KPK

Le Cours de Physique de Karlsruhe pour le niveau lycée

Mécanique

Le Cours de Physique de Karlsruhe
Un manuel pour le niveau lycée

Electromagnétisme

Thermodynamique

Oscillations, ondes, données

Mécanique

Physique atomique, physique nucléaire, physique des particules

Friedrich Herrmann
Professeur à l’Institut de Technologie de Karlsruhe
Édition 2021

Auteur : Friedrich Herrmann, Co-auteur : Holger Hauptmann
Traduction de l’allemand à l’anglais : Kathrin Schilling
Traduction de l’anglais au français : Antoine Archer, Jean-François Combes
Figures : F. Herrmann, H. Schwarze
Mise en page : H. Schwarze

CONTENU

1 Outils

2 Quantité de mouvement et courants de quantité de mouvement

3 Moment cinétique et courants de moment cinétique

4 Le champ de gravitation

5 Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie

6 Systèmes de référence

7 Vitesse terminale

8 Espace-temps

9 Espace courbe

10 Cosmologie

1 OUTILS

1.1 Grandeurs physiques

Une grandeur physique est nécessaire pour décrire une propriété quantitativement, c'est-à-dire avec une valeur numérique. Nous nous intéressons à l'expression suivante :

$$m = 5\,\mathrm{kg}$$

Nous avons ici :

m une grandeur physique,
5 une valeur numérique,
kg une unité de mesure.

En termes mathématiques, « 5 kg » doit être considéré comme le produit de « 5 » et de « kg ». En rédigeant votre propre texte scientifique, veuillez garder à l'esprit que le symbole d'une grandeur physique est écrit en italique tandis que l'unité de mesure est écrite dans une police normale. Ainsi, « *m* » vaut pour la masse et « m » pour mètre.

1.2 A quoi se rapporte la valeur d'une grandeur

Nous allons essayer de classer les grandeurs physiques, et cela en regardant à quelle entité géométrique elles se rapportent : à un point, à une surface ou à une région de l'espace.

Valeur se rapportant à un point

vitesse, température, pression, potentiel électrique, masse volumique, ...

Valeur se rapportant à une surface

tous les courants : force (courant de quantité de mouvement), courant électrique, courant d'entropie, courant d'énergie, ...

Valeur se rapportant à une région de l'espace

masse, quantité de mouvement, charge électrique, entropie, énergie, …

Si une grandeur se rapporte à un point, sa valeur peut changer d'un point à un autre. Cela est évident pour la température et pour la pression. Peutêtre n'estil pas si évident que la vitesse appartient également à cette catégorie. Tous les points d'un corps en mouvement ontils la même vitesse ou non ? Il suffit de regarder un corps en rotation pour se convaincre que non. Au sein d'un tel corps, chaque point a une vitesse différente. Egalement, la vitesse de l'eau dans une rivière change d'un endroit à l'autre.

Des grandeurs qui se rapportent à une région de l'espace sont appelées *grandeurs de type substance.*

Toutes les grandeurs ne satisfont pas à cette structure, par exemple le temps, mais aussi la constante d'un ressort, la résistance électrique et la capacité d'un condensateur.

> La valeur d'une intensité de courant se rapporte à une surface.
> La valeur d'une grandeur de type substance se rapporte à une région de l'espace.

1.3 Distributions

Vous vous intéressez à la température à l'endroit où vous êtes actuellement ? Vous mesurez la température et vous la trouvez égale à 25 °C. Soit :

$$\vartheta = 25\,°\mathrm{C}.$$

Parfois vous vous intéressez aux valeurs de la température le long d'une ligne : comment baisse la température en fonction de l'altitude z audessus du point où

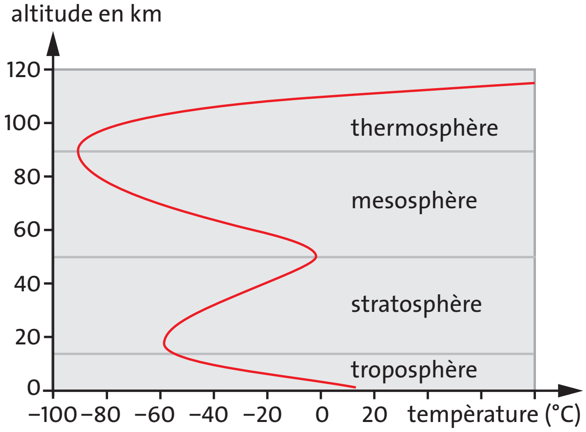


Fig. 1.1 Température comme une fonction de l'altitude

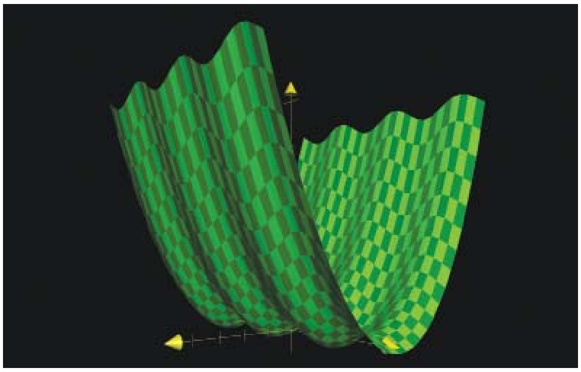


Fig. 1.2 Tracé 3D de la fonction $z(x, y) = x^2 + \sin y$

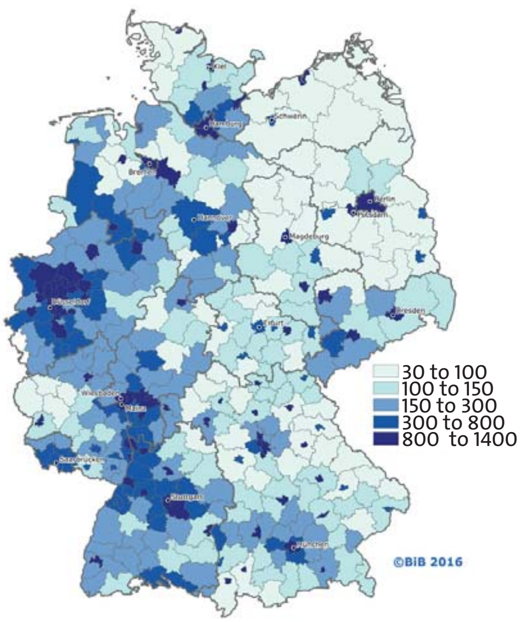


Fig. 1.3 Distribution de la densité de population en Allemagne

vous vous tenez ? Vous vous interrogez alors sur une distribution unidimensionnelle de la température, c'est-à-dire sur la fonction $\vartheta(z)$.

Il arrive que les valeurs d'une grandeur qui se rapporte à un point sont recherchées dans un plan entier, par exemple pour la température ou pour la pression de l'air à la surface de la Terre. La distribution correspondante sera alors une fonction de deux coordonnées d'espace : $\vartheta(x, y)$ et $p(x, y)$, c'est-à-dire une distribution à deux dimensions.

Pour renseigner quelqu'un sur la température dans une région de l'espace en réalité tridimensionnelle, on devra lui donner une fonction $\vartheta(x, y, z)$ des trois coordonnées d'espace x, y et z, c'est-à-dire une *distribution de température* tridimensionnelle.

Plus il y a de dimensions à prendre en compte, plus la représentation graphique de la distribution sera difficile. La Fig. 1.1 montre la température comme une fonction de l'altitude.

Une distribution bi-dimensionnelle peut être représentée graphiquement au moyen d'une figure 3D. La Fig. 1.2 montre la fonction $z(x, y) = x^2 + \sin y$. Essayez de comprendre pourquoi ce tracé ressemble à cela.

Les distributions bi-dimensionnelles peuvent aussi être représentées au moyen de niveaux de gris ou de couleurs. La Fig. 1.3 donne la densité de population comme une fonction du lieu en Allemagne.

Pour représenter une distribution tri-dimensionnelle de manière claire, nous aurons à utiliser quelques astuces. La Fig. 1.4 montre la distribution de densité dans un atome d'hydrogène.

Nous sommes souvent intéressés par le changement de valeur d'une grandeur au cours du temps t. Dans ce

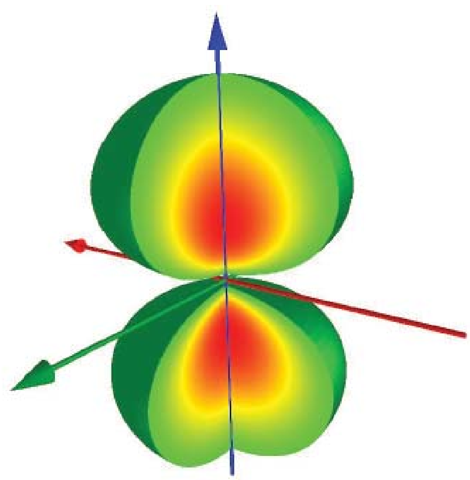


Fig. 1.4 Distribution de la densité de masse de l'enveloppe électronique d'un atome d'hydrogène excité.

cas également, t apparaît comme une variable indépendante. Par conséquent, nous avons à traiter des fonctions comme

$$\vartheta(x, t) \text{ ou}$$
$$\vartheta(x, y, t) \text{ ou}$$
$$\vartheta(x, y, z, t).$$

La fonction $\vartheta(x, t)$ peut être graphiquement représentée comme sur la Fig. 1.2. Le temps est alors placé à la place de la coordonnée d'espace y. De telles fonctions deviennent très claires en faisant des vidéos de telle sorte que la variable temps soit également perçue comme le temps.

Parfois, une grandeur qui se rapporte à un point a la même valeur en chaque position spatiale. Par exemple la température d'un corps peut être en complet équilibre : chaque point du corps a la même température. Dans ce cas, nous disons que la distribution de température est *homogène*.

1.4 Grandeurs de type « substance »

Les grandeurs physiques dont les valeurs se rapportent à une région de l'espace sont appelées grandeurs de type « substance ».

Elles comprennent :

- l'énergie,
- la quantité de mouvement,
- l'entropie,
- la charge électrique,
- la quantité de matière.

Si un objet est dupliqué de manière imaginaire, c'est-à-dire si une copie en est faite et placée à côté de l'original, la structure composée de ces deux objets aura le double d'énergie, le double de quantité de mouvement, etc. (mais non le double de la température ou le double de la vitesse).

Chaque grandeur de type « substance » peut être imaginée comme une mesure de quelque chose qui est contenue au sein de l'objet concerné, comme l'eau dans un récipient. Deux récipients contiennent deux fois plus d'eau qu'un seul, et trois en contiennent trois fois plus.

La quantité de mouvement est une mesure pour l'élan ou l'impulsion d'un corps. Le nom original en latin de cette grandeur est *quantitas motus*, qui se traduit littéralement par quantité de mouvement. Deux voitures identiques qui roulent à la même vitesse ont ensemble le double de quantité de mouvement (élan) qu'une unique voiture.

L'entropie est une mesure pour la chaleur contenue dans un corps. Deux corps identiques avec la même température ont ensemble deux fois plus d'entropie (chaleur) qu'un corps seul.

La charge électrique est une mesure pour quelque chose dont nous n'avons pas de nom dans la vie courante. Mais nous pouvons en avoir une intuition. Sur deux corps identiques qui ont le même potentiel électrique, il y a deux fois plus de charge que sur un seul.

Pour ce qui est de la quantité de matière, l'énoncé correspondant est logique : pour deux corps identiques, la quantité de matière — et donc le nombre de molécules dont il est constitué — est deux fois plus grande que pour un seul corps.

Encore une autre particularité des grandeurs physiques de type « substance » : nous pouvons dire pour chacune d'elles si elle est conservée ou non, c'est-à-dire si elle peut être produite, si elle peut être détruite ou si aucune de ces deux possibilités n'est autorisée. En conséquence, nous pouvons dire :

> - L'énergie ne peut être ni créée ni détruite.
> - La quantité de mouvement ne peut être ni créée ni détruite.
> - La charge électrique ne peut être ni créée ni détruite.

Mais :

> L'entropie peut être créée mais non détruite.

Et enfin :

> La quantité de matière peut être créée et détruite.

Pour une grandeur qui se rapporte à un point, cela n'a pas de sens de parler de sa conservation ou non.

> Nous pouvons dire pour chaque grandeur de type « substance » si elle est conservée ou non.

1.5 Scalaires et vecteurs

Espérons que vous ne pensez pas que la classification des grandeurs est déroutante, parce que les choses vont devenir encore plus compliquées maintenant. Examinons à nouveau les différentes grandeurs physiques, mais cette fois-ci à partir d'une autre perspective.

Nous allons d'abord comparer deux grandeurs : une température et une vitesse. Vous pouvez imaginer qu'il s'agit de la température de l'air et de la vitesse du vent à un endroit précis et à un instant temporel bien défini. Ces grandeurs ont les valeurs suivantes :

$\vartheta = 19\,°C$
$v = 5\,m/s.$

Avez-vous remarqué que l'une de ces données est incomplète ? Bien que nous sachions à quelle vitesse se déplace l'air, à savoir 5 m/s, nous ne savons pas encore dans quelle direction souffle le vent. Les choses sont claires pour la température car la température n'a pas de direction. Les grandeurs telles que la température qui sont définies par un unique nombre sont appelées *scalaires*. Les grandeurs pour lesquelles une direction doit de plus être spécifiée sont appelées *vecteurs*. Voici quelques exemples :

scalaires

énergie, masse, charge électrique, intensité du courant électrique, température, entropie

vecteurs

vitesse, quantité de mouvement, courant de quantité de mouvement.

Plus tard, vous serez amenés à connaître d'autres grandeurs vectorielles.

Maintenant, quel est le meilleur moyen de donner à quelqu'un une valeur de vitesse ? Il y a plusieurs possibilités.

Un graphique, c'est-à-dire l'utilisation d'un croquis, est le moyen le plus simple. La vitesse est indiquée par une flèche. La longueur représente la grandeur de la vitesse, dans notre cas 5 m/s, et la direction de la flèche correspond à la direction du mouvement, Fig. 1.5.

De cette façon, la vitesse du vent peut être indiquée pour tout point sur la carte. Bien sûr, il est crucial pour cette méthode de déterminer la longueur qui correspond à l'unité de vitesse sur le schéma. Sur la Fig. 1.5, nous avons indiqué l'unité de vitesse 1 m/s par un segment rectiligne.

Pour signifier qu'une grandeur physique est un vecteur, une petite flèche est dessinée au dessus du symbole de la grandeur. Ainsi nous écrivons :

- vitesse : $\vec{v}$
- quantité de mouvement : $\vec{p}$
- courant de quantité de mouvement : $\vec{F}$.

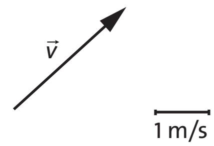


Fig. 1.5 Un vecteur est graphiquement représenté par une flèche. La longueur de la flèche correspond à la magnitude du vecteur.

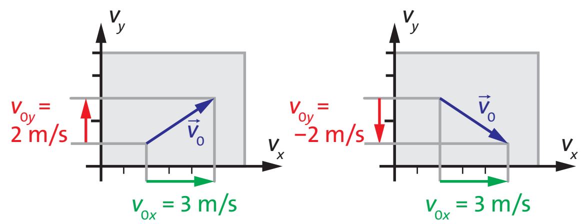


Fig. 1.6 Un vecteur est décomposé en ses composantes. La longueur de la flèche correspond à la magnitude du vecteur.

Dans beaucoup de cas, nous aimerions décrire une grandeur vectorielle, par exemple la vitesse du vent, avec seulement des valeurs numériques et non au moyen d'un croquis. La Fig. 1.6 montre comment cela peut être fait.

Nous choisissons un système de coordonnées dont les axes sont nommés v_x et v_y. Puis nous traçons la flèche du vecteur vitesse à n'importe quel endroit dans le système de coordonnées.

Du début et de la pointe de la flèche, nous traçons des lignes droites perpendiculaires aux axes de coordonnées. Ce faisant, nous « projetons » la flèche vectorielle sur les deux axes de coordonnées. Ainsi nous obtenons la composante en x, v_{0x}, de la vitesse et la composante en y, v_{0y}. Dans l'espace tri-dimensionnel, il y aurait aussi une composante en z.

Ces trois composantes caractérisent le vecteur vitesse sans ambiguïté. Dans la partie gauche de l'image nous avons :

$v_{0x} = 3\,m/s$
$v_{0y} = 2\,m/s,$

et dans la partie droite :

$v_{0x} = 3\,m/s$
$v_{0y} = -2\,m/s,$

Les composantes ont une signification simple : nous pourrions dire que l'air se déplace en même temps à 3 m/s dans la direction x et à 2 m/s (image de gauche) ou –2 m/s (image de droite) dans la direction y.

Nous avons utilisé deux nombres pour caractériser le vecteur vitesse. A justement parler, il y en aurait même trois, car il y a aussi une composante z, mais elle est nulle dans notre cas :

$$v_{0z} = 0\,\mathrm{m/s}.$$

Ce qui vient d'être dit pour la vitesse reste vrai pour les autres grandeurs vectorielles. Egalement, la quantité de mouvement et le courant de quantité de mouvement sont définis chacun par une composante en x, en y et en z. Cela n'apparaissait pas dans nos discussions précédentes car nous nous limitions à des mouvements selon une seule direction. En conséquence, nous n'avions affaire qu'à seulement l'une des deux composantes.

> La valeur d'une grandeur scalaire est définie par un seul nombre. La valeur d'une grandeur vectorielle est définie par trois nombres, c'est-à-dire les valeurs de la composante x, de la composante y et de la composante z.

1.6 Lignes de courant

La vitesse est (1) une grandeur qui se rapporte à un point et (2) un vecteur.

Cela signifie :

- (1) Sa valeur peut être différente d'un point à un autre ; elle forme une distribution. Exemple : la distribution de la vitesse du mouvement de l'air (du vent).
- (2) En chaque point elle a une direction bien définie.

Nous aimerions illustrer graphiquement la distribution de la vitesse de l'eau dans une rivière (plus exactement : à la surface de la rivière). Une possibilité est montrée sur la Fig. 1.7. De petites flèches vectorielles sont dessinées en des points aussi nombreux que possible. Le vecteur se rapporte à l'endroit où se trouve son point de départ (et non sa pointe).

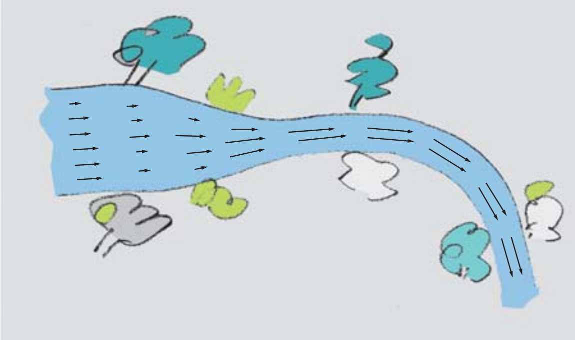


Fig. 1.7 Distribution de vitesse de l'eau dans une rivière, illustrée par des flèches vectorielles

Nous aimerions illustrer graphiquement la distribution de la vitesse de l'eau dans une rivière (plus exactement : à la surface de la rivière). Une possibilité est montrée sur la Fig. 1.7. De petites flèches vectorielles sont dessinées en des points aussi nombreux que possible. Le vecteur se rapporte à l'endroit où se trouve son point de départ (et non sa pointe).

Une telle illustration est parfois déroutante dans certains cas. A la place, une *représentation en lignes* de courant, Fig. 1.8, est habituellement dessinée. Une ligne de courant est une ligne qui a en chaque point la même direction que le vecteur vitesse de l'écoulement. Ainsi, la direction de l'écoulement peut être visualisée en chaque point. Mais nous apprenons également quelque chose sur la vitesse d'écoulement : là où les lignes sont très proches les unes des autres, elle est élevée ; là où les lignes sont très espacées, elle est faible .

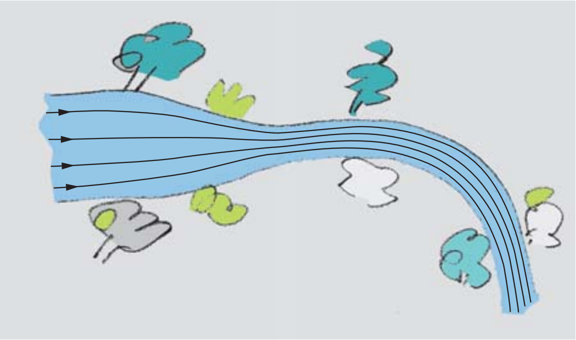


Fig. 1.8 Distribution de vitesse de l'eau dans une rivière, illustrée par des lignes de courant

Exercices

1. Observer sur Météo France [le service météorologique français] comment les distributions des différentes grandeurs utilisées pour décrire un état météorologique sont illustrées graphiquement. Expliquer.
2. Parfois, mais pas toujours, nous pouvons imaginer une ligne de courant être comme la trajectoire d'une petite portion d'eau. Quelle condition doit être remplie pour cela ?
3. Décrire des méthodes illustrant un écoulement d'air (des distributions de vitesse) qui n'ont pas été mentionnées dans le texte.

1.7 Addition de vecteurs

Parfois les valeurs de grandeurs physiques doivent être additionnées. Une batterie contient 10 kJ d'énergie, une autre en contient 12 kJ. Les deux batteries ont ensemble :

$$10\ \text{kJ} + 12\ \text{kJ} = 22\ \text{kJ}.$$

La température à Stuttgart est de 22°C, à Karlsruhe elle est de 26°C. La valeur moyenne des températures est :

$$\frac{22\,°\text{C} + 26\,°\text{C}}{2} = 24\,°\text{C}$$

Une pile de 4,5 volt et une pile de 9 volt sont connectées en série. La source d'énergie nouvellement créée a une tension de :

$$4{,}5\ \text{V} + 9\ \text{V} = 13{,}5\ \text{V}.$$

Les exemples montrent qu'il y a différentes raisons pour additionner des valeurs : calcul d'une quantité totale, calcul d'une valeur moyenne, connexion de deux dispositifs en série.

Toutes les grandeurs de ces exemples étaient des scalaires. Mais parfois nous pourrions aussi vouloir procéder à de telles opérations avec des grandeurs vectorielles, ce qui signifie que des vecteurs doivent être additionnés. Comment faire cela ?

Regardons un exemple pour lequel des vitesses doivent être additionnées. Vous marchez vers l'avant dans un train. La vitesse du train est de 75 km/h, votre vitesse « relativement au train » est de 4 km/h. Relativement à la Terre (« dans le repère de référence de la Terre »), vous avez une vitesse de 75 km/h + 4 km/h = 79 km/h.

Ici, les vitesses à additionner avaient la même direction — la direction longitudinale du train — et l'addition n'était pas difficile à comprendre. Mais qu'arrivera-t-il si les vitesses à additionner ont des directions différentes ? Supposons que vous marchez sur un bateau (où il y a plus d'espace que dans un train) à 4 km/h et transversalement à la direction du navire. Nous supposons que le bateau à une vitesse de 20 km/h. La Fig. 1.9 (a) montre les vecteurs respectifs $\vec{v}_\text{P}$ *et de* $\vec{v}_\text{S}$ (P pour la personne et S pour le navire).

Vu depuis la Terre, le mouvement « résultant » ne sera plus dans la direction longitudinale ni non plus dans la direction transversale, mais en diagonale. La direction du vecteur $\vec{v}_\text{R}$ de la vitesse résultante est entre les directions de $\vec{v}_\text{P}$ et de $\vec{v}_\text{S}$. La Fig. 1.9 montre comment le vecteur vitesse résultant peut être obtenu. Les

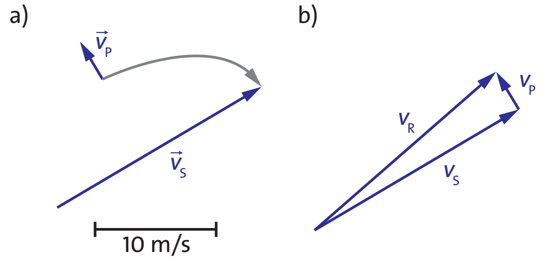


Fig. 1.9 (a) Vecteurs vitesse du navire (S) et de la personne (P). (b) Addition graphique des vecteurs

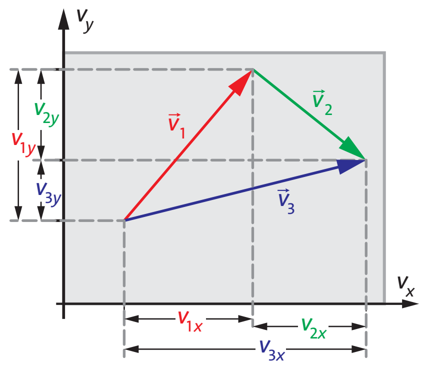


Fig. 1.10 Addition de vecteurs. Les composantes sont additionnées individuellement.

deux flèches des vecteurs sont simplement reliées : le point de départ de l'un est placé à la fin de l'autre. Puis, une flèche doit être dessinée du point de départ du premier vecteur jusqu'à la pointe du second vecteur. L'ordre dans lequel sont connectées les flèches est sans importance, c'est-à-dire que l'addition de vecteurs est aussi commutative.

> Addition de vecteurs : les composantes sont additionnées individuellement.

La Fig. 1.10 montre l'addition de deux vecteurs :

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_3.$$

Les composantes des trois vecteurs concernés sont également indiquées sur les axes de coordonnées du système. Nous pouvons voir que les composantes satisfont les relations suivantes :

$$\vec{v}_{x1} + \vec{v}_{x2} = \vec{v}_{x3}$$
$$\vec{v}_{y1} + \vec{v}_{y2} = \vec{v}_{y3}$$

> Addition de vecteurs : les flèches des vecteurs à additionner sont à relier.

2 QUANTITÉ DE MOUVEMENT ET COURANTS DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT

2.1 Quantité de mouvement

La quantité de mouvement est quelque chose qui est contenue dans un corps rapide et lourd. Avec le vocabulaire du langage courant, elle peut être décrite par les mots « impulsion », « élan » ou « fougue ».

La relation entre la quantité de mouvement (élan, impulsion), la vitesse (avec quelle rapidité le corps se déplace ?) et la masse m (quel est le poids du corps ?) est la suivante :

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$

Cette « équation vectorielle » est une abréviation pour les trois équations des composantes :

$$p_x = m \cdot v_x$$
$$p_y = m \cdot v_y$$
$$p_z = m \cdot v_z$$

En tant qu'unité de mesure, nous utilisons le Huygens (Hy) qui s'intègre dans le système SI : si la masse est exprimée en kg et la vitesse en m/s, alors l'équation donne la quantité de mouvement en Hy. Par conséquent, nous avons

$$\text{Hy} = \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

La quantité de mouvement a été introduite en tant que grandeur physique par le philosophe, mathématicien et naturaliste René Descartes (1596 — 1650), Fig. 2.1. Descartes a appelé cette grandeur *quantitas motus*, en français : « quantité de mouvement ». (À l'époque, les intellectuels communiquaient en latin comme ils le font en anglais aujourd'hui.) Cependant, la grandeur introduite par Descartes ne pouvait prendre que des

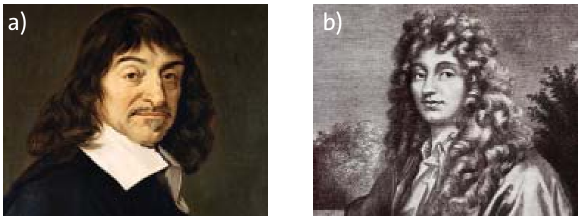


Fig. 2.1 René Descartes (a) et Christiaan Huygens (b)

valeurs positives ; et ce n'était certainement pas un vecteur. C'était donc ce que nous appelons aujourd'hui la norme du vecteur quantité de mouvement. Par conséquent, elle n'était pas encore très utilisable à l'époque.

C'est seulement Christiaan Huygens (1629 — 1695) qui a introduit les signes plus et moins pour la quantité de mouvement. Cependant, il n'était pas non plus conscient que la quantité de mouvement est une grandeur qui est toujours conservée.

2.2 Courants de quantité de mouvement

Mouvements à une dimension

La quantité de mouvement peut passer, ou aller, s'écouler, circuler d'un corps à l'autre.

Dans un premier temps, nous examinerons des phénomènes dans lesquels il n'y a de quantité de mouvement que dans une seule direction. Ainsi, nous pouvons traiter la quantité de mouvement comme s'il s'agissait d'un scalaire. Pour empêcher que de la quantité de mouvement s'écoule vers la Terre, nous ferons des expériences avec des véhicules à faible frottement ou avec un coussin d'air.

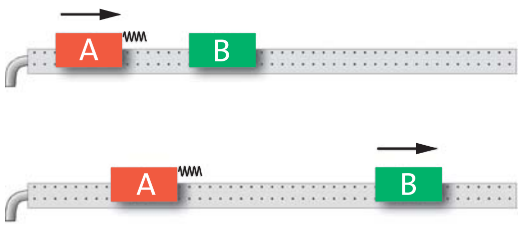


Fig. 2.2 Lors de la collision, A transfère toute sa quantité de mouvement à B.

Un corps A se déplace vers la droite et entre en collision avec un corps B, Fig. 2.2. À travers le pare-chocs à ressort, de la quantité de mouvement passe de A à B. Si A et B ont la même masse, toute la quantité de mouvement de A ira à B. Si A a 2 Hy au début (et B 0 Hy), B aura 2 Hy (et A 0 Hy) après la collision.

Si A est plus lourd que B, Fig. 2.3, seulement une partie de la quantité de mouvement sera transférée.

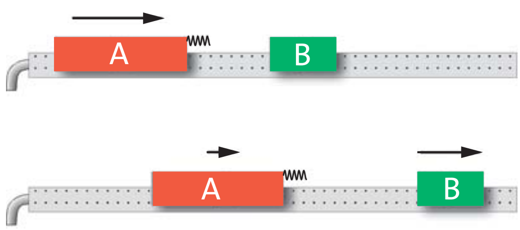


Fig. 2.3 Si le corps A est plus lourd que le corps B, seulement une partie de sa quantité de mouvement sera transférée à B pendant la collision.

Et si A est plus léger que B, Fig. 2.4, le corps A transférera plus de quantité de mouvement à B qu'il n'en a. Par conséquent, A doit « s'endetter » : après la collision, sa quantité de mouvement est négative.

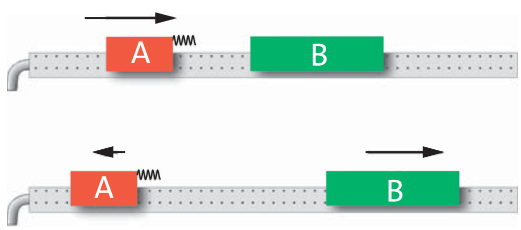


Fig. 2.4 Le corps A est plus léger que B et libère plus de quantité de mouvement qu'il n'en a : sa quantité de mouvement devient négative.

Dans les trois cas, la loi de la conservation de la quantité de mouvement est respectée. Cela peut être vérifié en mesurant les vitesses avant et après la collision et en calculant les valeurs de quantité de mouvement.

Mais nous pouvons également influencer le transfert de quantité de mouvement en modifiant le processus de transfert : au lieu d'un ressort élastique, nous utilisons un « pare-chocs » fait en matériau inélastique, par exemple de la pâte à modeler. Alors, les deux glisseurs s'accrocheront l'un à l'autre après la collision, c'est-à-dire qu'ils auront la même vitesse — quelles que soient les masses de A et B, Fig. 2.5.

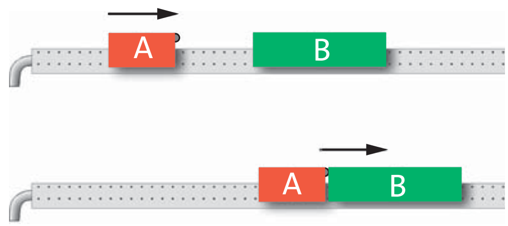


Fig. 2.5 Si le pare-chocs est inélastique, les véhicules se déplaceront avec la même vitesse après la collision.

Enfin, nous remplaçons le partenaire de collision B par la Terre, Fig. 2.6 et Fig. 2.7. Si la quantité de mouvement est transférée au moyen d'un ressort, le corps A se déplacera vers la gauche après la collision avec la même vitesse que celle à laquelle il se déplaçait déjà vers la droite. Par conséquent, la Terre recevra deux fois la quantité de mouvement que A avait au début.

Si un pare-chocs inélastique est utilisé de nouveau, le corps A transférera simplement sa quantité de mou-

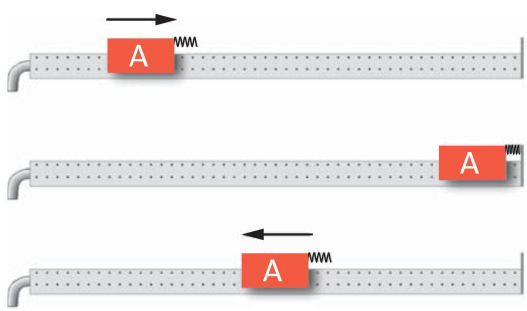


Fig. 2.6 Le corps A « entre en collision avec la Terre ». Dans ce processus, il libère deux fois plus de quantité de mouvement qu'il en avait. Il a donc une quantité de mouvement négative après la collision.

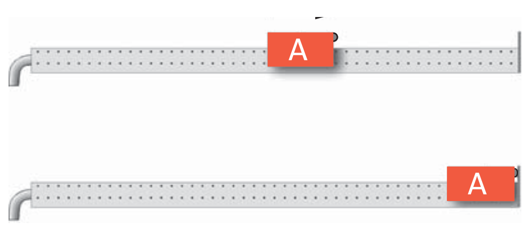


Fig. 2.7 Pare-chocs inélastique. La Terre est le partenaire de la collision. Après la collision, les deux corps (corps A et Terre) ont la même vitesse, c'est-à-dire 0 m/s

vement à la glissière (d'où elle continuera de s'écouler vers la Terre) et s'arrêtera.

Une autre variante de l'expérience est présentée sur la Fig. 2.8. Le ressort entre A et B est comprimé. Un fil entre les deux corps empêche sa libération. Ensuite, le fil est coupé. (Pour éviter que de la quantité de mouvement puisse arriver de l'extérieur vers cet arrangement, il est brûlé avec la flamme d'une allumette.) Dès que le fil est rompu, les deux corps se mettent en mouvement dans des directions opposées : l'un a une quantité de mouvement positive, l'autre une quantité de mouvement négative de même valeur absolue. Ensemble, les deux auront donc 0 Hy avant et après.

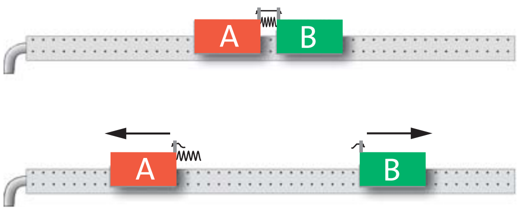


Fig. 2.8 Avant et après la coupure du fil, la quantité de mouvement globale est de 0 Hy.

Mouvements bi et tridimensionels

Dans les mouvements bidimensionnels et tridimensionnels, la nature vectorielle de la quantité de mouvement devient perceptible. Dans la suite, nous examinerons les mouvements limités à deux dimensions. Les résultats que nous obtiendrons sont toutefois également valables pour les processus tridimensionnels.

Une table de hockey sur air convient aux expériences. Si vous n'êtes pas familier avec cet appareil, c'est un plateau de jeu similaire au baby-foot. Une surface plane et horizontale présente de nombreux petits trous d'où de l'air sort. L'air forme un coussin sur lequel les « palets » ronds peuvent flotter pratiquement sans frottement. Vous pouvez également faire des expériences avec des pièces de monnaie lancées les unes contre les autres sur une surface aussi lisse que possible. Bien que les pièces finissent toujours par s'arrêter rapidement (elles perdent leur quantité de mouvement vers la table), nous pouvons voir très bien à quoi ressemble le mouvement immédiatement après la collision.

Ainsi, nous lançons un corps (palet ou pièce de monnaie) contre un autre corps. Nous le faisons de différentes manières, et observons. Nous considérons à chaque fois que le corps A qui va collisionner se déplace toujours selon la direction y au début, Fig. 2.9 à Fig. 2.11. La droite sur laquelle se déplace le centre de A est appelée g.

Si vous jouez un peu avec les palets ou les pièces de monnaie, vous allez sentir comment se comportent les corps au cours de la collision.

Si le centre de B est situé sur la droite g, l'ensemble du mouvement aura lieu selon une seule dimension, Fig. 2.9. Le corps A aussi bien que le corps B n'auront que de la quantité de mouvement selon y (ou aucune quantité de mouvement du tout) après la collision. Nous avons déjà analysé de tels processus.

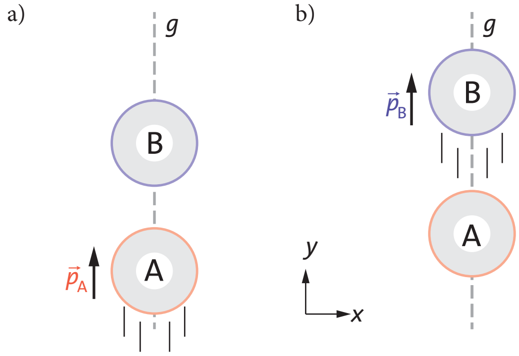


Fig. 2.9 Rien de neuf : la loi de conservation de la quantité de mouvement est respectée. (a) avant la collision, (b) après la collision

Mais si le centre de B est situé un peu décalé par rapport à g, les vecteurs de quantité de mouvement auront aussi une composante selon x après la collision.

Vous constatez que les deux corps peuvent maintenant se déplacer dans n'importe quelle direction après la collision ; et il semble au premier abord impossible de trouver une règle simple pour leur comportement.

Cependant, si vous considérez comment les corps ne vont certainement pas se déplacer, vous serez sur une bonne piste pour trouver un principe sur lequel le mouvement est basé.

Essayez juste de réaliser le comportement montré sur la Fig. 2.10. Plus particulièrement, supposons que le corps A a 0,1 Hy au début. Puisqu'il se déplace dans la direction y, c'est de la quantité de mouvement purement selon y. Après la collision, il devrait s'arrêter, et B devrait avoir 0,1 Hy de quantité de mouvement selon x. Mais un tel processus n'existe pas.

Ou encore le processus de collision de la Fig. 2.11 : à nouveau, au début A a 0,1 Hy de quantité de mouvement uniquement selon y. Après la collision, A et B ont chacun 0,05 Hy de quantité de mouvement selon y (donc, 0,1 Hy ensemble). De plus, B a également 0,05 Hy de quantité de mouvement selon x. Ce processus n'existe pas non plus.

Il peut y avoir plusieurs raisons au fait, que la nature ne se comporte pas comme nous l'attendons. Dans le

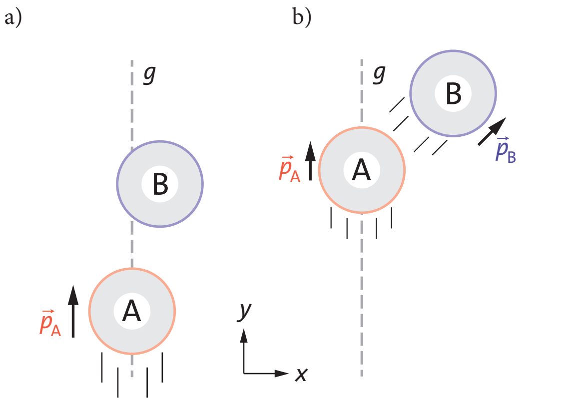


Fig. 2.10 Avant la collision (a), A a seulement de la quantité de mouvement selon *y*, B n'a aucune quantité de mouvement ; après la collision (b), B n'aurait que de la quantité de mouvement selon *x* et A n'en aurait aucune. Un tel processus n'existe pas !

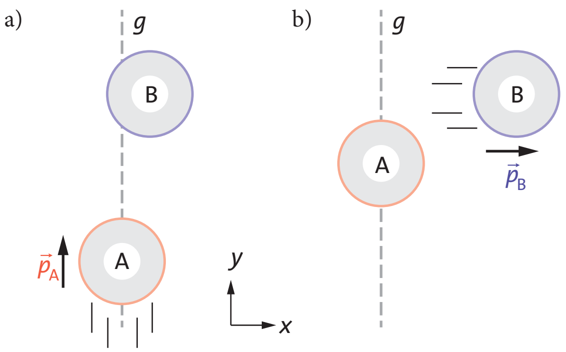


Fig. 2.11 Avant la collision A a 0,1 Hy de quantité de mouvement selon *y* uniquement ; cette quantité de mouvement devrait se répartir également entre A et B durant la collision. De plus, B devrait avoir une quantité de mouvement restante de 0,05 Hy selon *x* après la collision. Un tel processus n'existe pas !

cas présent, il y a une raison particulièrement simple : la loi de conservation de la quantité de mouvement aurait été enfreinte.

Pourquoi ? Cette raison n'est-elle pas prise en compte dans l'exemple de la Fig. 2.10 ? 0,1 Hy avant et 0,1 Hy après — la loi n'est-elle pas satisfaite ? Mais non ! La loi de conservation de la quantité de mouvement pour les grandeurs vectorielles n'a pas été appliquée correctement. Il ne suffit pas que la valeur absolue de la quantité de mouvement soit la même avant et après la collision ; la loi de conservation de la quantité de mouvement doit être respectée pour chaque composante individuellement. Ou en d'autres termes : la direction de la quantité de mouvement globale ne doit pas changer non plus durant une collision.

> La loi de conservation de la quantité de mouvement s'applique séparément pour chaque composante de la quantité de mouvement.

Après les processus impossibles, nous aimerions maintenant examiner les processus possibles. Pour cela, nous rendons les choses un peu plus compliquées dès le départ. Aucun des deux partenaires de collision A et B n'est au repos au début. Avant la collision ils ont les quantités de mouvement $\vec{p}_{A,1}$ et $\vec{p}_{B,1}$, respectivement (l'indice « 1 » signifie avant).

La somme des vecteurs quantité de mouvement avant la collision est le vecteur de la quantité de mouvement totale $\vec{p}_{tot}$, Fig. 2.12 :

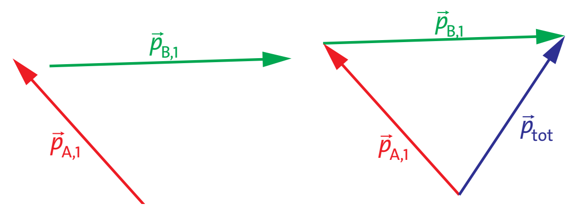


Fig. 2.12 Les deux vecteurs de quantité de mouvement avant la collision (indice 1), sont additionnés vectoriellement pour obtenir la quantité de mouvement totale (indice tot).

$$\vec{p}_{A,1} + \vec{p}_{B,1} = \vec{p}_{tot}$$

Ce vecteur doit être égal à la somme des vecteurs quantité de mouvement après $\vec{p}_{A,2}$ et $\vec{p}_{B,2}$ (l'indice « 2 » signifie après), Fig. 2.13a. Ou encore : la somme des quantités de mouvement avant la collision est $\vec{p}_{tot}$ égale à celle après la collision, Fig. 2.13b :

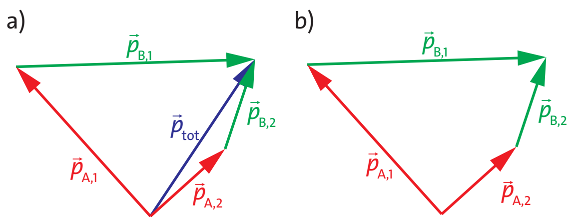


Fig. 2.13 (a) Le vecteur somme des quantité de mouvement après la collision (indice 2) est égal à la quantité de mouvement totale. (b) Le vecteur somme des quantités de mouvement avant la collision est égal à celui après la collision.

Ceci nous amène également à la conclusion suivante : la somme des composantes selon x reste la même qu'avant lors de la collision, il en est de même pour la somme des composantes selon y.

La Fig. 2.14 montre les vecteurs de quantité de mouvement pour des collisions qui sont autorisées (pour ce qui concerne la conservation de la quantité de mouvement).

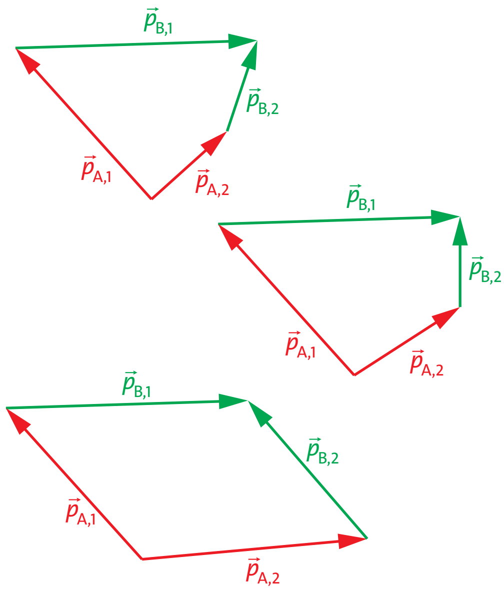


Fig. 2.14 Bilan de quantité de mouvement pour différents processus de collision

Exercices

1. Willy (70 kg) et Lilly (52 kg) font du patin à roulettes. Willy est à l'arrêt, Lilly arrive de derrière à 4,5 km/h et s'accroche à Willy. Quelle est la vitesse à laquelle les deux continuent de rouler ? (Donnez le résultat en km/h.)
2. Faîtes des expériences avec plusieurs pièces de monnaie de même poids. Essayez de trouver une règle pour décrire le comportement des pièces.
3. Faîtes des expériences avec une pièce légère et une pièce lourde. Essayez de trouver une règle pour décrire le comportement des pièces.
4. La quantité de mouvement d'un palet de hockey sur glace est : $p_x = 3$ Hy, $p_y = 0$ Hy. Une frappe ajoute $\Delta p_x = -2$ Hy et $\Delta p_y = 2$ Hy au palet. Quelle sera sa quantité de mouvement après le coup ? Calculer les composantes et trouver le résultat graphiquement.
5. Une voiture de masse 1200 kg roule à la vitesse de 30 km/h sur un virage à 90°. Les frottements peuvent être négligés. Choisissez un système de coordonnées. Quelle est la quantité de mouvement de la voiture avant le virage et après le virage ? Quelle est la différence de quantité de mouvement entre le début et la fin ? D'où vient cette quantité de mouvement ?

2.3 Courants de quantité de mouvement dans les processus de frottement

Un bloc A glisse sur une planche B, Fig. 2.15. Dans ce processus, A ralentit et B commence à bouger.

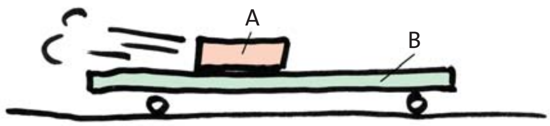


Fig. 2.15 De la quantité de mouvement s'écoule de A (vitesse plus élevée) à B (vitesse plus faible).

La quantité de mouvement passe de A à B. Mais le processus se termine rapidement : dès que les vitesses de A et B sont devenues égales, la quantité de mouvement ne circule plus d'un corps à l'autre.

La règle suivante s'applique :

> Au cours d'un processus de frottement, la quantité de mouvement s'écoule du corps avec la vitesse la plus élevée au corps avec la vitesse la plus faible.

Cette règle vous semble probablement familière. Elle est du même type que les déclarations suivantes :

- La charge électrique s'écoule d'elle-même des endroits de potentiel plus élevé vers les endroits de potentiel plus faible.
- L'entropie s'écoule d'elle-même des endroits à température plus élevée vers les endroits à température plus faible.
- Une réaction chimique se produit d'elle-même des substances à potentiel chimique plus élevé vers des substances à potentiel chimique plus faible.

Nous faisons se déplacer un véhicule vers la droite (dans le sens des x positifs) et puis le laissons livré à lui-même. En raison des frottements inévitables, il va s'arrêter très vite, c'est-à-dire qu'il roule jusqu'à ce qu'il s'arrête. Ce comportement correspond à notre règle : la quantité de mouvement s'écoule du véhicule (vitesse supérieure à zéro) vers la Terre (vitesse nulle).

Exercises

1. Nous pourrions penser que notre règle sera enfreinte si le bloc de la Fig. 2.15 glisse vers la gauche sur la planche. Montrez que la règle s'applique encore ici.
2. La règle peut-elle être appliquée aux processus des Fig. 2.2 et Fig. 2.3 ?

2.4 Pompes à quantité de mouvement

Nous réfléchissions à la question de savoir où va la quantité de mouvement d'un corps dont la vitesse diminue. Nous avons découvert que la quantité de mouvement s'écoule dans la Terre. Maintenant nous posons la question inverse : d'où un véhicule tire-t-il sa quantité de mouvement quand il est accéléré ?

Willy tire un chariot à l'aide d'une corde, Fig. 2.16. Pendant qu'il tire, le chariot accélère : sa quantité de mouvement augmente. D'où vient cette quantité de mouvement ? De Willy ? Oui et non. Bien qu'elle vienne de Willy, sa quantité de mouvement à lui n'est pas réduite mais elle était et elle reste égale à 0 Hy. Willy doit la prendre luimême ailleurs.

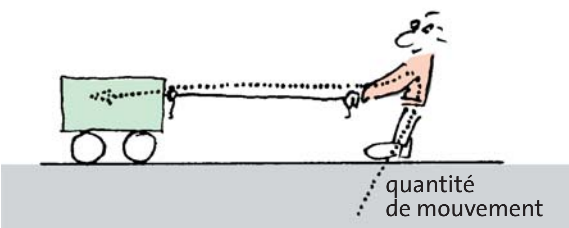


Fig. 2.16 Willy pompe de la quantité de mouvement de la Terre vers le chariot.

Nous modifions légèrement l'expérience, Fig. 2.17. Lilly tire sur la corde, la quantité de mouvement du chariot de gauche augmente. Le chariot de droite, sur lequel se trouve Lilly, commence également à se déplacer — mais vers la gauche. En conséquence, le chariot de droite (y compris Lilly) reçoit une quantité de mouvement négative, ou en d'autres termes : il libère une quantité de mouvement positive. Dans le processus de tirage, la quantité de mouvement circule à travers la corde du chariot de droite (y compris Lilly) jusqu'à celui de gauche. C'est Lilly avec ses muscles qui a fait circuler la quantité de mouvement de droite à gauche. Elle a agi comme une « pompe à quantité de mouvement ».

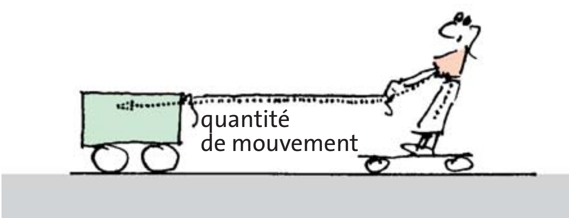


Fig. 2.17 Lilly pompe la quantité de mouvement d'elle-même vers le chariot.

Maintenant, nous allons aussi voir ce qui a dû se passer dans le cas de la Fig. 2.16 : Willy a pompé de la quantité de mouvement de la Terre jusqu'au chariot par l'intermédiaire de la corde. Nous ne pouvons pas voir que la quantité de mouvement de la Terre est devenue négative, tout comme nous ne pouvons pas voir l'augmentation de la quantité de mouvement de la Terre quand un véhicule s'arrête (en relâchant sa quantité de mouvement vers la Terre).

Nous examinerons quelques autres situations où la quantité de mouvement est pompée vers un autre corps.

Sur la Fig. 2.18, Willy tire les deux chariots A et B vers lui de manière que les chariots accélèrent. La quantité de mouvement de A augmente dans le processus alors que la quantité de mouvement de B prend des valeurs négatives de plus en plus élevées. La quantité de mouvement de Willy est et reste égale à 0 Hy. Par conséquent, il transporte la quantité de mouvement du chariot de droite à celui de gauche. Il se tient sur une planche à roulettes pour s'assurer qu'aucune quantité de mouvement ne vient de la Terre ou s'échappe dans la Terre.

Fig. 2.18 Willy pompe la quantité de mouvement du chariot de droite vers celui de gauche.

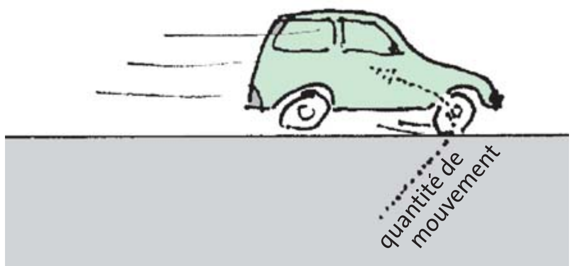


Fig. 2.19 Le moteur de la voiture pompe la quantité de mouvement de la Terre vers la voiture.

Une voiture roule à une vitesse croissante, c'est-à-dire que sa quantité de mouvement augmente. Ici, le moteur fonctionne comme une pompe à quantité de mouvement. Il transporte la quantité de mouvement de la Terre dans la voiture via les roues motrices (généralement les roues avant dans les voitures de tourisme), Fig. 2.19.

Une petite voiture télécommandée est posée sur un carton sous lequel se trouvent des rouleaux tels que des pailles ou des crayons, Fig. 2.20. La voiture est démarrée de manière à ce qu'elle se déplace vers la droite. Sa quantité de mouvement augmente pendant le processus de démarrage. Mais la surface de carton se déplace vers la gauche dans ce processus, c'est-à-dire que sa quantité de mouvement devient négative. Par conséquent, le moteur de la voiture a pompé de la quantité de mouvement du carton vers la voiture.

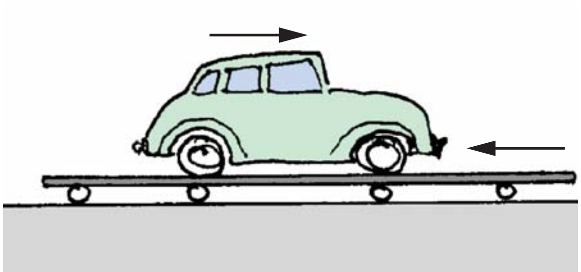


Fig. 2.20 Le moteur de la voiture miniature « pompe » de la quantité de mouvement de la surface du carton vers la voiture.

Revenons encore une fois à la Fig. 2.8. Après avoir coupé le fil, les deux chariots commencent à bouger — celui de droite vers la droite et celui de gauche vers la gauche. Ici, le chariot de droite a par conséquent reçu de la quantité de mouvement (positive), celui de gauche a perdu de la quantité de mouvement (positive). Dans ce cas, le ressort fonctionne comme une pompe à quantité de mouvement. Pendant qu'il se détend, il transporte la quantité de mouvement de la gauche vers le chariot de droite.

Comme toute autre pompe, notre pompe à quantité de mouvement a besoin d'énergie. Le moteur de voiture qui agit comme une pompe à quantité de mouvement tire l'énergie du carburant, les muscles de la nourriture. Nous examinerons plus tard où cette énergie pourra finalement aller. Pour le moment, nous voudrions seulement nous rappeler :

> Une « pompe à quantité de mouvement » (par exemple un moteur) transporte la quantité de mouvement d'un corps à vitesse faible à un corps avec une vitesse plus élevée.
>
> La pompe à quantité de mouvement a besoin d'énergie.

2.5 Conducteurs de quantité de mouvement et isolants

Une condition nécessaire pour que la quantité de mouvement puisse circuler de A à B est une connexion entre A et B. Mais toutes les connexions ne conviennent pas. La connexion doit être perméable pour la quantité de mouvement. Elle doit être une connexion qui conduit la quantité de mouvement. A quoi ressemblent de telles connexions qui conduisent la quantité de mouvement ? Quels types d'objets conduisent la quantité de mouvement ? Quels objets ne conduisent pas la quantité de mouvement ?

Sur la Fig. 2.21a, Willy pousse un chariot par l'intermédiaire d'une barre. Le chariot accélère, sa quantité de mouvement augmente. Par conséquent, Willy pompe la quantité de mouvement de la Terre dans le chariot. Dans la barre, la quantité de mouvement circule de gauche à droite. Sur la Fig. 2.21b, un chariot est également chargé avec de la quantité de mouvement — cette fois par Lilly qui tire le chariot une fois encore au moyen d'une barre. Ici, la quantité de mouvement circule dans la barre de la droite vers la gauche.

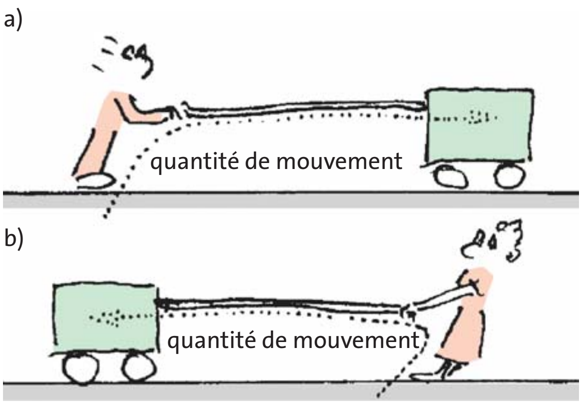


Fig. 2.21 La quantité de mouvement est pompée dans le chariot depuis la Terre. (a) La quantité de mouvement circule dans la barre vers la droite. (b) La quantité de mouvement circule dans la barre vers la gauche.

Nous pouvons voir dans ces deux processus que la barre est un conducteur de quantité de mouvement. Il est clair que la forme exacte de la barre n'est pas importante. Le matériau qui compose la barre n'est pas non plus important, pourvu que ce soit un matériau solide. Nous concluons :

> Les matériaux solides sont des conducteurs de quantité de mouvement.

La Fig. 2.22 montre Lilly essayant de faire bouger le chariot en poussant contre l'air pour savoir si l'air conduit la quantité de mouvement jusqu'au chariot ; quelque chose qu'elle ne croit pas sérieusement. Elle trouve :

> L'air n'est pas un conducteur de quantité de mouvement.

Fig. 2.22 L'air n'est pas un conducteur de quantité de mouvement

Ceci est mis à profit pour le déplacement sur coussin d'air : l'air entre le rail et l'aéroglisseur empêche la quantité de mouvement de l'aéroglisseur d'être évacuée dans le rail.

Cependant, ce principe ne s'applique qu'avec des restrictions. Nous verrons plus tard comment on peut le déjouer.

Dans la Fig. 2.23, Willy charge le chariot avec de la quantité de mouvement en poussant une barre sur le dessus du chariot. La barre glisse de ce fait sur la surface du chariot ; elle n'est pas fixée au chariot. De cette façon, Willy peut réellement transférer de la quantité de mouvement dans le chariot, même si ce n'est pas très efficace.

Fig. 2.23 Transfert de quantité de mouvement lors d'un processus de frottement

Nous pouvons voir que le transfert de quantité de mouvement s'améliore avec une augmentation du *frottement* entre la barre et le chariot. Si la barre glisse facilement sur le chariot, le courant de quantité de mouvementée de la barre vers le chariot sera faible. Si le frottement est élevé, c'est-à-dire si, par exemple, la barre et le chariot ont une surface rugueuse, le transfert de quantité de mouvement sera bon. Nous concluons :

> Si deux objets frottent l'un contre l'autre, la quantité de mouvement circulera de l'un à l'autre : plus le frottement est important, plus la quantité de mouvement circule.

Fondamentalement, nous avons toujours considéré comme acquis la validité de cette règle : pour empêcher la quantité de mouvement d'un objet de s'écouler vers la Terre, nous devons nous assurer qu'il n'y a pas de connexion conductrice de quantité de mouvement entre l'objet et la Terre ; nous devons nous assurer que le frottement est faible.

Le dispositif le plus important qui est utilisé pour réduire le frottement entre un corps et la Terre est la roue.

> Les roues sont utilisées comme isolants de quantité de mouvement.

2.6 Equilibre des flux

Une voiture est accélérée : le moteur pompe de la quantité de mouvement depuis la Terre jusque dans la voiture. Cependant, plus la voiture roule vite, plus la résistance de l'air est élevée et plus de quantité de mouvement est perdue. À une certaine vitesse, autant de quantité de mouvement est pompée dans la voiture qu'il en est évacué en raison du frottement. Par conséquent, il ne restera rien comme quantité de mouvement nette ; la quantité de mouvement de la voiture n'augmentera plus, Fig. 2.24.

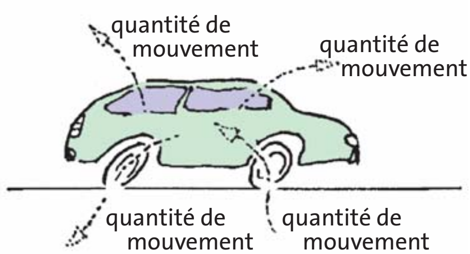


Fig. 2.24 Une voiture qui roule à vitesse constante. Toute la quantité de mouvement que le moteur pompe dans la voiture retourne à l'environnement extérieur en raison du frottement.

Equilibre des flux : le courant sortant s'ajuste de manière à être égal au courant entrant.

Cette situation existe toujours quand une voiture roule sur un terrain plat et avec une vitesse constante. Le débit entrant de quantité de mouvement est égal au débit sortant.

La situation peut être comparée à une autre dans laquelle l'eau assume le rôle de la quantité de mouvement, Fig. 2.25 : le seau avec le trou correspond à la voiture. Le seau a une fuite pour l'eau tout comme la voiture a une fuite pour la quantité de mouvement. L'eau est renouvelée constamment dans le seau, mais juste autant que d'eau qui coule à travers le trou, de sorte que la quantité d'eau dans le seau ne change pas.

Fig. 2.25 Une quantité égale d'eau coule dans le seau à partir du robinet et sort à travers le trou. La quantité d'eau dans le seau reste constante.

Un tel processus, dans lequel le courant sortant s'ajuste lui-même de manière à être égal au courant entrant, est appelé *équilibre des flux*.

Si quelque chose se déplace avec une vitesse constante, il y aura souvent un équilibre des flux.

Par exemple, un cycliste pompe de la quantité de mouvement dans le vélo (et dans la personne) en pédalant. Un courant égal ressort par l'air et les roues en raison dru frottement. Il en va de même pour les avions et les navires.

Exercises

1. Décrivez les états de conduite suivants d'une voiture en indiquant ce qui arrive à la quantité de mouvement : (a) la voiture commence à rouler ; (b) la voiture roule lentement au ralenti ; (c) la voiture est ralentie par les freins ;
2. Parfois, un corps se déplace à une vitesse constante bien qu'il n'y ait pas d'équilibre des flux. Mais pourquoi la quantité de mouvement reste-t-elle constante dans de tels cas ?

2.7 Contrainte de compression, de traction et de flexion

Sur la Fig. 2.26a, Willy fait se déplacer un chariot. À travers la barre, de la quantité de mouvement dans la direction x (les flèches courtes) circule de gauche à droite, c'est-à-dire dans le sens des x positifs. Sur la Fig. 2.26b, il tire sur la barre et de la quantité de mouvement dans la direction x circule de droite à gauche, c'est-à-dire dans le sens des x négatifs. Sur la Fig. 2.26c, il pousse finalement le chariot en avant par le côté. La quantité de mouvement dans la direction x circule maintenant transversalement à la direction x.

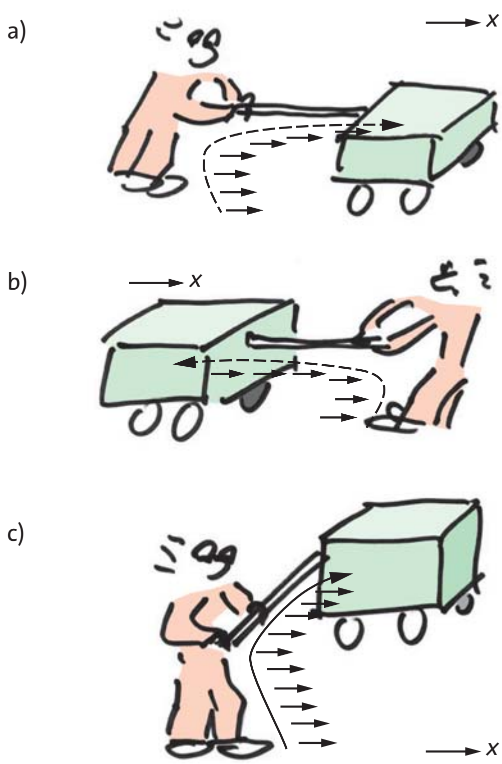


Fig. 2.26 (a) la quantité de mouvement suivant x circule dans la barre vers la droite (dans le sens des x positifs) (b) la quantité de mouvement suivant x circule dans la barre vers la gauche (dans le sens des x négatifs) (c) la quantité de mouvement suivant x circule dans la barre vers l'arrière (transversalement à la direction x).

Maintenant, mettez-vous dans la situation de la barre. Sentiriez-vous une différence entre les trois cas ? Bien sûr. Dans le premier cas, vous sentiriez une contrainte de compression, dans le second cas une contrainte de traction (on parlera le plus souvent de contrainte de tension de manière tout à fait équivalente) et dans le troisième cas, une contrainte de flexion.

Nous avons donc la règle suivante :

- La quantité de mouvement suivant x circule dans le sens des x positifs : *contrainte de compression*
- La quantité de mouvement suivant x circule dans le sens des x négatifs : *contrainte de traction*
- La quantité de mouvement suivant x circule transversalement à la direction x : *contrainte de flexion*

Des règles équivalentes s'appliquent à la quantité de mouvement suivant y et z.

La Fig. 2.27a montre un camion qui vient tout juste de démarrer. Le moteur pompe de la quantité de mouvement depuis la Terre jusque dans le camion et à travers l'attelage à gauche dans la remorque. Nous savons que la barre de couplage est soumise à une contrainte de traction — conformément à notre règle.

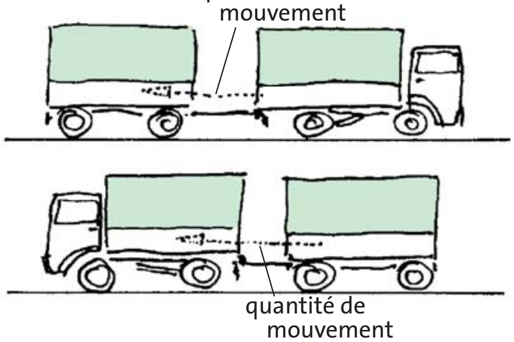


Fig. 2.27 Un camion circule une fois vers la droite (a) et une fois vers la gauche (b). Les deux fois, la barre d'attelage est soumise à une contrainte de traction et les deux fois la quantité de mouvement suivant x circule dans le sens des x négatifs.

Considérons maintenant un camion qui commence à se déplacer vers la gauche, Fig. 2.27b. Ici, le moteur pompe de la quantité de mouvement négative dans le camion, c'est-à-dire de la quantité de mouvement positive en dehors. Par conséquent, la quantité de mouvement (positive) circule vers la gauche à travers la barre d'attelage. Bien sûr, la barre d'attelage est à nouveau soumise à une contrainte de traction. Vous voyez : notre règle s'applique également dans ce cas.

Le type de tension auquel une barre est exposée ne peut pas être vu, c'est-à-dire que nous ne pouvons pas voir si et dans quelle direction y circule un courant de quantité de mouvement. Mais il y a des objets pour lesquels on peut dire à quel type de contrainte ils sont exposés : tous les objets élastiquement déformables. Ils s'allongent sous l'effet d'une contrainte de traction, raccourcissent sous l'effet d'une contrainte de compression et se plient sous l'effet d'une contrainte de flexion. Par conséquent, nous pouvons également voir si et dans quelle direction circule un courant de quantité de mouvement :

Raccourcissement : *contrainte de compression*
Extension : *contrainte de traction*
Flexion : *contrainte de flexion*

Exercices

1. Un camion roule vers la droite avec une vitesse constante et élevée. A quel type de contrainte (compression ou traction) l'attelage de la remorque est-il exposé ? S'il vous plaît dessinez le chemin de la quantité de mouvement.
2. Lilly accélère le chariot vers la gauche, c'est-à-dire en le poussant. Dans ce processus, il y a une contrainte de compression dans ses bras. Dans quelle direction le courant de quantité de mouvement circule-t-il dans ses bras ?
3. Le train à grande vitesse ICE 1 a une unité de traction (une locomotive) à l'avant et une à l'arrière. L'une tire, l'autre pousse. Dessinez les courants de quantité de mouvement dans un croquis du train.

2.8 Circuits de quantité de mouvement

Il est possible qu'un courant de quantité de mouvement circule quelque part alors que nulle part la quantité de mouvement ne change. La Fig. 2.28 montre un exemple : Lilly tire une boîte sur le sol à une vitesse constante.

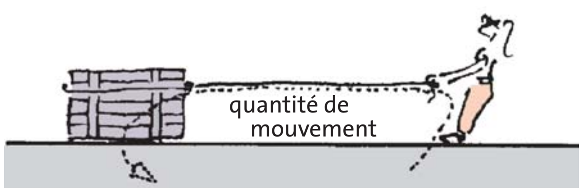


Fig. 2.28 Bien qu'un courant de quantité de mouvement circule, il n'y a pas d'accumulation de quantité de mouvement

Encore une fois, nous posons notre vieille question : quel est le chemin de la quantité de mouvement ? Heureusement, vous pouvez répondre facilement à cette question. Lilly pompe la quantité de mouvement depuis la Terre via la corde jusque dans la boîte. En raison du frottement entre le fond de la boîte et le sol, elle ressort de la boîte et retourne dans la Terre. Par conséquent, nous pouvons dire que la quantité de mouvement circule « dans un circuit », même si nous ne savons pas exactement le chemin du retour vers la Terre.

La Fig. 2.29 montre une version modifiée de l'expérience de la Fig. 2.28 : la boîte n'est pas tirée sur le sol mais sur une planche reposant sur des roues.

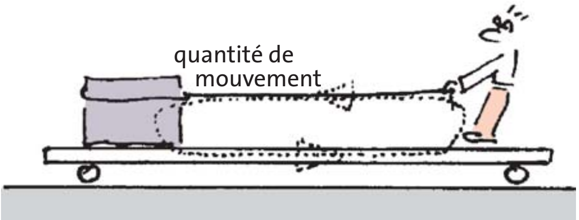


Fig. 2.29 Circuit fermé de quantité de mouvement

La trajectoire de la quantité de mouvement est encore plus simple dans ce cas. Comme la planche est montée sur des roues, aucune quantité de mouvement ne peut pénétrer dans la Terre et Willy ne peut pomper aucune quantité de mouvement de la Terre. Il pompe donc la quantité de mouvement hors de la planche, la quantité de mouvement continue à circuler à travers la corde jusque dans la boîte, de la boîte elle reviendra dans la planche. Par conséquent, la quantité de mouvement circule aussi dans ce cas en *circuit fermé*. Et cette fois, le chemin peut être vu clairement en chaque point.

Nous pouvons également dire à partir des tensions que la quantité de mouvement circule vraiment dans la corde vers la gauche et dans la planche vers la droite : la corde est soumise à une contrainte de tension ; par conséquent, la quantité de mouvement circule vers la gauche. La planche est soumise à une contrainte de compression ; donc la quantité de mouvement va vers la droite.

> La quantité de mouvement peut circuler dans un circuit fermé. Alors, la quantité de mouvement n'augmente ni ne diminue en aucun point. Une partie de chaque circuit de quantité de mouvement est soumise à une contrainte de compression, une autre partie à une contrainte de tension.

La situation est encore plus simple sur la Fig. 2.30. Ici, le courant de quantité de mouvement circule dans un circuit fermé alors que rien ne bouge plus, et bien que nous n'ayons même plus de « pompe à quantité de mouvement ».

Vous serez peut-être surpris de constater que la quantité de mouvement circule maintenant sans pompe. N'avions nous pas découvert plus tôt qu'une pompe est nécessaire pour faire circuler un courant ? Nous voyons maintenant que cette règle ne s'applique pas toujours. Il y a des courants sans pompe. Le fait qu'aucune pompe ne soit nécessaire signifie simplement que le courant n'a pas à surmonter une résistance.

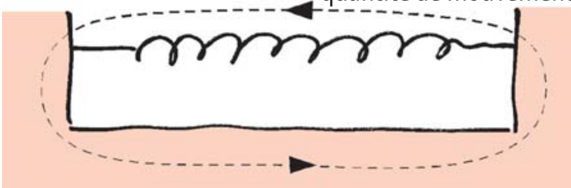


Fig. 2.30 Circuit de quantité de mouvement sans pompe

Il existe également des conducteurs électriques qui n'ont pas de résistance, ce sont les *supraconducteurs*. Dans un circuit électrique constitué d'un matériau supraconducteur, un courant électrique peut circuler sans générateur.

