbildung 5.4 kann erkannt werden, dass ein quadratisch-reziproker Zusammenhang zwischen der Sehnenlänge  $l$  ( $l = \sqrt{(r_a - r_i)^2 + h_s^2}$ ) und der ersten Eigenfrequenz besteht. Dieser Zusammenhang kann nach Gleichung (4.31) aus der Vergleichsrechnung mithilfe der Kirchhoff'schen Plattentheorie in Abschnitt 4.3.1 erwartet werden. Ebenso zeigt sich, dass eine Verringerung der Sehnenlänge unter circa 40 mm zu keiner weiteren Zunahme der Eigenfrequenz mehr führt, da die Einhaltung der Steifigkeitsgrenzen über eine entsprechende Dickenänderung keine Erhöhung der Eigenfrequenz mehr zulässt. Zur Interpretation und Diskussion sind in den Abbildungen 5.4 die Punkte A bis E eingezeichnet, um die Wechselwirkungen der einzelnen Parameter zwischeneinander darzustellen. Bei Betrachtung der Punkte A und B zeigt sich eine sehr unterschiedliche Sehnenlänge jedoch die gleichen statischen Steifigkeiten in axialer und radialer Richtung und eine nahezu identische Eigenfrequenz. Hier muss zur Einhaltung der Grenzwerte für die geforderten Steifigkeiten eine Änderung der Dicke der Gummisehne erfolgen, was durch die Lager der Punkte A und B in Abbildung 5.4 g) erkannt werden kann.

Abbildung 5.4 d) kann entnommen werden, dass sich eine negative annähernd lineare Korrelation zwischen der ersten Eigenfrequenz und der Aufstellhöhe einstellt. Dies resultiert aus dem linearen Zusammenhang zwischen der Sehnenlänge und der Aufstellhöhe.

Bei Betrachtung von Abbildung 5.4 e), in welcher die Eigenfrequenz über dem Innenradius aufgetragen ist, zeigen sich drei, die Menge des Bildraumes beschränkende Grenzen. Die erste dieser drei verläuft zwischen den Punkten E und D und wird durch die untere Grenze der radialen Steifigkeit bestimmt. Dies bedeutet, dass es nicht möglich ist, mit geringen Innenradien eine hohe Eigenfrequenz zu erreichen, ohne die geforderte minimale radia-

le Steifigkeit von 220 N/mm zu unterschreiten. Die zweite Grenze verläuft zwischen den Punkten A bzw. B und dem Punkt D, diese wird durch die Pareto-Front aus Abbildung 5.4 a) und b) beschränkt. Die dritte Grenze für Innenradien, welche größer als 50 mm sind, wird durch die obere Steifigkeitsgrenze von 270 N/mm in radialer und 255 N/mm in axialer Richtung bestimmt.

Ein ähnliches Bild ergibt sich für die Abhängigkeit der Eigenfrequenz vom Außenradius, welche Abbildung 5.4 f) entnommen werden kann. Für Außenradien kleiner als ca. 35 mm ist es nicht möglich die axialen Steifigkeitsvorgaben zu erreichen, was aus der Lage des Punktes E geschlossen werden kann. Die radialen Steifigkeitsvorgaben begrenzen die Fläche dann in etwa zwischen den Punkten E und D (vgl. Lage der Punkte in Abbildung 5.4 b)). Anschließend begrenzt die maximale Steifigkeitsvorgabe in axialer Richtung den Bildraum an der Grenze, auf der die Punkte A und B liegen. Die Begrenzung zwischen den Punkten A und C kann entweder auf eine Kombination aus Randbedingungsvorgaben oder auf eine unzureichende Exploration des Design-Raumes abseits der Pareto-Front zurückgeführt werden. Da der Punkt C eine große Entfernung zu dieser aufweist und die PSO das Ziel hat, möglichst schnell gegen gute Lösungen mit maximaler Eigenfrequenz zu konvergieren, wird der Design-Raum in großem Abstand zur Pareto-Front unter Umständen nicht vollständig erkundet.

Abbildung 5.4 g) zeigt die Eigenfrequenz über der Aufdickung  $d$  ( $d = h_u + h_o$ ) der untersuchten Tragfedern. Hierin ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenz nahezu unabhängig von der Aufdickung der Tragfeder eingestellt werden kann, lediglich für sehr große Aufdickungen größer als 7 mm nimmt die Eigenfrequenz wieder ab. An der Lage des Punktes E kann erkannt werden, dass zur Einhaltung der Steifigkeitsgrenzen die Aufdickung bei sehr langen Sehnen und niedriger Aufstellhöhe erhöht werden muss, was per se mit einer geringeren ersten Eigenfrequenz einhergeht.

### 5.2.4 Fazit

Zusammenfassend kann geschlussfolgert werden, dass die erste Eigenfrequenz des Tragkörpers über die geometrischen Design-Parameter stark beeinflusst werden kann und zur Maximierung der Biegeeigenfrequenz kompakte Tragkörpergeometrien zu bevorzugen sind, welche eine kurze Sehnenlänge haben und eine geringe Aufstellhöhe. Ebenso kann geschlussfolgert werden, dass erhöhte Steifigkeiten in die axiale und radiale Richtung förderlich sind für eine Erhöhung der Eigenfrequenz. Dies kann – sofern bei der

Grundauslegung der Lagerung berücksichtigt – genutzt werden um die Moden des hydraulischen Topflagers auf die Erfordernisse seitens der Karosserie oder der Motoranregung eines Fahrzeuges anzupassen. Ebenso kann aus der Design-Raum-Analyse ein Optimierungspotential bezüglich dem Stand der Technik aufgezeigt werden, welches theoretisch bis zu 30 % beträgt. Dieses Potential wird sich aus Gründen der Betriebsfestigkeit der Bauteile nicht voll ausschöpfen lassen, lässt aber den Schluss zu, dass bezüglich einer Eigenfrequenzabstimmung der Bauteile noch Verbesserung möglich ist. Wie in Abschnitt 2.1.2 aufgezeigt, ist jedoch eine reine Fokussierung auf die Maximierung der Eigenfrequenz nicht zweckdienlich, da auf diese Weise unter Umständen eine Empfindlichkeit der Karosseriestruktur mit einer Eigenfrequenz des Motorlagers zusammenfällt. Eine Abstimmung der Systeme aufeinander und eine gezielte Auslegung des Motorlagers in einen Frequenzkorridor, in welchem sowohl die Motoranregung niedrig und die Karosserieempfindlichkeiten (NTF und Eingangssteifigkeit) günstig sind, ist hierzu ein geeignetes Mittel. Die verwendete PSO kann bei Kenntnis dieser Randbedingungen auch dazu genutzt werden die Eigenfrequenz gezielt einzustellen. Durch die Ergebnisse der in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Design-Raum-Exploration kann jedoch ein Abstimmfenster aufgezeigt werden, in welchem sich Tragkörper hydraulischer Topflager bewegen können.

## **6 Zusammenfassung und Ausblick**

### **6.1 Zusammenfassung der Arbeitsschwerpunkte**

In der vorliegenden Arbeit wurde zunächst eine Methode aufgezeigt, den Körperschallübertragungsweg von antriebserregten Schwingungen mit Hilfe mechanischer Vierpole zu modellieren. Aus dieser Modellierung konnten die wesentlichen Eigenschaften von Aggregatlagerelementen herausgearbeitet werden und eine experimentelle Methode zur Bestimmung dieser vorgestellt werden. Mit Hilfe dieser Methode wurden Parameterstudien an konventionellen und hydraulischen Lagerelementen durchgeführt und die wesentlichen Einflussparameter auf das Übertragungsverhalten identifiziert. In einem nachfolgenden Schritt wurde eine Modellierung der Bauteile mit Hilfe finiter Elemente durchgeführt und auf diese Weise ein Systemverständnis geschaffen. Aufbauend auf dieser Modellierung wurden im Rahmen einer Design-Space-Exploration die geometrischen Parameter der Elastomerkomponente von hydraulischen Topflagern zum gezielten Systemdesign ermittelt.

### **6.2 Wissenschaftlicher Beitrag**

Aufbauend auf die Arbeit von Sell [Sel05] wurden in der vorliegenden Arbeit die Körperschalltransfereigenschaften von elastischen Elementen im akustisch relevanten Frequenzbereich analysiert. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich dabei im speziellen mit hydraulischen und konventionellen Aggregatlagerelementen und schließt dabei nicht nur eine experimentelle Analyse mit ein, sondern führt darauf aufbauend auch eine Modellbildung der Bauteile durch. Die Betrachtung dieser Bauteile im Kilohertzbereich und eine anschließende Modellbildung findet in keiner wissenschaftlichen Arbeit im Bereich der Körperschallübertragung in der Fahrzeugtechnik bisher Beachtung.

Bei der Modellbildung wird im Besonderen der Einfluss der Interaktion zwischen Hydraulikmedium und den Elastomerkomponenten auf die Bauteilresonanzen untersucht. Diese Interaktion konnte mithilfe eines FE-Modells und einem viskoelastischen Materialmodell für die für Aggregatlager üblicherweise verwendeten Naturkautschukelastomere abgebildet werden. In

keiner wissenschaftlichen Arbeit wird dabei bisher diese Fluid-Struktur-Interaktion in einer Modellbildung berücksichtigt. Durch diese Modellbildung konnten direkt die Gestaltungsparameter der Hydraulikeinheit identifiziert werden, mit denen sich das Bauteilverhalten beeinflussen lässt. Um diese Design-Parameter auch für die Elastomer-Tragfedern zu ermitteln, wurde im nachfolgenden Schritt eine Design-Space-Exploration durchgeführt. So konnten konkrete Design-Richtlinien erarbeitet werden, mit denen sich das Bauteilverhalten in eine entsprechende Richtung beeinflussen lässt. Durch die Kenntnis dieser Parameter und der Verwendung des in der vorliegenden Dissertation erarbeiteten Bauteilmodells kann bei der Neuauslegung von Bauteilen das Körperschallübertragungsverhalten bereits in einer digitalen Phase mit berücksichtigt werden. Darüber hinaus kann auf akustische Phänomene, welche bei der Triebstrangintegration ins Fahrzeug auftreten, direkt reagiert werden und über Detailänderungen an den einzelnen Komponenten Resonanzen des Aggregatelagers verschoben werden.

