

Aleksandar Eric

Örtliches Auslegungskonzept gegen Pittingversagen
bei randschichtgehärteten Zahnrädern

Örtliches Auslegungskonzept gegen Pittingversagen bei randschichtgehärteten Zahnrädern

von
Aleksandar Eric

Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Angewandte Materialien – Werkstoffkunde

Örtliches Auslegungskonzept gegen Pittingversagen
bei randschichtgehärteten Zahnrädern

Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften von der KIT-Fakultät für Maschinenbau
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) genehmigte Dissertation
von Aleksandar Eric, M.Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 5. Juli 2022
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Volker Schulze
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. Eberhard Kerscher
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Hoffmeister

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding parts marked otherwise, the cover, pictures and graphs –
is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2023 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISBN 978-3-7315-1243-1
DOI 10.5445/KSP/1000151550

Kurzfassung

Durch die Elektrifizierung des Antriebsstranges ergeben sich in der Entwicklung moderner Fahrzeuggetriebe veränderte Anforderungen an die Zahnradauslegung. Höhere Drehzahlen, dünnflüssigere Schmierstoffe und eine hohe Leistungsdichte sind nur ein Teil der Herausforderungen, die bei der Zahnradentwicklung für elektrifizierte Antriebsstränge zu bewältigen sind. Gleichzeitig erfolgt die Auslegung gegen kritische Schädigungsmechanismen wie die Pittingbildung nach heutigem Stand der Technik anhand von einfachen physikalischen Modellen, die durch empirisch ermittelte Faktoren ergänzt werden. Um den Einfluss veränderter Betriebsbedingungen auf die Zahnflankentragfähigkeit effizient und kostengünstig berücksichtigen zu können, werden allerdings ausgeklügelte physikalische Simulationsmodelle benötigt. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein auf lokalen Größen basierendes örtliches Auslegungskonzept gegen Pittingversagen entwickelt. Dieses ermöglicht durch den Einsatz von elastohydrodynamischen Simulationen die Berücksichtigung des Schmierstoffes sowie rauer Zahnflankenoberflächen. Mithilfe eines neu entwickelten Ansatzes zur Ermittlung der lokal ertragbaren Beanspruchung können damit quantitativ zuverlässige Vorhersagen zur Pittingtragfähigkeit gemacht werden. Das Modell konnte erfolgreich anhand von Stichversuchen mit einsatzgehärteten Zahnrädern veränderter Oberflächenrauheit validiert werden. Damit kann der Einfluss unterschiedlicher Zahnflankenoberflächen auf die Pittingtragfähigkeit erstmals simulativ und gleichzeitig quantitativ zuverlässig ohne zusätzliche empirische Faktoren vorhergesagt werden.

Abstract

As a result of the electrification of the drive train, the development of modern vehicle gearboxes comes with novel requirements regarding gear design. Higher rotational speeds, lubricants with low viscosity and a high power density are only a few of the challenges that engineers have to overcome in the development of gears for electrified drive trains. At the same time, today's state of the art design methods against critical failure modes like pitting are based on simple physical models that are complemented by empirical factors. However, to be able to assess the effects of altered operating conditions on gear surface life in an efficient and cost-effective way, sophisticated physically based simulation models are needed. For this reason, this work presents a new design concept against pitting fatigue that is based on local quantities. The model makes use of elastohydrodynamic simulations to enable the consideration of the lubricant and real measured surface profiles for the calculation of pitting fatigue. A new approach for the assessment of the local material strength allows to make reliable quantitative predictions about the expected pitting life. Within the scope of this work, the developed model was successfully validated with fatigue tests of case hardened gears with different surface roughnesses. Consequently, for the first time it is now possible to assess the influence of different gear surfaces on pitting fatigue in a quantitatively reliable way by means of simulation without the use of additional empirical factors.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als Doktorand in der zentralen Forschung der Robert Bosch GmbH in der Abteilung CR/AMP in Kooperation mit dem Institut für Angewandte Materialien – Werkstoffkunde des Karlsruher Instituts für Technologie.

Mein großer Dank geht an Prof. Dr.-Ing. habil. Volker Schulze für die kompetente Betreuung, die jederzeit schnellen Rückmeldungen und Korrekturen, das entgegengebrachte Vertrauen sowie für die Übernahme des Hauptreferats.

Ebenso möchte ich Prof. Dr.-Ing. Eberhard Kerscher und Prof. Dr.-Ing. Jürgen Hoffmeister für die kritische Begutachtung der Arbeit und die Übernahme des Korreferats danken. Herrn Dr.-Ing. Stefan Guth danke ich für das Einbringen seiner Expertise zum Thema Betriebsfestigkeit und die wertvollen Hinweise zu den Schlüsselkonzepten der Arbeit.

Auf Seiten der Robert Bosch GmbH haben zahlreiche Kollegen zum erfolgreichen Gelingen der Arbeit beigetragen. An erster Stelle möchte ich mich herzlichst bei meinen drei Betreuern Dr.-Ing. Tilman Froschmeier, Herrn Dominic Olveda und Dr.-Ing. Matthias Müller bedanken. Unvergessen bleiben mir die Deep Dives zu den Gleitvorgängen im Zahnradkontakt, den Eigenspannungstiefenverläufen oder anderen wichtigen Themen der Arbeit. Danke für die stete Hilfsbereitschaft, das wertvolle Feedback und die kollegiale Zusammenarbeit!

Auch meinem Teamleiter Dr.-Ing. Thomas Leyendecker möchte ich für seine Unterstützung, gerade gegen Ende der Arbeit, danken.

Weiterhin möchte ich mich herzlich bei Frau Annabelle Fayard für die Unterstützung bei der Planung und Organisation der Versuche am Zahnradverspannungsprüfstand bedanken. Den Herren Reiner Mitschelen und Rüdiger Braun gebührt mein Dank für die zuverlässige Durchführung der Versuche.

Dr.-Ing. Arshia Fatemi danke ich für die zahlreichen Diskussionen und die Expertise rund um das Thema Tribologie. Ein besonderer Dank geht auch an Dr.-Ing. Sergey Solovyev für die Unterstützung bzgl. TriboSim. Auch hier werde ich die spätabendlichen Diskussionen zum richtigen Vorzeichen der Schubspannungen oder den geeigneten Simulationsparametern nicht vergessen. Dr.-Ing. Christoph Tobias möchte ich ebenfalls für den stets angenehmen und wertvollen Austausch sowie das kritische Hinterfragen der numerischen Parameter danken. Ein weiterer großer Dank geht an Dr.-Ing. Thomas Waldenmaier. Es war ein großes Privileg einen derartigen Herzblutwissenschaftler als Ansprechpartner für das Thema Wärmebehandlung zu haben.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Mitdoktoranden Nikolai Arnaudov, Benjamin Schäfer, Marius Graf, Jannick Kuhn, Marius Wolf, Erik Natkowski, Emil Sauter und Hannes Hitzer bedanken. Danke für den fachlichen und fachfremden Austausch, den gegenseitigen Mutzuspruch sowie das gemeinsame Feiern der Erfolge! Auch meinem Masteranden Marco Steck möchte ich herzlich für seinen engagierten Einsatz bei der Eigenspannungsmessung danken!

Ein spezieller Dank gilt Dr.-Ing. Mike Köder, ohne dessen Vermittlung diese Arbeit nie entstanden wäre.

Auch allen nicht explizit genannten Kolleginnen und Kollegen möchte ich an dieser Stelle meinen großen Dank für die tolle Arbeitsatmosphäre, die fachliche Unterstützung und die motivierenden Worte aussprechen.

Zum Schluss gilt mein größter Dank meinen Eltern und meiner Familie. Danke für die jahrelange Unterstützung, Förderung und bedingungslose Liebe!

Stuttgart, im Juli 2022

Aleksandar Erić

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
Danksagung	v
Symbole und Abkürzungen	xi
1 Einleitung	1
2 Stand des Wissens	3
2.1 Grundlagen des Zahnradkontakts	3
2.2 Schädigungsmechanismen im Zahnflankenkontakt	7
2.2.1 Übersicht der Schädigungsvarianten	7
2.2.2 Entstehung von Pitting	13
2.2.3 Einflüsse auf die Pittingtragfähigkeit	18
2.3 Örtliches Auslegungskonzept	21
2.4 Existierende Berechnungsansätze zur Bewertung von Pitting	24
2.4.1 Normbewertung nach ISO 6336	24
2.4.2 Lokale Modellierungsansätze	26
3 Weiterführende Betrachtung zur spannungsbasierten Berechnung der Pittingtragfähigkeit	33
3.1 Unterschiede bei positivem und negativem Gleiten	33
3.1.1 Normalkraftasymmetrie	34
3.1.2 Orientierung der Oberflächenanrisse	38
3.1.3 Wahrscheinlichkeit für die Entstehung von Anrissen	43
3.2 Festlegung des Schädigungskriteriums	46

4	Experimentelle Untersuchungen	49
4.1	Prüfverzahnungen	49
4.1.1	Werkstoff	50
4.1.2	Verzahnungsgeometrie	50
4.1.3	Wärmebehandlung	51
4.1.4	Oberflächenbearbeitung und Verzahnungsqualität	53
4.2	Charakterisierung wichtiger Zahnflankeneigenschaften	54
4.2.1	Härtetiefenverlauf	54
4.2.2	Eigenspannungen	55
4.2.3	Oberflächenrauheit	58
4.3	Versuchseinrichtungen und Versuchsdurchführung	59
4.3.1	Zahnradverspannungsprüfstand	59
4.3.2	Versuchsdurchführung	59
5	Beanspruchungsanalyse	63
5.1	Modellierung des elasto-hydrodynamischen Kontakts	64
5.2	Modellierung der Sekundärbeanspruchung	69
5.3	Berechnung der Vergleichsspannung	75
5.3.1	Spannungsbasierte Festigkeitshypothesen bei mehrachsiger Beanspruchung	76
5.3.2	Ansatz der mittelspannungskorrigierten Schubspannung	83
5.4	Zyklenzählung bei mehrachsiger Beanspruchung	87
6	Beanspruchbarkeitsanalyse	93
6.1	Abschätzung lokaler Werkstoffeigenschaften aus der Härte	94
6.1.1	Abschätzung des Härtetiefenverlaufs	94
6.1.2	Eigenspannungen aus der Wärmebehandlung	95
6.1.3	Lokale Werkstoffkennwerte	96
6.2	Berücksichtigung der Spannungskonzentration	99
6.3	Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie	100
7	Aufbau des Berechnungskonzepts	109
8	Anwendung des entwickelten Modells	113
8.1	Anwendung auf Versuchsreihe mit Prüfverzahnung aus 20MnCrS5	113
8.1.1	Eingangsdaten und Versuchsergebnisse	114

8.1.2	Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie	120
8.2	Nachrechnung von Versuchen mit veränderter Oberflächenrauheit	127
8.3	Rechnerische Untersuchung von Einflussgrößen	135
8.3.1	Stochastische Untersuchungen	135
8.3.2	Einfluss des Härtetiefenverlaufs	140
8.3.3	Einfluss des Eigenspannungstiefenverlaufs	143
8.3.4	Einfluss des Schmierstoffs	146
8.3.5	Einfluss der Mikrozyklen	151
8.3.6	Einfluss der Biegebeanspruchung	154
8.4	Diskussion	158
9	Zusammenfassung und Ausblick	169
A	Anhang	175
A.1	Validierung des Modells zur Berechnung der Sekundärbeanspruchung	176
A.2	Schubspannungskomponente der Eigenspannungen	180
A.3	Weitere exemplarische Simulationsergebnisse	181
	Abbildungsverzeichnis	185
	Tabellenverzeichnis	189
	Literaturverzeichnis	191
	Publikationen des Autors	207

Symbole und Abkürzungen

Lateinische Symbole

A	Punkt des Eingriffsbeginns
$A_{\gamma\phi}$	Werkstoffanstrengung in der Schnittebene $\gamma\phi$
A_{eff}	Effektivwert der Werkstoffanstrengung über alle Schnittebenen
a	Beschleunigung des Kontaktpunkts, Achsabstand Zahnradpaarung
a, b, m, n	Parameter Schubspannungsintensitätshypothese
a_{Lang}	Parameter Härtetiefenverlauf nach <i>Lang</i>
a_{Thomas}	Parameter Härtetiefenverlauf nach <i>Thomas</i>
B	Einzeleingriffspunkt
b	Zahnbreite
b_H	Halbe Hertz'sche Abplattungsbreite
b_{Lang}	Parameter Härtetiefenverlauf nach <i>Lang</i>
b_{Thomas}	Parameter Härtetiefenverlauf nach <i>Thomas</i>
C	Wälzpunkt
C_1	Parameter Elastizitätstheorie von Keilen
c	Abstand eines Punktes im Kontaktgebiet zum Kontaktmittelpunkt

D	Einzeleingriffspunkt, Schädigungssumme
D_{koll}	Schädigungssumme des Lastkollektivs
D_{krit}	Kritische Schädigungssumme
d	Teilkreisdurchmesser
d_a	Kopfkreisdurchmesser
d_b	Grundkreisdurchmesser
d_w	Wälzkreisdurchmesser
d_y	Zahnflankendurchmesser am Punkt y
E	Punkt des Eingriffsendes
$E_{1,2}$	Elastizitätsmodul
Eht_{550}	Einsatzhärte tiefe, ab der die Härte 550 HV unterschritten wird
F_N	Normalkraft
$F_{N,C}$	Normalkraft im Wälzpunkt
$F_{N,res}$	Normalkraftkomponente der resultierenden Gesamtkraft
F_R	Reibkraft
F_{Rad}	Radiale Komponente der Normalkraft
F_{res}	Resultierende Gesamtkraft im Kontaktpunkt
F_T	Tangentiale Komponente der Normalkraft
$f_{H\alpha}$	Profil-Winkelabweichung Zahnflanke
f_σ	Mittelspannungsfaktor für Einfluss der Normalmittelspannung nach Gleichung 5.36
f_τ	Mittelspannungsfaktor für Schubspannung nach <i>FKM</i>

HV_{Kern}	Kernhärte nach Vickers
HV_{Rand}	Randhärte nach Vickers
h	Hebelarm Biegemoment
K_A	Anwendungsfaktor nach <i>ISO 6336</i>
$\tilde{K}_{f,\sigma}$	Schätzwert der Kerbwirkungszahl nach <i>FKM</i>
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor für Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor für Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
K_{II}	Spannungsintensitätsfaktor
$K_{R,\sigma}$	Rauheitsfaktor Normalspannung nach <i>FKM</i>
K_S	Schutzschichtfaktor nach <i>FKM</i>
K_V	Dynamikfaktor nach <i>ISO 6336</i> , Randschichtfaktor nach <i>FKM</i>
$K_{WK,\sigma}$	Konstruktionsfaktor Normalspannung nach <i>FKM</i>
k	Neigung der Wöhlerlinie
k_n	Neigung der nominalen lokalen Pitting-Wöhlerlinie
L_{10}	Mit 90% Zuverlässigkeit erreichte nominelle Lebensdauer
l	Kontaktlänge, Wegkoordinate Spannungsgradient
M	Antriebsdrehmoment
M_b	Biegemoment
M_{ES}	Eigenspannungsempfindlichkeit
M_σ	Mittelspannungsempfindlichkeit Normalspannung
M_τ	Mittelspannungsempfindlichkeit Schubspannung
m_n	Normalmodul

N	Anzahl Lastwechsel/Lastzyklen
N_A	Ausfallzyklenzahl
N_D	Eckschwingspielzahl
N_{ref}	Lastzyklenzahl am Referenzpunkt der lokalen Pitting-Wöhlerlinie
n	Anzahl, Stützziffer
\mathbf{n}_1	Einheitsnormalenvektor in der Schnittebene $\gamma\phi$
$\mathbf{n}_{2,3}$	Achseneinheitsvektoren in der Schnittebene $\gamma\phi$
O_{FK}	Einflussfaktor Oberflächenrauheit
P_A	Ausfallwahrscheinlichkeit
$P(x, z)$	Punkt der Zahnflanke
p_H	Hertz'sche Pressung
$p(x, t)$	Druckverteilung im Zahnradkontakt
\mathbf{q}	Einheitsvektor in der Schnittebene $\gamma\phi$
$q(x, t)$	Schubdruckverteilung im Zahnradkontakt
R	Spannungsverhältnis Normalspannung
R_a	Arithmetischer Mittenrauwert
R_m	Zugfestigkeit
R_z	Rautiefe
R_τ	Spannungsverhältnis Schubspannung
r	Koordinate im Polarkoordinatensystem
r_b	Grundkreisradius
r_{res}	Hebelarm der resultierenden Gesamtkraft

r_y	Radius des Punktes y an der Zahnflanke
S	Spannungswert im Wöhlerdiagramm
S_{ref}	Spannungswert am Referenzpunkt der lokalen Pitting-Wöhlerlinie
$S_{D,50\%}$	Dauerfestigkeit bei 50% Ausfallwahrscheinlichkeit
\mathbf{s}	Spannungsvektor in der Schnittebene $\gamma\phi$
s	Bogenlänge zwischen zwei Punkten auf der Evolvente
s_1, s_2	Röntgenografische Elastizitätskonstanten
s_{ges}	Gesamtlänge der Simulationsdomäne in EHD-Simulation
s_{Hmin}	Mindest-Sicherheitszahl für Flankenpressung
s_n	Nach n -Zeitschritten auf der Evolvente zurückgelegte Strecke
$1/T_N$	Streuspanne in Lastzyklenrichtung
$1/T_S$	Streuspanne in Lastrichtung
t	Zeitkoordinate
t_{ges}	Gesamtdauer zur Durchquerung der Simulationsdomäne
v_G	Gleitgeschwindigkeit der Zahnflanke im Kontaktpunkt
v_T	Tangentialgeschwindigkeit der Zahnflanke im Kontaktpunkt
x	Koordinate in Kontakttrichtung, Profilverschiebung
x'	Koordinate in Koordinatensystem Zahnsymmetrieachse
y'	Koordinate in Koordinatensystem Zahnsymmetrieachse
Z	Zahnradmittelpunkt
$Z_{B,D}$	Einzeleingriffsfaktor Ritzel/Rad nach <i>ISO 6336</i>
Z_L	Schmierstofffaktor nach <i>ISO 6336</i>

Z_{NT}	Lebensdauerfaktor für Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
Z_R	Rauheitsfaktor nach <i>ISO 6336</i>
Z_V	Geschwindigkeitsfaktor nach <i>ISO 6336</i>
Z_W	Werkstoffpaarungsfaktor nach <i>ISO 6336</i>
Z_X	Größenfaktor für Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
z	Koordinate normal zur Zahnflanke in Tiefenrichtung, Zähnezahl
z^*	Mit Einsatzhärte tiefe normierte Tiefenkoordinate
$z_{HV,max}$	Tiefenlage des lokalen Härtemaximums

Griechische Symbole

α_k	Halber Öffnungswinkel Keil
α_n	Normaleingriffswinkel
α_p	Parameter Papadopoulos Kriterium
α_y	Profilwinkel am Punkt y der Zahnflanke
β	Schrägungswinkel
γ	Koordinate Einheitskugel, Verdrehwinkel von Gesamtkraft zur nominellen Normalkraft im Kontaktpunkt
Δx	Schrittweite EHD-Simulation
Δt	Zeitschritt EHD-Simulation
ε_a	Profilüberdeckung
θ	Koordinate im Polarkoordinatensystem
2θ	Beugungswinkel Eigenspannungsmessung

μ	Reibkoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Krümmungsradius Zahnflanke
ρ^*	Ersatzstrukturlänge
σ_A	Schwingfestigkeit bei überlagerter Mittelspannung
σ_D	Dauerfestigkeit
σ_{ES}	Eigenspannungen
σ_H	Auftretende Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
σ_{H0}	Nominelle Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
σ_{HG}	Ertragbare Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
σ_{Hlim}	Dauerfestigkeit für Flankenpressung nach <i>ISO 6336</i>
σ_r	Normalspannung in Richtung der Polarkoordinate r
σ_{Sch}	Zugschwellfestigkeit
σ_V	Vergleichsspannung
σ_W	Wechselfestigkeit
$\sigma_{W,zd}$	Wechselfestigkeit bei Zug-Druck-Beanspruchung nach <i>FKM</i>
σ_{wirk}	Wirksame Spannung über der Ersatzstrukturlänge
σ_{WK}	Bauteil-Wechselfestigkeit nach <i>FKM</i>
σ_{xx}	Normalspannung in Kontakttrichtung
$\sigma_{x'}$	Normalspannung in Richtung der Koordinate x'
$\sigma_{y'}$	Normalspannung in Richtung der Koordinate y'
σ_{zz}	Normalspannung normal zur Zahnflanke in Tiefenrichtung

$\sigma_{\gamma\phi}$	Normalspannungsvektor in Schnittebene $\gamma\phi$
$\sigma_{\gamma\phi}$	Normalspannung in Schnittebene $\gamma\phi$
σ_{θ}	Normalspannung in Richtung der Polarkoordinate θ
τ_A	Schwingfestigkeit Torsion bei überlagerter Mittelspannung
$\tau_{a,A}$	Lokale Vergleichsspannungsamplitude bei Ausfall nach N_A Zyklen
$\tau_{eff,a}$	Vergleichsspannungsamplitude mit integralem Ansatz
$\tau_{krit,a}$	Vergleichsspannungsamplitude mit kritische Ebene Ansatz
τ_m	Schubmittelspannung
$\tau_{r\theta}$	Schubspannung $r\theta$ im Polarkoordinatensystem
τ_{Sch}	Torsionsschwellfestigkeit
τ_V	Vergleichsschubspannung
τ_W	Torsionswechselfestigkeit
τ_{xz}	Schubspannung xz im Zahnradkontakt
$\tau_{\gamma\phi}$	Schubspannungsvektor in Schnittebene $\gamma\phi$
$\tau_{\gamma\phi}$	Schubspannung in Schnittebene $\gamma\phi$
$\tau_{\gamma\phi,a,korr}$	Mittelspannungskorrigierte Schubspannungsamplitude in Schnittebene $\gamma\phi$
$\tau_{\gamma\phi,q}$	Skalarer Wert des auf \mathbf{q} projizierten Schubspannungsvektors
ϕ	Messrichtung Eigenspannungsmessung, Koordinate Einheitskugel
χ	Winkel des Einheitsvektors in Schnittebene $\gamma\phi$
ψ	Kippwinkel Eigenspannungsmessung
ψ_y	Wälzwinkel der Zahnflanke im Punkt y

ω Drehzahl Zahnrad

Indizes

1, 2 Treibendes Zahnrad 1, getriebenes Zahnrad 2
a Amplitude
Ende Wert am letzten Punkt der Simulationsdomäne der EHD-Simulation
ges Gesamt
i Index für Zeitschritt
m Mittelspannung
max Maximalwert
min Minimalwert
n n-ter Zeitschritt in EHD-Simulation
ref Referenzwert/Referenzpunkt
Start Wert am ersten Punkt der Simulationsdomäne der EHD-Simulation
y Bezeichnung für allgemeinen Punkt auf der Zahnflanke
 $\gamma\phi$ Schnittebene

Abkürzungen

alk. Alkoholisch
DL Durchläufer
EHD Elastohydrodynamisch
Eht Einsatzhärte tiefe

ES	Eigenspannungen
FE	Finite Elemente
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik
FZG	Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebesysteme
GPa	Gigapascal
HCl	Chlorwasserstoff
HV	Härte nach Vickers
KIT	Karlsruher Institut für Technologie
LW	Lastwechsel
MPa	Megapascal
MVM	Maximum Variance Method
Nm	Newtonmeter
SIH	Schubspannungsintensitätshypothese
WL	Wöhlerlinie

1 Einleitung

Der Getriebebau und die Zahnradauslegung gehören zu den grundlegenden Disziplinen des Maschinenbaus und der Antriebstechnik. Vor allem im Automobilbereich werden daher bereits seit vielen Jahrzehnten verschiedenste Fragestellungen rund um dieses Themengebiet erforscht. Im Zuge der aktuellen Transformation zur Elektromobilität wird die Komplexität des Getriebes im Automobil drastisch reduziert. Während im Antriebsstrang eines Fahrzeugs mit Verbrennungsmotor durchschnittlich 15-20 Zahnräder für das Getriebe benötigt werden, sind es im Antriebsstrang eines elektrisch betriebenen Fahrzeugs in der Regel nur noch vier [1]. Gleichzeitig sind die verbleibenden Zahnräder veränderten Anforderungen an das Geräuschverhalten, die Effizienz und die Leistungsdichte ausgesetzt. Höhere Drehzahlen, niedrigviskose Schmierstoffe, angepasste Mikrogeometrien und ein enormer Kostendruck - all das sind Herausforderungen, welche bei der Entwicklung moderner Zahnräder im elektrischen Antriebsstrang zu berücksichtigen sind.

Die Dimensionierung von Zahnrädern erfolgt nach Stand der Technik üblicherweise mithilfe der Norm *ISO 6336* [2], sowie durch Beurteilung der aus Kontaktanalysen berechneten Pressungsverteilung auf der Zahnflanke. Dabei basiert diese Vorgehensweise auf vielen empirisch ermittelten Einflussfaktoren und erfordert für eine wettbewerbsfähige Auslegung ein fundiertes Erfahrungswissen. Die Gültigkeit des vorhandenen empirischen und erfahrungsbasierten Auslegungswissens ist allerdings bei den durch die Elektrifizierung veränderten Betriebsbedingungen zumindest teilweise zu hinterfragen. Gerade bei sehr komplexen Schädigungsmechanismen wie dem der Pittingbildung können sich veränderte Betriebsbedingungen in unvorhergesehener Weise auf die Tragfähigkeit auswirken. Eine zuverlässige und gleichzeitig wettbewerbsfähige Auslegung ist hier ohne größere

experimentelle Aufwände mit den etablierten Methoden nicht möglich. Stattdessen werden Simulationsmodelle benötigt, welche die Auswirkungen veränderter Betriebsbedingungen auf die Zahnflankentragfähigkeit physikalisch basiert beschreiben können.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher ein auf örtlichen Größen basierendes Auslegungskonzept für den Schädigungsmechanismus Pitting zu entwickeln. Dabei sollen die lokal im Zahnradkontakt entstehenden Beanspruchungen berechnet und der lokal vorhandenen Beanspruchbarkeit gegenübergestellt werden. Hierdurch wird es möglich die Auswirkungen veränderter Betriebsbedingungen auf das Risiko für die Pittingbildung simulativ zu bewerten und experimentelle Aufwände zu reduzieren.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Zunächst werden in Kapitel 2 die für das Verständnis notwendigen Grundlagen zusammengefasst, ehe in Kapitel 3 detailliert auf Besonderheiten bei der spannungsbasierten Bewertung der Pittingtragfähigkeit bei Zahnrädern eingegangen wird. In Kapitel 4 werden die im Zuge der Arbeit angewandten Messverfahren und experimentellen Untersuchungen beschrieben. Die Modellentwicklung zur Ermittlung der lokalen Beanspruchung und Beanspruchbarkeit erfolgt in den Kapiteln 5 und 6. Der Aufbau des entwickelten örtlichen Konzepts ist schließlich in Kapitel 7 zusammengefasst. In Kapitel 8 erfolgt dann die Anwendung und Validierung der entwickelten Methode. Darüber hinaus wird dort das Modellverhalten bei Veränderung wichtiger Einflussgrößen untersucht und diskutiert. Schließlich werden in Kapitel 9 die wesentlichen Erkenntnisse der Arbeit zusammengefasst.

2 Stand des Wissens

Das Abwälzen von im Eingriff stehenden Zahnrädern stellt einen vielschichtigen und komplexen Vorgang dar. In diesem Kapitel soll daher ein Überblick über die wesentlichen Aspekte des Zahnradkontakts, die daraus resultierenden Schädigungsmechanismen sowie die in der Literatur existierenden Berechnungsansätze gegen die Pittingbildung gegeben werden.

2.1 Grundlagen des Zahnradkontakts

Zahnräder haben die Aufgabe Kräfte zwischen Wellen zu übertragen und dabei das Drehmoment bzw. die Drehzahl zu wandeln. Aufgrund vieler vorteilhafter Eigenschaften werden die Zähne hierfür meist in Form einer Evolvente gefertigt, sodass sich diese Arbeit ausschließlich auf evolventische Stirnradverzahnungen bezieht. Im Folgenden sollen einige wichtige grundlegende Aspekte des Zahnradkontakts erläutert werden.

Aufgrund der speziellen Eigenschaften der Evolvente, liegen bei Evolventenverzahnungen bei einer Betrachtung im Querschnitt sämtliche Berührungspunkte zweier aufeinander abwälzender Zahnflanken auf einer geraden Linie. Da die Evolventen der Zahnflanken durch den Kopfkreis begrenzt werden, findet die tatsächliche Berührung der Flanken nur auf einem bestimmten Abschnitt dieser Linie statt, der Eingriffsstrecke genannt wird [3]. Entlang der Eingriffsstrecke werden dabei einige ausgezeichnete Punkte unterschieden, die verschiedene Bereiche des Eingriffs kennzeichnen. In Abbildung 2.1 ist der Kontakt einer Geradverzahnung mit der Eingriffsstrecke und dem Verlauf der Zahnnormalkraft dargestellt. Der

Zahnradkontakt beginnt im Punkt A der Eingriffsstrecke, der beim treibenden Zahnrad im Fuß- und am getriebenen Rad im Kopfbereich der Flanke liegt. Die Punkte der Eingriffsstrecke können somit entsprechend der jeweiligen Position des Berührungspunktes auch direkt auf die Zahnflanken bezogen werden. Das Eingriffsende wird durch den Punkt E gekennzeichnet, welcher mit dem Punkt A den aktiven Teil der Zahnflanken begrenzt. Der Punkt C bezeichnet den Wälzpunkt. Hier findet ein reines Abrollen der Zähne ohne überlagertes Gleiten statt. Zusätzlich kennzeichnen die Punkte B und D bei Geradverzahnungen den Beginn und das Ende des Einzeleingriffsbereichs, wo die Kraftübertragung nur durch ein einzelnes Zahnpaar erfolgt. Wie am Verlauf der Normalkraft zu erkennen ist, entsteht hier die größte Belastung für den Zahn. Im Falle von Schrägverzahnungen sind durch einen größeren Überdeckungsgrad im Allgemeinen stets mehrere Zähne gleichzeitig im Eingriff, sodass dort der Einzeleingriffsbereich entfällt [4].

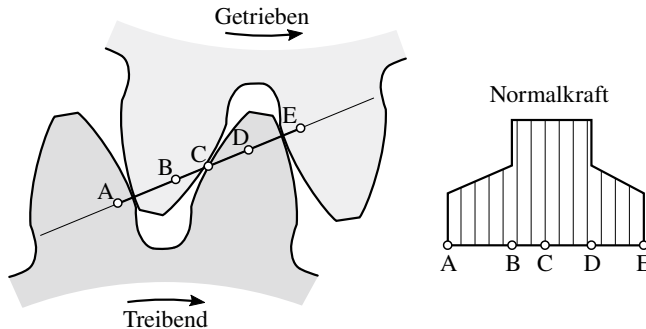


Abbildung 2.1: Eingriffsstrecke einer Geradverzahnung mit Kraftverlauf (angelehnt an [3])

Grundsätzlich unterscheidet man bei einer Zahnradpaarung Ritzel und Rad. Dabei wird das kleinere (und meist treibende) Zahnrad als Ritzel und das größere (meist getriebene) Zahnrad als Rad bezeichnet.

Wie bereits erwähnt, zeichnet sich der Wälzpunkt C dadurch aus, dass die Zahnflanken schlupffrei aufeinander abrollen. Außerhalb des Wälzpunktes kommt es im Berührungspunkt der Zahnflanken geometrisch bedingt zu einer zusätzlich überlagerten Gleitbewegung [4]. Diese Relativbewegung zwischen den Zahnflanken ist

dabei für das Verständnis des Abwälzvorgangs von entscheidender Bedeutung. In Abbildung 2.2 sind die Geschwindigkeitsverhältnisse entlang der Eingriffsstrecke eines im Stirnschnitt abgebildeten Zahnradkontakts dargestellt.

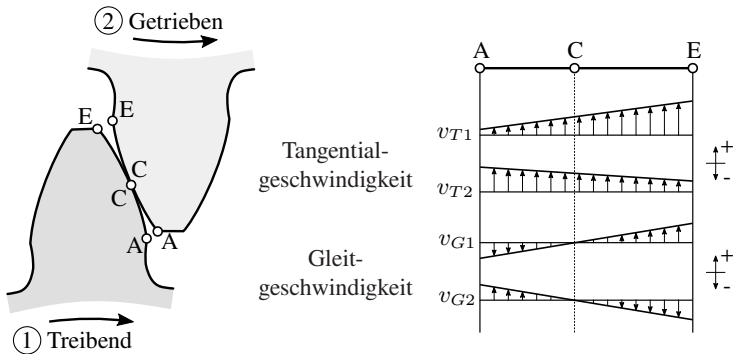


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsverhältnisse im Zahnradkontakt (angelehnt an [4])

Es ist zu erkennen, dass die zur Zahnflanke tangentielle Geschwindigkeitskomponente vom Zahnfußbereich bis zum Zahnkopf linear ansteigt. Entsprechend ist die resultierende Geschwindigkeitsdifferenz im Zahnradeingriff (Gleitgeschwindigkeit) aus Sicht des jeweils betrachteten Rades im Fußbereich stets negativ und im Kopfbereich stets positiv. Man spricht dabei von negativem und positivem Gleiten bzw. Schlupf. Am Beginn der Eingriffsstrecke im Bereich A-C liegt also am treibenden Rad negatives Gleiten und am getriebenen Rad positives Gleiten vor, wobei sich die Verhältnisse nach Überschreitung des Wälzpunktes im Bereich C-E umkehren. Da der Wälzpunkt in der Regel nicht genau in der Mitte der Eingriffsstrecke liegt, können sich am Punkt A und E unterschiedlich hohe Geschwindigkeitsdifferenzen ergeben. [4, 5]

Die aus der Geschwindigkeitsdifferenz resultierende Gleitbewegung führt dazu, dass verschiedene Punkte einer Zahnflanke mit unterschiedlich großen Abschnitten der Gegenflanke in Kontakt kommen. D.h. im Bereich negativen Schlupfes gleitet ein längerer Abschnitt der Gegenflanke über einen Referenzpunkt hinweg als im Bereich positiven Schlupfes. Dies hat Auswirkungen auf die im Kontakt

vorhandene Reibung sowie die Temperaturentwicklung und stellt somit eine wichtige Einflussgröße für die Bewertung oberflächennaher Verschleißmechanismen dar [6]. Am Eingriffsbeginn und -ende sind diese Effekte am größten, wohingegen die Bedeutung mit zunehmender Nähe zum Wälzpunkt abnimmt.

Am Wälzpunkt kommt es neben der Umkehr der Gleitrichtung gleichzeitig zu einem Richtungswechsel der gleichgerichteten Reibkraft. Dies ist eine weitere wichtige und charakteristische Eigenschaft des Zahnradkontakts. Mit der Richtung der Reibkraft wechselt auch die Orientierung der durch Kontaktermüdung entstehenden Oberflächenanrisse [7]. In Abbildung 2.3 sind die Richtungsverhältnisse der Gleitbewegung und Reibkraft sowie die Orientierung der Oberflächenrisse dargestellt. Wie zu erkennen ist, hängt die Orientierung der Anrisse mit der Richtung der Reibkraft zusammen. Am treibenden Rad zeigt die Reibkraft jeweils vom Wälzpunkt weg und am getriebenen Rad zum Wälzpunkt hin. Diese Eigenschaft des Zahnradkontaktes hat wichtige Auswirkungen auf die Beanspruchungssituation im Zahnrad und somit auf die entsprechenden Ermüdungsvorgänge. Daher wird dieser Aspekt in Kapitel 3 ausführlicher untersucht.

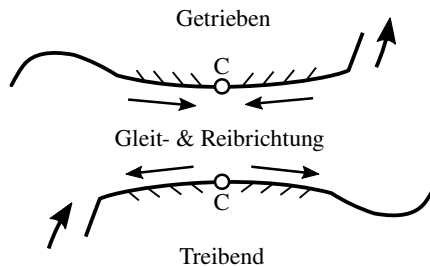


Abbildung 2.3: Richtungsverhältnisse von Gleitbewegung und Reibung am treibenden und getriebenen Zahnrad (angelehnt an [7])

2.2 Schädigungsmechanismen im Zahnflankenkontakt

Die komplexen Vorgänge im Zahnflankenkontakt führen dazu, dass bei Zahnrädern viele verschiedene, teils konkurrierende Schädigungsmechanismen beobachtet werden können. Eine ausführliche Darstellung möglicher Schäden ist in den Normen *DIN 3979* [8] und *ISO 10825* [9] gegeben. Nachfolgend wird eine Übersicht über die wichtigsten Schadensarten im Zahnflankenkontakt gegeben. Insbesondere wird dann auf die Schadensart Pitting eingegangen, welche den zentralen Gegenstand dieser Arbeit darstellt.

2.2.1 Übersicht der Schädigungsvarianten

In Abbildung 2.4 ist eine Auswahl der wichtigsten Schädigungsvarianten an Zahnflanken dargestellt, welche nachfolgend in kurzen Abschnitten beschrieben werden. Darüber hinaus existieren noch einige weitere Schädigungsvarianten, die hier aber nicht näher betrachtet werden sollen. Als wichtigster Vertreter sei dabei der Zahnfußbruch genannt, welcher sich aber maßgeblich von den nachfolgend beschriebenen Ausfallmechanismen unterscheidet.

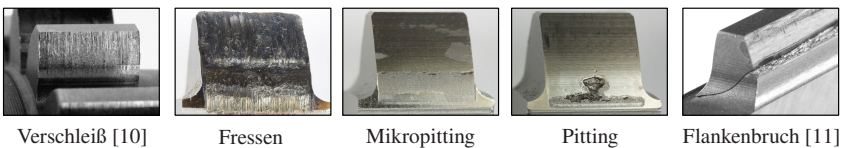


Abbildung 2.4: Übersicht wichtiger Schädigungsvarianten an Zahnflanken

Verschleiß

Verschleiß ist ein übergeordneter Begriff, der viele unterschiedliche Vorgänge zusammenfasst. Tatsächlich fallen die meisten Schädigungsformen im Zahnflankenkontakt im übergeordneten Sinn unter die Kategorie Verschleiß. Hier sollen daher lediglich die in [8] unterschiedenen Verschleißarten normaler (Einlauf-)Verschleiß und Abrasivverschleiß behandelt werden. Beide Verschleißarten führen nur in extremen Fällen zu einer Beeinträchtigung der Lebensdauer der Zahnflanken und sind somit selten kritisch [3].

Beim normalen Verschleiß werden die durch die Fertigung der Zahnflanke entstehenden Oberflächenstrukturen abgetragen bzw. verformt, sodass es zu einer zunehmenden Glättung der Oberfläche kommt. Dieses Verhalten ist vor allem in der Einlaufphase von Zahnrädern zu beobachten, da sich durch den Abbau der Rauheitsspitzen ein verbesserter Schmierzustand einstellt und der Verschleiß dann zunehmend degressiv verläuft. [4, 6, 12]

In Abbildung 2.5 ist beispielhaft ein Ausschnitt aus dem Rauheitsschrieb einer Zahnflanke im Ausgangszustand und im eingelaufenen Zustand nach einer Million Abwälvorgängen dargestellt. Die Einglättung des Rauheitsprofils durch den initialen Einlaufverschleiß ist gut zu erkennen. Anschließend bleibt das Oberflächenprofil dann aufgrund der verbesserten Schmierbedingungen über einen großen Teil der Lebensdauer weitestgehend unverändert.

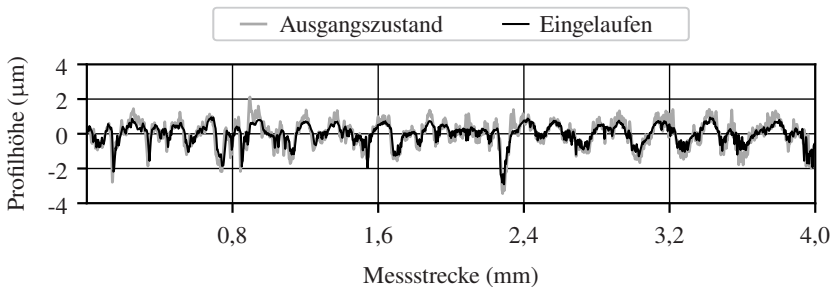


Abbildung 2.5: Rauheitsprofil einer Zahnflanke im Ausgangszustand und nach dem Einlauf

Unter Abrasivverschleiß versteht man Verschleiß, der durch in den Zahnradengriff gelangte Fremdkörper verursacht wird. Dies können zum Beispiel Verunreinigungen im Schmieröl oder kleine Partikel sein. Der Grad der Schädigung hängt dabei von der Zahnflankenhärte und der Größe, Konzentration und Härte der Fremdkörper ab. [3, 4]

Fressen

Beim Fressen (Warmfressen) handelt es sich um eine Form des adhäsiven Verschleißes, die nur bei Vorhandensein einer Relativbewegung auftritt [6]. Dabei kommt es im Zahnkontakt lokal zum Versagen der Schmierwirkung, sodass sich durch die hohe Beanspruchung und Reibung blitzartige Temperaturerhöhungen bilden, welche dann zu kleinen Mikroverschweißungen zwischen den Zahnflanken führen. Durch die Gleitbewegung werden diese Verschweißungen allerdings sofort wieder aufgebrochen, sodass es zu den charakteristischen streifenförmigen Aufrauungen in Zahnhöhenrichtung kommt (vgl. Abbildung 2.4). Im fortgeschrittenen Stadium können sich dabei auch Anlasszonen auf den Zahnflanken bilden. Gefährdet sind vor allem schnell laufende und hoch beanspruchte Zahnradpaarungen. Beim Fressen handelt es sich nicht um einen Ermüdungsvorgang, weshalb schon eine kurzzeitige Überlastung zu Fresserscheinungen führen kann. Durch eine sorgfältige Auslegung sowie den Einsatz von Schmierstoffen mit geeigneter Additivierung kann die Fressgefahr signifikant verringert werden. [3, 4, 8]

Mikropitting (Graufleckigkeit)

Unter Mikropitting oder Graufleckigkeit versteht man mikroskopisch kleinste Ausbrüche und Poren, die sich in großer Zahl und hoher Dichte über einen Bereich der Zahnflanke erstrecken und so makroskopisch zu einem matten und grauen Erscheinungsbild führen [6]. Abbildung 2.6 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt einer Mikropitting-Zone, in dem die dichte Ansammlung von Poren und Ausbrüchen gut zu erkennen ist.

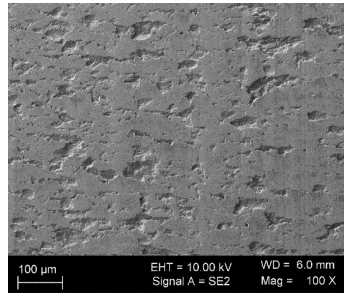


Abbildung 2.6: Vergrößerte Darstellung von Mikropitting im Rasterelektronenmikroskop

Die Tiefe der einzelnen Poren beträgt typischerweise etwa 10-30 μm [13–15]. Wenn einzelne Ausbrüche zusammenwachsen, können aber auch größere Tiefen erreicht werden. Da das Mikropitting nur sehr oberflächennah auftritt und die Ausbrüche eine sehr geringe Tiefe aufweisen, wird Graufleckigkeit weniger kritisch bewertet als beispielsweise die Entstehung von Pitting [3]. Am häufigsten werden die feinen Poren im Gebiet negativen Gleitens im Zahnfußbereich beobachtet, allerdings können auch andere Regionen der Zahnflanke betroffen sein (vgl. Abbildung 2.4). Grundsätzlich wird die Funktion des Zahnrades durch das Mikropitting zunächst nicht beeinträchtigt. Wenn allerdings größere Bereiche der Zahnflanke betroffen sind, kann das Mikropitting zu einer Abweichung der Flankenform führen und so eine Konzentration der Beanspruchung bewirken oder die dynamischen Eigenschaften der Verzahnung beeinflussen [16]. Es ist nicht vollständig geklärt in welchen Fällen und bis zu welchem Grad eine vorhandene Graufleckigkeit das Risiko für die Entstehung von Pitting erhöht. Häufig können an geschädigten Zahnflanken beide Phänomene beobachtet werden. Untersuchungen [16, 17] der Forschungsvereinigung Antriebstechnik *FVA* haben gezeigt, dass vorhandenes Mikropitting definitiv zu einer Absenkung der Pittingtragfähigkeit führen kann.

Pitting (Grübchenbildung)

Bei Pitting oder Grübchenbildung handelt es sich ebenfalls um einen oberflächennahen Ermüdungsschaden. Im Gegensatz zu Mikropitting sind die Ausbrüche dabei aber deutlich größer und makroskopisch erkennbar. Oftmals haben die Grübchen ein charakteristisches keilförmiges Erscheinungsbild, aber auch andere Formen sind möglich. Am häufigsten tritt der Schaden bei Zahnflanken im Bereich des negativen Gleitens auf, wobei die Grübchen seitlich und in Richtung der Abwälzbewegung anwachsen. [6, 7]

In Abbildung 2.7 sind einige typische Beispiele von Pitting am treibenden Ritzel einer Prüfverzahnung dargestellt.

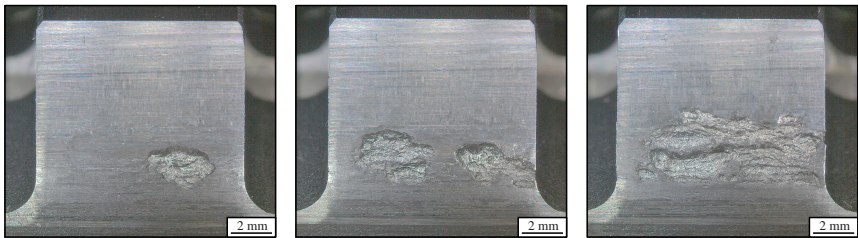


Abbildung 2.7: Beispiele für Erscheinungsformen von Pitting am treibenden Zahnrad

Die Rissbildung beginnt meistens an oder direkt unterhalb der Oberfläche [7]. Seltenere liegt der Ursprung des Anrisses in tieferen Werkstoffbereichen. Letzteres ist vor allem bei sehr guten Oberflächenqualitäten oder zu geringen Einsatzhärte-tiefen zu beobachten [3, 6]. Weiterhin verlaufen die von der Oberfläche ausgehenden Anrisse typischerweise unter einem charakteristischen Winkel von etwa 20-40° [7, 13, 15]. In Abbildung 2.8 ist ein Querschliff von einem typischen Pitting zu sehen. Neben dem bereits erwähnten charakteristischen Anrisswinkel ist zu erkennen, dass das Pitting ab einer gewissen Tiefe relativ flach verläuft, ehe es unter einem steileren Winkel zur Oberfläche zurückkehrt. Am Auslauf sind einige Sekundärrisse zur erkennen, welche das weitere Wachstum des Grübchens in Abwälzrichtung erahnen lassen. Bezüglich der Tiefe der Pittings gibt es keine

universellen Angaben. In [18] werden beispielsweise 20-100 μm genannt, in [19] wiederum konnten maximale Tiefen von 274-432 μm beobachtet werden und in [20] hatten die Grübchen bei vergleichbaren Verzahnungen eine Tiefe 200-500 μm .

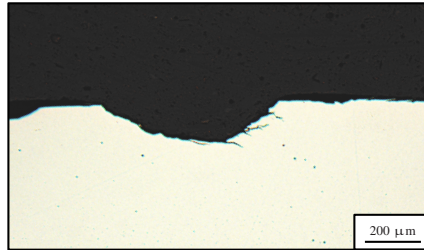


Abbildung 2.8: Typische Pittingform im Querschliff

Eng mit der Grübchenbildung verwandt sind sogenannte Abplatzer bzw. Spalling. Dabei handelt es sich um großflächige und relativ flach verlaufende Ausbrüche, die ähnlich wie bei Pitting häufig eine Dreiecksform aufweisen [6, 8]. Die Schädigungsvarianten sind dabei nicht scharf voneinander getrennt, weswegen in der Fachliteratur beide Bezeichnungen vorkommen und teilweise gleichbedeutend verwendet werden.

Flankenbruch

Als Flankenbruch wird ein Ermüdungsschaden bezeichnet, bei dem der Schadensausgang in tieferen Bereichen der Zahnflanke unterhalb der Oberfläche im Bauteilvolumen liegt. Die Rissinitiierung steht dabei häufig mit Einschlüssen unterhalb der aktiven Zahnflanke im Übergangsbereich zwischen Rand- und Kerngefüge in Verbindung. Durch zusätzliche an der Oberfläche entstehende Sekundär- bzw. Tertiärrisse kommt es dann zu keilförmigen Werkstoffausbrüchen und schließlich zu einem Abbrechen der Zahnflanke. Dabei kann der Schaden unvorhergesehen und ohne vorherige Grübchenbildung auftreten. Nicht jede Verzahnung ist allerdings für Flankenbruch anfällig. Besonders gefährdet sind Verzahnungen mit

großen Ersatzkrümmungsradien in Verbindung mit geringen Einsatzhärteiefen und einem hohen Schlankheitsgrad der Zähne. [11, 20–22]

2.2.2 Entstehung von Pitting

Bei der Pitting- bzw. Grübchenbildung handelt es sich um einen komplexen Schädigungsmechanismus, der einer Vielzahl von Einflüssen unterliegt. Im Gegensatz zur „klassischen“ Ermüdung ist die Pittingbildung nicht allein durch die Bauteileigenschaften bestimmt, sondern vielmehr durch die Systemeigenschaften der Bauteilpaarung charakterisiert [23]. Der Grund hierfür ist, dass die Kräfteinleitung maßgeblich von den Bauteilpaarungseigenschaften bestimmt wird. Neben der Grundbeanspruchung durch die Hertz'sche Pressung verursacht die Gleitbewegung der Zahnflanken an der Oberfläche zusätzliche Reibkräfte. Da sich die Gleitgeschwindigkeiten entlang des Eingriffs verändern, kommt es an den Flanken somit lokal zu sehr unterschiedlichen Beanspruchungen. Sowohl die maßgeblich von der Reibkraft beeinflusste oberflächennahe Beanspruchung als auch die durch die Hertz'sche Pressung verursachten Ermüdungsvorgänge unterhalb der Oberfläche spielen im Entstehungsprozess von Pitting eine Rolle. [24]

Nach *Knauer* kann die Entstehung von Pitting in vier Phasen unterteilt werden [24, 25]:

- Ermüdungsphase
- Rissentstehung
- Rissfortschritt
- Ausbruch

Der Hauptanteil der Lebensdauer entfällt dabei auf die Ermüdungsphase, in der es durch zyklische Beanspruchung zu mikroplastischen Verformungen und schließlich zur Ausbildung von mikroskopisch kleinen Anrissen kommt. Diese Anrisse

ermöglichen dann die Bildung eines makroskopischen Risses, der letztlich zum Pittingausbruch führt.

Grundsätzlich können Pittings ihren Ausgang sowohl an als auch unterhalb der Oberfläche haben [3]. Bei randschichtgehärteten Zahnrädern besteht die Gefahr von unter der Oberfläche ausgehenden Grübchen vor allem dann, wenn das Beanspruchungsmaximum unterhalb oder im Auslauf der Härteschicht liegt [3]. Im Falle ordnungsgemäß dimensionierter und wärmebehandelter Zahnräder reicht die Beanspruchung in der Tiefe aber nicht aus, um ausbreitungsfähige Risse zu erzeugen [24, 26]. Lediglich bei Vorhandensein von Defekten wie z.B. nichtmetallischen Einschlüssen oder Fehlstellen kann es infolge der lokalen Spannungskonzentration dennoch zu einer Rissbildung unterhalb der Oberfläche kommen [24]. Für eine tiefergehende Betrachtung der Pittingentstehung mit Ausgang unterhalb der Oberfläche sei an dieser Stelle auf die Arbeiten von *Ding et al.* verwiesen [18, 27, 28]. Aufgrund der Entwicklungen hinsichtlich des Reinheitsgrades der Werkstoffe sowie fortgeschrittener Wärmebehandlungsverfahren ist der Schadensausgang in der Tiefe allerdings kaum mehr zu erwarten [29].

Weitaus komplexer sind die Vorgänge bei von der Oberfläche ausgehender Pittingbildung. Hierbei kommt es zum Zusammenspiel von tribologisch beeinflussten Ermüdungsvorgängen an der Oberfläche, komplexen Risswachstumsmechanismen sowie von der Hertz'schen Pressung verursachten Ermüdungsvorgängen unterhalb der Oberfläche. Zunächst führen lokale Spannungsüberhöhungen, welche durch die technischen Oberflächen verursacht werden (vgl. [30]), in der Einlaufphase zu Veränderungen der oberflächennahen Mikrostruktur [31]. Die hohen Spannungen führen zu einer plastischen Verformung der Rauheitsspitzen, sodass sich die Oberfläche im weiteren Verlauf der Beanspruchung teilweise einebnet. In sehr kleinen Werkstoffbereichen direkt unterhalb der Oberfläche entstehen hohe Druckeigenstressungen und das Gefüge wird in eine sehr feinkörnige Struktur umgewandelt [16, 32]. Nach der Einlaufphase bricht eine über weite Teile der Lebensdauer stabile Phase an, in der es in den stark beanspruchten Regionen unterhalb der Oberfläche zu alternierenden plastischen Fließvorgängen auf Mikroebene kommt [24, 31]. Schließlich entstehen an oder unmittelbar unter der Oberfläche kleine Anrisse, die entgegen der Richtung der wirkenden Reibkraft orientiert sind (vgl.

Abbildung 2.3). Ausgehend von diesen mikroskopischen Anrissen bildet sich ein makroskopischer Riss, welcher unter steilerem Winkel in die Werkstofftiefe anwächst [24, 26]. Vom Hauptriss ausgehend bilden sich schließlich mehrere Nebenrisse aus, welche in einem Winkel von 45° zum Hauptriss verlaufen und sich mit zunehmender Tiefe steiler in Richtung Oberfläche orientieren, während der Hauptriss in einen flacheren Verlauf übergeht [24]. Erreichen die Nebenrisse die Oberfläche, bricht schließlich der unterhöhlte Werkstoff heraus und das Pitting wird erkennbar. In Abbildung 2.9 ist dieser Vorgang der Unterhöhlung gut zu erkennen. Im linken Bild zeichnet sich das entstehende Pitting durch feine Risse bereits an der Oberfläche ab, während das Material aber noch unterhalb der Oberfläche zusammengehalten wird. Kurze Zeit später kommt es schließlich zu einem vollständigen Herausbrechen.

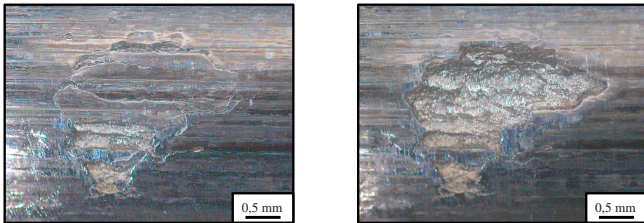


Abbildung 2.9: Imminenter Materialausbruch und resultierendes Pitting

Ob sich aus den an der Oberfläche entstehenden Mikrorissen ein in die Tiefe wachsender Makroriss herausbilden kann, hängt nach derzeitigem Kenntnisstand vom Spannungsverlauf über der Tiefe ab [16, 33]. Bei großen Spannungsgradienten sinkt die Wahrscheinlichkeit für das Risswachstum in die Tiefe und es kommt eher zu Schädigungen in der Größenordnung von Mikropitting. Sind allerdings auch tiefere Werkstoffbereiche stark beansprucht, so steigt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anrisse in die Tiefe anwachsen und zu Pittingbildung führen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Entstehung von Pitting ist die vielfach belegte (z.B. [14, 34]) Beobachtung, dass Pittings fast immer im Bereich des negativen Schlupfes entstehen, obwohl die zugrunde liegenden Mikroanrisse sowohl im positiven als auch im negativen Schlupfgebiet auftreten [7]. Die Ursache hierfür ist

nicht abschließend geklärt und wird in Abschnitt 3.1 ausführlicher diskutiert. Ein weit verbreiteter Erklärungsversuch basiert auf der Annahme, dass das Risswachstum der Oberflächenanrisse durch das im Kontakt enthaltene Schmieröl verstärkt wird. Zum besseren Verständnis sollen dazu zunächst anhand von Abbildung 2.10 die Abläufe bei der Überrollung eines Oberflächenanrisses veranschaulicht werden [35]:

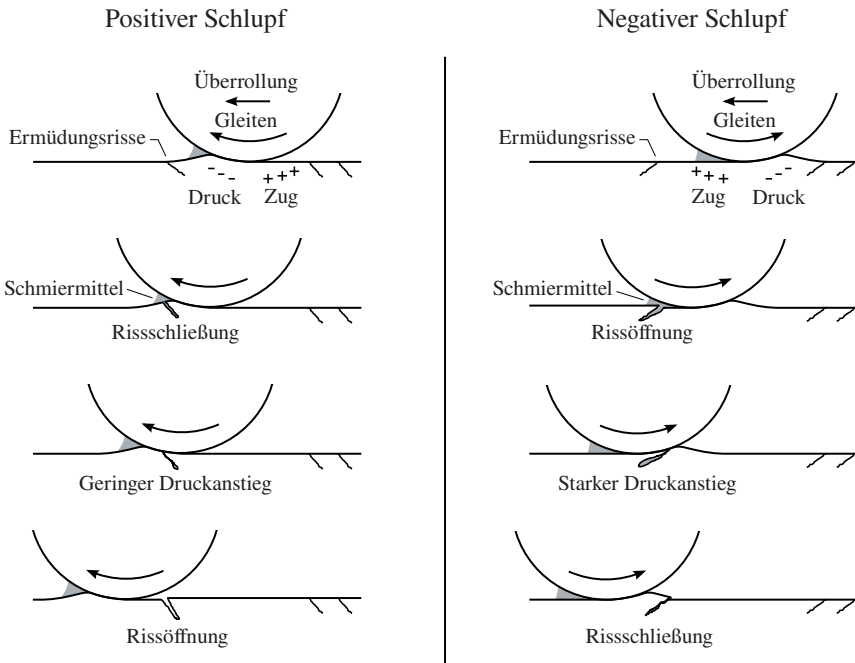


Abbildung 2.10: Überrollung von Oberflächenanrissen bei positivem und negativem Schlupf (angelehnt an [35])

Im Bereich positiven Schlupfes ist die Gleitrichtung der Bewegungsrichtung der Überrollung überlagert. Das bedeutet, dass die an der Oberfläche wirksame Traktionskraft in Richtung der Überrollung zeigt. Aus diesem Grund erfährt die Zahnflanke im Einlaufbereich des Kontaktes eine Druck- und im Auslaufbereich eine

Zugbeanspruchung (bezogen auf die Spannungskomponente in Bewegungsrichtung). Ein bereits vorhandener Oberflächenanriss wird somit vor der Überrollung zusammengedrückt und anschließend im Kontaktauslauf aufgezogen. Zudem verhindert die Orientierung der Anrisse eine Rissöffnung durch die anrollende Normalbeanspruchung, da sich die zuerst beanspruchte Rissflanke auf der Gegenflanke abstützen kann. Genau umgekehrt verhält es sich im Bereich negativen Schlupfes. Hier ist die Gleitrichtung der Überrollung entgegengesetzt, wodurch die Traktionskraft der Bewegung entgegenwirkt. Es entsteht somit im Einlaufgebiet eine Zug- und im Auslaufgebiet eine Druckbeanspruchung. Ein Anriss wird also zuerst aufgezogen und erst bei der Überrollung und im Kontaktauslauf zusammengedrückt. Durch die Rissorientierung sorgt auch die anrollende Normalbeanspruchung für eine Öffnung der Anrisse, da sich die zuerst beanspruchte Rissflanke nicht auf der Gegenflanke abstützen kann.