Les courants électriques sans résistance sont rares ; les circuits de quantité de mouvement, au contraire, sont fréquents. La Fig. 2.31 montre un autre exemple.

Fig. 2.31 Circuit fermé de quantité de mouvement

2.9 L'intensité du courant de quantité de mouvement

Un courant de quantité de mouvement peut être plus fort ou plus faible. Une mesure pour ce caractère « fort » ou « faible » d'un courant est l'*intensité du courant de quantité de mouvement*. Elle indique combien de quantité de mouvement circule à travers une section par unité de temps (combien de Huygens parcourent la section par seconde). Le symbole de l'intensité du courant de quantité de mouvement est *F*. Elle est mesurée en Huygens par seconde (Hy/s).

Si 12 Huygens circulent par seconde à travers une corde, nous avons

$$F = 12 \text{ Hy/s}.$$

L'unité Huygens par seconde (Hy/s) est généralement abrégée en *Newton* (N) :

$$\text{N} = \frac{\text{H}}{\text{s}}.$$

Par conséquent, dans notre cas

$$F = 12 \text{ N}$$

L'unité de mesure a été nommée d'après Isaac Newton (1643 — 1727).

Les intensités de courant de quantité de mouvement peuvent être mesurées facilement avec ce qu'on appelle un dynamomètre. Un modèle particulièrement simple est illustré sur la Fig. 2.32.

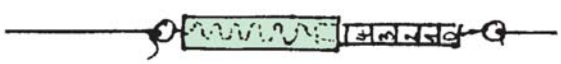


Fig. 2.32 Dynamomètre

Cependant, nous ne pouvons l'utiliser que pour mesurer des « courants de quantité de mouvement de tension ». La Fig. 2.33 montre comment utiliser un dynamomètre. L'intensité du courant de quantité de mouvement qui circule à travers la corde dans la Fig. 2.33a doit être mesurée. La corde est coupée en un point quelconque et les nouvelles extrémités sont reliées aux deux crochets du dynamomètre, Fig. 2.33b.

a)

b)

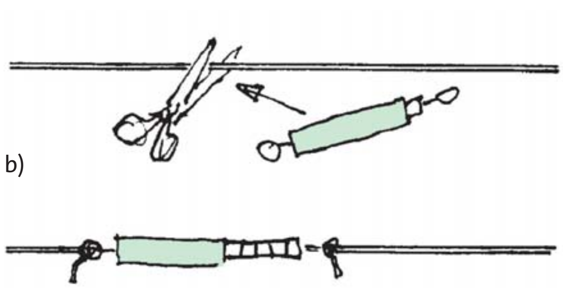


Fig. 2.33 (a) L'intensité du courant de quantité de mouvement dans une corde doit être mesurée. (b) La corde est coupée et le dynamomètre est relié aux extrémités nouvellement créées.

Exercices

1. Un courant de quantité de mouvement d'intensité constante circule vers un chariot. Une quantité de mouvement de 200 Huygens s'est accumulée en 10 secondes. Quelle était l'intensité du courant ? (Supposons qu'il n'y a pas de perte due au frottement.)
2. Quand un camion commence à rouler, un courant de quantité de mouvement de 6 000 N circule dans l'attelage de la remorque. Quelle sera la quantité de mouvement de la remorque après 5 s ? (Les pertes par frottement de la remorque peuvent être négligées.)
3. Un courant de quantité de mouvement constant de 40 N circule dans un véhicule dont les frottements peuvent être négligés. Représenter graphiquement la quantité de mouvement en fonction du temps.

2.10 Loi de Newton pour le mouvement

Regardons encore une fois Lilly qui charge un chariot avec de la quantité de mouvement, Fig. 2.34.

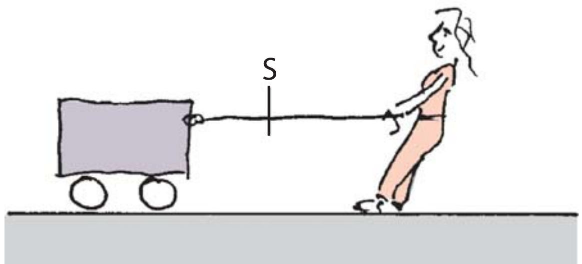


Fig. 2.34 Un courant de quantité de mouvement circule à travers la surface S. Par conséquent, la quantité de mouvement du chariot augmente.

Pendant un certain intervalle de temps, une quantité de mouvement donnée s'écoule à travers la section transversale d'aire S de la corde. Comme la quantité de mouvement s'écoule dans le chariot, la quantité de mouvement de celui-ci augmente. Le quotient de l'augmentation de la quantité de mouvement Δp du chariot par l'intervalle de temps correspondant Δt est appelé taux de changement de la quantité de mouvement :

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{taux de changement de la quantité de mouvement.}$$

Si un courant de quantité de mouvement

$$F = 5 \text{ Hy/s} = 5 \text{ N}$$

circule à travers la corde, alors le taux de changement de la quantité de mouvement du chariot sera 5 Hy/s :

taux de changement de la quantité de mouvement = intensité du courant de quantité de mouvement

Ainsi, nous avons :

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F \tag{2.1}$$

Le signe Δ (delta) représente, au nominateur une *partie de la quantité de mouvement* et non la totalité de la quantité de mouvement d'un corps, et au dénominateur un *intervalle de temps* et non l'heure de la journée.

L'équation (2.1) est la célèbre loi de Newton. (Il y a en fait trois « lois de Newton » mais les deux autres ne sont que des cas particuliers de l'équation (2.1)).

Fig. 2.35 Isaac Newton

Aujourd'hui, il est difficile de comprendre pourquoi il était si compliqué de découvrir cette loi. Newton, Fig. 2.35, avait besoin de la loi en particulier pour décrire le mouvement des corps célestes : les planètes et la lune. C'est parce que la quantité de mouvement de la lune change constamment aux dépens de la quantité de mouvement de la Terre. Aujourd'hui, nous savons que la quantité de mouvement circule dans un sens et dans l'autre entre la Terre et la lune, c'est-à-dire à travers le champ gravitationnel qui entoure tous les corps. Au temps de Newton, cependant, on ne savait rien encore sur les champs. Les gens imaginaient que la quantité de mouvement était transférée entre la Terre et la lune par une soi-disant action à distance. Par conséquent, il n'existait encore aucune notion des courants de quantité de mouvement. La quantité F avait donc une signification assez abstraite pour Newton ; il l'appelait « force » (en latin « vis »).

L'équation (2.1) n'est pas encore complète. Elle ne tient pas compte du fait que la quantité de mouvement est une grandeur vectorielle. Nous ne pouvons l'utiliser que si nous sommes intéressés par un seul type de quantité de mouvement — par exemple si nous ne traitons que de la quantité de mouvement suivant x.

Le chariot de la Fig. 2.36 est en train d'être chargé avec de la quantité de mouvement suivant x, celui de la Fig. 2.37 avec de la quantité de mouvement suivant y. Dans les deux cas, 10 Hy/s (= 10 N) circulent à travers une section de la barre vers le chariot, mais dans le premier cas il s'agit de quantité de mouvement suivant x et dans le second cas, suivant y.

Nous pouvons voir que le courant de quantité de mouvement n'est pas défini sans ambiguïté en disant que circulent 10 Hy/s. En plus, nous devons indiquer le type de quantité de mouvement qui circule ; la direction de la quantité de mouvement qui circule doit être précisée. Par conséquent, l'intensité du courant de quantité de mouvement, tout comme la quantité de mouvement elle-même, est une grandeur vectorielle. Une flèche est donc tracée au-dessus du symbole : $\vec{F}$. Dans les deux Fig. 2.36 et Fig. 2.37, la flèche du vecteur du courant de quantité de mouvement est affichée. La longueur de la flèche indique la magnitude du courant de quantité de mouvement — 10 N dans ce cas — et la direction de la flèche indique la direction de la quantité de mouvement transférée. Attention : la direction du vecteur courant de quantité de mouvement n'a rien à voir avec le sens d'écoulement, qui est égal dans les deux cas, c'est-à-dire à travers le barreau de bas en haut.

Si nous prenons en compte la nature vectorielle de la quantité de mouvement, l'équation (2.1) est transformée en :

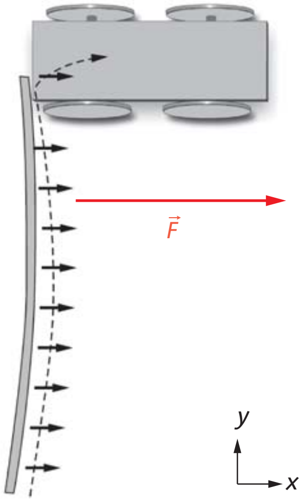


Fig. 2.36 De la quantité de mouvement suivant x circule vers le chariot à travers la barre.

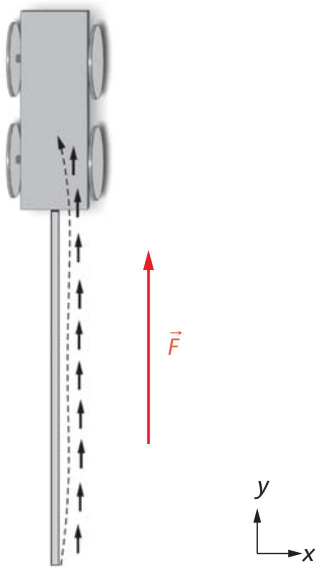


Fig. 2.37 De la quantité de mouvement suivant *y* circule vers le chariot à travers la barre.

Loi du mouvement de Newton : $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$

Exercises

1. Quelqu'un accélère un chariot. (Le frottement peut être négligé.) Un dynamomètre indique le courant de quantité de mouvement qui circule dans le chariot. Il est tiré pendant 5 secondes. Quelle sera la vitesse finale ? (La masse du chariot est de 150 kg, le dynamomètre indique 15 N.)
2. Une locomotive accélère un train. Un courant de quantité de mouvement de 200 kN circule à travers l'attelage entre la locomotive et les wagons. Quelle sera la quantité de mouvement du train (sans locomotive) après 30 secondes ? Maintenant, le train a une vitesse de 54 km/h. Quel est la masse du train ?
3. Après être resté immobile, un chariot d'une masse de 42 kg est accéléré de sorte qu'un courant de quantité de mouvement de 20 N circule dans la barre de traction. Quelle quantité de mouvement aura circulé dans le chariot après 3 secondes ? À ce moment, sa vitesse sera de 1,2 m/s. Quel sera sa quantité de mouvement ? Où est passée la quantité de mouvement manquante ?
4. De l'eau coule avec une vitesse de 0,5 m/s dans un tube droit de 2 km de longueur et de 10 cm de diamètre. L'eau est bloquée par une vanne à l'extrémité du tube. Calculer la quantité de mouvement que l'eau libère dans ce processus. Où va cette quantité de mouvement ? La fermeture de la vanne prend 2 s. Quelle force exerce l'eau sur la vanne (l'intensité du courant de quantité de mouvement) ? Note : calculez d'abord le volume d'eau en litres. 1 l d'eau a une masse de 1 kg.

2.11 Transports convectifs de quantité de mouvement

Dans les transports de quantité de mouvement que nous avons analysés jusqu'à présent, la quantité de mouvement circulait toujours à travers un matériau. Le matériau était seulement déplacé légèrement ou pas du tout dans le processus. Mais il y a encore une autre façon de transférer la quantité de mouvement : par un corps ou une substance qui se déplace en emmenant simplement sa propre quantité de mouvement.

Nous considérons une petite portion de l'eau contenue dans un un jet d'eau, Fig. 2.38. La portion de l'eau a une quantité de mouvement. Au début, elle est plus à gauche avec sa quantité de mouvement ; plus tard, elle est plus loin sur la droite. Par conséquent, nous avons un transport de quantité de mouvement de gauche à droite. Un tel transport de quantité de mouvement est appelé *courant convectif de quantité de mouvement* (convectio = transporter le long de).

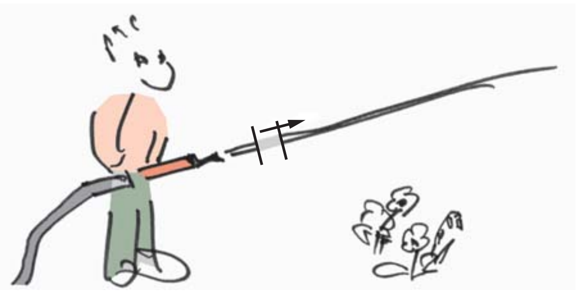


Fig. 2.38 La quantité de mouvement d'une portion de l'eau se déplace avec cette portion : courant convectif de quantité de mouvement.

(Gardez à l'esprit : dans le système de chauffage central, l'entropie est transportée d'une manière similaire. L'eau se déplace à travers les tubes avec l'entropie qu'elle contient. Ici, on parle de courant convectif d'entropie.)

Quand il y a du vent, l'air transporte de la quantité de mouvement. Aussi dans ce cas, il y a un courant convectif de quantité de mouvement. La quantité de mouvement qui vient avec le vent peut être ressentie. Elle peut être utilisée pour faire naviguer des voiliers et nous craignons les dégâts qu'une tempête peut causer.

Les fusées tirent parti également d'un courant convectif de quantité de mouvement, Fig. 2.39. La fusée expulse les gaz dans une direction descendante (ou arrière) avec une vitesse négative élevée et beaucoup de quantité de mouvement négative. La fusée elle-même reçoit la même valeur de quantité de mouvement positive dans le processus.

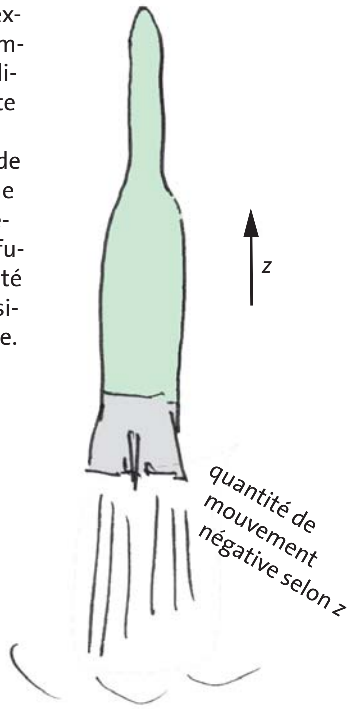


Fig. 2.39 La fusée expulse les gaz de combustion dans une direction descendante (dans la direction z négative). Ces gaz de combustion ont une quantité de mouvement négative. La fusée reçoit la quantité de mouvement positive correspondante.

Les avions sont entraînés de manière similaire. Supposons qu'un avion vole dans le sens des x positifs. Avec l'hélice ou le turboréacteur, l'air que l'avion « collecte » à l'avant est chargé de quantité de mouvement négative et expulsé à l'arrière. L'avion reçoit la quantité de mouvement positive correspondante, Fig. 2.40.

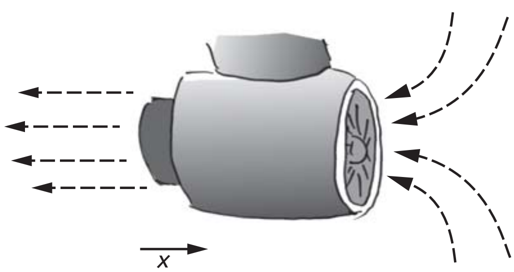


Fig. 2.40 Le moteur à réaction charge l'air qu'il aspire à l'avant avec de la quantité de mouvement négative en x. L'avion reçoit la quantité de mouvement positive correspondante.

Ici, nous pouvons voir une fois de plus que la déclaration « l'air n'est pas un conducteur de quantité de mouvement » ne signifie pas qu'aucune quantité de mouvement ne peut être transportée au moyen d'air.

> Courant convectif de quantité de mouvement : la quantité de mouvement est transportée avec une substance en mouvement.

Exercises

1. 0,5 litre d'eau par seconde sortent d'un pulvérisateur avec une vitesse de 3 m/s. Quel est la quantité de mouvement d'une longueur de 1 m de jet d'eau ? Quelle est l'intensité du courant de quantité de mouvement du jet ?
2. Il y a un vent fort avec une vitesse de vent de 5 m/s. Combien de quantité de mouvement transporte l'air par seconde à travers une surface d'aire 10 m^2 ?

2.12 Un peu plus à propos des conducteurs de quantité de mouvement

Jusqu'à présent, il nous a été assez facile de décider si quelque chose conduit de la quantité de mouvement ou non. Il y avait simplement des bons et des mauvais conducteurs. Comme la quantité de mouvement est une grandeur vectorielle, cependant, les choses sont plus compliquées dans la plupart des cas. Nous allons examiner quelques exemples :

L'air

Oui, encore une fois de l'air. Nous avons vu qu'il ne conduit pas la quantité de mouvement de façon normale mais qu'il peut être utilisé pour transporter la quantité de mouvement convectivement. En fait, il y a également d'autres possibilités. Si Lilly, Fig. 2.22, voulait transférer de la quantité de mouvement au chariot, elle devrait s'assurer que la pression de l'air augmente d'un côté du chariot. Mais elle n'obtiendra pas une augmentation de pression devant le chariot en poussant simplement de l'air devant elle. L'air s'échappe sur les côtés. Mais si on l'empêche de s'échapper, un transport de quantité de mouvement sera possible, Fig. 2.41. Devant le bloc, c'est-à-dire à l'intérieur du cylindre A, la pression peut être augmentée en poussant le piston du cylindre B. Cet effet est utilisé avantageusement dans les machines pneumatiques de construction, par exemple dans les marteaux piqueurs.

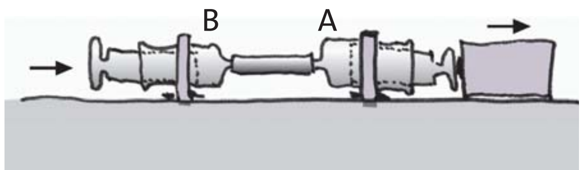


Fig. 2.41 De la quantité de mouvement s'écoule à travers l'air du cylindre A dans le piston et plus loin dans le bloc.

Une autre possibilité pour transférer de la quantité de mouvement avec de l'air est de réaliser une montée très rapide de pression. Cette augmentation de pression continuera à se déplacer sous forme d'une onde sonore. Lilly frappe le tambourin, Fig. 2.42, et immédiatement après, la bille rebondit sur le tambourin de Willy.

Fig. 2.42 Lilly frappe le tambourin. La bille du tambourin de Willy recule. De la quantité de mouvement s'est déplacée à travers l'air.

Le même principe s'applique pour le transfert de quantité de mouvement durant une explosion qui détruit les vitres.

Les roues

Le dispositif technique le plus important utilisé pour empêcher le courant de quantité de mouvement de s'écouler d'un corps en direction de la Terre est la roue. Les roues sont utilisées pour l'isolation de la quantité de mouvement. Toutefois, cela n'est vrai que pour la quantité de mouvement qui a la même direction que le véhicule. Afin d'éviter d'avoir à dépendre d'un axe de coordonnées particulier, nous l'appèlerons *quantité de mouvement longitudinale*. Les quantités de mouvement dont les vecteurs sont perpendiculaires à la direction du véhicule sont appelées *quantités de mouvement transversales*.

Sur la Fig. 2.43a, Willy essaie de charger la planche avec de la quantité de mouvement au moyen d'une voiture jouet. Mais cela ne marche pas, du moins pas avec la méthode employée par Willy. Sur la Fig. 2.43b, il montre comment cela peut être réalisé.

> Les roues ne conduisent pas la quantité de mouvement longitudinale mais elles conduisent la quantité de mouvement transversale.

Il est important pour elles de conduire la quantité de mouvement transversale. Sinon, les voitures ne pourraient pas prendre un virage. Parfois, c'est même le cas :

a)

b)

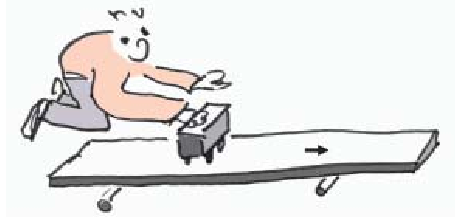


Fig. 2.43 (a) Les roues sont des non-conducteurs pour la quantité de mouvement longitudinale. Aucune quantité de mouvement n'entre dans la planche. (b) Les roues sont des conducteurs pour la quantité mouvement transversale. La quantité de mouvement entre dans la planche

> En cas de verglas, les roues ne conduisent aucune quantité de mouvement transversale à la Terre.

Les véhicules ferroviaires sont bien plus sûrs à cet égard. La quantité de mouvement transversale y est toujours très bien transférée des roues à la voie ferrée.

Les cordes

Sur la Fig. 2.44a, Lilly fait bouger le chariot vers la droite, c'est-à-dire dans le sens des x positifs, au moyen d'une corde. Elle « pompe » de la quantité de mouvement selon x vers le chariot. Dans la corde, la quantité de mouvement circule de la droite vers la gauche, c'est-à-dire dans le sens des x négatifs. Dans la figure en-dessous, elle essaie de le faire à partir de la gauche — et évidemment cela ne marche pas. Nous voyons que la quantité de mouvement selon x peut seulement circuler dans le sens des x négatifs à travers la corde.

A la Fig. 2.45, Willy essaie d'une autre manière : il tente de faire passer la quantité de mouvement, dont la direction est transversale à la corde, à travers la corde — à nouveau sans succès.

Nous concluons :

> Une corde est un conducteur seulement pour la quantité de mouvement dont la direction est parallèle à la direction de la corde. La quantité de mouvement s'écoule dans la direction opposée à celle de la flèche du vecteur.

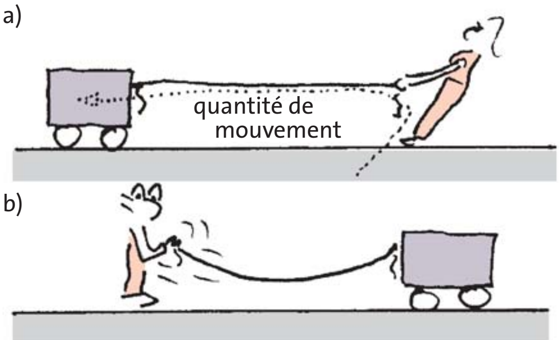


Fig. 2.44 (a) De la quantité de mouvement selon *x* circule vers la gauche à travers la corde – dans le sens des *x* négatifs. (b) Elle ne peut pas circuler dans le sens des *x* positifs dans une corde.

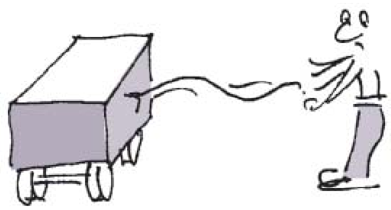


Fig. 2.45 Aucune quantité de mouvement dont le vecteur est transversal à la corde ne peut circuler à travers la corde.

Nous voudrions appliquer cette règle. La Fig. 2.46 montre une vue de dessus d'un chariot qui est tiré au moyen d'une corde. Cependant, il n'est pas tiré vers l'avant mais un peu sur le côté. Un courant de quantité de mouvement de 40 N s'écoule dans la corde. Combien de quantité de mouvement s'échappe vers la Terre ?

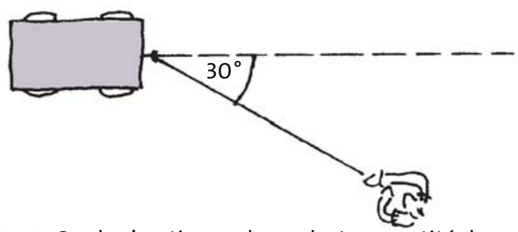


Fig. 2.46 Quelqu'un tire sur la corde. La quantité de mouvement selon *x* du chariot augmente.

La quantité de mouvement qui circule dans la corde doit avoir la même direction que la corde. Le vecteur intensité de courant correspondant est appelé $\vec{F}$. Nous décomposons ce courant en deux parties, Fig. 2.47 :

- une partie $\vec{F}_{trans}$, qui est transversale à la direction du chariot et qui s'échappe à travers les roues ;
- une partie $\vec{F}_{long}$, qui s'écoule dans la direction du chariot et qui provoque l'augmentation de la quantité de mouvement du chariot.

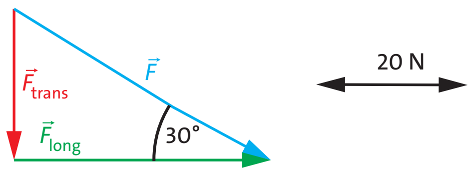


Fig. 2.47 Décomposition d'un courant de quantité de mouvement d'une corde en une composante longitudinale et une composante transversale

Nous avons

$F_{trans} = F \cdot \sin 30° = 20$ N,

$F_{long} = F \cdot \cos 30° = 35$ N.

Ainsi, une quantité de mouvement transversale de 20 Hy s'échappe par seconde vers la Terre, et la quantité de mouvement du chariot augmente de 35 Hy.

Les champs

Un aimant A est fixé sur un petit véhicule, Fig. 2.48. Un second aimant B est approché de cet aimant de façon à ce que les pôles semblables soient l'un en face de l'autre : pôle nord face au pôle nord ou bien pôle sud face au pôle sud. Si l'aimant B se rapproche suffisamment de l'aimant A, le véhicule se mettra à bouger, sa quantité de mouvement augmentera.

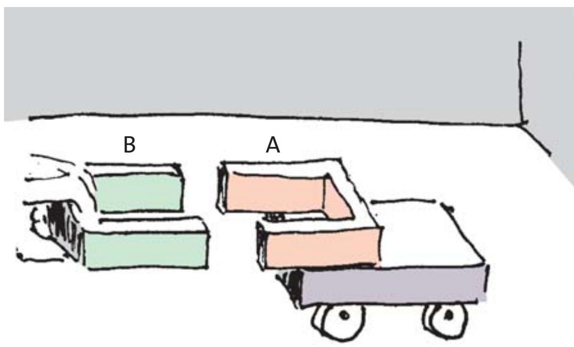


Fig. 2.48 La quantité de mouvement circule à travers le champ magnétique vers le chariot

Le conducteur de quantité de mouvement entre A et B est le *champ magnétique* qui est attaché aux pôles des aimants.

> Les champs magnétiques sont des conducteurs de quantité de mouvement.

Plus tard, vous apprendrez aussi à connaître d'autres champs : champ électrique et champ gravitationnel. Tout comme le champ magnétique, ces champs sont invisibles, et tout comme le champ magnétique, ils conduisent de la quantité de mouvement. Un *champ* *électrique* est attaché à tout corps qui porte une charge électrique et un *champ gravitationnel* est attaché à tout corps qui a une masse. Comme les corps ont toujours une masse, il y a donc un champ gravitationnel autour de tout corps.

Exercices

1. Une poignée cylindrique Z peut coulisser en avant et en arrière sur une barre S sans frottement, Fig. 2.49a. Quelle quantité de mouvement peut passer à travers la liaison entre la poignée et la barre et pour quelle quantité de mouvement est-elle non conductrice ?
2. Le cylindre Z_1 peut coulisser en avant et en arrière sur la barre B et les cylindres Z_2 et Z_3 peuvent coulisser sur le cadre C, Fig. 2.49b. Quelle quantité de mouvement peut passer à travers la liaison entre Z_1 et le cadre et pour quelle quantité de mouvement est-elle non conductrice ?
3. Une voiture en remorque une autre. Les voitures roulent dans la même direction mais sont décalées latéralement l'une de l'autre de 1 m, Fig. 2.50. Le câble de remorquage a une longueur de 3 m. Un courant de quantité de mouvement de 500 N circule à travers le câble. Quel courant de quantité de mouvement contribue au mouvement de la voiture remorquée ?
4. Les cordes conduisent la quantité de mouvement selon x seulement dans le sens des x négatifs. Inventez un dispositif qui conduit la quantité de mouvement selon x seulement dans le sens des x positifs.
5. Les cordes sont des conducteurs seulement pour la quantité de mouvement dans une seule direction. Il existe des dispositifs qui laissent passer l'air seulement dans une seule direction ; il existe des dispositifs qui ne laissent passer les gens que dans une seule direction ; il existe des dispositifs qui sont des conducteurs pour l'électricité seulement dans une seule direction. De quoi parlons-nous ?

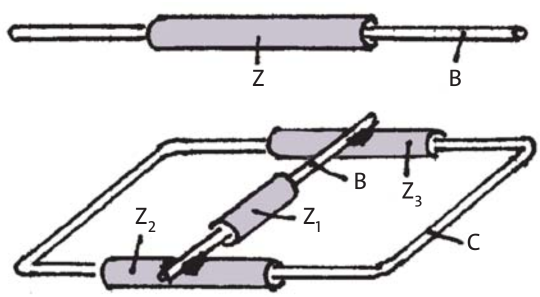


Fig. 2.49 Pour les exercices 1 et 2

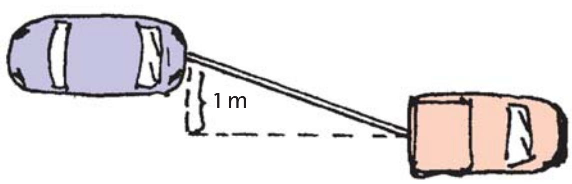


Fig. 2.50 Pour l'exercice 3

2.13 La loi de Hooke

Nous aimerions construire nous-mêmes un appareil de mesure des courants de quantité de mouvement (un courantomètre de quantité de mouvement). Nous supposons que cet appareil n'a pas encore été inventé et que l'unité de mesure de l'intensité du courant de quantité de mouvement n'a pas encore été définie.

Nous avons besoin d'un grand nombre d'anneaux élastiques identiques. D'abord, nous définissons notre propre unité de mesure. Nous tenons un (anneau) élastique devant une règle de manière à dérouler sa longueur totale, mais sans l'étirer au delà de sa longueur normale, Fig. 2.51, et mesurons sa longueur. Supposons que l'on trouve 10 cm = 0,1 m. Comme l'élastique est détendu, aucun courant de quantité de mouvement ne s'écoule encore à travers lui. Maintenant nous l'étirons jusqu'à ce qu'il soit long de 0,15 m. Maintenant, un courant de quantité de mouvement s'écoule. Nous définissons l'intensité de ce courant de quantité de mouvement comme notre unité d'intensité de courant. (Comme chaque élastique consiste en deux fils de caoutchouc placés l'un à côté de l'autre, un courant d'intensité égale à une demi unité circule dans chacun de ces fils.)

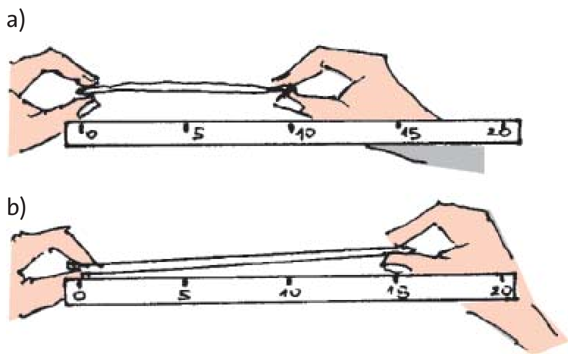


Fig. 2.51 Définition d'une unité pour l'intensité de courant de quantité de mouvement. (a) L'élastique est déroulé mais non étiré. (b) L'élastique est étiré de 5 cm.

Maintenant nous pouvons créer autant d'unités d'intensité de courant que nous voulons avec d'autres élastiques. Ainsi, nous pouvons créer des multiples de notre unité. Par exemple, si nous attachons 3 élastiques qui sont étirés jusqu'à 15 cm à côté les uns des autres, trois unités d'intensité de courant circuleront à travers eux ensemble.

A l'aide de nos élastiques, nous pouvons également *calibrer* un autre objet élastique, par exemple une corde élastique, Fig. 2.52. Par conséquent, nous faisons circuler une, deux, trois, et ainsi de suite… unités d'intensi-

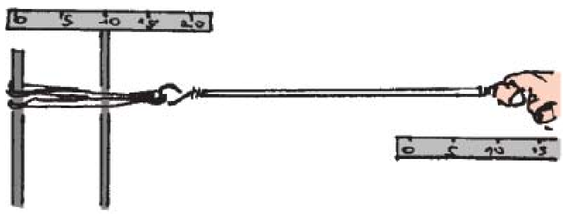


Fig. 2.52 Une corde élastique est étalonnée avec des unités d'anneaux élastiques.

té de courant à travers la corde et mesurons le changement correspondant de sa longueur comparé à sa longueur dans l'état relâché.

Sur la Fig. 2.53, l'intensité du courant de quantité de mouvement F est indiquée en fonction de l'extension s. Cette courbe est la *courbe d'étalonnage* de la corde élastique. Si nous voulons mesurer maintenant une intensité de courant de quantité de mouvement, nous n'avons plus besoin d'utiliser notre méthode quelque peu compliquée avec les élastiques identiques. Nous pouvons utiliser la corde élastique.

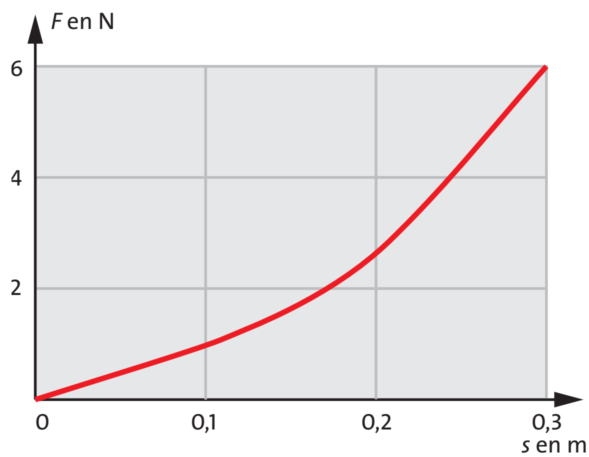


Fig. 2.53 Courbe d'étalonnage de la corde élastique : l'intensité du courant de quantité de mouvement est tracée en fonction de l'extension s de la corde.

Par exemple mesurons l'intensité du courant qui s'écoule vers un chariot que nous tirons. Nous tirons alors simplement le chariot au moyen de la corde et mesurons son extension. Si l'extension est par exemple 0,25 m, nous pouvons lire sur la courbe d'étalonnage que le courant de quantité de mouvement a une intensité de 4 unités.

Nous aimerions maintenant illustrer la relation entre l'extension et le courant de quantité de mouvement pour encore un autre objet : pour un ressort en acier. Le résultat est montré sur la Fig. 2.54.

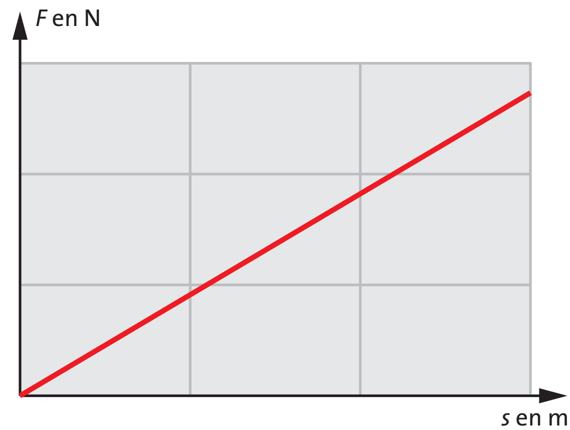


Fig. 2.54 Pour un ressort en acier, la relation entre l'intensité du courant de quantité de mouvement et l'extension est linéaire.

La relation est plus simple que pour la corde élastique : elle est linéaire. L'extension s et l'intensité du courant de quantité de mouvement F sont proportionnelles. Nous disons alors que le ressort se conforme à la *loi de Hooke*. Sous une forme de formule, la loi peut être énoncée comme suit :

> La Loi de Hooke : $D \cdot \vec{s} = \vec{F}$

D est une constante pour un ressort donné — la *constante du ressort ou raideur*. Son unité de mesure est le N/m. En général, pour différents ressorts, la constante du ressort a différentes valeurs. La Fig. 2.55 montre la relation entre F et s pour deux ressorts différents. Pour le ressort A, D a une plus grande valeur que pour le ressort B. Si les ressorts A et B sont étirés de la

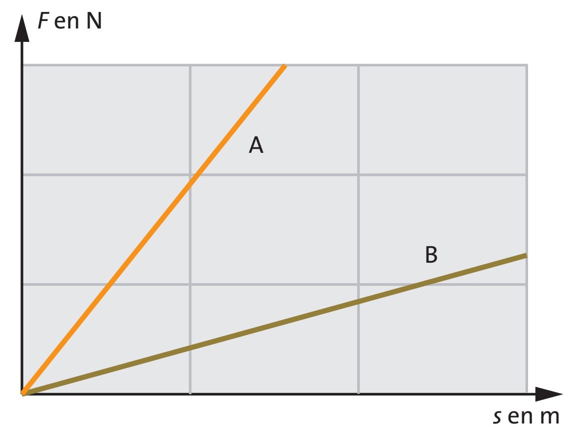


Fig. 2.55 La constante du ressort du ressort A est plus grande que celle du ressort B. Le ressort A est plus raide.

même longueur, le courant de quantité de mouvement dans le ressort A sera plus fort que dans le ressort B. Mais un courant de quantité de mouvement plus fort signifie une contrainte de tension plus grande. Par conséquent, le ressort avec la plus grande constante de ressort est le ressort le plus raide.

Beaucoup de ressorts peuvent être soumis non seulement à de la tension mais aussi à de la compression. Pour de tels ressorts, la loi de Hooke s'applique à la fois pour l'extension (valeurs positives de *s*) que que pour la contraction (valeurs négatives de *s*).

Exercices

1. Un ressort a une constante de ressort de $D = 150$ N/m. Quelle est son extension si un courant de quantité de mouvement de
(a) 12 N,
(b) 24 N s'écoule à travers lui ?
2. La relation *F*-*s* illustrée sur la Fig. 2.56 a été mesurée pour une corde donnée.
(a) Quelle est l'extension de la corde si un courant de quantité de mouvement de 15 N circule à travers elle ? Quelle est l'extension dans le cas d'une intensité de courant de 30 N ?
(b) Quelle est l'intensité du courant de quantité de mouvement si la corde est étirée de 20 cm ?
(c) Que ressentons-nous en tirant la corde avec nos mains ? Comparez avec un ressort en acier.
3. Comment pourrions-nous construire un arrangement dont la relation *F*-*s* est celle de la Fig. 2.57 ?
4. Deux ressorts sont mis en série et intégrés dans une corde à travers laquelle un courant de quantité de mouvement s'écoule. L'un des ressorts s'étire quatre fois plus que l'autre. Quel est le rapport entre les deux constantes de ressort ?
5. (a) Deux ressorts identiques sont connectés « en parallèle », Fig. 2.58a. Chacun a la constante de ressort *D*. Quelle est la constante de ressort de l'ensemble du système (boîte grise) ? (b) Même question pour deux ressorts « en série », Fig. 2.58b.

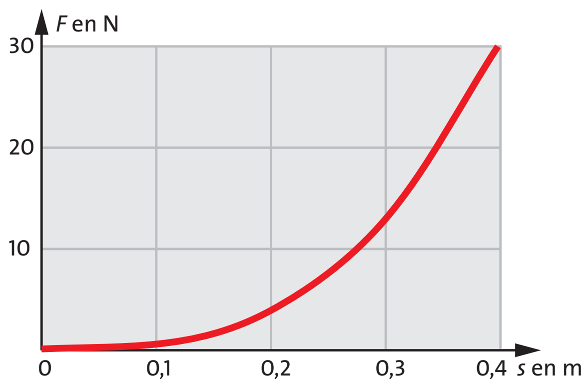


Fig. 2.56 Pour l'exercice 2

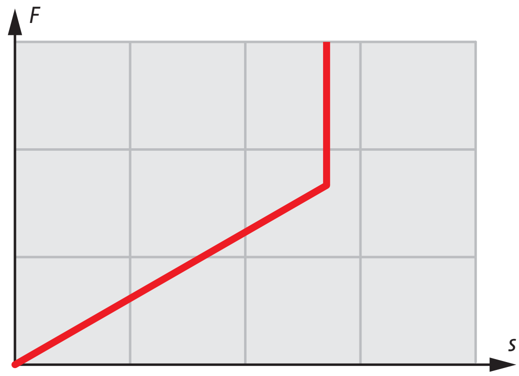


Fig. 2.57 Pour l'exercice 3

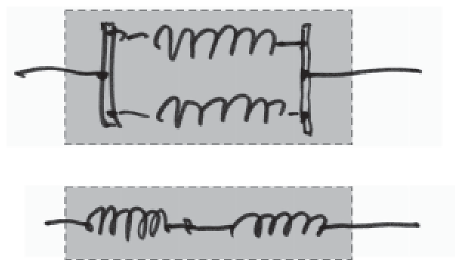


Fig. 2.58 Pour l'exercice 5

2.14 Vitesse, accélération, vitesse angulaire

Vitesse

Supposons qu'une voiture (ou un autre corps) se déplace à vitesse constante *v*. *v* peut être calculée à partir de la distance parcourue Δs et du temps Δt nécessaire pour ce déplacement :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Nous utilisons la notation « delta » encore une fois. Alors que nous désignons la position par *s* (dans un système de coordonnées donné), Δs fait référence à la distance entre deux points. De la même façon, Δt n'est pas l'heure de la journée mais une durée : l'intervalle de temps pendant lequel le corps parcourt la distance Δs. Si une voiture parcourt 200 m en 10 secondes, sa vitesse sera

$$v = \frac{200\ \text{m}}{10\ \text{s}} = 20\ \text{m/s}.$$

Accélération

Un train commence à se déplacer (dans le sens des x positifs). Nous supposons que sa vitesse augmente régulièrement : de 5 km/h toutes les 10 secondes. Ou encore de 30 km/h en une minute. Ou bien de 150 km/h en 5 minutes. Nous pouvons également dire que le train est *accéléré uniformément*. Le quotient de l'augmentation de la vitesse Δv par l'intervalle Δt est appelé *accélération a* :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dans le cas de notre train, nous obtenons :

$$a = \frac{5\text{ km/h}}{10\text{ s}} = \frac{5000\text{ m}}{3600\text{ s} \cdot 10\text{ s}} = 0{,}139\text{ m/s}^2.$$

L'unité SI de mesure de l'accélération s'avère donc être le m/s^2.

En général, l'accélération d'un véhicule n'est pas constante comme nous l'avons supposé ici. Si la vitesse est constante, nous avons $\Delta v = 0$ et par conséquent aussi $a = 0$.

Si un véhicule (qui se déplace dans le sens des x positifs) ralentit, Δv et aussi l'accélération seront négatives.

Vitesse angulaire

Imaginons une roue (ou un autre corps) tournant uniformément. On dit qu'elle tourne avec une *vitesse angulaire ω* constante. Traçons un rayon sur la roue et observons son mouvement, Fig. 2.59. La ligne tourne régulièrement autour du centre, elle bouge d'un même angle à chaque seconde. Dans l'intervalle de temps Δt, elle tourne de l'intervalle angulaire $\Delta\alpha$. La vitesse angulaire est calculée à partir de l'angle parcouru $\Delta\alpha$ et du temps Δt requis pour cela :

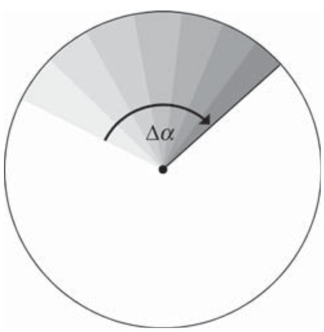


Fig. 2.59 Durant l'intervalle de temps Δt, le rayon se déplace d'un intervalle angulaire $\Delta\alpha$.

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

La vitesse angulaire intervient dans plusieurs autres équations de la physique. Pour que les résultats issus de ces équations aient les bonnes unités de mesure, c'est-à-dire les unités SI, l'angle α doit être donné avec une mesure en radian. Comme aucun symbole d'unité n'est utilisé pour le radian, l'unité de mesure de la vitesse angulaire s'avère être le 1/s ou encore s^{-1}.

La vitesse angulaire est aussi appelée vitesse de rotation. Si cette appellation est utilisée, on l'exprime alors avec une autre unité : le nombre de tours par minute (tr/min). Supposons que l'arbre d'un moteur électrique tourne à 2000 tr/min. La vitesse angulaire sera alors :

$$\omega = \frac{2000 \cdot 2\pi}{60\text{ s}} = \frac{212566}{60\text{ s}} = 209\text{ s}^{-1}.$$

Regardons le point P d'une roue en rotation, Fig. 2.60. P se déplace sur une trajectoire circulaire. Il y a une relation entre la norme v de la vitesse du point et la vitesse angulaire ω de la roue.

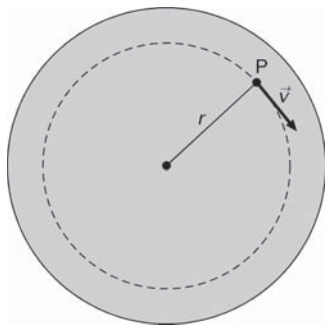


Fig. 2.60 Le point P d'un corps en rotation se déplace sur une trajectoire circulaire.

L'établissement de cette relation est plus simple en considérant une rotation complète comme référence. Nous désignons la période orbitale par T. L'angle de 360° est égal à 2π quand il est exprimé en radian pour unité de mesure. Par conséquent, la vitesse angulaire devient :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La distance parcourue durant la durée T est $2\pi r$. Par conséquent, la vitesse linéaire devient :

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

La dernière équation peut être écrite d'une manière légèrement différente :

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

Le quotient dans le terme de droite de l'équation est égal à la vitesse angulaire. Nous remplaçons et obtenons :

$$v = \omega \cdot r.$$

Corps en rotation :

- $v = \omega \cdot r$
- v = vitesse d'un point P
- ω = vitesse angulaire du corps
- r = distance entre P et le centre de rotation

Exercices

1. Le volant d'inertie du moteur d'une voiture a un diamètre de 30 cm. Le moteur tourne à 3500 tours par minute. Quelle est sa vitesse angulaire (en 1/s) ? Quelle est la valeur de la vitesse de son bord extérieur ?
2. Quelle est la vitesse angulaire de la rotation de la Terre autour de son axe ? Quelle est la valeur absolue de la vitesse d'un point sur l'équateur ?
3. Quelle est la vitesse angulaire pour le mouvement de la Terre autour du soleil ? Pour ce mouvement, la Terre a une vitesse de 30 km/s. Calculer la distance Terre – soleil.

2.15 Changement de quantité de mouvement pour des mouvements circulaires

Willy joue à une voiture radio-commandée en la faisant tourner autour de lui, Fig. 2.61. Willy : « Maintenant, je vais la faire tourner en cercle avec une vitesse constante ».

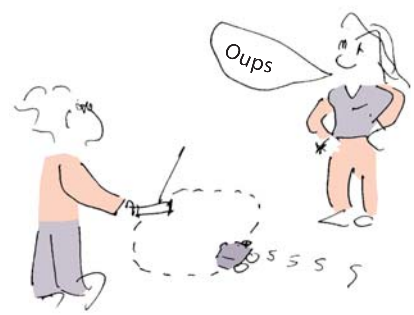


Fig. 2.61 La voiture roule en cercle et la valeur absolue de sa vitesse est constante.

Lilly : « Oups, tu ne peux pas faire cela. A la fois tourner en cercle et avoir une vitesse constante ! ». Willy : « Oh, tu as raison. Ce que je voulais dire était … »

Que voulait dire Willy ? Que la valeur absolue ou encore la norme du vecteur vitesse est constante. Lorsque la voiture effectue un mouvement circulaire, la direction du vecteur vitesse change constamment. Par conséquent, la quantité de mouvement de la voiture change également. La voiture reçoit constamment de la quantité de mouvement de la Terre.

La Fig. 2.62 illustre cela avec un schéma. A gauche, les vecteurs quantité de mouvement sont tracés sur la trajectoire circulaire à différents instants du temps. La flèche du vecteur quantité de mouvement tourne tout juste comme la direction de la voiture. A droite, les mêmes vecteurs quantité de mouvement sont dessinés à nouveau, mais de façon telle que leurs points origine soient confondus. Là, nous constatons que le vecteur quantité de mouvement tourne.

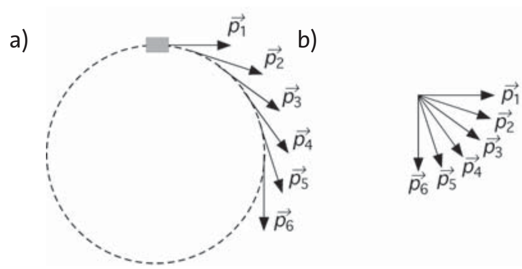


Fig. 2.62 a) Le vecteur quantité de mouvement à différents instants. (b) Lorsque la voiture roule en cercle, le vecteur de quantité de mouvement tourne.

La Fig. 2.63 montre deux vecteurs quantité de mouvement $\vec{p}_0$ et $\vec{p}_1$ à deux instants très proches l'un de l'autre : t_0 et t_1. Durant l'intervalle de temps

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

la quantité de mouvement change de

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0.$$

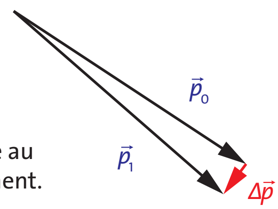


Fig. 2.63 Le vecteur « changement de quantité de mouvement » est perpendiculaire au vecteur quantité de mouvement.

La quantité de mouvement additionnelle $\Delta\vec{p}$ est perpendiculaire à la direction du mouvement (« quantité de mouvement transverse »).

La valeur du taux de variation est calculée par la formule :

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}$$

Ici, m est la masse du corps, v sa vitesse et r le rayon de la trajectoire circulaire.

L'établissement de cette formule est un peu compliqué. Nous ne le ferons pas et voulons seulement nous convaincre que la formule est plausible, c'est-à-dire qu'elle fournit des résultats qui sont conformes à nos attentes.

La dépendance en *m*

Supposons que la voiture se déplace en ligne droite selon la direction x, c'est-à-dire qu'elle a seulement de la quantité de mouvement selon x. Après avoir effectué un quart de tour, elle doit s'être débarrassé de toute sa quantité de mouvement selon x. Plus grande est sa masse, plus elle a de quantité de mouvement selon x au début et plus elle doit s'en débarrasser ou en absorber pendant chaque intervalle de temps.

La dépendance en *r*

La voiture parcourt un petit cercle puis un grand cercle, mais avec la même valeur absolue de sa vitesse à chaque fois. Il est clair que la variation de quantité de mouvement par seconde est plus faible pour le grand cercle. Par conséquent, le rayon r figure au dénominateur.

La dépendance en *v*

Plus grande est la vitesse, plus long est le vecteur de quantité de mouvement et plus grand est le taux de variation. De plus, le vecteur quantité de mouvement tourne plus vite et le taux de variation est plus grand pour cette raison. Ainsi, la vitesse a un double effet sur le taux de variation. C'est la raison pour la proportionnalité à v^2.

> Taux de variation de la quantité de mouvement pour un mouvement circulaire (avec une valeur constante de la vitesse absolue) :
>
> $$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}$$
>
> Le vecteur $\Delta\vec{p}$ de la variation de quantité de mouvement est perpendiculaire au vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$.

En utilisant la relation $v = \omega \cdot r$, nous pouvons transformer l'équation en

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\omega^2 r.$$

A première vue, il semble que le corps considéré — par exemple une voiture — devrait se déplacer sur une trajectoire circulaire, c'est-à-dire réaliser un mouvement circulaire en entier. Mais ce n'est pas nécessaire, cependant. La formule est valable en fait à chaque instant. Elle s'applique également lorsque la voiture effectue seulement un virage très court (avec une valeur absolue de la vitesse qui est constante). Alors, r n'est plus le rayon d'une trajectoire circulaire parcourue mais le rayon d'un cercle imaginaire qui est associé à la courbe à cet instant. r est appelé le *rayon de courbure* de la trajectoire au point que nous considérons, Fig. 2.64. Chaque fois que nous changeons l'orientation du volant d'une voiture, nous changeons le rayon de courbure de la trajectoire de la voiture. Tant que le volant est tenu sans changement, la voiture se déplace sur une trajectoire à rayon de courbure constant.

> N'importe quelle orientation du volant correspond à un rayon de courbure bien défini de la trajectoire de la voiture.

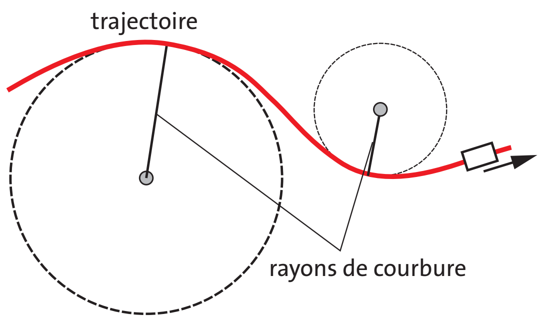


Fig. 2.64 Trajectoire d'une voiture. Le rayon de courbure change chaque fois que la position du volant est modifiée

Exercises

1. La route du village A au village B comporte un virage à 90°. Géométriquement, la route est composée de deux portions de ligne droite qui sont reliées par un virage en quart de cercle. Quels mouvements du volant doivent effectuer les automobilistes au passage de la courbe ? Quel est le taux de variation de la quantité de mouvement de la voiture en fonction du temps ? La route a manifestement été mal conçue. Les courbes des routes et des autoroutes ne sont pas habituellement des virages circulaires. A quoi ressemble une courbe bien dessinée ? Quel est le taux de variation de la quantité de mouvement en fonction du temps dans ce cas ?
2. Willy a suspendu une balle de 500 g au bout d'une corde et la fait tourner en cercle au-dessus de sa tête. Une rotation dure 0,8 s. La corde a une longueur de 1 m. Quelle est la valeur du courant de quantité de mouvement qui s'écoule à travers la corde ?

2.16 Poulies

Une roue avec une rainure qui est utilisée pour dévier des cordes est appelée une *poulie*. La Fig. 2.65 en montre une application. Les poulies peuvent également se rencontrer dans les grues et les palans de levage.

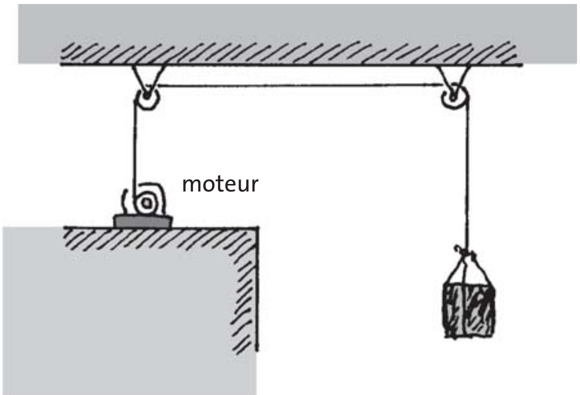


Fig. 2.65 Le moteur tire une charge vers le haut. La corde passe sur deux poulies.

Nous aimerions examiner le comportement des poulies. Un compteur de courant de quantité de mouvement (ce courantomètre est aussi appelé un dynamomètre) est installé sur chacune des trois cordes A, B et C sur la Fig. 2.66. Nous tirons sur la boucle à l'extrémité droite de la corde A de telle sorte que le compteur associé affiche 12 N. Qu'indiquent les compteurs des cordes B et C ?

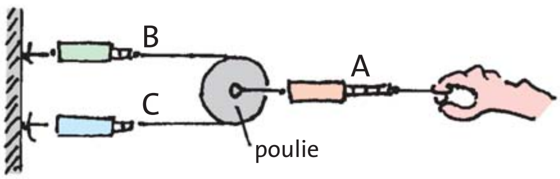


Fig. 2.66 Le courant de quantité de mouvement qui circule à travers la corde A est divisé dans la poulie en deux courants égaux.

Nous pouvons prévoir le résultat. D'un côté, nous savons que le courant de quantité de mouvement qui passe à travers la corde A continue à s'écouler dans les cordes B et C. Par conséquent, nous devons avoir :

$$F_A = F_B + F_C$$

Puisque cet arrangement est symétrique, nous devons également avoir :

$$F_B = F_C.$$

Avec ces deux équations, nous obtenons

$$F_B = F_A/2 \text{ und}$$

et

$$F_C = F_A/2.$$

Ou encore dans notre cas : si $F_A = 12$ N, nous obtenons $F_B = 6$ N et $F_C = 6$ N.

Les lignes pointillées sur la Fig. 2.67 montrent le chemin de la quantité de mouvement. Il s'agit d'une quantité de mouvement uniquement selon x (si on suppose que le sens des x positifs est vers la droite).

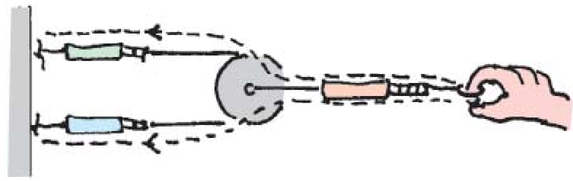


Fig. 2.67 Chemin de la quantité de mouvement selon x

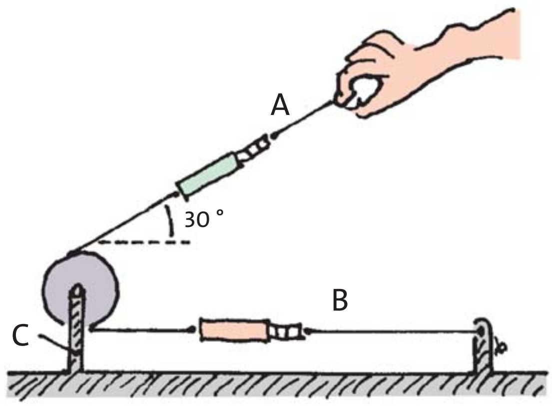


Fig. 2.68 Les courants de quantité de mouvement dans les cordes A et B ont la même amplitude mais différentes directions.

Examinons un cas plus compliqué, Fig. 2.68.

Nous tirons une corde A et constatons : peu importe la force que nous y mettons, le compteur en A donne toujours la même indication qu'en B. Mais cela ne signifie pas que les courants de quantité de mouvement en A et en B sont égaux. Bien qu'ils aient la même valeur absolue, ils diffèrent par leurs directions. Rappelons nous : la quantité de mouvement qui circule dans une corde a toujours la même direction que la corde. Dans la portion B de la corde, seule de la quantité de mouvement selon *x* circule vers la poulie alors que de la quantité de mouvement selon *x* et selon *y* circule vers la poulie dans la portion A.

La somme des deux types de quantité de mouvement circule vers la Terre à travers le support de la poulie. Par somme, nous entendons bien sûr somme vectorielle.

Résumons :

> Lorsqu'une corde passe par une roue pouvant tourner librement (une poulie), les courants de quantité de mouvement dans les deux parties de la corde ont la même valeur absolue.

Exercises

1. La valeur absolue du courant de quantité de mouvement dans la corde A sur la Fig. 2.68 est 30 N. Dessiner les vecteurs pour les courants de quantité de mouvement dans les cordes A et B. Construire le vecteur courant en C à l'aide de l'addition vectorielle.
2. Un courant de quantité de mouvement de 80 N s'écoule dans la corde L sur la Fig. 2.69, sur laquelle une charge est suspendue. Construire le vecteur pour le courant dans la partie Z de la corde et dans celle de la suspension de la poulie à droite.

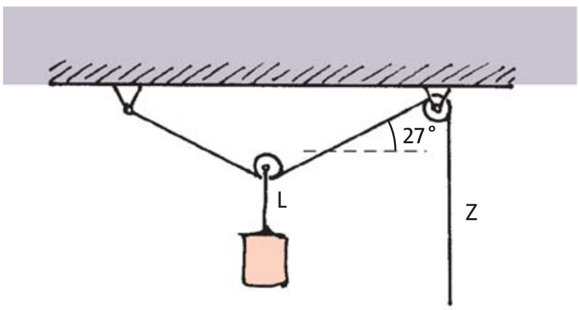


Fig. 2.69 Pour l'exercice 2

2.17 Relation entre pression et courant de quantité de mouvement

Un bloc K est serré entre deux parois au moyen d'un ressort, Fig. 2.70. Un courant de quantité de mouvement circule à travers cet arrangement. Le courant de quantité de mouvement s'écoulant est toujours lié à la *contrainte mécanique* à laquelle est exposé le conducteur du courant : contrainte de compression ou contrainte de tension (on parle alors également de manière équivalente de contrainte de traction). Vous vous souvenez de la règle : un courant de quantité de mouvement vers la droite signifie pression, un courant de quantité de mouvement vers la gauche signifie tension.

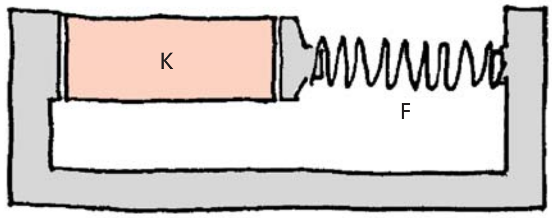


Fig. 2.70 Le bloc K est soumis à une contrainte de compression.

Intéressons nous à l'état de contrainte du bloc. Comme le courant de quantité de mouvement se répartit sur le bloc en entier, toutes les parties du bloc sont soumises à la contrainte de compression ; toutes les parties « sentent » la pression, Fig. 2.71.

Comparons les deux blocs K1 et K2 à la Fig. 2.72.

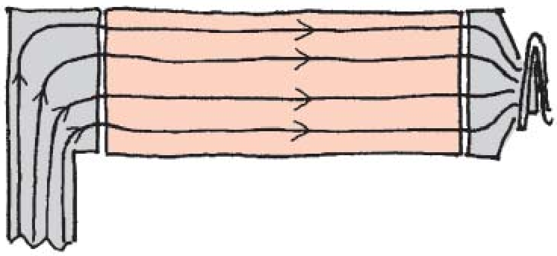


Fig. 2.71 Le courant de quantité de mouvement est réparti sur toute la section transversale du bloc.

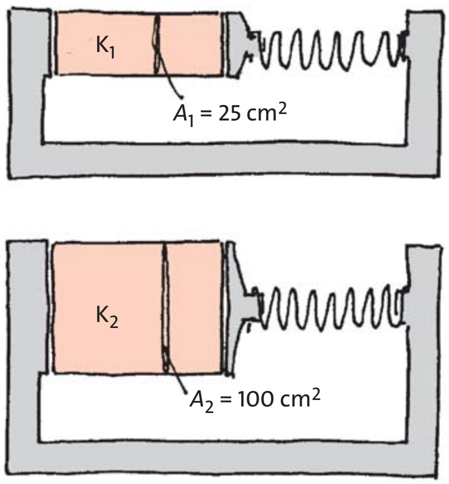


Fig. 2.72 Les courants de quantité de mouvement dans K1 et K2 ont la même intensité. L'intensité du courant de quantité de mouvement par surface, c'est-à-dire la pression, dans K1 est plus élevée que dans K2.

Comme les deux ressorts sont tout à fait identiques, les courants de quantité de mouvement circulent avec la même intensité dans les deux cas — supposons que ce soit 200 Hy/s = 200 N. Le bloc K2 a une plus grande aire de section transverse que K1. Par conséquent, le courant de quantité de mouvement se répartit sur une plus grande aire. Ainsi, *le courant de quantité de mouvement par unité de surface* est plus petit.

$$\frac{200}{100}\,\text{Hy/s} = 2\ \text{N}$$

s'écoulent à travers chaque centimètre carré de l'aire de la section transverse du bloc K1.

$$\frac{200}{25}\,\text{Hy/s} = 8\ \text{N}$$

s'écoulent à travers chaque centimètre carré de l'aire de la section transverse du bloc K2.

Un morceau de matière de K1 « ressent » donc une plus grande pression qu'un morceau de matière de K2 de la même taille.

Ainsi, nous pouvons utiliser l'intensité du courant de quantité de mouvement par surface pour caractériser la contrainte mécanique en un point défini quelque part à l'intérieur d'un corps.

Cette grandeur, c'est-à-dire le quotient de l'intensité du courant de quantité de mouvement par l'aire de la surface à travers laquelle circule ce courant est appelée pression. C'est la même grandeur physique que nous avons déjà rencontrée plus tôt dans un contexte différent.

Comme la pression est désignée par la lettre p, nous avons

$$p = \frac{F}{A}.$$

Si nous prenons l'intensité du courant de quantité de mouvement en Newton (N) et l'aire en m^2, nous obtenons des N/m^2 comme unité de mesure pour la pression. Cette unité est appelée Pascal, abrégée en Pa. Ainsi,

$$\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

1 Pa est une pression très faible. En conséquence, les unités plus grandes que sont

1 kPa = 1000 Pa et 1 MPa = 1 000 000 Pa,

sont souvent utilisées ; ainsi qu'également le bar :

1 bar = 100 000 Pa.

Revenons encore à nos blocs : dans le bloc K1, il y a une pression ou, en d'autres termes, une *contrainte de compression* de

$$p_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}0025\ \text{m}^2} = 80\,000\ \text{Pa} = 80\ \text{kPa}.$$

Pour le bloc K2, nous obtenons

$$p_2 = \frac{F}{A_2} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = 20\,000\ \text{Pa} = 20\ \text{kPa}.$$

(Les aires A_1 et A_2 doivent être exprimées en m^2 de façon à obtenir des Pa comme unité pour la pression.)

Un courant de quantité de mouvement de 200 N circule dans le sens négatif à travers le corps K à la Fig. 2.73.

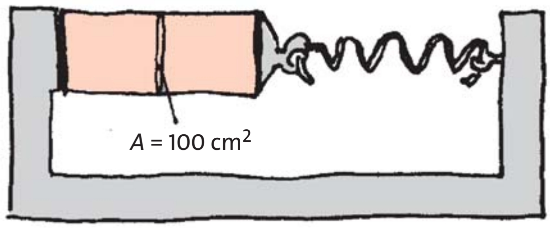


Fig. 2.73 Le bloc est soumis à une contrainte de tension, la pression est négative.

Cela est pris en compte dans le calcul de la grandeur p en mettant un signe moins à la valeur de l'intensité du courant. Ainsi,

$$p = \frac{-200\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = -20\,000\ \text{Pa} = -20\ \text{kPa}.$$

Une valeur négative de la pression correspond donc à une contrainte de tension.

Synthèse :

> Pression = intensité du courant de quantité de mouvement divisée par l'aire.

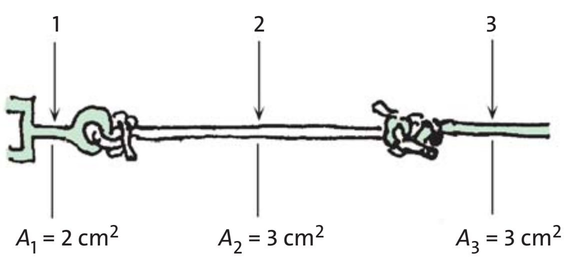


Fig. 2.74 Pour l'exercice 1

Exercices

1. Une voiture est remorquée. La Fig. 2.74 montre un détail du montage de la remorque : le crochet sur la voiture qui est tirée, un bout de câble métallique et le câble en plastique noué à celui-ci. Un courant de quantité de mouvement de 420 N s'écoule vers la voiture au cours de ce processus. Calculer la tension aux points 1, 2 et 3. Faîtes attention au signe : contrainte de compression ou de tension ?
2. Les câbles sur la Fig. 2.75 ont une section transversale d'aire 1,5 cm^2. La boîte a une masse de 12 kg. Calculer la contrainte de tension aux trois points 1, 2 et 3.
3. Vous enfoncez une punaise dans une planche en bois. Estimer la pression qui existe au milieu, c'est-à-dire à mi-longueur de la tige de la punaise. Quelle est la pression sur la pointe de la punaise ?
4. Estimer la pression qui apparaîtra à la pointe d'un clou frappé par un marteau.

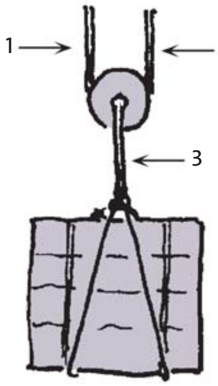


Fig. 2.75 Pour l'exercice 2

2.18 Contraintes dans trois directions

Nous voulons soumettre un corps à de la contrainte de compression et à de la contrainte de tension en même temps. On pourrait objecter que cela est impossible : « Un corps est soit sous une contrainte de compression soit sous une contrainte de tension ; elles s'excluent l'une l'autre. » Ecartons cette objection et essayons simplement — et nous y arrivons !

Prenons un objet, par exemple une éponge pour effacer les tableaux noirs, saisissons la avec les deux mains et serrons les doigts. Simultanément, écartons les mains l'une de l'autre, Fig. 2.76.

L'intérieur de l'éponge est maintenant soumis en réalité à la fois à de la compression et à de la tension. Pression dans les directions horizontales et tension dans la direction verticale. La Fig. 2.77 illustre une situation similaire : le bloc K est soumis à de la contrainte de tension dans la direction horizontale et à de la compression dans la direction verticale. Bien sûr, il peut également être mis sous tension ou en compression dans les deux directions. Et les contraintes de compression ou de tension dans les directions horizontale et verticale peuvent avoir des amplitudes différentes.

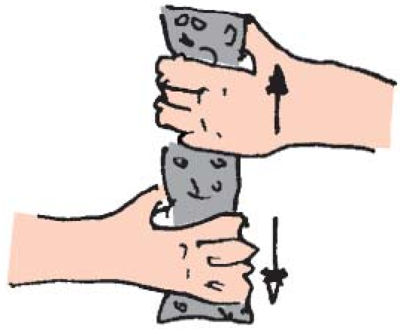


Fig. 2.76 L'intérieur de l'éponge est soumis à une contrainte de tension dans la direction verticale et à une contrainte de compression dans une direction horizontale.

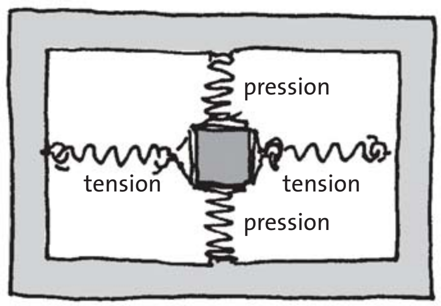


Fig. 2.77 Le bloc est soumis à de la pression dans la direction verticale et à de la tension dans la direction horizontale.

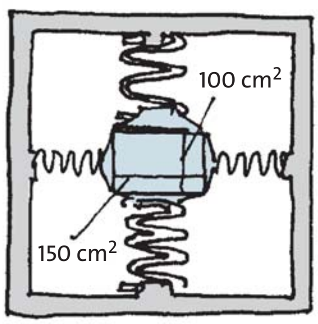


Fig. 2.78 Les pressions dans les directions horizontale et verticale sont différentes.

Contraintes dans trois directions

Dans le cas de la Fig. 2.78, la pression horizontale a la valeur

$$p_1 = \frac{50\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = 5000\ \text{Pa} = 5\ \text{kPa}$$

et la verticale

$$p_2 = \frac{300\ \text{N}}{0{,}015\ \text{m}^2} = 20000\ \text{Pa} = 20\ \text{kPa}.$$

Enfin, le bloc peut également être soumis à n'importe quelle contrainte de compression ou de tension dans la troisième direction de l'espace, Fig. 2.79.

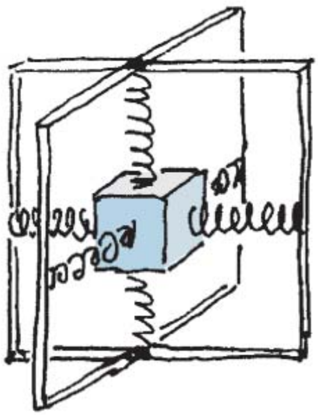


Fig. 2.79 Les pressions peuvent être imposées dans trois directions qui sont perpendiculaires l'une de l'autre.

Par exemple, nous pouvons avoir la situation suivante :

$p_1 = 5000$ Pa
$p_2 = -2000$ Pa
$p_3 = -40\,000$ Pa

Vous pourriez penser qu'il serait possible de continuer ainsi, c'est-à-dire que d'autres valeurs différentes de pression pourraient être créées dans d'autres directions dans l'espace. Pourquoi ne pas créer cinq pressions différentes (ou contraintes de tension) dans cinq directions différentes, Fig. 2.80 ? Parce que c'est impossible. Prouver cela est assez compliqué. C'est pourquoi nous accepterons simplement ce résultat :

> Des contraintes de compression ou de tension peuvent être imposées dans trois directions qui sont perpendiculaires l'une à l'autre.

Dès que nous essayons de changer la pression dans une quatrième direction, les pressions dans les trois premières directions changeront également.

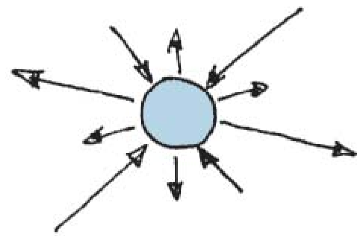


Fig. 2.80 Plus que trois contraintes indépendantes ne peuvent être appliquées dans l'espace à trois dimensions (en deux dimensions, seulement deux).