### 6.3 Ausblick

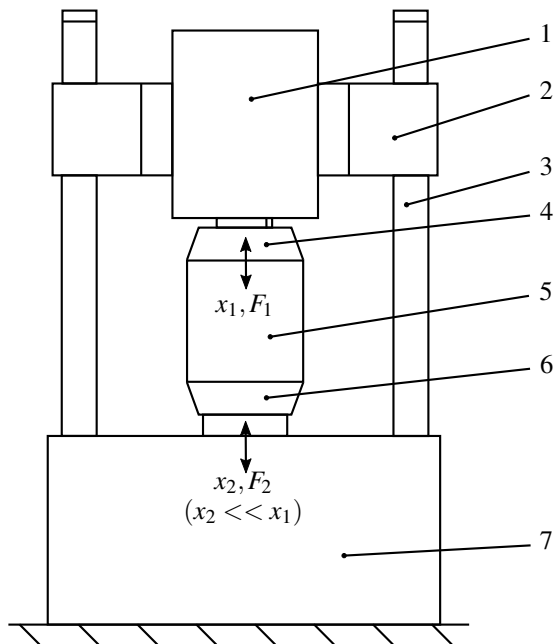
Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte experimentelle Methode zur Modellierung des Transferpfades und zur Ermittlung der Körperschalltransfereigenschaften kann nicht nur für Aggregatlagerelemente, sondern für verschiedene schwingungstechnische Anforderungen verwendet werden. Am Beispiel eines Kraftfahrzeuges kann dies zum Beispiel auch die Körperschallweiterleitung von Reifen-Fahrbahngeräuschen über die Radführung sein. Die finite Elemente Modellierung von Elastomerbauteilen, mit der gekoppelten Fluid-Struktur-Simulation kann auch für weitere Bauteile, wie z.B. hydraulische oder konventionelle Lenkerlager verwendet werden. Mit einer gezielten Auslegung dieser Bauteile kann die Körperschallübertragung über die Radführung ebenfalls gezielt ausgelegt werden.

Die Ergebnisse der Design-Space-Exploration können verwendet werden, um eine gezielte Auslegung der Eigenfrequenzen der untersuchten Aggregatelager auf die Anforderungen der Fahrzeugumgebung, insbesondere die Körperschalltransfereigenschaften der Karosseriestruktur, anzupassen. Auf diese Weise kann ein gezieltes Design des per Körperschall übertragenen Antriebsgeräusches vorgenommen werden. Hierdurch kann zum einen ein Sound-Cleaning betrieben werden, zum anderen aber auch ein gezieltes Sound-Design vorgenommen werden, um nur einen gewissen Frequenzinhalt des Antriebsgeräusches am Insassenohr hörbar zu machen.



## A Anhang

### A.1 Erläuterung zum direkten Prüfverfahren zur Bestimmung von Transfersteifigkeiten



- 1:Schwingerreger; 2:höhenverstellbare Traverse; 3:Prüfrahmen;  
4:Kraftmesssystem (eingangsseitig); 5:Prüfkörper; 6:Kraftmesssystem  
(ausgangsseitig); 7:starre Grundplatte

Abbildung A.1: schematischer Aufbau eines Prüfstandes nach dem direkten Verfahren [DIN11b]

Beim Messprinzip nach dem direkten Verfahren kommt ein möglichst steifer Prüfrahmen zum Einsatz. Dieser Prüfrahmen hat zur Aufgabe, die aus-

gangsseitige Bewegung des Prüfkörpers möglichst gering zu halten. Der schematische Aufbau eines Prüfstandes nach diesem Verfahren ist in Abbildung A.1 dargestellt. Der Schwingerreger (1) ist in dem in Abbildung A.1 dargestellte Aufbau in einer Quertraverse (2) angebracht. In der Regel kommen bei Prüfständen nach dem direkten Verfahren servohydraulische Schwingerreger zum Einsatz. Durch diesen Schwingerreger wird eine Deformation auf den Prüfkörper (5) aufgebracht. Durch die Anbindung der Ausgangsseite des Prüfkörpers an die Grundplatte des Prüfstandes (7) wird dessen Schwingweg  $x_2$  sehr klein und eine Berechnung der Eingangs- und Transfersteifigkeit nach Gleichung 3.11 und 3.12 wird ermöglicht.

Da dieses Verfahren nur in einem Frequenzbereich valide Ergebnisse liefert, in dem der Prüfrahmen und die Traverse als starres Element wirken, kann eine Bauteilprüfung nur unterhalb der Eigenfrequenz der ersten Betriebsmode des Prüfrahmens erfolgen. Diese Eigenfrequenzen liegen in der Regel in einem Frequenzbereich von einigen hundert Hertz. Um eine experimentelle Analyse der Bauteile im akustisch relevanten Frequenzbereich durchführen zu können, wird daher für die experimentellen Analyse in dieser Arbeit auf das indirekte Messverfahren nach [DIN06] zurückgegriffen.

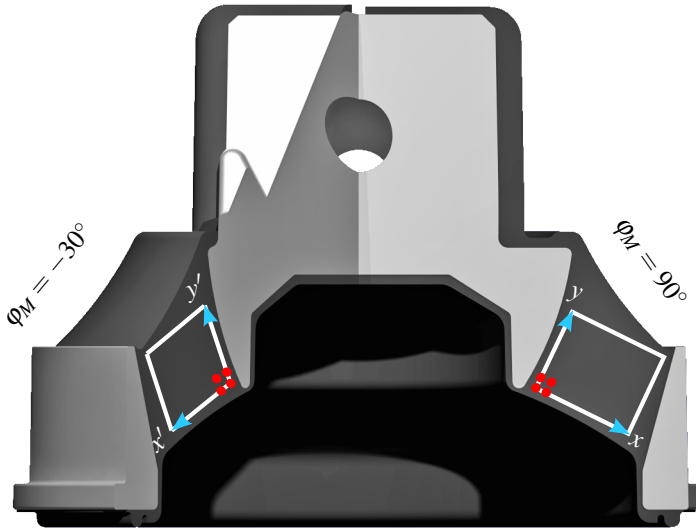
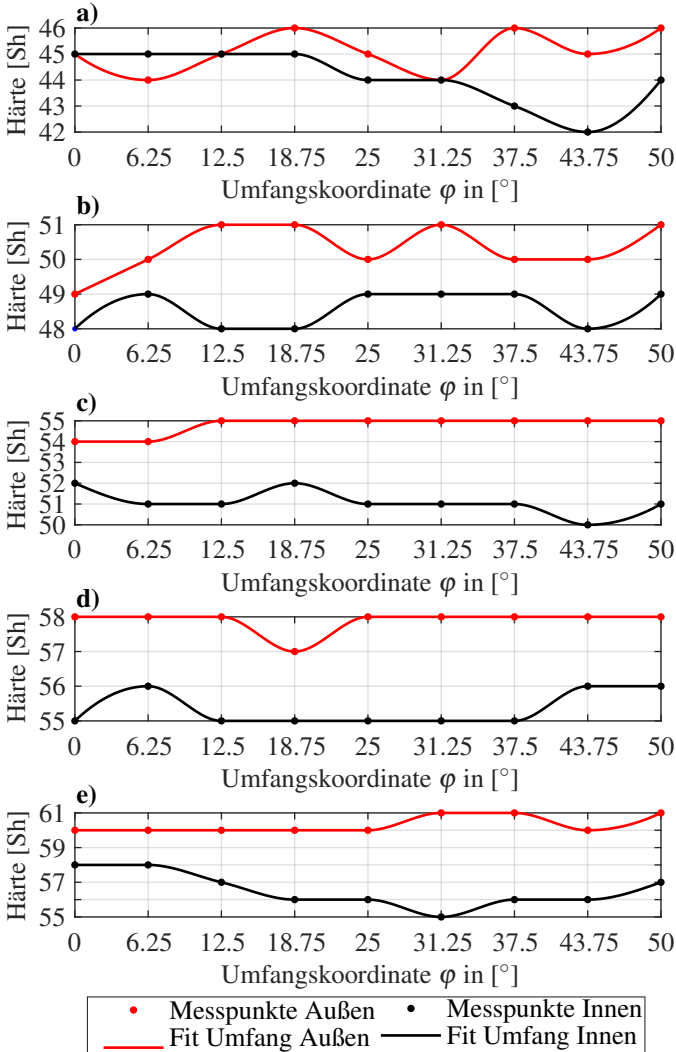


Abbildung A.2: Darstellung der Koordinatensysteme und Messbereiche der zur Analyse der Härte-Streuung innerhalb der Bauteile verwendeten Schnitte

### A.2 Analyse der Härte-Streuung in den Elastomerbauteilen



Tragfedern mit der nominellen Shore-Härte: a): 43 Sh; b): 45 Sh; c): 50 Sh; d): 55 Sh; e): 60 Sh

Abbildung A.3: Shore-Härten-Verteilung auf der Mantelhorizontalen der Tragfedern auf der Innen- und Außenseite

### **A.3 Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Fluidkompressibilität in hydraulischen Lagerelementen**

Bei der Betrachtung der erhöhten sich auf der Düsenplatte abstützenden Reaktionskräfte der ersten Biegemode der Tragfeder in einem hydraulischen Topflager in Abschnitt 4.3.3 ist als ein Lösungsansatz zur Reduktion dieser Überhöhung eine Reduktion der Fluidkompressibilität aufgezeigt. Zur näheren Untersuchung des Einflusses des Kompressionsmoduls des Hydraulikmediums sollen auf Basis des im Rahmen dieser Arbeit erarbeiteten FE-Modells Prinziprechnungen angestellt werden. Hierzu wird der Kompressionsmodul des Fluids auf 70 % und 50 % des ursprünglichen Wertes reduziert. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung A.4 dargestellt.

Beim Vergleich der drei dargestellten Varianten wird ersichtlich, dass sich die Überhöhung der dynamischen Transfersteifigkeit, welche durch die Kontinuumsschwingung der Tragfeder hervorgerufen wird, mit einer Absenkung des Kompressionsmoduls reduziert. Die Nachgiebigkeit des Fluids wird hierdurch erhöht und die Reaktionskräfte auf die Düsenplatte nehmen ab. Ebenso kann festgestellt werden, dass die Eigenfrequenz der ersten Kontinuumsmode der Tragfeder mit einer Reduktion des Kompressionsmoduls abnimmt. Dies kann durch die geringere versteifende Wirkung des Fluids bei einem geringeren Kompressionsmodul begründet werden.