Auf diesen Abläufen beruht die eingangs erwähnte Erklärung für das verstärkte Auftreten von Pittings im Bereich negativen Gleitens. Es wird angenommen, dass durch die vorherige Öffnung der Anrisse Schmieröl unter hohem Druck in Risse hineingedrückt wird, wodurch sich an der Risspitze eine zusätzliche Beanspruchung ergibt. Bei der Überrollung wird das im Riss eingeschlossene Öl weiter komprimiert und die Beanspruchung zusätzlich erhöht. Teilweise wird in diesem Zusammenhang auch von einer hydraulischen Sprengwirkung gesprochen. Im Bereich positiven Gleitens dagegen sorgt die der Überrollung vorausgehende Risssschließung dafür, dass nur wenig Schmieröl in den Riss gelangen kann und das Risswachstum somit ausbleibt. [35, 36]

Erstmals wurde dieser Erklärungsansatz von *Way* [37] formuliert, wobei die Thesen bis heute umstritten sind. Diskutiert wird das Thema vor allem im Rahmen von bruchmechanischen Untersuchungen, auf die an dieser Stelle aber nicht näher eingegangen werden soll. Für weitere Hintergründe sei vor allem auf die aufschlussreiche Arbeit von *Bower* [36] hingewiesen. Zusätzliche grundlegende bruchmechanische Betrachtungen zum Risswachstum bei Pittingbildung sind in [38–42] zu finden.

2.2.3 Einflüsse auf die Pittingtragfähigkeit

Aufgrund der komplexen Vorgänge bei der Entstehung von Pitting und insbesondere aufgrund des Charakters einer System-Bauteilpaarungseigenschaft, existiert eine Vielzahl von interaktiven Einflüssen auf die Pittingtragfähigkeit. Grundsätzlich kann dabei zwischen Einflüssen auf die Beanspruchung und Einflüssen auf die Beanspruchbarkeit unterschieden werden. Die wesentliche und alle anderen Einflüsse dominierende Größe ist dabei die Hertz'sche Pressung. *Oila* und *Bull* konnten beispielsweise im Rahmen von systematischen Untersuchungen zur Mikropitting-Lebensdauer beobachten, dass bei hohen Pressungen andere Einflussgrößen die Lebensdauer nur wenig beeinflussen, wohingegen deren Bedeutung bei kleineren Pressungen zunahm [43]. Ein ähnliches Verhalten ist wegen der Ähnlichkeiten im Schädigungsmechanismus auch bei der oberflächeninduzierten Pittingbildung zu erwarten.

Im Zahnradkontakt kann die Hertz'sche Pressung näherungsweise bestimmt werden, indem das Zahnpaar durch zwei Zylinder ersetzt wird, welche über die Krümmungsradien im jeweiligen Kontaktpunkt definiert sind (vgl. Abbildung 2.11) [3].

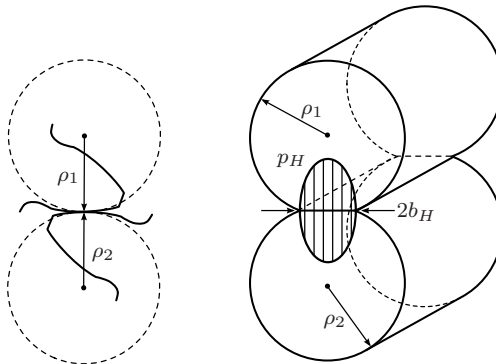


Abbildung 2.11: Ersatzmodell Hertz'sche Pressung im Zahnradkontakt (angelehnt an [3])

Die Hertz'sche Pressung p_H ergibt sich dann zu [3]:

$$p_H = \sqrt{\frac{F_N \cdot E}{2\pi \cdot \rho \cdot l \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (2.1)$$

mit den Ersatzgrößen:

$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.2)$$

und

$$\frac{E}{1 - \nu^2} = \frac{2}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}} \quad (2.3)$$

Ferner gilt für die Abplattungsbreite $2b_H$:

$$2b_H = 8p_H \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \rho. \quad (2.4)$$

Hierbei ist F_N die auf die Kontaktlänge l bezogene Normalkraft, $\rho_{1,2}$ sind die Krümmungsradien der Zahnflanken im Kontaktpunkt, $\nu_{1,2}$ die Querkontraktionszahlen und $E_{1,2}$ die Elastizitätsmoduln der beiden Zahnräder.

Aus Gleichung 2.1 können nun sämtliche geometrische Einflüsse auf die Pittingtragfähigkeit abgeleitet werden. Alle geometrischen Merkmale einer Verzahnung, welche Einfluss auf die Lastverteilung, die Kontaktbreite oder den Krümmungsradius haben, sind demnach auch Einflussgrößen auf die Pittingtragfähigkeit.

Neben der nominellen Beanspruchung durch die Hertz'sche Pressung ist die Beanspruchung im Zahnradkontakt abhängig von Fertigungsabweichungen, den technischen Oberflächen sowie damit eng verbunden den Eigenschaften des Tribosystems. Dazu kommt die durch Reibung verursachte Tangentialbeanspruchung, welche ebenfalls stark von den tribologischen Zuständen abhängt. Die wesentlichen Einflussgrößen sind hierfür der Schlupf, die Schmierfilmdicke, die Oberflächenrauheit, die Betriebstemperatur und die Öladitivierung [14, 29, 44]. Das Zusammenspiel dieser Einflussfaktoren ist hochgradig komplex und dynamisch,

sodass eine detaillierte Betrachtung hier nicht erfolgen kann. Eine Übersicht über die Interdependenzen kann z.B. in [43] nachgelesen werden.

Grundsätzlich ist für eine gute Pittingtragfähigkeit eine große Schmierfilmdicke erstrebenswert. Hierfür ist die druck- und temperaturabhängige Viskosität des Schmieröls unter den Betriebsbedingungen im Schmier-spalt maßgeblich, wobei auch die Drehzahl und die Oberflächenrauheit eine Rolle spielen. Zudem führt eine hohe Viskosität zu einer Vergrößerung der Reibung, sodass hier ein Optimum gefunden werden muss. [29]

Neben den beanspruchungsseitigen Einflüssen existieren auch werkstoffseitige Größen, welche die Pittingtragfähigkeit stark beeinflussen. Wesentlich für die Tragfähigkeit ist die Auswahl des Grundwerkstoffs. Legierte Einsatzstähle zeigen dabei die höchsten Pittingtragfähigkeiten, sodass diese bereits lange in der Serienentwicklung von Automobilgetrieben etabliert sind [4, 6]. Die weiteren relevanten Werkstoffeigenschaften sind die Einsatzhärte-tiefe, die Randhärte, der Restaustenitgehalt, der Eigenspannungsverlauf und der Reinheitsgrad [14].

Hinsichtlich der Wärmebehandlung wirken sich eine hohe Oberflächenhärte und eine ausreichend hohe Einsatzhärte-tiefe positiv auf die Pittingtragfähigkeit aus. Es existiert allerdings eine Grenz-Einsatzhärte-tiefe bei deren Überschreitung die Pittingfestigkeit zunächst stagniert und schließlich wieder abnimmt [20]. Auch der Restaustenitgehalt wird durch die Wärmebehandlung definiert. Hier hat sich gezeigt, dass bei einsatzgehärteten Werkstoffen ein hoher Restaustenitanteil zu einer Verbesserung der Pittingtragfähigkeit führen kann [44, 45]. Auch die Eigenspannungsverläufe haben einen großen Einfluss auf die Lebensdauer von Zahnflanken. Während Druckeigenspannungen die Tragfähigkeit verbessern, führen Zugeigenspannungen zu einer Verringerung der Lebensdauer [23]. Druckeigenspannungen werden üblicherweise durch die Wärmebehandlung und den nachgelagerten Schleifprozess in die Zahnflanke eingebracht. Hohe Druckeigenspannungen können aber auch durch einen gezielten Kugelstrahlprozess erzeugt werden [46].

Wie bereits erläutert, spielt der Reinheitsgrad bei den heutigen Qualitätsstandards eine eher untergeordnete Rolle. Relevant werden die nichtmetallischen Einschlüsse und Fehlstellen entweder bei sehr glatten Oberflächen oder bei stark

beanspruchten Großgetrieben, da sich die Belastung dort über größere Werkstoffbereiche erstreckt und folglich der statistische Größeneinfluss eine stärkere Bedeutung gewinnt. Mit zunehmender Fehlstellengröße und -anzahl nimmt die Pittingtragfähigkeit ab. [5]

2.3 Örtliches Auslegungskonzept

Der rechnerische Festigkeitsnachweis von Bauteilen kann durch verschiedene Ansätze und Auslegungskonzepte erfolgen. Nach der jeweils charakteristischen Bewertungsgröße benannt, werden dabei Nennspannungs-, Strukturspannungs-, Kerbspannungs-, Kerbdehnungs- und Rissfortschrittskonzepte unterschieden [47, 48]. Erfolgt der Nachweis mithilfe von lokalen Beanspruchungs- und Beanspruchbarkeitskenngrößen, spricht man dabei auch von einem örtlichen Konzept. Während die Normauslegung bei Zahnrädern dem Nennspannungskonzept entspricht, basieren viele alternative Ansätze auf der Betrachtung lokaler Spannungen (vgl. Abschnitt 2.4.2). Nachfolgend soll daher der Festigkeitsnachweis basierend auf (rein elastischen) örtlichen Spannungen näher betrachtet werden.

Bei spannungsbasierten örtlichen Konzepten kann grundsätzlich weiter zwischen Dauer- und Betriebsfestigkeitsnachweis unterschieden werden. Die Grundidee ist in beiden Fällen die lokale Spannung dem örtlichen Werkstoffwiderstand gegenüberzustellen, um so unterschiedliche Randschichteigenschaften in die Festigkeitsbewertung einfließen zu lassen [49]. Daraus ergibt sich die Anforderung sämtliche relevante Einflüsse quantitativ an jedem Ort innerhalb eines Bauteils zu erfassen. *Velten* formuliert in seinem lokalen Dauerfestigkeitskonzept dazu die These, dass das Schwingfestigkeitsverhalten durch Berücksichtigung von statischer Festigkeit (über die lokale Härte), Eigenspannungen, Probengröße, Formzahl und Belastungsart hinreichend beschrieben werden kann [50]. Von *Winderlich* wurde diese Überlegung um den Einfluss der Oberflächenrauheit ergänzt, sodass sich die örtliche Dauerfestigkeit dort als

$$\sigma_D(x) = O_{FK} \cdot n(x) \cdot \sigma_W(x) - M_\sigma(x) \cdot \sigma_V(x) - M_{ES}(x) \cdot \sigma_{ES}(x) \quad (2.5)$$

ergibt [49]. Dabei bezeichnet $\sigma_D(x)$ die lokale Dauerfestigkeit, O_{FK} den Einfluss der rauen Oberfläche, $n(x)$ die lokale Stützziffer, $\sigma_W(x)$ die lokale Wechselfestigkeit, $M_\sigma(x)$ die lokale Mittelspannungsempfindlichkeit, $\sigma_V(x)$ die örtliche Vergleichsspannung, $M_{ES}(x)$ die lokale Eigenspannungsempfindlichkeit und $\sigma_{ES}(x)$ die örtliche Vergleichseigenspannung. Zur Abschätzung der lokal unterschiedlichen werkstoffabhängigen Größen stehen verschiedene empirisch ermittelte Gleichungen zur Verfügung [49–52]. Alternativ können Werte aus Messungen genutzt werden. Kommt es lokal zu einer Überschreitung der dauerhaft ertragbaren Beanspruchung, so wird an dieser Stelle die Bildung eines Anrisses erwartet.

In der FKM-Richtlinie [53] ist eine Vorgehensweise für den auf örtlichen Spannungen basierenden Betriebsfestigkeitsnachweis beschrieben. In Abbildung 2.12 ist der grundsätzliche Ablauf dargestellt.

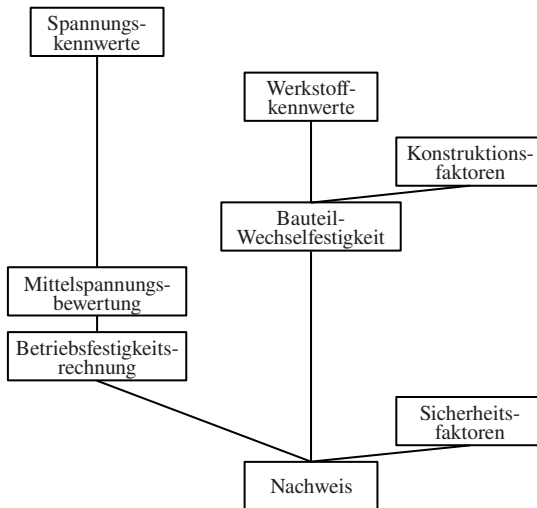


Abbildung 2.12: Ablauf Betriebsfestigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie [53]

Beanspruchungsseitig werden hierbei die lokal auftretenden Spannungskollektive mithilfe einer Mittelspannungstransformation auf ein Spannungsverhältnis

von $R = -1$ umgerechnet und anschließend in eine (auf die Zyklenzahl der Wechselfestigkeit bezogene) schädigungsgleiche Einstufenbeanspruchung umgewertet. Die Ermittlung der lokalen Wöhlerlinie erfolgt über eine mithilfe von örtlich bestimmten Konstruktionsfaktoren durchgeführten Umrechnung der aus den Werkstoffkennwerten abgeleiteten Werkstoff-Wechselfestigkeit in eine Bauteil-Wechselfestigkeit. Die Neigung sowie die Lage des Abknickpunktes der Wöhlerlinie werden abhängig von der Werkstoffgruppe vorgegeben und sind örtlich nicht variabel.

Für die Bauteil-Wechselfestigkeit σ_{WK} gilt [53]:

$$\sigma_{WK} = \sigma_{W,zd} / K_{WK,\sigma}, \quad (2.6)$$

mit der Werkstoff-Wechselfestigkeit $\sigma_{W,zd}$ und dem Konstruktionsfaktor $K_{WK,\sigma}$.

Der Konstruktionsfaktor berücksichtigt verschiedene Einflussfaktoren und setzt sich wie folgt zusammen:

$$K_{WK,\sigma} = \frac{1}{n_\sigma} \left[1 + \frac{1}{\tilde{K}_{f,\sigma}} \cdot \left(\frac{1}{K_{R,\sigma}} - 1 \right) \right] \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S}. \quad (2.7)$$

Dabei ist n_σ die Stützziffer, $\tilde{K}_{f,\sigma}$ ein Schätzwert der Kerbwirkungszahl, $K_{R,\sigma}$ der Rauheitsfaktor, K_V der Randschichtfaktor und K_S der Schutzschichtfaktor. Neben den hier abgedruckten Gleichungen für Normalspannungen werden in der FKM-Richtlinie analoge Beziehungen für Schubspannungen angegeben.

Ein Ausfall ergibt sich auch hier dann, wenn die lokale Beanspruchung die lokale Festigkeit überschreitet. Allerdings geht die FKM-Richtlinie, im Gegensatz zum oben beschriebenen Konzept der örtlichen Dauerfestigkeit, davon aus, dass sich die kritischen Nachweispunkte an der Bauteiloberfläche ergeben. Eine Betrachtung über der Bauteiltiefe kann mit dem beschriebenen örtlichen Betriebsfestigkeitskonzept daher nicht ohne Weiteres erfolgen.

2.4 Existierende Berechnungsansätze zur Bewertung von Pitting

Der Mechanismus der Pittingbildung in wälzbeanspruchten Bauteilen wird bereits seit einigen Jahrzehnten erforscht. So sind neben den zahlreichen wissenschaftlichen Untersuchungen zum Entstehungsmechanismus ähnlich große Anstrengungen unternommen worden, geeignete Berechnungsverfahren zur Vorhersage der Pittingbildung zu entwickeln. Die große Anzahl existierender Methoden umfasst dabei sowohl einfache analytisch-empirisch basierte Modelle als auch komplexe numerisch-werkstoffphysikalische Ansätze. Nachfolgend sollen einige dieser Berechnungsansätze kurz vorgestellt werden.

2.4.1 Normbewertung nach ISO 6336

Das für die Praxis relevanteste Berechnungsverfahren zur Absicherung gegen Pittingbildung ist das genormte Vorgehen nach *ISO 6336* [2]. Die Bewertung entspricht dabei weitestgehend einem Nennspannungskonzept basierend auf der Hertz'schen Pressung an der Oberfläche. Die Grundidee basiert darauf die Hertz'sche Pressung als Modellierungsgröße zu nutzen und die zulässigen Grenzwerte in Laufversuchen zu ermitteln, sodass andere Einflussgrößen implizit durch den Versuch erfasst werden [4]. Die Übertragung auf vom Laufversuch abweichende Bedingungen erfolgt dann anhand von experimentell bestimmten Umrechnungsfaktoren und mithilfe von Erfahrungswissen.

Der für Ritzel und Rad zu erbringende Nachweis lautet [2]:

$$\frac{\sigma_{HG}}{\sigma_H} > s_{Hmin}, \quad (2.8)$$

wobei σ_{HG} die ertragbare Flankenpressung bezeichnet, σ_H die auftretende Flankenpressung und s_{Hmin} die geforderte Sicherheitszahl.

Die auftretende Flankenpressung berechnet sich über:

$$\sigma_H = Z_{B,D} \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}. \quad (2.9)$$

Dabei wird die am Wälzpunkt ermittelte nominelle Flankenpressung σ_{H0} über den Faktor $Z_{B,D}$ auf den jeweils kritischen Punkt im Zahnfußbereich von Ritzel bzw. Rad umgerechnet und über Kraftfaktoren an die von den Nenn-Bedingungen abweichenden Gegebenheiten angepasst. K_A berücksichtigt äußere Zusatzkräfte, K_V innere dynamische Zusatzkräfte und $K_{H\beta}$ sowie $K_{H\alpha}$ die unterschiedliche Kraftaufteilung über der Zahnbreite bzw. in Umfangsrichtung des Zahnrades. Die Bestimmung dieser last- und voneinander abhängigen Faktoren ist nicht trivial und kann in verschiedenen Genauigkeitsgraden über komplexe numerische Analysen oder vereinfachte Beziehungen erfolgen.

Auf der anderen Seite kann die ertragbare Flankenpressung durch

$$\sigma_{HG} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \quad (2.10)$$

berechnet werden.

Hierbei wird die aus normierten Prüfbedingungen gewonnene Pitting Dauerfestigkeit σ_{Hlim} auf abweichende Betriebsbedingungen umgerechnet. Der Faktor Z_{NT} dient (wenn gefordert) zur Umrechnung der Dauerfestigkeit in den Zeitfestigkeitsbereich, sofern hier keine ausreichenden Versuchsdaten vorliegen. Z_L , Z_V und Z_R berücksichtigen den tribologischen Einfluss von Schmierstoff, Umfangsgeschwindigkeit und Rauheit, während Z_W dazu dient unterschiedliche Werkstoffpaarungen berücksichtigen zu können und Z_X die Möglichkeit zur Bewertung von Größeneinflüssen bietet. Die Betriebsfaktoren werden dabei hauptsächlich aus Versuchen oder näherungsweise aus empirisch ermittelten Zusammenhängen bestimmt. [2, 4]

Die Bestimmung und Festlegung der für den Normnachweis benötigten und größtenteils empirischen Faktoren erfordert in der Zahnradauslegung einiges an Erfahrungswissen und Knowhow. So richtet sich die geforderte Höhe der mit Gleichung 2.8 ermittelten Sicherheitszahl nach der Kenntnis der Betriebsbedingungen

und Qualität der Fertigungsprozesse sowie nach dem Vertrauen in die Genauigkeit der angesetzten Faktoren [3]. Weiterhin sind mikrogeometrische Modifikation der Zahnflanke im ISO Berechnungsverfahren nicht berücksichtigt, sodass festigkeitssteigernde Flankenmodifikationen nur über Erfahrungswissen in die Normbewertung einfließen können. Dies führt dazu, dass in der industriellen Praxis zum Teil auch Sicherheitszahlen unterhalb von 1 akzeptiert werden.

Neben der Norm in ihrer Reinform wird das durch sie vorgegebene Nachweisgerüst stetig durch aktuelle Forschungsvorhaben erweitert. So werden zum Beispiel innerhalb der *FVA* viele durch die ISO Norm nicht abgedeckte Fragestellungen untersucht und über experimentell abgeleitete Zusatzfaktoren der Normauslegung zugänglich gemacht (z.B. [17, 20, 54, 55]). Der Nachteil dieser Vorgehensweise liegt in den hohen experimentellen Aufwänden, die mit hohen Kosten verbunden sind. Problematisch bleibt außerdem weiterhin die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf vom Prüfstandsversuch abweichende Bedingungen. Aus diesem Grund gibt es schon lange Bestrebungen physikalisch basierte Bewertungsmethoden zu entwickeln, welche eine simulative Berücksichtigung veränderlicher Betriebsbedingungen erlauben.

2.4.2 Lokale Modellierungsansätze

Neben der normbasierten Auslegung existieren bereits einige Modelle, welche eine Berechnung der Pittingtragfähigkeit über örtliche Konzepte ermöglichen. Die wesentlichen Aspekte einiger ausgewählter Ansätze sollen nachfolgend zusammengefasst werden.

Tallian et al. [56–58] haben bereits früh an einem physikalisch basierten Modell zur Berechnung der Pittinglebensdauer an Wälzlagern gearbeitet. Das sehr komplexe und umfassende Modell berechnet die Pittinglebensdauer basierend auf einer Bewertung der Risswachstumsrate. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Risse ausschließlich von Defekten ausgehen, deren Auftretenswahrscheinlichkeit und Form in jedem Volumen- bzw. Oberflächenelement über eine bivariate

Verteilungsfunktion modelliert wird. Es werden drei Arten von Defekten unterschieden: nichtmetallische Einschlüsse unterhalb der Oberfläche, Kerben, Furchen und sonstige Vertiefungen an der Oberfläche sowie während des Einlaufprozesses entstandene Mikropittings. Ausgehend von der makroskopischen Spannung wird dann über analytisch-empirische Ansätze die Spannungsüberhöhung durch die Defekte berechnet und anhand der Härte die Lebensdauer bis zum Erreichen der kritischen Rissgröße ermittelt. Über die Defekt-Verteilungsfunktion kann dann die Überlebenswahrscheinlichkeit für jedes Volumen- bzw. Oberflächenelement bestimmt werden. Obwohl es sich beim Ansatz von *Tallian et al.* um ein sehr ausgeklügeltes und fortgeschrittenes Modell handelt, ist es vor allem diese Komplexität, welche einen Einsatz unpraktikabel macht. Nachteilig ist weiterhin, dass der Einfluss des Schmierfilms nicht berücksichtigt werden kann und einige Exponenten in den zugrundeliegenden Gleichungen unbekannt sind und abgeschätzt werden müssen.

Blake et al. [59–61] haben versucht die Pittingtragfähigkeit über einen bruchmechanischen Ansatz zu ermitteln. Das Konzept wurde dabei direkt für Stirnradverzahnungen entwickelt und basiert auf der Bewertung des Risswachstums von Oberflächenanrissen, welche nach einer bestimmten Zyklenzahl in Form einer Verteilungsfunktion als gegeben vorausgesetzt werden. Bemerkenswert ist dabei, dass der Einfluss der Gleitbewegung über eine vereinfachte Modellierung der Druckerhöhung durch Rauheitskontakte berücksichtigt wird, deren Häufigkeit über die Makrozyklen und die Dichte der Rauheitserhebungen abgeschätzt werden kann. Entscheidend für die Bewertung der Pittingentstehung ist der Übergang zwischen dem von den Rauheitskontakten beeinflussten Tiefenbereich und den größeren Bauteiltiefen. Überschreitet die Spannungsintensität dort den von der Festigkeit abhängigen Schwellwert, so wird ein Pitting vorhergesagt. Innerhalb des Konzeptes wird zusätzlich der Einfluss von oberflächennahen Einschlüssen berücksichtigt, sodass in Kombination mit der anfänglichen Rissverteilung eine Ausfallwahrscheinlichkeit gegeben werden kann. Zu den Nachteilen des Modells gehören die fehlende Berücksichtigung der Rissinitiierung, bestimmte Vereinfachungen in der Modellierung des Risswachstums, sowie die fehlende Berücksichtigung von Eigenspannungen.

Hertter [62, 63] konnte in seinem Modell das spannungsbasierte Konzept der örtlichen Dauerfestigkeit auf den Zahnradkontakt übertragen und schuf so die Grundlage für viele nachfolgende Arbeiten. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit wird die Beanspruchung während eines gesamten Abwälzvorgangs einer Zahnflanke berücksichtigt. Über ein einfaches Kontaktmodell geht dabei auch der Einfluss technischer Oberflächen und des Schmierstoffs in vereinfachter Form in die Berechnung ein. Außerdem werden auch die Einflüsse der Zahnquerkraft und -biegung in simpler Form berücksichtigt. Ein wesentlicher Aspekt ist darüber hinaus die Erweiterung der Schubspannungsintensitätshypothese für den Einsatz bei Wälzbeanspruchung. Erst dadurch ist es möglich den komplexen Beanspruchungszustand bei einem kompletten Abwälzvorgang zu berücksichtigen. Die Festigkeit wird lokal über die örtliche Härte abgeschätzt, während die Eigenstressungen als statische Mittellast in die Berechnung eingehen. Insgesamt können mit dem Modell bereits einige physikalische Zusammenhänge bei der Ermittlung der Pittingtragfähigkeit berücksichtigt werden. Die Nachteile liegen in der vereinfachten Berücksichtigung des elastoelastohydrodynamischen (EHD) Kontakts sowie bei der approximativen Abschätzung lokaler Einflussgrößen. Ein Betriebsfestigkeitsnachweis ist innerhalb des Konzepts nicht möglich.

Li und *Kahraman* [64–67] konnten vor allem bei der Modellierung der Kontaktbeanspruchungen signifikante Fortschritte erzielen. Innerhalb des Ansatzes wird unter Berücksichtigung von Mischreibung und real gemessenen Oberflächenprofilen der vollständige Abwälzvorgang einer Zahnflanke mithilfe eines transient gerechneten 2D-EHD-Modells simuliert. Aus der so berechneten Druckverteilung werden dann mittels Halbraumtheorie die resultierenden Spannungen unterhalb der Oberfläche bestimmt. Nach Überlagerung der Eigenspannungen, wird die Beanspruchung dann mithilfe einer Mehrachsigen-Festigkeitshypothese ausgewertet. Mit dem Ansatz ist es möglich den Einfluss der Oberflächenrauheit in deterministischer Weise bei der Berechnung der Pittingtragfähigkeit zu berücksichtigen. Die Beanspruchbarkeit wird allerdings nur in einer relativ einfachen Form aus Werkstoffkennwerten abgeschätzt. Aus diesem Grund kann mit dem Modell zwar der Ort der Schadensentstehung zuverlässig vorhergesagt werden, auf die quantitativen Prognosen ist allerdings kein Verlass [68].

Weber [22] entwickelte basierend auf dem örtlichen Konzept der Dauerfestigkeit eine Auslegungsmethode gegen Volumenversagen von einsatzgehärteten Stirnrädern. Dabei wird die Beanspruchung während eines Abwälzvorgangs mithilfe vereinfachter analytischer Modelle bestimmt. Hierbei ist vor allem die Modellierung der Biege- und Querkraftbeanspruchung ohne den Einsatz von FE-Methoden zu erwähnen. Die ermittelten Beanspruchungen werden dann über eine Mehrachsige-Festigkeitshypothese in eine Vergleichsspannung umgerechnet. Über einen Weakest-Link Ansatz kann dann unter Berücksichtigung der Defektverteilung eine Ausfallwahrscheinlichkeit ermittelt werden. Obwohl der Ansatz für Schädigungsmechanismen im Bauteilvolumen entwickelt wurde und einige für die Pittingbildung an der Oberfläche relevanten Effekte unberücksichtigt bleiben, kann das Modell aufgrund seiner Konzeption für die Bewertung von Pittingbildung an Einschlüssen in der Bauteiltiefe genutzt werden.

Das von *Löpenhaus* [14] vorgeschlagene Konzept baut auf der Arbeit von *Hertter* auf und besteht aus einem auf FE-Berechnungen basierten kombinierten Nachweis an der Oberfläche und im Volumen. Wie bei *Weber* handelt es sich hier ebenfalls um einen auf dem Weakest-Link Modell basierten Festigkeitsnachweis, wobei die zugrundeliegenden Beanspruchungen nicht analytisch, sondern mithilfe numerischer Methoden bestimmt werden. Der Kontakt rauer Oberflächen wird ohne direkte Berücksichtigung des tragenden Schmierfilms über eine kombinierte Methode aus globaler und lokal fein aufgelöster FE-Rechnung ermittelt. Dort wo kein Festkörperkontakt zwischen den rauen Oberflächen herrscht, wird der Schmierfilm über einen stark vereinfachten Ansatz mitberücksichtigt. Zusätzlich werden den Kontaktspannungen dann die ebenfalls mittels FE-Rechnung bestimmten Sekundärbeanspruchungen überlagert. Die Nachteile der Methode sind der hohe Berechnungsaufwand sowie die nur stark vereinfachte Berücksichtigung des Schmierstoffes.

Morales-Espejel und *Gabelli* [69] wenden ein für Wälzlager entwickeltes Modell zur Bewertung von Oberflächen- und Volumenermüdung auf Zahnräder an. Die zugrundeliegende Methode besteht aus einer Kombination der bei Wälzlagern etablierten Lundberg-Palmgren Theorie mit dem Weakest-Link Ansatz. Das Ziel ist die Herleitung einer Lebensdauergleichung, welche es ermöglicht komplexe

tribologische Beanspruchungsmodelle bei der Ermittlung der Tragfähigkeit zu berücksichtigen. Dabei wird eine Gleichung angegeben, mit der die L_{10} Lebensdauer für Zahnräder berechnet werden kann, wobei anteilig die Beanspruchung an der Oberfläche sowie im Volumen berücksichtigt wird. Allerdings werden für die Lebensdauergleichung einige Kalibrierfaktoren benötigt, welche von den Autoren nicht angegeben werden. Weiterhin sind in der Methode zwar lokale Beanspruchungen vorgesehen, die Beanspruchbarkeitsbewertung erfolgt aber eher auf einer globalen Ebene, sodass lokale Werkstoffeigenschaften nicht berücksichtigt werden.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass bereits viele Ansätze existieren, welche die Pittingtragfähigkeit basierend auf einer lokalen Modellierung von Einflussgrößen vorhersagen. In Tabelle 2.1 sind die wesentlichen Aspekte der betrachteten Ansätze nochmals kompakt zusammengefasst. Aufgrund der großen Zahl an für die Pittingbildung relevanten Einflüssen kann keines der bestehenden Modelle diese allein vollumfänglich berücksichtigen. Es zeigt sich, dass vor allem in der oberflächennahen Beanspruchungsanalyse deutliche Potenziale zur Verbesserung der Berechnungsgenauigkeit bestehen. Der Schmierstoffeinfluss wird, insbesondere in Kombination mit realen Oberflächenprofilen, in vielen Modellen nicht, oder nur stark vereinfacht berücksichtigt. Durch die signifikant steigende Verfügbarkeit von Rechenleistung und entsprechende Entwicklungen im Bereich numerischer Methoden in der Elastohydrodynamik wird der Einsatz entsprechender Berechnungsmethoden aber zunehmend vereinfacht. So existieren bereits erste Modelle, welche EHD-Simulationen bei der Berechnung der Oberflächenermüdung berücksichtigen. Diesen fehlt es allerdings noch, wie die Ansätze von *Li* und *Kahraman* sowie *Morales-Espejel* und *Gabelli* zeigen, an einer gleichermaßen detaillierten Modellierung der Beanspruchbarkeit. Die örtlichen Spannungen können zwar immer genauer berechnet werden, die Beanspruchbarkeit bleibt aber eine meist global ermittelte Größe, die sich schwer lokal beschreiben lässt. Neben der verbesserten Beanspruchungsanalyse, kommt daher diesem Aspekt eine zentrale Rolle bei der Entwicklung fortgeschrittener Ansätze zur Berechnung der Pittingtragfähigkeit zu. Die vorliegende Arbeit versucht an beiden Stellen anzusetzen und die bestehenden Ansätze hier weiterzuentwickeln.

Tabelle 2.1: Zusammenfassung der betrachteten lokalen Modellierungsansätze

Ansatz	Besondere Merkmale	Nachteile
<i>Tallian et al.</i> [56–58]	<ul style="list-style-type: none"> • Umfassendes mechanismenorientiertes Modell basierend auf Risswachstum 	<ul style="list-style-type: none"> • Einfluss Schmierfilm unberücksichtigt • Unbekannte Exponenten
<i>Blake et al.</i> [59–61]	<ul style="list-style-type: none"> • Bruchmechanisches Konzept mit Ausfallwahrscheinlichkeit • Vereinfachte Berücksichtigung von Rauheitskontakten 	<ul style="list-style-type: none"> • Keine Betrachtung der Rissinitiation • Eigenspannungen unberücksichtigt
<i>Hertter</i> [62, 63]	<ul style="list-style-type: none"> • Anwendung örtliches Konzept der Dauerfestigkeit auf Zahnradkontakt • Erweiterung Schubspannungsintensitätshypothese für Einsatz bei Wälzbeanspruchung 	<ul style="list-style-type: none"> • Vereinfachte Berücksichtigung EHD-Kontakt • Keine Aussage über Betriebsfestigkeit möglich
<i>Li, Kahraman</i> [64–67]	<ul style="list-style-type: none"> • EHD-Kontaktanalyse unter Berücksichtigung realer Oberflächenprofile 	<ul style="list-style-type: none"> • Nur vereinfachte Modellierung der Beanspruchbarkeit
<i>Weber</i> [22]	<ul style="list-style-type: none"> • Beschreibung des Abwälzvorgangs mithilfe einfacher analytischer Ansätze 	<ul style="list-style-type: none"> • Keine Berücksichtigung oberflächennaher Beanspruchungen
<i>Löpenhaus</i> [14]	<ul style="list-style-type: none"> • Weakest-Link Ansatz in Kombination mit FE-Analyse 	<ul style="list-style-type: none"> • Vereinfachte Berücksichtigung des Schmierstoffeinflusses • Hoher Berechnungsaufwand
<i>Morales-Espejel, Gabelli</i> [69]	<ul style="list-style-type: none"> • Anwendung von bei Wälzlagern etablierten Konzepten auf Zahnradkontakt • EHD-Kontaktanalyse für oberflächennahe Beanspruchung 	<ul style="list-style-type: none"> • Unbekannte Faktoren in Lebensdauergleichung • Keine Berücksichtigung lokaler Werkstoffeigenschaften

3 Weiterführende Betrachtung zur spannungsbasierten Berechnung der Pittingtragfähigkeit

Die Entstehung von Pitting ist ein komplexer Vorgang und umfasst die Phasen vom unbeschädigten Ausgangszustand über die Bildung von Oberflächenrissen bis hin zum finalen Ausbruch größerer Materialstücke. Ein spannungsbasiertes örtliches Konzept steht vor der Herausforderung diese vielschichtigen Abläufe anhand der zwei Kenngrößen lokal auftretende und lokal ertragbare Spannung zu bewerten. In diesem Kapitel soll erarbeitet werden, wie diese Bewertung erfolgen kann. Dazu wird zunächst in einer erweiterten Betrachtung untersucht wie sich erklären lässt, dass Pitting vorrangig im Gebiet negativen Gleitens entsteht. Anschließend wird das in dieser Arbeit für die Bewertung der Pittingtragfähigkeit verwendete Schädigungskriterium festgelegt.

3.1 Unterschiede bei positivem und negativem Gleiten

Pittings entstehen vorrangig im Zahnfußbereich von Zahnrädern im Gebiet des negativen Gleitens bzw. Schlupfes. Obwohl es hierfür bereits mögliche Erklärungsansätze gibt (vgl. Abschnitt 2.2.2), gilt das Phänomen bis heute als nicht vollständig verstanden. Nachfolgend sollen daher die wichtigsten Unterschiede zwischen positivem und negativem Gleiten zusammengetragen werden. Es ist

anzunehmen, dass die bevorzugte Pittingbildung im Bereich negativen Gleitens durch eine Kombination mehrerer Effekte zu begründen ist.

3.1.1 Normalkraftasymmetrie

Betrachtet man den nominellen Verlauf der Normalkraft über der Eingriffsstrecke (vgl. Abbildung 2.1), so kann zunächst kein Unterschied zwischen dem Gebiet negativen und positiven Gleitens festgestellt werden. Wird allerdings der Einfluss der Reibkraft mitberücksichtigt, ergibt sich am treibenden Rad im Bereich negativen Gleitens eine leicht erhöhte Zahnnormalkraft und somit eine größere Beanspruchung der Zahnflanke. Dieser Effekt lässt sich durch eine einfache geometrische Betrachtung veranschaulichen (basierend auf [3, 14, 70]):

Als Voraussetzung wird von einem über der Eingriffsstrecke konstanten Antriebsmoment ausgegangen. Abbildung 3.1 zeigt zunächst eine reibungsfrei mit der Normalkraft F_N beanspruchte Zahnflanke eines treibenden Rades. Dieser Zustand gilt im Wälzpunkt C, wo ein reines Abrollen der Zahnflanken stattfindet.

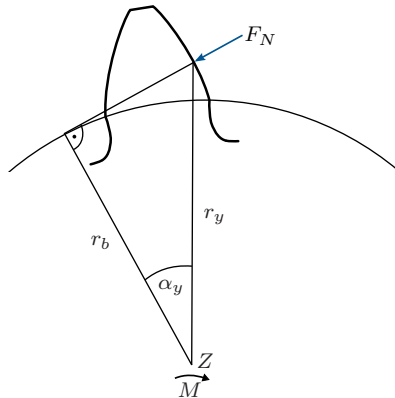


Abbildung 3.1: Reibungsfrei beanspruchte Zahnflanke des treibenden Zahnrads

Das auf den Zahnradmittelpunkt Z bezogene Antriebsmoment M verursacht an der Zahnflanke eine Reaktionskraft. Allgemein lässt sich das Drehmoment als Produkt der im Kontaktpunkt resultierenden Gesamtkraft F_{res} und dem zugehörigen Hebelarm r_{res} ausdrücken. Im Wälzpunkt und bei reibungsfreier Betrachtung gilt dabei $F_{res} = F_N$. Die Normalkraft wirkt bei Evolventenverzahnungen stets in Richtung der Eingriffslinie, welche wiederum den Grundkreis des Zahnrades tangiert. Bleibt die Reibungskraft also unberücksichtigt, ändert sich der Hebelarm entlang der Eingriffsstrecke nicht und das Drehmoment ergibt sich unabhängig von der Lage des Kontaktpunktes als Produkt von nomineller Normalkraft und Grundkreisradius r_b :

$$M = F_{res} \cdot r_{res} = F_N \cdot r_b. \quad (3.1)$$

Der Radius r_y verbindet den Zahnradmittelpunkt mit dem Kontaktpunkt auf der Zahnflanke und schließt zusammen mit dem am Grundkreis wirksamen Hebelarm der Normalkraft r_b den Profilwinkel α_y ein. Aus den Beziehungen der Evolventenverzahnungen folgt weiter:

$$\cos(\alpha_y) = \frac{r_b}{r_y}. \quad (3.2)$$

Außerhalb vom Wälzpunkt wirkt zusätzlich zur Normalkraft in tangentialer Richtung zur Zahnflanke die Reibkraft F_R . Am antreibenden Zahnrad zeigt sie im Bereich des negativen Gleitens (A-C) in Richtung Zahnfuß und im Bereich positiven Gleitens (C-E) in Richtung Zahnkopf. Das durch die Reibkraft verursachte Drehmoment wirkt somit bei Eingriffsbeginn in Drehrichtung und nach Überschreitung des Wälzpunktes entsprechend entgegen der Drehrichtung. Die im Kontaktpunkt resultierende Gesamtkraft wird dadurch gegenüber der nominellen Normalkraft um den Winkel γ verdreht. Abbildung 3.2 illustriert beide Fälle. Dabei ist die Reibkraft zur besseren Veranschaulichung etwas überhöht dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Wirkrichtung der resultierenden Gesamtkraft im Bereich negativen Gleitens durch die Reibung steiler zum Zahnradmittelpunkt

Bereich A-C: negatives Gleiten

Bereich C-E: positives Gleiten

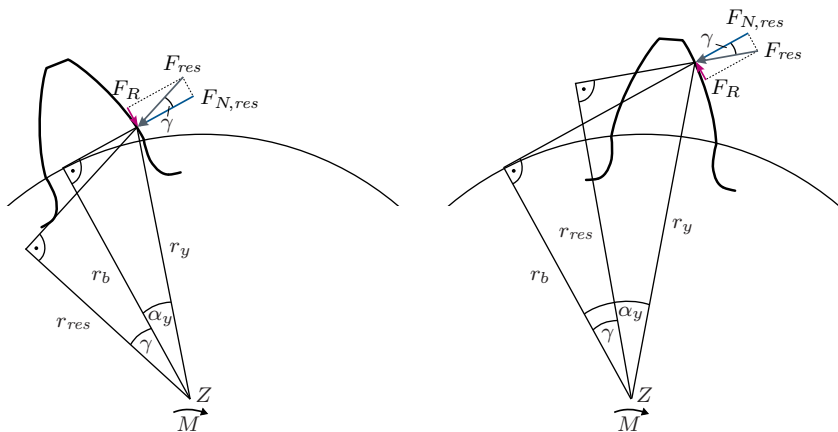


Abbildung 3.2: Einfluss der Reibung auf die Beanspruchung des treibenden Zahnrads (angelehnt an [14])

verläuft. Im Bereich positiven Gleitens bewirkt die Reibung hingegen durch das umgekehrte Vorzeichen einen flacheren Verlauf. Entsprechend wird der resultierende Hebelarm r_{res} gegenüber dem bei reibungsfreier Betrachtung konstanten Hebelarm r_b bei negativem Schlupf verkleinert und bei positivem Schlupf vergrößert.

Im Wälzpunkt C gilt Gleichung 3.1. Da angenommen wird, dass das Antriebsmoment über der Eingriffsstrecke konstant bleibt, kann die resultierende Zahnnormalkraft $F_{N, res}$ über das Momentengleichgewicht auf die im Wälzpunkt vorhandene Normalkraft $F_{N, C}$ bezogen werden. Es gilt:

$$M = F_{res} \cdot r_{res} = \frac{F_{N, res}}{\cos(\gamma)} \cdot r_{res} = F_{N, C} \cdot r_b \quad (3.3)$$

und nach Umstellen:

$$\frac{F_{N, res}}{F_{N, C}} = \frac{r_b \cdot \cos(\gamma)}{r_{res}}. \quad (3.4)$$

Weiterhin ist aus Abbildung 3.2 ersichtlich, dass im Bereich A-C

$$r_{res} = \cos(\alpha_y + \gamma) \cdot r_y \quad (3.5)$$

und im Bereich C-E

$$r_{res} = \cos(\alpha_y - \gamma) \cdot r_y \quad (3.6)$$

gilt.

Unter Berücksichtigung von (3.2) und (3.5) bzw. (3.6) folgt aus (3.4):

$$\frac{F_{N,res}}{F_{N,C}} = \frac{\cos(\alpha_y) \cdot \cos(\gamma) \cdot r_y}{\cos(\alpha_y \pm \gamma) \cdot r_y} = \frac{1}{1 \mp \sin(\alpha_y) \cdot \sin(\gamma)}. \quad (3.7)$$

Bei Annahme des Coulomb'schen Reibungsgesetzes mit dem Reibkoeffizienten μ gilt:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{F_R}{F_{N,res}}\right) = \arctan\left(\frac{F_{N,res} \cdot \mu}{F_{N,res}}\right) = \arctan(\mu) \quad (3.8)$$

Es ergibt sich der finale Zusammenhang:

$$\frac{F_{N,res}}{F_{N,C}} = \frac{1}{1 \mp \sin(\alpha_y) \cdot \sin(\arctan(\mu))}. \quad (3.9)$$

Aus Gleichung 3.9 ist nun ersichtlich, dass die resultierende Zahnnormalkraft im Vergleich zur nominellen Normalkraft im Wälzpunkt im Bereich A-C erhöht und im Bereich C-E verringert wird. Am treibenden Zahnrad wird die Flanke im Bereich negativen Gleitens somit etwas höher beansprucht, wohingegen am getriebenen Rad die Flanke im Bereich positiven Gleitens höher beansprucht wird. Die Abweichungen sind allerdings wegen der geringen Reibung nur sehr klein. Bei Berücksichtigung der realen Eingriffsverhältnisse heben sich die Reibkräfte außerdem im Gebiet des Mehrfacheingriffs teilweise wieder auf, sodass sich der Effekt dort noch geringer auswirkt [3].

3.1.2 Orientierung der Oberflächenanrisse

Eines der auffälligsten Unterschiede zwischen positivem und negativem Gleiten ist die in Abbildung 2.3 dargestellte charakteristische Orientierung der Oberflächenanrisse in den jeweiligen Bereichen. Die Ursache für die unterschiedliche Orientierung der Anrisse ist im Einfluss der Reibkraft zu suchen. Daher soll, bevor auf die Bedeutung der Rissorientierung für die Pittingbildung eingegangen wird, zunächst der Einfluss der Reibkraft auf die Spannungsverläufe unterhalb der Oberfläche betrachtet werden.

Hierzu wird exemplarisch ein ungeschmierter Hertz'scher Kontakt mit überlagerter Reibung untersucht. Der Reibkoeffizient ist zur besseren Veranschaulichung mit $\mu = 0,2$ relativ groß gewählt. Nach der elastischen Halbraumtheorie liegt ein ebener Dehnungszustand vor und die Spannungsverläufe unterhalb der Oberfläche können mithilfe der Gleichungen 4.49, 7.5 und 7.6 aus [71] analytisch berechnet werden. Abbildung 3.3 zeigt die resultierenden Spannungsverläufe beispielhaft in einer Tiefe von $70 \mu\text{m}$. Die von der Normalkraft verursachten Spannungen sind symmetrisch um den Kontaktmittelpunkt verteilt und verlaufen unabhängig vom Schlupf. Auch die durch die Reibkraft verursachten Spannungen sind symmetrisch um den Kontaktmittelpunkt verteilt, ändern aber abhängig von der Reibrichtung das Vorzeichen. Dabei hat die Reibkraft vor allem Einfluss auf die Schubspannung und die Spannung in Bewegungsrichtung. Werden nun alle Spannungsanteile überlagert, wird der ursprünglich symmetrische Spannungsverlauf verzerrt. Im Gebiet des negativen Gleitens liegt nunmehr keine rein wechselnde Schubbeanspruchung vor, sondern das Schwingenspiel verlagert sich in Richtung der positiven Schubspannungen. Die in x -Richtung wirksame Spannung verlagert ihr betragsmäßiges Maximum in das Kontaktauslaufgebiet. Im Einlaufgebiet nimmt σ_{xx} nun sogar positive Werte an, sodass die ursprüngliche Druckschwellbeanspruchung in den kritischeren Wechselbereich kommt. Genau umgekehrt verhält es sich beim positiven Gleiten. Hier verlagert sich die Schubbeanspruchung hin zu den negativen Schubspannungen und das betragsmäßige Maximum von σ_{xx} wandert in das Kontakteinlaufgebiet. Im Kontaktauslauf kommt es in x -Richtung entsprechend zu Zugspannungen.

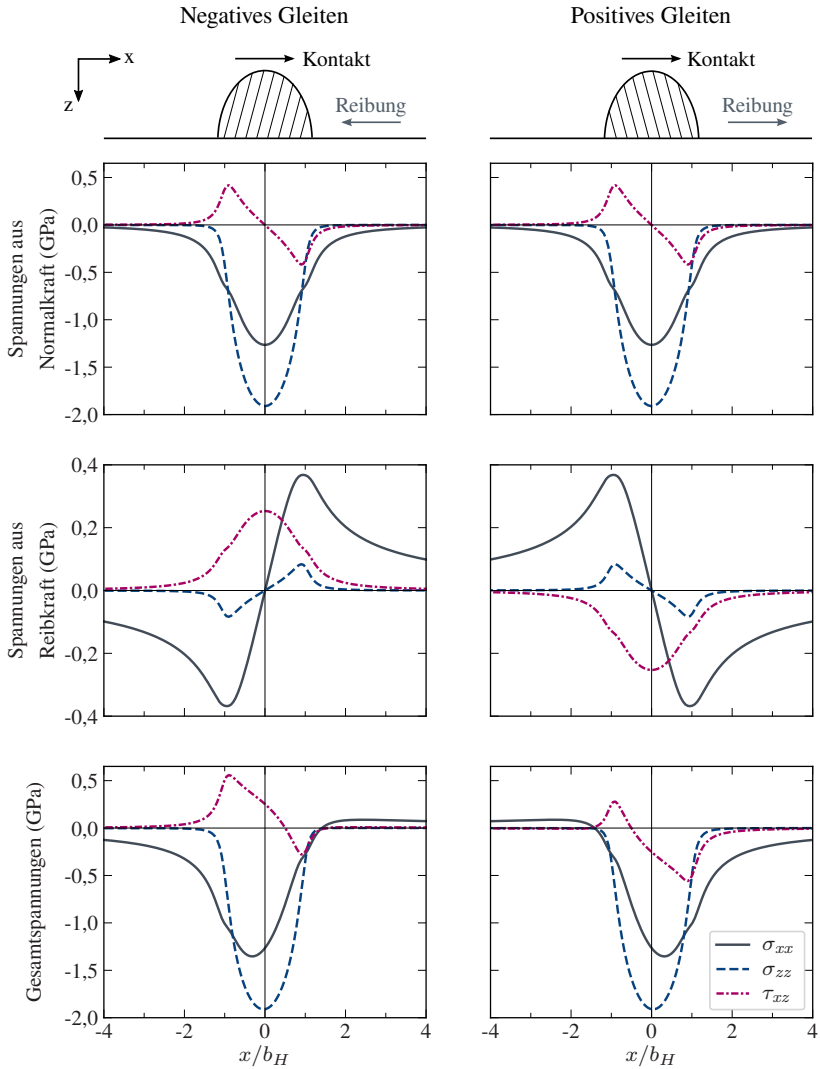


Abbildung 3.3: Analytisch berechnete Spannungsverläufe unterhalb der Oberfläche bei negativem und positivem Gleiten ($p_{H,max} = 1,95$ GPa, $b_H = 346$ μm , $\mu = 0,2$, Betrachtungstiefe = 70 μm)

Im Gegensatz zu Normalspannungen hat das Vorzeichen bei Schubspannungen bezüglich der Festigkeit keine besondere Aussagekraft. Es zeigt lediglich die Richtung der Verformung eines beanspruchten Elements an. Abbildung 3.4 illustriert schematisch die Verformung eines Elements unterhalb der Oberfläche bei reiner Überrollung sowie bei überlagertem negativen bzw. positiven Gleiten. Dabei sind zur Verdeutlichung zusätzlich die Schubspannungsverläufe aus Abbildung 3.3 eingezeichnet.

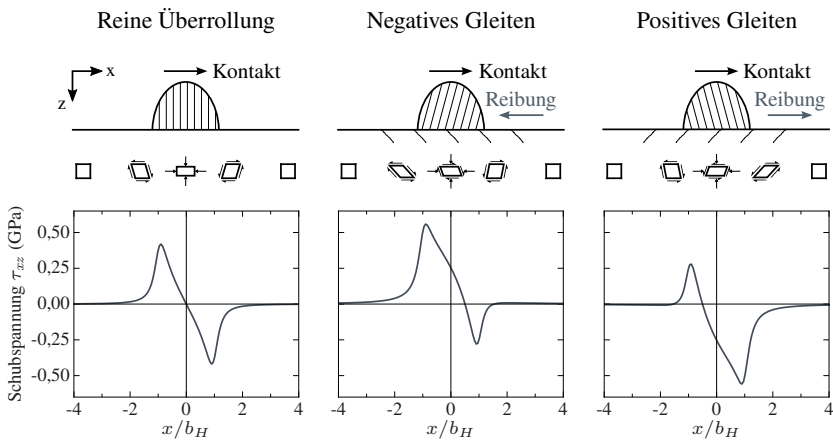


Abbildung 3.4: Verformung eines Elements bei reiner Überrollung sowie bei überlagertem negativem bzw. positivem Gleiten (Darstellung bei reiner Überrollung nach [71])

Bei reiner Überrollung erfolgt die durch die Schubspannungen verursachte Verformung des Elements symmetrisch. Durch den Einfluss der Reibung geht diese Symmetrie allerdings verloren und die Verformung wird auf einer Seite verstärkt und gleichzeitig auf der anderen Seite abgeschwächt. Die Orientierung der Oberflächenrisse auf der Zahnflanke entspricht nun genau derjenigen der stärker verformten Seite. Es ist also davon auszugehen, dass die Orientierung der Anrisse durch die oberflächennahen Schubspannungen bestimmt wird. Die Richtung der Reibkraft spielt somit im Zahnradkontakt eine wichtige Rolle. Je näher der

Betrachtungspunkt dabei an die Oberfläche rückt, desto stärker wird der Spannungsverlauf durch die Reibkraft beeinflusst. Mit zunehmender Tiefe nimmt die Bedeutung ab. Im realen Zahnradkontakt fällt die Reibung aufgrund des Schmiermittels deutlich geringer aus als hier im Beispiel angenommen. Die grundlegenden Mechanismen bleiben aber dieselben.

Nachdem die Rolle der Reibkraft näher beleuchtet wurde, bleibt zu klären wie die Pittingbildung durch die Orientierung der Anrisse beeinflusst wird und weshalb es vor allem im Bereich negativen Gleitens zum Wachstum der Anrisse kommt. Das wohl am weitesten verbreitete Erklärungsmodell ist die bereits in Abschnitt 2.2.2 beschriebene Interaktion der Rissöffnung mit dem Schmiermittel. Es existieren experimentelle Untersuchungen, welche diese These zu stützen scheinen (z.B. [37, 72]). Allerdings sind auch andere Erklärungen denkbar.

Eine weitere mögliche Ursache für das unterschiedliche Pittingverhalten ist der Einfluss der Überrollrichtung. Im Bereich positiven Gleitens wird bei der Überrollung zuerst die unterhalb der Oberfläche befindliche Risspitze beansprucht, ehe die Rissflanken und schließlich der Rissausgangsort an der Oberfläche vom Spannungsfeld erreicht werden. Bei Anrissen im Bereich negativen Gleitens ist es genau umgekehrt. Hier wird zuerst der an der Oberfläche befindliche Teil des Anrisses beansprucht und anschließend die tiefer liegende Risspitze. Diese Unterschiede in der Beanspruchungsabfolge wirken sich auf die sequenziellen Vorgänge von Öffnung, Schließung, Gleiten und Verschränkung innerhalb der Rissflanken aus [36]. *Bower* konnte in [36] nachweisen, dass die Überrollrichtung die Höhe der Amplitude der K_{II} Spannungsintensität in einem Lastzyklus beeinflusst. Dabei wurde die druckerhöhende Wirkung des Schmiermittels an der Risspitze vernachlässigt und lediglich die durch das Schmiermittel verringerte Reibung zwischen den Rissflanken berücksichtigt. Es konnte gezeigt werden, dass die im negativen Schlupfbereich vorliegende Kombination aus Überrollrichtung und Rissorientierung zu höheren Amplituden der K_{II} Spannungsintensität führt. In Abbildung 3.5 sind die Berechnungsergebnisse dargestellt. Von *Ringsberg* und *Bergkvist* [73] durchgeführte FE-Berechnungen konnten den Effekt ebenfalls bestätigen. Da Pittings immer in Richtung der Kontaktbewegung anwachsen, könnte

hierin der Grund für das bevorzugte Wachstum im Bereich negativen Gleitens liegen.