Le résultat s'applique pour tout point à l'intérieur d'un corps. Mais la contrainte mécanique peut encore changer d'un point à un autre. Dans l'éponge comprimée de la Fig. 2.76, la pression ou la tension au milieu est certainement différente de celle à l'extrémité haute ou basse.

Si la pression dans les trois directions, qui sont perpendiculaires deux à deux, a la même valeur, par exemple 12 kPa, cette pression prévaudra également dans toutes les autres directions de l'espace.

Chaque matériau ne peut résister qu'à certaines contraintes de compression ou de tension. Dans de nombreux cas, un matériau est bien plus résistant à la pression qu'à la tension.

Par exemple le béton supporte des contraintes de compression d'environ 50 MPa, mais des contraintes de tension de seulement 1/20ème de cette valeur. Mais parfois un support en béton devra être soumis à de la tension en certains points. La Fig. 2.81 montre une poutre en béton qui repose sur des supports à ses extrémités et porte une charge en son milieu – une situation typique. Le béton dans la partie supérieure de la poutre est soumis à de la pression dans la direction horizontale. Dans la partie inférieure, elle est soumise à de la tension dans la direction horizontale. Comme le béton ne résiste pas à une contrainte de tension lui-même, il est équipé de câbles d'acier dans les zones de tension car l'acier supporte de grandes contraintes de tension.

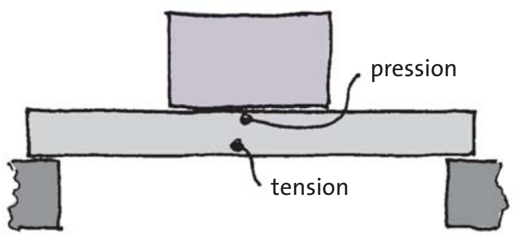


Fig. 2.81 Il y a de la pression selon la direction horizontale dans la partie supérieure de la poutre et de la tension dans la partie inférieure.

Pour la même raison, à savoir augmenter la résistance à la traction (à la tension) du matériau, certains plastiques sont renforcés avec des fibres de carbone. De tels matériaux sont utilisés par exemple pour fabriquer des skis, des plongeoirs de piscine ou des planeurs.

De nombreux matériaux ne résistent pas de manière égale en fonction de la direction considérée. Un exemple bien connu est le bois. Les bois de conifères supportent une contrainte de tension d'environ 10 MPa dans la direction du grain, mais seulement 1/20ème de cette valeur dans la direction transversale à la fibre.

Exercices

1. Citer des matériaux qui supportent de grandes contraintes de tension mais seulement de faibles contraintes de compression.
2. Citer des matériaux qui supportent de grandes contraintes de compression mais seulement de faibles contraintes de tension.
3. Citer des matériaux qui supportent différentes contraintes de compression ou de tension dans différentes directions.

2.19 La pression dans les liquides et les gaz

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés aux contraintes mécaniques dans les objets solides. (Une éponge est considérée comme un objet « solide » puisqu'elle n'est ni liquide ni gazeuse.) Nous voudrions maintenant soumettre un liquide, par exemple de l'eau, à de la pression. Au début, nous sommes volontairement un peu maladroits et essayons d'agir de la même manière qu'avec le bloc à la Fig. 2.70 : nous appuyons sur l'eau au milieu du récipient du haut vers le bas, Fig. 2.82. Ce qui doit évidemment arriver se produit : l'eau s'échappe sur les côtés.

Par conséquent, nous utilisons une technique différente : nous bloquons l'eau pour qu'elle ne puisse pas s'échapper, Fig. 2.83. Si l'aire de la section transverse du

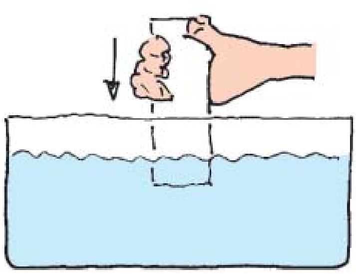


Fig. 2.82 L'eau ne peut être mise sous pression de cette manière. Elle s'échappe sur les côtés.

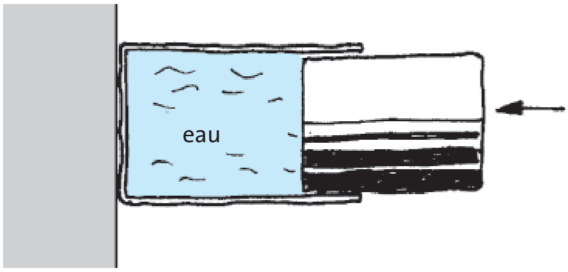


Fig. 2.83 Le piston est soumis à la pression seulement dans la direction horizontale, l'eau est sous pression dans toutes les directions.

piston est A = 5 cm^2 et le courant de quantité de mouvement F = 200 N, il y aura une pression de

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200 \text{ N}}{0{,}0005 \text{ m}^2} = 400000 \text{ Pa} = 0{,}4 \text{ MPa}.$$

Comme l'eau essaie de s'échapper dans les directions transversales au piston, il y aura également une contrainte de compression dans ces directions transverses qui aura la même valeur que celle dans la direction du piston. Dans toutes les autres directions, il y a une pression de la même valeur absolue.

L'experience illustrée à la Fig. 2.84 montre cela clairement.

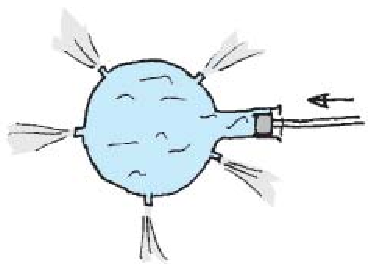


Fig. 2.84 Puisqu'il y a une pression dans toutes les directions, l'eau gicle dans toutes les directions.

> En tout point d'un liquide, il y a la même pression dans toutes les directions.

Cela s'applique aussi pour les gaz car les gaz s'échapperont également latéralement s'ils ne sont pas empêchés de le faire.

2.20 La force

Dans ce chapitre, nous allons simplement parler d'un nom différent pour quelque chose que nous connaissons déjà.

Comme cela était l'usage à l'époque, Newton écrivit sa grande oeuvre « Principia Mathematica » en langue latine. Ce que nous appelons aujourd'hui courant de quantité de mouvement était appelé « vis ». Le symbole F vient du mot anglais « force ».

Le nom « intensité du courant de quantité de mouvement » pour la grandeur F n'a existé que depuis le début du siècle passé. Mais le nom « force » pour la grandeur F est encore largement utilisé aujourd'hui ; en fait, il est bien plus fréquemment utilisé que le nom « courant de quantité de mouvement » ou « intensité du courant de quantité de mouvement ». Nous devons donc nous familiariser avec son usage. Cependant, il y a un petit problème : bien que « force » désigne la même grandeur physique que « intensité du courant de quantité de mouvement », les deux termes sont utilisés de manière très différente. Nous appellerons une description avec des courants de quantité de mouvement modèle à *courant de quantité de mouvement* et une description avec des forces modèle à force.

Nous illustrons l'application du modèle à force au moyen des Fig. 2.85 et Fig. 2.86. Sur la Fig. 2.85, Lilly tire un chariot de telle sorte qu'il commence à se déplacer vers la droite (sans frottement). Souvenez vous de la description avec le modèle à courant de quantité de mouvement :

- Lilly pompe de la quantité de mouvement de la Terre vers le chariot via la corde. Donc, la quantité de mouvement du chariot augmente.

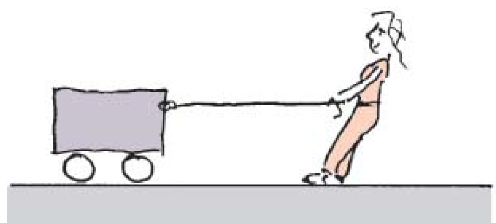


Fig. 2.85 Lilly exerce une force sur le chariot. Par conséquent, la quantité de mouvement du chariot change.

Le même processus peut être décrit avec le modèle à force de la façon suivante :

- Une force est exercée sur le chariot. Donc, la quantité de mouvement du chariot augmente.

Maintenant, regardons la situation de la Fig. 2.86 avec le modèle à courant de quantité de mouvement :

- Nous avons un circuit fermé. La quantité de mouvement s'écoule de la droite à travers le ressort vers le chariot et en sort sur la gauche. Comme toute la quantité de mouvement sort , la quantité de mouvement du chariot ne change pas.

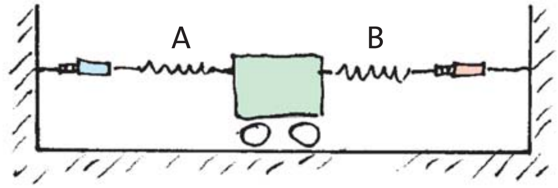


Fig. 2.86 Le ressort A exerce une force vers la gauche sur le chariot, le ressort B exerce une force vers la droite. Comme ces forces ont la même intensité, la quantité de mouvement du chariot ne change pas.

La description est un peu plus compliquée avec le modèle à force :

- Le ressort A exerce une force vers la gauche sur le chariot, le ressort B exerce une force vers la droite de la même intensité sur le chariot. Comme les forces ont la même intensité mais agissent dans des directions opposées, la quantité de mouvement du chariot ne change pas.

3 MOMENT CINÉTIQUE ET COURANTS DE MOMENT CINÉTIQUE

Dans ce chapitre, nous allons examiner un type particulier de mouvements : les mouvements de rotation. Vous savez probablement que des mouvements de rotation se produisent dans de nombreuses situations et qu'ils sont particulièrement importants.

Nous allons faire une découverte intéressante : la description des mouvements de rotation est très semblable à la description des mouvements linéaires. Nous pourrions dire aussi qu'il existe une analogie entre les domaines correspondants de la mécanique. Grâce à cette analogie, nous pouvons économiser beaucoup de travail.

3.1 Moment cinétique

Nous observons une roue qui tourne sans (ou avec très peu de) frottement, par exemple la roue d'un vélo retourné, Fig. 3.1. Elle tourne avec une certaine vitesse angulaire, c'est-à-dire qu'elle effectue un nombre particulier de rotations par seconde. Nous pouvons déterminer la valeur de la vitesse angulaire à l'aide d'un chronomètre. Avec cette méthode, nous avons décrit le mouvement de rotation de la roue.
La vitesse angulaire est au mouvement de rotation ce que la vitesse habituelle est au mouvement de translation. Cependant, pour décrire le mouvement de translation, nous avons aussi introduit une deuxième grandeur : la quantité de mouvement. C'est une mesure de « l'élan» d'un corps.

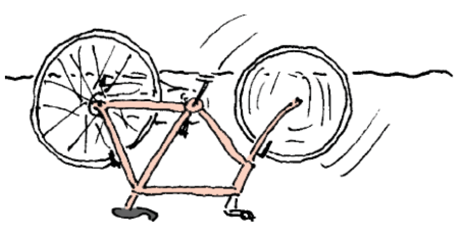


Fig. 3.1 La roue en rotation a une quantité spécifique de moment cinétique.

De même, nous pouvons dire que notre roue en rotation a un élan, une impulsion : quelque chose que l'on donne lorsque l'on fait tourner la roue, et qui est rendue quand on ralentit celle-ci. Ce type d'élan ou d'impulsion est appelé *moment cinétique*.

Le symbole du moment cinétique est L. L'unité de mesure est l'Euler, abrégée en E et qui tire son nom du célèbre mathématicien et physicien Leonhard Euler (1707 — 1783), Fig. 3.2, qui a formulé le principe de conservation du moment cinétique pour la première fois.

Fig. 3.2 Leonhard Euler

Moment cinétique et quantité de mouvement ne sont pas la même chose. Si la roue de la Fig. 3.3a avait une quantité de mouvement, elle devrait se déplacer de la manière indiquée sur la Fig. 3.3b.

Nous pouvons faire une expérience avec deux roues, Fig. 3.4. L'axe de l'une d'elles est fixé sur la table, celui de l'autre peut être déplacé. Les roues peuvent être reliées avec une sorte d'embrayage à disques, ce qui permettra à une roue d'entraîner l'autre.

Au début, les roues sont séparées. L'une est mise en rotation, mais pas l'autre. Ensuite, les disques d'accouplement sont mis en contact. Que se passe-t-il ?

a)

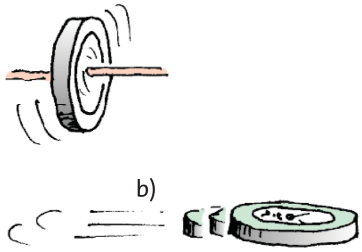


Fig. 3.3 (a) La roue a un moment cinétique. (b) La roue a une quantité de mouvement.

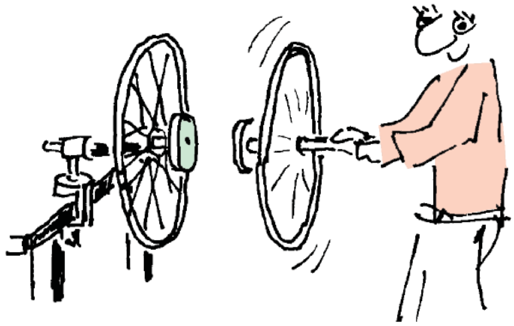


Fig. 3.4 Dès que les disques d'accouplement des deux roues sont en contact, le moment cinétique commence à être transféré de la roue de droite à celle de gauche.

La roue en rotation ralentit et l'autre, qui ne tournait pas au début, commence à tourner. Après que les disques d'accouplement aient glissé l'un sur l'autre pendant un moment, les deux roues finiront par atteindre la même vitesse angulaire.

Voilà pour l'observation. Comment cela peut-il être expliqué ? Qu'est-il arrivé au moment cinétique lors de ce processus ?

Le moment cinétique de la roue qui tournait au début a diminué. Le moment cinétique de la roue qui ne tournait pas a augmenté. Par conséquent, le moment cinétique doit être passé de l'une à l'autre.

> Le moment cinétique peut passer d'un corps à un autre.

Nous considérons à nouveau une seule roue qui est fermement reliée à son axe. L'axe peut tourner (presque) sans frottement. La roue est mise en mouvement ; elle est chargée de moment cinétique. Willy saisit ensuite l'axe de rotation avec sa main et ralentit la roue, Fig. 3.5. La roue va s'arrêter après un moment. Où est passé le moment cinétique ?

La situation est très semblable à celle que vous connaissez : le ralentissement d'un véhicule animé

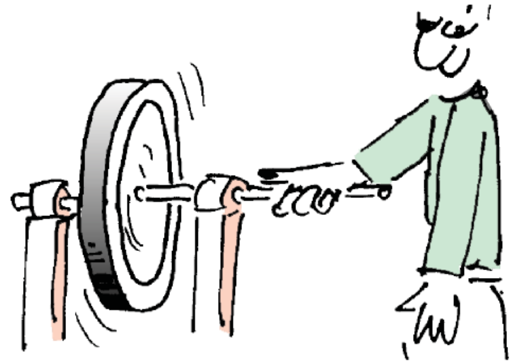


Fig. 3.5 Le moment cinétique est évacué vers la Terre.

d'un mouvement de translation. Tout comme la quantité de mouvement est évacuée vers la Terre dans le cas du véhicule, le moment cinétique de la roue en rotation est évacué aussi vers la Terre. Il en serait de même si la roue n'avait pas été ralentie volontairement. Dans ce cas, le moment cinétique aurait été évacué vers la Terre à travers les paliers — mais plus lentement.

Vous voyez à quoi servent les roulements de roue : ils sont conçus pour supporter une roue ou un axe et empêcher que le moment cinétique ne soit évacué vers la Terre.

> Si un roulement de roue n'est pas sans frottement, c'est-à-dire si la roue cesse de tourner seule, son moment cinétique est évacué vers la Terre.

Examinons à nouveau l'expérience de la Fig. 3.4. Nous mettons en mouvement la roue qui est fixée sur la table. Ensuite, nous mettons aussi l'autre roue en mouvement, mais dans le sens opposé. Nous nous assurons que les valeurs absolues de la vitesse angulaire sont identiques pour les deux roues.

De nouveau, les roues sont reliées au moyen de l'embrayage à disques. Comment est l'état final cette fois-ci ? Les deux roues sont immobiles. Comment cela peut-il être expliqué ?

Il y avait un moment cinétique avant. Mais où est-il allé?

Au début, chaque roue prise séparément avait une quantité de moment cinétique différente de zéro. Si toutefois, on attribue des signes opposés aux moments cinétiques des deux roues, on constate que le moment cinétique total était déjà nul au début. L'expérience nous amène à la conclusion suivante :

> Le moment cinétique peut prendre des valeurs positives ou négatives.

Nous pouvons définir arbitrairement laquelle des deux valeurs est positive et laquelle est négative. Mais comment pouvons-nous formuler une telle décision ? Une possibilité pratique est la *règle de la main droite*, Fig. 3.6 :

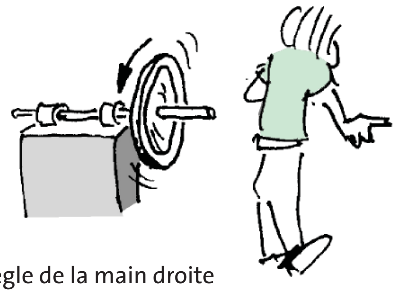


Fig. 3.6 La règle de la main droite

> Nous alignons l'axe de rotation avec la main droite de manière à ce que les doigts courbés s'orientent dans le sens de la rotation. Lorsque notre pouce pointe dans le sens des x positifs, le moment cinétique est positif ; quand il pointe dans le sens des x négatifs, le moment cinétique est négatif.

Jusqu'ici, nous avons soigneusement empêché l'axe de rotation de changer d'orientation. Bien sûr, cet axe peut avoir n'importe quelle orientation et vous pouvez certainement imaginer ce que cela signifie : le moment cinétique est un vecteur. Nous reviendrons sur cette question plus tard. Pour le moment, nous supposons toujours que la direction de l'axe est fixe, c'est-à-dire parallèle à l'axe des x.

Vous voyez que le traitement du moment cinétique est très semblable à celui de la quantité de mouvement ou à celui de la charge électrique. Le moment cinétique est aussi une quantité semblable à une substance. Et il y a une autre propriété importante en commun avec la quantité de mouvement et la charge :

> Le moment cinétique ne peut être ni créé ni détruit.

Exercise

1. Formuler des affirmations générales sur le moment cinétique et les affirmations correspondantes pour la quantité de mouvement et la charge électrique.

3.2 Pompes à moment cinétique

De même que la quantité de mouvement est transférée du corps à la plus grande vitesse à celui à la plus faible dans un processus de frottement, le moment cinétique passe du corps avec la plus grande vitesse angulaire à celui avec la plus faible. Le moment cinétique s'écoule de lui-même hors d'une roue, qui contient un moment cinétique positif, vers la Terre par l'intermédiaire des roulements (qui ne sont jamais absolument parfaits).

Pour obtenir un moment cinétique dans la roue, un effort doit être fait. Une roue ne commence pas à tourner toute seule.

Nous pouvons charger une roue en moment cinétique à la main, par exemple à l'aide d'une manivelle. Ou nous laissons un moteur faire le travail, Fig. 3.7.

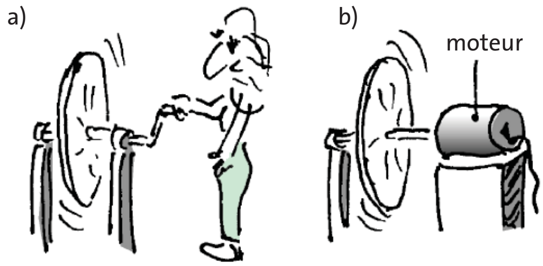


Fig. 3.7 (a) Lilly fonctionne comme une pompe à moment cinétique. (b) Le moteur fonctionne comme une pompe à moment cinétique.

Dans les deux cas, nous avons besoin de quelque chose qui force le processus de charge avec du moment cinétique : une « pompe à moment cinétique ». Dans le premier cas, Lilly fonctionne comme une pompe à moment cinétique ; dans le second cas, le moteur est la pompe. Mais d'où vient le moment cinétique qui est déplacé par cette pompe à moment cinétique ? De la même façon que pour la quantité de mouvement, le moment cinétique peut également être retiré de la Terre. Une expérience le montre très clairement. Nous définissons l'axe des x positifs comme étant dans la direction ascendante. Nous avons besoin d'un siège pivotant et d'une roue pouvant être maintenue sur son axe. Willy se tient à côté

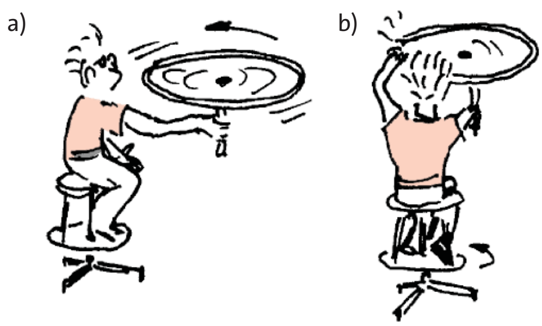


Fig. 3.8 (a) Seule la roue a un moment cinétique. (b) Le moment cinétique est transféré de la roue vers Willy et le siège.

du siège pivotant, tient la roue de manière à ce que l'axe soit dirigé vers le haut et commence à la faire tourner. Il s'assied ensuite sur le siège pivotant, Fig. 3.8, et freine la roue jusqu'à ce qu'elle s'arrête. Il commence alors à tourner lui-même. Pourquoi ? Pendant qu'il ralentissait la roue, un moment cinétique était transféré de la roue vers Willy et le siège pivotant — mais pas plus loin. Il ne pouvait pas être évacué vers la Terre car le siège pivotant en est isolé par son roulement.

Si Willy s'appuie au sol tout en ralentissant la roue, le moment cinétique peut être transféré directement vers la Terre.

Encore une autre variante de l'expérience : Willy est assis sur le siège pivotant et tient la roue, Fig. 3.9. Au début, le siège pivotant et la roue sont au repos. Ensuite, Willy met la roue en rotation. Que se produit-il ? Alors que la roue commence à tourner, le siège pivotant commence également à tourner avec Willy, mais dans le sens opposé à celui de la roue. Willy a évidemment transféré le moment cinétique de lui-même et du siège vers la roue. Maintenant, Willy et le siège ont un moment cinétique négatif.

a) b)

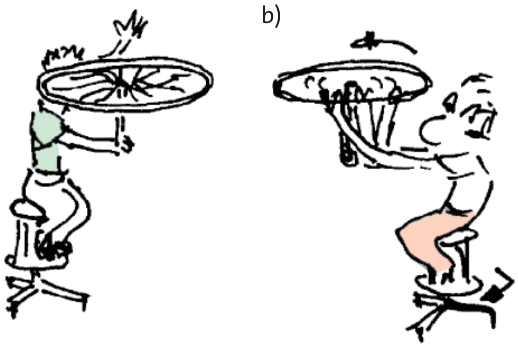


Fig. 3.9 (a) La roue, Willy et le siège sans moment cinétique. (b) Le moment cinétique est pompé de Willy et du siège jusque dans la roue.

Si Willy s'appuie de nouveau sur le sol tout en chargeant la roue, le siège ne tourne pas. Le moment angulaire sera pompé directement depuis la Terre jusque dans la roue.

Exercise

1. Dans chacune de ses mains, Willy tient une roue en rotation dont l'axe est dirigé vers le haut, Fig. 3.10. Les roues sont identiques. Leurs vitesses angulaires ont la même valeur absolue mais les sens de rotation sont opposés. Alors que Willy est assis sur le siège pivotant, il ralentit les deux roues en même temps. Que se produit-il ? Que se passera-t-il dans le processus de ralentissement si les roues tournaient auparavant dans le même sens ?

Fig. 3.10 Pour l'exercice 1

3.3 De quoi dépend le moment cinétique – volants d'inertie

Une roue en rotation contient du moment cinétique. C'est un dispositif de stockage de moment cinétique. Certaines roues servent exclusivement à stocker le moment cinétique. Elles s'appellent des *volants d'inertie*.

À quoi servent les volants d'inertie ? Les moteurs à vapeur et les moteurs à combustion (moteurs de voiture) ne pompent pas le moment cinétique de manière uniforme mais par intermittence. Un moteur de voiture produit environ 50 coups de moment cinétique par seconde. Il y a des intervalles de temps courts entre ces coups dans lesquels il ne "pompe" pas. Pour réduire ces temps d'arrêt, le moteur est doté d'un volant d'inertie. Pendant qu'il fonctionne, une partie du moment cinétique passe dans le volant d'inertie ; pendant le temps d'arrêt, une partie du moment cinétique est restitué. C'est ainsi que le moteur fournit un courant de moment cinétique relativement constant.

Comment pouvons-nous stocker autant de moment cinétique que possible dans un volant d'inertie ? Nous aimerions examiner de quoi dépend le moment cinétique d'un corps en rotation.

Utilisons une méthode très simple mais quelque peu approximative pour comparer les quantités de moment cinétique. Le corps à examiner repose sur un arbre avec de bons roulements, Fig. 3.11.

Ensuite, nous fixons une pince à linge sur l'arbre, c'est-à-dire de manière à ce que celle-ci ne tourne pas. Par conséquent, elle agit comme un frein. En d'autres termes : le moment cinétique sort de la roue à travers la pince à linge. Nous mesurons maintenant le temps qu'il faut à la roue pour s'arrêter, c'est-à-dire jusqu'à ce que tout le moment cinétique en soit sorti. Le moment cinétique qui était dans la roue au début est proportionnel à ce temps.

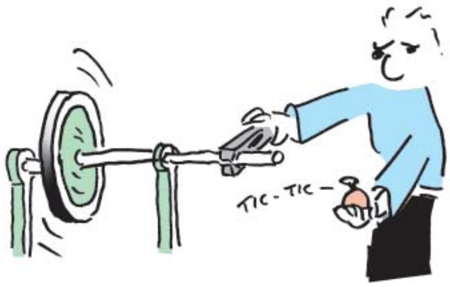


Fig. 3.11 Willy mesure le temps nécessaire pour que le moment cinétique ressorte du volant.

(Pour que cela soit correct, le courant de moment cinétique doit être constant pendant le freinage. Cette condition est assez bien remplie pour notre frein à pince à linge.)

Nous comparons maintenant deux roues ou autres corps en rotation.

- 1. Deux roues identiques. L'une d'elles tourne vite, l'autre lentement. Ralentir prend plus de temps pour la roue la plus rapide que pour la plus lente. Par conséquent, la roue rapide contient plus de moment cinétique que la lente, Fig. 3.12. Si nous mesurons la vitesse angulaire après le début de la rotation, nous pouvons voir que le moment cinétique est proportionnel à la vitesse angulaire :

  $L \sim \omega.$

Fig. 3.12 La roue qui tourne vite a plus de moment cinétique que la roue qui tourne lentement.

- 2. Deux roues ont la même forme mais sont fabriquées dans des matériaux différents. L'une est par exemple en fer et l'autre en aluminium. Par conséquent, elles ont une masse différente. Les deux sont réglées à la même vitesse angulaire. Ralentir la roue la plus lourde prend plus de temps que ralentir la roue la plus légère. Ceci est dû au fait que la roue lourde a eu plus de moment cinétique que la roue légère, Fig. 3.13. Nous trouvons :

  $L \sim m.$

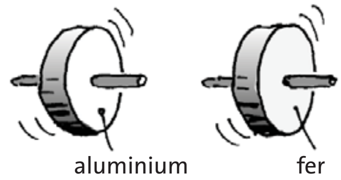


Fig. 3.13 La roue lourde a plus de moment cinétique que la légère.

- 3. Nous comparons finalement deux corps qui ne sont différents ni par la masse ni par la vitesse angulaire. La seule différence est que la masse dans l'un des deux est située plus à l'extérieur que dans l'autre, Fig. 3.14. Nous pouvons observer : le moment cinétique change très fortement avec la distance des masses à l'axe de rotation. La relation exacte est :

  $L \sim r^2.$

  Bien entendu, cette relation ne peut exister que si la masse entière est située à une seule distance r de l'axe. C'est à peu près le cas de la structure en forme d'haltère de la Fig. 3.14. De même, dans le cas d'un volant d'inertie typique, Fig. 3.15, la masse est répartie essentiellement à une distance spécifique de l'axe de rotation.

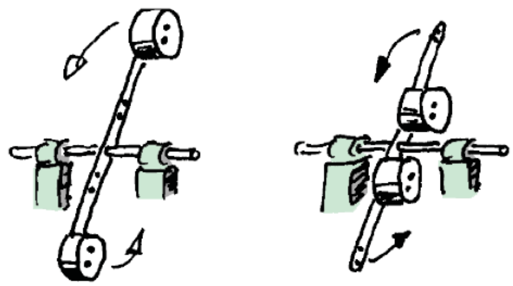


Fig. 3.14 Les deux haltères ont la même masse, mais le moment d'inertie de l'haltère à gauche est supérieur à celui de l'haltère à droite.

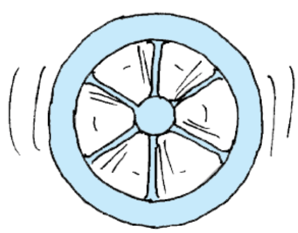


Fig. 3.15 Volant d'inertie : la masse est répartie loin de l'axe.

Si ce n'est plus le cas, comme par exemple dans les roues mas sives de la Fig. 3.13, la relation sera plus compliquée. Ainsi, les masses situées à différentes distances de l'axe contribuent au moment cinétique total. Nous aimerions limiter notre analyse au cas d'une seule distance.

Nous résumons les trois proportionnalités et obtenons :

$$L \sim m \cdot r^2 \cdot \omega.$$

L'unité de mesure Euler est maintenant définie de manière à ce que le symbole de proportionnalité puisse être remplacé par le signe égal :

$$L = m \cdot r^2 \cdot \omega. \qquad (3.1)$$

Nous comparons cette équation avec l'équation correspondante pour la quantité de mouvement :

$$p = m \cdot v$$

Ici, la masse m caractérise le corps et v nous dit à quelle vitesse il se déplace.

Dans l'équation (3.1), le terme

$$m \cdot r^2$$

caractérise le corps et ω nous dit à quelle vitesse il tourne. Il est logique d'attribuer au terme

$$m \cdot r^2$$

un nom qui lui est propre : on l'appelle *moment d'inertie* du corps ou de la roue, abrégé en J. Le moment d'inertie nous dit à quel point un corps est inerte vis-à-vis des mouvements de rotation ; combien il est difficile de le mettre en mouvement ou de le ralentir. Par conséquent, au lieu de l'équation (3.1), nous pouvons écrire :

$$L = J \cdot \omega.$$

> Plus sa vitesse angulaire est élevée, plus le corps contient de moment cinétique. Plus son moment d'inertie est grand (c'est-à-dire plus sa masse est importante et plus sa masse est située à l'extérieur), plus de moment cinétique est conte-nu dans un corps.

Nous savons maintenant à quoi doit ressembler un volant d'inertie : un grand anneau lourd fixé sur le moyeu de la roue avec des rayons minces, Fig. 3.15.

Exercices

1. Les roues ont des fonctions différentes. Stocker le moment cinétique n'est que l'une d'entre elles. A quoi d'autre servent les roues ? Nommez plusieurs utilisations différentes.
2. Nous ne pouvons pas stocker n'importe quelle quantité de moment cinétique dans un volant d'inertie simplement en le faisant tourner de plus en plus vite. Pourquoi ?
3. Le volant d'inertie d'une voiture a une masse de 8,5 kg. Bien que la masse soit répartie sur différentes distances, nous pouvons définir une distance typique de r = 20 cm. Calculez le moment d'inertie du volant. Combien de moment cinétique contient-il à 3000 tours par minute?
4. Estimez de combien le moment cinétique d'une patineuse artistique augmentera si elle effectue une vrille. Au début, elle tourne avec 1 tour par seconde tout en gardant une jambe et les bras tendus.
5. Une étoile s'effondre et une étoile à neutrons se forme dans une explosion de supernova. L'étoile à neutrons est beaucoup plus petite que l'étoile d'origine, mais sa masse volumique est extrêmement élevée (environ 10^{12} kg / cm^3) et elle tourne extrêmement vite. Nous supposons pour l'étoile d'origine que sa masse est située à une distance de 50 000 km du centre ; pour l'étoile à neutrons, la distance devrait être de 10 km. (En réalité, sa masse est bien sûr répartie sur une large plage de distance, mais nous pouvons calculer avec un rayon moyen pour une estimation approximative.) L'étoile d'origine met 120 jours pour tourner autour de son axe. À quelle vitesse l'étoile à neutrons nouvellement formée tournera-t-elle ?
6. Asseyez-vous sur un siège pivotant de manière à ce que vos jambes ne touchent ni la Terre ni les pieds du siège. Ensuite, essayez de tourner avec la chaise. Ce sera encore plus facile si vous tenez un objet lourd dans chaque main. Les chats font exactement la même chose pour se poser sur leurs quatre pattes après être tombés. Expliquez.

3.4 Conducteurs du moment cinétique

La Fig. 3.16 montre un volant d'inertie chargé avec du moment cinétique. À gauche, on voit la pompe à moment cinétique (un moteur électrique), à droite le volant d'inertie et entre les deux il y a une longue liaison

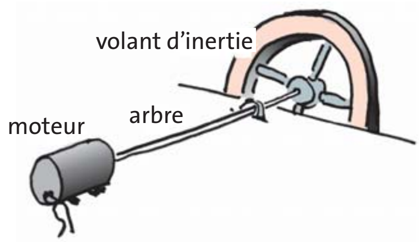


Fig. 3.16 Le moment cinétique circule à travers l'arbre, du moteur vers le volant d'inertie.

par laquelle le moment cinétique peut se déplacer de gauche à droite.

De tels conducteurs de moment cinétique sont appelés des arbres. Par exemple, les voitures ont un arbre moteur, un arbre de transmission, des arbres d'entraînement et d'autres arbres encore.

Quelle qualité des arbres est responsable de la conductivité du moment cinétique ? En quel matériau doivent-ils être fabriqués ? La seule condition pour le matériau est d'être solide. Toute barre solide peut être utilisée comme conducteur de moment cinétique.

> Les objets solides sont des conducteurs pour le moment cinétique.

Nous aimerions examiner d'autres dispositifs liés au transport du moment cinétique.

Un palier sert à maintenir un arbre tout en empêchant le moment cinétique de s'écouler vers la Terre. La Fig. 3.17 montre un palier à roulement à billes.

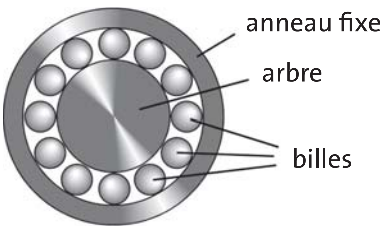


Fig. 3.17 Palier à roulement à billes (illustration simplifiée)

> Les paliers empêchent le moment cinétique de s'évacuer.

La Fig. 3.18 montre un embrayage. La liaison entre le moteur et le volant d'inertie peut être interrompue et rétablie à l'aide d'un levier.

> Avec un embrayage, deux conducteurs de moment cinétique peuvent être reliés et séparés à nouveau.

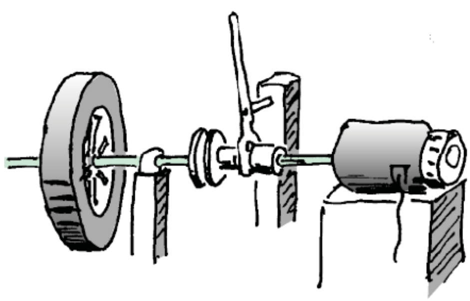


Fig. 3.18 La liaison entre le moteur et le volant d'inertie peut être interrompue à l'aide de l'embrayage.

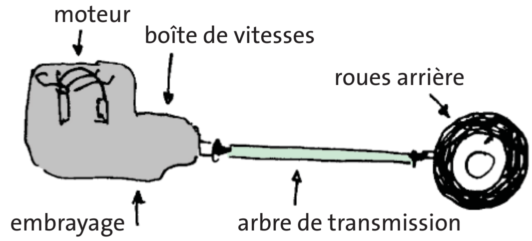


Fig. 3.19 L'embrayage de la voiture est utilisé pour interrompre la connexion entre le moteur et la boîte de vitesses.

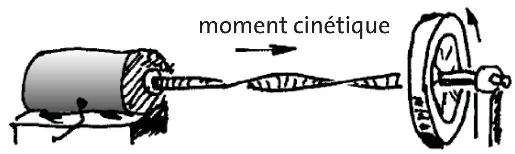
Chaque voiture a un embrayage. Il est situé entre le moteur et la boîte de vitesses, Fig. 3.19. En appuyant sur la pédale d'embrayage (celle de gauche dans la voiture), la connexion entre le moteur et la boîte de vitesses est interrompue.

Nous devons relâcher l'embrayage avant de changer de vitesse. Si l'embrayage n'est pas relâché pendant le changement de rapport, un fort courant de moment cinétique est transféré du moteur aux roues, ce qui endommage la boîte de vitesses.

Une fois encore, nous avons laissé le moment cinétique circuler à travers un arbre vers un volant d'inertie. Est-ce que cela fait une différence pour l'arbre qu'un courant de moment cinétique circule ou non ? Et cela fait-il une différence qu'il circule de gauche à droite ou de droite à gauche?

Nous ne pouvons pas le savoir en regardant l'arbre, du moins tant que l'arbre est épais. Par conséquent, nous utilisons comme arbre un objet flexible et élastique, par exemple une règle en plastique, Fig. 3.20a. Comment la règle réagira-t-elle si un courant de moment cinétique la traverse ? Elle se tordra. Nous disons qu'elle est soumise à une *contrainte de torsion.* Un objet solide traversé par un courant de moment cinétique est soumis à des contraintes de torsion, même en l'absence d'effet de torsion visible.

a)



b)

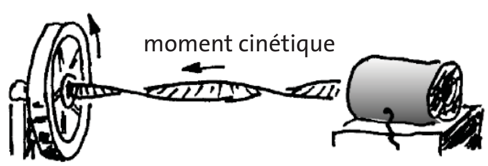


Fig. 3.20 (a) Le moment cinétique circule de la gauche vers la droite. (b) Le moment cinétique circule de la droite vers la gauche.

La direction de la torsion dépend de la direction du courant de moment cinétique. Sur la Fig. 3.20a, la roue est chargée avec un moment cinétique positif, c'est-à-dire que le moment cinétique dans la règle circule de gauche à droite.

Un moment cinétique positif circule également dans la roue sur la Fig. 3.20b. Ici, il vient de la droite ; par conséquent, il circule de droite à gauche. Quelle est la différence entre les deux règles ?

Les bords des deux règles forment une ligne hélicoïdale. Comme vous le savez peut-être, il existe deux types d'hélices : les hélices à droite et les hélices à gauche, Fig. 3.21. Une hélice à droite est celle qui ressemble à un tire-bouchon ou au filetage d'une vis ordinaire. Une hélice à gauche forme ce que l'on peut appeler un filetage à gauche ou un tire-bouchon comme vu dans un miroir.

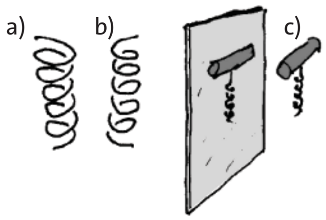


Fig. 3.21 (a) Hélice à droite (b) Hélice à gauche (c) Tire-bouchon et image miroir

Revenons à nos courants de moment cinétique. Dans la Fig. 3.20a, le moment cinétique circule de gauche à droite. La règle est tordue comme une hélice à gauche. Dans la Fig. 3.20b, le moment cinétique s'écoule de droite à gauche. La règle est tordue comme une hélice à droite.

> Courant de moment cinétique vers la droite :
> la torsion forme une hélice à gauche ;
> Courant de moment cinétique vers la gauche :
> la torsion forme une hélice à droite.

Exercices

1. Concevez une expérience qui peut être utilisée pour examiner si l'eau conduit le moment cinétique.
2. Concevez une expérience qui peut être utilisée pour prouver que les champs magnétiques conduisent le moment cinétique.
3. L'air ne conduit presque pas de moment cinétique. Tout comme il existe des transports convectifs de quantité de mouvement dans l'air, il existe également des transports convectifs de moment cinétique. Donnez un exemple.
4. Les arbres sont des conducteurs de moment cinétique. Les voitures contiennent un grand nombre d'arbres différents. Ils ont des noms différents selon leur fonction. Pour quoi sont-ils utilisés ?

3.5 Intensité du courant et taux de changement du moment cinétique

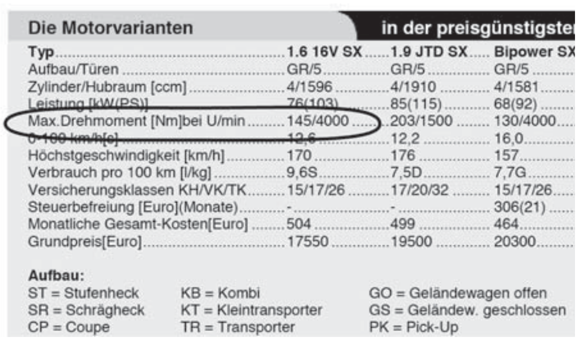
Le courant de moment cinétique à travers un arbre peut être plus fort ou plus faible. Une mesure de celui-ci est l'intensité du courant du moment cinétique. Il indique la quantité de moment cinétique qui traverse une section transversale de l'arbre par unité de temps (nombre d'Euler passant par seconde). Le symbole de l'intensité du courant du moment angulaire est M, l'unité de mesure est Euler par seconde, abrégé en E/s.

Si 12 Euler circulent dans un arbre par seconde, nous aurons

$$M = 12 \text{ E/s}.$$

Après quelques calculs, nous trouvons que 1 E/s = 1 N·m. En ingénierie, les courants de moment cinétique sont principalement indiqués en Nm, et l'intensité du courant de moment cinétique est appelée *couple*. La situation de la Fig. 3.16 peut être décrite comme suit : « le moteur exerce un couple sur le volant d'inertie».

La Fig. 3.22 est tirée de la fiche technique d'une voiture. Dans le cas d'une vitesse angulaire de 4000 tr/min, le moteur fournit son courant de moment cinétique maximal, c'est-à-dire 145 E/s.



Die Motorvarianten in der preisgünstigste

Typ	1.6 16V SX	1.9 JTD SX	Bipower SX
Aufbau/Türen	GR/5	GR/5	GR/5
Zylinder/Hubraum [ccm]	4/1596	4/1910	4/1581
Leistung [kW(PS)]	76(103)	85(115)	68(92)
Max.Drehmoment [Nm]bei U/min	145/4000	203/1500	130/4000
0-100 km/h[s]	12,6	12,2	16,0
Höchstgeschwindigkeit [km/h]	170	176	157
Verbrauch pro 100 km [l/kg]	9,6S	7,5D	7,7G
Versicherungsklassen KH/VK/TK	15/17/26	17/20/32	15/17/26
Steuerbefreiung [Euro](Monate)	-	-	306(21)
Monatliche Gesamt-Kosten[Euro]	504	499	464
Grundpreis[Euro]	17550	19500	20300

Aufbau:
ST = Stufenheck KB = Kombi GO = Geländewagen offen
SR = Schrägheck KT = Kleintransporter GS = Geländew. geschlossen
CP = Coupe TR = Transporter PK = Pick-Up

Fig. 3.22 Tiré de la fiche technique d'une voiture

Lorsqu'une vis est serrée, un courant de moment cinétique traverse le tournevis. Il existe des tournevis qui nous permettent de définir le courant de moment cinétique maximal qu'ils transmettent (c'est-à-dire le couple maximal).

Tout comme $\Delta p/\Delta t$ est le taux de changement de la quantité de mouvement, nous avons :

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \text{taux de changement de moment cinétique}$$

Si un courant de moment cinétique de

$M = 5$ E/s

circule à travers un arbre vers un volant, le taux de changement du moment cinétique du volant sera également 5 E/s : taux de variation = intensité du courant de moment cinétique.

Par conséquent, nous avons :

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = M$$

Exercises

1. La masse d'un volant d'inertie de 1200 kg est concentrée dans un anneau situé à une distance de 1 m de l'axe. Le volant tourne à 3 tours par seconde.
(a) Quel est le moment cinétique du volant d'inertie ?
La roue est ralentie. Le moment cinétique est évacué vers la Terre avec une intensité de courant de 120 E/s.
(b) Combien de temps faut-il pour que la roue s'arrête ?
2. Un moteur monocylindre à quatre temps crée un courant de moment cinétique raisonnablement régulier de moyenne 40 E/s. En réalité, il ne fonctionne que 1/4 du temps, car un seul des quatre temps est actif (un temps correspond à un demi-tour, d'un point mort du piston au suivant). La vitesse angulaire moyenne est de 8 tours par seconde. Le moteur a un volant d'inertie avec un moment d'inertie de 2 kg·m^2.
(a) Combien de temps actifs pour le moteur y-a-t-il par seconde ? (b) Combien de moment cinétique le moteur fournit-il par temps actif ? (c) Quel est le moment cinétique moyen du volant d'inertie ? (d) Estimer la quantité de moment cinétique que stocke le volant d'inertie pendant le temps actif. (e) Comparez avec le moment cinétique total qu'il contient.

3.6 Moment cinétique et vitesse angulaire en tant que vecteurs

Deux volants d'inertie tournent à vitesse égale, Fig. 3.23. Cependant, les axes de rotation ont des directions différentes. Pour définir une vitesse angulaire sans ambiguïté, la direction de l'axe doit être indiquée en plus de la valeur absolue de la vitesse angulaire. Lorsqu'une direction doit être indiquée en plus de la valeur absolue pour définir une grandeur physique, cette grandeur est une quantité vectorielle.

La vitesse angulaire est une grandeur vectorielle.

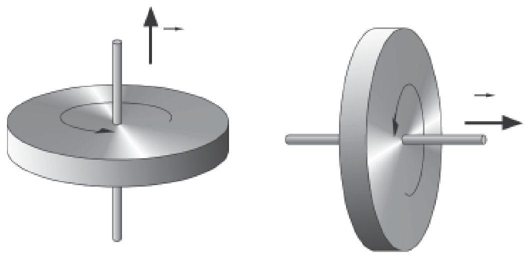


Fig. 3.23 Bien que les deux volants identiques tournent avec le même nombre de tours par minute, ils ont des vitesses angulaires différentes et un moment cinétique différent.

Les mêmes affirmations s'appliquent également au moment cinétique.

Le moment cinétique est une grandeur vectorielle.

Nous pouvons donc représenter graphiquement à la fois la vitesse angulaire et le moment cinétique au moyen d'une flèche. Cependant, la direction de la flèche ne peut pas être dans ce cas la direction du mouvement car les différentes parties du corps en rotation se déplacent dans des directions très variées. La flèche est donc dessinée parallèlement à l'axe de rotation. Et quelle est l'orientation de la flèche ? De quel côté se trouve la pointe de la flèche ?

Maintenant, nous pouvons raccourcir la règle sur le signe du moment cinétique (section 3.1) que nous avions définie de façon un peu compliquée :

Nous alignons l'axe de rotation avec la main droite de manière à ce que les doigts courbés s'orientent dans le sens de la rotation. Le pouce pointe alors dans la direction du vecteur vitesse angulaire et du vecteur moment cinétique.

Si nous souhaitons prendre en compte le caractère vectoriel de la vitesse angulaire et du moment cinétique, nous devrons modifier certaines de nos formules. La relation entre la vitesse angulaire et le moment cinétique est maintenant :

$$\vec{L} = m \cdot r^2 \cdot \vec{\omega}$$

et celle entre le taux de changement du moment cinétique et le courant du moment cinétique :

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}$$

3.7 En savoir plus sur les conducteurs de moment cinétique

Nous avons constaté que les paliers sont utilisés pour empêcher le moment cinétique de s'écouler vers la Terre.

Cet énoncé peut maintenant être formulé un peu plus précisément. La Fig. 3.24 montre une roue. Le palier est situé entre la roue et l'axe. L'axe peut donc tourner librement à l'intérieur de la roue.

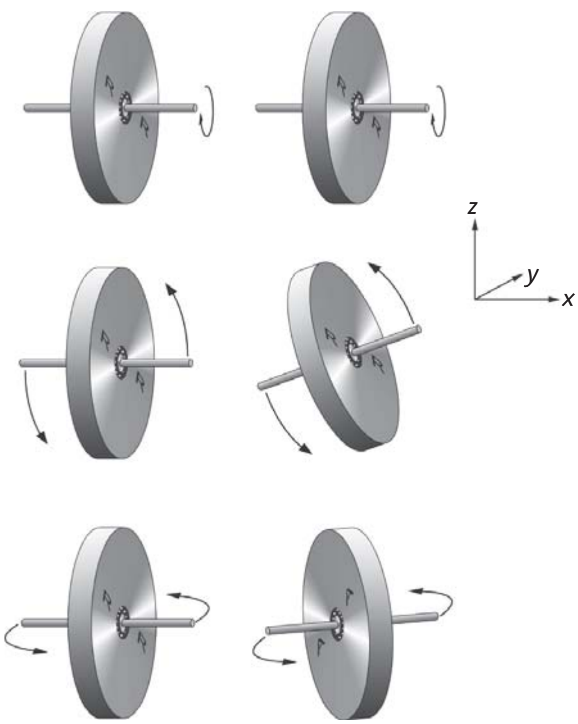


Fig. 3.24 Le palier empêche la transmission d'une seule composante du moment cinétique (dans ce cas, la composante suivant *x*).

Si l'axe est orienté comme dans l'image a), la roue ne tourne pas avec cet axe. Nous ne pouvons fournir aucun moment cinétique à la roue car le roulement ne le laissera pas passer. Mais la roue peut être tournée ou inclinée dans la direction *y* ou *z* au moyen de l'axe ; voir les images b) et c). Par conséquent, le roulement laisse passer les composantes du moment cinétique en *y* et *z*. Ou plus généralement :

> Un palier est utilisé pour maintenir un axe de telle sorte que le moment cinétique qui a la direction de l'axe ne s'échappera pas.

Un objet, une roue par exemple, peut également être positionné de sorte qu'aucun moment cinétique ne puisse aucunement s'échapper — aucune composante suivant *x*, *y* ou *z*, Fig. 3.25. Un tel dispositif est appelé suspension à cardan. Le support extérieur en forme de U peut être pivoté ou incliné comme bon nous semble — la direction de l'axe de la roue au milieu restera toujours la même. Le moment cinétique restera toujours le même car le moment cinétique ne peut être ni absorbé ni libéré par la suspension.

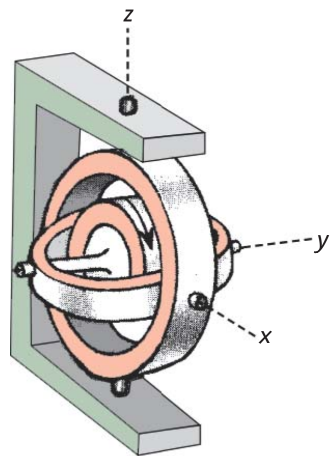


Fig. 3.25 Suspension à cardan. La roue est complètement isolée du support : le moment cinétique ne peut circuler, ni suivant *x*, ni suivant *y*, ni suivant *z*.

Nous avons vu précédemment que chaque composante du vecteur quantité de mouvement est conservée. Ceci s'applique également pour le moment cinétique :

> La loi de conservation du moment cinétique s'applique séparément à chaque composante.

Willy essaie de nous convaincre, Fig. 3.26.

Il tient un volant d'inertie à rotation rapide. Le vecteur moment cinétique pointe au début dans la direction *x*. Par conséquent, le volant d'inertie contient un moment cinétique suivant *x*. Il s'assoit maintenant sur le siège pivotant et incline l'axe de rotation vers le haut, c'est-à-dire dans la direction *z*. Nous pouvons faire deux observations dans le processus :

- 1. Willy et le siège pivotant commencent à tourner dans le sens opposé à celui de la roue.
- 2. Willy ressent une réaction inattendue de la roue.

Qu'est-ce que cela veut dire ? Au début, la roue n'avait pas de moment cinétique suivant *z*. Après avoir incliné

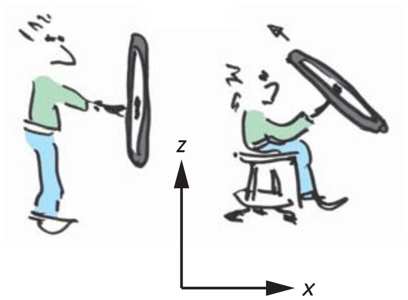


Fig. 3.26 Tandis que Willy tourne l'axe de la roue en position verticale, la composante suivant *x* du moment cinétique circule de la roue vers la Terre et la composante suivant *z* circule de Willy + le siège vers la roue.

l'axe de la roue dans le sens vertical, la roue a eu un moment cinétique suivant *z*. Ce moment cinétique doit provenir de quelque part. Il ne pourrait pas venir de la Terre car Willy est isolé de la Terre pour la composante suivant *z*. Par conséquent, le moment cinétique provient de Willy et du siège. À la fin, Willy et le siège ont autant de moments cinétiques suivant *z* négatifs qu'il y a de moments cinétiques suivant *z* positifs dans la roue.

Et où est passé le moment cinétique suivant *x* que la roue avait au début ? Il pourrait être évacué vers la Terre comme le roulement du siège laisse passer les moments cinétiques suivant *x* et *y*. La réaction particulière de l'axe de la roue est due au flux de moment cinétique dans la roue et hors de la roue.

Exercises

1. Dessinez le châssis et le système de transmission d'une voiture avec ses parties essentielles : roues, ressorts, amortisseurs et arbres d'entraînement avec les joints correspondants.
2. Lilly est assise sur le siège pivotant et tient deux volants d'inertie en rotation avec les axes orientés dans la direction *x* horizontale, Fig. 3.27. Au début, le siège pivotant ne tourne pas. Lilly incline les axes des deux roues dans la direction *z* verticale. Que se produit-il ? Discutez du cas où au début le moment cinétique suivant *x* des deux roues est égal et du cas où il est égal mais opposé.

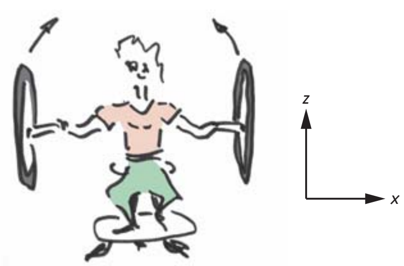


Fig. 3.27 Pour l'exercice 2

3.8 Circuits de moment cinétique

La Fig. 3.28 montre un moulin à café. Bien qu'un vrai moulin à café soit légèrement plus compact, il est essentiellement construit comme indiqué sur l'illustration. Dans ce qui suit, nous aborderons le moulin à café non pas à cause de son importance particulière, mais à titre d'exemple pour d'autres machines dans lesquelles quelque chose est entraînée au moyen d'un arbre rotatif : machines domestiques telles que machines à laver, aspirateurs et mixers électriques, différents outils de jardinage tels que tondeuses à gazon, débroussailleuses et taille-haies à moteur, tous les véhicules, de nombreuses machines dans des usines et des centrales électriques.

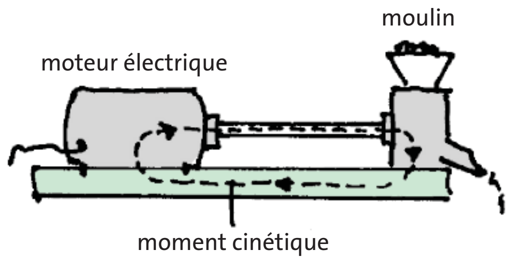


Fig. 3.28 Moulin à café. Le moment cinétique circule en circuit fermé.

Dans le moulin à café, le moulin est entraîné par un moteur électrique. Le moteur pompe le moment cinétique vers le moulin par l'intermédiaire d'un arbre. Le moment cinétique du moulin augmente-t-il dans ce processus ? Non, car l'arbre devrait tourner alors de plus en plus vite, mais ce n'est pas le cas.

Alors, où est passé le moment cinétique ? Il doit être évacué du moulin. Cela n'est pas surprenant, car il existe un très fort frottement entre la partie interne tournante et la partie externe fixe du moulin. Le frottement est comme un mauvais palier, c'est-à-dire un palier d'où le moment cinétique s'échappe.

Nous avons donc un circuit fermé pour le moment cinétique : le moteur pompe le moment cinétique depuis son support jusqu'au moulin par l'intermédiaire de l'arbre. De là, il retourne au moteur à travers le logement ou le support.

Dans tous les dispositifs où quelque chose est entraîné par un arbre en rotation, le moment cinétique circule dans un circuit fermé. La Fig. 3.29 montre la turbine et le générateur d'une centrale électrique.

Les transmissions basées sur des arbres en rotation sont souvent plus compliquées que dans les Fig. 3.28 et Fig. 3.29.

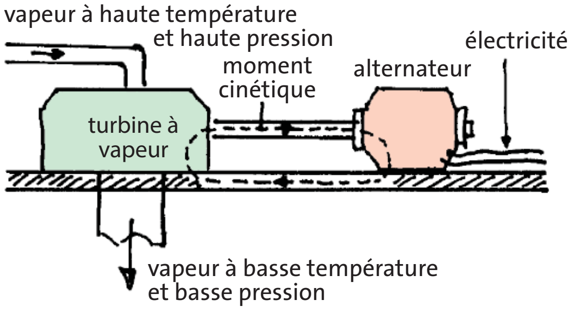


Fig. 3.29 Turbine et alternateur dans une centrale électrique. Le moment cinétique circule en circuit fermé.

La Fig. 3.30 montre une transmission dans laquelle les arbres du moteur et du moulin forment un angle de 90 °.

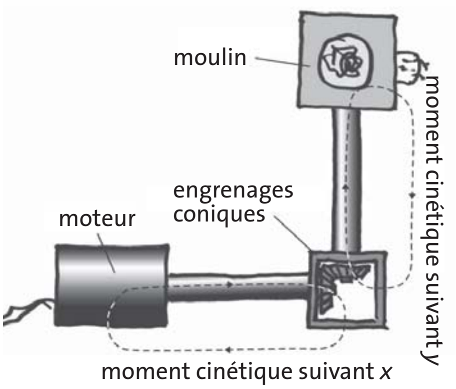


Fig. 3.30 Entraînement par engrenages coniques

Les deux arbres sont reliés l'un à l'autre par des engrenages coniques, Fig. 3.31. Deux types de moment cinétique sont impliqués dans ce montage. Le moment cinétique suivant *x* circule dans un circuit entre le moteur et l'engrenage conique, et le moment cinétique suivant *y* entre l'engrenage et le moulin.

Fig. 3.31 Transmission par engrenages coniques

4 LE CHAMP DE GRAVITATION

4.1 L’attraction gravitationnelle

La Terre attire tous les objets. Cela peut être observé dans deux phénomènes :

- Nous prenons un objet dans notre main et le lâchons. Il va tomber.
- Tout objet a un poids.

Les deux phénomènes montrent que l’objet reçoit de la quantité de mouvement de la part de la Terre. Un corps qui tombe devient de plus en plus rapide au cours de sa chute : sa quantité de mouvement augmente. Le fait qu’un corps qui ne tombe pas reçoit également de la quantité de mouvement peut être vu si on le suspend à un dynamomètre, Fig. 4.1. Le dynamomètre indique qu’un courant de quantité de mouvement s’écoule constamment en dehors du corps vers la Terre via la suspension. Cette quantité de mouvement doit être remplacée continuellement. Par conséquent, de la quantité de mouvement s’écoule continuellement dans le corps, même si c’est à travers une connexion entre le corps et la Terre qui est absolument invisible.

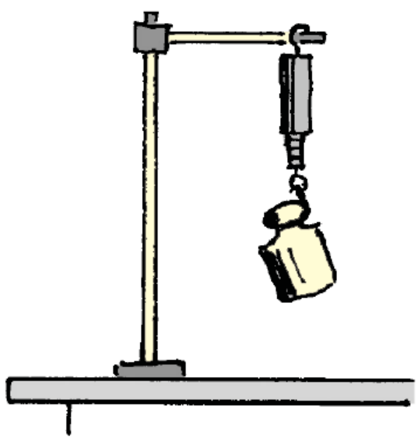


Fig. 4.1 Le dynamomètre indique qu’un courant de quantité de mouvement s’écoule du corps suspendu et vers le haut. Cette quantité de mouvement s’est écoulée à l’intérieur du corps à travers le champ gravitationnel.

Nous avons déjà rencontré auparavant une connexion similaire conduisant la quantité de mouvement, c’est-à-dire une connexion invisible : le champ magnétique. Dans le cas qui nous intéresse en ce moment, cependant, il ne peut y avoir de champ magnétique parce que cela signifierait que seuls les aimants ou les corps en fer seraient attirés par la Terre. La connexion consiste donc en une entité ou en un objet qui, bien que ce ne soit pas un champ magnétique, est semblable au champ magnétique. Il est appelé *champ gravitationnel*. Tout comme un pôle magnétique est entouré par un champ magnétique, chaque objet qui a une masse, c’est-à-dire chaque corps, est entouré par un champ gravitationnel. Plus la masse du corps est grande, plus est forte l’intensité de ce champ.

> Chaque corps est entouré par un champ gravitationnel. Plus grande est la masse du corps, plus forte est l’intensité de ce champ. De la quantité de mouvement s’écoule à travers le champ d’un corps à un autre. La gravité signifie qu’il y a un courant de quantité de mouvement de la Terre vers le corps concerné.

4.2 De quoi dépend la gravité

Expérimentons. D’abord nous suspendons à un dynamomètre un corps A en fer d’une masse de 1 kg, puis un corps B en bois qui a aussi une masse de 1 kg. Ainsi nous avons :

$$m_A = m_B \,.$$

Le dynamomètre indique la même chose dans les deux cas :

$$F_A = F_B \,.$$

Les corps ont le même poids. Cela ne vous semble probablement pas surprenant, mais cela ne va pas forcément de soi.

Nous aimerions comprendre cela. Que signifie que le morceau de bois et le morceau de fer ont la même masse ? Pour répondre à cette question, nous devons nous remémorer l'équation

$$p = m \cdot v$$

La masse est le facteur de proportionnalité dans la relation entre la quantité de mouvement et la vitesse. Elle nous dit combien de quantité de mouvement est nécessaire pour accélérer un corps à une vitesse donnée. Elle nous dit combien est *inerte* le corps. Mais à partir du fait que deux corps ont la même inertie, nous ne pouvons pas encore conclure à ce stade qu'ils ont le même *poids*. A partir de :

$$m_A = m_B$$

nous ne pouvons pas simplement conclure que :

$$F_A = F_B .$$

Nous pouvons seulement faire un essai. L'expérience montre que c'est effectivement le cas :

> Des corps d'égale inertie ont également le même poids.

Nous nous sommes habitués à ce fait et nous pouvons difficilement imaginer qu'il pourrait en être autrement. Pourtant, cette observation a été discutée par les physiciens pendant longtemps. D'abord, cela semblait être une pure coïncidence. Il était considéré comme possible que, simplement en réalisant une mesure exacte, une différence entre inertie et poids puisse être détectée. Seule la théorie de la relativité a démontré que l'inertie et le poids doivent en fait correspondre.

Maintenant prenons deux corps, chacun avec une masse de 1 kg. Nous pouvons considérer les deux corps ensemble comme un seul corps avec une masse de 2 kg. Un courant de quantité de mouvement de valeur double que pour un unique corps s'écoule dans l'arrangement constitué des deux corps. Vous pourriez également tenir cela pour allant de soi. Mais nous pourrions certainement imaginer qu'ajouter un second corps influencerait le courant de quantité de mouvement qui s'écoule dans le premier. Ce n'est pas le cas cependant. Ainsi, ce qui suit s'applique pour le courant de quantité de mouvement qui s'écoule de la Terre vers un autre corps :

$$F \sim m,$$

ou bien écrit sous forme d'une équation :

$$F = m \cdot g . \qquad (4.1)$$

Pour le facteur de proportionnalité nous trouvons :

$$g = 9{,}8 \text{ N/kg},$$

ou approximativement

$$g = 10 \text{ N/kg}.$$

Notre résultat n'est pas encore complet.

D'abord, nous remarquons que g doit être la valeur absolue d'un vecteur. Cela peut déjà être établi pour des raisons mathématiques. Puisque la grandeur à gauche de l'équation (4.1) est une grandeur vectorielle, il doit également y avoir un vecteur à droite. Exprimée en termes vectoriels, l'équation (4.1) devient :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} . \qquad (4.2)$$

Faisons maintenant l'expérience de pensée suivante : nous pensons à un objet à divers endroits : ici en Europe, au Japon, à une altitude de 1000 km au-dessus de la surface de la Terre, sur la lune, sur Mars ou bien loin de tout corps céleste. Le courant de quantité de mouvement est différent à chaque fois. Bien que la proportionnalité

$$F \sim m,$$

s'applique toujours pour chacun de ces endroits, le facteur de proportionnalité est différent dans chaque cas. La quantité de mouvement qui s'écoule dans un corps au Japon est inclinée d'environ 90° par rapport à celle qui s'écoule dans un corps de même masse en Europe. En conséquence, la direction dépend de l'endroit sur

Endroit	*g* en N/kg
surface de la Terre	9,8
1000 km au-dessus de la surface de la Terre	7,3
surface de la lune	1,62
surface de Mars	3,8
surface du Soleil	274
surface d'une étoile à neutrons	1000000000000

Tab. 4.1 Valeur absolue de l'intensité du champ gravitationnel à différents endroits

Terre et il en donc ainsi également pour celle de $\vec{g}$. Mais la valeur absolue de $\vec{g}$ est aussi spécifique de l'endroit considéré. Si nous nous éloignons de la Terre, elle deviendra de plus en plus petite. A une grande distance de tout corps céleste, elle est pratiquement nulle. Les valeurs absolues pour quelques endroits particuliers sont données dans le Tab. 4.1.

La grandeur vectorielle $\vec{g}$ nous renseigne sur le champ gravitationnel au point considéré. Sa valeur absolue nous indique l'intensité du champ. Du fait que $\vec{g}$ est un vecteur, nous déduisons que le champ gravitationnel a une direction particulière en chaque point de l'espace. A cet égard, il est semblable au bois. Dans le bois également, une direction particulière peut être constatée en chaque point : celle de sa texture. $\vec{g}$ est appelée l'*intensité du champ gravitationnel*.

Nous pouvons mesurer le champ gravitationnel au moyen de l'équation (4.2). Avant que nous nous intéressions à des champs gravitationnels très étendus, examinons les conséquences du champ en un endroit qui est proche de la surface de la Terre.

A propos, que veut-on dire quand nous disons qu'un objet est lourd ? Probablement qu'il est difficile de le soulever du sol. Cela signifie-t'il qu'il a une grande masse ? A strictement parler non ; sur la lune, il ne serait évidemment pas difficile du tout de soulever de la surface lunaire cet objet « lourd ». Par conséquent, « lourd » signifie plutôt qu'un fort courant de quantité de mouvement s'écoule dans le corps. Le même objet peut être lourd ou léger, selon l'endroit où il se trouve.

Décrivons également la gravité avec le modèle force : si une force est calculée selon l'équation (4.2), elle sera appelée *force gravitationnelle*, et nous dirons que la force gravitationnelle agit sur le corps.

> Relation entre l'intensité du champ gravitationnel $\vec{g}$ et le courant de quantité de mouvement $\vec{F}$ s'écoulant dans un corps de masse m :
>
> $$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Exercises

1. Quel courant de quantité de mouvement s'écoule hors de la Terre vers votre propre corps ? (Quelle force du poids agit sur votre corps ?) Que serait l'intensité de ce courant de quantité de mouvement sur la lune, que serait-il sur une étoile à neutrons ?
2. Durant une expédition sur la lune, des astronautes déterminent la force de pesanteur d'un corps au moyen d'un dynamomètre. Ils trouvent $F = 300$ N. Quelle est la masse du corps ?

4.3 Chute libre

Si nous ne traitons que des mouvements dans la direction verticale, nous n'avons besoin de regarder que la composante verticale de la quantité de mouvement et de la vitesse. Nous les désignons par les lettres p et v et choisissons la direction vers le bas comme positive. De cette manière, un corps se déplaçant vers le bas a une quantité de mouvement positive et une vitesse positive.

Les phénomènes que nous allons maintenant examiner prennent tous place près de la surface de la Terre. Nous n'irons ni à une altitude de 1000 km ni à une position 1000 km à l'est ou à l'ouest ou au sud ou au nord. Dans ces conditions, nous pouvons considérer l'intensité du champ gravitationnel comme constante, c'est-à-dire indépendante de la position. Nous disons que le champ gravitationnel est *homogène*.

Nous prenons un objet dans notre main et le lâchons. Il va tomber au sol. Maintenant nous sommes capables d'expliquer ce phénomène : un courant de quantité de mouvement d'intensité $m \cdot g$ s'écoule dans l'objet, c'est-à-dire sa quantité de mouvement augmente continuellement. Plus longtemps il tombe, plus il va vite.

Cependant, il y a quelque chose de curieux concernant ce phénomène. Si nous lâchons deux objets – un lourd et un léger — au même instant de la même altitude, nous trouverons qu'ils arrivent au sol simultanément. Est-ce que le plus lourd n'est pas supposé tomber plus rapidement puisqu'il reçoit plus de quantité de mouvement de la Terre ?

Nous écrivons la loi selon laquelle la quantité de mouvement des deux corps augmentent. Nous supposons que la masse du corps le plus lourd est de 4 kg et que celle du plus léger est de 1 kg.

Nous insérons

$$F = m \cdot g$$

dans

$$p = F \cdot t$$

et obtenons

$$p = 4 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ N/kg} \cdot t = 39{,}2 \text{ N} \cdot t \qquad (4.3)$$

Avec les valeurs numériques de la masse et de l'intensité du champ gravitationnel, nous avons pour le corps lourd

$$p = 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{N/kg} \cdot t = 39{,}2\ \text{N} \cdot t$$

et pour le léger

$$p = 1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{N/kg} \cdot t = 9{,}8\ \text{N} \cdot t\,.$$

Ces deux relations p-t sont illustrées sur la Fig. 4.2. Nous pouvons voir que la quantité de mouvement augmente régulièrement pour les deux objets. Mais la quantité de mouvement du corps lourd augmente plus rapidement que celle du corps léger. Le corps lourd a quatre fois plus de quantité de mouvement que le léger à chaque instant.

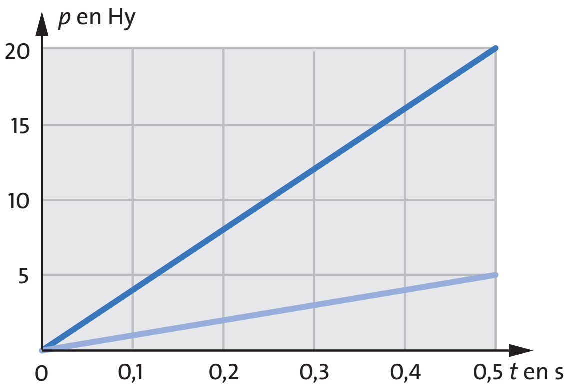


Fig. 4.2 Quantité de mouvement en fonction du temps pour deux corps de masse différente qui tombent

Donc, pourquoi les deux corps chutent-ils à vitesse égale ? Pour trouver la réponse à cette question, nous avons besoin de la formule

$$p = m \cdot v\,. \tag{4.4}$$

Elle nous permet la conclusion suivante : pour amener le corps lourd à une vitesse donnée, nous avons besoin de quatre fois plus de quantité de mouvement que pour amener le plus léger à la même vitesse. Le corps avec la plus grande masse a une plus grande inertie que celui avec une petite masse.

Nous pouvons également obtenir ce résultat par un calcul simple.

Nous égalons les termes de droite des équations (4.3) et (4.4) et obtenons

$$m \cdot g \cdot t = m \cdot v\,.$$

Diviser les deux termes de l'équation par m nous conduit à

$$v = g \cdot t\,. \tag{4.5}$$

Comme la masse a disparu de l'équation, cela nous dit que la vitesse d'un corps qui tombe ne dépend pas de sa masse. Sur la Fig. 4.3, la vitesse d'un corps quelconque en chute libre est tracée comme une fonction du temps.