Als Ergebnis kann daher festgehalten werden, dass eine Reduktion des Fluidkompressionsmoduls sich günstig auf die Transfersteifigkeiten von hydraulischen Topflagern auswirkt. Für eine technische Umsetzung dieses Prinzips muss jedoch auf die Wechselwirkung mit der tieffrequenten Abstimmung zur Bedämpfung von Aggregatmoden geachtet werden. Eine Absenkung des Kompressionsmoduls zieht zwangsläufig eine Reduktion der Dämpfungswirkung im tieffrequenten Bereich nach sich. Die Umsetzung zur Reduktion kann zum einen über eine Substitution des Hydraulikmediums erreicht werden oder über das Einbringen einer definierten Kompressibilität in die Arbeitskammer in Form von Lufteinschlüssen. Bei letzterer muss darauf geachtet werden, dass die Nachgiebigkeit in der Arbeitskammer verbleibt und nicht im Laufe des Betriebes in die Ausgleichskammer wandert. Eine Lösung hierzu ist durch den Autor dieser Arbeit in Form eines Patentes geschützt. (vgl. [Dr.17])

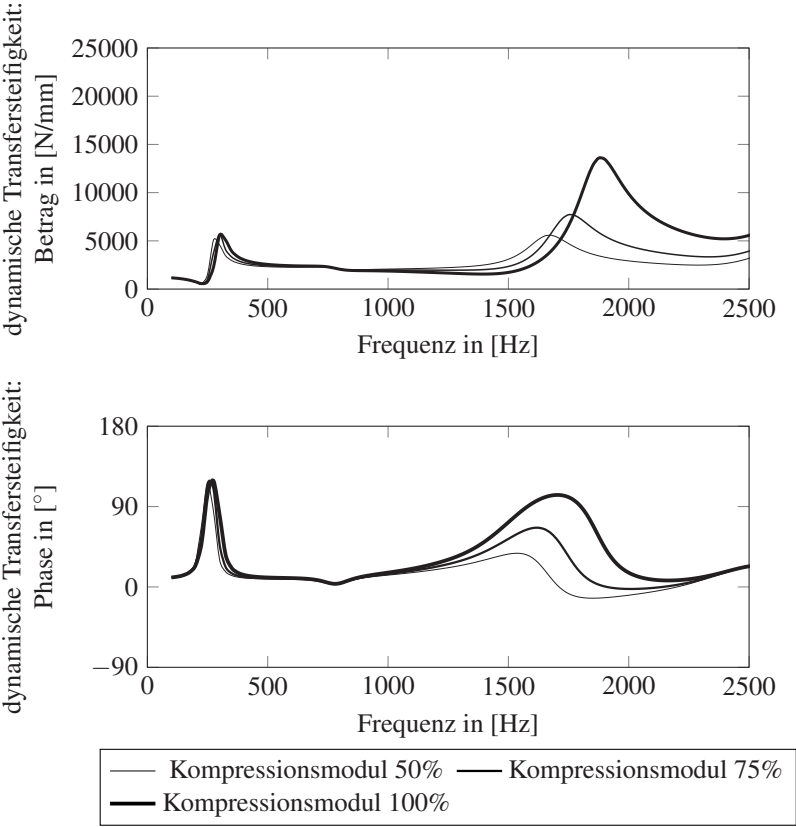


Abbildung A.4: numerisch ermittelte dynamische Transfersteifigkeit mit verschiedenen Fluidkompressionsmoduli

## A.4 Ausgewählte Datenpunkte aus den Ergebnisse der Design-Space-Exploration

Daten- punkt	Biegeeigen-		statische		statische		Sehnen- länge	Aufstell- höhe	Innen-		Außen-	
	frequenz	z-Richtung	Steifigkeit	Steifigkeit	x/y-Richtung	in mm			radius	radius	in mm	in mm
	in Hz	in N/mm	in N/mm	in N/mm	in mm	in mm	in mm	in mm	in mm	in mm	in mm	in mm
<i>A</i>	816,0	254,0	269,9	269,9	10,1	10,0	55,2	63,6				
<i>B</i>	815,6	254,0	269,9	269,9	40,4	10,0	54,2	55,5				
<i>C</i>	139,3	251,1	226,9	226,9	95,0	39,0	44,1	100				
<i>D</i>	678,4	233,8	220,2	220,2	20,4	22,0	36,0	48				
<i>E</i>	268,5	215,2	220,1	220,1	47,9	19,0	9,0	35				

Tabelle A.1: Ausgewählte Datenpunkte aus den Ergebnissen der Design-Space-Exploration





# Abbildungsverzeichnis

2.1	Graphische Darstellung mechanischer Transferfunktionen idealisierter Bauteile [Sel05] . . . . .	10
2.2	Vierpol eines mechanischen Bauteils in Steifigkeitsform [Sel05]	10
2.3	Vierpol eines mechanischen Bauteils in Kettenform [Sel05] . . .	11
2.4	Vierpole für Lager und Karosserie eines Körperschallpfades [Gen10] . . . . .	16
2.5	Eingangssteifigkeit und vibroakustische Transfereigenschaften einer Karosseriestruktur . . . . .	22
2.6	Zeitlicher Verlauf der Spannung und Dehnung bei einer sinusförmigen Belastung von Elastomeren . . . . .	24
2.7	Darstellung des komplexen Elastizitätsmoduls von Elastomeren [Geh57] . . . . .	25
2.8	Schematische Darstellung der Struktur gefüllter Elastomere nach Payne [Gra03, Pay62] . . . . .	26
2.9	Darstellung der Abhängigkeit des dynamischen Schubmoduls von der Dehnungsamplitude nach Payne [Pay62, Pay63, Pay64]	28
2.10	Darstellung des Payne-Effekts für Naturkautschuk-Vulkanisate mit unterschiedlichen Volumenanteilen von MAF-Ruß [Pay62, Pay63, Pay64] . . . . .	29
2.11	Darstellung des Mullins-Effekts im Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach [RS12] . . . . .	30
2.12	Schematische Darstellung der Abhängigkeit des komplexen Moduls von der Temperatur (a) und der Frequenz (b) nach [Gro13]	31
2.13	Verlauf des Betrags der Querkontraktionszahl über der Belastungsfrequenz des Werkstoffs für einen Acryl-Elastomer bei Raumtemperatur nach [Pri00] . . . . .	36
2.14	Darstellung der Querkontraktionszahl eines Elastomers auf Styrol-Butadien-Basis in der komplexen Ebene für verschiedene Frequenzen bei Raumtemperatur nach [Pri00] . . . . .	36
2.15	Schematische Darstellung der Aggregatlagerung eines Fahrzeugs mit Standardantrieb [ZEF <sup>+</sup> 13] . . . . .	38
2.16	Darstellung eines Schnitts durch ein Buchsenlager . . . . .	39
2.17	Darstellung eines Zweisteg-Buchsenlagers (a) und eines viersteg-Buchsenlagers (b) . . . . .	41

2.18	(Quasi-)statische Kraft-Weg-Hysterese und Steifigkeit eines Buchsenlagers . . . . .	42
2.19	Transfersteifigkeiten eines Buchsenlagers bei Anregung mit verschiedenen Wegamplituden über der Frequenz . . . . .	43
2.20	Schematische Darstellung des Aufbaus eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers [WGP17] . . . . .	44
2.21	Darstellung eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers . . . . .	45
2.22	Darstellung eines hydraulisch dämpfenden Motorlagers mit Leerlaufschaltung . . . . .	46
2.23	Transfersteifigkeiten eines hydraulischen Motorlagers bei Anregung mit verschiedenen Wegamplituden über der Frequenz . . . . .	48
2.24	Chemische Struktur von Isopren und cis-1,4-Polyisopren . . . . .	50
2.25	Chemische Reaktion bei der Vulkanisation von Naturkautschuk mit Elementarschwefel nach [CM05] . . . . .	52
2.26	Möglichkeiten der Substitution von Wasserstoffatomen zur Ausbildung von Schwefelbindungen nach [SH13] . . . . .	53
2.27	Vernetzungsisotherme einer Kautschukmischung ohne Reversion nach [Röt13] . . . . .	55
2.28	Vernetzungsisotherme einer Kautschukmischung mit Reversion nach [Röt13] . . . . .	56
2.29	Vernetzungsisotherme einer NR-Kautschukmischung bei zwei Verschiedenen Temperaturen nach [MMMS15] . . . . .	57
3.1	Blockdiagramm des Systems Schwingungsquelle, elastisches Element, Empfängerstruktur nach [DIN06] . . . . .	60
3.2	Schematischer Aufbau eines Prüfstandes nach dem indirekten Verfahren [DIN06] . . . . .	63
3.3	Blockschaltbild zur Regelung des elektrodynamischen Schwingreggers . . . . .	65
3.4	Vergleich der ermittelten Transfersteifigkeiten eines Getriebelagers nach dem direkten und indirekten Verfahren . . . . .	67
3.5	Darstellung der Übertragungsfunktion der Schwingbeschleunigungen im Fahrzeug und der Transfersteifigkeit des elastischen Elements am Prüfstand über der Frequenz . . . . .	69
3.6	Vergleich der experimentell ermittelten Transfersteifigkeit von Buchsenlagern verschiedener Naturkautschukvulkanisate . . . . .	70
3.7	Dynamische Transfersteifigkeit eines Viersteg-Buchsenlagers bei verschiedenen Vorlasten . . . . .	72
3.8	Dynamische Transfersteifigkeit eines Viersteg-Buchsenlagers bei verschiedenen Temperaturen . . . . .	75

---

3.9	Dynamische Transfersteifigkeit verschiedener 4-Steg-Buchsenlager bei 300 Hz und verschiedenen Anregungsamplituden/-Dehnungsamplituden . . . . .	77
3.10	Transfersteifigkeiten von hydraulischen Topflagern mit Tragfedern unterschiedlicher Shore-Härten . . . . .	80
3.11	Transfersteifigkeiten eines hydraulischen Topflagers bei verschiedenen Bauteiltemperaturen . . . . .	82
3.12	Darstellung der variierten hydraulischen Parameter des Düsen-Membran-Systems . . . . .	84
3.13	Dynamische Transfersteifigkeit der untersuchten Hydraulikvarianten 1-4 . . . . .	85
3.14	Dynamische Transfersteifigkeit der untersuchten Hydraulikvarianten 5-8 . . . . .	86
4.1	durch Fitting ermitteltes komplexes Elastizitätsmodul verschiedener NR-Mischungen über der Frequenz . . . . .	95
4.2	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeiten eines Getriebelagers mit verschiedenen Naturkautschukmischungen . . . . .	96
4.3	Darstellung der Streuung der Shore(A)-Härte innerhalb eines Bauteils . . . . .	97
4.4	Darstellung des FE-Modells des untersuchten 4-Steg-Buchsenlagers	99
4.5	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit von Buchsenlagern . . . . .	100
4.6	Darstellung der die Transfersteifigkeit von Buchsenlagern beeinflussenden Mode . . . . .	101
4.7	Schnittdarstellung durch eine Tragfeder eines hydraulisch dämpfenden Aggregatlagern . . . . .	103
4.8	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit der Tragkörper des untersuchten Hydrolagers . . .	104
4.9	Darstellung der Knotenverschiebungen bei den die Transfersteifigkeit von Tragfedern beeinflussenden Moden . . . . .	105
4.10	Messbereich des Tragfedermantels der LDV-Untersuchung . . .	107
4.11	Darstellung der experimentell ermittelten Schwingformen der Tragfedern bei den Eigenfrequenzen bei $90^\circ$ (links) und $-90^\circ$ Phasendifferenz zur Anregung [Tre17] . . . . .	108
4.12	Darstellung der Shore-Härte-Streuung über den Umfang der Tragfeder [Tre17] . . . . .	109