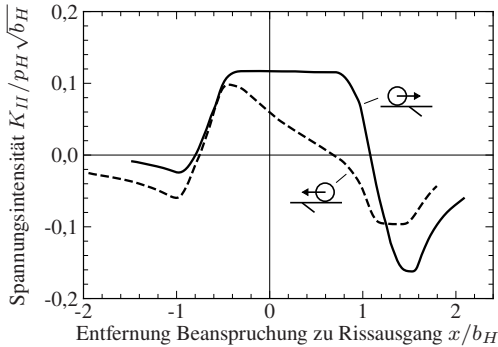


Abbildung 3.5: Einfluss der Überrollrichtung auf die K_{II} Spannungsintensität während eines Lastzyklus [36]

Käser [7] begründet die bevorzugte Entstehung von Pittings im Bereich negativen Gleitens ebenfalls über die Orientierung der Anrisse. Dabei macht er die schlagartige Verformung der durch die Rissöffnung herausgebildeten Werkstoffspitze für die Grübchenentstehung verantwortlich (siehe Abbildung 3.6). Der herausstehende Werkstoffkeil erfährt bei Überrollung eine Biegebeanspruchung, die dann zu einem zweiten senkrechten Anriss führt. Sobald dieser auf den ursprünglichen Riss trifft, kommt es zum Ausbruch eines Materialstückes. Die so entstehende Pore verursacht eine Spannungsüberhöhung, welche das Pitting weiterwachsen lässt. Im Gebiet positiven Gleitens wird der Anriss vor der Überrollung geschlossen, sodass sich hier keine Werkstoffspitze herausbilden kann und somit keine zusätzliche Biegebeanspruchung entsteht. Belege für diese Modellvorstellung gibt es nicht. *Käser* weist lediglich nach, dass die entstehenden Poren das weitere Pittingwachstum begünstigen.

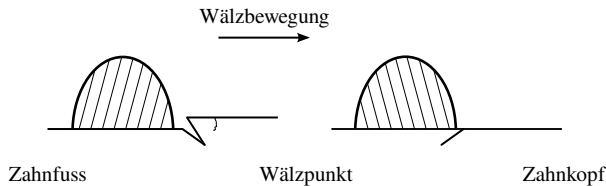


Abbildung 3.6: Verformung der Zahnflanke in Abhängigkeit der Rissorientierung [7]

3.1.3 Wahrscheinlichkeit für die Entstehung von Anrissen

Oberflächenanrisse entstehen an Zahnflanken sowohl bei negativem Schlupf im Zahnfuß- als auch bei positivem Schlupf im Zahnkopfbereich. Die Anzahl der Anrisse ist allerdings im Bereich negativen Gleitens höher [15]. Da die Pressung im Kontaktpunkt zweier Zahnflanken symmetrisch auf beide Seiten einwirkt, liegt im kritischen Bereich negativen Gleitens am treibenden Rad und im Bereich positiven Gleitens am getriebenen Rad jeweils dieselbe Pressung vor. Wie lassen sich also die Unterschiede bzgl. der Entstehung der Anrisse erklären?

Die Ursache liegt im Zusammenspiel von Oberflächenrauheit und Gleitbewegung. Es wird davon ausgegangen, dass die Oberflächenanrisse als Folge der an Rauheitserhebungen auftretenden Spannungsüberhöhungen in Form von Mikro-Hertz'schen Pressungsfeldern entstehen, nachdem die Rauheitsspitzen durch den Kontakt abgetragen wurden [13, 30, 33]. Berücksichtigt man die Rauheit, so ergeben sich trotz makroskopisch identischer Pressungen aufgrund der Gleitbewegung lokal unterschiedliche Beanspruchungen. In Abbildung 3.7 ist der Zusammenhang schematisch dargestellt.

Wegen der überlagerten Gleitbewegung kommen beim Abwälzen unterschiedlich lange Flankenabschnitte miteinander in Kontakt (vgl. Abschnitt 2.1). Betrachtet man zwei zwischen den Zeitpunkten t_0 und t_1 im Kontakt befindliche Abschnitte der treibenden und getriebenen Zahnflanke, so werden die Unterschiede in der

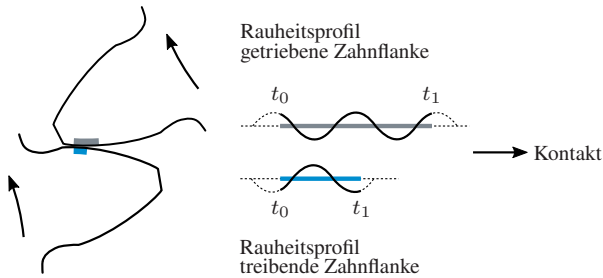


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der Beanspruchung von Rauheitsspitzen bei überlagerter Gleitbewegung

Beanspruchung erkennbar. Im Bereich des negativen Gleitens konzentriert sich der Kontakt auf einen kleineren Streckenabschnitt als im Bereich des positiven Gleitens. Entsprechend kommt die in Abbildung 3.7 dargestellte Rauheitsspitze der treibenden Zahnflanke mit zwei Rauheitsspitzen der Gegenflanke in Kontakt, während die Rauheitsspitzen der Gegenflanke jeweils nur einen Kontakt erfahren. Das bedeutet, dass das Material unterhalb der Rauheitsspitze des treibenden Rades bei jedem Abwälzvorgang durch eine zusätzliche zweite Spannungsspitze beansprucht wird. Man spricht in diesem Zusammenhang von sogenannten Mikro- bzw. Rauheitszyklen (vgl. [74–76]). Trotz makroskopisch gleicher Pressung unterscheidet sich das örtliche Beanspruchungsprofil bei positivem und negativem Gleiten also bedingt durch die Interaktion der Oberflächenprofile. Je größer dabei der über einen Punkt gleitende Streckenabschnitt der Gegenflanke, desto wahrscheinlicher wird das Auftreten von zusätzlichen Spannungsspitzen. Damit wird die Ausprägung des Effekts maßgeblich durch die Geometrie der Verzahnung bestimmt. Auch bei ideal glatten Oberflächen ergeben sich Unterschiede. Dabei bleibt zwar die Beanspruchungshöhe unverändert, es kommt aber zu unterschiedlichen Beanspruchungsdauern eines Referenzpunktes im Material.

Ausgehend von dieser Überlegung steigt im Bereich negativen Gleitens die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung von Oberflächenanrissen, da bei jedem Abwälzvorgang zusätzliche Mikrozyklen entstehen können. In [76] konnte gezeigt

werden, dass die Entstehung von Mikropitting eng mit der kumuliert zurückgelegten Gleitdistanz zusammenhängt. Dabei fielen die Kurven von am Scheibenprüfstand bei verschiedenen Schlupfraten gemessenen Mikropitting-Verschleißtiefen zusammen, wenn anstatt der Makrozyklen die kumulierte Gleitdistanz über der x-Achse aufgetragen wurde. Zwischen positivem und negativem Schlupf blieb aber dennoch ein Unterschied bestehen, was von den Autoren mit Unterschieden im Risswachstum begründet wurde.

Die bevorzugte Entstehung von Anrissen und Mikropitting im Zahnfußbereich kann somit in Teilen durch die größere Zahl an Mikrozyklen in diesem Gebiet erklärt werden. Da die Mikroporen und Anrisse Ausgangsorte von Pitting sein können, ist auch ein Einfluss auf die Pittingbildung zu erwarten. Um den Einfluss der Mikrozyklen rechnerisch berücksichtigen zu können, muss an jedem Punkt der Zahnflanke der gesamte lokale Spannungsverlauf innerhalb eines Abwälzvorganges betrachtet werden. Dabei ist der zeitliche Verlauf der jeweiligen Spannungskomponenten zunächst in einen Vergleichsspannungsverlauf umzuwandeln. Da im Zahnradkontakt ein mehrachsiger Spannungszustand vorliegt, kommen hierfür allerdings nur bestimmte Vergleichsspannungshypothesen in Frage. Liegt schließlich ein entsprechender zeitlicher Verlauf der Vergleichsspannung vor, können aus diesem die Spannungszyklen mithilfe eines geeigneten Zählverfahrens ermittelt werden.

Die größte Herausforderung bei dieser Vorgehensweise besteht in der Wahl einer geeigneten Kombination aus (Mehrachsigeits-) Vergleichsspannungshypothese und Zählverfahren. Beispielsweise verwenden *Zhou et al.* [75] in ihrem Ansatz zur Berücksichtigung von Mikrozyklen für die Beschreibung des zeitlichen Spannungsverlaufs die Von-Mises Vergleichsspannung. Hierdurch kann zwar die Zyklenzählung durch eine einfache Rainflowzählung erfolgen, der Einfluss der Mehrachsigkeit bleibt aber durch den Einsatz der Von-Mises Vergleichsspannung unberücksichtigt. Soll die Mehrachsigkeit aber berücksichtigt werden, ergeben sich wiederum Probleme bei der Zyklenzählung, da bei den entsprechenden Vergleichsspannungshypothesen oftmals die Spannungen in mehreren Schnittebenen

betrachtet werden und hier keine einfache Zyklenzählung möglich ist (vgl. Abschnitt 5.4). Um den Einfluss der Mikrozyklen im Zahnradkontakt berücksichtigen zu können, muss daher zuerst ein hierfür geeigneter Ansatz entwickelt werden (siehe Kapitel 5).

3.2 Festlegung des Schädigungskriteriums

Anhand der vorangegangenen Betrachtungen soll nun ein Kriterium für die Bewertung der Pittingentstehung festgelegt werden. Dazu wird folgendes Erklärungsmodell für die Pittingbildung zugrunde gelegt:

Durch Abweichungen zur idealen Zahnflankengeometrie kommt es an den Rauheitserhebungen der realen technischen Oberflächen im Kontakt zu lokal konzentrierten Spannungsüberhöhungen, die mit fortschreitender Zyklenzahl zu kleinen Anrissen an bzw. unmittelbar unter der Oberfläche führen. Die der Überrollung überlagerte Gleitbewegung führt im Bereich negativen Schlupfes zu zusätzlichen Mikrozyklen, sodass nach derselben Anzahl von Abwälzvorgängen tendenziell mehr Oberflächenanrisse im Zahnfuß- als im Zahnkopfbereich entstehen. Die Anrisse sind dabei entsprechend der Reibkraft orientiert. Im Bereich negativen Schlupfes führt die entstehende Kombination aus Anrissorientierung relativ zur Überrollrichtung zu deutlich günstigeren Bedingungen für weiteres Risswachstum als im Bereich positiven Schlupfes. So entstehen im Gebiet des negativen Gleitens vermehrt kleine Poren und Ausbrüche, an denen es zu Spannungskonzentrationen kommt infolge derer sich ein größerer Riss herausbilden kann. Ist der unterhalb der Oberfläche befindliche Bereich der Zahnflanke durch die zyklische Beanspruchung unter Hertz'scher Pressung ausreichend ermüdet, kann der entstandene Riss weiter in die Tiefe wachsen. Dabei wird das Risswachstum erneut durch die zur Überrollrichtung günstige Rissorientierung gefördert. Schließlich bilden sich Sekundärrisse aus, welche bei Erreichen der Oberfläche zum Ausbruch des unterhöhlten Materials führen. Es entsteht ein Pitting.

Vor dem Hintergrund dieser Vorstellung wird klar, dass die Pittingentstehung nicht punktuell erfolgt, sondern eine Abfolge von Ereignissen darstellt. Gleichzeitig bedeutet ein Anriss an der Oberfläche nicht, dass aus diesem zwingend ein Pitting hervorgeht. Vielmehr müssen auch die tiefer liegenden Werkstoffbereiche entsprechende Ermüdungsvorgänge durchlaufen, um so ein weiteres Wachstum der Oberflächenanrisse zu ermöglichen. Es erscheint also zweckmäßig die Pittingtragfähigkeit anhand der Werkstoffermüdung unterhalb der Oberfläche und nicht anhand der Anrissbildung an der Oberfläche zu bewerten. Demnach soll überprüft werden, ob die unterhalb der Oberfläche auftretenden lokalen Spannungen zu den für die Pittingbildung notwendigen Ermüdungsvorgängen führen. Ist dieses Kriterium erfüllt, wird als Voraussetzung zur Entstehung eines Pittings dennoch ein Anriss an der Oberfläche mit entsprechend zum Wachstum befähigender Orientierung benötigt. Da dies aus dem Spannungswert unterhalb der Oberfläche nicht hervorgeht, muss die Bewertung der Pittingtragfähigkeit auf den Bereich des negativen Gleitens beschränkt werden. Von diesem ist aus der Empirie bekannt, dass die Voraussetzungen für weiteres Risswachstum erfüllt sind. Da in den Mikro-Hertz'schen Pressungsfeldern unterhalb von Rauheitserhebungen stets höhere lokale Spannungen vorliegen als in größeren Tiefen, kann davon ausgegangen werden, dass beim Erreichen der zur Pittingbildung notwendigen Werkstoffermüdung unterhalb der Oberfläche bereits Anrisse an der Oberfläche vorhanden sind. Bei Zahnrädern von hoher Qualität mit außerordentlich glatten Oberflächen ist diese Annahme allerdings nicht mehr erfüllt. Der Mechanismus der Pittingbildung wechselt dann zum Rissausgang unterhalb der Oberfläche an Fehlstellen. Die Tragfähigkeitsberechnung muss in diesem Fall mit einem hierfür geeigneten Konzept erfolgen.

Das Schädigungskriterium für die Berechnung der Pittingtragfähigkeit wird in dieser Arbeit wie folgt festgelegt:

Maßgeblich für die Pittingbewertung ist die unterhalb der Zahnflanke auftretende maximale lokale Spannung im Bereich negativen Gleitens zwischen Zahnfuß und Wälzpunkt. Erreicht die örtliche Spannung in diesem Bereich einen Wert, der oberhalb der ertragbaren Festigkeit liegt, wird von einem Pittingschaden ausgegangen. Zur Abgrenzung von Pitting und Mikropitting werden für die Beurteilung

der Pittingtragfähigkeit die lokalen Spannungen ab einer Tiefe von $30\ \mu\text{m}$ unterhalb der Oberfläche berücksichtigt. $30\ \mu\text{m}$ entsprechen dabei der typischen maximalen Größenordnung von Mikropitting (vgl. Abschnitt 2.2.1).

4 Experimentelle Untersuchungen

Die in dieser Arbeit verwendeten Werkstoffdaten zur Pittingtragfähigkeit wurden im Rahmen eines begleitenden Projekts bei der Robert Bosch GmbH ermittelt. Dazu wurden Wöhlerversuche mit typischen Prüfverzahnungen an einem Zahnradverspannungsprüfstand durchgeführt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden an diesen Prüfverzahnungen die für das Berechnungskonzept benötigten Zahnflankeneigenschaften bestimmt. Darüber hinaus wurde zur Validierung des entwickelten örtlichen Konzepts ein Stichversuch mit zusätzlich gefertigten Prüfrädern durchgeführt.

4.1 Prüfverzahnungen

Die Prüfverzahnungen wurden mit der in Abbildung 4.1 dargestellten Prozesskette gefertigt. Dabei erfolgte die Fertigung bis zur Hartfeinbearbeitung für alle Prüfräder gleich. In der Hartfeinbearbeitung wurden dann für die Stichversuche unterschiedliche Oberflächenqualitäten eingestellt. Nachfolgend werden die wichtigsten Eigenschaften der Prüfräder beschrieben.

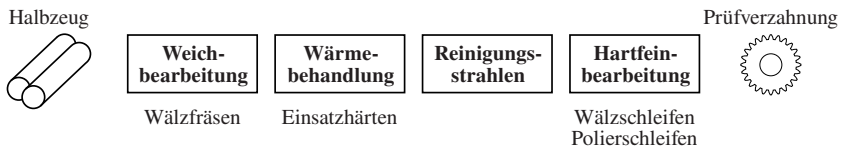


Abbildung 4.1: Prozesskette der gefertigten Prüfverzahnungen

4.1.1 Werkstoff

Als Werkstoff wurde der typischerweise für Getriebe im Automobilbereich verwendete Einsatzstahl 20MnCrS5 gewählt. Der Stahl wurde von der Firma Saarstahl bezogen und als warmgewalzter Stabstahl mit einem Durchmesser von 110 mm geliefert. Die chemische Zusammensetzung ist in Tabelle 4.1 dargestellt und entspricht den Vorgaben der zum Bezugszeitpunkt gültigen *DIN EN 10084* [77].

Tabelle 4.1: Chemische Zusammensetzung des eingesetzten Werkstoffs 20MnCrS5

Elemente	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
Ma-%	0,18	0,11	1,34	0,01	0,033	1,1	0,019	0,054

4.1.2 Verzahnungsgeometrie

Bei der verwendeten Prüfverzahnung handelt es sich um eine speziell für die Untersuchung der Pittingtragfähigkeit konzipierte Verzahnungsgeometrie, die in ähnlicher Form auch in vielen Forschungsvorhaben der *FVA* zum Einsatz kommt (z.B. [20, 78, 79]). Um bei hohen Flankenpressungen einen Ausfall durch Zahnfußbruch zu vermeiden, ist die Zahnbreite unterhalb des Wälzkreises gegenüber der restlichen Flanke vergrößert (vgl. Abbildung 4.2).

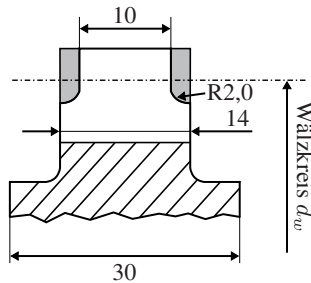


Abbildung 4.2: Seitenansicht der Prüfverzahnung mit verbreitertem Zahnfußbereich

Darüber hinaus ist zur Reduzierung der Fressgefahr an Ritzel und Rad eine kurze evolventische Kopfrücknahme vorgesehen. In Tabelle 4.2 sind die wichtigsten geometrischen Daten zusammengefasst.

Tabelle 4.2: Wichtige Geometriedaten der Prüfverzahnung

Bezeichnung		Einheit	Ritzel	Rad
Achsabstand	a	mm	91,5	
Normalmodul	m_n	mm	5	
Zahnbreite	b	mm	10 (14)	
Teilkreisdurchmesser	d	mm	85	90
Zähnezahl	z	-	17	18
Normaleingriffswinkel	α_n	°	20	
Schrägungswinkel	β	°	0	
Profilverschiebung	$x \cdot m_n$	mm	2,569	2,033
Kopfkreisdurchmesser	d_a	mm	99,75	104,45
Profilüberdeckung	ε_a	-	1,3807	

4.1.3 Wärmebehandlung

Nach der Weichbearbeitung wurden die Prüfverzahnungen anschließend einsatzgehärtet. Die Wärmebehandlung erfolgte als Prozessgasaufkohlen (zweistufig, C-Pegel geregelt) mit Ölabschreckung bei 70° (Durixol W72) und anschließendem Anlassen für 120 min bei 200°C mit Luftabkühlung. In Tabelle 4.3 sind die Zielvorgaben der Wärmebehandlung zusammengefasst und den tatsächlich erreichten Werten gegenübergestellt.

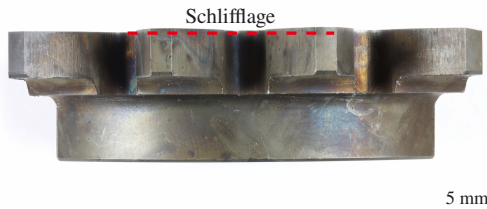
Die erreichte Einsatzhärte lag dabei leicht unterhalb der vorgegebenen Spannbreite, was allerdings toleriert wurde. Bei der Oberflächenhärte ist zu beachten, dass diese in der anschließenden Hartfeinbearbeitung durch den Abtrag der oberen Werkstoffschichten mit höherem Restaustenitgehalt weiter erhöht wird, sodass

Tabelle 4.3: Zielvorgaben der Wärmebehandlung und Ist-Werte

Bezeichnung	Einheit	Zielvorgabe	Ist-Wert
Einsatzhärtetiefe (Eht)	mm	$0,95 \pm 0,2$	0,71
Oberflächenhärte	HV10	670-700	664
Restausenitgehalt	%	max. 25	12-15
Randoxidationstiefe	μm	max. 16	≤ 13

die Vorgabe an der finalen Zahnflanke erfüllt werden konnte. Der Restaustenitgehalt wurde optisch aus dem Gefügebild abgeschätzt und entsprach ebenso wie die Randoxidationstiefe den Anforderungen.

Zur Überprüfung der Wärmebehandlung wurde ein Zahnradsegment aus einer Prüfverzahnung herausgetrennt und metallographisch untersucht. Abbildung 4.3 zeigt das zunächst mittig aufgetrennte Zahnrad und die Schliiflage des anschließend untersuchten einzelnen Zahnradsegments.

**Abbildung 4.3:** Zahnradsegment aus Prüfverzahnung mit eingezeichneter Schliiflage

Während der Präparation wurde das Zahnradsegment zunächst plangeschliffen und in einer weiteren Stufe feingeschliffen. Anschließend wurde der Schliff mit Diamantpaste poliert und geätzt (1% alk. Salpetersäure, 5% alk. Pikrinsäure und etwas HCl). In Abbildung 4.4 ist der fertig präparierte Schliff abgebildet. Im Randbereich der Zahnflanke zeigt sich ein martensitisches Gefüge (Nadellängen

$\leq 24 \mu\text{m}$) mit einem metallographisch sichtbaren Restaustenitanteil von 2-3%. Das Kerngefüge zeigt Martensit sowie Anteile von kontinuierlichem Bainit.

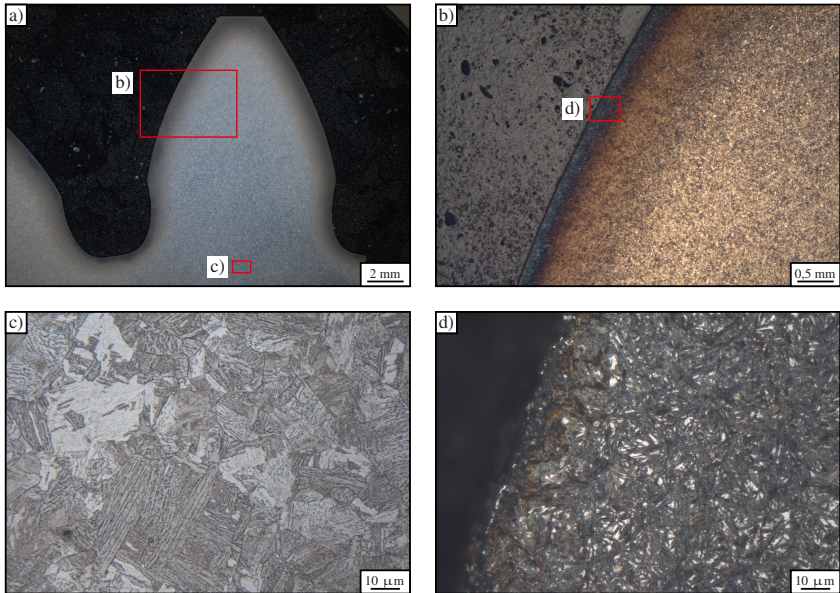


Abbildung 4.4: Gefügebilder der wärmebehandelten Zahnflanke

4.1.4 Oberflächenbearbeitung und Verzahnungsqualität

Bei der Hartfeinbearbeitung wurden für den Wöhlerversuch und den Stichversuch unterschiedliche Oberflächengüten angestrebt. Die Prüfverzahnungen für den Wöhlerversuch wurden durch Wälzschleifen gefertigt und hatten eine möglichst gute Oberflächenqualität zum Ziel. Die Hartfeinbearbeitung der Prüfräder für den Stichversuch erfolgte zweigeteilt. Dabei wurde die eine Hälfte der Prüfverzahnungen durch Wälzschleifen mit einer etwas höheren Zielrauheit gefertigt, während die zweite Hälfte durch Polierschleifen mit dem Ziel einer möglichst

glatten Oberfläche gefertigt wurde. In Tabelle 4.4 sind die Varianten mit den durchschnittlich erreichten arithmetischen Mittenrauwerten R_a und Rautiefen R_z zusammengefasst.

Tabelle 4.4: Varianten der Hartfeinbearbeitung und durchschnittlich erzielte Rauheit

Versuch	Hartfeinbearbeitung	R_a (μm)	R_z (μm)
Wöhlerversuch	Wälzschleifen	0,29	2,24
Stichversuch	Wälzschleifen	0,59	3,94
	Polierschleifen	0,15	0,98

Die Verzahnungsqualität der Prüfäder lag bei nahezu allen Teilen bei sämtlichen Prüfgrößen unterhalb der Qualitätsklasse 5 gemäß *ISO 1328* [80]. Vereinzelt lag die Profil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$ im Bereich von Qualitätsklasse 6.

4.2 Charakterisierung wichtiger Zahnflankeneigenschaften

Für eine Anwendung des örtlichen Konzeptes werden für die Berechnung der Pittingtragfähigkeit lokale Eigenschaften der Zahnflanke benötigt. Nachfolgend sind die hierfür verwendeten Messgeräte und Messvorrichtungen beschrieben.

4.2.1 Härtetiefenverlauf

Der Härtetiefenverlauf wurde nach der Wärmebehandlung begleitend zu den metallographischen Analysen mit einem Vickers Härteprüfgerät vom Typ DuraScan 70 der Firma EMCO-TEST nach dem HV1 Verfahren ermittelt. Die Messung erfolgte oberhalb vom Wälzkreis etwa auf halber Höhe der aktiven Zahnflanke. Dabei wurden die Härteeindrücke normal zur Zahnflanke in einem Abstand von

0,1 mm durchgeführt. Abbildung 4.5 illustriert schematisch die Lage der Messstelle.

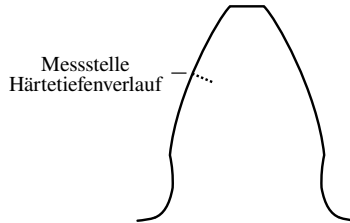


Abbildung 4.5: Messstelle des Härteprofils auf der Zahnflanke

4.2.2 Eigenspannungen

Die Eigenspannungen wurden als Tiefenverlauf röntgenografisch mithilfe des $\sin^2(\psi)$ -Verfahrens (z.B. [81]) mit einem Diffraktometer vom Typ XRD 3003 PTS des Herstellers Seifert gemessen. Da die Messung aufgrund des Tiefenverlaufs zerstörerisch erfolgen musste, konnte die Ermittlung der Eigenspannungen nicht an den tatsächlich geprüften Zahnrädern durchgeführt werden. Stattdessen wurden gleichartig gefertigte Prüfverzahnungen für die Messung verwendet.

Die Ermittlung der Eigenspannungen in dem für Pitting relevanten Tiefenbereich nahe an der Oberfläche erfordert Abtragsschritte im Mikrometerbereich und stellt somit hohe Anforderungen an das Messverfahren. Aus diesem Grund wurde hierfür im Rahmen einer Abschlussarbeit ein Messkonzept erarbeitet, was eine hohe Reproduzierbarkeit und Genauigkeit ermöglicht [82]. Der Abtrag für die Aufnahme der Tiefenverläufe wurde durch elektrochemisches Polieren mit dem Elektrolyt A2 am Gerät LectroPol-5 der Firma Struers durchgeführt. Die Messstelle wurde mittig am Zahn oberhalb vom Einzeleingriffspunkt B gewählt, da hier der Schadensausgang der meisten Pittings beobachtet worden ist. Abbildung 4.6 illustriert die Messstelle und die Lage des streifenförmigen Abtrags.

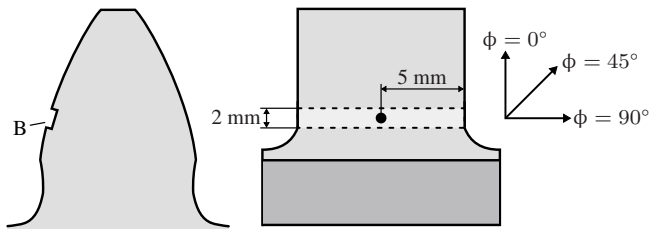


Abbildung 4.6: Lage des Messpunktes der Eigenspannungsmessungen auf der Zahnflanke

Um die Zugänglichkeit zur Messstelle zu erhöhen, wurden die Zähne durch Drahterodieren am Zahnfuß aus dem Zahnrad herausgetrennt. Durch das Drahterodieren konnte sichergestellt werden, dass beim Trennen keine zusätzlichen Eigenspannungen in die Zahnflanke induziert werden. Aufgrund der ausreichend großen Entfernung zur Messstelle ist eine Veränderung des Eigenspannungszustandes durch die von der Trennung ausgelöste Umlagerung nicht zu erwarten.

Für eine hohe Genauigkeit im Messprozess ist eine genaue Ausrichtung der Messstelle erforderlich. Dabei sollte die Messstelle parallel zur Grundplatte im Diffraktometer und zur Auflagefläche im Elektropoliergerät ausgerichtet sein. Aus diesem Grund wurden die Zähne in eine aus Kunstharz gegossene Form eingebettet, deren Seiten gleich der Tangente an die Messstelle geneigt sind. Anschließend wurden die Zähne dann auf einer Spannvorrichtung fixiert, wodurch mehrere Proben gleichzeitig im Diffraktometer gemessen werden konnten. Zudem sorgt die Fixierung in der Spannvorrichtung dafür, dass die Abtragstiefe zuverlässig mit einer Messuhr bestimmt werden konnte, da die Ausrichtung zum Aufbau der Messuhr über einen Anschlag immer gleich erfolgen konnte. In Abbildung 4.7 ist das Ausrichtungskonzept mit Spannvorrichtung und darauf fixierten Zähnen dargestellt.

Die Messung der Eigenspannungen erfolgte mit Cr-K α -Strahlung an der $\{211\}$ -Gitterebene des Martensits. Der Messfleck des eingesetzten Kollimators besitzt einen Durchmesser von 0,5 mm. Insgesamt erfolgte die Messung in jede Richtung unter 15 ψ -Kippwinkeln, die zwischen $\pm 45^\circ$ verteilt waren. Um den gesamten,

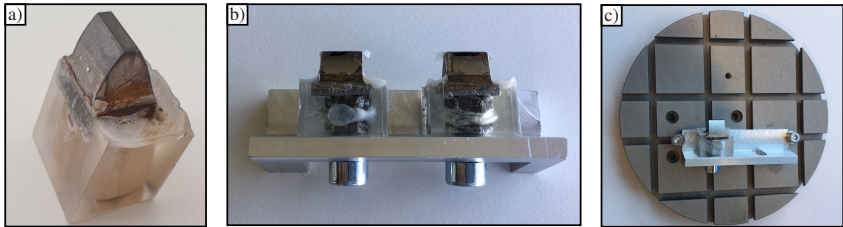


Abbildung 4.7: Ausrichtungskonzept Eigenspannungsmessung. a): Eingebetteter Einzelzahn, b): Spannvorrichtung mit zwei Zähnen, c): Spannvorrichtung montiert auf Diffraktometergrundplatte.

oberflächenparallel angenommenen, Spannungstensor berechnen zu können, wurden die Messungen in drei ϕ -Richtungen bei 0° , 45° und 90° durchgeführt. In Tabelle 4.5 und Tabelle 4.6 sind die wesentlichen Mess- und Auswerteparameter zusammengetragen.

Tabelle 4.5: Messparameter Röntgendiffraktometer

Strahlung	Cr-K α
Gitterebene {hkl}	{211}
Beugungswinkel 2θ	146° - 164° in $0,2^\circ$ -Schritten
Messfleckdurchmesser	0,5 mm
Kippwinkel ψ	15 Winkel zwischen $\pm 45^\circ$
Messrichtung ϕ	0° , 45° , 90°
Oszillation um ϕ -Achse	-
Mittlere Eindringtiefe der Strahlung	5,7 μm

Die Austenitphase konnte aufgrund des geringen Restaustenitgehalts nur mit sehr langen Belichtungszeiten und damit sehr großem Aufwand gemessen werden. Aus diesem Grund wurde die Eigenspannungsmessung in der Gitterebene des Austenitgefüges nur stichprobenartig durchgeführt. Der Einfluss der Eigenspannungsanteile auf die resultierenden Gesamteigenspannungen war dabei relativ gering,

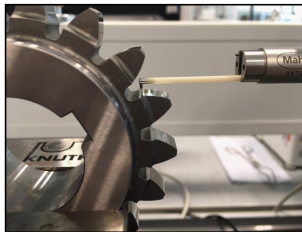
Tabelle 4.6: Auswerteparameter Eigenspannungsmessung

Berechnungsmethode	$\sin^2(\psi)$ -Verfahren
Peak-Fit-Methode	Pseudo-Voigt
Beugungswinkel $2\theta_0$	156,084°
Elastizitätskonstante $s_1^{\{211\}}$	$-1,27 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$
Elastizitätskonstante $\frac{1}{2} s_2^{\{211\}}$	$5,81 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$
Elastizitätsmodul $E^{\{211\}}$	220 GPa
Querkontraktionszahl $\nu^{\{211\}}$	0,28

sodass davon ausgegangen wurde, dass die Austenitanteile vernachlässigt werden können [82].

4.2.3 Oberflächenrauheit

Die Oberflächenrauheit wurde als 2D-Rauheitsprofil mit einem taktilen Messgerät vom Typ MarSurf XCR 20 der Firma Mahr aufgenommen. Dabei wurde auf der Zahnflanke eine Taststrecke von 5,6 mm Länge abgefahren und eine Grenzwellenlänge von 0,8 mm gewählt. Der Formabzug erfolgte über ein Polynom vierten Grades. Die zur Berechnung verwendeten Rauheitsprofile wurden dabei im eingelaufenen Zustand vermessen, sodass sich die initialen Rauheitsspitzen bereits abgebaut hatten und das Profil über einen Großteil der Lebensdauer als konstant angenommen werden konnte. Abbildung 4.8 zeigt exemplarisch die Messung.

**Abbildung 4.8:** Taktile Messung der Zahnflankenrauheit

4.3 Versuchseinrichtungen und Versuchsdurchführung

Die Prüfverzahnungen wurden in Laufversuchen an einem Zahnradverspannungsprüfstand auf ihre Pittingtragfähigkeit geprüft. Nachfolgend werden der Prüfstand und die Versuchsdurchführung beschrieben.

4.3.1 Zahnradverspannungsprüfstand

Die Versuche wurden an einem FZG-Zahnradverspannungsprüfstand nach *DIN ISO 14635-1* [83] der Firma Strama durchgeführt. Dieser basiert auf einem Kreislaufprinzip, bei dem das Prüfgetriebe mit einem Übertragungsgetriebe gleicher Übersetzung über zwei Torsionswellen verbunden ist. Das Drehmoment wird über eine hydraulische Verspanneinheit durch Verdrehung und Verspannung einer Kupplung eingebracht, sodass der antreibende Elektromotor lediglich Leistung für die Prüfstandsverluste aufbringen muss. Die Schmierstoffversorgung erfolgt durch ein angeschlossenes Ölaggregat mittels Einspritzschmierung. Der Prüflauf wird außerdem durch ein Körperschallbasiertes System der Firma RedAnt überwacht, sodass eine automatische Erkennung des Schadenseintritts an der Prüfverzahnung erfolgt.

4.3.2 Versuchsdurchführung

Die Versuche wurden bei konstantem Drehmoment und konstanter Drehzahl bis zum Erreichen eines Pittingschadens durchgeführt. Ein Pittingschaden liegt gemäß *FVA-Vorgehen* [84] dann vor, wenn entweder 4% der Fläche der aktiven Zahnflanke eines Einzelzahnnes, oder 1% der Fläche aller aktiven Zahnflanken (Ritzel und Rad) durch Pitting ausgefallen sind. Erreicht eine Prüfverzahnung 50 Mio. Lastwechsel ohne Schaden, wird der Versuch als Durchläufer gewertet.

Vor dem eigentlichen Prüflauf erfolgte bei jeder Prüfverzahnung ein zweistufiges Einlaufprogramm. In der ersten Stufe wurden die Räder bei einer Öleinspritztemperatur von 40°C für 20.000 Lastzyklen mit einem Drehmoment von 160 Nm bei einer Ritzeldrehzahl von 3000 min⁻¹ beansprucht. In der zweiten Stufe wurde die Einspritztemperatur auf 90°C erhöht und die Prüfräder für weitere 180.000 Zyklen belastet. In Tabelle 4.7 sind die Versuchsbedingungen für den anschließend erfolgten einstufigen Prüflauf zusammengefasst.

Tabelle 4.7: Versuchsbedingungen zur Ermittlung der Pittingtragfähigkeit

Drehzahl Ritzel	3000 min ⁻¹
Drehzahl Rad	2833 min ⁻¹
Öleinspritztemperatur	60°C
Betriebszustand	Ritzel treibt Rad
Schmieröl	FVA 3 + 4% Anglamol 99

Für den Wöhlerversuch standen insgesamt acht Radsätze (16 Versuchspunkte) zur Verfügung, die auf verschiedenen einstufigen Lastniveaus geprüft wurden. Vier Versuchspunkte wurden dabei zum Abgleich auf einem vergleichbaren Prüfstand bei der Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau *FZG* der TU München geprüft. Da zu Beginn der Versuche ein Prüfniveau zu niedrig gewählt wurde, wurden die resultierenden Durchläufer (DL) später hochgesetzt. In Tabelle 4.8 sind die Versuchspunkte für den Wöhlerversuch zusammengetragen.

Tabelle 4.8: Versuchspunkte für den Wöhlerversuch

Bezeichnung	Eingangsdrehmoment	Anzahl Versuchspunkte
Wöhlerversuch	200 Nm	4
	300 Nm	5
	350 Nm	2 + 2 hochgesetzte DL
	400 Nm	5 + 2 hochgesetzte DL

Der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Stichversuch wurde auf einem einzigen Lastniveau durchgeführt. Hierfür standen fünf Radsätze zur Verfügung, wobei drei davon mit höherer Rauheit wälz- und zwei mit niedrigerer Rauheit poliergeschliffen wurden (vgl. Tabelle 4.4). Um das in dieser Arbeit entwickelte örtliche Konzept zu validieren, wurde eine nicht standardmäßige Vorgehensweise gewählt, indem jeweils ein poliertes und ein wälzgeschliffenes Zahnrad gepaart wurden. Außerdem wurde mit zwei Versuchspunkten die Paarung wälzgeschliffener rauer Zahnräder untersucht. In Tabelle 4.9 sind die Versuchspunkte für den Stichversuch zusammengefasst.

Tabelle 4.9: Versuchspunkte für den Stichversuch

Bezeichnung	Ø-Rauheit R_a		Eingangs- drehmoment	Anzahl Versuchspunkte
	Ritzel (μm)	Rad (μm)		
Ritzel poliert	0,15	0,59	350 Nm	4
Rad poliert	0,59	0,15	350 Nm	4
Wälzgeschliffen	0,59	0,59	350 Nm	2

5 Beanspruchungsanalyse

Zur örtlichen Bewertung der Pittingtragfähigkeit ist es notwendig die Beanspruchung der Zahnflanke lokal in dem für Pitting relevanten Bereich zu bestimmen. Die hierfür entwickelten Modellierungsansätze sollen in diesem Kapitel vorgestellt werden. Dabei kommt der Hauptanteil der Beanspruchung aus dem geschmierten Kontakt, weshalb beanspruchungsseitig der größte Fokus in dieser Arbeit auf der Modellierung des EHD-Kontaktes liegt. Da analytische Modelle den komplexen Beanspruchungszustand von Zahnflanken unter Mischreibung nicht lokal auflösen können, wird hierfür ein numerischer Ansatz benötigt. Aber auch Sekundärbeanspruchungen sollen in dem entwickelten örtlichen Konzept berücksichtigt werden können. Hierzu wird eine vereinfachte analytische Modellierung der Biegebeanspruchung vorgeschlagen. Wird ein linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt, können die Beanspruchungsanteile getrennt berechnet und danach überlagert werden. Anschließend erfolgt aus dem mehrachsigen Beanspruchungsverlauf die Bildung einer Vergleichsspannung. Dafür soll in diesem Kapitel eine geeignete spannungsbasierte Festigkeitshypothese ausgewählt werden.

Als Eingangsgröße für die Beanspruchungsanalyse wird neben der Zahnradgeometrie die aus einer Kontaktanalyse ermittelte Lastverteilung auf der Zahnflanke benötigt. In dieser Arbeit wird die Lastverteilung in Form der maximalen Linienlast im kritischen Zahnflankenquerschnitt als gegeben vorausgesetzt. Diese kann mithilfe von kommerziellen Softwaretools berechnet werden und enthält implizit verschiedene statische und dynamische Einflüsse der Getriebekomponenten (Momenten- und drehzahlabhängige Verformungen, Nachgiebigkeiten, etc.) sowie den Einfluss der Mikrogeometrie der Zahnflanken (Flankenmodifikationen). Die anschließende Beanspruchungsanalyse erfolgt dann unter Zugrundelegung der Makrogeometrie der Zahnflanken.

5.1 Modellierung des elastohydrodynamischen Kontakts

Die Modellierung des EHD-Kontakts im Zahnrad baut auf einer Bosch-internen Software namens *TriboSim* auf, welche unter anderem bereits erfolgreich für die Simulation von EHD-Kontakten in Lagern angewendet wurde [85–87]. Die Software *TriboSim* ermöglicht es unter Annahme der elastischen Halbraumtheorie die Druckverteilung im geschmierten Kontakt rauer Oberflächen zu berechnen und basiert im Wesentlichen auf den in [88–91] beschriebenen numerischen Methoden.

Das entwickelte Zahnrad EHD-Kontaktmodell besteht aus der transienten Simulation eines zylindrischen Linienkontaktes unter Berücksichtigung von Oberflächenrauheit und Mischreibung. Dabei wird der Abwälzvorgang des Zahnrades modelliert, indem in jedem Zeitschritt die Parameter des Zylinder-Zylinder Ersatzmodells entsprechend dem aktuellen Kontaktpunkt entlang der Eingriffsstrecke angepasst werden. Der Modellaufbau ähnelt damit dem von *Li* und *Kahraman* [64] berichteten Ansatz. Durch die Konzeption als 2D-Modell kann der Ansatz auch bei Schrägverzahnungen angewendet werden, wenn diese durch dünne zueinander verdrehte geradverzahnte Scheiben angenähert werden. Das ist deshalb möglich, weil der Abwälzvorgang bei Schrägverzahnungen wie auch bei Geradverzahnungen im Stirnschnitt abläuft [4]. Lediglich die bei Schrägverzahnungen vorhandene axiale Kraftkomponente wird nicht berücksichtigt.

Der Aufbau des Zahnrad EHD-Modells ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Während des Abwälzvorgangs wird das Zylinder-Zylinder Ersatzmodell in jedem Kontaktpunkt durch aktualisierte Parameter beschrieben. Das Ersatzmodell wird im Wesentlichen durch fünf Größen definiert: die Ersatzkrümmungsradien beider Zahnflanken $\rho_{1,2}$, die tangentialen Geschwindigkeiten beider Zahnflanken $v_{T1,2}$ und die Normalkraft F_N . Um einen kompletten Abwälzvorgang zu simulieren, wird der Zahnradkontakt zeitlich diskretisiert und die benötigten Modellgrößen in jedem Zeitschritt berechnet. Dabei rotieren die Zylinder im Ersatzmodell entsprechend der Vorgabe durch die Tangentialgeschwindigkeit. Die Rauheitsprofile der

Zahnflanken werden den Zylindern überlagert, sodass sie durch die Rotation der Zylinder mitbewegt werden. Hierdurch ist es möglich die aus der Relativbewegung beider Oberflächen entstehenden Effekte mitzuberechnen. Dabei werden allerdings nur die Auswirkungen der Rauheiten auf die Druckverteilung modelliert. Ein Verhaken von einzelnen Rauheitsspitzen und die daraus resultierende Biege- und Scherspannung können nicht berücksichtigt werden.

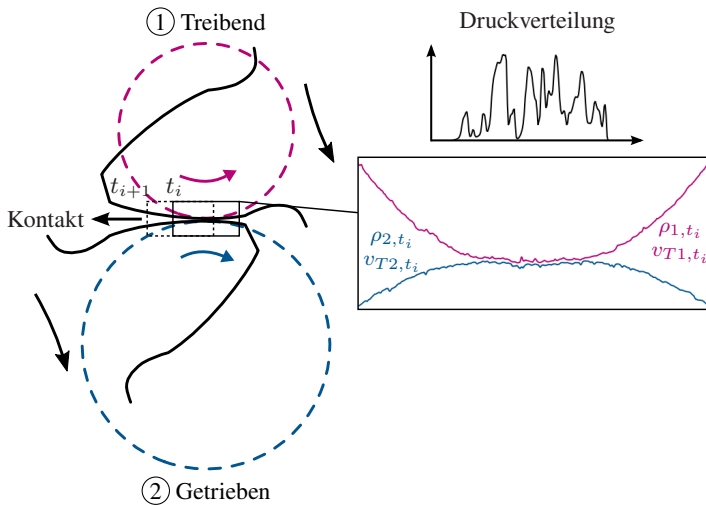


Abbildung 5.1: Aufbau des Zahnrad EHD-Modells

Zu Beginn des Modellaufbaus wird die zeitliche Diskretisierung der Simulation durch den Zeitschritt Δt festgelegt. Anschließend müssen in jedem Zeitschritt die für das Ersatzmodell benötigten Größen bestimmt werden. Hierfür wird jeweils am treibenden und am getriebenen Rad die Position des ersten und des letzten Kontaktpunktes in Form des Flankendurchmessers d_{Start} bzw. d_{Ende} benötigt. Die Gesamtlänge der Simulationsdomäne s_{ges} entspricht somit der Bogenlänge des durch d_{Start} und d_{Ende} begrenzten Zahnflankenbereichs. Bei Evolventenverzahnungen kann die Bogenlänge zwischen zwei Punkten y_2 und y_1 auf der Zahnflanke durch

$$s = \frac{d_b}{4} \cdot (\psi_{y2}^2 - \psi_{y1}^2) \quad (5.1)$$

mit

$$\psi_y = \tan \left(\arccos \left(\frac{d_b}{d_y} \right) \right) \quad (5.2)$$

berechnet werden [3]. Dabei ist ψ_y der Wälzwinkel (in Radiant) des durch den Durchmesser d_y referenzierten Punktes auf der Zahnflanke und d_b der Grundkreisdurchmesser.

Der Krümmungsradius der Zahnflanke am Punkt y berechnet sich zu

$$\rho_y = \left| \frac{d_b}{2} \cdot \psi_y \right|, \quad (5.3)$$

während die Tangentialgeschwindigkeit mit der Drehzahl ω des Zahnrades aus

$$v_{Ty} = \omega \cdot \rho_y \quad (5.4)$$

ermittelt werden kann [3].

Mithilfe dieser Beziehungen können aus d_{Start} und d_{Ende} die Gesamtbogenlänge s_{ges} sowie die Tangentialgeschwindigkeiten $v_{T,Start}$ und $v_{T,Ende}$ bestimmt werden. Als nächstes wird die Dauer t_{ges} berechnet, die der Kontaktmittelpunkt benötigt, um die gesamte Simulationsdomäne zu durchqueren. Da bei Evolventenverzahnungen die Tangentialgeschwindigkeit entlang der Flanke linear von Zahnfuß bis Zahnkopf ansteigt, kann die Bewegung des Kontaktmittelpunktes als gleichförmig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit $v_{T,Start}$ beschrieben werden. Es gilt:

$$t_{ges} = \frac{2 \cdot s_{ges}}{v_{T,Ende} + v_{T,Start}} \quad (5.5)$$

und damit für die Beschleunigung a :

$$a = \frac{v_{T,Ende} - v_{T,Start}}{t_{ges}}. \quad (5.6)$$

Mit der Grundgleichung der gleichförmig beschleunigten Bewegung kann nun die ausgehend von d_{start} nach n Zeitschritten auf der Evolvente zurückgelegte Distanz s_n berechnet werden:

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (n \cdot \Delta t)^2 + v_{T,Start} \cdot (n \cdot \Delta t). \quad (5.7)$$

Die zugehörige Position des Kontaktpunktes d_n kann durch Gleichsetzen von (5.1) und (5.7) unter Zuhilfenahme von (5.2) ausgedrückt werden als:

$$d_n = \frac{d_b}{\cos\left(\arctan\left(\sqrt{\frac{4s_n}{d_b} + \psi_{Start}^2}\right)\right)}. \quad (5.8)$$

Damit können nun über Gleichung 5.3 und Gleichung 5.4 für jeden Zeitschritt die benötigten Größen für das Zylinder-Zylinder Ersatzmodell berechnet werden. Die Normalkraft F_N wird dabei aus der als gegeben vorausgesetzten Linienlast bestimmt. Da die räumliche Auflösung des EHD-Modells in der Regel feiner ist als die der Linienlast, wird an den Zwischenpunkten linear interpoliert. Am getriebenen Rad befindet sich der erste Kontaktpunkt d_{start} am Zahnkopf, weshalb zur korrekten Abbildung der Abwälzrichtung in Gleichung 5.8 der Term $\frac{4s_n}{d_b}$ mit negativem Vorzeichen berücksichtigt werden muss. In Tabelle 5.1 sind die beschreibenden Größen des EHD-Modells nochmals zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Beschreibung des Abwälzvorgangs im EHD-Ersatzmodell. Index 1 für treibendes Rad und Index 2 für getriebenes Rad.

Zeit-schritt	Position		Normal-kraft	Krümmungs-radius		Tangential-geschwindigkeit	
t_0	d_{1,t_0}	d_{2,t_0}	F_{N,t_0}	ρ_{1,t_0}	ρ_{2,t_0}	v_{T1,t_0}	v_{T2,t_0}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
t_n	d_{1,t_n}	d_{2,t_n}	F_{N,t_n}	ρ_{1,t_n}	ρ_{2,t_n}	v_{T1,t_n}	v_{T2,t_n}

Nachdem das EHD-Modell aufgesetzt wurde, kann die Simulation durchgeführt und für jeden Zeitschritt die im Kontakt resultierende Druck- und Schubdruckverteilung $p(x, t)$ bzw. $q(x, t)$ ermittelt werden. Mithilfe der elastischen Halbraumtheorie können anschließend durch Integration über der Simulationsdomäne die Spannungen an jedem Punkt unterhalb der Oberfläche berechnet werden. Dabei wird ein ebener Dehnungszustand angenommen. Mit dem Abstand c vom Kontaktmittelpunkt gilt für die Spannungen an einem Punkt $P(x, z)$ nach [71]:

$$\sigma_x(x, z, t) = -\frac{2z}{\pi} \cdot \int \frac{p(c, t)(x-c)^2 dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2} - \frac{2}{\pi} \cdot \int \frac{q(c, t)(x-c)^3 dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2} \quad (5.9a)$$

$$\sigma_z(x, z, t) = -\frac{2z^3}{\pi} \cdot \int \frac{p(c, t) dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2} - \frac{2z^2}{\pi} \cdot \int \frac{q(c, t)(x-c) dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2} \quad (5.9b)$$

$$\tau_{xz}(x, z, t) = -\frac{2z^2}{\pi} \cdot \int \frac{p(c, t)(x-c) dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2} - \frac{2z}{\pi} \cdot \int \frac{q(c, t)(x-c)^2 dc}{[(x-c)^2 + z^2]^2}, \quad (5.9c)$$

wobei die Lösung der Integrale numerisch innerhalb des Programms *TriboSim* erfolgt.

Die Näherung des Kontakts als elastische Halbebene ist vor allem dann zutreffend, wenn die Kontaktzone klein im Vergleich zu den Dimensionen der Zahnflanke ist. Abweichungen ergeben sich vor allem im Zahnfuß- und Zahnkopfbereich sowie in großen Bauteiltiefen, da hier die Zahnflanke begrenzt ist. Diese Bereiche sind für den Schadensfall Pitting allerdings nicht relevant (vgl. Abschnitt 2.2.2), sodass die Vereinfachung als elastische Halbebene zulässig ist. Die Annahme des ebenen Dehnungszustands ist dann erfüllt, wenn die Zahnbreite im Vergleich zur Kontaktbreite groß ist. Dies ist bei Zahnrädern in der Bauteilmitte erfüllt. An den Rändern ergeben sich allerdings Abweichungen.

Für die Ermittlung der Spannungen unterhalb der Oberfläche wird die Zahnflanke gemäß der Halbraumtheorie durch ein Rechteckgitter diskretisiert. Das Rechteckgitter kann dabei als gerade gezogene abgewinkelte Evolvente interpretiert werden (siehe Abbildung 5.2). Die x -Koordinate verläuft demnach entlang der Evolvente und die z -Koordinate normal dazu. In x -Richtung ist das Rechnetz äquidistant diskretisiert, während die Schrittweite in z -Richtung mit zunehmendem Abstand

zur Oberfläche vergrößert wird. Die Zuordnung der Punkte des Rechengitters in ein zur Zahnsymmetrieachse paralleles Koordinatensystem erfolgt mithilfe der Gleichungen der Evolvente (vgl. [22]).

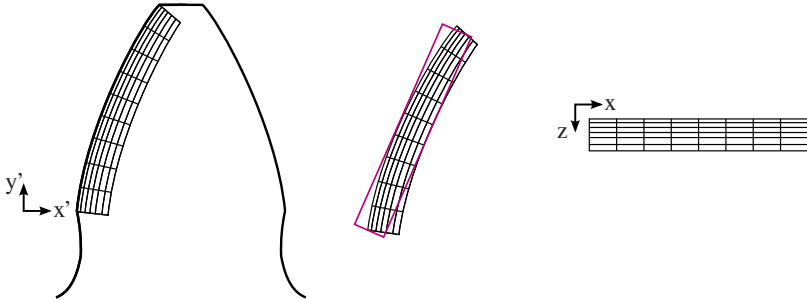


Abbildung 5.2: Rechengitter zur Berechnung der Spannungen aus EHD-Kontaktanalyse

Durch Überlagerung der für jeden Zeitpunkt berechneten Spannungen unterhalb der Zahnflanke ergibt sich an jedem Punkt der Simulationsdomäne ein aus dem EHD-Kontakt resultierender Beanspruchungs-Zeit-Verlauf.

5.2 Modellierung der Sekundärbeanspruchung

Neben der direkten Beanspruchung im Kontaktgebiet kommt es bei Zahnrädern während des weiteren Abwälzvorgangs zu zusätzlichen Beanspruchungen der Zahnflanke. Diese werden als Sekundärbeanspruchung bezeichnet. Der Einfluss der Sekundärbeanspruchungen auf die Entstehung von Pitting ist allerdings nicht geklärt [3], sodass diese in den meisten Berechnungsmodellen unbeachtet bleiben (vgl. Abschnitt 2.4). Abbildung 5.3 illustriert die treibenden Kräfte der Sekundärbeanspruchung. Die Zahnnormalkraft kann in zwei Komponenten in

tangentiale und radiale Richtung zerlegt werden. Dabei verursacht die Tangentialkraft eine zusätzliche Biege- sowie Querschubbeanspruchung der Zahnflanke und die Radialkraft eine zusätzliche Druckbeanspruchung.

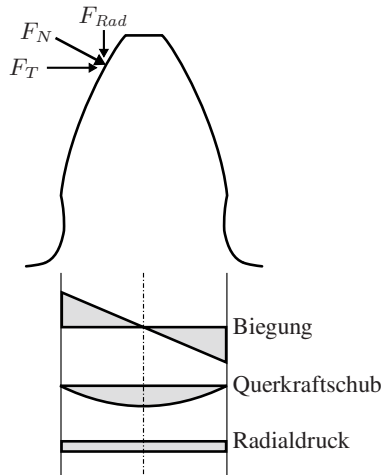


Abbildung 5.3: Sekundärbeanspruchung der Zahnflanke (angelehnt an [3])

Hertter konnte in seinem Modell rechnerisch zeigen, dass der Einfluss des Querkraftschubes erst in großen Werkstofftiefen relevant wird [62]. Bei der Nachberechnung einer zur hier betrachteten Prüfverzahnung ähnlichen Geometrie zeigte sich sogar überhaupt kein Einfluss des Querkraftschubes. Für die Berechnung der Pittingtragfähigkeit kann der Einfluss des Querkraftschubes somit vernachlässigt werden. Die größte Auswirkung auf den für Pitting relevanten Randbereich ist durch die Biegebeanspruchung zu erwarten, da durch die auftretenden Zugspannungen eine Zug-Druck-Wechselbeanspruchung entsteht. Aus diesem Grund wird nachfolgend ein vereinfachtes Modell zur Berücksichtigung der Biegebeanspruchung vorgestellt. Die Radialkraft ist bei der hier betrachteten Prüfverzahnung und bei vergleichbaren Geometrien relativ klein, sodass die verursachte zusätzliche Druckbeanspruchung vernachlässigt werden kann. Relevant wird sie möglicherweise bei speziellen Zahnradgeometrien mit großem Eingriffswinkel.

Die aus der Tangentialkraft resultierende Biegebeanspruchung ist im Zahnfußbereich, verstärkt durch die Kerbwirkung der Fußäusrundung, am höchsten. Sie wird daher vor allem zur Beurteilung des Zahnfußbruches herangezogen. In der *ISO 6336* [2] wird die Biegebeanspruchung im Zahnfuß mithilfe der klassischen Balkentheorie bestimmt, die allerdings nur für lange dünne Balken gilt. Diese Annahme ist bei Zahnrädern im Zahnflankenbereich nicht gut erfüllt. Daher wird zur Berechnung der Biegebeanspruchung im Bereich der Zahnflanke ein anderes Modell benötigt.

Nachfolgend soll eine angepasste Variante des von *Weber* [22] vorgeschlagenen analytischen Modells zur Berechnung der Biegespannung im Bereich der Zahnflanke vorgestellt werden. Dieses basiert auf der Annäherung des Zahnes durch einen Keil mit anschließender Berechnung der Spannungen durch analytische Gleichungen der Elastizitätstheorie. Eine sehr frühe Anwendung dieses Ansatzes - allerdings ausschließlich für den Zahnfußbereich - ist z.B. in [92] zu finden. In *Abbildung 5.4* ist die Approximation des Zahnes durch einen elastischen Keil dargestellt.