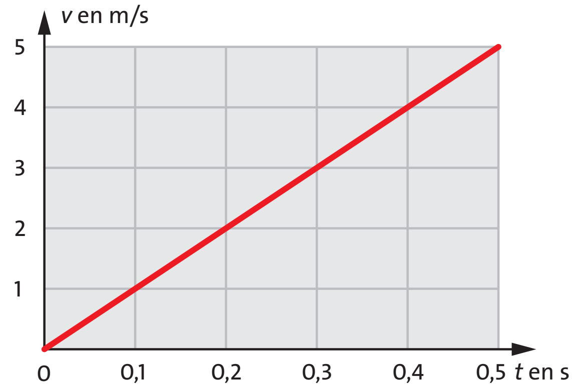


Fig. 4.3 La vitesse d'un corps en chute libre augmente linéairement en fonction du temps.

L'équation (4.5) nous dit également que la vitesse d'un corps qui tombe augmente à un rythme constant. Cela signifie que son accélération est constante.

L'accélération peut être calculée facilement. Examinons l'intervalle de temps de $t = 0$ à $t = t_0$. Pendant cet intervalle de temps, la vitesse augmente de $v = 0$ à $v = v_0 = g \cdot t_0$.

Nous obtenons donc :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t_0} = g\,.$$

Par conséquent, l'accélération d'un corps en chute libre est égale à l'intensité du champ gravitationnel.

Le fait que l'intensité du champ gravitationnel apparaisse dans l'équation (4.5) signifie que la vitesse de chute dépend de l'endroit où se trouve le corps qui tombe. Par exemple, sur la lune tous les corps tombent approximativement six fois plus lentement que sur Terre.

Notre discussion repose sur l'hypothèse que le corps ne perd aucune quantité de mouvement au cours de sa chute. Nous avons donc simplifié la situation réelle : en réalité, il perd de la quantité de mouvement à travers le frottement avec l'air. Si un corps n'est pas trop léger et s'il tombe seulement sur une courte distance, notre simplification est néanmoins justifiée. Un tel mouvement est désigné sous le nom de *chute libre*.

Corps en chute libre :

- La vitesse augmente à un rythme constant.
- Tous les corps tombent avec la même vitesse.
- L'accélération est égale à l'intensité du champ gravitationnel.

Examinons une autre variante de la chute libre : l'objet n'est pas simplement laissé tomber à partir d'un état de repos, mais est lancé verticalement vers le haut. Dans ce cas, il a de la quantité de mouvement négative au départ. Là encore, la Terre lui fournit continuellement de la quantité de mouvement fraiche, qui conduit à une diminution graduelle de sa quantité de mouvement négative : l'objet vole de plus en plus lentement, s'arrête et finalement commence à se déplacer selon la direction positive (vers le bas).

Le mouvement ascendant est dans ce cas l'image miroir du mouvement descendant. Pendant qu'il tombe vers le bas, la quantité de mouvement du corps augmente régulièrement ; quand il vole vers le haut, sa quantité de mouvement négative diminue régulièrement. Ceci s'applique en conséquence pour la vitesse : pendant le vol ascendant, la vitesse négative diminue linéairement avec le temps ; pendant la chute vers le bas, la vitesse (positive) augmente linéairement avec le temps.

La Fig. 4.4 montre la vitesse comme une fonction du temps. Ici, nous avons choisi le temps de la renverse comme le point zéro de l'axe du temps. Avec cette méthode de comptage du temps, l'objet est lancé au temps « moins 0,4 secondes ». Nous pouvons voir sur ce diagramme que l'objet a besoin d'autant de temps pour le mouvement vers le haut que pour le mouvement vers le bas.

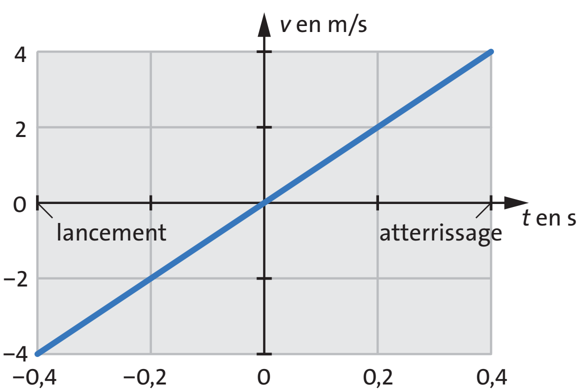


Fig. 4.4 La vitesse d'un corps, qui a été lancé vers le haut, en fonction du temps. Pendant qu'il vole vers le haut, la vitesse est négative ; pendant qu'il tombe, elle est positive.

Exercices

1. Vous sautez dans l'eau d'un plongeoir de 3 mètres de haut. La chute libre dure 0,77 s. Quelle est votre quantité de mouvement quand vous heurtez la surface de l'eau ? Quelle est votre vitesse ?
2. Quelle est la vitesse d'un corps en chute libre après un temps de chute de 1/2 s sur la Terre et sur la lune ? Quelle serait-elle sur le soleil si un corps y existait ?
3. Une pierre est lancée vers le haut. Sa vitesse initiale est de 15 m/s. Au bout de quelle durée va-t'elle frapper la surface de la Terre ?
4. Une pierre est tirée vers le haut par un lance-pierre. Après 5 secondes, elle frappe le sol. Quelle était sa vitesse initiale ?

4.4 Chute avec frottement

Le frottement de l'air peut souvent être négligé. Son importance dépend de

- la forme du corps
- sa vitesse.

Vous savez certainement comment cela marche quand vous pensez à une voiture :

- la forme du corps de la voiture est conçue de sorte à minimiser le frottement de l'air,
- si nous roulons rapidement, le frottement et en conséquence la consommation d'essence (par kilomètre) sera plus grande que si nous roulons doucement.

Fig. 4.5 et Fig. 4.6 montrent que le frottement, c'est-à-dire le courant de quantité de mouvement qui s'écoule

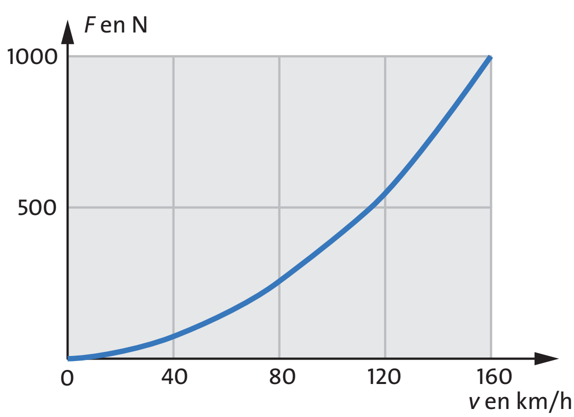


Fig. 4.5 Intensité du courant de quantité de mouvement qui s'écoule au loin dans l'air en fonction de la vitesse pour une voiture typique

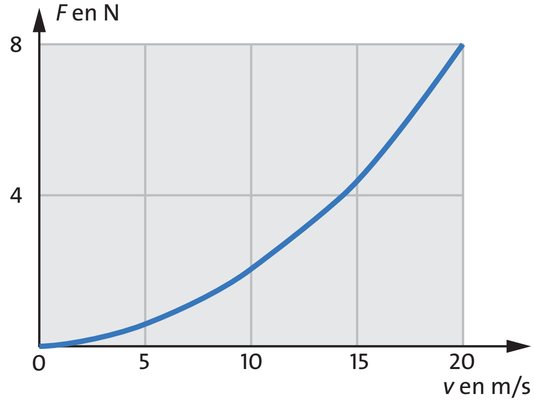


Fig. 4.6 Intensité du courant de quantité de mouvement qui s'écoule au loin dans l'air en fonction de la vitesse pour une sphère de diamètre 30 cm

en dehors dans l'air, augmente fortement quand la vitesse augmente.

Sur les deux figures, la perte de quantité de mouvement due au frottement est illustrée comme une fonction de la vitesse, sur la Fig. 4.5 pour une voiture type et sur la Fig. 4.6 pour un objet bien plus petit : une balle de diamètre 30 cm.

Nous avons vu que, s'il n'y a pas de pertes par frottement ou bien tant qu'elles peuvent être négligées, tous les corps tomberont aussi rapidement les uns que les autres. Mais à quoi ressemblera la vitesse de chute si le frottement ne peut plus être négligé ?

Nous laissons tomber une grande balle légère, Fig. 4.7 à gauche. Sa masse est de

$$m = 100 \text{ g} = 0{,}1 \text{ kg},$$

et son diamètre

$$30 \text{ cm} = 0{,}3 \text{ m}.$$

Un courant de quantité de mouvement de

$$F = m \cdot g = 0{,}1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 1 \text{ N}$$

s'écoule continuellement de la Terre vers la balle. Au début de la chute, sa vitesse est encore faible, et par conséquent la perte de quantité de mouvement vers l'air est petite. A une vitesse de 2 m/s, le courant de quantité de mouvement qui s'écoule vers l'air a encore une intensité de moins de 0,1 N, cf. Fig. 4.6. La perte est encore petite comparée au courant de quantité de mouvement de 1 N qui vient de la Terre. Toutefois, la perte va augmenter et la balle finira par perdre autant de quantité de mouvement en direction de l'air qu'elle

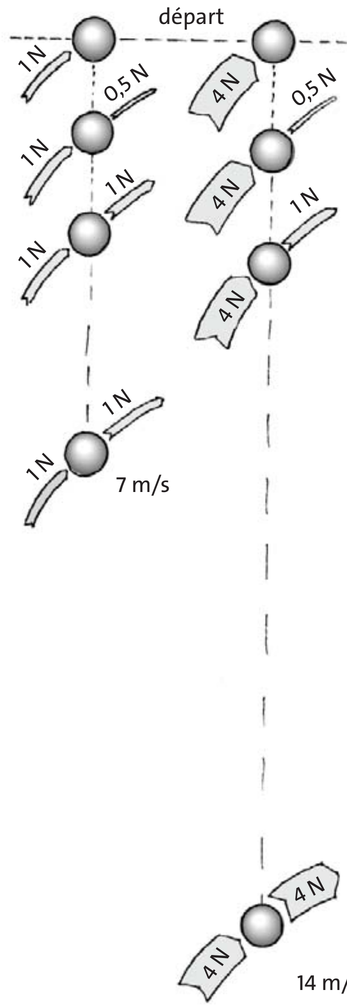


Fig. 4.7 Une sphère légère (à gauche) et une sphère lourde (à droite) tombent vers le sol. La légère atteint sa vitesse limite plus tôt que la lourde.

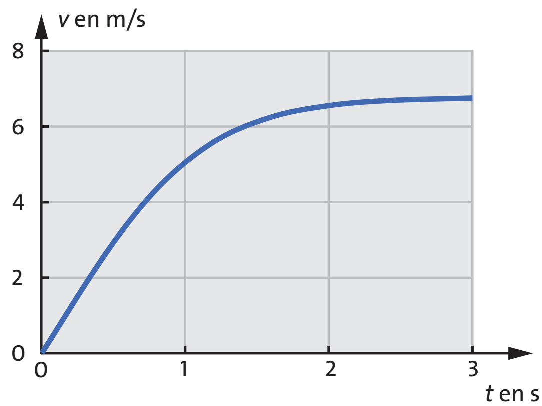


Fig. 4.8 S'il y a frottement de l'air, la vitesse d'un corps qui tombe augmentera jusqu'à une vitesse limite.

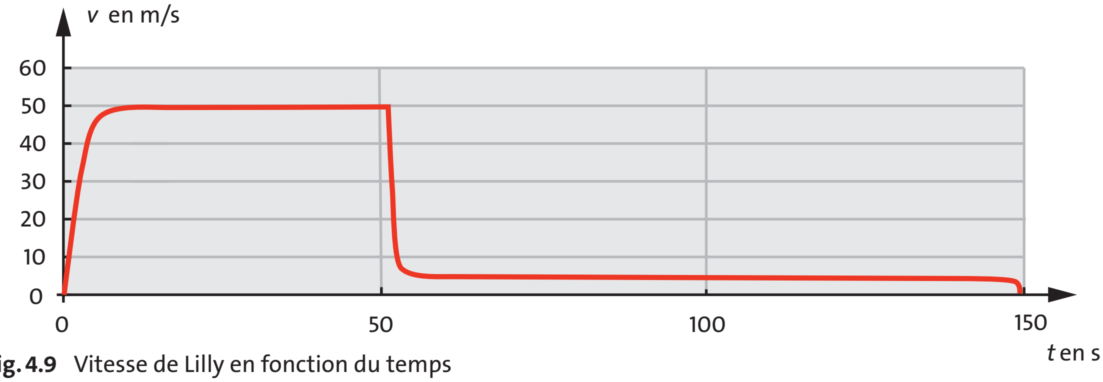


Fig. 4.9 Vitesse de Lilly en fonction du temps

n'en reçoit de la Terre par seconde. A partir de ce moment, sa quantité de mouvement n'augmentera plus. Sur la Fig. 4.6 nous pouvons lire que la balle aura alors une vitesse d'approximativement 7 m/s.

La Fig. 4.8 montre la vitesse de notre balle en fonction du temps : au tout début, sa vitesse augmente linéairement en fonction du temps ; elle se comporte comme une balle tombant en chute libre. Mais la perte va augmenter graduellement. Finalement, c'est-à-dire quand les quantités de mouvement qui entre dans la balle et qui en sort sont égales, sa quantité de mouvement et en conséquence aussi sa vitesse ne vont plus augmenter. Elle a atteint sa vitesse limite. La balle est dans l'état d'équilibre d'écoulement.

Laissons tomber maintenant une autre balle. Elle a le même diamètre (30 cm) mais pèse quatre fois le poids de la première, Fig. 4.7, à droite :

$$m = 0{,}4 \text{ kg}.$$

Un courant de quantité de mouvement de

$$F = m \cdot g = 0{,}4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 4 \text{ N}.$$

s'écoule dans la balle venant de la Terre via le champ gravitationnel. A quelle vitesse cette balle cessera-t'elle de devenir plus rapide ? Regardons à nouveau le diagramme de la Fig. 4.6. A une vitesse de 14 m/s, la quantité de mouvement perdue est égale à la quantité de mouvement qui vient de la Terre. Ainsi, la balle lourde atteint l'équilibre d'écoulement à une plus grande vitesse que la balle légère.

- A grande vitesse, le frottement de l'air ne peut plus être négligé.
- La vitesse d'un corps qui tombe augmente jusqu'à une vitesse limite. La vitesse limite dépend de la forme du corps. Elle est plus grande pour les corps les plus lourds.

Faire du parachute est une façon intéressante d'appliquer ce que nous venons de voir. Lilly saute d'un avion et atteint sa vitesse limite d'approximativement 50 m/s au bout de quelques secondes. Puis elle va « tomber » à cette vitesse pendant une durée plus longue. Le courant de quantité de mouvement qui s'écoule dans Lilly via le champ gravitationnel a la même intensité que celui qui en sort, du fait du frottement de l'air.

Le parachute s'ouvre environ à 400 m au-dessus du sol. Mais ouvrir le parachute signifie que le frottement de l'air augmente soudain fortement. Le courant de quantité de mouvement qui sort devient soudain bien plus fort que le courant s'écoulant dans Lilly. Par conséquent, la quantité de mouvement de Lilly diminue, et de même diminue sa vitesse et donc également la perte par frottement. Finalement, le courant de quantité de mouvement de frottement atteint à nouveau la même valeur que le courant de quantité de mouvement gravitationnel, mais à une vitesse relativement basse d'approximativement 4 m/s. Le parachute flotte maintenant avec Lilly vers la Terre à une vitesse constante faible. La Fig. 4.9 donne la vitesse de Lilly en fonction du temps.

S'il n'y a pas d'air ou un autre fluide qui génère du frottement, il n'y aura alors aucune vitesse limite. La lune n'a pas d'atmosphère. Ainsi, absolument tous les corps y tombent à la même vitesse : une feuille de papier tombe au sol aussi vite qu'une grosse pierre. Mais nous pouvons également faire la même observation sur Terre. Pour cela, l'expérience doit être faite dans une enceinte d'où l'air a été vidé. Laissons tomber quelques petits objets de différentes masses dans un tube en verre sous vide. Comme attendu, tous tombent à la même vitesse.

Exercise

1. Quelle est la vitesse limite d'une sphère qui tombe, d'un diamètre de 30 cm et de masse de 0,8 kg?

4.5 Impesanteur

Willy, Fig. 4.10a, ressent son poids ; son corps doit supporter le poids de sa lourde tête et ses pieds ont la partie la plus difficile : ils doivent supporter l'ensemble du corps. Willy a une idée : cf. Fig. 4.10b. Les jambes sont déchargées. Mais maintenant les bras doivent supporter tout le poids. Sur la Fig. 4.10c, nous voyons sa troisième tentative pour se débarrasser de son poids — une fois de plus sans aucun succès.

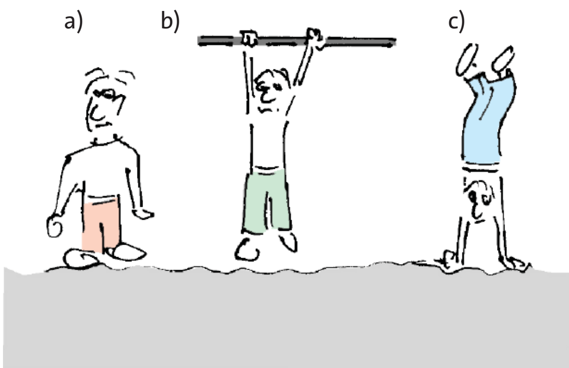


Fig. 4.10 Peu importe ses efforts – Willy ne se débarrassera pas de sa sensation de poids.

Willy est gêné par la sensation de poids ou lourdeur. Nous allons tenter de définir cette sensation en termes physiques. Dans chacun des trois cas, Willy ressent des courants de quantité de mouvement qui s'écoulent dans son corps. De la quantité de mouvement s'écoule dans toutes les parties de son corps via le champ gravitationnel, et cette quantité de mouvement doit repartir vers la Terre. Ces courants sont schématisés sur la Fig. 4.11 pour une personne debout : de la quantité de mouvement s'écoule dans la tête, les bras, la partie supérieure du corps, etc. Toute cette quantité de mouvement doit s'écouler vers le bas à travers les jambes et les pieds vers la Terre. Ainsi, le courant de quantité de mouvement est plus fort dans les pieds.

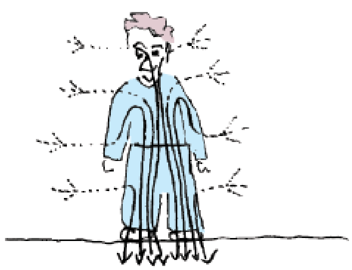


Fig. 4.11 Les courants de quantité de mouvement qui s'écoulent dans la personne via le champ gravitationnel doivent en sortir.

Dans ce qui suit, nous allons examiner un modèle de personne composé de deux blocs reposant l'un sur l'autre (pour symboliser les parties supérieure et inférieure du corps), Fig. 4.12. Nous pouvons constater que le courant de quantité de mouvement en bas du bloc inférieur est deux fois plus fort qu'au bas du bloc supérieur.

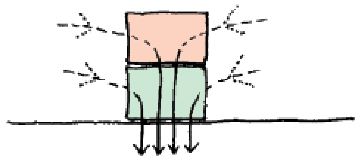


Fig. 4.12 Le « corps » de notre personne modèle est composé d'une partie supérieure et d'une partie inférieure.

Nous voudrions mettre maintenant cette « personne » dans un état d'impesanteur : un état dans lequel aucun courant de quantité de mouvement ne s'écoule à travers elle. Ou en d'autres termes : un état dans lequel aucune de ses parties n'est sujette à une contrainte de compression ou de tension.

Vous penserez probablement que cette personne devra être envoyée loin de la Terre, à un endroit où le champ gravitationnel de la Terre ne peut plus être ressenti. Là-bas, aucune quantité de mouvement ne s'écoulerait dans notre personne et aucune quantité de mouvement ne pourrait donc s'écouler à travers elle non plus. Ce serait effectivement une option. Mais il y a une autre méthode bien plus simple : nous laissons la quantité de mouvement s'écouler vers la personne mais pas en sortir. Dans ce cas également, aucune quantité de mouvement ne s'écoulera à travers la personne et elle se sentira sans poids.

Mais comment y parvenir ? Très simplement. Pour éviter que la quantité de mouvement ne s'échappe de la personne, c'est-à-dire qu'elle ne s'écoule vers la Terre, il suffit d'interrompre la connexion avec la Terre. Nous pouvons réaliser cela en laissant notre personne tomber en chute libre, Fig. 4.13. Même si de la quantité de mouvement s'écoule maintenant via le

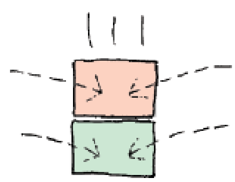


Fig. 4.13 Un corps en chute libre est sans poids. Aucun courant de quantité de mouvement ne s'écoule en lui

champ gravitationnel dans tous les blocs (dans toutes les parties de la personne) et dans chaque point des blocs, elle ne circule plus à l'intérieur des blocs. De même, aucune quantité de mouvement ne circule plus dorénavant d'un bloc à l'autre. La conséquence : il n'y a plus de contraintes de compression ou de tension. Le bloc inférieur ne ressent plus le poids du bloc supérieur.

Bien sûr, il en va de même pour vous, c'est-à-dire pour une personne réelle : si vous sautez vers le bas d'un endroit, vous serez en impesanteur (sans poids) durant votre chute. Même si vous sautez vers le haut, vous serez sans poids dès que vous perdez le contact avec la Terre, et vous resterez en impesanteur jusqu'à ce que vous touchiez la Terre à nouveau.

Cependant, le temps que nous passons en l'air pendant notre chute est si court que nous remarquons à peine notre sensation d'impesanteur. Faisons donc une expérience avec notre personne modèle, Fig. 4.14. Les deux blocs sont posés sur une plaque suspendue par des fils, comme un plateau de pesée. Entre le bloc inférieur et le bloc supérieur est placée une planche mince, qui est reliée au mur au moyen d'un fin ruban élastique étiré. Le ruban élastique arracherait la planche si elle n'était pas coincée par le poids du bloc supérieur.

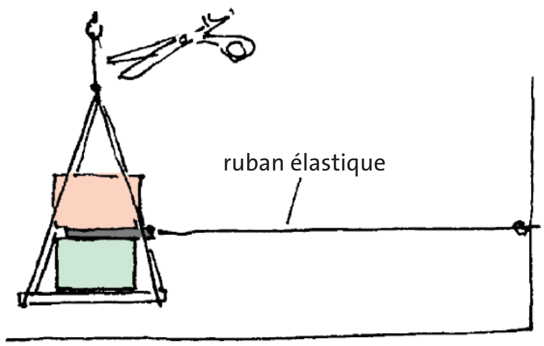


Fig. 4.14 Les blocs sont sans poids durant la chute libre. La planche coincée est libérée.

Voici l'expérience : nous coupons le fil auquel est suspendu tout l'arrangement. Au même moment, la planche s'extrait en étant tirée par le ruban caoutchouc. Pourquoi ? La tour de blocs est tombée en chute libre pendant un court moment. Elle était en impesanteur durant ce court moment. Le bloc supérieur n'appuyait plus sur le bloc inférieur ; cela a libéré la planche. Nous résumons :

> Les corps en chute libre sont sans poids.

4.6 Orbites circulaires dans le champ gravitationnel

Les satellites et les stations spatiales se déplacent sans moteur sur une orbite circulaire (ou presque circulaire) autour de la Terre. Mais pourquoi ne tombent-ils pas vers la Terre ? C'est exactement ce qu'ils font. Sans le courant permanent de quantité de mouvement venant de la Terre, un satellite se déplacerait en ligne droite. Cependant, comme il reçoit de la quantité de mouvement de la Terre, sa trajectoire est courbée vers la Terre. Si la Terre était plate, il tomberait sur la Terre. Mais la Terre est ronde et le satellite tombe toujours de façon à suivre la courbure de la surface de la Terre. Pour voler sur une orbite circulaire autour de la Terre, le satellite doit avoir une vitesse précise. La direction du vecteur vitesse doit être parallèle à la surface de la Terre, c'est-à-dire perpendiculaire à la droite reliant le satellite au centre de la Terre et sa valeur absolue doit avoir une valeur très précise.

Si ces conditions ne sont pas remplies, le satellite se déplacera sur une orbite différente : une ellipse, une parabole, une hyperbole ou une ligne droite.

Nous voudrions calculer la vitesse qu'un satellite doit posséder pour avoir une orbite circulaire.

Rappelons nous : la variation de quantité de mouvement par intervalle de temps pour un corps qui se déplace sur une orbite circulaire de rayon r et de vitesse v est :

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}.$$

La variation de quantité de mouvement d'un satellite est causée par le courant de quantité de mouvement venant de la Terre. Par conséquent, la relation suivante s'applique :

$$m\frac{v^2}{r} = m \cdot g.$$

En divisant les deux côtés de l'équation par m, nous obtenons :

$$\frac{v^2}{r} = g.$$

Il en résulte :

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \qquad (4.6)$$

L'équation s'applique également approximativement à la lune qui orbite autour de la Terre et aux planètes qui se déplacent autour du soleil parce que leurs orbites respectives sont presque circulaires.

> Si un satellite ou un corps céleste se déplace sur une orbite circulaire autour d'un autre corps dont la masse est bien plus grande, sa vitesse est
>
> $$v = \sqrt{r \cdot g}.$$
>
> (r = rayon de l'orbite, g = intensité du champ gravitationnel)

Nous pouvons aussi « inverser » cet énoncé : si la vitesse d'un satellite est donnée par l'équation (4.6), son orbite est circulaire. Au départ, cependant, n'importe quelle vitesse peut être donnée au satellite : n'importe quelle valeur absolue arbitraire et n'importe quelle direction. Alors que va faire le satellite si sa vitesse de départ n'est pas celle donnée par l'équation (4.6) ou si elle n'a pas la bonne direction ? Le satellite ne se déplacera pas sur une orbite circulaire. Pouvons-nous alors le laisser voler sur n'importe quelle orbite arbitraire ? Absolument pas. Les orbites possibles appartiennent à une famille très particulière de courbes, appelées *sections coniques*. Elles comprennent :

- le cercle,
- l'ellipse,
- la parabole,
- l'hyperbole,
- la ligne droite.

Vous comprenez certainement que le cercle aussi bien que la ligne droite ne sont rien d'autre que des cas particuliers de l'ellipse.

Nous voudrions poser deux questions mais ne répondre qu'à l'une d'entre elles :

Question 1
Pourquoi un satellite vole-t-il sur une orbite circulaire ?

Réponse
C'est une question stupide. Il vole sur une orbite circulaire parce qu'il a été placé sur une orbite circulaire.

Question 2
Pourquoi la lune et les planètes volent-elles sur des orbites circulaires ?

Réponse
Bonne question. Il est difficile d'y répondre ici. En outre, ces orbites ne sont pas exactement circulaires à strictement parler. L'écart par rapport au cercle est relativement important dans le cas de la planète Mercure.

Calculons maintenant la vitesse de la Station Spatiale Internationale (SSI). Elle est située à une altitude de 400 km. Là-bas, la valeur absolue de l'intensité du champ gravitationnel est

$$g = 8{,}7 \text{ N/kg}.$$

r est égal au rayon de la Terre plus 400 km, soit

$r = 6770$ km.

Cela nous amène à

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{6{,}770 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 8{,}7 \text{ N/kg}} \\ &= 7{,}675 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 27\,630 \text{ km/h}. \end{aligned}$$

Vous savez que les astronautes ont la sensation d'impesanteur dans leurs vaisseaux spatiaux. Comment cela peut-il être expliqué ? Est-ce parce qu'ils sont si loin de la Terre ? Absolument pas. Nous avons vu que la SSI est située à une altitude d'approximativement 400 km. Comparée au rayon de la Terre, c'est une très courte distance. La SSI vole pratiquement très près de la surface de la Terre, Fig. 4.15.

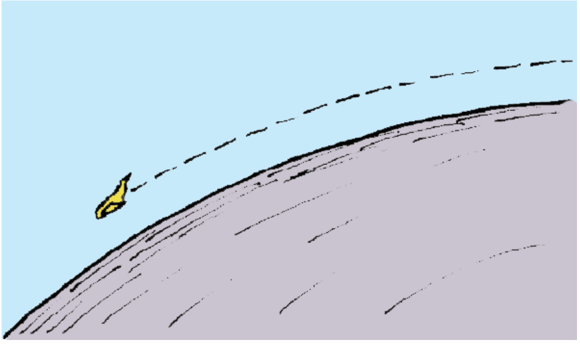


Fig. 4.15 La SSI vole à une altitude de seulement 400 km, c'est-à-dire près de la surface de la Terre. La valeur absolue de l'intensité du champ gravitationnel est seulement 10 % inférieure à celle à la surface de la Terre.

Là-haut, la valeur absolue de l'intensité du champ gravitationnel est seulement d'environ 10 % inférieure à sa valeur à la surface de la Terre. L'explication de l'impesanteur est exactement celle que nous avons trouvée pour les corps en chute libre : un vaisseau spatial avec son équipage et tous ses équipements est un corps en chute libre. Et les corps en chute libre sont sans poids. N'oubliez pas que l'impesanteur ne signifie pas que l'intensité du champ gravitationnel est nulle.

Exercices

1. Un astronaute a deux objets dans son vaisseau spatial qui ont l'air identiques mais ont des masses différentes. Peut-il trouver lequel de ces corps a la plus grande masse et si oui, comment ?
2. Un vaisseau spatial est situé si loin de la Terre que l'intensité du champ gravitationnel est pratiquement égale à zéro. Maintenant les astronautes voudraient ressentir leur poids à nouveau. Que peuvent-ils faire sans voler vers la Terre ou vers un autre corps céleste ?
3. Proposer une formule pouvant être utilisée pour calculer la vitesse angulaire du mouvement circulaire d'un satellite à partir du rayon de l'orbite et de l'intensité du champ gravitationnel.
4. La lune est aussi un satellite de la Terre. Elle se déplace autour de la Terre sur une orbite circulaire avec un rayon $r = 384\,000$ km. Calculer l'intensité du champ gravitationnel de la Terre à cette distance.
   Conseils :
   (a) Calculer la circonférence de la trajectoire circulaire de la lune.
   (b) Calculer le temps nécessaire à la lune pour une révolution en secondes.
   (c) Calculer la vitesse de la lune.
   (d) Calculer l'intensité du champ gravitationnel.
5. Un satellite se déplace d'abord sur une orbite circulaire. Comment changera l'orbite si la valeur absolue de la vitesse est soudainement réduite ? Comment changera l'orbite si elle est soudainement augmentée ? Que faut-il faire pour obtenir une orbite hyperbolique ?

4.7 Le champ des corps à symétrie sphérique

L'intensité du champ gravitationnel diminue quand on s'éloigne de la Terre. Cette diminution est décrite par

$$g(r) = G\frac{m_A}{r^2}. \tag{4.7}$$

Cette équation ne s'applique pas seulement pour la Terre mais pour n'importe quel corps à symétrie sphérique, c'est-à-dire en particulier aussi pour d'autres corps célestes : étoiles, planètes et lunes parce qu'ils sont presque à symétrie sphérique.

Examinons de plus près l'équation :

- De la manière dont elle est écrite ici, elle s'applique pour la valeur absolue de l'intensité du champ. La direction du vecteur intensité du champ est la direction dirigée vers le centre du corps à symétrie sphérique, c'est-à-dire vers le centre de la Terre dans le cas de la Terre.
- G est la *constante gravitationnelle*. Elle vaut :

  $$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}.$$

  G a la même valeur pour la Terre, la lune, le soleil, tout autre corps céleste et aussi pour n'importe quel petit corps terrestre.
- Il n'est pas surprenant que g soit proportionnel à la masse du corps : un corps avec une petite masse a un faible champ gravitationnel ; un corps avec une grande masse a un fort champ gravitationnel.
- r est la distance au centre du corps. L'intensité du champ diminue avec le carré de la distance, c'est-à-dire tout à fait rapidement.

La Fig. 4.16 montre l'intensité du champ — illustrée par des vecteurs — autour d'un corps sphérique. La valeur du champ correspond au point situé à la base de la flèche.

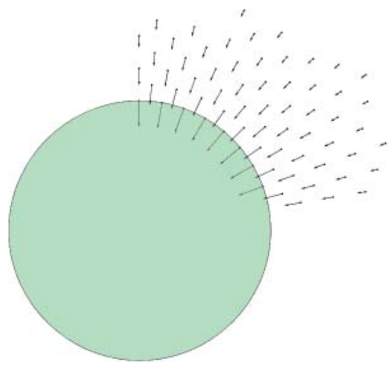


Fig. 4.16 Vecteurs intensité du champ gravitationnel au voisinage d'un corps sphérique

Si la distance r est grande comparée à la taille du corps, nous n'avons plus à exiger que la forme soit sphérique. Le champ à grande distance est le même, que le corps soit sphérique ou non.

Regardons à nouveau un résultat donné au chapitre précédent :

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \tag{4.8}$$

Pour calculer la vitesse que doit avoir un satellite ou un autre corps céleste pour se déplacer sur une orbite circulaire de rayon r, nous avons besoin de connaître l'intensité du champ g du champ gravitationnel. Avec l'équation (4.7) nous sommes maintenant capable de la calculer. Si nous insérons le g de l'équation (4.7) dans l'équation (4.8) nous obtenons :

$$v = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{r \cdot G \cdot \frac{m}{r^2}} = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}},$$

et ainsi :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}. \qquad (4.9)$$

Veuillez noter que m est la masse du corps central et non la masse du corps qui tourne autour de lui. De cette manière, nous avons :

m = masse de	r = rayon orbital de	v = vitesse de
Terre	satellite	satellite
Terre	lune	lune
soleil	Terre	Terre

Supposons que notre corps central soit la Terre. Pour calculer la vitesse d'un satellite ou de la lune, nous avons seulement besoin de connaître le rayon de l'orbite considérée en plus de connaître la masse de la Terre. Les masses du soleil, des planètes et de la lune de la Terre sont listées dans le Tab. 4.2.

	m en masses de la Terre	m en kg
soleil	$3{,}33 \cdot 10^5$	$2{,}0 \cdot 10^{30}$
Mercure	0,053	$0{,}317 \cdot 10^{24}$
Venus	0,82	$4{,}9 \cdot 10^{24}$
Terre	1	$5{,}97 \cdot 10^{24}$
Mars	0,107	$0{,}64 \cdot 10^{24}$
Jupiter	318	$1900 \cdot 10^{24}$
Saturne	95,2	$569 \cdot 10^{24}$
Uranus	14,6	$87 \cdot 10^{24}$
Neptune	17,2	$103 \cdot 10^{24}$
lune de la Terre	0,0123	$7{,}35 \cdot 10^{22}$

Tab. 4.2 Masse du soleil, des planètes et de la lune

Les orbites sur lesquelles les planètes se déplacent autour du soleil se trouvent toutes approximativement dans un même plan, appelé le plan de l'écliptique. L'orbite de la lune est également située dans ce plan.

Retenons :

> Quand un satellite ou une lune ou une planète tourne autour d'un corps central, la règle suivante s'applique :
> - plus grande est la masse du corps central et
> - plus petite est le rayon de l'orbite, plus grande est la vitesse.

Exemple

Un satellite doit décrire une orbite circulaire autour de la Terre à une altitude de 10 000 km au-dessus de la surface de la Terre. Quelle doit être sa vitesse ?

$$r = 10\,000 \text{ km} + 6\,370 \text{ km} = 16{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}$$
$$m = 5{,}97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$$

Avec l'équation (4.9) nous obtenons :

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{16{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}}}$$
$$= 4930 \text{ m/s}.$$

Exercices

1. Suite de l'exercice 4 du chapitre précédent : calculer la masse de la Terre.
2. La distance entre le soleil et la Terre est presque exactement de 150 millions de kilomètres.
   (a) Calculer la vitesse de la Terre sur son orbite autour du soleil.
   (b) Calculer l'intensité du champ gravitationnel du soleil au niveau de l'orbite de la Terre.
   (c) Calculer la masse du soleil.
3. Toute lune tourne autour d'une planète et les planètes tournent autour du soleil. Nous pouvons très bien observer ces mouvements au moyen des télescopes, c'est-à-dire nous pouvons mesurer les rayons orbitaux et les durées de révolution orbitale. Les masses des corps célestes peuvent être déterminées sur cette base. Quelles données sont nécessaires pour déterminer la masse d'une planète ? (Vous n'avez besoin que de vous reporter aux deux exercices précédents.)
4. Les satellites de télévision tournent autour de la Terre de manière à avoir la même vitesse angulaire que la Terre ellemême. Pourquoi ?
   A quelle altitude vole un satellite de télévision ? Quelle vitesse orbitale doit-il avoir ?

4.8 Galilée, Kepler et Newton

L'explication physique et la description mathématique des phénomènes gravitationnels — la chute libre et le mouvement des corps célestes — ont été un des grands accomplissements de la physique. Ce développement s'est déroulé aux 16ème et 17ème siècles. De nombreux savants y furent impliqués, mais les contributions les plus importantes furent le fait de seulement trois d'entre eux : Galilée, Kepler et Newton.

Galileo Galilei, dit Galilée, (1564 – 1642), Fig. 4.17, fit de nombreuses découvertes et inventions. Il trouva, entre autres, que la vitesse des corps qui tombent augmente à un taux constant quand le frottement de l'air peut être négligé et que tous les corps tombent à la même vitesse.

Fig. 4.17 Galileo Galilei (à gauche) et Johannes Kepler (à droite)

Johannes Kepler (1571 – 1630) réussit à décrire les orbites planétaires de façon mathématiquement exacte. Parmi d'autres résultats, il trouva :

le quotient

$$\frac{T^2}{r^3}$$

a la même valeur pour toutes les planètes du système solaire (T = durée de révolution, r = rayon de l'orbite).

Isaac Newton (1643 – 1727), Fig. 2.35, découvrit que la chute d'un objet vers la Terre est essentiellement le même phénomène que le mouvement de la lune autour de la Terre et des planètes autour du soleil.

De plus, il trouva la relation que nous décrivons à l'aide de l'équation (4.7). Toutefois, il dut formuler cette relation de manière un peu différente puisqu'aucun champ — et donc aucune intensité de champ — n'était connu à l'époque. Mais nous pouvons facilement déduire les équations de Newton à partir de nos équations.

Nous appliquons l'équation (4.7) à un corps A avec la masse m_A (par exemple la Terre) :

$$g(r) = G\frac{m_A}{r^2}. \tag{4.10}$$

Le courant de quantité de mouvement du corps A vers un autre corps B (avec la masse m_B) est

$$F = m_B \cdot g(r).$$

Nous remplaçons $g(r)$ au moyen de l'équation (4.10) :

$$F = m_B \cdot G\frac{m_A}{r^2} = G\frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

Ainsi, nous avons :

$$F = G\frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

C'est la *loi de la gravitation de Newton.*

Les centres des deux corps (masses m_A et m_B) sont à la distance r l'un de l'autre. Le courant de quantité de mouvement qui s'écoule à travers le champ gravitationnel d'un corps vers l'autre est

- • proportionnel à m_A et à m_B ;
- • inversement proportionnel à r^2.

Encore une fois rappelons les conditions sous lesquelles la loi de la gravitation s'applique : chacun des corps doit avoir soit une distribution sphérique des masses soit être petit par rapport à la distance r.

Exercises

1. Déduire la loi de Kepler citée dans le texte, en partant de l'équation (4.9). Convertir la vitesse en durée de révolution.
2. La constante gravitationnelle pourrait être déterminée expérimentalement en mesurant le courant de quantité de mouvement entre deux corps qui ont par exemple une masse de 1 kg et dont les centres sont à la distance de 10 cm. Quel est le problème avec cette mesure ?

4.9 Les marées

La vitesse d'une pomme qui tombe dans le champ gravitationnel de la Terre augmente à un taux constant :

$$v = g \cdot t\,,$$

l'accélération a est :

$$a = g.$$

g est l'intensité du champ gravitationnel de la Terre. L'accélération de la pomme ne dépend pas de sa propre masse, mais elle dépend de l'intensité du champ g et g dépend de la masse de la Terre et de l'endroit :

$$g(r) = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Cela nous amène à un problème intéressant : qu'arrivera-t-il si le corps qui tombe est si grand que g a différentes valeurs en différents points de ce corps, Fig. 4.18 ?

Une situation un peu plus claire est représentée sur la Fig. 4.19. Au lieu d'un corps étendu, nous examinons une sorte d'haltère. Deux corps K_1 et K_2 avec la même masse

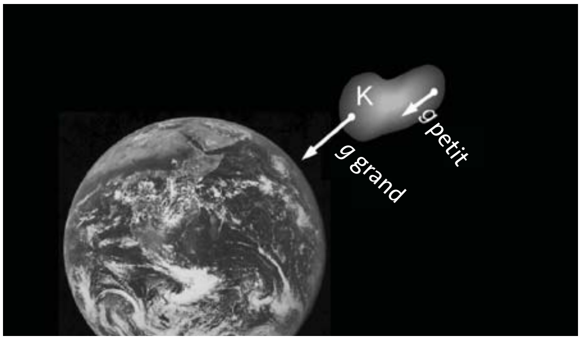


Fig. 4.18 L'intensité du champ de la Terre a différentes valeurs au sein du corps K.

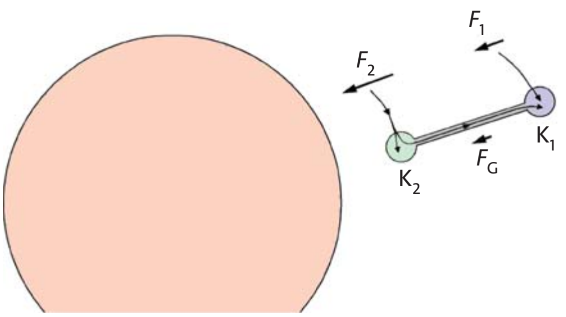


Fig. 4.19 Dans K_1, moins de quantité de mouvement s'écoule via le champ gravitationnel que dans K_2. De la quantité de mouvement doit donc s'écouler de K_2 vers K_1.

$$m = 4 \text{ kg}$$

sont reliés par une barre.

La masse de la barre est si petite que nous pouvons la négliger comparativement à celle des deux corps. L'intensité du champ a les valeurs différentes g_1 et g_2 au niveau des deux corps. Nous supposons avoir les valeurs suivantes :

$$g_1 = 11 \text{ N/kg et } g_2 = 12 \text{ N/kg} .$$

Différents courants de quantité de mouvement s'écoulent en conséquence dans les deux corps :

$$K_1: \quad F_1 = m \cdot g_1 = 4 \text{ kg} \cdot 11 \text{ N/kg} = 44 \text{ N}$$
$$K_2: \quad F_2 = m \cdot g_2 = 4 \text{ kg} \cdot 12 \text{ N/kg} = 48 \text{ N}$$

Ainsi, K_2 reçoit plus de quantité de mouvement par seconde de la part de la Terre que K_1. S'il n'y avait pas de barre, l'augmentation de quantité de mouvement (c'est-à-dire le taux de changement) de K_2 serait de 48 N et celui de K_1 serait de 44 N. K_2 tomberait plus vite que K_1 à tout instant.

Mais les corps sont reliés par la barre et ne peuvent tomber avec des vitesses différentes. Par conséquent, un courant de quantité de mouvement F_G, qui assure que l'augmentation de quantité de mouvement des deux corps restera égale, doit s'écouler de K_2 à K_1. Dans notre exemple,

$$F_G = 2 \text{ N}.$$

Ainsi, l'augmentation de quantité de mouvement est :

$$\text{corps } K_2 : \quad \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 48 \text{ N} - 2 \text{ N} = 46 \text{ Hy/s}$$

$$\text{corps } K_1 : \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = 44 \text{ N} + 2 \text{ N} = 46 \text{ Hy/s}$$

La barre est soumise à une contrainte de tension. Cela peut aussi être exprimé de la manière suivante : K_2 tire sur K_1 de telle sorte que K_1 devienne plus rapide, ou K_1 tire sur K_2 de telle sorte que K_2 devienne plus lent.

Rappelons ici à nouveau la raison derrière cet écoulement de courant de quantité de mouvement F_G : l'intensité du champ au sein du corps a différentes valeurs. Le champ n'est pas homogène.

Le résultat que nous avons obtenu sur le corps en forme d'haltère est aussi valable pour tout autre corps : C'est comme si quelqu'un essayait d'étirer le corps.

> Si le champ gravitationnel au sein d'un corps qui tombe n'est pas homogène, des courants de quantité de mouvement vont s'écouler à l'intérieur du corps. Le corps est soumis à une contrainte de tension dans la direction de la chute.

Nous comparons cet énoncé au résultat que nous avons trouvé précédemment : les corps en chute libre sont sans poids. Cela signifie qu'aucun courant de quantité de mouvement ne s'écoule à l'intérieur d'un tel corps. Maintenant nous pouvons voir que cette règle s'applique seulement pour un champ qui est homogène au voisinage du corps tombant que l'on considère. Mais où de telles contraintes de tension jouent-elles réellement un rôle, et qu'est-ce que ces considérations ont à voir avec le titre de cet article ?

Tout corps qui est exposé au champ gravitationnel d'un autre sera soumis à une contrainte de tension si le champ de cet autre corps n'est pas homogène. La Terre est placée dans le champ gravitationnel du soleil et de la lune. Les champs de ces deux corps célestes sont presque homogènes dans la zone de la Terre, mais presque seulement. Et comme ils ne sont pas parfaitement homogènes, la Terre dans son ensemble est soumise à une contrainte de tension. L'influence de la lune est de ce fait plus grande que celle du soleil. L'hétérogénéité du champ de la lune est plus grande au niveau de la Terre que celle du champ du soleil.

Dans ce qui suit, nous allons nous concentrer seulement sur l'influence de la lune. La lune tente d'étirer la Terre dans la direction de la ligne de connexion Terre – lune. Cela n'a pas beaucoup d'effet sur la Terre solide, mais l'eau des océans peut réagir à cette contrainte de tension. De l'eau s'accumule respectivement des deux côtés opposés de la Terre, Fig. 4.20, ce qui conduit à une marée haute. Perpendiculairement à cet axe, la marée est basse. Pendant que la Terre tourne autour de son propre axe, ces accumulations d'eau se déplacent autour de la Terre, ou plutôt : la Terre tourne sous l'eau accumulée. Si nous restons à une position fixe sur la Terre, la marée monte et descend avec une période de 12 heures. Les marées montante et descendante sont appelées le flot et le jusant.

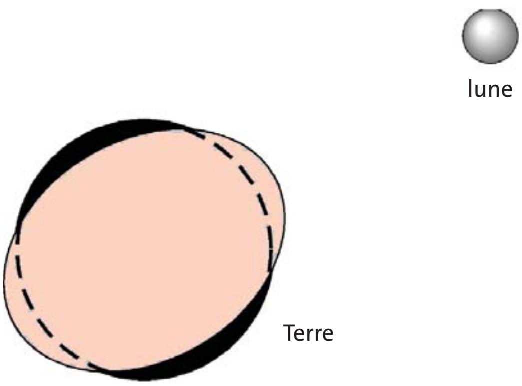


Fig. 4.20 Le champ gravitationnel de la lune tente d'étirer la Terre. Deux « collines d'eau » naissent de part et d'autre de la Terre. (L'image n'est pas dessinée à l'échelle.)

Ces contraintes de tension des marées ont un effet mineur sur Terre. Mais il existe des endroits dans l'univers où elles deviennent très fortes, par exemple à la surface d'une étoile à neutrons. Une étoile à neutrons n'est pas un endroit agréable à vivre pour plusieurs raisons. L'intensité du champ gravitationnel est approximativement de 10^{12} N/kg si bien qu'un humain serait immédiatement écrasé par son propre poids. Mais même pendant une chute libre, c'est-à-dire en étant dans un état d'impesanteur dans des conditions terrestres, nous serions déchirés sur une étoile à neutrons par la contrainte de tension des marées.

Exercises

1. Calculer l'intensité du champ gravitationnel du champ de la lune au niveau de la Terre. Quelle est la valeur de la différence entre le côté qui est face à la lune et le côté qui en est le plus éloigné ?
2. Un corps tombant en chute libre dans un champ non-homogène est soumis à des contraintes de tension dans la direction de la chute. Mais ce n'est pas toute la vérité. Il est aussi soumis à des contraintes mécaniques dans la direction transversale à la chute. Pourquoi ? Expliquer en utilisant à nouveau un corps en forme d'haltère, mais cette fois-ci aligné transversalement à la direction de la chute. Quel type de contraintes est présent : de tension ou de compression ?

5 QUANTITÉ DE MOUVEMENT, MOMENT CINÉTIQUE ET ÉNERGIE

5.1 Qu'est-ce que l'énergie ?

Redisons-le : qu'est-ce que la quantité de mouvement ? La réponse est simple : il s'agit essentiellement d'une mesure de ce que nous appelons en langage courant l'impulsion ou l'élan. L'élan est contenu dans un corps, c'est-à-dire qu'un corps est « rempli d'élan». Ainsi, la quantité de mouvement est une grandeur de type substance.

Et qu'en est-il de l'énergie ? Nous pouvons aussi penser à elle comme une « substance » qui est contenue dans des choses — dans des corps solides, dans des liquides, dans des gaz et dans des champs. C'est donc aussi une grandeur de type substance. Cependant, nous ne pouvons pas dire que cela corresponde à ce pour lequel nous avons un nom — comme dire « impulsion» si nous voulons dire quantité de mouvement ou « chaleur» pour désigner l'entropie. En voici la raison : l'énergie n'a pas de propriété grâce à laquelle on peut toujours la reconnaître facilement. Un corps a beaucoup d'énergie lorsqu'il est chaud, lorsqu'il se déplace rapidement, lorsqu'il tourne rapidement ou lorsqu'il est soumis à une pression élevée. Et son énergie dépend de sa composition chimique. Malheureusement, la teneur en énergie n'est pas simplement proportionnelle à la vitesse, à la température, à la pression, etc. La relation est plus compliquée.

Par conséquent, une certaine habileté est nécessaire pour savoir si un système contient beaucoup ou peu d'énergie et il est souvent compliqué de la calculer. Nous voudrions analyser ce problème dans ce qui suit.

Après tout l'énergie a aussi des caractéristiques simples :

> L'énergie est une grandeur physique de type substance. L'énergie ne peut être ni créée ni détruite.

En tant que principes généraux, nous garderons à l'esprit :

> Un corps a beaucoup d'énergie lorsqu'il se déplace ou tourne rapidement, lorsqu'il est chaud ou quand il a une pression élevée.

Il existe des restrictions pour chacun de ces critères, mais vous n'aurez besoin de les connaître que petit à petit. Nous n'obtiendrons qu'au chapitre 7 une réponse finale à la question « Qu'est-ce que l'énergie ? ». Pour l'instant, nous pourrions faire déjà beaucoup avec cette réponse.

Rappelez-vous : le symbole de l'énergie est *E*, l'unité de mesure est le Joule, en abrégé J.

5.2 La quantité de mouvement en tant que porteur d'énergie

Willy, sur la Fig. 5.1, tire à nouveau une boîte sur le sol. Il fait un effort, libère donc de l'énergie. L'énergie vient de ses muscles. Où va cette énergie ? Elle va au fond de la boîte, y crée de l'entropie et se disperse dans l'environnement avec l'entropie.

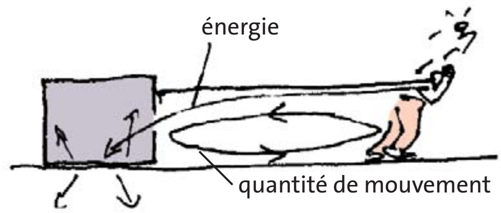


Fig. 5.1 Avec la quantité de mouvement des muscles de Willy en tant que porteur d'énergie, l'énergie va au fond de la boîte. À partir de là, elle se déplacera dans diverses directions avec l'entropie en tant que porteur d'énergie.

Nous aimerions examiner le transport d'énergie entre Willy et la boîte. Le premier point à clarifier est : quel est le porteur d'énergie ? Un courant de quantité de mouvement circule dans la corde entre Willy et la boîte en même temps que le courant d'énergie. Nous concluons que la quantité de mouvement est le porteur d'énergie que nous recherchons.

> La quantité de mouvement est un porteur d'énergie.

Les courants d'énergie et de quantité de mouvement sont schématisés sur le diagramme des flux de la Fig. 5.2.

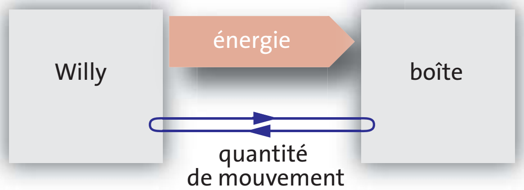


Fig. 5.2 Diagramme des flux des courants d'énergie et de quantité de mouvement de la Fig. 5.1

Tous les courants de quantité de mouvement ne sont pas associés à un courant d'énergie : le courant de quantité de mouvement sur la Fig. 5.1 circule, comme nous le savons, de la boîte à travers la Terre et retourne à Willy. Mais l'énergie suit son propre chemin depuis le bas de la boîte. Le courant de quantité de mouvement qui revient ne porte aucune énergie.

Alors, de quoi dépend l'intensité du courant d'énergie ? Ou plus généralement : que devons-nous faire pour transférer le plus d'énergie possible avec une corde ou une barre ?

Si nous attachons avec des crochets une corde tendue entre deux murs, Fig. 5.3, un courant de quantité de mouvement circulera mais aucun courant d'énergie. Quelle est la différence entre les cordes de la Fig. 5.1 et de la Fig. 5.3 ? La première corde bouge, pas la seconde. Nous pouvons donc constater que le mouvement est important pour le transport de l'énergie ; ou plus précisément : la vitesse avec laquelle le porteur de quantité de mouvement se déplace.

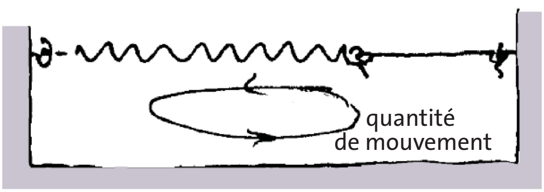


Fig. 5.3 Un courant de quantité de mouvement circule mais aucun courant d'énergie.

Bien entendu, l'intensité du courant d'énergie dépend également de l'intensité du courant de quantité de mouvement, car si la corde n'est pas soumise à des contraintes mécaniques, elle ne peut pas être utilisée pour transférer de l'énergie.

Nous avons donc un résultat important :

> Le courant d'énergie P à travers la corde dépend
> - du courant de quantité de mouvement F dans la corde
> - de la vitesse v de la corde.

Nous voulons découvrir une relation pour quantifier ce résultat. Par quelle équation les trois quantités P, F et v sont-elles liées ?

Dans un premier temps, nous examinons la relation entre le courant d'énergie P et le courant de quantité de mouvement F. La Fig. 5.4 montre une vue de dessus de deux boîtes tirées sur le sol.

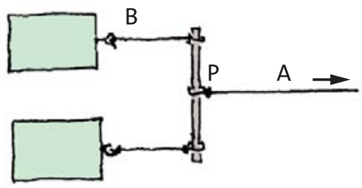


Fig. 5.4 Deux boîtes sont tirées sur le sol. Vue de dessus

Nous comparons les deux sections de cordes A et B. Les deux se déplacent à la même vitesse. Le courant de quantité de mouvement ainsi que le courant d'énergie se répartissent de manière égale au point d'intersection P : le courant de quantité de mouvement dans la corde B est deux fois moins intense que dans la corde A, de même que le courant d'énergie. Par conséquent, l'intensité du courant d'énergie est proportionnelle à l'intensité du courant de quantité de mouvement dans le cas d'une vitesse égale :

$$P \sim F.$$

Pour trouver la relation entre P et v, nous faisons une expérience. Une boîte est tirée au moyen d'une poulie, Fig. 5.5.

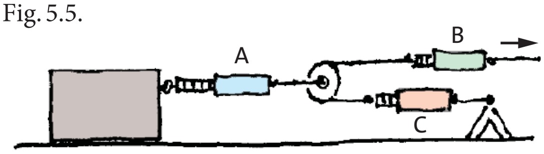


Fig. 5.5 L'intensité du courant de quantité de mouvement dans la corde A est le double de celle dans la corde B. La vitesse de la corde A est la moitié de celle de la corde B.

Nous comparons les sections de corde A et B. Considérons d'abord le courant d'énergie : toute l'énergie qui circule dans la corde de droite part de la poulie et passe par la corde A. Aucune énergie ne peut circuler dans la corde C car C ne bouge pas. Nous avons par conséquent :

$$P_A = P_B.$$

Ensuite, nous comparons les vitesses de A et B. Si la boîte, et donc la corde A, se déplace sur une certaine distance vers la droite, l'extrémité droite de B se déplacera vers la droite de deux fois cette distance. Cela signifie que la vitesse de B est le double de celle de A. Nous avons donc :

$$v_B = 2\,v_A.$$

Enfin, nous comparons les courants de quantité de mouvement dans A et B. Cela ne peut être fait qu'à l'aide d'une mesure. Il se trouve que le courant de quantité de mouvement dans B correspond à la moitié de celui de A. (À propos : dans C, il est identique à celui de B, de sorte que la règle de jonction est satisfaite.) Nous pouvons donc écrire :

$$F_A = 2\,F_B.$$

Tous ces résultats ensemble seront décrits correctement si nous posons :

$$P \sim v \cdot F.$$

Cette proportionnalité nous dit d'une part que P est proportionnel à F si la vitesse est maintenue constante. D'autre part, elle indique que si v est doublée et que F est divisé par deux, P restera constant. C'est exactement ce que nous avons trouvé dans notre expérience avec la poulie.

> Si l'énergie est transférée avec la quantité de mouvement comme porteur d'énergie, le courant d'énergie est proportionnel au courant de quantité de mouvement et à la vitesse à laquelle le conducteur se déplace.

Pour obtenir une équation de cette proportionnalité, une constante de proportionnalité devrait normalement être introduite. Mais les unités de mesure des trois grandeurs dans le Système International ont été choisies de façon à obtenir la relation simple :

$$P = v \cdot F.$$

C'est le résultat que nous recherchions. Nous pouvons l'utiliser pour calculer le courant d'énergie dans notre corde si nous connaissons le courant de quantité de mouvement dans la corde et la vitesse de la corde.

Exemple

Nous tirons sur une corde dans laquelle un dynamomètre est installé. Le dynamomètre indique 120 N, la corde se déplace à 0,5 m/s. Pour le courant d'énergie, nous obtenons :

$$P = v \cdot F = 0{,}5\ \text{m/s} \cdot 120\ \text{N} = 60\ \text{W}.$$

Notez que la vitesse doit être exprimée en m/s et le courant de quantité de mouvement en N pour obtenir le courant d'énergie dans le système SI en watt.

Des formules similaires s'appliquent lorsque l'énergie circule avec d'autres porteurs. Si la charge électrique est le porteur d'énergie, nous avons la relation suivante :

$$P = U \cdot I\,,$$

c'est-à-dire que le courant d'énergie est proportionnel au courant électrique I.

Si l'entropie est le vecteur de l'énergie, nous aurons :

$$P = T \cdot I_S,$$

c'est-à-dire que le courant d'énergie est proportionnel au courant d'entropie I_S. De la formule

$$P = v \cdot F$$

on peut déduire une équation plus pratique dans certains cas. Nous remplaçons

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

à gauche et

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

à droite, d'où :

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot F.$$

Par conséquent, nous obtenons :

$$\Delta E = F \cdot \Delta s.$$

L'équation nous dit par exemple : si nous poussons une barre et déplaçons la barre de la distance Δs, l'énergie $F \cdot \Delta s$ circulera à travers la barre. F est l'intensité du courant de quantité de mouvement qui traverse la barre quand on la pousse. Bien entendu, F doit être constante pendant le processus.

Exemple

Nous tirons sur une corde de manière à ce que circule un courant de quantité de mouvement de 120 N et que la corde se déplace de 2 m. Quelle quantité d'énergie est transférée à travers la corde dans le processus ? Avec $F = 120$ N et $\Delta s = 2$ m on obtient

$$\Delta E = F \cdot \Delta s = 120 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 240 \text{ Nm} = 240 \text{ J}.$$

Exercices

1. Un tracteur tire une remorque sur une route plane à une vitesse de 20 km/h. Un courant de quantité de mouvement de 900 N circule dans l'attelage de la remorque. Quelle est la consommation d'énergie de la remorque ? (Quelle est l'intensité du courant d'énergie du tracteur à la remorque ?) Où ira la quantité de mouvement qui se dirige vers la remorque ? Où ira l'énergie ?
2. La courroie d'une machine se déplace à une vitesse de 10 m/s. L'intensité du courant d'énergie transférée avec la courroie est de 800 W. Quelle est la force appliquée par la courroie pour tirer sur sa poulie d'entrainement ? (Quelle est l'intensité du courant de quantité de mouvement dans la courroie ?)
3. Une grue soulève une charge de 50 kg avec une vitesse de 0,8 m/s. Quelle est l'intensité du courant d'énergie à travers le câble de la grue ? La charge est soulevée de 5 m. Combien de temps dure ce processus ? Combien d'énergie circule à travers la corde pendant ce temps ?
4. Un camion tire une remorque sur une route plane d'une ville à une autre. La distance entre les villes est de 35 km. Un courant de quantité de mouvement de 900 N circule dans l'attelage de remorque. Quelle quantité d'énergie aura été transférée au total du camion à la remorque ?

5.3 Le moment cinétique en tant que porteur d'énergie

La Fig. 5.6 montre à nouveau le moulin à café que nous avons déjà analysé au chapitre 3. Là encore, l'énergie est transférée du moteur au moulin à l'aide de l'arbre. Seul le moment cinétique peut être un porteur d'énergie dans ce cas.

> Le moment cinétique est un porteur d'énergie.

Le diagramme des flux correspondant est présenté sur la Fig. 5.7. La Fig. 5.8 montre le diagramme des flux d'une centrale hydroélectrique. Le générateur est entraîné par une turbine hydraulique.

Dans les deux cas, le moment cinétique circule dans un circuit fermé.

La relation entre le courant d'énergie P et le courant de moment cinétique M est du même type que celle existant entre le courant d'énergie et le courant de quantité de mouvement (ou le courant d'énergie et le courant électrique) :

> $P = \omega \cdot M$. Si l'énergie est transférée au moyen d'un arbre tournant (avec le moment cinétique en tant que porteur d'énergie), l'intensité du courant d'énergie sera proportionnelle à l'intensité du courant du moment cinétique et à la vitesse angulaire avec laquelle l'arbre est en rotation.

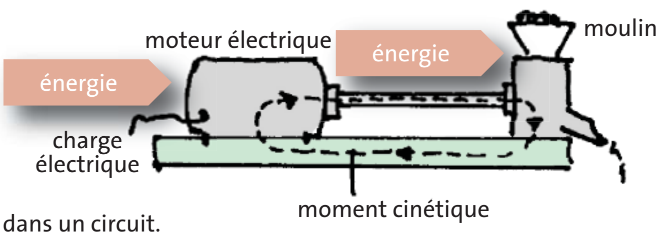


Fig. 5.6 Moulin à café. Le moment ciné-tique circule dans un circuit.

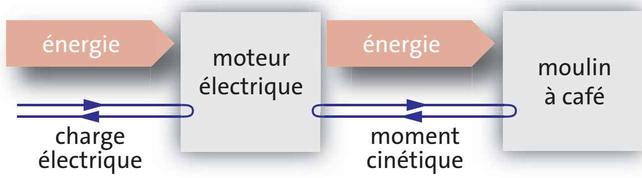


Fig. 5.7 Diagramme des flux du moulin à café de la Fig. 5.6

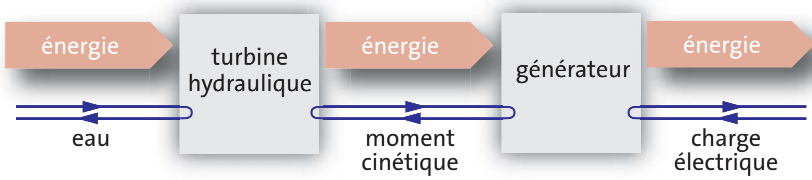


Fig. 5.8 Diagramme des flux d'une centrale hydroélectrique

Exercises

1. La centrale d'Iffezheim sur le Rhin, dans la région de Baden-Baden, dispose de quatre turbines hydrauliques avec un générateur chacune. Examinons une telle unité de production d'électricité. Une turbine fournit à son générateur un courant d'énergie de 27 MW. L'arbre qui relie la turbine au générateur tourne à 100 tours par minute. Quel est le courant de moment cinétique de l'arbre ?
2. La Fig. 5.9 montre la fiche technique d'une voiture. Quel courant d'énergie (= puissance) est fourni par l'un des moteurs avec un courant de moment cinétique maximal (couple maximal) ? Comparez avec le courant d'énergie maximal indiqué sur la fiche technique. D'où pourrait venir la différence ?

Die Motorvarianten — in der preisgünstigste

Typ	1.6 16V SX	1.9 JTD SX	Bipower SX
Aufbau/Türen	GR/5	GR/5	GR/5
Zylinder/Hubraum [ccm]	4/1596	4/1910	4/1581
Leistung [kW(PS)]	76(103)	85(115)	68(92)
Max.Drehmoment [Nm]bei U/min	145/4000	203/1500	130/4000
0-100 km/h[s]	12,6	12,2	16,0
Höchstgeschwindigkeit [km/h]	170	176	157
Verbrauch pro 100 km [l/kg]	9,6S	7,5D	7,7G
Versicherungsklassen KH/VK/TK	15/17/26	17/20/32	15/17/26
Steuerbefreiung [Euro](Monate)	-	-	306(21)
Monatliche Gesamt-Kosten[Euro]	504	499	464
Grundpreis[Euro]	17550	19500	20300

Aufbau:
ST = Stufenheck KB = Kombi GO = Geländewagen offen
SR = Schrägheck KT = Kleintransporter GS = Geländew. geschlossen
CP = Coupe TR = Transporter PK = Pick-Up

Fig. 5.9 Pour l'exercice 2

5.4 Stockage d'énergie mécanique

a) Corps déformés élastiquement en tant que dispositifs de stockage d'énergie

Nous tirons sur un ressort long et fort, Fig. 5.10. C'est épuisant car il faut beaucoup d'énergie.

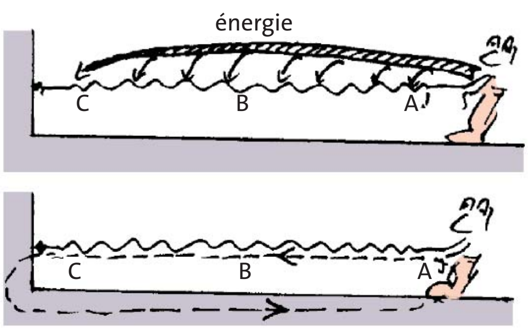


Fig. 5.10 Lorsque le ressort est étiré, de l'énergie pénètre dans le ressort par l'extrémité droite.

Considérons l'extrémité droite du ressort (point A de la Fig. 5.10). Cette extrémité du ressort est soumise à des contraintes mécaniques, c'est-à-dire qu'un courant de quantité de mouvement F la traverse, et elle se déplace à une vitesse v. Selon la formule

$$P = v \cdot F$$

un courant d'énergie y circule également. Maintenant, regardons l'extrémité gauche du ressort (point C). Le courant de quantité de mouvement y est le même qu'en A. Mais comme C ne bouge pas, aucun courant d'énergie ne circule ici. L'énergie qui circule dans le ressort en A ne sort pas en C. Elle est stockée dans le ressort.

Nous pouvons également vérifier les courants en d'autres points du ressort, par exemple en son milieu. Là, le courant de quantité de mouvement est à nouveau le même qu'en A et en C. La vitesse, cependant, n'est que la moitié de celle de A. Par conséquent, le courant d'énergie n'est aussi que la moitié de celui qui entre dans le ressort en A. Ceci est logique : la moitié de l'énergie est stockée dans la moitié droite du ressort et le reste continue de circuler dans la moitié gauche restante. On peut aussi pousser plus loin cette réflexion : seulement un tiers de l'énergie est stocké dans chaque tiers du ressort, un quart de l'énergie est stocké dans chaque quart du ressort, etc.. Ou en raccourci : l'énergie se répartit uniformément sur la longueur totale du ressort.

Si un ressort peut être comprimé sans se plier sur le côté, il peut également être utilisé comme dispositif de stockage d'énergie de cette façon.

Ces observations sont valables non seulement pour les ressorts, mais aussi pour tout autre objet élastiquement déformable : un extenseur étiré contient de l'énergie, tout comme un lance-pierre tendu, un tremplin plié ou un ballon de football comprimé.

Bien sûr, nous aimerions savoir combien d'énergie est contenue dans un dispositif de stockage d'énergie particulier. Nous aimerions calculer comment la quantité d'énergie stockée dépend de l'extension (ou du raccourcissement) du ressort. Le problème est plus compliqué qu'il n'y parait au premier abord.

Nous étirons un ressort en déplaçant une extrémité avec une vitesse constante v.

Nous connaissons la relation :

$$P = v \cdot F. \tag{5.1}$$

On peut penser qu'elle pourrait être utilisée de la manière suivante pour calculer l'énergie stockée $E_{ressort}$ du ressort : multiplication du courant d'énergie (en joules par seconde) par le temps t_0 pendant lequel il circule, c'est-à-dire

$$E_{\text{ressort}} = P \cdot t_0 \,. \tag{5.2}$$

Mais cela ne nous donnerait le résultat correct que si l'énergie circulait de façon constante, c'est-à-dire si le courant d'énergie ne changait pas avec le temps. Malheureusement, ce n'est pas le cas ici ; le courant de quantité de mouvement F dans l'équation (5.1) n'est pas constant. Cependant, nous pouvons toujours appliquer l'équation (5.2) si nous insérons la valeur de P moyennée en temps :

$$E_{\text{ressort}} = \overline{P} \cdot t_0 \,. \tag{5.3}$$

Par conséquent, nous devons trouver la valeur moyenne du courant d'énergie.

Nous partons de l'équation (5.1). Nous remplaçons F par

$$F = D \cdot s$$

(voir le chapitre 2.13) et obtenons :

$$P = v \cdot D \cdot s.$$

Cette équation nous dit que plus le ressort est étiré, plus le courant d'énergie est fort. En tirant sur le ressort avec une vitesse constante, nous pouvons remplacer s par $v \cdot t$:

$$P = v \cdot D \cdot v \cdot t = D \cdot v^2 \cdot t \,.$$

Par conséquent, le courant d'énergie augmente linéairement avec le temps, Fig. 5.11.

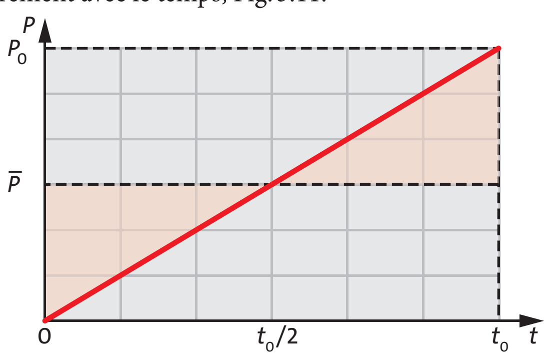


Fig. 5.11 Le courant d'énergie augmente de zéro à P_0 dans la période de $t = 0$ à t_0. Le courant d'énergie moyen dans cet intervalle de temps est égal au courant d'énergie à l'instant $t_0/2$. L'écart en moins avant sera compensé par l'écart en plus après.

On peut lire le courant d'énergie moyen à partir de ce graphique : il est égal au courant d'énergie au temps $t_0/2$, c'est-à-dire

$$\overline{P} = \frac{D}{2} v^2 t_0 .$$

En l'insérant dans l'équation (5.3), on obtient :

$$E_{\text{ressort}} = \frac{D}{2} v^2 t_0^2 . \tag{5.4}$$

Maintenant, $v \cdot t_0 = s_0$, c'est-à-dire égal à l'extension du ressort. Si nous insérons ceci dans l'équation (5.4), nous obtenons notre résultat final :

$$E_{\text{ressort}} = \frac{D}{2} s_0^2 .$$

L'indice « 0 » n'est plus nécessaire car il n'y a pas de risque de confusion :

> Si nous étirons un ressort, son énergie augmente de
>
> $$E_{\text{ressort}} = \frac{D}{2} s^2 .$$

Nous avons supposé que le ressort avait été étiré afin de stocker de l'énergie. Cependant, si un ressort peut être comprimé, on pourra appliquer la même équation. Alors, s sera la distance dont est raccourci le ressort.

Même si le calcul était compliqué, le résultat est simple et aussi logique. Si vous avez oublié l'équation, vous pouvez retrouver ses aspects essentiels grâce à des questions appropriées.