4.13	Verteilung der Shore-Härte über den Querschnitt der Tragfedern bei $\varphi_M = 90^\circ$ für Tragfedern der nominellen Shore-Härte: a): 43Sh (Serienproduktion); b): 45Sh; c): 50Sh; d): 55 Sh; e): 60Sh [Tre17] . . . . .	110
4.14	zweiseitig gelagerte Rechteckplatte[Tre17] . . . . .	113
4.15	Darstellung der normierten Betriebschwingformen[Tre17] . . . . .	115
4.16	Darstellung des mechanischen Ersatzsystems zur Abbildung des hydraulischen Verhaltens von Aggregatlagern [WGP17] . . . . .	117
4.17	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit des hydraulischen Verhaltens von Aggregatlagern [WGP17] . . . . .	120
4.18	Darstellung des FE-Modells zur Abbildung des Gesamtsystemverhaltens . . . . .	122
4.19	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Transfersteifigkeit des Gesamtsystemverhaltens von hydraulisch dämpfenden Aggregatlagern . . . . .	125
4.20	Darstellung der die Transfersteifigkeit von hydraulischen Topflagern beeinflussenden Moden . . . . .	126
4.21	Darstellung der experimentell ermittelten Schwingformen der Tragfedern bei den Eigenfrequenzen bei $90^\circ$ (links) und $-90^\circ$ Phasendifferenz zur Anregung[Tre17] . . . . .	127
4.22	Vergleich der Anteile der Reaktionskraft des modellierten hydraulischen Topflagers auf eine Einheitsauslenkung von 1mm . . . . .	128
5.1	Skizze der für die Design-Raum-Erkundung reduzierten Tragfedergeometrie . . . . .	132
5.2	Darstellung von Design- und Bildraum [Vai16] . . . . .	135
5.4	Ergebnisse der Optimierung . . . . .	140
5.3	Darstellung des Partikel-Schwarm-Optimierungsalgorithmus in Pseudo-Code nach [PC10] . . . . .	141
A.1	schematischer Aufbau eines Prüfstandes nach dem direkten Verfahren [DIN11b] . . . . .	147
A.2	Darstellung der Koordinatensysteme und Messbereiche der zur Analyse der Härte-Streuung innerhalb der Bauteile verwendeten Schnitte . . . . .	149
A.3	Shore-Härten-Verteilung auf der Mantelhorizontalen der Tragfedern auf der Innen- und Außenseite . . . . .	150
A.4	numerisch ermittelte dynamische Transfersteifigkeit mit verschiedenen Fluidkompressionsmoduli . . . . .	152

# Tabellenverzeichnis

2.1	Nomenklatur der komplexen Übertragungsfunktionen von mechanischen Systemen [ZEF <sup>+</sup> 13, KM85, SEM08] . . . . .	8
2.2	Reaktionskräfte idealer Bauteile . . . . .	9
2.3	Übertragungsfunktionen idealisierter Bauteile [Sch79, Sel05] . . . . .	9
2.4	Umrechnung der Vierpolmatrizen von Steifigkeits- in Kettenform . . . . .	12
3.1	Daten der linearen Regression der Transfersteifigkeiten . . . . .	76
3.2	Experimentell ermittelte Parameter der WLF-Gleichung . . . . .	76
3.3	Geometrische Eigenschaften der untersuchten Hydraulikvarianten . . . . .	84
4.1	Korrelation der Härteverteilungen in den Elastomermischungen bei $\varphi_M = 90^\circ$ und $\varphi_M = -30^\circ$ . . . . .	112
5.1	Grenzen für die Design-Parameter des Tragfedermodells . . . . .	133
A.1	Ausgewählte Datenpunkte aus den Ergebnissen der Design-Space-Exploration . . . . .	153



## Symbolverzeichnis

$\underline{A}$	Vierpol-Matrix eines Vierpols in Kettenform
$\underline{a}(\omega)$	Fourier-Transformierte der Schwingbeschleunigung
$A(t)$	Zeitsignal einer Zustandsvariablen am Systemausgang
$\underline{A}(\omega)$	Fourier-Transformierte des Zeitsignals einer Zustandsvariablen am Systemausgang
$\underline{A}(\omega)$	Akzeleranz
<b>b</b>	Vektor der Volumenlasten
$B^e$	Knotenverschiebungsvektor im Element e
$\underline{c}(\omega)$	komplexe dynamische Steifigkeit
$\underline{c}_{11}$	Eingangssteifigkeit eines Vierpols in Steifigkeitsform
$c$	Federkonstanten einer idealen, masselosen Feder
$\underline{c}^{ij}(\omega)$	komplexe dynamische Transfersteifigkeit vom Punkt $i$ zum Punkt $j$
$\underline{C}(\omega)$	dynamische Steifigkeit
$\underline{c}_{22}$	Ausgangssteifigkeit eines Vierpols in Steifigkeitsform
$\underline{C}$	Vierpol-Matrix eines Vierpols in Steifigkeitsform
$\underline{c}_{ij}$	Transfersteifigkeit eines Vierpols in Steifigkeitsform

$d^e$	Knotenverschiebungsvektor im Element $e$
$\delta$	Winkelversatz zwischen harmonischem Kraft- und Wegsignal
$E$	Elastizitätsmodul
$\mathbf{E}$	materialabhängige, symmetrische Elastizitätsmatrix
$E(t)$	Zeitsignal einer Zustandsvariablen am Systemeingang
$\underline{E}(\omega)$	Fourier-Transformierte des Zeitsignals einer Zustandsvariablen am Systemeingang
$\varepsilon$	Dehnungsvektor
$F(t)$	Zeitsignal einer Kraft
$\hat{F}$	Amplitude eines harmonischen Kraftverlaufs
$\underline{F}(\omega)$	Fourier-Transformierte der Kraft
$\underline{F}^i(\omega)$	Fourier-Transformierte der Kraft an der Stelle $i$
$\bar{\mathbf{F}}_K$	Kraftvektor am Ort $k$
$\mathbf{f}$	Zielfunktions-Vektor der MOP
$G$	Schubmodul
$\Gamma_u$	Dirichlet-Rand
$\Gamma_t$	Neumann-Rand
$h_M$	Höhenkoordinate der Mantelfläche der untersuchten Tragfedern
$\mathbf{H}_{-30^\circ}$	Härteverteilung des radialen Querschnitts der untersuchten Tragfedern bei $\varphi_M = -30^\circ$
$\mathbf{H}_{90^\circ}$	Härteverteilung des radialen Querschnitts der untersuchten Tragfedern bei $\varphi_M = 90^\circ$



$K$	Kompressionsmodul
$k$	Dämpferkonstante eines idealen, viskosen Dämpfers
$M$	Element-Massenmatrix
$\underline{M}(\omega)$	dynamische Masse
$m$	Masse einer idealen Punktmasse
$\nu$	Querkontraktionszahl
$N^e$	Ansatzfunktion im Element $e$
$\bar{F}_K$	Anzahl der Punkte, an denen äußere Kräfte angreifen
$\underline{N}(\omega)$	dynamische Nachgiebigkeit
$\mathbf{n}$	Normalenvektor
$\nabla_S$	symmetrischer Gradientenoperator
$\Omega$	gesamtes bilanziertes Volumen
$\omega_0$	ungedämpfte Eigenkreisfrequenz eines Schwingensystems
$\omega_d$	gedämpfte Eigenkreisfrequenz eines Schwingensystems
$\varphi_M$	Umfangskoordinate der Mantelfläche der untersuchten Tragfedern
$\pi$	elastisches Potential
$\sigma$	Spannungsvektor

$T^e$	kinetische Energie des Elements $e$
$\underline{T}(\omega)$	Transferfunktion eines Systems
$\bar{\mathbf{t}}$	Spannungsvektor am Neumann-Rand
$\bar{\mathbf{u}}$	Verschiebungsvektor auf dem Dirichlet-Rand
$\tau$	dreidimensionaler Spannungstensor
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\ddot{\mathbf{u}}$	Beschleunigungsvektor
$\mathbf{u}^e$	Verschiebungsfeld im Element $e$
$u_K$	Verschiebung am Ort $k$
$\underline{v}(\omega)$	Fourier-Transformierte der Schwingschnelle
$\underline{v}^j(\omega)$	Fourier-Transformierte der Schwingschnelle an der Stelle $j$
$\mathbf{x}_{DV}$	Designvariablen-Vektor der MOP
$x(t)$	Zeitsignal eines Schwingweges
$\hat{x}$	Amplitude eines harmonischen Wegverlaufs
$\underline{x}(\omega)$	Fourier-Transformierte des Schwingweges
$\underline{x}^j(\omega)$	Fourier-Transformierte der Schwingweges an der Stelle $j$
$\underline{Y}(\omega)$	mechanische Admittanz
$\underline{Z}^{ij}(\omega)$	komplexe dynamische Transferimpedanz vom Punkt $i$ zum Punkt $j$
$\underline{Z}(\omega)$	mechanische Impedanz
$Re\{\underline{Z}(\omega)\}$	mechanische Resistanz