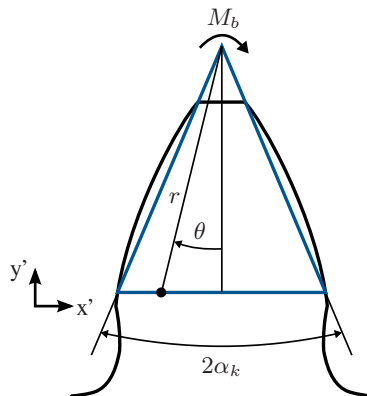


Abbildung 5.4: Approximation der Zahngeometrie durch einen Keil (nach [22])

Der Keil wird dabei konstruiert, indem eine Gerade durch den untersten Punkt der aktiven Zahnflanke und die äußerste Ecke des Zahnes am Kopfkreis gelegt wird, bis diese die Symmetrieachse des Zahnes schneidet. Mithilfe der Gleichungen der Elastizitätstheorie bei Keilen können nun die Spannungen berechnet werden, die infolge eines an der Spitze angreifenden Biegemoments entstehen. In Polarkoordinaten ergeben sich die Spannungen als [93]:

$$\sigma_r(r, \theta) = -4C_1 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \sin(2\theta) \quad (5.10a)$$

$$\sigma_\theta(r, \theta) = 0 \quad (5.10b)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = 2C_1 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot [\cos(2\theta) - \cos(2\alpha_k)] \quad (5.10c)$$

mit

$$C_1 = \frac{M_b}{2l \cdot [\sin(2\alpha_k) - 2\alpha_k \cdot \cos(2\alpha_k)]}. \quad (5.11)$$

Wie aus Abbildung 5.4 ersichtlich ist, können Teile der Zahnflanke nicht durch den eingezeichneten Keil abgebildet werden. Aus diesem Grund werden lediglich die Spannungen entlang der Grundlinie des Keils ausgewertet. Um die Spannungen in der gesamten Rechendomäne zu berechnen, wird der Keil daher entlang der Zahnflanke verschoben. Hier unterscheidet sich das in dieser Arbeit verwendete Modell zu der bei *Weber* umgesetzten Variante. In [22] wird für jede Zahnhöhe ein neuer Keil berechnet. Dies führt allerdings in gewissen Wälzstellungen zu physikalisch unplausiblen Ergebnissen, da die maximale Biegebeanspruchung dort nicht mehr am untersten Punkt der Zahnflanke auftritt. Deswegen wurde in dieser Arbeit ein anderes Konzept gewählt. Die plausibelsten Ergebnisse ergeben sich, wenn der konstruierte Keil konstant gehalten und an der Ecke entlang der Zahnflanke verschoben wird. Obwohl sich die Keilform dann nicht mehr ändert, wird die Biegebeanspruchung durch die unterschiedlichen Hebelarme entsprechend der Zahnhöhe angepasst. Abbildung 5.5 illustriert die Vorgehensweise im Vergleich zur Methode von *Weber*. Ein Abgleich der mithilfe des vereinfachten Modells berechneten Beanspruchung mit einer FE-Simulation ist in Anhang A.1 zu finden.

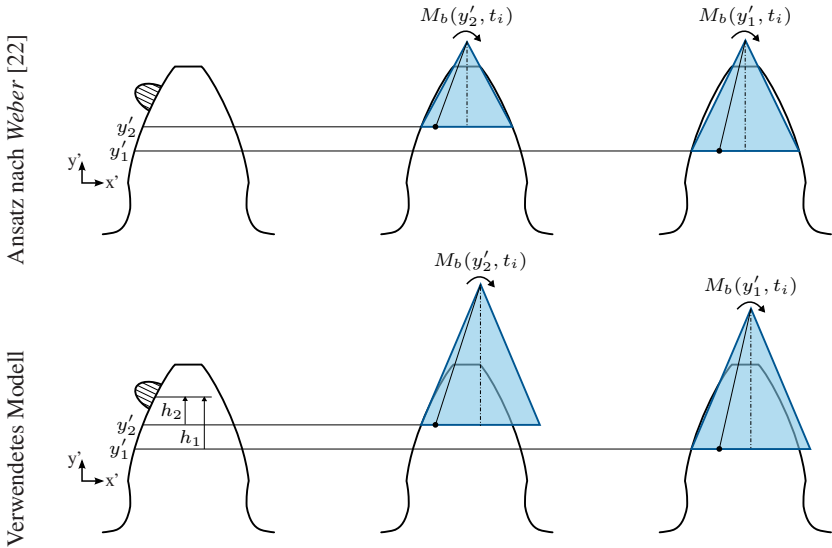


Abbildung 5.5: Vereinfachtes Modell zur Berechnung der Biegebeanspruchung. Unterschied des in dieser Arbeit verwendeten Modells zur Variante von Weber [22].

Um die Biegespannungen zu berechnen, wird noch das an der Keilspitze angreifende Biegemoment benötigt. Hierfür wird das von der aktuellen Kontaktposition abhängige auf der jeweiligen Zahnflankenhöhe resultierende Biegemoment (bezogen auf die Kontaktlänge l) verwendet. Dieses lässt sich vereinfacht als Produkt der Tangentialkraft $F_T(t)/l$ mit dem Hebelarm h bilden. Mit dem Koordinatensystem aus Abbildung 5.4 gilt:

$$\frac{M_b(y', t)}{l} = \frac{F_T(t)}{l} \cdot h(y', t) = \frac{F_N(t)}{l} \cdot \cos(\alpha_{y'}(t)) \cdot h(y', t). \quad (5.12)$$

In den Bereichen der Zahnflanke oberhalb der aktuellen Kontaktposition wird das Biegemoment entsprechend zu null gesetzt.

Mithilfe der Daten des EHD-Kontaktmodells aus Tabelle 5.1 können nun zusätzlich für jeden Zeitschritt die durch die Biegung verursachten Spannungen

bestimmt werden. Um die aus dem EHD-Kontakt und der Biegung resultierenden Beanspruchungsverläufe überlagern zu können, müssen diese in ein einheitliches Koordinatensystem gebracht werden. Dazu werden die in Polarkoordinaten gegebenen Spannungen aus Gleichung 5.10 zuerst in das kartesische $x'y'$ -Koordinatensystem umgerechnet. Es gilt mit $\sigma_\theta = 0$ und unter Beachtung der Orientierung des Koordinatensystems in Abbildung 5.4 [93]:

$$\sigma_{x'}(x', y', t) = -\sigma_r \cdot \sin^2(\theta) + 2\tau_{r\theta} \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \quad (5.13a)$$

$$\sigma_{y'}(x', y', t) = -\sigma_r \cdot \cos^2(\theta) - 2\tau_{r\theta} \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \quad (5.13b)$$

$$\tau_{x'y'}(x', y', t) = -\sigma_r \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) + \tau_{r\theta} \cdot [\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)]. \quad (5.13c)$$

Schließlich muss noch die Transformation in das xz -Koordinatensystem der EHD-Simulation erfolgen. Hierzu wird das globale Koordinatensystem $x'y'$ an jeder Position der Zahnflanke um den entsprechenden Profilwinkel $\alpha_{y',i}$ rotiert (vgl. Abbildung 5.6).

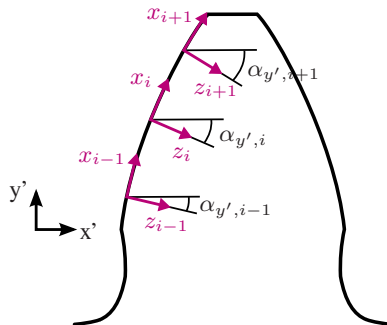


Abbildung 5.6: Umrechnung der Biegespannungen in das Koordinatensystem der EHD-Simulation (angelehnt an [22])

Die Drehung des Spannungstensors im $x'y'$ -Koordinatensystem um den positiven Winkel $\alpha_{y',i}$ in mathematisch negative Richtung führt auf folgende Gleichung:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_{x'} + \sigma_{y'}}{2} - \frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \cdot \cos(2\alpha_{y',i}) - \tau_{x'y'} \cdot \sin(2\alpha_{y',i}) \quad (5.14a)$$

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{x'} + \sigma_{y'}}{2} + \frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \cdot \cos(2\alpha_{y',i}) + \tau_{x'y'} \cdot \sin(2\alpha_{y',i}) \quad (5.14b)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \cdot \sin(2\alpha_{y',i}) + \tau_{x'y'} \cdot \cos(2\alpha_{y',i}). \quad (5.14c)$$

Damit können nun die Spannungsverläufe aus der Biegung denen aus der Kontaktanalyse überlagert werden. Die Lebensdauerberechnung wird dann im xz -Koordinatensystem durchgeführt, wobei die $x'y'$ -Koordinaten jedes Gitterpunktes über die jeweiligen Flankendurchmesser d_y und die Gleichung der Evolvente definiert sind (vgl. Abbildung 5.2), sodass die Darstellung der Ergebnisse in der Zahnradgeometrie über eine einfache Zuordnung möglich ist.

Das hier beschriebene einfache Modell zur Bestimmung der Biegebeanspruchung ist zunächst einmal nur für Geradverzahnungen konzipiert. Bei Schrägverzahnungen verläuft die Eingriffslinie schräg über der Zahnflanke, sodass die Biegebeanspruchung aus der Betrachtung des gesamten dreidimensionalen Zahnes ermittelt werden muss. Daher sollte die Ermittlung der Biegebeanspruchung bei Schrägverzahnungen mithilfe von FE-Modellen erfolgen. Dabei muss allerdings darauf geachtet werden, dass die Biegespannungen isoliert aus dem Modell gezogen werden, damit keine doppelte Berücksichtigung der Kontaktspannungen erfolgt.

5.3 Berechnung der Vergleichsspannung

Mithilfe der in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Modelle ist es nun möglich in jedem Punkt des Rechnernetzes die Komponenten des Spannungstensors über dem zeitlichen Verlauf des Abwälzvorgangs zu bestimmen. An jedem

Punkt werden darüber hinaus noch die Eigenspannungen tensoriell als zeitlich konstante Mittellast überlagert. Für die Berechnung der Lebensdauer ist im nächsten Schritt eine aus dem komplexen Beanspruchungsverlauf gebildete Vergleichsspannung erforderlich. Da es sich beim Abwälzen von Zahnrädern um einen komplexen mehrachsigen Spannungsverlauf mit sich drehendem Hauptachsensystem handelt, werden hierfür spezielle Festigkeitshypothesen benötigt. Nachfolgend soll daher eine geeignete Hypothese zur Ermittlung der Vergleichsspannung bestimmt werden.

5.3.1 Spannungsbasierte Festigkeitshypothesen bei mehrachsiger Beanspruchung

In der Literatur existieren zahlreiche Festigkeitshypothesen zur Bewertung von mehrachsigen Beanspruchungen. Eine weit verbreitete Klassifizierung unterscheidet dabei Hypothesen der kritischen Schnittebene, der integralen Anstrengung sowie empirische Methoden [94]. Bei mehrachsiger Beanspruchung ist es oftmals notwendig die in einem Materialpunkt auftretenden Spannungen in verschiedenen Schnittebenen auszuwerten. Eine beliebig orientierte Schnittebene $\gamma\phi$ lässt sich sehr einfach durch einen Punkt auf der Einheitskugel beschreiben. Wie in Abbildung 5.7 dargestellt ist, kann jede Schnittebene als Flächennormale an einen Punkt der Einheitskugel aufgefasst werden. Der auf einer Schnittebene resultierende Spannungsvektor \mathbf{s} ergibt sich dann als Produkt des Spannungstensors mit dem Einheitsnormalenvektor \mathbf{n}_1 . Es gilt [94]:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{11} \\ n_{12} \\ n_{13} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

mit dem Einheitsnormalenvektor der Schnittebene

$$\mathbf{n}_1 = \begin{pmatrix} \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi) \\ \sin(\gamma) \cdot \sin(\phi) \\ \cos(\gamma) \end{pmatrix}. \quad (5.16)$$

Mithilfe der weiteren Achseneinheitsvektoren der Schnittebene \mathbf{n}_2 und \mathbf{n}_3

$$\mathbf{n}_2 = \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{n}_3 = \begin{pmatrix} -\cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) \\ -\cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) \\ \sin(\gamma) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

lässt sich der Spannungsvektor \mathbf{s} in eine Normalspannungskomponente senkrecht

$$\sigma_{\gamma\phi} = s_x \cdot n_{11} + s_y \cdot n_{12} + s_z \cdot n_{13} \quad (5.18)$$

und zwei Schubspannungskomponenten parallel zur Schnittebene

$$\tau_{\gamma\phi,\phi} = s_x \cdot n_{21} + s_y \cdot n_{22} + s_z \cdot n_{23} \quad (5.19)$$

$$\tau_{\gamma\phi,\gamma} = s_x \cdot n_{31} + s_y \cdot n_{32} + s_z \cdot n_{33} \quad (5.20)$$

mit

$$\tau_{\gamma\phi} = \sqrt{\tau_{\gamma\phi,\gamma}^2 + \tau_{\gamma\phi,\phi}^2} \quad (5.21)$$

aufteilen [94].

Die Anzahl der Festigkeitshypothesen für mehrachsige Beanspruchungen ist relativ groß, sodass an dieser Stelle keine umfassende Analyse sämtlicher Hypothesen erfolgen kann. Für eine ausführliche Darstellung verschiedener Methoden sei z.B. auf [95–97] verwiesen. Die in Abschnitt 3.1.2 beobachteten Zusammenhänge zwischen den Schubspannungsverläufen und der Orientierung von Pittings legen eine Verwendung von schubspannungsbasierten Festigkeitshypothesen für

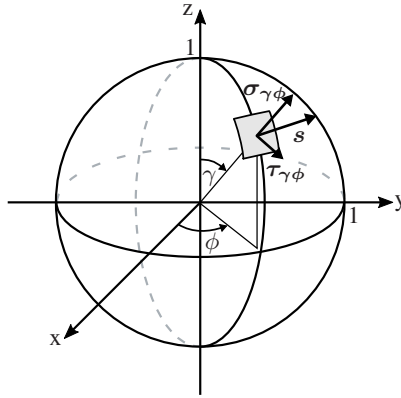


Abbildung 5.7: Einheitskugel zur Darstellung von beliebig orientierten Schnittebenen (angelehnt an [94])

die Pittingbewertung nahe. Nachfolgend werden daher zwei etablierte Schubspannungsbasierte Hypothesen kurz beschrieben.

Schubspannungsintensitätshypothese (SIH)

Die Schubspannungsintensitätshypothese (SIH) gehört zu den integralen Festigkeitshypothesen und zählt zu den treffsichersten Methoden bei mehrachsiger Beanspruchung [98–100]. Sie geht auf eine Interpretation der Von-Mises Fließbedingung zurück, wonach der quadratische Mittelwert (Effektivwert) der Schubspannungen sämtlicher Schnittebenen proportional zur zweiten Invariante des Spannungsdeviators ist [94]. *Simbürger* [101] hat ausgehend davon die Hypothese der effektiven Schubspannung entwickelt, welche durch *Zenner* und *Richter* [102] und später *Liu* [94, 103, 104] zur SIH weiterentwickelt wurde. Der grundlegende Zusammenhang lautet dabei unter Berücksichtigung der Einheitskugel [101]:

$$\sigma_{Va} = \sqrt{\frac{15}{8\pi} \cdot \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\phi, \text{eff}, a}^2 \cdot \sin(\gamma) d\phi d\gamma}. \quad (5.22)$$

Unterschiede ergeben sich in der Definition der effektiven Schubspannungsamplitude $\tau_{\gamma\phi,eff,a}$. Diese lässt sich als beliebige Kombination der verschiedenen Spannungskomponenten innerhalb einer Schnittebene formulieren [94]. *Liu* und *Zenner* wählten die effektive Schubspannungsamplitude unter Berücksichtigung des Wechselfestigkeitsverhältnisses σ_W/τ_W und des Einflusses der Mittelspannungen als [94]:

$$\tau_{\gamma\phi,eff,a}^2 = a \cdot \tau_{\gamma\phi,a}^2 \cdot (1 + m \cdot \tau_{\gamma\phi,m}^2) + b \cdot \sigma_{\gamma\phi,a}^2 \cdot (1 + n \cdot \sigma_{\gamma\phi,m}) \quad (5.23)$$

mit den Konstanten

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{5} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{\sigma_W}{\tau_W} \right)^2 - 4 \right], \\ b &= \frac{1}{5} \cdot \left[6 - 2 \cdot \left(\frac{\sigma_W}{\tau_W} \right)^2 \right], \\ a \cdot m &= \frac{\sigma_W^2 - \left(\frac{\sigma_W}{\tau_W} \right)^2 \cdot \left(\frac{\tau_{Sch}}{2} \right)^2}{\frac{12}{7} \cdot \left(\frac{\tau_{Sch}}{2} \right)^4}, \\ b \cdot n &= \frac{\sigma_W^2 - \left(\frac{\sigma_{Sch}}{2} \right)^2 - \frac{4}{21} \cdot a \cdot m \cdot \left(\frac{\sigma_{Sch}}{2} \right)^4}{\frac{15}{14} \cdot \left(\frac{\sigma_{Sch}}{2} \right)^3}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Dabei bezeichnet σ_W die Zug-Druck-Wechselfestigkeit, σ_{Sch} die Zugschwellfestigkeit, τ_W die Torsionswechselfestigkeit und τ_{Sch} die Torsionsschwellfestigkeit.

Zur Auswertung von Gleichung 5.23 müssen in jeder Schnittebene aus dem zeitlichen Beanspruchungsverlauf die Mittelspannung und die Spannungsamplitude

der Normal- und Schubspannung bestimmt werden. Da die Normalspannung stets in Richtung der Flächennormale wirkt, können beide Größen direkt aus

$$\sigma_{\gamma\phi,a} = \frac{\max(\sigma_{\gamma\phi}) - \min(\sigma_{\gamma\phi})}{2} \quad (5.25a)$$

$$\sigma_{\gamma\phi,m} = \frac{\max(\sigma_{\gamma\phi}) + \min(\sigma_{\gamma\phi})}{2} \quad (5.25b)$$

ermittelt werden. Der Schubspannungsvektor variiert allerdings seine Richtung während eines Spannungszyklus innerhalb der Schnittebene, sodass die Beanspruchung entlang einer Spannungstrajektorie bzw. Ortskurve verläuft. Hier gestaltet sich die Bestimmung der Amplitude und Mittelspannung problematisch. Ein sehr verbreitetes Konzept ist die Beschreibung der Schubspannung über den kleinsten die Ortskurve umschreibenden Kreis [105, 106]. Dieser ist unabhängig vom Verlauf der Schubspannungen immer eindeutig definiert. Die Schubspannungsamplitude ergibt sich dann als Radius und die Schubmittelspannung als Abstand des Ursprunges zum Mittelpunkt des Kreises. Zur Bestimmung des kleinsten umschreibenden Kreises wird in dieser Arbeit der randomisierte Algorithmus von *Welzl* [107] genutzt.

Die Verwendung der SIH nach *Liu-Zenner* ist bei der Wälzbeanspruchung nur eingeschränkt möglich, da es im oberflächennahen Bereich zu negativen Radianden kommt [96, 108]. Aus diesem Grund wurde die SIH durch *Hertter* [62] für die Anwendung bei Wälzbeanspruchung modifiziert, indem die Berücksichtigung der Normalmittelspannung beanspruchbarkeitsseitig erfolgt. Die effektive Schubspannung wird dabei als

$$\tau_{\gamma\phi,eff,a}^2 = a \cdot \tau_{\gamma\phi,a}^2 \cdot (1 + m \cdot \tau_{\gamma\phi,m}^2) + b \cdot \sigma_{\gamma\phi,a}^2 \quad (5.26)$$

definiert und nun nicht mehr der Wechselbeanspruchung σ_W gegenübergestellt, sondern der unter Berücksichtigung der Normalmittelspannung ertragbaren Spannungsamplitude $\sigma_A(\sigma_{\gamma\phi,m})$. Diese wird dabei aus dem Haigh-Diagramm bestimmt.

Die Ermittlung der Anstrengung

$$A_{\gamma\phi} = \sqrt{\frac{a \cdot \tau_{\gamma\phi,a}^2 \cdot (1 + m \cdot \tau_{\gamma\phi,m}^2) + b \cdot \sigma_{\gamma\phi,a}^2}{\sigma_A^2(\sigma_{\gamma\phi,m})}} \quad (5.27)$$

muss in jeder Schnittebene separat erfolgen und gemäß *Simbürger* [101] der Effektivwert der Anstrengung über alle Schnittebenen gebildet werden:

$$A_{eff} = \sqrt{\frac{15}{8\pi} \cdot \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} A_{\gamma\phi}^2 \cdot \sin(\gamma) d\phi d\gamma.} \quad (5.28)$$

Nach der *SIH-Hertter* ist mit einem Ausfall zu rechnen, wenn die effektive Anstrengung den Wert eins übersteigt.

Papadopoulos Kriterium

Beim Papadopoulos Kriterium [95, 109] handelt es sich ebenfalls um eine integrale Methode. Dabei basiert die Festigkeitshypothese auf einer Betrachtung des Ermüdungsvorganges auf mesoskopischer Ebene. Bewertet wird die akkumulierte plastische Dehnung über sämtliche Gleitebenen der Kristalle eines Referenzvolumens. Der Kern der Hypothese beruht darauf, dass bei großen Lastzyklenzahlen eine Proportionalität zwischen den akkumulierten plastischen Dehnungen auf Kristallebene und der makroskopischen Schubspannungsamplitude aufgezeigt werden kann. Dabei wird der Schubspannungsvektor $\tau_{\gamma\phi}$ innerhalb einer Schnittebene auf einen durch den Winkel χ charakterisierten Einheitsvektor projiziert und aus dem resultierenden skalaren Verlauf die Schubspannungsamplitude bestimmt. Die für die Festigkeitsbewertung relevante Größe ergibt sich dann als Mittelwert der Schubspannungsamplitude über alle Schnittebenen und über alle Projektionsrichtungen. Es gilt [95, 99]:

$$\tau_{a,eff} = \sqrt{\frac{5}{8\pi^2} \cdot \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\phi\chi}^2 d\chi \cdot \sin(\gamma) d\phi d\gamma.} \quad (5.29)$$

Der Einfluss der Normalspannung wird über die maximale hydrostatische Spannung $\sigma_{H,max}$ unter Berücksichtigung des Wechselfestigkeitsverhältnisses bewertet. Das Kriterium ergibt sich somit zu [95, 99]

$$\tau_{a,eff} + \alpha_p \cdot \sigma_{H,max} \leq \tau_W \quad (5.30)$$

mit

$$\alpha_p = 3 \cdot \frac{\tau_W}{\sigma_W} - \sqrt{3}. \quad (5.31)$$

Da die Schubspannungen innerhalb der Schnittebene auf den durch χ definierten Einheitsvektor projiziert werden, entfällt beim Papadopoulos Kriterium die Bestimmung des kleinsten umschreibenden Kreises. Außerdem bleiben die Schubmittelspannungen unberücksichtigt.

Sowohl die *SIH-Hertter* als auch das Papadopoulos Kriterium können grundsätzlich für die Bewertung der Pittingtragfähigkeit innerhalb eines örtlichen Konzepts verwendet werden. Dennoch gibt es auch einige Nachteile, welche gegen eine Anwendung sprechen. Bei beiden Ansätzen werden die Wechselfestigkeit bei Zug-Druck- sowie Torsionsbeanspruchung benötigt. Diese Kennwerte sind im besten Fall für den Grundzustand des Werkstoffes bekannt. In der gehärteten Randschicht gelten diese aber nicht mehr und müssten theoretisch in separaten Probenversuchen aufwändig in Abhängigkeit der jeweiligen Härte bestimmt werden. Es existieren zwar Näherungsformeln, welche eine Abschätzung der Kennwerte zulassen, diese sind aber für ganze Werkstoffgruppen gültig. Eine Bewertung der Unterschiede in der Pittingtragfähigkeit verschiedener Einsatzstähle ist somit nicht mehr möglich. Weiterhin handelt es sich bei beiden Hypothesen um Kriterien für die Dauerfestigkeit. Eine betriebsfeste Auslegung ist nicht vorgesehen. Betrachtet man den Aufbau des Papadopoulos Kriteriums (Gleichung 5.30) so fällt auf, dass die Festigkeit im Bereich von Druckspannungszuständen unbegrenzt ansteigt. Bei hohen Wälzbeanspruchungen ist somit eine Überschätzung der Festigkeit zu erwarten. Innerhalb der *SIH-Hertter* ist der Festigkeitsanstieg im Bereich von Druckmittelspannungen dagegen gemäß dem Haigh-Diagramm begrenzt. Ein weiterer kritischer Aspekt

des Papadopoulos Kriteriums ist die Missachtung des Schubmittelspannungseinflusses. Die Relevanz der Schubmittelspannungen bei mehrachsiger Beanspruchung ist mittlerweile allerdings hinreichend belegt [96, 98, 110]. Bei der SIH Variante nach *Hertter* wird zwar der Schubmittelspannungseinfluss berücksichtigt, ein anderer potenzieller Nachteil ist aber, dass keine Vergleichsspannung ausgegeben wird, sondern direkt das Ergebnis der Festigkeitsbewertung in Form der resultierenden Anstrengung. Die Auswertung wird hierdurch auf die Bewertung der dauerhaft ertragbaren Anstrengung beschränkt, sodass der Ansatz wenig Flexibilität für alternative Vorgehensweisen bietet.

Motiviert durch diese Einschränkungen wurde in dieser Arbeit der im folgenden Abschnitt beschriebene alternative Ansatz zur Berechnung der Vergleichsspannung bei Wälzkontakten entwickelt.

5.3.2 Ansatz der mittelspannungskorrigierten Schubspannung

Ausgehend von den bereits existierenden Festigkeitshypothesen bei mehrachsiger Beanspruchung wurde die nachfolgend vorgestellte Methode zur Ermittlung der Vergleichsspannung in Wälzkontakten entwickelt. Die dem Ansatz zugrundeliegende Annahme geht davon aus, dass der Pittingschaden maßgeblich durch die wechselnde Schubbeanspruchung verursacht wird und die Normalspannungsamplitude eine untergeordnete Rolle spielt. Eine generelle Übertragbarkeit des Ansatzes auf andere Schädigungsmechanismen oder außerhalb des in dieser Arbeit erarbeiteten Gesamtkonzeptes ist ausdrücklich nicht vorgesehen und bedarf daher einer gesonderten Prüfung.

Betrachtet werden, wie auch in den bereits vorgestellten Festigkeitshypothesen, die Spannungen in den Schnittebenen eines Materialpunktes. Die Grundidee beruht darauf die Schubspannungsamplitude in jeder Schnittebene von den jeweiligen Mittelspannungseinflüssen zu isolieren und damit vergleichbar zu machen. Dazu erfolgt im ersten Schritt eine Korrektur der Schubspannungsamplitude um den Einfluss der Schubmittelspannung und anschließend in einem zweiten Schritt

eine Korrektur um den Normalmittelspannungseinfluss. Die resultierende Vergleichsschubspannungsamplitude entspricht dann einer rein wechselnden Schubspannung.

Die Korrektur des Schubmittelspannungseinflusses erfolgt gemäß der FKM-Richtlinie [53] als Mittelspannungstransformation über das Haigh-Diagramm für Schubspannungen. In Abbildung 5.8 ist ein solches Diagramm dargestellt. Die Berechnung des Mittelspannungsfaktors erfolgt dabei gemäß dem Überlastungsfall 2 unter Annahme eines konstant bleibenden Spannungsverhältnisses R_τ .

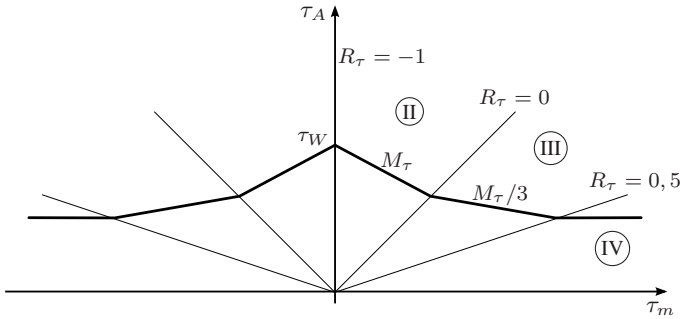


Abbildung 5.8: Haigh-Diagramm für Schubspannungen nach FKM-Richtlinie [53]

Innerhalb des Haigh-Diagramms können drei Bereiche II-IV unterschieden werden. Da das Haigh-Diagramm bei Schubspannungen symmetrisch ist, entfällt der Bereich I des Haigh-Diagramms für Normalspannungen. Es gilt [53]:

- Bereich II $-1 \leq R_\tau \leq 0$:

$$f_\tau = \frac{1}{1 + M_\tau \cdot \frac{|\tau_m|}{\tau_a}} \quad (5.32)$$

- Bereich III $0 < R_\tau < 0,5$:

$$f_\tau = \frac{3 + M_\tau}{(1 + M_\tau) \cdot \left(3 + M_\tau \cdot \frac{|\tau_m|}{\tau_a} \right)} \quad (5.33)$$

- Bereich IV $0,5 \leq R_\tau \leq 1$:

$$f_\tau = \frac{3 + M_\tau}{3 \cdot (1 + M_\tau)^2}, \quad (5.34)$$

wobei M_τ die Mittelspannungsempfindlichkeit bei Schubspannungen bezeichnet.

Die um den Schubmittelspannungseinfluss korrigierte Schubspannungsamplitude in der Schnittebene berechnet sich dann über

$$\tau_{\gamma\phi,\bar{a}} = \tau_{\gamma\phi,a} / f_{\gamma\phi,\tau}. \quad (5.35)$$

Im zweiten Schritt muss die Schubspannungsamplitude nun noch um den Einfluss der Normalmittelspannung korrigiert werden. Hierfür existiert allerdings noch kein allgemein bekannter Zusammenhang. Generell stehen in der Literatur nur wenige Versuche zur Torsionsfestigkeit bei überlagerter konstanter Drucknormalspannung zur Verfügung. Die vorhandenen Datenpunkte sind allerdings gut dokumentiert und wurden zum Teil auch zur Validierung der SIH nach *Liu-Zenner* in [94] verwendet. In Abbildung 5.9 sind die verfügbaren Versuchspunkte in normierter Darstellung aufgetragen. Es handelt sich dabei um 50%-Dauerfestigkeitskennwerte, die an glatten Proben in Wöhlerversuchen ermittelt wurden.

Die Daten lassen sich dabei gut über ein Polynom zweiten Grades annähern (Bestimmtheitsmaß 0,944). Die resultierende Formel lautet:

$$f_\sigma = -0,014 \cdot \left(\frac{\sigma_m}{\tau_W} \right)^2 - 0,11 \cdot \left(\frac{\sigma_m}{\tau_W} \right) + 1. \quad (5.36)$$

Innerhalb dieser Arbeit wird angenommen, dass der Einfluss der Normalmittelspannung auf die ertragbare Schubspannungsamplitude im Bereich hoher Druckspannungen in ausreichender Näherung durch Gleichung 5.36 beschrieben werden kann. Diese Annahme ist allerdings über die vorhandenen Versuchspunkte hinaus nicht belegt und sollte deshalb mit Vorsicht verwendet werden. Die vollständig

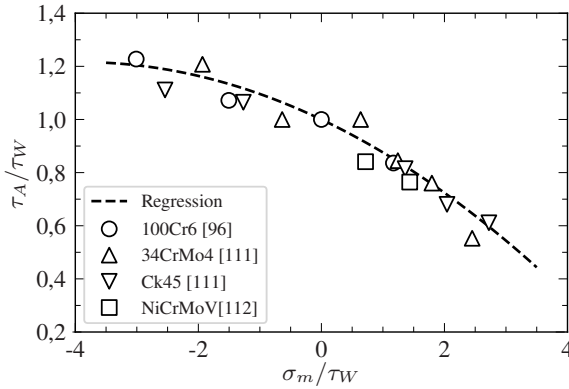


Abbildung 5.9: Einfluss der konstanten Normalmittelspannung auf die ertragbare Schubspannungsamplitude

mittelspannungskorrigierte Schubspannungsamplitude in der Schnittebene lässt sich schließlich mithilfe von

$$\tau_{\gamma\phi,a,korr} = \tau_{\gamma\phi,\bar{a}} / f_{\gamma\phi,\sigma} \quad (5.37)$$

berechnen.

Im letzten Schritt wird dann der Effektivwert über sämtliche Schnittebenen der Einheitskugel gebildet. Dieser Ansatz wird im weiteren Verlauf der Arbeit auch als „integrales Kriterium“ bezeichnet. Die finale Vergleichsspannung lautet:

$$\tau_{eff,a} = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \cdot \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\phi,a,korr}^2 \cdot \sin(\gamma) d\phi d\gamma} \quad (5.38)$$

Alternativ lässt sich die Vergleichsspannung auch als kritische Ebene Ansatz formulieren. Dabei wird die Spannung in allen Schnittebenen ausgewertet und der dabei auftretende Maximalwert als Vergleichsspannung verwendet:

$$\tau_{krit,a} = \max_{\gamma\phi}(\tau_{\gamma\phi,a,korr}) \quad (5.39)$$

Mit dem entwickelten Ansatz kann nun in jedem Materialpunkt die von den Mittelspannungseinflüssen bereinigte Schubspannungsamplitude gebildet werden. Dabei können einige Nachteile der im vorherigen Abschnitt diskutierten Methoden vermieden werden. Die Kenntnis der von der Härte abhängigen Materialkennwerte bleibt aber auch bei dem hier vorgestellten Ansatz erforderlich. Diese werden zur Konstruktion des Haigh-Diagramms sowie für Gleichung 5.36 benötigt.

5.4 Zyklenzählung bei mehrachsiger Beanspruchung

Wie in Abschnitt 3.1.3 beschrieben kommt es im Zahnradkontakt durch die Gleitbewegung der rauen Oberflächen innerhalb eines Abwälzvorgangs zur Entstehung von zusätzlichen Mikrozyklen. Mithilfe des entwickelten EHD-Modells ist es möglich diesen Effekt im Beanspruchungsverlauf abzubilden. Mit den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Methoden zur Vergleichsspannungsbildung geht die Information über die Mikrozyklen allerdings direkt wieder verloren, weil nur die Extremwerte des Beanspruchungsverlaufs ausgewertet werden. Um die Mikrozyklen berücksichtigen zu können, wird daher eine Methode zur Zyklenzählung benötigt. Hierbei stellt sich allerdings die Frage wie eine Zählung der Lastzyklen bei mehrachsiger Beanspruchung erfolgen kann. Es ergeben sich gleich mehrere Probleme: Zunächst ist aufgrund der Mehrachsigkeit eine Auswertung der Spannungen in den Schnittebenen notwendig. Der Normalspannungsvektor verläuft immer entlang der Richtung der Ebenennormalen und ist damit leicht als skalare Größe darstellbar, die über gängige Methoden zur Zyklenzählung ausgewertet werden kann. Dagegen verläuft der Schubspannungsvektor auf der Schnittebene entlang einer Ortskurve, weshalb die schädigende Wirkung der Schubspannung nicht mehr allein über den Betrag des Vektors abgebildet werden kann, sondern auch dessen Orientierung zu beachten ist. Eine direkte Zyklenzählung der Schubspannung ist daher nicht möglich. Aus diesem Grund wird ein Verfahren für die Zählung der Lastzyklen bei wechselnder Richtung des Spannungsvektors benötigt. Die Methode des kleinsten umschreibenden Kreises kann hier nicht mehr

verwendet werden. Ein weiteres Problem stellt die Phasenverschiebung zwischen Normal- und Schubspannung dar. Schließlich ist auch unklar wie die Zyklenzählung über verschiedene Schnittebenen hinweg kombiniert werden kann.

In der Literatur wurde diesem noch ungeklärten Problemfeld in der jüngeren Vergangenheit vermehrt Aufmerksamkeit gewidmet, sodass bereits erste Lösungsansätze existieren [113–117]. Nachfolgend soll eine angepasste Version der von *Luo et al.* [117] entwickelten Methode vorgestellt werden. Da unklar ist wie eine Zyklenzählung über mehrere Schnittebenen hinweg durchgeführt werden kann, erfolgt die Auswertung der Mikrozyklen in dieser Arbeit nur in einer Schnittebene anhand des in Abschnitt 5.3.2 beschriebenen kritische Ebene Ansatzes. Die integrale Methode kann nicht verwendet werden.

Das grundsätzliche Vorgehen im Ansatz nach *Luo et al.* besteht im ersten Schritt aus der Identifikation der kritischen Ebene, um dann in dieser den Schubspannungsvektor auf einen Einheitsvektor \mathbf{q} mit fester Orientierung χ zu projizieren (siehe Abbildung 5.10). Dadurch wird die projizierte Schubspannung zu einer skalaren Größe, die mithilfe des Rainflow Verfahrens [118] ausgewertet werden kann. Für jedes identifizierte Schwingspiel wird dann der im selben Zeitraum auftretende Normalspannungsverlauf betrachtet und schließlich eine Vergleichsspannung gebildet.

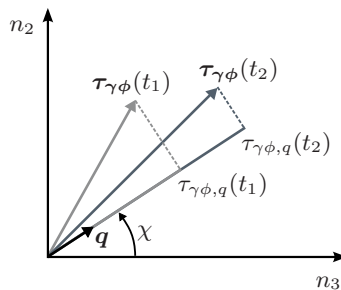
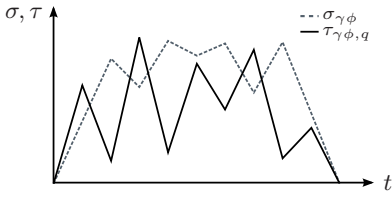


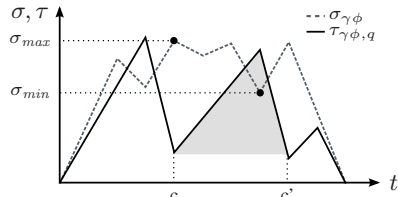
Abbildung 5.10: Projektion des Schubspannungsvektors in der Schnittebene $\tau_{\gamma\phi}$ auf den Einheitsvektor \mathbf{q} (angelehnt an [117])

Die Richtung des Einheitsvektors \mathbf{q} wird gemäß der „Maximum Variance Method“ (MVM) [119] bestimmt. Dabei lautet die zugrundeliegende Annahme, dass die Varianz des projizierten Schubspannungsverlaufs ein Maß für die im Spannungssignal auftretende maximale Schwingbreite und damit Amplitude darstellt. Es ist dann möglich die Richtung des Vektors \mathbf{q} mit der größten resultierenden Schubspannungsamplitude über die Berechnung der Varianz zu bestimmen, was numerische Vorteile bietet (vgl. [119]). Innerhalb des hier vorgeschlagenen Ansatzes wird daher im ersten Schritt mithilfe der MVM für jede Schnittebene der entsprechende Vektor \mathbf{q} ermittelt. Die Auswahl der kritischen Ebene erfolgt dann über die Auswertung der Spannungen in den jeweiligen Schnittebenen. Dabei wird aus dem auf \mathbf{q} projizierten Schubspannungsverlauf die Amplitude und Mittelspannung berechnet und mithilfe der Normalspannung gemäß Abschnitt 5.3.2 die Vergleichsspannung ermittelt. Diejenige Schnittebene mit der höchsten resultierenden Vergleichsspannung wird dann als kritische Ebene definiert.

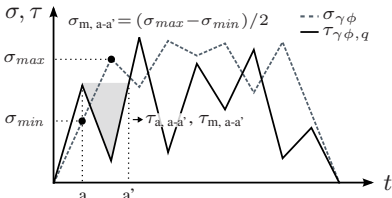
Die Zyklenzählung erfolgt anschließend in der kritischen Ebene anhand der beiden skalaren Spannungsverläufe $\tau_{\gamma\phi,q}$ und $\sigma_{\gamma\phi}$. In Abbildung 5.11 ist die Vorgehensweise schematisch dargestellt. Zunächst wird der Schubspannungsverlauf über eine klassische Rainflow-Zählung (hier nicht im Detail erklärt, siehe dazu [118]) ausgewertet, wobei die Residuen als volle Schwingspiele bewertet werden. Sobald im Schubspannungsverlauf eine geschlossene Hysterese identifiziert wird, werden die Amplitude und die Mittelspannung des gefundenen Schwingspiels berechnet. Im Unterschied zur Standardvorgehensweise erfolgt nun aber zusätzlich eine Betrachtung des Normalspannungssignals im gleichen Zeitintervall der gefundenen Hysterese. Aus dem Normalspannungsverlauf wird dann mithilfe der größten und kleinsten auftretenden Normalspannung eine Normalmittelspannung berechnet, welche dem identifizierten Schubspannungsschwingspiel zugeordnet wird. Gemäß dem Rainflow-Algorithmus wird eine geschlossene und ausgewertete Hysterese anschließend aus dem Spannungssignal entfernt. Dieser Schritt wird in der hier betrachteten mehrachsigen Variante nach *Luo et al.* [117] allerdings nur für die Schubspannung durchgeführt, sodass der Normalspannungsverlauf unberührt bleibt. Die Rainflow-Zählung wird nun solange fortgesetzt bis alle Hysteresen im Schubspannungsverlauf identifiziert wurden.



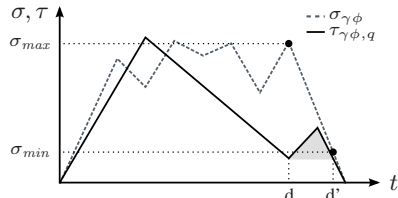
1: Originaler Verlauf der Schub- und Normalspannung in der kritischen Ebene.



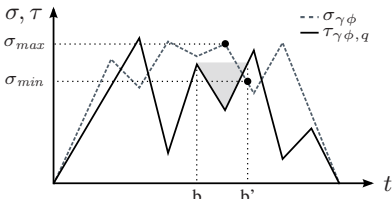
4: Entfernen von Hysterese b-b'. Fortsetzung der Rainflow-Zählung.



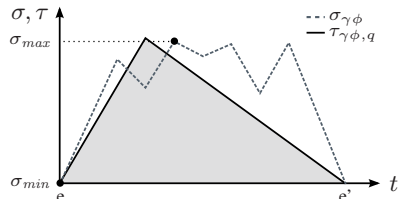
2: Anwendung der Rainflow-Zählung auf die Schubspannung. Auswertung der Normalspannung in geschlossener Hysterese a-a'.



5: Entfernen von Hysterese c-c'. Fortsetzung der Rainflow-Zählung.



3: Entfernen von Hysterese a-a' aus der Schubspannung. Die Normalspannung bleibt unberührt. Fortsetzung der Rainflow-Zählung.



6: Entfernen von Hysterese d-d'. Auswertung des finalen Zyklus e-e'. Ende der Rainflow-Auswertung.

Abbildung 5.11: Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Zyklenzählung in einer Schnitt-ebene bei mehrachsiger Beanspruchung.

Mithilfe der so durchgeführten Zyklenzählung werden für jedes Schwingenspiel die Schubspannungsamplitude, die Schubmittelspannung und die Normalspannung erhalten. Aus diesen Größen kann dann gemäß Abschnitt 5.3.2 die Vergleichsspannung bestimmt werden. So wird es möglich die Mikrozyklen in der Lebensdauerberechnung zu berücksichtigen. Sollen diese dagegen nicht berücksichtigt werden, entfällt die hier beschriebene Vorgehensweise und es werden nur die makroskopischen Lastzyklen betrachtet. In diesem Fall wird auf die Methode

des kleinsten umschreibenden Kreises zurückgegriffen und es kann wahlweise die integrale oder kritische Ebene Vergleichsspannung verwendet werden.

6 Beanspruchbarkeitsanalyse

Neben der Beanspruchung bildet die Beanspruchbarkeit die zweite entscheidende Größe für die Berechnung der Tragfähigkeit. Dabei gestaltet sich die Ermittlung der lokalen Beanspruchbarkeit bei Zahnrädern als besonders herausfordernd, da die Versuche auf Komponenten- bzw. Bauteilebene durchgeführt werden und damit keine örtliche Auswertung erfolgt. Innerhalb des örtlichen Konzepts wird die lokale Beanspruchbarkeit normalerweise in Probenversuchen ermittelt und eine Gültigkeit der ermittelten Kennwerte auf lokaler Bauteilebene angenommen. Liegt - wie im Falle von randschichtgehärteten Zahnrädern - ein gradierter Werkstoffzustand vor, müssen die Probenversuche dabei an verschiedenen Proben erfolgen, welche den jeweiligen Werkstoffeigenschaften in unterschiedlichen Tiefen entsprechen. Der damit verbundene Versuchsaufwand macht diese Vorgehensweise bei randschichtgehärteten Zahnrädern daher sehr unpraktikabel. Aus diesem Grund wird bei bestehenden örtlichen Konzepten für Zahnräder häufig auf empirische Formeln zurückgegriffen, welche die benötigten Werkstoffeigenschaften aus der lokalen Härte abschätzen (z.B. [11, 14, 62, 120]). In diesem Kapitel sollen die hierfür verwendeten Gleichungen eingeführt werden. Anschließend wird auf die Berücksichtigung der Stützwirkung im Wälzkontakt eingegangen und schließlich ein in dieser Arbeit entwickeltes alternatives Konzept zur Bewertung der lokalen Festigkeit vorgestellt.

6.1 Abschätzung lokaler Werkstoffeigenschaften aus der Härte

Nachfolgend werden Ansätze zur Beschreibung verschiedener lokaler Werkstoffeigenschaften aus der Härte beschrieben. In der Regel stehen dafür gemessene Härtetiefenverläufe oder Erfahrungswerte aus vergangenen Messungen zur Verfügung. Es können aber auch Werte aus vereinfachten Abschätzungen oder Wärmebehandlungssimulationen verwendet werden.

6.1.1 Abschätzung des Härtetiefenverlaufs

Liegen keine Messdaten zum Härtetiefenverlauf vor, kann dieser mithilfe empirisch ermittelter Zusammenhänge abgeschätzt werden. Für den bei Zahnrädern besonders relevanten Fall der Einsatzhärtung sind zwei etablierte Ansätze aus der Literatur verfügbar.

Mit dem Ansatz nach *Lang* [52] kann der Härtetiefenverlauf einsatzgehärteter Teile aus den drei Parametern Randhärte HV_{Rand} , Kernhärte HV_{Kern} und Einsatzhärtetiefe Eht_{550} abgeschätzt werden. Der Zusammenhang lautet [52]:

$$HV(z^*) = HV_{Kern} + (HV_{Rand} - HV_{Kern}) \cdot 10^{(a_{Lang} + b_{Lang} \cdot z^*) \cdot z^*}, \quad (6.1)$$

wobei z^* die mit der Einsatzhärtetiefe normierte Werkstofftiefe ist und die Parameter a_{Lang} und b_{Lang} als

$$\begin{aligned} a_{Lang} &= -0,0381 \\ b_{Lang} &= -0,2662 \end{aligned} \quad (6.2)$$

definiert sind.

Der zweite Ansatz geht auf *Thomas* [121] zurück und beschreibt den Härtetiefenverlauf über eine abschnittsweise definierte Funktion. Für die Untersuchung von oberflächeninduziertem Pitting reicht es den ersten Abschnitt bis zum Erreichen

der Einsatzhärte tiefe zu betrachten. Dabei wird zusätzlich zu den oben genannten Parametern die Tiefenlage des lokalen Härtemaximums $z_{HV,max}$ benötigt. Es gilt abhängig von der Werkstofftiefe z [121]:

$$HV(z) = a_{Thomas} \cdot z^2 + b_{Thomas} \cdot z + HV_{Rand} \quad \text{für } z \leq Eht_{550} \quad (6.3)$$

mit den Parametern

$$a_{Thomas} = \frac{550 - HV_{Rand}}{Eht_{550}^2 - 2 \cdot z_{HV,max} \cdot Eht_{550}} \quad (6.4)$$

$$b_{Thomas} = -2 \cdot a_{Thomas} \cdot z_{HV,max}$$

Ausgehend von den Härtetiefenverläufen können dann weitere Werkstoffeigenschaften approximiert werden.

6.1.2 Eigenspannungen aus der Wärmebehandlung

Während der Wärmebehandlung entstehen durch die Martensitbildung in der Randschicht der Zahnräder Druckeigenspannungen für deren Abschätzung, analog zur Approximation des Härtetiefenverlaufs, ebenfalls empirischen Ansätze existieren. Dabei ist allerdings zu beachten, dass es in den Zahnflanken im Zuge der weiteren Fertigungsschritte zu großen Veränderungen des Eigenspannungszustandes kommt. Die nachfolgend vorgestellten Formeln können demnach höchstens für eine einfache konservative Abschätzung genutzt werden, wenn ausgeschlossen werden kann, dass es während der Hartfeinbearbeitung zu einer Beschädigung der Zahnflanke (z.B. durch Schleifbrand) gekommen ist.

Auch für die Eigenspannungen existiert eine Abschätzung nach *Lang* [52]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ES}(z) &= -1,25 \cdot \Delta HV(z) && \text{für } \Delta HV(z) \leq 300 \\ \sigma_{ES}(z) &= 0,2857 \cdot \Delta HV(z) - 400 && \text{für } \Delta HV(z) > 300, \end{aligned} \quad (6.5)$$

mit

$$\Delta HV(z) = HV(z) - HV_{Kern}. \quad (6.6)$$

Dabei wird angenommen, dass die Eigenspannungen normal zur Oberfläche vernachlässigbar sind und die Eigenspannungen in Zahnhöhen- und Zahnbreitenrichtung gleich sind. Es ist wichtig zu beachten, dass reale Kurven der Härte und der Eigenspannungen über der Tiefe meist nicht gleichförmig verlaufen (vgl. Abbildung 8.1 und 8.2) und Ansätze zur Abschätzung der Eigenspannungen aus der Härte entsprechende Abweichungen erzeugen können.

Hertter modifizierte den Ansatz nach *Lang* auf der Basis eines Abgleiches mit an Zahnflanken gemessenen Eigenspannung. Dabei zeigte sich, dass mit einer Korrektur der Konstanten im zweiten Teil von Gleichung 6.5 auf „460“ bessere Übereinstimmungen erzielt werden können [62]. *Weber* [22] erweiterte den von *Hertter* modifizierten Ansatz um eine Gleichgewichtsbetrachtung in größeren Werkstofftiefen. Dabei wird der Eigenspannungsverlauf ab einer Tiefe von $0,5 \cdot Eht_{550}$ durch ein numerisch optimiertes Polynom angenähert, sodass ein korrekter Übergang des Eigenspannungsverlaufs in den Zugbereich erfolgt. Für den bei Pitting relevanten randnahen Bereich ergeben sich damit allerdings keine Abweichungen, sodass eine solche Gleichgewichtsbetrachtung nicht benötigt wird.

6.1.3 Lokale Werkstoffkennwerte

Innerhalb des örtlichen Konzepts werden lokale Werkstoffkennwerte sowohl für die in Abschnitt 5.3 beschriebenen Festigkeitshypothesen als auch für die Bewertung der lokalen Beanspruchbarkeit benötigt. Dabei lassen sich die lokalen Kennwerte durch verschiedene empirische Zusammenhänge aus der Härte abschätzen. Die nachfolgend beschriebenen Gleichungen entsprechen weitestgehend dem von *Hertter* [62] gewählten Konzept. Dieser untersuchte verschiedene in der Literatur vorhandene Ansätze und traf darauf aufbauend eine Auswahl der geeignetsten Methoden (vgl. [62]).

Im ersten Schritt erfolgt die Umwertung der Härte in eine lokale Zugfestigkeit R_m . Hierfür wird ein Ansatz nach *Thomas* [121] verwendet:

$$R_m(z) = 3,18 \cdot HV(z) + \frac{HV^2(z)}{5000}. \quad (6.7)$$

Als nächstes kann mithilfe der Zugfestigkeit die Mittelspannungsempfindlichkeit über eine ursprünglich durch *Hück et al.* [122] vorgeschlagene Näherung abgeschätzt werden. Es gilt:

$$M_\sigma(z) = 0,35 \cdot 10^{-3} \cdot R_m(z) - 0,1. \quad (6.8)$$

Dieser Zusammenhang wird auch innerhalb der FKM-Richtlinie verwendet [53]. In einem im Jahr 2021 abgeschlossenen Forschungsvorhaben zur Berechnung der Schwingfestigkeit höchstfester Stähle wurde die Eignung dieser ursprünglich für nieder- und mittelfeste Stähle vorgeschlagenen Beziehung geprüft (vgl. [123]). Dabei zeigte sich, dass die Mittelspannungsempfindlichkeit bei einigen der untersuchten Stähle in ausreichender Näherung durch Gleichung 6.8 beschrieben werden kann, wohingegen sie bei anderen Stählen überschätzt wird. Eine Korrektur der Beziehung konnte aufgrund der zu geringen Datenlage allerdings nicht durchgeführt werden.

Für die Mittelspannungsempfindlichkeit der Schubspannung gilt nach der FKM-Richtlinie [53]:

$$M_\tau(z) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot M_\sigma(z). \quad (6.9)$$

Im Gegensatz zur Zugfestigkeit steigt die Wechselfestigkeit mit zunehmenden Werten der Härte nicht mehr linear an. Nach dem Ansatz von *Winderlich* [49] gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_W(z) &= \frac{1,61 \cdot HV(z)}{1 + 20,7/HV(z)} && \text{für } HV(z) \leq 340 \\ \sigma_W(z) &= \frac{1,98 \cdot HV(z) - 0,0011 \cdot HV^2(z)}{1 + 20,7/HV(z)} && \text{für } 340 < HV(z) \leq 900. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Die Schubwechselfestigkeit lässt sich nach *Hertter* aus der Wechselfestigkeit abschätzen. Bei einsatzgehärteten Teilen wird innerhalb der Randschicht folgende Näherung gewählt [62]:

$$\tau_W(z) = 0,61 \cdot \sigma_W(z). \quad (6.11)$$

Schließlich lassen sich die Zugschwell- und Torsionsschwellfestigkeit aus den geometrischen Beziehungen im Haigh-Diagramm herleiten:

$$\sigma_{Sch}(z) = \frac{2 \cdot \sigma_W(z)}{1 + M_\sigma(z)} \quad (6.12)$$

$$\tau_{Sch}(z) = \frac{2 \cdot \tau_W(z)}{1 + M_\tau(z)}. \quad (6.13)$$

Aus Gründen der Einheitlichkeit wird bei der Anwendung der SIH die Torsionsschwellfestigkeit über den Ansatz nach *Liu-Zenner* approximiert [94]:

$$\tau_{Sch}(z) = \frac{4 \cdot \tau_W(z)}{\frac{2 \cdot \sigma_W(z)}{\sigma_{Sch}(z)} + 1}. \quad (6.14)$$

Dabei wird angenommen, dass die Mittelspannungsempfindlichkeit bei Torsion der halben Mittelspannungsempfindlichkeit bei Zug-Druck entspricht, was allerdings im Widerspruch zu Gleichung 6.9 steht.

Mithilfe der Beziehungen (6.7) bis (6.14) können nun sämtliche für das örtliche Konzept benötigte lokale Werkstoffkennwerte aus dem Härteverlauf abgeschätzt werden.

6.2 Berücksichtigung der Spannungskonzentration

Verursacht durch die technischen Oberflächen, kommt es an der Zahnflanke unterhalb von Rauheitserhebungen infolge der Kontaktbeanspruchung lokal zu starken Spannungskonzentrationen. Diese befinden sich vor allem im oberflächennahen Bereich, wohingegen in den stärker von der makroskopischen Hertz'schen Pressung beeinflussten tieferen Werkstofflagen eine homogenere Spannungsverteilung vorliegt. Aus der Festigkeitslehre ist bekannt, dass bei stark konzentrierten Beanspruchungen mit steilem Gradienten eine Umlagerung der Spannung in benachbarte, weniger stark beanspruchte Bereiche erfolgt und so die Tragfähigkeit des Werkstoffes erhöht wird [47, 124].

Üblicherweise erfolgt die Berücksichtigung des an Kerben entstehenden Spannungsgefälles in örtlichen Konzepten (vgl. [49, 50]) beanspruchbarkeitsseitig mithilfe eines von *Petersen* entwickelten Ansatzes [125]. Bei Wälzkontakten empfehlen *Gnilke* und *Lüpfert* in [126] dagegen die Verwendung der von *Neuber* entwickelten Theorie zur Mikrostützwirkung [127]. Dabei wird die Spannung beanspruchungsseitig entlang der Wegkoordinate l über eine Ersatzstrukturlänge ρ^* gemittelt und so die wirksame Spannung σ_{wirk} bestimmt [126, 127]:

$$\sigma_{wirk} = \frac{1}{\rho^*} \cdot \int_{\rho^*} \sigma_V dl. \quad (6.15)$$

Da im Zahnradkontakt ein mehrachsiger Spannungszustand vorliegt, ist hierfür die Vergleichsspannung zu verwenden. Als Ersatzstrukturlänge wird in [126] für hochfeste Stähle $\rho^* = 0,02$ mm angegeben.

Nach *Gnilke* und *Lüpfert* kann die Spannungsumlagerung bei Wälzkontakten allerdings nur in Tiefenrichtung erfolgen. In Richtung der Kontaktbewegung könne es dagegen zu keiner stabilen Spannungsumlagerung kommen, da aufgrund der Gleitbewegung an allen Materialpunkten einer bestimmten Tiefe derselbe Beanspruchungsverlauf vorliege und dieser lediglich phasenverschoben sei [126]. In

dieser Arbeit wird diese Einschätzung nicht geteilt. Bei der Berücksichtigung des rauen Kontakts kommt es in Oberflächennähe entlang der Bewegungsrichtung zu sehr unterschiedlichen Beanspruchungsverläufen. Dabei treten im Bereich unterhalb einer Rauheitsspitze wiederholt lokale Spannungskonzentrationen auf, während im Bereich eines Rauheitstals stets geringere Spannungen vorliegen. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit angenommen, dass die Spannungsumlagerung in Richtung des größten Spannungsgradienten erfolgt. Die über der Ersatzstrukturlänge gemittelte Spannung wird daher mithilfe des Ansatzes

$$\sigma_{wirk}(x, z) = \min \begin{cases} \frac{1}{\rho^*} \cdot \int_{-\rho^*/2}^{\rho^*/2} \sigma_V(x, z) dx \\ \frac{1}{\rho^*} \cdot \int_{-\rho^*/2}^{\rho^*/2} \sigma_V(x, z) dz \end{cases} \quad (6.16)$$

bestimmt.

Eine Mittelung der Spannungen ist dabei allerdings nur im Bereich nahe an der Oberfläche erforderlich. In größeren Werkstofftiefen hat die Mittelung wegen der im Vergleich zur Kontaktbreite kleinen Ersatzstrukturlänge kaum Auswirkungen auf das Spannungsfeld.