Pour commencer : après tout, de quoi dépend l'énergie stockée dans un ressort ? En premier, du ressort lui-même, c'est-à-dire de la constante du ressort D. Et ensuite, de combien a-t'il été étiré ou raccourci, c'est-à-dire de s. Pour une extension donnée s, un ressort ferme contient plus d'énergie qu'un ressort souple. Ceci est assuré par D dans la formule.

Il est également clair que plus le ressort a été étiré, plus il contient d'énergie — d'où s. Mais pourquoi s est-il au carré ? Il existe une bonne raison : le ressort stocke l'énergie positive (l'énergie négative n'existe pas), qu'il soit étiré ou comprimé, c'est-à-dire que s soit positif ou négatif. Comme s est au carré, le résultat est toujours une énergie positive, à la fois pour un ressort comprimé et pour un ressort étiré.

Le facteur 1/2 est le seul élément de la formule que l'on ne puisse pas deviner aussi facilement. Vous devez donc le mémoriser.

Plus tard, vous en apprendrez plus sur plusieurs autres équations qui ont cette structure.

Pour conclure, rappelez-vous que l'énergie calculée selon notre équation n'est pas toute l'énergie du ressort. Ce n'est qu'une infime partie de celui-ci ; c'est-à-dire la partie qui est absorbée pendant l'extension et qui est libérée quand il est relâché.

b) Les corps en mouvement en tant que dispositifs de stockage d'énergie

Nous fournissons de la quantité de mouvement à un chariot ou une voiture, comme nous l'avons déjà fait de nombreuses fois auparavant, Fig. 5.12. Cependant, nous avons appris entre-temps que l'énergie circulait dans la corde, tout comme la quantité de mouvement. Ni l'énergie ni la quantité de mouvement ne peuvent quitter la voiture. Si nous tirons, à la fois la quantité de mouvement et l'énergie sont accumulées dans la voiture.

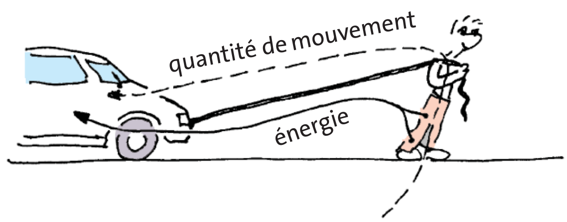


Fig. 5.12 La voiture est chargée de quantité de mouvement et d'énergie.

La quantité d'énergie qu'un corps contient en raison de son mouvement s'appelle *énergie cinétique*.

Si nous laissons un chariot en mouvement rouler jusqu'à ce qu'il s'arrête, sa quantité de mouvement s'écoulera dans la Terre. L'énergie prendra un chemin différent. Elle sera utilisée (ou plutôt, gaspillée) pour la production d'entropie. L'entropie est produite partout où il y a du frottement. L'énergie se répand ainsi dans l'environnement : partiellement dans le sol, partiellement dans le chariot et dans l' air.

Là encore, il existe une équation simple qui peut être utilisée pour calculer l'énergie (cinétique) stockée. Son établissement est similaire à ce que nous avons vu pour le ressort étiré. Nous le sautons parce que le résultat peut presque être deviné.

> Si un corps est chargé de quantité de mouvement, son énergie augmentera de
>
> $$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2}v^2.$$
>
> Si le corps libère la quantité de mouvement, l'énergie sera également restituée.

Le fait que la vitesse soit au carré garantit que l'énergie sera toujours positive. Au moyen de $p = m \cdot v$, nous pouvons exprimer la vitesse à partir de la quantité de mouvement et obtenir :

$$E_{\text{cin}} = \frac{p^2}{2m}.$$

c) Corps tournants en tant que dispositifs de stockage d'énergie

Un volant d'inertie est chargé avec du moment cinétique, Fig. 5.13. Cependant, tout comme le moment cinétique, l'énergie circule aussi à travers l'arbre. Le moment cinétique ainsi que l'énergie sont stockés dans le volant.

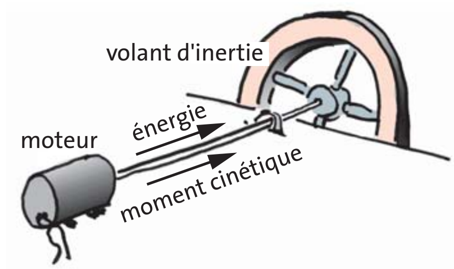


Fig. 5.13 Dans le volant d'inertie, le moment cinétique et l'énergie sont stockés.

L'énergie E_{rot} stockée dans le volant d'inertie peut être calculée à partir du moment d'inertie et de la vitesse angulaire. La formule peut être obtenue très facilement en remplaçant la masse par le moment d'inertie et la vitesse par la vitesse angulaire dans

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2}v^2$$

> Si un corps est chargé de moment cinétique, son énergie augmentera de
>
> $$E_{\text{rot}} = \frac{J}{2}\omega^2$$
>
> Si le corps libère le moment cinétique, l'énergie sera également restituée.

Au moyen de $L = J \cdot \omega$, nous pouvons exprimer la vitesse angulaire au moyen du moment cinétique et obtenir :

$$E_{\text{rot}} = \frac{L^2}{2J}.$$

Exercices

1. Un chariot pesant 30 kg est chargé de quantité de mouvement. Un courant de 20 N circule pendant 6 s. Il n'y a pas de pertes dues au frottement. Quelle sera à la fin l'énergie cinétique du chariot ?
2. Un chariot pesant 200 g est accéléré grâce à un ressort qui est relâché. Il atteint une vitesse de 0,8 m/s. Le ressort a été étiré de 10 cm depuis sa longueur normale de 15 cm. Quelle est la valeur de la constante du ressort?
3. Un corps glissant sans frottement sur une piste entre en collision avec un autre corps, immobile et deux fois plus lourd. La collision est totalement inélastique, c'est-à-dire que les corps se retrouvent collés l'un à l'autre après la collision. Comparez les énergies cinétiques avant et après la collision. Expliquez.
4. Un chariot (m = 20 kg) se déplace avec v = 0,5 m/s dans la direction x, heurte un pare-chocs à ressort et rebondit.
   a) Quelle est sa quantité de mouvement avant et après la collision ?
   b) Quelle est son énergie cinétique avant et après la collision ?
   c) De combien le ressort est-il comprimé (constante du ressort D = 60 N/m) ?
   d) Quelle sera la vitesse du chariot si le ressort est à moitié comprimé ?
5. Un corps glissant sans frottement sur une piste (masse 300 g) est fixé à un ressort (D = 7,5 N/m), Fig. 5.14. Si le corps est déplacé hors de la position d'équilibre puis relâché, il effectuera une oscillation. Décrivez le chemin de l'énergie et de la quantité de mouvement pendant le processus d'oscillation.
   En traversant la position d'équilibre (le ressort est relâché), le corps a une vitesse de 0,5 m/s. Jusqu'à quelle distance le corps oscille-t-il à droite et à gauche ?
6. Un véhicule avec une masse m et une vitesse v se déplace (sans frottement) sur une courbe à 90°. Établissez un équilibre énergétique et dynamique. (Combien arrive, combien part ?)
7. Une machine à vapeur a un volant d'inertie d'un diamètre de 2,2 m et une masse de 1,8 tonne. Supposons que la totalité de la masse se situe dans l'anneau externe. Le moteur tourne à 2 tours par seconde. Quelles quantités de moment cinétique et d'énergie sont stockées dans le volant ?
8. Deux volants d'inertie A et B ont chacun un moment d'inertie de 2 kg·m^2. La roue A tourne à 2 tours par seconde, au début la roue B ne tourne pas.
   (a) Quel est le moment cinétique de la roue A?
   (b) Quelle quantité d'énergie A a-t-elle en raison du mouvement de rotation ?
   Les roues sont reliées l'unes à l'autre au moyen d'un embrayage.
   (c) Quel est le moment cinétique de chacune des deux roues ?
   d) Quelle est la quantité d'énergie contenue dans chacune des deux roues ? Quelle est l'énergie des deux roues ensemble ?
   (e) Commentez le résultat.

Exercices

9. Pour les expériences de fusion à l'Institut Max Planck de physique des plasmas de Garching (région de Munich), un courant très puissant d'énergie électrique est nécessaire pendant de courts intervalles de temps. Le courant d'énergie requis est si fort que le réseau électrique normal n'est pas suffisant. Par conséquent, on utilise de grands volants chargés lentement (avec un faible courant d'énergie) au moyen d'un moteur électrique. Toute l'énergie accumulée peut alors être libérée en quelques secondes à travers un générateur.
   Un tel volant fournit un courant d'énergie de 150 MW pendant 10 secondes. S'il est chargé, il tournera à 1600 tours par minute. Quel est son moment d'inertie ?

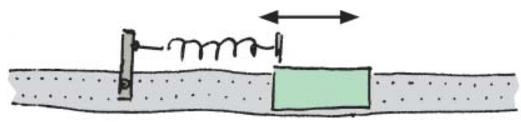


Fig. 5.14 Pour l'exercice 5

5.5 Stockage d'énergie dans le champ gravitationnel – le potentiel gravitationnel

Un objet lourd est tiré vers le haut, Fig. 5.15. En plus de la quantité de mouvement, l'énergie circule dans la corde. Comme nous le savons, la quantité de mouvement est transmise au corps depuis la Terre via le champ gravitationnel. Nous pouvons également considérer le champ comme un ressort invisible qui tire sur le corps. Tout comme l'énergie est stockée dans le ressort quand on l'étire, elle est stockée dans le champ gravitationnel lorsqu'un objet est soulevé. Si l'objet est à nouveau abaissé, l'énergie peut être récupérée depuis le champ.

Fig. 5.15 L'énergie est stockée dans le champ gravitationnel tandis que le seau est tiré vers le haut.

Nous avons besoin de plus d'énergie pour soulever un objet lourd que pour soulever un objet léger. Par conséquent, plus la masse de l'objet est importante, plus d'énergie est stockée dans le champ. Et plus la différence d'altitude $h = h_2 - h_1$ avec laquelle l'objet est soulevé est grande, plus il faut d'énergie.

Nous calculons l'énergie E_{grav} qui est stockée dans le champ gravitationnel en fonction de m et h. Encore une fois, nous partons de l'équation $P = v \cdot F$ pour le courant d'énergie. Comme nous déplaçons le corps vers le haut avec une vitesse constante, nous pouvons écrire :

$$v = \frac{h}{t_0}.$$

t_0 est le temps que prend le processus. Pour le courant de quantité de mouvement nous avons : $F = m \cdot g$. Le courant de quantité de mouvement est constant dans le temps. Par conséquent, nous n'avons pas besoin de calculer la valeur moyenne comme dans le cas du ressort. Le courant d'énergie pendant le processus sera donc :

$$P = v \cdot F = \frac{h}{t_0} \cdot m \cdot g.$$

Nous obtenons l'énergie emmagasinée en multipliant l'intensité du courant d'énergie par le temps :

$$E_{grav} = P \cdot t_0,$$

c'est-à-dire

$$E_{grav} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$

> Lorsque l'altitude d'un corps sur la Terre augmente, de l'énergie est stockée dans le champ gravitationnel :
>
> $$E_{grav} = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$
>
> Lorsque l'altitude du corps diminue à nouveau, l'énergie est récupérée.

Nous introduisons une nouvelle grandeur physique qui simplifie la description : le potentiel gravitationnel ψ (psi) : $\psi = g \cdot h$. Plus l'altitude est élevée, plus le potentiel gravitationnel sur Terre a une valeur élevée. La différence de potentiel entre deux endroits dont l'altitude diffère de 2 m est plus grande sur Terre que sur la lune. Nous pouvons penser à une différence de potentiel gravitationnel en tant qu'élément moteur d'un flux de masse. Tous les corps tombent du haut vers le bas, du potentiel gravitationnel le plus fort au plus faible. En vélo, nous descendons la colline sans pédaler. L'eau s'écoule (en raison de sa masse) des endroits à fort potentiel gravitationnel vers les endroits à faible potentiel gravitationnel. Tous ces mouvements ou courants existent parce que le corps ou le liquide considéré a une masse.

> Une différence de potentiel gravitationnel est un moteur pour un flux de masse.

Nous pouvons maintenant écrire l'énergie qui est stockée dans le champ gravitationnel sous une forme plus courte :

> Si un corps est amené du potentiel gravitationnel ψ_1 au potentiel supérieur ψ_2, l'énergie
> $$E_{grav} = (\psi_2 - \psi_1) \cdot m$$
> sera stockée dans le champ gravitationnel.

L'énergie du champ gravitationnel est rendue disponible dans les centrales hydroélectriques, Fig. 5.16.

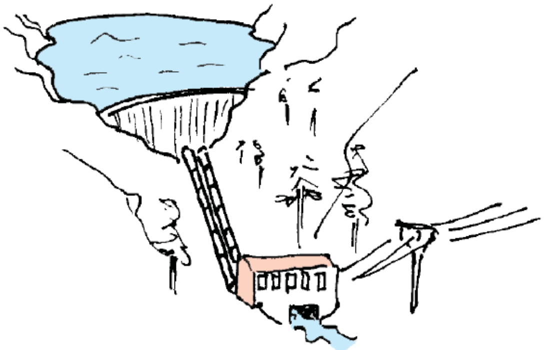


Fig. 5.16 Centrale hydroélectrique. L'eau coule vers le bas dans les conduites et tire ainsi de l'énergie du champ gravitationnel.

À haute altitude dans les montagnes, l'eau est collectée dans les ruisseaux et les rivières et conduite vers le bas par des conduites forcées. En descendant, l'eau reçoit de l'énergie du champ gravitationnel. Ensuite, elle traverse la turbine de la centrale et y libère son énergie. La turbine entraîne un générateur au moyen d'un arbre, c'est-à-dire que l'énergie est transférée avec le moment cinétique de la turbine au générateur.

Les stations de transfert d'énergie par pompage (STEP) sont un type particulier de centrales hydroélectriques. Une telle installation est utilisée comme dispositif de stockage d'énergie pour le réseau électrique. Elle peut absorber de l'énergie du réseau et la restituer à nouveau. De telles centrales sont nécessaires car la plupart des autres centrales ne sont pas en mesure de réagir rapidement à la demande variable. Les centrales au charbon, les centrales nucléaires et les centrales au fil de l'eau (centrales hydroélectriques qui exploitent la pente d'une rivière) ne peuvent modifier leur production d'énergie que très lentement, voire pas du tout. Les éoliennes fournissent de l'énergie lorsqu'il y a du vent et leur production d'énergie ne correspond pas à la demande. Par conséquent, un moyen de stockage, capable d'absorber et de libérer de l'énergie rapidement, est nécessaire — similaire à une batterie de voiture mais beaucoup plus important.

Deux grands réservoirs d'eau situés à des altitudes différentes font partie d'une STEP. Lorsque de l'énergie électrique (énergie portée par de la charge électrique) est nécessaire (lorsque l'énergie est chère), on laisse s'écouler l'eau du réservoir haut vers le réservoir bas à travers une turbine. La turbine entraîne un générateur. Lorsqu'il y a suffisamment d'énergie dans le réseau (lorsque l'électricité est bon marché), le générateur fonctionne comme un moteur électrique et la turbine comme une pompe, et l'eau est pompée de bas en haut.

Exercices

1. Dessinez le diagramme des flux d'une STEP pour ses deux types de fonctions. L'usine de Goldisthal (massif schisteux de Thuringe, en Allemagne) a un bassin supérieur à 880 m d'altitude et un bassin inférieur à 550 m. Quel est le potentiel gravitationnel en haut et en bas (par rapport au niveau de la mer) ? La quantité d'eau exploitable est de 12 millions de m^3. Combien d'énergie peut être stockée ?
   Les générateurs peuvent fournir un courant d'énergie maximal de 1060 MW. Combien de temps durera le stock d'énergie ?
2. La centrale hydroélectrique d'Itaipú sur le fleuve Paraná est située à la frontière entre le Brésil et le Paraguay. C'est la plus grande centrale hydroélectrique du monde. Elle a 20 turbines et 20 générateurs. La différence d'altitude entre l'entrée et la sortie de l'eau est de 120 m, le débit d'eau est de 12 000 m^3/s en moyenne. Quelle quantité d'énergie est fournie par la centrale ?
3. L'eau quitte la buse d'une fontaine à une vitesse de 5 m/s vers le haut. A quelle hauteur monte le jet ?
4. Une pierre est lancée verticalement vers le haut. Dessiner le chemin de l'énergie et de la quantité de mouvement
   (a) pendant que la pierre est jetée ;
   (b) pendant qu'elle vole vers le haut ;
   (c) pendant qu'elle redescend.
5. Un cylindre creux (r = 10 cm, m = 2 kg) est poussé de sorte qu'il roule à une vitesse de 0,8 m/s sur une surface plane au début, Fig. 5.17. Ensuite, la surface devient une pente ascendante. Jusqu'à quelle altitude le cylindre roulera-t-il ?

Fig. 5.17 Pour l'exercice 5

5.6 Palan, engrenages, entraînement par chaîne et courroie

Le palan

Un palan est souvent utilisé pour soulever une charge : il consiste en un agencement de cordes et de poulies. La Fig. 5.18 montre un palan particulièrement simple. Quels en sont les avantages ?

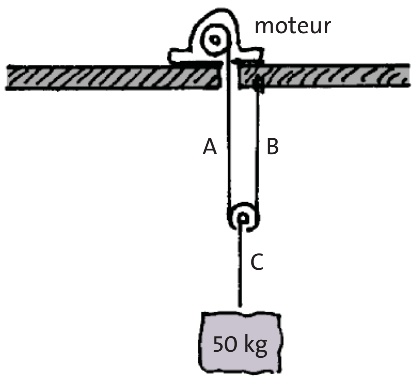


Fig. 5.18 Palan simple

Souvenons-nous : la poulie divise le courant de quantité de mouvement, qui traverse le câble A depuis le bas, en deux courants partiels de même amplitude dans les sections de câble B et C. Le courant de quantité de mouvement dans B n'est donc que la moitié de celui de A .

Nous supposons que la masse de la charge est de 200 kg. Alors, le courant de quantité de mouvement dans A est

$$F_A = m \cdot g = 200\ \text{kg} \cdot 10\ \text{N/kg} = 2000\ \text{N}.$$

Pour le courant de quantité de mouvement en B on obtient

$$F_B = F_A/2 = 1000\ \text{N}.$$

Par conséquent, le moteur (la « pompe à quantité de mouvement ») n'a besoin de créer un courant de quantité de mouvement que de 1000 N et non de 2000 N, ce qui serait le cas sans poulie. Nous avons presque l'impression de recevoir quelque chose gratuitement ici. Nous verrons que ce n'est pas le cas si on compare les courants d'énergie

$$P = v \cdot F$$

dans les sections de câble A et B. Alors que le courant de quantité de mouvement dans B correspond à la moitié de celui de A, la vitesse de B est deux fois plus élevée que celle de A :

$$F_B = F_A/2\ ,$$

$$v_B = 2\,v_A\ .$$

Donc :

$$v_A \cdot F_A = v_B \cdot F_B\ .$$

Par conséquent, les courants d'énergie dans A et B sont égaux. Nous aurions aussi pu l'expliquer ainsi : aucune énergie ne circule dans la corde C car $v_C = 0$. Toute l'énergie provenant du moteur via la corde B doit donc continuer à circuler vers la charge par la corde A. Nous pouvons conclure :

> Palan
> - Un facteur dans l'équation $P = v \cdot F$ change aux dépens de l'autre.

Peut-être que ce résultat vous semble familier. Nous avons déjà rencontré une situation similaire avec le transformateur électrique. L'équation

$$P = U \cdot I$$

s'applique pour un transport d'énergie électrique (courant d'énergie égal à la tension multipliée par le courant électrique.) Le courant d'énergie qui passe dans le transformateur avec la charge électrique en tant que porteur d'énergie (indice A) est égal à celui qui en sort (indice B) :

$$U_A \cdot I_A = U_B \cdot I_B\ .$$

Par conséquent, un palan peut également être considéré comme un « transformateur de courant de quantité de mouvement ».

Entraînement par engrenages

La Fig. 5.19 montre une photo d'un entrainement simple à engrenages.

Fig. 5.19 Engrenages

Un tel entrainement est illustré de façon schématique sur la Fig. 5.20. L'énergie arrive par l'arbre de gauche (A) et quitte l'entrainement par celui de droite (B). Le porteur d'énergie de l'énergie entrante et de l'énergie sortante est le moment cinétique. La relation entre le courant d'énergie et le courant de moment cinétique est

$$P = \omega \cdot M\ .$$

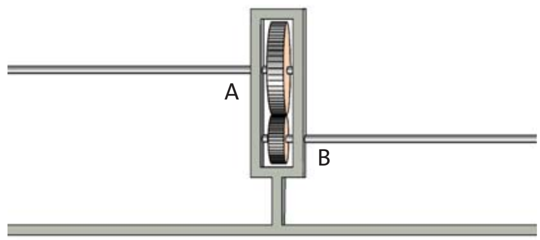


Fig. 5.20 Entrainement simple par engrenages

Comme toute l'énergie qui arrive par A ressort par B, on doit appliquer :

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B\ .$$

Nous divisons les deux côtés de l'équation par ω_A et M_B :

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{\omega_B}{\omega_A}. \tag{5.5}$$

Le rapport ω_A/ω_B des vitesses angulaires, c'est-à-dire le rapport d'engrenage, peut être facilement déterminé : si le pignon A a deux fois plus de dents que le pignon

B, le pignon B tournera deux fois plus vite que A. Nous avons donc :

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{z_A}{z_B}.$$

Ici, z_A et z_B sont le nombre de dents des deux roues dentées.

Nous résumons :

> Boite de vitesse
> - Un facteur dans l'équation $P = \omega \cdot M$ change aux dépens de l'autre.

Un entrainement par engrenages peut être considéré comme un « transformateur de moment cinétique ».

Le rapport de vitesse peut être changé pour la boîte de vitesses de la voiture.

Nous aimerions examiner de plus près le chemin des courants de moment cinétique dans le cas de la boîte de vitesses, Fig. 5.21.

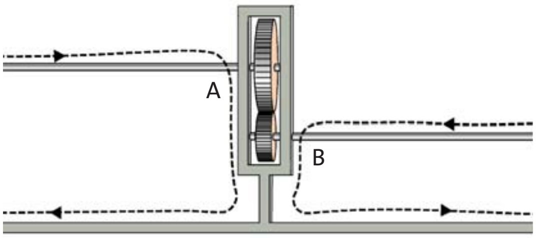


Fig. 5.21 Le moment cinétique dans les arbres A et B circule dans des directions opposées.

Au début, nous devons noter que dans notre boîte de vitesses simple, la direction des courants dans les deux arbres A et B est opposée. Là encore, le support, les fondations ou le châssis garantissent le retour du moment cinétique. La trajectoire du courant de moment cinétique dans la boîte de vitesses n'est représentée que schématiquement ici. Le courant circule à la fois sur les roues dentées et sur les supports verticaux.

Entraînement par chaîne et par courroie

Vous connaissez l'entrainement par chaine de la chaîne de vélo. L'entrainement par courroie, Fig. 5.22, est essentiellement la même chose, à la différence qu'une courroie souple, souvent munie de dents, est utilisée à la place de la chaîne constituée de maillons en acier.

De tels entrainements sont installés sur de nombreuses machines. Vous pouvez les trouver, entre autres, sous le capot moteur de toutes les voitures. Ces entrainements ont deux fonctions :

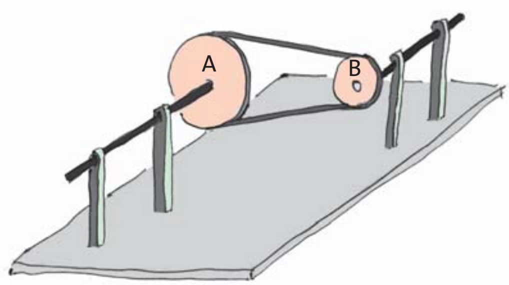


Fig. 5.22 Entrainement par courroie. La roue B tourne plus vite que la roue A.

- ils transportent de l'énergie (avec la quantité de mouvement comme porteur d'énergie) d'un endroit A à un autre endroit B ;
- si les deux pignons (ou disques) ont des diamètres différents, ils serviront de transformateurs de moment cinétique.

L'énergie passe à la roue A avec le moment cinétique en tant que porteur d'énergie et elle s'éloigne de la roue B avec le moment cinétique.

L'équation

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B .$$

s'applique encore une fois pour les intensités des courants respectifs. Dans le cas d'un vélo avec dérailleur, le rapport de vitesse peut être modifié, Fig. 5.23.

Fig. 5.23 Dérailleur et pignons d'un vélo

Exercices

1. Tracez le chemin de la quantité de mouvement du palan sur la Fig. 5.24. De quel facteur le courant de quantité de mouvement au point A est-il inférieur à celui au point B ?
2. Tracez le chemin du courant de quantité de mouvement pour le palan sur la Fig. 5.25. De quel facteur le courant de quantité de mouvement au point A est-il inférieur à celui au point B ?
3. Quel est le rapport de transmission pour la transmission par chaîne de votre vélo ? Dans le cas où le vélo est équipé d'un dérailleur : quel est le rapport de transmission pour les différentes vitesses ? Dans le cas où il y aurait un changement de vitesses dans le moyeu : essayez de déterminer les rapports de démultiplication du moyeu aussi précisément que possible.

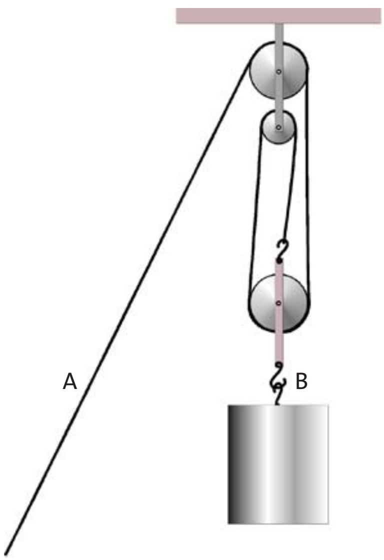


Fig. 5.24 Pour l'exercice 1

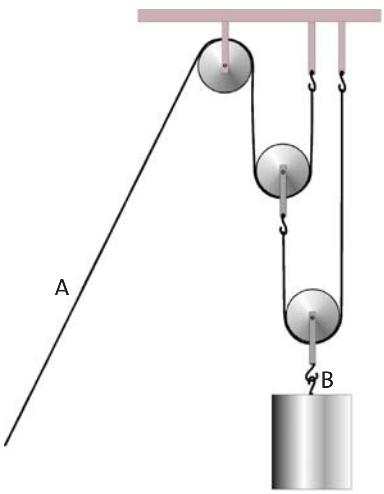


Fig. 5.25 Pour l'exercice 2

5.7 Frottement

Dans un processus de frottement, la quantité de mouvement passe d'un endroit où la vitesse est plus grande à un endroit où la vitesse est plus faible. Les deux « endroits » peuvent aussi être deux points dans un liquide ou un gaz. Nous nous intéressons au cas où ils sont situés dans deux corps. Appelons-les A et B, Fig. 5.26.

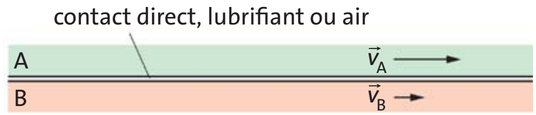


Fig. 5.26 Pendant le processus de frottement, la quantité de mouvement dans la direction *x* circule du corps A au corps B. (sens des *x* positifs vers la droite)

Le contact entre les deux corps peut fortement différer :

- ils peuvent être en contact direct. Exemple : vous poussez un livre sur la table ou une chaise sur le sol.
- Il y a un lubrifiant entre A et B. Exemple : un axe de rotation dans un roulement. Sans lubrification, nous aurions le cas 1. Le lubrifiant est utilisé pour réduire le frottement.
- Il y a un gaz, l'air dans la plupart des cas, entre A et B. Exemple : le frottement de l'air quand on conduit une voiture ou un vélo.

Le bilan énergétique semble être incorrect dans un processus de frottement. L'énergie est perdue. Nous appelons la vitesse d'un corps v_A, la vitesse de l'autre v_B et l'intensité du courant de quantité de mouvement, comme toujours, F.

La quantité de mouvement est un porteur d'énergie. Dans le corps A, sur son chemin vers la zone de frottement, elle transporte le courant d'énergie

$$P_A = v_A \cdot F.$$

Dans le corps B, où elle s'éloigne de la zone de frottement, elle transporte le courant d'énergie

$$P_B = v_B \cdot F.$$

Comme $v_A > v_B$, davantage d'énergie circule vers le lieu de frottement que vers l'extérieur. Qu'advient-il de la différence

$$P = P_A - P_B = (v_A - v_B) \cdot F\ ?$$

L'entropie (que nous percevons comme de la chaleur) est créée à chaque processus de frottement. L'entropie est également un porteur d'énergie. L'entropie créée lors du frottement emporte nécessairement de l'énergie vers l'extérieur. Le courant d'énergie correspondant peut être écrit comme :

$$P = T \cdot I_S.$$

Ici, T est la température absolue (mesurée en Kelvin) et I_S l'intensité du courant d'entropie. Nous pouvons donc écrire pour le processus de frottement :

$$T \cdot I_S = (v_A - v_B) \cdot F = \Delta v \cdot F\,.$$

Nous avons abrégé $(v_A - v_B)$ en Δv.

> De l'entropie est créée dans un processus de frottement. Avec cette entropie, l'énergie disparaît dans l'environnement.

Le frottement est souvent un phénomène non désiré — en raison de la perte d'énergie associée. Il serait bon de se débarrasser du frottement atmosphérique des voitures ou du frottement dans les paliers d'un arbre en rotation.

Certains dispositifs technologiques, cependant, sont basés précisément sur le frottement. Là, il est indispensable. Des exemples en sont les freins, les embrayages et les amortisseurs de voitures.

Répétons-le : lors d'un processus de frottement, de la quantité de mouvement passe d'un corps A à un corps B. A et B ont des vitesses différentes. Les valeurs absolues des deux vitesses ne sont pas importantes pour le processus de frottement, mais uniquement la différence de vitesse Δv. L'intensité F du courant de quantité de mouvement entre A et B dépend donc de Δv.

Selon la façon dont les corps frottent les uns sur les autres, cette relation varie. Nous devons examiner ces différentes relations Δv-F pour comprendre les différents processus de frottement. Nous allons tracer F en fonction de Δv sur une courbe. Le graphique correspondant est appelé courbe caractéristique du processus de frottement.

Les courbes caractéristiques peuvent prendre diverses formes. Mais nous pouvons identifier trois configurations fondamentales.

Frottement visqueux

Lorsqu'il y a un milieu visqueux, c'est-à-dire une huile lubrifiante, entre les corps A et B, Fig. 5.27, la courbe caractéristique est particulièrement simple.

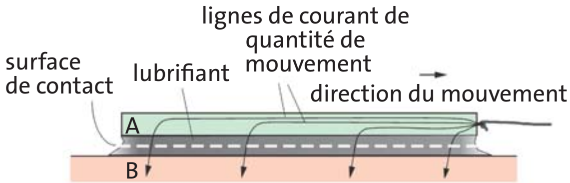


Fig. 5.27 Pendant le processus de frottement, la quantité de mouvement dans la direction x circule du corps A au corps B. (sens des x positifs vers la droite)

Le courant de quantité de mouvement est proportionnel à la différence de vitesse :

$$F \sim \Delta v\,,$$

ou

$$F = k \cdot \Delta v\,.$$

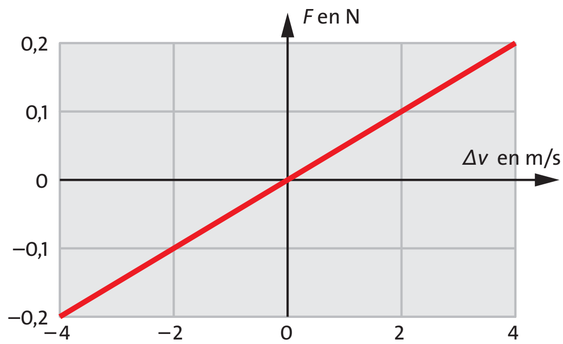


Fig. 5.28 Courbe caractéristique pour le frottement visqueux : le courant de quantité de mouvement est proportionnel à la différence de vitesse des corps impliqués.

La Fig. 5.28 montre le graphique correspondant.
k dépend de :

- la viscosité du liquide. Plus il est visqueux, plus k est grand et plus l'intensité du courant de quantité de mouvement est grande.
- la géométrie de l'arrangement. Lorsque A et B glissent l'un sur l'autre, comme illustré à la Fig. 5.27, k est proportionnel à la surface du film d'huile et inversement proportionnel à la distance entre A et B.

> Frottement visqueux
> - $F = k \cdot \Delta v\,.$

Peut-être que cela vous semble familier. Il existe une forte similitude avec le courant électrique qui traverse une résistance. Ici, l'intensité du courant électrique est proportionnelle à la différence de potentiel électrique :

$$I \sim \Delta\varphi,$$

ou

$$I = G \cdot \Delta\varphi.$$

Le facteur de proportionnalité est la conductance électrique (l'inverse de la résistance) et dépend :

- 1. du matériau (de la conductivité électrique) et
- 2. des dimensions géométriques de la résistance électrique, c'est-à-dire de la section et de la longueur.

Retour au frottement visqueux : où se produit-il ?

Lubrification des pièces de la machine

Les machines ont des pièces qui se touchent et qui frottent les unes sur les autres. Pour réduire l'effet de la fuite de la quantité de mouvement ou du moment cinétique et éviter les pertes d'énergie, ces pièces sont lubrifiées : une fine couche d'huile de lubrification est appliquée entre les deux, comme illustré sur la Fig. 5.27. La lubrification est nécessaire également pour d'autres raisons : l'usure des matériaux est réduite et il y aura moins de bruit. Vous avez certainement entendu le grincement des charnières de porte à un moment donné.

Amortisseurs

Une voiture a un ressort sur chaque roue pour que les passagers ne soient pas secoués par tous les nids-de-poule, Fig. 5.29. Il y a un amortisseur à côté (ou à l'intérieur) du ressort. Sans amortisseur, la voiture aurait des vibrations continuelles. De plus, les roues rebondiraient sur la route, ce qui ferait perdre le contact avec le sol. Elle ne pourrait plus être dirigée et ralentie correctement. Par conséquent, la « perte » d'énergie est souhaitée dans le cas de l'amortisseur.

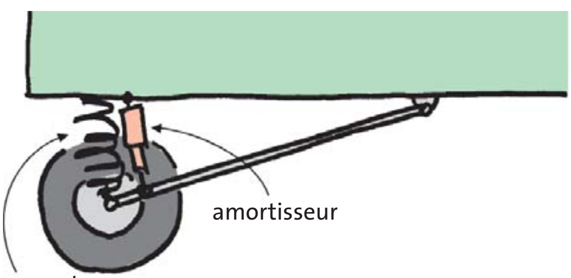


Fig. 5.29 Suspension de roue simplifiée avec un ressort et un amortisseur

La structure d'un amortisseur est illustrée sur la Fig. 5.30. Lorsque les deux extrémités à droite et à gauche sont rapprochées, le liquide doit s'écouler à travers un petit trou dans le piston. Le frottement a lieu à cet endroit. L'effet d'un amortisseur se comprend mieux si nous le prenons à la main et tirons ou poussons les extrémités. Plus elles sont déplacées rapidement, plus il sera difficile de déplacer une extrémité vers l'autre.

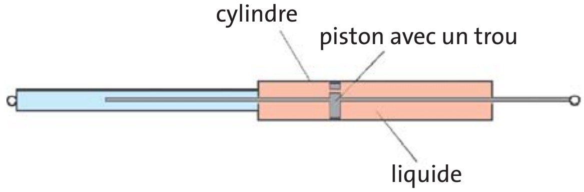


Fig. 5.30 Amortisseur. Si les deux extrémités sont déplacées l'une vers l'autre, le liquide sera pressé à travers le trou du piston.

Ce qui suit s'applique également aux amortisseurs :

$$F = k \cdot \Delta v\,.$$

Δv est la différence entre les vitesses des deux extrémités de l'amortisseur.

Frottement entre deux corps solides

Un bloc de bois glisse sur une plaque de bois lisse et horizontale. Cela peut être réalisé de manière particulièrement pratique de la manière effectuée par Willy sur la Fig. 5.31 : le bloc est maintenu de façon que la surface du support se déplace en dessous. Un courant de quantité de mouvement circule du plateau en rotation vers le bloc au cours du processus.

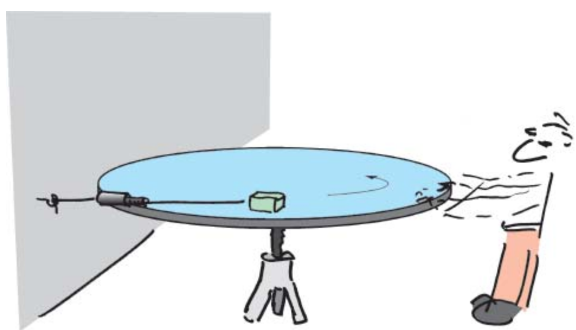


Fig. 5.31 Willy fait tourner la table. Le courant de quantité de mouvement entre le bloc et la table est indépendant de la différence de vitesse.

Willy modifie la vitesse de la rotation. Mais le compteur de courant de quantité de mouvement indique toujours la même valeur. Cette observation vaut également pour d'autres corps solides qui frottent les uns sur les autres :

> Lorsque deux corps solides frottent l'un contre l'autre, le courant de quantité de mouvement, qui circule d'un corps à l'autre, est indépendant de la différence de vitesse.

La courbe caractéristique Δv-F est représentée sur la Fig. 5.32. Ici, la différence de vitesse a été supposée positive.

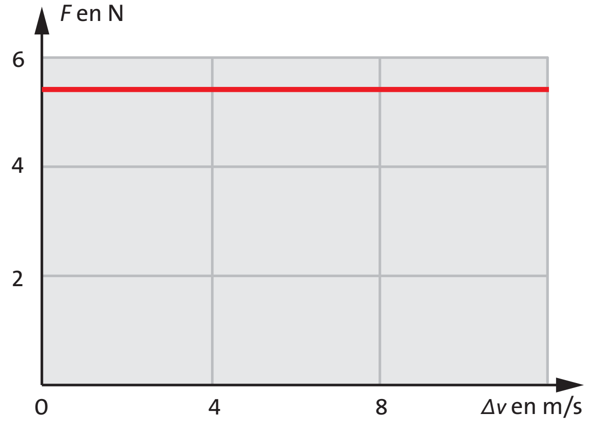


Fig. 5.32 Partie positive de la courbe caractéristique Δv-F pour le frottement entre deux corps solides

Mais que se passe-t-il en cas de valeurs Δv négatives ? Willy doit tourner la table dans l'autre sens. Avant, cependant, le bloc doit être suspendu de l'autre côté, c'est-à-dire au mur de droite (car notre compteur de courant de quantité de mouvement est installé sur une corde qui laisse passer le courant de quantité de mouvement dans une seule direction). Le résultat de l'expérience n'est pas surprenant. Il se passe la même chose qu'avant : le courant de quantité de mouvement est indépendant de la vitesse, mais il circule maintenant dans la direction opposée à la direction précédente. La courbe caractéristique Δv-F pour les valeurs Δv positives et négatives est représentée sur la Fig. 5.33.

Il manque encore quelque chose sur la courbe caractéristique. Quelle sera la valeur de F si la différence de vitesse est égale à zéro ? Nous tirons sur un bloc, qui repose sur une table (solide), à l'aide d'un compteur de courant de quantité de mouvement et observons que le courant de quantité de mouvement peut être augmenté de zéro à une valeur bien définie sans que le bloc ne commence à se déplacer. Par conséquent, il se comporte comme s'il était collé à la table. C'est seulement si le courant de quantité de mouvement dépasse cette

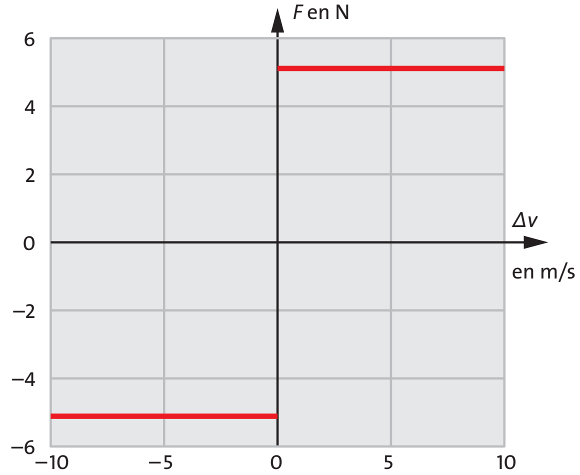


Fig. 5.33 Partie positive et négative de la courbe caractéristique Δv-F pour le frottement entre deux corps solides

valeur limite, que le bloc se détachera et commencera à se déplacer. Ce courant de quantité de mouvement limite est supérieur à celui qui circule lorsque le corps est en mouvement.

Nous pouvons en tenir compte dans notre courbe caractéristique, Fig. 5.34. Vous connaissez certainement le phénomène suivant : si vous souhaitez déplacer un meuble lourd, ou une armoire, vous devrez d'abord tirer ou pousser très fort, c'est-à-dire jusqu'à ce que vous atteigniez la valeur limite du courant de quantité de mouvement. Dès que l'armoire bougera, ce sera plus facile.

Après avoir obtenu une vue d'ensemble de toute la courbe caractéristique, nous voudrions revenir à Willy

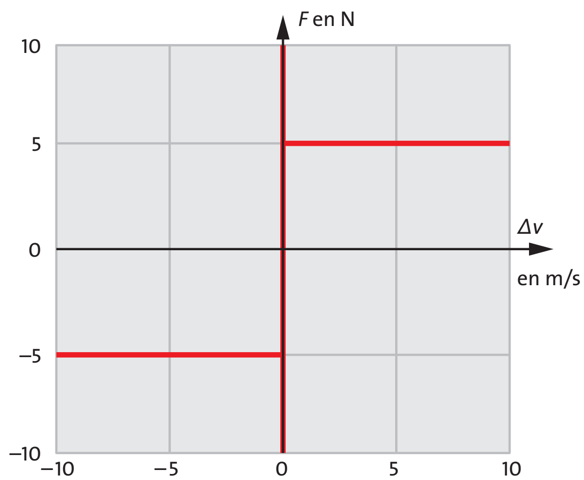


Fig. 5.34 Pour $\Delta v = 0$, la courbe caractéristique a une discontinuité.

et à sa table tournante, ainsi qu'à la partie positive de la courbe caractéristique de la Fig. 5.32. Nous appelons F_F (F pour frottement) le courant de quantité de mouvement qui circule de la table au bloc et du bloc jusqu'à la gauche par l'intermédiaire de la corde, Fig. 5.35. Cette quantité de mouvement est uniquement suivant x. Nous avons vu précédemment que ce courant de quantité de mouvement suivant x est indépendant de la différence de vitesse.

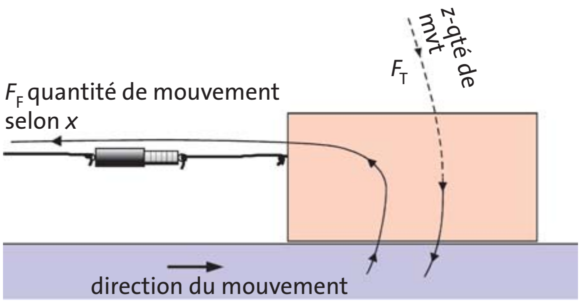


Fig. 5.35 Le courant de quantité de mouvement suivant *x* traversant la corde est proportionnel au courant de quantité de mouvement suivant *z* qui arrive via le champ gravitationnel.

Mais cela dépend du poids du bloc, ce qui signifie que cela dépend d'un autre courant de quantité de mouvement F_T (T pour transversal), qui provient de la Terre, circule à travers le champ gravitationnel dans le bloc, passe ensuite dans la table et retourne dans la Terre.

Le courant de moment transversal F_T est un courant de quantité de mouvement uniquement dans la direction z.

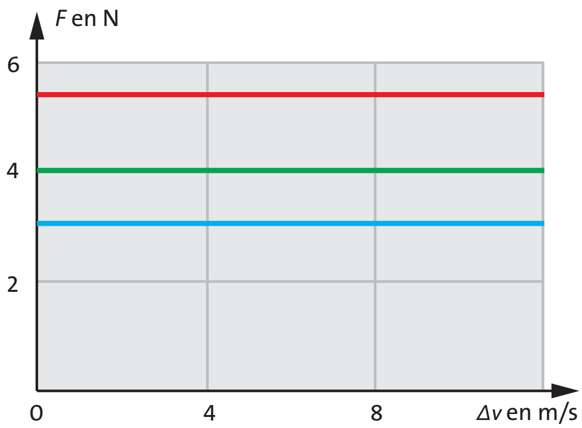


Fig. 5.36 Courbes caractéristiques *Δv-F* pour trois valeurs différentes du courant de quantité de mouvement transversal

La relation entre F_F et F_T est simple :

$$F_F = \mu \cdot F_T .$$

> Plus le courant de quantité de mouvement transversal est fort, plus le frottement est fort.

Le facteur de proportionnalité μ dépend de la nature des deux surfaces. La Fig. 5.36 montre la courbe caractéristique d'un processus de frottement pour 3 valeurs différentes du courant de quantité de mouvement transversal.

La dernière équation nous indique qu'un courant de quantité de mouvement peut être contrôlé au moyen d'un autre : si nous changeons F_T, F_F changera également. Cette propriété est utilisée dans des applications techniques.

Les freins

La Fig. 5.37 montre une vue de dessus schématique du frein à disque d'une voiture. (Il pourrait également s'agir du frein sur jante d'un vélo.) Le disque tourne entre deux plaquettes. Si quelqu'un appuie sur la pédale de frein, les plaquettes seront pressées plus ou moins fort contre le disque de frein, c'est-à-dire qu'un courant de quantité de mouvement suivant z est créé à travers le disque de frein. Ce courant de quantité de mouvement conduit à un courant plus ou moins fort de quantité de mouvement suivant x en dehors du disque de frein.

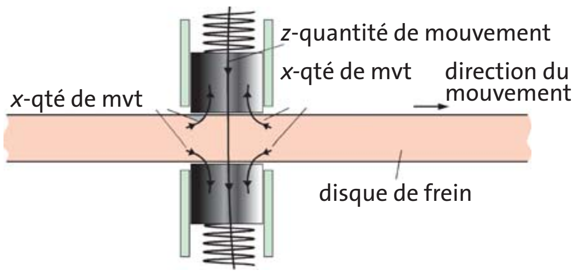


Fig. 5.37 Frein à disque ou frein sur jante. Pour le freinage, un courant de quantité de mouvement suivant *z* est envoyé à travers le disque de frein de haut en bas. Cela provoque un courant de quantité de mouvement suivant *x* sortant du disque.

Nous pouvons maintenant comprendre quelque chose que les automobilistes ressentent bien : la décélération de la voiture pendant le freinage ne dépend pas de la vitesse à laquelle la voiture roule, mais seulement de la force avec laquelle on appuie sur la pédale de frein. En d'autres termes : le frein fonctionne aussi bien (ou mal) à grande vitesse qu'à basse vitesse. Mais cela n'est pas toujours vrai. Il y a des freins dont l'effet dépend de la vitesse. Par exemple, l'effet des freins à courants de Foucault augmente avec une valeur plus élevée de Δv. Ces freins se trouvent dans les téléphériques, dans les trains à grande vitesse « ICE3 », dans les montagnes russes ou dans les tours de chute libre.

L'embrayage

Nous l'avons déjà vu auparavant. Il est utilisé pour interrompre et rétablir une connexion pour un courant de moment cinétique ; voir Fig. 3.18 et Fig. 3.19. Lorsque nous maintenons la pédale d'embrayage (la pédale gauche) enfoncée avec notre pied dans la voiture, la connexion entre le moteur et la boîte de vitesses est interrompue. Pour engager l'embrayage, nous relâchons lentement la pédale. Dans ce processus, les deux disques d'embrayage sont de plus en plus pressés l'un contre l'autre et un courant de moment cinétique circule. Ce courant ne dépend pas de la différence de vitesse angulaire des disques mais seulement de la distance à laquelle la pédale d'embrayage a été relâchée. Dans le cas d'un embrayage à moitié engagé, le courant de moment cinétique est donc indépendant de la vitesse à laquelle le moteur tourne. Cela peut se constater facilement : pour commencer à conduire, peu importe la force avec laquelle on appuie sur la pédale d'accélérateur. C'est seulement si l'embrayage est complètement engagé, c'est-à-dire si les disques d'embrayage ne frottent plus l'un contre l'autre, que la position de la pédale d'accélérateur aura un effet sur le changement de quantité de mouvement de la voiture.

Frottement turbulent

Le frottement turbulent est un troisième type de frottement. Lors-qu'un corps se déplace dans un milieu de très faible viscosité, par exemple dans l'air, ce milieu est mis en mouvement turbulent. Il reçoit de la quantité de mouvement qu'il emporte au loin par convection.

La viscosité n'est plus importante pour ce courant de quantité de mouvement. Mais le courant de quantité de mouvement dépend de l'inertie, c'est-à-dire de la masse volumique du milieu.

De plus, il ne croît pas proportionnellement à la différence de vitesse mais il est proportionnel au carré de Δv, Fig. 5.38.

Par conséquent :

$$F \sim \Delta v^2 .$$

La perte de quantité de mouvement d'une voiture à des vitesses élevées est de ce type. Nous pouvons apprendre de cet exemple comment conduire si nous voulons

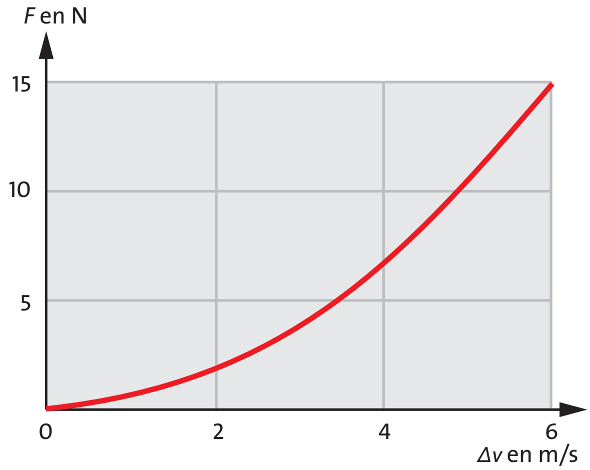


Fig. 5.38 Courbe caractéristique Δv-F pour le frottement turbulent

économiser du carburant et donc de l'énergie. Nous pourrions penser au début : je conduis plutôt à 120 km/h au lieu de 60 km/h. Bien que le moteur nécessite un débit de carburant plus important, nous pouvons effectuer le trajet deux fois plus vite. Si la perte de quantité de mouvement était proportionnelle à Δv, les deux effets se compenseraient. Mais ce n'est pas le cas. Comme la perte de quantité de mouvement augmente avec le carré de la vitesse, la consommation de carburant par seconde à 120 km/h est plus de deux fois supérieure à celle à 60 km/h.

Cette argumentation n'est pas valable pour les faibles vitesses car, dans ce cas, le frottement turbulent n'est plus aussi significatif par rapport aux autres types de frottement. La voiture nécessite une quantité d'énergie inutilement élevée à des vitesses d'environ 80 km/h et plus.

Exercises

1. Avec la pédale de frein enfoncée de façon constante, une voiture ralentit de 80 km/h jusqu'à son arrêt.
   Indiquez sur un seul graphique en fonction du temps : la quantité de mouvement de la voiture, le courant de quantité de mouvement sortant de la voiture, l'énergie cinétique de la voiture, le courant d'énergie sortant de la voiture.
   La masse de la voiture est de 1,2 t, le courant de quantité de mouvement du freinage est de 3600 N.
2. Il existe des freins pour lesquels le courant de quantité de mouvement n'est pas constant, mais proportionnel à la vitesse du véhicule à ralentir. Quel problème va-t-il se poser ? Comment peut-il être résolu ?

6 SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE

6.1 Système de référence et zéro d'une grandeur physique

L'homme qui vogue sur le Rhin dit que le paysage défile, Fig. 6.1, tandis que nous, sur la rive, disons que le bateau et l'homme passent.

Ceci est un exemple du monde décrit ou envisagé dans différents systèmes de référence.

Nous aimerions décrire le mouvement d'un corps K : à quelle vitesse se déplace-t-il ? Dans quelle direction va-t-il ? Nous ne pouvons pas répondre à ces questions sans avoir précisé à quoi se réfère le mouvement.

Vous avancez dans le couloir dans un train en marche. Par rapport au wagon, vous vous déplacez à 3 km/h ; par rapport à la Terre, vous vous déplacez peut-être à 203 km/h.

Par conséquent, quand on parle de mouvement, il faut toujours préciser par rapport à quel autre corps se réfère le mouvement. Cet autre corps est appelé corps de référence. Mais la plupart des caractéristiques et particularités du corps de référence ne sont pas pertinentes. Nous pouvons donc penser qu'il peut être remplacé par un système de coordonnées que nous lui attachons. Ce système de coordonnées est appelé *système de référence ou référentiel*.

Le corps de référence est au repos dans son propre système de référence. Lorsque nous utilisons la Terre comme corps de référence, nous appelons le référentiel correspondant « référentiel de la Terre » ; lorsqu'on utilise un train comme corps de référence, on parle de « référentiel du train ».

L'homme du bateau de la Fig. 6.1 a choisi le bateau comme corps de référence, ou un système de coordonnées lié au bateau comme système de référence. Le bateau lui-même est au repos dans ce repère, sa vitesse est de 0 km/h tandis que la rive (et par conséquent la Terre) se déplace à –20 km/h. On peut également dire que la rive se déplace *par rapport au bateau* à –20 km/h. Quelqu'un debout sur le rivage choisirait la Terre comme corps de référence. Pour lui, la Terre a la vitesse 0 km/h alors que le bateau se déplace à 20 km/h.

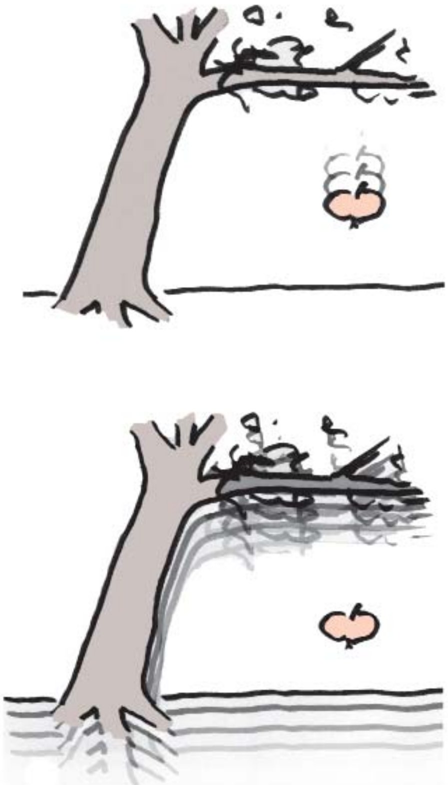
Fig. 6.1 L'homme dans le bateau choisit le bateau comme corps de référence. Dans son système de référence, le rivage bouge. Dans le système de référence de l'homme sur la rive, le bateau est en mouvement.

Nous nous intéresserons plus tard aux systèmes de référence en impesanteur. Nous avons vu que cela est vrai pour les corps en chute libre. Nous observons une pomme qui tombe de l'arbre, Fig. 6.2.

D'abord, nous utilisons le système de référence de la Terre. Dans ce cas, la Terre elle-même n'est pas accélérée. Par conséquent,

$$a_{\text{Terre}} = 0 \text{ m/s}^2 \text{ , } a_{\text{pomme}} = 9{,}81 \text{ m/s}^2.$$

Si la pomme est le système de référence, nous obtiendrons



a)

b)

Fig. 6.2 (a) Du point de vue de la Terre, la pomme se déplace vers le bas dans un mouvement accéléré. (b) Dans le système de référence lié à la pomme, la Terre et l'arbre se déplacent vers le haut dans un mouvement accéléré.

$$a_{\text{Terre}} = -9{,}81 \text{ m/s}^2, \; a_{\text{pomme}} = 0 \text{ m/s}^2.$$

La spécification du référentiel peut aussi être plus compliquée, par exemple : le référentiel est « lié » au centre de masse du système solaire, l'axe des x est dirigé vers l'étoile polaire, l'axe des y est orienté vers … , etc. .

> Pour décrire un mouvement, il est nécessaire de choisir un système de référence, c'est-à-dire un système de coordonnées que nous imaginons être lié à un corps de référence.

Le fait qu'un système de référence doit être choisi peut également être vu comme suit : nous devons définir ou choisir les zéros de position, de vitesse et d'accélération.

Vous vous souvenez peut-être que le zéro doit également être spécifié pour d'autres grandeurs physiques. Ainsi, indiquer une valeur de potentiel électrique ou également une température n'a de sens que si nous savons où se trouve le zéro sur leur échelle respective.

Changer le système de référence signifie que le zéro de position, de vitesse et d'accélération est choisi à nouveau.

> Changement du système de référence
> - décalage du zéro de position, vitesse ou accélération

La partie suivante traite de la question de savoir comment la description du monde sera modifiée si le système de référence est changé, c'est-à-dire si elle est décrite dans un autre système de référence S' au lieu du système de référence initial S.

Un changement des zéros de vitesse et d'accélération est particulièrement intéressant. Nous ne nous intéresserons pas au zéro de position.

6.2 Phénomènes dans différents systèmes de référence

Lorsque nous changeons le système de référence, les valeurs de vitesse ou d'accélération changent. Mais pas seulement. De nombreuses autres grandeurs changent également de valeur et certains phénomènes doivent être interprétés de manière complètement différente après le changement de repère. Après un changement du système de référence, le monde semble tout à fait différent.

Dans ce qui suit, nous supposerons d'abord que l'un des systèmes de référence, c'est-à-dire S, est la Terre, tandis qu'un autre système de référence S' se déplace par rapport à S à une vitesse constante v_0.

Dans le chapitre 6.3, S' se déplacera par rapport à S avec une accélération constante.

Vitesse, quantité de mouvement et énergie cinétique

Nous examinons des mouvements linéaires et horizontaux. La direction x est la direction du mouvement. Par conséquent, il suffit de considérer la composante en x du vecteur vitesse, que nous appelons v.

Supposons qu'une voiture se déplace à une vitesse v par rapport à la Terre (référentiel S). Dans un référentiel S' qui se déplace par rapport à la Terre avec la vitesse v_0, la vitesse de la voiture est

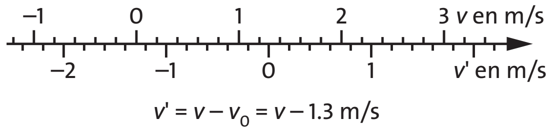


Fig. 6.3 Dans le référentiel S, la voiture a la vitesse v. Dans S', elle a la vitesse $v - v_0$.

$$v' = v - v_0 .$$

Nous pouvons aussi dire que le zéro de la vitesse a été décalé de v_0, Fig. 6.3.

Interrogeons-nous maintenant sur les valeurs d'autres grandeurs ; d'abord, de la quantité de mouvement. Dans S, nous avons :

$$p = m \cdot v$$

et dans S' :

$$p' = m \cdot v' = m \cdot (v - v_0).$$

Puis, de l'énergie cinétique. Dans S, c'est :

$$E_{cin} = \frac{m}{2} v^2 ,$$

et dans S' :

$$E_{cin} = \frac{m}{2} v'^2 = \frac{m}{2} (v - v_0)^2 .$$

Nous voyons :

> Les valeurs de quantité de mouvement et d'énergie cinétique dépendent du système de référence.

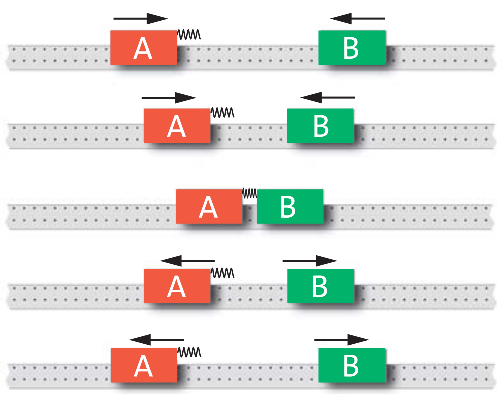


Fig. 6.4 La quantité de mouvement et l'énergie cinétique ne sont pas modifiées pendant la collision.

	A	B	total
avant			
v	3 m/s	–3 m/s	
p	6 Hy	–6 Hy	0 Hy
E_{cin}	9 J	9 J	18 J
après			
v	–3 m/s	3 m/s	
p	–6 Hy	6 Hy	0 Hy
E_{cin}	9 J	9 J	18 J

Tab. 6.1 Les valeurs de vitesse, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique dans le référentiel S (Terre).

On pourrait craindre que les lois de la nature que nous connaissons ne soient plus valables dans S'. Nous examinons les conséquences d'un changement de système de référence pour la loi de conservation de la quantité de mouvement et pour la loi de conservation de l'énergie.

Deux corps A et B (chacun d'une masse de 2 kg) se déplacent l'un vers l'autre sans frottement et se heurtent, Fig. 6.4. A est équipé d'un pare-chocs à ressort. Les vitesses au début sont respectivement de 3 m/s et –3 m/s.

Tab. 6.1 répertorie la vitesse, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique des deux corps avant et après la collision. Vous pouvez vérifier !

La quantité de mouvement totale avant la collision est de 0 Hy — exactement comme après la collision. Pour l'énergie cinétique totale avant et après la collision, on obtient 18 J.

Nous décrivons maintenant le même processus dans un repère qui se déplace vers la droite à v_0 = 3 m/s, Fig. 6.5.

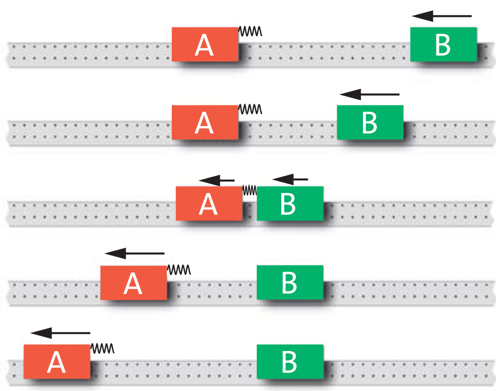


Fig. 6.5 Le même processus que sur la Fig. 6.4 mais dans un autre référentiel. Les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie continuent de s'appliquer.

	A	B	total
avant			
v'	0 m/s	−6 m/s	
p'	0 Hy	−12 Hy	−12 Hy
E'_{cin}	0 J	36 J	36 J
après			
v'	−6 m/s	0 m/s	
p'	−12 Hy	0 Hy	−12 Hy
E'_{cin}	36 J	0 J	36 J

Tab. 6.2 Les valeurs de vitesse, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique dans le référentiel S'.

Dans ce système de référence, le corps A a la vitesse zéro avant la collision et le corps B après la collision, Tab. 6.2.

Les valeurs de toutes les grandeurs sont maintenant différentes de celles de notre référentiel d'origine ; mais dans le nouveau également, l'énergie totale et la quantité de mouvement totale ne changent pas pendant le processus de collision. Le résultat confirme une règle générale :

S' se déplace par rapport à S avec la vitesse v_0
- Le changement de référentiel n'affecte pas les lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

Débit (intensité) du courant d'eau

Un courant de 5 litres d'eau par minute s'écoule dans un tuyau. Nous supposons que l'eau a la même vitesse partout dans le tuyau.

Maintenant, nous utilisons l'eau comme corps de référence. Alors que l'eau ne bouge pas dans le repère correspondant, le tuyau lui le fait. Le débit (l'intensité) du courant est maintenant de zéro litre d'eau par minute.

Par conséquent, la valeur du débit du courant d'eau dépend du système de référence.

Intensité du courant électrique

Nous commençons par un courant électrique quelque peu particulier, c'est-à-dire que nous examinons le faisceau d'électrons dans un vieux tube de télévision. Les électrons du faisceau d'électrons se déplacent à une vitesse d'environ 10^8 m/s par rapport à la Terre. Comme les électrons sont chargés, un courant électrique correspond au faisceau d'électrons et ce courant électrique crée un champ magnétique autour de lui-même, Fig. 6.6.

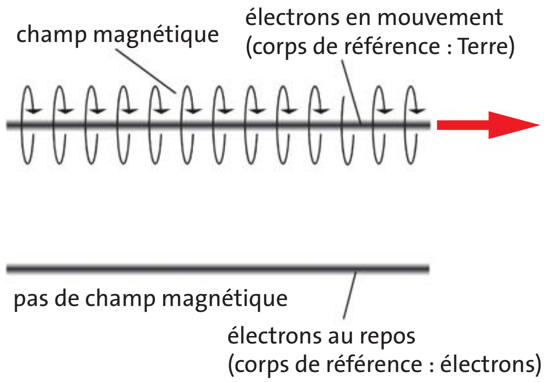


Fig. 6.6 L'intensité du champ magnétique est nulle dans le référentiel dans lequel les électrons sont au repos.

A présent, nous changeons de système de référence. Nous décrivons la situation dans un repère qui se déplace avec les électrons. En d'autres termes : dans notre nouveau référentiel S', les électrons ne bougent pas. Il n'y a donc pas de courant électrique ni de champ magnétique. Nous concluons que l'intensité du courant électrique dans un courant de particules chargées dépend du sytème de référence. De plus, nous apprenons quelque chose de beaucoup plus intéressant : les champs magnétiques dépendent des systèmes de référence.

Vous apprendrez plus tard que les champs magnétiques sont décrits quantitativement par *l'intensité du champ magnétique*.

S' se déplace par rapport à S à la vitesse v_0
- L'intensité du champ magnétique dépend du système de référence.

Nous examinons maintenant un courant électrique normal dans un fil de cuivre. Ici, les porteurs de charge se déplacent beaucoup, beaucoup plus lentement. Nous pourrions penser qu'il est beaucoup plus facile ici d'éliminer le champ magnétique en modifiant le système de référence. Mais ce n'est pas le cas.

Chaque atome du fil de cuivre a un électron qui n'est pas fermement lié au noyau de l'atome. Si un courant électrique traverse le fil, ces électrons mobiles vont glisser par rapport à la partie positive restante.

Dans un système de référence dans lequel le fil est au repos, les électrons mobiles génèrent un courant électrique. Si nous passons maintenant au système de référence dans lequel les électrons mobiles sont au repos, le courant électrique correspondant deviendra nul. Mais dans ce système de référence, la partie positive restante se déplace. Et cela provoque un courant électrique. Pour l'intensité du courant, il importe peu que les porteurs de charge positifs se déplacent dans une direction ou ceux qui sont négatifs dans la direction opposée. Par conséquent, quel que soit le choix du référentiel, l'intensité du courant électrique et le champ magnétique restent inchangés.

S' se déplace par rapport à S à la vitesse v_0

- Lors du changement du système de référence, l'intensité du courant électrique dans un faisceau de particules chargées change. Elle ne change pas dans un conducteur neutre.

La chaine de vélo

Nous décrivons le transport d'énergie à travers la chaîne de vélo depuis le plateau à l'avant (à côté des pédales) jusqu'au pignon à l'arrière (sur la roue arrière). Comme un courant de quantité de mouvement ne circule que dans la partie supérieure de la chaîne, ce courant est le seul que nous devons examiner. Plus précisément, nous supposons :

Vitesse du vélo par rapport à la Terre :

$$v_{\text{vélo}} = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

Vitesse de la partie supérieure de la chaîne par rapport au vélo :

$$v_{\text{chaîne}} = 0{,}8 \text{ m/s}$$

Courant de quantité de mouvement dans la partie supérieure de la chaîne :

$$F = 80 \text{ N.}$$

Nous commençons par la description dans le système

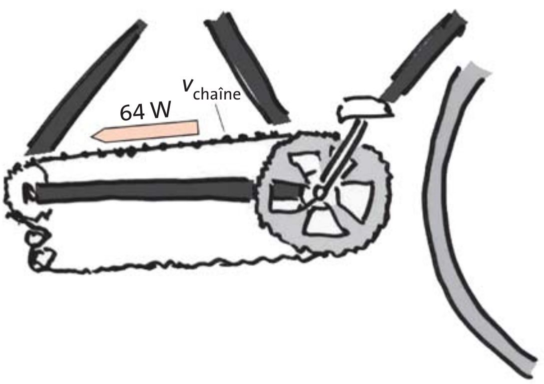


Fig. 6.7 Le vélo comme corps de référence : un courant d'énergie de 64 W (flèche grise) parcourt la chaîne de droite à gauche.

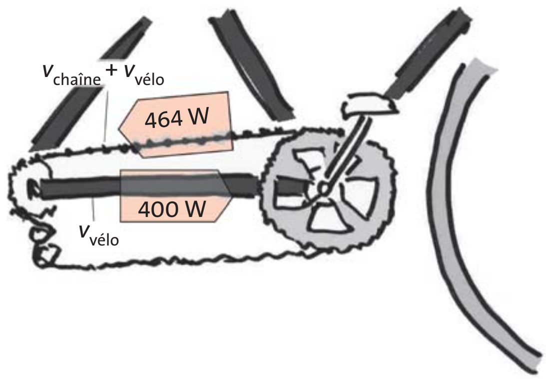


Fig. 6.8 La Terre comme corps de référence : un courant d'énergie de 464 W parcourt la chaîne vers la gauche. 400 W circulent dans le cadre du vélo vers la droite.

de référence S du vélo, Fig. 6.7. Cela signifie que le vélo est au repos, la Terre se déplace à 5 m/s vers la gauche et la chaîne à 0,8 m/s vers la droite.

Par conséquent, nous obtenons pour le courant d'énergie à travers la chaîne :

$$P = v_{\text{chaîne}} \cdot F = 0{,}8 \text{ m/s} \cdot 80 \text{ N} = 64 \text{ W}.$$

Nous passons maintenant au référentiel S' de la Terre, Fig. 6.8. En ce qui concerne le vélo, la Terre se déplace à

$$v_0 = -v_{\text{vélo}} = = -5 \text{ m/s}.$$

Nous obtenons donc pour le courant d'énergie dans la chaîne :

$$P = (v_{\text{chaîne}} - v_0) \cdot F = (v_{\text{chaîne}} + v_{\text{vélo}}) \cdot F$$
$$= (0{,}8 \text{ m/s} + 5 \text{ m/s}) \cdot 80 \text{ N} = 464 \text{ W}$$

Mais maintenant nous avons un problème : le courant d'énergie est trop important. Une personne qui pédale ne peut pas créer un tel courant d'énergie avec ses muscles. Quelque chose doit être incorrect. En fait, nous avons oublié quelque chose. Le courant de quantité de mouvement qui circule à travers la partie supérieure de la chaîne de vélo (contrainte de tension, c'est-à-dire de droite à gauche) doit évidemment revenir. Et c'est ce qu'il fait, c'est-à-dire par le cadre du vélo (essentiellement par la liaison horizontale entre la roue arrière et le pédalier). Lorsque la bicyclette se déplace dans le repère S', un courant d'énergie est connecté à ce courant de quantité de mouvement, c'est-à-dire de l'arrière vers l'avant. Il n'est pas difficile de calculer ce courant d'énergie :

$P = v_0 \cdot (-F) = -5\ \text{m/s} \cdot 80\ \text{N} = -400\ \text{W}.$

(Nous avons compté le courant de quantité de mouvement de gauche à droite comme négatif.) Le courant d'énergie circule dans le cadre de la bicyclette de l'arrière vers l'avant. Le courant énergétique total de la chaîne et du cadre est donc

$P = 464\ \text{W} - 400\ \text{W} = 64\ \text{W}.$

Dans tous les cas, la personne qui pédale libère 64 W de ses muscles et cette quantité arrive à l'arrière. Le chemin emprunté par le courant d'énergie dépend toutefois du système de référence choisi.

S' se déplace par rapport à S à la vitesse v_0
- Les courants d'énergie mécanique dépendent du système de référence.

Nous pourrions également examiner d'autres grandeurs physiques : leurs valeurs changeront-elles si nous changeons les systèmes de référence ? En faisant ainsi, nous trouverions d'abord que, si certaines quantités dépendent du système de référence, d'autres semblent en être indépendantes. Par conséquent, nous constaterions tout d'abord que les valeurs des grandeurs suivantes ne changent pas si nous modifions les systèmes de référence :

longueur, durée, masse, pression, charge électrique, température, entropie…

Cependant, cette liste contient en réalité quelques grandeurs qui ne devraient pas être incluses. Si nous choisissons un système de référence avec une vitesse v_0 très élevée, nous constaterons que la plupart des grandeurs ne sont plus incluses dans la liste.