$Im\{\underline{Z}(\omega)\}$  mechanische Reaktanz



## Literaturverzeichnis

- [Arr89] ARRHENIUS, S.: Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren. In: *Zeitschrift für physikalische Chemie* 3 (1889), Nr. 4, S. 226–248
- [Baa10] BAASER, H.: Simulationsmodelle für Elastomere. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 112 (2010), Nr. 5, S. 364–369. DOI 10.1007/BF03222170. – ISSN 0001–2785
- [Bar03] BARGENDE, J. M. und W. M. und Wiedemann: *Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren, 5. Internationales Stuttgarter Symposium, Stuttgart*. Renningen : expert-Verlag, 2003. – S. 47–59 – ISBN 9783816921806
- [Ber05] BERGSTRÖM, J.: *Calculation of Prony Series Parameters From Dynamic Frequency Data*. [https://polymerfem.com/polymer\\_files/Prony\\_Series\\_Conversion.pdf](https://polymerfem.com/polymer_files/Prony_Series_Conversion.pdf). Version: 2005, Abruf: 18.11.2016
- [Blo10] BLOCK, T.: *Verdrehwiderstände bewehrter Elastomerlager*. Bochum : Shaker, 2010 (Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum). – ISBN 9783832294632
- [BMD07] BAHUGUNA, S. ; MARLOW, R. ; DALRYRNPLE, T.: Understanding Frequency Domain Viscoelasticity in Abaqus. In: RUBBER DIVISION, AMERICAN CHEMICAL SOCIETY (Hrsg.): *Papers from 172nd Technical Meeting, Cleveland (OH), USA, 2007*, S. 12–24
- [BMP02] BISPLINGHOFF, R. L. ; MAR, J. W. ; PIAN, T.H.H.: *Statics of Deformable Solids*. Mineola (NY), USA : Dover, 2002 (Dover Phoenix Editions). – ISBN 9780486495019
- [Böh13] BÖHME, J. F.: *Stochastische Signale: Eine Einführung in Modelle, Systemtheorie und Statistik mit Übungen und einem MATLAB-Praktikum*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner

- Verlag, 2013 (Teubner Studienbücher Technik). – ISBN 9783663079590
- [Bro06] BROWN, R.: *Physical Testing of Rubber*. Boston (MA), USA: Springer US, 2006 (EngineeringPro collection). – ISBN 9780387290126
- [BS92] BRÜNING, R. ; SAMWER, K.: Glass transition on long time scales. In: *Phys. Rev. B* 46 (1992), Nr. 18, S. 11318–11322. DOI 10.1103/PhysRevB.46.11318
- [CCC<sup>+</sup>95] COLGATE, J. ; CHANG, C. ; CHIOU, Y. ; LIU, W. ; KEER, L.: Modelling of a hydraulic engine mount focusing on response to sinusoidal and composite excitations. In: *Journal of Sound and Vibration* 184 (1995), Nr. 3, S. 503–528. DOI 10.1006/jsvi.1995.0330. – ISSN 0022–460X
- [CG96] CARACCILO, R. ; GIOVAGNONI, M.: Frequency dependence of Poisson's ratio using the method of reduced variables. In: *Mechanics of Materials* 24 (1996), Nr. 1, S. 75–85. DOI 10.1016/0167–6636(96)00002–6
- [Chi34] CHINTCHIN, A.: Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. In: *Mathematische Annalen* (1934), Nr. 109, S. 604–615
- [CM05] CORAN, A. ; MARK, J.: 7 - Vulcanization. Version: 2005. In: MARK, J. (Hrsg.) ; EIRICH, F. (Hrsg.) ; ERMAN, B. (Hrsg.): *Science and Technology of Rubber (Third Edition)*. Burlington : Academic Press, 2005. – DOI 10.1016/B978–012464786–2/50010–9. – ISBN 978–0–12–464786–2, S. 321–366
- [DFG09] DIANI, Julie ; FAYOLLE, Bruno ; GILORMINI, Pierre: A review on the Mullins effect. In: *European Polymer Journal* 45 (2009), Nr. 3, S. 601–612. DOI 10.1016/j.eurpolymj.2008.11.017. – ISSN 0014–3057
- [DIN04] DIN EN 53529-4:1991-04: *Prüfung von Kautschuk und Elastomeren; Bestimmung des Vernetzungsverhaltens mit einem Vulkameter mit Rotor (DIN EN 53529-4:1991-04)*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1991-04 (DIN 53529)

- [DIN02] DIN ISO 7619-1:2012-02: *Elastomere oder thermoplastische Elastomere - Bestimmung der Eindringhärte - Teil 1: Durometer-Verfahren (Shore-Härte)*. Berlin : Beuth Ver-lag GmbH, 2012-02 (7619-1)
- [DIN06] DIN EN ISO 10846-3:2003-06: *Akustik und Schwingungs-technik - Laborverfahren zur Messung der vibro-akustischen Transfereigenschaften elastischer Elemente Teil 3: Indirek-tes Verfahren für die Bestimmung der dynamischen Steifigkeit elastischer Elemente für translatorische Schwingungen (ISO 10846-3:2002); Deutsche Fassung EN ISO 10846-3:2002*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2003-06
- [DIN11a] DIN EN ISO 10846-1:2008-11: *Akustik und Schwingungs-technik - Laborverfahren zur Messung der vibro-akustischen Transfereigenschaften elastischer Elemente - Teil 1: Grund-lagen und Übersicht (ISO 10846-1:2008); Deutsche Fassung EN ISO 10846-1:2008*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2008-11
- [DIN11b] DIN EN ISO 10846-2:2008-11: *Akustik und Schwingungs-technik - Laborverfahren zur Messung der vibro-akustischen Transfereigenschaften elastischer Elemente - Teil 2: Direktes Verfahren zur Ermittlung der dynamischen Steifigkeit elasti-scher Stützelemente bei Anregung in translatorischer Rich-tung (ISO 10846-2:2008); Deutsche Fassung EN ISO 10846-2:2008*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2008-11
- [DM99] DORFMANN, A. ; MUHR, A.: *Constitutive Models for Rub-ber*. Boca Raton (FL), USA : Taylor & Francis, 1999 (Con-stitutive models for rubber). – ISBN 9789058091130
- [Dr.16] DR. ING. H.C. F. PORSCHE AG: *Motorlager zur Lage-rung eines Antriebsaggregats eines Kraftfahrzeugs*. Erfinder: Watzl, S.; Jahnke, S.; Lünebach, M.; Scheib, P.; Holz, R.. DE, DE 10-2016112718.3, Anmeldedatum: 12.07.2016
- [Dr.17] DR. ING. H.C. F. PORSCHE AG: *Hydraulisches Lager für ein Aggregat eines Kraftfahrzeugs*. Erfinder: Watzl, S. DE, DE10 2017 117 659.4, Anmeldedatum: 03.08.2017

- [Ehr05] EHRGOTT, M.: *Multicriteria Optimization*. Second edition. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin, Heidelberg, 2005. – ISBN 978–3–540–21398–7
- [EK95] EBERHART, R. (Hrsg.) ; KENNEDY, J. (Hrsg.): *A new optimizer using particle swarm theory: Micro Machine and Human Science, 1995. MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan. 1995* . – S. 39–43
- [ES00] EBERHART, R. C. (Hrsg.) ; SHI, Y. (Hrsg.): *Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization: Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, La Jolla (CA), USA. CEC00 (Cat. No.00TH8512)*. Bd. 1. 2000 . – S. 84–88
- [FB09] FISH, J. ; BELYTSCHKO, T.: *A first course in finite elements*. Reprinted with corrections. Chichester, West Sussex : John Wiley & Sons Ltd, 2009. – ISBN 9780470035801
- [FCR11] FERNANDA, M. ; COSTA, P. ; RIBEIRO, C.: Parameter Estimation of Viscoelastic Materials: A Test Case with Different Optimization Strategies. In: *AIP Conference Proceedings zur Konferenz: International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics, Halkidiki, Griechenland 1389* (2011), Nr. 1, S. 771–774. DOI 10.1063/1.3636846
- [FDRS16] FREDETTE, L. ; DREYER, J. ; ROOK, T. ; SINGH, R.: Harmonic amplitude dependent dynamic stiffness of hydraulic bushings: Alternate nonlinear models and experimental validation. In: *Mechanical Systems and Signal Processing 75* (2016), S. 589–606. DOI 10.1016/j.ymsp.2015.11.017. – ISSN 0888–3270
- [Fel62] FELDTKELLER, R.: *Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik*. Stuttgart : S. Hirzel-Verlag, 1962 (Monographien der elektrischen Nachrichtentechnik)
- [Fre80] FREITAG, H.: *Einführung in die Vierpoltheorie*. Stuttgart : Teubner, 1980. – ISBN 3519100649
- [Fre92] FREYMAN, R.: Strukturdynamische Auslegung von Fahrzeugkarosserien. In: *VDI-Berichte* (1992), Nr. 968, S. 143–158



- [Fül01] FÜLBIER, K.-P.: *Systemansatz zur Untersuchung und Beurteilung des Abrollkomforts von Kraftfahrzeugen bei der Überfahrt von Einzelhindernissen*. Aachen : Publikationsserver der RWTH Aachen University, 2001. – Aachen, Techn. Hochsch., Diss., 2001
- [Gee13] GEERING, H. P.: *Meß- und Regelungstechnik: Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele*. Springer Berlin Heidelberg, 2013 (Hochschultext). – ISBN 9783662086780
- [Geh57] GEHMAN, S. D.: Dynamic Properties of Elastomers. In: *Rubber Chemistry and Technology* 30 (1957), Nr. 5, S. 1202–1250. DOI 10.5254/1.3542759. – ISSN 0035–9475
- [Geh81] GEHMAN, S. D.: Rubber Structure and Properties. In: CLARK, S. K. (Hrsg.) ; ADMINISTRATION, United States National Highway Traffic S. (Hrsg.): *Mechanics of Pneumatic Tires*. U.S. Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration, 1981 (DOT HS 805 952), S. 1–36
- [Gei00] GEISBERGER, Aaron A.: *Hydraulic Engine Mount Modeling, Parameter Identification and Experimental Validation*. Waterloo, Ontario, University of Waterloo, Dissertation, 2000
- [Gen10] GENUIT, K.: *Sound-Engineering im Automobilbereich: Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. – ISBN 9783642014154
- [Ger80] GERWIG, W.: *Untersuchungen zur Dämmung von Gummielementen in komplexen Strukturen im akustischen Frequenzbereich*. Darmstadt : Technische Hochschule Darmstadt, 1980
- [GG38] GUTH, E. ; GOLD, O.: On the hydrodynamical theory of the viscosity of suspensions. In: *Phys. Rev.* 53 (1938), Nr. 4, S. 322
- [GHW07] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; WRIGGERS, P.: *Technische Mechanik*. Springer Berlin Heidelberg, 2007 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 9783540707387