6.3 Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie

Mithilfe der in Abschnitt 6.1.3 eingeführten Beziehungen ist es möglich lokale Werkstoffkennwerte abzuleiten, die dann für eine Tragfähigkeitsberechnung gemäß dem örtlichen Konzept genutzt werden können. Diese Vorgehensweise hat allerdings zwei wichtige problematische Aspekte. Der erste kritische Punkt ist, dass bei einer Abschätzung der Festigkeit allein aus der Härte keine Unterscheidung zwischen einzelnen Werkstoffen möglich ist, sondern lediglich nach Werkstoffklassen bzw. Härteverfahren differenziert wird. Darüber hinaus können Unterschiede in der Mikrostruktur wie z.B. ein hoher Restaustenitgehalt ebenfalls nicht berücksichtigt werden. Der zweite kritische Aspekt betrifft die generelle

Anwendbarkeit der in Probenversuchen ermittelten Werkstoffkennwerte für die Wälzermüdung. Die meisten der in Abschnitt 6.1.3 beschriebenen Beziehungen wurden an Probenversuchen unter Biegung, Zug-Druck oder Torsion ermittelt und waren ursprünglich nicht für Anwendungen bei Wälzermüdung gedacht. Es ist somit völlig unklar, ob eine Übertragbarkeit auf die durch hohe Druckspannungen charakterisierte Wälzbeanspruchung gegeben ist.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine alternative Methode zur Ermittlung der lokalen Werkstoffkennwerte für Zahnradanwendungen vorgeschlagen, welche nachfolgend als „Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie“ bezeichnet wird. Der Ansatz beruht auf einer Erweiterung des in der FKM-Richtlinie beschriebenen Vorgehens für den Festigkeitsnachweis basierend auf örtlichen Spannungen (vgl. Abschnitt 2.3). Abbildung 6.1 zeigt die Grundidee des Ansatzes. Anstatt, wie in der FKM-Richtlinie für allgemeine Bauteile und lastfreie Oberflächen vorgeschlagen, die Festigkeitseigenschaften des Grundwerkstoffes aus Kennwerten aus Probenversuchen zu ermitteln und diese dann über Konstruktionsfaktoren auf das eigentliche Bauteil zu übertragen, wird für Zahnräder eine erweiterte Vorgehensweise vorgeschlagen. Dabei werden die Festigkeitseigenschaften des Werkstoffes in Laufversuchen an standardisierten Prüfverzahnungen unter tatsächlicher Wälzbeanspruchung ermittelt und die Ergebnisse durch den Einsatz des in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungskonzepts simulativ um gewisse Einflussgrößen bereinigt, sodass hieraus die Festigkeitseigenschaften des Grundwerkstoffes bei Wälzermüdung im Zahnradkontakt erhalten werden. Diese können dann genutzt werden, um mithilfe des hier entwickelten örtlichen Konzepts die Pittingtragfähigkeit von anderen Zahnradgeometrien vorherzusagen. Mithilfe dieser Vorgehensweise kann vermieden werden, dass die Güte der Tragfähigkeitsberechnung von der Übertragbarkeit der Torsions-, Biege- und Zugversuche auf die Wälzermüdung im Zahnradkontakt abhängt. Stattdessen werden Versuchsdaten genutzt, die an Zahnrädern ermittelt wurden und somit die tatsächliche Beanspruchungssituation deutlich besser abbilden.

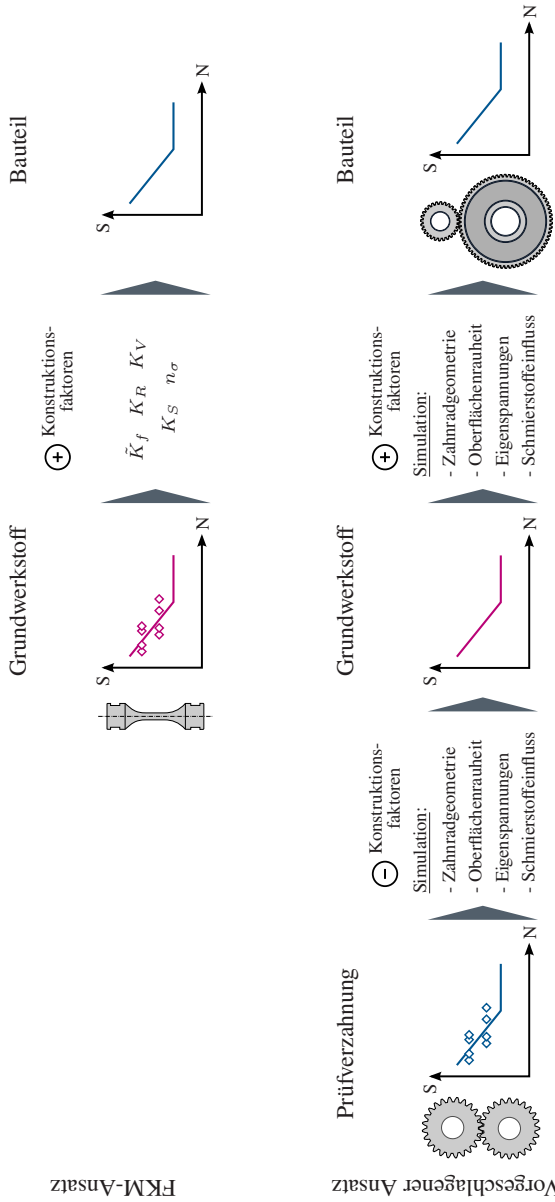


Abbildung 6.1: Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie im Vergleich zur Vorgehensweise nach FKM-Richtlinie

Um das vorgeschlagene Konzept genauer zu erklären, wird zunächst die Ableitung der Wälzfestigkeit des Grundwerkstoffes aus dem Laufversuch mit der Prüfverzahnung betrachtet. Die Prüfverzahnung wird dabei unter definierten Prüfbedingungen (vgl. Tabelle 4.7) bei konstanter Drehzahl und konstantem Drehmoment im FZG-Verspannungsprüfstand bis zum Erreichen eines Pittingschadens abgeprüft. Wird nun hypothetisch angenommen, dass der genaue Ausgangsort des entstandenen Pittings sowie sämtliche für die Berechnung der Pittingtragfähigkeit relevante Eigenschaften (Härte, Eigenspannungen, Oberflächenprofil) bekannt sind, kann das in dieser Arbeit vorgestellte örtliche Konzept verwendet werden, um den Prüfstandsversuch zu simulieren und damit die exakte Beanspruchungshistorie am Ort des Schadensausgangs reproduziert werden. Diese lokale Beanspruchungshistorie kann dann der im Versuch beobachteten Zyklenzahl bis zum Ausfall zugeordnet werden. Wiederholt man dieses Vorgehen für verschiedene Versuchsniveaus, kann auf diese Weise eine lokale Wöhlerlinie der Pittingtragfähigkeit ermittelt werden.

In Abbildung 6.2 ist die Vorgehensweise zur Ermittlung eines Punktes der lokalen Wöhlerlinie dargestellt. Da sich das Oberflächenprofil auf jeder Zahnflanke eines Zahnrades unterscheidet, variiert die lokale Spannung in einem fixen Punkt eines Referenzzahnes in jedem Lastzyklus abhängig von der jeweiligen Zahnflanke des Gegenrades. Dies bedeutet, dass jeder Punkt einer Zahnflanke auch bei konstantem Drehmoment und konstanter Drehzahl in Wirklichkeit eine Beanspruchung durch ein Lastkollektiv erfährt. Um also die lokale Spannungshistorie an einem Punkt reproduzieren zu können, muss der Kontakt mit jedem Zahn des Gegenrades berücksichtigt werden. Das resultierende Lastkollektiv kann dann durch eine schädigungsäquivalente konstante Beanspruchung ersetzt werden, welche anschließend der im Versuch beobachteten Ausfallzyklenzahl zugeordnet wird.

Als Bewertungsgröße der Beanspruchung wird die gemäß Abschnitt 5.3.2 ermittelte Vergleichsschubspannungsamplitude nach dem kritische Ebene bzw. integrelem Ansatz verwendet. Die resultierende lokale Wöhlerlinie bezieht sich somit ebenfalls ausschließlich auf die jeweilige Vergleichsspannung. Soll in der Lebensdauerrechnung eine andere Vergleichsspannungsmethode genutzt werden, muss entsprechend auch die lokale Pitting-Wöhlerlinie mit dieser hergeleitet worden sein.

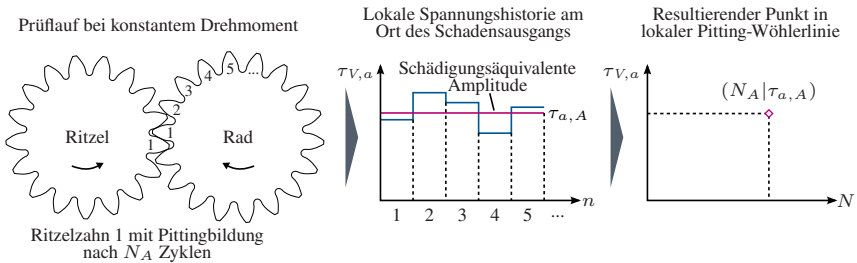


Abbildung 6.2: Vorgehensweise zur Ermittlung eines Punktes der lokalen Pitting-Wöhlerlinie aus einem Prüfstandsversuch bei konstantem Drehmoment und konstanter Drehzahl

Die Umrechnung der aus der Beanspruchungsanalyse ermittelten lokalen Lastkollektive in eine schädigungsäquivalente einstufige Beanspruchung erfordert eine geeignete Methode zur Schadensakkumulation. Als erster Ansatz wird in dieser Arbeit hierfür die bei Wälzermüdung etablierte elementare Miner Regel verwendet (vgl. [48]). Darüber hinaus wird eine Wöhlerlinienneigung benötigt, gegen welche die Schadensakkumulation erfolgen kann. Da die lokale Pitting-Wöhlerlinie noch nicht vorliegt, ist diese Neigung unbekannt. Aus diesem Grund wird zur Ermittlung der schädigungsäquivalenten Spannungsamplituden die Neigung der „nominalen“ lokalen Pitting-Wöhlerlinie verwendet, die anhand der Nenngeometrie der Verzahnung ohne Berücksichtigung von Flankenabweichungen und rauen Oberflächen ermittelt wird. Bei Berechnungen mit der Nenngeometrie kommt es bei konstantem Drehmoment wegen der glatten Oberfläche zu keinen lokalen Lastkollektiven, sodass in diesem Fall die gemäß Abbildung 6.2 ermittelte lokale Wöhlerlinie eindeutig definiert ist. Alternativ wurde auch eine rekursive Auswertung evaluiert. Hierbei konvergierte die resultierende lokale Pitting-Wöhlerlinie allerdings stets gegen sehr flache Neigungen, was in der späteren Lebensdauerberechnung zu unplausiblen Ergebnissen führte.

Das bei der Herleitung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie porträtierte hypothetische Szenario, bei dem der genaue Ort des Schadensausgangs sowie sämtliche relevanten Bauteileigenschaften bekannt sind, ist in der Realität nicht gegeben. Tatsächlich ist nur der Bereich bekannt, in dem ein im Versuch aufgetretenes Pitting seinen wahrscheinlichen Ursprung hatte. Darüber hinaus werden Größen wie die

Eigenspannungen und die Härte an gleichartig gefertigten Prüfrädern ermittelt, nicht aber an der eigentlichen Prüfverzahnung. Aus diesem Grund ist es sinnvoll bei der Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie auf eine Betrachtung der einzelnen Versuchspunkte aus dem Wöhlerversuch zu verzichten und stattdessen auf die resultierende Wöhlerlinie zurückzugreifen. Mithilfe der verfügbaren Daten wird dann eine große Anzahl an Simulationen mit unterschiedlichen Rauheitsprofilen und Eigenspannungsverläufen durchgeführt. Hierdurch entstehen für jedes betrachtete Prüfniveau mehrere in Spannungsrichtung streuende Simulationenpunkte. Es wird dann angenommen, dass die aus einer Regressionsanalyse ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie einen repräsentativen 50%-Wert darstellt. Die Streuung wird dabei aus dem tatsächlich durchgeführten Wöhlerversuch übernommen. Dadurch können in der Simulation nicht erfasste zur Streuung beitragende Einflüsse dennoch in das Gesamtkonzept einfließen. In Abbildung 6.3 ist die beschriebene Vorgehensweise dargestellt.

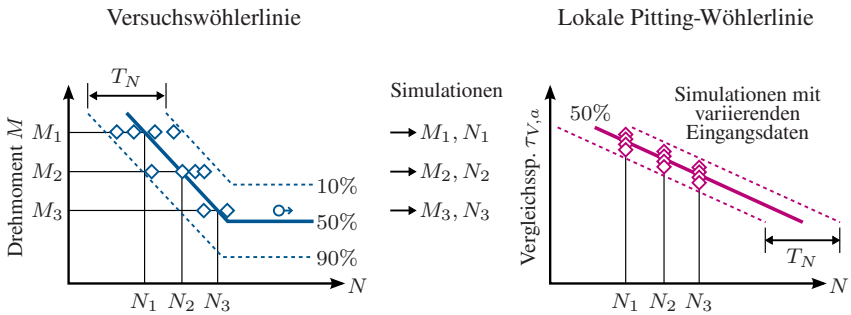


Abbildung 6.3: Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie unter Berücksichtigung der verfügbaren Daten

Da der genaue Schadensausgang der Pittings nicht bekannt ist, wird gemäß der Festlegung in Abschnitt 3.2 angenommen, dass die maximale lokale Spannung unter der Oberfläche im Bereich unterhalb des Wälzkreises schadigungsrelevant ist. Es werden also stets die in einer gewissen Werkstofftiefe auftretenden maximalen Spannungen für die Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie verwendet.

Die Gültigkeit der Wöhlerlinie beschränkt sich entsprechend auch nur auf diesen Tiefenbereich. Obwohl bei randschichtgehärteten Prüfrädern innerhalb des für Pitting relevanten Tiefenbereichs ein gradiertes Werkstoffzustand vorliegt, wird in dieser Arbeit angenommen, dass die ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie für den gesamten Bereich gültig ist. Diese Annahme ist bei kleinmoduligen Zahnrädern aus dem Automobilbau näherungsweise erfüllt, da die Härte dort im Tiefenbereich der maximal auftretenden Schubspannung bei typischer Wärmebehandlung nicht stark abfällt.

Insgesamt können die dem Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie unterliegenden Annahmen wie folgt zusammengefasst werden:

- Die maximale Schubspannung unterhalb der Oberfläche ist bei Pitting die versagensrelevante Spannung.
- Die lokale Pitting-Wöhlerlinie ist im Tiefenbereich der maximalen Schubspannung unterhalb Zahnflanke gültig und in diesem Bereich konstant. Ausgenommen sind Zahnräder, die hier sehr starke Werkstoffgradienten aufweisen.
- Pitting entsteht immer im Bereich des negativen Gleitens unterhalb des Wälzkreises.
- Die mithilfe des EHD-Modells simulierten lokalen Beanspruchungsverläufe sind repräsentativ für die im Wöhlerversuch tatsächlich aufgetretenen Spannungen.
- Die verwendeten lokalen Modellierungsgrößen bleiben nach dem Einlauf der Zahnräder über weite Teile der Lebensdauer konstant.
- Die lokale Pitting-Wöhlerlinie kann zur Vorhersage der Pittingtragfähigkeit von Zahnradpaarungen verwendet werden, wenn im Vergleich zur zugrundeliegenden Prüfverzahnung folgende Punkte erfüllt sind:
 - gleicher Werkstoff

- gleiches Wärmebehandlungsverfahren
- gleiche Schmierstoffadditivierung
- vergleichbare Randschichtverfestigung.

Mit dem Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie liegt nun der letzte Baustein für das in dieser Arbeit entwickelte örtliche Auslegungskonzept vor. Im nächsten Kapitel wird nun das Gesamtkonzept vorgestellt.

7 Aufbau des Berechnungskonzepts

Aufbauend auf den bisherigen Kapiteln wird nachfolgend der Aufbau des entwickelten Berechnungskonzepts zusammengefasst. Dabei handelt es sich um einen auf örtlichen Spannungen und Werkstoffeigenschaften basierenden Ermüdungsfestigkeitsnachweis. In Abbildung 7.1 ist der Aufbau des Konzepts dargestellt.

Ausgehend von der Systemebene des Getriebes wird für die zu bewertende Zahnradpaarung die aus der vorgegebenen Belastung resultierende Lastverteilung auf der Zahnflanke ermittelt. Hierfür wird innerhalb dieser Arbeit die Getriebesoftware *MASTA* von SMT mit der Funktion „Advanced Loaded Tooth Contact Analysis“ genutzt. Diese basiert auf einer hybriden Modellierung des Zahnradkontakts über die Hertz'sche Pressung und FE-Methoden (vgl. [128]). Dabei wird sowohl das dynamische Verhalten der einzelnen Getriebekomponenten als auch die Mikrogeometrie (Zahnflankenmodifikationen) der Zahnräder in der Berechnung berücksichtigt. Die resultierende Lastverteilung enthält somit bereits die Einflüsse der Mikrogeometrie, weshalb im weiteren Berechnungsablauf mit der Makrogeometrie weiter gerechnet werden darf. Aus der ermittelten Lastverteilung wird dann die kritische Linienlast bestimmt, welche als Eingangsgröße für die Beanspruchungsanalyse dient.

Innerhalb des in Abschnitt 5.1 beschriebenen Zahnrad-EHD-Kontaktmodells wird der Abwälzvorgang zeitlich und örtlich diskretisiert und in jedem Zeitschritt ein Zylinder-Zylinder Ersatzmodell aufgestellt. Den Zylindern werden dann die aus einer taktilen Messung ermittelten Oberflächenprofile der eingelaufenen Zahnflanken überlagert. Der Einlaufvorgang selbst kann innerhalb des Konzepts nicht

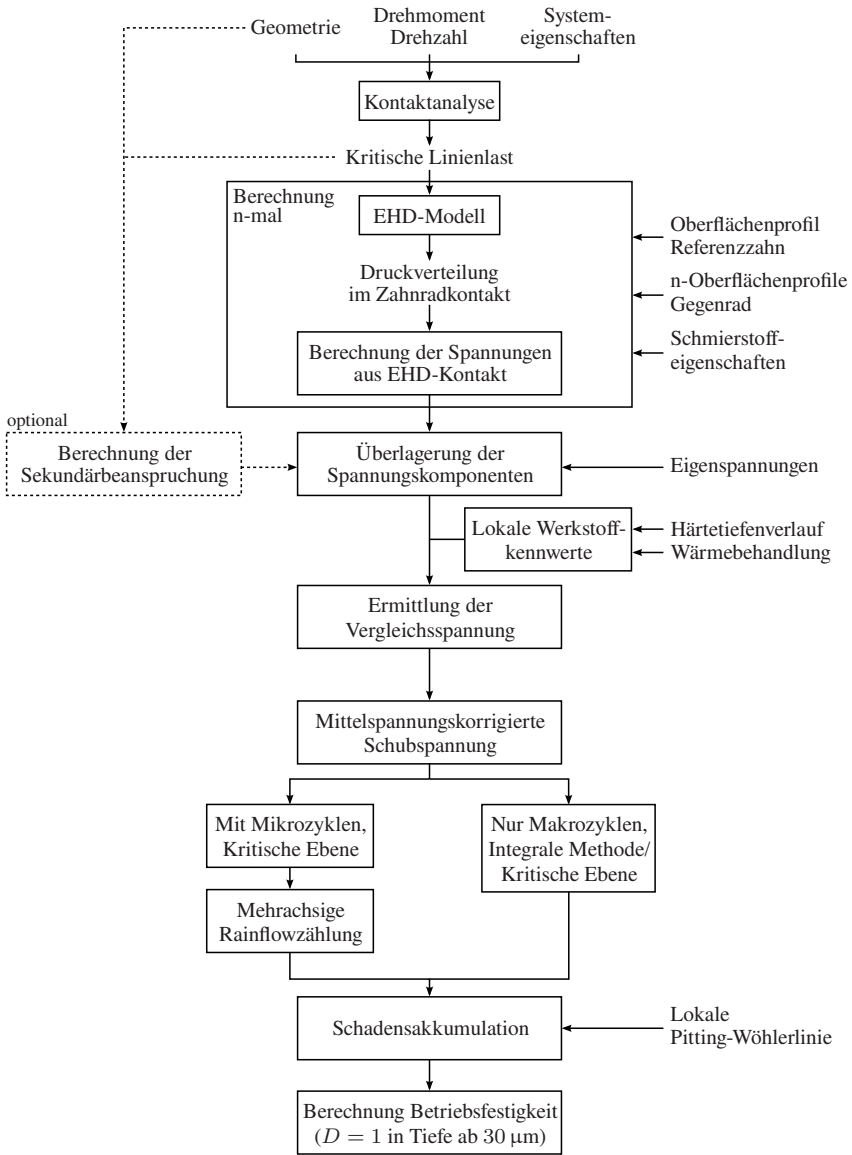


Abbildung 7.1: Aufbau des entwickelten örtlichen Auslegungskonzepts

modelliert werden. Mithilfe der Gleichungen der Elastohydrodynamik wird dann die Druckverteilung im Zahnradkontakt unter Berücksichtigung des Schmierstoffeinflusses und der technischen Oberflächen berechnet. Die Simulation erfolgt in der Bosch Software *TriboSim*. Da die lokalen Spannungen stark durch das Oberflächenprofil der Gegenflanke beeinflusst werden, muss die Simulation bei konstantem Profil des Referenzzahnes für den Abwälzvorgang mit verschiedenen Zahnflanken des Gegenrades wiederholt werden. Dieser Schritt ist essenziell, um der Natur des Zahnradkontakts gerecht zu werden.

Nachdem die lokalen Spannungsverläufe aus dem EHD-Kontakt ermittelt wurden, können mithilfe der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Methode optional die Beanspruchungsanteile aus der Zahnbiegung ermittelt werden. Dieser Berechnungsschritt ist allerdings nicht Teil des Standardablaufs, weil die Biegespannung für die Pittingbildung nur eine untergeordnete Rolle spielt und der genaue Beitrag unklar bleibt (siehe Abschnitt 8.3.6). Darüber hinaus ist die in Abschnitt 5.2 vorgestellte Methode nur bei Geradverzahnungen anwendbar.

Als nächstes werden die berücksichtigten Lastspannungen und die Eigenspannungen tensoriell überlagert. Dabei werden die Eigenspannungen aus Messungen entnommen und als zeitlich konstante Mittellast behandelt. Auf diese Weise liegt nun an jedem Punkt des Rechennetzes ein über dem Abwälzvorgang zeitlich veränderlicher Spannungstensor vor. Dieser muss anschließend mithilfe einer geeigneten Festigkeitshypothese in eine Vergleichsspannung umgerechnet werden. Hierfür werden die lokalen Werkstoffkennwerte an jedem Punkt der Rechendomäne benötigt. Diese lassen sich mithilfe der in Abschnitt 6.1.3 beschriebenen empirischen Beziehungen abhängig vom Wärmebehandlungsverfahren aus dem Härteverlauf abschätzen. Als Vergleichsspannungshypothese wird die in Abschnitt 5.3.2 vorgestellte Methode der mittelspannungskorrigierten Schubspannung gewählt. Hierfür wird aus den abgeschätzten lokalen Werkstoffkennwerten an jedem Betrachtungspunkt das Haigh-Diagramm für Schubspannungen konstruiert und die in jeder Schnittebene ermittelte Schubspannungsamplitude um die Einflüsse der Schub- und Normalmittelspannung korrigiert. In der Standardausführung erfolgt die Auswertung eines Abwälzvorgangs ganzheitlich als einzelner Makrozyklus.

Für die Vergleichsspannung kann dabei wahlweise der integrale Effektivwertansatz oder das kritische Ebene Kriterium verwendet werden. Sollen auch die durch die Rauheit verursachten Mikrozyklen ausgewertet werden, wird die Ermittlung der Vergleichsspannung als kritische Ebene Ansatz ausgeführt. In diesem Fall wird mithilfe der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Vorgehensweise eine Rainflowzählung des mehrachsigen Spannungsverlaufs durchgeführt.

Im letzten Schritt wird dann anhand der ermittelten Vergleichsspannungsamplituden eine lokale Schadensakkumulation durchgeführt. Die hierfür benötigte lokale Pitting-Wöhlerlinie wird gemäß Abschnitt 6.3 aus Wöhlerversuchen an Prüfverzahnungen abgeleitet. Als Schadensakkumulationshypothese wird zunächst die Vorgehensweise nach Miner-Elementar gewählt (vgl. [48]). Ein Pittingsschaden wird vorhergesagt, wenn im Bereich des negativen Gleitens unterhalb des Wälzkreises an einem Punkt in einer Werkstofftiefe ab $30\ \mu\text{m}$ die Schädigungssumme $D = 1$ erreicht wird. Dies entspricht der in Abschnitt 3.2 zusammengefassten Modellvorstellung zur Pittingentstehung. Aus der Betriebsfestigkeit ist bekannt, dass das Schwingbruchversagen häufig bei Schädigungssummen $D < 1$ eintritt [48, 129, 130]. Dennoch wird in dieser Arbeit empfohlen zunächst wie in der *ISO 6336* [2] mit einer kritischen Schädigungssumme von $D = 1$ zu arbeiten. Analog zur in der Betriebsfestigkeit gelebten Praxis ist dann eine spätere Anpassung der Schädigungssumme mithilfe von Erfahrungswissen möglich. Ist die Streuung der Beanspruchung bekannt, kann das vorgeschlagene Konzept verwendet werden, um mit den gängigen Methoden der Betriebsfestigkeit (vgl. [48, 131]) eine Ausfallwahrscheinlichkeit P_A anzugeben. Es ist zu beachten, dass selbst bei einem konstant bleibenden Drehmoment rauheitsbedingt lokal variable Beanspruchungen vorliegen, sodass auch bei vermeintlich konstanter Belastung eine Schädigungsrechnung benötigt wird.

8 Anwendung des entwickelten Modells

In diesem Kapitel wird das entwickelte Modell zur Berechnung der Pittingtragfähigkeit auf die im Prüfstand gelaufenen Prüfverzahnungen angewendet und detaillierter analysiert. Dabei wird zuerst der Wöhlerversuch genutzt, um mithilfe des Berechnungskonzepts eine lokale Pitting-Wöhlerlinie für die weitere Anwendung zu ermitteln. Anschließend soll das Berechnungsmodell mithilfe der durchgeführten Stichversuche validiert werden. Als nächstes können dann verschiedene Einflussgrößen mit dem Modell rechnerisch untersucht werden. Abschließend erfolgt eine Diskussion des Gesamtkonzepts.

8.1 Anwendung auf Versuchsreihe mit Prüfverzahnung aus 20MnCrS5

Um das entwickelte örtliche Konzept anwenden zu können, werden noch die Festigkeitseigenschaften des untersuchten Werkstoffes 20MnCrS5 in Form der lokalen Pitting-Wöhlerlinie benötigt. In diesem Abschnitt soll daher die Vorgehensweise zur Ermittlung der Wöhlerlinie demonstriert werden. Dazu wird das entwickelte Berechnungskonzept auf den mit Prüfrädern durchgeführten Wöhlerversuch angewendet.

8.1.1 Eingangsdaten und Versuchsergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse aus den gemäß Kapitel 4 durchgeführten Untersuchungen dargestellt. Diese dienen als Eingangsdaten für die anschließenden Nachrechnungen mit dem örtlichen Konzept.

Abbildung 8.1 zeigt den nach der Wärmebehandlung ermittelten Härtetiefenverlauf. Die Messung erfolgt dabei zerstörend, sodass das jeweilige Prüfrad anschließend nicht mehr verwendet werden kann. Aus Kostengründen wurde der Härtetiefenverlauf daher nur in den Vorversuchen zur Ermittlung der Wärmebehandlungsparameter sowie in der ersten Wärmebehandlungscharge der im Wöhlerversuch verwendeten Prüfräder gemessen. Es wird angenommen, dass der in der ersten Charge ermittelte Härtetiefenverlauf für alle untersuchten Prüfräder gültig ist.

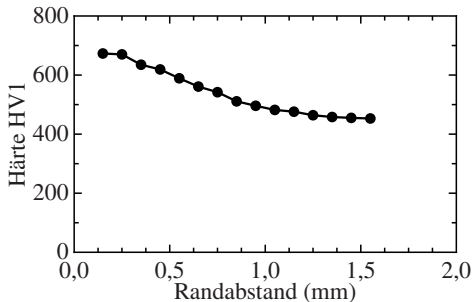


Abbildung 8.1: Härtetiefenverlauf der einsatzgehärteten Prüfverzahnung

Die Eigenspannungen wurden in einem aufwendigen Verfahren als Tiefenverläufe an vier verschiedenen Prüfrädern in unterschiedlichen Zuständen gemessen. Dabei lag der Fokus auf dem randnahen Bereich, weshalb dieser mit vielen Messpunkten aufgelöst wurde. Eine ausführliche Dokumentation und Diskussion der Vorgehensweise ist in [82] zu finden. Abbildung 8.2 zeigt eine Zusammenfassung der Messergebnisse. Die Richtung tangential zur Zahnflanke entspricht dabei

der Richtung $\phi = 0^\circ$ in Abbildung 4.6 und die Richtung axial zur Zahnflanke $\phi = 90^\circ$.

Bei den in Abbildung 8.2 dargestellten Eigenspannungsverläufen handelt es sich um die unkorrigierten Messdaten. Durch den schichtweisen elektrochemischen Abtrag an der Messstelle kommt es allerdings zu Umlagerungsvorgängen, sodass genau genommen der umgelagerte und nicht der ursprüngliche Eigenspannungszustand gemessen wird. Zur Berücksichtigung dieses Effektes existieren Korrekturmethode, welche eine Rückrechnung auf den ursprünglichen Eigenspannungszustand erlauben. Die analytische Korrektur nach *Moore* und *Evans* [132] ist wegen der getroffenen Annahmen bei Zahnflanken allerdings nicht anwendbar, sodass auf FE-basierte Methoden zurückgegriffen muss (z.B. [133]). Bei den hier betrachteten geringen Materialabträgen bis zu einer Tiefe von etwa 200-250 μm ist der Umlagerungseffekt aber nur sehr gering ausgeprägt, sodass auf eine Korrektur verzichtet werden kann [82]. Deutlich relevanter ist der Einfluss steiler Spannungsgradienten in Tiefenrichtung. Bei der röntgenografischen Eigenspannungsmessung liegen bei unterschiedlichen Kippwinkeln verschiedene Eindringtiefen der Strahlung vor, weshalb der ausgewertete Messwert immer einen Mittelwert über diese darstellt [134]. Bei einer homogenen Spannungsverteilung stellt das kein Problem dar, bei steilen Spannungsgradienten hingegen können sich größere Unterschiede zum tatsächlichen Eigenspannungsverlauf ergeben. Auch hier existieren Methoden zur Korrektur dieses Effektes (z.B. [135]). Diese erfordern aber eine hohe Auflösung des Tiefenverlaufes in dem entsprechenden Gebiet steiler Gradienten, weshalb der Effekt in zahlreichen Untersuchungen zum Eigenspannungszustand von Zahnflanken unberücksichtigt bleibt (vgl. [55, 78, 79, 136, 137]). Bei der Bewertung der Pittingtragfähigkeit gemäß dem in Abschnitt 3.2 definierten Schädigungskriterium darf die Korrektur des steilen Gradienten vernachlässigt werden, weil dieser nur sehr oberflächennah auftritt (vgl. Abbildung 8.2). Vergleichbare Methoden zur Bewertung von Mikropitting sollten den Effekt allerdings berücksichtigen. Für eine ausführlichere Betrachtung des Einflusses sei auf [82] verwiesen.

Ein Vergleich der verschiedenen Zustände in Abbildung 8.2 zeigt, dass sich die Unterschiede zwischen den gelaufenen und ungelaufenen Zahnrädern vor allem

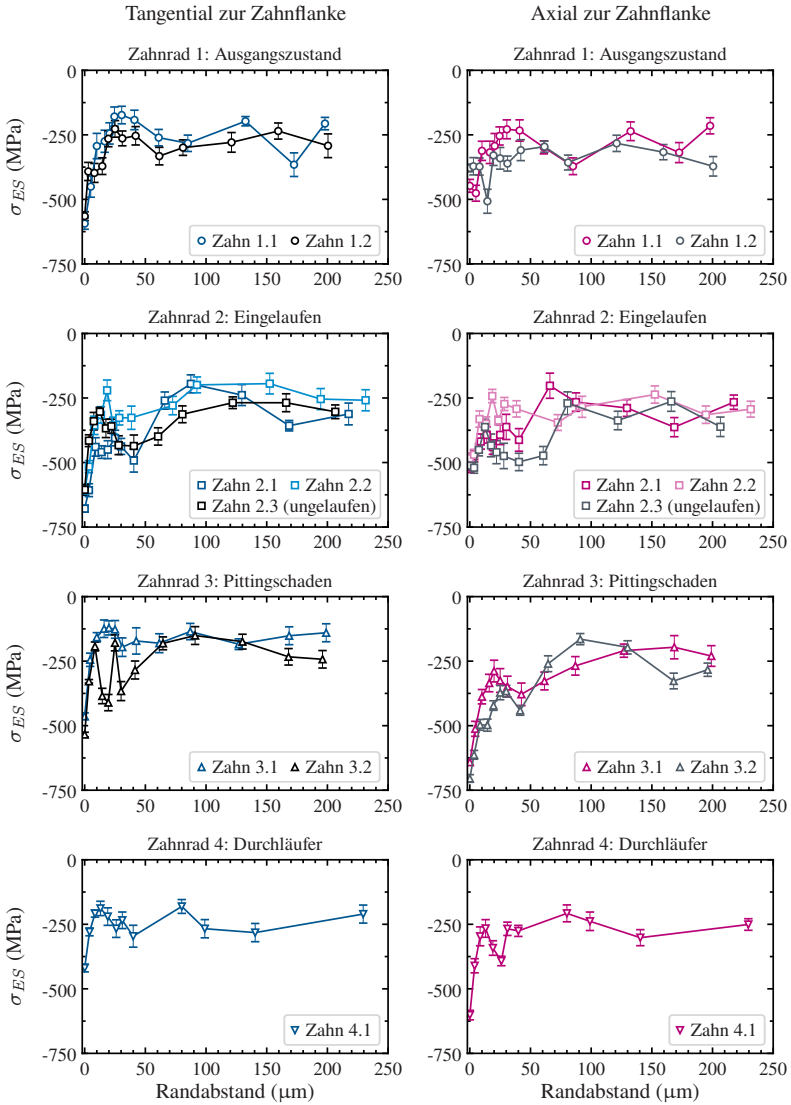


Abbildung 8.2: Eigenspannungstiefenverläufe gemessen an vier Prüfrädern in unterschiedlichen Zuständen

auf die Oberfläche beschränken. Dies bestätigen auch die Untersuchungen in [136]. Umlagerungen in der Größenordnung, wie diese bei wesentlich höheren Pressungen in wälzlagerähnlichen Anwendungen beobachtet wurden (vgl. [138, 139]), sind bei Zahnflanken wohl nicht zu erwarten. Bei der Interpretation der Eigenspannungsänderungen an der Oberfläche sollte beachtet werden, dass es zu einer Änderung des Gradienten kommen kann, welcher sich auf die Messergebnisse auswirkt (Einfluss steiler Spannungsgradienten). Dies lässt sich z.B. im oberflächennahen Bereich von Zahnrad 3 beobachten, wo der Abfall der Druckeigenspannungen im Vergleich zum ungelauten Zustand von Zahnrad 1 etwas steiler verläuft. Eine vergleichende Betrachtung der unkorrigierten Messwerte an der Oberfläche kann in solchen Fällen zu Fehlschlüssen verleiten. Bei den Messwerten von Zahnrad 2 im eingelaufenen Zustand handelt es sich bei Zahn 2.1 und 2.2 um eingelaufene Flanken des Zahnrades, während Zahn 2.3 zum Vergleich auf der uneingelaufenen Seite gemessen wurde. Ein direkter Einfluss des Einlaufs lässt sich nicht erkennen. Generell deuten die Verläufe auf eine grundsätzlich große Streuung innerhalb eines Zahnrades hin. Eine wahrscheinliche Ursache hierfür könnten Unterschiede im Schleifabtrag sein, welche zum Teil in einer Größenordnung des gesamten hier untersuchten Tiefenbereichs liegen können (vgl. [20]).

Da unklar ist in welcher Phase der Lebensdauer es zu den oberflächennahen Veränderungen der Eigenspannungen kommt, werden für die nachfolgenden Berechnungen die gemessenen Verläufe im Ausgangs- bzw. eingelaufenen Zustand verwendet und es wird davon ausgegangen, dass diese konstant bleiben. Der Einfluss des vorgegeben Eigenspannungsprofils auf die berechnete Pittingtragfähigkeit wird in Abschnitt 8.3.3 untersucht. In Anhang A.2 ist darüber hinaus die ebenfalls ausgewertete Schubspannungskomponente der Eigenspannungen dargestellt. Diese wird in den nachfolgenden Berechnungen allerdings nicht berücksichtigt.

Die für die EHD-Simulation benötigten Oberflächenprofile wurden in großer Anzahl durch taktile Messungen an den Prüfrädern gewonnen. Da der Einlaufvorgang im vorliegenden Modell unberücksichtigt bleibt, wurden die Messungen an bereits geglätteten Zahnflanken durchgeführt. Dabei hat sich herausgestellt, dass auch über das Einlaufprogramm hinaus weitere Änderungen der Oberflächentopografie stattfinden. Daher wurden die verwendeten Profile nach einer Million

Lastwechseln ermittelt. Eine weitere Veränderung der Oberfläche konnte erst am Ende der Lebensdauer festgestellt werden. Abbildung 8.3 zeigt exemplarische Verläufe der vermessenen Zahnflankenoberfläche.

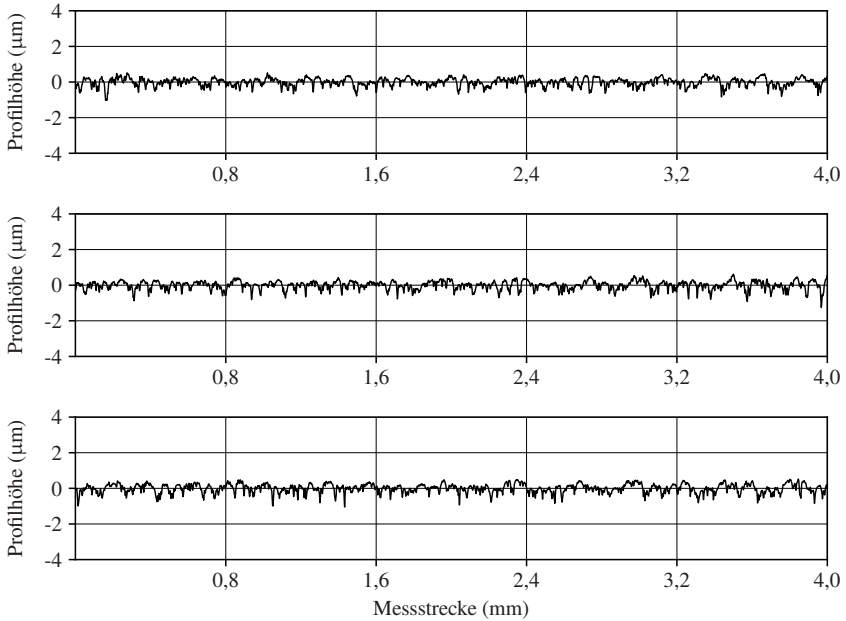


Abbildung 8.3: Beispiele für gemessene Oberflächenprofile der Zahnflanken im Wöhlerversuch (20MnCrS5). Oben: $R_a = 0,18 \mu\text{m}$, $R_z = 1,29 \mu\text{m}$. Mitte: $R_a = 0,19 \mu\text{m}$, $R_z = 1,43 \mu\text{m}$. Unten: $R_a = 0,21 \mu\text{m}$, $R_z = 1,63 \mu\text{m}$.

Schließlich sind in Abbildung 8.4 die Versuchsergebnisse des nach Tabelle 4.7 und Tabelle 4.8 durchgeführten Wöhlerversuchs dargestellt. Die Kennwerte der Wöhlerlinie wurden nach dem Probitverfahren ermittelt (z.B. [140]) und sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst.

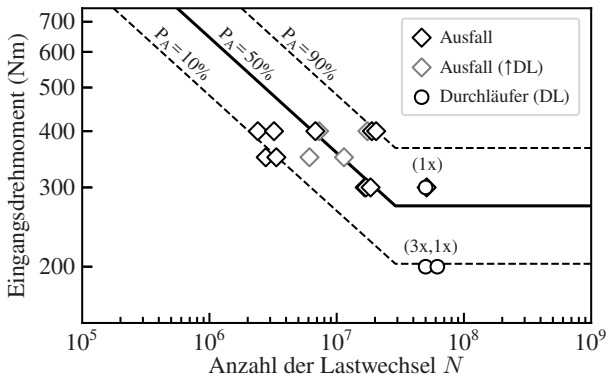


Abbildung 8.4: Ergebnisse des Wöhlerversuchs an Prüfrädern aus 20MnCrS5 im einsatzgehärteten Zustand

Die Versuchsergebnisse bewegen sich unter Berücksichtigung der Streuung grundsätzlich in einem ähnlichen Rahmen wie vergleichbare Untersuchungen am Werkstoff 16MnCr5 aus [78] und [79]. Auffällig ist allerdings die relativ große Streuung auf dem höchsten Prüfniveau bei 400 Nm. Die nach der Fertigung durchgeführten Qualitätsprüfungen in Form von Flanken-, Profil- und Rauheitsmessungen ließen dabei keinen negativen Einfluss auf die Pittingtragfähigkeit erwarten. Auch in den Schadensbildern waren keine besonderen Auffälligkeiten zu erkennen, sodass die Ursache für die große Streuung nicht abschließend geklärt werden konnte. Da die ersten Prüfräder anfänglich bei einem zu niedrigen Eingangsdrehmoment von 200 Nm geprüft wurden, fehlte für die Auswertung ein weiteres Prüfniveau im Übergangsbereich von Zeit- zu Dauerfestigkeit. Die zu niedrig geprüften Zahnradpaarungen wurden nochmals als hochgesetzte Durchläufer auf den beiden oberen Versuchsniveaus eingesetzt. Auf dem Prüfniveau von 300 Nm wurde bei einem vermeintlichen Durchläufer nach Versuchsende bei $50 \cdot 10^6$ Lastzyklen ein beginnender Pittingschaden entdeckt. Die Zahnradpaarung wurde daher noch etwas länger geprüft, bis sich nach kurzer Zeit ein vollständiger Pittingschaden entwickelte. Somit wurde die Zahnradpaarung als Ausfall gewertet, was zu einer weiteren Verschlechterung der Datenlage im Übergangsbereich führt. Die ermittelte 50%-Wöhlerlinie

kann dennoch als repräsentativ für den untersuchten Werkstoff angesehen und somit zur Ableitung der lokalen Wöhlerlinie verwendet werden.

Tabelle 8.1: Parameter der im Laufversuch ermittelten 50% Wöhlerlinie für den Werkstoff 20MnCrS5

Dauerfestigkeit $S_{D,50\%}$	273 Nm
Wöhlerlinienexponent k	3,9
Eckschwingspielzahl N_D	$28,93 \cdot 10^6$ Lastwechsel
Streuspanne $1/T_N$	10,11
Streuspanne $1/T_S$	1,81

8.1.2 Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie

Nachdem die notwendigen Eingangsdaten aus den experimentellen Untersuchungen zusammengetragen wurden, kann jetzt das entwickelte örtliche Konzept angewendet werden, um aus den Versuchsdaten die lokale Wöhlerlinie für Pitting abzuleiten. Dazu wird zunächst, wie in Abbildung 6.3 dargestellt, für jedes Prüfniveau die gemäß der 50%-Wöhlerlinie vorhergesagte Lastwechselzahl bis zum Ausfall berechnet. Das örtliche Konzept kann dann verwendet werden, um eine Umwertung des Drehmoments in die für das Pittingversagen relevante örtliche Maximalspannung durchzuführen und diese dann über den ermittelten Ausfallzyklenzahlen aufzutragen. Nach Abbildung 7.1 muss dazu als erstes die Kontaktanalyse für die jeweiligen Laststufen aus dem Wöhlerversuch durchgeführt werden. Hierfür wurde mit der Software *MASTA* ein einfaches Modell der Prüfverzahnung aufgebaut und eine Kontaktanalyse durchgeführt. Abbildung 8.5 zeigt das verwendete Modell sowie die für jedes Prüfniveau ermittelte kritische Linienlast.

Mithilfe der Linienlast und den Geometriedaten der Verzahnung wird als nächstes das EHD-Modell für die Prüfverzahnung aufgestellt. Im Wöhlerversuch traten die Pittings immer zuerst auf den Zahnflanken des Ritzels auf, sodass in den Simulationen ebenfalls die Zahnflanken des Ritzels als Referenz betrachtet werden.

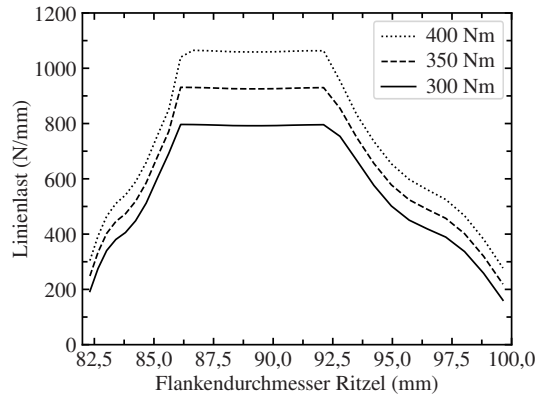
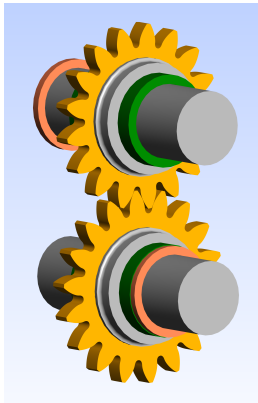


Abbildung 8.5: Modell der Prüfverzahnung und Linienlast aus Kontaktanalyse

Um eine repräsentative Beanspruchungshistorie zu erhalten, werden für jede Bewertung eines Referenzzahnes zehn Abwälzvorgänge mit unterschiedlichen Oberflächenprofilen für das Gegenrad simuliert. Auf jedem Prüfniveau werden dabei jeweils fünf unterschiedliche Referenzzähne betrachtet, sodass sich insgesamt 150 einzelne EHD-Simulationen ergeben. Um den Berechnungsaufwand hierfür zu reduzieren, wird lediglich der für Pitting kritische Bereich der Eingriffsstrecke B-C im Gebiet des negativen Schlupfes betrachtet. Die örtliche und zeitliche Diskretisierung muss zur Auflösung der Bewegung einzelner Rauheitsspitzen ausreichend fein gewählt werden. Daher wird die örtliche Schrittweite auf $\Delta x = 3,125 \mu\text{m}$ und der Zeitschritt auf $\Delta t = 3,34 \cdot 10^{-7} \text{s}$ festgelegt. Die Eigenschaften des FVA 3 Schmierstoffes sind aus dem FVA Referenzölkatalog [141] entnommen.

Für die Überlagerung der Eigenspannungen werden die in Abbildung 8.2 dargestellten Verläufe von Zahnrad 1 im ungelauten Zustand verwendet. Jede Auswertung wird dabei mit jeweils beiden Verläufen durchgeführt. Die Biegebeanspruchung wird nicht berücksichtigt.

Nachdem die Eigenspannungen den aus der EHD-Simulation ermittelten Lastspannungen tensoriell als konstante Mittellast überlagert wurden, kann anschließend die Vergleichsspannung ermittelt werden. Dazu wird der resultierende Spannungstensor an jedem Punkt des Rechenetzes auf 216 gleichmäßig über der halben Einheitskugel verteilte Schnittebenen projiziert und dann die Vergleichsspannung gemäß dem kritische Ebene bzw. integralen Ansatz ausgewertet. Für jede einzelne EHD-Simulation wird auf diese Weise an jedem Punkt eine resultierende Vergleichsspannung ermittelt.

Da bei jedem Referenzzahn zehn Abwälzvorgänge betrachtet werden, ergibt sich somit an jedem Materialpunkt ein Lastkollektiv der Vergleichsspannungsamplituden aus den Einzelsimulationen. Um die Lastkollektive auf einen repräsentativen einzelnen Spannungswert zu transformieren, wird an jedem Punkt die den zehn Abwälzvorgängen schädigungsäquivalente Spannungsamplitude gebildet. Hierfür wird als Hilfsgröße die Steigung der nominalen lokalen Pitting-Wöhlerlinie bei Betrachtung der Nenngeometrie ohne Oberflächeneinfluss benötigt. Diese wird analog zu der hier geschilderten Vorgehensweise aus Simulationen von ideal glatten Prüfrädern bestimmt. Dabei entfällt die Notwendigkeit der mehrfachen Einzelsimulationen, sodass keine lokalen Lastkollektive entstehen und an jedem Punkt eine eindeutige Vergleichsspannung vorliegt. Die auf jedem Prüfniveau ermittelte örtliche Maximalspannung kann somit direkt der Ausfallzyklenzahl aus dem Versuch zugeordnet und so die Steigung der nominalen lokalen Wöhlerlinie bestimmt werden.

An jedem Punkt der Zahnflanke des betrachteten Referenzzahnes wird nun die über die Lastkollektive gegebene Spannungshistorie durch eine schädigungsäquivalente Spannungsamplitude ersetzt. Es ergibt sich somit eine aus zehn Abwälzvorgängen resultierende Spannungsverteilung, aus der die für das Pittingversagen maßgebliche maximale örtliche Vergleichsspannungsamplitude bestimmt werden kann. Die Festlegung dieser maßgeblichen Spannungsamplitude erfolgt gemäß dem in Abschnitt 3.2 definierten Schädigungskriterium. In Abbildung 8.6 sind beispielhaft die Simulationsergebnisse eines Referenzzahnes bei einem Eingangsdrehmoment von 350 Nm bei Anwendung der kritischen Ebene Vergleichsspannung dargestellt.

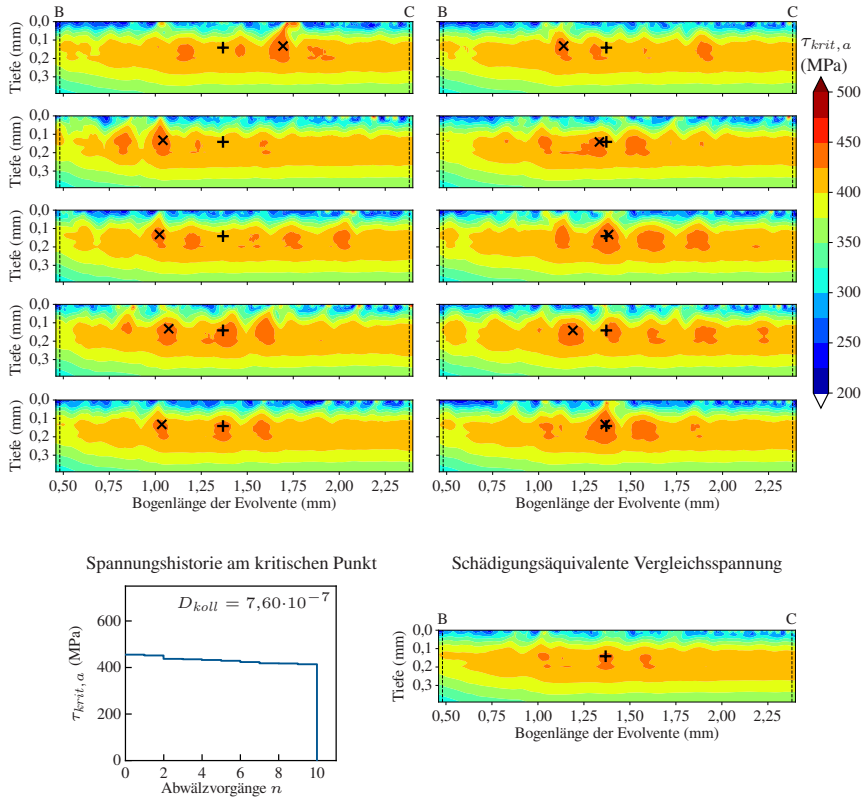


Abbildung 8.6: Simulationsergebnisse einzelner Abwälzvorgänge und resultierende äquivalente Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels bei einem Eingangsdrehmoment von 350 Nm. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

Es ist zu erkennen, dass der Ort der maximalen Vergleichsspannung wegen der unterschiedlichen Oberflächenprofile des Gegenrades variieren kann. Die größte Gesamtschädigung ergibt sich dort, wo über mehrere Abwälzvorgänge hinweg hohe Spannungen auftreten. Aus den Simulationen ist ersichtlich, dass die maximale Vergleichsspannung in einem einzelnen Abwälzvorgang nicht zwingend mit dem

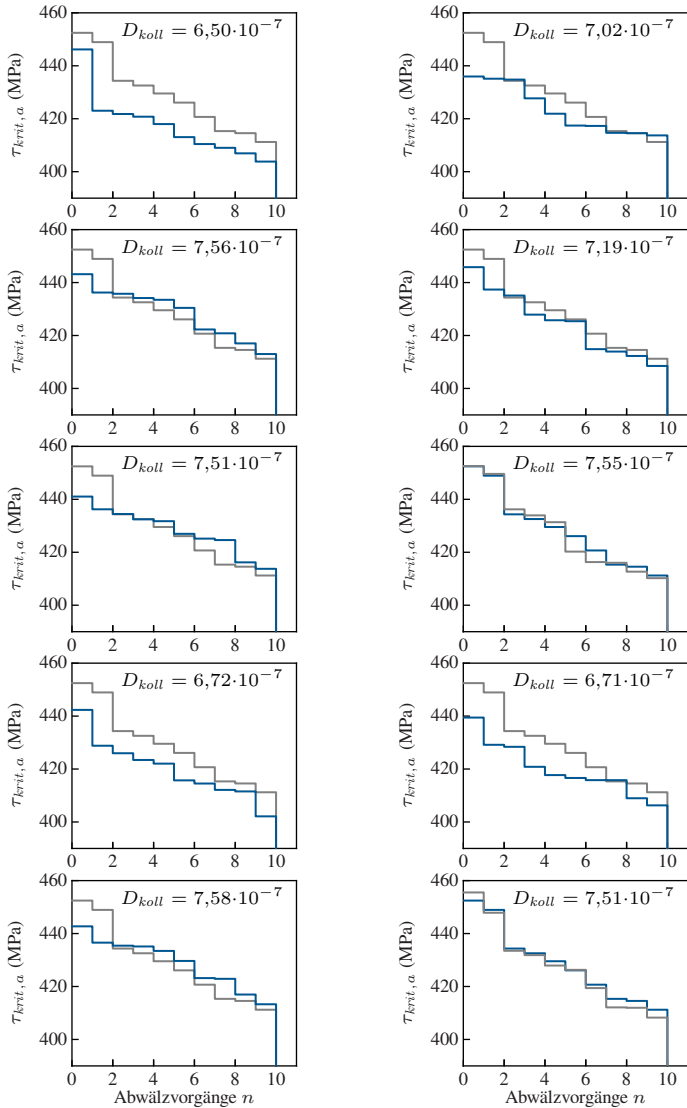


Abbildung 8.7: Lastkollektive der Vergleichsspannung an der höchstbeanspruchten Stelle der jeweiligen Einzelsimulationen aus Abbildung 8.6 im Vergleich zum grau markierten Kollektiv an der Stelle der größten Gesamtschädigung ($D_{koll} = 7,60 \cdot 10^{-7}$).

Ort der größten Gesamtschädigung übereinstimmt. Deswegen ist es wichtig stets mehrere Abwälzvorgänge eines Zahnes zu betrachten. Wegen der relativ glatten Oberflächen der Prüfverzahnungen ergibt sich in der hier betrachteten Simulation insgesamt eine sehr homogene Spannungsverteilung, weshalb mehrere Punkte mit ähnlich hohen Gesamtschädigungen existieren. In Abbildung 8.7 sind die sortierten lokalen Lastkollektive an den mit „x“ gekennzeichneten Stellen in den Einzelsimulationen aus Abbildung 8.6 dargestellt und jeweils mit dem Lastkollektiv an der Stelle der größten Gesamtschädigung verglichen. Es ist zu erkennen, dass beispielsweise an den höchstbeanspruchten Stellen der zweiten und fünften Einzelsimulation auf der linken Seite von Abbildung 8.6 ähnlich hohe Schadenssummen entstehen wie an der Stelle der größten Gesamtschädigung. Solche stark beanspruchten Stellen können überall dort entstehen, wo das Oberflächenprofil des Referenzzahnes eine größere Rauheitserhebung besitzt. Somit sind die Regionen unterhalb jeder Rauheitsspitze alles mögliche Kandidaten für den Ort der größten Gesamtschädigung. Die tatsächlich am höchsten beanspruchte Stelle wird dann allerdings durch die Zahnflanken des Gegenrades bestimmt.

Für die Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie wird die schädigungsäquivalente Vergleichsspannung am Ort der größten Gesamtschädigung verwendet. Dazu wird der ermittelte Spannungswert der im Versuch auf dem jeweiligen Prüfniveau beobachteten 50%-Ausfallzyklenzahl zugeordnet und in ein entsprechendes Diagramm eingezeichnet. Anschließend wird dieser Vorgang für die Simulation jedes Referenzzahnes auf den verschiedenen simulierten Prüfniveaus wiederholt. Aus den so ermittelten Datenpunkten kann dann durch eine Regression die für Pitting gültige lokale Wöhlerlinie bestimmt werden. Das Ergebnis der Simulationen und die daraus ermittelten lokalen Pitting-Wöhlerlinien für die Versuchsreihe aus 20MnCrS5 zeigt Abbildung 8.8.

Jeder Punkt in Abbildung 8.8 repräsentiert das Ergebnis aus zehn Einzelsimulationen. Die Streuung in Lastrichtung resultiert dabei aus den verschiedenen Oberflächenprofilen der Referenzzähne und den unterschiedlichen Eigenspannungsverläufen. Bei Anwendung der kritischen Ebene Vergleichsspannung ist sie etwas größer als bei den Auswertungen mit der integralen Vergleichsspannung.