Ainsi, les valeurs des longueurs, des intervalles de temps et des masses changent en cas de changement de système de référence. Il n'en restera que très peu dans la liste, par exemple, la charge électrique et l'entropie.

Dans la partie suivante, nous examinerons les phénomènes qui se produisent dans le cas de vitesses élevées. Ils font l'objet de la *théorie de la relativité*.

Résumons-nous :

Il semblerait qu'un changement de référentiel puisse changer le monde. Mais ce n'est pas vrai. Le monde reste tel qu'il est. Seule notre description, notre point de vue, change et nous rend le monde différent.

Le monde n'est pas changé par un changement du système de référence. Seule notre description du monde change.

Exercises

1. Deux corps A et B (chacun pesant 2 kg) se heurtent comme illustré par la Fig. 6.4. Cependant, ils ne possèdent pas de pare-chocs à ressort mais un pare-chocs en plastique, de sorte qu'ils restent attachés l'un à l'autre après la collision. Les vitesses initiales sont comme sur la Fig. 6.4, c'est-à-dire que $v_A = 3$ m/s et $v_B = -3$ m/s. Quelles sont
   la quantité de mouvement du corps A,
   la quantité de mouvement du corps B,
   la quantité de mouvement globale,
   avant la collision et après la collision ?
   Quelles sont
   l'énergie cinétique du corps A,
   l'énergie cinétique du corps B,
   l'énergie cinétique globale,
   avant la collision et après la collision ?
   Décrivez le processus dans un système de référence qui se déplace par rapport à celui utilisé précédemment à $v_0 =$ 3 m/s.
2. Une locomotive tire 4 wagons à vitesse constante sur une voie horizontale. Dessinez le trajet de la quantité de mouvement et de l'énergie (a) dans le système de référence de la Terre et (b) dans le système de référence du train.

6.3 Systèmes de référence flottant librement

Willy est dans un ascenseur qui n'est pas suspendu à une corde mais qui tombe librement vers le bas, Fig. 6.9. (A la fin, l'ascenseur se posera doucement.) Il

Fig. 6.9 Willy : « La balle flotte devant moi. L'intensité du champ gravitationnel doit être zéro. » Lilly : « L'intensité du champ gravitationnel n'est pas nulle ; Willy et le ballon tombent aussi vite l'un que l'autre. »

se déplace de manière accélérée : sa vitesse augmente de manière linéaire avec le temps.

Willy constate qu'il est sans poids. Il teste aussi cette sensation avec différents objets. Tout ce qu'il lâche ne fait que flotter devant lui et ne tombe pas au sol (de l'ascenseur). Il conclut : l'intensité du champ gravitationnel est nulle.

Lilly observe de l'extérieur et tire une conclusion différente. L'intensité du champ gravitationnel n'est pas nulle du tout. Les objets que Willy lâche tombent au sol dans un mouvement accéléré. Willy n'en perçoit rien car il est lui-même en train de tomber. Par la suite, Willy et Lilly discutent de leurs observations et s'accordent finalement sur les points suivants :

> S' se déplace par rapport à S avec une accélération constante : L'intensité du champ gravitationnel dépend du système de référence.

Willy fait un nouveau trajet dans son ascenseur en chute libre. Pendant ce temps, Lilly tient un dynamomètre à ressort auquel est suspendu un bloc lourd, Fig. 6.10. Le ressort est tendu, il est soumis à une contrainte de tension. Pour Lilly, il est clair qu'un courant de quantité de mouvement circule dans le bloc via le champ gravitationnel et que ce courant de quantité

Fig. 6.10 Willy : « L'intensité du champ est nulle. Le ressort est étiré parce que la quantité de mouvement passe dans le bloc de sorte qu'il accélère. » Lilly : « Le bloc ne devient pas plus rapide. Un courant de quantité de mouvement circule dans le bloc via le champ gravitationnel, et cette quantité de mouvement circule en retour à travers le ressort. »

de mouvement doit s'écouler à travers le ressort. Ceci s'exprime généralement comme suit : le bloc est lourd. Sa masse est une mesure de « pesanteur ».

Les choses sont différentes du point de vue de Willy : l'intensité du champ gravitationnel est nulle. Il explique comme suit le fait que le ressort de Lilly s'étire : le bloc devient de plus en plus rapide, sa quantité de mouvement ne cesse de croître. Il reçoit de la quantité de mouvement par l'intermédiaire du ressort de Lilly (et Lilly l'obtient du sol). Ceci peut également être exprimé comme suit : le bloc s'oppose à l'accélération car il est inerte. Sa masse est une mesure de cette inertie.

Nous avons constaté précédemment (chapitre 4.2) qu'un corps présente deux caractéristiques en raison de sa masse : il est lourd et il est inerte. En outre, nous avons déjà vu que les deux caractéristiques sont liées. Si le corps A est deux fois plus lourd que le corps B, A sera également deux fois plus inerte que le corps B. Maintenant, nous voyons que ce n'est pas une coïncidence.

> Selon le référentiel, la masse se manifeste de façon différente : soit en tant que pesanteur soit en tant qu'inertie.

Les lois physiques s'appliquent dans les deux systèmes de référence. Mais les valeurs numériques des grandeurs physiques sont différentes ; par exemple le champ est nul dans un système et différent de zéro dans l'autre. En outre, l'interprétation physique des expériences est différente : dans un cas, le ressort est étiré en raison du poids du corps qui lui est suspendu et dans l'autre cas en raison de son inertie.

Lorsque nous décrivons un phénomène en termes physiques, nous sommes toujours libres de choisir un système de référence. Selon nos réflexions précédentes, c'est comme si notre choix était tout à fait indifférent puisque les principes physiques s'appliquent dans n'importe quel système de coordonnées. Mais il y a un autre argument : la description peut être plus simple dans un référentiel que dans un autre — c'est précisément le cas.

Dans notre exemple, nous pourrions penser que le référentiel de Lilly est le plus simple. Elle se tient sur le sol, tout comme nous, et nous savons à quoi ressemble le monde lorsque il est décrit de ce point de vue. Mais si nous examinons de plus près la question, nous pouvons arriver à une conclusion différente : le référentiel de Willy est le plus pratique, car le monde ne pourrait être plus simple que ce que décrit Willy : si un corps est placé quelque part, il restera là ; il ne commencera pas à bouger et ne deviendra pas de plus en plus rapide dans la façon dont nous, humains terrestres, le percevons constamment. Pour Willy, les choses restent où elles sont, ou lorsqu'elles sont mises en mouvement — c'est-à-dire lorsqu'elles ont reçu une quantité de mouvement — se déplacent tout droit à une vitesse constante. Cela ne pourrait pas être plus simple.

Les systèmes de référence dans lesquels les corps laissés à eux-mêmes se déplacent à une vitesse constante ou ne bougent pas du tout sont appelés *référentiels flottant librement*.

> Référentiel flottant librement
> - un corps laissé à lui-même ne bouge pas ou se déplace à une vitesse constante.
>
> La physique est particulièrement simple dans un référentiel flottant librement.

Un peu plus tôt, nous avons qualifié le mouvement, tel que l'a exécuté Willy avec sa cabine d'ascenseur, de « chute libre ». Un tel mouvement se termine normalement après une courte durée.

Mais dans le chapitre 4.6, nous avons appris que l'état de chute libre peut aussi être maintenu en permanence. Tout satellite qui circule autour de la Terre ou également la station spatiale ISS est constamment dans un état de chute libre.

Nous allons maintenant considérer un vaisseau spatial qui vogue dans l'espace, loin de toutes planètes ou étoiles. Willy et Lilly se sentent sans poids, en impesanteur. Par conséquent, ce vaisseau spatial correspond également à un système de référence flottant librement, Fig. 6.11.

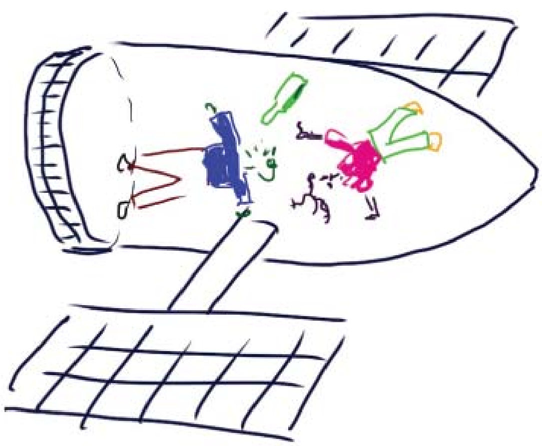


Fig. 6.11 Le vaisseau spatial flotte dans l'espace sans propulsion. Willy, Lilly et tout le reste du vaisseau spatial flottent. Le système de référence du vaisseau spatial est un système flottant librement.

Willy et Lilly ont maintenant très envie d'être sur Terre — surtout parce que c'est là qu'ils ont la merveilleuse sensation de pesanteur. Comme la Terre est trop éloignée pour s'arrêter un instant, ils créent cette sensation de manière différente : ils mettent les moteurs à réaction en marche, Fig. 6.12.

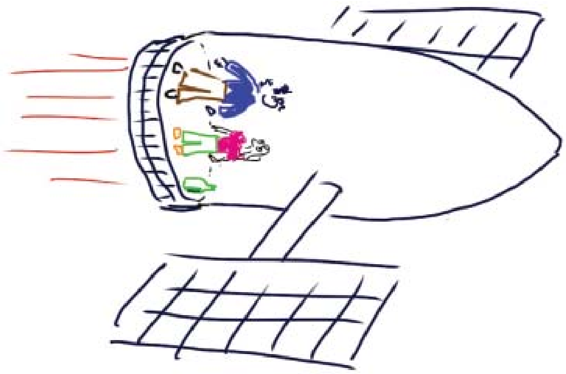


Fig. 6.12 Le moteur est en marche. Willy, Lilly et la bouteille « sont debout sur le sol ». Le système de référence du vaisseau spatial n'est pas un système flottant librement.

D'un point de vue extérieur (c'est-à-dire à partir d'un référentiel flottant librement), nous dirions : la quantité de mouvement du vaisseau spatial augmente, de même que la quantité de mouvement de Willy et Lilly. Par conséquent, un courant de quantité de mouvement s'écoule dans les deux. Willy et Lilly, cependant, voient les choses différemment, car ils décrivent le processus dans le système de référence du vaisseau spatial qui

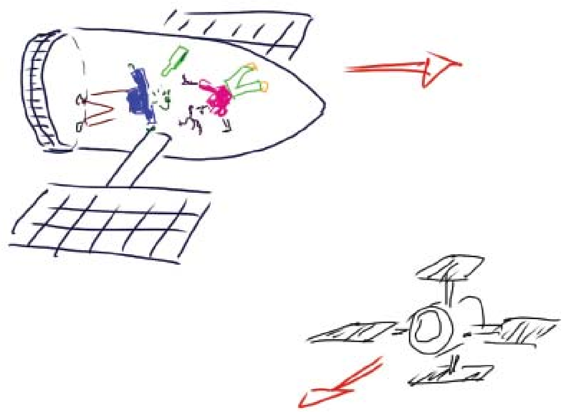


Fig. 6.13 Le vaisseau spatial de Willy et Lilly est sans propulsion, son système de référence est un système flottant librement. Mais le système de référence de l'autre vaisseau spatial, qui est aussi sans moteur et qui se déplace à une autre vitesse, est également un référentiel flottant librement.

n'est plus un système flottant librement. Ils remarquent qu'ils sont devenus lourds. Ils « se tiennent » sur le « sol » et chaque objet qu'ils lâchent « tombera » « vers le bas ».

De nouveau dans le vaisseau spatial sans propulsion. Willy et Lilly regardent par la fenêtre et constatent qu'un autre vaisseau spatial se déplace à proximité, sans aucune propulsion notable. Cependant, il vole dans une autre direction, Fig. 6.13.

Les passagers de l'autre vaisseau spatial sont également sans poids, ce qui signifie que l'autre vaisseau définit également un système de référence flottant librement. Par conséquent, il n'existe pas un seul référentiel flottant librement à un emplacement donné. Combien y en a-t-il ? Deux ? Non. Chaque vaisseau spatial qui se déplace par rapport à celui de Willy et Lilly à une vitesse constante définit un système de référence flottant librement. Il existe donc un nombre infini de référentiels flottant librement.

> Chaque système de référence qui se déplace par rapport à un système flottant librement à une vitesse constante est également un système flottant librement

Fig. 6.14 Tour de chute libre de l'université de Brème

Exercices

1. Une « tour de chute » a été construite à l'Université de Brême pour des expériences de physique, Fig. 6.14. À l'intérieur, il y a un tube de plus de 100 m de long. Ce tube peut être mis au vide pour les expériences. Willy monte dans une capsule expérimentale et se laisse tomber depuis le sommet de la tour de chute*. Une épaisse couche de billes de polystyrène au bas de la tour assure un atterrissage en douceur. La chute prend presque 5 secondes. Lilly observe l'expérience.
   Quelle vitesse maximale a-t-elle mesurée pour Willy ?
   Comment Willy décrit-il son mouvement ?
   Comment peut-on doubler la durée du processus de « chute » ?
2. Lilly entre elle-même dans une capsule et se laisse catapulter vers le haut dans la tour de chute avec une vitesse v = 50 m/s. Au même moment, Willy est lâché avec sa capsule du sommet de la tour. Willy et Lilly s'observent pendant l'expérience qui dure 5 s. Comment chacun d'eux décrit-il le mouvement de l'autre ? Vous pouvez faire tous les raisonnements sans calcul.
3. Un parachutiste flotte vers son site d'atterrissage. Sa vitesse est constante. Pourquoi ce flottement n'a-t-il rien à voir avec le flottement de Willy et Lilly dans la tour de chute ?

* La tour de chute existe réellement. L'histoire de Willy et de Lilly est cependant entièrement fictive.

7 VITESSE TERMINALE

7.1 La masse est identique à l'énergie

En physique, il est parfois arrivé qu'on découvrit que deux choses apparemment différentes ne l'étaient pas en réalité. Le cas le plus spectaculaire de ce type fut la découverte par Albert Einstein (1879 – 1955), Fig. 7.1, que les deux grandeurs bien connues masse et énergie sont en réalité la même grandeur physique. La masse ou le poids étaient déjà connus dans l'Antiquité, tout comme les précurseurs de l'énergie remontent à l'époque d'Aristote. Le fait que nous parlons de la même grandeur se trouve dans la célèbre publication d'Einstein de 1905 : « la masse d'un corps est une mesure du contenu en énergie du corps ».

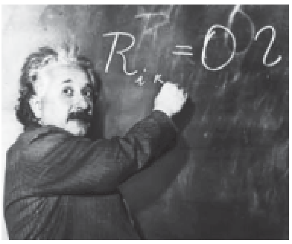


Fig. 7.1 Albert Einstein

Comme la masse est mesurée en kilogramme et l'énergie en Joule, nous ne pouvons pas simplement écrire : masse = énergie. Nous avons aussi besoin d'un facteur de conversion k :

$$E = k \cdot m\,,$$

où $k = 8{,}987 \cdot 10^{16}$ J/kg.

> La masse et l'énergie sont la même grandeur physique. Elle est appelée masse (m) quand elle est mesurée en kg et énergie (E) quand elle est mesurée en J.
>
> $E = k \cdot m \qquad k = 8{,}987 \cdot 10^{16}$ J/kg

Ainsi, cette équation peut être utilisée pour convertir une donnée en kg en une donnée en Joule, tout comme une donnée de longueur peut être convertie de kilomètres vers des miles. Tout comme une indication en mètres et une indication en miles correspondent à la même grandeur physique, de la même manière une indication en Joule et une autre en kilogramme se rapportent à la même grandeur physique.

En fait, nous n'aurions besoin que d'un seul symbole et que d'un seul nom pour la grandeur masse/énergie. Toutefois, conformément à une vieille habitude, elle est appelée masse quand elle est exprimée en kilogramme et énergie quand l'unité de mesure Joule est utilisée.

Si nous utilisons le facteur de conversion k par la suite, il sera le plus souvent suffisant de prendre la valeur approchée

$$k = 8{,}987 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}.$$

Si cette affirmation est vraie — et elle est indéniablement vraie —, nous pouvons en tirer deux conclusions :

- 1. L'énergie doit décrire les propriétés que nous avons jusqu'à maintenant attribuées seulement à la masse : inertie et gravité. Examinons une batterie : elle devrait être plus lourde dans l'état chargée (c'est-à-dire quand elle contient plus d'énergie) que dans l'état non chargé. Ou encore tout autre corps que nous chauffons devrait être plus lourd dans son état chaud que dans son état froid.
- 2. La masse doit décrire les propriétés que nous avons jusqu'à maintenant attribuées seulement à l'énergie : il doit être possible de faire mouvoir quelque chose avec elle, par exemple un générateur électrique. Par conséquent, nous pourrions prendre n'importe quel type de matériau sans aucune valeur comme du sable. Juste parce qu'il a une masse, le sable devrait être propre à faire mouvoir quelque chose.

Ces deux affirmations ne semblent pas avoir de sens au premier abord. Normalement, nous ne remarquons pas qu'elles sont vraies. Maintenant nous allons voir pourquoi.

7.2 L'énergie a les propriétés de la masse

Selon la découverte d'Einstein, l'énergie a une masse. L'équation $E = k \cdot m$ nous dit combien de joules sont équivalents à un kilogramme.

Conformément à cet énoncé, par exemple ce qui suit devrait être vrai (Fig. 7.2) :

- Une batterie pleine est plus lourde qu'une batterie vide.
- L'eau chaude est plus lourde que l'eau froide.
- Deux aimants séparés sont plus lourds que deux aimants reliés.
- Une voiture devient plus lourde avec une vitesse croissante.

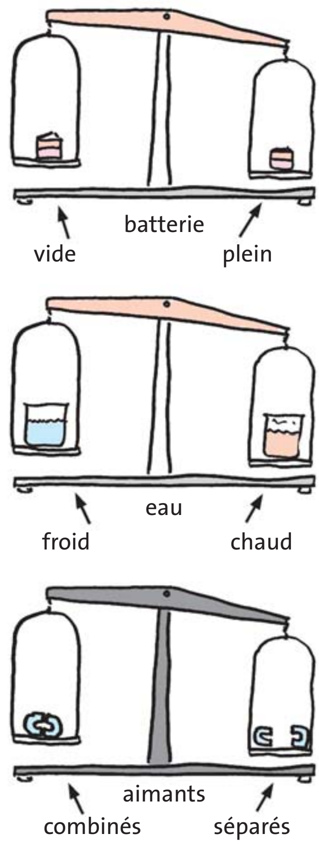


Fig. 7.2 Une batterie pleine est plus lourde qu'une vide ; l'eau chaude est plus lourde que l'eau froide ; des aimants séparés sont plus lourds que des aimants reliés.

Vous comprendrez la raison pour laquelle nous ne remarquons pas normalement ces phénomènes si vous calculez de combien de kilogrammes la masse des objets mentionnés change.

Examinons une batterie par exemple. Durant la décharge, elle libère une quantité d'énergie d'approximativement 10 kJ. Quelle est la masse qu'elle perd dans ce processus ?

Nous calculons

$$m = \frac{E}{k} = \frac{10\ \text{kJ}}{9 \cdot 10^{16}\ \text{J/kg}} = 1{,}1 \cdot 10^{-13}\,\text{kg}.$$

La masse de la batterie diminue d'une quantité qui est plus petite que la masse d'un petit grain de poussière. (Un grain de poussière typique a une masse d'approximativement 10^{-12} kg.) Cette masse ne peut être déterminée avec une balance normale.

De la même manière, de petites valeurs sont trouvées pour la différence de masse entre une voiture lente et une voiture rapide, ou entre de l'eau froide et de l'eau chaude.

La découverte que l'énergie a les propriétés de la masse semble par conséquent n'avoir aucune implication pratique. Mais y a-t-il une situation dans laquelle le changement de masse peut être remarqué? Sinon, cette affirmation ne pourrait pas être prouvée. En fait, de telles situations existent, par exemple :

- quand on charge des particules telles que des électrons ou des protons dans un « accélérateur de particules » avec une très grande quantité de quantité de mouvement ;
- quand on sépare les protons d'un noyau atomique, qui sont tenus ensemble par des champs très forts.

Exercices

1. La consommation annuelle d'énergie électrique par la ville de Hambourg est approximativement de $5 \cdot 10^{16}$ J. Quelle est la quantité de cette énergie en unités de masse ?
2. Le soleil libère de l'énergie avec la lumière. De combien de kg diminue la masse du soleil par seconde ? (Voici ce dont nous avons besoin pour le calcul : approximativement 1400 W arrivent sur la Terre par mètre carré avec la lumière. La distance Terre – soleil est de 150 millions de kilomètres.)
3. La lumière solaire qui atteint un mètre carré (perpendiculairement aux rayons solaires) par seconde transporte une énergie d'approximativement 1400 Joule. Quel est le poids de la quantité correspondante de lumière ? Combien de temps faudra-t-il attendre pour que 1 gramme de lumière tombe sur ce mètre carré ?
4. Approximativement 500 kJ d'énergie est nécessaire pour accélérer une voiture jusqu'à 100 km/h. Quel est l'accroissement de masse de la voiture dans ce processus ? Durant l'accélération, la voiture perd également de la masse du fait de sa consommation de carburant. Estimer si la voiture devient plus lourde ou plus légère.

7.3 La masse a les propriétés de l'énergie

Si la masse et l'énergie sont identiques, il serait possible d'utiliser n'importe quelle substance — simplement parce qu'elle a une masse — pour n'importe quelle chose utile pour laquelle de l'énergie est nécessaire, par exemple pour faire mouvoir des véhicules et des machines ou pour chauffer des bâtiments. Cette substance n'aurait pas à être un carburant particulier. Le fait qu'elle ait une masse devrait être suffisant — et toutes les substances ont une masse.

Par conséquent, nous serions capable d'utiliser par exemple du sable comme un carburant. Nous voudrions vérifier combien de sable est nécessaire pour faire mouvoir une voiture.

L'équation

$$E = k \cdot m$$

nous indique que 1 kg de sable (ou 1 kg de n'importe quelle autre substance) contient une quantité d'énergie de

$$E = 9 \cdot 10^{16}\ \text{J/kg} \cdot 1\ \text{kg} = 9 \cdot 10^{16}\ \text{J}\,.$$

Durant la combustion dans un moteur à combustion standard, $4{,}3 \cdot 10^7$ J peuvent être obtenus à partir de 1 kg de gaz. Puisque nous avons

$$2\,000\,000\,000 \cdot 4{,}3 \cdot 10^7\ \text{J} \approx 9 \cdot 10^{16}\ \text{J}\,,$$

une quantité d'énergie qui est deux milliards de fois plus grande correspond au kilogramme de sable. Mais est-ce possible ? N'y a-t-il pas une erreur ?

En fait, le calcul est exact. Seule la conclusion que du sable peut être utilisé pour propulser une voiture est fausse. Le fait que de l'énergie n'est pas toujours utile pour propulser quelque chose est parfaitement connu.

Voici un exemple qui va certainement vous paraître sensé : pour chauffer un bâtiment, il n'est pas suffisant d'avoir assez de fuel. En plus, de l'oxygène est nécessaire pour la combustion du fuel. S'il n'y avait pas d'oxygène, le fuel serait sans valeur. Nous ne serions pas capable de transférer l'énergie à un autre porteur — et c'est ce qui compte. Nous avons donc besoin d'un réactif approprié en plus du fuel.

Quelque chose de très similaire est vrai pour les quantités énormes d'énergie que toute substance contient du fait de sa masse. Pour faire usage de cette énergie, c'est-à-dire pour la transférer à un autre porteur d'énergie, un réactif approprié est nécessaire.

Le réactif dont on a besoin ici est ce qu'on appelle *anti-matière*. L'anti-matière est une forme de matière qui n'existe presque pas dans la nature.

De l'anti-matière peut être produite artificiellement mais ce processus exige une très grande quantité d'énergie : tout autant d'énergie que ce qui correspond à la masse de l'anti-matière produite. Il n'y a donc rien à gagner.

De plus, il est pratiquement impossible de stocker de l'anti-matière plus longtemps que quelques fractions de secondes. Elle réagit très rapidement avec la matière commune.

Il y a eu des spéculations sur la question de savoir si certaines régions de l'espace très éloignées de nous pourraient être composées d'anti-matière. Toutefois, cela n'a pas été confirmé.

7.4 Masse au repos et énergie au repos

L'identité de la masse et de l'énergie a des implications pour la physique dans son ensemble. Il s'avère que de nombreuses équations bien connues doivent être remplacées par de nouvelles.

Mais cela peut-il être possible ? Les vieilles équations n'ont-elles pas été essayées et testées ? N'ont-elles pas décrites le monde correctement ? Si elles étaient mauvaises, n'aurions-nous pas du en être conscients dès le début ? La même chose est vraie pour les phénomènes dont nous discutions au chapitre précédent. Nous ne pouvons voir que dans des conditions extrêmes que ces équations sont incorrectes : si nous réalisons une mesure très précise ou si la vitesse des corps est extrêmement élevée. Ainsi, les vieilles équations « classiques » sont de bonnes approximations, pour des circonstances normales, des équations « relativistes » plus exactes.

Cela a des conséquences particulières spécialement pour la mécanique. Elles vont être présentées dans ce qui suit.

De la mécanique « non-relativiste » ou « classique », nous connaissons la relation entre l'énergie cinétique et la vitesse :

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2}v^2,$$

Mais vous savez que l'énergie cinétique n'est qu'une partie de l'énergie totale d'un corps. L'énergie totale devrait être écrite comme ceci :

$$E(v) = \frac{m}{2}v^2 + E_0. \qquad (7.1)$$

Ici, E_0 est l'énergie que possède le corps quand sa vitesse et sa quantité de mouvement sont nulles, c'est-à-dire son *énergie au repos*. Mais la physique classique ne nous dit pas quelle est la valeur de E_0. Par conséquent, elle ne nous dira pas non plus la valeur de l'énergie totale E d'un système. Jusqu'à présent cependant, vous n'avez certainement pas été conscient de ce défaut.

Si nous tenons compte maintenant de

$$E = k \cdot m$$

ce défaut va disparaître. L'énergie pour $v = 0$ est égale à la masse pour $v = 0$, (multipliée par k) et nous connaissons cette *masse bien sûr*. La masse pour $v = 0$ est appelée masse au repos m_0 du corps.

Energie au repos E_0 :	énergie à $v = 0$
Masse au repos m_0 :	masse à $v = 0$

$$E_0 = k \cdot m_0$$

Ne vous méprenez pas sur le mot « énergie au repos ». $v = 0$ signifie que la vitesse du centre de masse est nulle. Toutefois, un système dont le centre de masse est au repos peut être composé de particules en mouvement. C'est par exemple le cas dans le système solaire. Le soleil, les planètes et les lunes tournent autour de leur axe propre et autour les uns des autres. Cela signifie que l'énergie au repos du système solaire dans son entier est plus grande que la somme des énergies au repos de ses parties. Pour le système solaire, cependant, cette différence est si minuscule qu'elle est pratiquement insignifiante. Notons que l'énergie au repos est aussi parfois appelée *énergie interne* dans un objectif de clarté.

7.5 Comment la vitesse dépend de la quantité de mouvement

Nous aimerions maintenant examiner les effets de l'identité de la masse et de l'énergie sur la relation entre la quantité de mouvement et la vitesse :

$$p = m \cdot v.$$

Ce que nous allons voir apparaîtra mieux si nous écrivons cette équation sous la forme :

$$v = \frac{p}{m}. \qquad (7.2)$$

Selon nos vieux concepts classiques, l'équation exprime : si un corps est pourvu en quantité de mouvement, sa vitesse va augmenter. Si m est petit, la vitesse augmentera fortement; si m est grand, elle n'augmentera que légèrement.

Maintenant nous chargeons un corps avec de la quantité de mouvement, en imaginant ce chargement par portions : une portion de quantité de mouvement à la fois. L'énergie du corps va augmenter également avec chaque portion de quantité de mouvement. Mais cela entraîne une augmentation de la masse au dénominateur de l'équation (7.2). Ainsi, le corps devient de plus en plus inerte. Mais plus m devient grand, plus petit sera l'augmentation de vitesse pour chaque portion de quantité de mouvement. Après avoir fourni une très grande quantité de quantité de mouvement, la vitesse n'augmentera plus. En d'autres termes : si de la quantité de mouvement est fournie, la vitesse approche une *vitesse terminale* « asymptotiquement ». Cette valeur limite est la même pour tous les corps, particules ou autres objets, c'est-à-dire

$$v_{\text{term}} = \sqrt{k}$$

Comme k, la valeur limite est une constante universelle naturelle. Elle est désignée par le symbole c. C'est :

$$v_{\text{term}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

La relation mathématique entre v et p est :

$$v(p) = \frac{p}{\sqrt{m_0^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}}. \tag{7.3}$$

Sur la Fig. 7.3, cette relation est tracée pour 3 corps ayant différentes masses au repos.

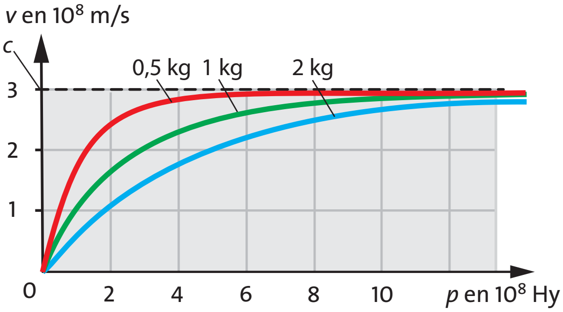


Fig. 7.3 Dépendance de la vitesse à la quantité de mouvement pour des corps avec une masse au repos de 0,5 kg, 1 kg et 2 kg. Pour de grandes valeurs de la quantité de mouvement, la vitesse de tous les corps approche la vitesse terminale c.

Vous pouvez voir que la vitesse pour les très grandes valeurs de la quantité de mouvement approche c dans chacun des trois cas. Cela peut également être déterminé à partir de l'équation (7.3). Pour de très grandes valeurs de p, le premier terme sous la racine peut être négligé par rapport au second. Nous obtenons alors :

$$v(p) \approx \frac{p}{\sqrt{\left(\frac{p}{c}\right)^2}} = c.$$

Pour les mouvements que nous connaissons dans notre vie de tous les jours, les vitesses sont bien plus petites que c, c'est-à-dire $v \ll c$. Même des vitesses qui nous semblent élevées pour nous, par exemple la vitesse d'un train à grande vitesse ou la vitesse de la Terre sur son orbite autour du soleil, restent encore minuscules comparées à c. La Terre orbite autour du soleil à 110 000 km/h ≈ 30 000 m/s. C'est seulement un dix millième de la valeur de la vitesse terminale. Sur la Fig. 7.3, le point correspondant ne peut même pas être distingué du zéro du graphe. Si nous appliquons l'équation (7.3) à de tels mouvements, nous pouvons négliger le second terme sous la racine par rapport au premier, et la relation v-p devient :

$$v(p) \approx \frac{p}{m_0}.$$

Ainsi, pour des vitesses telles que $v \ll c$, la relation relativiste se transforme en la relation classique.

Nous pouvons également voir cela sur le graphe de la Fig. 7.3 : au voisinage de zéro, les courbes ressemblent à des lignes droites avec différentes pentes. La Fig. 7.4 montre une partie agrandie 100 000 fois. (Gardez à l'esprit que les axes sont alors calibrés différemment.)

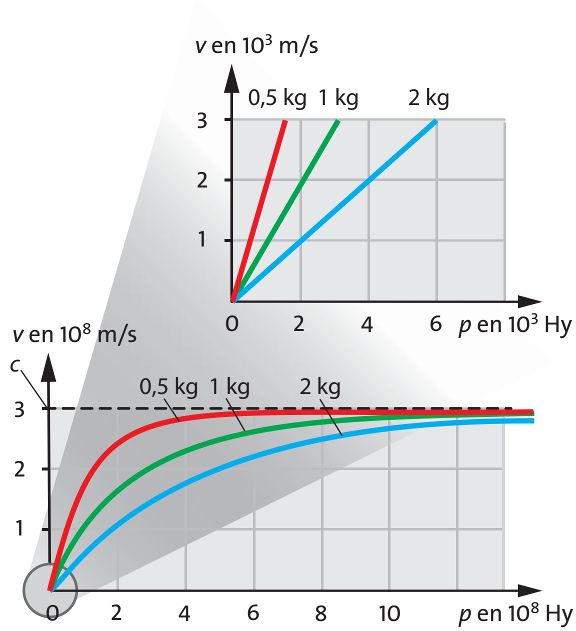


Fig. 7.4 Dépendance de la vitesse à la quantité de mouvement. Le zoom montre une vue agrandie du début des courbes. Là, la vitesse est proportionnelle à la quantité de mouvement.

$$v(p) = \frac{p}{\sqrt{m_0^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}}.$$

Grandes valeurs de la quantité de mouvement : la vitesse est indépendante de la quantité de mouvement

$$v \approx c\,;$$

Petites valeurs de la quantité de mouvement : la vitesse est proportionnelle à la quantité de mouvement

$$v(p) \approx \frac{p}{m_0}.$$

7.6 Qu’arrive-t-il à la vitesse quand le référentiel est changé

Jetons un autre regard à l’équation

$$E = k \cdot m \,.$$

Nous en avions conclu qu’il y a une limite supérieure pour la vitesse

$$v_{\mathrm{grenz}} = \sqrt{k} = c \,.$$

Maintenant nous rencontrons un problème avec cette vitesse terminale.

Imaginons ce qui suit : une voiture roule sur un tapis roulant long et large, Fig. 7.5. Relativement au tapis roulant, elle roule à 15 m/s, et le tapis roulant se déplace dans le même sens à 8 m/s.

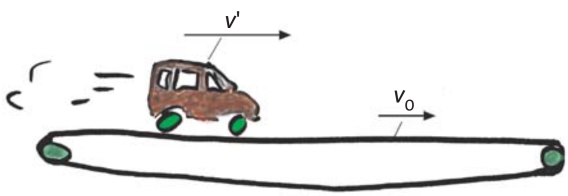


Fig. 7.5 La vitesse de la voiture par rapport à la Terre est égale à la vitesse de la voiture par rapport au tapis roulant v' plus la vitesse du tapis roulant v_0, – mais seulement approximativement.

Nous nous tenons à côté de la voiture, regardons et voyons qu’elle se déplace relativement à nous à 23 m/s. Cela peut également s’exprimer de la façon suivante : dans le référentiel lié au tapis roulant , la voiture se déplace à la vitesse $v' = 15$ m/s.

Dans le référentiel lié à la Terre, le tapis roulant se déplace à $v_0 = 8$ m/s et la voiture à

$$v = v' + v_0 = 15 \text{ m/s} + 8 \text{ m/s} = 23 \text{ m/s}.$$

Pas de soucis jusqu’ici.

Mais maintenant faisons rouler notre voiture (imaginaire) à une vitesse de 0,6 c relativement au tapis roulant. Il n’y a aucune objection à cela puisque la vitesse est inférieure à la vitesse terminale. Mais faisons également se déplacer le tapis roulant encore plus rapidement, par exemple à 0,8 c. Ceci ne peut pas non plus être interdit car cette vitesse est inférieure à c. Mais il y aura un problème si nous voulons connaître la vitesse de la voiture par rapport à la Terre.

Selon notre vieille équation

$$v = v' + v_0 \qquad (7.4)$$

nous obtenons 1,4 c, ce qui ne peut pas être un résultat valable. Si nous ne voulons pas mettre en doute le fait que c soit la vitesse terminale, nous ne pouvons que conclure que l’équation (7.4) doit être incorrecte. Et elle est effectivement incorrecte. L’équation exacte peut être déduite de l’exigence que c soit la vitesse terminale. Comme l’établissement de ce résultat est quelque peu fastidieux, nous allons donner directement le résultat et nous vérifierons qu’il fournit les valeurs de vitesse attendues. Au lieu de (7.4) la relation correcte est

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \dfrac{v' v_0}{c^2}}.$$

Regardons différents cas particuliers pour lesquelles nous connaissons déjà par avance le résultat.

$v' \ll c$ et $v_0 \ll c$

Si à la fois v' et v_0 sont très petites comparées à c, le terme

$$\frac{v' v_0}{c^2}$$

au dénominateur devient bien plus petit que 1 et peut être négligé devant 1. Ainsi, nous obtenons $v = v' + v_0$, c’est-à-dire notre vieille formule pour des vitesses « non-relativistes ».

$v' \approx c$ et $v_0 \approx c$

Maintenant faisons rouler la voiture par rapport au tapis roulant à presque la vitesse terminale : $v' \approx c$, en supposant que le tapis roulant se déplace à une vitesse $v_0 < c$. Nous obtenons

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \dfrac{v' v_0}{c^2}} = \frac{c + v_0}{1 + \dfrac{c v_0}{c^2}} = \frac{c + v_0}{1 + \dfrac{v_0}{c}} = \frac{c \cdot (c + v_0)}{c + v_0} = c.$$

c’est-à-dire vue de la Terre, la voiture se déplace également à la vitesse terminale. La vitesse terminale n’est pas dépassée.

$v' \approx c$ et $v_0 \approx c$

Finalement, faisons se déplacer le tapis roulant presque à la vitesse terminale. Nous obtenons

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \dfrac{v' v_0}{c^2}} = \frac{c + c}{1 + \dfrac{c c}{c^2}} = \frac{c + c}{2} = c.$$

Encore une fois, la voiture roule seulement à la vitesse c dans le repère lié à la Terre.

Nous pouvons aussi décrire notre expérience de pensée de la façon suivante : pour le mouvement de la voiture par rapport à la Terre nous combinons le mouvement de la voiture relativement au tapis roulant et le mouvement du tapis roulant relativement à la Terre.

> Quand on combine les mouvements, les vitesses ne doivent pas être additionnées, mais la formule suivante s'applique :
>
> $$v = \frac{v' + v_0}{1 + \frac{v' v_0}{c^2}}.$$

Exercises

1. L'astronef Uranus vole à 0,9 c relativement à la Terre. Vostok se déplace vers lui dans la direction opposée. Vostok a une vitesse de 0,5 c relativement à la Terre. A quelle vitesse se déplace Vostok pour l'équipage d'Uranus ? Uranus dépasse Shenzhou qui vole à 0,5 c dans le même sens qu'Uranus. Quelle est la vitesse de Shenzhou par rapport à Uranus ?
2. Une voiture roule à v' = 140 km/h, dans le même sens que la Terre orbite autour du soleil (à v_0 = 30 km/s). De combien la voiture est-elle plus rapide que la Terre d'un point de vue extérieur à la Terre ? La solution sera plus facile si vous calculez d'abord $v - v_0$ sans application numérique. Négligez les termes dont la valeur est presque nulle.

7.7 Comment l'énergie dépend de la quantité de mouvement

Pour la relation entre l'énergie et la vitesse, nous avons trouvé (équation (7.1)) :

$$E(v) = \frac{m}{2} v^2 + E_0.$$

Nous transformons l'équation au moyen de $p = m \cdot v$ et obtenons :

$$E(p) = \frac{p^2}{2m} + E_0. \qquad (7.5)$$

Mais cette équation n'est valable que comme approximation classique, c'est-à-dire pour des valeurs de quantité de mouvement qui ne sont pas trop grandes. La relation relativiste est :

$$E(p) = \sqrt{c^2 \cdot p^2 + E_0^2}. \qquad (7.6)$$

A nouveau, nous voudrions examiner la compatibilité de l'équation relativiste avec l'équation classique.

La Fig. 7.6 montre les graphes de l'équation (7.6) pour trois masses au repos différentes : 1 kg, 2 kg et 3 kg.

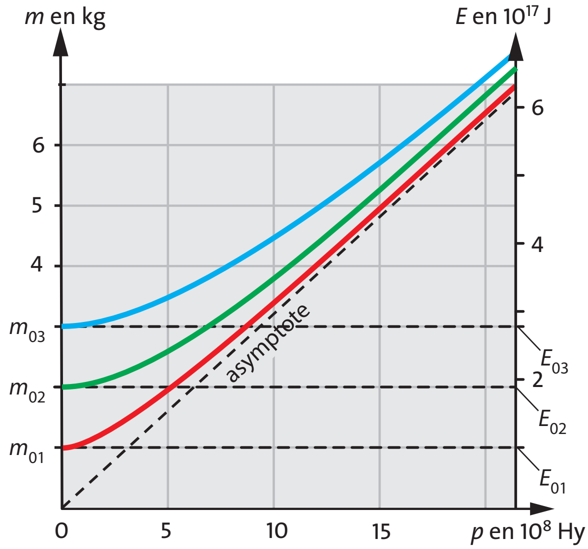


Fig. 7.6 Relation entre énergie et quantité de mouvement pour des corps avec des masses au repos de 1 kg, 2 kg et 3 kg. Les trois courbes approchent toutes l'asymptote $E = c \cdot p$.

L'axe vertical est la masse/énergie, à gauche avec l'unité kilogramme et à droite en Joule. L'axe horizontal va jusqu'à de très grandes valeurs de quantité de mouvement.

Regardons encore une fois les deux cas limites : une très grande quantité de mouvement et une petite quantité de mouvement.

Pour les grandes valeur de la quantité de mouvement, nous pouvons négliger E_0 par rapport à $c \cdot p$ dans l'équation (7.5) et obtenons

$$E(p) \approx c \cdot p .$$

L'équation de l'asymptote est

$$E(p) = c \cdot p .$$

Ainsi, la courbe approche l'asymptote pour les grandes valeurs de p. En d'autres termes : pour de grandes valeurs de p, l'énergie est proportionnelle à la quantité de mouvement.

Regardons maintenant les petites valeurs de la quantité de mouvement. La Fig. 7.7 montre la relation énergie-quantité de mouvement classique et relativiste, c'est-à-dire les graphes des fonctions (7.5) et (7.6).

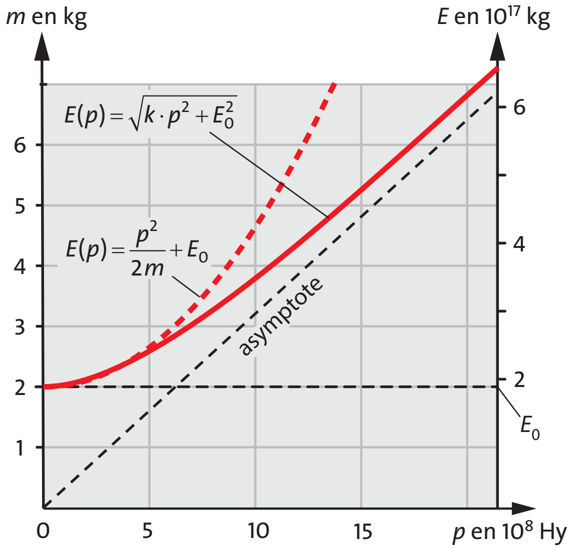


Fig. 7.7 Pour de petites valeurs de la quantité de mouvement, la courbe relativiste est bien approximée par la courbe classique.

Nous pouvons constater que les fonctions pour les faibles valeurs de quantité de mouvement sont presque confondues. La formule classique (7.4) est une bonne approximation pour les petites vitesses, c'est-à-dire pour $v \ll c$.

$$E(p) = \sqrt{c^2 \cdot p^2 + E_0^2}.$$

Grandes valeurs de la quantité de mouvement : l'énergie est proportionnelle à la quantité de mouvement $E(p) \approx c \cdot p$.

Petites valeurs de la quantité de mouvement : l'énergie varie en fonction du carré de la quantité de mouvement

$$E(p) = \frac{p^2}{2m} + E_0.$$

Exercises

1. Calculer $E(v)$ en partant des expressions $v(p)$ et $E(p)$. Représenter la relation graphiquement. Interpréter le graphe. A quelle vitesse un corps sera-t-il deux fois plus lourd que dans l'état de repos ?
2. Une particule (par exemple un électron) est chargée en quantité de mouvement à un taux constant au moyen d'un champ électrique. (Un courant constant de quantité de mouvement s'écoule dans la particule.) Représenter graphiquement : $p(t)$, $E(t)$ et $v(t)$.

7.8 Accélérateurs de particules

A quoi servent les accélérateurs de particules ?

La matière est composée de molécules, les molécules sont composées d'atomes, les atomes sont composés de protons, de neutrons et d'électrons, les protons et les neutrons sont faits de quarks. Ainsi, il y a une hiérarchie de composants ou de particules. Outre les particules listées ici, il y en a beaucoup d'autres qui sont cependant normalement à peine remarquées.

Certaines particules ne sont pas remarquées parce qu'elles sont très rares dans la nature : par exemple les muons, les antiélectrons, les antiprotons ou les antineutrons. Ces particules, cependant, peuvent être produites artificiellement en plus grandes quantités. D'autres particules ne sont pas perçues car elles n' « interagissent » quasiment pas avec la matière normale. Elles volent à travers la matière presque sans entraves. Cela est vrai, entre autres, pour les neutrinos qui arrivent du soleil et pour les particules de matière noire dont nous ne savons pas encore grand chose.

Les accélérateurs de particules sont des dispositifs importants pour explorer les composants de la matière. Les particules — principalement électrons ou protons — sont chargées avec une très grande quantité de mouvement et d'énergie et tirées sur une *cible*, c'est-à-dire n'importe quelle matière au repos ou bien, mieux encore, des particules avec des quantités de mouvement opposées sont lancées les unes contre les autres. De nouvelles particules, c'est-à-dire une très grande quantité de particules, sont formées dans ce processus. Certaines de ces nouvelles particules ont seulement une durée de vie très courte et se transforment en d'autres particules. Ainsi a lieu une séquence de transformations de particules. Les particules nouvellement formées sont examinées : leurs énergies, leurs quantités de mouvement et leurs charges électriques sont mesurées et la fréquence à laquelle elles apparaissent dans une réaction est notée.

A propos de la structure d'un système d'accélérateur

Les particules (protons ou électrons) se déplacent dans un tube sous vide. Comme elles sont électriquement chargées, elles peuvent absorber de la quantité de mouvement — et en conséquence également de l'énergie — dans un champ électrique (tout comme un corps absorbe de la quantité de mouvement et de l'énergie dans le champ gravitationnel du fait de sa masse).

Dans les grands accélérateurs, les particules ne forment pas un faisceau continu mais se déplacent en grappes à travers la machine. Durant chaque tour, une grappe traverse plusieurs « cavités accélératrices », c'est-à-dire des zones avec un champ électrique. Dans chaque cavité accélératrice, la grappe reçoit un « coup de pied », c'est-à-dire une portion de quantité de mouvement et une portion d'énergie.

(Le champ électrique doit être activé et désactivé à plusieurs reprises dans ce processus. Les particules ne peuvent pas être accélérées sur une orbite avec un champ électrique constant. Car dans ce cas elles seraient alors accélérées par le champ pendant une partie du tour et ralenties à nouveau pendant l'autre partie du tour.)

Des champs magnétiques sont nécessaires pour que les particules se déplacent sur une courbe et non pas en ligne droite. En conséquence, des électroaimants sont positionnés tout au long de l'anneau.

Le LHC

Un grand système d'accélérateur de protons se trouve au CERN à Genève. L'anneau principal est l'anneau LHC (*Large Hadron Collider* : grand collisionneur de hadrons). Quatre accélérateurs plus petits sont placés en amont de lui. Le premier d'entre eux est l'accélérateur linéaire (« Linac »).

La Fig. 7.8 montre une vue de dessus du système. Il est situé à une profondeur d'environ 100 m sous la surface de la Terre. Le chemin que prennent les protons à travers les 5 accélérateurs est indiqué. L'anneau principal a une circonférence de 27 km. A partir de l'avant-dernier anneau accélérateur, les protons sont introduits dans le LHC dans des directions opposées. La figure donne également l'énergie qu'ont les particules après avoir parcouru chacun des quatre anneaux. Le « proton-synchrotron booster » les amène à la valeur de 1,5 fois leur masse au repos m_0, quand elles quittent le « proton-synchrotron » elles ont une énergie de 20 m_0, le « super-proton-synchrotron » porte la masse/énergie à 400 m_0 et finalement le LHC à 7000 m_0.

Dans le LHC, les grappes de protons sont amenées à leur énergie finale de $7000 \cdot E_0$ en approximativement 20 minutes. Puis, elles tournent dans l'anneau pendant plusieurs heures. Il y a toujours 2808 grappes dans l'anneau du LHC à chaque instant. Au début, chaque grappe contient environ 10^{11} protons.

En certains points, des grappes allant en sens opposé l'une de l'autre se rencontrent. Alors, de nouvelles particules peuvent être formées à partir des protons se déplaçant les uns contres les autres et d'immenses *détecteurs* sont alors placés à ces endroits précis dans le but de détecter ces nouvelles particules et de mesurer leurs propriétés.

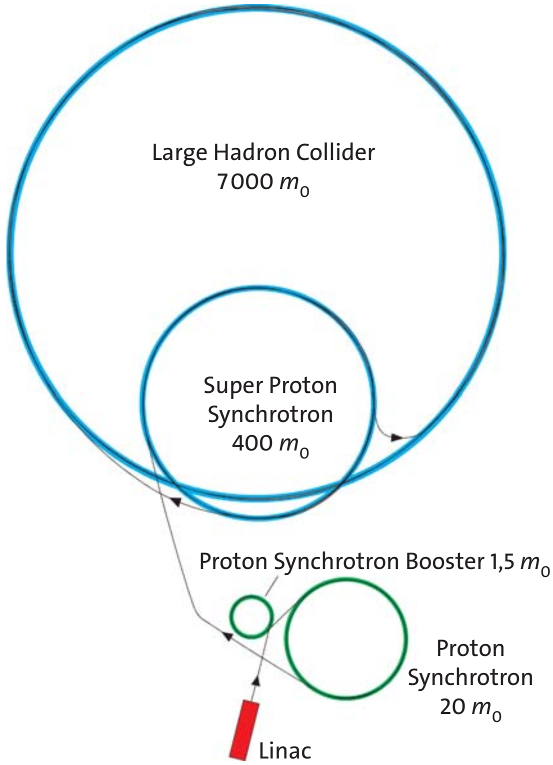


Fig. 7.8 Le système de l'accélérateur LHC au CERN. Le grand anneau a une circonférence de 27 km. Le système est situé dans un tunnel sous la surface de la Terre. Ne sont pas représentés :
- les aimants qui forcent le rayon sur une orbite quasi circulaire
- les cavités « accélératrices » qui sont réparties tout au long des anneaux
- les détecteurs

> Système accélérateur de particules
>
> Les particules sont chargées en énergie et en quantité de mouvement et amenées à se collisionner. De nouvelles particules sont formées, entre autres des particules avec une énergie au repos qui est bien plus élevée que celles des particules initiales.

Réactions possibles

Sans connaître les détails des réactions entre particules, nous pouvons énoncer quelques caractéristiques de tels processus : les lois générales de conservation doivent être satisfaites. Energie, quantité de mouvement et charge électrique des particules initiales et des particules produites doivent être égales. Mais il y a encore d'autres lois de conservation qui doivent être respectées.

Comme chacun des deux protons se collisionnant apporte une énergie de $7000 \cdot E_0$, $14\,000 \cdot E_0$ est disponible pour la réaction. De ce fait, des particules ayant une bien plus grande masse au repos que celle du proton peuvent être créées.

Un commentaire concernant le nom « accélérateur » : il n'est pas tout à fait approprié mais nous l'avons utilisé car il s'agit d'une habitude historique. En sortant du troisième étage accélérateur, les protons ont une masse de $20\,m_0$. Leur vitesse est alors presque égale à la vitesse terminale. En conséquence, ils peuvent à peine devenir plus rapides dans les deux « étages accélérateur » suivants. Ils deviennent seulement plus lourds.

De plus, les protons sont chargés en énergie pendant 20 minutes et tourneront seulement ensuite à énergie constante dans le cas du LHC. Un anneau comme le LHC est donc aussi appelé *anneau de stockage*. Des particules très énergétiques y sont stockées.

Exercise

1. Quelle est la vitesse des protons après le 2ème, 3ème, 4ème et 5ème étage d'accélération du système LHC ? Le résultat de l'Exercice 1, chapitre 7.7 est nécessaire. Donner le résultat en unités de c, c'est-à-dire par quel nombre multiplier c pour avoir la vitesse correspondante ?

7.9 Lumière

Il existe des particules dont la masse au repos est nulle : les photons, c'est-à-dire les particules composant la lumière. Si nous posons $m_0 = 0$ dans l'équation (7.3), nous obtenons :

$$v = c.$$

Ainsi, les photons se déplacent toujours à la vitesse terminale.

Mais masse au repos ou énergie au repos nulle ne signifie pas que les photons n'ont pas d'énergie. Au contraire, l'apparence de la lumière nous indique clairement l'énergie de ses photons : plus grande est la fréquence f de la lumière, plus grande est l'énergie des photons la composant :

$$E = h \cdot f.$$

h est une constante physique fondamentale, la *constante de Planck :*

$$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}.$$

Les photons de lumière violette (haute fréquence) ont plus d'énergie que ceux de lumière rouge.

La relation énergie-quantité de mouvement des photons est très simple. Avec $E_0 = 0$, l'équation (7.6) devient

$$E(p) = c \cdot p\ .$$

Ecrite avec m à la place de E, nous avons :

$$m \cdot c^2 = c \cdot p\ ,$$

ou

$$m = \frac{p}{c}.$$

Le phénomène dont nous allons discuter maintenant semble tout à fait anodin au premier abord. Mais nous allons voir qu'il a des conséquences singulières.

Quand un corps est déplacé vers le haut dans le champ gravitationnel de la Terre, c'est-à-dire s'il est placé à un potentiel gravitationnel supérieur, le corps doit être approvisionné en énergie. Le corps ne retiendra pas cette énergie mais la relâchera immédiatement dans le champ gravitationnel.
Vous connaissez la formule

$$\Delta E = m \cdot (\psi_2 - \psi_1)\ .$$

m est la masse du corps et

$$\psi = g \cdot h$$

le potentiel gravitationnel (g = intensité du champ, h = hauteur).

Cependant, grâce à notre nouvelle équation $E = k \cdot m$, nous pouvons maintenant remplacer la masse et obtenons :

$$\Delta E = \frac{E}{k} \cdot \Delta\psi.$$

En transformant l'équation, nous aboutissons à la « variation relative d'énergie », c'est-à-dire la variation d'énergie divisée par l'énergie totale :

$$\Delta E = \frac{E}{k} \cdot \Delta\psi. \qquad (7.7)$$

Appliquons cette équation à la lumière. Nous savons que l'énergie des photons est liée à la fréquence de la lumière :

$$E = h \cdot f.$$

Par conséquent, nous pouvons écrire

$$\Delta E = h \cdot \Delta f,$$

et nous pouvons transformer l'équation (7.7) :

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta \psi}{k}.$$

A première vue, ce résultat n'est pas très excitant. Examinons un exemple : la lumière d'un lampadaire. Le lampadaire est placé à une altitude de 4 m. Sur son chemin vers le bas, la fréquence augmente conformément à notre formule. Calculons de combien. Avec Δh = 4 m et g = 10 N/kg, la différence du potentiel gravitationnel devient :

$$\Delta \psi = 40 \text{ Nm/kg} = 40 \text{ J/kg}.$$

Avec $k = 9 \cdot 10^{16}$ J/kg, nous avons :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \psi}{k}.$$

$$\Delta f = 4{,}4 \cdot 10^{-16} f.$$

La fréquence augmente d'une infime fraction de la fréquence initiale f. Après tout, cet effet pourrait être déterminé expérimentalement, même si ce n'est pas avec la lumière d'un lampadaire.

7.10 Horloges dans le champ gravitationnel

Pour mieux comprendre les conséquences singulières de cet effet, nous imaginons que le changement de fréquence est plus grand que ce qu'il est réellement. Willy vit au sommet d'un gratte-ciel, Lilly au rez-de-chaussée, Fig. 7.9.

Willy et Lilly veulent savoir par une expérience si la formule pour la variation de la fréquence de la lumière est correcte.

Willy dirige vers le bas un laser vert. Sur son chemin, l'énergie de la lumière et en conséquence la fréquence augmente, et de la lumière bleue (de plus haute fréquence) arrive en bas à l'endroit où se trouve Lilly. Lilly a également un laser vert qu'elle dirige vers le haut. Cette lumière perd de l'énergie en montant; sa fréquence diminue. Elle est rouge quand elle arrive à l'endroit où se trouve Willy.

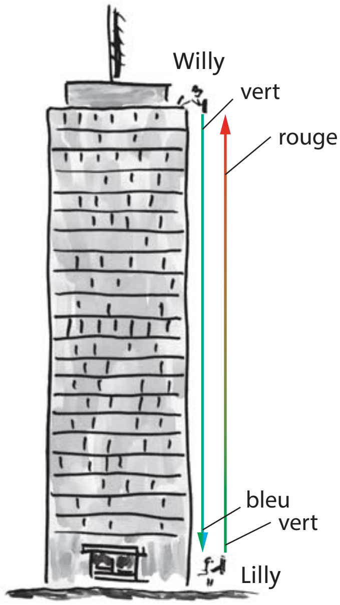


Fig. 7.9 L'énergie (et la fréquence) de la lumière ascendante diminue. L'énergie de la lumière descendante augmente. Lilly a l'impression que le temps de Willy passe plus vite, et Willy trouve que le temps de Lilly s'écoule plus lentement.

Willy a maintenant une horloge dont le rythme est controlé par la fréquence de la lumière. Lilly a également une telle horloge. Willy (en haut) conclut donc que l'horloge de Lilly avance plus lentement que la sienne. Et Lilly (en bas) arrive à la même conclusion : l'horloge de Willy avance plus rapidement. Ils veulent vérifier si cette conclusion est juste. Willy et Lilly se rencontrent à mi-chemin et comparent leurs horloges, c'est-à-dire qu'ils les règlent de telle façon qu'elles indiquent la même heure. Puis, Willy retourne en haut et Lilly en bas. Après un certain temps, ils se rencontrent encore une fois à mi-chemin et comparent leurs horloges. Comme prévu par notre formule, les horloges n'indiquent plus la même heure. L'horloge de Willy est en avance par rapport à celle de Lilly. La raison n'en est pas un défaut des horloges. A la position de Willy, plus de temps s'est écoulé qu'à la position de Lilly. Supposons que Willy et Lilly soient jumeaux, c'est-à-dire nés en même temps. Willy qui vit en haut du gratte-ciel vieillirait, selon le point de vue de Lilly, plus vite que Lilly, ou encore Lilly vieillirait plus lentement comparée à Willy.

Ce phénomène est connu sous le nom de *paradoxe des jumeaux* (dans la plupart des cas, une histoire légèrement différente est racontée). Un paradoxe est un énoncé qui semble être contradictoire mais qui ne l'est pas en réalité.

Retour à la réalité : la seule partie fausse de notre histoire est que l'effet est si fort.

Est-ce encore un autre de ces effets relativistes qui sont amusants mais complètement dépourvus d'intérêt ? Pas exactement. Sur Terre, il est pertinent dans des cas où des mesures précises de fréquence sont importantes. C'est le cas pour le GPS. Pour les calculs de position à partir du GPS, cet effet doit être pris en compte.

Mais il y a des endroits dans l'univers où le rythmes des horloges dans le champ gravitationnel sont très différentes : dans le voisinage des trous noirs. Les trous noirs sont des corps célestes avec des propriétés très étranges. Avant de regarder les effets temporels au voisinage des trous noirs, nous allons donner un aperçu des corps célestes les plus importants.

> Deux personnes se séparent, vont à des endroits de potentiels gravitationnels différents et se retrouvent. Plus de temps s'est passé pour la personne qui était au potentiel gravitationnel le plus élevé.

Exercises

1. Le gratte-ciel a une hauteur de 400 m. Willy et Lilly y vivent pendant deux ans. Quel âge supplémentaire par rapport à Lilly Willy a-t-il pris pendant cette durée ?
2. Supposer que l'effet de vieillir plus vite est bien plus fort : Willy vieil-lit deux fois plus vite que Lilly. Quelles sont les conséquences de ce processus de vieillissement sur la vie de tous les jours de Willy et Lilly ?

7.11 Corps célestes

Objets individuels

Il existe des corps célestes de taille, de masse, de composition et de température très différentes. A partir d'une certaine masse, tout corps céleste est presque sphérique. Tout écart important par rapport à la forme sphérique s'atténuerait comme le ferait une « montagne » d'eau : l'eau s'écoule vers les endroits où le potentiel gravitationnel est le plus bas, Fig. 7.10. Les montagnes qui se forment continuellement sur Terre n'atteignent également qu'une hauteur de moins de 10 km. Elles aussi s'écoulent (très lentement) vers le potentiel gravitationnel plus bas.

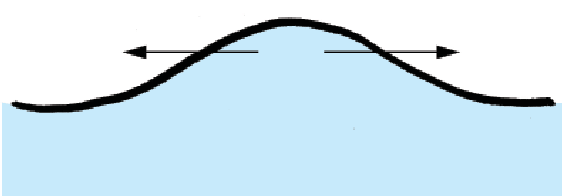


Fig. 7.10 L'eau s'écoule vers les endroits de plus bas potentiel gravitationnel.

La plupart des corps célestes qui peuvent être vus la nuit à l'oeil nu sont des étoiles. Seules la lune et les planètes ne sont pas des étoiles.

Planètes

Les huit planètes Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune (énumération de l'intérieur vers l'extérieur du système solaire) tournent autour du soleil sur des orbites presque circulaires. Quasiment aucune chaleur n'est produite à l'intérieur d'une planète. Il fait relativement froid à sa surface. La surface de Vénus a une température moyenne d'approximativement 500 °C, la température à la surface de Neptune est –200 °C. 500 °C est une valeur faible comparée à la température à la surface du soleil.

Les masses des planètes sont très petites comparées à la masse d'une étoile type (voir le tableau correspondant au chapitre 4.7). D'autres étoiles ont également des planètes, mais les observer est difficile parce qu'elles sont très petites et parce qu'elles ne brillent pas par elles-mêmes.

Les lunes sont des corps célestes semblables aux planètes. Une lune tourne toujours autour d'une planète.

> Planète :
> - tourne autour du soleil
> - est petite comparée au soleil
> - est relativement froide

Etoiles de type soleil

Un exemple typique pour une étoile est le soleil. Le fait que nous le percevions comme bien plus grand et plus brillant que les autres étoiles est simplement dû à ce qu'il est bien plus proche de nous. Les masses des étoiles sont comprises dans la gamme de 1/100 à 100 fois la masse du soleil.

La plus grande part de la masse d'une étoile est de loin située dans une petite zone interne. Dans le cas du soleil, 90 % de la masse est à l'intérieur de la moitié du rayon du soleil. Ainsi nous pourrions presque dire que « le soleil a l'air plus gros qu'il ne l'est en réalité ».

Dans un noyau intérieur encore plus petit du soleil, une réaction nucléaire se produit à une température de 10 millions de Kelvin : de l'hydrogène est transformé très lentement en hélium. Plus tard, des éléments plus élevés sont également formés. L'entropie qui est créée durant la réaction s'écoule vers l'extérieur ensemble avec l'énergie associée : à partir de la haute température de la zone de réaction jusqu'à la « basse » température à la surface (approximativement 5 800 K). De l'entropie supplémentaire est produite sur le chemin vers l'extérieur. De la surface, l'entropie et l'énergie quittent le soleil avec la lumière. Du fait de sa haute température, la matière du soleil est sous forme gazeuse.

> Etoile de type soleil :
> - est gazeuse
> - une réaction nucléaire a lieu à l'intérieur

Naines blanches

Une naine blanche est formée à partir d'une étoile de type soleil, qui n'est pas trop lourde, lorsque son « noyau combustible » n'est plus suffisant pour maintenir la réaction nucléaire, c'est-à-dire lorsque il est « complètement brulé ». La naine blanche n'est pas gazeuse mais dans un état qui est plutôt semblable à celui de la Terre ; la matière est seulement comprimée très fortement par son propre poids, c'est-à-dire par le champ gravitationnel. Sa masse volumique est approximativement de 10^3 kg/cm^3.

Les masses des naines blanches sont comprises dans la gamme de 0,5 à 0,7 fois la masse du soleil, leurs diamètres sont de l'ordre de plusieurs milliers de kilomètres. Elles brillent encore, mais seulement du fait qu'elles se refroidissent. A cause de leur petite taille, les naines blanches ne peuvent être vues à l'oeil nu dans le ciel nocturne. Une naine blanche est composée de carbone et d'oxygène, les produits de réaction de la réaction ayant eu lieu dans l'étoile dont elle est issue. Une propriété inhabituelle caractérise les naines blanches : plus la masse d'une naine blanche est grande, plus son diamètre est petit.

> Naine blanche
> - est une étoile qui a complètement brulée
> - la matière est fortement comprimée par le champ gravitationnel
> - brille du fait de son processus de refroidissement
> - plus la masse est grande, plus le diamètre est petit

Géantes rouges

Elles représentent une étape intermédiaire dans l'évolution d'une étoile de type soleil vers une naine blanche. Le diamètre d'une géante rouge est approximativement une centaine de fois celui de l'étoile de laquelle elle est issue. Cependant, sa taille n'est due qu'au fait que l'enveloppe déjà légère de l'étoile initiale est fortement agrandie. Cette expansion est causée par le fort écoulement de lumière qui vient du petit noyau. Ce rayonnement gonfle littéralement l'enveloppe et finit par la souffler complètement au loin de sorte qu'il ne reste que le noyau, qui a été transformé en une naine blanche. Ainsi, il est encore plus vrai que, pour une géante rouge, elle « semble bien plus grosse qu'elle n'est en réalité ».

> Géante rouge :
> - l'enveloppe est fortement gonflée par le rayonnement
> - étape intermédiaire dans l'évolution vers une naine blanche

Etoiles à neutrons

Une étoile de type soleil qui arrive à bout de son combustible nucléaire va s'effondrer. Nous avons vu qu'une naine blanche peut être formée dans ce processus. Toutefois, si l'étoile initiale est très lourde, la pression deviendra si élevée qu'aucune naine blanche stable n'en résultera. Pour des pressions suffisamment élevées, les électrons réagissent avec les protons du noyau atomique pour former des neutrons et des neutrinos :

$$\text{proton} + \text{électron} \rightarrow \text{neutron} + \text{neutrino}$$

Normalement, c'est-à-dire pour des pressions plus basses, aucun neutron n'est produit à partir de protons et d'électrons. Au contraire : les neutrons se désintègrent spontanément en protons, en électrons et en antineutrinos (neutrinos et antineutrinos sont des particules très légères et fugitives.)

Les neutrons formés à partir des protons et des électrons prennent bien moins de place que les électrons et les protons. De ce fait, beaucoup d'espace est libéré et l'étoile implose jusqu'à ce que les neutrons soient tassés très serrés. Elle devient une étoile à neutrons. L'étoile à neutrons a un diamètre de seulement environ 20 km pour une masse comprise entre 1,3 et 2 fois la masse du soleil. Pour cette raison, elle a une très grande masse volumique : approximativement 10^{12} kg/cm^3.

Durant l'implosion de l'étoile, le champ gravitationnel libère une énorme quantité d'énergie — plus que l'énergie au repos du soleil — et une gigantesque explosion a lieu : une *supernova*. Une portion de la matière de l'étoile initiale est alors catapultée au loin vers l'extérieur. Une supernova est un processus qui ne dure pas longtemps et qui ne peut donc être observé qu'en de rares occasions. Dans notre galaxie, la

Voie Lactée, environ 20 supernovas se produisent tous les mille ans.

Une supernova peut aussi se produire d'une autre manière. Une naine blanche forme une étoile binaire avec une géante rouge. Alors, de la matière s'écoule continuellement de la géante rouge vers la naine blanche. La masse de la naine blanche augmente au cours du processus et de même la pression à l'intérieur. Finalement, la pression devient si forte que la réaction

$$\text{proton} + \text{électron} \rightarrow \text{neutron} + \text{neutrino}$$

démarre et la naine blanche « implose », à l'image d'un bâtiment construit de plus en plus haut jusqu'à ce qu'il ne puisse plus supporter son propre poids et s'effondre.

Etoile à neutrons :
- est une étoile complètement brulée avec une grande masse
- les neutrons sont formés à partir de protons et d'électrons
- une explosion supernova se produit au cours de sa formation

Trous noirs

Si la masse de l'étoile qui arrive au bout de son combustible nucléaire est encore plus grande, même les neutrons ne vont plus supporter la haute pression. Ensuite, il ne restera plus rien pour empêcher la matière de s'effondrer encore plus. Le stade final de l'étoile est un *trou noir*. Sa masse est d'environ 5 à 15 fois la masse du soleil.

Vu de l'extérieur d'une longue distance, un trou noir apparaît comme une sphère de diamètre d'environ 10 à 20 km qui n'émet aucun rayonnement. Comment cela est-il possible ? Si le trou noir est approché de l'extérieur, le potentiel gravitationnel va diminuer. Vu de l'extérieur, une horloge avance d'autant plus lentement qu'elle est proche du centre du trou noir. A une distance précise du centre, elle s'arrête finalement complètement. La surface sphérique correspondante est appelée horizon des événements. Il nous semble, en tant qu'extérieurs, que le temps se fige à *l'horizon des événements*. Si nous laissions tomber un objet dans le trou noir, nous trouverions que l'objet se déplace de plus en plus lentement et n'atteindra jamais l'horizon des événements.

Par conséquent, rien — aucune lumière ni aucune matière — ne peut nous atteindre venant de l'horizon des événements, et en particulier, rien non plus de plus loin encore venant de son intérieur.

Trou noir :
- sa masse est si grande que même les neutrons ne peuvent supporter la pression
- un objet qui tombe vers un trou noir n'atteint jamais l'horizon des événements selon une perspective extérieure

Ce que nous venons de décrire ici est appelé un *trou noir stellaire*. Il existe encore une autre classe de trous noirs. Au centre de chaque galaxie, il y a un trou noir qui est bien plus gros et plus lourd qu'un trou noir stellaire. Sa masse est de 10^6 à 10^{10} fois la masse du soleil.

Systèmes d'étoiles

Etoile binaire

Il s'agit de deux étoiles tournant l'une autour de l'autre sur des orbites fermées. Approximativement la moitié des étoiles constituent des étoiles binaires. Le soleil n'en est pas une. Les deux partenaires d'une étoile binaire peuvent être de nature différente, c'est-à-dire par exemple : l'un est une étoile normale et l'autre est une naine blanche ; ou encore l'un est une géante rouge et l'autre une étoile à neutrons.

Etoile binaire :
- deux étoiles tournant l'une autour de l'autre

Galaxies et amas de galaxies

Les étoiles ne sont pas réparties uniformément dans l'espace, mais regroupées dans les *galaxies*.

Les galaxies ont des tailles très différentes. La galaxie à laquelle appartient notre système solaire est la Voie Lactée. La nuit, elle nous apparaît comme une bande brillante qui s'étend de part et d'autre du ciel : la *Voie Lactée*. De l'extérieur, nous verrions qu'elle a approximativement une forme de disque. Elle est composée d'environ $3 \cdot 10^{11}$ étoiles et a un diamètre d'environ 100 000 années lumière.

Notre plus proche voisin à une distance d'environ 2,5 millions d'année lumière est la galaxie d'Andromède. Elle est à peine visible à l'oeil nu.

Il existe des galaxies qui émettent bien plus de rayonnement électromagnétique que les galaxies normales : les *quasars*.

Le rayonnement provient principalement d'un trou noir lourd qui est situé au centre du quasar et où la matière tombe constamment. Nous discuterons plus loin de ce qu'est un trou noir.

Les galaxies ne sont pas non plus réparties uniformément à travers l'univers. Elles se regroupent également en amas, appelés *amas de galaxies*.

Galaxie
- amas de très nombreuses étoiles

Quasar
- galaxie qui contient un trou noir dans lequel la matière tombe
- émet énormément de rayonnements

Encore d'autres composantes de l'univers

Deux composantes importantes de l'univers qui ne rentrent pas dans notre classification jusqu'à maintenant doivent encore être mentionnées.

Rayonnement cosmique de fond

Lorsqu'on examine le nombre de particules des différentes composantes de l'univers, on constate que c'est de loin les photons, c'est-à-dire les particules de lumière, qui apportent la plus grande contribution. L'espace entier est rempli de rayonnement électromagnétique dans la gamme des micro-ondes, c'est-à-dire avec des longueurs d'onde de plusieurs millimètres jusqu'à quelques centimètres (soit la même gamme de rayonnement que celle utilisée pour les téléphones portables). Le nombre de photons est d'environ 10^{10} fois plus grand que le nombre des particules de matière, c'est-à-dire de protons et de neutrons dans l'univers. Ce rayonnement est appelé rayonnement cosmique de fond.