- [GKVG07] GARCÍA TÁRRAGO, M. J. ; KARI, L. ; VINOLAS, J. ; GIL-NEGRETE, N.: Frequency and amplitude dependence of the axial and radial stiffness of carbon-black filled rubber bushings. In: *Polymer Testing* 26 (2007), Nr. 5, S. 629–638. DOI 10.1016/j.polymertesting.2007.03.011. – ISSN 01429418
- [GL13] GUTIERREZ-LEMINE, D.: *Engineering viscoelasticity*. New York (NY), USA : Springer Science & Business Media, 2013. – ISBN 9781461481393
- [Göb69] GÖBEL, Ernst F.: *Konstruktionsbücher*. Bd. 7: *Gummifedern: Berechnung und Gestaltung*. 3., neubearb. u. erw. Aufl. Berlin: Springer, 1969
- [Goo53] GOODYEAR, Charles: *Gum-elastic and Its Varieties: With a Detailed Account of Its Applications and Uses, and of the Discovery of Vulcanization*. New Haven (CT), USA : Selbstverlag, 1853
- [Gra03] GRAMBOW, A.: *Bestimmung der Materialparameter gefüllter Elastomere in Abhängigkeit von Zeit, Temperatur und Beanspruchungszustand*. Aachen, RWTH Aachen, Diss., 2003
- [Gro13] GROLLIUS, S.: *Analyse des gekoppelten Systems Reifen-Hohlraum-Rad-Radführung im Rollzustand und Entwicklung eines Rollgeräuschmodells*. Karlsruher Institut für Technologie, 2013 (Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik / Institut für Fahrzeugsystemtechnik). – ISBN 9783731500292
- [GWS41] GEHMAN, S. D. ; WOODFORD, D. E. ; STAMBAUGH, R. B.: Dynamic Properties of Rubber. In: *Ind. Eng. Chem.* 33 (1941), Nr. 8, S. 1032–1038. DOI 10.1021/ie50380a015. – ISSN 0019–7866
- [Ham85] HAMAEEKERS, A.: Entkoppelte Hydrolager als Lösung des Zielkonflikts bei der Auslegung von Motorlagern. In: *Automobilindustrie* 5 (1985), S. 541–547
- [Han57] HANCOCK, T.: *Personal narrative of the origin and progress of the caoutchouc or india-rubber manufacture in England*. London : Longman, Brown, Green, Longmans, & Roberts, 1857

- [HEG13] HEISSING, B. ; ERSOY, M. ; GIES, S.: *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013 (ATZ/MTZ-Fachbuch). – ISBN 9783658019921
- [Hem02] HEMPEL, J.: *Schwingungstechnik für Automobile*. Weinheim: Vibracoustic, 2002. – ISBN 3000102744
- [HKS14] HIBBIT, D. ; KARLSSON, B. ; SORENSEN, P.: *ABAQUS/Standard Analysis User's Manual*. Providence, RI (USA) : Hibbit, Karlsson, Sorensen Inc, 2014
- [HL09] HÖFER, P. ; LION, A.: Modelling of frequency- and amplitude-dependent material properties of filler-reinforced rubber. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 57 (2009), Nr. 3, S. 500–520. DOI 10.1016/j.jmps.2008.11.004. – ISSN 0022–5096
- [HW10] HIBBELER, R. ; WAUER, J.: *mb - Maschinenbau*. Bd. / Russell C. Hibbeler. Übers. aus dem Amerikan.: Georgia Mais. Fachl. Betreuung und Erweiterungen: Jörg Wauer ... ; 2: *Festigkeitslehre*. 5., überarb. und erw. Aufl., [1. dt. Ausg. der 5. engl. Aufl., Nachdr.]. München : Pearson Studium, 2010. – ISBN 9783827371348
- [Irr13] IRRETIER, H.: *Grundlagen der Schwingungstechnik 2: Systeme mit mehreren Freiheitsgraden, Kontinuierliche Systeme*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2013 (Studium Technik). – ISBN 9783322802446
- [Joh92] JOHNSON, M. A.: *The Mullins Effect in Rubber-like Materials*. Thesis (M.Sc.)–University of Nebraska–Lincoln, 1992
- [KH93] KRÄMER, M. ; HELBER, R.: Methode zur quantitativen Analyse der Körperschallübertragung in Kraftfahrzeugen. In: *VDI Berichte* Reihe 12 (1993), Nr. 182, S. 362–379
- [KJS11] KANG, E. ; JACKSON, E. ; SCHULTE, W.: An approach for effective design space exploration. In: *Proceedings of the 16th Monterey conference on Foundations of computer software: modeling, development, and verification of adaptive systems, Monterey (CA), USA*. Redmond (WA), USA :

- Springer-Verlag, 2011. – ISBN 978–3–642–21291–8, S. 33–54
- [Kle12] KLEIN, Bernd: *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. 9., verbesserte und erw. Aufl. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2012 (Studium). ISBN 9783834821348
- [KM85] KURZE, U. ; MÜLLER-BBM GMBH PLANEGG: *Lärmarm konstruieren. 12. 12.* Bremerhaven : Wirtschaftsverl. NW, Verl. für Neue Wiss, 1985. – ISBN 388314388X
- [KT85] KURR, K. ; TICKS, G. H.: Das hydraulisch gedämpfte Gummilager. In: *Gummi, Fasern, Kunststoffe* 38 (1985), Nr. 4, S. 148–152
- [KT11] KOPROWSKI-THEISS, Nadine: *Kompressible, viskoelastische Werkstoffe: Experimente, Modellierung und FE-Umsetzung*. Saarbrücken, Universität des Saarlandes, Diss., 01.01.2011
- [Kün01] KÜNNE, B.: *Einführung in die Maschinenelemente*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2001. – ISBN 9783519163350
- [Lio06] LION, A.: Dynamische Modellierung von Elastomeren Bauteilen. In: *Tagungsband zum Seminar "Geräusch- und Schwingungskomfort von Kraftfahrzeugen"*, Essen. Tübingen: Narr Francke Attempto Verlag GmbH + Co. KG, 2006
- [LLL04] LEE, T.H. ; LEE, T.H. ; LEE, T.H.: *Planar Microwave Engineering: A Practical Guide to Theory, Measurement, and Circuits*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2004 (Planar Microwave Engineering: A Practical Guide to Theory, Measurement, and Circuits Bd. 1). – ISBN 9780521835268
- [LS08] LEE, J. ; SINGH, R.: Critical analysis of analogous mechanical models used to describe hydraulic engine mounts. In: *Journal of Sound and Vibration* 311 (2008), Nr. 3–5, S. 1457–1464. DOI 10.1016/j.jsv.2007.10.021. – ISSN 0022–460X
- [LSD13] LEROY, E. ; SOUID, A. ; DETERRE, R.: A continuous kinetic model of rubber vulcanization predicting induction and reversion. In: *Polymer Testing* 32 (2013), Nr. 3, S. 575–582. DOI 10.1016/j.polymertesting.2013.01.003. – ISSN 01429418

- [Med78] MEDALIA, A. I.: Effect of Carbon Black on Dynamic Properties of Rubber Vulcanizates. In: *Rubber Chemistry and Technology* 51 (1978), Nr. 3, S. 437–523. DOI 10.5254/1.3535748. – ISSN 0035–9475
- [MEE05] MARK, James E. (Hrsg.) ; EIRICH, Frederick R. (Hrsg.) ; ERMAN, Burak (Hrsg.): *Science and Technology of Rubber (Third Edition): Rubber Elasticity: Basic Concepts and Behavior*. Burlington : Academic Press, 2005. – ISBN 978–0–12–464786–2
- [MGM06] MASTINU, G. (Hrsg.) ; GOBBI, M. (Hrsg.) ; MIANO, C. (Hrsg.): *Optimal Design of Complex Mechanical Systems: With Applications to Vehicle Engineering*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag GmbH, 2006. ISBN 978–3–540–34354–7
- [Mie08] MIETTINEN, K.: Introduction to Multiobjective Optimization: Noninteractive Approaches. Version: 2008. In: BRANKE, Jürgen (Hrsg.) ; DEB, Kalyanmoy (Hrsg.) ; MIETTINEN, Kaisa (Hrsg.) ; SŁOWIŃSKI, Roman (Hrsg.): *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2008. – DOI 10.1007/978–3–540–88908–3\_1. – ISBN 978–3–540–88908–3, S. 1–26
- [MLMD13] MILANI, G. ; LEROY, E. ; MILANI, F. ; DETERRE, R.: Mechanistic modeling of reversion phenomenon in sulphur cured natural rubber vulcanization kinetics. In: *Polymer Testing* 32 (2013), Nr. 6, S. 1052–1063. DOI 10.1016/j.polymertesting.2013.06.002. – ISSN 01429418
- [MMMS15] MANSILLA, M. A. ; MARZOCCA, A. J. ; MACCHI, C. ; SO-MOZA, A.: Influence of vulcanization temperature on the cure kinetics and on the microstructural properties in natural rubber/styrene-butadiene rubber blends prepared by solution mixing. In: *European Polymer Journal* 69 (2015), S. 50–61. DOI 10.1016/j.eurpolymj.2015.05.025
- [Mol57] MOLLOY, C. T.: Use of Four-Pole Parameters in Vibration Calculations. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 29 (1957), Nr. 7, S. 842–853. DOI 10.1121/1.1909072

- [MS04] MÜLLER, I. ; STREHLOW, P.: *Rubber and Rubber Balloons: Paradigms of Thermodynamics*. Springer Berlin Heidelberg, 2004 (Lecture Notes in Physics). – ISBN 9783540202448
- [MT65] MULLINS, L. ; TOBIN, N. R.: Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber. In: *Journal of Applied Polymer Science* 9 (1965), Nr. 9, S. 2993–3009. DOI 10.1002/app.1965.070090906. – ISSN 1097–4628
- [Pay60] PAYNE, A. R.: A note on the existence of a yield point in the dynamic modulus of loaded vulcanizates. In: *Journal of Applied Polymer Science* 3 (1960), Nr. 7, S. 127. DOI 10.1002/app.1960.070030721. – ISSN 1097–4628
- [Pay62] PAYNE, A. R.: The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. Part I. In: *Journal of Applied Polymer Science* 6 (1962), Nr. 19, S. 57–63. DOI 10.1002/app.1962.070061906. – ISSN 1097–4628
- [Pay63] PAYNE, A. R.: Dynamic properties of heat-treated butyl vulcanizates. In: *Journal of Applied Polymer Science* 7 (1963), Nr. 3, S. 873–885. DOI 10.1002/app.1963.070070307. – ISSN 1097–4628
- [Pay64] PAYNE, A. R.: Strainwork dependence of filler-loaded vulcanizates. In: *Journal of Applied Polymer Science* 8 (1964), Nr. 6, S. 2661–2686. DOI 10.1002/app.1964.070080614. – ISSN 1097–4628
- [PBA13] PUEL, G. ; BOURGETEAU, B. ; AUBRY, D.: Parameter identification of nonlinear time-dependent rubber bushings models towards their integration in multibody simulations of a vehicle chassis. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 36 (2013), Nr. 2, S. 354–369. DOI 10.1016/j.ymssp.2012.10.021. – ISSN 0888–3270
- [PBBF10] PFLÜGER, M. ; BRANDL, F. ; BERNHARD, U. ; FEITZELMAYER, K.: *Fahrzeugakustik*. Springer Vienna, 2010 (Der Fahrzeugantrieb). – ISBN 9783211767412