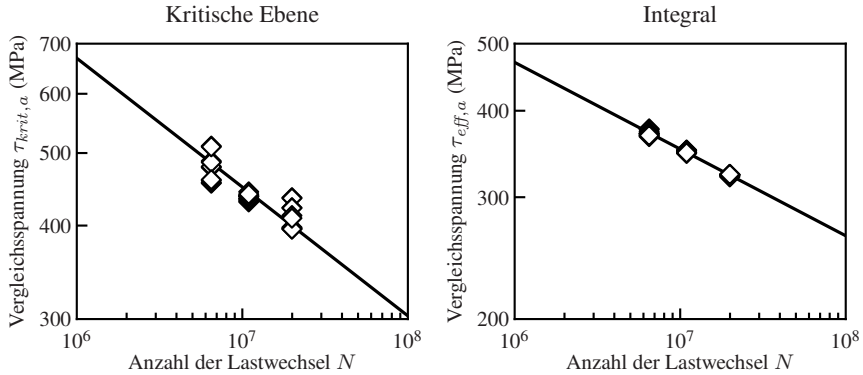


Abbildung 8.8: Ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie (20MnCrS5) in Abhängigkeit des gewählten Vergleichsspannungsansatzes.

Es wird angenommen, dass die durch Regression ermittelten lokalen Pitting-Wöhlerlinien einem 50%-Wert entsprechen und keinen Abknickpunkt besitzen. Da für die lokale Wöhlerlinie die Streuung der Versuchswöhlerlinie übernommen wird (vgl. Abbildung 6.3), muss die Streuung der simulierten Datenpunkte nicht weiter berücksichtigt werden. In Tabelle 8.2 sind die Kennwerte der lokalen Pitting-Wöhlerlinie zusammengefasst. Anstatt der Dauerfestigkeit wird ein Referenzpunkt S_{ref} , N_{ref} angegeben.

Tabelle 8.2: Parameter der lokalen Wöhlerlinie für den Werkstoff 20MnCrS5

Parameter	Kritische Ebene	Integral
Neigung k	5,81	7,98
S_{ref}	400 MPa	323 MPa
N_{ref}	$19,94 \cdot 10^6$ LW	$19,94 \cdot 10^6$ LW
Neigung k_n (nominal)	8,58	8,34
Streuung $1/T_N$ (Versuch)	10,11	10,11

Mithilfe der lokalen Wöhlerlinie kann das entwickelte örtliche Konzept nun zur Vorhersage der Pittingtragfähigkeit verwendet werden.

8.2 Nachrechnung von Versuchen mit veränderter Oberflächenrauheit

Nachdem im vorherigen Abschnitt die lokale Pitting-Wöhlerlinie des Werkstoffes 20MnCrS5 im einsatzgehärteten Zustand ermittelt wurde, soll nun die Übertragbarkeit des entwickelten Modells validiert werden. Dazu wurden gemäß Tabelle 4.4 Prüfräder mit veränderter Oberflächenrauheit gefertigt, welche in einem Stichversuch nach Tabelle 4.9 bis zum Versagen durch Pitting geprüft wurden. Die Versuchsergebnisse sind in Abbildung 8.9 dargestellt und in Tabelle 8.3 dokumentiert. Die Pittings traten bei allen geprüften Varianten stets am Ritzel auf.

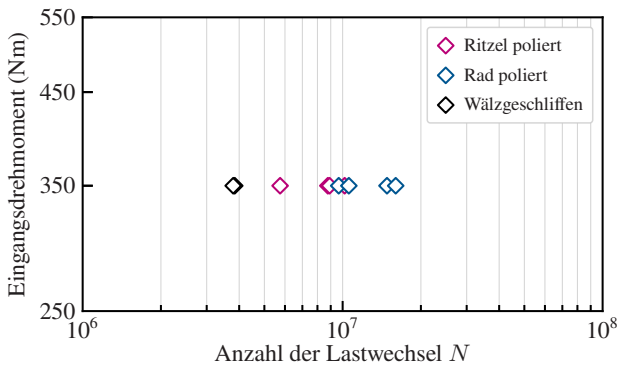


Abbildung 8.9: Versuchsergebnisse des Stichversuchs bei 350 Nm Eingangsdrehmoment

Bei Betrachtung der Versuchsergebnisse der Varianten „Ritzel poliert“ und „Rad poliert“ deutet sich ein leichter Unterschied in der Lebensdauer des Ritzels an. Demnach scheint es für die Pittingtragfähigkeit des Ritzels günstiger zu sein, wenn anstatt der eigenen Zahnflanken die Flanken des Gegenrads poliert sind. Aufgrund

Tabelle 8.3: Versuchsergebnisse des Stichversuchs

Nr.	Ritzel poliert (Mio. LW)	Rad poliert (Mio. LW)	Wälzgeschliffen (Mio. LW)
1	5,75	9,66	3,79
2	8,77	10,57	3,85
3	8,91	14,81	-
4	10,18	16,00	-
∅	8,40	12,76	3,82

des geringen Versuchsumfangs könnte es sich aber auch um einen rein zufälligen Effekt handeln. Zur weiteren Untersuchung der Zusammenhänge empfiehlt sich daher eine systematisch durchgeführte Studie mit größeren Probenumfängen. Dies ist allerdings nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Die im Stichversuch untersuchten Varianten sollen nun mit dem entwickelten örtlichen Konzept simulativ bewertet werden. Da die Wärmebehandlung der Prüfräder mit denselben Einstellungen wie im Wöhlerversuch erfolgte, wird angenommen, dass für die Simulationen der in Abbildung 8.1 dargestellte Härtetiefenverlauf verwendet werden kann. Auch die Eigenspannungsverläufe sollten sich wegen der gleichen Fertigungskette nicht stark von den bereits gemessenen Verläufen unterscheiden. Um nicht die gleichen Verläufe wie bei der Ableitung der lokalen Wöhlerlinie zu nutzen, wird für die Simulationen der Eigenspannungstiefenverlauf von Zahn 2.3 aus Abbildung 8.2 verwendet. Die Oberflächenprofile wurden taktil vermessen, nachdem im Versuch der Einlaufprozess abgeschlossen war und die Zahnräder mit einer Millionen Lastwechseln beansprucht wurden. In Abbildung 8.10 sind beispielhaft zwei eingelaufene Profile für eine polierte und eine wälzgeschliffene Zahnflanke dargestellt.

Um eine ausreichende Berücksichtigung der Variation der lokalen Beanspruchung zu gewährleisten, werden pro Simulationspunkt wieder zehn Abwälzvorgänge eines Ritzelzahnes betrachtet. Die sonstigen Parameter bleiben im Vergleich zu

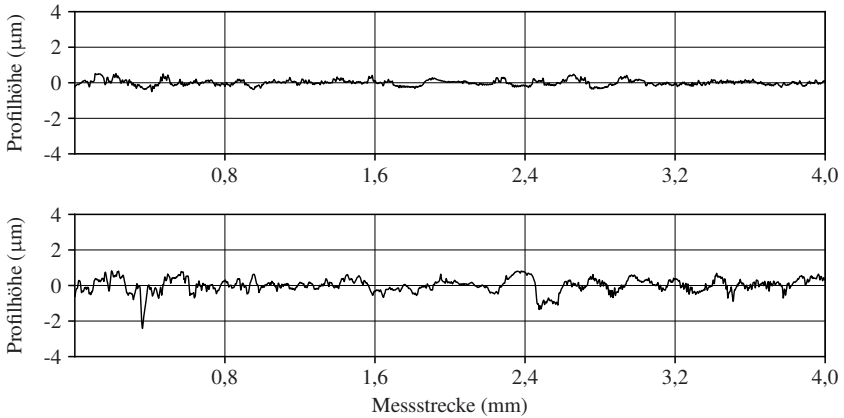


Abbildung 8.10: Beispiele für gemessene Oberflächenprofile der Zahnflanken im Stichversuch. Oben: Zahnflanke poliergeschliffen $R_a = 0,13 \mu\text{m}$, $R_z = 0,82 \mu\text{m}$. Unten: Zahnflanke wälzgeschliffen $R_a = 0,33 \mu\text{m}$, $R_z = 1,85 \mu\text{m}$.

den Nachrechnungen des Wöhlerversuchs unverändert. Auf diese Weise werden nun die Versuche mit dem örtlichen Konzept nachgerechnet. Die Abbildungen 8.11 und 8.12 zeigen exemplarische Simulationsergebnisse der Ritzelzahnflanke der Variante „Rad poliert“.

Im Gegensatz zu den Simulationen zur Ermittlung der lokalen Wöhlerlinie werden jetzt nicht mehr die schädigungsäquivalenten Vergleichsspannungsamplituden betrachtet. Stattdessen wird mithilfe der Einzelsimulationen an jedem Punkt des Rechenetzes eine Schadensakkumulation durchgeführt (die schädigungsäquivalente Vergleichsspannung wird zur Veranschaulichung dennoch in den Simulationsergebnissen dargestellt). Die nach den zehn Abwälzvorgängen resultierende Gesamtschädigung wird dann zur Bewertung der Lebensdauer herangezogen. Als versagensrelevant gilt der Punkt mit der höchsten Schadenssumme im gemäß Abschnitt 3.2 festgelegten Bereich in einem Abstand von $>30 \mu\text{m}$ zur Oberfläche. Die Spannungshistorie an diesem kritischen Punkt ist in Abbildung 8.11 und 8.12 mit der resultierenden Schadenssumme als sortiertes Lastkollektiv dargestellt. Die Lebensdauer berechnet sich dann aus der Anzahl an möglichen Repetitionen bis

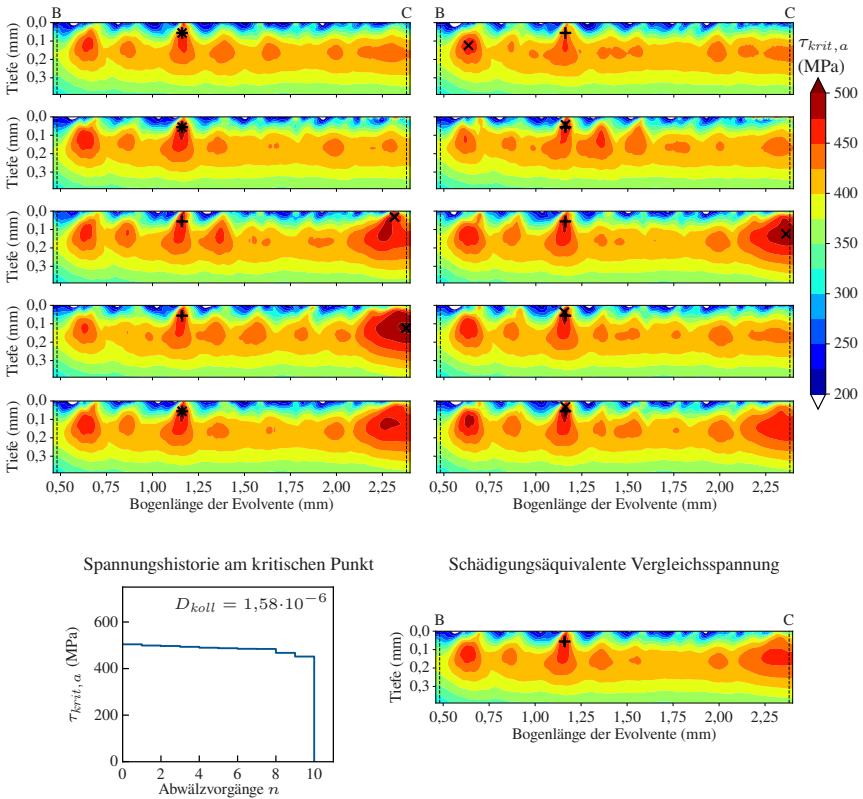


Abbildung 8.11: Simulationsergebnisse Stichversuch „Rad poliert“ mit kritische Ebene Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

zum Erreichen der Schadenssumme eins. Wie schon in Abbildung 8.6 ist in den Ergebnissen der Einzelsimulationen die Stelle mit der höchsten Gesamtschädigung durch ein „+“ gekennzeichnet, während der Punkt der jeweiligen maximalen Vergleichsspannung durch ein „x“ markiert ist. Im Falle der Variante „Rad poliert“ ergibt sich am kritischen Punkt ein relativ gleichmäßiges Lastkollektiv. Das liegt

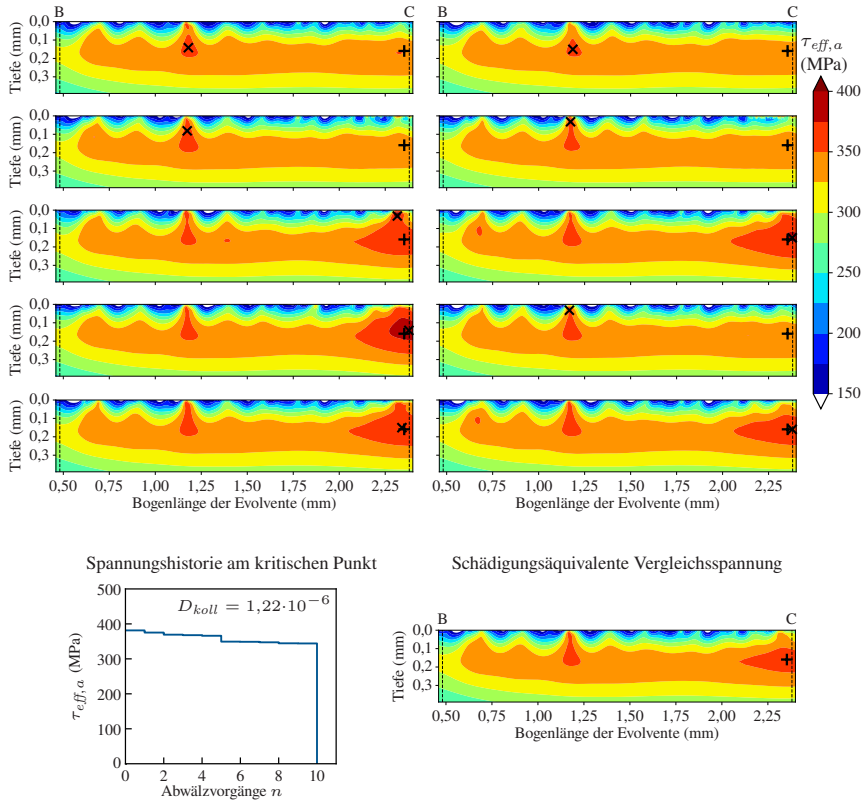


Abbildung 8.12: Simulationsergebnisse Stichversuch „Rad poliert“ mit integraler Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

daran, dass das Gegenrad poliert ist und dadurch die Spannungsverteilung unterhalb der Zahnflanke des Ritzels hauptsächlich durch das eigene Rauheitsprofil bestimmt ist. Dies zeigt sich auch an der Ähnlichkeit der Ergebnisbilder der Einzelsimulationen. Anders verhält es sich bei den anderen betrachteten Varianten. Exemplarische Auswertungen von diesen sind in Anhang A.3 gegeben. Vergleicht

man die beiden verwendeten Vergleichsspannungskriterien, so zeichnet sich bei der integralen Variante ein deutlich gleichmäßigeres Bild der Spannungsverteilung. Die Lage des Punktes mit der höchsten Gesamtschädigung stimmt dabei nicht mit derjenigen bei Anwendung der kritischen Ebene Vergleichsspannung überein, wobei in beiden Simulationen an jeweils beiden Stellen hohe Spannungen angezeigt werden. Demnach verteilt sich die Beanspruchung an beiden Stellen unterschiedlich stark über die verschiedenen Schnittebenen, sodass der integral bestimmte Effektivwert der Spannung verschieden hoch ausfällt. Insgesamt ergibt sich bei der integralen Vergleichsspannung in dieser konkreten Berechnung auch eine etwas geringere kritische Schadenssumme.

Schließlich wird bei allen durchgeführten Simulationen aus der jeweils ermittelten kritischen Schadenssumme die resultierende Lastwechselzahl bis zum Ausfall berechnet. Diese kann dann den Versuchsergebnissen aus dem Prüfstand gegenübergestellt werden. Abbildung 8.13 zeigt den Abgleich für die jeweils untersuchten Varianten. Die Einzelergebnisse sind in Tabelle 8.4 dokumentiert.

Tabelle 8.4: Simulationsergebnisse des Stichversuchs

Nr.	Ritzel poliert (Mio. LW)		Rad poliert (Mio. LW)		Wälzgeschliffen (Mio. LW)	
	Kr. Ebene	Integral	Kr. Ebene	Integral	Kr. Ebene	Integral
1	4,50	7,14	6,34	8,18	1,94	1,36
2	6,87	9,06	6,50	9,10	3,82	3,13
3	8,25	10,20	6,96	8,88	3,68	3,25
4	9,26	8,93	8,43	8,68	6,20	5,13
5	9,55	8,79	8,88	9,69	-	-
6	10,06	9,37	9,00	8,13	-	-
7	10,11	11,29	11,02	10,61	-	-
∅	8,37	9,25	8,16	9,04	3,91	3,22
∅-Versuch	8,40		12,76		3,82	

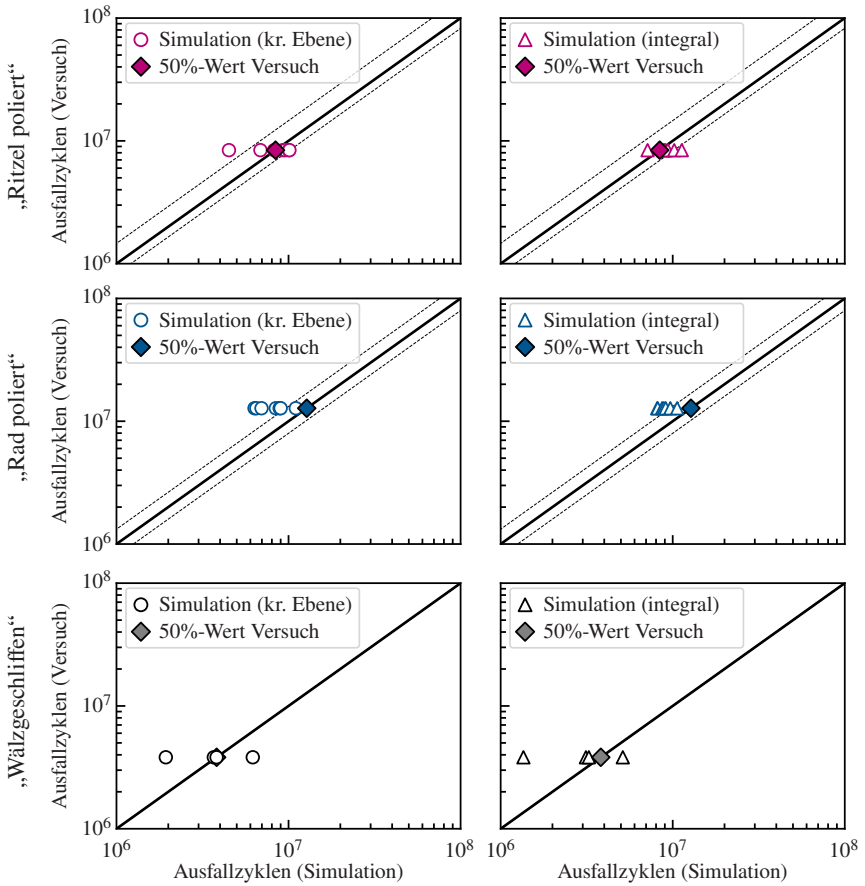


Abbildung 8.13: Vergleich von Versuch und Simulation der verschiedenen Varianten des Stichversuchs. Jeder Simulationspunkt steht für 50% Ausfallwahrscheinlichkeit und beinhaltet das Ergebnis aus zehn einzelnen Abwälzsimulationen. Die gestrichelten Geraden markieren die Lage des jeweils zuerst und zuletzt ausgefallenen Versuchspunktes.

Jeder einzelne Simulationspunkt in Abbildung 8.13 stellt eine Schätzung für den im Versuch erwarteten 50%-Wert dar. Die dabei resultierende Streuung ergibt sich allein aus der Verwendung unterschiedlicher Oberflächenprofile. Dagegen

beinhaltet die Streuung der Versuchspunkte sämtliche Einflussgrößen auf die Lebensdauer der Prüfräder. Insgesamt lässt sich bei allen Varianten eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung feststellen. Wie schon bei den Simulationen zur Ermittlung der lokalen Wöhlerlinie ergeben sich auch hier bei der kritischen Ebene Vergleichsspannung etwas größere Streuungen als bei der integralen Methode. Die Abweichungen der Mittelwerte sind allerdings nur relativ gering (vgl. Tabelle 8.4).

Die besten Ergebnisse werden bei der Variante „Ritzel poliert“ erzielt. Hier liegen fast alle Simulationsergebnisse im Streubereich der Versuchspunkte und die Mittelwerte von Versuch und Simulation liegen sehr nah beieinander. Bei der Variante „Rad poliert“ liegt ebenfalls eine gute Übereinstimmung vor, die berechneten Lebensdauern fallen allerdings etwas geringer aus als im Versuch. Teilweise liegen die Punkte im Streubereich der Versuchsergebnisse, die mit vier Versuchspunkten aber noch größeren statistischen Schwankungen unterliegen könnten. Ein möglicher Grund für die eher konservativ ausfallenden Simulationsergebnisse könnte darin liegen, dass es durch die glatten Oberflächenprofile des Gegenrades über die verschiedenen Abwälzvorgänge zu geringeren Schwankungen der Spannung in den hoch beanspruchten Bereichen des Ritzels kommt. Dies lässt sich gut an der Ähnlichkeit der einzelnen Spannungsbilder in Abbildung 8.11 erkennen. Die lokalen Beanspruchungskollektive weisen dadurch tendenziell eine höhere Völligkeit auf, was bei der Schadensakkumulation zu größeren Schadenssummen führt [48]. Im Gegensatz dazu kommt es bei der Variante „Ritzel poliert“ im Ritzel zu deutlich größeren Schwankungen innerhalb der Abwälzvorgänge, da die Spannungen stark vom jeweiligen Oberflächenprofil des Gegenrades abhängen. Die hoch beanspruchten Stellen verteilen sich daher auf verschiedene Bereiche und treten nicht immer an derselben Stelle auf (vgl. Abbildung A.5). Bei den Simulationsergebnissen der Variante „Wälzgeschliffen“ liegt wieder eine sehr hohe Übereinstimmung der Mittelwerte aus Berechnung und Versuch vor. Hier ist allerdings zu beachten, dass dem im Versuch erhaltenen Mittelwert nur zwei Versuchspunkte zugrunde liegen. Dennoch zeigen die Nachrechnungen dieser Variante, dass es mit dem entwickelten Konzept möglich ist zuverlässige quantitative Prognosen zur Pittingtragfähigkeit bei deutlich abweichenden Oberflächenqualitäten zu tätigen.

Auffällig ist bei diesen Simulationen die deutlich größere Streuung, welche auf die relativ rauen Oberflächen und die hierfür sensitive EHD-Simulation zurückzuführen sind. Da für diese Variante aber nur zwei Versuchspunkte vorliegen, kann kein Abgleich des Streuungsverhaltens von Simulation und Berechnung erfolgen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mithilfe der Stichversuche nachgewiesen werden konnte, dass das entwickelte Modell in der Lage ist die im Wöhlerversuch ermittelte Pittingtragfähigkeit der Basis-Prüfverzahnung auf andere Oberflächenrauheiten zu extrapolieren.

8.3 Rechnerische Untersuchung von Einflussgrößen

Nachdem im vorherigen Abschnitt der Einfluss der Oberflächenrauheit im entwickelten Modell untersucht und experimentell validiert wurde, sollen im Folgenden weitere Einflussgrößen rechnerisch analysiert werden. Das Ziel ist es zu prüfen wie sich die Vorhersagen durch das örtliche Konzept bei verschiedenen Einflussparametern verhalten. Da keine weiteren Versuche zur Validierung zur Verfügung stehen, soll die Plausibilität der Ergebnisse mithilfe von Erfahrungswerten aus der Literatur bewertet werden. Teilweise sind bei den Auswertungen die Voraussetzungen zur Anwendung der zuvor ermittelten lokalen Pitting-Wöhlerlinien nicht mehr gegeben. Weil es aber um eine grundsätzliche Analyse des Modellverhaltens geht, sollen diese dennoch verwendet werden.

8.3.1 Stochastische Untersuchungen

Bei der im Prüfstandsversuch verwendeten Zahnradpaarung mit 17 Zähnen am Ritzel und 18 Zähnen am Rad kommt es beim Abwälzen durch die bei jeder Umdrehung wechselnden Wälzpartner zu insgesamt 306 individuellen Kontaktsituationen. Eine Nachrechnung jedes einzelnen Kontakts ist mit dem vorgestellten Berechnungskonzept aufgrund des großen Messungs- und Simulationsaufwands

nicht praktikabel. Aus diesem Grund wurden für die Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie je Prüfniveau fünf verschiedene Ritzelzahnflanken mit jeweils zehn Abwälzvorgängen simuliert. Auch bei der Nachrechnung der Stichversuche wurden jeweils zehn Abwälzvorgänge berücksichtigt. Nachfolgend soll daher untersucht werden wie sich die Variabilität der Ergebnisse bei einer verringerten Datenlage verhält.

Als erstes soll der Einfluss der Anzahl berücksichtigter Abwälzvorgänge betrachtet werden. Dazu werden in einer Monte-Carlo-Simulation aus den zehn jeweils vorhandenen Abwälzsimulationen Zufallsstichproben mit reduziertem Umfang generiert und die Lebensdauer gemäß dem örtlichen Konzept ermittelt. Dieses Vorgehen wird 1000-mal mit einer jeweils neuen Zufallsstichprobe wiederholt, um so die aus der verringerten Simulationszahl resultierende Streuung zu erhalten. In Abbildung 8.14 sind die Ergebnisse einer solchen Auswertung für die verschiedenen in dieser Arbeit betrachteten Simulationen dargestellt. Dabei wurde zunächst jede für die jeweiligen Varianten durchgeführte Simulation separat ausgewertet und die jeweils bestimmten Lebensdauern mit der bei zehn Abwälzvorgängen erhaltenen Lebensdauer normiert. Gruppirt nach den verschiedenen Varianten wurden dann die mittleren Streubänder aus den Simulationen berechnet. Diese sind schließlich in Abbildung 8.14 zusammengefasst.

Insgesamt ergeben sich für die verschiedenen Varianten unterschiedliche Ergebnisse. Bei den relativ glatten Oberflächenprofilen aus den Simulationen zur Ermittlung der lokalen Wöhlerlinie ergibt sich ein deutlich dünneres Streuband als bei den relativ rauen Oberflächen der Variante „Wälzgeschliffen“. Besonders auffällig ist das sehr dicke Streuband bei der integralen Auswertung der Variante „Wälzgeschliffen“. Dieses entsteht dadurch, dass eine der Einzelsimulationen besonders kritisch ausfällt und die relative Abweichung zu den übrigen Einzelsimulationen auf diese Weise sehr groß wird. Grundsätzlich bewegen sich die Streuungen bei den meisten Varianten bereits nach acht bis neun simulierten Abwälzvorgängen in einem akzeptablen Rahmen, sodass bei der berücksichtigten Anzahl von zehn Abwälzungen repräsentative Ergebnisse zu erwarten sind. Lediglich bei den relativ rauen Oberflächen der Variante „Wälzgeschliffen“ ist auch bei zehn betrachteten Abwälzvorgängen noch ein gewisses Streuband zu erwarten.

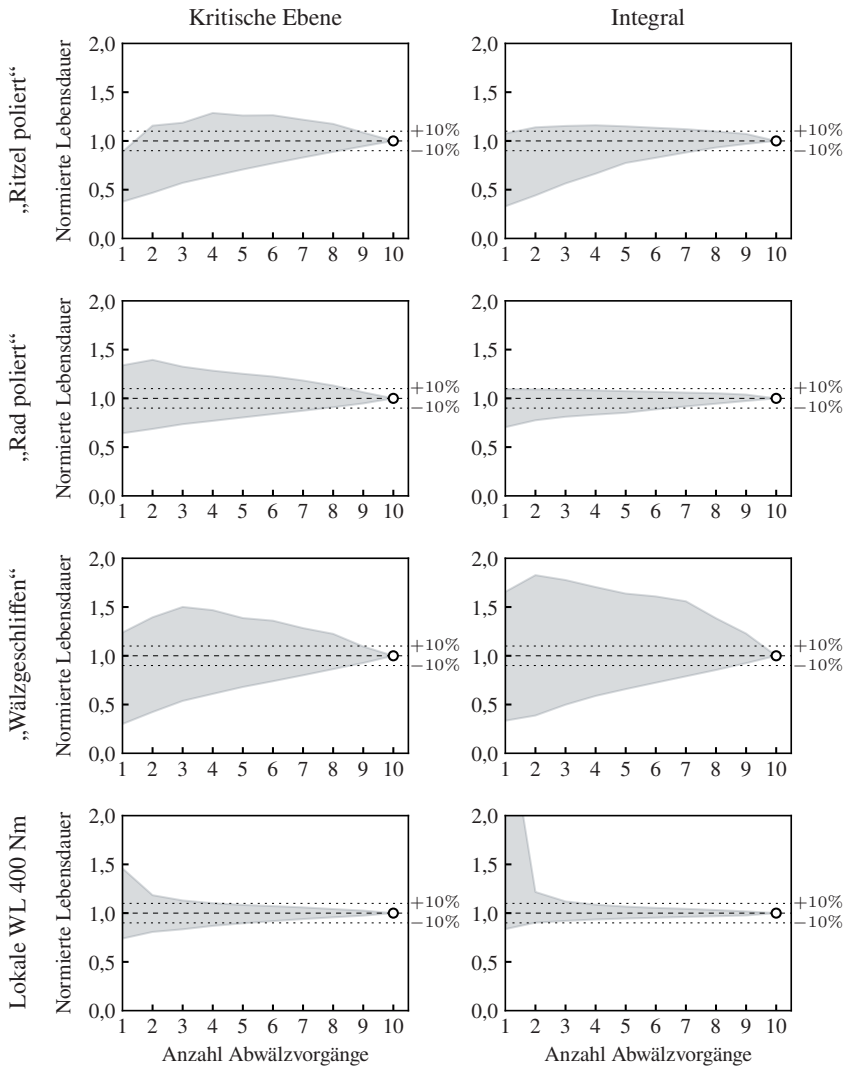


Abbildung 8.14: Einfluss der Anzahl berücksichtigter Abwälzvorgänge auf die ermittelte Lebensdauer

Neben der Anzahl an berücksichtigten Abwälzvorgängen soll als nächstes der Einfluss der Anzahl an simulierten Ritzelzahnflanken auf das Ergebnis der lokalen Pitting-Wöhlerlinie analysiert werden. Dazu wird wieder eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Dabei wird nun die Anzahl der für die Bestimmung der Wöhlerlinie berücksichtigten Ritzelzahnflanken je Prüfniveau reduziert. Die Anzahl betrachteter Abwälzvorgänge wird in dieser Analyse nicht variiert, sodass stets zehn Abwälzvorgänge berücksichtigt sind. Es werden erneut für jede Monte-Carlo-Simulation 1000 reduzierte Zufallsstichproben erzeugt und aus diesen die lokale Pitting-Wöhlerlinie bestimmt. Die so entstehende Schar von Wöhlerlinien erzeugt dann das entsprechende Streuband. In Abbildung 8.15 sind die Ergebnisse der Auswertungen für eine Berücksichtigung von jeweils eins, zwei, drei oder vier der tatsächlich simulierten fünf Ritzelzahnflanken je Prüfniveau dargestellt. Dabei ist jeweils die bei Berücksichtigung aller Simulationen ermittelte Wöhlerlinie in Schwarz hervorgehoben.

Wie auch schon in Abbildung 8.8 zeigt sich bei der kritischen Ebene Vergleichsspannung im Vergleich zum integralen Kriterium eine deutlich größere Streuung. Während beim integralen Kriterium bei vier berücksichtigten Ritzelzahnflanken je Prüfniveau nahezu kein Streuband mehr zu erkennen ist, ergeben sich bei der kritischen Ebene weiterhin leicht unterschiedliche Neigungsexponenten. Es lässt sich allerdings gut erkennen wie das Streuband mit jeder zusätzlich berücksichtigten Ritzelzahnflanke reduziert wird. Somit scheinen bei der in dieser Arbeit gewählten Anzahl von fünf berücksichtigten Ritzelzahnflanken keine größeren Streueinflüsse mehr zu erwarten zu sein. Wenn die im Wöhlerversuch verwendete Prüfverzahnung allerdings rauere Oberflächen und geringere Fertigungsqualitäten aufwies, wäre es zumindest für das Kriterium der kritischen Ebene sinnvoll weitere Ritzelzahnflanken für die Ableitung der lokalen Wöhlerlinie zu berücksichtigen.

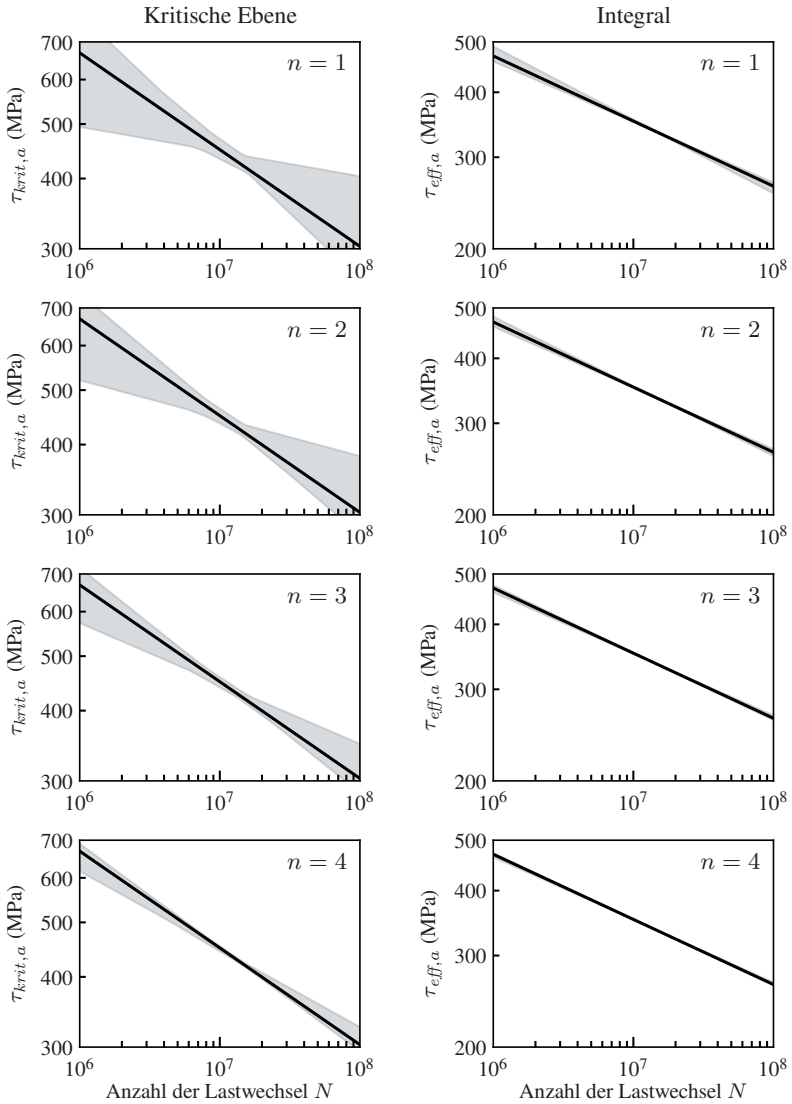


Abbildung 8.15: Einfluss der Anzahl berücksichtigter Ritzelzahnflanken auf die ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie

8.3.2 Einfluss des Härtetiefenverlaufs

Im Folgenden soll der Einfluss des Härtetiefenverlaufs auf die Berechnungsergebnisse nach dem vorgeschlagenen örtlichen Konzept untersucht werden. Gemäß dem erarbeiteten Konzept zur Ableitung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie darf die jeweils ermittelte Wöhlerlinie nur zur Bewertung der Pittingtragfähigkeit von Zahnrädern mit gleicher bzw. sehr ähnlicher Einsatzhärtetiefe bei gleichartiger Wärmebehandlung verwendet werden. Um das Modellverhalten des entwickelten Konzepts besser zu verstehen, soll nachfolgend der Einfluss eines veränderten Härtetiefenverlaufs auf das Berechnungsergebnis bei gleichbleibender lokaler Pitting-Wöhlerlinie untersucht werden. Dazu wird aus den bereits durchgeführten Simulationen zur Ermittlung der lokalen Wöhlerlinie eine mit dem Eingangsdrehmoment von 350 Nm belastete Ritzelzahnflanke als Referenz festgelegt. Ausgehend von dieser Referenzsimulation werden zwei Auswertungen mit verändertem Härtetiefenprofil durchgeführt. Hierfür werden zwei Verläufe aus den Untersuchungen von *Tobie* [20] am Werkstoff 16MnCr5 analysiert. Die Einsatzhärtetiefe beträgt dabei 0,2 mm bzw. 1,5 mm. In Abbildung 8.16 sind die entsprechenden Härtetiefenverläufe zusammen mit der Referenzvariante dargestellt.

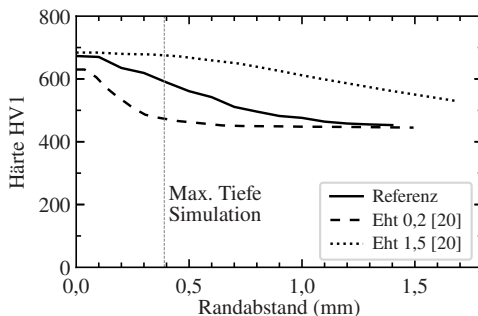


Abbildung 8.16: Betrachtete Härtetiefenverläufe unterschiedlicher Einsatzhärtetiefe

In den experimentellen Laufversuchen zur Ermittlung der Pittingtragfähigkeit zeigte sich bei *Tobie* [20], dass sich für eine mittlere Variante (ähnlich zur hier

betrachteten Referenzvariante) die größte Pittingtragfähigkeit ergibt, während die Prüfverzahnungen mit der Einsatzhärtetiefe von 0,2 mm und 1,5 mm geringere Tragfähigkeiten aufweisen.

Mit den entsprechenden Härtetiefenverläufen aus Abbildung 8.16 wird nun bei ansonsten unveränderten Parametern eine Lebensdauerberechnung der jeweiligen Varianten mit dem örtlichen Konzept durchgeführt. Bleibt die lokale Pitting-Wöhlerlinie dabei unverändert, so geht die Härte nur beanspruchungsseitig in die Berechnung der resultierenden Vergleichsspannung ein (vgl. Abschnitt 5.3.2). Zum Vergleich der drei Simulationen wird jeweils an derselben Stelle des untersuchten Ritzelzahn der normierte Verlauf der berechneten Schädigung normal zur Zahnflanke betrachtet. Als Normierungsgröße wird dabei die kritische Schädigung aus der Simulation der Referenzvariante gewählt. Abbildung 8.17 zeigt das aus den drei Simulationen erhaltene Ergebnis für die kritische Ebene Vergleichsspannung und das integrale Kriterium.

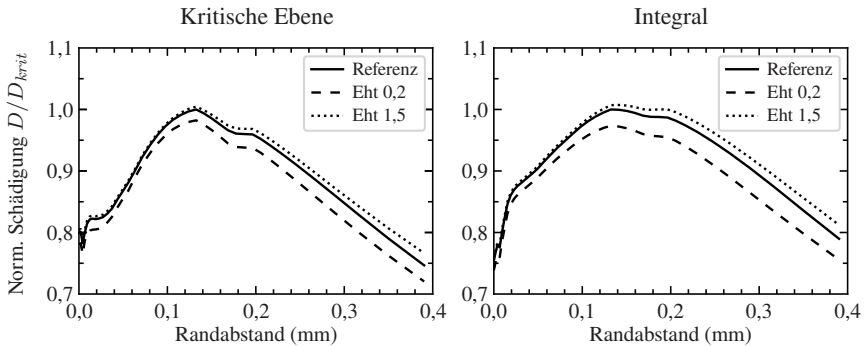


Abbildung 8.17: Einfluss der Härtetiefenverläufe auf die berechnete Schädigung

Wie zu erkennen ist, ergibt sich in der Simulation ein im Vergleich zu den experimentellen Untersuchungen aus [20] gegenteiliges Ergebnis. Das Härtetiefenprofil mit der Einsatzhärtetiefe von 0,2 mm weist die geringste Schädigung und damit größte Lebensdauer auf, während bei der Referenzvariante höhere Schädigungen ermittelt werden und das Härtetiefenprofil mit der größten Einsatzhärtetiefe die

höchste Schädigung zeigt. Dieses Ergebnis tritt sowohl mit dem kritische Ebene als auch mit dem integralen Vergleichsspannungskriterium auf und lässt sich dadurch erklären, dass der veränderte Härtetiefenverlauf nur beanspruchungsseitig und nicht beanspruchbarkeitsseitig berücksichtigt wird. Dabei beeinflusst der veränderte Verlauf der Härte die zur Ermittlung der Vergleichsspannung konstruierten lokalen Haigh-Diagramme bzw. die dafür benötigten lokalen Werkstoffkenngrößen τ_W und M_τ .

Zur Verdeutlichung sollen beispielhaft für die drei untersuchten Härtetiefenverläufe die resultierenden lokalen Haigh-Diagramme der Schubspannung an derselben Stelle verglichen werden. Damit ein klarer Unterschied sichtbar wird, soll dazu die in Abbildung 8.16 markierte Stelle der maximalen Tiefe der Simulationen betrachtet werden, da sich hier die Härten der drei Varianten stark unterscheiden. In Abbildung 8.18 sind die sich aus der Härte ergebenden lokalen Haigh-Diagramme dargestellt.

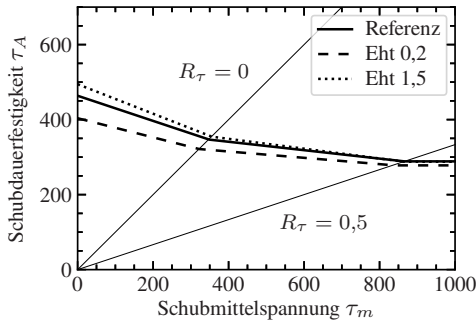


Abbildung 8.18: Lokale Haigh-Diagramme der Schubspannung der betrachteten Härtetiefenverläufe

Die Haigh-Diagramme entsprechen dabei dem erwarteten Ergebnis insofern, als sich für kleinere Härtewerte auch geringere Festigkeiten und Mittelspannungsempfindlichkeiten ergeben. Da die Haigh-Diagramme nun aber nicht zur Bewertung der Dauerfestigkeit verwendet werden, sondern gemäß der FKM-Richtlinie

[53] für die Umrechnung der Lastspannung auf die äquivalente Spannungsamplitude bei einem Spannungsverhältnis $R_\tau = -1$, dreht sich der Effekt um und die Lastspannung wird bei geringeren Härten auf kleinere Spannungsamplituden umgerechnet. Wenn gleichzeitig - wie im vorliegenden Beispiel - die Festigkeit in Form der lokalen Wöhlerlinie konstant bleibt, führt das zu dem in Abbildung 8.17 beobachteten Verhalten. Im Festigkeitsnachweis nach der FKM-Richtlinie wird der Einfluss der Härte stets auch beanspruchbarkeitsseitig berücksichtigt, sodass es nicht zu dem hier beobachteten Verhalten kommt.

Aus dem betrachteten Beispiel wird klar, dass für die Tragfähigkeitsberechnung mit dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Konzept eine Veränderung des Härtetiefenverlaufs stets sowohl beanspruchungsseitig als auch beanspruchbarkeitsseitig durch eine entsprechende lokale Pitting-Wöhlerlinie berücksichtigt werden muss. Da für die Anpassung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie bei veränderter Härte noch kein empirisch-analytischer Zusammenhang existiert, bedeutet dies, dass dafür jeweils ein neuer Wöhlerversuch benötigt wird.

8.3.3 Einfluss des Eigenspannungstiefenverlaufs

In diesem Abschnitt soll der Einfluss des vorgegebenen Eigenspannungstiefenverlaufs untersucht werden. Als Referenzsimulation wird wieder dieselbe Simulation verwendet wie im vorherigen Abschnitt. Das dabei verwendete Eigenspannungsprofil entspricht Zahn 1.1 aus Abbildung 8.2. Als weitere Varianten werden das Eigenspannungsprofil des mit Pittingschaden ausgefallenen Zahnrads (Zahn 3.1) und das des Durchläufers (Zahn 4.1) untersucht. Außerdem soll ebenfalls das Ergebnis bei Vernachlässigung der Eigenspannungen betrachtet werden. Abbildung 8.19 zeigt die verwendeten Eigenspannungstiefenverläufe im direkten Vergleich. Dort, wo die Messdaten aufhören, wird der Eigenspannungsverlauf horizontal extrapoliert. Dies ist in dem hier betrachteten randnahen Bereich eine zulässige Vereinfachung, da der Nulldurchgang der Eigenspannungstiefenverläufe deutlich weiter im Werkstoffinneren liegt.

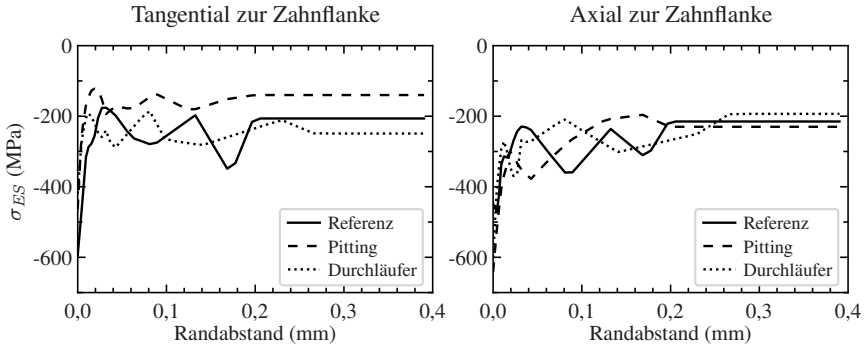


Abbildung 8.19: Eigenspannungstiefenverläufe der untersuchten Varianten

Mit den unterschiedlichen Eigenspannungsprofilen wird nun wieder bei ansonsten unveränderten Parametern eine Lebensdauerberechnung durchgeführt und an der jeweils gleichen Stelle der Verlauf der Schädigung normal zur Zahnflanke verglichen. Die Schädigungen werden erneut auf die kritische Schädigung der Referenzvariante normiert. Abbildung 8.20 zeigt die resultierenden Ergebnisse.

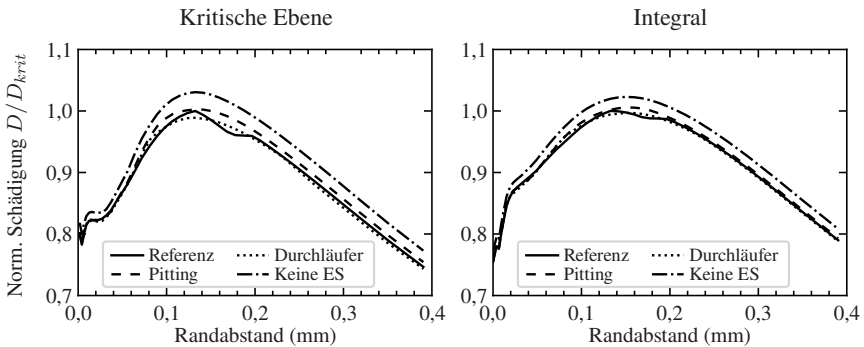


Abbildung 8.20: Einfluss des Eigenspannungstiefenverlaufs auf die berechnete Schädigung

Es ist zu erkennen, dass sich für die drei untersuchten Eigenspannungsprofile relativ ähnliche Schädigungen entlang der Zahnflankentiefe ergeben. Dennoch kann ein Einfluss der vorgegebenen Eigenspannungen festgestellt werden. So spiegelt sich die in Abbildung 8.19 erkennbare Schwankung der Messwerte des Referenzzustandes im Bereich zwischen 0,1–0,2 mm in etwas abgeschwächter, aber deutlich sichtbarer Form in der Schädigung wider. Der zwischen den an gelaufenen und ungelaufenen Zahnflanken größte gemessene Unterschied der Eigenspannungen an der Oberfläche (vgl. Abbildung 8.2) macht sich in der berechneten Schädigung dagegen nur wenig bemerkbar. Darüber hinaus haben auch die in Messrichtung axial zur Zahnflanke deutlich erhöhten Druckeigenspannungen der bereits gelaufenen Zahnräder offensichtlich keinen großen Einfluss auf die berechnete Vergleichsspannung.

Wenn keine Eigenspannungen berücksichtigt werden, zeigt sich entlang des gesamten betrachteten Tiefenbereichs eine erhöhte Schädigung der Zahnflanke. Dies entspricht damit dem allgemeinen Verständnis in der Bauteilauslegung, wonach sich Druckeigenspannungen positiv auf die Lebensdauer auswirken. Dennoch ergibt sich zwischen den Schädigungen mit und ohne berücksichtigten Eigenspannungen kein sehr stark ausgeprägter Unterschied. Um die Auswirkungen besser beurteilen zu können, sollen in Abbildung 8.21 die für die verschiedenen Varianten ermittelten Lebensdauern betrachtet werden. Zwischen Referenzzustand und Berechnung ohne Eigenspannungen ergibt sich bei beiden Vergleichsspannungskriterien ein Unterschied der Lebensdauer von etwa zwei Millionen Lastwechseln. Da bei realen einsatzgehärteten Zahnrädern nie ein eigenspannungsfreier Zustand vorliegt, kann der rechnerisch ermittelte Unterschied mit keinen experimentellen Daten verglichen werden. Vermutlich würde sich aber ein wesentlich größerer Unterschied in der Lebensdauer ergeben. Die im entwickelten örtlichen Konzept rein belastungsseitige Berücksichtigung der Eigenspannungen als überlagerte statische Mittelspannung scheint somit die in Versuchen beobachtete festigkeitssteigernde Wirkung der Druckeigenspannungen nicht vollständig abzubilden. Aus diesem Grund muss der Einfluss großer Veränderungen des Eigenspannungszustands innerhalb des entwickelten Konzepts ebenfalls beanspruchbarkeitsseitig durch eine

neue aus entsprechenden Versuchen abgeleitete lokale Pitting-Wöhlerlinie berücksichtigt werden.

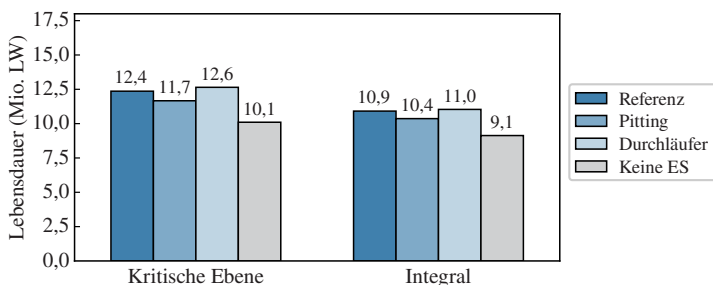


Abbildung 8.21: Berechnete Lebensdauer in Abhängigkeit des Eigenspannungstiefenverlaufs

8.3.4 Einfluss des Schmierstoffs

In diesem Abschnitt soll der Einfluss des Schmierstoffes auf die berechnete Pittinglebensdauer untersucht werden. Dabei kann mit der in dieser Arbeit verwendeten EHD-Simulation die im Kontakt resultierende Schmierfilmdicke und deren Einfluss auf die Tragfähigkeit bestimmt werden. Der Einfluss von Additiven ist allerdings nicht modellierbar, sodass dieser versuchsseitig in die Bewertung der Pittinglebensdauer eingehen muss. Im nachfolgend durchgeführten Vergleich bleibt der Aspekt der Tribochemie dementsprechend außen vor und die Schmierstoffe werden lediglich hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Viskositätseigenschaften bewertet. Aus experimentellen Untersuchungen ist bekannt, dass für die Pittingtragfähigkeit vor allem der Einfluss der Viskosität des Schmierstoffes entscheidend ist [142].

Es wird wieder dieselbe Referenzsimulation aus den vorherigen Abschnitten betrachtet, wobei die EHD-Simulation einmal mit dem in dieser Arbeit verwendeten FVA 3 Schmieröl durchgeführt wird und zum Vergleich mit einem zweiten niedrigviskosen Vergleichsöl. Dieses entspricht dabei einem typischen Schmierstoff,

der für den Einsatz in Getrieben im elektrischen Antriebsstrang vorgesehen ist. In Tabelle 8.5 sind die kinematischen Viskositäten der betrachteten Schmierstoffe angegeben sowie der nach *ISO 6336* [2] berechnete Schmierstofffaktor Z_L . Die für die Simulation verwendeten Oberflächenprofile sowie alle sonstigen Parameter bleiben unverändert. Gemäß der Normberechnung wird für die Variante mit FVA 3 Öl eine um den Faktor 1,05 höhere Dauerfestigkeit vorhergesagt.

Tabelle 8.5: Relevante Parameter der simulierten Schmierstoffe

Bezeichnung	Einheit	FVA 3	Vergleichsöl
Kin. Viskosität bei 40°C	mm ² /s	93,1	16,6
Kin. Viskosität bei 100°C	mm ² /s	9,7	4,6
Schmierstofffaktor Z_L nach [2]	-	0,96	0,91

Entsprechend den beschriebenen Parametern wird nun die Simulation mit den unterschiedlichen Schmierstoffen durchgeführt. In Abbildung 8.22 ist das Ergebnis in Form der nach zehn Abwälzvorgängen resultierenden schädigungsäquivalenten Vergleichsspannung nach dem kritische Ebene Kriterium dargestellt.

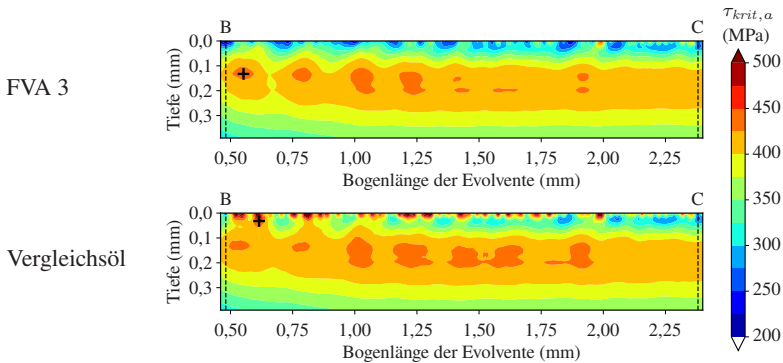


Abbildung 8.22: Einfluss des Schmierstoffes auf die resultierende Vergleichsspannung nach zehn Abwälzvorgängen. Die „+“ Markierungen entsprechen dem Ort der größten Gesamtschädigung im für die Pittinglebensdauer bewertungsrelevanten Bereich.

Es ist zu erkennen, dass sich die Wahl des Schmierstoffes signifikant auf die Spannungsverteilung unterhalb der Zahnflanke auswirkt. Durch das dünnflüssigere Vergleichsöl kommt es im Abwälzkontakt zu kleineren Schmierfilmdicken, weshalb der Anteil an Mischreibung stark zunimmt. Dies äußert sich in den vermehrt an der Oberfläche erkennbaren Spannungsspitzen. Dieser Bereich wird im realen Zahnradkontakt allerdings auch durch die im Vergleichsöl enthaltenen Additive beeinflusst, weshalb es nicht zwingend zu erhöhtem Verschleiß kommen muss. Auch in größeren Tiefen unterhalb der Oberfläche macht sich ein Einfluss des Schmierstoffes bemerkbar. Dieser fällt aber geringer aus als direkt unterhalb der Oberfläche. Im Vergleich zur Simulation mit dem FVA 3 Öl wandert der Punkt der größten Gesamtschädigung beim Vergleichsöl näher an die Oberfläche. Dies ist durch die erhöhte Reibung aufgrund des vergrößerten Mischreibungsanteils zu erklären und steht in Einklang mit dem erwarteten Verhalten.

In Abbildung 8.23 ist die resultierende Schädigung entlang der Zahnflankentiefe für beide Simulationen an derselben Stelle gegenübergestellt. Wie schon zuvor, ist die Schädigung mit dem maximalen Wert der Referenzvariante normiert.

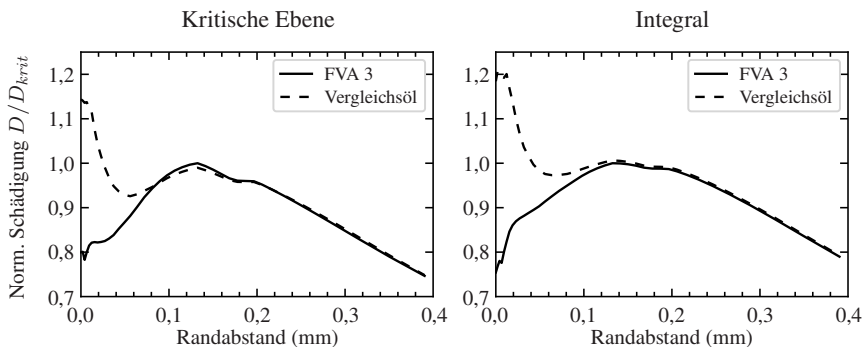


Abbildung 8.23: Einfluss des Schmierstoffes auf die berechnete Schädigung

Zwischen den beiden Schmierstoffvarianten zeigen sich an der betrachteten Stelle vor allem im oberflächennahen Bereich Abweichungen im Schädigungsverlauf. In

größeren Tiefen macht sich der Schmierstoffeinfluss an dieser Stelle nicht mehr bemerkbar und beide Schädigungsverläufe sind weitestgehend deckungsgleich. Beim Vergleichsöl ist darüber hinaus die Schädigung im Übergangsbereich zwischen Oberfläche und Spannungsmaximum in der Tiefe deutlich stärker beansprucht als bei der Referenzvariante, was für eine verstärkte Wahrscheinlichkeit des Wachstums von Oberflächenanrissen in die Tiefe spricht. Diese Beobachtungen gelten sowohl für die kritische Ebene als auch für die integrale Vergleichsspannung.