Cependant, sa contribution à la masse du cosmos est très petite comparée à celle de la matière.

Rayonnement cosmique de fond :
- rayonnement micro-ondes
- 10^{10} fois plus de photons que de particules de matière

Matière sombre

Mais la matière dont sont constituées les étoiles visibles et invisibles ne fait pas non plus la plus grande contribution à la masse totale de l'univers. Une contribution qui est environ six fois plus importante vient de la *matière sombre* (aussi appelée matière noire). Elle est composée de particules qui n'interagissent quasiment pas avec les particules « normales », c'est-à-dire les protons, les neutrons, les électrons et les photons. Elle ne peut être « ressentie » significativement qu'à travers son champ gravitationnel.

Matière sombre :
- sa masse totale est d'environ six fois celle de la matière normale
- elle se manifeste à travers son champ gravitationnel

8 ESPACE-TEMPS

L'espace peut être défini comme « de la place pour quelque chose ». Il peut être plein ou vide. Nous pouvons indiquer sa grandeur que nous appelons volume et que nous mesurons en m^3. Nous pouvons décrire un point dans l'espace au moyen de trois coordonnées ; alors, on parle de position.

Egalement pour le temps nous pouvons indiquer un « point » sur une échelle de temps et une sorte de quantité de temps par un intervalle sur l'échelle de temps. Elle est habituellement appelée durée. Les points en temps et les intervalles sont mesurés en secondes.

C'est ainsi que les termes espace et temps sont utilisés dans la vie quotidienne. Dans ce qui suit, nous verrons que la physique moderne, c'est-à-dire la physique relativiste, nous enseigne que l'espace et le temps sont plus que simplement la scène où se déroulent les processus physiques.

Nous allons voir que

- L'espace et le temps sont couplés et forment une unité : *l'espace-temps*. La physique de l'espace-temps est l'objet de ce qui est appelé *théorie de la relativité restreinte*.
- L'espace-temps a des propriétés qui diffèrent d'un point à un autre. C'est l'objet de la *théorie de la relativité générale*.

Ces deux théories ou descriptions de la Nature ont été formulées par Einstein.

8.1 Problèmes de présentation et d'appellation

Nous aimerions illustrer graphiquement le mouvement d'un corps dans l'espace, par exemple un hélicoptère, un oiseau ou une portion d'eau au sein de l'écoulement tourbillonnant d'une rivière. Ce-la peut être fait de plusieurs manières.

La Fig. 8.1 montre la *trajectoire* d'un corps. Nous y apprenons quelque chose sur le mouvement : la position où se trouvait le corps et l'ordre dans lequel il est passé par ces points.

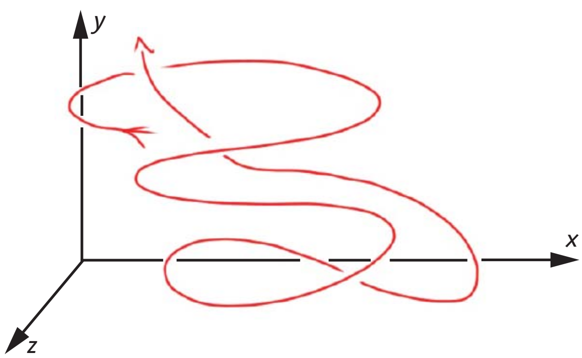


Fig. 8.1 Trajectoire d'un corps

Mais cela ne nous dit pas encore tout sur le mouvement. Nous ne savons pas à quel moment le corps se trouvait aux différentes positions. Il y a un moyen de combler ce manque d'information, Fig. 8.2.

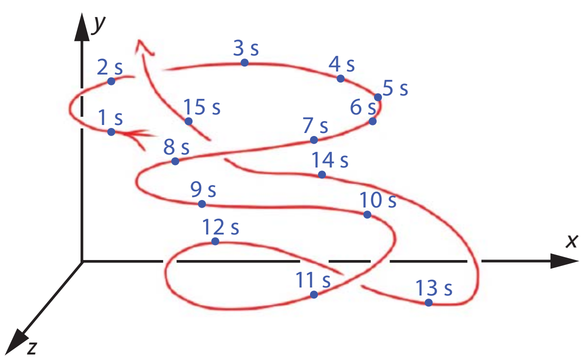


Fig. 8.2 Trajectoire d'un corps avec des indications de temps

L'image nous indique à quel instant le corps se trouve en telle position. Maintenant, 4 valeurs numériques sont associées à chaque point sur la courbe rouge : trois coordonnées d'espace et une indication de temps. Nous avons utilisé une astuce pour représenter les trois coordonnées d'espace : la représentation en perspective. Vous pouvez également imaginer la courbe représentée dans un système de coordonnées réelle à trois dimensions.

Ce serait vraiment bien si nous pouvions également indiquer le temps sur un axe de coordonnées. Pour cela, nous aurions besoin d'une quatrième dimension — ce que nous n'avons pas. Mais nous avons souvent à traiter des mouvements dans un plan. Cela signifie que nous n'avons besoin que de deux dimensions pour la trajectoire. Dans ce cas, nous pouvons utiliser le troisième axe pour le temps.

Les choses seront encore plus simples si le mouvement s'effectue dans une seule direction, par exemple comme dans le cas d'une voiture qui roule sur une longue route droite — alors que sa vitesse peut changer de manière arbitraire. Dans de tels cas, nous pouvons représenter graphiquement le mouvement dans un système de coordonnées à deux dimensions.

La Fig. 8.3 montre le mouvement (et aussi l'arrêt) d'une voiture. Pouvez-vous décrire le mouvement avec des mots ?

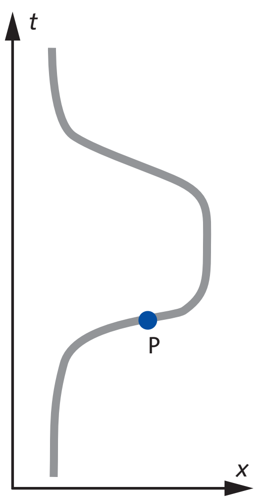


Fig. 8.3 Ligne d'univers d'un corps en mouvement

Vous pourriez vous étonner que l'axe des temps soit mis sur l'axe vertical et l'axe de position mis sur l'axe horizontal. Jusqu'à présent, vous l'aviez certainement vu inversement. Ce choix n'a aucune raison profonde ; il s'agit simplement de la pratique habituelle dans le domaine de la physique de l'espace-temps, que nous allons aborder dans ce qui suit.

La ligne grise qui décrit le mouvement d'une voiture n'est pas la trajectoire de la voiture ; comparez à la définition donnée plus haut. Il nous faut un nouveau nom pour elle. Elle est appelée la *ligne d'univers* de la voiture.

Un point sur la ligne d'univers, par exemple le point P, est appelé *point de l'espace-temps*. Il est caractérisé par deux valeurs numériques : les indications pour la position et pour le temps.

Quatre valeurs numériques sont généralement nécessaires pour décrire des mouvements tridimensionnels : trois coordonnées d'espace et une coordonnée de temps. Une ligne d'univers serait une courbe dans un système de coordonnées à quatre dimensions.

> Une ligne d'univers décrit le mouvement d'un corps. Elle nous indique à quelle position se trouve un corps à différents instants du temps.

En indiquant les coordonnées de l'espace et du temps, c'est-à-dire en indiquant le *point d'espace-temps*, nous pouvons décrire quand et où un « événement » a lieu.

Willy et Lilly se donnent rendez-vous : ils aimeraient se retrouver à 11h00 devant la cantine. L'événement est : « Willy et Lilly se rencontrent ». Le point espace-temps est :

t = 11 h
x = devant la cantine.

Exercices

1. Un train miniature roule sur une voie circulaire. Son rayon est de 1 m. La locomotive met 10 secondes pour faire un tour. Une seconde locomotive roule deux fois plus vite. Dessinez les deux lignes d'univers correspondantes dans un même système de coordonnées.
2. Un véhicule de chantier roule en ligne droite. Sa trajectoire avec les indications temporelles, Fig. 8.4, vous dit comment il se déplace. Tracer la ligne d'univers du véhicule dans un diagramme espace-temps approprié. Inclure quelques points d'espace-temps.

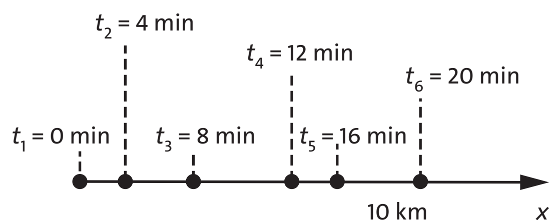


Fig. 8.4 Pour l'exercice 2

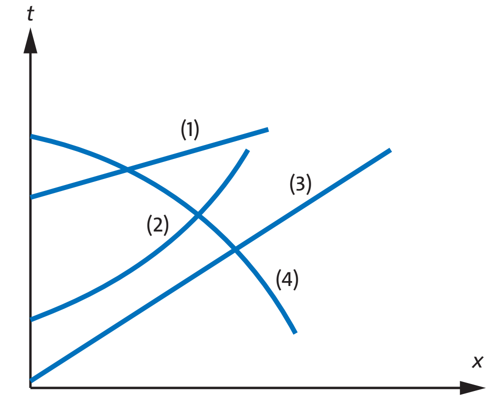


Fig. 8.5 Pour l'exercice 3

Exercices

3. Quatre lignes d'univers sont tracées sur le diagramme *t-x* de la Fig. 8.5. Elles montrent l'histoire de 4 corps. Deux des corps se déplacent à vitesse constante. Lequel est le plus rapide ? Parmi les deux autres, l'un devient plus rapide, l'autre plus lent. Lesquels ?
4. 4. Lilly fait l'expérience de l'impesanteur pendant un vol parabolique. Elle flotte. Comme elle n'a pas tenu correctement son téléphone portable, celui-ci reçoit une faible poussée et se déplace vers le haut (du point de vue de Lilly) à une vitesse constante. Tracer les lignes d'univers de Lilly et de son téléphone portable dans un même diagramme espace-temps. Lilly devrait rester au repos dans ce diagramme.
5. 5. Lilly veut faire de l'exercice tôt le matin et commence à faire du vélo à 8h00. Elle roule sur une ligne droite à une vitesse de 15 km/h. Elle débute son voyage de retour pour retrouver Willy, qui est resté à la maison, à 9h00.
   (a) Tracer les lignes d'univers de Lilly et de Willy dans un système de coordonnées convenablement choisi.
   (b) Indiquer les coordonnées des points espace-temps des événements suivants :
   Lilly commence son voyage de retour ;
   Willy et Lilly se retrouvent.
6. La Fig. 8.6 présente deux lignes d'univers. Inventer une histoire correspondante.

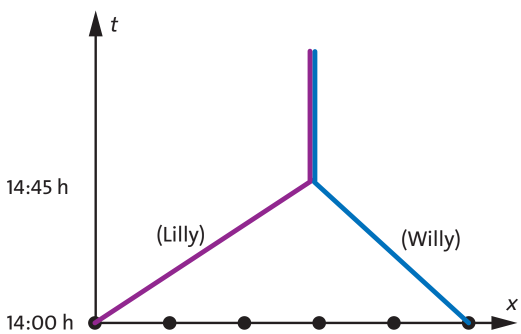


Fig. 8.6 Pour l'exercice 6

8.2 Intervalle de temps entre deux points de l'espace-temps

Pour les gens ordinaires, l'espace et le temps sont indépendants l'un de l'autre. Ceci peut être illustré comme suit :

Willy et Lilly ont chacun un chronomètre. Ils démarrent leur montre en même temps, se séparent pendant un long moment et se retrouvent pour comparer le cadran de leurs montres. Elles indiquent la même chose — bien sûr, direz vous. C'est ainsi que fonctionne le temps ; il s'écoule à la même vitesse pour nous tous.

Etrangement, cette affirmation triviale n'est pas correcte. Voici ce que Willy et Lilly trouveraient s'ils devaient faire une mesure beaucoup plus précise :

Ils démarrent leur montre en même temps, se séparent pendant un long moment et se retrouvent à nouveau pour comparer le cadran de leurs montres. Elles indiquent quelque chose de différent. Selon la façon dont les deux se sont déplacés entre-temps, la montre de Willy indique un peu plus ou un peu moins que celle de Lilly.

Nous voudrions analyser ce phénomène.

Nous allons décrire le processus en utilisant les lignes d'univers.

Pour que les choses restent simples, nous imaginons que Willy et Lilly se déplacent dans une région de l'univers dans laquelle aucun corps céleste n'existe,

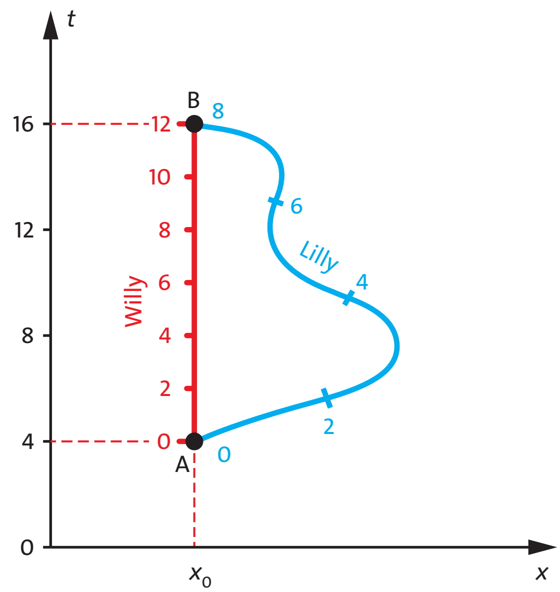


Fig. 8.7 Le chronomètre de Lilly indique moins que celui de Willy.

c'est-à-dire très loin des étoiles et des planètes. Le système de coordonnées que nous utilisons est un repère flottant librement.

Encore une fois : Willy et Lilly sont au repos dans leur système de coordonnées flottant librement et démarrent leurs chronomètres.

Maintenant nous supposons que Lilly s'éloigne à bord d'un vaisseau spatial ; elle vole alors que Willy est un peu paresseux ; il reste là où il est.

Les lignes d'univers de Willy et Lilly sont tracées sur la Fig. 8.7. Comme Willy ne bouge pas, ses coordonnées spatiales restent constantes tout le temps : $x = x_0$. Il s'avère que le chronomètre de Lilly indique moins que celui de Willy.

Ils répètent l'expérience une fois encore, et ensuite plusieurs autres fois, afin de trouver ce qu'il faut faire pour que le chronomètre indique le plus possible et le moins possible. Le résultat est surprenant pour les deux. Le temps le plus long est affiché lorsqu'aucun mouvement n'est effectué, comme c'est le cas pour Willy, Fig. 8.8.

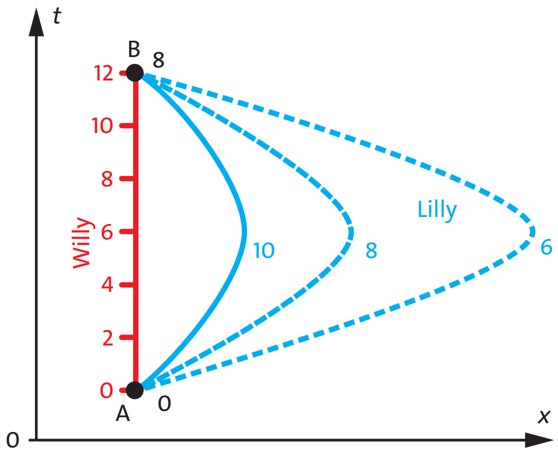


Fig. 8.8 Le chronomètre indique la plus grande valeur sur la ligne d'univers rectiligne.

La montre de Lilly affiche toujours une valeur plus petite que celle de Willy, et plus vite elle se déplace en augmentant sa distance par rapport à Willy et en revenant, plus faible est l'indication de la montre. Finalement, elle parvient à se déplacer aller et retour à presque la valeur de la vitesse limite et il devient évident que sa montre affiche presque zéro dans ce cas, Fig. 8.9. Comme elle était si rapide, elle s'est aussi beaucoup éloignée de Willy.

Ne vous laissez pas tromper par la Figure : l'axe des temps vertical correspond au temps de Willy parce qu'il se trouve tout le temp dans un repère de référence flottant.

Ici, nous avons toujours parlé des valeurs affichées par un chronomètre. La montre de Lilly indique moins que celle de Willy. Cependant, il y a plus que seulement la position des aiguilles des deux montres. Moins de temps a passé pour la montre de Lilly parce que la montre se déplace. Cependant, non seulement la montre bouge, mais également Lilly elle-même et son vaisseau spatial. Moins de temps s'est donc écoulé pour Lilly et son vaisseau, également. Et cela signifie aussi que Lilly vieillit moins que Willy entre les points de l'espace-temps A et B.

Nous pouvons résumer les observations :

- Si deux personnes se séparent avec leurs montres (événement A) et se retrouvent à nouveau plus tard (événement B), leurs montres indiqueront des temps différents.
- Pour la personne (montre) qui ne se déplace pas du tout, le temps passe le plus lentement. Pour une personne (montre) qui va de A à B à (presque) la vitesse limite, (presque) aucun temps ne passe.

Encore une autre généralisation : la montre de Willy affiche le temps le plus long non seulement quand il ne se déplace pas du tout, mais également quand il se dé-

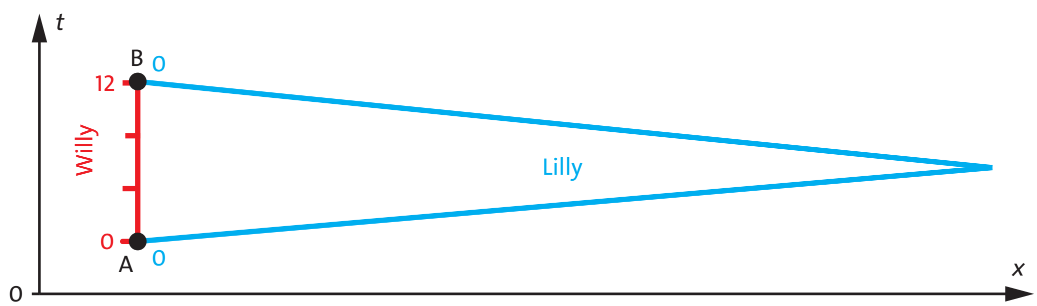


Fig. 8.9 Si Lilly se déplace à (presque) la vitesse limite, elle ne vieillit (presque) pas du tout.

passe en flottant librement. Alors, le point d'espace-temps B dans le diagramme des lignes d'univers n'est plus situé juste au-dessus du point A, Fig. 8.10.

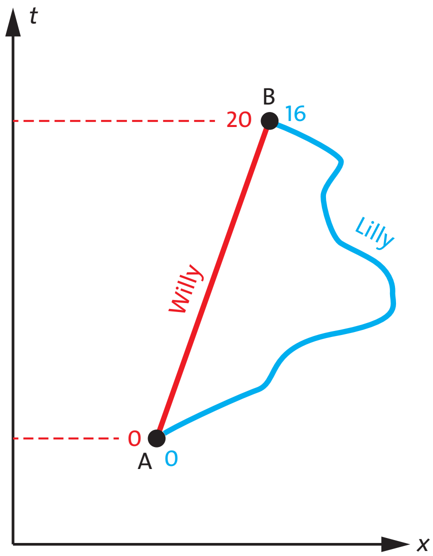


Fig. 8.10 Le chronomètre indique la plus grande valeur sur la ligne d'univers rectiligne.

La ligne d'univers de Willy est encore une ligne rectiligne, mais cette ligne d'univers est maintenant inclinée par rapport à l'axe *t*. Ainsi, nous avons la règle générale suivante :

> Pour la personne (montre) qui se déplace en flottant librement, le temps passe le plus lentement. Pour une personne (montre) qui va de A à B à (presque) la vitesse limite, (presque) aucun temps ne s'écoule.

Ou formulée un peu plus succinctement :

> Le temps le plus long passe sur une ligne d'univers rectiligne.

Dans cette forme simple, toutefois, ces règles ne s'appliquent que tant qu'il n'y a pas de champs gravitationnels causés par des corps lourds, c'est-à-dire des étoiles ou des planètes.

Le fait que les montres affichent différentes valeurs après avoir voyagé pendant un certain temps sur des chemins différents à différentes vitesses n'est pas conforme à notre expérience normale. Et vous pourriez trouver cela difficile à comprendre. Cependant, un phénomène analogue vous est très familier. Cela pourrait rendre l'histoire des montres un peu plus plausible. Jusqu'à présent, nous avons parlé de deux personnes avec chacune une montre qui se séparent à un point *espace-temps* A et se retrouvent à un autre point *espace-temps* B.

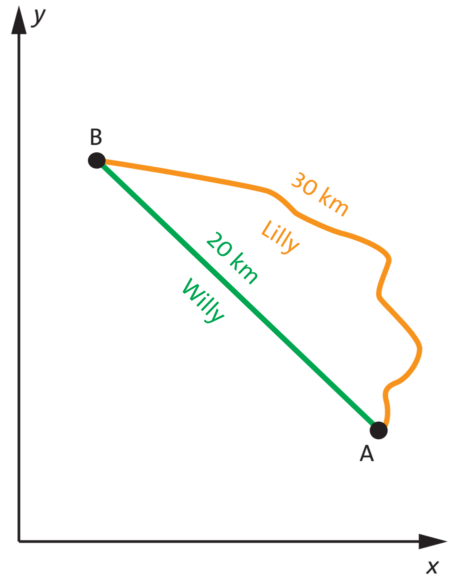


Fig. 8.11 Le compteur kilométrique affiche la plus petite valeur sur la ligne droite.

Une histoire analogue est la suivante : Willy et Lilly se séparent à un *endroit* A et se retrouvent à un *endroit* B, Fig. 8.11. Attention : maintenant, A et B ne représentent pas des point espace-temps mais des positions dans l'espace habituel — par exemple deux villes. Willy et Lilly conduisent chacun une voiture de A à B, mais sur des itinéraires différents.

Cette fois, ils ne regardent pas leurs montres mais leurs compteurs kilométriques. Bien sûr, les compteurs kilométriques indiquent des distances différentes quand Willy et Lilly sont arrivés à B. Ils peuvent aussi essayer une variété de chemins et trouver que le compteur kilométrique donne une valeur différente à chaque fois. Là encore il y a une relation distinctive dans ce cas : la distance est la plus petite pour la route qui est complètement droite entre A et B. Tous les autres chemins sont plus longs. Le chemin le plus long auquel on peut penser serait infiniment long. Nous pouvons ainsi formuler la règle suivante :

Si deux personnes se séparent avec leurs compteurs kilométriques (position A) et se retrouvent plus tard (position B), leurs compteurs kilométriques indiqueront des longueurs de chemin différentes.

Pour la personne (compteur kilométrique) qui se déplace tout droit, la distance est la plus courte.

> Si deux personnes se séparent avec leurs compteurs kilométriques (position A) et se retrouvent plus tard (position B), leurs compteurs kilométriques indiqueront des longueurs de chemin différentes.
> Pour la personne (compteur kilométrique) qui se déplace tout droit, la distance est la plus courte.

Nous avons donc l' « analogie » suivante, Tab. 8.1.

espace normal	espace-temps
position	point de l'espace-temps
compteur kilométrique	l'horloge
mouvement sur une ligne droite : distance la plus courte	mouvement flottant librement : plus grand intervalle de temps

Tab. 8.1 Analogie entre la trajectoire dans l'espace et la ligne d'univers dans l'espace-temps

Exercices

1. Cinq lignes d'univers différentes décrivent 5 « voyages », Fig. 8.12. Tous débutent au temps t_1 d'une position commune et se retrouvent à la même position au temps t_2. La ligne pointillé est la ligne d'univers d'un corps qui se déplace à presque la vitesse limite.
(a) Quelles lignes d'univers sont-elles physiquement permises et lesquelles non ?
(b) Ordonner les en fonction de la durée qui passe pour le voyageur.
2. Pour mesurer exactement la trajectoire de la lune, des impulsions laser sont envoyées de la Terre vers la lune, réfléchies là-bas par un miroir qui a été posé durant un alunissage en 1969 et reçues en retour sur la Terre. De cette façon, Willy mesure le temps de vol de l'impulsion laser. Il est de 2,55 secondes. Imaginer que Lilly puisse voyager avec une telle impulsion de lumière.
(a) Quels sont les événements importants A et B pour la mesure ?
(b) Dessiner les lignes d'univers pour Willy et Lilly entre les deux événements. Choisir le repère de référence dans lequel Willy est au repos.
(c) Quelle est la durée du voyage (entre les événements A et B) indiquée par la montre de Lilly ?
(d) Willy aussi bien que Lilly connaissent la vitesse limite. Que trouve Lilly concernant la distance entre la lune et la Terre ? Formuler des hypothèses.
3. Willy et Lilly ont le même jour d'anniversaire. Willy a 15 ans aujourd'hui, Lilly 16 ans. A cet anniversaire, Lilly voyage en même temps qu'un rayon de lumière. Un an plus tard — Willy célèbre son 16ème anniversaire — Lilly revient.
(a) Willy a calculé la distance parcourue par Lilly.
(b) Lilly arrive également au jour de son anniversaire. Mais quel âge a-t-elle ?

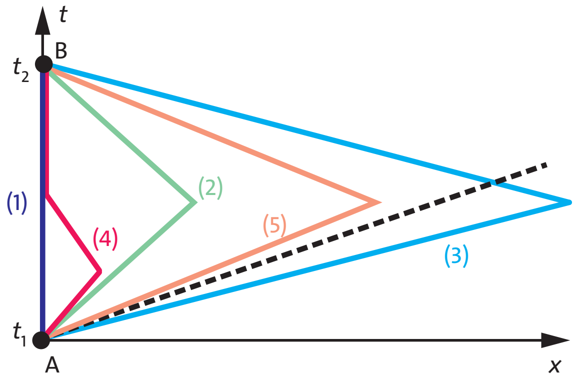


Fig. 8.12 Pour l'exercice 1

8.3 Voyages dans le temps – le paradoxe des jumeaux

Les histoires de Willy et Lilly au chapitre précédent étaient pures fictions et les valeurs numériques sur les courbes des Fig. 8.7 et Fig. 8.8 n'avaient pas vocation à être réalistes. Elles n'étaient là que pour illustrer le principe.

Maintenant nous voudrions examiner l'ordre de grandeur de ces effets plus en détail, c'est-à-dire voir quelles circonstances sont requises pour les observer. En général, c'est une tâche compliquée, mais si nous supposons que Lilly se déplace à vitesse constante v durant son voyage, les choses vont redevenir simples. Appelons le temps qui passe pour Willy T_s (s pour ligne d'univers droite, « straight » en anglais) et le temps qui passe pour Lilly T_b (b pour courbe, « bent » en anglais).

T_b est calculé à partir de T_s selon la relation suivante :

$$T_b = T_s\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{8.1}$$

Le facteur

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

qui apparaît dans de nombreuses formules en physique relativiste, nous dit que l'effet est faible pour des conditions normales. Si la vitesse v est faible comparée à la vitesse limite c, ce facteur est presque égal à 1, et cela signifie dans notre cas que nous avons

$$T_b \approx T_s.$$

Nous aimerions tester cette affirmation dans un cas particulier. Revenons encore une fois à Willy et Lilly :

ils déclenchent leurs chronomètres. Willy ne bouge pas, tandis que Lilly s'éloigne en voiture pendant une heure à 90 km/h, fait demi-tour et revient pour une heure à 90 km/h. (Attention : l'heure est lue sur le chronomètre de Willy.) Que vont afficher les chronomètres quand les deux se retrouveront à nouveau ? Bien sûr, la montre de Willy indiquera 2 heures (puisque c'était la durée du voyage). Nous obtenons l'indication de la montre de Lilly au moyen de l'équation (8.1).

Maintenant calculons directement la différence entre les deux indications de temps, c'est-à-dire le temps de Willy moins celui de Lilly :

$$\text{différence} = T_s - T_b = T_s - T_s\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = T_s\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) \qquad (8.2)$$

Avec

$T_s = 2 \cdot 1\text{ h} = 7200\text{ s}$
$v = 90\text{ km/h} = 25\text{ m/s}$
$c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$

nous obtenons

$$\text{différence} = T_s - T_b = 7200\text{ s}\left(1-\sqrt{1-\frac{25^2}{(3\cdot 10^8)^2}}\right) = 25 \cdot 10^{-12}\text{ s.}$$

La différence est de 25 picosecondes. C'est bien moins que la précision de mesure des chronomètres. Ainsi, il n'est pas surprenant que de tels effets ne soient pas ressentis dans la vie normale.

Nous avons supposé que Willy et Lilly étaient sur la Terre, donc non dans un repère flottant librement. Cela est permis dans ce cas car le mouvement n'a lieu que dans le plan horizontal alors que le vecteur du champ gravitationnel est perpendiculaire à la surface de la Terre.

Afin de rendre l'effet plus fort, faisons voyager Lilly plus vite : elle ne roule plus tranquillement à 90 km/h mais accélère dans l'espace jusqu'à 90 % de la vitesse limite, c'est-à-dire 0,9 c, grâce à une fusée et elle ne vole pas pendant deux heures mais pendant 20 jours (compté depuis la perspective du repère flottant librement de Willy) : 10 jours dans une direction, et 10 jours retour. Ainsi, elle s'éloigne de $2{,}3 \cdot 10^{11}$ km (veuillez vérifier). Combien de jours passent pour Lilly durant son voyage ? Nous reprenons l'équation (8.1) :

$$T_b = T_s \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 20\text{ jours} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{0{,}9c}{c}\right)^2} \approx 9\text{ jours}$$

Alors que Willy a vieilli de 20 jours, Lilly est devenue plus vieille de seulement 9 jours.

Le voyage qu'entreprend Lilly dans notre histoire fictive et un peu irréaliste est également connu sous le nom de *voyage dans le temps*.

Supposons que Lilly débute son voyage le 1er juillet. Elle aura donc voyagé 9 jours et arrive dans un monde dans lequel le calendrier indique déjà le 21 juillet. Certains diraient qu'elle a fait un voyage vers le futur. Mais ce n'est en réalité pas une expression pertinente puisque Willy est aussi arrivé au 21 juillet. Ainsi, tout le monde « voyage » vers le futur de toute façon.

Le fait qu'une personne vieillisse moins qu'une autre est également connu comme le *paradoxe des jumeaux*. A première vue, nous ne voyons rien de paradoxal dans cette affirmation. L'argumentation est la suivante : vue depuis la perspective de Willy, Lilly se déplace. Nous pouvons aussi dire que Lilly bouge dans le repère de référence de Willy. Mais ne devrions-nous pas obtenir le résultat opposé, c'est-à-dire que Willy vieillit moins, si nous prenons le référentiel de Lilly ?

Nous ne pouvons tirer cette conclusion car le repère de référence de Lilly n'est pas un repère flottant librement à cause des accélérations présentes durant son voyage. Et dans ce cas, l'équation (8.1) n'est plus valable.

> Deux personnes W et L se séparent (événement A) et se retrouvent à nouveau (événement B). W se déplace en flottant librement, L se déplace à une vitesse constante v (avec la même vitesse v à l'aller et au retour). Si le temps T_s passe pour W, le temps
>
> $$T_b = T_s\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$
>
> passera pour L.

Notre nouvelle formule fournit également un autre résultat qui pourrait paraître surprenant au premier abord mais qui était en fait prévisible. Lilly veut vieillir aussi peu que possible durant son voyage. Que doit-elle faire ? Partir et revenir aussi vite que possible. Mais maintenant nous savons qu'elle ne peut se déplacer plus vite qu'à la vitesse limite c. Elle voyage donc à (presque) la vitesse limite. Insérer c dans notre équation montre que ce que nous pouvions souhaiter de mieux est réalisé : le terme sous la racine et en conséquence le vieillissement de Lilly est nul.

Exercices

1. Cette fois, Lilly reste à la maison et Willy part au loin et revient. Lorsque les deux se retrouvent à nouveau, ils comparent les indications de leurs montres. La durée du trajet mesurée par Willy est la moitié de celle mesurée par Lilly. Quelle était la vitesse de Willy durant son voyage ?
2. Lilly voyage jusqu'à une étoile qui se trouve à 99 années-lumière de la Terre selon l'atlas des étoiles. Elle atteint une vitesse de 0,98 c avec son vaisseau spatial. Willy, qui ne veut pas se joindre à son voyage, calcule dans combien de temps il reverra Lilly (Lilly ne prévoit pas de rester à destination) et est très inquiet.
(a) Pourquoi Willy est-il inquiet ? (b) Quel temps de trajet est-il indiqué par l'horloge de bord de Lilly lors-qu'elle arrive à sa destination ? A partir de la distance entre l'étoile et son point de départ, c'est-à-dire 99 années-lumière, et de la durée du parcours indiquée par sa montre, Lilly calcule la vitesse durant le voyage et est surprise pendant un instant. (c) Quelle est la vitesse du voyage résultant de son calcul ? Elle est d'abord surprise, puis réfléchit un peu et trouve une explication à son résultat. (d) Quelle explication ?

8.4 Mouvement sur une orbite circulaire, GPS

Nous voudrions appliquer l'équation (8.1) à une situation particulière : un mouvement circulaire. Imaginons que Lilly soit assise sur un manège et se déplace sur un cercle alors que Willy se tient à côté du manège et voit Lilly passer maintes fois, Fig. 8.13.

Fig. 8.13 Lilly bouge, Willy non (dans le repère de référence de la Terre).

Le mouvement de Lilly n'est plus un simple mouvement de va-et-vient. Son mouvement n'a plus lieu dans une dimension d'espace mais dans deux dimensions. Nous avons donc besoin de deux coordonnées spatiales en plus du temps. Par conséquent, le diagramme espace-temps devient tridimensionnel et nous le représentons en perspective, Fig. 8.14.

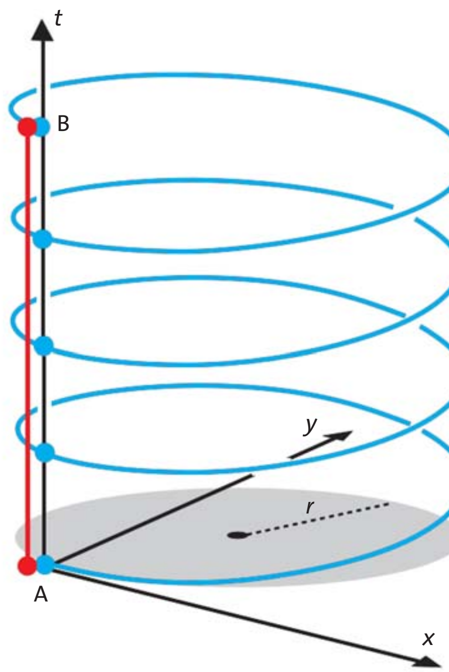


Fig. 8.14 Lignes d'univers de Willy (rouge) et de Lilly (bleu) qui relient les points espace-temps A et B. Willy vieillit plus que Lilly.

Le voyage de Lilly démarre au point espace-temps A. Willy et Lilly déclenchent leurs chronomètres. Après quatre tours du manège, ils sont tous deux situés au point de l'espace-temps B et comparent leurs montres.

Nous allons calculer la « différence d'âge », d'abord pour une rotation.

Sont donnés la « durée du tour » T du manège (mesurée avec la montre de Willy !) et le rayon r de l'orbite de Lilly.

Ainsi, nous avons :

$$T_s = T$$

et la vitesse de Lilly est

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

Insérés dans l'équation (8.1), nous obtenons ce qu'indique le chronomètre de Lilly :

$$T_b = T \cdot \sqrt{1 - \frac{4\,\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}$$

La différence entre les affichages des montres, c'est-à-dire la différence d'âge Willy-Lilly, devient (voire équation (8.2)) :

$$\text{différence } = T_s - T_b = T \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\,\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right) \qquad (8.3)$$

Supposons :

$$T = 5 \text{ s}$$

et

$$r = 3 \text{ m}$$

alors, nous obtenons

$$\text{différence } = 5 \text{ s} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\,\pi^2 \cdot 3^2}{9 \cdot 10^{16} \cdot 5^2}}\right)$$
$$\approx 4 \cdot 10^{-16} \text{ s.}$$

Ainsi, la différence est à nouveau minuscule, comme attendu.

Nous pourrions conclure que la différence d'âge est incommensurablement faible et sans importance.

Mais l'effet peut être perçu

- si la précision de la mesure est très grande ;
- si la vitesse est très élevée.

Nous avons déjà rencontré ces conditions : ce sont celles qui doi-vent être aussi remplies pour que l'énergie et la masse soient la même grandeur physique.

Tout cela manque-t-il d'importance pratique ? Pas du tout !

Dans certaines applications techniques, une précision extrême de mesure du temps est importante, par exemple pour déterminer une position avec le système GPS. Et dans certaines expériences physiques avec des accélérateurs de particules, les particules se déplacent à une vitesse qui n'est plus faible par rapport à la vitesse limite. Nous allons examiner ces deux cas plus en détail.

Exemple : accélérateur de muons

Les muons sont des « particules élémentaires » qui sont très semblables aux électrons. Ils ont la même charge et le même moment cinétique que les électrons ; leur masse, cependant, est approximativement 200 fois supérieure à celle des électrons. Contrairement aux électrons, les muons ne sont pas stables. Ils se désintègrent en électrons et en neutrinos. Une telle désintégration est un processus statistique. Nous ne pouvons pas dire par avance d'un muon particulier quand il va se désintégrer ; mais le temps de vie moyen τ d'un grand nombre de muons a une valeur très précise parfaitement connue. Nous savons :

$$\tau = 2{,}2 \text{ µs (microsecondes)}$$

Les muons peuvent être amenés à une grande vitesse au moyen d'un accélérateur de particules. Dans une expérience dans les laboratoires du CERN, des muons formant un faisceau ont été amenés à une vitesse de

$$v = 0{,}9995\ c$$

c'est-à-dire très proche de la vitesse limite. Ils circulent alors — guidés par un champ magnétique — dans ce qui est appelé un *anneau de stockage*, semblable au manège de Lilly mais bien plus rapide. La durée de vie moyenne de ces muons peut être mesurée facilement en détectant les électrons qui sont formés dans le processus de désintégration. Ce temps de vie peut être imaginé comme une sorte d'horloge qui se déplacent avec les muons. Cette horloge en mouvement doit indiquer moins qu'une horloge qui est au repos au laboratoire, ou en d'autres termes : l'horloge du laboratoire doit indiquer plus que l'horloge des muons. Alors que 2,2 µs s'écoulent entre la formation des muons et leur désintégration, la durée entre ces événements doit être plus grande au laboratoire. Nous la calculons grâce à l'équation (8.1). Sachant que

$$T_b = 2{,}2 \text{ µs}$$

et

$$v = 0{,}9995\ c\,.$$

et comme nous voulons calculer T_s, nous transformons l'équation (8.1) :

$$T_s = \frac{T_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

insérons les valeurs et obtenons :

$$T_s = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{0{,}9995\ c^2}{c^2}}} = 69{,}6 \text{ µs.}$$

Ainsi 32 fois plus que la durée pour l' « horloge des muons » s'est écoulé pour l'horloge du laboratoire.

Exemple : GPS

Pour déterminer une position, le système GPS (GPS = *Global Positioning System*) calcule les distances par rapport à plusieurs satellites à partir du temps de vol des signaux électromagnétiques émis par les satellites. Pour permettre cela, des horloges très précises sont situées à la fois sur la Terre et sur chaque satellite. Toutefois, comme les satellites ont une ligne d'univers distincte de toute horloge sur la Terre, le « temps satellite » devrait s'écarter de plus en plus du « temps sur la Terre ». Par conséquent, il est corrigé en permanence.

La différence de temps a deux causes. Nous avons déjà abordé l'un de ces effets plus tôt (Chapitre 7.10 *Horloges dans le champ gravitationnel*). Nous y reviendrons à nouveau plus tard. Pour le moment intéressons nous au second effet. Il est lié au fait que l'horloge du satellite se déplace par rapport à la Terre.

Calculons la différence de temps qui s'accumulerait en un jour. Dans ce cas, l'horloge dans le système GPS sur Terre correspond à la montre de Willy dans l'exemple précédent, l'horloge dans le satellite correspond à la montre de Lilly. Nous avons be-soin des données suivantes :

rayon de l'orbite du satellite : $r = 26\,600$ km
durée d'un tour : 12 h = 42 200 s

Insérées dans (8.3), nous obtenons :

$$T_s - T_b = 12\ \text{h} \cdot 0{,}83 \cdot 10^{-10} = 3{,}6 \cdot 10^{-6}\ \text{s}.$$

Comme le satellite accomplit deux orbites circulaires par jour, l'horloge du satellite mesurerait une valeur inférieure de 7,2 microsecondes par jour.

Vous avez peut-être des questions sur notre méthode de calcul de cette différence de temps : ne devrions-nous pas considérer que les horloges se déplacent également sur Terre ? Fondamentalement oui. La vitesse des horloges terrestres est cependant bien plus faible que celles sur les satellites. La contribution à l'effet total est donc très faible et peut être négligée.

De plus, nous avons fait comme si l'horloge sur Terre flottait librement, contrairement à celle du satellite. Mais n'est-ce pas justement l'inverse en réalité ? L'horloge du satellite ne devrait-elle pas mesurer une plus grande valeur dans ce cas ? Non. Ici, nous ne pouvons pas appliquer notre règle affirmant que l'horloge flottante indique la plus grande valeur ; elle ne s'applique que s'il n'y a pas de corps célestes avec leurs champs gravitationnels à côté.

Revenons maintenant à l'autre effet qui distord le rythme des horloges. Cet « effet de l'altitude » fait que l'horloge du satellite mesure 45,6 µs en excès par jour. Cet effet est donc de sens opposé à l' « effet vitesse ».

Par conséquent, les deux effets combinés font en sorte que l'horloge du satellite indique

$$45{,}6\ \mu\text{s} - 7{,}2\ \mu\text{s} = 38{,}4\ \mu\text{s}$$

de plus par jour.

Comme l' « erreur » est connue, elle peut être corrigée facilement en faisant simplement tourner l'horloge du satellite à un rythme approprié plus lent : si elle se trouvait à côté d'une horloge sur Terre, elle indiquerait 38,4 µs de moins par jour. Inversement, si elle se trouve à bord du satellite, elle marchera de manière synchrone avec les horloges sur la Terre.

Exercices

1. Neptune et Mercure orbitent autour du soleil depuis plusieurs milliards d'années. Trouver les rayons et les périodes des deux planètes sur internet. Nous imaginons que des horloges, qui ont la même structure et qui marchent éternellement, ont été installées il y a 100 millions d'années sur les deux planètes. Quelle différence de temps s'est accumulée durant ces dernières 100 millions d'années ? (Les effets gravitationnels ne seront pas pris en compte.)
2. Deux quantités égales de la même matière radioactive sont déposées au même moment sur la lune et sur la Terre. Après un certain temps, seule une moitié de la matière radioactive existe encore sur la Terre. Que pouvez-vous dire de la quantité de matière sur la lune ? Est-ce qu'un scientifique sur la lune dirait que sa matière à une période de demi-vie différente bien qu'elle soit chimiquement identique à celle sur Terre ?

8.5 Horloges à différentes altitudes – d'un autre point de vue

Nous avons vu que le « mauvais rythme » des horloges dans les satellites GPS a deux causes. Il semble que ces causes soient deux phénomènes fondamentalement différents.

Nous allons maintenant examiner l'un de ces effets d'un point de vue nouveau en utilisant notre savoir nouvellement acquis sur l'espace-temps.

Revenons à notre vieille histoire avec le gratte-ciel ; Willy et Lilly se tiennent à la moitié de sa hauteur et comparent leurs montres. Puis, Willy monte et Lilly descend. Après un certain temps, ils se retrouvent à nouveau à mi-chemin et comparent les indications de leurs montres. Il s’avère alors que la montre de Willy indique plus que celle de Lilly.

L’écart a manifestement à voir avec le champ gravitationnel. Mais maintenant nous avons une astuce pour nous débarrasser du champ gravitationnel ; ou mieux, pour faire devenir nulle son intensité : décrire le processus dans un repère flottant librement. Comment cela pourrait-il marcher pour notre gratte-ciel ?

Nous avons besoin d’une troisième personne, Milly, la soeur de Lilly, et l’ensemble du processus va être décrit dans le repère de référence de Milly. Que doit faire Milly ? Aussitôt que Willy et Lilly ont comparé les indications de leurs montres, elle saute vigoureusement vers le haut ; elle vole très haut et va bien sûr redescendre à un moment donné. Elle saute si haut qu’elle atterrit précisément au moment où Willy et Lilly comparent leurs montres pour la seconde fois. Comme n’importe quelle pierre qui est lancée ou « personne qui saute », Milly est en impesanteur ; elle vole ou flotte librement. Son repère de référence est donc idéal pour décrire le monde puisque tout semble bien plus simple dans ce référentiel. En particulier, l’intensité du champ gravitationnel est nulle.

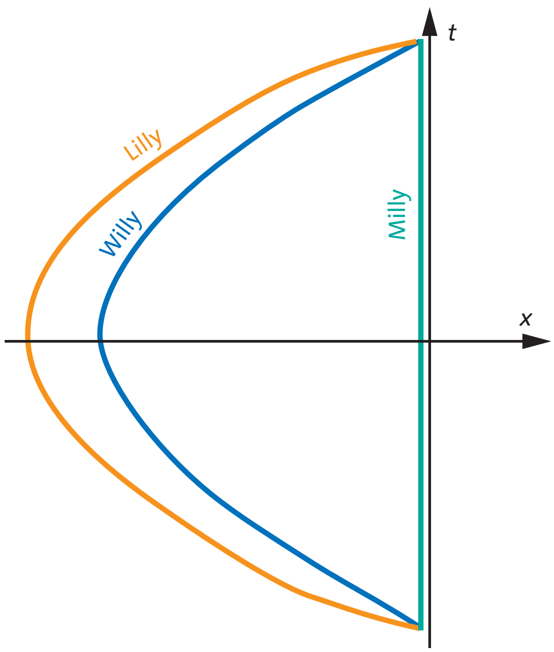


Fig. 8.15 Lignes d’univers de Milly, Lilly et Willy. Le temps le plus long passe pour Milly, le plus court pour Lilly.

A quoi ressemble le monde du point de vue de Milly ? Milly ne dit pas qu’elle vole d’abord vers le haut puis redescend, mais que le gratte-ciel avec Willy et Lilly se déplace vers le bas puis remonte, Fig. 8.15. (Sur la Figure « vers le bas » est du côté gauche.) Dans le référentiel de Milly, Willy et Lilly partent chacun en voyage, mais sur différentes lignes d’univers. Sur la plus grande partie de son trajet, Lilly est plus éloignée de Milly que Willy. Nous savons ce que cela signifie : quand ils se rencontrent la seconde fois, la montre de Willy affiche plus que celle de Lilly. Et la plus grande valeur est donnée par la montre de Milly car Milly ne se déplace pas du tout (dans son repère flottant librement).

8.6 La simultanéité n’est plus ce qu’elle était

Tout le monde connait la signification de « simultané ». Une bicyclette est tombée à Berlin et simultanément un chien s’est échappé à Stuttgart. La phrase semble être claire. Mais nous sommes maintenant habitués aux surprises ; et en effet, nous allons avoir un autre problème si nous prenons l’espace-temps au sérieux.

Faisons un petit détour en interchangeant temps et espace. « Simultané » signifie « en même temps ». Demandons d’abord que les événements se produisent « au même endroit ». Ainsi, nous remplaçons

- deux événements qui se produisent au même instant du temps (simultanément) à différentes places

par

- deux événements qui se produisent à la même place à des temps différents

Exemple

Lilly voyage à bord d’un train à grande vitesse (TGV), wagon 8, siège 28. Elle joue à un jeu sur ordinateur. L’événement A sera le début du jeu, l’événement B la fin. Est-ce que ces événements se produisent à la même place ?

- Oui, parce qu’ils ont lieu au wagon 8, siège 28.
- Non, parce que Lilly était à Karlsruhe au début du jeu et à Mannheim à la fin.

Il n’y a pas de contradiction. La question a une réponse différente en fonction du repère de référence. Dans le référentiel du train à grande vitesse, les événements se produisent à la même place alors qu’ils se produisent à différentes places dans le référentiel de la Terre stationnaire. Cela ne sera certainement contesté par personne.

Maintenant, nous devons simplement nous habituer à l’idée que la simultanéité dépend également du référentiel. A quoi cela peut-il ressembler ? Voici un autre exemple :

Les aiguilles des minutes des horloges de la gare à Karlsruhe et à Mannheim avancent simultanément d’une barre — dans le référentiel de la Terre. Dans le référentiel du train qui roule vers le nord, l’aiguille à Mannheim avance un peu plus tôt qu’à Karlsruhe et vice versa pour les trains roulant vers le sud.

Bien sûr, l’effet dans notre exemple est encore minuscule.

> Deux événements qui se produisent simultanément dans un référentiel ne sont pas simultanés dans un autre référentiel.

La Fig. 8.16 montre une situation analogue qui ne vous semblera certainement pas problématique non plus.

Que pouvons-nous apprendre de ces exemples ? C’est très simple : choisissez le référentiel le plus adapté à toute situation que vous souhaitez décrire ou à tout problème que vous souhaitez résoudre, c’est-à-dire :

Les événements « Lilly commence son jeu sur ordinateur » et « Lilly termine son jeu » dans le référentiel du train (et non dans le référentiel de la Terre).

Les événements « une bicyclette tombe à Berlin » et « un chien s’échappe à Stuttgart » dans le référentiel de la Terre (et non dans une fusée qui vole à presque la vitesse limite).

La disposition des étages dans un gratte-ciel à Francfort avec un axe pour l’altitude qui pointe vers le haut à Francfort (et non avec un axe qui pointe vers le haut à Shanghai ou Sydney).

Bien sûr, chacune de ces situations peut aussi être décrite dans un référentiel ou un système de coordonnées mal choisi, mais alors les choses deviendront compliquées.

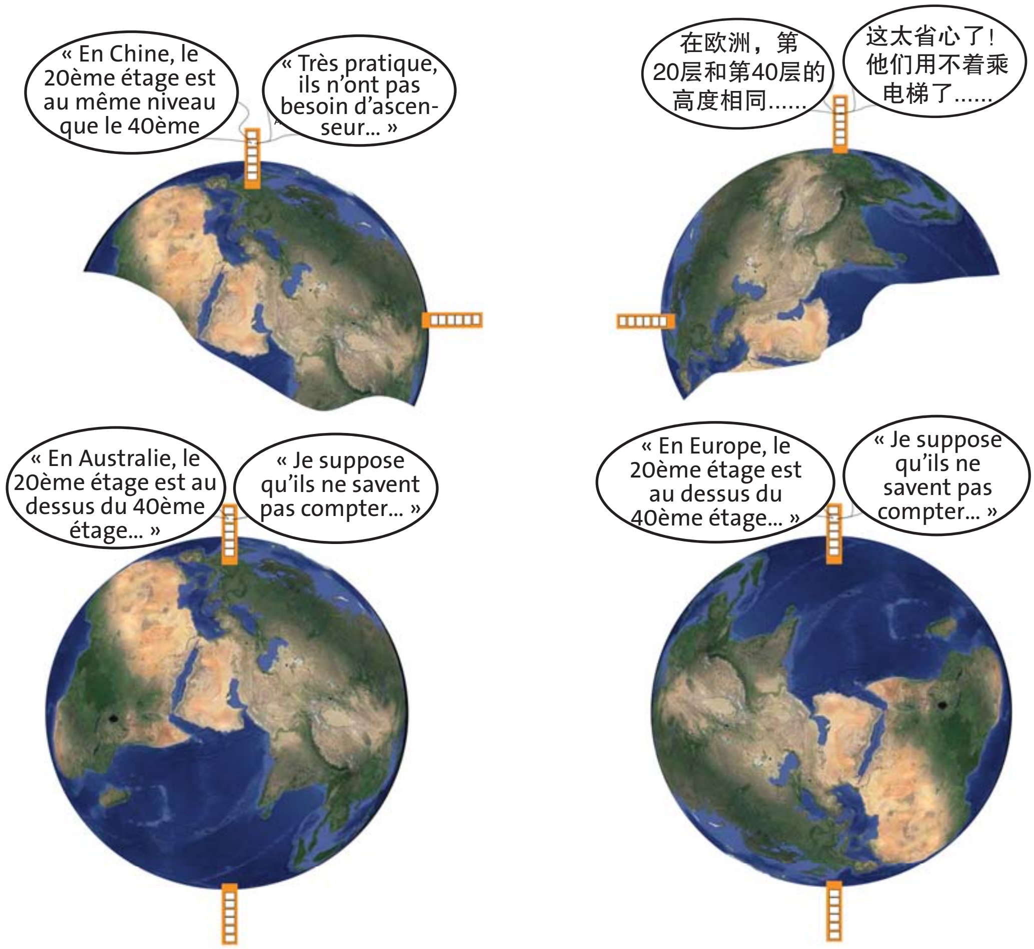


Fig. 8.16 Ce qui est au même niveau pour certains ne l’est pas pour d’autres. Ce qui est au dessus pour certains est en dessous pour d’autres. Ou : Ce qui est au-dessus dans un système de coordonnées est en dessous dans l’autre.

9 ESPACE COURBE

9.1 L’espace – plus qu'un contenant vide

Nous avons traité du terme « espace » et découvert des choses particulières : l’espace est en relation avec le temps, et cela d’une manière que nous n’avons pas rencontrée dans notre expérience quotidienne.

Mais nous avions encore l’impression que l’espace et le temps n’étaient nécessaires que pour déterminer les coordonnées des événements. L’espace serait une sorte de contenant vide dans lequel se déroulent les événements du monde.

Dans ce qui suit, nous aimerions comprendre qu’il y a plus à dire sur l’espace et le temps. Nous verrons en particulier que l’espace présente des caractéristiques qui changent d’un point à un autre, même là où il n’y a pas de matière. Cela signifie qu’il est semblable non seulement à un contenant vide, mais également à un objet.

Mais qu’est-ce que l’espace exactement ? L’objet ou le contenant dans lequel l’objet est situé ? Les deux termes ne conviennent pas car l’espace est double : une entité avec des propriétés (comme un objet) et le lieu où se trouve l’objet (comme l’intérieur d’un contenant vide).

La théorie que nous utilisons pour décrire cette entité s’appelle la théorie de la gravitation d’Einstein, habituellement appelée *théorie de la relativité générale*.

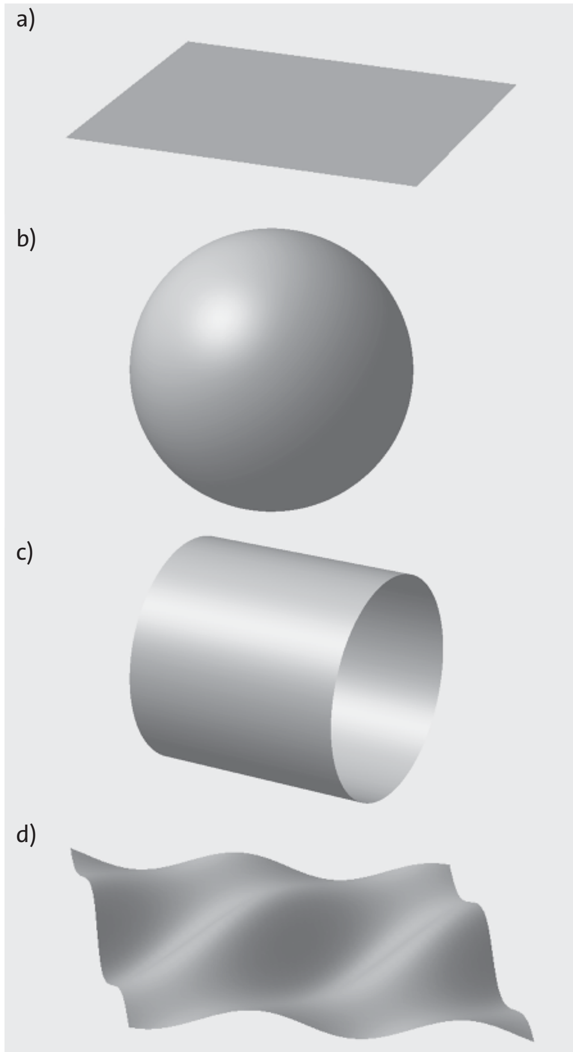


Fig. 9.1 Mondes « bidimensionnels » différents : (a) plan, (b) surface d’une sphère, (c) surface de cylindre, (d) collines et vallées

9.2 La masse courbe l’espace – géodésiques

L’espace qui nous entoure a une caractéristique que nous tenons pour acquise, au point que nous n’imaginons même pas qu’il puisse être différent : il est « plat ».

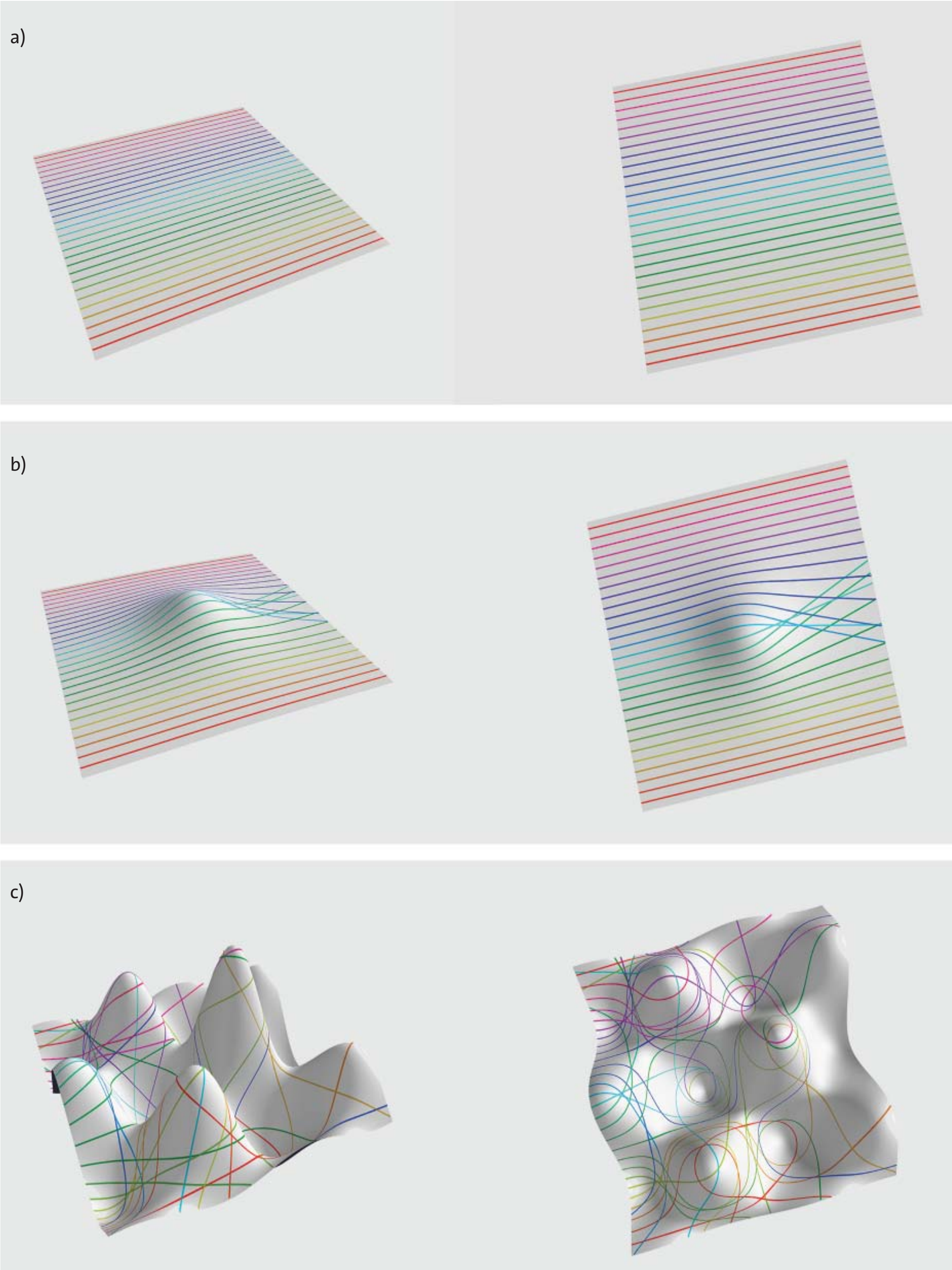


Fig. 9.2 Géodésiques dans un « monde à deux dimensions ». (a) monde plat; (b) et (c) mondes courbes

En fait, il n'est pas plat partout. Dans l'environnement des corps célestes lourds, il est « courbé ».

Qu'entendons-nous par « espace plat » ou « espace courbé »? Nous comprendrons mieux si nous imaginons un monde à deux dimensions au lieu du monde à trois dimensions dans lequel nous vivons : tout ce qui existe est à deux dimensions, y compris les êtres qui vivent dans ce monde. Nous les appelons des personnes en 2D.

Nous pouvons maintenant imaginer différents mondes 2D : des mondes plats, mais également divers types cintrés ou courbés, Fig. 9.1.

En tant qu'êtres tridimensionnels, nous pouvons dire à partir de chacune de ces surfaces si et à quel endroit et à quelle intensité la surface est courbée. Nous pouvons le voir parce que nous avons *intégré* le monde à deux dimensions dans notre monde à trois dimensions.

Pour se familiariser avec les mondes courbes, nous avons besoin d'un concept important : la ligne droite.

Mais qu'est-ce qu'une ligne droite dans un espace courbe ? Nous demandons à nos personnes 2D et elles nous expliquent : vous obtiendrez une ligne droite si vous conduisez toujours droit devant dans une voiture, c'est-à-dire si le volant est réglé et maintenu dans une direction droite. À ce propos, nous pouvons faire circuler dans ce but de vraies personnes en trois dimensions dans une voiture sur la surface de la Terre en deux dimensions. Par conséquent, nous imaginons un paysage vallonné et conduisons toujours droit devant avec un véhicule tout-terrain.

La ligne ou l'itinéraire sur lequel la voiture roule est la ligne la plus droite possible sur une surface à deux dimensions. C'est parce que nous ne dévions ni à droite ni à gauche. Par conséquent, nous conduisons sur une « ligne droite ». Le terme technique pour une telle ligne est *géodésique*.

La Fig. 9.2 montre des géodésiques dans trois « paysages » différents, à gauche une vue en perspective et à droite une vue d'en haut. Ces géodésiques pourraient éventuellement être des trajectoires de voitures roulant en ligne droite et partant parallèlement les unes aux autres sur le bord gauche.

Les personnes en 2D peuvent maintenant découvrir comment la surface est courbée sans quitter leur monde plat et elles aboutiraient au même résultat si la troisième dimension n'existait pas. Comment peuvent-ils dire que leur « espace » est courbe ? Au moyen des géodésiques : si deux géodésiques adjacentes commençant parallèlement ne restent pas parallèles.

Le monde de la Fig. 9.2a est plat. Nous pouvons voir que les géodésiques restent parallèles les unes aux autres.

Les images de la deuxième rangée (Fig. 9.2b) montrent un paysage avec une colline. Bien que les voitures démarrent parallèlement les unes aux autres et continuent toujours tout droit, leurs itinéraires ne restent pas parallèles.

Le paysage de la Fig. 9.2c présente de hautes collines et vallées menant à une évolution des lignes droites (géodésiques) assez chaotique. (Vous pouvez dessiner des géodésiques dans un paysage défini par vous-même sur le site suivant : http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/software/geodesiclab/a3.html)

Cependant, les personnes en 2D n'ont pas la même notion de courbure que nous-mêmes (c'est-à-dire des personnes en trois dimensions).

La Fig. 9.3 montre un monde plat que nous (en tant que personnes 3D) décririons comme courbé. Les personnes 2D, de leur côté, ne le classent pas comme étant courbé, car les géodésiques commençant parallèlement à gauche resteront parallèles.

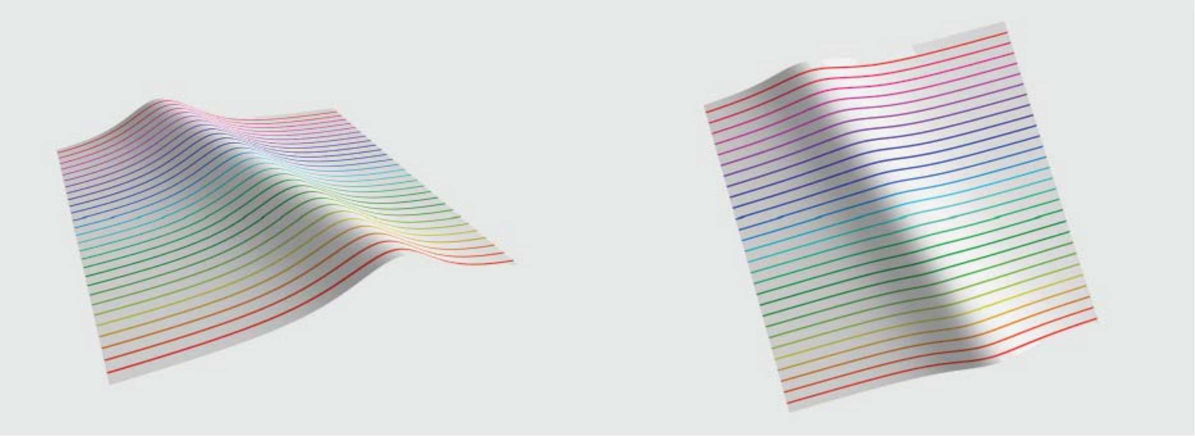


Fig. 9.3 Le monde en deux dimensions est plat bien que son intégration soit courbée.

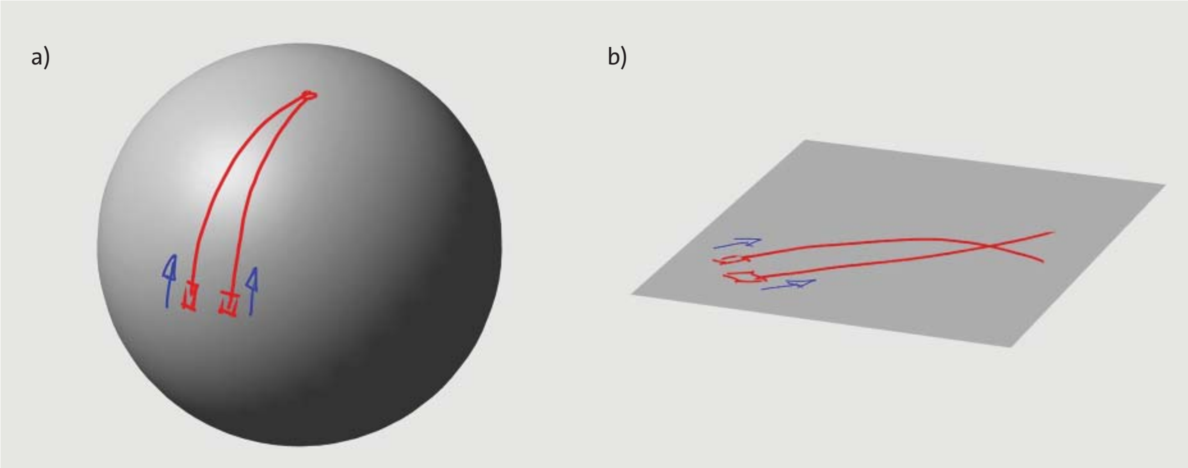


Fig. 9.4 (a) Les lignes initialement parallèles se croisent car « l’espace à deux dimensions » est courbe. (b) Les lignes initialement parallèles se croisent car ces lignes sont courbes.

Enfin, nous examinons un monde bidimensionnel particulièrement simple : la surface d’une sphère (Fig. 9.1b). Cela correspond essentiellement au monde dans lequel nous vivons, c’est-à-dire à la surface de la Terre. Imaginez que nous partions avec deux voitures parallèles et que nous roulions toujours tout droit. (Il n’y a pas de montagnes, de vallées et d’océans et nous pouvons conduire partout, c’est-à-dire que nous n’avons pas besoin de routes). Plus précisément : on commence à l’équateur, chaque voiture roule vers le nord sur un méridien. Bien entendu, les routes en voiture ne resteront pas parallèles ; elles se croiseront à la fin au pôle Nord. Elles se croisent car l’espace bidimensionnel dans lequel elles se trouvent, c’est-à-dire la surface de la sphère, est courbé, Fig. 9.4a.

Également sur la Fig. 9.4b, deux lignes initialement parallèles se croisent à un moment donné. Elles sont situées dans un espace plat. Elles se croisent parce qu’elles sont elles-mêmes courbes. (Par conséquent, ce ne sont pas des géodésiques.) Nous constatons que le fait que deux lignes parallèles au début, mais qui ne le restent pas, peut avoir deux causes : premièrement, l’espace est courbe et deuxièmement, les lignes sont courbes.

Il est bien entendu également possible que l’espace ainsi que les lignes soient courbes.

Tout ce que nous avons trouvé dans ce contexte s’applique également à l’espace à trois dimensions. Ici aussi, il y a des « lignes droites » ou géodésiques. Et si l’espace est « courbe », les géodésiques parallèles ne

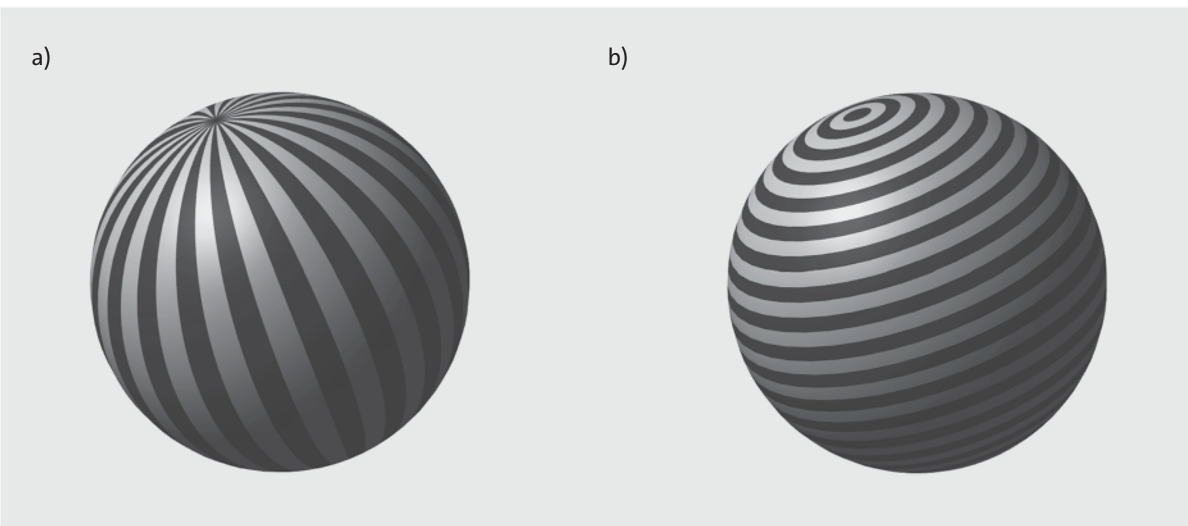


Fig. 9.5 Pour l’exercice 1

resteront pas parallèles. Si nous pouvions intégrer l'espace tridimensionnel à un espace quadridimensionnel, il nous serait peut-être plus facile d'avoir une idée précise de sa courbure — mais il n'existe pas de quatrième dimension de l'espace, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'intégration possible. Dans tous les cas, ce qui suit s'applique également à notre espace tridimensionnel :

> Deux lignes initialement parallèles peuvent se croiser car :
> - les lignes sont courbes;
> - l'espace est courbe.