- [PC10] PEDERSEN, M. ; CHIPPERFIELD, A.: Simplifying Particle Swarm Optimization. In: *Applied Soft Computing* 10 (2010), Nr. 2, S. 618–628. DOI 10.1016/j.asoc.2009.08.029. – ISSN 15684946
- [PH02] PFEFFER, P. ; HOFER, K.: Einfaches nichtlineares Modell für Elastomer- und Hydrolager zur Optimierung der Gesamtfahrzeug-Simulation. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 104 (2002), Nr. 5, S. 442–451. DOI 10.1007/BF03224407. – ISSN 0001–2785
- [PP08] PANDINI, S. ; PEGORETTI, A.: Time and temperature effects on Poisson's ratio of poly(butylene terephthalate). In: *Express Polymer Letters* 5 (2008), Nr. 8, S. 685–697
- [Pri98] PRITZ, T.: Frequency Dependences of complex moduli and complex Poisson's ratio of real solid Materials. In: *Journal of Sound and Vibration* 214 (1998), Nr. 1, S. 83–104. DOI 10.1006/jsvi.1998.1534. – ISSN 0022–460X
- [Pri00] PRITZ, T.: Measurement methods of complex Poisson's ratio of viscoelastic materials. In: *Applied Acoustics* 60 (2000), Nr. 3, S. 279–292. DOI 10.1016/S0003–682X(99)00049–3. – ISSN 0003–682X
- [Ree82] REED, T.: Rubber chemistry, by J. Brydson, applied science publishers, London, 1978, 462 pp. In: *Journal of Polymer Science: Polymer Letters Edition* 20 (1982), Nr. 3, S. 202–203. DOI 10.1002/pol.1982.130200316. – ISSN 1543–0472
- [RKS<sup>+</sup>11] RICHTER, S. ; KREYENSCHULTE, H. ; SAPHIANNIKOVA, M. ; GÖTZE, T. ; HEINRICH, G.: Studies of the So-Called Jamming Phenomenon in Filled Rubbers Using Dynamical-Mechanical Experiments. In: *Macromolecular Symposia* 306-307 (2011), Nr. 1, S. 141–149. DOI 10.1002/masy.201000117. – ISSN 1521–3900
- [RM05] ROLAND, C. ; MARK, J.: 3 - Structure Characterization in the Science and Technology of Elastomers. Version: 2005. In: MARK, J. (Hrsg.) ; EIRICH, F. (Hrsg.) ; ERMAN, B. (Hrsg.): *Science and Technology of Rubber (Third Edition)*.

- Burlington : Academic Press, 2005. – DOI 10.1016/B978–012464786–2/50006–7. – ISBN 978–0–12–464786–2, S. 105–155
- [Röt13] RÖTHEMEYER, F.: Rheologisches und thermodynamisches Verhalten von Kautschukmischungen. Version: 2013. In: *Kautschuk Technologie*. München: Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, 2013. – DOI 10.3139/9783446437609.006. – ISBN 978–3–446–43776–0, S. 487–549
- [RS12] RICKABY, S. ; SCOTT, N.: Transversely isotropic cyclic stress-softening model for the Mullins effect. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 468 (2012), Nr. 2148
- [Rub67] RUBIN, S.: Mechanical Immittance– and Transmission–Matrix Concepts. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 41 (1967), Nr. 5, S. 1171–1179. DOI 10.1121/1.1910455
- [RWM05] RODGERS, B. ; WADDELL, W. ; MARK, J.: 9 - The Science of Rubber Compounding. Version: 2005. In: MARK, J. (Hrsg.) ; EIRICH, F. (Hrsg.) ; ERMAN, B. (Hrsg.): *Science and Technology of Rubber (Third Edition)*. Burlington : Academic Press, 2005. – DOI 10.1016/B978–012464786–2/50012–2. – ISBN 978–0–12–464786–2, S. 401–454
- [SA85] SPURK, J. H. ; ANDRÄ, R.: Theorie des Hydrolagers. In: *Automobilindustrie* 30 (1985), Nr. 5, S. 553–560
- [Sac04] SACHS, L.: *Angewandte Statistik: Anwendung statistischer Methoden*. Elfte, überarbeitete und aktualisierte Auflage. Berlin and Heidelberg : Springer, 2004. ISBN 978–3–662–05744–5
- [Sch79] SCHMIDT, K.-P.: *Lärmarm Konstruieren (III): Änderungen der Eingangsimpedanz als Maßnahme zur Lärminderung*. Bremerhaven : Wirtschaftsverl. NW, Verlag für Neue Wiss., 1979 (Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz / Bundesanstalt für Arbeitsschutz Dortmund)



- [Sch84] SCHWARZ, H.R.: *Methode der finiten Elemente: Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Rechenpraxis*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 1984 (Teubner Studienbücher Mathematik). ISBN 9783322967589
- [SD86] SCHNEIDER, K. ; DONT, E.: Unterschiedliche Meßsignale am Glasübergang amorpher Polymere. 1. Die Lage der charakteristischen Frequenzen quer zur Glasübergangszone. In: *Acta Polymerica* 37 (1986), Nr. 6, S. 333–335. DOI 10.1002/actp.1986.010370602. – ISSN 1521–4044
- [Sei99] SEIDEL, E.: *Wirksamkeit von Konstruktionen zur Schwingungs- und Körperschalldämmung in Maschinen und Geräten: Grundlagen, Meßverfahren, Zusammenstellung typischer Bauelemente*. Bremerhaven : Wirtschaftsverl. NW, Verlag für Neue Wiss., 1999 (Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz / Bundesanstalt für Arbeitsschutz Dortmund). – ISBN 9783897013803
- [Sel01] SELL, H.: Geräuschpfadanalyse für hochfrequenten Körperschall. In: VON ESTORFF, Otto (Hrsg.): *Fortschritte der Akustik- DAGA 2001*. Oldenburg : Deutsche Gesellschaft für Akustik, 2001. – ISBN 3–9804568–9–7, S. 318–319
- [Sel05] SELL, H.: *Charakterisierung des dynamischen Verhaltens von elastischen Bauteilen im Einbauzustand*. Weinheim : Vibration, 2005. – ISBN 3–00–016601–7
- [SEM08] SELL, H. ; EHRT, T. ; MESS, M.: Schwingungstechnisch optimierte Bauteile für das Fahrwerk. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 110 (2008), Nr. 2, S. 138–145. DOI 10.1007/BF03221955. – ISSN 0001–2785
- [SH13] SOMMER, F. ; HOLZNER, A.: Füllstoffe, Vernetzungsmittel, Additive. Version: 2013. In: *Kautschuk Technologie*. München : Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, 2013. – DOI 10.3139/9783446437609.003. – ISBN 978–3–446–43776–0, S. 259–391
- [SHB13] SCHRAMM, D. ; HILLER, M. ; BARDINI, R.: *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 9783642338885

- [SL04] SHANGGUAN, W. ; LU, Z.: Experimental study and simulation of a hydraulic engine mount with fully coupled fluid–structure interaction finite element analysis model. In: *Computers & Structures* 82 (2004), Nr. 22, S. 1751–1771. DOI 10.1016/j.compstruc.2004.05.017. – ISSN 0045–7949
- [Sma44] SMALLWOOD, H.: Limiting Law of the Reinforcement of Rubber. In: *Journal of Applied Physics* 15 (1944), Nr. 11, S. 758–766. DOI 10.1063/1.1707385
- [Sno79] SNOWDON, J.: Vibration isolation: Use and characterization. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 66 (1979), Nr. 5, S. 1245. DOI 10.1121/1.383546. – ISSN 00014966
- [SR11] SEDLACZEK, S. K.and D. K.and Dronka ; RAUH, J.: Advanced modular modelling of rubber bushings for vehicle simulations. In: *Vehicle System Dynamics* 49 (2011), Nr. 5, S. 741–759. DOI 10.1080/00423111003739806
- [SSK11] STOMMEL, M. ; STOJEK, M. ; KORTE, W.: *FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen*. München: Hanser Carl, 2011. – ISBN 978–3446421240
- [Sto99] STOMMEL, M.: *IKV-Berichte aus der Kunststoffverarbeitung. Bd. 92: Beschreibung der viskoelastischen mechanischen Eigenschaften, der Betriebsfestigkeit und des Bruchverhaltens von Elastomerbauteilen mit der Finite-Elemente-Methode; 1. Aufl.* Aachen : Mainz, 1999. – ISBN 3–89653–431–9
- [Tan91] TANAKA, Y.: Recent Advances in Structural Characterization of Elastomers. In: *Rubber Chemistry and Technology* 64 (1991), Nr. 3, S. 325–385. DOI 10.5254/1.3538561. – ISSN 0035–9475
- [TF88] TESÁR, A. ; FILLO, L'.: *Transfer matrix method*. Dordrecht, NL : Kluwer Academic Publishers, 1988 (Mathematics and its applications (Kluwer Academic Publishers).: East European series). – ISBN 9789027725905
- [Tre42] TRELOAR, L. R. G.: The structure and elasticity of rubber. In: *Reports on Progress in Physics* 9 (1942), Nr. 1, S. 113