Vor dem Hintergrund des in dieser Arbeit festgelegten Schädigungskriteriums für Pitting, wonach die oberflächennahen Spannungen bis zu einer Tiefe von $30\ \mu\text{m}$ für die Berechnung der Pittinglebensdauer unberücksichtigt bleiben, fällt auf, dass viele der in der Simulation mit dem Vergleichsöl entstehenden Spannungsspitzen nicht in die Bewertung der Pittinglebensdauer eingehen. Auswirkungen auf die berechnete Lebensdauer ergeben sich nur dann, wenn das an der Oberfläche entstandene Spannungsfeld in größere Tiefen hineinwirkt (siehe die mit „+“ markierte Stelle in Abbildung 8.22). Tritt dieser Fall nicht ein, bleibt die erhöhte Schädigung der Oberfläche in dem entwickelten Konzept unberücksichtigt, was als ein potenzieller Schwachpunkt der Methodik angesehen werden kann.

In Abbildung 8.24 ist das Ergebnis der Pitting-Lebensdauerberechnung für beide Schmierstoffe dargestellt. Bei beiden Vergleichsspannungskriterien ergibt sich für das betrachtete Eingangsdrehmoment von $350\ \text{Nm}$ ein Unterschied von etwa 3 Mio. Lastwechseln in der Pittinglebensdauer.

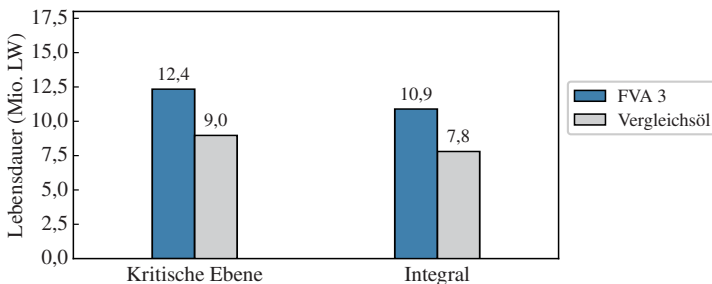


Abbildung 8.24: Berechnete Lebensdauer in Abhängigkeit des Schmierstoffes

Nach der Normauslegung mit *ISO 6336* [2] wird durch den Schmierstofffaktor Z_L für das FVA 3 Öl eine um den Faktor 1,05 höhere Dauerfestigkeit vorhergesagt. Will man diese Vorhersage mit den hier durchgeführten Berechnungen vergleichen, müssen anstatt der Lebensdauern die zugehörigen Spannungen betrachtet werden. In Tabelle 8.6 sind dazu die der Lebensdauerbewertung zugrundeliegenden maximalen Vergleichsspannungsamplituden eingetragen. Betrachtet man das Verhältnis der maximal auftretenden Spannung zwischen Vergleichsöl und FVA 3 Öl, zeigt sich für beide Vergleichsspannungskriterien eine sehr gute Übereinstimmung mit der Normvorhersage. Dabei ist allerdings zu beachten, dass sich die Norm auf die dauerhaft ertragbare Spannung bezieht, während die vorliegende Berechnung im Zeitfestigkeitsgebiet erfolgt. Dennoch kann davon ausgegangen werden, dass mit dem entwickelten Konzept zuverlässige Vorhersagen zum viskositätsbedingten Schmierstoffeinfluss möglich sind.

Tabelle 8.6: Einfluss des Schmierstoffes auf die berechnete maximale Vergleichsspannung

Bezeichnung	FVA 3 (MPa)	Vergleichsöl (MPa)	Verhältnis (-)
Kritische Ebene $\tau_{krit,a,max}$	434	459	1,06
Integral $\tau_{eff,a,max}$	348	363	1,04

Insgesamt lässt sich festhalten, dass sich das entwickelte Modell sensitiv gegenüber den Schmierstoffeigenschaften verhält. Am auffälligsten werden die Unterschiede in der berechneten Pittinglebensdauer, wenn sich durch das in der Simulation verwendete Öl ein erhöhter Mischreibungsanteil ergibt, weil sich die im Metallkontakt erhöhte Reibungszahl direkt auf die berechneten Schubspannungen niederschlägt. Da der Einfluss von im Schmierstoff enthaltenen Additiven mit dem entwickelten Modell nicht bewertbar ist, wird für eine zuverlässige quantitative Berechnung der Pittinglebensdauer eine mit dem entsprechenden Schmierstoff ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie benötigt. Für qualitative Vergleiche und

approximative Bewertungen der Viskositätseigenschaften verschiedener Schmierstoffe kann das entwickelte örtliche Konzept aber auch ohne neue Versuchsdaten verwendet werden.

8.3.5 Einfluss der Mikrozyklen

Nachdem in den vorherigen Abschnitten analysiert wurde, wie sich das Berechnungsmodell bei Änderungen verschiedener Eingangsgrößen verhält, soll nun das entwickelte Konzept genutzt werden, um den Einfluss der in Abschnitt 3.1.3 beschriebenen Mikro- bzw. Rauheitszyklen auf die Pittinglebensdauer rechnerisch zu bewerten. Dazu wird wieder die Referenzsimulation betrachtet und diese mithilfe der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Methode ausgewertet. Dabei wird nun durch die Rainflow-Zählung das gesamte Spannungs-Zeit-Signal eines Abwälzvorgangs berücksichtigt und nicht nur die jeweils auftretenden Maximalwerte. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhaltes ist in Abbildung 8.25 an einer exemplarischen Stelle der Zahnflanke in Oberflächennähe die aus den in der EHD-Simulation ermittelten Lastspannungen berechnete Von-Mises Vergleichsspannung dargestellt.

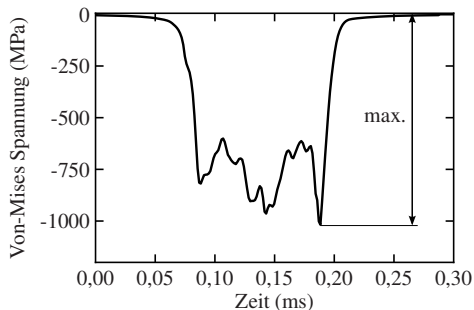


Abbildung 8.25: Von-Mises Vergleichsspannung der Lastspannungen des EHD-Kontakts an einer exemplarischen Stelle der Zahnflanke während eines Abwälzvorgangs

Bei den bisherigen Auswertungen wurde die in einem Abwälzvorgang resultierende Spannungsamplitude stets aus der maximalen Auslenkung des Last-Zeit

Verlaufs ermittelt. In Abbildung 8.25 ist aber gut zu erkennen, dass durch die Kombination aus Gleitbewegung und Oberflächenrauheit während eines Abwälzvorgangs weitere Lastschwankungen entstehen. Der Einfluss dieser Mikrozyklen soll nun rechnerisch bewertet werden.

Als erstes soll dabei betrachtet werden wo an der Zahnflanke zusätzliche Mikrozyklen auftreten. Hierzu werden mit der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Methode an jedem Punkt der betrachteten Simulationsdomäne die mithilfe der Rainflow-Zählung identifizierten Lastzyklen ausgewertet. In Abbildung 8.26 ist für den in der Referenzsimulation untersuchten Ritzelzahn die sich nach zehn Abwälzvorgängen durchschnittlich ergebende Anzahl an Lastzyklen dargestellt. Überall wo die Anzahl an Lastzyklen vom Wert eins abweicht kommt es zu zusätzlichen Mikrozyklen. Es ist aber zu beachten, dass daraus keine Aussage über die Höhe der einzelnen Lastzyklen oder den Grad der Schädigung ableitbar ist.

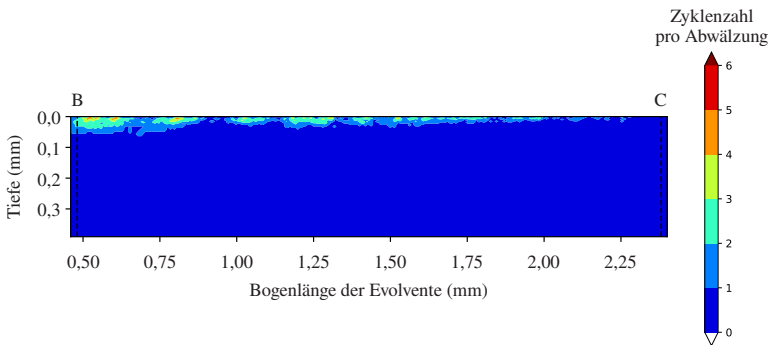


Abbildung 8.26: Durchschnittliche Anzahl an Lastzyklen pro Abwälzvorgang der betrachteten Ritzelzahnflanke

Es ist zu erkennen, dass ein Großteil der Zahnflanke mit nur einem Lastzyklus je Abwälzvorgang beansprucht wird und sich an diesen Stellen damit kein Unterschied zu den bisherigen Auswertungen ergibt. Die Mikrozyklen machen sich nur in einem dünnen Bereich an und unterhalb der Oberfläche bemerkbar. Dabei treten sie verstärkt im Bereich größeren Schlupfes auf, während sie am Wälzpunkt C

verschwinden. Dies ist in Übereinstimmung mit dem aus den zugrundeliegenden theoretischen Überlegungen erwarteten Verhalten. Damit fallen die Mikrozyklen zum Großteil in den Bereich der ersten 30 μm unterhalb der Zahnflanke, welcher in dieser Arbeit für die Pittingbewertung unberücksichtigt bleibt. Der Argumentation aus Abschnitt 3.2 folgend, haben die Mikrozyklen somit keinen Einfluss darauf, ob ein Oberflächenanriss zu einem Pitting heranwächst. Ein möglicher Effekt der Mikrozyklen auf die Pittingbildung wäre demnach auf die Erhöhung der Entstehungswahrscheinlichkeit von Oberflächenanrissen beschränkt, was in dem entwickelten Modell aber nicht bewertet wird.

Gleichwohl soll nachfolgend exemplarisch das Lastprofil bei Berücksichtigung und Nichtberücksichtigung der Mikrozyklen verglichen werden. Da die angewendete Methode zur Rainflow-Zählung bei mehrachsiger Beanspruchung nur auf die kritische Ebene Vergleichsspannung angewendet werden kann, entfallen die Betrachtungen mit der integralen Methode. In Abbildung 8.27 ist das nach zehn Abwälzvorgängen ermittelte Lastkollektiv der Vergleichsspannung an einer exemplarischen Stelle der Zahnflanke nahe an der Oberfläche dargestellt.

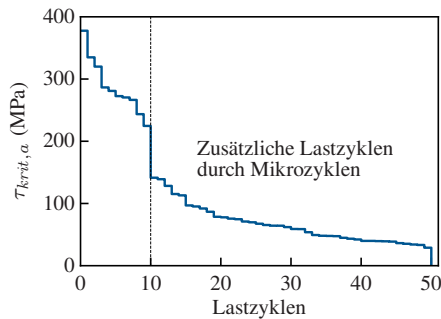


Abbildung 8.27: Lastkollektiv der Vergleichsschubspannungsamplituden nach zehn Abwälzvorgängen des Ritzelzahnes unter Berücksichtigung der Mikrozyklen

Die vertikale Linie trennt die durch Mikrozyklen verursachten zusätzlichen Schwingspiele von den makroskopischen Lastzyklen ab, welche bei einer reinen Betrachtung der maximalen Auslenkungen ermittelt werden. Es lässt sich

feststellen, dass durch die Mikrozyklen zwar sehr viele zusätzliche Lastzyklen verursacht werden, diese aber allesamt relativ geringe Spannungsamplituden aufweisen. Die größte durch die Mikrozyklen verursachte Spannungsamplitude beträgt etwa ein Drittel der an dieser Stelle der Zahnflanke maximal auftretenden Spannungsamplitude. Vergleicht man die Höhe der Amplituden der durch Mikrozyklen verursachten Lastzyklen mit denen an kritischen Stellen der Zahnflanke (vgl. Abbildung 8.7), so zeigt sich ein kaum schädigungsrelevanter Einfluss der Mikrozyklen. An der in Abbildung 8.27 betrachteten Stelle macht der durch die Mikrozyklen verursachte Schädigungsanteil gerade einmal 0,43 % der Gesamtschädigung aus und ist somit vernachlässigbar gering.

Ähnlich verhält es sich auch an weiteren untersuchten Stellen der Zahnflanke, die hier nicht beschrieben sind. Es kann also festgehalten werden, dass eine Berücksichtigung der Mikrozyklen innerhalb des in dieser Arbeit vorgeschlagenen Konzepts nicht notwendig ist. Allerdings gilt es zu beachten, dass der Einfluss der Mikrozyklen durch die in dieser Arbeit verwendete schubspannungsbasierte Vergleichsspannung zusätzlich unterdrückt wird. Dies liegt daran, dass die Mikrozyklen nahe an der Oberfläche auftreten, die Schubspannung dort aber bei günstigen Schmierungsverhältnissen nur sehr gering ausfällt. Bei Verwendung einer Vergleichsspannung, welche die Normalspannungsanteile stärker gewichtet, könnte sich durchaus ein stärkerer Einfluss der Mikrozyklen ergeben. Vor allem für die Bewertung von Mikropitting sollte der Einfluss von Mikrozyklen daher weiter untersucht werden.

8.3.6 Einfluss der Biegebeanspruchung

Der Einfluss der im Zahnradkontakt entstehenden sekundären Beanspruchungsanteile auf die Pittingbildung ist weitestgehend ungeklärt. *Hertter* [62] konnte in seinem Modell rechnerisch zeigen, dass der Einfluss des Querkraftschubes auf die Pittingbildung vernachlässigbar ist. Mit dem in Abschnitt 5.2 vorgestellten Modell zur vereinfachten Berechnung der Biegebeanspruchung soll nun in analoger Weise der Einfluss der Biegung auf die Pittingbildung betrachtet werden. Da die

Biegebeanspruchung nicht wesentlich von der technischen Oberfläche der Zahnflanke abhängt, wird hierfür eine ideal glatte Zahnflanke unter Vollschnierung betrachtet.

Um den Einfluss der Biegung zu untersuchen, wird der vollständige Abwälzvorgang eines ideal glatten Ritzelzahnes bei einem Eingangsdrehmoment von 350 Nm betrachtet. Dabei werden einmal nur die aus der EHD-Simulation erhaltenen Kontaktspannungen bewertet und in einer zweiten Berechnung die mit dem in Abschnitt 5.2 beschriebenen Modell ermittelten Biegespannungen mitberücksichtigt. Abbildung 8.28 zeigt exemplarisch für beide Fälle die knapp unterhalb der Oberfläche am unteren Einzeleingriffspunkt B resultierende Von-Mises Vergleichsspannung über dem gesamten Abwälzvorgang.

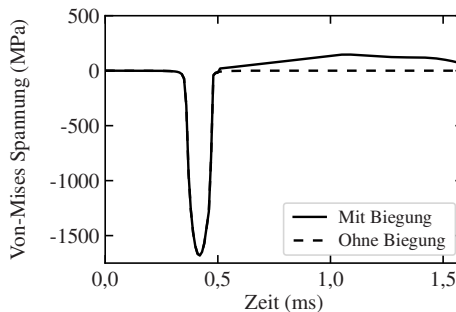


Abbildung 8.28: Vergleich der Von-Mises Vergleichsspannung $2\ \mu\text{m}$ unterhalb der Oberfläche am unteren Einzeleingriffspunkt B während eines gesamten Abwälzvorgangs mit und ohne Berücksichtigung der Biegespannung

Es ist zu erkennen, dass die Lastspannungen zunächst deckungsgleich verlaufen bis der Zahnradkontakt den betrachteten inneren Einzeleingriffspunkt überschreitet. Ab diesem Zeitpunkt kommt es an der betrachteten Stelle zu Biegespannungen, die aufgrund des vergrößerten Hebelarms mit zunehmendem Voranschreiten des Zahnradkontakts ansteigen. Erreicht der Kontakt den äußeren Einzeleingriffspunkt D, kommt es durch den eintretenden Mehrfacheingriff zu einer Reduktion der Last und die Biegespannungen fallen wieder ab.

Aus den an jedem Punkt der Zahnflanke berechneten Lastspannungen kann nun mithilfe des entwickelten örtlichen Konzepts die resultierende Schädigung ermittelt und verglichen werden. Wie bei den bisher betrachteten Schädigungsverläufen wird auch hier wieder eine normierte Darstellung gewählt. In Abbildung 8.29 ist die am Einzeleingriffspunkt B resultierende Schädigung des Ritzels über der Zahnflankentiefe mit und ohne Berücksichtigung der Biegung dargestellt.

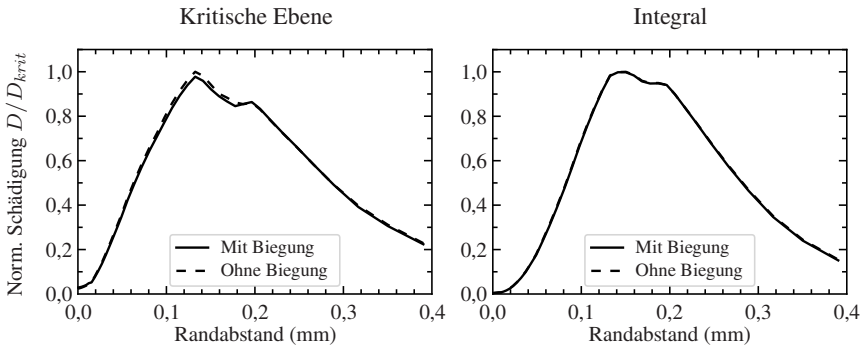


Abbildung 8.29: Einfluss der Biegung auf die berechnete Schädigung am Einzeleingriffspunkt B

Es ist zu erkennen, dass die durch die Biegung verursachten zusätzlichen Lastspannungen an der betrachteten Stelle fast keinen Einfluss auf die berechnete Schädigung haben. Bei Anwendung der kritischen Ebene Vergleichsspannung ergibt sich teilweise sogar eine leicht höhere Schädigung, wenn die Biegebeanspruchung nicht berücksichtigt wird. Diese entsteht dadurch, dass es am betrachteten Referenzpunkt im Bereich des Kontaktauslaufs während einer kurzen Periode zu einer Überlagerung der Schubspannungen aus Biege- und Kontaktbeanspruchung kommt. Diese Überlagerung führt aufgrund unterschiedlicher Vorzeichen zu einer Reduktion der resultierenden Schubspannungsamplitude, wodurch schließlich die geringere Schädigung berechnet wird. Bei der integralen Methode ist dieser Effekt ebenfalls vorhanden, in der hier dargestellten Abbildung aber nur schwer zu erkennen. Insgesamt lässt sich aber beobachten, dass der Einfluss der Biegebeanspruchung im Bereich hoher Kontaktbeanspruchung untergeht.

Im Bereich des Eingriffsbeginns ergibt sich dagegen ein etwas anderes Bild. Abbildung 8.30 zeigt die in diesem Bereich berechneten Schädigungsverläufe.

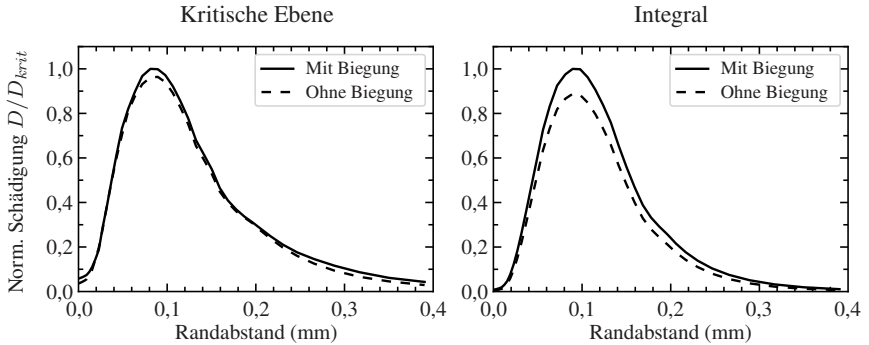


Abbildung 8.30: Einfluss der Biegung auf die berechnete Schädigung am Eingriffsbeginn

Im Bereich des Eingriffsbeginns verschiebt sich das Verhältnis der Beanspruchungsanteile aus Biegung und Kontakt, da hier die Biegebeanspruchung maximal wird und die Kontaktbeanspruchung aufgrund des Mehrfacheingriffs relativ gering ausfällt. Aus diesem Grund ergibt sich hier bei Berücksichtigung der Biegung eine höhere Schädigung der Zahnflanke. Die absoluten Schadenssummen bleiben allerdings stark hinter denjenigen im Bereich B-C der Eingriffsstrecke zurück, so dass hierdurch keine Verringerung der berechneten Pittinglebensdauer resultiert. Auffällig ist, dass sich bei der kritischen Ebene Vergleichsspannung geringere Unterschiede ergeben als bei der integralen Methode. Offensichtlich äußert sich die Biegebeanspruchung in den kritischen Ebenen weniger stark als in anderen Schnittebenen, die bei der integralen Methode mitberücksichtigt werden. Das integrale Vergleichsspannungskriterium scheint somit für die Berücksichtigung der Biegebeanspruchung besser geeignet zu sein als die kritische Ebene Methode.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Biegebeanspruchung in dem für die Pittingbildung relevanten Bereich der Zahnflanke innerhalb des verwendeten Berechnungskonzepts keine Rolle spielt und somit vernachlässigt werden

kann. Ob es sich dabei um eine reale Tatsache handelt oder ein möglicher Einfluss lediglich innerhalb des gewählten Berechnungskonzepts ausbleibt, lässt sich nicht abschließend klären. In Verbindung mit den Ergebnissen von *Herter* [62] kann vermutet werden, dass die Pittingbildung nur durch die direkte Kontaktbeanspruchung verursacht wird und sekundäre Beanspruchungsanteile für diesen Schädigungsmechanismus von untergeordneter Bedeutung sind.

8.4 Diskussion

Nachdem das entwickelte örtliche Konzept validiert und die Anwendung an verschiedenen Einflussgrößen ausführlich dargestellt wurde, sollen nun wesentlichen Punkte im Kontext des Gesamtkonzepts diskutiert werden.

Einfluss des festgelegten Schädigungskriteriums

Als Ausgangsbasis für die Diskussion eignen sich die aus Abschnitt 8.2 und 8.3 hervorgehenden Anwendungsmöglichkeiten und Limitationen des entwickelten Konzepts. Offensichtlich können vor allem beanspruchungsseitige Einflussgrößen simulativ mit dem entwickelten Modell bewertet werden, während für die Beurteilung beanspruchbarkeitsseitiger Einflüsse entsprechende Versuchsdaten benötigt werden. Ein wesentlicher Grund hierfür liegt im Entstehungsmechanismus der Pittingbildung begründet. Typischerweise ist die Pittinglebensdauer durch die drei Elemente Rissinitiierung an der Oberfläche, Risswachstum in die Tiefe sowie Materialermüdung der Tiefenbereiche bestimmt. Diese werden allerdings beanspruchbarkeitsseitig von unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften beeinflusst. Im entwickelten Auslegungskonzept erfolgt die Bewertung der Pittinglebensdauer entsprechend der Argumentation in Abschnitt 3.2 anhand der Materialermüdung der tieferen Werkstoffbereiche, während die Oberflächenanrisse sowie das Risswachstum nicht berücksichtigt werden. Folglich können gewisse festigkeitssteigernde Maßnahmen wie z.B. die Verfestigung der Randschicht durch Kugelstrahlen mit dem vorliegenden Konzept simulativ nicht bewertet werden, weil

diese vor allem die Risswachstumsphase beeinflussen. Für eine Bewertung wird in diesen Fällen deshalb ein neuer Wöhlerversuch benötigt. In anderen Konzepten wie z.B. [56, 57, 61, 69, 143] wird versucht über eine kombinierte Bewertung des Oberflächen- und Volumenversagens eine ganzheitliche Modellierung der Pittinglebensdauer zu ermöglichen. Dadurch lassen sich in der Konsequenz auch mehr beanspruchbarkeitsseitige Effekte und Faktoren simulativ berücksichtigen. Obwohl eine solche Vorgehensweise aus werkstoffmechanischer Sicht richtig erscheint, ergeben sich in der praktischen Umsetzung als örtliches Konzept zusätzliche Herausforderungen, da weitere lokale Modellierungsgrößen benötigt werden, die meist unbekannt sind. In der Folge besitzen solche Modelle häufig aufgrund fehlender oder nur aufwendig bestimmbarer Parameter eine eher geringe quantitative Aussagekraft. Ein weiterer oftmals gewählter Ansatz (vgl. [14, 20, 62, 66, 120]) ist, auf eine Unterscheidung von Oberflächenanrissen und Volumenversagen zu verzichten und die maximal beanspruchte Stelle als versagensrelevant einzustufen. Während dieses Vorgehen bei einer vereinfachten Berücksichtigung von Oberflächenrauheiten sinnvolle quantitative Ergebnisse liefern kann, ergeben sich bei einer EHD-Simulation wegen der lokal teilweise sehr hohen Spannungsspitzen zu geringe Pitting Lebensdauern. Der in dieser Arbeit gewählte Ansatz umgeht diese Problematik, indem lediglich die Spannungen unterhalb der ersten 30 μm der Oberfläche für die Pittingbewertung berücksichtigt werden. Neben der so möglichen Abgrenzung zum Schädigungsmechanismus Mikropitting, wird durch diese Vorgehensweise die Modellierung der örtlichen Festigkeit in dem am dynamischsten beanspruchten Bereich der Zahnflanke vermieden. Hier kommt es zu plastischen Verformungen, dem zyklischen Abbau von Eigenspannungen und zu lokalen Gefügewandlungen, was allesamt schwierig zu modellierende Vorgänge sind. Das in dieser Arbeit formulierte Bewertungskriterium für Pitting erweist sich vor diesem Hintergrund als pragmatische, aber dennoch mit dem Schädigungsmechanismus begründbare Vorgehensweise. Allerdings gehen hierdurch auch Informationen aus der aufwändig berechneten EHD-Simulation verloren. Beispielsweise geht die im unteren Bild von Abbildung 8.22 deutlich erkennbare erhöhte Beanspruchung der Oberfläche nicht in die berechnete Pittinglebensdauer ein. Hier würde sich eine Erweiterung des Konzepts zur Berücksichtigung der erhöhten Anrisswahrscheinlichkeit empfehlen. Denkbar wäre hierfür z.B. eine Art

integraler Ansatz zur Bewertung der Dichte an hoch beanspruchten Zonen am Gesamtanteil der Oberfläche.

Wahl des Vergleichsspannungskriteriums

Neben der Festlegung des Schädigungskriteriums ist ein weiterer zentraler Aspekt des entwickelten Konzepts die Wahl des Vergleichsspannungskriteriums. Wegen der im Zahnradkontakt vorliegenden mehrachsigen Beanspruchung musste hierbei auf entsprechende Schnittebenenverfahren zurückgegriffen werden. Grundsätzlich existieren dafür unterschiedliche Vergleichsspannungshypothesen, welche entweder die Normalspannungen oder die Schubspannungen stärker gewichten. Aufgrund der Korrelation der Anrissorientierung der Pittings mit den Schubspannungen (vgl. Abschnitt 3.1.2), wurde in dieser Arbeit eine schubspannungsbasierte Vergleichsspannung gewählt. Die hierfür in der Bauteilauslegung etablierten Vergleichsspannungshypothesen für mehrachsige Beanspruchungen wurden allerdings nicht explizit für die Wälzbeanspruchung entwickelt. Das äußert sich oftmals darin, dass die Hypothesen so konzipiert wurden, dass Druckspannungen festigkeitssteigernde Eigenschaften zugesprochen werden, eine Begrenzung von diesen aber nicht erfolgt. In der Folge werden die günstigen Eigenschaften der Druckspannungen unbeschränkt in den Bereich höchster Druckbeanspruchung extrapoliert. Dieser ist experimentell aber nur wenig erforscht, sodass in der Realität ein anderes Verhalten zu erwarten ist. Die für den Einsatz bei Wälzermüdung angepasste Variante der Schubspannungsintensitätshypothese von *Hertter* [62] stellt eine der wenigen etablierten Methoden für die Bewertung des Zahnradkontakts dar. Für den in dieser Arbeit entwickelten Bewertungsansatz mithilfe der lokalen Pitting-Wöhlerlinie ist die *SIH-Hertter* aber nicht geeignet, weil eine direkte Berechnung der dauerfest ertragbaren Anstrengung erfolgt und keine explizite Vergleichsspannung ausgegeben werden kann. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein eigener Ansatz weiterverfolgt.

Der verwendete Ansatz der mittelspannungskorrigierten Schubspannung beinhaltet im Wesentlichen bereits etablierte und anerkannte Methoden. Neu ist aber die Modellierung des Einflusses der Normalmittelspannung auf die ertragbare

Schubspannungsamplitude. Diese wurde aus den in Abbildung 5.9 zusammengetragenen, gut dokumentierten Literaturdaten hergeleitet. Bei der Anwendung des Berechnungskonzepts konnte aber festgestellt werden, dass allein durch die im Zahnradkontakt entstehenden Lastspannungen an nahezu allen Punkten unterhalb der Zahnflanke Spannungsverhältnisse entstehen, welche in den linken Teil des Diagramms in Abbildung 5.9 fallen. In diesem Teil des Graphen wirken sich Veränderungen der Normalmittelspannung aber nur sehr wenig auf die ertragbare Schubwechselfestigkeit aus. Dies führt dazu, dass die den Lastspannungen überlagerten Eigenspannungen die ermittelte Vergleichsspannung nicht stark beeinflussen, was wiederum die in Abschnitt 8.3.3 beobachtete eher geringe Auswirkung unterschiedlicher Eigenspannungsprofile erklärt. Aus diesem Grund wäre es sinnvoll die in Abbildung 5.9 dargestellten Versuchsergebnisse um weitere Untersuchungen im Bereich hoher Druckmittelspannungen zu ergänzen und die dort vorhergesagte geringe Sensitivität der Festigkeit zu bestätigen oder zu widerlegen. Allerdings kann auch bei anderen Vergleichsspannungshypothesen ein ähnlicher Effekt beobachtet werden, sodass das Problem nicht auf die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze beschränkt ist. Bei der *SIH-Hertter* wird beispielsweise zur Berechnung der ertragbaren Spannungsamplitude das Haigh-Diagramm für Normalspannungen verwendet. Auch hier ergeben sich bei der Wälzbeanspruchung allein durch die Lastspannungen Spannungsverhältnisse im Druckschwellbereich, sodass die ertragbare Festigkeit dort horizontal verläuft und unterschiedliche Eigenspannungsprofile nur geringe Auswirkungen zeigen. Grundsätzlich ist zu hinterfragen, ob bei Wälzbeanspruchung das Modell zur Berücksichtigung von Eigenspannungen als überlagerte Mittellast wegen der ohnehin bereits hohen Druckmittelspannungen die geeignete Herangehensweise darstellt. Innerhalb des erarbeiteten örtlichen Konzepts wird daher für die zuverlässige quantitative Bewertung unterschiedlicher Eigenspannungsverläufe die Ermittlung entsprechender lokaler Pitting-Wöhlerlinien durch Versuche gefordert.

Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie

Das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie unterscheidet den entwickelten Ansatz maßgeblich von bereits existierenden Modellen zur Vorhersage der Pittingtragfähigkeit. Es ermöglicht die Ermittlung einer lokalen Beanspruchbarkeit für Wälzbeanspruchung aus tatsächlichen Zahnradversuchen. Im Gegensatz dazu wird die lokale Beanspruchbarkeit bei örtlichen Konzepten üblicherweise aus Probenversuchen unter Zug, Biegung oder Torsion ermittelt (vgl. [49, 50, 53]). Die Anwendbarkeit der dabei ermittelten Werkstoffkennwerte für die Wälzbeanspruchung ist allerdings nicht geklärt. Durch den in dieser Arbeit verwendeten Ansatz kann dieses Problem jedoch umgangen werden, da die zugrundeliegenden Wöhlerversuche aus Zahnrad-Laufversuchen bestehen. Allerdings müssen zur Ableitung des für Pitting gültigen lokalen Werkstoffkennwerts einige Annahmen getroffen werden, welche bei einem klassischen Probenversuch nicht erforderlich sind. So muss beispielsweise festgelegt werden, an welcher Stelle der Zahnflanke im Versuch die für das Pittingversagen relevante Beanspruchung aufgetreten ist. Da der genaue Ort nicht eindeutig ermittelbar ist, wurde angenommen, dass die Stelle mit der maximal auftretenden Vergleichsspannung im Bereich des negativen Schlupfes versagensrelevant ist. Selbst wenn der genaue Entstehungsort eines im Wöhlerversuch beobachteten Pittings bekannt wäre, besäße die ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie ihre Gültigkeit streng genommen nur an diesem Punkt der Zahnflanke, bzw. an anderen Punkten mit gleichen lokalen Werkstoffeigenschaften. Da die Verwendbarkeit des Konzepts dadurch aber sehr eingeschränkt wäre, musste die Annahme getroffen werden, dass die ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie im gesamten Tiefenbereich der maximalen Schubspannung gültig ist. Anders formuliert bedeutet dies, dass die Werkstoffeigenschaften der Zahnflanke in diesem Bereich als homogen angenommen werden. Bei der Betrachtung realer Zahnflanken zeigen sich allerdings lokale Unterschiede. Neben dem aus der Randschichthärtung vorhandenem Härtegradienten ergeben sich weitere Abweichungen aus der lokalen Gefügezusammensetzung, der Werkstoffreinheit und dem in der Fertigung lokal unterschiedlich erfolgten Energieeintrag. Trotz dieser Umstände konnte in Abschnitt 8.2 anhand der erfolgreich nachgerechneten Validierungsversuche gezeigt werden, dass die getroffenen Annahmen

bei Zahnrädern gleicher Größe in ausreichender Näherung erfüllt sind. Es kann folglich davon ausgegangen werden, dass die an der Prüfverzahnung ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie für die Bewertung Zahnräder ähnlicher Größe verwendet werden kann.

Gültigkeit der lokalen Pitting-Wöhlerlinie und Größeneinfluss

Unterscheidet sich das zu bewertende Zahnrad geometrisch deutlich von der verwendeten Prüfverzahnung, muss die Gültigkeit der ermittelten lokalen Pitting-Wöhlerlinie neu hinterfragt werden. Als Voraussetzung gilt, dass bei der zu bewertenden Verzahnung im Tiefenbereich der maximalen Schubspannung eine ähnliche Härte vorliegen muss wie im Bereich des Schubspannungsmaximums der Prüfverzahnung. Ist dies erfüllt, kann davon ausgegangen werden, dass die lokale Pitting-Wöhlerlinie zur Vorhersage der Pittingtragfähigkeit verwendet werden darf. Bei einsatzgehärteten Zahnrädern wird die optimale Einsatzhärte tiefe gemäß *ISO 6336* [2] in Abhängigkeit des Normalmoduls angegeben. Es ist demnach davon auszugehen, dass die Härte bei Zahnrädern unterschiedlicher Größen im Bereich der maximal auftretenden Schubspannung stets vergleichbar bleibt. In der Konsequenz behält die an der Prüfverzahnung ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie auch bei unterschiedlichen Zahnradgrößen ihre Gültigkeit. Dennoch sollte überprüft werden, ob bei der jeweils zu bewertenden Zahnradgeometrie im Tiefenbereich der maximal auftretenden Schubspannungen ein starker Abfall der Härte vorliegt. Ist dies der Fall, so kann die Gültigkeit der lokalen Pitting-Wöhlerlinie nicht mehr als gegeben vorausgesetzt werden. Konkrete Werte für einen noch zulässigen Gradienten können anhand der Ergebnisse dieser Arbeit nicht vorgegeben werden, da hier Zahnräder derselben Größe und Wärmebehandlung betrachtet wurden.

Im Fall von Großverzahnungen, die z.B. in Windgetrieben oder Industrieanlagen zum Einsatz kommen, sind aufgrund des Größeneinflusses weitere Punkte zu beachten. Außerhalb des in Abschnitt 6.2 beschriebenen Ansatzes zur Berücksichtigung der Spannungskonzentration wird der Größeneinfluss im entwickelten Konzept nicht weiter berücksichtigt. Bei Großverzahnungen ergeben sich dadurch

einige nicht vom Berechnungskonzept abgedeckte Einflüsse. Am offensichtlichsten ist dabei der statistische Größeneinfluss. Mit größer werdendem Bauteilvolumen wird die bei der Ableitung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie getroffene Annahme des homogenen Werkstoffbereichs zunehmend unwahrscheinlicher. Bei großen Zahnrädern kann somit allein deshalb keine Gültigkeit der ermittelten lokalen Pitting-Wöhlerlinie vorausgesetzt werden. Darüber hinaus ist bei großen Zahnrädern eine Veränderung im Entstehungsmechanismus der Pittings zu erwarten, da mit hoher Wahrscheinlichkeit von einem Schadensausgang unterhalb der Oberfläche zu rechnen ist [3]. Dies mag zunächst unproblematisch erscheinen, da mit dem in dieser Arbeit gewählten Bewertungskriterium ebenfalls die Beanspruchung unterhalb der Oberfläche als versagensrelevant eingestuft wird. Hier ist allerdings Vorsicht geboten. Das in dieser Arbeit abgeleitete Schädigungskriterium bewertet die Beanspruchung in der Tiefe als eines von drei Elementen der oberflächeninduzierten Pittingentstehung. Dabei wird implizit davon ausgegangen, dass vorher ein Anriss an der Oberfläche entstanden ist und ein Risswachstum in die Bauteiltiefe erfolgen kann. Während diese Voraussetzungen bei der betrachteten Prüfverzahnung bei Erreichen der für Pitting notwendigen Ermüdung tieferer Werkstoffbereiche sehr wahrscheinlich erfüllt sind, ist dies bei Großverzahnungen nicht garantiert. Hier sind die von der technischen Oberfläche direkt unterhalb der Zahnflanke verursachten Mikro-Spannungsüberhöhungen räumlich deutlich vom makroskopischen Beanspruchungsbereich abgetrennt. Zwischen den lokalen Spannungsmaxima direkt unterhalb der Oberfläche und denen in größeren Tiefen bildet sich ein, im Vergleich zu kleineren Zahnrädern, deutlich ausgeprägter spannungsarmer Bereich aus (vgl. [144, 145]). Ein Risswachstum der Oberflächenrisse in die Tiefe wird dadurch deutlich erschwert. Der mit dem vorliegenden Konzept bewertbare Schädigungsmechanismus liegt bei Großverzahnungen folglich nicht mehr zwingend vor. Ein dritter entscheidender Punkt betrifft den oberflächentechnischen Größeneinfluss. Die Tiefenwirkung der Randschichtverfestigung in Relation zur Lage des Beanspruchungsmaximums ist zwischen Prüfverzahnung und Großverzahnungen nicht vergleichbar. Die an der Prüfverzahnung ermittelte Werkstofffestigkeit gegen Pitting enthält somit Einflüsse, die bei großen Verzahnungen im relevanten Tiefenbereich nicht mehr vorhanden sind.

Es lässt sich insgesamt also festhalten, dass das entwickelte örtliche Konzept für Anwendungen bei Großverzahnungen nicht geeignet ist.

Als Konsequenz stellt sich die Frage bis zu welcher Zahnradgröße das entwickelte Modell verwendet werden kann. Eine klare Antwort lässt sich darauf nicht geben. Grundsätzlich ist das entwickelte Konzept solange anwendbar, bis die Zahnräder eine Größe überschreiten, bei der es zu einem Wechsel der Mechanismen in der Pittingentstehung kommt. Wenn aus Erfahrung bekannt ist, dass eine im Vergleich zur Prüfverzahnung größere Geometrie ausschließlich durch oberflächeninduziertes Pitting ausfällt, kann das entwickelte Modell zur Berechnung der Pittingtragfähigkeit verwendet werden. Im Zweifel ist bei größeren Zahnrädern immer auch ein mögliches Volumenversagen zu prüfen. Da der statistische Größeneinfluss im Berechnungskonzept nicht berücksichtigt wird, sollte mit erhöhten Sicherheitsfaktoren gerechnet werden. Dies entspricht den Empfehlungen in [3].

Eine mögliche Weiterentwicklung des Konzepts zur Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses könnte über einen zusätzlich eingeführten Größenfaktor erfolgen. Dabei würde die im auszulegenden Zahnrad ermittelte kritische Vergleichsspannungsamplitude mit einem Größenfaktor gewichtet, welcher den Anteil des hoch beanspruchten Volumens bezogen auf ein bei der Prüfverzahnung definiertes Referenzvolumen abbildet. Ein so definierter Größenfaktor ließe sich über einen geeigneten Verteilungsexponenten zu einem Weibull-Fehlstellenmodell erweitern. Mögliche Ansätze hierfür sind beispielsweise in [146] und [147] zu finden. Als Referenzvolumen könnte z.B. ein $V_{90\%}$ -Volumen definiert werden, das alle Bereiche enthält, die mit einer Spannung in Höhe von mindestens 90% der maximal auftretenden Vergleichsspannung beansprucht werden (vgl. [148]). Auf diese Weise könnte der statistische Größeneinfluss beanspruchungsseitig berücksichtigt werden, ohne dass eine Anpassung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie erforderlich wäre.

Auslegungskonzept und statistische Absicherung

Betrachtet man das entwickelte örtliche Konzept nun abschließend vor dem Hintergrund einer Bauteilauslegung, bleibt noch zu klären welches Vergleichsspannungskriterium eingesetzt werden sollte und wie eine statistische Absicherung erfolgen kann. Bei den durchgeführten Untersuchungen wurde stets sowohl die kritische Ebene Vergleichsspannung als auch das integrale Kriterium verwendet und die berechnete Ausfallzyklenzahl mit 50% Wahrscheinlichkeit angenommen. Grundsätzlich wurden mit beiden Vergleichsspannungen vergleichbare Ergebnisse erzielt, sodass beide Kriterien für die Auslegung verwendet werden können. Die kritische Ebene Vergleichsspannung reagierte etwas sensitiver auf unterschiedliche Oberflächenprofile der Zahnflanke, während bei der integralen Vergleichsspannung ein homogeneres Spannungsbild berechnet wurde. Dies ist deutlich in den unterschiedlichen Streuungen bei der Nachrechnung der Stichversuche sowie bei den stochastischen Auswertungen in Abschnitt 8.3.1 zu erkennen. Das integrale Vergleichsspannungskriterium liefert demnach etwas robustere Ergebnisse. Im Sinne einer zuverlässigen Auslegungsmethode spricht das stabilere Verhalten daher für die Verwendung der integralen Methode. Sollen aber verschiedene Oberflächenqualitäten verglichen werden, kann eine Auswertung mit der kritischen Ebene Vergleichsspannung sinnvoller sein, weil die Auswirkungen unterschiedlicher Oberflächen deutlicher zu erkennen sind. Da der Berechnungsaufwand bei einer Berücksichtigung beider Methoden aber nur unerheblich ansteigt, können stets beide Kriterien ausgewertet werden. Für das Auslegungskonzept im Allgemeinen wird aber wegen der robusteren Ergebnisse die Bewertung mit dem integralen Kriterium empfohlen.

Vor dem Hintergrund einer statistischen Absicherung der mit dem Konzept durchgeführten Berechnungen sind mehrere Punkte zu beachten. Wie die Auswertung aus Abbildung 8.14 gezeigt hat, ist es notwendig für die Bewertung eines einzelnen Zahnes stets eine ausreichende Anzahl an Abwälzvorgängen mit dem Gegenrad zu berücksichtigen. Was eine ausreichende Anzahl darstellt hängt dabei von der Oberflächenqualität der zu bewertenden Zahnräder ab. In Abbildung 8.14

entspricht die Rauheit im Zustand „Wälzgeschliffen“ ungefähr einer heute im automobilen Getriebbau üblichen Oberflächenqualität ($\sim R_z < 4 \mu\text{m}$, z.B. [137]). Ausgehend davon lässt sich für derartige Oberflächenqualitäten eine Empfehlung zur Berücksichtigung von acht bis zehn Abwälzvorgängen geben. Bei sehr glatten Zahnflanken kann diese Zahl reduziert werden. Eher rauere Oberflächen erfordern dagegen eine größere Anzahl an simulierten Abwälzvorgängen.

Als nächstes stellt sich die Frage wie viele einzelne Zähne für die Auslegung eines ganzen Zahnrades betrachtet werden müssen. Die Pitting-Lebensdauer eines gesamten Zahnrades entspricht immer der Lebensdauer des kritischsten Einzelzahnnes. Da der Aufwand für eine Nachrechnung aller Zähne zu hoch ist, empfiehlt es sich über eine Betrachtung weniger Einzelzähne eine mittlere Lebensdauer abzuschätzen und diese dann auf kleinere Ausfallwahrscheinlichkeiten zu extrapolieren. Hierfür müssen allerdings im Vorfeld Annahmen über die Verteilung und Streuung der Grundgesamtheit gemacht werden. In Zahnradlaufversuchen ist dieses Vorgehen bereits etabliert, weil eine umfangreiche Belegung einzelner Versuchsniveaus aus Kostengründen nicht möglich ist. Hier werden die aus einem Versuch mit geringer Belegung abgeschätzten Mittelwerte mithilfe einer angenommenen Verteilung auf ein 1%-Quantil umgerechnet. Für einsatzgehärtete Zahnräder wurde dazu im Forschungsvorhaben Nr. 304 der FVA [149] aus einer großen Anzahl an Laufversuchen zur Pittingtragfähigkeit ein allgemein gültiger Kennwert für die Streuung der Lebensdauer ermittelt. Eine pragmatische Lösung für die statistische Absicherung der mit dem entwickelten Konzept berechneten mittleren Lebensdauern wäre daher die Verwendung des in der Versuchsauswertung etablierten Umrechnungsverfahrens. Demnach kann bei einsatzgehärteten Zahnrädern die aus den Simulationen bestimmte mittlere Lebensdauer mit 50% Ausfallwahrscheinlichkeit durch Multiplikation mit dem Faktor 0,26 auf eine 1% Ausfallwahrscheinlichkeit umgerechnet werden [149]. Alternativ ließe sich ein solcher Faktor auch aus einer umfangreich durchgeführten Simulationsstudie herleiten. Dazu müsste bei einer größeren Anzahl von Zahnrädern eine Lebensdauerberechnung sämtlicher Zähne durchgeführt und mithilfe der Ergebnisse eine Verteilungsfunktion der Einzelzahnlebensdauern hergeleitet werden. Aus der ermittelten Verteilungsfunktion ließe sich dann der Faktor zur Umrechnung der

mittleren Lebensdauer auf eine 1% Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmen. Wie viele einzelne Zähne für eine repräsentative Schätzung der mittleren Lebensdauer nachgerechnet werden sollten ist wie bei der Anzahl an Abwälzvorgängen von der vorliegenden Oberflächenqualität abhängig. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Zahnrädern mit für den Automobilbereich typischen Oberflächenqualitäten hat sich anhand der Untersuchung in Abbildung 8.15 eine Anzahl von vier bis fünf berechneten Zähnen als geeignet erwiesen.

Insgesamt lässt sich also eine statistische Absicherung der Berechnungsergebnisse erreichen, indem die Lebensdauer von vier bis fünf einzelnen Zähnen eines Zahnrades berechnet wird und die daraus bestimmte mittlere Lebensdauer auf eine geringere Ausfallwahrscheinlichkeit umgerechnet wird. Dabei ist darauf zu achten, dass in den einzelnen Berechnungen ausreichend Abwälzvorgänge mit dem Gegenrad berücksichtigt werden. Durch die effiziente Umsetzung des in dieser Arbeit entwickelten örtlichen Konzepts ist eine solche Auslegung mit vertretbarem Aufwand realisierbar.

9 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein auf örtlichen Größen basierendes Berechnungskonzept zur Bewertung von Pittingversagen bei randschichtgehärteten Zahnradern entwickelt. Durch die Verwendung von EHD-Simulationen können dabei die Einflüsse des Schmierstoffes und der Zahnflankenoberfläche in der Berechnung berücksichtigt werden. Ein neu entwickelter Ansatz zur Ermittlung der lokal ertragbaren Beanspruchung ermöglicht es mit dem Modell quantitativ zuverlässige Lebensdauervorhersagen der Pittingtragfähigkeit zu machen.

Zunächst wurden in theoretischen Untersuchungen die Besonderheiten der Zahnflankenbeanspruchung im Gebiet des positiven und negativen Schlupfes analysiert und daraus eine Modellvorstellung für die oberflächeninduzierte Pittingbildung abgeleitet. Dabei zeigte sich, dass der vielschichtige Vorgang der Pittingentstehung nicht vollständig durch eine rein spannungsbasierte Betrachtung beschrieben werden kann. Vielmehr kommt auch komplexen Risswachstumseffekten eine wichtige Bedeutung zu. Indem das Berechnungsgebiet auf den Bereich negativen Schlupfes eingegrenzt wurde, konnte die Bewertung des Risswachstums umgangen werden, weil empirisch bekannt ist, dass hier günstige Voraussetzungen für das Risswachstum vorliegen. Als Schädigungskriterium wurde dann die Bewertung der Werkstoffermüdung unterhalb der Oberfläche gewählt, da diese neben der Anrissbildung an der Oberfläche und dem einsetzenden Risswachstum darüber entscheidet, ob eine Rissausbreitung in tiefere Werkstoffbereiche möglich wird und somit ein Pitting entstehen kann.

Zur Ermittlung der lokalen Beanspruchung wurde ein Zahnrad EHD-Kontaktmodell entwickelt, welches den kompletten Abwälzvorgang durch ein Zylinder-Zylinder Ersatzmodell annähert und so die Berücksichtigung der Oberflächenrauheit und des Schmierstoffeinflusses ermöglicht. Hierdurch kann die im Zahnradkontakt vorhandene Beanspruchung deutlich genauer modelliert werden als mit konventionellen Modellen. Durch die Konzeption als 2D-Modell und den Einsatz eines effizienten EHD-Solvers bleibt der Berechnungsaufwand dabei klein genug, um einen Einsatz in der betrieblichen Auslegungspraxis zu ermöglichen. Neben der Modellierung der direkten Kontaktbeanspruchungen, wurde ebenfalls ein vereinfachtes Modell zur Berücksichtigung der sekundären Biegebeanspruchung mithilfe der Theorie elastischer Keile entwickelt. Dieses erlaubt bei Geradverzahnungen eine einfache analytische Berechnung der im Zahnradkontakt entstehenden Biegespannungsanteile.

Für die Ermittlung der lokalen Beanspruchbarkeit gegen Pittingversagen wurde ein Ansatz entwickelt, welcher anstatt einfacher Werkstoff-Probenversuche standardisierte Zahnrad-Laufversuche zur Bestimmung der Festigkeit nutzt. Dies hat den Vorteil, dass die im Versuch vorhandenen Beanspruchungsverhältnisse tatsächlich repräsentativ für die Wälzbeanspruchung sind und bereits zahlreiche Versuchsdaten für relevante Werkstoffe und Fertigungszustände in der Literatur existieren. Aus den mit standardisierten Prüfverzahnungen durchgeführten Wöhlerversuchen kann mithilfe des entwickelten Ansatzes eine in einem bestimmten Tiefenbereich gültige lokale Pitting-Wöhlerlinie abgeleitet werden, die dann zur Bewertung von anderen Zahnradgeometrien und Oberflächenqualitäten verwendet werden kann. Die Kosten eines mit Prüfverzahnungen durchgeführten Wöhlerversuchs sind dabei um ein Vielfaches geringer als Versuche mit realen Bauteilen.

Um die lokale Pitting-Wöhlerlinie abzuleiten, wird der Prüfstandsversuch mit dem entwickelten Beanspruchungsmodell nachsimuliert. Dazu ist es notwendig versuchsbegleitend relevante lokale Eigenschaften wie die Oberflächenrauheit, den Härtetiefenverlauf und den Eigenspannungstiefenverlauf zu ermitteln. Anschließend kann die an der versagensrelevanten Stelle ermittelte lokale Beanspruchung

der im Versuch beobachteten Lastzyklenzahl bis zum Ausfall zugeordnet werden. Durch Wiederholung dieser Vorgehensweise für verschiedene Prüfräder und Lastniveaus erhält man schließlich die lokale Pitting-Wöhlerlinie.

Das entwickelte Konzept wurde in dieser Arbeit auf einsatzgehärtete Zahnräder aus dem Werkstoff 20MnCrS5 angewandt. Dazu wurde zunächst aus einem entsprechenden unter standardisierten Bedingungen durchgeführten Wöhlerversuch durch Simulationen die lokale Pitting-Wöhlerlinie bestimmt. Anschließend wurde eine Reihe von Stichversuchen mit Prüfverzahnungen aus demselben Werkstoff mit derselben Wärmebehandlung aber veränderter Oberflächenrauheit durchgeführt. Mithilfe des entwickelten örtlichen Konzepts wurde dann rechnerisch die mittlere Lebensdauer der Stichversuche bestimmt und mit den Versuchsergebnissen abgeglichen. Dabei konnte gezeigt werden, dass es mit der entwickelten Methode möglich ist die Lebensdauer von Verzahnungen unterschiedlicher Oberflächenrauheit im Zeitfestigkeitsgebiet quantitativ zuverlässig vorherzusagen. Damit ist es erstmals gelungen den Einfluss der Oberflächenrauheit auf die Pittinglebensdauer simulativ und gleichzeitig quantitativ zuverlässig vorherzusagen, ohne dass hierfür zusätzliche aus Versuchen ermittelte empirische Faktoren erforderlich waren.

Das entwickelte örtliche Konzept wurde schließlich dazu verwendet eine Reihe von rechnerischen Untersuchungen durchzuführen und verschiedene Modelleinflüsse zu analysieren. Bei der Untersuchung von stochastischen Einflüssen konnte gezeigt werden, dass die Beanspruchungssituation unterhalb einer Zahnflanke stark vom jeweiligen Wälzpartner abhängt. Die Pitting-Lebensdauer eines Zahnrads ist daher davon abhängig, wie sich die Beanspruchung über mehrere Abwälzvorgänge mit unterschiedlichen Zähnen des Gegenrades verhält. Aus diesem Grund ist es für die Berechnung bei Berücksichtigung der Zahnflankenoberfläche wichtig stets eine repräsentative Anzahl von Abwälzvorgängen zu betrachten und nicht einfach das Ergebnis eines einzelnen Abwälzvorgangs zu extrapolieren.

Die Untersuchung der Auswirkung beanspruchbarkeitsseitiger Einflussgrößen wie der Härte oder den Eigenspannungen hat gezeigt, dass diese mit dem entwickelten Modell nicht oder nur teilweise simulativ bewertet werden können. Vielmehr

wurde bestätigt, dass diese Einflussgrößen versuchsseitig durch eine entsprechende lokale Pitting-Wöhlerlinie berücksichtigt werden müssen. Zumindest bei den Eigenspannungen war dies nicht von Beginn an klar, da diese den Lastspannungen überlagert werden und damit direkt in das Modell eingehen. Es hat sich allerdings herausgestellt, dass die festigkeitssteigernde Wirkung von Druckeigenspannungen im Fall der Wälzbeanspruchung durch eine reine Überlagerung mit den Lastspannungen nicht vollständig abgebildet wird. Während diese Vorgehensweise bei Beanspruchungen im Zugspannungsbereich zufriedenstellende Ergebnisse liefert, ist die Wirkung bei der bereits durch hohe Druckspannungen charakterisierten Wälzbeanspruchung deutlich geringer. Offensichtlich äußert sich der festigkeitssteigernde Effekt der Druckeigenspannungen eher durch eine Behinderung des Rissfortschritts der Oberflächenrisse, was allerdings im vorliegenden Konzept nicht simulativ, sondern versuchsseitig berücksichtigt wird.

Insgesamt ist die entwickelte Methodik vor allem für die simulative Bewertung beanspruchungsseitiger Einflussgrößen geeignet. Dazu zählen veränderte Zahnflankengeometrien, unterschiedliche Oberflächenqualitäten, oder der Einsatz von Schmierstoffen unterschiedlicher Viskosität. Beanspruchbarkeitsseitige Einflüsse müssen dagegen durch einen entsprechenden Wöhlerversuch und die daraus abgeleitete lokale Pitting-Wöhlerlinie abgedeckt werden.

Damit ist das Konzept aber geeignet den Einfluss der im Zahnradkontakt vorhandenen Biegebeanspruchung sowie den Einfluss sogenannter von der Rauheit verursachter Mikrozyklen auf die Pittinglebensdauer zu bewerten. Hierfür wurden mit dem entwickelten Modell Vergleichsrechnungen mit und ohne Berücksichtigung der jeweiligen Effekte durchgeführt. Dabei konnte gezeigt werden, dass innerhalb des Modells bei beiden Einflüssen keine signifikante Bedeutung für die Pittinglebensdauer festgestellt werden konnte und diese daher bei der Berechnung vernachlässigt werden können.

Für eine mögliche Weiterentwicklung des Konzepts kommen mehrere Aspekte in Frage. Ein vielversprechender Punkt ist die Berücksichtigung eines statistischen Größeneinflusses, wodurch die Übertragbarkeit der an Prüfverzahnungen bestimmten lokalen Pitting-Wöhlerlinie auf kleinere und größere Verzahnungen

verbessert werden kann. Diese Übertragbarkeit konnte in der vorliegenden Arbeit nicht experimentell validiert werden, da die für die Stichversuche verwendeten Verzahnungen geometrisch genau den Prüfverzahnungen entsprachen.

Ein weiterer Punkt betrifft das noch wenig untersuchte Festigkeitsverhalten von Werkstoffen bei hoher Druckbeanspruchung. Hier wäre eine systematische Untersuchung von typischen Zahnradwerkstoffen hinsichtlich der ertragbaren Schubwechselfestigkeit bei überlagerten hohen Drucknormalspannungen empfehlenswert. Neben dem Werkstoffeinfluss sollte dabei auch der Einfluss der durch die Wärmebehandlung eingestellten Mikrostruktur untersucht und variiert werden.

Darüber hinaus wäre die Erweiterung des Konzepts um eine Berücksichtigung der Anrisswahrscheinlichkeit an der Zahnflankenoberfläche eine zusätzliche sinnvolle Weiterentwicklung. Hierdurch könnte der Einfluss verschiedener Oberflächenstrukturen und Schmierstoffe noch präziser bewertet werden. Die hierfür notwendigen Informationen sind in den Ergebnissen der aktuellen EHD-Simulationen bereits vorhanden. Es fehlt lediglich ein entsprechendes Auswertekriterium.

Eine weitere Verbesserung wäre die Verwendung eines 3D-EHD-Modells zur Berechnung der lokalen Beanspruchung. Dazu wäre keine Änderung der in dieser Arbeit verwendeten Methodik notwendig. Nur die entsprechenden Schnittstellen sowie die EHD-Simulation müssten angepasst werden. Allerdings würde dabei sowohl der Berechnungs- als auch der Vermessungsaufwand stark ansteigen. Bei den derzeit verfügbaren Rechenleistungen steht dies noch im Widerspruch zu einer einfachen und praxistauglichen Anwendung und sollte daher eher als langfristige Maßnahme verstanden werden.