Exercices

1. Chacun des segments noirs de la Fig. 9.5 est limité par deux lignes. Est-ce que ces lignes se croisent ? Si oui pourquoi ? Si non, pourquoi ? Répondre aux questions pour les deux cas présents sur la figure.
2. Essayez d'imaginer un monde unidimensionnel. Les habitants peuvent-ils trouver une courbure de ce monde ? Comment les personnes 2D du monde en deux dimensions commenteraient-ils l'opinion des personnes 1D ?
3. Les mondes unidimensionnels et bidimensionnels ne sont pas des espaces de vie très appropriés. Essayez d'imaginer à quoi devraient ressembler la structure des êtres vivants, leurs routes, leurs maisons, leurs véhicules, etc. Quels sont les problèmes ?
4. Les personnes 2D connaissent la formule de la circonférence d'un cercle : $P = 2\pi r$. Elles aimeraient savoir si la formule s'applique également aux très grands cercles, Fig. 9.6. Elles s'éloignent de M sur une ligne qui est droite pour elles. À leur arrivée au point A, elles tournent à angle droit et continuent à se déplacer sur une courbe dont les points sont situés à une distance constante de M, c'est-à-dire qu'elles se déplacent sur une courbe à courbure constante. Après avoir suffisamment voyagé, elles retournent en A et constatent que les mesures et les calculs de la circonférence du cercle ont des valeurs différentes.
   (a) Expliquez comment la divergence survient.
   (b) Comment l'écart entre la valeur mesurée et la valeur calculée changera-t-il si les personnes 2D choisissent des rayons de plus en plus grands ?

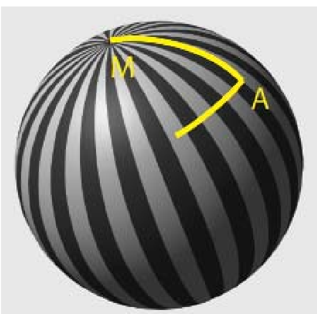


Fig. 9.6 Pour l'exercice 4

9.3 Courbure de l'espace au voisinage des corps célestes

Dans le chapitre précédent, nous n'avons pas parlé de physique mais de géométrie. Revenons donc à la physique.

Maintenant, la question est de savoir si l'espace tridimensionnel dans lequel nous vivons est courbe. Réponse : il est courbe ; cependant, la courbure est très faible presque partout. Elle n'est forte que dans les conglomérats d'énergie/masse et dans leur environnement. La courbure au voisinage de la Terre est encore si faible qu'elle ne peut pas être détectée. Les choses sont différentes à proximité du soleil. Là, la courbure — même si elle reste très faible — peut être mesurée. Cependant, elle est beaucoup plus forte dans l'environnement des étoiles à neutrons ; et l'espace est complètement déformé au voisinage immédiat d'un trou noir.

> L'espace est courbé par l'énergie/masse.

Mais comment la courbure de notre espace tridimensionnel peut-elle être détectée après tout ? En principe, c'est simple : comme nous l'avons fait dans la section précédente dans l'espace à deux dimensions : nous choisissons deux géodésiques parallèles voisines et nous progressons le long d'elles. Lorsque leur distance change, l'espace est courbe. Mais c'est plus facile à dire qu'à faire.

Et comment peut-on trouver les géodésiques dans un espace tridimensionnel ? Comment la « voiture », qui roule toujours tout droit, doit-elle être dans ce cas ?

Chaque corps K se déplace droit devant lui tant qu'aucune quantité de mouvement n'y parvient ou n'en sort. Et c'est là que le problème se pose. Nous aimerions déterminer les géodésiques pour l'exemple proche du soleil, mais précisément là, la quantité de mouvement s'écoule du soleil vers K. Ce phénomène est communément appelé attraction gravitationnelle. Mais nous pouvons nous en affranchir en utilisant une astuce : en chargeant le soleil et le corps K électriquement, c'est-à-dire de façon que le résultat soit une répulsion. Si l'attraction et la répulsion se neutralisent, K recevra tout autant de quantité de mouvement par le biais du champ gravitationnel qu'il n'en libère par le champ électrique. Bien sûr, cela ne peut être fait que dans notre esprit, c'est une *expérience de pensée*.

Par conséquent, K se déplacerait maintenant sur une géodésique dans un espace tridimensionnel. En raison de la courbure de l'espace, son orbite serait déviée par rapport à une ligne droite dans le cas où l'espace serait plat.

Encore une fois : cette méthode ne fonctionne pas dans la pratique, mais elle est concevable en principe. La courbure de l'espace se manifeste également d'une autre manière. D'abord, nous examinons une grande région de l'espace en forme de cube dans laquelle il n'y a pas de corps céleste ; par conséquent, l'espace dans le cube n'est pas courbé, en haut de la Fig. 9.7.

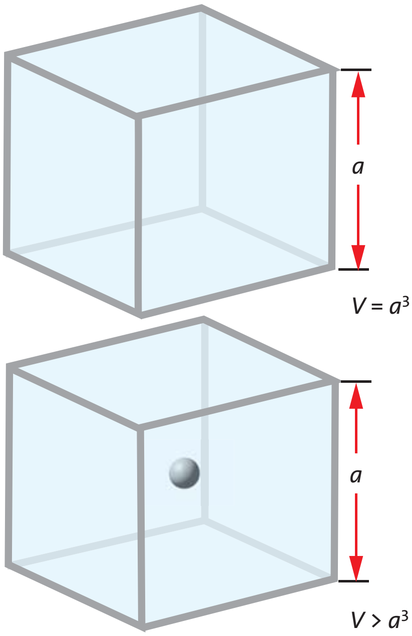


Fig. 9.7 Le volume du cube contenant un corps céleste lourd est supérieur à a^3.

Si la longueur de l'arête du cube est a, il aura un volume $V = a^3$.

Supposons maintenant qu'il existe un corps céleste au centre du cube, au bas de la Fig. 9.7. Le cube doit être si grand, c'est-à-dire que sa surface doit être si éloignée du corps céleste, que l'espace y est plat à l'extérieur ; quatre des arêtes du cube sont des sections parallèles de lignes droites. Maintenant ce qui est particulier : le volume de la région d'espace dans le cube n'est plus égal à a^3 mais plus grand. Plus de choses peuvent être mises dans le cube que dans le cube sans le corps céleste. On peut donc dire :

> Le volume d'une région de l'espace est agrandi par l'énergie/masse.

Encore une fois c'est quelque chose que l'on ne peut pas imaginer ? Pas nécessairement. Nous trouverions la même chose complètement normale dans un monde à deux dimensions. Voici une histoire qui pourrait être quelque peu irréaliste mais qui vous aidera à comprendre notre nouveau théorème.

Un fermier a acheté un terrain d'un hectare pour créer un pré pour ses moutons. Il aimerait avoir plus de terres, mais il ne trouve personne qui puisse lui en vendre. Mais il a une idée : il agrandit la superficie de la prairie en empilant une colline sur l'hectare acheté, Fig. 9.8.

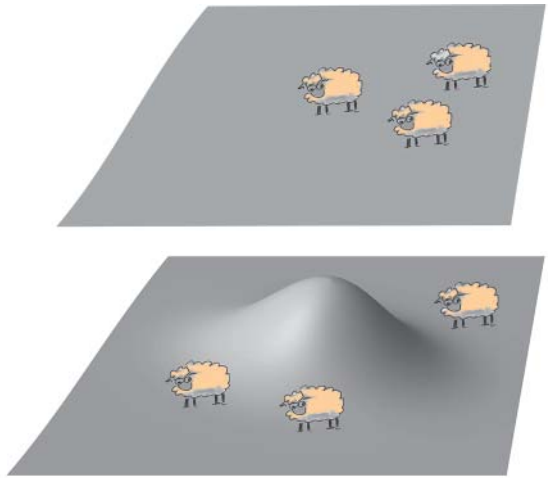


Fig. 9.8 Le pré de forme carrée avec la colline a une superficie plus grande que celui sans colline.

Ceci est facile à imaginer pour nous car nous voyons la zone de culture bidimensionnelle « intégrée » dans l'espace tridimensionnel. Une telle intégration n'est toutefois pas nécessaire en principe.

Exercices

1. Le texte de cette section mentionne un cube avec une longueur d'arête bien définie. Selon qu'il y ait ou non une étoile lourde dans le cube, son volume est différent. De plus, on pourrait considérer une sphère plutôt qu'un cube. Pour calculer son volume, nous devons partir de sa surface. On peut remplir davantage cette sphère de surface particulière s'il y a un corps lourd, par exemple une pierre, à l'intérieur.
   Établissez une formule qui peut être utilisée pour calculer le volume d'une sphère vide si sa surface est donnée.
2. Le pré de forme carrée de la Fig. 9.8 illustre, dans un monde à deux dimensions, la différence entre les aires de surface de deux carrés de même côté. Nous pouvons également choisir un cercle à la place de la bordure carrée. Nous trouvons alors que, dans le cas d'une circonférence identique, la surface dépend de la présence ou non d'une colline dans le cercle.
   Illustrez ce phénomène sur un schéma.

9.4 Trajectoires dans le champ gravitationnel

Nous nous intéressons à la trajectoire d'un « objet » léger au voisinage d'un objet lourd, c'est-à-dire :
- d'une planète qui tourne autour du soleil ;
- d'un satellite en orbite autour de la Terre ;
- de la lumière qui vient d'une étoile lointaine et qui passe à une courte distance du soleil.

Nous appelons le corps léger L et le lourd H.

Si le corps lourd n'existait pas, L se déplacerait sur une ligne droite. Si nous envoyions deux corps légers L_1 et L_2 au lieu de L, c'est-à-dire de sorte qu'ils commencent tous deux parallèlement à la même vitesse, leurs trajectoires resteraient parallèles.

Maintenant, nous incluons notre corps lourd H. Deux choses vont arriver :
- en raison de la gravitation, le corps léger est dévié parce que de la quantité de mouvement s'écoule à travers le champ gravitationnel de H à L. Sa trajectoire sera courbe.
- l'espace sera courbé.

Les deux effets contribuent à la déviation des trajectoires. Elles ne resteront pas parallèles.

Le premier effet, c'est-à-dire la déviation de la trajectoire due au transfert de quantité de mouvement, dépend de la vitesse de L, contrairement au deuxième effet.

Objets qui volent vite

Nous commençons avec un « objet » qui se déplace tout près du soleil (S) à une vitesse maximale, c'est-à-dire à (presque) la vitesse terminale. Cet objet peut également être de la lumière provenant d'une autre étoile et se déplaçant précisément à la vitesse limite.

Au début, nous ignorons la courbure de l'espace. Il est clair que la trajectoire est courbe parce que le soleil attire le corps ou la lumière, Fig. 9.9.

En d'autres termes : le corps ou la lumière reçoit de la quantité de mouvement de la part du soleil via le champ gravitationnel. L'angle de déviation (mesuré en radians) est

$$\alpha = 2\frac{G}{c^2}\cdot\frac{m}{r}. \qquad (9.1)$$

Ici, G et c sont des constantes universelles (la constante gravitationnelle et la vitesse limite).

Nous ne détaillons pas l'établissement de la formule car le calcul est un peu délicat. Mais l'équation est plausible : la déviation est plus grande

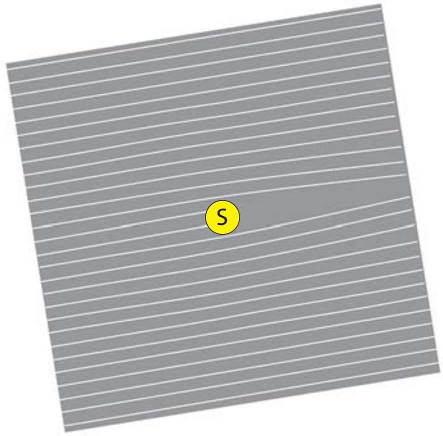


Fig. 9.9 C'est ainsi que la lumière serait déviée si l'espace était plat.

- si la masse m du corps central est plus grande ;
- si la distance r depuis le centre du corps central est plus courte.

Ce résultat n'est pas encore complet car nous avons supposé que l'espace était plat (non courbé), c'est-à-dire que les géodésiques étaient des lignes droites.

Mais la courbure de l'espace dans l'environnement proche de S seul impose déjà que les géodésiques ne sont pas des lignes droites. Cela implique une contribution supplémentaire à la déviation, Fig. 9.10. Le calcul (compliqué également) montre que cette deuxième contribution est égale à la première. Ainsi, l'écart total est le double de celui de l'équation (9.1)

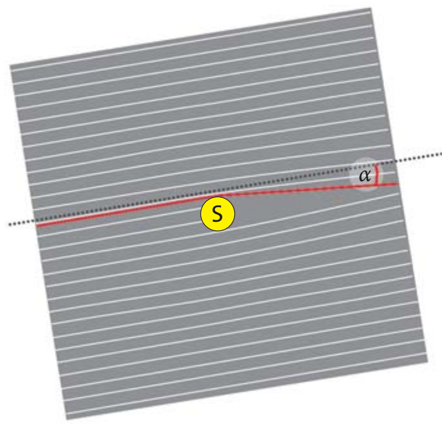


Fig. 9.10 Deux effets contribuent à la déviation de la lumière par rapport à la trajectoire rectiligne :
• l'écart dû au transfert de quantité de mouvement venant du soleil (lignes claires) ;
• la courbure de l'espace.

$$\alpha = 4\frac{G}{c^2}\cdot\frac{m}{r}. \qquad (9.2)$$

Nous calculons cet angle de déviation pour la lumière provenant d'une étoile et qui passe tout près de la surface du soleil, Fig. 9.11.

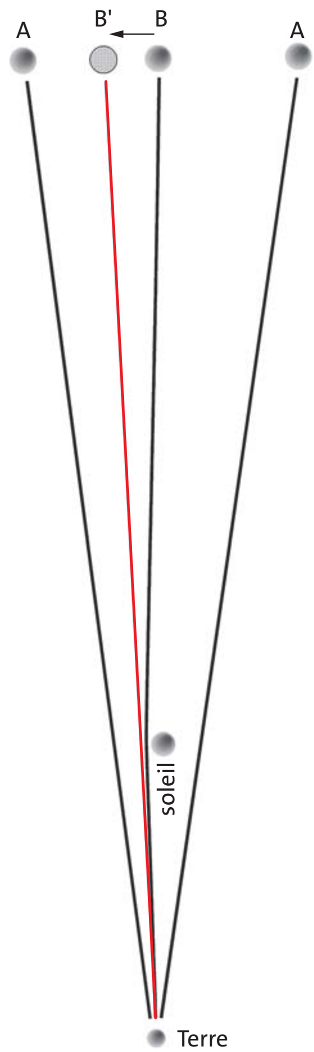


Fig. 9.11 La lumière de l'étoile B qui passe près du soleil est déviée et frappe la Terre. Par conséquent, l'étoile B semble être située plus à gauche que ce qui correspond à sa position réelle. (Le schéma n'est pas dessiné à l'échelle.)

Nous avons besoin des données suivantes :

- constante gravitationnelle $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg \cdot s^2)}$
- vitesse terminale $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
- masse du soleil $m = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
- rayon du soleil $r = 696\,000$ km

Inséré dans l'équation (9.2), nous obtiendrons, mesuré en radians

$$\alpha = 4\frac{G}{c^2}\cdot\frac{m}{r} = 0{,}85 \cdot 10^{-5}.$$

Multiplié par 180°/π, nous obtiendrons l'angle en degrés :

$$\alpha = 4{,}87 \cdot 10^{-4} \text{ degrés} = 1{,}75\text{''} \text{ (secondes angulaires)}$$

Par conséquent, l'effet est très faible.

Vous vous demanderez après tout comment peut-on mesurer la déviation de la lumière provenant de l'étoile située dans le ciel juste à côté du bord du soleil. Cela peut paraître déroutant, car la lumière des étoiles est complètement éclipsée par le soleil pendant la journée. Il fallait donc utiliser une astuce : faire la mesure lors d'une éclipse solaire, c'est-à-dire lorsque la lumière du soleil est occultée par la lune.

Une telle mesure a été réalisée pour la première fois en 1919, soit peu de temps après la publication par Einstein de sa théorie de la gravitation. Le fait que la lumière devait être déviée avait déjà été prédit avant la publication d'Einstein, mais à ce moment-là, on s'attendait à une déviation selon l'équation (9.1). Cependant, la mesure a eu pour résultat le double de cette valeur, c'est-à-dire celle correspondant à l'équation (9.2). Elle a ainsi confirmé que l'espace était courbe. Dans le même temps, la théorie de la relativité générale a été confirmée.

Trajectoires de satellites, planètes et lunes

Nous avons examiné plus tôt les trajectoires des satellites, des planètes et des lunes. Ces trajectoires sont des ellipses ou — comme cas particulier — des cercles.

Cependant, les trajectoires ne sont des ellipses que si l'espace n'est pas courbe. La courbure de l'espace aux alentours du soleil et des étoiles est si faible que les trajectoires des planètes et des lunes sont en réalité une approximation très proche des trajectoires elliptiques.

Mais l'espace n'est pas exactement plat et il existe donc une légère déviation par rapport à la forme elliptique des trajectoires. De même que la trajectoire de la lumière, qui passe près du soleil, est additionnellement courbée vers le soleil en raison de la courbure de l'espace, les trajectoires des planètes sont également davantage courbées vers le soleil. Lorsque la planète est plus proche du soleil, cet effet de flexion est plus fort que lorsque la planète est plus éloignée. Le résultat peut être décrit comme suit : une ellipse qui tourne très lentement. Elle tourne dans le même sens que le sens de déplacement de la planète, Fig. 9.12. Une telle rotation de la trajectoire elliptique est appelée *avance*

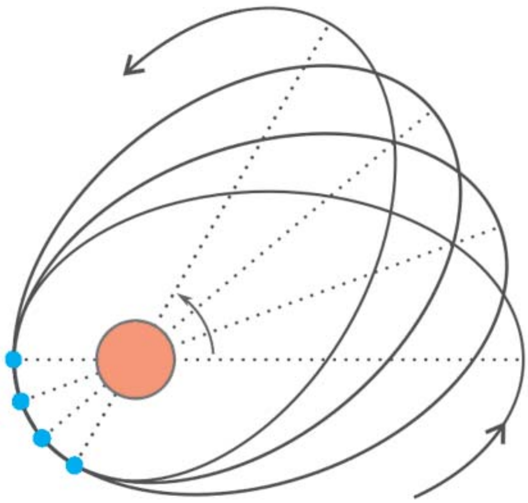


Fig. 9.12 Trajectoire d'un corps céleste léger autour d'un corps lourd. Si l'espace était plat, la trajectoire aurait une forme elliptique. En raison de la courbure de l'espace, elle ressemble à une ellipse en rotation. L'effet est très faible pour les planètes du soleil.

du périhélie. (Le *périhélie* est le point de la trajectoire elliptique le plus proche du soleil ; le point situé à la plus grande distance du soleil s'appelle *l'aphélie*.)

Dans le cas des planètes du soleil, l'avance du périhélie provoquée par la courbure de l'espace est très faible et ne peut être observée que pour les planètes les plus proches du soleil : Mercure, Vénus, Terre et Mars. Elle est la plus forte (mais toujours très faible) pour Mercure. Le grand axe de l'ellipse de Mercure tourne de 43 secondes angulaires par siècle. (En fait, les ellipses tournent également pour une autre raison : parce que la trajectoire de chaque planète est perturbée par les autres planètes. Par conséquent, les 43" ne sont que la contribution causée par la courbure de l'espace.)

L'effet de l'avance du périhélie est beaucoup plus important pour les corps célestes qui courbent l'espace plus fortement : dans l'environnement des étoiles à neutrons et des trous noirs.

Exercices

1. Calculer la déviation de la lumière, (a) qui passe à ras d'une étoile à neutrons de masse $m = 3 \cdot 10^{30}$ kg et de rayon $R = 10$ km. (b) Qui passe à ras de la Terre.
2. Nous regardons un corps céleste proche. Il nous apparaît comme un disque. (a) Lorsque le corps céleste est le soleil ou la lune, nous voyons moins de la moitié de la surface. Expliquer. (Aide : l'effet devient d'autant plus fort que nous sommes proches du corps céleste.) (b) Lorsque l'étoile est une étoile à neutrons, nous voyons plus de la moitié de sa surface. Expliquer.

9.5 Le rayon de Schwarzschild

Il n'y a pas grand chose à comprendre dans ce chapitre car il ne s'agit que de simplifier une expression.

Revenons encore une fois à l'équation (9.2) qui explique comment un faisceau lumineux est dévié par un corps céleste de masse m :

$$\alpha = 4\frac{G}{c^2}\cdot\frac{m}{r}.$$

Maintenant nous introduisons une abréviation :

$$r_S = 2\frac{G}{c^2}\cdot m. \qquad (9.3)$$

L'équation de l'angle de déviation est alors simplifiée :

$$\alpha = 2\frac{r_S}{r}.$$

Nous pouvons voir que la nouvelle quantité r_S est mesurée en mètres.

Cette quantité est appelée *rayon de Schwarzschild*. Comme G et c sont des constantes naturelles, r_S n'est rien d'autre qu'une mesure pour la masse — seulement exprimée en mètres.

Nous insérons les valeurs de G et c dans l'équation (9.1) et obtenons :

$$r_S = m \cdot 1{,}48 \cdot 10^{-27}\ \text{m/kg}.$$

Mais pourquoi r_S est-il ainsi mis en avant ? Parce que le terme à droite de l'équation (9.3) fait partie de nombreuses autres formules et que ces formules deviennent plus claires lorsque le terme est abrégé en r_S. De plus, r_S a une autre signification particulière en ce qui concerne les trous noirs — mais ceci sera traité ultérieurement.

> Rayon de Schwarzschild
> $= \text{masse} \cdot 1{,}48 \cdot 10^{-27}$ m/kg

Pour avoir une idée des valeurs typiques du rayon de Schwarzschild, le Tab. 9.1 présente quelques exemples.

corps	masse	rayon de Schwarzschild
livre	0,5 kg	$0{,}74 \cdot 10^{-27}$ m
lune	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg	0,11 mm
Terre	$5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg	9 mm
soleil	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg	3 km

Tab. 9.1 Exemples de rayons de Schwarzschild

9.6 Intervalles de temps

Nous savons que les horloges dans le champ gravitationnel ont un rythme différent selon leur emplacement. Nous avons vu que, tout près de la surface de la Terre, l'horloge la plus haute est plus rapide que l'horloge la plus basse.

La formule simple

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_S}{r}}}\Delta t_0 \tag{9.4}$$

s'applique à un corps céleste sphérique.

Elle est valable partout en dehors du corps céleste. Δt_0 est l'intervalle de temps entre deux événements mesurés à la distance r du corps céleste. Δt est l'intervalle de temps des mêmes événements que nous mesurons lorsque nous sommes situés à une grande distance de celui-ci. En d'autres termes : le temps passe plus lentement à proximité du corps céleste. r_S est le rayon de Schwarzschild. Normalement, c'est-à-dire à la surface de la Terre ou de la lune ou du soleil, r_S est beaucoup plus petit que r, voir le Tab. 9.1. Cela signifie que la racine carrée de l'équation (9.4) est presque égale à 1, et donc que les deux intervalles de temps sont pratiquement égaux, comme nous pouvons le constater tous les jours.

Nous avons déjà dans un chapitre précédent abordé la légère déviation qui se produit pour le GPS.

Mais la différence peut aussi devenir grande. Le rayon et la masse d'une étoile à neutrons typique sont

$$r = 10\text{ km},\ m = 3\cdot 10^{30}\text{ kg}.$$

On obtient donc le rayon de Schwarzschild

$$r_S = 4{,}5\text{ km}.$$

Inséré dans l'équation (9.4), nous obtenons :

$$\Delta t \approx 1{,}35\ \Delta t_0.$$

Willy, qui vit à la surface de l'étoile à neutrons, ne se rend bien sûr pas compte du temps qui s'écoule plus lentement chez lui ; il trouve plutôt que les horloges lointaines, c'est-à-dire là où habite Lilly, fonctionnent plus vite. Lorsqu'il envoie à Lilly avec son laser deux signaux lumineux courts à une minute d'intervalle, pour Lilly, l'intervalle de temps entre les signaux est de 82 secondes, soit 1 minute et 21 secondes. Et Lilly voit que la montre de Willy tourne plus lentement que la sienne. D'ailleurs, Willy utilise une deuxième montre en plus de sa montre normale, qui tourne plus vite pour afficher l'heure de Lilly, c'est-à-dire l'heure locale de Lilly. Et Lilly a aussi une deuxième montre en plus de la sienne, la montre normale, qui fonctionne plus lentement pour afficher l'heure locale de Willy.

Vous avez certainement remarqué que, encore une fois, cette histoire est complètement irréaliste. Willy ne peut en aucun cas rester à la surface d'une étoile à neutrons, même s'il se protège efficacement contre les radiations et les températures élevées. Il serait écrasé par le fort champ gravitationnel à cause de l'intensité de ce champ (voir l'équation (4.7)) :

$$g = G\cdot\frac{m}{r^2} \approx 2\cdot 10^{23}\ \text{N/kg}.$$

> Vu de l'extérieur, le temps près d'un corps lourd passe plus lentement qu'à une longue distance du centre :
>
> $$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_S}{r}}}\Delta t_0$$

L'équation (9.4) est délicate pour une autre raison.

Regardons un cercle dont le centre correspond au centre du corps central.

Dans notre monde non courbe, la relation entre la circonférence U et la distance r au centre (appelée rayon) est

$$r = \frac{U}{2\pi}.$$

Au voisinage d'un corps céleste lourd, cela ne s'applique plus. Ici, la distance au centre est plus grande. Nous l'appellerons ρ. Par conséquent, nous avons :

$$\rho > r.$$

Attention : ρ n'est pas le rayon du cercle.

Pour lire correctement l'équation (9.4), vous devez savoir qu'elles contiennent r et non pas ρ. L'équation ne contient pas la distance au centre mais la circonférence d'un cercle divisé par 2π.

Exercise

1. Willy est sur une étoile à neutrons, filme une vidéo et l'envoie à Lilly qui est loin. Que voit Lilly dans la vidéo ? (Nous supposons que Willy n'est pas affecté par le puissant champ gravitationnel.)

9.7 Trous noirs

L'influence de la masse/énergie sur l'espace et le temps étant particulièrement spectaculaire au voisinage des trous noirs, nous allons aborder ces objets plus en détail.

L'horizon des événements

Jusqu'ici, nous avons considéré que r_S n'était rien de plus qu'une mesure de la masse d'un corps ou une grandeur qui nous aide à simplifier certaines équations. Nous allons maintenant voir que le rayon de Schwarzschild prend une signification très particulière. Un trou noir se forme lorsqu'une étoile, dont le combustible de base a été épuisé, rétrécit et que son rayon se rapproche du rayon de Schwarzschild r_S.

Commençons par une remarque sur ce sujet : plus tôt (équation (4.7)), nous avons vu que l'intensité du champ gravitationnel d'un corps céleste à symétrie sphérique pouvait être calculée à l'aide de l'équation

$$g(r) = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Ici, G est la constante gravitationnelle, m la masse du corps et r la distance du centre.

La formule ne s'applique que pour la zone à l'extérieur du corps. Si nous imaginons que toute la masse est concentrée en un point, l'équation — à l'exception du point — s'appliquerait partout. Mais si nous nous approchons de ce point, c'est-à-dire que si r tend vers zéro, l'intensité du champ s'approchera de l'infini.

Revenons au trou noir. Ici aussi, l'intensité du champ augmente à l'approche du centre ; cependant, il tend déjà vers l'infini plus à l'extérieur, notamment à *l'horizon des événements*.

L'horizon des événements est la surface sphérique pour laquelle

$$r = r_S.$$

Nous pouvons déjà dire à partir de l'équation (9.4) du chapitre précédent que quelque chose doit se passer à cette distance du centre. Lorsque r devient égal au rayon de Schwarzschild, nous obtenons $\Delta t = 0$. Pour ceux qui sont à l'extérieur, le temps s'arrête à l'horizon des événements.

De plus, l'intensité du champ gravitationnel approche également de l'infini. Cela signifie que tout objet qui s'est approché de l'horizon des événements est attiré par le trou noir et ne peut plus revenir vers l'extérieur : pas de corps, pas de particule et pas de lumière non plus.

> Ni corps, ni particule, ni lumière ne peuvent quitter l'horizon des évènements ou le traverser en venant de l'intérieur.

Le trou noir vu de l'extérieur

Comme le temps s'arrête à l'horizon des événements en comparaison avec le temps loin à l'extérieur, un corps qui est capturé par le trou noir ou qui tombe vers le trou noir devient de plus en plus lent jusqu'à ce qu'il s'arrête complètement à l'horizon des événements. Pour cette raison, un trou noir est également appelé une *étoile gelée*. Nous qui sommes à l'extérieur, ne sommes jamais conscients que quelque chose qui tombe vers le centre du trou noir tombe en fait dans le trou noir. Déjà pendant la formation du trou noir, lorsque la matière d'une étoile éteinte se déplace vers l'intérieur, nous ne pouvons en voir l'état que peu de temps avant qu'elle atteigne l'horizon des événements. Par conséquent, nous pouvons voir le passé — jusqu'au moment où le trou noir s'est formé.

Cependant, « voir » pose encore problème car pour voir quelque chose, il faut que la lumière vienne à l'extérieur. La longueur d'onde de la lumière qui se déplace « vers le haut » dans le champ gravitationnel s'allonge tandis que la fréquence diminue. La lumière qui vient de l'horizon des événements a une longueur d'onde infiniment longue ou une fréquence nulle, ce qui signifie qu'aucune lumière ne peut arriver à l'extérieur venant de l'horizon des événements. Pour cette raison, un trou noir apparaît comme noir. Pour nous, l'horizon des événements est dans une certaine mesure une frontière du monde. La zone « derrière » l'horizon des événements est coupée du reste du monde.

Le monde extérieur vu du trou noir

Nous imaginons être à proximité mais à l'extérieur de l'horizon des événements. Ici, c'est exactement le contraire de ce que nous venons de trouver pour l'observation à partir de l'extérieur. De ce point de vue, le temps à l'extérieur ira plus vite, c'est-à-dire infiniment vite, si nous approchons suffisamment de l'événement. Par conséquent, nous verrions infiniment loin dans l'avenir du monde extérieur. Mais ici aussi, nous avons un problème de vision car la « lumière » qui vient de l'extérieur a une longueur d'onde infiniment courte. Au lieu de la lumière visible, il y a de la lumière UV, des rayons X ou même des rayons gamma en fonction de la distance qui nous sépare de l'horizon des événements — mais nous avons déjà compris que l'environnement proche de l'horizon des événements n'est pas très confortable.

9.8 Ondes gravitationnelles

Que l'espace soit plus que de la place pour quelque chose se voit en particulier nettement dans le fait qu'il existe des *ondes gravitationnelles* : des distorsions de l'espace qui se déplacent à travers lui de la même façon que des variations de masse volumique se déplacent dans l'air dans le cas d'une onde sonore.

Les ondes gravitationnelles se déplacent à la même vitesse que les ondes électromagnétiques, c'est-à-dire à la vitesse terminale *c*.

Tout comme les ondes électromagnétiques sont créées par une charge électrique oscillante ou les ondes sonores par une membrane de haut-parleur vibrante, les ondes gravitationnelles sont formées par l'oscillation de la masse, c'est-à-dire des corps.

En cas de mouvements de corps dans des conditions terrestres, les ondes créées sont extrêmement faibles. Pour créer des ondes pouvant être détectées, des masses énormes doivent osciller très rapidement. En réalité, de tels processus se produisent dans l'univers.

Deux étoiles qui gravitent l'une autour de l'autre forment un *système d'étoiles binaires*. En raison de leur mouvement, elles émettent des ondes gravitationnelles. Cependant, dans les systèmes stellaires binaires « normaux », ce rayonnement est encore si faible que nous sommes incapables de le détecter. Les choses sont différentes pour les étoiles lourdes et petites de sorte qu'elles puissent se déplacer les unes autour des autres à très courte distance et donc à grande vitesse. C'est le cas des systèmes d'étoiles binaires dont les partenaires sont des naines blanches, des étoiles à neutrons ou des trous noirs. Nous pouvons observer que la période de rotation devient progressivement légèrement plus courte et que la distance des deux étoiles devient plus petite. Cela montre que le système perd de l'énergie. Cette énergie s'éloigne avec des ondes gravitationnelles.

Voici un exemple qui montre à quel point ces effets sont minimes :

Les deux naines blanches J065133.338 et 284423.37 tournent l'une autour de l'autre. Leurs masses sont respectivement 0,26 et 0,5 masses solaires. La période de rotation est de 12,75 minutes. On peut mesurer à partir de la Terre que la période de rotation diminue de 310 microsecondes par an. Cependant, les ondes elles-mêmes sont encore si faibles qu'elles ne peuvent pas être détectées.

Mais il y a des événements dans l'univers dans lesquels des ondes sont créées qui sont suffisamment fortes pour être directement détectables sur Terre. Deux trous noirs qui tournent l'un autour de l'autre perdent progressivement de l'énergie, leur distance devient de plus en plus petite et leur période de rotation de plus en plus courte. De ce fait, le rayonnement devient plus fort. Mais il y a une fin à un moment donné : les trous noirs fusionnent. Lors des dernières rotations à très grande vitesse, une forte onde gravitationnelle est émise. Elle est suffisamment puissante pour être mesurable sur Terre, même si l'événement s'est déroulé à une distance de 10^9 années-lumière, c'est-à-dire dans une galaxie lointaine. (Avez-vous remarqué que nous avons dit « a eu lieu » et non « a lieu » ? Une distance de 10^9 années-lumière signifie que l'événement s'est passé très loin dans le passé.)

À quoi ressemble une onde gravitationnelle quand elle nous parvient ? C'est une distorsion de l'espace : les distances entre deux corps sont modifiées, augmentées ou réduites. L'animation de la Fig. 9.13 montre en détail comment cela se produit. (Vous avez besoin d'une connexion internet pour voir l'animation.)

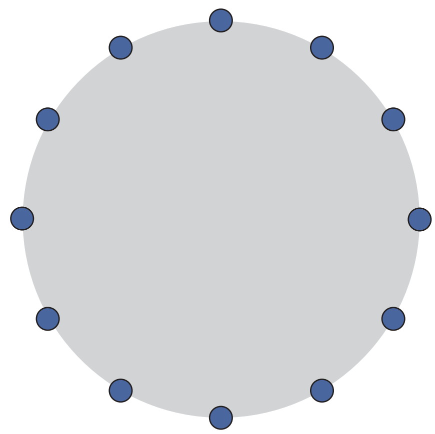


Fig. 9.13 Vu du centre, les distances des corps bleus augmentent et diminuent. (L'onde se déplace perpendiculairement au plan du dessin.)

Lire la figure correctement est une tâche ardue. L'onde se déplace perpendiculairement au plan du dessin. Nous sommes au centre et examinons les distances par rapport aux corps disposés en cercle autour de nous. L'onde fait augmenter et diminuer les distances périodiquement. Si elles augmentent dans une direction, elles diminueront dans la direction orthogonale correspondante. On peut aussi dire que le volume d'un espace reste constant quand l'onde passe. La Fig. 9.14 montre le processus en trois dimensions. Ici aussi, on peut voir la progression de l'onde.

Ce que montre la Fig. 9.13 ne s'applique bien sûr pas uniquement aux points de la ligne centrale. Nous pou-

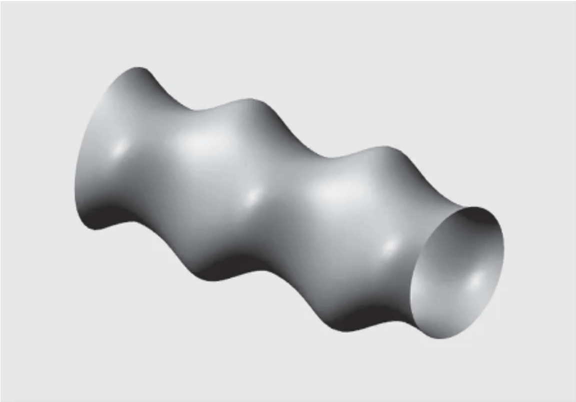


Fig. 9.14 Déformation de l'espace vue de l'axe central.

vons déplacer l'axe parallèlement à un autre endroit et dessiner un « ballon de fête » précisément de cette manière.

Il est clair que l'image est une exagération radicale des proportions. En réalité, l'allongement ou la compression de l'espace est beaucoup plus réduit : la distance de deux corps éloignés de 1 m varie normalement de 10^{-22} mètres. Pour les ondes actuellement détectables directement, les longueurs d'onde sont supérieures à 1000 km.

> Onde gravitationnelle : l'espace est étiré et comprimé périodiquement dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. La distance entre deux corps change en conséquence.

Exercices

1. Comparez la longueur d'onde de la lumière rouge à celle d'une onde gravitationnelle mentionnée dans le texte ci-dessus. (Calculez leur ratio.)
2. Une onde gravitationnelle (perpendiculaire au plan du dessin de la Fig. 9.15) passe par Lilly et Willy. La figure montre un arrêt sur image à un instant où les distances horizontales ne font qu'augmenter. Willy dit que les points A et B s'éloignent de lui. Lilly affirme que B et C s'éloignent d'elle. Comment cela va ensemble?

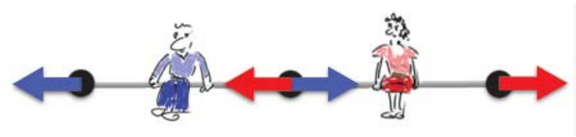


Fig. 9.15 Pour l'exercice 2

10 COSMOLOGIE

10.1 Les étoiles en mouvement

La cosmologie traite de la structure et du développement de *l'univers*.

Le ciel de nuit crée une ambiance de paix et de stabilité. Les étoiles semblent toujours être à la même place et briller avec une intensité constante.

En réalité cependant, l'univers est soumis à une évolution permanente : les étoiles se déplacent les unes par rapport aux autres. De nouvelles étoiles sont formées et d'autres disparaissent, explosent ou tombent dans des trous noir. Les galaxies également sont en mouvement, elles sont en rotation et entrent en collision avec d'autres galaxies.

Par exemple, le soleil se déplace à 220 km/s sur une orbite autour du centre de la Voie Lactée. (Pour mémoire : la Terre orbite autour du soleil à 30 km/s.)

Si nous observons le ciel sur plusieurs jours et comparons la position des corps célestes, nous constaterons que la lune et les planètes se déplacent par rapport à l'arrière plan des étoiles. Les étoiles quant à elles semblent ne pas bouger. Pourquoi ne pouvons-nous rien voir du mouvement des étoiles ? Parce qu'elles sont bien trop loin. Un avion dans le ciel semble se déplacer très lentement alors que sa vitesse réelle est d'environ 800 km/h. Nous percevons un mouvement comme d'autant plus lent que la distance entre nous et l'objet mobile est plus grande. Ce que nous percevons est le changement de la direction dans laquelle nous voyons l'objet. Nous pouvons également percevoir la vitesse angulaire

$$\omega = \frac{v}{r}$$

et, à une vitesse donnée v, cette vitesse angulaire diminue lorsque la distance r augmente.

Nous ne pouvons pas voir d'autres évènements cosmiques remarquables dans le ciel nocturne parce qu'ils n'arrivent pas assez souvent dans notre voisinage proche. Le quasar le plus proche est (ou bien était ?) à plusieurs milliards d'années-lumière de nous et ne peut donc être vu à l'oeil nu.

Encore plus intéressant mais certainement invisible à l'oeil nu est un autre phénomène : l'univers est en expansion. C'est comme si les galaxies s'éloignaient de nous. Nous examinerons particulièrement ce phénomène par la suite.

Mais pour le moment, introduisons un point de méthode. Nous allons utiliser de très longues distances dans ce qui suit. En conséquence, il sera utile d'indiquer les distances non en mètres mais dans une bien plus grande unité de mesure, l'année-lumière (al). Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en un an. En mètres nous avons :

$$1 \text{ al} = 9{,}461 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

Outre l'année-lumière, les unités heure-lumière, minute-lumière ou seconde-lumière sont également parfois utilisées. Voici quelques exemples de distances cosmiques :

- Terre – lune — 1,3 seconde-lumière
- soleil – Terre — 8,3 minutes-lumière
- diamètre du système solaire — 150 heures-lumière
- distance de l'étoile la plus proche du soleil (Proxima Centauri) — 4,2 al
- diamètre de la Voie Lactée — 100 000 al.

Nous aimerions évidemment continuer : distance du quasar le plus proche, etc. Mais ce faisant, nous rencontrerions une première difficulté : qu'entendons-nous exactement par distance ? La distance à l'instant où il a émis la lumière qui nous atteint maintenant ; ou bien la distance qui nous en sépare aujourd'hui dans le cas où il existe encore ?

10.2 Le principe cosmologique

Une règle fondamentale qui a fait ses preuves est le *principe cosmologique*. Il déclare que nous ne sommes pas situés à un endroit particulier dans l'univers. Cela inclut :

- La Terre n'est pas le centre du monde, comme cela était supposé dans des temps plus anciens. Au contraire, le monde n'a ni bord ni centre.
- La Terre n'est pas une planète unique mais une planète comme il en existe beaucoup d'autres orbitant autour d'autres étoiles.
- Le soleil n'est pas une étoile unique, mais une parmi d'innombrables autres étoiles semblables.
- Notre Voie Lactée n'est pas une galaxie spéciale mais une parmi d'innombrables autres galaxies similaires.
- Notre amas de galaxies n'est pas un amas particulier mais un amas parmi d'innombrables autres amas semblables.

Les amas de galaxies sont les structures les plus grandes qui existent dans l'univers. Maintenant, imaginons une zone (immense), contenant un très grand nombre d'amas de galaxies, qui soit isolée du restant de l'univers, puis une seconde zone prise à un autre endroit de l'univers. Nous pouvons dire maintenant que ces deux zones se ressemblent en moyenne.

En d'autres termes, nous pouvons dire que l'univers est homogène « sur une grande échelle de longueur ».

Cette caractéristique de l'univers est comparable à celle d'un gaz — par exemple de l'air. Une portion d'air dans un cube d'arête 1 cm ne peut au premier abord être distinguée de l'air dans un cube adjacent : dans les deux cubes, l'air a la même masse volumique, la même température et la même pression. Seulement si nous examinons l'air avec une vue très rapprochée, nous pourrons voir les molécules d'azote et d'oxygène voler de manière complètement irrégulière et ce « monde » a l'air différent en chaque point de l'espace. Ainsi, l'air est déjà homogène dans un cube de volume 1 cm^3 ; dans le cas de l'univers, nous avons besoin d'examiner un cube d'arête d'au moins 10^8 années-lumière.

> L'univers est homogène à grande échelle de longueur.

Nous pourrions également supposer que nous ne sommes pas situés à un instant particulier sur l'échelle de temps, c'est-à-dire que, en moyenne, l'univers a été dans tous les temps ce qu'il est aujourd'hui. Mais ce n'est pas vrai, comme nous allons le voir par la suite.

10.3 Courbe ou bien non courbe ?

Nous avons vu que l'espace au voisinage de corps célestes lourds est « courbé ». Au-delà de ce voisinage, il est « plat ». Notre expérience quotidienne confirme qu'il est également plat à grande distance des corps célestes lourds. Cependant nous devons nous attendre à ce que l'espace ne soit qu'approximativement plat. Nous savons que la courbure est causée par l'énergie (= masse). L'univers contient de l'énergie, c'est-à-dire que l'on pourrait s'attendre à ce qu'il soit courbé, même si c'est de manière très limitée. Alors il est courbé ou non ?

Avant de répondre à cette question, nous aimerions préciser nos observations précédentes. Au chapitre 9.3 nous avons trouvé que le volume d'une région de l'espace avec une surface donnée augmentera si un corps céleste de grande masse est placé à l'intérieur. Nous avions choisi une zone de l'espace en forme de cube. A la place du cube, choisissons maintenant une région sphérique pour simplifier notre démonstration. De plus, imaginons la sphère très grande de telle sorte que beaucoup de galaxies peuvent s'y trouver.

Bien sûr, nous nous attendons également à ce que le volume de la sphère soit un peu « trop grand » dans ce cas. Dans l'espace normal, plat, le volume d'une sphère est calculé par la formule

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Dans notre cas, pour lequel la région sphérique contient de la matière, le volume devrait être légèrement plus grand :

$$V > \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Attention ! Nous avons déjà vu plus tôt que r ne correspond pas à la distance à partir du centre, mais à la circonférence d'un grand cercle divisée par 2π, voir le chapitre 9.6.

Nous aimerions maintenant aussi imaginer la possibilité que la masse de ce qui est situé dans la région sphérique de l'espace soit négative. L'hypothèse peut sembler absurde au premier abord mais qui sait ? Il n'y a rien de mal à faire une expérience de pensée. Dans ce cas, nous nous attendrions à ce que le volume de notre sphère soit plus petit que le volume d'une sphère dans un espace plat :

$$V < \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Quoi qu'il en soit, nous voudrions aborder la question sans préjugés : comment est la courbure de l'espace ? Rendelle le volume trop grand ? Ou plutôt trop petit ? En principe, il y a deux façons de répondre à cette question :

- 1. si nous savons exactement ce qui existe à l'intérieur de la sphère, nous pouvons alors calculer (en utilisant la théorie d'Einstein) de combien l'espace est courbé,
- 2. en regardant simplement ce qu'il en est.

A ce jour, le calcul ne marche pas vraiment bien parce qu'il y a encore une certaine confusion concernant le contenu de la sphère. Le problème vient du fait qu'il n'y a pas que les corps célestes visibles en plus de la matière dite sombre qui peut aussi être vue indirectement. Ce que l'on qualifie parfois d'espace vide n'est pas aussi vide qu'il n'y paraît. Cela signifie que l'idée d'une masse négative ne peut pas être simplement écartée.

Par conséquent, nous utilisons l'autre méthode et observons les choses. Mais il y a également un problème : nous avons besoin de calculer très précisément les distances des galaxies pour être capables de détecter de petits écarts par rapport à la planéité. Le résultat actuel de ces mesures est étonnant : l'univers est plat.

> Sur de grandes échelles de longueur, l'univers est plat.

Vous pourriez dire que vous avez toujours imaginé qu'il en serait ainsi. Correct. Mais après avoir appris que l'espace peut être courbé, non seulement en principe, mais qu'il est en fait réellement courbé à proximité de tout corps céleste lourd, l'observation de l'univers entier étant plat est plutôt inattendue et nécessite une explication. En fait, c'est actuellement l'une des grandes questions ouvertes de la physique.

10.4 L'expansion de l'univers

Nous avons vu que la structure spatiale de l'univers est très simple :

- l'univers est le même partout (à grande échelle),
- l'univers est plat (pour autant que nous puissions le dire avec notre précision de mesure actuelle).

D'un autre côté, cependant, ce n'est pas simple du tout, notamment en ce qui concerne son évolution dans le temps : l'univers est en expansion.

Cela signifie-t-il qu'il devient de plus en plus grand ? Dire cela serait irréfléchi. Nous ne savons quelle est sa taille, et au cas où il serait infiniment grand, nous ne pourrions simplement pas dire qu'il grandit encore et encore. Alors, qu'est-ce que signifie de dire que l'univers est en expansion ?

Examinons une corde élastique qui se dilate ou qui est étirée, Fig. 10.1. On ne s'intéresse pas à savoir qui tire dessus, tant bien même quelqu'un tirerait dessus, et pourquoi elle est en expansion.

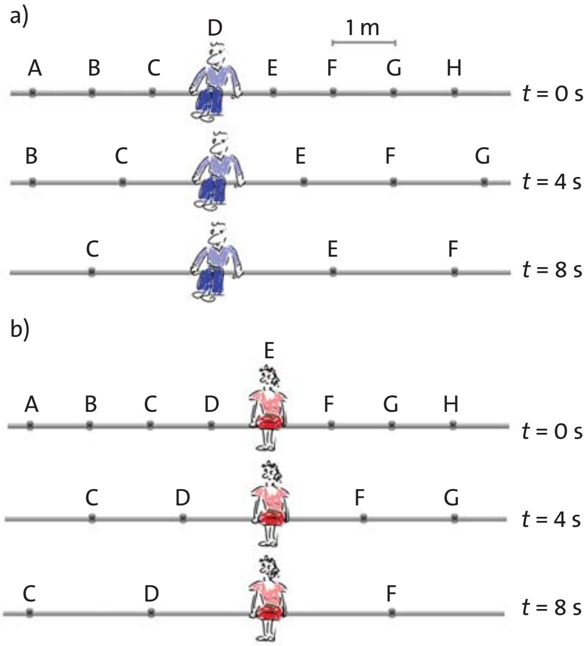


Fig. 10.1 La corde s'étire. Pour Willy, les noeuds A, B et C bougent dans un sens tandis que les noeuds E, F, G et H bougent dans l'autre sens (a). Pour Lilly, les noeuds A, B, C et D se déplacent dans un sens tandis que les noeuds F, G et H se déplacent dans l'autre (b).

La corde comporte des noeuds A, B, C... disposés à intervalles réguliers, de telle sorte que nous pouvons voir comment elle s'étire.

Willy, Fig. 10.1a, est au noeud D. Que voit-il ? Il voit que les noeuds voisins C et E s'éloignent de lui, et il voit que les noeuds B et F s'éloignent deux fois plus vite que C et E, les noeuds A et G trois fois plus vite, et ainsi de suite. La Fig. 10.1b montre encore une fois la même corde, mais du point de vue de Lilly qui est au noeud E. Comment perçoitelle l'environnement ? Pour elle, le noeud E est au repos, les noeuds D et F se déplacent vers l'extérieur, C et G se déplacent deux fois plus vite et ainsi de suite.

Nous pouvons ainsi constater que chacun considère sa place comme le centre du monde et croit que la corde est en expansion à partir de sa position vers la droite et vers la gauche. N'importe qui d'autre se tenant à n'importe quel autre endroit de la corde a également la même perception.

Maintenant vous pouvez comprendre ce que nous entendons en disant que l'univers est en expansion. Vu de n'importe quelle position, les étoiles et les galaxies semblent se déplacer vers l'extérieur, et plus elles sont lointaines, plus elles semblent se déplacer rapidement.

Cependant, « déplacement » n'est pas tout à fait l'expression adéquate dans ce contexte. La raison de ces distances croissantes est simplement le fait que de l'espace nouveau est formé entre les galaxies.

> L'univers est en expansion : du nouvel espace est formé partout.

Cela a l'air intéressant. Cela veut-il dire que le lopin de terre de quelqu'un aurait grandi au bout d'un an ? Pourrions-nous en faire un nouveau modèle commercial ? Non. Bien que l'espace soit en expansion, tout ce qui est situé à l'intérieur de cet espace et qui est relié d'une manière ou d'une autre — c'est-à-dire qui est lié ensemble par des champs — conserve sa taille : tous les objets sur Terre, la Terre elle-même, le système solaire, notre galaxie, notre amas de galaxies. Seules les distances entre les amas de galaxies augmentent.

On peut imaginer cela de la façon suivante : Willy et Lilly sont assis à une courte distance l'un de l'autre sur la corde en expansion, Fig. 10.2a. Vue depuis la position de Willy, Lilly bouge ; du point de vue de Lilly, Willy bouge. La vitesse à laquelle Willy s'éloigne de Lilly, ou également Lilly de Willy, devrait être appelée *vitesse d'expansion*. Sur la Fig. 10.2b, les deux se tiennent par la main. Maintenant ils ne s'éloignent plus l'un de l'autre. La corde glisse sous eux. On peut aussi le présenter ainsi : pour ne pas s'éloigner, ils doivent se déplacer relativement à la corde, c'est-à-dire de telle sorte que la vitesse d'expansion est précisément compensée.

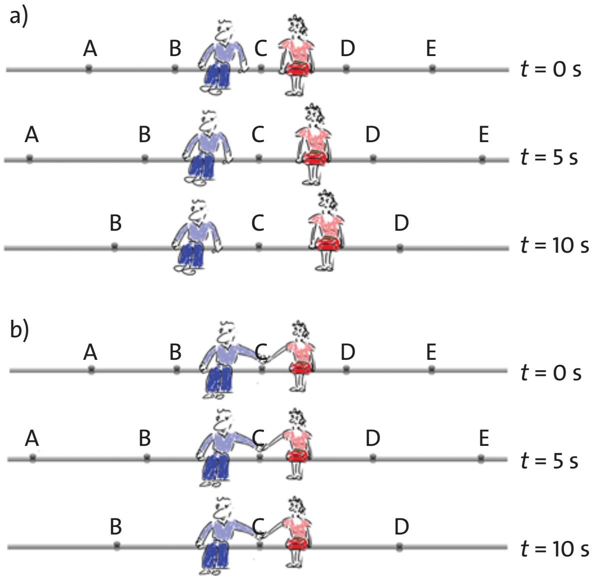


Fig. 10.2 (a) Willy et Lilly s'éloignent l'un de l'autre à la vitesse d'expansion. (b) La corde s'éloigne sous Willy et Lilly. Willy et Lilly se déplacent relativement à la corde.

Pour le cas de l'univers, les distances à l'intérieur de toutes les structures jusqu'aux amas de galaxies n'augmentent pas par l'expansion de l'espace. Mais comment l'expansion peut-elle alors être vue ? En observant les distances entre les plus grandes structures de l'univers, c'est-à-dire les amas de galaxies.

Regardons un point à la distance d (par rapport à nous). La vitesse à laquelle ce point semble se déplacer a été précédemment appelée vitesse d'expansion. Si la distance varie de Δd durant l'intervalle de temps Δt, la vitesse d'expansion sera

$$v_e = \frac{\Delta d}{\Delta t}.$$

Pour Willy à la Fig. 10.1, la vitesse d'expansion des noeuds E et F est :

$$\text{point E: } v_e = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{0{,}5\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 0{,}125\ \text{m/s},$$

$$\text{point F: } v_e = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{1\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{m/s}.$$

Nous pouvons voir que ve est proportionnelle à la distance des noeuds :

$$v_e \sim d.$$

Pour ce cas-là, le facteur de proportionnalité est $0{,}25\ \text{s}^{-1}$. Nous avons donc

$$v_e = 0{,}25\ s^{-1} \cdot d\ .$$

Appliquons maintenant cette équation à l'univers.

Ici également, ve est proportionnelle à *d*. Le facteur de proportionnalité dans ce cas est désigné par *H* et appelé *taux d'expansion* de l'univers :

$$v_e(d) = H \cdot d\ . \qquad (10.1)$$

Nous avons

$$H = \frac{2{,}1\ \text{m/s}}{100\ \text{al}}.$$

En d'autres termes : chaque fois que nous avançons de 100 années-lumière, la vitesse d'expansion augmente de 2,1 m/s.

> Taux d'expansion : $H = \dfrac{2{,}1\ \text{m/s}}{100\ \text{al}}$.

Nous devons distinguer le mouvement réel dans diverses directions des étoiles individuelles et des galaxies du mouvement d'expansion proprement dit. Mais plus une galaxie est éloignée de nous, plus la pertinence de ce mouvement réel par rapport au mouvement d'expansion est faible.

L'expansion de l'univers a des conséquences intéressantes. Nous aimerions aborder deux d'entre elles.

Vitesse d'expansion plus grande que la vitesse terminale

La Fig. 10.3 montre la relation linéaire entre la vitesse d'expansion et la distance. (Voir également l'équation (10.1).)

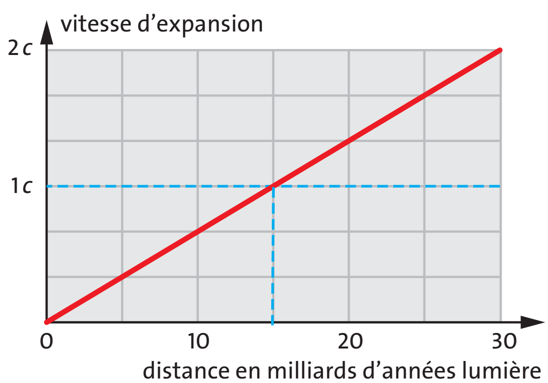


Fig. 10.3 Vitesse d'expansion en fonction de la distance : pour $d > 14 \cdot 10^9$ années-lumière, elle devient plus grande que la vitesse terminale *c*.

Vous pourriez faire une observation troublante : pour des distances supérieures à $14 \cdot 10^9$ années-lumière, la vitesse d'expansion devient plus grande que *c*, c'est-à-dire supérieure à la vitesse terminale. Cela peut-il être correct ? Oui, ne vous inquiétez pas. *c* est seulement la vitesse terminale pour les mouvements réels, pas pour les mouvements d'expansion durant lesquelles du nouvel espace est formé.

Le Big Bang

A partir de l'expansion d'aujourd'hui, nous pouvons « calculer en arrière » et il devient évident qu'il doit y avoir eu une sorte de début. Il y a $13{,}8 \cdot 10^9$ années, toute la matière et tout le rayonnement étaient très concentrés. La masse (énergie) par unité de volume, la pression et la température avaient des valeurs gigantesques. L'univers a été formé à partir de cet état.

Le moment où cela s'est produit peut être considéré comme le commencement du temps. Le début de l'expansion est appelé *Big Bang*.

> L'expansion de l'univers a commencé il y a 13,8 milliards d'années avec le Big Bang.

Plus tôt nous avons trouvé que l'univers est homogène. Partout c'est comme là où nous sommes. Cette affirmation vaut aussi pour l'expansion : le taux d'expansion est le même partout. C'était également le cas pour notre univers modèle à la Fig. 10.1 : tous les intervalles d'espace entre deux noeuds voisins augmentent également rapidement.

Mais cela ne nous dit rien sur le comportement du taux d'expansion en fonction du temps. Par exemple, les espacements sur notre corde élastique pourraient augmenter plus rapidement maintenant et plus lentement ultérieurement. De fait, c'est exactement le cas pour l'univers réel. Jusqu'à environ 5 milliards d'années après le Big Bang, l'expansion s'est ralentie au fil du temps et s'est accélérée par la suite.

Aujourd'hui, la question de savoir pourquoi l'expansion devient à nouveau plus rapide n'a pas encore trouvé de réponse.

> Jusqu'à 5 milliards d'années après le Big Bang, l'expansion a décéléré; puis, elle a accéléré à nouveau.

Exercise

1. De combien augmentera une distance de 1 km dans l'univers en un an ?

10.5 Regarder en arrière vers le passé

Presque tout ce que nous apprenons sur l'univers et presque tout ce que nous « voyons » de l'univers nous parvient par le rayonnement électromagnétique : surtout avec la lumière « visible » normale, mais aussi avec une diversité d'autres rayonnements électromagnétiques comme les rayons gamma, les rayons X, les rayonnements UV, infrarouge et micro-onde.

Alors qu'est-ce qui peut être « vu » de l'univers de cette manière ? Nous pourrions croire voir l'univers tel qu'il est. Bien que cela semble naturel, c'est incorrect. Nous voyons l'univers tel qu'il *était* !

La lumière qui nous atteint sur Terre et qui crée les images des étoiles et des galaxies a dû parcourir un long chemin et donc il a fallu du temps. Plus le chemin est long, plus il s'est écoulé du temps entre l'émission (la création) de la lumière par une étoile et son arrivée à notre place sur Terre. Ainsi, ce que nous voyons n'est pas l'étoile aujourd'hui, mais l'étoile au moment où sa lumière a été émise ; et ce moment peut être loin dans le passé. Plus l'objet est éloigné de nous, plus nous regardons loin dans le passé.

> Plus nous regardons loin en distance, plus nous regardons dans le passé.

Si nous regardons maintenant le soleil, nous pouvons le voir comme il était il y a environ 8 minutes. Peu de choses ont certainement changé sur le soleil en si peu de temps.

Les choses sont très différentes pour un quasar situé à une distance de 10^{10} années-lumière et que nous pouvons voir à l'aide d'un télescope. Nous pouvons être sûr que le quasar n'existe plus. L'explosion de la supernova qui a pu être observée en 1987 s'est produite à une distance de 179 000 années-lumière de nous. Cela signifie qu'elle n'a pas eu lieu en 1987 mais il y a 179 000 ans. Les ondes gravitationnelles qui nous sont parvenues en 2016 avaient été crées il ya $1{,}3 \cdot 10^9$ ans lorsque deux trous noirs se sont effondrés l'un sur l'autre à une distance de $1{,}3 \cdot 10^9$ années-lumière.

Si nous supposons que l'univers est homogène, c'est-à-dire qu'il est le même partout et qu'il s'est développé de la même façon partout, nous pouvons déduire de ce que nous voyons en regardant au loin (et vers le passé) ce à quoi ressemblait notre environnement proche dans le passé. Ainsi nous voyons l'univers aux différentes étapes de son évolution.

> Comme l'univers est homogène, nous pouvons aussi voir notre propre passé en regardant à longue distance.

Nous examinerons plus loin ce qui est arrivé à ces objets, c'est-à-dire au lointain quasar et au lointain trou noir, pendant ce temps.

10.6 Ce que nous voyons de l'univers

La réponse à la question de ce que l'on peut voir sur Terre à partir de notre position actuelle est facile (à condition que la vue soit dégagée) : nous pouvons voir le paysage jusqu'à l'horizon.

En posant la même question pour l'univers, la réponse va être légèrement plus difficile.

1. La façon dont nous voyons une séquence chronologique

Nous pouvons regarder vers le passé avec nos télescopes. Mais nous ne voyons pas encore le monde tel qu'il était alors ; nous le voyons comme temporellement distordu d'une manière particulière. Et cela est dû à l'expansion de l'univers.

Qu'arrive-t-il à la lumière qui a commencé à voyager vers nous il y a cinq ou dix milliards d'années (c'est-à-dire qui a volé dans notre direction par hasard) ? La lumière est une onde électromagnétique ; le porteur de cette onde est l'espace, tout comme l'eau est le porteur d'une vague. Maintenant, l'espace est en expansion, ce qui entraîne l'expansion de l'onde avec lui. Par conséquent, sa longueur d'onde devient plus longue et sa fréquence est réduite. Cela signifie que la longueur d'onde du rayonnement augmente quand la distance de son voyage est plus grande. La lumière bleue devient verte, la lumière verte devient jaune, la lumière jaune devient de plus en plus rouge et la lumière rouge devient infrarouge. Ce changement du spectre lumineux est appelé le *décalage vers le rouge* — « redshift » en anglais — (ce terme n'est pas forcément le plus approprié).

Cependant, non seulement les oscillations de la lumière deviennent plus lentes au long de leur trajet, mais aussi toute autre séquence chronologique nous apparaît comme étirée temporellement. Cela ne vous rappelle-t-il pas quelque chose ?

Dans une explosion de supernova, il se forme autant de lumière qu'en émet une galaxie entière. Les supernovas peuvent être ainsi vues jusqu'à de très grandes distances, c'est-à-dire jusqu'à plusieurs milliards d'années-lumière. En raison de l'expansion de l'univers, la lumière d'une supernova n'est pas seulement « décalée vers le rouge » (c'est-à-dire que les ondes lumineuses sont étirées), mais aussi la séquence chronologique de l'ensemble du phénomène lumineux, qui prend plusieurs semaines, nous apparaît comme étirée temporellement. Plus la distance à laquelle se produit la supernova est lointaine, plus son effet lumineux est durable.

> La lumière qui vient d'une distance lointaine est « décalée vers le rouge ».
>
> Les processus que nous observons à longue distance nous apparaissent comme étirés dans le temps.

2. Ce que nous voyons

Nous voyons seulement les objets dont la lumière nous atteint, c'est-à-dire des étoiles, des galaxies, des quasars,... (Par lumière nous entendons plus généralement tout rayonnement électromagnétique, même s'il est invisible pour nous.)

Cela semble très naturel au premier abord. Cependant, cet énoncé est quelque peu piégeux. Comme l'univers est en expansion, la vitesse d'expansion à une certaine distance de nous, à savoir à approximativement 14,2 milliards d'années-lumière, est égale à la vitesse terminale *c*. Tout ce qui se trouve au-delà de cette distance s'éloigne à une vitesse supérieure à *c*. Nous appelons cette limite la « limite *c* ».

Mais là est la difficulté. Vous supposerez certainement que la lumière émise au-delà de la limite *c* n'a aucune chance de nous atteindre. Les choses sont justes comme dans le cas de Willy lorsqu'il marche sur un tapis roulant (comme ceux que l'on connait dans les aéroports) en sens inverse de celui du tapis, Fig. 10.4. Quand le tapis roulant est plus rapide que Willy, alors Willy recule au lieu d'avancer et n'atteindra jamais Lilly. D'accord...

Cependant, nous devons tenir compte du fait que le taux d'expansion a diminué au fil du temps au cours des 5 premiers milliards d'années. Cela signifie que la lumière émise derrière la limite *c* s'est éloignée de nous au début. Au fur et à mesure que la vitesse d'expansion a diminué avec le temps, cependant, la limite *c* s'est déplacée vers l'extérieur et notre lumière est revenue soudainement devant la limite de telle sorte qu'elle pouvait éventuellement nous atteindre.

Fig. 10.4 Willy atteindra Lilly seulement s'il se déplace vers la gauche plus rapidement que le tapis roulant ne se déplace vers la droite.

Au cas où cela paraît un peu compliqué, examinons la situation correspondante avec à nouveau l'image du tapis roulant, Fig. 10.4.

Willy marche à sa vitesse maximale sur le tapis roulant en direction de Lilly, c'est-à-dire en sens inverse du mouvement du tapis. Le tapis roulant se déplace plus vite que lui ; malgré tous ses efforts, Willy s'éloigne de Lilly. Mais maintenant le tapis ralentit de plus en plus. A un certain point, il est juste aussi rapide que Willy ; maintenant, Willy reste là où il est. Alors, le tapis devient encore plus lent et Willy avance en direction de Lilly et finalement l'atteint. Récapitulons l'évolution de la distance entre Willy et Lilly : Willy se déplace toujours à la même vitesse (aussi vite qu'il le peut) ; au début il s'éloigne de Lilly, puis le sens de son mouvement change, il se rapproche de Lilly à nouveau et finalement la rejoint.

Il en va de même pour la lumière qui a été émise dans le jeune univers des galaxies et qui nous recevons aujourd'hui, Fig. 10.5.

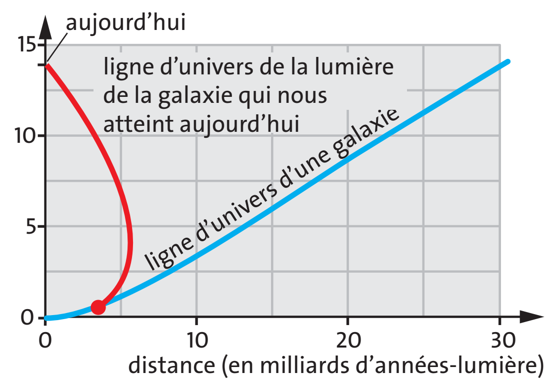


Fig. 10.5 Ligne d'univers d'une galaxie et ligne d'univers de la lumière de cette même galaxie qui nous atteint aujourd'hui

La ligne bleue est la ligne d'univers d'une galaxie. La ligne rouge est la ligne d'univers de la lumière que nous recevons aujourd'hui de cette galaxie. Elle a été émise par la galaxie à une époque où l'univers était encore très jeune, c'est-à-dire vieux de moins d'un milliard d'années. Il était situé à un endroit pas très loin d' « ici ». Cependant, la vitesse d'expansion à cette endroit était plus grande que *c*. Par conséquent, la lumière s'est éloignée d' « ici » au début. Mais le taux d'expansion a diminué avec le temps, tout comme la vitesse d'expansion de notre lumière. Il est devenu finalement inférieur à c et la lumière a pu s'approcher d' « ici » à nouveau.

Et comment la galaxie de la Fig. 10.6 a-t-elle évoluée entre-temps ? Si rien ne lui est arrivé, elle est maintenant située à une distance d'approximativement 30 milliards d'années-lumière.

Le fait que la lumière ait pu finalement nous atteindre après s'être d'abord éloignée ne s'applique toutefois que pour une petite région derrière la limite c. Il y a au final une distance au-delà de la limite c à partir de laquelle la lumière n'est pas capable et n'a plus été capable de se déplacer vers nous. Nous ne pouvons pas voir (pas même à l'avenir) ce qui se passe derrière cette limite. Comme dans un trou noir, un *horizon des événements* existe également ici. Il est situé à 16,2 milliards d'années-lumière.

> Sur la limite c (14,2 milliards d'années-lumière), la vitesse d'expansion est égale à la vitesse terminale c.
>
> Même dans le futur, nous ne serons pas capable de voir ce qui se passe derrière l'horizon des événements.

Exercise

1. Imaginer l'univers suivant : il a été formé il y a 14 milliards d'années (on ne demande pas comment), il est infiniment grand et il n'est pas en expansion. Que verrions-nous de cet univers aujourd'hui ?

10.7 L'évolution de l'univers – le rayonnement cosmique de fond

En regardant l'espace avec des télescopes, nous voyons l'évolution de l'univers. Comme l'univers est le même partout, nous ne voyons pas seulement l'évolution des étoiles lointaines et des galaxies mais également comment il était ici, c'est-à-dire à l'endroit où nous nous trouvons aujourd'hui.

Nous pourrions nous attendre à voir l'évolution de l'univers depuis le Big Bang. Cela n'est pas tout à fait vrai cependant. Il existe une limite temporelle : jusqu'à 400 000 ans après le Big Bang, l'univers était non transparent pour tout rayonnement électromagnétique, de sorte que nous ne pouvons rien voir qui remonte à cette époque initiale avec nos télescopes.

temps après le Big Bang	température	
10^{-35} s — 10^{-33} s	10^{27} K	expansion d'un facteur 10^{50} (univers en inflation)
10^{-33} s	10^{25} K	début de la création des quarks et des gluons
10^{-6} s	10^{13} K	début de la création des hadrons : protons, antiprotons, neutrons, antineutrons et autres
Les hadrons sont les particules de matière qui dominent.		
10^{-4} s	10^{12} K	Les protons réagissent avec les antiprotons, les neutrons avec les antineutrons. Seul un petit nombre de protons et de neutrons subsiste. L'excès de matière par rapport à l'antimatière s'élève à un milliardième.
Les leptons (électrons, antiélectrons et autres) sont les particules de matière qui dominent.		
1 s	10^{10} K	Les électrons réagissent avec les anti-électrons. Seul un petit nombre d'électrons subsiste.
10 s	10^{9} K	création des noyaux d'hélium
400 000 ans	3000 K	Le rayonnement électromagnétique cesse de réagir avec la matière. L'univers devient transparent.
10^{9} ans		création des étoiles et des galaxies
$13{,}7 \cdot 10^{9}$ ans		aujourd'hui

Tab. 10.1 L'univers depuis le Big Bang

Mais ce qui s'est passé dans les premiers 400 000 ans n'est pas complètement inconnu car il existe des théories fiables (les théories de la physique des particules) qui nous permettent de calculer ce qui est arrivé auparavant.

Le Tab. 10.1 liste certaines étapes de l'évolution de l'univers. Il montre une progression en grandes puissances de dix d'une ligne à l'autre. Plus nous nous approchons du début des temps, plus les intervalles de temps, pendant lesquels les caractéristiques de l'univers changent radicalement, sont petits. Au début, la température avait des valeurs énormes. Toutefois, elle a diminué régulièrement en raison de l'expansion.

Le tableau comporte différents noms de particules que nous n'aborderons que plus tard.

Avant la formation des structures à grande échelle, à savoir les galaxies et les étoiles, l'univers était également homogène à petite échelle. Toute l'évolution a été similaire à une réaction chimique dans un espace de réaction en constante augmentation qui est toujours en équilibre chimique.

Jusqu'au temps $t \approx 400\,000$ ans, 75 % (de la masse de) de l'univers était composé d'hydrogène ionisé (c'est-à-dire de protons) et de 25 % d'hélium ionisé ainsi que des électrons correspondant. (Nous n'avons pas inclus la matière dite noire dans nos calculs.) Au début, l'univers était encore non transparent pour tous les types de rayonnement électromagnétique.

Après que la température eut chuté à environ 3 000 K à cause de l'expansion, des atomes d'hydrogène et d'hélium ont été formés à partir des noyaux atomiques et des électrons, et l'univers est devenu transparent. Par conséquent, il se composait alors d'hydrogène, d'hélium et de rayonnement.

Le rayonnement était celui d'un corps avec une température de 3 000 K, c'est-à-dire le même que celui du filament d'une lampe à incandescence. Du fait de la rapide expansion, la température du rayonnement a encore diminué tandis que sa longueur d'onde a augmenté. Et c'est ainsi qu'il a survécu jusqu'à aujourd'hui. Sa température est de 2,7 K actuellement, sa longueur d'onde va de quelques millimètres à plusieurs centimètres. Le rayonnement est donc extrêmement « décalé vers le rouge ». C'est ce qu'on appelle *le rayonnement cosmique de fond*.

Il remplit l'univers entier et nous atteint de toutes les directions. Il porte une information importante sur l'univers à l'époque de sa formation. Les atomes qui ont émis le rayonnement (ou des nouveaux atomes qui en ont été issus dans l'intervalle de temps) sont situés à une distance de 44 milliards d'années-lumière aujourd'hui.

> Le rayonnement cosmique de fond a été émis 400 000 ans après le Big Bang.