- [Tre46] TRELOAR, L. R. G.: The elasticity of a network of long-chain molecules.-III. In: *Trans. Faraday Soc.* 42 (1946), Nr. 1, S. 83–94. DOI 10.1039/TF9464200083. – ISSN 0014–7672
- [Tre75] TRELOAR, L.R.G.: *The Physics of Rubber Elasticity*. Oxford, UK : Oxford University Press, 1975 (Monographs on the physics and chemistry of materials). – ISBN 9780191523304
- [Tre15] TRELLEBORG VIBRACOUSTIC (HRSG.): *Schwingungstechnik im Automobil: Grundlagen, Werkstoffe, Konstruktion, Berechnung und Anwendungen*. 1. Aufl. Würzburg : Vogel Business Media, 2015. – ISBN 978–3–8343–3357–5
- [Tre17] TREUDE, B.: *Experimentelle Analyse des Eigenschwingverhaltens von Elastomer-Metall-Verbundbauteilen im Hochfrequenzbereich: vom Autor betreute Abschlussarbeit*. Universität Siegen, Lehrstuhl für Festkörpermechanik, Siegen, 2017
- [TSH<sup>+</sup>15] TROGE, J. ; STAROBINSKI, R. ; HOFMANN, M. ; DROSSEL, W. ; KNÖFEL, B. ; LINKE, M.: Dynamic simulation of load-dependent hydraulic engine mounts using network models. In: GERLACH, Gerald (Hrsg.) ; MARSCHNER, Uwe (Hrsg.); STARKE, Eric (Hrsg.): *Nichtelektrische Netzwerke: wie die Systemtheorie hilft, die Welt zu verstehen*. Dresden : TUDpress, 2015. – ISBN 978–3–95908–025–5, S. 209–218
- [TZXZ15] TAO, C. ; ZHU, H. ; XU, P. ; ZHANG, Y.: Frequency-Dependent Hydraulic Engine Mount with Five-Parameters Fractional Derivative Model in Vehicle model. In: *SAE Technical Paper* 2015-01-1670 (2015)
- [Vai16] VAILLANT, M.: *Design Space Exploration zur multikriteriellen Optimierung elektrischer Sportwagenantriebsstränge: Variation von Topologie und Komponenteneigenschaften zur Steigerung von Fahrleistungen und Tank-to-Wheel Wirkungsgrad*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2016. ISBN 978–3–7315–0452–8
- [WGP17] WATZL, S. ; GAUTERIN, F. ; PFAEFFLIN, B.: High frequency model describing the noise transfer behaviour of automotive hydraulic engine mounts. In: *International Journal of Vehicle Noise and Vibration* 13 (2017), Nr. 1, S. 38–51

- [WK75] WALLER, H. ; KRINGS, W.: *Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik*. Mannheim, Wien + Zürich : Bibliographisches Institut, 1975. – ISBN 9783411014842
- [WLF55] WILLIAMS, M. ; LANDEL, R. ; FERRY, J.: The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. In: *J. Am. Chem. Soc.* 77 (1955), Nr. 14, S. 3701–3707. DOI 10.1021/ja01619a008. – ISSN 0002–7863
- [WM05] WHITE, J. ; MARK, J.: 6 - Rheological Behavior and Processing of Unvulcanized Rubber. Version: 2005. In: MARK, J. (Hrsg.) ; EIRICH, F. (Hrsg.) ; ERMAN, B. (Hrsg.): *Science and Technology of Rubber (Third Edition)*. Burlington : Academic Press, 2005. – DOI 10.1016/B978–012464786–2/50009–2. – ISBN 978–0–12–464786–2, S. 237–319
- [Wra96] WRANA, C.: *Dynamisch-mechanische Analyse von gefüllten Elastomersystemen*. Ulm, Universität Ulm, Diss., 1996
- [Wri13] WRIGGERS, P.: *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 9783642568657
- [YND01] YU, Y. ; NAGANATHAN, N. ; DUKKIPATI, R.: A literature review of automotive vehicle engine mounting systems. In: *Mechanism and Machine Theory* 36 (2001), Nr. 1, S. 123–142. DOI 10.1016/S0094–114X(00)00023–9. – ISSN 0094–114X
- [ZEF<sup>+</sup>13] ZELLER, P. ; ENDERICH, A. ; FASTL, H. ; KERBER, S. ; HOBELSBERGER, J. ; JEBASINSKI, R. ; KLERK, D. de ; MOOSMAYR, T. ; SAEMANN, E. U.: *Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2013 (ATZ/MTZ-Fachbuch). – ISBN 9783834886576
- [ZS06] ZHANG, Y. ; SHANGGUAN, W.: A novel approach for lower frequency performance design of hydraulic engine mounts. In: *Computers & Structures* 84 (2006), Nr. 8–9, S. 572–584. DOI 10.1016/j.compstruc.2005.11.001. – ISSN 0045–7949

- [ZTL<sup>+</sup>03] ZITZLER, E. ; THIELE, L. ; LAUMANN, M. ; FONSECA, C. M. ; DA FONSECA, V. G.: Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 7 (2003), Nr. 2, S. 117–132. DOI 10.1109/TEVC.2003.810758. – ISSN 1089–778X



# Karlsruher Schriftenreihe Fahrzeugsystemtechnik FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik (ISSN 1869-6058)

Eine vollständige Übersicht der Bände finden Sie im Verlagsshop

---

- Band 76** Kai-Lukas Bauer  
**Echtzeit-Strategieplanung für vorausschauendes automatisiertes Fahren**  
ISBN 978-3-7315-0949-3
- Band 77** Thomas Schirle  
**Systementwurf eines elektromechanischen Fahrwerks für Megacitymobilität**  
ISBN 978-3-7315-0995-0
- Band 78** Dominik Dörr  
**Simulation of the thermoforming process of UD fiber-reinforced thermoplastic tape laminates**  
ISBN 978-3-7315-0998-1
- Band 79** Dominik Robert Naake  
**Simulation of damage mechanisms in weave reinforced materials based on multiscale modeling**  
ISBN 978-3-7315-1005-5
- Band 80** Martin Hohberg  
**Experimental investigation and process simulation of the compression molding process of Sheet Molding Compound (SMC) with local reinforcements**  
ISBN 978-3-7315-1007-9
- Band 81** Benedikt Fengler  
**Manufacturing-constrained multi-objective optimization of local patch reinforcements for discontinuous fiber reinforced composite parts**  
ISBN 978-3-7315-1006-2
- Band 82** Johannes Masino  
**Road Condition Estimation with Data Mining Methods using Vehicle Based Sensors**  
ISBN 978-3-7315-1004-8
- Band 83** **11. Kolloquium Mobilhydraulik**  
**10. September 2020, Karlsruhe**  
ISBN 978-3-7315-1036-9

- Band 84** Felix Weber  
**Beitrag zur Entwicklung von Konstantflusspumpen für Frischbeton unter genauerer Betrachtung der Dickstoffventile**  
ISBN 978-3-7315-1037-6
- Band 85** 8. Fachtagung  
**Hybride und energieeffiziente Antriebe für mobile Arbeitsmaschinen. 23. Februar 2021, Karlsruhe**  
ISBN 978-3-7315-1071-0
- Band 86** Sebastian Fünfgeld  
**Vorausschauende Regelung von Fahrzeugsystemen durch stochastische Vorhersage der Fahrzeugdynamik**  
ISBN 978-3-7315-1060-4
- Band 87** Isabelle Charlotte Ays  
**Development of a CO<sub>2</sub>e quantification method and of solutions for reducing the greenhouse gas emissions of construction machines = Entwicklung einer CO<sub>2</sub>e Quantifizierungsmethode und von Lösungen zur Reduzierung von Treibhausgasemissionen in Baumaschinen**  
ISBN 978-3-7315-1033-8
- Band 88** Alexander Bernath  
**Numerical prediction of curing and process-induced distortion of composite structures**  
ISBN 978-3-7315-1063-5
- Band 89** Nils Bulthaupt  
**Objektivierung des Schwingungskomforts schwerer Nutzfahrzeuge**  
ISBN 978-3-7315-1075-8
- Band 90** Lars Brinkschulte  
**Assistenzsysteme zur Reduktion des Schädigungsverhaltens von Komponenten einer mobilen Arbeitsmaschine**  
ISBN 978-3-7315-1089-5
- Band 91** Dominik Dörr  
**Adaptive Fahrhinweise für ein längsdynamisches Fahrerassistenzsystem zur Steigerung der Energieeffizienz**  
ISBN 978-3-7315-1090-1
- Band 92** Jürgen Römer  
**Steuerung und Regelung des Lenkradmoments durch Nutzung radselektiver Frontantriebe**  
ISBN 978-3-7315-1104-5



- Band 93** Christian Riese  
**Werkzeuge und Konzepte für die Untersuchung und Entwicklung zukünftiger Kfz-Bremssysteme**  
ISBN 978-3-7315-1125-0
- Band 94** Yaoqun Zhou  
**Dynamisches Bremsverhalten des Reifen-Fahrwerk-Systems**  
ISBN 978-3-7315-1156-4
- Band 95** Stefan Haug  
**Ganzheitliche Optimierung einer Axialkolbenpumpe durch bedarfsangepasste Entlastung tribologischer Kontakte**  
ISBN 978-3-7315-1150-2
- Band 96** Stefan Scheubner  
**Stochastic Range Estimation Algorithms for Electric Vehicles using Data-Driven Learning Models**  
ISBN 978-3-7315-1166-3
- Band 97** Yusheng Xiang  
**AI and IoT Meet Mobile Machines: Towards a Smart Working Site**  
ISBN 978-3-7315-1165-6
- Band 98** Nils Meyer  
**Mesoscale simulation of the mold filling process of Sheet Molding Compound**  
ISBN 978-3-7315-1173-1
- Band 99** Christian Timo Poppe  
**Process simulation of wet compression moulding for continuous fibre-reinforced polymers**  
ISBN 978-3-7315-1190-8
- Band 100** Torben Fischer  
**Modellprädiktive Regelung eines innovativen Thermomanagement-Systems für batterieelektrische Fahrzeuge**  
ISBN 978-3-7315-1199-1
- Band 101** Florian Wittemann  
**Fiber-dependent injection molding simulation of discontinuous reinforced polymers**  
ISBN 978-3-7315-1217-2
- Band 102** Sebastian Watzl  
**Experimentelle und numerische Analyse des Körperschallübertragungsverhaltens von Aggregatlagerelementen im akustisch relevanten Frequenzbereich**  
ISBN 978-3-7315-1226-4

Im Zuge der Emissionsreduktion eines Kraftfahrzeuges werden sowohl innermotorische, wirkungsgradsteigernde Maßnahmen ergriffen als auch die Triebstränge zunehmend elektrifiziert. Dies führt zu einem verstärkten Schwingungseintrag bei hohen Frequenzen und bedingt eine Verbesserung des Isolationsverhaltens des Körperschallpfades vom Antrieb bis zum Fahrerohr. Hierzu ist es notwendig, die Übertragungseigenschaften der Lagerelemente auf die im Fahrzeug vorherrschenden Randbedingungen anzupassen. Dies betrifft insbesondere die Körperschallempfindlichkeiten der Karosserie und das Anregungsspektrum des Antriebs.

In dieser Arbeit wird daher das Körperschallübertragungsverhalten von Aggregatelagern im akustisch relevanten Frequenzbereich experimentell und numerisch untersucht. Hierzu wird zunächst ein Prüfstand zur Ermittlung der dynamischen Körperschalltransfereigenschaften vorgestellt und anschließend die wichtigsten Einflussparameter auf das Bauteilverhalten untersucht. In einer anschließenden Modellbildung wird das Systemverhalten durch ein FE-Modell abgebildet.