A Anhang

A.1 Validierung des Modells zur Berechnung der Sekundärbeanspruchung

Um die in Abschnitt 5.2 beschriebene Methode zur vereinfachten Berechnung der Biegebeanspruchung zu validieren, wurde eine Nachrechnung der durch die Biegung hervorgerufenen Spannungen mithilfe der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Dabei wurden zwei Kontaktpositionen am Beginn sowie am Ende des Einzeleingriffs untersucht und die resultierenden Spannungen innerhalb der Zahnflanke an verschiedenen Stellen ausgewertet. Die FE-Berechnung wurde mithilfe des Programms *Abaqus* durchgeführt. Als Eingangsdaten wurde ein 3D Modell eines Ritzelzahnes der in dieser Arbeit untersuchten Prüfverzahnung verwendet sowie die mit dem Programm *Masta* bei 350 Nm Eingangsdrehmoment ermittelte kritische Linienlastverteilung entlang der Zahnflanke (vgl. Abbildung 8.5). Im FE-Modell wurde die Last dann als konstant entlang der Zahnbreite verlaufende elliptische Druckverteilung vorgegeben. So konnte trotz des 3D-Modells eine Art 2D-Berechnung angenähert werden. Die Druckverteilung wurde dabei mit den analytischen Gleichungen der Hertz'schen Theorie berechnet. Die FE-Berechnung erfolgte statisch, d.h. ohne Berücksichtigung des Abwälzvorganges sowie ohne Berücksichtigung der Reibung. Abbildung A.1 zeigt die untersuchten Kontaktpositionen sowie die Stellen, an welchen die Auswertung der aus dem Kontakt resultierenden Spannung erfolgte. In Tabelle A.1 sind die entsprechenden Zahnflankendurchmesser dokumentiert.

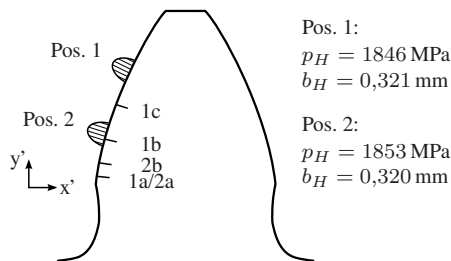


Abbildung A.1: Positionen des Kontakts sowie der ausgewerteten Spannungen der FE-Simulation

Tabelle A.1: Zahnflankendurchmesser des jeweiligen Kontaktpunktes sowie der Auswertepositionen

Bezeichnung	Lage Kontakt	Auswerteposition	Flankendurchmesser
Position 1	92,12 mm	1a	82,31 mm
		1b	85,88 mm
		1c	88,00 mm
Position 2	86,12 mm	2a	82,31 mm
		2b	83,51 mm

Da in der FE-Simulation keine isolierte Berechnung der Biegespannungen erfolgen kann, enthalten die resultierenden Spannungsverläufe Anteile aus der Hertz'schen Pressung, der Biegung sowie des Querkraftschubes. Die jeweils ausgewerteten Stellen an der Zahnflanke wurden zwar in einiger Entfernung zum Kontaktmittelpunkt gewählt, ein gewisser Einfluss der Kontaktspannungen lässt sich aber nicht vermeiden. Um das vereinfachte Modell zur Berechnung der sekundären Biegebeanspruchung mit den FE-Simulationen vergleichen zu können, müssen den ermittelten Biegespannungen daher noch die Kontaktspannungsanteile aus der Hertz'schen Pressung überlagert werden. Hierfür wurden die unterhalb der Zahnflanke resultierenden Kontaktspannungen analytisch mithilfe von Gleichung 4.49 aus [71] berechnet und nach Transformation in das Koordinatensystem x' - y' den analytisch berechneten Biegespannungen überlagert. In Abbildung A.2 und Abbildung A.3 sind schließlich die mit der analytischen Methode und der FE-Simulation berechneten Spannungen in x' - und y' -Richtung gegenübergestellt.

Insgesamt ergibt sich im für Pitting relevanten oberflächennahen Tiefenbereich eine gute Übereinstimmung der analytisch berechneten Spannungsverläufe mit den Ergebnissen aus der FE-Simulation. In größeren Tiefen macht sich zunehmend der Einfluss des Querkraftschubes bemerkbar, welcher nur in der FE-Simulation berücksichtigt ist. An der Stelle 1a zeigt das vereinfachte analytische Modell gegenüber den Ergebnissen der FE-Simulation etwas erhöhte Spannungen. Dennoch lässt sich aus den Ergebnissen festhalten, dass das entwickelte Modell geeignet ist

die Biegebeanspruchung bei geradverzahnten Zahnrädern hinreichend genau zu modellieren.

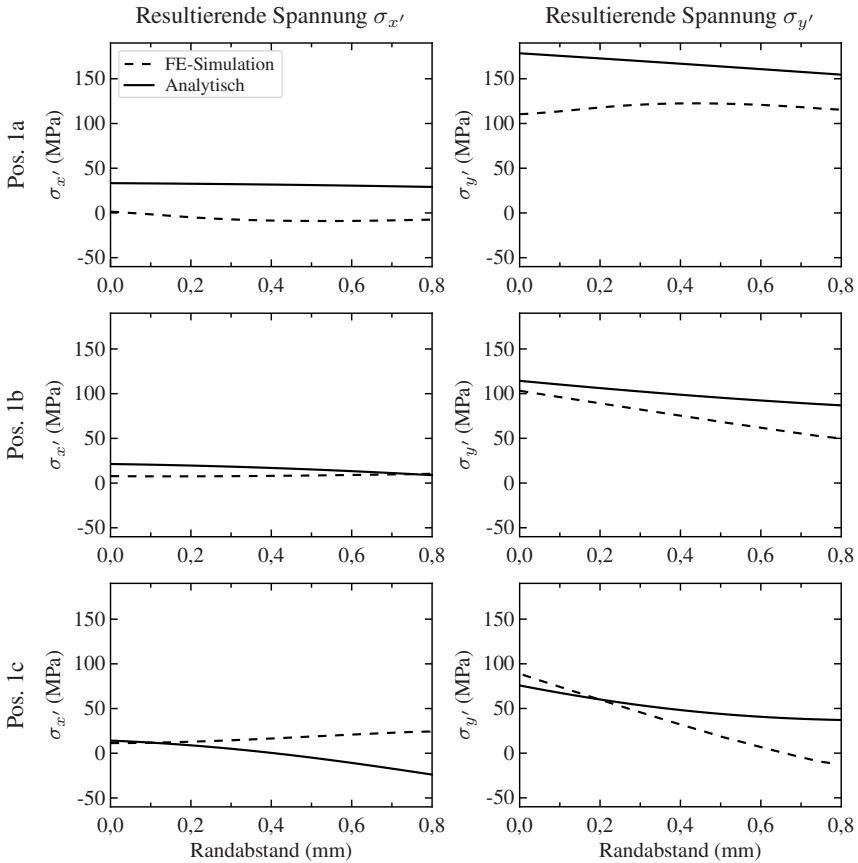


Abbildung A.2: Vergleich der analytischen Methode mit der FE-Simulation im Bereich des oberen Einzeleingriffspunktes in Position 1

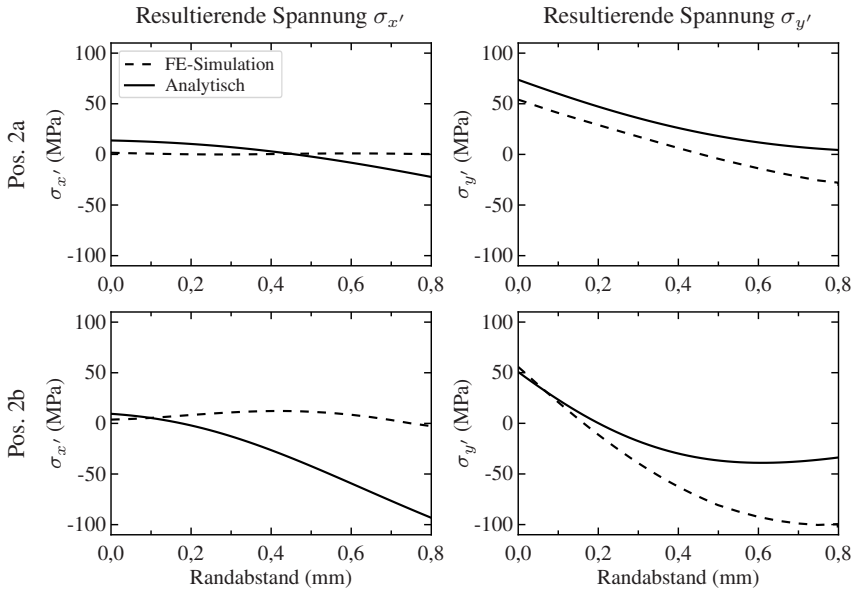


Abbildung A.3: Vergleich der analytischen Methode mit der FE-Simulation im Bereich des unteren Einzeleingriffspunktes in Position 2

A.2 Schubspannungskomponente der Eigenspannungen

Da die Eigenspannungsmessungen in drei um 45° zueinander verschobene Messrichtungen durchgeführt wurden, kann auch eine Schubspannungskomponente der Eigenspannungen bestimmt werden. Diese ist in Abbildung A.4 für die verschiedenen untersuchten Zahnradzustände abgebildet. Da das Vorzeichen bei Schubspannungen für die Festigkeitsbewertung keine Bedeutung besitzt, bleibt unklar wie die Schubeigenspannungen in der Berechnung berücksichtigt werden können. Aus diesem Grund werden die Schubeigenspannungen in dieser Arbeit vernachlässigt.

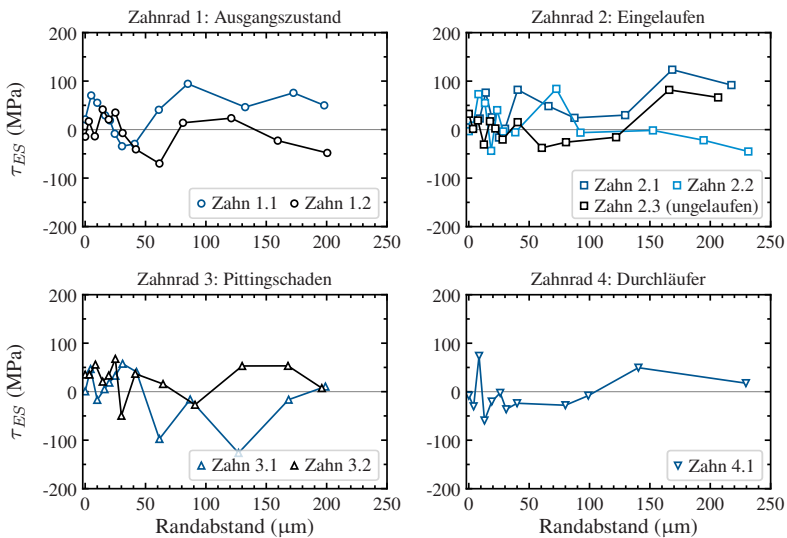


Abbildung A.4: Schubspannungskomponente der Eigenspannungen gemessen an vier Prüfrädern in unterschiedlichen Zuständen

A.3 Weitere exemplarische Simulationsergebnisse

Variante „Ritzel poliert“

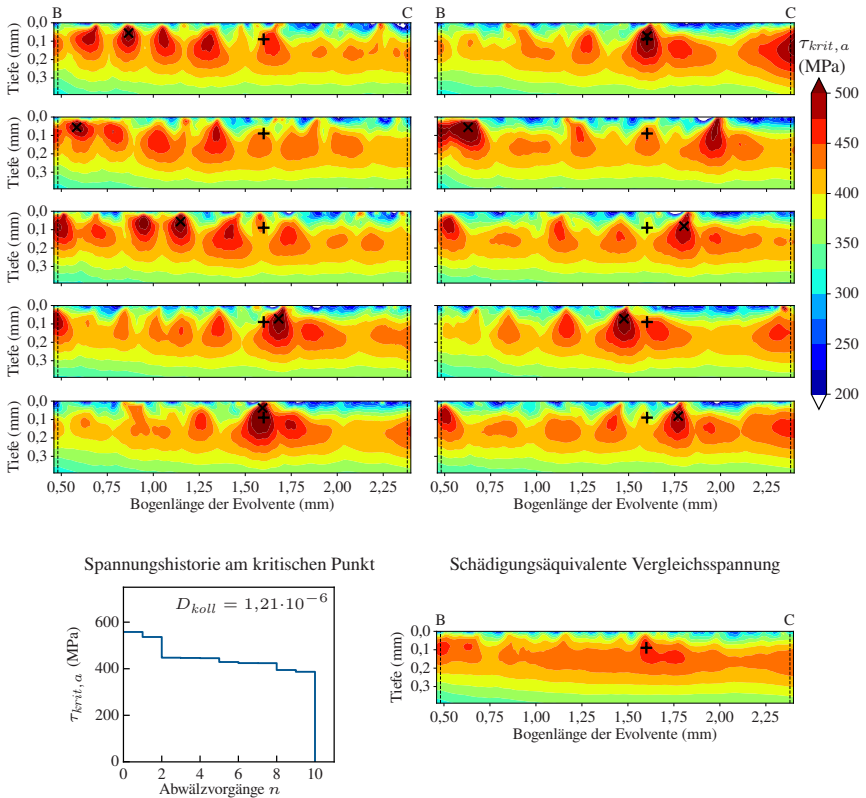


Abbildung A.5: Simulationsergebnisse Stichversuch „Ritzel poliert“ mit kritischer Ebene Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

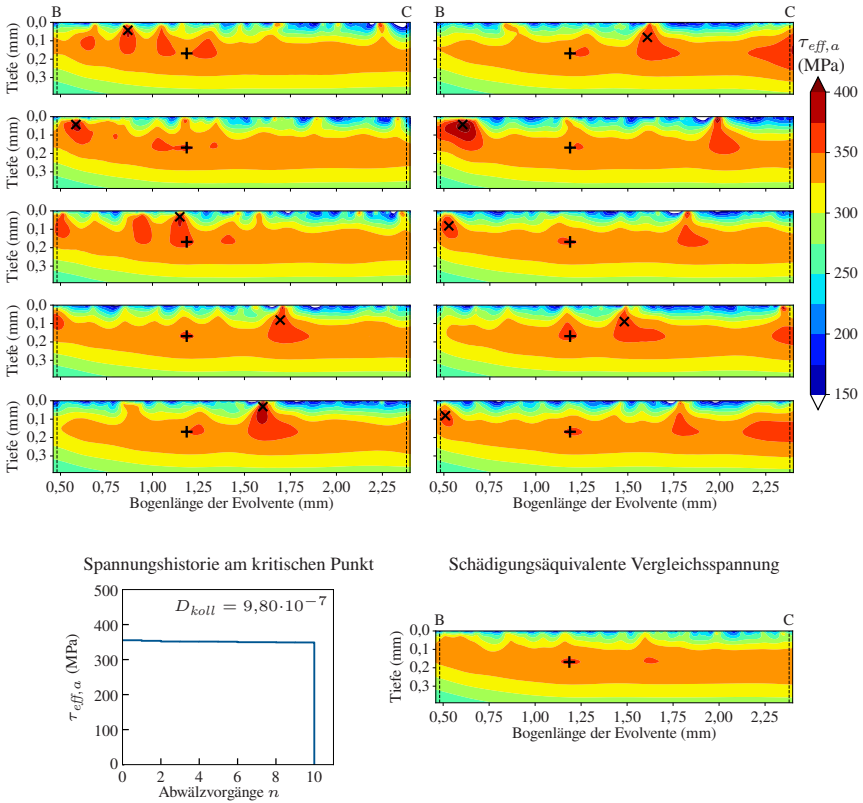


Abbildung A.6: Simulationsergebnisse Stichversuch „Ritzel poliert“ mit integraler Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

Variante „Wälzgeschliffen“

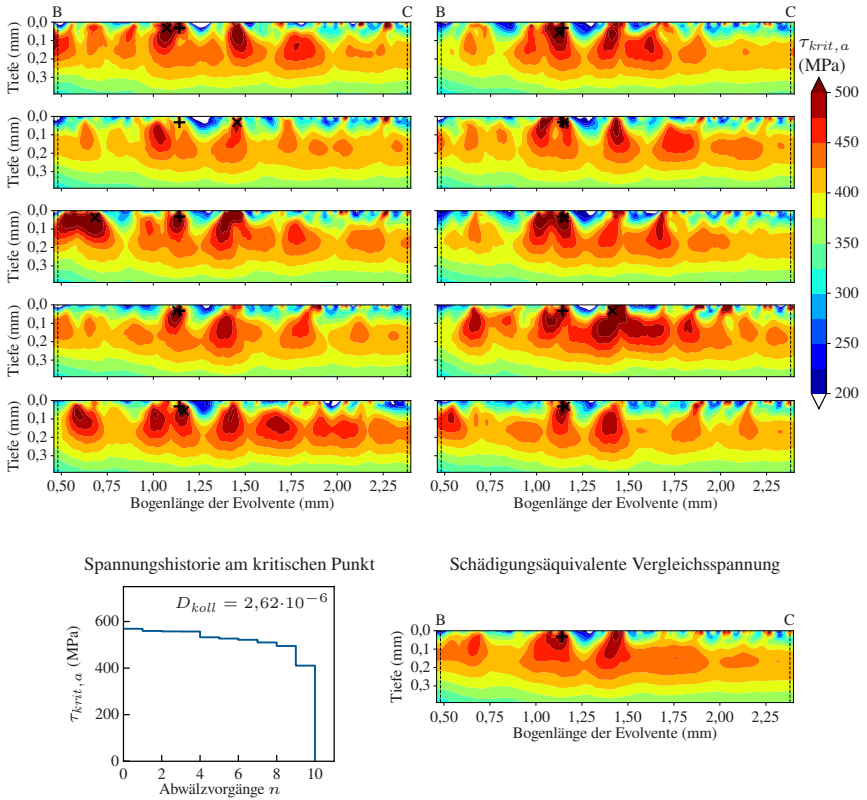


Abbildung A.7: Simulationsergebnisse Stichversuch „Wälzgeschliffen“ mit kritische Ebene Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

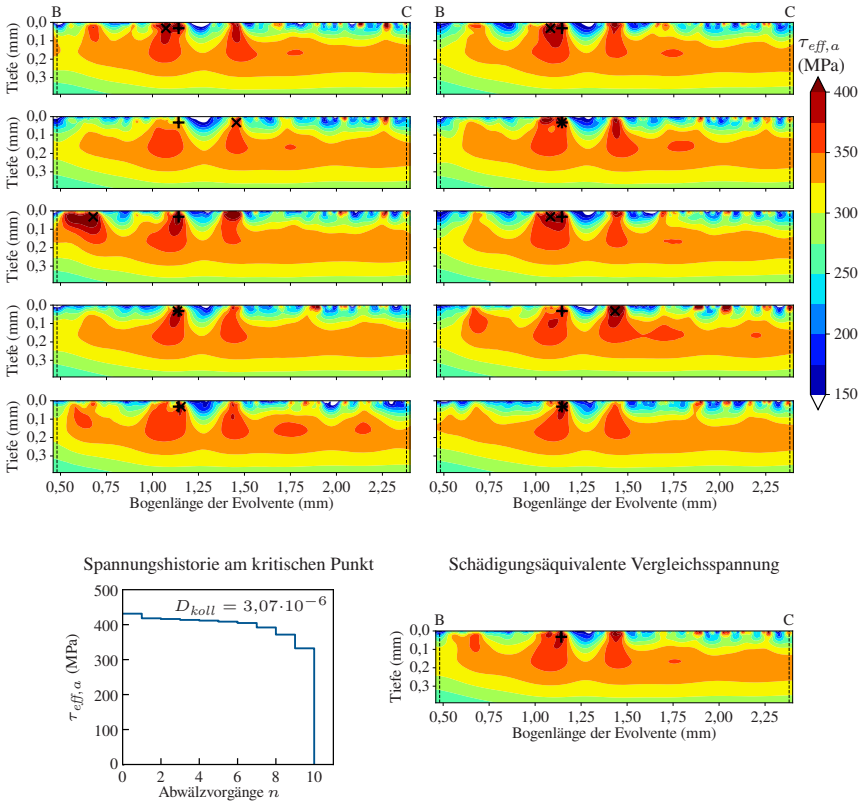


Abbildung A.8: Simulationsergebnisse Stichversuch „Wälzgeschliffen“ mit integraler Vergleichsspannung. Bereich B-C der Eingriffsstrecke des Ritzels. Die „x“ Markierungen entsprechen dem Ort der maximalen Vergleichsspannung, die „+“ Markierungen dem Ort der größten Gesamtschädigung.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Eingriffsstrecke einer Geradverzahnung mit Kraftverlauf	4
2.2	Geschwindigkeitsverhältnisse im Zahnradkontakt	5
2.3	Richtungsverhältnisse von Gleitbewegung und Reibung am treibenden und getriebenen Zahnrad	6
2.4	Übersicht wichtiger Schädigungsvarianten an Zahnflanken	7
2.5	Rauheitsprofil einer Zahnflanke im Ausgangszustand und nach dem Einlauf	8
2.6	Vergrößerte Darstellung von Mikropitting im Rasterelektronenmikroskop	10
2.7	Beispiele für Erscheinungsformen von Pitting am treibenden Zahnrad	11
2.8	Typische Pittingform im Querschliff	12
2.9	Imminenter Materialausbruch und resultierendes Pitting	15
2.10	Überrollung von Oberflächenanrissen bei positivem und negativem Schlupf	16
2.11	Ersatzmodell Hertz'sche Pressung im Zahnradkontakt	18
2.12	Ablauf Betriebsfestigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie	22
3.1	Reibungsfrei beanspruchte Zahnflanke des treibenden Zahnrads . . .	34
3.2	Einfluss der Reibung auf die Beanspruchung des treibenden Zahnrads	36
3.3	Analytisch berechnete Spannungsverläufe unterhalb der Oberfläche bei negativem und positivem Gleiten	39
3.4	Verformung eines Elements bei reiner Überrollung sowie bei überlagertem negativen bzw. positiven Gleiten	40
3.5	Einfluss der Überrollrichtung auf die K_{II} Spannungsintensität während eines Lastzyklus	42
3.6	Verformung der Zahnflanke in Abhängigkeit der Rissorientierung . .	43

3.7	Schematische Darstellung der Beanspruchung von Rauheitsspitzen bei überlagerter Gleitbewegung	44
4.1	Prozesskette der gefertigten Prüfverzahnungen	49
4.2	Seitenansicht der Prüfverzahnung mit verbreitertem Zahnfußbereich .	50
4.3	Zahnradsegment aus Prüfverzahnung mit eingezeichneter Schlifflage .	52
4.4	Gefügebilder der wärmebehandelten Zahnflanke	53
4.5	Messstelle des Härtetiefenverlaufs auf der Zahnflanke	55
4.6	Lage des Messpunktes der Eigenspannungsmessungen auf der Zahnflanke	56
4.7	Ausrichtungskonzept Eigenspannungsmessung	57
4.8	Taktile Messung der Zahnflankenrauheit	58
5.1	Aufbau des Zahnrad EHD-Modells	65
5.2	Rechengitter zur Berechnung der Spannungen aus EHD-Kontaktanalyse	69
5.3	Sekundärbeanspruchung der Zahnflanke	70
5.4	Approximation der Zahngeometrie durch einen Keil	71
5.5	Vereinfachtes Modell zur Berechnung der Biegebeanspruchung	73
5.6	Umrechnung der Biegespannungen in das Koordinatensystem der EHD-Simulation	74
5.7	Einheitskugel zur Darstellung von beliebig orientierten Schnittebenen	78
5.8	Haigh-Diagramm für Schubspannungen nach FKM-Richtlinie	84
5.9	Einfluss der konstanten Normalmittelspannung auf die ertragbare Schubspannungsamplitude	86
5.10	Projektion des Schubspannungsvektors in der Schnittebene $\tau_{\gamma\phi}$ auf den Einheitsvektor \mathbf{q}	88
5.11	Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Zyklenzählung bei mehrachsiger Beanspruchung	90
6.1	Konzept der lokalen Pitting-Wöhlerlinie im Vergleich zur Vorgehensweise nach FKM-Richtlinie	102
6.2	Vorgehensweise zur Ermittlung eines Punktes der lokalen Pitting-Wöhlerlinie	104
6.3	Ermittlung der lokalen Pitting-Wöhlerlinie unter Berücksichtigung der verfügbaren Daten	105

7.1	Aufbau des entwickelten örtlichen Auslegungskonzepts	110
8.1	Härtetiefenverlauf der einsetzgehärteten Prüfverzahnung	114
8.2	Eigenspannungstiefenverläufe gemessen an vier Prüfrädern in unterschiedlichen Zuständen	116
8.3	Beispiele für gemessene Oberflächenprofile der Zahnflanken im Wöhlerversuch (20MnCrS5)	118
8.4	Ergebnisse des Wöhlerversuchs an Prüfrädern aus 20MnCrS5 im einsetzgehärteten Zustand	119
8.5	Modell der Prüfverzahnung und Linienlast aus Kontaktanalyse	121
8.6	Simulationsergebnisse einzelner Abwälzvorgänge und resultierende äquivalente Vergleichsspannung	123
8.7	Lastkollektive der Vergleichsspannung	124
8.8	Ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie (20MnCrS5)	126
8.9	Versuchsergebnisse des Stichversuchs bei 350 Nm Eingangsdrehmoment	127
8.10	Beispiele für gemessene Oberflächenprofile der Zahnflanken im Stichversuch	129
8.11	Simulationsergebnisse Stichversuch „Rad poliert“ mit kritische Ebene Vergleichsspannung	130
8.12	Simulationsergebnisse Stichversuch „Rad poliert“ mit integraler Vergleichsspannung	131
8.13	Vergleich von Versuch und Simulation der verschiedenen Varianten des Stichversuchs	133
8.14	Einfluss der Anzahl berücksichtigter Abwälzvorgänge auf die ermittelte Lebensdauer	137
8.15	Einfluss der Anzahl berücksichtigter Ritzelzahnflanken auf die ermittelte lokale Pitting-Wöhlerlinie	139
8.16	Betrachtete Härtetiefenverläufe unterschiedlicher Einsatzhärtetiefe	140
8.17	Einfluss der Härtetiefenverläufe auf die berechnete Schädigung	141
8.18	Lokale Haigh-Diagramme der Schubspannung der betrachteten Härtetiefenverläufe	142
8.19	Eigenspannungstiefenverläufe der untersuchten Varianten	144
8.20	Einfluss des Eigenspannungstiefenverlaufs auf die berechnete Schädigung	144

8.21	Berechnete Lebensdauer in Abhängigkeit des Eigenspannungstiefenverlaufs	146
8.22	Einfluss des Schmierstoffes auf die resultierende Vergleichsspannung	147
8.23	Einfluss des Schmierstoffes auf die berechnete Schädigung	148
8.24	Berechnete Lebensdauer in Abhängigkeit des Schmierstoffes	149
8.25	Von-Mises Vergleichsspannung des EHD-Kontakts während eines Abwälzvorgangs	151
8.26	Durchschnittliche Anzahl an Lastzyklen pro Abwälzvorgang der betrachten Ritzelzahnflanke	152
8.27	Lastkollektiv nach zehn Abwälzvorgängen des Ritzelzahnes unter Berücksichtigung der Mikrozyklen	153
8.28	Vergleich der Von-Mises Vergleichsspannung während eines Abwälzvorgangs mit und ohne Biegespannung	155
8.29	Einfluss der Biegung auf die berechnete Schädigung am Einzeleingriffspunkt B	156
8.30	Einfluss der Biegung auf die berechnete Schädigung am Eingriffsbeginn	157
A.1	Positionen des Kontakts sowie der ausgewerteten Spannungen der FE-Simulation	176
A.2	Vergleich der analytischen Methode mit der FE-Simulation in Position 1	178
A.3	Vergleich der analytischen Methode mit der FE-Simulation in Position 2	179
A.4	Schubspannungskomponente der Eigenspannungen gemessen an vier Prüfrädern in unterschiedlichen Zuständen	180
A.5	Simulationsergebnisse Stichversuch „Ritzel poliert“ mit kritische Ebene Vergleichsspannung	181
A.6	Simulationsergebnisse Stichversuch „Ritzel poliert“ mit integraler Vergleichsspannung	182
A.7	Simulationsergebnisse Stichversuch „Wälzgeschliffen“ mit kritische Ebene Vergleichsspannung	183
A.8	Simulationsergebnisse Stichversuch „Wälzgeschliffen“ mit integraler Vergleichsspannung	184

Tabellenverzeichnis

2.1	Zusammenfassung der betrachteten lokalen Modellierungsansätze . . .	31
4.1	Chemische Zusammensetzung des eingesetzten Werkstoffs 20MnCrS5	50
4.2	Wichtige Geometriedaten der Prüfverzahnung	51
4.3	Zielvorgaben der Wärmebehandlung und Ist-Werte	52
4.4	Varianten der Hartfeinbearbeitung und durchschnittlich erzielte Rauheit	54
4.5	Messparameter Röntgendiffraktometer	57
4.6	Auswerteparameter Eigenspannungsmessung	58
4.7	Versuchsbedingungen zur Ermittlung der Pittingtragfähigkeit	60
4.8	Versuchspunkte für den Wöhlerversuch	60
4.9	Versuchspunkte für den Stichversuch	61
5.1	Beschreibung des Abwälzvorgangs im EHD-Ersatzmodell	67
8.1	Parameter der im Laufversuch ermittelten 50% Wöhlerlinie für den Werkstoff 20MnCrS5	120
8.2	Parameter der lokalen Wöhlerlinie für den Werkstoff 20MnCrS5 . . .	126
8.3	Versuchsergebnisse des Stichversuchs	128
8.4	Simulationsergebnisse des Stichversuchs	132
8.5	Relevante Parameter der simulierten Schmierstoffe	147
8.6	Einfluss des Schmierstoffes auf die berechnete maximale Vergleichsspannung	150
A.1	Zahnflankendurchmesser des jeweiligen Kontaktpunktes sowie der Auswertepositionen	177

Literaturverzeichnis

- [1] Götz, J. und Stahl, K. „On the future of gears in electrified drive trains“. In: *International Journal of Powertrains* 8 (2019), S. 327–342.
- [2] *ISO 6336: Calculation of load capacity of spur and helical gears*. 2006.
- [3] Linke, H. *Stirnradverzahnung*. München: Hanser, 2010.
- [4] Niemann, G. und Winter, H. *Maschinenelemente, Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe - Grundlagen, Stirnradgetriebe*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [5] Klocke, F. und C., Brecher. *Zahnrad- und Getriebetechnik*. München: Hanser, 2016.
- [6] Sommer, K., Heinz, R. und Schöfer, J. *Verschleiß metallischer Werkstoffe*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [7] Käser, W. „Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern, Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flankentragfähigkeit“. Dissertation. TU München, 1977.
- [8] *DIN 3979: Zahnschäden an Zahnradgetrieben; Bezeichnung, Merkmale, Ursachen*. 1979.
- [9] *ISO 10825: Gears - Wear and damage to gear teeth - Terminology*. 1995.
- [10] Höhn, B.-R. und Michaelis, K. „Influence of oil temperature on gear failures“. In: *Tribology International* 37 (2004), S. 103–109.
- [11] Witzig, J. „Flankenbruch - Eine Grenze der Zahnradtragfähigkeit in der Werkstofftiefe“. Dissertation. TU München, 2012.

- [12] Leng, J. *Forschungsthema Nr. T527: Einlaufschichten bei Zahnradgetrieben*. Literaturrecherche und Industriebefragung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1994.
- [13] Santus, C., Beghini, M., Bartilotta, I. und Facchini, M. „Surface and subsurface rolling contact fatigue characteristic depths and proposal of stress indexes“. In: *International Journal of Fatigue* 45 (2012), S. 71–81.
- [14] Löpenhaus, C. „Untersuchung und Berechnung der Wälzfestigkeit im Scheiben- und Zahnflankenkontakt“. Dissertation. RWTH Aachen, 2015.
- [15] Alfredsson, B. „A study on contact fatigue mechanisms“. Dissertation. KTH, 2000.
- [16] Hergesell, M. *Forschungsvorhaben Nr. 459: Grauflecken - Grübchen*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2008.
- [17] Felbermaier, M. *Forschungsvorhaben Nr. 459 II: Grauflecken - Grübchen II*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2014.
- [18] Ding, Y. und Rieger, N. F. „Spalling formation mechanism for gears“. In: *Wear* 254 (2003), S. 1307–1317.
- [19] Brecher, C., Löpenhaus, C., Goergen, F. und Mevissen, D. „Erweiterte Schadensanalyse von Grübchenausbrüchen an einsatzgehärteten Zahnradern“. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 81 (2017), S. 221–232.
- [20] Tobie, T. *Forschungsvorhaben Nr. 271: Härtetiefe - Großzahnräder*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2001.
- [21] Bruckmeier, S. „Flankenbruch bei Stirnradgetrieben“. Dissertation. TU München, 2006.
- [22] Weber, R. „Auslegungskonzept gegen Volumenversagen bei einsatzgehärteten Stirnrädern“. Dissertation. Universität Kassel, 2015.

- [23] Kloos, K. H. und Broszeit, E. „Grundsätzliche Betrachtungen zur Oberflächenermüdung“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 7 (1976), S. 85–96.
- [24] Knauer, G. „Ermüdungsmechanismen und ihre Auswirkungen auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder“. In: *HTM. Härterietechnische Mitteilungen* 47 (1992), S. 302–310.
- [25] Knauer, G. „Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder: Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur“. Dissertation. TU München, 1988.
- [26] Schaller, K. V. *Forschungsvorhaben Nr. 125 II: Zahnrad - Lebensdauerprüfung*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1991.
- [27] Ding, Y., Jones, R. und Kuhnell, B. T. „Elastic-plastic finite element analysis of spall formation in gears“. In: *Wear* 197 (1996), S. 197–205.
- [28] Ding, Y. und Gear, J. A. „Spalling depth prediction model“. In: *Wear* 267 (2009), S. 1181–1190.
- [29] Joachim, F. J. *Forschungsthema Nr. T213: Randschichtermüdung*. Literaturrecherche und -auswertung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1985.
- [30] Leibensperger, R. L. und Brittain, T. M. „Shear stresses below asperities in Hertzian contact as measured by photoelasticity“. In: *Journal of Lubrication Technology* 95 (1973), S. 277–283.
- [31] Tallian, T. E. *Failure Atlas for Hertz Contact Machine Elements. 2nd Edition*. New York: ASME Press, 1999.
- [32] Oila, A., Shaw, B. A., Aylott, C. J. und Bull, S. J. „Martensite decay in micropitted gears“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 219 (2005), S. 77–83.
- [33] Olver, A. V. „The Mechanism of Rolling Contact Fatigue: An Update“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 219 (2005), S. 313–330.

- [34] Gohritz, A. „Ermittlung der Zahnflankentragfähigkeit mittlerer und großer Getriebe durch Analogieversuche“. Dissertation. RWTH Aachen, 1982.
- [35] Neupert, B. „Beanspruchungen von Wälzelementen in oberflächennahen Randschichten“. In: *VDI-Z* 125 (1983), S. 979–988.
- [36] Bower, A. F. „The influence of crack face friction and trapped fluid on surface initiated rolling contact fatigue cracks“. In: *Journal of Tribology* 110 (1988), S. 704–711.
- [37] Way, S. „Pitting due to rolling contact“. In: *J. Appl. Mech.* 2 (1935), A49–A58.
- [38] Rycerz, P., Olver, A. und Kadiric, A. „Propagation of surface initiated rolling contact fatigue cracks in bearing steel“. In: *International Journal of Fatigue* 97 (2017), S. 29–38.
- [39] Kaneta, M., Yatsuzuka, H. und Murakami, Y. „Mechanism of crack growth in lubricated rolling/sliding contact“. In: *ASLE transactions* 28 (1985), S. 407–414.
- [40] Kaneta, M. und Murakami, Y. „Effects of oil hydraulic pressure on surface crack growth in rolling/sliding contact“. In: *Tribology International* 20 (1987), S. 210–217.
- [41] Murakami, Y., Sakae, C. und Ichimaru, K. „Three-dimensional fracture mechanics analysis of pit formation mechanism under lubricated rolling-sliding contact loading“. In: *Tribology transactions* 37 (1994), S. 445–454.
- [42] Murakami, Y., Sakae, C., Ichimaru, K. und Morita, T. „Experimental and fracture mechanics study of the pit formation mechanism under repeated lubricated rolling-sliding contact. Effects of reversal of rotation and change of the driving roller“. In: *Journal of Tribology* 119 (1997), S. 788–796.
- [43] Oila, A. und Bull, S. J. „Assessment of the factors influencing micropitting in rolling/sliding contacts“. In: *Wear* 258 (2005), S. 1510–1524.
- [44] Ilg, U. „Strukturelle Änderungen in unterschiedlich wärmebehandelten Wälzkörpern aus 100Cr6 und 20MnCr5 bei Wälz- sowie Wälz-Gleitbeanspruchung“. Dissertation. Universität Karlsruhe, 1980.

-
- [45] Schönnenbeck, G. *Forschungsvorhaben Nr. 54 II: Graufleckigkeit*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1983.
- [46] Schulze, V. *Modern Mechanical Surface Treatment : States, Stability, Effects*. Weinheim: Wiley-VCH, 2006.
- [47] Radaj, D. und Vormwald, M. *Ermüdungsfestigkeit*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
- [48] Haibach, E. *Betriebsfestigkeit*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [49] Winderlich, B. „Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit und seine Anwendung auf martensitische Randschichten, insbesondere Laserhärtungsschichten“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 21 (1990), S. 378–389.
- [50] Velten, E. „Entwicklung eines Schwingfestigkeitskonzeptes zur Berechnung der Dauerfestigkeit thermochemisch randverfestigter bauteilähnlicher Proben“. Dissertation. TU Darmstadt, 1984.
- [51] Lang, O. R. und Kernen, i. R. „Dimensionierung komplizierter Bauteile aus Stahl im Bereich der Zeit- und Dauerfestigkeit“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 10 (1979), S. 24–29.
- [52] Lang, O. R. „Berechnung und Auslegung induktiv randschichtgehärteter Bauteile“. In: *Induktives Randschichthärtten, AWT Tagung*. Darmstadt, 1988, S. 332–348.
- [53] Forschungskuratorium Maschinenbau. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, 7. Ausgabe*. Frankfurt: VDMA Verlag, 2020.
- [54] Schwienbacher, S. „Einfluss von Schleifbrand auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder“. Dissertation. TU München, 2008.
- [55] König, J. *Forschungsvorhaben Nr. 521 II: Optimierung Flankentragfähigkeit II*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2017.

- [56] Chiu, Y. P., Tallian, T. E. und McCool, J. I. „An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact: I. The subsurface model“. In: *Wear* 17 (1971), S. 433–446.
- [57] Tallian, T. E. und McCool, J. I. „An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact: II. The surface model“. In: *Wear* 17 (1971), S. 447–461.
- [58] Tallian, T. E. „An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact: III. Engineering discussion and illustrative examples“. In: *Wear* 17 (1971), S. 463–480.
- [59] Blake, J. W. und Cheng, H. S. „A Surface Pitting Life Model for Spur Gears: Part I - Life prediction“. In: *Journal of Tribology* 113 (1991), S. 712–718.
- [60] Blake, J. W. und Cheng, H. S. „A Surface Pitting Life Model for Spur Gears: Part II - Failure Probability Prediction“. In: *Journal of Tribology* 113 (1991), S. 719–724.
- [61] Blake, J. W. und Draper, C. F. „Further Development of a Predictive Pitting Model for Gears: Improvements in the Life Prediction Analysis“. In: *Tribology Transactions* 37 (1994), S. 237–244.
- [62] Hertter, T. „Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einatzgehärteter Stirnräder“. Dissertation. TU München, 2003.
- [63] Höhn, B.-R., Oster, P. und Hertter, T. „Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit von vergüteten und einatzgehärteten Stirnrädern“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 36 (2005), S. 411–422.
- [64] Li, S. und Kahraman, A. „A transient mixed elastohydrodynamic lubrication model for spur gear pairs“. In: *Journal of Tribology* 132 (2010).
- [65] Li, S. und Kahraman, A. „A fatigue model for contacts under mixed elastohydrodynamic lubrication condition“. In: *International Journal of Fatigue* 33 (2011), S. 427–436.

- [66] Li, S., Kahraman, A. und Klein, M. „A Fatigue Model for Spur Gear Contacts Operating Under Mixed Elastohydrodynamic Lubrication Conditions“. In: *Journal of Mechanical Design* 134 (2012).
- [67] Li, S. und Kahraman, A. „A micro-pitting model for spur gear contacts“. In: *International Journal of Fatigue* 59 (2014), S. 224–233.
- [68] Kahraman, A. *Keynote Präsentation: Challenges in Modeling Multi-scale Physics in Gear Contact Problems, International Conference on Gears, München*. 2019.
- [69] Morales-Espejel, G. E. und Gabbelli, A. „A model for gear life with surface and subsurface survival: Tribological effects“. In: *Wear* 404 (2018), S. 133–142.
- [70] Duda, M. „Der geometrische Verlustbeiwert und die Verlustunsymmetrie bei geradzahnten Evolventen-Stirnradgetrieben“. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 37 (1971), S. 59–64.
- [71] Johnson, K. L. *Contact mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [72] Ancellotti, S., Fontanari, V., Dallago, M. und Benedetti, M. „A novel experimental procedure to reproduce the load history at the crack tip produced by lubricated rolling sliding contact fatigue“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 192 (2018), S. 129–147.
- [73] Ringsberg, J. W. und Bergkvist, A. „On propagation of short rolling contact fatigue cracks“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 26 (2003), S. 969–983.
- [74] Pu, W., Zhu, D., Wang, J. und Wang, Q. J. „Rolling–sliding contact fatigue of surfaces with sinusoidal roughness“. In: *International Journal of Fatigue* 90 (2016), S. 57–68.
- [75] Zhou, Y., Zhu, C. und Liu, H. „A micropitting study considering rough sliding and mild wear“. In: *Coatings* 9 (2019).
- [76] Rycerz, P. und Kadiric, A. „The influence of slide–roll ratio on the extent of micropitting damage in rolling–sliding contacts pertinent to gear applications“. In: *Tribology Letters* 67 (2019).

- [77] *DIN EN 10084: Einsatzstähle - Technische Lieferbedingungen*. 2008.
- [78] Elstorpff, M.-G. *Forschungsvorhaben Nr. 149: Zahnflankenüberlastbarkeit*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1994.
- [79] Koller, P. *Forschungsvorhaben Nr. 521 I: Optimierung Flankentragfähigkeit*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2010.
- [80] *DIN ISO 1328-1: Zylinderräder - ISO-Toleranzsystem - Teil 1: Definitionen und zulässige Werte für Abweichungen an Zahnflanken*. 2018.
- [81] Eigenmann, B. und Macherauch, E. „Röntgenographische Untersuchung von Spannungszuständen in Werkstoffen Teil I“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 26 (1995), S. 148–160.
- [82] Steck, M. „Charakterisierung des Eigenspannungszustandes bei einsatzgehärteten Zahnrädern“. Masterarbeit. Hochschule Hof, 2021.
- [83] *DIN ISO 14635-1: Zahnräder - FZG Prüfverfahren - Teil 1: FZG-Prüfverfahren A/8,3/90 zur Bestimmung der relativen Fresstragfähigkeit von Schmierölen*. 2006.
- [84] Tobie, T. und Matt, P. *Forschungsvorhaben Nr. 563 I: Empfehlungen zur Vereinheitlichung von Tragfähigkeitsversuchen an vergüteten und gehärteten Zylinderrädern*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2012.
- [85] Fricke, S., Hager, C., Solovyev, S., Wangenheim, M. und Wallaschek, J. „Influence of surface form deviations on friction in mixed lubrication“. In: *Tribology International* 118 (2018), S. 491–499.
- [86] Nadermann, D. „Heterogenes Kontaktmodell zur Mischreibungssimulation an Radialgleitlagern aus kurzfaserverstärkten Polymeren“. Dissertation. TU Clausthal, 2020.
- [87] Wolf, M., Solovyev, S. und Fatemi, A. „Film thickness in elastohydrodynamically lubricated slender elliptic contacts: Part I – numerical studies of central film thickness“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* (2021).

-
- [88] Venner, C. H. und ten Napel, W. E. „Multilevel solution of the elasto-hydrodynamically lubricated circular contact problem Part I: Theory and numerical algorithm“. In: *Wear* 152 (1992), S. 351–367.
- [89] Venner, C. H. und Lubrecht, A. A. *Multi-level methods in lubrication*. Amsterdam: Elsevier, 2000.
- [90] Wang, W. „EHL, Full Numerical Solution Methods“. In: *Encyclopedia of Tribology*. New York: Springer, 2013, S. 852–859.
- [91] Solovyev, S. „Reibungs- und Temperaturberechnung an Festkörper- und Mischreibungskontakten“. Dissertation. OVGU Magdeburg, 2006.
- [92] Errichello, R. „Bending Stress in Gear Teeth Having Circular Arc Profiles - Part 1: Analysis“. In: *Journal of Mechanical Design* 100 (1978), S. 382–394.
- [93] Timoshenko, S. P. und Goodier, J. N. *Theory of elasticity*. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [94] Liu, J. „Beitrag zur Verbesserung der Dauerfestigkeitsberechnung bei mehrachsiger Beanspruchung“. Dissertation. TU Clausthal, 1991.
- [95] Papadopoulos, I. V., Davoli, P., Gorla, C., Filippini, M. und Bernasconi, A. „A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals“. In: *International Journal of Fatigue* 19 (1997), S. 219–235.
- [96] Hertter, T., Denne, B. und Lösche, T. *Projekt Antriebstechnik Bayforan: Analyse der Spannungsfelder in EHD-Kontakten*. Abschlussbericht. TU München, 2000.
- [97] Karolczuk, A. und Macha, E. „A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials“. In: *International Journal of Fracture* 134 (2005), S. 267–304.
- [98] Zenner, H., Simbürger, A. und Liu, J. „On the fatigue limit of ductile metals under complex multiaxial loading“. In: *International Journal of Fatigue* 22 (2000), S. 137–145.

- [99] Bernasconi, A., Foletti, S. und Papadopoulos, I. V. „A study on combined torsion and axial load fatigue limit tests with stresses of different frequencies“. In: *International Journal of Fatigue* 30 (2008), S. 1430–1440.
- [100] Granzow, S. „Beurteilung der Treffsicherheit der Dauerfestigkeitsvorhersage bei mehrachsiger komplexer Schwingbeanspruchung“. Diplomarbeit. TU Clausthal, 2007.
- [101] Simbürger, A. „Festigkeitsverhalten zäher Werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen Schwingbeanspruchung mit körperfesten und veränderlichen Hauptspannungsrichtungen“. Dissertation. TH Darmstadt, 1975.
- [102] Zenner, H. und Richter, I. „Eine Festigkeitshypothese für die Dauerfestigkeit bei beliebigen Beanspruchungskombinationen“. In: *Konstruktion* 29 (1977), S. 11–18.
- [103] Liu, J. und Zenner, H. „Berechnung der Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung - Teil 1“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 24 (1993), S. 240–249.
- [104] Liu, J. „Dauerfestigkeitsberechnung metallischer Bauteile“. Habilitationsschrift. TU Clausthal, 2001.
- [105] Papadopoulos, I. V. „Critical plane approaches in high-cycle fatigue: on the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 21 (1998), S. 269–285.
- [106] Petrucci, G. „A critical assessment of methods for the determination of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue criteria belonging to critical plane class“. In: *International Journal of Fatigue* 74 (2015), S. 119–131.
- [107] Welzl, E. „Smallest enclosing disks (balls and ellipsoids)“. In: *New results and new trends in computer science*. Berlin Heidelberg: Springer, 1991, S. 359–370.

- [108] Böhme, S. A., Vinogradov, A., Papuga, J. und Berto, F. „A novel predictive model for multiaxial fatigue in carburized bevel gears“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* (2021).
- [109] Papadopoulos, I. V. „Multiaxial fatigue limit criterion of metals: A mesoscopic scale approach“. In: *High-cycle metal fatigue*. Wien: Springer, 1999, S. 89–143.
- [110] Papuga, J. und Halama, R. „Mean stress effect in multiaxial fatigue limit criteria“. In: *Archive of Applied Mechanics* 89 (2019), S. 823–834.
- [111] Baier, F.-J. „Zeit- und Dauerfestigkeit bei überlagerter statischer und schwingender Zug-, Druck- und Torsionsbeanspruchung“. Dissertation. Universität Stuttgart, 1970.
- [112] Gough, H. J., Pollard, H. V. und Clenshaw, W. J. „Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses“. In: *Aeronautical Research Council Reports and Memoranda* Nr. 2522 (1951).
- [113] Carpinteri, A., Spagnoli, A. und Vantadori, S. „A multiaxial fatigue criterion for random loading“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 26 (2003), S. 515–522.
- [114] Langlais, T. E., Vogel, J. H. und Chase, T. R. „Multiaxial cycle counting for critical plane methods“. In: *International Journal of Fatigue* 25 (2003), S. 641–647.
- [115] Anes, V., Reis, L., Li, B. und de Freitas, M. „New cycle counting method for multiaxial fatigue“. In: *International Journal of Fatigue* 67 (2014), S. 78–94.
- [116] Janssens, K. G. F. „Universal cycle counting for non-proportional and random fatigue loading“. In: *International Journal of Fatigue* 133 (2020).
- [117] Luo, P., Yao, W. und Susmel, L. „An improved critical plane and cycle counting method to assess damage under variable amplitude multiaxial fatigue loading“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 43 (2020), S. 2024–2039.

- [118] Amzallag, C., Gerey, J. P., Robert, J. L. und Bahuaud, J. „Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis“. In: *International journal of fatigue* 16 (1994), S. 287–293.
- [119] Susmel, L. „A simple and efficient numerical algorithm to determine the orientation of the critical plane in multiaxial fatigue problems“. In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010), S. 1875–1883.
- [120] H., Liu, H., Liu, Zhu, C., Sun, Z. und Bai, H. „Study on contact fatigue of a wind turbine gear pair considering surface roughness“. In: *Friction* 8 (2019), S. 553–567.
- [121] Thomas, J. „Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Kegeln“. Dissertation. TU München, 1998.
- [122] Hück, M., Thrainer, L. und Schütz, W. „Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß: synthetische Wöhlerlinien“. In: *Verein Deutscher Eisenhüttenleute. Bericht der Arbeitsgemeinschaft Betriebsfestigkeit* 11 (1981).
- [123] Straub, T., Varfolomeev, I., Luke, M., Kleemann, A., Kleemann, S., Richter, T., Beinersdorf, H., Yadegari, P., T., Beier und Vormwald, M. *FKM-Vorhaben Nr. 610: Höchsthochfeste Stähle*. Abschlussbericht. Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt, 2021.
- [124] Issler, L., Ruoff, H. und Häfele, P. *Festigkeitslehre - Grundlagen*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1995.
- [125] Petersen, C. „Die Vorgänge im zügig und wechselnd beanspruchten Metallgefüge III“. In: *Zeitschrift für Metallkunde* 42 (1951), S. 161–170.
- [126] Gnilke, W. und Lüpfer, H.-P. „Werkstoffanstrengung durch wandernde Druckbergketten“. In: *AWT-Tagung: Randschichtermüdung im Wälzkontakt*. Suhl/Thüringen, 1992, S. 174–190.
- [127] Neuber, H. *Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration - Genaue Berechnung der Festigkeit*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1985.

- [128] Langlois, P., Al, B. und Harris, O. „Hybrid hertzian and FE-based helical gear-loaded tooth contact analysis and comparison with FE“. In: *Gear Technology* (2016), S. 54–63.
- [129] Schütz, W. und Zenner, H. „Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung - Ein kritischer Überblick“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 4 (1973), S. 25–33, 97–102.
- [130] Eulitz, K.-G. „Beurteilung der Zuverlässigkeit von Lebensdauervorhersagen nach dem Nennspannungskonzept und dem Örtlichen Konzept anhand einer Sammlung von Betriebsfestigkeitsversuchen“. Habilitationsschrift. TU Dresden, 1999.
- [131] Köhler, M., Jenne, S., Pötter, K. und Zenner, H. *Zählverfahren und Lastannahme in der Betriebsfestigkeit*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.
- [132] Moore, M.G. und Evans, W. P. „Correction for stress layers in X-ray diffraction residual stress analysis“. In: *SAE Transactions* 66 (1958), S. 341–345.
- [133] Savaria, V., Bridier, F. und Bocher, P. „Computational quantification and correction of the errors induced by layer removal for subsurface residual stress measurements“. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 64 (2012), S. 184–195.
- [134] Scholtes, B. „Eigenspannungen in mechanisch randschichtverformten Werkstoffzuständen“. Habilitationsschrift. Universität Karlsruhe, 1990.
- [135] Eigenmann, B. „Non-destructive and partially destructive determination of residual stress states with steep subsurface gradients“. In: *Advances in X-ray Analysis* 40 (1997).
- [136] Hein, M. *Forschungsvorhaben Nr. 554 II: Systemlebensdauerprüfung II*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2016.

- [137] Schrank, M. *Forschungsvorhaben Nr. 751 I: Eigenspannungen in der Serienfertigung*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2018.
- [138] Ilg, U., Wohlfahrt, H. und Macherauch, E. „Überrollungsbedingte Zustandsänderungen bei unterschiedlich wärmebehandeltem 100Cr6“. In: *HTM. Härterei-technische Mitteilungen* 46 (1991), S. 16–23.
- [139] Voskamp, A. P. „Material Response to Rolling Contact Loading“. In: *Journal of Tribology* 107 (1985), S. 359–366.
- [140] Mauch, H. *Forschungsvorhaben Nr. 304: Lebensdauerstatistik - Statistische Methoden zur Beurteilung von Bauteillebensdauer und Zuverlässigkeit und ihre beispielhafte Anwendung auf Zahnräder*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1999.
- [141] Laukotka, E. M. *FVA Heft 660: Referenzölkatalog*. Datensammlung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2007.
- [142] König, J. *Forschungsvorhaben Nr. 459 III: Schmierstoffeinfluss Grübchentragsfähigkeit*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 2019.
- [143] Zimmer, M. und Bartel, D. „Efficient running-in of gears and improved prediction of the tooth flank load carrying capacity“. In: *Industrial Lubrication and Tribology* 71 (2019), S. 366–373.
- [144] Cheng, H. S., Keer, L. M. und Mura, T. „Analytical modelling of surface pitting in simulated gear-teeth contacts“. In: *SAE transactions* 93 (1984), S. 987–995.
- [145] Clarke, T. M., Miller, G. R., Keer, L. M. und Cheng, H. S. „The role of near-surface inclusions in the pitting of gears“. In: *ASLE transactions* 28 (1985), S. 111–116.
- [146] Kuguel, R. „A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume“. In: *Proc. ASTM*. Bd. 61. 1961, S. 732–748.

- [147] Böhm, J. und Heckel, K. „Die Vorhersage der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 13 (1982), S. 120–128.
- [148] Sonsino, C. M. „Zur Bewertung des Schwingfestigkeitsverhaltens von Bauteilen mit Hilfe örtlicher Beanspruchungen“. In: *Konstruktion* 45 (1993), S. 25–33.
- [149] Stahl, K. *Forschungsvorhaben Nr. 304: Lebensdauerstatistik*. Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, 1999.

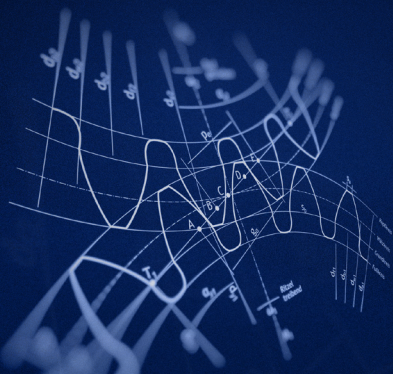
Publikationen des Autors

Zeiler, P. und Eric, A. „Absicherung der Zuverlässigkeit unter Berücksichtigung der statistischen Güte und Streuung von Belastung und Belastbarkeit“. In: *29. VDI-Fachtagung Technische Zuverlässigkeit 2019 Nürtingen*. 2019.

Zeiler, P. und Eric, A. „Confidence Interval of Reliability at Use Condition Considering the Comprehensive Statistical Uncertainty and Distribution of Constant Stress and Life-Stress Model“. In: *Proceedings of the 29th European Safety and Reliability Conference, ESREL2019, Hannover, Germany, September 22-26*. 2019.

Zeiler, P. und Eric, A. „Reliability at Use Condition Considering the Statistical Uncertainty and Distribution of Life-Stress Model and a Sample of Load Spectra“. In: *Proceedings of the 30th European Safety and Reliability Conference and 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference, ESREL 2020, Venice, Italy, November 01-05*. 2020.

Eric, A., Olveda, D., Froschmeier, T. und Schulze, V. „Local Pitting Fatigue Concept with EHL Simulation for Case Hardened Gears in Electrical Drives“. In: *International Conference on Gears 2022, Garching/Munich, Germany, September 12-14*. 2022.



Die Auslegung von Zahnrädern gegen Pittingschäden erfolgt nach heutigem Stand der Technik anhand von einfachen physikalischen Modellen, die durch empirisch ermittelte Faktoren ergänzt werden. Um den Einfluss veränderter Betriebsbedingungen auf die Zahnflanken-tragfähigkeit effizient und kostengünstig berücksichtigen zu können, werden allerdings ausgeklügelte physikalische Simulationsmodelle benötigt. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein auf lokalen Größen basierendes örtliches Auslegungskonzept gegen Pittingversagen entwickelt. Das Modell konnte erfolgreich anhand von Stichversuchen mit einsatzgehärteten Zahnrädern veränderter Oberflächenrauheit validiert werden. Damit ist es gelungen den Einfluss unterschiedlicher Zahnflankenoberflächen auf die Pittingtragfähigkeit erstmals simulativ und gleichzeitig quantitativ zuverlässig vorherzuzusagen.

